



**UNIVERSIDAD DE CHILE**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS**

DEFINICIÓN DE PIT FINAL CAPACITADO BAJO INCERTIDUMBRE

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN MINERÍA

FERNANDO ANDRÉS PEIRANO OPAZO

SANTIAGO DE CHILE

OCTUBRE 2011



**UNIVERSIDAD DE CHILE**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS**

DEFINICIÓN DE PIT FINAL CAPACITADO BAJO INCERTIDUMBRE

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN MINERÍA

FERNANDO ANDRÉS PEIRANO OPAZO

PROFESOR GUÍA:  
ENRIQUE RUBIO ESQUIVEL

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
JULIÁN ORTIZ CABRERA  
DANIEL GONZALEZ ESPINOZA  
CARLOS ÁVILA URRUTIA

SANTIAGO DE CHILE  
OCTUBRE 2011

## Resumen

El objetivo principal de este trabajo de tesis es desarrollar una metodología y una herramienta que permitan definir un pit final incorporando las restricciones de capacidad y las condiciones de incertidumbre asociadas al recurso geológico.

El resultado metodológico consiste en un algoritmo de cálculo que incorpora heurísticas de definición de pit final como es la enunciada por Lerchs y Grossman (1964), en conjunto con heurísticas de secuenciamiento de bloques como son enunciadas por Gershon (1987). Dichas heurísticas son enlazadas dentro de un proceso iterativo en que se generan versiones de pit final y sobre las cuales se aplican las restricciones de capacidad por período y descuento intertemporal de acuerdo a una tasa de descuento.

La implementación de esta metodología en una herramienta, es llevada a cabo con la validación sobre un estudio de caso donde se pueden apreciar los impactos de incorporar las restricciones de capacidad, reflejado en un importante aumento en el valor de los flujos de caja para cada capacidad estudiada. Las formas de los pits finales generados en cada caso muestran una fuerte dependencia con la restricción capacitaria impuesta.

Por su parte, la incorporación de la incertidumbre geológica en la metodología de cálculo da lugar a una nueva dimensión del análisis en la planificación minera, donde se define una zona geométrica con la distribución de probabilidad de extracción de acuerdo a la variabilidad de las simulaciones geoestadísticas, la cual puede apoyar la toma de decisiones de acuerdo al nivel de riesgo que se esté dispuesto a tomar en el proyecto.

La herramienta y la metodología desarrolladas en este trabajo de tesis representan un paso en la dirección a una nueva planificación minera integrada, donde se toma en cuenta con bases técnicas mineras el valor económico y el riesgo asociados a cada proyecto dentro del portafolio de potenciales negocios.

## Summary

The main objective of this thesis it is to develop a methodology and a tool for the Final Pit definition incorporating capacity constraints and the conditions of uncertainty related to the geological resource.

The methodological result is a calculation algorithm that includes heuristics of final pit definition as the Lerchs and Grossman (1964) development, together with a block sequencing heuristic introduced by Gershon (1987). These heuristics are linked in an iterative calculation process generating final pit versions applying the capacity constraints per period and the consequent value discount according to a discount rate.

The implementation of this methodology in a tool is carried out with a case study validation where the impacts of incorporating capacity constraints can be seen showing a very significant increase in cash flow for each capacity tested. The shapes of final pits generated in each case show a strong dependence on the capacity constraint.

On the other hand, the incorporation of geological uncertainty in the calculation methodology results in a new dimension of analysis for mine planning, and a geometric region is defined as a consequence of the mining probability distribution due to the variability of geostatistical simulations. This new dimension shall support the decision-making according to the risk level to be taken in the project.

The tool and methodology developed for this thesis represent a step in the direction of integrated mine planning, taking into account the economic value and risk associated to each project within the portfolio of potential businesses based on technical mining criteria.

## **Agradecimientos**

A mis padres Fernando y Marta y a mis hermanos Paola y Camilo por el apoyo que me han dado y por sus ejemplos de vida que me han permitido ser lo que soy, por las enseñanzas y experiencias durante las pasadas, presente y futuras etapas de la vida.

A Carolina por acompañarme siendo parte de mi vida y permitirme ser parte de la suya. A mis amigos por el apoyo, las experiencias imborrables en la etapa de estudiante y los valiosos consejos en los momentos precisos. A Marcelo, Makarina y Julio por los incansables episodios de rigor ante desafíos de gran tamaño y también por aquellos otros desafíos menos rigurosos.

A Jose Luis Leiva por mostrarme lo importante de dar el 110% en cada batalla sin bajar los brazos.

A mi profesor guía Enrique Rubio por las oportunidades y empuje en mi desarrollo académico y profesional, por abrir las puertas para generar y desarrollar, por enseñarme lo crucial del Hacer y del Avanzar. Al director del Departamento de Ingeniería de Minas Aldo Casali por su permanente y exitosa lucha por la calidad en la formación de Ingenieros de Minas para Chile.

A los miembros de mi comisión, Julián Ortiz por su iluminadora perspectiva de la rigurosidad en el mundo de la geoestadística, a Carlos Ávila por su disposición a formar parte de este paso tan importante para mi carrera profesional, a Daniel Espinoza por su visión y consejos respecto de este trabajo.

A Codelco y su programa de becas de apoyo y soporte durante la carrera. A BHP Billiton por la visión de futuro, el apoyo y la confianza en el Laboratorio de Planificación Minera, espacio vital para la generación del conocimiento desarrollado en esta tesis. A Conicyt por su programa de becas de Magíster.

## Índice de Contenidos

Resumen.....	1
Summary.....	2
Agradecimientos.....	3
Índice de Figuras.....	7
Índice de Gráficos .....	8
Índice de Tablas.....	9
1 Introducción .....	10
1.1 Objetivos .....	14
1.1.1 Objetivo General.....	14
1.1.2 Objetivos Específicos .....	14
1.2 Alcances.....	14
2 Análisis Bibliográfico.....	15
2.1 La Planificación Minera .....	15
2.2 Minería a Cielo Abierto.....	16
2.3 Determinación de Pit Final .....	18
2.4 Ritmo de Producción .....	21
2.5 Secuenciamiento Minero.....	22
2.6 Estado del Arte. Cálculo de un pit final y Programa de Producción .....	28
2.7 Aproximación por Block Sequencing.....	29
2.8 Incertidumbre Geológica .....	31
2.9 Definición de Pit Final.....	34
2.10 Heurística de Cono Invertido.....	36
2.11 Orden de extracción.....	38
2.12 Restricciones por período y Descuento Intertemporal .....	40

3	Herramienta de definición de Pit Final LGG.....	43
3.1	Definición General del Modelo .....	43
3.2	Componentes del modelo .....	45
3.3	Pit Capacitado.....	46
3.4	Estudio de Convergencia del Algoritmo Propuesto .....	47
3.4.1	Algoritmo Propuesto .....	47
4	Aplicación del algoritmo propuesto .....	54
4.1.1	Definición del Estudio .....	54
4.1.2	Criterios de solución .....	55
4.1.3	Análisis de resultados de Prueba Determinística .....	55
5	Pit final Capacitado bajo incertidumbre.....	60
5.1	Modelación de incertidumbre geológica .....	61
5.2	Análisis de Resultados Pruebas Probabilísticas bajo incertidumbre .....	64
5.2.2	Capacidad vs ancho de zona $P_e$ .....	66
5.3	Cálculo de pit final bajo incertidumbre.....	67
6	Conclusiones .....	70
7	Bibliografía.....	77
8	Anexos.....	81
8.1	Paper.....	81
8.1.1	Abstract .....	81
8.1.2	Introduction .....	82
8.1.3	Methodology .....	83
8.1.4	Case Study .....	85
8.1.5	Results and Analysis .....	86
8.1.6	Uncertainty Analysis .....	88

8.1.7	Conclusions and Recommendations .....	89
8.1.8	Main References.....	90
8.2	Consideraciones de la convergencia del algoritmo propuesto. ....	91
8.3	Convergencia para diferentes Mining Rate .....	93
8.4	Algoritmo para incorporar incertidumbre en el cálculo de pit final .....	129
8.5	Estadística de indicadores para la planificación minera bajo incertidumbre 131	
8.6	Resultados Definición de Zona $P_e$ .....	133
8.7	Corridas N+1. Perfiles de Resultados .....	152



## Índice de Figuras

Figura 1: Pasos de Metodología tradicional .....	29
Figura 2: Esquema de Precedencias de bloques .....	35
Figura 3: Heurística de Peso posicional "Cono Invertido" .....	37
Figura 4: Ejemplo precedencias con ángulo de talud y 3 bancos.....	39
Figura 5: Estrategia de precedencias fija de 5 bloques.....	39
Figura 6: Estrategia de precedencias fija de 9 bloques.....	40
Figura 7: Descuento de bloques fuera del Pit Final según período T_final+1 .....	42
Figura 8: interdependencia de decisiones de planificación .....	43
Figura 9: Diagrama de componentes del modelo de cálculo de pit final. ....	46
Figura 10: esquema de pasos para cálculo intermedio de Bandas .....	49
Figura 11: Valores de Bloques considerados por Heurística Gershon .....	50
Figura 12: Tonelaje del Cono sobre el bloque en estudio .....	52
Figura 13: Esquemas de conos con y sin descuento intertemporal .....	53
Figura 14: Bloques precedentes en esquema de Cruz .....	54
Figura 15: Pits para las diferentes iteraciones para el caso 100 [blks/per].....	56
Figura 16: Pits óptimos para cada mining rate. ....	58
Figura 17: Mapa de Probabilidad de superar ley de Cu 0.17% .....	64
Figura 18: Forma de Zona Pe en Perfil. Caso 100 [bloques/período] Perfil N=7440 .....	65
Figura 19: Components of final pit definition algorithm.....	84
Figura 20: Gershon positional weight heuristic or "Inverted Cone".....	84
Figura 21: Precedent Blocks in cross scheme.....	85
Figura 22: example of 100 blocks/period capacity. Pe Zone .....	89
Figura 23: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 100 blk/per .....	93
Figura 24: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 100 blk/per .....	93
Figura 25: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 200 blk/per .....	96
Figura 26: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 200 blk/per .....	96
Figura 27: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 300 blk/per .....	99
Figura 28: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 300 blk/per .....	99
Figura 29: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 400 blk/per .....	103

Figura 30: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 400 blk/per .....	103
Figura 31: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 500 blk/per .....	107
Figura 32: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 500 blk/per .....	107
Figura 33: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 600 blk/per .....	110
Figura 34: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 600 blk/per .....	110
Figura 35: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 700 blk/per .....	114
Figura 36: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 700 blk/per .....	114
Figura 37: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 800 blk/per .....	118
Figura 38: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 800 blk/per .....	118
Figura 39: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 900 blk/per .....	122
Figura 40: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 900 blk/per .....	122
Figura 41: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 1000 blk/per .....	126
Figura 42: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 1000 blk/per .....	126
Figura 43: Planta en Z=465. Corrida Determinística para 1000 blk/per .....	127
Figura 44: Planta vista superior. Corrida Determinística para 1000 blk/per .....	128
Figura 45: Isométrico Corrida Determinística para 1000 blk/per .....	128
Figura 46: Caso 1000 bloques/período .....	155

## Índice de Gráficos

Gráfico 1: Ejemplo para un set de parámetros. Forma de la curva del efecto del Ritmo Productivo sobre el VAN .....	45
Gráfico 2: Figura evolución del valor descontado en las iteraciones. Caso 100 bloques/periodo.....	55
Gráfico 3: Tonelaje Pit Final vs Mining Rate.....	57
Gráfico 4: Tonelaje vs Relación Ton_tot/Mining Rate .....	59
Gráfico 5: Zona Pe como Porcentaje del Tonelaje Total .....	67
Gráfico 6: Resultados Corrida N+1 en relación a Pit Determinístico .....	69
Gráfico 7: Final Pit Tonnage vs Mining Rate .....	87
Gráfico 8: Final Pit vs (Ton_Tot/Mining Rate).....	88

## **Índice de Tablas**

Tabla 1: Tonelaje de Zona Pe como Porción del Tonelaje Total .....	66
Tabla 2: Impacto de condicionante de Incertidumbre en el Tamaño del Pit .....	68

## **1 Introducción**

La Planificación Minera, tanto en Chile como en el extranjero, se ha basado tradicionalmente en modelos geológicos de recursos, construidos a partir de estimaciones determinísticas de las características constitutivas de los yacimientos, tales como leyes, densidad de roca, tipo de litología, entre otras, mediante alguna técnica geoestadística. Esto significa que la información tomada como representación y predicción de la realidad sobre la cual se planifica y se opera, está conformada por un conjunto de datos exactos, pero generalmente imprecisos, producto de la escasez de información que caracteriza al recurso geológico, como consecuencia de la utilización de mallas de sondajes con distanciamiento típicamente mayor a 50x50 m. Uno de los problemas más grandes que afectan hoy en día al negocio minero es la desviación de los planes productivos y los resultados de operación, reflejado en altos porcentajes de incumplimiento de metas, malas conciliaciones, alto impacto en los costos reales de operación, y en particular, en lo que respecta la planificación de largo plazo, una gran dificultad para estimar oportunidades de negocios y valorizarlos de manera adecuada.

De esta manera, es fácil ver que la incertidumbre asociada a dichas características, no está siendo abordada debidamente en la toma de decisiones, y que, en definitiva se hace minería tomando un único escenario supuesto como conocido como base de análisis, diseño y evaluación. A propósito de lo anterior, y dada la evolución de las tecnologías computacionales y del conocimiento geoestadístico, se ha avanzado en busca de integrar esta incertidumbre en el proceso de Planificación Minera. Una de las soluciones al manejo de la incertidumbre que se han desarrollado en el último tiempo son las simulaciones geoestadísticas, dentro de las cuales desatacan en particular las simulaciones condicionales. En ellas se busca representar las variables del modelo geológico mediante estimaciones no-determinísticas de modo de reflejar la desinformación de una mejor manera. Lo anterior se ha hecho empleando el concepto de geoestadística de distribuciones de probabilidad respetando la variabilidad

espacial reflejada en los datos conocidos sobre los cuales se realizan los análisis y estimaciones, y no usando interpolaciones lineales de un solo escenario determinístico como en el caso del método de kriging u otros.

Es por esta razón que uno de los mayores desafíos actuales de la Planificación Minera es definir las nuevas metodologías que incorporen esta incertidumbre en la formulación de los problemas involucrados en la planificación y desde luego en su respectiva resolución. Decisiones del estilo de: tamaño de pit final en el caso de minería a cielo abierto, ritmos de explotación, número, tamaño y forma de fases, entre otras, se ven directamente afectadas por la cantidad y calidad de la información, la manera de interpretar dicha información, y en gran parte por la planificación y el perfil estratégico que se tenga.

La multiplicidad de escenarios equiprobables que caracterizan a las simulaciones genera un dilema lógico a la hora de tomar decisiones. Esto pues, la elaboración de planes mineros de la manera tradicional a partir de cada uno de los escenarios equiprobables, supone múltiples posibilidades de estrategias de extracción, con notables diferencias en tamaños y valor del negocio, por lo que surge la interrogante sobre cuál de todos los planes considerar como guía de diseño y evaluación, o de qué manera encontrar aquella estrategia que permita alcanzar el mayor valor del negocio. De otra manera, es fácil notar que las metodologías a la hora de definir una estrategia de extracción a partir de múltiples opciones pueden ser variadas, llevando a soluciones con mayor o menor consistencia y utilidad. Una variante del uso de las simulaciones a la hora de la evaluación de proyectos, es el análisis de riesgo, consistente en evaluar un plan o estrategia extractiva ante todos o algunos de los escenarios, de modo de calcular el mayor o menor impacto que tiene la variabilidad sobre el plan en estudio. El uso de este análisis supone poder elaborar un plan de alguna manera y luego calcular el riesgo asociado a dicho plan, pero no permite avanzar en la búsqueda de una estrategia que permita tomar medidas tendientes a elevar el valor del negocio.

Debe entenderse que si bien las simulaciones son una representación de la realidad, es preciso poder contar con alguna herramienta que permita hacerse cargo de esa representación y poder traducirla en una estrategia con el análisis correspondiente que apoye la toma de decisiones. La intención es poder contar con metodologías que tengan la capacidad de tomar la incertidumbre y calcular un plan a partir de ésta, y poder contar con una herramienta que conecte coherentemente la incertidumbre del recurso con el portafolio de negocios y que permita maximizar el valor del inversionista.

Por estas razones, se entiende que la planificación bajo incertidumbre debe al menos enfrentar los siguientes problemas:

- **Tamaño de pit Final:** la incertidumbre implica de manera intrínseca un cambio en la manera de estimar estrategias de extracción y tomar decisiones al respecto. Siendo el pit final una de las decisiones con mayor impacto en los resultados operacionales dada la cadena de implicancias que acarrea, surgen preguntas del tipo ¿qué pit final deberá escogerse para un 95% de certeza en cuanto a la cantidad de fino de Cu?, o ¿cómo debería cambiar la forma del pit final si la variabilidad de las leyes es mayor de lo esperado?, o visto de otra manera, ¿qué nuevas reglas de análisis deberán seguirse al incorporar la incertidumbre en la toma de decisiones?
- **Geometrías de extracción:** la incertidumbre en general, y la geológica en particular, implican diferencias en la manera en que deben explotarse ciertos sectores en función de dicha incertidumbre. Es lógico pensar que si se tiene mayor conocimiento en una zona, reflejado en una baja dispersión de las leyes en las simulaciones, la geometría de extracción deberá cambiar también en función de esta información, y a su vez, zonas con menor certeza en las leyes, tendrían geometrías de otro estilo eventualmente.
- **Ritmos de producción:** una de las decisiones de mayor relevancia y de alta complejidad, es la velocidad a la que se hará minería principalmente por las implicancias en el tipo de operación, las inversiones en equipos, las

estructuras de costos, la confiabilidad del sistema minero. Un problema de decisiones que debería abordar la planificación bajo incertidumbre es el análisis de cómo impacta sobre la elección del ritmo productivo óptimo.

Ante la pregunta de por qué incluir la incertidumbre en la Planificación Minera, conceptualmente podemos ver que la diferencia es que al planificar con la metodología tradicional, se ofrece un valor presente del proyecto basado en un plan determinístico y, al no cumplirse de acuerdo a lo estimado se suele incurrir en costos no planificados para lograr la promesa productiva dada la baja probabilidad de saber exactamente el comportamiento del recurso en general y por ende el valor inicial estimado es erróneo. Sin embargo al calcular el valor sobre un plan estocástico se ofrecerá un valor quizás menor que el calculado de forma determinista pero sí asociado a algún nivel de riesgo aceptable, por lo que este valor tendrá una menor desviación esperada y por lo tanto generará un mayor retorno al inversionista sujeto a un menor riesgo.

La planificación bajo incertidumbre tiene, en este sentido, un gran desafío a la hora de transformar la representación de la incertidumbre a partir de simulaciones condicionales en una guía de planificación en la que se tengan las herramientas para la toma de decisiones de extracción acordes a un perfil de riesgo aceptable. Lo anterior se condice con la capacidad de procesar numerosos resultados en un tiempo razonable y obtener de este procesamiento los datos y análisis de estadísticas que reflejen la interrelación entre estrategia de planificación y probabilidad de éxito del negocio.

La herramienta desarrollada con motivo de esta Tesis cobra una altísima relevancia en el proceso de análisis de escenarios de evaluación de rajos. Un aspecto importante en este tipo de ejercicios es poder suponer diferentes capacidades para completar un análisis con respecto a esta decisión. De esta manera, el método manual es ampliamente desgastante en términos de tiempo de cálculo y como consecuencia poco aplicable a un conjunto de simulaciones condicionales en tiempos razonables, en cambio una metodología como la que se

ha desarrollado busca tener resultados prácticos que incorporen decisiones con respecto del ritmo de producción en poco tiempo, haciendo posible la evaluación de múltiples escenarios obteniendo datos para un análisis de estadísticas que haga visible la interrelación entre incertidumbre y estrategias de planificación.

## **1.1 Objetivos**

### **1.1.1 Objetivo General**

Elaborar una metodología y una herramienta que considere una meta de programa de producción incorporando la incertidumbre geológica en el cálculo de un pit final.

### **1.1.2 Objetivos Específicos**

Definir una metodología de cálculo de pit final en función de la incertidumbre geológica, que incorpore la variable de ritmo de producción.

Integrar el uso de heurísticas de secuenciamiento de bloques para largo plazo sin la intervención manual del planificador, de modo de realizar múltiples evaluaciones ante simulaciones.

Evaluar el impacto de realizar una Planificación bajo incertidumbre en las geometrías, tamaños, en comparación con la metodología tradicional basada en estimaciones determinísticas.

## **1.2 Alcances**

El desarrollo del estudio se enmarca bajo los siguientes ámbitos:

- Planificación Minera de Largo Plazo
- Incertidumbre geológica mediante el uso de Simulaciones condicionales
- Metodología de definición de pit final a partir de un plan de producción deseado



## **2 Análisis Bibliográfico**

### **2.1 La Planificación Minera**

La Planificación Minera es aquella actividad de la Ingeniería de Minas que define el proceso mediante el cual se transforma el recurso mineral en el mejor negocio productivo para el accionista (Rubio, 2008). La Planificación Minera busca conjugar y activar las fuentes de renta con que cuenta el negocio minero tales como el tamaño, la ley, la ubicación y las características generales del recurso geológico, las condiciones operacionales y de gestión, el poder de mercado, entre otras respetando las restricciones impuestas por el mercado y el entorno para definir una promesa productiva en el tiempo que permita maximizar la renta económica del activo.

Debe buscarse que la Planificación Minera sea coherente con los objetivos estratégicos de la empresa, también debe ser sistémica, es decir, que incorpore las diferentes áreas de la ingeniería, geología, finanzas, entre otras, y dinámica en el análisis de las condiciones que afectan el desarrollo y operación de la mina.

La planificación minera se puede clasificar en:

- Planificación estratégica: busca tomar las condiciones del mercado, del recurso económico y los objetivos de los inversionistas, alineando la guía en la toma de decisiones con las condiciones mencionadas. Las principales funciones de este tipo de planificación son el reconocimiento y/o adquisición constante del recurso mineral, la definición de los métodos y ritmos de explotación, de la secuencia de producción, y de las leyes de corte.
- Planificación Conceptual: es el proceso que delinea los recursos existentes para conducir a la meta productiva definida como parte de la planificación estratégica. Define la envolvente económica, el diseño conceptual, el programa de producción y la evaluación económica conducentes a la elaboración de un plan minero. Se cuantifican los recursos humanos y materiales a utilizar, de modo de configurar el plan de negocios de la compañía.

- **Planificación Operativa:** define el detalle de las actividades que conducen al cumplimiento del plan minero. Esta instancia de la Planificación Minera es crucial en la obtención de indicadores operacionales que permitan retroalimentar y redefinir las decisiones conceptuales del diseño y secuenciamiento en busca de optimizar los resultados del negocio minero.

Desde el punto de vista de los horizontes de planificación, se puede definir una diferenciación en tres alcances:

- **Planificación de Largo Plazo:** define el tamaño, vida de la mina, y las reservas mineras. Corresponden el cálculo de envolvente económica, el o los métodos de explotación, los ritmos de explotación a lo largo de la vida de la mina, la secuencia de extracción y el perfil de leyes de corte. De esta manera se deben entregar proyectos con diferentes niveles de riesgo, reportando la mayor cantidad de información a los inversionistas.
- **Planificación de Mediano Plazo:** se encarga de adaptar los modelos que sustentan la planificación de largo plazo, generando planes de producción que conduzcan a la operación a las metas de producción definidas. El resultado obtenido en este horizonte, permite adaptar la definición de negocios de la mina.
- **Planificación de Corto Plazo:** se encarga de la recopilación y utilización de la información operacional de modo de retroalimentar la planificación de mediano plazo. Además, se analizan los recursos utilizados en la operación de la mina y se definen indicadores de modo de corregir los modelos que sustentan la planificación.

## **2.2 Minería a Cielo Abierto**

A lo largo de la historia, la minería de superficie o a cielo abierto ha sido más productiva que la minería subterránea. Dependiendo de las condiciones del recurso geológico, tales como su tamaño, calidad mineralógica, geotécnica, la profundidad, y las condiciones de mercado tales como precios, costos de equipos e insumos, en conjunto con las características ambientales y sociales donde se

encuentre un depósito, se podrá realizar una explotación a cielo abierto si es que esa elección significa el mejor plan de negocios para los accionistas. El método comúnmente usado a la hora de definir un diseño y su posterior plan de operaciones se ha basado en el análisis de modelos de bloques, que consisten en una discretización en grillas de bloques, donde cada uno de estos bloques representa un volumen de material con sus correspondientes propiedades minerales. Dado un marco técnico-económico, cada bloque puede ser evaluado económicamente a partir de su contenido de mineral de interés y los costos asociados a su extracción y potencial procesamiento. A partir de esta evaluación es posible diferenciar lo que es mineral de lo que es estéril. Las condiciones geométricas y geotécnicas que posea el depósito tendrán impacto en la forma del pit o rajo que se deba diseñar para poder realizar la remoción de material estéril que cubre al mineral, siendo la altura de banco y el ángulo de talud las principales decisiones en términos operacionales que deben tomarse. Los diseños de accesos, rampas, caminos y conexiones para el transporte de material y la logística también son un set de decisiones de relevancia a la hora de definir un plan de producción minero.

El problema de diseño a cielo abierto se ha solucionado tradicionalmente mediante un primer análisis del modelo de bloques, y luego, asumiendo una ley de corte fija se procede a calcular y definir un set de pits anidados variando artificialmente el precio de mercado de las sustancias de interés. Posteriormente se selecciona un subconjunto de los pits anidados que harán las veces de pushbacks o fases, las cuales finalmente serán la base de discretización para maximizar el valor presente neto mediante la secuencia de extracción de estéril y mineral.

La premisa básica de este enfoque es que se puede definir una política de leyes de cortes para maximizar el VAN sujeto a restricciones de capacidad. Mayores leyes de corte en los primeros períodos del proyecto conllevan a un mayor resultado global del valor presente neto. Esta tendencia decreciente de leyes de corte a lo largo de la vida de la mina ha sido extensivamente estudiada por Lane (1964, 1988), Fytas et al. (1993) y Kim y Zhao (1992) [7].

Un proceso de optimización conlleva definir un set de variables de decisión que definan la estrategia a seguir tal que garantice el mayor valor de una función objetivo dada. Desde este punto de vista, los modelos matemáticos de programación entera o entera-mixta son herramientas muy poderosas pues permiten encontrar valores de la función objetivo muy altos en comparación con metodologías sub-óptimas. Sin embargo, la capacidad computacional actualmente disponible hace que estas prácticas sean muy costosas en tiempo, difíciles de obtener o incluso infactibles por el número de variables involucradas. Por esta razón, la industria, y en particular la industria minera, ha debido adaptar análisis de optimización para poder ser llevados a cabo mediante la implementación de heurísticas de optimización o metodologías lógicas que permitan acercarse al óptimo, aunque sin garantizar que se pueda alcanzar.

Los principales pros de implementar heurísticas de optimización se condicen con la capacidad de abarcar grandes volúmenes de variables y, a pesar de no ser procedimientos netamente optimizantes, actúan bajo principios lógicos que buscan acercarse al óptimo de una función objetivo dada. De esta manera, lo que se busca es tener un amplio espectro de posibles resultados en un tiempo razonable haciendo posible el análisis rápido del problema bajo diferentes condiciones, con parámetros económicos, bajo incertidumbre geológica, análisis de sensibilidad de alguna variable, u otras aplicaciones que se desee.

### **2.3 Determinación de Pit Final**

El algoritmo comúnmente usado para la determinación de un pit final es aquel definido por Lerchs y Grossmann (1964) [2], en que, mediante la definición de un grafo dirigido caracterizado por los arcos de precedencias de extracción como consecuencia de la disposición espacial de cada bloque y las condiciones de estabilidad y parámetros de diseño, y por otro lado el cálculo de beneficio económico estático y a priori a partir de las condiciones de ingresos y costos en función de un destino predefinido para cada bloque dentro de un modelo de bloques, se busca aquel subgrafo con la máxima clausura, que representa el pit con mayor valor económico. De esta manera, el pit resultante es el subconjunto de

bloques que maximizan el valor económico no descontado y que respetan las restricciones de precedencia coherentes con el ángulo de talud global que se imponga.

Existe una versión mejorada de este algoritmo en que se divide el problema para hacerlo más eficiente en su cálculo. Esta metodología consiste en dividir el modelo de bloques en bandas con lo que el proceso de cálculo es anidado y más eficiente para encontrar un pit final desarrollado por Gil y Muci (2008)

Otros autores buscan mejorar la implementación del algoritmo de Lerchs y Grossmann, como Tolwinski y Underwood (1996) resolviendo el problema de pit final desarrollando un algoritmo de flujo de red basado en el problema dual de la formulación lineal. Los autores dan una interpretación de la metodología del grafo teórico con un enfoque en los temas de eficiencia de la implementación. Similarmente, Hochbaum y Chen (2000) desarrollan un algoritmo de máximo flujo con una mejora en la complejidad teórica y menores tiempos de cálculo para diferentes instancias del problema ante variaciones de algunas características de la mina tales como distribución de leyes.

Wright (1989) declara que la programación dinámica es una eficiente manera de determinar los límites del pit final, particularmente porque permite la identificación de bordes de pit incrementales. Los bordes definen por ejemplo las capacidades de equipos y los requerimientos de producción, y pueden por lo tanto usarse para determinar los pits incrementales que satisfacen dichas restricciones.

Dos autores proponen extensiones al problema básico de definición de pit final incorporando estocasticidad. En un caso, la preocupación es acerca de la incertidumbre estructural como lo muestra Frimpong et al. (2002), los modelos desarrollados para diseño de pit no tienen la habilidad de incorporar elementos estructurales, hidrológicos y geotécnicos. Los autores sugieren que los enfoques con el uso de redes neurales y la inteligencia artificial son prometedoras. Jalali et al. (2006) propone el uso de cadenas de Markov para determinar límites de pit final. El método consiste en determinar el pit óptimo mediante agregación con

restricción espacial. El autor asume una profundidad inicial de pit y luego asigna probabilidades de la existencia de pits más profundos basados en valores económicos de los bloques subyacentes. En general, las probabilidades de varias profundidades de pits definidos a través de bloques a esas profundidades son dadas en una matriz de transición. La aplicación del método se muestra en un caso en dos dimensiones, siendo más difícil la extrapolación al caso tridimensional.

Además del diseño de la mina misma, con respecto a los límites de pits, algunos autores han considerado también el layout de la mina. Específicamente, Bradley et al. (1985) determina el número de equipos de transporte y silos para incluir en la faena minera. Los autores usan en primer lugar una formulación determinística para incluir requerimientos de las capacidades de almacenamiento, y mínimos y máximos ritmos de producción en función de la demanda. Luego usan simulación para analizar los trade-off entre el número de camiones, capacidad de almacenamiento, ritmos de producción y llenado de trenes de transporte. De esta manera se busca no incurrir en la definición sub-óptima de pit final cuando se trata este tipo de problemas de manera separada.

Otro algoritmo para la definición de pit final es el de Koborov (1974)[15], quien, a partir del algoritmo original de conos flotantes propuesto por Pana (1965) desarrolla una rutina que pregunta por la conveniencia de extraer un bloque y su respectivo cono de bloques de sobrecarga que deben preceder su extracción. El algoritmo posiciona un cono hasta la superficie sobre cada bloque de valor económico positivo, si el beneficio económico neto del cono es mayor o igual que un beneficio deseado, dicho cono se extrae, de lo contrario, se deja en su lugar. Onur y Dowd (1993), generan una nueva formulación a través de Programación Dinámica para diseño de pit y luego secuenciamiento de bloques.

Sin embargo, como es de suponer, se genera una especie de jerarquía en las técnicas de determinación de pit final según McCarthy (2003), ya que los métodos manuales, y en particular el más conocido, en que a través del diseño de

cascarones en secciones cruzadas mediante un esquema incremental, se reconoce su capacidad de quizás acercarse a un diseño óptimo, y por ende es inferior a un resultado de cono flotante, y este último es generalmente inferior al método usando el algoritmo de Lerchs y Grossmann donde se definen pits anidados y luego se genera el secuenciamiento correspondiente luego de hacer manualmente la selección de los pushbacks.

## **2.4 Ritmo de Producción**

Una variable del proceso de análisis con especial impacto en las decisiones estratégicas y el valor del negocio es el ritmo de producción. La generalidad de los casos muestran que es necesario definir el análisis para dos tipos de ritmos productivos: ritmo mina y ritmo planta, los cuales son consecuencia a su vez, del proceso de optimización de leyes de corte. Como lo enuncia B.E.Hall (2003), es posible establecer una montaña de valor o “Hill of Value”, correspondiente a una función de dos variables: Ritmo productivo y Ley de corte. El primero tiene impacto en la temporalidad de los flujos de caja y en las inversiones necesarias para lograr un determinado ritmo u otro. Mientras que la ley de corte tiene su impacto en la decisión sobre un bloque, o conjunto de bloques definiéndolos como mineral o como estéril. El ritmo productivo tendrá su implicancia principal sobre el tipo y cantidad de equipos para realizar las operaciones unitarias en el caso de la mina, y en el caso de la planta de procesamiento, se tendrá que tomar decisiones análogas sobre el tamaño y capacidad de las instalaciones. Estas inversiones, entran en el flujo de caja en el período inicial por lo que su dependencia en el ritmo de producción tiene impacto explícito en el comienzo del proyecto y por lo tanto con mayor peso sobre el valor actual neto del proyecto.

Tal como lo mencionan Caccetta y Hill (2003), la principal desventaja del algoritmo de definición de pit final de Lerchs-Grossmann es la temporalidad, referida en particular al ritmo de extracción.

## 2.5 Secuenciamiento Minero

Una vez que se han definido los pits mediante la heurística que corresponda de acuerdo a la dimensión del problema y las consideraciones que se hayan decidido, estas geometrías son interpretadas como una discretización en unidades mineras a ser explotadas en busca del mejor resultado económico. La definición de fases corresponde a una geometría de pit que permite el adecuado funcionamiento de las operaciones unitarias y el conveniente posicionamiento y espacio para los equipos de carguío y transporte para llevar a cabo la explotación. Generalmente se definen las fases como un subconjunto de pits calculados por el algoritmo de Lerchs-Grossman tal que entre fases consecutivas se tengan los anchos suficientes para el funcionamiento de los equipos y que permitan agendar la extracción del material de forma balanceada buscando dar una máxima utilización de los activos físicos (Planta y Equipos Mina).

