



**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL**

**CONTAMINACIÓN DE AGUAS SUBTERRÁNEAS:
DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE DISPERSIÓN
MEDIANTE EL USO DE TRAZADORES CONSERVATIVOS**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

ASHLEY ANDRÉ APEY FREIRE

**PROFESOR GUÍA:
CARLOS ESPINOZA CONTRERAS**

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
ANA MARÍA SANCHA FERNÁNDEZ
JULIO CORNEJO MORALES**

**SANTIAGO DE CHILE
2009**

“CONTAMINACIÓN DE AGUAS SUBTERRÁNEAS: DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE DISPERSIÓN MEDIANTE EL USO DE TRAZADORES CONSERVATIVOS”

El objetivo principal del presente trabajo de título es identificar distintas metodologías que permitan cuantificar el transporte dispersivo de contaminantes en agua subterránea, con el objeto de mejorar la capacidad predictiva del comportamiento de una pluma de contaminante bajo condiciones de gradiente natural y para el diseño de técnicas de remediación. Las metodologías que permiten determinar valor de la dispersividad longitudinal son clasificadas en tres grupos: técnicas de laboratorio, técnicas de terreno y soluciones bibliográficas. Las dos primeras utilizan soluciones analíticas, mientras que soluciones bibliográficas corresponden a gráficos y expresiones matemáticas desarrolladas a partir de la recolección de datos, siendo de gran utilidad cuando no se dispone de información de la zona de estudio.

De acuerdo a los antecedentes presentados en este trabajo, un modelo de simulación de transporte debe considerar que el valor de la dispersividad en la dirección principal de flujo aumenta a medida que la distancia recorrida por el contaminante aumenta. Adicionalmente, el valor de dispersividad depende de la estructura del acuífero. Luego, no existe una expresión universal que permita estimar el valor de la dispersividad longitudinal de manera exacta. No obstante, a escala de terreno, se sugiere estimar el valor de dispersividad longitudinal mediante soluciones bibliográficas con el objeto de definir un rango de valores o el orden de magnitud del valor esperado.

Si el objetivo es caracterizar en detalle parámetros de transporte en un acuífero en particular, se sugiere implementar técnicas de terreno con trazadores. Mediciones de concentración en puntos de monitoreo permiten evaluar el valor de dispersividad longitudinal mediante el ajuste de soluciones analíticas que asumen un medio idealizado. Considerando lo anterior, el presente trabajo presenta un análisis crítico de soluciones analíticas para evaluar el valor de la dispersividad longitudinal a partir de técnicas de terreno. Se realizaron una serie de simulaciones numéricas en dos técnicas de terreno: prueba de pozo individual con fases de inyección y extracción, y prueba de dos pozos caracterizada por un flujo de tipo dipolo y una inyección de tipo instantánea sin recirculación. La modelación numérica se realizó en MODFLOW y MT3DMS, los cuales permiten modelar el flujo de aguas subterráneas y el transporte de solutos, respectivamente. Se seleccionó al método numérico TVD como técnica de solución por presentar un buen manejo de dispersión numérica y oscilaciones artificiales. Las técnicas de terreno son simuladas en tres tipos de acuífero: (1) acuífero confinado-homogéneo con el objetivo de validar soluciones analíticas; (2) acuífero libre-homogéneo para evaluar el efecto de la velocidad del flujo de agua subterránea generado por un gradiente natural constante; (3) acuífero libre y heterogéneo para analizar el efecto de la variabilidad natural del medio.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, agradezco a quienes me acompañaron en este largo proceso de formación y apoyaron para sacar adelante este desafío:

Agradezco la total y excelente disponibilidad de los profesores integrantes de la comisión examinadora de este trabajo. En especial al profesor guía, Sr. Carlos Espinoza, quien me dio la oportunidad de realizar este tema de memoria. Por su disposición para resolver cualquier inquietud y por entregar las directrices principales para no perder el rumbo respecto a los objetivos. También agradezco a la profesora Ana María Sancha y a Julio Cornejo por sus asertivos comentarios y cuestionamientos, los cuales fueron gran aporte para la elaboración de esta memoria.

A mis padres quienes han sido un pilar fundamental en mi vida y quienes me han enseñado a hacer las cosas de la mejor forma y priorizar lo realmente importante. También a mi familia, abuelas (Elvira y Wilma), abuelo Alfonso y tíos que siempre han estado para apoyarme.

A Mariela por acompañarme durante todos estos años, donde hemos crecido y sido testigos de los grandes pasos que hemos dado juntos. Gracias por tu incondicional apoyo.

A los amigos que dieron siempre muestra de interés por saber cuando finalmente terminaba la U y en particular este trabajo: Polo, Fani, Marcelo, Sole, Tiare, Pablo, Seba, Pato, Roberts, Moni, entre varios más.

A los amigos y compañeros de la Facultad conocidos durante estos años de U. En especial a los de primer año y la mítica sección 5: Esteban, Álvaro, Carola, Daniela, Tania, Pablo, Mario, Zaca, Titi, Claudia, Arica, en realidad a todos con quienes compartí grandes momentos fuera de las horas de clases. A los hidráulicos y otros civiles con quienes compartí los últimos años y semestre en la pecera: Christian Romero, Sergio Duarte, Víctor Cruz, Carolina Silva, Lito, Cristian Aravena. Todos grandes personas de los cuales agradezco su compañía durante todos estos años.

Finalmente, aprovecho de agradecer a la Universidad de Chile y a los académicos del departamento de Ingeniería Civil, por entregar las herramientas y medios fundamentales durante todo el proceso de formación académica.

TABLA DE CONTENIDOS

TABLA DE CONTENIDOS	4
1. INTRODUCCIÓN	7
1.1. Motivación	7
1.2. Objetivos Generales	8
1.3. Objetivos Específicos	8
1.4. Organización del Informe	8
2. ANTECEDENTES SOBRE EL TRANSPORTE DE SOLUTOS CONSERVATIVOS EN MEDIOS POROSOS	10
2.1 Modelo Clásico del Transporte de Contaminantes	10
2.1.1. Mecanismos de Transporte	11
2.1.2. Ecuación de Transporte	18
2.2. Estado del Arte y Discusión Bibliográfica.	21
2.2.1. Identificación de Parámetros de Transporte.....	21
2.2.2. Efecto de la Heterogeneidad	35
3. METODOLOGÍAS PARA EL CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE DISPERSIÓN	44
3.1. Descripción General	44
3.2. Pruebas de Laboratorio	48
3.2.1. Inyección Continua	50
3.2.2. Inyección Instantánea	54
3.3. Técnicas de Terreno	59
3.3.1. Soluciones Analíticas	60
3.3.2. Pruebas de pozo individual con fases de inyección y extracción	63

3.3.3. Pruebas de Flujo Radial	69
3.3.4. Prueba de Dos Pozos: Inyección y Extracción Simultánea	78
3.3.5. Comentarios Finales sobre Técnicas de Terreno.....	84
3.4. Soluciones Bibliográficas	86
4. MODELACIÓN NUMÉRICA	93
4.1. Técnicas de Solución de la Ecuación de Transporte.....	93
4.1.1. Descripción General sobre Métodos Numéricos	93
4.1.2. Clasificación de Métodos Numéricos	94
4.1.3. Técnicas de Solución disponibles en MT3DMS	95
4.2. Simulación Numérica Técnicas de Terreno	101
4.2.1. Descripción del Problema.....	101
4.2.2. Simulación Acuífero Confinado y Homogéneo.....	103
4.2.3. Simulación Acuífero Libre y Homogéneo	127
4.2.4. Simulación Acuífero Libre y Heterogéneo.....	134
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	146
5.1. Conclusiones	146
5.2. Recomendaciones	152
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	155
ANEXOS:	
ANEXO A: DEFINICIÓN DE CONDICIONES INICIALES Y DE BORDE – SOLUCIONES ANALÍTICAS ECUACIÓN ADVECCIÓN DISPERSIÓN FLUJO UNIFORME EN 1 Y 2 DIMESNIONES	
ANEXO B: INFORMACIÓN ADICIONAL SOBRE TÉCNICAS DE TERRENO	
ANEXO C: RESULTADOS MODELACIÓN NUMÉRICA	

1. INTRODUCCIÓN

1.1. MOTIVACIÓN

En la actualidad en Chile, la Norma de Emisión a Aguas Subterráneas D.S. N°46 tiene como objetivo prevenir la contaminación de las aguas subterráneas mediante el control de la disposición de los residuos líquidos que se infiltran a través del subsuelo al acuífero. Esta norma define las concentraciones máximas de contaminantes permitidas en los residuos líquidos descargados por la fuente emisora, a través del suelo, a las zonas saturadas de los acuíferos, mediante obras destinadas a infiltrarlo. Sin embargo, es posible identificar otras fuentes de contaminación: (1) de tipo incidental que ocasionan descargas descontroladas al subsuelo, tales como rellenos sanitarios, lagunas de efluentes, cultivos agrícolas y aguas lluvias urbanas; (2) del tipo accidental, como la contaminación por fugas y derrames; (3) del tipo clandestino asociado a la actividad ilegal no autorizada. Luego, se considera de gran importancia definir los parámetros de transporte que cuantifican el transporte de contaminantes en agua subterránea.

La motivación principal del presente trabajo es identificar parámetros efectivos de transporte que permitan predecir y describir el comportamiento de la pluma de contaminante al interior del acuífero. Se requiere conocer en detalle los diferentes procesos físicos que actúan de manera simultánea en la zona saturada, donde destaca el transporte advectivo y el de tipo dispersivo. Al asumir conocido el sistema de flujo y porosidad del medio, el transporte advectivo se resuelve fácilmente. Luego, surge la necesidad de estimar el coeficiente de dispersión, parámetro que permite cuantificar la importancia del proceso de transporte dispersivo con respecto al de tipo advectivo.

El coeficiente de dispersión tiene la función de representar la extensión de la pluma de contaminante ocasionada por la heterogeneidad de las propiedades hidrogeológicas que no son descritas en el modelo de flujo. La forma más simple de caracterizar un medio poroso es mediante un medio homogéneo e isotrópico, al cual se le asocia una dispersividad aparente, estimada mediante el ajuste de soluciones analíticas. Para aproximar a la realidad los sistemas de flujo y transporte en agua subterránea, se construyen modelos numéricos en programas computacionales que permiten representar con cierto nivel de detalle la heterogeneidad del medio.

Las metodologías desarrolladas para estimar el coeficiente de dispersión, se basan en la inyección de trazadores en medios porosos y en el registro posterior de la distribución temporal de concentración en puntos de monitoreo. Este es el caso de técnicas de laboratorio y de terreno. Alternativamente, gráficos y expresiones empíricas relacionan transporte dispersivo con la escala de observación, mientras que los modelos numéricos ofrecen distintas técnicas de solución para resolver la ecuación que gobierna el transporte de solutos. Finalmente, considerando las distintas alternativas disponibles para evaluar y modelar el transporte de solutos, es de gran interés analizar cada una de ellas con el objetivo de mejorar el nivel de predicción del comportamiento de la pluma en un sistema de flujo uniforme, donde el desplazamiento de la pluma se debe exclusivamente a la acción del gradiente natural presente en el acuífero.

1.2. OBJETIVOS GENERALES

El objetivo de esta memoria es identificar metodologías que permitan evaluar el coeficiente de dispersión en un medio poroso. Se clasifican de acuerdo a la escala de observación y se identifican tanto sus ventajas de aplicación como sus debilidades. Conociendo estos antecedentes, se pretende obtener con mayor certeza el comportamiento de la pluma de contaminante conservativo en un sistema de flujo uniforme.

1.3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Describir aspectos relevantes del modelo de transporte tradicional
- Presentar el estado del arte y una revisión bibliográfica sobre el transporte de contaminantes conservativos en agua subterránea
- Clasificar y describir las metodologías existentes para determinar el coeficiente de dispersión
- Describir y comparar técnicas de solución numéricas
- Seleccionar técnicas de terreno de interés e implementarlas en acuíferos homogéneos con la finalidad de validar soluciones analíticas mediante modelación numérica
- Generalizar la implementación de dichas técnicas de terreno seleccionadas para los casos de acuífero libre homogéneo y acuífero libre heterogéneo con el objetivo de estudiar el efecto de la velocidad del flujo y el efecto de la variabilidad del medio natural respectivamente

1.4. ORGANIZACIÓN DEL INFORME

Capítulo 2: Antecedentes sobre el transporte de solutos conservativos en medios porosos

El objetivo de este capítulo es presentar los distintos procesos de transporte y ecuaciones que definen el movimiento de solutos conservativos en agua subterránea. Adicionalmente, se presenta el estado del arte del área de estudio, que se concentra en la identificación del coeficiente de dispersión en aguas subterráneas mediante el uso de técnicas con trazadores. Se presentan trabajos de investigación que estudian el efecto de la dispersión a escala de laboratorio y terreno. También se incluye una revisión de publicaciones relacionados con el escalamiento de la dispersión (o macrodispersión), donde destaca una serie de regresiones matemáticas que definen dispersividad longitudinal con escala de observación. Por último, se revisan algunos antecedentes relevantes sobre la línea de investigación más activa, correspondiente a la modelación estocástica de transporte y su aplicación a simulaciones de transporte en modelos numéricos.

Capítulo 3: Metodologías para el cálculo del coeficiente de dispersión

En el capítulo 3 se describen las metodologías identificadas para estimar el coeficiente de dispersión. Se clasifican en tres grandes grupos: técnicas de laboratorio, técnicas de terreno y soluciones bibliográficas. Soluciones analíticas de técnicas de laboratorio y de terreno consideran dos tipos de inyección: continua (*step input*) e instantánea (*pulse input*). Soluciones analíticas

unidimensionales de la ecuación de advección dispersión permiten analizar pruebas de laboratorio, mientras que técnicas de terreno bajo condiciones de gradiente forzado (flujo no uniforme) son analizadas mediante aproximaciones analíticas derivadas en base al marco teórico desarrollado por Gelhar y Collins (1971). Se presentan técnicas de terreno con distintas configuraciones de flujo: pruebas de pozo individual con flujo radial (divergente y convergente) y pruebas de tipo *Push Pull* caracterizadas por una fase de inyección y extracción y pruebas de dos pozos (*Two Well Tracer Test*), uno de inyección y otro de extracción que operan de forma simultánea, generando un flujo de tipo dipolo. Estos modelos determinísticos son válidos en sistemas idealizados (homogéneo e isotrópico). Finalmente, se presentan gráficos y una lista de expresiones bibliográficas que relacionan dispersividad con escala de observación (distancia recorrida por el trazador), que corresponde a la primera aproximación al tema de acuíferos heterogéneos.

Capítulo 4: Modelación Numérica

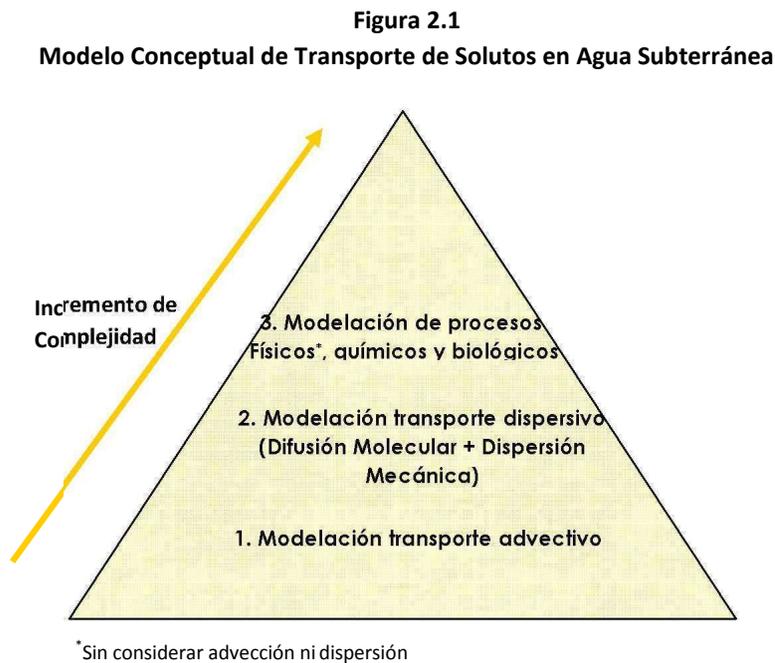
Este capítulo se divide en dos secciones. En primer lugar se describen problemas numéricos típicos y características generales sobre técnicas de solución ofrecidas por el módulo MT3DMS disponible en Visual Modflow 4.2. Estas técnicas corresponden a métodos Eulerianos como el esquema tradicional de diferencias finitas (DF) y el método TVD, y esquemas mixtos o Eulerianos-Lagrangianos conformados por los métodos: MOC, HMOC y MMOC. Esquemas netamente Lagrangianos, basado en el rastreo de partículas no se encuentran disponibles en la última versión de Visual Modflow.

La segunda parte de este capítulo corresponde a una serie de simulaciones numéricas de dos técnicas de terreno. Las pruebas seleccionadas son las siguientes: (1) prueba de pozo individual con fases de inyección y extracción (*Push Pull Tracer Test*) con flujo radial plano; (2) prueba de dos pozos (*Two Well Tracer Test*) caracterizado por un flujo dipolo y una inyección de tipo instantánea sin recirculación. Para la modelación se utilizan los programas Visual MODFLOW y su módulo MT3DMS, los cuales permiten modelar el flujo de aguas subterráneas y el transporte de solutos respectivamente. Las técnicas de terreno son simuladas en tres tipos de acuífero: (1) confinado-homogéneo; (2) libre-homogéneo; y (3) libre-heterogéneo. Los objetivos en cada escenario son diferentes. En el primer caso, pruebas simuladas en acuífero confinado-homogéneo permiten validar soluciones analíticas. Se presenta el criterio de diseño, construcción del modelo de transporte, simulación de transporte de solutos y análisis de resultados. En segundo lugar, pruebas en acuífero libre-homogéneo permite evaluar el efecto de la velocidad del flujo de agua subterránea generado por un gradiente natural constante. Finalmente, el efecto de la variabilidad natural del medio (o heterogeneidad) es analizado en un acuífero libre y heterogéneo. La generación estocástica de acuíferos sintéticos se realiza mediante técnicas geoestadísticas. Se utiliza el programa ASMWIN 6.0, el cual genera acuíferos sintéticos bidimensionales.

2. ANTECEDENTES SOBRE EL TRANSPORTE DE SOLUTOS CONSERVATIVOS EN MEDIOS POROSOS

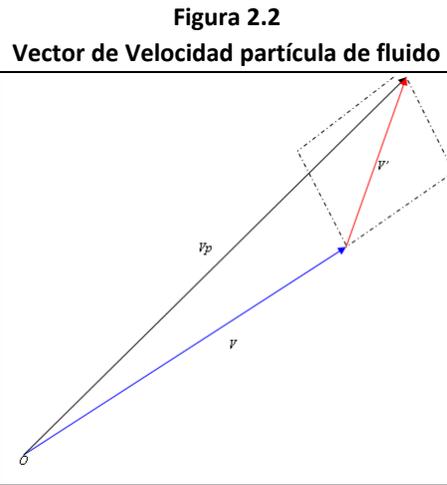
2.1 MODELO CLÁSICO DEL TRANSPORTE DE CONTAMINANTES

Conceptualmente, la elaboración de un modelo de transporte en medios porosos debe considerar tres etapas. Primero, se debe caracterizar correctamente el sistema de flujo de agua subterránea para describir el tipo de transporte que se relaciona con el movimiento solidario de partículas de soluto junto al flujo (advección). Segundo, se definen conceptos de transporte dispersivo, tales como dispersión mecánica y difusión molecular. La última etapa incluye conceptos relacionados con la entrada y salida de masa al sistema. Estas componentes se clasifican en términos fuente/sumidero (*source/sink*) y reacciones, las cuales son utilizadas para describir procesos físicos, químicos y biológicos que pueden afectar en el transporte de contaminantes. Lo anterior, es presentado esquemáticamente en la Figura 2.1.



Un modelo de transporte requiere identificar parámetros hidrogeológicos y de transporte. Los parámetros hidrogeológicos corresponden a la conductividad hidráulica y al coeficiente de almacenamiento, mientras que los parámetros de transporte son dispersividad, coeficiente de difusión molecular y porosidad efectiva. El presente trabajo se concentra en la identificación de metodologías que permiten evaluar el parámetro efectivo de transporte que define el proceso dispersivo, conocido como coeficiente de dispersión. Se asume que el transporte de solutos en aguas subterráneas es gobernado por la ecuación de advección dispersión, sin considerar procesos químicos ni biológicos. Estos últimos pueden ser integrados a la modelación de transporte una vez que el proceso de dispersión ha sido descrito adecuadamente.

En un sistema de flujo uniforme y régimen permanente, el transporte advectivo es representado por una velocidad constante o un vector uniforme que mantiene su magnitud y dirección, mientras que el transporte dispersivo es interpretado como un vector aleatorio cuya dirección y magnitud varía espacialmente. Si v_p es el vector de la velocidad real de la partícula en el punto O , éste resulta de la suma de un vector v que representa a la velocidad de transporte advectivo, y otro vector v' correspondiente a la componente aleatoria asociada al transporte dispersivo. En un modelo bidimensional, el vector v' puede descomponerse en dos términos: una componente longitudinal en la dirección de flujo y una componente transversal normal al flujo (Zheng y Bennet, 2002)



Fuente: Zheng y Bennet, 2002

A continuación se describe detalladamente cada uno de los procesos de transporte que define la ecuación de advección dispersión.

2.1.1. Mecanismos de Transporte

2.1.1.1. Advección

El transporte advectivo se define como el movimiento solidario de las partículas de soluto junto al flujo de agua subterránea. Las partículas recorren la dirección definida por las líneas de flujo incluso en sistemas complejos. El cálculo de la masa de soluto transportada por advección, requiere el resultado del modelo de flujo que se basa en la relación definida por la ley de Darcy:

$$q = \frac{Q}{A} = K \cdot i \tag{2.1}$$

Donde:

- q : Velocidad de Darcy o flujo específico, $[L^3/T/L^2]$
- Q : Caudal o Volumen de agua por unidad de tiempo, $[L^3/T]$
- A : Sección transversal, $[L^2]$
- K : Conductividad hidráulica, $[L/T]$
- i : Gradiente hidráulico, $[L/L]$

La ecuación 2.1 establece que la velocidad de Darcy es proporcional al gradiente hidráulico y la conductividad hidráulica es la constante de proporcionalidad. Para determinar la velocidad real que fluye entre los poros, es necesario definir una tasa de flujo volumétrico por unidad de área que incluya la proporción volumétrica de fluido en movimiento.

$$v = \frac{q}{n_e} = \frac{K \cdot i}{n_e} \quad 2.2$$

Donde:

- v : Velocidad de poros o velocidad promedio lineal, [L/T]
- n_e : Porosidad efectiva, [-]

En un sistema de flujo uniforme, la velocidad promedio lineal, v , representa a la velocidad en la dirección principal de flujo. La porosidad efectiva, n_e , corresponde al porcentaje de poros interconectados por donde el fluido escurre. Luego, la cantidad de soluto transportado por advección corresponde al producto de la concentración y cantidad de agua subterránea que pasa por los poros.

$$J_i = v_i \cdot n_e \cdot C \quad 2.3$$

Donde:

- J_i : Flujo advectivo de masa de soluto, [M/T/L²]
- v : Velocidad de poros o velocidad promedio lineal, [L/T]
- n_e : Porosidad efectiva, [-]
- C : Concentración de soluto, [M/L³]

A continuación se describen los mecanismos que definen al transporte dispersivo: difusión molecular y dispersión mecánica.

2.1.1.2. Difusión Molecular

La difusión molecular, o simplemente difusión, es el resultado de movimientos aleatorios ocasionados por energía termal cinética del soluto y es representado por un gradiente de concentración. Este proceso ocurre incluso en fluidos sin movimiento. La difusión es representada de manera análoga a la ley de Darcy, donde el flujo específico de fluido es proporcional al gradiente hidráulico. El flujo de masa difusivo viene dado por la primera ley de Fick, definida como:

$$J_i = -D_d \cdot \frac{\partial C}{\partial x_i} \quad 2.4$$

Donde:

- J_i : Flujo difusivo de masa de soluto, [M/T/L²]
- D_d : Coeficiente de difusión en un medio líquido puro, [L²/T]
- dC/dx : Gradiente de concentración, [M/L³/L]

El signo negativo indica que el transporte ocurre hacia zonas donde la concentración disminuye. Se ha identificado que los valores de coeficiente de difusión, en medios porosos, son más bajos que los encontrados en medios líquidos puros. Esto se explica por la colisión de iones de soluto con los sólidos del medio y por la mayor distancia que éstos deben recorrer debido a la tortuosidad del medio. Para integrar dicho fenómeno, se considera un coeficiente de difusión efectivo, D^* , que es proporcional a la porosidad y que disminuye con el aumento de la distancia recorrida. Luego, el valor de D^* se define como el producto entre el coeficiente de difusión en un medio líquido puro, D_d , y un coeficiente inferior a la unidad que se relaciona con la tortuosidad, ω .

$$D^* = \omega \cdot D_d$$

2.5

Procesos difusivos dominan en formaciones donde las velocidades de flujo son extremadamente bajas. En la literatura es posible encontrar valores de coeficiente de difusión para distintos iones en agua y a distintas temperaturas. La mayoría de los iones presentes en agua tienen un coeficiente de difusión, D_d , en el rango 0.5×10^{-9} a 2×10^{-9} [m²/s]. El factor ω que define a la tortuosidad es netamente empírico. Bear (1972) define valores entre 0.56 y 0.8 para medios granulares. De Marsily (1986) define un rango de tortuosidad de 0.1 para arcillas y 0.7 para arenas (Domenico y Schwartz, 1998).

2.1.1.3. Dispersión Mecánica

La dispersión mecánica es el resultado de variaciones locales o fluctuaciones de velocidad en torno al valor promedio. La mezcla producida en la dirección del flujo se denomina dispersión longitudinal, mientras que la mezcla que ocurre en dirección perpendicular al flujo se denomina dispersión transversal, la cual puede presentarse en dirección horizontal y vertical.

Variaciones de velocidad se producen por fenómenos que ocurren a distintas escalas (Figura 2.3). En pruebas de laboratorio, donde se pueden promediar los efectos de poros individuales, se identifican algunos factores que afectan al fenómeno de dispersión mecánica a escala microscópica. Por ejemplo: (1) la velocidad del flujo se considera proporcional al tamaño de poros; (2) la tortuosidad del medio se relaciona con una mayor longitud de recorrido y tiempo de viaje; (3) la fricción en poros sugiere un perfil de velocidad con valores máximos ubicados en la zona central de la sección. A mayor escala, la presencia de estratos con distintas permeabilidades induce regiones con distintas velocidades, mientras que la heterogeneidad de formaciones acuíferas, representadas por la distribución de la conductividad hidráulica, define una distribución de velocidades aún más compleja.

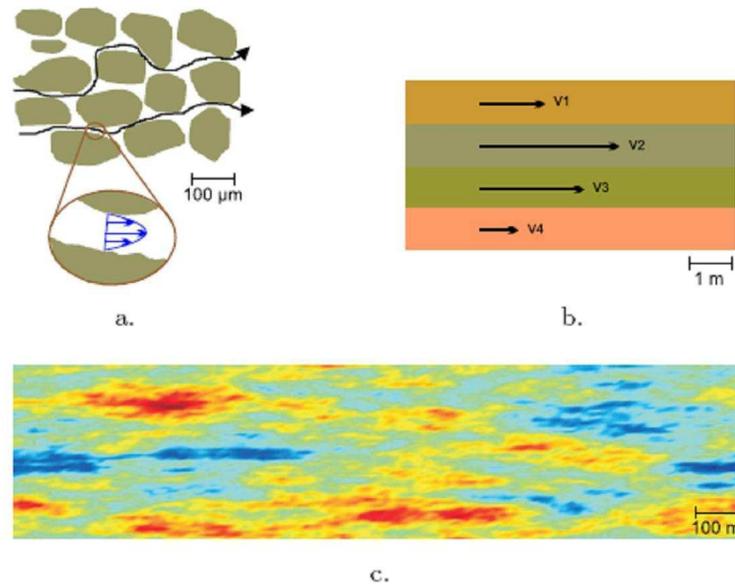
El modelo de transporte representado por la ecuación de advección dispersión, considera una relación lineal del coeficiente de dispersión mecánica con la velocidad promedio lineal. El término que pondera la velocidad se denomina dispersividad y se considera un parámetro característico del medio. Se definen los parámetros α_L y α_T , que corresponden a la dispersividad longitudinal y transversal respectivamente. En la práctica, estos parámetros son los responsables de cuantificar la dispersión mecánica del sistema. El coeficiente de dispersión mecánica viene dado por:

$$D_{ML} = \alpha_L \cdot v_L \quad 2.6$$

$$D_{MT} = \alpha_T \cdot v_L \quad 2.7$$

La base de la teoría de transporte de solutos se concentra, históricamente, en investigaciones realizadas en columnas de material granular a escala de laboratorio. Estas investigaciones identifican una analogía entre los procesos de transporte dispersivo y difusión molecular. A continuación se describe el coeficiente de dispersión hidrodinámica, que considera ambos mecanismos de transporte: dispersión mecánica y difusión molecular.

Figura 2.3
Dispersión Mecánica - Fluctuaciones de Velocidad a Diferentes Escalas



Fuente: Domenico y Schwartz (1998)

2.1.1.4. Dispersión Hidrodinámica

La dispersión hidrodinámica, o simplemente dispersión, corresponde a la suma de los procesos de difusión molecular y dispersión mecánica. La representación de transporte dispersivo en términos de movimiento aleatorio es análoga a la forma en la cual el transporte difusivo es modelado. Lo anterior, significa que el flujo de masa asociado al mecanismo de dispersión mecánica es proporcional al gradiente de concentraciones y su comportamiento se rige por el modelo difusivo definido por la primera ley de Fick. En un modelo bidimensional, los coeficientes de dispersión hidrodinámica, D_L y D_T , definidos en un medio homogéneo e isotrópico se definen como:

$$D_L = \alpha_L \cdot v_L + D^* \quad 2.8$$

$$D_T = \alpha_T \cdot v_L + D^* \quad 2.9$$

Donde:

- D_L, D_T : Coeficiente de dispersión longitudinal y transversal respectivamente, [L^2/T]
 α_L, α_T : Dispersividad longitudinal y transversal respectivamente, [L]
 v_L : Velocidad de poros o velocidad promedio lineal, [L/T]
 D^* : Coeficiente de difusión efectivo, [L^2/T]

Una de las diferencias entre el modelo dispersivo y el modelo de difusión, viene dado por factores de proporcionalidad distintos en ambas direcciones, es decir, el factor que contribuye a la dispersión longitudinal es diferente al que contribuye en dirección transversal. Adicionalmente, el modelo dispersivo depende de la velocidad de flujo de agua subterránea, v_L . Luego, si la velocidad de flujo tiende a aumentar en el sistema, la magnitud de la componente aleatoria de velocidad también aumenta, dando lugar a un mayor efecto dispersivo de transporte. Finalmente, el flujo de masa dispersivo viene dado por:

$$J_i = -n_e \cdot D_i \cdot \frac{\partial C}{\partial x_i} \quad \mathbf{2.10}$$

Donde:

- J_i : Flujo dispersivo de masa de soluto, [$M/T/L^2$]
 n_e : Porosidad efectiva, [-]
 D_i : Coeficiente de dispersión hidrodinámico, [L^2/T]
 dC/dx : Gradiente de concentración, [$M/L^3/L$]

Es importante recordar que el mecanismo de dispersión mecánica resulta de variaciones de velocidad, es decir, su origen es netamente advectivo. Luego, un modelo difusivo para la dispersión mecánica no representa correctamente los procesos que la generan. No obstante, en la práctica no se puede identificar ambos procesos en forma separada, transformando al uso de la dispersión hidrodinámica en la alternativa más simple.

El comportamiento Fickiano de transporte dispersivo en un medio bidimensional, homogéneo e isotrópico, caracterizado por un flujo uniforme con velocidad constante, v_x , define al efecto neto de ambos procesos, dispersión mecánica y difusión, como una distribución espacial de concentración, $C(x)$, de tipo normal. Es posible relacionar estadísticos de la distribución normal con el coeficiente de dispersión hidrodinámico.

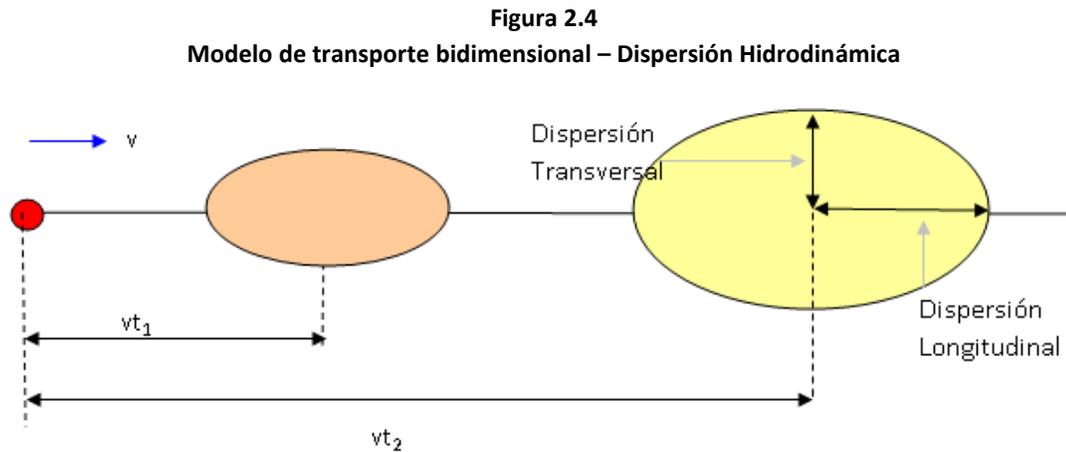
$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} x^2 C(x) dx = 2 \cdot D \cdot t \quad \mathbf{2.11}$$

Donde σ^2 es la varianza de la distribución espacial de concentración, t es el tiempo y D es el coeficiente de dispersión. De esta forma el coeficiente de dispersión longitudinal y transversal se definen como:

$$D_L = \frac{\sigma_L^2}{2 \cdot t} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_L^2 \cdot v_x}{x} \quad 2.12$$

$$D_T = \frac{\sigma_T^2}{2 \cdot t} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_T^2 \cdot v_x}{x} \quad 2.13$$

Por ejemplo, para el caso de inyección instantánea la distribución espacial de concentración tiene la forma de la Figura 2.4.



2.1.1.5. Efecto Relativo entre Dispersión Mecánica y Difusión Molecular

En la mayoría de los problemas de transporte, el efecto difusivo es despreciable en comparación al efecto de la dispersión mecánica. Sin embargo, se ha identificado que el proceso de difusión molecular es relevante en casos que presentan una velocidad de flujo muy baja. Pruebas en columnas de laboratorio han permitido identificar el aporte relativo de la dispersión mecánica y difusión molecular sobre la dispersión hidrodinámica. Este análisis requiere cuantificar la efectividad del transporte de masas por dispersión o difusión. Para esto se define un parámetro adimensional conocido como número de Peclet, P_e , que se define como:

$$P_e = \frac{v \cdot L}{D_d} \quad 2.14$$

Donde:

P_e : Número de Peclet, [-]

v : Velocidad de flujo, [L/T]

L : Longitud característica del flujo, [L]

D_d : Coeficiente de difusión en una solución líquida, [L²/T]

Alternativamente puede ser definida por el diámetro medio de los granos, d_m :

$$P_e = \frac{v \cdot d_m}{D_d}$$

2.15

De acuerdo al trabajo de Perkins y Johnson (1963), tanto la dispersión longitudinal como la dispersión transversal dependen de la velocidad del flujo, v . En la Figura 2.5 se distinguen tres zonas: (1) en el lado izquierdo predomina la difusión molecular y la dispersión mecánica es despreciable; (2) la zona intermedia corresponde a una zona de transición donde ambos mecanismos interactúan; (3) el lado derecho se caracteriza por un predominio de la dispersión mecánica y difusión molecular despreciable. En este último caso, se distingue una relación lineal entre el coeficiente de dispersión y la velocidad, siendo ésta la base del modelo de advección dispersión tradicional que ha sido generalizada para describir el transporte de solutos a mayor escala.

