



**UNIVERSIDAD DE CHILE**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS**

MODELO DE PLANIFICACIÓN MINERA DE CORTO Y MEDIANO PLAZO  
INCORPORANDO RESTRICCIONES OPERACIONALES Y DE MEZCLA.

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN MINERÍA

MARCELO ANTONIO VARGAS VERGARA

PROFESOR GUÍA:  
ENRIQUE RUBIO ESQUIVEL

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
ANDRÉS WEINTRAUB POHORILLE  
MARCO VELASQUEZ LAMBERT  
XAVIER EMERY

SANTIAGO DE CHILE

2011

## Resumen

Actualmente el proceso de planificación y diseño minero de largo plazo de minas operadas a cielo abierto conjuga grandes volúmenes de minerales con características geometalúrgicas promedio para construir un programa de producción que permita estimar el valor del negocio. El proceso de planificación de corto y mediano plazo debe materializar la secuencia de extracción considerando factores operacionales y el diseño de fases para lograr las metas de producción, incorporando restricciones capacitarias y de mezcla que no fueron integradas en la planificación de largo plazo. El objetivo de este trabajo consiste en desarrollar un modelo de optimización que permita evaluar múltiples escenarios para la toma de decisiones en el proceso de planificación de corto y mediano plazo, integrando mezclas de minerales y que constituya una herramienta de análisis para el planificador minero para construir de manera automática múltiples secuencias óptimas de extracción de bloques.

La función objetivo del modelo es la maximización de cobre fino, sujeto a restricciones operacionales de capacidad de movimiento mina y de chancado para dos campañas de procesamiento de minerales (óxidos y sulfuros), respetando precedencias de talud y geométricas de avance en la extracción de una fase-banco, incorporación de materiales desde los stocks y restricciones geometalúrgicas. Los datos utilizados para implementar el modelo corresponden a Compañía Minera Spence, gracias al apoyo de BHP Billiton.

Se introduce el concepto de unidades de reservas mineras (MRU) conectadas en un grafo para alimentar el modelo de optimización. Esto permite disminuir considerablemente los tiempos de cálculo del modelo y entrega una herramienta para incorporar áreas mínimas de operación de equipos mineros, haciendo posible análisis de recuperación minera versus selectividad en la extracción. Esta disminución en tiempos de cálculo permite abordar el problema de mediano plazo incorporando simulaciones del modelo de bloques, posibilitando construir mapas de probabilidad de extracción por período.

Para un horizonte temporal *Quarter* la utilización del optimizador permite recuperar cerca de un 37% extra de cobre fino con respecto al plan manual con una disminución en el remanejo cercana a un 60%. En tanto para el horizonte *Forecast* se registra un incremento del 20% en la recuperación de toneladas de finos de cobre. Ambos resultados se obtienen para un tamaño de MRU de 40 metros y 50 metros respectivamente, que conjugan de manera adecuada la suavidad geométrica de las soluciones y la recuperación asociada a la función objetivo. Estas mejoras se deben a cambios sugeridos por el optimizador en la estrategia de consumo de reservas.

Se recomienda utilizar los resultados del modelo como una guía en la construcción de polígonos de extracción en el corto y mediano plazo. Se estima que la operativización de las soluciones entregadas por el optimizador conduzca a una ganancia de cobre fino y disminución del remanejo inferior a la calculada por el optimizador, debido a que este último no toma en cuenta restricciones operacionales que deben ser integradas en el ejercicio operativo, sin embargo se estima una ganancia en relación al proceso manual sin considerar esta guía.

## Abstract

Currently, the long-term process of mine planning and mine design for open pit mining, combines large volumes of rock with average metallurgic characteristics to build a production schedule to estimate the business value. The short and medium term planning process must take into account the extraction sequence considering operational factors and design phases to achieve the goal of copper production, taking into account capacity and blending constraints that were not integrated into the long-term mine planning. The aim of this work is to develop an optimization model to evaluate multiple scenarios assessing the decision making for short and medium term planning, integrating the blending problem, and becoming an analytical tool for the mine planner to build multiple optimal extraction sequence of blocks, automatically.

The model's objective function is the maximization of copper production, subject to operational constraints of mining and crushing capacity for two campaigns (oxides and sulphides), respecting slope constraints and geometric precedence for the extraction progress of a phase-bench, incorporating materials from stocks and metallurgic constraints imposed by the processing area to blend of materials. The data used to implement the model correspond to Spence Mine with support of BHP Billiton.

The Mine Reserve Units (MRU) are connected in a graph to be considered into the optimization model. This allows to reduce significantly the calculation time of the model in order to deal with problems involving a large number of variables. Also provides a tool that incorporates analysis of minimum operation areas for mining equipment, enabling analysis of mining recovery versus extraction selectivity. This decrease in calculation time allows to solve the medium-term planning problem integrating simulations of the block model, which allows to build probability maps of extraction period.

For a Quarter planning period, the optimizer recovers about 37% extra copper in comparison to the manual solution with a decrease in re-handling near 60%. On the other hand, for the Forecast planning period there is an increase of 20% in copper recovery. Both results are obtained for MRU size of 40 meters and 50 meters respectively. Those sizes are estimated that combine adequately the softness in geometry and the recovery associated to the solutions. These improvements are mainly due to changes suggested by the optimizing tool related to strategy reserves consumption.

It is recommended to use the results of this model as a guide in the construction of extraction polygons in the short and medium term mine planning process. It is hoped that the process of operationalizing the solutions delivered by the optimizing tool will lead to a final improvement in terms of copper production and decreased re-handling less than that calculated by the optimizing tool, but higher than the result of the planning process without the use of the guide.

## **Agradecimientos**

Gracias a la Universidad de Chile por la entrega de la beca Universidad de Chile, al departamento de ingeniería de minas y a Angloamerican Chile por la Beca otorgada durante mis años de especialidad y finalmente al laboratorio de planificación minera Delphos y a BHP Billiton por la beca de estudios de magister que me fue concedida y por el apoyo y los medios facilitados para el desarrollo de este trabajo.

A mi amiga, compañera, confidente y amor de siempre Dominique, por la enorme paciencia, comprensión, innumerables sacrificios y apoyo absolutamente incondicional desde hace ocho años hasta el día de hoy, los que han sido el reflejo del más puro y profundo amor verdadero. Mucho más que este trabajo, a ella y a nuestro hijo les dedico mi vida.

A mi mamá por su paciencia, desvelos y enorme cariño y a mi papá por su apoyo incondicional, ejemplo de vida, superación y emprendimiento. Este logro es en primera instancia merito de ellos. Gracias también a mi hermano Ricardo por su apoyo y compañía en los momentos difíciles antes y durante mi estadía en la universidad, a Maricel por su cariño y preocupación constante y a Teresita por su alegría de siempre.

Al Profesor Enrique Rubio, gracias por confiar y creer en mí mucho más allá de este trabajo de tesis. Creo que existe una invitación a construir Chile desde la Universidad de Chile que requiere de referentes de empuje y emprendimiento, tal como el que yo me siento afortunado de haber tenido como profesor guía.

Gracias a Nelson Morales por su apoyo, trabajo y soporte durante el desarrollo de mi trabajo de tesis, el cual fue fundamental para el éxito del proceso.

Finalmente quiero darle las gracias a mis amigos Fernando, Julio, Makarina y Guillermo por haber compartido conmigo y contribuir a hacer de este período universitario el mejor de mi vida.

Agosto 2011

## Índice de contenidos

1	Introducción.....	15
1.1	Descripción del problema.....	16
1.2	Objetivos.....	18
1.2.1	Objetivo general.....	18
1.2.2	Objetivos específicos.....	19
1.3	Alcances.....	19
1.4	Organización del trabajo.....	19
2	Análisis bibliográfico.....	21
2.1	Planificación minera.....	21
2.1.1	Metodología tradicional de planificación de largo plazo.....	22
2.1.2	Metodología tradicional de planificación de corto plazo.....	25
2.2	Investigación de operaciones aplicada a minería a cielo abierto.....	27
2.2.1	Determinación de pit final.....	28
2.2.2	Secuenciamiento estratégico de bloques.....	29
2.2.3	Secuenciamiento táctico de bloques.....	32
2.3	Manejo de incertidumbre.....	32
2.4	Técnicas de agregación.....	33
2.5	Herramientas computacionales disponibles.....	33
2.5.1	Largo y mediano plazo.....	33
2.5.2	Corto Plazo.....	34
2.5.3	Paquete de optimización ILOG CPLEX.....	35
3	Modelo de optimización para soportar la planificación de corto y mediano plazo.....	39
3.1	Modelo de programación matemática.....	41

3.1.1	Input y parámetros del modelo .....	41
3.1.2	Variables.....	42
3.1.3	Restricciones.....	43
3.1.4	Función objetivo .....	45
3.2	Heurísticas de resolución .....	46
3.2.1	Herramienta de agregación.....	46
3.2.2	Estructura de grafos .....	48
3.2.3	Múltiples accesos por fase-banco.....	49
3.2.4	Heurística de ventanas para disminuir tiempos de resolución.....	50
3.2.5	Modelo de preselección .....	51
3.3	Mecanismo de resolución.....	52
3.3.1	Algoritmo de resolución.....	52
3.3.2	Plataforma de implementación y cálculo. ....	53
4	Estudio de caso.....	54
4.1	Descripción de la faena minera.....	54
4.2	Estrategia de procesamiento de materiales.....	55
4.3	Restricciones geometalúrgicas. ....	56
4.4	Proceso de planificación.....	57
4.5	Base de datos.....	58
4.5.1	Modelo de Bloques Quarter. ....	59
4.5.2	Modelo de Bloques Forecast .....	60
4.5.3	Definición de períodos y manejo de stocks .....	62
4.5.4	Stocks disponibles.....	65
4.6	Parámetros de resolución .....	66
4.7	Plataforma de resolución.....	68
5	Análisis de resultados .....	69

5.1	Horizonte de planificación Quarter.....	69
5.1.1	Selección de parámetros de resolución.....	70
5.1.2	Saturación de capacidades de procesamiento y de transporte. ....	72
5.1.3	Resultados numéricos sin incorporar stocks. ....	75
5.1.4	Resultados numéricos y geométricos incorporando stockpiles ....	77
5.1.5	Efectos de la agregación.....	83
5.1.6	Programa de producción.....	84
5.1.7	Restricciones geometalúrgicas.....	85
5.2	Horizonte de planificación Forecast.....	87
5.2.1	Modelo de preselección.....	87
5.3	Forecast multiperíodo.....	89
5.4	Forecast Simulaciones.....	92
5.5	Comparación resultados optimizador y planificación tradicional.....	97
5.5.1	Comparación planificación manual Quarter versus resultados optimizador.....	98
5.5.2	Comparación planificación manual Forecast versus resultados optimizador.....	104
6	Conclusiones.....	107
7	Trabajos futuros.....	110
8	Bibliografía.....	111
9	Anexos.....	114
9.1	Anexo 1.....	114
9.2	Anexo 2.....	116
9.3	Anexo 3.....	117
9.4	Anexo 4.....	117
9.5	Anexo 5.....	118
9.6	Anexo 6.....	119
9.7	Anexo 7.....	119

9.8	Anexo 8.....	120
9.9	Anexo 9.....	120
9.10	Anexo 10.....	122
9.11	Anexo 11.....	129

## Índice de Figuras

Figura 1: Diferencias en cobre fino producido plan largo plazo LOA y anual Forecast, (Fuente: Planes LOA y Forecast compañía minera Spence 2009). .....	18
Figura 2: Secuencias de extracción Worst Case (izquierda) y Best Case (derecha). .....	24
Figura 3: Esquema de precedencias horizontales. ....	44
Figura 4: Metodología tradicional de agregación. ....	47
Figura 5: Herramienta de agregación generada. ....	47
Figura 6: Implementación de estructura de grafos en modelo de bloques. ....	48
Figura 7: Mínimo camino entre 2 MRU. ....	49
Figura 8: Manejo de múltiples accesos por fase-banco. ....	49
Figura 9: Metodología de ventanas. ....	50
Figura 10: Diagrama de flujo de procesos mina Spence. (Fuente: Compañía minera Spence). ..	55
Figura 11: Proceso de planificación minera Spence. ....	58
Figura 12: Gráfico de gap en la resolución del modelo de optimización versus tamaño de ventana de cálculo para distintas MRU. ....	71
Figura 13: Gráfico de tiempo de cálculo en la resolución del modelo de optimización versus tamaño de ventana de cálculo para distintas MRU. ....	71
Figura 14: Gráfico de saturación de capacidad de procesamiento, corridas sin considerar stock para distinto tamaño de MRU. ....	73
Figura 15: Gráfico de remanejo mínimo necesario para saturar capacidad de procesamiento, corrida sin considerar stock para tamaños de MRU. ....	74
Figura 16: Gráfico saturación de capacidad de transporte, corridas sin considerar stock para distintos tamaño de MRU. ....	75
Figura 17: Gráfico de finos resultantes totales v/s tamaño de MRU, sin considerar stocks, para modelo Quarter. ....	76
Figura 18: Gráfico de finos resultantes totales v/s tamaño de MRU, considerando stocks, para modelo Quarter. ....	78
Figura 19: Leyenda de colores según período de extracción modelo Quarter. ....	79
Figura 20: Resultados gráficos, agregación C10, fase-banco 02_1565 (derecha) y 02_1580 (izquierda). ....	80

Figura 21: Resultados gráficos, agregación C10, fase-banco 02_1550 (derecha) y 02_1685 (izquierda).....	80
Figura 22: Resultados gráficos, agregación C40, fase-banco 02_1565 (derecha) y 02_1580 (izquierda).....	81
Figura 23: Resultados gráficos, agregación C40, fase-banco 02_1550 (derecha) y 02_1685 (izquierda).....	81
Figura 24: Resultados gráficos, agregación C70, fase-banco 02_1565 (derecha) y 02_1580 (izquierda).....	82
Figura 25: Resultados gráficos, agregación C70, fase-banco 02_1550 (derecha) y 02_1685 (izquierda).....	82
Figura 26: Programa de producción modelo de optimización para MRU C40, incorporando stocks.....	85
Figura 27: Gráfico de comportamiento del promedio de Clacid y Finos Geometalúrgicos para una MRU C40.....	86
Figura 28: Gráfico de comportamiento del promedio de mezcla y del promedio de CO3 para una MRU C40.....	86
Figura 29: Gráfico de finos y número de macro bloques según litología, versus nivel de agregación sin considerar stock. ....	88
Figura 30: Vista isométrica de resultados gráficos modelo de preselección MRU C50.....	88
Figura 31: Leyenda de colores según período de extracción (Tminado) modelo Forecast. ....	90
Figura 32: Resultados gráficos de geometrías de extracción MRU C50, banco 1670 (izquierda) y 1655 (derecha), considerando utilización de stocks.....	90
Figura 33: Programa de producción modelo de optimización para MRU C50, incorporando stocks, modelo de bloques Krigeado.....	91
Figura 34: Leyenda de colores probabilidad de extracción modelo Forecast simulaciones. ....	92
Figura 35: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 1 .....	93
Figura 36: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 6. ....	94
Figura 37: Gráfico finos totales recuperados v/s secuencia de extracción considerando simulaciones.....	96
Figura 38: Resultados gráficos de geometrías de extracción esperada, banco 1670 (izquierda) y 1655 (derecha).....	97
Figura 39: Programa de producción para proceso de planificación tradicional. ....	98

Figura 40: Tonelaje de finos de cobre por período según planificación tradicional, minera Spence. ....	99
Figura 41: Gráfico de comportamiento del promedio de Clacid y Finos geometalúrgicos para planificación tradicional minera Spence. ....	100
Figura 42: Gráfico de comportamiento del promedio de mezcla y del promedio de CO3 para planificación tradicional minera Spence. ....	100
Figura 43: Secuencia de extracción de materiales a proceso bancos 1580 (izquierda) y 1565 (derecha) de la fase 02 según planificación trimestral mediante el método tradicional. ....	101
Figura 44: Secuencia de extracción de materiales a proceso bancos 1625 de la fase 03 según planificación trimestral mediante el método tradicional. ....	101
Figura 45: Gráfico de comparación tonelaje total enviado a proceso y tonelaje total remanejado, modelo de optimización versus planificación tradicional Spence. ....	102
Figura 46: Comparación secuencia de extracción de materiales para banco 1580, sugerido por el optimizador para MRU 40 considerando stocks (izquierda) y según método tradicional (derecha). ....	103
Figura 47: Producción de finos de cobre plan tradicional Forecast. (Fuente: compañía minera Spence, plan Forecast 2008). ....	105
Figura 48: Resultados gráficos, agregación C20, fase-banco 02_1565 (derecha) y 02_1580 (izquierda). ....	114
Figura 49: Resultados gráficos, agregación C20, fase-banco 02_1550 (derecha) y 02_1685 (izquierda). ....	114
Figura 50: Resultados gráficos, agregación C20, fase-banco 02_1565 (derecha) y 02_1580 (izquierda). ....	115
Figura 51: Resultados gráficos, agregación C20, fase-banco 02_1550 (derecha) y 02_1685 ((Izquierda). ....	115
Figura 52: Resultados gráficos, agregación C50, fase-banco 02_1565 (derecha) y 02_1580 (Izquierda). ....	115
Figura 53: Resultados gráficos, agregación C50, fase-banco 02_1550 (derecha) y 02_1685 (izquierda). ....	116
Figura 54: Resultados gráficos de geometrías de extracción MRU C50, banco 16685 (izquierda) y 1640 (derecha), considerando utilización de stocks. ....	120
Figura 55: Resultados gráficos de geometrías de extracción MRU C50, Banco 1625 (izquierda) y 1610 (derecha), considerando utilización de stocks. ....	121

Figura 56: Resultados gráficos de geometrías de extracción MRU C50, banco 1595, 1580 y 1565.....	121
Figura 57: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 1. ....	122
Figura 58: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 2. ....	123
Figura 59: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 3. ....	123
Figura 60: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 4. ....	124
Figura 61: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 5. ....	124
Figura 62: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 6. ....	125
Figura 63: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 7. ....	125
Figura 64: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 8. ....	126
Figura 65: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 9. ....	126
Figura 66: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 10. ....	127
Figura 67: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 11. ....	127
Figura 68: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 12. ....	128

## Índice de tablas

Tabla 1: Notación general de modelo.....	41
Tabla 2: Campañas de procesamiento Julio - Septiembre minera Spence.....	56
Tabla 3: Restricciones Geometalúrgicas.....	56
Tabla 4 : Configuración de fases-banco del plan Quarter.....	59
Tabla 5: Estadísticas básicas modelo de bloques Quarter.....	60
Tabla 6 : Configuración de fases-banco del plan Forecast.....	61
Tabla 7: Estadísticas básicas modelo de bloques Forecast.....	61
Tabla 8: Estadística de leyes para modelo de bloques Krigeado (MK) y para 10 simulaciones del modelo de bloques (S1...S10). ....	62
Tabla 9: Restricciones capacitarias y geometalúrgicas plan Quarter Spence. ....	63
Tabla 10: Coordenadas de bloques acceso para modelo Quarter.....	64
Tabla 11: Restricciones capacitarias y geometalúrgicas plan Forecast Spence.....	64
Tabla 12: Restricciones capacitarias y geometalúrgicas modelo de preselección Forecast. ....	65
Tabla 13: Stocks base.....	66
Tabla 14: Nomenclatura de definición de MRU.....	69
Tabla 15: Resultados de función objetivo, tiempos de cálculo, gap global y número de bloques procesados para distintos tamaños de MRU sin utilizar stock, para $T_v = 4$ .....	75
Tabla 16: Resultados de función objetivo, remanejo, tonelaje total enviado a stock y número de bloques enviado a stocks para distintos tamaños de MRU. ....	77
Tabla 17: Resultados modelo de preselección.....	89
Tabla 18: Resultados finos totales (Kton) asociados a secuencias evaluadas para distintos modelos de bloques equiprobables. ....	95
Tabla 19: Diferencias de secuencia de extracción de fases-banco plan Forecast y optimizador. ....	106
Tabla 20: Programa de producción plan tradicional Quarter Spence.....	116
Tabla 21: Programa de producción modelo de optimización para MRU C40, Quarter incorporando stock.....	117
Tabla 22:Finos de cobre programa de producción plan tradicional Quarter Spence. ....	117
Tabla 23: Coordenadas de bloques acceso para modelo Forecast.....	118

Tabla 24: Programa de producción modelo de optimización para MRU C50, Forecast incorporando stock.....119

Tabla 25: Finos de cobre programa de producción plan tradicional Forecast Spence. ....119

Tabla 26: Gap y tiempo de cálculo en la resolución del modelo de optimización versus tamaño de ventana de cálculo para distintas MRU. ....120

# 1 Introducción

La minería como actividad industrial, consiste en la extracción de material naturalmente concentrado desde la tierra con el objetivo de generar un beneficio. Las minas más antiguas datan de alrededor de 43.000 años atrás, donde en el sur de Sudáfrica, seres humanos prehistóricos encontraron hierro en forma de hematita cerca de la superficie de la tierra, la cual fue removida en forma metódica, conformando las primeras minas a cielo abierto conocidas.

El proceso minero consta de 5 etapas: prospección, exploración, desarrollo, explotación y recuperación. En la primera fase, geólogos utilizan métodos visuales directos de inspección y métodos indirectos como mediciones físicas de las propiedades de la tierra con el objetivo de prospectar depósitos minerales. En la etapa de exploración, el valor del depósito es determinado a partir de perforaciones que permiten estimar la concentración de mineral y su variabilidad dentro del cuerpo mineralizado. Técnicas de interpolación tales como Kriging y técnicas de simulación entregan, entre otras cosas, curvas de tonelaje ley que representan el beneficio potencial de explotar el cuerpo mineralizado dado un set de parámetros económicos.

La tercera etapa, el desarrollo, consiste en obtener los derechos para acceder a la tierra y prepararla de manera preliminar para ser explotada mediante la remoción del material estéril de sobrecarga. La etapa de desarrollo traduce los estudios de planificación minera en el diseño minero, a través de: (i) determinación del método de explotación, que incluye las disposiciones geométricas de la infraestructura, por ejemplo bancos, y rampas, (ii) la estimación de la capacidad de producción y de infraestructura requerida, y (iii) ingeniería de detalle en el diseño. Cada una de estas fases de la etapa de desarrollo requiere de cuatro a doce años. En la fase de explotación, el mineral se extrae desde el subsuelo a través de la superficie y / o métodos de minería subterránea. Por último, la quinta etapa, el cierre de mina, consiste en el restablecimiento de la zona en que la explotación minera tuvo lugar lo más cerca posible a su estado natural, o a un estado ambientalmente aceptable.

La planificación es el proceso de Ingeniería de Minas que transforma el recurso mineral en el mejor negocio productivo (Rubio [25]), el cual recibe la siguiente información de entrada:

- **Materiales:** Corresponden a los recursos minerales disponibles.
- **Equipos:** Elemento de vital importancia en el método de explotación a utilizar, ya que incluso van a definirlo, además corresponden a una de las inversiones más importantes.
- **Financiamiento:** Necesario no sólo para el arranque inicial del proyecto, sino también para las correcciones asociadas al proceso de puesta en marcha y la construcción de la planta de procesamiento de minerales.
- **Personal:** Necesario para la ejecución técnica de los trabajos de supervisión, ejecución y mantenimiento.
- **Tecnología:** Suma de conocimientos experimentales y teóricos para diseñar, dirigir y controlar el correcto proceso, medido finalmente por los beneficios obtenidos y por la continuidad a largo plazo de las actividades mineras.

El resultado del proceso de planificación, son los productos minerales que, a través de su venta en el mercado, retornan los flujos de caja para continuar el ciclo productivo.

### **1.1 Descripción del problema**

Actualmente el proceso de planificación minera de largo plazo conjuga grandes volúmenes de minerales con características geometalúrgicas promedio para ejecutar la construcción de un programa de producción que permita estimar el valor del negocio minero. Cuando se enfrenta el proceso de planificación de corto y mediano plazo se debe materializar la secuencia de extracción considerando factores operacionales y el diseño de fases para lograr las metas de cobre fino, teniendo en cuenta una serie de restricciones capacitarias y de mezcla que no fueron integradas o consideradas en la planificación minera de largo plazo. Esto se traduce en grandes esfuerzos por parte del planificador minero de corto y mediano plazo, que a través de un proceso de prueba y error construye planes que sean capaces de cumplir las restricciones de capacidades y geometalúrgicas sin interferir sobremanera el secuenciamiento previamente establecido.

En términos generales las principales decisiones que conciernen a la vida de la mina (LOM) son tomadas primero. Una vez dadas éstas, otras decisiones son ejecutadas en relación al

largo plazo (10 a 30 años dependiendo del depósito). Luego, considerando como fijos los resultados anteriormente obtenidos, se procede a construir planes para el mediano plazo (usualmente hasta 5 años) y sucesivamente hasta llegar al detalle diario, pasando por la planificación anual que compromete directamente el presupuesto de operaciones. El proceso anterior es claramente desintegrado e implica una enorme pérdida de oportunidades asociadas al desmembramiento de un problema que es en sí mismo uno solo.

Esta estructura de análisis conduce a que muchas minas sean diseñadas para ser explotadas de manera masiva, con grandes equipos y altos ritmos de producción debido al nivel de agregación del modelo de recursos con el cual se calcula el plan de largo plazo , sin tener en cuenta que la variabilidad mineralógica del cuerpo a ser explotado podría requerir un grado de selectividad importante en la extracción, conduciendo finalmente a importantes discrepancias entre la planificación de largo y corto plazo, donde se enfrenta la variabilidad mineral real, generando brechas considerables en la producción de cobre fino tal como se expone a modo de ejemplo en la Figura 1. Por otra parte las diferencias entre el diseño considerado en el plan de largo plazo, el plan de producción y el rendimiento operativo en el corto plazo, pueden traducirse en incrementos de costos tanto de explotación como de procesamiento de minerales debido a los intentos de cumplir con las metas de cobre fino.

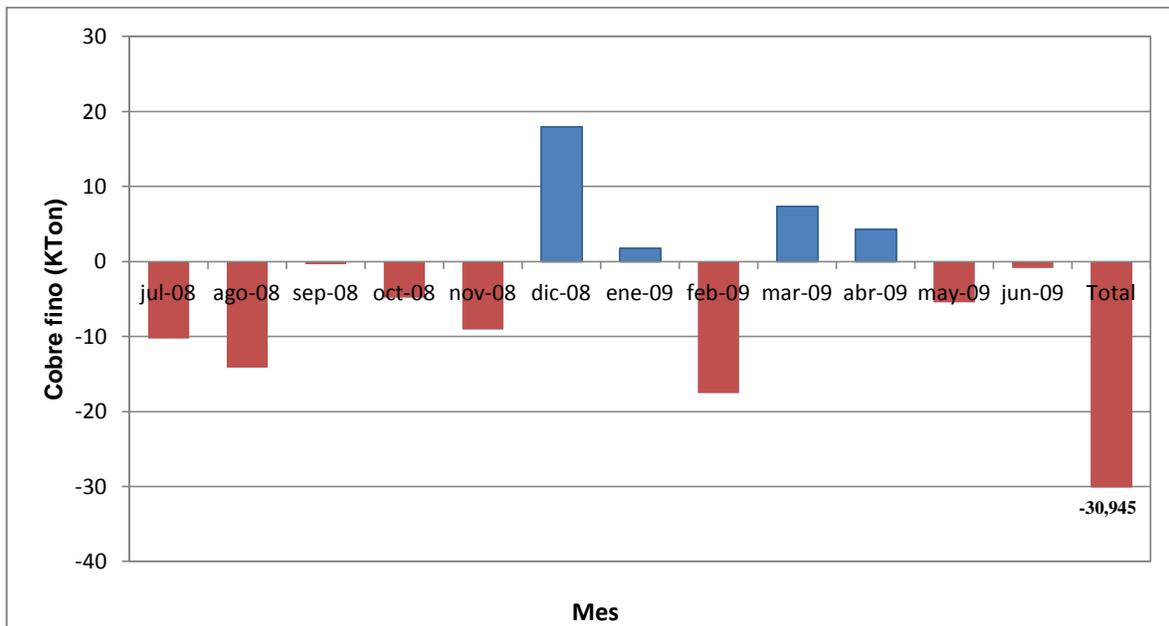


Figura 1: Diferencias en cobre fino producido plan largo plazo LOA y anual Forecast, (Fuente: Planes LOA y Forecast compañía minera Spence 2009).

En la actualidad no existe un software disponible en el mercado que sea capaz de soportar la planificación de corto y mediano plazo incorporando restricciones geometalúrgicas y operacionales, que permita generar múltiples escenarios de análisis en un período razonable de tiempo, que permita al planificador minero concentrar esfuerzos en estudios concienzudos de soluciones factibles en lo que se refiere al secuenciamiento y extracción de bloques y la confiabilidad asociada al diseño, más que en procesos manuales iterativos altamente demandantes en horas de trabajo y a todas luces sub-óptimos.

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Objetivo general

El objetivo del trabajo que se presenta a continuación consiste en desarrollar una herramienta que permita evaluar múltiples escenarios de toma de decisiones para la planificación de corto y mediano plazo, integrando mezclas de mineral con diferentes propiedades geometalúrgicas.

### **1.2.2 Objetivos específicos**

1. Desarrollo de una herramienta que permita realizar una agregación ad-hoc o inteligente de bloques en unidades básicas de explotación.
2. Implementar heurísticas de cálculo que permitan abordar el problema de secuenciamiento y extracción de bloques en un horizonte temporal de mediano plazo (un año).
3. Incorporar el manejo de stockpiles y de material estéril en el cálculo del programa de producción.
4. Desarrollar una plataforma que permita aplicar el modelo de optimización construido, sobre múltiples simulaciones del modelo de recursos, entregando una herramienta que permita al planificador realizar análisis de riesgo e incertidumbre en los planes de corto y mediano plazo.

### **1.3 Alcances**

El trabajo que se presenta a continuación se enmarca en el contexto de los siguientes alcances:

- Planificación minera de corto y mediano plazo de minas operadas a cielo abierto.
- Estudio de caso corresponde a Compañía Minera Spence S.A. para un horizonte temporal de Quarter (3 meses) y Forecast (un año).
- Parámetros geométricos que representen anchos operacionales mínimos de hasta 80 metros.
- Capacidad de transporte de 220,000 toneladas por día y planta de chancado con capacidad de 50,000 toneladas por día.
- Restricciones geometalúrgicas del mineral de alimentación a la planta de chancado correspondientes a cloro, carbonato, material particulado fino y argílico.

### **1.4 Organización del trabajo**

El presente trabajo está organizado en siete capítulos. El capítulo 1 presenta una introducción al tema desarrollado, la cual incluye una descripción de la problemática, los objetivos y los

alcances del trabajo. En el capítulo 2 se desarrolla un análisis bibliográfico que expone el concepto de planificación minera, las herramientas disponibles para apoyar este proceso y la evolución de la aplicación de investigación de operaciones en el área, todo lo anterior para minería a cielo abierto. En el capítulo 3 se presenta el modelo matemático de optimización desarrollado para abordar el problema de secuenciamiento y agendamiento en la extracción de bloques, la conceptualización minera del mismo y los criterios de resolución considerados. En el capítulo 4 se presenta el estudio de caso con la definición de todos los parámetros necesarios para el correcto desarrollo del trabajo. En el capítulo 5 se procede a analizar los resultados, realizando estudios según los objetivos específicos planteados para este trabajo. En el capítulo 6 se exponen una serie de conclusiones y recomendaciones obtenidas de los resultados del trabajo. Y finalmente, en el capítulo 7 se presentan los trabajos a futuro recomendados para desarrollar mejoras en el modelo.

## 2 Análisis bibliográfico

### 2.1 Planificación minera

Las empresas mineras desde hace ya más de un siglo están obligadas a presentar a la administración un proyecto de la explotación a realizar, previo a la obtención de la concesión final de explotación y, posteriormente un plan de labores anuales, que permite ejercer control por parte de los directivos de la compañía y por parte del estado, que es el propietario de las riquezas en el subsuelo. Estos artículos constituyen documentos bancables, necesarios para conseguir préstamos, justificar inversiones, y que en el caso de empresas que cotizan en la bolsa, inciden de manera directa en el valor de las acciones. En consecuencia surge la disciplina de planificación minera, que se define como el proceso de Ingeniería de Minas que transforma el recurso mineral en el mejor negocio productivo (Rubio [25]), alineado con los objetivos estratégicos de la corporación, sean estos maximizar el valor presente neto (VAN), el volumen total de reserva, maximizar el tiempo de explotación, minimizar el riesgo de la inversión, etc., e integrando las restricciones impuestas por el recurso mineral, el mercado y el entorno. Es posible separar en niveles el proceso de planificación de acuerdo las características de las decisiones tomadas (Newman et al. [21]):

- **Estratégicas:** Se refieren a la elección de los métodos de explotación, capacidad mina y de procesamiento y, en general las estimaciones de reservas mineras. El principal objetivo de la planificación estratégica es sincronizar el mercado con los recursos disponibles y la misión de la compañía.
- **Tácticas:** Corresponden a la especificación de los procesos a realizar a lo largo de la vida de la mina, como los programas de producción de largo plazo y los modelos de programación para la utilización de equipos y plantas de procesamiento. La planificación táctica o conceptual determina la forma de alcanzar el objetivo establecido previamente por la planificación estratégica. Su resultado es el plan minero, que define el cómo y el cuándo se extraerán los recursos, estableciendo los recursos humanos y materiales a utilizar.
- **Operativas:** Se realizan con frecuencia diaria, por ejemplo, dirección de despacho de un camión. Dentro de la planificación operativa se incluyen los procesos e índices operativos resultantes del plan minero. Es aquí cuando se produce la retroalimentación con la

planificación conceptual.

Finalmente, en función del nivel de precisión de los datos y de la escala espacial de los períodos de duración del plan minero, este se descompone en diferentes horizontes de planificación minera, los cuales constituyen una herramienta para tratar la incertidumbre dentro del proceso minero. Estos son:

- **Largo Plazo:** La planificación de largo plazo define una envolvente económica en función de las reservas mineras disponibles, sobre la cual se trabajará para establecer un plan minero anual, estableciendo el tamaño de la mina, el método, capacidad de producción, secuencia de explotación, y el perfil de leyes de corte. Se Incorpora variables más bien promedio y generales, debido a que el tamaño del problema a resolver, no permite un mayor nivel de detalle, considerando las heurísticas utilizadas actualmente.
- **Mediano Plazo:** La planificación de mediano plazo, por lo general, abarca un horizonte de tiempo trianual y anual, y produce planes de producción orientados a obtener las metas productivas en el corto plazo definidas en el largo plazo. Permite asegurar el presupuesto de operaciones y retroalimentar la planificación de largo plazo.
- **Planificación de Corto Plazo:** El horizonte de tiempo de esta planificación es diario, semanal, mensual y trimestral. Es en esta instancia de planificación donde se debe analizar los recursos utilizados en la operación de la mina. Debe recopilar la información operacional de modo de retroalimentar la planificación de mediano plazo.

A continuación se procede a describir el proceso tradicional de planificación de largo y de corto plazo, para luego describir el estado de avance actual de las técnicas de investigación de operaciones y secuenciamiento de bloques utilizadas para intentar resolver el problema de planificación en minería a cielo abierto.

### **2.1.1 Metodología tradicional de planificación de largo plazo.**

El proceso actual de planificación minera de largo plazo recibe como información de entrada un modelo de bloques, donde cada bloque contiene información de volumen y leyes del elemento con valor económico y una serie de parámetros geométricos de diseño minero para el depósito

tales como ángulos de talud requeridos, ancho minero mínimo y el tamaño mínimo del fondo del pit. Con esta información de entrada se procede a realizar de manera secuencial una serie de etapas, las cuales pasarán a ser descritas a continuación tomando como base la metodología más ampliamente usada en la actualidad por la industria minera, propuesta por Whittle [29].

### **Generación de Pits Anidados**

El cálculo de los pits anidados, corresponde a la ejecución secuencial del algoritmo de Lerchs & Grossman [19] utilizando un factor multiplicador del beneficio asociado a la extracción de cada bloque, este factor corresponde a un ponderador del precio. En cada ejecución del algoritmo se incorporan restricciones geométricas de precedencias verticales asociadas a un ángulo de talud. El cálculo de beneficio neto de cada bloque se realiza de manera simplificada según la metodología Whittle de la siguiente forma:

$$B_{\text{Bloque}} = (\text{Finos}_{\text{Bloque}}) \cdot (\text{RM}) \cdot (\text{Precio}) \cdot (\text{RF}) - (\text{Ton}_{\text{bloque}}) \cdot (\text{CM} + \text{CP})$$

Donde:

- $B_{\text{bloque}}$ : Beneficio del bloque
- RM: Recuperación metalúrgica
- RF: Revenue factor (factor multiplicador del precio)
- CM: Costo mina
- CP: Costo planta

Luego de generar los pits anidados se procede a la selección del pit final utilizando la metodología que se describe a continuación.

### **Evaluación económica y selección del pit final**

Luego de la generación de los pits anidados se efectúa una evaluación económica preliminar para seleccionar el pit final, para ello se genera un nuevo escenario económico donde se fija un

precio, ritmo de producción mina y planta, tasa de descuento, gastos de administración y ventas, etc. En esta evaluación se calcula para cada pit anidado el valor presente neto asociado a dos secuencias de extracción, denominadas "Worst Case" y "Best Case". El primero corresponde a la concreción del plan minero mediante la extracción banco a banco del material que está dentro de cada envolvente económica, mientras que el segundo corresponde al plan resultante de la extracción pit a pit del material contenido en la envolvente económica (ver Figura 2).

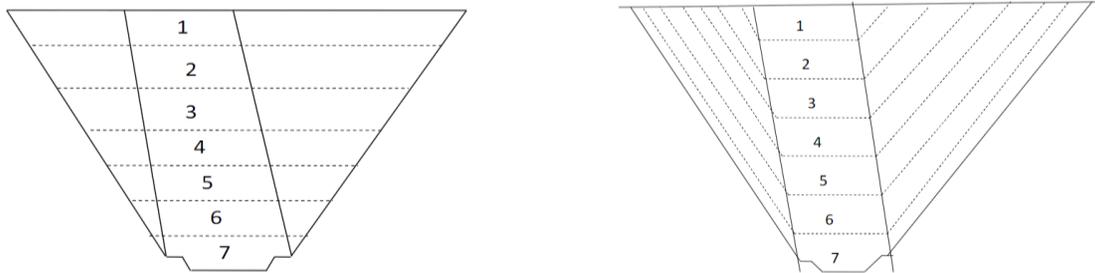


Figura 2: Secuencias de extracción Worst Case (izquierda) y Best Case (derecha).

Esto permite dimensionar los dos escenarios extremos que acotan en términos económicos la solución del problema del plan minero de largo plazo. La elección del pit final dependerá de los objetivos estratégicos de la compañía minera y del criterio que utilice el planificador.

### **Elección de fases y construcción de programa de producción.**

Las fases en el proceso tradicional de planificación de largo plazo corresponden a un subconjunto de los pits anidados contenidos dentro del pit final. Las fases seleccionadas y el plan minero están fuertemente entrelazados y se determinan de manera secuencial en un proceso iterativo donde el programa de producción se calcula maximizando el beneficio total del plan variando las proporciones de cada fase (previamente definida) consumidas período a período. De acuerdo a esta metodología se debe seleccionar los pits anidados que corresponderán a cada fase a través de un ejercicio de prueba y error buscando la cantidad y disposición espacial de fases que conduzcan al mejor plan de producción. Típicamente para la construcción del plan de producción se considera un número mínimo y máximo de bancos que deben ser extraídos de una fase para que la fase siguiente comience a ser extraída y un

número máximo de bancos que pueden estar en explotación en una fase por período.

### **Diseño minero y suavizamiento del plan de producción.**

Finalmente se procede a operativizar el resultado del plan de producción propuesto por la metodología previamente descrita, efectuando el diseño operativo de fases e incorporando las rampas de acceso que determinarán el punto de entrada a cada banco. El resultado de esta última etapa es el que alimenta al proceso posterior de planificación de corto plazo, el cual pasa a describirse a continuación.

#### **2.1.2 Metodología tradicional de planificación de corto plazo**

La generación de un programa de producción de corto plazo se realiza actualmente de manera manual utilizando distintos software de diseño que permiten delimitar y cuantificar los volúmenes seleccionados para la extracción período a período por el planificador. La planificación de corto plazo se efectúa posteriormente y de manera secuencial a la planificación de largo plazo y tiene como información de entrada las fase-banco previamente definidas, la metodología se describe a continuación (Troncoso [28]).

#### **Recopilación de información del plan de largo plazo:**

- Triangulaciones o sólidos (volúmenes de material) de fase-banco disponibles para el período de acuerdo al plan de largo plazo.
- Diseño de fase-banco involucradas en el período, con el cual se obtiene la ubicación de la rampa de acceso a cada fase y específicamente el punto de ingreso a cada banco.
- Modelo de bloques, que contiene la información básica y necesaria para realizar el plan minero. La visualización del modelo de bloques permite identificar el comportamiento de las variables geometalúrgicas dentro de un banco, a través de una leyenda de visualización en un software de diseño.

### **Recopilación de información de mediano y corto plazo:**

- Modelo de bloques actualizado con la información de los pozos de tronadura y mapeos geológicos.
- Secuencia de perforación de la fase-banco (diseños de perforación). Si bien no es un input directo para el plan de extracción, sí debe ser considerado en los desarrollos de la mina ya que se debe generar los espacios para los patios de perforación y el camino de servicios que necesita este proceso.

