



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

COLISIÓN ENTRE ANILLOS DE VORTICIDAD Y TRANSPORTE DE
UNA SUSTANCIA ESCALAR

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA
INGENIERÍA MENCIÓN MECÁNICA

EDUARDO ANDRÉS MONSALVE GUTIÉRREZ

PROFESOR GUÍA:
RODRIGO HERNÁNDEZ PELLICER

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
JUAN CARLOS ELICER CORTÉS
RAÚL LABBÉ MORALES

SANTIAGO DE CHILE
ENERO 2011

RESUMEN DE TESIS PARA OPTAR AL
GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE
LA INGENIERÍA, MENCIÓN MECÁNICA
POR: EDUARDO MONSALVE.
FECHA: 10 DE MAYO DE 2011
PROF. GUÍA: SR. RODRIGO HERNÁNDEZ

COLISIÓN ENTRE ANILLOS DE VORTICIDAD Y TRANSPORTE DE UNA SUSTANCIA ESCALAR

Un anillo de vorticidad es una región de fluido con forma toroidal, dentro de la cual existe vorticidad cuyo vector es tangente al círculo mayor del toro. El anillo, debido al impulso físico que lo produce, posee energía cinética que le permite auto-desplazarse en el espacio en la dirección resultante del producto cruz entre el vector radial del círculo mayor y el vector de vorticidad (tangente). El estudio de los anillos de vorticidad ha sido ampliamente documentado, realizándose investigaciones de estabilidad, transporte y mezcla.

El presente trabajo cuenta con el apoyo del proyecto FONDECYT 1085020, el cual estudia el comportamiento de escalares pasivos en campos de velocidad generados por diversas estructuras. La serie de investigaciones desarrolladas en este marco, han abierto nuevas líneas de investigación, dentro de las cuales esta tesis nació del desafío de comprobar experimentalmente, la concentración de turbulencia en una región localizada del espacio, a partir de la interacción de estructuras laminares de bajo costo energético de generación.

En esta investigación, se realizaron diversos montajes experimentales tendientes a estudiar la colisión de tres anillos de vorticidad en una configuración de 120° entre sus vectores de velocidad autoinducida. El primero de ellos consta de un sistema de generación triple tipo orificio, donde el campo de velocidad es medido con anemometría de hilo caliente. En una primera etapa se caracterizó un anillo individual, y luego se obtuvo el campo de velocidad durante toda la colisión a través de un barrido en el espacio. Sobre este mismo montaje, se inyectó humo como trazador en cada generador, obteniéndose imágenes CCD de un plano láser proyectado en distintos niveles de la colisión. El segundo montaje constó de un sistema de visualización tipo Shadowgraph, a través del cual se observó el proceso de transporte y mezcla de sustancias escalares, en la colisión de tres anillos de vorticidad en agua.

Los experimentos realizados permitieron describir físicamente el fenómeno, gracias a los datos y observaciones cualitativas obtenidas. El campo de velocidad medido con anemometría de hilo caliente, indicó que los anillos de vorticidad tienen una trayectoria estable antes de tener contacto entre sí. Durante y posterior a la colisión, el campo de velocidad tiene pequeñas variaciones reflejadas en la dispersión de las zonas de mayor velocidad. La interacción de dipolos de vorticidad entre los anillos adyacentes, produce eyecciones de fluido observables en el aumento localizado de la velocidad y en la visualización CCD a través de humo. Por otra parte, las series temporales de velocidad permiten obtener un análisis de la densidad espectral de potencia, la cual fue calculada en distintos puntos de interés y para diferentes números de Reynolds. Las curvas de densidad espectral de potencia se desplazan hacia zonas de mayor frecuencia a medida que aumenta el número de Reynolds de los anillos colisionantes, mientras que la forma de estas curvas puede ser explicada a través de las series temporales de velocidad.

Las imágenes obtenidas del sistema Shadowgraph permitieron observar con claridad el borde, el núcleo de vórtice y las líneas de flujo de cada anillo de vorticidad. Durante la colisión se observaron los acoplamientos de los dipolos de vorticidad y las eyecciones de fluido que provocan. Las zonas superior e inferior de los anillos interactúan generando reconexión de los tubos de vorticidad. Producto de la reconexión, son generados nuevos anillos simétricos en dirección vertical, los cuales pudieron ser observados con mayor claridad al repetir el experimento con una sustancia escalar colorante.

En síntesis, el trabajo describió con detalle el comportamiento de anillos de vorticidad bajo esta estructura de colisión, encontrando una interesante evolución espacial de la vorticidad y relaciones matemáticas coherentes en el ámbito energético. Para el futuro, surgen nuevas interrogantes como la colisión de más anillos de vorticidad en nuevas configuraciones, y la relación entre la trayectoria de un anillo y su gradiente de densidad con respecto al medio.

Agradecimientos.

Quiero dedicar este trabajo a mis Padres, Juan y Mercedes, quienes con admirable entrega y amor, han logrado brindarme todas las posibilidades de llegar a ser quien soy. Gracias por regalarme una educación de calidad y por enseñarme a cumplir las metas que me he propuesto, pero sobretodo gracias por mostrarme el camino de la humildad, el interés por el conocimiento, la solidaridad y el amor. Los quiero mucho, y los admiro.

Quiero agradecer a mi novia Fabiola, por su incondicional compañía y amor. Gracias por hacerme ver, con la palabra y el ejemplo, que el esfuerzo y la voluntad diaria son la clave de la realización y de la construcción de un mundo mejor. Gracias por querer estar a mi lado en los momentos buenos y malos, ya que sin su compañía, este camino habría sido mucho más difícil.

Agradezco el apoyo y la confianza depositada en mí por el profesor Rodrigo Hernández. Gracias a su orientación, enseñanzas y exigencias, he retomado el gusto por la ciencia y la investigación, y he podido disfrutar académicamente de mis últimos años de universidad. También agradezco la colaboración y los consejos claves de Gabriel Arévalo, quien me ha permitido trabajar en esta tesis a partir del desarrollo que él logró durante varios años.

Les doy gracias a los profesores Juan Carlos Elicer y Raúl Labbé, por sus valiosas observaciones y correcciones, las que sin duda han contribuido enormemente a la culminación de este trabajo.

Quiero hacer una mención especial a mi amiga Paulina, con quien tomé la sana costumbre de hacer cada uno de mis trabajos en mecánica con calidad. Le agradezco su siempre interesante compañía y ayuda en el laboratorio. También le doy gracias a mis amigos de mecánica: Javier, May-lin, Nicolás, Eduardo, José Ignacio, Fabián, Ronald y muchos otros, con quienes compartí grandes momentos, entre el estudio y la amistad.

Mis mejores amigos de la universidad, Gino, Espergol, Edu, Hugo, Palalo, Rodrigo y Pablo. Quienes en distintas etapas de estos siete años, trascendieron en mí, recordándome a través de grandes conversaciones y momentos, el hermoso valor de la amistad. Gracias totales para ellos.

A quienes me han acompañado desde el colegio, Felipe, Diego, Patricio, Marcelo Pablo, Ricardo y muchos otros. Les agradezco el tener conmigo esa amistad que es eterna y verdadera, que me hace permanecer felizmente vinculado a Osorno. Hago una mención especial a mis amigos mayores Felipe y Panchovera, gracias por ser simultáneamente amigos y modelos a seguir.

A todos ustedes muchas gracias.

Eduardo.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Objetivo General	2
1.2. Objetivos específicos	2
1.3. Metodología de Trabajo	3
1.4. Nomenclatura empleada	4
2. Antecedentes	6
2.1. Generalidades	6
2.2. Parámetros de caracterización de un anillo de vorticidad	8
2.3. Transporte de sustancias escalares pasivas	13
2.4. Comportamiento de un dipolo de vorticidad	14
2.5. Antecedentes experimentales	17
2.5.1. Generación de anillos de vorticidad	17
2.5.2. Inestabilidad de anillos de vorticidad	18
2.5.3. Anemometría de hilo caliente	19
2.5.4. Shadowgraph	21
2.6. Simulaciones numéricas asociadas al experimento	22
2.6.1. Colisión frontal de dos anillos de vorticidad	22
2.6.2. Colisión de 3 anillos de vorticidad	25
3. Anemometría de hilo caliente y visualización en aire	29
3.1. Montaje experimental	29
3.1.1. Anemometría de hilo caliente	29
3.1.2. Visualización de imágenes CCD	32
3.2. Resultados y análisis	33
3.2.1. Relación frecuencia de impulso - velocidad autoinducida	33

3.2.2.	Anemometría de un anillo de vorticidad	34
3.2.3.	Anemometría de colisión triple	37
3.2.4.	Decaimiento de la energía cinética	44
3.2.5.	Visualización con cámara CCD en aire	47
3.2.6.	Densidad espectral de potencia	51
3.2.7.	Patrón circular de energía en torno al punto de colisión	59
4.	Shadowgraph de colisión de anillos en agua	62
4.1.	Montaje experimental	62
4.2.	Resultados y análisis	64
4.2.1.	Shadowgraph	64
4.2.2.	Inclusión de sustancia escalar colorante	68
5.	Conclusiones	71
A.	Artículo: Collision of 3 vortex rings in 120 degrees configuration	i
B.	Series temporales de anemometría	xvii
C.	Anemometría de hilo caliente	xix
D.	Shadowgraph	xxiv
E.	Sustancia escalar colorante	xxvii

Capítulo 1

Introducción

En el laboratorio LEAF-NL del Departamento de Ingeniería Mecánica, se han desarrollado varias investigaciones consecutivas en el tema del comportamiento de anillos de vorticidad y su interacción con distintos elementos físicos. El primer trabajo publicado [1], logró caracterizar anillos de vorticidad y describir patrones de la inestabilidad azimutal del anillo en etapas avanzadas de su trayectoria.

Posteriormente, una tesis doctoral [2] desarrolló investigaciones experimentales sobre fenómenos como el impacto de anillos de vorticidad sobre una placa caliente y la colisión frontal de dos anillos axisimétricos. Para los trabajos anteriores se utilizaron técnicas como la anemometría de hilo caliente y la velocimetría por visualización de partículas PIV. Los resultados fueron interesantes e innovadores, siendo publicados en revistas especializadas [3].

Además de investigaciones experimentales, se han realizado simulaciones numéricas que han estudiado el transporte de sustancias escalares mediante anillos de vorticidad y la colisión frontal de éstos. En esta línea, un trabajo de título [4] tuvo como objetivo la simulación numérica del transporte de sustancias escalares, y de ella se obtuvo relaciones claras entre parámetros como el diámetro del anillo y su velocidad autoinducida, y la capacidad de éste para transportar sustancias escalares como el monóxido de carbono.

Por otra parte, en un segundo trabajo de título [5] se simuló numéricamente la colisión frontal de dos anillos de vorticidad axisimétricos. Los resultados mostraron el comportamiento de los anillos al variar el número de Reynolds (ecuación 2.8) de uno de ellos y al enfrentar dos anillos de idénticos números de Reynolds. También se incluyeron sustancias escalares para observar su evolución en la colisión.

La tesis doctoral dedicada a este tema [2], incluyó en su parte final una simulación numérica de la colisión de 3 anillos de vorticidad dispuestos en una configuración de 120°

entre los vectores de velocidad autoinducida de éstos. Los resultados indicaron que los anillos colisionan de manera tal que los tubos de vorticidad experimentan reconexión, originando dos nuevos anillos que salen eyectados en sentidos opuestos y perpendiculares al plano que formaban los vectores de desplazamiento de los anillos originales. A raíz de lo anterior, surge el desafío de reproducir este fenómeno experimentalmente, para así indagar en temas como la transición a la turbulencia durante la colisión, la evolución espacial de las zonas de vorticidad y el mejoramiento de la mezcla de escalares transportados por los anillos.

1.1. Objetivo General

Estudiar experimentalmente la colisión simultánea de 3 anillos de vorticidad en una configuración de 120° entre los vectores de velocidad autoinducida de ellos.

1.2. Objetivos específicos

1. Caracterizar un anillo de vorticidad usando anemometría de hilo caliente en un montaje experimental.
2. Caracterizar la colisión de 3 anillos de vorticidad en configuración equilátera, mediante visualización a través de la inyección de un trazador y mediciones de velocidad con anemometría de hilo caliente.
3. Estudiar el efecto de la colisión de 3 anillos de vorticidad sobre el campo de velocidad y la densidad espectral de potencia, mediante anemometría de hilo caliente.
4. Visualizar la colisión de 3 anillos de vorticidad mediante el montaje de un sistema Shadowgraph, inyectando en los anillos una sustancia escalar de densidad superior a la del fluido.

En todos los casos, el vector de velocidad autoinducida de cada anillo está orientado en dirección a un punto común en el centro del dominio de análisis. Es importante el ángulo que formen entre sí los vectores, pues controla la evolución del campo de velocidad y vorticidad. El campo de velocidad de estos anillos obedece a la ley de Biot-Savart, según la cual este campo es originado en todo el espacio por una distribución de vorticidad conocida, en analogía con el cálculo del campo magnético asociado a una espira donde transita una corriente eléctrica [6].

1.3. Metodología de Trabajo

En cada uno de los montajes experimentales se realiza una adecuada calibración de los instrumentos de medición y pruebas exploratorias para verificar el funcionamiento del sistema.

Una vez que el montaje esté validado, se procede a la adquisición de datos, los cuales quedan almacenados en un computador a través de una tarjeta de adquisición DT9804. Desde allí los datos pueden ser leídos y procesados con el programa Matlab, obteniéndose resultados interpretables y analizables.

Los resultados obtenidos son analizados periódicamente, por lo que no se descarta repetir o modificar mediciones experimentales a medida que surjan nuevas interrogantes y desafíos en el desarrollo de la tesis.

1.4. Nomenclatura empleada

x, y, z	Coordenadas en \hat{x}, \hat{y} y \hat{z} [m]
x', y', z'	Coordenadas del sistema rotado en 30°
ρ	Distancia medida desde el centro de un anillo de vorticidad
r, θ	Coordenadas de sistema polar
t	Tiempo [s]
m	Masa [kg]
\vec{V}	Vector velocidad [m/s]
V	Módulo de la velocidad [m/s]
V_x, V_y, V_z	Componentes en \hat{x}, \hat{y} y \hat{z} del vector \vec{V} [m/s]
M	Matriz de módulos de velocidad, sus componentes son M_{ij}
U_0	Velocidad promedio de advección de un anillo de vorticidad
U_a	Velocidad autoinducida de un anillo de vorticidad (instantánea) [m/s]
ν	Viscosidad cinemática [m^2/s]
$\vec{\omega}$	Vorticidad [1/s]
W	Enstrofía [m^2/s^2]
E_{cin}	Energía cinética [$kg\ m^2/s^2$]
\dot{E}_{cin}	Disipación de energía cinética en un fluido incompresible
α_i, β_i	Coefficientes de ajuste exponencial de E_{cin}
Γ	Circulación [m^2/s]
Re	Número de Reynolds $Re = U_a D_0 / \nu$
\vec{I}	Impulso [$kg\ m/s$]
σ	Parámetro de posición a lo largo de una línea de vorticidad
s	Distancia a lo largo de una línea de vorticidad
ψ	Función de corriente
D	Diámetro característico de un anillo de vorticidad [m]
R	Radio característico de un anillo de vorticidad [m]
a	Radio del núcleo de un anillo de vorticidad [m]
R^*	Radio arbitrario desde el punto de colisión [m]
D_n	Diámetro del núcleo [m]
D_0	Diámetro del orificio del generador [m]

A	Área de una región de vorticidad [m^2]
l	Distancia entre los centroides ($\omega = 0$) de un dipolo de vorticidad [m]
d	Distancia entre bordes de dos regiones de vorticidad [m]
H	Impulso angular de un par de vorticidad
\bar{J}	Momento angular adimensional
\bar{T}	Exceso de energía cinética adimensional
L	Desplazamiento autoinducido de un dipolo de vorticidad
A_s	Amplitud de la señal del programa de generación [<i>Volts</i>]
τ	Tiempo característico de la señal del programa de generación [s]
f_i	Frecuencia de impulso dada por el generador de funciones [Hz]
f	Frecuencia de la señal de velocidad [Hz]
f_s	Frecuencia de muestreo [Hz]
f_c	Frecuencia de corte del filtro pasa bajos [Hz]
k	Número de onda [rad/cm]
λ	Longitud de onda [cm]
d_s	Tamaño de la fuente de luz en montaje óptico [m]
l_p	Distancia desde la distorsión óptica al plano de observación [m]
n	Índice de refracción
f_1, f_2	Distancia focal a lentes 1 y 2 [m]
Γ_m	Difusividad másica [m^2/s]
Sc	Número de Schmidt $Sc = \nu/\Gamma_m$

Capítulo 2

Antecedentes

2.1. Generalidades

Un anillo de vorticidad es una región dentro de un fluido con forma toroidal, dentro de la cual existe vorticidad cuyo vector es tangente al círculo mayor del toro. El anillo, debido al impulso físico que lo produce, posee energía cinética que le permite autodesplazarse en el espacio en la dirección resultante del producto cruz entre el vector radial del círculo mayor y el vector de vorticidad (tangente), la figura 2.1 es un esquema ideal de un anillo de vorticidad.

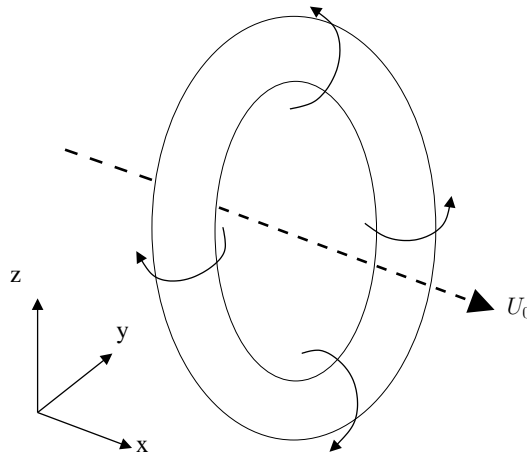


Figura 2.1: Esquema de anillo de vorticidad, se aprecia la dirección de la velocidad autoinducida y el sentido de giro del campo de velocidad.

La dinámica de los anillos de vorticidad, puede ser abordada de manera general estudiando su representación vectorial. La ecuación que gobierna la dinámica de un anillo es la ecuación de vorticidad, la cual deriva de las ecuaciones de balance de masa y de momentum

en un medio continuo. Las ecuaciones 2.1 y 2.2 corresponden al balance de masa y al balance de momentum en forma vectorial para un flujo incompresible en ausencia de gravedad, respectivamente:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P + \nu \nabla^2 \vec{V}, \quad (2.2)$$

donde el vector $\vec{V} = (V_x, V_y, V_z)$ es el campo de velocidad.

De las ecuaciones 2.1 y 2.2 se deriva la ecuación vectorial para la vorticidad, donde el movimiento queda descrito en función de la vorticidad $\vec{w} = \vec{\nabla} \times \vec{V}$ [5]. La ecuación de vorticidad se muestra en la ecuación 2.3.

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} - (\vec{w} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{w} = \nu \nabla^2 \vec{w}. \quad (2.3)$$

En la ecuación 2.3 el término $\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{w}$ corresponde a la derivada particular convectiva de la vorticidad ($\frac{D\vec{w}}{Dt}$), la cual describe el cambio de vorticidad o aceleración angular de una partícula perteneciente al fluido. Lo anterior, se puede producir tanto por inestabilidad ($\frac{\partial \vec{w}}{\partial t}$) como por predominio del término convectivo $(\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{w}$. Por su parte el término $(\vec{w} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V}$ describe la variación del módulo o la inclinación de la vorticidad debido a los gradientes de velocidad. El término del lado derecho, da cuenta de la difusión de la vorticidad por efecto de los esfuerzos viscosos. En la ecuación 2.3 no aparecen los términos asociados a variación de la vorticidad por compresibilidad, ni fuerzas externas debido a las hipótesis que se han tomado con anterioridad.

Línea de vorticidad y tubo de vorticidad: En la figura 2.2 se dibuja esquemáticamente una línea de vorticidad. Ésta se conforma siguiendo los vectores de vorticidad \vec{w} en una zona en rotación del fluido. Cuando varias de estas líneas se agrupan formando circuitos paralelos y concéntricos, se denominan tubos de vorticidad. En el caso de un anillo de vorticidad en un fluido real, el volumen encerrado en el toroide corresponde a un tubo de vorticidad, debido a que la vorticidad no se encuentra concentrada en una sola línea central. La región confinada se denomina núcleo de vortice o *vortex core*.

Ley de Biot-Savart: También es fundamental tener claridad sobre la analogía que se puede hacer entre la dinámica de vórtices y el electromagnetismo. Para esto se toma una línea de vorticidad parametrizada mediante la ecuación vectorial $\vec{x} = \hat{R}(\sigma)$, donde σ es un parámetro que indica la posición a lo largo de la línea de vorticidad. Cuando $\sigma = s$, con s la distancia a lo largo de la curva, se puede obtener el vector tangencial $\hat{s} = d\hat{R}/ds$. Con esto

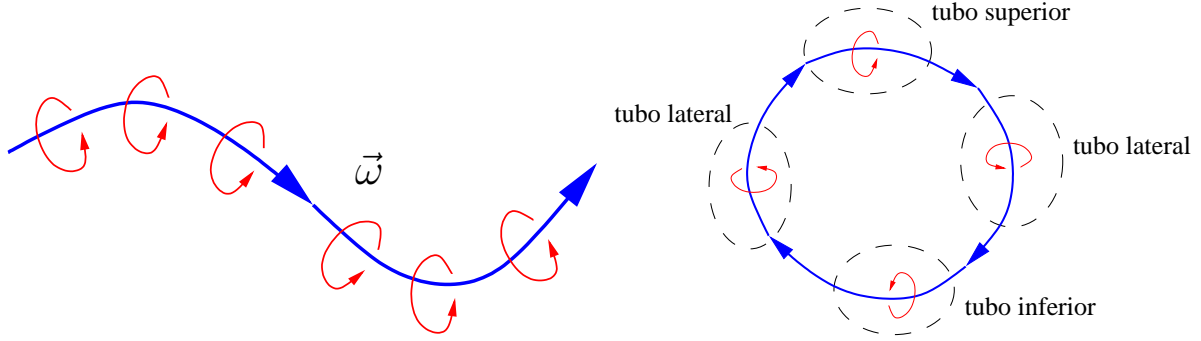


Figura 2.2: A la izquierda: una línea de vorticidad que sigue la dirección de los vectores de vorticidad en el fluido. A la derecha: una línea de vorticidad circular forma un anillo de vorticidad. Para efectos del análisis posterior, se rotulan los tubos de vorticidad superior, inferior y laterales.

se puede obtener la ley de Biot-Savart [6]:

$$\vec{u}_v(\vec{x}) = \frac{\Gamma}{4\pi} \oint \frac{\hat{s} \times (\vec{x} - R(s))}{|\vec{x} - R(s)|^3} ds. \quad (2.4)$$

La velocidad \vec{u}_v es inducida por una línea de vorticidad de circulación Γ (definida posteriormente en la ecuación 2.9) a lo largo de una curva cerrada $R(s)$.

2.2. Parámetros de caracterización de un anillo de vorticidad

Los parámetros de caracterización geométrica de un anillo son principalmente el diámetro característico y el diámetro del núcleo. Si a lo anterior se le agrega la velocidad autoinducida, (ecuación 2.5) se puede tener prácticamente caracterizado el fenómeno. En la figura 2.3, se muestra un esquema de vista en corte de un anillo de vorticidad, en ella se pueden apreciar las escalas características. Para poder trabajar con múltiples anillos de vorticidad es fundamental conocer la ubicación exacta de cada anillo en función del tiempo. En el laboratorio LEAF-NL, se cuenta con un sistema de medición de velocidad tipo anemometría de hilo caliente, con el cual se obtiene una gran resolución temporal del módulo de la velocidad. La velocidad máxima en un anillo de vorticidad se alcanza en el centro de su diámetro característico donde, siguiendo la ley de Biot-Savart, se origina un campo de velocidad autoinducida. El anemómetro de hilo caliente es capaz de encontrar la máxima rapidez que es coincidente con la posición del anillo vista en el eje axisimétrico. La curva de rapidez que se obtiene y su

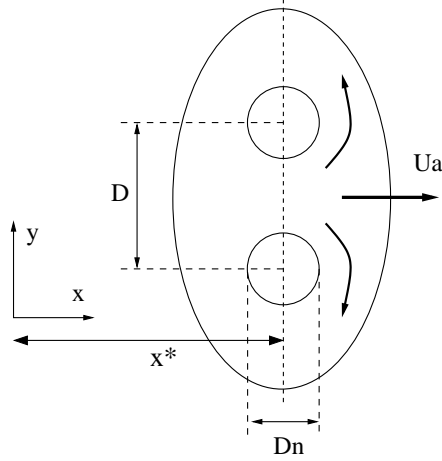


Figura 2.3: Parámetros de caracterización de un anillo de vorticidad. D es el diámetro característico, D_n es el diámetro del núcleo y U_a es la velocidad autoinducida. x^* es la posición del anillo de vorticidad en un instante de tiempo determinado.

interpretación están en las figuras 2.3 y 2.4, donde el máximo de la figura 2.4 es la mejor indicación para encontrar la posición del anillo en un instante determinado de tiempo.

La velocidad autoinducida de un anillo de vorticidad, se calcula conociendo con exactitud la posición y el tiempo de un anillo de vorticidad. Considerando un anillo de vorticidad cuyo vector de velocidad autoinducida sea paralelo al eje x , se tendrá que para dos posiciones x_1 y x_2 en instantes t_1 y t_2 la velocidad autoinducida está dada por la ecuación 2.5.

$$U_a = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}. \quad (2.5)$$

En la sección 2.5.3, se explica la forma de medir la velocidad de advección con anemometría de hilo caliente.

Otra estimación de la posición del anillo corresponde a calcular la posición del centroide de vorticidad. Para un dominio Ω en un plano x, y , donde \hat{x} corresponde a la dirección axial del anillo [5].

$$x = \frac{\int \int_{\Omega} xy^2 w_z dA}{\int \int_{\Omega} y^2 w_z dA}. \quad (2.6)$$

Ambos métodos de estimación de la posición son coincidentes en los primeros instantes de formación del anillo. Sin embargo, a medida que el tiempo y el anillo avanzan, el método de anemometría de hilo caliente sobreestima la posición del centroide de vorticidad, debido a que parte de la vorticidad es depositada en la estela generada por el fenómeno, dificultando el cálculo del centroide.

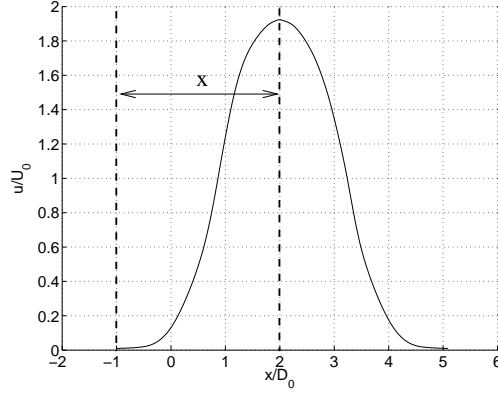


Figura 2.4: Velocidad del anillo a través del eje x de la figura 2.3. La curva corresponde a un dibujo de la forma esperada.

Las mediciones anemométricas pueden entregar barridos ortogonales del campo de velocidad. En la figura 2.5, se muestran dos tipos de cortes que donde se puede graficar el campo de velocidad. En el primero caso, la figura 2.6 muestra el corte frontal de la velocidad del anillo, donde la variación de la velocidad, y su cambio de signo, son el reflejo de la presencia de vorticidad en esa línea. Por su parte, la figura 2.7 es el corte de un vórtice en el sentido de la trayectoria del anillo de vorticidad. En este caso el cambio de signo refleja el cambio de sentido de la velocidad debido al vórtice.

Se han desarrollado modelos matemáticos de velocidad autoinducida, los cuales han sido corregidos posteriormente por evidencia experimental. La ecuación 2.7 es la velocidad autoinducida de un anillo de vorticidad de circulación Γ , radio característico R y radio del núcleo a en rotación sólida [6].

$$U_a = \frac{\Gamma}{4\pi R} \left[\log \frac{8R}{a} - \frac{1}{2} \right]. \quad (2.7)$$

Conociendo la velocidad autoinducida es posible obtener el número adimensional de Reynolds Re el cual indica la razón entre efectos o fuerzas inerciales con respecto a las viscosas. En la ecuación 2.8, D_0 es el diámetro del orificio del generador de anillos y ν la viscosidad cinemática.

$$Re = \frac{U_a D_0}{\nu}. \quad (2.8)$$

La circulación del campo de velocidad y el impulso hidrodinámico, son definidos [7] como se presenta en las ecuaciones 2.9 y 2.10.

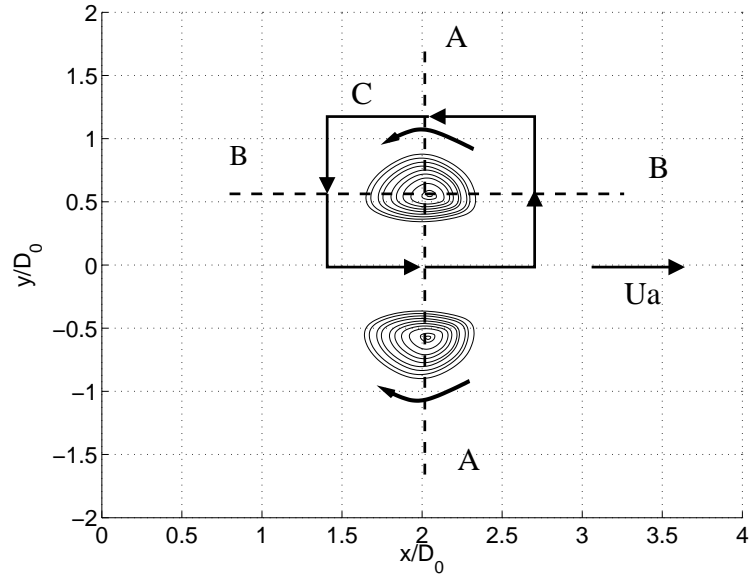


Figura 2.5: Contornos de isovorticidad de un anillo de vorticidad. Se aprecian las líneas de corte A-A y B-B. También se observa el camino de integración típico para la integral de la ecuación 2.9

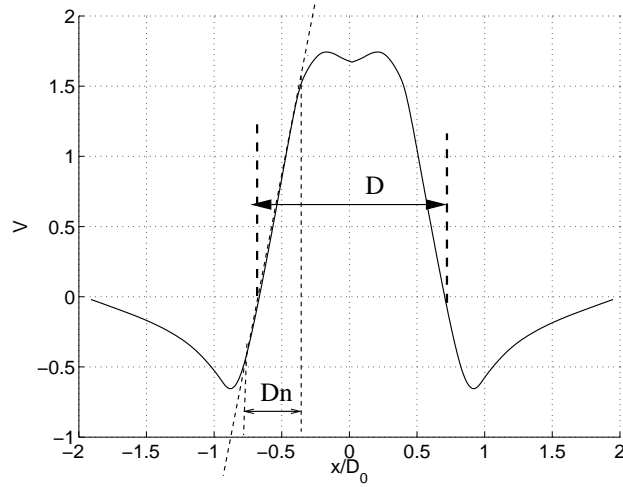


Figura 2.6: Perfil de velocidad a través de la sección A-A. La sección donde la velocidad crece y decrece a tasa constante, corresponde al diámetro del núcleo del anillo de diámetro D_n . Por su parte, el cambio de signo de la velocidad indica la distancia que corresponde al diámetro característico D .

$$\Gamma(t) = \oint \vec{V}(t) d\vec{l}, \quad (2.9)$$

$$\vec{I} = \frac{1}{2} \int \rho \vec{r} \times \vec{w} dV, \quad (2.10)$$

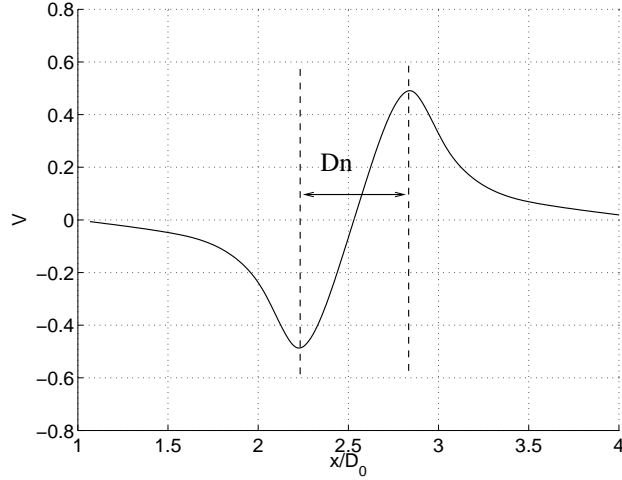


Figura 2.7: Perfil de velocidad a través de la sección B-B. Los máximos y mínimos indican los puntos donde empieza y termina el núcleo del anillo ya que las velocidades tienen sentido opuesto en estos puntos.

donde \vec{r} indica la posición en el campo de flujo, ρ la densidad y w la vorticidad.

También es posible obtener la circulación integrando la vorticidad en el dominio Ω encerrado por el camino C (ver figura 2.5). Esto se muestra en la ecuación 2.11 [5].

$$\Gamma(t) = \int_{\Omega} \vec{w}(t) d\vec{A}. \quad (2.11)$$

La Enstrofía W es la integral del cuadrado de la vorticidad, siendo una magnitud que está relacionada con la liberación de energía cinética en el flujo [5].

$$W = \frac{1}{2} \int |\vec{w}(t)|^2 dV. \quad (2.12)$$

La energía cinética total de un fluido se puede expresar en forma general como:

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \rho \int |\vec{V}(t)|^2 dV. \quad (2.13)$$

Para obtener la disipación de energía cinética es necesario tomar la derivada temporal de la ecuación 2.13. El término $\partial(1/2\rho V^2)/\partial t = \rho V_i \partial V_i / \partial t$ puede ser reemplazado por su equivalente en la ecuación de Navier-Stokes, con lo que se obtiene una expresión para la variación temporal de la energía cinética en función del campo de velocidad y presión. Considerando la hipótesis de fluido incompresible ($\text{div} \vec{V} = 0$) e integrando la energía cinética en un volumen infinito (donde no influye el término de flujo a través del borde del volumen) se obtiene la

ecuación 2.14 que representa la disipación energética en un fluido incompresible [8].

$$\dot{E}_{cin} = -\frac{1}{2}\nu \int \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i} \right)^2 dV, \quad (2.14)$$

donde ν es el coeficiente de viscosidad cinemática.

La disipación energética tiende a disminuir la energía mecánica global del sistema, por lo que siempre resulta que $\dot{E}_{cin} < 0$.

2.3. Transporte de sustancias escalares pasivas

La visualización de la colisión entre anillos de vorticidad requiere, en la mayoría de los casos, de trazadores o sustancias escalares que permitan establecer límites claros entre el anillo y el medio en el cual está inserto.

La ecuación general para el transporte de un escalar ϕ se expresa en la ecuación 2.15 [5, 8].

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho\phi\vec{V}) = \vec{\nabla} \cdot (\Gamma_\phi \vec{\nabla}\phi) + S_\phi, \quad (2.15)$$

donde Γ_ϕ es la difusividad del escalar. En esta ecuación el término $\partial(\rho\phi)/\partial t$ es de carácter transiente, mientras que el término $\vec{\nabla} \cdot (\rho\phi\vec{V})$ considera las componentes convectivas que provocan variación de la concentración escalar por movimiento del flujo a través de la superficie del volumen. En el lado derecho de la ecuación, el término $\vec{\nabla} \cdot (\Gamma_\phi \vec{\nabla}\phi)$ involucra la difusión másica del escalar ϕ debido a los gradientes de concentración en el espacio. Por su parte el término S_ϕ es el término de fuente o producción.

Así, la ecuación 2.15, junto a las ecuaciones 2.1 y 2.2 permiten resolver numéricamente el problema del transporte de sustancias escalares mediante anillos de vorticidad.

Se han realizado simulaciones numéricas [4, 5] tendientes a estudiar la capacidad de transporte de escalar que poseen los anillos de vorticidad en distintas configuraciones geométricas y condiciones físicas. Se analizaron inclusiones escalares en formas esféricas, tipo pared y disperso en el orificio de generación [4]. También se consideraron distintas posiciones del escalar de forma esférica para observar la absorción es éste por parte del anillo [5].

Uno de los objetivos buscados en estas simulaciones fue estudiar el porcentaje de pérdida de escalar durante el desplazamiento del anillo de vorticidad. La pérdida de escalar por difusión está asociada al número adimensional de Schmidt, definido en la ecuación 2.16 que es un cociente entre la difusividad de momentum y la difusividad de masa. Un alto número

de Schmidt da cuenta de un soluto que tiene gran facilidad de mezclarse con el solvente, es decir en el caso de un anillo de vorticidad, un escalar con bajo número de Schmidt difundirá más rápidamente hacia el medio.

$$Sc = \frac{\nu}{\Gamma_m}, \quad (2.16)$$

donde ν es la viscosidad cinemática de escalar y Γ_m es la difusividad másica del solvente en el soluto.

Este resultados tiene particular interés para el presente trabajo pues permite predecir computacionalmente la evolución de la concentración de sustancia escalar dentro del anillo de vorticidad a lo largo de su trayectoria.