Adicionalmente, el régimen de flujo se denomina turbulento para los casos donde la velocidad es extremadamente alta en comparación a las velocidades típicas en medios porosos, caracterizados por un flujo laminar. El criterio para determinar el régimen de flujo (laminar o turbulento) se basa en el número de Reynolds, que se define como:

$$R_e = \frac{\rho \cdot v \cdot d_m}{\mu} = \frac{v \cdot d_m}{\nu}$$

2.16

Donde:

- R_e : Número de Reynolds, [-]
- ρ : Densidad del fluido, [M/L³]
- v : Velocidad de flujo, [L/T]
- d_m : Diámetro medio de granos, [L]
- μ : Viscosidad dinámica del fluido, [M/T·L]
- ν : Viscosidad cinemática del fluido, [L²/T]

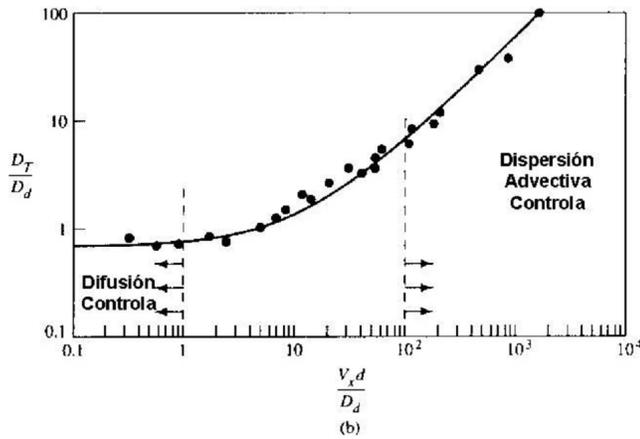
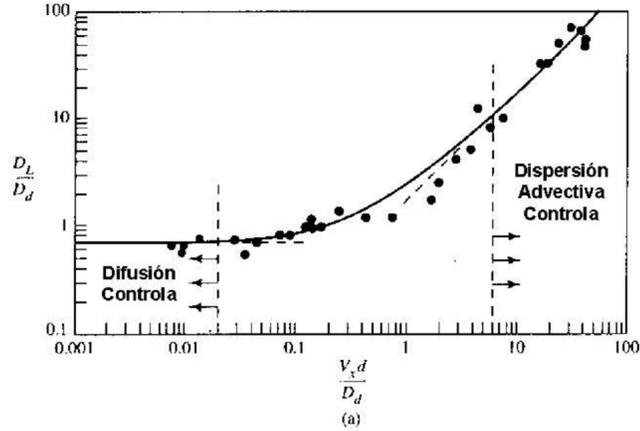
Estudios han demostrado que la ley de Darcy es válida para un rango variable de número de Reynolds, R_e , entre 1 y 10. Por consiguiente, el diseño de pruebas de transporte a cualquier escala debe considerar siempre un régimen de flujo de tipo laminar con valores del número de Reynolds en dicho rango.

Adicionalmente, experiencias en columnas de laboratorio han demostrado que la dispersión longitudinal predomina por sobre la dispersión transversal. Por ejemplo, valores de número de Peclet, P_e , superiores a 100 definen una dispersión longitudinal 10 veces superior a la dispersión transversal. La Figura 2.5 muestra el efecto relativo entre dispersión mecánica y difusión molecular a escala de laboratorio. El eje de las ordenadas corresponde al término D_i/D_d , donde D_i es el coeficiente de dispersión hidrodinámica en la dirección i , y D_d es el coeficiente de difusión molecular en un medio líquido puro. El eje de las abscisas corresponde al número de Peclet, definido por la ecuación 2.15.

Figura 2.5

Efecto Relativo entre Dispersión Mecánica y Difusión Molecular

a. Dispersión Longitudinal. b. Dispersión transversal.



Fuente: Fetter (1999)

2.1.2. Ecuación de Transporte

Una vez identificados los flujos de masa advectivo (ecuación 2.3) y dispersivo (ecuación 2.10), más el principio de conservación de la masa en un volumen de control infinitesimal de medio poroso, se obtiene la ecuación diferencial que describe el transporte de solutos conservativos. La expresión general de la ecuación de advección dispersión viene dada por:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{ij} \cdot \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (v_i \cdot C) \quad 2.17$$

Donde:

C : Concentración de soluto, [M/L³]

t : Tiempo, [T]

$x_{i,j}$: Distancia a lo largo de los ejes en coordenadas cartesianas, [L]

$D_{i,j}$: Tensor del coeficiente de dispersión hidrodinámico, [L²/T]

v : Vector de velocidad de poros [L/T]

Al agregar términos fuentes o sumideros (*source/sink*), definidos como un cambio de la masa de soluto en el sistema causado por el cambio de almacenamiento transiente de agua subterránea, la ecuación de transporte para una sustancia determinada viene dada por:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{ij} \cdot \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (v_i \cdot C) + \frac{q_s \cdot C}{n} \quad 2.18$$

Donde q_s es la tasa de flujo volumétrico por unidad de volumen de acuífero en entradas y salidas de fluido del sistema, $[q_s]=[T^{-1}]$. El parámetro n es la porosidad efectiva del medio. Casos puntuales de fuentes y sumideros son pozos, ríos y drenes, mientras que ejemplos distribuidos son recarga y evapotranspiración.

Para el caso bidimensional, el tensor de dispersión hidrodinámica, D , se define como:

$$D = \begin{pmatrix} D_{xx} & D_{xy} \\ D_{yx} & D_{yy} \end{pmatrix} \quad 2.19$$

Donde:

$$D_{xx} = \alpha_L \cdot \frac{v_x \cdot v_x}{|v|} + \alpha_T \cdot \frac{v_y \cdot v_y}{|v|} + D^* \quad 2.20$$

$$D_{xy} = D_{yx} = (\alpha_L - \alpha_T) \cdot \frac{v_x \cdot v_y}{|v|} \quad 2.21$$

$$D_{yy} = \alpha_L \cdot \frac{v_y \cdot v_y}{|v|} + \alpha_T \cdot \frac{v_x \cdot v_x}{|v|} + D^* \quad 2.22$$

$$|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad 2.23$$

D_{xx}, D_{yy} : Componentes principales del tensor de dispersión, $[L^2/T]$

D_{xy}, D_{yx} : Componentes cruzados del tensor de dispersión, $[L^2/T]$

L : Dispersividad Longitudinal, $[L]$

T : Dispersividad Transversal, $[L]$

D^* : Coeficiente de difusión molecular, $[L^2/T]$

v_x, v_y : Componentes del vector de velocidad $[L/T]$

$|v|$: Magnitud del vector de velocidad, $[L/T]$

En un campo de velocidad uniforme, los ejes principales del tensor de dispersión están alineados con las coordenadas cartesianas. La dirección principal de flujo corresponde al eje x , mientras que los términos del tensor de dispersión fuera de la diagonal son nulos. Adicionalmente, el modelo de transporte se simplifica al considerar un medio homogéneo, donde los coeficientes de dispersión no presentan variación espacial. No obstante, siguen dependiendo de la dirección de flujo, luego D_{xx} D_{yy} . A continuación se presenta la ecuación de advección dispersión en 1, 2 y 3 dimensiones para el caso de flujo uniforme en la dirección x .

En un medio con flujo unidireccional, la ecuación de transporte se define como:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v_x \frac{\partial C}{\partial x} \quad 2.24$$

La ecuación de advección dispersión definida para el caso bidimensional considera un coeficiente de dispersión en dirección del flujo (D_L) y uno en la dirección transversal (D_T):

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_T \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - v_x \frac{\partial C}{\partial x} \quad 2.25$$

Para el caso de flujo en tres dimensiones, existen dos coeficientes de dispersión normales a la dirección de flujo, uno en dirección horizontal (D_{TH}) y otro en dirección vertical (D_{TV}):

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_{TH} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D_{TV} \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - v_x \frac{\partial C}{\partial x} \quad 2.26$$

2.2. ESTADO DEL ARTE Y DISCUSIÓN BIBLIOGRÁFICA.

2.2.1. Identificación de Parámetros de Transporte

2.2.1.1. Pruebas con Trazadores en Columnas de Laboratorio

Históricamente pruebas en columnas de laboratorio ha sido la técnica más utilizada para estudiar transporte dispersivo en medios porosos. En este tipo de pruebas las estimaciones de dispersividad dependen de la condición de borde definida por la concentración de entrada al sistema. Por ejemplo, si la inyección de trazador es de tipo continua con una concentración constante, C_0 , la solución analítica válida corresponde a la propuesta por Ogata y Banks (1960). Este tipo de pruebas ha sido utilizada y recomendada por distintos investigadores (p.e. Pickens y Grisak, 1981. Xu y Eckstein, 1997. Fetter, 1999). Para el caso de inyección de tipo pulso o instantánea, la solución analítica que representa esta situación fue desarrollada por Sauty (1980). Alternativamente, si la concentración de entrada es modelada matemáticamente como una expresión que decae exponencialmente a una tasa constante, la solución analítica corresponde a la ecuación de Mariño (1974). Un ejemplo de este último caso fue implementado por Vallejos (2001) en el laboratorio de Hidráulica de la Universidad de Chile, donde se analizó el transporte dispersivo de un trazador conservativo en una muestra del acuífero de Copiapó.

En la literatura se han encontrado metodologías que simplifican la estimación de parámetros de transporte en pruebas de laboratorio. Por ejemplo, Singh (2006) propone un método que permite estimar valores de dispersividad específica y masa inyectada en una prueba unidimensional con inyección de tipo instantánea. La dispersividad específica se define como el valor de dispersividad dividida por la distancia entre la fuente y el punto donde se registra la concentración. El método entrega estimaciones precisas cuando el valor de dispersividad específica es inferior a 0.01. Se identifican las siguientes ventajas:

- El método propuesto permite estimar valores de dispersividad específica utilizando sólo tres puntos, por lo tanto, no requiere de un registro extenso de concentración, reduciendo de manera considerable la duración de la prueba.
- Las estimaciones pueden ser actualizadas con información adicional (actualización de datos).
- Permite analizar simultáneamente pruebas con distinto caudal y masa de soluto inyectada en una misma columna de material granular y de esta forma estimar una dispersividad específica representativa de la muestra de suelo.

Adicionalmente, se propone un método de optimización que permite estimar dispersividad específica, velocidad promedio lineal (o de poros) y masa inyectada. Una descripción detallada del método junto con un ejemplo de aplicación se encuentra disponible en la referencia indicada.

Otros investigadores han tratado de relacionar dispersividad con otras propiedades del medio. Uno de los estudios más recientes fue realizado por Xu y Eckstein (1997), quienes mediante un análisis estadístico determinaron que los factores más influyentes en la dispersividad son la porosidad, n , y

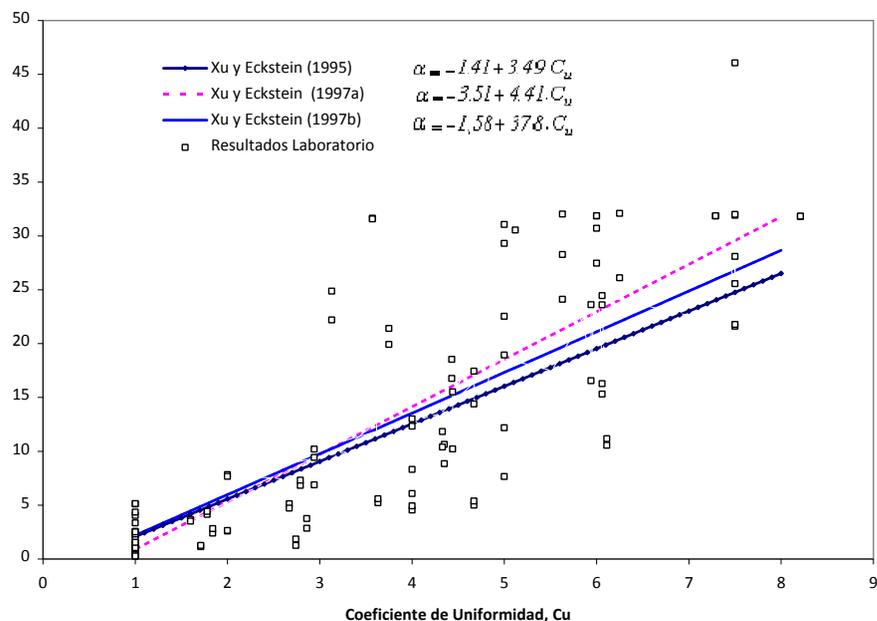
el grado de uniformidad, C_u . Este último se define como la razón entre d_{60} y d_{10} , donde d_i es el diámetro o tamaño por debajo del cual queda el $i\%$ de la muestra de acuífero en peso. Los resultados indican que la dispersividad aumenta con el coeficiente de uniformidad, C_u , y que la dispersividad es inversamente proporcional a la porosidad, n . Los autores propusieron dos modelos regresivos para definir la dispersividad a escala microscópica. Ambos dependen del diámetro medio, d_{50} , y conductividad hidráulica, K . La diferencia radica en que el primer modelo (ecuación 2.27) tiene como factor principal al coeficiente de uniformidad, C_u , y el segundo modelo (ecuación 2.28) define al inverso de la porosidad, $1/n$, como la variable principal.

$$\alpha_x = a + b_1 \cdot C_u + b_2 \cdot d_{50} + b_3 \cdot K \quad 2.27$$

$$\alpha_x = a + b_1 \cdot (1/n) + b_2 \cdot d_{50} + b_3 \cdot K \quad 2.28$$

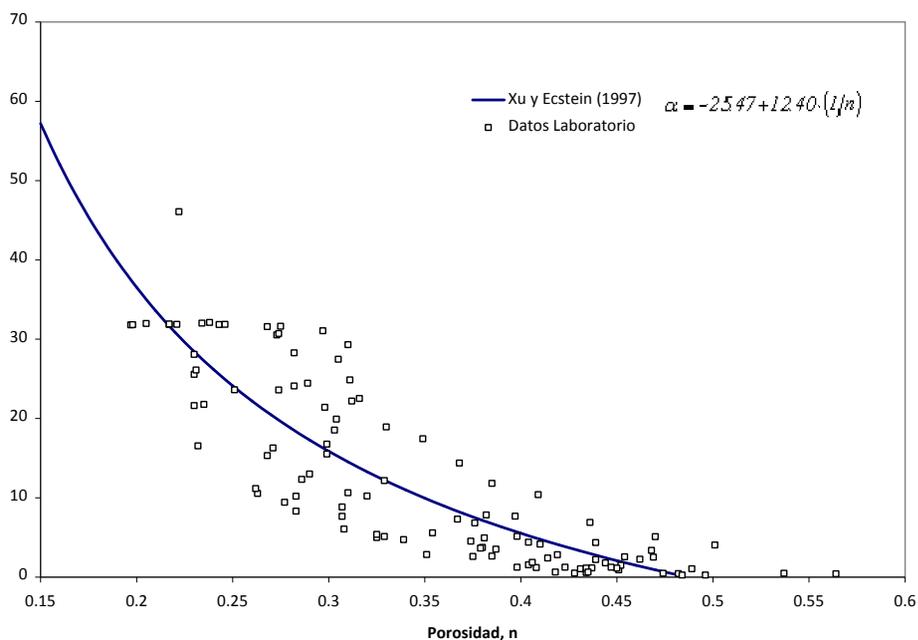
Los autores determinaron que el tamaño medio de grano, d_{50} , tiene un efecto significativo en medios uniformes (medios homogéneos), mientras que muestras con un coeficiente de uniformidad superior a 3, dependen exclusivamente del coeficiente de uniformidad, C_u . Adicionalmente, no se muestra evidencia de una relación directa entre dispersividad y conductividad hidráulica, sin embargo, este resultado no implica que la heterogeneidad no influya en la dispersividad. Con el objetivo de comparar el ajuste de expresiones propuestas por Xu y Eckstein (1997) con los resultados obtenidos en las 113 experiencias de laboratorio consideradas para el análisis estadístico, se presentan dos gráficos. La Figura 2.6 muestra las relaciones entre dispersividad, α_x , y coeficiente de uniformidad, C_u y la Figura 2.7 presenta los resultados de laboratorio junto con la expresión definida para la dispersividad, α_x , en función del inverso de la porosidad, $1/n$.

Figura 2.6
Dispersividad vs. Coeficiente de Uniformidad



Fuente: Xu y Eckstein (1997)

Figura 2.7
Dispersividad vs. Porosidad



Fuente: Xu y Eckstein (1997)

Finalmente, se destaca que los valores de dispersividad longitudinal obtenidos a escala de laboratorio se encuentran entre 0.01 y 1.0 [cm]. A continuación se presentan trabajos de investigación relacionados con pruebas de terreno, donde los valores de dispersividad son 2 a 3 órdenes de magnitud superiores a los valores obtenidos en laboratorio.

2.2.1.2. Pruebas con Trazadores a Escala de Terreno

La necesidad de predecir el comportamiento de plumas de contaminantes ha potenciado el uso de técnicas de terreno basadas en el uso de trazadores. Estas técnicas de terreno son clasificadas de acuerdo al tipo de flujo de agua subterránea presente en el sistema: (1) flujo uniforme bajo condiciones de gradiente natural sin intervención; (2) flujo no uniforme bajo condiciones de gradiente forzado producido por la acción de un pozo de bombeo y/o de inyección.

Antecedentes sobre Pruebas de Gradiente Natural (Flujo uniforme)

Las soluciones analíticas más conocidas en la literatura corresponden a pruebas de flujo uniforme bajo un gradiente hidráulico natural. Fetter (1998) presenta un completo resumen con las soluciones analíticas de la ecuación de advección dispersión y mediante ejemplos prácticos se demuestra que la pluma de contaminante puede ser evaluada de manera cuantitativa. Por ejemplo, para calcular el coeficiente de dispersión en un modelo unidimensional se utilizan soluciones analíticas definidas para distintas condiciones de borde (Ogata y Banks, 1961. Sauty, 1980. Van Genuchten, 1981). Para interpretar pruebas de terreno en dos dimensiones destacan los trabajos de Bear (1972) y De Josseling De Jong (1958).

Pruebas de terreno bajo condiciones de gradiente natural son implementadas con una inyección de trazador de tipo instantánea. Los supuestos considerados son los siguientes: modelo de dispersión bidimensional en un medio poroso homogéneo e isotrópico, infinito con flujo uniforme caracterizado por una velocidad v_x . La Tabla 2.1 muestra algunos resultados de pruebas realizadas bajo estas condiciones (p.e. Mallants et al., 2000. Yang et al., 2001).

Tabla 2.1
Pruebas en 2D Flujo Uniforme inyección instantánea

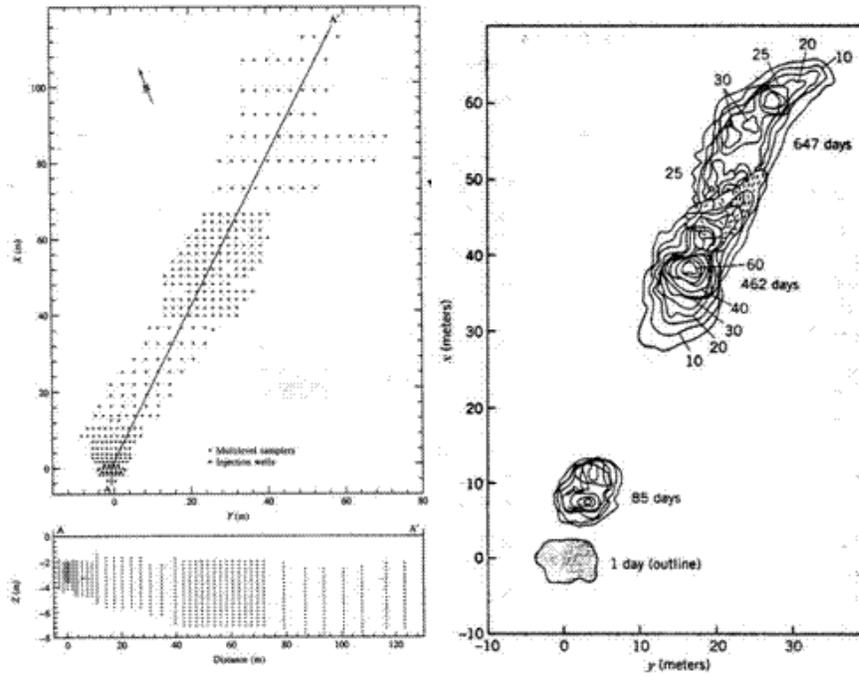
PARÁMETROS	SÍMBOLO	UNIDAD	CASO 1	PRUEBA 2
Volumen Inyectado	V_{iny}	[L]	540	-
Concentración Inicial	C_o	[mg/l]	1500	5000
Velocidad Promedio Lineal	v_L	[m/día]	0.025	13.2
Tiempo de monitoreo	T	[días]	200	2-3
Escala de Observación	L	[m]	10	15.5
Dispersividad Longitudinal	L	[m]	0.09	1.72
Dispersividad Transversal	T	[mm]	8.5	1.3
Fuente			Mallants et al. (2000)	Yang et al. (2001)

Técnicas de terreno bajo condiciones de gradiente natural (*Natural Gradient Tracer Test, NGTT*) también son implementadas con el objetivo de definir una distribución espacial de concentración. Por consiguiente, requieren de un sistema de monitoreo a distintas profundidades en un gran número de pozos de observación. El tiempo de seguimiento de la pluma del trazador puede ser muy extenso y depende principalmente de la velocidad natural de flujo de agua subterránea y de la escala de observación a la cual se quiera estimar los parámetros de transporte. Las pruebas de terreno bajo condiciones de gradiente natural más conocidas corresponden a las experiencias de Borden, Canadá (Mackay et al., 1986. Freyberg, 1986. Roberts et al., 1986), Cape Cod, EE.UU. (LeBlanc et al., 1989. Garabedian et al., 1989. Hess et al. 1992) y Columbia, Missisipi (Boggs et al., 1992. Adams y Gelhar, 1992. Rehfeldt et al., 1992) las cuales fueron implementadas con el objetivo de validar modelos estocásticos de transporte y examinar el comportamiento de transporte en trazadores reactivos. Estos estudios presentan un programa de trabajo similar que se resume en las siguientes etapas:

1. Registro de la evolución espacial y temporal de plumas de trazadores no reactivos y reactivos
2. Determinación de macrodispersividad en solutos no reactivos mediante el análisis de los momentos espaciales
3. Análisis geoestadístico de la conductividad hidráulica y cálculo de macrodispersividades mediante teorías estocásticas

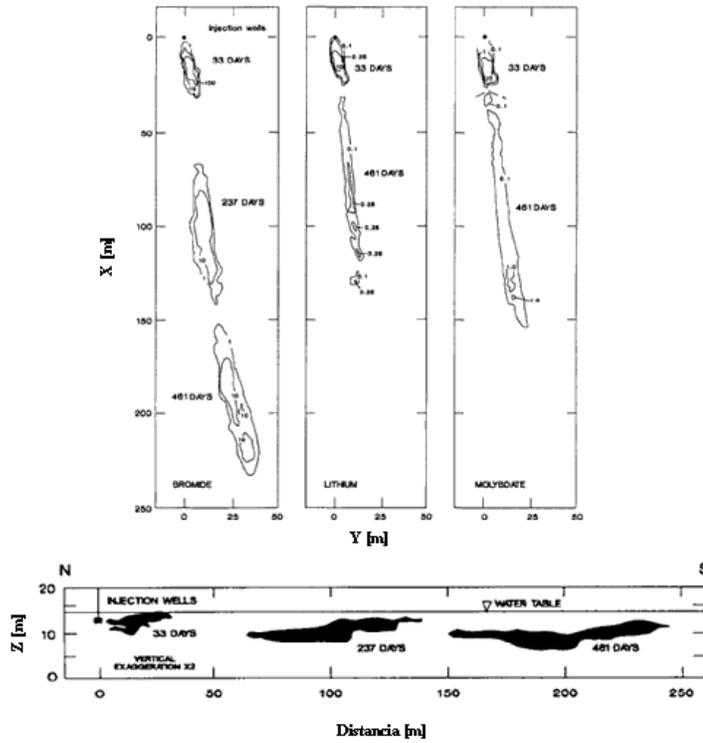
A continuación se presenta el comportamiento de la pluma de contaminante en los casos de Borden, Canadá (Figura 2.8) y Cape Cod, EE.UU. (Figura 2.9).

Figura 2.8
NGTT: Borden, Ontario



Fuente: Mackay (1986)

Figura 2.9
NGTT: Cape Cod, Massachusetts



Fuente: LeBlanc et al. (1991)

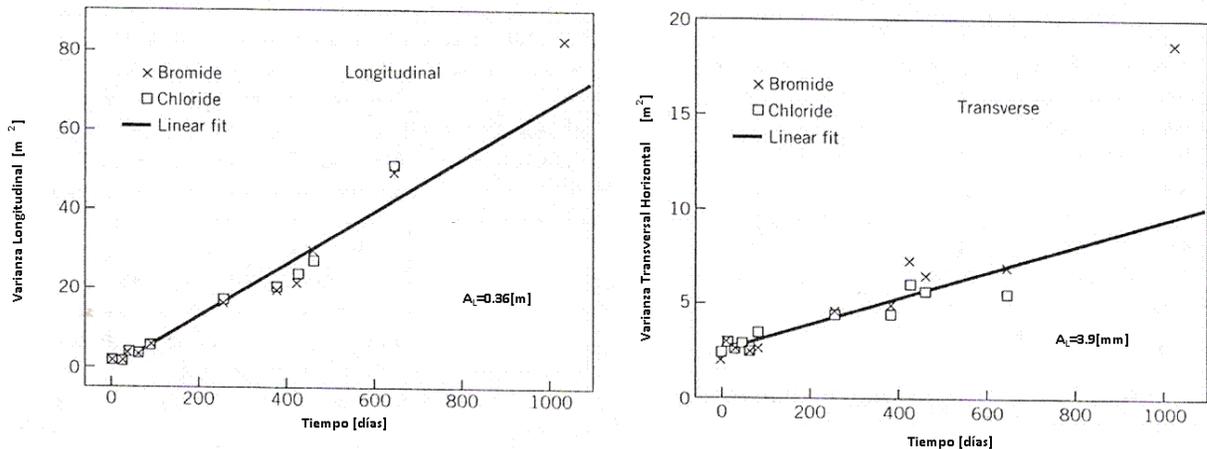
El método de los momentos espaciales se basa en el análisis de la distribución espacial de concentración para un soluto conservativo en los distintos tiempos que se han realizado las mediciones. Esto significa identificar la posición del centro de masa de la pluma y las varianzas en cada dirección, s_x^2 , s_y^2 , s_z^2 . En Borden y Cape Cod se observó una relación lineal entre distancia recorrida por el centro de masa de la pluma y el tiempo, lo que permitió definir una velocidad constante de flujo, igual a 0.091 y 0.42 [m/día] respectivamente. El cálculo de la macrodispersividad longitudinal y transversal viene dado por una aproximación que relaciona varianza, tiempo y coeficiente de dispersión. El valor de la difusión molecular se considera nulo. Luego, el cálculo de dispersividades a escala macroscópica viene dado por las siguientes ecuaciones:

$$D_L = A_L v_x = \frac{\sigma_L^2}{2 \cdot t} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_L^2 \cdot v_x}{x} \quad 2.29$$

$$D_T = A_T v_x = \frac{\sigma_T^2}{2 \cdot t} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_T^2 \cdot v_x}{x} \quad 2.30$$

En ambos casos, se observa un comportamiento errático de las varianzas, sin embargo, se tuvo una tendencia lineal para tiempos (o distancias) mayores. Los valores de macrodispersividad vienen dados por las ecuaciones 2.29 y 2.30. En la experiencia de Borden se observa que el valor de la varianza obtenido en la última medición no se ajusta a la tendencia identificada en los tiempos previos, manifestando que la dispersividad no puede ser constante en el tiempo o con la distancia (Figura 2.10). Para el caso de Cape Cod se observa que las macrodispersividad longitudinal y transversal presentan distinto orden de magnitud. Adicionalmente, en el caso transversal vertical la tendencia lineal es menos clara.

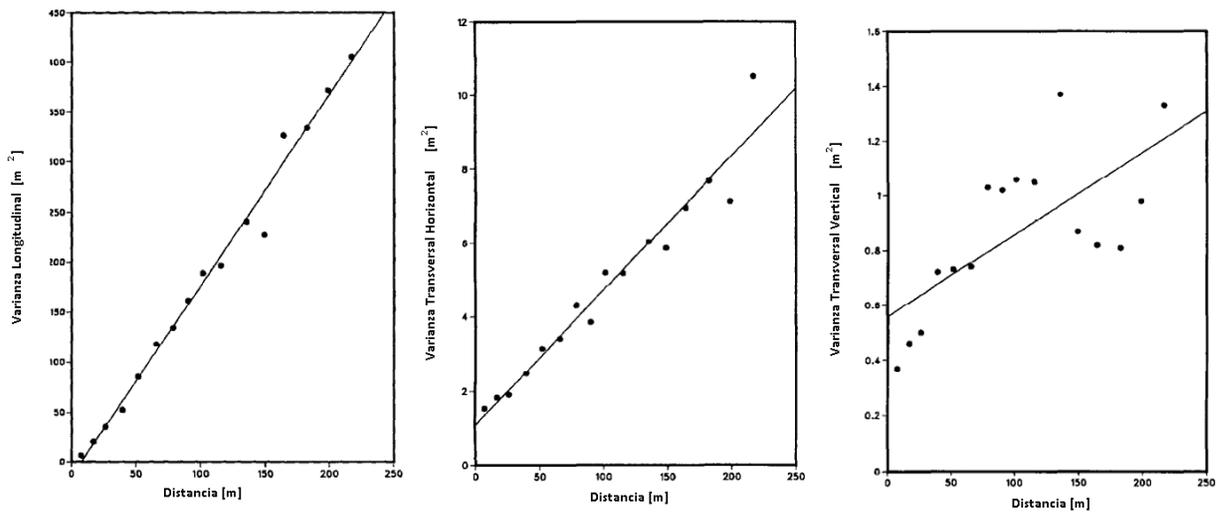
Figura 2.10
Análisis de los Momentos Espaciales. Borden, Ontario.



Fuente: Freyberg (1986)

Figura 2.11

Análisis de los Momentos Espaciales. Cape Cod, Massachusetts



Fuente: Garabedian et al. (1991)

La etapa 3, correspondiente al análisis geoestadístico de la conductividad hidráulica y cálculo de macrodispersividades mediante teorías estocásticas, se presenta en la sección que analiza el efecto de la variabilidad natural de formaciones acuíferas (heterogeneidad) en el transporte de solutos en agua subterránea.

▪ **Antecedentes sobre Pruebas de Gradiente Forzado (Flujo no uniforme)**

El presente trabajo se concentra, principalmente, en describir técnicas de terreno bajo condiciones de gradiente forzado, donde el sistema de flujo de agua subterránea se considera no uniforme. Este tipo de pruebas permite estimar parámetros de transporte a escalas de observación intermedias, con dominio espacial limitado por algunos metros hasta un valor máximo que no supera los 100 metros. A continuación se presentan metodologías desarrolladas para estimar valores de dispersividad longitudinal a partir de la distribución temporal de concentraciones obtenidas en terreno.

La técnica de terreno con trazadores más difundida en la literatura es la prueba de pozo individual con fases de inyección y extracción, también conocida como *Single Well Tracer Test*, *Push Pull Tracer Test* o *Echo Test*. Esta prueba consiste en la inyección de una solución formada por uno o más trazadores en un pozo de bombeo y en la posterior extracción de mezcla de agua subterránea con la solución inyectada. Esta prueba fue presentada inicialmente por Mercado (1966), quien desarrolló una metodología para estimar valores de dispersividad a partir de la distribución de concentración registrada en la fase de extracción. Hoopes y Harlemann (1967a) estudiaron analíticamente el efecto dispersivo durante una inyección continua de un trazador conservativo al interior de un acuífero homogéneo, isotrópico y confinado, desarrollando la ecuación general que describe la distribución de concentración transiente en un sistema de flujo radial plano. Por otro lado, Sauty (1977, 1980) definió una aproximación analítica, ampliamente utilizada, para interpretar curvas de concentración registradas en pruebas de flujo radial convergente. Esta solución se basa en el trabajo de Lenda y

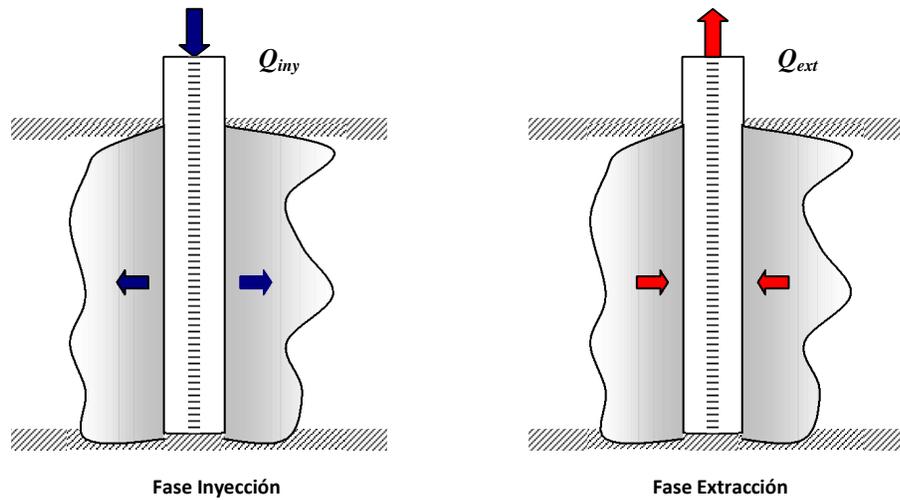
Zuber (1970), quienes consideraron la solución de transporte definida para flujo uniforme unidimensional para analizar pruebas de flujo radial, por consiguiente, esta metodología no toma en consideración la influencia de la velocidad variable presente en un sistema de flujo no uniforme. Para el caso de pruebas de dos pozos (*Two Well Tracer Test*), el agua es bombeada desde un pozo e inyectada al interior de otro con igual o distinto caudal hasta alcanzar un régimen estacionario. Una vez iniciada la inyección de trazador, ambos pozos continúan operando con o sin recirculación. En este tipo de pruebas, las metodologías que interpretan el transporte dispersivo son bastante sofisticadas. Por ejemplo, Hoopes y Harlemann (1967b) desarrollaron expresiones analíticas que determinan valores de concentración en el pozo de bombeo en un sistema de flujo sin recirculación. Webster et al. (1970) y posteriormente Groove y Bettem (1971) presentaron procedimientos basados en el ajuste gráfico de curvas de concentración válidos para un medio homogéneo e isotrópico.

Una alternativa más elaborada y confiable corresponde al marco teórico desarrollado por Gelhar y Collins (1971), que permite definir aproximaciones analíticas de la distribución temporal de concentraciones para distintas técnicas de terreno de flujo bajo condiciones de gradiente forzado. Este enfoque tiene la ventaja de conservar la masa de trazador y considera el efecto de flujo no uniforme. A continuación se identifican los supuestos principales considerados en la elaboración de este marco teórico:

- Acuífero infinito, homogéneo, isotrópico y confinado entre dos planos horizontales
- El efecto de la velocidad regional de agua subterránea se considera despreciable en comparación con la velocidad inducida por la acción del pozo de bombeo
- Pruebas de terreno asumen un régimen estacionario antes de iniciar la inyección de trazador
- Pozos penetran completamente el espesor del acuífero
- Dispersión hidrodinámica sólo considera dispersión mecánica longitudinal mientras que la difusión molecular se considera despreciable
- Dispersión mecánica se define como el producto entre la velocidad y dispersividad
- Dispersividad longitudinal es constante
- La concentración inicial de trazador en el acuífero es nula

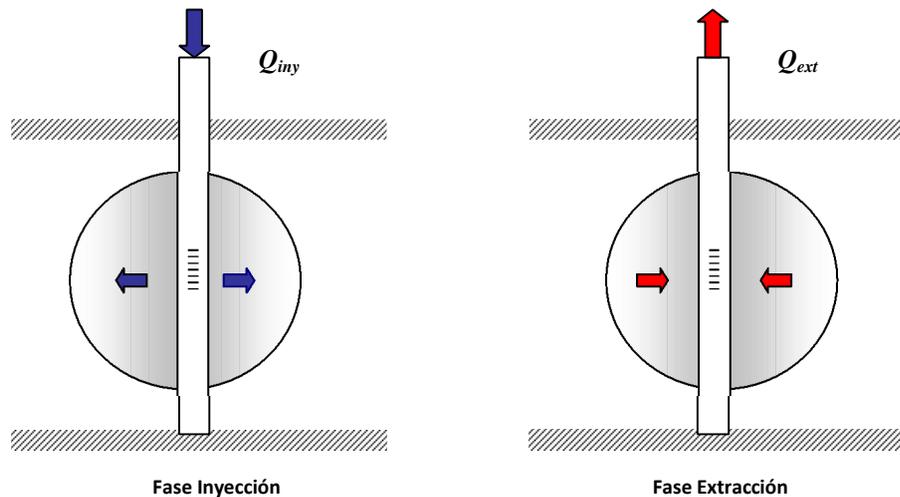
La primera aplicación de este marco teórico corresponde a la solución propuesta por Gelhar y Collins (1971) para estimar concentraciones en pruebas de pozo individual con fases de inyección y extracción definidas por un sistema de flujo radial desde y hacia un pozo (Figura 2.12).

