



**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL**

**PROGRAMACIÓN DE HORARIOS DE CLASES Y ASIGNACIÓN
DE SALAS EN LA FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA
UNIVERSIDAD DIEGO PORTALES**

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN GESTION
DE OPERACIONES

MEMORIA PARA OPTAR AL TITULO DE INGENIERO CIVIL
INDUSTRIAL

RODRIGO ALEJANDRO HERNÁNDEZ CAMPOS

PROFESOR GUÍA:
SR. PABLO ANDRES REY

MIEMBROS DE LA COMISION:
SR. GUILLERMO ALFREDO DURAN
SR. DANIEL ESPINOZA GONZALEZ
SR. JAIME MIRANDA PINO

SANTIAGO DE CHILE
2008

A mis padres y hermanas que me han apoyado incondicionalmente en todos los desafíos emprendidos durante mi vida.

A mis amigos que han compartido conmigo este largo camino y hemos conjuntamente logrado superar grandes etapas.

A mi polola que me ha acompañado durante gran parte de este lindo proceso, y me ha apoyado incondicionalmente en todos mis proyectos.

Agradecimientos

Quiero agradecer a la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas y al Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile por haberme entregado una educación de excelencia, por haberme permitido desarrollar capacidades para enfrentar mis desafíos profesionales y por haberme entregado una visión la ingeniería con un sello de distinción y calidad.

Quiero agradecer a la Facultad de Ingeniería de la Universidad Diego Portales por darme la posibilidad de realizar mi trabajo de tesis en base a su esquema de operación y haberme facilitado las herramientas para poder terminar mi trabajo con éxito.

Quiero agradecer a los profesores de mi comisión evaluadora que me apoyaron durante el desarrollo de mi trabajo, con ideas y conocimiento.

Quiero agradecer a todo el personal administrativo que permitió que se llevaran a cabo todos los procesos de apoyo a mi desarrollo en la Universidad, en especial a Julie por su paciencia y buena disposición.

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL
TITULO DE:** Ingeniero Civil Industrial y grado de
Magister en Gestión de Operaciones
POR: Rodrigo Alejandro Hernández Campos
FECHA: 31/03/2008
PROFESOR GUIA: Pablo Andrés Rey

PROGRAMACIÓN DE HORARIOS DE CLASES Y ASIGNACIÓN DE SALAS EN LA FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD DIEGO PORTALES

El presente trabajo muestra la implementación de metodologías basadas en modelos de optimización para resolver el problema de programación de horarios de clases y asignación de salas para la Facultad de Ingeniería de la Universidad Diego Portales.

Los métodos utilizados en este trabajo integran la programación de los horarios de las clases de cátedra y de las clases auxiliares de todos los cursos de jornada diurna que se dictan en la Facultad, con su respectiva asignación de salas. Para resolver el problema se implementaron tres metodologías basadas en modelos de programación lineal entera.

La primera metodología consiste en un modelo único que pretende resolver el problema completo, cumpliendo con todas las condiciones impuestas por la Facultad, basando sus decisiones en la asignación de cada una de las clases a algún bloque horario y a una sala disponible. La segunda metodología consiste en dos modelos: el primero, para resolver la programación de horarios de clases y el segundo, para resolver la asignación de salas. Ambos modelos operan en forma secuencial, basando sus decisiones en la asignación de cada una de las clases a algún bloque horario y a una sala disponible. La tercera metodología utiliza el concepto de grupos de bloques horarios, que consiste en conjuntos de uno, dos o tres bloques horarios de la semana. Esta metodología se basa en un modelo único que resuelve la problemática completa basando sus decisiones en la asignación de todas las clases de cátedra o auxiliares de un curso a un grupo de bloques horarios y a una sala disponible.

Las metodologías segunda y tercera se pretenden utilizar en semestres posteriores para llevar a cabo esta labor de manera automática y evitar ineficiencias de la actual programación manual.

Los resultados obtenidos se resumen como una programación de horarios que cumple con todos los requerimientos exigidos y una asignación de salas que cumple con los requisitos de capacidad de cada curso. El tiempo de resolución del problema es inferior a una hora.

TABLA DE CONTENIDOS

1	INTRODUCCIÓN	1
2	EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	4
2.1	Antecedentes	4
2.2	Conceptos Básicos	6
2.3	Requerimientos del Problema	8
3	MARCO TEÓRICO	10
3.1	Conceptos de Timetabling y Scheduling	10
3.2	Educational Timetabling	11
3.3	Metodologías de Modelación y Resolución	12
3.3.1	Programación Lineal Entera	13
3.3.2	Coloreo de Grafos	13
3.3.3	Métodos de Clustering	14
3.3.4	Meta-Heurísticas	14
3.3.5	Métodos Multi-Criterio	14
3.3.6	Case-Based Reasoning	15
3.4	Descripción y Análisis de Trabajos Relacionados	15
3.4.1	Trabajos Relacionados Abordados Mediante Programación Lineal Entera	16
3.4.2	Trabajos Relacionados Abordados Mediante Meta-Heurísticas	19
4	MÉTODOLOGÍA	23
4.1	Análisis de Datos	23
4.1.1	Organización de los Datos	23
4.1.2	Análisis de Datos por Atributos	26
4.2	Modelos de Optimización	30
4.2.1	Metodología Integrada Basada en Bloques Horarios	30
4.2.1.1	Modelo MODHS-BH	31
4.2.2	Metodología de Resolución por Módulos	55
4.2.2.1	Modelo de Programación de Horarios MODH-BH	56
4.2.2.2	Modelo de Asignación de Salas MODS-BH	71

4.2.3	Metodología Integrada Basada en Grupos Horarios	81
4.2.3.1	Modelo MODHS-GH	82
5	ANÁLISIS DE RESULTADOS	100
5.1	Implementación y Resultados Modelo MODHS-BH	100
5.1.1	Implementación del Modelo MODHS-BH	100
5.1.2	Resultados del Modelo MODHS-BH	103
5.2	Implementación y Resultados Modelos MODH-BH y MODS-BH	105
5.2.1	Implementación Modelos MODH-BH y MODS-BH	105
5.2.2	Resultados de los Modelos MODH-BH y MODS-BH	108
5.3	Implementación y Resultados Modelo MODHS-GH	109
5.3.1	Implementación del Modelo MODHS-GH	109
5.3.2	Resultados del Modelo MODHS-GH	111
5.4	Comparación de Metodologías Utilizadas	112
5.4.1	Comparación de Resultados	112
5.4.2	Análisis de las Metodologías Utilizadas	114
6	CONCLUSIONES	120
7	Anexos	125
7.1	Análisis del Tamaño de la Formulación Modelo MODHS-GH	125
8	BIBLIOGRAFÍA	127

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 4-1: Índices	24
Tabla 4-2: Conjuntos de índices	25
Tabla 4-3: Parámetros	25
Tabla 4-4: Cursos-sección por Número de Cátedras	26
Tabla 4-5: Cursos-sección por Número de Clases Auxiliares	27
Tabla 4-6: Cursos-sección con dos Cátedras por Patrón Horario	27
Tabla 4-7: Cursos-sección por Tipo de Asignación de Cátedras a Salas	28
Tabla 4-8: Cantidad de Salas por tipo de Sala	29
Tabla 4-9: Profesores por Número de Cursos-Sección	29
Tabla 4-10: Resumen Restricciones Modelo MODHS-BH	54
Tabla 4-11: Resumen Restricciones Modelo MODH-BH	70
Tabla 4-12: Resumen Restricciones Modelo MODS-BH	80
Tabla 4-13: Resumen Restricciones Modelo MODHS-GH	99
Tabla 5-1: Resumen Indicadores	113
Tabla 5-2: Resumen de Ejecución de los Modelos	114

INDICE DE FIGURAS

Figura 4-1: Algoritmo de Capacidad de Salas	37
Figura 4-2: Algoritmo de Disponibilidad de Profesores	38
Figura 4-3: Algoritmo de Cátedras los Días Miércoles	40
Figura 4-4: Dinámica de Módulos Secuenciales	56
Figura 4-5: Algoritmo de Disponibilidad de Profesores	60
Figura 4-6: Algoritmo de Cátedras los Días Miércoles	61
Figura 4-7: Algoritmo de Capacidad de Salas	87
Figura 4-8: Algoritmo de Disponibilidad Horaria de Profesores	88

ÍNDICE DE MODELOS

Modelo 4-1: Modelo MODHS-BH	53
Modelo 4-2: Modelo MODH-BH	69
Modelo 4-3: Modelo MODS-BH	79
Modelo 4-4: Modelo MODHS-GH	97

1 INTRODUCCIÓN

La investigación de operaciones es un área de la interdisciplinaria que se basa en la creación e implementación de modelos matemáticos para resolver problemas operacionales complejos. Un tópico relevante dentro de la investigación de operaciones es el *Timetabling* que consiste en la asignación de un conjunto de eventos a distintos bloques horarios, utilizando una serie de recursos y cumpliendo con diversas condiciones. Las salas de clases que dispone la Facultad de Ingeniería de la Universidad Diego Portales son compartidas por los cursos de todas las carreras que se imparten. En cada semestre se dictan alrededor de 140 cursos cada uno de los cuales tiene un número variable de secciones que van de 1 hasta 10 secciones, con un promedio cercano a 2 secciones por curso. La programación de los horarios de clases y asignación de salas se vuelve en este contexto una tarea compleja, lo que genera la necesidad de buscar metodologías basadas en técnicas de optimización para la resolución de este problema. Actualmente el trabajo que se realiza en la Facultad para obtener una programación de horarios y asignación de salas es encomendado a tres personas que se dedican, durante dos meses aproximadamente, a llevar a cabo esta labor en forma manual. La mayor fuente de información para la realización de esta tarea es la programación realizada el año anterior, la cual es modificada sólo en los casos en que algún requerimiento cambie, por ejemplo, la disponibilidad horaria de algún profesor o la realización de nuevos cursos electivos. Las consecuencias directas de realizar esta tarea en forma manual son problemas con los horarios de clases y con la asignación de salas que se obtiene como resultado. En el caso de la programación de horarios uno de los problemas es que se generan toques horarios entre cursos del mismo semestre, que en general ocurren cuando se programan las clases auxiliares, dado que ese trabajo se realiza, generalmente, en forma posterior al comienzo del semestre. Un problema típico de la asignación de salas es que el

número de puestos disponibles no es suficiente para la cantidad de alumnos que está inscrita en el curso.

La cantidad de horas-hombre que requiere realizar la programación de horarios y asignación de salas en forma manual, más los problemas que se generan con las programaciones resultantes son, en conjunto, la motivación de la automatización de este proceso mediante la implementación de modelos de optimización.

El objetivo general del trabajo realizado es obtener una configuración de horarios y asignación de salas de clases factible, que sea satisfactoria tanto para profesores como para alumnos, en tiempo razonable.

Los objetivos específicos son:

- i. Obtener soluciones en un tiempo inferior a un día (24 horas).
- ii. Generar una metodología flexible que pueda adaptarse a cambios en los requerimientos, sin tener que redefinirla completamente.

El alcance de este trabajo es la definición e implementación de una metodología de resolución del problema de programación de horarios de clases y asignación de salas en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Diego Portales, mediante modelos de optimización, considerando los datos que se utilizan actualmente en la Facultad.

La metodología utilizada se basa en la confección de modelos matemáticos que permitan resolver el problema de manera automática ingresando todos los datos de entrada de los que se dispone.

Se proponen tres metodologías para la resolución del problema:

- i. La primera se basa en la confección de un modelo único de optimización que permita obtener soluciones al problema planteado intentando no generar topes horarios entre cursos del mismo semestre. En esta metodología se permite relajar ciertas restricciones para encontrar

soluciones factibles al problema en los casos en que el tiempo de resolución no sea razonable.

- ii. La segunda metodología consiste en generar dos modelos. Un modelo para la programación de horarios de clases y otro para la asignación de salas, de tal manera que se resuelven secuencialmente evitando infactibilidades.
- iii. La tercera metodología consiste en generar un modelo único que al igual que en la primera metodología integre la resolución del problema de programación de horarios y asignación de salas. La diferencia radica en la definición de las variables de decisión y en el acotamiento del espacio factible de soluciones que permite acelerar su búsqueda.

En el capítulo 2 se entregan todos los antecedentes importantes del problema de investigación, introduciendo sus principales características y consideraciones generales. Además se explican todos los requerimientos que la Facultad define como importantes a la hora de realizar la programación de horarios y asignación de salas.

En el capítulo 3 se describe el marco teórico, introduciendo los conceptos de *timetabling* y *scheduling*, mostrando las principales metodologías de resolución presentes en la literatura e introduciendo varios trabajos realizados en esta área.

En el capítulo 4 se describen las metodologías planteadas para resolver el problema, detallando los modelos matemáticos planteados.

En el capítulo 5 se muestran las consideraciones generales de la implementación de las metodologías definidas en el capítulo anterior y un análisis de los principales resultados obtenidos.

En el capítulo 6 se muestran las conclusiones de trabajo realizado.

2 EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

2.1 Antecedentes

En la Facultad de Ingeniería de la Universidad Diego Portales se dictan 4 carreras en jornada diurna:

- Ingeniería Civil Industrial.
- Ingeniería Civil Informática.
- Ingeniería Civil en Obras Civiles.
- Ingeniería en Construcción.

La duración de las tres primeras carreras es de 12 semestres y la de la última 10 semestres. Existen cursos que están en la malla curricular de más de una carrera, incluso algunos en semestres distintos.

Cada curso puede tener varias secciones y no existe un límite máximo de secciones por curso. Actualmente los cursos con mayor cantidad de secciones son Álgebra I y Cálculo I con 10 secciones cada uno.

Cada sección se puede dictar en salas distintas, en horarios distintos y se les puede asignar profesores distintos. Puede darse el caso que el mismo profesor dicte las cátedras de más de una sección de un curso, lo importante es que en ese caso, las cátedras de todas las secciones que dicta el mismo profesor se asignen a horarios distintos. Dadas las características de cada sección se define la unidad básica de modelamiento como curso-sección que representa a una sección de un curso. Existen aproximadamente 260 cursos-sección en un semestre normal, y particularmente en la instancia que se resuelve en este trabajo¹ existen 261 cursos-sección.

¹ La instancia que se resuelve en este trabajo corresponde al semestre Otoño 2007.

Cada curso-sección tiene asignada una cantidad de cátedras y clases auxiliares. Existen ramos que tienen una, dos o tres cátedras y ramos con cero, una o dos clases auxiliares. Existen muy pocos ramos con una sola cátedra, lo mismo pasa con ramos que contienen dos clases auxiliares.

Se dictan clases de lunes a viernes. Un día de clases contiene 6 bloques horarios de una hora y media cada uno. Cada clase de cátedra y auxiliar se dicta en algún bloque horario de algún día de la semana. Las clases de cátedra se deben dictar en un horario distinto a las clases auxiliares del mismo curso-sección.

Las salas son un recurso común para todos los cursos-sección que se dictan en la Facultad, lo que motiva la integración de la resolución del problema de programación de horarios de clases y el de asignación de salas.

En esta Facultad hay 45 salas, cada una con capacidad definida que representa la cantidad de puestos disponibles que contiene. Existen distintos tipos de salas, que se citan a continuación:

- Salas Normales (NOR).
- Laboratorios de Computación (COM).
- Laboratorios de Física (LAB).
- Laboratorios CIM (CIM).
- Laboratorios de Obras (LOB).

Esto es importante porque algunos cursos-sección deben tener cátedras asignadas sólo a salas de un tipo particular. También existe un auditorium (cuya etiqueta es 'AU') que se considera dentro de las salas normales, sin embargo se evita utilizarlo ya que se valora su disponibilidad para realizar eventos no programados a principio de semestre.

Todos los profesores tienen horarios no disponibles que se consideran al momento de realizar la programación. Ellos solamente realizan las cátedras de los cursos-sección, las clases auxiliares son dictadas por profesores auxiliares, cuya disponibilidad de tiempo no se considera en la programación ya que no

siempre se sabe con anterioridad quién es el profesor auxiliar que realizará las clases de un curso-sección.

2.2 Conceptos Básicos

Se define como unidad básica de modelamiento al curso-sección que corresponde a una sección particular de algún curso, por ejemplo la sección 2 de Cálculo I representada por el código MAT2050-02 corresponde a un curso-sección.

Los días de la semana son representados por sus dos primeras letras en mayúscula y se considera sólo los días de lunes a viernes, debido a que sólo en estos días se realizan clases en jornada diurna. De esta manera los días considerados en el modelamiento están representados por: LU, MA, MI, JU y VI. Un bloque horario corresponde a una ventana temporal de una hora y media durante el día. Existen 6 bloques horarios en un día, que son caracterizados por las letras A, B, C, D, E y F.

Para identificar completamente un bloque horario de la semana se indica el día y el bloque horario del día separados por un guión, por ejemplo: el primer bloque horario del día lunes es representado por LU-A.

Existen combinaciones de bloques horarios llamados patrones horarios. Estos patrones (también llamados grupos horarios) son muy relevantes debido a que las cátedras de los cursos-sección se deben asignar a alguno de éstos. Existen varios tipos de patrones horarios que se describen a continuación:

1. Aquel patrón conformado por un solo bloque horario. Ejemplo: LU-A representando el primer bloque horario del día lunes.
2. El que está formado por dos bloques horarios de la forma LU-X/JU-X y MA-X/VI-X, donde X es un bloque horario, es decir, toma valores en {A, B, C, D, E, F}. Estos patrones están formados por pares de bloques horarios de días distintos que pueden ser lunes-jueves o martes-viernes, de tal manera que si

un día se realiza la clase en un bloque X, entonces en el otro día también se debe realizar en el mismo bloque X.

3. Los patrones formados por tres bloques horarios pertenecientes a días distintos. Al igual que en el caso anterior si una clase se realiza un día en el bloque X entonces en los otros dos días las clases se deben realizar en el mismo bloque X. Ejemplo: LU-A/MI-A/JU-A es un patrón horario compuesto por el primer bloque del lunes, el primer bloque del miércoles y el primer bloque del jueves.
4. Los patrones formados por dos bloques horarios consecutivos del mismo día. Ejemplo: MA-C/MA-D, corresponde a un patrón formado por el tercer y cuarto bloque horario del día martes.

Cada curso-sección requiere de algún tipo de patrón horario, información que es conocida previamente.

Las salas dentro de la Facultad tienen una clasificación, pueden ser salas normales, laboratorios de física, laboratorios de computación, laboratorios de simulación y laboratorios de obras. Dentro de las salas normales se encuentra el auditorium de la Facultad caracterizado por la etiqueta 'AU'. Dentro del modelamiento es importante el auditorium debido a que no es deseable la asignación de clases a este, sin embargo, es necesario considerarlo como sala disponible debido principalmente a su capacidad o cantidad de puestos disponibles, porque hay cursos-sección que tienen muchos alumnos lo que obliga a asignarlos al auditorium.

Existen cursos dentro de la Facultad que no pueden presentar topes de horario debido a que son parte del mismo semestre de la malla curricular de alguna carrera de la Facultad. Los cursos-sección que no deben presentar topes horarios están identificados previamente mediante combinaciones de cursos-sección para cada semestre.

2.3 Requerimientos del Problema

Existe una gran cantidad de requerimientos que deben cumplirse. Estos requerimientos se pueden categorizar en dos tipos:

1. Requerimientos Estándar: son aquellos requerimientos que son aplicables al común de las instituciones educacionales (Stallert, 1997; Tripathy, 1984). En este caso se encuentran los siguientes:

1.1. Respetar la capacidad de las salas.

1.2. En una sala, en un mismo día y bloque no se puede realizar más de una clase.

1.3. Un profesor no puede dictar más de una clase a la vez, es decir, en el mismo día y bloque horario.

1.4. Respetar los horarios disponibles de los profesores.

1.5. Evitar topes horarios entre cursos que así lo requieren.

2. Requerimientos Específicos: son aquellos que son particulares de la Universidad Diego Portales.

2.1. Existen patrones de horarios factibles (combinaciones de pares de días-bloque), predefinidas por la Universidad, para realizar las distintas cátedras de un mismo curso-sección. Las cátedras deben asignarse a alguno de estos patrones de horarios.

2.2. Para un curso-sección todas las cátedras deben realizarse en la misma sala, a excepción de los cursos-sección que realizan alguna de sus cátedras (no todas) en laboratorios.

2.3. Existen cursos-sección cuyas cátedras y/o clases auxiliares deben realizarse durante un mismo día en bloques consecutivos.

2.4. Las clases auxiliares se deben realizar de preferencia los días miércoles.

2.5. Se debe evitar asignar clases al auditorium de la Facultad.

Dentro de las condiciones anteriores existen condiciones fuertes y suaves (que posteriormente en la modelación representarán restricciones). Las condiciones fuertes son aquellas que se deben cumplir obligatoriamente, en cambio las condiciones suaves son aquellas que son deseables, pero no se exige un cumplimiento total. En este contexto, las únicas condiciones suaves son las asociadas a evitar clases auxiliares los días miércoles (2.4) y evitar asignar clases al auditorium de la Facultad (2.5). El resto son todas condiciones fuertes.

3 MARCO TEÓRICO

3.1 Conceptos de Timetabling y Scheduling

Existen dos conceptos relevantes en la literatura que tienen directa relación con el trabajo que se presenta. Estos conceptos son *timetabling* y *scheduling*. Si bien es cierto en ocasiones ambos conceptos se consideran sinónimos, investigadores postulan la existencia de sutiles diferencias. Wren (1996) describió *timetabling* como el problema de asignar ciertos recursos a un número limitado de bloques horarios y lugares, sujeto a restricciones, con la intención de satisfacer un conjunto de objetivos en el mayor grado posible. En este mismo contexto postuló que en *scheduling* generalmente se intenta minimizar el costo total de los recursos utilizados, en cambio en *timetabling* se trata de lograr ciertos objetivos en la mayor medida posible, lo que se traduce generalmente en minimizar el incumplimiento de ciertas restricciones suaves. Carter (2001) agregó otra diferencia conceptual postulando que generalmente *timetabling* se encarga de definir cuándo se realizarán ciertos eventos, es decir, permite decidir sobre el tiempo en que los eventos tomarán lugar, sin considerar dentro de la decisión la asignación de recursos involucrados, tema que sí se considera parte del área de *scheduling*. En este contexto la problemática que se resuelve en este trabajo tendría componentes de *scheduling* y *timetabling*, ya que por un lado se debe decidir el horario de las distintas clases dictadas en la Facultad, lo que sería una decisión sobre tiempo, y además se debe decidir la asignación de salas de las mismas, lo que sería una decisión sobre asignación de recursos.

3.2 Educational Timetabling

Dentro del *timetabling* existe un área en la que se ha desarrollado vasta investigación y corresponde al *educational timetabling*. Dentro de esta área existen tres grandes ramas (Shaerf, 1999a):

1. *Examination timetabling*: Corresponde a la programación de horarios de los exámenes de distintos cursos dentro de una institución educacional. (Burke et al., 2001).
2. *School course timetabling*: Corresponde a la programación de horarios de clases dentro de colegios.(Tripathy, 1984).
3. *University course timetabling*: Corresponde a la programación de horarios de clases dentro de universidades.(Stallert, 1997).

Existen grandes diferencias entre las tres áreas. La diferencia más intuitiva es que las aplicaciones de *examination timetabling* se realizan pocas veces en el año, lo que varía dependiendo de la institución educacional, ya que difícilmente se programarán exámenes todas las semanas del año para todos de cursos, en cambio en el caso de *school* y *university course timetabling* la utilización de los horarios encontrados se hará continuamente durante todo el año, generalmente en ciclos semanales. Otras diferencias son que en *examination timetabling* se debe programar el horario de sólo un examen por cada curso, sin embargo en *school* y *university course timetabling* generalmente se realiza más de una clase de un mismo curso en una semana debiendo asignar más de una clase por curso. En *examination timetabling* muchas veces de debe asignar el examen de un curso a más de una sala de clases, sin embargo en *school* y *university course timetabling* generalmente se asigna cada clase de un curso a una única sala.

Una diferencia entre *school* y *university course timetabling* es que en *school course timetabling* existe un número predefinido de grupos de alumnos (cursos) que comparten las mismas clases, los mismos profesores y las mismas salas, en cambio, en *university course timetabling* cada alumno decide qué clase y con qué profesor tomarla (siempre y cuando cumpla con los requisitos para hacerlo), lo que genera un número variable de grupos de alumnos con las mismas clases y profesores. Así mismo en *school course timetabling* para cada curso o grupo de alumnos, todas, o la gran mayoría de sus clases, se realizan en la misma sala, en cambio en *university course timetabling* no existen grupos de alumnos predefinidos por lo que esa condición no se aplica.

En conclusión, existe vasta investigación en todos estos campos, y el área en que se enmarca este trabajo es *university course timetabling*.

3.3 Metodologías de Modelación y Resolución

Los problemas relacionados con *university course timetabling* generalmente tienen grandes niveles de complejidad, por la cantidad de restricciones que deben satisfacer y el tamaño de las instancias, lo que dificulta su resolución. Esto lo hace interesante en términos de investigación y por lo mismo existen varias metodologías que se han intentado utilizar en distintos casos aplicados para encontrar solución a este problema. Dentro de estas metodologías se pueden nombrar las siguientes:

1. Programación Lineal Entera
2. Coloreo de Grafos
3. Métodos de Clustering
4. Meta-heurísticas
5. Métodos Multi-criterio
6. Case-based Reasoning

A continuación se comenta cada una de estas metodologías.

3.3.1 Programación Lineal Entera

Los métodos de programación lineal entera han sido efectivos en casos de instancias medianas y pequeñas o experimentales. En el caso de instancias más grandes no ha sido fácil encontrar soluciones factibles a este tipo de problemas (Daskalaki et al., 2001). Sin embargo en algunos casos ha sido posible encontrar soluciones a instancias medianas y/o grandes utilizando técnicas de agrupación de eventos y pre-procesamiento de variables (Tripathy, 1984; Stallert, 1997).

3.3.2 Coloreo de Grafos

Las problemáticas consideradas se pueden representar mediante un problema de coloreo de grafos. Para esto se define un grafo donde cada uno de sus vértices representa un curso o ramo y las aristas representan conflictos entre diferentes cursos, por ejemplo cursos del mismo semestre que no pueden tener topes de horario. La idea es colorear todos los vértices del grafo de tal manera que dos vértices que se encuentran conectados no sean pintados del mismo color. Existen diversas técnicas para colorear estos grafos. En algunos casos se considera asignar un orden de importancia a los distintos vértices del grafo, de acuerdo a algún criterio, para posteriormente colorearlos siguiendo esa secuencia. Este orden puede estar definido por la cantidad de conflictos que tenga cada curso, por la cantidad de alumnos que posea, por la cantidad de bloques horarios disponibles para programar cada clase o por el número de conflictos que cada curso tenga con aquellos que ya están asignados (coloreados). (Burke et al., 2003a)

3.3.3 Métodos de Clustering

Consisten en dividir los eventos (cursos) en distintos grupos de tal manera que dentro de cada grupo se cumplan ciertas restricciones fuertes. Posteriormente se deben asignar los distintos grupos a periodos de tiempo intentando satisfacer las restricciones suaves. Estos métodos no han sido muy usados porque los resultados que se han obtenido no han sido completamente satisfactorios. (Lotfi and Cervený, 1991).

