UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

REGULACIÓN ÓPTIMA BAJO INFORMACIÓN INCOMPLETA: PRECIOS VERSUS CANTIDADES

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN ECONOMÍA APLICADA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

JORGE ANDRÉS VÁSQUEZ ORTIZ

PROFESORES GUÍAS:
LEONARDO BASSO SOTZ
NICOLÁS FIGUEROA GONZÁLEZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
RONALD FISCHER BARKAN
JUAN PABLO MONTERO

SANTIAGO DE CHILE
2009

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL Y AL GRADO DE
MAGÍSTER EN ECONOMÍA APLICADA
POR: JORGE VÁSQUEZ ORTIZ
FECHA: NOVIEMBRE DE 2009
PROFS. GUÍAS: Sr. LEONARDO BASSO S.
Sr. NICOLÁS FIGUEROA G.

En esta tesis comparamos dos mecanismos para regular a un monopolio cuando existe información asimétrica en la demanda o costos: fijar el precio del bien o servicio, o fijar la cantidad a ser producida. Este es un problema de agente-principal, que resolvemos usando Diseño de Mecanismos (*mecanismos sofisticados*) y *mecanismos simples* -es decir, restringiendo al regulador a nombrar un precio o una cantidad para todo estado operacional del monopolio. Si bien el primer enfoque es más general y permite alcanzar un mayor bienestar soial, es considerado difícil de implementar en la práctica, por lo que también resolvemos para el caso de mecanismos que no inducen revelación de información. Para cada caso, caracterizamos los mecanismos regulatorios en precios y cantidades, y luego comparamos para elegir el que genere mayor bienestar social.

Encontramos que cuando los costos son desconocidos para el regulador, regular por cantidad es equivalente a regular por precio, independiente de si los mecanismos son simples o sofisticados. La razón es que ambas regulaciones se pueden mapear de forma unívoca a través de la función de demanda. Sin embargo, cuando la demanda es desconocida, la comparación entre ambos mecanismos depende de si los mecanismos son simples o sofisticados, y de la forma de los costos del monopolista. Si el regulador regula con mecanismos sofisticados y los costos marginales son no-decrecientes, la regulación por precio domina a la regulación por cantidad: la primera alcanza el *first-best* dejando con cero ganancias a la firma, mientras que la última induce ineficiencias asignativas y deja a la firma con rentas informacionales. Si los mecanismos son sofisticados y los costos marginales son decrecientes, la comparación entre precios y cantidades dependerá de los valores de los parámetros, en particular de la importancia de las ganancias de la firma en la función objetivo. Por otro lado, si los mecanismos son simples y los costos marginales son no-crecientes, regular por precio domina a cantidad, y cuando los costos marginales son crecientes, la comparación depende de los valores de los parámetros.

Finalmente, analizamos los potenciales incentivos a racionar del monopolista cuando la demanda es desconocida, resaltando la necesidad de instituciones intermediarias que se preocupen de corregir tal comportamiento, con el fin de que ambos mecanismos regulatorios cumplan su objetivo.

Dedicatoria

Esta tesis la dedico muy especialmente a la memoria de mi querido Padre Carlos Alfredo Vásquez Silva (Q. E. P. D).

Jorge Vásquez Ortiz.
Santiago, Noviembre de 2009

Agradecimientos

Agradezco a mi familia, en especial a mi madre por su continuo e incondicional apoyo a través de toda mi formación profesional.

Agradezco a Carolina, mi fiel compañera que siempre tuvo las palabras correctas para alentarme en los minutos más difíciles de esta investigación. Muchas gracias por tu alegría y optimismo.

Debo agradecer de manera muy especial, a mis profesores guías Leonardo y Nicolás. Me siento privilegiado de poder haber trabajado con dos personas tan completas. Sin duda alguna, ustedes alimentaron fuertemente mis deseos de seguir una carrera académica, y han sido fundamentales en los logros que he obtenido en estos últimos años. Les agradezco a ambos por la paciencia, entrega y buena voluntad que tuvieron conmigo. No sólo me llevo una imagen de grandes profesores, sino también, de excelentes personas.

Por último, le agradezco a la comunidad transportista (profesores y alumnos) por la cálida acogida que tuvieron con un estudiante no perteneciente al departamento.

Índice general

Índice de figuras

Capítulo 1

Introducción

Supongamos que el gobierno ha decidido regular a un monopolio que produce un único bien o servicio. ¿Debería el regulador fijar la cantidad a producir, o bien fijar el precio de venta del bien? Esta pregunta ha tomado relevancia recientemente en el manejo de aeropuertos congestionados, pues lo aeropuertos debido a su localidad, pueden ser vistos como monopolios (*location monopoly*), e incluso monopolios naturales cuando presentan retornos crecientes a escala (Ver Niemeier (2009)). De esta forma, la capacidad debería ser racionada eficientemente, lo cual podría hacerse a través de precios o cantidades (*slot regulation*)[1].

La pregunta acerca si es mejor regular a un monopolio por cantidad o precio, se vuelve irrelevante cuando la información es completa: basta que el regulador calcule el nivel óptimo de producción, y luego encuentre el precio que ajuste a tal nivel, la producción escogida por la firma. Sin embargo, el supuesto de que la firma y el regulador tengan la misma información acerca de la demanda y costos no pareciera ser natural como lo plantea antiguamente Weitzman, y recientemente Niemeier entre otros,

> "Si llegara a existir alguna preferencia entre elegir precios o cantidades, debe ser por información imprecisa o incertidumbre. Por supuesto, es natural pensar que el planificador (regulador) no dispondrá con precisión la información acerca de los beneficios o costos, pues incluso aquellos que posiblemente podrían saber, difícilmente tendrán una especificación exacta." (Weitzman, 1974)

> "La idea básica es que la regulación debería llevar a los mismos resultados que en mercados competitivos (...) La regulación puede lograr esos resultados

[1] Brueckner (2009), Verhoef (2009), Czerny (2009) comparan precios versus cantidades como mecanismos para mitigar la congestión en aeropuertos.

> si el regulador se encuentra perfectamente informado, lo que típicamente no ocurre." (Niemeier, 2009)

Por lo tanto, es natural asumir que la firma tendrá mejor información de su ambiente operacional que el regulador, como lo sugieren estas observaciones. De esta forma, dependiendo de la naturaleza de la información, regular por cantidad a un monopolio podría ser mejor que hacerlo por precio. Lo anterior motiva nuestra primera pregunta de investigación:

(i) En un ambiente donde la firma regulada tiene mejor conocimiento acerca de su demanda o costos, ¿Qué mecanismo regulatorio es preferible, precios o cantidades? y, ¿De qué depende?

Teniendo en cuenta que el monopolio posee información privada en su demanda o costos, la respuesta a la pregunta anterior se puede contestar usando Diseño de Mecanismos: se encuentra el mejor mecanismo en cantidades y precios, y luego se compara para elegir el mejor. De este modo,

(ii) Si el regulador es sofisticado o "diseñador de mecanismos", ¿Qué mecanismo es preferible, precios o cantidades?

Sin embargo, en la práctica esto típicamente es complejo de realizar, ya que se necesita de un regulador especializado o sofisticado que sea capaz de implementar en una industria un menú de contratos que induzcan la autoselección de los "tipos". Weitzman argumenta,

> "Debe ser aparente que es infactible que el planificador transmita un esquema de precios o cantidades. Un mensaje contingente es un contrato especializado, complicado de implementar y difícil de entender (...) Luego, puede ser inapropiado, por ejemplo, pedir menos producción si los costos fueron altos a menos que un esquema muy sofisticado acompañe ese mensaje." (Weitzman, 1974)

Por lo tanto, el regulador por simplicidad podría limitarse a nombrar un único mecanismo regulatorio independiente del estado operacional del monopolio -es decir, fijar un precio o una cantidad-. Esto lleva a la tercera pregunta de investigación,

(ii) Si el regulador decide restringirse a mecanismos simples o "prácticos", ¿Qué mecanismo es preferible, precios o cantidades?

Construimos el modelo sobre resultados existentes en regulación de monopolios bajo selección adversa. En particular, usamos un marco de trabajo análogo al de Baron y Myerson (1982), y Lewis y Sappington (1988). Los primeros, caracterizaron el mecanismo óptimo en precios cuando la firma posee información privada acerca de sus costos, y la función objetivo es una función de bienestar social esperada que valora las ganancias de la firma a una fracción $\alpha \leq 1$, en comparación al bienestar de los consumidores. Ellos encuentran que el mecanismo óptimo, es un menú de precios y transferencias contingente en la información reportada por la firma. Por otro lado, considerando la misma función objetivo, Lewis y Sappington (1988) analizan el mecanismo óptimo en precios cuando la firma posee información privada en la demanda. Primero, ellos encuentran que cuando los costos marginales son crecientes, el mecanismo óptimo en precios es el mecanismo óptimo bajo información completa (mecanismo *first-best*). Segundo, cuando los costos marginales son crecientes, el mecanismo óptimo establece un único precio y transferencia independiente de la información reportada.

Como en nuestro caso lo que se busca comparar son dos tipos de regulaciones, necesitamos encontrar los mecanismos óptimos en cantidades cuando la información es limitada en los costos, y demanda. Además, para poder entender cómo influye el regulador en la elección de precios y cantidades, necesitamos encontrar los mecanismos en cantidades cuando el regulador es un "diseñador de mecanismos", y cuando no lo es.

Primero, mostramos que cuando la información privada es concerniente a los costos, regular por precio o cantidad es equivalente. Dado que la función de demanda es de conocimiento común, el mecanismo óptimo en precio se puede mapear de forma unívoca por un mecanismo en cantidades, y viceversa. Luego, cuando la demanda es desconocida, la comparación entre precios y cantidades dependerá de la habilidad el regulador. Si el regulador es sofisticado, el mecanismo óptimo en cantidades es un menú de cantidades y precios, independiente de la estructura de costos de la firma, que inducen la autoselección de los tipos. De este modo, cuando los costos marginales son crecientes, el mecanismo óptimo en precios domina al mecanismo óptimo en cantidades, ya que en el primero se alcanza el *first-best* mientras que en el último se generan ineficiencias asignativas que dejan a la firma con rentas informacionales. Sin embargo, cuando los costos marginales decrecen con el nivel de producción, la elección entre precios y cantidades dependerá de los parámetros, en particular de la importancia de las ganancias de la firma en la función objetivo: existirá un corte para el peso de las ganancias de la firma (α) tal que para valores superiores regular por cantidad domina. Por último, si el regulador se restringe a mecanismos no contingentes en la información reportada, regular por precio dominará cuando los costos marginales sean decrecientes. Por otro lado, si los costos marginales son crecientes, la elección dependerá de los valores de los parámetros.

La discusión entre precios versus cantidades en regulación de monopolios no ha sido explorada en la literatura. Generalmente, el poder de mercado se regula basádonde en nociones de precios[2], y no de cantidades. De hecho, no hay una definición formal de regular por cantidad a un monopolio. La teoría moderna en regulación de monopolios, reconoce el hecho que la información entre el regulador y la firma es asimétrica, centrándose en extender el modelo seminal introducido por Baron y Myerson (1982), permitiendo información multi-dimensional, regulador parcialmente informado, costo social de las transferencias, interacciones dinámicas, compromiso imperfecto entre las partes, firmas aversas la riesgo, esfuerzos en reducción de costos y riesgo moral, etc.

Sin embargo, la pregunta de precios o cantidades ha sido objeto de debate en amplios tópicos de la economía, tales como: Economía Ambiental y Control de Polución. En presencia de externalidades, la regulación por precio usualmente se asocia a impuestos, y la por cantidad a cuotas o permisos (que pueden ser transables). Con respecto al control de polución[3], Weitzman (1974), Adar y Griffin (1976), Kelly (2004), Montero (2001), Quirion (2004), Hoel y Karp (2001), Moledina et. al (2001) entre otros, comparan precios versus cantidades, restringiendo al regulador a nombrar un único precio o cantidad para todo estado operacional de la firma[4]. Uno podría pensar que la literatura de precios versus cantidades sobre el control de externalidades sirve para responder nuestras preguntas de investigación, pero no. A pesar de que los marcos de trabajo son similares, en control de polución la firma se considera usualmente como "atomística", por ende, no se preocupa de su "demanda" al momento de producir o vender. En el capítulo 2 explicaremos con detalles esta discusión.

En el capítulo 2 hacemos una revisión más detallada e interpretativa de los principales artículos relacionados con esta tesis, y mostramos algunos resultados directos. En el capítulo 3, encontramos el mecanismo regulatorio en cantidades cuando el regulador es sofisticado, y el mecanismo regulatorio en precios para costos marginales decrecientes[5].

[2]Por ejemplo: regulación por costo de servicio, y por precio máximo entre otros

[3]La discusión se ha extendido también al promovimiento de energía renovable, y cambio climático global. Ver Menanteau et al (2003), Pizer (2002).

[4]Kaplow y Shavell (2002) argumentan que en general los mecanismos en precios tienen ventaja siempre y cuando se relaje el supuesto de que el precio (impuesto) debe ser plano o fijo. Dasgupta, Hammond y Maskin (1980) estudian un mecanismo regulatorio que induce el reporte honesto de los costos por parte de la firma contaminante.

[5]Lewis y Sappington (1988) no caracterizan el mecanismo óptimo en este caso. Su prueba no es constructiva.

Además, comparamos ambos mecanismos, explicitando formas funcionales para el caso de costos marginales decrecientes. En el capítulo 4, encontramos los mecanismos regulatorios -en cantidades y precios- cuando el regulador se basa en mecanismos únicos. Luego, comparamos usando las mismas formas funcionales que en el capítulo 3. En el capítulo 5, hacemos una discusión más detallada de los resultados encontrados, centrándonos en el rol del regulador y en los incentivos a racionar de la firma. En el capítulo 6, hablamos de posibles extensiones de esta tesis, y finalmente, en el capítulo 7 concluimos.

Capítulo 2

Revisión crítica de la literatura y primeros resultados

Con respecto a la literatura de regulación de monopolios bajo selección adversa, el ambiente *típico* consiste en un modelo de agente-principal, donde la asimetría en la información se encuentra en los costos o demanda. Esta información está indexada por un parámetro θ, el cual es observable por el monopolista (agente) pero no por el regulador (principal). Este parámetro, por simplicidad, pertenece a algún intervalo compacto $\Theta = \left[\underline{\theta}, \overline{\theta}\right] \subset \mathbb{R}$. El regulador tiene una creencia subjetiva de la distribución de θ, $G : \Theta \to [0, 1]$ con densidad continua $g(\cdot)$.

La interacción entre la firma y el regulador involucra dos variables: una asignación $x \in \mathbb{R}_+$ y un pago $T \in \mathbb{R}$. La asignación x representa el precio o la cantidad regulada, y el pago T, transferencias a suma alzada (impuestos si es positivo, subsidio si no) de los consumidores a la firma. El regulador escogerá (x, T) de acuerdo a un mensaje o reporte realizado por la firma. Luego, en vista de que la firma podría tener incentivos a reportar falsamente cuando le sea ventajoso hacerlo, el regulador, usando el Principio de la Revelación, puede restringirse a mecanismos directos compatibles en incentivos sin perder generalidad. A estos mecanismos les llamamos *mecanismos regulatorios sofisticados*. Formalmente,

Definición 1. *Consideremos $\theta \in \Theta$ la información privada de la firma acerca de su demanda o costos. Un* ***mecanismo regulatorio sofisticado*** *consiste en una regla de asignación $x : \Theta \longrightarrow \mathbb{R}_+$, y una regla de pagos $T : \Theta \longrightarrow \mathbb{R}$, tal que $\{x(\theta), T(\theta)\}_{\theta \in \Theta}$ es un menú que induce la autoselección por cada $\theta \in \Theta$. Donde x representa la cantidad regulada si la regulación fue por cantidad, o el precio regulado si fue por precio, y T rep-*

resenta transferencias a suma alzada.
Diremos que un regulador es ***sofisticado*** *si regula con mecanismos regulatorios sofisticados.*

La función de utilidad del monopolista es,

$$\pi(x, T, \theta) = R(x, \theta) + T$$

Donde $R : I\!R_+ \times \Theta \to I\!R_+$ son los ingresos menos los costos del monopolista. La función de utilidad del principal SW, es una función de bienestar social que pondera las ganancias de la firma menos que el bienestar de los consumidores. Específicamente,

$$SW(x, T, \theta) = CS(x, \theta) - T + \alpha\pi(x, T, \theta) \quad \alpha \in [0, 1]$$

Donde $CS : I\!R_+ \times \Theta \to I\!R_+$ es el bienestar de los consumidores.

Para que el mecanismo regulatorio sea factible, además de satisfacer la compatibilidad en incentivos, debe satisfacer la restricción de racionalidad individual o participación voluntaria. En otras palabras, para cualquier estado θ el monopolista no puede tener ganancias negativas. De este modo, el regulador buscará un mecanismo regulatorio que le brinde el mayor pago esperado posible, es decir, el regulador maximizará su utilidad esperada sujeto a la restricción de compatibilidad en incentivos y participación voluntaria:

$$\begin{aligned} \max_{x,T} \quad & \int_{\Theta} SW(x(\theta), T(\theta), \theta) g(\theta) d\theta \\ s.a \quad & \pi(x(\theta), T(\theta), \theta) \geq \pi(x(\hat{\theta}), T(\hat{\theta}), \theta) \quad \forall (\theta, \hat{\theta}) \in \Theta^2 \\ & \pi(x(\theta), T(\theta), \theta) \geq 0 \quad \forall \theta \in \Theta \end{aligned}$$

Siguiendo esta línea, Baron y Myerson (1982) caracterizaron el mecanismo regulatorio óptimo **en precios** -es decir, $x(\cdot) = p(\cdot)$- cuando el monopolio tiene información privada en sus costos $C(q, \theta)$. Se asume que diferentes valores de θ se traducen en expansiones (contracciones) paralelas de los costos marginales (asumidos constantes). El resultado principal es que el regulador diseña un mecanismo $(p^*(\cdot), T^*(\cdot))$ tal que la firma de costos más altos termina con cero ganancias, y el resto con *rentas informacionales*. Cabe mencionar que al tipo más eficiente (costos marginales más bajos) se le tarifica a su costo marginal verdadero (*no distortion at-the-top*).

Siguiendo con la discusión, Lewis y Sappington (1988) resuelven el caso simétrico a

Baron y Myerson (1982), donde la firma posee información privada en la demanda que enfrenta y la función de costos es de conocimiento común. La función de demanda directa es $Q(p, \theta)$, donde una realizaciones altas de θ representan expansiones paralelas en la demanda. Los resultados que obtienen son totalmente diferentes al caso de costos desconocidos. Ellos encuentran que el mecanismo regulatorio óptimo **en precios** es sensible a la tecnología productiva de la firma. Específicamente, si los costos marginales son crecientes, el mecanismo *first-best* -es decir, precio igual a costo marginal y transferencias que dejan con cero ganancias a la firma cualquiera sea su demanda- es compatible en incentivos y por ende, factible y óptimo. Si los costos marginales son decrecientes, el mecanismo óptimo trata a todos los tipos igual independiente del reporte de la firma. De este modo, el regulador escoge un precio y una transferencia para todo θ. Por lo tanto, el par (p, T) no depende de θ.

En orden de poder comparar precios versus cantidades bajo selección adversa, necesitamos encontrar los mecanismos regulatorios óptimos en cantidades, cuando la información desconocida está en la demanda, y en los costos. Necesitamos completar el siguiente cuadro:

<table>
<tr><td rowspan="3"></td><td colspan="4">REGULACIÓN ÓPTIMA BAJO SELECCIÓN ADVERSA</td></tr>
<tr><td colspan="2">Costos desconocidos</td><td colspan="2">Demanda desconocida</td></tr>
<tr><td>Precio</td><td>Cantidad</td><td>Precio</td><td>Cantidad</td></tr>
<tr><td>Cmg crecientes</td><td>X</td><td>X</td><td rowspan="2">Lewis y Sappington (1988)</td><td>X</td></tr>
<tr><td>Cmg constantes</td><td>Baron y Myerson (1982)</td><td>X</td><td>X</td></tr>
<tr><td>Cmg Decrecientes</td><td>X</td><td>X</td><td>Lewis y Sappington (1988)</td><td>X</td></tr>
</table>

Cabe mencionar que para costos marginales decrecientes y demanda desconocida, Lewis y Sappington (1988) no caracterizan el mecanismo óptimo en precios, lo que es fundamental para poder comparar.

Con respecto a Precios versus Cantidades, el paper seminal es el de Weitzman (1974). Este artículo compara dos mecanimos de regulación: uno basado en precios y otro en cantidades. Específicamente, en el primero a la firma se le fija **un** precio uniforme de venta, y en el segundo, **una** cantidad a producir. Se considera información incompleta tanto en los costos como en la demanda, una función de beneficios $B(q, \theta)$[1] con $B_1(\cdot, \eta) > 0$, $B_{11}(\cdot, \theta) < 0$ y una función de costos $C(q, \eta)$ con $C_1(\cdot, \eta) > 0$, $C_{11}(\cdot, \eta) > 0$, donde θ y η

[1] Note que la función de beneficios B corresponde a $CS + pq$, es decir, al excedente de los consumidores más los ingresos por venta de la firma.

son variables aleatorias independientes. La función objetivo, es una función de bienestar social no ponderada ($\alpha = 1$) $\mathbb{E}_{\theta,\eta}[B(q,\theta) - C(q,\eta)]$. Luego, las opciones comparadas son las siguientes:

- Opción 1. Ordenar la producción q^* al mínimo costo y anunciar el consumo q^* a los consumidores.
- Opción 2. Anunciar el precio p^* a la firma, dejar que ésta maximize utilidades $p^*q - C(q,\eta)$, y anunciar la producción óptima de la firma a los consumidores.

Es importante notar que en Weitzman (1974) se asume implícitamente en la opción 2, que η es lo que hoy se conoce como información privada; es decir, información que la firma conoce con certeza, pero que el regulador sólo conoce su distribución probabilística. Por ende, podemos clasificar el problema de Weitzman (1974) como un problema de incertidumbre en la demanda e información privada en los costos, donde el regulador se restringe a mecanismos que **no** tomen en cuenta esta ventaja informacional de la firma. El regulador simplemente se restringe a nombrar un único precio o cantidad para todas las realizaciones de los costos (η). A esta clase de mecanismos nosotros les llamamos *mecanismos regulatorios simples*. Formalmente,

Definición 2. *Consideremos $\theta \in \Theta$ la información privada de la firma acerca de su demanda o costos. Un* ***mecanismo regulatorio simple*** *consiste en una única asignación y transferencias $\{x^*, T^*\}$ para todo estado $\theta \in \Theta$. Donde x^* representa la cantidad regulada si la regulación fue por cantidad, o el precio regulado si fue por precio, y T^* representa transferencias a suma alzada.*
Diremos que un regulador es ***simple*** *si regula con mecanismos regulatorios simples.*

Observación 1. *Relacionando esta definición con el problema de agente-principal introducido anteriormente, un mecanismo simple lo podemos ver como un mecanismo sofisticado que hace* "bunching" *en todo el soporte Θ. En otras palabras, un mecanismo sofisticado $(x(\cdot), T(\cdot))$ es un mecanismo simple si $(x(\cdot), T(\cdot)) = (x, T)$ para algún $(x, T) \in I\!R_+ \times I\!R$. Notemos que el resultado de Lewis y Sappington (1988) con costos marginales decrecientes, lo podemos interpretar como que el mejor mecanismo sofisticado en precios es un mecanismo simple en precios.*

Weitzman (1974) no incorpora transferencias (T) como las mencionadas en la definición anterior, pues está considerando $\alpha = 1$, por lo que las transferencias desaparecen en la función objetivo, siendo irrelevantes en la especificación del mecanismo.

Comparando las opciones, en la opción 1 se escoge,

$$q^* \in \arg\max_q \mathbb{E}_{\theta,\eta}[B(q,\theta) - C(q,\eta)]$$

En la opción 2,

$$p^* \in \arg\max_p \mathbb{E}_{\theta,\eta}[B(h(p,\eta),\theta) - C(h(p,\eta),\eta)]$$

Donde $h(p,\eta) = \tilde{q} \in \arg\max_q pq - C(q,\eta)$. Notemos que, dado un precio regulado p, la firma escogerá -maximizando ganancias- producir $h(p,\eta)$ unidades. Notar que la producción de la firma en la opción 2 depende, del precio regulado y de su información privada en los costos (desconocida para el regulador).

Asumiendo aproximaciones de segundo orden (ver Weitzman (1974)) en los beneficios y costos, se encuentra que:

$$\triangle_{1/2} = -\frac{(B'' + C'')\sigma_\eta}{2C^{2''}}$$

Donde $\triangle_{1/2}$ representa la ventaja comparativa de la opción 2 versus la opción 1, σ_η representa la varianza de los costos marginales, y $(B''+C'')$ la diferencia entre la curvatura de los beneficios y costos. Luego, el signo de $\triangle_{1/2}$ estará determinado por el signo de $-(B'' + C'')$. La incertidumbre en la demanda es totalmente irrelevante en la elección de precios o cantidades, no así la información privada en los costos. Intuitivamente, con la opción 2 la sociedad está ganando pues la firma está produciendo a su nivel eficiente -es decir, donde el precio iguala al costo marginal-.

Mirando la función objetivo en la opción 2, se puede apreciar que **todo** lo que la firma produce será consumido por la sociedad, es decir, la firma vende todo lo que puede al precio regulado. La interacción entre la firma y los consumidores desaparece, pues el consumidor ya no puede elegir entre consumir o no. Lo que uno tiende a pensar es que un agente racional va a comprar si y solamente si

$$B(h(p,\eta),\theta) - ph(p,\eta) \geq 0$$

Por lo tanto, habría que pedir que el precio regulado óptimo p^* satisfaga $B(h(p^*,\eta),\theta) - p^*h(p^*,\eta) \geq 0$ para todo (θ,η), lo que no sucede en Weitzman (1974). En Weitzman (1974) la firma toma el precio regulado como dato y produce la cantidad que maximiza ganancias asumiendo que le compran todo. En otras palabras, la firma es una firma representativa, por ende se puede ver como atomística. Dos aplicaciones que encajan perfecto con Weitzman (1974) son: *Pollution Control* y *Procurement*. En el primero, las emisiones tóxicas producidas por una firma son recibidas por la gente sin poder decidir si "comprar o no" (no hay un mercado natural). En el último, el gobierno es el que compra y reparte los bienes a los consumidores. En conclusión, para nuestro caso (regulación de monopolios), los resultados de Weitzman (1974) no son aplicables.

Un artículo que sigue una metodología análoga a Weitzman (1974), donde los resultados **si** son aplicables a regulación de monopolios, es Laffont (1977). Ahí, se hace una revisión de Weitzman (1974), explotando las diferencias entre lo que es "gap informacional" y "Incertidumbre[2]". La primera es información privada, y la segunda, información desconocida tanto para el regulador como para la firma[3]. Laffont se da cuenta que es totalmente irrelevante la elección entre regular por precio o cantidad si la firma y el regulador enfrentan incertidumbre en los costos y/o demanda. Intuitivamente, no hay ninguna ganancia en delegar a la firma o a los consumidores la decisión de producción cuando se les regula por precio. Esto explica el hecho que en el resultado principal de Weitzman (1974), la incertidumbre en la demanda no juegue ningún rol en la elección de precios o cantidades.

