



**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**INVERSIÓN EN *TRAINING* INCORPORANDO *CAREER*
CONCERNS A LOS AGENTES**

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN ECONOMÍA APLICADA
TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL**

PABLO IGNACIO RUZ ARAYA

SANTIAGO DE CHILE

NOVIEMBRE 2011



**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**INVERSIÓN EN *TRAINING* INCORPORANDO *CAREER*
CONCERNS A LOS AGENTES**

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN ECONOMÍA APLICADA
TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL**

PABLO IGNACIO RUZ ARAYA

**PROFESOR GUÍA:
ALEXANDRE JANIAC**

**COMISIÓN EVALUADORA:
FELIPE BALMACEDA MAHNS
BENJAMÍN VILLENA ROLDÁN
NICOLÁS FIGUEROA GONZÁLEZ
SOFÍA BAUDUCCO**

**SANTIAGO DE CHILE
NOVIEMBRE 2011**

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO
DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL Y GRADO DE
MAGÍSTER EN ECONOMÍA APLICADA
POR: PABLO IGNACIO RUZ ARAYA
FECHA: 18 DE NOVIEMBRE DE 2011
PROF. GUÍA: SR. ALEXANDRE JANIAC

INVERSIÓN EN TRAINING INCORPORANDO CAREER CONCERNS A LOS AGENTES

La teoría de *career concerns* desarrollada por Holmström y otros autores, indica que, mientras se tenga información incompleta sobre el talento del trabajador, éste posee incentivos para esforzarse con el objetivo de sesgar las creencias de la empresa sobre su talento. A su vez, la teoría neoclásica de capital humano, indica que la elevada movilidad de los trabajadores jóvenes conlleva que el empleador debería limitar (o postergar) el gasto en capacitación, para protegerse del aprovechamiento de otras firmas (*poaching*).

Esta tesis modela el problema de inversión (de la firma) en *training* para trabajadores de entre 35 y 45 años de edad, incorporando *career concerns* a los agentes (cuyo talento es desconocido), suponiendo que existe complementariedad entre capital humano y esfuerzo. De esta forma, resolviendo por el método de *value function iteration*, se obtiene un contrato con incentivos implícitos entre empleador y empleado que comprende el nivel de esfuerzo realizado por el agente al producir, junto con el gasto del principal en capital humano. Es importante remarcar que el salario se fija al comienzo del período, es decir, con base en la productividad esperada del individuo (en vez de pagar por resultados). Por lo tanto, las decisiones de las partes tendrán sólo un efecto reputacional y no afectarán los pagos definidos *a priori*.

El contrato implícito determina que, mientras no se conozca el verdadero talento del trabajador, éste elegirá un nivel de esfuerzo elevado para obtener mayores ganancias de la relación laboral. Ahora bien, al igual que en Holmström (1999), en el equilibrio, el principal anticipa el comportamiento del agente, por lo cual, el esfuerzo que elija el empleado deberá satisfacer las expectativas de su empleador (o será mal evaluado). Adicionalmente, la firma querrá aprovechar la complementariedad a través de una fuerte inversión en *training* durante los primeros períodos, obteniéndose un efecto amplificador entre las variables, puesto que el agente también anticipa aquél gasto en capacitación (acorde con su buen rendimiento), y elige esforzarse aún más. Por lo tanto, ambas partes se ven condicionadas por el efecto reputacional que tendrán sus decisiones en períodos futuros. Lo anterior requiere suponer que el impacto marginal de la complementariedad es apropiadamente menor al grado de convexidad correspondiente a las funciones de costo por esfuerzo y gasto en *training*.

Por último, se demuestra (bajo los supuestos de esta tesis) que el nivel inicial de capital humano condiciona las decisiones de las partes. Se presentan ejercicios numéricos para ilustrar el mecanismo, dejando pendiente la calibración del modelo.

Índice

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1	6
REVISIÓN DE LA LITERATURA	6
1.1. Inversión en Capital Humano	6
1.2. Modelos Competitivos	12
CAPÍTULO 2	21
DESCRIPCIÓN DE LA ECONOMÍA	21
2.1. Presentación del Modelo Base	21
2.2. Resolución del Problema Base	25
2.2.1. Planteamiento Problema del Agente en el Último Período	25
2.2.2. Aplicación Metodología de Holmström (1999)	27
2.2.3. Derivación de las CPO para el Último Período	29
2.2.4. Resolución Problema de la Firma en T-1	30
2.2.5. Resolución Problema del Agente en T-1	31
2.2.6. Resolución Problema de la Firma en T-2	32
2.2.7. Resolución Problema del Agente en T-2	33
2.2.8. Resolución Problema de la Firma en T-3	33
2.3. Expresiones Recursivas	34
2.4. Detalle de los Efectos Presentes en el Mecanismo	37
2.4.1. Recordando Holmström (1999)	37
2.4.2. Mecanismo de la Tesis en 3 Períodos	39
2.4.3. Inversión Inicial Creciente en Capital Inicial	42
CAPÍTULO 3	45
RESULTADOS OBTENIDOS	45
3.1. Parámetros a Considerar	45
3.2. Caso Base	45
3.3. Análisis Comparativo	51
3.4. Análisis de Sensibilidad	54
3.4.1. Efecto Amplificador	54
3.4.2. Efecto Opuesto y Cambios de Forma	62

3.4.3. Cambios Imperceptibles	67
3.4.4. Cambios en la Estructura Salarial	68
3.4.5. Modificación de los Costos Marginales	71
3.4.6. Inversión en Capital Creciente en h_1	73
3.4.7. Capital Humano y Esfuerzo como Sustitutos	77
3.4.8. Modelo con Probabilidad de Separación	79
3.5. Análisis del Comportamiento del Esfuerzo	82
CONCLUSIONES	84
BIBLIOGRAFÍA	89
Anexo A: Datos Training OECD	A1
Anexo B: Desarrollo del Problema	B1
Anexo C: Figuras Análisis de Sensibilidad	C1
C.1. ρ_1	C1
C.2. ρ_2	C3
C.3. ρ_3	C5
C.4. δ	C7
C.5. P_1	C9
C.6. P_u	C12
C.7. h_1	C14
Anexo D: Discusión Estructura Salarial	D1
Anexo E: Análisis Comportamiento del Esfuerzo	E1
E.1. Gráficos Componentes en Caso Límite	E1
E.2. Gráficos Caso Base	E2
Anexo F: Demostración i_1 creciente en h_1	F1

Índice de Figuras

Tabla 1. Valores Parámetros para el Caso Base	45
Tabla 2. Valores Arbitrarios para el Caso Base	46
Fig. 1. Inversión en <i>Training</i>	47
Fig. 2. Esfuerzo del Trabajador	47
Fig. 3. Inversión vs Esfuerzo	48
Fig. 4. Comparación de la Inversión en <i>Training</i>	52
Fig. 5. Comparación del Esfuerzo	52
Fig. 6. Inversión en <i>Training</i> con ρ_1	55
Fig. 7. Inversión en <i>Training</i> con P_u	55
Fig. 8. Esfuerzo del Trabajador con ρ_1	57
Fig. 9. Esfuerzo del Trabajador con P_u	57
Fig. 10. Inversión en <i>Training</i> con ρ_2	60
Fig. 11. Esfuerzo del Trabajador con ρ_2	60
Fig. 12. Inversión en <i>Training</i> con P_1	62
Fig. 13. Esfuerzo del Trabajador con P_1	63
Fig. 14. Inversión en <i>Training</i> con δ	64
Fig. 15. Esfuerzo del Trabajador con δ	65
Fig. 16. Inversión en <i>Training</i> con ρ_3	67
Fig. 17. Esfuerzo del Trabajador con ρ_3	68
Fig. 18. Inversión en <i>Training</i> con γ	69
Fig. 19. Esfuerzo del Trabajador con γ	69
Fig. 20. Inversión en <i>Training</i> con a	71
Fig. 21. Esfuerzo del Trabajador con a	72
Fig. 22. Inversión en <i>Training</i> con c	72
Fig. 23. Esfuerzo del Trabajador con c	73
Fig. 24. Inversión en <i>Training</i> con h_1	74
Fig. 25. Esfuerzo del Trabajador con h_1	74
Fig. 26. Inversión en <i>Training</i> con $e_t = 0, \forall t.$	78
Fig. 27. Esfuerzo del Trabajador con $i_t = 0, \forall t..$	79
Fig. 28. Inversión en <i>Training</i> con p	81

Fig. 29. Esfuerzo del Trabajador con p	81
Fig. 30. <i>Ratio</i> Esfuerzo con $\rho_1 = 0$	82
Fig. 31. Evolución s con $\rho_1 = 0$	83
Tabla. A.1. Datos Participación <i>Training</i> OECD (Original de Bassanini y Ok, 2007)	A1
Fig. A.1. Resumen <i>Training</i> OECD (Original de Bassanini y Ok, 2007)	A2
Fig. C.1. Inversión en <i>Training</i> con $\rho_1 = 1$	C1
Fig. C.2. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_1 = 1$	C1
Fig. C.3. Inversión vs Esfuerzo con $\rho_1 = 1$	C1
Fig. C.4. Inversión en <i>Training</i> con $\rho_1 = 0.8$	C1
Fig. C.5. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_1 = 0.8$	C2
Fig. C.6. Inversión vs Esfuerzo con $\rho_1 = 0.8$	C2
Fig. C.7. Inversión en <i>Training</i> con $\rho_1 = 0$	C2
Fig. C.8. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_1 = 0$	C2
Fig. C.9. Inversión vs Esfuerzo con $\rho_1 = 0$	C3
Fig. C.10. Inversión en <i>Training</i> con $\rho_2 = 1$	C3
Fig. C.11. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_2 = 1$	C3
Fig. C.12. Inversión vs Esfuerzo con $\rho_2 = 1$	C3
Fig. C.13. Inversión en <i>Training</i> con $\rho_2 = 0.8$	C4
Fig. C.14. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_2 = 0.8$	C4
Fig. C.15. Inversión vs Esfuerzo con $\rho_2 = 0.8$	C4
Fig. C.16. Inversión en <i>Training</i> con $\rho_2 = 0$	C4
Fig. C.17. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_2 = 0$	C5
Fig. C.18. Inversión vs Esfuerzo con $\rho_2 = 0$	C5
Fig. C.19. Inversión en <i>Training</i> con $\rho_3 = 1$	C5
Fig. C.20. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_3 = 1$	C5
Fig. C.21. Inversión vs Esfuerzo con $\rho_3 = 1$	C6
Fig. C.22. Inversión en <i>Training</i> con $\rho_3 = 0.5$	C6
Fig. C.23. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_3 = 0.5$	C6
Fig. C.24. Inversión vs Esfuerzo con $\rho_3 = 0.5$	C6
Fig. C.25. Inversión en <i>Training</i> con $\rho_3 = 0$	C7
Fig. C.26. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_3 = 0$	C7

Fig. C.27. Inversión vs Esfuerzo con $\rho_3 = 0$	C7
Fig. C.28. Inversión en <i>Training</i> con $\delta = 0.6$	C7
Fig. C.29. Esfuerzo del Trabajador con $\delta = 0.6$	C8
Fig. C.30. Inversión vs Esfuerzo con $\delta = 0.6$	C8
Fig. C.31. Inversión en <i>Training</i> con $\delta = 0.4$	C8
Fig. C.32. Esfuerzo del Trabajador con $\delta = 0.4$	C8
Fig. C.33. Inversión vs Esfuerzo con $\delta = 0.4$	C9
Fig. C.34. Inversión en <i>Training</i> con $\delta = 0.05$	C9
Fig. C.35. Esfuerzo del Trabajador con $\delta = 0.05$	C9
Fig. C.36. Inversión vs Esfuerzo con $\delta = 0.05$	C9
Fig. C.37. Inversión en <i>Training</i> con $P_1 = 10$	C10
Fig. C.38. Esfuerzo del Trabajador con $P_1 = 10$	C10
Fig. C.39. Inversión vs Esfuerzo con $P_1 = 10$	C10
Fig. C.40. Inversión en <i>Training</i> con $P_1 = 1$	C10
Fig. C.41. Esfuerzo del Trabajador con $P_1 = 1$	C11
Fig. C.42. Inversión vs Esfuerzo con $P_1 = 1$	C11
Fig. C.43. Inversión en <i>Training</i> con $P_1 = 0.01$	C11
Fig. C.44. Esfuerzo del Trabajador con $P_1 = 0.01$	C11
Fig. C.45. Inversión vs Esfuerzo con $P_1 = 0.01$	C12
Fig. C.46. Inversión en <i>Training</i> con $P_u = 10$	C12
Fig. C.47. Esfuerzo del Trabajador con $P_u = 10$	C12
Fig. C.48. Inversión vs Esfuerzo con $P_u = 10$	C12
Fig. C.49. Inversión en <i>Training</i> con $P_u = 0.5$	C13
Fig. C.50. Esfuerzo del Trabajador con $P_u = 0.5$	C13
Fig. C.51. Inversión vs Esfuerzo con $P_u = 0.5$	C13
Fig. C.52. Inversión en <i>Training</i> con $P_u = 0.01$	C13
Fig. C.53. Esfuerzo del Trabajador con $P_u = 0.01$	C14
Fig. C.54. Inversión vs Esfuerzo con $P_u = 0.01$	C14
Fig. C.55. Capital Humano con $h_1 = 100$	C14
Fig. C.56. Capital Humano con $h_1 = 10$	C14
Fig. C.57. Capital Humano con $h_1 = 1$	C15

Fig. C.58. Capital Humano con $h_1 = 0$	C15
Fig. D.1. Productividad v/s Salario como función del <i>Training</i>	D1
Fig. E.1. <i>Ratio</i> con $\rho_1 = 0$	E1
Fig. E.2. <i>Ratio s</i> con $\rho_1 = 0$	E1
Fig. E.3. <i>Ratio</i> e_{t+1}/e_t con $h_1 = 0$	E1
Fig. E.4. <i>Ratio</i> con $h_1 = 0$	E1
Fig. E.5. <i>Ratio s</i> con $h_1 = 0$	E2
Fig. E.6. Evolución <i>s</i> con $h_1 = 0$	E2

INTRODUCCIÓN

La decisión de cuánto invertir en *training* es un problema muy importante en la relación laboral entre empleador y empleado. Esto se debe a que el gasto en formación de capital humano que elijan las partes, afectará fuertemente los ingresos de la firma y también el bienestar individual de cada trabajador. En el caso del empleado, un nivel más elevado en las competencias que posee o haber desarrollado nuevas habilidades, conlleva que se incrementen sus posibilidades de acceder a un mejor empleo (*i. e.* mayor salario, mejores prestaciones, etc.). Por otro lado, desde la perspectiva del empleador, al contratar un trabajador más capacitado, se tiene que la productividad de la firma aumentará. Luego, como los excedentes de la relación laboral se incrementan, el principal obtendrá una mayor ganancia en relación a lo que recibe cuando el empleado es pobre en capital humano.

El aporte de esta tesis es que enriquece la visión clásica del gasto en *training* realizado por las empresas¹. Esto se logra al modelar el problema incorporando *career concerns* a los agentes (tal que el talento del trabajador es desconocido para ambas partes de la relación laboral), asumiendo que existe complementariedad entre el capital humano del empleado y el esfuerzo que éste coloca en producir, junto con suponer costos de ajuste para representar el incremento en dificultad que existe cuando se adquieren conocimientos más específicos, en vez de un dominio básico sobre diversos temas. Luego, a partir de los incentivos implícitos se estudia el por qué podría existir un elevado nivel de inversión en la capacitación de trabajadores *prime age*² (en relación a los segmentos etarios posteriores).

¹ Situación en que se tiene un problema del tipo agente - principal.

² En el rango etario 36-45 años se denomina a los trabajadores '*prime age*', referenciando que esa etapa es el mejor momento de su vida laboral (*i. e.* aún jóvenes, pero con experiencia en el mercado laboral).

En las últimas décadas se han publicado múltiples trabajos empíricos que estudian el impacto del *training* en los salarios y la productividad (OECD, 1994, 1999a, 2001; Baker, Gibbs y Holmström, 1994a; Mortensen, 2005; Bassanini, 2007; entre otros). Las conclusiones de estos *papers* son diversas, considerando que cada uno de los autores (u Organización) toma un enfoque distinto. Sin embargo, todos ellos confirman lo planteado por la teoría clásica, la cual predice un decaimiento progresivo en la inversión que realizan las firmas para la formación de capital humano, a medida que el trabajador se va haciendo más viejo³. Por otra parte, los avances en teoría de contratos desarrollados por Holmström (1999), junto con los trabajos de Dewatripont, Jewitt y Tirole (1999a y b), estudian los incentivos implícitos que tiene el trabajador con *career concerns* para esforzarse mucho en las primeras etapas de su vida laboral, conforme su talento sea conocido de forma incompleta por el mercado.

A la fecha, no se conoce un trabajo que estudie el potencial impacto que tiene comportamiento del agente con *career concerns*, sobre la decisión del principal período a período respecto de cuánto gastar en *training*. Luego, esta tesis analiza el problema de inversión⁴ a partir de un modelo aditivo, donde la productividad estará determinada por el impacto del esfuerzo, el capital humano, además de los supuestos ya mencionados (complementariedad, costos de ajuste para la inversión, etc.).

La metodología utilizada aquí se basa fuertemente en Holmström (1999), separando las decisiones entre las partes, es decir, el empleado escoge su nivel de esfuerzo, mientras que la firma debe decidir cuánto invertir en capital humano. De esta forma, se establecerán incentivos para ambas partes de la relación laboral a través de un contrato implícito entre ellas. Este acuerdo tácito entre empleador y empleado, determina que el agente escogerá un nivel de esfuerzo más elevado al producir⁵ en los períodos iniciales de la relación laboral (mientras no se conozca perfectamente su

³ Es decir, conforme pasan los períodos de la vida laboral del individuo, el tiempo que se tiene para recuperar la inversión se reduce.

⁴ Un supuesto (potencialmente) implícito que se realiza al modelar el problema es que el capital humano entregado es específico a la firma que emplea al individuo. Esto se discutirá más adelante.

⁵ Tal que pueda obtener un mayor salario.

talento). La razón detrás de su comportamiento corresponde a que la firma sólo puede observar la productividad del trabajador, luego el esfuerzo representa una oportunidad para el individuo de señalar un talento superior al que realmente posee. Ahora bien, al igual que en Holmström (1999), en equilibrio el empleado no puede engañar al empleador, puesto que la firma anticipa el comportamiento del trabajador, quién se verá condicionado a cumplir lo que se espera de él o será evaluado negativamente. Aún así, como consecuencia del supuesto de complementariedad entre capital humano y esfuerzo, el principal reconoce en el agente a un tipo que le podría traer mayores ganancias si se le capacita correctamente. Por lo tanto, la firma decide invertir fuertemente en *training* para el trabajador durante las primeras etapas de la relación laboral, mientras se va conociendo al individuo a través de su historial de productividad y se produce la revelación progresiva de su talento con el paso de los períodos. Además, tal y como ocurría para el esfuerzo, aquí el trabajador es capaz de anticipar el gasto en capacitación que hace la firma con base en su rendimiento, condicionando así la decisión del empleador. De esta forma, existe un efecto amplificador entre las variables de decisión, es decir, la preocupación por la reputación individual que tienen las partes bajo complementariedad resultará en una productividad por sobre lo que se obtiene en ausencia de ese supuesto. Ahora bien, como se estudiará más adelante, existen ciertas condiciones sobre los parámetros que resultan determinantes para establecer cuándo este resultado se sostiene. Además, es importante notar que, como en el equilibrio el trabajador no puede “engañar” a la firma (quién anticipa cierto nivel de esfuerzo), la intención del empleado de “sesgar el proceso a su favor⁶” no se sostiene en el tiempo, de modo que el esfuerzo y (por consiguiente), la inversión exhibirán un comportamiento decreciente con el paso de los períodos.

Un supuesto clave para mantener los incentivos compatibles, es que los agentes buscan desarrollar una carrera al interior de una firma en particular (aún cuando exista la posibilidad de separación). Sin embargo, al considerar la elevada movilidad laboral que se evidencia en los primeros años de la vida laboral (entre los 26 y 35 años), para

⁶ Parafraseando a Holmström (1999).

asumir lo anterior⁷, será necesario restringir el análisis considerando sólo a trabajadores que se ubican desde el segmento etario posterior (entre 36 y 45 años) en adelante. Otro supuesto importante para el modelo es una estructura salarial que refleje el mayor poder de negociación de la firma (mercado laboral imperfectamente competitivo), a la vez que el pago al trabajador sea en directa relación a su productividad marginal (*i. e.* una fracción de ésta). Luego, dado que el talento se mantiene desconocido⁸, se tienen los incentivos por parte del trabajador para esforzarse período a período durante toda la relación laboral.

Otro aspecto interesante que se rescata de la metodología propuesta aquí, es la persistencia observada para el gasto que realizan las firmas en *training*. Es decir, en las primeras etapas de la relación laboral, el principal tendrá incentivos para invertir fuertemente en la capacitación del trabajador y, a medida que pasan los períodos, este gasto decaerá suavemente, “estabilizándose⁹” en la etapa intermedia, para luego decaer hasta volverse cero al término de la vida laboral del individuo. Este comportamiento para la inversión en *training* se explica por la combinación de tres efectos (derivados de la metodología utilizada). El primero de ellos es el aumento en la precisión con la cual se conoce el talento del trabajador, lo cual tiene como consecuencia que el empleado tendrá menos incentivos para esforzarse (Holmström, 1999)¹⁰. Luego, su productividad marginal decae, por lo que, en presencia de complementariedad, la inversión será cada vez menor por parte de la firma. El segundo efecto corresponde al impacto de la dinámica asociada al capital humano, ya que éste se deprecia a una tasa $\delta \in (0,1)$, la cual determina que lo invertido en el período t , afectará lo que se produce en los períodos $t+1$ en adelante. Debido a esto, la disminución progresiva de la inversión en capacitación ocurre de forma suave, a medida que se reduce el horizonte temporal para que la firma pueda obtener retornos de aquel gasto. El último efecto corresponde al costo de ajuste para la inversión (se asume una

⁷ En el capítulo destinado a revisar la literatura se presenta evidencia empírica que permita sostener este supuesto.

⁸ Existen creencias iniciales compartidas por empleado y empleador que se actualizan con el paso de los períodos.

⁹ Con mayor o menor claridad dependiendo de los parámetros del problema.

¹⁰ Adicionalmente se tiene la mayor proximidad al término de la relación laboral como una potencial causa de este fenómeno, pero la tesis mostrará que el comportamiento de la inversión y el esfuerzo estarán determinados por la existencia de *career concerns* y la complementariedad entre las dos variables de decisión.

forma funcional convexa para este gasto), el cual se considera para ilustrar que, conforme la especificidad de los conocimientos aumenta, estos se vuelven más difíciles de adquirir (*i. e.* más costosos en términos del tiempo que requiere dominarlos). De esta forma, una vez que el verdadero talento del individuo se conoce con una precisión lo suficientemente elevada¹¹, la firma mantendrá un nivel de gasto estable con el fin de reemplazar la pérdida de valor en capital humano que resulta de la depreciación; derivando así en un comportamiento persistente para la inversión¹².

Una revisión al informe “*Employment Outlook*” realizado por la OECD (1999b), permite notar que la relación entre edad y *training* “aún no se entiende por completo”. Aquél trabajo referencia a Warr (1994), indicando que “estudios gerontológicos sugieren una mayor dificultad para aprender rápidamente cuando el material nuevo es muy diferente del que se dominaba previamente”. Pero concluye notando que “la edad no es un impedimento *per se* para el potencial productivo de los individuos [según indica la evidencia empírica hasta ese punto]”, de modo que los programas de *training* “deberían adaptarse” para continuar desarrollando el potencial productivo de trabajadores más viejos¹³. Luego, a partir de datos de la IALS¹⁴, la OECD (1999b) sugiere mantener al trabajador en un “ambiente de aprendizaje”.

Los resultados del modelo desarrollado aquí, ilustran la recomendación anterior en el comportamiento del gasto en capacitación que realizan las firmas. Esto se tiene, ya que el camino que sigue la inversión en *training* exhibe persistencia en su evolución a medida que avanzan los períodos. Lo anterior representaría la posibilidad de adaptar el proceso de entrenamiento de trabajadores más viejos, de manera que el individuo pueda desarrollar sus habilidades adquiridas a través del *training* (impidiendo que ellas se deterioren por desuso).

¹¹ En esta situación, la caída en el nivel de esfuerzo que escoge el trabajador, se traduce en que la firma tendrá menos incentivos para invertir en el empleado (en relación a lo que ocurría para los primeros períodos).

¹² La caída en el gasto en *training* que se aprecia al final de la relación laboral, corresponde al menor horizonte temporal que tiene el empleador para obtener retornos.

¹³ El informe reconoce la existencia de peligros asociados a la edad (problemas de salud, posibilidad de retiro, etc.).

¹⁴ *International Adult Literacy Survey*.

CAPÍTULO 1

REVISIÓN DE LA LITERATURA

1.1. Inversión en Capital Humano

Una revisión de la literatura sobre inversión en capital humano, da cuenta que los economistas han mantenido una importante discusión desde la década de 1960 (a partir del trabajo de Gary Becker), estudiando si el nivel de inversión en *training* es óptimo y, en caso de no serlo, a qué se debe esta situación. Junto con lo anterior, se han desarrollado múltiples trabajos buscando responder: ¿Quién se beneficia de los retornos del *training*? y, como consecuencia de ello, ¿quién posee los incentivos para realizar el gasto en capital humano?

Un análisis preliminar del problema concerniente a la inversión en capital humano, permite identificar fácilmente algunas de las principales dificultades que se presentan en la situación a estudiar. Primeramente, existe la posibilidad cierta que el empleado se encuentre restringido del mercado de crédito, por lo cual sólo el empleador podría proveerle con los recursos para capacitarse. Luego, si la firma decide pagar por el *training* del trabajador, existe un evidente riesgo de no recuperar la inversión, ello se debe a que el empleado puede ser contratado por otra empresa antes de tiempo (*i. e. poaching*). De este modo, el empleador que hace el gasto no recibe la totalidad del retorno asociado al incremento en el nivel de capital humano del empleado; lo cual, evidentemente, desincentiva la inversión en *training* por parte de la firma. Un segundo problema corresponde al riesgo moral asociado al desempeño del trabajador en la firma, esto es, cuánto esfuerzo decide poner el agente en producir.

Estos dos problemas son fundamentales para determinar el retorno que espera obtener el empleador y, en el caso que la política salarial de la firma así lo considere,

serán claves para establecer cuánto recibirá el empleado en cada período. De esta forma, al estudiar el problema de la inversión en *training*, el enfoque de este trabajo estará en dos decisiones claves: cuánto invierte la firma en capital humano y cuánto se esfuerza el trabajador en producir¹⁵.

El análisis del problema de *poaching* realizado por Becker (1964) muestra que, bajo condiciones de competencia perfecta entre los trabajadores entrenados, no existen incentivos para que la firma invierta en *training* que pudiese beneficiar a otros empleadores. De este modo, el principal se protege frente a tal posibilidad, restringiendo cuánto gasta en la formación de capital humano. Es importante notar que, en ese mismo trabajo, el autor establece que existen diferencias entre habilidades específicas y generales, en términos de lo útil que ellas pueden ser para una u otra firma. Las habilidades generales aumentan la productividad marginal del trabajador para cualquier firma, mientras que las específicas, sólo poseen este efecto para una empresa en particular¹⁶. Cabe notar que en el trabajo desarrollado aquí, las condiciones de competencia en el mercado laboral no corresponden a lo establecido por Becker¹⁷. Aún así, su resultado sirve como contrapunto para lo establecido por los autores que se presentan a continuación.

En la década de 1990, Acemoglu y Pischke desarrollan una serie de trabajos que presentan resultados distintos de lo previamente establecido, argumentando que sí existen incentivos para que la firma invierta en el desarrollo de habilidades generales. Ellos plantean (Acemoglu y Pischke, 1999a), que debido a las imperfecciones del mercado se produce una compresión de la estructura de los salarios. De este modo los trabajadores no reciben su producto marginal completo cuando cambian de empleo, sino que un monto menor. Tal situación incentiva la inversión en *training* por parte de las firmas, independiente de las posibles restricciones en el mercado crediticio que

¹⁵ En ambos casos desde un enfoque período a período, no de forma agregada (cuánto invierte la firma en *training* durante toda la relación laboral).

¹⁶ Tales definiciones hacen referencias a habilidades generales y específicas en el sentido más puro posible.

¹⁷ Las características de la economía a considerar se exponen en el capítulo siguiente.

podiera tener el trabajador, ó del régimen que se esté considerando (competitivo o no competitivo, cooperativo o no cooperativo).

En su trabajo siguiente (Acemoglu y Pischke, 1999b), los autores, a partir de previos análisis que consideran la presencia del salario mínimo (Acemoglu y Pischke, 1998c) y sindicatos (Acemoglu y Pischke, 1999a), concluyen que, al incorporar tales elementos, se producen distorsiones en el mercado laboral que permiten la compresión de la estructura salarial, lo cual incentiva la inversión en *training* por parte de las firmas. Ahora bien, ellos encuentran (Acemoglu y Pischke, 1999b), que las externalidades resultantes por fricciones en el mercado producen un nivel sub-óptimo de inversión por parte del agente y principal, ya que ninguno considera los efectos del *training* en la contraparte. Además, si bien existen complementariedades entre los sistemas de *training* y los regímenes de regulación, realizar cambios en las instituciones puede no ser una alternativa efectiva para elevar el nivel de inversión hacia el óptimo social, e incluso es posible que resulte contraproducente a la hora de corregir los problemas de externalidades. De este modo, la intervención de un planificador central no es necesariamente eficiente para corregir el problema de subinversión en *training*.

Además de lo recién expuesto, Acemoglu y Pischke (1998a) establecen que si existen asimetrías de información entre principal y agente, entonces los trabajadores más hábiles (cuando ello y el entrenamiento son complementos), pueden entregar mayores retornos para la firma al invertir en *training*. Ello incentiva al principal a gastar más en la formación de capital humano para los individuos más talentosos¹⁸. Otro aspecto interesante que se presenta en aquél *paper* es lo que ocurre en Alemania, donde la mediana correspondiente al número de empleos que mantienen los trabajadores jóvenes en sus primeros diez años de vida laboral es uno ó dos. Lo anterior se contrapone a lo expuesto por Topel y Ward (1992), quienes presentan el resultado empírico para la misma situación anterior en Estados Unidos y el valor que se obtiene para la mediana en tal caso es seis. Luego, se tiene un escenario con elevada

¹⁸ Este tipo de complementariedad no es considerado en el desarrollo del trabajo que se presenta aquí, ello se debe a querer simplificar la resolución del problema central que aborda la tesis.

movilidad y baja inversión en *training* (caso EE.UU.) y otro donde la situación se invierte (caso Alemania), lo cual corresponde a dos posibles equilibrios identificados por Acemoglu y Pischke (1999b). Este dato es relevante para los supuestos que se introducen al describir la economía a considerar.

La evidencia empírica expuesta en Bassanini y Ok (2007) apoya lo planteado por Acemoglu y Pischke (1999a y 1999b). En particular considerando una forma de capacitación que se lleva a cabo en países de la OECD denominada “*CVT Courses*”¹⁹. Ya que para este tipo de *training* ocurre que (salvo en tres países²⁰) los empleadores cubren más de un 70% del costo de los cursos²¹. Lo anterior, a su vez se condice con lo planteado por otros trabajos empíricos (e. g. Neal, 1995) y teóricos (e. g. Stevens, 1994 y Bishop, 1996); en los cuales los autores cuestionan la existencia (en abundancia) de ejemplos para capital humano específico. A modo de ejemplo, Stevens (1994) presenta como alternativa la existencia de habilidades transferibles²² cuya valoración está condicionada al empleador²³.

Lo anterior cobra importancia, puesto que bajo los supuestos que considera el modelo de esta tesis (trabajador con *career concerns* que busca desarrollarse en una cierta firma y es ella quién paga por el *training*), una conclusión posible es que el capital humano entregado sea puramente específico al empleador actual. Ahora bien, recordando que en esta tesis inicialmente se había planteado como supuesto un mercado laboral imperfecto, se tiene que al establecer el tipo de *training* que recibirá el trabajador, se puede seguir lo planteado por Acemoglu y Pischke (1999a). Estos

¹⁹ *Continuous Vocational Training*: Cursos de capacitación que (de acuerdo a Bassanini y Ok), “representan la mayor fuente de educación y entrenamiento para la fuerza de trabajo adulta en los países de la OECD” y que corresponde a capital humano general según el informe para la OECD (Bassanini y Ok 2007).

²⁰ Italia, Suiza e Irlanda según Bassanini y Ok (2007).

²¹ En las tres excepciones los empleadores cubren la mitad del costo de los cursos.

²² Lazear (2003) presenta un enfoque similar en su modelo, el cual considera que la valoración de las habilidades (cualesquiera sean) corresponde al empleador, de modo que cada firma diferente tendrá un vector de ponderadores que determina la relevancia de (cada uno de) los conocimientos del individuo.

²³ Bishop (1996) considera que cada empleador busca un conjunto particular de habilidades, de modo que cada componente de esta ‘mezcla’ es general pero el conjunto es específico.

autores consideran que en presencia de imperfecciones en el mercado laboral²⁴, habilidades tecnológicamente generales pasan a ser *de facto* específicas²⁵. A su vez, estas características del mercado (e. g. costos de movilidad laboral, etc.), determinan que la estructura salarial se comprime, con lo cual la firma tendrá incentivos para invertir en *training* de tipo general²⁶.

Es importante notar que los supuestos establecidos para esta tesis y la metodología utilizada, presentan diferencias respecto de lo considerado por aquellos autores. Acemoglu y Pischke (1999a) construyen un modelo de dos períodos, donde en el primero de ellos ambas partes deciden cuánto invertir en *training*²⁷. En el segundo período, el trabajador decide si se queda en la misma firma con un sueldo que depende de su nivel de capital humano (τ), ó si acepta una nueva oferta (*outside wage*), que también es una función de τ . Por otra parte, el modelo que se presenta aquí, considera un horizonte temporal discreto, finito (T períodos), donde el trabajador se encuentra restringido del mercado crediticio (*i. e.* no tiene posibilidad de invertir en capital humano).

Sin duda el análisis de Acemoglu y Pischke (1999a y 1999b) es teóricamente más rico que el presentado aquí. Lo anterior es especialmente cierto considerando la multiplicidad de escenarios estudiados²⁸; además las formas funcionales no son explícitas y el enfoque corresponde a encontrar resultados derivados de la competencia entre firmas por los servicios del trabajador. Por otra parte, en el modelo que se plantea aquí, el análisis es más acotado, se piensa al trabajador como un individuo que ya ha

²⁴ Estas imperfecciones conllevan que “el empleado no recibe su productividad marginal completa cuando cambia de empleo” (Acemoglu y Pischke, 1999a). Lo anterior determina que la estructura salarial se comprime, lo cual es coherente con los supuestos anteriores.

²⁵ Siguiendo lo planteado en el pie de página 1 de Acemoglu y Pischke (1999a): “En la teoría estándar son las firmas quienes pagan por habilidades que son específicas, y cuáles de ellas poseen esta característica está determinado por la tecnología. En contraste, el enfoque [de ese trabajo] está en habilidades que son generales tecnológicamente, en el sentido que (sin fricciones) ellas pueden serle útiles a otros empleadores. La estructura y las instituciones del mercado serán determinantes (en equilibrio) para saber cuáles habilidades son efectivamente específicas”.

²⁶ Acemoglu y Pischke (1999a).

²⁷ Capital humano general en este caso.

²⁸ En particular en Acemoglu y Pischke (1999a).

pasado por la etapa inicial en la que ocurre una fuerte movilidad laboral, y se encuentra interesado en desarrollar una carrera en la empresa que lo ha contratado. Con la salvedad que ésta desconoce el talento del *manager*²⁹ y no puede observar cuánto éste se esfuerza al producir, pero en el equilibrio es capaz de anticiparlo.

La teoría de contratos que se busca integrar al problema de inversión en *training* corresponde al trabajo de Holmström (1999). Éste considera (en su forma más simplificada) que el *manager* (o trabajador) posee un talento desconocido para sí mismo y el mercado, además de una carrera que busca desarrollar, todo lo cual determina el nivel de productividad del agente. Luego, existe la oportunidad de relacionar esta teoría con el problema de inversión en *training*, donde la productividad marginal que se obtiene determina la eficiencia del gasto en capital humano. Ello es particularmente relevante debido a que, según plantea Malcomson et al. (1997), en presencia del problema de asimetrías de información, existe la posibilidad que la firma reniegue de su promesa en *training*. De este modo, las ineficiencias en términos de sub-inversión en la formación de capital humano no se restringen al *poaching*, sino que también a los incentivos que poseen la firma y agente para maximizar sus retornos.

Por lo tanto, manteniendo la compatibilidad de los incentivos en la forma de un contrato implícito, se mostrará que el nivel óptimo de esfuerzo para el trabajador será muy alto en los períodos iniciales³⁰, para luego decaer rápidamente, a medida que su talento sea descubierto con mayor precisión³¹ por el mercado (recordando que el comportamiento del trabajador estará condicionado por las expectativas que se crea la firma respecto de su nivel de esfuerzo). De esta forma, lo anterior permitirá explicar mejor el elevado nivel de inversión en *training* para trabajadores *prime age* (36-45 años) que se encuentra en los datos, en los cuales se observa un cierto nivel de persistencia para su comportamiento decreciente a medida que se suceden los períodos.

²⁹ Es decir, el trabajador o agente.

³⁰ Tal y como lo predice Holmström (1999).

³¹ Relativo a la precisión con la que se conoce el impacto de *shocks* exógenos en la productividad.

El trabajo de Holmström (1999) sirve de base en el modelo que aquí se construye cuando se define la productividad marginal del trabajador. Adicionalmente, de aquél *paper* se rescata la metodología utilizada al encontrar las soluciones óptimas para la inversión (que realiza la firma en *training*) y el esfuerzo (del *manager* en producir), bajo las condiciones de incentivos que se consideran para el individuo (tiene *career concerns* y quiere desarrollarse en el empleo actual). Sin embargo, el enfoque de Holmström es radicalmente distinto al que se desarrolla aquí. Él considera principalmente la problemática de incentivos para esforzarse que tiene el *manager*, cuando su talento es desconocido y se va descubriendo a medida que avanzan los períodos (además de la presión que significa para el empleado las expectativas del empleador). Para ello, Holmström primero supone que el talento es constante, para luego tomarlo como un AR(1)³²; además analiza cambios en la tecnología (la forma funcional de la productividad marginal) y, por último, considera los incentivos del individuo a la hora de tomar riesgos. Por otra parte, el trabajo que se desarrolla aquí utiliza los avances de Holmström (1999) para darle una nueva mirada al problema de la firma respecto de cuánto invertir en *training*.

1.2. Modelos Competitivos

Loewenstein y Spletzer (1997) presentan un análisis empírico cuyo enfoque está en mostrar que, cuando existe una potencial pérdida de la inversión en capital humano (debido a la movilidad laboral del individuo entrenado), las firmas buscaran postergar el gasto en *training* hasta poseer mayor información sobre el empleado. De esta forma, los empleadores “sacrifican los potenciales retornos de invertir muy temprano en la relación laboral”³³, por la seguridad que entrega la “información tardía” respecto de las intenciones de movilidad inherentes al individuo³⁴.

³² Proceso auto-regresivo con un rezago.

³³ Loewenstein y Spletzer (1997).

³⁴ Los autores identifican que tal movilidad puede responder a una característica propia del individuo (trabajador más propenso a cambiar de empleo), ó a las necesidades de la firma (*match* empleador-empleado es de baja calidad).

Los autores de aquél *paper* utilizan datos de encuestas³⁵ para mostrar el error en considerar óptimo invertir en *training* al comienzo de la relación laboral, esto se debe a que no se refleja correctamente lo que ocurre en el mercado laboral (de EE.UU.). Ellos llegan a la conclusión que la probabilidad de recibir *training* aumenta conforme la relación empleador-empleado se ha mantenido por un cierto número de períodos (o sea, a medida que el trabajador ha adquirido *tenure* en la firma)³⁶.

El resultado anterior parece contradecir lo esperado para el trabajo desarrollado aquí y podría considerarse un modelo competitivo al que se presenta a continuación. Ahora bien, basta mirar en detalle el estudio realizado por Loewenstein y Spletzer, para reconocer que su análisis y el desarrollado en esta tesis, si bien tienen aspectos en común, presentan diferencias en sus fundamentos. La primera discrepancia está en el tipo de trabajador que consideran estos autores, ya que buena parte de su análisis considera un individuo que recién ingresa al mundo laboral³⁷, el cual se encuentra en una etapa de elevada movilidad³⁸. Por otra parte, en el modelo que se considera aquí, el trabajador ya ha pasado por tal etapa y tiene expectativas para desarrollar una carrera en una cierta firma³⁹. Además, en términos empíricos, en esta tesis se aprovecha lo previamente rescatado por Acemoglu y Pischke (1999a y 1999b), de manera que el mercado laboral que considera este modelo (dados los supuestos para la economía) corresponde al caso alemán en vez del estadounidense.

Como ya se ha indicado, el modelo presentado aquí permite establecer un comportamiento óptimo para la inversión en *training* de la firma para la mayor parte de la vida laboral del trabajador; sin limitar el análisis a la etapa de ingreso al mercado

³⁵ Current Population Survey (CPS) y National Longitudinal Surveys of the Youth (NLSY), las cuales entregan información del mercado laboral estadounidense.

³⁶ En particular, los datos de la CPS, según los autores muestran que tal probabilidad “se incrementa con el *tenure*”, ello se observa “particularmente durante los primeros siete años”.

³⁷ Utilizan datos de la NLSY correspondientes a trabajadores de entre 23 y 34 años. Su análisis para datos de la CPS es diferente.

³⁸ Ver Topel y Ward (1992).

³⁹ Inicialmente la probabilidad (exógena) de separación se considera igual a cero (caso *first best*), pero luego se incorpora de forma explícita en el modelo el impacto de esta potencial situación en las decisiones de las partes.

laboral⁴⁰. Pero la diferencia más importante entre ambos trabajos es que aquí se establece cómo evoluciona el *training* en términos de la “intensidad” con la que el trabajador lo recibe, mientras que Loewenstein y Spletzer (1997) concluyen sobre el nivel de participación de los empleados en programas para la formación de capital humano. De esta forma, aquellos autores muestran que la firma estará más dispuesta a invertir en capital humano conforme conozca mejor al trabajador (mayor seguridad respecto de su potencial movilidad), sin establecer conclusiones respecto de la cuantía de aquél gasto o su evolución en el tiempo. Por otra parte, en esta tesis se muestra que un individuo *prime age* aprovechará de obtener la mayor rentabilidad posible (mientras no se conozca su talento), por lo que señalará un nivel de esfuerzo elevado (acorde a las expectativas que tiene la firma de él). Luego, las firmas (que observan un nivel elevado de productividad) aprovechan la complementariedad entre capital humano y esfuerzo para invertir fuertemente en las primeras etapas de la relación laboral (condicionado por ciertos parámetros, como se ve en el Capítulo 3), decayendo suavemente a medida que avanzan los períodos. Por lo tanto, el trabajo desarrollado en esta tesis tiene una motivación completamente distinta a Loewenstein y Spletzer (1997), ya que aquí se estudia teóricamente la evolución en términos de intensidad que experimenta la inversión en *training* por parte de la firma. Estos resultados permiten ilustrar el comportamiento del trabajador desde su etapa *prime age* hasta el retiro.