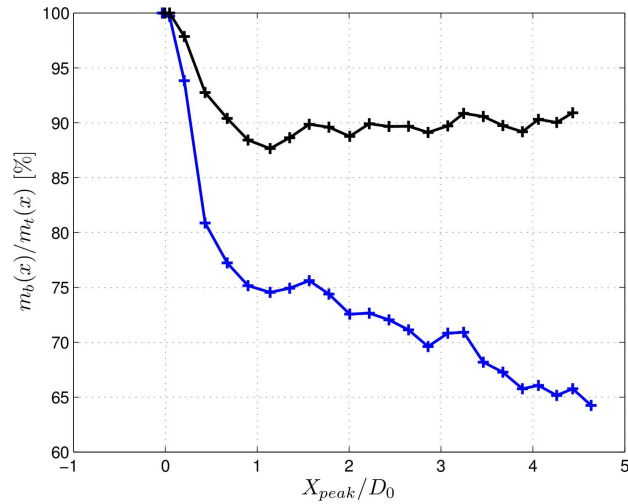


Figura 2.8: Masa de escalar en la burbuja y en núcleo en función de la posición del anillo de vorticidad. La curva azul corresponde a $Sc = 0.54$, la curva negra corresponde a $Sc = 5.4$. Extraído de [4].

En la figura 2.8 dos curvas muestran el porcentaje de concentración de sustancia escalar dentro del anillo de vorticidad respecto a la concentración inicial. La sustancia escalar con coeficiente de difusión menor, es decir $Sc = 5.4$, tiene mucha menor pérdida de escalar y mantiene su concentración aproximadamente constante a partir de $1.5 x/D_0$

2.4. Comportamiento de un dipolo de vorticidad

En la colisión entre anillos de vorticidad, el primer contacto se produce entre los tubos laterales de vorticidad de cada uno de ellos. El acercamiento progresivo y la dinámica de

estos tubos, puede explicarse mediante el estudio de dos regiones con vorticidad de signo opuesto como las de la figura 2.9.

Al realizar un corte del anillo de vorticidad en un plano que sea coincidente con el eje axisimétrico, se obtiene la figura 2.9, la cual es la generalización de dos elipses de vorticidad en un plano. En esta sección se muestra el comportamiento de dos regiones de vorticidad en un plano de forma generalizada, es decir, no necesariamente pertenecientes a un anillo de vorticidad.

El par de regiones de fluido tienen vorticidad opuesta y circulación $\pm\Gamma$. La distancia entre ellas para que hagan contacto se denomina d , el área de cada región se denomina A , y la distancia entre los centroides de vorticidad l (ver figura 2.9). Con estas magnitudes características se puede estudiar lo que ocurre con la dinámica del par [6].

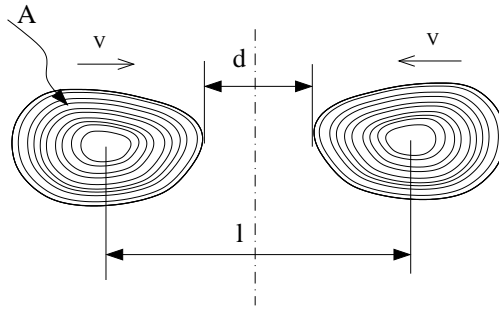


Figura 2.9: Par de regiones de vorticidad en un plano. Las regiones tienen sentidos de vorticidad opuestos y equivalen al corte de un plano coincidente con el eje axisimétrico.

Cuando las regiones de vorticidad se encuentran a una distancia suficientemente lejana toman una forma circular debido a la nula influencia entre ellas. Sin embargo, a medida que las regiones se van acercando, éstas se van deformando hasta que finalmente se produce el contacto. Según cálculos numéricos [9], se ha demostrado que en el proceso de acercamiento de las regiones vorticiales se produce un aumento del área de cada región (A/l^2) mientras disminuye la distancia d .

En la figura 2.10 la zona de estabilidad S , donde las regiones están suficientemente alejadas para no afectar mutuamente su energía cinética, termina en el punto P que no es coincidente con el máximo de la razón A/l^2 que equivale a 0.3125. El punto donde las regiones se tocan se alcanza finalmente en una razón A/l^2 de 0.3122.

Para entender el comportamiento dinámico del dipolo de vorticidad es bueno definir dos cantidades adimensionales. Primero, denotando H al impulso angular del par de vorticidad se puede definir el momento angular adimensional \bar{J} en la ecuación 2.17

$$\bar{J} = \frac{-H}{\Gamma A}. \quad (2.17)$$

Dado que la energía cinética real es infinita, se puede definir el exceso de energía cinética en la ecuación 2.18.

$$\bar{T} = \int \int \omega \psi dx dy, \quad (2.18)$$

donde ψ es la función de corriente, es decir, $\frac{\partial \psi}{\partial y} = -V_x$ y $\frac{\partial \psi}{\partial x} = V_y$.

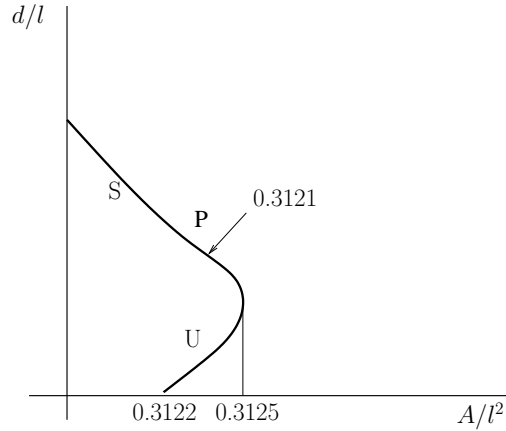


Figura 2.10: Relación entre el área de las regiones de vorticidad y la distancia mínima entre sus bordes. Las magnitudes están normalizadas por la distancia entre centroides. Extraído de [6].

En la figura 2.11, el momento angular adimensional \bar{J} y la pérdida de energía cinética \bar{T} , muestran con claridad el punto de inestabilidad P, donde el momento angular alcanza su punto mínimo y la pérdida de energía cinética es máxima. El mínimo del momento angular indica la posición donde la velocidad de giro del flujo está en su valor mínimo, debido al freno que las regiones de vorticidad se provocan mutuamente. Esta desaceleración es la causante de un aumento de pérdida de energía cinética.

Experimentalmente se ha estudiado que un dipolo de vorticidad tiene un patrón de desplazamiento asociado al momento angular adimensional \bar{J} . La trayectoria $L(t)$ del dipolo sigue la forma de la ecuación 2.19. Esta ecuación explica los resultados experimentales que indican que el desplazamiento del dipolo es dependiente del tiempo en la forma $L \sim t^{1/2}$ [10].

$$L(t) = \left(\frac{\bar{J}}{\pi} \right)^{1/4} t^{1/2}. \quad (2.19)$$

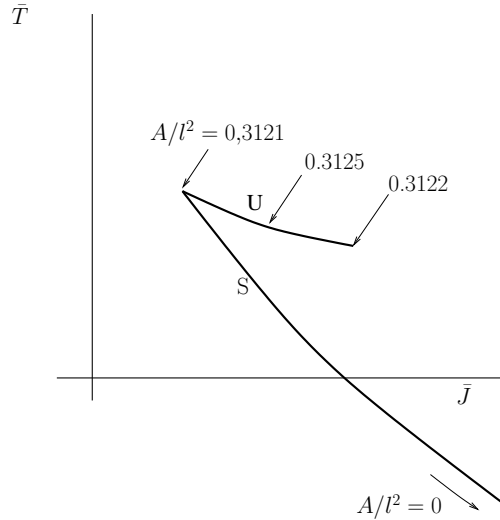


Figura 2.11: Energía y momento angular adimensionales para un par co-rotacional. Extraído de [6].

2.5. Antecedentes experimentales

2.5.1. Generación de anillos de vorticidad

La generación de anillos de vorticidad es posible de realizar mediante sistemas mecánicos de fácil fabricación. Los sistemas más comunes son el generador de tipo tubo y el de tipo orificio (ver figura 2.12). Ambos son capaces de producir un anillo mediante el desplazamiento de un pistón interno. Investigaciones anteriores [1, 2], han preferido el generador de tipo orificio por la facilidad que presenta para modificar el diámetro de salida, parámetro muy importante en la variación del número de Reynolds del anillo.

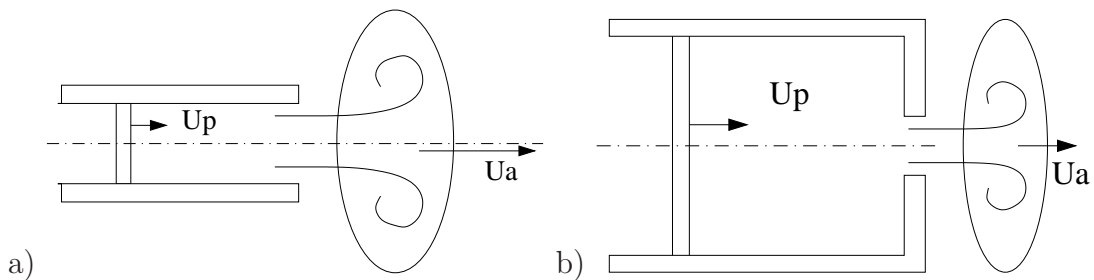


Figura 2.12: Sistemas de generación de anillos de vorticidad, a) tipo tubo y b) tipo orificio.

La señal de generación es diseñada especialmente con el objetivo de que el pistón que impulse el fluido tenga una aceleración, velocidad y desplazamiento ideales para la generación de un anillo. En la figura 2.13 el tiempo τ es el tiempo de subida y está directamente

relacionado con la velocidad de desplazamiento del pistón, y por ende con la velocidad de advección del anillo. Este parámetro es controlado con la frecuencia de impulso f_i a la cual es generada la señal. Por su parte, la amplitud A_s , es el desplazamiento del pistón en el generador, lo que determina el volumen de fluido usado en la generación. La forma de controlarlo es mediante el voltaje del generador de señales, y dependiendo del diámetro del orificio de salida, el desplazamiento del pistón tendrá relación con la velocidad del anillo de vorticidad. [2].

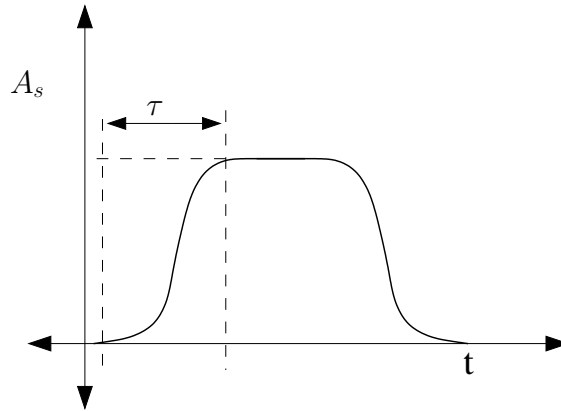


Figura 2.13: Señal entregada por un generador de funciones que controla el desplazamiento del pistón en el generador de anillos de vorticidad. Sus parámetros principales son el tiempo de subida τ y la amplitud A_s .

2.5.2. Inestabilidad de anillos de vorticidad

La inestabilidad de los anillos de vorticidad se manifiesta en etapas avanzadas de la trayectoria y en directa relación al número de Reynolds que éstos posean. Considerando x como la posición del anillo de vorticidad indicada en la figura 2.3 y D_0 el diámetro del orificio del generador, las inestabilidades azimutales se presentan en $x/D_0 \sim 10$, con una velocidad autoinducida del anillo de 0.95 m/s . [1].

Para un diámetro $D_0 = 15 \text{ mm}$, las inestabilidades azimutales se presentan en el rango $1100 < Re < 1300$, con un número de ondas de 6, como se muestra en la figura 2.14. En este caso particular el número de Reynolds se calcula con el diámetro del anillo de vorticidad D y no con el diámetro D_0 . Las posiciones donde se manifiestan las inestabilidades son entre $x/D_0 = 6,7$ y $x/D_0 = 13,3$ [1]. En el presente trabajo, se debe tener en cuenta el rango de operación estable de los anillos de vorticidad con el objetivo de asegurar que los anillos colisionantes no presenten inestabilidades previas a la colisión.

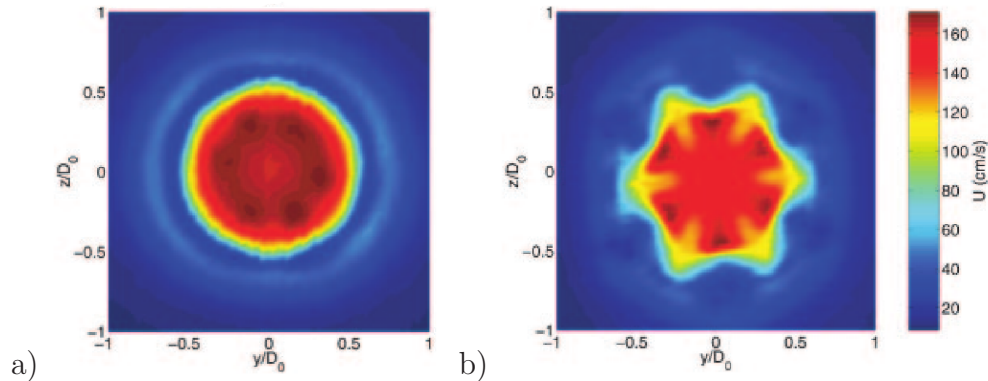


Figura 2.14: (a) Anillo de vorticidad estable. (b) Anillo de vorticidad con inestabilidad azimutal. Extraído de [1].

2.5.3. Anemometría de hilo caliente

La anemometría de hilo caliente es una técnica de medición de velocidad ampliamente utilizada en estudios fluidodinámicos. Para su funcionamiento utiliza un filamento metálico muy delgado que es expuesto al fluido. Este hilo se mantiene, mediante un sistema de control, a una temperatura superior a la del fluido de manera de que los cambios de velocidad de éste causen convección forzada en el hilo. El voltaje entregado por el sistema para mantener constante la temperatura del hilo caliente es registrado y asociado a una velocidad mediante una curva de calibración.

El anemómetro de hilo caliente mide el módulo de la proyección de la velocidad sobre un plano perpendicular al hilo en un punto determinado, ya que no es posible conocer la dirección del flujo que lo cruza. Sin embargo, existen arreglos de más de un filamento que son capaces de identificar 2 o 3 componentes del campo de velocidad, mediante una correcta interpretación de los datos. En la figura 2.15 se muestran sensores con 1, 2 o 3 hilos calientes para la medición de la velocidad [11].

La anemometría de hilo caliente presenta las siguientes características principales:

- Buena resolución temporal, permite medir cambios de velocidad del orden de los kHz.
- Se tiene una considerable resolución espacial, debido la pequeña dimensión del sensor,
- Efecto de pluma térmica debido al gradiente de temperatura existente entre el medio y la vecindad del sensor. En fluidos de muy baja energía, la temperatura puede afectar la dinámica del fenómeno.

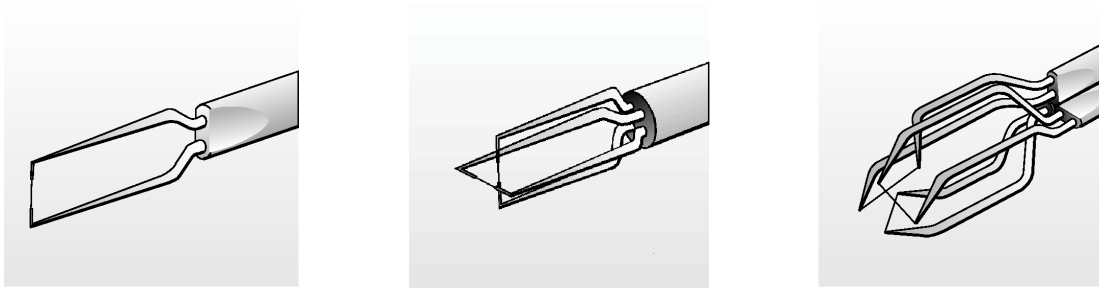


Figura 2.15: Distintos arreglos de sensores para anemómetros de hilo caliente. De izquierda a derecha los anemómetros tienen 1, 2 y 3 hilos calientes, para observar la velocidad absoluta, 2 y 3 componentes de la velocidad respectivamente.

- Poca intrusión física del instrumento sensor debido a su reducido tamaño. No obstante, los elementos de sujeción del filamento pueden ser de mayor dimensión.

En la figura 2.16, se grafican dos curvas experimentales típicas de la serie temporal medida por el anemómetro de hilo caliente, en dos puntos denominados x_1 y x_2 . Los máximos de estas series temporales corresponden al instante en que el centro del anillo de vorticidad pasa por el hilo caliente. Con estos datos es posible calcular la velocidad autoinducida mediante la ecuación 2.5.

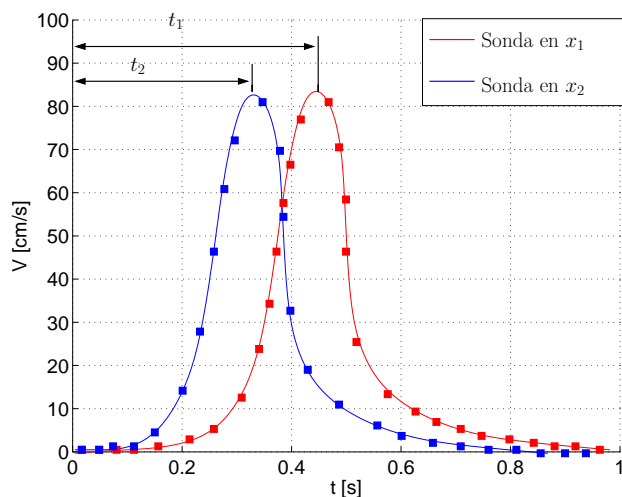


Figura 2.16: Series temporales del módulo de velocidad tomadas con un anemómetro de hilo caliente en dos posiciones distintas x_1 y x_2 (x_2 está más cerca del orificio de generación que x_1). El máximo de la serie temporal cambia de t_1 a t_2 debido a la diferencia de distancia entre los puntos.

2.5.4. Shadowgraph

El sistema de visualización Shadowgraph basa su funcionamiento en la deflexión que sufren los haces de luz al pasar por medios de distinta densidad. Para lograr observar los resultados de la deflexión es necesario lograr un montaje adecuado. En la figura 2.17, una fuente puntual de luz emite haces que son colimados en un lente puesto a la distancia focal f_1 del mismo. Los haces paralelos pasan a través de la zona de prueba donde existe variaciones de densidad, y gradiente de índice de refracción, entre el medio y el fluido de interés. Los haces de luz que pasan por zonas de mayor índice de refracción tienen mayor desviación angular en su trayectoria respecto a su dirección original [12].

La falta de claridad de la imagen es proporcional a $l_p d_s / f_1$, donde d_s es el tamaño de la fuente, l_p la distancia del plano de observación a la distorsión óptica y f_1 la distancia focal del primer lente. Lo anterior indica que la resolución mejora para fuentes de luz muy pequeñas, sin embargo para d_s demasiado pequeño la refracción provoca falta de nitidez.

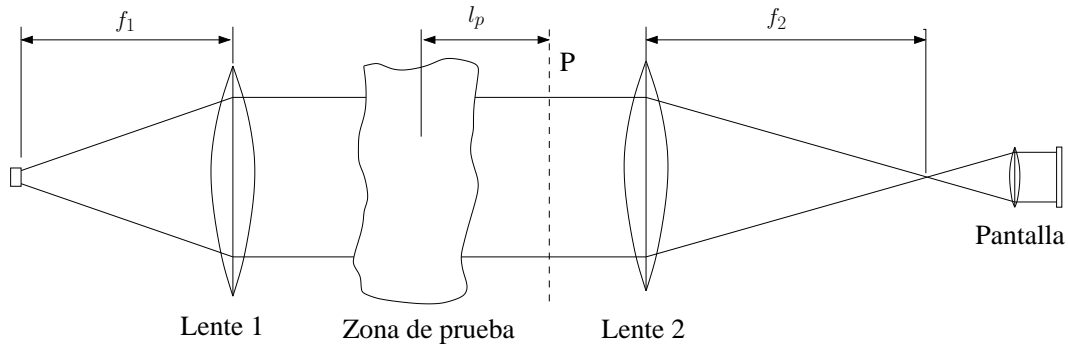


Figura 2.17: Esquema que ilustra un típico sistema de visualización usando la técnica Shadowgraph

Los rayos que pasan por la zona de interés sufren desviación de acuerdo a la configuración que tenga el campo de densidad. En la figura 2.18 se grafican las desviaciones de los haces de luz para distintas configuraciones de índice de refracción. Cuando el índice de refracción es constante en una dimensión, los haces de luz no sufren desviación, aunque la fase del frente de onda es retardada. Si la densidad tiene una variación lineal, todos los haces tendrán el mismo ángulo de desviación. De la misma manera, si la segunda derivada de la densidad es constante los haces serán desviados generando una región uniformemente iluminada. No obstante, si la tercera derivada del índice de refracción es no nula, los haces serán desviados de manera no uniforme generando contrastes en lugares con grandes gradientes de densidad [12].

En síntesis, el shadowgraph es capaz de distinguir con nitidez los cambios violentos de

densidad, y por ende, de índice de refracción. Por lo anterior, al existir volúmenes contenedores de fluidos densos, el contorno de este volumen será el observado con mayor nitidez en el shadowgraph.

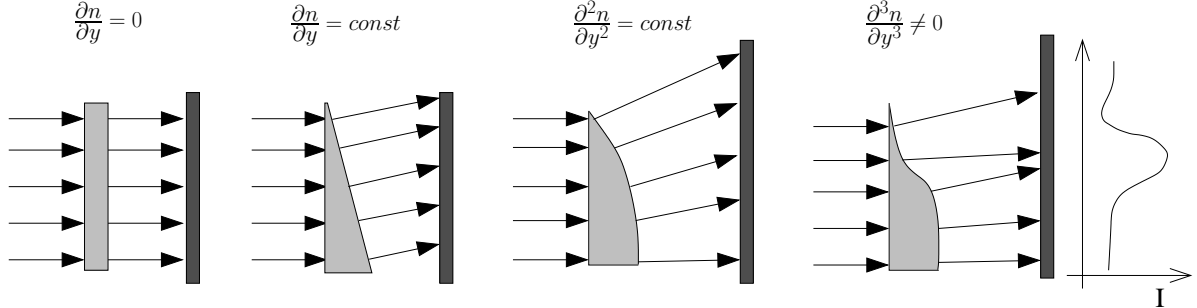


Figura 2.18: Deflexión de los haces de luz en distintos campos de densidad. Se grafica la deflexión para densidad constante, gradiente de índice de refracción constante, segunda derivada constante y tercera derivada no nula. A la derecha se grafica en forma horizontal, la intensidad de luz en la pantalla en el caso de tercera derivada no nula. Adaptado de [12]

2.6. Simulaciones numéricas asociadas al experimento

En el laboratorio LEAF-NL se han realizado simulaciones numéricas en forma paralela al estudio experimental de los anillos de vorticidad. Por una parte se ha estudiado la colisión entre anillos en configuraciones axisimétrica y de 120° entre los vectores de velocidad autoinducida. Por otra parte, se ha simulado el transporte de sustancias escalares mediante anillos de vorticidad

2.6.1. Colisión frontal de dos anillos de vorticidad

En [5] se han realizado simulaciones numéricas tipo CFD (Computational Fluid Dynamics) considerando el caso de impacto 3D frontal de dos anillos de vorticidad [5]. Estas simulaciones han considerado tres casos principales, variando en cada uno de ellos el número de Reynolds de uno de los anillos de manera de poder comparar el impacto de anillos poseedores de distintos niveles energéticos (ver tabla 2.1).

Los resultados principales de la simulación muestran diferencias notables en la trayectoria seguida por los anillos y la evolución de su energía cinética global. En la figuras 2.19 (i) a (iv)

Tabla 2.1: Casos considerados en simulación numérica [5].

Configuración	Re anillo 1	Re anillo 2
a)	790	790
b)	790	650
c)	790	533

la trayectoria de los núcleos de vorticidad es simétrica y se asemeja al impacto individual de un anillo con una pared, sin considerar el efecto de cizalle [5].

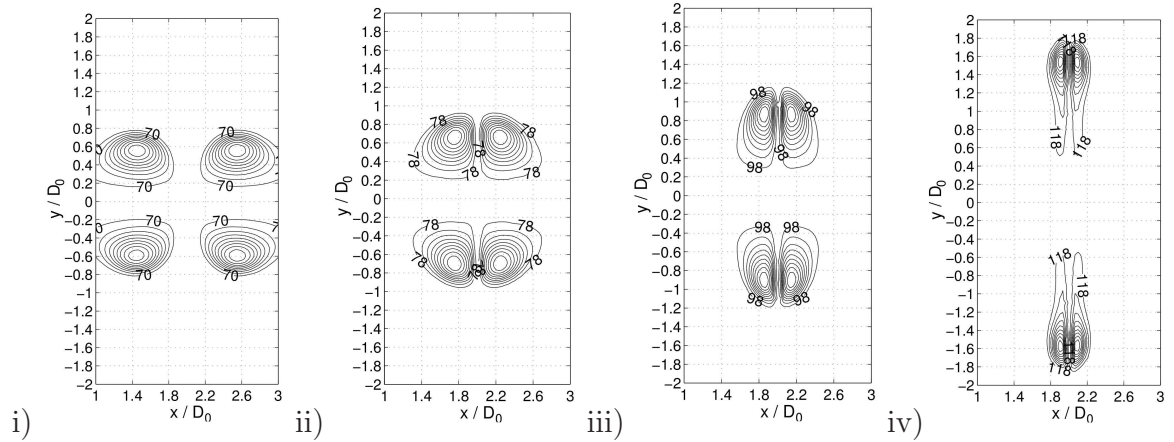


Figura 2.19: Contornos de isovorticidad en simulación numérica en configuración a) ($Re_1 = Re_2 = 790$). (i) $t^* = 1,47$, (ii) $t^* = 2,10$, (iii) $t^* = 2,52$ y (iv) $t^* = 3,57$. Extraído de [5]

En las figuras 2.20 (i) a (iv), el aumento de diferencia entre números de Reynolds de los anillos hace que aquel que posee menor energía cinética (menor número de Reynolds y menor vorticidad) se expanda más que el otro, permitiendo el paso por su interior del anillo que viene con mayor carga energética. En la tabla 2.1 la configuración b) no tiene diferencia de números de Reynolds suficiente para lograr el paso del anillo más rápido, mientras que la configuración c) si lo logra.

La energía cinética del fenómeno también presenta evoluciones diferentes al aumentar la diferencia de números de Reynolds entre anillos. Cuando los números de Reynolds y tamaños son similares, los anillos son capaces de frenarse mutuamente disminuyendo al máximo la energía cinética del fluido. Por el contrario, al incrementar la resta entre números de Reynolds, la energía cinética tiene un decaimiento menor por razones similares a las del párrafo anterior. En la figura 2.22 la curva de decaimiento energético cambia en las distintas configuraciones

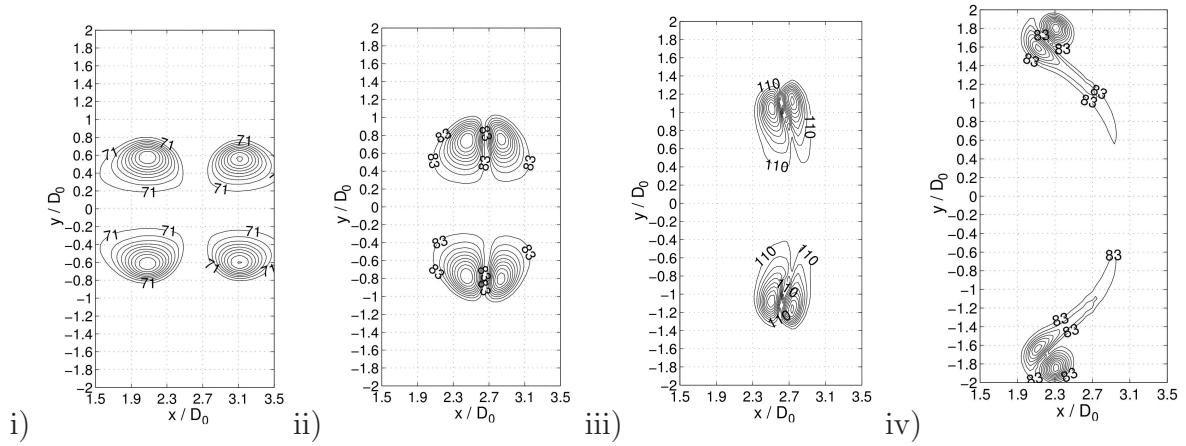


Figura 2.20: Contornos de isovorticidad en simulación numérica en configuración *b*) ($Re_1 = 790$, $Re_2 = 650$). (i) $t^* = 1,47$, (ii) $t^* = 2,31$, (iii) $t^* = 2,94$ y (iv) $t^* = 5,04$. Extraído de [5].

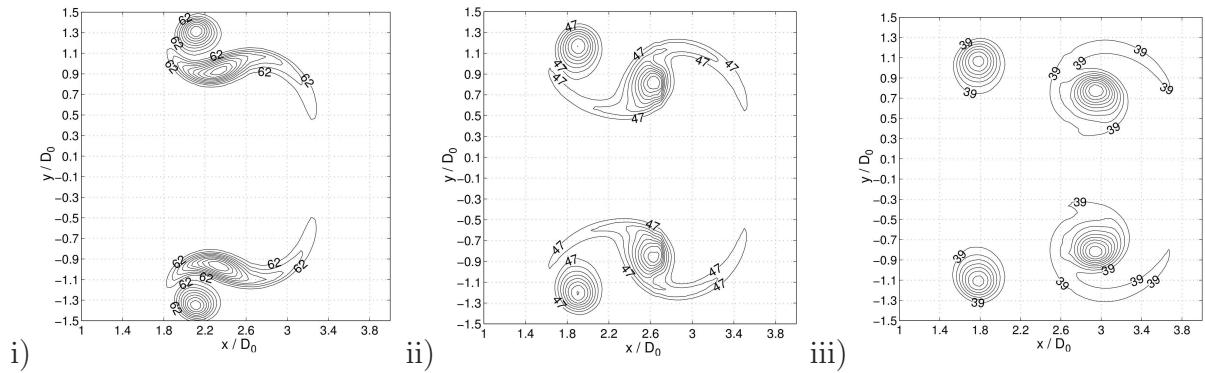


Figura 2.21: Contornos de isovorticidad en simulación numérica en configuración *c*) ($Re_1 = 790$, $Re_2 = 533$). Se muestran solo tiempos posteriores que son los de interés. (i) $t^* = 3,10$, (ii) $t^* = 4,53$, (iii) $t^* = 6,5$. Extraído de [5].

estudiadas.

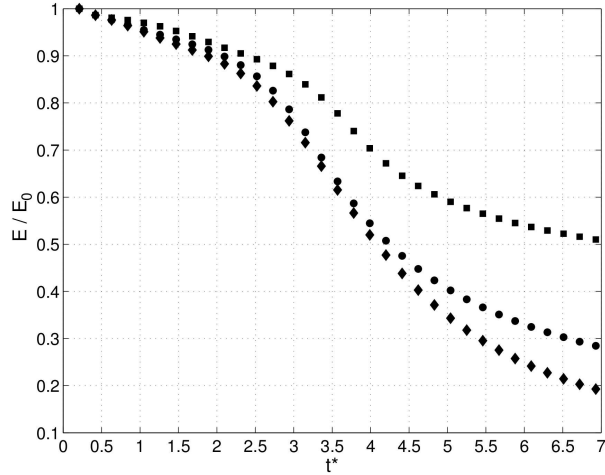


Figura 2.22: Decaimiento de la energía cinética en el impacto de anillos de vorticidad. Configuración (a): -◆-. Configuración (b): -●-. Configuración (c): -■-. Extraído de [5]

2.6.2. Colisión de 3 anillos de vorticidad

En [2], mediante una simulación numérica en el software Fluent, se estudia cualitativamente la colisión de 3 anillos de vorticidad en una configuración de 120° entre sus vectores de velocidad autoinducida. Las condiciones iniciales consideran 3 anillos de vorticidad cuyos campos de velocidad son calculados mediante un algoritmo que implementa numéricamente la ley de Biot-Savart. El campo de velocidad del anillo de vorticidad ya formado es copiado dentro del dominio de cálculo y puesto como condición inicial de la simulación.

En la figura 2.23, (a) los anillos de vorticidad se encuentran desplazándose hacia el punto de impacto. Luego, en la figura 2.23 (b) los tubos de vorticidad de las zonas laterales de los anillos de vorticidad son los primeros en hacer contacto, generando el incremento del diámetro de los anillos debido al acoplamiento de los dipolos de vorticidad.

En la figura 2.23 (c) las secciones de tubo superior e inferior interactúan de manera tardía, debido a que la velocidad autoinducida de los anillos provoca que éstas zonas del anillo de vorticidad sigan avanzando una vez que las zonas laterales ya han hecho contacto.

Luego, en la figura 2.23 (d) la interacción en la zona superior e inferior genera una zona de vorticidad que es capaz de generar reconexión de los tubos de vorticidad, de manera tal que dos nuevos anillos verticales son eyectados [2].

En la figura 2.24 el campo de velocidad absoluta tiene llamativas simetrías para distintos tiempos, en la triple colisión en el plano de simetría vertical. En $t = 80 \text{ ms}$, los campos de velocidad hacen contacto con sus zonas laterales, iniciando la interacción de los dipolos

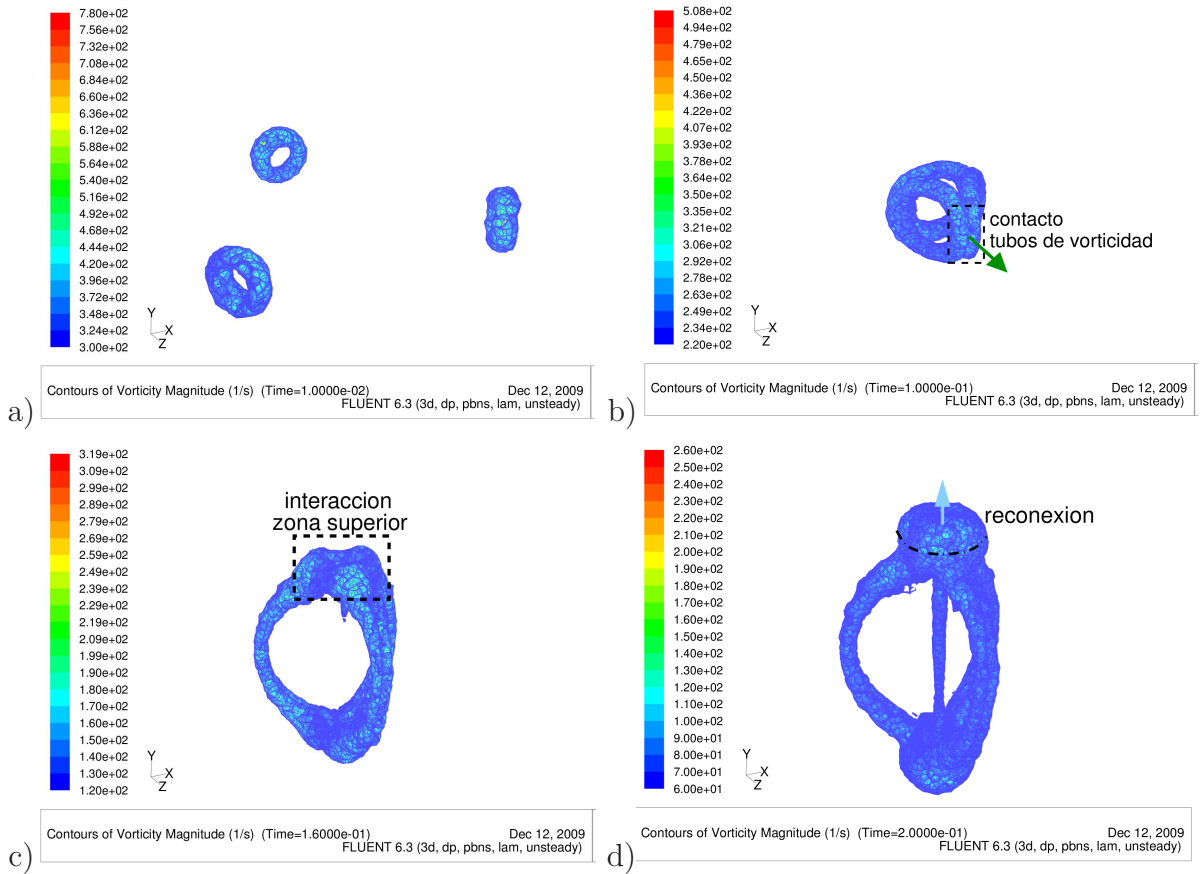


Figura 2.23: Secuencia temporal de la colisión de 3 anillos de vorticidad. Se grafican isocontornos de vorticidad absoluta. Extraído de [2].

de vorticidad. En $t = 130 \text{ ms}$ y $t = 200 \text{ ms}$ los dipolos de vorticidad eyectan fluido desde la zona de colisión provocando aumentos localizados de la velocidad abosoluta en regiones separadas a 120 grados entre ellas. En $t = 200 \text{ ms}$, la disminución de la máxima velocidad de la zona de estudio ($V_{max} = 0.16 \text{ m/s}$) provoca que la escala relativa de colores permita ver con claridad la estela dejada por los anillos de vorticidad [2].

En la figura 2.25 se grafican la componente vertical de la velocidad y el módulo de la vorticidad en el plano $x = 4.4 \text{ cm}$. Ambas figuras manifiestan la presencia de un anillo de vorticidad desplazándose en trayectoria perpendicular al plano de la figura. La componente vertical de la velocidad genera un campo axisimétrico idéntico al que posee un anillo de vorticidad en vuelo libre. Al realizar un corte como el que se muestra en el recuadro interior, se obtiene un vector de velocidades similar al de la figura 2.6, que corresponde a la forma característica de un anillo de vorticidad. Por su parte, al graficar el módulo de vorticidad se obtiene una figura semejante a la presencia de un anillo de vorticidad [2].