### **Definición de cortes, que corresponden a los volúmenes específicos a ser extraídos desde cada fase-banco período a período.**

Este procedimiento se realiza mediante una metodología manual de prueba y error, en la cual el planificador realiza cortes en la fase-banco en explotación definidas previamente en el proceso de planificación de Largo Plazo, y consta de los siguientes pasos:

- Visualización del modelo de bloques para identificar sectores y trabajos de desarrollo a realizar para acceder a zonas de interés, las cuales fundamentalmente corresponden a las de mayores leyes del material asociado al negocio de cada faena minera.
- Se despliega la triangulación fase-banco a incluir en la planificación.
- Finalmente se selecciona el volumen en cada fase-banco a extraer por período. Al construir estos sólidos el planificador minero debe tener en cuenta los equipos de carguío de los que dispone la faena minera y debe asegurar la extracción en cada período del volumen requerido para saturar la planta de procesamiento. Además de lo anterior debe procurar cumplir con el movimiento mina que garantiza el stripping de estéril establecido por el plan de largo plazo para el horizonte temporal de corto plazo que se está planificando y asegurar el cumplimiento de las restricciones geometalúrgicas impuestas por el área de procesamiento para cada período. Este último ítem genera la necesidad de que el planificador minero de corto plazo realice múltiples ensayos de prueba y error que le permitan encontrar los cortes o polígonos de extracción que período a período cumplan con todas las restricciones establecidas.

Esta metodología de planificación de corto plazo presenta una serie de problemas, tales como:

- Importante inversión de tiempo, debido al proceso manual de prueba y error que realiza el planificador.
- Incumplimiento de restricciones geometalúrgicas, debido a que el nivel de agregación con que se calcula el plan de largo plazo donde a nivel de fase-banco se cumplen las restricciones, no garantiza que período a período en el mediano y particularmente en el corto plazo se puedan respetar.
- Alto nivel de remanejo, desencadenado por la imposibilidad de cumplir con las restricciones geometalúrgicas debido a que el perfil de equipos con el que se planificó el largo plazo es concebido para una operación masiva que en el corto plazo enfrenta a una realidad selectiva. Esto desencadena una disminución en la productividad de equipos con implicancia directa en el costo de la operación minera.
- Esta metodología manual de planificación se realiza sin visión en el tiempo, es decir, sólo se trata de cumplir con los requerimientos actuales, sin considerar lo que se dejará para explotar en el futuro.

Esta realidad ha motivado al desarrollo e investigación de alternativas que permitan en el ámbito de investigación de operaciones generar un modelo de planificación integrado que a través de la técnica de “Block Sequencing”, utilizando la programación entera mixta, pueda resolver conjuntamente la problemática de la definición de la envolvente económica (pit final), el secuenciamiento de la extracción de bloques y la definición de las leyes de corte, entregando como resultado el plan de producción de la mina, tal como por primera vez lo propuso Johnson [16]. A continuación se procederá a revisar los avances y desarrollos registrados en este campo.

## **2.2 Investigación de operaciones aplicada a minería a cielo abierto**

La planificación minera de una gran mina a cielo abierto, es una tarea enorme y compleja, particularmente para minas que tienen una vida de varios años. Las técnicas de optimización pueden ser aplicadas con éxito a la resolución de un número importante de problemas que surgen en la planificación y administración de una mina (Caccetta et al. [6-7]).

El concepto de "Block Sequencing" o secuenciamiento de bloques, se basa en que el problema de la generación de un programa de producción puede ser definido específicamente como la secuencia en la que los bloques deben ser removidos desde la mina con el objetivo de maximizar el beneficio total, calculado de acuerdo a los objetivos estratégicos de la empresa, sujeto a una serie de restricciones físicas y económicas. Este problema puede ser formulado utilizando programación lineal entera mixta. Sin embargo en aplicaciones reales esta formulación es demasiado extensa, en términos tanto del número de variables como del número de restricciones, para ser resuelto con algún software disponible de MILP (Programación lineal entera mixta). En consecuencia, surge la necesidad de dividir el problema, determinando en primera instancia un pit final, para luego secuenciar los bloques contenidos en él (Gaupp [13]).

En lo que sigue, se presenta la revisión de los progresos desde las técnicas tradicionales de resolución a otras más avanzadas que intentan resolver el problema global de agendamiento y secuenciamiento en la extracción de bloques, tomando como punto de partida los desarrollos relativos al cálculo de pit final para continuar con los avances en los campos de secuenciamiento estratégico y táctico de bloques. No se debe perder de vista que tal como Bixby et al. [2] señalan, el continuo aumento en las capacidades de software y hardware, permiten pensar que en el mediano plazo será posible resolver el problema integrado.

### **2.2.1 Determinación de pit final**

La decisión estratégica de determinación del pit final óptimo ha sido eficientemente abordada utilizando el algoritmo de Lerchs-Grossman [19] (ver también Caccetta and Giannini[5]). Estos métodos están basados en un modelo de bloques que caracteriza a un cuerpo mineralizado, y son ampliamente utilizado en muchos paquetes de software comerciales disponibles hoy en la industria minera, por ejemplo, Whittle, Vulcan Optimizer, NPV Scheduler y Data Mine.

Alternativamente para el cálculo del pit final existe el llamado algoritmo de Korobov [17], quien trata de mejorar el algoritmo original propuesto por Pana [23] conocido como el algoritmo de cono flotante. La técnica consiste en una rutina que pregunta por la conveniencia de extraer un bloque y su respectiva sobrecarga. Para esto el algoritmo tradicional se posiciona sobre cada

bloque de valor económico positivo y genera un cono invertido, donde la superficie lateral del cono representa el ángulo de talud. Si el beneficio neto del cono es mayor o igual que un beneficio deseado, el cono se extrae, de lo contrario se deja en su lugar. Posteriormente Dowd y Onur [12] corrigen el algoritmo, obteniendo soluciones en menor tiempo que el algoritmo de Lerchs y Grossmann.

### **2.2.2 Secuenciamiento estratégico de bloques**

A diferencia del problema de determinación de pit final, el problema del secuenciamiento de bloques para resolver el problema integrado de planificación de largo plazo considera no sólo la definición de qué bloques forman o no parte de la envolvente económica, sino también cuando extraer estos bloques. La introducción del factor tiempo en estos modelos de secuenciamiento permite la inclusión de las restricciones tales como la capacidad de procesamiento y de movimiento mina. Además, la tasa de descuento financiera puede ser utilizada para reflejar con mayor exactitud el valor de un bloque en función de cuando se extrae. Sin embargo, los modelos a largo plazo son enormes, ya que hay muchos bloques involucrados y muchos períodos de tiempo a considerar durante la vida útil de la mina. Por lo tanto, a menudo la ley de corte o el destino al que se envía una entidad, está predeterminada. Esto elimina un número importante de variables en el modelo de optimización, permitiendo que el problema sea más tratable.

Algunos trabajos abordan el problema mediante el uso de técnicas que asumen como una restricción inicial un pit final. En este ámbito Gershon [14] desarrolló una heurística para la construcción de planes mineros basada en el peso posicional de un bloque. El peso posicional de un bloque determina la conveniencia de removerlo en un período de tiempo particular (pesos posicionales más altos, son más convenientes). Bloques accesibles con ranking alto son extraídos, y luego todo el proceso, comenzando con determinar el peso posicional de los bloques remanentes del pit final, lo que lleva a que todos los bloques de éste, deben ser removidos. Una aproximación al secuenciamiento de bloques contenidos dentro de un pit final es el trabajo de Dagdelen y Johnson [9], quienes maximizan el valor presente neto del plan de producción de largo plazo, sujeto a restricciones en las capacidades de producción y la secuencia de extracción de bloques. Los autores proponen un método exacto, relajación lagrangeana, que aprovecha la estructura de red del problema si el pit final se encuentra

previamente definido. Akaike y Dagdelen [1] extienden el trabajo anterior mediante un proceso iterativo que altera los valores de los multiplicadores de Lagrange hasta que la solución al problema relajado cumple con las limitaciones de capacidad original, si es posible. Cai [8] también utiliza relajación lagrangeana incorporando restricciones de secuenciamiento dentro del cálculo del valor neto del bloque mediante multiplicadores que penalizan las violaciones de estas restricciones. Sin embargo, señala que la utilización de multiplicadores de Lagrange no da lugar a que el valor de la función objetivo converja a una solución aceptable para todas las instancias del problema, debido a la complejidad del problema y la existencia de diferencias entre los pits anidados. Es por ello que puede ser imposible producir un secuenciamiento multi-período usando el método de relajación lagrangeana.

Mientras que las anteriormente descritas son técnicas exactas para abordar el problema, muchos autores tratan de establecer los límites del pit final y a continuación, de manera secuencial el programa de producción, para así, sucesiva o iterativamente encontrar la solución del problema. La programación dinámica se presenta la capacidad de generar soluciones de forma secuencial. Por ejemplo, Dowd y Onur [12] desarrollaron técnicas de programación dinámica para resolver la secuencia y rutas del problema de planificación. El enfoque se divide en dos partes: primero, los autores resuelven el problema de la secuencia y el diseño de pit por un algoritmo de cono variable, que utiliza técnicas de programación dinámica y, a continuación en segunda instancia toman el pit final como un límite fijo, y luego agendan los bloques a ser extraídos incluyendo rutas de transporte. La idea es que un programa de producción puede ser suavizado incluyendo las rutas de transporte luego de que el diseño del pit ha sido realizado.

Sevim y Lei [26] describen el problema completo de planificación de la producción en minas a cielo abierto, incluyendo determinación de pit final, ley de corte, secuencia de extracción minera y el ritmo de producción. Luego discuten cómo estos aspectos interactúan en forma circular, es decir, sin el conocimiento de una variable, la siguiente variable en el círculo no se puede determinar. Proponen una metodología basada en una combinación de heurísticas, y una formulación de programación dinámica, que permiten obtener la secuencia óptima de extracción minera, movimiento de mineral y estéril, límites de pit y vida de la mina simultáneamente. El modelo consta de tres fases. En la primera fase, un modelo de bloques es construido sobre la base de los límites del depósito mineral. A continuación un algoritmo, se aplica a este modelo de bloques para determinar el pit factible de mayor tamaño. La segunda

fase considera un espectro de leyes de corte y para cada ley de corte genera una serie de pits anidados dentro del mayor pit factible. Estos pits se generan de manera tal que cada uno de estos contiene la mayor cantidad del elemento de interés económico posible dentro de todos los posibles pits generados del mismo tamaño y una tercera fase y final, donde se generan todas las secuencias posibles de push-backs, considerando los pits previamente calculados y se evalúan con respecto a su valor presente neto.

En general se reconoce que la programación dinámica no es manejable para problemas de grandes dimensiones. Sin embargo, el enfoque lagrangeano descrito anteriormente sigue siendo un método viable para abordar problemas de gran tamaño, al tiempo que garantiza (teóricamente) que se obtiene una solución óptima.

Los siguientes dos autores utilizan algoritmos genéticos para tratar de resolver grandes problemas de programación entera de manera más eficiente. Denby y Schofield [10] reconocen que el problema de determinar el pit final y la programación de la producción deben ser integrados en un solo problema, en lugar de utilizar la metodología secuencial convencional. Los autores definen entidades que corresponden a combinaciones de un pit final y un programa de producción. Para generar las mejores entidades de estas combinaciones, utilizan un algoritmo genético. Obtienen buenos resultados en un conjunto de pequeños problemas en comparación con las obtenidas de forma manual.

Caccetta y Hill [4] plantean un método exacto para resolver el problema de secuenciamiento de largo plazo. El modelo contiene más detalles que la mayoría de los modelos a largo plazo en que se incorporan restricciones sobre la secuencia de extracción minera, los ritmos de producción, molienda y capacidades de refinación, leyes de alimentación a planta, stockpiles, logística, y distintas exigencias operacionales, como ancho mínimo operativo inferior de la base del pit y la profundidad vertical máxima del mismo. Para resolver este problema, los autores utilizan una estrategia de ramificación y corte que consiste en una combinación de búsqueda en amplitud y de búsqueda en profundidad para lograr una buena variedad de secuenciamientos de pits. También utilizan una definición preliminar de variables y fijación de algunas de estas, e implementan una heurística basada en programación lineal para conseguir un límite adecuado para sus soluciones.

### **2.2.3 Secuenciamiento táctico de bloques.**

En lo que se refiere al secuenciamiento táctico de bloques, Smith [27] señala que mientras la planificación de largo plazo típicamente se encarga de maximizar el valor del proyecto, la planificación de corto plazo está comúnmente asociada a un objetivo basado en las metas de producción con límites máximos o mínimos de ciertos constituyentes químicos críticos, como por ejemplo en minería de carbón con altos contenidos de sulfuros, el maximizar la producción de materiales con esa litología. Por lo anterior, plantea un modelo de programación entera mixta que se encarga de agendar la extracción de bloques en el corto plazo, con el objetivo de maximizar la producción del material de interés, sujeto a ciertas restricciones de mezcla, respetando un esquema simple de restricciones horizontales y verticales y sin considerar la presencia de stocks. En esta misma línea Morales y Rubio [20], aplican un modelo para maximizar la producción de metal considerando un horizonte temporal de corto plazo en una mina de cobre, sujeta a una serie de restricciones geometalúrgicas.

### **2.3 Manejo de incertidumbre**

En términos generales los intentos de incorporar incertidumbre en el proceso de planificación minera han estado enfocados en estimar el riesgo financiero utilizando simulaciones del modelo de recursos. Nicholas et al. [22] demuestran la utilidad del uso de simulación condicional junto con los cálculos de Kriging para cuantificar el impacto financiero de incertidumbre asociada a los recursos sin realizar ajustes de tasa de descuento para compensar riesgo técnico. Dimitrakopoulos, et al [11] postulan que la incertidumbre geológica puede ser cuantificada combinando el uso de simulación condicional con modelos de optimización aplicados a la construcción de programas de producción en minería a cielo abierto. Estos autores reconocen que la principal limitante radica en la evolución tecnológica de estos modelos y las capacidades computacionales disponibles.

Los trabajos anteriormente descritos ponen énfasis en análisis financieros relativos al proceso de planificación y diseño de largo plazo en minas operadas a cielo abierto, y toman como base de análisis para la generación de programas de producción al algoritmo Milawa del software comercial Whittle.

## **2.4 Técnicas de agregación**

Mecanismos de agregación combinados con las estrategias de solución óptima también han comenzado a desempeñar un rol en el secuenciamiento de bloques de corto plazo. En concreto, los autores tratan de reducir el tamaño del modelo mediante la combinación de bloques con propiedades similares. Ramazan [24] propone un esquema de agregación en el que se usa programación lineal para construir "árboles fundamentales" para reducir el número de bloques (entidades) que deben ser secuenciados. Después de llevar a cabo esta agregación, el problema general de secuenciamiento de bloques puede ser resuelto, pero ahora con muchas menos variables debido a la agregación. El autor aplica sus técnicas a una mina de alrededor de 40,000 bloques a ser extraídos durante 8 años. Boland et al. [3] utiliza variables binarias para cumplir precedencias entre agregaciones de bloques, mientras que variables continuas controlan la cantidad de material extraído tanto de cada agregado, como de cada bloque en un agregado. Los autores demuestran su procedimiento usando casos que contienen hasta 125 macrobloques agregados en un modelo de cerca de 100,000 bloques. Los tiempos para obtener una solución cercana un 1% a la óptima van entre miles y decenas de miles de segundos.

## **2.5 Herramientas computacionales disponibles**

### **2.5.1 Largo y mediano plazo**

Hoy en día es posible encontrar una serie de software mineros disponibles y utilizados en la industria que abordan el problema estratégico de planificación de minas a cielo abierto, dentro de los cuales los más conocidos son Whittle y NPV Scheduler, los que están orientados a entregar soluciones para el proceso de planificación de largo plazo utilizando el algoritmo de Lerchs & Grossmann [19] para determinación de envolventes económicas, además de módulos de apoyo para determinación de fases y construcción de programas de producción operativos para el largo plazo. Un tanto más evolucionada que los dos anteriores, pero disponible solo como una aplicación desarrollada por BHP Billiton para sus divisiones, es la herramienta de planificación Blasor, concebida tanto para la planificación de largo como mediano plazo. Blasor utiliza programación entera mixta para determinar qué material debe ser minado y cuál debe ser su destino para maximizar el beneficio. La metodología permite incorporar restricciones de

capacidad de movimiento mina y planta por período, sin embargo no permite incorporar restricciones geometalúrgicas. A pesar que la principal aplicación del software se encuentra en la planificación de largo plazo, para períodos el mediano plazo sirve como una guía para el planificador.

Finalmente el software Chronos, desarrollado por la empresa Maptek, ofrece dos módulos que permiten abordar el problema de largo plazo, estos corresponden al de "Planificación manual", que se ejecuta interactivamente seleccionando las triangulaciones en pantalla o usando la convención de nombres de los bloques de reserva, y el de "Planificación optimizada" que se vale como plataforma de optimización del software comercial CPLEX, la función objetivo puede ser el VAN, o puede estar centrada en maximizar o minimizar un parámetro en particular.

## **2.5.2 Corto Plazo**

Además de abordar el problema del largo plazo, algunos software disponibles en el mercado permiten abordar en específico el corto plazo. Dentro de estos se encuentra Chronos, que en su modulo IDS (Diseño Interactivo de Planificación) permite al usuario digitalizar un polígono para crear macro-bloques de reservas y planificarlos interactivamente. El polígono puede ser modificado y re-planificado con el fin de asociarle un valor particular de tonelaje, ley, o alguna variable específica que se quiera adicionar, además el modulo de "Planificación manual", descrito en el punto 2.5.1, también puede ser utilizado para un horizonte temporal de corto plazo.

Por otra parte y dentro de los software llamados "contadores de piedras", los cuales cubican y ordenan sólidos a extraer definidos por el planificador utilizando como base la planificación manual y que por lo tanto no optimizan, se encuentre MIneSched. Esta herramienta permite definir en un solo ejercicio de programación períodos cortos que progresen a períodos largos en el futuro dentro de un horizonte temporal definido. El software permite que el usuario fije objetivos múltiples, dadas las restricciones y prioridades definidas por el planificador, el programa elegirá qué bloques minar buscando el objetivo, además incluye la funcionalidad de blending, pero asociada a leyes de la especie de valor y no a litologías. Este programa genera informes con tonelaje de producción y leyes medias obtenidas.

Finalmente el optimizador BOS<sup>2</sup> (Rubio et al. [25]), desarrollado en el laboratorio de planificación minera de la Universidad de Chile Delphos, corresponde a un modelo de programación matemática entera mixta que integra la variabilidad mineralógica del yacimiento y cuya función objetivo es maximizar el cobre fino. Fue diseñado para soportar la planificación de corto plazo, considerando una serie de restricciones geo-metalúrgicas y permite proporcionar una guía al planificador para realizar una secuencia de extracción operativa con el fin de maximizar la producción de metal. Utiliza como plataforma de resolución al software comercial CPLEX, y controla la geometría de extracción utilizando el concepto de límite de avance en profundidad por anillos radiales desde el acceso a cada fase-banco en cada período, no utiliza ningún tipo de agregación y no considera de manera implícita la remoción del material estéril. Su principal limitante radica en la imposición de precedencias en forma de anillos, lo que condiciona la geometría de extracción, y genera problemas de conexidad en la geometría de extracción para los últimos períodos, además de que no agenda la extracción del material estéril y que requiere una cantidad de tiempo considerable para ser resuelto (10 horas por corrida aprox.).

De lo señalado anteriormente se desprende que existe una escasez de herramientas de planificación de corto plazo y mediano plazo que consideren mezclas de minerales con diferentes propiedades mineralógicas y sean capaces de generar soluciones coherentes y operacionales en tiempos razonables. Para el desarrollo de la presente investigación se utilizó como base la herramienta BOS<sup>2</sup> desarrollada en el laboratorio de planificación minera Delphos de la Universidad de Chile, la que consiste en una extensión del modelo de Johnson [16] agregando restricciones como extracción ordenada de bloques, capacidad de equipos mineros, capacidad de planta de chancado, leyes de alimentación a planta, y restricciones físicas, operacionales y geometalúrgicas.

### **2.5.3 Paquete de optimización ILOG CPLEX**

La plataforma de resolución utilizada para abordar el modelo de optimización desarrollado en esta investigación, corresponde al software comercial ILOG CPLEX (informalmente llamado simplemente CPLEX). Este consiste en un paquete de optimización que debe su nombre al método de optimización simplex y al lenguaje de programación C, aunque hoy en día contiene métodos de punto interior e interfaces en C+, C++, y Java. Originalmente fue

desarrollado por Robert E. Bixby y vendido a través de CPLEX Optimization Inc., la que fue comprada por ILOG en 1997, la que fue adquirida por IBM en enero de 2009.

CPLEX resuelve problemas de programación entera y entera mixta muy grandes, problemas de programación lineal, de programación cuadrática, y recientemente ha añadido soporte para problemas con restricciones cuadrático convexas. Se encuentra disponible asociado a una serie de plataformas de modelación, dentro de las cuales están GAMS, MPL, AIMMS, OPL y AMPL, el último corresponde al que será utilizado en esta investigación.

Según Bixby et al. [2], por muchos años, la técnica principal de resolución para problemas de programación entera mixta no ha sufrido grandes cambios y consiste en aplicar el método de Branch & Bound, introducido por Land y Doig [18]. Esto, a pesar de que ha habido avances significativos en la teoría de la programación entera, y en el estrechamente relacionado campo de la optimización combinatorial, muchas de las ideas desarrolladas recibieron extensos testeos computacionales, pero pocos de estos trabajos se habían convertido antes del año dos mil en códigos comerciales disponibles para ser utilizados por profesionales, situación que en la actualidad ha cambiado. Muchos de esos códigos, entre ellos LINGO, OSL, y XPRESS-MP, así como el código CPLEX ahora incluyen capacidades de cortar planos, así como otras ideas de la teoría acumulada, reduciendo la brecha entre la teoría y la práctica.

El poder de la modelación entera mixta ha sido reconocido históricamente, intentos realizados para aplicarla se remontan a los años 50 y 60. Desafortunadamente, la disponibilidad de software y computadores para resolver estos problemas era en ese entonces prácticamente inexistente, por lo que los resultados fueron desilusionantes, algunos de los cuales persisten hasta hoy, muchos profesionales aún creen que la programación entera mixta resulta un tema interesante de hablar, pero tiene una aplicabilidad práctica limitada. Esta situación ha cambiado radicalmente en el último tiempo, puesto que ahora es posible resolver muchos modelos enteros mixtos difíciles, interesantes y prácticos usando una plataforma de software.

En una nota técnica de ILOG se expone que desde el optimizador CPLEX 3.0 en 1994 a CPLEX 7.0 en 2000, la reducción de tiempo de cálculo ha sido de 28 veces en el método simplex dual para un problema lineal concreto. Para otro caso se observa una mejora global, de software y algorítmica, de 10,000 veces entre la versión CPLEX 1.0 de 1988 y la 7.0 del

2000. Por otra parte, como referencia, se estima que la mejora en el rendimiento del hardware ha sido del mismo orden de magnitud. Si se toma conjuntamente ambas mejoras, en el año dos mil ya era posible resolver problemas en segundos que habrían tardado años en ser resueltos una década antes. La mejora sustancial que se registra en esa década, se debe a notables e inesperadas mejoras en el método Simplex, el cual permite resolver problemas de programación lineal como herramienta para resolver mediante Branch & Bound programación entera mixta.

La evolución de CPLEX del año 2000 en adelante se encuentra marcada por una serie de mejoras en lo que se refiere a los tiempos de resolución, tal como lo declara IBM [15] en un análisis comparativo de las distintas versiones disponibles desde el 2000. Este estudio se expone a continuación en términos porcentaje y número de veces en que disminuye el tiempo de cálculo con respecto a la versión inmediatamente anterior.

- CPLEX 12.2 (2010): 50% del total, 2.7 veces en problemas de hasta 1,000 segundos de tiempo de cálculo.
- CPLEX 12.0 (2009): 30% del total, 2 veces en problemas de hasta 1,000 segundos de tiempo de cálculo.
- CPLEX 11 (2007): 15% para problemas de menos de un minuto de tiempo de cálculo, 3 veces en 10-60 minutos, 10 veces en problemas de hasta una hora.
- CPLEX 10 (2006): 35% del total.
- CPLEX 9 (2003): 50% en los "modelos de clientes difíciles".
- CPLEX 8 (2002): 40% del total.
- CPLEX 7 (2000): 60% en el problema entero mixto.

Los modelos de optimización utilizados para ejecutar esta prueba provienen de fuentes públicas y privadas. Aquellos modelos que no es posible resolver dentro del límite de tiempo ya sea por la versión testeada o por la versión de referencia fueron excluidos, así como los modelos considerados como de formulaciones numéricamente inestables. Esta comparación de distintas versiones de CPLEX fue realizada con un procesador Intel Xeon X5260 de 3.33 GHz y 4 núcleos, 6 Mbytes de memoria cache y 16 Gbytes de RAM. El sistema operativo con el que se trabajó fue Linux, en su versión 2.6.18-164.11.1.el5#1 SMP x86\_64GNU/Linux. Se utilizó la

configuración predeterminada de algoritmos en CPLEX con un tiempo límite de 10,000 segundos y un límite de memoria de arboles de 6 Gbytes.

Los resultados de estas pruebas, sumados a los considerables aumentos de las capacidades computacionales en la última década, permiten abordar con éxito el problema de secuenciamiento y agendamiento en la extracción de bloques en minería a cielo abierto, apuntando a horizontes temporales cada vez más extensos e incorporando cada vez un mayor número de variables.

### **3 Modelo de optimización para soportar la planificación de corto y mediano plazo.**

El problema minero de secuenciar y agendar la extracción de bloques para el corto y mediano plazo en una mina a cielo abierto, recibe como input un conjunto de bloques con una posición espacial específica que junto con un tonelaje de stocks bien definido caracterizan el volumen total de reservas mineras disponibles para ser extraídas en un número acotado de períodos. La formulación matemática que permite modelar este problema cuenta con las siguientes componentes: variables de decisión, atributos, restricciones y función objetivo, las que pasan a ser descritas a continuación.

#### **VARIABLES DE DECISIÓN:**

Corresponden a los valores numéricos que se quieren determinar para encontrar el óptimo de la función objetivo explícita en el modelo de optimización. Para el problema de secuenciamiento minero estudiado representan las decisiones de minar o no un bloque en un período determinado, y en el caso de hacerlo, la decisión de procesarlo o no, además del tonelaje del stock a procesar en cada período.

#### **ATRIBUTOS:**

Corresponden a las características geometalúrgicas de las reservas mineras, las que en una operación minera están asociadas a dos fuentes:

- **Atributos de los bloques:** Características del modelo de bloques que permiten clasificar e identificar cada una de las unidades básicas de explotación, estos incluyen; ley de cobre, densidad, destino y valores de atributos geometalúrgicos, tales como ciertos contaminantes.
- **Atributos de los stocks:** Corresponden a las características asociadas al tonelaje de los distintos tipos de stocks de mineral disponibles para remanejo, estos atributos deben ser coherentes con los correspondientes a los bloques del modelo.

## **Restricciones:**

Las restricciones del modelo permiten caracterizar el problema minero tanto desde el punto de vista de la geometría de explotación como de las capacidades de procesamiento, transporte y concentración de contaminantes factibles de enviar a planta de procesamiento por período. En función de lo anterior podemos agrupar estas restricciones en los siguientes ítems:

- **Geométricas:** Garantizan la coherencia de la secuencia de extracción de bloques propuesta por la solución del modelo de optimización en términos operacionales, y corresponden fundamentalmente a precedencias verticales o de ángulo de talud y a precedencias horizontales o de conexidad en el avance en la extracción desde las rampas de acceso a una fase-banco
- **Capacidad:** Representan los límites impuestos por la operación minera en términos del tonelaje que es posible procesar dada la capacidad instalada de la planta y el tonelaje que es posible transportar con los equipos de carguío y transporte disponibles en la mina en cada período.
- **Geometalúrgicas:** Imponen límites máximos o mínimos para el valor promedio de un atributo geometalúrgico calculado sobre la mezcla de bloques extraídos desde la mina y el material proveniente de los stocks que alimenta la planta de procesamiento en un determinado período de tiempo.

## **Función objetivo:**

Para el horizonte temporal en estudio, corresponde a maximizar la cantidad de cobre fino. Esto se justifica porque si bien la planificación de largo plazo típicamente se encarga de maximizar el valor del proyecto, la planificación de corto plazo y mediano plazo apunta al objetivo de satisfacer las metas de producción comprometidas en los contratos adquiridos por la compañía, con límites máximos o mínimos de ciertos constituyentes químicos críticos y tratando de controlar los costos.

### 3.1 Modelo de programación matemática

#### 3.1.1 Input y parámetros del modelo

El modelo de optimización requiere como input un modelo de bloques donde cada bloque tiene una ubicación espacial (coordenadas) y un número de atributos bien definidos. La Tabla 1 presenta una lista de estos atributos y una breve descripción de los mismos.

Tabla 1: Notación general de modelo.

Símbolo	Significado
$B$	Set de bloques
$\bar{u}$	Coordenadas del bloques
$T$	Horizonte de tiempo (número de periodos).
$t$	Período de tiempo ( $t \in \{1,2,\dots,T\}$ )
OX, SP, ROM, WST	Destino del bloque (Línea de procesamiento de Óxido, Sulfuro, ROM o estéril)
$A$	Set de Atributos del modelo de bloques (por ej: Geometalúrgicos)
$a$	Atributo del modelo de bloques
$CU(\bar{u})$	Contenido de finos de cobre en el bloque
$ton(\bar{u})$	Tonelaje del bloque

Cada bloque  $\bar{u}$  tiene un tonelaje  $ton(\bar{u})$ , destino  $dest(\bar{u}) \in \{OX, SP, ROM, WST\}$  y un conjunto de  $A$  atributos geometalúrgicos  $g(\bar{u}, a)$  para  $a = [1\dots A]$ . Los mismos atributos son requeridos tanto para los stocks de óxidos como para los de sulfuros  $g(OX, a)$ ,  $g(SP, a)$  para  $a = [1\dots A]$ . Finalmente los bloques de ROM son procesados siempre y se encuentran en una línea independiente de la de óxidos y sulfuros.

El modelo requiere por período una máxima capacidad de planta, máxima capacidad de movimiento mina y que sea especificado para cada atributo el rango en que debe ser mantenido su valor promedio para los bloques procesados. Si consideramos períodos de

tiempo  $t = [1...T]$ , entonces las capacidades de procesamiento y minado serán identificadas como  $P(t)$  y  $M(t)$ , y el valor máximo promedio para cada atributo como  $M_a$  para  $a = [1...A]$ . Cada período de tiempo está además etiquetado como de óxido o sulfuro dependiendo de la campaña a la que corresponde. Finalmente el tonelaje total disponible de stocks de sulfuros y de óxidos se denota como  $S(SP)$  y  $S(OX)$  respectivamente.

Para controlar el progreso en la extracción desde las rampas de acceso, se incorpora el parámetro  $T_L$ , que corresponde al número máximo de períodos para extraer un bloque o un macro bloque, definido en este estudio como una unidad de reserva minera (MRU), luego de haber extraído el bloque o conjunto agregado de bloques precedentes conectados a través de un grafo de precedencias horizontales. En términos simples el parámetro  $T_L$  corresponde a la máxima diferencia temporal entre la extracción de una unidad de reserva minera (MRU) y sus vecinas. Adicionalmente se impone el parámetro FMM (factor de movimiento mina), el que garantiza la saturación de la capacidad de transporte obligando a la remoción del material estéril.

### 3.1.2 Variables

En relación a los bloques del modelo se consideran dos conjuntos de variables, de minado y de procesado. El primer conjunto determina el momento en que un bloque es extraído desde la mina. Para un bloque  $\bar{u}$  y un período  $t \in [1...T]$ , tenemos:

$$m_{\bar{u},t} = \begin{cases} 1 & \text{Bloque } \bar{u} \text{ es minado en } 1 \dots t \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

El segundo set determina cuando un determinado bloque es procesado:

$$p_{\bar{u},t} = \begin{cases} 1 & \text{Bloque } \bar{u} \text{ es procesado en } 1 \dots t \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Similarmente denotamos como  $p(OX, t)$  y  $p(SP, t)$ , el tonelaje procesado desde el stock de óxidos y sulfuro respectivamente en el período  $t$ . Para simplificar la escritura del modelo, es útil introducir algunas variables auxiliares relativas a las variables de minar y procesar:

$$\Delta m(\bar{u}, t) = \begin{cases} m(\bar{u}, t) - m(\bar{u}, t - 1) & \text{si } t > 1 \\ m(\bar{u}, 1) & \text{si } t = 1 \end{cases}$$

$$\Delta p(\bar{u}, t) = \begin{cases} p(\bar{u}, t) - p(\bar{u}, t - 1) & \text{si } t > 1 \\ p(\bar{u}, 1) & \text{si } t = 1 \end{cases}$$

Las variables  $\Delta$  tienen la ventaja de poseer una interpretación bastante simple, por ejemplo  $\Delta m(\bar{u}, t)$  es igual a 1 siempre que un bloque ( $\bar{u}$ ) sea minado exactamente en el período  $t$ .

### 3.1.3 Restricciones

Los bloques pueden ser minados y procesados una sola vez

$$m(\bar{u}, t - 1) \leq m(\bar{u}, t), \quad \forall t \in [1 \dots T] \quad (1)$$

$$p(\bar{u}, t - 1) \leq p(\bar{u}, t), \quad \forall t \in [1 \dots T] \quad (2)$$

Solo los bloques minados pueden ser procesados

$$p(\bar{u}, t - 1) \leq m(\bar{u}, t), \quad \forall t \in [1 \dots T] \quad (3)$$

Los stocks son limitados

$$\sum_{t=1}^T p(OX, t) \leq S(OX) \quad (4)$$

$$\sum_{t=1}^T p(SP, t) \leq S(SP) \quad (5)$$

### Capacidades:

Tanto la capacidad de movimiento mina como la capacidad de procesamiento a nivel de la planta deben ser respetadas:

$$\sum_{\bar{u}} \text{ton}(\bar{u}) \Delta m(\bar{u}, t) + p(OX, t) + p(SP, t) \leq M(t), \quad \forall t \in [1 \dots T] \quad (6)$$

$$\sum_{\bar{u}} \text{ton}(\bar{u}) \Delta p(\bar{u}, t) + p(OX, t) + p(SP, t) \leq P(t), \quad \forall t \in [1 \dots T] \quad (7)$$

**Precedencias verticales:** Se impone que los bloques precedentes sobre un determinado bloque objetivo deben ser extraídos, esto es, para cada arco  $\alpha = (\bar{u}_1, \bar{u}_2) \in \Gamma$  (set de arcos en el grafo de precedencias, para un determinado ángulo de talud) y  $t = [1 \dots T]$  se tiene:

$$m(\bar{u}_1, t) \leq m(\bar{u}_2, t) \quad \forall \alpha \in \Gamma \wedge \forall t \in [1 \dots T] \quad (8)$$

**Precedencias horizontales :** Esta restricción impone que una vez que se extrae un bloque o un macro bloque, definido en este estudio como una unidad de reserva minera (MRU) en un período  $t$ , se cuenta con  $T_L$  períodos como límite para extraer al siguiente en el arco de precedencias horizontales (ver Figura 3) esto es, para cada  $(\bar{u}_1, \bar{u}_2) \in \Pi$  (set de arcos en el grafo de precedencias horizontales) se tiene:

$$m(\bar{u}_1, t) \leq m(\bar{u}_2, t), \quad \forall \beta \in \Pi \wedge \forall t \in [1 \dots T] \quad (9)$$

$$1 - m(\bar{u}_1, t) \geq m(\bar{u}_2, t + T_L + 1) - m(\bar{u}_2, t + T_L), \quad \forall \beta \in \Pi \wedge \forall t \in [1 \dots (T - T_L - 1)] \quad (10)$$

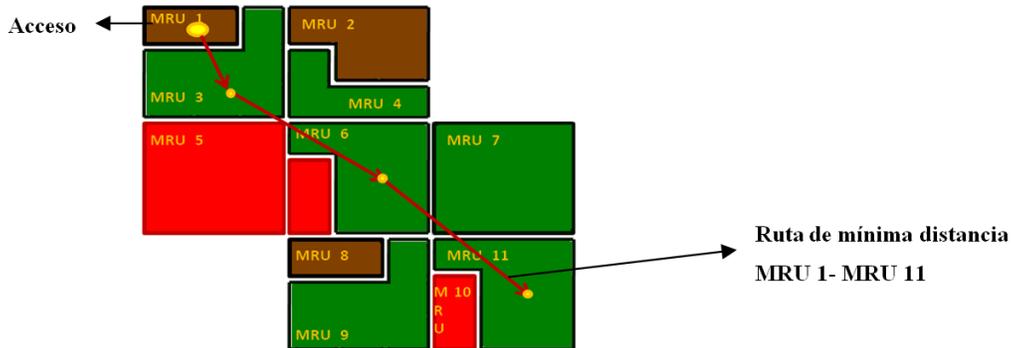


Figura 3: Esquema de precedencias horizontales.

En términos sencillos, esta restricción impone al extraer un bloque, se cuenta con un máximo de  $T_L$  períodos para extraer a sus vecinos.

**Campañas:** Si se está en campaña de Óxidos no es posible procesar bloques de sulfuro, ni extraer tonelaje del stock de sulfuros, para todo  $t=[1 \dots T]$  y  $\bar{u}$  tal que  $\text{dest}(\bar{u}) = \text{SP}$ :

$$\Delta p(\bar{u}, t) = 0, \quad \forall t \in [1 \dots T] \wedge \text{dest}(\bar{u}) = \text{SP} \quad (11).$$

$$p(\text{SP}, t) = 0, \quad \forall t \in [1 \dots T] \quad (12)$$

**Mezcla:** Para cada atributo de mezcla  $a = [1 \dots A]$  se tiene un máximo promedio de  $M_a$  para todo  $t = [1 \dots T]$  :

$$\sum_{\bar{u}} \text{ton}(\bar{u})g(\bar{u}, a)\Delta p(\bar{u}, t) + g(\text{OX}, a)p(\text{OX}, t) + g(\text{SP}, a)p(\text{SP}, t) \leq M_a [\text{ton}(\bar{u})\Delta p(\bar{u}, t) + p(\text{OX}, t) + p(\text{SP}, t)], \quad \forall t \in [1 \dots T] \wedge \forall a \in [1 \dots A] \quad (15)$$

**Saturación de capacidad de transporte:** Debido a la implementación de una estructura de grafo y a la redefinición de precedencias horizontales que garantizan la conexidad geométrica de las soluciones, es posible incorporar una restricción que asegure la saturación de la capacidad de transporte de la mina para todo  $t = [1 \dots T]$

$$\sum_{\bar{u}} \text{ton}(\bar{u})\Delta m(\bar{u}, t) + p(\text{OX}, t) + p(\text{SP}, t) \geq \text{FMM} \cdot M(t), \quad \forall t \in [1 \dots T] \quad (16)$$

Donde el parámetro FMM corresponde al factor movimiento mina, cuyo valor puede fluctuar entre 0 y 1. En tanto  $M(t)$  corresponde al máximo movimiento mina para cada período.

### 3.1.4 Función objetivo

Cada bloque cuenta como atributo con un contenido de finos de cobre  $\text{CU}(\bar{u})$ , en tanto cada stock está caracterizado por una ley media de cobre denotada como  $\text{Lcu}(\text{OX})$  y  $\text{Lcu}(\text{SP})$  para el stock de óxidos y sulfuros respectivamente. Lo que se quiere es maximizar la cantidad de finos producidos en el horizonte de  $T$  períodos de tiempo involucrados en el análisis. Se consideran los bloques de sulfuro, óxido y ROM, además del tonelaje de stocks disponible.

$$FO: \sum_{\substack{\text{dest}(\bar{u}) \\ e \in \{\text{OX}, \text{SP}, \text{ROM}\}}} \sum_{t=1}^T \text{CU}(\bar{u}) \Delta p(\bar{u}, t) + \text{Lcu}(\text{OX}) \cdot p(\text{OX}, t) + \text{Lcu}(\text{SP}) \cdot p(\text{SP}, t)$$

## **3.2 Heurísticas de resolución**

Con los objetivos de incrementar la velocidad de cálculo para poder abordar el horizonte temporal de un año de planificación y de representar de mejor manera la operatividad de las soluciones, se desarrollaron en el contexto de esta investigación una serie de herramientas y heurísticas para la resolución del modelo de optimización que se describen a continuación.

### **3.2.1 Herramienta de agregación**

Una forma evidente de disminuir el número de variables a resolver por el modelo de optimización de secuenciamiento y extracción de bloques en el mediano y corto plazo para una mina de cielo abierto, es tomar grupos de bloques y agregarlos de manera de obtener un modelo final que contiene ahora macro-bloques que agrupan conjuntos de bloques más pequeños. Tradicionalmente esta agregación, más conocida como rebloqueo, se realiza generando conjuntos agregados de dimensiones regulares, por ejemplo, se pasa de bloques de dimensiones de 10x10x10 a macro-bloques de 30x30x30 donde cada macro-bloques contiene 27 de los bloques originales (ver Figura 4), en este caso atributos como leyes, contenidos de contaminantes e incluso la naturaleza mineralógica de cada bloque (sulfuros, óxidos, estéril, etc.) son promediados para obtener el valor final correspondiente al macro-bloque.

Esta forma de agregar bloques es útil y eficiente para cuerpos mineralizados del tipo porfídico, donde es posible apreciar grandes volumen de material con idénticas características mineralógicas homogéneamente distribuidos. Sin embargo para yacimientos de índole más bien caótica en lo que se refiere a la distribución espacial de litologías, esto podría no ser lo más adecuado.