Lo anterior se lleva a cabo en la práctica, mediante la definición de fases-banco que consisten, tal como su nombre lo expresa en la intersección de una fase y el banco al cual pertenece esa unidad minera. La extracción de estas fases-banco es agendada en el tiempo siguiendo alguna de las metodologías de “scheduling” que se quiera adoptar. Las metodologías que comúnmente se toman en cuenta a la hora evaluar económicamente y de forma primaria la extracción de un rajo son dos: Best Case y Worst Case. La primera corresponderá a suponer una extracción orientada única y exclusivamente siguiendo el orden de los pits anidados siguiendo uno a uno en orden creciente en tamaño y beneficio económico en caso del uso de heurísticas de definición de pits según valor económico como Lerchs-Grossman. Se denomina Best Case por tratarse de un caso particular en que se seguirá el orden de evaluación económica de manera creciente, es decir donde se observará que el VAN del proyecto es el mayor pues la conveniencia económica que da origen a la definición de los pits es tal que los mayores flujos de caja serán percibidos en los primeros períodos del proyecto. Por otro lado, la evaluación económica del Worst Case comprende una explotación banco a banco hasta completar la extracción del pit final, lo cual dentro de un esquema de definición de



pits mediante heurística de beneficio económico, retrasará la entrada de flujos de caja debido a la extracción tardía de la porción más beneficiosa en profundidad.

Entre las dos estrategias definidas anteriormente se pueden encontrar casos específicos en que haya componentes de ambas modalidades. Por una parte se buscará tener una extracción lo más cercana a la del Best Case o pit a pit dado el positivo impacto económico que se tendrá sobre el resultado del proyecto, sin embargo deberá tomarse en consideración la constructibilidad de dicho programa de producción, sobre todo en lo que respecta los anchos operacionales necesarios para poder posicionar equipos de carguío y transporte de manera holgada y eficiente por lo que deberá haber una componente del Worst Case apuntando a secuenciar fases-banco como unidades mineras.

En resumen, Milawa, el algoritmo comúnmente utilizado para realizar el secuenciamiento y agendamiento de la producción en el tiempo, se basa en la definición de fases-bancos y la evaluación económica a priori de los bloques definiendo su calidad de mineral o estéril de acuerdo al beneficio económico atemporal y con esta evaluación se realiza el cálculo de las porciones de cada fase-banco que corresponden a Estéril y aquellas que son Mineral. Una vez teniendo la discretización en fase-bancos y las porciones de cada una de estas unidades que corresponden a Estéril y Mineral, se ejecuta la rutina de agendamiento de estas porciones de acuerdo a una de dos funciones objetivos: Maximizar el VAN o realizar una maximización que incluya un suavizamiento de la geometría del programa de producción (llamada "milawa balance"), haciéndose cargo de restricción sobre los avances en cada fase, la interacción o desfase en bancos entre cada fase correlativa, las capacidades de extracción y procesamiento, y/u otras restricciones sobre la extracción o procesamiento de diferentes tipos de roca en los períodos a agendar. De esta manera, el resultado de este proceso es la construcción de un programa de producción en que cada período se extrae una porción del yacimiento con características de tonelaje y ley.

Fytas et al. (1993) considera el problema de agendamiento de la producción luego de que los límites del pit final han sido determinados. Se usa un modelo de simulación para determinar en el largo plazo cuánto material debe ser extraído en cada período sujeto a restricciones de secuenciamiento y a límites mínimos y máximos de producción, límites de procesamiento, extracción de estéril y tipo de roca. Luego se utiliza programación lineal para agendar bloques en el corto plazo sujeto a restricciones similares a las consideradas en el largo plazo. Dado que un modelo lineal es usado, los autores asumen que la remoción parcial de bloques es aceptable. Con la resolución conjunta entre modelo de simulación y modelo lineal, los autores proponen una técnica iterativa para avanzar desde secuencias infactibles a aquellas practicables.

Gershon y Murphy (1989) realizan un modelo de extracción de recurso implementando una agregación a nivel de estratos completos de mineral, sobre los cuales se decide si serán extraídos de forma entera como mineral o como estéril, para maximizar el VAN. La aplicación, a pesar del nivel de simplificación dado por la suposición de presencia de estratos completos, es implementada para un depósito de arenas bituminosas.

Mientras que las técnicas mencionadas buscan solucionar el problema exacto, muchos autores intentan determinar secuencialmente la determinación de límites de pit final, y luego el agendamiento de la producción a través de sucesivas resoluciones del problema. La programación dinámica se muestra como un enfoque popular debido a su habilidad de crear soluciones secuencialmente. Por ejemplo, Dowd y Onur (1993) desarrollan técnicas de programación dinámica para resolver el problema de secuencia y planificación de rutas. El enfoque es dividido en dos partes: primero, los autores resuelven el problema de la secuencia y diseño de pit a través de una implementación de cono variable, la cual usa técnicas de programación dinámica y luego en una segunda etapa se toma como dados los límites del pit final para agendar los bloques a ser extraídos mientras se incluyen las rampas y caminos de transporte. La idea es que el agendamiento de la producción puede ser suavizado para incluir la definición de caminos luego de que

se ha creado el diseño del pit. El software creado por el autor genera un número de caminos posibles que el usuario puede seleccionar basándose en criterios geológicos y económicos.

Sevim y Lei (1998) describen el problema completo de planificación de la producción en minas a cielo abierto, incluyendo los límites de pit final, las leyes de corte, la secuencia minera y los ritmos de producción. Luego discuten acerca de cómo estos aspectos interactúan de manera circular, esto es, sin el conocimiento de una de las variables, la siguiente variable en el círculo no puede ser determinada. Ellos proponen una metodología basada en una combinación de heurísticas y una formulación de programación dinámica que obtiene la secuencia minera óptima, la producción de mineral y estéril, los límites del pit final y la vida de la mina de manera simultánea. El modelo consiste en tres fases: en la primera fase, un modelo de bloques es formado basado en los límites del depósito. Un algoritmo de borde es aplicado para determinar el mayor pit factible. La segunda fase considera un espectro de leyes de corte y para cada ley de corte una serie de pits anidados es generada dentro del mayor pit factible. Estos pits son generados de tal manera de que cada pit contiene la mayor cantidad de metal entre todos los posibles pits del mismo tamaño. En la tercera fase, todas las posibles secuencias de pushbacks son formadas con los pits generados y se evalúan con respecto a su VAN.

Erarslan y Çelebi (2001) determinan un agendamiento de la producción para maximizar el valor presente neto sujeto a restricciones de ley, mezclamiento, producción y otras restricciones operacionales. Ellos emplean programación dinámica para resolver su problema para un volumen de pit fijo. Se enumeran varios volúmenes para definir el tamaño óptimo de pit final. Al hacer esto, los autores declaran que su método resuelve de manera simultánea el problema de los límites de pit final y el secuenciamiento de bloques. Wang y Sun (2001) proponen un enfoque basado en un teorema no demostrado para integrar decisiones relacionadas a la determinación de leyes de corte, ritmos productivos, límites de pit final y secuenciamiento usando un esquema dinámico de secuencia

de pit. En cada período, diferentes opciones para la siguiente fase de pit son modelados como una red. De esta forma, la idea es determinar el mejor camino usando programación dinámica.

Algunos de los autores aceptan que la programación dinámica no es tan practicable cuando el tamaño del problema es muy grande. Sin embargo, el enfoque Lagrangeano descrito es un método prometedor por atacar el gran tamaño del problema y al mismo asegurar (teóricamente) que una solución óptima es obtenida. Otros autores simplemente plantean un problema entero, por ejemplo, Hoerger et al. (1999) quien desarrolla un modelo de programación entera mixto multi-período para las operaciones mineras de Newmont. El autor usa Lingo para resolver algunas pequeñas instancias del problema. Smith et al. (2003) en la misma línea, usando programación entera mixta desarrolla un plan de producción para Mt Isa.

Los siguientes dos autores usan algoritmos genéticos para intentar resolver problemas enteros de gran tamaño más eficientemente. Denby y Schofield (1994) admiten que el problema de determinar el pit final y el agendamiento de la extracción debe realizarse de manera integrada, en vez de usar el razonamiento circular convencional. Los autores definen programas de producción como una combinación de pit final y un agendamiento de extracción. Para generar el mejor de los “programas” a partir de estas combinaciones, los autores usan un algoritmo genético empleando las herramientas típicas de cruza y mutaciones. Se obtienen buenos resultados en un set de pequeños problemas cuando se comparan con las conocidas pero no necesariamente óptimas soluciones obtenidas manualmente. En un caso, el algoritmo genético provee una solución con un 6% mayor VAN que la solución manual. Sin embargo, el tiempo de resolución se incrementa rápidamente a medida que el tamaño del problema crece. Zhang (2006) también utiliza algoritmos genéticos y agrega bloques a priori para reducir el tamaño del problema. El autor testea el algoritmo contra la habilidad de CPLEX de resolver el mismo problema para BHP Billiton y se da cuenta que CPLEX requiere entre dos y cuatro horas más para alcanzar soluciones de la misma calidad. A pesar de lo

anterior, no se hace referencia a las consecuencias prácticas de la agregación ni tampoco se especifica cómo se realiza una posterior desagregación.

Caccetta y Hill (2003) muestran un enfoque exacto para el problema de secuenciamiento de largo plazo. En cierto sentido, el modelo tiene mayor grado de detalle que la mayoría de los modelos de largo plazo en que los autores incorporan restricciones sobre la secuencia de extracción minera; las capacidades de movimiento mina, capacidades de procesamiento; leyes de alimentación a planta y concentrados; acopios; logística; y otros requerimientos operacionales como mínimo ancho de fondo de pit y máxima profundidad. Para resolver este problema, los autores usan una estrategia de branch-and-cut que consiste en una combinación de primera búsqueda de amplitud y una búsqueda de profundidad para encontrar una buena variedad de posibles programas de producción de pit. También realizan una elección de definición de variables y fijación de otras, e implementan una heurística basada en programación lineal para tener una buena limitación de sus soluciones.

Por su parte, Halatchev (2005) maximiza los beneficios del oro, menos costos fijos y variables de operaciones tales como procesamiento, costos asociados con manejo de estéril y costos de capital fijos. De modo de cumplir con restricciones de capacidad, el autor enumera todas las secuencias de producción viables. Sin embargo, en el procesamiento, se toman bancos, los cuales son generados a través de la determinación de pit finales, es decir son unidades dadas y utiliza variantes de las reglas de secuenciamiento de bancos para darle flexibilidad a los programas de producción que genera. Todos los programas de producción deben respetar las restricciones de suministro al procesamiento y las restricciones de demanda; las leyes de corte son fijadas de modo que no hay restricciones de ley. En cierto sentido, no es una versión menos restringida que los problemas antes mencionados.

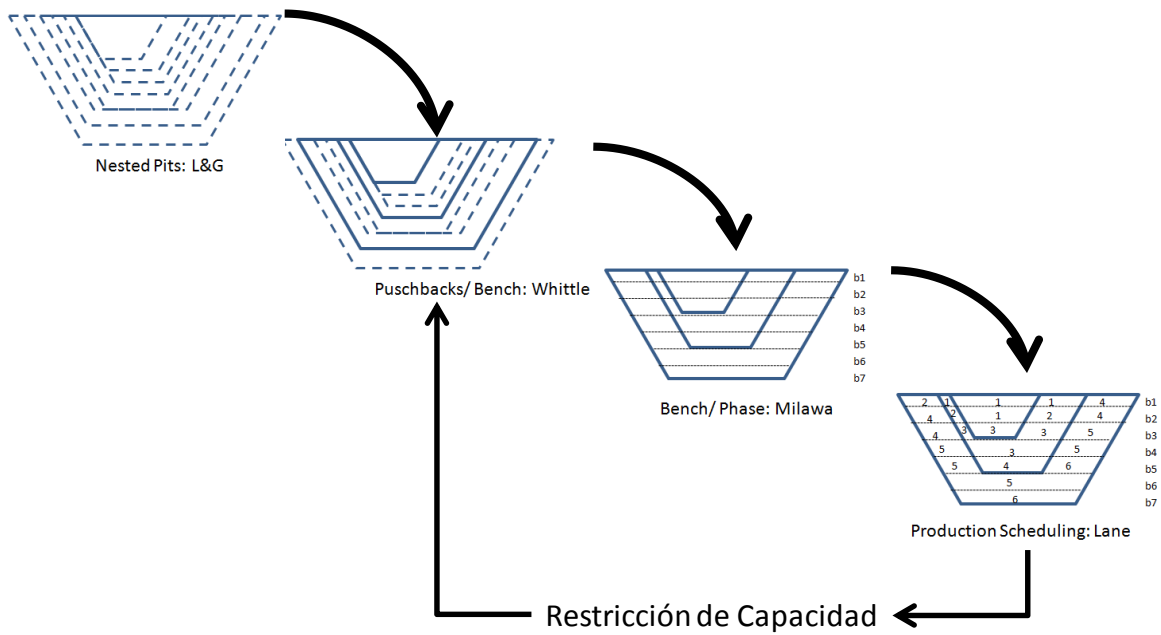
En el ámbito de secuenciamiento y agendamiento de la extracción, existe la posibilidad como se menciona anteriormente, de optimizar leyes de corte a lo largo de la vida de la mina.

## **2.6 Estado del Arte. Cálculo de un pit final y Programa de Producción**

La metodología actualmente aceptada y utilizada en la industria para el cálculo de un pit final y programa de producción se basa en un procedimiento descrito por varios autores y que consta de pasos lógicos que componen una heurística de optimización.

En primer lugar se define un rango de factores multiplicadores que harán variar de manera artificial el valor de los precios de modo de tener escenarios económicos ficticios y poder calcular un set de pits anidados o envolventes económicas para ese set de escenarios ficticios. El algoritmo comúnmente utilizado para el cálculo de estos pits es el de Lerchs y Grossman, mediante el cual se obtienen las envolventes de los pits acordes con el precio ficticio en estudio.

Posteriormente el planificador debe seleccionar a priori un subconjunto de estos pits que representarán los pushbacks o fases de la mina. Este paso se realiza de modo de poder definir una discretización coherente de la envolvente económica. Posteriormente la discretización se completa con la definición de fases-banco, las cuales entrarán en el algoritmo de Milawa para el cálculo de un programa de producción, siendo necesaria la definición de las restricciones de capacidad de movimiento total, capacidad de procesamiento, cantidad de finos u otras restricciones que se quiera definir. Finalmente, el resultado de este proceso de cálculo será el criterio para volver al paso de elección manual de los pushbacks y repetir el procedimiento manual hasta definir un resultado como conveniente. Una vez que el ciclo de prueba-error se haya ejecutado varias veces, y se haya definido el resultado final conveniente acorde a ese ritmo productivo, se puede tener una definición de pit final adecuado al ritmo productivo estudiado (Figura 1).



**Figura 1: Pasos de Metodología tradicional**

## 2.7 Aproximación por Block Sequencing

A diferencia del problema de definición de pit final, el secuenciamiento de bloques considera no sólo cuáles bloques remover, es decir, qué parte del recurso está dentro de la definición de envolvente económica sino que también la temporalidad de su extracción. La incorporación del aspecto del tiempo en estos modelos de secuenciamiento permite la inclusión de restricciones de recursos como por ejemplo producción (extracción) y procesamiento. Adicionalmente, el descuento intertemporal puede ser usado para reflejar de manera más precisa el valor de un bloque dependiendo de cuándo es extraído y/o procesado. Sin embargo, la problemática de largo plazo es grande en el número de variables pues son muchos bloques a ser extraídos y muchos períodos a ser considerados a lo largo de la vida de la mina. Por lo tanto, a menudo, la ley de corte, o la destinación de envío de material es predeterminada. Esto elimina las decisiones que deben ser tomadas en el modelo de optimización haciéndolo más manejable. La literatura comienza con la resolución del problema lineal, la cual tiene un bajo tiempo de cálculo pero incurre en soluciones que no respetan de buena manera las

precedencias entre entidades. Luego continúa con programación entera en la cual se hace necesario agregar entidades de modo de disminuir la cantidad de decisiones a tomar. Siguiendo estos pasos, hay modelos más detallados, y sugerencias sobre la manera en que estos problemas más grandes deben ser resueltos.

Durante la década de 1980, los investigadores estaban conscientes de la necesidad de realizar el análisis a nivel de secuenciamiento de bloques para una mayor fidelidad, pero también estaba clara la dificultad de resolución dada la estructura y tamaño del problema. Uno de los trabajos que significó la semilla del área es el desarrollado por Dagdelen y Johnson (1986), quienes maximizan el valor presente neto sujeto a restricciones de producción y secuenciamiento de bloque. En vez de apoyarse en heurísticas, los autores proponen un enfoque exacto usando Relajación Lagrangeana, la que explota la estructura de red del problema si las restricciones de máxima cantidad de material son dualizadas, es decir, puestas en la función objetivo, con multiplicadores asociados para satisfacer la restricción relajada. Se aplica el esquema de renovación del multiplicador subgradiente para ejemplos pequeños. Akaike (1999) extiende el trabajo anterior usando un proceso iterativo que altera los valores de los multiplicadores de Lagrange hasta que la solución del problema relajado alcanza la restricción original de capacidad, si es posible, aunque la problemática sigue siendo el valor de los multiplicadores.

Kawahata (2006) expande el procedimiento de relajación Lagrangeana incluyendo una ley de corte variable, restricciones de almacenamiento y botadero. Se utilizan dos subproblemas con relajación Lagrangeana, uno para el caso de secuenciamiento minero más agresivo y otro para el caso de secuenciamiento minero más conservador, y de esta manera acotar el espacio de soluciones factibles. Este espacio acotado ayuda a eliminar variables haciendo el tiempo de solución significativamente más expedito. Dado que se tienen dificultades para obtener soluciones factibles para la relajación, él ajusta los límites de las capacidades para asegurar que la solución Lagrangeana sea factible para el



modelo ajustado. Cai (2001) también ocupa Relajación Lagrangeana. Su problema difiere en que incorpora restricciones tales como el contenido de azufre en el agendamiento. Se realiza un estudio de caso para una mina de oro de 11 millones de bloques.

Se ha mencionado que la metodología de secuenciamiento con resolución bloque a bloque permite abarcar la mayor completitud del problema dado su enfoque integral, buscando incorporar restricciones y variables que afectan al problema de planificación minera. Sin embargo, dadas las dimensiones de los problemas mineros cuantificables en el número de bloques de los modelos de recursos, este tipo de enfoques, como el propuesto por Caccetta y Hill (2003) no logran abarcar la totalidad del problema, siendo necesario implementar algún tipo de agregación que disminuya el volumen de bloques incluidos en la optimización de modo de poder ejecutar los algoritmos de búsqueda de óptimos hasta ahora desarrollados.

Así, en una línea paralela a esta área de investigación, surge una alternativa de desarrollo de soluciones mediante la implementación de heurísticas de cálculo para abarcar estos problemas con algún grado de sacrificio en la optimalidad de las soluciones, pero basados en fundamentos lógicos que otorgan validez a los análisis. Uno de estas heurísticas es un algoritmo de secuenciamiento de bloques en extremo simple llamado Greedy (“goloso” o bien ambicioso), que permite definir, mediante una búsqueda bloque a bloque el orden de extracción basado en el valor económico de cada bloque, donde el primer bloque en salir es aquel de mayor valor y cuyos precedentes hayan sido extraídos previamente y así sucesivamente continuar con la extracción del bloque de mayor valor entre aquellos bloques “extraíbles”, es decir, aquellos bloques cuyos precedentes hayan sido extraídos.

## **2.8 Incertidumbre Geológica**

En planificación minera podemos distinguir tres tipos de incertidumbre que se presentan al momento de realizar alguna estimación o planificación que luego

deba llevarse a la operación misma: incertidumbre de mercado, incertidumbre tecnológica e incertidumbre geológica.

La primera dice relación con la incapacidad de predecir con exactitud cómo se comportarán los actores que definen el marco económico mundial, las cadenas de suministros, el actuar de los gobiernos, comunidades y entorno en general, lo que desembocará en precios de productos de interés, costos de operación, factibilidad y continuidad de faenas mineras, entre otras.

La segunda se refiere a la realidad misma de la operación de equipos dentro de la operación minera propiamente tal, la cual se caracteriza por tener una variabilidad inherente al funcionamiento de maquinaria bajo grandes exigencias y por tiempos prolongados. Por último, la incertidumbre geológica representa el grado de ignorancia que se tiene acerca de la caracterización mineralógica del recurso geológico. Ningún modelo numérico reproduce la realidad sin error. Siempre existe incertidumbre debido a nuestra falta de conocimiento por no disponer de un muestreo exhaustivo. Esta incertidumbre no constituye una característica inherente al depósito, sino que traduce nuestra “ignorancia” de éste. Los modelos de incertidumbre buscan caracterizar los valores desconocidos de la variable regionalizada no por estimaciones, sino que por distribuciones de probabilidad. Conocer cómo es susceptible distribuirse un valor permite medir la probabilidad que éste sobrepase una determinada ley de corte y entregar intervalos de confianza donde el valor real tiene “grandes probabilidades” de hallarse, según Emery (2009).

Una fuente crítica de riesgo corresponde a la ley de mineral y al tonelaje esperado, entre muchas otras componentes que afectan las decisiones mineras como muestran Dimitriakopoulos et al. (2002). Mientras se tome una estimación sencilla y precisa se estará, con una alta probabilidad fuera del rango del valor verdadero, mientras que enfocar el modelamiento de manera probabilística implica cuantificar de mejor manera la incertidumbre, aumentando las chances de incluir el valor real, aunque desconocido, y de esta manera beneficiando la valoración del activo y las

subsiguientes decisiones. Nuevas técnicas como son la Simulación Gaussiana Secuencial Generalizada (GSGS) y la Simulación Directa de Bloques son presentadas como metodologías de generación de simulaciones condicionales. A partir de la mayor información surgen instrumentos de decisión como es el enfoque de opciones reales, que se caracteriza por la habilidad de integrar y manejar incertidumbre y riesgo, permitiendo la cobertura de estrategias de inversión, cubriendo el riesgo geológico que junto al riesgo financiero y medioambiental representan las tres principales fuentes de riesgo en los proyectos mineros.

Un enfoque muy intuitivo de incorporar la incertidumbre en general, considerando que las decisiones en minería son dinámicas es privilegiar la extracción en zonas con baja incertidumbre postergando las zonas más inciertas hasta tener mayor información que las confirme (Ramazan y Dimitriakopoulos, 2003). Lo anterior se logra estableciendo costos artificiales de que un bloque minado no tenga las características esperadas, y sumado a eso, se incluye una condicionante geométrica que hace que la extracción sea más suave y conexas. El planteamiento muestra que se pueden lograr resultados con control de geometrías, al mismo tiempo que se busca privilegiar la extracción en las zonas seguras, de modo de garantizar un cumplimiento de las metas en vez de maximizar un resultado que tenga menor probabilidad de ser logrado.

Una manera de utilizar el modelamiento de la incertidumbre que ofrece la simulación geoestadística es a través del cálculo de programas de producción con una alta probabilidad de cumplimiento, esto es, a través de la optimización de lograr una meta productiva previamente definida, según Leite y Dimitriakopoulos (2007) en el desarrollo de la metodología de Simulated Annealing. El contexto de esta metodología se centra en elaborar un plan de producción a partir de una estimación determinística con Kriging Ordinario y por otro lado considera simulaciones condicionales. Se elaboran múltiples programas de producción manualmente (uno para cada realización de la simulación condicional) sujeto a las consideraciones del planificador para tener una variable de "período de

extracción", la cual será continua pues habrá bloques que siempre serán extraídos en un período para todas las realizaciones y otros que, para algunas realizaciones se extraerán en un período y para otras en otro, por lo que el valor de su variable "período de extracción" será un valor continuo correspondiente al promedio de los períodos en los cuales se extrae en las diferentes realizaciones. Finalmente mediante el uso de estadísticas de indicadores se define el problema de optimización de maximizar la probabilidad de lograr la meta productiva antes impuesta. El problema de optimización busca básicamente perturbar la variable de período de extracción de cada bloque de acuerdo a una función de enfriamiento y evaluar si el valor de la función objetivo aumenta. Este desarrollo muestra una de las grandes potencialidades del uso de simulaciones condicionales geoestadísticas al buscar secuenciamientos en que se controle la desviación de alguna meta propuesta.

La misma metodología de Simulated Annealing puede ser usada en la optimización en el manejo de Estéril como muestran Godoy y Dimitriakopoulos (2004) de acuerdo a un proceso similar sumando una restricción sobre el dominio de soluciones estables, donde se acota el dominio a modo de condiciones de borde según el peor y el mejor caso que podría lograrse en la extracción. Los resultados muestran la importancia de generar secuenciamientos que minimicen las desviaciones a partir de un modelo que incluya decisiones estocásticas ante la incertidumbre geológica, lo que impacta fuertemente en la toma de decisiones.

## **2.9 Definición de Pit Final**

El cálculo de pit final corresponde a una implementación del algoritmo de Lerchs y Grossman basado en el cálculo de la máxima clausura de un grafo definido por las precedencias verticales de acuerdo al ángulo de talud total a considerar. El cálculo de precedencias se realiza con la herramienta *calcpred-1g* que, a partir del modelo de bloques caracterizado por las coordenadas XYZ de los centroides de cada bloque calcula para cada bloque *id0* el set de bloques  $\{id1, id2, id3, \dots\}$  que lo preceden como se muestra en el siguiente diagrama:

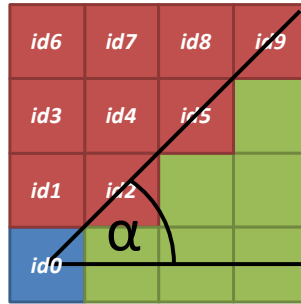


Figura 2: Esquema de Precedencias de bloques

Además del grafo de precedencias es necesario calcular el valor que se asignará a cada bloque con el cual se calculará la máxima clausura, que interpretado físicamente corresponde al subconjunto de bloques que definen el pit final con el mayor valor económico contenido. El cálculo de valor de cada bloque se realiza a priori bajo la siguiente fórmula que sintetiza los ingresos y costos asociados a la extracción y posible procesamiento.

$$ValorBloque = \max\{-CM, Ben_{bloque}\} \cdot Ton_{bloque}$$

$$Ben_{bloque} = Ingresos - Costos$$

$$Ingresos = \sum_i (P_i - Cv_i) \cdot L_i \cdot R_i \cdot f_i$$

$$Costos = CM + CP$$

$CM$  = costo mina

$CP$  = costo planta

$P_i$  = precio del elemento  $i$

$Cv_i$  = costo de venta del elemento  $i$

$R_i$  = recuperación metalúrgica del elemento  $i$

$L_i$  = ley del elemento  $i$  presente en el bloque

$f_i$  = factor de conversión de elemento  $i$  para tener unidades de \$

Con el cálculo de valores y el grafo de precedencias se logra una abstracción del modelo de una mina a cielo abierto, teniendo como únicas características de un bloque su valor y sus precedentes. Los supuestos que deben tomarse para lograr la discretización del recurso geológico en un modelo de bloques comprenden entre otros, los anchos operacionales, el diseño de rampas, los accesos a cada fase-banco el suavizamiento de taludes, la construcción de bermas de seguridad. Todo lo anterior se traduce en que se entenderá en el desarrollo de este trabajo por “cálculo de pit final” la definición del subconjunto de bloques que respetan el ángulo de talud representado por las precedencias calculadas y cuya envolvente contiene la mayor suma de los valores de bloques.

## **2.10 Heurística de Cono Invertido**

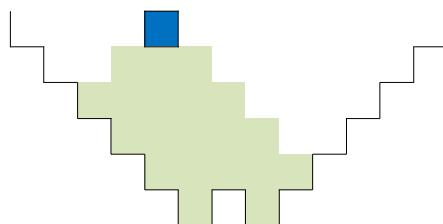
Una heurística desarrollada por Gershon (1987) tiene especial relevancia a la hora de secuenciar la extracción de un modelo de bloques. El concepto clave es la precedencia entre bloques de diferentes estratos, esto es, aquellos bloques que están siendo “tapados” o precedidos por otros no podrán por razón lógica ser extraídos hasta que sus predecesores lo sean y quede descubierto el bloque en estudio.

De esta manera, la heurística de secuenciamiento de bloques enunciada por Gershon basa sus principios en la importancia relativa que debe tener cada bloque respecto del resto del conjunto al definir la conveniencia de extraerlo u optar por otro. Intuitivamente debería extraerse en cada decisión aquel bloque que permitiera maximizar el valor presente para toda la vida de la mina y por tanto no basta con extraer primero de manera miope o golosa aquellos que tengan mayor valor (calculado atemporalmente), sino que priorizar la extracción de bloques que permitan acceder prontamente a aquellas porciones del yacimiento con mejores características ya sea económica u otra que se quiera considerar.

Si analizamos un cono invertido bajo cada bloque con las mismas reglas de precedencias que se utilizarían en caso de una optimización por alguno de los algoritmos mencionados, y tomamos en cuenta no sólo el valor singular del bloque

sino que incorporando el valor de aquellos bloques que están dentro del cono invertido, estaremos tomando una medida de la importancia de extraer un cierto bloque dado que se avanza en la dirección de liberar el conjunto de bloques contenidos dentro del cono invertido y así nos permite obtener prontamente el recurso que está debajo de este bloque “clave”.

De esta manera surge como alternativa la creación del mencionado cono invertido bajo el bloque  $i$ -ésimo que contiene aquellos bloques que no podrán ser extraídos hasta que ese bloque  $i$ -ésimo sea minado, o dicho de otra manera que contiene los bloques a los que precede. El “valor Gershon” corresponde efectivamente a la suma de los valores dentro del cono invertido y que entran en la definición del pit final, como se muestra en la siguiente Figura:



**Figura 3: Heurística de Peso posicional "Cono Invertido"**

Esta heurística responde a un criterio de priorizar la extracción de zonas de interés mediante el cálculo del peso posicional. Sin embargo debe tomarse en cuenta de alguna forma el período que se extraiga cada bloque por el efecto que tiene la tasa de descuento sobre el valor de los bloques, ya que, como es de imaginarse, por ejemplo el beneficio que un bloque puede reportar al ser extraído en el período 1 no es el mismo que reportaría al extraerlo en el período 10. En cuanto a esto, existen diferentes variantes para poder incorporar este efecto de manera implícita por ejemplo dependiendo de la profundidad de cada bloque, esto es, en la medida en que un bloque se encuentre a mayor profundidad, su valor disminuirá proporcionalmente con dicha profundidad, o bien alguna variante de este razonamiento también puede ser aplicada. Lo anterior no constituye una regla muy clara y muy simple de definir, por lo que se debe intentar una estrategia más

adecuada que permita tener una intuición del tiempo de extracción de un bloque de forma más clara.

La implementación de esta etapa consta de ejecutar la aplicación *gershon-lg* que recibe como parámetros de entrada los valores de cada bloque, las precedencias, y los límites del pit final de modo de hacer la suma hasta ese borde geométrico. La salida es un archivo de valores donde cada bloque identificado por un *id* posee un *valor gershon*.

## **2.11 Orden de extracción**

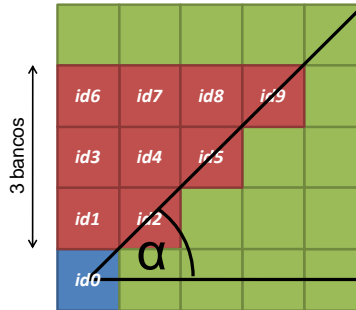
El orden de extracción en una mina de cielo abierto puede ser muy complejo por cuanto depende de una gran cantidad de factores como la ubicación de rampas y accesos, el ángulo de talud global, las características geotécnicas del macizo rocoso, el perfil de equipos con que se cuente, esto es, cantidad y tipos de equipos de perforación, tronadura, carguío y transporte.

Sin embargo, en una etapa de evaluación de largo plazo y de índole conceptual, este tipo de variantes se resumen en aspectos como el ritmo de producción, forma del pit, profundidad del bloque y bloques precedentes, con el ánimo de obtener análisis gruesos y no al nivel de detalle que caracteriza a las etapas siguientes de ingeniería.

El modelamiento del orden de extracción se hace mediante la abstracción de la noción de ángulo de talud usando el concepto de precedencias: un bloque "A" precede a otro bloque "B" si para extraer B es necesario haber extraído A. Esta relación entre bloques es transitiva, lo que significa que si "A" es precedente de "B", y "B" es precedente de "C", entonces "A" es precedente de "C". De esta forma, se genera un árbol de precedencias y la transitividad de esta condición termina por definir un orden estricto en el cual debe realizarse un proceso de extracción, es decir si se pretende extraer un bloque dado, el orden de extracción deberá ser tal que todos los bloques que lo preceden sean extraídos previamente. Existen varias formas de definir los arcos de precedencias en un rajo, entre ellas, las más comunes son tres alternativas:

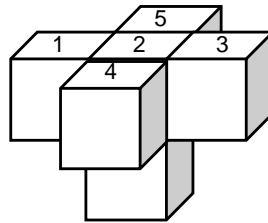


1. Definiendo un ángulo de talud y una cantidad de bancos: se define el ángulo de talud que se determine como estable y se defina la cantidad de bancos a considerar sobre el bloque en cuestión para tener la discretización. La siguiente figura muestra un ejemplo de la estrategia:



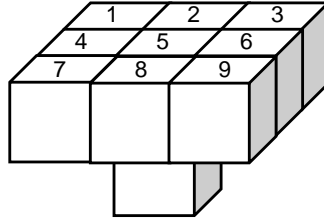
**Figura 4: Ejemplo precedencias con ángulo de talud y 3 bancos**

2. Definiendo un molde clásico de 5 bloques: esta estrategia busca en particular representar un ángulo de 45° por lo que se recomienda para dimensiones de bloques homogéneas para tener una interpretación acorde a esta situación.



**Figura 5: Estrategia de precedencias fija de 5 bloques**

3. Definiendo un molde fijo de 9 bloques: esta estrategia busca también representar un ángulo de 45°, pero con un poco más de amplitud por lo que se recomienda también para dimensiones de bloques homogéneas para tener una interpretación acorde a esta situación.