En Laffont (1977) se analiza el "caso dual de Weitzman[4]", es decir, cuando hay incertidumbre en los costos e información privada en la demanda. Se comparan dos opciones:

- Opción 1. Ordenar la producción q^* al mínimo costo y anunciar el consumo q^* a los consumidores.

- Opción 2. Anunciar el precio p^* a los consumidores, dejar que éstos maximizen su beneficios $B(q, \theta) - p^* q$, y anunciar el consumo óptimo de los consumidores a la firma[5].

Dicho de otro modo, en la opción 1 se escoge,

$$q^* \in \arg\max_q \mathbb{E}_{\theta,\eta}[B(q, \theta) - C(q, \eta)]$$

En la opción 2,

$$p^* \in \arg\max_p \mathbb{E}_{\theta,\eta}[B(k(p, \theta), \theta) - C(k(p, \theta), \eta)]$$

[2]Nosotros llamamos "Incertidumbre" a lo que Laffont (1977) llama "*Genuine Randomness*".

[3]Nos referimos que ambos agentes no conocen una variable *ex-ante*, por ejemplo, fluctuaciones día-a-día. Sin embargo, las creencias no tienen porque ser iguales para ambos. Weitzman (1974) asume que el regulador y la firma tienen las mismas expectativas sobre la función de beneficios $B(q, \eta)$, sin embargo, Laffont (1977) extiende este caso permitiendo diferencias.

[4]En el artículo se refieren a "*Weitzman dual case*".

[5]Dado p, la cantidad óptima consumida $k(p, \theta)$ igualará el precio con el beneficio marginal $B_1(k(p, \theta), \theta)$.

Notemos que si $B(q,\theta)$ representa el excedente de los consumidores más los ingresos de la firma, entonces $k(p,\theta) = Q(p,\theta)$ si $Q(\cdot,\theta)$ es la función de demanda directa para una realización θ.

Haciendo aproximaciones de segundo orden (ver Laffont (1977)), se obtiene:

$$\widetilde{\triangle}_{1/2} = \frac{(B'' + C'')\sigma_\theta}{2B^{2\prime\prime}}$$

Donde $\widetilde{\triangle}_{1/2}$ representa la ventaja comparativa de la opción 2 versus la opción 1, y σ_θ representa la varianza de la demanda. Por lo tanto, en el caso dual de Weitzman la elección entre precios y cantidades depende de la varianza de la demanda y de la diferencia entre la curvatura de los beneficios (pendiente de la demanda) y de los costos (pendiente costos marginales), resultado totalmente simétrico a Weitzman (1974).

Por lo tanto, si el regulador puede prevenir el racionamiento del monopolio, es decir, venderle a cualquiera que demande el bien al precio regulado, o poner un precio uniforme tal que ninguna unidad regulada se quede en inventario, los resultados de Laffont (1977) aplican a regulación de monopolios. En la opción 1 el precio se ajusta para que todas las unidades asignadas a producir sean compradas por los consumidores, y en la opción 2, la firma vende todo lo que los consumidores estén dispuestos a comprar al precio regulado.

Extendiendo el análisis de Laffont (1977) para $\alpha < 1$, nuestro objetivo es completar cada celda con el mejor mecanismo que maximice la utilidad esperada del regulador,

	Precios vs. Cantidades			
	Mec. Simples		**Mec. Sofisticados**	
	Costos	*Demanda*	*Costos*	*Demanda*
Cmg crecientes	*?*	*?*	*?*	*?*
Cmg constantes	*?*	*?*	*?*	*?*
Cmg Decrecientes	*?*	*?*	*?*	*?*

Notemos que cuando la función de demanda $Q(p)$ es de conocimiento común, la discusión de precios versus cantidades es irrelevante: si el mecanismo regulatorio óptimo en precios es $(p^*(\theta), T^*(\theta))$ entonces el mecanismo óptimo en cantidades será $(q^*(\theta) = Q(p^*(\theta)), T^*(\theta))$, logrando así el mismo resultado en la función objetivo. Lo mismo ocurre si los mecanismos son simples. De este modo,

Proposición 1. *Cuando hay información privada en los costos, independiente de si el regulador es sofisticado o simple, regular por precio o cantidad llevan al mismo resultado en términos del precio final, cantidad final, transferencias, y función objetivo.*

Por lo tanto, nuestras preguntas de investigación se reducen a completar las celdas del siguiente cuadro:

Cuadro 2.1: Preguntas de investigacion despúes de revisión de literatura.

	PRECIOS VS. CANTIDADES			
	Mec. Simples		**Mec. Sofisticados**	
	Costos	*Demanda*	*Costos*	*Demanda*
Cmg crecientes	*Equivalentes*	*?*	*Equivalentes*	*?*
Cmg constantes	*Equivalentes*	*?*	*Equivalentes*	*?*
Cmg Decrecientes	*Equivalentes*	*?*	*Equivalentes*	?

Es importante notar que, dependiendo de la información del mercado, existirán ocasiones donde será natural que los costos y/o demanda sean desconocidos para el regulador. Un ejemplo donde es natural asumir información privada en la demanda, son las *estructuras verticales*. Supongamos un monopolio que vende un *input* a firmas que producen un cierto bien final. En este caso, es razonable que la información desconocida para el regulador se encuentre en la demanda del monopolio y no sus costos, pues básicamente el equilibrio en el mercado del bien final, define la demanda del monopolista, como se ve en la figura 2.1. De este modo, conocer la demanda del monopolio implica conocer la demanda y costos de las firmas en el escalón intermedio, lo que claramente es más difícil que descubrir la tecnología de producción del monopolio. En los aeropuertos ocurre lo anterior, donde la demanda del aeropuerto depende de los costos y demandas de las aerolineas.

La comparación entre precios y cantidades deja de ser trivial cuando la demanda es desconocida, pues reemplazar el precio óptimo en la función de demanda directa para obtener la cantidad óptima regulada, es inútil. Por esta razón, es imperativo determinar el mecanismo regulatorio óptimo en cantidades cuando la demanda es desconocida, y así, comparar. Además, hay que caracterizar el mecanismo *bunching* cuando los costos marginales son decrecientes, pues la demostración hecha en Lewis y Sappington (1988) no es constructiva.

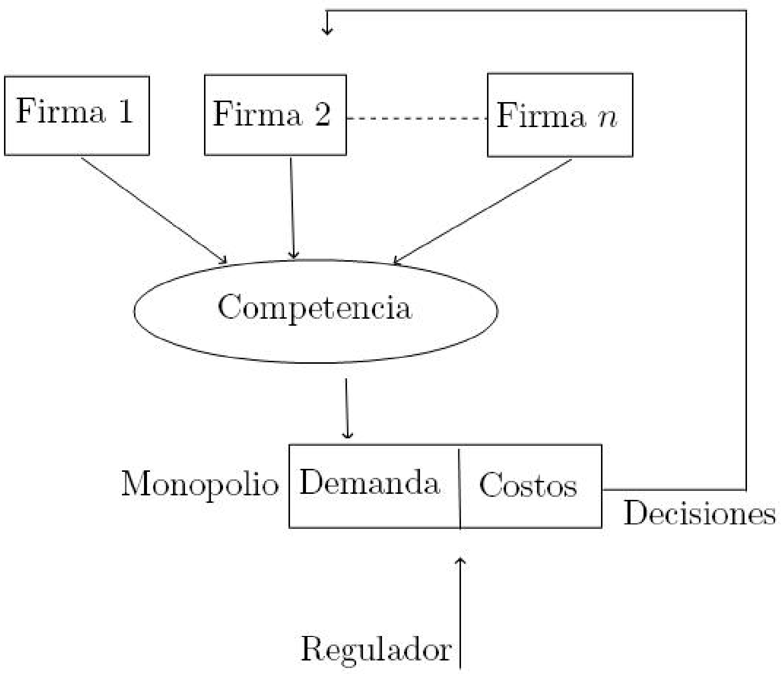

Figura 2.1: Estructura vertical y demanda desconocida.

Capítulo 3

Mecanismos regulatorios sofisticados

En este capítulo caracterizaremos completamente los mecanismos regulatorios en cantidades y precios cuando el regulador se restringe a *mecanismos sofisticados*. Encontraremos la regla óptima de asignación y pagos por cada reporte de la la firma, centrándonos en un ambiente análogo al de Lewis y Sappington (1988), donde el monopolista posee información privada en la demanda, y sus costos son de conocimiento común.

Para que este caso sea interesante, debemos imponer que la cantidad vendida no sea observable si se regula por precio. Lo mismo si se regula por cantidad, donde el precio no será observable *ex-post*[1].

Para fijar ideas nos basaremos en los siguientes supuestos:

Supuesto 1 (**No Enforcement Cost**). *Asumiremos la existencia de instituciones que obligan a la firma a cumplir su contrato, o bien el costo para el regulador de hacer cumplir el contrato es despreciable.*

Supuesto 2 (**Market Clearing**). *Asumiremos que el monopolista no raciona a sus clientes, es decir, la firma limpia el mercado.*

El supuesto 1 nos dice que el regulador -sin costo alguno- puede obligar a la firma a producir o cobrar lo que le fue mandado. Cabe mencionar que este supuesto se vuelve relevante cuando se comparan dos tipos de regulaciones, en particular, si una es basada en precio y la otra en cantidades, y el número de firmas es grande[2]. Si pensamos en regulación de externalidades, Glaeser y Shleifer (2001) argumentan que los costos de encontrar violaciones generalmente son más bajos en el caso de restricciones de cantidad, por

[1]Como la función de costos es conocida, basta que el regulador compense a la firma por sus costos realizados. Luego, el monopolista no tendrá incentivos a producir (cobrar) otra(otro) cantidad (precio) salvo el más preferido por el regulador, por lo que el problema pierde interés.

[2]Ver Montero (2001), Glaeser y Shleifer (2001)

ejemplo, leyes de caza y de pesca, polución, leyes *anti-trust*, *Blue laws*[3] , entre otras. El aspecto crucial es que, en tales ejemplos, los privados pueden "acusar" a la firma cuando no está respetando la regulación, haciendo que sea "más barato" para el principal pillar y multar a la firma que hace trampa. Si la regulación es basada en precios (impuestos), en cambio, la firma podría evadir el impuesto o alterar sus registros contables, haciendo que la detección sea más costosa. Cabe notar, sin embargo, en modelos de Agente-Principal este supuesto se asume generalmente. Lo que a nosotros nos interesa es entender ¿Cuál debería ser la elección óptima del regulador, cuando los costos de *enforcement* son iguales para ambos mecanismos, y la demanda es desconocida?

Por otro lado, a pesar de que el supuesto 1 obliga al monopolista a obedecer al mecanismo regulatorio, como el precio no es observable *ex-post*, la firma podría perfectamente racionar a sus clientes (si existieran los incentivos) ejerciendo su poder de mercado. Lo mismo si el monopolio fue regulado por precio donde podría limitar sus ventas[4]. El supuesto 2 implica que no se produzca este comportamiento no deseado. De alguna forma, el regulador se tendrá que encargar de que la firma limpie el mercado, ya sea si es regulada por precio o cantidad. Si la regulación es por precio, basta que el regulador haga un llamado a los consumidores a reportar cualquier incidente donde la firma no les haya vendido al precio regulado. Si la regulación es por cantidad, el regulador tendrá que encargarse de rematar la producción con los ingresos por venta para el monopolista.

Lo que buscamos con estos dos supuestos, es poder comparar dos tipos de regulaciones bajo información asimétrica en la forma más simple posible. Una vez entendido el modelo básico, resulta natural relajar estos supuestos y ver la robustez de los resultados que encontramos, sin embargo, esto queda fuera de la presente investigación.

El *timing* de la regulación es el siguiente:

- en $t = 1$ la firma descubre su tipo θ.
- en $t = 2$ el regulador ofrece un contrato: (p, T) si regula por precio, (q, T) si regula por cantidad.
- en $t = 3$ la firma decide si participar o no.
- en $t = 4$ se ejecuta el mecanismo.

[3]Ley en Estados Unidos que prohíbe la venta de licor los Domingos.
[4]En el capítulo 5 discutimos con más profundidad este aspecto.

3.1. Regulación por cantidad

Consideraremos una función de demanda inversa $p = P(q, \theta)$ con $P_q(\cdot, \theta) \leq 0 \ \forall \theta \in \Theta$, y $P_\theta(q, \cdot) \geq 0 \ \forall q \in I\!R_+$, donde θ representa la información privada de la firma, la cual se distribuye en $\Theta = [\underline{\theta}, \overline{\theta}]$ de acuerdo a $G(\theta)$, con $G'(\theta) = g(\theta)$ continua y estrictamente positiva en Θ. Los costos de la firma de producir q unidades es $C(q)$, con $C'(q) \geq 0$.

El siguiente supuesto es clásico en la literatura de diseño de mecanismos y se cumple entre otros por cualquier distribución log-cóncava.

Supuesto 3. *$G(\theta)$ satisface hazard rate creciente, i.e., $\frac{g(\theta)}{1-G(\theta)}$ es creciente en θ.*

El *hazard rate* es la probabilidad condicional que la realización de la demanda se encuentre en $[\theta, \theta + d\theta]$, dado que se sabe que su tipo pertenece a $[\theta, \overline{\theta}]$. Cabe mencionar que este supuesto será suficiente para la existencia de un menú de contratos, pero no necesario.

Supuesto 4. *Consideraremos un ambiente donde $P_{\theta q}(q, \theta) = 0 \ \forall \theta \in \Theta \ , q \in I\!R_+$*

El supuesto 4 es una condición suficiente para que se cumpla la propiedad de *single-crossing*. Notemos que la pendiente de la demanda no cambia con las realizaciones de θ, sino que representa expansiones o contracciones paralelas.

Dado que el mecanismo regulatorio no puede basarse en la demanda real que enfrenta la firma, el regulador tendrá que pedirle a la firma un reporte actual del estado de su demanda. De este modo, el regulador tendrá que anticiparse a que la firma posiblemente no reporte con honestidad su demanda verdadera cuando le sea ventajoso hacerlo.

El principio de la revelación nos garantiza que sin pérdida de generalidad, el regulador puede basar su mecanismo regulatorio en el reporte honesto de la firma acerca de su estado de la demanda, sin darle incentivos a mentir.

Proposición 2 (Principio de la Revelación)**.** *Sin pérdida de generalidad, el regulador puede restringirse a mecanismos regulatorios directos, donde la firma reporta su verdadero parámetro de la demanda sin incentivos a mentir.*

Demostración. Apéndice A. □

Usando el principio de la revelación, definimos lo que es un mecanismo regulatorio en cantidades:

Definición 3. *Un* ***mecanismo regulatorio en cantidades****, es un mecanismo directo, que consiste en una regla de asignación* $q : \Theta \longrightarrow I\!R_+$*, y una regla de pagos* $T : \Theta \longrightarrow I\!R$*. Denotaremos* $q(\theta)$ *las unidades a ser producida por la firma que reportó* θ*, y* $T(\theta)$ *las transferencias (subsidios si es positivo, impuestos de lo contrario) desde los consumidores hacia la firma por cada reporte* θ*.*

Por el supuesto 2, la firma que reporta θ producirá $q(\theta)$, y necesariamente tendrá que poner un precio que vacíe el mercado. Por lo tanto, las ganancias de la firma cuando enfrenta un shock θ a la demanda y reporta honestamente están dadas por:

$$\pi(\theta) = P(q(\theta), \theta)q(\theta) - C(q(\theta)) + T(\theta)$$

Si por el contrario, la firma reporta $\widehat{\theta}$ cuando su verdadera realización es θ, sus ganancias serán:

$$\pi(\widehat{\theta}, \theta) = P(q(\widehat{\theta}), \theta)q(\widehat{\theta}) - C(q(\widehat{\theta})) + T(\widehat{\theta})$$

Observación 2 (Discusión acerca de supuesto 2)**.** *Notemos que en las ecuaciones anteriores una vez que el regulador haya escogido las* q *unidades a producir, éstas serán vendidas a precio uniforme* $P(q, \theta)$*, el cual vacía o limpia el mercado. Esta suposición puede ser vista como fuerte, pues uno puede pensar que a la firma quizás le convenga vender menos que las* q *unidades que se le ordenó producir, en pos de obtener un mayor precio. También, la firma podría vender las unidades usando precios no-uniformes o algún tipo de discriminación. En general, si a la firma la regulan con* q *unidades, y le dejan el precio y las ventas a su decisión, ésta actuara como si tuviera costo marginal cero, y de esta forma restringirá sus ventas de acuerdo su función de ingreso marginal. Por ende, existirán unidades producidas pero no consumidas, lo que reducirá el bienestar social. Si se permite racionamiento la regulación por cantidad pierde eficiencia. Lo que tenemos en mente cuando imponemos que dado* q *unidades el precio de venta será* $P(q, \theta)$*, es que una de dos cosas pasan: puede ser que, después de que se haya escogido y producido* q*, la demanda es realizada y, por ende, el precio será monitoreado*[5]*, o alternativamente, el regulador puede pedir a la firma producir* q *unidades que serán vendidas por él con los ingresos por venta para la firma. Note que si el regulador es el que vende, inclusive si el regulador no conoce la realización de la demanda al momento de las ventas, él todavía puede hacer una subasta de Vickrey logrando el mismo resultado que un precio uniforme en términos de ingresos.*

[5]Este caso vuelve irrelevante el problema analizado en esta sección.

Siguiendo con las definiciones, el *excedente bruto de los consumidores* cuando la demanda es de tipo θ y el consumo del bien regulado es q, queda definido por:

$$V(P(q,\theta)) = \int_0^q P(x,\theta)dx$$

y el *excedente neto de los consumidores* por:

$$S(P(q,\theta)) = \int_0^q [P(x,\theta) - P(q,\theta)]dx$$

Observación 3. *Para poder representar la utilidad de un consumidor como el area bajo la curva de demanda inversa y sobre el precio $P(q,\theta)$, necesitamos que la función de utilidad sea cuasi-lineal, lo que hace que nuestro análisis sea válido sólo en equilibrio parcial, donde el efecto ingreso no es relevante y los cambios de los precios de los otros bienes no se ven afectados por cambios en el mercado del bien regulado.*

Observación 4. *Para justificar el supuesto 4 y la observación anterior, se puede considerar un agente con función de utilidad $u(q,y) = v(q) + y$, con y numerario cuyo precio lo normalizamos a 1, q el output regulado con precio p, y $v' > 0, v'' < 0$. Si consideramos un subsidio diferencial θ al consumo del bien regulado para cada consumidor de tipo θ (suponemos que el gobierno discrimina perfectamente a los tipos pero el regulador por algún motivo sólo sabe como se distribuyen), y una transferencia a suma alzada T hacia la firma por la producción de q, y finalmente una dotación $w > 0$ de numerario, el problema que resuelve el agente es:*

$$\begin{aligned} \max_{q\geq 0, y\geq 0} \quad & v(q) + y \\ s.a \quad & (p-\theta)q + y \leq w - T \end{aligned}$$

Asumiendo que se cumple la Ley de Walras y solución interior en y, el problema a maximizar se reduce a:

$$\max_{q\geq 0} v(q) + w - T - (p-\theta)q$$

La condición de primer orden (necesaria y suficiente) implica:

$$v'(q) + \theta = p \equiv P(q,\theta)$$

Sin pérdida de generalidad, asumimos $v(0) = -w$.[6] *De este modo,*

$$\begin{aligned}\int\limits_{[0,q]} P(x,\theta)dx &= \int\limits_{[0,q]} (v'(x)+\theta)dx \\ &= v(q)+w-\theta q\end{aligned}$$

Es fácil ver que:

$$v(q)+w-T-(p-\theta)q = \int\limits_{[0,q]} P(x,\theta)dx - P(q,\theta)q - T$$

Por lo tanto, cuando la función de utilidad es cuasi-lineal, la utilidad del agente la podemos representar con la fórmula del excedente de los consumidores. Para terminar la observación, note que la función de demanda inversa representa el beneficio marginal de consumir una unidad adicional del bien regulado.

Como dijimos antes, consideramos sólo mecanismos directos, luego imponemos la *restricción de compatibilidad en incentivos* **(CI)**

$$\pi(\theta) \;=\; \max_{\hat{\theta}\in\Theta} \pi(\hat{\theta},\theta) \quad \textbf{(CI)}$$

Además, tenemos que asegurarnos que la firma quiera aceptar el contrato, luego el mecanismo regulatorio debe cumplir con la *restricción de participación voluntaria* **(PC)**[7]

$$\pi(\theta) \geq 0 \quad \forall\theta \in \Theta \quad \textbf{(PC)}$$

Con lo anterior estamos en condiciones de definir un mecanismo regulatorio factible.

Definición 4. *Diremos que un mecanismo regulatorio en cantidades (q,T) es* ***factible*** *ssi satisface* ***(CI)*** *y* ***(PC)*** *respectivamente.*

Luego, el problema del regulador será:

$$\max_{q(\theta),T(\theta)} \int_{\Theta} \{[S(P(q(\theta),\theta)) - T(\theta)] + \alpha\pi(\theta)\} g(\theta)d\theta$$

[6]Si $v(0) \neq -w$, podríamos definir una nueva función $\tilde{v}(q) = v(q) - v(0) - w$, la cuál sería idéntica a v respecto a la representación de las preferencias de los consumidores.

[7]Sin pérdida de generalidad, la utilidad de reserva del monopolio la normalizamos a cero.

sujeto a **(CI)**, (**PC**).
Consideramos $\alpha \in [0,1]$ como en Baron y Myerson (1982), donde α pondera las ganancias de la firma menos que el bienestar de los consumidores.

Al incorporar $\alpha < 1$ las cosas cambian; $1 fuera del bolsillo de los consumidores afecta más a la sociedad que el beneficio de ese mismo peso recibido por la firma, por ende, el regulador potencialmente tendrá que aceptar una contracción en el *output* (ineficiencia asignativa) con tal de disminuir el tamaño del subsidio. Dicho de otro modo, el regulador subsidiará a la firma recaudando fondos a través de impuestos, lo que es costoso para la sociedad cuando $\alpha < 1$. Si $\alpha = 1$, las transferencias no generan costos a la sociedad, por lo que el regulador -en ausencia de información completa- podría maximizar el bienestar social, permitiendo a la firma cobrar una tarifa de dos partes. De estar forma, la firma se quedaría con todo el excedente dado el perfecto conocimiento que tiene sobre la demanda. Sin embargo, esta solución -propuesta por Loeb y Magat (1979)- no es equitativa con los consumidores. En efecto, los consumidores preferirán un monopolio no regulado a traspasar todo el excedente a la firma, pues así al menos podrán obtener algún beneficio del bien consumido (Ver Baron y Myerson (1982)). Por lo tanto, esta solución se descarta.

Por último, cabe mencionar que el valor de α será exógeno para el regulador, y será fundamental en la caracterización del mecanismo regulatorio óptimo en cantidades, a diferencia del mecanismo de precios como veremos en la próxima sección.

3.1.1. Implementación

Primero chequeamos que la condición de *single-crossing* **(SCP)** se satisface. En orden de autoseleccionar a los tipos, el regulador tiene que ser capaz de explotar diferencias a través de los distintos *trade-offs* que la firma estará dispuesta a hacer entre producción y transferencias. Esta propiedad implica que la firma estará dispuesta a aumentar (disminuir) su producción a cambio de más (menos) transferencias a medida que su demanda crece. Formalmente,

Definición 5 (Single Crossing Property (SCP))**.** *Diremos que una función $\pi(q,\theta,T)$ satisface el* ***supuesto de Spence-Mirrlees*** *(propiedad de single-crossing) si para todo $(q,\theta,T) \in I\!R_+ \times \Theta \times I\!R$*

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\frac{\partial\pi(q,\theta,T)/\partial q}{\partial\pi(q,\theta,T)/\partial T}$$

es monótona.

Notemos que en nuestro caso, basta ver que $\pi_q(q,\theta,T)$ sea monótona en θ para todo

$\theta \in \Theta$. Gracias al supuesto 4 esto se satisface trivialmente.

Lema 1. *Suponga que el supuesto 4 se tiene, luego $\pi(q, \theta, T)$ satisface **(SCP)**.*

Demostración. Apéndice A. □

Ahora, usando **(SCP)**, podemos caracterizar la restricción de compatibilidad de incentivos **(CI)**.

Lema 2 (Compatibilidad en Incentivos)**.** *Suponga que el supuesto 4 se tiene. Entonces un mecanismo regulatorio en cantidades será compatible en incentivos ssi:*

i) $q(\cdot)$ *is no-decreciente en* θ

ii) $\pi(\theta) = \pi(\underline{\theta}) + \int\limits_{\underline{\theta}}^{\theta} P_2(q(x), x)q(x)dx$

Donde nos referimos a $P_2(q(x), x)$ como la derivada parcial de P respecto al segundo argumento.

Demostración. Ver apéndice A. □

Del lema anterior, es fácil darse cuenta que $\pi(\theta)$ es creciente en θ, por lo que la restricción de participación **(PC)** se puede reducir a $\pi(\underline{\theta}) \geq 0$. Con esto, el problema del regulador se puede escribir como:

$$\max_{q(\theta), T(\theta)} \int_{\Theta} \{[S(P(q(\theta), \theta)) - T(\theta)] + \alpha\pi(\theta)\}g(\theta)d\theta$$

sujeto a

$$\pi(\underline{\theta}) \geq 0 \tag{3.1}$$

$$q'(\theta) \geq 0 \tag{3.2}$$

$$\pi(\theta) = \pi(\underline{\theta}) + \int\limits_{\underline{\theta}}^{\theta} P_2(q(x), x)q(x)dx \tag{3.3}$$

Usaremos los métodos usuales para reescribir la función objetivo del regulador simplificando el proceso de optimización.

Lema 3. *La función objetivo del regulador se puede escribir como:*

$$\int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} \{[V(P(q(\theta),\theta)) - C(q(\theta))] - (1-\alpha)\frac{1-G(\theta)}{g(\theta)} P_2(q(\theta),\theta)q(\theta)\} g(\theta)d\theta - (1-\alpha)\pi(\underline{\theta}) \quad (3.4)$$

Demostración. Apéndice A. □

3.1.2. Mecanismo regulatorio óptimo en cantidades

Sea $z_\alpha(\theta) = (1-\alpha)\frac{1-G(\theta)}{g(\theta)}$.