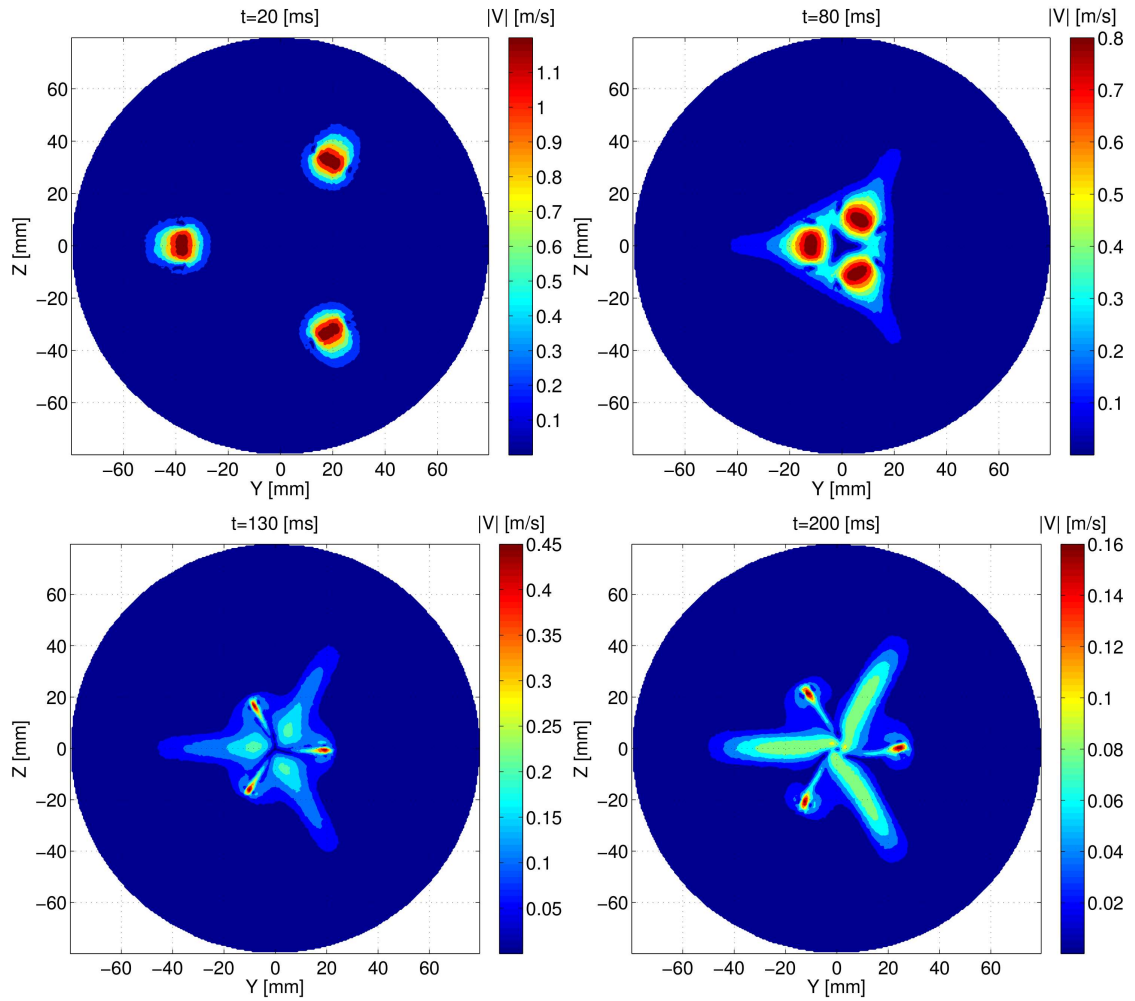


Figura 2.24: Campo de velocidad absoluta $|V|$ en el plano y, z (x, y de este trabajo). Extraído de [2].

El proceso de reconexión antes mencionado no se ha reportado con anterioridad para este tipo de configuración, siendo observado únicamente en la colisión frontal de dos anillos de vorticidad.

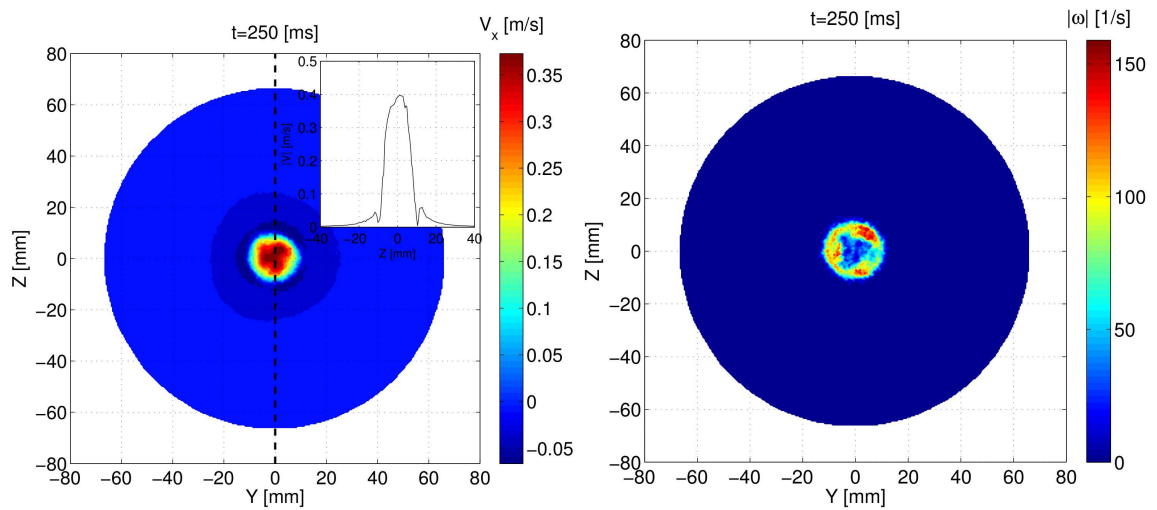


Figura 2.25: Corte del dominio de cálculo para la altura $x = 4.4 \text{ cm}$ ($z = 4.4 \text{ cm}$ en este trabajo). A la izquierda se encuentra la componente vertical de la velocidad, mientras que a la derecha se encuentra la magnitud de la vorticidad. El campo de velocidad muestra también un gráfico de la velocidad vertical a lo largo de la coordenada z (y en este trabajo). Extraído de [2].

Capítulo 3

Anemometría de hilo caliente y visualización en aire

3.1. Montaje experimental

3.1.1. Anemometría de hilo caliente

El montaje experimental permite realizar la colisión de 3 anillos de vorticidad en una configuración de 120° entre sus vectores de velocidad autoinducida. La figura 3.1 muestra la disposición de los equipos en el montaje.

El montaje completo es puesto sobre una mesa óptica que garantiza la perfecta horizontalidad y alineamiento de los objetos. El generador de funciones HP33120A genera una señal arbitraria con la forma de la figura 2.13, la cual tiene una amplitud de $0.25 V$ y un tiempo de subida τ variable con la que se controla la velocidad de advección de los anillos. El amplificador HSA4011 amplifica la señal de manera que la amplitud de esta sea aproximadamente $12 V$. El generador de impulso de aire consta de un parlante de $150 W$ de capacidad, el cual es capaz de mover un pistón plástico en una cavidad cilíndrica siguiendo el movimiento de la señal amplificada. El impulso de aire es conducido a través de tres mangueras idénticas, las cuales finalizan en un tres tubos rectos con tapas intercambiables, las que tienen unos orificios de acuerdo al tamaño del anillo que se quiera formar. En este trabajo el diámetro de orificio usado fue de $15 mm$, debido a la gran estabilidad que presenta [2].

Una vez que los anillos han sido creados, estos presentan pequeñas diferencias (menores a 5%) en su velocidad de advección, por lo que las distancias de cada uno de los orificios al punto de colisión debe ser corregida para lograr un encuentro simétrico en el centro.

El fenómeno es medido mediante anemometría de hilo caliente, cuya sonda anemométrica es desplazada mediante motores paso a paso programados para realizar un barrido ortogonal en el plano x, y . En cada punto del barrido se mide una serie temporal del módulo de la velocidad, tomando como hipótesis que el experimento es igual cada vez que se realiza.

La señal de voltaje obtenida es filtrada a pasa bajos en el equipo SR560 y luego convertida a unidades de velocidad mediante una curva de calibración elaborada previamente.

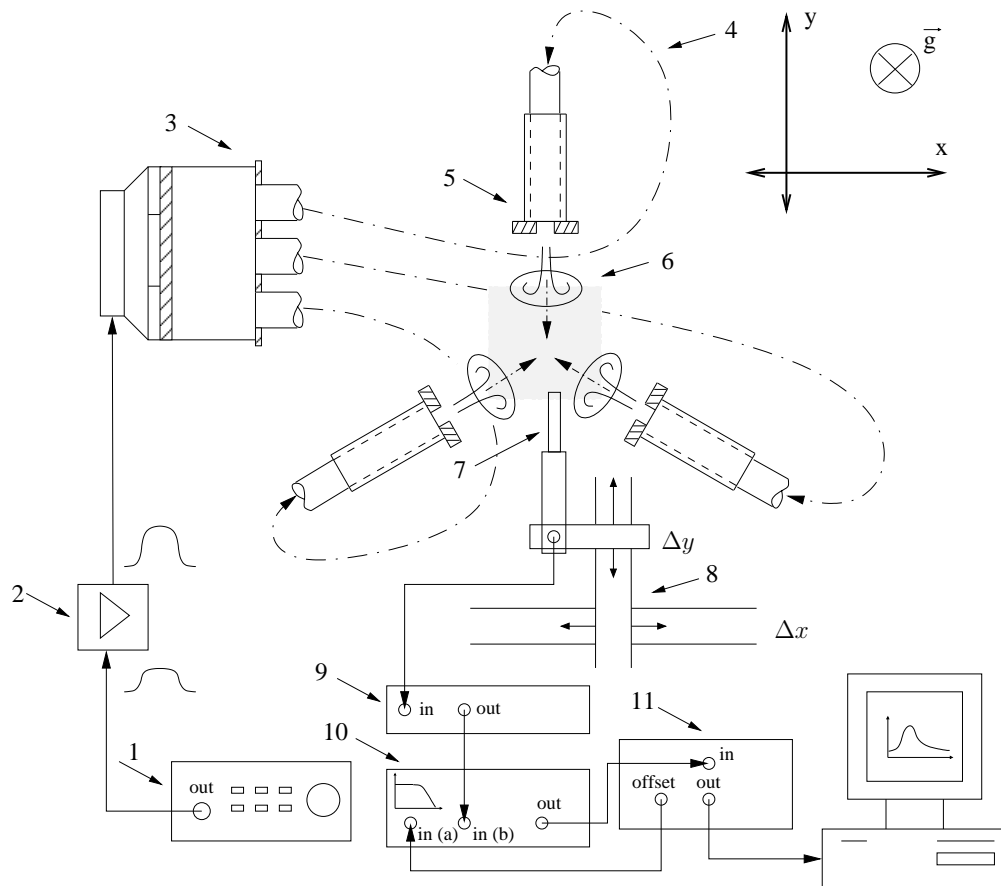


Figura 3.1: Esquema de montaje experimental. El generador de funciones (1) envía una señal arbitraria que es diseñada para movilizar el pistón del generador de anillos (3). La señal llega después de ser amplificada en (2). El generador de anillos está conectado a 3 mangueras idénticas de alta rigidez (4) que dirigen la onda de presión de aire hasta un tubo final (5) con orificio de diámetro D_0 donde los anillos (6) son generados simultáneamente y con gran repetibilidad. El fenómeno es medido con un anemómetro de hilo caliente (7) y (9) en un barrido ortogonal dirigido por un sistema de desplazamiento programado (8). El filtro (10) limpia la señal y la envía a la tarjeta de adquisición DT9804 (11) instalada en el ordenador.

La utilización de mangueras hidráulicas obedece a la necesidad de lograr la mayor similitud

itud posible en los 3 anillos de vorticidad estudiados, debido a que en un intento anterior, la utilización de 3 generadores con parlantes independientes causó diferencias grandes entre anillos, debido a cambios en la impedancia de los parlantes y las terminaciones mecánicas de cada generador de orificio. Cada manguera posee el mismo largo para garantizar que la onda de presión llegue al mismo tiempo al orificio de generación. Los resultados observados con imágenes CCD y anemometría de hilo caliente, corroboran la simultaneidad de los momentos de pinch-off, o cuando la estela se separa del anillo. El detalle del sistema de generación de anillos de vorticidad se encuentra en la sección 2.5.1.

En la figura 3.2, hay una fotografía del montaje experimental. En ella se aprecia la mesa óptica donde se empotra el montaje. A ella se apernan los rieles para montajes ópticos que sostienen a los 3 generadores de tipo orificio. En la imagen se indica el parlante que genera el impulso de aire conducido por las mangueras azules hasta los generadores. También se observa con claridad el sistema de movimiento bidireccional con motores paso a paso, el cual tiene sujeta la sonda de hilo caliente

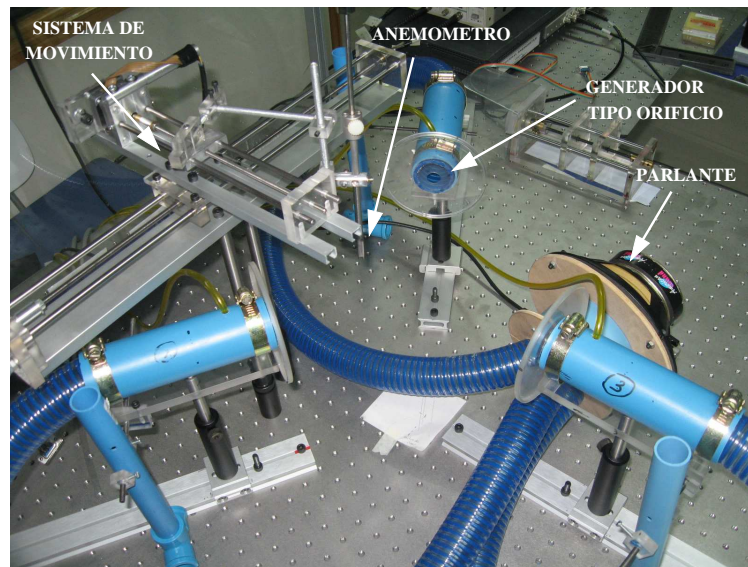


Figura 3.2: Fotografía de montaje experimental para medición con anemometría de hilo caliente. Se aprecia con claridad el sistema de movimiento, el anemómetro, los 3 generadores de anillos tipo orificio y el parlante de propulsión

3.1.2. Visualización de imágenes CCD

En el mismo montaje anterior, se realizan visualizaciones con una cámara CCD, mediante la inyección de un trazador en la generación de los anillos. El trazador utilizado es humo, el cual es identificado mediante la iluminación de un plano láser que entrega la información de un corte del fenómeno.

En la figura 3.3 se muestra desde la vista superior el plano láser que ilumina el fenómeno. La fuente de luz es el espejo (E), que refleja la luz proveniente de una fuente láser externa. El punto de colisión (C) es el centro del dominio captado por la cámara CCD. El anillo de vorticidad denominado R1 es aquel que tiene una trayectoria paralela y en sentido contrario al rayo de luz central del plano láser.

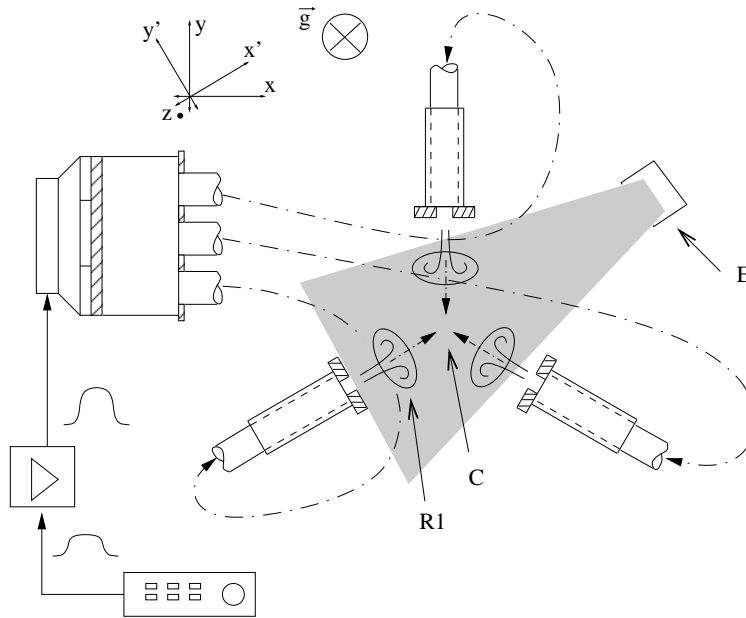


Figura 3.3: Esquema de visualización de imágenes CCD. El espejo (E) refleja la luz de una fuente de luz láser. El anillo de vorticidad (R1) es el que viaja hacia el punto de colisión (C), donde también convergen los otros dos anillos.

La visualización de imágenes CCD se realizó en varios planos de corte a distintas alturas en el eje z . En la figura 3.4 la cámara CCD (1) capta la imagen generada en torno al punto de colisión (C). El plano láser es generado a partir de una fuente de luz (2) que es reflejada en un espejo (E) dispuesto en 45° . Este espejo se puede desplazar en forma vertical y programada mediante un sistema de movimiento (3), el cual es impulsado por motores paso a paso. El desplazamiento del espejo permite obtener series de imágenes para cualquier nivel, obteniendo una visión completa del fenómeno.

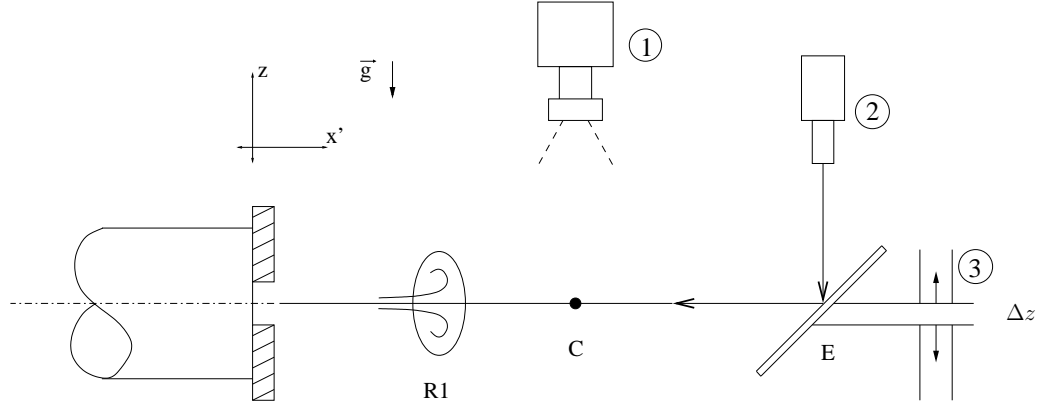


Figura 3.4: Vista de montaje para imágenes CCD en el plano x', z . La fuente láser (2) es reflejada en un espejo (E) el cuál es desplazado por un sistema de movimiento vertical (3). La imagen de la colisión en torno al punto C es captada por la cámara CCD (1).

3.2. Resultados y análisis

3.2.1. Relación frecuencia de impulso - velocidad autoinducida

Para controlar la energía del sistema, se establece una relación empírica entre la frecuencia de impulso f_i establecida en el generador de funciones y la velocidad autoinducida media U_0 de los anillos de vorticidad. Para esto se varió la frecuencia del generador de funciones f_i , lo que directamente disminuye el tiempo de subida τ de la señal entregada al parlante (ver figura 2.13), y como se explicó con anterioridad, el tiempo de subida controla la velocidad del pistón y por ende la velocidad de los anillos de vorticidad.

Para obtener la relación experimental se varía la frecuencia de impulso y se mide la velocidad en 2 puntos distintos, el máximo de la serie de velocidad v/s tiempo marca el instante donde el anillo pasa por ese punto. La distancia es fijada en 17.5 mm .

Con las dos series de datos, una para cada punto, es posible obtener un gráfico de velocidad de advección en función de la frecuencia de impulso. La figura 3.5 muestra una relación lineal que permite predecir la velocidad de advección de los anillos dada una frecuencia de impulso.

Utilizando la curva de la figura 3.5 y la ecuación 2.8 se puede obtener el número de Reynolds para cada frecuencia de impulso, número adimensional que es directamente proporcional a la velocidad autoinducida.

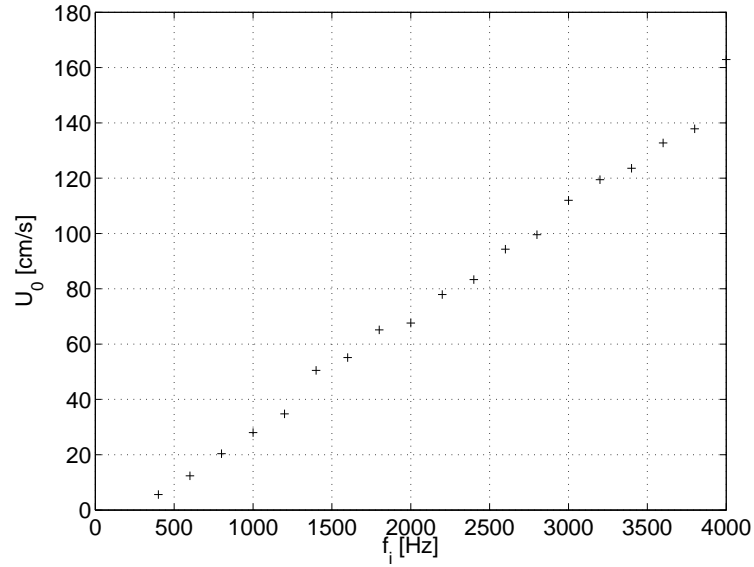


Figura 3.5: Velocidad de advección de anillos de vorticidad al variar la frecuencia de impulso f_i de la señal de entrada al parlante. Este dispositivo desplaza el pistón que crea la onda de presión de aire.

3.2.2. Anemometría de un anillo de vorticidad

El sistema de referencia del experimento se define en la figura 3.6. Para la caracterización y validación de los anillos se utiliza anemometría de hilo caliente en una sección cuadrada del plano x, z . Así se obtienen series temporales de velocidad en el anillo de vorticidad (Ring 3) que posee trayectoria paralela al eje y (ver figura 3.6).

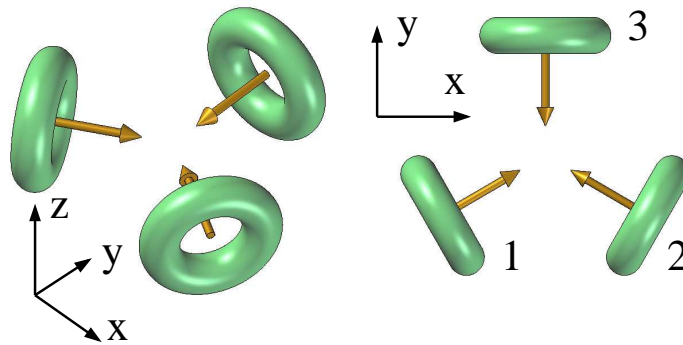


Figura 3.6: Sistema de referencia. Se asigna numeración a los anillos de vorticidad.

A modo de ejemplo se presentan en la figura 3.7 dos series temporales de módulo de velocidad, medidas con anemometría de hilo caliente. En la figura 3.7 (a) el anemómetro es colocado en el centro de la trayectoria del anillo, por lo que la velocidad medida es máxima.

El peak de la serie de velocidad marca el instante exacto en que el anillo de vorticidad está pasando por el hilo caliente. Por otra parte, la figura 3.7 (b) muestra una serie temporal en un punto que se encuentra fuera de la trayectoria del anillo, en $x/D_0 = 1.5$. La cercanía de este último punto a la trayectoria del anillo de vorticidad provoca que su módulo de velocidad aumente levemente, influenciado por el campo de velocidades asociado al anillo.

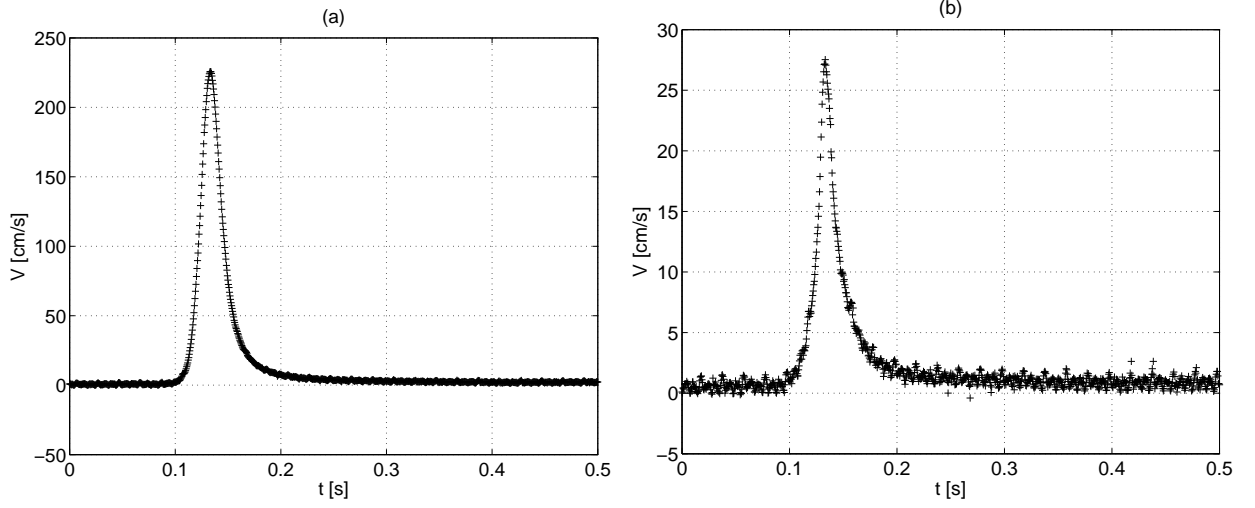


Figura 3.7: Series temporales de módulo de velocidad medidas con anemometría de hilo caliente. En (a) el anemómetro está en el centro de la trayectoria anillo y en (b) está fuera del área por donde pasa el anillo de vorticidad, $x/D_0 = 1.5$.

Con el sistema de desplazamiento del anemómetro, se recorre un mallado cuadrado en el plano x, z donde se mide el módulo de velocidad en la trayectoria del anillo de vorticidad 3 con un número de Reynolds de 700 definido en la ecuación 2.8. En este caso $U_a = 70 \text{ cm/s}$, $D_0 = 15 \text{ mm}$ y $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ es la viscosidad cinemática del aire.

El plano de medición se elige a $y = 7 \text{ cm}$ del orificio de generación del anillo, por lo que el anillo ya ha completado el pinch-off y se encuentra en plena trayectoria. En la figura 3.8, el módulo de velocidad en el plano x, z tiene una simetría polar, por lo que al realizar cortes en rectas como a y b se pueden obtener curvas como la de la figura 3.9.

Para describir mejor el resultado de la figura 3.9, se define la variable ρ :

$$\rho = \sqrt{x^2 + z^2} \quad (3.1)$$

Donde ρ es la distancia radial desde el eje axisimétrico del anillo de vorticidad.

La curva de la figura 3.9 (i) corresponde al promedio de los vectores diametrales del tipo a y b de la figura 3.8. Se promedian 36 vectores obtenidos al rotar el corte 10° cada vez.

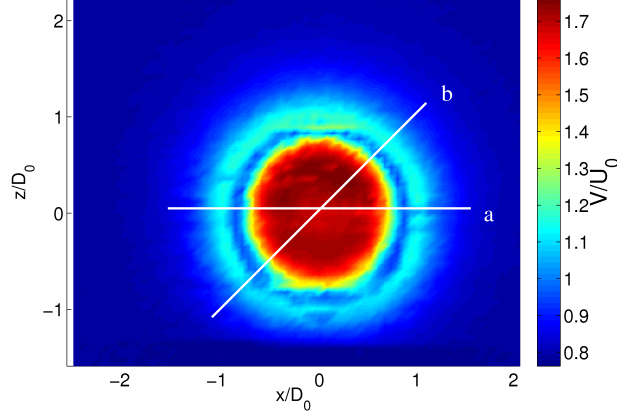


Figura 3.8: Módulo de velocidad en $t = 0.1318$ s en plano x, z para anillo 3. Plano de medición ubicado en $y/D_0 = 4.667$. El número de Reynolds del anillo es $Re = 700$ y $D_0 = 1.5$ cm.

La forma de la curva 3.9 (i) es característica de un corte de anillo de vorticidad, y coincide con los tipos de resultados obtenidos en investigaciones anteriores [1, 3]. La forma de la curva, los mínimos y máximos locales, y la magnitud de la velocidad medida con el anemómetro, confirman experimentalmente que los anillos de vorticidad de este trabajo poseen las mismas características fluidodinámicas que los generados en las investigaciones precedentes.

En la figura 3.9 (i), el máximo módulo de velocidad equivale a 1.73 veces la velocidad de advección U_0 . Este módulo de velocidad incluye el campo originado por el vórtice y la velocidad autoinducida del anillo. Por lo anterior, en $\rho/D_0 = 0$ se observa un mínimo local producto del alejamiento del núcleo del vórtice. Los mínimos locales ubicados en $\rho/D_0 = -0.9$ y $\rho/D_0 = 0.9$ respectivamente, representan el núcleo del anillo de vorticidad. Por su parte los máximos locales ubicados en $\rho/D_0 = -1$ y $\rho/D_0 = 1$ representan un aumento del módulo de velocidad, debido a que en esta zona el campo de velocidad relativo al anillo, tiene sentido opuesto a su desplazamiento.

En la figura 3.9 (ii) se grafica la desviación estándar de los 36 vectores extraídos. La magnitud de la desviación estándar no sobrepasa el 10% de la velocidad, lo que confirma la simetría axial. La mayor dispersión de datos se encuentra en torno al núcleo de vorticidad, mientras que en el centro el error tiende a cero debido a que este punto coincide para todos los cortes diametrales de este tipo.

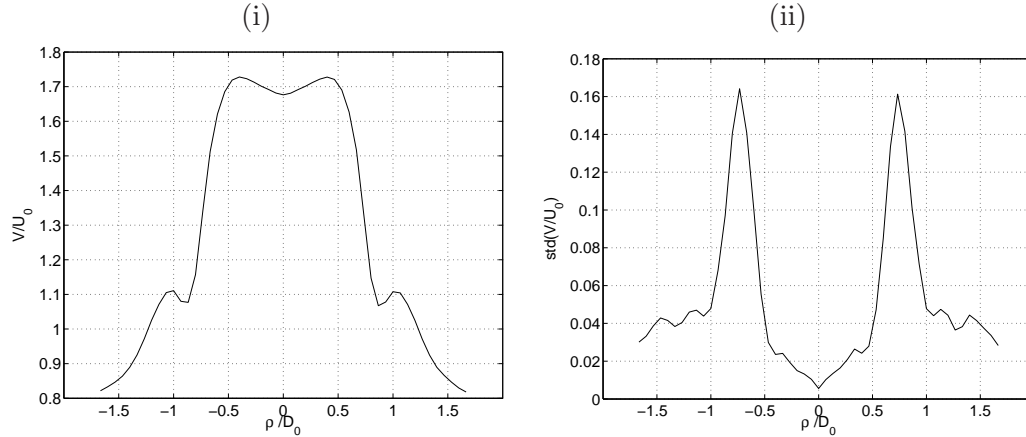


Figura 3.9: Corte del tipo *a* y *b* de la figura 3.8. En (i) la curva representa el promedio de todos los vectores obtenidos cada 10° de rotación del corte. En (ii) se grafica la desviación estándar de los vectores promediados anteriormente.

3.2.3. Anemometría de colisión triple

Se realizan mediciones con anemometría de hilo caliente en la zona de colisión en una malla equiespaciada en el plano x, y de $[70 \times 80]$ puntos. La distancia entre puntos en la malla es $\Delta x = 1 \text{ mm}$ y $\Delta y = 0.875 \text{ mm}$. Los mejores resultados se obtienen al fijar una frecuencia de muestreo $f_s = 2 \text{ kHz}$ filtrando mediante un filtro pasa bajos a $f_c = 1 \text{ kHz}$ la señal del anemómetro. Se registran series de datos de 2 s de duración, incluyendo la totalidad del desplazamiento, colisión, eyección y disipación del fenómeno. Cada serie temporal mide el módulo de velocidad en un punto fijo, por lo que para construir una matriz de velocidades para un tiempo fijo, es necesario realizar tantos experimentos como puntos tiene la malla (5600 puntos).

A modo de ejemplo se presentan en la figura 3.10 y 3.11 cuatro series temporales de módulo de velocidad, medidas con anemometría de hilo caliente. Se observa que en los puntos ubicados en la trayectoria de los anillos (fig. 3.10), la velocidad medida es muy superior a los otros 2 puntos (fig. 3.11). El aumento de magnitud en la serie de velocidad indica el paso de uno de los anillos de vorticidad por ese punto. Como se ha indicado en el capítulo de antecedentes, el máximo de la serie temporal es indicador de la posición del anillo.

La serie temporal de la figura 3.11 (a) corresponde a un punto perteneciente al entorno de la zona de colisión. El primer máximo corresponde al paso del anillo de vorticidad 3, en el final de su trayectoria, mientras que el segundo máximo, ubicado en los 0.45 s , corresponde a la eyección de energía cinética producto de la colisión triple.

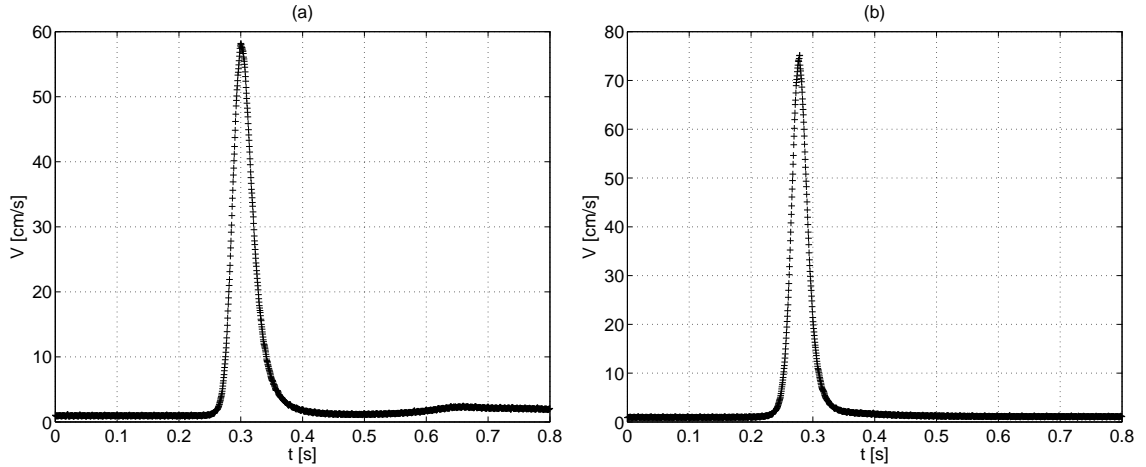


Figura 3.10: Series temporales de módulo de velocidad medidas con anemometría de hilo caliente. En (a) el anemómetro está en la trayectoria del anillo número 1 a una distancia radial $r_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = 2.2 \text{ cm}$ desde el punto de colisión $(x, y) = (0, 0)$. En (b) en la trayectoria del anillo número 2 a una distancia radial $r_2 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = 3.4 \text{ cm}$ desde el punto de colisión. $Re = 500$, $U_0 = 50 \text{ cm/s}$.

La forma de las series temporales de velocidad es muy variable en distintos puntos de medición, por lo que las figuras 3.10 y 3.11 son sólo ejemplos particulares de los datos registrados. En el anexo B se muestran más ejemplos.

También es importante notar que en el punto de colisión, correspondiente a la figura 3.11 (b), la pendiente de decaimiento de la velocidad es menor debido a la agitación que queda en ese lugar posterior a la colisión de los anillos. En este punto la velocidad medida es baja debido a que los anillos de vorticidad interaccionan con sus tubos laterales antes de llegar al centro de colisión.

Ángulo del sensor de hilo caliente

Cada barrido en la malla equiespaciada es hecho con el anemómetro de hilo caliente en un ángulo determinado. Sin embargo, se debe considerar que el campo de velocidad en el plano x, y tiene las dos componentes V_x y V_y con gran magnitud y variabilidad según la posición. La rotación constante del fluido en los núcleos de los anillos de vorticidad hace que el campo de velocidad en el área de estudio tenga vectores en todas las direcciones del plano x, y .