**Figura 6: Estrategia de precedencias fija de 9 bloques**

Teniendo estas bases de precedencias, corresponde continuar con la extracción de éstos según algún criterio que defina cuáles son extraídos primero y cuales después. Una estrategia de extracción bastante simple y con discutibles resultados es aquella más miope o corto placista donde aquel primer bloque en ser extraído es aquel bloque entre los bloques “libres”, es decir sin precedentes sobre ellos, que tenga el mayor valor económico, o alguna variante de esta característica como puede ser buscar el que tenga mayor ley de mineral o la menor cantidad de contaminante, etc. La denominación de esta estrategia es de ser glotona o “greedy” en inglés y la principal ventaja que tiene es que es rápido y puede abarcar un gran número de bloques, sin embargo no incorpora una visión de maximización del valor presente neto del proyecto. Una vez que se comienza con la extracción, debe configurarse algún criterio de detención de esta estrategia, de modo de no continuar indefinidamente. Este criterio puede estar dado por alguna condición de maximización del valor acumulado total de bloques, algún criterio de número máximo de bloques a extraer, etc.

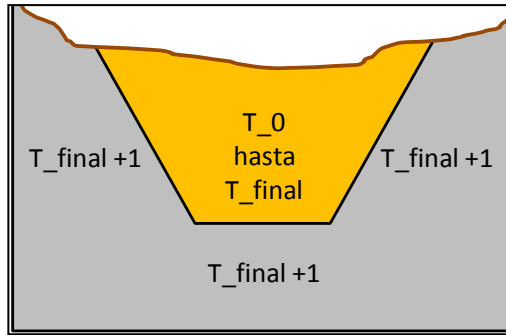
Este orden de extracción, sin embargo puede hacerse mediante el uso de la aplicación *greedy* desarrollada con motivo del proyecto de tesis sobre un valor particular: los datos ingresados pueden ser los valores gershon, que corresponden a los pesos posicionales de cada bloque de acuerdo a la suma de los valores dentro del cono invertido bajo ellos, y las precedencias que limitan la extracción son aquellas según el criterio del molde fijo de 9 bloques.

## **2.12 Restricciones por período y Descuento Intertemporal**

El paso siguiente a la etapa de secuenciamiento y orden de extracción corresponde a recuperar el valor económico de cada bloque, esto significa, que,

teniendo el orden de extracción de los bloques representado por una lista de *id*'s, se debe asociar a cada *id* el set de valores a los cuales se va a aplicar el criterio de restricción y el valor económico que será aquel que discrimine el tamaño del pit. Los casos más simples pueden ser aquellos en que se restringe el número de bloques por período, o el tonelaje total por período, o el tonelaje enviado a planta por período, etc donde, al coparse la capacidad impuesta, se da por terminado el período y el conteo comienza nuevamente para el siguiente período. O bien un caso de estudio más acabado podría requerir imponer varias restricciones de capacidad como por ejemplo tonelaje total y tonelaje a planta simultáneamente, o combinaciones de más capacidades, siendo una modalidad en que cuando se copa una capacidad se da por terminado un período y comienza desde cero el conteo para los demás parámetros.

Una vez aplicadas las restricciones de capacidad, el procedimiento continúa con el descuento correspondiente a cada período. El conjunto de bloques que son extraídos en un período se define como aquel que contiene los bloques que copan las restricciones de capacidad y cada bloque posee un atributo denominado *per* que consiste en el período de extracción. El valor económico de cada bloque debe ser descontado según la tasa de descuento correspondiente de modo de poder dar cuenta del valor del negocio actualizado. La extracción de bloques se realiza hasta que los valores descontados maximicen el VAN, y de esta manera se define un límite de pit final, tomando el resto de los bloques que no están dentro de este pit final como si fueran extraídos en un período  $T_{final}+1$  abriendo la posibilidad de que en la iteración siguiente el pit pueda crecer eventualmente.



**Figura 7: Descuento de bloques fuera del Pit Final según período  $T_{final+1}$**

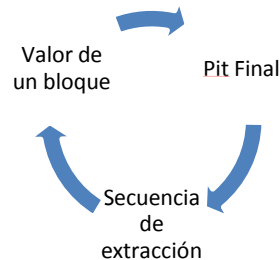
Finalmente el valor descontado de cada bloque se utiliza para una nueva corrida del algoritmo de Lerchs y Grossman de modo que la clausura máxima del grafo en esta oportunidad va a estar dando cuenta de un descuento por período de secuenciamiento. El ciclo continúa con los pasos de cálculo de *valor gershon* a partir de estos valores descontados, luego el orden de extracción, y el descuento de los valores económicos originales de acuerdo a las restricciones impuestas.

Lo anterior permite tener en cada ciclo una aproximación al valor óptimo pues se repite el ciclo hasta que el VAN sea máximo o hasta que su variación sea mínima.

### 3 Herramienta de definición de Pit Final LGG

#### 3.1 Definición General del Modelo

La interdependencia entre los parámetros involucrados en la planificación minera que se genera al momento de realizar la planificación de un rajo, se muestra en el siguiente esquema:



**Figura 8: interdependencia de decisiones de planificación**

Esto significa que, mientras no se conozca el valor económico de un bloque no se podrá calcular la envolvente económica o Pit Final utilizando alguna estructura de grafo como lo hace por ejemplo el algoritmo de Lerchs-Grossman. A su vez, si no se conoce el orden en que se extraerán estos bloques y el destino que se le asignará a dicho bloque, no se podrá definir un valor económico descontado en el tiempo de cada bloque, y finalmente, esta secuencia de extracción dependerá de cuáles sean los límites del pit final.

En este sentido, una de las principales decisiones que la planificación minera debe definir es el ritmo productivo al cual se realizará la extracción. Este parámetro tiene impacto directo en el tipo y la cantidad de equipos a adquirir para realizar las operaciones unitarias y por lo tanto en la inversión inicial. Por otro lado el efecto de un ritmo productivo sobre la temporalidad de los flujos de caja es tal que mientras mayor sea la producción, estos flujos son percibidos antes y la tasa de descuento intertemporal los hace más convenientes. El ejercicio conceptual siguiente muestra cómo existe un trade-off relacionado con el ritmo de extracción, donde se relaciona la inversión en mina y la inversión en planta ( $I_{tot}$ ), que dependen directamente del ritmo de extracción ( $TPA$ ), las reservas totales ( $R$ ) son

consideradas homogéneas en contenido de producto, y los flujos de caja anuales son tomados como constantes en cada período ( $F$ ) y proporcionales al ritmo de mina ( $F=f \cdot TPA$ ). La siguiente expresión simplificada resume el impacto del ritmo productivo sobre el valor presente neto del proyecto.

$$VAN = -I_{tot} + \sum_{t=0}^{T_{fin}} \frac{F}{(1+r)^t}$$

$$VAN = -i_{tot} \cdot TPA + \sum_{t=0}^{T_{fin}} \frac{TPA \cdot f}{(1+r)^t}$$

$$VAN = -i_{tot} \cdot TPA + TPA \cdot f \cdot \sum_{t=0}^{T_{fin}} \rho^t$$

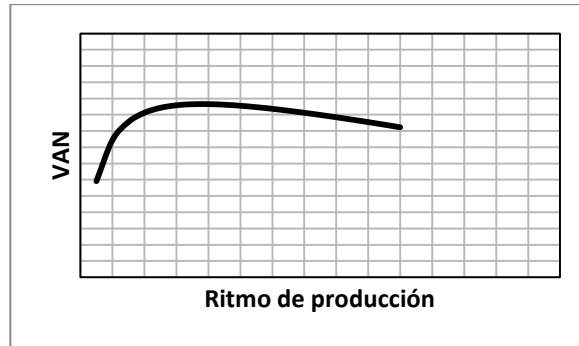
$$VAN = TPA \cdot \left[ -i_{tot} + f \cdot \left( \frac{1 - \rho^{T_{fin}+1}}{1 - \rho} \right) \right]$$

$$VAN = TPA \cdot \left[ -i_{tot} + f \cdot \left( \frac{1 - \rho^{\left(\frac{R}{TPA}+1\right)}}{1 - \rho} \right) \right]$$

Con:

$$\rho = \frac{1}{1+r}$$

Dado el trade off entre aumentar TPA para adelantar flujos de caja vs el consecuente aumento de la inversión, como lo propone esta función, este comportamiento se ve gráficamente como se muestra:



**Gráfico 1: Ejemplo para un set de parámetros. Forma de la curva del efecto del Ritmo Productivo sobre el VAN**

La importancia de poder definir un límite de pit final asociado a un nivel de riesgo o una probabilidad de éxito constituye una muy interesante guía de planificación por cuanto permite tener una evaluación económica del proyecto con una nueva métrica asociada al riesgo financiero y de esta forma obtener un resultado de VAN con más certeza que tan sólo una estimación determinística precisa pero poco exacta de un modelo de recursos.

### **3.2 Componentes del modelo**

La herramienta que encapsula el modelo construido contiene diferentes módulos que trabajan interconectados. La metodología se basa en generar un procesamiento estructurado en que la entrada de cada módulo corresponde a la salida del módulo anterior. De esta forma se hace más manejable el paso a paso, las validaciones, y por supuesto las modificaciones y adaptaciones que se quieran efectuar para cumplir con algún requerimiento especial acorde al caso de estudio.

El modelo de definición de Pit Final capacitado bajo incertidumbre se compone de 4 partes modulares principales, caracterizadas por el subproducto que genera cada una:

1. Cálculo de Pit Final utilizando el algoritmo de Lerchs y Grossman (initial LG final pit)
2. Cálculo de pesos posicionales o "key-value" usando la heurística de secuenciamiento de bloques de cono invertido introducida por Gershon (Gershon Heurístic)

3. Determinación de la secuencia de extracción bloque a bloque de acuerdo a los pesos posicionales y respetando las precedencias entre bloques (Mining Sequence)
4. Descuento intertemporal del valor de cada bloque dependiendo del orden de extracción (Discount Rate).
5. Siguiendo iteración de cálculo de pit final usando (LG final pit) considerando ahora los valores de los bloques incorporando la condición temporal de su extracción.
6. Volver al punto 2 para un nuevo cálculo de peso posicional o "key-value".

El ciclo se detiene ante algún criterio como puede ser la convergencia de la suma de los valores de los bloques o flujo de caja por período. El ciclo de cálculo que conecta los módulos mencionados se resume en el siguiente diagrama:

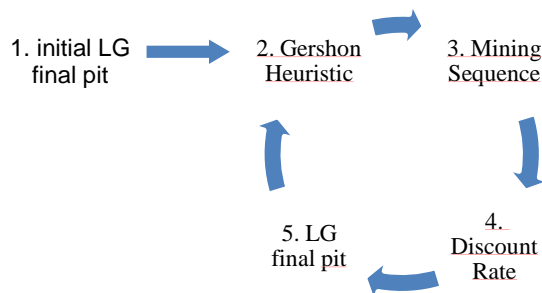


Figura 9: Diagrama de componentes del modelo de cálculo de pit final.

### 3.3 Pit Capacitado

Un ciclo completo del procedimiento LGG muestra algunos aspectos característicos del método que reflejan el comportamiento de los resultados. Un input importante de la herramienta son las restricciones de capacidad que se desee imponer, en particular aquellas de carácter minero como el ritmo productivo donde es fácil ver que a medida que este decrece, la cantidad de bloques por período disminuye y por ende la cantidad total de períodos de explotación será mayor en las primeras iteraciones, haciendo que los bloques que se extraigan en los últimos períodos tendrán un valor económico descontado menor y por lo tanto será menos probable que sean incluidos en la envolvente económica del ciclo



siguiente. Es decir, como consecuencia de un ritmo productivo bajo, el tamaño del pit final debería tender a decrecer a medida que la herramienta ejecuta las iteraciones.

Los criterios a implementar para limitar la ejecución de la herramienta pueden ser definidos por el usuario siendo los más típicos: detener las corridas cuando el VAN se haga máximo y no haya variaciones, detenerlas cuando no haya una variación de más de un porcentaje, detenerlas cuando se hayan ejecutado una cierta cantidad de ciclos, detenerlas cuando el tonelaje total sea un valor fijado previamente, etc.

### **3.4 Estudio de Convergencia del Algoritmo Propuesto**

Una vez planteado el algoritmo, y hechas las correcciones pertinentes respecto de su funcionamiento y resultados, se procede a evaluar la convergencia de las soluciones bajo diferentes posibles criterios (Anexos 8.2). Lo anterior cobra relevancia cuando se intenta establecer una metodología basada en iteraciones, a partir de la cual se quiera obtener un resultado único pues debe existir una metodología que entregue una solución incluso cuando el proceso pareciera no tener fin. Se implementará un criterio de detención si eventualmente el algoritmo no logra estabilizar las soluciones en un resultado final.

A priori se logran distinguir algunos posibles comportamientos de las soluciones que deberá entregar el proceso iterativo propuesto: soluciones monótonas crecientes, soluciones monótonas decrecientes, oscilaciones en torno a un valor, soluciones en patrones repetitivos, soluciones convergentes hacia una asíntota, o simplemente un comportamiento caótico en que no sea clara la manera de detener la iteración.

#### **3.4.1 Algoritmo Propuesto**

La metodología de cálculo se compone de un sistema iterativo donde los resultados parciales de salida de un paso dan a lugar a los datos de entrada del paso siguiente. Para comenzar el ciclo iterativo se debe realizar un primer set de cálculos que luego dan a lugar al proceso cíclico propiamente tal.

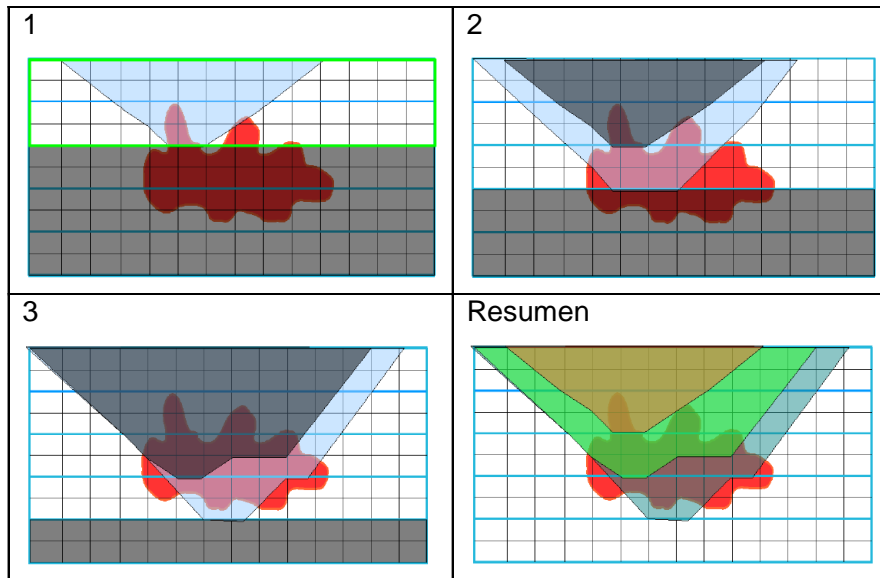
La primera parte de precálculo comprende los siguientes pasos:

1. Valorizar el modelo de bloques. Esta valorización será considerada posteriormente a la hora de realizar el cálculo de pit final por lo que generalmente se establece como Valorización Económica (otro tipo de estudios podría considerar otro tipo de valorización alternativo). Para la valorización económica se deben establecer ciertos parámetros técnico-económicos tales como:
  - a. Número de elementos de interés. En el caso del estudio de convergencia se trata de 2 elementos de interés: Cu, Au.
  - b. Costo Mina (CM)
  - c. Costo Planta (CP)
  - d. Precio del elemento i-esimo. Para el estudio de convergencia se consideraron los siguientes precios:  $P_{cu}=2$  USD/lb y  $P_{au}=313$  USD/oz
  - e. Recuperación metalúrgica del elemento i-esimo.  $R_{cu}=90\%$  y  $R_{au}=60\%$
  - f. Costo de venta (o costo de fundición y refinación en el caso de estar integrado verticalmente este proceso).  $CV_{cu}=0.26$  USD/lb y  $CV_{au}=6$  USD/oz

La entrada de esta etapa es un modelo de bloques con las columnas *id,x,y,z,rock\_type,density,cu,au* y la salida, por términos prácticos y tiempo de procesamiento es una lista de *id,valor*.

2. Calcular el set de precedencias para cada Bloque. Esto se realiza ejecutando un utilitario que calcula para cada bloque, el conjunto de aquellos que deben ser extraídos previamente por restricciones de ángulo de talud para poder liberar y dejar expuesto el bloque N-esimo en cuestión.
3. Calcular el set de bandas en que se subdividirá el yacimiento para poder ejecutar el algoritmo mejorado de Lerchs y Grossman en que se subdivide el universo total de bloques para dar mayor velocidad de cálculo. Este

resulta ser un paso intermedio en que se aplica el algoritmo de Lerchs y Grossman sobre bandas o subconjuntos de bloques horizontales de manera progresiva como se muestra en la siguiente figura:



**Figura 10: esquema de pasos para cálculo intermedio de Bandas**

4. Ejecutar el algoritmo de Lerchs and Grossman modificado, denominado LG Floating Band con los valores calculados en los pasos anteriores (Valores, Precedencias, Bandas)
5. Ejecutar el algoritmo de Heurística de Secuenciamiento de Gershon, correspondiente como se describió en el capítulo al cálculo del peso posicional con que se hará el cálculo posterior de la secuencia de extracción. Este cálculo se realiza solamente con el conjunto de bloques que están dentro del pit final según el punto 4. El siguiente esquema grafica el uso de este Paso.

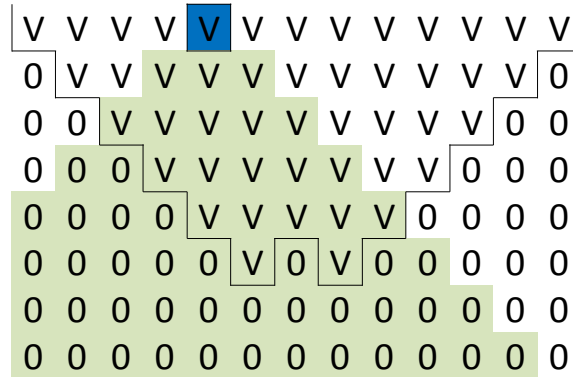


Figura 11: Valores de Bloques considerados por Heurística Gershon

6. Se ejecuta algoritmo de cálculo de orden de extracción “Greedy”. La entrada para este paso consiste en un modelo con los valores calculados mediante Peso Posicional o “Valores Gershon” y un set de precedencias, para tener como salida el orden de extracción de los bloques.
7. Se realiza el descuento según tasa y capacidad especificadas. Este paso corresponde al paso clave en cuanto a las capacidades o ritmos limitantes, pues es en el cual el “Mining Rate” cobra relevancia, ya que el descuento intertemporal de los valores de los bloques tendrá directa relación con la capacidad que quiera imponerse como restricción haciendo que este ajuste tenga impacto sobre la valoración de los bloques para el cálculo de LG siguiente y en definitiva haya un cambio con respecto a la ejecución anterior donde los valores tomados en cuenta no tenían ningún indicio de Mining Rate.
8. Teniendo los valores descontados se ejecuta el paso 4. Con lo que comienza el proceso iterativo propiamente tal.

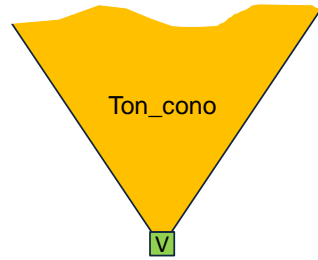
En cada iteración los valores de los bloques con los que se ejecuta el algoritmo de Descuento intertemporal son aquellos valores originales, de modo que el descuento no se aplique sobre un valor ya descontado, ya que significaría una disminución monótona sobre los valores, sino que se realiza sobre el valor original y de esa manera el ciclo cobra validez y lógica.

El resultado central con el cual se evalúa la evolución de las iteraciones corresponde el valor acumulado de los valores descontados de los bloques que han sido parte del secuenciamiento descrito. Esto es en esencia la suma de los flujos de caja descontados. Es preciso aclarar que no existe ningún proceso de optimización de ley de corte, sino que los bloques son distinguidos entre aquellos con beneficio positivo y beneficio negativo de acuerdo a sus características geológicas.

Esta suma acumulada de los valores económicos determina el comportamiento del pit final. Si la suma aumenta con el curso de las iteraciones, entonces podemos argumentar que tiene sentido imponer la restricción de capacidad. Si además el tamaño del pit final se condice con el nivel de la capacidad de extracción, entonces se validará el haberla impuesto desde un principio. La hipótesis de que hay un aumento de valor asociado a la disminución proporcional del tamaño del pit final tiene su explicación en el impacto del Mining Rate sobre la temporalidad de los flujos de caja por las causas que se han explicitado anteriormente.

La explicación hipotética de que el tamaño del pit final debe reducirse proporcionalmente para ciertos niveles de capacidad de extracción o Mining Rate se fundamenta en que los bloques que están en profundidad deberán ver disminuidos sus valores económicos por lo que eventualmente lo que en una primera instancia flotaba como envolvente de pit final, podría no hacerlo ya que la ejecución del algoritmo de LG dejará fuera de la envolvente que describe la máxima clausura del grafo pues disminuiría su valor.

Existe una relación estricta entre el período de salida de un bloque y el cono de bloques que lo preceden en que, dependiendo del Mining Rate que se imponga como restricción, este bloque no podrá ser extraído antes de un cierto período mínimo como consecuencia de la necesidad de extraer el cono que lo precede.



$$V' \leq V \left[ \frac{1}{(1+r)^{periodo_{minimo}}} \right]$$

$$V' \leq V \left[ \frac{1}{(1+r)^{\frac{Ton_{cono}}{Mining\ Rate}}} \right]$$

Figura 12: Tonelaje del Cono sobre el bloque en estudio

De esta manera, una vez que se impone el Mining Rate como condicionante del valor de los bloques, estos tienen un valor menor al valor económico calculado de la forma tradicional considerando solamente los ingresos y costos asociados al bloque. Por lo tanto aquellos bloques que se encuentran a mayor profundidad y por ende con un cono de sobre carga mayor, tendrán un descuento mayor en el cálculo de su valor  $V'$ , ya que el período mínimo de minado es mayor.

Dado lo anterior, es lógico argumentar que la temporalidad y más precisamente el ritmo productivo o Mining Rate tienen estrecha relación con los valores que deben ser considerados en el proceso de cálculo de LG y por ende en el tamaño y forma de los pits una vez que esta restricción se hace inherente a la metodología. Es por esta razón que la metodología ofrece una cota sobre el tamaño del pit, de la cual se puede argumentar que contiene cualquier pit que a posteriori pueda definirse como pit final para un proceso de optimización de la secuencia de extracción.

Vemos que en los casos en que el Mining Rate es bajo, la relación  $[Ton\_cono/Mining\ Rate]$  se incrementa por lo que el descuento es mayor haciendo que cada bloque que está en profundidad se ve afecto a este descuento, y por ende el posible pit resultante de LG de la corrida siguiente tiende a tener menor tamaño.

Los siguientes esquemas muestran el impacto entre considerar un Mining Rate o no. En la figura de la izquierda el cono es extraído (Flota) ya que la clausura del grafo asociado a LG tiene valor +1, mientras el de la derecha, al aplicar un Mining



## 4 Aplicación del algoritmo propuesto

### 4.1.1 Definición del Estudio

El modelo de Bloques utilizado para el estudio de convergencia tiene las siguientes características:

- Número de Bloques: 62200
- Tamaño Bloques: 30x30x30 m<sup>3</sup>
- Elementos de interés: Cu, Au

La restricción de ángulo de talud se traduce en la configuración de precedencias de los 5 bloques superiores ubicados en “cruz” sobre el bloque en cuestión, como se muestra en el siguiente esquema.

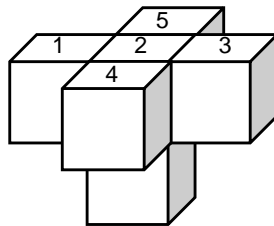


Figura 14: Bloques precedentes en esquema de Cruz

El algoritmo de cálculo de peso posicional de acuerdo a la Heurística de Gershon, fue realizado considerando como se explica anteriormente bajo cada bloque el cono invertido de los bloques sucesores estrictos, comprendidos dentro de la envolvente del Pit calculado en el paso anterior.

Para el estudio de convergencia se adoptó la siguiente configuración de escenarios: se realizan corridas para Mining Rate en el rango entre 100 y 1000 [blks/periodo] con un paso de 100 [blk/per] entre un escenario y otro, es decir 10 escenarios de capacidades de extracción.

Finalmente, el descuento que se aplica una vez que se ejecuta Greedy.exe y se tiene el orden de extracción, es sobre el valor de cada bloque con una tasa de



$r=10\%$ , y de acuerdo al período  $\tau$  en que se extrae el bloque, de la forma tradicional  $\rho = \frac{1}{(1+r)^\tau}$

#### 4.1.2 Criterios de solución

Para el estudio de convergencia se utilizará un análisis particular caso a caso en que la convergencia será declarada en aquellos casos en que se establezca la solución, y no se adoptarán criterios previamente definidos para ver en detalle el comportamiento del algoritmo y las consecuencias del proceso iterativo, y a partir de este análisis se adoptarán como criterios unos u otros de los ya descritos anteriormente.

#### 4.1.3 Análisis de resultados de Prueba Determinística

El estudio de convergencia realizado arrojó resultados para los 10 escenarios de Mining Rate, los cuales se resumen a continuación.

##### 4.1.3.1 100 bloques por período

Resumen de iteraciones para 100 [bloques/perodo].

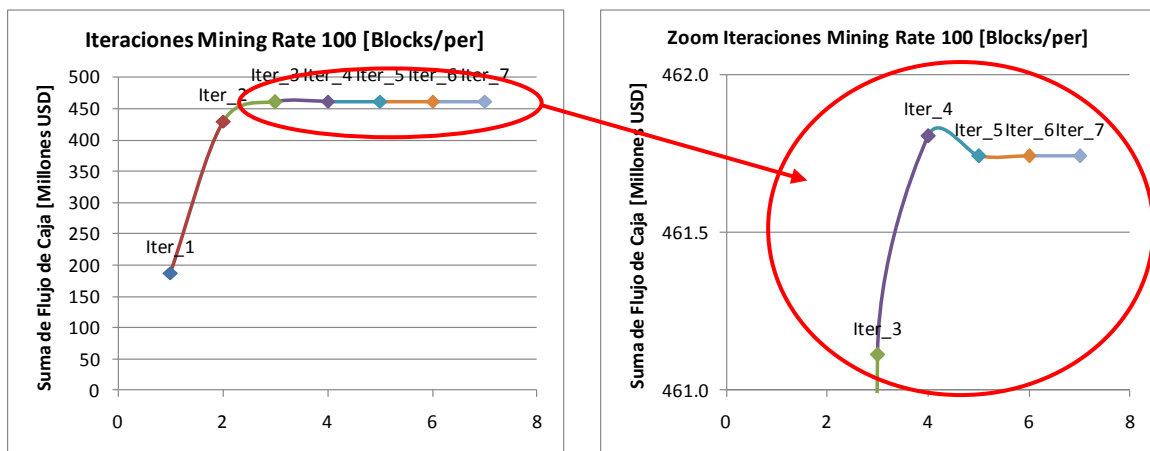
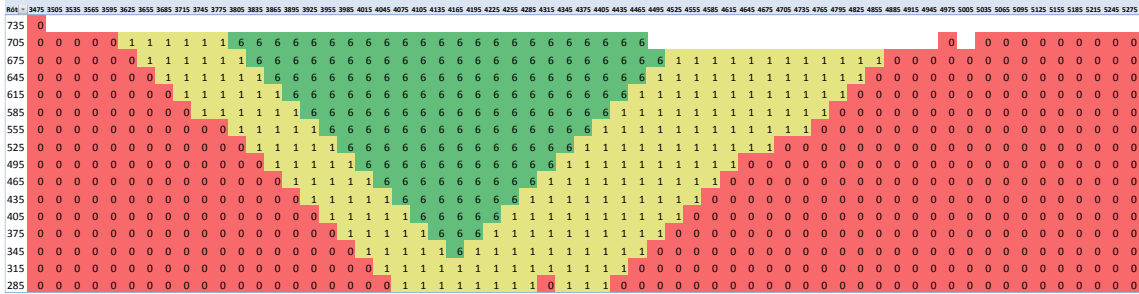


Gráfico 2: Figura evolución del valor descontado en las iteraciones. Caso 100 bloques/perodo

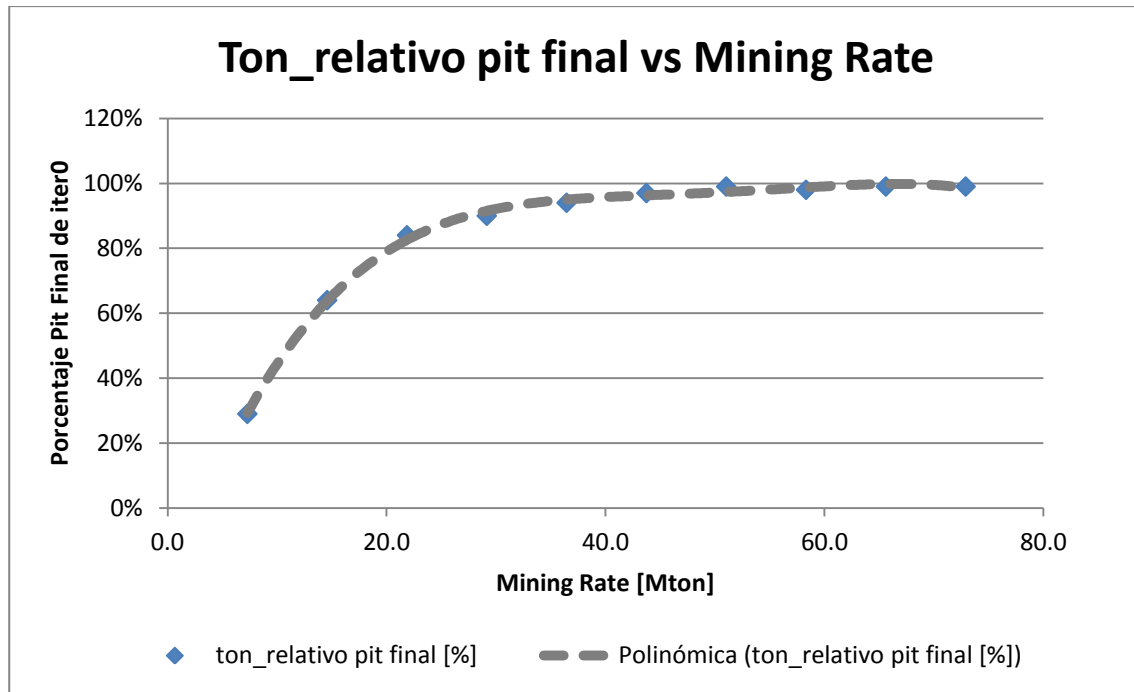
A continuación se muestra el impacto en términos de geometría de aplicar un mining rate que afecte el valor de los bloques mediante el descuento intertemporal y el secuenciamiento usando la heurística Gershon como se describió.



**Figura 15: Pits para las diferentes iteraciones para el caso 100 [blks/per]**

Como se aprecia en la Figura 15, el pit calculado para la iteración 1 y el pit calculado para el resto de las iteraciones difieren en una cantidad considerable (aquellos bloques etiquetados con 6 corresponden a los bloques que están dentro del pit final 2, 3, 4, 5, 6 y las siguientes iteraciones).

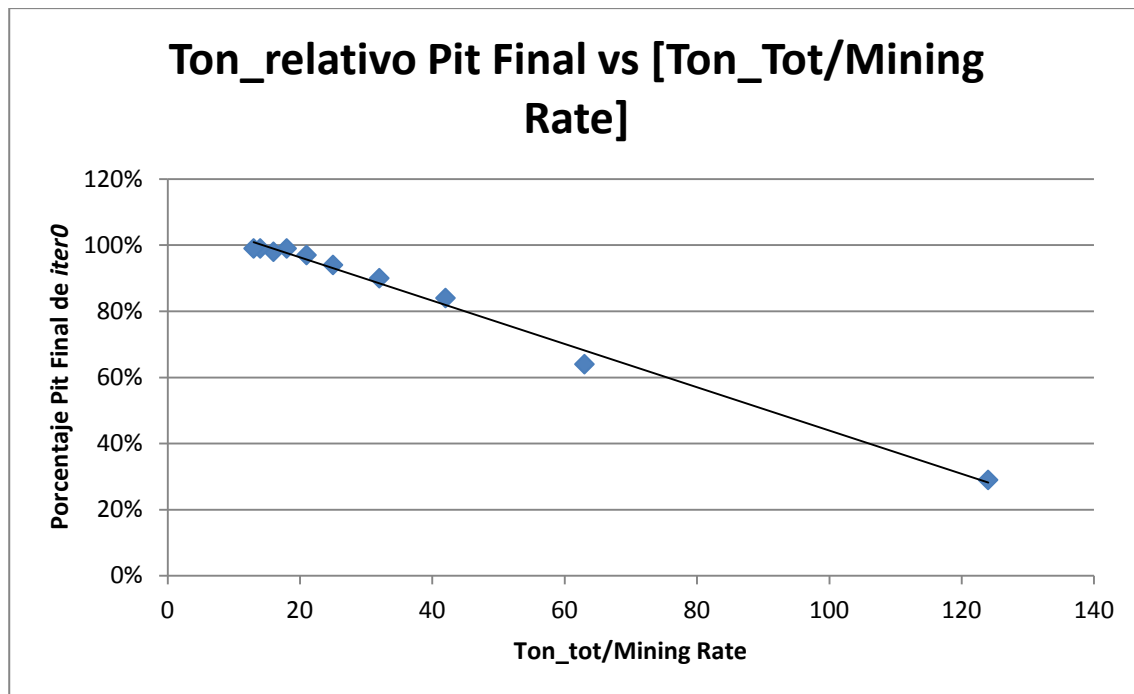
En cada una de las corridas para diferentes capacidades, se tiene que la primera iteración corresponde a la corrida clásica de Lerchs-Grossman sobre el universo entero de bloques sin ningún tipo de descuento por el período de extracción, vale decir, cada iteración “*iter0*” coincide para las diferentes condiciones de mining rate (100 a 1000 blk/per), por lo que se puede calcular una relación que muestre el comportamiento de la capacidad vs la reducción del pit final. Esta relación calculada directamente entre el tonelaje del pit final (como porcentaje del tonelaje del pit de la primera iteración) y el Mining Rate se muestra creciente y asintótico como es de suponer en el 100% del tamaño del pit final de la corrida de LG estándar.