3.3.4 Meta-Heurísticas

Estos métodos se han aplicado ampliamente en la literatura para resolver problemas de *university course timetabling*. Estos métodos son heurísticas generales que pueden ser aplicadas a cualquier problema de programación entera, sin embargo se adaptan para entregar mejores soluciones a problemas particulares. Todas estas metodologías parten de una solución inicial y a medida que avanza la aplicación del algoritmo se va mejorando la solución obtenida, tratando evitar quedarse en los óptimos locales. Dentro de los métodos utilizados se encuentra el *tabu search*, *simulated annealing*, algoritmos genéticos y métodos híbridos. (Burke et al., 2001)

3.3.5 Métodos Multi-Criterio

En estos métodos, cada criterio mide la violación de una determinada restricción. Cada criterio tiene un nivel de importancia que varía de acuerdo a diferentes situaciones e instituciones. En algunos casos la importancia de los criterios se va modificando a medida que avanza el algoritmo, también se puede dividir la resolución del problema en fases, y en cada una de estas optimizar cierto criterio. (Burke et al., 2001).

3.3.6 Case-Based Reasoning

Estos métodos son relativamente nuevos y utilizan soluciones anteriores para construir una nueva solución a un problema de *timetabling*. La idea de estos métodos es crear una medida del grado de similitud entre dos soluciones para un problema de *timetabling* con el fin de encontrar una nueva solución tal que la medida de similitud con respecto a la solución anterior no sobrepase cierto límite, lo que permite encontrar soluciones locales más rápido. (Burke and Petrovic, 2002).

3.4 Descripción y Análisis de Trabajos Relacionados

En esta sección se describen varios trabajos relacionados con el tema de *educational timetabling*, profundizando la investigación en *university course timetabling*. Estos trabajos se resuelven con diversas metodologías siendo las más importantes las que se citan a continuación:

- Trabajos resueltos mediante programación lineal entera.
- Trabajos resueltos mediante meta-heurísticas.

El problema que se resuelve en este trabajo de tesis es el de programación de horarios de clases y asignación de salas a los distintos cursos dentro de la Facultad de ingeniería de la Universidad Diego Portales. La metodología utilizada en esta tesis es la utilización de modelos matemáticos de programación lineal entera. En este contexto existen varios trabajos relacionados, que resuelven problemas similares mediante la formulación de distintos tipos de modelos. A continuación se introducen algunos trabajos resueltos mediante estas metodologías.

3.4.1 Trabajos Relacionados Abordados Mediante Programación Lineal Entera

A continuación se describen brevemente varias metodologías utilizando programación lineal entera.

Thripathy (1984) propuso dos enfoques de solución para resolver un problema de *educational timetabling*, el primero consiste en la utilización de relajación lagrangeana para resolver el problema. Las relajaciones propuestas están hechas sobre las restricciones que limitan la cantidad de cursos asignados a un bloque horario por la cantidad de salas existentes y las restricciones que dicen que dos ramos que son cursados por el mismo grupo de alumnos no pueden ser dictados en el mismo bloque horario. El segundo enfoque de resolución propone un modelo de programación entera resuelto mediante un algoritmo Branch-and-Bound. La instancia se caracteriza por tener cerca de 100 grupos de cursos, 5 grupos de salas y 30 bloques horarios². El principal resultado es que se logra resolver el problema a optimalidad en menos de 10 minutos.

Johnson (1990) propuso un modelo de programación lineal entera que utiliza como función objetivo la minimización de topes horarios entre cursos que tienen alumnos en común. Este enfoque de modelación ha sido bastante utilizado en trabajos posteriores (Perzina, 2006) ya que, dado el tamaño de las instancias y las grandes cantidades de restricciones, es muy difícil encontrar soluciones factibles sin topes de horarios entre cursos con alumnos en común. La idea general del modelo es imponer los topes de horarios como una restricción suave ponderando el tope de cada par de cursos por la cantidad de alumnos comunes que contienen o alguna función proporcional a este número, dando más importancia a los topes de cursos que contienen mayor cantidad de alumnos en común.

La metodología utilizada por Stallert (1997) para resolver el problema de programación de horarios y asignación de salas a los distintos cursos de una universidad consiste básicamente en dividir los cursos en dos grupos: Un grupo

² Se consideran agrupaciones de cursos y salas para reducir el tamaño del problema de optimización.

de cursos principales y otro de cursos no principales. La idea fue definir una metodología distinta para cada grupo de cursos ya que debían cumplir ciertos requerimientos distintos. Para resolver el problema de los cursos principales se desarrolló un modelo de programación entera que tiene como variable de decisión binaria X_{kt} que toma el valor 1 si el profesor k se asigna al bloque horario t y 0 en otro caso. En este caso la variable de decisión considera a los profesores, debido a que a priori se sabe qué clases realizará un profesor. La formulación presentada permite resolver el problema de programación de horarios dentro de UCLA, para los cursos principales y considerando restricciones duras y blandas. Las restricciones duras son básicamente:

1. Los cursos deben ser asignados a algún bloque horario con las características que requiera cada curso. Hay cursos que deben ser dictados en bloques de la tarde y otros en bloques de la mañana.
2. El número de cursos en cada bloque horario no debe sobrepasar el número de salas disponibles.
3. Si dos profesores requieren la misma sala para realizar su clase entonces no se pueden asignar al mismo bloque horario.

Las restricciones duras son bastante generales ya que sin ellas la programación podría no ser aplicable. Las restricciones blandas presentadas corresponden a:

1. Programar clases dispersas durante el día o todas juntas para cada profesor dependiendo de su preferencia.
2. Para cada profesor programar sus clases durante el mismo día.

Estas restricciones son deseables, pero no se imponen estrictamente y sólo se penaliza su incumplimiento.

Para el caso de los cursos no principales se resuelve un modelo cuadrático ya que cambian algunos requerimientos del problema. El modelo cuadrático no se resuelve en forma exacta ya que demora demasiado, por lo que se implementa

una metodología heurística. Cabe destacar que el modelo para resolver el problema de los cursos principales y aquel para resolver el problema de los cursos no principales funcionan en serie y los resultados del primero son una entrada para el segundo.

El presente trabajo de tesis tiene varias similitudes con la metodología utilizada por Stallert (1997), partiendo por la metodología para modelar el problema de los cursos principales, ya que el modelo de programación entera exige el cumplimiento de requisitos muy parecidos, además utiliza como dato de entrada los cursos que dictará cada profesor, situación que también ocurre en el caso de este trabajo. En esta tesis se presentará, entre otras cosas, una metodología para resolver un problema de *timetabling* utilizando dos modelos en serie, al igual que el trabajo presentado en Stallert (1997), sin embargo la forma de dividir el problema es diferente en ambos casos.

Daskalaki et al. (2001) presentaron un modelo de programación entera para resolver el problema de *university course timetabling* en una universidad griega. El modelo utiliza muchas restricciones generales que son incorporadas de distintas formas en los modelos que resuelven este problema en la literatura, considerando como función objetivo la maximización de las preferencias horarias de los profesores y la asignación deseable de cursos a ciertas salas.

Avella and Vasil'ev (2004) resolvieron un problema de *university course timetabling* mediante un algoritmo branch and cut, consiguiendo la solución óptima del problema. La formulación se realiza como un problema de set packing y para mejorar la formulación inicial se incluyen desigualdades validas conocidas como desigualdades de cliques. Además se utilizó otro conjunto de planos de corte que en general no son aplicables a los problemas de set packing, pero que su inclusión sistemática al momento de resolver los nodos del algoritmo branch and bound reduce considerablemente el tiempo para encontrar la solución óptima del problema. La instancia resuelta mediante esta metodología contiene 69 cursos, 59 profesores y 15 salas.

Schimmelpfeng and Helber (2007) utilizaron un modelo de programación entera para resolver el problema de *university course timetabling* en *School of*

Economics and Management at Hannover University. Este modelo resuelve el problema de programación de horarios de clases para un semestre en esta institución educacional, donde el tamaño de la instancia es de 150 clases semanales, con un número de alumnos que varía entre 5 y 150 alumnos por cursos y 100 profesores. Se utiliza un modelo de asignación con numerosos grupos de restricciones y alrededor de 100.000 variables enteras. El modelo puede resolverse en algunos minutos en un solver con código abierto y, por otro lado, al utilizar el software comercial CPLEX³ demora sólo algunos segundos.

3.4.2 Trabajos Relacionados Abordados Mediante Meta-Heurísticas

Dada la complejidad de los problemas pertenecientes al área de *university timetabling*, muchos investigadores han decidido implementar metodologías heurísticas para su resolución. Mausser et al. (1995) describieron una metodología basada en redes neuronales para resolver el problema de programación de horarios de entrevistas y asignación de salas y entrevistadores en la universidad de Waterloo considerando restricciones de disponibilidad de salas y adyacencia de clases (clases consecutivas). Para la modelación se consideró una pre-asignación entre el entrevistador y la sala correspondiente, es decir se consideró un índice k llamado “facility” que representaba un par sala-entrevistador, los cuales estaban asignados antes de resolver el problema. El modelo matemático tenía dos grupos de variables de decisión binarias, la primera llamada X_{ijk} que tomaba el valor 1 si el estudiante i se asociaba al bloque horario j en el par sala-entrevistador k y la otra Y_{ijk} tomaba valor 1 si el bloque horario j era el primero utilizado en la entrevista por el estudiante i en el par sala-entrevistador k y/o en bloque horario anterior había una ventana horaria dentro de la entrevista. Esta metodología asociaba una neurona a cada variable de decisión X_{ijk} y penalizaba el incumplimiento de algunas restricciones

³ CPLEX es un paquete de optimización matemática, desarrollado por la empresa ILOG (www.ilog.com) que contiene un conjunto variado de algoritmos para resolver distintos tipos de problemas de programación matemática

suaves. Se concluye que los resultados dependen en gran medida de los pesos utilizados dentro de las distintas penalizaciones por incumplimiento de restricciones suaves y del tamaño del problema.

Panagiotis Ad. and Panagiotis Ar. (1999) utilizaron algoritmos evolutivos para resolver el problema de programación de horarios de clases y asignación de salas. En este trabajo se compara dos versiones de algoritmos evolutivos con diferentes esquemas de representación. Los resultados de este trabajo muestran que los algoritmos evolutivos pueden siempre producir una solución factible sin violaciones de ninguna restricción dura.

Burke et al. (2001) muestran dos metodologías heurísticas para resolver el problema de programación de exámenes en instituciones educativas. Ambas metodologías se basan en métodos de búsqueda local con tiempo predefinido. La primera es una adaptación de *Simulated Annealing* y la segunda es una metodología basada en la heurística *The Great Deluge Algorithm* propuesta por Dueck (1993) cuya idea fundamental es acotar el espacio de aceptación de soluciones parciales mediante un parámetro fijado previamente, para incentivar la búsqueda hacia soluciones mejores dentro de la vecindad definida. El resultado principal es que la metodología basada en *The Great Deluge Algorithm* resulta mejor que la adaptación de *Simulated Annealing*, debido a la menor dependencia de los parámetros y a la calidad de la solución encontrada.

Perzina (2006) resolvió un problema de *timetabling* para universidades mediante un algoritmo genético paralelo y auto-adaptativo. En este caso la metodología para resolver el problema permite además abordar el problema de selección y asignación de estudiantes a los distintos cursos de la universidad. Los principales resultados son la reducción de conflictos entre cursos programados en un mismo bloque horario que poseen muchos alumnos en común y, por otro lado, la dificultad de implementar los resultados de esta metodología en la realidad, debido las grandes diferencias con la situación actual. Si bien es cierto, el problema completo y su orientación difiere del problema abordado en esta tesis, el modelo matemático utilizado para resolver

la programación de horarios presenta similitudes. En particular la modelación de los topes horarios se realiza mediante una matriz representativa llamada *Clash Matrix*. Ambas dimensiones de esta matriz corresponden a los cursos disponibles y sus componentes corresponden la cantidad de alumnos que cursarán cada par de cursos. La idea es penalizar la asignación de dos cursos al mismo bloque horario si ambos cursos comparten muchos alumnos, convirtiéndose en una restricción suave.

Schaerf (1999b) aplicó técnicas de búsqueda tabú para la programación de horarios de clases en un colegio. En este trabajo el autor utiliza una lista tabú de tamaño variable el que es aleatoriamente elegido de un rango predeterminado. En cada movimiento se agrega un valor a la lista tabú. Los resultados experimentales muestran que el algoritmo es capaz de programar entre el 90 y el 95% de las clases y mejora sustancialmente la programación realizada en forma manual.

Burke et al. (2003b) aplicaron una hiper-heurística⁴ para resolver problemas de *timetabling*. En la evolución del algoritmo un conjunto de heurísticas compiten unas con otras. Se utiliza una lista tabú de tamaño variable que tiene el objetivo de determinar dinámicamente el cambio de una heurística a otra considerando el tiempo y el cambio en la función objetivo. Si en alguna iteración se mejora la función objetivo, la lista tabú se vuelve inactiva, debido a que los autores consideran que no tiene sentido cambiar de heurística si ésta recién ha actualizado la mejor solución encontrada. Los resultados más importantes son básicamente buenas soluciones en los problemas aplicados, pero lo más destacable es la robustez del algoritmo frente a distintos tipos de problemas de *timetabling*.

Casey and Thompson (2003) utilizaron la técnica GRASP para resolver un problema de *examination timetabling* utilizando como criterio de optimización la proximidad entre exámenes. Esta metodología tiene dos fases, la primera se

⁴ El concepto de Hiper-heurística consiste en una metodología que utiliza varias heurísticas de baja complejidad y costo computacional que se aplican dinámicamente a medida que avanza el algoritmo, de manera de lograr resultados similares o mejores que utilizando una única heurística más compleja.

basa en la construcción de una programación de exámenes factible y la segunda consiste en el mejoramiento de la solución encontrada inicialmente basado en una búsqueda local.

En la metodología de búsqueda de una solución inicial se ordenan los exámenes y se va eligiendo aleatoriamente uno de los primeros n exámenes de la lista para programarlo en algún bloque horario. El criterio para ordenar los exámenes es bastante particular y se puede adaptar a los requerimientos de cada institución. Si no quedan bloques horarios disponibles para programar más exámenes antes de terminar de asignar los exámenes, entonces se utiliza un método con lista tabú para realizar la programación que permite reasignar exámenes.

En la segunda fase del algoritmo se consideran los exámenes que tienen mayor contribución en la calidad de la solución (función objetivo), de esta manera se intenta elegir el mejor movimiento factible, es decir aquel que permite reducir en mayor medida el costo de la función objetivo. El proceso continúa hasta que no se encuentran mayores mejoras a la función objetivo. Los principales resultados experimentales muestran que la metodología utilizada en la búsqueda de la solución inicial es capaz de producir mejores resultados que otras metodologías.

4 MÉTODOLOGÍA

4.1 Análisis de Datos

La caracterización de los datos disponibles para la posterior modelación matemática permite dimensionar las condiciones que son factibles de representar y aquellas que no lo son. Además permite dar una idea del alcance del trabajo que se puede realizar con los datos disponibles. A continuación se muestran los datos disponibles y posteriormente se hace un resumen numérico de las principales entidades caracterizadas por atributos.

4.1.1 Organización de los Datos

En el problema se pueden identificar unidades básicas que permiten organizar de mejor manera los modelos de optimización que se plantean. Estas unidades corresponden a los índices y conjuntos de índices que se utilizan en los modelos de optimización.

Es importante mencionar que en algunos modelos que se mostrarán posteriormente no se consideran todos los conjuntos que se definirán en esta sección, sin embargo acá se muestran los datos de manera general con el objetivo de comprender cómo se encuentran organizados y lo que representa cada uno de ellos. En cada modelo se presentarán los datos que se utilicen para su formulación.

A continuación se muestra una tabla que contiene las unidades básicas utilizadas para definir el problema y los subconjuntos utilizados:

Tabla 4-1: Índices

INDICE	SIGNIFICADO
i	índice de cursos-sección
d	índice de días
t	índice de bloques
s	índice de salas
r	índice de tipos de salas
p	índice de profesores
h	índice de semestres
l	índice de grupos sin topes horario por semestre

En la tabla anterior se muestran los índices considerados posteriormente en la modelación del problema planteado. Los índices definidos son bastante concretos y su definición expuesta en la tabla anterior permite entender su significado, sin embargo es importante aclarar el significado de el índice l que representa la etiqueta del l-ésimo grupo de cursos-sección de algún semestre que no debe presentar topes horarios, es decir, para cada semestre h se definen combinaciones de cursos-sección que no deben presentar topes de horarios y cada una de estas combinaciones están identificadas por el índice l. Por otra parte es importante realizar una aclaración con respecto al índice h que representa a los semestres, ya que al ser 4 carreras las que se imparten, tres de las cuales están compuestas por 12 semestres y una por 10, se tiene un total de 46 semestres. Estos semestres se encuentran enumerados del 1 al 46 siendo los primeros 12 de ingeniería civil industrial, los semestres del 13 al 24 de ingeniería civil informática, del semestre 25 al 36 de ingeniería civil en obras civiles y del semestre 37 al 46 de ingeniería en construcción. En este contexto se puede decir que el índice h contiene información de pares (carrera, semestre).

A continuación se muestran los conjuntos de índices que se generan a partir de los índices definidos anteriormente y que apoyan el posterior modelamiento del problema:

Tabla 4-2: Conjuntos de índices

CONJUNTO	SIGNIFICADO
CJ	Conjunto de cursos-sección con clases de cátedra en bloques horarios consecutivos en el mismo día
AJ	Conjunto de cursos-sección con clases auxiliares en bloques horarios consecutivos en el mismo día
CPR(p)	Conjunto de cursos-sección cuyas cátedras son dictadas por el profesor p
HC(h)	Conjunto de cursos-sección del semestre h
CTSA(r)	Conjunto de cursos-sección que utiliza salas tipo r
SC(i)	Conjunto de cursos-sección del mismo curso que i (secciones distintas del mismo curso)
SAL (r)	Conjunto de salas de tipo r
FDO	Conjunto de pares de días factibles para cursos de 2 cátedras (para formar patrones LU-X/JU-X o MA-X/VI-X)
HR(p)	Bloques horarios disponibles del profesor p
SEMC(h,l)	l-ésima combinación de cursos-sección del semestre h que no deben presentar topes de horarios

A continuación se muestran los parámetros considerados en la modelación del problema:

Tabla 4-3: Parámetros

PARÁMETRO	SIGNIFICADO
e_{ri}	Número de clases de cátedra semanales de curso-sección i en salas tipo r
e_i	Número de clases de cátedra semanales de curso-sección i
β_{ri}	Número de clases auxiliares semanales de curso-sección i en salas tipo r
β_i	Número de clases auxiliares semanales de curso-sección i
q_{as}	Capacidad de la sala s
n_i	Cantidad de alumnos del curso-sección i

4.1.2 Análisis de Datos por Atributos

En el semestre otoño 2007 en la Facultad de ingeniería de la Universidad Diego Portales se dictaban 261 cursos-sección. Para cada uno de estos cursos-sección se consideran los siguientes atributos:

- Cantidad de alumnos.
- Cantidad de clases de cátedra.
- Cantidad de clases auxiliares.
- Cantidad de clases de cátedra que deben asignarse a cada tipo de sala.
- Cantidad de clases auxiliares que deben asignarse a cada tipo de sala.
- Tipo de patrón horario que deben cumplir sus cátedras (ver sección 2.2).

Todos estos atributos serán muy importantes en el modelamiento que se mostrará posteriormente porque definirán qué cursos se asignarán a qué patrones horarios y a qué salas. A continuación se muestra una tabla que indica la cantidad de cursos-sección clasificados por número de cátedras que poseen:

Tabla 4-4: Cursos-sección por Número de Cátedras

NÚMERO DE CÁTEDRAS	NÚMERO DE CURSOS-SECCIÓN	PORCENTAJE
1	7	2,7%
2	178	68,2%
3	76	29,1%

En este caso se puede ver de forma clara que la gran mayoría de los cursos-sección poseen 2 clases de cátedra representando el 68% del total, seguidos por los cursos-sección con 3 clases de cátedra con un 29% que representan en su mayoría a los semestres de plan común de las carreras de ingeniería. La

cantidad de cursos-sección que poseen sólo una clase de cátedra es menor, representando cerca de un 3% del total.

A continuación se muestran una tabla que resume la cantidad de cursos-sección por número de clases auxiliares:

Tabla 4-5: Cursos-sección por Número de Clases Auxiliares

NÚMERO DE CLASES AUXILIARES	NÚMERO DE CURSOS-SECCIÓN	PORCENTAJE
0	53	20,3%
1	203	77,8%
2	5	1,9%

De la tabla anterior se puede concluir que existen muy pocos cursos-sección que poseen dos clases auxiliares representando cerca del 2% del total de cursos-sección.

A continuación se muestra una tabla que indica la cantidad de cursos-sección que poseen dos cátedras clasificados por tipo de patrón de horarios que deben seguir:

Tabla 4-6: Cursos-sección con dos Cátedras por Patrón Horario

ATRIBUTO	NÚMERO DE CURSOS-SECCIÓN	PORCENTAJE
PATRONES LU-X/JU-X O MA-X/VI-X	161	90,4%
PATRONES CON BLOQUES CONSECUTIVOS	17	9,6%

En la tabla anterior se puede ver que la gran mayoría de los cursos-sección con dos cátedras deben seguir el patrón LU-X/JU-X o MA-X/VI-X, representando el 90% de los cursos-sección con dos cátedras. Por otra parte los cursos-sección que poseen dos cátedras las cuales deben programarse en bloques horarios

consecutivos del mismo día representan sólo al 10% de los cursos-sección con dos cátedras.

En la siguiente tabla se muestra la cantidad de cursos-sección cuyas cátedras se deben asignar al mismo tipo de sala y por lo tanto a la misma sala. Conjuntamente se muestra la cantidad de cursos-sección cuyas cátedras deben ser asignadas a salas de distinto tipo, y por lo tanto a salas distintas:

Tabla 4-7: Cursos-sección por Tipo de Asignación de Cátedras a Salas

CARACTERÍSTICA	NÚMERO DE CURSOS-SECCIÓN	PORCENTAJE
CÁTEDRAS EN SALAS DE DISTINTO TIPO	26	10,0%
CÁTEDRAS EN SALAS DEL MISMO TIPO	235	90,0%

En la tabla anterior se puede ver que la gran mayoría de los cursos-sección deben tener sus cátedras asignadas al mismo tipo de sala y por lo tanto a la misma sala representando el 90% del total de cursos-sección. Por otra parte la cantidad de cursos-sección cuyas cátedras se deben asignar a distinto tipo de salas y por lo tanto a salas distintas representa solamente el 10% de total. Este hecho es de vital importancia en la tercera metodología utilizada para resolver la problemática expuesta (ver sección 4.2.3).

En la siguiente tabla se puede ver la cantidad de salas clasificadas en tipo de sala:

Tabla 4-8: Cantidad de Salas por tipo de Sala

NOMBRE	TIPO DE SALAS	CANTIDAD DE SALAS	PORCENTAJE
NORMAL	NOR	38	84,5%
LABORATORIO DE COMPUTACIÓN	COM	4	8,9%
LABORATORIO DE FÍSICA	LAB	1	2,2%
LABORATORIO DE SIMULACIÓN	CIM	1	2,2%
LABORATORIO DE OBRAS	LOB	1	2,2%
TOTAL		45	100,0%

En la tabla anterior se puede ver que la mayoría de las salas son salas normales, cantidad que asciende a 38 salas, los laboratorios de computación son 4 y finalmente existe solamente un laboratorio de física, simulación y de obras.

La siguiente tabla muestra la cantidad de profesores clasificada por número de cursos-sección que dictan:

Tabla 4-9: Profesores por Número de Cursos-Sección

NÚMERO DE CURSOS-SECCIÓN	NÚMERO DE PROFESORES	PORCENTAJE
1	85	58,3%
2	31	21,2%
3	10	6,8%
4	17	11,6%
5	2	1,4%
6	1	0,7%
TOTAL	146	100,0%

En la tabla anterior se puede ver que la mayoría de los profesores dictan las cátedras de solamente un curso-sección representando el estos al 58% de los profesores. En general se puede ver que hay menor cantidad de profesores que dictan más de un curso-sección, siendo 6 el máximo número de cursos-sección dictados por un mismo profesor (sólo un caso).

4.2 Modelos de Optimización

En esta sección se detallan tres metodologías utilizadas para resolver la problemática planteada, todas basadas en modelos de programación lineal entera. La primera metodología consiste en un modelo de optimización que integra la resolución de la programación de horarios de clases y asignación de salas, basando sus decisiones en la asignación de cada una de las clases de cátedra o auxiliares a alguna sala y bloque horario. La segunda metodología consiste en dos modelos de optimización que funcionan en serie, el primero resuelve la programación de horarios y el segundo resuelve la asignación de salas y sus decisiones, al igual que en la primea metodología, se basan en la asignación de cada clase de un curso-sección a algún bloque horario y a alguna sala. La tercera metodología se basa en un modelo de optimización que integra la resolución de la programación de horarios y asignación de salas, basando sus decisiones en la asignación de todas las clases de cátedra o auxiliares de un curso-sección como conjunto, a un patrón o grupo horario y a alguna sala.

4.2.1 Metodología Integrada Basada en Bloques Horarios

La metodología integrada basada en bloques horarios consiste en generar un modelo de optimización único para resolver el problema de programación de horarios y asignación de salas. El enfoque de esta metodología es identificar cada curso-sección, cada día de la semana, cada bloque horario de un día y cada sala por separado, lo que induce a crear variables de decisión con esos subíndices definidos. La idea general de este modelo es escribir todas las

condiciones sobre la configuración de horarios y salas en las restricciones del modelo de tal forma que si alguna condición ya no es necesaria, el cambio en el modelo consista básicamente en la desactivación de una restricción. Este modelo será llamado MODHS-BH⁵ y se describe a continuación.

4.2.1.1 Modelo MODHS-BH

4.2.1.1.1 Conjuntos de Índices

Los índices utilizados en esta formulación son los siguientes:

$i \in I$ = Índice de cursos-sección.

$d \in D$ = Índice de días.

$t \in T$ = Índice de bloques horarios de un día.

$s \in S$ = Índice de salas.

$r \in R$ = Índice de tipos de salas.

$p \in P$ = Índice de profesores.

$h \in H$ = Índice de semestres.

$l \in L$ = Índice de grupos sin topes horario por semestre.

Los primeros cuatro índices i , d , t y s son aquellos utilizados en las variables principales. El índice r representa los distintos tipos de salas existentes, que actualmente son 5: salas normales, laboratorios de computación, laboratorios de física, laboratorios CIM y laboratorios de Obras. Los profesores se identifican con un código representado por el índice p . Los semestres de las diferentes carreras listados desde 1 a 46 se encuentran representados por el índice h .