Teorema 1. *Suponga que el supuesto 3 se tiene, y que $P_\theta(q,\theta)$ es decreciente en θ para todo q, entonces el mecanismo regulatorio óptimo en cantidades (q^o, T^o) queda caracterizado por:*

$$P(q^o(\theta),\theta) = C^{'}(q^o(\theta)) + z_\alpha(\theta)P_\theta(q^o(\theta),\theta) \quad (3.5)$$

$$T^o = C(q^o(\theta)) - P(q^o(\theta),\theta)q^o(\theta) + \int_{\underline{\theta}}^{\theta} P_2(q^o(x),x)q^o(x)dx \quad (3.6)$$

Demostración. Maximizando (A.6) con respecto a $q(\theta)$, e ignorando la restricción de monotonicidad se obtiene fácilmente que (3.5) maximiza la función objetivo del regulador. Las transferencias quedan determinadas por la función de ganancias de la firma. Queda ver que la solución del problema relajado es también solución del problema restringido. Derivando (3.5) con respecto a θ obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{dq^o(\theta)}{d\theta} &= \frac{\overbrace{-P_\theta + z'_\alpha(\theta)P_\theta + z_\alpha(\theta)P_{\theta\theta}}^{<0}}{\underbrace{P_q - C''}_{<0}} \\ &\geq 0 \end{aligned}$$

Por lo tanto, la restricción de monotonicidad se satisface, lo que concluye la demostración. □

Observación 5. *En el teorema anterior pedimos que $P_{\theta\theta}$ sea menor igual a cero para todo $q \in I\!R_+$. Esta es una condición que tiene que ver con la curvatura de la función de demanda respecto a θ. Esta condición se puede relajar a pedir que $-P_\theta + z'_\alpha(\theta)P_\theta + z_\alpha(\theta)P_{\theta\theta} \leq 0$,* *donde el signo de $P_{\theta\theta}$ puede positivo y/o negativo. Sin embargo, si nos restringimos sólo a la clase de funciones de utilidad cuasi-lineales como las de la observación 4 (donde $P_{q\theta}$=0), se puede ver fácilmente que $P_{\theta\theta} = 0$ para cualquier $q \in I\!R_+$.*

Con respecto al mecanismo regulatorio, el diseño de este mecanismo es óptimo independiente del crecimiento de los costos marginales, a diferencia de la regulación por precio en Lewis y Sappington (1988), que analizamos en la sección 3.2. Más aun, como $z_\alpha(\theta) \geq 0$ y $P_\theta \geq 0$, al monopolista siempre se le permitirá cobrar un precio más alto que el costo marginal, excepto al de realización más alta ($\overline{\theta}$), el que tendrá que cobrar el precio eficiente (*no distortion at-the-top*). Entre más alta sea la realización θ, mayores serán las transferencias que habrá que darle a la firma para que no tenga incentivos a mentir, obteniendo así mayores rentas informacionales[8].

Notemos también que, cuando los costos marginales son decrecientes, el precio *ex-post* $P(q^o(\theta), \theta)$ será decreciente en θ, lo cual no es necesariamente cierto si los costos marginales son crecientes. En este caso, a medida que θ crece, dos efectos toman lugar; uno relacionado con las rentas informacionales y otro con la eficiencia económica. El primer efecto hace que la distorsión vaya disminuyendo, mediante el aumento en la cantidad, y por consiguiente, la disminución del precio. El segundo, sin embargo, un tipo alto necesariamente significa costos marginales altos, lo que se traduce en un aumento del precio, implicando la no-monotonicidad.

Observación 6. *Es interesante notar que -independiente de la estructura de costos de la firma-, siempre podemos encontrar un mecanismo regulatorio factible en cantidades que alcanza el nivel eficiente de producción (i.e., donde el precio es igual al costo marginal), mediante un ajuste adecuado de las transferencias. En efecto, consideremos un mecanismo regulatorio factible en cantidades (q^f, T^f) tal que $P(q^f(\theta), \theta) = C'(q^f(\theta))$ para todo $\theta \in \Theta$. Para ver que este mecanismo es compatible en incentivos, basta derivar ambos lados respecto a θ y chequear que la regla de asignación es creciente:*

$$\begin{aligned} \frac{dq^f(\theta)}{d\theta} &= \frac{\overbrace{P_\theta}^{>0}}{\underbrace{C'' - P_q}_{>0}} \\ &\geq 0 \end{aligned}$$

T^f lo ajustamos de acuerdo a la función de ganancias de la firma. A pesar de que la pro-

[8]Notar que $\pi'(\theta) \geq 0$.

ducción eficiente es implementable, óptimamente si $\alpha < 1$ el regulador no lo escogerá dado que las transferencias requeridas son muy costosas en términos de bienestar[9].

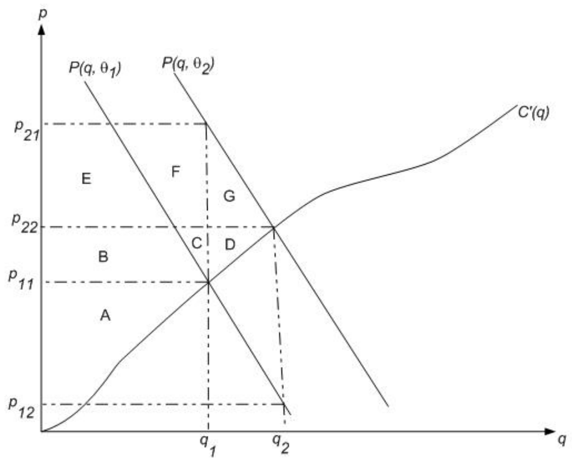

Figura 3.1: Incentivos con un Mecanismo Regulatorio en Cantidades y Costos Marginales Crecientes.

La figura 3.1 ayuda a entender por qué la cantidad regulada que iguala el precio con el costo marginal, con transferencias que dejan a todo tipo sin rentas informacionales, **no** es factible. Supongamos que una firma que enfrenta alta demanda, digamos θ_2, reporta que enfrenta demanda baja θ_1, luego el regulador le asignará la producción de q_1 unidades (menos de lo que realmente debería producir), y por ende, cobrará p_{21} (más de lo debería). El monopolista mintiendo obtiene $A + B + C + E + F$, sin embargo tendrá que transferir el monto que deja con cero ganancias a θ_1, i.e., sólo A. Por lo tanto, mentir es rentable. El mecanismo no es compatible en incentivos si la regulación se basa en cantidades, pues la firma siempre tendrá incentivos a reportar que su demanda es baja en pos de alcanzar menor producción y cobrar mayor precio. Más aún, las transferencias disminuyen haciendo que la mentira sea aún más rentable. De esta manera, si el regulador quiere alcanzar la eficiencia asignativa, necesariamente tendrá que aumentar las transferencias para la firma, lo que no es óptimo para la sociedad.

Como es esperado, si las transferencias son irrelevantes para el regulador, i.e., cuando $\alpha = 1$, el mecanismo regulatorio óptimo en cantidades siempre alcanza la eficiencia independiente de los costos de la firma.

[9]Sin embargo, si se considera un mecanismo basado en precios, cuando los costos marginales son no-decrecientes, la producción eficiente siempre es alcanzada y las transferencias dejan a la firma con cero ganancias para toda realización θ (ver Lewis y Sappington (1988)). Profundizaremos esta discusión el la próxima sección.

3.2. Regulación por precio

En este capítulo consideramos el problema de regular por precio a un monopolista que posee información privada en la demanda que enfrenta. El regulador es libre de escoger un precio y transferencia de acuerdo a lo reportado por la firma. Este enfoque es utilizado en Lewis y Sappington (1988), donde se encuentra que:

(i) Siempre es posible implementar un mecanismo de precios eficientes con transferencias que dejan con cero ganancias al monopolista cuando los costos marginales son crecientes. En otras palabras, el regulador implementa el mecanismo óptimo bajo información completa osea, el mecanismo *first-best*.

(ii) La regulación óptima es un contrato *bunching* cuando los costos marginales son decrecientes. En otras palabras, el regulador fija un precio y unas transferencias independiente del reporte de la firma.

Lewis y Sappington (1988) no caracteriza el contrato óptimo cuando los costos marginales son decrecientes. Su demostración del resultado (ii) no es constructiva, lo que hace que sea fundamental encontrar el mecanismo *bunching* con el fin de poder comparar entre una regulación basada en precios con una en cantidades. Técnicamente, se trata de un problema no trivial donde el tipo crítico (aquél que está indiferente entre participar y no hacerlo) es endógeno. En este capítulo, nos centraremos en la resolución de este caso. El ambiente que consideramos es el de Lewis y Sappington (1988), por lo cual no ahondaremos en las definiciones y los supuestos. Describiremos brevemente su ambiente para luego pasar a la implementación del mecanismo. Cabe mencionar que el enfoque del problema a partir de la sección implementación es distinta a la usada por ellos, pero los resultados son los mismos.

La información privada es indexada por un parámetro $\theta \in \Theta = [\underline{\theta}, \overline{\theta}] \subset I\!\!R_+$, el cual se distribuye de acuerdo a $G(\theta)$, con $G'(\theta) = g(\theta) > 0$ en todo el soporte. La realización de θ es conocida sólo por la firma y $G(\cdot)$ es de conocimiento común.

Se considera una función de demanda directa $q = Q(p, \theta)$ con $Q_p(\cdot, \theta) \leq 0 \quad \forall \theta \in \Theta$ y $Q_\theta(q, \cdot) \geq 0 \quad \forall p \in I\!\!R_+$.

Para asegurar que se cumpla la propiedad de *single-crossing*, se asume:

Supuesto 5. $Q_{\theta p}(p, \theta) = 0 \ \forall \theta \in \Theta \ , p \in I\!\!R_+$

El supuesto anterior nos dice que realizaciones altas de la demanda, se traducen en expansiones paralelas de la demanda.

Observación 7 (Lewis y Sappington (1988)). *Un entorno en el cual* $Q_{p\theta}(p,\theta) = 0 \quad \forall p, \theta$ *es el siguiente. Considere una función de utilidad cuasi-lineal de la forma* $H(q, y, \theta) = h(y) + z(q + \theta)$*, donde* $h(\cdot)$ *y* $z(\cdot)$ *son funciones crecientes en sus argumentos. La información privada* θ *representa una dotación en el bien regulado.*

Para asegurar que el problema del regulador sea cóncavo, se asume:

Supuesto 6. $\mid C''(Q(p,\theta)) \mid \cdot \mid Q_p(p,\theta) \mid < 1$ *cuando* $C''(\cdot) < 0$ *para todo* p, θ.

Es decir, la pendiente de la demanda es mayor a la pendiente de los costos marginales, cuando éstos son decrecientes. Este supuesto es típico en monopolios.

Se define el *excedente de los consumidores* como:

$$V(Q(p,\theta)) = \int_p^{\infty} Q(x,\theta)dx$$

Notemos que, dado un mecanismo regulatorio por precio, si la firma reporta θ cuando su verdadero parámetro es θ, sus ganancias serán:

$$\pi(\theta) = p(\theta)Q(p(\theta),\theta) - C(Q(p(\theta),\theta)) + T(\theta)$$

Por otro lado, si miente y reporta $\hat{\theta}$ sus ganancias serán:

$$\pi(\hat{\theta},\theta) = p(\hat{\theta})Q(p(\hat{\theta}),\theta) - C(Q(p(\hat{\theta}),\theta)) + T(\hat{\theta})$$

Para asegurar un reporte verdadero, se impone la restricción de compatibilidad en incentivos **(CI)**

$$\pi(\theta) = \max_{\hat{\theta}\in\Theta} \pi(\hat{\theta},\theta) \quad \textbf{(CI)}$$

Además el contrato debe incentivar a la firma a participar, por ende el mecanismo debe satisfacer la restricción de participación **(PC)**

$$\pi(\theta) \geq 0 \quad \forall\theta \quad \textbf{(PC)}$$

Con esto, se define formalmente un mecanismo regulatorio factible en precios.

Definición 6. *Un mecanismo regulatorio en precios* (p, T) *es* ***factible*** *ssi satisface* ***(CI)*** *y* ***(PC)****.*

De este modo, el problema del regulador es:

$$\max_{p(\theta),T(\theta)} \int_{\Theta} \{[V(Q(p(\theta),\theta)) - T(\theta)] + \alpha\pi(\theta)\}g(\theta)d\theta$$

sujeto a **(CI)**, **(PC)**.
Análogamente a la sección anterior, se considera $\alpha \in [0,1]$ como en Baron y Myerson (1982), donde α pondera las ganancias de la firma menos que el bienestar de los consumidores.

3.2.1. Implementación

En esta sección usamos las técnicas derivadas por Guesnerie and Laffont (1984) para caracterizar el mecanismo regulatorio óptimo. Aquí, la estructura de costos de la firma juega un papel importante en la determinación del mecanismo óptimo, por lo cual distinguiremos dos casos: cuando los costos marginales son crecientes y decrecientes. Veremos que en el primer caso, basta probar que el mecanismo *first-best* es factible. Con respecto al segundo caso, veremos que el problema involucra la decisión endógena del tipo crítico, donde el mecanismo óptimo resulta ser un mecanismo *bunching*.

Para empezar, mostramos que si el supuesto 5 se tiene, el supuesto de Spence-Mirrlees o propiedad de *single-crossing* se tiene.

Definición 7 (Single Crossing Property (SCP))**.** *Diremos que una función $\pi(p,\theta,T)$ satisface el **supuesto de Spence-Mirrlees** (propiedad de single-crossing) si para todo $(p,\theta,T) \in \mathbb{R}_+ \times \Theta \times \mathbb{R}$*

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\frac{\partial\pi(p,\theta,T)/\partial p}{\partial\pi(p,\theta,T)/\partial T}$$

es monótona.

Lema 4. *Suponga que el supuesto 5 se tiene, luego $\pi(p,\theta,T)$ satisface **(SCP)**.*

Demostración. Apéndice A. □

Usando las técnicas clásicas en diseño de mecanismos, traducimos la restricción de compatibilidad de incentivos en dos restricciones: monotonicidad, y **(CI)** local.

Lema 5. *Suponga que el supuesto 5 se tiene. Entonces, un mecanismo regulatorio en precios (p,T) es compatible en incentivos ssi:*

i) *$p(\cdot)$ es no-decreciente en θ*

ii) $\pi'(\theta) = \left[p(\theta) - C'(Q(p(\theta), \theta))\right] Q_\theta(p(\theta), \theta)$

Demostración. Ver apéndice A. □

Para el análisis de la propiedad ii) del lema anterior, hacemos la siguiente definición,

Definición 8. *Diremos que $\theta^* \in \Theta$ es un* ***tipo crítico*** *ssi $\pi(\cdot)$ se minimiza en θ^*.*

Notemos que el crecimiento de $\pi(\theta)$ depende del signo de $p(\theta) - C'(Q(p(\theta), \theta))$, el cual a su vez depende del mecanismo regulatorio escogido por el regulador. Específicamente, si $\pi'(\theta) \geq 0$ para toda realización θ, el tipo crítico será $\underline{\theta}$. Por el contrario, si $\pi'(\theta) \leq 0$ para todo θ, el tipo crítico será $\overline{\theta}$. Cuando ninguno de estos sea el caso, el análisis requiere la determinación óptima del tipo crítico θ^*.

3.2.2. Costos marginales crecientes: $C''(\cdot) \geq 0$

A continuación enunciamos el resultado encontrado en Lewis y Sappington (1988) cuando los costos marginales son crecientes, y mostramos que el mecanismo *first-best* es factible, por ende, óptimo. La intuición es la siguiente: observemos la figura 3.2, y supongamos que una firma de baja demanda, como en θ_1, reporta que enfrenta una demanda alta, como en θ_2, en pos de alcanzar un precio más alto. Luego, la firma será regulada con un precio $p_2 > p_1$, obteniendo como excedente $A + H$. No obstante, la firma tendrá que pagar las transferencias de una demanda alta; específicamente aquella que deja con cero ganancias a un tipo θ_2, i.e., $T_2 = A + H + B + J + D$. El resultado neto del falso reporte es $\pi(\theta_2, \theta_1) = -(B + J + D) < 0$. Si bien reportar demanda alta permite a la firma acercarse a un escenario monpólico, donde el precio regulado será alto y la producción baja, los incentivos serán corregidos con transferencias más altas. Por otro lado, una firma que enfrenta una demanda alta θ_2 si reporta demanda baja θ_1, será regulado con precio p_1, y por consiguiente, sus ganancias serán $H + J - (G + E + F)$ y tendrá que transferir $H + J$. Concluimos que decir la verdad es una estrategia estrictamente dominante para cada tipo.

En el análisis descrito anteriormente, la firma siempre atiende a su demanda verdadera pese a que decida mentir. No obstante, los incentivos a mentir se ven incrementados cuando la firma es capaz de **racionar** a sus clientes. Pese a lo anterior, decir la verdad seguirá dominando (débilmente) a mentir, por lo que el mecanismo *first-best* seguirá siendo implementable. Veamos esto en la figura 3.2. Si la firma de demanda alta reporta demanda baja y raciona a sus clientes, como el regulador es incapaz de monitorear las ventas, la regulará de acuerdo al reporte de la firma, osea con precio p_1. A tal precio, la firma maximiza ganancias produciendo q_{11}, obteniendo $H+J$ como excedente y $-(H+J)$ como transferencias, por lo tanto, queda con cero ganancias. Notemos que la firma racionando es capaz de evitar las pérdidas dadas por las áreas $G+E+F$, lo que implica que decir la verdad sea una estrategia débilmente dominante cuando el regulador no puede prevenir ni detectar el racionamiento.

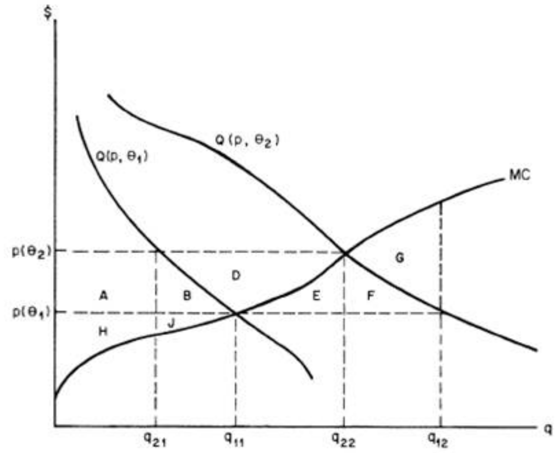

Figura 3.2: Incentivos en un mecanismo regulatorio en precios y costos marginales crecientes (original de Lewis y Sappington (1988))

Proposición 3 (Proposición 1 Lewis y Sappington, 1988)**.** *El mecanismo regulatorio óptimo en precios cuando $C''(Q(p(\theta),\theta)) \geq 0$ queda caracterizado por:*

$$p^*(\theta) = C'(Q(p^*(\theta),\theta) \tag{3.7}$$

$$T^*(\theta) = C(Q(p^*(\theta),\theta)) - p^*(\theta)Q(p^*(\theta),\theta) \tag{3.8}$$

para todo $\theta \in \Theta$.

Demostración. Apéndice A. □

3.2.3. Costos marginales decrecientes: $C''(\cdot) \leq 0$

Partimos reescribiendo la restricción de compatibilidad de incentivos:

Lema 6. *Un mecanismo regulatorio en precios (p,T) es compatible en incentivos cuando* *los costos marginales son decrecientes ssi:*

$$\begin{array}{lrcl} (a) & p'(\theta) & \geq & 0 \\ (b) & \pi(\theta) & = & \pi(\theta^*) + \int\limits_{\theta^*}^{\theta} \left[p(x) - C'(Q(p(x), x))\right] Q_2(p(x), x) dx \end{array}$$

Donde Q_2 denota la derivada parcial de Q respecto al segundo argumento.

Demostración. Directa de lema 5. □

Observación 8. *Note que el signo de $\pi'(\theta)$ es endógenamente determinado. Es fácil convencerse que $\pi''(\theta) \geq 0$ cuando los costos marginales son decrecientes, es decir, $\pi(\theta)$ es convexa en θ. De este modo, el regulador puede restringirse a 3 clases de mecanismos:*

1. *Escoger $(p, T) \in \mathcal{M}_1 = \{(p, T)$ factible $\mid \pi'(\theta) > 0$ para todo $\theta \in \Theta\}$*
2. *Escoger $(p, T) \in \mathcal{M}_2 = \{(p, T)$ factible $\mid \pi'(\theta) < 0$ para todo $\theta \in \Theta\}$*
3. *Escoger $(p, T) \in \mathcal{M}_3 = \{(p, T)$ factible $\mid \pi'(\theta^*) = 0$ para algún $\theta^* \in int(\Theta)\}$*

La restricción de participación voluntaria (PC) cambia en cada uno de los casos. Con respecto al primer caso $\theta^* = \underline{\theta}$, en el segundo $\theta^* = \overline{\theta}$ y en el último, θ^* es algún tipo en el interior del soporte.

Para resolver este problema, tendremos que encontrar los mecanismos regulatorios óptimos en precios para cada clase, y luego comparar para elegir el mejor entre ellos.

3.2.4. Mecanismo regulatorio óptimo en la clase $\mathcal{M}_1$

En este caso, el problema del regulador queda como sigue:

$$\max_{p(\theta), T(\theta)} \int\limits_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} \left\{\left[V(Q(p(\theta), \theta)) - T(\theta)\right] + \alpha\pi(\theta)\right\} g(\theta) d\theta$$

sujeto a

$$\begin{aligned}
\pi(\underline{\theta}) &\geq 0 &(3.9)\\
p^{'}(\theta) &\geq 0 &(3.10)\\
\pi(\theta) &= \pi(\underline{\theta}) + \int\limits_{\underline{\theta}}^{\theta} \left[p(x) - C^{'}(Q(p(x),x))\right] Q_2(p(x),x)dx &(3.11)\\
p(\underline{\theta}) &\geq C^{'}(Q(p(\underline{\theta}),\underline{\theta})) &(3.12)
\end{aligned}$$

Reemplazando (3.11) en la función objetivo, e integrando por partes[10], el problema del regulador queda como sigue:

$$\max_{p(\theta),T(\theta)} \int\limits_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} \Big\{ [V(Q(p(\theta),\theta)) - C(Q(p(\theta),\theta)) + p(\theta)Q(p(\theta),\theta)]$$
$$-(1-\alpha)\frac{1-G(\theta)}{g(\theta)} \left(p(\theta) - C^{'}(Q(p(\theta),\theta))\right) Q_\theta(p(\theta),\theta)\Big\} g(\theta)d\theta - (1-\alpha)\pi(\underline{\theta})$$

sujeto a

$$\begin{aligned}
\pi(\underline{\theta}) &\geq 0 &(3.13)\\
p'(\theta) &\geq 0 &(3.14)\\
p(\underline{\theta}) &\geq C^{'}(Q(p(\underline{\theta}),\underline{\theta})) &(3.15)
\end{aligned}$$

Sea $\underline{z}_\alpha(\theta) = (1-\alpha)\frac{1-G(\theta)}{g(\theta)}$. Caracterizamos el mecanismo regulatorio óptimo en precios en la siguiente proposición.

Proposición 4. *Si los costos marginales son decrecientes, el mecanismo regulatorio óptimo en precios $(\underline{p}, \underline{T})$ perteneciente a la clase $\mathcal{M}_1$, es un mecanismo bunching caracterizado por:*

$$\begin{aligned}
\underline{p} &= C^{'}(Q(p^*(\underline{\theta}),\underline{\theta}) &(3.16)\\
\underline{T} &= C(Q(p^*(\underline{\theta}),\underline{\theta})) - p^*(\underline{\theta})Q(p^*(\underline{\theta}),\underline{\theta}) &(3.17)
\end{aligned}$$

[10]En particular, basta tomar $dv = g(\theta)d\theta$ y $u = \{[V(Q(p(\theta),\theta)) - T(\theta)] + \alpha\pi(\theta)\}$, y recordar que $\int\limits_{\Theta} udv = [uv]_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} - \int\limits_{\Theta} vdu$.

Para todo $\theta \in \Theta$

Demostración. Es claro que en un mecanismo óptimo $\pi(\underline{\theta}) = 0$. Ahora bien, ignorando por un instante (3.14) y (3.15), la condición de primer orden al maximizar punto a punto implica:

$$p^{**}(\theta) = C^{'}(Q(p^{**}(\theta), \theta)) + \underline{z}_{\alpha}(\theta)\frac{[1 - C^{''}(Q(p^{**}(\theta), \theta))Q_p(p^{**}(\theta), \theta)]Q_{\theta}(p^{**}(\theta), \theta)}{Q_p(p^{**}(\theta), \theta)} \quad (3.18)$$

Notemos que $p^{**}(\theta) \leq C'(Q(p^{**}(\theta), \theta))$ para todo θ. Más aún, la restricción de factibilidad definida por $\hat{p}(\theta) = C'(Q(\hat{p}(\theta), \theta))$ es decreciente en θ, pues

$$\hat{p}'(\theta) = \frac{C^{''}(Q(\hat{p}(\theta), \theta))Q_{\theta}(\hat{p}(\theta), \theta)}{1 - C''(Q(\hat{p}(\theta), \theta))Q_p(\hat{p}(\theta), \theta)} < 0$$

Llevando a una solución bunching que satisface factibilidad, $p^{**}(\theta) \equiv p^{*}(\underline{\theta}) \equiv \underline{p}$. □

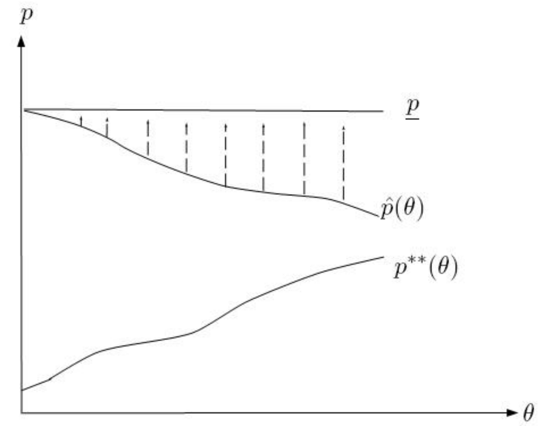

Figura 3.3: Bunching óptimo con tipo crítico $\underline{\theta}$.

En la figura 3.3 podemos ver que si el regulador se restringe a mecanismos regulatorios en la clase $\mathcal{M}_1$, cualquier mecanismo que escoja tiene que estar por encima del costo marginal del tipo crítico $\underline{\theta}$, y además por compatibilidad de incentivos debe ser no-decreciente. Por otro lado, la solución irrestricta p^{**} es menor al costo marginal $\hat{p}$ para toda realización, luego el aumento mínimo sobre p^{**} que tiene que hacer el regulador para quedar en la zona factible es regular con un precio plano $\underline{p}$.

El resultado anterior nos dice que si el regulador quisiera regular a cada tipo con precio mayor igual al costo marginal en la cantidad demandada, entonces tiene que regular a todos con el precio que iguala el costo marginal en la demanda de la peor realización.