**Gráfico 3: Tonelaje Pit Final vs Mining Rate**

En particular calculamos la razón entre el Tonelaje total del pit final y el mining rate, con lo que se tiene el número de períodos que correspondería a la extracción del pit final a esa tasa de extracción, a este número de períodos los llamaremos *Periodos\_0*. Esto último, a su vez, tiene implicancia en el impacto que tendrá la tasa de descuento como moduladora de los valores de los bloques extraídos durante la vida de la mina, vale decir mientras menor sea el mining rate de la corrida, mayor será el número de *Periodos\_0* correspondientes a ese mining rate, y mayor será el impacto de la tasa de descuento pues los últimos períodos aportarán cada vez menor valor y por lo mismo, el tamaño del pit será menor.





**Gráfico 4: Tonelaje vs Relación Ton\_tot/Mining Rate**

En resumen, podemos ver con este análisis que se cumple la hipótesis planteada en un principio de que:

- A menor Mining Rate -> Mayor descuento -> Menor tamaño de Pit Final, y viceversa,
- A mayor Mining Rate -> Menor descuento -> Mayor tamaño de Pit Final.

## **5 Pit final Capacitado bajo incertidumbre**

Una de las grandes ventajas del método es que se hace de manera automática por lo que la cantidad de corridas para un set de restricciones como por ejemplo el ritmo de producción, no dependerá, durante la ejecución, de la habilidad del planificador de armar escenarios, por lo que pasa a ser un mecanismo repetible eventualmente de manera paralela. De este modo, el cálculo sobre un set de escenarios, representando así la incertidumbre, puede ser realizado sin inconvenientes pues el tiempo total de ejecución será igual o menor a la multiplicación del número de escenarios por el tiempo de ejecución para un escenario único. Dependiendo fuertemente del tamaño del problema, expresado por ejemplo en el número de bloques del modelo, se podrá hacer un análisis de incertidumbre sobre un universo de simulaciones condicionales con mayor o menor tiempo de ejecución.

El análisis de incertidumbre consiste en evaluar los resultados para un set de restricciones de capacidad sobre cada realización de las simulaciones condicionales, o bien para cada escenario equiprobable, donde cada bloque tendrá un valor de período de extracción y un indicador 0-1 si es parte del pit final, con lo que es posible compilar una estadística de cada bloque donde se tenga el porcentaje de realizaciones donde el bloque es parte de la envolvente económica. Los resultados de este análisis de incertidumbre consisten en estadísticas de indicadores donde los bloques adquieren valores de extracción entre 0 y 1 con una probabilidad de extracción acorde al nivel de incertidumbre de sus características en cada escenario o cada realización en el caso de las simulaciones condicionales. La variabilidad de alguna característica constitutiva como la ley o densidad que pueda manifestarse en una zona particular del depósito quedará traducida a esta nueva métrica generando un mayor o menor impacto en el tamaño y forma del pit final. Así, se genera también un nexo de dependencia entre la distribución espacial de la malla de sondajes de exploración que se emplea en la modelación del yacimiento con su consecuente comportamiento representado por las simulaciones condicionales y la planificación y diseño del rajo, pues para

mallas muy extensas y dispersas la variabilidad de las leyes en las zonas sin información tenderá a ser mayor, y por ende los límites de pit final tendrán umbrales diferenciados por nivel de riesgo más anchos, y si la malla fuera más estrecha, el conocimiento de las zonas intermedias sería con mayor confianza y los límites del pit final para una u otra probabilidad tenderán a estar más cercanos. Una propiedad interesante es la concetricidad de los pits calculados de acuerdo a estas estadísticas de indicadores, esto es, la configuración de los pits anidados que se genera para los diferentes rangos de confianza será concéntrica como consecuencia de las precedencias, es decir, para un intervalo de confianza dado se tendrá un límite de pit final determinado y el set de pits de mayor probabilidad serán subconjuntos de éste, lo que hace pensar en la posibilidad de definir estas discretizaciones como pushbacks y realizar el ejercicio tradicional de planificación con la gran diferencia que los pits más pequeños no son aquellos de un escenario de precios altos, sino que corresponden a una mayor probabilidad de éxito y de esta manera se transforma en una guía para el secuenciamiento que integra la incertidumbre de la modelación geoestadística en la toma de decisiones (este ejercicio no es parte del alcance de esta tesis, pero se propone como parte de un paso siguiente posible de implementar).

## **5.1 Modelación de incertidumbre geológica**

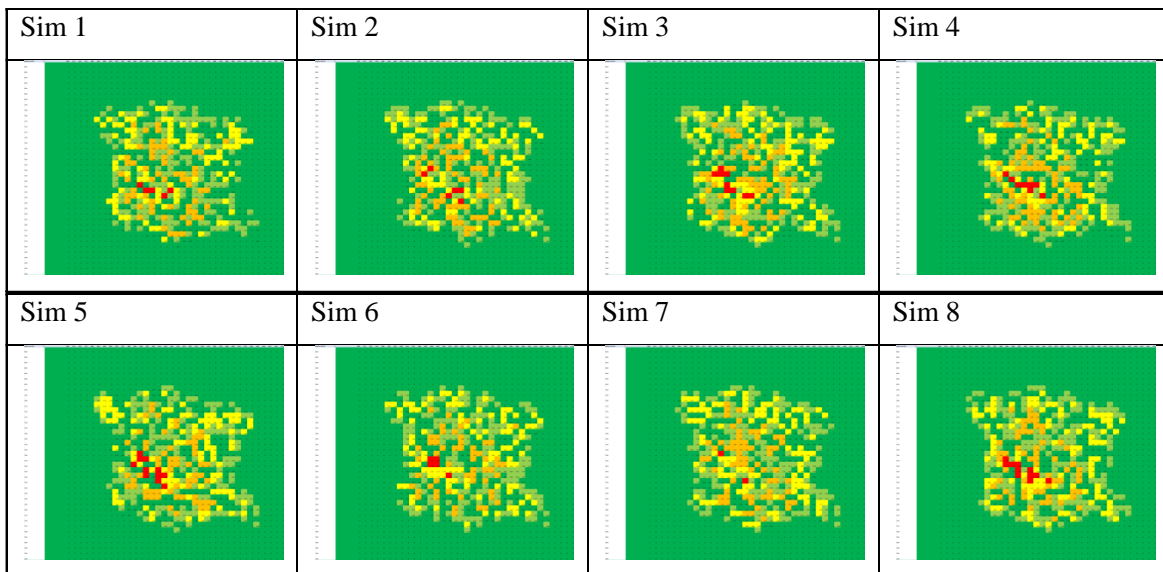
La incertidumbre geológica, tal como se describió anteriormente fue modelada a través de simulaciones equiprobables donde es posible generar distintos escenarios de leyes. En términos prácticos, se trata de 20 realizaciones, cada una de ellas sintetizadas en un modelo de bloques diferente al resto y donde se aplicaron perturbaciones para recrear la variabilidad posible en cada escenario. La metodología de generación de estas simulaciones no tiene tanta relevancia pues no condiciona el funcionamiento de la metodología ni la herramienta desarrollada LGG, por lo que cualquiera sea la manera en que se quiera representar la incertidumbre se debe tener en cuenta únicamente que se trate de modelos de bloques independientes uno de otro de modo de poder alimentar la herramienta para cada escenario.

Estas realizaciones de simulaciones geoestadísticas están caracterizadas por un nivel de dispersión de acuerdo a cómo se realizó la generación de los escenarios. El mecanismo consistió en perturbar un modelo de bloques de la siguiente manera:

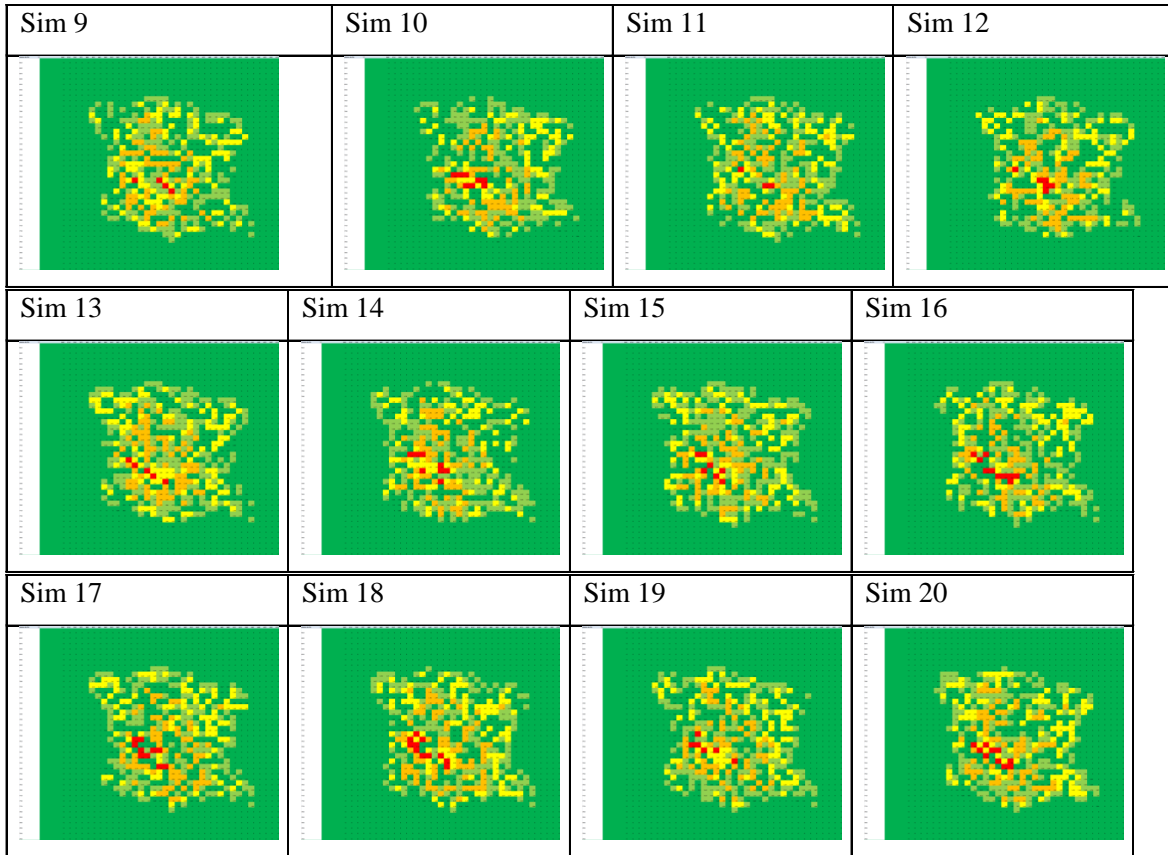
1. Calculando las leyes promedio y la variabilidad de leyes asociada a cada tipo de roca del modelo de bloques, y
2. Generando la perturbación de la ley original usando un número aleatorio de acuerdo al tipo de roca, su respectiva variabilidad y un factor de dispersión.

Una observación al respecto de este método de generación de realizaciones, es que, mediante la perturbación de un modelo de bloques no se logra representar una continuidad espacial, por el hecho de no haber sido construido siguiendo el comportamiento de un variograma.

Lo anterior es posible de apreciar visualmente comparando plantas de una cierta cota o eje Z y ver el comportamiento de la ley.







A continuación se muestra un mapa de probabilidad, o dicho de otro modo un mapa de estadísticas de indicador, donde se muestra la probabilidad de cada bloque de superar una ley de corte acorde con las condiciones técnico-económicas supuestas para el estudio de convergencia. De acuerdo a lo anterior, se tiene una ley de corte aislada de Cu (no representa realmente un parámetro de la herramienta LGG) de 0.17%, con lo que esa planta muestra el siguiente mapa de probabilidad de superar dicha ley de Cu.

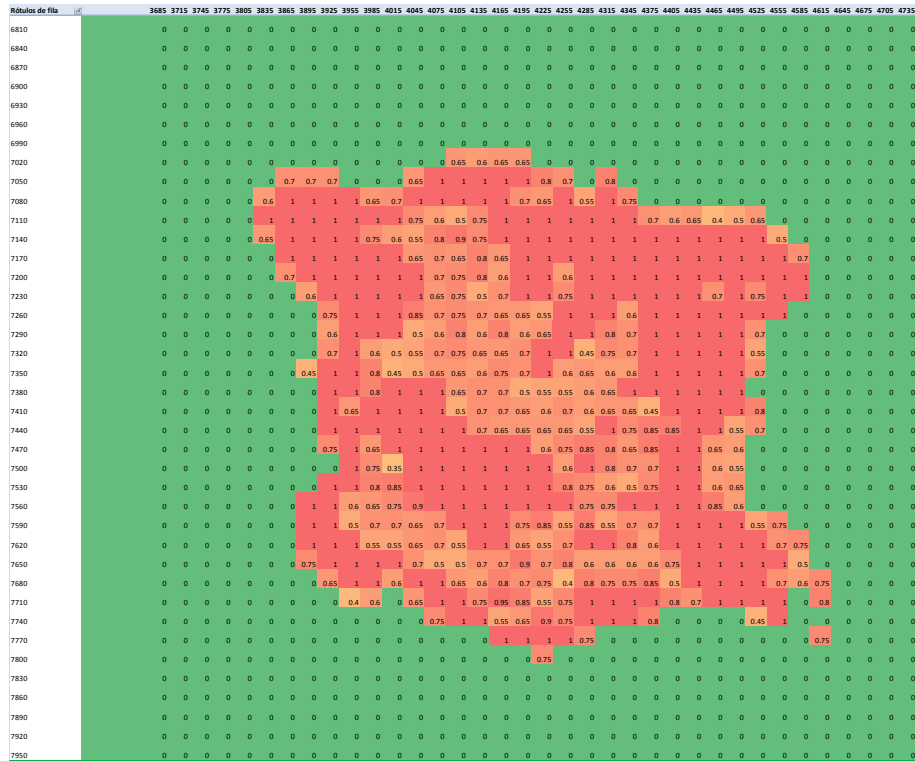


Figura 17: Mapa de Probabilidad de superar ley de Cu 0.17%

### 5.2 Análisis de Resultados Pruebas Probabilísticas bajo incertidumbre

Los resultados de la herramienta de cálculo se resumen incorporando un concepto denominado zona  $P_e$  (Probabilidad de Extracción). Esta zona consiste en una frontera entre aquellos bloques que serán extraídos en el 100% de las realizaciones y aquellos que no son extraídos en ninguna realización. Corresponde a una zonificación tal que existe una probabilidad de extracción de acuerdo a la cantidad de realizaciones en que el bloque es extraído dividido por la cantidad de realizaciones totales. Es decir la probabilidad de cada bloque de ser

$$p = \frac{\text{nro realizaciones extraído}}{\text{nro realizaciones total}}$$

### 5.2.1.1 Forma de Zona P<sub>e</sub>. Ejemplo 100 bloques por período

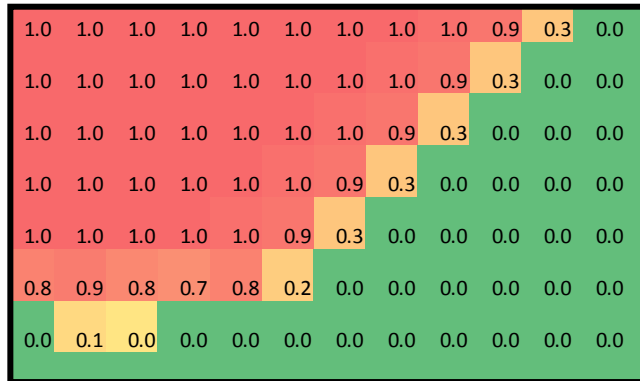
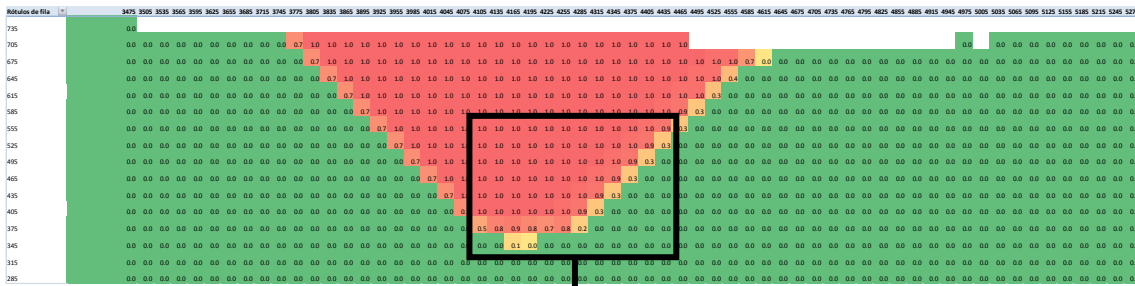


Figura 18: Forma de Zona P<sub>e</sub> en Perfil. Caso 100 [bloques/período] Perfil N=7440

La Figura 18 muestra un perfil W-E con coordenada Norte=7440, donde se logra identificar las porciones del pit final que tienen un 100% de probabilidad de ser extraídos y en la medida en que se aleja del centro del pit comienza a disminuir la probabilidad de extracción como consecuencia de la configuración de las realizaciones.

### 5.2.2 Capacidad vs ancho de zona $P_e$

Mining Rate [nblk]	Zona $P_e$ /Total [%]
100	30%
200	16%
300	23%
400	24%
500	23%
600	21%
700	19%
800	20%
900	23%
1000	20%

Tabla 1: Tonelaje de Zona  $P_e$  como Porción del Tonelaje Total

En general vemos que el grosor de la zona  $P_e$  no tiene una relación directa con la capacidad impuesta como Mining Rate, sino que más bien se comporta dentro de una banda bastante acotada de mínimo 16% y máximo 30% en términos del tonelaje relativo al Pit Final. Lo anterior tiene gran implicancia sobre todo cuando el número de bloques sube a cientos de miles o incluso 1 millón, pues significaría grandes volúmenes que estarían en el margen de decisión sobre incluirse o no dentro del pit final, y por lo tanto son materia de análisis proporcionada por el uso de la herramienta LGG.

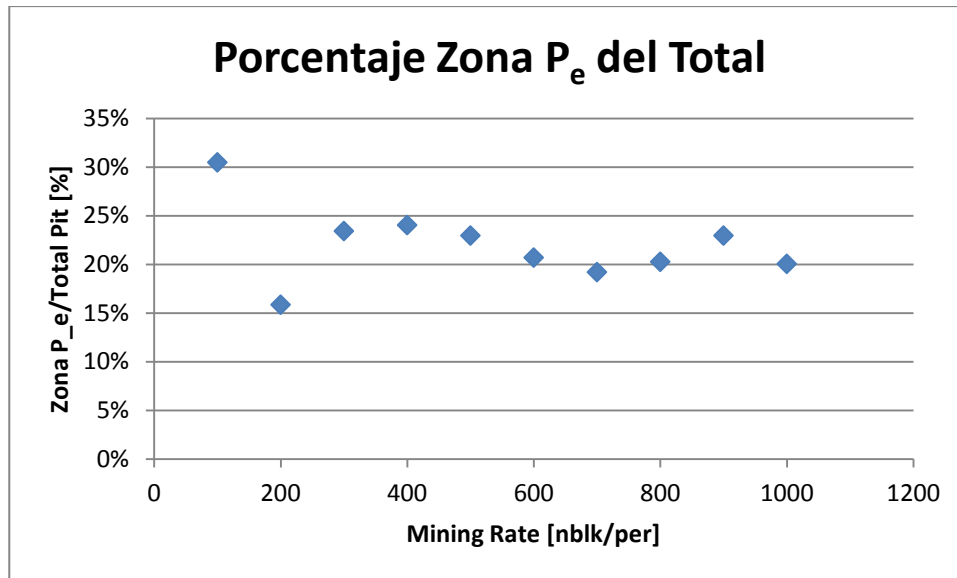


Gráfico 5: Zona Pe como Porcentaje del Tonelaje Total

### 5.3 Cálculo de pit final bajo incertidumbre

Denominaremos Corrida **N+1** aquella última corrida que recoge los resultados obtenidos de acuerdo al estudio de incertidumbre usando la herramienta LGG, generando una solución única a partir de las múltiples corridas para las simulaciones que alimenten la ejecución del estudio.

El proceso de cálculo realizado consiste en tomar los valores de la estadística de indicadores que muestran la probabilidad de cada bloque de formar parte del pit final, para ser considerados como ponderadores del valor del bloque y calcular con este valor  $V_{n+1}$  una última corrida del algoritmo de Lerchs-Grossman con lo que se logra cerrar el ciclo y entregar al planificador una solución única a partir de un análisis de múltiples soluciones. Estos valores  $V_{n+1}$  corresponden a los mismos valores económicos calculados anteriormente, pero con la diferencia de que aquellos valores que son parte de la zona **P<sub>e</sub>** se ven modificados por un factor entre 0 y 1 y los valores de aquellos bloques que no forman parte del pit final de acuerdo al proceso iterativo son anulados y de esta manera no son considerados en la corrida **N+1**.

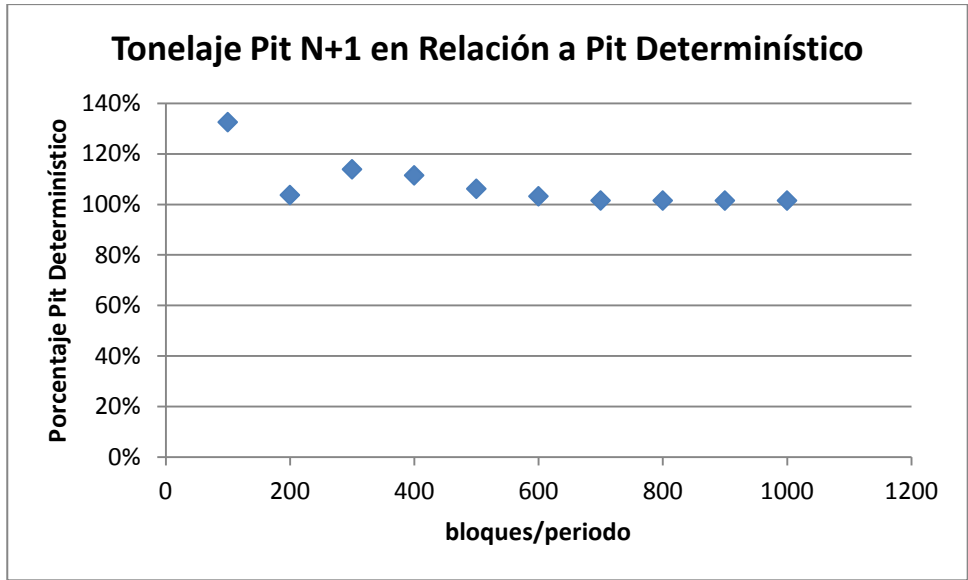
La corrida **N+1** presenta resultados en línea con lo visto durante el estudio de convergencia, pero con una diferencia bastante importante: a partir de los 400

blk/per se nota una indiferencia hacia la incorporación de la metodología. Esto es, se alcanza el tamaño original de Pit Final calculado usando el algoritmo tradicional de Lerchs-Grossman. El análisis al respecto muestra que, si bien hay una ponderación de los valores económicos que alimentan LG, esta ponderación resulta de poco impacto una vez que el tamaño del pit final es lo suficientemente grande pues no alcanza a mermar con fuerza y resulta en un cálculo casi independiente de la incertidumbre que condicionó la formación de la zona  $P_e$ .

bloques/período	Porcentaje Pit Determinístico
100	133%
200	104%
300	114%
400	111%
500	106%
600	103%
700	102%
800	102%
900	102%
1000	102%

**Tabla 2: Impacto de condicionante de Incertidumbre en el Tamaño del Pit**

Visto gráficamente, este comportamiento del pit final cuando se incluye la condicionante de la incertidumbre como ponderación del valor de cada bloque.



**Gráfico 6: Resultados Corrida N+1 en relación a Pit Determinístico**

En otras palabras, se genera una especie de umbral para esta modalidad de cálculo, donde al sobrepasarse, no se generan grandes cambios en relación con el pit final que hemos calculado de manera determinística. Sin embargo, un resultado interesante resulta ser que la generalidad es tender a agrandar el tamaño una vez que se incorpora la incertidumbre condicionando el valor del bloque. Dicho impacto es consecuencia directa de la variabilidad que presenten las realizaciones de las simulaciones tomadas para el estudio.

## 6 Conclusiones

Vemos que se cumple con notoria claridad la hipótesis acerca del tamaño del pit cuando se agrega la capacidad como una variable del problema global. Esto es, a medida que la capacidad de extracción disminuye, que en general puede ser una restricción de la mina o de la planta, entonces el tamaño del pit se ve afectado disminuyendo también.

El tamaño del pit representado por el tonelaje relativo al pit inicial (*iter0* o LG tradicional) muestra una tendencia creciente dependiente del mining rate con un comportamiento asintótico una vez que se aproxima al tamaño original del pit final calculado por Lerchs-Grossman de manera tradicional. La dependencia que llama la atención por lo lineal de su comportamiento es este mismo tonelaje relativo en función de la razón entre el Tonelaje inicial del pit final (*iter0* o LG tradicional) y el mining rate de la corrida, que es nada más que la cantidad de períodos que duraría la explotación del pit si se realizara considerando el pit final de *iter0*. Podemos argumentar de esta manera, que, la metodología de cálculo de pit final debe incorporar la variable de capacidad productiva o de tratamiento, pues de no hacerlo se incurre en pérdidas importantes de valor asociadas a decisiones de extracción de material que no genera el mejor resultado del negocio minero.

Usualmente este tipo de consideraciones sobre capacidades de extracción y/o procesamiento se toman en cuenta una vez realizada la elección del pit final o en un proceso iterativo de prueba y error. Sin embargo, los resultados de esta herramienta LGG vienen a demostrar que basta con algunas iteraciones del procedimiento de re-valorización de los bloques dependiendo del período de extracción para tener una solución con mejores resultados de la función objetivo. Vemos que bastan menos de 6-7 iteraciones en general, para tener una solución convergente con mucho mejor resultado en la función objetivo, por lo que la conclusión al respecto es que es posible que no impacte tanto la metodología de agendamiento que se quiera llevar a cabo (que en nuestro caso es la extensión de la heurística de Gershon) sino que repetir el procedimiento incorporando una tasa de descuento intertemporal entre cada iteración, con lo que se debería alcanzar



mejores resultados muy probablemente acompañados por una reducción del tamaño de pit final. En particular el hecho de aplicar el algoritmo de Lerchs-Grossman sobre bloques cuyos valores han sido re-calculados incorporando un descuento por la temporalidad asociado al secuenciamiento y agendamiento según el programa de producción, tiene un enorme impacto y genera una solución más acorde y en la vía de una planificación minera integrada. El hecho de que las geometrías de extracción se vean afectadas por el plan de producción significa un punto atípico y quizás hasta antinatural si es comparado con los procedimientos típicos donde primero se definen las geometrías y tamaños de pits para luego ver cuál es el resultado en el programa de producción. Lo cierto es que ninguna de las dos decisiones es independiente de la otra, pues el resultado de ambas debe ser parte del proceso de optimización, sin embargo, dadas las cantidades de bloques involucrados en los problemas de largo plazo, debe realizarse el enfoque a través de heurísticas de optimización y como consecuencia termina dándose una decisión que muestre la interdependencia de ambas, aunque no haya sido parte de una modelación integral formalmente.

La segunda gran conclusión sobre la metodología y la herramienta LGG que la pone en práctica, es la capacidad de incorporar la incertidumbre dentro de las condiciones del problema, lo cual viene a enriquecer la línea de pensamiento que busca tomar en cuenta la incertidumbre intrínseca en la minería en la toma de decisiones. La idea central es poder enfrentar la incertidumbre con elementos y decisiones que permitan resguardarse de los impactos que puedan tener la ocurrencia de sucesos poco predecibles y de menor o mayor peso.

Vemos constantemente que en minería se presentan situaciones inesperadas, o al menos poco predecibles en su frecuencia de ocurrencia y en su magnitud. Sin embargo, esta permanente ocurrencia de eventos no esperados tiene una manera de ser combatida si se logra modelar y evaluar los impactos que tiene sobre la toma de decisiones. Este es el espíritu de poder insertar estos aspectos en los cálculos que hasta el momento se han instaurado como las metodologías tradicionales de cálculos y análisis en Planificación Minera como puede ser el

cálculo de un pit final, lo que, gracias a la herramienta LGG desarrollada deja de ser un sueño y se convierte en una vía concreta para contar con este tipo de análisis de incertidumbre ya mencionada. La unión de las dos nuevas condiciones del problema (Capacitado y Bajo Incertidumbre) vienen a entregar una arista única en la industria minera que mira hacia un conjunto de elementos que integran información inherente del problema minero y que buscan generar el abanico de nuevas consideraciones que afectarán al negocio en los próximos años.

Lo medular de poder incluir la incertidumbre en el cálculo del pit final tiene relación con la capacidad de expandir la toma de decisiones. Esto significa, que el análisis se pone al servicio de los requerimientos del planificador, pues si éste busca una evaluación bajo un parámetro de riesgo, el cual por ejemplo puede venir desde una política corporativa o una estrategia de negocio, entonces contará con la herramienta adecuada que propone soluciones acordes con esa visión al permitirle generar una distribución de pits anidados dependientes del nivel de confianza que quiera tomarse como aceptable, el cual está materializado y representado por la zona **P<sub>e</sub>**, pero, si por otro lado, se busca una visión unidimensional como podría ser definir un único pit final que incluya el análisis anterior pero que no signifique múltiples soluciones, entonces se tiene la solución que hemos denominado **N+1** donde se incorpora todo el análisis de incertidumbre para generar un pit final coherente y derivado de ese análisis.

En el momento en que se logra adicionar al problema una dimensión de análisis distinto a lo tradicional se está dando un paso hacia el entendimiento del problema en su completitud pues aumenta la información para una toma de decisiones determinada. Lo anterior no significa que la metodología tradicional esté equivocada, muy por el contrario, se trata de una visión nueva y que complementa los análisis que ésta es capaz de entregar al sumarle una mirada más amplia y hacia un aspecto que no se estaba considerando como es la incertidumbre asociada a la definición del pit final.

La parametrización de variabilidad geoestadística tiene mayor o menor relevancia dependiendo de la manera en que se hayan construido las simulaciones que alimentan la metodología. En nuestro caso, se trata de una elaboración donde queda poco claro el rol de la variabilidad o continuidad espacial. Sin embargo, al tratarse de simulaciones condicionales construidas de la manera tradicional, donde se busca reproducir la variabilidad espacial, muy probablemente tendría mayor claridad el impacto de esta variabilidad sobre el resultado de los pits generados por la herramienta LGG. El impacto de esta variabilidad espacial sobre la forma y espesor de la zona  $P_e$  es uno de los elementos que nos permite realizar la transformación de una incertidumbre geoestadística en un elemento de análisis para la Planificación Minera, que es uno de los puntos principales con los que el Planificador puede dar soluciones coherentes con sus requerimientos y utilizando información que hasta el momento no se estaba tomando en cuenta en las metodologías tradicionales.

Una de las desventajas de la manera en que se realizaron las pruebas de convergencia de la herramienta tiene relación con la modalidad de precedencias que se escogió para las corridas. Al tratarse de las precedencias básicas de 5 o 9 bloques superiores al bloque en estudio, se generan pits con geometrías cuadradas o piramidales, lo que en términos prácticos se aleja bastante de una solución fácil de llevar a un diseño operacional, que es lo que se acostumbra como paso siguiente en un estudio de ingeniería. El tipo de precedencias que permite subsanar esa inconveniencia es aquel de ángulo de talud y número de bancos máximos, con el cual es posible generar pits de geometrías más suaves, generalmente con curvas más fáciles de operativizar en la fase de diseño. La razón por la cual se decidió no entrar en esa línea tiene su fundamento en que el carácter de investigación que tiene el desarrollo realizado, busca por ejemplo ver el impacto de la incorporación de Mining Rate e Incertidumbre como restricciones y condiciones del problema desde un punto de vista cualitativo y cuantitativo, más que para enfocarlo al estudio particular de una ingeniería de diseño de pit que incluyera rampa, accesos, empalme de fases, etc. Además, considerando que

eventualmente un número de bloques más alto (del orden de 1 millón de bloques) es inmanejable bajo ese concepto, se decide dejar como propuesta esa línea de investigación donde sí se busque una herramienta que alimente la etapa de diseño.

El paso siguiente a todo el trabajo realizado con motivo de esta tesis, es principalmente lograr introducir esta metodología en los mecanismos tradicionales con los que se realiza la planificación minera de cielo abierto, donde se pueda establecer como una rama de evaluación y análisis que sea coherente con los procedimientos utilizados y validados por la industria. Un caso que sería de altísimo interés es estudiar la inserción de esta metodología en la cadena de cálculos que conforman el algoritmo generalmente usado por las herramientas comerciales con que cuenta la industria minera y lograr compatibilizar los resultados que se obtengan a partir de lo anterior, enriqueciendo dichos algoritmos.