⁵ La nomenclatura del nombre de los modelos es la siguiente: MOD proviene de la palabra modelo, las siguientes letras antes del guión representan lo que hace el modelo, en el caso de MODHS-BH, las letras "HS" dicen que el modelo entrega una programación de horarios (H) y una asignación de salas (S). Finalmente las letras después del guión representan si el modelo se basa en bloques horarios (BH) o en grupos horarios (GH).

Finalmente el índice I identifica cada grupo de cursos-sección que en un semestre particular no debe tener topes de horario.

A partir de los índices ya definidos se crean los siguientes subconjuntos (ver tabla 4.2):

$CJ \subseteq I$ = Conjunto de cursos-sección con clases de cátedra consecutivas.

$AJ \subseteq I$ = Conjunto de cursos-sección con clases auxiliares consecutivas.

$CPR(p) \subseteq I$ = Conjunto de cursos-sección asignados profesor p .

$HC(h) \subseteq I$ = Conjunto de cursos-sección del semestre h .

$CTSA(r) \subseteq I$ = Conjunto de cursos-sección que utiliza salas tipo r .

$SC(i) \subseteq I$ = Conjunto de cursos-sección del mismo curso que i (secciones distintas).

$SAL(r) \subseteq S$ = Conjunto de salas de tipo r .

$HR(p) \subseteq D \times T$ = Horario disponible del profesor p .

$FDO \subseteq D \times D$ = Conjunto de pares de días factibles para cursos de 2 cátedras.

$SMC(h,l) \subseteq I$ = Conjunto l -ésimo de cursos-sección sin topes horarios del semestre h .

4.2.1.1.2 Parámetros

Los parámetros utilizados en esta formulación son los siguientes (ver tabla 4.3):

e_i = Número de cátedras del curso-sección i .

ets_{ri} = Número de cátedras del curso-sección i en salas tipo r .

β_i = Número de clases auxiliares del curso-sección i .

bts_{ri} = Número de clases auxiliares del curso-sección i en salas tipo r .

qa_s = Capacidad de la sala s .

n_i = Número de alumnos del curso i .

Como se explicó anteriormente existen cursos con 1, 2 o 3 tres cátedras por semana y con 0,1 o 2 clases auxiliares, lo cual está definido en los parámetros e_i y β_i . Además las clases pueden ser dictadas en salas de diferente tipo, lo que se materializa con la definición de los parámetros ets_{ri} y bts_{ri} , que tienen como principal función permitir definir las restricciones asociadas a la realización de las clases de cátedra y auxiliares en el tipo de sala que requieran. Los parámetros correspondientes a capacidad de las salas qa_i y número de alumnos por curso n_i se encuentran en la misma unidad de medida que corresponde a cantidad de alumnos. Estos parámetros permiten definir las restricciones asociadas a la capacidad de las salas.

4.2.1.1.3 Variables de Decisión

Las variables definidas en el modelo son todas binarias y se presentan a continuación:

$$X_{ids} = \begin{cases} 1 & \text{Si una cátedra del curso – sección } i \text{ se programa el día } d \text{ en el bloque } t \text{ en la sala } s \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$$

$$Y_{ids} = \begin{cases} 1 & \text{Si una clase auxiliar del curso – sección } i \text{ se programa el día } d \text{ en el bloque } t \text{ en la sala } s \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$$

$$STS_{ris} = \begin{cases} 1 & \text{Si las cátedras de salas tipo } r \text{ del curso – sección } i \text{ se asignan a la sala } s \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$$

$$BQ_{it} = \begin{cases} 1 & \text{Si las cátedras del curso – sección } i \text{ se programa en el bloque } t \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$$

Las variables X_{ids} e Y_{ids} son las más importantes del modelo de optimización y permiten decidir el horario (día y bloque horario) y la sala a la que se asignarán las clases de cátedras y clases auxiliares de un curso-sección respectivamente. Estas variables identifican cada una de las clases de cada curso-sección que

serán dictadas durante una semana estándar. Estas variables permiten realizar una modelación bastante flexible ya que a priori aceptan la asignación de las distintas clases de un curso-sección en cualquier bloque horario, cualquier día de la semana, y en cualquier sala. Tal flexibilidad no está permitida en la mayoría de los casos dentro de los cursos de la Facultad, ya que existen ciertas clases que deben asignarse a cierto tipo de salas y, por otro lado, los horarios de las distintas cátedras de un curso deben cumplir ciertas relaciones. Es por esto que es razonable la creación de las variables STS_{ris} y BQ_{it} , que facilitan la creación de restricciones que agregan rigidez a la formulación, ya que su función principal es permitir modelar restricciones que condicionen a qué salas son asignados los distintos cursos-sección e imponer la relación que se debe cumplir entre los horarios de las distintas cátedras de un curso-sección.

4.2.1.1.4 Función Objetivo

La función objetivo se escribe como sigue:

Ecuación 4-1: Función Objetivo MODHS-BH

$$Min Z = \sum_i \sum_{d \neq 'MI'} \sum_t \sum_s Y_{idts} + \sum_i \sum_d \sum_t (X_{idt'AU'} + Y_{idt'AU'})$$

Donde 'AU' representa el auditorium de la Facultad, considerado como sala de clases (sección 2.2). La función objetivo considerada en el modelo tiene dos términos:

1. El primer término es la cantidad de clases auxiliares que no se realizan el día miércoles.
2. El segundo término es la cantidad de clases que se realizan en el auditorium de la Facultad.

La primera componente de la función objetivo se considera debido a que es una condición deseable que con seguridad no se puede cumplir para todos los cursos de la Facultad debido a que no existe suficiente capacidad en términos de bloques horarios y salas durante un día para realizar las clases auxiliares de todos los cursos que se imparten en la Facultad, lo que la convierte en una restricción suave. La forma más común de intentar cumplir con las restricciones suaves en la mayor medida posible es incluir una penalización por su incumplimiento en la función objetivo y es la forma que se considera en este caso.

La segunda componente se considera porque existen cursos cuyo número de alumnos es mayor a la capacidad de la sala con mayor capacidad de la Facultad, sin considerar el auditorium, motivo por el cual se considera el auditorium de la Facultad como sala disponible para realizar algunas clases, sin embargo no es deseable utilizarlo muchas horas a la semana para estos efectos dado que su finalidad es la realización de eventos, conferencias y presentaciones importantes, entre otros. En este caso esta condición también es una restricción suave, lo que induce, al igual que en el caso anterior, a considerar una penalización dentro de la función objetivo por programar clases en el auditorium.

La ponderación de ambas componentes dentro de la función objetivo es igual a 1, debido a que ambos tienen una importancia similar para los administrativos de la Facultad y las unidades de medida coinciden en ambos casos (número de clases).

4.2.1.1.5 Fijación de variables o pre-procesamiento.

Existe un grupo de condiciones que se basan en la asignación directa de valores fijos a un grupo de variables que cumplen ciertas condiciones particulares. Este hecho permite eliminar muchas variables del problema de optimización ya que no tiene sentido su consideración al saberse a priori su valor final. Estas condiciones se podrían escribir matemáticamente como

restricciones del problema de optimización, sin embargo, en la práctica son parte de un pre-procesamiento que fija su valor y las elimina del problema no considerándolas en la resolución del modelo de optimización directamente. En esta categoría se encuentran las siguientes condiciones:

- a. Capacidad de las salas.
- b. Horarios disponibles de los profesores.
- c. Cátedras días miércoles.

A continuación se detallan las condiciones anteriores, indicando su posible representación como restricciones en el modelo de optimización y la implementación real como parte de un pre-procesamiento.

a. Capacidad de las salas

Esta condición consiste en no asignar clases de cátedra o auxiliares a salas que tienen menos capacidad que el número de alumnos del curso-sección respectivo. Esta condición se podría escribir en el modelo de optimización de la siguiente manera:

Ecuación 4-2: Capacidad de Salas

$X_{idts} \leq \left\lfloor \frac{qa_s}{n_i} \right\rfloor \quad \forall i \in I, \forall d \in D, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (1)$
$Y_{idts} \leq \left\lfloor \frac{qa_s}{n_i} \right\rfloor \quad \forall i \in I, \forall d \in D, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (2)$

La primera ecuación dice que si un curso-sección tiene una demanda mayor que la capacidad de una sala entonces la variable X_{idts} para ese curso-sección y esa sala debe tomar el valor 0 y en el caso contrario puede tomar ambos valores 0 o 1. Esto se impone debido a que en el lado derecho se encuentra la función $\left\lfloor \frac{qa_s}{n_i} \right\rfloor$, que toma el valor 0 cuando la capacidad de la sala s qa_s es

menor la cantidad de alumnos del curso-sección i , n_i , y en caso contrario toma valores mayores o iguales a 1, no imponiendo restricción sobre la variable X_{idts} . La segunda impone exactamente lo mismo, pero para las clases auxiliares, fijando el valor de la variable Y_{idts} en cero en el caso en que qa_s sea menor a n_i . En la práctica no se escriben las desigualdades anteriores en el modelo de optimización, lo que se hace es prefijar estas variables mediante un algoritmo muy básico que permite verificar los casos en que la capacidad de la sala es insuficiente para satisfacer la demanda del curso-sección. En estos casos el algoritmo fija en 0 las variables de decisión X_{idts} e Y_{idts} . A continuación se muestra un pseudo-código del bucle antes descrito:

Figura 4-1: Algoritmo de Capacidad de Salas

```

For i=1 to |I|
  For s=1 to |S|
    if( $qa_s < n_i$ )
      For d=1 to |D|
        For t=1 to |T|
           $X_{idts}=0$ ;
           $Y_{idts}=0$ ;
        Next t
      Next d
    End If
  Next s
Next i

```

b. Horarios disponibles de los profesores

Esta condición consiste en no asignar clases de cátedra en horarios en que el profesor no tiene disponibilidad. Si se considerara como restricción en el modelo de optimización se podría escribir de la siguiente manera:

Ecuación 4-3: Horarios Profesores

$$\sum_{i \in CPR(p)} \sum_{(d,t) \notin HR(p)} \sum_s X_{idts} = 0 \quad \forall p \in P$$

Esta ecuación se impone para todos los profesores. La triple suma del lado izquierdo representa la cantidad de clases de cátedra que el profesor p desarrolla en un horario que él no tiene disponible, lo que se iguala a cero para que sus clases se programen de acuerdo a su disponibilidad.

Esta ecuación permite fijar todas las variables X_{idts} en cero cuando el par (d,t) no pertenezca al conjunto de horarios disponibles del profesor p , $HR(p)$. En el caso que $(d,t) \in HR(p)$ no se fija ningún valor. Al igual que en caso de las condiciones de capacidad de las salas, esta ecuación no se impone como restricción adicional al modelo, sino que se realiza un pre-proceso mediante la implementación de un pequeño algoritmo para fijar las variables. En este caso se fijan en cero las variables X_{idts} tal que $(d,t) \notin HR(p)$. El pseudo-código se muestra a continuación.

Figura 4-2: Algoritmo de Disponibilidad de Profesores

```

For p=1 to |P|
  For i=1 to |I|
    if(i ∈ CPR(p))
      For d=1 to |D|
        For t=1 to |T|
          if((d,t) ∉ HR(p))
            For s=1 to |S|
              Xidts=0;
              Yidts=0;
            Next s
          End If
        Next t
      Next d
    End If
  Next i
Next p

```

De esta manera se fijan las variables que asignan cátedras de profesores a horarios en los que no tienen disponibilidad.

c. Cátedras días miércoles

Esta condición consiste en que para cierto grupo de cursos no se programen cátedras el día miércoles. Esta condición se impone para aquellos cursos que poseen dos cátedras que deben cumplir un patrón de horarios predefinido, que

no incluye cátedras el día miércoles. Los patrones de horario para estos cursos son dos: Uno es LU-X/JU-X y el otro es MA-X/VI-X, donde X representa un bloque horario durante el día, que debe ser el mismo en cada patrón (ver sección 2.2). Lo anterior está representado en una restricción que se explicará posteriormente, sin embargo aquella restricción no dice nada sobre programación de cátedras el día miércoles para este tipo de cursos y puede darse el caso en que el modelo programe una cátedra el miércoles en la mañana, por ejemplo MI-A y la otra el miércoles un poco más tarde, por ejemplo MI-C, no cumpliendo así con los patrones de horarios definidos. Es por esta razón que la programación de las cátedras de estos cursos debe restringirse a días distintos al miércoles fijando todas las variables que asignen sus cátedras el día miércoles en cero. Al igual que en los casos anteriores esta condición no se considera como restricción dentro del modelo de optimización, sino como parte de un pre-procesamiento, pero podría escribirse en el modelo de la siguiente manera:

Ecuación 4-4: Cátedras Días Miércoles

$$\sum_{i \in \theta} \sum_t \sum_s X_{i'MI'ts} = 0 \quad \text{donde } \theta = \{i / i \notin CJ \wedge e_i = 2\}$$

El conjunto θ considera a todos los cursos que poseen 2 cátedras y que no pertenecen al conjunto CJ. El conjunto CJ representa los cursos a los que se les debe programar sus dos cátedras en bloques horarios consecutivos el mismo día, por lo que no deben cumplir con los patrones LU-X/JU-X y MA-X/VI-X. De esta manera θ representa el conjunto de cursos sobre el cual se debe imponer esta condición.

El lado izquierdo de esta restricción representa la cantidad total de clases de cátedra de cursos pertenecientes a θ que se dictan el día miércoles, lo cual se iguala a cero para mantener la consistencia del modelo.

Al igual que en los casos anteriores, esta restricción no se considera directamente en la resolución del modelo de optimización sino que es parte del

pre-procesamiento. En la práctica se utilizó un algoritmo muy básico para fijar las variables X_{ids} en cero en el caso en que $i \in \theta$ y $d='MI'$. A continuación se muestra el pseudo-código del algoritmo utilizado:

Figura 4-3: Algoritmo de Cátedras los Días Miércoles

```

For i=1 to |I|
  if(i ∈ θ)
    For t=1 to |T|
      For s=1 to |S|
         $X_{i'MI'ts}=0;$ 
         $Y_{i'MI'ts}=0;$ 
      Next s
    Next t
  End If
Next i

```

4.2.1.1.6 Restricciones

Las restricciones que se plantean en el modelo se pueden clasificar en los siguientes tipos:

1. Realización de clases.
2. Requerimientos específicos de salas y horarios.
3. Tope de salas
4. Tope de horarios

A continuación se detallan las restricciones que componen cada uno de los grupos anteriores.

1 Realización de Clases

Este grupo de restricciones cumple la función de exigir al modelo que programe todas las clases de todos los cursos-sección de la Facultad en algún horario de la semana y en alguna sala. En este grupo se encuentran dos grupos de restricciones. Estos bloques son los siguientes:

- a. Programar clases de cátedra de todos los cursos-sección.
- b. Programar clases auxiliares de todos los cursos-sección.

Estas restricciones son muy importantes dado que sin ellas el modelo no asignaría ninguna clase.

a. Programar clases de cátedra de todos los cursos-sección

Esta restricción se encarga de imponer dentro del modelo de optimización la realización de las clases de cátedra en algún horario y en alguna sala disponible. Cumple una función similar a la que comúnmente cumplen las restricciones de satisfacción de demanda ya que obligan al modelo a asignar algún valor distinto de cero a las variables de decisión. La restricción se escribe de la siguiente manera:

Ecuación 4-5: Programación de Cátedras

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_d \sum_t X_{ids} = ets_{ri} \quad \forall r \in R, \forall i \in CTSA(r)$$

Esta restricción se impone por cada tipo de sala y por cada curso-sección que posee alguna cátedra en ese tipo de sala.

La triple suma del lado izquierdo representa la cantidad de clases de cátedra que se asignarán a salas del tipo r para el curso-sección i durante una semana, mientras que el lado derecho corresponde a un parámetro que indica justamente la cantidad de clases de cátedra del curso-sección i que deben realizarse en salas tipo r. La igualdad impone que la cantidad de clases de cátedra por tipo de sala que se realicen sea igual al valor que corresponda a ese curso-sección.

Existen algunos cursos cuyas cátedras se deben desarrollar en distintos tipos de salas. Por ejemplo, el curso-sección INF2000-01 posee dos cátedras y una de ellas se debe desarrollar en salas normales y la otra se debe hacer en laboratorios de computación. Es por este motivo que es importante imponer

esta restricción por tipo de sala ya que esto obliga a asignar las cátedras al tipo de sala que corresponda.

b. Programar clases auxiliares de todos los cursos-sección

De forma similar a la ecuación anterior esta restricción se encarga de imponer dentro del modelo de optimización la realización de las clases auxiliares de cada curso-sección durante la semana y su asignación a alguna sala que corresponda al tipo de sala requerido. La restricción es la siguiente:

Ecuación 4-6: Programación de Clases Auxiliares

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_d \sum_t Y_{ids} = bts_{ri} \quad \forall r \in R, \forall i \in ATSA(r)$$

Esta restricción se impone por cada tipo de sala y por cada curso-sección que posee alguna clase auxiliar en ese tipo de sala.

La descripción de la restricción es exactamente la misma que en el caso de las cátedras, la diferencia radica en que ahora en el lado izquierdo aparece la variable Y_{ids} representando la programación de clases auxiliares y en el lado derecho aparece el parámetro bts_{ri} que representa la cantidad de clases auxiliares del curso-sección i que deben realizarse en alguna sala del tipo r .

En este caso no existen cursos-sección que posean clases auxiliares en distinto tipo de sala durante una semana. Sin embargo todos los cursos-sección deben desarrollar todas sus clases auxiliares (que por lo general es una) en el mismo tipo de sala, pudiendo variar el tipo de sala en todo el conjunto R .

2 Requerimientos específicos de salas y horarios

En esta categoría se incluyen requerimientos particulares de la universidad sobre las salas a las que se deben asignar las distintas cátedras y sobre patrones de horarios a los que se deben asignar los cursos de la Facultad.

En este grupo se encuentran los siguientes grupos de restricciones:

- a. Asignación de cátedras a la misma sala para cursos-sección con tres cátedras.
- b. Asignación de cátedras a patrones de horarios predefinidos para cursos-sección con dos cátedras no consecutivas, y asignación de sus cátedras a la misma sala.
- c. Programación de horarios de cátedra y asignación de salas de cursos-sección con dos cátedras consecutivas.
- d. Programación de horarios de clases auxiliares y asignación de salas de cursos-sección con dos clases auxiliares consecutivas.
- e. Programación de horarios de cátedras, en el mismo bloque horario, pero en diferentes días para cursos con dos o tres cátedras.

A continuación se describen las restricciones anteriores.

a. Asignación de cátedras a la misma sala para cursos-sección con tres cátedras

Este grupo de restricciones considera a los cursos-sección que tienen tres cátedras por semana. Lo que se impone es que las cátedras se dicten en la misma sala. Las ecuaciones que representan esta situación se muestran a continuación:

Ecuación 4-7: Misma Sala para Cursos-sección con Tres Cátedras

$$\sum_{s \in SAL(r)} STS_{ris} = 1 \quad \forall r \in R, \forall i \in CTSA(r) \text{ tq } e_i = 3 \quad (1)$$

$$\sum_d \sum_t X_{idts} \leq STS_{ris} \cdot ets_{ris} \quad \forall r \in R, \forall i \in CTSA(r) \text{ tq } e_i = 3, \forall s \in SAL(r) \quad (2)$$

La primera restricción está definida para todo tipo de sala y para todo curso-sección que tenga alguna cátedra en ese tipo de salas tal que su número total de cátedras sea igual a 3. Esta ecuación representa el hecho de que para cada

curso-sección con tres cátedras de salas tipo r , éstas se deben asignar a la misma sala. El lado izquierdo de la igualdad representa el número total de salas tipo r al cual se asignan cátedras del curso i , lo cual se iguala a 1 para imponer el hecho de que sea la misma sala.

La segunda restricción está definida para todo tipo de sala r , para todo curso-sección que tenga alguna cátedra en ese tipo de salas tal que su número total de cátedras sea igual a 3 y para todas las salas del tipo r .

Esta desigualdad relaciona las variables principales X_{idts} con las variables STS_{ris} de manera que efectivamente las cátedras de salas tipo r del curso-sección i se asignen sólo a una sala. El lado izquierdo de la desigualdad representa la cantidad de clases de cátedra del curso-sección i que se asignan a la sala s durante la semana y el lado derecho $STS_{ris} * ets_{ris}$ toma el valor del parámetro ets_{ris} cuando la variable STS_{ris} vale 1, permitiendo así que en el caso en que el modelo elija la sala s del tipo r para realizar las cátedras de salas tipo r del curso-sección i ($STS_{ris}=1$) el valor de las variables X_{idts} esté acotado solamente por la cantidad de clases en salas tipo r que efectivamente se deben hacer en el curso-sección i , es decir ets_{ris} . En el caso en que STS_{ris} sea igual a 0 entonces el lado derecho de la desigualdad es igual a cero obligando a las variables X_{idts} presentes en el lado izquierdo a tomar el valor 0 para todo d, t .

b. Asignación de cátedras a patrones de horarios predefinidos para cursos-sección con dos cátedras no consecutivas, y asignación de sus cátedras a la misma sala.

Este grupo de restricciones se crea para la mayoría de los cursos-sección con dos cátedras. Dentro de los cursos-sección con 2 cátedras existen dos grupos:

- El primero corresponde a aquellos cursos-sección que se deben asignar a los siguientes patrones horarios: LU-X/JU-X o MA-X/VI-X, donde X representa un bloque horario durante el día, que debe ser el mismo en cada patrón, es decir, si un curso tiene una cátedra programada el día lunes en el

primer bloque (LU-A), entonces la otra cátedra debe estar programada el jueves en el primer bloque (JU-A) y viceversa.

- El otro grupo corresponde a aquellos cursos-sección que deben tener sus cátedras programadas en un mismo día en bloques horarios consecutivos, ejemplo: LU-A/LU-B.

Esta restricción se impone solamente para el primer grupo, es decir aquellos que se deben programar en los patrones LU-X/JU-X o MA-X/VI-X.

En este caso la restricción que se impone es que si una de las dos cátedras de un curso-sección perteneciente al primer grupo descrito anteriormente se programa el día lunes en un bloque horario X en una sala s, entonces la otra cátedra se debe programar el jueves en el mismo bloque horario X, en la misma sala s, siempre y cuando sus dos cátedras pertenezcan al mismo tipo de sala. Lo mismo en el caso del par MA-X/VI-X. Matemáticamente se escribe como sigue:

Ecuación 4-8: Patrones Horarios de Cursos-sección con Dos Cátedras

$$(X_{idts} - X_{id'ts}) \cdot \left\lfloor \frac{ets_{ri}}{2} \right\rfloor = 0$$

$$\forall r \in R, \forall i \notin CJ \text{ tq } e_i = 2, \forall (d, d') \in FDO, \forall t \in T, \forall s \in SAL(r)$$

Esta restricción se define para todo tipo de sala r, para todo curso-sección con dos cátedras que no pertenezca a CJ, es decir, que deba cumplir con los patrones horarios LU-X/JU-X o MA-X/VI-X, para todo par de días perteneciente a estos patrones ((d, d') ∈ FDO), para todo bloque horario t y para toda sala de tipo r.

El lado izquierdo de esta restricción es una diferencia entre las variables X_{idts} y

$X_{id'ts}$ multiplicada por el factor $\left\lfloor \frac{ets_{ri}}{2} \right\rfloor$. La diferencia $(X_{idts} - X_{id'ts})$ tomaría un valor

distinto de cero en los siguientes casos:

1. En el caso en que se programe una cátedra del curso-sección i , en el bloque t y la otra cátedra se programe en un bloque distinto al bloque t .
2. En el caso en que se programe una cátedra del curso-sección i , en el día d y la otra en un día distinto a d' , o viceversa, con $(d, d') \in \text{FDO}$.
3. En el caso en que se programe una cátedra del curso-sección i , en la sala s y la otra en una sala distinta a s .

La idea es que ninguna de las situaciones anteriores ocurra, por lo tanto se impone que esta diferencia sea igual a cero. Sin embargo está el factor $\left[\frac{ets_{ri}}{2} \right]$ multiplicando a la expresión $(X_{idts} - X_{id'ts})$, con el fin de invalidar esta restricción en el caso que una de las cátedras del curso-sección i se deba realizar en un tipo de sala y la otra en otro tipo de sala. En ese caso el modelo estaría obligado a asignar una cátedra a una sala y la otra a una sala distinta por la restricción 4-5.

Notar que, si ocurre lo anterior, entonces para el curso-sección i existen dos tipos de sala $r, r' \in R$ con $r \neq r'$ tal que $ets_{ri} = 1$ y $ets_{r'i} = 1$ lo que implica que $\left[\frac{ets_{r'i}}{2} \right] = 0$ y $\left[\frac{ets_{r'i}}{2} \right] = 0$. Esto hace el lado izquierdo de la restricción 4-8 igual a 0, invalidando la restricción en estos casos.

c. Programación de horarios de cátedra y asignación de salas de cursos-sección con dos cátedras consecutivas

Los cursos-sección pertenecientes al conjunto CJ son aquellos que poseen dos cátedras que deben programarse en bloques horarios consecutivos del mismo día y en la misma sala. Esto es lo que se impone en el modelo de optimización con los siguientes grupos de restricciones:

Ecuación 4-9: Cátedras Consecutivas en un Mismo Día

$$X_{ids} \leq X_{idt-1s} + X_{idt+1s} \quad \forall i \in CJ, \forall d \in D, \forall t \in \{2, \dots, |T| - 1\}, \forall s \in S \quad (1)$$

$$X_{id1s} \leq X_{id2s} \quad \forall i \in CJ, \forall d \in D, \forall s \in S \quad (2)$$

$$X_{id|T|s} \leq X_{id|T|-1s} \quad \forall i \in CJ, \forall d \in D, \forall s \in S \quad (3)$$

El primer grupo de restricciones se impone para todos los cursos-sección pertenecientes al conjunto CJ, para todos los días, todas las salas disponibles y los bloques horarios que van desde el segundo hasta el penúltimo del día (el quinto). Lo que representa esta restricción es que si se programa una cátedra de un curso-sección $i \in CJ$ en un bloque t , en la sala s , entonces la otra cátedra debe realizarse en el bloque horario posterior $t+1$ o anterior $t-1$, en la misma sala s . La restricción (11) representa lo mismo, pero solamente para el primer bloque del día, la restricción (12) representa la misma situación, pero para el último bloque del día. Se debe hacer la excepción para el caso del primer bloque del día ya que no tiene un bloque anterior y para el último bloque del día porque no tiene uno posterior.

d. Programación de horarios de clases auxiliares y asignación de salas de cursos-sección con dos clases auxiliares consecutivas

Los cursos-sección pertenecientes al conjunto AJ son aquellos que poseen dos clases auxiliares que deben programarse en bloques horarios consecutivos del mismo día y en la misma sala. Esto es lo que se impone en el modelo de optimización con los siguientes grupos de restricciones:

Ecuación 4-10: Clases Auxiliares Consecutivas en un Mismo Día

$$Y_{ids} \leq Y_{idt-1s} + Y_{idt+1s} \quad \forall i \in AJ, \forall d \in D, \forall t \in \{2, \dots, |T| - 1\}, \forall s \in S \quad (1)$$

$$Y_{id1s} \leq Y_{id2s} \quad \forall i \in AJ, \forall d \in D, \forall s \in S \quad (2)$$

$$Y_{id|T|s} \leq Y_{id|T|-1s} \quad \forall i \in AJ, \forall d \in D, \forall s \in S \quad (3)$$

e. Programación de horarios de cátedras, en el mismo bloque horario, pero en diferentes días para cursos con dos o tres cátedras

Estas restricciones imponen que las clases de cátedra de los distintos cursos-sección que poseen dos o tres cátedras se programen en el mismo bloque horario, pero en días distintos. Para esto se utiliza la variable de decisión binaria BQ_{it} que toma un valor igual a 1 si las cátedras del curso-sección i se asignan al bloque t y 0 en otro caso. Lo que se quiere es que todas las cátedras del curso-sección i se asignen a un solo bloque. Para representar esto se deben imponer los siguientes grupos de restricciones:

Ecuación 4-11: Cátedras en el Mismo Bloque Horario

$\sum_t BQ_{it} = 1 \quad \forall i \notin CJ \text{ tq } e_i = 2 \vee e_i = 3 \quad (1)$
$\sum_s X_{ids} \leq BQ_{it} \quad \forall i \notin CJ \text{ tq } e_i = 2 \vee e_i = 3, \forall d \in D, \forall t \in T \quad (2)$

El primer grupo de restricciones se impone para todos los cursos-sección con dos o tres cátedras que no pertenezcan al conjunto CJ, es decir cuyas cátedras se deben programar en días distintos en el mismo bloque horario.