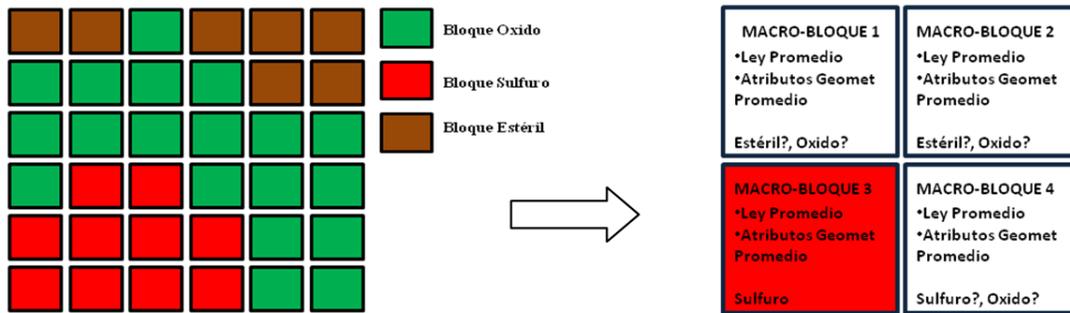


Figura 4: Metodología tradicional de agregación.

En vista de la necesidad de contar con un mecanismo capaz de realizar una agregación inteligente, utilizando como plataforma de programación el software Python, se desarrolló una herramienta capaz de recibir un modelo de bloques y entregar como resultados un conjunto de macro-bloques bautizados con la sigla MRU (Unidad de reserva minera). Estas MRU resultan de agrupar bloques de acuerdo a una función cualquiera definida a conveniencia, otorgando la posibilidad de interceptar distintos tipos de agregaciones. Por ejemplo, en el caso de cuerpos mineralizados con alta variabilidad mineralógica, es posible generar macro-bloques producto de la intercepción de un rebloqueo regular (30x30x30), con una agregación por el atributo litología, como lo muestra la Figura 5.

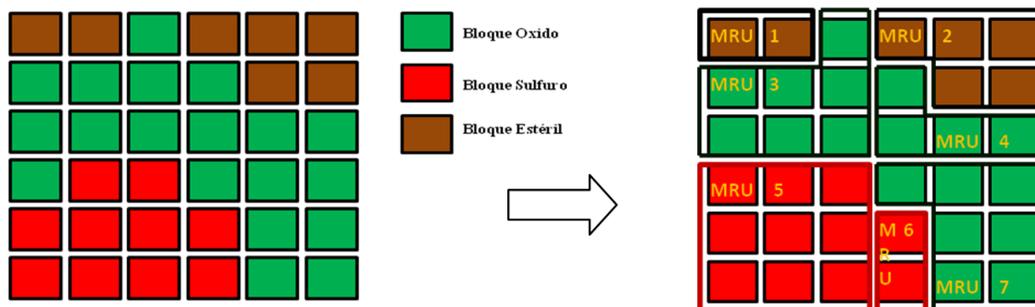


Figura 5: Herramienta de agregación generada.

Esta metodología de agregación entrega un nuevo modelo de bloques compuesto por un set macro-bloques irregulares, lo que impone la necesidad de implementar una serie de estructuras y herramientas capaces de manipular coherentemente este nuevo modelo, en lo que se refiere a la definición de precedencias verticales, horizontales y control geométrico de

avance en la extracción desde los accesos a cada fase-banco. La respuesta a estas necesidades desencadena importantes mejoras en la resolución del modelo de optimización, tanto en los tiempos de cálculo como a la conexidad geométrica de las soluciones.

### 3.2.2 Estructura de grafos

Dado el nuevo escenario, que debe ser capaz de manipular macro-bloques irregulares (MRU), nace la necesidad y oportunidad de conectar el arreglo espacial de MRU a través de un grafo. El objetivo de la implementación del grafo es ordenar las precedencias verticales y horizontales de modo de respetar los ángulos de talud y la conexidad geométrica de la solución del optimizador a nivel de un banco. Además permite acotar el espectro de soluciones eliminando variables que pueden conducir a soluciones factibles pero no conexas geoméricamente.

En términos conceptuales un grafo es un conjunto, no vacío, de objetos llamados nodos y una selección de pares de vértices, llamados aristas que pueden ser orientados o no. Típicamente un grafo se representa mediante una serie de puntos (los vértices) conectados por líneas (las aristas). La aplicación minera que se utiliza en esta investigación, consiste en asociar directamente un nodo con una MRU y los vértices a las conexiones generadas al identificar dentro de un radio los vecinos a cada MRU (nodo), tal como se puede apreciar en la Figura 6.

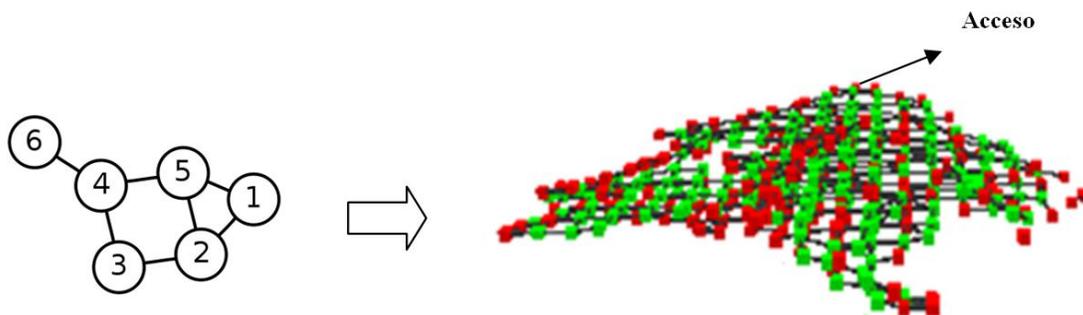


Figura 6: Implementación de estructura de grafos en modelo de bloques.

Teniendo cada nivel de modelo caracterizado por un grafo conexo, es posible calcular el camino de mínima distancia desde el acceso a cada MRU. Esto permite determinar para cada MRU, su MRU precedente.

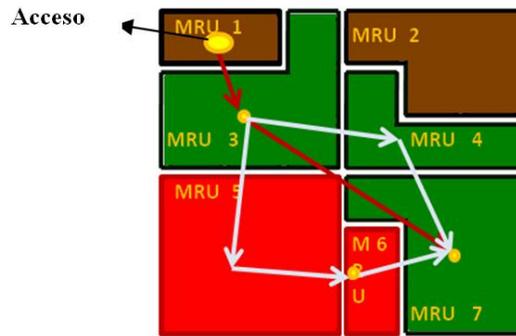


Figura 7: Mínimo camino entre 2 MRU.

A modo de ejemplo, para la Figura 7 si consideramos que la MRU 1 corresponde a un acceso, el camino de distancia mínima desde el acceso hasta la MRU 7 es: MRU 1 - MRU 3 - MRU 7, lo que indica que la MRU 7 es precedida por la 3 y la 3 por la 1 respectivamente.

### 3.2.3 Múltiples accesos por fase-banco

Dada la estructura de grafos implementada y descrita en el punto 3.2 y debido a la posibilidad real de existencia de más de un acceso para una determinada fase-banco, es conveniente clarificar la manera en que será tratado este ítem. Tal como se esquematiza en la Figura 8, en caso de existir dos accesos para una fase-banco específica, se procederá a dividir el espectro de bloques involucrados en la optimización a través de la línea tangente entre dos arcos de circunferencia de radios equivalentes medidos desde cada acceso.

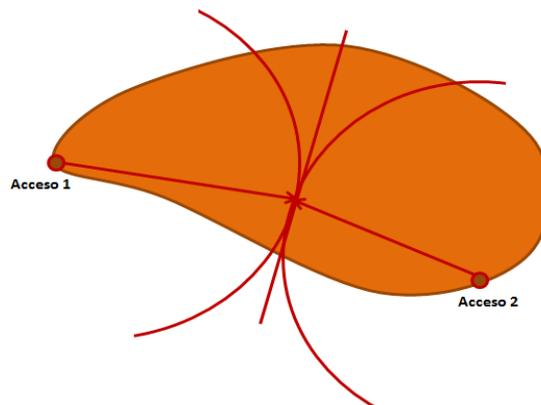


Figura 8: Manejo de múltiples accesos por fase-banco.

Dada la configuración de fases-banco observada experimentalmente, se espera que el número de accesos no supere los 2. En un caso excepcional en que existan tres, se procede a dividir el conjunto de bloques en tres partes iguales con ángulos equivalentes de  $120^\circ$  medidos desde el centro de masa del cuerpo.

### 3.2.4 Heurística de ventanas para disminuir tiempos de resolución.

En términos generales un problema de secuenciamiento, modelado matemáticamente, está dividido en períodos, desde el primero (1), hasta el horizonte (T). En general, se observa que para un universo de bloques fijo, la dificultad de resolución del problema crece dramáticamente con el número de períodos T. Es natural entonces buscar esquemas de resolución de descomposición de manera de mantener el valor T acotado.

Una técnica posible de utilizar es un esquema de “ventanas”, en el cual se resuelve el problema de secuenciamiento para los primeros  $T' < T$  períodos, luego se fija parte de esta solución y se resuelve para los siguientes  $T'$  períodos sin fijar, repitiendo iterativamente hasta haber resuelto para el horizonte completo, tal como se observa en la Figura 9.



Figura 9: Metodología de ventanas.

Este mecanismo se implementa en el modelo de optimización descrito en el punto 3.1 con el objetivo de disminuir los tiempos de cálculo, poder abordar un universo mayor de bloques y finalmente ejecutar el modelo de optimización para un grupo de realizaciones del modelo de bloques obteniendo resultados en un tiempo razonable. Este algoritmo no garantiza optimalidad, sin embargo se realizarán las comparaciones pertinentes entre el resultado de la

optimización aplicando la heurística y la solución del problema de programación entera mixta sin aplicar la heurística, para estudiar los efectos en el GAP.

### **3.2.5 Modelo de preselección**

Dado el desafío de abordar un mayor horizonte temporal en el ejercicio conjunto de agendamiento y secuenciamiento en la extracción de bloques considerando restricciones geometalúrgicas y operacionales utilizando el modelo descrito en el punto 3.1, surgen fundamentalmente dos problemas que tienen que ver directamente con el número de variables involucradas en el proceso de optimización, el número de períodos y el número de bloques comprendidos en el horizonte temporal. Una primera herramienta desarrollada y descrita en el punto 3.2.1 corresponde a una plataforma de agregación que permite disminuir el número de bloques agrupándolos en unidades de recursos mineros bautizadas como MRU. Sin embargo esta herramienta por sí sola no es suficiente para abordar un horizonte temporal de mediano plazo de una compañía minera del tamaño de minera Spence (más de 100,000 bloques), por lo que surge la idea de construir un modelo de preselección, el cual tiene como objetivo disminuir el número de bloques objetivo ejecutando una corrida inicial que conserve todas y cada una de las restricciones geometalúrgicas involucradas en el modelo de optimización, pero que se ejecute para un solo período. Este modelo de preselección debe respetar los siguientes ítems:

- Restricciones geometalúrgicas: Impuestas por la planta de procesamiento.
- Capacidades planta y mina: No es posible exceder la capacidad de procesamiento ni la de transporte de todo el horizonte temporal, en particular la última debe saturarse en un determinado porcentaje.
- Coherencia en los destinos: Se conserva la definición de destinos característica del modelo de bloques.
- Restricciones geométricas: Se impone un determinado ángulo de talud y accesos definidos a cada fase-banco. A partir de estos accesos se garantiza la conexidad geométrica de la solución debido a la configuración de grafos implementada y expuesta en el punto 3.2.

Esta herramienta de preselección puede ser combinada a conveniencia con la herramienta de agregación para mayor celeridad en los cálculos, y cumple con el objetivo de automatizar el proceso de acotar el universo de bloques objetivo. Su mayor limitante corresponde a la imposibilidad de capturar prioridades en la etapa de pre-stripping, sin embargo este ítem puede ser abordado de todas maneras limitando manualmente el universo de bloques objetivo.

### **3.3 Mecanismo de resolución**

El modelo matemático presentado en este estudio corresponde a un problema de programación lineal entera mixta, donde el número de variables es  $O(N*T)$ , donde  $N$  es el número total de bloques del modelo geológico de recursos y  $T$  es el número de períodos en el cual las reservas mineras serán extraídas, es decir, el número de variables crece linealmente con el producto entre el número  $N$  de bloques y el horizonte  $T$  de tiempo. Por su parte el número de restricciones es  $O(N^2*T^2)$ . La resolución del modelo se efectúa utilizando el algoritmo clásico de bifurcación y acotamiento (Branch & Bound) y utilizando como plataforma de resolución el software comercial ILOG CPLEX versión 10.2. El detalle de estos dos últimos puntos, se pasa a describir a continuación.

#### **3.3.1 Algoritmo de resolución**

La técnica de ramificación y acotamiento utilizada para resolver el problema de optimización planteado en este documento, se suele interpretar como un árbol de soluciones, donde cada “rama” conduce a una posible solución posterior a la actual. La característica distintiva de esta técnica con respecto a otras anteriores (y a la que debe su nombre) es que el algoritmo se encarga de detectar en qué ramificación las soluciones dadas ya no están siendo óptimas, para «podar» esa rama del árbol y no continuar malgastando recursos y procesos en casos que se alejan de la solución óptima. El algoritmo comienza con una relajación del problema (no considerar restricciones de integralidad) y construye un árbol con soluciones enteras particionando el conjunto de soluciones factibles de modo de descartar soluciones fraccionarias. Sin embargo, este solo hecho de descomponer puede conducir a un problema inmanejable por lo que se debe acotar el árbol de manera coherente con la topología del problema.

En principio, con el proceso de ramificación, las ramas finales del árbol tendrán todas las soluciones factibles enteras del problema original. Sin embargo, un nodo del árbol puede no requerir más ramificaciones, en cuyo caso se dice que se acota (poda) esa rama, lo que puede ocurrir porque:

1. El problema en el nodo es infactible por lo que todos los sub-problemas generados a partir de él serán infactibles también.
2. El problema en el nodo tiene un valor óptimo  $z_1$  peor que la mejor solución entera encontrada  $z_2 \geq z_1$ , por lo que todos los sub-problemas generados a partir de él serán peores.
3. El problema en el nodo tiene una solución entera. Si el valor óptimo  $z_1$  es mejor que la mejor solución encontrada hasta el momento  $z_1 \leq z_2$ , actualizamos la mejor solución disponible como  $z_2 = z_1$

### **3.3.2 Plataforma de implementación y cálculo.**

La escritura del modelo se realizó en el lenguaje de programación AMPL, y fue resuelto utilizando el software comercial ILOG CPLEX versión 10.2. Un parámetro altamente relevante para la resolución del modelo mediante CPLEX corresponde al "énfasis en la búsqueda", el cual determina si CPLEX debe concentrarse en buscar soluciones factibles, demostrar su optimalidad, o refinar el GAP. Una constante que se observa en la resolución del modelo planteado en este documento es que mientras el valor máximo factible cambia levemente, el valor de soluciones factibles conocidas converge a una velocidad notablemente mayor, lo cual indica que el énfasis debe ponerse en la última. Por otra parte el GAP o "tolerancia", define el criterio de detención del algoritmo cuando éste ha encontrado una solución entera factible, que es a lo más un cierto porcentaje (el GAP) peor que la óptima, que resulta desconocida.

La modelación del problema en AMPL para su resolución en ILOG CPLEX 10.2 permite implementar una serie de herramientas o sub-algoritmos de resolución conducentes a hacer que el problema sea abordable en términos de los tiempos de cálculo. Una de estas herramientas implementadas para la resolución del modelo de optimización descrito en este trabajo y que implica una disminución sustancial en los tiempos de cálculo, es el algoritmo de ventanas descrito en el capítulo 3.2.4.

## **4 Estudio de caso**

El modelo de optimización descrito en esta investigación fue testeado tanto para un horizonte temporal de planificación de corto (Quater) como de mediano plazo (Forecast), utilizando datos correspondientes a la faena minera Spence perteneciente a BHP Billiton. En el primer caso los datos utilizados son los correspondientes al trimestre Julio a Septiembre de 2008 y en el segundo al año fiscal Julio 2008 – Julio 2009.

### **4.1 Descripción de la faena minera**

Spence S.A., es una compañía minera operada y perteneciente a BHP Billiton. Consiste en una mina a cielo abierto con un proceso de extracción de cobre basado en la hidrometalurgia y electrometalurgia. Se ubica en la comuna de Sierra Gorda a un costado de la carretera N° 25, a 45 kilómetros al suroeste de Calama y a 150 kilómetros al noreste de Antofagasta a 1,700 metros de altura, en medio del desierto de Atacama, en la Pampa del Indio Muerto en el país de Chile.

En cuanto al recurso, éste corresponde a un depósito de pórfido cuprífero de la edad del alto Paleoceno (57 millones de años), mineralizado con óxidos de cobre y sulfuros secundarios, y más en profundidad se encuentran sulfuros primarios. Las reservas del yacimiento Spence están estimadas en 310 millones de toneladas de mineral de cobre con una ley promedio total de 1.14% a una ley de corte de mineral de 0.30%. Estas reservas de mineral se dividen en 79 millones de toneladas de mineral oxidado lixiviable en pilas con una ley de cobre total de 1.18% y 0.88% de cobre soluble en ácido y 231 millones de toneladas de mineral sulfurado bio-lixiviable en pilas con una ley de cobre total de 1.13%. La explotación del yacimiento se realiza mediante una mina a cielo abierto con una producción aproximada de 200,000 toneladas de cátodos de cobre al año. Por su parte, presenta una capacidad de movimiento de material desde la mina (estéril + mineral) de 220,000 tpd, y una capacidad de planta de procesamiento de 50,000 tpd. A continuación se presenta el diagrama de flujo del proceso.



Figura 10: Diagrama de flujo de procesos mina Spence. (Fuente: Compañía minera Spence)

## 4.2 Estrategia de procesamiento de materiales

En términos de la clasificación geológica, desde la mina se extraen cinco tipos de materiales distintos, los cuales son: sulfuros, óxidos, mixtos, ROM y estéril. Para efectos del estudio que se presenta en este documento, estas categorías se encuentran explícitas como atributo de cada uno de los bloques del modelo de recursos. Por otra parte en minera Spence existen dos campañas de procesamiento de mineral, la de sulfuro y la de óxido, las cuales se alternan por períodos de diferente duración, tal como es posible observar a modo de ejemplo en la Tabla 2 para el período comprendido entre Julio y Septiembre del 2008. Se considera que todo el material clasificado como mixto está disponible para ser procesado junto con el material de óxido exclusivamente en campaña de óxido, en tanto en la campaña de sulfuro sólo será procesado material clasificado con este tipo de litología, en tanto el material ROM siempre se procesa.

Tabla 2: Campañas de procesamiento Julio - Septiembre minera Spence.

Semana	Día inicio	Día Término	Días	Campaña
1	01-jul	07-jul	7	Sulfuros
2	08-jul	14-jul	7	Sulfuros
3	15-jul	21-jul	7	Sulfuros
4	22-jul	28-jul	7	Sulfuros
5	29-jul	04-ago	7	Sulfuros
6	05-ago	11-ago	7	Sulfuros
7	12-ago	18-ago	7	Sulfuros
8	19-ago	25-ago	7	Sulfuros
9	26-ago	01-sep	7	Sulfuros
10	02-ago	08-sep	7	Sulfuros
11	09-sep	15-sep	7	Sulfuros
12	16-sep	22-sep	7	Óxidos
13	23-sep	29-sep	7	Óxidos
14	30-sep	30-sep	1	Óxidos

En términos concretos la implementación de dos campañas de procesamiento de materiales significa que utilizando las mismas instalaciones de chancado durante períodos de duración definida se procesan sólo sulfuros y en otros sólo óxidos.

#### 4.3 Restricciones geometalúrgicas.

La planta de procesamiento impone ciertas restricciones geometalúrgicas para poder obtener como resultado final el cátodo de cobre con la máxima recuperación en las pilas, garantizando de paso máxima eficiencia en el proceso. Las restricciones que deben cumplirse son las siguientes:

Tabla 3: Restricciones Geometalúrgicas.

Atributo	Límite superior
CO3	1.2 %
Clacid	0.8 Kg/ton
Mezcla	25 %
Finos_geomet	20 %

La relevancia de cada uno de estos atributos pasa a describirse a continuación:

**CO3:** Corresponde al contenido de carbonato. Esta variable está estrechamente relacionada con el consumo de ácido, el que a su vez tiene una implicancia directa en el costo de este proceso. El máximo aceptable corresponde a 1.2 % promedio por período.

**Clacid:** Corresponde a la cantidad de cloro en el proceso y sólo se considera como restricción durante la campaña de sulfuros. El máximo aceptable corresponde a 0.8 kg/t. Esta variable está relacionada con la generación de ácido durante el proceso de bio-lixiviación, si se están bio-lixivando sulfuros la generación excesiva de ácido clorhídrico puede provocar la muerte de las bacteria y de esta forma poner en riesgo de manera catastrófica el proceso. Esto se debe a que el rango de pH de crecimiento de estos microorganismos va desde 1.5 hasta 3.5, siendo el óptimo del orden de 2.3.

**Mezcla:** Corresponde al porcentaje de material argílico presente en el material a procesar. En el modelo de bloques se representa como una variable de carácter binario y se impone que en promedio el material que es enviado a la planta con esta alteración no sea mayor al 25%. Se considera que un porcentaje mayor pone en peligro la percolación en las pilas.

**Finos\_geomet:** corresponde a una definición de generación de finos entregada por la mina. La litología que genera material fino perjudicial para los procesos aguas abajo del chancado debe ser menor a un 20%. En específico ingresar material fino o con un potencial alto de generación de finos al proceso de chancado, primario, secundario y terciario provoca atollos en los chutes de traspaso, lo que provoca importantes pérdidas operacionales.

#### **4.4 Proceso de planificación**

Compañía minera Spence realiza el proceso de planificación minera de sus operaciones de manera secuencial, resolviendo en primera instancia el horizonte temporal de largo plazo tipificado como LOA (Life of Asset), para luego en base a la definición de secuencia y fases otorgada por este cálculo aumentar el nivel de detalle en plan Budget, que considera un horizonte temporal de 2 años. Con un nivel de detalle mucho mayor se construye con frecuencia anual el plan Forecast. La importancia de éste consiste en que compromete

directamente el presupuesto de operaciones de la empresa. Finalmente el plan trimestral Quarter se diseña para especificar los polígonos de extracción semanales que serán abordados para alcanzar efectivamente los tonelajes de movimiento mina y de procesamiento que garanticen el cumplimiento de las metas productivas comprometidas en los contratos de venta de metal de la compañía. La siguiente figura expone de manera esquemática el mecanismo secuencial involucrado en el proceso de planificación de minera Spence.

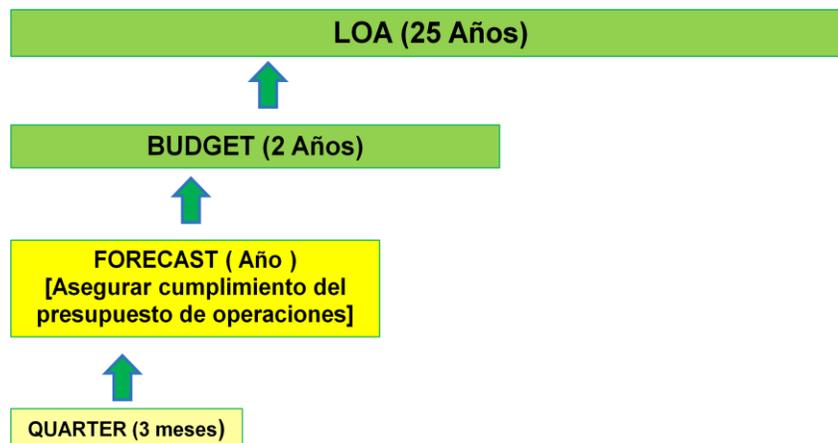


Figura 11: Proceso de planificación minera Spence.

#### 4.5 Base de datos

El modelo de optimización descrito en este trabajo, es válido para cualquier horizonte temporal de planificación, sin embargo debido al enorme número de variables involucradas en ejercicios de planificación de largo plazo (Gran cantidad de períodos y de bloques), se comprobará la aplicabilidad del modelo y su capacidad de entregar soluciones en tiempos razonables para los horizontes de mediano y corto plazo de minera Spence, correspondientes al Quarter y Forecast del calendario de planificación. El modelo de optimización se aplica íntegramente para cada horizonte temporal, sobre la totalidad de las fase-banco disponibles para el período, lo que responde a la visión de abordar el problema integrado y no aquel donde el modelo táctico (mediano plazo), alimenta al operacional (Trimestral). Las bases de dato correspondientes a cada ejercicio de planificación se describen a continuación.

Tanto el modelo de bloques correspondiente al horizonte temporal de Quarter, como el de Forecast identificados en términos de fechas específicas anteriormente, contienen bloques regulares de 10x10x15 metros, donde cada uno de ellos se encuentra caracterizado por una posición espacial de coordenadas x, y, z además de incluir la información disponible respecto a tonelajes, leyes de cobre y atributos geometalúrgicos. Estos bloques aportan la información necesaria para realizar un plan minero sujeto a restricciones de tonelaje y a límites de contaminantes exigidos por la planta de procesamiento.

#### 4.5.1 Modelo de Bloques Quarter.

Para efectos de acotar el análisis al horizonte temporal trimestral, se decide trabajar con el conjunto de bloques correspondientes a las fase-banco involucradas dentro del plan propuesto por el área de planificación de largo plazo de minera Spence (ver Tabla 4), donde el color rojo representa la campaña de sulfuro, el verde la de óxido y el azul al pre-stripping. La estrategia de consumo de reservas del trimestral considera operar entre Julio y Agosto en campaña de sulfuro para pasar en Septiembre a campaña de óxidos. Además se estipula realizar el pre-stripping de las fases 4 y 5 en estos tres meses.

Tabla 4 : Configuración de fases-banco del plan Quarter.

Mes	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
jul-08	1580		1670	1685
ago-08	1565/1550		1655	1670
sep-08		1625		1670

El modelo de bloques truncado contiene 9,976 bloques regulares de 10x10x15 metros con información actualizada a partir de sondajes infill, sondajes operacionales, pozos de tronaduras y mapeo geológico de banco. A continuación se presentan las estadísticas básicas de este modelo.

Tabla 5: Estadísticas básicas modelo de bloques Quarter.

Tipo de material	N° de bloques	Tonelaje (Mt)	Finos Cu (Kt)	Ley de Cu (%)	Clacid (kg/t)	CO3 (%)	Finos_geomet (%)	Mezcla (%)
Sulfuro	1,497	5.63	120.12	2.13	0.45	0.19	19.9	11.5
Óxido	953	3.44	37.48	1.09	2.66	0.27	17.5	14.9
Mixto	376	1.37	15.80	1.15	1.24	0.27	18.1	11.0
ROM	560	2.00	8.05	0.4	0.72	0.17	19.8	8.3
Estéril	6,590	19,73	4.71	0.02	0.49	0.15	22.5	0.4
<b>Total</b>	<b>9,976</b>	<b>32,17</b>	<b>186.16</b>	<b>0.58</b>	<b>0.76</b>	<b>0.17</b>	<b>21.1</b>	<b>4.9</b>

Se aprecia que el mayor tonelaje por tipo de material corresponde a sulfuros, lo que es consecuente con la duración de la campaña, desde Julio hasta Agosto. En esta misma línea los finos de cobre disponibles para el trimestre también provienen mayoritariamente de los sulfuros, considerando tanto que el tonelaje como la ley promedio son mayores para este tipo de mineral. Por otra parte vale la pena recordar que la variable Clacid del modelo, tal como fue mencionado en el punto 4.3, sólo se encuentra restringida en las campañas de sulfuros.

#### 4.5.2 Modelo de Bloques Forecast

En el caso del horizonte temporal correspondiente al plan minero Forecast, se trabaja sobre la base de un modelo de bloques truncado que contiene el total de las fase-banco involucradas en el año fiscal Julio 2008 – Julio 2009, de acuerdo al plan minero de largo plazo de compañía minera Spence (ver Tabla 6), donde el color rojo representa la campaña de sulfuro, el verde la de óxido y el azul al pre-stripping. Es importante notar la diferencia en la estrategia de consumo de reservas en términos del acceso a fase-banco y distribución de campañas del plan Forecast en relación al plan Quarter, ya que en el primero se posterga el consumo del banco 1625 de la fase 3 en campaña de óxidos hasta Noviembre del año 2008. Estas diferencias se producen debido a ajustes que los planificadores de corto plazo deben hacer en la estrategia de extracción de reservas determinada anteriormente para cumplir con las metas de cobre fino comprometidas.

Tabla 6 : Configuración de fases-banco del plan Forecast.

Mes	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
jul-08	1580		1655	1670	
ago-08	1565/1550		1655	1670	
sep-08	1550		1640	1655	
oct-08	1550		1625	1655	
nov-08		1625	1625	1655	
dic-08		1610	1610	1640	
ene-09	1550		1610	1640	
feb-09		1595		1640	1715
mar-09		1595			1715
abr-09		1580	1595		1700
may-09			1595	1625/1610	1700
jun-09			1610		1700

Se considerará la totalidad de los bloques asociados a las fase-banco involucradas en el período para entregar un margen de acción amplio al modelo de optimización. Las estadísticas básicas del modelo de bloques truncado son expuestas en la Tabla 7.

Tabla 7: Estadísticas básicas modelo de bloques Forecast.

Tipo de material	N° de bloques	Tonelaje (Mt)	Finos Cu (Kt)	Ley de Cu (%)	Clacid (kg/t)	CO3 (%)	Finos_geomet (%)	Mezcla (%)
Sulfuro	15,650	58.59	676.61	1.15	0.58	0.17	23.82	20.5
Óxido	7,046	25.02	339.48	1.36	2.66	0.29	21.46	23.0
Mixto	5,365	19.30	270.93	1.40	1.78	0.29	22.51	21.2
ROM	10,786	38.22	113.65	0.30	0.96	0.26	23.45	32.3
Estéril	69,961	227.20	183.85	0.08	0.74	0.29	24.67	10.4
<b>Total</b>	<b>108,808</b>	<b>368.34</b>	<b>1,584.52</b>	<b>0.43</b>	<b>0.91</b>	<b>0.27</b>	<b>24.11</b>	<b>15.4</b>

Se aprecia un aumento considerable en el número de bloques que ingresarán como input a la optimización (108,808 bloques de tamaño 10 x 10 x 15 metros), en relación al caso del modelo trimestral, este universo de bloques involucra las fases de la 2 a la 6 y los bancos 1550 al 1715, y corresponde a un total global de tres años de movimiento mina. La posibilidad de abordar la problemática asociada a este número de bloques, un orden de magnitud mayor que en el caso Quarter, viene dada por las mejoras implementadas en los tiempos de cálculo del modelo de optimización, por la herramienta de agregación desarrollada y por la implementación

del modelo de preselección descrito en el capítulo 3.2.5. A diferencia de lo observado en el modelo trimestral, es posible apreciar que aunque el volumen de material más importante corresponde a la litología de sulfuros, este no concentra leyes de cobre mayores que los óxidos.

Finalmente se considera un set de 10 simulaciones del modelo de bloques, las que fueron construidas perturbando el atributo ley del modelo Krigado por un valor aleatorio, calculado para cada bloque, entre el valor negativo y el positivo de la desviación estándar calculada de manera diferenciada para cada litología del modelo Krigado. La decisión de considerar 10 simulaciones es arbitraria y permite evaluar el desempeño del modelo de optimización frente a un set de realizaciones del modelo de recursos.

Tabla 8: Estadística de leyes para modelo de bloques Krigado (MK) y para 10 simulaciones del modelo de bloques (S1...S10).

Tipo de material	Ley MK(%)	Ley S1 (%)	Ley S2 (%)	Ley S3 (%)	Ley S4 (%)	Ley S5 (%)	Ley S6 (%)	Ley S7 (%)	Ley S8 (%)	Ley S9 (%)	Ley S10 (%)
Sulfuro	1,15	1.16	1.15	1.15	1.15	1.16	1.15	1.15	1.15	1.16	1.16
Óxido	1,36	1.34	1.35	1.35	1.34	1.35	1.35	1.35	1.35	1.35	1.35
Mixto	1,40	1.39	1.40	1.39	1.40	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39	1.39
ROM	0,30	0.29	0.30	0.29	0.30	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29
Estéril	0,08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08
<b>Total</b>	0,43	0.43	0.43	0.43	0.42	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43

Esta manera simplificada de construcción de simulaciones permite tener un conjunto de modelos de bloques que permitan desarrollar y posteriormente evaluar la capacidad de la herramienta de optimización presentada en este estudio para incorporar la capacidad de realizar análisis estocásticos en el cálculo del programa de producción.

#### 4.5.3 Definición de períodos y manejo de stocks

Tal como se expuso en el punto 4.2, en minera Spence el mineral se procesa en dos campañas. En particular para los horizontes temporales considerados en este estudio, se considera que todo el material clasificado como mixto está disponible para ser procesado exclusivamente en campaña de óxido, en tanto en la campaña de sulfuro sólo será procesado material clasificado con este tipo de litología.

A continuación se especifican los tipos de campaña a procesar y los días a considerar por cada período además de las restricciones geometalúrgicas a considerar por campaña, tanto para el horizonte temporal Quarter como Forecast. Es conveniente recordar que la restricción de Clacid sólo es impuesta en la campaña de sulfuros.

### Quarter

En este caso, para efectos de la resolución del modelo de optimización, y para representar de manera fidedigna la distribución de campañas, el horizonte temporal será dividido en períodos de 2 semanas, con ciertas excepciones cuando existe un cambio de campaña o en la última semana que cuenta con un menor número de días (ver Tabla 9). Cada período pertenecerá a una campaña de procesamiento de minerales (capítulo 4.2), estará caracterizado por una capacidad de transporte, de procesamiento y estará sujeto a restricciones geometalúrgicas específicas.

Tabla 9: Restricciones capacitarias y geometalúrgicas plan Quarter Spence.

Período	Días	Campaña	Extracción mina (Mt)	Material procesado(Kt)	Clacid (Kg/t)	CO3 (%)	Fino_geomet (%)	Mezcla (%)
1	14	Sulfuro	3,08	700	0,8	1,2	20	25
2	14	Sulfuro	3,08	700	0,8	1,2	20	25
3	14	Sulfuro	3,08	700	0,8	1,2	20	25
4	14	Sulfuro	3,08	700	0,8	1,2	20	25
5	14	Sulfuro	3,08	700	0,8	1,2	20	25
6	7	Sulfuro	1,54	350	0,8	1,2	20	25
7	14	Óxidos	3,08	700	-	1,2	20	25
8	1	Óxidos	0,22	50	-	1,2	20	25

A pesar de que en términos generales los valores medios de cada uno de los atributos geometalúrgicos expuestos en la Tabla 5 del modelo de bloques truncado son inferiores a los límites impuestos para el procesamiento en la planta, cabe destacar que la distribución espacial de estos contaminantes está lejos de ser perfectamente regular, lo que desencadena el problema de mezcla de materiales que aborda este estudio. Dada la estructura del modelo de optimización, es necesario fijar los bloques que corresponderán a los accesos a cada fase-banco. Estos se presentan a continuación para el modelo de bloques Quarter.

Tabla 10: Coordenadas de bloques acceso para modelo Quarter.

Fase	Banco	X	Y	Z
2	1550	74,955	480,095	1,557.5
2	1565	74,775	480,115	1,572.5
2	1580	74,645	480,045	1,587.5
3	1625	74,365	479,395	1,632.5
4	1655	73,575	479,255	1,662.5
4	1670	73,565	479,405	1,677.5
5	1670	74,015	479,935	1,677.5
5	1685	73,845	479,985	1,692.5

## Forecast

El plan minero Forecast corresponde a un horizonte temporal de un año, el cual será dividido en 12 períodos de grupos de 3, 4, 5 y 6 semanas dependiendo de la acomodación de campañas y buscando que en promedio cada período corresponda aproximadamente a un mes. Es posible apreciar esta distribución en la Tabla 11.

Tabla 11: Restricciones capacitarias y geometalúrgicas plan Forecast Spence.

Período	Días	Semanas	Campaña	Extracción mina (Mt)	Material procesado (Kt)	Clacid (Kg/t)	CO3 (%)	Fino_geomet (%)	Mezcla (%)
1	19	3	Sulfuro	4.09	997	0.8	1.2	20	25
2	28	4	Sulfuro	6.11	1,334	0.8	1.2	20	25
3	28	4	Sulfuro	6.07	1,343	0.8	1.2	20	25
4	28	4	Sulfuro	5.95	1,470	0.8	1.2	20	25
5	28	4	Sulfuro	5.93	1,470	0.8	1.2	20	25
6	28	4	Sulfuro	5.82	1,470	0.8	1.2	20	25
7	35	5	Óxidos	7.14	1,837	-	1.2	20	25
8	35	5	Sulfuro	7.66	1,837	0.8	1.2	20	25
9	42	6	Sulfuro	9.08	2,205	0.8	1.2	20	25
10	42	6	Óxidos	8.39	1,950	-	1.2	20	25
11	28	4	Sulfuro	5.87	1,493	0.8	1.2	20	25
12	24	4	Sulfuro	5.22	1,280	0.8	1.2	20	25

Es importante destacar que, tal como se mencionó anteriormente, el número de variables crece linealmente con el producto entre el número de bloques y los períodos considerados en la optimización y como el número de variables involucradas tiene una estrecha relación con la dificultad de resolver el problema, es de esperar que para abordar esta cantidad de bloques, los tiempos de cálculo sean considerablemente mayores, por lo que surge la necesidad imperativa de utilizar las herramientas de preselección y agregación desarrolladas en el contexto de esta investigación. En relación a la primera, para efectos de entregar cierta holgura en la preselección se decide imponer como restricción global de movimiento mina y planta un 150 % aproximado del total anual expuesto en la Tabla 11. El resumen de restricciones a aplicar en el modelo de preselección se expone a continuación.

Tabla 12: Restricciones capacitarias y geometalúrgicas modelo de preselección Forecast.

Período	Semanas	Extracción mina (Mt)	Material procesado(Kt)	Clacid (Kg/t)	CO3 (%)	Fino_geomet (%)	Mezcla (%)
1	53	116	28,033	0.8	1.2	20	25

Al aplicar este modelo de preselección se consigue reducir el número de variables involucradas en la optimización a un doceavo, por otra parte no se utiliza distinción entre campañas debido a que se trabaja sobre la base de un solo período. Finalmente, se establecen las coordenadas de los bloques que representan el acceso a cada uno de los bancos involucrados, en total para el modelo Forecast se consideran 49 accesos (ver Anexo 5).

#### 4.5.4 Stocks disponibles

Minera Spence cuenta con 2 stocks en la plataforma de chancado y con 4 stocks por material a proceso, los que se clasifican de la siguiente manera:

- Stock de óxido:
  - Stock de óxido de alta
    - Buena calidad (sin argílico)
    - Mala calidad (con argílico)
  - Stock de óxido de baja
    - Buena calidad (sin argílico)

- Mala calidad (con argílico)
- Stock de sulfuro:
  - Stock de sulfuro de alta
    - Buena calidad (sin argílico)
    - Mala calidad (con argílico)
  - Stock de sulfuro de baja
    - Buena calidad (sin argílico)
    - Mala calidad (con argílico)

Para realizar los planes manuales contruidos tradicionalmente por el equipo de planificación de minera Spence, se utilizan los stocks expuestos, caracterizados por promedios ponderados de los atributos geometalúrgicos del modelo de bloques.

Para el estudio que se presenta en este trabajo se agrupan por simplicidad los stocks anteriormente descritos en dos, de sulfuros y de óxidos (ver Tabla 13). El tonelaje y la ley de cobre de cada uno de los stocks, corresponden a datos del inventario de mina Spence de Julio de 2008. Los valores promedio de los atributos geometalúrgicos de estos stocks fueron calculados como promedios ponderados por los tonelajes.

Tabla 13: Stocks base.

<b>Stock</b>	<b>Tonelaje (Mt)</b>	<b>Ley de cobre (%)</b>	<b>Clacid (kg/t)</b>	<b>CO3 (kg/t)</b>	<b>Fino_geomet (%)</b>	<b>Mezcla (%)</b>
Sulfuro	1.67	1.06	0.45	0.19	19.9	11.5
Óxido	8.5	1.03	2.25	0.27	17.7	13.8

#### 4.6 Parámetros de resolución

El modelo de optimización considera la presencia de una serie de factores ponderadores constantes, los cuales corresponden a parámetros de control de aspectos críticos involucrados en el proceso de optimización. Los parámetros de resolución de mayor relevancia son:

- FMM: Saturación de capacidad de transporte, en términos fraccionarios corresponde a la porción de la capacidad de movimiento mina que debe al menos ser saturada. La capacidad de movimiento mina está definida por el perfil de equipos disponibles para un horizonte de planificación, y su disponibilidad mecánica. La necesidad de definir este factor viene dada por la estructura de la función objetivo, que concentra esfuerzos en la maximización de cobre fino recuperado, dejando por lo tanto de lado el ítem de remoción de lastre, el que de todas maneras debe ser considerado para garantizar el pre-stripping de las fases que en el futuro entrarán en producción, esto es una consecuencia de que se esté trabajando con un modelo de bloques acotado a un horizonte temporal específico, definido a partir del proceso de planificación estratégico de largo plazo, y no con el correspondiente a la vida total de la mina.
- $T_L$ : Control geométrico, permite garantizar la conexidad geométrica de las soluciones imponiendo que en un camino de mínima distancia dentro del grafo de precedencias horizontales se cuenta con un máximo de  $T_L$  períodos para una vez extraído un nodo, extraer el siguiente. En términos simples corresponde a la diferencia temporal entre la extracción de un bloque y sus vecinos.
- $S_c$ : Stock a Cola, es un factor binario que se encarga de activar o desactivar la capacidad del modelo de procesar un bloque en un período distinto al que lo mina. En el caso de activar esta restricción los bloques que son minados en un período deben ser procesados en el mismo, esto supone que los bloques de mineral no procesados irán a la "cola" del stock base.