En particular, un caso de especial interés es lograr insertar los resultados que surjan de la herramienta LGG en el proceso que ocupa el software comercial Whittle como un punto de partida, cambiando la percepción del cálculo de pit final como una decisión aislada de las restricciones de Capacidad y por cierto lograr incluir las simulaciones condicionales en este proceso de cálculo. En este sentido, la ganancia que se puede obtener al partir de un pit final coherente con un ritmo de producción es enorme pues no se deja como una decisión separada y no excluye la posibilidad de continuar con el análisis en profundidad de una optimización del programa de producción como se realiza con los pasos siguientes a la elección del pit final. Incluso existe una línea de investigación que tiene una implicancia enorme en los resultados que se pueden obtener, que tiene relación con el análisis de convergencia que se realizó: son muy pocas las iteraciones del proceso de secuenciamiento (realizado gracias a la heurística de Gershon en nuestro caso), posterior descuento intertemporal y re-valorización, necesarias para encontrar un valor mucho más alto de la función objetivo. Lo que nos lleva a concluir que es posible que la metodología de secuenciamiento y agendamiento

de la producción no es tan importante como sí lo es la necesidad de efectivamente realizar la repetición de ese ciclo, donde quede manifiesta la implicancia de extraer un bloque en un período dado y donde esa decisión tenga peso en una siguiente evaluación y cálculo de pit final. En otras palabras, sea cual sea la manera en que se realice el secuenciamiento y agendamiento de la extracción de los bloques, resulta de vital importancia repetir el procedimiento al menos unas 3 veces recalculando el pit final con los valores descontados por la temporalidad de la extracción, pues eso generará sin duda un valor mayor a aquel que se obtuvo en un principio por la razón de que se está incorporando la capacidad de hacer minería en el algoritmo de definición de envolvente económica.

Si a lo anterior no sumamos la incorporación de incertidumbre, entonces la conclusión al respecto es que, mientras pasa el tiempo y no se logra tener una sólida traducción de la riqueza de información que proporcionan las simulaciones geoestadísticas en decisiones coherentes y más inteligentes por parte de la planificación minera, se está en una deuda gigantesca por cuanto no son pocos los problemas que se pueden sobrellevar al incorporar esta información, y sin embargo el área de planificación minera no ha sabido tomar y sacar provecho de las nuevas tendencias en este ámbito.

Finalmente, queda abierta a futuras investigaciones, el uso de la heurística de secuenciamiento y agendamiento de la extracción planteada durante esta tesis y que es recogida del trabajo realizado por Gershon donde, a través de un principio lógico como es el del cono invertido se logra establecer una prioridad de extracción bloque a bloque, con una mirada de largo plazo. Lo anterior se desprende de que la heurística no busca optimizar de forma miope el valor de la función objetivo, sino que pondera la importancia de destapar zonas que más adelante generarán buenos resultados económicos. Lo mismo podría realizarse para la optimización de un método subterráneo donde se tenga la restricción de avance y de precedencias, de modo que sea posible entender la implicancia de extraer un bloque sobre la extracción global haciendo de esta forma una minería basada en decisiones de más largo plazo pero de forma detallada como lo permite

esta heurística de secuenciamiento de bloques. Una extrapolación más alejada del mundo de la minería podría realizarse para problemas de múltiples decisiones donde un camino decisional lleve hacia un resultado mejor o peor dependiendo del orden en que se realicen las tareas.

## 7 Bibliografía

- [1] RUBIO, E. 2008. Tópicos avanzados de Planificación Minera. Universidad de Chile, 2008.
- [2] LERCHS H., GROSSMANN I. 1964. Optimum Design of Open-Pit Mines - Joint C.O.R.S. and O.R.S.A. Conference, Montreal.
- [3] GERSHON M. 1987. Heuristic approaches for mine planning and production scheduling - International Journal of Mining and Geological Engineering, 5, pp 1-13.
- [4] LANE K. F. 1964. Choosing the optimum cutoff grade - Quarterly of the Colorado School of Mines.
- [5] LANE K. F. 1988. Economic Definition of Ore - Cutoff Grades Theory and Practice. Mining Journal Books Limited, London.
- [6] FYTAS K., HADJIGEORGIOU J., COLLINS J. 1993. Production Scheduling optimization in open pit mines - International Journal of Surface Mining Reclamation, pp 1-9.
- [7] ZHAO Y., KIM Y. C. 1992. A new Optimum Pit Limit Design Algorithm - Proceedings of 23rd APCOM, University of Arizona, Tucson, Arizona, pp 423-434.
- [8] GIL J.P., MUCI A. 2008. Programación del algoritmo de Lerchs & Grossman en paralelo. Informe de Investigación Anual Delphos 2008 Laboratorio de Planificación Minera.
- [9] TOLWINSKI B., UNDERWOOD R. 1996. A Scheduling Algorithm for Open Pit Mines - IMA Journal of Mathematics Applied in Business and Industry, pp. 247-270.
- [10] HOCHBAUM D. S., CHEN A. 2000. Performance Analysis and best implementations of old and new algorithms for the open-pit mining problem - Operations Research 48, pp 894-914.
- [11] WRIGHT E. 1989. Dynamic programming in open pit mining sequence planning: A case study. A. Weiss, ed. Proc. 21st International Applied Comput. Oper. Res. Mineral Industry (APCOM) Sympos, SME, Littleton, CO, 415-422.

- [12] FRIMPONG S., ASA E., SZYMANSKI J. 2002. Intelligent modeling: Advances in open pit mine design and optimization research. *Internat J. Surface Mining Reclamation Environ.* Pp 134-143.
- [13] JALALI S. E., ATAEE-POUR M., SHAHRIAR K. 2006. Pit limits optimization using a stochastic process - *CIM Magazine*.
- [14] BRADLEY C. E., TAYLOR S. G., GRAY W. I. 1985. Sizing storage facilities for open pit coal mines. *IIE Trans.* Pp 320–326.
- [15] KOBOROV S. 1974. Method for determining optimal open pit limits - Rapport Technique ED 74-R-4, Dept of Mineral Engineering, Ecole Polytechnique de Montreal, Canada.
- [16] PANA M. T. 1965. The Simulation Approach to Open-Pit Design, Fifth Annual Symposium on Computer Applications in the Mineral Industry, Tucson, Arizona.
- [17] MCCARTHY P. L. 2003. Pit Optimization - Melbourne, Australia.
- [18] HALL B. E. 2003. How mining companies improve share price by destroying shareholder value - Proceedings CIM Mining Conference, Montreal.
- [19] GERSHON M., MURPHY F. 1989. Optimizing single hole mining cuts by dynamic programming - *Eur. J. Oper. Res.* Pp 56-62.
- [20] ONUR A., DOWD P. 1993 Open-pit optimization Part2: Production Scheduling and inclusions of roadways. *Trans. Inst. Mining Metallurgy Sect. A Mining Industry* 102 pp 105-113.
- [21] SEVIM H., LEI D. 1998. The problem of production planning in open pit mines - *Infor. Systems Oper. Res. (INFOR) J.* pp 1–12.
- [22] ERARSLAN K., ÇELEBI N. 2001. A simulative model for optimum pit design. *CIM Bull.* pp 59-68.
- [23] WANG Q., SUN H. 2001. A theorem on open-pit planning optimization and its application. H. Xie, Y. Wang, Y. Jiang, eds. *Proc. 29th Internat. Appl. Comput. Oper. Res. Mineral Indust. (APCOM) Sympos., CUMT, Beijing*, 295–298.



- [24] HOERGER S. et al. 1999. Long Term Mine and Process Scheduling at Newmont's Nevada Operations. Proceedings of 28th APCOM, Colorado School of Mines, Golden, Colorado, pp 739-748.
- [25] SMITH M., SHEPPARD I., KARUNATILLAKE G. 2003. Using MIP for strategic life-of-mine planning of the lead/zinc stream at Mount Isa Mines. F. Camisani-Calzolari, ed. Proc. 31st Internat. Appl. Comput. Oper. Res. Mineral Indust. (APCOM) Sympos., SAIMM, Cape Town, South Africa, pp 465-474.
- [26] DENBY B., SCHOFIELD D. 1994. Open-pit design and scheduling by use of genetic algorithms. Mining Tech.: IMM Trans. Sect. A 103 pp A21-A26.
- [27] ZHANG M. 2006. Combining genetic algorithms and topological sort to optimize open-pit mine plans. M. Cardu, R. Ciccu, E. Lovera, E. Michelotti, eds., Proc. 15th Internat. Sympos. Mine Planning Equipment Selection (MPES), FIORDO S.r.l., Torino, Italy, pp 1234-1239.
- [28] HALATCHEV R. 2005. A model of discounted profit variation of open pit production sequencing optimization. R. Ganguli, S. Dessureault, V. Kecojevic, J. Dwyer, eds. Proc. 32nd Internat. Appl. Comput. Oper. Res. Mineral Indust. (APCOM) Sympos., SME, Littleton, CO. pp 315-323.
- [29] DAGDELEN K., JOHNSON T. B. 1986. Optimum open pit mine production scheduling by Lagrangian parametrization - Proceedings of the 19th APCOM Symposium of the Society of Mining Engineers (AIME), pp 127-142.
- [30] AKAIKE A. 1999. Strategic planning of Long Term Production Schedule Using 4D net-work relaxation method - PhD Thesis, Colorado School of Mines, Golden, Colorado.
- [31] KAWAHATA K. 2006. A new algorithm to solve large scale mine production scheduling problems by using the Lagrangian relaxation method - Doctoral thesis, Colorado School of Mines, Golden, Colorado.
- [32] CAI W. 2001. Design of open-pit phases with consideration of schedule constraints. H. Xie, Y. Wang, Y. Jiang, eds. Proc. 29th Internat.

Appl. Comput. Oper. Res. Mineral Indust. (APCOM) Sympos., CUMT, Beijing, 217–221.

- [33] CACCETTA L., HILL S. 2003. An Application of Branch and Cut to Open Pit Mine Scheduling - Journal of Global Optimization, pp. 349-365.
- [34] EMERY X. 2009. Tópicos Avanzados en Evaluación de Yacimientos - Universidad de Chile.
- [35] DIMITRIAKOPOULOS R., FARRELLY C., GODOY M. C. 2002. Moving Forward from traditional optimization: Grade Uncertainty and Risk effects in open pit mine design - Trans Inst Min Metall, sect A: Min Industry, A82-A89
- [36] RAMAZAN S., DIMITRIAKOPOULOS R. 2003. Production Scheduling Optimization in a Nickel Laterite Deposit: MIP and LP Applications and Infeasibility in the Presence of Orebody Variability - Mine Planning and Equipment Selection, Kalgoorlie, WA.
- [37] LEITE A., DIMITRIAKOPOULOS R. 2007. A stochastic optimization model for open pit mine planning: Application and risk analysis at a copper deposit - Mining Technology, Trans Inst Min Metall A.
- [38] GODOY M. C., DIMITRIAKOPOULOS R. 2004. Managing risk and waste mining in long-term production scheduling. SME Transactions 316, pp 43-50.

## **8 Anexos**

### **8.1 Paper**

#### **8.1.1 Abstract**

In Open Pit Mine Planning, the definition of Final Pit Limits is a crucial decision with a strong impact in Economical Profit. There is a set of technical and economical variables that should be considered in this calculation, such as slope stability angles, prices, mining costs, processing costs, metallurgical recovery, among others. However, an important strategic decision, which is mining rate, is not considered by traditional methodologies in the definition of final pit limits, despite of its importance and the implication of this variable in the timing of cash flows, Investments and in general in mining business results. This is, at high mining rates, cash flows are received early but investments in processing plant and equipment are high too, and vice versa, this generates a trade off that the optimization process must consider and tackle. In addition to this, traditional methodologies do not take into account the geological uncertainty and mine planning is generally performed considering a deterministic geological model in the estimation of resources, and therefore having a low probability of successful estimation.

This paper discusses a new methodology that has been developed regarding to this matter. It is an iterative process of final pit calculation using an improved algorithm based on Lerchs-Grossman (1964) integrating block sequencing and scheduling heuristics introduced by Gershon (1986), and taking into account the Mining Rate that defines the production plan. These steps are performed over a set of geostatistical simulations looking forward to have the evaluation and analysis of the probability of each block to be mined expressed in an Indicators Statistics, which is equivalent to the probability of a block of being inside the final pit.

### **8.1.2 Introduction**

Mine planning, has been traditionally based on geological resource models, built from deterministic estimation techniques. This means that the information taken to perform mine planning and its operation, consists of a precise but often inaccurate set of data given the condition of the uncertainty caused by the lack of information that characterizes the geological survey.

On the other hand, one of the biggest problems currently and historically affecting the mining business is the deviation between production plans and operating results, reflected in low completion of targets, high impact on actual operation costs and regarding long-term planning a big difficulty to estimate and exploit business opportunities properly.

Thus, it is easy to see that the uncertainty associated with these characteristics, is not being adequately addressed in decision-making processes, and ultimately mining design and evaluation is being performed based on a single scenario analysis. During the last decade, there has been a huge evolution of computer technologies and geostatistical knowledge has been taking into account this problem, looking forward to manage this uncertainty to be integrated into the Mine Planning process.

Some decisions such as: final pit size in the case of open pit mining, exploitation rates, quantity, size and shape of pushbacks or phases, among others, are directly affected by the quantity and quality of information, how to understand this information, and the planning and strategic profile of the mining company.

For these reasons, it is understood that open pit mine planning under uncertainty must at least address the following issues:

Final pit Size: uncertainty inherently implies a change in the way of estimating extraction strategies and decision making. Being the final pit decision one with high impact on operating results due to the chain of implications that entails, some questions such as which final pit should be chosen for a 95%

confidence?, or how should the shape of the final pit change if variability of grades is higher than expected?, or, which new analysis rules should be followed by incorporating uncertainty in decision making?

Extraction geometries: geological uncertainty involves differences in how specific areas should be mined. It is logical to think that, if you have more knowledge in one area, reflected as a low dispersion of grades in geostatistical simulations, the geometry of extraction should change based on this information, and areas with higher grade variability, would have eventually different geometries.

Production rate: one of the most important and highly complex decisions, is the rate at which mining will be performed, mainly because of the implications in the operational characteristics, equipment investment, cost structures and mining system reliability. Therefore, a decision problem to be addressed by the mine planner is to analyze how uncertainty impacts on the choice of optimal production rate.

### **8.1.3 Methodology**

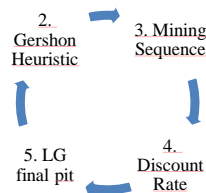
The methodology is basically a set of interconnected modules to implement the following calculation of capacitated final pit under uncertainty:

1. Final Pit calculation using the Lerchs and Grossman algorithm (LG initial final pit)
2. Calculation of Positional weight or "key-value" using the inverted cone block sequencing heuristic introduced by Gershon (Gershon Heuristic)
3. Definition of the extraction sequence block by block according to the positional weights and respecting the precedence constraint between blocks (Mining Sequence)
4. Application of discount to the in situ block value depending on the mining period (Discount Rate).
5. Next iteration of final pit calculation using (LG final pit) is performed considering now the discounted block values incorporating time of extraction to this calculation.

6. Back to step 2 for positional weight calculation or "key-value " with time discounted values.

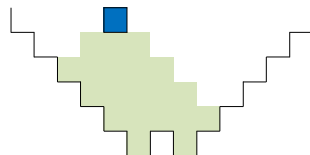
The cycle stops when some criteria is met such as the convergence of the sum of the values of the blocks or cash flow per period.

This cycle is conducted for each realization of geostatistical simulations and for each production rate to be studied. Thus, each combination of production rate and realization define a final pit. Subsequently statistical analysis of indicators is performed by calculating the frequency of each block belonging to the final pit. The cycle of calculation for each realization that connects the mentioned modules are summarized in the following diagram:



**Figura 19: Components of final pit definition algorithm**

The Gershon referenced heuristics correspond to the calculation of the sum of block values included into the inverted cone under each block, thus, it is a measure of the relative importance of extracting each block according to the blocks that would be free to extract. This is seen in the following Figure:



**Figura 20: Gershon positional weight heuristic or "Inverted Cone"**

### 8.1.4 Case Study

The case study is done on a block model with the following characteristics:

- Number of Blocks: 62200
- Block Size: 30x30x30 m<sup>3</sup>
- Products: Cu, Au
- Number of realizations of geostatistical simulations: 20 (disturbances of a given block model)

The slope angle constraint is represented by setting precedences of the 5 blocks located in the "cross" above the block, as shown in the following diagram.

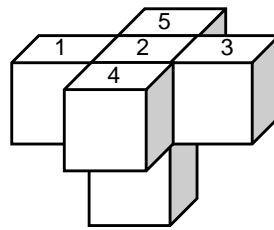


Figura 21: Precedent Blocks in cross scheme

The algorithm for calculating the positional weight according to Gershon heuristic, was performed on each block considering the inverted cone containing the strict successors of the block, included within the Pit envelope calculated in the previous step.

Considering this positional weight or "Gershon Value", it is performed a Greedy mining algorithm to get an extraction order or mining sequence. This means that the mining sequence is based on the relative importance for each block to be extracted.

For the convergence study, the following configuration settings were adopted: Runs were performed for Mining Rates in the range between 100 and 1000 [blocks/period] with a step of 100 [block/period] between one run and another, i.e.

10 production capacity scenarios were studied for each realization of the geostatistical simulation.

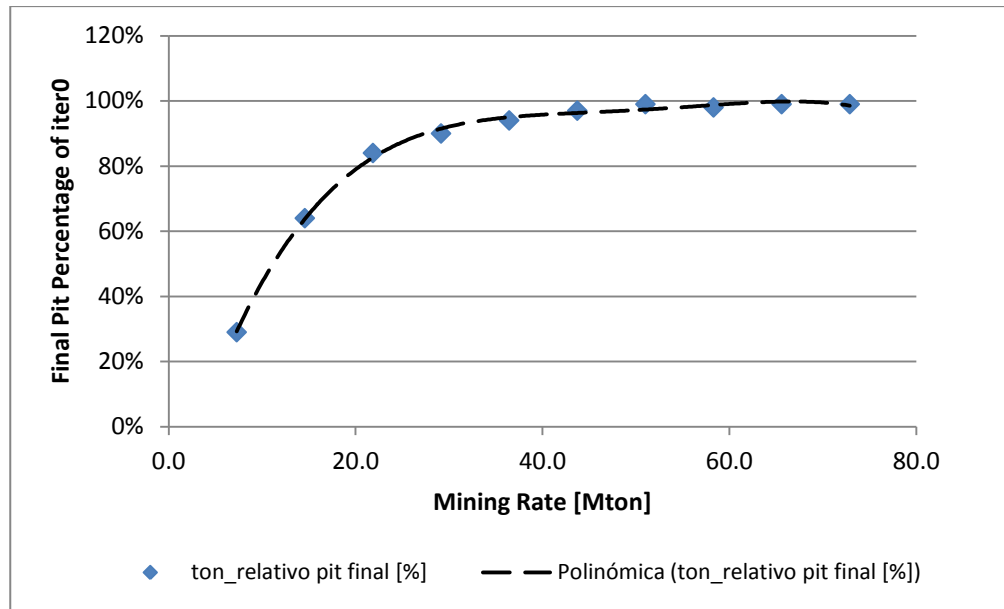
Finally, based on the mining sequence, and the time period of extraction of each block as a result of the mining rate, the discount is applied over the value of each block with a rate of  $r = 10\%$ , depending on the period  $\tau$  in which you remove the block, this is, the traditional form  $\rho = 1/(1+r)^\tau$

In each run for different capacities over each realization, we have that the first iteration corresponds to the classic run of Lerchs-Grossman on the entire universe of blocks without any discount for extraction period, that is, each iteration "iter0" is the same for different conditions of mining rate (100 to 1000 blocks/period), so we can calculate a ratio that shows the behavior of the production capacity or mining rate vs reduction in final pit dimensions. This relationship, directly calculated from final pit tonnage (as a percentage of the "iter0" pit tonnage) and the Mining Rate shows increasing asymptotic behavior as might be expected with the limit on the 100% of the final pit size of the standard LG run.

### **8.1.5 Results and Analysis**

Once the runs are complete, the first results based on a single realization show that there is a clear relationship between mining rate and change in the final pit size and tonnage compared to the traditionally calculated with Lerchs-Grossman algorithm ("iter\_0"). As shown in the following graph, we find that there are mining rates that reduce size of final pit.





**Gráfico 7: Final Pit Tonnage vs Mining Rate**

In particular we calculate the ratio of the total tonnage and mining rate, so you have an approximation of the number of periods that correspond to mining at that rate, this number will be called Periods\_0 periods. The latter, in turn, have implications for the impact that the discount rate as a modulator of the values of the blocks extracted during the life of the mine, ie the lower the mining rate of the run, the greater the number of Periodos\_0 for the mining rate, and the greater the impact of the discount rate for the last periods provide less and less value and therefore the size of the pit will be less caused by the decreasing potential for a single block to lift the preceding cone.

The mine life of the first iteration ("iter0"), or Periodos\_0 as we have called, provides information about how much the life of mine will be reduced so that it can be an optimal solution according to the capacity constraint.

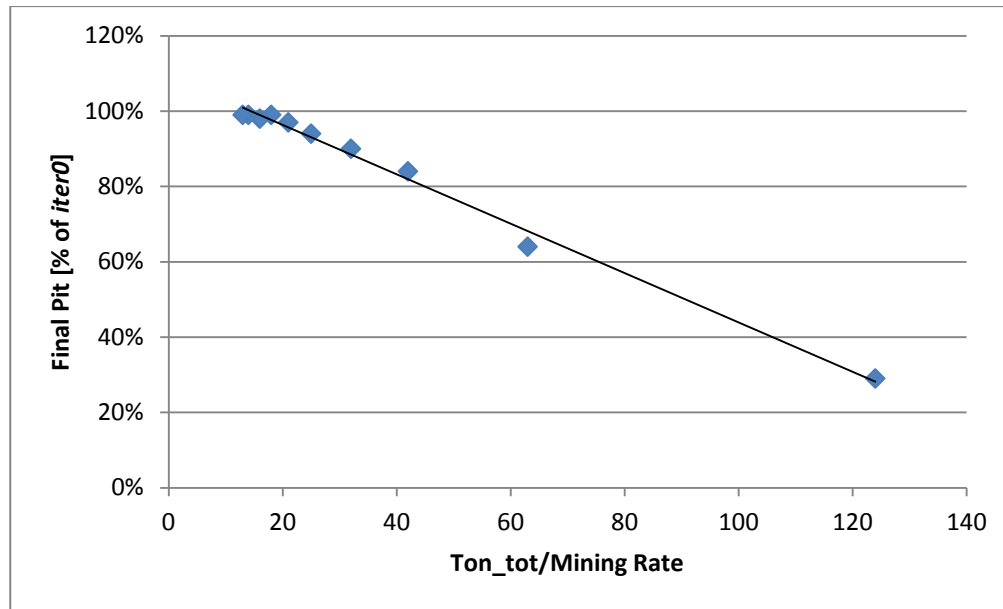


Gráfico 8: Final Pit vs (Ton\_Tot/Mining Rate)

### 8.1.6 Uncertainty Analysis

The uncertainty analysis evaluates the results for a set of capacity constraints on realizations of geological simulations, where each block has a value for mining period and an indicator if it is part of the final pit (0 or 1), which generates the statistics for each block whether it is part of the economic envelope or not. We will call a zone named  $P_e$  considering the set of blocks with values between 0 and 1 from the calculation of the frequency of belonging to the final pit in the geostatistical simulations for a single mining rate. This  $P_e$  zone can be interpreted as probability of extraction, related to the uncertainty level. Variability as a constitutive feature of grade or density that might manifest in a particular area of the geological model shall be translated to this new measures of impact on the size and shape of the final pit. Thus, it also shows a relationship between the spatial distribution of exploration drilling diagram used in geostatistical modeling with the subsequent behavior of information represented at the conditional simulations and the mine planning and design of the pit, this means that, for very large and dispersed core drilling layout, the uncertainty of grades in areas without information will tend to be higher, and therefore the final pit limits will have different thresholds



the economic envelope, the mining design and sequence, and most important of all in the NPV of the project getting close to a holistic mine planning.

The second conclusion of the methodology and the LGG tool which implements it, is related to the ability of incorporating uncertainty in the conditions of the problem. The uncertainty inherent in Mining is captured by this new methodology expanding the decision process by putting into the hands of the mine planning an assessment of the risk involved in the project and the possibility to match it with the portfolio accepted risk, which is a very useful tool to justify an investment strategy aiming to reduce the mentioned risk (for instance a new exploration campaign in a given sector).

The problem gains a new dimension different from the traditional analysis taking a step toward an understanding of the problem in its fullness because it is information that was previously unknown and therefore it was not considered to support any decision.

The next step we're seeking to achieve it is to introduce the methodology into the traditional planning mechanism to conduct the open pit mine planning, which can be established as a branch of evaluation and analysis consistently with the procedures used and validated into the industry.

#### **8.1.8 Main References**

RUBIO, E. 2008. Tópicos avanzados de Planificación Minera. Universidad de Chile, 2008.

LERCHS H., GROSSMANN I. 1964. Optimum Design of Open-Pit Mines - Joint C.O.R.S. and O.R.S.A. Conference, Montreal.

GERSHON M. 1987. Heuristic approaches for mine planning and production scheduling - International Journal of Mining and Geological Engineering, 5, pp 1-13.

## **8.2 Consideraciones de la convergencia del algoritmo propuesto.**

Un posible comportamiento de las soluciones es que no haya cambio alguno en el proceso de ejecución de las iteraciones. Es posible que el efecto de la capacidad de extracción no tenga influencia en un eventual cambio del pit final, tanto en el tamaño, forma y tonelajes. Esto debería ocurrir como es de esperar, para un caso particular: aquel en que la capacidad de extracción sea igual al contenido del pit de la primera corrida, esto es, si por ejemplo el pit final calculado con LG tiene un total de  $N$  bloques y la capacidad de extracción seleccionada es de  $N$  bloques por período, entonces no debería producirse ningún cambio en la medida en que avancen las iteraciones. Esto lo llamaremos “Convergencia Inmediata”.

En caso de que se produzca esta Convergencia Inmediata para algún ritmo de extracción dado, supondremos que para todo ritmo de producción mayor a ese sigue el mismo comportamiento del pit, donde no hay variaciones como consecuencia de un ritmo de extracción, ya que la tasa de descuento intertemporal no afecta los valores económicos como consecuencia del secuenciamiento.

Para los casos en que se tengan eventuales comportamientos oscilantes de las soluciones se tomará en cuenta el valor de la F.O. como parámetro de decisión. Vale decir, si la F.O. presenta un máximo luego de varias iteraciones, se tomará como punto final esa solución si luego de 5 iteraciones el valor no se aleja de un rango del 5% entre la solución  $i$ -ésima y la  $i+1$ -ésima. En el caso de que el valor de la F.O. tenga un comportamiento creciente monótono y asintótico se estudiará en detalle ese ciclo, pues pasaría a ser un caso fuera de lo esperado y por lo tanto con algún componente erróneo en el cálculo.

Una situación que podría presentarse es que los valores de la F.O. tuvieran algún comportamiento de repetición en patrones que si bien no se considera una convergencia propiamente tal, quedará definida como “Convergencia en Patrón” y se dará por finalizado el proceso iterativo si el patrón se repite una vez completamente o bien se alcanza el criterio de menos de 5% de diferencia entre los valores del patrón.

A partir del estudio de convergencia se establecerá un criterio para el número máximo de iteraciones para la metodología, estimando a partir del número de bloques con un rango de holgura, el cual se considerará para aquellos casos en que no haya convergencia clara por ninguno de los criterios ya descritos.

Se podrán definir en base a cómo se comporten las soluciones, diferentes mecanismos de detención de las iteraciones separando por ejemplo aquellos casos en que deba detenerse automáticamente de aquellos en que se haga manual ya que, teniendo la claridad del criterio aplicado que defina la iteración final, se podrá establecer por ejemplo si la metodología entrega soluciones decrecientes, con un máximo, crecientes o caóticas. En particular esta última hace que la detención manual sea la adecuada ya que de no haber tendencias claras en las soluciones, se deberá establecer el criterio subjetivo de detención considerando más variables indirectas, como la duración de las iteraciones, el nivel de detalle y profundidad del estudio.

Un criterio de convergencia trivial de asumir consiste en detener las iteraciones una vez que la iteración *i-ésima* tiene el mismo valor de la iteración anterior en cuanto a los períodos de extracción para cada bloque. Supondremos que también se produce una convergencia muy parecida al caso descrito cuando la función objetivo, que será la suma de los valores acumulados de los bloques coincidan de una iteración a la siguiente.

Otro caso que podría presentarse es que la función objetivo tenga una disminución en las diferentes iteraciones sucesivas, ante lo cual supondremos que el máximo ya se ha alcanzado si la disminución se produce por más de 3 iteraciones. Lo anterior con el objetivo de minimizar los tiempos de cálculo sin perjuicio de perder información importante de las corridas del algoritmo.

Asumiremos también que una variación mínima de la función objetivo entre iteraciones se considerará como un umbral de convergencia. Este umbral de variación se fijará como parámetro después de realizado el test de convergencia planteado donde se observará el comportamiento típico de las soluciones, pero a

priori podría esperarse que el valor coherente sea menor al 5%, que es normalmente el gap aceptable para modelos de optimización de largos tiempos de cálculo.

Finalmente, debemos considerar un set de posibilidades de criterios que consideren las múltiples variables en juego para el algoritmo. Por ejemplo, si después de un cierto número de iteraciones el valor de la función objetivo se comporta de manera caótica, es decir no muestra una tendencia clara, sería conveniente evaluar el resto de los aspectos geo-mineros tales como tonelajes, la cantidad de finos, siendo éstos un parámetro de decisión válidos dependiendo del interés del estudio.

### 8.3 Convergencia para diferentes Mining Rate

Perfil W-E. N=7440

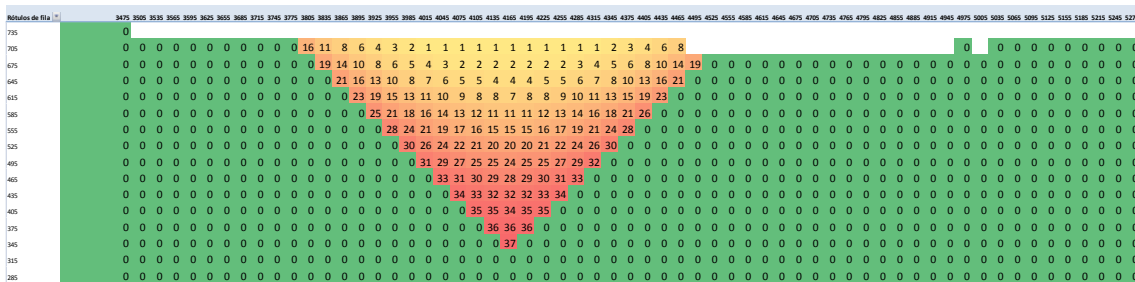


Figura 23: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 100 blk/per

Perfil S-N. E=4165

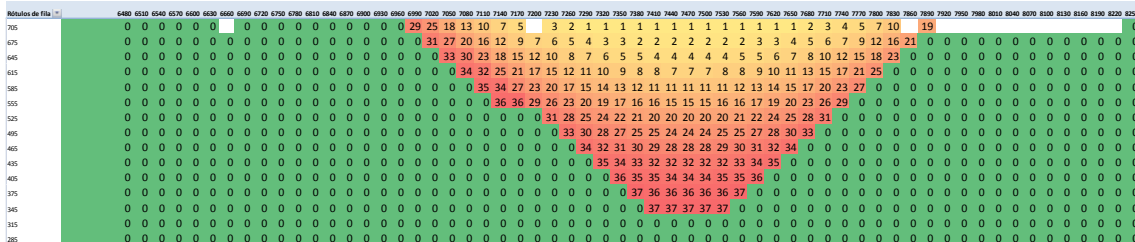
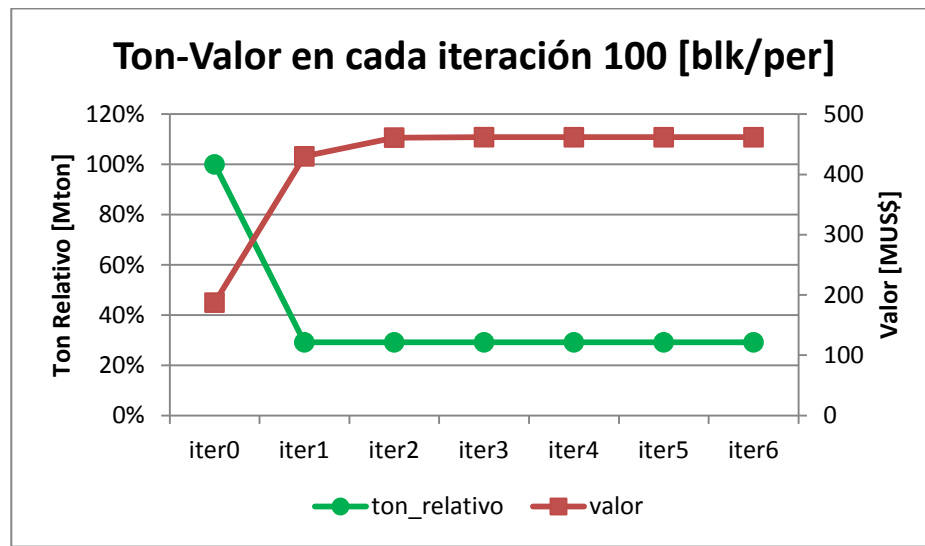
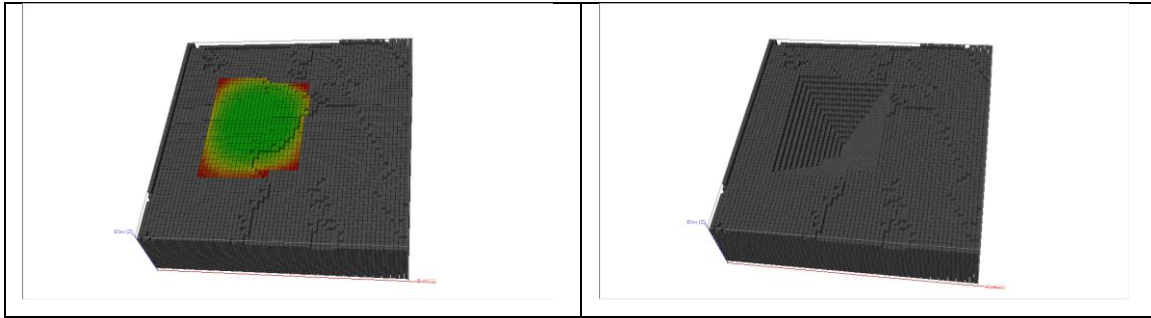


Figura 24: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 100 blk/per







Iteraciones	valor	
0	187,335,911	
1	429,991,374	
2	461,111,552	
3	461,807,936	Máximo
4	461,742,816	
5	461,742,816	
6	461,742,816	

En este caso se tiene una convergencia donde se alcanza un máximo en la iteración n° 3, para luego disminuir y permanecer invariante en las siguientes iteraciones. Podemos definir esta convergencia como una mezcla de dos casos: en primer lugar se encuentra un máximo con claridad, y en segundo lugar se muestra que no hay variación de la función objetivo, por lo que tomando la

suposición descrita sobre la función objetivo invariante, podemos definir esta convergencia como una monotonía en el secuenciamiento.