Esta igualdad representa la asignación de las cátedras del curso-sección i a un solo bloque horario t .

El segundo grupo de restricciones se impone para todos los cursos-sección con dos o tres cátedras que no pertenecen al conjunto CJ, para todos los días de la semana y para todos los bloques horarios del día.

Esta ecuación representa la relación entre las variables X_{ids} con las variables bq_{it} , es decir, la suma del lado izquierdo representa la decisión de asignar una cátedra del curso-sección i el día d , al bloque horario t y el lado derecho representa la decisión de asignar las cátedras del curso-sección i al bloque horario t . Con la desigualdad se impone que si $BQ_{it}=0$ entonces ninguna cátedra del curso-sección i se puede asignar al bloque t para ningún día de la semana,

y en el caso en que $BQ_{it}=1$ se permite la asignación de alguna cátedra del curso-sección i al bloque t , para algún día de la semana.

3 Topes de Salas

En esta categoría se encuentra solamente un grupo de restricciones que precisamente impone que en una sala no se pueden programar dos clases a la misma hora (mismo bloque horario).

Esta restricción se escribe de la siguiente manera:

Ecuación 4-12: Tope de Salas

$$\sum_{i \in CTSA(r)} X_{idts} + \sum_{i \in ATSA(r)} Y_{idts} \leq 1 \quad \forall d \in D, \forall t \in T, \forall r \in R, \forall s \in SAL(r)$$

Este grupo de restricciones se impone para todo día d , para todo bloque horario t , para todo tipo de sala r y para todas las salas del tipo de sala r .

El lado izquierdo de esta expresión representa la cantidad total de clases que se realizan el día d , en el bloque t , en la sala s , considerando clases de cátedra y clases auxiliares. Este valor debe ser menor o igual a 1, debido a que en una misma sala, en un mismo bloque horario, durante un día no se puede asignar más de una clase.

4 Topes de Horarios

En esta categoría se encuentran todas aquellas restricciones que no permiten programar cursos en el mismo horario, por distintas razones. En esta categoría se encuentran los siguientes grupos de restricciones:

- a. Topes horarios entre clases de cátedra y clases auxiliares.
- b. Topes horarios entre cátedras de cursos-sección dictados por el mismo profesor.
- c. Topes horarios entre clases de cursos-sección del mismo semestre

A continuación se describen las restricciones anteriores.

a. Topes horarios entre clases de cátedra y clases auxiliares.

Este grupo de restricciones obliga al modelo a programar las clases de cátedra de un curso-sección en un horario distinto al horario de las clases auxiliares del mismo. La formulación matemática de estas restricciones es la siguiente:

Ecuación 4-13: Topes Horarios Entre Clases de Cátedra y Auxiliares

$$\sum_s (X_{ids} + Y_{ids}) \leq 1 \quad \forall i \in I, \forall d \in D, \forall t \in T$$

Este grupo de restricciones está definido para todo curso-sección i , para todos los días y todos los bloques horarios.

La suma del lado izquierdo representa la cantidad total de salas a la que se asignan las clases de cátedra más la cantidad total de salas a la que se asignan las clases auxiliares de un curso-sección en un día y en un bloque horario particular. Este valor se restringe a ser menor o igual a 1, de tal forma que las clases, entre cátedras y auxiliares, de un curso-sección en un día y un bloque horario no se puedan asignar a más de una sala y por otro lado no se pueda programar las clases de cátedra y auxiliares de un curso-sección en el mismo bloque horario.

b. Topes horarios entre cátedras de cursos-sección dictados por el mismo profesor.

Un mismo profesor puede dictar varios cursos-sección dentro de la Facultad, por lo que es importante que el horario de clases de cada profesor sea consistente, específicamente no se pueden programar cátedras de distintos cursos-sección dictadas por el mismo profesor en el mismo día y bloque horario. Esto se escribe matemáticamente de la siguiente manera:

Ecuación 4-14: Topes de Horarios de Profesores

$$\sum_{i \in CPR(p)} \sum_s X_{ids} \leq 1 \quad \forall p \in P, \forall d \in D, \forall t \in T$$

Este grupo de restricciones está definido para todos los profesores, para todos los días de la semana y para todos los bloques horarios de un día.

La suma del lado izquierdo de la desigualdad representa la cantidad de cátedras dictadas por el profesor p el día d , el bloque horario t . Con la desigualdad se impone que este valor sea menor o igual a 1 de tal forma que no se programe más de una clase del mismo profesor en un bloque horario.

c. Topes horarios entre clases de cursos-sección del mismo semestre.

Para cada semestre de la malla curricular de una carrera existen ciertas combinaciones de cursos-sección que no pueden tener topes de horarios en sus clases de cátedra y auxiliares debido a que un alumno que cursa ese semestre debe tener la posibilidad de tomar todos los ramos (cursos-sección) que le correspondan. Estas combinaciones de cursos-sección que no pueden tener topes horarios se encuentran predefinidas en el conjunto $SEMC(h,l)$.

Para poder imponer esta condición se definen los siguientes conjuntos:

Ecuación 4-15: Cursos-sección sin Topes Horarios por Tipo de Sala

$$\begin{aligned} \sigma c(r, h, l) &= \{i / i \in CTSA(r) \wedge i \in SEMC(h, l)\} \\ \sigma a(r, h, l) &= \{i / i \in ATSA(r) \wedge i \in SEMC(h, l)\} \end{aligned}$$

El conjunto $\sigma c(r, h, l)$ representa los cursos-sección que están en la l -ésima combinación sin topes horarios del semestre h y que poseen cátedras en salas de tipo r y, por otro lado, el conjunto $\sigma a(r, h, l)$ representa los cursos-sección que están en la l -ésima combinación sin topes horarios del semestre h y que poseen clases auxiliares en salas de tipo r .

De esta manera la restricción es la siguiente:

Ecuación 4-16: Topes Horarios de Cursos-sección del Mismo Semestre

$$\sum_r \sum_{s \in SAL(r)} \left(\sum_{i \in \sigma(r,h,l)} X_{idts} + \sum_{i \in \sigma\alpha(r,h,l)} Y_{idts} \right) \leq 1$$
$$\forall h \in H, \forall l \in L, \forall d \in D, \forall t \in T$$

Esta restricción está definida para todos los semestres h , para todas las combinaciones predefinidas de cursos sin topes horarios de ese semestre l , para todos los días de la semana y para todos los bloques horarios.

El lado izquierdo de la restricción es una triple suma sobre las variables X_{idts} e Y_{idts} . Las primeras dos sumas, sobre r y $s \in SAL(r)$, representa la suma sobre todas las salas a las cuales se puede asignar el curso-sección i . Las sumas que se encuentran dentro del paréntesis se realizan sobre los conjuntos $\sigma(r, h, l)$ y $\sigma\alpha(r, h, l)$ definidos anteriormente. De esta forma la suma completa del lado izquierdo representa la cantidad total de clases de cátedra y auxiliares de una combinación de cursos-sección que no deben tener topes de horarios en el semestre h y que se desarrollan en el día d , en el bloque t .

Este valor se restringe a ser menor o igual a 1 para que no se programe más de una clase de un curso-sección de estos conjuntos en algún horario de la semana.

4.2.1.1.7 Resumen y Análisis del Tamaño de la Formulación

El Modelo de Optimización para la programación de horarios de clases y asignación de salas en su primera versión (MODHS-BH), se presenta a continuación:

Modelo 4-1: Modelo MODHS-BH

$$MIN Z = \sum_i \sum_{d \neq MI'} \sum_t \sum_s Y_{idts} + \sum_i \sum_d \sum_t (X_{idt'AU'} + Y_{idt'AU'})$$

s.a.

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_d \sum_t X_{idts} = ets_{ri} \quad \forall r \in R, \forall i \in CTSA(r) \quad 4-5$$

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_d \sum_t Y_{idts} = bts_{ri} \quad \forall r \in R, \forall i \in ATSA(r) \quad 4-6$$

$$\sum_{s \in SAL(r)} STS_{ris} = 1 \quad \forall r \in R, \forall i \in CTSA(r) \text{ tq } e_i = 3 \quad 4-7 (1)$$

$$\sum_d \sum_t X_{idts} \leq STS_{ris} \cdot ets_{ris} \quad \forall r \in R, \forall i \in CTSA(r) \text{ tq } e_i = 3, \forall s \in SAL(r) \quad 4-7 (2)$$

$$(X_{idts} - X_{id'ts}) \cdot \left\lfloor \frac{ets_{ri}}{2} \right\rfloor = 0$$

$$\forall r \in R, \forall i \notin CJ \text{ tq } e_i = 2, \forall d \in D, \forall t \in T, \forall s \in SAL(r) \quad 4-8$$

$$X_{idts} \leq X_{idt-1s} + X_{idt+1s} \quad \forall i \in CJ, \forall d \in D, \forall t \in \{2, \dots, |T| - 1\}, \forall s \in S \quad 4-9 (1)$$

$$X_{id1s} \leq X_{id2s} \quad \forall i \in CJ, \forall d \in D, \forall s \in S \quad 4-9 (2)$$

$$X_{id|T|s} \leq X_{id|T|-1s} \quad \forall i \in CJ, \forall d \in D, \forall s \in S \quad 4-9 (3)$$

$$Y_{idts} \leq Y_{idt-1s} + Y_{idt+1s} \quad \forall i \in AJ, \forall d \in D, \forall t \in \{2, \dots, |T| - 1\}, \forall s \in S \quad 4-10 (1)$$

$$Y_{id1s} \leq Y_{id2s} \quad \forall i \in AJ, \forall d \in D, \forall s \in S \quad 4-10 (2)$$

$$Y_{id|T|s} \leq Y_{id|T|-1s} \quad \forall i \in AJ, \forall d \in D, \forall s \in S \quad 4-10 (3)$$

$$\sum_t BQ_{it} = 1 \quad \forall i \notin CJ \text{ tq } e_i = 2 \vee e_i = 3 \quad 4-11 (1)$$

$$\sum_s X_{idts} \leq BQ_{it} \quad \forall i \notin CJ \text{ tq } e_i = 2 \vee e_i = 3, \forall d \in D, \forall t \in T \quad 4-11 (2)$$

$$\sum_{i \in CTSA(r)} X_{idts} + \sum_{i \in ATSA(r)} Y_{idts} \leq 1 \quad \forall d \in D, \forall t \in T, \forall r \in R, \forall s \in SAL(r) \quad 4-12$$

$$\sum_s (X_{idts} + Y_{idts}) \leq 1 \quad \forall i \in I, \forall d \in D, \forall t \in T \quad 4-13$$

$$\sum_{i \in CPR(p)} \sum_s X_{idts} \leq 1 \quad \forall p \in P, \forall d \in D, \forall t \in T \quad 4-14$$

$$\sum_r \sum_{s \in SAL(r)} \left(\sum_{i \in \sigma_c(r,h,l)} X_{ids} + \sum_{i \in \sigma_a(r,h,l)} Y_{ids} \right) \leq 1 \quad \forall h \in H, \forall l \in L, \forall d \in D, \forall t \in T \quad 4-16$$

La cantidad de variables en el caso de esta formulación es la siguiente:

- Variables de asignación de cátedras (X): $|I|^*|D|^*|T|^*|S|$
- Variables de asignación clases auxiliares (Y): $|I|^*|D|^*|T|^*|S|$
- Variables de asignación de salas (STS): $|R|^*|I|^*|S|$
- Variables de asignación a bloques horarios (BQ): $|I|^*|T|$

La cantidad de variables se reduce considerablemente con el pre-procesamiento que se realiza, eliminando muchas a variables de del modelo de optimización. A continuación se muestra un resumen de la cantidad de restricciones por bloque definido en el modelo MODHS-BH:

Tabla 4-10: Resumen Restricciones Modelo MODHS-BH

Ecuación	Descripción	Cantidad
4-5	Realización de cátedras	$ R ^* I $
4-6	Realización de auxiliares	$ R ^* I $
4-7 (1)	Asignación a una sola sala	$ R ^* I $
4-7 (2)	Relación variables STS y X	$ R ^* I ^* S $
4-8	Horario y salas de cursos con patrón	$ R ^* I ^* D ^* T ^* S $
4-9 (1)	Horario y sala de cursos en CJ 1	$ CJ ^* D ^* T ^* S $
4-9 (2)	Horario y sala de cursos en CJ 2	$ CJ ^* D ^* S $
4-9 (3)	Horario y sala de cursos en CJ 3	$ CJ ^* D ^* S $
4-10 (1)	Horario y sala de cursos en AJ 1	$ AJ ^* D ^* T ^* S $
4-10 (2)	Horario y sala de cursos en AJ 2	$ AJ ^* D ^* S $
4-10 (3)	Horario y sala de cursos en AJ 3	$ AJ ^* D ^* S $
4-11 (1)	Asignación a un solo bloque 1	$ I $
4-11 (2)	Relación entre BQ y X	$ I ^* D ^* S $
4-12	Tope de salas	$ R ^* D ^* T ^* S $
4-13	Tope auxiliares y cátedras	$ I ^* D ^* T $
4-14	Tope de clases de un profesor	$ P ^* D ^* T $
4-16	Tope de cursos del mismo semestre	$ H ^* L ^* D ^* T $

Los valores que toma la cardinalidad de los distintos conjuntos para la instancia otoño 2007 son los siguientes:

$$|R|=5, |I|=261, |S|=45, |D|=5, |T|=6, |CJ|=17, |AJ|=3, |P|=145, |H|=46, |L|=7$$

En rigor las expresiones anteriores sobrestiman el tamaño de la instancia porque hay muchos grupos de restricciones que dependen de índices que están relacionados entre sí, lo que provoca que no todas las combinaciones de índices generen una nueva restricción. De esta forma se puede decir que la estimación del número de restricciones está hecha considerando el peor de los casos (el caso con mayor número de restricciones).

El tamaño efectivo de la instancia (otoño 2007) es el siguiente:

- 709.015 variables.
- 118.845 restricciones.

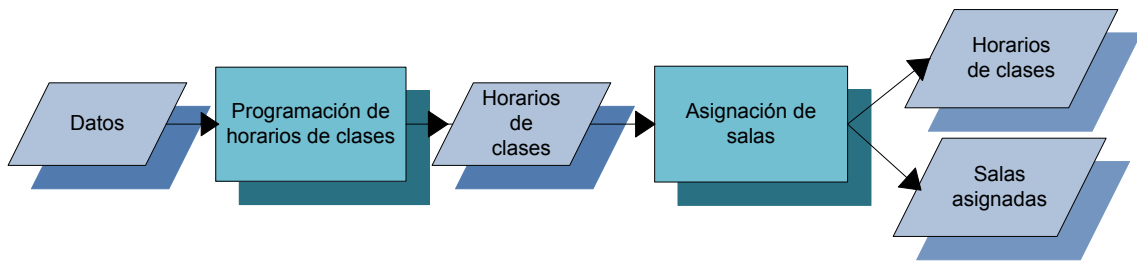
4.2.2 Metodología de Resolución por Módulos

La metodología por módulos consiste en generar dos modelos de optimización que funcionan secuencialmente:

1. El primer modelo resuelve la problemática de programación de horarios de clases de cátedra y auxiliares.
2. El segundo modelo la asignación de salas de las distintas clases de cátedra y auxiliares.

La dinámica de este proceso está representada en el siguiente diagrama de procesos:

Figura 4-4: Dinámica de Módulos Secuenciales



Se inicia con la carga de los datos del problema en el primer módulo de optimización. El primer módulo corresponde al de programación de horarios de clases, que se basa en un modelo de optimización que se llamará MODH-BH. Este modelo se encarga de realizar la programación de horarios de las clases de cátedra y auxiliares de los distintos cursos-sección. Este modelo adicionalmente acota el número total de clases que se realizan en cada bloque horario de cada día de la semana por valores predefinidos con el fin de evitar que se programen más clases que el número de salas disponibles. Los resultados del modelo MODH-BH se traspasan al segundo módulo que corresponde al de asignación de salas, recibiendo como entrada la programación horaria de las clases de todos los cursos-sección de la Facultad. Este modelo se llamará MODS-BH y entrega como resultado la programación horaria sin modificar (que recibió del modelo anterior) y la asignación de salas para todas las clases de cátedra y auxiliares.

4.2.2.1 Modelo de Programación de Horarios MODH-BH

En esta sección se presenta el modelo para programar los horarios de clases de cátedra y auxiliares de los cursos dictados en la Facultad.

Primero se definirán los conjuntos de índices y parámetros para posteriormente explicar la formulación en forma general ya que tiene bastante similitud con el modelo integrado MODHS-BH.

4.2.2.1.1 Conjuntos de Índices

Los índices utilizados en esta formulación son los siguientes:

$i \in I$ = Índice de cursos-sección.

$d \in D$ = Índice de días.

$t \in T$ = Índice de bloques horarios de un día.

$r \in R$ = Índice de tipos de salas.

$p \in P$ = Índice de profesores.

$h \in H$ = Índice de semestres.

$l \in L$ = Índice de grupos sin topes horario por semestre.

A partir de los índices ya definidos se crean los siguientes subconjuntos:

CJ = Conjunto de cursos-sección con clases de cátedra consecutivos.

$AJ \subseteq I$ = Conjunto de cursos-sección con clases auxiliares consecutivos.

$CPR(p) \subseteq I$ = Conjunto de cursos-sección asignados profesor p .

$HR(p) \subseteq D \times T$ = Horario disponible del profesor p .

$FDO \subseteq D \times D$ = Conjunto de pares de días factibles para cursos de 2 cátedras.

$SMC(h,l) \subseteq I$ = Conjunto l -ésimo de cursos-sección sin topes horarios del semestre h .

4.2.2.1.2 Parámetros

Los parámetros utilizados en esta formulación son los siguientes:

e_i = Número de cátedras del curso-sección i .

ets_{ri} = Número de cátedras del curso-sección i en salas tipo r .

β_i = Número de clases auxiliares del curso-sección i .

bts_{ri} = Número de clases auxiliares del curso-sección i en salas tipo r .

csa_r = Cota para la cantidad de clases que se pueden programar en un bloque horario en el tipo de sala r .

4.2.2.1.3 Variables de Decisión

Todas las variables del modelo MODH-BH son binarias y se muestran a continuación:

$$X_{idt} = \begin{cases} 1 & \text{Si una cátedra del curso – sección } i \text{ se programa el día } d \text{ en el bloque } t \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$$

$$Y_{idt} = \begin{cases} 1 & \text{Si una clase auxiliar del curso – sección } i \text{ se programa el día } d \text{ en el bloque } t \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$$

$$BQ_{it} = \begin{cases} 1 & \text{Si las cátedras del curso – sección } i \text{ se programa en el bloque } t \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$$

En este caso existen 3 grupos de variables de decisión, los dos primeros grupos corresponden a aquellas que representan la decisión de programar las clases de cátedra y auxiliares en un día y bloque horario particular, representando las principales variables del problema. Estas variables son similares a las presentadas en el modelo MODHS-BH, con la diferencia de que ahora no tienen subíndice s . La variable BQ_{it} representa la decisión de asignar las clases de cátedra de un curso-sección a un bloque horario particular, y sirve para imponer la restricción que dice que para los cursos que poseen más de una cátedra no consecutiva, sus cátedras deben asignarse al mismo bloque horario en días distintos. Esta última variable de decisión es equivalente a la que aparece en el modelo MODHS-BH con el mismo nombre.

4.2.2.1.4 Función Objetivo

Similar al modelo MODHS-BH la función objetivo corresponde a minimizar la cantidad de clases auxiliares que se programan fuera del día miércoles.

Ecuación 4-17: Función Objetivo MODH-BH

$$MIN Z = \sum_i \sum_{d \neq MI} \sum_t Y_{idt}$$

4.2.2.1.5 Fijación de variables o pre-procesamiento.

En este caso se presentan las condiciones que permiten asignar valores fijos a un grupo de variables que cumplen ciertas condiciones particulares. En este grupo se encuentran las siguientes condiciones:

- a. Disponibilidad horaria de los profesores.
- b. Clases los días miércoles.

Las condiciones anteriores se consideran como parte de un pre-procesamiento y no como restricciones del modelo de optimización, sin embargo, a continuación se muestran ambas formas de representar estas condiciones, es decir, en forma de restricción y en forma algorítmica como parte de un pre-procesamiento, que es como se implementó efectivamente.

a. Disponibilidad horaria de los profesores

La disponibilidad horaria de los profesores se podría representar en el modelo de optimización de la siguiente manera:

Ecuación 4-18: Disponibilidad Horaria de Profesores

$$\sum_{i \in CPR(p)} \sum_{(d,t) \notin HR(p)} X_{idt} = 0 \quad \forall p \in P$$

Esta restricción dice que un profesor no puede realizar clases durante los bloques horarios en los cuales no tiene disponibilidad. Esta restricción no se considera directamente en el modelo de optimización, en este caso, al igual que en el modelo MODHS-BH, se realiza un pre-procesamiento para fijar las variables X_{idt} en cero cuando el profesor que realiza las cátedras del curso-sección i no tiene disponibilidad en el horario (d,t) . A continuación se muestra el algoritmo utilizado que permite fijar en cero las variables que asignan clases de cátedra en horarios que los profesores no tienen disponibilidad.

Figura 4-5: Algoritmo de Disponibilidad de Profesores

```

For p=1 to |P|
  For i=1 to |I|
    if(i ∈ CPR(p))
      For d=1 to |D|
        For t=1 to |T|
          if((d,t) ∉ HR(p))
            Xidts=0;
            Yidts=0;
          End If
        Next t
      Next d
    End If
  Next i
Next p

```

El algoritmo es muy similar al utilizado en el modelo MODHS-BH, con la diferencia que en este caso no es necesario recorrer las salas en el bucle dado que no son parte de las variables de decisión.

b. Clases los días miércoles

La siguiente condición representa el hecho que para los cursos-sección que poseen dos cátedras que deben seguir los patrones LU-X/JU-X o MA-X/VI-X, es decir para aquellos cursos-sección con $e_i=2$ y tal que no pertenecen al conjunto CJ, no se programen clases de cátedras los días miércoles. En el modelo de optimización esta condición se podría escribir de la siguiente manera:

Ecuación 4-19: Clases los Días Miércoles

$$\sum_{i \in \theta} \sum_t \sum_s X_{iMI't} = 0 \quad \text{donde } \theta = \{i / i \notin CJ \wedge e_i = 2\}$$

El algoritmo implementado como parte del pre-procesamiento para fijar en cero las variables de decisión asociadas a los cursos-sección para los cuales no se puede asignar clases de cátedra los días miércoles es el siguiente:

Figura 4-6: Algoritmo de Cátedras los Días Miércoles

```
For i=1 to |I|
  if(i ∈ θ)
    For t=1 to |T|
      XiMI'ts=0;
      YiMI'ts=0;
    Next t
  End If
Next i
```

4.2.2.1.6 Restricciones

En esta sección se explicará brevemente que representa cada restricción del modelo MODH-BH, tomando en cuenta que son muy similares a las restricciones de horario explicadas anteriormente en el modelo MODHS-BH.

Las restricciones de este modelo al igual que en el modelo MODHS-BH se pueden clasificar en distintos tipos. Estos son:

1. Realización de clases.
2. Requerimientos específicos de horarios.
3. Topes de horarios.
4. Restricciones de control.

Estos tipos de restricciones son equivalentes a los tipos de restricciones presentados en el modelo MODHS-BH, sin considerar las restricciones de salas y adicionando un nuevo tipo de restricciones que son las restricciones de control.

A continuación se entrega una breve descripción de cada una de ellas, considerando que su similitud con respecto a las restricciones del modelo MODHS-BH es ostensible.

1 Realización de clases.

Estas restricciones imponen que las clases de cátedra y auxiliares de cada curso-sección se realicen en algún horario de la semana. El siguiente grupo de restricciones representa la programación de cátedras en algún horario:

Ecuación 4-20: Programación de Cátedras

$$\sum_d \sum_t X_{idt} = e_i \quad \forall i \in I$$

El siguiente grupo de restricciones representa la programación de clases auxiliares en algún horario:

Ecuación 4-21: Programación de Clases Auxiliares

$$\sum_d \sum_t Y_{idt} = \beta_i \quad \forall i \in I$$

Ambos grupos de restricciones están definidos para todos los cursos-sección.

2 Requerimientos específicos de horarios.

En este grupo de restricciones se imponen todas las condiciones sobre los patrones de horario que deben seguir las clases de cátedra y auxiliares de todos los cursos-sección. Este grupo de restricciones tiene la siguiente clasificación:

- a. Asignación de cátedras a patrones de horarios predefinidos para cursos-sección con dos cátedras no consecutivas.

- b. Programación de horarios de cátedra de cursos-sección con dos cátedras consecutivas.
- c. Programación de horarios de clases auxiliares de cursos-sección con dos cátedras consecutivas.
- d. Programación de horarios de cátedras, en el mismo bloque horario, pero en diferentes días para cursos con dos o tres cátedras.

A continuación se describe cada una de las restricciones anteriores.

a. Asignación de cátedras a patrones de horarios predefinidos para cursos-sección con dos cátedras no consecutivas.