Otro concepto en que se diferencia el modelo de esta tesis con Loewenstein y Spletzer (1997), es la idea que el empleador requiere de tiempo para recopilar información respecto del individuo que ha contratado. En este aspecto es importante notar, que el modelo a presentar en el capítulo siguiente no considera explícitamente el problema de *matching* entre empleador y empleado. A pesar de ello, aquí se tiene que el individuo contratado por la firma lleva ya varios períodos en el mercado laboral. De forma que aquella falta de información sobre el trabajador (en la tesis) se ve limitada al

⁴⁰ Debe notarse que en Loewenstein y Spletzer (1997) se utilizan datos de la CPS para analizar el impacto del *tenure* en haber recibido *training* alguna vez para trabajadores de entre 16 y 64 años. Así, los autores encuentran un comportamiento creciente para los primeros 9 años en que se mantiene la misma relación laboral. Sin embargo, posteriormente (entre los 10 y 25 años de *tenure*), este fenómeno se vuelve irregular.

talento del individuo, y no a su nivel de capital humano al momento de iniciarse la relación laboral.

Un argumento clave planteado por Loewenstein y Spletzer para justificar postergar la inversión que deberá ser estudiado aquí, es la relación entre el costo marginal del *training* y el beneficio marginal que la firma obtiene de éste. Para ello se desarrollará un análisis de sensibilidad sobre los parámetros de la función de gastos del principal en capital humano y se extenderá también al impacto marginal correspondiente al costo de realizar esfuerzo para el individuo. De esta forma se comprobará si existe *delayed training* en este modelo, a pesar que no corresponde al resultado generalmente observado.

Una última consideración relevante respecto de Loewenstein y Spletzer (1997), es el tipo de entrenamiento que ellos consideran se le entrega al trabajador. Los autores establecen que el *training* recibido por los trabajadores es específico a la firma y, por lo tanto, la tasa de movilidad se reduce en relación a aquella relacionada con la capacitación en cursos externos al trabajo. Sin embargo, (de acuerdo a sus datos) aquel *training* denominado “más general que específico” (ellos lo llaman *school training*), no se traduce en mayor movilidad. De hecho, sus resultados indican que haber recibido este tipo de capacitación tiene un impacto negativo en la movilidad laboral. Lo anterior sirve para apoyar lo que se afirmó previamente, concerniente al tipo de *training* que reciben los trabajadores. Es decir, la formación de capital humano pagada por la firma no es necesariamente del tipo puramente específico (de acuerdo a la distinción de Becker, 1964), si no que puede ser un conjunto particular de habilidades que sea más valorado por el empleador en cuestión⁴¹; y, aún así, pueden volver más productivo al individuo en una empresa diferente. La alternativa que considera este trabajo es que las habilidades son tecnológicamente generales, pero *de facto* específicas⁴².

⁴¹ Siguiendo a Stevens (1994), Lazear (2003), etc.

⁴² Siguiendo a Acemoglu y Pischke (1999a), como se explicó previamente.

Un segundo modelo competitivo corresponde a Balmaceda (2005), el cual aborda el problema de inversión en *training* desde la teoría de juegos y analiza los incentivos que tienen la firma y el trabajador para realizar tal gasto⁴³. El modelo que se construye allí considera dos períodos, en el primero el trabajador se encuentra en la “etapa inicial de su carrera” y le corresponde negociar con la firma un “contrato de un período por la entrega de una unidad de trabajo”. A su vez, se establecen inversiones *noncontractible* en *training* del tipo “específico a la relación [laboral]” y, adicionalmente, la firma realiza un gasto *noncontractible* en la formación de capital humano general. Al comienzo del segundo período se produce un *shock* de productividad que “determina el excedente de la relación”, es decir, el *output* total. Posterior a la realización de aquel *shock*, las dos partes pueden: 1) volver a negociar un contrato (por un período) por una unidad de trabajo, 2) una de ellas se niega a participar en tal procedimiento ó 3) una de las dos prefiere buscar una tercera parte para negociar.

La forma de definir la estructura salarial que utiliza Balmaceda (2005) es diferente a la que se considera en este trabajo, ya que fuerza a las partes a mantener un juego repetido (cada dos períodos) respecto de la repartición del excedente de la relación laboral. Por otra parte, el procedimiento con que se resuelve la repartición del producto en la tesis desarrollada aquí, resulta de una simplificación a partir de suponer un mercado laboral imperfectamente competitivo⁴⁴. Luego, la firma se lleva un cierto porcentaje del excedente⁴⁵ (que se supone mayor al que recibe el trabajador), el cual se mantiene constante durante los T períodos que comprende la relación laboral.

Se entiende que la elección para los *payoffs* de Balmaceda (2005) corresponde al enfoque teórico que el autor desarrolla e incluso que ella puede ser más realista bajo ciertas condiciones (*i. e.* mercados laborales específicos, *e. g.* la industria de la construcción u otra donde se renueven contratos por obra). Pero, evidentemente, lo

⁴³ Considerando que los dos tipos de *training* son “separables en las tecnologías de producción” y “el salario está determinado por el *outside option principle*” (según indica Balmaceda).

⁴⁴ Para mayor detalle revisar el Anexo D, donde se discute la forma de la estructura salarial.

⁴⁵ Este aspecto coincide con uno de los posibles resultados del proceso de negociación que considera Balmaceda (2005).

anterior presenta problemas prácticos en diferentes escenarios, principalmente por el costo que significa la negociación para la firma y el trabajador (consecuencia de realizar tal procedimiento período a período). De este modo, la simplificación utilizada aquí, aun considerando sus deficiencias⁴⁶, es igualmente válida bajo un mercado laboral que considere contratos a largo plazo (e. g. puestos gerenciales o administrativos en una empresa), donde se pague al empleado de acuerdo a su rendimiento esperado y en los cuales el poder de negociación del trabajador será considerablemente menor al del empleador.

Balmaceda (2005) afirma que: “para que exista inversión en capital humano general por parte de la firma (*firm sponsored general training*), ésta debe verse restringida de reducir el salario del trabajador bajo su productividad marginal”. Inmediatamente después nota que, si se considera un procedimiento distinto para determinar el salario, entonces “la firma pagará por el capital humano general y comparte el gasto en capital humano específico con el trabajador”. De acuerdo al autor, lo anterior “es consistente con el hecho estilizado que indica la existencia de *training* del tipo general financiado por la firma”. Por otra parte, según Acemoglu y Pischke (1999a y 1999b), sólo se requiere que exista compresión en la estructura salarial para que la firma invierta en capital humano (tecnológicamente) general. La tesis presentada aquí se basa en tal argumento, definiéndose un sistema de remuneración que ilustra el mayor poder de negociación que tiene la firma frente al trabajador a la hora de repartir los excedentes de la relación laboral (reflejo de los costos asociados a la movilidad que comprimen la estructura salarial). De esta manera, los supuestos en que se basa esta tesis satisfacen los requerimientos planteados por Balmaceda (2005) para que exista inversión en capital humano por parte de la firma. Ya que se considera que el *training* en que invierte la firma es *de facto* específico (dependiendo de las características del mercado). Y además, dada la estructura salarial que se considera aquí, siempre se cumple que los excedentes se reparten⁴⁷.

⁴⁶ Detalladas en el Anexo D.

⁴⁷ De este modo se tiene coherencia con el supuesto anterior, ya que según Balmaceda (2005), para que exista una inversión en capital humano específico (y como consecuencia inversión en habilidades generales por parte de la firma), debe existir con probabilidad positiva un escenario donde las partes se reparten el excedente.

Más aún, en el modelo construido aquí no existe una distinción matemática explícita respecto de qué tipo de *training* provee la firma al trabajador. Ya que, como plantean Stevens (1994), Lazear (2003) y otros; la distinción acuñada por Becker (1964) no necesariamente corresponde a la realidad de los programas de capacitación. Lo anterior se confirma al observar los datos para la OECD de Bassanini y Ok (2007), donde se aprecia el gasto realizado por las firmas en los llamados *CVT Courses*⁴⁸. De este modo, realizar una distinción entre capital humano específico y general no requerirá una categorización tan rígida de las habilidades, ya que el impacto que tiene el *training* en la productividad marginal será resultado de: 1) la tecnología productiva, la industria en que se desenvuelve la firma y 2) las preferencias del empleador para un puesto laboral en particular. Asimismo, Loewenstein y Spletzer (1997) plantean que la diferenciación respecto del capital humano viene dado por el conjunto de habilidades que entrega la capacitación. Luego, al referirse a inversión en *training* que sea “*relationship specific*”, como menciona Balmaceda (2005), tal característica no es inherente a la habilidad que se enseña o capacidad que desarrolla el individuo, si no a los aspectos ya descritos.

Cuando Balmaceda (2005) se refiere al *delayed general training* (a partir de lo encontrado por Loewenstein y Spletzer, 1997), él plantea que la complementariedad entre capital humano general y específico determina que es óptimo postergar la inversión. Ello se debe a que, postergar tal gasto “incrementa el retorno marginal del trabajador en capital humano general y, por lo tanto, éste tiene más incentivos para invertir en *training* específico”. Lo anterior se traduce en una “mayor probabilidad de ocurrencia para el escenario donde el excedente se reparte entre las partes”. El autor concluye (asumiendo que la función de utilidad relacionada con capital humano específico es “(débilmente) supermodular”), que postergar la inversión en *training* se traduce en un “mayor nivel de bienestar”. De esta forma, la metodología desarrollada por Balmaceda (2005), entrega una explicación para la inversión que realizan empleador y empleado en capital humano (este último sin restricciones en el mercado

⁴⁸ Al hablar de *CVT Courses* en aquél *paper*, los autores consideran tres categorías de las siete (mutuamente excluyentes) consideradas por la IALS (*International Adult Literacy Survey*), ellas corresponden a *training* que permita: 1) obtener un certificado de aprendizaje, 2) una mejora en la carrera laboral y 3) otro.

de crédito), realizando una distinción entre *training* general y específico. Sin embargo, no explica la fuerte inversión en capacitación que realizan las firmas en trabajadores *prime age*, ya que su enfoque es distinto al de esta tesis. Igualmente, es claro que sus resultados tienen coherencia bajo los parámetros de la evidencia extraída por Loewenstein y Spletzer (1997)⁴⁹.

Por lo tanto, la diferencia central entre el modelo de Balmaceda (2005) y la tesis desarrollada aquí es que en el primero, la negociación y el *outside option principle*⁵⁰ determinan la existencia de inversión en *training* (del tipo general) por parte de la firma, mientras el gasto en capital humano específico es incurrido por ambas partes en una cierta cantidad⁵¹. Por su parte, en el trabajo presentado aquí, se supone que el trabajador se encuentra restringido al mercado de crédito, con lo cual la única forma que tiene de recibir capacitación es que la firma decida pagárselo. Para que esto ocurra, bastaría con que el ingreso marginal del *training* para la firma sea mayor o igual al costo marginal de éste⁵². Luego, en el modelo que se construye en esta tesis, se tiene que la elección óptima para la inversión (y el esfuerzo) estará determinada por tres aspectos: 1) falta de precisión respecto del talento que posee el trabajador⁵³ (agentes con *career concerns*), 2) complementariedad entre esfuerzo y capital humano, y 3) costos de ajuste para la inversión (consecuencia de la forma funcional que se escoge para el gasto).

En resumen, Balmaceda (2005) utiliza la teoría de juegos para explicar la inversión en *training* (general y específico) por parte de la firma y el trabajador. Junto con ello, el autor encuentra (siguiendo a Loewenstein y Spletzer, 1997) que es

⁴⁹ Una mirada a los datos de Bassanini y Ok (2007) en la Tabla A.1 indica que no todos los mercados se comportan como sugieren Loewenstein y Spletzer (1997).

⁵⁰ Bajo el supuesto de separabilidad del capital humano general y específico en la tecnología de producción.

⁵¹ Firma y trabajador gastan por separado en la formación de habilidades específicas, mientras sólo la firma invierte en capital humano general.

⁵² De forma que, cuándo $IMg=CMg$ se tiene la decisión de equilibrio para la inversión.

⁵³ Cabe recordar que en el modelo desarrollado aquí, mientras mayor sea la falta de precisión con la que se conoce el verdadero talento del individuo, éste escogerá un nivel de esfuerzo por sobre el mínimo (normalizado como cero en lo que sigue), para cumplir con lo que anticipa la firma para su rendimiento.

conveniente postergar la inversión en capital humano general (crea más bienestar). Por su parte, el trabajo desarrollado aquí estudia la problemática de cuánto invertir en *training* para trabajadores *prime age* (suponiendo habilidades tecnológicamente generales⁵⁴) en un mercado laboral imperfecto. Lo anterior se explica a través un contrato de incentivos implícitos entre la firma y el trabajador, de modo que el empleado se esforzará por sobre el mínimo (mientras no se conozca su verdadero talento), para cumplir con lo que anticipa la firma. De esta manera, el principal aprovecha la existencia de complementariedad y las características del mercado laboral (el empleador se lleva la mayor parte del excedente de la relación), para mantener una política de inversión alineada con el comportamiento del trabajador. El resultado de eso es un efecto amplificador entre las decisiones de la firma y del trabajador.

⁵⁴ Siguiendo a Acemoglu y Pischke (1999a).

CAPÍTULO 2

DESCRIPCIÓN DE LA ECONOMÍA

2.1. Presentación del Modelo Base

La economía se compone de un trabajador y una firma, donde el primero se encuentra restringido al mercado de crédito, por lo cual, será el empleador quien deberá cubrir los costos del *training* (formación de capital humano) que reciba el empleado. El trabajador en este caso, corresponde a un individuo que ya lleva diez años de vida laboral (*i. e.* 36 años de edad inicial), de modo que el mercado posee información respecto de sus competencias. Además, se considera que la firma ha realizado un proceso de selección previo a contratar al trabajador. Por lo tanto, el empleador se ha formado ciertas creencias *a priori* respecto del talento del agente, a partir de la información que recopila en esta etapa⁵⁵. Luego, conforme avanzan los períodos, el principal va conociendo con mayor precisión esta característica no observable del empleado. Se supone que el *training* y la capacidad productiva del trabajador no son excluyentes entre sí (ambas ocurren en el mismo período t).

Este modelo se basa en Holmström (1999)⁵⁶, pero aquí el mercado laboral se asume imperfecto, tal que la estructura salarial se comprime (por efecto de los costos asociados a la movilidad laboral). Luego, para simplificar el modelo, se supone que el agente se lleva una fracción $\gamma \in (0,1)$ de lo que genere en cada período para ilustrar el impacto de los costos de movilidad en la productividad marginal. A su vez, siguiendo a Holmström, el salario será condicional al historial de trabajo del individuo hasta t . Tal registro periódico corresponde a un vector $y^{t-1} = (y_1, y_2, \dots, y_{t-1})$; de este modo, el salario en t será:

⁵⁵ Estas creencias pueden provenir del *currículum vitae* del postulante y se asume que la firma es capaz de verificar que tal información corresponde a la realidad.

⁵⁶ En su forma más simplificada de abordar el problema de la influencia que tiene la preocupación de un individuo por su futura carrera sobre el esfuerzo que éste escoge para producir.

$$w_t(y^{t-1}) = \gamma * E(y_t/y^{t-1}), \quad \forall t$$

Es importante notar que, como resultado de este supuesto, las decisiones que toma el trabajador en el período t no afectan directamente su salario en aquél momento, sino que su impacto será reputacional *i. e.* desde $t+1$ hasta T . Ello se explica porque el salario se define con base en el rendimiento esperado del trabajador, no de acuerdo a los resultados observables al final del período.

Por otra parte, al revisar la literatura de inversión en capital humano, se observa que algunos autores consideran la posibilidad que el trabajador pague por el *training* a través de una reducción en su salario. Esto no se consideró en el modelo, ya que va más allá del objetivo central de la tesis (estudiar las decisiones de las partes bajo incentivos implícitos), representando una potencial extensión para el tema. Igualmente, se nota que tal situación podría aplicarse al diferenciar entre dos valores distintos para la fracción de productividad que se lleva el trabajador (γ), de modo que en los períodos iniciales de su vida laboral el trabajador acepta recibir una cantidad menor al sueldo de mercado, pero con el paso del tiempo alcanza una remuneración apropiada. Sin embargo, diversos autores que consideran en sus modelos que el trabajador acepta un menor salario al comienzo para cubrir (al menos en parte) los costos del *training*, asumen que la inversión en capacitación ocurre en su totalidad durante las primeras etapas de la vida laboral del individuo, mientras que el fenómeno que se explica en la tesis considera un aprendizaje continuo (como indica el informe OECD, 1999b). Por lo tanto, si el modelo incorporase tal extensión, ocurrirá que el trabajador aceptará un salario más bajo en relación a lo que recibiría en el mercado⁵⁷ durante toda su vida

⁵⁷ Donde el "sueldo de mercado" correspondería al caso en que el individuo tiene *a priori* un elevado nivel de capital humano (obtenido sin ayuda de la firma), en vez de depender del empleador para capacitarse. Por ejemplo, a la firma le interesa que sus trabajadores cursen un MBA, tal que el principal cubre los costos asociados. Sin embargo, pueden llegar nuevos empleados que ya se han capacitado de aquella forma, por lo cual tienen un mayor poder de negociación al definir junto a la firma qué porción del excedente laboral les corresponderá.

laboral, como consecuencia del mayor poder de negociación que tiene la firma⁵⁸, la cual tomará ventaja del interés que tiene el empleado por capacitarse apropiadamente⁵⁹.

Al definir la productividad marginal (y_t) se usa como referencia lo planteado por Holmström (1999), quién la modela en la forma siguiente:

$$y_t = \eta + e_t + u_t$$

Donde η es el talento del agente, el cual es conocido de forma incompleta por éste y la firma, pero suponiendo que ambos comparten las mismas creencias iniciales. Entonces, *a priori*, se asume que el talento no depende del tiempo y que se distribuye de la siguiente forma: $\eta \sim N(m_1, P_1)$. En este caso, m_1 corresponde a la media del talento, mientras que P_1 es la precisión con la que éste se conoce *i. e.* $P_t = \frac{1}{\sigma_t^2}, \forall t$ donde $\sigma_t^2 = Var(\eta)$. Se supondrá que el *shock* exógeno u_t es i.i.d. y se comporta de la siguiente forma: $u_t \sim N(0, P_u)$.

En esta tesis cuando se modela la productividad se mantiene el enfoque aditivo de los componentes que determinan el *output*, pero se agregan el efecto del capital humano (h_t), la complementariedad entre éste último y el esfuerzo, además de considerar constantes que multiplican cada sumando (salvo η^{60} y u_t); lo que permite

⁵⁸ Recordando que se supone al trabajador restringido del mercado de crédito y requiere del gasto de la firma para poder capacitarse.

⁵⁹ Una solución que aparece en la literatura (*e. g.* Acemoglu y Pischke, 1999b) para evitar que el trabajador se encuentre exageradamente desprotegido frente al poder de la firma es incorporar en sus modelos un salario mínimo.

⁶⁰ Cuyo impacto marginal (sin pérdida de generalidad), se normaliza como 1. Suponer algo distinto se traduce en que este coeficiente afecta tanto la media de las creencias como la varianza (inverso multiplicativo de la precisión), la primera de forma multiplicativa pero lineal, mientras que la segunda al cuadrado (como indican las reglas conocidas en este sentido). Si el impacto es menor a 1, entonces la media de las creencias se reduce, mientras la precisión aumenta (con lo cual el esfuerzo decaerá más rápidamente, al igual que la inversión); y viceversa en el caso que aquél coeficiente fuese mayor a 1.

observar con mayor claridad el impacto marginal de los componentes⁶¹ en la productividad para cada período t . Luego, la expresión para y_t es:

$$y_t = \eta + \rho_1 * h_t * e_t + \rho_2 * h_t + \rho_3 * e_t + u_t$$

En el problema de maximización del trabajador la variable de decisión en el período t corresponde a e_t , es decir, cuánto esfuerzo colocará en sus labores productivas⁶². Es importante notar que se toma como supuesto que el esfuerzo realizado por el trabajador no depende de su talento, es decir, $e_t \neq e_t(\eta)$. Si bien lo anterior (potencialmente) quita realismo al modelo, se considera así debido a que simplifica la resolución del problema al permitir aplicar directamente el *Sufficient Statistic Theorem* demostrado por Holmström (1979) y Shavell (1979), con lo cual se puede seguir la metodología establecida por Holmström (1999)⁶³. La firma, por su parte, deberá decidir cuánto invertir en el *training* del trabajador para el período siguiente; considerando para ello que la dinámica del capital humano (h_t) es:

$$h_t = (1 - \delta)h_{t-1} + i_{t-1}$$

Se asume que ρ_1 , ρ_2 y ρ_3 son constantes conocidas. Además, considerando que al trabajador cada vez se le hace más costoso esforzarse y que se busca una solución de forma cerrada (junto con evitar que las variables de decisión tomen valores que tiendan a infinito), se supondrá que la función de costo para la variable de decisión del trabajador es convexa, en particular cuadrática, y de la forma:

$$C(e_t) = \frac{c * e_t^2}{2}, \quad c > 0$$

Asimismo, la función del gasto realizado por la firma también es convexa, sólo que aquí tal supuesto busca ilustrar la mayor dificultad que le significará a la firma si el trabajador debe adquirir más conocimientos. En ese caso el “costo de invertir” considera implícitamente el efecto del tiempo que aleja al empleado de las actividades productivas

⁶¹ Al suponer complementariedad entre capital humano (h_t) y esfuerzo (e_t), se tiene que el impacto marginal correspondiente al producto de ambos componentes se asumirá positivo en la función de producción ($\rho_1 > 0$).

⁶² Esta variable (e_t) no es observable directamente por la firma.

⁶³ Para mayor detalle en este punto se pueden revisar los trabajos de Dewatripont, Jewitt y Tirole (1999a y b).

poder dominar las nuevas habilidades. De esta manera, la forma funcional de la inversión permite incorporar al modelo “costos de ajuste” para el gasto en capacitación, sin que ello conlleve una mayor complejidad en el desarrollo, sino todo lo contrario. Por lo tanto, el gasto en *training* de la firma corresponderá a la siguiente función:

$$g(i_t) = \frac{a * i_t^2}{2}, \quad a > 0$$

A pesar que los supuestos considerados para la estructura salarial son bastante razonables, es necesario desarrollar una discusión que justifique por qué este trabajo es válido, aún cuando no se realiza un procedimiento estricto de Nash *Bargaining*. Este análisis se presenta en los Anexos⁶⁴.

2.2. Resolución del Problema Base

2.2.1. Planteamiento Problema del Agente en el Último Período

Previo a explicar el procedimiento para encontrar las soluciones óptimas, es necesario establecer el *timing* de las decisiones en esta economía. Primero, es clave recordar que el salario se define al comienzo del período t , a partir del historial de productividad del individuo. De este modo, cualquier decisión sobre cuánto esforzarse o qué cantidad invertir en *training* sólo tiene efectos reputacionales, ya que lo escogido en el período t no altera el salario ya establecido. Luego, las decisiones se toman en la siguiente forma: 1) el agente escoge al comienzo del período t su nivel de esfuerzo para aquél momento (e_t), esta elección determinará (junto con el nivel de capital humano del trabajador, h_t) la productividad marginal del empleado (y_t), 2) en ese mismo período, la firma elige cuánto invierte en *training* (i_t), tal que el impacto de este gasto se contabiliza en t , aunque el efecto en la productividad del trabajador se verá recién desde el período siguiente. Este procedimiento se lleva a cabo período a período y dependerá del historial de productividad propio del empleado.

⁶⁴ Anexo D.

Se procede entonces a resolver el problema de forma recursiva⁶⁵ (por *value function iteration*) donde $t=T$ corresponde al último período, en el caso del agente se tiene lo siguiente:

$$V_T\{h_T, y^{T-1}\} = \max_{e_T} \mathbb{E}(w_T(y^{T-1})) - C(e_T) + \beta * V_{T+1}$$

Luego, dado que T es el período final, la función valor para $t=T+1$ será tal que $V_{T+1} = 0$. De esta forma, el problema del agente pasa a ser:

$$\begin{aligned} & \max_{e_T} \mathbb{E}(w_T(y^{T-1})) - C(e_T) \\ \Leftrightarrow & \max_{e_T} \mathbb{E}(\gamma * \mathbb{E}(y_T/y^{T-1})) - C(e_T) \end{aligned}$$

Ahora, de la expresión para la productividad, se tiene que el problema anterior corresponde a:

$$\begin{aligned} & \max_{e_T} \mathbb{E}(\gamma * \mathbb{E}(\eta + \rho_1 * h_T * e_T + \rho_2 * h_T + \rho_3 * e_T + u_T/y^{T-1})) - C(e_T) \\ \Leftrightarrow & \max_{e_T} \mathbb{E}(\gamma * \{\mathbb{E}(\eta/y^{T-1}) + \mathbb{E}(\rho_1 * h_T * e_T/y^{T-1}) + \mathbb{E}(\rho_2 * h_T/y^{T-1}) + \mathbb{E}(\rho_3 * e_T/y^{T-1}) \\ & \quad + \mathbb{E}(u_T/y^{T-1})\}) - C(e_T) \\ \Leftrightarrow & \max_{e_T} \mathbb{E}(\gamma * \mathbb{E}(\eta/y^{T-1})) + \\ & \quad + \mathbb{E}(\gamma * \{\rho_1 * h_T(y^{T-1}) * e_T(y^{T-1}) + \rho_2 * h_T(y^{T-1}) + \rho_3 * e_T(y^{T-1})\}) - C(e_T) \end{aligned}$$

Es importante remarcar que para el trabajador y la firma no se explicitan restricciones de compatibilidad de incentivos en sus respectivos problemas de maximización. Ello se debe (al igual que en el *paper* de Holmström), a que se busca un contrato⁶⁶ implícito entre empleador y empleado respecto del esfuerzo que escoge éste último. Esto considera que el principal no puede observar cuánto se esfuerza el agente en producir, pero en el equilibrio es capaz de anticipar su comportamiento (a partir de la

⁶⁵ El detalle de la solución se presenta en los Anexos, de modo que en esta parte sólo se muestran los pasos claves para llegar a los resultados.

⁶⁶ O, análogamente, incentivos implícitos entre las partes.

información que acumula período a período). Además, se tiene que la inversión en *training* que se promete por parte de la firma es difícil de verificar para una tercera parte, sin embargo (tal y como ocurre para el esfuerzo), aquí el trabajador podrá anticipar la decisión del empleador respecto de cuánto gastar en capacitación. De esta forma, siguiendo la metodología establecida en Holmström (1999), se establece que el incentivo para el trabajador es aprovechar la falta de precisión con la que conoce su talento, a la vez que debe cumplir con lo que anticipa la firma al elegir un nivel elevado de esfuerzo. Por su parte, la firma tiene como objetivo único en esta economía la maximización de las utilidades que resultan del ingreso por lo que produce el empleado, junto con el gasto que realiza en *training*. Luego, no existen restricciones explícitas para el problema de maximización en este caso, salvo la consideración derivada de la dinámica correspondiente al capital humano, la cual se incorpora directamente en la función objetivo al resolver.

2.2.2. Aplicación Metodología de Holmström (1999)

Para resolver el problema de maximización, Holmström (1999), aplica el *Sufficient Statistic Theorem* (Holmström, 1979 y Shavell, 1979), de modo que se pueda calcular la esperanza condicional sobre el talento y así obtener las *posterior beliefs* asociadas a éste. El primer paso requiere definir z_t tal que:

$$z_t = \eta + u_t = y_t - \rho_1 * \bar{h}_t(y^{t-1}) * \bar{e}_t(y^{t-1}) - \rho_2 * \bar{h}_t(y^{t-1}) - \rho_3 * \bar{e}_t(y^{t-1})$$

De modo que observar esta secuencia será, en el equilibrio, equivalente a conocer la productividad en el período t^{67} . En esta expresión, tanto $\bar{h}_t(y^{t-1})$ como $\bar{e}_t(y^{t-1})$, corresponden a las soluciones de equilibrio para el capital humano y el esfuerzo⁶⁸ en t , y donde la decisión del trabajador se hace de acuerdo a las inferencias del mercado respecto de las acciones del empleado (Holmström, 1999). Por su parte (y siguiendo el espíritu del *paper* en que se basa la tesis), se tiene que el valor en equilibrio del capital

⁶⁷ Siguiendo el razonamiento de Holmström (1999).

⁶⁸ Resultado de las inferencias que hace el mercado respecto de las acciones del trabajador (Holmström, 1999) y lo que anticipa el empleado para el gasto en capital humano.

humano en t (donde la variable de decisión subyacente es i_{t-1}), estará condicionado por las expectativas que se forma el trabajador respecto de la capacitación que le brindará la firma. Por lo tanto, de la misma forma que el empleado cumplirá con el esfuerzo que se espera de él para no recibir una evaluación deficiente, la firma buscará evitarse la fama de no cumplir lo prometido, con lo cual satisfará las expectativas del agente.

El segundo paso viene de utilizar los supuestos de normalidad que existen para las creencias iniciales sobre el talento y el *shock* exógeno (u_t). A través de ellos es posible encontrar expresiones para las distribuciones posteriores del talento⁶⁹ (η), de modo que la media y la precisión con la que éste se conoce son:

$$m_{t+1} = \frac{P_t * m_t + P_u * z_t}{P_t + P_u}, \forall t \quad (1)$$

$$P_{t+1} = P_t + P_u, \forall t \quad (2)$$

$$(1) \text{ y } (2) \Rightarrow \begin{cases} P_{t+1} = P_1 + t * P_u, \forall t & (3) \\ m_{t+1} = \frac{P_1 * m_1 + P_u * \sum_{s=1}^t z_s}{P_t + P_u}, \forall t & (4) \end{cases}$$

Así, es posible reescribir la expresión para el salario $w_T(y^{T-1})$ de la siguiente forma:

$$w_T(y^{T-1}) = \gamma * \{m_T(z^{T-1}) + \rho_1 * \bar{h}_T(y^{T-1}) * \bar{e}_T(y^{T-1}) + \rho_2 * \bar{h}_T(y^{T-1}) + \rho_3 * \bar{e}_T(y^{T-1})\}$$

Donde $m_T(z^{T-1})$ representa la esperanza (media de las creencias) para el talento en el período T en función del historial hasta $T-1$ (z^{T-1}) y, tanto $\bar{h}_T(y^{T-1})$ como $\bar{e}_T(y^{T-1})$, corresponden a las reglas de decisión de equilibrio. Luego, z_s se reemplaza en m_T (de acuerdo a (3) y (4)), con lo que la expresión para el salario esperado corresponde a:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(w_T(y^{T-1})) &= \gamma * \frac{P_1 * m_1}{P_T} + \\ &+ \gamma * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^{T-1} \left\{ \mathbb{E} \left(y_s - \rho_1 * \bar{h}_s(y^{s-1}) * \bar{e}_s(y^{s-1}) - \rho_2 * \bar{h}_s(y^{s-1}) - \rho_3 * \bar{e}_s(y^{s-1}) \right) \right\} + \end{aligned}$$

⁶⁹ El procedimiento corresponde a un *updating bayesiano* de las creencias.

$$+ \gamma * \{\rho_1 * \bar{h}_T(y^{T-1}) * \bar{e}_T(y^{T-1}) + \rho_2 * \bar{h}_T(y^{T-1}) + \rho_3 * \bar{e}_T(y^{T-1})\}$$

2.2.3. Derivación de las CPO para el Último Período

Entonces el problema del agente pasa a ser:

$$\begin{aligned} \max_{e_T} \gamma * \frac{P_1 * m_1}{P_T} + \gamma * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^{T-1} \{\mathbb{E}(\eta + \rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s + u_s)\} + \\ - \gamma * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^{T-1} \{\rho_1 * \bar{h}_s(y^{s-1}) * \bar{e}_s(y^{s-1}) + \rho_2 * \bar{h}_s(y^{s-1}) + \rho_3 * \bar{e}_s(y^{s-1})\} + \\ + \gamma * \{\rho_1 * \bar{h}_T(y^{T-1}) * \bar{e}_T(y^{T-1}) + \rho_2 * \bar{h}_T(y^{T-1}) + \rho_3 * \bar{e}_T(y^{T-1})\} - \mathbb{E}(C(e_T)) \end{aligned}$$

Ahora bien, recordando que $\bar{h}_T(y^{T-1})$ y $\bar{e}_T(y^{T-1})$ corresponden a la solución óptima para T (expectativas del trabajador y la firma, respectivamente), y se está resolviendo en ese mismo período, entonces al derivar con respecto a e_T , ocurre que $\bar{h}_T(y^{T-1})$ y $\bar{e}_T(y^{T-1})$ representan constantes, por lo que su derivada es igual a 0⁷⁰. Por lo tanto, la CPO en este caso será:

$$e_T: c * e_T = 0 \Leftrightarrow e_T = 0$$

Esto es, el trabajador no se esfuerza en el último período, de este modo la productividad en T será:

$$y_T = \eta + \rho_2 * h_T + u_T$$

Entonces, el salario corresponde a:

$$w_T(y^{T-1}) = \gamma * \{\eta + \rho_2 * h_T + u_T\}$$

⁷⁰ Para evitar sobrecargar innecesariamente la notación, de ahora en adelante si la variable "x" toma su valor de equilibrio no se destacará en la forma \bar{x} en las CPO, sólo se hará esta distinción en el planteamiento del problema de maximización.

2.2.4. Resolución Problema de la Firma en T-1

Dado que T es el último período en que se mantiene la relación laboral, la inversión de la firma en *training* para el último período será $i_T = 0$. A su vez, de la forma escogida para la función de gastos, se tiene que:

$$i_T = 0 \Leftrightarrow g(i_T) = 0$$

Resolviendo ahora en el período $t=T-1$, el problema de la firma corresponde a lo siguiente:

$$\begin{aligned} & \max_{i_{T-1}} \mathbb{E}(y_{T-1}/y^{T-2}) - \mathbb{E}(w_{T-1}(y^{T-2})) - \mathbb{E}(g(i_{T-1})) + \\ & \quad + \beta * \{\mathbb{E}(y_T/y^{T-1}) - \mathbb{E}(w_T(y^{T-1})) - \mathbb{E}(g(i_T))\} \\ \Leftrightarrow & \max_{i_{T-1}} \frac{P_1 * m_1}{P_{T-1}} + \frac{P_u}{P_{T-1}} * \sum_{s=1}^{T-2} \mathbb{E}(z_s) + \\ & \quad + \rho_1 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_2 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_3 * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2}) + \\ & \quad - \gamma * \left(\frac{P_1 * m_1}{P_{T-1}} + \frac{P_u}{P_{T-1}} * \sum_{s=1}^{T-2} \mathbb{E}(z_s) \right) + \\ & \quad - \gamma * \{\rho_1 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_2 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_3 * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2})\} - \mathbb{E}(g(i_{T-1})) + \\ & \quad + \beta * \left\{ (1 - \gamma) * \frac{P_1 * m_1}{P_T} + (1 - \gamma) * \rho_2 * \overline{h_T}(y^{T-1}) + \frac{P_u}{P_T} * \left(\sum_{s=1}^{T-1} z_s - \gamma * \sum_{s=1}^{T-1} \mathbb{E}(z_s) \right) \right\} \\ \Leftrightarrow & \max_{i_{T-1}} (1 - \gamma) * \frac{P_1 * m_1}{P_{T-1}} + \\ & \quad + (1 - \gamma) * \{\rho_1 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_2 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_3 * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2})\} + \\ & \quad + (1 - \gamma) * \frac{P_u}{P_{T-1}} * \sum_{s=1}^{T-2} (\rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s) + \\ & \quad - (1 - \gamma) * \frac{P_u}{P_{T-1}} * \sum_{s=1}^{T-2} \{\rho_1 * \overline{h_s}(y^{s-1}) * \overline{e_s}(y^{s-1}) + \rho_2 * \overline{h_s}(y^{s-1}) + \rho_3 * \overline{e_s}(y^{s-1})\} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{P_u}{P_{T-1}} * \left(\sum_{s=1}^{T-2} \eta + u_s - \gamma * m_1 \right) + \\
& - \mathbb{E}(g(i_{T-1})) + \beta * (1 - \gamma) * \left\{ \frac{P_1 * m_1}{P_T} + \rho_2 * \overline{h_T}(y^{T-1}) \right\} + \\
& + (1 - \gamma) * \beta * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^{T-1} (\rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s) + \\
& - (1 - \gamma) * \beta * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^{T-1} \{ \rho_1 * \overline{h_s}(y^{s-1}) * \overline{e_s}(y^{s-1}) + \rho_2 * \overline{h_s}(y^{s-1}) + \rho_3 * \overline{e_s}(y^{s-1}) \} + \\
& + \beta * \frac{P_u}{P_T} * \left(\sum_{s=1}^{T-1} \eta + u_s - \gamma * m_1 \right)
\end{aligned}$$

Es importante notar que en este caso, $\overline{h_T}(y^{T-1})$ no corresponde a una constante, dado que se está resolviendo el problema en $t=T-1$, de modo que la decisión óptima para T aún no se ha definido. Luego la CPO en este caso será:

$$i_{T-1}: \beta * (1 - \gamma) * \rho_2 - a * i_{T-1} = 0 \Leftrightarrow a * i_{T-1} = \beta * (1 - \gamma) * \rho_2$$

2.2.5. Resolución Problema del Agente en T-1

Veamos ahora el problema del agente. Para $t=T-1$ el trabajador resuelve:

$$\max_{e_{T-1}} \mathbb{E}(w_{T-1}(y^{T-2})) - \mathbb{E}(C(e_{T-1})) + \beta * \mathbb{E}(w_T(y^{T-1}))$$

Utilizando la misma metodología que en la parte anterior, se puede obtener la CPO:

$$e_{T-1}: \beta * \gamma * \frac{P_u}{P_T} (\rho_1 * h_{T-1} + \rho_3) - c * e_{T-1} = 0 \Leftrightarrow c * e_{T-1} = \beta * \gamma * \frac{P_u}{P_T} (\rho_1 * h_{T-1} + \rho_3)$$

2.2.6. Resolución Problema de la Firma en T-2

Seguindo con el análisis en $t=T-2$, se tiene que la firma resuelve:

$$\max_{i_{T-2}} \mathbb{E}(y_{T-2}/y^{T-3}) - \mathbb{E}(w_{T-2}(y^{T-3})) - \mathbb{E}(g(i_{T-2})) + \beta * V_{T-1}$$

De lo anterior se tiene que el esfuerzo en $t=T-1$ es una función del nivel de capital humano *i. e.* $e_{T-1} = e_{T-1}(h_{T-1})$; ello se traduce en que la variable de decisión del agente depende de la inversión que realiza la firma en $t=T-2$, es decir, $e_{T-1} = e_{T-1}(i_{T-2})$. Así, se tiene que la CPO es:

$$\begin{aligned} i_{T-2}: a * i_{T-2} = & \beta * (1 - \gamma) * \left\{ \rho_1 * h_{T-1}(y^{T-2}) * \frac{\partial e_{T-1}(y^{T-2})}{\partial i_{T-2}} + \rho_1 * (1 - \delta) * e_{T-1}(y^{T-2}) \right\} + \\ & + \beta * (1 - \gamma) * \left\{ \rho_2 + \rho_3 * \frac{\partial e_{T-1}(y^{T-2})}{\partial i_{T-2}} \right\} + \\ & - \beta * (1 - \gamma) * \beta * \frac{P_u}{P_T} * \left\{ \rho_1 * h_{T-1}(y^{T-2}) * \frac{\partial e_{T-1}(y^{T-2})}{\partial i_{T-2}} + \rho_1 * (1 - \delta) * e_{T-1}(y^{T-2}) \right\} + \\ & - \beta * (1 - \gamma) * \beta * \frac{P_u}{P_T} * \left\{ \rho_2 + \rho_3 * \frac{\partial e_{T-1}(y^{T-2})}{\partial i_{T-2}} \right\} + \\ & + \beta^2 * (1 - \gamma) * \frac{P_u}{P_T} * \left\{ \rho_1 * h_{T-1}(y^{T-2}) * \frac{\partial e_{T-1}(y^{T-2})}{\partial i_{T-2}} + \rho_1 * (1 - \delta) * e_{T-1}(y^{T-2}) \right\} + \\ & + \beta^2 * (1 - \gamma) * \frac{P_u}{P_T} * \left\{ \rho_2 + \rho_3 * \frac{\partial e_{T-1}(y^{T-2})}{\partial i_{T-2}} \right\} + \\ & + \beta^2 * (1 - \gamma) * \rho_2 * (1 - \delta) \end{aligned}$$

Donde $\frac{\partial e_{T-1}(y^{T-2})}{\partial i_{T-2}} = \frac{\beta * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_T} * \rho_1$, lo cual implica que la expresión anterior pasa a ser:

$$a * i_{T-2} = \beta * (1 - \gamma) * \{2 * \rho_1 * e_{T-1} + \rho_2\} + \beta^2 * (1 - \gamma) * (1 - \delta) * \rho_2$$

Aplicando álgebra a lo anterior se tiene una expresión en función de la variable de estado h_{T-2} :

$$i_{T-2} = \frac{\frac{\beta * (1-\gamma)}{a} * \left\{ 2 * \rho_1 * \frac{\beta * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_T} * (\rho_1 * h_{T-2} * (1-\delta) + \rho_3) + \rho_2 \right\}}{\left(1 - \frac{\beta * (1-\gamma)}{a} * 2 * \rho_1^2 * \frac{\beta * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_T} \right)} + \frac{\frac{\beta^2 * (1-\gamma) * (1-\delta)}{a} * \rho_2}{\left(1 - \frac{\beta * (1-\gamma)}{a} * 2 * \rho_1^2 * \frac{\beta * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_T} \right)}$$

2.2.7. Resolución Problema del Agente en T-2

Por otra parte, el problema del agente en T-2 corresponde a:

$$\max_{e_{T-2}} \mathbb{E}(w_{T-2}(y^{T-3})) - \mathbb{E}(C(e_{T-2})) + \beta * \{ \mathbb{E}(w_{T-1}(y^{T-2})) - \mathbb{E}(C(e_{T-1})) \} + \beta^2 * \mathbb{E}(w_T(y^{T-1}))$$

Luego, la CPO en este caso será:

$$e_{T-2}: c * e_{T-2} = \beta * \gamma * \frac{P_u}{P_{T-1}} * (\rho_1 * h_{T-2} + \rho_3) + \beta^2 * \gamma * \frac{P_u}{P_T} * (\rho_1 * h_{T-2} + \rho_3)$$

2.2.8. Resolución Problema de la Firma en T-3

Por último, para facilitar la búsqueda de expresiones recursivas correspondientes a las variables de decisión, se procede a analizar el problema para la firma en t=T-3. Análogamente a las partes previas se procede a resolver:

$$\max_{i_{T-3}} \mathbb{E}(y_{T-3}/y^{T-4}) - \mathbb{E}(w_{T-3}(y^{T-4})) - \mathbb{E}(g(i_{T-3})) + \beta * V_{T-2}$$

La CPO en este caso es:

$$i_{T-3}: a * i_{T-3} = \beta * (1-\gamma) * 2 * \rho_1 * \frac{\beta * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_{T-1}} * (\rho_1 * h_{T-2} + \rho_3) + \beta * (1-\gamma) * 2 * \rho_1 * \frac{\beta^2 * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_T} * (\rho_1 * h_{T-2} + \rho_3) + \beta * (1-\gamma) * \rho_2 +$$

$$\begin{aligned}
& +\beta^2 * (1 - \gamma) * 2 * \rho_1 * (1 - \delta) * \frac{\beta * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_T} * (\rho_1 * h_{T-1} + \rho_3) + \\
& +\beta^2 * (1 - \gamma) * (1 - \delta) * \rho_2 + \beta^3 * (1 - \delta)^2 * (1 - \gamma) * \rho_2 + \\
& -\beta * \left(\beta * (1 - \gamma) * 2 * \rho_1^2 * (1 - \delta) * \frac{\beta * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_T} \right)
\end{aligned}$$

2.3. Expresiones Recursivas

Del procedimiento anterior se obtienen expresiones en forma recursiva para el esfuerzo realizado por el trabajador y la inversión de la firma en capital humano:

$$e_t = \frac{\gamma * \beta}{c} * (\rho_1 * h_t + \rho_3) * \left\{ \sum_{s=t+1}^T \beta^{s-(t+1)} * \frac{P_u}{P_s} \right\}, \quad \forall t \in [1, T - 1]$$

$$i_t = \frac{(1 - \gamma) * \beta}{a} * \{2 * \rho_1 * e_{t+1} + \rho_2\} + (1 - \gamma) * \beta * \sum_{s=t+1}^T \left(i_s - \frac{\partial i_s}{\partial i_t} \right) * \beta^{s-t} * (1 - \delta)^{s-t},$$

$\forall t \in [1, T - 1]$

Al estudiar las recursiones aquí expuestas se tiene que, en el caso del trabajador, el efecto *forward looking* de la precisión (con la cual se conoce el talento real del agente), reducirá progresivamente el nivel de esfuerzo que éste escoge en cada período (situación que anticipa la firma). Esto es consistente con Holmström (1999), donde el esfuerzo (o *input* del *manager*) al producir decae conforme aumenta la precisión con la que se conoce el talento real del agente. Ello se debe a que la expresión $\beta^{s-(t+1)} * \frac{P_u}{P_s}$ (donde β : factor de descuento asociado al dinero, tal que $\beta < 1$), es estrictamente decreciente a medida que pasan los períodos. Ello se traduce en que la posibilidad del agente para obtener rentas por medio de señalar un nivel de esfuerzo elevado se reduce progresivamente. Ahora bien, dada la estructura del modelo para la productividad del individuo (diferente a la planteada por Holmström, 1999), ocurre que tal efecto se ve condicionado por dos aspectos: primero está el impacto marginal del

esfuerzo escogido por el trabajador (asociado a la constante ρ_3) y segundo, la complementariedad entre el esfuerzo y el capital humano (que resulta en el componente $\rho_1 * h_t$). Aquél supuesto sobre las variables determina una relación de proporcionalidad directa entre ellas, lo cual se observa en ambas ecuaciones. En particular, esto ocurre entre e_t e i_{t-1} (representada por h_t en la ecuación del esfuerzo), y su valor estará determinado por la elección de los parámetros. Esta relación indica que: mientras mayores sean las expectativas que tiene el principal respecto del esfuerzo que realizará el agente en el período siguiente (condicionadas por del historial de productividad del trabajador), mayor será la inversión en capital humano en el período actual. He aquí la “ventaja” que posee el principal bajo los supuestos del modelo que se construye en esta tesis, ya que, si bien el empleador no puede observar el esfuerzo ni conocer perfectamente el talento del agente *a priori*, sí le es posible condicionar el comportamiento de éste último a través de lo que anticipa para su elección. Por lo tanto, se puede concluir que existe un efecto amplificador entre ambas variables de decisión (e_t e i_t), el cual se verá limitado por efecto del progresivo incremento en la precisión con que se conoce el verdadero talento del trabajador.