Figura 2.12
Prueba Pozo Individual tipo *Push Pull* – Flujo Radial Cilíndrico



De manera análoga, Schroth e Istok (2005) presentaron una solución analítica que define el transporte de solutos durante una prueba de pozo individual con fases de inyección y extracción bajo condiciones de flujo esférico desde y hacia un pozo de bombeo. Esta situación puede presentarse en pozos que poseen una criba pequeña en comparación al espesor del acuífero o en pozos que penetran parcialmente al acuífero (Figura 2.13).

Figura 2.13
Prueba Pozo Individual tipo *Push Pull* – Flujo Radial Esférico



Gelhar (1982) definió soluciones para los casos de inyección instantánea y continua en un flujo de tipo dipolo generado por la acción de un pozo de inyección y otro de extracción, ambos operando con igual tasa (Figura 2.14). La distribución temporal de concentración observada en el pozo de extracción es obtenida mediante integración numérica. Como resultado, se entregan curvas adimensionales útiles para estimar valores de dispersividad longitudinal y para el diseño de pruebas a escala de terreno (Figura 2.15).

Figura 2.14
Prueba Dos Pozos e Inyección Continua - Flujo tipo Dipolo

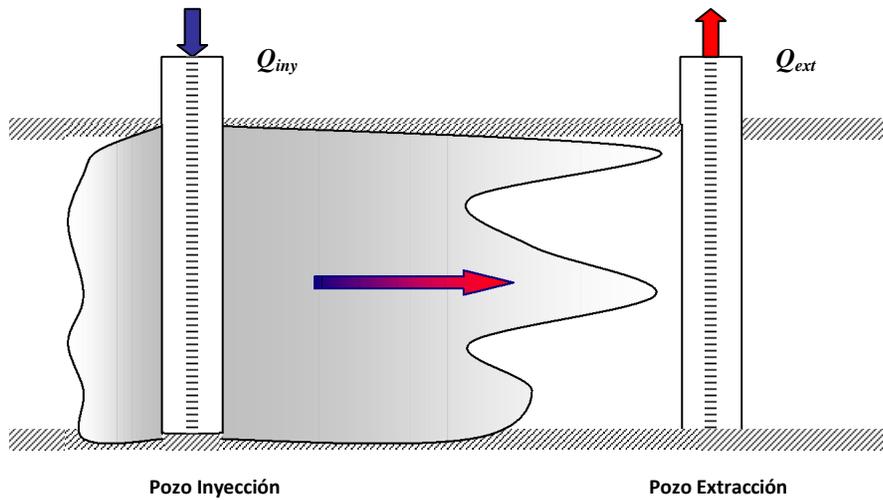
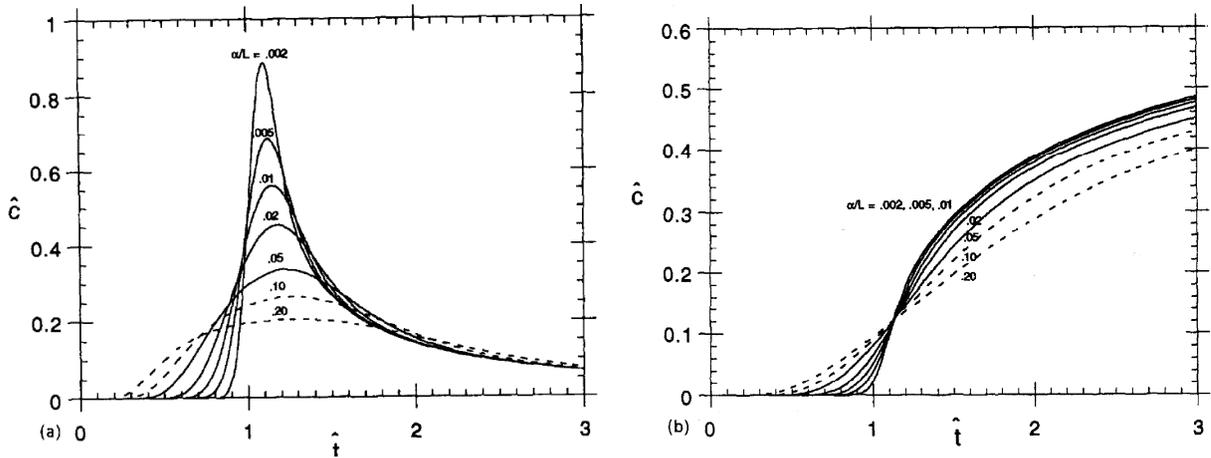


Figura 2.15 Prueba Dos Pozos - Curvas Adimensionales
(a) Inyección Instantánea; (b) Inyección Continua



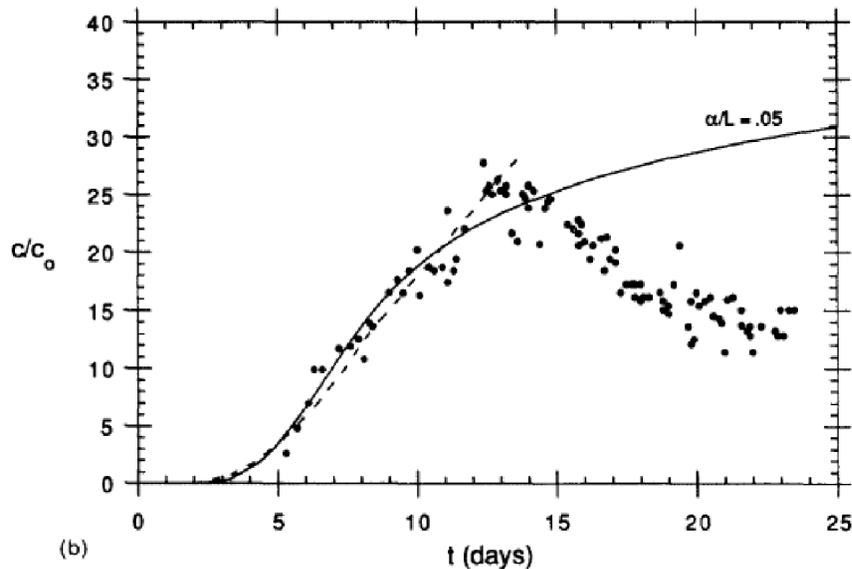
Fuente: Welty y Gelhar (1994)

Welty y Gelhar (1989) definieron nuevas aproximaciones analíticas asociadas a flujo radial divergente y convergente, con inyección de trazadores de tipo instantánea (*pulse input*) y continua (*step input*). Todas estas soluciones se basan en la ecuación de advección dispersión con un valor constante de dispersividad y un efecto de difusión molecular nulo. Welty y Gelhar (1994) presentaron un resumen con aproximaciones analíticas desarrolladas previamente y agregaron nuevas soluciones para técnicas de flujo radial, donde el valor de la dispersividad aumenta linealmente con la escala de observación. Adicionalmente, consideraron la incorporación paulatina de trazador desde el pozo de observación al acuífero en pruebas basadas en un flujo radial convergente, fenómeno conocido como *Borehole Flushing*.

Welty y Gelhar (1994) presenta una comparación entre estimaciones de dispersividad obtenidas a partir de soluciones aproximadas basadas en el marco teórico desarrollado por Gelhar y Collins (1971) con estimaciones de dispersividad obtenidas con otras metodologías. A continuación se presentan cuatro ejemplos en pruebas de terreno implementadas en acuíferos de arena y grava.

Caso:	1	
Lugar:	Tucson, Arizona	
Descripción Prueba:	Prueba de dos pozos (<i>Two Well Tracer Test</i>). Inyección continua (<i>step input</i>) sin recirculación con tasas de inyección y de extracción iguales	
Referencia:	Robson (1974)	
Separación entre Pozos: L= 79.2 [m]	Dispersividad Original [m]	Dispersividad Corregida [m]
Caudal: Q=811 [m ³ /día]	15.2	4.0
Descripción: La prueba consistió en la inyección continua de un trazador conservativo en un pozo de inyección durante 14 días, seguido por un periodo de monitoreo de 9 días, donde sólo operaba el pozo de extracción (Figura 2.16). Los resultados indican una sobrestimación del valor de dispersividad por parte de la metodología propuesta por Groove y Beetem (1971) en comparación con el resultado obtenido por el análisis de Gelhar (1982), representado por la línea continua.		

Figura 2.16 Gráfico adimensional para cálculo de dispersividad
Prueba de Pozo Individual - Flujo Radial Divergente



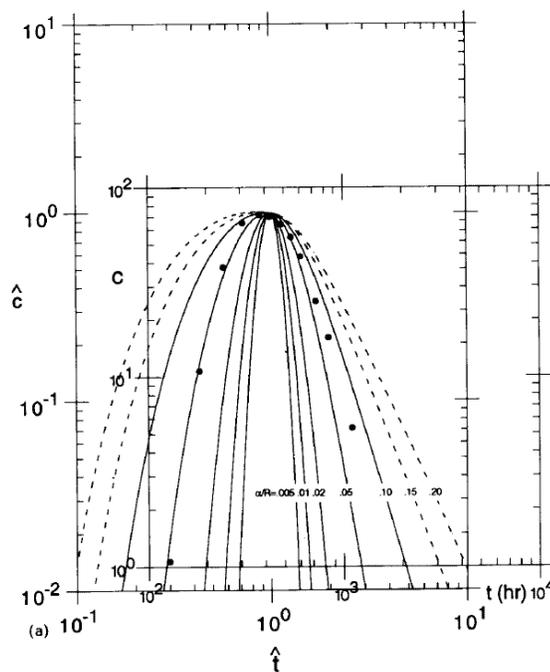
Fuente: Welty y Gelhar (1994)

Caso:	2		
Lugar:	Corbas, Francia		
Descripción Prueba:	Flujo radial convergente, inyección instantánea de trazador		
Referencia:	Sauty (1977)		
Distancia	Dispersividad Original		Dispersividad Corregida
	Estrato 1	Estrato 2	Estrato Único
R [m]	[m]	[m]	[m]
25	11	1.25	2.4
50	25	6.25	4.6
150	12.5*		10.5

Descripción: Se realizaron tres experiencias. Cada una consistió en inyectar un trazador conservativo de manera instantánea en un pozo de observación y la distribución temporal de concentración fue registrada en el pozo de extracción. El estudio original definió al acuífero como un medio conformado por dos estratos. Luego, mediante superposición se ajustaron las curvas para escalas de observación iguales a 25 [m] y 50 [m] al. Sin embargo, para una distancia de 150 [m] no fue necesario asumir este supuesto. Durante el proceso de reevaluación sólo se obtuvo un buen ajuste para el caso R=150 [m] (Figura 2.17). Lo anterior sugiere que a esa escala de observación, el valor de dispersividad alcanza un valor constante. De acuerdo el autor, esta condición se cumple cuando la distancia radial supera 10 veces el valor de la dispersividad longitudinal ($R > 10 L$). Adicionalmente, se verificó que el efecto de entrada paulatina de trazador desde el pozo de observación es insignificante.

* Estimación considera sólo un estrato

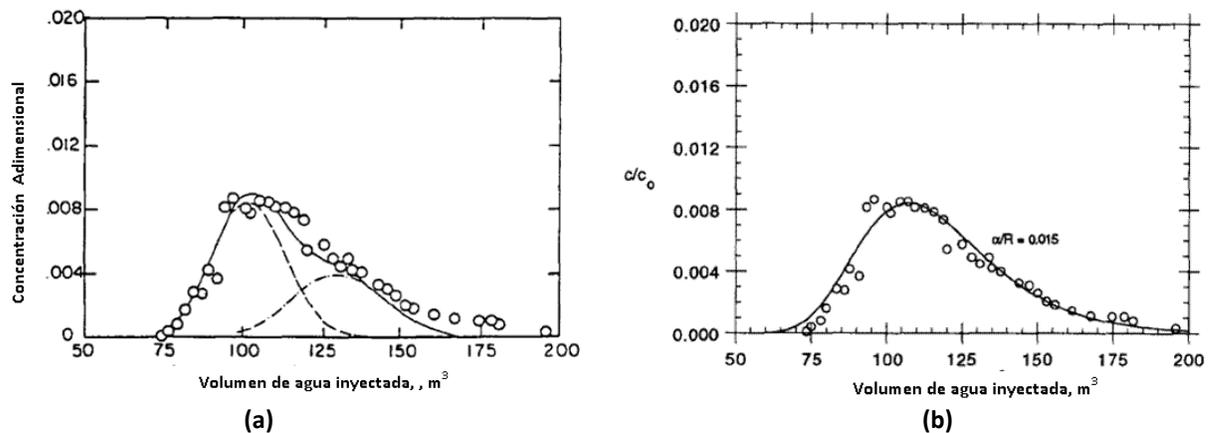
**Figura 2.17 Gráfico adimensional para cálculo de dispersividad longitudinal
Prueba de Pozo Individual - Flujo radial convergente. R=150[m]**



Fuente: Welty y Gelhar (1994)

Caso:	3		
Lugar:	Palo Alto Baynalds, California		
Descripción Prueba:	Flujo radial divergente, inyección instantánea de trazador		
Referencia:	Hoehn y Roberts (1982)		
Distancia	Dispersividad Original		Dispersividad Corregida
R [m]	Estrato 1 [m]	Estrato 2 [m]	Estrato Único [m]
7.6	0.08	0.14	0.057
16.8	0.08	0.08	0.25
Descripción: Un trazador conservativo fue inyectado de manera instantánea en un pozo de recarga y la distribución temporal de concentración fue registrada en dos pozos de observación. En ambos casos se observó una gran extensión de la curva descendente de concentración (efecto <i>tailing</i>). En el estudio original, el ajuste de un modelo de flujo radial se basó en la superposición de soluciones obtenidas en dos estratos, generando una curva de ajuste compuesta (Figura 2.18a). Durante el proceso de reevaluación no se logró un buen ajuste de datos en el pozo más cercano, lo que significa la dispersión no queda bien definida por un valor constante de dispersividad. Estos efectos no Fickianos son relevantes en las cercanías de la fuente. Para el caso R=16.8 [m], se logró un buen ajuste (Figura 2.18b). Sin embargo, las pruebas realizadas no permiten establecer si la dispersividad ha alcanzado un valor constante.			

Figura 2.18 Gráfico adimensional para cálculo de dispersividad
Prueba de Pozo Individual - Flujo Radial Divergente

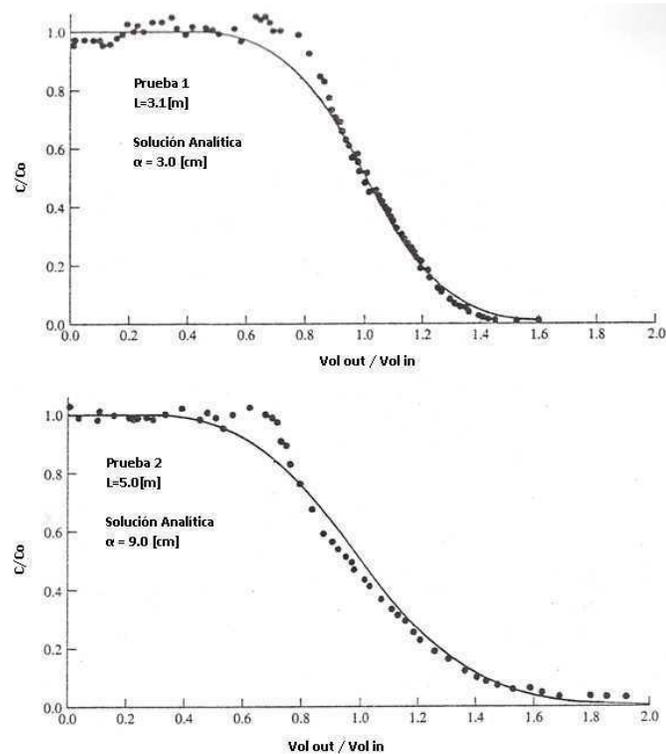


Fuente: Welty y Gelhar (1994)

Uno de los trabajos más citados sobre el transporte de trazadores conservativos, es el estudio realizado por Pickens y Grisak (1981), quienes implementaron dos pruebas de tipo *Push Pull* en un acuífero de arena confinado. Las características de la prueba de pozo individual con fases de inyección y extracción se presentan a continuación.

Caso:	4			
Lugar:	Chalk River Labs, Ontario			
Descripción Prueba:	Prueba de pozo individual con fases de inyección y extracción			
Referencia:	Pickens y Grisak (1981)			
PARÁMETROS	SÍMBOLO	UNIDAD	PRUEBA 1	PRUEBA 2
Fase de Inyección				
Caudal de Inyección	Q_{iny}	[m ³ /día]	76.6	62.1
Tiempo Inyección	T_{iny}	[días]	1.25	3.93
Volumen Inyectado	V_{iny}	[m ³]	95.6	244
Fase de Extracción				
Caudal Extracción	Q_{ext}	[m ³ /día]	76.6	52.4
Tiempo Extracción	T_{iny}	[días]	2.0	16.9
Volumen Inyectado	V_{ext}	[m ³]	153	886
Radio Máximo del frente de Trazador	R_{max}	[m]	3.13	4.99
Dispersividad Longitudinal	L	[cm]	3	9
Descripción: La Figura 2.19 muestra el registro de distribución temporal de concentración en ambas experiencias y el posterior ajuste con la solución analítica desarrollada por Gelhar y Collins (1971). Se estimaron dispersividades iguales a 3 [cm] y 9 [cm] para distancias de observación de 3.13[m] y 4.99[m] respectivamente, mientras que en columnas analizadas en laboratorio, se determinó una dispersividad promedio igual a 0.035 [cm].				

**Figura 2.19 Gráfico adimensional para cálculo de dispersividad
Prueba pozo individual tipo Push Pull**



Fuente: Pickens y Grisak (1981)

La literatura ofrece soluciones analíticas exactas. Por ejemplo, Hsieh (1986), y posteriormente Chen y Woodside (1988) desarrollaron soluciones analíticas asociadas a pruebas de flujo radial convergente. Como supuesto, se define al pozo de bombeo en el centro de una pluma, cuya geometría es circular, mientras que la distribución inicial de concentración es simétrica. De manera similar, Moench (1989) propone una solución analítica exacta para el caso de un trazador introducido en un pozo de observación ubicado en un medio homogéneo caracterizado por un sistema de flujo permanente, horizontal y radial convergente establecido por el bombeo de un segundo pozo. No obstante, esta solución presenta algunas dificultades para representar casos de transporte en medios fracturados o en medios granulares altamente heterogéneos, los cuales se caracterizan por un predominio de transporte advectivo por sobre el transporte dispersivo. Con el objetivo de superar estas dificultades, Moench (1991) presenta un nuevo algoritmo numérico que permite obtener la solución analítica de forma rápida y precisa en aplicaciones prácticas. Análogamente, Novakowsky (1992) desarrolló un modelo analítico que permite interpretar pruebas de terreno caracterizadas por un flujo radial divergente. Este tipo de soluciones no son consideradas en esta memoria, por ser metodologías de mayor complejidad matemática, limitando su uso práctico para evaluar el valor de la dispersividad.

Hall et al. (1991), basados en el trabajo de Leap y Kaplan (1988), presentaron un trabajo que permite determinar la velocidad regional del flujo de agua subterránea y la porosidad efectiva a partir de pruebas de tipo *Push Pull*. Esta metodología supone conocido el valor de conductividad hidráulica y gradiente hidráulico. La prueba requiere un intervalo de tiempo sin bombeo entre las fases de inyección y extracción, denominadas "*drift-pumpback test*". El mismo concepto es utilizado por Bachmat et al. (1988), quienes plantearon un algoritmo iterativo capaz de determinar dispersividad longitudinal y porosidad efectiva.

2.2.2. Efecto de la Heterogeneidad

2.2.2.1. Escala Dependencia de la Dispersión

Los resultados obtenidos por Pickens y Grisak (1981) muestran un aumento del valor de dispersividad a medida que se incrementa la distancia radial entre la fuente de inyección y el frente de trazador. Este fenómeno es conocido como escala dependencia de la dispersión. Este efecto también es identificado por Welty y Gelhar (1994) al reevaluar valores de dispersividad en pruebas de flujo radial convergente y divergente presentados en la sección anterior (casos 2 y 3 respectivamente).

Las primeras evidencias del aumento de la dispersividad con la escala de observación fueron detectadas en modelos de simulación desarrollados al inicio de la década de los 70. Estos modelos requerían adoptar valores de dispersividad cada vez más altos con el objetivo de representar satisfactoriamente extensas plumas de contaminantes. Valores típicos de dispersividad longitudinal encontrados en la literatura se encuentran entre 10 y 60 metros. Estos valores de dispersividad se asocian a plumas de contaminante que se extienden cientos de metros hasta kilómetros. Un ejemplo reciente que muestra el concepto de escala dependencia de la dispersión viene dado por el trabajo desarrollado por Kim et al. (2005), quienes implementaron pruebas con trazadores en un

modelo físico de laboratorio fabricado a escala. Los resultados obtenidos en pruebas de pozo individual con fases de inyección/extracción (*Push Pull Tracer Test*) y en pruebas con dos pozos (*Two Well Tracer Test*), corresponden a dispersividades iguales a 2.2 y 13.5 centímetros para distancias de 9.3 y 51 centímetros respectivamente. Estos valores son superiores en comparación relativa con los resultados obtenidos por Pickens y Grisak (1981). Adicionalmente, pruebas con trazadores en un sistema de flujo uniforme muestra una relación lineal entre dispersividad y escala de observación, con una constante de proporcionalidad igual a 0.3.

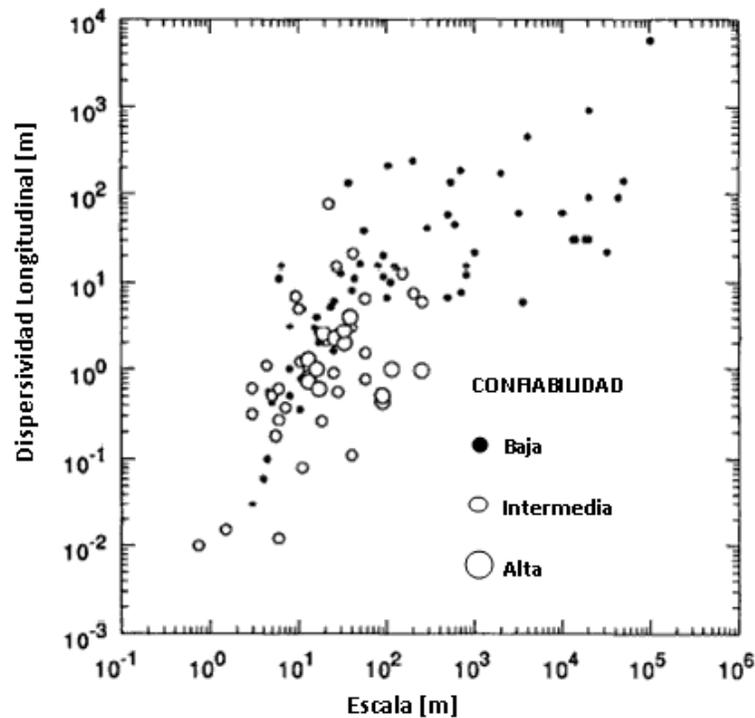
A continuación se presentan algunos trabajos e investigaciones relacionados con el estudio del efecto de escalamiento de la dispersión.

2.2.2.2. Soluciones Bibliográficas

El fenómeno de escalamiento de la dispersión ha sido presentado en una serie de publicaciones donde se grafican estimaciones de dispersividad aparente en función de la escala de observación. Los gráficos son presentados en escala logarítmica y se han definido numerosas expresiones de ajuste matemático. Lallemand-Barres y Peaudecerf (1978) definen a la dispersividad longitudinal como el 10% de la escala de observación. Sin embargo, la incorporación de nuevos registros permitió a Gelhar et al. (1986, 1992) establecer que la relación entre dispersividad longitudinal y escala de observación es más compleja que una simple relación lineal. Gelhar et al. (1992) presentaron una revisión crítica de los datos de dispersividad estimados a partir de técnicas de terreno implementadas tanto en medios porosos como en medios fracturados. Estos autores definieron criterios para clasificar estimaciones de dispersividad de acuerdo al grado de confiabilidad de la información y de la metodología utilizada. La clasificación considera el tipo de acuífero, propiedades hidráulicas, configuración de flujo, trazador utilizado, tipo de monitoreo y método de interpretación de datos. La Figura 2.20 corresponde al gráfico de dispersividad longitudinal vs. escala de observación ampliamente utilizado para definir valores de dispersividad en la modelación de transporte de solutos en agua subterránea.

De manera alternativa, en la literatura es posible encontrar expresiones obtenidas mediante regresiones matemáticas, que relacionan dispersividad con escala de observación (Arya, 1986. Neuman, 1990. Xu y Eckstein, 1995. Al-Suwaiyan (1998). Schulze-Makuch, 2005). Sin embargo, distintos investigadores partidarios de teorías estocásticas de transporte advierten que el uso de estas expresiones no es recomendable debido a que no consideran la variabilidad natural de propiedades hidrogeológicas del medio, específicamente la distribución de conductividad hidráulica (Gelhar y Axness, 1983. Dagan, 1984). En la práctica, la mayoría de los problemas reales no disponen de información suficiente para desarrollar una correcta caracterización geoestadística de la conductividad hidráulica. Por consiguiente, no es posible aplicar conceptos de teorías estocásticas de transporte para estimar parámetros efectivos de transporte.

Figura 2.20
Dispersividad Longitudinal vs. Escala de Observación



Fuente: Gelhar et al. (1992)

La necesidad de evaluar el valor de dispersividad de manera simple, ha masificado el uso de expresiones empíricas. Páginas de Internet entregan estimaciones de dispersividad basados en expresiones bibliográficas. Por ejemplo, la EPA¹, con el objetivo de ofrecer herramientas de apoyo en la modelación del transporte contaminantes (petróleo e hidrocarburos) en agua subterránea, ofrece una interfaz gráfica que permite estimar dispersividad longitudinal mediante la expresión desarrollada por Xu y Eckstein (1995). Adicionalmente, define valores máximos y mínimos obtenidos directamente de los datos recopilados por Gelhar et al (1992). Otra alternativa la ofrece la consultora *Earthward Consulting*, quienes ofrecen servicios en el área de modelación de hidrogeología. Las herramientas disponibles permiten determinar valores de dispersividad longitudinal, coeficiente de difusión efectivo y densidad del fluido. Las estimaciones de dispersividad se derivan de las expresiones de diversos investigadores (Arya, 1986. Neuman, 1990. Xu y Eckstein, 1995). Las direcciones de Internet son las siguientes:

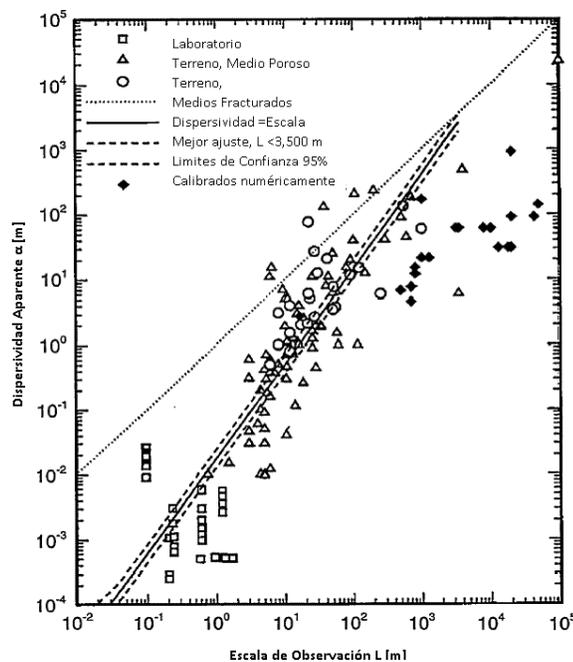
- <http://www.epa.gov/athens/learn2model/part-two/onsite/longdisp.htm>
- http://www.earthwardconsulting.com/disp_calculator.htm

En esta línea de trabajo, el estudio más reciente corresponde al de Schulze-Makuch (2005), quien se basó en la actualización de la recopilación de datos y en los criterios definidos previamente por

¹ Environmental Protection Agency (EE.UU)

Gelhar et al. (1992) para clasificar clases de confiabilidad con respecto a la derivación de dispersividad. La diferencia radica en que este investigador definió una expresión potencial para definir la relación entre dispersividad longitudinal y escala de observación para distintos medios geológicos. La clasificación considera medios no consolidados (medios porosos) y medios consolidados (rocas fracturadas). Al considerar la colección global de datos disponibles (consolidados y no consolidados), se determinó un exponente promedio de la relación potencial entre dispersividad longitudinal y escala de observación cercano a 0.5. Este resultado discrepa del resultado obtenido por Neuman (1990) quien establece un exponente más alto, del orden de 1.5. Con el objetivo de explicar esta diferencia, Neuman (2006) señala que Schulze-Makuch (2005), al igual que trabajos previos (Arya, 1986. Gelhar et al., 1992. Xu y Eckstein, 1995. Al-Suwaiyan, 1998), no clasificaron los valores de dispersividad de acuerdo a la resolución espacial de parámetros hidrogeológicos definido en cada modelo. Para demostrar lo anterior, Neuman (2006) adjunta el gráfico de la Figura 2.21, donde las dispersividades aparentes quedan representadas por símbolos abiertos. Estos valores son obtenidos mediante modelos que consideran un medio homogéneo, donde la resolución de la variabilidad espacial de las propiedades del medio es nula. Por otro lado, las dispersividades aparentes cuyo origen proviene de calibración numérica (representadas por símbolos cerrados) tienen incorporado algún grado de variabilidad espacial. Esta diferencia entre valores obtenidos en modelos homogéneos y modelos numéricos (con algún grado de heterogeneidad) explica la reducción del exponente de la expresión potencial obtenida por Schulze-Makuch (2005). El concepto de clasificar los datos de acuerdo al nivel de resolución espacial, establece que las expresiones universales para determinar dispersividades son inapropiadas para el uso en cualquier modelo que resuelva la variabilidad espacial a un determinado nivel de detalle, tal como lo hacen la mayoría de los modelos tradicionales de aguas subterráneas.

Figura 2.21
Dispersividad Longitudinal Aparente vs. Escala de Observación



Fuente: Neuman (2006)

2.2.2.3. Teorías Estocásticas de Transporte

Se ha demostrado experimental y teóricamente que el transporte de solutos en medios porosos es influenciado fuertemente por la variabilidad natural o heterogeneidad del medio. Numerosas experiencias de terreno han dejado en evidencia que los valores de conductividad hidráulica pueden variar varios órdenes de magnitud, por consiguiente, modelos geoestadísticos interpretan la heterogeneidad del acuífero mediante parámetros estadísticos asociados a una distribución logarítmico-normal de la conductividad hidráulica. Al definir la variable aleatoria, $Y_i = \ln(K_i)$, se puede obtener estadísticos como la media, μ_Y , y la varianza, σ_Y^2 . Esta última define el grado de dispersión o variabilidad que posee una formación acuífera. Adicionalmente, se define la correlación de escala, ρ , que define zonas de similar propiedad espacial en una dirección determinada. Se asume que la correlación de escala vertical es distinta a la correlación de escala horizontal y se explica por la forma en la cual fueron depositados los sedimentos. Maulén (2004), en su tesis para optar al grado de magíster en ciencias de la Ingeniería, mención recursos hídricos y medio ambiente, realiza una revisión detallada de las distintas metodologías existentes para analizar la conductividad hidráulica y su implementación en la caracterización geoestadística de acuíferos. Una aplicación práctica es presentada por Domenico y Schwartz (1998) quienes definen conceptos básicos sobre cómo evaluar los parámetros necesarios para representar estadísticamente un acuífero.

La línea de estudio de heterogeneidad más relevante corresponde a modelos estocásticos (Gelhar y Axness, 1983. Dagan, 1984). La hipótesis principal es considerar válida a la ecuación de advección dispersión tradicional con un valor de dispersividad constante. Teorías estocásticas predicen un acercamiento asintótico a un valor constante de dispersividad a medida que aumenta la escala de observación. El estudio inicial de este enfoque estocástico corresponde al caso de escalas macroscópicas, x , en modelos de flujo tridimensional definido por la ecuación 2.31 (Gelhar y Axness, 1983). Este fenómeno se conoce como macrodispersión y teorías estocásticas fueron parcialmente validadas en pruebas con trazadores bajo condiciones de flujo natural y sistema de monitoreo masivo (Borden, Ontario y Cape Cod, Massachusetts).

$$A_L = \frac{\sigma_Y^2 \lambda}{\gamma^2} \quad 2.31$$

De la expresión anterior, el parámetro A_L es un factor de flujo que Dagan (1984) lo define igual a la unidad. La Tabla 2.2 presenta un resumen de parámetros estimados mediante un análisis geoestadístico de la conductividad hidráulica (media, μ_Y , y la varianza, σ_Y^2 , correlación de escala, ρ) y una comparación entre los resultados de macrodispersividad obtenidos mediante el análisis de los momentos espaciales y de acuerdo a la teoría estocástica de dispersión. Al comparar las varianzas de los logaritmos de la conductividad hidráulica, se infiere que los acuíferos de Borden y Cape Cod son relativamente homogéneos comparado con el acuífero de Columbia. Sin embargo, las correlaciones de escala son similares entre los acuíferos. Adicionalmente, se observa que el rango de dispersividad asintótica estimada mediante teoría estocástica en Borden y Cape Cod, son del mismo orden de magnitud al valor teórico derivado del análisis de los momentos espaciales. Sin embargo, resultados absolutamente diferentes fueron obtenidos del análisis de momentos

espaciales en MADE-1. Se identifica un comportamiento altamente no-Gaussiano resultante de la alta variabilidad natural del acuífero.

Tabla 2.2
Teorías Estocásticas de Dispersión

PROPIEDAD	PARÁMETRO	BORDEN. ONTARIO	CAPE COD, MASSACHUSETTS	COLUMBIA MADE-1
Conductividad Hidráulica Promedio Geométrico	K_G [m/día]	6	110	-
Varianza Conductividad Hidráulica	S_Y^2	0.29	0.26	2.7
Correlación Escala Horizontal	λ_H [m]	2.8	2.9 - 8.0	4.8
Correlación de Escala Vertical	λ_V [m]	0.12	0.18 - 0.38	0.8
Prueba Macrodispersividad	α_L [m]	0.43	0.96	5-10
Macrodispersividad Teoría Estocástica	α_L [m]	0.46 - 0.6	0.35 - 0.78	1.5 - 1.8
Referencia		Sudicky et al. (1991)	Hess et al. (1992)	Rehfeldt et al. (1992)

A modo de análisis, se estimaron las dispersividades mediante un modelo de advección-dispersión bajo condiciones de flujo no uniforme, resultando valores de dispersividad longitudinal entre 5-10 metros, los cuales son un orden de magnitud inferior a los valores obtenidos al considerar un flujo uniforme y un orden de magnitud superior comparado con los casos de Borden y Cape Cod, cuyos acuíferos se caracterizan por presentar menor grado de heterogeneidad.

Luego, para abordar procesos de transporte en medios altamente heterogéneos se requiere nuevos enfoques y teorías para representar correctamente el transporte de solutos. Una comparación de métodos desarrollados para interpretar el fenómeno de escalamiento del transporte de solutos en medios heterogéneos es presentada por Fripiat y Holeyman (2008).

Otro ejemplo de prueba con gradiente natural y monitoreo masivo corresponde al trabajo de Mallants et al. (2000) en un acuífero ubicado al norte de Bélgica. En este caso el análisis geoestadístico determinó que el acuífero es medianamente heterogéneo, $\sigma_{Y=\ln K}^2 = 0.22$, donde el valor de dispersividad longitudinal $\alpha_L = 0.2$ [m] para una escala de observación de $L=10$ [m].

2.2.2.4. Modelación Numérica de Pruebas con Trazadores

2.2.2.4.1. Modelación en Medios Perfectamente Estratificados

Se han identificado modelos numéricos en tres dimensiones elaborados para explicar el transporte de solutos conservativos en pruebas de terreno bajo condiciones de gradiente forzado. El principal supuesto es considerar un medio perfectamente estratificado (capas horizontales homogéneas con distinta conductividad hidráulica) que permiten describir en forma detallada la heterogeneidad del medio. Por ejemplo, las pruebas de pozo individual de tipo *Push Pull* implementadas por Pickens y Grisak (1981) han sido modeladas bajo el concepto de medios estratificados. Distintos investigadores han desarrollado variados modelos matemáticos. Por ejemplo, Güven et al. (1985) utilizaron un modelo numérico Euleriano Lagrangiano, que considera a la advección y a la dispersión hidrodinámica dependientes de la dirección vertical y radial. Ellos establecen que la distribución temporal de concentración registrada en un sistema de monitoreo integrado, depende de la distribución vertical de la conductividad hidráulica y señalan que al simular el proceso de advección en forma detallada, los valores de dispersividad local serán pequeños y constantes, similar a los resultados obtenidos a escala de laboratorio. Elfeki (2003) realiza simulaciones numéricas mediante un solución analítica de transporte advectivo en formaciones estratificadas bajo un sistema de flujo radial simétrico. Otro modelo es presentado por Johnsen y Whitson (2008), quienes desarrollaron un modelo semianalítico basado en líneas de corriente. Todos estos autores han obtenido resultados que se ajustan satisfactoriamente a los datos obtenidos en terreno.