Esta restricción es la siguiente:

Ecuación 4-22: Patrones Horarios de Cursos-sección con Dos cátedras

$X_{idt} = X_{id't} \quad \forall i \notin CJ \text{ tq } e_i = 2, \forall d \in D, \forall t \in T$
--

Esta restricción se impone para cursos-sección con $e_i=2$ tal que no pertenezcan al conjunto CJ, para todos los pares de días que pertenezcan a algún patrón, es decir para todo par $(d,d') \in FDO$ y para todos los bloques horarios. Lo que impone esta restricción es que si una cátedra de un curso-sección con las condiciones anteriores se programa un día d perteneciente a un patrón horario, entonces la otra cátedra de ese curso-sección se programa el día d' perteneciente a ese mismo patrón, en el mismo bloque horario.

b. Programación de horarios de cátedra de cursos-sección con dos cátedras consecutivas

Esta condición está representada por los siguientes grupos de restricciones:

Ecuación 4-23: Cátedras Consecutivas en el Mismo Día

$$X_{idt} \leq X_{idt-1} + X_{idt+1} \quad \forall i \in CJ, \forall d \in D, \forall t \in \{2, \dots, |T| - 1\} \quad (1)$$

$$X_{id1} \leq X_{id2} \quad \forall i \in CJ, \forall d \in D \quad (2)$$

$$X_{id|T|} \leq X_{id|T|-1} \quad \forall i \in CJ, \forall d \in D \quad (3)$$

Esta restricción está definida para todos los cursos pertenecientes a CJ, para todos los días y bloques horarios.

Estos grupos de restricciones imponen que si se programa una cátedra de un curso-sección perteneciente a CJ, es decir, cuyas dos cátedras deben programarse en bloques horarios consecutivos de un mismo día, entonces la otra cátedra de ese curso-sección debe programarse en el bloque horario anterior o posterior de ese mismo día, haciendo la excepción con el primer y último bloque horario de cada día.

c. Programación de horarios de clases auxiliares de cursos-sección con clases auxiliares consecutivas.

Esta condición está representada por los siguientes grupos de restricciones:

Ecuación 4-24: Clases Auxiliares Consecutivas en el Mismo Día

$$Y_{idt} \leq Y_{idt-1} + Y_{idt+1} \quad \forall i \in AJ, \forall d \in D, \forall t \in \{2, \dots, |T| - 1\} \quad (1)$$

$$Y_{id1} \leq Y_{id2} \quad \forall i \in AJ, \forall d \in D \quad (2)$$

$$Y_{id|T|} \leq Y_{id|T|-1} \quad \forall i \in AJ, \forall d \in D \quad (3)$$

Esta restricción está definida para todos los cursos pertenecientes a AJ, para todos los días y bloques horarios.

Estos grupos de restricciones imponen que si se programa una clase auxiliar de un curso-sección perteneciente a AJ, es decir, cuyas dos clases auxiliares deben programarse en bloques horarios consecutivos de un mismo día,

entonces la otra clase auxiliar de ese curso-sección debe programarse en el bloque horario anterior o posterior de ese mismo día, haciendo la excepción con el primer y último bloque horario de cada día.

d. Programación de horarios de cátedras, en el mismo bloque horario, pero en diferentes días para cursos-sección con dos o tres cátedras.

Ésta condición se ve representada por los siguientes dos grupos de restricciones:

Ecuación 4-25: Cátedras al Mismo Bloque Horarios

$\sum_t BQ_{it} = 1 \quad \forall i \notin CJ \quad t \quad e_i = 2 \vee e_i = 3 \quad (1)$
$\sum_s X_{idt} \leq BQ_{it} \quad \forall i \notin CJ \quad t \quad e_i = 2 \vee e_i = 3, \forall d \in D, \forall t \in T \quad (2)$

El primer grupo de restricciones está definido para todo curso-sección que no pertenece al conjunto CJ que tienen dos o tres cátedras y dice que todas las cátedras de estos cursos deben ser asignadas al mismo bloque horario. El segundo grupo de restricciones está definido para todos los cursos-sección que no pertenecen al conjunto CJ con dos o tres cátedras, para todo día de la semana y para todo bloque horario. Esta restricción relaciona las variables BQ_{it} con las variables X_{idts}, imponiendo que si BQ_{it}=0 entonces para ese curso-sección i todas las variables X_{idts} deben ser iguales a 0, para todos los días y bloques de la semana.

3 Topes de horarios

Estas restricciones imponen que las clases de ciertos cursos-sección no pueden dictarse en los mismos horarios debido a diversas razones. Las restricciones son las siguientes:

- a. Topes horarios entre clases de cátedra y clases auxiliares.
- b. Topes horarios entre cátedras de cursos-sección dictados por el mismo profesor.
- c. Topes horarios entre clases de cursos-sección del mismo semestre

A continuación se describen las restricciones anteriores.

a. Topes horarios entre clases de cátedra y clases auxiliares

La restricción es la siguiente:

Ecuación 4-26: Topes Horarios Entre Clases de Cátedras y Auxiliares

$$X_{idt} + Y_{idt} \leq 1 \quad \forall i \in I, \forall d \in D, \forall t \in T$$

Está definida para todo curso-sección, para todo día de la semana y para todos los bloques horarios. Esta restricción impone que las clases de cátedra y auxiliares de un mismo curso-sección no se programen en el mismo bloque horario.

b. Topes horarios entre cátedras de cursos-sección dictados por el mismo profesor

La restricción es la siguiente:

Ecuación 4-27: Topes Horarios de Profesores

$$\sum_{i \in CPR(p)} X_{idt} \leq 1 \quad \forall p \in P, \forall d \in D, \forall t \in T$$

La restricción está definida para todo profesor, para todos los días de la semana y para todos los bloques horarios de un día. Esta restricción impone que las cátedras de los cursos-sección dictados por el mismo profesor no se programen en el mismo bloque horario.

c. Topes horarios entre clases de cursos-sección del mismo semestre

La restricción es la siguiente:

Ecuación 4-28: Topes Horarios de Cursos-sección del Mismo Semestre

$$\sum_{i \in SEMC(h,l)} (Y_{idt} + X_{idt}) \leq 1 \quad \forall h \in H, \forall l \in L, \forall d \in D, \forall t \in T$$

Esta restricción está definida para todo semestre, para todas las combinaciones sin tope del semestre h , para todos los días de la semana y para todos los bloques horarios.

Lo que dice esta restricción es que las combinaciones de cursos de un mismo semestre que no deben tener topes horarios, efectivamente no presenten topes horarios.

4 Restricciones de control

Estas restricciones son nuevas, es decir no se incluyeron en el modelo MODHS-BH ya que, al ser un modelo integrado que resolvía la programación de horarios y la asignación de salas conjuntamente, no era necesario imponer metodologías de control sobre la cantidad de clases que se programaban en cada bloque horario.

El caso de este modelo MODH-BH es distinto ya que se resuelve solamente la programación de horarios y no la asignación de salas que será resuelta posteriormente considerando como entrada los resultados del modelo MODH-BH.

En este caso, todos los días en cada bloque horario se debe imponer que el número de clases que se programen no sea superior al número de salas disponibles, debido a que de lo contrario el modelo de asignación de salas que se resuelve a continuación podría no ser factible ya que podrían haber bloques horarios con más clases programadas que salas disponibles.

Por esta razón se impone una restricción de control que dice que en cada bloque horario no se puede programar más clases que un número predefinido. Esta restricción no asegura que módulo de asignación de salas entregue posteriormente soluciones factibles, pero ayuda a generar un escenario favorable para que así sea. La restricción es la siguiente:

Ecuación 4-29: Restricción de Control

$$\sum_{i \in CTSA(r)} X_{idt} + \sum_{i \in ATSA(r)} Y_{idt} \leq csa_r \quad \forall r \in R, \forall d \in D, \forall t \in T$$

Esta restricción está definida para todo tipo de sala, para todos los días de la semana y para todos los bloques horarios del día. El parámetro csa_r representa una cota para la cantidad de clases que se pueden programar en un bloque horario en el tipo de sala r . Este parámetro debe ser menor o igual a la cantidad total de salas de cada tipo. En la práctica para cada tipo de salas r se ajustó un número para el parámetro csa_r que permitió entregar una solución factible al problema general (programación de horarios y asignación de salas), sin embargo en el caso general el ajuste de este parámetro no permite asegurar encontrar una solución que cumpla con todas las condiciones exigidas (ver sección 5.2.1). La restricción dice que la cantidad de clases que pertenecen a salas tipo r que se programan en el día d , en el bloque t no puede ser mayor a csa_r .

4.2.2.1.7 Resumen y Análisis del Tamaño de la Formulación

La formulación del Modelo de optimización para la programación de horarios de MODH-BH, se presenta a continuación:

Modelo 4-2: Modelo MODH-BH

$$MIN Z = \sum_i \sum_{d \neq MI} \sum_t Y_{idt}$$

s.a.

$$\sum_d \sum_t X_{idt} = e_i \quad \forall i \in I \quad 4-20$$

$$\sum_d \sum_t Y_{idt} = \beta_i \quad \forall i \in I \quad 4-21$$

$$(X_{idt} - X_{id't}) = 0 \quad \forall i \notin CJ \text{ tq } e_i = 2, \forall d \in D, \forall t \in T \quad 4-22$$

$$X_{idt} \leq X_{idt-1} + X_{idt+1} \quad \forall i \in CJ, \forall d \in D, \forall t \in \{2, \dots, |T| - 1\}, \quad 4-23 (1)$$

$$X_{id1} \leq X_{id2} \quad \forall i \in CJ, \forall d \in D \quad 4-23 (2)$$

$$X_{id|T|} \leq X_{id|T|-1} \quad \forall i \in CJ, \forall d \in D \quad 4-23 (3)$$

$$Y_{idt} \leq Y_{idt-1} + Y_{idt+1} \quad \forall i \in AJ, \forall d \in D, \forall t \in \{2, \dots, |T| - 1\} \quad 4-24 (1)$$

$$Y_{id1} \leq Y_{id2} \quad \forall i \in AJ, \forall d \in D \quad 4-24 (2)$$

$$Y_{id|T|} \leq Y_{id|T|-1} \quad \forall i \in AJ, \forall d \in D \quad 4-24 (3)$$

$$\sum_t BQ_{it} = 1 \quad \forall i \notin CJ \text{ tq } e_i = 2 \vee e_i = 3 \quad 4-25 (1)$$

$$\sum_s X_{idt} \leq BQ_{it} \quad \forall i \notin CJ \text{ tq } e_i = 2 \vee e_i = 3, \forall d \in D, \forall t \in T \quad 4-25 (2)$$

$$X_{idt} + Y_{idt} \leq 1 \quad \forall i \in I, \forall d \in D, \forall t \in T \quad 4-26$$

$$\sum_{i \in CPR(p)} X_{idt} \leq 1 \quad \forall p \in P, \forall d \in D, \forall t \in T \quad 4-27$$

$$\sum_{i \in SEMC(h,l)} (Y_{idt} + X_{idt}) \leq 1 \quad \forall h \in H, \forall l \in L, \forall d \in D, \forall t \in T \quad 4-28$$

$$\sum_{i \in CTSA(r)} X_{idt} + \sum_{i \in ATSA(r)} Y_{idt} \leq csa_r \quad \forall r \in R, \forall d \in D, \forall t \in T \quad 4-29$$

La cantidad de variables en el caso de esta formulación es la siguiente:

- Variables de asignación de cátedras (X): $|I|^*|D|^*|T|$
- Variables de asignación clases auxiliares (Y): $|I|^*|D|^*|T|$
- Variables de asignación a bloques horarios (BQ): $|I|^*|T|$

La cantidad de variables se reduce considerablemente con el pre-procesamiento que se realiza, eliminando muchas variables del modelo. A continuación se muestra un resumen de la cantidad de restricciones por bloque definido en el modelo MODH-BH:

Tabla 4-11: Resumen Restricciones Modelo MODH-BH

Ecuación	Descripción	Cantidad
4-20	Realización de cátedras	$ R ^* I $
4-21	Realización de auxiliares	$ R ^* I $
4-22	Horario de cursos con patrón	$ I ^* D ^* T $
4-23 (1)	Horario de cursos en CJ 1	$ I ^* D ^* T $
4-23 (2)	Horario de cursos en CJ 2	$ I ^* D $
4-23 (3)	Horario de cursos en CJ 3	$ I ^* D $
4-24 (1)	Horario de cursos en AJ 1	$ I ^* D ^* T $
4-24 (2)	Horario de cursos en AJ 2	$ I ^* D $
4-24 (3)	Horario de cursos en AJ 3	$ I ^* D $
4-25 (1)	Asignación a un solo bloque 1	$ I $
4-25 (2)	Relación entre BQ y X	$ I ^* D $
4-26	Tope auxiliares y cátedras	$ I ^* D ^* T $
4-27	Tope de clases de un profesor	$ P ^* D ^* T $
4-28	Tope de cursos del mismo semestre	$ H ^* L ^* D ^* T $
4-29	Restricción de control	$ R ^* D ^* T $

Los valores que toma la cardinalidad de los distintos conjuntos para la instancia otoño 2007 son los siguientes:

$$|R|=5, |I|=261, |D|=5, |T|=6, |P|=145, |H|=46, |L|=7$$

Al igual que en el modelo MODHS-BH las expresiones anteriores sobrestiman el tamaño de la instancia porque hay muchos grupos de restricciones que dependen de conjuntos que están relacionados entre sí.

El tamaño efectivo de la instancia (otoño 2007) del modelo MODH-BH es el siguiente:

- 27.281 variables.
- 17.233 restricciones.

4.2.2.2 Modelo de Asignación de Salas MODS-BH

Este modelo conforma el segundo módulo de la metodología de resolución que separa los problemas de programación de horarios y asignación de salas y lo llamaremos a este modelo MODS-BH.

Este modelo recibe como entrada la programación de horarios que entrega como resultado el modelo MODH-BH y su función es solamente asignar los cursos-sección a las distintas salas disponibles, asignando las clases de cátedra y auxiliares a los tipos de salas que le correspondan e intentando cumplir con la restricción de capacidad de las salas en la mayoría de las clases ya programadas. A continuación se muestran los conjuntos de índices y parámetros y además se entrega una breve descripción de la función objetivo y de cada una de las restricciones que son parte de la formulación.

4.2.2.2.1 Conjuntos de Índices

Los índices utilizados en esta formulación son los siguientes:

$i \in I$ = Índice de cursos-sección.

$d \in D$ = Índice de días.

$t \in T$ = Índice de bloques horarios de un día.

$s \in S$ = Índice de salas.

$r \in R$ = Índice de tipos de salas.

A partir de los índices ya definidos se crean los siguientes subconjuntos:

$CTSA(r) \subseteq I$ = Conjunto de cursos-sección que utiliza salas tipo r .

$SAL(r) \subseteq S$ = Conjunto de salas de tipo r .

4.2.2.2.2 Parámetros

Los parámetros utilizados en esta formulación son los siguientes:

$$\alpha_{idt} = \begin{cases} 1 & \text{Si cátedra del curso - sección } i \text{ se asigna a día } d, \text{ en bloque horario } t \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases}$$

$$\delta_{idt} = \begin{cases} 1 & \text{Si clase auxiliar del curso - sección } i \text{ se asigna a día } d, \text{ en bloque horario } t \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases}$$

e_i = Número de cátedras del curso-sección i .

ets_{ri} = Número de cátedras del curso-sección i en salas tipo r .

β_i = Número de clases auxiliares del curso-sección i .

bts_{ri} = Número de clases auxiliares del curso-sección i en salas tipo r .

qa_s = Capacidad de la sala s .

n_i = Número de alumnos del curso i .

Notar que α_{idt} corresponde a la variable X_{idt} del primer módulo y δ_{idt} corresponde a la variable Y_{idt} del primer módulo.

4.2.2.2.3 Variables de Decisión

Las variables de decisión definidas para este modelo son las siguientes:

$$X_{ids} = \begin{cases} 1 & \text{Si una cátedra del curso – sección } i \text{ se programa el día } d \text{ en el bloque } t \text{ en la sala } s \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$$

$$Y_{ids} = \begin{cases} 1 & \text{Si una clase auxiliar del curso – sección } i \text{ se programa el día } d \text{ en el bloque } t \text{ en la sala } s \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$$

$$FX_{ids} = \begin{cases} 1 & \text{Si una cátedra del curso – sección } i \text{ viola capacidad de sala } s, \text{ el día } d, \text{ en el bloque } t \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$$

$$FY_{ids} = \begin{cases} 1 & \text{Si una clase auxiliar del curso – sección } i \text{ viola capacidad de sala } s, \text{ el día } d, \text{ en el bloque } t \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$$

$$STS_{ris} = \begin{cases} 1 & \text{Si las cátedras de salas tipo } r \text{ del curso – sección } i \text{ se asignan a la sala } s \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$$

Las variables X_{ids} , Y_{ids} y STS_{ris} son las mismas variables definidas en el modelo MODHS-BH. Las variables FX_{ids} y FY_{ids} son variables auxiliares que sirven para identificar si un curso-sección viola o no la capacidad de la sala a la cual ha sido asignada.

4.2.2.2.4 Función Objetivo

La función objetivo en este caso corresponde a la minimización de las clases que son asignadas al auditorium de la Facultad más una penalización por no cumplir con la restricción de capacidad de las salas. Se escribe de la siguiente manera:

Ecuación 4-30: Función Objetivo modelo MODHS-GH

$$MINZ = \sum_i \sum_d \sum_t \sum_s (X_{idtAU} + Y_{idtAU}) + 4 \cdot \sum_i \sum_d \sum_t \sum_s (FX_{ids} + FY_{ids})$$

El término asociado a la violación de la capacidad de las salas se pondera por un factor igual a 4 ya que tiene mayor importancia que la asignación de clases al auditorium, es decir, no respetar la capacidad de las salas en la asignación de una clase es menos deseable que asignar clases al auditorium de la Facultad.

4.2.2.2.5 Restricciones

Las restricciones de este modelo son prácticamente las mismas restricciones asociadas a salas del modelo MODHS-BH, a excepción de la restricción de capacidad de salas, que tiene una pequeña variación. Éstas se pueden clasificar en los siguientes grupos:

1. Capacidad de salas.
2. Realización de clases.
3. Condiciones sobre salas

A continuación se presenta una breve descripción de cada grupo de restricciones.

1 Capacidad de Salas

Estos grupos de restricciones, a diferencia del modelo MODHS-BH, permiten la asignación de clases de cursos-sección a salas que no tienen suficiente capacidad. Sin embargo permite imponer condiciones para el cálculo de las variables binarias FX_{idts} y FY_{idts} que toman un valor igual a 1 si el curso-sección i viola la capacidad de la sala s , el día d , en el bloque t . La expresión matemática es la siguiente:

Ecuación 4-31: Capacidad de Salas

$$X_{idts} \leq \left\lfloor \frac{qa_s}{n_i} \right\rfloor + FX_{idts} \quad \forall i \in I, \forall d \in D, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (1)$$
$$Y_{idts} \leq \left\lfloor \frac{qa_s}{n_i} \right\rfloor + FY_{idts} \quad \forall i \in I, \forall d \in D, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (2)$$

Estos grupos de restricciones imponen que en el caso en que una clase de cátedra del curso-sección i viole la restricción de capacidad de la sala s , en el día d , en el bloque horario t , entonces la variable FX_{idts} toma el valor 1. Lo mismo ocurre en el caso de las clases auxiliares con la variable FX_{idts} .

Las variables FX_{idts} y FY_{idts} tomarán un valor igual a cero en el caso de que el curso-sección i no viole la capacidad de la sala s , en el día d , en el bloque t , en el caso de clases de cátedra y auxiliares respectivamente, debido a que son parte de la minimización en la función objetivo.

2 Realización de clases

En este caso los grupos de restricciones que se imponen son similares a los del modelo MODHS-BH, sin embargo existen dos bloques adicionales que representan la asignación directa de las clases de cátedra y auxiliares a los horarios encontrados en el modelo MODH-BH, que corresponde al módulo anterior. Los grupos de restricciones que pertenecen a esta clasificación son los siguientes:

- Asignación de horarios generados por el modelo MODH-BH.
- Asignación clases a la sala correspondiente.

A continuación se detallan las restricciones anteriores.

a. Asignación de horarios generados por el modelo MODH-BH

Estos grupos de restricciones asignan los distintos horarios ya generados a las variables de decisión. Estas restricciones permiten acotar considerablemente el espacio factible de soluciones, dejando como decisión única del modelo la asignación de salas a los distintos cursos-sección. Las expresiones matemáticas son las siguientes:

Ecuación 4-32: Asignación de Horarios Pre-definidos

$$\sum_s X_{ids} = \alpha_{idt} \quad \forall i \in I, \forall d \in D, \forall t \in T \quad (1)$$
$$\sum_s Y_{ids} = \delta_{idt} \quad \forall i \in I, \forall d \in D, \forall t \in T \quad (2)$$

Ambas expresiones están definidas para todo curso-sección, para todos los días de la semana y para todos los bloques horarios.

La primera igualdad representa la asignación de las clases de cátedra a los horarios predefinidos por el modelo MODH-BH.

La segunda igualdad representa la asignación de las clases auxiliares a los horarios predefinidos por el modelo MODH-BH.

En ambas expresiones, al lado izquierdo, se suma sobre las salas disponibles y la expresión resultante toma el valor 1 si una clase (de cátedra o auxiliar, dependiendo de la expresión) del curso-sección i se asigna al día d , en el bloque horario t , lo cual se iguala a los parámetros α_{ids} y β_{ids} que representan el horario de las clases de cátedra y auxiliares del curso-sección i respectivamente.

b. Asignación clases a la sala correspondiente

Estos grupos de restricciones son exactamente iguales a los mostrados en el modelo MODHS-BH, y representan la asignación de las clases de cátedra y auxiliares de cada curso-sección al tipo de sala que le corresponde.

Ecuación 4-33: Programación de Clases

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_d \sum_t X_{idts} = ets_{ri} \quad \forall r \in R, \forall i \in CTSA(r) \quad (1)$$

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_d \sum_t Y_{idts} = bts_{ri} \quad \forall r \in R, \forall i \in ATSA(r) \quad (2)$$

3 Condiciones sobre salas

Este grupo de restricciones representa las condiciones sobre las salas. En este grupo se encuentran dos grupos de restricciones:

- Topes de salas
- Clases de cátedra de un tipo de sala, asignadas a la misma sala.

A continuación se describen las restricciones anteriores.

a. Tope de salas

Este grupo de restricciones asegura que no se asigne más de un curso-sección por bloque horario a cada una de las salas disponibles. La expresión matemática es la siguiente:

Ecuación 4-34: Topes de Salas

$$\sum_{i \in CTSA(r)} X_{idts} + \sum_{i \in ATSA(r)} Y_{idts} \leq 1 \quad \forall d \in D, \forall t \in T, \forall r \in R, \forall s \in SAL(r)$$

Este grupo de restricciones está definido para todo día de la semana, para todo bloque horario, para todo tipo de sala y para todas las salas.

b. Clases de cátedra de un tipo de sala, asignadas a la misma sala

Estos grupos de restricciones al igual que los anteriores se encuentran en el modelo MODHS-BH, sin embargo antes estaban definidas sólo para cursos-

sección con tres cátedras, en cambio ahora se define para cursos con 2 y 3 cátedras. Esto ocurría porque existían otras restricciones que se definían para los cursos con dos cátedras que imponía lo mismo, además de otras condiciones sobre los horarios.

Esta restricción dice que todas las clases de cátedra de un curso-sección que deben realizarse en el mismo tipo de sala, se deben asignar a la misma sala.

Ecuación 4-35: Cátedras en la Misma Sala

$$\sum_{s \in SAL(r)} STS_{ris} = 1 \quad \forall r \in R, \forall i \in CTSA(r) \text{ tq } e_i = 2 \vee e_i = 3 \quad (1)$$

$$\sum_d \sum_t X_{idts} \leq STS_{ris} \cdot ets_{ris} \quad \forall r \in R, \forall i \in CTSA(r) \text{ tq } e_i = 2 \vee e_i = 3, \forall s \in SAL(r) \quad (2)$$

La primera restricción asegura que la asignación se haga a la misma sala, del tipo que corresponda. La segunda restricción relaciona las variables STS_{ris} con las variables X_{idts} , para asegurar la consistencia del modelo.

4.2.2.2.6 Resumen y Análisis del Tamaño de la Formulación

El Modelo de Optimización para la programación de horarios de clases y asignación de salas en su primera versión (MODHS-BH), se presenta a continuación:

Modelo 4-3: Modelo MODS-BH

$$MIN Z = \sum_i \sum_d \sum_t \sum_s (X_{idt'AU'} + Y_{idt'AU'}) + 4 \cdot \sum_i \sum_d \sum_t \sum_s (FX_{idts} + FY_{idts})$$

s.a.

$$X_{idts} \leq \left\lfloor \frac{qa_s}{n_i} \right\rfloor + FX_{idts} \quad \forall i \in I, \forall d \in D, \forall t \in T, \forall s \in S \quad 4-31 (1)$$

$$Y_{idts} \leq \left\lfloor \frac{qa_s}{n_i} \right\rfloor + FY_{idts} \quad \forall i \in I, \forall d \in D, \forall t \in T, \forall s \in S \quad 4-31 (2)$$

$$\sum_s X_{idts} = \alpha_{idt} \quad \forall i \in I, \forall d \in D, \forall t \in T \quad 4-32 (1)$$

$$\sum_s Y_{idts} = \delta_{idt} \quad \forall i \in I, \forall d \in D, \forall t \in T \quad 4-32 (2)$$

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_d \sum_t X_{idts} = ets_{ri} \quad \forall r \in R, \forall i \in CTSA(r) \quad 4-33 (1)$$

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_d \sum_t Y_{idts} = bts_{ri} \quad \forall r \in R, \forall i \in ATSA(r) \quad 4-33 (2)$$

$$\sum_{i \in CTSA(r)} X_{idts} + \sum_{i \in ATSA(r)} Y_{idts} \leq 1 \quad \forall d \in D, \forall t \in T, \forall r \in R, \forall s \in SAL(r) \quad 4-34$$

$$\sum_{s \in SAL(r)} STS_{ris} = 1 \quad \forall r \in R, \forall i \in CTSA(r) \text{ tq } e_i = 2 \vee e_i = 3 \quad 4-35 (1)$$

$$\sum_d \sum_t X_{idts} \leq STS_{ris} \cdot ets_{ris} \quad \forall r \in R, \forall i \in CTSA(r) \text{ tq } e_i = 2 \vee e_i = 3, \forall s \in SAL(r) \quad 4-35 (2)$$

La cantidad de variables en el caso de esta formulación es la siguiente:

- Variables de asignación de cátedras (X): $|I| \cdot |D| \cdot |T| \cdot |S|$
- Variables de asignación clases auxiliares (Y): $|I| \cdot |D| \cdot |T| \cdot |S|$
- Variables de violación de capacidad de salas por cátedras (FX): $|I| \cdot |D| \cdot |T| \cdot |S|$

- Variables de violación de capacidad de salas por clases auxiliares (FY): $||^*|D|^*|T|^*|S|$
- Variables de asignación de salas (STS): $|R|^*||^*|S|$

A continuación se muestra un resumen de la cantidad de restricciones por bloque definido en el modelo MODS-BH:

Tabla 4-12: Resumen Restricciones Modelo MODS-BH

Ecuación	Descripción	Cantidad
4-31 (1)	Capacidad de salas por cátedras	$ ^* D ^* T ^* S $
4-31 (2)	Capacidad de salas por auxiliares	$ ^* D ^* T ^* S $
4-32 (1)	Asignación a horarios de cátedras	$ ^* D ^* T $
4-32 (2)	Asignación a horarios de auxiliares	$ ^* D ^* T $
4-33 (1)	Realización de cátedras	$ R ^* $
4-33 (1)	Realización de auxiliares	$ R ^* $
4-34	Asignación a una sola sala	$ R ^* $
4-35 (1)	Relación variables STS y X	$ R ^* ^* S $
4-35 (2)	Tope de salas	$ R ^* D ^* T ^* S $

Los valores que toma la cardinalidad de los distintos conjuntos para la instancia otoño 2007 son los siguientes:

$$|R|=5, ||=261, |S|=45, |D|=5, |T|=6, |CJ|=17, |AJ|=3$$

En rigor las expresiones anteriores sobrestiman el tamaño de la instancia porque hay muchos grupos de restricciones que dependen de conjuntos que están relacionados entre sí, lo que produce que para ciertos pares de subíndices se crean ciertas restricciones y para otros pares no se crean. Sin embargo, las expresiones expuestas anteriormente representan el peor de los casos.