3.2.5. Mecanismo regulatorio óptimo en la clase $\mathcal{M}_2$

El procedimiento en esta sección es análoga al de la sección anterior, por lo cual presentaremos el resultado sin entrar mucho en detalles.
En este caso el problema del regulador se escribe de la siguiente forma:

$$\max_{p(\theta)} \int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} \Big\{ [V(Q(p(\theta),\theta)) - C(Q(p(\theta),\theta)) + p(\theta)Q(p(\theta),\theta)]$$
$$+(1-\alpha)\frac{G(\theta)}{g(\theta)} \Big(p(\theta) - C'(Q(p(\theta),\theta))\Big) Q_\theta(p(\theta),\theta)\Big\} g(\theta)d\theta - (1-\alpha)\pi(\overline{\theta})$$

sujeto a

$$\pi(\overline{\theta}) \geq 0 \quad (3.19)$$
$$p'(\theta) \geq 0 \quad (3.20)$$
$$p(\overline{\theta}) \leq C'(Q(p(\overline{\theta}),\overline{\theta})) \quad (3.21)$$

Proposición 5. *El mecanismo regulatorio óptimo en precios $(\overline{p},\overline{T})$ perteneciente a la clase $\mathcal{M}_2$ cuando los costos marginales son decrecientes, es un mecanismo bunching caracterizado por:*

$$\overline{p} = C''(Q(p^*(\overline{\theta}),\overline{\theta}) \quad (3.22)$$
$$\overline{T} = C(Q(p^*(\overline{\theta}),\overline{\theta})) - p^*(\overline{\theta})Q(p^*(\overline{\theta}),\overline{\theta}) \quad (3.23)$$

para todo $\theta \in \Theta$

Demostración. Análogo al caso cuando el tipo crítico es $\underline{\theta}$. □

La figura 3.4 muestra gráficamente la demostración del resultado anterior. En este caso, cuando el regulador maximiza sin restringirse a mecanismos en la clase $\mathcal{M}_2$, obtiene como solución p^{**}, que esta por sobre el costo marginal $\hat{p}$ para toda realización. Luego, queda fuera de la zona factible, llevando así a una solución *bunching* $\overline{p}$.

Si el regulador quisiera regular a cada tipo con precio menor igual al costo marginal en la cantidad demandada, entonces tiene que regular a todos con el costo marginal en la demanda de la realización más alta.

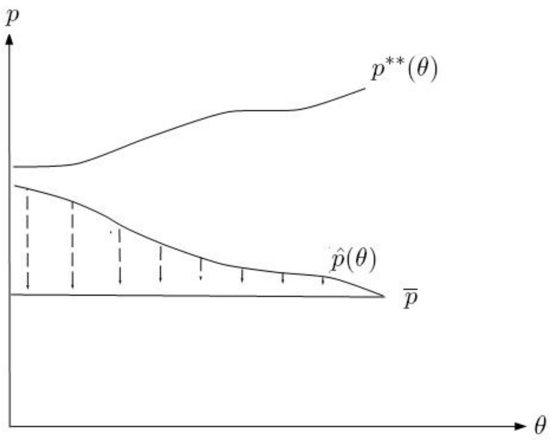

Figura 3.4: Bunching óptimo con tipo crítico $\overline{\theta}$.

3.2.6. Mecanismo regulatorio óptimo en la clase $\mathcal{M}_3$

En este caso, el tipo crítico es una realización intermedia $\theta^* \in \left(\underline{\theta}, \overline{\theta}\right)$, la cual cumple $p(\theta^*) = C''(Q(p(\theta^*), \theta^*))$. Por ende, el problema a resolver se convierte en una combinación de los problemas analizados anteriormente.

$$
\begin{aligned}
\max_{p(\theta)} \int_{\underline{\theta}}^{\theta^*} & \Big\{ [V(Q(p(\theta),\theta)) - C(Q(p(\theta),\theta)) + p(\theta)Q(p(\theta),\theta)] \\
& +(1-\alpha)\frac{G(\theta)}{g(\theta)} \Big(p(\theta) - C^{'}(Q(p(\theta),\theta))\Big) Q_\theta(p(\theta),\theta)\Big\} g(\theta)d\theta \\
& + \int_{\theta^*}^{\overline{\theta}} \Big\{ [V(Q(p(\theta),\theta)) - C(Q(p(\theta),\theta)) + p(\theta)Q(p(\theta),\theta)] \\
-(1-\alpha)\frac{1-G(\theta)}{g(\theta)} & \Big(p(\theta) - C^{'}(Q(p(\theta),\theta))\Big) Q_\theta(p(\theta),\theta)\Big\} g(\theta)d\theta - (1-\alpha)\pi(\theta^*)
\end{aligned}
$$

sujeto a

$$
\begin{aligned}
\pi(\theta^*) &\geq 0 && (3.24) \\
p'(\theta) &\geq 0 && (3.25) \\
p(\theta^*) &= C'(Q(p(\theta^*), \theta^*)) && (3.26)
\end{aligned}
$$

Proposición 6. *Si los costos marginales son decrecientes, el mecanismo regulatorio ópti-*

mo en precios (p^*, T^*) perteneciente a la clase $\mathcal{M}_3$, es un mecanismo bunching caracterizado por:

$$\begin{aligned} p^* &= C'(Q(p^*(\theta^*), \theta^*) && (3.27) \\ T^* &= C(Q(p^*(\theta^*), \theta^*)) - p^*(\theta^*)Q(p^*(\theta^*), \theta^*) && (3.28) \end{aligned}$$

para todo $\theta \in \Theta$

Demostración. Análogo a los casos anteriores. □

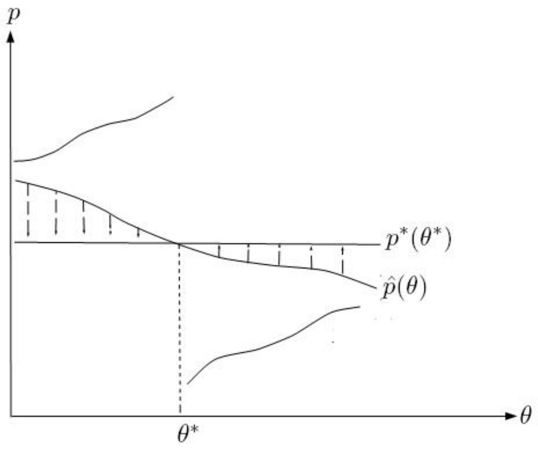

Figura 3.5: Bunching óptimo con tipo crítico θ^*.

Cuando $\theta \leq \theta^*$ al regulador le gustaría escoger un mecanismo en la clase $\mathcal{M}_1$, sin embargo, para caer en la zona factible el regulador impone un precio constante en tal intervalo. Lo mismo ocurre cuando $\theta \geq \theta^*$, donde al regulador le gustaría regular con un mecanismo en la clase $\mathcal{M}_2$, pero por factibilidad le es imposible. Esto lleva a un mecanismo *bunching* que regula a todos los tipos con el precio que iguala demanda con costo marginal de una realización intermedia θ^*.

3.3. Comparación: Precios versus Cantidades

Notemos que el mecanismo regulatorio óptimo en cantidades, cuando la demanda es desconocida, es un menú de precios y transferencias que inducen la autoselección de los tipos. Más aún, para $\alpha = 1$ la asignación eficiente es alcanzada: se le dan a la firma los incentivos a través de transferencias sin distorsionar la asignación óptima. Además, como las transferencias son irrelevantes en este caso, el mecanismo regulatorio óptimo en cantidades domina débilmente a cualquier otro[11]. Cuando $\alpha < 1$ y los costos marginales son crecientes, el mecanismo regulatorio óptimo en precios alcanza la asignación *first-best* con cero ganancias para la firma, mientras que el mecanismo óptimo en cantidades origina ineficiencias asignativas y deja a la firma con rentas informacionales. Por lo tanto, precios domina a cantidades. Es importante recordar (ver observación 6) que la asignación *first-best* puede ser implementada con un mecanismo regulatorio en cantidades, no obstante, éste incrementaría las rentas informacionales de la firma, lo que es costoso para el regulador -a menos que α = 1-. De este modo, un mecanismo que involucre distorsiones en el nivel de producción es escogido.

Teorema 2. *Supongamos que el regulador puede elegir mecanismos sofisticados.*

i) Si los costos marginales son no-decrecientes, regular por precio domina débilmente a regular por cantidad.

ii) Si $\alpha = 1$ y los costos marginales son decrecientes, regular por cantidad domina a regular por precio dado que esta última implica un bunching ineficiente.

Observación 9. *En general, cuando los costos marginales son decrecientes y $\alpha < 1$, por continuidad existe una vecindad entorno a $\alpha = 1$, V_α, donde regular por cantidad sigue dominando. Sin embargo, para α fuera de V_α, no es claro si domina precio o cantidad. Usando distribución uniforme, nosotros vamos a demostrar que fuera de V_α domina precio.*

Cuando los costos marginales son decrecientes y $\alpha < 1$ la comparación es más complicada. Por un lado tenemos una regulación por precio que regula con un precio único independiente del reporte de la firma, y por otro una regulación por cantidad que origina ineficiencias asignativas. La pregunta que surge es: ¿Cuál es menos ineficiente?.

Para seguir con la comparación, especializaremos nuestro análisis para el caso de demanda lineal y costos cuadráticos.

Consideremos al siguiente función de demanda inversa:

$$P(q, \theta) = A + \theta - bq \text{ con } A, b \geq 0 \tag{3.29}$$

En este caso $P_{\theta q} = 0, P_{\theta\theta} = 0, P_q = -b, P_\theta = 1$. Supongamos que $\theta \sim U[\underline{\theta}, \overline{\theta}]$, luego $z_\alpha(\theta) = (1-\alpha)(\overline{\theta} - \theta)$.

[11] Si los costos marginales son crecientes, el mecanismo óptimo en precios y cantidades son equivalentes: ambos alcanzan la eficiencia asignativa.

Dado que la función de demanda es lineal, es fácil obtener la función de demanda directa. En efecto,

$$Q(p,\theta) = \frac{A+\theta-p}{b} \tag{3.30}$$

Con $Q_\theta = \frac{1}{b} > 0$, $Q_{\theta\theta} = 0$, $Q_p = -\frac{1}{b} < 0$, $Q_{pp} = 0$, y $Q_{p\theta} = 0$.
Supongamos que los costos marginales son decrecientes a tasa constante $k > 0$,

$$C'(q) = c_0 - kq$$

Asumimos $A+\underline{\theta}-(1-\alpha)(\overline{\theta}-\underline{\theta}) > c_0 > k\frac{A+\overline{\theta}}{b}$. Esta condición nos garantiza estar en el caso interesante, donde tanto la cantidad regulada como el precio *ex-post* que limpia el mercado, son positivos para toda realización de θ. Dicho de otro modo, el monopolista posee la capacidad suficiente para satisfacer a cualquier demanda sin dejar a ningún tipo fuera del mercado. Una condición suficiente para asegurar lo anterior es que $\frac{b}{k} > \frac{A+\overline{\theta}}{A+\underline{\theta}-(1-\alpha)\overline{\theta}} > 1$.

Supongamos sin pérdida de generalidad que $\underline{\theta} = 0$. El mecanismo regulatorio óptimo en cantidades está dado por (ver teorema 3.5):

$$q^o(\theta) = \frac{A+\theta-z_\alpha(\theta)-c_0}{b-k} \tag{3.31}$$

$$T^o(\theta) = c_0 q^o(\theta) - \frac{1}{2}kq^o(\theta)^2 + \int_0^{\overline{\theta}} q^o(x)dx \tag{3.32}$$

Ahora, usando (3.29) el precio *ex-post* que limpia el mercado será:

$$p^o(\theta) = \frac{b(z_\alpha(\theta)+c_0)-k(A+\theta)}{b-k} \tag{3.33}$$

Veamos ahora la regulación por precio. Lo primero que podemos distinguir a partir de la sección anterior, es que el regulador hará *bunching*. Si el regulador decide regular usando como tipo crítico a $\theta_c \in \left[0,\overline{\theta}\right]$, el mecanismo óptimo en este caso debe cumplir con:

$$\begin{aligned} p &= \frac{bc_0-k(A+\theta_c)}{b-k} \\ T &= \frac{k(A-c_0+\theta_c)^2}{2(b-k)^2} \end{aligned}$$

Despejamos θ_c de la ecuación anterior en función del precio p,

$$\theta_c = \frac{bc_0 - Ak - p(b-k)}{k}$$

Reemplazando θ_c en la función objetivo, obtenemos:

$$\int_{\Theta} [V(Q(p,\theta)) - C(Q(p,\theta_c)) + pQ(p,\theta_c) + \alpha(pQ(p,\theta) - C(Q(p,\theta)) + C(Q(p,\theta_c)) - pQ(p,\theta_c))]g(\theta)d\theta$$

La condición de primer orden implica:

$$p^* = \frac{bc_0 - k(A + \frac{\overline{\theta}}{2})}{b-k}$$

De este modo,

Proposición 7. *Considerando demanda lineal, costos cuadráticos y distribución uniforme, el mecanismo regulatorio óptimo en precios queda caracterizado por:*

$$p^* = \frac{bc_0 - k(A + \frac{\overline{\theta}}{2})}{b-k} \tag{3.34}$$

$$T^* = \frac{k(A - c_0 + \frac{\overline{\theta}}{2})^2}{2(b-k)^2} \tag{3.35}$$

$$\theta_c = \frac{\overline{\theta}}{2} \tag{3.36}$$

Cabe destacar que si el regulador regula por precio con precio igual al costo marginal en la demanda de la realización más baja -es decir, usando como tipo crítico a $\underline{\theta}$- el monopolio que enfrenta la demanda más baja ($\underline{\theta}$) es tarificado a su costo marginal, incurriendo en pérdidas que tendrán que ser subsidiadas irremediablemente por los consumidores. Sin embargo, para cualquier realización inmediatamente superior, la firma obtendrá ganancias positivas si el precio regulado está por encima del costo medio, que serán potenciadas con un subsidio (aquél que hace que el peor tipo participe y asegure el reporte honesto de la firma).

Por otro lado, si el regulador regula por precio igual al costo marginal en la demanda de la realización más alta, entonces para cualquier estado de la demanda, la firma incurrirá en pérdidas que tendrán que ser subsidiadas por los consumidores. El subsidio en este caso, es el necesario para que participe el monopolio que enfrenta a la demanda más alta ($\overline{\theta}$), lo que implica que para cualquier demanda inmediatamente inferior, el subsidio compensará las pérdidas dejando ganancias positivas al monopolista.

Dos efectos surgen a partir de la discusión anterior. En el primer caso, los consumidores por un lado están transfiriendo menos dinero al monopolista, pero están perdiendo bienestar debido al incremento en el precio. En el segundo, los consumidores están transfiriendo más dinero a la firma pero están alcanzando un mayor bienestar pues el precio regulado es más bajo. Teniendo en cuenta lo anterior, el regulador óptimamente decidirá regular con precio igual al costo marginal en la demanda de una realización intermedia (en este caso justo $\frac{\overline{\theta}}{2}$), logrando alcanzar un mayor bienestar social.

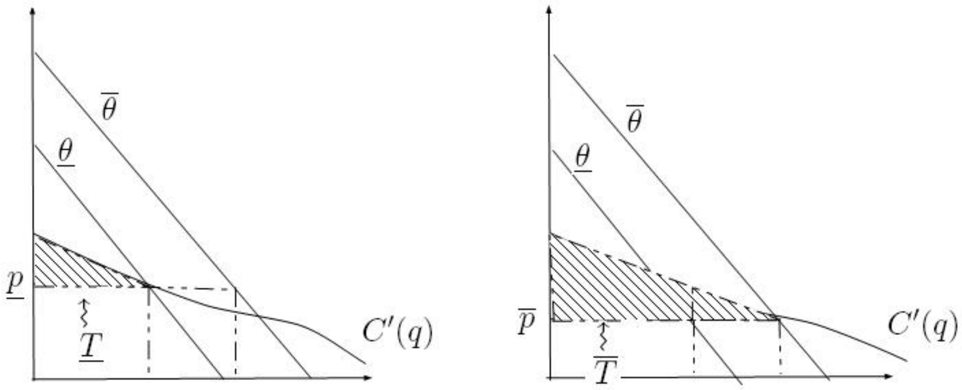

Figura 3.6: Regulación óptima con precio igual al costo marginal en la demanda de una realización baja y alta.

Sea $SW^{cantidad}$ y SW^{precio} el bienestar social cuando el regulador decide regular por cantidad y precio respectivamente. Analicemos ahora las diferencias (en términos de bienestar social) entre regular por precio versus regular por cantidad. Sea $\triangle SW = SW^{cantidad} - SW^{precio}$ la ventaja comparativa de usar un mecanismo basado en cantidades sobre uno basado en precios. Después de simple álgebra,

Proposición 8. *La ventaja comparativa de regular por cantidad queda representada por:*

$$\begin{aligned} \triangle SW &= SW^{cantidad} - SW^{precio} \\ &= \frac{\overline{\theta}(-12Ab^2(1-\alpha) + bk(1-\alpha)\overline{\theta} + k^2\alpha\overline{\theta} + 4b^2(1-\alpha)(3c_0 - \alpha\overline{\theta}))}{24b^2(b-k)} \qquad (*) \end{aligned}$$

Notemos que si $\alpha = 1$ siempre conviene regular por cantidad, tal como lo habíamos mencionado en el teorema 2

$$\triangle SW|_{\alpha=1} = \frac{(\bar{\theta}k)^2}{24b^2(b-k)} > 0$$

En otras palabras, si el regulador pondera las ganancias de la firma igual al bienestar de los consumidores, el regulador implícitamente está reconociendo que las transferencias son irrelevantes[12]. Por lo tanto, se les darán a la firma las transferencias necesarias para que produzca en su nivel eficiente, es decir, donde el precio *ex-post* sea igual al costo marginal. A través de transferencias, el regulador es capaz de hacer que el monopolista produzca en su nivel eficiente y reporte honestamente. La regulación por precio, por otra parte, es insensible a cambios en α, generando ineficiencias en comparación a la regulación por cantidad.

Tal como dijimos anteriormente, para $\alpha < 1$ la comparación se hace interesante pues el mecanismo regulatorio en cantidades genera ineficiencias. De $(*)$ podemos ver que $\triangle SW$ es una parabola convexa en α (para valores de b, k, c_0, y A constantes), luego debemos estudiar tanto el valor como el crecimiento (pendiente) para $\alpha = 0$.

Es fácil ver que si $\triangle SW|_{\alpha=0} > 0$ y $\triangle SW'|_{\alpha=0} \geq 0$, entonces regular por cantidad siempre es mejor que regular por precio, sin embargo, mostraremos que este caso es infactible. Más aún, dado que estamos en una economía donde el monopolio es capaz de satisfacer a cualquier demanda (independiente si el monopolio es regulado por precio o cantidad), nosotros vamos a demostrar que $\triangle SW'|_{\alpha=0} \geq 0$ siempre, es decir, la diferencia de bienestar social es monótona en α. Además, veremos que necesariamente $\triangle SW|_{\alpha=0} < 0$ si $\triangle SW'|_{\alpha=0} \geq 0$, lo que implicará que regular por cantidad es mejor solamente para un rango de valores de α.

Lema 7. *Si la demanda es desconocida y los costos marginales son decrecientes, la ventaja comparativa de regular por cantidad sobre precio es creciente en α.*

Demostración. Apéndice A. □

Lo que uno tiene en mente es que, una regulación que trata a todos los tipos igual, debería alcanzar un nivel inferior de bienestar social, en comparación a una que induce autoselección. Esta intuición es correcta para $\alpha = 1$ como vimos anteriormente, no obstante, para ciertos valores de α regular por precio será indiscutiblemente mejor que regular por cantidad. Más aún, existirá un valor α^* tal que para todo $\alpha \leq \alpha^*$ regular por precio dominará.

[12]Notar que si $\alpha = 1$, las transferencias se cancelan en la función objetivo del regulador.

Teorema 3. *Cuando la demanda es desconocida y los costos marginales decrecientes, existirá un threshold $\alpha^* \in [0,1]$ tal que para todo $\alpha \leq \alpha^*$ regular por precio es mejor que por cantidad, mientras cantidad será mejor cuando $\alpha > \alpha^*$.*

Demostración. Apéndice A. $\square$

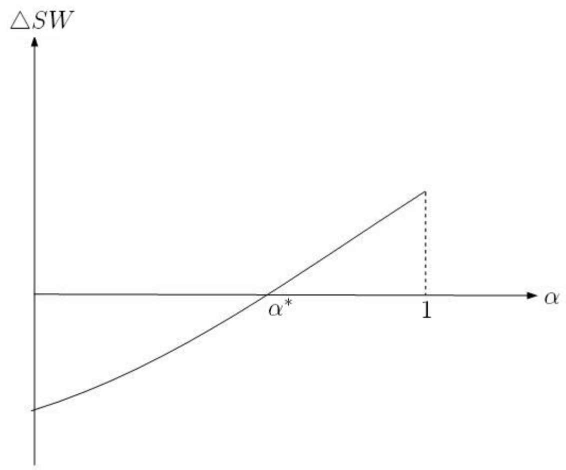

Figura 3.7: Eleccción óptima y el rol de α

De la figura 3.7 es posible ver que la regulación por cantidad no lo hace bien para valores pequeños de α. Intuitivamente, entre menos importante sea la firma para el regulador, peor será el mecanismo regulatorio en cantidades. Dado que las transferencias son más costosas a medida que α decrece, la cantidad óptima regulada originará importantes ineficiencias asignativas para inducir un reporte honesto de la firma, el cual impactará negativamente en el bienestar de los consumidores. Por otro lado, el mecanismo regulatorio en precios es independiente de α, y por ende, las ineficiencias generadas son insensibles a cambios en α. Notemos que a medida que al regulador le comience importar más la firma, el bienestar social producto de la regulación por cantidad empezará a aumentar más que linealmente hasta llegar a la eficiencia productiva para $\alpha = 1$ (ver teorema 2), a diferencia de la regulación por precio donde SW^{precio} aumenta exclusivamente por que ahora el regulador le asigna más peso a las ganancias de la firma, pero no por eficiencia. Uno podría pensar que el regulador, con el fin de disminuir la ineficiencias de la regulación por cantidad, podría implementar un mecanismo *bunching* en cantidades. Sin embargo, esto es muy costoso: o la cantidad escogida es muy pequeña que disminuye el excedente de los consumidores, o bien es grande involucrando transferencias altas[13].

[13] En efecto, en el capítulo siguiente demostramos que si el regulador se restringe a un mecanismo *bunching* en cantidades, regular por precio domina para todo α.

Haciendo otras estáticas comparativas, encontramos respecto al tamaño del mercado (A) que:

$$\frac{\partial \triangle SW}{\partial A} = \frac{-(1-\alpha)\overline{\theta}}{2(b-k)} < 0 \tag{3.37}$$

Para ver el aumento del bienestar social para cada mecanismo ante un aumento marginal del tamaño de mercado, basta evaluar en $\alpha = 1$. Notemos que en este caso, ante un aumento marginal del tamaño del mercado ambas regulaciones generan exactamente los mismos excedentes totales (evaluar en $\alpha = 1$ la ecuación (3.37)), sin embargo, como se puede ver en el cuadro 3.1, el mecanismo regulatorio en precios deja invariante las ganancias de la firma, mientras que el mecanismo regulatorio en cantidades aumenta las ganancias de la firma para inducir la autoselección de los tipos. Por lo tanto, el aumento en excedentes es traspasado directamente a los consumidores si se regula por precio, no así si se regular por cantidad donde son compartidos tanto por los consumidores como por el monopolio. Si analizamos para $\alpha < 1$, la parte de los excedentes que son otorgados al monopolio en la regulación por cantidad, ahora son valorados estrictamente menor que el bienestar de los consumidores, lo que origina que la regulación por precio -que pone todo la ganancia de excedentes en los consumidores- genere un mayor bienestar social.

Un efecto similar ocurre cuando disminuyen los costos marginales fijos del monopolio (c_0), donde en este caso el efecto es inverso. En efecto,

$$\frac{\partial \triangle SW}{\partial c_0} = \frac{(1-\alpha)\overline{\theta}}{2(b-k)} > 0 \tag{3.38}$$

En este caso ambas regulaciones empeoran igualmente (evaluar en $\alpha = 1$ la ecuación (3.38)). Sin embargo, cuando se regula por cantidad tal disminución es compartida por la firma y por los consumidores, a diferencia de si se regula por precio donde las ganancias de la firma permanecen constantes y la disminución de bienestar social se debe exclusivamente a la pérdida de bienestar de los consumidores. Luego, para $\alpha < 1$ el mecanismo regulatorio en cantidades empeora menos.

Finalmente, con respecto a la pendiente de los costos marginales (k) y de la demanda de mercado (b), no se puede decir nada pues el signo dependerá de los valores de los parámetros[14].

$$\frac{\partial \triangle SW}{\partial k} = \frac{\overline{\theta}(-12Ab^2(1-\alpha) + 2bk\alpha\overline{\theta} - k^2\alpha\overline{\theta} + b^2(1-\alpha)(12c_0 + (1-4\alpha)\overline{\theta}))}{24b^2(b-k)^2}$$

[14] Por ejemplo, basta tomar $\alpha = 1$ para que $\frac{\partial \triangle SW}{\partial k} > 0$, y $\alpha = 0$ para que $\frac{\partial \triangle SW}{\partial k} < 0$.

$$\frac{\partial \triangle SW}{\partial b} = \frac{\overline{\theta}((12A - 12c_0 + 4\alpha\overline{\theta})b^3(1-\alpha) + bk^2(1-4\alpha)\overline{\theta} - 2b^2k(1-\alpha)\overline{\theta} + 2k^3\alpha\overline{\theta})}{24b^3(b-k)^2}$$

PARÁMETRO:	*Pendiente demanda* (b)	*Pendiente* C' (k)	*Tamaño Mercado* (A)	*Cmg fijo* (c_0)
MEC. REGULATORIO:				
PRECIOS				
Consumidores ($\mathbb{E}(CS)$)	-	+	+	-
Monopolio ($\mathbb{E}(\pi)$)	-	+	0	0
Transferencias (T)	-	+	+	-
CANTIDADES				
Consumidores ($\mathbb{E}(CS)$)	-	+	+	-
Monopolio ($\mathbb{E}(\pi)$)	-	+	+	-
Transferencias (T)	-	+	+	-

Cuadro 3.1: Estáticas Comparativas.

donde,

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}CS &= \int_0^{\overline{\theta}} V(P(q(\theta),\theta))g(\theta)d\theta \\
\mathbb{E}T &= \int_0^{\overline{\theta}} T(\theta)g(\theta)d\theta \\
\mathbb{E}\pi &= \int_0^{\overline{\theta}} \pi(\theta)g(\theta)d\theta
\end{aligned}$$

Capítulo 4

Mecanismos regulatorios simples

En este capítulo, encontraremos los mecanismos regulatorios -en cantidades y precios- que maximizan el bienestar social, cuando el regulador se restringe a *mecanismos simples*, es decir, mecanismos no contingentes en la información privada de la firma. Cabe mencionar que lo anterior se puede deber a un regulador poco experimentado o bien, a costos relacionados con la implementación de un esquema sofisticado. Por ejemplo, un regulador podría ofrecer un menú de precios (o cantidades) y transferencias que no esté bien calculado o, ofrecer un menú y que la firma no sea capaz (o suficientemente racional) de autoseleccionarse. Por esta razón, en la práctica puede ser más útil nombrar un precio o una cantidad independiente de la demanda que enfrenta la firma regulada.