Análogamente, también han sido modeladas numéricamente en tres dimensiones pruebas de dos pozos (*Two Well Tracer Test*), considerando un medio geológico perfectamente estratificado. Por ejemplo, Güven et al. (1986) simuló la prueba de dos pozos (con recirculación) realizada en un acuífero confinado en Chalk River Labs, Ontario por Pickens y Grisak (1981). Luego Güven et al. (1992) realizaron una nueva modelación numérica tridimensional para simular una prueba implementada por Molz et al. (1986) en otro acuífero confinado ubicado en Mobile, Alabama. Esta última experiencia fue modelada posteriormente por Peng et al. (2000) mediante cuatro modelos de transporte basados en los resultados de MODFLOW (FD y HMOC, MODFLOWT, MOC3D y MODFLOW-SURFACT) con el objetivo de responder la interrogante si los modelos de transporte pueden predecir la distribución temporal de concentración en pruebas de gradiente forzado, obteniendo resultados alentadores.

Pruebas con trazadores bajo condiciones de gradiente forzado también fueron implementadas en las experiencias de Borden y Cape Cod. Los resultados obtenidos en estas experiencias sugieren que los valores de dispersividad longitudinal estimados en este tipo pruebas son significativamente más bajos que los valores estimados en pruebas de gradiente natural (Tiedeman y Hsieh, 2004). Este tipo de antecedentes también han sido identificados en simulaciones numéricas realizadas en acuíferos sintéticos bidimensionales caracterizados por una detallada descripción de la heterogeneidad de la conductividad hidráulica.

2.2.2.4.2. Modelación en Acuífero Sintéticos Heterogéneos

En los últimos años se han realizado una serie de simulaciones numéricas en acuíferos sintéticos, convirtiéndose en una de las herramientas más utilizadas para comparar las estimaciones de parámetros de transporte obtenidos a partir de pruebas de gradiente forzado (flujo no uniforme) y en pruebas de gradiente natural (flujo uniforme). En la actualidad, la mayoría de los códigos que simulan transporte de solutos tratan el transporte de solutos mediante la ecuación tradicional de advección dispersión que considera constante al valor de la dispersividad. Esta es una buena aproximación mientras el grado de heterogeneidad sea bajo en relación a la distancia recorrida por el soluto. Adicionalmente, se ha establecido que el valor de la dispersividad depende de la técnica de terreno utilizada. Para el caso de flujo bajo condiciones de gradiente natural, Melh y Hill (2001) compararon cinco técnicas de solución de la ecuación de advección dispersión (DF, Predictor Corrector, TVD, MOC, MMOC) mediante los resultados obtenidos en una prueba de trazador conservativo realizada al interior de un tanque de arena conformado por un medio heterogéneo bidimensional. Entre sus resultados destaca el método TVD por su baja dispersión numérica.

Para el caso de pruebas de gradiente forzado, Chao et al. (2000) realizaron simulaciones numéricas de transporte bidimensional en condiciones de flujo radial convergente en medios con distinto grado de heterogeneidad. Sus resultados indican que pruebas con flujo radial convergente y fuentes puntuales de trazador presentan valores de dispersividad longitudinal, L , 5 a 10 veces más bajas que las obtenidas en pruebas de gradiente natural. Sin embargo, para el caso de acuíferos con heterogeneidad moderada, observaron que los valores de L obtenidos en pruebas de flujo radial convergente con fuentes de inyección ubicadas a mayor distancia del pozo de bombeo, son similares a los resultados obtenidos en pruebas de flujo uniforme.

Continuando con este tipo de experiencias, Tiedeman y Hsieh (2004) realizaron simulaciones numéricas en pruebas de flujo radial convergente y pruebas de dos pozos (con igual y distintas tasas de inyección y extracción). Los autores señalan que el valor de dispersividad depende de la distancia recorrida por el trazador y del área de influencia o superficie de acuífero donde el trazador es transportado. Entre las pruebas de gradiente forzado, la prueba de pozo individual con flujo radial convergente produce los valores más bajos de dispersividad, pruebas de dos pozos con flujo de tipo dipolo genera los valores más altos de dispersividad, mientras que la prueba de dos pozos con distinta tasa de inyección y extracción genera valores intermedios de dispersividad. Con respecto a la distancia recorrida por el trazador, señalan que los casos donde la distancia entre pozos es relativamente pequeña, se tiene que la dispersividad puede ser altamente dependiente de las heterogeneidades locales en la vecindad de los pozos. Para mitigar este efecto, sugieren realizar pruebas con dos pozos, con una extensa separación entre ellos y la misma tasa de inyección y extracción, generando un flujo de tipo dipolo. De igual forma, se advierte que estos resultados pueden presentar variaciones en modelos tridimensionales.

Fernández et al. (2004) realizaron una serie de pruebas bajo condiciones de gradiente natural y forzado en un acuífero construido en laboratorio con el objetivo de analizar el transporte de trazadores conservativos y la interacción suelo-contaminante (adsorción). Su análisis consideró el

método de los momentos temporales. Los resultados se ajustaron satisfactoriamente a las expresiones analíticas definidas por Welty y Gelhar (1989) y los valores de dispersividad obtenidos en pruebas de gradiente forzado tienden a subestimar los valores requeridos para predecir el movimiento de extensas plumas de contaminante en régimen de flujo uniforme. Este resultado lo asocian a dos factores: tamaño de la fuente de inyección y efectos de flujo no uniforme. También establecen que se alcanza un valor de dispersividad constante, sin embargo las distancias son superiores a las observadas en pruebas de gradiente natural. Valores de dispersividad obtenidos en ambos tipos de pruebas (flujo no uniforme y uniforme) convergen cuando la distancia recorrida por el trazador es extensa.

Fernández-García y Gómez-Hernández (2005), realizaron nuevas simulaciones numéricas bajo un esquema Monte Carlo en medios heterogéneos tridimensionales con el objetivo de investigar la diferencia entre valores de dispersividad estimados en pruebas de flujo radial convergente, caracterizadas por una fuente de inyección puntual y una pequeña escala de observación, y los valores efectivos obtenidos en pruebas bajo gradiente natural (flujo uniforme).

3. METODOLOGÍAS PARA EL CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE DISPERSIÓN

3.1. DESCRIPCIÓN GENERAL

La modelación del transporte de solutos conservativos en medios porosos requiere parámetros efectivos de transporte asociados a transporte advectivo y a transporte dispersivo. Primero, el proceso de advección queda determinado por el sistema de flujo de agua subterránea. Los parámetros que definen el transporte advectivo son: conductividad hidráulica, gradiente hidráulico y porosidad del medio. En segundo lugar, el transporte dispersivo representa el transporte no descrito por la distribución de velocidad. Entre los factores que contribuyen a la dispersión destacan las fluctuaciones de velocidad generadas por heterogeneidades encontradas a distintas escalas y, en menor grado, la difusión molecular. Por lo general, modelos a escala macroscópica consideran despreciable el aporte asociado a difusión molecular, por consiguiente, la determinación del coeficiente de dispersión se resume en determinar el valor de dispersividad longitudinal y la relación existente entre ésta y dispersividad transversal (componente horizontal y vertical).

Las metodologías que permiten estimar valores de dispersividad longitudinal pueden ser clasificadas en tres grandes grupos: Pruebas con trazadores a escala local (o de laboratorio), pruebas con trazadores a escala intermedia o de terreno, y finalmente métodos indirectos asociados a información bibliográfica. Técnicas de laboratorio y de terreno utilizan soluciones analíticas, mientras que soluciones bibliográficas corresponden a regresiones matemáticas desarrolladas a partir de la recolección de datos, siendo de gran utilidad cuando no se dispone de información adicional.

Las pruebas con trazadores (*tracer test*) a escala de laboratorio y de terreno son metodologías de investigación integral que permiten determinar parámetros efectivos de transporte reactivo y no-reactivo. Pruebas implementadas en laboratorio se llevan a cabo en columnas o tanques de material granular. La desventaja de este tipo de pruebas es el uso de un pequeño volumen de acuífero, por consiguiente, no se puede representar las heterogeneidades presentes en un acuífero real. Luego, el uso de parámetros obtenidos a escala de laboratorio en aplicaciones de mayor escala es a lo menos cuestionable. Con el objetivo de superar este inconveniente, se implementa una segunda estrategia, correspondiente a pruebas de terreno caracterizadas por el uso de trazadores directamente en el acuífero.

Para estudiar el mecanismo de dispersión no se consideran reacciones químicas ni biológicas. Tampoco la interacción del soluto con el medio granular. Por consiguiente, basta con utilizar compuestos conservativos (no reactivos).

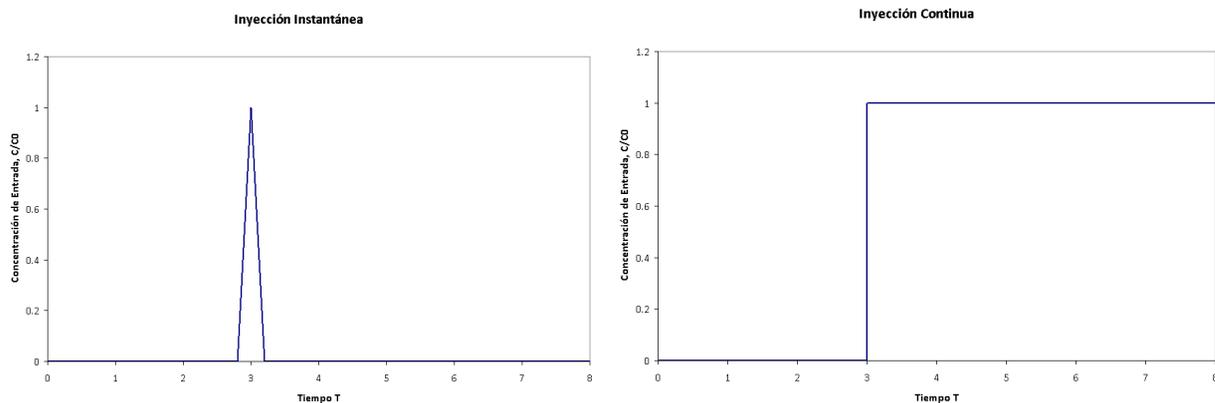
Pruebas basadas en el uso de trazadores consisten en la inyección de un trazador en un pozo (o columna de laboratorio) para luego registrar la distribución (espacial o temporal) de concentración. Las técnicas presentadas en este capítulo, se concentran en el análisis de la distribución temporal de concentración (*breakthrough curves, BTCs*) registrada en pozos de monitoreo (o salida de la columna).

La forma de la distribución temporal de concentración depende del tipo de inyección. Soluciones analíticas definen dos tipos de inyección o entrada de trazador al sistema:

- Inyección Instantánea (*pulse input*). Se caracteriza por un pulso de inyección de una solución que contiene una masa de trazador determinada. En la práctica el tiempo de ingreso de trazador al sistema de flujo es despreciable en comparación con la duración de la prueba.
- Inyección Continua (*step input*): Caracterizada por un cambio brusco de concentración desde la condición base (asumida con concentración nula) a un valor constante C_0 .

La Figura 3.1 muestra esquemáticamente ambos tipos de inyección.

Figura 3.1
Tipos de Inyección de Trazador



Un parámetro relevante es la escala de observación de una prueba de terreno, definida como la distancia entre la fuente donde se introduce el trazador y la ubicación del punto de monitoreo. La Tabla 3.1 define la escala de observación para distintos tipos de pruebas.

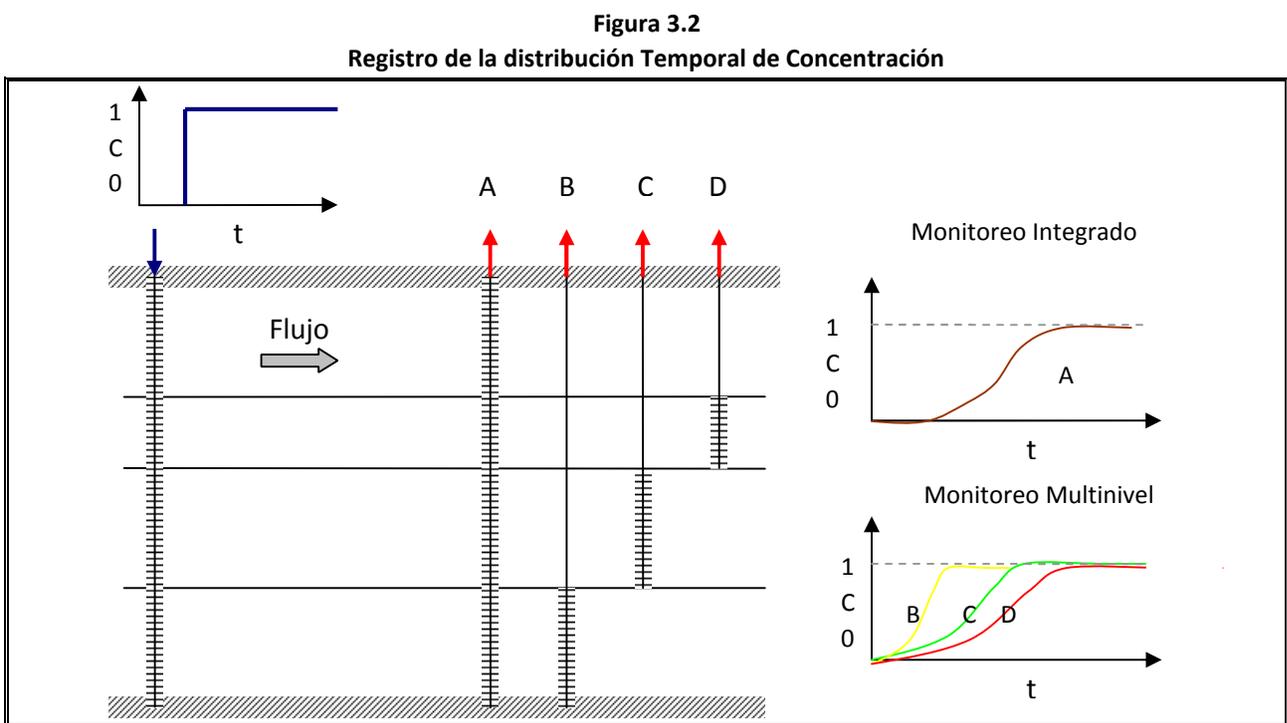
Tabla 3.1
Definición Escala de Observación

TIPO DE PRUEBA	ESCALA DE OBSERVACIÓN
Columna de laboratorio	Longitud de la Columna
Prueba flujo uniforme (gradiente natural)	Distancia lineal entre fuente de inyección y pozo de observación
Prueba de pozo individual – Flujo radial convergente (o divergente)	Distancia lineal entre pozo de bombeo (o de inyección) y pozo de observación
Prueba de pozo individual – Fases de inyección y de extracción o <i>Push Pull Tracer Test</i>	Radio máximo definido por el frente de soluto (radio advectivo)
Prueba de dos pozos o <i>Two Well Tracer Test</i>	Separación entre pozos

Existen dos alternativas para registrar la distribución temporal de concentración en técnicas de terreno: mediciones integradas en profundidad, y el registro de concentración a distintas profundidades, denominadas mediciones multinivel.

- Sistema de monitoreo integrado en profundidad: El registro de concentraciones se efectúa en el efluente extraído desde un pozo que penetra completa o parcialmente el espesor del acuífero. Este tipo de monitoreo es válido para modelos de transporte bidimensionales.
- Sistema de monitoreo multinivel: Se registra un set de curvas de concentración obtenidas a distintas profundidades del acuífero.

La Figura 3.2 muestra ambas alternativas para registrar la distribución temporal de concentración (o *breakthrough curves, BTCs*) en técnicas de terreno.



La distribución temporal de concentración obtenida en puntos de monitoreo puede ser evaluada mediante:

- Ajuste de soluciones analíticas de la ecuación de transporte
- Análisis de los momentos espaciales (o temporales) de concentración en modelos tridimensionales
- Modelación numérica resolviendo el problema inverso

El presente trabajo sólo considera técnicas de terreno con monitoreo integrado en profundidad. La distribución temporal de concentración es analizada mediante soluciones analíticas desarrolladas

para cada técnica en particular. A continuación se describen antecedentes relevantes de las soluciones analíticas utilizadas para interpretar la distribución temporal de concentraciones.

Antecedentes Relevantes sobre Soluciones Analíticas

En primer lugar, las soluciones analíticas permiten obtener respuestas en problemas de transporte de contaminantes de manera sencilla y rápida. Estas soluciones provienen de resolver la ecuación de advección dispersión bajo condiciones de borde e inicial características del sistema. A continuación se mencionan algunas propiedades de las soluciones analíticas:

- La forma general de una solución analítica es, $C = C(x, y, z, t)$
- Son fáciles de calcular, estimaciones pueden ser realizadas en planilla de cálculo
- Se encuentran limitadas a geometrías simples en 1D, 2D o 3D
- La condición de borde definida por la fuente de contaminante queda limitada al caso continuo e instantáneo
- Soluciones definidas para acuífero idealizado (homogéneo e isotrópico)
- Usualmente quedan descritas por la función error complementario (*erfc*) o función exponencial (*exp*)

La función *erfc*(*x*) es la función de error complementario definida como:

$$erfc(x) = 1 - erf(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^x e^{-u^2} du \quad 3.1$$

La función error, *erf*(*x*), se define como dos veces la integral de la distribución de Gauss con media 0 y varianza 0.5. Valores de la función error complementario se encuentra tabulado en tablas y es posible evaluarla en planillas de cálculo.

Soluciones analíticas y numéricas (analizadas en el siguiente capítulo), requieren de la definición de condiciones iniciales y de borde. Una descripción de ambas se presenta en el ANEXO A.1.

Para determinar el coeficiente de dispersión (o alternativamente el valor de dispersividad) a través del ajuste de resultados experimentales con soluciones analíticas exactas o aproximaciones de ésta, se requiere conocer a priori la distribución de velocidades. De esta forma, la única variable desconocida es el valor de la dispersividad, α . En general, métodos analíticos han sido desarrollados para determinar directamente el valor de dispersividad, α . Una forma típica de estimar valores de dispersividad, es el uso de esquemas basados en mínimos cuadrados, donde el valor de dispersividad de mejor ajuste corresponde al que entrega la menor suma de residuos al cuadrado.

$$\sum [y(i) - y_{est}(i)]^2 = \min \quad 3.2$$

Donde:

$y(i)$: Registro de Concentración Experimental

$y_{est}(i)$: Registro de Concentración Teórico o analítico

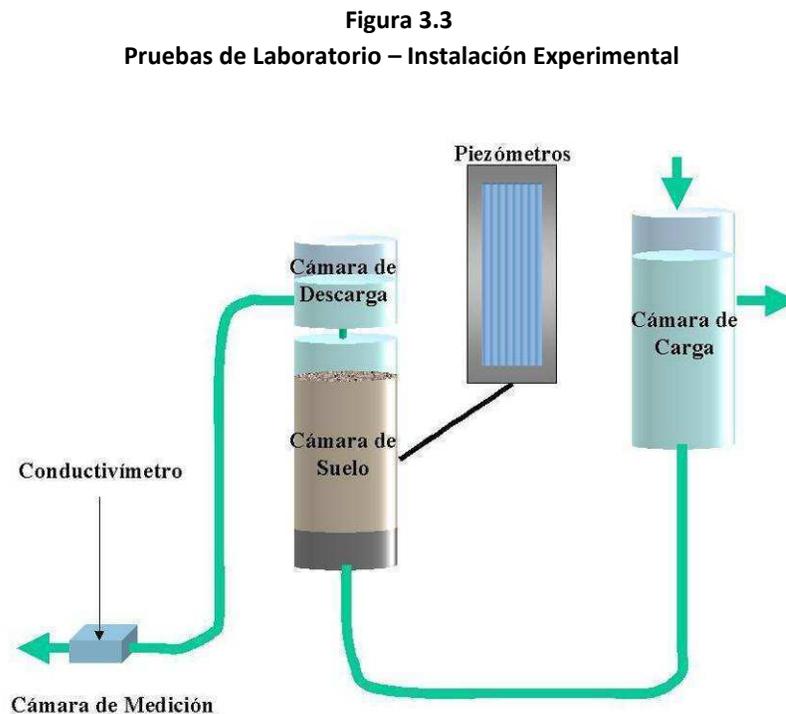
Al utilizar un esquema de mínimos cuadrados, se debe seleccionar un punto de partida para comenzar el proceso iterativo, aspecto no trivial. El error existente entre el resultado experimental y teórico define la bondad de la curva de ajuste, la cual queda representada matemáticamente por el error estándar.

$$S = \sqrt{\frac{\sum [y(i) - y_{est}(i)]^2}{n - 2}} \quad 3.3$$

A continuación se realiza una descripción detallada de los tres grupos clasificados para estimar el valor de la dispersividad: Técnicas con trazadores a escala de laboratorio, de terreno y soluciones bibliográficas.

3.2. PRUEBAS DE LABORATORIO

La instalación experimental de pruebas de laboratorio consiste en una cámara de carga donde se inyecta la solución de trazador, una cámara de suelo, donde se producen los mecanismos de transporte advectivo y dispersivo, mientras que el registro de datos se realiza en una cámara de medición. La Figura 3.3 muestra un esquema de la instalación de un permeámetro el cual permite estimar conductividad hidráulica, K , y dispersividad longitudinal, α .



Fuente: Vallejos (2001)

El sistema de flujo al interior de la cámara de suelo se considera unidimensional (líneas de flujo paralelas entre sí). La ecuación que gobierna el transporte de solutos en un régimen de flujo unidimensional al interior de un medio saturado y homogéneo viene dada por la siguiente expresión:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v_x \frac{\partial C}{\partial x} \quad 3.4$$

Donde:

- C : Concentración de trazador, [M/L³]
- t : Tiempo, [T]
- x : Distancia a lo largo de la columna, [L]
- D_x : Coeficiente de dispersión hidrodinámica, [L²/T]
- v_x : Velocidad promedio lineal o de poros, [L/T]

Soluciones analíticas en problemas de transporte unidimensional requieren de la velocidad promedio lineal (o de poros), que se define como la tasa de flujo volumétrico por unidad de área que incluye la proporción volumétrica de fluido en movimiento.

$$v_x = \frac{K \cdot i}{n_e} \quad 3.5$$

Donde:

- K : Conductividad hidráulica, [L/T]
- i : Gradiente hidráulico, [L/L]
- n_e : Porosidad efectiva, [-]

Para determinar el coeficiente de dispersión hidrodinámica, D_x , se hace necesario definir el valor de dispersividad, α . Con el objetivo de comparar condiciones experimentales, las soluciones analíticas quedan expresadas en términos adimensionales. Se definen los siguientes parámetros:

$$C_R = \frac{C}{C_0} \quad : \quad \text{Concentración relativa} \quad 3.6$$

$$t_R = \frac{v_x n A t}{A L n} = \frac{v_x t}{L} \quad : \quad \text{Tiempo adimensional (o volumen de poros)} \quad 3.7$$

$$P_e = \frac{v_x L}{D} \quad : \quad \text{Número de Peclet} \quad 3.8$$

Donde C_0 es la concentración de la solución de trazador, y C es la concentración en la cámara de medición, v_x es la velocidad, L es la longitud de la columna, t es el tiempo y D_x es el coeficiente de dispersión hidrodinámica. A continuación se describen casos típicos de inyección de trazador en columnas de laboratorio: inyección continua e inyección instantánea.

3.2.1. Inyección Continua

Se han desarrollado distintas soluciones analíticas para el caso de inyección continua de trazador conservativo en un sistema de flujo unidimensional. Soluciones analíticas de flujo unidireccional asociadas a distintas condiciones de borde se presentan en el ANEXO A.2. A continuación se describe la técnica utilizada para determinar coeficiente de dispersión.

- **Solución Simplificada Inyección Continua**

De acuerdo a las soluciones analíticas que resuelven la ecuación de advección dispersión unidimensional con inyección continua de trazador conservativo, se tiene que la ecuación de Ogata y Banks (1961), derivada para una condición de borde de primer tipo, es la que mejor representa lo que ocurre en pruebas de columnas de laboratorio. Sin embargo, Sauty (1980) define una solución aproximada válida para valores de número de Peclet, P_e , superiores a 100. El principal supuesto es considerar al transporte advectivo más relevante que el transporte dispersivo. La solución simplificada viene dada por:

$$C = \frac{C_0}{2} \left\{ \operatorname{erfc} \left(\frac{L - v_x t}{2\sqrt{D_x t}} \right) \right\} \quad 3.9$$

Donde:

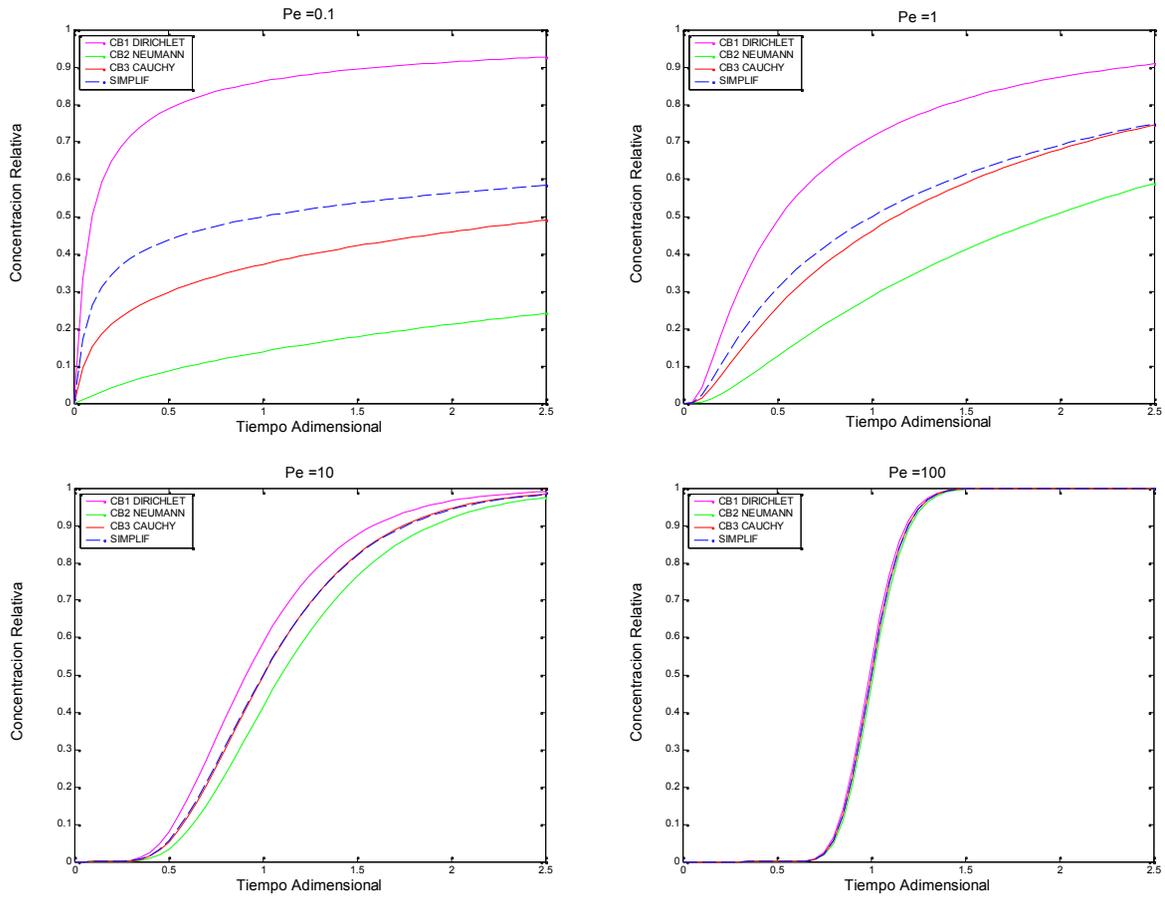
- C : Concentración de soluto, [M/L³]
- C_0 : Concentración de Inyección de trazador, [M/L³]
- t : Tiempo, [T]
- L : Longitud de la columna, [L]
- D_x : Coeficiente de dispersión hidrodinámica, [L²/T]
- v_x : Velocidad promedio lineal o de poros [L/T]

En términos adimensionales, la solución analítica simplificada se define como:

$$C_R = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\left(\frac{P_e}{4t_R} \right) \cdot (1 - t_R) \right) \quad 3.10$$

Los gráficos de la Figura 3.4 muestran curvas de concentración relativa, C_R , en función del tiempo adimensional, t_R , para distintos valores del número de Peclet, P_e . Se observa que las soluciones analíticas convergen satisfactoriamente a la solución simplificada cuando el valor de P_e es igual a 100, tal como propone Sauty (1980). Casos donde P_e es menor, es decir, cuando el transporte dispersivo es más relevante, la solución analítica adimensional determinada para una condición de borde del tercer tipo es la que mejor se aproxima a la versión simplificada.

**Figura 3.4 Pruebas de Laboratorio -
Concentración Relativa vs. Tiempo Adimensional - Inyección Continua**



- **Metodología para estimar Dispersividad**

Pruebas implementadas en columnas de laboratorio requieren una condición de flujo permanente (permeámetro), la concentración inicial de la columna es nula y el trazador es inyectado a una concentración constante, C_0 . Para determinar el coeficiente de dispersión se utiliza una metodología que considera válida la solución analítica simplificada. Reordenando términos de la ecuación 3.10, se obtiene la siguiente expresión:

$$C_R = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{1 - t_R}{2 \sqrt{t_R} \frac{D_x}{v_x L}} \right) \tag{3.11}$$

Donde los términos son los parámetros definidos en las expresiones anteriores. El registro de concentración, C , en el tiempo permite graficar la concentración relativa, C_R , junto con una expresión adimensional definida como:

$$\gamma = \frac{t_R - I}{\sqrt{t_R}} \quad 3.12$$

Se considera válido el uso de un modelo difusivo para la dispersión (ley de Fick) cuando existe una relación lineal entre ambos parámetros: concentración relativa y parámetro γ . Sin embargo, pueden existir algunas anomalías en el registro de concentraciones ocasionado por problemas con el ordenamiento de los granos en la columna (pasos preferenciales de flujo). Bear (1979) estableció que la ecuación 3.12 es la distribución normal de un término que tiene los siguientes estadísticos: media $t_R = I$ y desviación estándar $\sigma = [2D_x t_R / (Lv_x)]^{1/2}$. El término viene dado por la siguiente expresión:

$$f(t_R) = \frac{(I - t_R) \sqrt{t_R}}{\sqrt{\frac{2D_x}{L \cdot v_x}}} \quad 3.13$$

De acuerdo a estas propiedades, el coeficiente de dispersión, D_x , se define como:

$$D_x = \frac{L \cdot v_x}{8} \cdot (\gamma_{0.84} - \gamma_{0.16}) \quad 3.14$$

Donde $\gamma_{0.16}$ y $\gamma_{0.84}$ corresponden a los valores asociados a concentraciones relativas, C_R , iguales a 16% y 84% respectivamente. Finalmente, si el coeficiente de difusión efectiva, D^* , es conocido, el valor de la dispersividad viene dado por:

$$\alpha_x = \frac{(D_x - D^*)}{v_x} \quad 3.15$$

Se recuerda que el valor de la velocidad promedio lineal, v_x , dentro de la columna se define como el caudal, Q , dividido por el producto entre la sección transversal, A , y la porosidad del medio, n . El coeficiente de difusión efectiva puede ser estimado en pruebas de columnas saturadas sin flujo o de manera empírica.

Ejemplo de Aplicación

A continuación se presentan los resultados obtenidos en tres experiencias de laboratorio desarrolladas secuencialmente por Pickens y Grisak (1981). En la primera se inyectó un trazador salino con concentración $C_0=200$ [mg/l], luego en la segunda prueba, se realizó un proceso inverso, donde agua pura (sin trazador) reemplaza a la solución salina presente en la columna. Finalmente, en la tercera y última prueba, se vuelve a introducir una concentración de trazador con concentración $C_0=200$ [mg/l]. Las condiciones generales de la experiencia de laboratorio se describen en la Tabla 3.2.

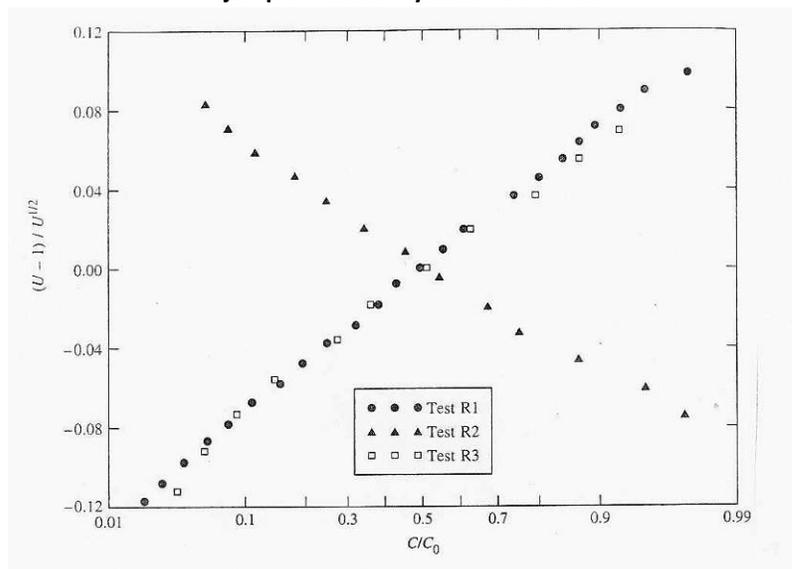
**Tabla 3.2 Prueba de Laboratorio –
Ejemplo Prueba Inyección Continua**

PARÁMETRO	SÍMBOLO	UNIDAD	VALOR
Trazador			Sal (Cloruro)
Longitud Columna	L	[cm]	30
Diámetro Columna	D	[cm]	4.45
Tamaño Medio Grano	d_{50}	[mm]	0.20
Coefficiente de Uniformidad	C_u	[-]	2.3
Porosidad	n	[-]	0.36
Caudal (Prueba 1)	Q_1	[ml/s]	5.12×10^{-3}
Caudal (Prueba 2)	Q_2	[ml/s]	1.40×10^{-2}
Caudal (Prueba 3)	Q_3	[ml/s]	7.75×10^{-2}
Velocidad Promedio (Prueba 1)	v_1	[cm/s]	9.26×10^{-4}
Velocidad Promedio (Prueba 2)	v_2	[cm/s]	2.53×10^{-3}
Velocidad Promedio (Prueba 3)	v_3	[cm/s]	8.60×10^{-3}

Fuente: Pickens y Grisak (1981)

La Figura 3.5 muestra el gráfico $(U-1)/U^{0.5}$ vs. $C_R=C/C_0$, necesario para determinar el coeficiente de dispersión. En este caso el término U corresponde al tiempo adimensional o volumen de poros, t_R . El resultado de la segunda prueba tiene una pendiente negativa ya que se reemplaza agua con solución salina presente al interior de la columna, por agua pura sin trazador.

**Figura 3.5 Prueba de Laboratorio –
Ejemplo Prueba Inyección Continua**



Fuente: Pickens y Grisak (1981)

Con el objetivo de obtener coeficientes de dispersión hidrodinámica, los datos fueron analizados mediante la ecuación 3.15. Se utilizó un coeficiente de difusión definido para trazador salino (Cl^-) en un medio líquido a 25°C , igual a $D_d=2.03 \times 10^{-7}$ [m/s], y una tortuosidad igual a 0.5. Luego, el coeficiente de difusión efectivo utilizado es $D^*=1.02 \times 10^{-7}$ [m/s]. Los resultados finales se adjuntan en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3 Prueba de Laboratorio
Resultados Ejemplo Prueba Inyección Continua

PRUEBA Nº	COEFICIENTE DE DISPERSIÓN D [cm ² /s]	DISPERSIVIDAD [cm]
1	4.05x10 ⁻⁵	0.033
2	8.65x10 ⁻⁵	0.030
3	3.76x10 ⁻⁴	0.043

Fuente: Pickens y Grisak (1981)

El valor promedio de dispersividad es igual 0.035[cm]. Este resultado se aproxima satisfactoriamente a la dispersividad promedio igual a 0.030[cm] obtenido previamente por Reynolds (1978), quien realizó 29 pruebas en columnas de material granular de la misma zona de estudio.