Vemos que el máximo se alcanza con gran rapidez teniendo en la iteración n°1 cerca del 93% del máximo alcanzado. Esto anterior tiene gran relevancia pues muestra que en términos prácticos para corridas donde el universo de bloques no es muy grande (aprox 100 mil), basta con tener algunos ciclos para poder alcanzar el máximo que se está buscando y así definir el pit final de acuerdo al criterio de selección.

### 8.3.1.1 200 bloques por período

Perfil W-E. N=7440

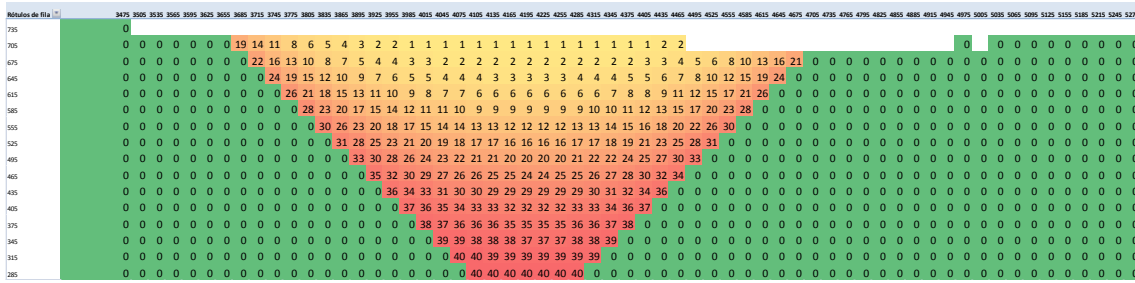


Figura 25: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 200 blk/per

Perfil S-N. E=4165

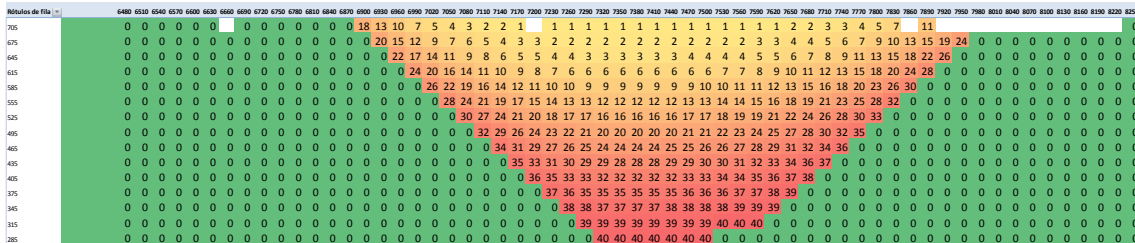
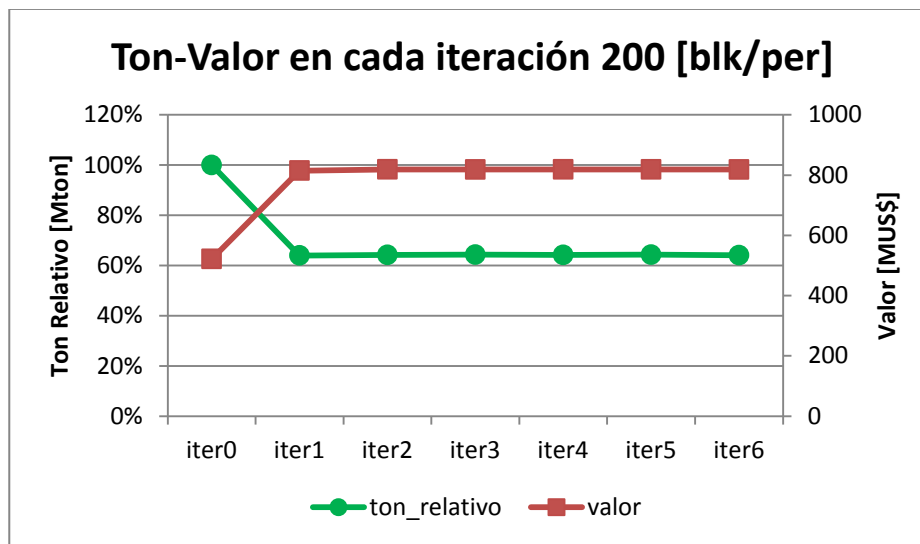
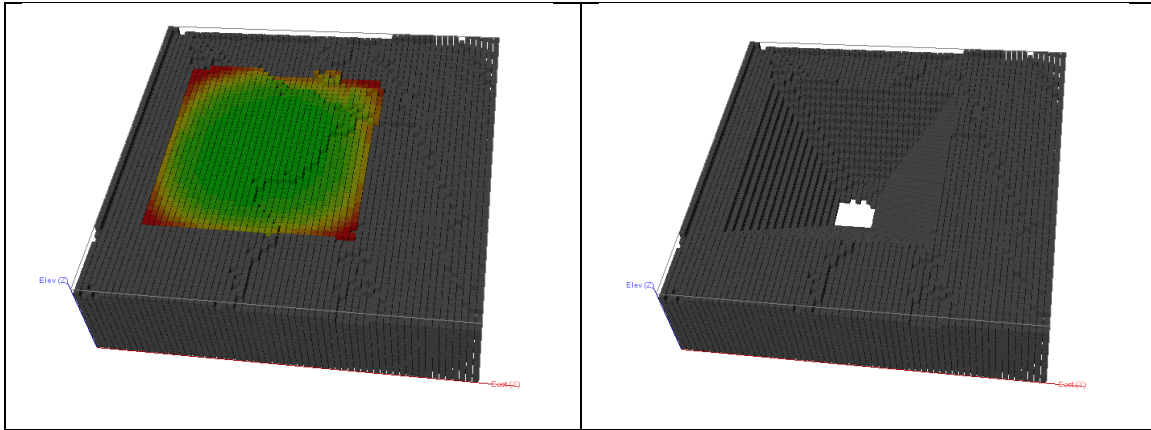


Figura 26: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 200 blk/per





Iteraciones	valor	
0	521,780,811	
1	814,944,279	
2	818,911,308	Máximo
3	818,404,764	
4	818,884,316	
5	818,732,492	
6	818,382,236	

En este caso tenemos una convergencia casi inmediata en que bastan solamente 3 iteraciones del procedimiento para alcanzar un máximo. Se trata de una convergencia donde, luego de alcanzar el máximo, se producen soluciones en que la función objetivo varía menos de 0.1%. Este valor podría tomarse como

parámetro para el resto de las corridas ya que muestra que hay una mínima variación en el valor de la función objetivo y es un caso de convergencia aceptable.

Si bien no se puede asegurar que luego de las 6 iteraciones establecidas por la metodología no hayan máximos, se supondrá que dada la configuración decreciente de los tamaños de los pits, no podría haber una solución que difiera en gran medida del máximo encontrado, sin embargo es consecuencia directa de cómo se ha elaborado la metodología y de cómo se comporte el modelo de recursos en términos de homogeneidad el que haya o no mayores valores luego de las 6 iteraciones realizadas. En definitiva, diremos que en este caso se trata de una convergencia del pit final por máximo local combinado con el criterio de mínima variación de las soluciones.

### 8.3.1.2 300 bloques por período

Perfil W-E. N=7440

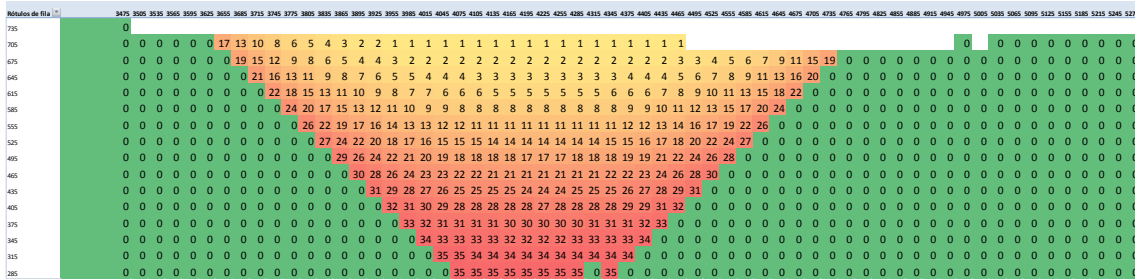


Figura 27: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 300 blk/per

Perfil S-N. E=4165

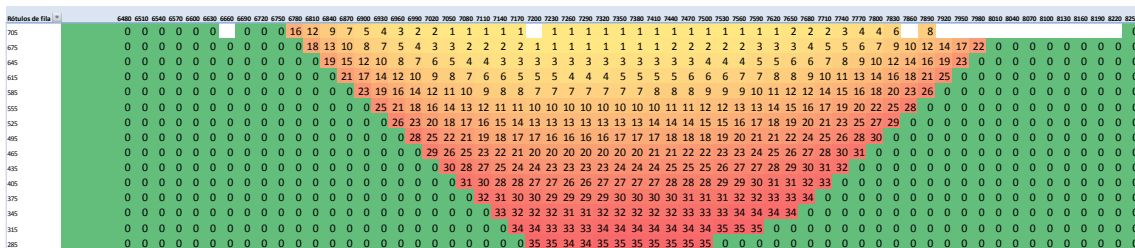
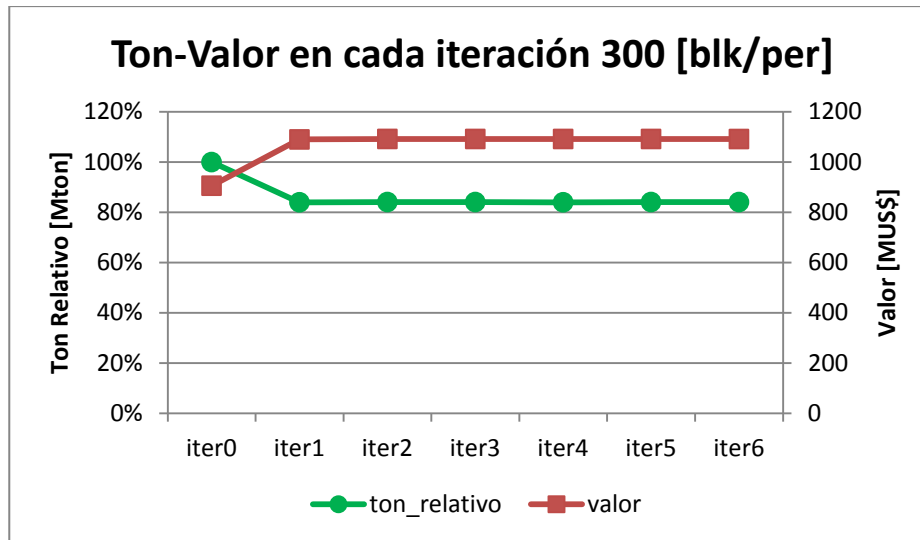


Figura 28: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 300 blk/per







Iteraciones	valor	
0	905,943,252	
1	1,090,211,236	
2	1,092,085,307	Máximo
3	1,091,984,932	
4	1,092,022,692	
5	1,092,047,419	
6	1,091,824,932	

Este caso es análogo al caso de 200 blk/per donde se alcanza un máximo prontamente, para luego continuar con soluciones menores en valor de la función objetivo y que no difieren más de 0.1%, por lo que nuevamente se tiene el complemento de dos criterios de convergencia: baja en la función objetivo y menor variación al umbral fijado.

### 8.3.1.3 400 bloques por período



Perfil W-E. N=7440

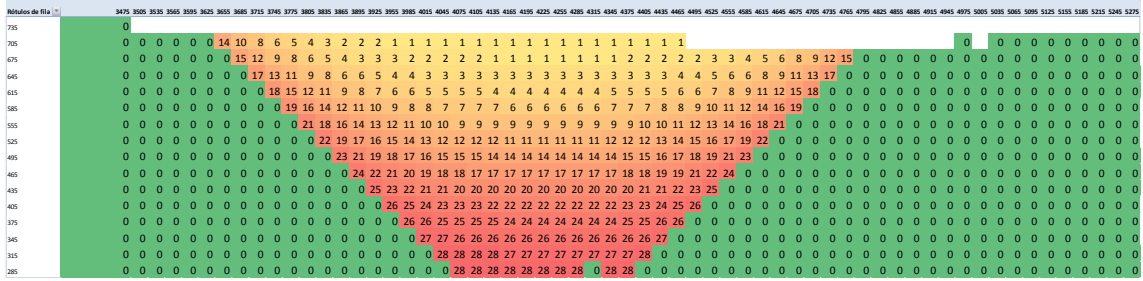


Figura 29: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 400 blk/per

Perfil S-N. E=4165

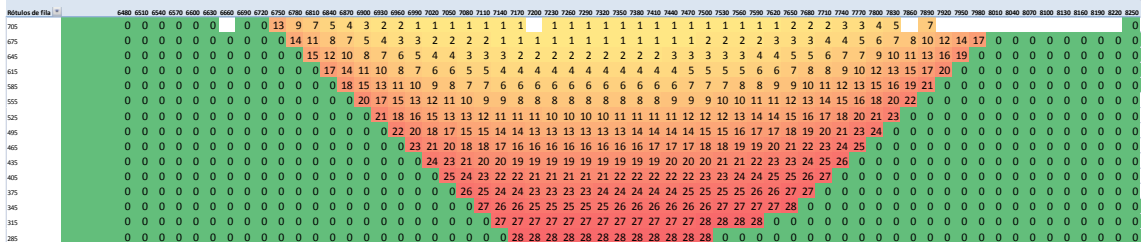
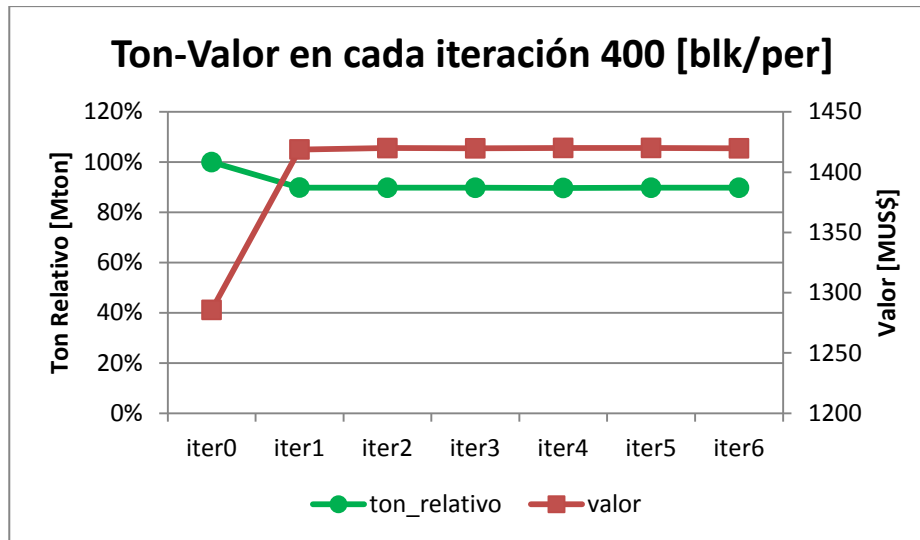


Figura 30: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 400 blk/per



# Planta. Vista superior.

Módulos de fila 1	8475	8505	8535	8565	8595	8625	8655	8685	8715	8745	8775	8805	8835	8865	8895	8925	8955	8985	9015	9045	9075	9105	9135	9165	9195	9225	9255	9285	9315	9345	9375	9405	9435	9465	9495	9525	9555	9585	9615	9645	9675	9705	9735	9765	9795	9825	9855	9885	9915	9945	9975	10005	10035	10065	10095	10125	10155	10185	10215	10245	10275	10305	10335	10365	10395	10425	10455	10485	10515	10545	10575	10605	10635	10665	10695	10725	10755	10785	10815	10845	10875	10905	10935	10965	10995	11025	11055	11085	11115	11145	11175	11205	11235	11265	11295	11325	11355	11385	11415	11445	11475	11505	11535	11565	11595	11625	11655	11685	11715	11745	11775	11805	11835	11865	11895	11925	11955	11985	12015	12045	12075	12105	12135	12165	12195	12225	12255	12285	12315	12345	12375	12405	12435	12465	12495	12525	12555	12585	12615	12645	12675	12705	12735	12765	12795	12825	12855	12885	12915	12945	12975	13005	13035	13065	13095	13125	13155	13185	13215	13245	13275	13305	13335	13365	13395	13425	13455	13485	13515	13545	13575	13605	13635	13665	13695	13725	13755	13785	13815	13845	13875	13905	13935	13965	13995	14025	14055	14085	14115	14145	14175	14205	14235	14265	14295	14325	14355	14385	14415	14445	14475	14505	14535	14565	14595	14625	14655	14685	14715	14745	14775	14805	14835	14865	14895	14925	14955	14985	15015	15045	15075	15105	15135	15165	15195	15225	15255	15285	15315	15345	15375	15405	15435	15465	15495	15525	15555	15585	15615	15645	15675	15705	15735	15765	15795	15825	15855	15885	15915	15945	15975	16005	16035	16065	16095	16125	16155	16185	16215	16245	16275	16305	16335	16365	16395	16425	16455	16485	16515	16545	16575	16605	16635	16665	16695	16725	16755	16785	16815	16845	16875	16905	16935	16965	16995	17025	17055	17085	17115	17145	17175	17205	17235	17265	17295	17325	17355	17385	17415	17445	17475	17505	17535	17565	17595	17625	17655	17685	17715	17745	17775	17805	17835	17865	17895	17925	17955	17985	18015	18045	18075	18105	18135	18165	18195	18225	18255	18285	18315	18345	18375	18405	18435	18465	18495	18525	18555	18585	18615	18645	18675	18705	18735	18765	18795	18825	18855	18885	18915	18945	18975	19005	19035	19065	19095	19125	19155	19185	19215	19245	19275	19305	19335	19365	19395	19425	19455	19485	19515	19545	19575	19605	19635	19665	19695	19725	19755	19785	19815	19845	19875	19905	19935	19965	19995	20025	20055	20085	20115	20145	20175	20205	20235	20265	20295	20325	20355	20385	20415	20445	20475	20505	20535	20565	20595	20625	20655	20685	20715	20745	20775	20805	20835	20865	20895	20925	20955	20985	21015	21045	21075	21105	21135	21165	21195	21225	21255	21285	21315	21345	21375	21405	21435	21465	21495	21525	21555	21585	21615	21645	21675	21705	21735	21765	21795	21825	21855	21885	21915	21945	21975	22005	22035	22065	22095	22125	22155	22185	22215	22245	22275	22305	22335	22365	22395	22425	22455	22485	22515	22545	22575	22605	22635	22665	22695	22725	22755	22785	22815	22845	22875	22905	22935	22965	22995	23025	23055	23085	23115	23145	23175	23205	23235	23265	23295	23325	23355	23385	23415	23445	23475	23505	23535	23565	23595	23625	23655	23685	23715	23745	23775	23805	23835	23865	23895	23925	23955	23985	24015	24045	24075	24105	24135	24165	24195	24225	24255	24285	24315	24345	24375	24405	24435	24465	24495	24525	24555	24585	24615	24645	24675	24705	24735	24765	24795	24825	24855	24885	24915	24945	24975	25005	25035	25065	25095	25125	25155	25185	25215	25245	25275	25305	25335	25365	25395	25425	25455	25485	25515	25545	25575	25605	25635	25665	25695	25725	25755	25785	25815	25845	25875	25905	25935	25965	25995	26025	26055	26085	26115	26145	26175	26205	26235	26265	26295	26325	26355	26385	26415	26445	26475	26505	26535	26565	26595	26625	26655	26685	26715	26745	26775	26805	26833	26865	26895	26925	26955	26985	27015	27045	27075	27105	27135	27165	27195	27225	27255	27285	27315	27345	27375	27405	27435	27465	27495	27525	27555	27585	27615	27645	27675	27705	27733	27765	27795	27825	27855	27885	27915	27945	27975	28005	28033	28065	28095	28125	28155	28185	28215	28245	28275	28305	28333	28365	28395	28425	28455	28485	28515	28545	28575	28605	28633	28665	28695	28725	28755	28785	28815	28845	28875	28905	28933	28965	28995	29025	29055	29085	29115	29145	29175	29205	29233	29265	29295	29325	29355	29385	29415	29445	29475	29505	29533	29565	29595	29625	29655	29685	29715	29745	29775	29805	29833	29865	29895	29925	29955	29985	30015	30045	30077	30105	30135	30165	30195	30225	30255	30285	30315	30345	30375	30405	30433	30465	30495	30525	30555	30585	30615	30645	30677	30705	30735	30765	30795	30825	30855	30885	30915	30945	30977	31005	31035	31065	31095	31125	31155	31185	31215	31245	31277	31305	31335	31365	31395	31425	31455	31485	31515	31545	31577	31605	31633	31665	31695	31725	31755	31785	31815	31845	31877	31905	31933	31965	31995	32025	32055	32085	32115	32145	32177	32205	32233	32265	32295	32325	32355	32385	32415	32445	32477	32505	32533	32565	32595	32625	32655	32685	32715	32745	32777	32805	32833	32865	32895	32925	32955	32985	33015	33045	33077	33105	33133	33165	33195	33225	33255	33285	33315	33345	33377	33405	33433	33465	33495	33525	33555	33585	33615	33645	33677	33705	33733	33765	33795	33825	33855	33885	33915	33945	33977	34005	34033	34065	34095	34125	34155	34185	34215	34245	34277	34305	34333	34365	34395	34425	34455	34485	34515	34545	34577	34605	34633	34665	34695	34725	34755	34785	34815	34845	34877	34905	34933	34965	34995	35025	35055	35085	35115	35145	35177	35205	35233	35265	35295	35325	35355	35385	35415	35445	35477	35505	35533	35565	35595	35625	35655	35685	35715	35745	35777	35805	35833	35865	35895	35925	35955	35985	36015	36045	36077	36105	36133	36165	36195	36225	36255	36285	36315	36345	36377	36405	36433	36465	36495	36525	36555	36585	36615	36645	36677	36705	36733	36765	36795	36825	36855	36885	36915	36945	36977	37005	37033	37065	37095	37125	37155	37185	37215	37245	37277	37305	37333	37365	37395	37425	37455	37485	37515	37545	37577	37605	37633	37665	37695	37725	37755	37785	37815	37845	37877	37905	37933	37965	37995	38025	38055	38085	38115	38145	38177	38205	38233	38265	38295	38325	38355	38385	38415	38445	38477	38505	38533	38565	38595	38625	38655	38685	38715	38745	38777	38805	38833	38865	38895	38925	38955	38985	39015	39045	39077	39105	39133	39165	39195	39225	39255	39285	39315	39345	39377	39405	39433	39465	39495	39525	39555	39585	39615	39645	39677	39705	39733	39765	39795	39825	39855	39885	39915	39945	39977	40005	40033	40065	40095	40125	40155	40185	40215	40245	40277	40305	40333	40365	40395	40425	40455	40485	40515	40545	40577	40605	40633	40665	40695	40725	40755	40785	40815	40845	40877	40905	40933	40965	40995	41025	41055	41085	41115	41145	41177	41205	41233	41265	41295	41325	41355	41385	41415	41445	41477	41505	41533	41565	41595	41625	41655	41685	41715	41745	41777	41805	41833	41865	41895	41925	41955	41985	42015	42045	42077	42105	42133	42165	42195	42225	42255	42285	42315	42345	42377	42405	42433	42465	42495	42525	42555	42585	42615	42645	42677	42705	42733	42765	42795	42825	42855	42885	42915	42945	42977	43005	43033	43065	43095	43125	43155	43185	43215	43245	43277	43305	43333	43365	43395	43425	43455	43485	43515	43545	43577	43605	43633	43665	43695	43725	43755	43785	43815	43845	43877	43905	43933	43965	43995	44025	44055	44085	44115	44145	44177	44205	44233	44265	44295	44325	44355	44385	44415	44445	44477	44505	44533	44565	44595	44625	44655	44685	44715	44745	44777	44805	44833	44865	44895	44925	44955	44985	45015	45045	45077	45105	45133	45165	45195	45225	45255	45285	45315	45345	45377	45405	45433	454
-------------------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-----



Iteraciones	valor	
0	1,285,724,416	
1	1,418,853,376	
2	1,419,953,250	
3	1,419,750,784	
4	1,420,094,976	Máximo
5	1,420,078,690	
6	1,419,779,456	

Este caso se muestra con el mismo tipo de convergencia alcanzando el máximo luego de 4 iteraciones posteriores a la *iter0*. También se logra observar que la variación del valor de la función objetivo es baja, menor al umbral de 0.1%, similar a lo visto en las corridas anteriores por lo que se define como convergente según ese criterio.

### 8.3.1.4 500 bloques por período

Perfil W-E. N=7440

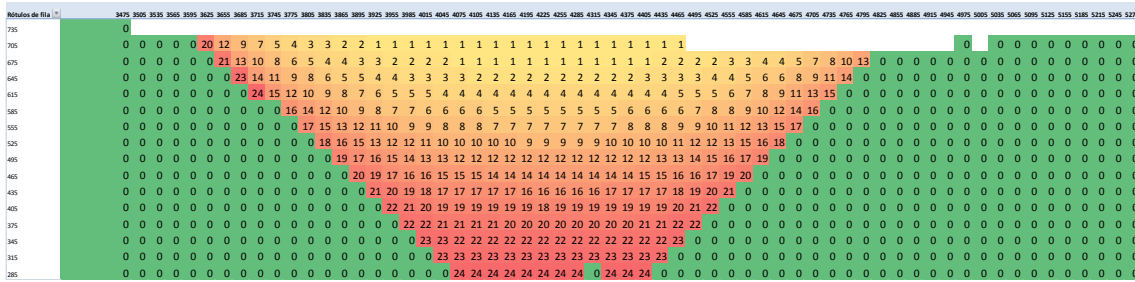


Figura 31: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 500 blk/per

Perfil S-N. E=4165

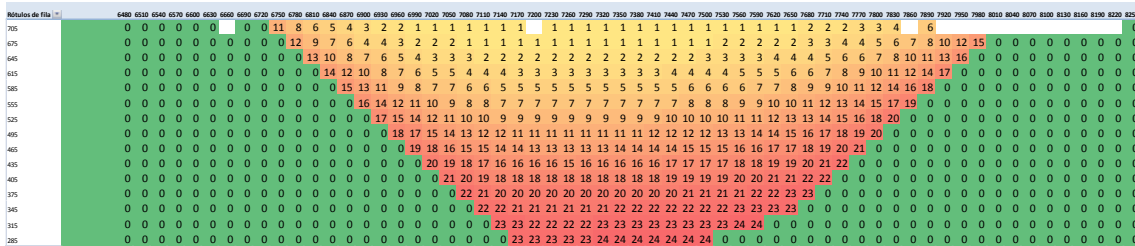
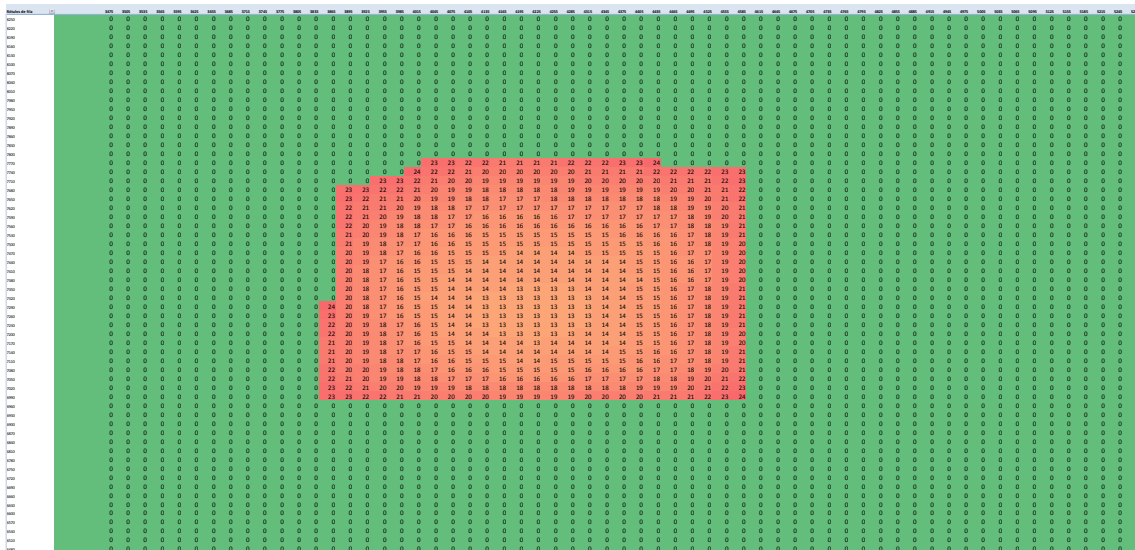
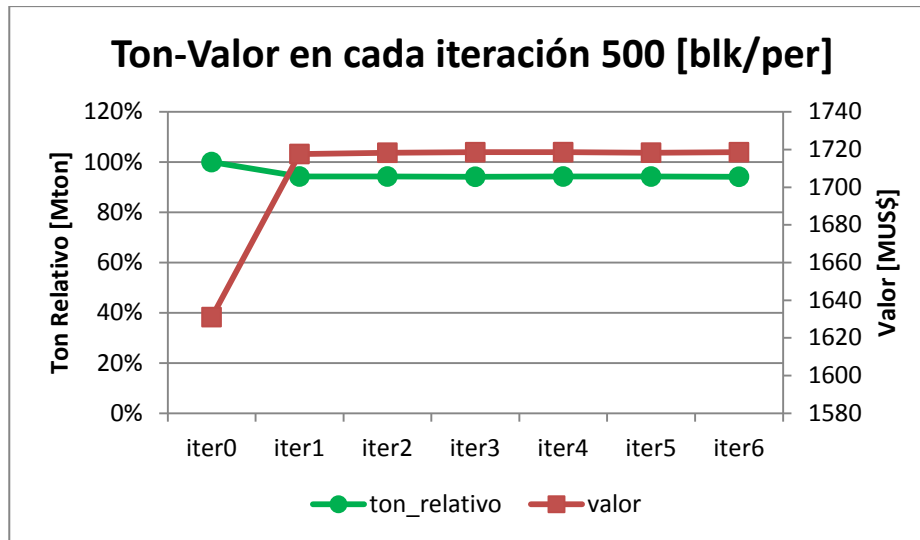


Figura 32: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 500 blk/per

Planta Z=465







Iteraciones	valor	
0	1,631,029,931	
1	1,717,631,347	
2	1,718,304,768	
3	1,718,579,328	
4	1,718,611,827	Máximo
5	1,718,332,288	
6	1,718,579,328	

Este caso es similar al de 400 blk/per y se aprecia una convergencia con mínimas desviaciones en el valor de la función objetivo, siempre menores al umbral propuesto de 0.1%. Supondremos que el comportamiento de este caso es similar a los anteriores ya que se ve un rápido alcance del nivel máximo una vez completadas las 4 iteraciones posteriores a *iter0*.

### 8.3.1.5 600 bloques por período

Perfil W-E. N=7440

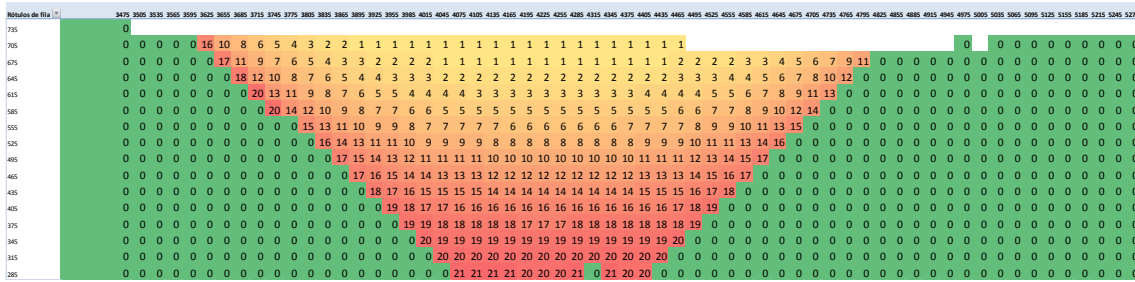


Figura 33: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 600 blk/per

Perfil S-N. E=4165

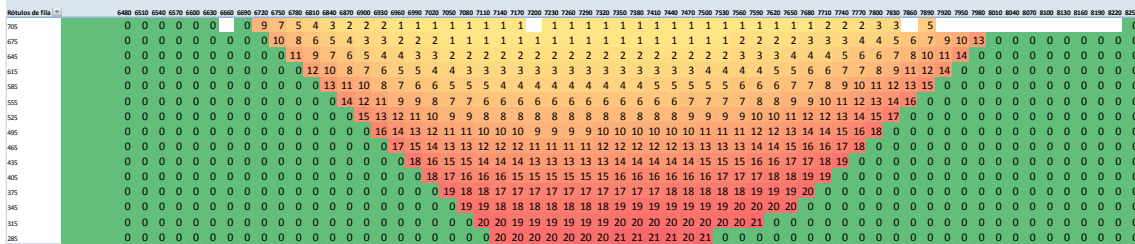
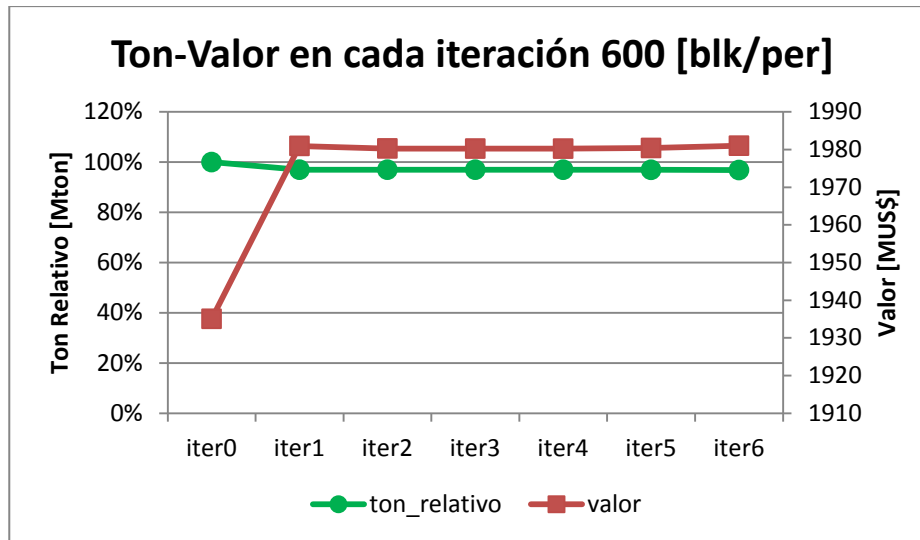


Figura 34: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 600 blk/per









Iteraciones	valor	
0	1,935,068,672	
1	1,980,968,065	
2	1,980,291,969	
3	1,980,255,279	
4	1,980,241,120	
5	1,980,413,824	
6	1,981,024,896	Máximo

Vemos que este caso demora más en alcanzar el máximo valor, siendo la última iteración aquella en que se logra ver un aumento del valor. Si bien no es posible saber a priori si una iteración posterior entregaría un valor mayor, se aprecia que la iteración 1 difiere en menos de 0.01% con la de mayor valor por lo que supondremos que se ha alcanzado un nivel cercano al máximo aunque queda propuesto la continuación de las iteraciones para este caso de mining rate, si el caso ameritara mayor detalle.