El tamaño efectivo de la instancia (otoño 2007) es el siguiente:

- 1.418.939 variables.

- 734.146 restricciones.

Estos números inducen a pensar que el tamaño de la instancia puede ser muy grande, sin embargo, dado que el espacio factible de soluciones está muy acotado debido a que los horarios ya están predefinidos, los tiempos de resolución son bastante razonables (ver tabla 5-2).

4.2.3 Metodología Integrada Basada en Grupos Horarios

La metodología integrada basada en grupos horarios se sustenta de un modelo de optimización integrado que resuelve la problemática de programación de horarios de clases y asignación de salas conjuntamente. La metodología consiste básicamente en predefinir combinaciones de bloques horarios factibles y considerarlas como un subíndice dentro del modelo de optimización. Estas combinaciones de horarios corresponden a agrupaciones de pares (día, bloque horario) y serán llamadas grupos horarios. La idea es que el modelo decida si programar o no las clases de cátedra de un curso-sección en un grupo horario directamente, sin identificar cada una de las clases de un curso-sección, sino que trabajándolas como un conjunto. Por ejemplo si un curso posee dos cátedras que deben ser asignadas a bloques horarios consecutivos del mismo día, entonces todas sus cátedras como conjunto se asignarán a algún grupo horario de la forma: $\{(d, t), (d, t+1)\}, \forall d \in D, \forall t \in \{1, \dots, |T| - 1\}$. Esta nueva metodología se sustenta en el hecho de que el 90% de los cursos requiere programar todas sus clases de cátedra en la misma sala (ver tabla 4.7 en sección 4.1.2), lo que permite definir variables que asignan todas las cátedras de un curso-sección a un grupo horario y a una misma sala. Este nuevo modelo se llamará MODHS-GH.

4.2.3.1 Modelo MODHS-GH

4.2.3.1.1 Conjuntos de Índices

Los índices utilizados en esta formulación son los siguientes:

$i \in I$ = Índice de cursos-sección.

$k \in K$ = Índice de bloques horarios de una semana.

$b \in B$ = Índice de grupos horarios.

$s \in S$ = Índice de salas.

$c \in C$ = Índice de número de clases {1,2,3}

$r \in R$ = Índice de tipos de salas.

$p \in P$ = Índice de profesores.

$h \in H$ = Índice de semestres.

$l \in L$ = Índice de grupos sin topes horario por semestre.

Los índices considerados son los mismos utilizados en los modelos anteriores a excepción del índice b que representa los grupos horarios, el índice c que representa el número de clases (puede utilizarse par clases auxiliares y de cátedra) y el índice k que representa los bloques horarios de la semana completa y no de un solo día como lo era el índice t en los modelos anteriores, es decir, ahora los bloques no se enumeran de 1 a 6 para todos los días sino que el día lunes contiene los bloques horarios k desde 1 hasta 6, el martes desde 7 hasta 12, el miércoles de 13 hasta 18, el jueves desde 19 hasta 24 y el viernes desde 15 hasta 30. Las etiquetas del índice k son de la forma 'd-t', donde $d \in \{LU, MA, MI, JU, VI\}$ y $t \in \{A, B, C, D, E, F\}$. Por ejemplo LU-B representando el segundo bloque horario de la semana que equivale al segundo bloque horario del día lunes.

A partir de los índices ya definidos se crean los siguientes subconjuntos:

$EX \subseteq I$ = Conjunto de cursos-sección que poseen dos cátedras en distinto tipo de salas.

$CJ \subseteq I$ = Conjunto de cursos-sección con cátedras consecutivos.

$AJ \subseteq I$ = Conjunto de cursos-sección con clases auxiliares consecutivos.

$CPR(p) \subseteq I$ = Conjunto de cursos-sección asignados al profesor p.

$CTSA(r) \subseteq I$ = Conjunto de cursos-sección que utiliza salas tipo r.

$TIPOC(c) \subseteq I$ = Conjunto de cursos-sección con c cátedras.

$TIPOA(c) \subseteq I$ = Conjunto de cursos-sección con c clases auxiliares.

$SAL(r) \subseteq S$ = Conjunto de salas de tipo r.

$MC(c) \subseteq B$ = Conjunto de grupos horarios con c bloques horarios.

$HR(p) \subseteq K$ = Conjunto de bloques horarios del profesor p disponibles para realizar clases de cátedras.

$MIE \subseteq B$ = Conjunto de grupos horarios que poseen bloques horarios del día miércoles.

$BL(k) \subseteq B$ = Conjunto de grupos horarios que contienen al bloque horario k.

$PE \subseteq B$ = Conjunto de grupos horarios que contiene dos bloques horarios consecutivos del mismo día.

$FD2 \subseteq B \times B$ = Conjunto de pares de grupos horarios factibles con un solo bloque para cursos de 2 cátedras que utilizan distinto tipo de sala.

$SEMC(h, l) \subseteq I$ = Conjunto l-ésimo de cursos-sección sin topes horarios del semestre h.

Como se puede ver, a este modelo se agregan nuevos conjuntos de índices para poder escribir la formulación del modelo, considerando el nuevo índice b de grupos horarios.

4.2.3.1.2 Parámetros

Los parámetros utilizados en esta formulación son los siguientes:

e_i = Número de cátedras del curso-sección i .

ets_{ri} = Número de cátedras del curso-sección i en salas tipo r .

β_i = Número de clases auxiliares del curso-sección i .

bts_{ri} = Número de clases auxiliares del curso-sección i en salas tipo r .

qa_s = Capacidad de la sala s .

n_i = Número de alumnos del curso i .

Los parámetros son los mismos que en los modelos anteriores.

4.2.3.1.3 Variables de Decisión

$$X_{ibs} = \begin{cases} 1 & \text{Si las cátedras del curso-sección } i \text{ se asignan al grupo horario } b \text{ en la sala } s \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$$

$$Y_{ibs} = \begin{cases} 1 & \text{Si las auxiliares del curso-sección } i \text{ se asignan al grupo horario } b \text{ en la sala } s \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$$

$$W_{ibs} = \begin{cases} 1 & \text{Si una cátedras del curso-sección } i \in EX \text{ se asignan al grupo horario } b \text{ en la sala } s \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$$

Las nuevas variables de decisión corresponden a variables de asignación de las clases a grupos horarios y salas. Las variables X_{ibs} e Y_{ibs} reemplazan a las variables X_{idts} e Y_{idts} de los modelos anteriores. La variable W_{ibs} se crea solamente para los cursos-sección pertenecientes al conjunto EX que contiene a los cursos-sección con 2 cátedras en salas de distinto tipo, por lo tanto en salas distintas. Es necesario crear esta variable ya que la variable X_{ibs} asume que todas las cátedras del curso-sección i se asignarán a la sala s (en el caso que tome valor igual a 1) lo que no se puede cumplir para los cursos-sección

que poseen cátedras en distintos tipos de salas, es decir, para los cursos-sección pertenecientes al conjunto EX.

4.2.3.1.4 Función Objetivo

La función objetivo es la misma considerada en el modelo MODHS-BH y representa la minimización de clases auxiliares asignadas a bloques horarios que no pertenecen al día miércoles más la cantidad de clases asignadas al auditorium de la Facultad. La expresión matemática es la siguiente:

Ecuación 4-36: Función Objetivo Modelo MODHS-GH

$$MIN Z = \sum_i \sum_{b \notin MIE} \sum_s Y_{ibs} + \sum_b \left(\sum_{i \notin EX} X_{ib'AU'} + \sum_{i \in EX} W_{ib'AU'} + \sum_i Y_{ib'AU'} \right)$$

La primera suma corresponde a la cantidad total de clases auxiliares que se programan en grupos horarios que poseen algún bloque el día miércoles. La segunda suma corresponde a la cantidad total de clases de cátedra y auxiliares que se asignan al auditorium de la Facultad. El auditorium es representado por el subíndice 'AU'. Notar que las cátedras están representadas por las variables X_{ibs} y W_{ibs} siendo la primera para los cursos-sección que deben asignar todas sus cátedras al mismo tipo de sala ($i \notin EX$) y la segunda para cursos-sección que poseen dos cátedras que deben asignarse en distintos tipos de sala ($i \in EX$).

4.2.3.1.5 Fijación de variables o pre-procesamiento

Al igual que en las metodologías anteriores existe un grupo de condiciones que se basan en la asignación directa de valores fijos a un grupo de variables que cumplen ciertas condiciones particulares. En este grupo se encuentran las siguientes condiciones:

- a. Capacidad de salas.
- b. Disponibilidad horaria de los profesores.

Las condiciones anteriores se consideran como parte de un pre-procesamiento y no como restricciones del modelo de optimización, sin embargo, a continuación se muestran ambas formas de representar estas condiciones, es decir, en forma de restricción y en forma algorítmica como parte de un pre-procesamiento, que es como se implementó efectivamente.

a. Capacidad de las Salas

Esta condición, al igual que en el caso del modelo MODHS-BH, no se ingresa directamente al modelo de optimización como restricción, sino que es parte de un pre-procesamiento en el cual se fijan las variables X_{ibs} , Y_{ibs} y W_{ibs} en cero en el caso en que la capacidad de la sala s sea menor al número de alumnos del curso-sección i . Si se ingresara como restricción al modelo de optimización se escribiría de la siguiente manera:

Ecuación 4-37: Capacidad de las Salas

$X_{ibs} \leq \left\lfloor \frac{qa_s}{n_i} \right\rfloor$	$\forall i \notin EX, \forall b \in B, \forall s \in S$	(1)
$W_{ibs} \leq \left\lfloor \frac{qa_s}{n_i} \right\rfloor$	$\forall i \in EX, \forall b \in B, \forall s \in S$	(2)
$Y_{ibs} \leq \left\lfloor \frac{qa_s}{n_i} \right\rfloor$	$\forall i \in I, \forall b \in B, \forall s \in S$	(3)

Las primeras dos desigualdades son para las clases de cátedra y la tercera es para las clases auxiliares, en ambos casos las variables de decisión toman el valor cero cuando la capacidad de la sala s es menor al número de alumnos del curso-sección i . El pre-procesamiento utilizado en la realidad para imponer estas condiciones es un breve algoritmo muy similar al presentado en el modelo MODHS-BH para los mismos efectos. El pseudo-código es el siguiente:

Figura 4-7: Algoritmo de Capacidad de Salas

```

For i=1 to |I|
  For s=1 to |S|
    if(qas<ni)
      For b=1 to |B|
        Xibs=0;
        Yibs=0;
        Wibs=0;
      Next b
    End If
  Next s
Next i

```

b. Disponibilidad horaria de los profesores

Esta condición al igual que en el caso anterior no se ingresa directamente al modelo de optimización, sino que es parte un pre-procesamiento. Si se ingresara como restricción en el modelo de optimización, ésta se escribiría de la siguiente manera:

Ecuación 4-38: Disponibilidad Horaria de los Profesores

$$\sum_{i \in CPR(p)} \sum_{b \in BL(k)} \sum_s X_{ibs} = 0 \quad \forall p \in P, \forall t \in HR(p)$$

De esta forma se impondría la no realización de clases de cátedra en horarios no disponibles para los profesores. Sin embargo, esta condición es parte del pre-procesamiento que se realiza para fijar las variables X_{ibs} , Y_{ibs} y W_{ibs} en cero en el caso que algún bloque horario perteneciente al grupo horario b no esté disponible para el profesor que realiza la cátedra de ese curso-sección. El pseudo-código del algoritmo utilizado es el siguiente:

Figura 4-8: Algoritmo de Disponibilidad Horaria de Profesores

```
For p=1 to |P|
  For i=1 to |I|
    if(i ∈ CPR(p))
      For k=1 to |K|
        If(k ∉ HR(p))
          For s=1 to |S|
            Xibs=0;
            Yibs=0;
            Wibs=0;
          Next s
        End If
      Next t
    End If
  Next i
Next p
```

4.2.3.1.6 Restricciones

Las restricciones de este nuevo modelo son similares a las de los modelos anteriores, sin embargo, en este caso hay menor cantidad debido a que algunas ya no son necesarias al definirse las variables de distinta forma.

Las restricciones de este modelo se pueden clasificar en los siguientes grupos:

1. Realización de clases.
2. Tope de salas.
3. Tope de horarios.

Claramente los requerimientos del problema no han cambiado, lo que cambia es solamente la modelación, y es por esto que las restricciones deben ser escritas de acuerdo a las nuevas variables de decisión.

1 Realización de clases

Estos grupos de restricciones imponen que las clases de cátedra y auxiliares se realicen en algún horario y en alguna sala. Esta condición se puede dividir en distintos bloques, de acuerdo al tipo de clase (cátedra o clases auxiliar), al tipo

de grupos horarios a los cuales se deben asignar los cursos-sección y a la cantidad de clases. Las restricciones son las siguientes:

- a. Asignar las cátedras de los cursos-sección con cátedras no consecutivas y que requieren del mismo tipo de sala.
- b. Asignar las cátedras de los cursos-sección con cátedras no consecutivas cuyas cátedras requieren de distinto tipo de sala.
- c. Asignar las cátedras de cursos-sección con cátedras consecutivas.
- d. Asignar la clase auxiliar de los cursos-sección con una clase auxiliar.
- e. Asignar las clases auxiliares de los cursos-sección con dos clases auxiliares no consecutivas.
- f. Asignar clases auxiliares de cursos-sección con dos clases auxiliares consecutivas.

A continuación se describen todos estos grupos de restricciones.

a. Asignar las cátedras de los cursos-sección con cátedras no consecutivas y que requieren del mismo tipo de sala

La restricción es la siguiente:

Ecuación 4-39: Programación de Cátedras 1

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_{\substack{b \in MC(c) \\ b \notin PE}} X_{ibs} = 1 \quad \forall r \in R, \forall c \in C, \forall i \in CTSA(r), i \in TIPO(c), i \notin CJ, i \notin EX$$

Esta restricción está definida para todo tipo de sala r , para cursos-sección i con 1, 2 o 3 cátedras en el tipo de sala r , que no pertenece a CJ (conjunto de cursos-sección con cátedras consecutivos), y tampoco pertenece a al conjunto EX (conjunto de cursos-sección con cátedras en distintas salas). Esta restricción impone la asignación de las cátedras de los cursos-sección anteriormente mencionados a alguna sala y a algún grupo horario que cumpla las condiciones que requeridas por cada curso-sección.

b. Asignar las cátedras de los cursos-sección con cátedras no consecutivas que requieren de distinto tipo de sala

La restricción se escribe de la siguiente manera:

Ecuación 4-40: Programación de Cátedras 2

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_{\substack{b \in MC(c) \\ b \notin MIE}} W_{ibs} = 1 \quad \forall r \in R, \forall i \in CTSA(r), i \in EX, c = 1, ets_{ri} = 1$$

Esta restricción está definida para todo tipo de sala r , para cursos-sección i pertenecientes al conjunto EX (conjunto de cursos-sección con cátedras en distintas salas) y con una de sus cátedras en salas de tipo r . Esta restricción impone la asignación de una de las cátedras de los cursos-sección anteriormente mencionados a alguna sala y a algún grupo horario que contenga un solo bloque horario (MC(c) con $c=1$), que no esté presente el día miércoles ya que estos cursos deben cumplir con los patrones horarios LU-X/JU-X y MA-X/VI-X.

En este caso no se asignan todas las cátedras de los cursos-sección pertenecientes al conjunto EX de una sola vez, sino que se asigna cada cátedra por separado. Esto es necesario debido a que sus cátedras se deben realizar en diferentes tipos de salas, por lo tanto en diferentes salas, y las variables X_{ibs} asumen que todas las cátedras de un curso-sección se asignan a la misma sala. Por esta razón se utiliza la variable W_{ibs} para imponer esta condición.

c. Asignar las clases de cátedra de cursos-sección con dos cátedras consecutivas

La expresión matemática que representa esta condición es la siguiente:

Ecuación 4-41: Cátedras Consecutivas del Mismo Día

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_{b \in PE} X_{ibs} = 1 \quad \forall r \in R, \forall i \in CTSA(r), i \in CJ$$

Esta restricción está definida para todo tipo de sala r , para todo curso-sección con clases de cátedra en salas tipo r , pertenecientes al conjunto CJ , es decir, cuyas cátedras se deben programar en bloques horarios consecutivos o, que es lo mismo, a grupos horarios pertenecientes al conjunto PE .

d. Asignar la clase auxiliar de los cursos-sección una clase auxiliar

La restricción es la siguiente:

Ecuación 4-42: Asignación de Clases Auxiliares 1

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_{b \in MC(c)} Y_{ibs} = 1 \quad \forall r \in R, \forall i \in ATSA(r), c = 1$$

Esta restricción está definida para todo tipo de sala r , para cursos-sección i con solamente una clase auxiliar, la que debe programarse en salas de tipo r . Con esta expresión se impone que la única clase auxiliar del curso-sección i se programe en algún grupo horario que posea sólo un bloque horario y además se asigne a alguna sala del tipo que requiera el curso-sección.

e. Asignar las clases auxiliares de los cursos-sección dos clases auxiliares no consecutivas

La expresión matemática es la siguiente:

Ecuación 4-43: Asignación de Clases Auxiliares 2

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_{b \in MC(c)} Y_{ibs} = 1 \quad \forall r \in R, \forall i \in ATSA(r), i \notin AJ, c = 2$$

Esta restricción está definida para todo tipo de sala r , para cursos-sección i con dos clases auxiliares que no deben programarse en bloques horarios consecutivos y se deben asignar a salas de tipo r . Con esta expresión se impone que las clases auxiliares del curso-sección i se programen en algún grupo horario que posea dos bloques horarios que no sean consecutivos del mismo día y además se asignen a alguna sala del tipo que requiera el curso-sección.

f. Asignar clases auxiliares de cursos-sección con dos clases auxiliares consecutivas

La expresión matemática es la siguiente:

Ecuación 4-44: Clases Auxiliares Consecutivas del Mismo Día

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_{b \in PE} Y_{ibs} = 1 \quad \forall r \in R, \forall i \in ATSA(r), i \in AJ$$

Esta restricción está definida para todo tipo de sala, para todo curso-sección con dos clases auxiliares que se deben programar en bloques horarios consecutivos y se deben asignar a salas tipo r . Esta expresión impone que las clases auxiliares de los cursos-sección que pertenecen a AJ se programen en grupos horarios que contengan dos bloques consecutivos del mismo día, es decir en grupos horarios pertenecientes a PE y además impone la asignación de las clases auxiliares a las salas que correspondan.

2 Requerimientos específicos de salas y horarios

En esta sección hay solamente un grupo de restricciones que impone una condición sobre los cursos-sección que poseen dos clases de cátedra y cada una en distinto tipo de sala, y por lo tanto en distinta sala (conjunto EX). Esta condición es que las clases de cátedra de estos cursos-sección se asignen a

bloques horarios que cumplan con algún patrón LU-X/JU-X o MA-X/VI-X. Se debe hacer una excepción con estos cursos ya que sus cátedras deben ser asignadas por separado debido a que ambas se asignan a salas distintas.

La expresión matemática es la siguiente:

Ecuación 4-45: Requerimientos Específicos de Salas y Horarios

$$\sum_s W_{ibs} = \sum_s W_{ib's} \quad \forall i \in EX, \forall (b, b') \in FD2$$

El grupo de restricciones está definido para todos los cursos-sección que pertenecen al conjunto EX y para todos los pares de grupos horarios pertenecientes a FD2, conjunto que posee los pares de grupos horarios con un solo bloque, tal que si el par es (b,b') entonces b es un grupo horario del lunes y b' del jueves o b es un grupo horario del martes y b' del viernes, donde b y b' son grupos horarios que poseen un solo bloque cada uno.

3 Topes de salas

En esta clasificación se encuentra solamente un grupo de restricciones que evita que dos clases que se realizan en el mismo bloque horario se asignen a la misma sala. La expresión matemática es la siguiente:

Ecuación 4-46: Topes de Salas

$$\sum_{b \in BL(k)} \left(\sum_{\substack{i \in CTSA(r) \\ i \notin EX}} X_{ibs} + \sum_{\substack{i \in CTSA(r) \\ i \in EX}} W_{ibs} + \sum_{i \in ATSA(r)} Y_{ibs} \right) \leq 1 \quad \forall r \in R, \forall s \in SAL(r), \forall k \in K$$

Este grupo de restricciones está definida para todo tipo de sala r, para toda sala perteneciente al tipo de sala r y para todos los bloques horarios de la semana. Esta expresión impone que en un bloque horario no se asigne más de una clase de un curso-sección a la misma sala.

4 Topes de horarios

En esta categoría se encuentran tres grupos de restricciones que evitan los topes horarios de las clases de distintos cursos-sección por diversos motivos.

En este grupo se encuentran los siguientes grupos de restricciones:

- a. Topes horarios entre clases de cátedra y clases auxiliares.
- b. Topes horarios entre cátedras de cursos-sección dictados por el mismo profesor.
- c. Topes horarios entre clases de cursos-sección del mismo semestre

A continuación se detallan estos grupos de restricciones.

a. Topes horarios entre clases de cátedra y clases auxiliares

Existen dos grupos de restricciones que imponen que no exista topes de horarios entre clases de cátedra y auxiliares del mismo curso-sección. Las expresiones matemáticas es la siguiente:

Ecuación 4-47: Topes Horarios entre Clases de Cátedra y Auxiliares

$\sum_{b \in BL(k)} \sum_s (X_{ibs} + Y_{ibs}) \leq 1 \quad \forall i \notin EX, \forall k \in K \quad (1)$
$\sum_{b \in BL(k)} \sum_s (W_{ibs} + Y_{ibs}) \leq 1 \quad \forall i \in EX, \forall k \in K \quad (2)$

El primer grupo de restricciones está definido para todos los bloques horarios de la semana y para todos los cursos-sección que no pertenecen al conjunto EX, es decir, aquellos cursos que tienen todas sus clases de cátedra asignadas al mismo tipo de sala y que por lo tanto deben asignarse a la misma sala.

El segundo grupo de restricciones está definido para todos los bloques horarios de la semana y para todos los cursos-sección pertenecientes al conjunto EX, es

decir para aquellos cursos-sección que tienen sus cátedras asignadas a distinto tipo de sala y por lo tanto a distinta sala.

En ambos casos la desigualdad impone que para un mismo bloque horario la suma de las variables de asignación de cátedras y auxiliares sobre las salas y los grupos horarios que contienen a ese bloque horarios sea menor o igual a 1 de manera que no se programen clases de cátedra y auxiliares de un mismo curso-sección en la misma hora.

b. Topes horarios entre cátedras de cursos-sección dictados por el mismo profesor

La expresión matemática es la siguiente:

Ecuación 4-48: Topes Horarios de Profesores

$$\sum_{b \in BL(k)} \sum_s \left(\sum_{\substack{i \in CPR(p) \\ i \notin EX}} X_{ibs} + \sum_{\substack{i \in CPR(p) \\ i \in EX}} W_{ibs} \right) \leq 1 \quad \forall p \in P, \forall k \in K$$

Este grupo de restricciones está definido para todos los profesores y para todos los bloques horarios de la semana. Con esta expresión se impone que las clases de cátedra dictadas por el mismo profesor no se asignen al mismo bloque horario. La expresión del lado izquierdo es una suma sobre las variables de decisión de asignación de clases de cátedra, y se suma sobre todos los grupos horarios que contienen al bloque horario k, sobre todas las salas, y sobre todos los cursos-sección cuyas cátedras son dictadas por el profesor p. En la suma de las variables X_{ibs} se excluyen los cursos-sección pertenecientes a EX y en la suma de las variables W_{ibs} se incluyen sólo los cursos-sección pertenecientes al conjunto EX. Esta expresión representa la cantidad de clases de cátedra del profesor p que se programan en el bloque horario k, lo que está acotado superiormente por 1 para asignar a lo más una clases de cátedra dictada por el profesor p al mismo bloque horario.

c. Topes horarios entre clases de cursos-sección del mismo semestre

Las combinaciones de cursos-sección pertenecientes a un mismo semestre que no deben presentar topes horarios están predefinidas en el conjunto de índices $SEMC(h,l) \subseteq I$, donde h representa el semestre y l la l -ésima combinación de grupos sección de ese semestre que no deben tener topes horarios. Para estos cursos-sección se debe imponer que sus clases de cátedra y auxiliares no se programen en el mismo bloque horario. Para esto se definen los siguientes conjuntos:

$$\begin{aligned} \sigma cx(r,h,l) &= \{i / i \in CTSA(r) \wedge i \in SEMC(h,l) \wedge i \notin EX\}, \\ \sigma cw(r,h,l) &= \{i / i \in CTSA(r) \wedge i \in SEMC(h,l) \wedge i \in EX\}, \\ \sigma a(r,h,l) &= \{i / i \in ATSA(r) \wedge i \in SEMC(h,l)\} \end{aligned}$$

El conjunto $\sigma cx(r,h,l)$ corresponde a los cursos-sección pertenecientes a la l -ésima combinación sin topes horarios del semestre h , que todas sus cátedras requieren del mismo tipo de sala r .

El conjunto $\sigma cw(r,h,l)$ corresponde a los cursos-sección pertenecientes a la l -ésima combinación sin topes horarios del semestre h , que sólo una de sus cátedras requiere de salas tipo r (son cursos-sección con 2 cátedras).

El conjunto $\sigma a(r,h,l)$ corresponde a los cursos-sección pertenecientes a la l -ésima combinación sin topes horarios del semestre h , cuyas clases auxiliares requieren del tipo de sala r .