El ángulo formado por el vector velocidad del fluido y el sensor de hilo caliente tiene gran influencia en la medición de la velocidad. La medición de velocidad óptima se realiza con el hilo caliente perpendicular a la velocidad, mientras que para ángulos menores a 90° la magnitud medida disminuye hasta llegar aproximadamente a un tercio del valor máximo

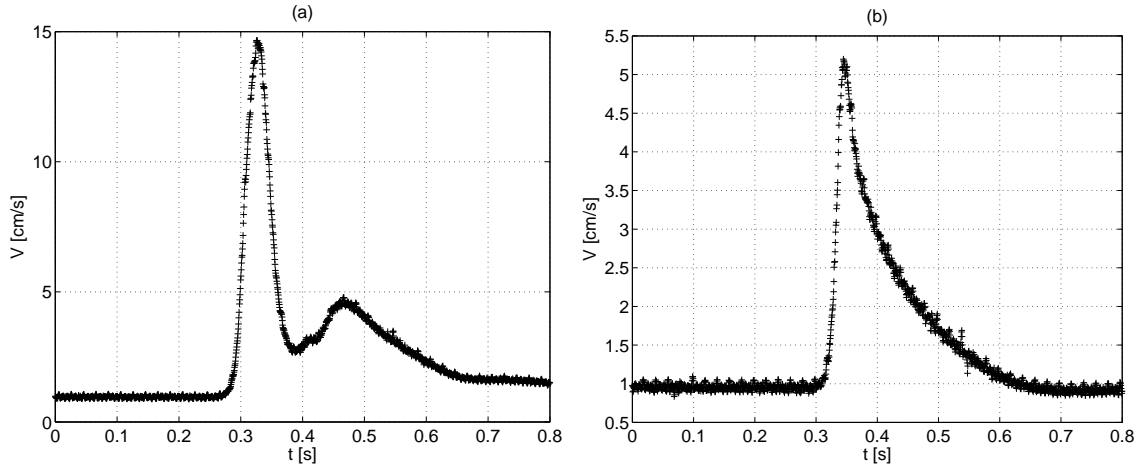


Figura 3.11: Series temporales de módulo de velocidad medidas con anemometría de hilo caliente. En (a) el anemómetro está en el fin de la trayectoria del anillo 3 a una distancia $y = 1.3 \text{ cm}$ desde el punto de colisión $(x, y) = (0, 0)$. En (b) está en $(x, y) = (0, 0)$. $Re = 500$, $U_0 = 50 \text{ cm/s}$.

con el flujo paralelo al anemómetro.

En la figura 3.12, una medición anemométrica en la zona de estudio es realizada con el hilo caliente dispuesto en forma paralela a la trayectoria del anillo de vorticidad 1. En la imagen, se indica con flechas el sentido de giro aproximado del flujo debido a la vorticidad de los anillos. Cuando el vector velocidad tiende a ser perpendicular a la dirección del hilo caliente, la magnitud medida es mayor que en los puntos donde el flujo es más bien paralelo. Por lo anterior, el anillo de vorticidad 1 tiene un módulo de velocidad muy inferior a los otros dos anillos. Por su parte, el anillo de vorticidad 2 y el anillo de vorticidad 3 se observan distorsionados debido a que los puntos del anillo con flujo perpendicular a la sonda son registrados con módulo de velocidad mayor que los demás puntos.

En el anexo C se muestran otros barridos espaciales con distintas posiciones del anemómetro.

Considerando la distorsión de la matriz de velocidad de la figura 3.12, se decide tomar 3 medidas de velocidad con el anemómetro dispuesto en 3 posiciones distintas:

- Hilo caliente paralelo a velocidad autoinducida de anillo de vorticidad 1.
- Hilo caliente paralelo a velocidad autoinducida de anillo de vorticidad 2.
- Hilo caliente paralelo a velocidad autoinducida de anillo de vorticidad 3.

Teniendo 3 medidas distintas es posible promediar los datos de manera de obtener un campo de velocidad que tenga sentido físico.

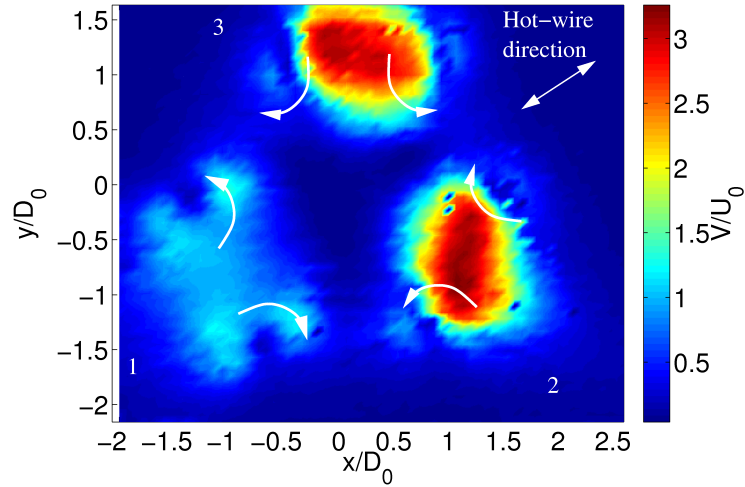


Figura 3.12: Barrido de anemómetro de hilo caliente en malla equiespaciada en torno al punto de colisión. En la parte superior derecha se dibuja la dirección en que se dispone el hilo caliente (Paralela a trayectoria de Anillo 1). El sentido de giro del flujo se dibuja con flechas blancas en cada anillo de vorticidad. Se observa la distorsión de la matriz de velocidad debido al error generado por la posición del hilo caliente. $Re = 500$, $t = 0.3027$ s, $D_0 = 1.5$ cm, $U_0 = 50$ cm/s.

Campo de velocidad

Las series temporales de velocidad permiten configurar campos de velocidad en tiempos fijos, los cuales indican la posición de los anillos de vorticidad y el desplazamiento espacial de las zonas de alta velocidad durante la colisión.

En la figura 3.13 los módulos de velocidad en cada punto configuran una imagen conjunta muy coherente, donde se observa para un instante de tiempo la posición exacta de los 3 anillos de vorticidad. Esto confirma la gran repetibilidad del experimento y la estabilidad de la trayectoria de los anillos previa a la colisión.

De la matriz de velocidades de la figura 3.13 se extraen vectores de módulo de velocidad en los cortes a , b y c . Estos vectores se obtienen mediante rotación matricial y aproximación bilineal en el programa Matlab. Al rotar la matriz de velocidades M de la figura 3.13 se obtiene una nueva matriz rotada donde las nuevas posiciones de cada elemento M_{ij} están dadas por la ecuación 3.2 [16].

$$\begin{pmatrix} M'_i \\ M'_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & \text{sen}(\phi) \\ -\text{sen}(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_i \\ M_j \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

El programa Matlab entrega una nueva matriz M' de dimensiones mayores capaz de con-

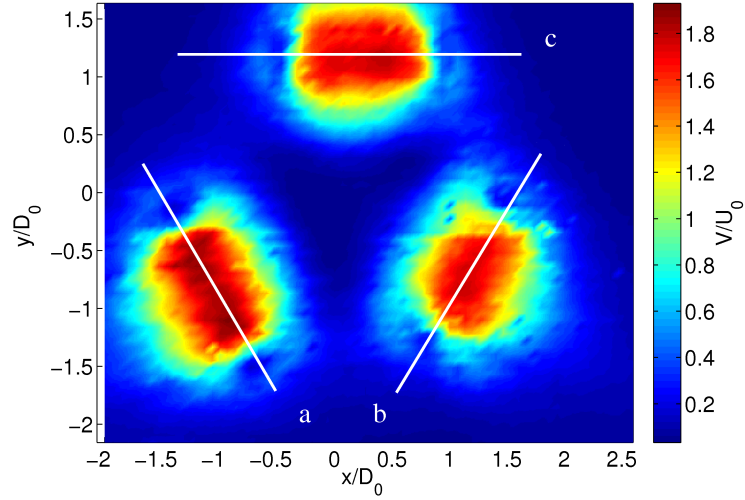


Figura 3.13: Módulo de velocidad en el plano x, y para $t = 0.3027$ s. Se observa la posición, tamaño y velocidad de cada anillo de vorticidad en ese instante de tiempo. Los cortes a , b y c pasan por el centro del anillo y son perpendiculares a su trayectoria. $Re = 500$, $D_0 = 1.5$ cm, $U_0 = 50$ cm/s, $z = 0$.

tener la rotación de la matriz M . Los elementos M'_{ij} , son ajustados mediante el promedio ponderado de los dos elementos trasladados más cercanos a la posición deseada. En la tabla 3.1 se especifican los ángulos de rotación de la matriz M para obtener los vectores a , b y c de la figura 3.14.

Tabla 3.1: Ángulos de rotación matricial para cortes de figura 3.13

Corte	ángulo de rotación
Corte a	$\phi = -66^\circ$
Corte b	$\phi = 65^\circ$
Corte c	$\phi = 0^\circ$

En la figura 3.14 las curvas corresponden a los cortes a , b y c de la figura 3.13. Éstas poseen la forma característica de los anillos de vorticidad, de manera similar al perfil promediado de la figura 3.9. El tamaño de cada anillo es muy similar a los otros 2, lo que está indicado por los mínimos locales presentes en $\rho/D_0 = -0.9$ y $\rho/D_0 = 0.9$, donde ρ es la distancia en cm a través de los cortes a , b y c en las matrices ya rotadas. Estos mínimos locales determinana el diámetro de los anillos de vorticidad D , cercano a los 2.7 cm, medida estable durante la trayectoria de cada uno de los anillos en vuelo libre.

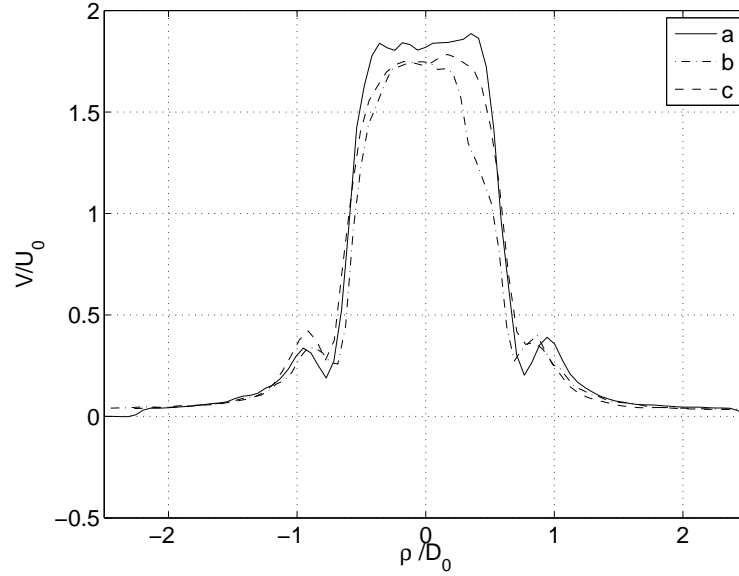


Figura 3.14: Módulo de velocidad medido con anemometría de hilo caliente en los cortes a , b y c de la figura 3.13. $t = 0.3027$ s, $Re = 500$, $D_0 = 1.5$ cm, $U_0 = 50$ cm/s, $z = 0$.

Las irregularidades presentes en la zona superior de las curvas de la figura 3.14, se deben principalmente a dos motivos: El primero es la cercanía de los cortes al punto de colisión y la cercanía de cada anillo a los demás anillos de vorticidad. La zona de estudio es pequeña (7 cm²) y cercana al punto de colisión, por lo que la dinámica de los anillos de vorticidad ya se encuentra afectada por el campo de velocidad de los anillos cercanos provocando pequeñas fluctuaciones. La segunda causa, es la limitación que presenta la medición de un campo de velocidad de 2 dimensiones con un anemómetro de hilo caliente de 1 hilo. Esto provoca que el promedio de las mediciones anemométricas favorezca sutilmente la componente de la velocidad en una dirección en perjuicio de la otra. Esto explica que el máximo de la curva a sea mayor que los máximos de las curvas b y c .

Con las series temporales de anemometría de hilo caliente es posible observar el comportamiento cinético del fenómeno en distintos instantes de tiempo. Tomando el valor del módulo de velocidad para un determinado tiempo t , en todos los puntos de la malla, se obtienen imágenes representativas de la posición y forma de los anillos de vorticidad.

En la figura 3.13, el campo de velocidad señala con claridad la presencia de los anillos de vorticidad indicando zonas de alta velocidad en el centro de los anillos y pequeñas zonas de baja velocidad (en azul) a los costados de los anillos. Este campo de velocidad es perfectamente comparable a la simulación numérica [2] de la figura 2.24.

Las mediciones de anemometría de hilo caliente tienen gran resolución temporal, por lo que es posible obtener muchas imágenes de campo de velocidad como la de la figura 3.13. En este trabajo se muestran las figuras más representativas de la cinemática del fenómeno.

En las figuras 3.15 y 3.16 se tienen dos instantes diferentes del campo de velocidad. En la figura 3.15, durante la colisión, los tubos de vorticidad laterales de anillos diferentes se acoplan debido al signo opuesto de los vectores de vorticidad. Por lo anterior, surgen 3 nuevas zonas de alto módulo de velocidad que eyectan fluido en 120° desde el centro de colisión, como se puede ver en la figura 3.16. La velocidad del fluido en el centro de los anillos disminuye hasta posteriormente caer a cero.

Las figuras 3.15 y 3.16 también tienen concordancia con la cinemática de la simulación numérica de la figura 2.24.

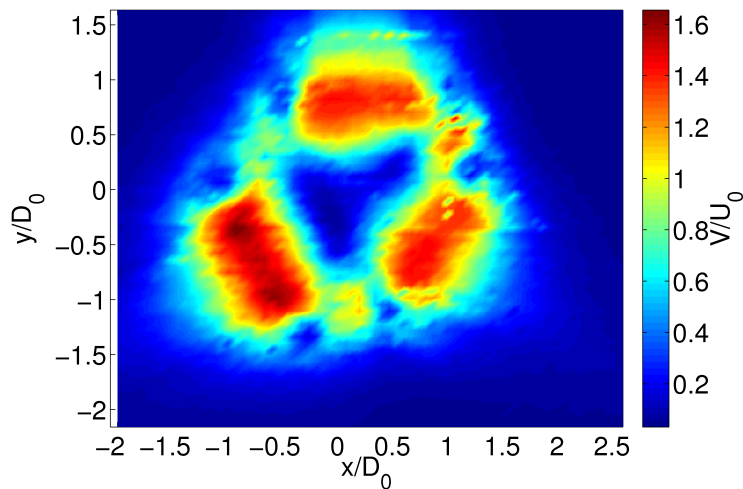


Figura 3.15: Módulo de velocidad en el plano x, y para $t = 0.3198 s$, $Re = 500$, $D_0 = 1.5 cm$, $U_0 = 50 cm/s$. Se mide en plano $z = 0$.

En el anexo C se muestran más barridos anemométricos, para distintos tiempos y velocidades autoinducidas.

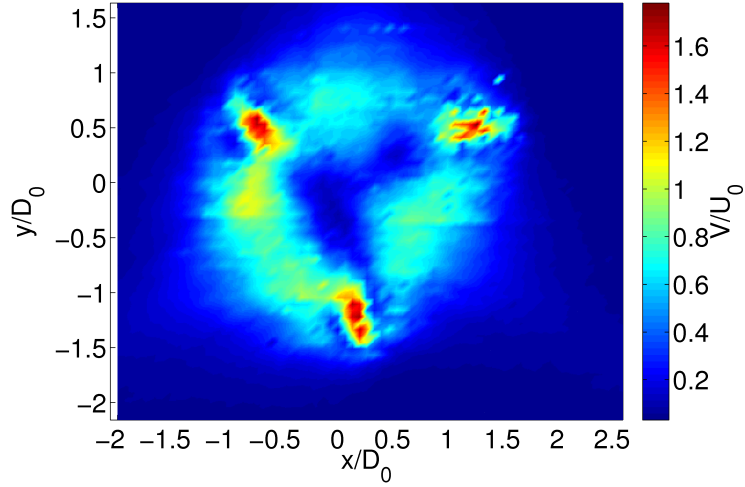


Figura 3.16: Módulo de velocidad en el plano x, y para $t = 0.3369$ s, $Re = 500$, $D_0 = 1.5$ cm, $U_0 = 50$ cm/s. Se mide en plano $z = 0$.

3.2.4. Decaimiento de la energía cinética

Uno de los resultados importantes de la medición con anemometría de hilo caliente tiene que ver con el disipación energética presente en la colisión de anillos de vorticidad. Para poder observar este fenómeno se calcula la siguiente magnitud aproximada de la energía cinética en el plano:

$$E_{cin} = \int \int |V(x, y, t)|^2 dx dy. \quad (3.3)$$

Esta magnitud permite ver el decaimiento de la energía cinética calculada al integrar toda la malla cuadrada de estudio. En este caso, la integral se aproxima con la suma discreta de los puntos de la malla según la ecuación 3.4.

$$E_{cin}(t) = \int_{x=-3,5}^{x=3,5} \int_{y=-3,5}^{y=3,5} |V(x, y, t)|^2 dx dy = \sum_{i=1}^{70} \sum_{j=1}^{80} |V(i, j, t)|^2 \Delta x \Delta y, \quad (3.4)$$

con las distancias x e y en unidades de cm .

En la figura 3.17 se grafica el decaimiento de la energía cinética para 4 series de datos tomadas a distintos números de Reynolds de los anillos de vorticidad. Debido a que las 4 curvas tienen máximos en distintos tiempos, éstos se han sincronizado de manera de poder observar comparativamente el decaimiento de las curvas, estableciendo como $t = 0$, el momento en que los anillos entran en contacto.

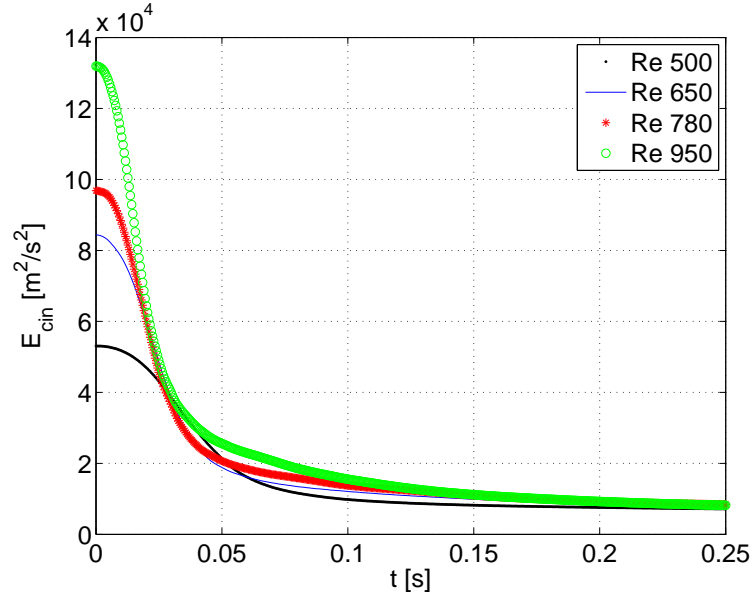


Figura 3.17: Decaimiento de la energía cinética.

Para analizar la influencia de la energía de los anillos de vorticidad en la forma de las curvas de decaimiento, se realiza un ajuste exponencial de las curvas, según la ecuación 3.5.

$$f(t) = \alpha_1 e^{(\beta_1 t)} + \alpha_2 e^{(\beta_2 t)}, \quad (3.5)$$

donde los coeficientes α_i , β_i , son los resultados del ajuste. Cabe mencionar que el ajuste exponencial simple (una sola exponencial) se descarta al carecer de desplazamiento vertical en el plano $t, E(t)$, lo que impide un buen ajuste de las curvas.

Los resultados de los ajustes se presentan en la tabla 3.2 y en la figura 3.18 se muestra a modo de ejemplo, la curva de decaimiento de energía cinética para la colisión con número de Reynolds 500, y su respectivo ajuste exponencial. En esta figura se aprecia que la curva exponencial ajusta de muy buena manera el decaimiento de la energía cinética.

Tabla 3.2: Coeficientes de ajuste exponencial a curvas de decaimiento de energía cinética.

Número de Reynolds	α_1	β_1	α_2	β_2	$T = 1/\beta_1 $
500	$2.067 \cdot 10^9$	-0.01623	7855	-0.0001161	61.614
650	$1.145 \cdot 10^9$	-0.01967	9510	-0.0002058	50.839
780	$4.501 \cdot 10^8$	-0.02088	10920	-0.0002508	47.893
950	$3.098 \cdot 10^8$	-0.02301	11790	-0.0003152	43.459

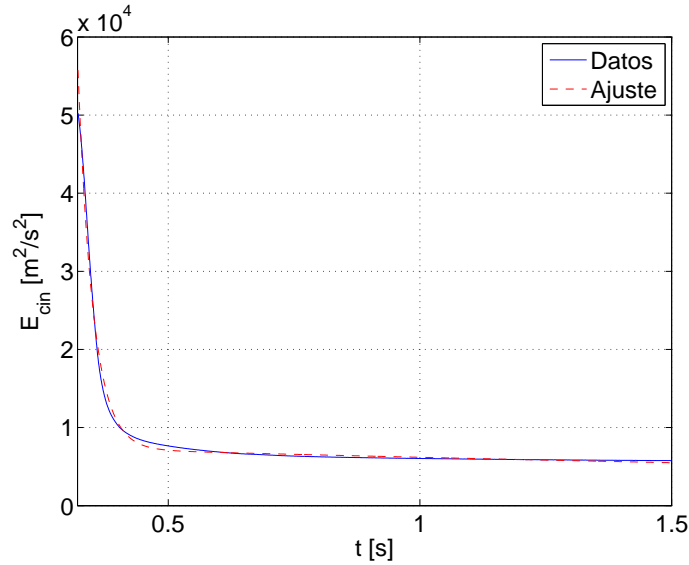


Figura 3.18: Decaimiento de la energía cinética para $Re = 500$. Se grafica la curva de ajuste exponencial dada por la ecuación 3.5

En la tabla 3.2 se aprecia que los coeficientes de la columna β_2 son muy pequeños y cercanos a cero, por lo que la segunda exponencial de la ecuación 3.5 tiende a la unidad, permaneciendo sólo la constante α_2 . Por lo anterior, el análisis de las curvas exponenciales está dado principalmente por el coeficiente β_1 .

La constante de tiempo T se define como $T = |1/\beta_1|$ y es el número que controla la velocidad de decaimiento y la forma de la curva de energía cinética en el tiempo. Cuando la constante de tiempo es grande, la energía cinética decae lentamente, lo que se interpreta como un flujo alejado de la turbulencia. Por el contrario, cuando la constante de tiempo disminuye, la energía cinética decae con rapidez lo que se asocia al aumento de la disipación viscosa.

Según la ecuación 2.14, la tasa de disipación de energía cinética es proporcional a la variación de las componentes del campo de velocidad en los ejes ortogonales a dicha componente. Estas magnitudes guardan directa relación con la vorticidad del fluido, definida en la ecuación 2.3. Por lo anterior, la generación de una zona post-colisión más cercana a la turbulencia aumenta la disipación energética.

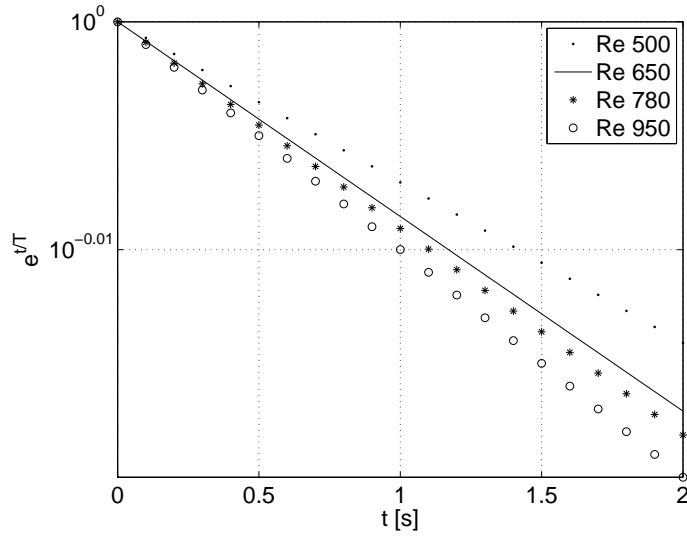


Figura 3.19: Gráfico semi-logarítmico de los ajustes exponenciales aproximados de las curvas de decaimientos de energía cinética. Los cambios en las pendientes de las rectas indican la variación de la constante de tiempo T a medida que aumenta el número de Reynolds.

3.2.5. Visualización con cámara CCD en aire

Se realizan observaciones de la colisión de anillos inyectando humo como trazador. El humo es inyectado al volumen que se encuentra dentro del sistema de generación, antes de salir por el orificio. El anillo de vorticidad es capaz de transportar al trazador en el núcleo, haciendo que éste refleje el plano láser que se genera en el nivel $z = 0$ según el sistema cartesiano establecido en la figura 3.6. El plano láser es generado mediante el montaje descrito en las figuras 3.3 y 3.4.

Las imágenes son captadas a una frecuencia de 60 fps con una resolución de [662x476] pixeles. El enfoque de la cámara capta una superficie aproximada de [21x15] cm , desde la cual se selecciona la zona de interés para el análisis.

Colisión en plano $z = 0$.

En la figura 3.20, instantes sucesivos de la colisión muestran la evolución espacial de los núcleos de los anillos de vorticidad en el plano x, y . Estos núcleos tienen forma elíptica durante el vuelo libre de los anillos de vorticidad, evolucionando hacia una forma más circular a medida que los campos de velocidad comienzan a interactuar con los demás anillos. La presencia de los otros dos anillos de vorticidad disminuye la velocidad de auto-desplazamiento provocando que el toroide elíptico de alta velocidad pase a ser de sección circular por un

pequeño período de tiempo antes de la colisión. En el anexo D se muestran más imágenes que describen lo anteriormente mencionado.

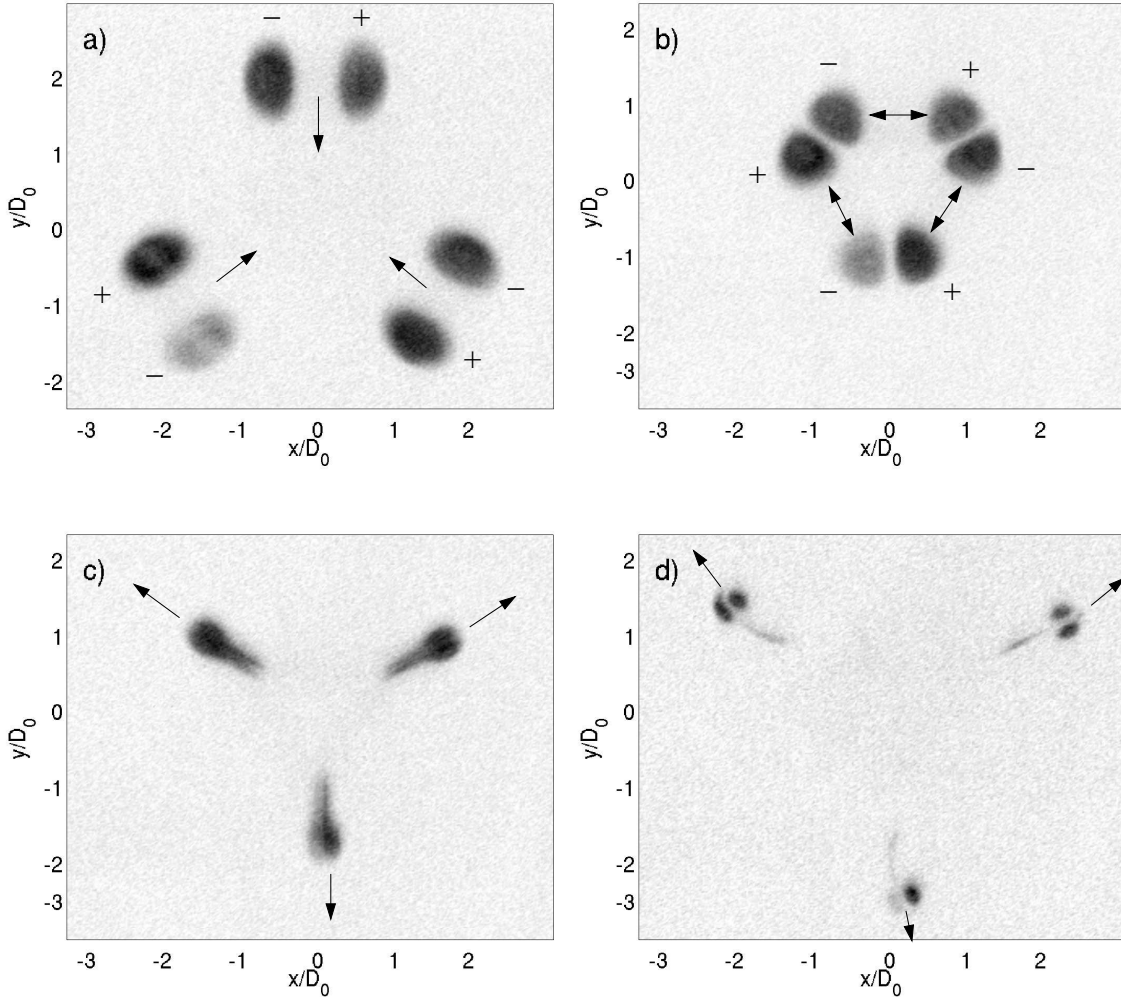


Figura 3.20: Visualización con cámara CCD en el plano x, y en $z = 0$ para (a) $t = 0.2500 s$, (b) $t = 0.3167 s$, (c) $t = 0.3500 s$ y (d) $t = 0.4167 s$. $Re = 650$.

En la figura 3.20 (b) los núcleos de los anillos de vorticidad ya han hecho contacto, los tubos de vorticidad toman una forma plana en la zona de contacto, similar a lo observado en otras investigaciones orientadas a la colisión de 2 anillos vorticidad de forma frontal, [2, 5, 13].

Los tubos de vorticidad laterales de anillos adyacentes poseen vorticidad de signo opuesto, por lo cual se acoplan al hacer contacto generando dipolos de vorticidad en las bisectrices de los ángulos de 120° formados por la trayectoria de los anillos de vorticidad originales.

Al imaginar un corte en el plano $z = 0$, los dipolos de vorticidad de las figuras 3.20 (c) y (d) eyectan fluido desde la zona de colisión y aceleran el flujo en esa dirección. La aceleración de flujo genera pequeñas estelas cada 120° medibles con anemometría de hilo caliente, presentes en la figura 3.16.

Reconexión de tubos de vorticidad.

Con el sistema de desplazamiento descrito en la figura 3.4 se desplaza el plano láser en forma vertical de manera de obtener imágenes CCD en distintos niveles del eje z . Para cada altura del plano láser se graban series de imágenes de todo el período de tiempo de interés, con lo que se puede tener una visión global del fenómeno. En la figura 3.21 se muestra un diagrama con los planos de corte láser utilizados en la visualización.

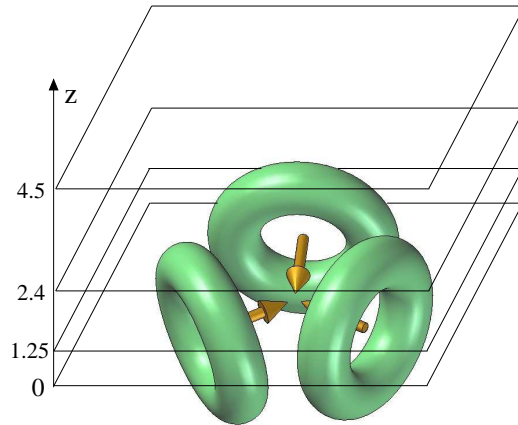


Figura 3.21: Diagrama 3-D con colisión de anillos de vorticidad y distintos planos láser desplazados en el eje z . Las alturas están en unidades de cm .

De todas las imágenes captadas se escogen las más representativas del fenómeno de reconexión de tubos de vorticidad. En la figura 3.22 (a) los tubos de vorticidad superiores de los anillos de vorticidad hacen contacto después de que los tubos laterales ya han interactuado. En las figuras 3.22 (b) y (c) los vectores de vorticidad comienzan a acoplar los extremos finales de las líneas de vorticidad de un anillo con el inicio de la línea de vorticidad del anillo adyacente. Esta interacción se explica gráficamente en la figura 3.23.

En la figura 3.22 (d) un anillo de vorticidad es generado a partir de la reconexión de los tubos de vorticidad superiores de cada anillo. Este nuevo anillo tiene un desplazamiento vertical hacia arriba y en el instante $t = 1.3667 s$ se ubica en la posición $z = 8.4 cm$. La

reconexión es simétrica con respecto al plano $z=0$, por lo que también se genera un anillo de vorticidad similar con desplazamiento vertical hacia abajo.

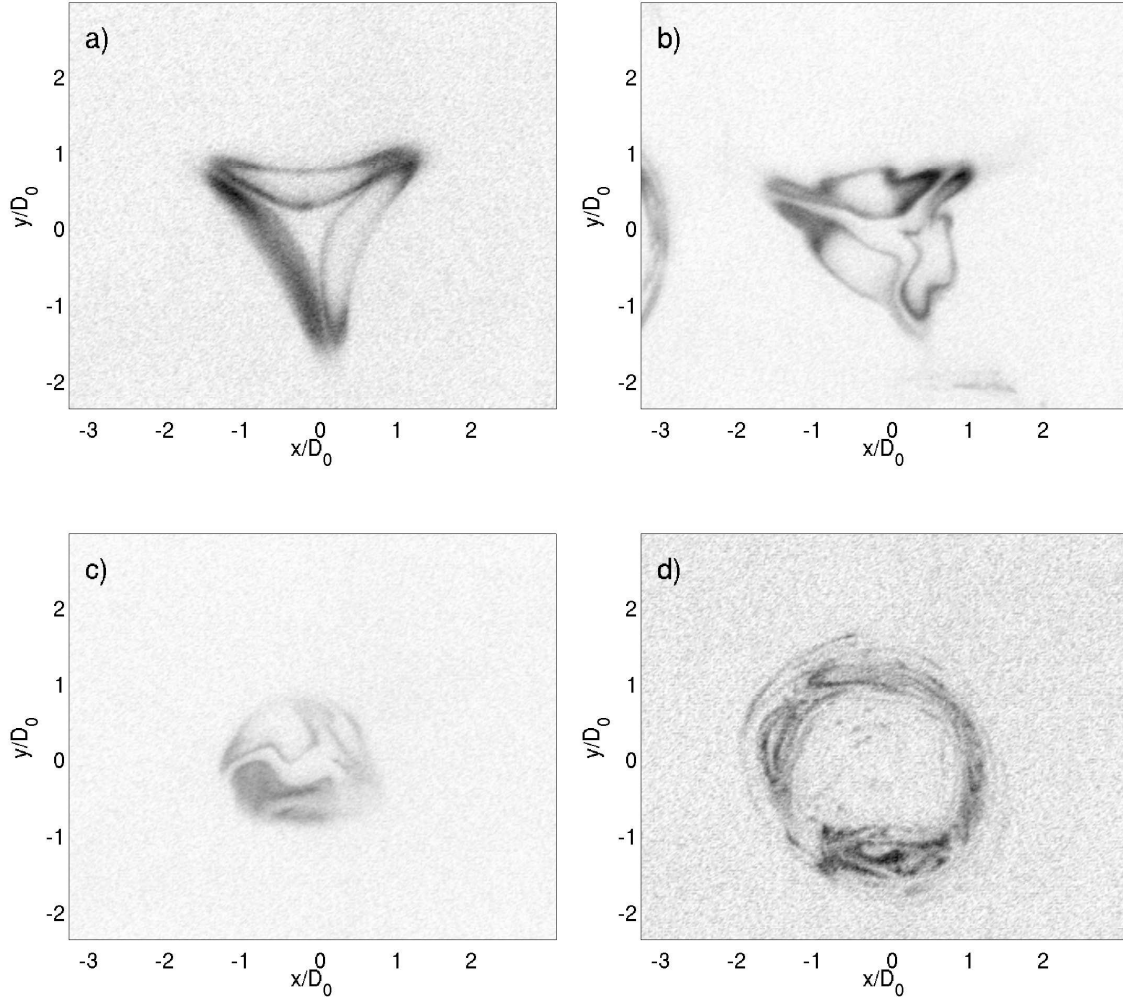


Figura 3.22: Imágenes CCD que describen las etapas de reconexión de tubos de vorticidad. (a) $z = 1.26$ cm, $t = 0.350$ s, (b) $z = 2.45$ cm, $t = 0.415$ s, (c) $z = 3.5$ cm, $t = 0.415$ s., (d) $z = 8.4$ cm, $t = 1.367$ s. $Re = 650$.

Las figuras 3.22 (c) y (d) tienen gran similitud cualitativa a la figura 2.25 obtenida en la simulación numérica realizada en [2].

El fenómeno de reconexión, es más inestable que el vuelo libre de los anillos de vorticidad colisionantes, lo que origina que el anillo reconectado no salga eyectado repetidamente en la misma posición en cada realización del experimento. Este cambio posicional, dificulta la medición con anemometría de hilo caliente, la cual requiere de la hipótesis de repetibilidad

del fenómeno [2].

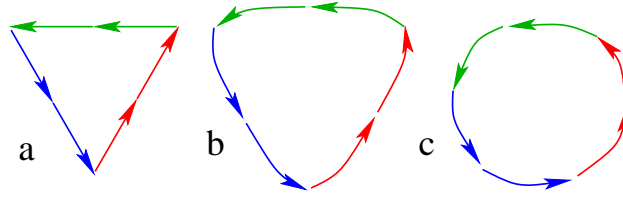


Figura 3.23: Reconexión de líneas de vorticidad de zonas superior e inferior de anillos colisionantes. Los vectores de vorticidad evolucionan desde formar un triángulo equilátero hasta una circunferencia. En la etapa (c) ya se ha formado un anillo de vorticidad que posee velocidad autoinducida según la ley de Biot-Savart (ver ecuación 2.4).