Además de los factores anteriormente descritos que se encuentran explícitos en el modelo de optimización, existen otros que también influyen en los resultados. Estos en particular corresponden al ángulo de talud y al tamaño de las ventanas de resolución. El primero se fija en la plataforma de generación de los ángulos de precedencias horizontales (código Python), en tanto el segundo condicionará de manera directa el tiempo de cálculo del modelo y corresponde al número de períodos de la ventana de cálculo de optimización (ver capítulo 3.2.4). Esta manera parcelada de resolver el problema podría conducir a soluciones demasiado alejadas del óptimo. Sin embargo tamaños de ventanas adecuados (definidas de acuerdo a

ajustes experimentales) permiten obtener un gap menor al 5% en relación a la solución óptima del problema global, el cual corresponde al máximo aceptado en este estudio dada la utilización de la heurística de ventanas. Conceptualmente el gap corresponde al porcentaje máximo de diferencia entre el valor de la función objetivo de la solución factible encontrada y la solución óptima del problema de optimización. A modo de ejemplo, una solución con función objetivo de valor 100 con gap del 5% implica que, si bien pueden existir soluciones mejores que ésta, ninguna tiene un valor mayor a 105.

#### **4.7 Plataforma de resolución**

La problemática expuesta en el presente estudio, tanto para los horizontes temporales de Quarter como de Forecast, fue resuelta mediante un modelo de programación lineal entera mixta, cuya implementación fue realizada mediante el lenguaje de programación AMPL, y cuya resolución fue hecha mediante el software comercial ILOG CPLEX en su versión 10.2.

Para el caso Quarter el modelo matemático fue resuelto en un Notebook con un procesador Intel®Xeon® CPU 1.6 GHz y 3 Gb de memoria RAM. En tanto para el modelo Forecast, debido al universo mayor de bloques, la implementación del modelo de optimización fue realizada en un cluster computacional corriendo paralelamente el modelo de optimización para 3 realizaciones del modelo de recursos en 2 computadores y 4 en un computador, cada uno con 4 procesadores Intel®Xeon® CPU 1.6 GHz y 4 Gb de memoria RAM (completando un total de 10 corridas para 10 realizaciones equiprobables del modelo de recursos).

## 5 Análisis de resultados

En el presente capítulo se procederá a exponer los resultados obtenidos al aplicar el modelo de optimización descrito en el capítulo 3 de este documento, utilizando la herramienta de agregación desarrollada en el contexto de esta investigación para un horizonte temporal de corto y mediano plazo. La nomenclatura de agregación que será utilizada de ahora en adelante representa un rebloqueo cuadrado que al ser interceptado con los atributos de fase, banco y destino (Mtype o tipo de material) del modelo de bloques, arroja las MRU que alimentarán al modelo de optimización. A modo de ejemplo una MRU C40 representa una agregación cuadrada de 40x40 m<sup>2</sup>, interceptada con los atributos destino (tipo de material), fase y banco del modelo de bloques tal como se observa en la Tabla 14.

Tabla 14: Nomenclatura de definición de MRU.

MRU (Nomenclatura)	Rebloqueo cuadrado (m <sup>2</sup> )	Atributos de intercepción		
C40	40x40	Fase	Banco	Mtype

Por otra parte, de acuerdo a esta nomenclatura una MRU C10 corresponde a la aplicación del modelo de optimización sobre el modelo de bloques base sin utilizar ningún tipo de agregación.

### 5.1 Horizonte de planificación Quarter

Tal como fue explicitado en el capítulo 4.5.1 de este documento, este espacio temporal corresponde a los meses de Julio, Agosto y Septiembre del año 2008. La exposición de los resultados del modelo de optimización permite observar cómo fueron definidos los parámetros de resolución para la aplicación del modelo de optimización en este horizonte temporal, la incorporación de stocks base al cálculo del programa de producción y los resultados geométricos obtenidos.

### 5.1.1 Selección de parámetros de resolución

Como se describió en el capítulo 4.6 de este documento, es necesario fijar ciertos parámetros del modelo de optimización para proceder a la resolución del mismo. Estos parámetros condicionarán directamente la conexidad geométrica de las soluciones, los tiempos de cálculo y la manera en que serán manipulados los stocks. En función de los límites de movimiento mina y planta expuestos en el capítulo 4 de este documento y luego de realizar una serie de análisis, para el modelo Quarter se impone:

- FMM (saturación de la capacidad de transporte) : 90 %
- $T_L$  (control geométrico) : 2
- $S_c$  (stock a cola) : 1
- $T_v$  (ventana temporal de resolución) : 4

Además de lo anterior, el ángulo de talud es recibido como input de trabajo por parte del equipo de planificación de minera Spence y se fija en  $50^\circ$ . La saturación de la capacidad de transporte se impone en un 90% para poder entregar una holgura razonable en la resolución del modelo en relación a la extracción de material estéril. En tanto el factor de control geométrico fue ajustado con el objetivo de garantizar la conexidad operacional entre períodos de extracción en las soluciones, determinando que para este horizonte temporal, donde la realidad operacional limita considerablemente los espacios de operación, un  $T_L=2$  garantiza que volúmenes de extracción adyacentes no fuesen removidos en períodos distantes más de 2 unidades temporales. Adicionalmente se activa la restricción de stock a cola, considerando que los bloques de mineral no procesados serán enviados a la cola del Stock. Esto dice relación con que en un horizonte temporal de tres meses, la realidad operacional implica que se utilizará menos de los stocks base disponibles al principio del período. Finalmente un análisis experimental realizando un conjunto de corridas con distintos tamaños de MRU, permite determinar que un tamaño de ventana de resolución de 4 períodos garantiza resultados al problema en un tiempo razonable con un gap global menor al 5% en todos los casos, tal como se puede apreciar en los gráficos de las Figura 12 y Figura 13.

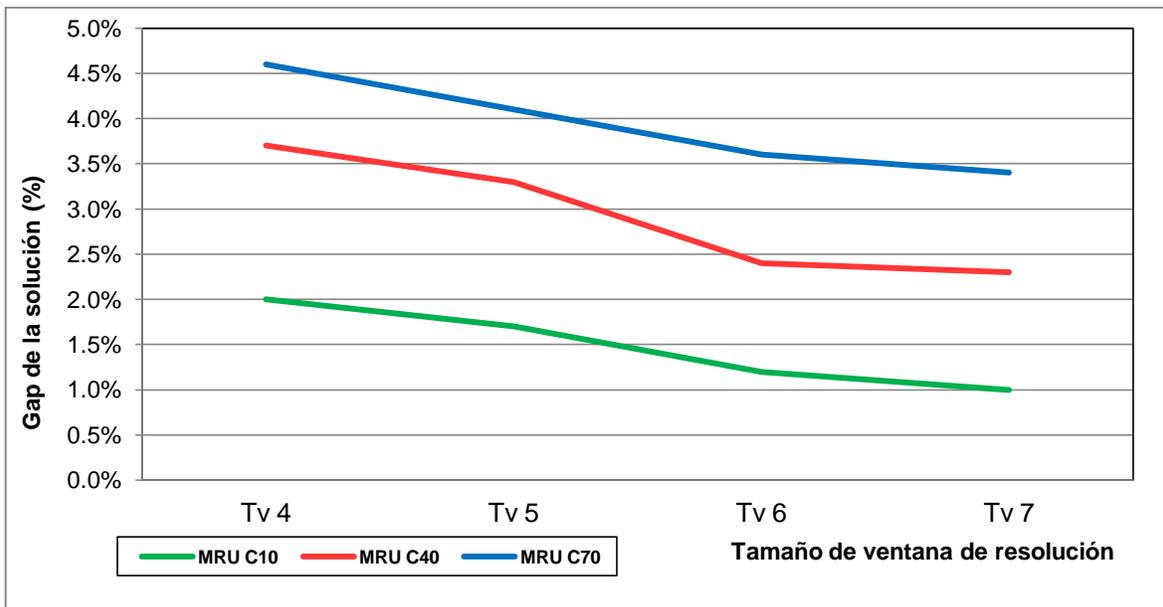


Figura 12: Gráfico de gap en la resolución del modelo de optimización versus tamaño de ventana de cálculo para distintas MRU.

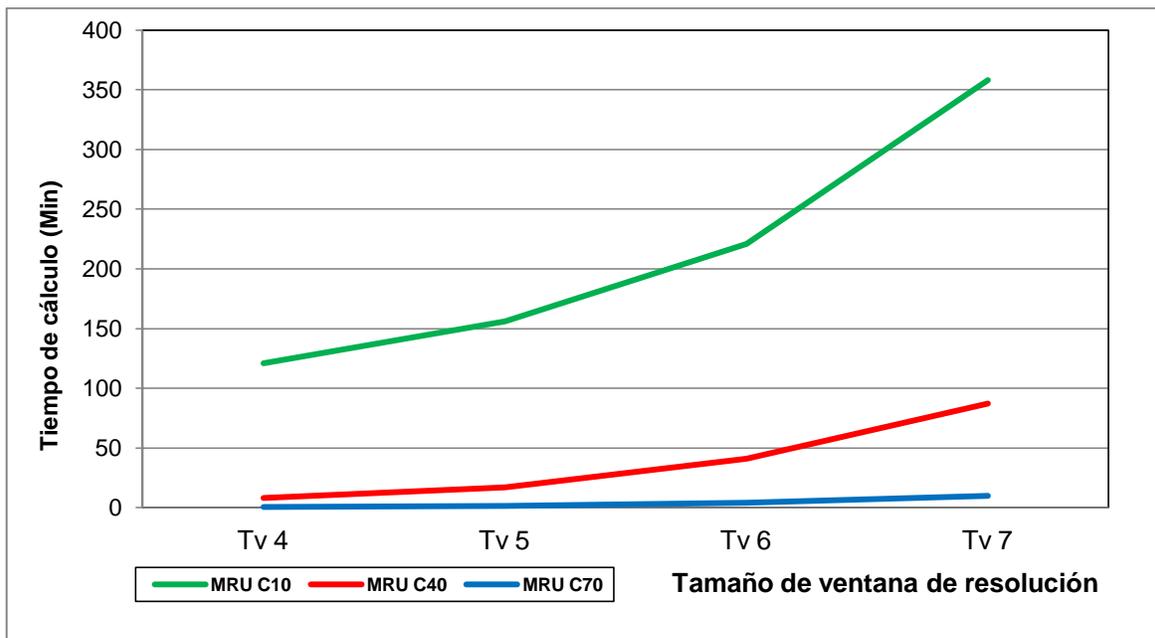


Figura 13: Gráfico de tiempo de cálculo en la resolución del modelo de optimización versus tamaño de ventana de cálculo para distintas MRU.

En este gráfico se observa un comportamiento general del gap global inferior al límite impuesto del 5%, donde en particular se aprecia una tendencia a la disminución del mismo en tanto

aumenta el tamaño de ventana utilizado. Este resultado es coherente con lo esperado intuitivamente, debido a que tamaños de ventana superiores implican acercarse a una resolución integra del problema de optimización multi-período. Por otra parte, el mismo gráfico ilustra el comportamiento del tiempo de resolución del modelo, el cual aumenta en la medida en que crece el tamaño de la ventana temporal de períodos de resolución utilizada, y disminuye junto con la disminución del tamaño de la MRU o unidad básica de explotación que alimenta al modelo de optimización. En términos concretos, a modo de ejemplo para una MRU C40 y un tamaño de ventana de 4 períodos, el modelo es capaz de encontrar una solución con un gap menor al 5% (3.7%) en aproximadamente 8 minutos corriendo en un notebook con un procesador Intel®Xeon® CPU 1.6 GHz y 3 Gb de memoria RAM. La tabla asociada a este gráfico se encuentra en el anexo 9.8.

### **5.1.2 Saturación de capacidades de procesamiento y de transporte.**

Luego de fijar los parámetros de resolución del modelo de optimización, se procede a verificar que los resultados para distintos tamaños de MRU permiten garantizar que, sin considerar la posibilidad de recurrir a los stocks sea saturada la capacidad de procesamiento de la planta. Este ítem es fundamental debido a que guarda directa relación con la función objetivo, que consiste en maximizar el cobre fino total. Si bien no se impone como una restricción explícita que la capacidad de procesamiento sea saturada, se espera que así sea. Los resultados de este análisis son expuestos en la Figura 14 y demuestran que independiente del tamaño de agregación que se utilice como unidad básica de explotación en el modelo, se verifica un ajuste superior al 98% al límite de procesamiento. Vale la pena recordar que las brucas caídas en el tonelaje a procesar en los períodos 6 y 8 se deben simplemente a que tienen una duración distinta a los restantes.

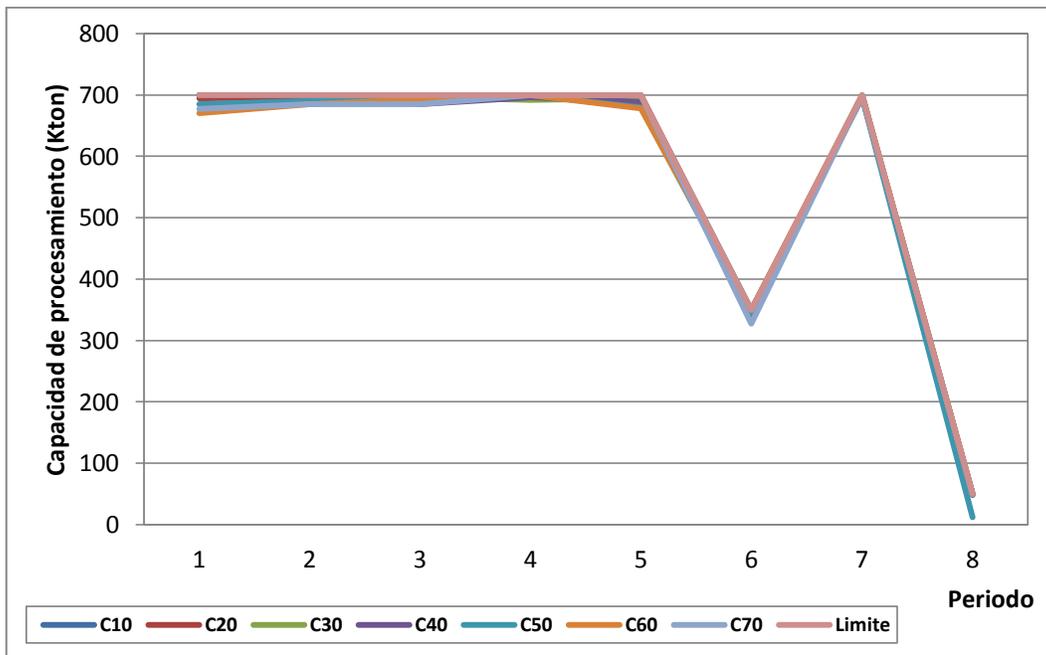


Figura 14: Gráfico de saturación de capacidad de procesamiento, corridas sin considerar stock para distinto tamaño de MRU.

Adicionalmente es posible realizar un análisis que permita identificar el mínimo nivel de remanejo que requiere cada corrida para garantizar la saturación de la capacidad de procesamiento, donde se entiende como remanejo al material con el que se alimenta desde stocks a la planta de chancado. En la Figura 15 se presenta un gráfico que expone este nivel mínimo de remanejo en función del tamaño de la MRU utilizada en la optimización, donde el rango fluctúa entre un 0.18 % y un 1.6 % del total del material procesado en el horizonte temporal considerado, el cual es razonablemente aceptable.

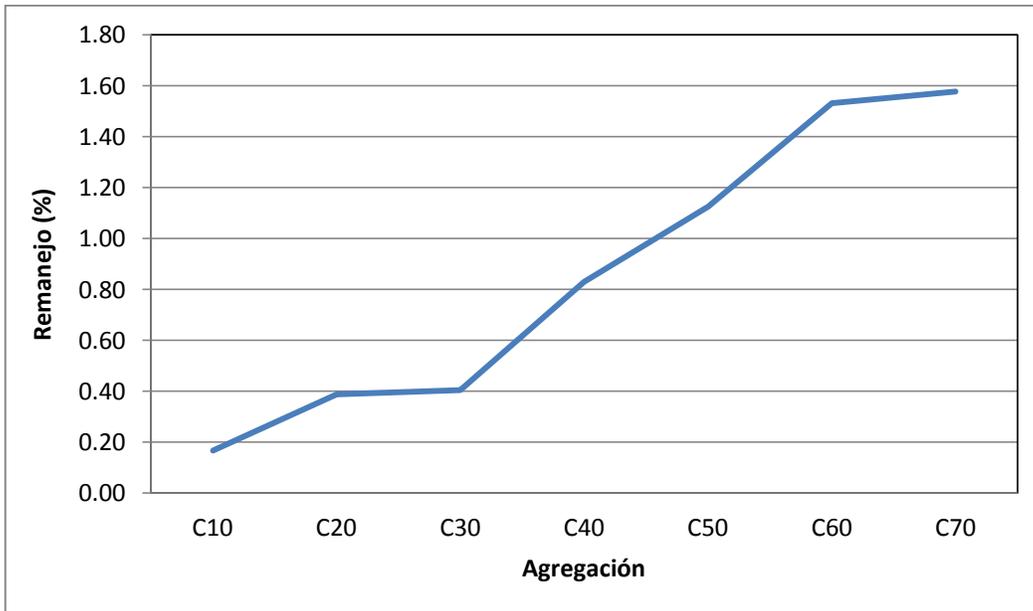


Figura 15: Gráfico de remanejo mínimo necesario para saturar capacidad de procesamiento, corrida sin considerar stock para tamaños de MRU.

Se observa una correlación directa entre el aumento del tamaño de la MRU utilizado en la optimización y el nivel mínimo de remanejo requerido para saturar la capacidad de transporte. Esto se asocia a que existe una mayor selectividad en la extracción y por lo tanto un mejor control de mezclas mientras menor es el tamaño de la unidad básica de explotación MRU.

Finalmente es posible apreciar en la figura Figura 16, que independiente del nivel de agregación utilizado en la optimización, la restricción relativa a la saturación de la capacidad de transporte de un 90% es respetada de manera íntegra. El apego a la restricción dice relación con que no existen incentivos en la optimización para extraer un tonelaje mayor al impuesto, debido a que el material estéril no aporta finos de cobre en la función objetivo.

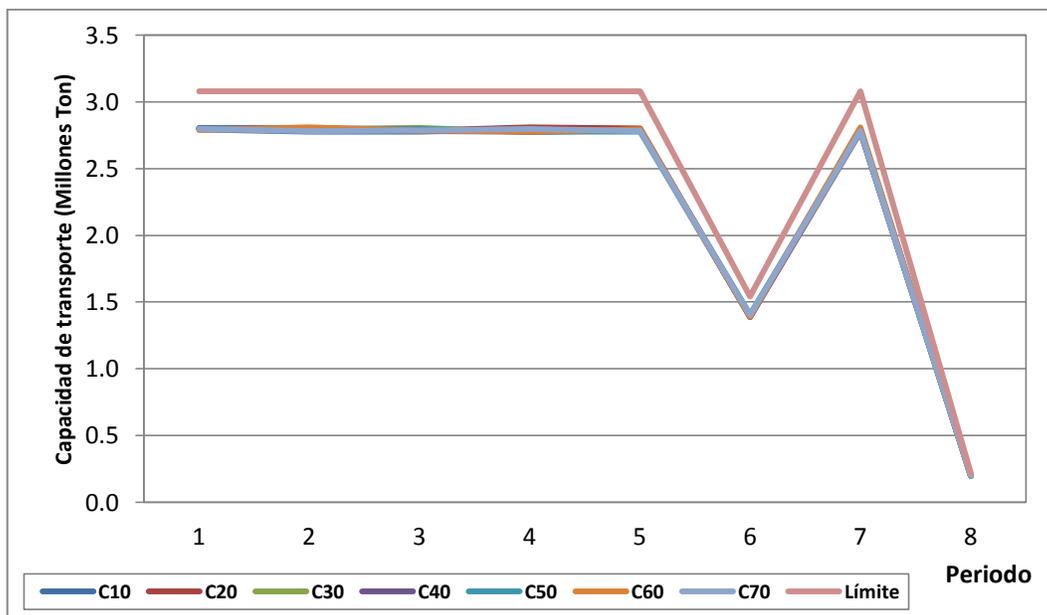


Figura 16: Gráfico saturación de capacidad de transporte, corridas sin considerar stock para distintos tamaño de MRU.

### 5.1.3 Resultados numéricos sin incorporar stocks.

La definición de unidades de recursos mineros (MRU) sobre la cual opera el modelo de optimización implementado en esta investigación, no condiciona solamente el tiempo de resolución del modelo, en términos concretos afecta el resultado de la función objetivo, la geometría final de las soluciones y su posterior factibilidad de operativización, tal como es posible apreciar en los resultados que se presentan a continuación.

Tabla 15: Resultados de función objetivo, tiempos de cálculo, gap global y número de bloques procesados para distintos tamaños de MRU sin utilizar stock, para  $T_v=4$ .

MRU	Finos Cu FO(Ton)	Tiempo (Min)	Gap (%)	N° Bloq Proc
C10	123,272	121	2.0%	1293
C20	117,514	63	2.1%	1288
C30	117,445	21	2.5%	1287
C40	117,054	8	3.7%	1284
C50	109,995	3	4.0%	1282
C60	109,121	1.4	4.2%	1279
C70	109,025	0.5	4.6%	1272

La Tabla 15 muestra los resultados de la función objetivo para distintos tamaños de MRU, donde se observa un aumento en el volumen de finos recuperados en la medida en que disminuye el tamaño de la MRU utilizada, asociado a un aumento en el tiempo de cálculo del modelo y un leve aumento en el número de bloques procesados. Cada una de las soluciones obtenidas arroja un gap global menor al 5%, sin embargo se observa un aumento del gap al crecer el tamaño de la MRU seleccionada.

Tal como se mencionó, si se realiza un análisis de la relación entre los resultados para la MRU seleccionada, la recuperación de cobre fino y la operatividad geométrica de la solución, arroja que al crecer el tamaño de la MRU disminuye la recuperación de cobre fino, lo que intuitivamente se justifica debido a la pérdida de selectividad asociada a la utilización de unidades operativas básicas de mayor tamaño. Sin embargo, es de esperar que soluciones asociadas a tamaños mayores de MRU entreguen soluciones geométricas más suaves y en consecuencia más operativas.

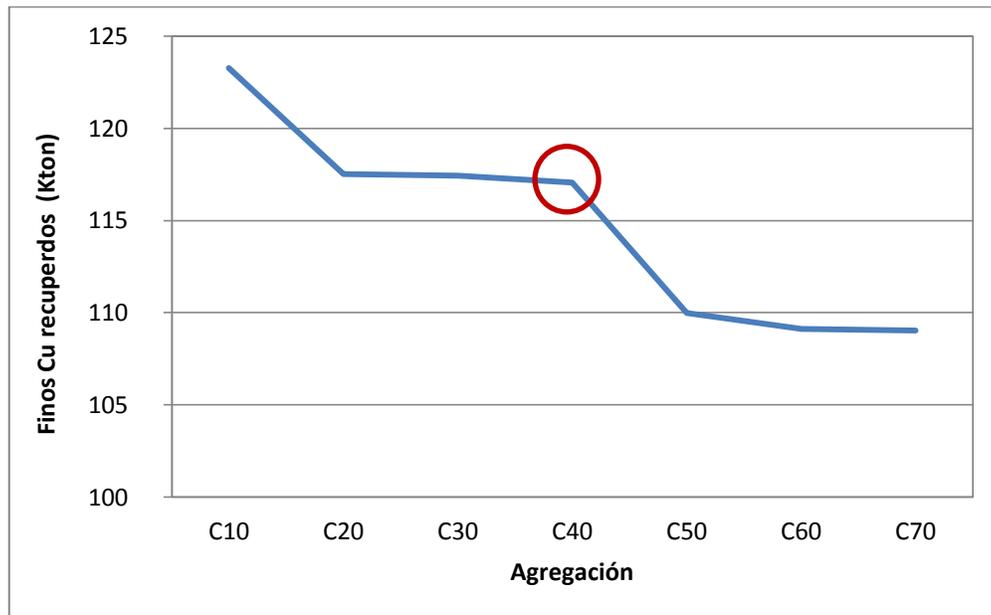


Figura 17: Gráfico de finos resultantes totales v/s tamaño de MRU, sin considerar stocks, para modelo Quarter.

Del gráfico expuesto en la Figura 17 y considerando los resultados geométricos expuestos en el capítulo 5.1.3 es posible identificar que se genera un punto de inflexión en el tamaño de MRU C40, en lo que se refiere a la tendencia a la disminución en la recuperación de cobre fino por parte del modelo de optimización en la medida en que aumenta el tamaño de la MRU, donde sin considerar la utilización de stocks se alcanza a recuperar 117,054 toneladas de cobre fino. Este punto de inflexión se genera debido a un quiebre en el nivel de selectividad para una MRU C40 en relación a una C50, que permite profundizar en la extracción de la fase 2 al banco 1550 con contenidos importantes de mineral.

#### 5.1.4 Resultados numéricos y geométricos incorporando stockpiles

Luego de identificar que el modelo de optimización, dada la estructura de grafos implementada y la restricción de control geométrico impuesta para distintos tamaños de MRU, es capaz de saturar la capacidad de tratamiento en términos de tonelaje de la planta de procesamiento a lo menos en un 98.5 %, se procede a realizar el mismo conjunto de corridas presentado en el capítulo 5.1.3 incorporando la posibilidad de recurrir al stock base para explorar la posibilidad de obtener la mayor cantidad de finos globales de cobre posible de acuerdo a la definición de la función objetivo.

Tabla 16: Resultados de función objetivo, remanejo, tonelaje total enviado a stock y número de bloques enviado a stocks para distintos tamaños de MRU.

MRU	Finos Cu FO (ton)	Remanejo (%)	Tonelaje a stock (ton)	N° Bloques a stock
C10	125,922	2.1%	364,425	113
C20	122,223	3.2%	415,744	128
C30	121,121	4.1%	441,047	139
C40	121,120	4.4%	473,616	144
C50	119,127	4.6%	587,888	181
C60	117,870	6.2%	612,495	195
C70	116,941	7.6%	704,555	215

Los resultados expuestos en la Tabla 16 evidencian un aumento en la recuperación de cobre fino para cada una de las corridas realizadas para distintos niveles de agregación, en comparación a los resultados del modelo de optimización sin considerar la posibilidad de

incorporar stocks. Por otra parte en la medida que aumenta el tamaño de la MRU que alimenta el modelo de bloques lo hacen también el remanejo o tasa de incorporación de materiales desde el stock base, además del tonelaje y el número de bloques enviados desde el modelo de bloques a la cola del stock base en el horizonte temporal de estudio.

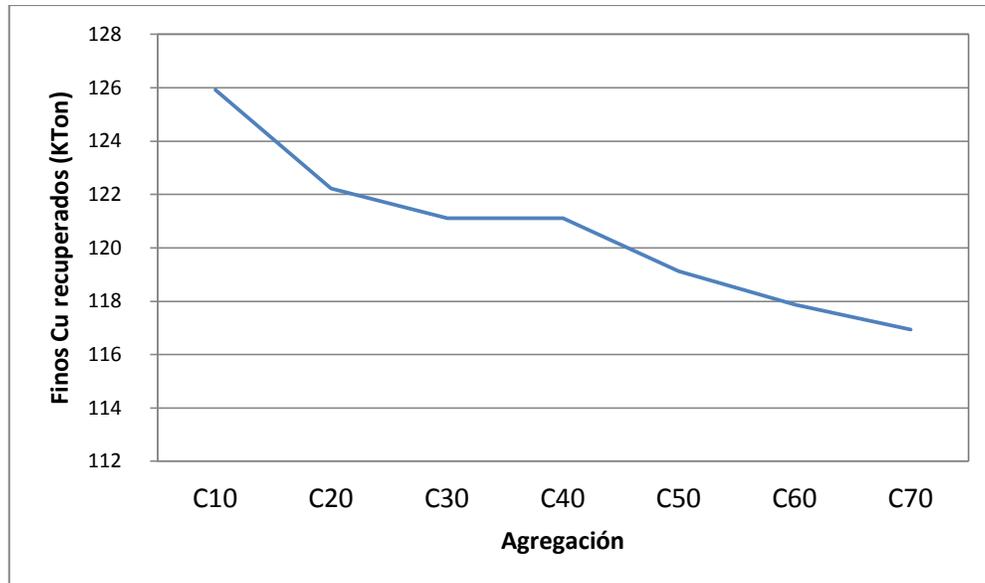


Figura 18: Gráfico de finos resultantes totales v/s tamaño de MRU, considerando stocks, para modelo Quarter.

El gráfico presentado en la Figura 18 refleja la misma tendencia observada en el de la Figura 17. Sin embargo se aprecia que para cada uno de los tamaños de MRU involucrados existe un incremento en los finos totales que recupera la función objetivo. Esto se justifica debido a que al considerar la disponibilidad de stock, existe una mayor flexibilidad en la resolución del modelo de optimización que permite un mejor manejo de mezclas e incorpora un espectro mayor de materiales para enviar a planta período a período.

A continuación se procede a presentar los resultados geométricos para distintos tamaños de MRU. La Figura 18 contiene la leyenda de colores asociada a la visualización de los resultados del modelo Quarter, en la cual se reflejan los 8 períodos en los que se dividió el horizonte

temporal, es conveniente recordar que la definición de estos períodos es tal que el número de días involucrados en cada uno de estos no es el mismo (ver capítulo 4.5.3).

Período	Color
1	Dark Blue
2	Light Blue
3	Green
4	Light Green
5	Yellow
6	Orange
7	Red
8	Dark Red
No minar	Brown

Figura 19: Leyenda de colores según período de extracción modelo Quarter.

La nomenclatura de MRU correspondiente a cada conjunto de resultados representa una agregación cuadrada interceptada con los atributos destino (tipo de material), fase y banco del modelo de bloques tal como fue descrito en la Tabla 14. Los resultados gráficos que se exponen corresponden a MRU C10, MRU C40 y MRU C70, para cuatro bancos representativos del modelo, esto con el objetivo de poder apreciar diferencias globales. Los resultados para MRU C20, MRU C30, MRU C50 y MRU C60, se encuentran en el Anexo 1.

Es importante destacar que la incorporación del concepto de MRU y la implementación del mismo en la resolución del modelo de optimización permite reflejar anchos mínimos de operación o de extracción en cada banco, vinculando de esta manera la solución del optimizador con la realidad operacional de cada faena minera.

### MRU C10

Resolver el modelo de optimización descrito en esta investigación para una MRU C10, tal como se desprende de la nomenclatura utilizada, corresponde al caso base en el que simplemente no se utiliza ningún tipo de agregación. La utilidad de implementar este escenario consiste en evidenciar la capacidad del optimizador para abordar el desafío asociado al horizonte temporal Quarter, sin necesidad de disminuir el número de bloques involucrados. El valor de la función

objetivo para este nivel de agregación es de 125,922 toneladas de cobre fino, con un remanejo asociado de un 2.1%.

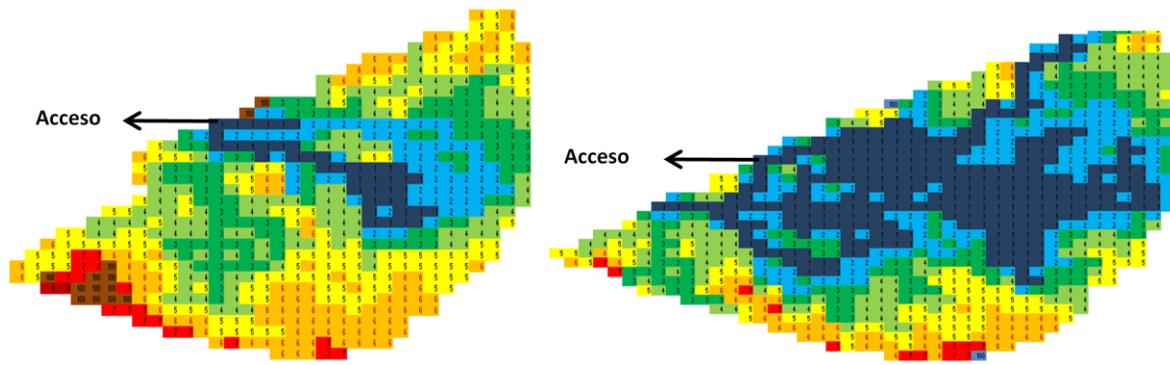


Figura 20: Resultados gráficos, agregación C10, fase-banco 02\_1565 (derecha) y 02\_1580 (izquierda).

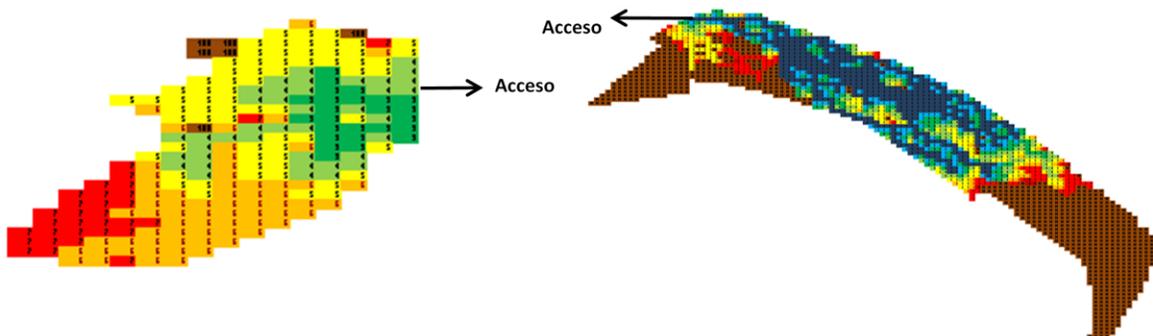


Figura 21: Resultados gráficos, agregación C10, fase-banco 02\_1550 (derecha) y 02\_1685 (izquierda).

Los resultados asociados a este nivel de agregación (ver Figura 18 y Figura 19) reflejan la selectividad en la extracción con la que la solución del optimizador se comporta. La guía de extracción sugerida avanza desde los accesos por caminos de ancho mínimo de extracción en cada banco iguales al tamaño de un bloque ( $10 \times 10 \text{ m}^2$  en planta). Si bien este resultado de optimización es el más puro dado que no se utilizó ningún grado de agregación, es claro que transformar estos resultados en un plan operativo presenta serias dificultades asociadas a los anchos mínimos de operación que se requieren para operar con los equipos necesarios.

## MRU C40

En este escenario la unidad básica de exploración busca representar un ancho mínimo de avance por caminos de extracción de 40 metros. Esto se logra en términos generales salvo por sectores donde macro-bloques regulares de 40x40 son particionados debido a la presencia de mineralogías diferentes. El valor de la función objetivo para este nivel de agregación es de 121,120 toneladas de cobre fino con un remanejo asociado de un 4.4 %.

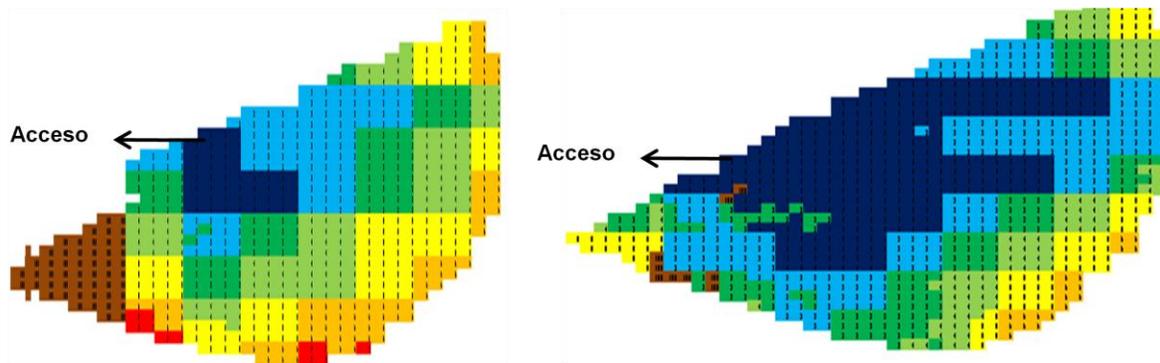


Figura 22: Resultados gráficos, agregación C40, fase-banco 02\_1565 (derecha) y 02\_1580 (izquierda).

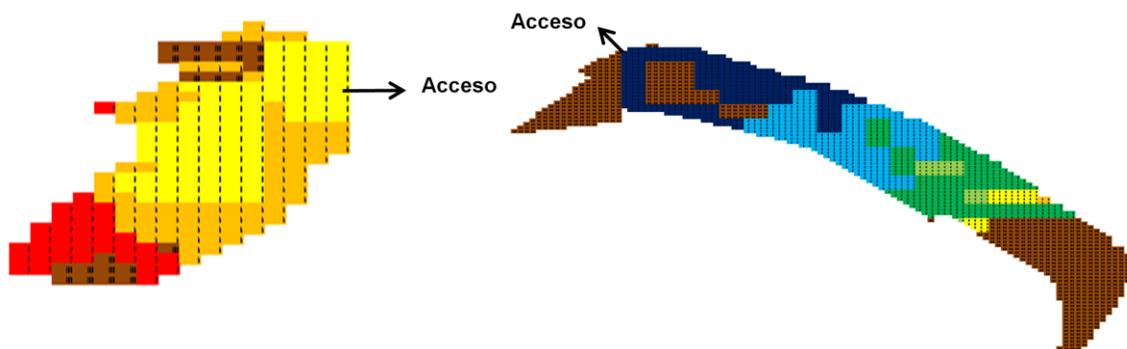


Figura 23: Resultados gráficos, agregación C40, fase-banco 02\_1550 (derecha) y 02\_1685 (izquierda).

Para este caso es posible apreciar una mejora considerable en la continuidad geométrica y una consecuente coherencia operacional de la solución, que permiten acercar la posibilidad de operativizar el resultado del optimizador. Tal como se aprecia en los resultados, dentro de la guía de construcción de polígonos de extracción, aparecen bloques aislados que se extraen en períodos distintos al de la figura general de extracción. Si bien esto atenta contra la fidelidad de

la posterior operativización de resultados, hay que recordar que el optimizador sólo sugiere una guía para la construcción de los polígonos, y que estos bloques aislados deben ser suavizados.

## MRU C70

Para este escenario la unidad básica de exploración busca representar un ancho mínimo de avance en un banco, o ancho mínimo de operación de 70 metros. Al igual que en el caso anterior, esto se logra salvo en sectores donde macro-bloques regulares de 70x70 son particionados debido a la presencia de mineralogías diferentes. El valor de la función objetivo para este nivel de agregación es de 116,941 toneladas de cobre fino con un 7.6% de remanejo, y es la menor de las tres soluciones geométricas expuestas.

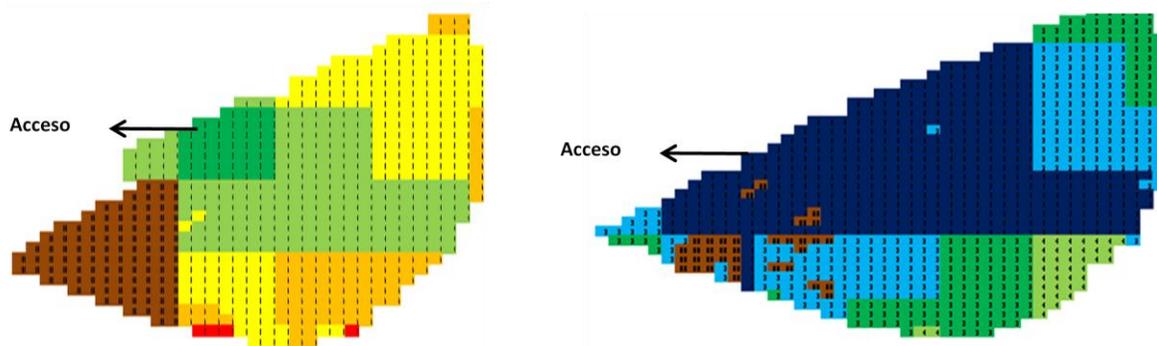


Figura 24: Resultados gráficos, agregación C70, fase-banco 02\_1565 (derecha) y 02\_1580 (izquierda).

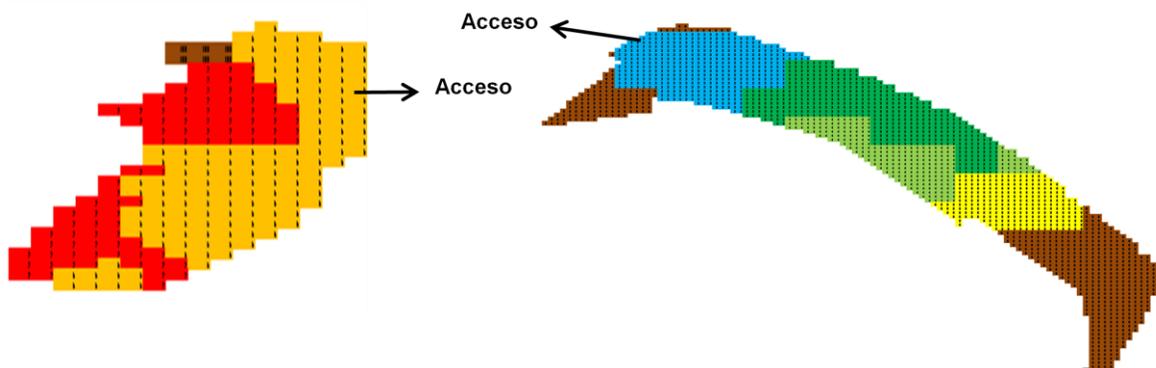


Figura 25: Resultados gráficos, agregación C70, fase-banco 02\_1550 (derecha) y 02\_1685 (izquierda).