La siguiente expresión matemática representa esta condición:

Ecuación 4-49: Topes Horarios de Cursos-sección del Mismo Semestre

$$\sum_r \sum_{s \in SAL(r)} \sum_{b \in BL(k)} \left(\sum_{i \in \sigma cx(r,h,l)} X_{ibs} + \sum_{i \in \sigma cw(r,h,l)} W_{ibs} + \sum_{i \in \sigma a(r,h,l)} Y_{ibs} \right) \leq 1$$

$$\forall h \in H, \forall l \in L, \forall k \in K$$

Esta restricción está definida para todo semestre h, para toda combinación l de cursos-sección sin topes horarios perteneciente al semestre h y para todo bloque horario.

La suma de la izquierda representa la cantidad de clases de cursos-sección de la combinación sin topes l-ésima del semestre h que se asignan al bloque horario k, lo que se acota superiormente por 1 para no asignar más de una clases de estos cursos a un mismo bloque horario.

4.2.3.1.7 Resumen y Análisis del Tamaño de la Formulación

El Modelo de optimización para la programación de horarios de clases y asignación de salas en su versión MODHS-GH, se presenta a continuación:

Modelo 4-4: Modelo MODHS-GH

$$MIN Z = \sum_i \sum_{b \notin MIE} \sum_s Y_{ibs} + \sum_b \left(\sum_{i \notin EX} X_{ib'AU'} + \sum_{i \in EX} W_{ib'AU'} + \sum_i Y_{ib'AU'} \right)$$

s.a.

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_{\substack{b \in MC(c) \\ b \notin PE}} X_{ibs} = 1$$

$$\forall r \in R, \forall c \in C, \forall i \in CTSA(r), i \in TIPO(c), i \notin CJ, i \notin EX \quad 4-39$$

$$\sum_{\substack{s \in SAL(r) \\ b \notin MIE}} \sum_{b \in MC(c)} W_{ibs} = 1 \quad \forall r \in R, \forall i \in CTSA(r), i \in EX, c = 1, ets_{ri} = 1 \quad 4-40$$

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_{b \in PE} X_{ibs} = 1 \quad \forall r \in R, \forall i \in CTSA(r), i \in CJ \quad 4-41$$

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_{b \in MC(c)} Y_{ibs} = 1 \quad \forall r \in R, \forall i \in ATSA(r), c = 1 \quad 4-42$$

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_{b \in MC(c)} Y_{ibs} = 1 \quad \forall r \in R, \forall i \in ATSA(r), i \notin AJ, c = 2 \quad 4-43$$

$$\sum_{s \in SAL(r)} \sum_{b \in PE} Y_{ibs} = 1 \quad \forall r \in R, \forall i \in ATSA(r), i \in AJ \quad 4-44$$

$$\sum_s W_{ibs} = \sum_s W_{ib's} \quad \forall i \in EX, \forall (b, b') \in FD2 \quad 4-45$$

$$\sum_{b \in BL(k)} \left(\sum_{\substack{i \in CTSA(r) \\ i \notin EX}} X_{ibs} + \sum_{\substack{i \in CTSA(r) \\ i \in EX}} W_{ibs} + \sum_{i \in ATSA(r)} Y_{ibs} \right) \leq 1$$

$\forall r \in R, \forall s \in SAL(r), \forall k \in K \quad 4-46$

$$\sum_{b \in BL(k)} \sum_s (X_{ibs} + Y_{ibs}) \leq 1 \quad \forall i \notin EX, \forall k \in K \quad 4-47 (1)$$

$$\sum_{b \in BL(k)} \sum_s (W_{ibs} + Y_{ibs}) \leq 1 \quad \forall i \in EX, \forall k \in K \quad 4-47 (2)$$

$$\sum_{b \in BL(k)} \sum_s \left(\sum_{\substack{i \in CPR(p) \\ i \notin EX}} X_{ibs} + \sum_{\substack{i \in CPR(p) \\ i \in EX}} W_{ibs} \right) \leq 1 \quad \forall p \in P, \forall k \in K \quad 4-48$$

$$\sum_r \sum_{s \in SAL(r)} \sum_{b \in BL(k)} \left(\sum_{i \in \sigma_X(r,h,l)} X_{ibs} + \sum_{i \in \sigma_W(r,h,l)} W_{ibs} + \sum_{i \in \sigma_Y(r,h,l)} Y_{ibs} \right) \leq 1$$

$\forall h \in H, \forall l \in L, \forall k \in K \quad 4-49$

El número de variables de esta nueva formulación aumenta considerablemente respecto a las anteriores formulaciones (ver anexos 7.1).

La cantidad de variables en el caso de esta formulación es la siguiente:

- Variables de asignación de cursos-sección $i \notin EX$ (X): $|(I \setminus EX)| * |B| * |S|$
- Variables de asignación de cursos-sección $i \in EX$ (W): $|EX| * |B| * |S|$
- Variables de asignación clases auxiliares (Y): $|I| * |B| * |S|$

A continuación se muestra un resumen de la cantidad de restricciones por bloque definido en el modelo MODHS-GH:

Tabla 4-13: Resumen Restricciones Modelo MODHS-GH

Ecuación	Descripción	Cantidad
4-39	Realización de cátedras $\notin EX \notin CJ$	$ R ^* \setminus(CJ \cup EX) $
4-40	Realización de cátedras $\in EX$	$ R ^* EX $
4-41	Realización de cátedras $\in CJ$	$ R ^* CJ $
4-42	Realización de auxiliares $c = 1$	$ R ^* I $
4-43	Realización de auxiliares $\notin AJ, c = 2$	$ R ^* \setminus AJ $
4-44	Realización de auxiliares $\in AJ$	$ R ^* AJ $
4-45	Patrón horario de cursos $\in EX$	$ EX ^* FD2 $
4-46	Tope de salas	$ R ^* K ^* S $
4-47 (1)	Tope auxiliares y cátedras cursos $\notin EX$	$ \setminus EX ^* K $
4-47 (2)	Tope auxiliares y cátedras cursos $\in EX$	$ EX ^* K $
4-48	Tope de clases de un profesor	$ P ^* K $
4-49	Tope de cursos del mismo semestre	$ H ^* L ^* K $

Los valores que toma la cardinalidad de los distintos conjuntos para la instancia otoño 2007 son los siguientes:

$|R|=5$, $|I|=261$, $|\setminus(CJ \cup EX)|=218$, $|\setminus AJ|=258$, $|\setminus EX|=235$, $|EX|=26$, $|K|=30$ $|S|=45$, $|CJ|=17$, $|AJ|=3$, $|P|=145$, $|H|=46$, $|L|=7$

Al igual que en los modelos anteriores las expresiones anteriores sobrestiman el tamaño de la instancia porque hay muchos grupos de restricciones que dependen de conjuntos que están relacionados entre si, lo que provoca que no todas las combinaciones de índices generen una nueva restricción. De esta forma se puede decir que la estimación del número de restricciones está hecha considerando el peor de los casos (el caso con mayor número de restricciones). El tamaño efectivo de la instancia (otoño 2007) es el siguiente:

- 1.738.261 variables.
- 16.600 restricciones.

5 ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta sección se muestran los resultados obtenidos mediante las tres metodologías utilizadas. Se explica además las modificaciones que hubo que realizar en los modelos para poder obtener resultados utilizando la instancia real y se explican las consideraciones generales de la implementación de cada uno de ellos. Se entrega una comparación de los resultados de cada metodología y finalmente se realiza un análisis de las metodologías utilizadas. Todos los modelos fueron resueltos utilizando el sistema de modelamiento comercial GAMS 22.5 en conjunto con el solver comercial CPLEX 10 en un ordenador con procesador Intel Centrino Duo de 1.83 GHZ, 2 GB RAM, bajo un sistema operativo Windows XP Professional.

5.1 Implementación y Resultados Modelo MODHS-BH

5.1.1 Implementación del Modelo MODHS-BH

La implementación del modelo MODHS-BH fue la más compleja, debido a la dificultad para encontrar soluciones factibles del modelo. Inicialmente se intentó obtener soluciones para el modelo sin realizar modificaciones, sin embargo, el modelo demoraba mucho sin lograr encontrar soluciones factibles. Por este motivo se comenzó a relajar el problema sacando restricciones de la formulación inicial y observando la evolución en términos de disminución de tiempo en la búsqueda de soluciones factibles.

Lo primero que se hizo fue relajar la condición de capacidad de las salas (sacarla del pre-procesamiento), sin embargo el problema seguía y no se lograba obtener una solución factible. Posteriormente se desactivó la restricción que imponía que las tres cátedras de los cursos-sección (con tres cátedras) se

desarrollaran en la misma sala (Ecuación 4-7), pero no se logró obtener soluciones factibles en tiempo razonable.

Finalmente se desactivó la restricción de topes horarios entre combinaciones de cursos-sección del mismo semestre (Ecuación 4-16). Con esta modificación se logró obtener la solución óptima en 10 minutos. Este tiempo de resolución era bastante bueno para resolver el problema completo, sin embargo la restricción desactivada era importante ya que en cada semestre de la malla curricular de las carreras de la Facultad deben haber configuraciones de cursos-sección sin topes horarios, lo que indujo a penalizar el incumplimiento de esta restricción en la función objetivo. De esta manera la restricción se modificó agregando un término que mide su grado de incumplimiento con el fin de penalizarlo en la función objetivo.

Con la modificación la restricción de topes horarios de cursos del mismo semestre para el modelo MODHS-BH queda de la siguiente manera (utilizando los conjuntos definidos en la ecuación 4-15):

Ecuación 5-1: Restricción de Topes Horarios por Semestre, Modificada

$$\sum_r \sum_{s \in SAL(r)} \left(\sum_{i \in \sigma_c(r,h,l)} X_{ids} + \sum_{i \in \sigma_a(r,h,l)} Y_{ids} \right) \leq 1 + FS_{hldt}$$

$$\forall h \in H, \forall l \in L, \forall d \in D, \forall t \in T$$

La variable FS_{hldt} representa la cantidad de topes horarios presentes en la l -ésima combinación de cursos-sección del semestre h . Dentro de la nueva formulación cambia también la función objetivo ya que se pretende minimizar la cantidad de topes de horarios para las combinaciones de cursos-sección pertenecientes al mismo semestre. De esta manera la función objetivo se modifica como sigue:

Ecuación 5-2: Función Objetivo Modelo MODHS-BH, Modificada

$$MinZ = \sum_i \sum_{d \neq MI'} \sum_t \sum_s Y_{idts} + \sum_i \sum_d \sum_t (X_{idt'AU'} + Y_{idt'AU'}) + \sum_h \sum_l \sum_d \sum_t FS_{hldt}$$

Con estas modificaciones el modelo demora bastante más que en el caso en que la restricción de topes de horarios de cursos-sección del mismo semestre fue desactivada, es decir, no considerada en la formulación. El tiempo que demora el modelo en encontrar una solución factible es aproximadamente 30 minutos, sin embargo, esta solución inicial tiene un gap de 86%. A los 45 minutos el modelo había reducido el gap a un 83%, pero no hubo más mejoras y se detuvo el modelo a las 3 horas con la solución que llevaba hasta el momento. De esta manera se obtuvo un resultado que cumple con todos los requisitos del problema, menos el requerimiento de no provocar topes horarios entre combinaciones de cursos-sección del mismo semestre, requisito que es cumplido sólo parcialmente.

Un indicador relevante es que del total de 46 semestres distintos considerando todas las carreras de la Facultad, hubo 5 semestres para los cuales no se generó ninguna combinación de cursos-sección sin topes horarios.

Posteriormente se trató de solucionar el problema realizando otra modificación al modelo. Esta consiste en cambiar completamente la restricción de topes de horarios de combinaciones de cursos-sección del mismo semestre (Ecuación 4-16). La idea era imponer una restricción más suave, que funcionara para la mayoría de los casos. De esta manera, la nueva restricción impone que en cada bloque horario de la semana, si se programa alguna clase de una sección de un curso, entonces en ese bloque horario no se pueden programar clases de todas las secciones de otro curso perteneciente al mismo semestre. Para esto definimos los siguientes conjuntos:

- SC(i) = Conjunto de cursos-sección, que corresponden entre si al mismo curso, pero a diferentes secciones.
- HC(h) = Conjunto de cursos-sección pertenecientes al semestre h.

Matemáticamente la restricción se escribe como sigue:

Ecuación 5-3: Restricción de Topes Horarios por Semestre, Simplificada

$$\sum_r \sum_{s \in SAL(r)} \left\{ \sum_{i \in SC(i)} (X_{i'dts} + Y_{i'dts}) + (X_{j'dts} + Y_{j'dts}) \right\} \leq |SC(i)|$$

$$\forall h \in H, \forall i, j \in HC(h), \forall d \in D, \forall t \in T$$

Con esta restricción el modelo demora 40 minutos en encontrar una solución con un 10% de gap, sin embargo sigue existiendo el problema de los topes horarios entre cursos del mismo semestre. En este caso hay 9 semestres para los cuales no se genera ninguna combinación de cursos-sección cuyos horarios no presenten topes.

La dificultad para encontrar soluciones factibles al modelo, junto con la ineficiencia de éste al momento de evitar los topes de horario para cursos-sección pertenecientes al mismo semestre, generan la necesidad de realizar mayores modificaciones a la metodología para abordar el problema. Es por esta razón que se genera la metodología por módulos basada en los modelos MODH-BH y MODS-BH.

5.1.2 Resultados del Modelo MODHS-BH

El modelo MODHS-BH resolvió el problema de programación de horarios y asignación de salas encontrando una solución factible con un gap del 10%, obteniendo los siguientes resultados:

1. Se programaron 20 clases auxiliares en días distintos al miércoles, lo que corresponde a un 9.4% del total de clases auxiliares que se dictan en la Facultad.
2. Se asignó solamente una clase al auditorium de la Facultad.

3. Se logró cumplir con la mayoría de las restricciones fuertes del problema, lo que se resume en lo siguiente:
 - a. Se respetó la restricción de capacidad de las salas.
 - b. Se respetó la disponibilidad horaria de los profesores.
 - c. Para todos los cursos-sección las clases de salas tipo r se asignaron a la misma sala, con $r \in R$.
 - d. Todas las clases de cátedra de los cursos-sección con tres cátedras se asignaron al mismo bloque horario y en diferentes días.
 - e. El 100% de las clases de cátedra de los cursos-sección con dos cátedras que no pertenecen al conjunto CJ se asignaron a los patrones horarios LU-X/JU-X o MA-X/VI-X.
 - f. El 100% de las clases de cátedra de los cursos-sección con dos cátedras que pertenecen al conjunto CJ se asignaron a bloques horarios consecutivos del mismo día. Lo mismo para las clases auxiliares de cursos-sección pertenecientes a AJ.
 - g. No se generaron topes de sala.
 - h. No se generaron topes de horario para cátedras dictadas por el mismo profesor.

4. No se logró cumplir con la restricción que evita topes de horarios para cursos-sección del mismo semestre. De esta manera la mejor solución entregó 5 semestres con ninguna combinación de cursos-sección sin topes de horario.

El tiempo de resolución del problema con este modelo es de 40 minutos aproximadamente. La relajación lineal del problema se resuelve en 190 segundos.

5.2 Implementación y Resultados Modelos MODH-BH y MODS-BH

5.2.1 Implementación Modelos MODH-BH y MODS-BH

Considerando los resultados obtenidos en el modelo MODHS-BH y el tiempo de resolución, se confeccionaron los modelos MODH-BH y MODS-BH que funcionan secuencialmente resolviendo cada uno una parte del problema, con el fin encontrar soluciones factibles más rápido que cumplan con todos los requerimientos planteados.

Para implementar el modelo MODH-BH no era estrictamente necesario realizar modificaciones en la estructura de las restricciones, debido a que se obtuvo la solución óptima del problema en 24 minutos, ajustando ciertos parámetros, sin embargo agregando ciertas restricciones (ver ecuación 5-4) el tiempo de resolución bajó a 1 minuto.

Para el modelo de asignación de salas MODS-BH no fue necesario realizar modificaciones debido a que su tiempo de resolución bordea los 3 minutos, lo cual es bastante bueno para encontrar una solución al problema general considerando el tiempo que demoran ambos modelos en resolverse.

La consideración más importante de esta metodología fue el ajuste de los parámetros csa_r del modelo MODH-BH, que indican una cota para la cantidad de clases que se pueden programar en cualquier bloque horario de cualquier día de la semana, agrupado por tipo de salas. Este parámetro sirve para imponer la restricción de control que dice que para cada bloque horario de la semana no se programen más de csa_r clases tipo r ⁶. Este parámetro es importante debido a que si no se ajusta correctamente se pueden generar problemas en el modelo de asignación de salas MODS-BH, particularmente se pueden provocar asignaciones a salas con insuficiente capacidad.

⁶ Las clases tipo r son aquellas clases de cátedra o auxiliares que debe asignarse a salas tipo r .

El ajuste de este parámetro se realizó partiendo con la cantidad de salas disponibles para cada tipo r , es decir los valores que se consideraron inicialmente fueron:

$$csa_{NOR} = 38$$

$$csa_{COM} = 4$$

$$csa_{LAB} = 1$$

$$csa_{CIM} = 1$$

$$csa_{LOB} = 1$$

El criterio utilizado es que el número máximo de clases programadas en un bloque horario en el tipo de salas r no puede ser superior a la cantidad de salas tipo r . De esta manera el modelo MODH-BH encontró la solución con un gap del 5% (gap absoluto =1 con función objetivo =18) y el modelo de asignación de salas MODS-BH encontró la solución óptima, sin embargo este último generó 5 asignaciones de clases a salas con capacidad insuficiente, lo que no es deseable.

El siguiente paso fue disminuir los valores asignados a los parámetros csa_r para todo $r \neq 'NOR'$ con el fin de ver cuál era la holgura que existía en la asignación de las clases de las salas “no normales”. Lógicamente para $r='LAB'$, ‘CIM’ y ‘LOB’ no se podía disminuir el valor del parámetro csa_r debido a que ya tomaba el valor 1, por lo tanto disminuirlo significaba hacer el problema infactible ya que no se podrían asignar clases a ese tipo de salas en el modelo MODS-BH. Por lo tanto lo que se hizo fue fijar el valor de $csa_{COM}=3$, disminuyéndolo en 1 con respecto a la situación anterior y correr el modelo, lo que generó inmediatamente una infactibilidad, lo que indica que no existe holgura para las salas distintas a salas normales. Por lo tanto se concluyó que la manera para controlar la asignación de cursos-sección a salas con capacidad insuficiente era disminuir el parámetro csa_{NOR} , para salas normales.

Este parámetro se fue disminuyendo paulatinamente y haciendo correr los modelos. Se llegó a $csa_r=31$, obteniendo la solución óptima de ambos modelos

MODH-BH y MODS-BH sin asignaciones a salas con capacidad insuficiente y cumpliendo con todo el resto de las restricciones. El modelo MODH-BH demoraba 24 minutos inicialmente en encontrar la solución óptima, sin embargo, se agregaron dos grupos de restricciones asociados a los topes horarios de cursos-sección del mismo semestre para fortalecer la formulación. Estos grupos de restricciones son:

Ecuación 5-4: Restricciones Adicionales Modelo MODH-BH

$$X_{ids} + Y_{ids} + X_{jds} + Y_{jds} \leq 1$$

$$\forall h \in H, \forall l \in L, \forall i, j \in SEMC(h, l), \forall i \neq j, \forall d \in D, \forall t \in T \quad (1)$$

$$X_{ids} + Y_{ids} + X_{jds} + Y_{jds} + X_{\theta ds} + Y_{\theta ds} \leq 1$$

$$\forall h \in H, \forall l \in L, \forall i, j, \theta \in SEMC(h, l), \forall i \neq j \neq \theta, \forall d \in D, \forall t \in T \quad (2)$$

El primer bloque se impone para todos los pares de cursos-sección pertenecientes a la l-ésima combinación sin topes del semestre h y dice que estos no se pueden programar en el mismo bloque horario.

El segundo bloque se impone para todos los tríos de cursos-sección pertenecientes a la l-ésima combinación sin topes del semestre h y dice que estos no se pueden programar en el mismo bloque horario.

Si bien es cierto estos bloques representan lo mismo que el último grupo de restricciones del modelo MODH-BH, al escribirlos de manera distinta aportan a la formulación disminuyendo el tiempo de resolución a 1 minuto.

De esta manera se obtienen soluciones factibles para el problema general cumpliendo con todos los requisitos planteados inicialmente y minimizando el incumplimiento de las restricciones suaves. El problema de esta metodología es la interacción entre ambos modelos de optimización ya que el modelo de programación de horarios MODH-BH no puede asegurar que el modelo de asignación de salas MODS-BH entregue soluciones sin asignaciones a salas

con insuficiente capacidad en una instancia distinta. Este problema se puede manejar de cierta manera con la restricción de control del modelo MODH-BH ajustando los parámetros csa_r , sin embargo esto no asegura que no se viole la capacidad de las salas posteriormente. Este problema no se presentaba en la metodología integrada inicial basada en el modelo MODHS-BH ya que se resuelven los problemas de programación de horarios y asignación de salas en un mismo modelo. Esto hizo pensar en una nueva formulación integrada para resolver el problema, lo que se refleja en el modelo MODHS-GH.

5.2.2 Resultados de los Modelos MODH-BH y MODS-BH

Los modelos MODH-BH y MODS-BH resolvieron el problema de programación de horarios y asignación de salas obteniendo los siguientes resultados.

1. Se programaron 17 clases auxiliares en días distintos al miércoles, lo que corresponde a un 8% del total de clases auxiliares que se dictan en la Facultad.
2. Se asignó solamente una clase al auditorium de la Facultad.
3. Se logró cumplir con todas las restricciones fuertes del problema, lo que se resume en lo siguiente:
 - a. Se respetó la restricción de capacidad de las salas.
 - b. Se respetó la disponibilidad horaria de los profesores.
 - c. Para todos los cursos-sección las clases de salas tipo r se asignaron a la misma sala, con $r \in R$.
 - d. Todas las clases de cátedra de los cursos-sección con tres cátedras se asignaron al mismo bloque horario y en diferentes días.
 - e. El 100% de las clases de cátedra de los cursos-sección con dos cátedras que no pertenecen al conjunto CJ se asignaron a los patrones horarios LU-X/JU-X o MA-X/VI-X.

- f. El 100% de las clases de cátedra de los cursos-sección con dos cátedras que pertenecen al conjunto CJ se asignaron a bloques horarios consecutivos del mismo día. Lo mismo para las clases auxiliares de cursos-sección pertenecientes a AJ.
- g. No se generaron topes de sala.
- h. No se generaron topes de horario para cátedras dictadas por el mismo profesor ni para clases de alguna combinación sin topes del mismo semestre.

Estos resultados se lograron en 4 minutos aproximadamente. La relajación lineal del modelo MODH-HS se resuelve en 1 segundo y el problema entero se resuelve visitando 40 nodos en el algoritmo de ramificación demorando 1 minuto aproximadamente. Por su parte la relajación lineal del modelo de asignación de salas MODS-BH se resuelve en 0.19 segundos y el problema entero se resuelve visitando 470 nodos en el algoritmo de ramificación demorando 3 minutos aproximadamente.

5.3 Implementación y Resultados Modelo MODHS-GH

5.3.1 Implementación del Modelo MODHS-GH

Este modelo se creó con el objetivo de obtener soluciones en tiempo razonable que cumplan con todas las restricciones del problema para la instancia real de la Facultad sin condicionarla al ajuste de parámetros de control, como lo que ocurría en la metodología por módulos.

La fortaleza de esta nueva metodología es que varias restricciones de las consideradas en los modelos MODHS-BH, MODH-BH y MODS-BH van implícitas dentro de la definición de las variables, lo que permite reducir el número de restricciones. Por ejemplo, la mayoría de los cursos-sección (un 90%) deben cumplir la condición de que sus clases de cátedra se deben

asignar a la misma sala (excepto los cursos-sección ϵ EX), condición que viene implícita dentro de la definición de las variables X_{ibs} de la nueva formulación ya que si esta variable toma el valor 1 significa que todas las cátedras del curso-sección i se asignarán a la misma sala s , en el grupo horario b .

Los distintos tipos de cursos-sección se deben asignar a las diferentes configuraciones de horarios, como lo son los grupos horarios con algún patrón LU-X/JU-X o MA-X/VI-X, grupos horarios con bloques consecutivos del mismo día, grupos horarios con sólo un bloque y grupos horarios con tres bloques. En este modelo estas restricciones se imponen conjuntamente con las restricciones de realización de cátedras, es decir, en aquellas restricciones que imponen que las clases de los cursos-sección se deben programar en algún horario durante la semana y asignar a alguna sala, también se impone el tipo de grupo horario al cual se deben asignar, dependiendo de los requerimientos de cada curso-sección. De esta manera en las mismas desigualdades se imponen más condiciones que, en los modelos anteriores, debían imponerse por separado.

Una consideración importante para el funcionamiento del nuevo modelo es el acotamiento del espacio factible de soluciones. Esto fue necesario hacerlo debido a que inicialmente se intentó correr el modelo considerando todo el espacio factible, sin embargo esto requería grandes cantidades de memoria RAM, que en un ordenador con 2 GB RAM disponibles no alcanzaba a cargar el modelo.

La manera utilizada para acotar el espacio factible de soluciones es no considerar todos los grupos horarios existentes, dado que esto genera demasiadas variables. Lo que se hizo fue considerar como disponibles los grupos horarios que se utilizan en la programación actual, agregando además, todos los grupos horarios que poseen solamente un bloque horario, para darle mayor holgura a la asignación de clases auxiliares⁷ y a la asignación de clases de cursos-sección ϵ EX⁸. De esta manera se utilizaron 75 grupos horarios de un total de 127 disponibles (ver anexos 7.1). Con esta consideración se logró

⁷ Esto ocurre debido a que la mayoría de los cursos-sección poseen solamente un bloque de clases auxiliares.

⁸ Las clases de los cursos-sección $i \in$ EX se deben asignar por separado, cada una en un grupo horario con un solo bloque, debido a que deben asignarse a salas diferentes.

resolver el problema encontrando la solución óptima (del espacio considerado) para la instancia completa cumpliendo con todas las restricciones en sólo 25 minutos.

5.3.2 Resultados del Modelo MODHS-GH

El modelo MODHS-BH resolvió el problema de programación de horarios y asignación de salas encontrando una solución factible con un gap del 10%, obteniendo los siguientes resultados.

1. Se programaron 21 clases auxiliares en días distintos al miércoles, lo que corresponde a un 9.9% del total de clases auxiliares que se dictan en la Facultad.
2. Se asignó solamente una clase al auditorium de la Facultad.
3. Se logró cumplir todas las restricciones fuertes del problema, lo que se resume en lo siguiente:
 - a. Se respetó la restricción de capacidad de las salas.
 - b. Se respetó la disponibilidad horaria de los profesores.
 - c. Para todos los cursos-sección las clases de salas tipo r se asignaron a la misma sala, con $r \in R$.
 - d. Todas las clases de cátedra de los cursos-sección con tres cátedras se asignaron al mismo bloque horario y en diferentes días.
 - e. El 100% de las clases de cátedra de los cursos-sección con dos cátedras que no pertenecen al conjunto CJ se asignaron a los patrones horarios LU-X/JU-X o MA-X/VI-X.
 - f. El 100% de las clases de cátedra de los cursos-sección con dos cátedras que pertenecen al conjunto CJ se asignaron a bloques horarios consecutivos del mismo día. Lo mismo para las clases auxiliares de cursos-sección pertenecientes a AJ.