Cuando se considera la expresión de recurrencia para la inversión en capital humano la interpretación se vuelve más compleja. Primero que todo, se tiene un ajuste asociado a la parte de la producción que se lleva la firma (una fracción $(1 - \gamma)$, según los supuestos iniciales el salario) y el factor “ a ” correspondiente al grado de convexidad de la función que ilustra el gasto en capacitación⁷¹. Ahora bien, lo que define la productividad marginal de la inversión son las expectativas que se crean ambas partes. Por un lado, la firma esperará un cierto nivel de esfuerzo por parte del trabajador; quien, a su vez, confía en que la firma lo capacitará óptimamente. Dado que estas expectativas se definen al inicio del período t (una vez que se realiza la productividad de $t-1$), corresponde el ajuste por el factor de descuento (β); tal que el retorno esperado al final de t se trae a valor presente (haciéndolo comparable con el costo marginal asociado al gasto en capacitación). Luego, es posible separar tres efectos que

⁷¹ Recordando que tanto el costo del esfuerzo como el gasto de la firma son funciones convexas, de manera que el modelo considera costos de ajuste, a la vez que permite acotar las soluciones factibles, tal que ninguna de las dos variables de decisión toma valores que tienden al infinito.

determinan la decisión de cuánto invertir. El primero resulta del supuesto de complementariedad entre las variables de decisión y corresponde a las expectativas futuras que tiene la firma (en particular para el período siguiente, $t+1$) respecto del esfuerzo que realizará el trabajador. El segundo efecto corresponde al impacto marginal de la inversión en el nivel de capital humano en $t+1$, y se deriva directamente de la dinámica que se asume para h_t en conjunción con la metodología utilizada para resolver el problema. El tercer y último efecto es el más difícil de interpretar, sin embargo, es claro que comparte el origen del fenómeno anterior, salvo que en esta oportunidad actúan los costos de ajuste (derivados de la forma funcional para el gasto de la firma). De esta manera, es posible establecer que el gasto realizado por la firma en el período t ocurrirá de acuerdo a las expectativas que tiene el trabajador respecto de un plan *forward looking* para su capacitación (la sumatoria considera desde $t+1$ hasta T); corrigiendo por el efecto asociado al impacto marginal de aquella inversión en los gastos futuros (consecuencia de los costos de ajuste). Luego, lo anterior se ajusta por el factor de descuento asociado al paso del tiempo (β), y el “desgaste” de las habilidades conforme avanzan los períodos (δ).

Por lo tanto, observando que las expresiones recursivas son lineales las variables de decisión, se ha demostrado la siguiente proposición:

Proposición: Si se cumplen los supuestos previamente establecidos para la economía entonces existe un equilibrio, es decir, $\exists \{e_t\}_{t=1}^T \wedge \{i_t\}_{t=1}^T$ tal que son decisiones óptimas para el agente y principal respectivamente, el cual es único para cada período $t \in [1, T]$.

Un breve análisis de los casos límite para las expresiones recursivas⁷² lleva a notar que, frente a una mayor precisión respecto de los *shocks* exógenos (*i. e.* $P_u \rightarrow \infty$, lo que equivale a $\sigma_u^2 \rightarrow 0$), o una menor precisión del mercado respecto del talento (*i. e.* $P_s \rightarrow 0$, ó equivalentemente $\sigma_s^2 \rightarrow \infty$), se traduce en que el esfuerzo que escoge el

⁷² Se realizará una exploración detallada de la sensibilidad del modelo respecto de los parámetros considerados en el capítulo siguiente.

trabajador será mayor y viceversa⁷³. Esto corresponde a que si $P_u \rightarrow \infty$ la señal del esfuerzo se vuelve más clara y su impacto sobre la productividad es directo, ya que el impacto de distorsiones aleatorias exógenas⁷⁴ es predecible. La inversión se ve afectada de forma similar, consecuencia de la relación recién descrita entre el nivel de esfuerzo que se espera del trabajador (en particular para el período inmediatamente posterior), y el gasto en capital humano de la firma.

2.4. Detalle de los Efectos Presentes en el Mecanismo

2.4.1. Recordando Holmström (1999)

La explicación del mecanismo que se presenta en esta tesis requiere una breve revisión del modelo que plantea Holmström (1999) y los resultados que aquél autor obtiene. En aquél trabajo se modela la productividad en la forma siguiente:

$$y_t = \eta + e_t + u_t$$

η : Talento del agente, conocido de forma incompleta por éste y la firma (ambos comparten las mismas creencias), tal que $\eta \sim N(m_1, P_1)$.

P_1 : Precisión inicial con que se conoce el talento, tal que $P_t = \frac{1}{\sigma_t^2}, \forall t$ y $\sigma_t^2 = Var(\eta)$.

u_t : *Shock* exógeno, i.i.d. tal que $u_t \sim N(0, P_u)$.

Aquél autor supone un mercado competitivo, neutral al riesgo, es decir:

$$w_t(y^{t-1}) = \mathbb{E}(y_t/y^{t-1}) = \mathbb{E}(\eta/y^{t-1}) - \mathbb{E}(e_t(y^{t-1}))$$

⁷³ De hecho si $P_u \rightarrow \infty$ y $P_s < \infty$, entonces $e_t \rightarrow \infty$ en este caso. Ahora bien, el valor que toma esta variable depende principalmente del *ratio* entre P_u y P_s , además del valor para “s” que se está considerando.

⁷⁴ En el caso con $P_s \rightarrow 0$, ocurre que la información existente sobre el talento del trabajador es muy pobre, de modo que se requiere un mayor número de períodos para conocer al individuo. Con ello se esperaría que el número de períodos con un elevado nivel de esfuerzo (en los cuales el trabajador aprovecha esta falta de información), será mucho mayor.

En este caso no se considera el problema de la firma respecto de cuánto invertir en el trabajador y el impacto que puede tener el historial de productividad del agente sobre tales decisiones. De esta forma el problema que resuelve el empleado es intertemporal y corresponde a:

$$\max_{e_t} \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} [\mathbb{E}(w_t(y^{t-1})) - \mathbb{E}(e_t(y^{t-1}))]$$

Luego, aplicando la metodología previamente descrita (cambio de variable sobre y_t , etc.), se obtiene lo siguiente:

$$\mathbb{E}(w_t(y^{t-1})) = \frac{P_1 * m_1}{P_t} + \frac{P_u}{P_t} * \sum_{s=1}^{t-1} [m_1 + e_s - \mathbb{E}(\bar{e}_s(y^{s-1}))] + \mathbb{E}(\bar{e}_t(y^{t-1}))$$

De modo que las CPO serán de la forma:

$$\alpha_t \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} * \frac{P_u}{P_s} - g'(\bar{e}_t) = 0$$

La interpretación del Holmström (1999) se basa en que, como la secuencia α_t es decreciente y converge a cero, de la misma forma el *input* del trabajador disminuye hasta cero conforme $t \rightarrow \infty$. De este comportamiento, el autor concluye que, mientras el talento sea desconocido, el trabajador tendrá incentivos para esforzarse, ya que, como esta variable es un sustituto para el talento, existe la oportunidad de “engañar” a la firma de esa manera. Ahora bien, en equilibrio, lo anterior no es posible, puesto que el principal se forma expectativas respecto del esfuerzo que escogerá el agente (y, por consiguiente, sobre la productividad de éste último), de modo que el empleado se verá condicionado a cumplir lo que se espera de él, o será evaluado negativamente por el empleador.

2.4.2. Mecanismo de la Tesis en 3 Períodos

Para poder comprender mejor el mecanismo que describen las expresiones recursivas enunciadas en la Sección 2.3, se presenta un breve análisis para un caso con 3 períodos. Las ecuaciones que describen el comportamiento del salario y la inversión en este caso son:

i) En el último período ($t = 3$), tal y como se explicó previamente, ocurre que ambas variables de decisión son cero, es decir: $e_3 = 0$ y $i_3 = 0$.

ii) Por otra parte, cuando $t = 2$ se pueden apreciar las diferencias entre lo que indica el modelo para la productividad marginal del esfuerzo en este período, y lo que se tendría en caso que el verdadero talento del trabajador fuese observable. La ecuación de Euler corresponde a lo siguiente:

$$\begin{array}{c}
 \underbrace{c * e_2}_{CMg_2^e} = \underbrace{\gamma * \beta * (\rho_1 * h_2 + \rho_3)}_{E(PMg_2^e / y^1)} * \underbrace{\frac{P_u}{P_3}}_{PMg_2^e \text{ si el talento es conocido } i. e. \text{ información completa sobre } \eta} \\
 \underbrace{\hspace{10em}}_{IMg_2^e = w_2(y^1)}
 \end{array}$$

El mecanismo que se describe en esta tesis consiste en que, al comienzo del período actual, el empleado escoge un nivel elevado de esfuerzo buscando aprovechar la falta de información sobre su talento para intentar “engañar” a la firma, sin embargo, en el equilibrio la firma anticipa la decisión del trabajador. Luego, el valor que toma esta variable está condicionado por las expectativas del principal, ya que si el empleado no cumple con lo que se espera de él será evaluado negativamente. Ahora bien, lo que anticipa el empleador se basa en la información que entrega el *output* de períodos anteriores (en este caso sólo se tiene la información de $t = 1$, por lo que el vector y^1 es un escalar: $y^1=(y_1)$), por lo cual la productividad marginal está condicionada a la precisión con que se conoce el talento del trabajador en relación a posibles *shocks* exógenos que pudieran afectar el resultado que se obtiene en $t = 1$ (este efecto

corresponde al factor $\frac{P_u}{P_3}$ en la ecuación previa). Además de los efectos recién descritos, debe notarse que las expectativas de la firma y la decisión del trabajador se toman al comienzo de $t = 2$ y, sin embargo, ambas corresponden a lo que se obtendrá al final de tal período, por lo cual, debe ajustarse el ingreso marginal del esfuerzo por el factor de descuento β . De esta forma se obtiene la expresión para el ingreso marginal que se observa en la ecuación de Euler para $t = 2$, donde éste depende de la información que entrega la productividad realizada en el período anterior.

Lo anterior ocurre de forma análoga en el caso de la inversión, sin embargo, para el penúltimo período ello no se observa con claridad, debido a la dinámica escogida para h_t y el nulo esfuerzo que elige el trabajador para $t = 3$. Por lo tanto, en este caso particular, la productividad marginal de la inversión no se ve afectada por la falta de información respecto del talento. Ello se observa en la siguiente ecuación de Euler:

$$\begin{array}{c}
 PMg_2^i \text{ si el talento es conocido } i. e. \text{ información completa sobre } \eta \\
 \\
 \underbrace{a * i_2}_{CMg_1^i} = (1 - \gamma) * \underbrace{\beta * \rho_2}_{E(PMg_2^i / y^1)} \\
 \underbrace{\hspace{10em}}_{IMg_2^i}
 \end{array}$$

iii) Para el primer período ($t = 1$), el mecanismo descrito previamente mantiene la estructura recién explicada, sin embargo, ahora exhibe algunas características no apreciables en $t = 2$ y que se explican a continuación:

$$\begin{array}{c}
 PMg_1^e \text{ si el talento es conocido } i. e. \text{ información completa sobre } \eta \\
 \\
 \underbrace{c * e_1}_{CMg_1^e} = \gamma * \beta * \underbrace{(\rho_1 * h_1 + \rho_3)}_{E(PMg_1^e / y^0)} * \underbrace{\left\{ \frac{P_u}{P_2} + \beta * \frac{P_u}{P_3} \right\}}_{IMg_1^e = w_1(y^0)} \\
 \underbrace{\hspace{10em}}_{IMg_1^e = w_1(y^0)}
 \end{array}$$

En el caso de la ecuación para el esfuerzo, dado que existen 2 períodos posteriores al actual, se tiene que aquella productividad marginal estará condicionada por la progresiva revelación del talento que ocurre en cada uno de ellos; dándosele mayor relevancia al más cercano (que corresponde a $t=2$ en este caso).

$\beta * \{\rho_1 * e_2 + \rho_2\} = PMg_1^i$ si el talento es conocido *i. e.* información completa sobre η

$$\underbrace{a * i_1}_{CMg_1^i} = (1 - \gamma) * \underbrace{\beta * \{(2 * \rho_1 * e_2 + \rho_2) + a * i_2 * \beta * (1 - \delta)\}}_{E(PMg_1^i / y^0)}$$

$$\underbrace{\hspace{15em}}_{IMg_1^i}$$

$$\Leftrightarrow i_1 = \frac{(1 - \gamma) * \beta}{a} * (2 * \rho_1 * e_2 + \rho_2) + (1 - \gamma) * \beta * i_2 * \beta * (1 - \delta)$$

Al observar la ecuación de Euler para la inversión, se tiene que la productividad marginal correspondiente a esa variable sí exhibe en este caso el efecto de la falta de información respecto del talento. Ya que, cuando se compara lo obtenido para la tesis versus lo que ocurre cuando η es perfectamente conocido, es posible notar que la decisión de la firma estará condicionada por: 1) las expectativas que tiene el trabajador respecto de la capacitación que recibirá y 2) el nivel de esfuerzo que anticipa el principal para el agente. Y lo anterior será aún más relevante para la decisión de la firma bajo el supuesto de complementariedad entre h_t y e_t , ya que el efecto amplificador que se observó en la ecuación de Euler para el esfuerzo se “duplica” en este caso. Adicionalmente, se mantiene el impacto de la dinámica del capital humano en la decisión de cuánto invertir (ρ_2), tal y como se observó para el caso en que el talento se conoce perfectamente. Por último, se tiene que la decisión sobre i_t estará determinada de acuerdo a lo que anticipa⁷⁵ el trabajador para el gasto en *training* que realizará la firma a futuro (ajustada por el factor $(1 - \gamma)$). De esta forma la planificación para el resto de la relación laboral condicionará la decisión del período actual. Este resultado se debe a: 1) la complementariedad entre las variables de decisión, 2) la dinámica del

⁷⁵ Tales expectativas se forman al comienzo de t , a partir de la información obtenida hasta ese punto y corresponde a lo que se obtendrá al final del período (de allí el ajuste por β). Más aún, en este caso particular, se considerará todo el tiempo que resta en la relación laboral.

capital humano y 3) los costos de ajuste en las expectativas del empleador; los cuales afectan las expectativas de ambas partes⁷⁶.

2.4.3. Inversión Inicial Creciente en Capital Humano Inicial

Adicionalmente, de las ecuaciones anteriores y recordando que h_1 es conocido (capital humano inicial del trabajador cuando es contratado), es posible demostrar⁷⁷ el siguiente Lema:

Lema: Si se cumple que $\frac{(1-\gamma)*\gamma*\beta^2}{a*c} * 2 * \rho_1^2 \in (0,1)$, entonces i_1 es creciente en el nivel de capital humano inicial (h_1).

Luego, la condición anterior entrega información sobre los requerimientos para que el mecanismo propuesto aquí sea consistente. Si bien, es claro (por definición) que $(1 - \gamma) * \gamma * \beta^2 \in (0,1)$, la razón entre $2 * \rho_1^2$ y $a * c$ no se comporta necesariamente de la forma deseada (es decir, acotada entre 0 y 1). El primer producto se deriva del impacto marginal asociado a la complementariedad, mientras que el segundo corresponde al grado de convexidad del costo asociado al esfuerzo y aquél propio del gasto de la firma en capacitación (segunda derivada de las funciones definidas previamente).

Ahora bien, ¿qué implicancias tiene que no se cumpla aquella relación? El caso extremo *i. e.* $\frac{(1-\gamma)*\gamma*\beta^2}{a*c} * 2 * \rho_1^2 = 1$, conlleva una inversión inicial infinita, lo cual no tiene sentido⁷⁸. Por otra parte, si $\frac{(1-\gamma)*\gamma*\beta^2}{a*c} * 2 * \rho_1^2 > 1$, se tiene que la inversión en $t = 1$ dependería negativamente del nivel de capital humano inicial del trabajador, es decir,

⁷⁶ Esto se aprecia con mayor claridad en las ecuaciones de Euler para T períodos, ya que allí se observa el ajuste en i_t asociado al impacto marginal de aquél gasto sobre las expectativas futuras (del empleado) para la inversión. En este caso, como el esfuerzo en $t = 3$ es igual a cero, no se aprecia tal corrección.

⁷⁷ Demostración en Anexos.

⁷⁸ De esta manera, bajo el modelo presentado aquí, existe una discontinuidad en la inversión en tal escenario.

mientras más capacitado esté el empleado al momento de ingreso a la firma, la empleador tendrá menos incentivos para capacitarlo⁷⁹; a la vez que la expectativas del individuo para recibir *training* serán menores en tal escenario (condicionando el comportamiento de la firma). Tal situación es un contrasentido, puesto que, como $(1 - \gamma) * \gamma * \beta^2 \in (0,1)$, entonces:

$$\frac{(1 - \gamma) * \gamma * \beta^2}{a * c} * 2 * \rho_1^2 > 1 \Rightarrow \frac{2 * \rho_1^2}{a * c} > \frac{1}{(1 - \gamma) * \gamma * \beta^2} > 1$$

Luego, se tiene que $2 * \rho_1^2 > a * c$, con lo cual, la firma debería aprovechar la complementariedad para invertir en capital humano (situación que anticipa el trabajador), tal y cómo se observa en el análisis de sensibilidad (Sección 3.4) para un valor elevado de ρ_1 (conforme el talento no se conozca perfectamente) el gasto en capacitación será mayor. De hecho, si se contrata a un trabajador con un elevado nivel inicial de capital humano, entonces, siguiendo lo que indica el informe de la OECD (1999b), tendría sentido invertir fuertemente en él. Puesto que, si el empleado ya posee gran cantidad de conocimientos, entonces le sería más fácil aprender nuevas tareas⁸⁰; pudiendo alcanzar un nivel de dominio superior sobre ellas, sin que esto signifique una mayor inversión relativa al gasto que se requiere para capacitar en lo básico a un individuo con menor capital humano inicial.

Debe notarse que, si se tiene $\frac{(1-\gamma)*\gamma*\beta^2}{a*c} * 2 * \rho_1^2 < 0$, entonces existen múltiples formas de contradicción posibles. Es claro que el impacto marginal de la complementariedad y el factor de descuento son mayores que cero (elevados al cuadrado), por lo que pueden darse dos casos:

$$1) c < 0 \text{ ó } a < 0$$

$$2) \gamma < 0 \text{ ó } (1 - \gamma) < 0$$

⁷⁹ Incluso podría darse un nivel negativo de inversión, lo cual no tiene sentido bajo los supuestos del modelo.

⁸⁰ Tal que lo que se quiera enseñar al trabajador tenga alguna relación con sus conocimientos previos, si se trata de disciplinas distintas (e. g. un ingeniero que ahora debe aprender sobre leyes), entonces este argumento no corresponde.

En el primero, se tiene una situación que carece de sentido, puesto que indica un costo negativo asociado al esfuerzo ($c < 0$) ó al gasto en capacitación ($a < 0$), lo cual significaría soluciones infinitas para el esfuerzo y la inversión para cada período. Por otro lado, suponer que alguna de las partes se lleva una fracción negativa del excedente que resulta de la relación laboral, es contradictorio bajo las características del modelo, ya que no se tendrían incentivos para esforzarse (empleado), ni para invertir en *training* (empleador).

La condición $\frac{2*\rho_1^2}{a*c} < 1$ se puede reescribir como: $\frac{\rho_1}{a} * \frac{\rho_1}{c} < \frac{1}{2}$. De esto se puede concluir que la razón entre el impacto marginal de la complementariedad y la tasa a la cual se incrementa el costo del esfuerzo; en conjunto con la razón entre ρ_1 y la tasa con que crece el gasto para la inversión deben ser menor a $\frac{1}{2}$. Es decir, para que los resultados sean consistentes, debe ocurrir que el efecto de la complementariedad sea suficientemente pequeño en relación a la tasa con la cual se incrementan los costos de la relación laboral para las partes. De otro modo, el mecanismo entrega resultados contradictorios bajo los supuestos delineados inicialmente.

CAPÍTULO 3

RESULTADOS OBTENIDOS

3.1. Parámetros a Considerar

A continuación se presenta un ejercicio numérico para ilustrar de mejor forma los resultados del modelo; los valores que se asumen inicialmente⁸¹ para los parámetros son:

Parámetro	Referencia
$\beta = 0.95$	Se escoge este factor de descuento para una tasa de interés anual del 5%, de modo que ese será el costo de oportunidad de ambas partes.
$P_1 = 5.4276$	Precisión asociada a la heterogeneidad de los trabajadores (factores no observables) que corresponde a una varianza de 0.1842
$P_u = 2.441$	Precisión correspondiente a <i>shocks</i> idiosincráticos a la firma, que representa una varianza de 0.409
$\delta = 0.2$	La tasa de depreciación del capital humano se asume inicialmente como 20%.
$\gamma = 0.28$	Se escoge este valor siguiendo el estudio realizado por Bishop (1994), respecto del <i>payoff</i> asociado al <i>training</i> para el empleado.

Tabla 1. Valores Parámetros para el Caso Base

Los valores asociados a los parámetros: ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 , a y c son escogidos arbitrariamente. En particular, las constantes asociadas a las funciones de gasto (a) y costo (c), se consideran poco gravitantes para el análisis del problema en cuestión⁸². A su vez, el

⁸¹ Los valores para P_1 y P_u se definen en función de datos provenientes de trabajos empíricos (referenciados en la Bibliografía), sin embargo, considerando las diferencias entre las fuentes, debe entenderse sólo como un punto de partida arbitrario para el análisis de fondo.

⁸² Este es un supuesto derivado de las expresiones recursivas que se encontró previamente y será revisado en la medida que se realice un análisis de sensibilidad más adelante en este capítulo. Es importante notar que se asume

valor que se escoge para ρ_1 , ρ_2 y ρ_3 será menor a 1 para todas ellas lo cual es intuitivo cuando se piensa en el impacto que puede tener cada uno de ellos en el *output*⁸³. Luego, se realizará un análisis de sensibilidad (*ceteris paribus*) asociado a estos parámetros, ya que tienen un impacto relevante en los resultados obtenidos. El valor para el capital humano inicial (h_1) se escoge igual a 100 para el Caso Base, puesto que así es posible observar con mayor claridad la fuerte inversión inicial en *training* de la firma. Ahora bien, a partir del Lema enunciado en el capítulo anterior, es necesario un análisis de sensibilidad sobre este parámetro para graficar la relevancia del nivel de capital humano que se escoge y cómo se interpreta el resultado que se deriva de ella. El número de períodos a considerar de aquí en adelante será $T=30$; de este modo el intervalo representa los 30 años de la vida laboral activa entre los 36 y 65 años. La tabla siguiente resume los valores escogidos arbitrariamente para el Caso Base.

Parámetro	Valor Caso Base
ρ_1	0.6
ρ_2	0.5
ρ_3	0.7
a	6
c	2
h_1	100
T	30

Tabla 2. Valores Arbitrarios para el Caso Base

Es importante remarcar que, dada la metodología utilizada para resolver el problema estudiado aquí, el valor correspondiente a la esperanza del talento (*i. e.* el parámetro m_1) no tiene un impacto significativo sobre los resultados obtenidos⁸⁴.

un menor costo marginal de hacer esfuerzo para el trabajador en relación a la decisión de invertir para la firma (*i. e.* se supone que $c < a$).

⁸³ Es razonable suponer que el impacto marginal de cada componente tome un valor entre 0 y 1, considerando que, a lo más, una unidad de esfuerzo podría generar el equivalente en productividad; esto se extiende para el nivel de capital humano. En el caso de la complementariedad lo anterior cobra más sentido, ya que corresponde al efecto conjunto sobre la productividad a partir de dos variables que, por separado, tienen un impacto directo sobre el *output*, de modo que sería exagerado suponer una relevancia mayor a 1 para tal efecto.

⁸⁴ En el caso de lo observado por Abowd, Kramarz y Margolis (1999) $m_1 = 1.0965$.

3.2. Caso Base

Una vez resuelto el problema bajo los parámetros considerados inicialmente, se grafica la evolución de las variables en las siguientes figuras:

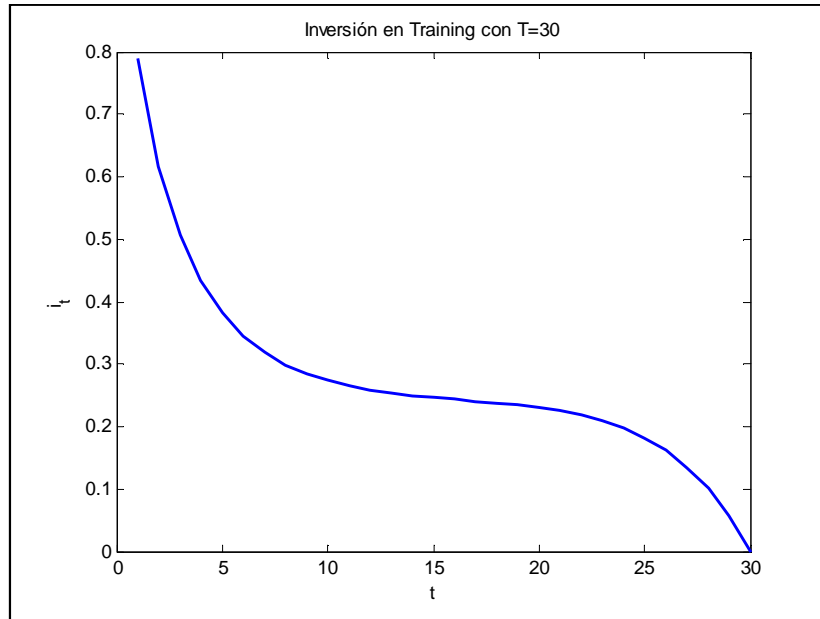


Fig. 1. Inversión en *Training*

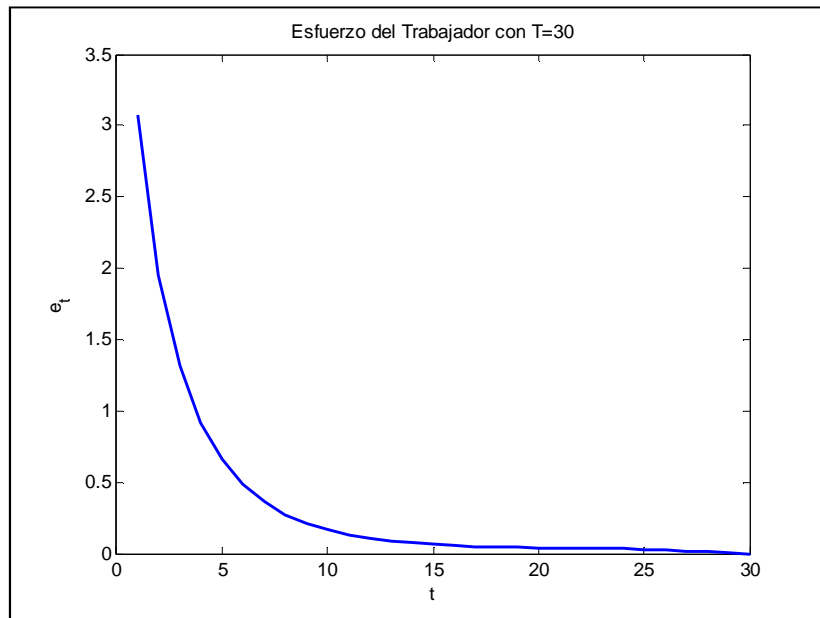


Fig. 2. Esfuerzo del Trabajador

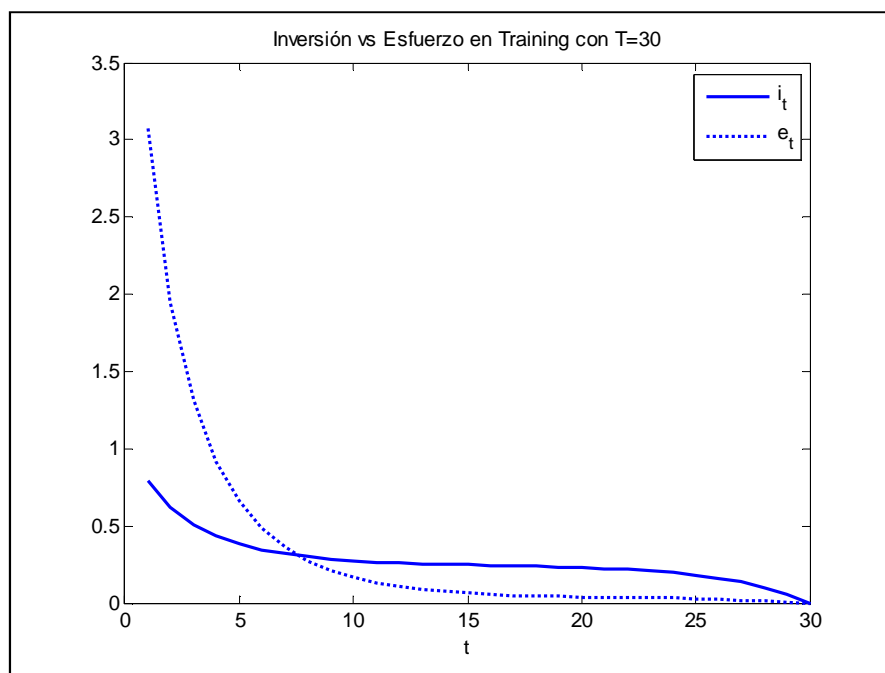


Fig. 3. Inversión vs Esfuerzo

El comportamiento de la inversión que realiza la firma entre los períodos $t=20$ y $t=30$ sigue lo planteado en la literatura clásica, es decir, conforme pasan los períodos, el gasto en la formación de capital humano decrece. Ello se aprecia en el último tercio de la relación laboral, donde el gasto se reduce de forma más acelerada que en la etapa intermedia, en la que se había “estabilizado” la inversión (*i. e.* mantenía una tasa muy baja en su disminución). De esto, se puede concluir que la firma mantiene un nivel considerable de gasto en *training* durante gran parte de la vida laboral activa del trabajador, hasta que el horizonte para obtener retornos de tal gasto en el capital humano del agente se acerca. Tal explicación, ya establecida en la literatura previa, permite entender por qué la caída en la inversión posterior a las etapas inicial e intermedia, será cada vez más importante cuando el retiro del agente sea inminente.

En el primer gráfico se puede observar un comportamiento que no se explica en la literatura clásica de capital humano, ya que, bajo los supuestos previamente mencionados, este modelo indica que la firma aprovechará de invertir fuertemente en *training* durante los períodos iniciales. Ello se explica porque el trabajador busca

aprovechar la falta de información que se tiene sobre su talento, de modo que en la primera parte de la relación laboral escoge un esfuerzo elevado. Ello sirve como una señal al mercado (en este caso el empleador), de que el empleado es un individuo talentoso. Lo anterior corresponde al primer incentivo implícito del acuerdo tácito entre las partes. Ahora bien, como ya indicaba Holmström, en el equilibrio el trabajador “no puede engañar a la firma⁸⁵”, ya que ésta anticipa el comportamiento del empleado a partir de la información que entrega el historial de productividad. Luego, observando un nivel elevado de *output*, el principal aprovecha la complementariedad realizando un fuerte gasto en capital humano durante esta etapa, ya que al capacitar apropiadamente al trabajador podrá generar mayores retornos de la relación laboral.

De la misma forma en que el empleado se ve condicionado por las expectativas del empleador, la decisión del principal respecto de cuánto invertir en *training* también se verá afectada por lo que anticipa el trabajador en términos de una capacitación adecuada. Ya que, tomando en consideración lo positivo de su desempeño (recordando que el trabajador conoce su nivel de esfuerzo y productividad), el empleado se forma expectativas para la inversión que realiza el empleador en capital humano. Esto corresponde al segundo aspecto implícito del contrato de incentivos entre las partes, puesto que la difícil verificación del gasto en capital humano por una tercera parte, termina por constituir una relación laboral donde el comportamiento de una parte estará condicionado por las expectativas de la contraparte. Esta situación se sostendrá conforme el verdadero talento del individuo no haya sido revelado por completo, exhibiendo una disminución gradual para el esfuerzo y la inversión a medida que pasen los períodos (acumulación progresiva de información sobre el talento del trabajador).

Una mirada en detalle al comportamiento del esfuerzo, confirma que esta variable se comporta de forma consistente con lo obtenido por Holmström (1999). Esto es, un decaimiento progresivo conforme avanzan los períodos, exhibiéndose una mayor disminución en las primeras etapas. Tal fenómeno se debe a que, inicialmente, el

⁸⁵ Parafraseando a Holmström (1999).

agente se esfuerza en un nivel elevado, conforme la precisión con la que se conoce su talento es baja. Posteriormente, el individuo se relaja a medida que el mercado es capaz de reconocer con mayor claridad aquella característica no observable, ya que las posibilidades de obtener rentas se reducen con el paso de los períodos (al igual que las expectativas de la firma para su desempeño).

En el tercer gráfico se muestra la evolución de ambas variables en paralelo, lo cual permite apreciar en conjunto los dos efectos recién mencionados. De lo anterior se observa con mayor claridad que las variables están alineadas en su comportamiento, aunque difieren en la tasa a la cual evolucionan, siendo mucho más brusca la caída del nivel de esfuerzo que la apreciada para la inversión en los períodos iniciales. Sin embargo, tal fenómeno se revierte en las etapas finales de la relación laboral, siendo mayor la tasa a la cual decrece el gasto en capital humano respecto de aquella que determina la evolución del esfuerzo. Además es posible notar que, conforme avanzan los períodos, la inversión se comporta con evidente persistencia; esta propiedad se aprecia con mayor claridad en las etapas intermedias de la vida laboral, en las cuales el gasto en capital humano tiende a “estabilizarse”⁸⁶.

La persistencia que exhibe la inversión se explica por la combinación de tres efectos: 1) el nivel de esfuerzo que escoge el trabajador decae a medida que avanzan los períodos (se revela su verdadero talento), 2) la inversión realizada en el período t impacta en los períodos $t+1$ hasta el final de la vida laboral (dinámica del capital humano), y 3) los costos de ajuste derivados de la forma funcional del gasto en capacitación. Todo lo anterior determina que, frente a menores incentivos para gastar en *training* (esfuerzo decreciente, anticipado por la firma), el empleador verá condicionada su decisión por la tasa de depreciación del capital humano⁸⁷ y el elevado costo que le significa invertir mucho de una sola vez. La interacción de esos tres efectos determina que el gasto en *training* para el trabajador se estabiliza con el paso de los períodos, con el objetivo de reemplazar la pérdida de valor que sufre el capital humano.

⁸⁶ Es decir, la tasa en que decrece se reduce considerablemente, respecto de las etapas anteriores.

⁸⁷ Efecto que será analizado en este capítulo.

En términos empíricos, la optimalidad de esta solución refleja lo observado por el estudio de la OECD (*Employment Outlook*, 1999), en el cual se destaca la importancia de continuar con la capacitación del trabajador durante toda la vida laboral, ya que mantenerse en un “ambiente de aprendizaje” permite evitar un declive en la “trainability”⁸⁸ de los individuos. Lo anterior se basa en datos de la IALS⁸⁹ los cuales indican que las habilidades no utilizadas se deterioran, mientras que si se mantiene una práctica constante, éstas se desarrollarán.

3.3. Análisis Comparativo

Corresponde ahora realizar un análisis comparativo entre: 1) el modelo presentado aquí, 2) uno donde la complementariedad capital humano-esfuerzo tenga nulo impacto sobre la productividad marginal (*i. e.* $\rho_1 = 0$), y 3) otro modelo idéntico a Holmström (1999)⁹⁰ salvo que se incorpora ρ_3 de modo que el impacto marginal del esfuerzo en la productividad no es igual a 1⁹¹. De esta manera, el *output* de la relación laboral tendrá tres formas funcionales:

$$(1) y_t = \eta + \rho_1 * h_t * e_t + \rho_2 * h_t + \rho_3 * e_t + u_t$$

$$(2) y_t = \eta + \rho_2 * h_t + \rho_3 * e_t + u_t$$

$$(3) y_t = \eta + \rho_3 * e_t + u_t$$

Luego, a partir de los parámetros escogidos originalmente⁹², se pueden resumir las variables inversión y esfuerzo en los dos gráficos siguientes:

⁸⁸ Entrenabilidad: Capacidad de los trabajadores para aprender nuevas habilidades (adaptarse a nuevos requerimientos laborales). En caso que ésta decaiga, se traduciría en una menor productividad con el paso del tiempo. Ver OECD (1999b).

⁸⁹ *International Adult Literacy Survey*.

⁹⁰ Correspondiente a la primera parte de aquel *paper*, cuando el autor asume que el talento es constante.

⁹¹ Una unidad más de esfuerzo implica menos de una unidad de productividad cuando $\rho_3 < 1$.

⁹² Ver Tablas 1 y 2.