Xu y Eckstein (1997), a partir de los resultados de 113 columnas de laboratorio, realizaron un análisis estadístico con el objetivo de definir relaciones entre dispersividad y otras propiedades físicas del medio poroso. A diferencia del trabajo de Pickens y Grisak (1981), estos investigadores despreciaron el valor de la difusión molecular efectivo, D^* . Adicionalmente, los valores de dispersividad obtenidos por medio de la ecuación 3.15 fueron considerados como una primera aproximación, ya que no existe una metodología directa que permita determinar valores de dispersividad a partir de la solución analítica exacta desarrollada por Ogata y Banks (1961). Luego, mediante un esquema de ajuste de datos basado en mínimos cuadrados, obtuvieron valores finales de dispersividad que se ajustan a la solución analítica.

3.2.2. Inyección Instantánea

Al inyectar un trazador de forma instantánea en una columna de laboratorio, éste avanzará gradualmente y será influenciado por el proceso de dispersión hidrodinámica. Con el objetivo de representar una inyección instantánea (o pulso de inyección) con concentración C_0 , la condición de borde queda representada por el operador Dirac $\delta(x-x_0)$. Las condiciones de borde e inicial se definen como.

$$\left. \begin{aligned} C(x,0) &= C_0 \cdot \delta(x-x_0) \\ C(-\infty,t) &= C_0 \quad t \geq 0 \\ C(\infty,t) &= 0 \quad t \geq 0 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Condición Inicial} \\ \text{Condiciones de Borde} \end{array}$$

La solución de la ecuación de advección dispersión bajo estas condiciones fue definida por Sauty (1980).

$$C(x,t) = \frac{C_0 \cdot l}{\sqrt{4 \cdot \pi \cdot D_x \cdot t}} \cdot \exp\left(-\frac{(L - v_x \cdot t)^2}{4 \cdot D_x \cdot t}\right) \tag{3.16}$$

Donde:

- C : Concentración del efluente, [M/L³]
 C_0 : Concentración de la solución, [M/L³]
 l : Longitud de la zona de inyección, [L]
 t : Tiempo, [T]
 L : Longitud de la columna, [L]
 D_x : Coeficiente de dispersión hidrodinámico, [L²/T]
 v_x : Velocidad promedio lineal o de poros, [L/T]

Notar que la expresión anterior puede ser escrita en términos de la masa de trazador inyectado, M , y la sección media de flujo, A . Basta con identificar la siguiente igualdad entre términos:

$$C_0 \cdot l = \frac{M}{A} \quad 3.17$$

La ecuación 3.16 corresponde a la ecuación de Gauss, donde la distribución espacial de concentración, $C(x)$, es simétrica. Sin embargo, la distribución temporal de concentración presenta una rama descendente más extensa que la ascendente. Como es lógico, en ambos casos se cumple que la concentración máxima ocurre en $x=v_x t$. La Figura 3.6 muestra que el valor máximo de concentración coincide con la ordenada que divide la campana en dos partes iguales. La concentración máxima viene dada por:

$$C_{max}(t) = \frac{C_0 \cdot l}{\sqrt{4 \cdot \pi \cdot D_x \cdot t}} \quad 3.18$$

La mitad del ancho basal de la campana se define como el triple del valor de la varianza. Escrito en términos del coeficiente de dispersión, se tiene:

$$L_D(t) = 3\sqrt{2 \cdot D_x \cdot t} \quad 3.19$$

En términos adimensionales, la concentración relativa, C_R , queda definida en función del tiempo adimensional donde ocurre la máxima concentración, t_{Rmax} .

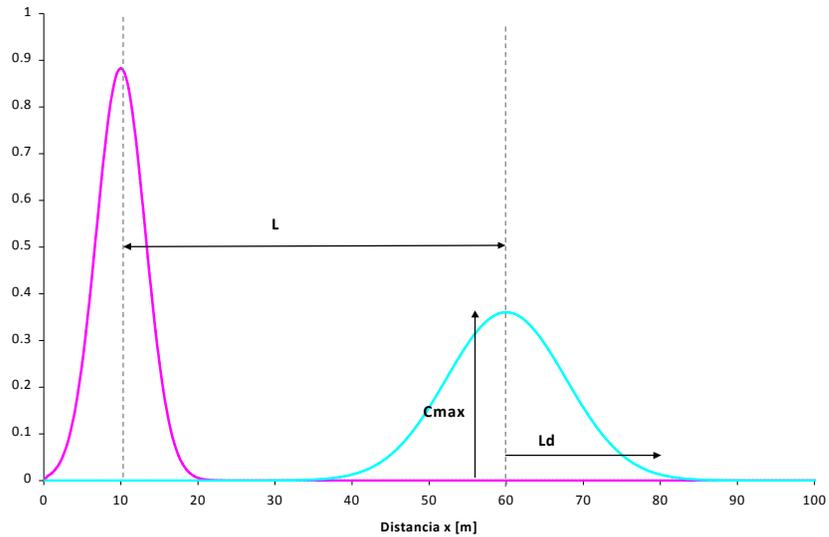
$$C_R = \frac{E}{\sqrt{t_R}} \exp\left(-\frac{P_e}{4t_R}(1-t_R)^2\right) \quad 3.20$$

Donde:

$$E = \sqrt{t_{Rmax}} \exp\left(\frac{P_e}{4t_{Rmax}}(1-t_{Rmax})^2\right) \quad 3.21$$

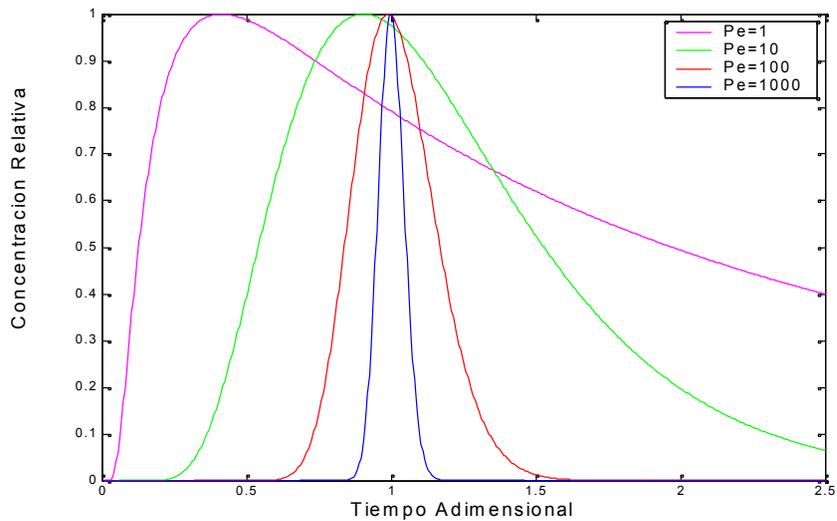
$$t_{Rmax} = \left(1 + P_e^{-2}\right)^{1/2} - P_e^{-1} \quad 3.22$$

**Figura 3.6 Prueba de Laboratorio –
Concentración Relativa vs. Distancia - Inyección Instantánea**



La Figura 3.7 muestra la distribución temporal de concentración en términos adimensionales. Se grafican curvas de concentración relativa, C_R , en función del tiempo adimensional, t_R , para distintos valores de Número de Peclet, Pe . También se observa que el tiempo en el cual se produce la concentración máxima depende del número de Peclet, Pe . El valor límite se logra en el caso de advección pura, donde el valor de tiempo adimensional, t_R , es igual a la unidad. Adicionalmente, a medida que disminuye el valor de Pe , el efecto dispersivo aumenta, y queda reflejado por la pérdida de simetría de las curvas de concentración (curva descendente más extensa que la ascendente) y el registro de máxima concentración ocurre antes que el caso de advección pura.

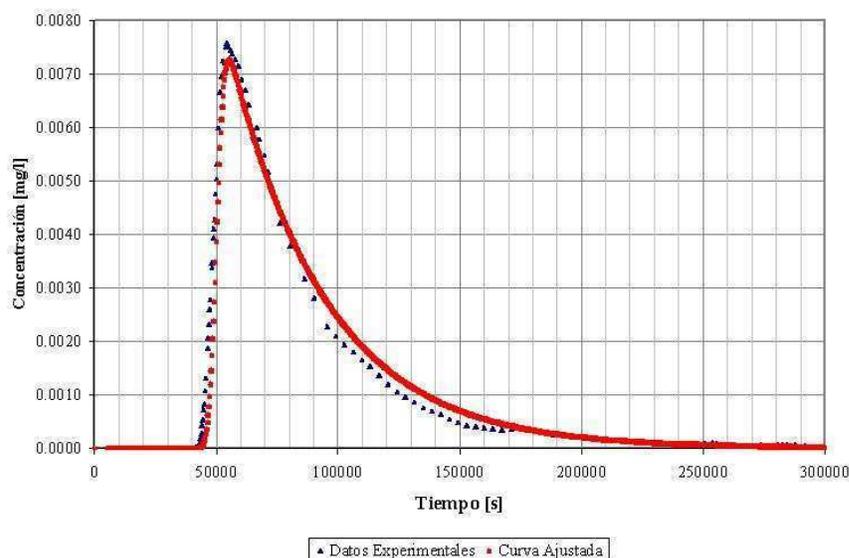
**Figura 3.7 Prueba de Laboratorio
Concentración Relativa vs. Tiempo Adimensional - Inyección Instantánea**



- **Efecto de la Cámara de Carga**

Para presentar el efecto de la cámara de carga en pruebas de laboratorio diseñadas para una inyección de tipo instantánea, se presenta la experiencia de Vallejos (2001) quien determinó el valor de dispersividad longitudinal en una muestra reconstituida del acuífero de Copiapó con el objetivo de definir las bases para infiltrar aguas residuales previamente tratadas al sistema acuífero. La experiencia se efectuó en el Laboratorio de Hidráulica del Departamento de Ingeniería Civil, División Recursos Hídricos y Medio Ambiente de la Universidad de Chile. La instalación experimental consistió en establecer una condición de permeámetro en una columna de longitud $L=60$ [cm], diámetro $D=0.3$ [m] y caudal pasante $Q=0.88$ [ml/s], luego la velocidad estimada es $v_x=4.5$ [cm/hr]. El volumen de la cámara de carga es 42.4 [lt] y el tiempo de retención hidráulico asociado es $t_H=13.3$ [hr]. El trazador conservativo utilizado fue Cloruro de Sodio (NaCl). La Figura 3.8 muestra el ajuste de la solución analítica con los datos experimentales, donde se estableció un valor de dispersividad $\alpha=0.15$ [cm]. El valor de dispersividad obtenido a escala de laboratorio debe ser considerado como un valor de referencia, ya que una columna de laboratorio no puede contener ni reproducir la situación de terreno, la cual puede presentar heterogeneidad o estratificación importante. (Vallejos, 2001). El análisis de datos y estimación del valor de dispersividad en columnas de laboratorio fue realizado mediante el uso de dos programas: ANALISIS y MARIÑO, implementados en FORTRAN 90 por el académico del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile, Sr. Carlos Espinoza.

**Figura 3.8 Prueba de Laboratorio
Ejemplo Inyección Instantánea**



Fuente: Vallejos (2001)

La solución analítica utilizada en esta experiencia de laboratorio, no considera el caso de inyección instantánea definida por la ecuación 3.16. En cambio, se define conceptualmente a la cámara de carga como un reactor de mezcla completa, donde la concentración de ingreso de trazador decae exponencialmente a una tasa constante igual a $1/t_H$, donde t_H es el tiempo de retención hidráulico.

La solución analítica de la ecuación de advección dispersión bajo esta condición de borde fue desarrollada por Mariño (1974). Las condiciones de borde e inicial se definen como.

$$\left. \begin{array}{l} C(x,0)=0 \\ C(0,t)=C_0 \cdot e^{-\gamma \cdot t} \\ C(\infty,t)=0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Condición Inicial} \\ \text{Condiciones de Borde} \end{array} \quad t \geq 0$$

La ecuación analítica viene dada por la siguiente expresión:

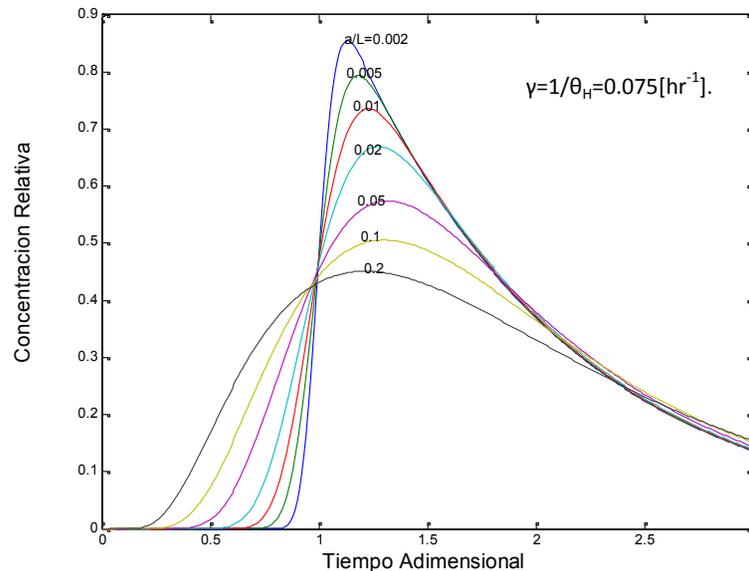
$$C(x,t) = \frac{C_0}{2} \cdot \exp(\gamma \cdot t) \left\{ \exp\left(\frac{x \cdot (\nu - \beta)}{2 \cdot D_x}\right) \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x - \beta \cdot t}{2 \cdot \sqrt{D_x \cdot t}}\right) + \exp\left(\frac{x \cdot (\nu + \beta)}{2 \cdot D_x}\right) \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x + \beta \cdot t}{2 \cdot \sqrt{D_x \cdot t}}\right) \right\} \quad 3.23$$

Donde:

$$\beta = \sqrt{\nu^2 + 4D_x\gamma} \quad 3.24$$

Considerando la información de diseño de la prueba de laboratorio desarrollada por Vallejos (2001), la Figura 3.9 presenta la solución de Mariño en términos adimensionales para distintas relaciones entre dispersividad y longitud de la columna, λ/L

Figura 3.9 Prueba de Laboratorio – Solución Analítica Mariño



A continuación se presentan las soluciones analíticas de la ecuación de advección dispersión que permiten determinar el valor de dispersividad a partir de resultados experimentales obtenidos a escala de terreno.

3.3. TÉCNICAS DE TERRENO

Técnicas de terreno pueden ser clasificadas de acuerdo al tipo de gradiente hidráulico utilizado: gradiente natural sin intervención, o gradiente forzado inducido por un pozo de bombeo y/o de inyección. A continuación se presenta una descripción general de ambas técnicas.

Pruebas con trazadores en condiciones de gradiente natural (*Natural Gradient Tracer Tests, NGTT*) consisten en la inyección controlada de un volumen de trazador en un intervalo limitado de tiempo y el posterior monitoreo de la pluma que se desplaza en dirección aguas abajo del sistema de flujo de agua subterránea. Este tipo de pruebas suele modelarse bajo el supuesto de inyección instantánea, lo cual es válido cuando la duración de la inyección es despreciable en comparación con la duración total de la prueba. El tiempo total de monitoreo viene dado por la velocidad del flujo y por la ubicación de los puntos más lejanos de monitoreo (escala de observación). A modo de ejemplo, pruebas con trazadores bajo condiciones de gradiente natural y uso de sistema de monitoreo masivo han utilizado tiempos de inyección de 1 a 2 días y un registro de concentraciones que alcanza los 500 días. Este tiempo se asocia a escalas de observación que oscilan entre los 50 y 300 metros aproximadamente.

Aunque este tipo de pruebas no posee limitaciones de diseño, su implementación no es conveniente en casos donde la distancia de transporte es relativamente extensa, o en casos donde la velocidad de flujo sea demasiado baja. Para caracterizar espacialmente la pluma de trazador con un alto nivel de confiabilidad, se requiere de una gran cantidad de puntos de observación. El diseño de un correcto sistema y programa de monitoreo necesita conocer a priori la dirección y velocidad del flujo. Adicionalmente, en casos donde la dirección de la velocidad del flujo varía continuamente debido a cambios en las condiciones de borde se presentan dificultades para obtener distribuciones temporales de concentración.

Técnicas basadas en mediciones de concentración a distintas profundidades del acuífero (registros multinivel) permiten desarrollar un análisis tridimensional de la evolución de la pluma de contaminante. Los parámetros efectivos de transporte, tales como velocidad de poros y dispersividad, pueden ser estimados mediante el análisis de los momentos espaciales, que consiste en definir la posición del centro de masa de la pluma y las varianzas de la distribución de concentración en la dirección principal del flujo (longitudinal) y direcciones transversales (horizontal y vertical) en distintos tiempos. Si el sistema de monitoreo se basa en curvas de concentración integrales, parámetros de transporte pueden ser derivados mediante el ajuste de soluciones analíticas desarrolladas para problemas bidimensionales en acuíferos homogéneos e isotrópicos. El ANEXO A.2 presenta un resumen con soluciones analíticas de pruebas con trazadores bajo condiciones de gradiente natural.

Por otro lado, las técnicas de terreno bajo condiciones de gradiente forzado utilizan un pozo de bombeo y/o de inyección que distorsionan el gradiente hidráulico, generando gradientes superiores al régimen natural. Estas técnicas de terreno se destacan por tener condiciones experimentales bien definidas. Por ejemplo, al compararlas con pruebas de gradiente natural se minimizan los efectos

ocasionados por variaciones de velocidad asociadas a heterogeneidad del medio y el tiempo de duración es notablemente inferior, permitiendo estimar parámetros de transporte a distintas escalas de observación. Pruebas con trazadores bajo condiciones de gradiente forzado inducen un flujo no uniforme, el cual puede tener distintas configuraciones. Se identifican pruebas con flujo radial (convergente o divergente) y su combinación da origen a pruebas de tipo *Push Pull* basada en un pozo individual con fases consecutivas de inyección y de extracción, donde el flujo puede ser radial plano o esférico. También existen pruebas basadas en el uso de dos pozos (*Two Well Tracer Test*), uno de inyección y otro de extracción, los cuales pueden operar con igual caudal, generando un flujo de tipo dipolo. Técnicas de pozo individual con fases de inyección y extracción tienen la ventaja de recuperar un alto porcentaje del total la masa de trazador, mientras pruebas de dos pozos o de flujo radial sólo recuperan una fracción de éste. Comparaciones y factibilidad de aplicaciones en ambos tipos de técnicas son presentadas en el ANEXO B.

A continuación se presenta una descripción general del marco teórico desarrollado por Gelhar y Collins (1971). Este marco teórico permitió desarrollar una serie de aproximaciones analíticas que describen la distribución temporal de concentración registradas en técnicas de terreno bajo condiciones de gradiente forzado (flujo no uniforme).

3.3.1. Soluciones Analíticas

La ecuación de advección dispersión que describe el transporte de un soluto conservativo en un sistema de flujo no uniforme al interior de acuífero homogéneo y confinado, puede ser escrita de forma unidimensional:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \alpha \cdot v \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial s^2} - v \cdot \frac{\partial C}{\partial s} \quad 3.25$$

Donde:

- C : Concentración de trazador, [M/L³]
- t : Tiempo, [T]
- α : Dispersividad longitudinal, [L]
- s : Trayectoria que define la dirección de flujo, [L]
- v : Velocidad, [L/T]

La ecuación anterior sólo considera el proceso de dispersión mecánica longitudinal, definida como el producto entre dispersividad longitudinal, α , y velocidad, v , despreciando el efecto de la difusión molecular efectivo, D^* . La velocidad queda definida en función de la variable s , que se define como la trayectoria en la dirección de flujo. Por consiguiente, no es fácil resolver analíticamente la ecuación de transporte de solutos conservativos bajo condiciones de gradiente forzado. No obstante, Gelhar y Collins (1971) desarrollaron un método analítico aproximado que permite definir de manera simple y confiable el transporte de trazadores conservativos en sistemas de flujo no uniforme. Efectos de no uniformidad son incorporados a través de dos integrales de la velocidad, las

cuales pueden ser evaluadas analítica o numéricamente. Una breve descripción de la teoría analítica desarrollada por estos autores es presentada a continuación.

Mediante una serie de transformaciones, es posible reescribir la ecuación de conservación de masa como una ecuación de difusión:

$$\frac{\partial C}{\partial \omega} = \alpha \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} \quad 3.26$$

Donde η corresponde a la coordenada relativa espacial que describe el movimiento promedio del trazador, y la función $\tau(s)$ es el tiempo de viaje promedio que toma el trazador desde s_0 hasta la posición s' .

$$\eta = \tau(s) - t' \quad 3.27$$

$$\tau(s) = \int_{s_0}^{s'} \frac{ds}{v(s)} \quad 3.28$$

El parámetro s' es la posición media del frente de contaminante (definida por el flujo advectivo) y el término $t' = \tau(s) - t$ es el tiempo de viaje promedio que toma el trazador desde s_0 hasta la posición s' . Finalmente, el parámetro $\omega(s)$ es una integral que define el efecto de la dispersión resultante en un sistema de flujo no uniforme. Al despreciar el efecto de la difusión molecular se tiene:

$$\omega(s) = \int_{s_0}^s \frac{ds}{[v(s)]^2} \quad 3.29$$

Las unidades de las integrales son: $[\tau] = [T]$ y $[\omega] = [T^2/L]$. La solución general de la de transporte definida en una línea de flujo (ecuación 3.26) para el caso de inyección instantánea (*pulse input*) viene dado por:

$$C = \frac{m}{v(s) \cdot (4\pi \cdot \alpha_L \cdot \omega)^{1/2}} \cdot \exp\left[\frac{-\eta^2}{4 \cdot \alpha_L \cdot \omega}\right] \quad 3.30$$

Donde:

- C : Concentración de trazador, [-]
- m : Masa de trazador inyectado en $s=s_0$ y $t=0$ por unidad de área de acuífero, [M/L²]
- v : Velocidad de poros, [L/T]
- α_L : Dispersividad longitudinal, [L]

La solución desarrollada para el caso de inyección instantánea permite evaluar técnicas de flujo radial convergente y divergente. A continuación se presenta la solución para un cambio brusco de concentración en el origen (*step input*). Las condiciones iniciales y de borde son las siguientes:

$$C(s,0) = C_0 \quad s < s_0 ; \quad C(s,0) = 0 \quad s > s_0$$

$$C(s \rightarrow -\infty, t) = C_0 \quad t > 0 ; \quad C(s \rightarrow \infty, t) = 0 \quad t > 0$$

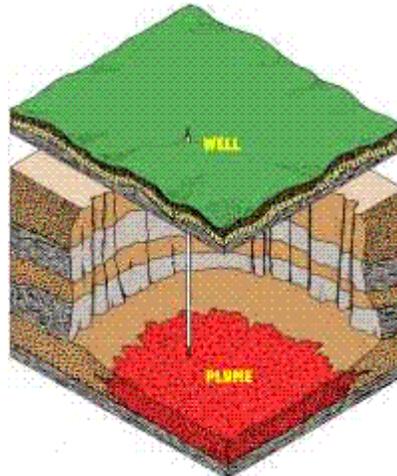
Para este caso, la solución de la ecuación 3.26, que define la concentración de trazador en función de los parámetros η y ω , es la siguiente:

$$C = \frac{C_0}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left[\frac{\eta}{\sqrt{4 \cdot \alpha_L \cdot \omega}} \right] \quad 3.31$$

Esta solución es aplicable en pruebas donde la solución de trazador es inyectada de manera continua desde un pozo de inyección con concentración C_0 .

Como se mencionó anteriormente, a partir del marco teórico desarrollado Gelhar y Collins (1971), se han derivado soluciones analíticas aproximadas que permiten estimar valores de dispersividad longitudinal mediante el uso del registro de curvas de concentración obtenidas en pruebas de terreno bajo condiciones de gradiente forzado.

**Figura 3.10 Técnicas de Terreno
Inyección de Trazador**



Las aproximaciones analíticas presentadas en este capítulo consideran los siguientes supuestos:

- Medio homogéneo, isotrópico y acuífero confinado
- Dispersión hidrodinámica sólo considera dispersión mecánica longitudinal (difusión molecular despreciable)
- Dispersión mecánica se define como el producto entre la velocidad y dispersividad
- Dispersividad longitudinal es constante
- Efecto de la velocidad regional de agua subterránea es despreciable en comparación con la velocidad inducida por la acción del pozo de bombeo.

- La concentración inicial de trazador en el acuífero es nula
- Antes de iniciar la inyección, se requiere de una condición de régimen permanente, es decir, la configuración de flujo (radial convergente, radial divergente, dipolo, etc.) debe ser alcanzada antes de iniciar la inyección de trazador.

A continuación se presentan aproximaciones analíticas desarrolladas para distintas configuraciones de flujo.

3.3.2. Pruebas de pozo individual con fases de inyección y extracción

Pruebas de pozo individual con fases de inyección y extracción, también conocidas como *Single Well Tracer Test*, *Push Pull Tracer Tests* o *Echo Tests*, consisten en una etapa de inyección de una solución de trazador conservativo, y luego una segunda etapa consecutiva de extracción donde se bombea la mezcla de agua con solución inyectada. El registro de la distribución temporal de concentración se efectúa en el pozo de inyección/extracción. Pruebas de tipo *Push Pull* se caracterizan por:

- Fase de extracción comienza inmediatamente una vez finalizada la fase de inyección.
- Se define la posición del frente de soluto como el lugar geométrico del acuífero donde $C/C_0=0.5$, siendo C_0 la concentración de la solución inyectada.
- El signo del caudal de extracción, Q_{ext} , es negativo y la magnitud no necesariamente es igual al caudal de inyección, Q_{iny}

Las aproximaciones analíticas definidas para una configuración radial plana y esférica utilizan los mismos parámetros, los cuales se presentan a continuación:

- Q_{inj} : Caudal de inyección, [L³/T]
- Q_{ext} : Caudal de extracción, [L³/T]
- t_{inj} : Tiempo desde el inicio de la fase inyección, [T]
- t_{ext} : Tiempo desde el inicio de la fase extracción, [T]
- T_{inj} : Tiempo duración fase inyección, [T]
- V_{inj} : Volumen total inyectado, [L³]
- V_{ext} : Volumen extraído acumulado al tiempo t_{ext} , [L³]
- r : Distancia radial desde el pozo de inyección/extracción, [L]
- r_w : Radio del pozo, [L]
- r_{iny} : Radio del frente de soluto durante la fase de inyección, [L]
- r_{ext} : Radio del frente de soluto durante la fase de extracción, [L]
- R_{max} : Radio máximo definido en T_{inj} , [L]
- n : Porosidad efectiva, [-]
- b : Espesor del acuífero confinado, [L]

3.3.2.1. Flujo Radial Plano

Un flujo radial cilíndrico es generado por la acción de un pozo de bombeo que penetra completamente el espesor de un acuífero confinado tal como se muestra en la Figura 3.11. Al suponer un flujo radial plano en un acuífero confinado, la velocidad de poros se define como:

$$v(r) = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot n \cdot r \cdot b} \quad 3.32$$

El signo de la velocidad viene dado por el caudal Q . Durante la fase de inyección el valor del caudal, Q_{iny} , es positivo y el frente de soluto (o radio advectivo) se define como:

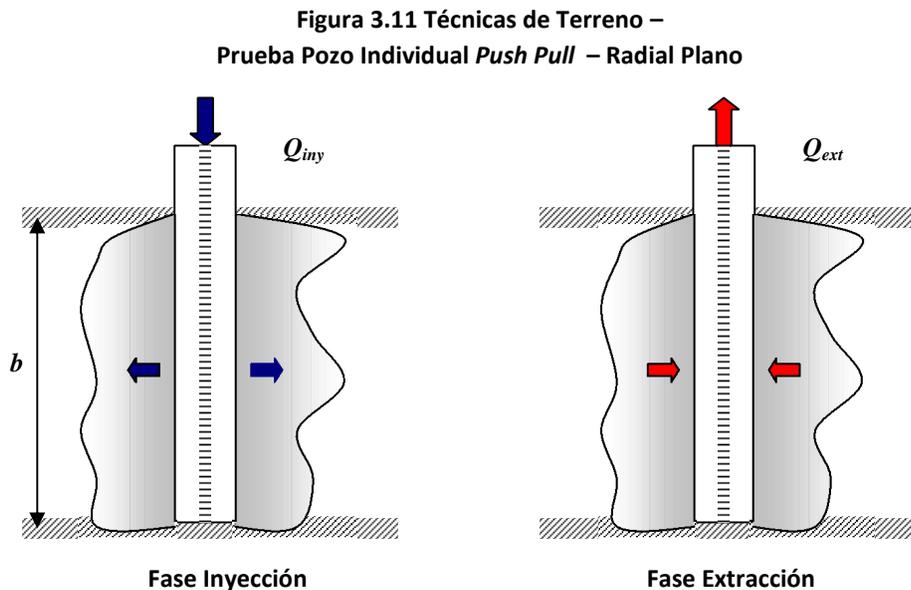
$$r_{iny} = \left(\frac{Q_{iny} \cdot t_{iny}}{\pi \cdot n \cdot b} + r_w^2 \right)^{1/2} \quad 3.33$$

Al finalizar la inyección de la solución de trazador, la distancia radial máxima, R_{max} , donde se ubica el frente de solución viene dado por:

$$R_{max} = \left(\frac{V_{iny}}{\pi \cdot n \cdot b} + r_w^2 \right)^{1/2} \quad \text{Con: } V_{iny} = Q_{iny} \cdot T_{iny} \quad 3.34$$

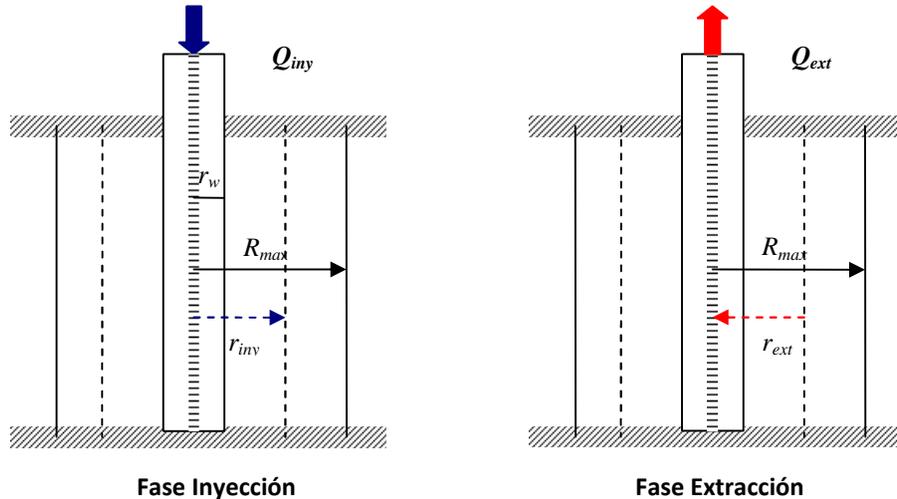
La fase de extracción se caracteriza por una tasa de bombeo negativo, Q_{ext} . En este caso el frente de soluto (o radio advectivo) viene dado por:

$$r_{ext} = \left(R_{max}^2 + \frac{Q_{iny} \cdot t_{ext}}{\pi \cdot n \cdot b} \right)^{1/2} \quad 3.35$$



El esquema presentado en la Figura 3.12 muestra la situación idealizada, donde los radios de inyección, extracción y máximo frente advectivo generan cilindros perfectos.

**Figura 3.12 Técnicas de Terreno –
Prueba Pozo Individual *Push Pull* – Radial Plano**



Luego, considerando la expresión de velocidad se definen las integrales y definidas por las ecuaciones 3.28 y 3.29 respectivamente. La obtención de las expresiones analíticas aproximadas durante las fases de inyección y extracción consideran la solución definida para una inyección de tipo continua definida por la ecuación 3.31.

- **Solución Analítica Fase de Inyección - Flujo Radial Plano:**

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left(r^2 - r_{iny}^2 / \left[\frac{16}{3} \alpha_L (r_{iny}^3 - r_w^3) \right]^{1/2} \right) \quad 3.36$$

- **Solución Analítica Fase de Extracción - Flujo Radial Plano:**

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left(r^2 - r_{ext}^2 / \left[\frac{16}{3} \alpha_L (2R_{max}^3 - r_{ext}^3 - r_w^3) \right]^{1/2} \right) \quad 3.37$$

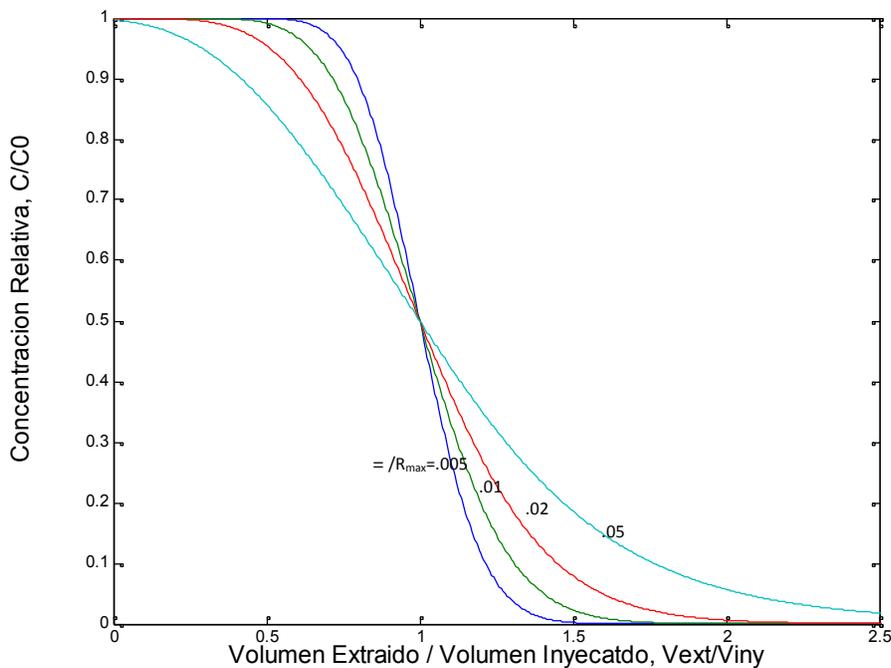
Evaluando la ecuación 3.37 en el radio del pozo ($r=r_w$), y despreciando el radio del pozo, la solución analítica aproximada que describe el transporte de solutos conservativos durante la fase de extracción en pruebas de pozo de tipo *Push Pull* y flujo radial plano viene dada por (Gelhar y Collins, 1971):

- Solución Analítica Prueba tipo *Push Pull* - Flujo Radia Plano:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left\{ \left(\frac{V_{ext}}{V_{iny}} - 1 \right) / \left[\frac{16}{3} \cdot \frac{\alpha_L}{R_{max}} \cdot \left(2 - \left| 1 - \frac{V_{ext}}{V_{iny}} \right|^{1/2} \cdot \left(1 - \frac{V_{ext}}{V_{iny}} \right) \right) \right]^{1/2} \right\} \quad 3.38$$

Se define el volumen extraído $V_{ext}=Q_{ext}/t_{ext}$ y C_0 es la concentración de la solución de trazador inyectado. Esta solución analítica aproximada entrega buenos resultados sólo después que el frente de trazador se ha desplazado al menos 100 veces el valor de la dispersividad, es decir, $R_{max}/\epsilon > 100$. En pruebas de pozo individual con fases de inyección y de extracción se define a la escala de observación como el radio máximo de frente de soluto, R_{max} . Luego, la Figura 3.13 presenta la solución analítica para distintas relaciones entre dispersividad longitudinal y escala de observación, $\epsilon = R_{max}$.