El objetivo de este capítulo, es poder entender como cambian los resultados cuando el regulador se limita a mecanismos regulatorios que tratan a todos los tipos por igual. En otras palabras, qué pasaría con la elección de precios o cantidades si el regulador no establece reglas para que la firma use su información privada en beneficio de la sociedad.

Comenzamos con el caso de regulación por cantidad.

4.1. Regulación por cantidad

Recordemos del capítulo 3, que la demanda por el bien está representada por una función de demanda inversa $p = P(q, \theta)$ con $P_q \leq 0$, $P_\theta \geq 0$ y $P_{\theta q} = 0$, donde θ representa expansiones o contracciones paralelas en la demanda. Los costos de la firma están representados por una función $C(q)$ con $C' = C_q \geq 0$.

Las ganancias de la firma cuando es regulada con un mecanismo regulatorio (q, T)[1] su

[1] En el capítulo 3, el regulador busca funciones $q(\cdot) : \Theta \to I\!R_+, T(\cdot) : \Theta \to I\!R$, que induzcan la

tipo es θ, serán:

$$\pi(q, \theta, T) = P(q, \theta)q - C(q) + T$$

El bienestar de los consumidores (excluyendo transferencias) es calculado como:

$$S(P(q, \theta)) = \int_0^q P(x, \theta)dx - P(q, \theta)q$$

Luego, el problema del regulador es:

$$\begin{array}{cl} \max\limits_{q,T} & \mathbb{E}_\theta[S(P(q, \theta)) - T + \alpha\pi(q, \theta, T)] \\ s.a & \pi(q, \theta, T) \geq 0 \quad \forall\theta \in \Theta \end{array}$$

La restricción de participación nos asegura que la firma obtenga ganancias no-negativas cualquiera sea su tipo. Luego, dado un mecanismo regulatorio en cantidades (q, T), como $P_\theta \geq 0$ la restricción de participación se puede reducir a pedir que el peor tipo participe:

$$\pi(q, \theta, T) \geq 0 \quad \forall\theta \Longleftrightarrow \pi(q, \underline{\theta}, T) \geq 0$$

Observación 10. *Notemos que para rescatar la función objetivo de Laffont (1977), basta hacer* $\alpha = 1$. *Esto implica que las transferencias se vuelven irrelevantes para el regulador, con lo cual la restricción de participación se hace superflua, pues independiente de la realización de la demanda, el regulador siempre podrá incentivar la participación de la firma, ajustando correctamente las transferencias.*

El problema de regulador es entonces:

$$\begin{array}{cl} \max\limits_{q,T} & \mathbb{E}_\theta[S(P(q, \theta)) - T + \alpha\pi(q, \theta, T)] \\ s.a & \pi(q, \underline{\theta}, T) \geq 0 \end{array}$$

Es claro que en el óptimo la restricción de participación se cumple con igualdad[2]. Luego, la cantidad regulada $\hat{q}$ maximizará:

$$\max_q \mathbb{E}[S(P(q, \theta)) - C(q) + P(q, \underline{\theta})q + \alpha(P(q, \theta)q - P(q, \underline{\theta})q)] \tag{4.1}$$

revelación de los tipos. Ahora, el regulador se restringirá a nombrar un precio y una transferencia, es decir, $\{q(\theta), T(\theta) = (q, T)\}$ para todo $\theta \in \Theta$.

[2]Notar que T disminuye el bienestar social.

Después de un poco de álgebra, llegamos al siguiente lema:

Lema 8. *El mecanismo regulatorio óptimo en cantidades cuando el regulador se restringe a mecanismos simples* $(\hat{q}, \hat{T})$*, queda caracterizado por:*

$$\alpha \mathbb{E}_\theta P(\hat{q}, \theta) + (1-\alpha) P(\hat{q}, \underline{\theta}) = C_q(\hat{q}) \tag{4.2}$$

$$\hat{T} = C(\hat{q}) - P(\hat{q}, \underline{\theta})\hat{q} \tag{4.3}$$

Demostración. Directo de maximizar (4.1) y usar la restricción de participación. □

Notemos que si $\alpha = 1$, la cantidad regulada $\hat{q}$ será aquella que iguale en esperanza, el precio con el costo marginal, es decir, la asignación es eficiente *ex-ante*[3]. Sin embargo, cuando $\alpha < 1$ las transferencias son costosas para el regulador, luego la cantidad regulada será escogida para que en el óptimo el precio sea una combinación lineal entre el precio promedio y el precio de la realización más baja. Intuitivamente, el regulador para hacer participar a la firma distorsionará la cantidad a producir por la firma con el fin de disminuir las transferencias, disminuyendo el bienestar social (ineficiencia asignativa).

Lema 9. *Si el regulador se restringe a mecanismos simples y regula por cantidad, el bienestar social será monótono en* α *alcanzando su máximo en* $\alpha = 1$.

Demostración. Derivando (4.1) con respecto a α obtenemos:

$$\frac{\partial SW}{\partial \alpha} = \mathbb{E}_\theta (P(q, \theta) q - P(q, \underline{\theta}) q)$$

Como $P_\theta \geq 0$ para todo θ, sigue que $\frac{\partial SW}{\partial \alpha} \geq 0$. □

4.2. Regulación por precio

Suponga ahora que el regulador decide regular con un mecanismo simple basado en precios, (p, T). Luego, dado un tipo θ las ganancias del monopolio serán:

$$\begin{aligned} \pi(p, \theta, T) &= \max_q pq - C(q) + T \\ & \quad s.a \quad q \leq Q(p, \theta) \end{aligned}$$

[3]Eficiente en el sentido que maximiza los excedentes generados por la regulación.

Donde $Q(p, \theta)$ es la función de demanda directa con las mismas propiedades que en el capítulo anterior[4]. Como siempre, asumimos que no hay racionamiento, es decir, la firma siempre satisface a su demanda[5]. Esta distinción es central con Weitzman (1974), pues acá el comportamiento de la firma cuando se le regula por precio va a depender exclusivamente de su información respecto a la demanda, **no** de los costos. En Weitzman (1974), una vez que la firma recibe el precio regulado, ésta maximiza ganancias como si estuviera en competencia perfecta, lo que justifica que el nivel de producción dependa de los costos marginales de la firma. En particular, del precio regulado y de su información privada (si es que la hay) en los costos[6]. Lo anterior es cierto si la firma es representativa o atómica, lo cual no es ese el caso.

Teniendo en cuenta que la firma está obligada a **no racionar** o a "limpiar" el mercado, su función de ganancias se puede escribir como:

$$\pi(p, \theta, T) = pQ(p, \theta) - C(Q(p, \theta)) + T \tag{4.4}$$

Luego, el problema de regulador es:

$$\begin{array}{cl} \max\limits_{p,T} & \mathbb{E}_\theta[V(Q(p, \theta)) - T + \alpha\pi(p, \theta, T)] \\ s.a & \pi(p, \theta, T) \geq 0 \quad \forall\theta \end{array}$$

Donde $V(Q(p, \theta))$ es el bienestar de los consumidores cuando son de tipo θ, y el precio regulado es p.

$$V(Q(p, \theta)) = \int_p^\infty Q(x, \theta)dx$$

La restricción de participación es un poco más compleja que en el caso anterior, pues la realización que minimiza las ganancias de la firma ya no será necesariamente $\underline{\theta}$. En efecto, una realización baja por un lado disminuye los ingresos, pero por otro disminuye los costos, ya que $Q_\theta \geq 0$. Por lo tanto, el problema de definir el tipo crítico se vuelve

[4] $Q(p, \theta)$ satisface $Q_\theta \geq 0, Q_p \leq 0$ y $Q_{p\theta} = 0$ (*shifts* paralelos)

[5] Recuerde del capítulo 3, que este supuesto es razonable si el regulador hace un llamado a los consumidores, a reportar cualquier incidente donde la firma no les haya vendido al precio regulado.

[6] Notemos que si la decisión de q se le deja a la firma, entonces el nivel de producción dependerá tanto de su realización de la demanda como del precio regulado. En efecto, dos soluciones pueden existir: una interior, es decir, la firma raciona sus clientes, o la firma satisface a toda su demanda. Resolviendo,

$$\tilde{q} = \begin{cases} Q(p, \theta) & \text{si } p \geq C_q(Q(p, \theta)) \\ C_q^{-1}(p) & \sim \end{cases}$$

Donde $C_q^{-1}(p)$ es la solución a $p = C'(q)$.

endógeno para el regulador.

Definición 9. *Diremos que una realización* θ_c *es un* ***tipo crítico*** *ssi* θ_c *minimiza* $\pi(p,\theta,T)$ *para* (p,T) *dados.*

La endogeneidad del tipo crítico hace que sea necesario separar el análisis en dos casos: cuando los costos marginales son crecientes y decrecientes. Como veremos a continuación, cuando los costos marginales son decrecientes, el tipo crítico de la demanda θ_c podrá estar en los bordes o en el interior del soporte. Sin embargo, cuando los costos marginales son crecientes θ_c estará en una esquina. La razón es que, la función de ganancias del monopolio es cóncava cuando los costos marginales son crecientes, y convexa para el caso contrario.

Lema 10.

i) El tipo crítico cuando los costos marginales son decrecientes, es una realización θ_c *con* $\theta_c \in \left[\underline{\theta}, \overline{\theta}\right] = \Theta$.

ii) El tipo crítico cuando los costos marginales son no-decrecientes, es una realización θ_c *con* $\theta_c \in \{\underline{\theta}, \overline{\theta}\}$.

Demostración. La prueba se basa en el análisis de los puntos estacionarios[7] de la función de ganancias del monopolio. Derivando con respecto a θ y igualando a cero:

$$\frac{\partial \pi(p,\theta,T)}{\partial \theta} = 0 \Longleftrightarrow pQ_\theta(p,\hat{\theta}) - C_q(Q(p,\hat{\theta}))Q_\theta(p,\hat{\theta}) = 0$$

Lo cual es equivalente a:

$$p = C_q(Q(p,\hat{\theta}))$$

Sin embargo, $\hat{\theta}$ será un mínimo si los costos marginales son decrecientes, y un máximo si son crecientes. En efecto, usando la condición de segundo orden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \pi(p,\theta,T)}{\partial \theta^2}\Big|_{\theta=\hat{\theta}} &= pQ_{\theta\theta}(p,\hat{\theta}) - C_{qq}(Q(p,\hat{\theta}))Q_\theta(p,\hat{\theta})^2 - C_q(Q(p,\hat{\theta}))Q_{\theta\theta}(p,\hat{\theta}) \\ &= -C_{qq}(Q(p,\hat{\theta}))Q_\theta(p,\hat{\theta})^2 \end{aligned}$$

Si $-C_{qq}(Q(p,\hat{\theta})) \geq 0$ entonces $\hat{\theta}$ minimiza π. Luego si $\hat{\theta}$ es mayor que $\overline{\theta}$, el tipo crítico será $\overline{\theta}$. Por otro lado, si $\hat{\theta} < \underline{\theta}$ el tipo crítico será $\underline{\theta}$, y por último, si $\hat{\theta} \in \left(\underline{\theta}, \overline{\theta}\right)$ el tipo

[7]Si $f : I\!R \to I\!R$ es diferenciable, entonces x^* es *punto estacionario* ssi $f'(x^*) = 0$.

crítico será $\hat{\theta}$. En resumen,

$$\theta_c = \begin{cases} \overline{\theta} & \text{si } \hat{\theta} > \overline{\theta} \\ \underline{\theta} & \text{si } \hat{\theta} < \underline{\theta} \\ \hat{\theta} & \text{si } \hat{\theta} \in \left(\underline{\theta}, \overline{\theta}\right) \end{cases}$$

Ahora bien, si $-C_{qq}(Q(p,\hat{\theta})) \leq 0$ entonces $\hat{\theta}$ maximiza π, por ende, el tipo crítico estará en las esquinas del soporte Θ. □

Luego, dado un tipo crítico θ_c y un mecanismo regulatorio en precios (p,T), las transferencias quedan determinadas por:

$$T = C(Q(p,\theta_c)) - pQ(p,\theta_c) \tag{4.5}$$

Con esto, la función objetivo del regulador se transforma en:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_\theta[V(Q(p,\theta)) - C(Q(p,\theta_c)) + pQ(p,\theta_c) + \alpha(pQ(p,\theta) - C(Q(p,\theta)) + \\ C(Q(p,\theta_c)) - pQ(p,\theta_c))] \end{aligned} \tag{4.6}$$

En lo que sigue separaremos en dos casos: costos marginales crecientes y decrecientes.

4.2.1. Costos marginales crecientes

Cuando los costos marginales son crecientes, dado $p \in I\!R_+$:

$$\theta_c = \underline{\theta} \Longleftrightarrow \pi(p,\underline{\theta},T) - \pi(p,\overline{\theta},T) \leq 0$$

Definimos $\mathcal{P} = \{p \in I\!R_+ | \pi(p,\underline{\theta},T) - \pi(p,\overline{\theta},T) \leq 0\}$ como el conjunto factible al cual tiene que pertenecer el precio p para que el tipo crítico sea $\underline{\theta}$. Por consiguiente, el problema del regulador será[8]:

$$\begin{aligned}
\max_{p} \quad & \mathbb{E}_\theta[V(Q(p,\theta)) - C(Q(p,\theta_c)) + pQ(p,\theta_c) \\
& +\alpha\left(pQ(p,\theta) - C(Q(p,\theta)) + C(Q(p,\theta_c)) - pQ(p,\theta_c)\right)] \\
s.a \quad & p \in \begin{cases} \mathcal{P} & \text{si } \theta_c = \underline{\theta} \\ \mathcal{P}^c & \text{si } \theta_c = \overline{\theta} \end{cases}
\end{aligned} \tag{4.9}$$

De este modo,

Lema 11. *El mecanismo regulatorio óptimo en precios (p^*, T^*), cuando el regulador se restringe a mecanismos simples y los costos marginales son crecientes, será la solución de* $\max\{\max_{p^*\in\mathcal{P}} SW, \max_{p^*\in\mathcal{P}^c} SW\}$*. Donde SW viene dado por la ecuación (4.6) y T^* por (4.5).*

En otras palabras, el regulador tendrá que comparar las dos soluciones considerando separadamente $\theta_c = \overline{\theta}$ y $\theta_c = \underline{\theta}$, con el fin de escoger el precio que genere mayores excedentes a la sociedad.

4.2.2. Costos marginales decrecientes

Al igual que en el capítulo 3, para que el problema del regulador sea cóncavo, asumimos $\mid C''(Q(p,\theta)) \mid \cdot \mid Q_p(p,\theta) \mid < 1$.
Dado $p \in I\!R_+$, el tipo $\hat{\theta}$ que minimiza las ganancias de la firma resolverá:

$$pQ_\theta(p,\hat{\theta}) - C_q(Q(p,\hat{\theta}))Q_\theta(p,\hat{\theta}) = 0$$

Notar que $\hat{\theta}$ depende del precio regulado p, luego $\hat{\theta} = \hat{\theta}(p)$.

Lema 12. *El mecanismo regulatorio óptimo en precios (p^*, T^*), cuando el regulador es*

[8]Note que la solución $(\tilde{p}, \tilde{T})$ irrestricta viene dada por:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_\theta(Q(\tilde{p},\theta)) &= \mathbb{E}_\theta(\alpha[Q(\tilde{p},\theta) + \tilde{p}Q_p(\tilde{p},\theta) - C_q(Q(\tilde{p},\theta))Q_p(\tilde{p},\theta)] + \\
&\quad (1-\alpha)[Q(\tilde{p},\theta_c) + \tilde{p}Q_p(\tilde{p},\theta_c) - C_q(Q(\tilde{p},\theta_c))Q_p(\tilde{p},\underline{\theta})]) \qquad (4.7) \\
\tilde{T} &= C(Q(\tilde{p},\theta_c)) - \tilde{p}Q(\tilde{p},\theta_c) \qquad (4.8)
\end{aligned}$$

simple y los costos marginales decrecientes, vendrá dado por:

$$\begin{aligned} p^* \in \arg\max_p \quad & \mathbb{E}_\theta[V(Q(p,\theta)) - C(Q(p,\theta_c)) + pQ(p,\theta_c) + \\ & \alpha\{pQ(p,\theta) - C(Q(p,\theta)) + C(Q(p,\theta_c)) - pQ(p,\theta_c)\}] \\ T^* \quad = \quad & C(Q(p^*,\theta_c)) - p^*Q(p^*,\theta_c) \end{aligned}$$

Donde,

$$\theta_c = \begin{cases} \overline{\theta} & si\ \hat{\theta} > \overline{\theta} \\ \underline{\theta} & si\ \hat{\theta} < \underline{\theta} \\ \hat{\theta}(p) & si\ \hat{\theta} \in (\underline{\theta}, \overline{\theta}) \end{cases}$$

Claramente, el análisis realizado hasta acá, si bien es correcto, no permite obtener demasiada intuición entre la comparación de mecanismos. Para empujar el análisis más lejos, en la sección que viene haremos explícitos los mecanismos, usando el mismo ejemplo que en el capítulo 3, el cual era un ambiente con demanda lineal, costos cuadráticos y distribución uniforme. Sin embargo, en este caso no es necesario poner restricciones en la forma funcional de la distribución de θ, por lo trabajaremos con esperanza ($\mathbb{E}(\theta)$) y varianza (σ_θ).

4.3. Precios versus Cantidades: Comparación con formas funcionales explícitas

Consideraremos el mismo ejemplo que en el capítulo 3. La función de demanda inversa es:

$$P(q,\theta) = A + \theta - bq \text{ con } A, b \geq 0 \tag{4.10}$$

Luego, $P_{\theta q} = 0, P_{\theta\theta} = 0, P_q = -b, P_\theta = 1$. La función de demanda directa la obtenemos invirtiendo la demanda inversa:

$$Q(p,\theta) = \frac{A + \theta - p}{b} \tag{4.11}$$

Con $Q_\theta = \frac{1}{b} > 0$, $Q_{\theta\theta} = 0$, $Q_p = -\frac{1}{b} < 0$, $Q_{pp} = 0$, y $Q_{p\theta} = 0$.
Supongamos que los costos marginales son:

$$C(q) = c_0 q + \frac{k^2}{2} q + F$$

El costo fijo F lo normalizamos a cero (no tiene ningún efecto en explicar el fenómeno). Note que si $k \geq 0$ estamos en presencia de costos marginales crecientes, y decrecientes para el caso contrario. Además, sin pérdida de generalidad asumiremos que $\underline{\theta} = 0$.

4.3.1. Regulación por cantidad

El mecanismo regulatorio óptimo en cantidades lo encontramos usando el lema 8. La condición de primer orden queda:

$$A - b\hat{q} + \alpha\mathbb{E}(\theta) + (1-\alpha)\underline{\theta} = c_0 + k\hat{q}$$

Despejando,

$$\hat{q} = \frac{A + \alpha\mathbb{E}(\theta) - c_0}{b+k}$$

Luego, las transferencias quedan:

$$\hat{T} = -(A - b\hat{q})\hat{q} + \left(c_0\hat{q} + \frac{k\hat{q}^2}{2}\right)$$

Por lo tanto, con el fin de disminuir transferencias cuando $\alpha < 1$, el regulador tendrá que aceptar contracciones en la producción.

Notemos que si la cantidad está fija, entonces el precio es el que se tiene que ajustar para limpiar el mercado. Luego, para una realización θ cualquiera, el precio uniforme que limpia el mercado es: $P(\hat{q}, \theta)$[9]. Necesitamos imponer condiciones sobre los parámetros para que ese precio sea siempre positivo para toda realización. Cuando los costos marginales son crecientes (es decir, $k \geq 0$) una condición suficiente para asegurar lo anterior es pedir $c_0 \geq \mathbb{E}(\theta)$. Por otro lado, cuando los costos marginales son decrecientes, una condición suficiente para asegurar precio positivo es: $c_0 \geq \frac{k}{b}(A + \overline{\theta}) + \alpha\mathbb{E}(\theta) - \overline{\theta}$. Por último, para asegurar que la cantidad regulada $\hat{q}$ sea positiva basta imponer $A > c_0$.

Reemplazando $(\hat{q}, \hat{T})$ en (4.1), el bienestar social es:

$$SW^q = \frac{[A + \alpha\mathbb{E}(\theta) - c_0]^2}{2(b+k)} \tag{4.12}$$

[9] Explícitamente, $P(\hat{q}, \theta) = \frac{k(A+\theta) + b(c_0 + \theta - \alpha\mathbb{E}(\theta))}{b+k}$.

4.3.2. Regulación por precio y comparación entre mecanismos

Costos marginales no-crecientes

Si se regula por precio, el tipo $\hat{\theta}$ que minimiza las ganancias de la firma será solución de (ver lema 10):

$$\min_{\theta} \pi(p, \theta, T) = p\left(\frac{A+\theta-p}{b}\right) - c_0\left(\frac{A+\theta-p}{b}\right) + \frac{k^2}{2}\left(\frac{A+\theta-p}{b}\right) + T$$

La condición de primer orden implica:

$$\hat{\theta} = \frac{bc_0 - Ak - p(b-k)}{k} \tag{4.13}$$

Por lo tanto, reemplazando $\hat{\theta}$ en (4.6) obtenemos la función objetivo del regulador parametrizada por p. Maximizando la anterior con respecto a p obtenemos:

$$\tilde{p} = \frac{bc_0 - k(A + \mathbb{E}(\theta))}{b-k}$$

y reemplazando en (4.13),

$$\hat{\theta}(\tilde{p}) = \mathbb{E}(\theta) < \overline{\theta}$$

Lo que implica que el tipo crítico θ_c, por lema 10, es igual a $\hat{\theta} = \mathbb{E}(\theta)$. Por otro lado, las transferencias serán (ver (4.5)):

$$\tilde{T} = -\tilde{p}\left(\frac{A+\theta_c-\tilde{p}}{b}\right) + \left(c_0\left(\frac{A+\theta_c-\tilde{p}}{b}\right) - \frac{k\left(\frac{A+\theta_c-\tilde{p}}{b}\right)^2}{2}\right)$$

Reemplazando en (4.6),

$$SW^p = \frac{(A - c_0 + \mathbb{E}(\theta))^2}{2(b-k)} + \frac{(b+k\alpha)\sigma_\theta}{2b^2}$$

Definimos $\triangle SW = SW^q - SW^p$ como la ventaja comparativa de escoger un mecanismo regulatorio en cantidades sobre uno en precios. Luego, restando SW^q con SW^p llegamos a:

$$\triangle SW = \frac{(A - c_0 + \alpha\mathbb{E}(\theta))^2}{2(b-k)} - \frac{(A - c_0 + \mathbb{E}(\theta))^2}{2(b-k)} - \frac{(b+k\alpha)\sigma_\theta}{2b^2} \tag{4.14}$$

De aquí obtenemos la siguiente proposición:

Proposición 9. *Si existe información privada en la demanda (shifts paralelos) y además a la firma se le obliga vaciar el mercado, entonces regular por precio es mejor que regular por cantidad para todo* $\alpha \in [0,1]$.

Demostración. Note que para todo $\alpha \in [0,1]$, $\frac{(A-c_0+\alpha\mathbb{E}(\theta))^2}{2(b-k)} - \frac{(A-c_0+\mathbb{E}(\theta))^2}{2(b-k)} \leq 0$ y $-\frac{(b+k\alpha)\sigma_\theta}{2b^2} \leq 0$ □

Notemos que cuando $\alpha = 1$,

$$\triangle SW|_{\alpha=1} = -\frac{(b+k)\sigma_\theta}{2b^2} < 0$$

Es decir, si nos ponemos en una situación a-la-Weitzman, donde las transferencias son irrelevantes para el regulador, la elección óptima es regular por precio y no por cantidad[10]. Además, si el regulador tuviera información completa en la demanda ambas regulaciones serían equivalentes.

Intuitivamente, la regulación por cantidad limpia el mercado ajustando el precio uniforme de venta de acuerdo a cada demanda. Además, los costos para la firma estarán fijos pues sólo tiene que producir las $\hat{q}$ unidades reguladas. Luego, a medida que la demanda sea más alta, mayor será el precio que tendrán que pagar los consumidores obteniendo la firma mayores ingresos por venta -valorados menor que el bienestar de los consumidores cuando $\alpha < 1$-. La regulación por precio, por otro lado, limpia el mercado ajustando las cantidades, por lo que los costos no estarán fijos para la firma, luego mayor demanda se traducirá en mayor producción. Además, entre más alta sea la demanda, menores serán los costos para el monopolista, y mayor será el bienestar de los consumidores.

Costos marginales crecientes

Si el regulador decide regular por precio, el tipo crítico dependerá del precio regulado. En otras palabras, por el lemma 10, el tipo crítico será $\underline{\theta}$ si y sólo si $\pi(p,\underline{\theta},T) \leq \pi(p,\overline{\theta},T)$. Esto es lo que vuelve endógeno el problema, pues la desigualdad anterior implicará que la elección del tipo crítico dependa de la elección del precio en el mecanismo regulatorio.

Luego, dado un mecanismo regulatorio (p,T) cualquiera, el tipo crítico será $\underline{\theta} = 0$ si y sólo si:

$$\triangle\pi = \pi(p,0,T) - \pi(p,\overline{\theta},T) \leq 0$$

[10]Recuerde del capítulo 3 que cuando $\alpha = 1$ y los costos marginales decrecientes, regular por cantidad domina a precio.

Reemplazando en (4.4) y restando:

$$\triangle\pi = \frac{Ak - bp - kp + bc_0}{b^2} + \frac{k\overline{\theta}^2}{2b^2}$$

Luego, es fácil ver que $\triangle\pi \leq 0$ si y sólo si $p \geq \frac{2bc_0 + k(2A+\overline{\theta})}{2(b+k)} = \overline{p}$.

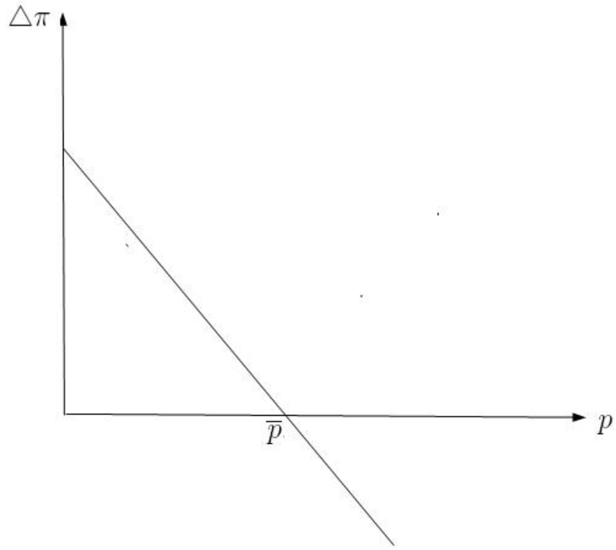

Figura 4.1: Precio regulado y tipo crítico.