### 8.3.1.6 700 bloques por período

Perfil W-E. N=7440

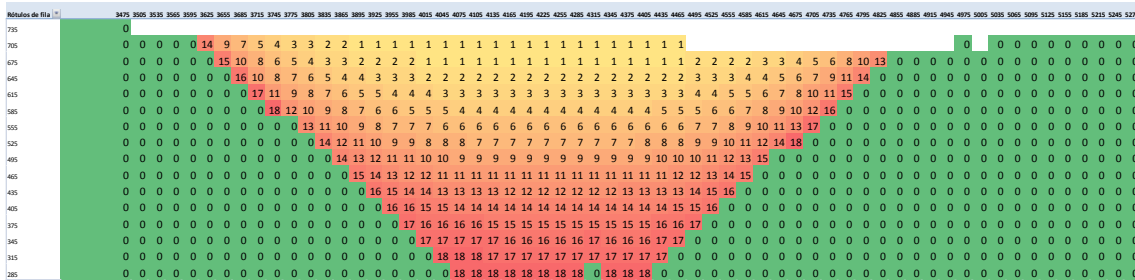


Figura 35: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 700 blk/per

Perfil S-N. E=4165

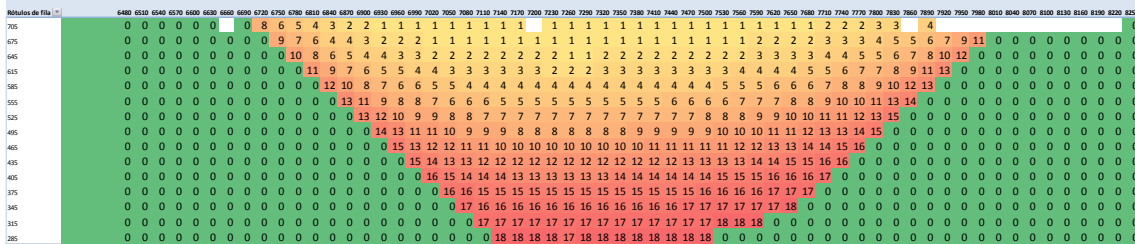
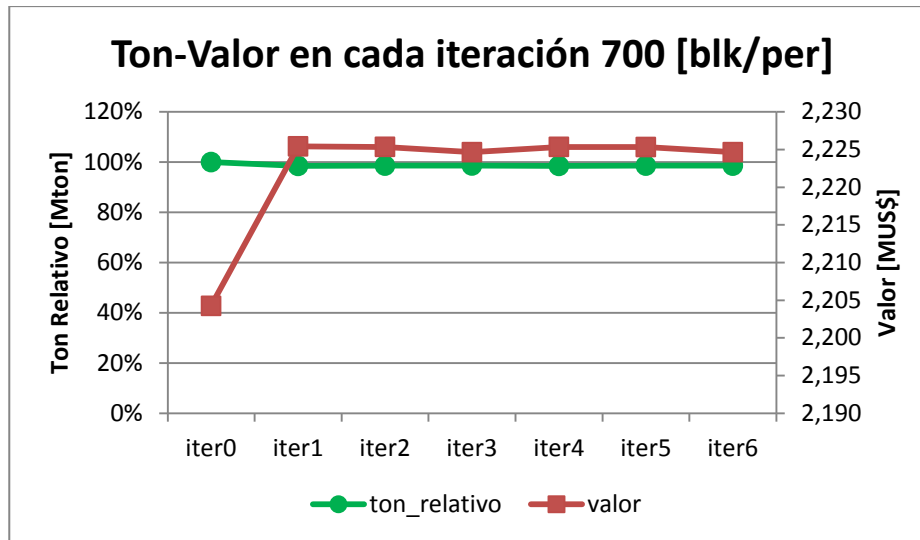


Figura 36: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 700 blk/per







Iteraciones	valor	
0	2,204,251,967	
1	2,225,427,775	Máximo
2	2,225,358,451	
3	2,224,650,303	
4	2,225,356,863	
5	2,225,336,179	
6	2,224,650,303	

A este nivel de mining rate se ve una variación cada vez menor entre la *iter0* ya que se hace menor el impacto que tiene la tasa de descuento intertemporal sobre el valor económico de los bloques a medida que se incorpora el factor del secuenciamiento y la temporalidad de la extracción de cada bloque.

En este caso la convergencia la definimos dada la mínima diferencia entre el valor de la iteración 1 y sus siguientes iteraciones, siempre menores al umbral que hemos logrado visualizar en las corridas anteriores de 0.1%.

Por otro lado vemos que el tonelaje del pit final prácticamente no difiere de la *iter0* por la misma razón de que la tasa de descuento afecta mínimamente la revalorización de los bloques teniendo como resultado un pit final con un tonelaje del

99% del tonelaje del pit de la *iter0* lo que se mantiene o aumenta con el aumento del mining rate de las siguientes corridas.

### 8.3.1.7 800 bloques por período

Perfil W-E. N=7440

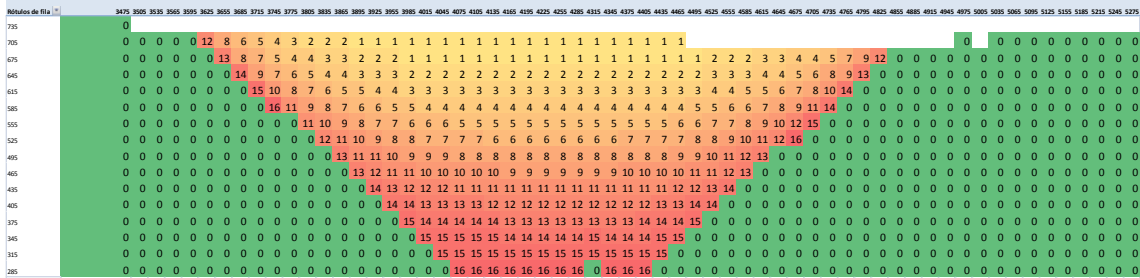


Figura 37: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 800 blk/per

Perfil S-N. E=4165

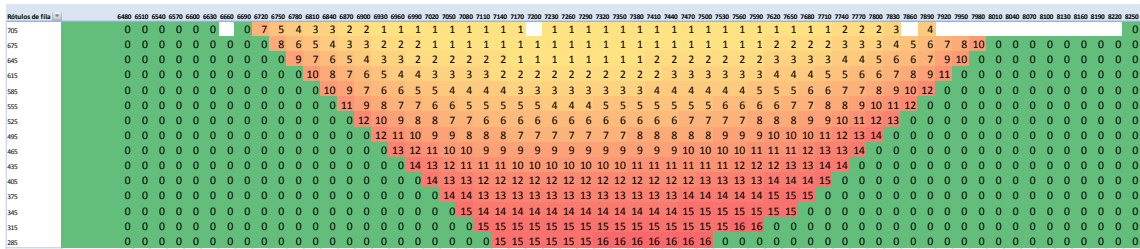
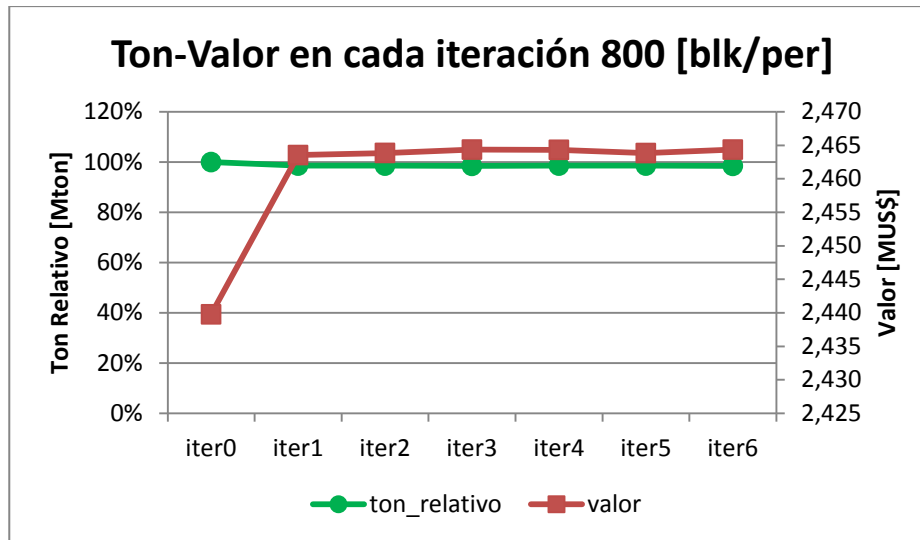


Figura 38: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 800 blk/per









Iteraciones	valor	
0	2,439,769,600	
1	2,463,550,327	
2	2,463,869,184	
3	2,464,369,408	Máximo
4	2,464,333,175	
5	2,463,850,240	
6	2,464,369,408	

En este caso el aumento de valor es menor al 1% a partir de la *iter0* y el tonelaje del pit final es cerca del 99% del pit inicial de la *iter0*. Sin embargo sigue siendo interesante que el valor de la función objetivo se estabiliza entorno a un valor y luego presenta variaciones de menos de 0.1%. Esta corrida podría catalogarse como una de convergencia por máximo en conjunto con una variación de las soluciones menor al umbral de decisión.

### 8.3.1.8 900 bloques por período

Perfil W-E. N=7440

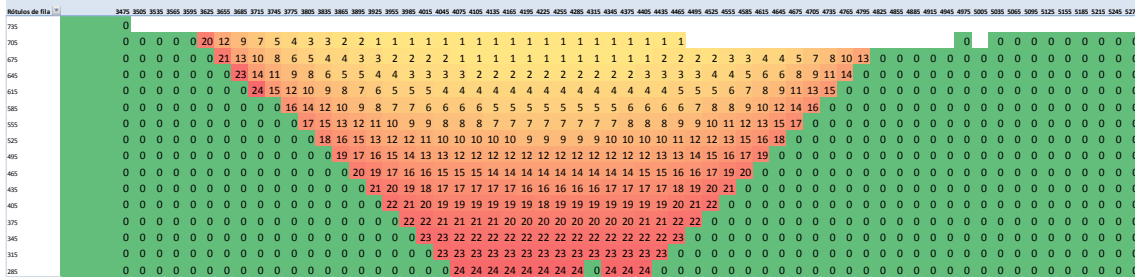


Figura 39: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 900 blk/per

Perfil S-N. E=4165

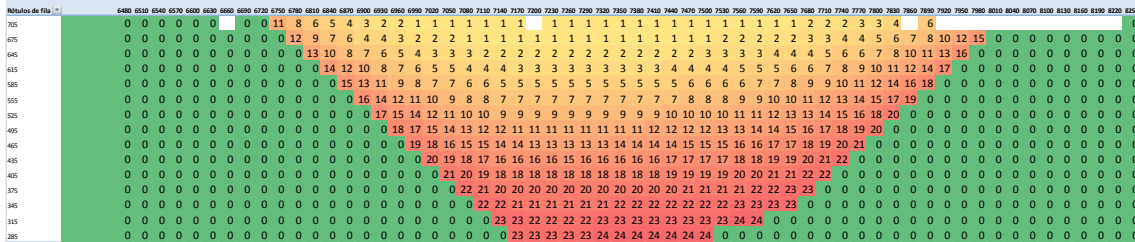
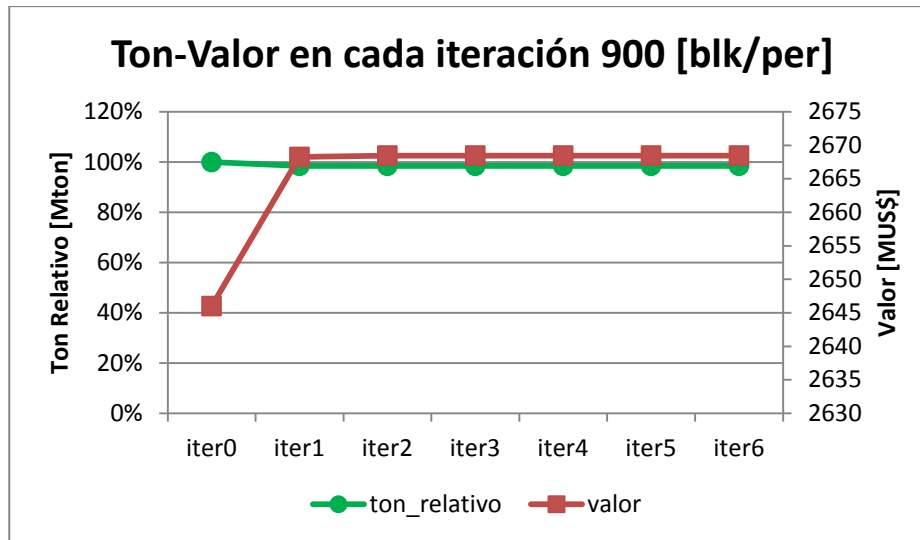


Figura 40: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 900 blk/per







Iteraciones	valor	
0	2,646,001,152	
1	2,668,266,496	
2	2,668,477,440	Máximo
3	2,668,477,440	
4	2,668,477,440	
5	2,668,477,440	
6	2,668,477,440	

Vemos que este es un caso diferente donde se produce una convergencia a un punto de equilibrio y luego el resto de las iteraciones no obtienen un resultado que difiera. Dada nuestra suposición, diremos que esta convergencia mostró una estabilización, o dicho de otro modo, la solución encontrada no es posible de perturbar mediante nuestra metodología.

Es notoria la manera en que se alcanza rápidamente el máximo descrito, ya que la *iter0* con la iteración 2 muestran un 0.84% de diferencia y con la iteración 1 hay tan sólo un 0.01% de diferencia. Es decir el impacto del mining rate tan elevado se evidencia plenamente en una mínima variación del pit final calculado por el mecanismo tradicional de Lerchs-Grossman por lo que podría ser incluso omitido el uso de la herramienta LGG de manera extensiva luego de iteraciones que

muestran este comportamiento en caso de que se quiera un análisis rápido de un pit final capacitado.

### 8.3.1.9 1000 bloques por período

Perfil W-E. N=7440

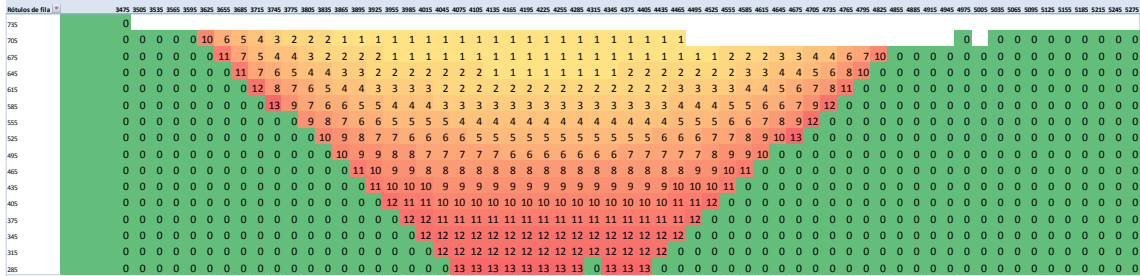


Figura 41: Perfil W-E en N=7440. Corrida Determinística para 1000 blk/per

Perfil S-N. E=4165

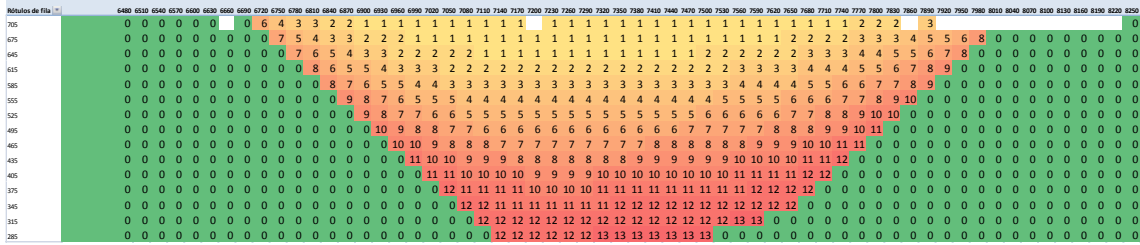
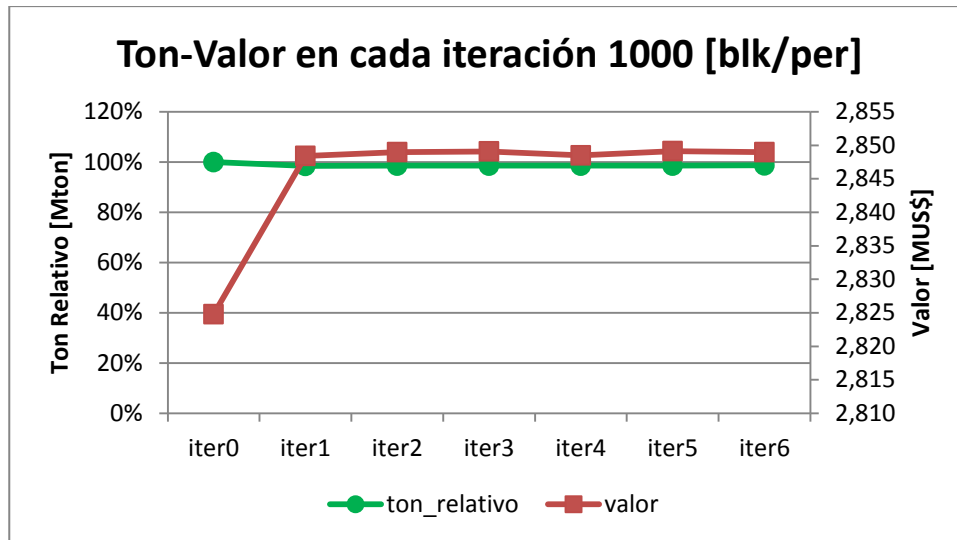


Figura 42: Perfil S-N en E=4165. Corrida Determinística para 1000 blk/per









Iteraciones	valor	
0	2,824,799,547	
1	2,848,432,699	
2	2,848,993,595	
3	2,849,109,962	
4	2,848,511,547	
5	2,849,151,291	Máximo
6	2,848,993,595	

A diferencia del caso de 900 blk/per, no se tiene una convergencia exacta, sino que sigue más bien una tendencia similar a las otras capacidades de mining rate. Sin embargo, es tan pequeña la diferencia entre el valor de la solución de la *iter0* con respecto al máximo (aprox. 0.85%), que diremos que esta convergencia se comporta de la misma manera que el caso de 900 blk/per donde podemos decir que la diferencia entre utilizar la herramienta LGG y el uso tradicional del algoritmo de Lerchs-Grossman es mínima y prácticamente no tiene sentido, si esto significa una pérdida de tiempo de cálculo considerable.

#### 8.4 Algoritmo para incorporar incertidumbre en el cálculo de pit final

La metodología para incorporar la incertidumbre y alguna restricción de capacidad en el cálculo de pit final fue descrita en capítulos anteriores. El cómo esta metodología pretende traducir la incertidumbre por ejemplo desde una métrica

geoestadística hacia el lenguaje de la planificación Minera tiene que ver directamente con el procesamiento de los datos que se recogen como resultado de la metodología LGG.

En el caso particular de la definición de un pit final, se tiene un caso de discriminación binaria sobre la decisión de si un bloque forma parte del pit final o no, siendo éste un criterio absoluto por la lógica involucrada en el uso de modelos de bloques, considerados como es intuitivo, como bloques indivisibles por definición. Es decir, difícilmente se podría aceptar un caso en que un bloque estuviera por ejemplo un 20% dentro del pit final y 80% fuera, tanto si tiene bloques sucesores como si no, ya que siempre quedaría la ambigüedad de si se trata de una porción regular o no, si es horizontal, vertical, etc.

La aclaración anterior permite implementar el estudio de incertidumbre mediante el uso de Estadística de Indicadores, siendo en este caso particular, el indicador a tomar en consideración la pertenencia de un bloque al pit final, dicho de otro modo, este indicador tendrá valor 1 si el bloque es extraído como parte del pit final y 0 si no. Así, es posible construir una distribución de probabilidad a partir de la frecuencia con la que un bloque es parte del pit final para una configuración de capacidad o ritmo de extracción en cada una de las realizaciones de las simulaciones condicionales.

Una condición que debe cumplirse a cabalidad dada la construcción del grafo de precedencias con que opera el algoritmo de LG es que los pits que se generan para cada una de las simulaciones dan a lugar a configuraciones concéntricas de Estadísticas de indicadores, ya que por lógica no puede ocurrir que un bloque *a* precedente de otro bloque *b* tenga menor frecuencia de extracción pues por cada vez que el bloque *b* es extraído en el pit final, sus precedentes deben haber sido extraídos y así el grafo de precedencias por transitividad debe empujar que el bloque *a* también haya sido extraído al menos las mismas veces.

En términos formales, la parametrización que debe construirse es aquella que muestre el comportamiento de la Zona  $P_e$  en función del variograma de valores (o

de leyes) de modo de tener una función de transferencia de la incertidumbre de un modelo de bloques hacia una planificación minera que la incorpore.

## **8.5 Estadística de indicadores para la planificación minera bajo incertidumbre**

Una vez que se tiene en mente el procedimiento que implica la definición de los criterios de convergencia (vistos en el capítulo 4.1.3), donde a partir del procedimiento iterativo involucrado en la herramienta LGG logramos definir la iteración en que debe detenerse el cálculo de pit final acorde con el mining rate definido, se debe generar el mecanismo de cálculo para varios escenarios o realizaciones de las simulaciones geoestadísticas.

De esta manera, tomando como punto de partida lo realizado en el caso determinístico, donde realizamos las corridas con diferentes ritmos de producción para un mismo modelo de bloques, podemos realizar entonces una extrapolación de esa técnica. Se trata de utilizar múltiples corridas, una para cada mining rate y para cada simulación y realizar un estudio de la cantidad de ocasiones en que un bloque es incluido dentro del pit final y, a partir de ese conteo, calcular la incidencia de que esto ocurra, vale decir, si en 5 de las 21 realizaciones (20 simulaciones mas 1 caso base) el bloque B es extraído como parte del pit final, luego de las iteraciones para llegar a concluir que ese es el pit final por los criterios de convergencia descritos, entonces diremos que el bloque B tiene un 24% de probabilidad de ser parte del pit final.

Podemos ver que se generarán, como se describió anteriormente, las zonas de probabilidades entre 0 y 1. A esta zona la denominaremos zona  $P_e$  dada la distribución de Probabilidades de Extracción que se muestra en las fronteras de los pits finales.

A partir de los resultados de la herramienta LGG en que se logra captar la incertidumbre como una variable que afecta al problema de definición de pit final, es posible definir varias posibilidades de uso de estos resultados. El primero, y quizás el más intuitivo y rápido de adoptar es la analogía directa entre lo que

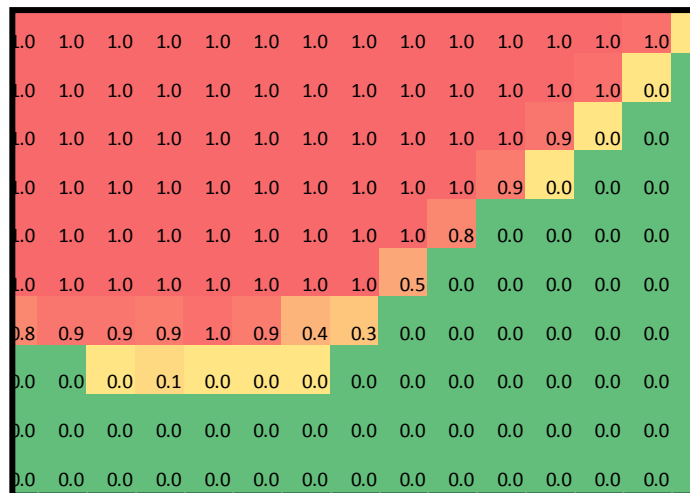
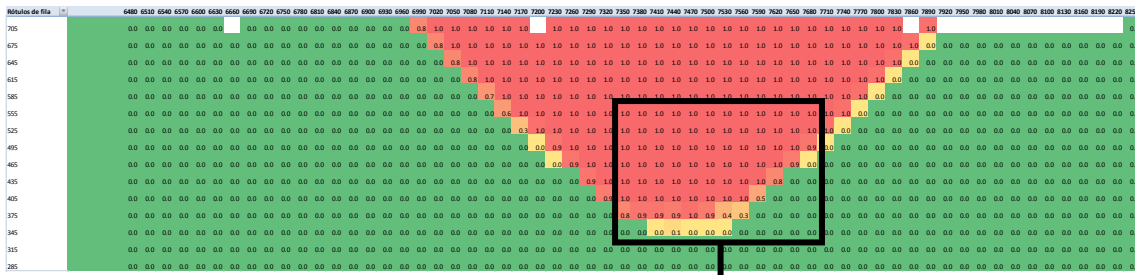
implica el uso de simulaciones condicionales para la modelación de incertidumbre y lo que viene a mostrar esta nueva herramienta: la interpretación probabilística, esto es, definir el set de pits finales que responden a un nivel de riesgo o probabilidad de cumplimiento. Por ejemplo, si como política para la etapa de evaluación en que se utilice la herramienta LGG se define que un pit final debe ser seleccionado con una probabilidad de éxito de  $X\%$ , entonces, deberemos seleccionar aquel pit final cuyos bloques hayan sido extraídos en esa proporción del total de las simulaciones al correr el algoritmo de la herramienta LGG, que en este caso es el conjunto de bloques con una estadística de indicadores de extracción mayor o igual a  $X\%$  dentro de aquellos que conforman la zona  $P_e$  de ese mining rate.

Buscando una analogía con la metodología tradicional, y, en los casos en que la zona  $P_e$  sea lo suficientemente ancha, una posibilidad de interpretación de esta zona es la de generar Pits Anidados con los cuales poder realizar una planificación de la producción. Esta interpretación es particularmente interesante pues permite de manera directa incorporar la incertidumbre en los pasos de decisión de cuáles vendrán a ser las fases para tomar en cuenta para un diseño operacional de la mina. Esto es, para diferentes fases seleccionar uno u otro pit final caracterizado por un nivel de riesgo aceptable. Un problema de optimización mencionado anteriormente tiene relación con dejar para los primeros períodos aquella porción del recurso que genera beneficios económicos con alta probabilidad de éxito, y, a medida que continúa la vida de la mina, esta probabilidad de éxito puede ser menor en busca de tener más holgura operacional o cumplir con los tonelajes esperados. En particular un enfoque coherente con lo anterior es dejar para las primeras fases aquellos bloques con menor incertidumbre en sus contenidos geometalúrgicos y para las fases siguientes, disminuir el requerimiento de certeza en la extracción (recordando que el concepto de fase no necesariamente está ligado a una temporalidad estricta). Sin embargo, no es trivial la selección de las porciones de aquellos bloques con menor incertidumbre para realizar las decisiones anteriores, pero la herramienta desarrollada permite hacerlo,

nuevamente, a través de esta traducción de la incertidumbre en elementos de análisis concreto para el planificador como son los tamaños, formas, tonelajes de cada pit asociado a un nivel de riesgo de acuerdo a la zona  $P_e$ .

## 8.6 Resultados Definición de Zona $P_e$

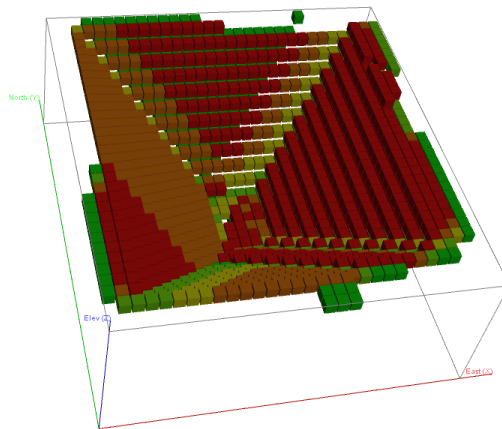
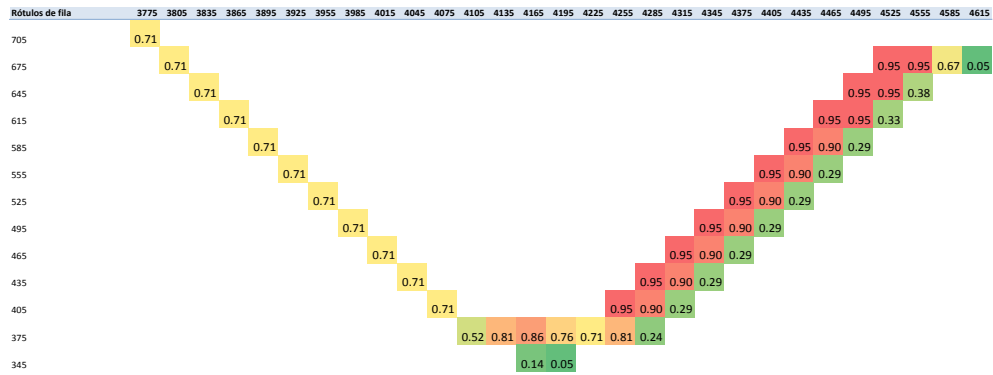
Perfil S-N. E=4165



Vista en Planta cota Z=465

Rótulos de fila	3925	3955	3985	4015	4045	4075	4105	4135	4165	4195	4225	4255	4285	4315	4345	4375	4405	4435	4465	4495	4525
7140	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7170	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7200	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7230	0.0	0.0	0.0	0.2	0.3	0.3	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7260	0.0	0.0	0.0	0.7	1.0	1.0	1.0	0.9	0.9	0.9	0.9	0.8	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7290	0.0	0.0	0.0	0.7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.9	0.5	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7320	0.0	0.0	0.0	0.7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.9	0.7	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7350	0.0	0.0	0.0	0.7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.8	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7380	0.0	0.0	0.0	0.7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.9	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7410	0.0	0.0	0.0	0.7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.9	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7440	0.0	0.0	0.0	0.7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.9	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7470	0.0	0.0	0.0	0.7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.9	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7500	0.0	0.0	0.0	0.7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.9	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7530	0.0	0.0	0.0	0.7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.9	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7560	0.0	0.0	0.0	0.7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.8	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7590	0.0	0.0	0.0	0.7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.8	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7620	0.0	0.0	0.0	0.7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.7	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7650	0.0	0.0	0.0	0.5	0.7	0.8	0.8	0.8	0.9	0.9	0.8	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7680	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7710	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7740	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7770	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