3.2.6. Densidad espectral de potencia

Con el sensor de hilo caliente se realizó un barrido equivalente a una malla equiespaciada de [70x80] puntos. La distancia entre puntos en la malla es $\Delta x = 1 \text{ mm}$ y $\Delta y = 0.875 \text{ mm}$. En cada uno de los puntos se tomó un serie temporal del módulo de la velocidad con lo que se tienen $80 \times 70 = 5600$ series de velocidad $V_{ij}(t)$.

En cada una de las series de velocidad es posible calcular la transformada de Fourier de la serie de velocidad $V_{ij}(f)$, según la ecuación

$$V_{ij}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} V_{ij}(t) e^{-2\pi i f t} dt \quad (3.6)$$

Con la transformada de Fourier de la velocidad, la función de densidad espectral de potencia es:

$$\Phi_{ij}(f) = |V_{ij}(f)|^2 \quad (3.7)$$

La integración de la función $\Phi_{ij}(f)$ en todo el espectro de frecuencia entrega la energía cinética de toda la serie temporal en el punto (i, j) de la malla de estudio.

$$E_{cin \ ij} = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ij}(f) df \quad (3.8)$$

La función densidad espectral de potencia es calculada mediante el método de promediado de periodogramas modificados de Welch. Los parámetros para este método se detallan en la tabla 3.3.

Dentro de la malla equiespaciada se escogen ciertos puntos que poseen interés por su ubicación. Estos puntos se pueden observar en la figura 3.24, donde los puntos P_1 y P_2 se

Tabla 3.3: Parámetros usados en el cálculo de densidad espectral según método Welch.

Parámetro	Valor
Largo vector $V_{ij}(t)$	4096
Frecuencia de muestreo f_s	2048 [Hz]
Largo de periodograma	1024
Traslape entre periodogramas	50 %
Ventana	<i>Hanning</i>

encuentran en la trayectoria de los anillos de vorticidad previa a la colisión. El punto P_3 se encuentra en el fin del recorrido que realiza el anillo número 1, mientras que el punto P_4 es el punto teórico de colisión. Por su parte los puntos P_5 y P_6 , están ubicados en lugares donde se desarrollan las eyecciones posteriores a la colisión, descritas en la sección anterior y observables en la figura 3.16.

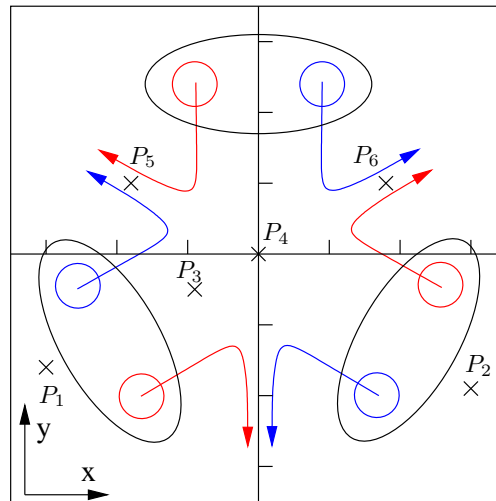


Figura 3.24: Esquema de la zona de medición con anemometría de hilo caliente. Las flechas azules y rojas muestran las trayectorias de los núcleos de vorticidad de signo positivo y negativo respectivamente. Se marcan los puntos P_1 a P_6 para el cálculo de densidad espectral de potencia.

Las posiciones de los puntos P_1 a P_6 se grafican en la zona de estudio en la figura 3.24, y las posiciones exactas se detallan en la tabla 3.4.

Para cada uno de los puntos de interés se obtiene la densidad espectral de potencia para 4 números de Reynolds diferentes, explicitados en la tabla 3.5.

Calculando la densidad espectral a los casos de la tabla 3.5 en cada uno de los puntos de interés, se obtienen 6 gráficos que reflejan la distribución energética en frecuencia temporal

Tabla 3.4: Posiciones de puntos para cálculo de PSD

Punto	x mm	y mm
P_1	-16	-12.25
P_2	30	-16.62
P_3	-7	-4.37
P_4	0	0
P_5	-6	7.88
P_6	14	8.75

Tabla 3.5: Número de Reynolds para distintas frecuencias f_i del generador de funciones

f_i [Hz]	Reynolds
1400	500
1800	650
2200	780
2600	950

f .

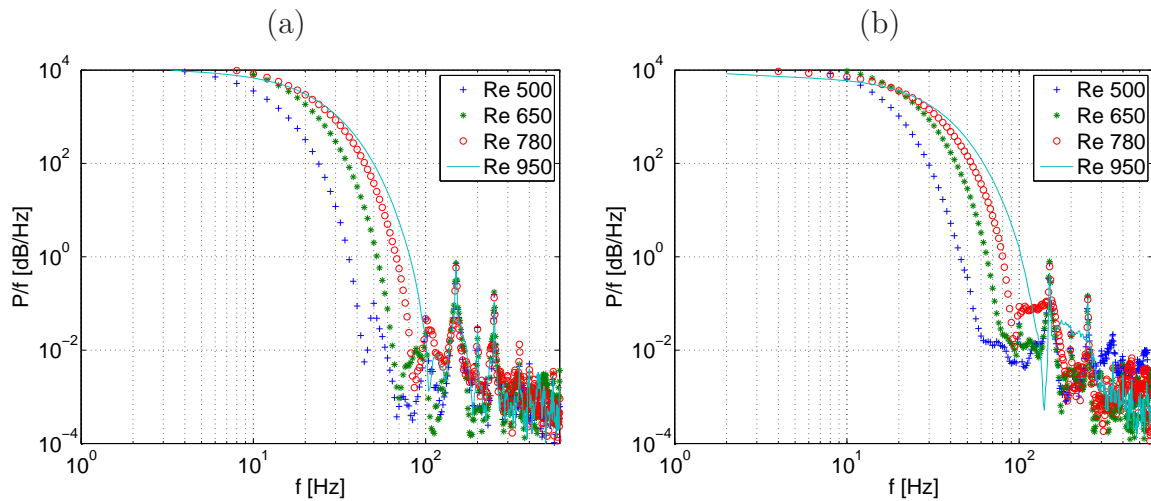


Figura 3.25: Densidad espectral obtenida a partir del módulo de velocidad. (a) En $P_1 = (-12.5, -16)$ y (b) en $P_2 = (-16.62, 30)$. Se realizan 4 colisiones a diferentes números de Reynolds. Frecuencia de muestreo $f_s = 2048$ Hz, frecuencia de corte del filtro $f_c = 1$ kHz.

La densidad espectral tiene por objetivo identificar las frecuencias temporales que con-

centran mayor energía. En la sección 3.2.4 se muestra como la mayor disipación energética en la colisión ocurre para números de Reynolds altos. Por su parte, como se conoce de la teoría de turbulencia [15], la disipación de energía viscosa tiene lugar cuando en el fluido se forman estructuras de velocidad y vorticidad suficientemente pequeñas como para que la disipación viscosa sea importante.

En las figuras 3.25 se tiene la densidad espectral del módulo de velocidad medida en los puntos P_1 y P_2 ubicados en el eje de la trayectoria de los anillos de vorticidad 1 y 2 respectivamente. Se observa claramente que a frecuencias menores a 10 Hz la densidad energética es similar para todos los casos, sin embargo, la tasa de decaimiento de la densidad espectral decrece cuando aumenta el número de Reynolds. Las colisiones con números de Reynolds altos distribuyen energía hacia frecuencias altas, llenando el espectro energético.

La forma de las curvas de la figura 3.25, tiene su origen en la forma de la señal de velocidad. Ésta, como se puede ver en la figura 3.7, tiene una forma que es aproximable a una gaussiana de varianza pequeña (localizada en el tiempo). Las funciones gaussianas que son localizadas en el tiempo, tienen una transformada de Fourier también gaussiana pero deslocalizada en el espacio de frecuencia [17].

Por lo anterior, la densidad espectral de potencia en los puntos P_1 y P_2 tiene forma de campana graficada en ejes bilogarítmicos para frecuencias $f < 100\text{ Hz}$. En frecuencias superiores a 100 Hz se observan claros peaks en 100 Hz , 150 Hz , 200 Hz , 250 Hz y en los sucesivos múltiplos de 50 Hz . Estos máximos no tienen interpretación fluidodinámica, sino que sólo corresponden a los múltiplos de la frecuencia de la red de alimentación eléctrica. La baja energía del sistema hace que los peaks eléctricos sean perceptibles.

En la figura 3.26 (a), el gráfico corresponde a la densidad espectral del punto P_3 , el cual tiene la misma forma que las curvas de la figura 3.25. Sin embargo, en la figura 3.26 (a) la energía en $f < 10\text{ Hz}$ es menor debido a la disminución de la velocidad que tiene el anillo de vorticidad en el final de su trayectoria.

Por otra parte, en la figura 3.26 (b), la densidad espectral es calculada en el origen del sistema coordenado P_4 , que corresponde al punto de colisión. Este punto ya no está en la trayectoria de los anillos de vorticidad, debido a que éstos ya se han detenido antes por la interacción de los tubos de vorticidad laterales. A pesar de lo anterior, la densidad espectral refleja igualmente que las colisiones más energéticas distribuyen su energía hacia frecuencias mayores. En la zona de bajas frecuencias, es decir menores a 10 Hz , las curvas mantienen diferencias entre los distintos números de Reynolds, lo que se explica debido a que las colisiones más veloces dejan en movimiento al fluido del centro por mayor cantidad

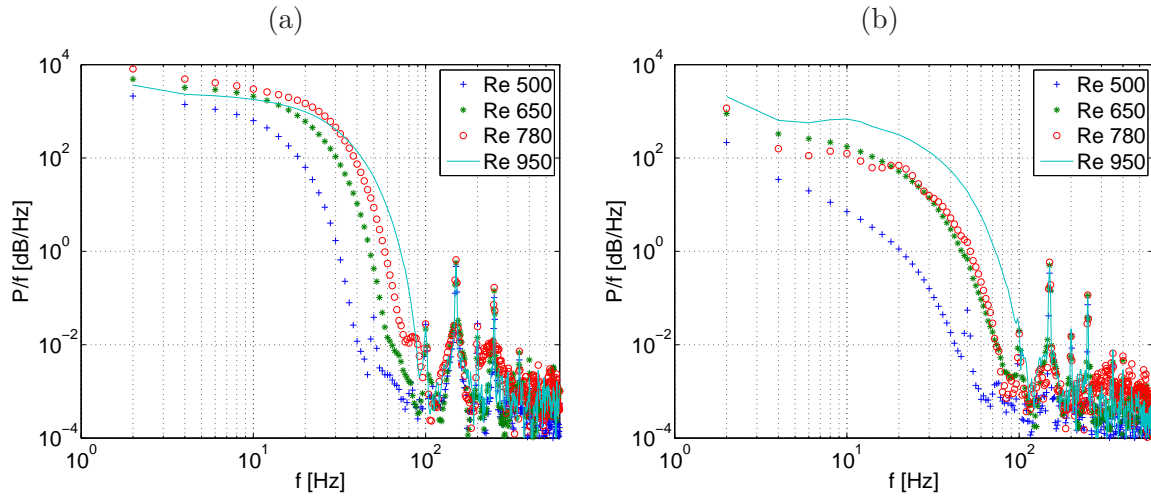


Figura 3.26: Densidad espectral obtenida a partir del módulo de velocidad. (a) En $P_3 = (-4.37, -7)$ y (b) en $P_4 = (0, 0)$ (Punto geométrico de colisión). Se realizan 4 colisiones a diferentes números de Reynolds. $f_s = 2048 \text{ Hz}$, $f_c = 1 \text{ kHz}$.

de tiempo.

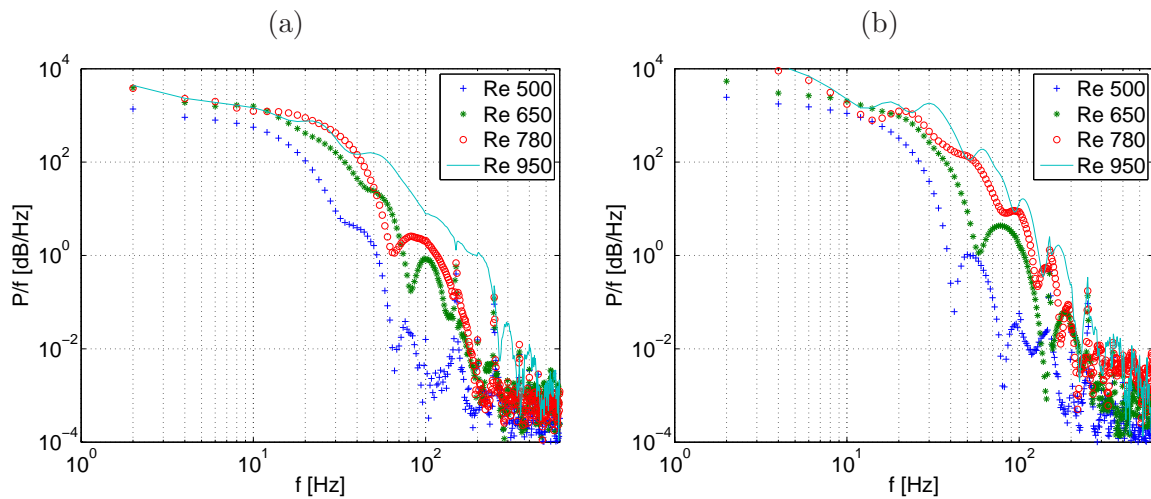


Figura 3.27: Densidad espectral obtenida a partir del módulo de velocidad. (a) En $P_5 = (7.88, -6)$ y (b) en $P_6 = (8.75, 14)$. Se realizan 4 colisiones a diferentes números de Reynolds. $f_s = 2048 \text{ Hz}$, $f_c = 1 \text{ kHz}$.

Los puntos de interés P_5 y P_6 poseen densidades espectrales de potencia que se muestran en las figuras 3.27 (a) y (b) respectivamente. Estos puntos están ubicados en lugares donde se producen las eyecciones descritas en las figuras 3.16 y 3.20. El comportamiento de las

curvas de densidad espectral es mucho más irregular que en los casos anteriores. No obstante, permite apreciar diferencias de magnitud entre los distintos números de Reynolds de la misma manera que en las figuras anteriores. Las colisiones con números de Reynolds grandes tienen energía distribuida hacia frecuencias altas a pesar de las fluctuaciones que posee la curva.

Las curvas de densidad espectral de los puntos P_5 y P_6 poseen caídas y crecimientos bruscos e irregulares, especialmente notorias en el experimento con número de Reynolds 500. Estos comportamientos irregulares pretenden ser explicados mediante la observación de las curvas de velocidad tomadas en el punto $P_6 = (8.75, 14)$.

A continuación se presentan las curvas de velocidad en el punto P_6 . Se grafican independientemente cada una de las 4 series de velocidades para distintos Reynolds. Para cada curva de velocidad se presenta un gráfico anexo correspondiente a un zoom que permite apreciar en detalle las pequeñas fluctuaciones de la curva.

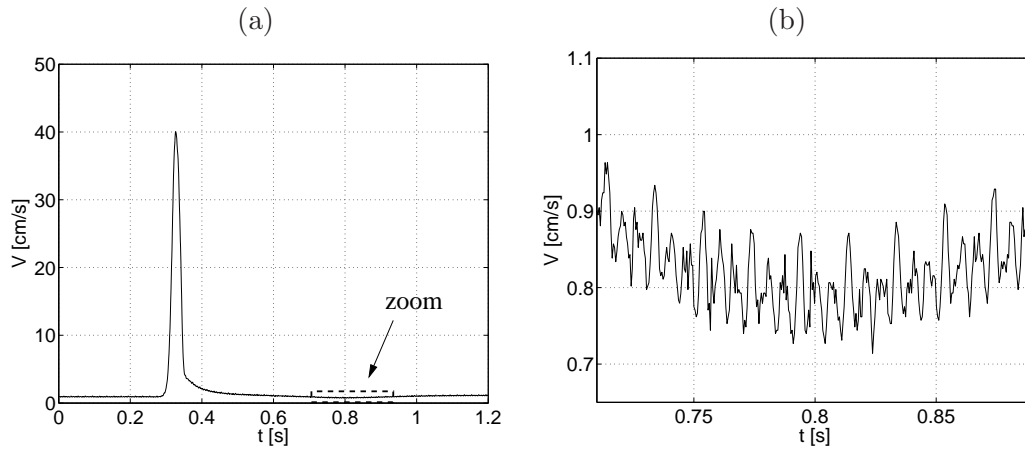


Figura 3.28: Serie de velocidad en $P_6 = (8.75, 14)$ para $Re = 500$. (a) Serie de velocidad hasta 1.2 s. (b) Zoom de serie de velocidad donde se aprecian pequeñas fluctuaciones.

En la figura 3.28 (a) se muestra la serie temporal de módulo de velocidad para $Re = 500$ en el punto P_6 . En ella se aprecia un aumento de la velocidad en el instante en que la eyección de la colisión pasa por este punto. La estela que deja la eyección provoca que la velocidad tenga un decaimiento suave con fluctuaciones globales de muy baja amplitud y largo período.

En la figura 3.28 (b), se muestra un zoom a la zona de la curva destacada. Se observa una fluctuación global de baja amplitud y las fluctuaciones pequeñas que describen claros patrones a lo largo de la señal. En el zoom se puede observar los peaks mayores que se encuentran ubicados en fase con los patrones de menor amplitud. Los aumentos pequeños

de la señal anemométrica poseen una frecuencia de $f = 50 \text{ Hz}$, mientras que los peaks mayores tienen una frecuencia $f = 150 \text{ Hz}$. Estas fluctuaciones pequeñas están asociadas a la frecuencia traspasada desde la alimentación eléctrica del sistema.

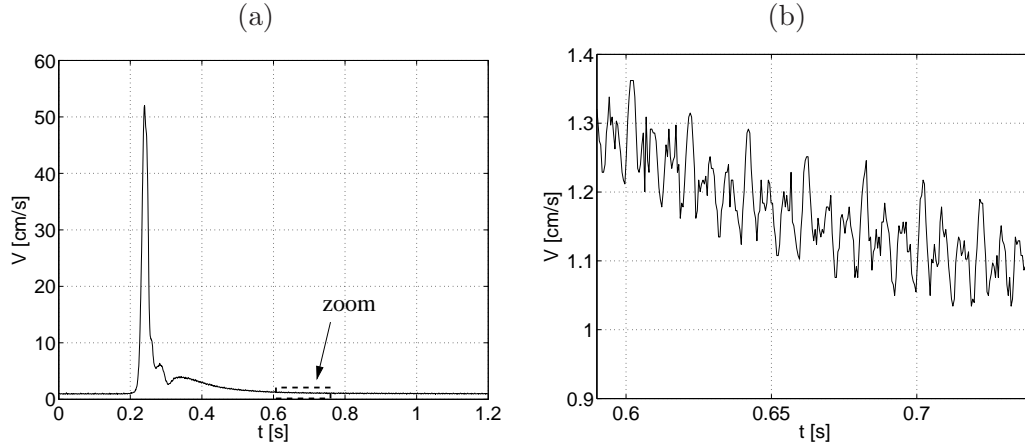


Figura 3.29: Serie de velocidad en $P_6 = (8.75, 14)$ para $Re = 650$. (a) Serie de velocidad hasta 1.2 s . (b) Zoom de serie de velocidad donde se aprecian pequeñas fluctuaciones.

La figura 3.29 (a) muestra la serie temporal de velocidad en $P_6 = (8.75, 14)$ para $Re = 650$. Se observa que esta curva tiene fluctuaciones importantes después del mayor aumento de velocidad producto del paso de la eyección por ese lugar. Estas fluctuaciones provocan que su densidad espectral de potencia asociada (ver figura 3.27 (b)) también posea oscilaciones importantes. Este efecto se puede explicar haciendo la analogía con dos deltas de Dirac separadas en el espacio temporal, las cuales generan una senoide en el espacio de frecuencia mediante la transformada de Fourier [17]. En este caso particular, sólo se tienen pequeños aumentos de velocidad en la zona cercana a $t = 0.3 \text{ s}$, lo que se transforma en una sola oscilación en el gráfico de densidad espectral.

Respecto al zoom mostrado en la figura 3.29 (b), se tiene un patrón similar al caso $Re = 500$. Estas pequeñas fluctuaciones de la curva son reflejadas en los peaks de frecuencia en los múltiplos de 50 Hz .

En el caso $Re = 780$, la curva de velocidad de la figura 3.30 tiene de manera global la forma de una campana, pero con un peak de velocidad importante en la mitad de la zona de decaimiento, aproximadamente en los 0.25 s . La presencia de dos peaks importantes, en 0.2 s y 0.25 s , provoca pequeñas oscilaciones en el gráfico de densidad espectral. Sin embargo, estos dos peaks son muy cercanos y poco localizados (peak ancho) lo que causa que la magnitud de las oscilaciones sea pequeña.

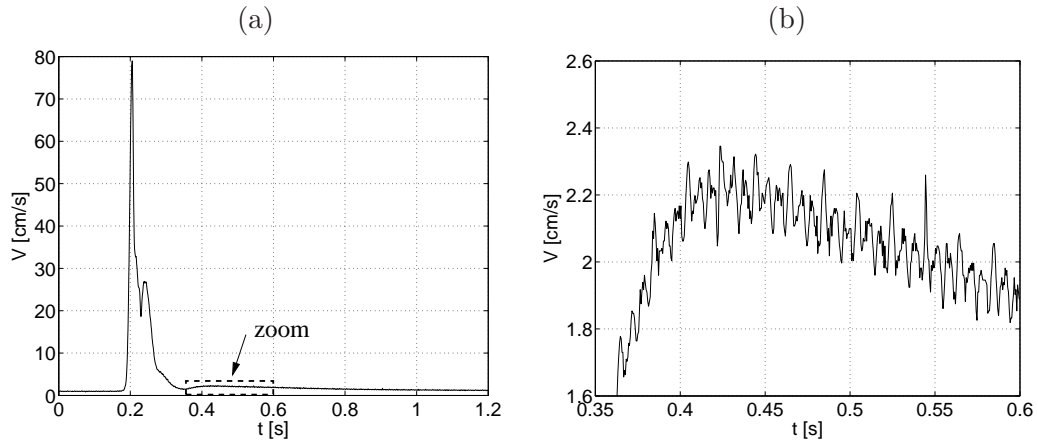


Figura 3.30: Serie de velocidad en $P_6 = (8.75, 14)$ para $Re = 780$. (a) Serie de velocidad hasta 1.2 s. (b) Zoom de serie de velocidad donde se aprecian pequeñas fluctuaciones.

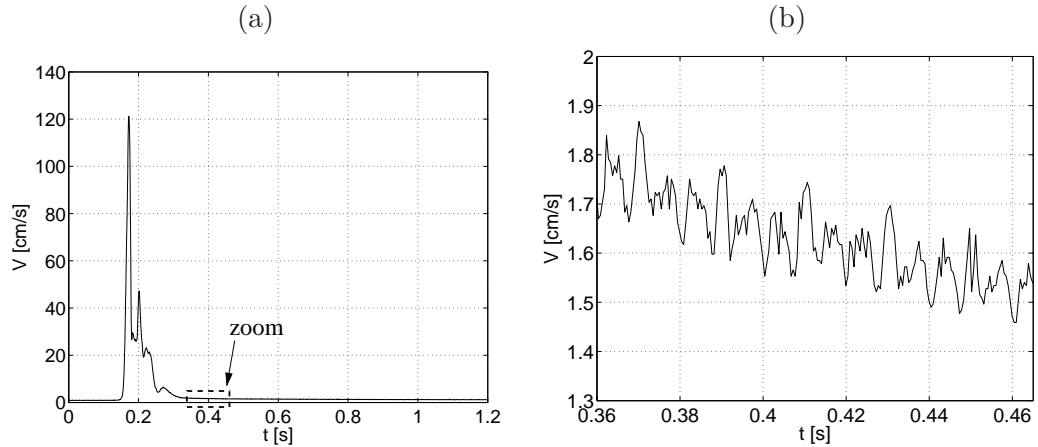


Figura 3.31: Serie de velocidad en $P_6 = (8.75, 14)$ para $Re = 950$. (a) Serie de velocidad hasta 1.2 s. (b) Zoom de serie de velocidad donde se aprecian pequeñas fluctuaciones.

En la colisión de mayor energía, es decir con $Re = 950$, la curva de velocidad tiene grandes fluctuaciones con 2 peaks muy localizados y de gran magnitud (ver figura 3.31 (a)). Estos peaks, aproximables a 2 deltas de Dirac, son los responsables de la ondulación de la curva de densidad espectral de potencia de la figura 3.27 (b) [17].

Es importante mencionar nuevamente que, en la figura 3.27 (b), las curvas de densidad espectral de potencia para números de Reynolds altos presentan energía distribuida hacia frecuencias más altas que los casos con números de Reynolds menores. De esta manera se tiene una relación entre las fluctuaciones de la serie de velocidad y la formación de estructuras de vorticidad más pequeñas, que se ven reflejadas en las altas frecuencias del espectro.

Finalmente, en las curvas 3.30 (b) y 3.31 (b), las pequeñas fluctuaciones no muestran diferencias importantes respecto a las curvas 3.28 (b) y 3.29 (b). Esta similitud confirma que estas fluctuaciones son causadas por la red eléctrica. La amplitud de estas pequeñas fluctuaciones es del orden de 0.1 cm/s , por lo que variaciones de la velocidad más pequeñas no pueden ser distinguidas por el anemómetro.

3.2.7. Patrón circular de energía en torno al punto de colisión

Dada la configuración del fenómeno, el mejor sistema de coordenadas que lo puede describir es el polar r, θ . Es por ello que al intentar obtener algún patrón de velocidad, vorticidad o energía en el espacio para un tiempo determinado, necesariamente se debe considerar como parámetro principal el ángulo θ , según el sistema de la figura 3.32. De esta manera, el vector al cual se le estudia el patrón energético varía en θ para un r constante.

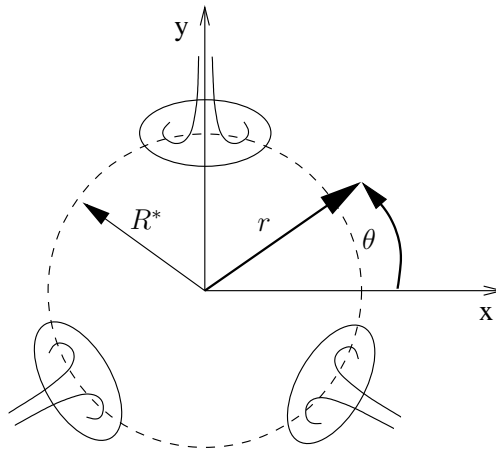


Figura 3.32: Coordenadas polares para describir colisión de tres anillos. El origen se ubica en el punto de encuentro. También se grafica el círculo de radio arbitrario $R^* = 1.8 \text{ cm}$ usado en el espectro espacial circular.

Los datos extraídos del experimento con anemometría de hilo caliente, corresponden a series de tiempo del módulo de la velocidad. Estas series temporales poseen mucha información, dentro de las cuales es posible obtener la energía cinética acumulada en cada punto de la matriz de datos. De esta matriz, se extrae un vector circular como el que se observa en la figura 3.32, con el cual es posible encontrar patrones gráficos de las variables escalares presentes en cada punto.

Para realizar el análisis energético circular, se utilizan los datos con número de Reynolds cercano a 500 en un radio de $R^* = 1.8 \text{ cm}$, según las coordenadas de la figura 3.32. Esta

elección se basa simplemente en que este diámetro describe adecuadamente el fenómeno en los tiempos cercanos a la colisión.

A cada serie temporal $V_{ij}(t)$, perteneciente al círculo de estudio, se le aplica la transformada de Fourier según la ecuación 3.6, y se obtiene la densidad espectral según la ecuación 3.7. Integrando esta curva es posible obtener la energía cinética total.

El experimento estudiado posee gran repetibilidad en las escalas espaciales normales [2], sin embargo, en las escalas espaciales y temporales muy pequeñas, el experimento no es perfectamente igual, presentándose diferencias entre cada disparo. Estas diferencias aumentan en función del tiempo t del fenómeno, debido a que al principio los anillos tienen una trayectoria laminar y estable, no así durante y después de la colisión, cuando las diferencias se acentúan. Esto se puede comprobar en lo difuso que se observan las eyecciones intermedias en las figuras 3.15 y 3.16.

Por lo anterior, si se quiere encontrar algún patrón energético espacial, sólo es posible considerar la energía distribuida en las bajas frecuencias temporales, que es la zona energética que se repite con mayor seguridad entre cada disparo. Por su parte, la energía de altas frecuencias posee diferencias entre cada disparo que hacen imposible la búsqueda de un patrón espacial.

De esta manera la energía cinética se calcula con la ecuación 3.9, en un intervalo que considera las frecuencias menores a 100 Hz . El intervalo de bajas frecuencia se decide al observar las curvas de las figuras 3.25 a 3.27.

$$E_{cin\ ij} = \int_0^{100} \Phi_{ij}(f)df \quad (3.9)$$

La energía cinética de cada punto del círculo escogido se muestra en un gráfico polar en la figura 3.33.

En esta figura se observa con claridad tres aumentos de energía cinética cada 120° . Estos notorios aumentos son consecuencia de la velocidad generada por la llegada de los anillos de vorticidad en su paso por esas zonas de la circunferencia, los cuales tienen vectores de velocidad autoinducida separados por 120° . Este patrón de velocidad se puede observar con claridad en la figura 3.13.

En el gráfico polar hay peaks de energía presentes en los 70° , 170° y 310° aproximadamente, los cuales corresponden a las eyecciones producto de la colisión de anillos, las que se pueden observar en las figuras 3.20 y 3.16.

Los peaks a 70° y 170° tienen mayor magnitud de energía pues un pequeño desalineamiento en el montaje provoca que dos anillos tengan contacto algunas milésimas de segundo antes

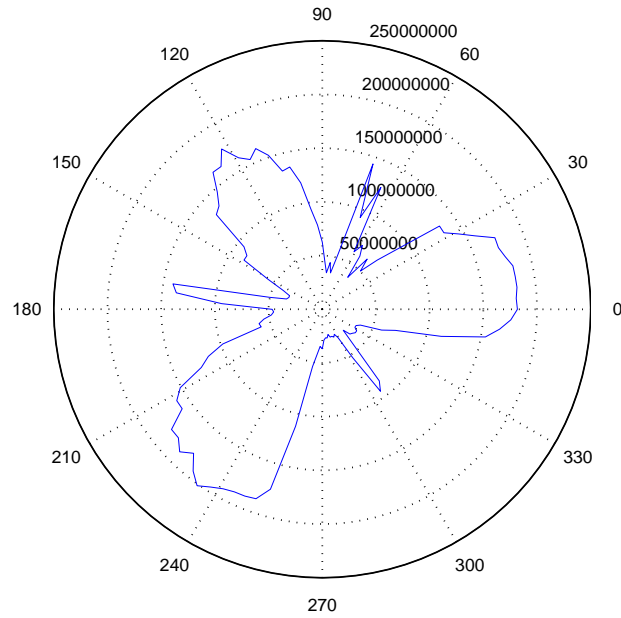


Figura 3.33: Gráfico polar de la energía cinética de baja frecuencia en función de la variación del ángulo θ en el círculo de la figura 3.32.

que el tercero. Por lo anterior, dos de las tres eyecciones se manifiestan antes, generándose con mayor energía que la tercera.

El caso utilizado en la figura 3.33 corresponde a un número de Reynolds cercano a 500, por lo que este análisis es complementario al que se presenta en la sección 3.2.6.

Capítulo 4

Shadowgraph de colisión de anillos en agua

4.1. Montaje experimental

Los anillos de vorticidad son generados en otro dispositivo experimental que opera con agua para observar el comportamiento de la colisión con una técnica óptica. En la figura 4.1, se observa el montaje experimental utilizado, donde destaca la configuración usada para lograr la inyección de un escalar pasivo de distinta densidad al medio. Este sistema consiste en un volumen cerrado compuesto de dos cilindros concéntricos con cubiertas superior e inferior, el cual tiene el suficiente volumen para homogeneizar la onda de presión proveniente de la columna de agua, actuando como un filtro pasa bajos al amortiguar todas la pequeñas fluctuaciones que posea la señal de presión de entrada.

El volumen cerrado contiene solución de azúcar al 1% p/p, mientras que el fluido del medio es agua. El cilindro interior tiene un diámetro de 11 *cm* y posee 3 tubos de bronce cada 120°, de 4.2 *mm* de diámetro interno. Por estos tubos son generados los anillos de vorticidad, en forma simultánea y con gran similitud fluidodinámica. El recorrido de los anillos de vorticidad desde su generación hasta el punto de colisión es de 5 *cm*, que equivale a 12 diámetros de generación.

Los anillos de vorticidad poseen un número de Reynolds de 250, calculado con la ecuación 2.8 con un Diámetro interior del tubo de 0.42 *cm*, una velocidad de advección de 6 *cm/s* y una viscosidad cinemática del agua de $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$.

El sistema óptico consta de una fuente de luz que tiene un orificio de salida (pinhole) de 0.8 *mm* de diámetro el cual se encuentra ubicado a la distancia focal del primer lente. El

lente del montaje (figura 4.1 (2)) posee 5 *cm* de diámetro y colima los haces de luz. Estos haces paralelos son redireccionados con un espejo plano traspasando la zona de estudio en dirección vertical hacia arriba.

La pantalla está ubicada a 10 *cm* desde el nivel de colisión de los anillos de vorticidad. De esta distancia, 6 *cm* son de agua y 4 *cm* son de aire. La cámara CCD posee una resolución de [662x476] pixeles, 10 bit de profundidad de grises una frecuencia de captura de 60 fps.

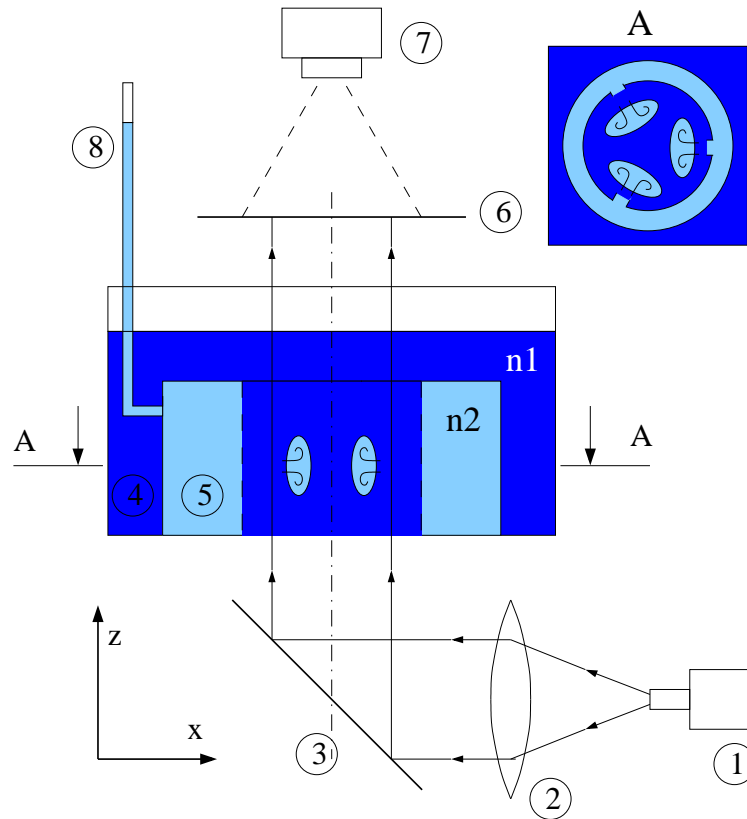


Figura 4.1: Los haces de luz provenientes de una fuente puntual (1) son colimados en un lente (2) y reflejados con un espejo plano (3) puesto en 45° respecto a la vertical. Los haces de luz atraviesan el volumen de experimentación (4) lleno con agua con un índice de refracción $n1$. Los anillos de vorticidad provienen de un volumen confinado entre 2 cilindros concéntricos llenos con solución de azúcar con índice de refracción $n2$, el cual es impulsado mediante la presión de columna de agua (8). Los haces son proyectados en la pantalla (6) y grabados con una cámara CCD (7).

4.2. Resultados y análisis

4.2.1. Shadowgraph

La solución de azúcar presente entre los cilindros concéntricos forma los anillos de vorticidad al salir por los tubos de generación. La solución de azúcar posee un índice de refracción de $n_2 \sim 1.35$. El gradiente de índice de refracción es acumulado en la dirección de los haces de luz paralelos, por lo que los altos contrastes en la imagen son equivalentes a las zonas de altos gradientes de índice de refracción. Con la técnica Shadowgraph [18], es posible obtener con claridad los límites espaciales de la substancia escalar presente en el medio.

En la figura 4.2 se describe la interpretación de los contrastes luminosos en un anillo de vorticidad. En la parte superior de la figura se tiene un dibujo representativo de los contrastes generados en la pantalla por un anillo de vorticidad. Los haces de luz que no pasan por el volumen que contiene fluido denso siguen su trayectoria en forma recta, mientras que los haces de luz que se enfrentan a la superficie del anillo de vorticidad son desviados levemente en la dirección del gradiente de índice de refracción. Este efecto provoca una marcada zona oscura en el borde de los anillos de vorticidad.