De este modo,

$$\theta_c = \begin{cases} \underline{\theta} & \text{si } p \geq \overline{p} \\ \overline{\theta} & \sim \end{cases}$$

La elección del tipo crítico depende del precio regulado escogido por el regulador.

Caso 1: Tipo crítico $\underline{\theta}$. El problema de un regulador insistente en $\theta_c = \underline{\theta}$ será:

$$\begin{aligned} \max_{p} \quad & \mathbb{E}_\theta[V(Q(p,\theta)) - C(Q(p,\underline{\theta})) + pQ(p,\underline{\theta}) \\ & +\alpha\left(pQ(p,\theta) - C(Q(p,\theta)) + C(Q(p,\underline{\theta})) - pQ(p,\underline{\theta})\right)] \\ s.a \quad & p \geq \overline{p} \end{aligned} \tag{4.15}$$

Maximizando irrestrictamente y usando la condición de primer orden, el mecanismo regulatorio óptimo en precios es:

$$\tilde{p_1} = b\left(\frac{c_0}{b+k}\right) + k\left(\frac{A+\alpha\mathbb{E}(\theta)}{b+k}\right) + (1-\alpha)b\left(\frac{-\mathbb{E}(\theta)}{b+k}\right)$$

Las transferencias quedan determinadas por:

$$\tilde{T_1} = -\tilde{p_1}\left(\frac{A-\tilde{p}}{b}\right) + \left(c_0\left(\frac{A-\tilde{p}}{b}\right) + \frac{k\left(\frac{A-\tilde{p}}{b}\right)^2}{2}\right)$$

Sin embargo, $\tilde{p_1} \geq \overline{p}$ sólo para un subconjuntos de valores de α. En efecto, simples cálculos nos muestran que:

$$\triangle p_1 = \tilde{p_1} - \overline{p} = -\frac{k\overline{\theta}}{2(b+k)} + \frac{(-b+b\alpha+k\alpha)\mathbb{E}(\theta)}{b+k}$$

Con $\frac{\partial \triangle p_1}{\partial \alpha} = \mathbb{E}(\theta) > 0$, luego la diferencia de precios es creciente en α. Resolviendo en α la ecuación $\triangle p_1 = 0$, obtenemos:

$$\tilde{\alpha_1} = \frac{k\overline{\theta} + 2b\mathbb{E}(\theta)}{2\mathbb{E}(\theta)(b+k)}$$

Ahora bien, si $\tilde{\alpha_1} > 1$, entonces para todo $\alpha \in [0,1]$ $\tilde{p_1} < \overline{p}$. Por otro lado, si $\tilde{\alpha_1} < 1$, entonces $\tilde{p_1} \geq \overline{p}$ para todo $\alpha \in [\tilde{\alpha_1}, 1]$.

Lema 13. *Si* $\mathbb{E}(\theta) \geq \frac{\overline{\theta}}{2}$*, entonces el precio regulado óptimo* p_1^* *satisface:*

$$p_1^* = \begin{cases} \widetilde{p_1} & si\ \alpha \in [\tilde{\alpha_1}, 1] \\ \overline{p} & si\ \alpha < \tilde{\alpha_1} \end{cases}$$

Demostración. Basta notar que si $\mathbb{E}(\theta) \geq \frac{\overline{\theta}}{2}$, entonces $\tilde{\alpha_1} < 1$. Por ende, como $\triangle p_1$ es creciente en α, sigue que $\tilde{p_1} \geq \overline{p}$ para todo $\alpha \geq \tilde{\alpha_1}$.
Para $\alpha < \tilde{\alpha_1}$ el regulador escoge el mínimo precio que asegura que todos participen, es decir, $\overline{p}$. □

Caso 2: Tipo crítico $\overline{\theta}$. En este caso, el problema de un regulador insistente en $\theta_c = \overline{\theta}$

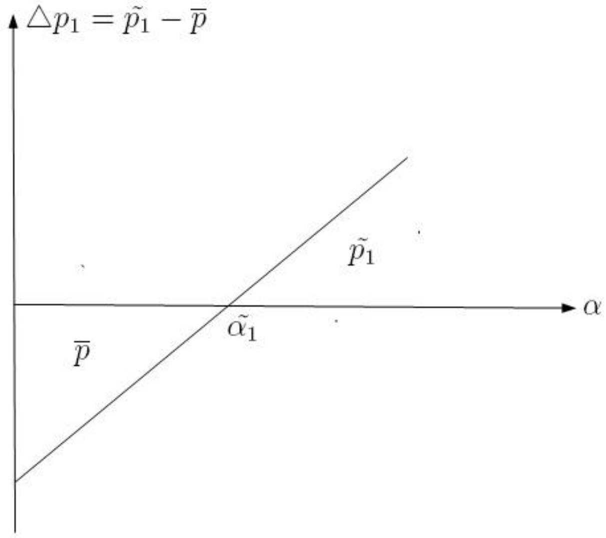

Figura 4.2: Precio regulado con tipo crítico $\underline{\theta}$ y costos marginales crecientes.

será:

$$\begin{aligned} \max_{p} \quad & \mathbb{E}_\theta[V(Q(p,\theta)) - C(Q(p,\overline{\theta})) + pQ(p,\overline{\theta}) \\ & +\alpha\left(pQ(p,\theta) - C(Q(p,\theta)) + C(Q(p,\overline{\theta})) - pQ(p,\overline{\theta})\right)] \\ s.a \quad & p \leq \overline{p} \end{aligned} \tag{4.16}$$

Al igual que antes, la solución irrestricta es:

$$\tilde{p_2} = b\left(\frac{c_0}{b+k}\right) + k\left(\frac{A + \alpha\mathbb{E}(\theta) + (1-\alpha)\overline{\theta}}{b+k}\right) + (1-\alpha)b\left(\frac{\overline{\theta} - \mathbb{E}(\theta)}{b+k}\right)$$

Luego, $\tilde{p_2} \leq \overline{p} \iff \triangle p_2 = \tilde{p_2} - \overline{p} \leq 0$. Restando,

$$\triangle p_2 = \frac{k(1-2\alpha)\overline{\theta} + 2b\overline{\theta}(1-\alpha)}{2(b+k)} + \frac{(-b + b\alpha + k\alpha)\mathbb{E}(\theta)}{b+k}$$

Notemos que acá $\frac{\partial \triangle p_2}{\partial \alpha} = -(\overline{\theta} - \mathbb{E}(\theta)) < 0$, por lo tanto, la diferencia de precios decrece con α. Encontrando el $\tilde{\alpha_2}$ de corte:

$$\tilde{\alpha_2} = \frac{2b + \frac{k\overline{\theta}}{\overline{\theta} - \mathbb{E}(\theta)}}{2(b+k)}$$

Si $\tilde{\alpha_2} > 1$, entonces para todo $\alpha \in [0,1]$ $\tilde{p_2} \geq \overline{p}$, luego el precio regulado óptimo es

$\overline{p}$. Si $\tilde{\alpha_2} < 1$, entonces $\tilde{p_2} \leq \overline{p}$ para todo $\alpha \in [\tilde{\alpha_2}, 1]$.

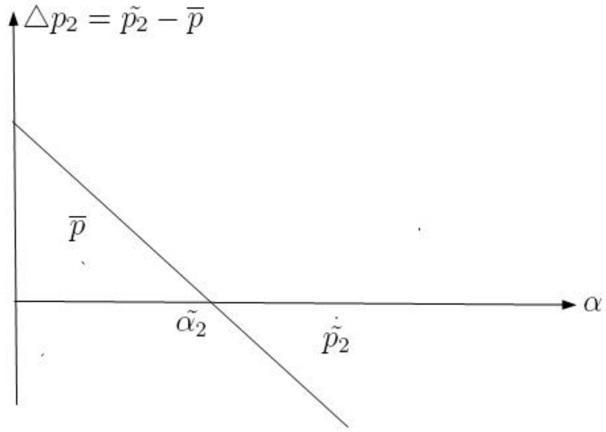

Figura 4.3: Precio regulado con tipo crítico $\overline{\theta}$ y costos marginales crecientes.

Lema 14. *Si* $\mathbb{E}(\theta) \leq \frac{\overline{\theta}}{2}$ *entonces el precio regulado óptimo* p_2^* *satisface:*

$$p_2^* = \begin{cases} \tilde{p_2} & si\ \alpha \in [\tilde{\alpha_2}, 1] \\ \overline{p} & si\ \alpha < \tilde{\alpha_2} \end{cases}$$

Demostración. Análogo al caso cuando el tipo crítico es $\underline{\theta}$. □

El regulador ahora tiene que decidir que mecanismo regulatorio en precios usar. En particular, si restringirse a mecanismos con precios regulados mayores o menores a $\overline{p}$. Como vimos en los lemas anteriores, el precio regulado depende principalmente de la distribución de θ. Notar que si $\mathbb{E}(\theta) \geq \frac{\overline{\theta}}{2}$ entonces automáticamente[11] $\tilde{\alpha_2} > 1$, lo que implica que si el regulador usa a $\overline{\theta}$ como tipo crítico la regulación óptima será con precio $\overline{p}$. Sin embargo, si utiliza a $\underline{\theta}$ como tipo crítico podrá regular con $\tilde{p_1}$ si $\alpha \geq \tilde{\alpha_1}$ gracias al lemma 13. Es claro ver que si $\alpha < \tilde{\alpha_1}$ entonces en ambos casos se regulará con $\overline{p}$, luego el regulador estará indiferente entre usar como tipo crítico a $\underline{\theta}$ o $\overline{\theta}$, pues las utilidades de ambos tipos se igualan ($\triangle\pi = 0$).

El análisis anterior se invierte si $\mathbb{E}(\theta) \leq \frac{\overline{\theta}}{2}$. Por último, cabe mencionar que si la distribución de θ es simétrica ($\mathbb{E}(\theta) = \frac{\overline{\theta}}{2}$) entonces el precio regulado será $\overline{p}$ para todo $\alpha < 1$, independiente de la elección del tipo crítico.

De esta manera, para determinar la elección del regulador separaremos en 3 casos:

[11] Note que $\tilde{\alpha_1} < 1 \iff \tilde{\alpha_2} > 1$

- Cuando $\mathbb{E}(\theta) \geq \frac{\overline{\theta}}{2}$
- Cuando $\mathbb{E}(\theta) \leq \frac{\overline{\theta}}{2}$
- Cuando $\mathbb{E}(\theta) = \frac{\overline{\theta}}{2}$

Caso $\mathbb{E}(\theta) \geq \frac{\overline{\theta}}{2}$**.** Notemos que en este caso $\tilde{\alpha_1} \leq 1$ y $\tilde{\alpha_2} \geq 1$. Sea $SW^p_{\theta_c}$ la función de bienestar social cuando el regulador regula por precio y usa como tipo crítico a θ_c. Luego, usando el lemma 13, para todo $\alpha \leq \tilde{\alpha_1}$

$$SW^p_{\underline{\theta}} - SW^p_{\overline{\theta}} = 0$$

Por otra parte, si $\alpha \in [\tilde{\alpha_1}, 1]$ entonces el regulador puede implementar $\tilde{p_1}$ si usara a $\underline{\theta}$ como tipo crítico. De este modo,

$$SW^p_{\underline{\theta}} - SW^p_{\overline{\theta}} = \frac{[2b(1-\alpha)\mathbb{E}(\theta) + k(\overline{\theta} - 2\alpha\mathbb{E}(\theta))]^2}{8b^2(b+k)} \geq 0$$

Por lo tanto,

Lema 15. *Si $\mathbb{E}(\theta) \geq \frac{\overline{\theta}}{2}$, entonces el precio regulado óptimo será p_1^* (lemma 13), es decir,*

$$p_1^* = \begin{cases} \widetilde{p_1} & si\ \alpha \in [\tilde{\alpha_1}, 1] \\ \overline{p} & si\ \alpha < \tilde{\alpha_1} \end{cases}$$

Y el tipo crítico será $\underline{\theta}$.

Veamos ahora la elección entre precios o cantidades. Definimos $\triangle SW = SW^q - SW^p$ tal como en la subsección anterior, como la ventaja comparativa de elegir cantidades sobre precios. Reemplazando $\hat{q}$ en (4.1) y p_1^* en (4.6), obtenemos que para todo $\alpha < \tilde{\alpha_1}$:

$$\begin{aligned}\triangle SW &= \left(\frac{4bk(1-\alpha)(\overline{\theta} - \mathbb{E}(\theta))\mathbb{E}(\theta) - 4b^2(1-\alpha)\mathbb{E}(\theta)(2A - 2c_0 + \mathbb{E}(\theta) + \alpha\mathbb{E}(\theta))}{8b^2(b+k)}\right) \\ &\quad + k^2\left(\frac{\overline{\theta}^2 - 4\alpha\overline{\theta}\mathbb{E}(\theta) + 4\alpha\mathbb{E}(\theta)^2}{8b^2(b+k)}\right) - \frac{(b-k\alpha)\sigma_\theta}{2b^2}\end{aligned}$$

Para $\alpha \in [\tilde{\alpha_1}, 1]$ $\triangle SW$ queda:

$$\triangle SW = \frac{-(1-\alpha)\mathbb{E}(\theta)(2b^2(A-c_0) + (2b+k)(b-k\alpha)\mathbb{E}(\theta))}{2b^2(b+k)} - \frac{(b-k\alpha)\sigma_\theta}{2b^2}$$

Caso $\mathbb{E}(\theta) \leq \frac{\overline{\theta}}{2}$. En este caso $\tilde{\alpha_2} \leq 1$ y $\tilde{\alpha_1} \geq 1$. Al igual que antes, para todo $\alpha \leq \tilde{\alpha_2}$,

$$SW^p_{\underline{\theta}} - SW^p_{\overline{\theta}} = 0$$

Sin embargo, $\alpha \geq \tilde{\alpha_2}$,

$$SW^p_{\underline{\theta}} - SW^p_{\overline{\theta}} = -\frac{(-2b\overline{\theta} - k\overline{\theta} + 2b\alpha\overline{\theta} + 2k\alpha\overline{\theta} + 2b\mathbb{E}(\theta) - 2b\alpha\mathbb{E}(\theta) - 2k\alpha\mathbb{E}(\theta))^2}{8b^2(b+k)} < 0$$

Por lo tanto,

Lema 16. *Si $\mathbb{E}(\theta) \leq \frac{\overline{\theta}}{2}$, entonces el precio regulado óptimo será p_2^* (lemma 14), es decir,*

$$p_2^* = \begin{cases} \tilde{p_2} & si\ \alpha \in [\tilde{\alpha_2}, 1] \\ \overline{p} & si\ \alpha < \tilde{\alpha_2} \end{cases}$$

Y el tipo crítico será $\overline{\theta}$.

Comparando p_2^* con $\hat{q}$, obtenemos que para todo $\alpha < \tilde{\alpha_2}$,

$$\begin{aligned} \triangle SW &= \left(\frac{4bk(1-\alpha)(\overline{\theta} - \mathbb{E}(\theta))\mathbb{E}(\theta) - 4b^2(1-\alpha)\mathbb{E}(\theta)(2A - 2c_0 + \mathbb{E}(\theta) + \alpha\mathbb{E}(\theta))}{8b^2(b+k)}\right) \\ &+k^2\left(\frac{\overline{\theta}^2 - 4\alpha\overline{\theta}\mathbb{E}(\theta) + 4\alpha\mathbb{E}(\theta)^2}{8b^2(b+k)}\right) - \frac{(b-k\alpha)\sigma_\theta}{2b^2} \end{aligned}$$

Que es exactamente lo mismo que cuando $\alpha < \tilde{\alpha_1}$ y $\mathbb{E}(\theta) \geq \frac{\overline{\theta}}{2}$.
Por otro lado, si $\alpha \in [\tilde{\alpha_2}, 1]$

$$\begin{aligned} \triangle SW &= \frac{(1-\alpha)(-b+b\alpha+k\alpha)\theta^2}{2b^2} - \frac{(1-\alpha)\left(b^2(A-c_0) + (b+k)(-b+b\alpha+k\alpha)\overline{\theta}\right)\mathbb{E}(\theta)}{b^2(b+k)} \\ &+\frac{(1-\alpha)(2b+k)(k\alpha-b)\mathbb{E}(\theta)^2}{2b^2(b+k)} - \frac{(b-k\alpha)\sigma_\theta}{2b^2} \end{aligned}$$

Caso $\mathbb{E}(\theta) = \frac{\overline{\theta}}{2}$. Notemos que si θ se distribuye simétricamente, entonces $\tilde{\alpha_1} = \tilde{\alpha_2} = 1$. Luego, para todo $\alpha < 1$ el precio regulado óptimo será $\overline{p}$. Sin embargo, si $\alpha = 1$ el regulador podría regular con precio $\tilde{p_2}$ y tipo crítico $\overline{\theta}$, o con $\tilde{p_1}$ y tipo crítico $\underline{\theta}$.

Lema 17. *Si $\mathbb{E}(\theta) = \frac{\overline{\theta}}{2}$, entonces el precio regulado óptimo será $\overline{p}$ y el tipo crítico será $\underline{\theta}$ o $\overline{\theta}$.*

Demostración. Es fácil ver que si $\mathbb{E}(\theta) = \frac{\overline{\theta}}{2}$, entonces $\tilde{\alpha_1} = \tilde{\alpha_2} = 1$. Luego, si $\alpha = 1$, tanto $\tilde{p_2}$ como $\tilde{p_1}$ son implementables y alcanzan el mismo nivel de bienestar social. En efecto,

$$SW_{\underline{\theta}} - SW_{\overline{\theta}} = \frac{(1-\alpha)\overline{\theta}(-b + b\alpha + k\alpha)(\overline{\theta} - 2\mathbb{E}(\theta))}{2b^2} = 0$$

Por último, en $\alpha = 1$ $\tilde{p_2} = \tilde{p_1} = \overline{p}$, lo que concluye a demostración. □

A continuación, rescatamos el resultado encontrado por Laffont (1977) cuando la demanda es desconocida, haciendo simplemente $\alpha = 1$.

Proposición 10. *Si existe información privada en la demanda -independiente de como se distribuya- y además, al monopolio se le obliga vaciar el mercado, entonces la elección dependerá de la diferencia entre la pendiente de los costos marginales y de la demanda cuando los costos marginales son crecientes y* $\alpha = 1$ *(caso Laffont (1977)).*

Demostración. Si $\alpha = 1$,

$$\triangle SW = \frac{(-b + k)\sigma_\theta}{2b^2}$$

Luego, el signo de $\triangle SW$ dependerá del signo de $(-b + k)$. □

Notar que cuando $\alpha = 1$ la distribución de θ es irrelevante, pues el regulador siempre podrá incentivar a participar a la firma a través de transferencias.

La proposición anterior nos dice que la elección de un mecanismo sobre el otro dependerá: de las pendientes de los costos marginales y de la demanda. En particular, si la pendiente de la demanda es mayor a la de los costos marginales, regular por precio es mejor que por cantidad. Por otro lado, si la pendiente de los costos marginales es mayor a la pendiente de la demanda, regular por cantidad es mejor. Además, si no hay información privada en la demanda, ambos mecanismos lo hacen igual de bien o mal respectivamente. Este resultado es simétrico al resultado principal de Weitzman (1974), y consistente con Laffont (1977) cuando no permitimos a la firma racionar.

Capítulo 5

Discusiones

Lo primero a notar es que, si el regulador está regulando por cantidad, él implícitamente está reconociendo que le es imposible observar el precio *ex-post*. Lo mismo ocurre con la cantidad vendida y/o producida si se regula por precio. Por ende, en la realidad existirán situaciones donde **no** será posible elegir qué mecanismo regulatorio usar. Por ejemplo, en el caso de un aeropuerto, la cantidad se puede medir fácilmente mediante el número de aterrizajes y/o despegues, pero el precio total que el aeropuerto le cobra a cada aerolínea es la suma de diferentes cargos tales como manejo de equipaje, equipos de limpieza, aterrizaje y despegue, infraestructura, etc., lo que es difícil de observar y verificar.

Ahora bien, supongamos que el gobierno debe decidir cómo regular a un monopolio que posee información privada en la demanda que enfrenta. Para esto, el gobierno puede invertir en monitorear la cantidad y dejar el precio al arbitrio de la firma o, monitorear el precio y dejar la cantidad al arbitrio de la firma. Monitorear ambas variables resulta extremadamente costoso[1], por lo que el gobierno debe decidir cual monitorear. Si la inversión requerida para monitorear el precio o la cantidad es la misma, entonces la elección se reduce a comparar la ventaja de regular por cantidad versus precio ($\triangle SW$). Si el costo de monitoreo es asimétrico, entonces el regulador deberá comparar $\triangle SW$ con la diferencia entre los costos.

En lo que sigue discutiremos las implicancias que tiene el regulador en la elección de precios o cantidades, y veremos cómo afecta la no-observabilidad *ex-post* de la demanda, en los incentivos a racionar del monopolista. Finalizaremos con una discusión acerca de la relación entre regulación de monopolios y control de polución.

[1]Monitorear ambas variables es equivalente a descubrir la demanda del monopolio.

5.1. Regulador Sofisticado versus Regulador Simple

5.1.1. Costos marginales no-decrecientes

En el capítulo 3 vimos que cuando el regulador es sofisticado -es decir, cuando el regulador establece reglas que inducen la revelación de la firma- regular por precio domina débilmente a regular por cantidad si los costos marginales son no-decrecientes. La razón es que el mecanismo regulatorio en precios alcanza la asignación eficiente (tarificando a costo marginal) y además, las transferencias son tales que la firma queda sin ganancias para toda realización de la demanda. Por otro lado, el mecanismo regulatorio en cantidades genera ineficiencias asignativas cuando $\alpha < 1$, con el fin de inducir la autoselección de los tipos. No obstante, para $\alpha = 1$ las transferencias desaparecen de la función objetivo del regulador, lo que en otras palabras significa que las transferencias se vuelven irrelevantes o "de cero costo" y, por ende, el regulador es capaz de alcanzar la eficiencia asignativa alineando los incentivos del monopolista a través de transferencias.

Ahora bien, en el capítulo 4 analizamos el caso de un regulador simple -es decir, un regulador que establecía reglas únicas dejando de lado la interacción con la firma- que no consideraba el reporte o estado operacional de la firma al momento de la regulación. Lo interesante es que, asumiendo demanda lineal y costos cuadráticos, la elección de regular por precio versus cantidad depende de los valores de los parámetros. En particular, para $\alpha = 1$ la elección depende de la diferencia entre la pendiente de la demanda y de los costos marginales[2]. Más aún, si $\alpha = 1$ y los costos marginales son constantes, entonces siempre conviene regular por precio.

De este modo, si el regulador es sofisticado y los costos marginales son no-decrecientes, siempre conviene regular por precio, sin embargo, si el regulador es no-sofisticado o simple la elección óptima depende de los parámetros. Hay que notar además que, para $\alpha = 1$ ambos mecanismos sofisticados (precios y cantidades) alcanzan el mismo nivel de bienestar social, a diferencia de los mecanismos simples donde la elección depende de la pendiente de la demanda y de la curvatura de los costos.

5.1.2. Costos marginales decrecientes

Cuando los costos marginales son decrecientes el fenómeno es totalmente inverso. Por un lado, si el regulador es sofisticado, el mecanismo regulatorio óptimo en precios es un

[2] Para $\alpha = 1$, el signo de $\triangle SW$ dependerá del signo de $-b + k$, donde b es la pendiente de la demanda y k la pendiente de los costos marginales. Ver proposición 10.

mecanismo simple (*bunching*), y el mecanismo óptimo en cantidades es un menú. Además, cuando $\alpha = 1$, regular por cantidad es indiscutiblemente mejor que regular por precio, dado que éste alcanza la asignación eficiente por cada tipo. No obstante, para $\alpha < 1$, la elección de regular por precio o cantidad dependerá de los valores de los parámetros, en especial de la importancia de las ganancias del monopolio (α) en la función objetivo.

Por otro lado, si el regulador es no-sofisticado o simple, regular por precio domina estrictamente a regular por cantidad para todo valor de α. Notemos que cuando el regulador es sofisticado y decide regular por precio, el mejor mecanismo regulatorio en precios es un mecanismo simple. Como es de esperar, ambos mecanismos en precios (simple y sofisticado) coinciden, es decir, para todo α la regulación por precio es la misma si el regulador es sofisticado o no. Luego, la diferencia principal que surge es por la regulación por cantidad. El mecanismo sofisticado en cantidades domina al mecanismo simple. En efecto, sea $SW_s^{cantidad}$ el bienestar social cuando el regulador regula por cantidad y es sofisticado, y sea $SW_{ns}^{cantidad}$ cuando el regulador es simple. Simples cálculos nos muestran que:

$$SW_s^{cantidad} - SW_{ns}^{cantidad} = \frac{(-2+\alpha)^2\bar{\theta}^2}{24(b+k)} > 0$$

Notemos que cuando $\bar{\theta} \to 0$ $SW_s^{cantidad} \to SW_{ns}^{cantidad}$, es decir, cuando el conjunto de tipos es pequeño no hay ventaja de usar un mecanismo sofisticado en cantidades. Inversamente, a medida que el soporte Θ se va expandiendo, la ventaja de usar un mecanismo sofisticado en cantidades se incrementa. Intuitivamente, cuando hay muchos tipos el mecanismo simple se vuelve más ineficiente, pues para una realización cualquiera el error de que la cantidad regulada este sobre o bajo la cantidad eficiente es más alto.

Si $k \to +\infty$ y/o $b \to +\infty$, es decir, cuando la firma sobre pasa su capacidad y/o la demanda es totalmente inelástica, los mecanismos en cantidades simples y sofisticados son equivalentes, ya que la la demanda y/o producción no se verán afectadas por la información privada (θ). En resumen, regular por cantidad usando mecanismos simples es, en el mejor de los casos, tan buena como usar mecanismos sofisticados.

5.1.3. El costo de la sofisticación

Supongamos que existe la posibilidad que un regulador simple sea capaz de sofisticarse incurriendo en un costo $\kappa > 0$. Este costo representa el tiempo, esfuerzo, aprendizaje, etc., que se debe invertir para poder regular de forma sofisticada. Lo que intentamos decir con esto es que, claramente los mecanismos simples son más fáciles de implementar en la práctica que los mecanismos sofisticados, ya que estos últimos tal como se dice en Weitzman (1974) se basan en mensajes complicados, especializados, difíciles de entender, y por ende, difíciles de implementar. De esta forma, pueden haber casos donde tal especialización no valga la pena, o bien que sea infactible lograr la comunicación entre la firma y el regulador, y lo mejor que se pueda hacer es basarse en mecanismos simples.

Si los costos marginales son decrecientes, vimos que para $\alpha \leq \alpha^*$ al regulador le conviene regular con un mecanismo simple basado en precios. Sin embargo, para $\alpha \geq \alpha^*$ le conviene regular con un mecanismo sofisticado en cantidades. ¿Valdrá la pena hacerlo? la respuesta es clara: si $\kappa > \triangle SW$ entonces al regulador le conviene seguir regulando mediante un mecanismo simple en precios, dado que los beneficios de sofisticarse no compensan el costo de la sofisticación κ. Por otro lado, si $\kappa \leq \triangle SW$ entonces la sofisticación trae efectos positivos para la sociedad.