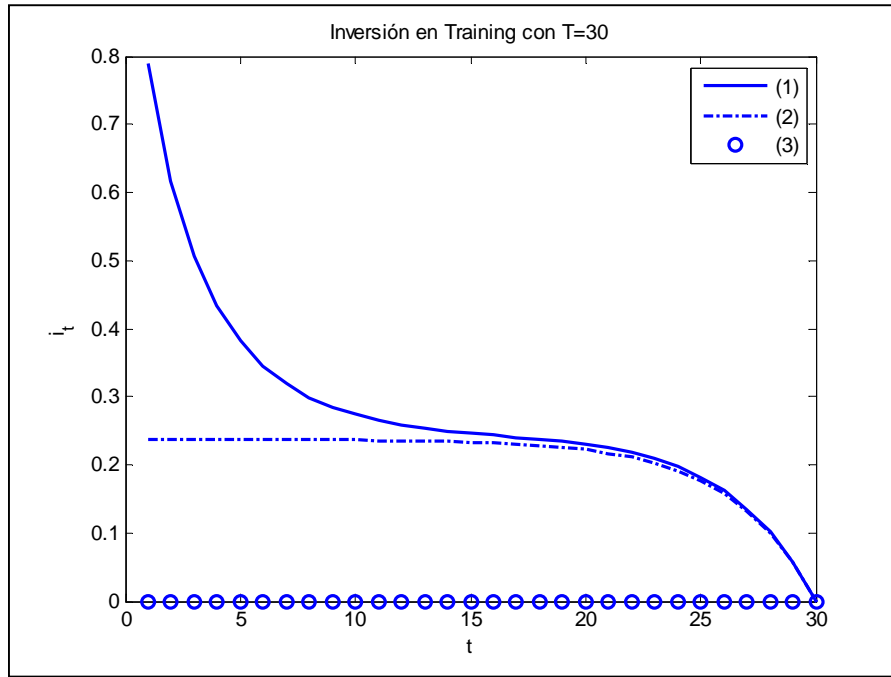


Fig. 4. Comparación de la Inversión en *Training*

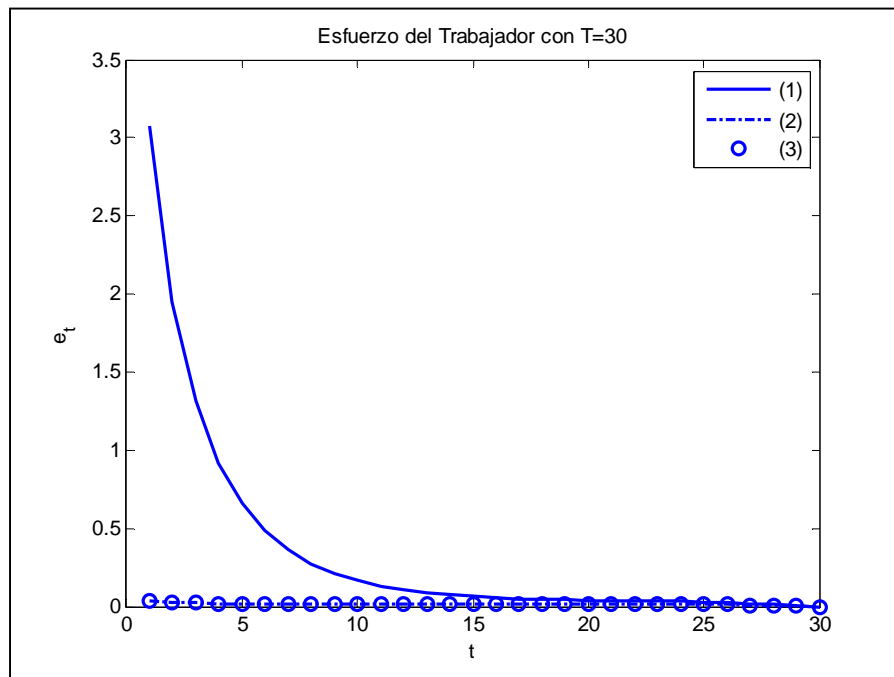


Fig. 5. Comparación del Esfuerzo

Al observar el comportamiento de la inversión en *training* que realiza la firma, se pueden establecer claramente las diferencias entre ellos y además permite ilustrar el aporte de la tesis que se desarrolla aquí:

a) Cuando se confrontan los resultados obtenidos para los modelos (1) y (2), se cumple lo anunciado previamente: en un modelo que incorpora *career concerns* a los agentes, pero no supone complementariedad entre capital humano y esfuerzo (en presencia de costos de ajuste), la inversión en *training* por parte de la firma se sostiene durante toda la relación laboral. Sin embargo, tal especificación no aporta más allá de lo indicado por el modelo neoclásico, ya que un modelo sin complementariedad bajo ninguna circunstancia exhibe un fuerte gasto en capacitación de trabajadores *prime age*.

b) Al observar los resultados del modelo (3) (que reproduce Holmström, 1999), las diferencias con el modelo (1) son claras. En aquél *paper* Holmström busca estudiar el impacto de la preocupación (ó interés) por el futuro “en las decisiones o en el esfuerzo que pone una persona en su trabajo”, lo cual deriva en la existencia de un contrato implícito entre principal y agente⁹³. En efecto, basta notar que la inversión en *training* en ese modelo será siempre cero para poder establecer la relevancia del modelo (1) y el enfoque planteado en esta tesis.

c) La figura que ilustra la comparación entre los modelos a nivel de esfuerzo permite corroborar lo planteado originalmente por Holmström (1999). Ello se debe a que en los tres modelos es posible apreciar que el trabajador enviará señales de mayor productividad al elegir un esfuerzo más elevado. Ahora bien, al detenerse en lo que ocurre en el modelo (1) versus lo observado para (2) y (3), se tiene que considerar la complementariedad entre capital humano y esfuerzo, deriva en que el trabajador (como indicaría la intuición) tiene mayores incentivos para esforzarse (por sobre lo que se obtiene sólo con *career concerns*). De este modo, las evidentes diferencias de escala entre el esfuerzo que se escoge en el modelo (1) y los demás pueden parecer exageradas, pero toman sentido al reconocer que tales valores para e_t se sustentan en la complementariedad que se supone para el capital humano y el esfuerzo. Ya que, la elección de un nivel de esfuerzo elevado para los primeros períodos (acorde a las expectativas que se forma el empleador), se ve amplificada por lo que decide la firma, la cual

⁹³ Para explicar el mayor nivel de esfuerzo que exhibe el trabajador en los períodos iniciales de la relación laboral.

escogerá invertir fuertemente en inversión en la etapa inicial de la relación laboral (conforme a lo que espera el trabajador).

3.4. Análisis de Sensibilidad

3.4.1. Efecto Amplificador (ρ_1 , ρ_2 y P_u)

Un análisis de sensibilidad sobre los parámetros ρ_1 y P_u permite observar que la inversión que realiza la firma en capital humano exhibe un comportamiento similar al caso base, en términos de la forma en que evoluciona la variable. En los gráficos presentados a continuación se ve, más allá de las diferencias de magnitud en los períodos iniciales, que los escenarios (para cada parámetro) convergen a los mismos valores a medida que avanza la relación laboral. Es importante notar que frente a casos límite (*i. e.* $\rho_1 = 0$ y $P_u = 0$), ocurre que no existe una elevada inversión inicial⁹⁴, sino que se tiene un comportamiento de acuerdo a lo predicho por el modelo neoclásico de inversión en capital humano.

Cabe recordar que ρ_1 corresponde al impacto marginal de la complementariedad entre el nivel de capital humano (dependiente del historial de inversión que realiza la firma) y el esfuerzo del trabajador. Mientras que P_u es la precisión asociada *shocks* exógenos que afectan la productividad marginal del *manager* (agente). Al estudiar los efectos de cambios en los parámetros, se consideran tres escenarios para cada uno, es decir: $\rho_1 = \{0, 0.8, 1\}$ y $P_u = \{0.01, 0.5, 10\}$. Donde $P_u = 10$ representa un valor considerablemente elevado respecto del caso base. Los gráficos obtenidos se muestran a continuación:

⁹⁴ Elevada en el sentido del Caso Base.

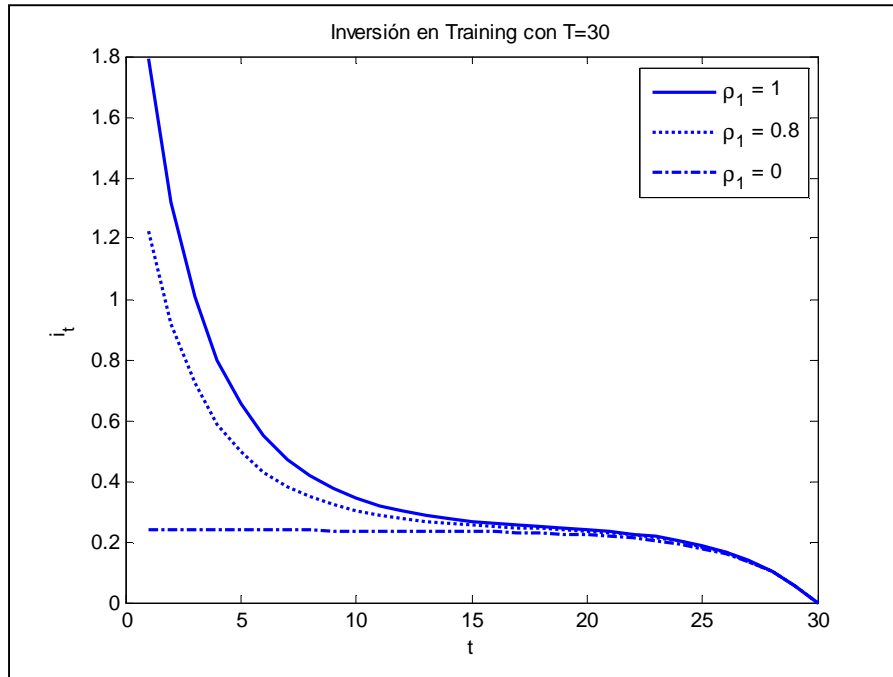


Fig. 6. Inversión en *Training* con $\rho_1 = \{0, 0.8, 1\}$.

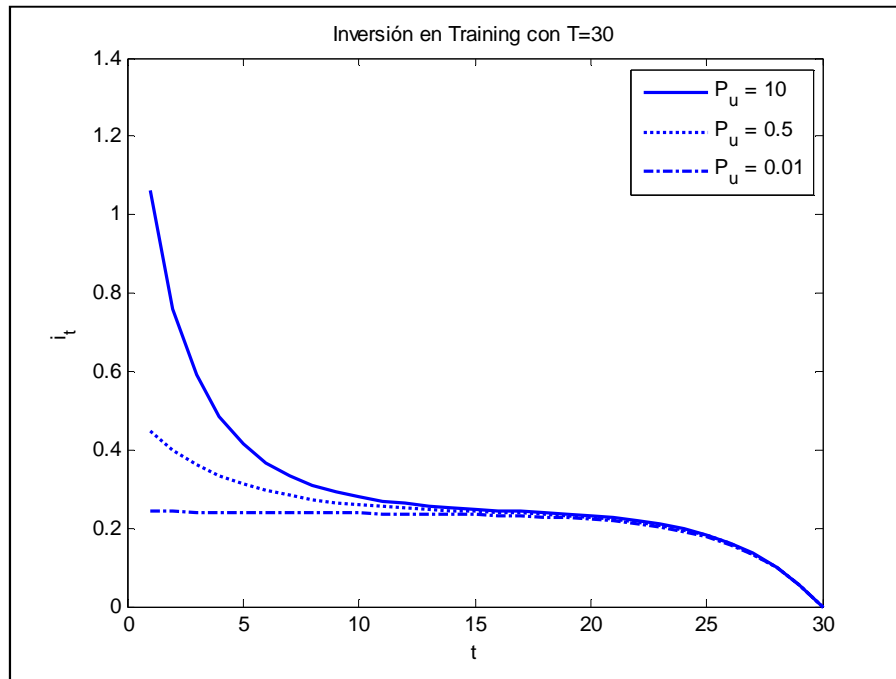


Fig. 7. Inversión en *Training* con $P_u = \{0.01, 0.5, 10\}$.

En el primer gráfico se aprecia que el comportamiento de la variable se ve afectado en términos de magnitud por el valor del parámetro ρ_1 . De esta forma se observa que un mayor impacto de la complementariedad conlleva una inversión inicial

más elevada (como evidencia el caso con $\rho_1 = 1$). Esto significa que un ρ_1 más elevado, resulta en una magnitud mucho mayor para el gasto en *training* por parte de la firma en los períodos iniciales (respecto del caso original). Esto es esperable, debido a que el principal ve en aquél escenario una oportunidad de incrementar los beneficios que se obtienen de la relación laboral por sobre lo observado en el Caso Base. Asimismo, las expectativas del trabajador asociadas al nivel del gasto en capacitación en este escenario aumentan, lo cual representa un incentivo implícito que condicionará la inversión de la firma.

Un mayor valor de P_u tiene el mismo efecto observado previamente para ρ_1 , sin embargo, en este caso particular, la situación se explica porque el agente aprovecha que la incertidumbre (sobre la productividad marginal del trabajador) asociada a fenómenos exógenos es menor. De este modo, el empleado reconoce la oportunidad para obtener mayores rentas a través de su esfuerzo con menos distorsiones de ese tipo y, como consecuencia, e_t tomará un valor más elevado que en el Caso Base. La firma anticipa este comportamiento del trabajador, por lo que las expectativas del empleador para el nivel de esfuerzo del empleado serán mayores (versus las expectativas del caso original). Por lo tanto, el principal aprovechará la complementariedad entre capital humano y esfuerzo para invertir fuertemente en *training* (acorde a lo que espera el agente). Esta situación (nivel de esfuerzo y gasto en capital humano elevados) se extiende por un menor número de períodos respecto del Caso Base, ya que la firma podrá conocer más rápidamente el verdadero talento del agente. Además, en éste escenario el empleador identifica con mayor claridad el impacto de elementos exógenos al trabajador sobre la productividad. Con lo cual, el riesgo asociado a la inversión en capital humano se reduce, ya que, incluso cuando el nivel real del talento sea bajo (lo cual se descubre progresivamente con el paso de los períodos), el trabajador escogerá esforzarse muy por sobre el mínimo en la primera etapa (acorde a las expectativas que se crea la firma), de modo que los excedentes de la relación laboral estarán por sobre lo observado en el escenario donde la información que obtiene la firma es más difusa.

Previo a considerar los casos límite corresponde analizar lo observado para el esfuerzo en los diferentes escenarios. Los gráficos se presentan a continuación:

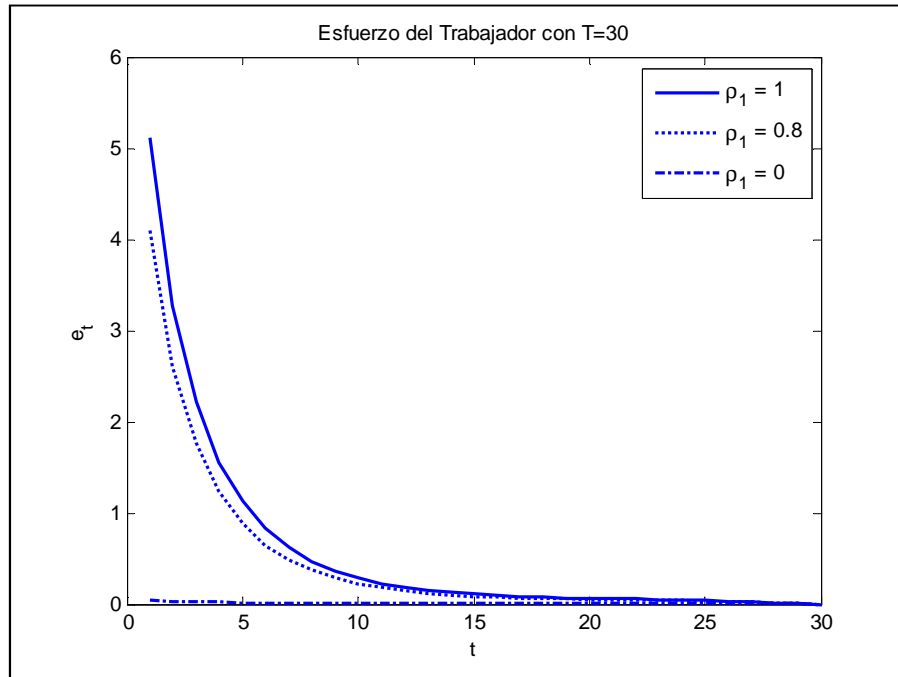


Fig. 8. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_1 = \{0, 0.8, 1\}$.

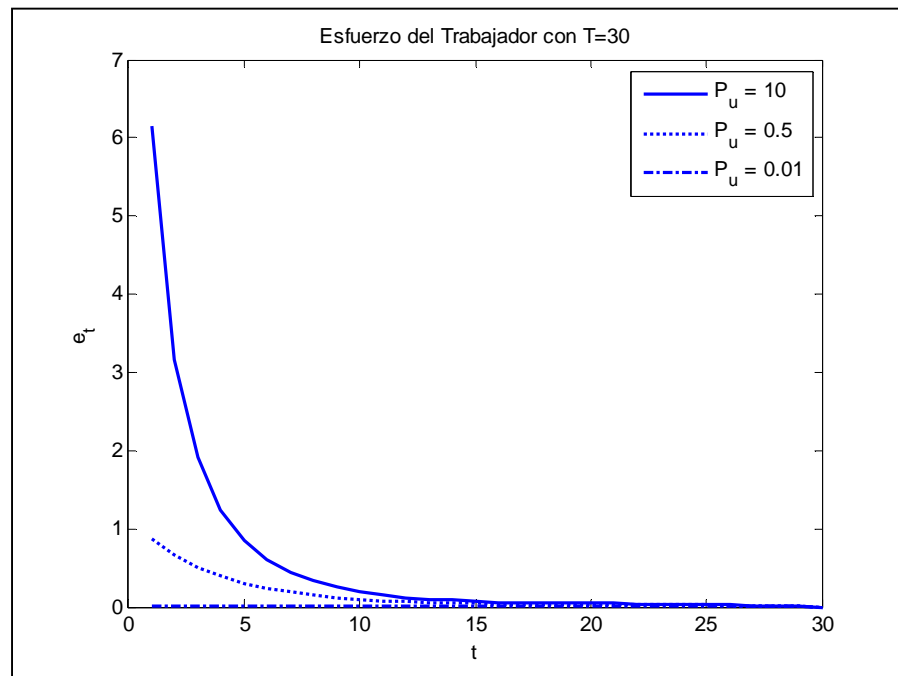


Fig. 9. Esfuerzo del Trabajador con $P_u = \{0.01, 0.5, 10\}$.

En ambos casos se puede observar que el esfuerzo es afectado de manera similar a la inversión, es decir, su evolución no se ve visiblemente alterada en términos de forma (salvo en los casos extremos), pero sí se aprecian cambios en lo que se refiere a la magnitud de los valores que toma la variable. Luego, el modelo sugiere que el nivel de esfuerzo estará condicionado por lo siguiente:

1) Un mayor impacto de la complementariedad entre esfuerzo y capital humano en la productividad (incremento en ρ_1), se traduce en un nivel de esfuerzo más elevado (y viceversa). Es decir, el comportamiento para el agente es consistente con lo propuesto por Holmström (1999), ya que el trabajador querrá esforzarse para aprovechar de obtener el mayor retorno posible de la relación laboral y, como se indicó previamente, deberá escoger e_t acorde a lo que anticipa la firma. En particular, esto se debe a que los incentivos para esforzarse que tiene el trabajador, se ven amplificados por el efecto conjunto entre las variables de decisión (i_{t-1} y e_t). A la vez que las expectativas de la firma para el esfuerzo (y la productividad) serán afectadas de forma similar, ya que frente a un mayor impacto en la complementariedad, tanto empleador como empleado anticipan una oportunidad de incrementar sus retornos de la relación laboral.

2) En el caso que la precisión asociada a *shocks* exógenos (P_u) sea mayor, el agente aprovecha la ausencia de distorsiones respecto de cuánto produce, con el fin de alcanzar rentas mayores a través de la señal correspondiente al impacto de su esfuerzo en la productividad (acorde a Holmström, 1999). El empleado responderá así a lo que anticipa la firma para su nivel de esfuerzo en un escenario donde el ruido es menor. Se debe notar que la evolución del esfuerzo en el escenario con P_u alto presenta diferencias respecto de los otros parámetros, como se aprecia en la mayor tasa con que decrece esta variable en los períodos iniciales (entre $t=1$ y $t=10$).

Al observar los casos extremos: $\rho_1 = 0$ ó $P_u \rightarrow 0$ se tiene que ambas variables exhiben un comportamiento diferente a los escenarios previos en términos de forma. En el primer caso ($\rho_1 = 0$), ocurre que el trabajador tiene menos incentivos para esforzarse,

debido a que no existe un vínculo entre su decisión y la elección de la firma respecto de cuánto invertir en capital humano. Luego, como el impacto del esfuerzo en la productividad es mucho menor, se tiene que el efecto amplificador mencionado previamente no existe en aquél escenario. A pesar de esto, e_t se mantiene en un nivel positivo, aunque mucho menor que cuando $\rho_1 > 0$; ello puede deberse a que el agente todavía ve oportunidades de obtener rentas de la relación laboral (por muy pequeñas que sean), mientras el mercado no sea capaz de identificar su tipo con precisión. La inversión mantiene un comportamiento decreciente durante gran parte de la relación laboral, sin embargo (y debido a que el esfuerzo del agente es marginalmente positivo), si se observa en detalle la evolución del gasto, se aprecia un leve incremento en los primeros períodos.

Por otra parte, cuando $P_u \rightarrow 0$ el esfuerzo inicial claramente exhibe una diferencia en magnitud respecto del Caso Base, y la evolución posterior se asemeja a lo observado cuando P_1 tomaba valores elevados (caso analizado posteriormente) ó cuando $\rho_1 = 0$ ⁹⁵. A su vez, en lo que se refiere a la inversión, ocurre que el fuerte incremento observado en el Caso Base, tiene una magnitud mucho menor en este escenario, para luego converger a un nivel estable hasta la última etapa de la relación laboral. Este comportamiento para las variables de decisión se debe a que, como los *shocks* exógenos son muy difíciles de pronosticar, la señal del agente se vuelve muy difusa. Esto implica que el trabajador pierde incentivos para esforzarse en este escenario y, frente a la poca claridad de la información que entrega la productividad, la firma moderará sus expectativas para las decisiones del trabajador. Lo anterior afecta de modo similar a la inversión, debido a la complementariedad entre capital humano y esfuerzo (junto con lo que anticipa el trabajador, a partir de su comportamiento). Además, en estas condiciones, la firma no tiene seguridad de obtener beneficios por su gasto en capital humano (el impacto de una situación exógena puede contrarrestar las ganancias derivadas del *training*).

⁹⁵ Esto se puede observar con mayor claridad en los gráficos para cada caso por separado, los cuales se adjuntan en los Anexos.

Se procede ahora a estudiar el efecto de cambios en el valor de ρ_2 , es decir, el impacto marginal del nivel de capital humano en la productividad marginal. Se consideran tres escenarios: $\rho_2 = \{0, 0.8, 1\}$.

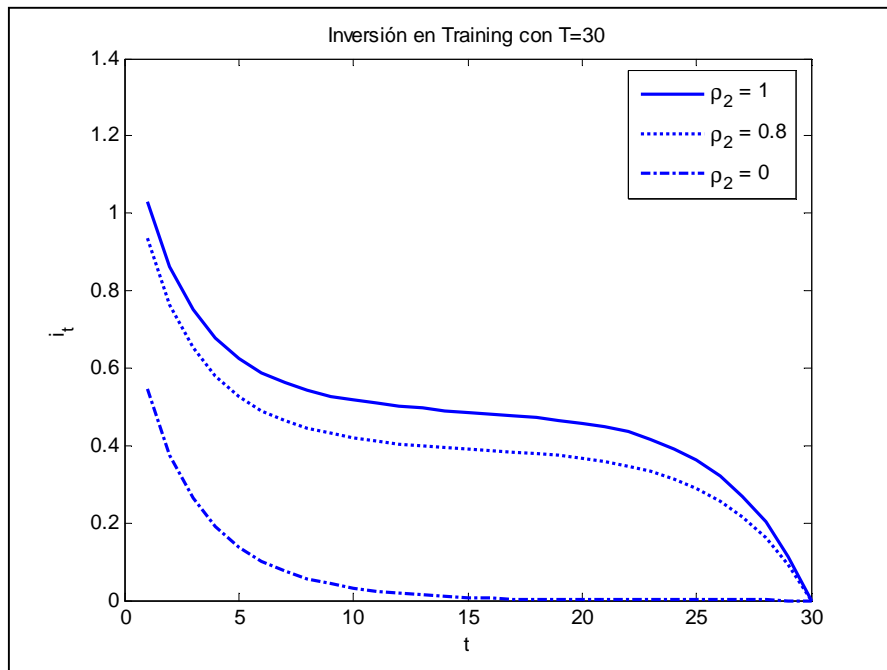


Fig. 10. Inversión en *Training* con $\rho_2 = \{0, 0.8, 1\}$

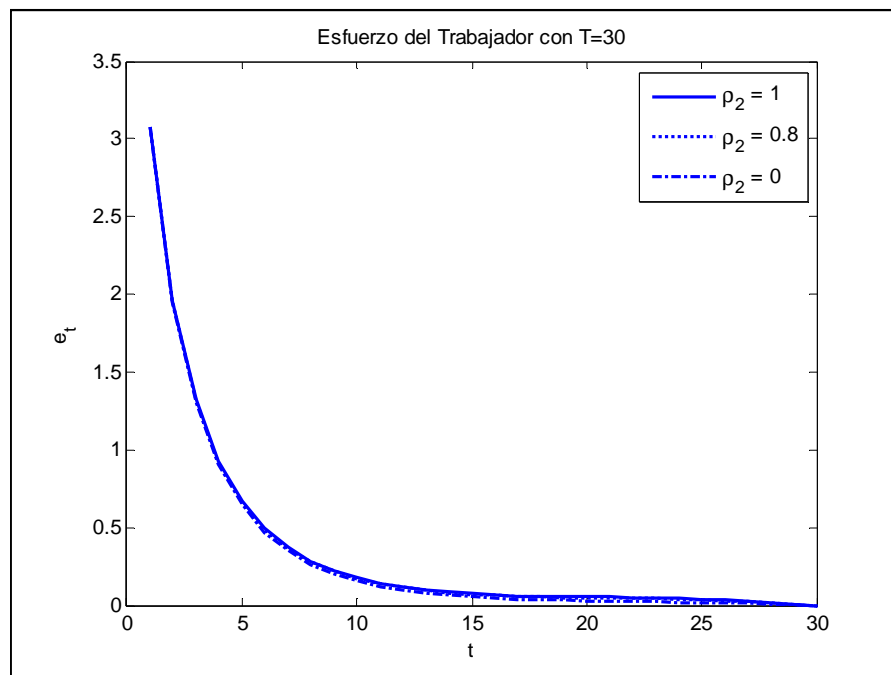


Fig. 11. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_2 = \{0, 0.8, 1\}$

Se observa que un valor más alto para ρ_2 conlleva un fuerte incremento en la inversión inicial en *training* que realiza la firma (respecto del Caso Base), lo cual se sostiene a lo largo de la relación laboral. Esto es esperable, debido que, conforme el principal reconoce que puede obtener una mayor rentabilidad de esa forma, los incentivos para invertir en la formación de capital humano aumentan (asimismo, el gasto en *training* anticipado por el trabajador se ajusta consistentemente). Además, es posible notar que, a diferencia de los dos parámetros previamente estudiados, en este caso las curvas (de la inversión) correspondientes a los diferentes escenarios, no convergen a un mismo nivel conforme avanzan los períodos. Lo cual puede explicarse por una mayor persistencia de los cambios en el impacto marginal (asociados a este determinante de la productividad), sobre la variable de decisión de la firma respecto de los casos anteriores.

Por su parte, el esfuerzo no presenta mayores diferencias en cada uno de los escenarios estudiados, incluyendo cuando $\rho_2 = 0$. Esto es razonable, ya que la decisión del trabajador no se ve afectada “directamente” por la inversión en capital humano, es decir, desde su impacto marginal individual (ρ_2), sino que su influencia más significativa proviene de la complementariedad entre h_t y e_t . De este modo, el agente mantiene un comportamiento similar al observado en el Caso Base. Luego, es posible concluir que las expectativas del principal respecto de cuánto se esforzará el trabajador (condicionantes para el comportamiento del individuo), no están determinadas por cambios en el impacto marginal del capital humano.

En el caso extremo en que $\rho_2 = 0$, la inversión se ve considerablemente afectada, decayendo fuertemente respecto de los otros escenarios. Bajo esas condiciones en particular, se observa que la variable toma valores positivos en los períodos iniciales (entre $t=1$ y $t=5$), pero luego disminuye hasta aproximarse a cero (los valores que toma son del orden 10^{-3} para los períodos posteriores a $t=14$).

3.4.2. Efecto Opuesto y Cambios de Forma

El análisis respecto de la sensibilidad del modelo considera ahora la precisión inicial respecto del talento inherente al trabajador (P_1), de acuerdo a las creencias que comparten principal y agente. Dado el valor considerado para este parámetro en el caso base ($P_1 = 5.4276$), se escogen tres escenarios: $P_1 = \{0.01, 1, 10\}$, donde $P_1 = 10$ se toma como un valor bastante mayor al original, de manera que se pueda observar con claridad el impacto de este tipo de modificación sobre las variables de decisión, y su evolución a lo largo de la relación laboral. Los gráficos que se obtienen son:

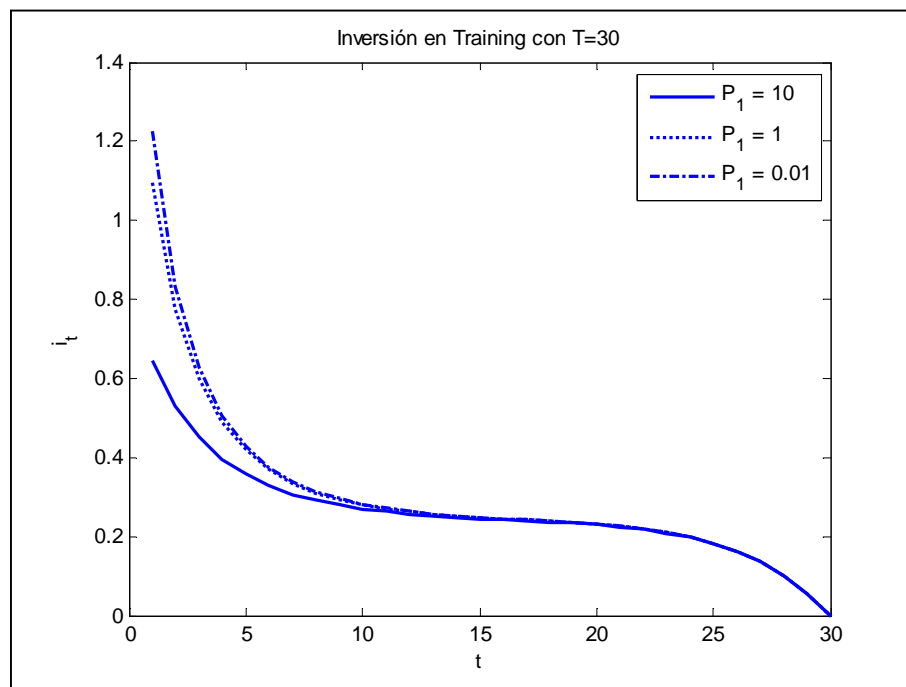


Fig. 12. Inversión en *Training* con $P_1 = \{0.01, 1, 10\}$.

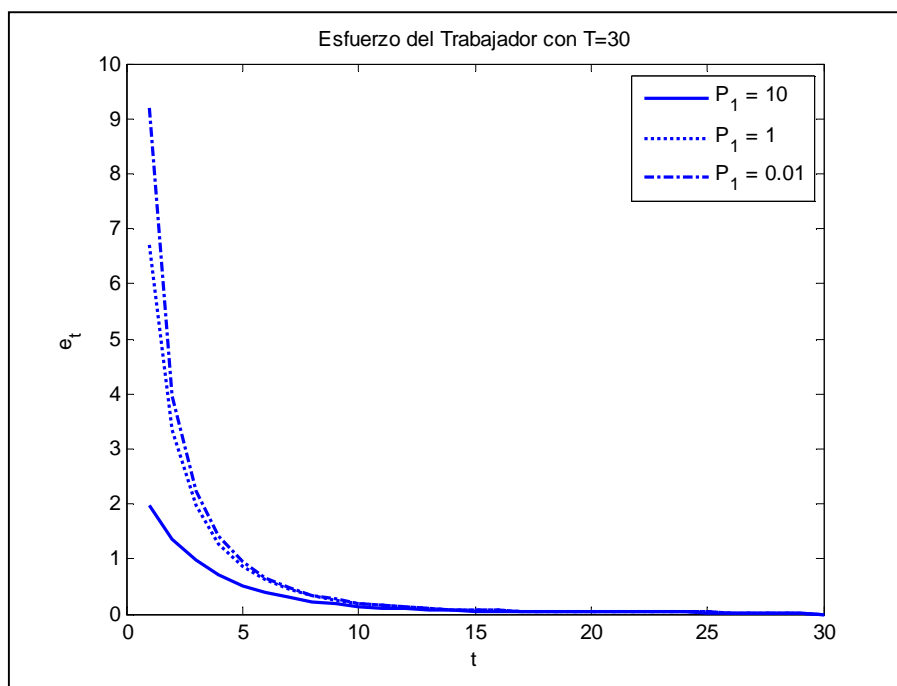


Fig. 13. Esfuerzo del Trabajador con $P_1 = \{0.01, 1, 10\}$.

El impacto en la decisión de la firma de una mayor precisión respecto del talento del trabajador no es exagerado en términos de forma, pero sí es significativo en la magnitud de los valores que toma i_t . De hecho, dado lo obtenido para los escenarios aquí considerados, se puede concluir que, conforme mayor sea el valor de P_1 , la inversión en los períodos iniciales será menor. Es decir, el gasto exhibe un comportamiento opuesto a los casos previamente estudiados (*i. e.* ρ_1 y P_u). Por lo tanto, a medida que la precisión sea mayor, la tasa con que la inversión caerá en los períodos iniciales será menor. Esta situación se explica porque, a medida que P_1 sea más grande, la firma tendrá más facilidad para conocer el verdadero talento del trabajador. Lo anterior condicionará la decisión del empleado en términos de cuánto esforzarse, ya que su elección tendrá un efecto reputacional más limitado bajo estas condiciones⁹⁶. Ello es anticipado por la firma, la cual reconoce que necesitará menos períodos para identificar casi perfectamente al trabajador. Luego, por medio de la complementariedad, se generará la contracción del gasto en *training*, acorde a lo que anticipa el agente, dado su desempeño relativamente más pobre. Por otra parte, en la etapa intermedia de

⁹⁶ En términos del tiempo que le resta al trabajador para sacar rentas de lo incompleta que es la información sobre su verdadero talento.

la relación laboral, un mayor valor en esta precisión se traduce en que la inversión se estabiliza más rápidamente, es decir, la tasa de reducción es menor a partir de $t=5$ conforme el valor de P_1 sea mayor. Igualmente, se tiene que para $t=14$ las curvas han convergido a un mismo nivel, situación que se sostiene hasta el final de la relación laboral. En el caso del esfuerzo las diferencias que se aprecian entre un escenario y otro son significativas, particularmente en lo que se refiere a la magnitud inicial de esta variable y la consecuente tasa en que ella decrece en los períodos siguientes ($t=1$ hasta $t=5$). Conforme mayor sea la precisión inicial asociada al talento del trabajador, menor será el esfuerzo que el agente realiza en los primeros periodos. Por otra parte, en tal escenario se tiene que la tasa con que decrece e_t será menor en los primeros períodos, para luego estabilizarse de la misma forma que se observa en el caso base.

En lo que se refiere a la tasa con la cual se deprecia el capital humano, ocurre una situación similar a lo observado para P_1 , salvo que en este caso existen cambios en la forma a medida que δ crece. Los escenarios a considerar son $\delta = \{0.05, 0.4, 0.6\}$:

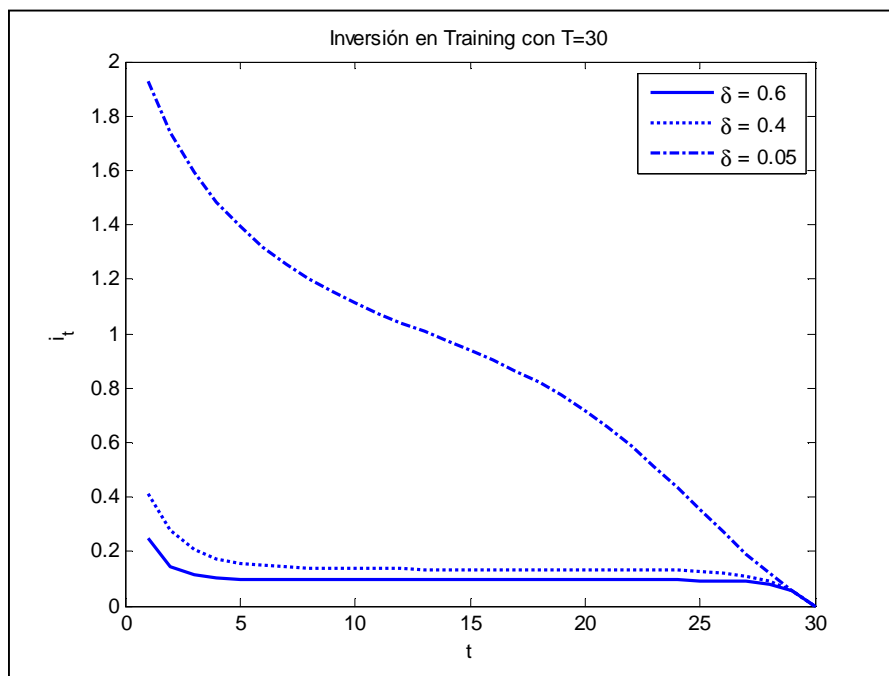


Fig. 14. Inversión en *Training* con $\delta = \{0.05, 0.4, 0.6\}$.

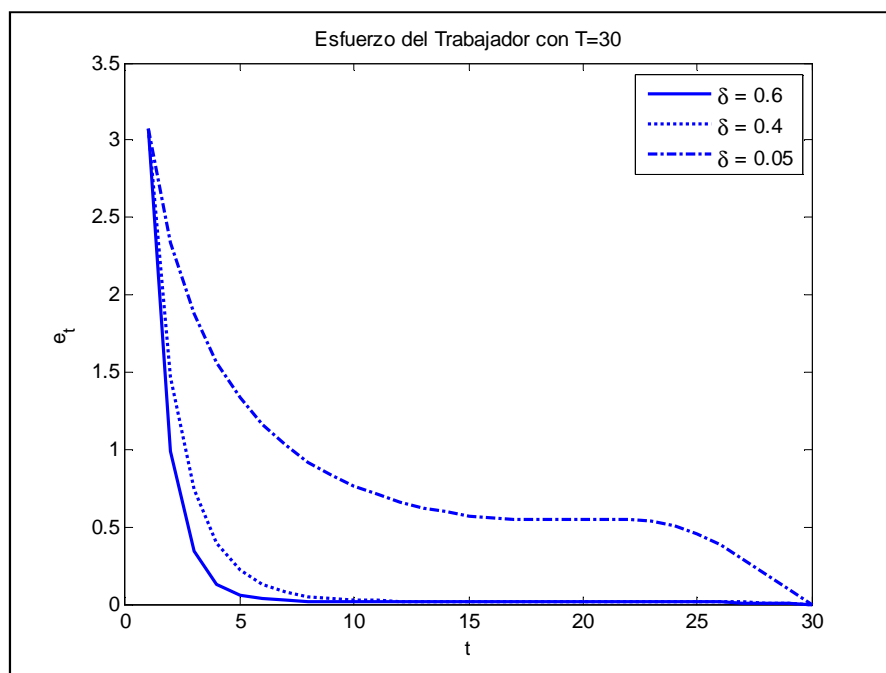


Fig. 15. Esfuerzo del Trabajador con $\delta = \{0.05, 0.4, 0.6\}$

Conforme mayor sea la tasa en que se deprecia h_t , los cambios en la curva de inversión respecto de lo observado en el Caso Base siguen una tendencia bastante clara (en términos de la forma que toma la curva). Similarmente a lo que ocurre para P_1 , un mayor valor para δ se traduce en una menor inversión inicial en *training* por parte de la firma. A su vez, a medida que avanzan los períodos, la tasa asociada a la reducción del gasto en capital humano será progresivamente menor, manteniendo un nivel de inversión relativamente estable (*i. e.* constante) desde las etapas intermedias⁹⁷ hasta la parte final de la relación laboral (desde $t=25$, a partir del cual la variable converge a $i_{30} = 0$). Este comportamiento para la inversión, se debe a que el retorno derivado del gasto en capital humano decae rápidamente con el paso de los períodos. Tal efecto se ve amplificado por la complementariedad entre las variables de decisión, puesto que, el trabajador anticipa que las oportunidades para recibir capacitación serán limitadas y, consecuentemente, tendrá menos incentivos para esforzarse a un nivel elevado por mucho tiempo. Aún así, el *manager* sigue aprovechando la oportunidad de obtener rentas en la etapa inicial, mientras la información con que se conoce su talento sea

⁹⁷ Mientras mayor sea el valor que toma δ , más rápidamente se produce la estabilización de la inversión y viceversa.

incompleta; aunque, como se aprecia en los gráficos, este comportamiento (que la firma anticipa en el equilibrio) se sostiene por un menor número de períodos en relación al Caso Base. En el escenario donde $\delta \rightarrow 0$, ocurrirá el fenómeno opuesto, ya que la tasa a la cual decrece la inversión será mayor en los períodos intermedios respecto de los otros escenarios. Evidentemente, lo anterior se explica porque una menor pérdida de valor del gasto en capacitación significa que la firma tiene incentivos para invertir fuertemente en *training*, decisión que se sustenta en el esfuerzo del trabajador y en aprovechar la complementariedad durante toda la relación laboral.

Al observar en detalle el comportamiento del esfuerzo se aprecia que, aún cuando δ cambie, e_t tomará un valor prácticamente idéntico al caso base para el período inicial ($t=1$). Ahora bien, si la depreciación del capital humano es cercana a cero (e. g. $\delta = 0.05$), entonces la tasa con que se reduce el nivel de esfuerzo es cada vez menor bajo entre $t=1$ y $t=5$. Esta situación es anticipada por la firma, quien reconoce que para un escenario con complementariedad, una baja depreciación significará que el empleado tendrá expectativas elevadas para la inversión y escogerá un nivel de esfuerzo que le permita obtener el mayor retorno posible de tal escenario.

Para los casos en que el valor de δ es mayor al inicial, se tiene que la persistencia de la inversión tanto en el primer tercio de la relación laboral como en el último, será menor respecto del caso base (detalle en Anexos, Fig. C.28 y Fig. C.31). Sin embargo, aquella correspondiente a los períodos intermedios es aún más fuerte a medida que δ es mayor. Por otra parte, cuando la depreciación toma un valor menor al inicial (detalle en Anexos, Fig. C.34), ocurre que la persistencia es mayor en las etapas inicial y final, pero menor en los períodos intermedios. Lo anterior se explica porque, a medida que el valor del capital humano decae más rápidamente con el paso de los períodos (e. g. $\delta = 0.6$ ó $\delta = 0.4$), la firma querrá mantener el máximo nivel de productividad posible, dado que el trabajador perderá los incentivos para esforzarse conforme su talento se vaya revelando. Para esto, el principal deberá gastar en capacitación de forma sostenida durante las etapas intermedias, ya que la mayor fuente

de productividad para la firma vendrá del capital humano que se le haya entregado al *manager*⁹⁸.

3.4.3. Cambios Imperceptibles

Cuando se modifica el impacto marginal del esfuerzo en la productividad (ρ_3), no se observan grandes modificaciones respecto del Caso Base, ello se evidencia en los escenarios siguientes: $\rho_3 = \{0, 0.5, 1\}$.

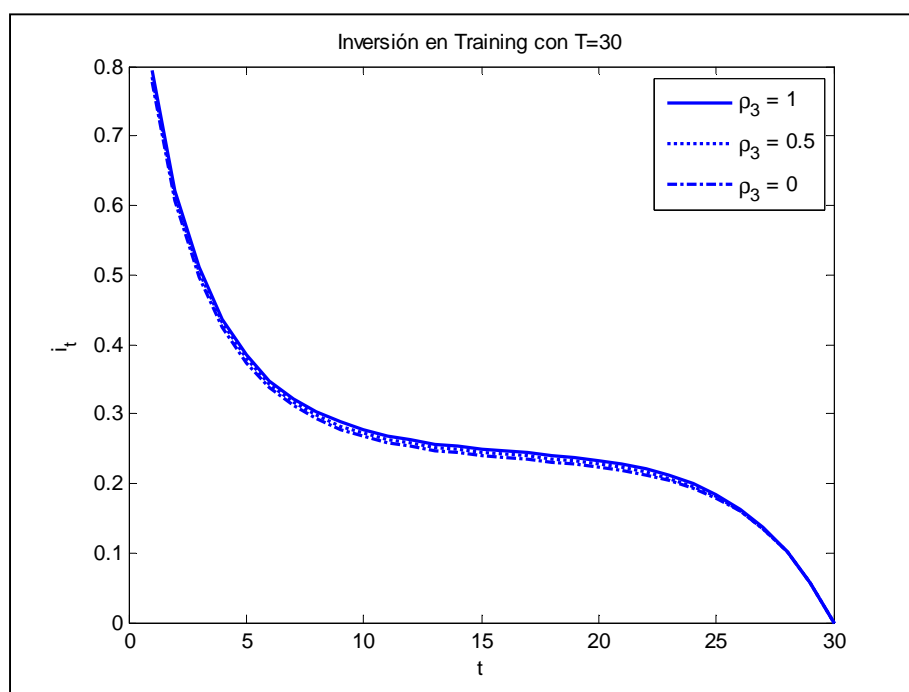


Fig. 16. Inversión en *Training* con $\rho_3 = \{0, 0.5, 1\}$.

⁹⁸ Lo anterior se revierte cuando el valor de δ es menor (e. g. $\delta = 0.05$).