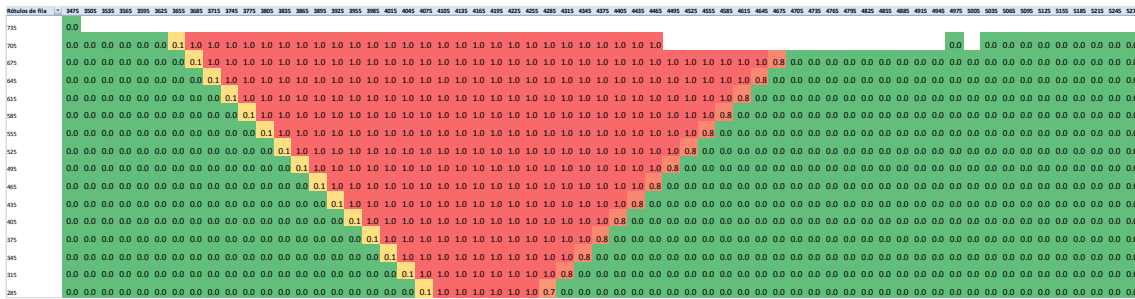
## Zona P<sub>e</sub>



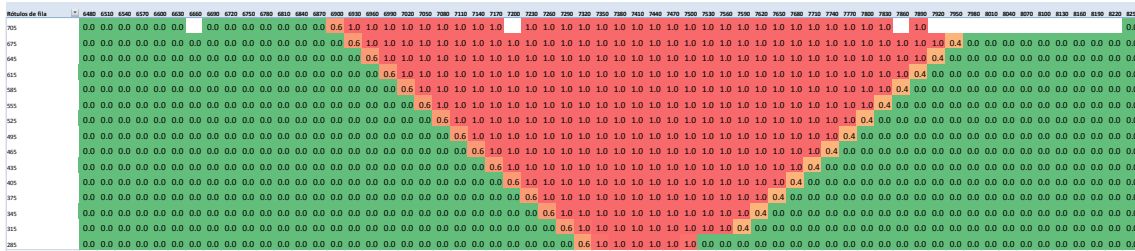


### 8.6.1.1 200 bloques por período

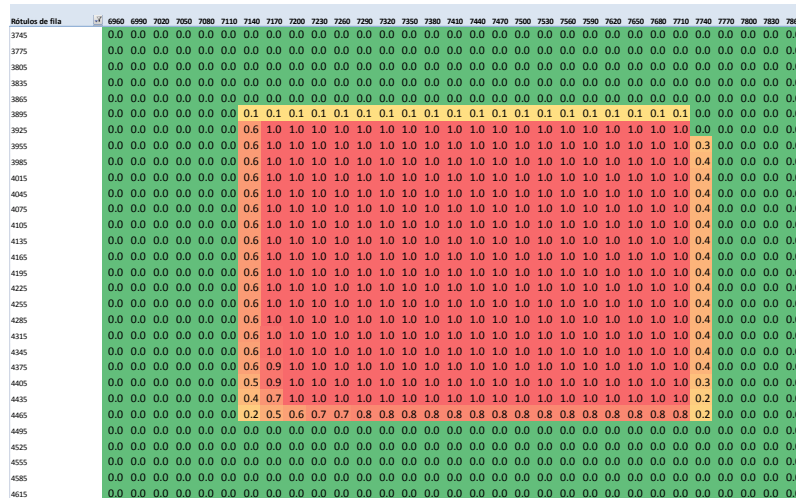
Perfil W-E. N=7440



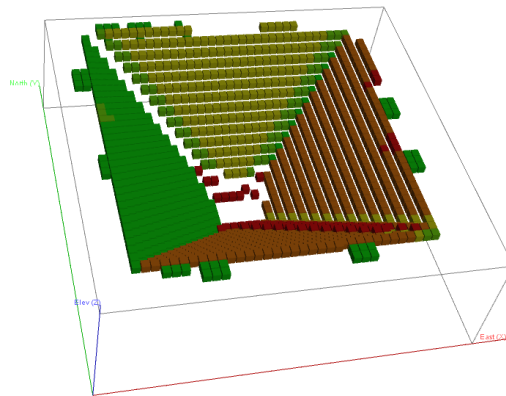
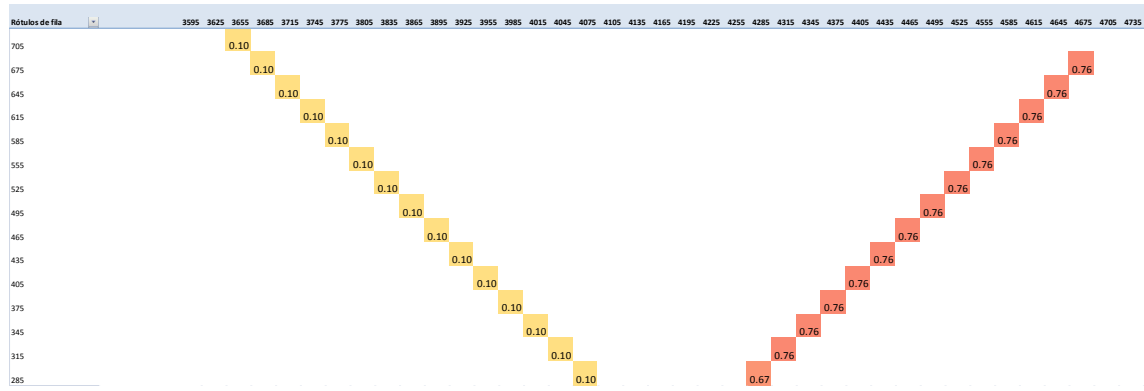
Perfil S-N. E=4165



Vista en Planta cota Z=465

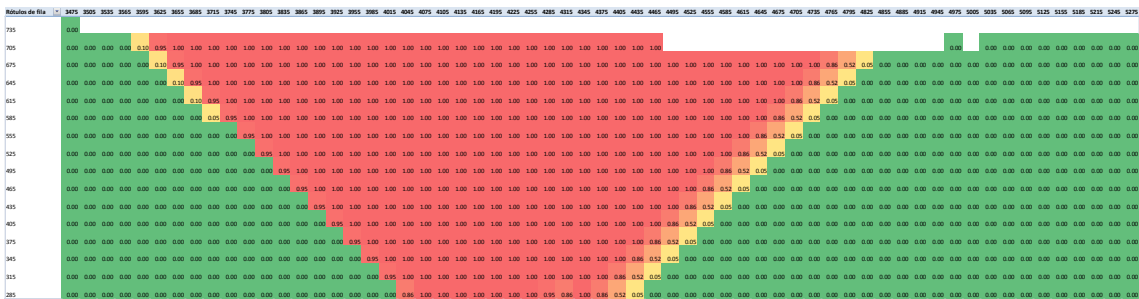


## Zona P<sub>e</sub>



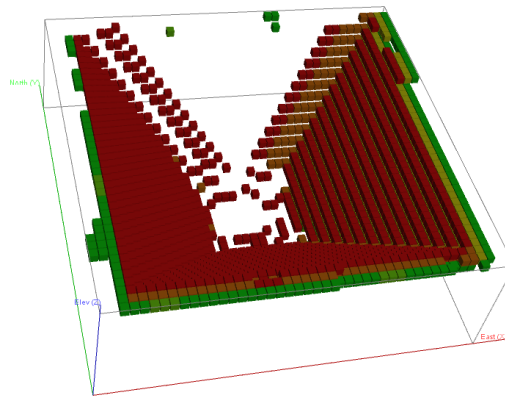
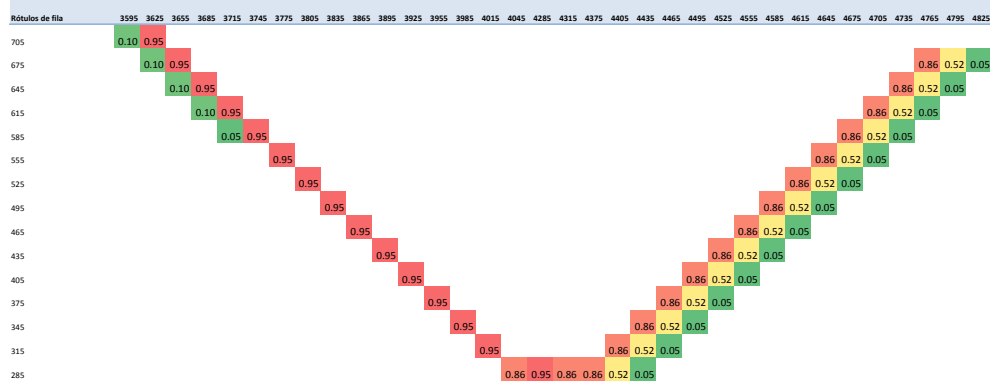
### 8.6.1.2 300 bloques por período

Perfil W-E. N=7440



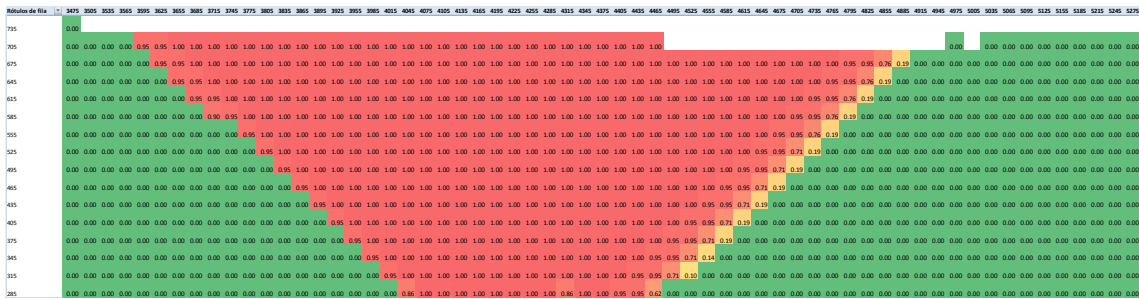


# Zona P<sub>e</sub>



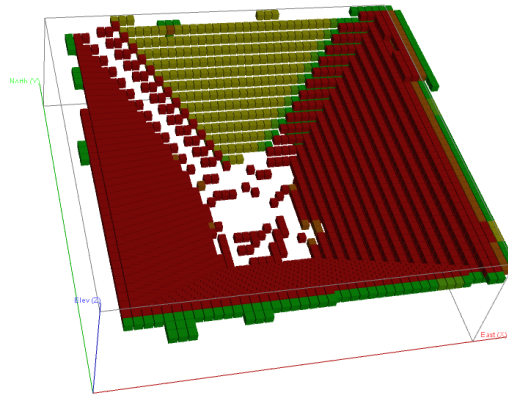
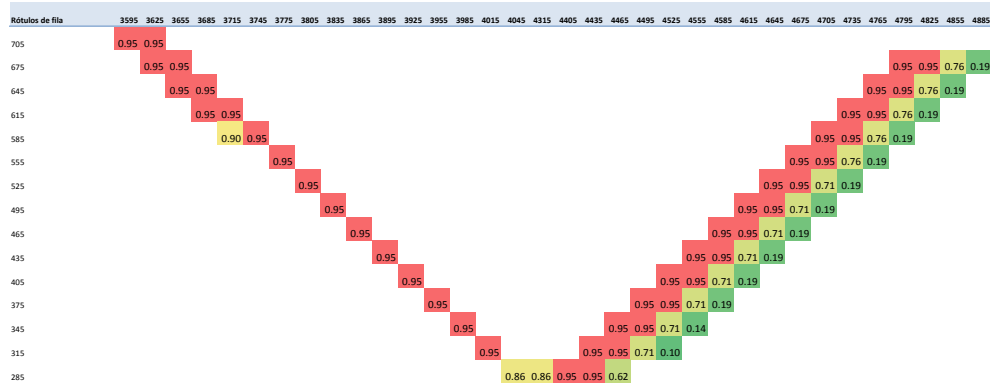
## 8.6.1.3 400 bloques por período

Perfil W-E. N=7440



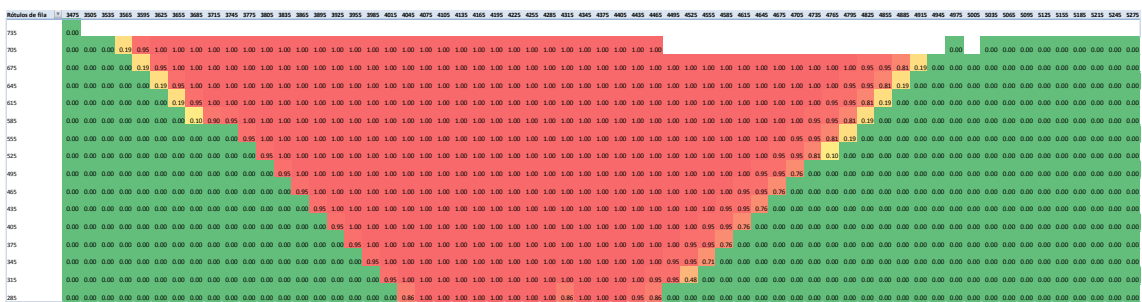


# Zona P<sub>e</sub>



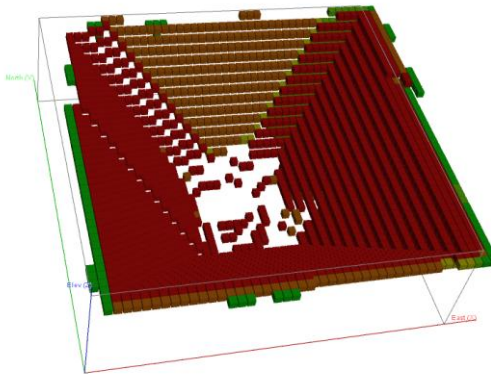
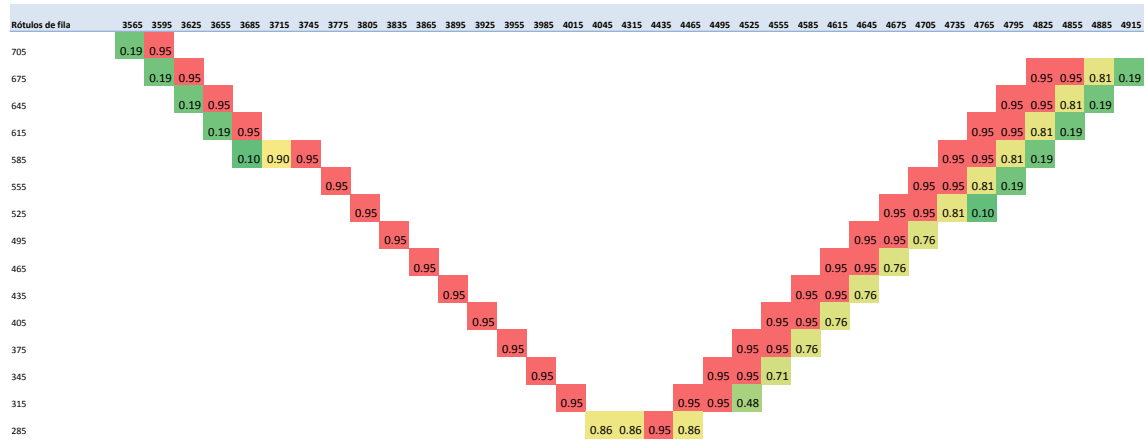
## 8.6.1.4 500 bloques por período

Perfil W-E. N=7440





# Zona P<sub>e</sub>



## 8.6.1.5 600 bloques por período

### Perfil W-E. N=7440



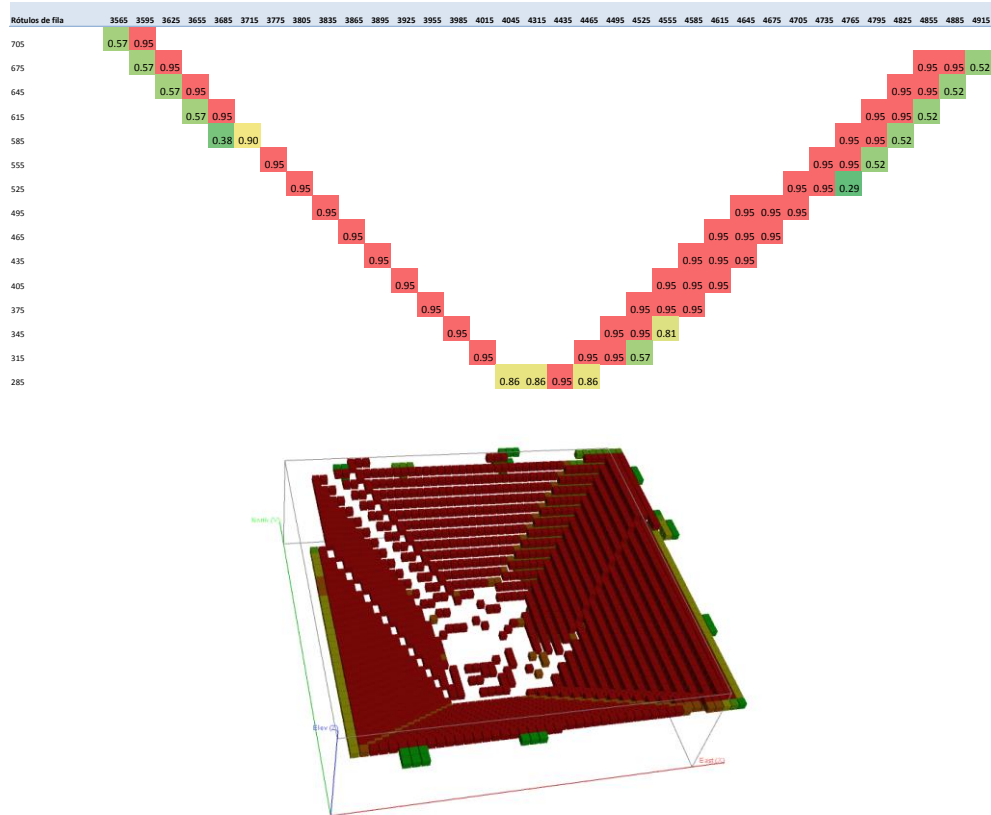






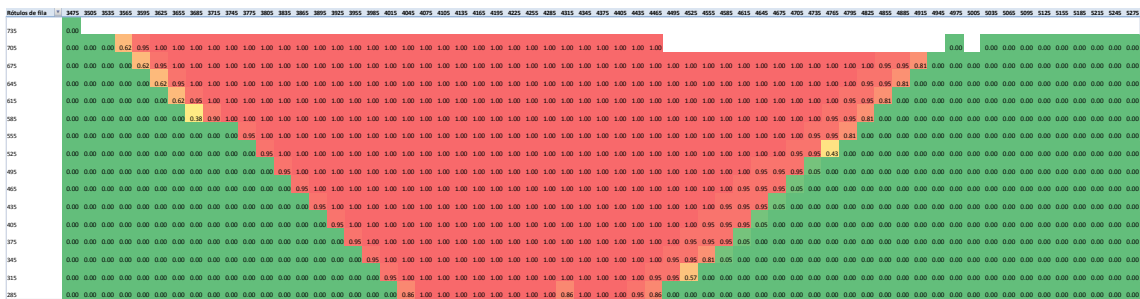


## Zona P<sub>e</sub>



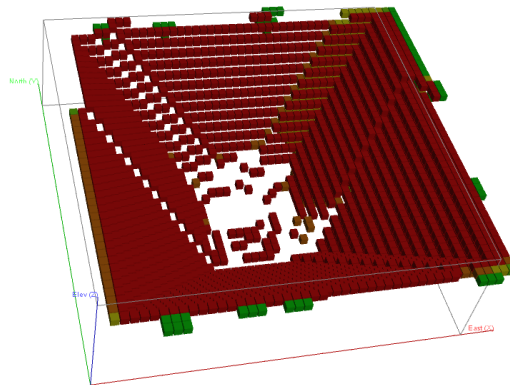
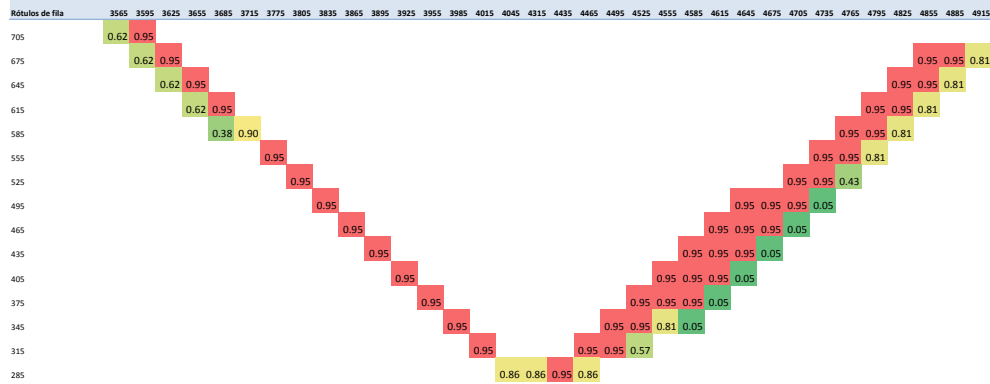
### 8.6.1.7 800 bloques por período

Perfil W-E. N=7440



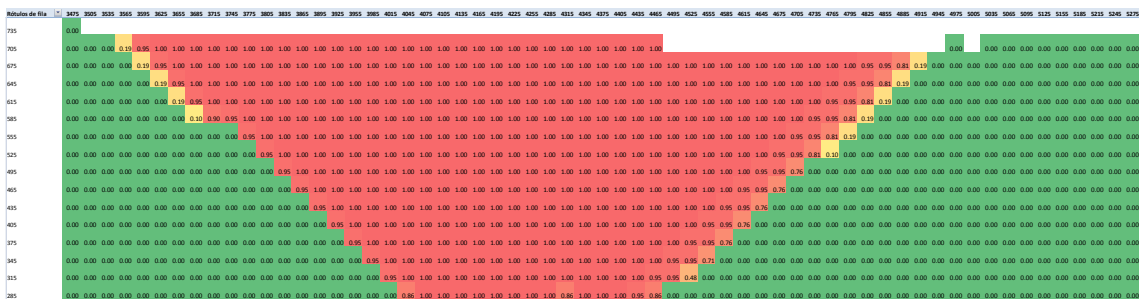


## Zona P<sub>e</sub>



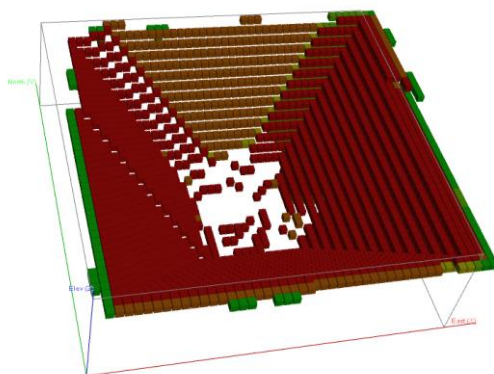
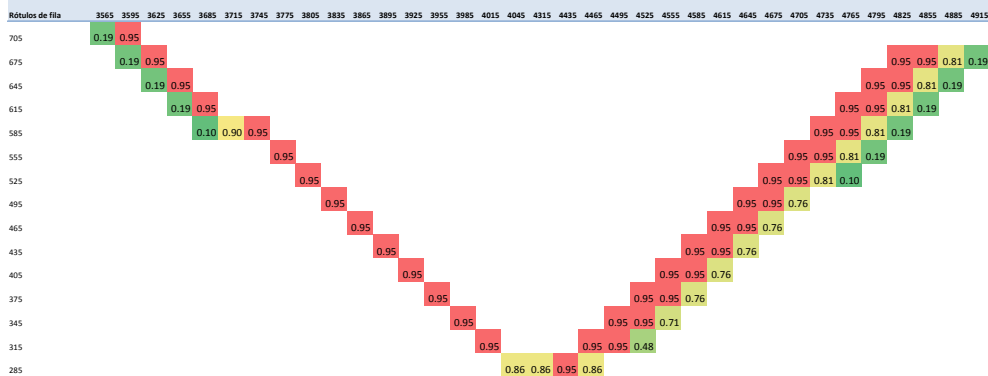
### 8.6.1.8 900 bloques por período

Perfil W-E. N=7440



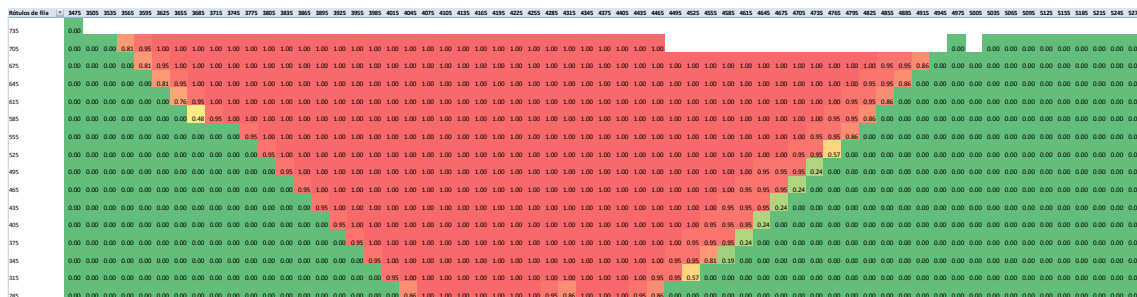


# Zona P<sub>e</sub>



## 8.6.1.9 1000 bloques por período

Perfil W-E. N=7440

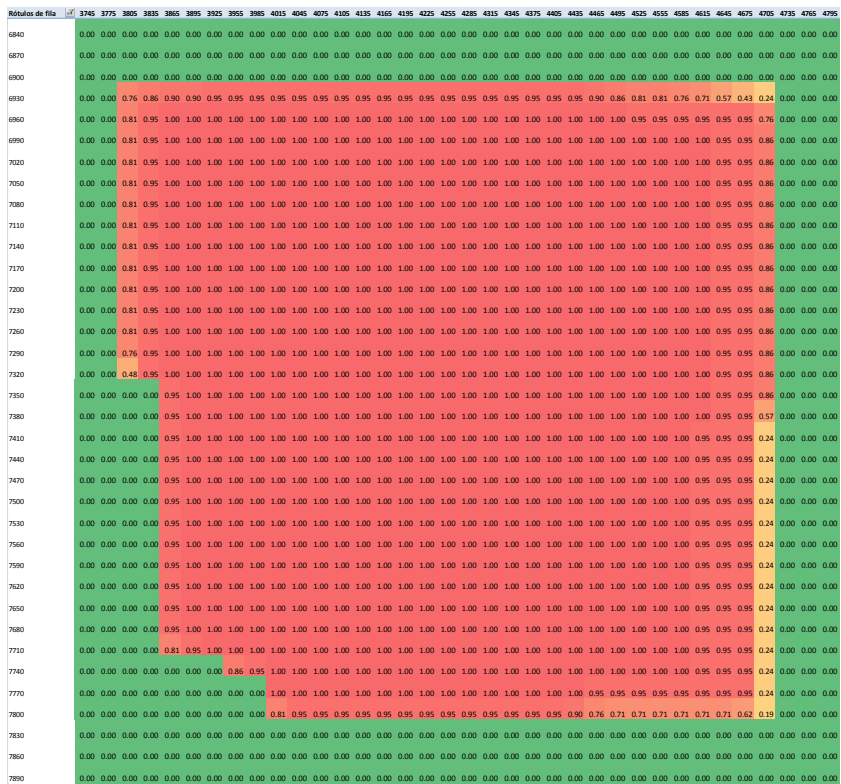




# Perfil S-N. E=4165

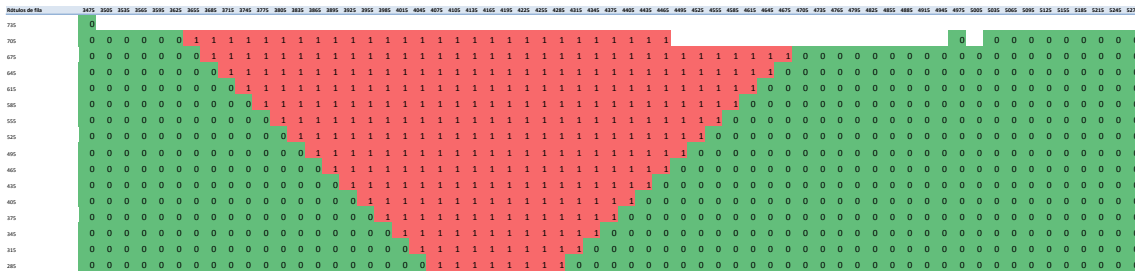


# Vista en Planta cota Z=465

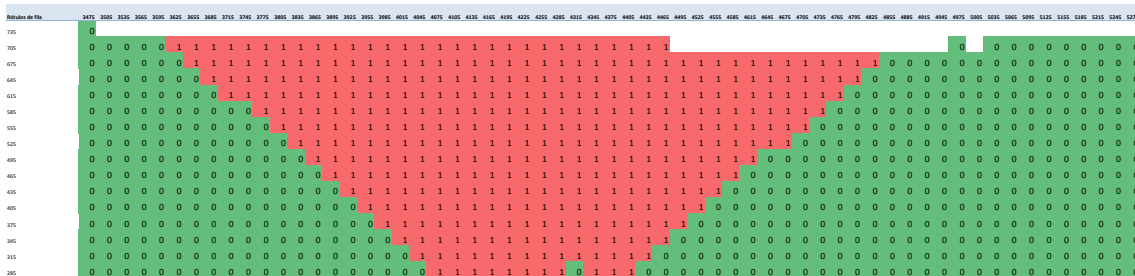




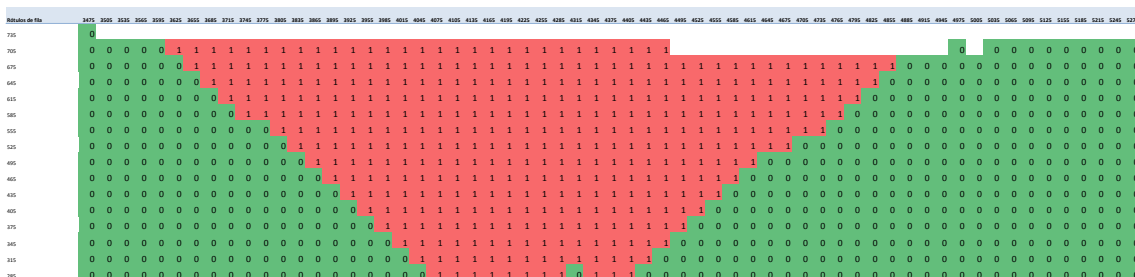
### 8.7.1.2 200 bloques por período



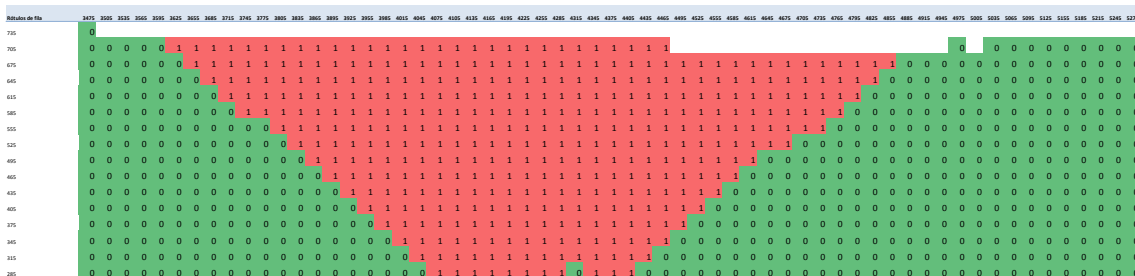
### 8.7.1.3 300 bloques por período



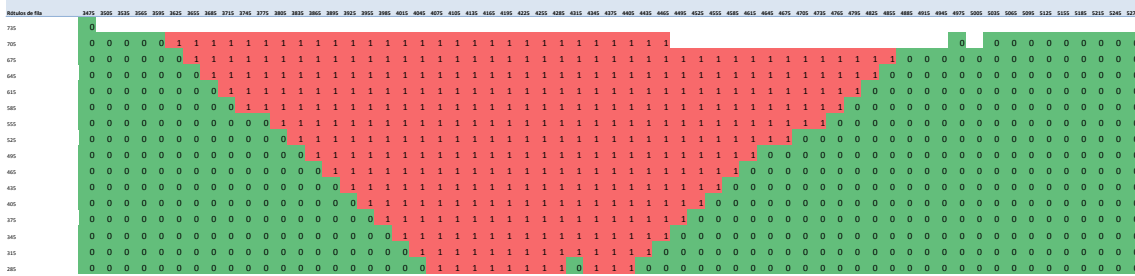
### 8.7.1.4 400 bloques por período



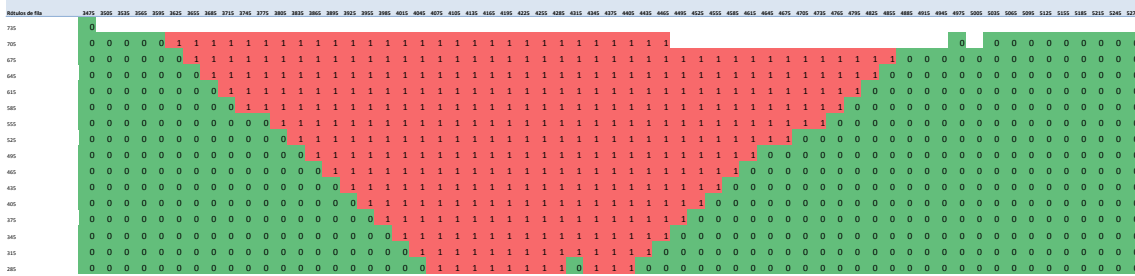
### 8.7.1.5 500 bloques por período



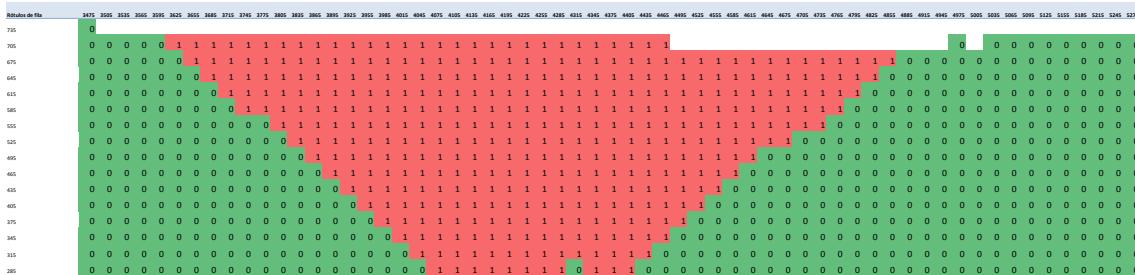
### 8.7.1.6 600 bloques por período



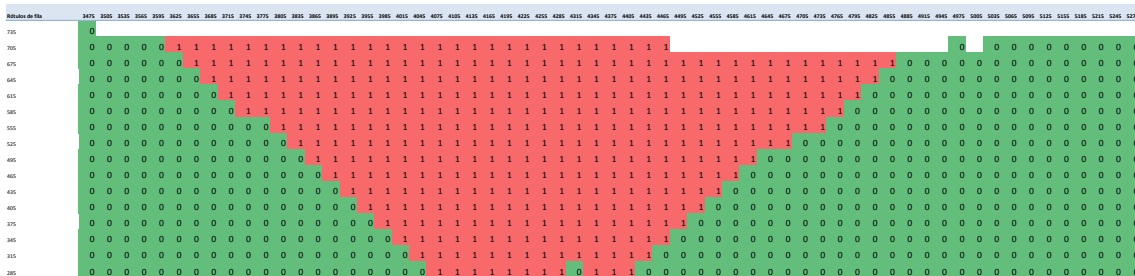
### 8.7.1.7 700 bloques por período



### 8.7.1.8 800 bloques por período



### 8.7.1.9 900 bloques por período



### 8.7.1.10 1000 bloques por período

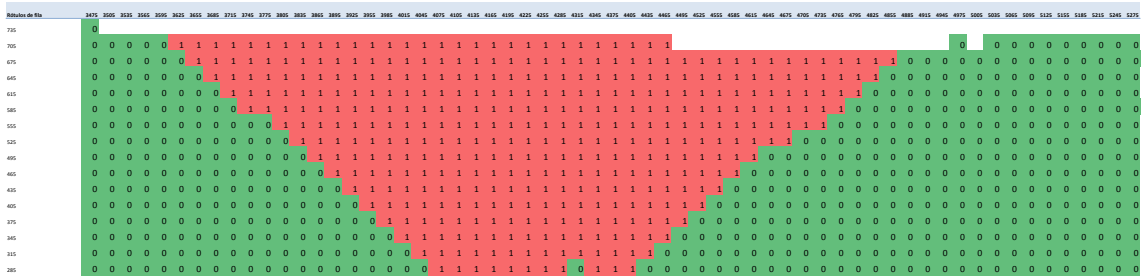


Figura 46: Caso 1000 bloques/período