En este escenario la suavidad en la geometría de las soluciones es evidente, a diferencia de lo observado para una MRU C10 donde aparecen caminos de ancho de 10 metros asociados a la geometría de extracción de un período. En este caso es posible identificar polígonos de extracción sugeridos bastante claros. Al igual que en el caso MRU C40, dentro de la guía de construcción de polígonos de extracción aparecen bloques aislados que se extraen en períodos distintos al de la figura general de extracción, estos bloques aislados deben ser suavizados.

### **5.1.5 Efectos de la agregación**

Los efectos asociados a los distintos niveles de agregación expuestos en este trabajo, para distintos tamaños de MRU, tienen un impacto importante sobre distintos items relativos al desempeño y resultados de la herramienta de optimización, los que pasan a detallarse en lo que sigue:

no solo impactan el tiempo de cálculo del modelo de optimización al reducir considerablemente el número de variables involucradas en la optimización, si no que tienen adicionalmente efectos a nivel de la función objetivo al permitir representar el efecto de la selectividad en la extracción en la recuperación de cobre fino. La incorporación del concepto de MRU permite representar unidades básicas de explotación que establezcan anchos mínimos aproximados de operación, lo que si bien no son estrictos

- Geometría de explotación: La incorporación del concepto de MRU permite representar unidades básicas de explotación que establezcan anchos mínimos aproximados de operación, los que si bien no son estrictos, permiten acercar los resultados del modelo a geometrías sencillas de operativizar.
- Estrategia de consumo de reservas: Al modificar el tamaño de MRU con el que se ejecuta la optimización, se observa un impacto global en el orden sugerido para la extracción de recursos
- Selectividad en la extracción: La definición de unidades básicas de explotación condiciona fuertemente la selectividad en la extracción de reservas mineras, lo que puede ser ligado directamente con el tamaño de equipos utilizados en cada faena minera específica.

- Recuperación de cobre fino: En la medida en que aumenta el nivel de selectividad en la extracción (MRU más pequeña), se registra una disminución en el máximo valor de cobre fino capturado por la función objetivo.
- Tiempo de resolución: Aumentar el nivel de agregación se traduce en reducir considerablemente el número de variables involucradas en la optimización, con lo que disminuye el tiempo de cálculo. Esto permite abordar un horizonte temporal de mediano plazo, que involucra un mayor número de bloques.

### **5.1.6 Programa de producción**

En lo que sigue, los resultados de programa de producción y análisis de ajuste a las restricciones geometalúrgicas serán mostrados para el caso particular de una MRU C40, sin embargo es importante destacar que el tipo de agregación que finalmente sea seleccionado en caso de utilizar la guía propuesta por el optimizador estará sujeto al criterio del planificador minero que utilice el modelo de optimización, quien deberá incorporar conceptos tales como los equipos disponibles en la operación y los anchos mínimos operacionales requeridos. La decisión de mostrar los resultados finales para un tamaño de MRU C40, se condice con la necesidad de seleccionar una solución en particular para la etapa siguiente de diseño minero, y se toma teniendo en cuenta la suavidad de la solución geométrica (ver Figura 22 y Figura 23). El plan de producción expuesto en la Figura 26 se presenta en Ktpd para cada período con el objetivo de eliminar la distorsión asociada a que cada período tiene una duración distinta de días. Es posible encontrar la tabla asociada a este programa de producción en el Anexo 3.

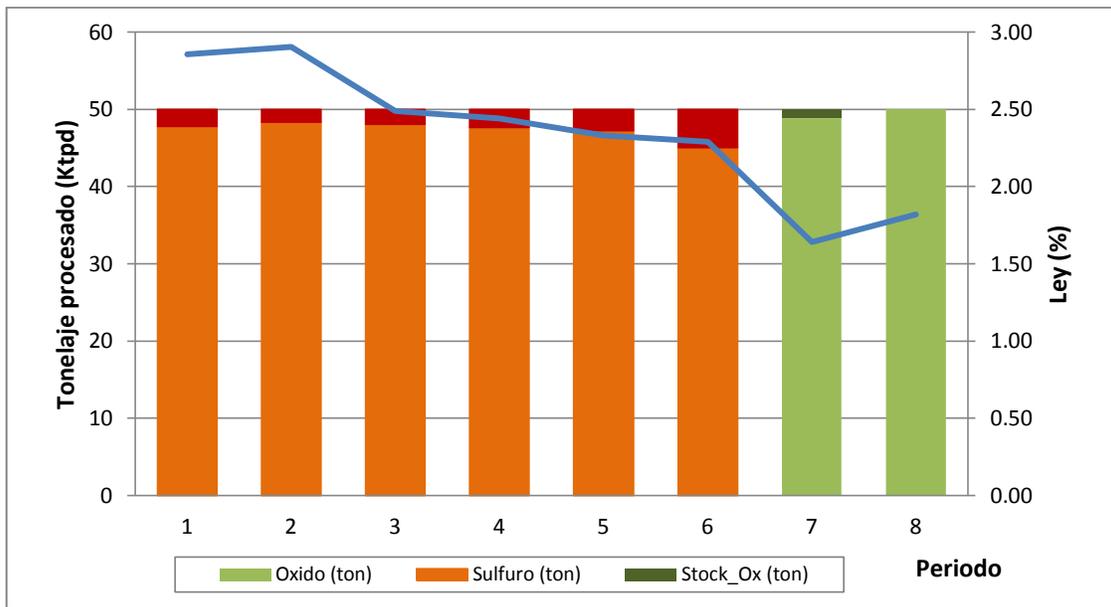


Figura 26: Programa de producción modelo de optimización para MRU C40, incorporando stocks.

Al activar la posibilidad de incorporar stocks, el modelo de optimización utiliza el material caracterizado por una ley de cobre y contenidos de componentes geometalúrgicos promedio para realizar un manejo adecuado de las mezclas de materiales para finalmente llegar a un valor de la función objetivo mayor a la obtenida en el caso de las corridas sin stocks (desde 117 Kton a 121 Kton). Es importante notar que la incorporación total de material desde stock en términos de tonelaje, para una MRU C40 corresponde aproximadamente a un 4% del envío de materiales a planta. En particular la utilización del stock de óxidos se limita exclusivamente al período 8 coherentemente con la restricción de campañas impuesta.

### 5.1.7 Restricciones geometalúrgicas

Para el caso de estudio correspondiente al modelo de planificación Quarter, las variables geometalúrgicas críticas involucradas en la optimización, tal como fue descrito en el capítulo 4.3, corresponden al CO3, Finos geometalúrgicos, Mezcla y Clacid. A continuación se presentan los resultados período a período del comportamiento de cada una de estas variables para el resultado del modelo de optimización considerando una agregación MRU C40. En cada uno de estos gráficos la línea azul corresponde a los resultados del modelo de optimización y la línea roja al límite impuesto, en el caso particular de la restricción de Clacid, el límite impuesto

es sólo para la campaña de sulfuros que corresponde a los 6 primeros períodos por lo que en los períodos 9 y 10 correspondientes a la campaña de óxidos, el límite no se respeta.

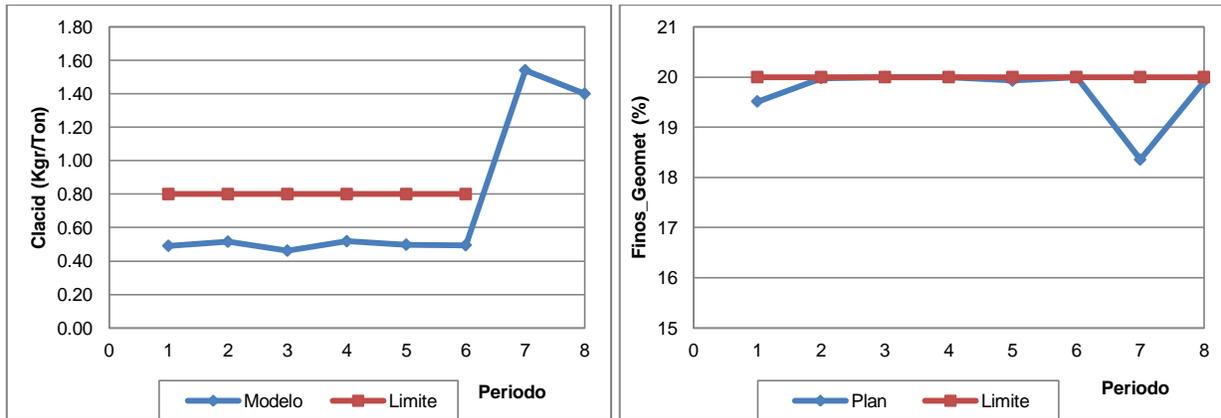


Figura 27: Gráfico de comportamiento del promedio de Clacid y Finos Geometalúrgicos para una MRU C40.

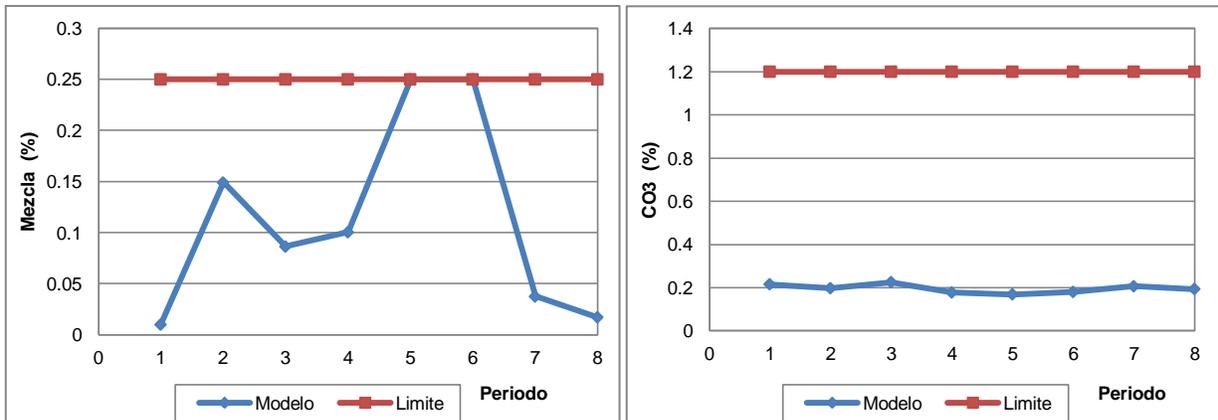


Figura 28: Gráfico de comportamiento del promedio de mezcla y del promedio de CO3 para una MRU C40.

Del análisis gráfico presentado se desprende que las variables geometalúrgicas de mayor cuidado corresponden a los finos geometalúrgicos y a la mezcla, las cuales en cierto grupo de períodos se apegan estrictamente al límite impuesto. Se destaca que para todas las

restricciones el límite establecido es respetado sin excepción alguna, lo que es lógicamente esperable dada la conformación del modelo de optimización.

## **5.2 Horizonte de planificación Forecast.**

Las mejoras implementadas en el modelo de optimización y en los mecanismos de resolución, permiten abordar el horizonte temporal Forecast. Los resultados que se describen en este capítulo corresponden a los meses comprendidos en el año fiscal Julio 2008 - Julio 2009 del calendario de planificación de Minera Spence. A continuación se expone el sub-modelo de bloques obtenido a partir del modelo de preselección utilizado para disminuir el número de bloques objetivo para la posterior optimización mutiperíodo, los resultados posteriores de la corrida mutiperíodo y finalmente las corridas realizadas sobre múltiples simulaciones.

### **5.2.1 Modelo de preselección**

Como fue explicado en el capítulo 3.2.5, el modelo de bloques que se recibe como input para planificar el horizonte temporal correspondiente al Forecast (108,000 bloques), abarca todas las fase-banco involucradas en el horizonte de planificación, lo que corresponde al tonelaje suficiente para abastecer cerca de 3 años de movimiento mina, por lo que debido al enorme número de variables involucradas, se realiza un primer conjunto de corridas para un modelo de preselección uni-período que permita reducir el número de bloques involucrado en la posterior optimización multi-período. Este modelo no considera la posibilidad de utilizar stocks. Los resultados de este modelo de preselección en términos de los finos capturados por la función objetivo varían dependiendo del tamaño de la MRU utilizada (Figura 29).

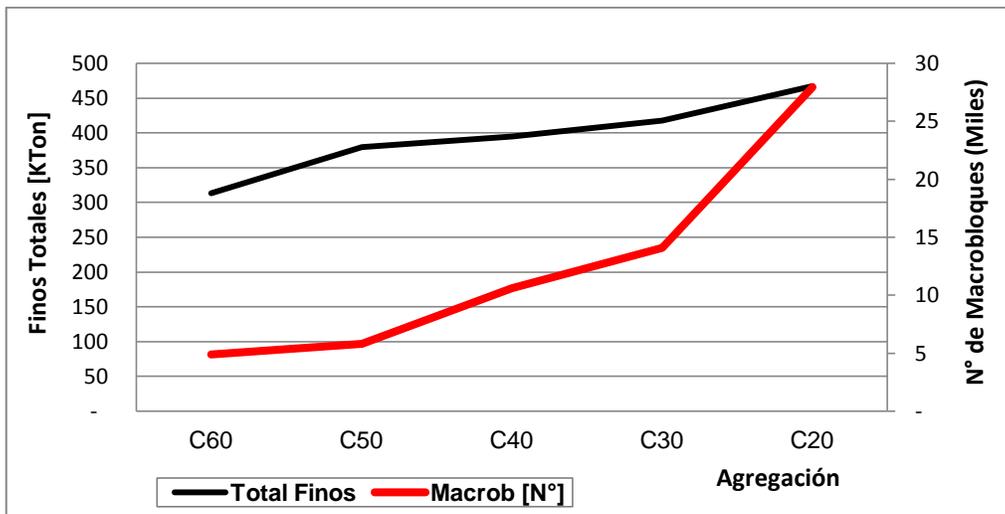


Figura 29: Gráfico de finos y número de macro bloques según litología, versus nivel de agregación sin considerar stock.

Se decide a partir de los resultados del modelo de preselección continuar los análisis con una MRU C50 tanto para el modelo Forecast multiperíodo como para las posteriores corridas del modelo Forecast multiperíodo sobre simulaciones equiprobables del modelo de bloques, por presentar una relación adecuada entre la factibilidad esperada de operativización posterior y la cantidad de finos recuperados en la preselección. Naturalmente esta decisión se encuentra sujeta a cambio en función de las consideraciones que podría tomar en cuenta el planificador minero dado el perfil de equipos y la realidad operacional de la mina. Sin embargo es importante destacar el impacto del nivel de agregación utilizado en el volumen de finos de cobre recuperados, tal como en el caso de la solución del modelo Quarter. Esta relación se asocia al aumento en la selectividad en la extracción ante la posibilidad de operar con una unidad básica de explotación de menor tamaño.

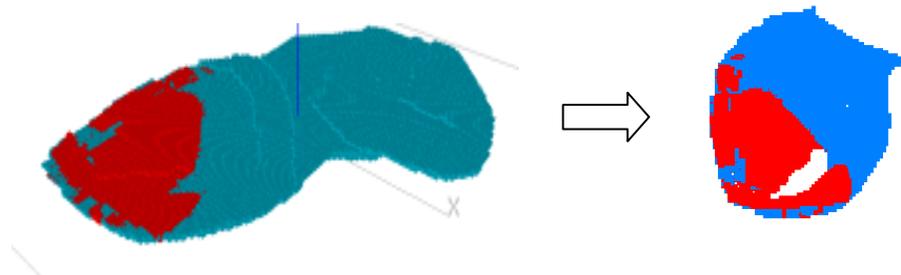


Figura 30: Vista isométrica de resultados gráficos modelo de preselección MRU C50.

Los resultados estadísticos del modelo de preselección se presentan en la Tabla 17. El objetivo fundamental de reducir el modelo de bloques se cumple cabalmente, entregando un nuevo modelo de bloques que contiene aproximadamente un 30% de la cantidad original, respetando las restricciones geometalúrgicas globales impuestas.

Tabla 17: Resultados modelo de preselección.

N° Bloques	Extracción mina (Mt)	Clacid (Kg/t)	CO3 (%)	Fino_geomet (%)	Mezcla (%)
31321	110,49	0,68	0.94	19.10	21,21

### 5.3 Forecast multiperíodo

Considerando el sub-modelo de bloques obtenido a partir de la corrida del modelo de preselección para una MRU C50, se procede a realizar la optimización multiperíodo del modelo Forecast, para un total de 12 períodos, donde cada uno de ellos corresponde aproximadamente a un mes de explotación, considerado un límite de movimiento mina de 220 Ktpd y planta de 50 Ktpd. Se imponen además los siguientes parámetros de resolución:

- FMM (saturación de la capacidad de transporte) : 90 %
- $T_L$  (control geométrico) : 3
- $S_c$  (stock a cola) : 1
- $T_v$  (ventana temporal de resolución) : 7

Además de lo anterior se considera un ángulo de talud de 50%. El factor de control geométrico  $T_L$  se fija en 3 en este horizonte temporal para entregar mayor holgura de resolución dado el universo mayor de bloques, que involucra por tanto un mayor número de fases-banco. Por otra parte se establece un período de ventana de 7, que permite obtener soluciones con un gap global menor a un 5% y se activa por simplicidad la restricción de stock a cola. Los resultados gráficos en una vista en planta de dos bancos representativos, una vista isométrica y el programa de producción final son presentados en lo que sigue.

Período	Color
1	Dark Blue
2	Blue
3	Light Blue
4	Cyan
5	Dark Green
6	Medium Green
7	Light Green
8	Yellow-Green
9	Yellow
10	Orange
11	Red-Orange
12	Red
No minar	Brown

Figura 31: Leyenda de colores según período de extracción (Tminado) modelo Forecast.

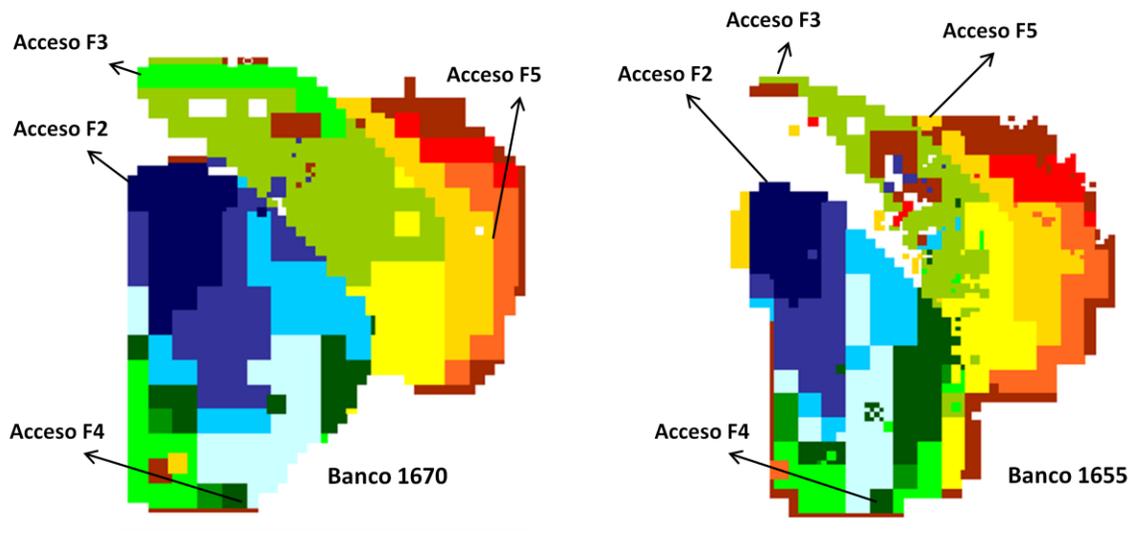


Figura 32: Resultados gráficos de geometrías de extracción MRU C50, banco 1670 (izquierda) y 1655 (derecha), considerando utilización de stocks.

Se observa en la Figura 32 resultados que presentan una suavidad operacional interesante que otorga una guía para la posterior construcción de polígonos de extracción mensuales. Es posible observar sectores en los que aparecen bloques de extracción aislada y que carecen de

sentido operacional. Sin embargo es importante recordar que estas soluciones corresponden a una guía y no al resultado de un planificador automático.

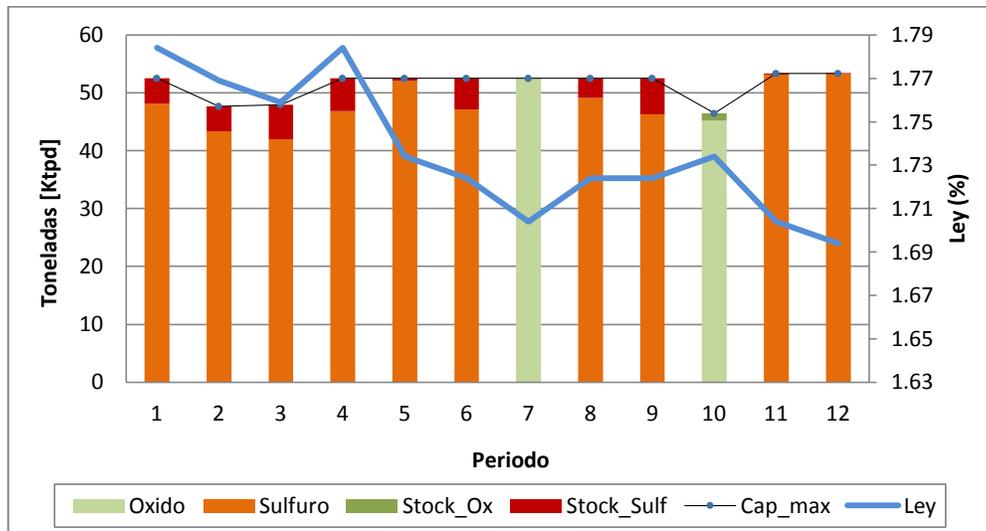


Figura 33: Programa de producción modelo de optimización para MRU C50, incorporando stocks, modelo de bloques Krigeado.

El programa de producción de la Figura 33 es presentado en kilo toneladas por día para eliminar la distorsión debido a que cada período contiene un número distinto de días. Se observa que se verifica en general la saturación de la capacidad de procesamiento, con una función objetivo que recupera un volumen total de finos de 323,460 toneladas y una incorporación aproximada de material desde el stock base de un 6.4 % del total del material procesado, distribuido a través de los 12 períodos pero concentrado fundamentalmente en los primeros 9. El tiempo de cálculo para esta corrida individual fue de aproximadamente una hora y media en un computador de 4 procesadores Intel®Xeon® CPU 1.6 GHz y 4 Gb de memoria RAM. Es posible encontrar la tabla asociada este programa de producción en el Anexo 6.

Con los parámetros de cálculo fijos se procede a ejecutar el modelo de optimización sobre un total de 10 simulaciones del modelo de recursos. Los resultados de este ejercicio pasan a describirse a continuación.

## 5.4 Forecast Simulaciones

Tal como se mencionó anteriormente, además de generar las secuencias geométricas del plan anual, se ejecuta el modelo de optimización sobre un total de 10 simulaciones del modelo geológico de recursos con el objetivo de construir un “mapa de probabilidades” de extracción de bloques para cada período de extracción (Figura 35 y Figura 36).

Las corridas del modelo de optimización sobre estas 10 simulaciones del modelo de recursos fueron realizadas en un cluster computacional utilizando 2 nodos del mismo para ejecutar la optimización sobre 3 realizaciones del modelo de bloques en cada uno y un tercer nodo para las cuatro realizaciones restantes, cada uno con 4 procesadores Intel®Xeon® CPU 1.6 GHz y 4 Gb de memoria RAM. El tiempo de cálculo para cada simulación del modelo de bloques fue aproximadamente de 1.5 hrs, lo que arroja un total aproximado de 6 horas desde el inicio de la corrida global hasta la obtención de resultados.

Probabilidad Minado	Color
[0.00 - 0.09]	Blue
[0.09 - 0.18]	Cyan
[0.18 - 0.27]	Light Green
[0.27 - 0.36]	Green
[0.36 - 0.45]	Bright Green
[0.45 - 0.55]	Yellow
[0.55 - 0.64]	Orange
[0.64 - 0.83]	Red

Figura 34: Leyenda de colores probabilidad de extracción modelo Forecast simulaciones.

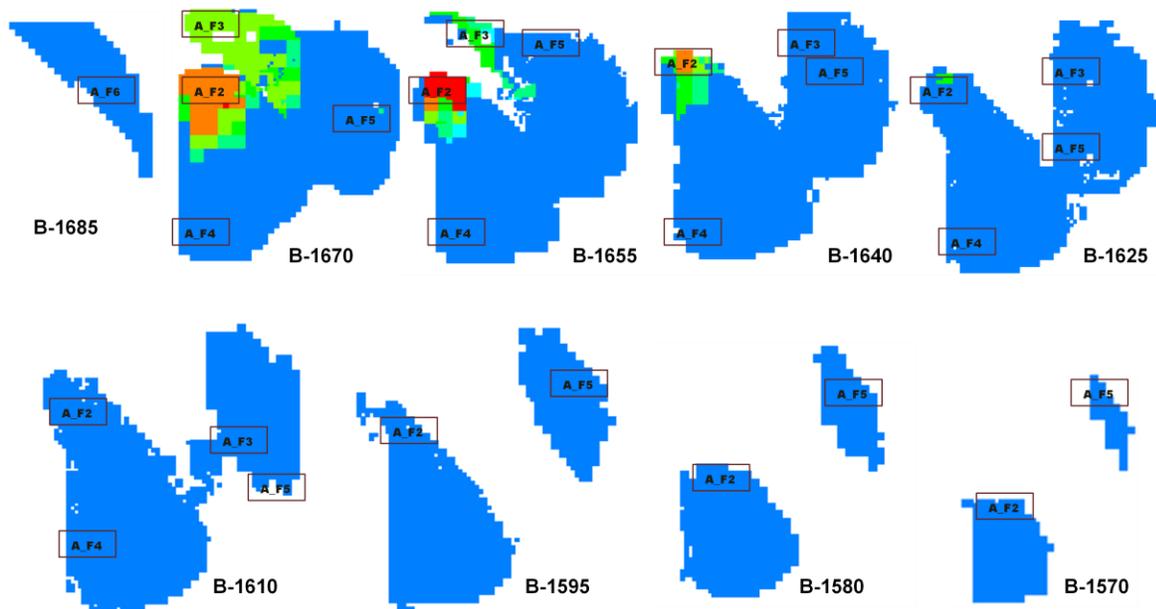


Figura 35: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 1

El mapa de probabilidades generado, entrega al planificador una guía para la construcción de los polígonos de extracción que conforman el plan anual, permitiéndole tomar decisiones tales como cuál es el acceso más adecuado para comenzar la extracción en cada banco para maximizar la función objetivo, decisión que en principio no es evidente. Por otra parte, contar con un modelo matemático que permita analizar en un tiempo razonable distintas estrategias de consumo de reserva e incorporar la incertidumbre asociada al modelo de recursos, agrega valor al permitir incorporar la variabilidad intrínseca del modelo de recursos en el cálculo del programa de producción, permitiendo tomar decisiones específicas tales como la simulación del modelo de bloques sobre la cual planificar para maximizar la cantidad de finos recuperados.

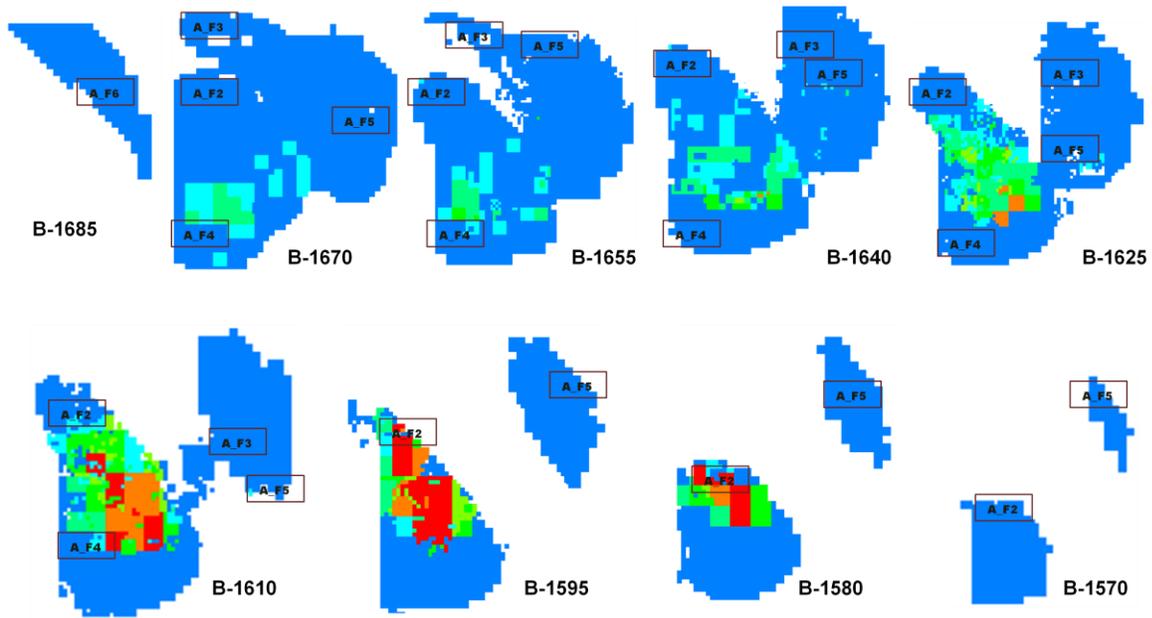


Figura 36: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 6.

Luego de obtener 10 secuencias de extracción al correr el modelo de optimización para cada realización del modelo de recursos, se procede a evaluar cada una de estas secuencias para cada una de las 10 realizaciones del modelo de bloques, obteniendo una matriz de 10x10 con valores de cobre fino total. La Tabla 18 presenta esta matriz y contiene las estadísticas del mínimo y máximo valor de cobre fino asociado a la evaluación de cada una de las 10 secuencias obtenidas para las 10 simulaciones del modelo de bloques, además de la correspondiente al modelo Krigado. Además de presentar el valor mínimo y máximo de cobre fino, se expone en la tabla el valor de la secuencia evaluada para la simulación del modelo de bloques con la que se calculó (columna Sim-Mod), la que corresponde a los valores marcados en verde en la matriz.

Tabla 18: Resultados finos totales (Kton) asociados a secuencias evaluadas para distintos modelos de bloques equiprobables.

Secuencia	Finos de cobre evaluados(Kton)											Estadísticas (Kton)			
	Krig.	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10	Mín	Máx	Prom	Sim-Mod
sec_Krig.	323	323	324	324	325	325	325	324	325	323	324	323	325	324	323
sec_s1	332	332	333	333	333	334	333	331	332	331	333	331	334	333	332
sec_s2	300	300	301	301	301	300	301	300	301	299	299	299	301	300	301
sec_s3	337	336	338	340	338	339	339	337	338	337	338	336	340	338	340
sec_s4	333	332	335	333	335	335	334	332	334	333	334	332	335	334	335
sec_s5	340	338	341	340	340	343	341	339	340	339	341	338	343	340	343
sec_s6	303	303	304	304	305	304	306	303	305	303	303	303	306	304	306
sec_s7	336	335	338	337	337	338	337	338	336	335	336	335	338	337	338
sec_s8	323	322	325	323	324	324	324	322	325	322	324	322	325	324	325
sec_s9	302	302	303	303	303	303	303	302	303	303	302	302	303	303	303
sec_s10	334	333	335	335	335	336	335	333	334	333	336	333	336	335	336

Los resultados de esta tabla son expuestos en el gráfico de la Figura 37, donde en términos concretos se desprende que planificar utilizando el modelo de bloques Krigado implica perder la oportunidad de capturar cerca de 20 kton de finos en relación a utilizar como base de trabajo la realización del modelo de bloques correspondiente a la simulación número 5. Naturalmente la posibilidad de captura de este diferencial de valor está asociada a la capacidad de computo entregada por el desempeño eficiente de una herramienta capaz de calcular soluciones en tiempos razonables que incorporen de manera integra el problema de mezcla y la conectividad geométrica.

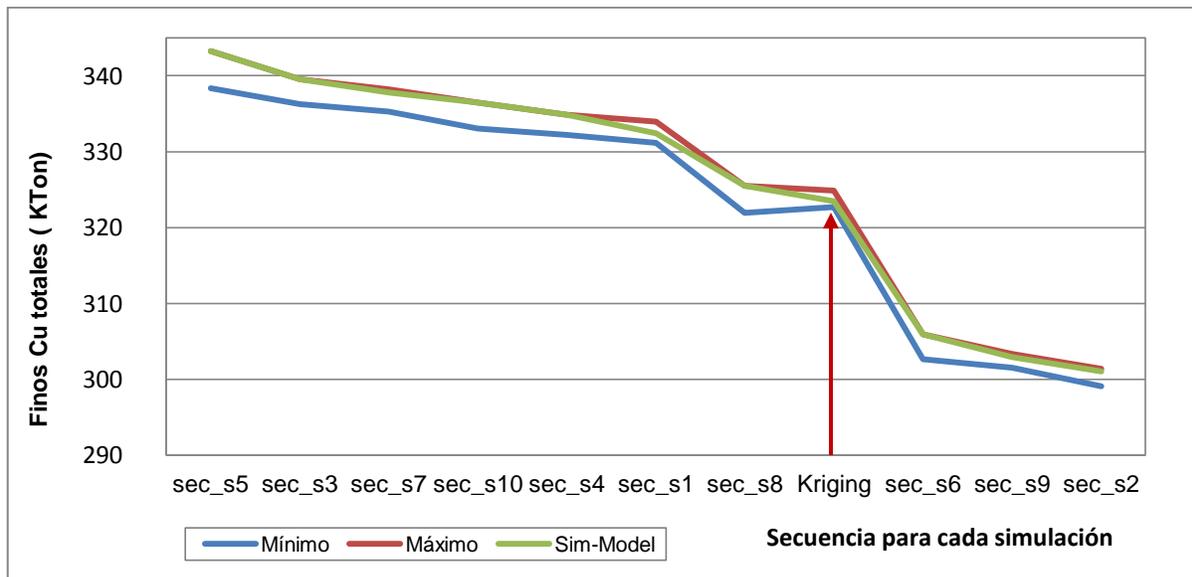


Figura 37: Gráfico finos totales recuperados v/s secuencia de extracción considerando simulaciones.

Finalmente debido a que se cuenta con la probabilidad de que cada bloque sea extraído en cada uno de los 12 períodos considerados en horizonte temporal de análisis, es posible calcular el valor esperado de extracción como la suma del producto de cada período de extracción por la probabilidad de extracción del bloque en el período. Este resultado no cumple las restricciones impuestas por el modelo de optimización ya que transgrede la capacidad de procesamiento en los períodos del 3 al 10 en cerca de un 15 % y de movimiento mina en los mismos períodos además de la de control geométrico para grupos de bloques específicos. Sin embargo recupera un total de 385,450 toneladas de cobre fino, y puede ser utilizada como punto de partida para la obtención de un resultado suavizado que cumpla las restricciones geo-minero-metalúrgicas impuestas por la mina a la que se aplique el modelo, integrando la estocasticidad asociada a la existencia de múltiples realizaciones del modelo de recursos.

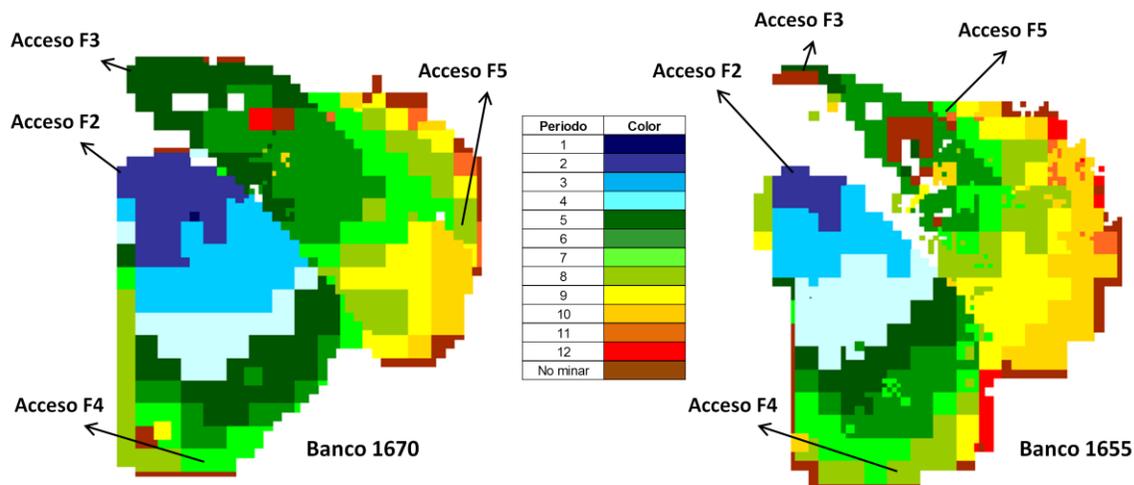


Figura 38: Resultados gráficos de geometrías de extracción esperada, banco 1670 (izquierda) y 1655 (derecha).

La Figura 38 muestra que, a pesar de no cumplir estrictamente las restricciones impuestas al modelo de optimización, la solución construida a partir del valor esperado de extracción de los bloques entrega un resultado geoméricamente coherente.

### 5.5 Comparación resultados optimizador y planificación tradicional.

Luego de haber expuesto los resultados del modelo de optimización descrito en esta investigación, se procede a presentar los resultados de los planes de producción resultantes de la metodología tradicional de planificación manual tanto para el horizonte temporal trimestral Quarter como para el plan anual Forecast de compañía minera Spence. En el caso del plan Quarter se cuenta con el programa de producción y la secuencia asociada a la extracción de materiales que alimentan a la planta de chancado realizada por un planificador experto de minera Spence para los 8 períodos definidos en esta investigación (ver capítulo 4.6). En tanto para el caso del plan Forecast los resultados del optimizador y del plan realizado de manera tradicional se comparan más generalmente en términos de los finos de cobre total recuperados, poniendo especial énfasis en las variaciones en la estrategia de consumo de reservas relativas al calendario de acceso a las fase-banco disponibles en el horizonte temporal.

### 5.5.1 Comparación planificación manual Quarter versus resultados optimizador

Con el objetivo de presentar una comparación de los resultados del optimizador y el proceso de planificación tradicional, se procede a revisar el trabajo realizado por un planificador minero de compañía minera Spence, el que para períodos equivalentes a los definidos para efectuar las corridas del modelo de optimización, construyó un plan minero a través de la metodología tradicional descrita en el análisis bibliográfico de este documento.

En la Figura 39 es posible apreciar el plan de producción correspondiente al proceso de planificación manual para el trimestral Julio - Septiembre del año 2008, donde es posible apreciar el nivel de remanejo en que se incurre período a período y la distribución de envío de materiales para la campaña de sulfuros y de óxidos a la planta de chancado. El programa de producción expuesto en la Figura 26 se presenta en Ktpd para cada período con el objetivo de eliminar la distorsión asociada a que cada período tiene una duración distinta de días. Es posible encontrar la tabla asociada a este programa de producción en el Anexo 2.

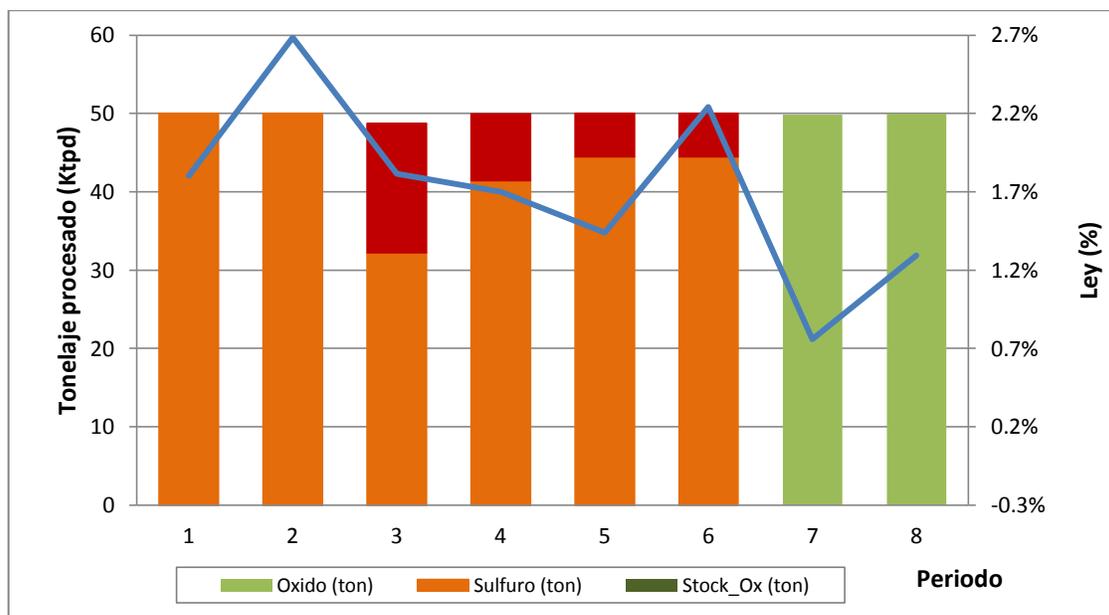


Figura 39: Programa de producción para proceso de planificación tradicional.

Debido a que el objetivo de la construcción del plan trimestral analizado en este estudio consiste en maximizar el cobre fino para el horizonte de planificación trimestral, la Figura 40

presenta el tonelaje recuperado de finos de cobre período a período por el plan de producción construido de manera manual.