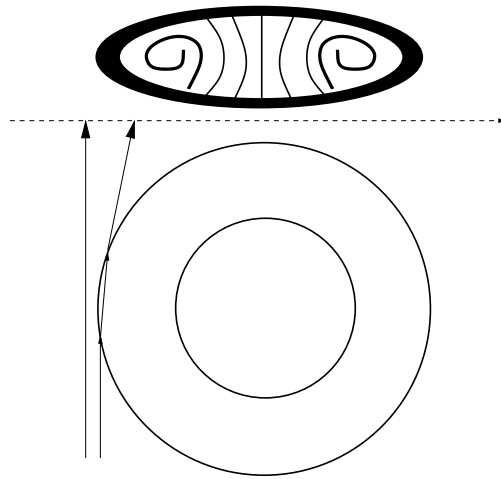


Figura 4.2: Diagrama explicativo del contraste observable en imágenes de Shadowgraph. En la parte superior, una imagen Shadowgraph de un anillo de vorticidad tiene un marcado borde oscuro producto de la desviación hacia el interior de los haces de luz que atraviesan el contorno del anillo.

Los mayores contrastes son proporcionales a la acumulación de gradiente de índice de refracción en la dirección paralela al haz de luz. Por esta razón, la superficie del anillo de vorticidad en la zona lateral se marca con claridad, como también las líneas de flujo rotacional

en el interior de los núcleos laterales. La distancia recorrida por los haces de luz es mayor en los tubos de vorticidad laterales, por lo que éstas zonas son las que se distinguen con claridad en la imagen.

En las figuras 4.3 (a) y (b) se distinguen 3 anillos de vorticidad en desplazamiento hacia el punto de colisión, ubicado en el origen del sistema coordenado. Cualitativamente, es posible observar mediante el contraste luminoso las líneas de flujo en giro constante, el contorno de la burbuja, los núcleos de vorticidad y su sentido de giro.

El sentido de giro de las líneas de flujo indica que las vorticidades tienen signo opuesto en cada uno de los núcleos de los anillos de vorticidad. Además, una clara línea oscura indica el límite entre la solución de azúcar y el agua pura.

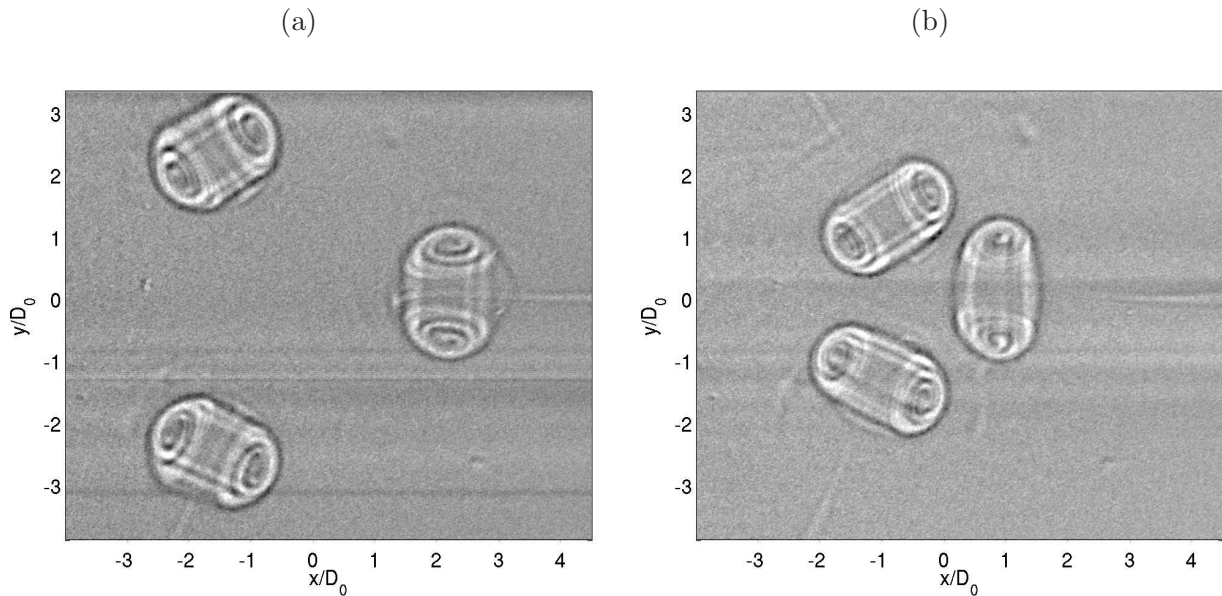


Figura 4.3: Vista superior previa a la colisión triple de anillos de vorticidad. (a) $t = 0.416$ s, (b) $t = 0.583$ s. Los anillos están en trayectoria libre hacia la colisión. $Re = 250$, $D_0 = 0.42$ cm.

Los anillos de vorticidad son estables y laminares en su desplazamiento previo a la colisión, manteniendo hasta ese instante, las líneas de vorticidad bien definidas. La burbuja del anillo se torna alargada, y los núcleos cambian su forma de elíptica a circular, debido a la disminución de la velocidad autoinducida.

En las figuras 4.4 (a) y (b), los anillos de vorticidad ya han entrado en contacto, los tubos de vorticidad laterales de anillos adyacentes forman dipolos de vorticidad que producen eyecciones en las bisectrices de los ángulos formados por las trayectorias originales de los anillos. El fenómeno es similar a lo observado en la figura 3.20.

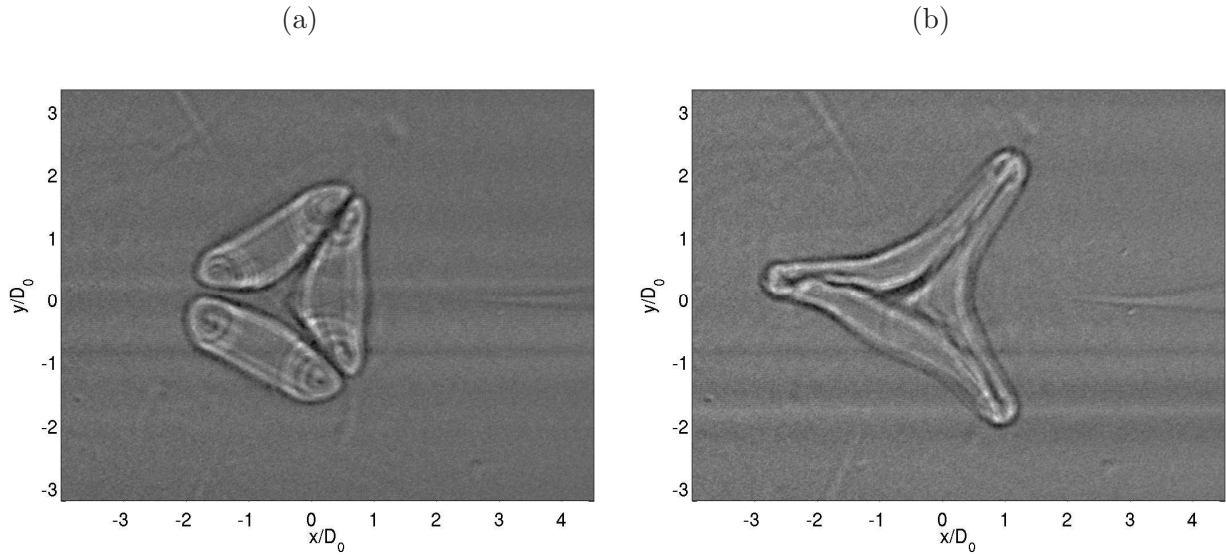


Figura 4.4: Vista superior de colisión triple de anillos de vorticidad. (a) $t = 0.683 \text{ s}$ y (b) $t = 0.917 \text{ s}$. Los anillos entran en contacto y se producen eyecciones por el acoplamiento de dipolos de vorticidad. $Re = 250$, $D_0 = 0.42 \text{ cm}$.

En la figura 4.4 (b) los tubos de vorticidad de las zonas superior e inferior de los anillos de vorticidad llegan hasta el punto de colisión, comenzando la interacción con las zonas superiores de los demás anillos.

En la figura 4.5 los tubos de vorticidad superiores e inferiores ya han iniciado el proceso de reconexión, observándose en el centro de la imagen un movimiento del flujo que evoluciona hasta ser circular en la figura 4.5 (b). Lamentablemente, el Shadowgraph no permite observar con nitidez el fenómeno de reconexión, debido a que la imagen capta la concentración del escalar en todo el volumen. De esta manera, la zona central que tiene una forma distinta al nivel de reconexión confunde la imagen. Sin embargo, es posible observar un anillo de vorticidad con características similares al observado en la colisión en aire en la figura 3.22 (d).

Hay que notar la gran diferencial temporal ($\sim 1 \text{ s}$) existente entre las figuras 4.5 (a) y (b). Se observa que la forma final del campo de velocidad se mantiene estable por bastante tiempo debido a la viscosidad del agua. En aire, las estructuras de vorticidad permanecen estables por mucho menor tiempo.

La colisión de anillos de vorticidad observada en las figuras de esta sección, muestran que cada anillo es capaz de transportar la sustancia escalar con la que se ha llenado el volumen aguas arriba del tubo de generación. Los estudios anteriores respecto al transporte

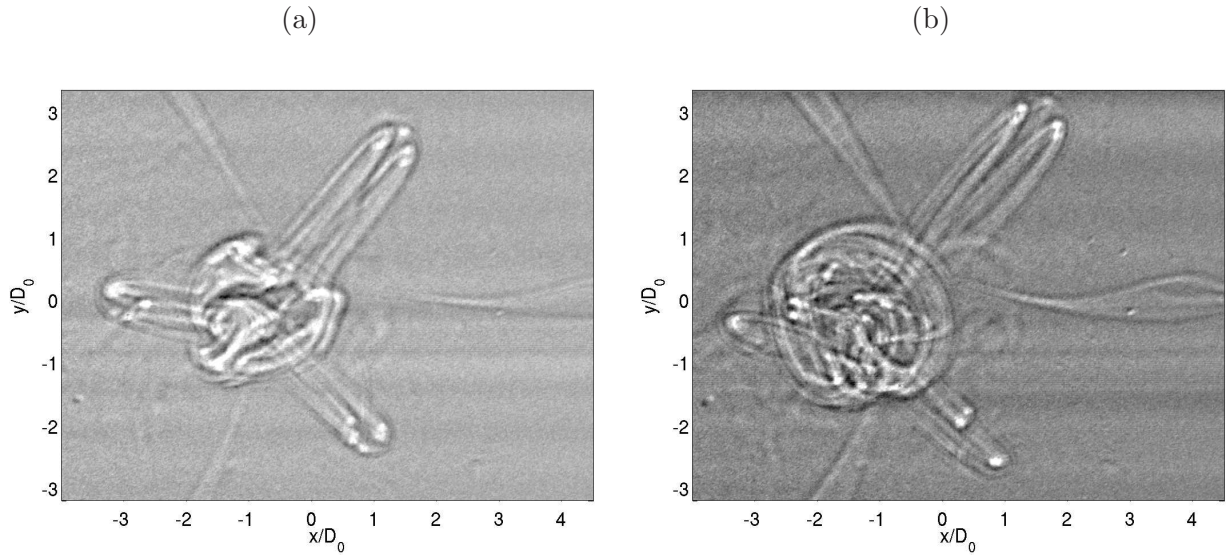


Figura 4.5: Vista superior de colisión triple de anillos de vorticidad. (a) $t = 1.283 \text{ s}$ y (b) $t = 2.283 \text{ s}$. Se observa eyección avanzada de los dipolos de vorticidad y reconexión de los tubos superiores de los anillos. $Re = 250$, $D_0 = 0.42 \text{ cm}$.

de escalares [4, 5], han revelado que los anillos de vorticidad son capaces de transportar un gran porcentaje del escalar inyectado, sin embargo, estas simulaciones numéricas sólo han planteado casos particulares como un escalar tipo pared o inyectados en el núcleo.

En este trabajo la inyección de sustancia escalar puede ser observada cualitativamente en los resultados obtenidos con Shadowgraph o en la visualización del escalar colorante. En ambos casos, la presencia de una estela que es contenedora de escalar perdido por los anillos de vorticidad da indicios de que el transporte de sustancias no es total. Pero la excelente visualización del escalar en todo el período de colisión, confirma que los anillos de vorticidad son capaces de llevar la sustancia hasta el punto de colisión, donde permanece hasta que la energía cinética se haya acabado completamente.

Al calcular el número adimensional de Schmidt con la ecuación 2.16, considerando $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$ y $\Gamma_m = 0.6 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ se obtiene:

$$Sc = \frac{\nu}{\Gamma_m} = \frac{0,01 [\text{cm}^2/\text{s}]}{0,6 \cdot 10^{-5} [\text{cm}^2/\text{s}]} = 1667$$

Este número Sc es muy grande dentro de la escala del número de Schmidt, lo que es indicador de que la solución de azúcar en agua no tiene buena mezcla por difusión. Este hecho es comprobable al observar que los anillos de vorticidad después de haber colisionado, caen al fondo por gravedad debido a su mayor densidad relativa al agua. Durante todo el

fenómeno de colisión no se observa que el escalar se disuelva por si solo en el medio.

4.2.2. Inclusión de sustancia escalar colorante

Se reemplaza la sustancia escalar de solución de azúcar por solución de tinta. El objetivo es lograr una simple vista del flujo sin necesidad de usar técnicas ópticas. Así se tiene una visión 3-D del fenómeno que se quiere caracterizar.

Las condiciones de generación y el montaje es exactamente el mismo descrito en la sección 4.1, con el único cambio que corresponde a colocar la cámara CCD en un ángulo que permita ver las características tridimensionales del fenómeno y sin la pantalla usada en el Shadowgraph.

En las figuras 4.6 (a) y (b) se muestra la trayectoria de los anillos de vorticidad previa a la colisión. Es posible observar que los anillos poseen la misma forma y estabilidad que los formados anteriormente con el escalar pasivo de solución de azúcar.

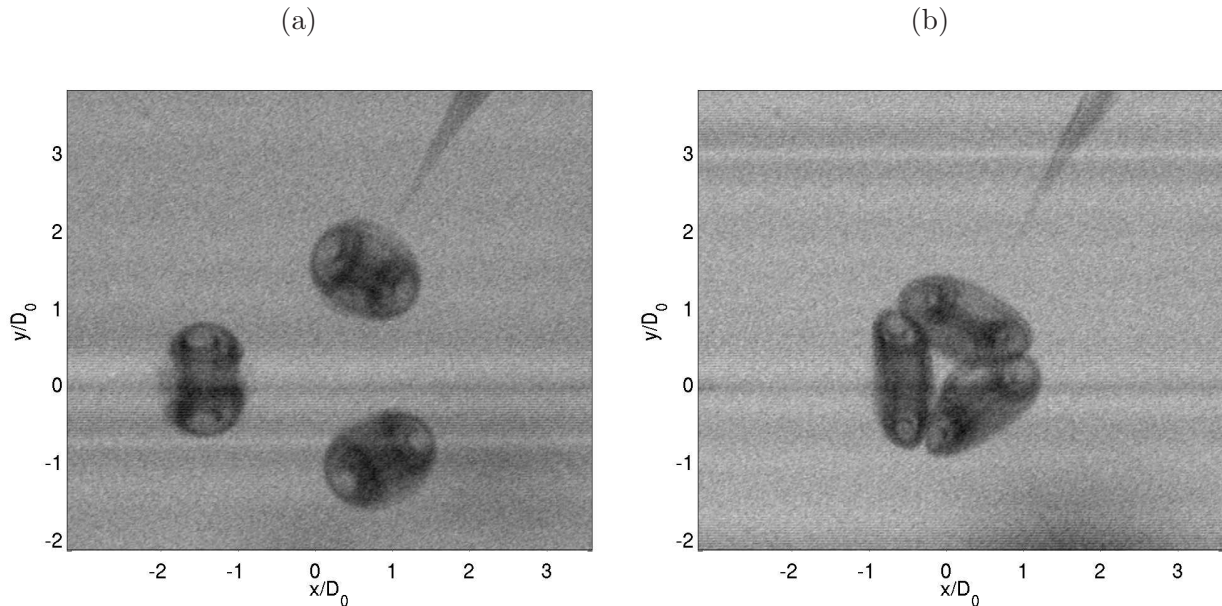


Figura 4.6: Visualización de anillos de vorticidad con sustancia escalar colorante. (a) $t = 0.566 s$, (b) $t = 0.733 s$. Se observa la trayectoria de los anillos hasta que entran en contacto. $Re = 250$, $D_0 = 0.42 cm$.

En la figura 4.7 (a) ya se han acoplado los tubos de vorticidad laterales, formando una figura con tres brazos que se expanden según el sentido de las flechas blancas. Los tubos de vorticidad superior e inferior aún no comienzan el proceso de reconexión.

En la figura 4.7 (b) las flechas blancas indican las zonas de interacción de los tubos de vorticidad superior e inferior. Es posible observar, especialmente en la zona inferior, cómo se conforma un agujero circular en torno al cual se genera el posterior anillo de vorticidad. En esta figura se observa con claridad los brazos formados por la expansión de los dipolos de los tubos laterales.

En la figura 4.7 (c), se produce la reconexión de dos nuevos anillos de vorticidad, que tienen trayectorias posteriores según las flechas blancas. Al principio, estos nuevos anillos de vorticidad no tiene una forma muy bien definida, especialmente en el anillo superior. En un intervalo de tiempo de 0.4 s, en la figura 4.7 (d), los anillos reconectados ya pueden ser observados con claridad, y su posición se encuentra desplazada en forma vertical respecto a la figura anterior.

La velocidad autoinducida de los anillos de reconexión es muy baja, lo que da cuenta de una baja circulación considerando las variables de la ecuación 2.7. La disipación viscosa en la colisión es causante de la poca energía de los anillos de vorticidad.

La figura 4.7 (d) muestra con claridad la formación de 2 anillos de vorticidad simétricos con respecto al plano horizontal de la configuración. Lo anterior permite suponer que en la vista superior con Shadowgraph de la figura 4.4, los anillos de vorticidad de reconexión se superponen y son vistos como uno solo, mezclando e interfiriendo mutuamente su información.

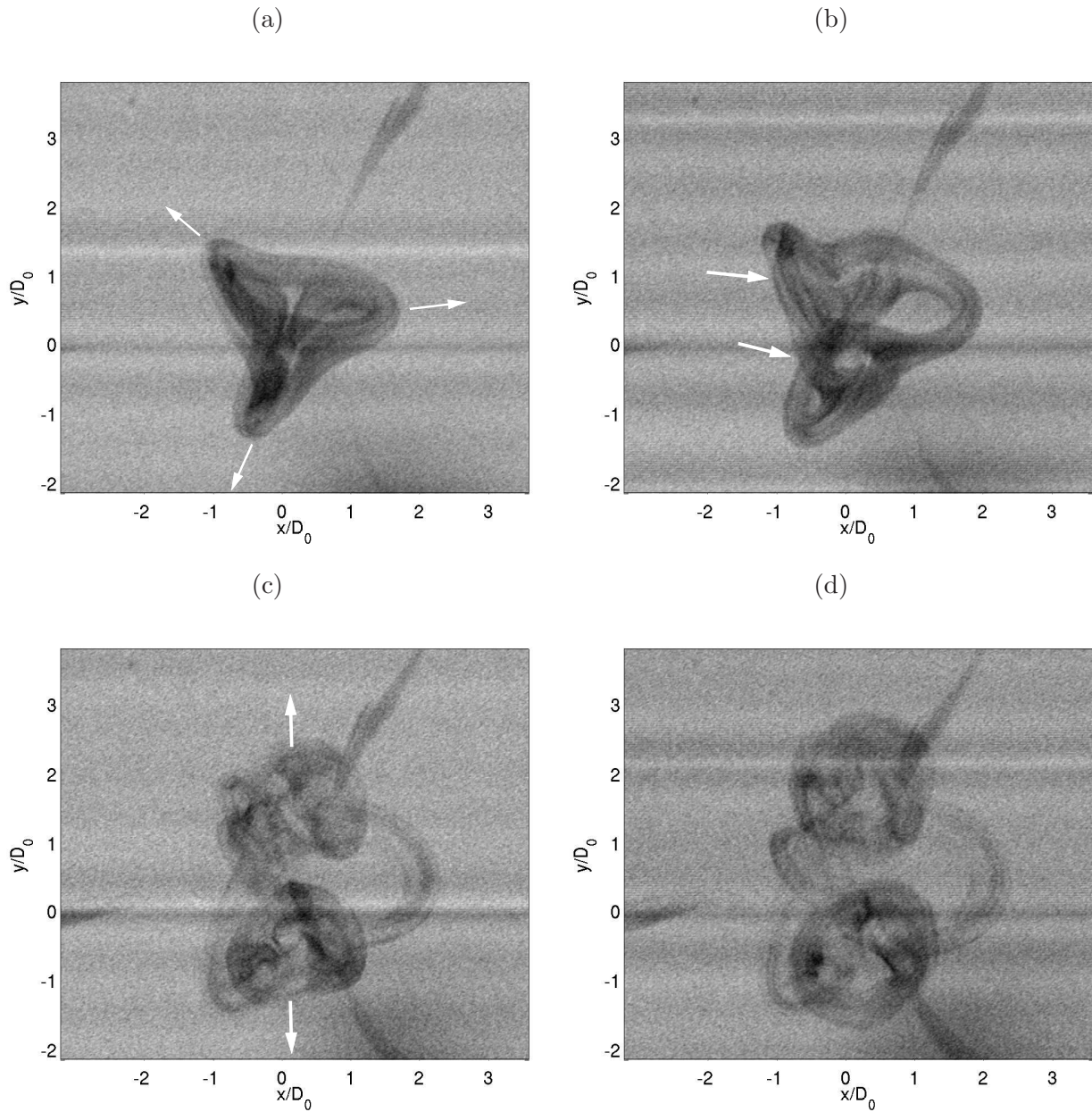


Figura 4.7: Visualización de anillos de vorticidad con sustancia escalar colorante. En (a) $t = 0.900 \text{ s}$, se observa la eyección de los tubos de vorticidad laterales según la dirección indicada por las flechas blancas. En (b) $t = 1.033 \text{ s}$, las flechas blancas indican las zonas superior e inferior donde comienza a generarse reconexión de los tubos de vorticidad. En (c) $t = 1.466 \text{ s}$, las flechas blancas indican la dirección de desplazamiento de los nuevos anillos de vorticidad generados por reconexión. En (d) $t = 1.800 \text{ s}$, los anillos de vorticidad de reconexión continúan su desplazamiento en dirección vertical. $Re = 250$, $D_0 = 0.42 \text{ cm}$.

Capítulo 5

Conclusiones

El presente trabajo de tesis tuvo como objetivo estudiar experimentalmente la interacción entre anillos de vorticidad similares al colisionar en una configuración de 120° entre sus vectores de velocidad autoinducida. En una primera etapa se analizó el fenómeno cinemático mediante anemometría de hilo caliente, desde donde se puede concluir lo siguiente:

- La trayectoria y velocidad de los anillos de vorticidad previo a la colisión son altamente similares en cada realización, por lo anterior, es posible realizar un barrido ortogonal con el anemómetro para obtener información del campo de velocidad en toda el área de interés. Por su parte, durante y posterior a la colisión, el movimiento de las zonas de alta velocidad tiene pequeñas variaciones entre cada experimento, lo que provoca dispersión en el campo de velocidad.
- Las series temporales de módulo de velocidad muestran que, en el punto geométrico de colisión, el aumento de velocidad es menor que en el entorno ubicado en un radio de 0.8 cm . Las series temporales más irregulares están presentes en la zona donde los anillos de vorticidad se detienen debido a la interacción con los anillos adyacentes, en este lugar el campo de velocidad aumenta su variabilidad producto de la colisión.
- La inyección de humo como trazador en los anillos de vorticidad permitió visualizar el movimiento del núcleo del anillo, que es el transportador de las partículas trazadoras. La visualización del plano central de la colisión muestra con claridad el acoplamiento y eyección de los tubos de vorticidad de anillos adyacentes, los cuales tienen vector de vorticidad de signo opuesto formando un dipolo. En planos superiores, la visualización muestra la interacción de los tubos de vorticidad superiores, los cuales sufren reconexión formando un nuevo anillo de vorticidad que se desplaza según el eje vertical. Este

interesante resultado corrobora experimentalmente la simulación numérica citada en la sección 2.6.

- El cálculo de energía cinética muestra su decaimiento en el tiempo. Al realizar un ajuste exponencial a las curvas de decaimiento, se observa que la constante de tiempo disminuye con el aumento del número de Reynolds de los anillos, debido a la mayor influencia de la disipación viscosa.
- Los gráficos de densidad espectral de potencia muestran que, en colisiones de anillos más veloces, la energía se distribuye hacia frecuencias más altas. De esta manera se va llenando progresivamente el espectro energético del fluido. La energía distribuida en altas frecuencias es atribuible a la formación de estructuras de vorticidad cada vez más pequeñas con el aumento del número de Reynolds. También los anillos de vorticidad de mayor velocidad, tienen señales temporales más localizadas en el tiempo, lo que implica deslocalización en el espacio de frecuencia.

En una segunda etapa se reproduce la colisión de anillos de vorticidad en agua. El nuevo montaje experimental contempló visualizaciones mediante Shadowgraph y con sustancia escalar colorante, de las cuales se pueden obtener las siguientes conclusiones cualitativas:

- El fenómeno observado en los anillos de vorticidad en aire es reproducible en agua en una escala espacial menor. La viscosidad del agua permite experimentar con anillos de vorticidad de menor velocidad, logrando generar reconexión de los tubos de vorticidad de manera similar a lo observado en aire.
- La visualización con Shadowgraph entrega información detallada sobre la forma de los anillos de vorticidad. Es posible observar con claridad el límite de los anillos, el núcleo de vorticidad y las líneas de flujo dentro de él. El gradiente de índice de refracción entre el medio y el interior del anillo genera una imagen de contraste debido a la deflexión de haces de luz. Con Shadowgraph se observa con claridad la eyección de los dipolos de vorticidad y la reconexión de los tubos superior e inferior formando un nuevo anillo.
- Las sustancias escalares pasivas inyectadas en los anillos de vorticidad son transportadas en un gran porcentaje por los anillos de vorticidad, permitiendo seguir el fenómeno de colisión en todas sus etapas. El porcentaje de escalar perdido es pequeño y queda en la estela dejada por los anillos de vorticidad.

- Al inyectar una sustancia escalar de densidad superior a la del fluido, los anillos de vorticidad caen por gravedad cuando su número de Reynolds es bajo. En las visualizaciones con Shadowgraph se obtuvo anillos de baja velocidad que cambian su trayectoria cayendo sin alcanzar a colisionar. Los vectores de velocidad autoinducida de estos anillos dejan de pertenecer al plano x, y , desviándose hacia el eje z . Sería interesante continuar el análisis buscando relaciones entre la trayectoria de los anillos, su energía y el escalar que transportan.

Bibliografía

- [1] Hernández R. H., Cibert B., Bechet C.(2006) *Experiments with vortex rings in air*. Europhysics letters **75**: 743
- [2] Arevalo G (2010) *Estudio experimental de la interacción de múltiples anillos de vorticidad en una topología tridimensional*. Ph. D. Thesis, Universidad de Chile.
- [3] Arevalo G., Hernández R., Nicot C., Plaza F. (2007) *Collision of vortex ring with a heated vertical plate*. Phys. Fluids **19**: 083603
- [4] Rodríguez G. (2009) *Transporte de una sustancia escalar pasiva mediante anillos de vorticidad*. Trabajo de Titulación de Ingeniero Civil Mecánico. Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Chile.
- [5] Astudillo J. (2008) *Simulación numérica del impacto 3D de multiples anillos de vorticidad*. Trabajo de Titulación de Ingeniero Civil Mecánico. Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Chile.
- [6] Saffman P.G. (1992) *Vortex Dynamics*. Cambridge University Press.
- [7] Shariff K. (1992) *Vortex rings*. Ann Rev Fluid Mech. **24**: 235-79.
- [8] Landau L. D., Lifshitz E. M. (1989) *Fluid Mechanics* Pergamon Press.
- [9] Kamm J. R. (1987) *Shape and stability of two dimensional vortex regions*. Ph. D. Thesis, Caltech.
- [10] Afanasyev Y., D. Korabel V. N. (2004) *Starting vortex dipoles in a viscous fluid: Asymptotic theory, numerical simulations, and laboratory experiments*. Phys. Fluids **16**: 3850-3858
- [11] Jorgensen F. (2002). *How to measure turbulence with hot-wire anemometers*. Dantyc Dynamics.

- [12] Smits A. J., Lim T. T. (2010) *Flow Visualization, techniques and examples*. Imperial College Press. 213-218
- [13] Lim T. T., Nickels T.B. (1992) *Instability and reconnection in the head-on collision of two vortex rings* **357**: 225-227
- [14] Green S. (1995) *Fluid Vortices*. Springer
- [15] Pope S. (2000) *Turbulence Flows*. Cambridge University Press.
- [16] Dartnell P., Goles E., Maass A., San Martín J. (2004) *Algebra Lineal* Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Chile.
- [17] Hernández R. H. (2010) *Fundamentos de control de sistemas*. Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Chile.
- [18] Rasenat S., Hartung G., Winkler B. L., Rehberg I. (1989) *The shadowgraph method in convection experiments*. Experiments in Fluids. **7**: 412-420.

Anexo A

Artículo: Collision of 3 vortex rings in 120 degrees configuration

En este anexo se presenta el borrador del artículo que ha sido originado producto del presente trabajo de tesis. En él se muestran los tópicos más importantes desarrollados en la tesis, poniendo énfasis tanto en la evolución del campo de velocidad a través del tiempo, como en las distintas técnicas de visualización del fenómeno de reconexión de tubos de vorticidad.

El trabajo se encuentra en proceso de revisión para su publicación.

Simultaneous collision of three vortex rings

R. H. Hernández* and E. Monsalve

*LEAF-NL, Departamento de Ingeniería Mecánica,
Universidad de Chile, Casilla 2777, Santiago, Chile*

(Dated: May 24, 2011)

Abstract

We investigate experimentally the simultaneous collision between three vortex rings, arranged symmetrically at 120 degrees between their self-induced velocity vectors. We report experimental results obtained with vortex rings in air, where we measured the ring velocity field with a hot wire anemometer during the collision and visualize them with the aid of an illuminated laser sheet at several collision stages. We also report detailed flow visualizations of this triple collision in water, with the aid of a shadowgraph. Our results show coupling of the vortex tubes creating local dipoles, reconnection of the top and lower vortex tubes and a particular evolution of the power spectral density of velocity as a function of ring's Reynolds number.

PACS numbers: 44.32.C-, 47.80.Jk

*Corresponding author; Electronic address: rohernan@ing.uchile.cl; URL: <http://www.leafnl.uchile.cl>

I. INTRODUCTION

The aim of this work was to create a symmetric and simultaneous collision between three identical vortex rings and to measure the instantaneous velocity field with a single-probe hot-wire anemometer. The underlying idea was to produce a confined collision spot where large flow fluctuations would enhance local mixing on a fluid originally at rest.

This idea is possible because vortex rings are regions of concentrated vorticity, easy to create and very reproducible when working in the stable regime [1, 2]. At low Reynolds numbers ($Re < 600$, based on ring velocity and ring diameter) vortex rings are stable preserving their circular geometry. Within these conditions, vortex rings can move in a straight path, where we can accurately perform measurements on a prescribed and well defined collision region. At a laboratory scale, it is pretty simple to create a ring by rapidly pushing a small amount of fluid through an orifice, and this simplicity to create these fascinating structures explains, in part, the huge amount of bibliography records and research papers (see for instance the review of [3]).

Individual properties and behavior of vortex ring has been studied recently [4] as well as the interaction with solid walls [5] and with other classical fluid structures like a boundary layer [6]. In particular, the collision of vortex rings with a heated wall enhance the heat transfer, improving the efficiency [7]. Another important concept is the role of rings in turbulence. The interaction of vortex rings of multiple sizes, and the fact that they can easily reconnect when colliding, raises question about the way the energy spectrum account for the variety of length scales produced by rings collision [8]. The simplest version of ring collision is found in on-axis frontal collisions between two similar vortex rings [9], where smaller rings are formed after reconnection, filling the energy spectrum with smaller scales. Rings collisions can be done very straightforward between two rings, even with rings of different size, circulation and self-induced velocity [10]. However, to get smaller scales after a collision, one must increase the number of reconnections and one possibility would be to increase the ring's strength, but probably triggering the ring's instability [2].

Another point of view is to make controlled collisions between many rings, arranged into a particular configuration. Recent numerical simulations [10] have revealed interesting reconnections produced after the collision between three vortex rings.

In the present work, we report an experiment where three stable and similar vortex rings

collide simultaneously. They are located at the vertices of an equilateral triangle, pointing to the triangle center where the collision takes place. As we said before, we were motivated by the production of local velocity fluctuations and turbulence originated by the collision and also by the ability of vortex rings to promote mixing in the collision region, of a previously injected scalar substance into one or more rings. This paper is organized as follows. Section II describes the experimental set up and the properties of the rings produced in our experiment using air. Results for air are presented in section III. Results for the ring collision in water are presented in section IV. Concluding remarks are summarized in section V.

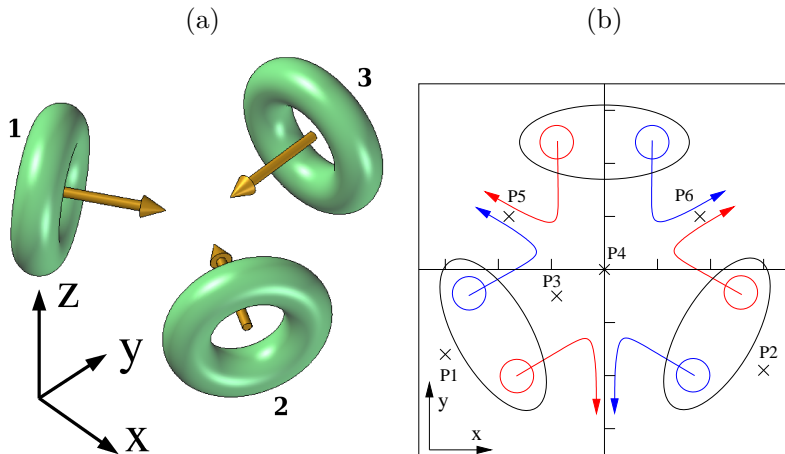


FIG. 1: (a) Schematic view of the colliding vortex rings. They are identified by a number in the Cartesian coordinate system. (b) Ring collision diagram indicating particular points to compute statistics associated to velocity fluctuations.

II. EXPERIMENTAL FACILITIES

Experiments were performed at the LEAF-NL laboratory at the University of Chile. In figure 2 we display the complete experimental set-up in air. Three vortex rings of diameter D and self-induced velocity U_0 are created in a still air chamber using three independent and identical vortex ring generators (exit diameter $D_0 = 1.5$ cm). Three identical pipes (internal diameter 3.8 cm) are connected to a big cylindrical manifold, driving a pressure pulse to each vortex generator. A forcing signal of constant peak amplitude drives a piston inside the manifold creating a controlled pressure pulse.

Some fractions of second after the pressure pulse, a simultaneous pinch-off occurs on the three vortex rings, which move with the same speed toward the collision point ($P4$ in figure 1 b), located at 15 cm from each vortex generator. The self-induced velocity of the rings can be varied between 50 cm/s and 120 cm/s depending on the strength of the forcing signal.

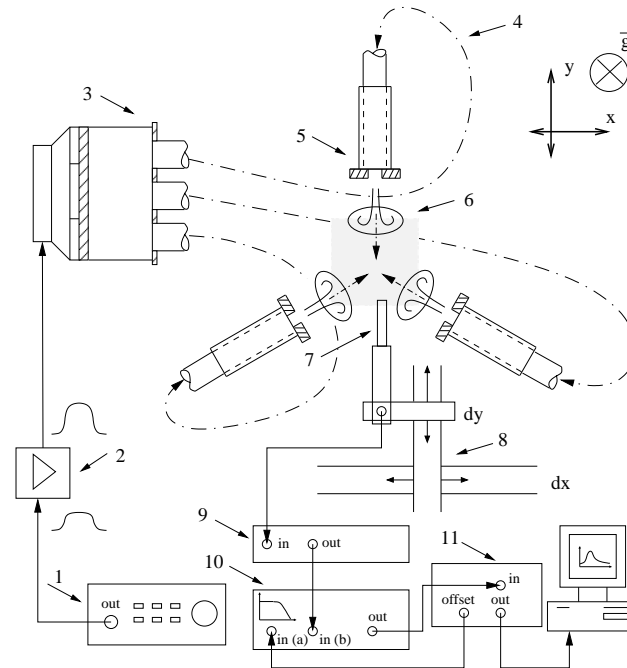


FIG. 2: Sketch of the experimental set-up. A HP33120A function synthesizer (1) sends the driving signal to the bipolar amplifier HSA4011 (2). The amplified signal pushes the piston in the pressure wave manifold (3), which is connected to 3 identical hydraulic hoses (4) that guide the waves to the final tube with an exit diameter D_0 (5). Vortex rings (6) are generated simultaneously and with great repeatability. Fluid velocity is measured with a hot-wire anemometer (7,9) in a Cartesian square grid controlled by a three-axis stepper motor system. (8). A preamplifier SR560 lowpass filter the signal which is acquired with a data acquisition card DT9804.

The hot-wire velocity signal is typically low-pass filtered at 1 kHz@12 dB/oct the amplified and acquired by an A/D Data Translation DT9804 card at a sampling frequency of 2 kHz. The filter cutoff frequency is high enough to record most of fluid fluctuations after collision.