Por otra parte, si los costos marginales son no-decrecientes y el regulador sofisticado, regular por precio alcanza la asignación eficiente aún cuando el regulador no posea información alguna de la demanda: independiente de la creencia acerca de la distribución de la información, el regulador puede implementar el mecanismo que maximiza el bienestar social cuando la información es completa. Por lo tanto, en este contexto podemos interpretar que en la regulación por precio el costo de sofisticación es *menor* que cuando se intenta regular con un mecanismo sofisticado en cantidades. Esto debería generar incentivos a regular mediante un mecanismo sofisticado en precios cuando los costos marginales sean no-decrecientes.

5.2. Racionamiento

Con respecto al racionamiento, es importante notar que si levantamos el supuesto de no-racionamiento, o en otras palabras si la firma ahora se entiende con los consumidores y no el regulador o planificador, entonces la regulación por cantidad se ve seriamente afectada. En nuestro caso, independiente de si el regulador es simple o sofisticado, lo único que podemos asegurar es que el regulador es capaz de obligar al monopolista a producir la cantidad que le fue asignada, y de rematar todas las unidades -a través de una subasta de Vickrey[3]- a un precio uniforme que "vacía" el mercado. Sino consideramos el supuesto de no-racionamiento, una vez que la firma produce lo que le corresponde, ésta tendrá libertad para decidir cuantas unidades vender y, por ende, pueden surgir incentivos a racionar. En efecto, si la firma tiene que producir q^R unidades reguladas a costos $C(q^R)$,

[3]También puede ser a través de una *Uniform-Price Auction.*

como el precio no es monitoreable *ex-post*, el monopolio actuará como si tuviera costo marginal cero -pues el costo de producción es hundido- vendiendo la cantidad q^S que iguale el ingreso marginal con el costo marginal (cero).

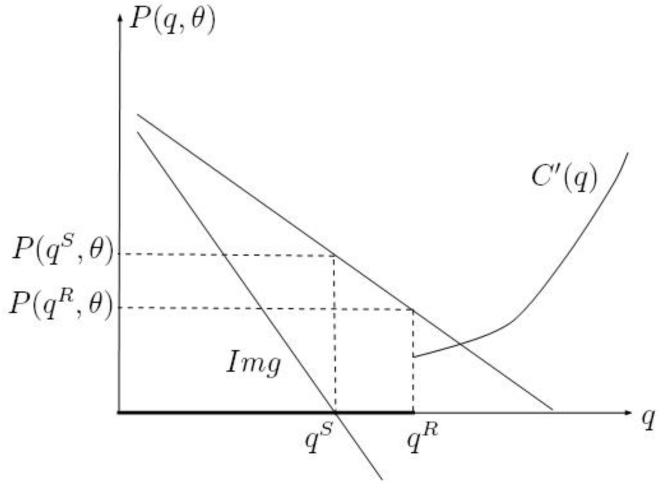

Figura 5.1: Incentivos a racionar en un ambiente descentralizado.

De la figura 5.1 se ve que $q^S < q^R$, por lo tanto, a pesar de que el regulador es capaz de obligar a la firma a cumplir con q^R, como el precio no es observable el monopolista tendrá incentivos a racionar si es que se le regula por cantidad. En el capítulo 6 introduciremos un análisis general para el tratamiento de este problema, y de además veremos un caso particular donde el regulador establece una cantidad única provocando que la firma racione por cada tipo.

La regulación por precio es más robusta ante este fenómeno. Recordemos que cuando los costos marginales son crecientes, el mecanismo regulatorio sofisticado en precios es el mecanismo bajo información completa (*first-best*). A diferencia de la regulación por cantidad, acá no existen costos hundidos, luego la firma estará indiferente entre decir la verdad y atender a toda la demanda y, mentir obteniendo un precio más bajo y limitar las ventas a la cantidad que maximiza ganancias[4]. Sin embargo, si el regulador es simple dado un precio p la firma escogerá $q^* \in \arg \max_{q \leq Q(p,\theta)} pq - C(q)$. Nosotros asumimos que siempre $q^* = Q(p, \theta)$, sin embargo, de la figura 5.2 se ve que si el precio regulado es p_3 entonces el monopolista querrá racionar clientes produciendo en el nivel que maximiza ganancias. Por otro lado, si el precio regulado es p_2 o p_1 el monopolista no tendrá incentivos a racionar,

[4]Más detalles en capítulo 3 subsección 3.2.2.

pues con el primero está produciendo en el nivel que maximiza ganancias, y en el segundo está en una posición "monopólica" produciendo poco y vendiendo a precio alto.

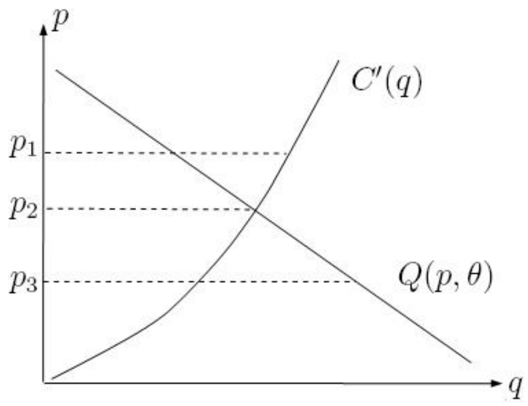

Figura 5.2: Incentivos a racionar bajo un mecanismo simple en precios.

Por lo tanto, a pesar de que las transferencias se ajustan para que el monopolio en ningún caso obtenga ganancias negativas, existirán ocasiones donde al monopolista le convendrá racionar su producción[5]. Notemos que el mecanismo sofisticado en precios se hace más atractivo para costos marginales no-decrecientes pues el problema de racionamiento desaparece, lo que genera incentivos a la sofisticación del regulador. Además, para costos marginales decrecientes, el regulador (cuando regula por precio) puede descubrir fácilmente a la firma que está racionando mediante un llamado a los consumidores a reportar si la firma les niega el bien al precio regulado o se los vende a un precio más alto[6]. Esta discusión la veremos más detalladamente en el próximo capítulo.

En la regulación por cantidad, por lo tanto, es más necesario la existencia de mecanismos que impidan el racionamiento. Esto se traduce en mecanismos complejos que no incentiven el racionamiento, o bien un regulador o institución intermediaria que se entienda con la firma y se preocupe de asignar eficientemente los bienes a los consumidores.

5.3. Control de Polución y Licitaciones

Recordemos del capítulo 2 que, los casos de control de polución y licitaciones los podíamos ver como dos clases de problemas que encajan con Weitzman (1974). En un

[5]Para el caso de costos marginales decrecientes, si θ_c es el tipo crítico entonces todos los tipos menores a θ_c tendrán incentivos a racionar, pues el precio regulado estará por debajo del costo marginal. Luego, la firma estará mejor no produciendo y recibiendo las transferencias.

[6]Ver Lewis y Sappington (1988) pág. 989.

ambiente a-la-Weitzman, es decir, una firma atómica o representativa, información privada en los costos y $\alpha = 1$, la demanda no juega ningún rol en la elección de precios o cantidades, básicamente porque la firma al ser regulada por precio, produce como si estuviera en competencia perfecta, lo que en otras palabras quiere decir que la cantidad producida por la firma representa una fracción pequeña de la cantidad demandada por los consumidores. Si consideramos múltiples contaminantes, las externalidades que genera una firma no dependen de una "demanda". Si el gobierno es el que compra, dado el precio de compra del bien, la firma produce la cantidad que maximiza sus ganancias. En base a esta discusión, los resultados de Weitzman (1974) *no aplican* a monopolios, pues en este caso hay poder de mercado, por lo que la firma necesariamente considera su demanda al momento de producir.

Laffont (1977) con la intención de explotar el caso simétrico al modelo de Weitzman (1974), considera que ahora los consumidores son los que deciden cuanto se produce, lo que implícitamente significa: información privada en la demanda y no-racionamiento. En efecto, la firma siempre satisface a su demanda (cualquiera sea su tipo o realización de la demanda). Por esta razón, a pesar de que Laffont (1977) no considera en ningún momento que la firma regulada es un monopolio, los resultados que encuentra efectivamente aplican a precios versus cantidades en regulación de monopolios.

Así como en Weitzman (1974) y Laffont (1977) se limitan, según nuestras definiciones, a mecanismos regulatorios simples y $\alpha = 1$, nosotros extendemos la discusión permitiendo mecanismos sofisticados y $\alpha < 1$. Sin embargo, como el problema de regular a un monopolio claramente es distinto al problema de polución, los resultados de la presente investigación extienden Laffont (1977) y no Weitzman (1974). Encontramos que la elección de precios o cantidades depende de la sofisticación del regulador, y de los valores de los parámetros (en particular, de α en el caso de mecanismos sofisticados). Por este motivo, es altamente probable que el análisis de Weitzman para $\alpha < 1$ y mecanismos sofisticados exhiba resultados distintos, enriqueciendo la discusión.

PvsQ	Regulación Monopolios	Control de Polución y Lic.
Mec. Simples	Laffont (1977)	Weitzman (1974)
Mec. Sofisticados	esta Tesis	?

Cuadro 5.1: Regulación de Monopolios versus Control de Polución para $\alpha = 1$

Es importante recalcar que en nuestro caso, la firma **no** es atómica, por ende, no puede vender más de lo que los consumidores estén dispuestos a comprar. Luego, si la firma no raciona, la información privada en los costos no tiene efecto alguno en la decisión

PvsQ	Regulación Monopolios	Control de Polución y Lic.
Mec. Simples	esta Tesis	?
Mec. Sofisticados	esta Tesis	?

Cuadro 5.2: Regulación de Monopolios versus Control de Polución para $\alpha < 1$

de regular por precio o cantidad[7]. No obstante, si consideramos (como Weitzman) una firma atómica que emite sustancias tóxicas (beneficiosas) al medio ambiente -las cuales se transan a precio cero-, las emisiones posiblemente dependerán de los costos de la firma y del precio o impuesto regulado por cada unidad tóxica (beneficiosa). De esta forma, el problema en Weitzman (1974) se podría resolver de manera análoga al caso que estudiamos en esta tesis, considerando una firma representativa e información privada en los costos.

[7] Recordar que si el mecanismo óptimo en precios es (p^*, T^*) entonces el mecanismo óptimo en cantidades es $(q^* = Q(p^*), T^*)$. Ver capítulo 2 para más detalles.

Capítulo 6

Extensiones

En este capítulo nos centraremos en extensiones que son realizables a partir de esta tesis. Primero, está el tema de racionamiento, que consiste básicamente en considerar que la firma decide cuantas unidades vender (no estando obligada a vender la cantidad regulada). Segundo, está la discusión de precios versus cantidades en estructuras verticales, donde el regulador puede regular al proveedor pero no a los "distribuidores". Por último, está el análisis de como la regulación por precio o cantidad afecta las decisiones de inversión de un monopolista.

6.1. Racionamiento

En esta sección mostraremos una introducción al análisis que habría que hacer si el regulador es sofisticado e incorpora en su mecanismo regulatorio los incentivos de la firma a racionar sus clientes. Este es un problema que técnicamente es complejo, pues se trata de un problema de selección adversa donde la condición de Spence-Mirrless (propiedad de *Single-Crossing*) no se cumple[1]. Para fijar ideas nos centraremos en la regulación por cantidad.

Notemos que una vez que a la firma se le regula con q^R unidades, la función de costos *ex-post* será:

$$\tilde{C}(q) = \begin{cases} 0 & \text{si } q \leq q^R \\ C(q) & \text{si } q > q^R \end{cases}$$

Una vez que la firma produce lo que el regulador le estableció, el costo de esas q^R unidades pasa a ser costo hundido. Por lo tanto, dado que el precio no es observable *ex-post*, la firma

[1]Para ver un tratamiento general sobre este tipo de problemas, ver Araujo y Moreira (2000).

decidirá cuanto vender de acuerdo a su función de ingreso marginal y de esta nueva función de costos marginales ($\tilde{C}'(q)$). De este modo, si la cantidad regulada para un anuncio $\hat{\theta}$ es $q(\hat{\theta})$, entonces la ventas del monopolio serán una función $s : \mathbb{R}_+ \times \Theta \longrightarrow \mathbb{R}_+$ donde $s(q(\hat{\theta}), \theta)$ son las unidades vendidas por un monopolio que enfrenta demanda θ, y reportó $\hat{\theta}$.

Notemos que la única forma que el monopolista quiera vender más unidades de las que le fueron asignadas, es cuando la producción deseada de un monopolio no regulado, $q^M(\theta)$, es mayor a $q(\theta)$[2]. En otras palabras, la regulación es peor que el monopolio no regulado. Si asumimos que no es ese el caso, entonces $s : \Theta \longrightarrow \mathbb{R}_+$ puesto que las ventas dependen exclusivamente de la demanda que enfrenta la firma y no de la cantidad regulada. Luego, las ganancias de la firma de tipo θ que dice la verdad serán:

$$\pi(\theta) = P(s(\theta), \theta)s(\theta) - C(q(\theta)) + T(\theta)$$

Si miente y reporta $\hat{\theta}$,

$$\pi(\hat{\theta}, \theta) = P(s(\theta), \theta)s(\theta) - C(q(\hat{\theta})) + T(\hat{\theta})$$

Notemos que la propiedad de *single-crossing* no se cumple con esta función de ganancias. En efecto,

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\frac{\partial\pi(q,\theta,T)/\partial q}{\partial\pi(q,\theta,T)/\partial T} = 0$$

Luego, las técnicas de Guesnerie y Laffont (1984) no son aplicables. De hecho, para que el mecanismo sea compatible en incentivos necesitamos que:

$$\pi(\theta) = \max_{\hat{\theta}\in\Theta} \pi(\hat{\theta}, \theta)$$

Pero,

$$\begin{aligned} \pi(\hat{\theta}, \theta) &= \underbrace{P(s(\theta), \theta)s(\theta)}_{\text{No depende de la regulación}} - \underbrace{C(q(\hat{\theta})) + T(\hat{\theta})}_{\text{depende de la regulación}} \\ &= \psi(\theta) + \phi(\hat{\theta}) \end{aligned}$$

[2] Básicamente, dada una cantidad regulada, el monopolista dependiendo de su tipo (demanda) podrá aumentar o racionar su producción. Por ejemplo, un monopolista que enfrenta una demanda alta, y es regulado con una cantidad donde el ingreso marginal es mayor al costo marginal, el monopolista en vista de que la demanda no es observable para el regulador, podría aumentar su producción al nivel donde el ingreso marginal iguale al costo marginal.

[3] Por lo tanto,

$$\theta^* \in \arg\max_{\hat{\theta}\in\Theta} \psi(\theta) + \phi(\hat{\theta}) \Longleftrightarrow \theta^* \in \arg\max_{\hat{\theta}\in\Theta} \phi(\hat{\theta})$$

De esta forma, para cualquier tipo $\theta \in \Theta$ la mejor mentira es θ^*, por lo tanto, al regulador no le queda más que hacer un *bunching* en todo el soporte. La solución al problema general es bastante compleja, por lo mismo, nos restringiremos al caso donde el regulador regula a todos los tipos con un único mecanismo y la firma raciona sus unidades producidas.

Caso particular

Consideremos el mismo ejemplo que en el capítulo 3:

$$P(q, \theta) = A + \theta - bq$$

El problema del monopolista será:

$$\max_q (A + \theta - bq)q$$

La condición de primer orden implica:

$$s(\theta) = \frac{A + \theta}{2b}$$

Donde $s'(\theta) > 0, s''(\theta) = 0$. De este modo,

$$\begin{aligned} \psi(\theta) &= \left[A + \theta - b\left(\frac{A+\theta}{2b}\right)\right]\frac{A+\theta}{2b} \\ &= \frac{(A+\theta)^2}{4b} \end{aligned}$$

Donde $\psi'(\theta) > 0, \psi''(\theta) > 0$. En lo que sigue, supondremos costos marginales decrecientes:

$$C(q) = c_0 q - \frac{kq^2}{2}$$

[3] Si nos ponemos en el caso donde el monopolista puede además de racionar, aumentar su producción, $\pi(\hat{\theta}, \theta)$ quedaría como sigue,

$$\pi(\hat{\theta}, \theta) = P(s(q(\hat{\theta}), \theta), \theta)s(q(\hat{\theta}), \theta) - C(q(\hat{\theta})) + T(\hat{\theta})$$

La función $\pi(\cdot, \cdot)$ ya no sería separable, e incluso la función s podría no ser continua. Este caso es complejo de analizar, quedando fuera de la presente investigación.

Las ganancias de la firma para un tipo θ cualquiera serán:

$$\pi(\theta) = \frac{(A+\theta)^2}{4b} - c_0 q + \frac{kq^2}{2} + T$$

El bienestar de los consumidores de tipo θ será:

$$\begin{aligned} V(\theta) &= \int_0^{s(\theta)} [P(x,\theta) - P(s(\theta),\theta)]dx \\ &= \frac{(A+\theta)^2}{8b} \end{aligned}$$

Con esto, el problema del regulador es:

$$\begin{aligned} \max_{q,T} &= \int_\Theta \{[V(\theta) - T] + \alpha\pi(\theta)\} g(\theta) d\theta \\ s.a & \quad \pi(\theta) \geq 0 \quad \forall\theta \in \Theta \end{aligned}$$

Claramente el tipo crítico en este caso será $\underline{\theta}$, el cuál lo normalizaremos a cero ($\pi(\underline{\theta} = 0) = 0$). De este modo, el problema del regulador queda:

$$\max_q \quad \int_\Theta \Bigg\{ \left[\frac{(A+\theta)^2}{8b} + \frac{A^2}{4b} - c_0 q + \frac{kq^2}{2}\right] + \alpha \left[\frac{(A+\theta)^2}{4b} - \frac{A^2}{4b}\right] \Bigg\} g(\theta) d\theta$$

Además, para ser consistentes necesitamos que la firma racione cualquiera sea su demanda. Luego, como $s(\theta)$ es creciente, basta pedir que $q \geq s(\bar{\theta})$. Es fácil ver que la función objetivo del regulador es convexa en q con un único mínimo en $q_{min} = \frac{c_0}{k}$. No obstante, como $C'(q)$ tiene que ser mayor o igual a cero para todo q, entonces $q \in \left[s(\bar{\theta}), \frac{c_0}{k}\right]$. Como la función objetivo del regulador es decreciente para $q \leq \frac{c_0}{k}$, concluimos que el mecanismo óptimo en cantidades es:

$$q^R = \frac{A+\bar{\theta}}{2b} \tag{6.1}$$

$$T^R = c_0 \left(\frac{A+\bar{\theta}}{2b}\right) - \frac{k}{2}\left(\frac{A+\bar{\theta}}{2b}\right)^2 - \frac{A^2}{4b} \tag{6.2}$$

Luego, al igual que en los capítulos anteriores, comparamos con una regulación basada en precios. Como los costos marginales son decrecientes, el único mecanismo regulatorio factible es un mecanismo simple, que será mejor para todo α.

Proposición 11. *Asumiendo que la cantidad regulada es tal que para cualquier realización de la demanda, el monopolista tiene incentivos a racionar su producción, entonces:*
Si los costos marginales son decrecientes, con $2k < b$, y el regulador se restringe a un único mecanismo en cantidades con el cual la firma raciona su producción, entonces regular por precio es mejor que por cantidad para todo $\alpha \in [0, 1]$.

Demostración. usando el mecanismo en precio (3.34), y el mecanismo en cantidades (q^R, T^R), calculamos $\triangle SW = SW^{cantidad} - SW^{precio}$. Diferenciando $\triangle SW$ respecto a α, vemos que $\triangle SW$ crece linealmente con α. Luego, evaluamos $\triangle SW$ en $\alpha = 1$ y notamos que:

$$\triangle SW|_{\alpha=1} = \frac{-3(-2bc_0 + A(b+k))^2 - 3A(b-k)(b-2k)\bar{\theta} - (b^2+k^2)\bar{\theta}^2}{24b^2(b-k)} < 0$$

Lo que implica que $SW^{precio} > SW^{cantidad}$ para todo α. $\square$

Del capítulo 4 tenemos que cuando los costos marginales son decrecientes y el regulador es simple, regular por precio siempre es mejor que por cantidad. Si antes era mejor regular por precio, lo seguirá siendo ahora que la firma raciona a sus clientes. Básicamente, cuando la firma raciona en la regulación por cantidad, las unidades consumidas son menores -disminuyendo el bienestar de los consumidores- y los ingresos de la firma -que son menos valorados cuando $\alpha < 1$- son mayores. En la regulación por precio la firma limpia el mercado dado el precio regulado, lo que genera mayor bienestar a los consumidores, y menores costos para la firma.

Es interesante entender el comportamiento de la firma cuando es regulada por cantidad y el precio no es observable *ex-post*. Este simple hecho hace que el mecanismo regulatorio sofisticado en cantidades encontrado en el capítulo 3 pierda peso, pudiendo empeorar potencialmente el bienestar social e incentivar la regulación por precio. Un punto a favor que tiene la regulación por precio mediante mecanismos sofisticados, es que para costos marginales no-decrecientes no existen incentivos a racionar, a diferencia de la regulación por cantidad, donde la firma es capaz de "botar" unidades en pos de conseguir un precio más alto. Además, tal como se argumenta en Lewis y Sappington (1988), el regulador puede asegurarse que la firma -independiente de su estructura de costos- no racione a sus clientes: basta hacer un llamado a los consumidores a reportar cualquier incidente en cual el servicio y/o producto se les fue rechazado al precio regulado o se les haya cobrado más, para penalizar a la firma por tal racionamiento.

6.2. Inversión en capacidad o en reducción de costos

¿Cuál es la elección óptima del regulador cuando dejamos a la firma invertir en capacidad? Si la firma tiene la posibilidad de invertir en capacidad, sabiendo que luego el regulador decidirá regular por precio o cantidad, ¿Cuál es el nivel de inversión escogido por la firma?. Los incentivos a invertir del monopolista se podrían ver afectados por la elección de precios o cantidades, llegando a niveles sub-óptimos. Esto origina la siguiente implicancia, ¿Debería el regulador regular la capacidad de la firma? Equivalentemente, el problema de inversión en capacidad lo podemos ver como un problema de I&D donde la inversión afecta los costos de la firma. Como es usual, la inversión podría ser conocida con precisión por el monopolista pero no por el regulador. De esta forma, cuatro casos surgen a partir de lo anterior:
(1) Cuando la firma invierte antes de saber su demanda, y la inversión es conocimiento común.
(2) Cuando la firma invierte después de conocer su demanda, y la inversión es conocimiento común.
(3) Cuando la firma invierte antes de saber su demanda, y la inversión es observable sólo por el monopolista.
(4) Cuando la firma invierte después de conocer su demanda, y la inversión es observable sólo por el monopolista.

Hay que notar que cuando la inversión no es observable el problema se vuelve complejo, pues técnicamente se trata de un problema de selección adversa seguido por riesgo moral, y al revés si la inversión se hace antes de conocer la demanda.

6.3. Regulación óptima en estructura vertical

¿Cuál es la elección óptima del regulador en presencia de una estructura vertical? Si consideramos una estructura vertical con un monopolio (aguas arriba) que abastece de un *input* a firmas (aguas abajo) que venden un determinado servicio y/o producto a la gente, el problema de regulación que surge es que, el regulador puede regular al monopolio aguas arriba, pero no a las firmas en el escalón intermedio[4]. Luego, ¿Qué debería hacer el regulador? ¿Regular por cantidad o por precio?. Además, es posible que las firmas en el escalón intermedio no compitan perfectamente, puede que haya un oligopolio compitiendo

[4]Notar que en este caso, tal como argumentamos en el capítulo anterior, es natural asumir información privada en la demanda que enfrenta el monopolio más que en sus costos.

a la Cournot o Stackelberg o bien, una colusión entre las firmas.

Una aplicación donde ocurre lo anterior son los aeropuertos[5]. Un aeropuerto puede ser regulado vía cantidad, por medio del número de *slots* (espacio usado por las aerolineas para despegar y aterrizar) o bien, a través del precio a cobrar por cada aterrizaje o despegue que hagan las aerolineas. La estructura vertical en este caso es,

$$\text{AEROPUERTO} \rightarrow \text{AEROLÍNEAS} \rightarrow \text{USUARIOS}$$

En Basso y Zhang (2008) muestran que si los carriers compiten perfectamente, entonces el área bajo la curva de demanda del monopolio representa las utilidades de los carriers más el bienestar de los consumidores finales, sin embargo, si la competencia es imperfecta en el escalón intermedio el resultado ya no se tiene. Basso y Zhang (2009) resuelven el problema considerando competencia imperfecta entre los carriers pero no información privada en la demanda del monopolio. Por lo tanto, ¿Cómo cambian los resultados si se permite competencia imperfecta entre los carriers, y información privada en la demanda del aeropuerto?

[5]Otra aplicación podría ser el caso de un laboratorio que abastece farmacias que podrían competir imperfectamente.

Capítulo 7

Conclusiones

En esta tesis comparamos dos formas de regular a un monopolio, cuando la información es asimétrica entre la firma y el regulador. Específicamente, comparamos una regulación basada en cantidades (fijar la cantidad a producir) contra una regulación basada en precios (fijar el precio de venta). Analizamos cómo la incompletitud en la información, la sofisticación del regulador y la función de producción del monopolio, afectan la elección óptima del regulador. Los principales resultados se resumen en el siguiente cuadro:

Cuadro 7.1: Resumen de resultados.

	PRECIOS VS. CANTIDADES			
	Mec. Simples		**Mec. Sofisticados**	
	Costos	*Demanda*	*Costos*	*Demanda*
Cmg crecientes	*Equivalentes*	*Depende de los parámetros*	*Equivalentes*	*Precio domina*
Cmg constantes	*Equivalentes*	*Precio domina*	*Equivalentes*	*Precio domina*
Cmg Decrecientes	*Equivalentes*	*Precio domina*	*Equivalentes*	*Depende de α*

Presentamos un método alternativo para regular a un monopolio, el cual consiste en: asignarle la producción a la firma, y encargarse que esas unidades lleguen a los consumidores. Lo primero a rescatar es que, si los costos son desconocidos para el regulador, pero la demanda no, el regulador puede alcanzar el mismo nivel de bienestar social regulando por precio o cantidad. En este caso, como la demanda es de conocimiento común, cualquier intento de la firma por racionar sus clientes, será descubierto fácilmente por el regulador, pues si se regula por cantidad, se sabrá cuál es el precio que tendrá que cobrar el monopolio para limpiar el mercado. Lo mismo si fue regulado por precio, donde el regulador tendrá conocimiento de las unidades demandadas al precio regulado. Sin embargo, cuando la demanda es desconocida, la firma podría tener incentivos a racionar perjudicando a la sociedad. Por está razón, el regulador además de nombrar los mecanismos regulatorios a la firma, tendrá que preocuparse que ésta no racione. Si el regulador regula por precio, él tendrá que hacer un llamado a los consumidores a reportar cualquier incidente donde la firma les haya cobrado más caro o no les haya vendido, y así penalizar por tal comportamiento. Por otro lado, si el regulador regula por cantidad, un intermediario (que puede ser el mismo regulador o una institución) se debe encargar de rematar la producción con los ingresos por venta del remate para el monopolista.