- g. No se generaron topes de sala.
- h. No se generaron topes de horario para cátedras dictadas por el mismo profesor ni para combinaciones de cursos-sección sin topes del mismo semestre.

El tiempo de resolución del problema con este modelo es de 25 minutos y la relajación lineal del problema se resuelve en 93 segundos.

5.4 Comparación de Metodologías Utilizadas

En esta sección se muestran una comparación entre los resultados de las metodologías utilizadas y de la situación actual. Además se realizará un análisis de las ventajas y desventajas de utilizar cada una de las metodologías planteadas en distintos ámbitos.

5.4.1 Comparación de Resultados

En esta sección se muestran los resultados más importantes de cada una de las metodologías utilizadas y se comparan con la programación de horarios y asignación de salas actuales de la Facultad. La solución que se utiliza actualmente en la Facultad no cumple con todas las condiciones que se desean y su obtención se basa en la programación de horarios y asignación de salas histórica para la mayoría de los cursos-sección y se adaptan los cursos-sección nuevos. A continuación se muestra un resumen con los indicadores más relevantes para la solución que se utiliza actualmente en la Facultad y para la solución encontrada con los distintos modelos utilizados:

Tabla 5-1: Resumen Indicadores

INDICADORES	ACTUAL	MODHS-BH	MODS-BH Y MODH- BH	MODHS- GH
% AUXILIARES DÍA MIERCOLES	43%	91%	92%	90%
CLASES ASIGNADAS AL AUDITORIUM	0	1	1	1
CURSOS-SECCIÓN CON HORARIOS DE CÁTEDRA SIN PATRÓN	2	0	0	0
CURSOS CON CÁTEDRAS EN DISTINTAS SALAS	60	0	0	0
CURSOS ASIGNADOS A SALAS CON CAPACIDAD INSUFICIENTE	99	0	0	0
TOPES DE SALA	10	0	0	0
SEMESTRES SIN HORARIOS FACTIBLES	2	5	0	0
TIEMPO DE EJECUCIÓN		40 min.	4 min.	25 min.

Primero se puede ver que con la implementación de los modelos la asignación de clases auxiliares al día miércoles aumenta desde 43% a un 91% promedio. Con respecto a las clases asignadas al auditorium los modelos minimizan esta asignación y encuentran que existe una clase de cátedra que sólo puede asignarse al auditorium debido a que es la única sala que tiene capacidad suficiente para satisfacer la demanda de ese curso-sección (el que no tiene clases auxiliares). Sin embargo en la solución actual no se asigna ninguna clase al auditorium, incurriendo en una asignación obligada a una sala con capacidad insuficiente para ese curso-sección.

Se puede ver que la solución actual no cumple con varias condiciones que son deseables para la Facultad, por ejemplo, existen 2 clases que no cumplen algún patrón horario predefinido, existen 60 cursos-sección para los cuales todas sus cátedras se deberían asignar a la misma sala, sin embargo se han asignado a salas distintas. Existen 105 clases que se han asignado a salas con capacidad insuficiente, existen 10 clases que tienen topes de salas, lo que en realidad no puede ocurrir, pero solucionó en el avance del semestre. Existen además 2 semestres que no poseen ninguna configuración de cursos-sección

sin topes horarios, lo que genera problemas a los alumnos que les corresponde cursar ese semestre.

Con respecto a los modelos, la tabla anterior deja ver las mejoras con respecto a la solución actual, sin embargo no se refleja mucha diferencia entre ellos, debido a que la mayoría de los indicadores son restricciones fuertes dentro de los modelos, por lo que en la mayoría de los casos todos se encuentran cumpliendo las condiciones en un 100%.

La mayor diferencia se puede ver entre el modelo MODHS-BH y los otros porque la solución presenta 5 semestres sin configuraciones de cursos-sección sin topes horarios, situación que no ocurre en el resto de los modelos.

En la siguiente tabla se muestra un resumen de la ejecución de los modelos:

Tabla 5-2: Resumen de Ejecución de los Modelos

INDICADORES	MODHS-BH	MODS-BH Y MODH-BH	MODHS-GH
TIEMPO DE RESOLUCIÓN DEL LP	190 seg.	1 Y 0.19 seg.	93 seg.
TIEMPO DE RESOLUCIÓN DEL MIP	40 min. ⁹	1 y 3 min.	25 min.

Se puede ver que el menor tiempo de resolución se presenta en los modelos secuenciales MODS-BH y MODH-BH seguido por MODHS-GH y finalmente por MODHS-BH. El primer modelo MODHS-BH entrega una solución con un 10% de gap y los otros modelos consiguen llegar al óptimo.

5.4.2 Análisis de las Metodologías Utilizadas

⁹ En el caso del modelo MODHS-BH este tiempo corresponde al necesario para encontrar una solución factible, ya que no fue posible encontrar el óptimo del problema.

Se realizará un análisis de cada una de las metodologías utilizadas para resolver el problema considerando distintos ámbitos. Los ámbitos considerados son los siguientes:

1. Flexibilidad
2. Calidad de la Solución
3. Tiempo de Resolución
4. Utilización de Recursos

A continuación se muestra el análisis realizado para cada metodología utilizada en cada uno de los ámbitos anteriores:

1 Flexibilidad

El modelo MODHS-BH entrega gran flexibilidad en términos de modelamiento. Esto debido a que las clases se asignan de a una, es decir, para cada curso-sección, cada una de sus clases de cátedra o auxiliar se asociarán a una variable de decisión distinta, lo que permite adaptar el modelo fácilmente para liberar la programación de horarios de los patrones que deben cumplir las clases de los cursos-sección de la Facultad, o en su defecto utilizar patrones diferentes para la programación horaria¹⁰.

En este mismo ámbito, pero en el caso de la implementación, el modelo MODHS-BH tiene problemas debido a que al no encontrar soluciones factibles para la formulación inicial en tiempo razonable, la modificación de ciertas restricciones es crítica para poder obtener soluciones, sin embargo no cualquier cambio en el modelo asegura obtener soluciones en un tiempo adecuado, lo que va en contra de la flexibilidad que se desea. En consecuencia esta metodología presenta flexibilidad en términos de modelamiento, pero no existe mucha flexibilidad al momento de la implementación.

¹⁰ Esto podría servir en el caso que se aplicara el modelo a otra institución educacional o cambiaran los patrones horarios definidos por la facultad.

La metodología de resolución por módulos que se basa en los modelos MODH-BH y MODS-BH tiene características similares en términos de modelamiento al modelo MODHS-BH ya que, a pesar de que separa el problema de programación de horarios de clases y el de asignación de salas, la definición de las variables es muy similar al modelo MODHS-BH y con esto se obtiene similar flexibilidad en el modelamiento.

En términos de implementación con estos modelos se pueden obtener soluciones sin mayores demoras. Los tiempos de resolución son muy bajos (4 minutos para resolver la instancia real completa), pero a la vez muy dependientes de los parámetros csa_r que se utilicen para resolverlo. Al modificar estos parámetros los tiempos de resolución del problema pueden aumentar hasta cerca de 30 minutos, lo que sigue siendo muy aceptable. Sin embargo la solución del problema también es muy dependiente de los parámetros csa_r , lo que es una limitante en la flexibilidad del modelo.

La metodología basada en grupos horarios MODGH-BH entrega menos flexibilidad en términos de modelamiento con respecto a los modelos anteriores, debido a que para la mayoría de los cursos-sección todas las clases de cátedra se asignan en conjunto a un grupo horario con ciertas características y a una sala con ciertas características. Esto viene intrínseco en las variables de decisión por lo que se limita directamente a asignar todas las clases de cátedra de un mismo curso-sección a la misma sala, que es muy deseable en este caso por ser una condición requerida por la Facultad, pero no se podría adaptar este mismo modelo de manera razonable si esa condición no existiera, como puede ocurrir en otras instituciones.

En términos de implementación ocurre algo parecido debido a que el conjunto de patrones horarios posibles es muy extenso, lo que genera una sobrecarga de memoria al resolverlo con CPLEX, por lo que el conjunto B de patrones horarios (grupos horarios) hay que reducirlo para poder resolver el problema. Sin embargo se podría automatizar la elección de patrones horarios considerando el conjunto completo con lo que se recuperaría la flexibilidad en este caso.

En el caso en que no existieran patrones horarios de una forma predefinida, entonces el modelo no sería razonable debido a que no es capaz de soportar todas las combinaciones de horario de dos y tres bloques durante la semana.

En resumen la metodología integrada basada en bloques horarios y la metodología por módulos entregan gran flexibilidad. La metodología basada en grupos horarios está más enfocada a resolver un problema particular, sin embargo se puede adaptar para obtener mayor flexibilidad.

2 Calidad de la Solución

La metodología integrada basada en bloques horarios sustentada en el modelo MODHS-BH entrega una solución que no cumple con todos los requerimientos del problema, debido a las modificaciones que hubo que hacer para poder resolver el problema en tiempo razonable. La principal falla de este modelo es que permite topes horarios entre cursos-sección del mismo semestre que no deben tener topes horarios.

La metodología por módulos basada en los modelos MODH-BH y MODS-BH entrega una solución mucho mejor, llegando al óptimo de la función objetivo (17 clases auxiliares programadas fuera del día miércoles y sólo una clase asignada al auditorium de la Facultad) y cumpliendo con todos los requerimientos pre-establecidos. Esta solución es la que se encontró una vez ajustados los parámetros csa_r del modelo. Si bien es cierto esta metodología presenta una gran ventaja al llegar al óptimo es este caso, existe mucha incertidumbre en la interacción entre los modelos ya que no existe un mecanismo que asegure que el modelo de asignación de salas no asigne clases a salas con insuficiente capacidad.

La metodología integrada basada en grupos horarios sustentada en el modelo MODHS-GH entrega una muy buena solución, óptima en el espacio factible acotado (21 clases auxiliares programadas fuera del día miércoles y sólo una clase asignada el auditorium de la Facultad), cumpliendo con todos los requerimientos del problema y en forma segura a diferencia de la metodología por módulos.

En resumen la calidad de la solución numérica de la metodología por módulos en este caso es la mejor, pero no es seguro que con otras instancias también lo sea. La metodología basada en grupos horarios presenta una solución de calidad similar a la metodología por módulos, pero entrega mayor seguridad al no depender del ajuste de parámetros. La calidad de la solución entregada por la metodología integrada basada en bloques horarios es regular ya que no cumple con todos los estándares requeridos.

3 Tiempos de Resolución

La metodología integrada basada en bloques horarios sustentada en el modelo MODHS-BH demora 40 minutos en encontrar la solución óptima del problema modificado, sin embargo demora un tiempo superior a 8 horas en resolver la problemática no modificada, sin encontrar hasta ese momento ninguna solución factible.

La metodología por módulos basada en los modelos MODH-BH y MODS-BH demora 4 minutos aproximadamente en encontrar la solución óptima del problema (1 minuto el modelo MODH-BH y 3 minutos el modelo MODS-BH). Sin embargo al cambiar los parámetros c_{sa} , puede demorar hasta 30 minutos si asegurar una solución que cumpla con todos los requerimientos del problema.

La metodología integrada basada en grupos horarios sustentada en el modelo MODHS-GH demora 25 minutos en encontrar la solución óptima del problema con el espacio factible acotado, cumpliendo con todos los requerimientos del problema.

En resumen, los modelos se resuelven en tiempo razonable (a excepción del modelo MODHS-BH) siendo la metodología por módulos la más rápida, pero a la vez con gran variabilidad de dependiendo de los parámetros. La metodología basada en grupos horarios es la segunda más rápida y la metodología integrada basada en bloques horarios es la menos eficiente.

4 Utilización de Recursos

La metodología integrada basada en bloques horarios sustentada en el modelo MODHS-BH utiliza cerca de 400 MB de memoria RAM.

La metodología por módulos basada en los modelos MODH-BH y MODS-BH utiliza 270 Mb de RAM para el modelo MODH-BH y 100 MB de RAM para el modelo MODS-BH.

La metodología integrada basada en grupos horarios sustentada en el modelo MODHS-GH utiliza 700 MB de RAM en el espacio factible acotado y más de 2 GB en el espacio completo.

Estas mediciones se hicieron sólo en el momento de la carga de los modelos.

6 CONCLUSIONES

En el presente trabajo se desarrollaron tres metodologías para resolver el problema de programación de horarios y asignación de salas en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Diego Portales. Los enfoques planteados se basaron en formulaciones de modelos lineales enteros que permitían resolver la problemática definida.

La primera metodología planteada se basa en un modelo matemático que integra la resolución de la programación de horarios y asignación de salas para las clases de los cursos-sección de la Facultad. El modelo se basa en la asignación por separado de cada una de las clases de cátedra y auxiliares de los cursos-sección de la Facultad a algún bloque horario durante la semana y a alguna sala, cumpliendo con un conjunto de restricciones fuertes y suaves.

La segunda metodología se basa en dos modelos matemáticos que se resuelven en forma secuencial. El primero corresponde al modelo MODH-BH y resuelve la problemática de programación de horarios de clases de los cursos-sección de la Facultad. El segundo corresponde al modelo MODS-BH y resuelve la problemática de asignación de salas de las distintas clases de los cursos-sección de la Facultad. Ambos modelos, al igual que el modelo MODHS-BH, se basan en la asignación por separado de cada una de las clases de cátedra y auxiliares de los cursos-sección a algún bloque horario durante la semana y a alguna sala. Las restricciones de ambos modelos en conjunto representan las mismas restricciones impuestas en el modelo MODHS-BH, agregando una restricción de control en el primer modelo MODH-BH para facilitar el posterior cumplimiento de las restricciones impuestas en el segundo modelo MODS-BH. Estas restricciones de control dependen de ciertos parámetros de control, los que generan gran variabilidad en la resolución del

problema debido a que sólo para ciertos valores de estos parámetros se encuentran soluciones factibles del problema general.

La tercera metodología se basa en un modelo matemático que resuelve el problema completo al igual que el modelo MODHS-BH. En este caso el modelo se basa, para el 90% de los cursos-sección, en la asignación de todas las clases de cátedra de un curso-sección a algún grupo horario, que representa un conjunto de bloques horarios, y a alguna sala, que es la misma para todas las clases de cátedra. Lo mismo ocurre para las clases auxiliares.

Las formulaciones de los modelos MODHS-BH, MODH-BH y MODS-BH presentan gran flexibilidad para representar distintas condiciones que se pueden imponer en este tipo de problemas, debido a su enfoque en el modelamiento en la asignación por separado de cada una de las clases de cátedra y auxiliares de los cursos-sección a bloques horarios y salas. Por su parte el modelo MODHS-GH no presenta la misma flexibilidad debido a que modela la asignación de todas las clases cátedra, como conjunto, a grupos o patrones horarios predefinidos y asume, en sus variables de decisión, que todas las clases de cátedra y todas las clases auxiliares se deben asignar a la misma sala, para el 90% de los cursos sección (los cuales están identificados).

Las técnicas de resolución planteadas son simples y entregan resultados adecuados para resolver la problemática de la Facultad, sin embargo, no existe seguridad que para instancias mayores estas metodologías entreguen resultados en tiempo razonable, lo que representa un amplio campo para la investigación de metodologías de resolución que, hoy en día, genera gran interés, existiendo muchos trabajos que muestran diversos métodos de resolución para abordar problemáticas similares.

Los modelos matemáticos planteados resuelven una problemática de nivel táctico-operacional para las universidades debido a que los resultados se

plantean para un horizonte de mediano plazo (1 semestre) y algunas asignaciones pueden modificarse en un horizonte aún menor.

La gran complejidad de este tipo de problemas y el no cumplimiento de los estándares de las soluciones que se utilizan actualmente en la Facultad hacen de este tipo de herramientas de gestión y automatización un gran aporte que facilita enormemente labores que en la actualidad se realizan manualmente.

Las principales ventajas de la utilización de las metodologías planteadas se citan a continuación:

1. Permiten resolver un problema que actualmente se realiza en forma manual y cuya demora oscila entre uno y dos meses, de manera automática en menos de una hora.
2. Permite aumentar la efectividad en el cumplimiento de las condiciones deseables por la Facultad. Las principales mejoras se muestran a continuación:
 - a. Aumentar la asignación de clases auxiliares al día miércoles desde un 43% actualmente hasta un 91% promedio.
 - b. Respetar la restricción de capacidad de las salas para todas las clases asignadas, lo que en la actualidad no se cumple, violando esta restricción para 99 clases.
 - c. En el caso en que todas las clases de cátedra se deban asignar al mismo tipo de sala, asignarlas a la misma sala. Esto se cumple para todos los cursos-sección que presentan este requerimiento con los modelos planteados, sin embargo en la situación actual existen 60 cursos-sección cuyas cátedras deben asignarse a la misma sala y se asignan a salas distintas.
 - d. En la actualidad existen 2 semestres para los cuales no existe una combinación de cursos-sección sin topes horarios. Con los modelos se generan combinaciones de cursos-sección sin topes horarios para todos los semestres.

3. Los modelos planteados para resolver la problemática aceptan modificaciones de algunas condiciones sin tener que replantearlos completamente. En este contexto se puede decir que tienen un grado aceptable de adaptabilidad. Por ejemplo, el día deseable para realizar las clases auxiliares actualmente es el día miércoles, pero esto podría cambiar a ser otro día o conjunto de días sin problemas, situación que se puede modificar fácilmente en el modelo. Lo mismo ocurre con el cambio de los patrones horarios LU-X/JU-X y MA-X/VI-X, con la disponibilidad horaria de los profesores, etc. Cualquier cambio en las condiciones para la situación actual es crítica debido a que todo se realiza manualmente, es por esto que un cambio implicaría tener que hacer prácticamente todo de nuevo.

Como trabajo futuro se pueden mencionar las siguientes alternativas:

1. La metodología basada en grupos horarios sustentada en el modelo MODHS-GH, abre paso a la posibilidad de resolver la problemática planteada con técnicas que automaticen la generación de patrones horarios. Una opción es utilizar generación de columnas o algoritmos tipo Branch and Price, debido a la necesidad de considerar sólo un subconjunto de grupos o patrones horarios para su resolución debido al alto consumo de memoria computacional. Esto se basa en el hecho de que la elección de patrones horarios a considerar se podría automatizar mediante la resolución de subproblemas de menor complejidad.
2. Resolver la problemática de programación de horarios que representa el modelo MODH-BH mediante un algoritmo de ramificación y corte, debido a que en su resolución se visitan varios nodos en los cuales se podrían imponer ciertas desigualdades validas específicas.

La metodología implementada en este trabajo se pretende utilizar durante el año 2008 para generar los horarios de clases y la asignación de salas a los

cursos de la Facultad. Actualmente existe un sistema muy básico que permite correr los distintos modelos y obtener resultados, sin embargo, no es lo suficientemente amigable para que esta labor sea realizada por cualquier tipo de usuario. De todas maneras está completamente definido el formato de los datos de entrada, como también están implementados los algoritmos de lectura de datos para entregárselos a los modelos de optimización. De esta manera, para que las metodologías propuestas en este trabajo de tesis puedan ser utilizadas por los encargados de esta labor en la Facultad sólo falta la implementación de un sistema computacional simple y amigable que permita al usuario interactuar con los modelos de optimización y hacerlos correr.

En el marco de la literatura existente, el presente trabajo permite concluir que las técnicas de programación lineal entera pueden ser utilizadas con éxito para resolver a optimalidad instancias medianas y/o grandes de problemas de *university course timetabling* si se logra desarrollar una formulación lo suficientemente fuerte, no siendo siempre necesaria la implementación de metodologías heurísticas para obtener buenas soluciones en este tipo de problemas.

Este trabajo se enmarca dentro de la constante investigación en torno al concepto de *university course timetabling*, que genera cada vez mayor interés dentro del ámbito de la investigación de operaciones debido a su dificultad y al valor agregado que su automatización puede generar.

Finalmente se puede concluir que este trabajo entrega un aporte significativo dentro de la administración docente, permitiendo sustituir la realización de una ardua labor que actualmente se realiza en forma manual por un sistema automático que resuelve el problema en menos de una hora, aumentando la consistencia de la programación de horarios y asignación de salas dentro de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Diego Portales.

7 Anexos

7.1 Análisis del Tamaño de la Formulación Modelo MODHS-GH

Esta nueva forma de modelar el problema aumenta el número de variables considerablemente, debido a que el nuevo subíndice “grupos horarios” nace de la combinación de días y bloque horarios factibles durante la semana, cuya cardinalidad $|B|$ es:

Ecuación 7-1: Cardinalidad Conjunto B

$$|B| = |D| \cdot |T| + 2 \cdot |T| + |D| \cdot (|T| - 1) + \binom{|D|}{3} \cdot |T|$$

Donde

$|B|$ = Cardinalidad del conjunto B de grupos horarios.

$|D|$ = Cantidad de días a la semana.

$|T|$ = Cantidad de bloques horarios en un día.

El primer término $|D| \cdot |T|$ corresponde a la cantidad de bloques horarios durante toda una semana, por lo tanto corresponde a grupos horarios que contienen sólo un bloque horario.

El término $2 \cdot |T|$ corresponde a la cantidad de pares de bloques horarios que cumplen con el patrón LU-X/JU-X o MA-X/VI-X, donde X es algún bloque horario del día.

El término $|D| \cdot (|T| - 1)$ corresponde a la cantidad de pares de bloques horarios consecutivos dentro del mismo día para la semana completa. En un día, hay $|T| - 1$ bloques horarios consecutivos, por lo tanto al multiplicarlo por el número de días de la semana se obtiene el total semanal.

El término $\binom{|D|}{3} \cdot |T|$ corresponde a la cantidad de tríos de bloques horarios que se encuentran en distintos días, pero son el mismo bloque, ejemplo: LU-A/MI-A/VI-A.

El término $\binom{|D|}{3}$ corresponde a la cantidad de combinaciones de tres días que se pueden hacer con $|D|$ días, lo que se multiplica por $|T|$ para obtener la cantidad de combinaciones de tres bloques horarios iguales en distintos días. Si evaluamos la expresión anterior en los valores que toma la instancia real ($|D|=5$ y $|T|=6$), se obtiene:

$$5*6 + 2*6 + 5*(6-1) + (5!/3!2!)*6 = 127$$

Existen 127 grupos horarios disponibles. Se puede ver que en el nuevo modelo MODHS-GH el subíndice b (grupos horarios) reemplaza a los subíndices d y t de las variables del modelo inicial integrado MODHS-BH. La cardinalidad de los pares (d,t) del modelo MODHS-BH era igual a 30, es decir, los bloques horarios de todos los días de la semana sumaban 30, que comparado con 127 grupos horarios (b e B) que existen en el nuevo modelo, es un número bastante más pequeño. Esto es un precedente muestra de manera concreta que el número de variables del nuevo modelo aumenta considerablemente. Es por esto que se considera sólo una parte de los grupos horarios disponibles, basándose en los grupos horarios utilizados en la programación actual. En la implementación se consideraron todos los grupos horarios de la programación actual más todos los grupos horarios que contienen un sólo bloque horario. La cantidad de grupos horarios considerados en la resolución del problema asciende a 75 grupos horarios.

8 BIBLIOGRAFÍA

Avella P., Vasil'ev L. (2004). *A Computational Study of A Cutting Plane Algorithm for University Course Timetabling*. Journal of Scheduling, 8: (6), pp 497-514.

Burke, E., Bykov Y. and Petrovic. S. (2001). *A Multi-criteria Approach to Examination Timetabling*. Burke E., Erben W. (eds). Practice and Theory of Automated Timetabling: Selected Papers from the 3rd International Conference. LNCS 2079. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, pp 118-131.

Burke, E.K., Petrovic, S. (2002). *Recent Research Directions in Automated Timetabling*, European Journal of Operational Research - EJOR, 140(2), pp 266-280.

Burke, E.K., de Werra, D. and Kingston, J. (2003a). *Applications in Timetabling*, section 5.6 of the Handbook of Graph Theory (eds. J.Yellen and J.Grossman), to be published by Chapman Hall/CRC Press.

Burke E.K., Kendall G. and Soubeiga E. (2003b). *A tabu-search hyper-heuristic for timetabling and rostering*. Journal of Heuristics, 9(6), pp 451-470.

Carter, M. (1986). *A Survey of Practical Applications of Examination Timetabling*, Operations Research, 34, pp 193-202.

Carter, M. (2001). *Timetabling*, in Encyclopedia of Operations Research and Management Science, Gass, S., and Harris, C., Eds., Kluwer Academic Publishers, pp 833-836.

Casey S. and Thompson J. (2003). *GRASPing the examination scheduling problem*. The Practice and Theory of Automated Timetabling IV: Selected Papers from 4th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling (PATAT IV), Gent, Belgium, Lecture Notes in Computer Science 2740, Springer-Verlag. (Editors: E.K. Burke and P. De Causmaecker), pp 232-244.

Daskalaki S., Birbas T., Housos E. (2001). *An Integer Programming Formulation for a Case Study in University Timetabling*. European Journal of Operational Research, 153, pp 117-135.

Dueck, G. (1993). *New Optimization Heuristics, The Great Deluge Algorithm and the Record to Record Travel*, Journal of Computational Physics 104, pp 86-92.

Johnson D. (1990). *Timetabling University Examinations*. The Journal of the Operation Research Society, 41, pp 39-47.

Lotfi, V., and Cervený, R. (1991). *A Final Exam-Scheduling Package*, Journal of the Operational Research Society, 42(3), pp 205-216.

Mausser H., Magazine M., Moore J. (1995). *Application of an Annealed Neural Network to a Timetabling Problem*. INFORMS Journal on Computing 8: (2), pp 103-117.

Panagiotis Ad., Panagiotis Ar. (1999). *Evolutionary Algorithms in Lecture Timetabling*. Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation, 2, pp 1145-1151.

Perzina R. (2006) *Solving the University Timetabling Problem with Optimized Enrolment of Students by a Parallel Self-adaptive Genetic Algorithm*. PATAT2006, pp 246-263. Documento disponible en http://patat06.muni.cz/doc/patat06_050.pdf. Fecha: 29/11/2007.

Schaerf, A. (1999a). *A survey of automated timetabling* Artificial. Intelligence Review, 13, pp 87–127.

Schaerf A. (1999b). *Local search techniques for high-school timetabling problems*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernatic, 29(4), pp 368-377.

Schimmelpfeng K., Helber S. (2007). *Application of a Real-World University-Course Timetabling Model Solved by Integer Programming*. OR Spectrum 29 (2007) 4, pp 783-803.

Stallert J. (1997). *Automated Timetabling Improves Course Scheduling at UCLA*, Interfaces 27: (4), pp 67-81.

Tripathy A. (1984). *School Timetabling - A Case in Large Binary Integer Linear Programming*. Management Science 10: (12), pp 1473-1489.

Wren A. (1996). *Scheduling, Timetabling and Rostering – A Special Relationship?*. Selected papers from the first PATAT, pp 46-75.