Figura 3.13 Técnicas de Terreno - Prueba Pozo Individual *Push Pull* – Radial Plano



3.3.2.2. Flujo Esférico

Un flujo radial esférico se produce cuando un trazador es inyectado en una pequeña longitud del pozo en comparación con el espesor del acuífero, o cuando el pozo no cubre al acuífero en su totalidad (Figura 3.14). En este tipo de flujo la velocidad de poros se define como:

$$v(r) = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot n \cdot r^2} \quad 3.39$$

Para definir la expresión anterior, se asume despreciable el efecto de la velocidad de flujo natural del sistema acuífero. Durante la fase de inyección el valor del caudal, Q_{iny} , es positivo y el frente de soluto (o radio advectivo) para el caso esférico se define como:

$$r_{iny} = \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{Q_{iny} \cdot t_{iny}}{\pi \cdot n} + r_w^3 \right)^{1/3} \quad 3.40$$

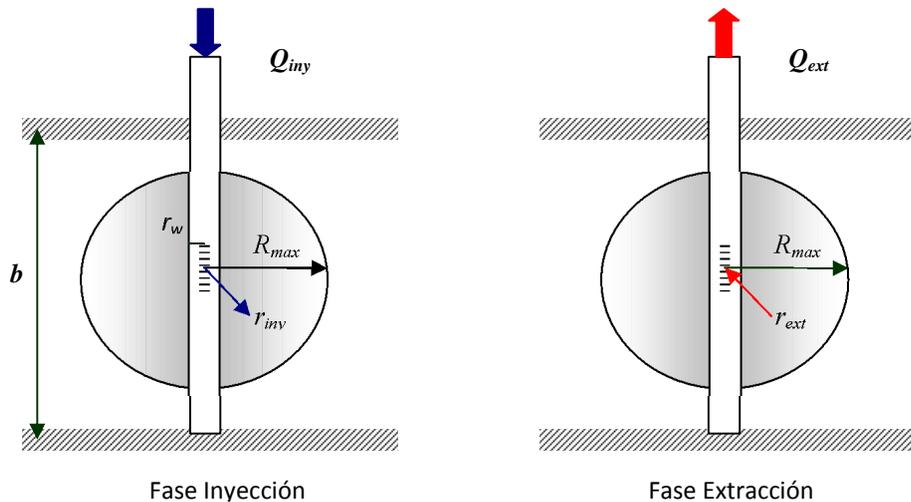
Al finalizar la fase de inyección, la distancia radial máxima, R_{max} , donde se ubica el frente de solución de trazador viene dado por:

$$R_{max} = \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{V_{iny}}{\pi \cdot n} + r_w^3 \right)^{1/3} \quad \text{con} \quad V_{iny} = Q_{iny} \cdot T_{iny} \quad 3.41$$

Durante la etapa de extracción el valor del caudal, Q_{ext} , es negativo y el frente de soluto (o radio advectivo) se define como:

$$r_{ext} = \left(R_{max}^3 + \frac{3}{4} \cdot \frac{Q_{ext} \cdot t_{ext}}{\pi \cdot n} \right)^{1/3} \quad 3.42$$

Figura 3.14 Técnicas de Terreno –
Prueba Pozo Individual Push Pull – Radial Esférico



A continuación, se definen las soluciones aproximadas para la concentración de trazador durante las fases de inyección y extracción para una configuración esférica. En ambos casos, la solución de la ecuación de transporte corresponde a la obtenida para el caso de inyección de tipo continua (ecuación 3.30). Previamente, se deben estimar las funciones α_L y α_R definidas en el marco teórico de Gelhar y Collins (1971) por las ecuaciones 3.28 y 3.29 respectivamente. Las aproximaciones analíticas se presentan a continuación (Schroth e Istok, 2005):

- Solución Analítica Fase de Inyección - Flujo Esférico:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{I}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left\{ \left(r^3 - r_{iny}^3 \right) \left[\frac{36}{5} \cdot \alpha_L \cdot \left(r_{iny}^5 - r_w^5 \right) \right]^{1/2} \right\} \quad 3.43$$

- Solución Analítica Fase de Extracción - Flujo Esférico:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{I}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left(r^2 - r_{ext}^2 \right) \left[\frac{36}{5} \cdot \alpha_L \cdot \left(2R_{max}^5 - r_{ext}^5 - r_w^5 \right) \right]^{1/2} \quad 3.44$$

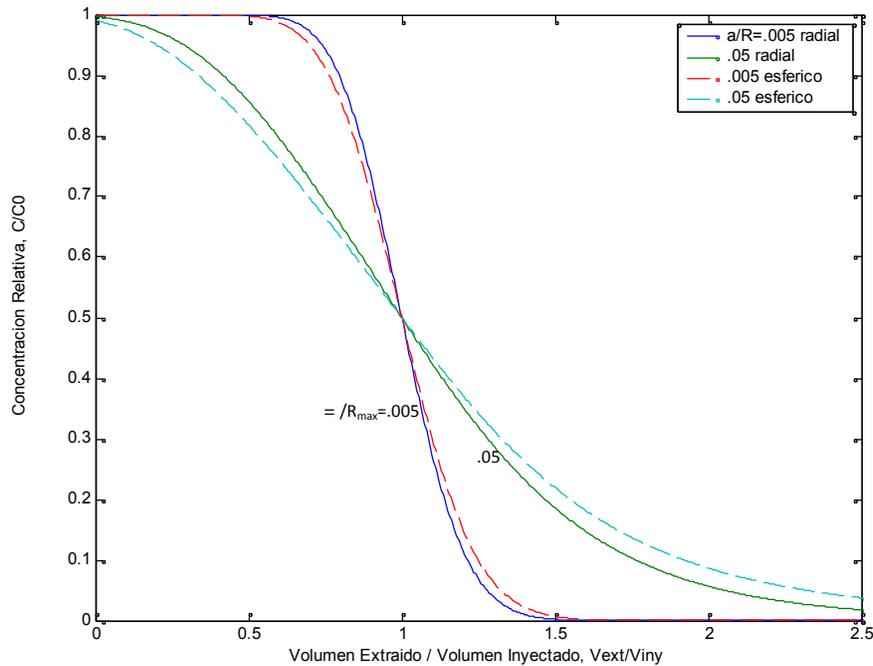
Evaluando la ecuación 3.44 en $r=r_w$, y despreciando el radio del pozo, la solución analítica aproximada que describe el transporte de solutos conservativos durante la fase de extracción en pruebas de pozo de tipo *Push Pull* y flujo esférico puede ser escrita de la forma (Schroth e Istok, 2005):

- Solución Analítica Prueba tipo *Push Pull* - Flujo Esférico:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{I}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left\{ \left(\frac{V_{ext}}{V_{iny}} - 1 \right) \left[\frac{36}{5} \cdot \frac{\alpha_L}{r_{max}} \cdot \left(2 - \left| 1 - \frac{V_{ext}}{V_{iny}} \right| \right)^{2/3} \cdot \left(1 - \frac{V_{ext}}{V_{iny}} \right) \right] \right\}^{1/2} \quad 3.45$$

Se define el volumen extraído $V_{ext}=Q_{ext}/t_{ext}$ y C_0 es la concentración de la solución de trazador inyectado. Se observa que las soluciones analíticas para ambos casos, flujo radial plano y esférico, son similares. La Figura 3.15 muestra diferencias entre ambas soluciones, donde se aprecia que pruebas de tipo esférico (línea punteada) presenta una mayor dispersión de concentración en comparación con el caso radial plano (línea continua).

**Figura 3.15 Técnicas de Terreno –
Comparación Pruebas de Pozo Individual Flujo radial plano y esférico**



A continuación se presentan aproximaciones analíticas en términos adimensionales asociadas a técnicas de terreno caracterizadas por un flujo radial (convergente y divergente).

3.3.3. Pruebas de Flujo Radial

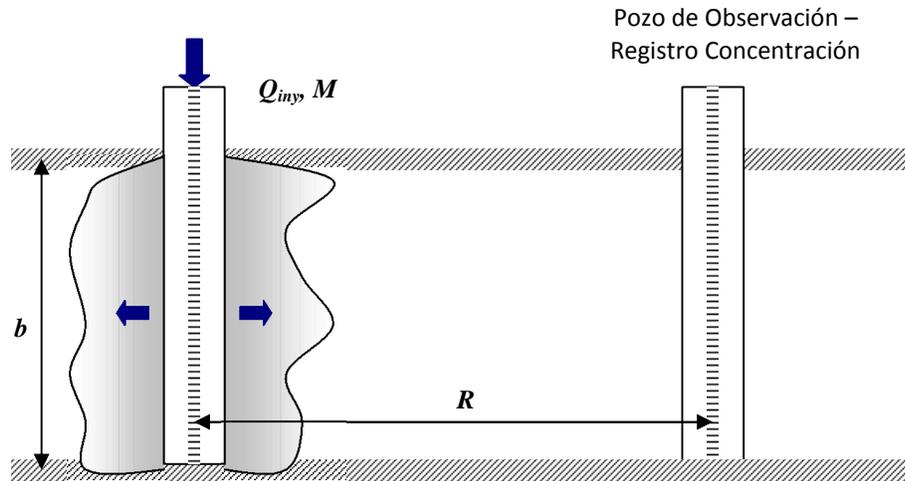
Técnicas de terreno con una configuración de flujo radial, a diferencia de las pruebas de tipo *Push Pull*, sólo consideran un signo de caudal. Un caudal positivo (inyección) define pruebas con flujo radial divergente, mientras que un caudal negativo (extracción) se asocia a una prueba de tipo radial convergente. Las aproximaciones analíticas desarrolladas para pruebas con flujo radial consideran los supuestos generales descritos en el marco teórico de las técnicas de terreno de flujo no uniforme. A continuación se presentan las aproximaciones analíticas para cada caso.

3.3.3.1. Flujo Radial Divergente

En una prueba de flujo radial divergente se inyecta agua al interior del acuífero en un pozo de recarga en un espesor de acuífero conocido y a una tasa volumétrica por unidad de tiempo constante. Una vez alcanzado un régimen permanente (niveles piezométricos permanecen prácticamente constantes), se adhiere una solución que contiene un trazador, el cual es rápidamente forzado a alejarse del pozo de inyección, generando una condición inicial bien definida. Pozos de observación entorno al pozo de bombeo registran distribuciones temporales de concentración, las cuales pueden ser interpretadas sin mayor dificultad (Figura 3.16). Pruebas de flujo radial pueden ser diseñadas con una inyección de tipo instantánea (*pulse input*) o continua (*step input*). El control de la inyección de trazador en el pozo de recarga es más fácil para el caso

instantáneo que para el caso continuo, ya que el último requiere una concentración constante la cual debe ser monitoreada durante la prueba completa.

**Figura 3.16 Técnicas de Terreno -
Prueba Pozo Individual Flujo Radial Divergente**



3.3.3.1.1. Inyección Instantánea

Una masa de trazador conservativo, M , es inyectada de manera instantánea (*pulse input*), la tasa de inyección de agua, Q_{iny} , es constante. Asumiendo válida la ecuación de advección dispersión y que el valor de la dispersividad longitudinal, α , es constante, la aproximación analítica adimensional que define la distribución temporal de concentración en pruebas caracterizadas por un flujo radial divergente con inyección instantánea, viene dada por (Welty y Gelhar, 1989 y 1994):

$$\hat{C} = \left(\hat{t}^{3/2} \right)^{-1/2} \cdot \exp \left[\frac{-\left(1 - \hat{t} \right)^2}{\frac{16}{3} \cdot \frac{\alpha}{R} \cdot \hat{t}^{3/2}} \right] \quad 3.46$$

La ecuación 3.46 queda definida en función de los siguientes parámetros adimensionales:

$$\hat{C} = \frac{C \cdot 2\pi \cdot n_e \cdot b \cdot R^2 \cdot \left(\frac{4}{3} \pi \frac{\alpha}{R} \right)^{1/2}}{M} \quad 3.47$$

$$\hat{t} = \frac{t}{t_m} \quad 3.48$$

Donde:

- C : Concentración de trazador en el pozo de observación, [M/L³]
 n_e : Porosidad efectiva, [-]
 b : Espesor del acuífero confinado, [L]
: Dispersividad Longitudinal, [L]
 R : Distancia radial entre pozo de inyección de trazador y pozo de monitoreo, [L]
 M : Masa de trazador inyectada, [M]
 t : Tiempo, [T]

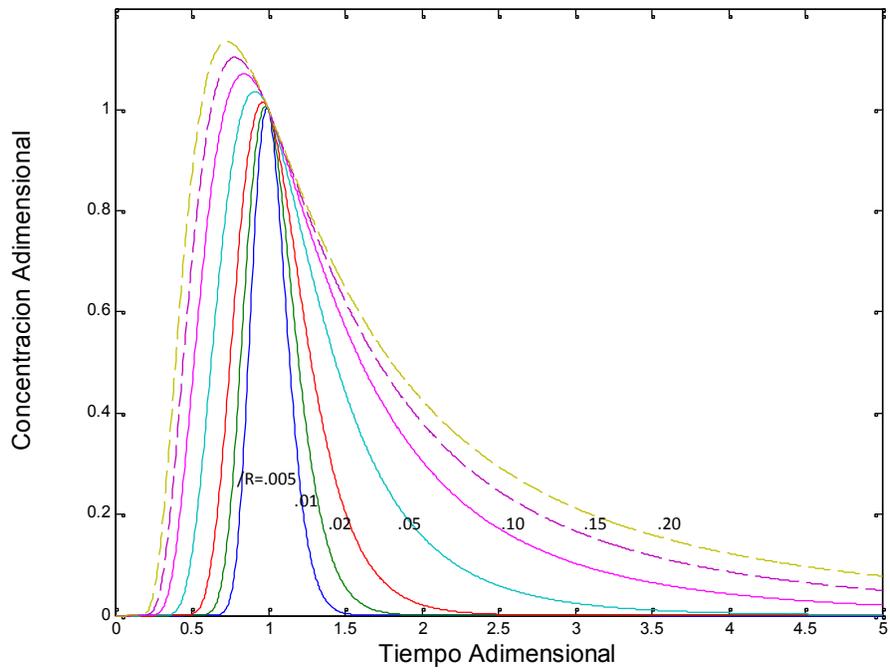
El parámetro adimensional t_m se define como el tiempo promedio asociado al transporte advectivo de trazador a la distancia R .

$$t_m = \frac{R^2 \cdot \pi \cdot n_e \cdot b}{Q_{iny}} \quad 3.49$$

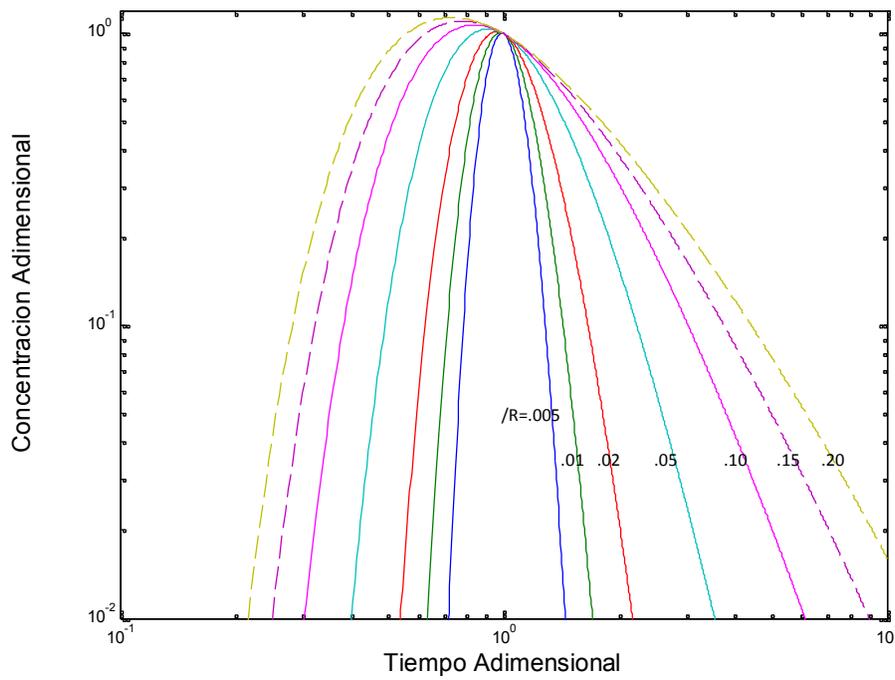
Donde Q_{iny} es el caudal del pozo de inyección. La Figura 3.17 muestra distribuciones temporales de concentración adimensional para distintos valores de R/b en pruebas de flujo radial divergente con inyección instantánea de trazador y dispersividad constante. Para identificar diferencias entre soluciones, se sugiere presentar los gráficos en escala logarítmica (Figura 3.18).

La determinación del valor de dispersividad longitudinal resulta de ajustar los datos de terreno con la ecuación 3.46. En la Figura 3.17 se aprecia que la curva de descenso se extiende más que la curva de ascenso, fenómeno conocido como *tailing*. Welty y Gelhar (1989) identificaron que el efecto *tailing* observado en pruebas de flujo radial divergente es superior al observado en pruebas de flujo uniforme. Por consiguiente, el uso de la solución de flujo uniforme para estimar valores de dispersividad en pruebas de flujo radial divergente, puede entregar un valor de dispersividad superior al valor real. Se espera errores más grandes a medida que la relación entre dispersividad y escala de observación, R/b sea mayor.

**Figura 3.17 Técnicas de Terreno –
Flujo Radial Divergente – Inyección Instantánea – Escala Aritmética**



**Figura 3.18 Técnicas de Terreno –
Flujo Radial Divergente – Inyección Instantánea – Escala Logarítmica**



3.3.3.1.2. Inyección Continua

Una inyección continua de trazador (*step input*) es inyectado con una concentración, C_0 , y caudal, Q_{in} , durante la duración total de la prueba. En el análisis de pruebas de pozo individual de tipo *Push Pull* y flujo radial plano se identificó una expresión de concentración correspondiente a la fase de extracción (ecuación 3.37). Una nueva expresión adimensional es presentada por Welty y Gelhar (1989 y 1994) para definir la distribución temporal de concentración en pruebas caracterizadas por un flujo radial divergente con inyección continua y dispersividad longitudinal constante. La expresión se define como:

$$\hat{C} = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left[\frac{\left(1 - \hat{t}\right)}{\left(\frac{16}{3} \cdot \frac{\alpha}{R} \cdot \hat{t}^{3/2}\right)^{1/2}} \right] \quad 3.50$$

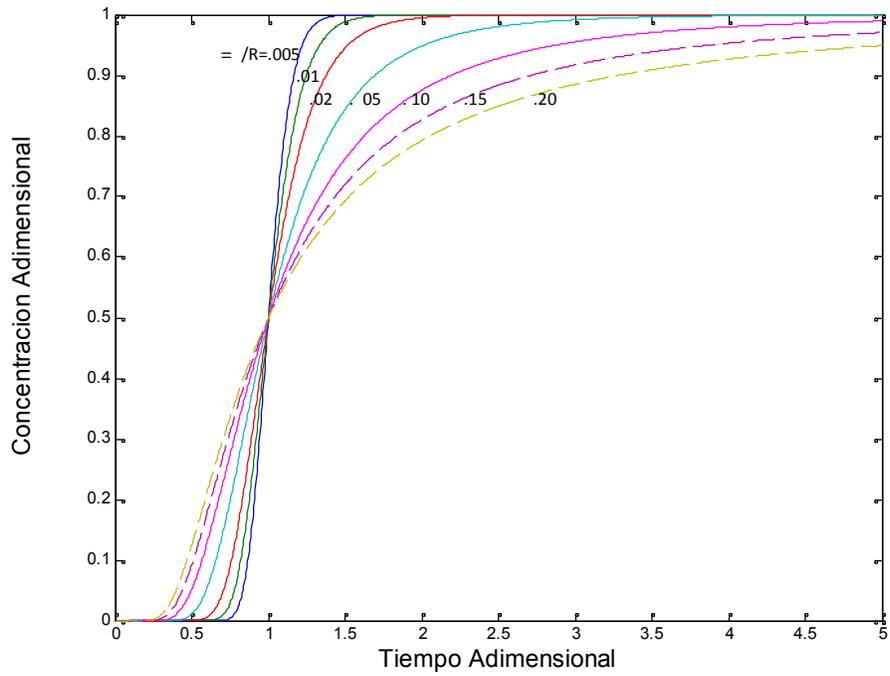
En este caso los términos adimensionales quedan definidos por la concentración relativa, C/C_0 y tiempo adimensional definidos como:

$$\hat{C} = \frac{C}{C_0} \quad 3.51$$

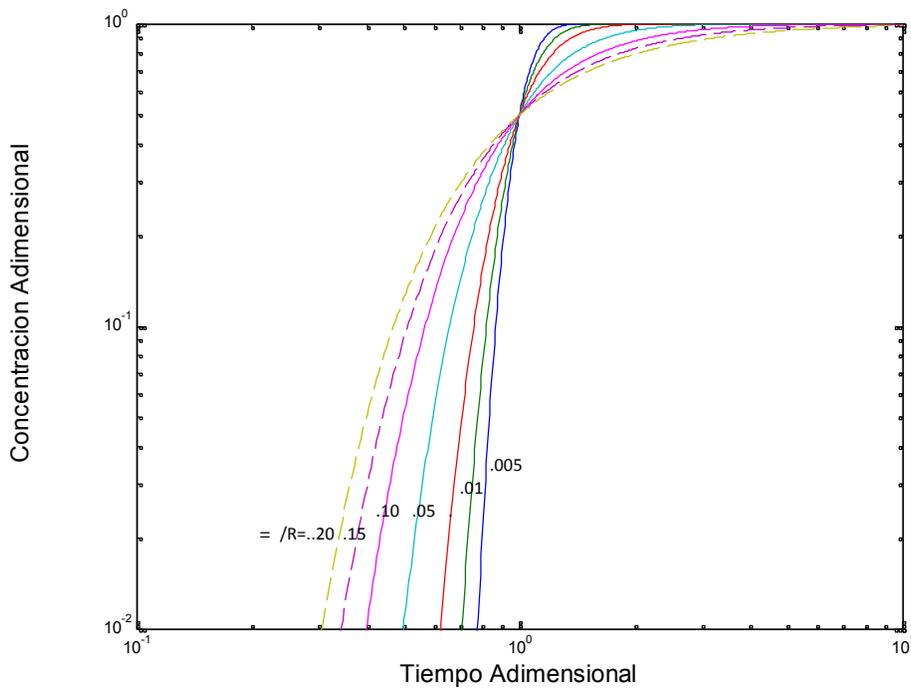
$$\hat{t} = \frac{t}{t_m} \quad 3.52$$

El parámetro adimensional t_m es el tiempo promedio asociado al transporte advectivo de trazador a la distancia R , definido por la ecuación 3.49. La Figura 3.19 muestra la distribución temporal de concentración adimensional definidas para distintos valores de $\epsilon = \alpha/R$. Existe una mayor dificultad en interpretar el efecto dispersivo durante la primera etapa de registro de la prueba. Sólo una vez que la concentración relativa en el efluente supera el 50%, es posible distinguir una separación de las curvas de concentración y de esta forma se facilita la estimación del valor de dispersividad. Una segunda alternativa, es analizar los datos en un gráfico logarítmico, donde es posible observar el efecto dispersivo en los primeros instantes de la prueba (Figura 3.20).

**Figura 3.19 Técnicas de Terreno –
Flujo Radial Divergente – Inyección Continua - Escala Aritmética**



**Figura 3.20 Técnicas de Terreno –
Flujo Radial Divergente – Inyección Continua - Escala Logarítmica**

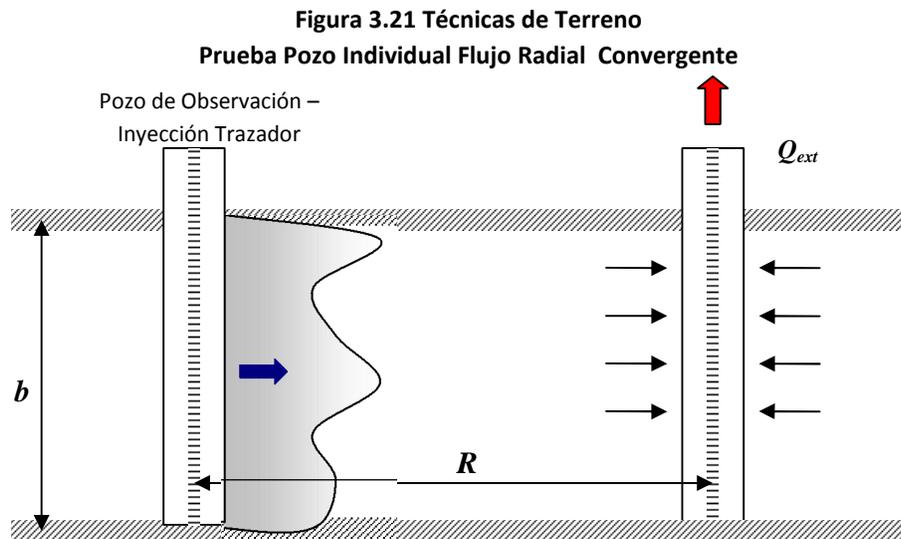


Valores de dispersividad pueden ser evaluados ajustando los datos de terreno con la ecuación 3.50. Gelhar y Collins (1994) compararon la aproximación analítica con la solución analítica exacta derivada Hsieh (1986), estableciendo que el uso de la aproximación analítica es apropiada cuando se cumple la relación $r/R < 0.1$, resultado que es generalizado para el resto de pruebas de flujo radial.

La solución aproximada de flujo radial divergente con inyección continua (*step input*) presenta una mayor extensión de la sección final de la curva (efecto *tailing*) en comparación con la solución analítica asociada a un flujo uniforme unidimensional. Lo anterior significa que no es apropiado el uso de la solución de flujo uniforme para estimar dispersividad longitudinal desde resultados de pruebas de flujo divergente ya que se tiende a sobreestimar el valor de dispersividad. Se identifica una mayor diferencia entre ambas soluciones cuando la relación r/R aumenta.

3.3.3.2. Flujo Radial Convergente

Pruebas de terreno basadas en un flujo radial convergente consisten en la extracción de agua a una tasa constante, Q_{ext} , desde un pozo de bombeo y en la inyección de tipo instantánea en un pozo de observación, los cuales se encuentran a una distancia R . Una vez establecida una condición de flujo permanente (niveles piezométricos permanecen prácticamente constantes), un pulso de trazador es inyectado en el pozo de observación y el registro de la distribución temporal de concentración se realiza en el pozo de bombeo (Figura 3.21).



La forma adimensional para representar este tipo de pruebas viene dado por (Welty y Gelhar, 1989):

$$\hat{C} = S_I^{-1/2} \cdot \exp \left[\frac{-\left(1 - \hat{t}\right)^2}{\frac{16}{3} \cdot \frac{\alpha}{R} \cdot S_I} \right] \quad \text{Con } S_I = 1 - \left(1 - \hat{t}\right) \left|1 - \hat{t}\right|^{1/2} \quad 3.53$$

Los parámetros adimensionales \hat{C} y \hat{t} corresponden a la concentración y tiempo adimensionales definidos como:

$$\hat{C} = \frac{C \cdot 2\pi \cdot n_e \cdot b \cdot R^2 \cdot \left(\frac{4}{3}\pi \frac{\alpha}{R}\right)^{1/2}}{M} \quad 3.54$$

$$\hat{t} = \frac{t}{t_m} \quad 3.55$$

Donde:

- C : Concentración de trazador en el pozo de observación, [M/L³]
- n_e : Porosidad efectiva, [-]
- b : Espesor del acuífero confinado, [L]
- α : Dispersividad longitudinal, [L]
- R : Distancia entre pozo de inyección de trazador y pozo de monitoreo, [L]
- M : Masa de trazador inyectada, [M]
- t : Tiempo, [T]

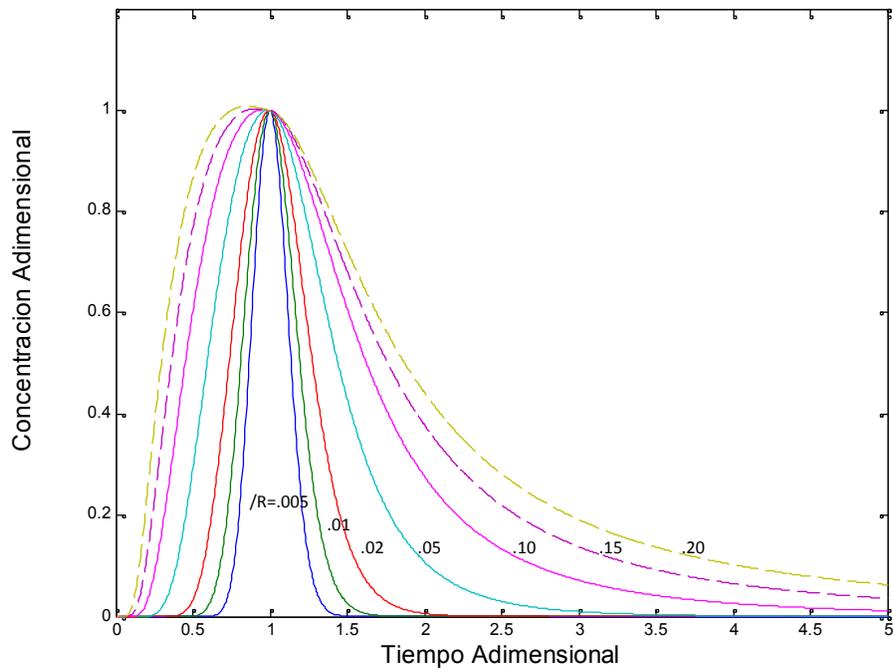
El parámetro adimensional t_m se define como el tiempo promedio asociado al transporte advectivo de trazador a la distancia R .

$$t_m = \frac{R^2 \cdot \pi \cdot n_e \cdot b}{Q_{iny}} \quad 3.56$$

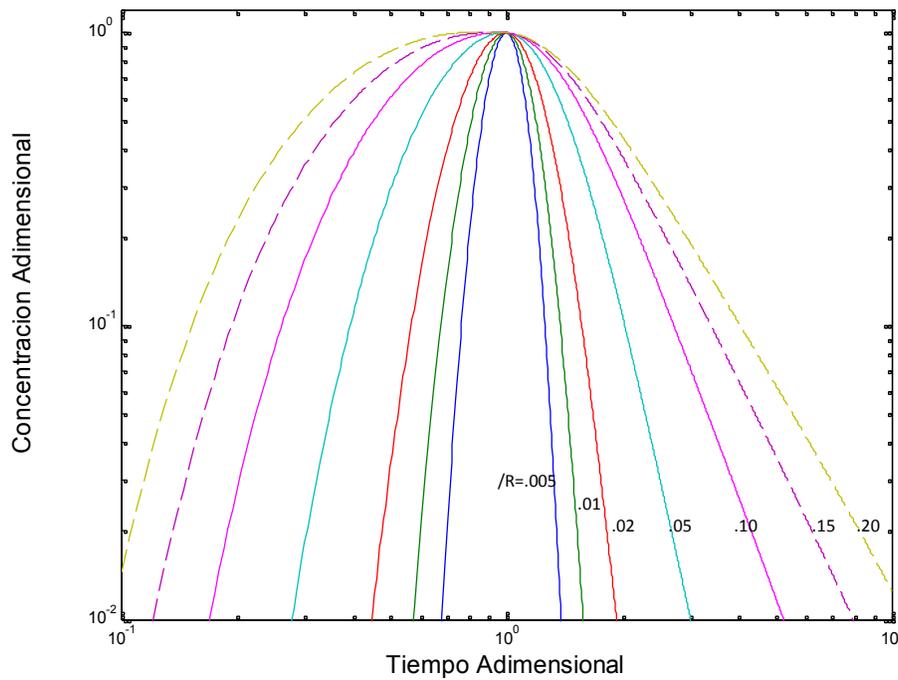
La Figura 3.22 corresponde a la distribución temporal de concentración adimensional definidas en pruebas de flujo radial convergente con inyección instantánea de trazador en un pozo de observación, mientras que la Figura 3.23 es el mismo gráfico pero expresado en escala logarítmica.

Una de las principales desventajas de pruebas con un flujo radial convergente, es la entrada paulatina de trazador desde el pozo de observación hacia el acuífero, efecto conocido como *Borehole Flushing*. La entrada de trazador al sistema de flujo de agua subterránea puede ser modelada matemáticamente como una concentración que decae exponencialmente. Welty y Gelhar (1989, 1994) entregan una metodología que permite estimar concentraciones en el pozo de bombeo cuando el efecto *Borehole Flushing* es relevante.

**Figura 3.22 Técnicas de Terreno –
Flujo Radial Convergente – Inyección Continua - Escala Aritmética**



**Figura 3.23 Técnicas de Terreno –
Flujo Radial Convergente – Inyección Instantánea – Escala Logarítmica**



A continuación se presenta la aproximación analítica desarrollada para estimar concentraciones en técnicas de terreno basada en dos pozos, uno de inyección y otro de extracción.

3.3.4. Prueba de Dos Pozos: Inyección y Extracción Simultánea

Técnicas de terreno basadas en el uso de dos pozos (*Two Well Tracer Test*), consideran el uso simultáneo de un pozo de inyección y otro de extracción. Se asume un régimen de flujo permanente en un acuífero idealizado (confinado, homogéneo e isotrópico). La solución de trazador es introducida al acuífero al interior del pozo de inyección de forma instantánea (*pulse input*) o continua (*step input*). El registro de concentración se realiza en el pozo de extracción, al igual que la prueba de flujo radial convergente. Gelhar (1982) desarrolló una metodología que describe la distribución temporal de concentración en el pozo de bombeo. A continuación se definen los parámetros relevantes para describir el análisis teórico:

- Q_{iny} : Caudal de inyección, [L³/T]
- Q : Caudal de extracción, [L³/T]
- r_w : Radio del pozo de inyección, [L]
- n : Porosidad, [-]
- : Dispersividad longitudinal, [L]
- H : Espesor acuífero confinado, [L]
- L : Distancia entre pozos, [L]
- m : Masa de trazador inyectado en $s=s_0$ y $t=0$ por unidad de área de acuífero, [M/L²]
- M : Masa de trazador inyectado, [-]
- : Función de corriente

La velocidad de poros en el pozo de inyección, v , se define como:

$$v(s_0) = \frac{Q_{iny}}{2\pi \cdot r_w \cdot n \cdot H} \quad 3.57$$

Adicionalmente, se tiene la siguiente igualdad:

$$\frac{m}{v(s_0)} = \frac{M}{Q_{iny}} \quad 3.58$$

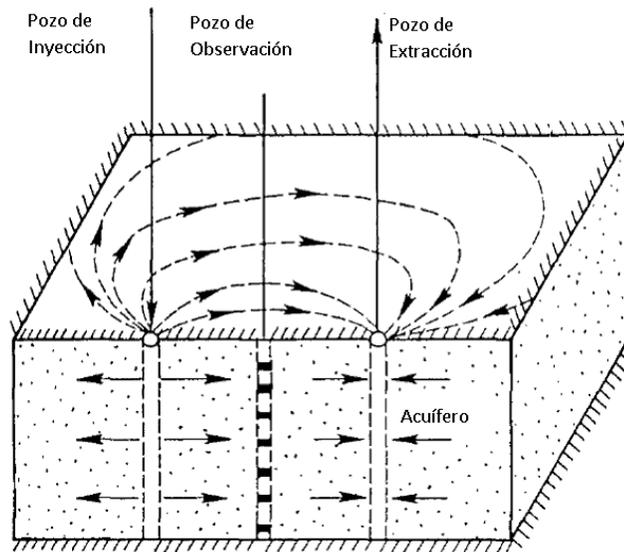
3.3.4.1. Inyección Instantánea

Considerando las ecuaciones 3.57 y 3.58, junto con la solución general definida para el caso de inyección instantánea (ecuación 3.30), la concentración en el pozo de bombeo queda definida de la siguiente forma:

$$C_w = \frac{2H}{Q} \int_{\psi=0}^{Q/2H} \frac{M}{\beta Q} \frac{1}{(4\pi\alpha\omega)^{1/2}} \cdot \exp\left(-\frac{(\tau-t)^2}{4\alpha\omega}\right) d\psi \quad 3.59$$

Donde β es la razón entre caudal de inyección, Q_{iny} y caudal de extracción, Q . La función ψ se define en un flujo bidimensional y representa las trayectorias de las partículas de fluido en un sistema de flujo permanente. Los integrales que definen $\psi(s, y)$ y $\psi(s, x)$ fueron evaluadas analíticamente por Gelhar (1982) para el caso de pruebas con igual tasa de extracción y de inyección, es decir, $\beta = 1$. La configuración de flujo se denomina dipolo y es representada en la Figura 3.24.