III. RING COLLISION IN AIR

A. Vortex ring velocity in a x, z plane

The experiment reference frame is shown in figure 1. To characterize the fluid dynamical properties of vortex rings we perform accurate point-measurements of the velocity with a single probe; (1) First we start a vortex emission (one realization), (2) then we measure the velocity at a given initial spatial position (x_0, y_0, z_0) , (3) we wait 20 seconds for any perturbation being damped, (4) then we change the probe (x, z) position to start again. This procedure is repeated automatically (with the aid of a stepper motor control) to make a (x, z) scan of 70×80 synchronized measurements ($\Delta y = 1, \Delta z = 0.875$ mm), after that we get a 4-D matrix of fluid velocity $u(x, y, z_0, t)$. Such reference frame allows to get direct time series of velocity for the ring N^o 3 which moves in a trajectory parallel to the y axis (figure 1). Velocity fluctuations of the order of 3 % were found between measurements performed with one day of delay (under same conditions).

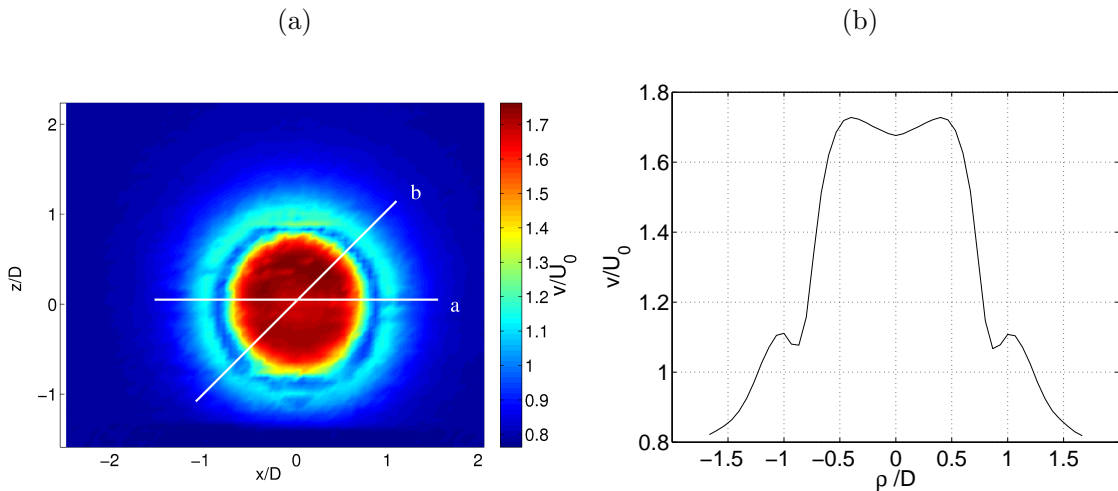


FIG. 3: (a) Contour map of ring velocity N^o 3 at time $t = 0.13$ s in the x, z plane. Ring Reynolds number is $Re = 500$, $D = 1.5$ cm and $U_0 = 50$ cm/s.(b) Velocity profile in plane a and b defined on part (a). The curve shown is the velocity profile averaged in the azimuthal direction in steps of 10 degrees.

We will first consider the motion of ring N^o 3 to show some typical properties like the absolute velocity profiles at a Reynolds number of $Re = 500$, defined by $Re = U_0 D / \nu$, where U_0, ν

are the self-induced velocity and kinematic viscosity of the fluid ($\nu = 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$). The measurement plane is located at $y = 7 \text{ cm}$ ($y/D = 4.7$) from the exit of the vortex ring generator.

After a TTL signal trigger the forcing signal drives a piston inside the pressure manifold, then a vortex ring is rapidly formed at the disk's exit hole of each tube. The time origin for the vortex ring formation is the rising edge of the TTL trigger. Peak velocity in the

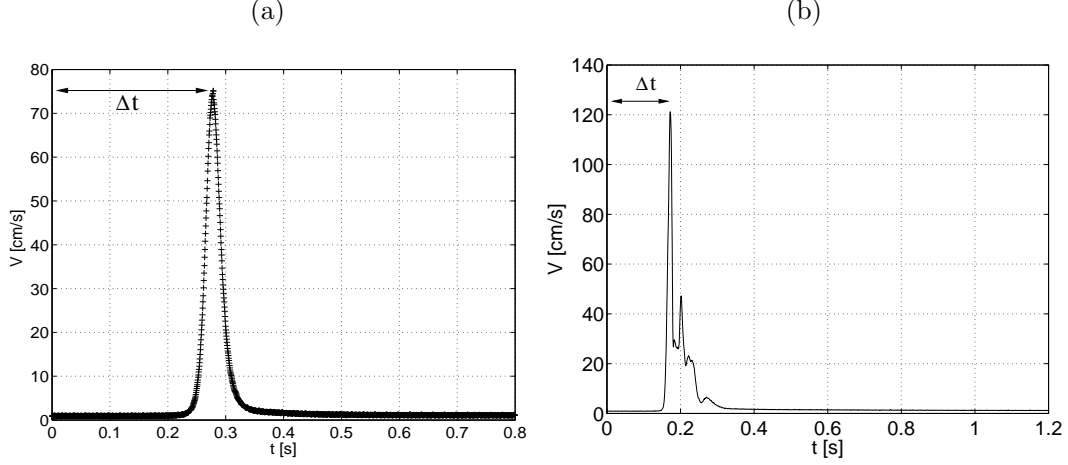


FIG. 4: (a) Time series of velocity at point located on the axis of the trajectory of ring N^o 2 with $D = 1.5 \text{ cm}$, $U_0 = 50 \text{ cm/s}$ and $Re = 500$. Peak velocity occurs when the center of the ring moves across the hot wire probe. The ring's flight time is indicated by Δt . (b) Time series of velocity at point $P6 = (8.75, 14) \text{ mm}$ for $Re = 950$

time series will display a variable time lag depending on the relative position of the hot wire probe. This ring's flight time is Δt and it serves to estimate the self-induced velocity of the ring, $U_0 = y/(\Delta t)$, with an accuracy of the order of 2 % (See figure 4). Repeating the procedure many times allow us to get an instantaneous velocity colormap measured in the x, z plane (figure 3 b). The colormap has the expected circular symmetry associated to the velocity profile of the ring. We can extract a velocity profile projecting our data on a set of grid points at any desired cutting plane (a, b) , as shown in figure 3. The resulting velocity profile passing by the ring center is shown in figure 3 b). The velocity has been normalized by U_0 and ρ is the radial distance to the ring's centerline. Local maxima and minima in figure 3 are located at $-0.9\rho/D$ and $0.9\rho/D$, representing the core size of the ring. This is a typical velocity profile of a stable vortex ring, however, as the ring is influenced by the

presence of the other two rings already in motion, the ring overall size D is almost twice as the typical size of a free ring [4].

B. Vortex ring velocity in a x, y plane

In this case, the hot-wire probe moves on a square measurement region of surface $7 \times 7 \text{ cm}^2$ centered in the collision point. A typical time series of flow velocity is shown in figure 4, where the hot-wire probe is moved in $\Delta x = 1 \text{ mm}$, $\Delta y = 0.875 \text{ mm}$ steps on 70×80 grid points as shown in the reference frame of figure 1. Here we observe a localized velocity peak owing to the passage of some portion of the moving ring through the hot wire probe. The peak's characteristic width (Full width at half maximum) is a good estimate of the ring's bubble size, which appears to be very close to the ring diameter in our range of Reynolds numbers. On the other hand, the ratio of vortex core diameter to ring diameter gives ~ 0.5 from figure 3 b), and also confirm that we are dealing with thick rings which are however changing in size as they approach to the collision region.

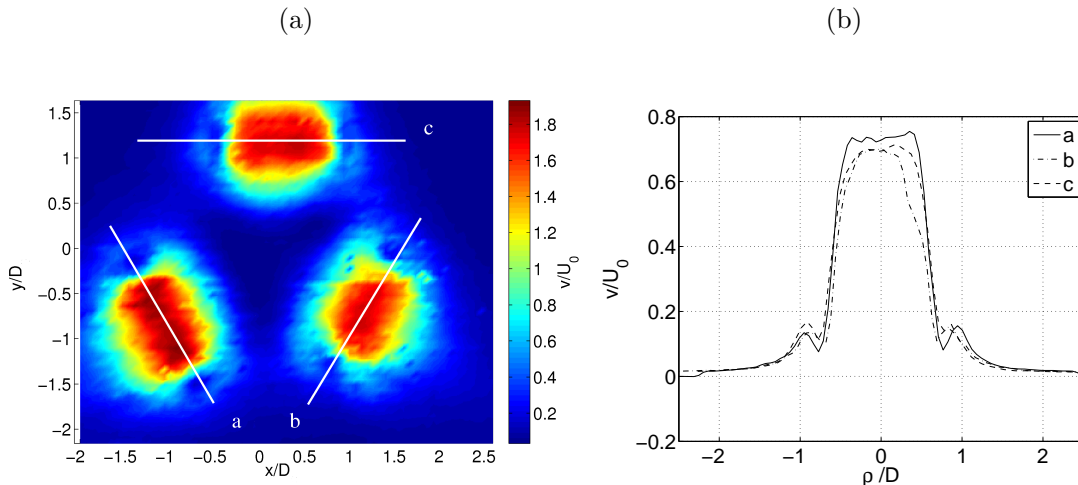


FIG. 5: (a) Contour plot of velocity in a x, y plane at $t = 0.30 \text{ s}$. We observe the position, size, and velocity level of each ring in that time instant. Lines a , b , and c are projection planes passing through the center of the ring and being normal to the self-induced velocity. $Re = 500$, $D = 1.5 \text{ cm}$ and $U_0 = 50 \text{ cm/s}$. (b) Velocity profiles obtained from projecting planes a , b , and c .

Best results are obtained with time series of 2 s of duration, including the overall motion of the ring, collision, reconnection, and energy dissipation. As each time series contain the

ring velocity in one point, we have to make 5600 realizations to get the 4-D matrix with the characteristic properties of the collision and further behavior.

In figure 5 we show a contour plot of velocity on a x, y plane at $t = 0.30$ s (referred to the start trigger of the whole set-up). We see each vortex ring as a red spot where the velocity is highest at center of the ring. The three rings are clearly identified, confirming the good repeatability of each realization and the stability of each ring before collision.

Projecting a plane into the 4-D velocity matrix on figure 5 a) allows to extract velocity profiles in arbitrary directions, like in the projected planes a , b , and c . Velocity profiles in figure 5 b) have the same characteristic shape of vortex ring profiles shown in figure 3. The ring sizes are very similar, as it can be observed by the position of local minima in $-0.9\rho/D$ and $0.9\rho/D$. Estimating the ring diameter as the distance between two local minima, give us $D \sim 2.7$ cm, which does not change appreciably during the ring's flight.

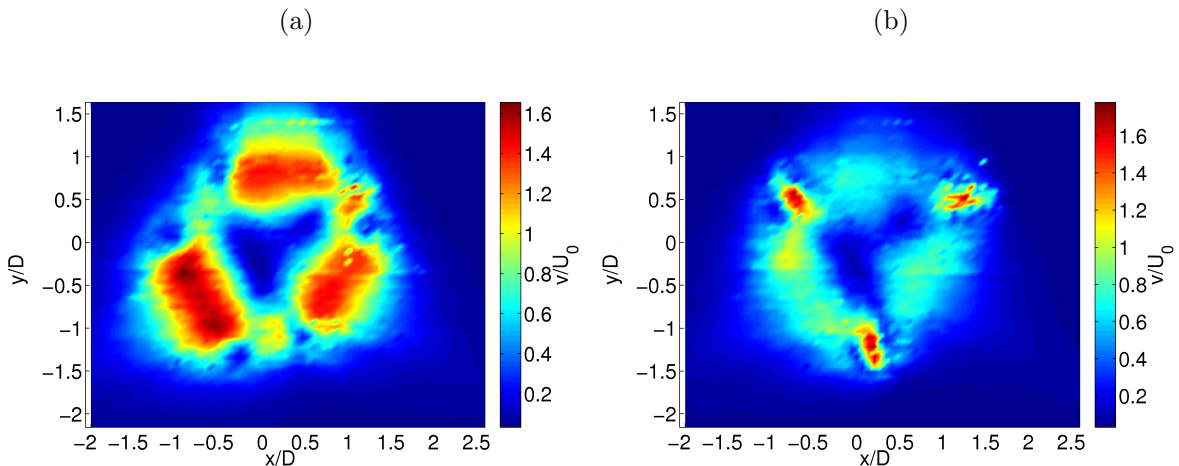


FIG. 6: Contour plot of velocity in a x, y plane at (a) $t = 0.32$ s and (b) $t = 0.34$ s. $Re = 500$, $D = 1.5$ cm and $U_0 = 50$ cm/s.

The kinematic behavior of the three rings can be extracted from the 4-D velocity matrix at any desired time. To know where a ring exactly is, we can find the time instant where the peak velocity is found on a time series like in figure 4.

In figure 5, in the contour plot of velocity at mid height z the vortex rings are seen as high velocity zones which are moving inward, into the point of impact. In figure 6 a), during the collision, the vortex tubes of each ring are being coupled due to the opposite sign of the local vorticity vectors [11], creating three new regions of high velocity, at 120 degrees, going

outward from the collision point. This can be clearly seen on the contour plot of figure 6 b).

C. Flow visualization in air

With the aid of a green (532 nm) laser light sheet and a ccd camera (662x476 pixels, 10 bits and 60 fps) we can directly see the collision. We use smoke a tracer injected into the vortex ring generators. The ring captures the smoke in their vortex core, allowing to easily track its position. In the figure 7, successive time instants of the collision show the progression of each ring in the x, y plane. The vorticity of two side-by-side rings has opposite sign, such a coupling makes an inverted motion, producing an outward expansion of the structure at the bisecting angles (at 120 degrees).

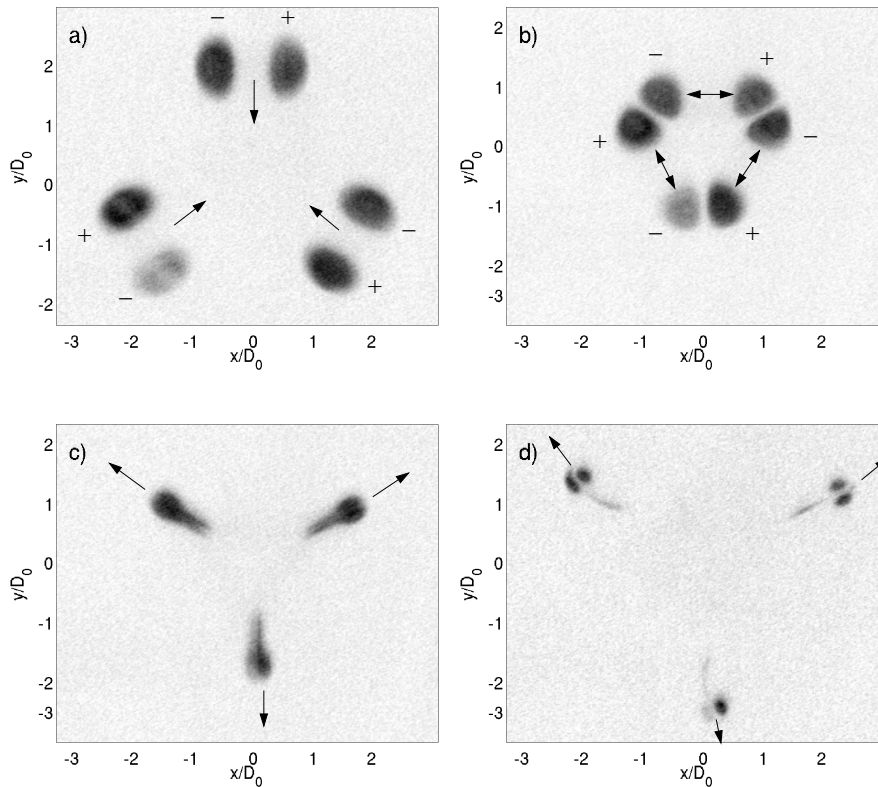


FIG. 7: Flow visualization of the collision at $z_0 = 0$ using a laser light sheet and smoke particles as a tracer. (a) $t = 0.25$ s, (b) $t = 0.32$ s, (c) $t = 0.35$ s and (d) $t = 0.42$ s. $Re = 650$, $D = 1.5$ cm.

These flow ejections in figures 7 c) and 7 d) produced by vortex-tube pairing, accelerate the

local flow creating small wakes at 120 degrees, which can be measured with the hot-wire anemometer (see figure 6 b). The velocity profile of the outward flow is in fact very similar to the ring velocity profile of figure 5 b) but over a smaller scale.

If we change the height z of the laser light plane, we can capture different zones of the collision. At height $z = 8.4$ cm and $t = 1.37$ s, on the top of the collision zone, we detect a new vortex ring, presumably produced after reconnection, which is moving upward in the z direction (figure 8 c). As the reconnection is symmetrical with respect to the z_0 plane there is a similar ring moving downward after reconnection as it was observed in numerical simulations [10].

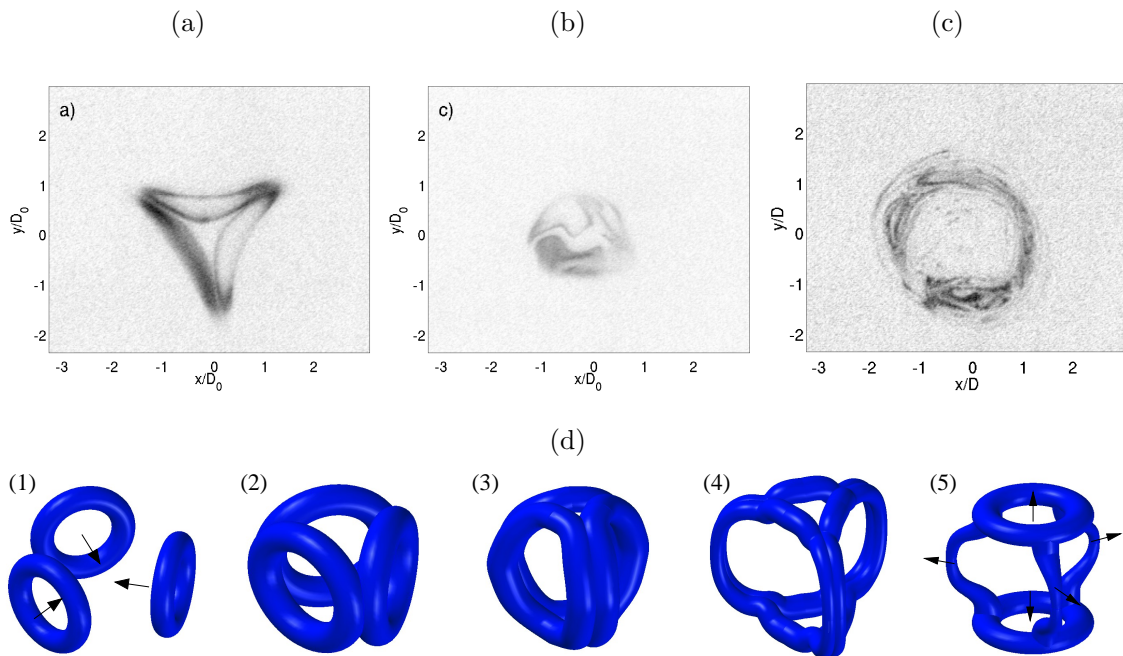


FIG. 8: Images of the reconnection of vortex tubes at different heights or x, y planes at $Re = 650$. (a) $z = 1.3$ cm, $t = 0.35$ s. (b) $z = 3.5$ cm, $t = 0.42$ s. (c) $z = 8.4$ cm, $t = 1.37$ s. We see here a new vortex ring moving upward. (d) Schematic representation of the collision and reconnection of vortex tubes at successive time instants.

The complete vortex structure during collision has been represented schematically on figure 8 d). The three rings collide, reconnect and the pairing of part of the vertical vortex tubes creates three radially expanding arms. Simultaneously, the top and bottom reconnection creates two new vortex rings which propagate upward and downward.

D. Power spectral density

As mentioned in [8], the power spectrum density after a collision and reconnection must display some traces of the creation of new smaller (and bigger) vortex structures. The 4-D matrix of time series of velocity allow to track the power spectrum density of flow velocity at different instants of the collision, as well as at instinctive spatial locations of the collision region. In the schematic diagram of figure 1 b) we indicate 6 interesting locations where the

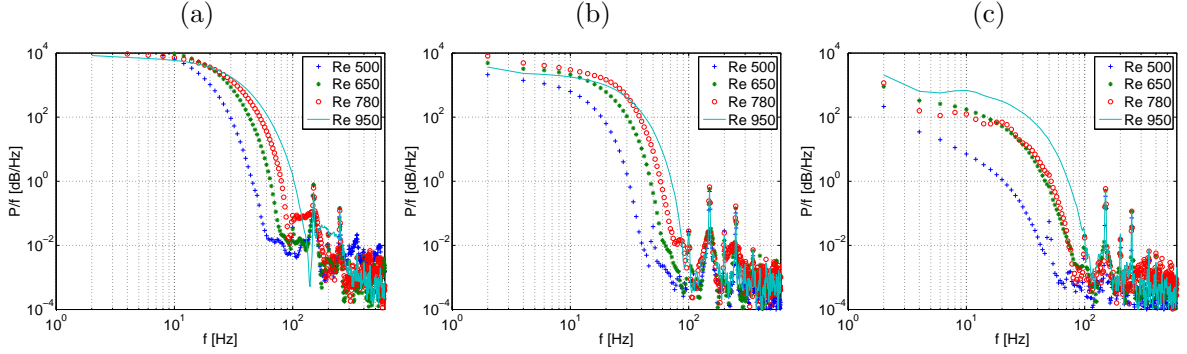


FIG. 9: (a) Power spectral density of time series of velocity at $P2 = (30, -16.6)$ mm (b) Power spectral density at $P3 = (-4.4, -7)$ mm (c) Power spectral density at $P4 = (0, 0)$ mm

time series of velocity reveal the collision history. In these 6 points we have computed the power spectral density of velocity. In figure 9 a) we display the power spectral density of absolute velocity at point $P2$ which lies in the trajectory of ring $N^o 2$, for Reynolds numbers $Re = 500, 650, 780, 950$.

We did four complete collisions at each Reynolds number. The shape of the curve is similar below 10 Hz for all cases. However, the energy clearly increases with Reynolds number below 100 Hz. In figure 9 b,c) we also show the power spectral density at points $P3$ and at $P4$, the later being the collision center.

The collision frequency bandwidth is relatively narrow within the range of Reynolds numbers, being of the order of 100 Hz. We observed that flow fluctuations after collision are relatively small compared to peak flow velocity, and the lowest energy level is found at the point $P4$ at the collision center. This could be explained by the fact that $P4$ is a stagnation point because of to the flow symmetry during the experiment.

In the frequency bandwidth range, $10 \text{ Hz} < f < 100 \text{ Hz}$, it is observed that the energy is

distributed toward higher frequencies when Re increases. We think that this energy increase is associated with the creation of new and small scale vortex structures, and therefore it goes in the good sense, toward a turbulent power spectrum.

IV. RING COLLISION IN WATER

In order to capture more details of the three ring collision, we built a water set-up where we can track the collision with a classic optical methods, the shadowgraph [12]. This compact

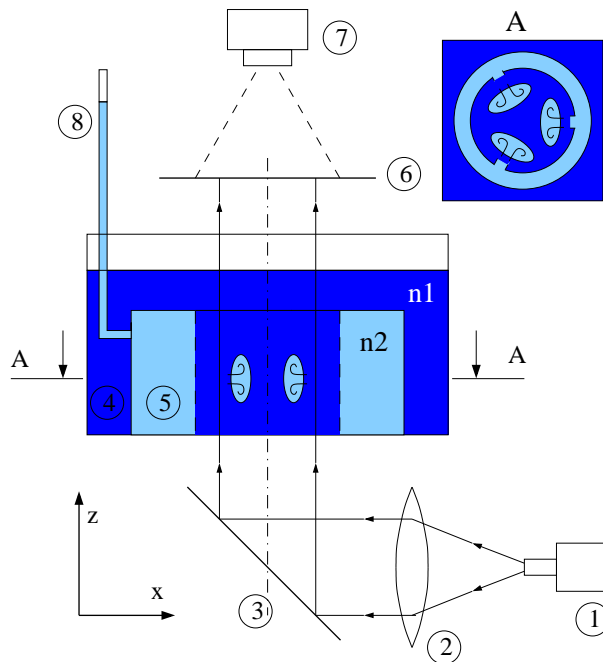


FIG. 10: Laser light (1) is expanded and collimated by lens (2), then reflected in mirror (3). The light strikes a Plexiglas bottom wall and propagates through the inner volume of refraction index n_1 . A fluid of refraction index $n_2 = 1.35$ fills the volume between both concentric cylinders which is pushed by the pressure pulse forming three vortex rings which will collide. The ultimate image of the collision is projected into a screen (6) and then recorded with a ccd camera (7).

set-up is shown in figure 10. It is a closed volume made from two concentric cylinders with a respective cover. At the inner cylinder (as shown in the inset A of figure10) three brass tubes were installed at 120 degrees. A very homogeneous pressure pulse pushes a ring from each brass tube into the inner region filled with distilled water. All rings have good fluid dynamic

similarity at low Reynolds numbers, $Re = 250$. The brass tube diameter is $D = 0.42$ cm and the kinematic viscosity of water is $\nu = 1.004 \cdot 10^{-6}$ m²/s.

A fluid of refraction index n_2 fills the volume between both concentric cylinders, which is pushed by the pressure pulse forming three vortex rings filled with a fluid of index n_2 . These rings propagate and will collide immersed in a fluid of different refraction index n_1 , assuring a very high contrast in the final shadowgraph. The gradient of refraction index, dn/dz , is accumulated in the direction of parallel light rays, thus the high image contrast means high gradient of index [13]. Within the precision of this particular optical method it is possible to determine clear spatial limits of the scalar substance of index n_2 bounded by the fluid of index n_1 . Figures 11 a) and 11 b) are shadowgraphs at two time instants where we clearly

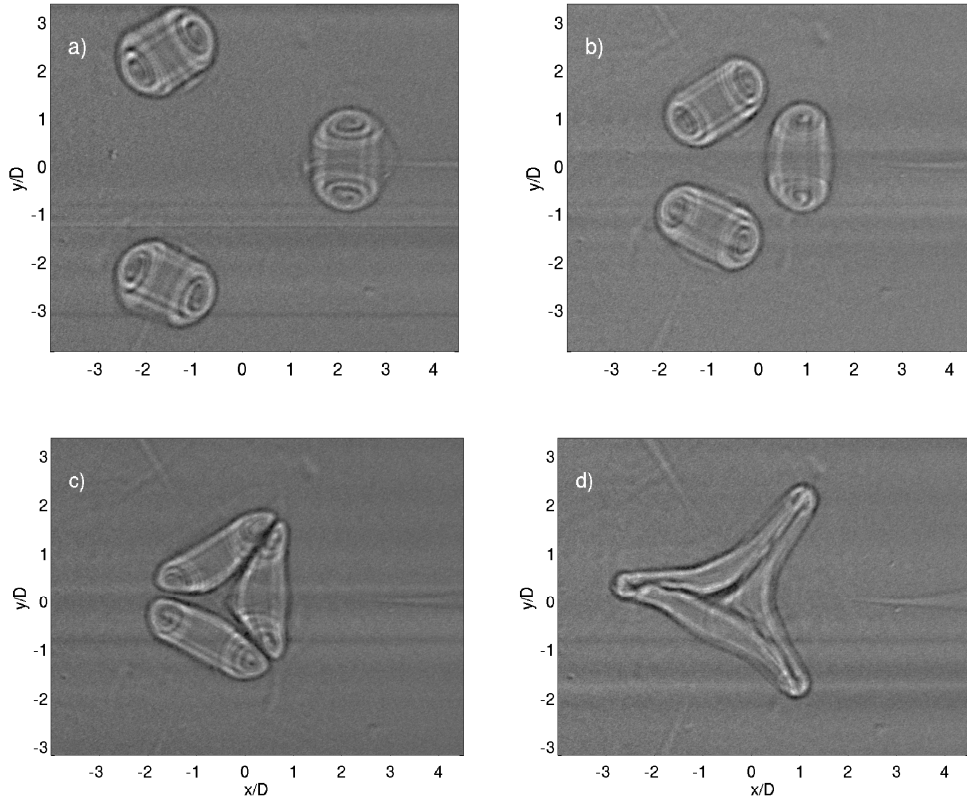


FIG. 11: shadowgraph visualization of the collision. The three vortex rings were created from fluid of refraction index $n_2 = 1.35$, which constitutes a passive scalar substance being transported by them into a clean water region. (a) $t = 0.42$ s, (b) $t = 0.58$ s, (c) $t = 0.68$ s and (d) $t = 1.28$ s. $Re = 250$, $D = 0.42$ cm.

distinguish the vortex ring bubble and vortex core. The vortex ring bubble is defined by the thin black line. In figures 11 c) and 11 d) the vortex rings have made contact, and the vortex tubes of opposite sign are coupled, producing a vortex pairing which triggers an outward flow motion as the vortex tubes move away from the collision point. This vortex tube reversal is very similar to the observations in the air experiment on figure 7.

V. CONCLUSIONS

We have investigated the simultaneous collision of three vortex rings generated in air and water. Controlled experimental conditions allowed to measure the instantaneous spatial structure of the colliding rings at several Reynolds numbers using both hot-wire anemometry and optical methods.

At low Reynolds numbers ($Re < 400$) the ring trajectory show small differences between each realization. At Reynolds numbers in the range $500 < Re < 900$, the ring collision produce a very regular fluid motion with good repeatability of all realizations. After collision, there is reconnection of both top and bottom portions of the vorticity tubes of each vortex ring. This phenomena was observed in air and water experiments and also agrees with recent numerical simulations.

After collision, at level $z = 0$, opposite sign vortex tubes are coupled and create local dipoles which push fluid from the collision center in outward directions, which rapidly dissipates kinetic energy. At higher Reynolds numbers ($Re > 1000$) we observed a transition to turbulence from the very instant of the collision. In this case a passive scalar (like smoke) injected into one of the vortex rings, seems to be well mixed after collision. It seems that collisions involving more than 3 vortex rings could be envisaged in a future water experiment, as we think that such configurations (For instance, 4 rings at 90 degrees) will favor reconnections of side-by-side vortex tubes, creating a number of outward jets at smaller scales, increasing even more the flow energy at higher frequencies.

Acknowledgments

Financial support from Fondecyt grant N° 1085020 is gratefully acknowledged.

- [1] Widnall S. E. and Sullivan J. P., On the stability of vortex rings, *Proc. R. Soc. Lond. A.* **332**, 335 (1973).
- [2] Widnall S. E. and Tsai C.-Y., The instability of the thin vortex ring of constant vorticity, *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* **287**, 273 (1977)
- [3] Shariff K. and Leonard A., Vortex Rings, *Ann. Rev. Fluid Mech* **24**, 235 (1992).
- [4] Hernández R. H., Cibert B. and Bechét C., Experiments with vortex rings in air, *Exp. in Fluids* **75**, 743 (2006).
- [5] Walker J. and Smith C., The impact of a vortex ring on a wall, *J. Fluid Mech.* **181**, 99 (1987).
- [6] Arévalo G., Hernández R. H., Nicot C. and Plaza F. Particle image velocimetry measurements of vortex rings head-on collision with a heated vertical plate, *Phys. Fluids* **22**, 053604 (2010)
- [7] Arévalo G., Hernández R. H., Nicot C. and Plaza F. Vortex ring head-on collision with a heated vertical plate, *Phys. Fluids* **19**, 083603 (2007)
- [8] Chatelain P., Kivotides D. and Leonard A. Reconnection of colliding vortex rings, *Phys. Rev. Lett.* **90** 054501 (2003)
- [9] Lim T. and Nickels T., Instability and reconnection in the head-on collision of two vortex rings, *Nature*, **357**, 225 (1992).
- [10] Arevalo G., Estudio experimental de la interaccion de anillos de vorticidad en una topologia tridimensional. Ph.D Thesis. *Departament of Mechanical Engineering. University of Chile* (2010).
- [11] Afanasyev Y. D. and Korabel V. N., Starting dipoles in a viscous fluid: Asymptotic theory, numerical simulations and laboratory experiments, *Phys. Fluids*, **16**, 3850 (2004)
- [12] Rasenat S., Hartung G., Winkler B. L. and Rehberg I., The shadowgraph method in convection experiments, *Experiments in fluids*, **7**, 412 (1989)
- [13] Smits A. J. and Lim T. T., *Flow Visualization, techniques and examples.*, Imperial College Press. (213) (2010)

Anexo B

Series temporales de anemometría

Series temporales de velocidad en colisión de anillos de vorticidad con número de Reynolds 500. Complemento de la sección 3.2.3.

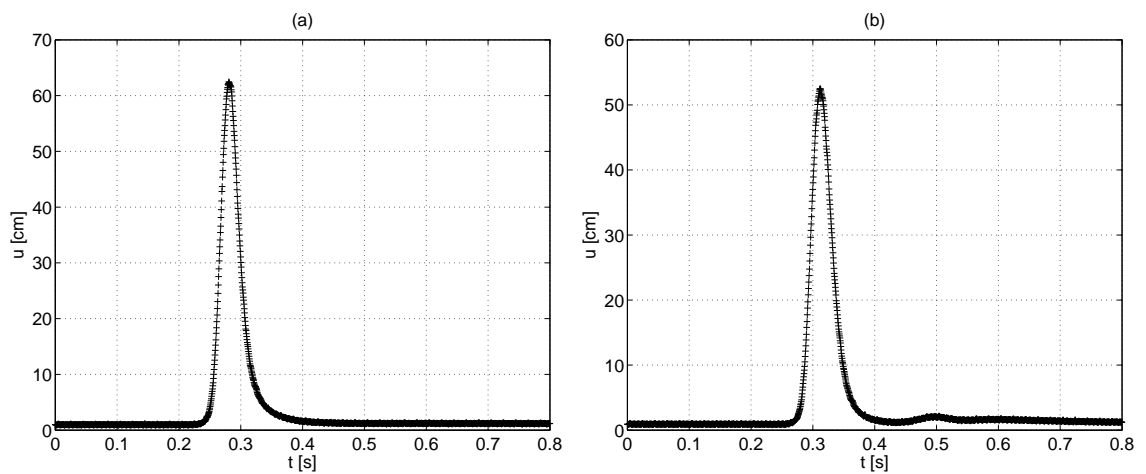


Figura B.1: Series temporales de módulo de velocidad medidas con anemometría de hilo caliente. En (a) $x = -24$ mm, $y = -18.3$ mm (b) $x = -11$ mm, $y = -10.5$ mm.

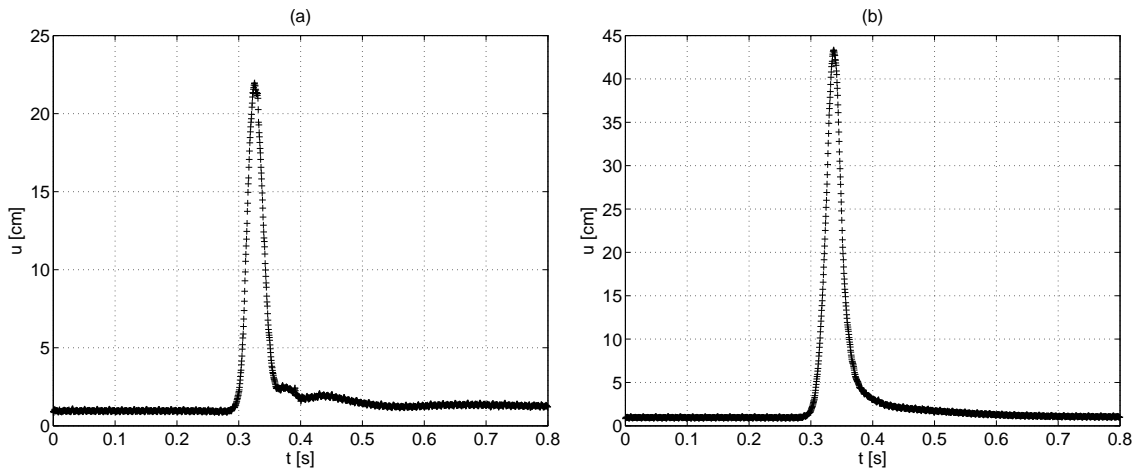


Figura B.2: Series temporales de módulo de velocidad medidas con anemometría de hilo caliente. En (a) $x = -4 \text{ mm}$, $y = -6.1 \text{ mm}$ (b) $x = -10 \text{ mm}$, $y = -6.1 \text{ mm}$.

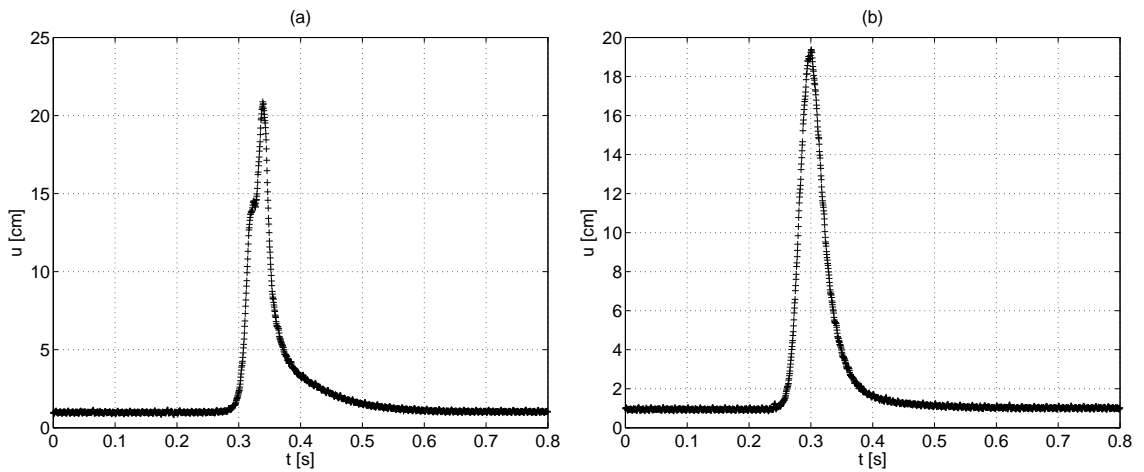


Figura B.3: Series temporales de módulo de velocidad medidas con anemometría de hilo caliente. En (a) $x = 16 \text{ mm}$, $y = 5.2 \text{ mm}$ (b) $x = 4 \text{ mm}$, $y = 21.8 \text{ mm}$.