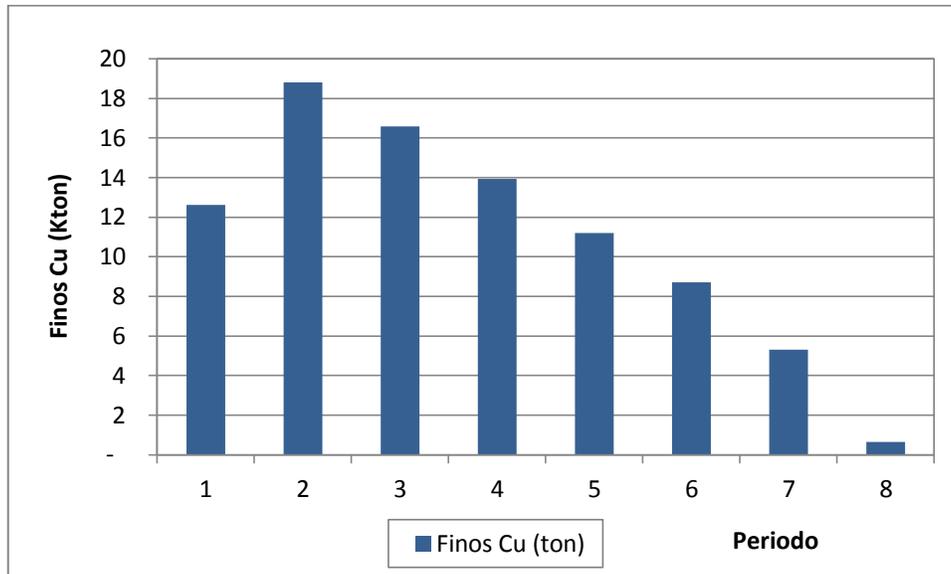


Figura 40: Tonelaje de finos de cobre por período según planificación tradicional, minera Spence.

Este gráfico expone el resultado del ejercicio de planificación trimestral realizado de manera manual y sin utilizar ningún tipo de guía por parte del planificador, el cual entrega un total de 87,779 toneladas de cobre fino. Es posible encontrar la tabla asociada a este perfil productivo de finos de cobre en el Anexo 4.

Por otra parte, el planificador minero debe asegurar el cumplimiento de las restricciones geometalúrgicas impuestas por el área de procesamiento. En el proceso manual esto implica un enorme esfuerzo dada la necesidad de realizar múltiples iteraciones e incurrir en altos niveles de remanejo para dar cumplimiento a estas restricciones. Sin ir más lejos es posible identificar en el plan de producción de la Figura 39 que en los dos primeros períodos se realiza la planificación sin recurrir al material proveniente de los stocks para realizar las mezclas que garanticen el cumplimiento de las restricciones geometalúrgicas. Sin embargo al llegar al período 3 es necesario que cerca del 25% del material que se envía a la planta de chancado provenga directamente de los stock disponibles, debido a la necesidad de cumplir en particular la restricción de mezcla (contenido de material argílico), la que de todas maneras se ve levemente sobrepasada, tal como se aprecia en la Figura 42.

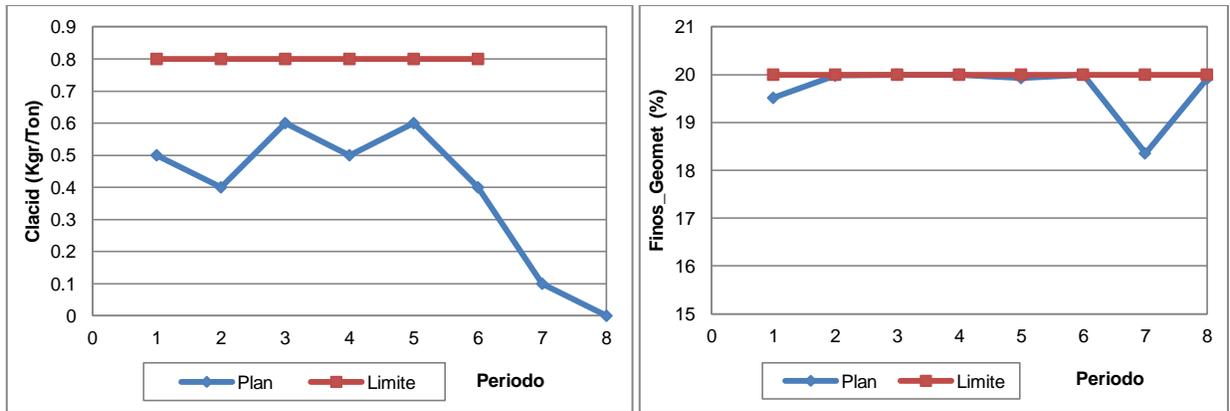


Figura 41: Gráfico de comportamiento del promedio de Clacid y Finos geometalúrgicos para planificación tradicional minera Spence.

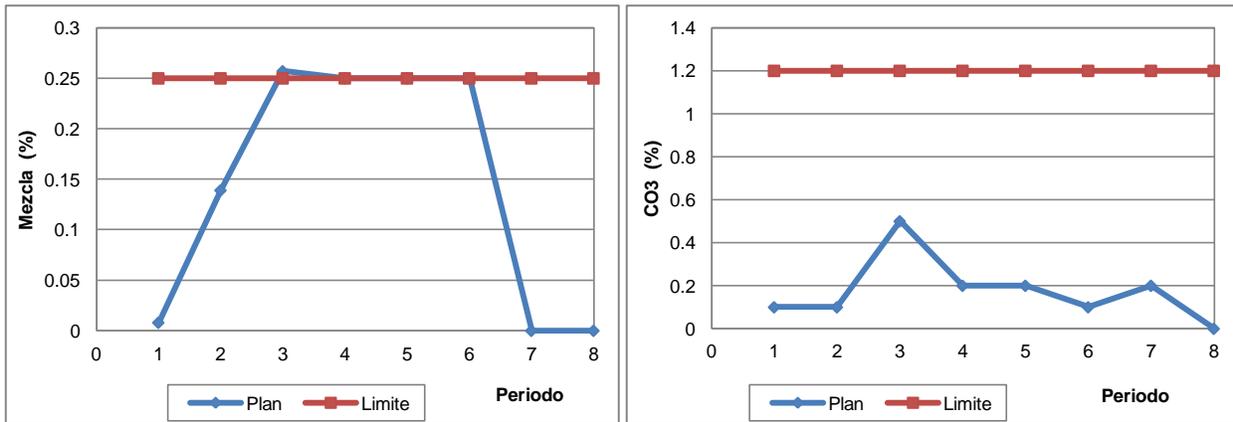


Figura 42: Gráfico de comportamiento del promedio de mezcla y del promedio de CO3 para planificación tradicional minera Spence.

Adicionalmente, para representar la metodología tradicional de construcción de polígonos de extracción, se expone la secuencia específica propuesta por el planificador de minera Spence para el material enviado a proceso en la campaña de sulfuro durante el trimestral analizado para los bancos 1580 y 1565 de la fase 2 y 1625 de la fase 3 en campaña de óxido.

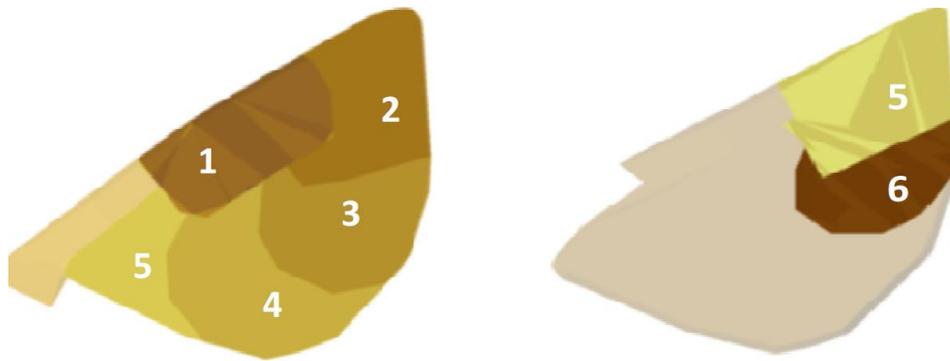


Figura 43: Secuencia de extracción de materiales a proceso bancos 1580 (izquierda) y 1565 (derecha) de la fase 02 según planificación trimestral mediante el método tradicional.

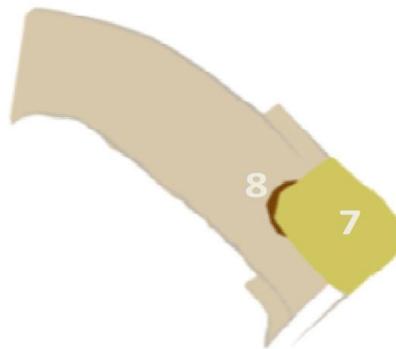


Figura 44: Secuencia de extracción de materiales a proceso bancos 1625 de la fase 03 según planificación trimestral mediante el método tradicional.

Al comparar el resultado del optimizador para el plan trimestral y el producto de la planificación para el mismo horizonte temporal realizada de manera manual siguiendo la metodología tradicional, se distingue que las diferencias asociadas a una mayor recuperación de cobre fino del primero versus el segundo (ver Figura 45), se sustentan en cambios en la secuencia que implican la extracción de materiales durante el trimestral desde el banco 1550, el que en el proceso de planificación tradicional no es considerado. Esta sugerencia impacta fuertemente en los conceptos guías que utiliza el planificador minero para construir el plan de consumo de reservas, entregando un indicio que apunta a que es necesario extraer materiales desde los bancos 1565, 1580 y además del 1550 para poder maximizar el cobre fino a extraer en el horizonte de planificación analizado.

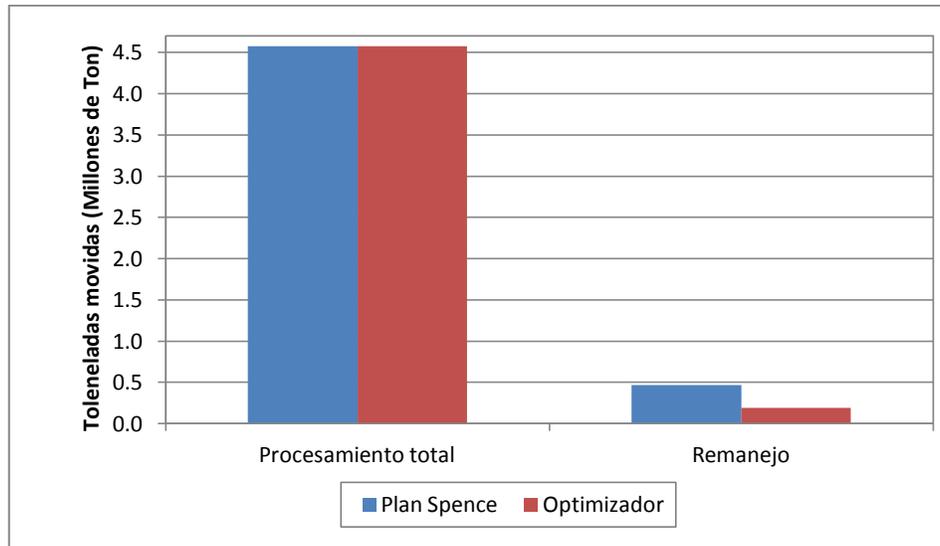


Figura 45: Gráfico de comparación tonelaje total enviado a proceso y tonelaje total remanejado, modelo de optimización versus planificación tradicional Spence.

En términos operacionales, el proceso de planificación manual tiende a ejecutar una extracción ordenada desde la bajada de la rampa de acceso al banco utilizando un ancho de extracción aproximadamente igual al doble del ancho de la bajada de rampa. Sin embargo esta metodología no garantiza que se ejecute la mezcla adecuada de materiales en la mina sin necesidad de incurrir en altos niveles de remanejo para un horizonte de planificación trimestral o cualquiera que éste sea, y definitivamente no es el único mecanismo de extracción operacionalmente factible. Por otra parte, el modelo de optimización sugiere anchos y geometrías de extracción de bancos período a período que apuntan a maximizar la función objetivo de cobre fino total recuperado respetando las restricciones geometalúrgicas impuestas por el área de procesamiento de minerales teniendo en cuenta el horizonte temporal de planificación completo, lo que conduce a una estrategia geométrica de extracción completamente diferente, tal como es posible apreciar en las Figura 46.

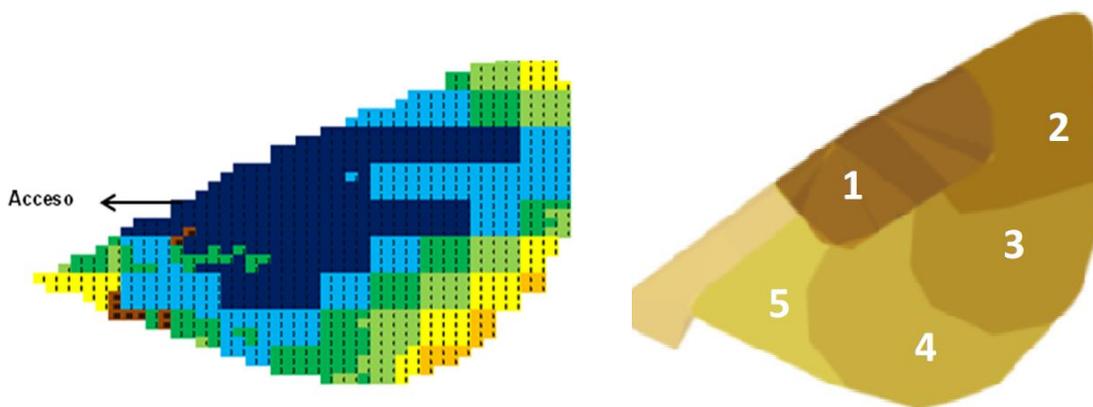


Figura 46: Comparación secuencia de extracción de materiales para banco 1580, sugerido por el optimizador para MRU 40 considerando stocks (izquierda) y según método tradicional (derecha).

Finalmente el modelo de optimización promete una extracción de cobre fino de 121,120 toneladas para una agregación C40 considerando la posibilidad de utilizar stocks, que en comparación a las 87,779 toneladas recuperadas a través del proceso de planificación manual, implican un incremento aproximado de un 37% en el cobre fino recuperado, con una disminución de un 60% en el remanajo. Este incremento en el cobre fino total recuperado tiene que ver con la nueva estrategia de consumo de reservas propuesta por el optimizador, que profundiza la extracción hasta el banco 1550 explotando la posibilidad de acceder a reservas que el planificador minero en el proceso tradicional no consideró para el período. Por otra parte la disminución del volumen de remanajo requerido impacta directamente en la recuperación temprana de reservas que en la metodología de planificación tradicional se postergan debido a la necesidad de cumplir con las restricciones geometalúrgicas impuestas por el área de procesamiento.

Es enormemente importante recordar que la selección del plan sugerido por el optimizador para su posterior operativización está sujeta al criterio del planificador minero, ya que la principal potencialidad de utilizar la guía de diseño descrita en este estudio, dice relación con entregar al planificador la posibilidad de realizar múltiples análisis en un período corto de tiempo que le permitan contar con una guía de planificación que, buscando el óptimo de una función objetivo definida de acuerdo a los objetivos estratégicos de una compañía minera, permitan respetar tanto las restricciones mineras como geometalúrgicas impuestas por la operación. En relación a este último punto, es posible rescatar que en tanto la planificación manual no es capaz de

respetar la restricción de mezcla en el período 3, la optimización se apega estrictamente a la restricción.

Es de esperar que la suavización de esta solución conduzca a un resultado geométrico operativo que permita recuperar una cantidad intermedia entre el cobre fino prometido por el modelo de optimización y los resultados del proceso tradicional de planificación sin utilizar ningún tipo de guía de la misma forma se espera que si se utilizan los resultados del modelo de optimización, sea posible disminuir el remanaje total en el que se incurre en el horizonte de planificación, lo que tiene implicancias directas en los costos asociados al negocio.

### **5.5.2 Comparación planificación manual Forecast versus resultados optimizador.**

En el caso del horizonte temporal de planificación Forecast, la comparación de resultados del plan realizado de manera tradicional y el resultante del modelo de optimización se realizará en términos de los finos totales recuperados, debido a que a diferencia del caso del plan Quarter, no se cuenta con un programa de producción construido por un planificador experto de la mina para los períodos específicos definidos en este estudio para el plan anual (ver capítulo 4.5.2). Se enfatiza en particular las diferencias en la estrategia de consumo de reservas asociada a acceso a las distintas fase-banco disponibles para ser extraídas en el año por parte del optimizador y en el caso tradicional.

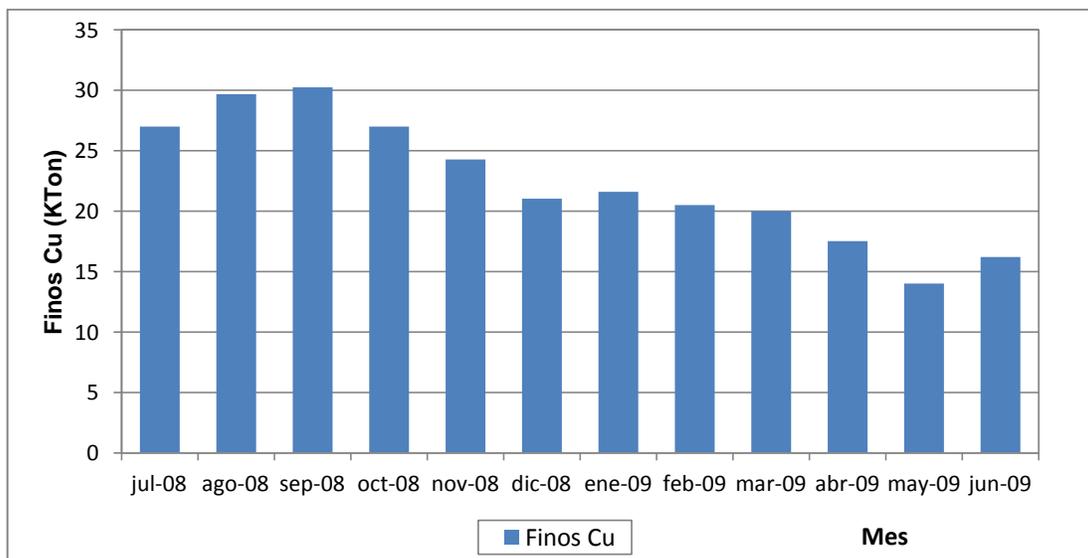


Figura 47: Producción de finos de cobre plan tradicional Forecast. (Fuente: compañía minera Spence, plan Forecast 2008).

El plan de producción propuesto por el equipo de planificación de mediano plazo de compañía minera Spence, recupera un total aproximado de 269 mil toneladas de cobre fino asociado a un perfil de producción decreciente (ver Figura 47), con un total aproximado de 87 mil toneladas de cobre fino en el primer trimestre del año fiscal. Por otra parte el modelo de optimización recupera un total de 323 mil toneladas de cobre considerando una agregación cuadrada 50x50 y la utilización de stocks para el modelo de bloques Krigeado, lo que implica un incremento porcentual aproximado de un 20% en la producción de cobre fino en el año fiscal. Es posible encontrar la tabla asociada a este perfil productivo de finos de cobre en el Anexo 7.

Por otra parte la estrategia de consumo de fase-bancos propuesta por el optimizador sugiere retrasar el pre-stripping de la fase 4 en el banco 1655 en un mes, y el pre-stripping de la fase 5 en dos meses en tanto se adelanta el pre-striping de la fase 6 en un mes. Esto permite ordenar la extracción global de reservas de manera de profundizar la extracción en la fase 2 hasta el banco 1535 y en las fases 4 y 5 hasta el banco 1595 en los últimos meses del período. Finalmente en las campañas de óxido se aprecia que el optimizador incorpora un mayor número de bancos, en particular en noviembre accede a los bancos 1640 y 1625 a diferencia del plan manual que lo hace en los bancos 1625 y 1610 en tanto para abril y mayo del 2009 el optimizador incorpora extracción de materiales del banco 1610 en la campaña de óxidos. En la Tabla 19 es posible observar el detalle de estas diferencias en la secuencia de extracción de

fases-banco entre la sugerencia obtenida a partir del optimizador y el plan tradicional Forecast de compañía minera Spence. En esta tabla el color rojo representa la campaña de sulfuro, el verde la de óxido y el azul al pre-stripping.

Tabla 19: Diferencias de secuencia de extracción de fases-banco plan Forecast y optimizador.

Mes	OPTIMIZADOR					PLAN SPENCE				
	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
j-08	1580	-----	1655			1580	-----	1655	1670	
a-08	1565/ 1550	1670	1655			1565/ 1550	-----	1655	1670	
s-08	1550	1655	1640	1670		1550		1640	1655	
o-08	1550	1655	1625	1670		1550		1625	1655	
n-08		1640	1640	1655		-----	1625	1625	1655	
d-08		1625	1610	1655	1715		1610	1610	1640	
e-09	1535		1610	1640	1715	1550		1610	1640	
f-09	1535	1595		1640	1700		1595		1640	1715
m-09		1595		1640	1700		1595			1715
a-09		1580	1610/ 1595		1700		1580	1595		1700
m-09		1610	1595	1625/ 1610	1700			1595	1625/ 1610	1700
j-09			1595	1595	1700			1610		1700

Finalmente se debe tener en cuenta que esta comparación fue realizada para el resultado del optimizador para el modelo de bloques Krigado, debido a que éste corresponde al modelo de bloques considerado como válido y base para el cálculo del plan por parte de compañía minera Spence. Sin embargo existe la oportunidad de contar con un plan sugerido sobre alguna de las simulaciones del modelo de bloques que permita obtener una cantidad mayor de cobre fino, tal como fue expuesto en el capítulo 5.4. Tal como se mencionó para el caso del modelo Quarter, la decisión final de qué resultado del optimizador utilizar como guía para la operativización final debe ser tomada por el planificador tomando en consideración criterios operativos y de objetivos estratégicos de la compañía minera. El modelo de optimización descrito en este trabajo puede servir para realizar análisis de múltiples escenarios e incorporar las simulaciones del modelo de bloques como una fuente de agregación de valor para estos análisis.

## 6 Conclusiones

Se verifica que la utilización de programación entera mixta en la construcción del modelo descrito en la presente investigación permite obtener mejoras en el proceso de planificación de mediano y corto plazo tanto en lo que se refiere a la recuperación de cobre fino como a la disminución del nivel de remanejo. Para un horizonte temporal Quarter el optimizador recupera cerca de un 37% extra de cobre fino en relación a la solución manual con una disminución en el remanejo cercana a un 60%. Por otra parte para el horizonte Forecast se registra un incremento del 20% en la recuperación planificada de toneladas de finos de cobre. Ambos resultados se obtienen para un tamaño de MRU de 40 metros y 50 metros respectivamente, que se estima conjugan de manera adecuada la suavidad geométrica de las soluciones y la recuperación asociada a la función objetivo. Estas mejoras se deben a la capacidad del modelo de optimización de realizar las mezclas de material in-situ ajustándose de manera mucho más precisa que en los ejercicios manuales sin ningún tipo de guía, a las restricciones de contaminantes impuestas por la planta de chancado período a período, lo que se traduce en cambios en la estrategia de consumo de reservas que implican para cada horizonte temporal modificar el orden de acceso a las fase-banco disponibles, permitiendo profundizar la extracción en las fases de mineral que alimentan al modelo de optimización, recuperando anticipadamente reservas que en el proceso de planificación manual son postergadas para períodos futuros.

La implementación de una estructura de grafos permite definir un esquema de precedencias verticales y horizontales coherente con el orden lógico de extracción de bloques en la operación de una mina a cielo abierto. Por otra parte este esquema restrictivo contribuye a disminuir el espectro de soluciones factibles, lo que sumado a la utilización de un algoritmo de ventanas para la resolución en CPLEX y a la posibilidad de agregar en MRU, permite disminuir los tiempos de cálculo para un total de 10,000 bloques en el caso de minera Spence en cerca de un 97 %, siendo posible abordar el problema en un computador personal en un tiempo entre 0.5 y 10 minutos dependiendo del nivel de agregación.

La incorporación del concepto de unidades de reservas mineras (MRU) que alimentan el modelo de optimización, no sólo permite disminuir considerablemente los tiempos de cálculo del modelo y abordar problemas que involucran un mayor número de variables, sino que

también entrega una herramienta para incorporar áreas mínimas de operación de equipos mineros, permitiendo análisis relativos a la disminución o aumento de la recuperación asociados al grado de selectividad que es posible alcanzar con cierto perfil de equipos mineros. En este sentido es posible observar que en tanto aumenta el tamaño unitario de estas unidades mínimas de explotación, disminuye el porcentaje de recuperación de cobre fino y aumenta el nivel de remanejo, lo que refleja la pérdida de selectividad en la extracción producto de la imposición de utilizar equipos de gran tamaño.

La disminución en tiempos de cálculo y la utilización de MRU sumado a una herramienta de preselección, permite abordar el problema del agendamiento en la extracción de reservas para un universo mayor de bloques (100,000 bloques), correspondientes a un horizonte de planificación de mediano plazo, e incorporar incertidumbre a la guía de diseño que propone el modelo matemático expuesto en este trabajo, esto a través de la construcción de mapas de probabilidad de que un bloque sea extraído en un determinado período, que son el resultado de correr el modelo de optimización sobre un número finito de simulaciones del modelo de recursos.

La posibilidad de contar con un modelo matemático que entregue en tiempos razonables (no superiores a los 20 minutos en el caso de un Quarter y menores a las 6 horas en un plan anual) y de manera automática planes mineros que incorporen la realidad geometalúrgica del yacimiento y que reflejen las limitantes operacionales propias de la red de transporte característica de la mina, valida la utilización práctica de la programación entera mixta como herramienta de apoyo para el planificador de mediano y corto plazo, en tanto le permite generar múltiples planes que evalúen el impacto en la producción y en los costos de utilizar distintas estrategias de consumo de reservas, manipulando factores críticos como el nivel de remanejo, los accesos específicos a cada fase-banco a utilizar por período, límites de contaminantes en la alimentación a la planta período a período, etc. De esta manera es posible concentrar esfuerzos en analizar múltiples soluciones y no en un proceso manual de construcción de planes desgastante y sub-óptimo.

Se recomienda utilizar los resultados de este modelo como una guía en la construcción de polígonos de extracción en el corto y mediano plazo. Es de esperar que el proceso de operativización de las soluciones entregadas por el optimizador conduzca a una ganancia en

términos de cobre fino y disminución del remanaje inferior a la calculada por el optimizador, pero mayor a la resultante del proceso de planificación manual sin la utilización de ninguna guía.

## 7 Trabajos futuros

La implementación del modelo de optimización descrito en esta investigación, implica un avance importante que permite abordar el problema de la incertidumbre asociada al secuenciamiento y agendamiento en la extracción de reservas tanto para el corto como para el mediano plazo, incorporando restricciones operacionales y de mezcla, esto gracias a la drástica disminución conseguida en los tiempos de cálculo. En este sentido un salto importante va de la mano de la capacidad de agregar de manera inteligente, con el desarrollo de la herramienta descrita en este documento. A partir de lo desarrollado los desafíos por abordar son los siguientes:

- Construir plan de largo plazo: La posibilidad de contar con un modelo capaz de conciderar la realidad geometalúrgica en el cálculo de programas de producción de mediano y corto plazo, entrega la posibilidad de abordar el problema de largo plazo utilizando diversas estrategias de empalme entre el corto, mediano, y largo plazo, permitiendo construir planes para un horizonte temporal más extenso.
- Mejorar técnicas de resolución: Si bien, con el modelo en su estadio actual, es posible abordar un universo de 100,000 bloques correspondientes en particular a los involucrados en el plan de mediano plazo de minera Spence, aún es necesario hacer mejoras considerables en los algoritmos de resolución si lo que se quiere es abordar en algún momento el problema de largo plazo de manera integra.
- Estudiar cambios en la función objetivo: La implementación de una estructura de grafos permita incorporar el ítem de distancias recorridas para extraer ciertos volúmenes de bloques, esto permite aspirar a realizar cambios en la función objetivos que incluyan el ítem de costos en el modelo.
- Generar modelo con destinos variables: En su estadio actual el modelo requiere que cada bloque tenga predefinido su destino, lo que naturalmente condiciona el máximo valor a alcanzar por la función objetivo. Un desafío importante consiste en incorporar este ítem como variable para que el destino de cada bloque sea resultado de la optimización.

## 8 Bibliografía

1. Akaike A., Dagdelen K. (1999). "A strategic production scheduling method for an open pit mine." In C. Dardano, M. Francisco, and J. Proud, editors, Proc. of the 28th Intern. Symp. on Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry (APCOM), Golden, p. 729–738.
2. Bixby R., Fenelon M., Rothberg E., Wunderling R. (2000). MIP: Theory and practice closing the GAP. In M. J. D. Powell and S. Scholtes, (eds.), System Modelling and Optimization: Methods, Theory, and Applications, p. 19-49. Kluwer Academic Publishers.
3. Boland N., Dumitrescu I., Froyland G., Gleixner A. (2009). "LP-based disaggregation approaches to solving the open pit mining production scheduling problem with block processing selectivity." Computers and Operations Research, Vol. 36, No. 4, p. 1064–1089.
4. Caccetta L., Hill S. (2003). An application of branch and cut to open pit mine scheduling. Journal of Global Optimization, 27, p. 349-365.
5. Caccetta L., Giannini L. (1986). "Optimization Techniques for the Open Pit Limit Problem", Proc. Australas. Inst. Min. Metall. 291, p. 57–63.
6. Caccetta L., Giannini L., Kelsey P. (1998). "Application of Optimization Techniques in Open Pit Mining", Proceedings of the Fourth International Conference on Optimization Techniques and Applications (ICOTA'98) (L. Caccetta et al. Editors.), Vol. 1, P. 414–422. (Curtin University of Technology: Perth, Australia).
7. Caccetta L., Kelsey P., Giannini L. (1998). "Open Pit Mine Production Scheduling, in A.J. Basu, N. Stockton and D. Spottiswood (Eds.)", Computer Applications in the Minerals Industries International Symposium (3rd Regional APCOM), Austral. Inst. Min. Metall Publication Series 5, p. 65–72.
8. Cai W. L. (2001). "Design of open-pit phases with consideration of schedule constraints". Proceedings of the 29th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, p. 217-221.
9. Dagdelen K., Johnson T. (1986). "Optimum Open Pit Mine Production Scheduling by Lagrangian Parameterization", in: Proc. 19th APCOM Symposium of the Society of Mining Engineers (AIME), p. 127–142.
10. Denby B., Schofield D. (1995). "The Use of Genetic Algorithms in Underground Mine Scheduling", in: Proc. 25th APCOM Symposium of the Society of Mining Engineers (AIME, New York), p. 389–394.

11. Dimitrakopoulos R., Farrelly C. T., Godoy M. (2002). "Moving forward from traditional optimization: Grade uncertainty and risk effects in open-pit design". Transactions of the IMM, Section A Mining Industry, vol. 111, p. A82-A89.
12. Dowd P. A., Onur A. H. (1992). "Optimizing open pit design and sequencing". Proceedings of the 23th Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, 42, p. 411-422.
13. Gaupp M., (2008). "Methods for improving the tractability of the block sequencing problem for an open pit mine". Phd Thesis, Division of Economics and Business, Colorado School of Mines p. 15-22.
14. Gershon M., (1987). "Heuristic Approaches for Mine Planning and Production Scheduling", Int. Journal of Mining and Geological Engineering 5, p. 1–13.
15. IBM ENTERPRISES. IBM ILOG CPLEX Optimizer performance benchmarks [en línea] <<http://www-01.ibm.com/software/integration/optimization/cplex-optimization-studio/cplex-optimizer/cplex-performance/>> [consulta : 23 Agosto 2011]
16. Jonhson T. (1969). "Optimum open-pit mine production scheduling". A Decade of Digital Computing in the Mineral Industry – A Review of the State-of-the-Art, p. 539-562.
17. Korobov S. (1974). Method for determining optimal open pit limits. Technical report, Dept of Mineral Engineering, Ecole Polytechnique de Montreal, Canada, p. 1-13.
18. Land A., Doig A. (1960). "An automatic method for solving discrete programming problems". Econometrica 28, p. 497-520.
19. Lerchs H., Grossmann I. F. (1965). "Optimum Design of Open Pit Mines", Canad. Inst. Mining Bull. 58, p. 47–54.
20. Morales C., Rubio E. (2010). "Development of a mathematical programming model to support the planning of short-term mining", Proc. of the 34th Intern. Symp. on Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry (APCOM), Vancouver, Canada, p. 3-15.
21. Newman A., Rubio E., Caro R., Weintraub A. (2007). "A Review of Operations Research in Mine Planning, Workshop on Operations Research in Mining", p. 1-13.
22. Nicholas G., Coward S., Ferreira J. (2008). "Financial risk assessment using conditional simulations in an integrated evaluation model", Eighth International Geostatistics Congress, Chile, p. 1-17

23. Pana M. (1965). The simulation approach to open-pit design. Short Course and Symposium on Computers Applications in Mining and Exploration ZZ, College of Mines, University of Arizona, Tucson, Arizona, p. 1-24.
24. Ramazan S. (2007). "The new fundamental tree algorithm for production scheduling of open pit mines." European Journal of Operational Research, Vol. 177, No. 2, p. 1153–1166.
25. Rubio E. (2006). "Block cave mine infrastructure reliability applied to production planning". Thesis (Ph. D.). Vancouver, Canada. The University of British Columbia. The Faculty of Graduate Studies (Mining Engineering).
26. Sevim H., Lei D. (1998). "The problem of production planning in open pit mines." Information Systems and Operational Research (INFOR) Journal , Vol. 36, No. 1-2, p. 1–12.
27. Smith M. L. (1998). "Optimizing short-term production schedules in surface mining Integrating mine modeling software with AMPL/CPLEX". International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment, 12, p.149-155.
28. Troncoso F. (2009). "Modelo de planificación de corto plazo aplicado a la mina Spence". Memoria para optar al título de Ingeniero Civil de Minas, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Ingeniería de Minas, Universidad de Chile, p. 45-67.
29. Whittle J. (1998). "Four-X User Manual", Whittle Programming Pty Ltd., Melbourne, Australia, p. 12-23.

## 9 Anexos

### 9.1 Anexo 1

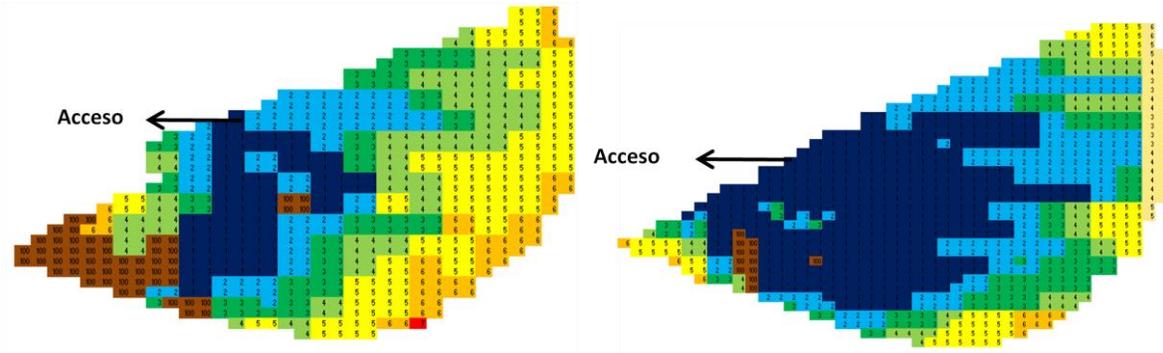


Figura 48: Resultados gráficos, agregación C20, fase-banco 02\_1565 (derecha) y 02\_1580 (izquierda).

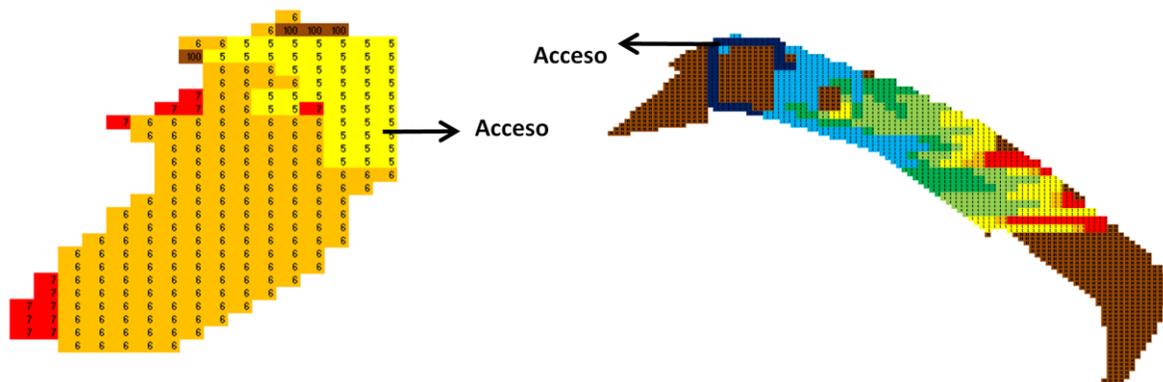


Figura 49: Resultados gráficos, agregación C20, fase-banco 02\_1550 (derecha) y 02\_1685 (izquierda).

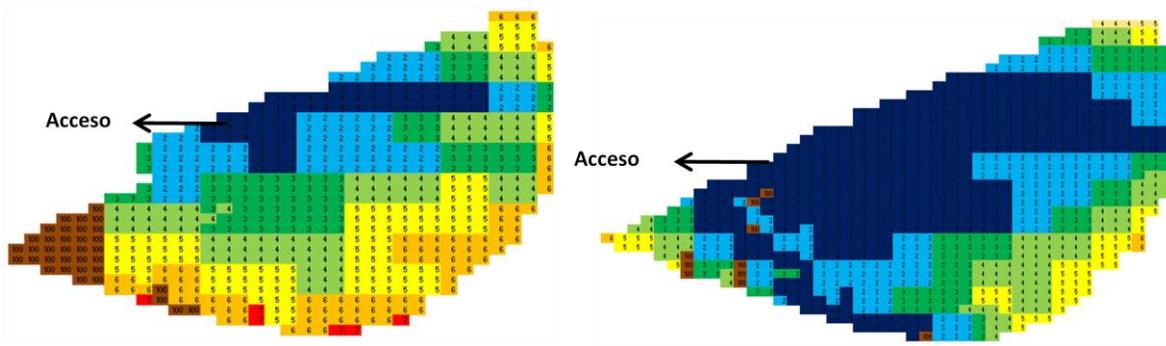


Figura 50: Resultados gráficos, agregación C20, fase-banco 02\_1565 (derecha) y 02\_1580 (izquierda).

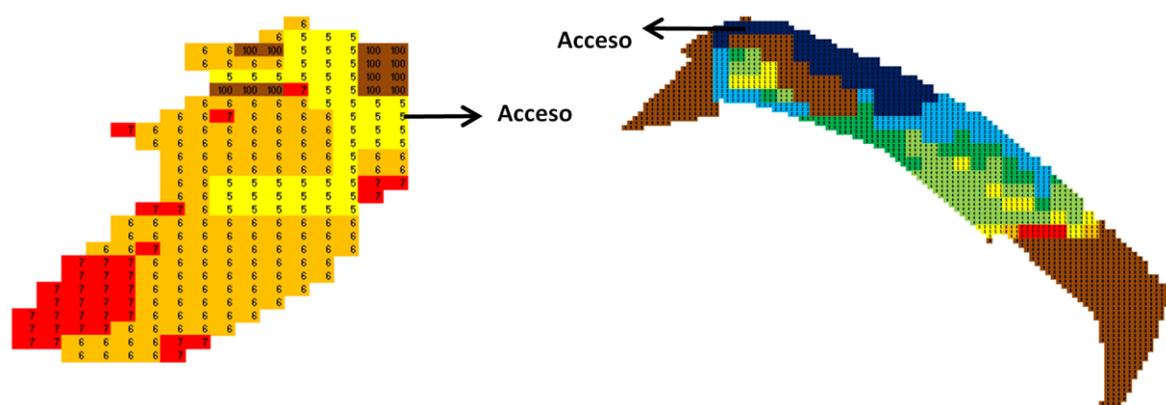


Figura 51: Resultados gráficos, agregación C20, fase-banco 02\_1550 (derecha) y 02\_1685 ((Izquierda).

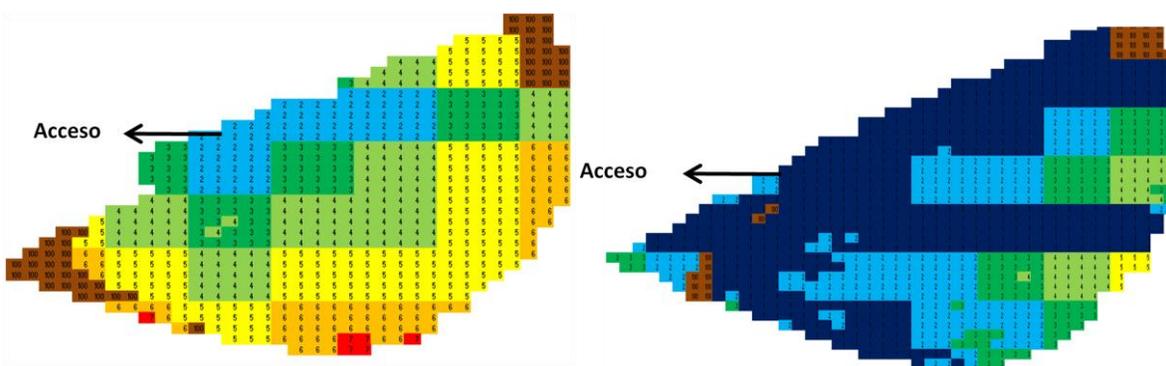


Figura 52: Resultados gráficos, agregación C50, fase-banco 02\_1565 (derecha) y 02\_1580 (Izquierda).