**Figura 3.24 Técnicas de Terreno
Prueba Dos Pozos - Líneas de Flujo Régimen Permanente**



Fuente: Güven et al. (1992)

La forma adimensional de la ecuación 3.59 viene dada por:

$$\hat{C} = \int_{\psi=0}^1 \frac{1}{(4\pi \cdot \varepsilon \cdot b)^{1/2}} \exp\left(-\frac{(a-t)^2}{4\varepsilon b}\right) d\psi \quad 3.60$$

La aproximación analítica se basa en una serie de parámetros adimensionales, los cuales se presentan a continuación:

$$\varepsilon = \alpha/L \quad : \quad \text{Razón entre dispersividad longitudinal y distancia entre pozos} \quad 3.61$$

$$\hat{C} = \frac{nHL^2}{M} C_w \quad : \quad \text{Concentración adimensional en el pozo de extracción} \quad 3.62$$

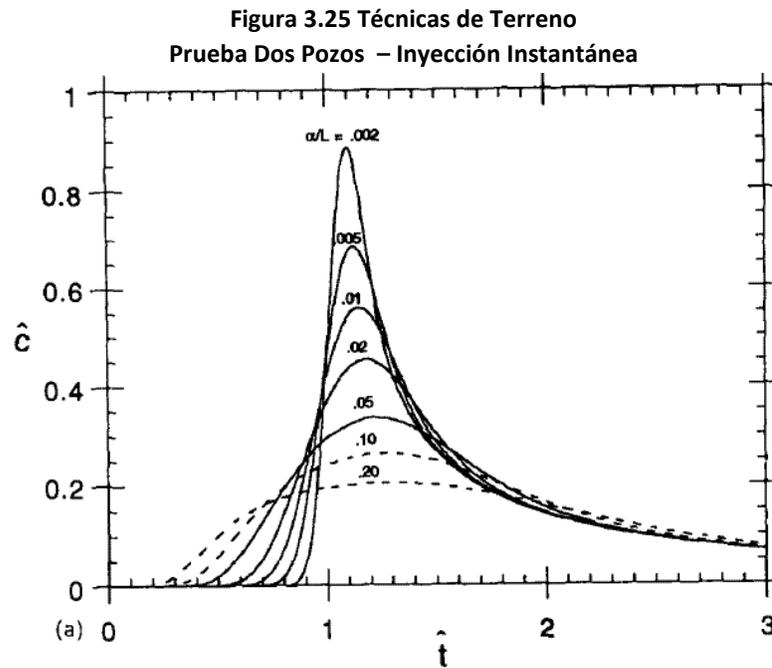
$$t = \frac{Qt}{nHL^2} \quad : \quad \text{Tiempo Adimensional} \quad 3.63$$

$$a(\hat{\psi}) = \frac{Q\tau_w}{nHL^2} \quad : \quad \text{Forma adimensional de la integral} \quad 3.64$$

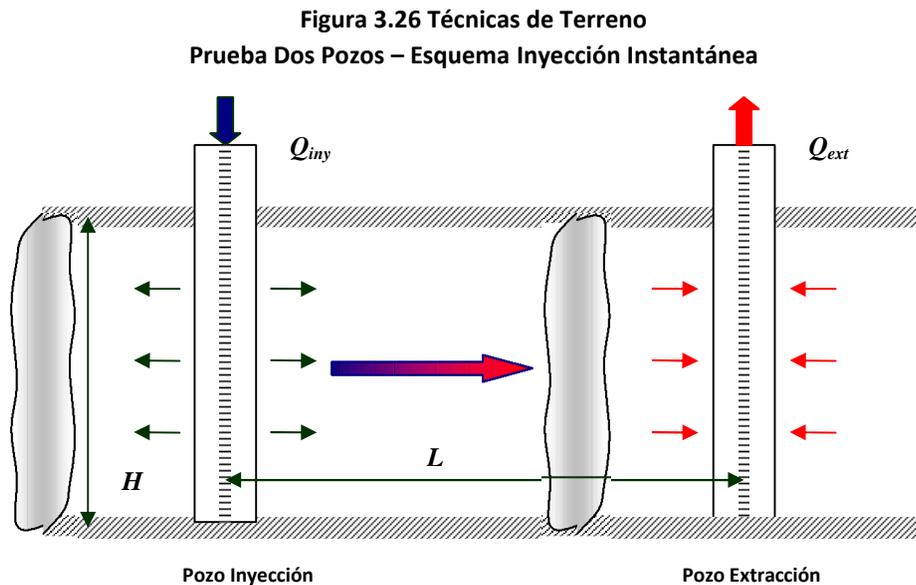
$$b(\hat{s}, \hat{\psi}) = \left(\frac{Q}{nH} \right)^2 \frac{\omega}{L^3} : \text{ Forma adimensional de la integral} \quad 3.65$$

$$\hat{\psi} = \frac{\Psi}{(\beta Q/2H)} : \text{ Función de corriente (stream function) adimensional} \quad 3.66$$

La ecuación 3.60 fue evaluada numéricamente por Gelhar (1982) para distintos valores de α/L . Los resultados de concentración adimensional en función del tiempo adimensional se presenta en la Figura 3.25.



Fuente: Welty y Gelhar (1994)



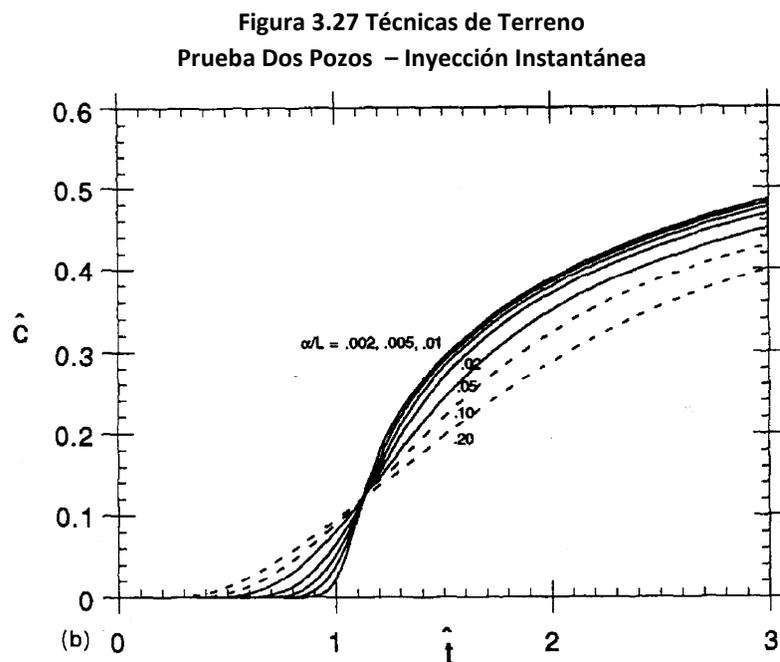
En la práctica, tres parámetros adimensionales son importantes para evaluar el valor de dispersividad longitudinal: relación entre dispersividad y separación entre pozos (α/L), concentración adimensional y tiempo adimensional. Comparando los resultados de terreno con las curvas de la Figura 3.25, es posible determinar una primera aproximación del valor de dispersividad longitudinal. La Figura 3.26 muestra esquemáticamente el movimiento de trazador en pruebas de dos pozos con inyección instantánea (*pulse input*) antes de llegar al pozo de extracción.

3.3.4.2. Inyección Continua

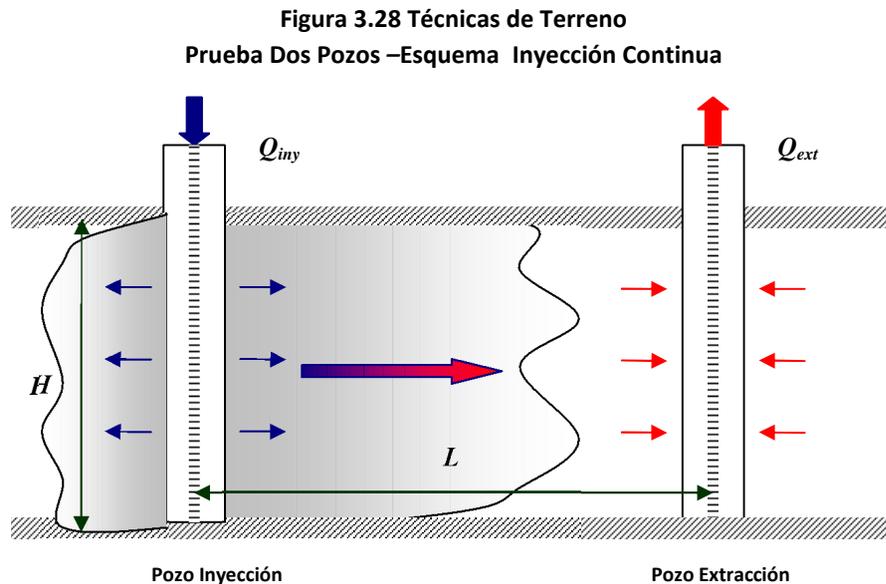
Si la inyección de trazador conservativo representa un cambio brusco de concentración (*step input*), es decir, si la inyección es de tipo continua, la concentración adimensional en el pozo de bombeo resulta de la convolución entre la solución definida para el caso de inyección instantánea y una función de inyección constante de trazador, C_0 . Lo anterior es equivalente a integrar la ecuación 3.60 en el tiempo adimensional. Se define ξ como variable de integración, luego la concentración adimensional definida en un sistema de flujo de tipo dipolo con inyección continua de trazador viene dado por:

$$\hat{C} = \int_0^{\hat{t}} \int_{\psi=0}^1 \frac{1}{(4\pi \cdot \varepsilon \cdot b)^{1/2}} \cdot \exp\left(-\frac{(a-\xi)^2}{4\varepsilon b}\right) d\psi d\xi \quad 3.67$$

Welty y Gelhar (1994) resolvieron numéricamente la expresión anterior para distintos valores de α/L . La Figura 3.27 presenta la distribución temporal de concentración adimensional.



La Figura 3.28 muestra esquemáticamente el movimiento de trazador en pruebas de dos pozos con inyección continua (*step input*) antes de ser detectado en el pozo de extracción.



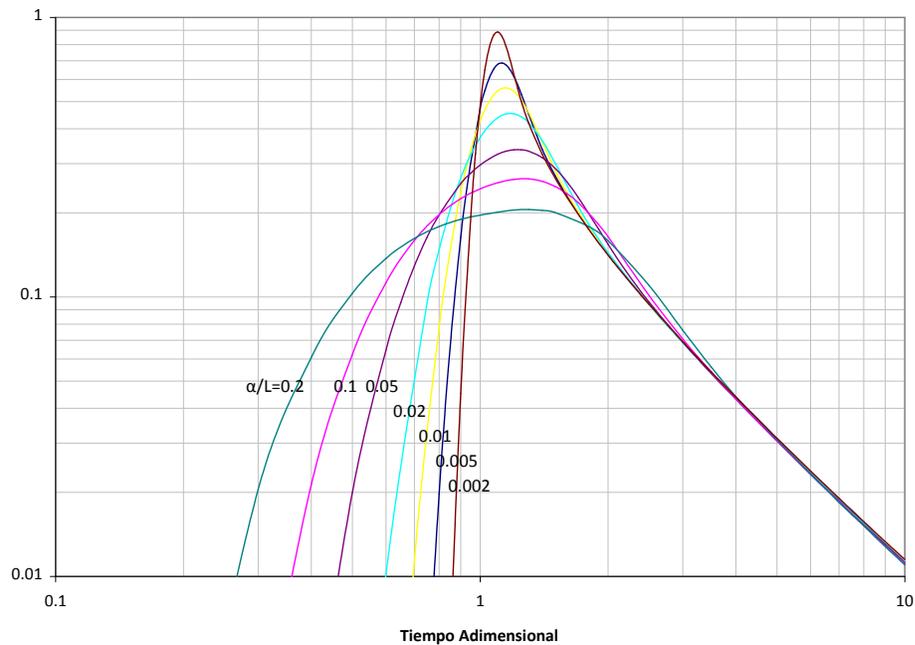
3.3.4.3. Comentarios Técnicas de Dos Pozos

- **Comparación entre inyección instantánea y continua**

En primer lugar, la forma más simple y práctica de evaluar el valor de dispersividad es mediante el uso de la curvas adimensionales propuestas por el autor. Por consiguiente, en caso de requerir un mejor ajuste entre los resultados de terreno y curvas asociadas a un acuífero idealizado, se debe reevaluar numéricamente las aproximaciones analíticas para distintos valores de α hasta lograr un ajuste satisfactorio. Para el caso de inyección instantánea con igual tasa de inyección y de extracción, se tiene que las aproximaciones analíticas se presentan en forma gráfica y en tablas (datos tabulados). Estos datos se adjuntan en el ANEXO C.2. En este tipo de pruebas, se observa que el efecto dispersivo es perceptible en los primeros instantes de registro de concentración. Luego, para facilitar la evaluación del valor de dispersividad longitudinal, se sugiere analizar los datos a escala logarítmica, como se observa en la Figura 3.29.

Entre las ventajas se observa que el máximo de concentración ocurre cuando el efecto de dispersión todavía es notorio, la curva ascendente de la distribución temporal de concentración muestra el efecto de transporte dispersivo y la curva descendente responde al patrón de transporte advectivo. Por el contrario, la Figura 3.27 asociada a pruebas de dos pozos con inyección continua de trazador, las curvas de concentración se encuentran muy cercanas entre sí, dificultando la determinación del valor de dispersividad longitudinal.

Figura 3.29 Técnicas de Terreno
Prueba Dos Pozos – Inyección Instantánea – Escala Logarítmica



- **Recirculación de agua desde el pozo de bombeo**

Un inconveniente asociada a técnicas de terreno es la obtención de una fuente independiente de agua para la inyección, motivo por el cual numerosas experiencias de terreno han utilizado recirculación de agua (p.e Webster et al., 1970. Pickens y Grisak, 1981). La recarga en el pozo de inyección con agua extraída desde el pozo de bombeo dificulta la evaluación del valor de dispersividad longitudinal, debido a la ausencia de una teoría analítica que integre el efecto de la recirculación. Adicionalmente, la distribución temporal de concentración obtenida en pruebas con recirculación no muestra efectos asociados a la dispersión, situación similar al caso observado en pruebas de inyección continua. Por consiguiente, esta alternativa es considerada de baja confiabilidad, debido a que el efecto dispersivo es prácticamente imperceptible.

- **Caudal de Extracción mayor al caudal de Inyección**

Este trabajo sólo presenta las soluciones analíticas asociadas a pruebas de dos pozos con igual tasa de inyección y de extracción ($\beta=1$) o flujo de tipo dipolo. Esta condición se traduce en tiempos muy prolongados en el afán de recuperar la masa de trazador inyectado. Para disminuir el tiempo de duración de la prueba, y de esta forma recuperar el trazador de forma más rápida, basta con implementar un sistema donde la tasa de extracción sea superior a la tasa de inyección. Un ejemplo es presentado por Gelhar (1982) en una prueba caracterizada por un caudal de inyección igual a 2/3 el valor del caudal de extracción. Sin embargo, la metodología utilizada en el análisis no se encuentra disponible.

De esta forma se concluye la presentación de aproximaciones analíticas de técnicas de terreno derivadas en base al trabajo desarrollado por Gelhar y Collins (1971). Mayor información y antecedentes sobre pruebas de terreno bajo condiciones de gradiente forzado, se recomienda revisar las referencias bibliográficas presentadas en esta sección y las identificadas en el Capítulo 1, donde se presenta el estado de arte y revisión bibliográfica de la materia de estudio.

3.3.5. Comentarios Finales sobre Técnicas de Terreno

A continuación se presenta un resumen con antecedentes relevantes sobre la implementación de técnicas de terreno para determinar el valor de dispersividad longitudinal.

- Concentración y distribución temporal en la fase de inyección debe ser conocida. En caso contrario, la determinación de dispersividad no es confiable.
- El trazador debe ser conservativo. El uso de un trazador reactivo modifica la ecuación que gobierna el transporte, incorporando nuevos parámetros que también deben ser estimados.
- El dimensionamiento del sistema de monitoreo de concentraciones debe ser adecuado. Un alto nivel de confiabilidad en los valores de dispersividad es estimado gracias a sistemas de monitoreo multinivel que permiten un modelación tridimensional. Sin embargo, las metodologías presentadas en este trabajo consideran una modelación bidimensional, donde la inyección de trazador se realiza en pozos que cubren total o parcialmente al acuífero y el tipo de mediciones de concentración es integrada en profundidad.
- La ventaja las técnicas de terreno presentadas en este capítulo, viene dado por la incorporación del efecto de flujo no uniforme en la teoría. Métodos previos estimaban valores de dispersividad con expresiones basadas en un sistema de flujo uniforme en problemas de flujo radial, donde el flujo es claramente no uniforme, sobrestimando el valor de la dispersividad y por ende la extensión del tamaño de la pluma.
- Pruebas de flujo radial divergente y flujo del tipo de dipolo con inyección instantánea y sin recirculación, se consideran pruebas de alta confiabilidad para determinar dispersividad. En estos casos, el efecto dispersivo es fácil de identificar, es decir, la distribución temporal de concentración muestra el efecto de la dispersión en los instantes iniciales del registro de concentración. Para el caso de pruebas con flujo radial convergente, se observa una extensión anómala de las curvas de concentración, dificultando la interpretación mediante el ajuste de la solución analítica. Este comportamiento se conoce como *tailing* y se asocia a la entrada lenta de solución de trazador al flujo de agua subterránea (*borehole flushing*).
- En pruebas de dos pozos caracterizados con inyección instantánea y recirculación, no se detecta un efecto relevante de la dispersión en curvas de concentración (BTCs). Este caso es similar al caso de inyección continua (*step input*), donde el efecto dispersivo es difícil de detectar a partir de la distribución temporal de concentración.
- Pruebas de pozo individual con fases de inyección y extracción (*Push Pull Tracer Tests, PPTT*) pueden presentar resultados distintos a los obtenidos en pruebas de flujo unidireccional. Esto se explica por la reversibilidad de los mecanismos que generan transporte dispersivo. Si en la fase

de inyección el trazador es transportado radialmente a distintas velocidades debido a la presencia de estratos con distinta conductividad hidráulica, el movimiento será con el mismo patrón de velocidades una vez que el pozo se encuentre en la fase de bombeo. Este efecto de reversibilidad presente en PPTT, puede subestimar el parámetro de dispersividad comparado con valores obtenidos en pruebas de flujo unidireccional.

En caso de no poder ajustar los resultados de terreno con aproximaciones analíticas, se debe verificar la metodología e instrumentos utilizados durante registro de concentración. Pequeños cambios pueden afectar drásticamente zonas de baja concentración, principalmente en la parte final de la distribución temporal concentración. Variaciones de caudal de inyección y/o de extracción también pueden distorsionar la forma de la curva

A continuación se presenta el último grupo de la clasificación de metodologías para estimar el valor del coeficiente de dispersión. Como se presentó al inicio del capítulo, el proceso dispersivo a escala de terreno depende exclusivamente de la dispersividad, luego soluciones bibliográficas se enfocan a relacionar dispersividad con escala de observación. Esta alternativa es muy útil en casos donde la información de la zona de estudio es escasa.

3.4. SOLUCIONES BIBLIOGRÁFICAS

Una alternativa ampliamente utilizada en la determinación del valor de dispersividad longitudinal, especialmente cuando no se dispone de información en la zona de estudio, es el uso de gráficos y expresiones bibliográficas que relacionan dispersividad y escala observación. La escala de observación se define como la distancia entre el punto de inyección y la mayor distancia recorrida por el trazador antes de ser monitoreado.

Tabla 3.4
Definición Escala de Observación

TIPO DE PRUEBA	ESCALA DE OBSERVACIÓN
Columna de Laboratorio	Longitud de la Columna
Prueba Flujo Uniforme (gradiente Natural)	Distancia lineal entre fuente de inyección y pozo de observación
Prueba de pozo individual – Flujo Radial Convergente (o divergente)	Distancia lineal entre pozo de bombeo (o de inyección) y pozo de observación
Prueba de pozo individual – Fases de Inyección y de Extracción o <i>Push Pull Tracer Test</i>	Radio máximo definido por el frente de soluto (radio advectivo)
Prueba de Dos Pozos o <i>Two Well Tracer Test</i>	Separación entre pozos

Gráficos y expresiones bibliográficas corresponden a una primera aproximación para abordar el efecto de la heterogeneidad de un acuífero en el transporte de sustancias disueltas en agua subterránea. El efecto de la heterogeneidad es representado por un aumento de la dispersividad a medida que la distancia recorrida por el contaminante (o trazador) aumenta, fenómeno conocido como escala dependencia de la dispersión. Técnicas de terreno entregan valores de dispersividad 2 a 4 órdenes de magnitud superiores a los estimados en experiencias de laboratorio, donde los valores típicos se encuentran entre 0.01 y 1.0 [cm]. La escala dependencia de la dispersividad se atribuye a heterogeneidades de mayor escala (macroscópicas) que definen un nuevo proceso de transporte conocido como macrodispersión. En otras palabras, el parámetro que controla el transporte dispersivo a escala de terreno aumenta debido a la necesidad de agregar un término “artificial” que sustituya o justifique el transporte de contaminantes generado por variaciones de velocidad no definidas en el sistema de flujo. El aumento del efecto dispersivo con la escala de observación se relaciona con la determinación de una “dispersividad aparente”, definida como el valor de dispersividad requerido para representar de manera satisfactoria al transporte de contaminantes a escala de terreno asumiendo un medio idealizado con propiedades hidrogeológicas que no cambian en el espacio (homogéneo) y cuyos valores son independientes de la dirección de medición (isotrópico).

Una primera aproximación, definió a la dispersividad longitudinal igual al 10% del valor de la escala de observación (Lallemand-Barres y Peaudecerf, 1978). Sin embargo, Gelhar (1986, 1992) establecieron que la relación entre ambos parámetros es más compleja que una simple relación

lineal. Gelhar et al. (1992) realizaron una revisión crítica de valores de dispersividad registrados en 59 experiencias de terreno. Clasificaron los datos en tres clases de confiabilidad de acuerdo al procedimiento utilizado para estimar valores de dispersividad: Confiabilidad Alta, Intermedia y Baja. Por ejemplo, estimaciones de dispersividad son el resultado del análisis de datos registrados en una gran variedad de acuíferos (medios porosos y fracturados) y en algunos casos corresponden a estimaciones realizadas en modelos numéricos. A continuación se mencionan los criterios considerados para realizar la clasificación de acuerdo al grado de confiabilidad:

Confiabilidad Alta:

- Técnicas de terreno bajo condiciones de gradiente natural y las siguientes técnicas de gradiente forzado: flujo radial divergente (no incluye pruebas de tipo *Push Pull*) y pruebas con dos pozos (*Two Well Tracer Test*) sin recirculación.
- La inyección de trazador debe ser bien definida (cantidad de trazador y distribución temporal de inyección)
- Trazador utilizado es conservativo
- Mediciones de concentración son realizadas en dos o tres dimensiones de manera apropiada
- Análisis de los datos de concentración de trazador es apropiado para estimar dispersividad

Confiabilidad Baja

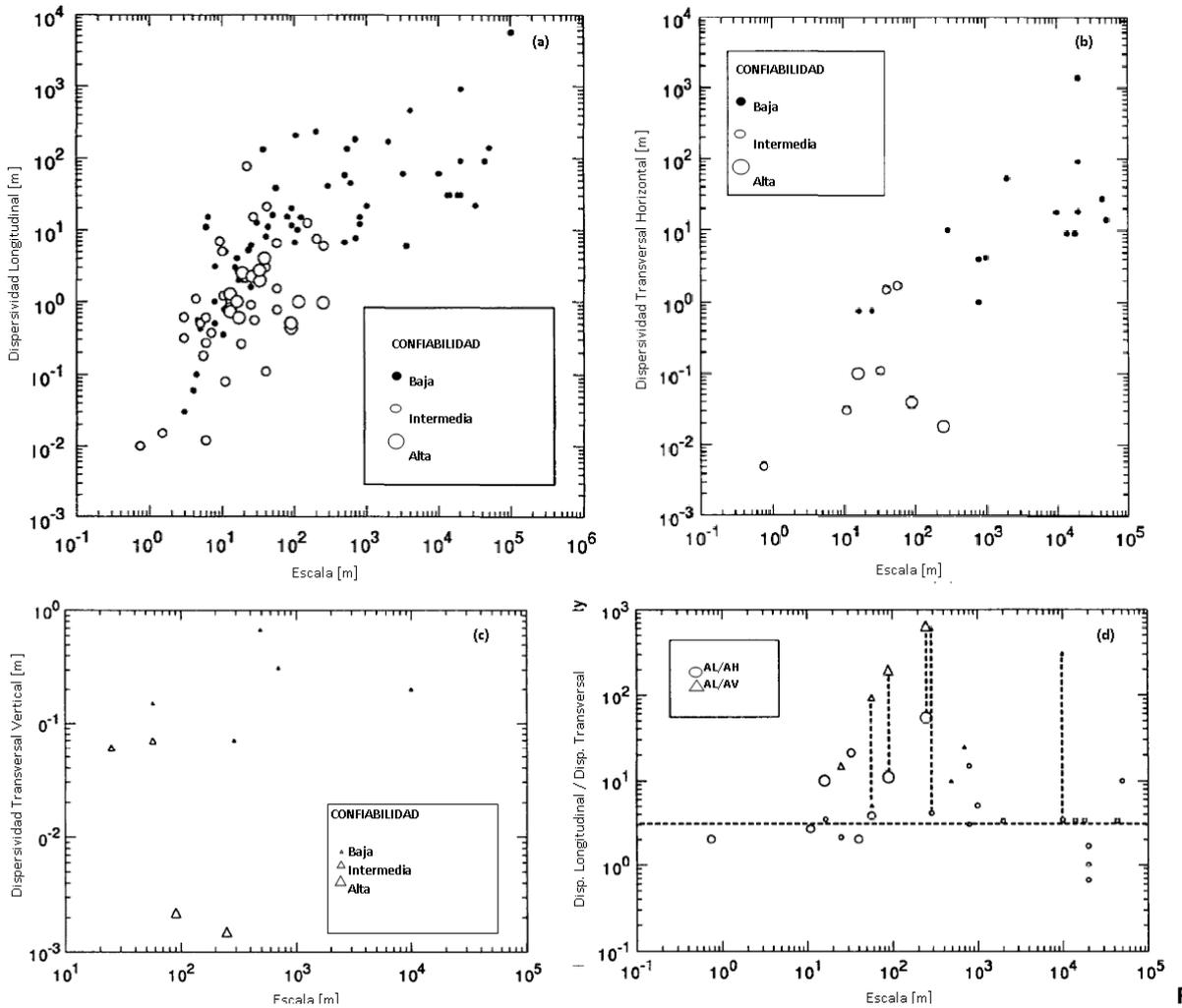
- Datos obtenidos en pruebas de dos pozos (*Two Well Tracer Test*) con recirculación e inyección continua
- Datos obtenidos en pruebas de tipo *Push Pull* con monitoreo de concentración en el pozo de bombeo
- La inyección de trazador no es bien definida (cantidad de trazador y distribución temporal de inyección)
- La distribución temporal de concentración de trazador se define como la superposición de curvas de concentración obtenidas en distintos estratos.
- Mediciones de concentración de trazador son inadecuadas
- Análisis de los datos de concentración de trazador es inapropiado para estimar dispersividad

Se consideran de alta confiabilidad sistemas de monitoreo en tres dimensiones. Este es el caso de pruebas desarrolladas bajo condiciones de gradiente natural, donde un trazador conservativo es introducido al acuífero y el seguimiento de éste se realiza con un sistema masivo de monitoreo multinivel que permite obtener registros de concentración a distintas profundidades y en distintos puntos del acuífero. Entre las pruebas consideradas de alta confiabilidad se encuentran las experiencias realizadas en acuíferos de Borden, Ontario y Cape Cod, Massachusetts, los cuales permitieron validar parcialmente modelos estocásticos de dispersión. No obstante, cuando la

inyección de trazador y el registro de concentraciones son realizados en todo el espesor del acuífero, un modelo bidimensional es aceptable.

La Figura 3.30 presenta los resultados de la revisión crítica de datos de dispersividad desarrollada por Gelhar et al. (1992). Gráficos (a), (b) y (c) corresponden a dispersividad longitudinal, transversal horizontal, y transversal vertical vs. escala de observación respectivamente, mientras que el gráfico (d) muestra la razón entre dispersividad longitudinal y transversal vs. escala de observación. En este último caso, las líneas punteadas unen resultados obtenidos en pruebas de alta confiabilidad donde se estimó el valor de dispersividad transversal.

Figura 3.30 Soluciones Bibliográficas
Análisis crítico de Dispersividad



Fuente: Gelhar et al. (1992)

De los gráficos presentados en la Figura 3.30, se describen características relevantes sobre dispersividad:

1. Dispersividad tiende a aumentar con la escala de observación. Sin embargo, la tendencia es menos clara cuando se considera la clasificación que define el grado de confiabilidad. Lo anterior, cuestiona la definición de una expresión empírica universal para determinar valores de dispersividad.
2. Para una escala dada, los valores de dispersividad pueden presentar variaciones de 2 a 3 órdenes de magnitud. Esto significa que la dispersividad es altamente dependiente de la estructura del acuífero. De acuerdo a teorías estocásticas de transporte (Gelhar y Axness, 1983. Dagan, 1984) la información de la Figura 3.30 puede interpretarse como una superposición de curvas teóricas correspondiente a una familia de acuíferos con distinto grado de heterogeneidad.
3. Dispersividad transversal es menor que la dispersividad longitudinal. Sólo para el caso horizontal se identifica una dependencia con la escala de observación la cual es menos clara al considerar sólo datos de mayor confiabilidad.
4. Dispersividad longitudinal es generalmente mayor que dispersividad transversal horizontal y ésta es mayor que la dispersividad transversal vertical. Datos de alta confiabilidad indican que la razón entre la dispersividad longitudinal y dispersividad transversal horizontal es del orden de 10, mientras que la dispersividad transversal vertical es 2 o 3 órdenes de magnitud menor que la dispersividad transversal horizontal, del orden de milímetros, similar a valores obtenidos en pruebas a escala de laboratorio.

En la Figura 3.30 (a), se aprecia el aumento del valor de dispersividad en función de la escala de observación. Sin embargo, la relación entre ambos parámetros es compleja y parece disminuir a medida que la escala de observación aumenta. Expresiones que relacionan dispersividad y escala de observación se definen en base a regresiones matemáticas. Por ejemplo, Arya (1986) presentó una expresión para estimar dispersividad a escala de terreno.

$$\alpha_L = 0.177 \cdot L^{0.728} \quad \mathbf{3.68}$$

Neuman (1990) definió dos ecuaciones para modelar la relación de escala dependencia de la dispersividad. El objetivo fue representar de mejor forma la reducción de la pendiente de $\text{Log}(\alpha_L)$ vs. $\text{Log}(L)$, donde L es la escala de observación. En el análisis regresivo consideró datos de laboratorio y de terreno. Las expresiones de ajuste tienen un intervalo de confianza del 95% y se definen como:

$$\alpha_L = 0.0175 \cdot L^{1.46} \quad L \leq 100[m] \quad \mathbf{3.69}$$

$$\alpha_L = 0.32 \cdot L^{0.83} \quad L > 100[m] \quad \mathbf{3.70}$$

Xu y Eckstein (1995) tomaron en consideración la clasificación de confiabilidad elaborado por Gelhar et al. (1992) y presentaron un modelo lineal mediante el ajuste de datos en un gráfico $\text{Log}(\alpha_L)$ vs. $\text{Log}(L)$. Sólo consideraron valores de escala de observación $L > 1$, ya que el valor de $\text{Log}(x)$

con $x < 0$ es indefinido. En sus regresiones implementaron tres esquemas que asignan distintos pesos a los datos según el grado de confiabilidad. Los esquemas utilizados son los siguientes: 1:1:1, 1:1.5:2 y 1:2:3, donde el orden de confiabilidad es: Baja: Intermedia: Alta. Los resultados del análisis regresivo es el siguiente:

$$\alpha_L = 1.20 \cdot (\log L)^{2.958} \quad \text{Esquema 1:1:1} \quad \mathbf{3.71}$$

$$\alpha_L = 0.94 \cdot (\log L)^{2.693} \quad \text{Esquema 1:1.5:2} \quad \mathbf{3.72}$$

$$\alpha_L = 0.83 \cdot (\log L)^{2.414} \quad \text{Esquema 1:2:3} \quad \mathbf{3.73}$$

Al-Suwaiyan (1998), utilizando la información recopilada por Gelhar et al (1992), sugiere un rango de valores de dispersividad para una escala de observación dada. En este caso el autor presenta un modelo lineal mediante el ajuste de datos en un gráfico $\log ()$ vs. $\log (\log (L+1))$ que permite utilizar los datos con valores escala de observación $L < 1$. La curva de mejor ajuste se define como:

$$\alpha_L = 0.90 \cdot (\log(L+1))^{3.268} \quad \mathbf{3.74}$$

Luego, si la distribución de $\log ()$ es normal, es decir, el 66.6% de los valores posibles se encuentran dentro de los límites definidos por la desviación estándar, las ecuaciones que entregan la envolvente superior e inferior de dispersividad en función de la escala de observación son las siguientes:

$$\alpha_L^{sup} = 4.11 \cdot [\log(L+1)]^{3.268} \quad \mathbf{3.75}$$

$$\alpha_L^{inf} = 0.20 \cdot [\log(L+1)]^{3.268} \quad \mathbf{3.76}$$

Schulze-Makuch (2005) se basó en la actualización de la recopilación de datos y en los criterios definidos previamente por Gelhar et al (1992) para clasificar el grado de confiabilidad respecto al procedimiento utilizado para estimar valores de dispersividad. Este investigador definió una expresión potencial (similar a Neuman, 1990) para definir la relación entre dispersividad longitudinal y escala de observación, clasificando distintos medios geológicos: no consolidados (medios porosos) y consolidados (rocas fracturadas). A continuación sólo se presentan las expresiones de ajuste obtenidas para medios no consolidados. La ecuación 3.77 corresponde al ajuste de la colección completa de datos recopilados, mientras que la ecuación 3.78 sólo considera datos de alta confiabilidad.

$$\alpha_L = 0.063 \cdot L^{0.94} \quad \mathbf{3.77}$$

$$\alpha_L = 0.20 \cdot L^{0.44} \quad \mathbf{3.78}$$

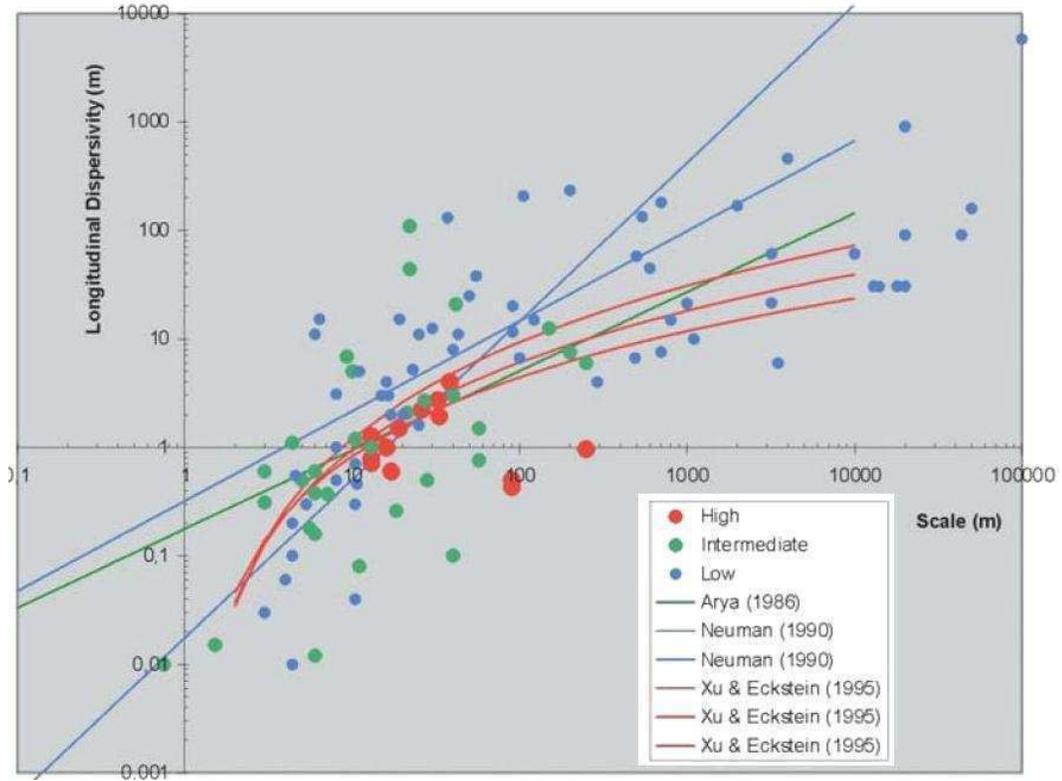
La Tabla 3.5 muestra un resumen con las distintas regresiones matemáticas desarrolladas para estimar dispersividad longitudinal en función de la escala de observación.