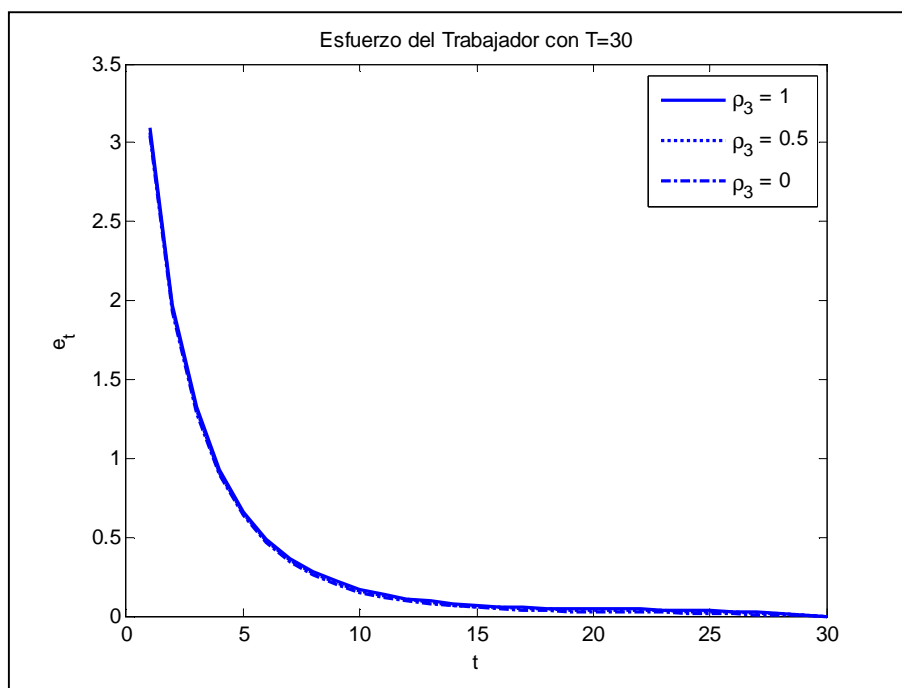


Fig. 17. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_3 = \{0, 0.5, 1\}$.

En este caso el comportamiento observado es muy similar a lo establecido para el Caso Base, lo cual podría parecer un resultado poco relevante. Sin embargo, esta situación permite notar una característica interesante que se hereda del marco establecido por Holmström (1999). Ocurre que en el caso extremo ($\rho_3 = 0$), aunque el esfuerzo que realiza el agente no sea valorado por sí solo (en términos del salario que recibe), la presencia de complementariedad entre las variables de decisión determina que el trabajador mantiene incentivos para esforzarse muy por sobre el mínimo, a la vez que la firma anticipa una decisión en ese sentido. Lo anterior se tiene conforme el mercado no sea inmediatamente capaz de determinar el verdadero talento que el individuo posee (a través de un nivel elevado para la precisión, P_1).

3.4.4. Cambios en la Estructura Salarial

Inicialmente se considera que el agente recibe como salario una fracción $\gamma = 0.28$ o, equivalentemente, un 28% de su productividad marginal; cifra escogida arbitrariamente desde lo observado por un estudio empírico que analiza cuál es el

porcentaje del retorno en *training* que se lleva el trabajador. Ahora bien, al estudiar el impacto de cambios en este porcentaje de repartición se obtienen resultados que vale la pena destacar. Los gráficos para diferentes escenarios se presentan a continuación:

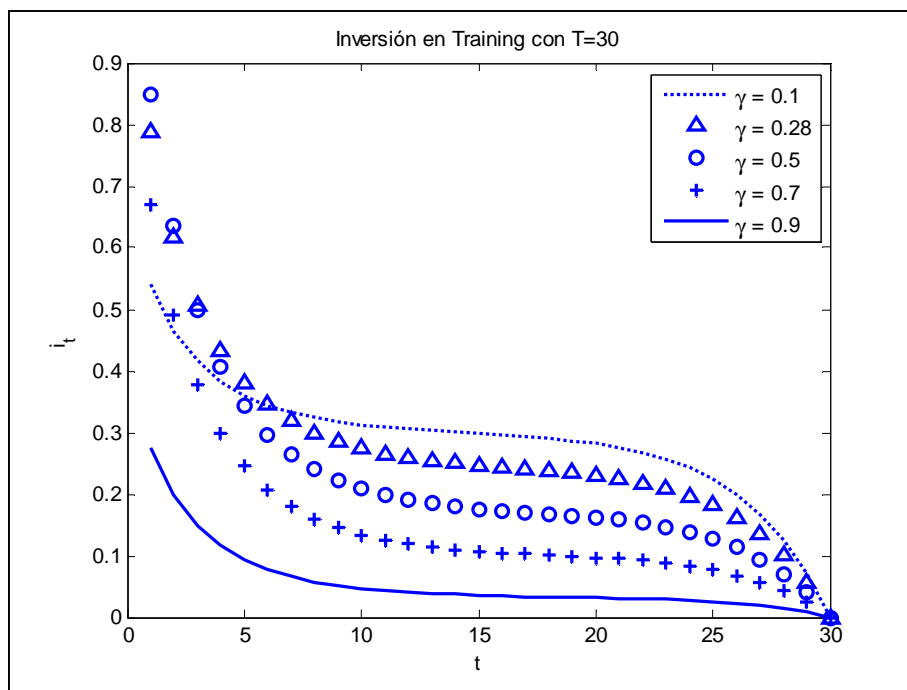


Fig. 18. Inversión en *Training* con $\gamma = \{0.9, 0.7, 0.5, 0.28, 0.1\}$

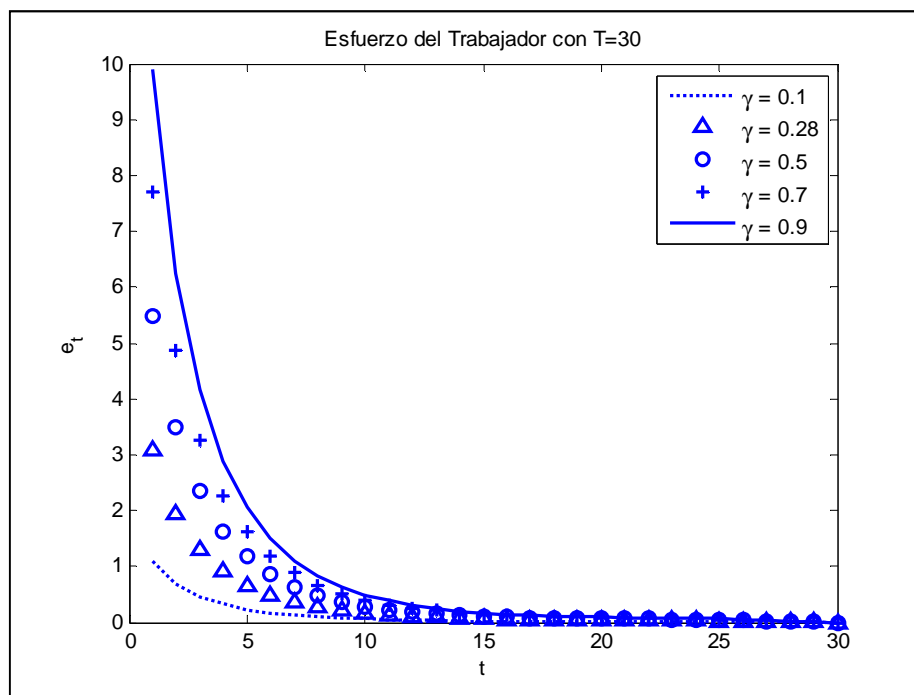


Fig. 19. Esfuerzo del Trabajador con $\gamma = \{0.9, 0.7, 0.5, 0.28, 0.1\}$

El primer resultado que se observa es intuitivo, indicando que el esfuerzo escogido por el trabajador estará relacionado directamente con el porcentaje del excedente que recibirá. Por ejemplo, cuando la porción que se lleva el agente de la productividad es muy elevada ($\gamma = 0.9$), el nivel de esfuerzo será mucho mayor en relación al Caso Base (y viceversa si $\gamma < 0.28$). Esta situación es anticipada con facilidad por la firma, la cual reconoce que un mayor porcentaje del excedente para el empleado le significará a éste último un fuerte incentivo para esforzarse por sobre el mínimo. Sin embargo, la reacción del empleador en términos del gasto en capacitación no será tan fácil de predecir frente a cambios en la estructura salarial.

El escenario con $\gamma = 0.9$ es la excepción a lo recién afirmado, puesto que (para cualquiera de las etapas de la vida laboral del individuo) la firma invierte mucho menos en *training* respecto de los demás escenarios. De este modo, el efecto amplificador entre las variables que se mencionó previamente, se encuentra limitado por las bajas expectativas de ingreso que tiene la firma (situación que anticipa el trabajador). Por lo tanto, si bien el empleador aprovecha la oportunidad para capacitar al empleado, la magnitud de este gasto será menor que en el Caso Base.

Conforme la porción que se lleva el trabajador es menor a 0.9, ocurre que la inversión en los primeros períodos (hasta $t = 3$ aprox.) crece, hasta alcanzar su punto máximo cuando $\gamma = 0.5$; y luego decae a medida que γ se aproxima a cero (manteniéndose por sobre lo obtenido para $\gamma = 0.9$ y $\gamma = 0.7$). En el escenario con $\gamma = 0.1$, la inversión será menor en los períodos iniciales, pero a medida que pasan los períodos ($t > 7$) ocurre que el nivel de gasto en *training* que realiza la firma es mayor en la etapa intermedia respecto de lo obtenido cuando $\gamma = 0.28$. Es decir, la persistencia entre $t=5$ y $t=10$ en el caso que $\gamma = 0.1$ es mucho mayor que en los demás casos estudiados ($0.1 < \gamma < 0.9$). Ello puede explicarse por la complementariedad entre capital humano y esfuerzo que se asume en el modelo, ya que frente al bajo nivel de esfuerzo que escoge el trabajador en la primera etapa (cuando $\gamma = 0.1$), la firma tendría menos incentivos para invertir (anticipando una menor productividad marginal asociada al esfuerzo). Sin embargo, dado que se lleva gran porcentaje del excedente, el empleador mantendrá su gasto en capacitación con el paso de los períodos. Por otra

parte, cuando $\gamma = 0.7$, se tiene que en las etapas posteriores de la vida laboral ($t > 8$), la complementariedad junto con la mayor productividad marginal del esfuerzo no alcanzan para compensar a la firma, la cual se lleva el porcentaje minoritario del excedente, por lo que el gasto en *training* es menor al observado en el caso base. Mientras que, para escenarios con $0.1 < \gamma < 0.5$, aún cuando el nivel de esfuerzo en los períodos intermedios es bajo, la mayor productividad marginal de la inversión sostiene un gasto en *training* por sobre los escenarios con $\gamma > 0.5$ para $t > 5$.

3.4.5. Modificación de los Costos Marginales

Al modificar el valor de las constantes que determinan el grado de convexidad de la función de gasto y costo, permite notar que lo escogido para aquellos parámetros tiene un impacto muy limitado en los resultados relevantes de la tesis. Lo anterior se aprecia en los siguientes gráficos, donde un mayor valor de “ a ” se traduce en menor inversión y viceversa (por complementariedad el esfuerzo se comporta análogamente). Por otro lado, si “ c ” aumenta, el esfuerzo disminuye en nivel y viceversa (idéntica reacción para la inversión). Esto es bastante intuitivo dada la forma funcional de i_t y e_t .

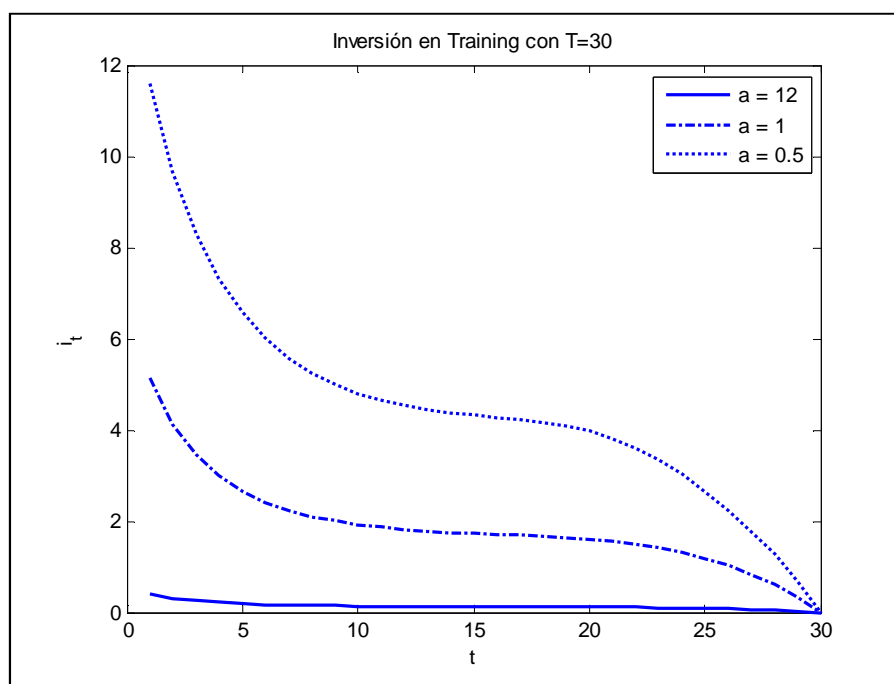


Fig. 20. Inversión en *Training* con $a = \{12, 1, 0.5\}$

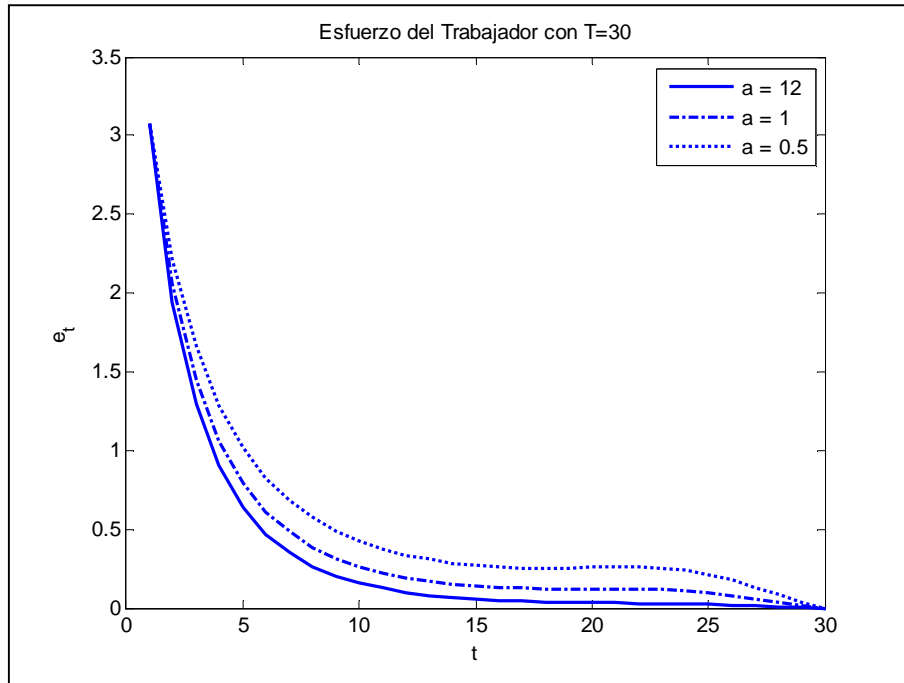


Fig. 21. Esfuerzo del Trabajador con $a = \{12, 1, 0.5\}$

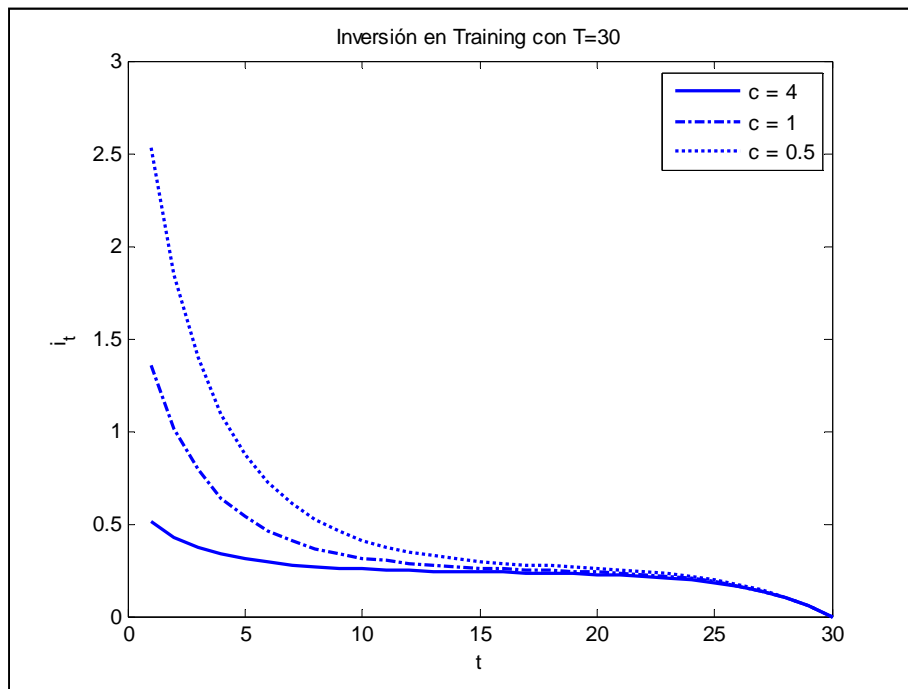


Fig. 22. Inversión en *Training* con $c = \{4, 1, 0.5\}$

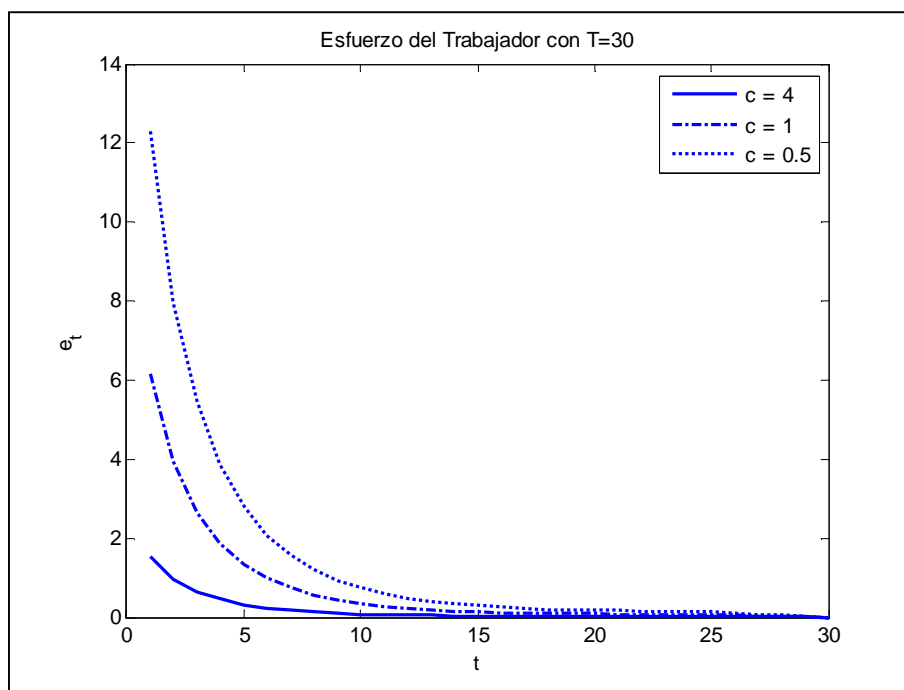


Fig. 23. Esfuerzo del Trabajador con $c = \{4, 1, 0.5\}$

3.4.6. Inversión Inicial Creciente en h_1

De acuerdo al Lema enunciado en el Capítulo 2, se sabe que la elección para el nivel de capital humano inicial afecta la decisión de la firma respecto de cuánto gastar en capacitación. Luego, se vuelve necesario realizar un análisis sobre tal parámetro para ilustrar con mayor claridad el impacto que tiene la elección de h_1 en el Caso Base y cómo cambian los resultados bajo diferentes escenarios. Se considerará un modelo alternativo donde no hay incertidumbre sobre el talento y el único determinante de la productividad es el capital humano; los demás supuestos que se definieron para la tesis se mantienen⁹⁹. Los gráficos para la inversión y el esfuerzo se presentan a continuación:

⁹⁹ El modelo se rotula “Teoría Clásica” en los gráficos y corresponde a $y_t = \rho_2 * h_t + u_t$.

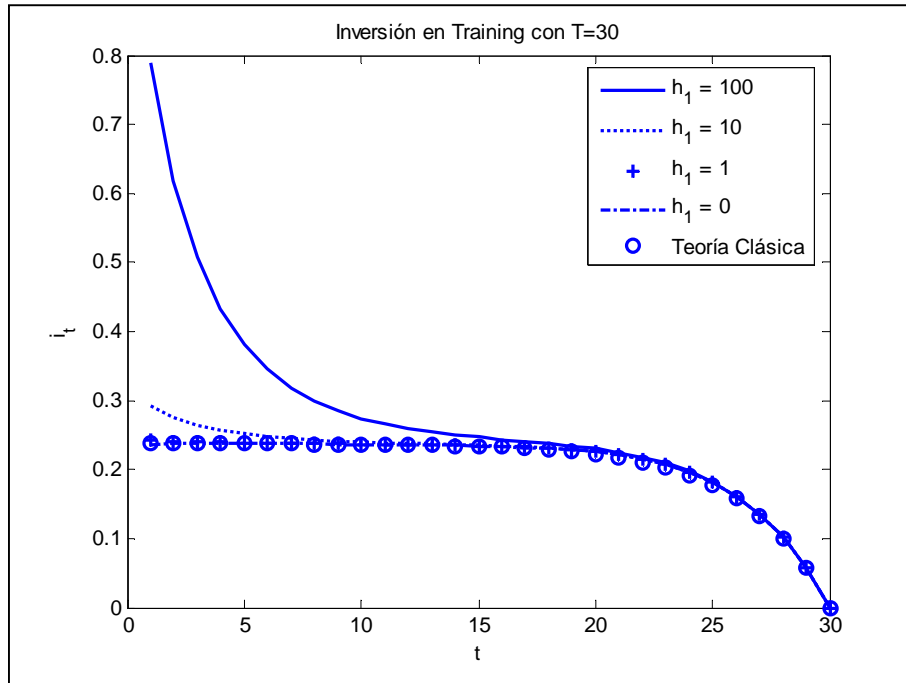


Fig. 24. Inversión en *Training* con $h_1 = \{0, 1, 10, 100\}, \forall t$

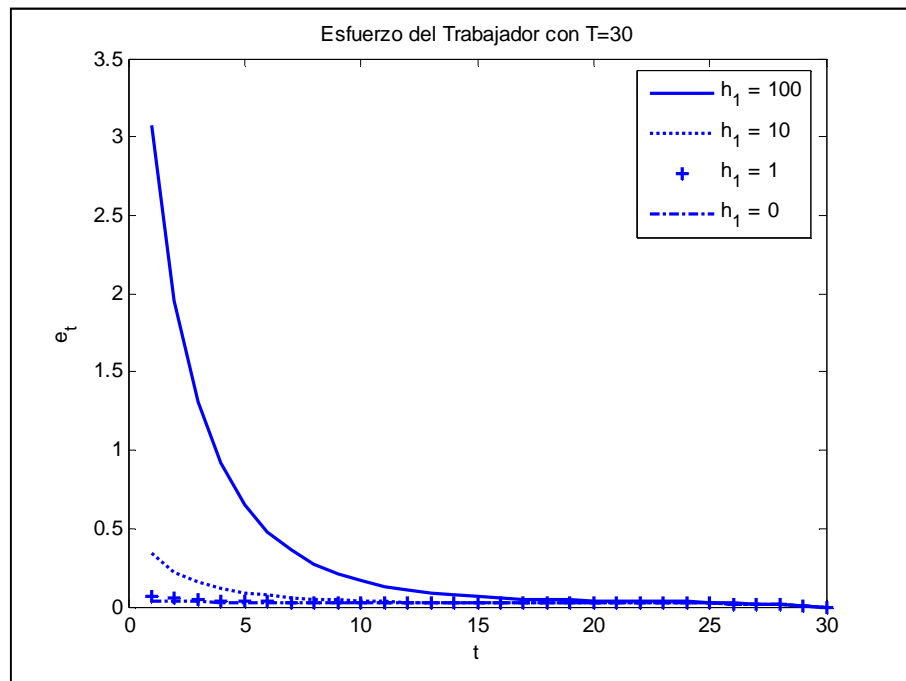


Fig. 25. Esfuerzo del Trabajador con $h_1 = \{0, 1, 10, 100\}, \forall t$.

En el caso de la inversión es posible notar que, cuando $h_1 = 0$ el resultado es prácticamente idéntico al que se obtiene bajo un modelo donde la productividad sólo

depende del capital humano y el talento es conocido perfectamente (Teoría Clásica)¹⁰⁰. Luego, conforme el valor de h_1 se incrementa (relativo a la precisión sobre el talento, P_1), es posible apreciar que la inversión en la primera etapa de la relación laboral será cada vez mayor, situación que bajo complementariedad determina un elevado nivel de esfuerzo para el trabajador como se aprecia en la Fig. 25. De esta forma, recordando lo demostrado previamente en el capítulo anterior, es posible afirmar que los valores escogidos para los parámetros ρ_1 , a y c cumplen la condición establecida en la Sección 2.4.3, es decir, el producto entre: 1) la razón del impacto marginal de la complementariedad (ρ_1) versus el grado de convexidad de la función de gasto en capital humano (a) y 2) la razón del impacto marginal de la complementariedad (ρ_1) versus el grado de convexidad de la función de costo por hacer esfuerzo (c), es menor que $\frac{1}{2}$.

Luego, cuando el talento del agente es conocido de forma incompleta, se asume complementariedad capital humano-esfuerzo y además se supone que el nivel inicial del capital humano es mayor que cero, entonces el modelo exhibe una inversión en *training* por sobre lo que predice la Teoría Clásica para los primeros períodos de la relación laboral. Luego, mientras más elevado sea el nivel de las habilidades observables del empleado (verificables a través de su *currículum vitae*), el empleador tendrá más incentivos invertir en capacitación. De esta forma la proposición enunciada en el Capítulo 2 debe reescribirse:

Proposición (Revisada): Si se cumplen los supuestos establecidos al comienzo del Capítulo 2 para la economía, junto con asumir que: i) $\frac{\rho_1}{a} * \frac{\rho_1}{c} < \frac{1}{2}$ y ii) el capital humano inicial (h_1) es mayor que cero. Entonces existen decisiones $\{e_t\}_{t=1}^T \wedge \{i_t\}_{t=1}^T$ las cuales corresponden a un equilibrio, siendo óptimas para agente y principal (respectivamente) $\forall t \in [1, T]$. Con lo cual se tiene un contrato de incentivos implícitos entre las partes de la relación laboral, tal que la inversión en *training* y el esfuerzo del trabajador serán muy elevados en los primeros períodos, para luego decaer (exhibiendo cierta persistencia) conforme el tiempo de vida laboral activa se acorta.

¹⁰⁰ Se anexan gráficos donde se compara el capital humano obtenido bajo el modelo de la tesis y lo que indica el modelo alternativo (Teoría Clásica).

Este resultado parece una paradoja, ¿a mayor capital humano inicial, la firma gastará más en capacitación? La intuición indicaría que la firma tendría más incentivos a invertir en el *training* de aquellos empleados que no empiezan la relación laboral con tantas capacidades (observables), con el fin de que adquieran un rendimiento productivo aceptable. De hecho, basta mirar la evolución del capital humano (gráficos en Anexos), para notar que, conforme el trabajador esté más calificado, tal individuo será capaz de producir durante toda la relación laboral con base en sus condiciones iniciales. Esto quiere decir que, mientras mayor sea el valor de h_1 , el impacto directo de las habilidades observables del trabajador ($\rho_2 * h_t$) estará dominado¹⁰¹ por el efecto asociado a la complementariedad ($\rho_1 * h_t * e_t$). Por lo tanto, si bien el foco de la tesis es estudiar el efecto de los incentivos implícitos entre las partes de la relación laboral, al final del día, cuando el capital humano inicial es pequeño en relación a la precisión inicial sobre el talento, la decisión de cuánto invertir en *training* exhibirá un comportamiento similar al que se observa bajo un modelo con conocimiento preciso sobre el talento, donde el capital humano es el único determinante de la productividad. Sin embargo, conforme el individuo inicia la relación laboral con mayores calificaciones (h_1 más elevado), se tiene un comportamiento para la inversión en *training* que difiere de lo que indica la teoría clásica, aún cuando el impacto de aquella decisión sobre la evolución óptima del capital humano será poco relevante, ya que el orden de magnitud correspondiente a la elección de la firma es menor al de h_t .

Igualmente, se puede interpretar este resultado de la siguiente forma: cuando el trabajador llega con un capital inicial elevado, esto significa que el individuo está sobrecalificado para el puesto que se le asigna, pero esto corresponde a las capacidades del empleado en términos de habilidades duras, radicadas en la teoría. Y, si bien tales conocimientos le permitirán al trabajador mantener un nivel de productividad elevado y demostrar un esfuerzo por sobre el mínimo, se requiere un proceso de *training* que le permita al empleado aprender el oficio del puesto que le toca desempeñar. Otra alternativa es la necesidad del empleador para que el individuo recién contratado se adapte a su grupo de trabajo, es decir, requiere capacitarlo en términos de las

¹⁰¹ Representará un menor porcentaje de $\rho_1 * h_t * e_t$.

habilidades blandas que exige el empleo. Por lo tanto, mientras más calificado se encuentra el trabajador para determinado puesto, la firma tendrá más incentivos (respecto de lo que señala la teoría neoclásica) para capacitarlo en términos de los requerimientos específicos de la posición, ya que un individuo extremadamente hábil evidentemente representa un activo importante para el empleador.

3.4.7. Capital Humano y Esfuerzo como Sustitutos

Inicialmente se supone que el capital humano (h_t) y el esfuerzo (e_t) son complementos a la hora de producir ($\rho_1 > 0$), sin embargo, es necesario considerar que ocurre cuando ambas variables de decisión son sustitutas (i. e. $\rho_1 < 0$). Un análisis preliminar derivado de incorporar este supuesto en el modelo resulta en que se tienen dos posibles soluciones para el problema de maximización:

1) El esfuerzo es cero en todos los períodos ($e_t = 0, \forall t$). Este caso corresponde a un modelo de inversión en capital humano con información incompleta sobre el talento del individuo, en el cual la firma anticipa que el trabajador no tiene incentivos para esforzarse por sobre el mínimo. Ahora bien, en este caso el proceso de descubrir el verdadero talento del empleado no es determinante para la decisión de cuánto invertir. Ya que, si bien la firma posee información incompleta sobre el trabajador, tal situación sólo tenía impacto en la productividad a través de la elección de esfuerzo, y la relación de esa variable con la decisión de cuánto gastar en *training* dependía de la existencia de complementariedad entre e_t y i_t . De este modo que la variable de decisión de la firma evolucionará de la siguiente forma:

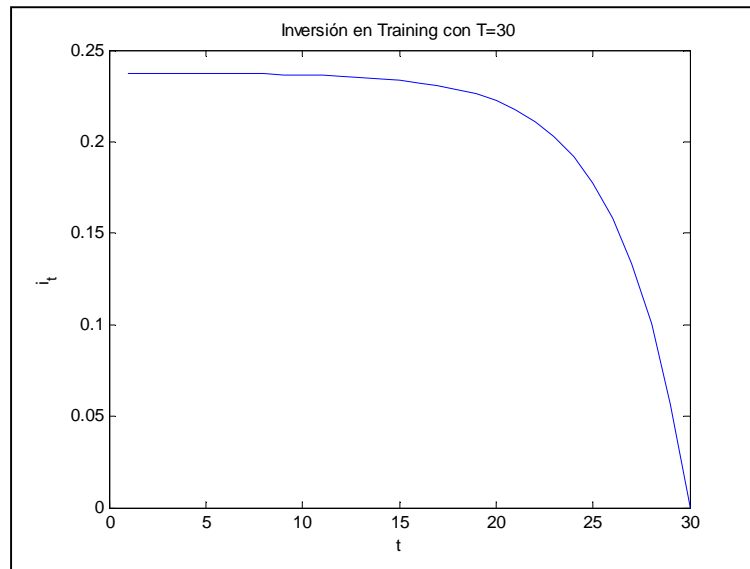


Fig. 26. Inversión en *Training* con $e_t = 0, \forall t$.

La figura permite notar que el comportamiento de la inversión en este caso se asemeja a lo observado cuando la complementariedad entre capital humano y esfuerzo es nula, o en el caso que la precisión asociada a los *shocks* externos es cercana a cero (la señal asociada al esfuerzo del trabajador es más difusa). Lo anterior es idéntico al comportamiento de la inversión que se obtiene bajo un modelo donde el capital humano es el único determinante de la productividad (además de un *shock* exógeno), tal que: el talento es conocido, no existe complementariedad y el capital humano inicial es irrelevante para la decisión de la firma.

2) La inversión en todos los períodos es cero ($i_t = 0, \forall t$). En este caso se obtiene un modelo prácticamente idéntico al presentado por Holmström (1999), en el cuál la productividad está determinada por: el nivel de talento del individuo, el esfuerzo del trabajador al producir y un *shock* aleatorio¹⁰². El esfuerzo que realiza el trabajador se comporta de la siguiente manera:

¹⁰² Además de la obvia diferencia correspondiente a las constantes consideradas en este modelo y que en Holmström (1999) toman el valor de 1.

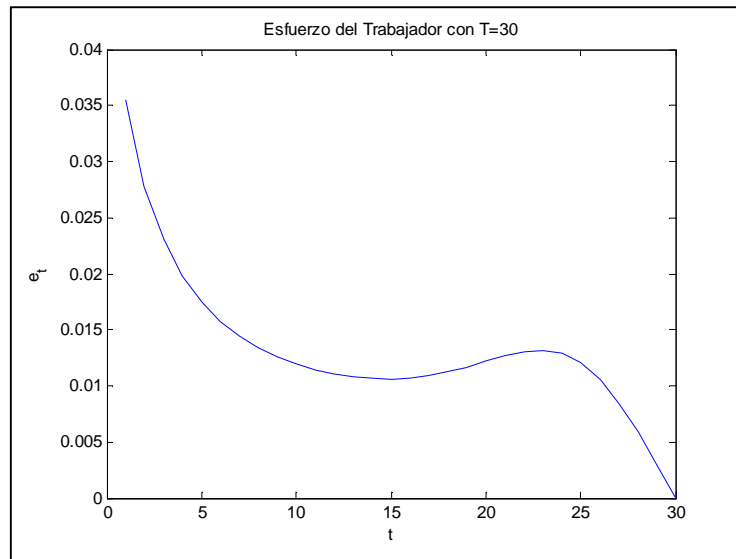


Fig. 27. Esfuerzo del Trabajador con $i_t = 0, \forall t$.

Luego, la pérdida de incentivos que experimenta el trabajador permite explicar la forma en que evoluciona el esfuerzo; esto ocurre por el aumento de la precisión con que se conoce el talento del individuo. Como consecuencia de ello se produce una fuerte caída en el *input* (*i. e.* esfuerzo) de trabajo del agente luego de las primeras etapas. El súbito incremento que se observa para el esfuerzo cerca del final de la vida laboral se analiza posteriormente.

3.4.8. Modelo con Probabilidad de Separación

Un paso lógico para el análisis es considerar la posibilidad que la relación laboral se termine, esto puede ser motivado por: 1) el descontento de una de las partes involucradas (con la situación actual), 2) la aparición de una mejor oportunidad laboral para el trabajador (con otro empleador), 3) la quiebra de la firma ó 4) el fallecimiento del individuo. En este caso no se considerará el enfoque de negociación en la decisión de invertir en capital humano (estudiado por Balmaceda, 2005).

Primero, se supondrá que la separación, en caso de ocurrir, se lleva a cabo al final del período. Segundo, la probabilidad con que se rompe la relación empleador-empleado (p) se asume, por simplicidad, exógena y constante (independiente del nivel

de capital humano) para toda la vida laboral del individuo¹⁰³. Luego, resolviendo los problemas de la firma y el trabajador de la misma forma que en el Capítulo 2, se obtienen las siguientes expresiones recursivas para la inversión y el esfuerzo:

$$e_t = \frac{\beta * (1 - p) * \gamma}{c} * (\rho_1 * h_t + \rho_3) * \left\{ \sum_{s=t+1}^T [\beta * (1 - p)]^{s-(t+1)} * \frac{P_u}{P_s} \right\}, \forall t \in [1, T - 1]$$

$$i_t = \frac{\beta * (1 - p) * (1 - \gamma)}{a} * \{2\rho_1 * e_{t+1} + \rho_2\} + \\ + \beta * (1 - p) * (1 - \gamma) * \sum_{s=t+1}^T \left(i_s - \frac{\partial i_s}{\partial i_t} \right) * [\beta * (1 - p)]^{s-t} * (1 - \delta)^{s-t}, \forall t \in [1, T - 1]$$

Lo anterior indica que los resultados previamente enunciados se mantienen, con la salvedad que el nivel alcanzado por las variables, será inversamente proporcional al valor de la probabilidad que la relación se termine antes de tiempo. Para evaluar el impacto que tiene esta modificación al problema planteado originalmente (que pasa a representar el caso *first best*), se procede a realizar un análisis de sensibilidad tal que $p = \{0.5, 0.2, 0.05, 0\}$ ¹⁰⁴, los gráficos se presentan a continuación:

¹⁰³ Ya que de otro modo, se requeriría que la probabilidad de romper la relación esté dada por el capital humano del trabajador, la actualización de las creencias sobre el talento, el historial de productividad, etc. Lo cual agrega una dificultad considerable al problema planteado desde la aplicación del *Sufficient Statistic Theorem* (Holmström, 1979 y Shavell, 1979).

¹⁰⁴ Donde, claramente, $p = 0$ es el caso original.

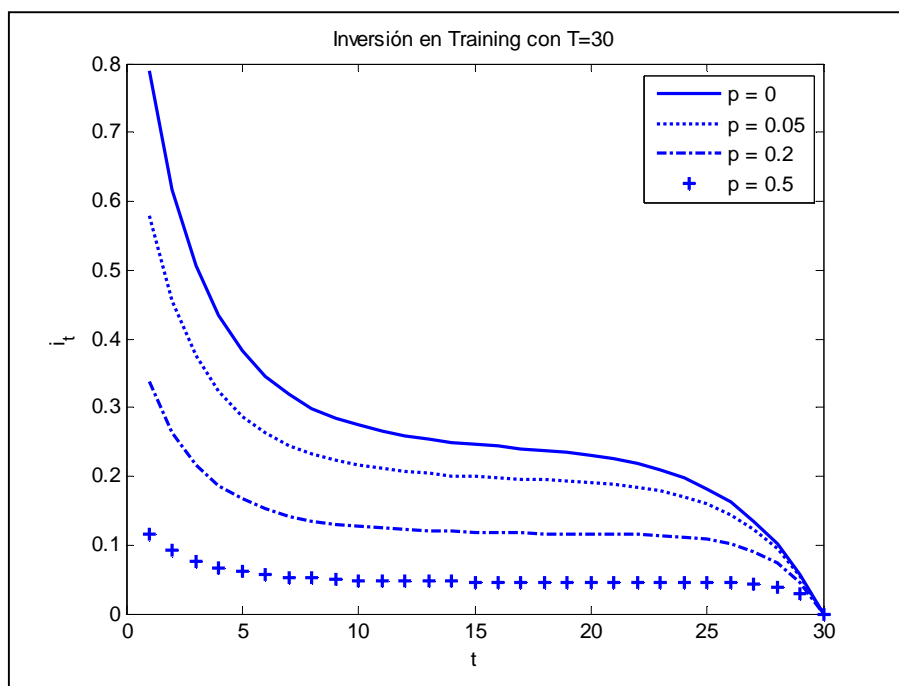


Fig. 28. Inversión en *Training* con $p = \{0.5, 0.2, 0.05, 0\}$.

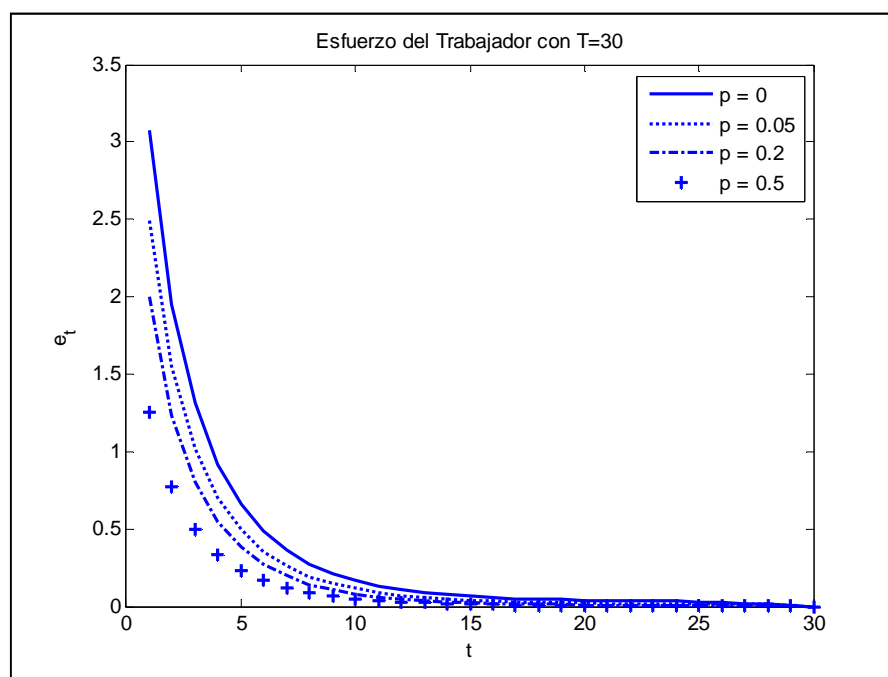


Fig. 29. Esfuerzo del Trabajador con $p = \{0.5, 0.2, 0.05, 0\}$.

El comportamiento de las variables que se observa aquí es bastante intuitivo, ya que tanto la inversión como el esfuerzo se contraen a medida que la probabilidad (exógena) de separación (p) crece. Sin embargo, es importante notar que, en el caso de

la firma, se aprecia una fuerte reducción del gasto en *training*, especialmente en las primeras etapas. Por ejemplo, cuando la probabilidad de separación es $p = 0.05$ (i. e. 5%) se aprecia una contracción de 27% (aprox.) en la inversión inicial. Este fenómeno persiste con el paso de los períodos, aunque con menor fuerza, manteniéndose una contracción (hasta $t=23$) en el rango de 15-23% en relación al caso *first best*. Lo anterior se vuelve más evidente para los otros escenarios, ya que se puede observar una diferencia en el gasto inicial cada vez más significativa conforme la probabilidad de separación aumenta, e. g. para $p = 0.2$ se tiene una disminución para la inversión en capital humano de un 57% (respecto del caso con $p = 0$).

3.5. Análisis del Comportamiento del Esfuerzo

De los gráficos obtenidos en el análisis de sensibilidad del modelo (detalles en Anexos), surge la interrogante sobre el comportamiento del esfuerzo en casos límite, en particular cuando $\rho_1 = 0$. En aquél gráfico (Fig. C.8) se observa un incremento del nivel de esfuerzo realizado por el trabajador en la etapa final de la relación laboral. Dado que no se tiene una explicación directa para este comportamiento se procede a estudiar el *ratio* entre el esfuerzo que se realiza en $t+1$ versus aquél observado en t .