Teniendo en cuenta que la discusión entre precios y cantidades sólo es relevante cuando la demanda es desconocida, la elección de regular por precio o cantidad dependerá de qué tan experto sea el regulador, y de la función de producción de la industria. Si el regulador es sofisticado y los costos marginales no-decrecientes, el mecanismo óptimo en precios alcanza la asignación eficiente dejando a todos los tipos de firmas con cero ganancias, dominando de este modo al mecanismo óptimo en cantidades. No obstante, si los costos marginales son decrecientes, la elección de precios o cantidades dependerá de los parámetros: a medida que más le importe al regulador las ganancias de la firma, regular por cantidad domina a precio y, entre menos le importe, regular por precio domina.

Si el regulador es simple, los resultados cambian fuertemente. Si los costos marginales son no-crecientes, regular por precio domina estrictamente. Si los costos marginales son crecientes, la elección dependerá de la distribución del parámetro desconocido, y de los parámetros de la demanda y costo.

Una importante implicación de estos resultados es que, cuando los costos marginales son no-decrecientes, el regulador puede implementar el mecanismo óptimo en precios bajo información completa (*first-best*) a cero costo distorsionador. Esto se puede interpretar como un bajo costo de sofisticación, lo que debería incentivar a la autoridad a regular con este tipo de mecanismos. Cuando los costos marginales son decrecientes, por otro lado, el regulador tendrá que comparar qué tan beneficioso es para la sociedad regular con un mecanismo sofisticado en cantidades, versus un mecanismo simple en precios. En otras palabras, el regulador tendrá que comparar los beneficios de sofisticarse y regular por cantidad, con el costo de la sofisticación.

Es imperativo que el regulador sea capaz de determinar cuidadosamente el origen de la información asimétrica. Basta que la información privada del monopolista esté en la demanda, para que la discusión entre regular por precio o cantidad tome lugar. Un ejemplo claro donde la demanda es desconocida, son las estructuras verticales. El monopolista aguas arriba no vende su producto directamente, sino a través de intermediarios que no pueden ser regulados y que podrían competir imperfectamente. Todos los movimientos del mercado por el bien final, afectan la demanda del bien provisto por el monopolio. Este es el caso, por ejemplo, de regular aeropuertos privados, donde las aerolineas no son regulables.

Otro aspecto a considerar es que, la elección de precios o cantidades puede incentivar comportamientos distintos sobre un monopolista que tiene que decidir su nivel de esfuerzo por reducir sus costos, o bien su inversión en capacidad. Esto es interesante, pues permite ver qué mecanismo regulatorio acerca más los niveles de inversión o esfuerzo respecto al óptimo social.

Finalmente, las conclusiones presentadas son válidas en un contexto donde los subsidios son factibles. En un contexto donde los subsidios son infactibles, es decir, el monopolio debe autofinanciarse, los resultados presentados no necesariamente se mantendrán.

Bibliografía

[1] Araujo, A., and H. Moreira (2000): “Adverse Selection Problems without The Single Crossing Property”, Econometric Society World Congress 2000 Contributed Papers 1874, Econometric Society. <http://fmwww.bc.edu/RePEc/es2000/1874.pdf>[Consulta: Julio 2009].

[2] Adar, Z. and J.M. Griffin (1976): “Uncertainty and The Choice of Pollution Control Instruments”, *Journal of Enviromental Economics and Management*, 2(3), 178-188.

[3] Amstrong, M., and D. Sappington (2003): “Recent Developments in the Theory of Regulation”, in M. Armstrong and Robert S. Porter, eds, Handbook of Industrial Organization, vol. III (North-Holland, Amsterdam).

[4] Baron, D. and R. Myerson (1982): “Regulating a Monopolist with Unknown Costs”, *Econometrica*, 50(4), 911-930.

[5] Basso, L., -J. and A. Zhang (2009): “Pricing versus Slot Policies when Airports profits matter”, *Transportation Research Part B*, forthcoming.

[6] Basso, L., -J. and A. Zhang (2008): “On the Relationship Between Airport Pricing Models”, *Transportation Research Part B*, 42, 725-735.

[7] Bolton, P., and M. Dewatripont (2005): *Contract Theory.* MIT Press, Cambridge, MA.

[8] Brueckner, J. K. (2009): “Price vs. Quantity-Based Approaches to Airport Congestion Management”, *Journal of Public Economics*, 93, 681-690.

[9] Dasgupta, P., and P. Hammond, and E. Maskin (1980): “On Imperfect Information and Optimal Pollution Control”, *The Review Of Economic Studies*, 47, 857-860.

[10] Glaeser, E. L., and A. Shleifer (2001): “A reason for Quantity Regulation”, *American Economic Review*, 91, 431-435.

[11] Guesnerie, R., and J.-J. Laffont (1984): “A Complete Solution to a Class Of Principal-Agent Problems with an Application to the Control of Self-Managed Firm”, *Journal of Public Economics*, 25(3), 329-369.

[12] Hoel, M., and L. Karp (2001): “Taxes and quotas for a stock pollutant with multiplicative uncertainty”, *Journal Of Public Economics*, 82, 91-114.

[13] Kaplow, L., and S. Shavell (2002): “ On the Superiority of Corrective Taxes to Quantity Regulation ”, *American Law and Economics Association*, 4, 1-17.

[14] Kelly, D. L. (2005): “Price and Quantity Regulation in General Equilibrium”, *Journal Of Economic Theory*, 125(1), 36-60.

[15] Laffont, J.-J. (1977): “More on prices vs. quantities”, *Review Of Economic Studies*, 44, 177-182.

[16] Laffont, J.-J., and D. Martimort (2002): *The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model.* Princeton University Press, Princeton, NJ.

[17] Lewis, T. and D. Sappington (1988a): “Regulating a Monopolist with Unknown Demand”, *American Economic Review*, 78(5), 986-998.

[18] Loeb, M., and W. A. Magat (1979): “A Decentralized Method for Utility Regulation”, *Journal of Law and Economics*, 22(5), 399-404.

[19] Menanteau, F., and D. Finon, and M. -L. Lamy (2003): “Prices verus Quantities: choosing policies for promoting the development of renewable energy”, *Energy Policy*, 31, 799-812.

[20] Moledina, A. A., and J. Coggins, and S. Polasky, and C. Costello (2003): “Dynamic Enviromental Policy with Strategic Firms: Prices verus Quantities”, *Journal Of Envorimental Economics and Management*, 45, 356-376.

[21] Montero, J. P. (2002): “Prices versus Quantities with Incomplete Enforcement”, *Journal Of Public Economics*, 85, 435-454.

[22] Niemeier, H-M. (2009): “Regulation of Large Airports-Status quo and Option for Reform”, Transport for a global economy: Challenges and Opportunities in the Downturn, International Transport Forum, OECD.

[23] Pizer, W. (2002): “Combining price and quantity controls to mitigate global climate change”, *Journal Of Public Economics*, 85, 409-434.

[24] Quirion (2004): “Prices versus Quantities in a Second-Best Setting”, *Enviromental and Resource Economics*, 29, 337-359.

[25] Verhoef, E. T. (2008): “Congestion Pricing, Slots Sales and Slot Trading in Aviation”, unpublished paper, Free University of Amsterdam.

[26] Weitzman, M. L. (1974): “Prices vs. Quantities”, *Review of Economic Studies*, 41, 477-491.

[27] Weitzman, M. L. (1978): “Optimal Reward for Economic Regulation”, *American Economic Review*, 68, 683-691.

Apéndice A

Demostraciones

Proposición 2 (Principio de la Revelación). *Sin pérdida de generalidad, el regulador puede restringirse a mecanismos regulatorios directos, donde la firma reporta su verdadero parámetro de la demanda sin incentivos a mentir.*

Demostración: Sea $\mathcal{M}$ el espacio de reportes de la firma, y $\mathcal{A}$ el espacio de acciones del regulador. Supongamos que el regulador posee una regla $g(m) = \{q(m), T(m)\}$, donde $g : \mathcal{M} \longrightarrow \mathcal{A}$ y que el monopolista posee una estrategia óptima $m^*(\cdot)$, donde $m^* : \Theta \longrightarrow \mathcal{M}$, la cual satisface que:

$$P(q(m^*(\theta)), \theta)q(m^*(\theta)) - C(q(m^*(\theta))) + T(m^*(\theta)) \geq P(q(m), \theta)q(m) - C(q(m)) + T(m)$$

para todo $m \in \mathcal{M}$
Por lo tanto, por composición de $g(\cdot)$ con $m^*(\cdot)$, podemos construir un mecanismo directo $\tilde{g}(\cdot)$, el cual mapea reportes de θ en $\mathcal{A}$. Explícitamente, $\tilde{g}(\theta) = \{\tilde{q}(\theta), \tilde{T}(\theta)\} = g(m^*(\theta)) = \{q(m^*(\theta)), T(m^*(\theta))\}$ para todo $\theta \in \Theta$.
Con este mecanismo el monopolista revelará la verdad. En efecto,

$$P(q(m^*(\theta)), \theta)q(m^*(\theta)) - C(q(m^*(\theta))) + T(m^*(\theta)) \geq P(q(m(\hat{\theta})), \theta)q(m(\hat{\theta})) - C(q(m(\hat{\theta}))) + T(m(\hat{\theta}))$$

para todo $\theta, \hat{\theta} \in \Theta^2$
Ahora usamos la definición de $\tilde{g}(\cdot)$ y obtenemos que:

$$P(\tilde{q}(\theta), \theta)\tilde{q}(\theta) - C(\tilde{q}(\theta)) + T(\theta) \geq P(\tilde{q}(\hat{\theta}), \theta)\tilde{q}(\hat{\theta}) - C(\tilde{q}(\hat{\theta})) + T(\hat{\theta})$$

para todo $\theta, \hat{\theta} \in \Theta^2$

Por ende, el mecanismo directo revelatorio no le da incentivos a mentir al monopolista.

□

Lema 1. *Suponga que el supuesto 4 se tiene, luego $\pi(q, \theta, T)$ satisface* ***(SCP)****.*

Demostración:

$$\pi_q(q, \theta, T) = P_q(q, \theta)q + P(q, \theta) - C'(q)$$

$$\Rightarrow \pi_{q\theta}(q, \theta, T) = \underbrace{P_{q\theta}(q, \theta)q}_{=0} + \underbrace{P_\theta(q, \theta)}_{\geq 0}$$

$$\Rightarrow \pi_{q\theta}(q, \theta, T) \geq 0$$

$\therefore \pi_{q\theta}(q, \theta, T)$ es monótona en Θ

□

Lema 2. *Suponga que el supuesto 4 se tiene. Entonces un mecanismo regulatorio en cantidades será compatible en incentivos ssi:*

- ***i)*** *$q(\cdot)$ is no-decreciente en θ*
- ***ii)*** *$\pi(\theta) = \pi(\underline{\theta}) + \int_{\underline{\theta}}^{\theta} P_2(q(x), x)q(x)dx$*

Donde nos referimos a $P_2(q(x), x)$ como la derivada parcial de P respecto al segundo argumento.

Demostración:

($\Rightarrow$) Supongamos que el mecanismo es compatible en incentivos. Luego, el problema del monopolista es:

$$\max_{\hat{\theta}} \pi(\hat{\theta}, \theta)$$

La condición de primer orden implica:

$$P_q(q(\hat{\theta}), \theta)q'(\hat{\theta}) + P(q(\hat{\theta}), \theta)q'(\hat{\theta}) - C'(q(\hat{\theta}))q'(\hat{\theta}) + T'(\hat{\theta}) = 0 \tag{A.1}$$

La condición de segundo orden requiere que:

$$q''(\hat{\theta})[P_q(q(\hat{\theta}), \theta)q(\hat{\theta}) + P(q(\hat{\theta}), \theta) - C'(q(\hat{\theta}))] + q'(\hat{\theta})[P_{qq}(q(\hat{\theta}), \theta)q'(\hat{\theta})q(\hat{\theta}) + \\ P_q(q(\hat{\theta}), \theta)q'(\hat{\theta}) - C''(q(\hat{\theta}))q'(\hat{\theta})] + T''(\hat{\theta}) \leq 0 \tag{A.2}$$

Pero, el mecanismo regulatorio en cantidades es compatible en incentivos, luego decir la verdad debe ser una estrategia dominante. De este modo, usando (A.1)obtenemos:

$$P_q(q(\theta),\theta)q^{'}(\theta)+P(q(\theta),\theta)q^{'}(\theta)-C^{'}(q(\theta))q^{'}(\theta)+T^{'}(\theta)=0\ \forall\theta\in\Theta \tag{A.3}$$

Siguiendo los pasos de Guesnerie y Laffont (84), definimos $\pi_1(\hat{\theta},\theta)$ como sigue:

$$\pi_1(\hat{\theta},\theta)=P_q(q(\hat{\theta}),\theta)q^{'}(\hat{\theta})+P(q(\hat{\theta}),\theta)q^{'}(\hat{\theta})-C^{'}(q(\hat{\theta}))q^{'}(\hat{\theta})+T^{'}(\hat{\theta})$$

Por lo tanto, (A.3) es igual a $\pi_1(\theta,\theta)$, donde$\pi_1(\cdot,\cdot)$ denota la derivada parcial respecto al primer argumento.
Notemos que $\pi_1(\theta,\theta)=0\ \forall\theta\in\Theta$, lo cual implica,

$$\pi_{11}(\theta,\theta)+\pi_{12}(\theta,\theta)=0 \tag{A.4}$$

Observemos que $\pi_{11}(\theta,\theta)$ es (A.2) evaluado en $\hat{\theta}=\theta$

$$\Rightarrow \Pi_{11}(\theta,\theta)\leq 0$$

Usando (A.4),

$$\pi_{12}(\theta,\theta)\geq 0$$

Notando que,

$$\pi_{12}(\theta,\theta)=P_{q\theta}(q(\theta),\theta)q^{'}(\theta)q(\theta)+P_{\theta}(q(\theta),\theta)q^{'}(\theta)\geq 0 \tag{A.5}$$

$$\iff q^{'}(\theta)[\underbrace{P_{q\theta}(q(\theta),\theta)q(\theta)}_{=0}+\underbrace{P_{\theta}(q(\theta),\theta)}_{\geq 0}]\geq 0$$

Obtenemos,

$$q^{'}(\theta)\geq 0$$

Luego, la regla de asignación debe ser creciente en el tipo.
Ahora probaremos que:

$$\pi(\theta)=\pi(\underline{\theta})+\int_{\underline{\theta}}^{\theta}P_2(q(x),x)q(x)dx$$

Tomando la derivada total de $\pi(\hat{\theta} = \theta, \theta) = \pi(\theta)$ respecto a θ, y usando el hecho que el mecanismo es compatible en incentivos, es fácil ver que:

$$\pi^{'}(\theta) = P_2(q(\theta), \theta)q(\theta)$$

Integrando entre $\overline{\theta}$ y θ se concluye.

($\Leftarrow$) Debemos probar que:

$$P(q(\theta), \theta)q(\theta) - C(q(\theta)) + T(\theta) \geq P(q(\hat{\theta}), \theta)q(\hat{\theta}) - C(q(\hat{\theta})) + T(\hat{\theta}) \ \forall \hat{\theta} \in \Theta$$

Lo que es equivalente a:

$$\pi(\theta) \geq \pi(\hat{\theta}) + [P(q(\hat{\theta}), \theta) - P(q(\hat{\theta}), \hat{\theta})]q(\hat{\theta})$$

Usando i) y ii) es fácil ver que la última desigualdad se tiene, lo que concluye la demostración.

$\square$

Lema 3. *La función objetivo del regulador se puede escribir como:*

$$\int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} \{[V(P(q(\theta), \theta)) - C(q(\theta))] - (1-\alpha)\frac{1 - G(\theta)}{g(\theta)}P_2(q(\theta), \theta)q(\theta)\}g(\theta)d\theta - (1-\alpha)\pi(\underline{\theta}) \quad \text{(A.6)}$$

Demostración: Tenemos que:

$$\pi(\theta) = P(q(\theta), \theta)q(\theta) - C(q(\theta)) + T(\theta)$$

$$\Rightarrow P(q(\theta), \theta)q(\theta) + T(\theta) = \pi(\theta) + C(q(\theta)) \quad \text{(A.7)}$$

Por otra parte,

$$(*) = \int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} \left(\int_{\underline{\theta}}^{\theta} P_2(q(x), x)q(x)dx \right) g(\theta)d\theta + \pi(\underline{\theta})$$

Integrando por partes obtenemos que:

$$(*) = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} [1 - G(\theta)] P_2(q(\theta), \theta) q(\theta) d\theta + \pi(\underline{\theta}) \tag{A.8}$$

Reemplazamos (A.7) y (A.8) en la función objetivo, y concluimos la demostración.

□

Lema 4. *Suponga que el supuesto 5 se tiene, luego $\pi(p, \theta, T)$ satisface **(SCP)**.*

Demostración: Notemos que:

$$\begin{aligned} \pi_p(p, \theta, T) &= Q(p, \theta) + pQ_p(p, \theta) - C'(Q(p, \theta))Q_p(p, \theta) \\ \Rightarrow \pi_{p\theta} &= Q_\theta(p, \theta)(1 - Q_p(p, \theta)C''(Q(p, \theta))) \\ &\geq 0 \end{aligned}$$

La última desigualdad se cumple siempre: si los costos marginales son crecientes se tiene gratis, y si son decrecientes se tiene por el supuesto 6.

□

Lema 5. *Suponga que el supuesto 5 se tiene. Entonces, un mecanismo regulatorio en precios (p, T) es compatible en incentivos ssi:*

i) *$p(\cdot)$ es no-decreciente en θ*

ii) $\pi'(\theta) = [p(\theta) - C'(Q(p(\theta), \theta))]\, Q_\theta(p(\theta), \theta)$

Demostración:
($\Rightarrow$) Supongamos que el mecanismo regulatorio es compatible en incentivos. Luego,

$$\pi(\theta) = \max_{\hat{\theta}} \pi(\hat{\theta}, \theta)$$

Usando las técnicas de Guesnerie y Laffont (1984), tenemos que:

$$\begin{aligned} \pi_1(\hat{\theta}, \theta) &= 0 \quad \text{(Condición de primer orden)} \\ \pi_{11}(\hat{\theta}, \theta) &\leq 0 \quad \text{(Condición de segundo orden)} \end{aligned}$$

Además, como el mecanismo es compatible en incentivos, para $\hat{\theta} = \theta$,

$$\pi'(\theta) = \underbrace{\pi_1(\hat{\theta}, \theta)}_{=0} + \pi_2(\hat{\theta}, \theta)$$

Luego,

$$\begin{aligned} \pi'(\theta) &= \pi_2(\hat{\theta}, \theta) \\ &= [p(\theta) - C'(Q(p(\theta), \theta))]\, Q_\theta(p(\theta), \theta) \end{aligned}$$

Lo que demuestra ii).

Usando compatibilidad en incentivos nuevamente, $\pi_1(\hat{\theta} = \theta, \theta) = 0$ para todo θ. De este modo,

$$\underbrace{\pi_{11}(\hat{\theta} = \theta, \theta)}_{\leq 0} + \pi_{12}(\hat{\theta} = \theta, \theta) = 0$$

Lo cual implica,

$$\pi_{12}(\hat{\theta} = \theta, \theta) \geq 0$$

Lo que es equivalente a

$$p'(\theta)\, \underbrace{Q_\theta(p(\theta), \theta)\, [1 - C''(Q(p(\theta), \theta))Q_p(p(\theta, \theta))]}_{\geq 0} \geq 0$$

Por lo tanto, $p(\theta)$ debe ser creciente en θ, lo que demuestra i).

($\Leftarrow$) Dado i) y ii), debemos probar que:

$$p(\theta)Q(p(\theta), \theta) - C(Q(p(\theta), \theta)) + T(\theta) \geq p(\hat{\theta})Q(p(\hat{\theta}), \theta) - C(Q(p(\hat{\theta}), \theta)) + T(\hat{\theta}) \quad \forall \hat{\theta}$$

Reescribiendo,

$$\pi(\theta) - \pi(\hat{\theta}) \geq p(\hat{\theta})[Q(p(\hat{\theta}), \theta) - Q(p(\hat{\theta}), \hat{\theta})] + C(Q(p(\hat{\theta}), \hat{\theta})) - C(Q(p(\hat{\theta}), \theta)) \quad \forall \hat{\theta}$$

Supongamos por contradicción, que algún tipo $\hat{\theta}$ viola la condición de compatibilidad en incentivos. Luego,

$$\pi(\theta) - \pi(\hat{\theta}) < p(\hat{\theta})[Q(p(\hat{\theta}), \theta) - Q(p(\hat{\theta}), \hat{\theta})] + C(Q(p(\hat{\theta}), \hat{\theta})) - C(Q(p(\hat{\theta}), \theta))$$

Lo que es equivalente a:

$$\int_{\theta}^{\hat{\theta}} \pi'(x)dx > \int_{\theta}^{\hat{\theta}} [p(\hat{\theta}) - C'(Q(p(\hat{\theta}), x)]Q_\theta(p(\hat{\theta}), x)dx$$

Usando ii),

$$\int_{\theta}^{\hat{\theta}} \pi'(x)dx = \int_{\theta}^{\hat{\theta}} \left[p(x) - C'(Q(p(x), x))\right] Q_\theta(p(x), x)$$

Si $\hat{\theta} > \theta$, como el precio es creciente en θ por i),

$$\int_{\theta}^{\hat{\theta}} \left[p(x) - C'(Q(p(x), x))\right] Q_\theta(p(x), x) < \int_{\theta}^{\hat{\theta}} [p(\hat{\theta}) - C'(Q(p(\hat{\theta}), x)]Q_\theta(p(\hat{\theta}), x)dx$$

Lo que es una contradicción. Por último, si $\hat{\theta} < \theta$, la misma lógica lleva a una contradicción similar. Esto concluye la demostración.

$\square$

Proposición 3 (Proposición 1 Lewis y Sappington, 1988). *El mecanismo regulatorio óptimo en precios cuando $C''(Q(p(\theta), \theta)) \geq 0$ queda caracterizado por:*

$$p^*(\theta) = C'(Q(p^*(\theta), \theta) \tag{A.9}$$

$$T^*(\theta) = C(Q(p^*(\theta), \theta)) - p^*(\theta)Q(p^*(\theta), \theta) \tag{A.10}$$

para todo $\theta \in \Theta$.

Demostración: Basta ver que (p^*, T^*) es factible. En efecto,

$$\begin{aligned} p^{*'}(\theta) &= C''(Q(p^*(\theta), \theta))[Q_p(p^*(\theta), \theta)p^{*'}(\theta) + Q_\theta(p^*(\theta), \theta)] \\ \Rightarrow p^{*'}(\theta) &= \frac{C''(Q(p^*(\theta), \theta))Q_\theta(p^*(\theta), \theta)}{1 - C''(Q(p^*(\theta), \theta))Q_p(p^*(\theta), \theta)} \\ &\geq 0 \end{aligned}$$

Donde la última desigualdad se tiene pues $C'' \geq 0$. Además, T^* asegura $\pi(\theta) = 0$ para todo θ, lo que concluye la demostración. Para una demostración alternativa, ver Lewis y Sappington (1988).

$\square$

Lema 8. Si la demanda es desconocida y los costos marginales son decrecientes, la ventaja comparativa de regular por cantidad sobre precio es creciente en α.

Demostración: Tomemos la derivada parcial con respecto a α de $\triangle SW$ y evaluemos en $\alpha = 0$:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \triangle SW}{\partial \alpha}\Big|_{\alpha=0} &= \frac{\overline{\theta}}{24b^2(b-k)}(12Ab^2 - bk\overline{\theta} + k^2\overline{\theta} - 4b^2(3c_0 + \theta)) \\
&= \frac{\overline{\theta}}{24b^2(b-k)}(12b^2(A - c_0) - bk\overline{\theta}) + k^2\overline{\theta} - 4b^2\overline{\theta}) \\
&> \frac{\overline{\theta}^2}{24b^2(b-k)}(8b^2 + k^2 - bk) \\
&= \frac{\overline{\theta}^2}{24b^2(b-k)}\left[4b^2 + (2b-k)^2 + bk\right] \\
&> 0
\end{aligned}$$

donde la primera desigualdad viene del hecho que $A - c_0 > \overline{\theta}$.
De esta forma, como $\triangle SW$ es convexo en α para todo $\alpha \geq 0$, $\frac{\partial \triangle SW}{\partial \alpha} > 0$.
Note que si $\frac{\partial \triangle SW}{\partial \alpha} = 0$, entonces el valor de α que minimiza $\triangle SW$ es menor que cero. En efecto, sea α_{min} el valor de α que minimiza la diferencia en bienestar social. Si $\alpha_{min} > 0$ entonces para todo $\alpha < \alpha_{min}$, $\frac{\partial \triangle SW}{\partial \alpha}|_{\alpha} < 0$ lo que contradice $\frac{\partial \triangle SW}{\partial \alpha} > 0$. De este modo, $\alpha_{min} < 0$. Esto demuestra que el crecimiento a partir de $\alpha = 0$ es estricto.

$\square$

Teorema 3. Cuando la demanda es desconocida y los costos marginales decrecientes, existirá un threshold $\alpha^* \in [0, 1]$ tal que para todo $\alpha \leq \alpha^*$ regular por precio es mejor que por cantidad, mientras cantidad será mejor cuando $\alpha > \alpha^*$.

Demostración: Usando el lemma 7:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha}\triangle SW|_{\alpha=0} \propto 12Ab^2 - bk\overline{\theta} + k^2\overline{\theta} - 4b^2(3c_0 + \overline{\theta}) \geq 0$$

Por otro lado,

$$\triangle SW|_{\alpha=0} \propto k\overline{\theta} + 12b(c_0 - A)$$

Luego,

$$\begin{aligned} 12Ab^2 - bk\overline{\theta} + k^2\overline{\theta} - 4b^2(c_0 + \overline{\theta}) &\geq 0 \\ \Leftrightarrow 12b^2(A - c_0) - bk\overline{\theta} + (k^2 - 4b^2)\overline{\theta} &\geq 0 \end{aligned}$$

Pero, $(k^2 - 4b^2)\overline{\theta} < 0$ lo cual implica:

$$\begin{aligned} 12b(A - c_0) - k\overline{\theta} &> 0 \\ \Leftrightarrow k\overline{\theta} + 12b(c_0 - A) &< 0 \end{aligned}$$

Por lo tanto, $\triangle SW|_{\alpha=0} < 0$. Recordemos que $\triangle SW|_{\alpha=1} > 0$, luego por continuidad de $\triangle SW$ existe α^* tal que $\triangle SW|_{\alpha *} = 0$.

$\square$