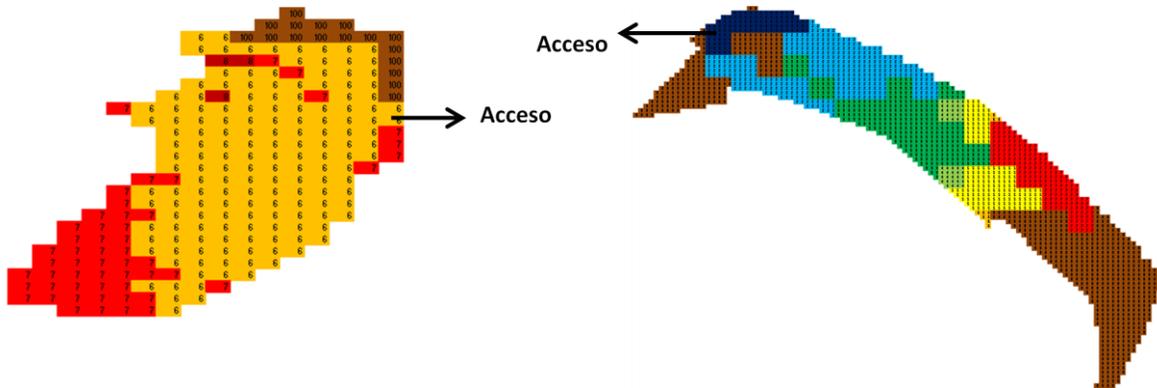


Figura 53: Resultados gráficos, agregación C50, fase-banco 02\_1550 (derecha) y 02\_1685 (izquierda).

## 9.2 Anexo 2

Tabla 20: Programa de producción plan tradicional Quarter Spence.

Período	Óxido (ton)	Sulfuro (ton)	Stock_Ox (ton)	Stock_Sulf (ton)	Ley (%)
1	0	700,000	0		1.80
2	0	700,000	0		2.69
3	0	451,190	0	230,760	1.82
4	0	579,903	0	119,412	1.70
5	0	622,744	0	77,852	1.44
6	0	311,499	0	38,500	2.24
7	697,754	0	0	0	0.76
8	50,000	0	0	0	1.29

### 9.3 Anexo 3

Tabla 21: Programa de producción modelo de optimización para MRU C40, Quarter incorporando stock.

Período	Óxido (ton)	Sulfuro (ton)	Stock_Ox (ton)	Stock_Sulf (ton)	Ley (%)
1	0	668,892	0	31,108	2.85
2	0	677,077	0	22,923	2.90
3	0	672,682	0	27,318	2.49
4	0	666,870	0	33,130	2.44
5	0	661,524	0	38,476	2.33
6	0	315,344	0	34,656	2.29
7	684,114	0	15,235	0	1.64
8	50,000	0		0	1.82

### 9.4 Anexo 4

Tabla 22:Finos de cobre programa de producción plan tradicional Quarter Spence.

Período	Finos Cu (ton)
1	12,621
2	18,795
3	16,582
4	13,919
5	11,207
6	8,703
7	5,305
8	647
<b>Total</b>	<b>87,779</b>

## 9.5 Anexo 5

Tabla 23: Coordenadas de bloques acceso para modelo Forecast.

Número	Fase	Banco	X	Y	Z	Número	Fase	Banco	X	Y	Z
1	1	1,565	73,995	479,215	1,572.5	26	4	1,625	73,795	479,325	1,632.5
2	3	1,565	74,185	479,255	1,572.5	27	5	1,625	74,325	479,445	1,632.5
3	4	1,565	73,715	479,525	1,572.5	28	6	1,625	74,245	478,765	1,632.5
4	5	1,565	74,285	479,555	1,572.5	29	9	1,625	74,335	479,685	1,632.5
5	6	1,565	74,105	478,825	1,572.5	30	1	1,640	73,865	479,515	1,647.5
6	1	1,580	73,965	479,245	1,587.5	31	3	1,640	74,255	479,535	1,647.5
7	3	1,580	74,195	479,435	1,587.5	32	5	1,640	74,215	479,565	1,647.5
8	4	1,580	73,705	479,305	1,587.5	33	6	1,640	74,105	478,725	1,647.5
9	5	1,580	74,395	479,455	1,587.5	34	9	1,640	74,235	479,785	1,647.5
10	6	1,580	73,975	478,825	1,587.5	35	1	1,655	73,835	479,535	1,662.5
11	9	1,580	74,305	479,605	1,587.5	36	3	1,655	73,825	479,755	1,662.5
12	1	1,595	73,935	479,415	1,602.5	37	4	1,655	73,575	479,335	1,662.5
13	3	1,595	74,015	479,635	1,602.5	38	5	1,655	74,155	479,665	1,662.5
14	4	1,595	73,855	479,435	1,602.5	39	6	1,655	73,945	478,705	1,662.5
15	5	1,595	74,475	479,375	1,602.5	40	9	1,655	74,125	479,885	1,662.5
16	6	1,595	74,495	478,965	1,602.5	41	1	1,670	73,765	479,515	1,677.5
17	9	1,595	74,515	479,465	1,602.5	42	3	1,670	73,785	479,735	1,677.5
18	1	1,610	73,915	479,475	1,617.5	43	4	1,670	73,565	479,475	1,677.5
19	3	1,610	74,375	479,315	1,617.5	44	5	1,670	74,495	479,385	1,677.5
20	4	1,610	73,835	479,375	1,617.5	45	6	1,670	73,805	478,725	1,677.5
21	5	1,610	74,445	479,185	1,617.5	46	9	1,670	73,985	479,965	1,677.5
22	6	1,610	74,395	478,825	1,617.5	47	5	1,685	74,405	479,505	1,692.5
23	9	1,610	74,435	479,565	1,617.5	48	6	1,685	73,705	478,745	1,692.5
24	1	1,625	73,895	479,475	1,632.5	49	9	1,685	73,965	480,005	1,692.5
25	3	1,625	74,245	479,155	1,632.5						

## 9.6 Anexo 6

Tabla 24: Programa de producción modelo de optimización para MRU C50, Forecast incorporando stock.

Período	Óxido (ton)	Sulfuro (ton)	Stock_Ox (ton)	Stock_Sulf (ton)	Ley (%)
1	0	913,722	0	83,779	1.78
2	0	1,214,932	0	119,585	1.77
3	0	1,175,429	0	167,555	1.76
4	0	1,312,228	0	157,773	1.78
5	0	1,458,498	0	11,502	1.73
6	0	1,318,457	0	151,544	1.72
7	1,836,131	0	1,370		1.70
8	0	1,720,474	0	117,027	1.72
9	0	1,944,993	0	260,007	1.72
10	1,898,012	0	52,064		1.73
11	0	1,488,698	0	4,869	1.70
12	0	1,279,929	0	271	1.69

## 9.7 Anexo 7

Tabla 25: Finos de cobre programa de producción plan tradicional Forecast Spence.

Período	Finos Cu (Kton)
jul-08	27.1
ago-08	29.7
sep-08	30.2
oct-08	27.2
nov-08	24.3
dic-08	21.1
ene-09	21.6
feb-09	20.5
mar-09	20.0
abr-09	17.6
may-09	14.0
jun-09	16.2
<b>Total</b>	<b>269.45</b>

## 9.8 Anexo 8

Tabla 26: Gap y tiempo de cálculo en la resolución del modelo de optimización versus tamaño de ventana de cálculo para distintas MRU.

Tamaño Ventana / Agregación	Gap (%)			Tiempo de cálculo (min)		
	C10	C40	C70	C10	C40	C70
Tv 4	2.0%	3.7%	4.6%	121	8	0.5
Tv 5	1.7%	3.3%	4.1%	156	17	1.5
Tv 6	1.2%	2.4%	3.6%	221	41	4
Tv 7	1.0%	2.3%	3.4%	358	87	10

## 9.9 Anexo 9

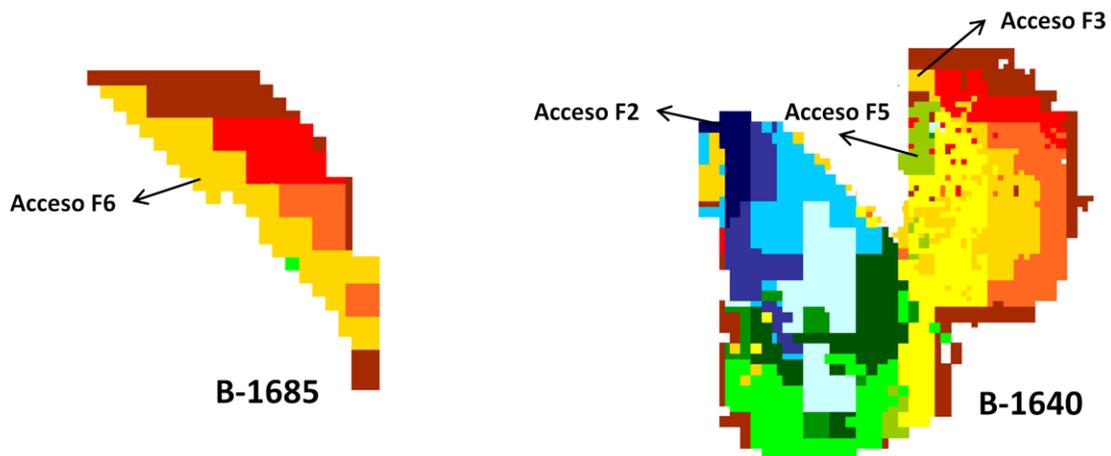


Figura 54: Resultados gráficos de geometrías de extracción MRU C50, banco 16685 (izquierda) y 1640 (derecha), considerando utilización de stocks.

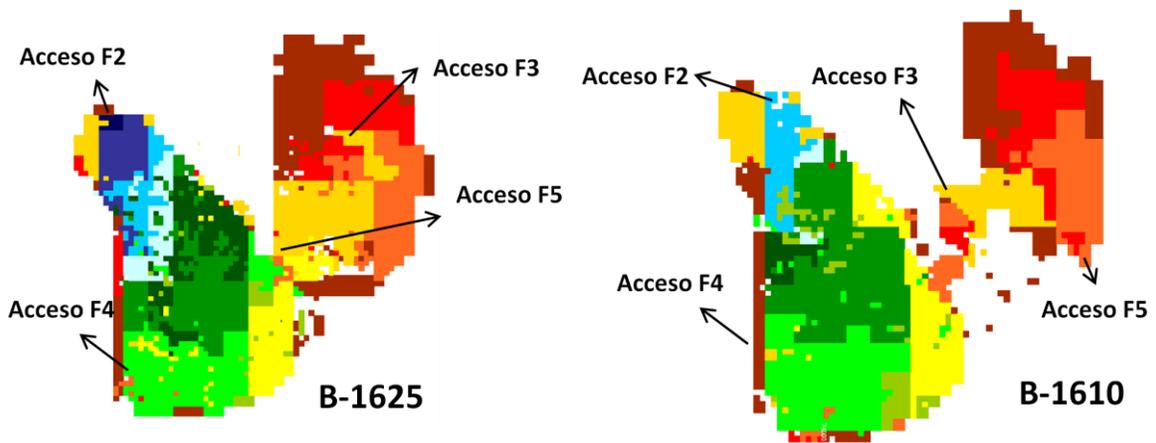


Figura 55: Resultados gráficos de geometrías de extracción MRU C50, Banco 1625 (izquierda) y 1610 (derecha), considerando utilización de stocks.

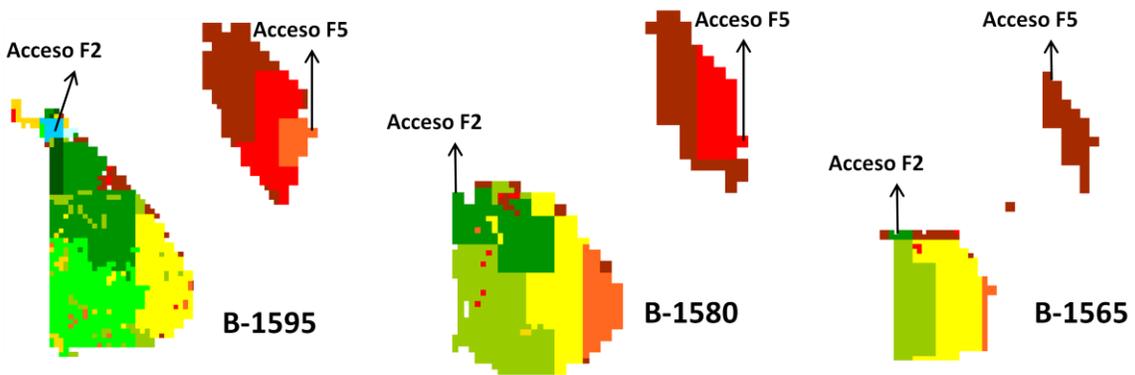


Figura 56: Resultados gráficos de geometrías de extracción MRU C50, banco 1595, 1580 y 1565.

## 9.10 Anexo 10

En las siguientes figuras se presentan los mapas de probabilidad asociados a las corridas del optimizador para el período de planificación Forecast, en cada vista en planta de un banco aparecen recuadros que se posicionan sobre el acceso a cada fase, además en la parte inferior de cada figura se especifica el banco al que corresponde la vista.

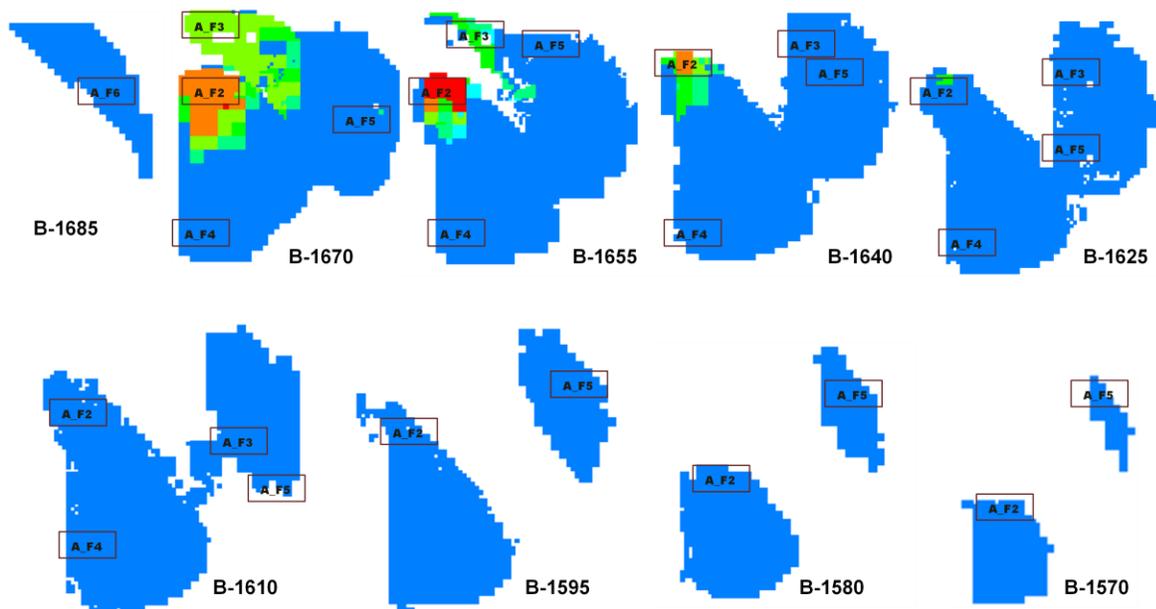


Figura 57: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 1.

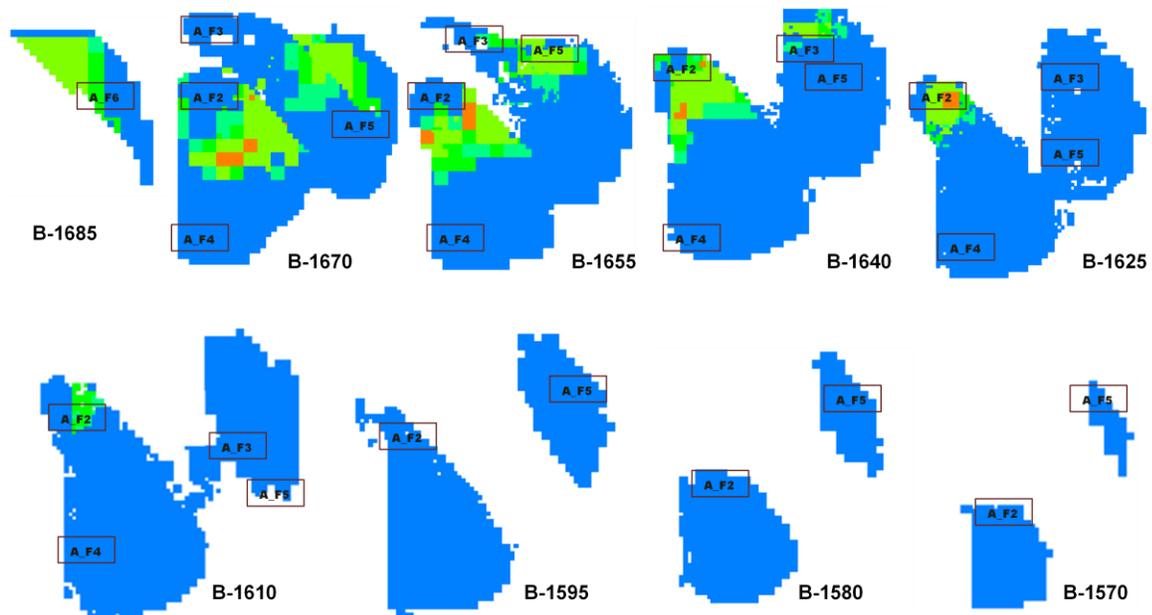


Figura 58: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 2.

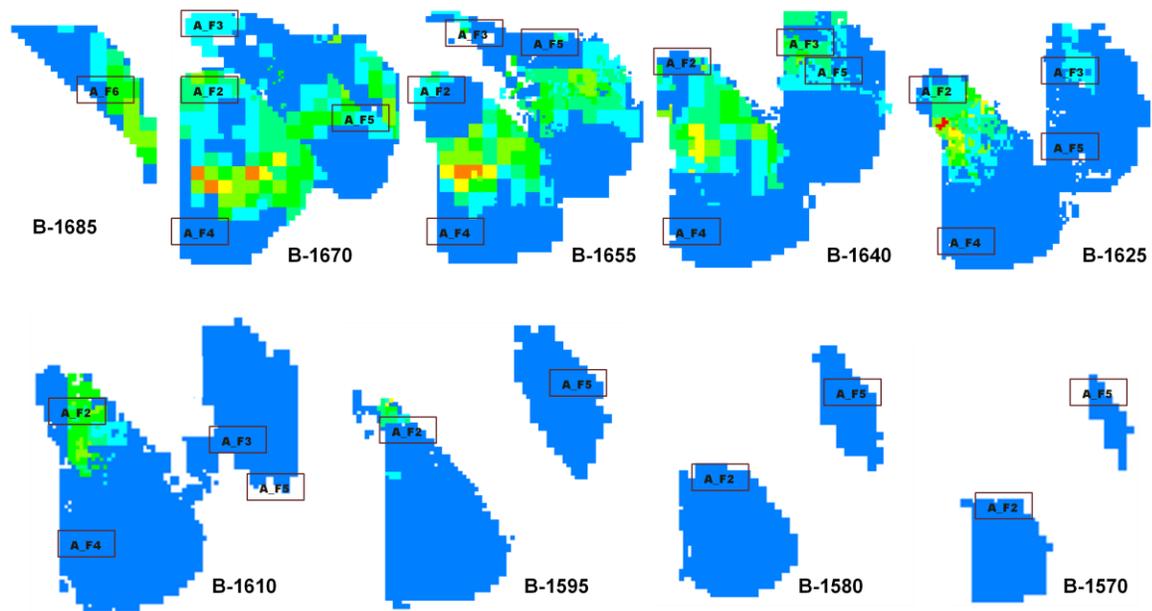


Figura 59: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 3.

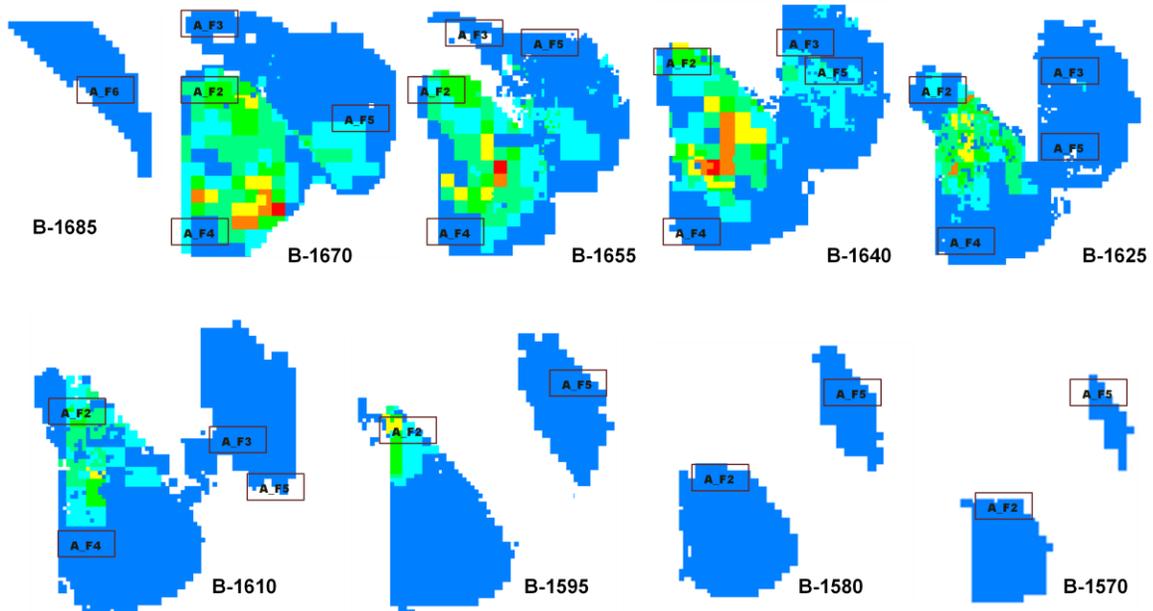


Figura 60: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 4.

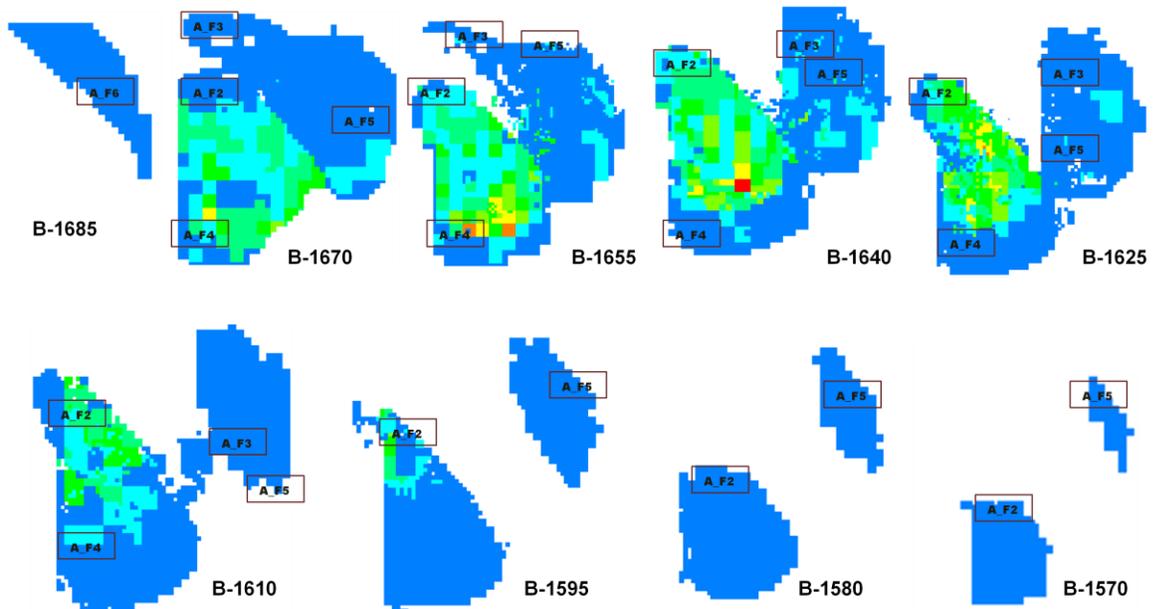


Figura 61: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 5.

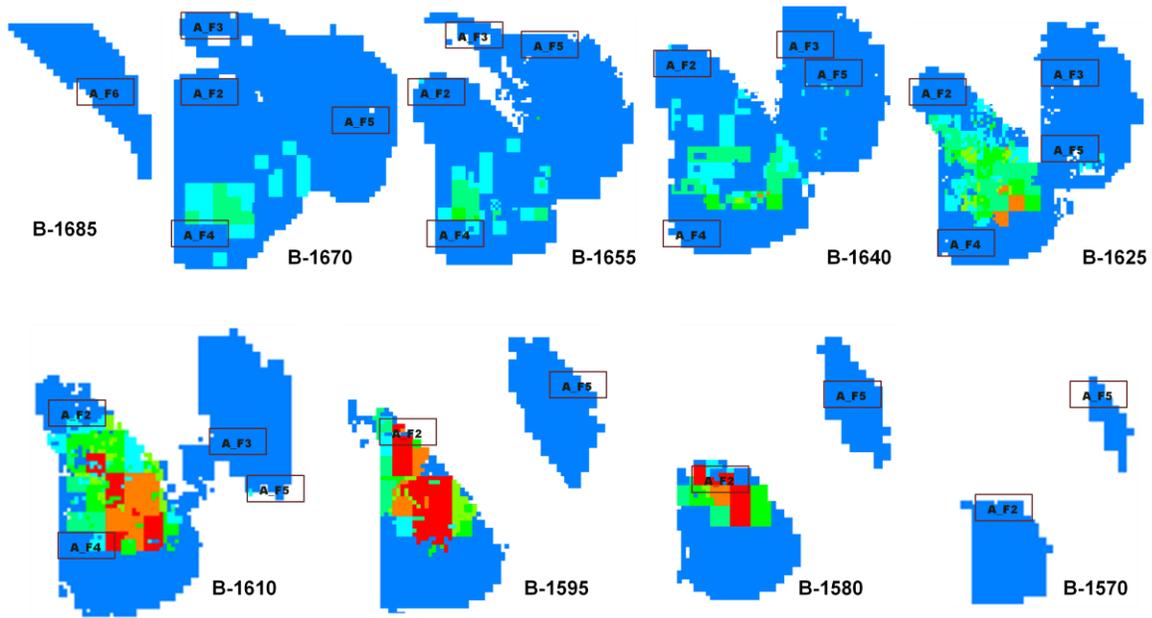


Figura 62: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 6.

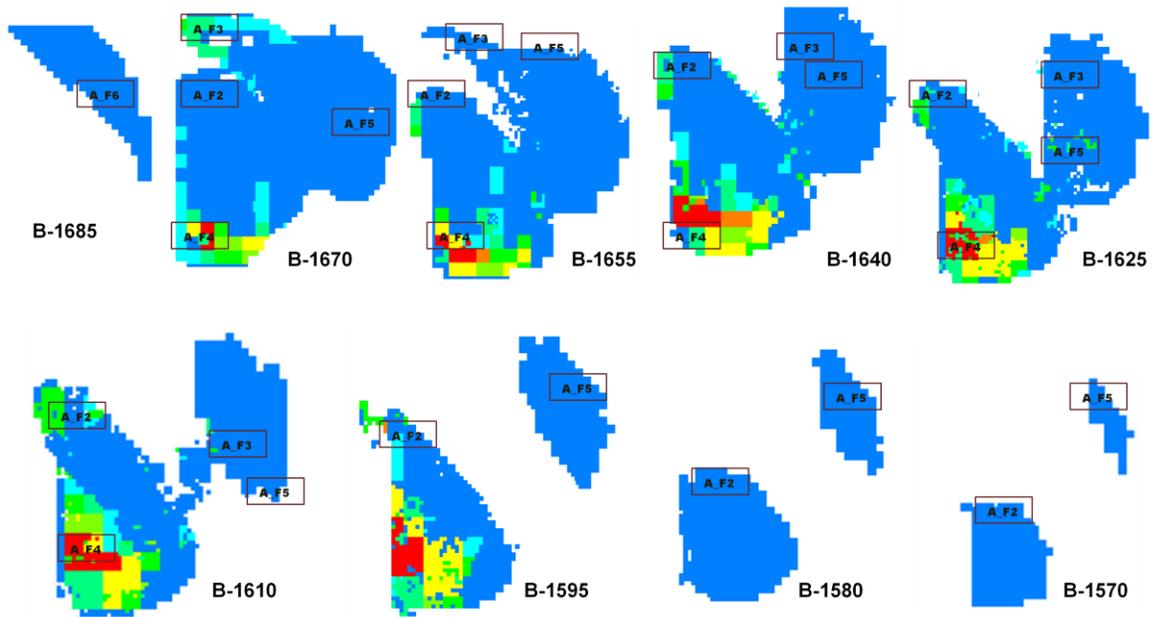


Figura 63: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 7.

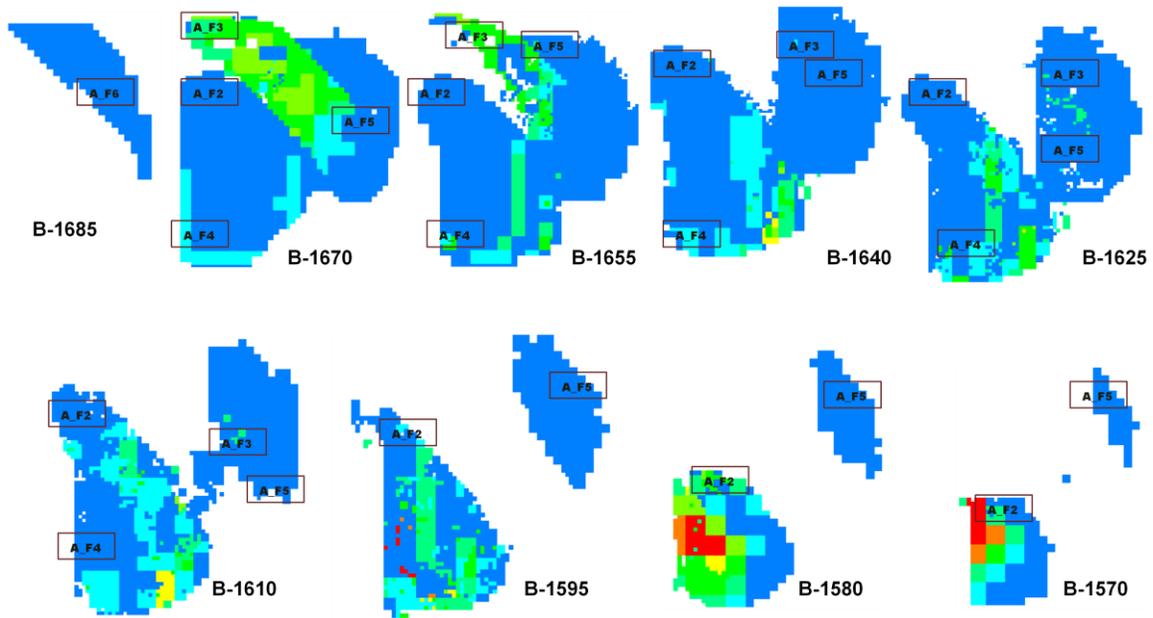


Figura 64: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 8.

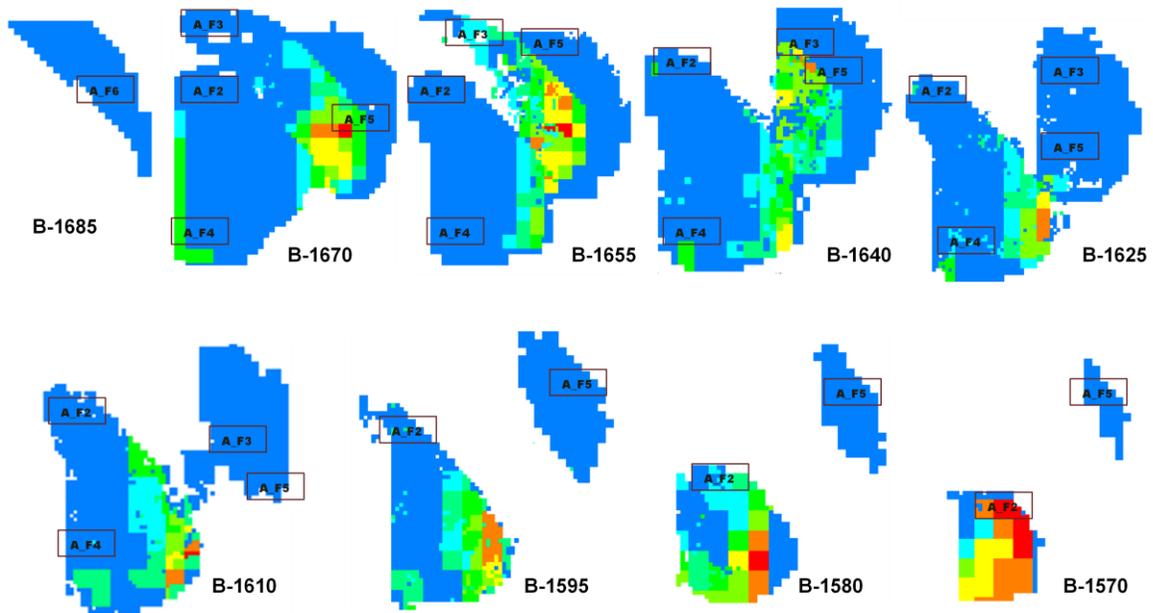


Figura 65: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 9.

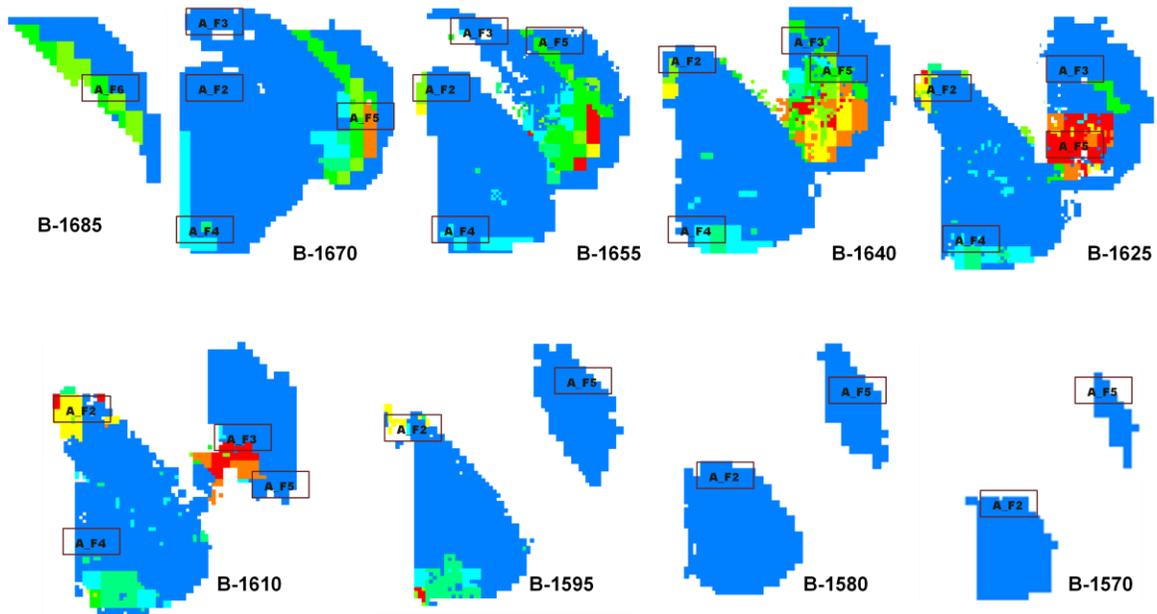


Figura 66: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 10.

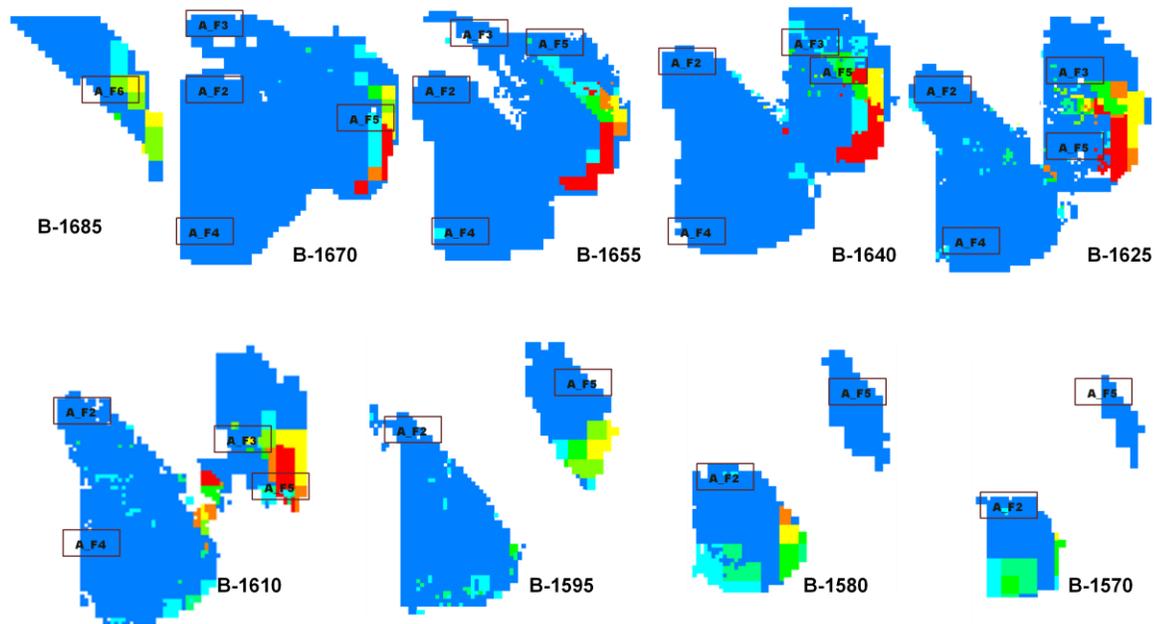


Figura 67: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 11.

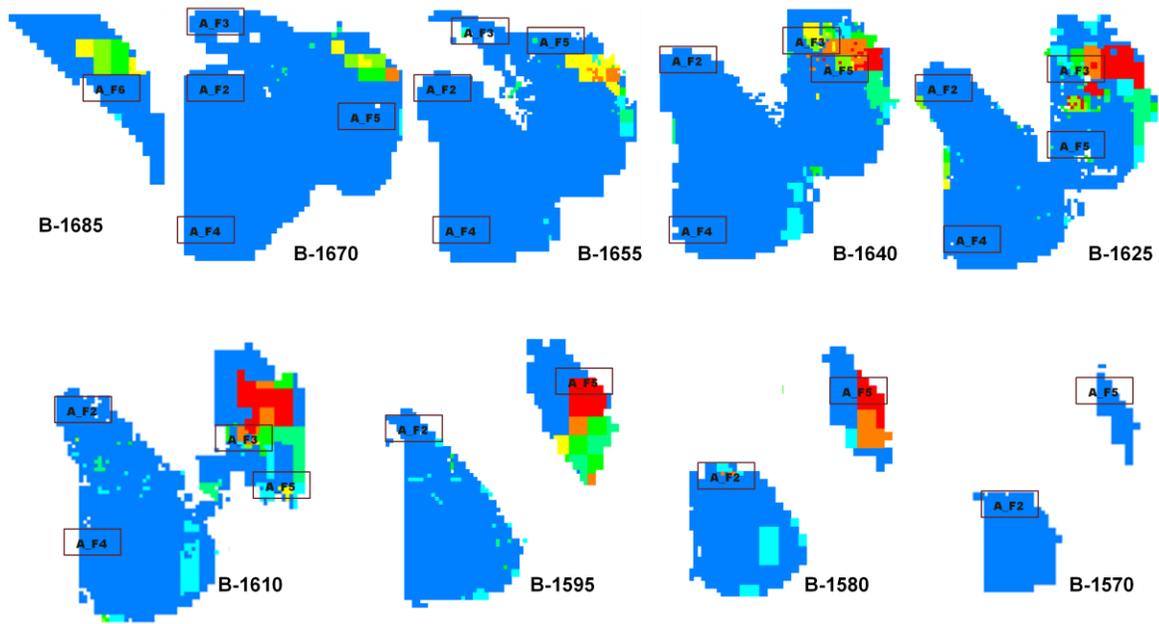


Figura 68: Probabilidad de extracción de bloques modelo Forecast período 12.