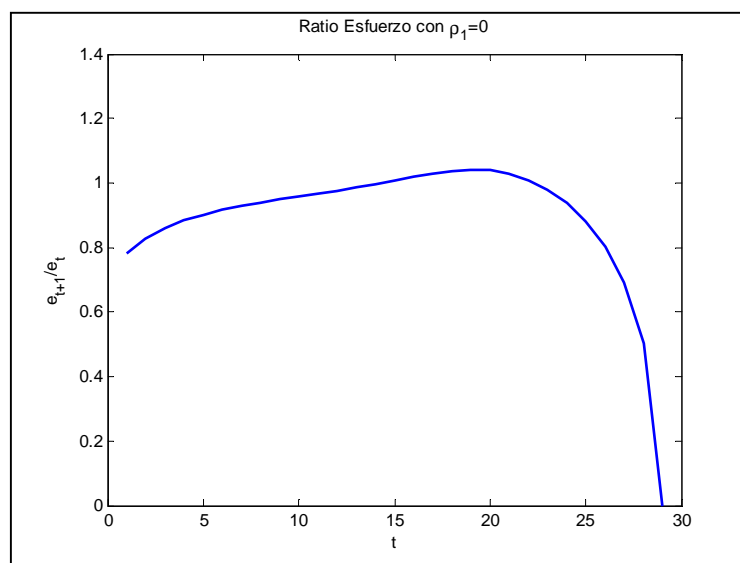


Fig. 30. Ratio Esfuerzo con $\rho_1 = 0$

Se procede ahora a separar los efectos de los dos componentes que definen el esfuerzo en forma recursiva, es decir, $(\rho_1 * h_t + \rho_3)$ y $\left\{ \sum_{s=t+1}^T \beta^{s-(t+1)} * \frac{P_u}{P_s} \right\}$, lo anterior sin considerar las constantes que se simplifican al definir la razón entre e_{t+1} y e_t . Bajo la condición de $\rho_1 = 0$, evidentemente el primer componente presenta un comportamiento constante (Fig. E.1.). En el segundo caso, se aprecia una figura que sigue la forma exhibida por la Fig. 30, pero suavizada por el comportamiento del primer componente ya mencionado (Fig. E.2.). Por lo tanto, se procede a buscar una explicación para el gráfico en el caso límite ($\rho_1 = 0$) como resultado de la evolución del segundo componente derivado del marco teórico definido por Holmström (1999). El gráfico se presenta a continuación:

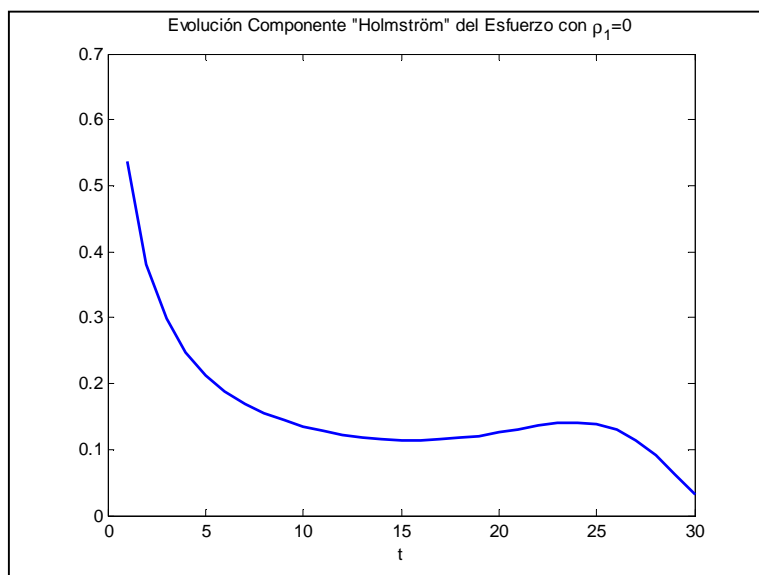


Fig. 31. Evolución $\sum_{s=t+1}^T \beta^{s-(t+1)} * \frac{P_u}{P_s}$ con $\rho_1 = 0$

En este caso sí se tiene, aunque en una escala distinta, una figura que sigue un comportamiento similar a lo observado en el caso límite. Luego, se puede concluir que, bajo las condiciones establecidas en tal escenario ($\rho_1 = 0$), el nivel de esfuerzo presenta un alza en la última parte de la relación laboral como una consecuencia directa de la matemática utilizada¹⁰⁵ para modelar y resolver el problema aquí estudiado¹⁰⁶.

¹⁰⁵ Más allá de las interpretaciones económicas que puedan existir detrás.

¹⁰⁶ Los gráficos resultantes de este mismo análisis bajo los parámetros del caso base son presentados en los Anexos.

CONCLUSIONES

Una vez terminado el trabajo se pueden establecer las siguientes conclusiones:

- 1) Se estudia el problema de inversión en capital humano para un horizonte finito, suponiendo un mercado laboral imperfecto donde existen costos de movilidad (dependientes implícitamente de las habilidades observables del trabajador), los cuales dan lugar a una estructura salarial comprimida. El modelo incorpora *career concerns* a los agentes tal que el talento es conocido de forma incompleta por empleador y empleado; además se asume complementariedad entre *training* y esfuerzo, junto con suponer costos cuadráticos para la inversión y un capital humano inicial mayor que cero. Luego, a partir de estos supuestos, es posible obtener un contrato de incentivos implícitos entre empleador y empleado, en el cual se establece un plan óptimo de gasto en capital humano por parte de la firma y también para el nivel de esfuerzo que escoge el trabajador.
- 2) El equilibrio (único) que se obtiene al resolver el problema recién descrito se caracteriza porque en el intervalo comprendido entre los períodos $t=20$ y $t=30$, el gasto en capacitación presenta un comportamiento decreciente como consecuencia del menor horizonte temporal para obtener retornos (explicación establecida previamente en la teoría). Sin embargo, cuando el capital inicial es mayor que cero, la inversión en *training* para los períodos iniciales exhibe un comportamiento no explicado por la teoría neo clásica. Este fenómeno corresponde al fuerte gasto en capital humano (por parte de la firma) cuando se inicia la relación laboral. Ello resulta de un efecto amplificador entre las variables de decisión, el cual aparece cuando se incorporan los avances de Holmström (1999) al modelo de inversión y se asocian con el supuesto de complementariedad. Bajo estas condiciones, ocurre que el trabajador tiene incentivos para esforzarse mucho en los primeros períodos (para así obtener mayores rentas). Sin embargo, en el equilibrio, el empleado no puede engañar al empleador, debido a que éste último anticipa la decisión del trabajador (a partir de la información que va acumulando con el paso de los períodos), condicionando la elección del esfuerzo para cada período de la vida laboral.

Luego, a partir del comportamiento que se anticipa del trabajador, la firma aprovecha la complementariedad entre la inversión y el esfuerzo escogiendo invertir fuertemente en *training* durante la etapa inicial de la relación laboral (situación que anticipa el empleado como consecuencia de su rendimiento).

- 3) Un resultado interesante que se obtiene del modelo es la evidencia de persistencia en el comportamiento del gasto en capacitación. Es decir, la inversión que la firma realiza inicialmente decaerá suavemente con el paso de los períodos. Esto se puede explicar por la combinación de tres efectos:

a) La precisión con la cual se conoce el talento del trabajador va en aumento con el paso de los períodos, con lo cual el empleado tendrá menos incentivos para esforzarse (Holmström, 1999) y, como consecuencia de ello, su productividad caerá. De esta forma la firma restringirá progresivamente su inversión en *training*.

b) La dinámica asociada al capital humano (el cual se deprecia a una tasa $\delta \in (0,1)$), determina que lo invertido en el período t afecta la productividad del individuo desde $t+1$ en adelante.

c) La presencia de costos convexos en la inversión en *training*.

Por lo tanto, a medida que aumenta la precisión con la que se conoce el talento del agente, el gasto en capacitación decaerá, pero exhibiendo cierta persistencia como consecuencia de la dinámica para el capital humano y los costos de ajuste. En términos empíricos, este fenómeno refleja la importancia de sostener un “ambiente de aprendizaje” para el trabajador, tal que éste se mantenga competitivo y capaz de satisfacer los requerimientos (“*trainability*”) de su empleo en un mercado cambiante (OECD, 1999b).

- 4) A partir de este modelo es posible demostrar que si el impacto marginal es relativamente más pequeño que el grado de convexidad de las funciones de costo por esfuerzo y del gasto para la inversión, tal que $\frac{\rho_1}{a} * \frac{\rho_1}{c} < \frac{1}{2}$. Entonces la inversión inicial en *training* será creciente en el nivel de capital humano que tiene el trabajador al comienzo de la relación laboral. Luego, el resultado inicial para el comportamiento de las variables de decisión no es robusto a la elección de aquél

parámetro. Con lo cual cualquier conclusión planteada aquí estará condicionada por la interpretación de ese efecto sobre el equilibrio.

- 5) El análisis de la sensibilidad sobre los parámetros del modelo, muestra que la inversión en *training* realizada por la firma exhibe un comportamiento similar al Caso Base bajo los diferentes escenarios estudiados para: ρ_1 (impacto de la complementariedad) y P_u (precisión con la que se conocen *shocks* exógenos). Se observa que cuando estos parámetros incrementan su valor, la magnitud del gasto en capital humano evidencia con mayor claridad el efecto amplificador que se encontró para el caso base. Además, conforme se suceden los períodos, tanto la inversión como el esfuerzo van convergiendo a los mismos valores (respecto de cada parámetro). Por otra parte, en los casos límite ($\rho_1 = 0$ y $P_u = 0$) la inversión inicial no es elevada sino que se tiene un comportamiento acorde a lo predicho por la teoría neoclásica de inversión en capital humano. Es decir, en estos escenarios no se explica la fuerte inversión en *training* de las firmas que sí se observan en los datos. Para el parámetro ρ_2 (impacto marginal del capital humano en la productividad), se observa que la variable de decisión del principal evoluciona similarmente al Caso Base (y los dos parámetros recién estudiados), pero los escenarios aquí considerados no presentan un comportamiento convergente conforme avanzan los períodos. El caso de P_1 (precisión inicial con la que se conoce el talento del trabajador), es exactamente opuesto a aquellos referidos inicialmente (ρ_1 y P_u), es decir, para un menor valor del parámetro se tiene una mayor inversión en la formación de capital humano. Lo anterior, se repite cuando se modifica el valor de la tasa en que se deprecia el capital humano (δ), salvo que en este caso, también existen cambios de forma en la evolución del gasto (en *training*). Por último, se tiene que para ρ_3 (impacto marginal del esfuerzo en la productividad), no existen mayores diferencias cuando se consideran distintos escenarios.
- 6) En el caso del esfuerzo, el análisis de sensibilidad permite apreciar una situación similar a la inversión cuando se modifican los valores de ρ_1 y P_u . Además, se obtiene un comportamiento coherente con lo establecido por Holmström (1999), es decir, un elevado nivel de esfuerzo para los primeros períodos que decae

conforme el mercado va conociendo el verdadero talento del trabajador. Esta consistencia con los resultados de aquel *paper* se mantiene en los casos límite, ya que si $\rho_1 = 0$ y $P_u \rightarrow 0$, aún cuando el esfuerzo es cercano a cero, éste se mantiene marginalmente positivo (mayor detalle en Anexos). Luego, el efecto amplificador es muy limitado bajo tales condiciones, de modo que el valor óptimo para las variables en aquél caso estará en una escala mucho menor. En lo que se refiere a ρ_2 la magnitud del esfuerzo presenta diferencias muy pequeñas (en relación al Caso Base). Esta situación se repite para ρ_3 , de modo que los cambios en magnitud si bien existen, son imperceptibles respecto de los resultados obtenidos bajo los valores originales de los parámetros. Frente a cambios en la tasa de depreciación del capital humano (δ), en el esfuerzo se observa un efecto análogo a la inversión (cambios en la forma y una relación inversamente proporcional respecto del valor que toma la variable). La misma situación anterior se tiene para el caso de P_1 .

- 7) El análisis de sensibilidad permite notar que, cuando δ toma un valor mayor respecto del Caso Base, la persistencia en las etapas inicial y final de la relación laboral será menor; mientras que en los períodos intermedios ocurre lo contrario (la persistencia aumenta). Este comportamiento se explica por el supuesto de complementariedad, ya que cuando el capital humano pierde su valor rápidamente, la firma tiene menos incentivos para invertir, considerando que los retornos de este gasto serán muy limitados. Luego, el trabajador tampoco escogerá esforzarse en el nivel de los períodos iniciales por mucho tiempo (el efecto amplificador desaparece rápidamente). De esta manera, la firma se verá obligada a mantener una política de gasto estable durante los períodos intermedios, para así sostener la productividad en el nivel óptimo. Esto es coherente con el análisis sobre el impacto del capital humano inicial.
- 8) Cuando se incorpora la probabilidad (exógena) de separación en el modelo, ocurre que la fuerte inversión en los períodos iniciales que se tenía para el caso original (*i. e. first best*), se reduce considerablemente. Lo anterior se observa incluso cuando la probabilidad que se rompa la relación sea muy baja (con $p = 5\%$ la inversión para los primeros períodos cae un 27% en relación al caso

base). De esta forma, una vez levantado el supuesto fuerte que requería *full commitment* de ambas partes en el contrato implícito, es posible notar que la capacidad explicativa del modelo (respecto de la inversión) estará determinada por la probabilidad con que se rompe la relación laboral. Es decir, además de la calibración que requiere el modelo, también se deja pendiente replantear el problema incorporando las diferencias entre las distintas etapas de la vida laboral. Esto significa que se deben considerar diferentes probabilidades de separación para cada rango etario, las cuales deberían depender del nivel de capital humano y las características del mercado laboral propio de cada rubro productivo.

- 9) Una mirada al modelo de Balmaceda (2005), además del trabajo empírico realizado por Loewenstein y Spletzer (1997), permite notar que las consideraciones respecto a *delayed general training* que se plantean en este último (debido a las características de los datos en que se basan), sirven de complemento para la tesis que aquí se desarrolló. Loewenstein y Spletzer (1997), se restringe a explicar por qué la firma querría postergar la participación del trabajador en programas de *training* hasta que pueda conocerlo mejor. Por su parte, los resultados encontrados en esta tesis apuntan a explicar la “intensidad” con que la firma estaría dispuesta a financiar la capacitación del trabajador. Además, se estudian las características particulares de cada variable (persistencia en la inversión) y el impacto marginal de los parámetros en el modelo, obteniendo así una visión más amplia de los determinantes en las decisiones de las partes. En lo que se refiere a Balmaceda (2005), las diferencias radican en los objetivos disímiles de aquél trabajo y esta tesis. Ya que en tal *paper* se analizan “los incentivos de empleador y empleado para invertir en *training* específico y general cuando aquellas habilidades son separables en la tecnología de producción y el salario se determina por el *outside option principle*”. Por otra parte, en esta tesis se busca estudiar la decisión de la firma respecto de cuánto invertir en *training* bajo los supuestos ya mencionados. Luego, no se observan contradicciones entre ambos modelos, si no diferencias en el enfoque con que se aborda el problema de inversión; de hecho los grandes resultados de uno y otro trabajo son coherentes entre sí.

BIBLIOGRAFÍA

1. ABOWD, JOHN M. KRAMARZ, F. y MARGOLIS, DAVID N. 2003. High Wage Workers and High Wage Firms. *Econometrica*. Vol. 67(2): 251–333.
2. ACEMOGLU, D. y PISCHKE, J.S. 1998a. Why do firms train? Theory and evidence. *Quarterly Journal of Economics*. Vol.113(3): 79-119. EE.UU.
3. ACEMOGLU, D. y PISCHKE, J.S. 1998c. Minimum wages and on-the-job training. Mimeo. MIT. EE.UU.
4. ACEMOGLU, D. y PISCHKE, J.S. 1999a. The Structure of Wages and Investment in General Training. *Journal of Political Economy*. Vol.107 (3): 539-572. EE.UU.
5. ACEMOGLU, D. y PISCHKE, J.S. 1999b. Beyond Becker: Training in Imperfect Labor Markets. *Economic Journal*. Vol.109 (453): F112-F142. Reino Unido.
6. BALMACEDA, F. 2005. Firm-sponsored General Training. *Journal of Labor Economics*. Vol. 23 (1): 115-133. EE.UU.
7. BASSANINI, A. y OK, W. 2007. How do firms' and individuals' incentives to invest in human capital vary across groups? Working Papers. HAL.
8. BECKER, G. 1993. Human Capital. The University of Chicago Press. Tercera Edición. EE.UU.
9. BISHOP, J. H. 1994. The Incidence of and Payoff to Employer Training: A Review of the Literature with Recommendations for Policy. Center for Advanced Human Resource Studies (CAHRS). Working Paper Series.
10. COOPER, RUSSELL W. y HALTIWANGER, JOHN C. 2006. On the Nature of Capital Adjustment Costs. *Review of Economic Studies*. Vol. 73(3): 611–633.
11. DEWATRIPONT, M., JEWITT, I. y TIROLE, J. 1999a. The Economics of Career Concerns, Part I: Comparing Information Structures, *Review of Economic Studies*, Vol.66 (1): 183–198.
12. DEWATRIPONT, M., JEWITT, I. y TIROLE, J. 1999b. The Economics of Career Concerns, Part II: Application to Missions and Accountability of Government Agencies, *Review of Economic Studies*, Vol.66 (1): 199-217.
13. HOLMSTRÖM, B. 1979, Moral Hazard and Observability, *Bell Journal of Economics*, Vol.10: 74–91.

14. HOLMSTRÖM, B. 1999. Managerial Incentive Problems: A Dynamic Perspective. *Review of Economic Studies*. Vol.66 (1): 169-182. Reino Unido.
15. LAZEAR, E. 2003. Firm-Specific Human Capital: A Skill-Weights Approach. NBER Working Paper No. w9679, Mayo 2003.
16. MALCOMSON, J.M., MAW, J. W. y MCCORMICK, B. 1997. General training by firms, contract enforceability, and public policy. Mimeo. University of Southampton and University of Swansea. Reino Unido.
17. MORTENSEN, D. T. 2005. Wage Dispersion: Why Are Similar Workers Paid Differently. MIT Press. EE.UU.
18. NEAL, D. 1995. Industry-Specific Human Capital: Evidence from Displaced Workers. *Journal of Labor Economics*, Vol. 13(4): 653-677.
19. OECD. 1994. *The OECD Jobs Study - Facts, Analysis, Strategies*. París, Francia.
20. OECD. 1999a. *Implementing the OECD Jobs Strategy - Assessing Performance and Policy*. París, Francia.
21. OECD. 1999b. *Employment Outlook 1999*. Pp. 123-151.
22. OECD. 2001. *The New Economy: Beyond the Hype*. París, Francia.
23. SHAVELL, S. 1979. Risk Sharing and Incentives in the Principal and Agent Relationship. *Bell Journal of Economics*. Vol. 10: 55-73.
24. STEVENS, M. 1994. A Theoretical Model of On-the-Job Training with Imperfect Competition. *Oxford Economic Papers*. Vol. 46 (4): 537-562.
25. TOPEL, ROBERT H. AND WARD, MICHAEL P. 1992. Job Mobility and the Careers of Young Men. *Quarterly Journal of Economics*. Vol. 107: 439-480.
26. WARR, P. 1994. Age and Job Performance. In Snel, J. y Cremer, R. (Eds.) *Work and Ageing: A European Perspective*. Taylor and Francis. Londres. Inglaterra.

Anexo A: Datos *Training* OECD

	Participation in employer-sponsored training (%)						
	Gender			Age group			
	Both sexes	Men	Women	26-35	36-45	46-55	56-65
Australia	24.4	25.8	22.4	24.8	27.8	21.9	17.5
Belgium ^b	13.2	14.7	10.7	12.0	11.3	17.1	18.2
Canada	28.3	28.8	27.6	27.3	29.2	29.9	23.4
Czech Republic	15.9	19.3	12.0	19.1	15.1	14.8	14.4
Denmark	44.8	43.3	46.6	46.6	49.9	42.8	32.2
Finland	41.7	41.7	41.9	44.7	44.3	38.1	33.5
Hungary	13.6	13.0	14.4	15.2	14.0	12.2	9.0
Ireland	10.2	8.7	12.9	13.1	10.1	7.4	4.9
Italy	14.0	16.4	9.7	14.8	15.1	11.6	12.9
Netherlands	24.1	26.9	19.4	25.2	27.0	21.3	14.6
New Zealand	33.7	34.3	33.0	33.9	36.5	35.8	19.3
Norway	44.9	42.3	48.1	48.0	46.7	45.0	30.5
Poland	10.6	9.5	12.1	10.3	11.8	9.1	9.5
Switzerland	14.5	15.7	12.6	16.8	14.6	12.3	12.7
United Kingdom	43.5	43.3	43.8	48.1	48.8	37.3	30.0
United States	32.7	31.7	33.7	32.9	34.5	31.8	29.1

Fuente: *IALS*

Tabla A.1. Datos Participación *Training* OECD (Original de Bassanini y Ok, 2007)

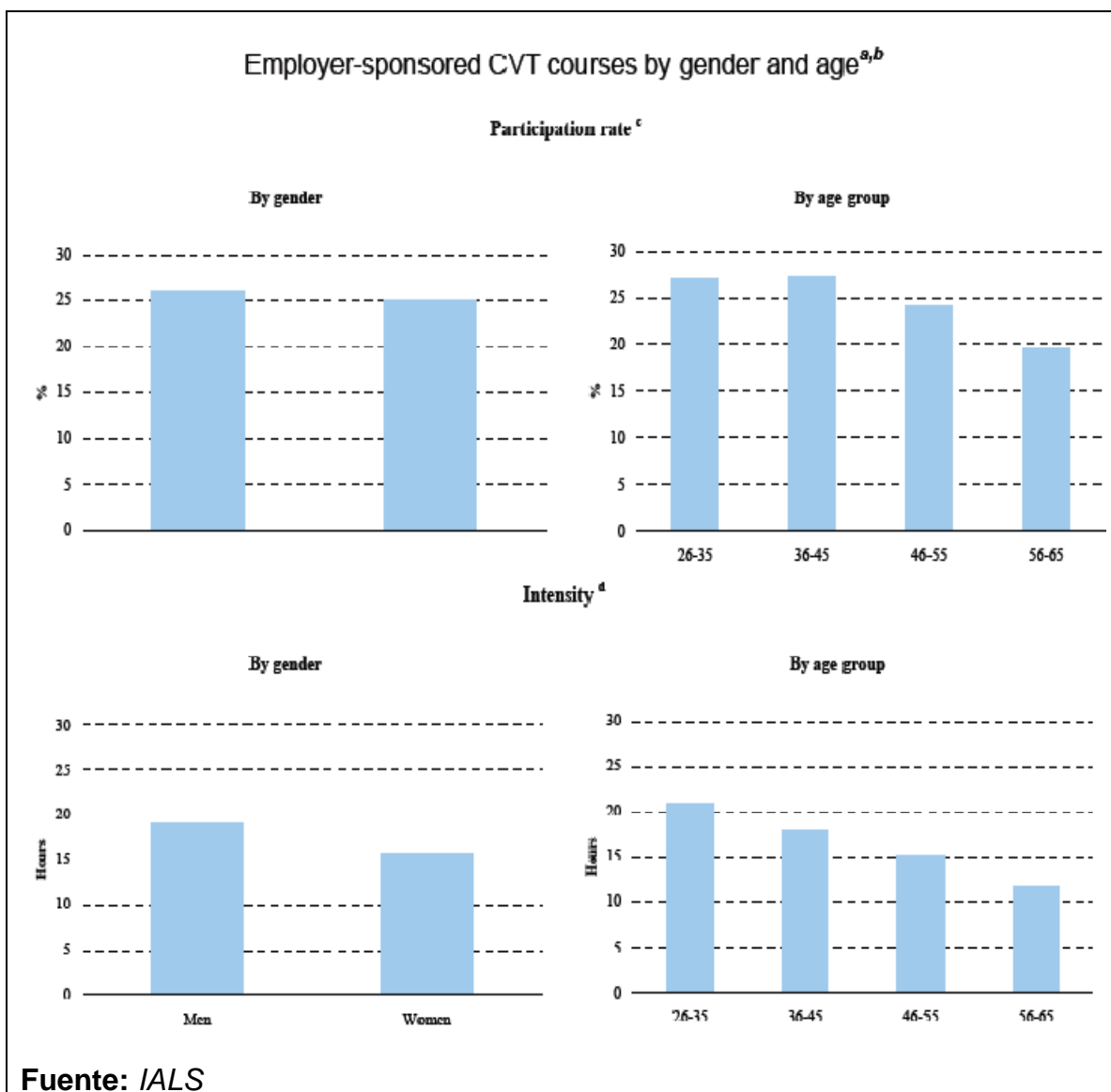


Fig. A.1. Resumen *Training* OECD (Original de Bassanini y Ok, 2007)

- a) Datos se refieren a personas empleadas de entre 26 y 65 años.
- b) Promedio (sin ponderar) se calcula a partir de Australia, Bélgica (Flandes), Nueva Zelanda, República Checa, Dinamarca, Finlandia, Hungría, Italia, Noruega, Suiza, Canadá, Irlanda, Holanda, Polonia y EE.UU.
- c) Ratio de los empleados que participan en training respecto del total de trabajadores.
- d) Horas utilizadas en cursos CVT por empleado.

Anexo B: Desarrollo del Problema

A continuación se presenta el detalle asociado al desarrollo del problema planteado inicialmente, de modo que se pueda apreciar con la mayor claridad posible la metodología utilizada y los cálculos realizados en cada parte para llegar a los resultados de las secciones 2.2 y 2.3.

Se procede a resolver el problema de forma recursiva donde $t=T$ es el último período, en el caso del agente se tiene lo siguiente:

$$V_T\{h_T, y^{T-1}\} = \max_{e_T} \mathbb{E}(w_T(y^{T-1})) - C(e_T) + \beta * V_{T+1}$$

Pero, dado que T es el último período, la función valor para $t=T+1$ será tal que $V_{T+1} = 0$. Luego, el problema del agente pasa a ser:

$$\max_{e_T} \mathbb{E}(w_T(y^{T-1})) - C(e_T)$$

$$\Leftrightarrow \max_{e_T} \mathbb{E}(\gamma * \mathbb{E}(y_T/y^{T-1})) - C(e_T)$$

Ahora, de la expresión para la productividad, se tiene que el problema anterior corresponde a:

$$\max_{e_T} \mathbb{E}(\gamma * \mathbb{E}(\eta + \rho_1 * h_T * e_T + \rho_2 * h_T + \rho_3 * e_T + u_T/y^{T-1})) - C(e_T)$$

Por las propiedades conocidas de la función esperanza se pueden separar los elementos que componen la función y_t , de modo que se tiene:

$$\max_{e_T} \mathbb{E}(\gamma * \{\mathbb{E}(\eta/y^{T-1}) + \mathbb{E}(\rho_1 * h_T * e_T/y^{T-1}) + \mathbb{E}(\rho_2 * h_T/y^{T-1}) + \mathbb{E}(\rho_3 * e_T/y^{T-1}) + \mathbb{E}(u_T/y^{T-1})\}) - C(e_T)$$

Luego, el salario corresponde a:

$$w_T(y^{T-1}) = \gamma * \{\mathbb{E}(\eta/y^{T-1}) + \mathbb{E}(\rho_1 * h_T * e_T/y^{T-1}) + \mathbb{E}(\rho_2 * h_T/y^{T-1}) + \mathbb{E}(\rho_3 * e_T/y^{T-1}) + \mathbb{E}(u_T/y^{T-1})\}$$

Dados los supuestos previamente enunciados, esta expresión se reescribe como:

$$w_T(y^{T-1}) = \gamma * \{\mathbb{E}(\eta/y^{T-1}) + \rho_1 * h_T(y^{T-1}) * e_T(y^{T-1}) + \rho_2 * h_T(y^{T-1}) + \rho_3 * e_T(y^{T-1})\}$$

Para el cálculo de la esperanza condicional sobre el talento se aplica el *Sufficient Statistic Theorem* (Holmström, 1979 y Shavell, 1979), de modo que se puedan obtener las *posterior beliefs* asociadas a éste. Se define z_t tal que:

$$z_t = \eta + u_t = y_t - \rho_1 * \bar{h}_t(y^{t-1}) * \bar{e}_t(y^{t-1}) - \rho_2 * \bar{h}_t(y^{t-1}) - \rho_3 * \bar{e}_t(y^{t-1})$$

Entonces, de los supuestos de normalidad sobre el talento y los *shocks* exógenos, se pueden obtener las distribuciones posteriores para el primero. De este modo las expresiones conocidas para la media de las creencias y la precisión con que se conoce el talento del trabajador en este caso son:

$$m_{t+1} = \frac{P_t * m_t + P_u * z_t}{P_t + P_u}, \forall t \quad (1)$$

$$P_{t+1} = P_t + P_u, \quad \forall t \quad (2)$$

$$(1) \text{ y } (2) \Rightarrow \begin{cases} P_{t+1} = P_1 + t * P_u, \quad \forall t \\ m_{t+1} = \frac{P_1 * m_1 + P_u * \sum_{s=1}^t z_s}{P_t + P_u}, \quad \forall t \end{cases}$$

El salario pasa a escribirse de la forma siguiente:

$$w_T(y^{T-1}) = \gamma * \{m_T(z^{T-1}) + \rho_1 * \bar{h}_T(y^{T-1}) * \bar{e}_T(y^{T-1}) + \rho_2 * \bar{h}_T(y^{T-1}) + \rho_3 * \bar{e}_T(y^{T-1})\}$$

Calculando la esperanza resulta en:

$$\mathbb{E}(w_T(y^{T-1})) = \gamma * \mathbb{E}(m_T(z^{T-1})) + \gamma * \{\rho_1 * \bar{h}_T(y^{T-1}) * \bar{e}_T(y^{T-1}) + \rho_2 * \bar{h}_T(y^{T-1}) + \rho_3 * \bar{e}_T(y^{T-1})\}$$

$$\Leftrightarrow \mathbb{E}(w_T(y^{T-1})) = \gamma * \left(\frac{P_1 * m_1}{P_T} + \frac{P_u * \sum_{s=1}^T \mathbb{E}(z_s)}{P_T} \right) + \gamma * \{\rho_1 * \bar{h}_T(y^{T-1}) * \bar{e}_T(y^{T-1}) + \rho_2 * \bar{h}_T(y^{T-1}) + \rho_3 * \bar{e}_T(y^{T-1})\}$$

Luego, por el cambio de variable, se puede reemplazar z_s en la esperanza no condicional, con lo que la expresión para el salario esperado corresponde a:

$$\mathbb{E}(w_T(y^{T-1})) = \gamma * \frac{P_1 * m_1}{P_T} + \gamma * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^T \left\{ \mathbb{E} \left(y_s - \rho_1 * \bar{h}_s(y^{s-1}) * \bar{e}_s(y^{s-1}) - \rho_2 * \bar{h}_s(y^{s-1}) - \rho_3 * \bar{e}_s(y^{s-1}) \right) \right\} + \gamma * \{\rho_1 * \bar{h}_T(y^{T-1}) * \bar{e}_T(y^{T-1}) + \rho_2 * \bar{h}_T(y^{T-1}) + \rho_3 * \bar{e}_T(y^{T-1})\}$$

Entonces el problema del agente pasa a ser:

$$\max_{e_T} \gamma * \frac{P_1 * m_1}{P_T} + \gamma * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^{T-1} \{ \mathbb{E}(\eta + \rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s + u_s) \} +$$

$$\begin{aligned}
& -\gamma * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^{T-1} \{ \rho_1 * \bar{h}_s(y^{s-1}) * \bar{e}_s(y^{s-1}) + \rho_2 * \bar{h}_s(y^{s-1}) + \rho_3 * \bar{e}_s(y^{s-1}) \} + \\
& + \gamma * \{ \rho_1 * \bar{h}_T(y^{T-1}) * \bar{e}_T(y^{T-1}) + \rho_2 * \bar{h}_T(y^{T-1}) + \rho_3 * \bar{e}_T(y^{T-1}) \} - \mathbb{E}(C(e_T))
\end{aligned}$$

La CPO en este caso es:

$$e_T: c * e_T = 0 \Leftrightarrow e_T = 0$$

Esto es, el trabajador no se esfuerza en el último período, de este modo la productividad en T será:

$$y_T = \eta + \rho_2 * h_T + u_T$$

Entonces, el salario corresponde a:

$$\begin{aligned}
w_T(y^{T-1}) &= \gamma * \mathbb{E}(\eta + \rho_2 * h_T + u_T / y^{T-1}) \\
\Leftrightarrow w_T(y^{T-1}) &= \gamma * \{ m_T(z^{T-1}) + \rho_2 * \bar{h}_T(y^{T-1}) \}
\end{aligned}$$

Dado que el agente no trabajará en T+1, la inversión de la firma en *training* para el último período será $i_T = 0$. A su vez, de la forma escogida para la función de gastos, se tiene que:

$$i_T = 0 \Leftrightarrow g(i_T) = 0$$

Resolviendo ahora en el período $t=T-1$, el problema de la firma corresponde a lo siguiente:

$$\begin{aligned}
& \max_{i_{T-1}} \mathbb{E}(y_{T-1} / y^{T-2}) - \mathbb{E}(w_{T-1}(y^{T-2})) - \mathbb{E}(g(i_{T-1})) + \\
& \quad + \beta * \{ \mathbb{E}(y_T / y^{T-1}) - \mathbb{E}(w_T(y^{T-1})) - \mathbb{E}(g(i_T)) \} \\
& \Leftrightarrow \max_{i_{T-1}} \mathbb{E}(\eta + \rho_1 * h_{T-1} * e_{T-1} + \rho_2 * h_{T-1} + \rho_3 * e_{T-1} + u_{T-1} / y^{T-2}) + \\
& \quad - \mathbb{E}(\gamma * \mathbb{E}(y_{T-1} / y^{T-2})) - \mathbb{E}(g(i_{T-1})) + \\
& \quad + \beta * \{ \mathbb{E}(\eta + \rho_2 * h_T + u_T / y^{T-1}) - \mathbb{E}(\gamma * [\rho_0 * m_T(z^{T-1}) + \rho_2 * \bar{h}_T(y^{T-1})]) \} \\
& \Leftrightarrow \max_{i_{T-1}} \frac{P_1 * m_1}{P_{T-1}} + \frac{P_u}{P_{T-1}} * \sum_{s=1}^{T-2} \mathbb{E}(z_s) + \\
& \quad + \rho_1 * \bar{h}_{T-1}(y^{T-2}) * \bar{e}_{T-1}(y^{T-2}) + \rho_2 * \bar{h}_{T-1}(y^{T-2}) + \rho_3 * \bar{e}_{T-1}(y^{T-2}) + \\
& \quad - \gamma * \left(\frac{P_1 * m_1}{P_{T-1}} + \frac{P_u}{P_{T-1}} * \sum_{s=1}^{T-2} \mathbb{E}(z_s) \right) + \\
& \quad - \gamma * \{ \rho_1 * \bar{h}_{T-1}(y^{T-2}) * \bar{e}_{T-1}(y^{T-2}) + \rho_2 * \bar{h}_{T-1}(y^{T-2}) + \rho_3 * \bar{e}_{T-1}(y^{T-2}) \} - \mathbb{E}(g(i_{T-1})) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +\beta * \left\{ (1-\gamma) * \frac{P_1 * m_1}{P_T} + (1-\gamma) * \rho_2 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-1}) + \frac{P_u}{P_T} * \left(\sum_{s=1}^{T-1} z_s - \gamma * \sum_{s=1}^{T-1} \mathbb{E}(z_s) \right) \right\} \\
\Leftrightarrow \max_{i_{T-1}} & (1-\gamma) * \left\{ \frac{P_1 * m_1}{P_{T-1}} + \rho_1 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_2 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_3 * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2}) \right\} \\
& + \frac{P_u}{P_{T-1}} * \sum_{s=1}^{T-2} (\eta + \rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s + u_s) + \\
& - \frac{P_u}{P_{T-1}} * \sum_{s=1}^{T-2} \{ \rho_1 * h_s(y^{s-1}) * e_s(y^{s-1}) + \rho_2 * h_s(y^{s-1}) + \rho_3 * e_s(y^{s-1}) \} + \\
& - \gamma * \rho_0 * \frac{P_u}{P_{T-1}} * \sum_{s=1}^{T-2} \mathbb{E}(\eta + \rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s + u_s) + \\
& + \gamma * \frac{P_u}{P_{T-1}} * \sum_{s=1}^{T-2} \mathbb{E} \{ \rho_1 * \overline{h_s}(y^{s-1}) * \overline{e_s}(y^{s-1}) + \rho_2 * \overline{h_s}(y^{s-1}) + \rho_3 * \overline{e_s}(y^{s-1}) \} + \\
& - \mathbb{E}(g(i_{T-1})) + \beta * (1-\gamma) * \left(\frac{P_1 * m_1}{P_T} + \rho_2 * \overline{h_T}(y^{T-1}) \right) + \\
& + \beta * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^{T-1} (\eta + \rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s + u_s) + \\
& - \beta * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^{T-1} \{ \rho_1 * \overline{h_s}(y^{s-1}) * \overline{e_s}(y^{s-1}) + \rho_2 * \overline{h_s}(y^{s-1}) + \rho_3 * \overline{e_s}(y^{s-1}) \} + \\
& - \gamma * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^{T-1} \mathbb{E}(\eta + \rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s + u_s) + \\
& + \gamma * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^{T-1} \mathbb{E} \{ \rho_1 * \overline{h_s}(y^{s-1}) * \overline{e_s}(y^{s-1}) + \rho_2 * \overline{h_s}(y^{s-1}) + \rho_3 * \overline{e_s}(y^{s-1}) \}
\end{aligned}$$

Con lo cual el problema se resume de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\max_{i_{T-1}} & (1-\gamma) * \left\{ \frac{P_1 * m_1}{P_{T-1}} + \rho_1 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_2 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_3 * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2}) \right\} \\
& + (1-\gamma) * \frac{P_u}{P_{T-1}} * \sum_{s=1}^{T-2} (\rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s) + \\
& - (1-\gamma) * \frac{P_u}{P_{T-1}} * \sum_{s=1}^{T-2} \{ \rho_1 * \overline{h_s}(y^{s-1}) * \overline{e_s}(y^{s-1}) + \rho_2 * \overline{h_s}(y^{s-1}) + \rho_3 * \overline{e_s}(y^{s-1}) \} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{P_u}{P_{T-1}} * \left(\sum_{s=1}^{T-2} \eta + u_s - \gamma * m_1 \right) + \\
& - \mathbb{E}(g(i_{T-1})) + \beta * (1 - \gamma) * \left\{ \frac{P_1 * m_1}{P_T} + \rho_2 * \overline{h_T}(y^{T-1}) \right\} + \\
& + (1 - \gamma) * \beta * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^{T-1} (\rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s) + \\
& - (1 - \gamma) * \beta * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^{T-1} \left\{ \rho_1 * \overline{h_s}(y^{s-1}) * \overline{e_s}(y^{s-1}) + \rho_2 * \overline{h_s}(y^{s-1}) + \rho_3 * \overline{e_s}(y^{s-1}) \right\} + \\
& + \beta * \frac{P_u}{P_T} * \left(\sum_{s=1}^{T-1} \eta + u_s - \gamma * m_1 \right)
\end{aligned}$$

Luego la CPO en este caso será:

$$i_{T-1}: \beta * (1 - \gamma) * \rho_2 - a * i_{T-1} = 0 \Leftrightarrow i_{T-1} = \frac{\beta * (1 - \gamma) * \rho_2}{a}$$

Veamos ahora el problema del agente. Para $t=T-1$ el trabajador resuelve:

$$\begin{aligned}
& \max_{e_{T-1}} \mathbb{E}(w_{T-1}(y^{T-2})) - \mathbb{E}(C(e_{T-1})) + \beta * \mathbb{E}(w_T(y^{T-1})) \\
& \Leftrightarrow \max_{e_{T-1}} \mathbb{E} \left(\gamma * \mathbb{E}(\eta + \rho_1 * h_{T-1} * e_{T-1} + \rho_2 * h_{T-1} + \rho_3 * e_{T-1} + u_{T-1} / y^{T-2}) \right) + \\
& \quad - \mathbb{E}(C(e_{T-1})) + \beta * \mathbb{E}(\gamma * [m_T(z^{T-1}) + \rho_2 * \overline{h_T}(y^{T-1})])
\end{aligned}$$

Utilizando la misma metodología que en el problema de la firma, se tiene que lo anterior equivale a:

$$\begin{aligned}
& \max_{e_{T-1}} \gamma * \left\{ \frac{P_1 * m_1}{P_{T-1}} + \rho_1 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_2 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_3 * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2}) \right\} + \\
& \quad + \gamma * \frac{P_u}{P_{T-1}} * \sum_{s=1}^{T-2} (m_1 + \rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s) + \\
& \quad - \gamma * \frac{P_u}{P_{T-1}} * \sum_{s=1}^{T-2} \left\{ \rho_1 * \overline{h_s}(y^{s-1}) * \overline{e_s}(y^{s-1}) + \rho_2 * \overline{h_s}(y^{s-1}) + \rho_3 * \overline{e_s}(y^{s-1}) \right\} + \\
& \quad - \mathbb{E}(C(e_{T-1})) + \beta * \gamma * \left(\frac{P_1 * m_1}{P_T} + \rho_2 * \overline{h_T}(y^{T-1}) \right) + \\
& \quad + \beta * \gamma * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^{T-1} (m_1 + \rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s) +
\end{aligned}$$

$$-\beta * \gamma * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^{T-1} \left\{ \rho_1 * \overline{h_s}(y^{s-1}) * \overline{e_s}(y^{s-1}) + \rho_2 * \overline{h_s}(y^{s-1}) + \rho_3 * \overline{e_s}(y^{s-1}) \right\}$$

Luego la CPO del problema será:

$$e_{T-1}: \beta * \gamma * \frac{P_u}{P_T} (\rho_1 * h_{T-1} + \rho_3) - c * e_{T-1} = 0 \Leftrightarrow e_{T-1} = \frac{\beta * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_T} (\rho_1 * h_{T-1} + \rho_3)$$

Siguiendo con el análisis en $t=T-2$, se tiene que el principal resuelve:

$$\max_{i_{T-2}} \mathbb{E}(y_{T-2}/y^{T-3}) - \mathbb{E}(w_{T-2}(y^{T-3})) - \mathbb{E}(g(i_{T-2})) + \beta * V_{T-1}$$

Donde V_{T-1} corresponde a lo siguiente:

$$\begin{aligned} V_{T-1} = & (1 - \gamma) * \left(\beta * \frac{P_1 * m_1}{P_T} + \frac{P_1 * m_1}{P_{T-1}} \right) + \beta * (1 - \gamma) * \rho_2 * \overline{h_T}(y^{T-1}) + \\ & + (1 - \gamma) * \left\{ \rho_1 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_2 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_3 * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2}) \right\} + \\ & - (1 - \gamma) * \beta * \frac{P_u}{P_T} * \left\{ \rho_1 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_2 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_3 * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2}) \right\} + \\ & + (1 - \gamma) * \left(\frac{P_u}{P_{T-1}} + \beta * \frac{P_u}{P_T} \right) * \sum_{s=1}^{T-2} (\rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s) + \\ & - (1 - \gamma) * \frac{P_u}{P_{T-1}} * \sum_{s=1}^{T-2} \left\{ \rho_1 * \overline{h_s}(y^{s-1}) * \overline{e_s}(y^{s-1}) + \rho_2 * \overline{h_s}(y^{s-1}) + \rho_3 * \overline{e_s}(y^{s-1}) \right\} + \\ & - (1 - \gamma) * \beta * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^{T-2} \left\{ \rho_1 * \overline{h_s}(y^{s-1}) * \overline{e_s}(y^{s-1}) + \rho_2 * \overline{h_s}(y^{s-1}) + \rho_3 * \overline{e_s}(y^{s-1}) \right\} + \\ & + \left(\frac{P_u}{P_{T-1}} + \beta * \frac{P_u}{P_T} \right) * \sum_{s=1}^{T-2} (\eta + u_s - \gamma * m_1) + \\ & + \beta * \frac{P_u}{P_T} * (1 - \gamma) * \left\{ \rho_1 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_2 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_3 * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2}) \right\} + \\ & + \beta * \frac{P_u}{P_T} * (\eta + u_{T-1} - \gamma * m_1) - \mathbb{E}(g(i_{T-1})) \end{aligned}$$

Se sabe que las expresiones para la productividad esperada, y el salario esperado son:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(y_{T-2}/y^{T-3}) = & \frac{P_1 * m_1}{P_{T-2}} + \rho_1 * \overline{h_{T-2}}(y^{T-3}) * \overline{e_{T-2}}(y^{T-3}) + \rho_2 * \overline{h_{T-2}}(y^{T-3}) + \rho_3 * \overline{e_{T-2}}(y^{T-3}) + \\ & + \frac{P_u}{P_{T-2}} * \sum_{s=1}^{T-3} (\eta + \rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s + u_s) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{P_u}{P_{T-2}} * \sum_{s=1}^{T-3} \left\{ \rho_1 * \overline{h_s}(y^{s-1}) * \overline{e_s}(y^{s-1}) + \rho_2 * \overline{h_s}(y^{s-1}) + \rho_3 * \overline{e_s}(y^{s-1}) \right\} \\
\mathbb{E}(w_{T-2}(y^{T-3})) &= \gamma * \frac{P_1 * m_1}{P_{T-2}} + \\
& + \gamma * \left(\rho_1 * \overline{h_{T-2}}(y^{T-3}) * \overline{e_{T-2}}(y^{T-3}) + \rho_2 * \overline{h_{T-2}}(y^{T-3}) + \rho_3 * \overline{e_{T-2}}(y^{T-3}) \right) + \\
& + \gamma * \frac{P_u}{P_{T-2}} * \sum_{s=1}^{T-3} (m_1 + \rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s) + \\
& - \gamma * \frac{P_u}{P_{T-2}} * \sum_{s=1}^{T-3} \left\{ \rho_1 * \overline{h_s}(y^{s-1}) * \overline{e_s}(y^{s-1}) + \rho_2 * \overline{h_s}(y^{s-1}) + \rho_3 * \overline{e_s}(y^{s-1}) \right\}
\end{aligned}$$

Recordando que el esfuerzo en t=T-1 tiene la forma:

$$e_{T-1} = \frac{\beta * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_T} (\rho_1 * h_{T-1} + \rho_3)$$

Ello se traduce en que el esfuerzo es una función del nivel de capital humano en t=T-1, i. e. $e_{T-1} = e_{T-1}(h_{T-1})$; ello se traduce en que el esfuerzo depende de la inversión que realiza la firma en t=T-2, es decir, $e_{T-1} = e_{T-1}(i_{T-2})$.