Anexo C

Anemometría de hilo caliente

En este anexo se presentan medidas de módulo de velocidad con anemometría de hilo caliente para distintas velocidades de anillos (números de Reynolds). La figura C.1 es complementaria a la figura 3.12, donde se explica el error causado por la disposición del anemómetro de hilo caliente en el espacio. Las figuras C.2 y C.3 muestran el campo de velocidad en un rango más extenso de tiempo, desde los 0.2832 s hasta los 0.3857 s abarcando el período de interés en el fenómeno.

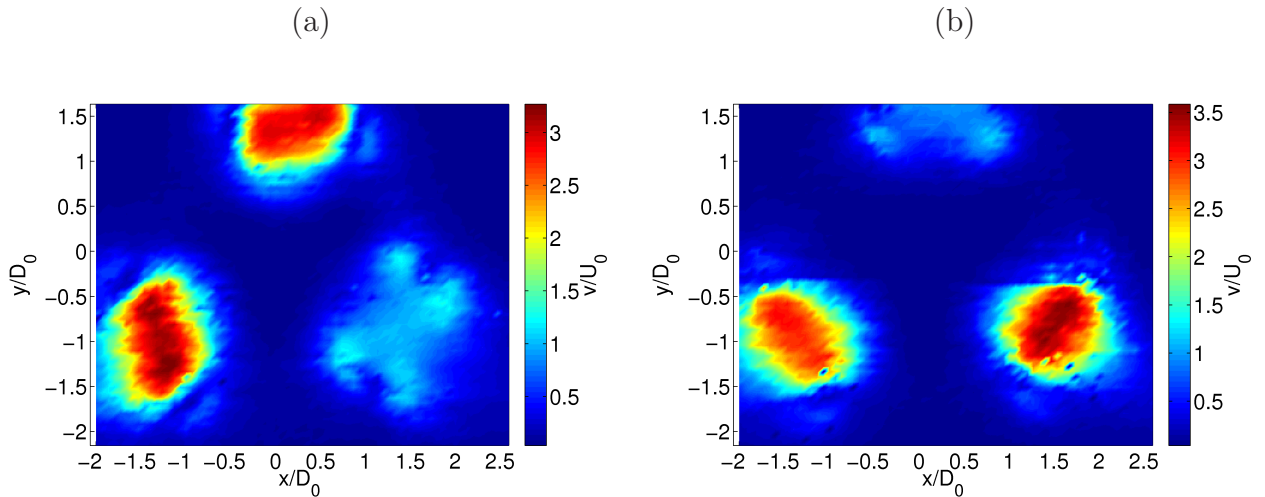


Figura C.1: Módulo de velocidad en el plano x, y para número de Reynolds $Re = 500$ en $t = 0.2930$ s. (a) Anemómetro paralelo a trayectoria de anillo de vorticidad N° 2. (b) Anemómetro paralelo a trayectoria de anillo de vorticidad N° 3.

En las figuras C.4 y C.5 se muestran mediciones de módulo de velocidad para un número de Reynolds de 780 aproximadamente. Es importante notar que las eyecciones presentes en

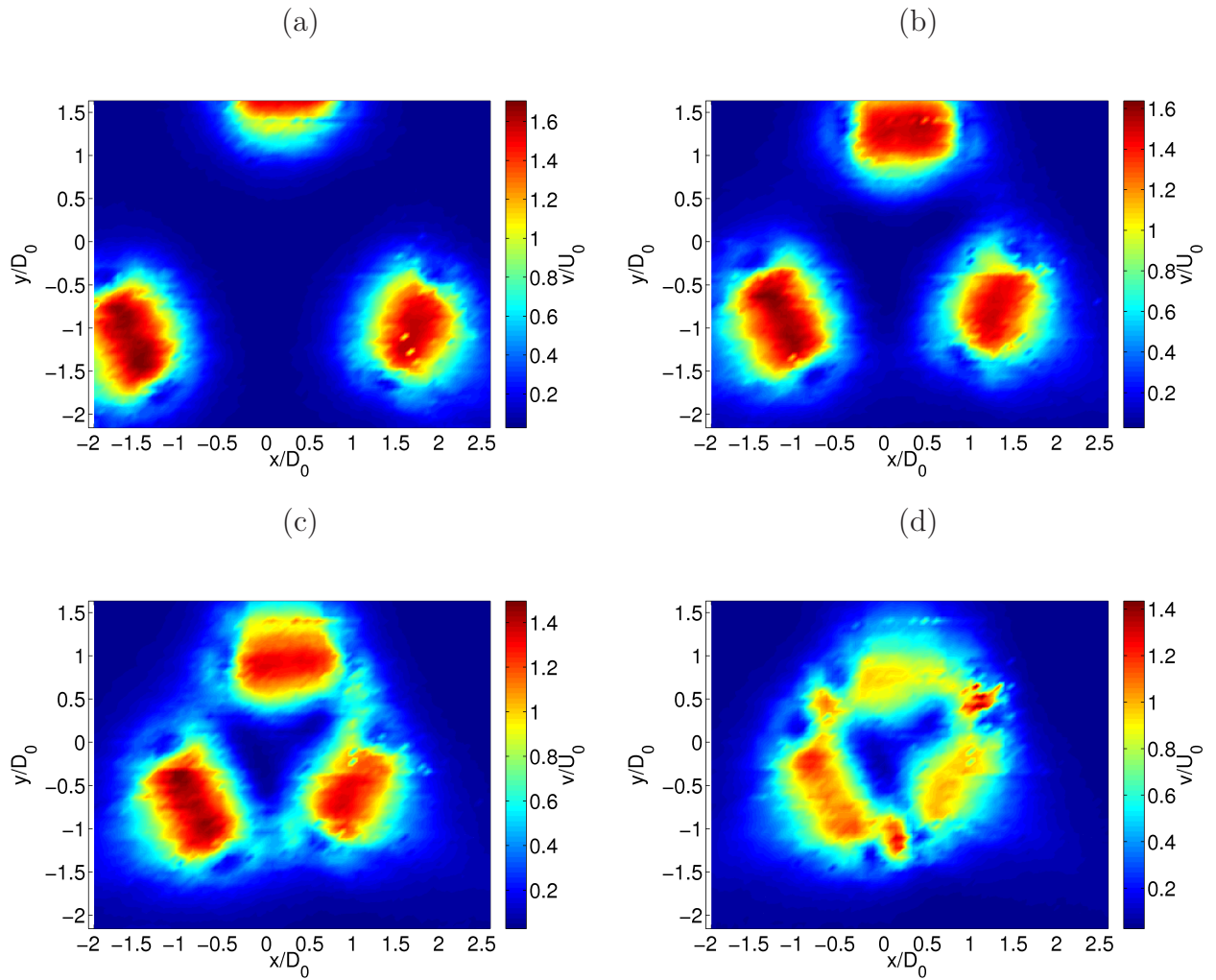


Figura C.2: Módulo de velocidad en el plano x, y para número de Reynolds $Re = 500$. (a) $t = 0.2832$ s, (b) $t = 0.2979$ s, (c) $t = 0.3125$ s, (d) $t = 0.3271$ s.

la figura C.5 tienen estelas más inestables que las de la figura C.3. La mayor energía cinética de los anillos de vorticidad provoca una evolución más caótica de la colisión.

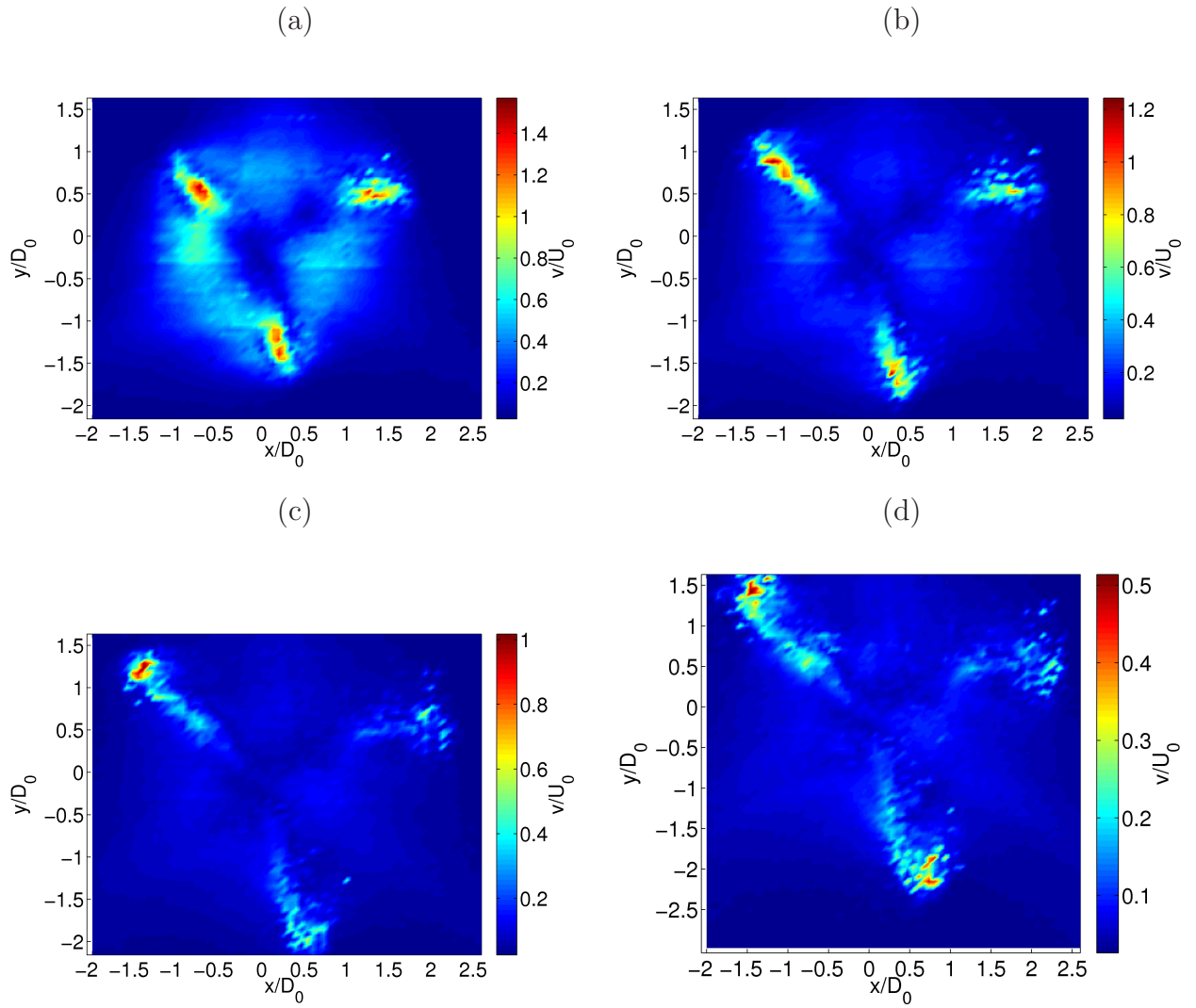


Figura C.3: Módulo de velocidad en el plano x, y para número de Reynolds $Re = 500$. (a) $t = 0.3418$ s, (b) $t = 0.3564$ s, (c) $t = 0.3711$ s, (d) $t = 0.3857$ s.

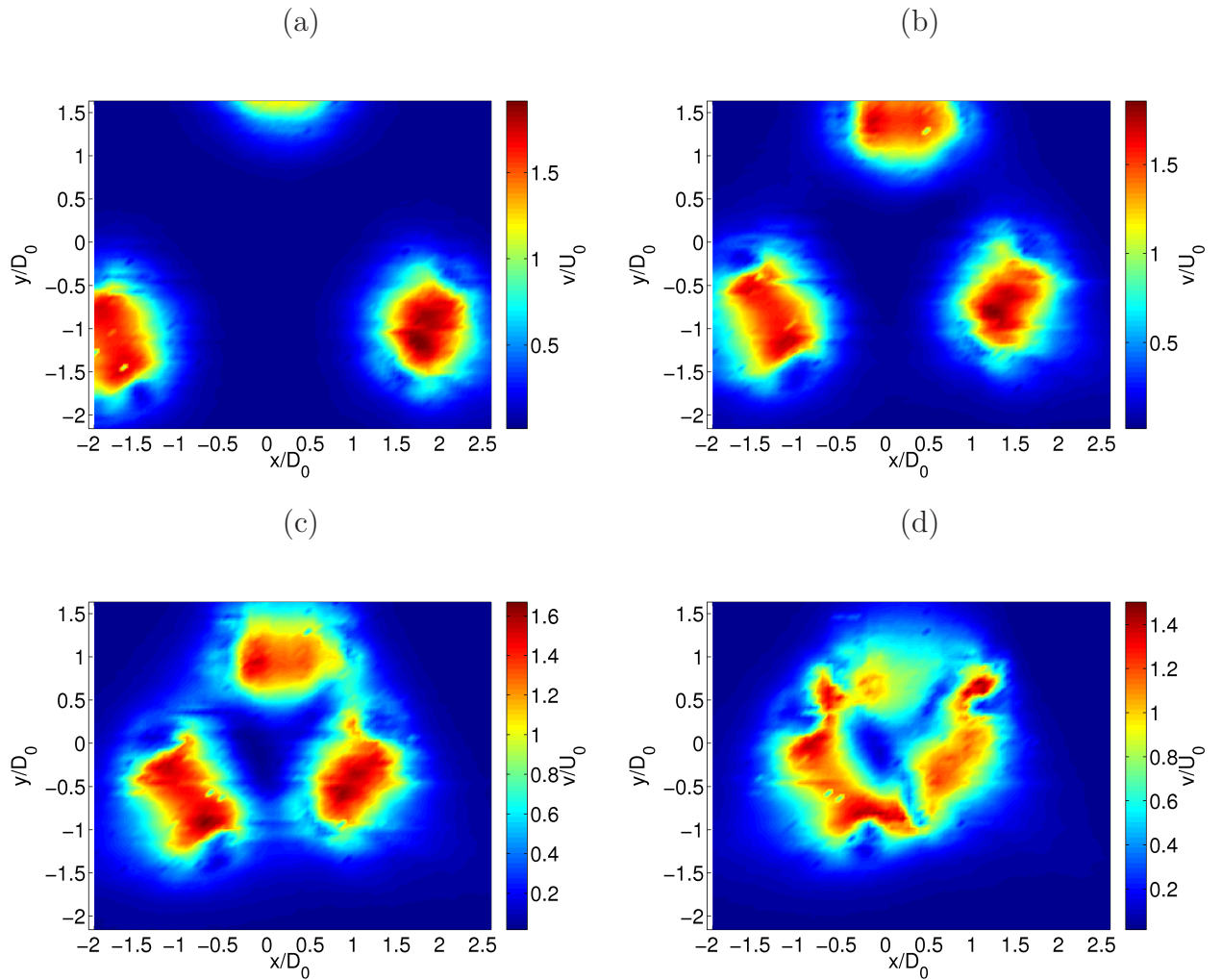


Figura C.4: Módulo de velocidad en el plano x, y para número de Reynolds $Re = 780$. (a) $t = 0.1758$ s, (b) $t = 0.1855$ s, (c) $t = 0.1953$ s, (d) $t = 0.2051$ s.

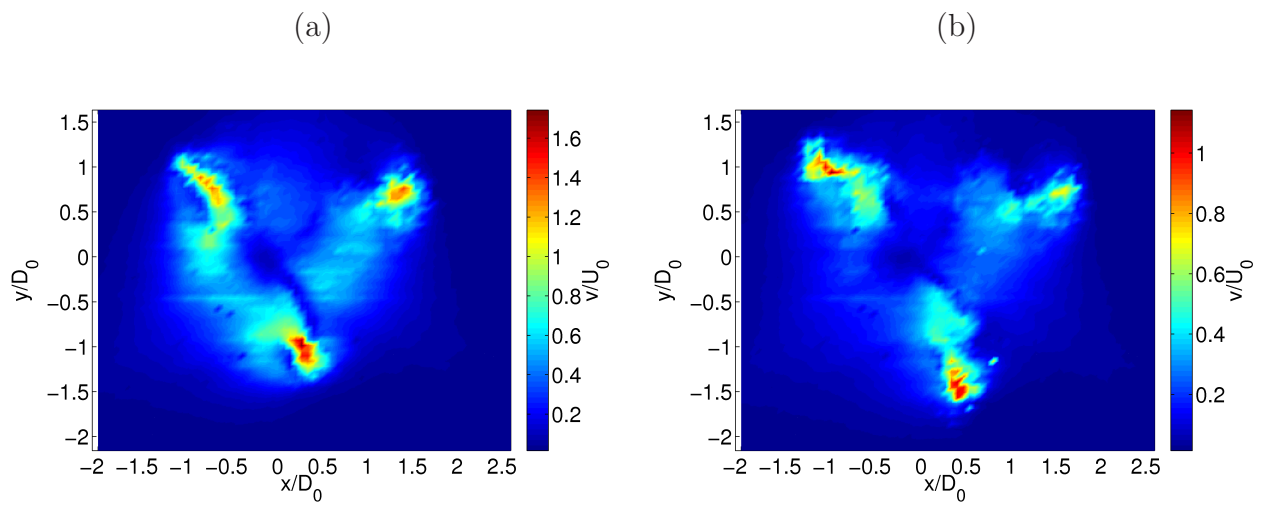


Figura C.5: Módulo de velocidad en el plano x, y para número de Reynolds del $Re = 780$. (a) $t = 0.2148 s$, (b) $t = 0.2264 s$.

Anexo D

Shadowgraph

Imágenes ccd complementarias a los resultados mostrados en la sección 4.2.1. Se muestran tiempos diferentes para tener una perspectiva más completa de la colisión de anillos de vorticidad.

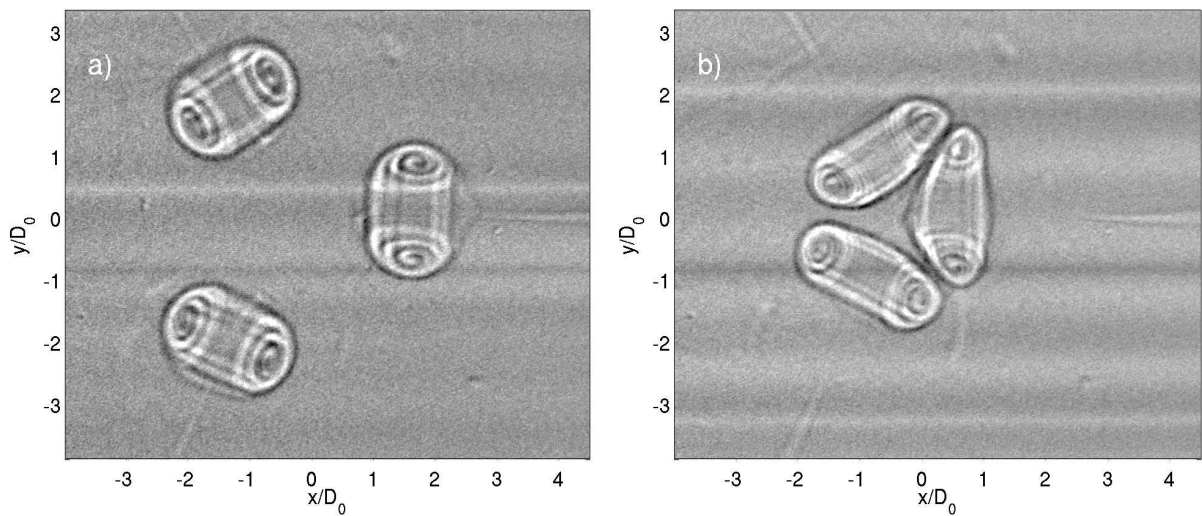


Figura D.1: Vista superior de colisión triple de anillos de vorticidad. (a) $t = 0.5$ s y (b) $t = 0.667$ s.

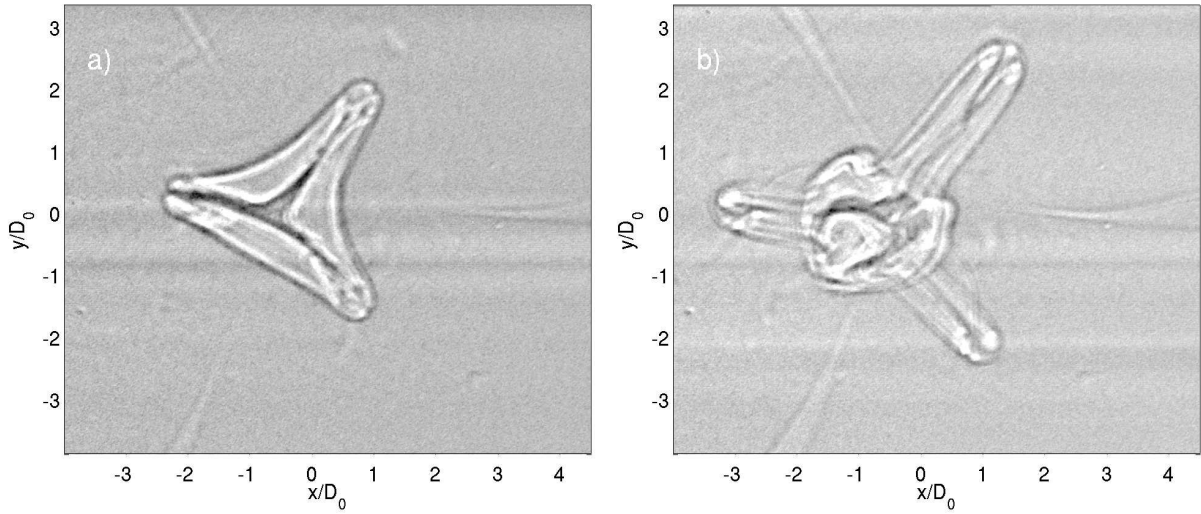


Figura D.2: Vista superior de colisión triple de anillos de vorticidad. (a) $t = 0.8$ s y (b) $t = 1.233$ s.

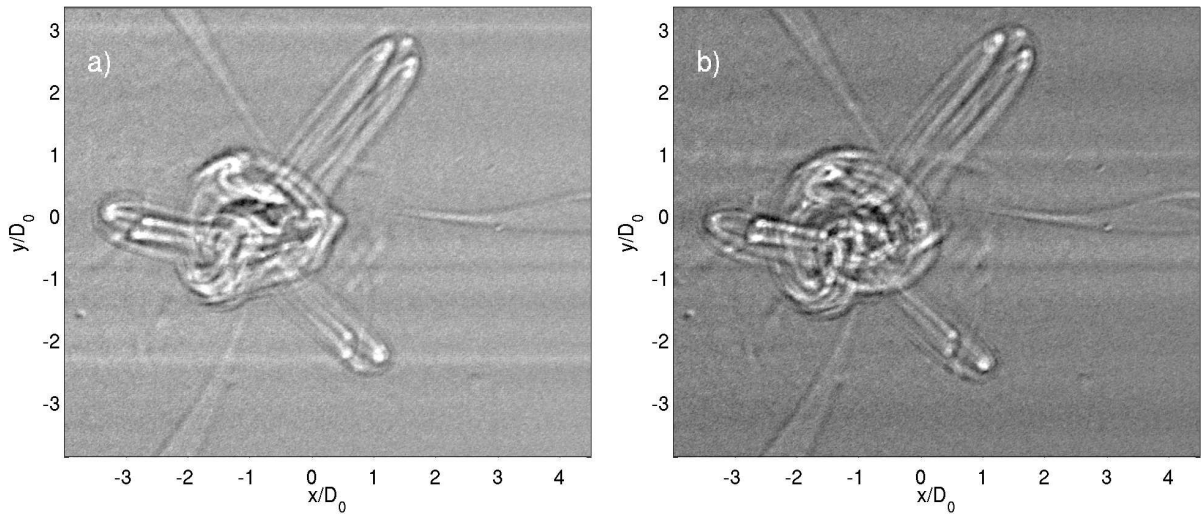


Figura D.3: Vista superior de colisión triple de anillos de vorticidad. (a) $t = 1.433$ s y (b) $t = 1.667$ s.

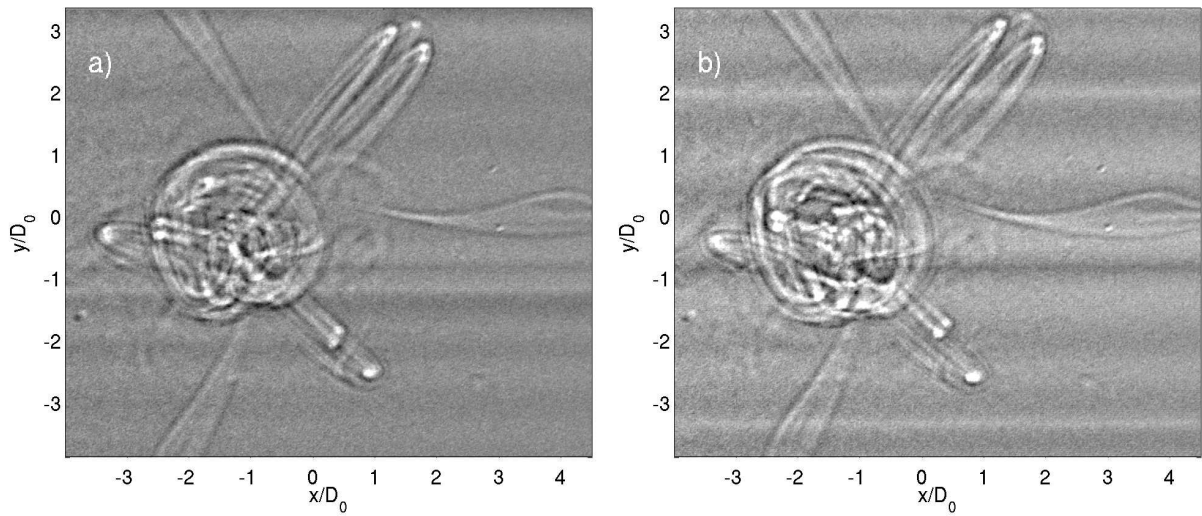


Figura D.4: Vista superior de colisión triple de anillos de vorticidad. (a) $t = 2$ s y (b) $t = 2.333$ s.

Anexo E

Sustancia escalar colorante

Se muestran tiempos diferentes de la colisión de anillos de vorticidad en agua. Los anillos transportan una sustancia escalar de color negro, lo que permite ver el fenómeno.

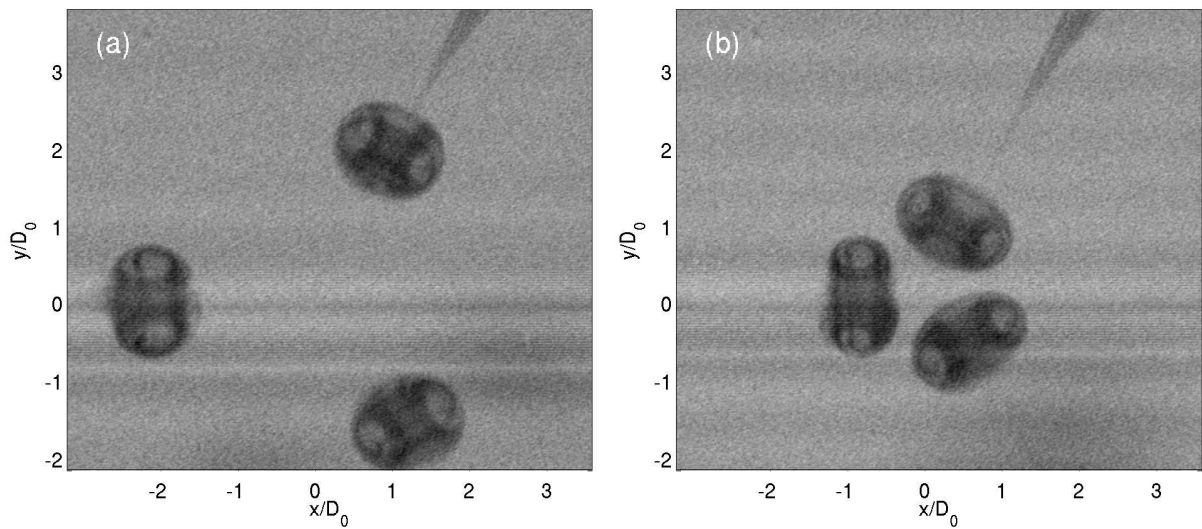


Figura E.1: Vista superior de colisión triple de anillos de vorticidad. (a) $t = 0.4667$ s y (b) $t = 0.667$ s.

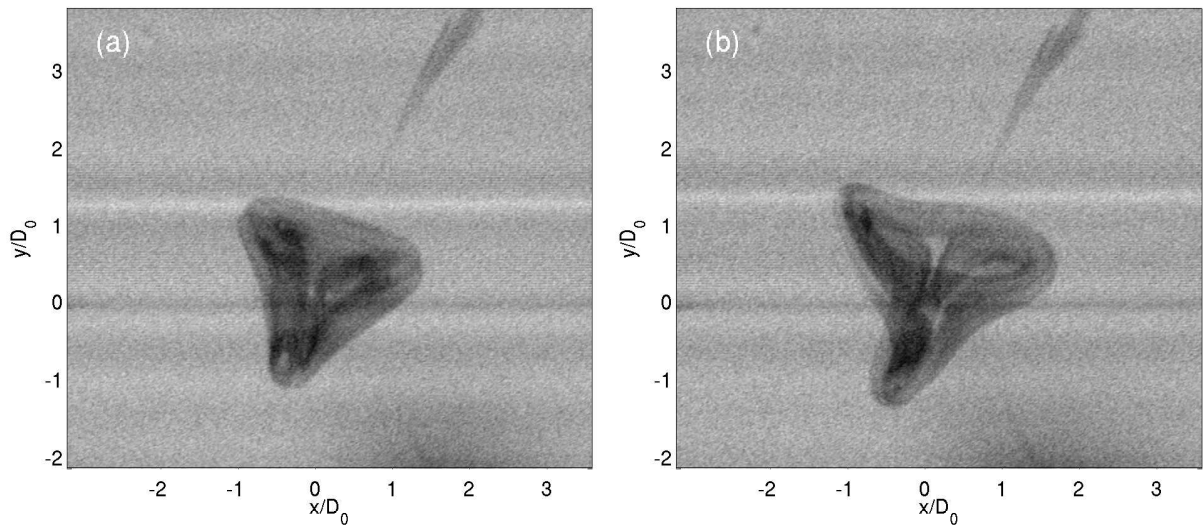


Figura E.2: Vista superior de colisión triple de anillos de vorticidad. (a) $t = 0.8 \text{ s}$ y (b) $t = 0.9 \text{ s}$.

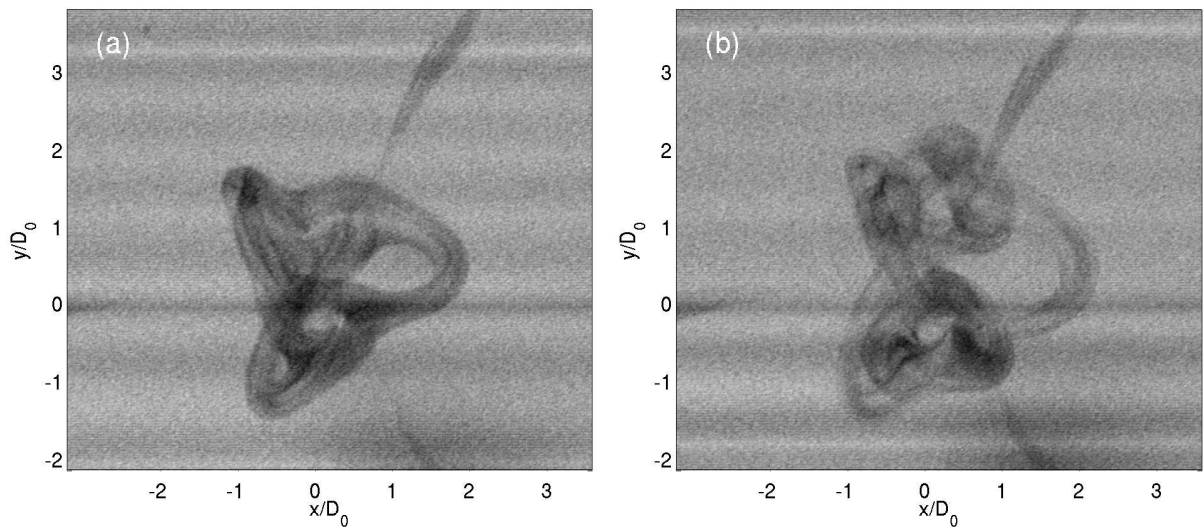


Figura E.3: Vista superior de colisión triple de anillos de vorticidad. (a) $t = 1.033 \text{ s}$ y (b) $t = 1.333 \text{ s}$.

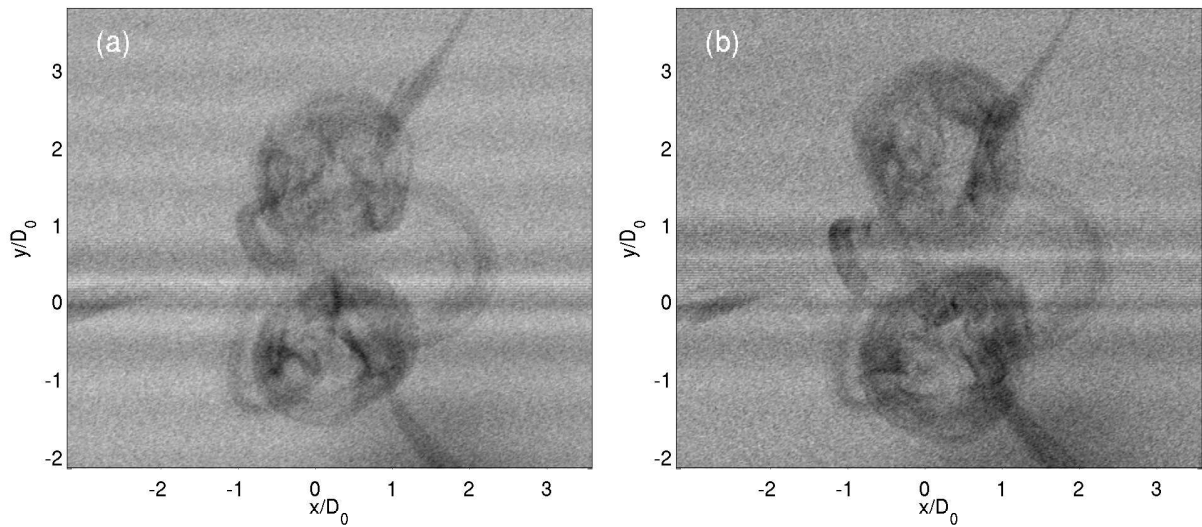


Figura E.4: Vista superior de colisión triple de anillos de vorticidad. (a) $t = 1.667 \text{ s}$ y (b) $t = 2.0667 \text{ s}$.

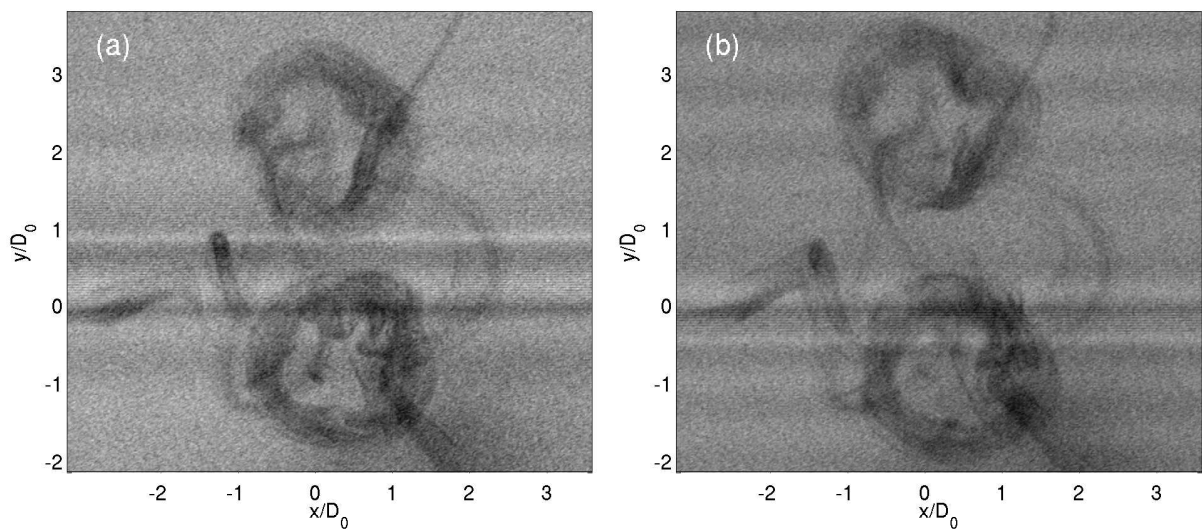


Figura E.5: Vista superior de colisión triple de anillos de vorticidad. (a) $t = 2.4667 \text{ s}$ y (b) $t = 3.133 \text{ s}$.