## OPTIMAL OPEN-PIT SHORT-TERM PLANNING UNDER UNCERTAINTY AND BLENDING CONSTRAINTS

Enrique Rubio, Marcelo Vargas and Nelson Morales, *Delphos Mine Planning Laboratory, AMTC, University of Chile.*

### ABSTRACT

*Short-term mine planning is a key point in the mining business, because it is when the profit promise of long-term plans is done. Despite that, most of the efforts in developing mathematical models and techniques have been spent in long-term models whose output are based on many aggregated information and simplified constraints. This means that the short-term planner must deal with a lot more variability in the data and meet constraints that were not taken into account when constructing the long-term plan. This often means that in order to satisfy the production goals, imposed by the long-term plan, the short-term planner must either make changes in the exploitation sequence, affecting future production, or incur in higher costs.*

*The aim of the work presented in this paper is to generate a tool considering such variables, allowing the generation of multiple decision scenarios making in a reasonable time, and providing a guide for the mine planner, for short and medium term time horizons. The focus of our model are the blending constraints related to geometallurgical attributes of the material sent to the processing plant, but it also considers the dynamics of stocks, geometrical constraints, plant and mine capacity, etc. in order to determine a sequence of exploitation and processing such that the overall ore production is maximized. It also includes the possibility to analyze mine operation design selectivity using different loading and haulage equipments, according to the study of different basic clustering blocks units.*

*We implemented and applied our tool in BHP Billiton Spence mine, located in the north of Chile, in order to obtain a plan for the Quarter Sep-Nov of 2008 and the year July 2009-July 2010. The results correspond to probability maps for the extraction period of each block, graphical analysis of the reliability of production goal, and modeling of relations between clustering unit sizes and the selectivity and functionality of the mine design.*

### 1. INTRODUCTION

Mine planning is defined as the process of mining engineering in charge of transforming the mineral resource into the best productive business, while a production schedule is a productive promise that corresponds to a bankable document for investors (Rubio [18]). Therefore, mine planning aims to determine which part of the resource must be extracted in each period in order

to maximize profits from mineral processing, including decisions such as which part of the resource must be processed, the required investment for the plant and hauling equipments requirements, among others.

Currently, mine planning process is made considering operational and metallurgical constrains, building short and medium term mining plans through manual approaches of trial and error with an important time investment to generate a result which no one absolutely knows if is the right option which maximizes the business in terms of recoverable metal, fleet utilization and reserves consumption among other items, since it is extremely difficult to include ore variability in the production schedule using the available traditional software.

In consequence, the main decisions concerning life of the mine (LOM) are considered first, once given these, further decisions are taken into account in relation to long term (10 to 30 years depending on the deposit). Then, considering as fixed the results previously obtained, it is necessary to develop plans for the medium term (usually up to five years) and so on till the daily detail, going through the annual planning which compromises directly the operational budget. This dismembered analysis structure leads to a massive scale mine exploitation, with large equipment and high production rates, without taking into account that mineralogical variability of the body to be exploited may require a greater selectivity degree in the extraction, ultimately leading to significant discrepancies between long and short term (where it faces the real mineral variability) incurring significant cost increases in order to achieve production goals involved.

## **2. RELATED WORK:**

Large open pit mine operation and administration is a huge and complex task, particularly for older mines. Optimization techniques can be applied successfully to resolution of important issues that arise in mine planning and management. These applications include: ore body modeling and reserves estimation; optimal pit design, determination of optimal production schedules, determination of optimal operational design, determination of optimal mixtures, equipment maintenance time determination, equipment replacement policies, and several others (Caccetta and Giannini, [4-6]).

### **2.1 Mine planning process**

In general terms, mine planning process can be divided into different levels according to the characteristics of the decisions (Newman and Rubio [1]):

- **Strategic:** Refers to exploitation methods choices, mining and processing capacity and overall mineral reserve estimates. The main goal of strategic planning is to synchronize the market with the available resources and the company's mission statement.
- **Tactic:** It corresponds to processes specifications to make over the life of the mine, such as long term production schedules and the use of equipment and processing plants inside the mine. Tactic or conceptual planning determines how to achieve the target set earlier by strategic planning. The result is the mining plan, which defines how and when resources are extracted in each period of the mining business.

- Operating: They are daily made, for example, trucks address dispatching. Within the operational planning, processes and operational rates resulting from the mining plan are included. Here, the conceptual planning feedback takes place.

The strategic decision of determining the optimum final pit has been effectively treated using the Lerchs-Grossman algorithm [14] or the Picard flow networks method [16] (see also Caccetta and Giannini [3]). These methods are based on a block model which characterizes a mineralized body. Moreover, the problem of generating a production schedule can be defined specifically as the sequence in which blocks should be removed from the mine with the objective of maximizing the total profit, defined according to the company strategic goals, subject to a series of physical and economic constraints. This problem can be formulated using mixed integer linear programming, however in real applications, this formulation is too extended, both in terms of number of variables and number of constraints to be solved with available MILP software. In consequence, it appears the necessity to divide the problem, first establishing a final pit, and then sequencing the blocks contained in it (Gaupp [9]).

A number of approaches for solving the sequencing and scheduling issue in the extraction of blocks have appeared in the literature, including: heuristic (Caccetta et al [6] and Gershon [10]); relaxation lagrangean; parametric methods (Dagdelen and Johnson [7] and Whittle [20]), mixed integer linear programming (Caccetta et al [4,6]; Dagdelen and Johnson [7] and Gershon [10]) and others. Due to the complexity and size of the problem, all these approaches suffer from one or more of the following limitations: Is not possible to cover most of the constraints that arise, deliver sub-optimal solutions without a quality measure in most cases and they can only address problems of limited size. Smith [19] notes that while long-term planning is typically responsible for maximizing the project value, short-term planning is commonly associated with a target based on production goals with maximum or minimum limits of certain chemical constituents critical such as in mining coal with high sulfur content, where the maximization of sulfides production is considered. Smith [19] poses a mixed integer programming model which is responsible for blocks scheduling extraction in the short term, with the objective of maximizing the production of material of interest, subject to certain constraints on blending, while ensuring a simple scheme of horizontal and vertical constraints without considering the presence of stocks. In the same line Camilo Morales [15], presents a model to maximize the production of metal in a copper mine, subject to certain metallurgical constraints.

## 2.2 Clustering

Aggregation mechanisms combined with optimal solution strategies have also begun to play a role in block sequencing for the short-term. Specifically, the authors try to reduce the model size by combining blocks with similar properties. Ramazan [17] proposed an aggregation scheme that uses linear programming to construct "fundamental trees" to reduce the number of blocks (entities) to be sequenced. After performing this aggregation, the general problem of block sequencing can be solved, but now with far fewer variables because of aggregation. The author applies his techniques to a mine of about 40,000 blocks to be extracted for 8 years. Boland et al. [2] uses binary variables to meet precedences between blocks clusters, while continuous variables control the amount of material removed of each cluster, as of each block in an aggregate. The authors demonstrate their procedure using cases that contain up to 125 macro-

blocks aggregates in a model of nearly 100,000 units. The times for a 1% solution close to the optimum, vary between thousands and tens of thousands of seconds.

### **2.3 Uncertainty Management**

In general terms, attempts to incorporate uncertainty in the mine planning process have been focused on estimating the financial risk using conditional simulations of resources. Grant D Nicholas et al. [12] demonstrate the utility of the use of conditional simulation with Kriging calculations to quantify the financial impact of uncertainty associated with the resources rather than the use of adjusted discount rate to compensate for technical risk. R. Dimitrakopoulos, C. T. And M. Farrelly Godoy [8] postulate that the geological uncertainty can be quantified by combining the use of conditional simulation and optimization models applied to the construction of production schedules in open pit mining, it is recognized that the main constraint lies in the technological evolution of these models and computational capabilities available. In the same vein, Leite and Dimitrakopoulos [13] propose an optimization model for planning of open pit mining that involves: the calculation of final pit using Lerchs-Grossman, definition of production rates using the Milawa algorithm, construction of a program production for each realization of the geological model using the commercial software Whittle, calculations of the probability that a block is extracted in a certain period, and finally, determination of the production schedule using the “Simulated Annealing” concept.

The works described above emphasize financial analysis relating to the planning process and long-term design of open pit mining, and take as basis of analysis for the generation of the production schedule to the Milawa algorithm of the commercial software Whittle.

## **3. OPTIMIZATION MODEL**

The mathematical model that aims to deliver a guide for building short and medium term plans, using a general outline of destinations and attributes for each block for copper mining will be described as follows in this chapter. In relation to the destinations, it works on the basis that from a copper mine, five main types of materials are extracted, which are: sulfides, oxides, mixed, sterile and ROM. It also adds the chance of differentiate in campaigns the extracting of different minerals lithologies and the stocks presence.

### **3.1 Clustering Tool**

An obvious way to reduce the number of variables to solve the optimization model is to select block groups and add them in order to obtain a final model that now includes macro-blocks. Traditionally, this aggregation is done generating clusters of regular dimensions (see Figure 1), for example, from blocks dimension of 10x10x10 to macro-blocks of 30x30x30 where each macro-block containing 27 ( $3^3$ ) of the original blocks, attributes as grades or pollutant contents are averaged to obtain the final value for the macro-block. This way of clustering blocks is useful and efficient for porphyry ore bodies, where large volume of material with identical

mineralogical characteristics distributed uniformly but for ore bodies with chaotic nature in regard to the lithologies spatial distribution, this might not be the right thing. Given the need for a mechanism able to make a smart clustering, using as a programming platform Python language, a tool capable of receiving a block model and giving a set of macro-blocks was developed. These macro-blocks, hence MRU (operational unit resources) are the result of clustering blocks according to a function defined for convenience, being also possible to intercept different types of aggregations, for example, in the case of ore bodies with high mineralogical variability, is possible to generate macro-blocks due to the interception of a regular clustering (30x30x30) with a clustering by the attribute lithology (see figure 2). This method of aggregation generates a group of irregular macro-blocks creating the necessity of implementing tools that could work properly, particularly in the definition of vertical and horizontal precedences and extraction progress control from the access.

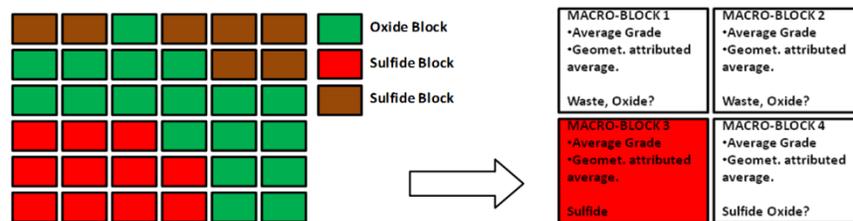


Figure 1: Clustering traditional methodology

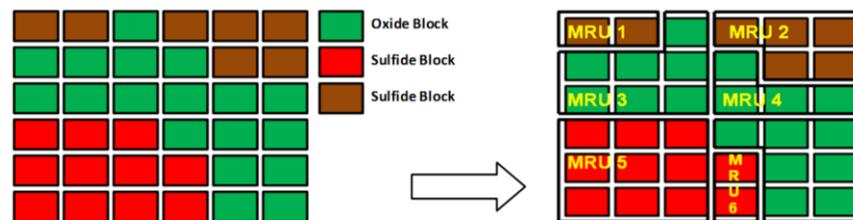


Figure 2: Generated clustering tool

### 3.2 Implementation of graph structure

Given the new scenario, which must be capable of handling irregular macro-blocks (MRU), is necessary to connect the spatial arrangement of these MRU through a graph, in which a node is directly associated with a MRU and the vertices to the connections generated within a radius of neighbors of each MRU (node). By having each level of the model characterized by a connected graph, we can calculate the minimum distance from road access to each MRU, which allows the determination of the precedent MRU for each MRU.

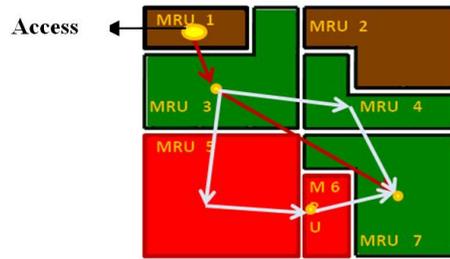


Figure 3: Minimum path between two MRU

As an example, figure 3 considering that the MRU 1 corresponds to an access, the minimum distance path from the entrance to the MRU 7 is: MRU 1 - MRU 3 - MRU 7, indicating that the MRU 7 is preceded by MRU3 and MRU 3 by MRU 1 respectively.

### 3.3 Input and model parameters

The optimization model requires as input a block model in which each block has a spatial location (coordinates) and well-defined attributes, table 1 lists these attributes and a brief description of them.

Each block has a tonnage  $\text{ton}(\bar{u})$ , destination  $\text{dest}(\bar{u}) \in \{\text{OX}, \text{SP}, \text{ROM}, \text{WST}\}$  and a set of A geometallurgical attributes for each block:  $g(\bar{u}, a)$  for  $a = [1 \dots A]$ . The same attributes are required for either oxides and sulfides stocks  $g(\text{OX}, a)$ ,  $g(\text{SP}, a)$  for  $a = [1 \dots A]$ . Finally, ROM (run of mine) blocks are always processed on a different line than in the case of oxides and sulfides.

Símbolo	Significado
$B$	Set of blocks
$\bar{u}$	Block coordinates
$T$	Time horizon (number of periods).
$t$	Time period ( $t \in \{1, 2, \dots, T\}$ )
OX, SP, ROM, WST	Block destination (Oxides, sulfides, ROM or waste line processing)
$A$	Block model attribute sets (e.g. geometallurgicals)
$a$	Block model Attribute
$\text{CU}(\bar{u})$	Copper content in the block
$\text{ton}(\bar{u})$	Block tonnage

Table 1: General model notation

The model requires maximum capacity of plant and mine for every period. On the other hand, for each attribute, the average range that should be maintained for the processed blocks must be specified. If we consider time periods 1, 2, ..., T, then the mining and processing capacities will be identified as  $P(t)$  and  $M(t)$ , and the maximum average value of each attribute as  $Ma$  for  $a = [1 \dots A]$ . Each time period is also labeled as sulfur or oxide, depending on the campaign to which it corresponds. Finally the total tonnage available of sulfide and oxide stocks corresponds to  $S(\text{SP})$  and  $S(\text{OX})$  respectively.

The extraction control from an access is obtained by incorporating the  $T_L$  parameter, which corresponds to the number of periods to extract a MRU account after having removed the previous MRU. In addition to that, the FMM parameter (mine movement factor) is set, which allow saturating the hauling capacity.

### 3.4 Variables

Regarding the model blocks, two sets of variables are considered, one for mining and the other for processing. The first set determines when a block is extracted from the mine. For a block  $\bar{u}$  and  $t = [1 \dots T]$ , we have:

$$m_{\bar{u},t} = \begin{cases} 1 & \bar{u} \text{ block is extracted in } 1 \dots t \\ 0 & \text{other case} \end{cases}$$

The second set determines when a particular block is processed:

$$p_{\bar{u},t} = \begin{cases} 1 & \bar{u} \text{ block is processed in } 1 \dots t \\ 0 & \text{other case} \end{cases}$$

Similarly are denoted as  $p(\text{OX}, t)$  and  $p(\text{SP}, t)$ , the tonnage processed from the stock of oxides and sulfur respectively in period  $t$ . To simplify the writing of the model, it is useful to introduce some auxiliary variables relating to mine and process variables:

$$\Delta m(\bar{u}, t) = \begin{cases} m(\bar{u}, t) - m(\bar{u}, t - 1) & \text{if } t > 1 \\ m(\bar{u}, 1) & \text{si } t = 1 \end{cases}$$

$$\Delta p(\bar{u}, t) = \begin{cases} p(\bar{u}, t) - p(\bar{u}, t - 1) & \text{if } t > 1 \\ p(\bar{u}, 1) & \text{si } t = 1 \end{cases}$$

$\Delta$  variables have the advantage of having a rather simple interpretation, for example  $\Delta m(\bar{u}, t)$  is equal to 1 where a block ( $\bar{u}$ ) is mined in exactly the period  $t$ .

### 3.5 Objective function

Each block has a copper content  $CU(\bar{u})$  as an attribute and each stock have an average cooper grade  $Lcu(\text{OX})$  y  $Lcu(\text{SP})$ . We want to maximize the amount of metal produced in the horizon of  $T$  time periods involved in the problem considering the material from stocks. Sulfide, oxide and ROM blocks are considered in the objective function.

$$FO: \sum_{\substack{\text{dest}(\bar{u}) \\ \in \{\text{OX}, \text{SP}, \text{ROM}\}}} \sum_{t=1}^T CU(\bar{u}) \Delta p(\bar{u}, t) + Lcu(\text{OX})p(\text{OX}, t) + Lcu(\text{SP})p(\text{SP}, t)$$

### 3.6 Constrains

**The blocks can be mined and processed only once:**

$$m(\bar{u}, t) \leq m(\bar{u}, t + 1), \quad \forall t \in [1 \dots (T - 1)] \quad (1)$$

$$p(\bar{u}, t) \leq p(\bar{u}, t + 1), \quad \forall t \in [1 \dots (T - 1)] \quad (2)$$

**Only mined blocks can be processed:**

$$p(\bar{u}, t) \leq m(\bar{u}, t + 1), \quad \forall t \in [1 \dots (T - 1)] \quad (3)$$

**Stocks are limited:**

$$\sum_{t=1}^T p(OX, t) \leq S(OX) \quad (4)$$

$$\sum_{t=1}^T p(SP, t) \leq S(SP) \quad (5)$$

**Capacities:** Both the mine capacity and processing capacity at the plant must be respected.

$$\sum_{\bar{u}} \text{ton}(\bar{u}) \Delta m(\bar{u}, t) + p(OX, t) + p(SP, t) \leq M(t), \quad \forall t \in [1 \dots T] \quad (6)$$

$$\sum_{\bar{u}} \text{ton}(\bar{u}) \Delta p(\bar{u}, t) + p(OX, t) + p(SP, t) \leq P(t), \quad \forall t \in [1 \dots T] \quad (7)$$

**Vertical precedences:** Previous blocks to a given target block, should be removed, that is, for each  $\alpha = (\bar{u}_1, \bar{u}_2) \in \Gamma$  (set of arcs in the precedence graph for a given angle of slope) and  $t = [1 \dots T]$ .

$$m(\bar{u}_1, t) \leq m(\bar{u}_2, t), \quad \forall \alpha \in \Gamma \wedge \forall t \in [1 \dots T] \quad (8)$$

**Horizontal Precedence:** This restriction requires that once a block is extracted in a period  $t$ , there is a  $T_L$  limit of time periods to extract the next block in the horizontal arc of precedence (see Figure 4), ie, for each  $\beta = (\bar{u}_1, \bar{u}_2) \in \Pi$  (set of arcs in the precedence graph horizontal) and  $t = [1 \dots (T - T_L + 1)]$ .

$$m(\bar{u}_1, t) \leq m(\bar{u}_2, t), \quad \forall \beta \in \Pi \wedge \forall t \in [1 \dots T] \quad (9)$$

$$1 - m(\bar{u}_1, t) \geq m(\bar{u}_2, t + T_L + 1) - m(\bar{u}_2, t + T_L), \quad \forall \beta \in \Pi \wedge \forall t \in [1 \dots (T - T_L - 1)] \quad (10)$$

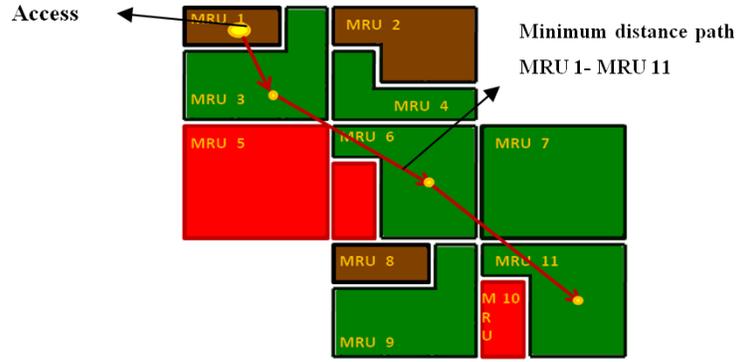


Figure 4: Horizontal precedence diagram

**Campaigns:** During an oxide campaign, there is no chance for sulfide blocks to be processed: For all  $t = [1 \dots T]$  and  $\bar{u}$  such that  $\text{dest}(\bar{u}) = \text{SP}$ .

$$\Delta p(\bar{u}, t) = 0, \quad \forall t \in [1 \dots T] \wedge \text{dest}(\bar{u}) = \text{SP} \quad (11)$$

$$p(\text{SP}, t) = 0, \quad \forall t \in [1 \dots T] \quad (12)$$

Similarly, during a sulfide campaign, then neither oxide blocks nor blocks from the oxide stock are processed for all  $t = [1 \dots T]$  and  $\bar{u}$  such that  $\text{dest}(\bar{u}) = \text{OX}$ .

$$\Delta p(\bar{u}, t) = 0, \quad \forall t \in [1 \dots T] \wedge \text{dest}(\bar{u}) = \text{OX} \quad (13)$$

$$p(\text{OX}, t) = 0, \quad \forall t \in [1 \dots T] \quad (14)$$

**Blending:** For each blending attribute  $a = [1 \dots A]$  and  $t = [1 \dots T]$ , we have a maximum average of  $M_a$  so.

$$\sum_{\bar{u}} \text{ton}(\bar{u}) g(\bar{u}, a) \Delta p(\bar{u}, t) + g(\text{OX}, a) p(\text{OX}, t) + g(\text{SP}, a) p(\text{SP}, t) \leq M_a [\text{ton}(\bar{u}) \Delta p(\bar{u}, t) + p(\text{OX}, t) + p(\text{SP}, t)], \quad \forall t \in [1 \dots T] \wedge \forall a \in [1 \dots A] \quad (15)$$

**Transport capacity saturation:** Because the graph structure and the definition of horizontal precedences that ensure the geometric connectedness of the solution, is possible to add a constraint that ensures the saturation of the hauling capacity in the mine. Then for all  $t = [1 \dots T]$ .

$$\sum_{\bar{u}} \text{ton}(\bar{u}) \Delta m(\bar{u}, t) + p(\text{OX}, t) + p(\text{SP}, t) \geq \text{FMM} \cdot M(t), \quad \forall t \in [1 \dots T] \quad (16)$$

Where the FMM parameter corresponds to a mine movement factor, whose value fluctuates between 0 and 1.

### 3.4 Heuristics to reduce computation time.

A sequencing problem is divided into periods, from the first (1), to the horizon (T). In general, it is observed for a universe of fixed blocks, the difficulty of solving a sequencing problem increases dramatically with the number of periods T. It is natural then to search for decomposition resolution schemes in order to maintain the T value bounded. A possible technique to use is a pattern of "windows", which resolves the problem of sequencing for the first  $T' < T$  periods, then this firsts periods are fixed as part of the solution and then the technique continues solving for the following non fixed  $T'$  periods in an iterative way until the entire horizon have been solved, as seen in the Figure 5.

This mechanism was successfully applied in the optimization model described above, achieving a significant reduction in computation time, verifying that, for certain window sizes, feasible solutions are obtained with a global gap of no more than 5% with a computation time about 80% lower to those for solving the problem without this scheme. This reduction in computation time can make the leap to analyze uncertainty associated with mine planning process, incorporating into the production schedule calculation, geostatistical simulations of the resource model.

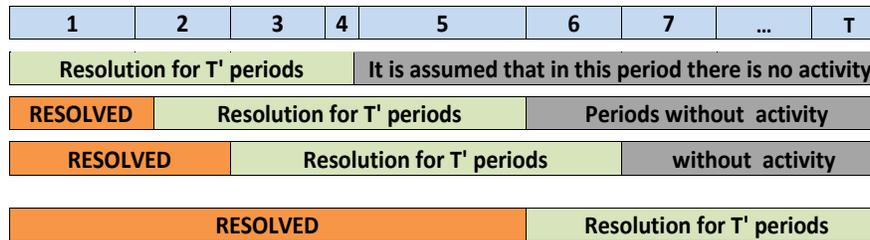


Figure 5: Time-Frame Methodology

## 4. RESULTS

The model was tested both for a short (Quarter) and medium (Forecast) time horizon, using data from Spence mine, owned by BHP Billiton. For the first case, the data used are those for the Quarter July to September 2008 and for the second one from fiscal year July 2008 - July 2009. The issue presented in this study was solved using a mixed integer linear programming model, whose implementation was done using the AMPL programming language, and whose resolution was made using the commercial software ILOG CPLEX, version 10.2.

### 4.1 Spence Mining Company.

The Spence mine is a company 100% BHP Billiton owned. The mine operation is located near the community of Sierra Gorda in Region II of Northern Chile, approximately 50 km southwest of Calama and 150 km northeast of Antofagasta.

In geological terms, it corresponds to a supergene enriched and partially oxidized porphyry copper deposit from Upper Paleocene age (~ 57 M Years), 100% covered by gravels with mineralization depth ranges from 80 to 100 meters below surface, where the supergene sulfide and the oxide mineralization

are associated with the presence of atacamite and chalcocite respectively. Five types of materials are drawn from the mine, which are: sulfides, oxides, mixed, ROM and waste, those which are classified agree to characteristics of the block model.

The operation is conducted through an open pit mine with leaching and SX-EW (Solvent extraction/Electro winning) production facilities, with a mining rate ex-pit up to 260,000 tons/day and an ore treatment rate of 50,000 tons/day for an approximate nominal annual production capacity of 200,000 tonnes copper cathode. Finally, the cathodes are carried to either ports of Antofagasta or Mejillones for shipping to customers.

#### 4.1 Spence Mining Company.

The processing plant imposes certain geo-metallurgical constrains to obtain final copper cathode with maximum recovery, ensuring maximum efficiency step in the process. The constrains that must be met are:

Attribute	Upper limit
CO3	1.2 kg/t
Clacid	0.8 %
Blend	25 %
F_Geomet	20 %

Table 2: Geometallurgical Constrains

#### 4.3 Quarter Spence Application

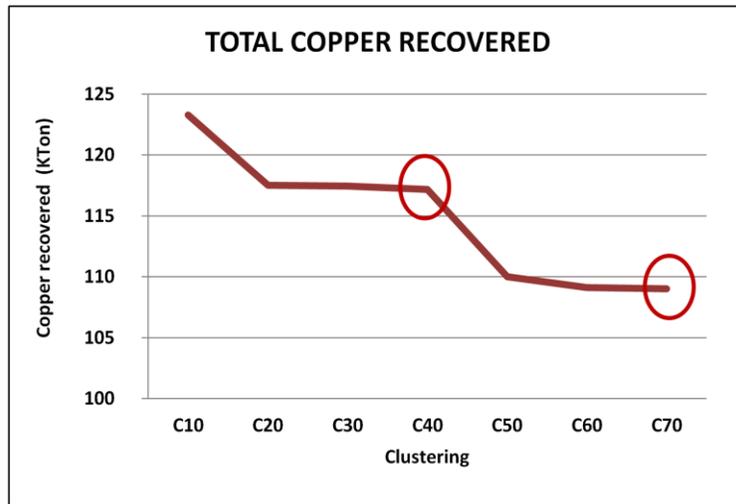
It was worked with the block model for the period between July and September 2008, which has a total of 9,976 blocks of 10 x 10 x 15 meters size. Model exploitation was roughly divided into two weeks period (see Table 4), with certain exceptions such as when there is a change of campaign or when days of the last week are less than the 14 required. The mathematical model considers the use of two stocks, sulfides and oxides respectively, and its objective function is to maximize the tonnage of copper recovered.

Period	Days	Campaign	LIMITS					
			Mine (Kt)	Plant (Kt)	Clacid (Kg/t)	CO3 (%)	F_Geomet (%)	Blend (%)
1	14	Sulphides	3,080	700	0.8	1.2	20	25
2	14	Sulphides	3,080	700	0.8	1.2	20	25
3	14	Sulphides	3,080	700	0.8	1.2	20	25
4	14	Sulphides	3,080	700	0.8	1.2	20	25
5	14	Sulphides	3,080	700	0.8	1.2	20	25
6	7	Sulphides	1,540	350	0.8	1.2	20	25
7	14	Oxides	3,080	700	-	1.2	20	25
8	1	Oxides	220	50	-	1.2	20	25

Table 3: Resolution parameters

Depending on mine and plant capacities presented in Table 4, saturation of the transport capacity of 90% is imposed (equation 16). Finally, a slope angle of 50% (equation 8) and a value of  $T_L = 2$  (equation 10) are established, the latter parameter as explained above corresponds to the

maximum time to extract a block on a path of minimum distance, after having extracted its previous.



Graph 1: Copper Recovered by level of aggregation.

The mathematical model was solved in an Intel ® Xeon ® 1.6 GHz CPU and 3 GB of RAM notebook. Both, the geometrical results obtained for a representative bank visible in Figure 5 and the model calculation times vary depending on the size and shape of the selected MRU, the latter varies from 10 minutes without using any kind of aggregation till 10 seconds for a square aggregation of 60x60x15 intercepted with MintType and Phase-Bank attributes.

The objective function without using any kind of aggregation reaches a value of 124,112 copper tons. The relationship analysis between the MRU selected (see Graph 1), copper recovery and geometric coherence of the resulting solution, throws that by growing the size of the MRU, copper recovery decreases, which is intuitively justified due to loss of selectivity associated with the use of basic operating units of larger size, but on the other hand, solutions corresponding to big clusters, look far more operational than those that do not use blocks cluster (see Figure 6). The nomenclature of aggregation in this work represents an square aggregation CX0 where, for example, X = 4 means that macro-blocks of 40x40 m<sup>2</sup> with target attributes, phase and bench of the block model are intercepted.

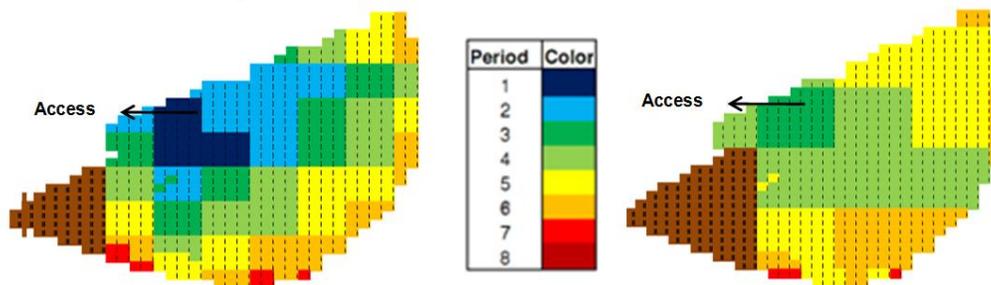


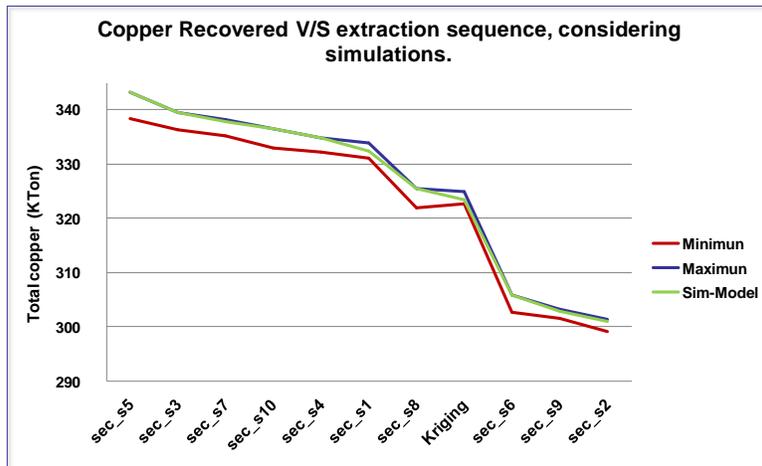
Figure 6: Geometric results for Phase 2-Bank 1580 with C40 (left) and C70 (right) clustering.

#### 4.4 Forecast Spence Application.

The Forecast mining plan is built over the block model containing all the bank phases involved in the fiscal year July 2008 - July 2009, which has a total of 108,000 blocks of  $10 \times 10 \times 15 \text{ m}^3$  size. The possibility of addressing the problems associated with this block universe is given by the improvements implemented in the model calculation time.

The optimization model was solved for a total of 12 periods, where each one of them corresponds approximately to a month of exploitation, considering a mine capacity of 220 Ktpd and a plant capacity of 50 Ktpd. A transport capacity saturation of 90%, a slope angle of 50% (equation 8) and a value of  $T_L = 3$  (equation 10) were imposed and an operational resource unit of  $50 \times 50 \times 15 \text{ m}^3$ , intercepted with the attributes mintype and Phase-bank was used. In addition of generating the geometric sequences of the annual plan, the optimization model was run for a total of 10 simulations of the geological resources model in order to build a "probability map" of mining blocks for each period of extraction (see Figure 7).

The optimization model implementation was done using AMPL programming language, which was solved by ILOG CPLEX v10.2 commercial software, running parallel with the optimization model for three geostatistical simulations of the resource model on 2 computers and four in a computer, each with four Intel ® Xeon ® processors 1.6 GHz CPU and 4 GB of RAM. The computing time for each simulation block model was approximately 1.5 hours, giving a total of about six hours from the start of the run to the results obtaining. The probability map generated, gives to the mine planner a guide for building extraction polygons that make up the annual plan, allowing to make decisions such as which is the most suitable access to begin extraction in each bank in order to maximize the objective function, decision that in principle is not evident. On the other hand, having a mathematical model to analyze in a reasonable time different strategies of consumption reserves and incorporate the uncertainty surrounding the resource model, allows making decisions such as the resource model simulation to work, in order to maximize the amount of copper recovered. After obtaining 10 extraction sequences by running the optimization model for each realization of the resource model, an assessment of each sequences are made, making them go over the 10 realizations of the block model, obtaining a  $10 \times 10$  matrix with values of total copper. The graphical analysis of these results (see Graph 2) indicates that planning using Kriging block model means to lose the opportunity of capturing about 20 kton of copper in relation to work upon the completion of the block model number 5 (geostatistics simulation number 5).



Graph 2: Copper recovered for each sequence of extraction.

Of course the possibility of catching this delta value is associated with the computing capacity provided by the efficient performance of a tool capable of computing solutions at reasonable times to incorporate an integrated manner the blending and geometric connectedness problem. In Graph 2, the nomenclature sec\_sx represents the block extraction sequence generated by running the optimization model upon the simulation n° x, which is evaluated on a total of 10 simulations, allowing the identification for a range between a minimum value and a maximum value, where the line "Sim-Model" is the value of the sequence associated with the simulation x, evaluated with the block model number x.

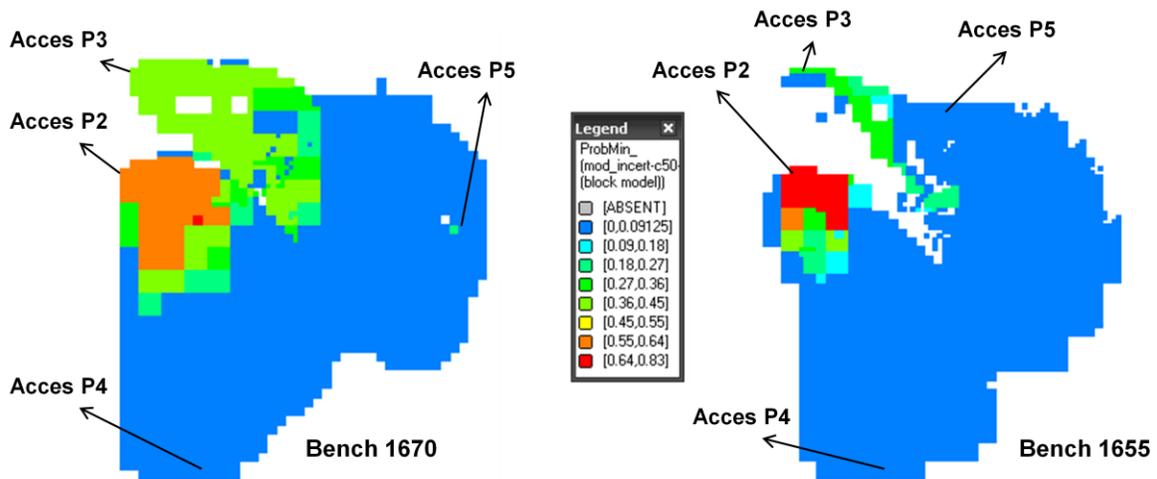


Figure 7: Probability map of extraction of a block in period 1.

## 5. CONCLUSIONS

Implementing a graph structure allows to define a pattern of vertical and horizontal precedence consistent with the logical order of blocks removal in the operation of an open pit mine. On the other hand, this restrictive scheme helps to reduce the range of feasible solutions, which combined with the use of an time-frame algorithm for CPLEX resolution and the possibility of generate MRU, can both reduce the calculation times for a total of 14,000 blocks in about 95%, allowing to solve the problem in a personal computer at a time between 0.5 and 10 minutes depending on the level of aggregation.

Adding the concept of operating exploitation units (MRU) that feeds the optimization model, not only allows to reduce significantly the model computation time and to address problems involving a larger number of variables, but also provides a tool for incorporating minimum operating areas for mining equipment, allowing analysis of the decrease or increase of the recovery associated with selectivity degree that can be achieved with a certain profile of mining equipment.

The decrease in computation time and the use of MRU, allow address the problem of extract scheduling for a greater number of blocks (100,000 blocks), and add uncertainty to the design guide that proposes the mathematical model described in this paper, due to the construction of probability maps of a block is extracted in a given period, which are the result of running the optimization model on a finite number of conditional simulations of the resources model.

## 6. FUTURE WORK

The implementation of the optimization model described in this paper implies an important step to tackle the problem of uncertainty associated with the block sequencing problem for both the short and medium term, incorporating blending and operational constraints, this thanks to the drastic decrease in the calculation times. In this regard an important step goes in hand with the ability to add intelligent way, with the development of the tool described in this document. The challenges to address in the future are:

**Improving resolution techniques:** While in the model in its current stage, it is possible to deal with a universe of 100,000 blocks, in particular for those involved in the medium-term plan of Spence mine, still need to make significant improvements in algorithms resolution if it is wanted to address at some point the long-term problem.

**To study changes in the objective function:** The implementing a graph structure allows to incorporate the item of distances traveled to extract certain volume of blocks, this allows to aspire some changings in the objective function that incorporate the cost item in the model.

**Build model with variables destinations:** In its current stage, the model requires each block to have preset destination, this naturally affects the maximum value achieved by the objective function, an important challenge is to incorporate this item as a variable, so that the destiny of each block is the result of optimization.

## 7. REFERENCES

1. Alexandra M. Newman, Enrique Rubio, Rodrigo Caro, Andres Weintraub (2007), A Review of Operations Research in Mine Planning, Workshop on Operations Research in Mining. 1-13.
2. Boland, N., Dumitrescu, I., Froyland, G., and Gleixner, A., 2009. "LP-based disaggregation approaches to solving the open pit mining production scheduling problem with block processing selectivity." *Computers and Operations Research*, Vol. 36, No. 4, pp. 1064–1089.
3. Caccetta, L. and Giannini, L.M. (1986), Optimization Techniques for the Open Pit Limit Problem, *Proc. Australas. Inst. Min. Metall.* 291, 57–63.
4. Caccetta, L. and Giannini, L.M. (1990), Application of Operations Research Techniques in Open Pit Mining, in Byong-Hun Ahn (Ed.), *Asian-Pacific Operations Research: APORS'88*, Elsevier Science Publishers BV, pp. 707–724.
5. Caccetta, L., Giannini, L.M. and Kelsey, P. (1998), Application of Optimization Techniques in Open Pit Mining, *Proceedings of the Fourth International Conference on Optimization Techniques and Applications (ICOTA'98)* (L. Caccetta et al. Editors.), Vol. 1, pp. 414–422. (Curtin University of Technology: Perth, Australia).
6. Caccetta, L., Kelsey, P. and Giannini, L.M. (1998), Open Pit Mine Production Scheduling, in A.J. Basu, N. Stockton and D. Spottiswood (Eds.), *Computer Applications in the Minerals Industries International Symposium (3rd Regional APCOM)*, Austral. Inst. Min. Metall Publication Series 5, 65–72.
7. Dagdelen, K. and Johnson, T.B. (1986), Optimum Open Pit Mine Production Scheduling by Lagrangian Parameterization, in: *Proc. 19th APCOM Symposium of the Society of Mining Engineers (AIME)* pp. 127–142.
8. Dimitrakopoulos R., C. T. Farrelly and M. Godoy (2002) Moving forward from traditional optimization: grade uncertainty and risk effects in open-pit design. p. A82-A89.
9. Gaupp, M., 2008. Methods for improving the tractability of the block sequencing problem for an open pit mine. P. 15-22.
10. Gershon, M. (1983), Mine Scheduling Optimization with Mixed Integer Programming, *Mining Engineering* 35, 351–354.
11. Gershon, M. (1987), Heuristic Approaches for Mine Planning and Production Scheduling, *Int. Journal of Mining and Geological Engineering* 5, 1–13.
12. Grant D Nicholas, Stephen J Coward and Johan Ferreira (2008), Financial risk assessment using conditional simulations in an integrated evaluation model Grant D Nicholas, Stephen J Coward and Johan Ferreira. p. 1-17.
13. Leite A. and R. Dimitrakopoulos (2002), Stochastic optimisation model for open pit mine planning: application and risk analysis at copper deposit. p. 1-13.
14. Lerchs, H. and Grossmann, I.F. (1965), Optimum Design of Open Pit Mines, *Canad. Inst. Mining Bull.* 58, 47–54.
15. Morales C. and Rubio E. (2010), "Development of a mathematical programming model to support the planning of short-term mining", *Proc. of the 34th Intern. Symp. on Application of Computers and Operations research in the Mineral Industry (APCOM)*, Vancouver, Canada.
16. Picard, J.C. (1976), Maximum Closure of a Graph and Applications to Combinatorial Problems, *Management Sc.* 22, 1268-1272.
17. Ramazan, S., (2007). "The new fundamental tree algorithm for production scheduling of open pit mines." *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 2, pp. 1153–1166.
18. Rubio, E., (2006). Block cave mine infrastructure reliability applied to production planning. Thesis (Ph. D.). Vancouver, Canada. The University of British Columbia. The Faculty of Graduate Studies (Mining Engineering).
19. Smith, M. L., (1998). Optimizing short-term production schedules in surface mining: Integrating mine modeling software with AMPL/CPLEX. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 12, p.149-155.

20. Whittle, J. (1998), Four-X User Manual, Whittle Programming Pty Ltd., Melbourne, Australia.