La CPO en este caso será:

$$\begin{aligned}
i_{T-2}: \quad i_{T-2} &= \frac{\beta * (1 - \gamma)}{a} * \left\{ \rho_1 * h_{T-1}(y^{T-2}) * \frac{\partial e_{T-1}(y^{T-2})}{\partial i_{T-2}} + \rho_1 * (1 - \delta) * e_{T-1}(y^{T-2}) \right\} + \\
& + \frac{\beta * (1 - \gamma)}{a} * \left\{ \rho_2 + \rho_3 * \frac{\partial e_{T-1}(y^{T-2})}{\partial i_{T-2}} \right\} + \\
& - \frac{\beta * (1 - \gamma)}{a} * \beta * \frac{P_u}{P_T} * \left\{ \rho_1 * h_{T-1}(y^{T-2}) * \frac{\partial e_{T-1}(y^{T-2})}{\partial i_{T-2}} + \rho_1 * (1 - \delta) * e_{T-1}(y^{T-2}) \right\} + \\
& - \frac{\beta * (1 - \gamma)}{a} * \beta * \rho_0 * \frac{P_u}{P_T} * \left\{ \rho_2 + \rho_3 * \frac{\partial e_{T-1}(y^{T-2})}{\partial i_{T-2}} \right\} + \\
& + \frac{\beta^2 * (1 - \gamma)}{a} * \frac{P_u}{P_T} * \left\{ \rho_1 * h_{T-1}(y^{T-2}) * \frac{\partial e_{T-1}(y^{T-2})}{\partial i_{T-2}} + \rho_1 * (1 - \delta) * e_{T-1}(y^{T-2}) \right\} + \\
& + \frac{\beta^2 * (1 - \gamma)}{a} * \frac{P_u}{P_T} * \left\{ \rho_2 + \rho_3 * \frac{\partial e_{T-1}(y^{T-2})}{\partial i_{T-2}} \right\} + \\
& + \frac{\beta^2 * (1 - \gamma)}{a} * \rho_2 * (1 - \delta)
\end{aligned}$$

Donde $\frac{\partial e_{T-1}(y^{T-2})}{\partial i_{T-2}} = \frac{\beta * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_T} * \rho_1$, de modo que la expresión anterior pasa a ser:

$$i_{T-2} = \frac{\beta * (1 - \gamma)}{a} * \left\{ 2 * \rho_1 * \frac{\beta * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_T} * (\rho_1 * h_{T-1} + \rho_3) + \rho_2 \right\} + \frac{\beta^2 * (1 - \gamma) * (1 - \delta)}{a} * \rho_2$$

$$\Leftrightarrow i_{T-2} = \frac{\beta * (1 - \gamma)}{a} * \{ 2 * \rho_1 * e_{T-1} + \rho_2 \} + \frac{\beta^2 * (1 - \gamma) * (1 - \delta)}{a} * \rho_2$$

Aplicando álgebra a lo anterior se tiene una expresión en función de la variable de estado h_{T-2} :

$$i_{T-2} = \frac{\frac{\beta * (1 - \gamma)}{a} * \left\{ 2 * \rho_1 * \frac{\beta * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_T} * (\rho_1 * h_{T-2} * (1 - \delta) + \rho_3) + \rho_2 \right\}}{\left(1 - \frac{\beta * (1 - \gamma)}{a} * 2 * \rho_1^2 * \frac{\beta * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_T} \right)} +$$

$$+ \frac{\frac{\beta^2 * (1 - \gamma) * (1 - \delta)}{a} * \rho_2}{\left(1 - \frac{\beta * (1 - \gamma)}{a} * 2 * \rho_1^2 * \frac{\beta * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_T} \right)}$$

El problema del agente en T-2 será:

$$\max_{e_{T-2}} \mathbb{E}(w_{T-2}(y^{T-3})) - \mathbb{E}(C(e_{T-2})) + \beta * \{ \mathbb{E}(w_{T-1}(y^{T-2})) - \mathbb{E}(C(e_{T-1})) \} + \beta^2 * \mathbb{E}(w_T(y^{T-1}))$$

De la misma forma que en las partes anteriores, se pueden reescribir los elementos del problema como sigue:

$$\mathbb{E}(w_{T-2}(y^{T-3})) = \gamma * \frac{P_1 * m_1}{P_{T-2}} +$$

$$+ \gamma * \{ \rho_1 * \overline{h_{T-2}}(y^{T-3}) * \overline{e_{T-2}}(y^{T-3}) + \rho_2 * \overline{h_{T-2}}(y^{T-3}) + \rho_3 * \overline{e_{T-2}}(y^{T-3}) \} +$$

$$+ \gamma * \frac{P_u}{P_{T-2}} * \sum_{s=1}^{T-3} (m_1 + \rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s) +$$

$$- \gamma * \frac{P_u}{P_{T-2}} * \sum_{s=1}^{T-3} \{ \rho_1 * \overline{h_s}(y^{s-1}) * \overline{e_s}(y^{s-1}) + \rho_2 * \overline{h_s}(y^{s-1}) + \rho_3 * \overline{e_s}(y^{s-1}) \}$$

$$\beta * \mathbb{E}(w_{T-1}(y^{T-2})) = \beta * \gamma * \frac{P_1 * m_1}{P_{T-1}} +$$

$$+ \beta * \gamma * \left(\rho_1 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_2 * \overline{h_{T-1}}(y^{T-2}) + \rho_3 * \overline{e_{T-1}}(y^{T-2}) \right) +$$

$$+ \beta * \gamma * \frac{P_u}{P_{T-1}} * \sum_{s=1}^{T-2} (m_1 + \rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s) +$$

$$\begin{aligned}
& -\beta * \gamma * \frac{P_u}{P_{T-1}} * \sum_{s=1}^{T-2} \left\{ \rho_1 * \overline{h_s}(y^{s-1}) * \overline{e_s}(y^{s-1}) + \rho_2 * \overline{h_s}(y^{s-1}) + \rho_3 * \overline{e_s}(y^{s-1}) \right\} \\
\beta^2 * \mathbb{E}(w_T(y^{T-1})) &= \beta^2 * \gamma * \frac{P_1 * m_1}{P_T} + \beta^2 * \gamma * \rho_2 * \overline{h_T}(y^{T-1}) + \\
& + \beta^2 * \gamma * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^{T-2} (m_1 + \rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s) + \\
& -\beta^2 * \gamma * \frac{P_u}{P_T} * \sum_{s=1}^{T-2} \left\{ \rho_1 * \overline{h_s}(y^{s-1}) * \overline{e_s}(y^{s-1}) + \rho_2 * \overline{h_s}(y^{s-1}) + \rho_3 * \overline{e_s}(y^{s-1}) \right\}
\end{aligned}$$

Luego la CPO en este caso será:

$$e_{T-2}: e_{T-2} = \frac{\beta * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_{T-1}} * (\rho_1 * h_{T-2} + \rho_3) + \frac{\beta^2 * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_T} * (\rho_1 * h_{T-2} + \rho_3)$$

En la búsqueda de expresiones recursivas para las variables de decisión se procede a analizar el problema en $t=T-3$ para el caso de la firma. De ello se obtiene lo siguiente:

$$\max_{i_{T-3}} \mathbb{E}(y_{T-3}/y^{T-4}) - \mathbb{E}(w_{T-3}(y^{T-4})) - \mathbb{E}(g(i_{T-3})) + \beta * V_{T-2}$$

Recordando que $\beta * V_{T-2}$ corresponde a:

$$\begin{aligned}
\beta * V_{T-2} &= \beta * (1 - \gamma) * \frac{P_1 * m_1}{P_{T-2}} + \\
& + \beta * (1 - \gamma) * \left(\rho_1 * \overline{h_{T-2}}(y^{T-3}) * \overline{e_{T-2}}(y^{T-3}) + \rho_2 * \overline{h_{T-2}}(y^{T-3}) + \rho_3 * \overline{e_{T-2}}(y^{T-3}) \right) \\
& + \beta * (1 - \gamma) * \frac{P_u}{P_{T-2}} * \sum_{s=1}^{T-3} (\rho_1 * h_s * e_s + \rho_2 * h_s + \rho_3 * e_s) \\
& - \beta * (1 - \gamma) * \frac{P_u}{P_{T-2}} * \sum_{s=1}^{T-3} \left\{ \rho_1 * \overline{h_s}(y^{s-1}) * \overline{e_s}(y^{s-1}) + \rho_2 * \overline{h_s}(y^{s-1}) + \rho_3 * \overline{e_s}(y^{s-1}) \right\} \\
& + \beta * \frac{P_u}{P_{T-2}} * \sum_{s=1}^{T-3} (\eta + u_s - \gamma * m_1) - \beta * \mathbb{E}(g(i_{T-2})) + \beta^2 * V_{T-1}
\end{aligned}$$

La CPO en este caso es:

$$\begin{aligned}
i_{T-3}: i_{T-3} &= \frac{\beta * (1 - \gamma)}{a} * 2 * \rho_1 * \frac{\beta * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_{T-1}} * (\rho_1 * h_{T-2} + \rho_3) + \\
& + \frac{\beta * (1 - \gamma)}{a} * 2 * \rho_1 * \frac{\beta^2 * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_T} * (\rho_1 * h_{T-2} + \rho_3) + \frac{\beta * (1 - \gamma)}{a} * \rho_2 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\beta^2 * (1 - \gamma)}{a} * 2 * \rho_1 * (1 - \delta) * \frac{\beta * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_T} * (\rho_1 * h_{T-1} + \rho_3) + \\
& + \frac{\beta^2 * (1 - \gamma)}{a} * (1 - \delta) * \rho_2 + \frac{\beta^3 * (1 - \delta)^2 * (1 - \gamma)}{a} * \rho_2 + \\
& - \beta * \left(\frac{\beta * (1 - \gamma)}{a} * 2 * \rho_1^2 * (1 - \delta) * \frac{\beta * \gamma}{c} * \frac{P_u}{P_T} \right)
\end{aligned}$$

Anexo C: Figuras Análisis de Sensibilidad

C.1. Rho 1

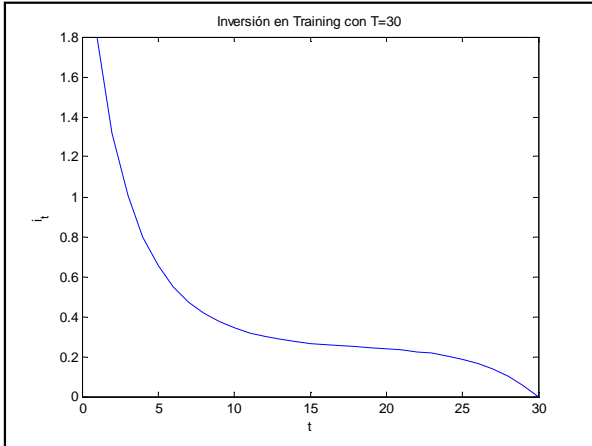


Fig. C.1. Inversión en Training con $\rho_1 = 1$

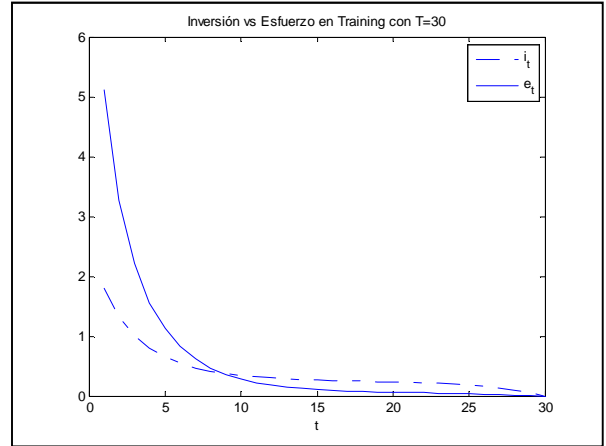


Fig. C.3. Inversión vs Esfuerzo en Training con $\rho_1 = 1$

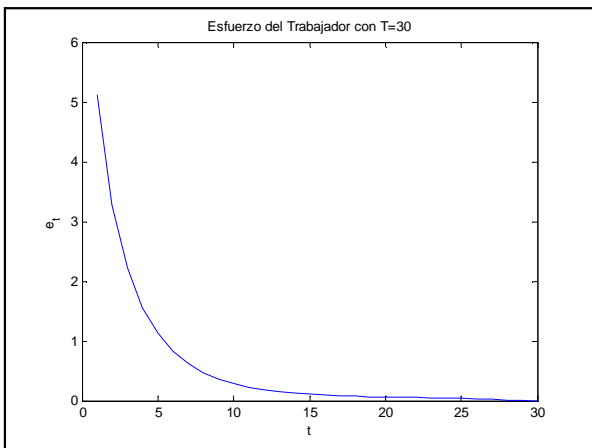


Fig. C.2. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_1 = 1$

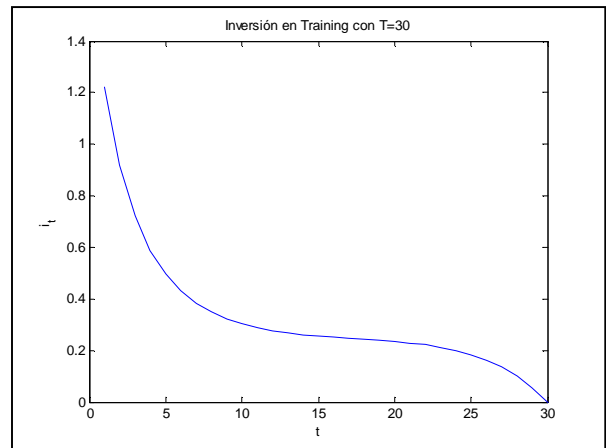


Fig. C.4. Inversión en Training con $\rho_1 = 0.8$

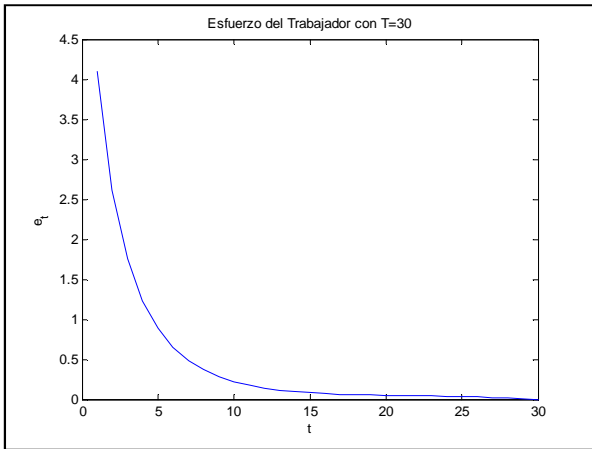


Fig. C.5. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_1 = 0.8$

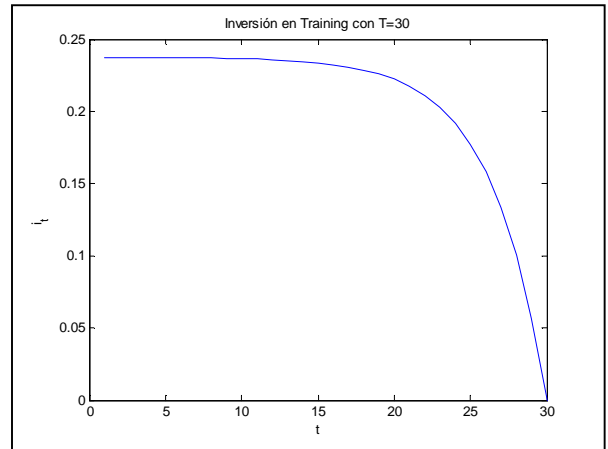


Fig. C.7. Inversión en Training con $\rho_1 = 0$

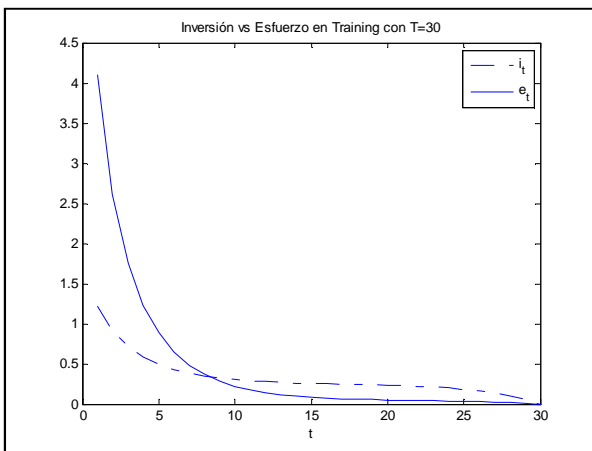


Fig. C.6. Inversión vs Esfuerzo con $\rho_1 = 0.8$

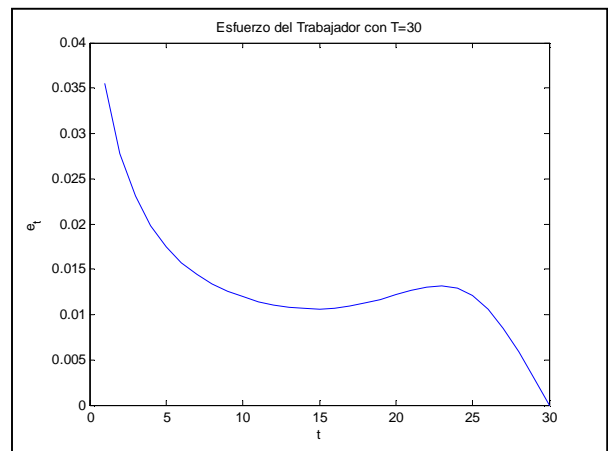


Fig. C.8. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_1 = 0$

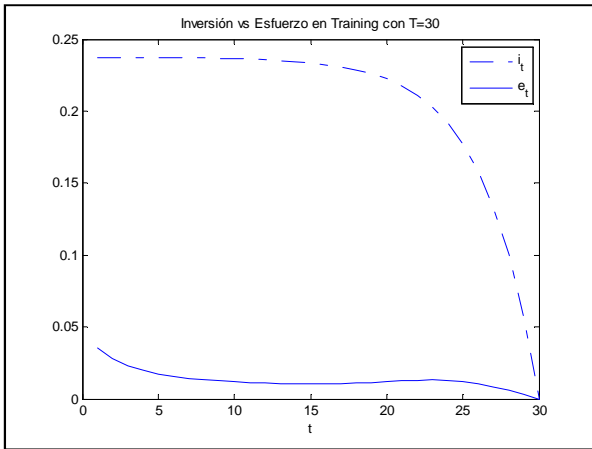


Fig. C.9. Inversión vs Esfuerzo con $\rho_1 = 0$

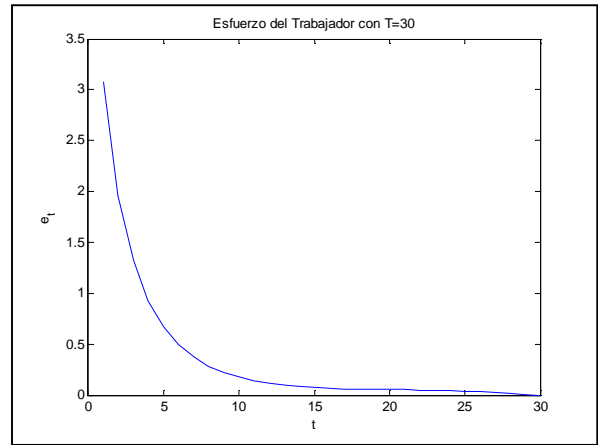


Fig. C.11. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_2 = 1$

C.2. Rho 2

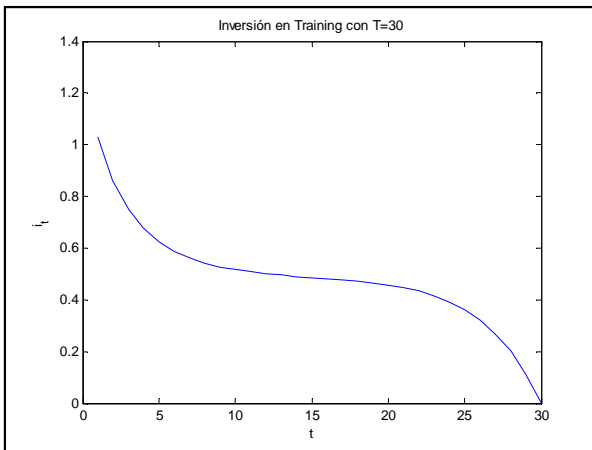


Fig. C.10. Inversión en Training con $\rho_2 = 1$

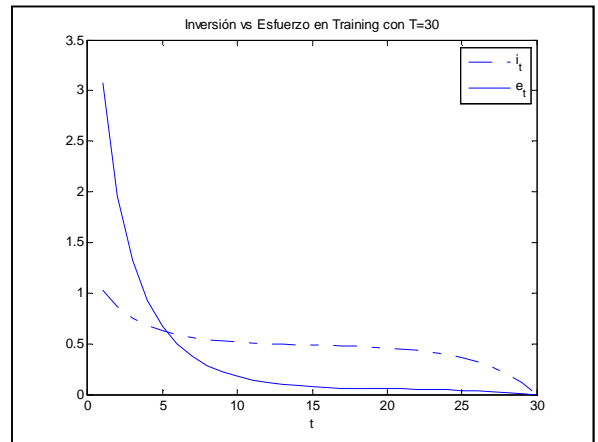


Fig. C.12. Inversión vs Esfuerzo con $\rho_2 = 1$

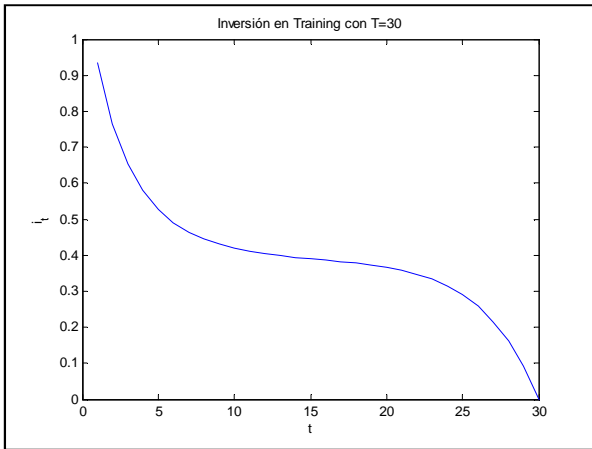


Fig. C.13. Inversión en Training con $\rho_2 = 0.8$

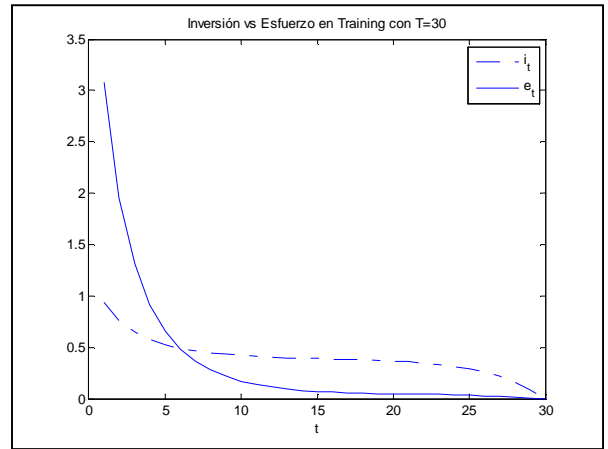


Fig. C.15. Inversión vs Esfuerzo con $\rho_2 = 0.8$

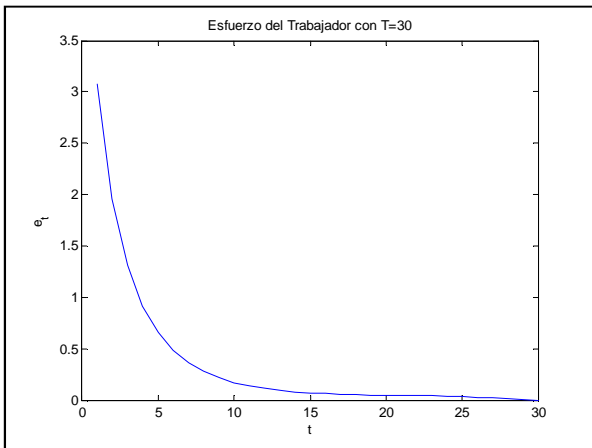


Fig. C.14. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_2 = 0.8$

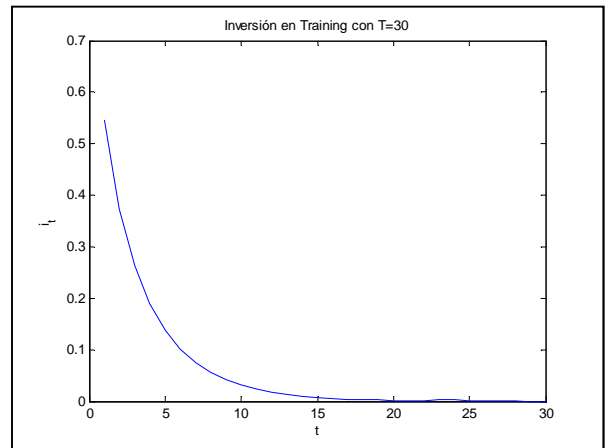


Fig. C.16. Inversión en Training con $\rho_2 = 0$

C.3. Rho 3

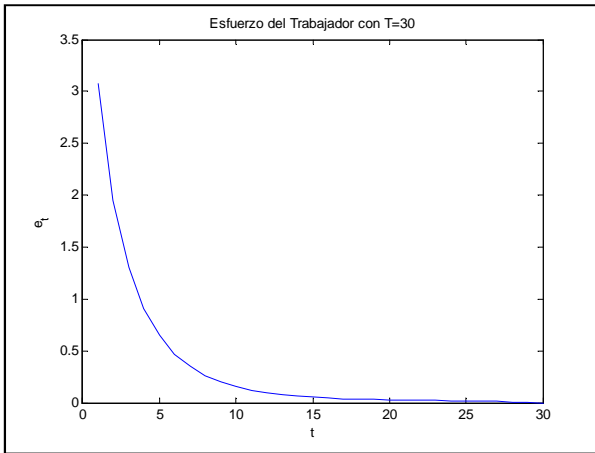


Fig. C.17. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_2 = 0$

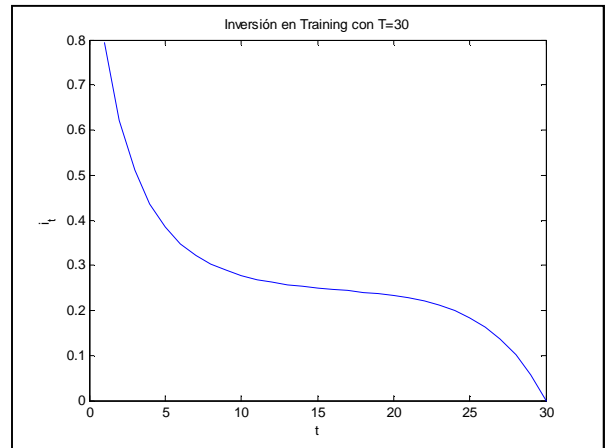


Fig. C.19. Inversión en Training con $\rho_3 = 1$

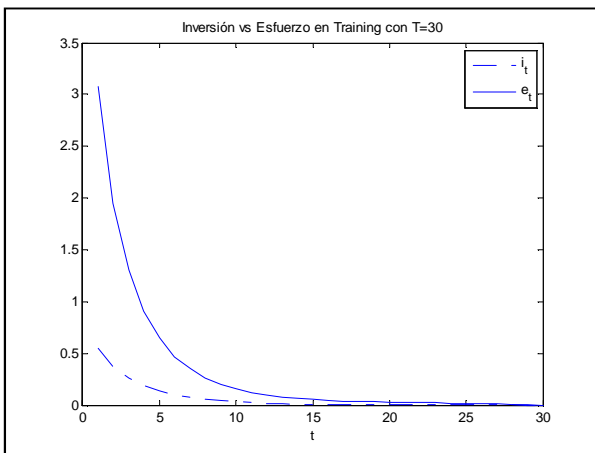


Fig. C.18. Inversión vs Esfuerzo con $\rho_2 = 0$

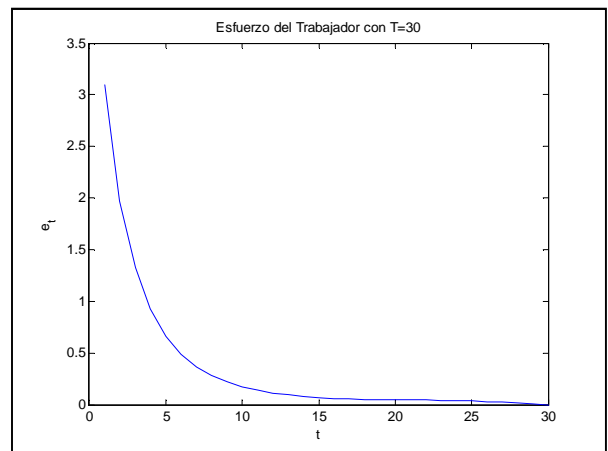


Fig. C.20. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_3 = 1$

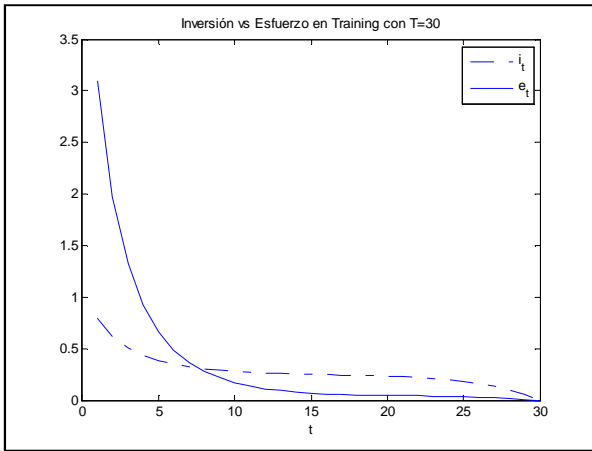


Fig. C.21. Inversión vs Esfuerzo con $\rho_3 = 1$

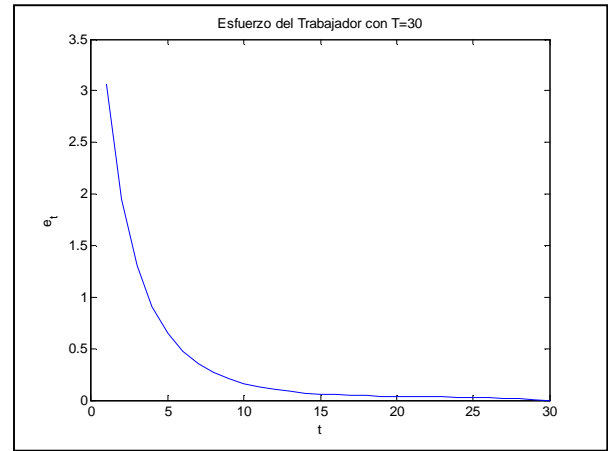


Fig. C.23. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_3 = 0.5$

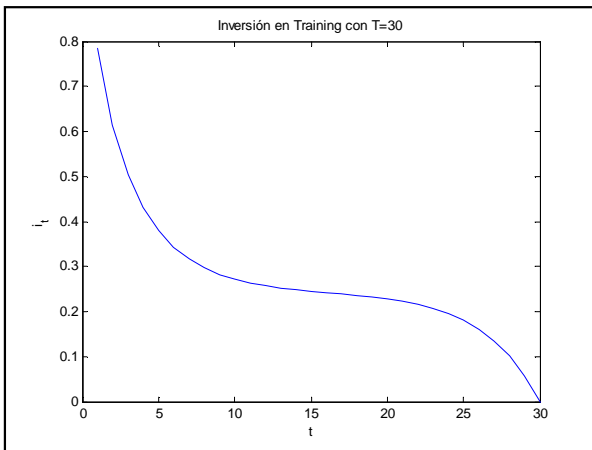


Fig. C.22. Inversión en Training con $\rho_3 = 0.5$

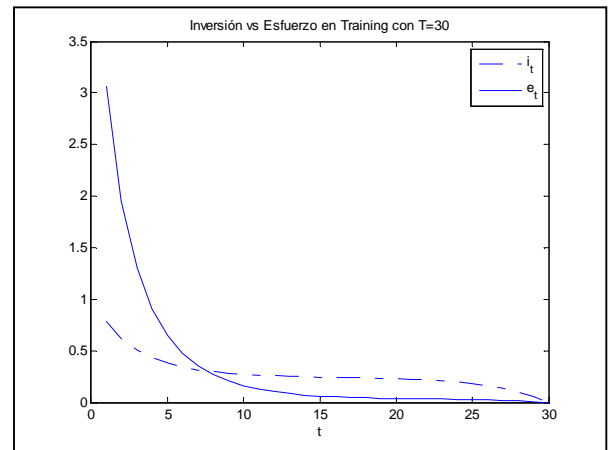


Fig. C.24. Inversión vs Esfuerzo con $\rho_3 = 0.5$

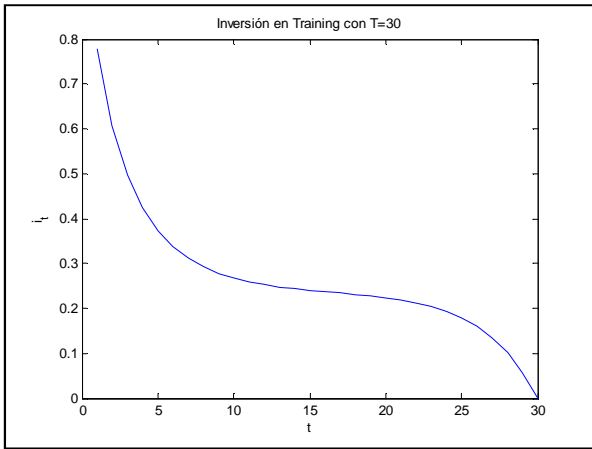


Fig. C.25. Inversión en Training con $\rho_3 = 0$

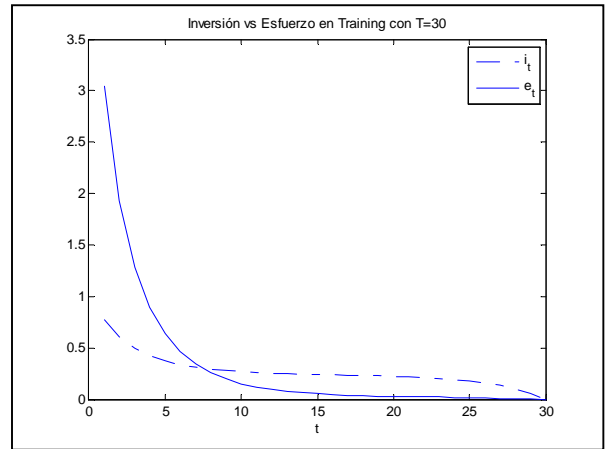


Fig. C.27. Inversión vs Esfuerzo con $\rho_3 = 0$

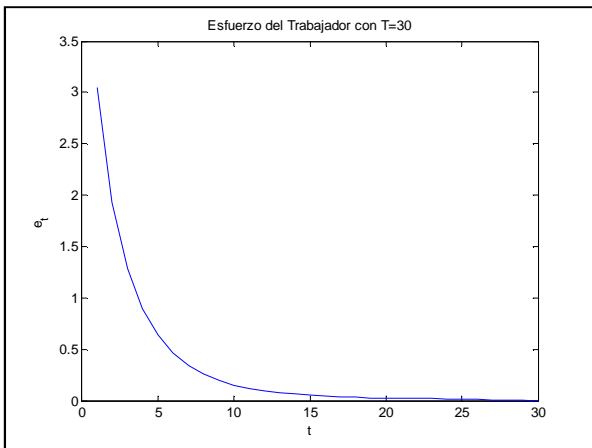


Fig. C.26. Esfuerzo del Trabajador con $\rho_3 = 0$

C.4. δ

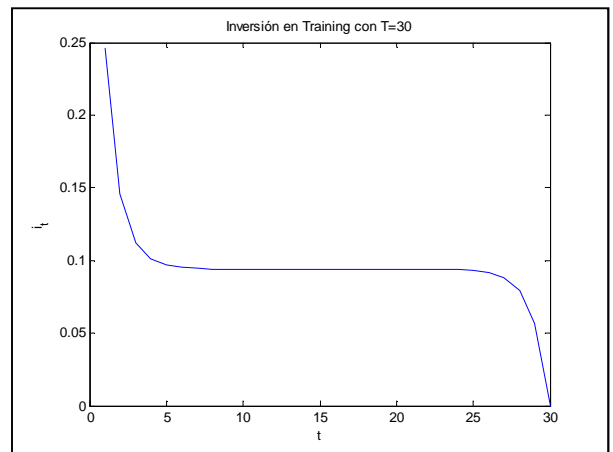


Fig. C.28. Inversión en Training con $\delta = 0.6$

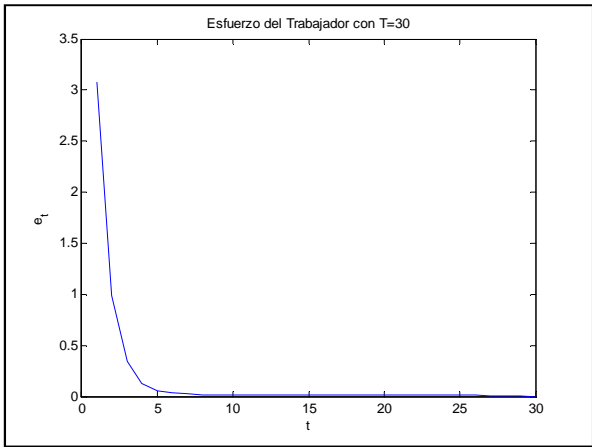


Fig. C.29. Esfuerzo del Trabajador con $\delta = 0.6$

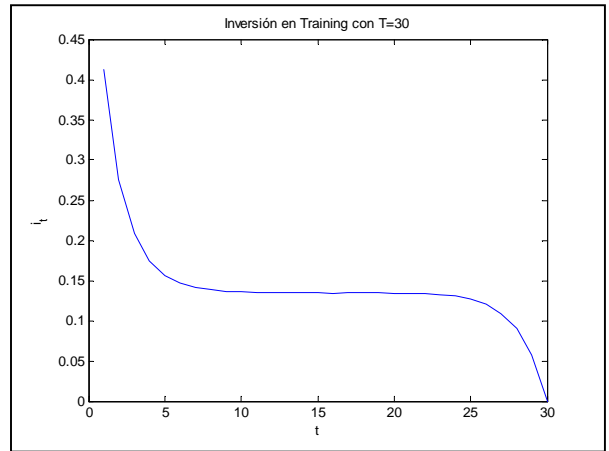


Fig. C.31. Inversión en Training con $\delta = 0.4$

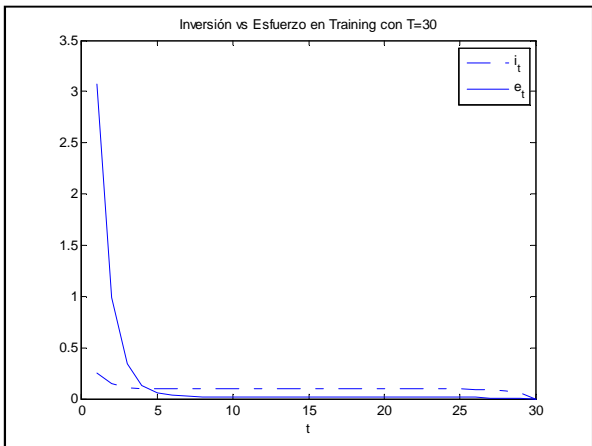


Fig. C.30. Inversión vs Esfuerzo con $\delta = 0.6$

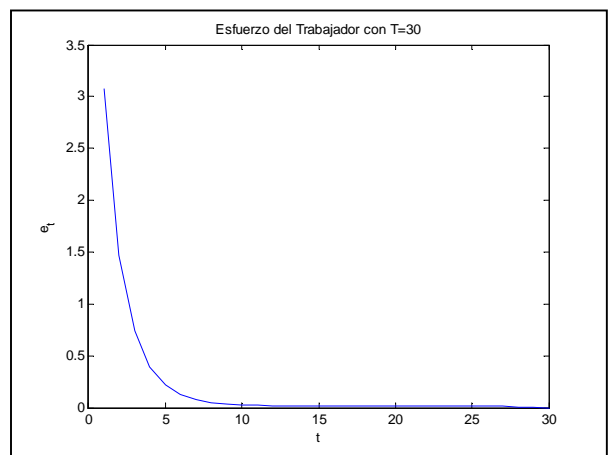


Fig. C.32. Esfuerzo del Trabajador con $\delta = 0.4$

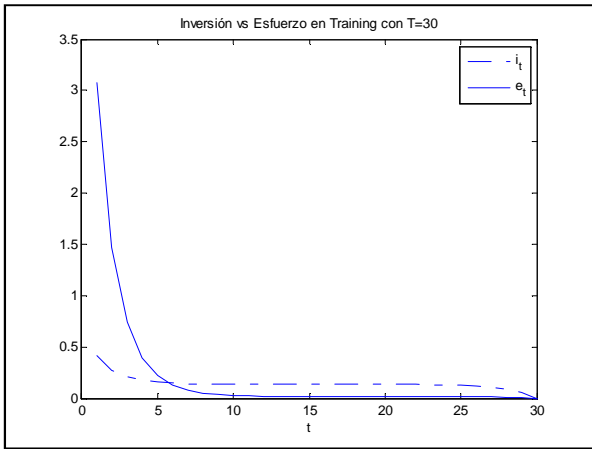


Fig. C.33. Inversión vs Esfuerzo con $\delta = 0.4$

C.5. P_1

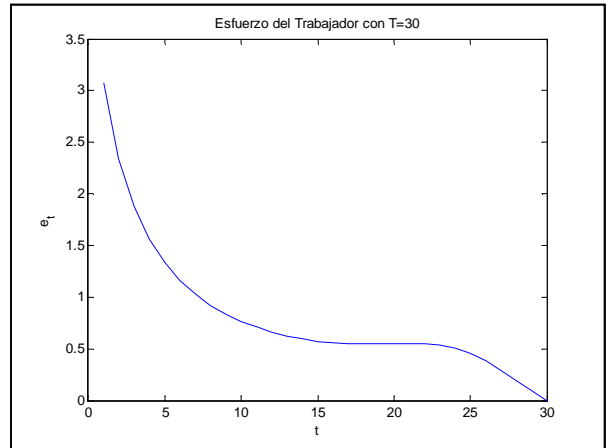


Fig. C.35. Esfuerzo del Trabajador con $\delta = 0.05$

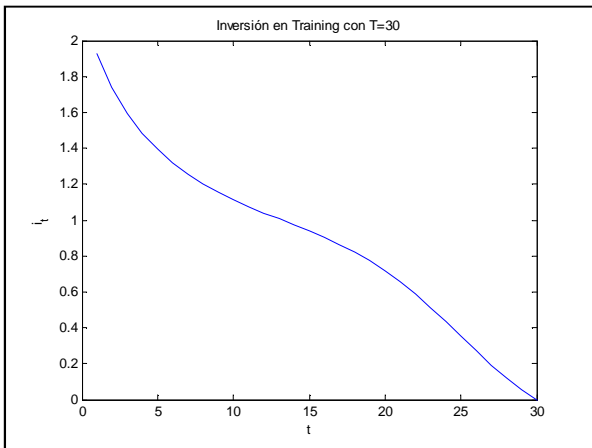


Fig. C.34. Inversión en Training con $\delta = 0.05$

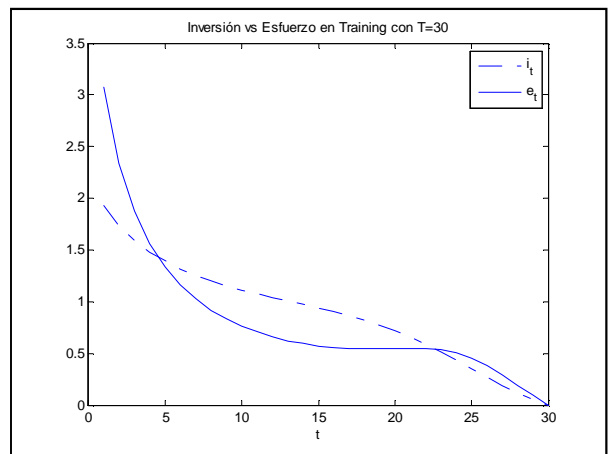


Fig. C.36. Inversión vs Esfuerzo con $\delta = 0.05$

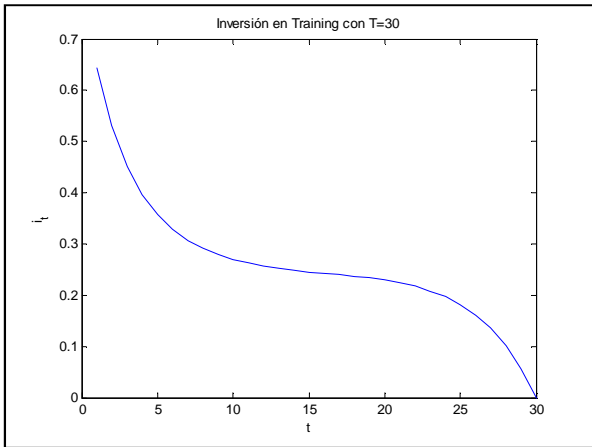


Fig. C.37. Inversión en Training con $P_1 = 10$

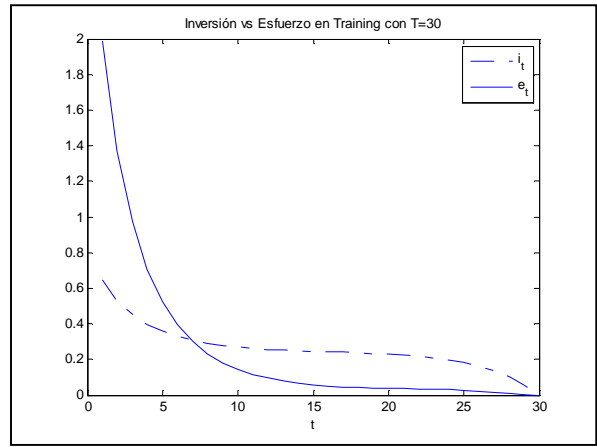


Fig. C.39. Inversión vs Esfuerzo con $P_1 = 10$

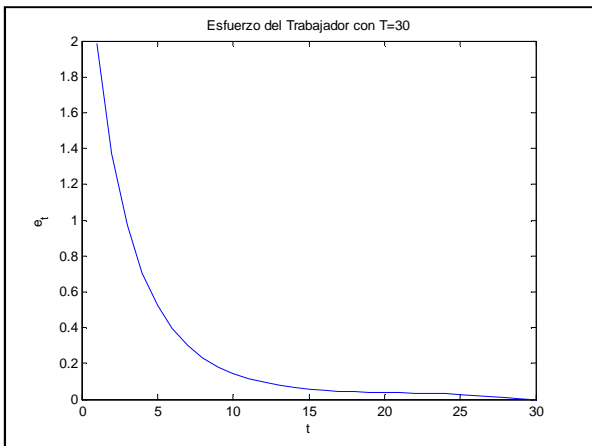


Fig. C.38. Esfuerzo del Trabajador con $P_1 = 10$

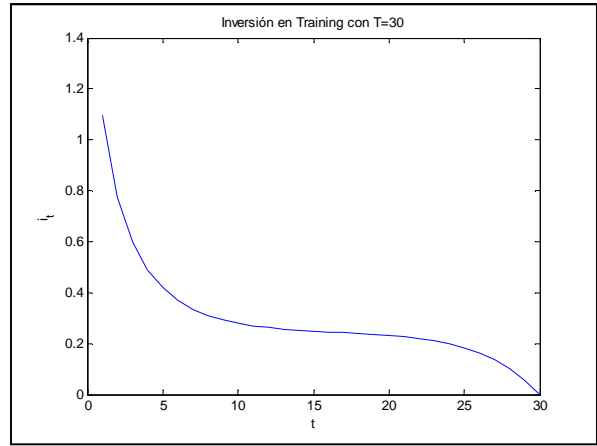


Fig. C.40. Inversión en Training con $P_1 = 1$

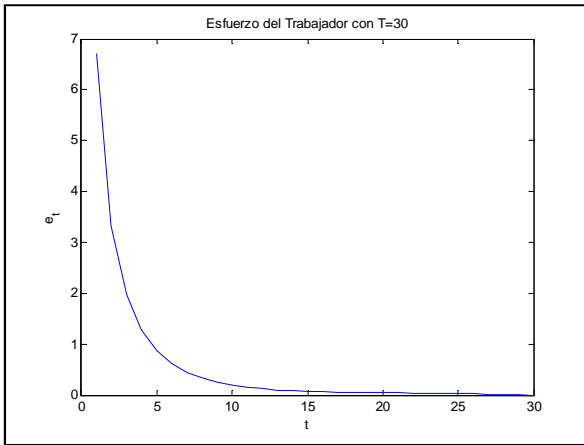


Fig. C.41. Esfuerzo del Trabajador con $P_1 = 1$

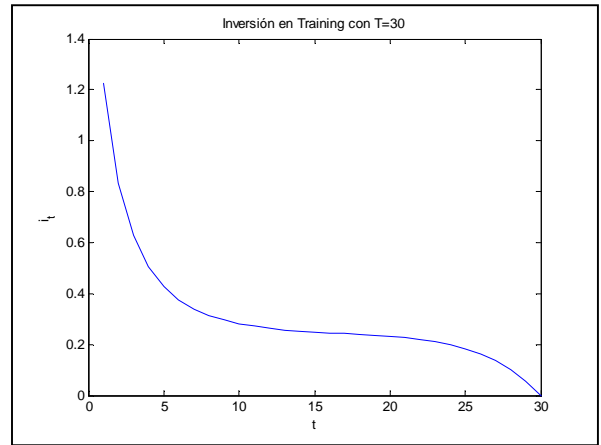


Fig. C.43. Inversión en Training con $P_1 = 0.01$

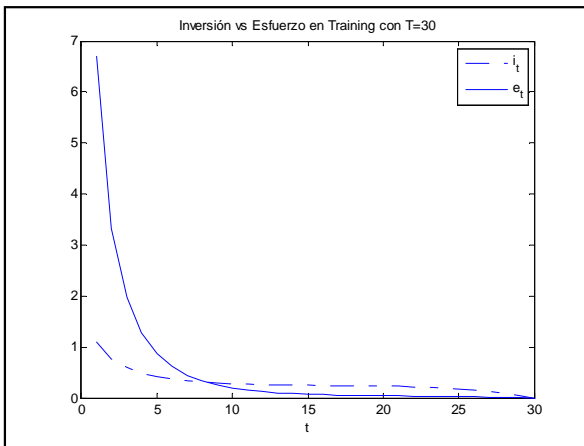


Fig. C.42. Inversión vs Esfuerzo con $P_1 = 1$

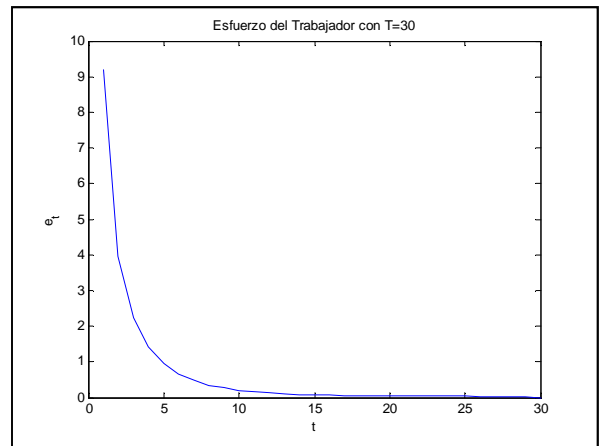


Fig. C.44. Esfuerzo del Trabajador con $P_1 = 0.01$

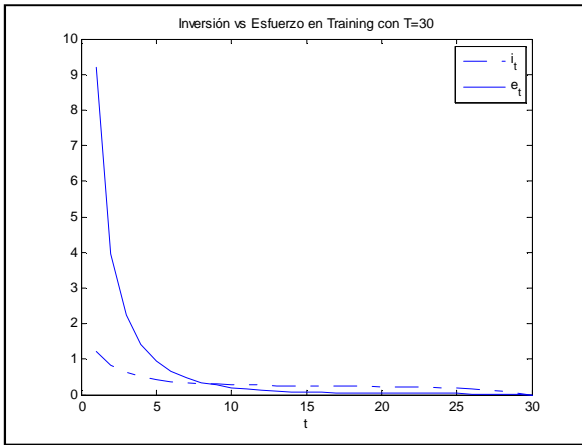


Fig. C.45. Inversión vs Esfuerzo con $P_1 = 0.01$

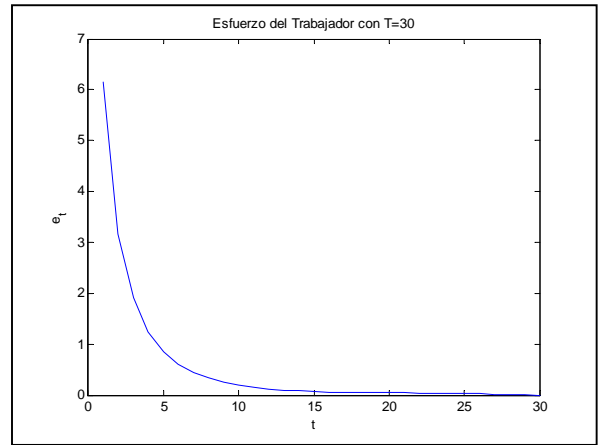


Fig. C.47. Esfuerzo del Trabajador con $P_u = 10$

C.6. P_u

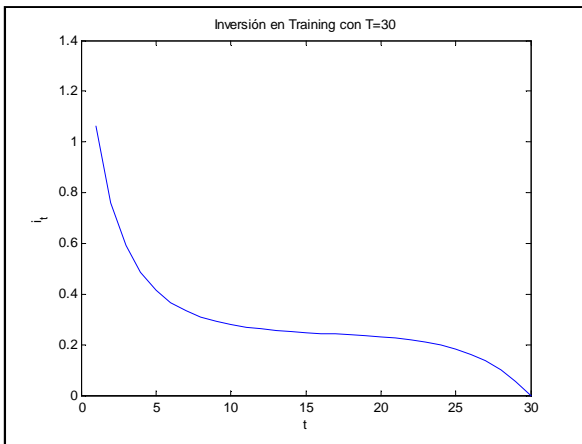


Fig. C.46. Inversión en Training con $P_u = 10$

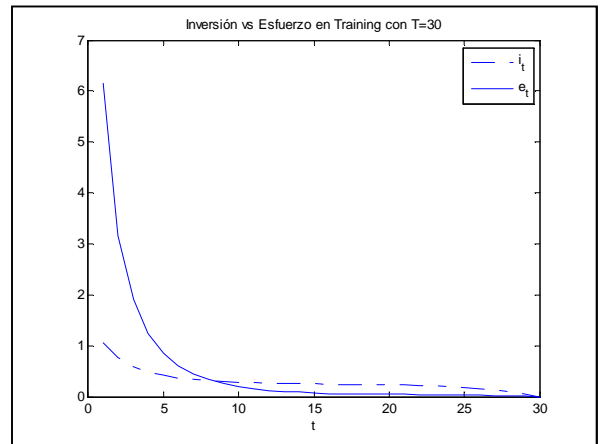


Fig. C.48. Inversión vs Esfuerzo con $P_u = 10$

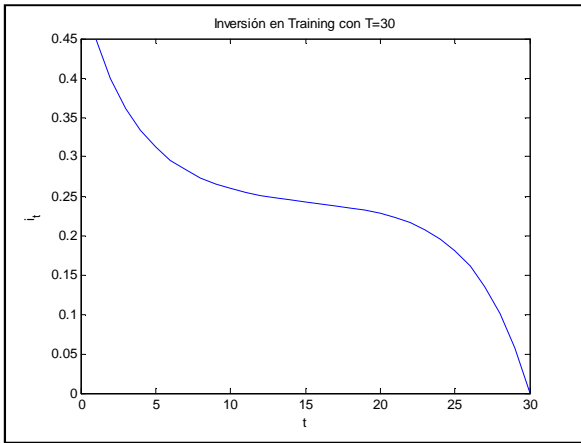


Fig. C.49. Inversión en Training con $P_u = 0.5$

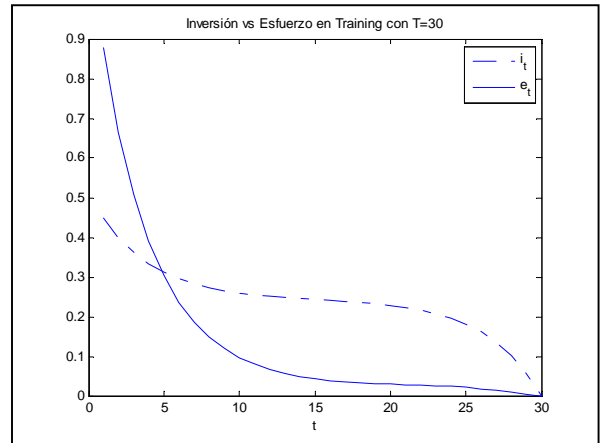


Fig. C.51. Inversión vs Esfuerzo con $P_u = 0.5$

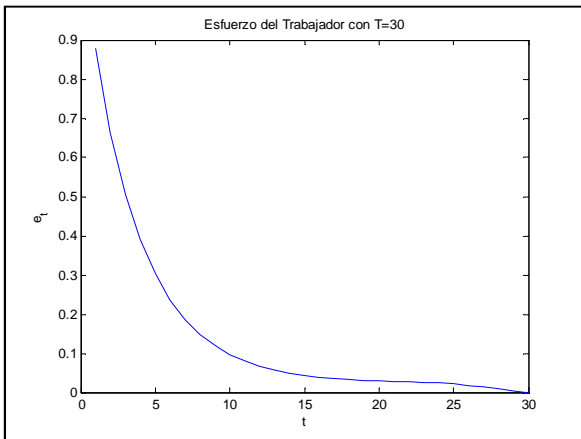


Fig. C.50. Esfuerzo del Trabajador con $P_u = 0.5$

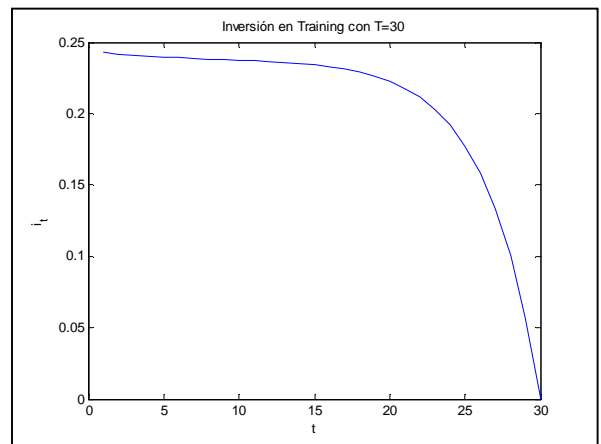


Fig. C.52. Inversión en Training con $P_u = 0.01$

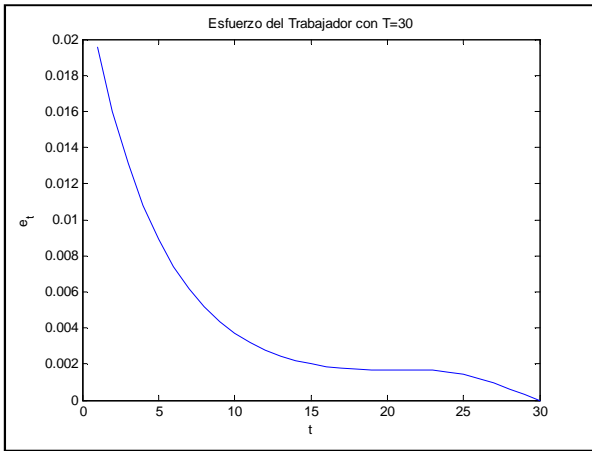


Fig. C.53. Esfuerzo del Trabajador con $P_u = 0.01$

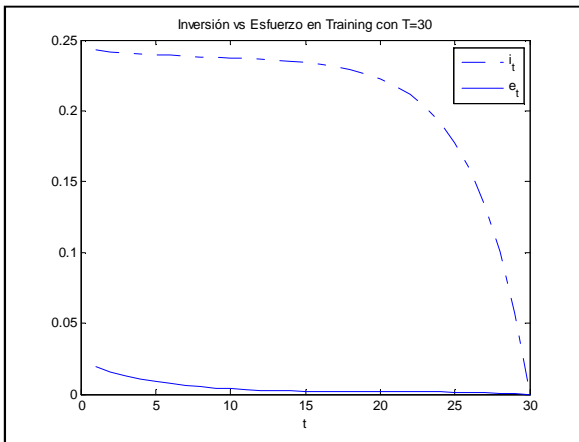


Fig. C.54. Inversión vs Esfuerzo con $P_u = 0.01$

C.7. h_1

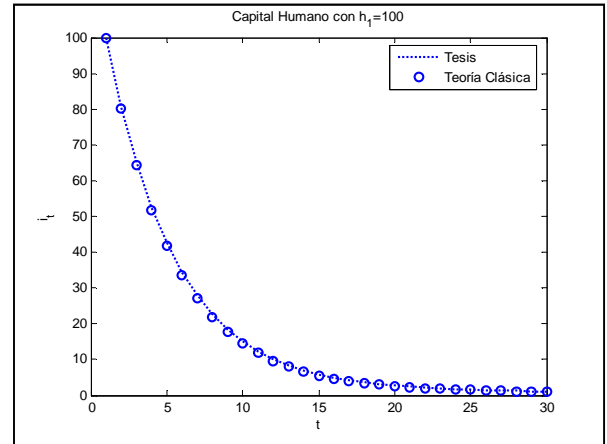


Fig. C.55. Capital Humano con $h_1 = 100$

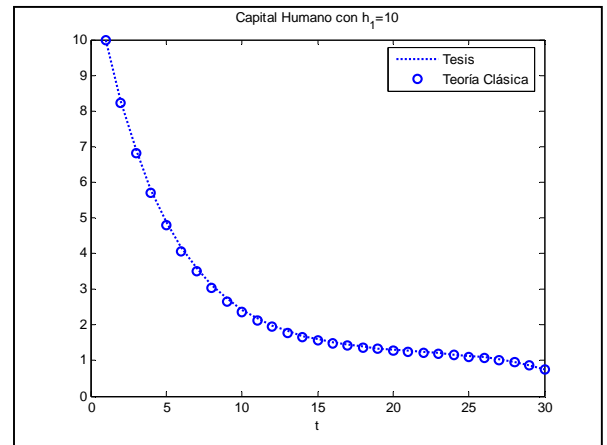


Fig. C.56. Capital Humano con $h_1 = 10$

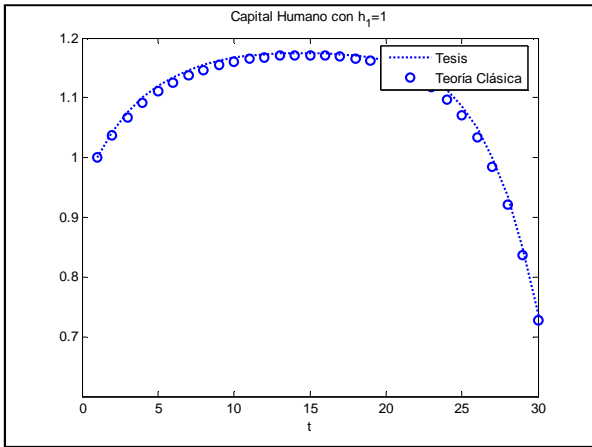


Fig. C.57. Capital Humano con $h_1 = 1$

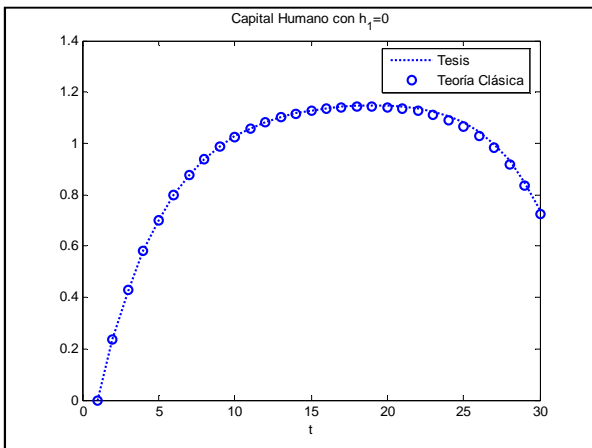


Fig. C.58. Capital Humano con $h_1 = 0$

Anexo D: Discusión Estructura Salarial

La forma del salario que recibe el trabajador se deriva de lo establecido por el *paper* de Holmström (1999), quién considera un mercado laboral perfectamente competitivo de modo que:

$$w_t(y^{t-1}) = \mathbb{E}(y_t/y^{t-1}), \forall t$$

Es decir, el trabajador recibe su producto marginal completo (*i. e.* $\gamma = 1$ en lo expresado previamente). Luego, buscando agregarle realismo al modelo propuesto aquí, se consideran un mercado imperfectamente competitivo, eligiendo un valor para γ obtenido de un estudio empírico¹ que analiza del impacto del *training* en el salario.

Lo anterior se realiza como una simplificación de lo establecido por Acemoglu y Pischke (1999a), quienes consideran a las imperfecciones del mercado (presencia de costos asociados a la movilidad laboral), como los causantes de que el trabajador no reciba como salario su productividad marginal completa, sino que una fracción de ésta (estructura salarial se comprime). Ello lo ilustran en el gráfico siguiente:

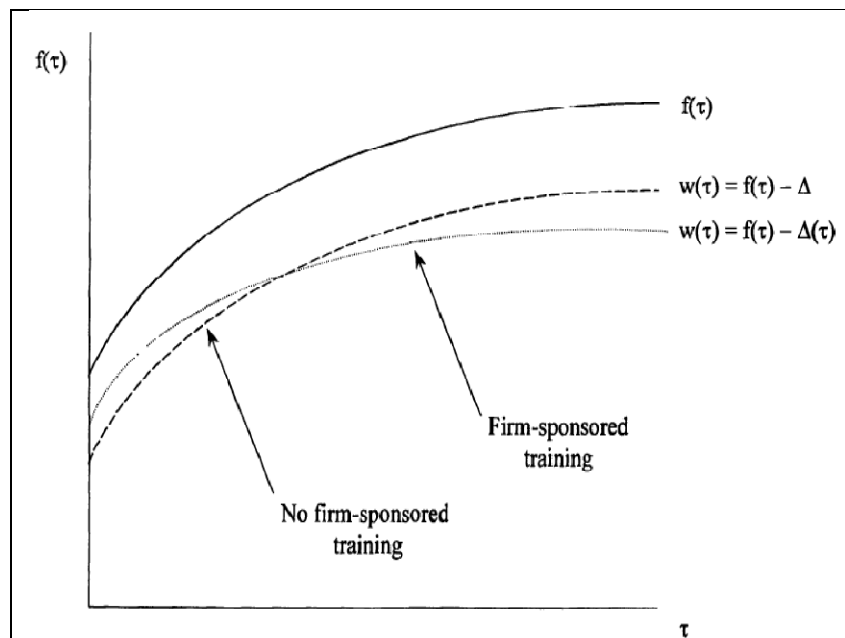


Fig. D.1. Productividad v/s Salario como función del *training*².

¹ Bishop (1994) en Bibliografía.

² Original de Acemoglu y Pischke (1999a), donde $f(\tau)$ corresponde a la productividad marginal resultante del *training* recibido, $w(\tau)$ es el salario asociado a la misma variable y Δ representa los costos de movilidad, puede ser constante o una función de τ (*i. e.* $\Delta(\tau)$).

Ahora bien, como se observa en las formas funcionales de ambas curvas (productividad y salario), éstas no tienen una expresión fácil de precisar. Luego, a modo de simplificación, se escoge una forma lineal que conserve la idea recién expuesta respecto de la compresión en la estructura salarial (lo cual representa un incentivo para la firma a la hora de invertir en capital humano general³). Buscando evitar complicaciones en el desarrollo, se consideran de forma implícita los costos de movilidad (dependientes del *training*), de allí que el salario se asuma como una fracción γ de la productividad (que también es función del capital humano del trabajador).

Si bien lo previo permite facilitar el desarrollo en el enfoque primario de la tesis⁴, presenta ciertas desventajas, ya que no corresponde estrictamente a un procedimiento de Nash *Bargaining* en la repartición de excedentes; el cual, como se sabe, tradicionalmente considera lo siguiente:

$$\max_{x_1, x_2} (x_1 - O_1)^\gamma * (x_2 - O_2)^{1-\gamma}$$

$$s. a. x_1 + x_2 = S$$

Donde x_1, x_2 corresponden a la parte del excedente (S) que se llevan trabajador y firma, respectivamente; mientras que O_1, O_2 representan las *outside options* de ambas partes. El principal supuesto en este caso para justificar que el modelo utilizado en la tesis corresponde a Nash *Bargaining*, sería afirmar que ambas *outside options* son cero. Lo cual presenta problemas desde la idea que el trabajador, conforme aumenta su nivel de capital humano, debiese tener mejores opciones para obtener un empleo fuera de la relación laboral actual, de modo que su punto de amenaza sería distinto en cada período⁵. A su vez, un mejor historial de productividad tendría un efecto similar, ya sea debido al esfuerzo que realiza el agente, el nivel de capital de humano que posee o incluso shocks externos. En resumen, la *outside option* del agente debería ser de la forma: $O_1(h_t, \{y^{t-1}\})$.

Sin embargo, considerando la metodología que se utiliza para resolver el problema, suponer lo anterior para la *outside option* resulta en que la obtención de las soluciones óptimas se vuelve excesivamente compleja. Esto ocurre, porque para llegar a las decisiones de equilibrio para la inversión y el esfuerzo se sigue la metodología de Holmström (1999). Este procedimiento consiste en resolver el problema de maximización superando la dificultad que presenta la dependencia de las variables en el historial de productividad marginal. Para ello, primero se realiza un cambio de variable respecto de la productividad marginal, de modo que se observe período a período una secuencia equivalente a ésta y que permita conocer el verdadero valor del

³ Acemoglu y Pischke (1999a).

⁴ Estudiar el impacto en el gasto en *training* al considerar *career concerns* en los agentes, asumiendo complementariedad entre esfuerzo y capital humano.

⁵ Es decir, corresponde a una función del *training* recibido por el trabajador.

talento. Luego, se usa una propiedad de la distribución Normal⁶, de modo que es posible obtener expresiones para las posteriores distribuciones del talento y así reescribir el problema de maximización⁷ con el fin de derivar la solución óptima (ver detalles del procedimiento más adelante). Por otra parte, en el problema planteado en la tesis, además de lo anterior, se requiere resolver por *value function iteration* obteniendo así una expresión recursiva para las soluciones óptimas de inversión y esfuerzo. Luego, la complejidad radica en que, debido a las condiciones de dinámica que se asumen para el capital humano, obtener aquellas expresiones que describen el comportamiento del esfuerzo y la inversión para el horizonte temporal que se considera aquí se vuelve extremadamente difícil, presentándose problemas incluso para computar la solución.

Habiendo reconocido lo anterior, si se asume que ambas *outside options* son cero, el problema pasa a ser:

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} x_1^\gamma * x_2^{1-\gamma} \\ \text{s. a. } x_1 + x_2 = S \end{aligned}$$

Lo cual arrojaría la solución conocida:

$$x_1 = \gamma * S, \quad x_2 = (1 - \gamma) * S$$

Surge entonces el problema de la definición del excedente (S). Éste también debería considerar el esfuerzo en producir del trabajador (e_t), la inversión que realiza la firma (i_t), de modo que el término S pasaría a ser:

$$S = \mathbb{E}(y_t/y^{t-1}) - e_t - i_t$$

Donde tanto e_t como i_t se pueden asumir como costos hundidos para la firma y el trabajador, por lo que el excedente sería:

$$S = \mathbb{E}(y_t/y^{t-1})$$

Ahora bien, aún bajo los supuestos anteriores, se tiene el problema derivado de la dinámica asociada al capital humano del individuo, la cual se traduce en que la decisión de inversión en *training* que realiza la firma en el período t tiene un impacto hasta el fin de la relación laboral (*i. e.* desde $t+1$ hasta T). De modo que la definición del excedente “ S ” sería más compleja que lo expuesto aquí. Por lo tanto, nuevamente para evitar complicaciones excesivas a la hora de resolver el modelo (tanto en papel como computacionalmente), se vuelve necesario obviar lo anterior para lograr obtener soluciones fácilmente interpretables sin perder coherencia con lo que indicaría la intuición sobre la realidad.

⁶ Correspondiente con los supuestos sobre la distribución de las creencias asociadas al talento y los *shocks* exógenos.

⁷ Tanto del agente y como de la firma.

Anexo E: Análisis Comportamiento del Esfuerzo

E.1. Gráficos Componentes en Caso Límite

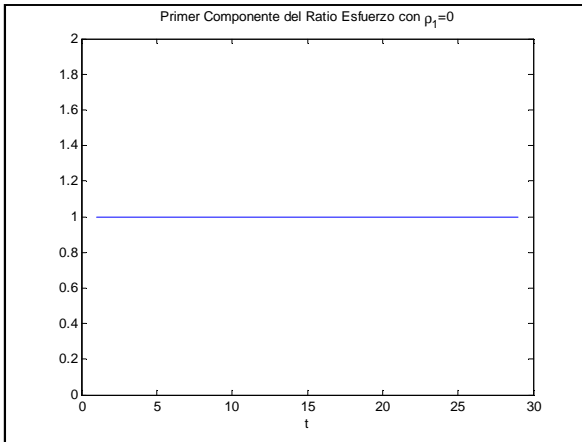


Fig. E.1. Ratio $\frac{(\rho_1 * h_{t+1} + \rho_3)}{(\rho_1 * h_t + \rho_3)}$ con $\rho_1 = 0$

E.2. Gráficos Caso Base

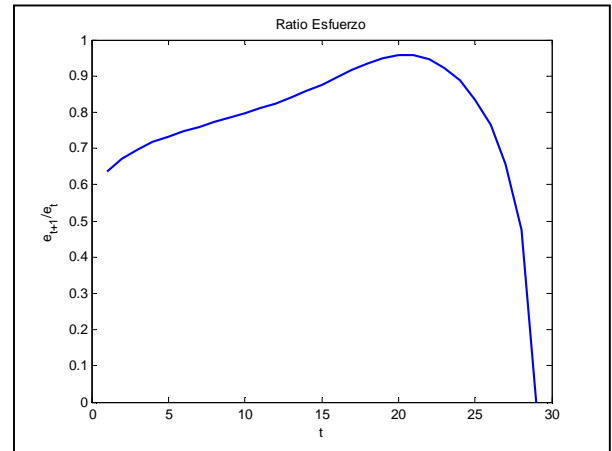


Fig. E.3. Ratio $\frac{e_{t+1}}{e_t}$

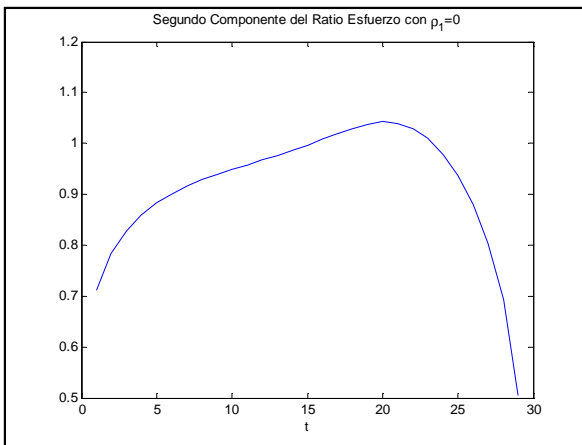


Fig. E.2. Ratio $\frac{\sum_{s=t+2}^T \beta^{s-(t+2)} * \frac{P_u}{P_s}}{\sum_{s=t+1}^T \beta^{s-(t+1)} * \frac{P_u}{P_s}}$ con $\rho_1 = 0$

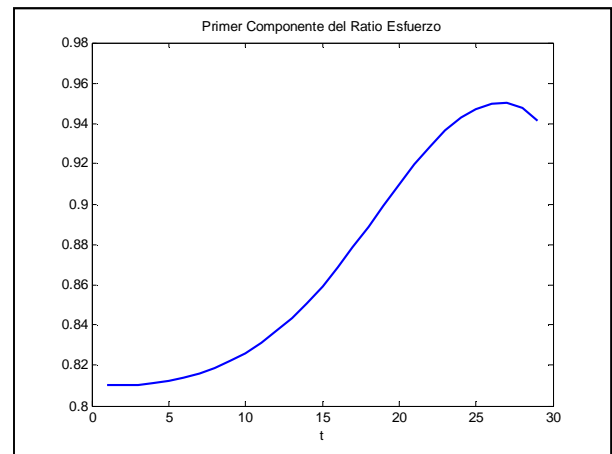


Fig. E.4. Ratio $\frac{(\rho_1 * h_{t+1} + \rho_3)}{(\rho_1 * h_t + \rho_3)}$

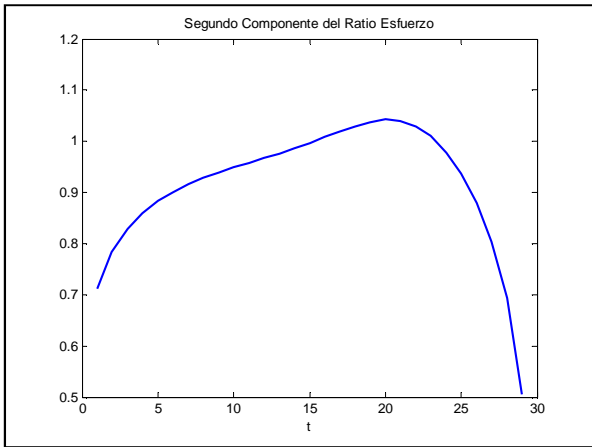


Fig. E.5. Ratio $\frac{\sum_{s=t+2}^T \beta^{s-(t+2)} * \frac{P_u}{P_s}}{\sum_{s=t+1}^T \beta^{s-(t+1)} * \frac{P_u}{P_s}}$

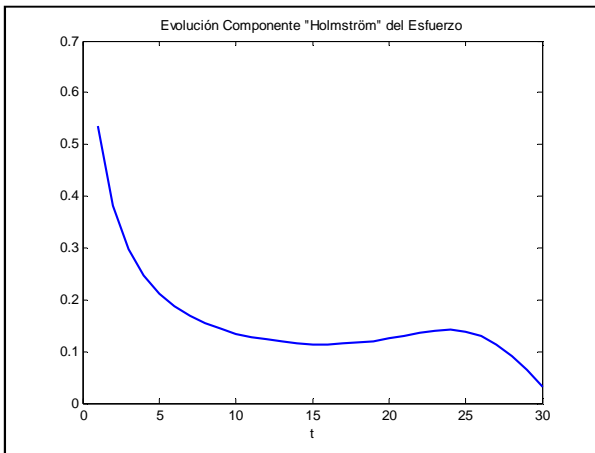


Fig. E.6. Evolución $\sum_{s=t+1}^T \beta^{s-(t+1)} * \frac{P_u}{P_s}$

A diferencia de lo observado en la sección 3.5 se aprecia que el comportamiento del ratio asociado al primer componente es creciente hasta los últimos períodos de la relación laboral, en los cuales experimenta una leve caída conforme se aproxima fin. Ahora bien, la situación observada en el caso límite, donde el comportamiento del segundo componente dominaba el del ratio del esfuerzo, viéndose suavizado por efecto del primer componente, se repite. Evidentemente, al no depender de los parámetros ρ_1 ni h_1 , el componente “Holmström” no se ve afectado en su evolución, pero sí se ve reducido su impacto como se observa en los gráficos del Anexo C.

Anexo F: Demostración i_1 Creciente en h_1 (Capital Inicial es Dato)

$$c * e_2 = \gamma * \beta * (\rho_1 * h_2 + \rho_3) * \frac{P_u}{P_3} \Leftrightarrow e_2 = \frac{\gamma * \beta}{c} * (\rho_1 * h_2 + \rho_3) * \frac{P_u}{P_3} \quad (1)$$

$$a * i_2 = (1 - \gamma) * \beta * \rho_2 \Leftrightarrow i_2 = \frac{(1 - \gamma) * \beta * \rho_2}{a} \quad (2)$$

$$i_1 = \frac{(1 - \gamma) * \beta}{a} * (2 * \rho_1 * e_2 + \rho_2) + (1 - \gamma) * \beta^2 * i_2 * (1 - \delta) \quad (3)$$

Reemplazando (1) y (2) en (3):

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{(1 - \gamma) * \beta}{a} * 2 * \rho_1 * \left[\frac{\gamma * \beta}{c} * (\rho_1 * h_2 + \rho_3) \right] + \frac{(1 - \gamma) * \beta}{a} * \rho_2 + \\ &\quad + (1 - \gamma) * \beta^2 * \frac{(1 - \gamma) * \beta}{a} * \rho_2 * (1 - \delta) \\ \Leftrightarrow i_1 &= \frac{(1 - \gamma) * \beta}{a} * 2 * \rho_1 * \left[\frac{\gamma * \beta}{c} * (\rho_1 * h_2 + \rho_3) \right] + \\ &\quad + \frac{(1 - \gamma) * \beta}{a} * \rho_2 * [(1 - \gamma) * \beta^2 * (1 - \delta) + 1] \end{aligned} \quad (4)$$

Dado que $h_2 = h_1 * (1 - \delta) + i_1$, (4) se reescribe como:

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{(1 - \gamma) * \gamma * \beta^2}{a * c} * 2 * \rho_1^2 * (h_1 * (1 - \delta) + i_1) + \frac{(1 - \gamma) * \gamma * \beta^2}{a * c} * 2 * \rho_1 * \rho_3 + \\ &\quad + \frac{(1 - \gamma) * \beta}{a} * \rho_2 * [(1 - \gamma) * \beta^2 * (1 - \delta) + 1] \\ \Leftrightarrow i_1 &= \frac{(1 - \gamma) * \gamma * \beta^2}{a * c} * 2 * \rho_1^2 * (h_1 * (1 - \delta) + i_1) + \\ &\quad + \frac{(1 - \gamma) * \beta}{a} * \left\{ \frac{2 * \beta * \gamma * \rho_1 * \rho_3}{c} + \rho_2 * [(1 - \gamma) * \beta^2 * (1 - \delta) + 1] \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{Sean } D = \frac{(1-\gamma) * \beta}{a} * \left\{ \frac{2 * \beta * \gamma * \rho_1 * \rho_3}{c} + \rho_2 * [(1-\gamma) * \beta^2 * (1-\delta) + 1] \right\} \in (0,1) \text{ y}$$

$$F = \frac{(1-\gamma) * \gamma * \beta^2}{a * c} * 2 * \rho_1^2 \in (0,1)$$

Entonces, reemplazando D y F en (5):

$$\Rightarrow i_1 = F * (h_1 * (1-\delta) + i_1) + D \Leftrightarrow i_1 * (1-F) = F * h_1 * (1-\delta) + D$$

Luego, recordando que h_1 es conocido (condición inicial):

$$\Rightarrow i_1 = \frac{F * (1-\delta)}{(1-F)} * h_1 + \frac{D}{(1-F)}$$

$\therefore i_1$ es creciente en h_1 si $F \in (0,1)$