Tabla 3.5
Resumen de Regresiones Matemáticas

AUTOR	EXPRESIÓN	CONDICIÓN
Lallemand-Barres y Peaudecerf (1978)	$\alpha_L = 0.1 \cdot L$	Para todo valor de L
Arya (1986)	$\alpha_L = 0.177 \cdot L^{0.728}$	Para todo valor de L
Neuman (1990)	$\alpha_L = 0.0175 \cdot L^{1.46}$	$L \leq 100[m]$
	$\alpha_L = 0.32 \cdot L^{0.83}$	$L > 100[m]$
Xu y Eckstein (1995)	$\alpha_L = 1.20 \cdot (\log_{10} L)^{2.958}$	Esquema 1:1:1
	$\alpha_L = 0.94 \cdot (\log_{10} L)^{2.693}$	Esquema 1:1.5:2
	$\alpha_L = 0.83 \cdot (\log_{10} L)^{2.414}$	Esquema 1:2:3
Al-Suwaiyan (1998)	$\alpha_L = 0.90 \cdot [\log(L+1)]^{3.268}$	Expresión de mejor Ajuste
	$\alpha_L = 4.10 \cdot [\log(L+1)]^{3.268}$	Envolvente Superior
	$\alpha_L = 0.20 \cdot [\log(L+1)]^{3.268}$	Envolvente Inferior
Schulze-Makuch (2005)	$\alpha_L = 0.063 \cdot L^{0.94}$	Para todo valor de L
	$\alpha_L = 0.20 \cdot L^{0.44}$	Sólo datos alta confiabilidad

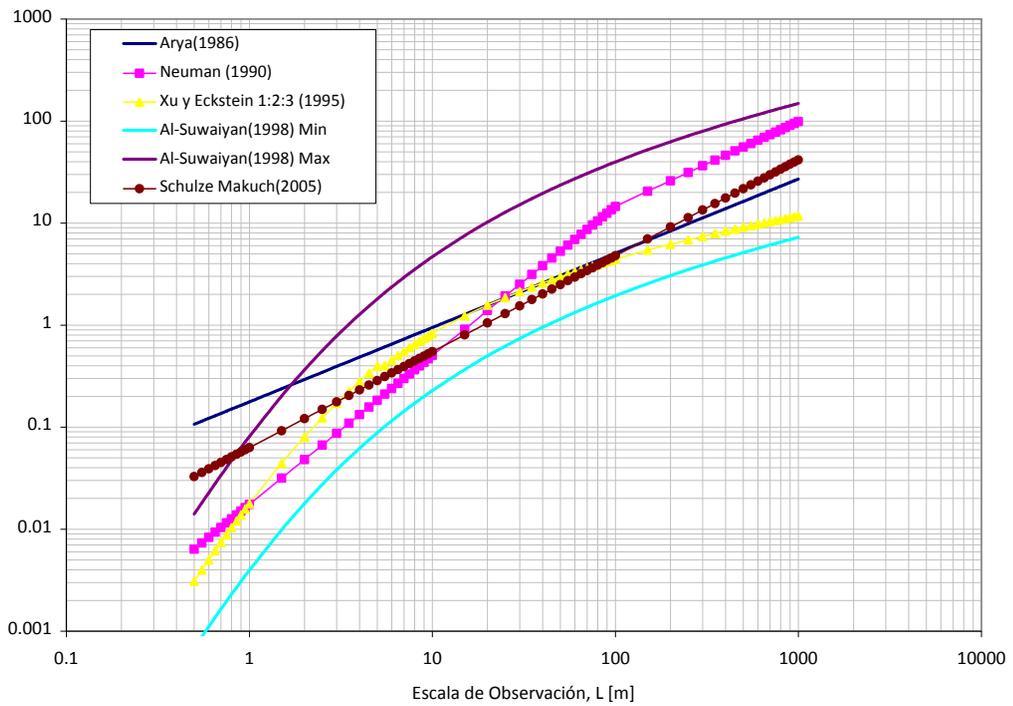
La Figura 3.31 corresponde al gráfico de dispersividad longitudinal vs. escala de observación definido por Gelhar et al. (1992) junto con las expresiones definidas por Arya (1986), Neuman (1990) y las expresiones de Xu y Eckstein (1995). Mientras que la Figura 3.32 corresponde a un resumen de expresiones bibliográficas, donde se aprecia que las envolventes superior e inferior definidas por Al-Suwaiyan (1998) cubren al resto de las curvas para escalas de observación superiores a 2[m] ($L > 2[m]$).

Figura 3.31 Soluciones Bibliográficas



Fuente: Vandebodehe (2004)

**Figura 3.32 Soluciones Bibliográficas
Resumen de Regresiones Matemáticas**



4. MODELACIÓN NUMÉRICA

4.1. TÉCNICAS DE SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE TRANSPORTE

4.1.1. Descripción General sobre Métodos Numéricos

Resolver la ecuación de transporte mediante el uso de métodos numéricos permite analizar problemas de mayor complejidad geométrica, los cuales no pueden ser interpretados mediante soluciones analíticas. A continuación se presentan aspectos relevantes:

- La modelación numérica permite incorporar condiciones de borde y distribución espacial de parámetros hidrogeológicos característicos de un caso en particular (modelo específico del lugar)
- La concentración es calculada de forma discreta en distintos puntos del dominio y éste puede ser representado por una grilla de tamaño regular o irregular
- En caso de necesitar un alto nivel de resolución, se puede requerir un alto esfuerzo computacional
- Generalmente, los cálculos asociados al flujo de agua subterránea y el transporte de solutos son resueltos con distintos intervalos de tiempo. Luego, problemas en régimen transiente presentan paso temporal variable.
- Métodos numéricos están sujetos a dificultades numéricas como dispersión numérica y oscilaciones artificiales

De acuerdo al último punto, problemas dominados por advección pueden presentar dificultades numéricas. La dispersión numérica genera un efecto similar a la dispersión física, mientras que las oscilaciones artificiales son fluctuaciones típicas en esquemas diseñados para eliminar dispersión numérica y tienden a ser más intensas cuando el frente de concentración es pronunciado. La Figura 4.1 muestra una función triangular y la Figura 4.2 corresponde a un pulso de concentración. En ambos casos la velocidad es constante y se observa el efecto de la dispersión numérica y oscilaciones artificiales. En el primer caso, la dispersión numérica se manifiesta como un descenso paulatino del valor máximo de concentración y en una mayor extensión basal que aumenta con el tiempo, mientras que oscilaciones artificiales son detectadas aguas abajo del frente de concentración. En el segundo caso, el frente vertical de concentración es suavizado por efecto de la dispersión numérica y las oscilaciones artificiales se presentan aguas arriba del frente de concentración.

Figura 4.1 Modelación Numérica

Problemas Numéricos Transporte Advectivo – Función Triangular

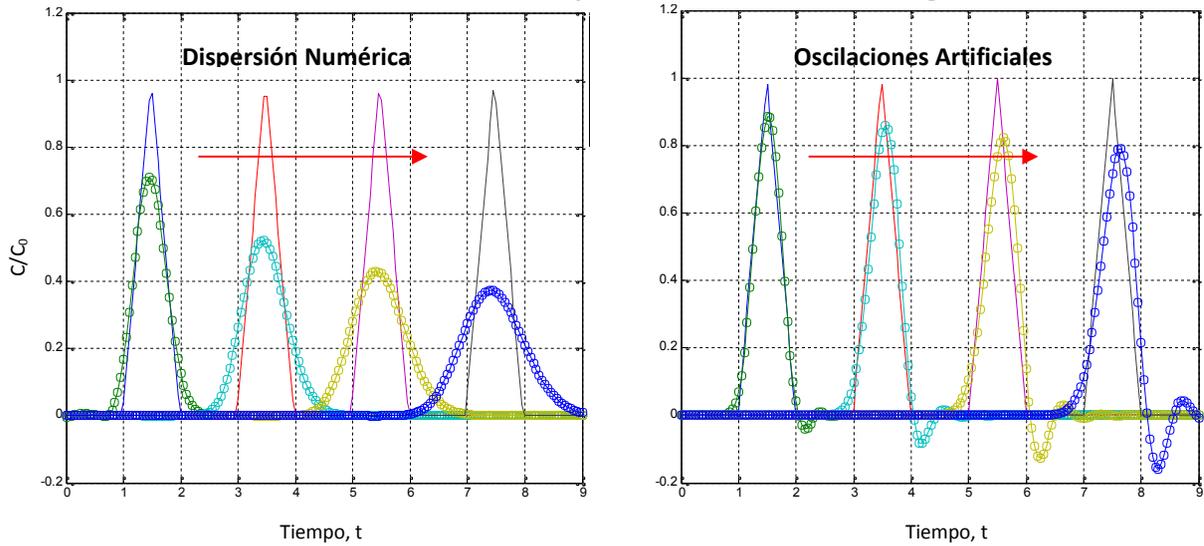
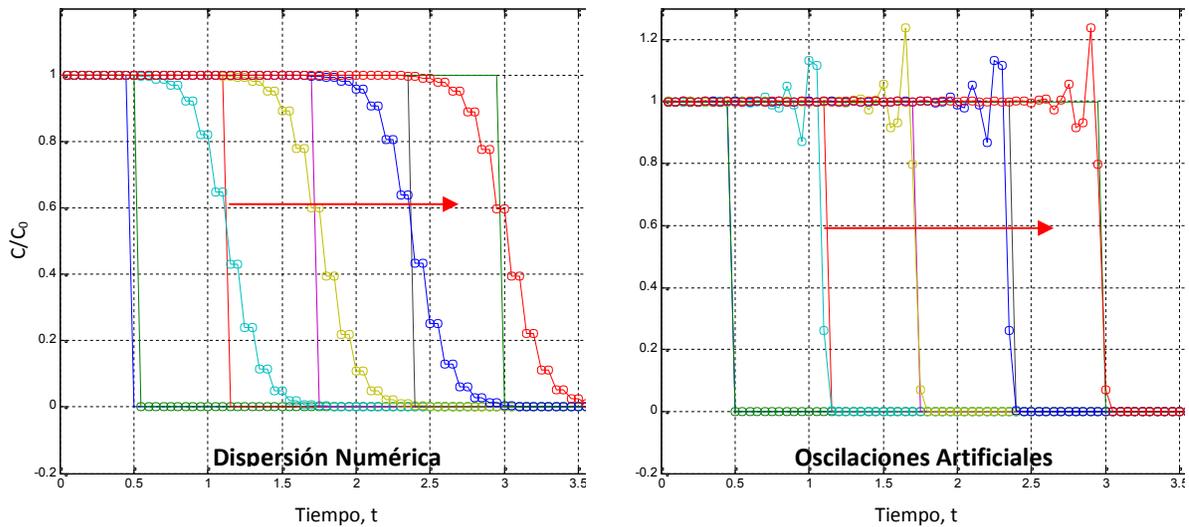


Figura 4.2

Problemas Numéricos Transporte Advectivo – Pulso de Contaminante



Los métodos numéricos pueden ser clasificados de acuerdo al enfoque empleado para tratar el término advectivo y dispersivo. A continuación se presenta una descripción general de los métodos Eulerianos, Lagrangianos y mixtos (o Eulerianos Lagrangianos).

4.1.2. Clasificación de Métodos Numéricos

El proceso de transporte asociado a dispersión queda definido por una derivada espacial de segundo orden ($\partial^2 C / \partial x^2$), mientras que la advección se define por una derivada espacial de primer orden ($\partial C / \partial x$). La combinación de ambos términos dificulta la solución de la ecuación de transporte. Esta dificultad ha motivado al desarrollo de distintos métodos numéricos, los cuales pueden ser clasificados en modelos Eulerianos, Lagrangianos y mixtos (o Euleriano-Lagrangiano) (Zheng y Bennet, 2002).

Métodos Eulerianos resuelven ecuaciones diferenciales parabólicas caracterizadas por una derivada espacial de segundo orden (transporte dispersivo). Estos métodos utilizan una grilla fija para definir el dominio espacial (p.e. diferencias finitas y elementos finitos). Se destacan por ser métodos conservativos y por lograr una correcta interpretación en problemas dominados por procesos de dispersión y reacción. Sin embargo, problemas dominados por transporte advectivo son susceptibles a dispersión numérica y oscilaciones artificiales. Para reducir estos problemas numéricos se requiere un costo computacional elevado ya que el espaciado de la grilla deben ser refinada, lo que se traduce en pasos temporales pequeños, y por ende un incremento en el número de cálculos.

Los métodos Lagrangianos resuelven ecuaciones diferenciales hiperbólicas caracterizadas por una derivada espacial de primer orden (transporte advectivo). El estudio se basa en el comportamiento de una gran cantidad de partículas o elementos discretos de contaminante. Estos métodos son altamente eficientes en problemas dominados por advección, liberándolos de dispersión numérica. Sin embargo, se han identificado inestabilidades en sistemas de flujo no uniforme o problemas con condiciones de borde complejas. La principal desventaja de los métodos basados en el seguimiento de partículas es el error observado en el balance de masa. Este error de balance se asocia a los métodos de interpolación de velocidad. Adicionalmente, resultados de concentraciones requieren un proceso matemático posterior con el objetivo de suavizar su apariencia original.

Métodos mixtos combinan ventajas de ambos tipos de enfoques. El término advectivo es tratado mediante un enfoque Lagrangiano basado en el seguimiento de partículas, mientras que la dispersión (y términos reactivos para el caso de la ecuación de advección-dispersión-reacción) son tratados mediante un enfoque Euleriano, generalmente con un esquema estándar de diferencias finitas. Métodos numéricos mixtos no garantizan la conservación de la masa y sufren los mismos problemas numéricos presentes en métodos Lagrangianos, como inestabilidades numéricas.

Finalmente, se ha identificado una nueva familia de métodos numéricos conocidos como *Total-Variation-Dimishing* (TVD), los cuales corresponden a métodos de diferencias de alto orden. En este tipo de métodos, la suma de las diferencias de concentración entre nodos adyacentes decrece durante la simulación. Se caracterizan por conservar la masa y utilizar una grilla fina, por consiguiente, pertenecen al grupo de los métodos Eulerianos. Adicionalmente, necesitan algoritmos especiales para eliminar oscilaciones artificiales asociadas a pasos de tiempo cortos y a las aproximaciones de mayor orden. Algunos de estos esquemas pueden introducir una leve dispersión numérica.

4.1.3. Técnicas de Solución disponibles en MT3DMS

Distintas técnicas de solución (Eulerianos y mixtos Eulerianos-Lagrangianos) se encuentran disponibles en el módulo MT3DMS. Éste modelo de transporte permite simular en tres dimensiones los procesos de advección, dispersión y reacciones de contaminantes en sistemas de agua subterránea. Para resolver la ecuación de transporte se requiere de la solución del sistema de flujo de agua subterránea (MODFLOW). El módulo MT3DMS fue desarrollado por Zheng y Wang en 1998 para el cuerpo de ingenieros del ejército de los EE.UU. (US Army Corps of Engineers) y se encuentra disponible en la versión 4.2 de Visual Modflow. Incluye las siguientes técnicas de solución:

1. Método estándar de diferencias finitas
 - Diferencias Finitas Upstream, (UFD)
 - Diferencias Finitas Centrado, (CFD)
2. Métodos mixtos (Euleriano-Lagrangiano) basados en el seguimiento de partículas
 - Método de las Características, (MOC)
 - Método de las Características Modificado, (MMOC)
 - Método Híbrido MOC/MMOC, (HMOC)
3. Método TVD (*Total Variation Dimishing*) de tercer orden

En caso de seleccionar un método mixto (MOC, MMOC, HMOC) o el método TVD, la ecuación de transporte es dividida en dos partes. El método seleccionado se encarga de resolver la derivada total de concentración con respecto al tiempo (DC/Dt) definida como la suma del término de variación temporal de masa y el término advectivo, mientras que el resto de los términos son tratados mediante una aproximación de diferencias finitas. Lo anterior queda representado por la ecuación 4.1 definida para el caso de flujo uniforme en una dimensión.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + v_x \frac{\partial C}{\partial x} = L(C) \quad 4.1$$

Donde $L(C)$ es el operador que representa a la suma del término dispersivo y reacciones. Para el caso de la ecuación de advección dispersión, sólo corresponde al término dispersivo. No obstante, en casos de mayor complejidad considera reacciones químicas y puntos de inyección/extracción de contaminantes.

A continuación se describen tres parámetros relevantes de los métodos numéricos: paso temporal (*time step*), número de Courant, C_r , y número de Peclet, P_e .

Time Step: La técnica de solución seleccionada en MT3DMS calcula automáticamente el paso temporal utilizada en el cálculo. Esta opción ocurre cuando se ingresa un tamaño de paso temporal igual a cero. Si el modelador ingresa un valor superior, éste debe ser inferior al estimado por el método numérico. Si esto no se cumple, el método numérico utiliza el valor estimado por defecto.

Número de Courant, C_r : Es un parámetro adimensional utilizado en todos los métodos numéricos para resolver transporte advectivo. Su función es asegurar que el paso de tiempo seleccionado por la técnica de solución sea apropiado para el problema. Si el valor del número de Courant es igual a la unidad, indica que los cálculos son realizados con un paso de tiempo igual al tiempo que necesita el soluto en desplazarse al interior de una celda. Valores del número de Courant típicamente se encuentran en el rango 0.5 a 1.0. Es importante destacar que algunos métodos Eulerianos, como el esquema tradicional de diferencias finitas explícito y el método TVD, requieren un valor del número de Courant inferior a la unidad, ya que este parámetro define el criterio de estabilidad. Por otro

lado, esquema de diferencias finitas implícito es incondicionalmente estable, luego no hay limitaciones para el número de Courant.

$$C_r = \frac{v \cdot \Delta t}{\Delta x} \quad 4.2$$

Donde:

- v : Velocidad de Flujo [L/T]
- t : Paso temporal, [T]
- x : Espaciamiento espacial, [L]

Número de Peclet, P_e : Permite cuantificar la relación entre advección y dispersión. Un problema dominado por advección se asocia un alto número de Peclet y pueden presentar problemas numéricos, como dispersión numérica y oscilaciones artificiales (presentados al inicio del capítulo). El número de Peclet se define como:

$$P_e = \frac{|v|L}{D} \quad 4.3$$

Donde:

- v : Velocidad de Flujo [L/T]
- L : Longitud característica del flujo [L]
- D : Coeficiente de dispersión hidrodinámica, [L²/T]

La modelación de transporte de solutos a escala de terreno define: (1) efecto de la difusión molecular despreciable, (2) dispersión mecánica igual al producto entre dispersividad y velocidad del flujo, (3) longitud característica del flujo igual al tamaño de la celda definida en el modelo de simulación de transporte. Luego, el valor del número de Peclet viene dado por:

$$P_e = \frac{\Delta}{\alpha} \quad 4.4$$

El número de Peclet define el nivel de aplicación de las técnicas de solución. Por ejemplo, métodos de diferencias finitas pueden ser utilizados cuando el número de Peclet es bajo, usualmente menor a 4, limitando drásticamente el tamaño de grilla permitida en el modelo de transporte. Los métodos MOC y HMOC junto con el método TVD entregan soluciones libres de dispersión numérica, por consiguiente, pueden ser utilizados para cualquier valor de número de Peclet. A continuación se presenta una revisión de los principios básicos de cada método numérico, destacando sus ventajas y limitaciones. La implementación numérica de cada técnica de solución se presenta en el manual del módulo MT3DMS (Zheng y Wang, 1999).

4.1.3.1. Método Estándar de Diferencias Finitas

El método estándar de diferencias finitas conserva la masa y utiliza una grilla espacial fija (método Euleriano). La primera característica viene dada por la condición de estabilidad. El esquema explícito requiere un número de Courant inferior a la unidad ($C_r < 1$) restringiendo el valor del paso temporal, mientras que el método implícito es incondicionalmente estable, luego el esquema de diferencias finitas implícito es más rápido que el esquema explícito. La segunda característica viene dado por problemas numéricos. El esquema explícito es influenciado por dispersión numérica y el método implícito presenta dispares inconvenientes en el esquema centrado y upwind. El esquema centrado no exhibe problemas de dispersión numérica pero es susceptible a oscilaciones artificiales en problemas dominados por advección, mientras que el esquema upstream obtiene soluciones libres de oscilaciones artificiales, sin embargo, la solución del término advectivo es una aproximación de primer orden, produciendo una gran dispersión numérica en problemas dominados por advección. Se estima que el método de diferencias finitas es confiable para números de Peclet inferiores a 4.

Los métodos presentados a continuación sólo resuelven la componente advectiva de la ecuación de advección dispersión, mientras que el término dispersivo (más reacciones o fuentes/sumideros en caso de existir) es resuelto mediante el método de diferencias finitas centrado implícito.

4.1.3.2. Métodos mixtos (Euleriano-Lagrangiano)

- Método de las características (MOC)

El método de las características (MOC) consiste en determinar la concentración y la ubicación de una gran cantidad de partículas al interior de cada celda. Este método utiliza un rastreo hacia adelante en el tiempo (*forward-tracking*). Los resultados son libres de dispersión numérica, convirtiéndose en un método recomendable en problemas con frentes bruscos de concentración. Sin embargo, en caso de rastrear un alto número de partículas puede requerir una gran cantidad de tiempo y recurso computacional, situación típica en modelos de transporte en tres dimensiones. Por último, los resultados obtenidos mediante el método MOC pueden presentar grandes discrepancias en el balance de masa.

- Método de las características modificado (MMOC)

El método MMOC fue desarrollado para mejorar la eficiencia del método de las características (MOC). A diferencia de la técnica MOC, la técnica MMOC ubica una partícula en el centro de cada celda, la cual es rastreada en sentido inverso (*backward-tracking*). El esquema de interpolación utilizado por el módulo MT3DMS introduce un alto grado de dispersión numérica en frentes bruscos de concentración. Luego, se recomienda el uso de la técnica MMOC en ausencia de estos frentes de manera tal que la dispersión numérica generada sea insignificante.

- Método Híbrido MOC/MMOC (HMOC)

El método HMOC combina las fortalezas de los métodos MOC y MMOC mediante un esquema que se adapta automáticamente de acuerdo a los requerimientos del problema de transporte. En presencia de frentes bruscos de concentración el término advectivo de transporte es resuelto mediante el uso de la técnica MOC, que considera el uso de partículas en movimiento distribuidas dinámicamente en torno al frente de concentración. Cuando se encuentra lejos de estos frentes de concentración se utiliza la técnica MMOC, la cual define partículas ficticias ubicadas en el centro de cada nodo y realiza un rastreo inverso. El esquema HMOC puede entregar soluciones satisfactorias para todo rango de número de Peclet libres de dispersión numérica y utiliza un número de partículas inferior a la cantidad requerida por el esquema MOC. Sin embargo, en la práctica el algoritmo que adapta automáticamente los esquemas MOC y MMOC no siempre produce los resultados esperados, y en algunas ocasiones puede ser recomendable utilizar los métodos básicos (MOC o MMOC) de forma independiente.

La naturaleza discreta de las técnicas basadas en el seguimiento de partículas no da garantía de la conservación de masa local en cada paso temporal. El error resultante en el balance de masas puede ser significativo en los primeros instantes, pero usualmente decrece a medida que el tiempo avanza. Los parámetros que definen los métodos mixtos pueden ser ajustados con el objetivo de minimizar la discrepancia en el balance de masa. Los parámetros de ajuste son los siguientes:

- Cantidad de partículas y patrón de distribución inicial
- Esquema de seguimiento o rastreo de las partículas
- Discretización temporal (*time steps*) determinado por el número de Courant

4.1.3.3. Método TVD de tercer orden

El método TVD (*Total variation diminishing*) implementado en MT3DMS se basa en un método de diferencias finitas de tercer orden, por consiguiente, pertenece al grupo de los métodos eulerianos, los cuales tienen la ventaja de conservar la masa y utilizar un tamaño de grilla fija. El esquema numérico es explícito y la condición de estabilidad viene dado por un paso temporal máximo igual al mínimo *time step* calculado para cada celda activa. Por lo tanto, el valor del número de Courant debe ser inferior a la unidad. El método funciona bien para todo valor de número de Peclet.

Resultados obtenidos mediante el esquema TVD pueden exhibir una leve dispersión numérica y oscilaciones artificiales. Para superar o eliminar estas oscilaciones, se implementa técnicas numéricas denominadas *flux limiters* que permiten conservar el frente brusco de concentración. El método resuelve el término advectivo mediante un algoritmo denominado ULTIMATE (*Universal Limiter for Transient Interpolation Modeling of the Advective Transport Equations*).

4.1.3.4. Comparación entre Técnicas de Solución

De acuerdo a la revisión anterior, cada técnica de solución presenta ventajas y limitaciones características, de esta forma no es posible identificar una técnica que sea superior al resto y que permita resolver todo tipo de problemas de transporte. El método óptimo tiene que ser encontrado para cada caso en particular, es decir, se recomienda analizar los distintos métodos que entrega el módulo MT3DMS. La Tabla 4.1 muestra un resumen con las principales ventajas y desventajas de cada método:

**Tabla 4.1 Técnicas de Solución MT3DMS
Ventajas y Desventajas**

CARACTERÍSTICA	DF EXPLÍCITO	DF IMPLÍCITO	MOC	MMOC	HMOC	TVD
Requerimiento computacional o demanda de memoria	Bajo	Medio	Alto	Bajo	Alto	Alto
Dispersión numérica u oscilaciones artificiales	Alto	Alto	Nulo	Medio	Bajo	Bajo
Balance de masa	Exacto	Exacto	No exacto	No exacto	No exacto	Exacto
Máximo paso temporal (<i>time step</i>)	Pequeño	Alto	Alto	Alto	Alto	Pequeño
Condiciones Apropriadas	$P_e < 4$	$P_e < 4$	$P_e > 10$	$P_e < 0.1$	Toda condición	Toda condición
Aplicables a problemas con frente brusco de concentración	No	No	Si	No	Si	Si

Fuente: ZHENG, Chunmiao y Wang, P. Patrick (1999)

Se recomienda el uso de esquemas Eulerianos para simular el transporte en modelos de simulación caracterizados por una grilla muy irregular (TVD o el método estándar de diferencias finitas), de esta manera se evita discrepancias en el balance de masa en cada paso temporal.

Al comparar el método estándar de diferencias finitas con la técnica TVD, se observa que este último resuelve con mayor precisión la ecuación de transporte en problemas dominados por advección, aunque se asocia una mayor carga computacional. Comparado con los métodos mixtos (MOC, MMOC, HMOC), el esquema TVD no es completamente efectivo en la eliminación de dispersión numérica cuando las concentraciones son máximas, pero su propiedad de conservación de la masa, su menor requerimiento computacional, entre otras virtudes, convierten al esquema TVD como la mejor alternativa en comparación con métodos de diferencias finitas y métodos mixtos (o Eulerianos–Lagrangianos).

Finalmente, Tabla 4.2 presenta recomendaciones de uso para distintas aplicaciones. Estas recomendaciones pueden no ser válidas en casos particulares, pero entregan una orientación preliminar para la modelación de transporte de contaminantes.

**Tabla 4.2 Técnicas de Solución MT3DMS
Recomendaciones de Aplicación**

APLICACIÓN DEL MODELO	MÉTODO RECOMENDADO
Gradientes de concentración espacial pronunciado (p.e. plumas de contaminante con fuente puntual, estudio de columnas de laboratorio)	TVD, MOC, HMOC
Transporte de contaminantes a escala regional con gradientes de concentración pequeña (p.e. transporte de nitratos con fuentes espacialmente distribuidas)	DF
Problemas que requieran un balance de masa exacto (p.e. transporte más reacciones no lineales)	FD, TVD
Problemas que requieran pasos temporales grandes (p.e. simulación de transporte de solutos en décadas)	DF implícito, HMOC
Modelos con número de Peclet altos (Casos con dispersividad baja o discretización espacial grande)	MOC, HMOC, TVD

4.2. SIMULACIÓN NUMÉRICA TÉCNICAS DE TERRENO

4.2.1. Descripción del Problema

A continuación se analizan dos técnicas de terreno utilizadas para la estimación del valor de la dispersividad longitudinal. Estas pruebas son implementadas bajo condiciones de gradiente forzado (o flujo no uniforme) que es generado por la acción de un pozo de bombeo y/o de inyección. Las técnicas seleccionadas son las siguientes:

1. Prueba de pozo individual con fases de inyección/extracción y flujo radial plano (*Push Pull Tracer Test, PPTT*);
2. Prueba de dos pozos, uno de inyección y otro de extracción, que operan simultáneamente con tasas iguales, sin recirculación e inyección instantánea de trazador (*Two Well Tracer Test, TWTT*).

Cada técnica de terreno es simulada en tres escenarios distintos:

- i. Acuífero confinado homogéneo
- ii. Acuífero libre homogéneo
- iii. Acuífero libre heterogéneo.

Pruebas desarrolladas en un acuífero confinado homogéneo son realizadas con la finalidad de validar las aproximaciones analíticas desarrolladas bajo el marco teórico de Gelhar y Collins (1971) presentado en la sección 3.3. En segundo lugar, con el objetivo de identificar variaciones en el comportamiento de la distribución temporal de concentración y comparar los resultados con el caso base definido por un nivel horizontal de agua subterránea, se evalúa el efecto de la velocidad local del flujo en el transporte de trazador conservativo en un acuífero libre homogéneo. Por último, se

identifica el efecto de la variabilidad natural de una formación acuífera en el transporte de trazador conservativo, realizando simulaciones en acuíferos no confinados caracterizados por un nivel bajo de heterogeneidad.

El sistema de flujo de agua subterránea es resuelto mediante MODFLOW-2000 y el solver seleccionado corresponde al método WHS definido por defecto en Visual Modflow 4.2. La técnica TVD es el método seleccionado para resolver el término advectivo de transporte, mientras que el término dispersivo es resuelto mediante el método de diferencias finitas implícito. La selección de técnica TVD por sobre el resto de las alternativas ofrecidas por el módulo MT3DMS, se basa en los siguientes puntos:

- Técnicas de terreno basada en una inyección puntual presentan altos gradientes de concentración.
- Dominio del flujo de agua subterránea más amplio que el dominio definido para el transporte de solutos. Por consiguiente, se hace necesario construir una grilla irregular conformada por una zona con espaciamiento muy pequeño que define detalladamente el transporte a escala local, y una región externa con espaciamiento mayor donde se define el flujo de agua subterránea a escala regional.
- Ambas técnicas de terreno tienen la ventaja de recuperar gran parte de la masa inyectada. Luego, es necesario utilizar métodos numéricos conservativos y evitar discrepancias en el balance.
- El tiempo de duración de las pruebas seleccionadas es breve en comparación con técnicas de terreno basadas en un flujo uniforme definido por el gradiente natural de agua subterránea, por lo tanto, no se requiere grandes pasos temporales.
- La validación de soluciones analíticas requiere la simulación de transporte con distintos valores de dispersividad. Luego, la técnica de solución debe ser capaz de resolver el transporte de solutos bajo cualquier condición del número de Peclet.
- Por último, el grado de complejidad en las condiciones de borde y en la geometría del modelo de simulación es sencillo. De esta forma, el requerimiento computacional o demanda de memoria no es relevante en este análisis.

Técnicas de solución disponibles en MT3DMS fueron comparadas en la sección 4.1.3.4 del presente capítulo. De acuerdo a dicho análisis, se infiere que el esquema TVD satisface los aspectos mencionados. Adicionalmente, con el objetivo de identificar diferencias entre distintas técnicas de solución y verificar que el método TVD se aproxima de mejor forma a la solución analítica en cada prueba de terreno, el ANEXO C.2 presenta un análisis crítico sobre las soluciones de distintos métodos numéricos de interés aplicado a problemas idealizados.

A continuación se presenta en detalle la simulación numérica asociada a la validación de aproximaciones analíticas de ambas técnicas de terreno en un acuífero idealizado (confinado, homogéneo e isotrópico).

4.2.2. Simulación Acuífero Confinado y Homogéneo

Con el objetivo de validar las expresiones analíticas de ambas técnicas de terreno, se definen los parámetros característicos de un acuífero idealizado. Los supuestos y condiciones del ambiente natural son:

- Acuífero confinado, homogéneo e isotrópico
- Superficie piezométrica inicial es horizontal
- La concentración inicial de trazador en el acuífero es nula

Las propiedades del acuífero corresponden a valores típicos de depósitos no consolidados de arena. Los valores de los parámetros que definen al acuífero se definen en la Tabla 4.3.

**Tabla 4.3 Validación Aproximación Analítica
Parámetros Acuífero Confinado**

PARÁMETROS	SÍMBOLO	UNIDAD	VALOR
Conductividad Hidráulica	K	[m/d]	8.64
Porosidad	n	[-]	0.2
Espesor del Acuífero	b	[m]	5
Capacidad específica	S_y	[-]	0
Almacenamiento Específico	S_s	[1/m]	0.0005

Se ha considerado un espesor efectivo (producto entre porosidad, n , y espesor saturado, b) unitario. De esta forma: caudales, volumen de inyección y masa de trazador, quedan definidos por el tiempo de inyección y la escala de observación. La validación de las soluciones analíticas de cada prueba se presenta a continuación.

4.2.2.1. Prueba de Tipo Push Pull

4.2.2.1.1. Diseño de la prueba

Para el caso de pruebas de pozo individual con fases de inyección/extracción y flujo radial plano (*Push Pull Tracer Test*), la solución analítica viene dada por la siguiente expresión (Gelhar y Collins, 1971):

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left\{ \left(\frac{V_{ext}}{V_{iny}} - I \right) \left/ \left[\frac{16}{3} \cdot \frac{\alpha_L}{R_{max}} \cdot \left(2 - \left| I - \frac{V_{ext}}{V_{iny}} \right|^{1/2} \cdot \left(I - \frac{V_{ext}}{V_{iny}} \right) \right) \right]^{1/2} \right\} \quad 4.5$$

Donde:

$$R_{max} = \left(\frac{V_{iny}}{\pi \cdot n \cdot b} \right)^{1/2} \quad V_{inj} = Q_{inj} \cdot T_{inj} \quad V_{ext} = |Q_{ext}| \cdot t_{ext}$$

- C_0 : Concentración de la solución inyectada, [M/L³]
- Q_{inj} : Caudal de inyección, [L³/T]
- Q_{ext} : Caudal de extracción, [L³/T]
- t_{ext} : Tiempo desde el inicio de la fase extracción, [T]
- T_{inj} : Tiempo total de duración de la fase de inyección, [T]
- V_{inj} : Volumen total inyectado, [L³]
- V_{ext} : Volumen extraído acumulado al tiempo t_{ext} , [L³]
- R_{max} : Radio máximo o frente de soluto máximo definido en T_{inj} , [L]
- n : Porosidad, [-]
- b : Espesor del acuífero confinado, [L]

Con el objetivo de visualizar gráficamente la relación entre escala de observación (definida por el radio máximo del frente de soluto, R_{max}) y el tiempo total de inyección, T_{iny} , se define el caudal por espesor efectivo de acuífero, q , definido como el caudal de inyección, Q_{iny} , dividido por el producto entre porosidad, n , y espesor del acuífero, b .

$$q = \frac{Q}{nb} \quad \text{Con} \quad [q] = \left[\frac{m^2}{dia} \right]$$

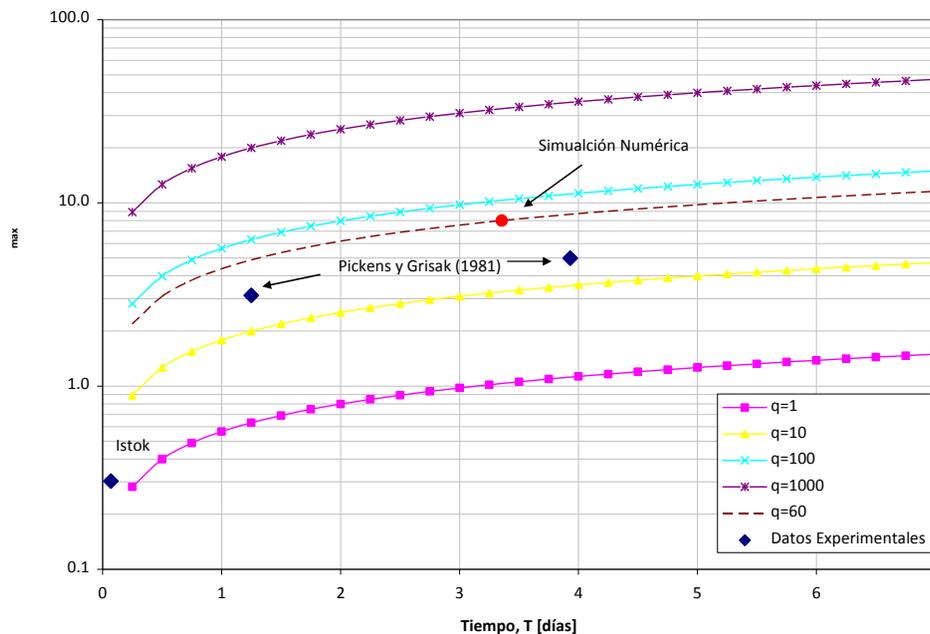
La Figura 4.3 muestra el radio máximo del frente de soluto (o radio advectivo) en función del tiempo de inyección para distintos valores de q . Adicionalmente, se muestran pruebas encontradas en la literatura (Pickens y Grisak, 1981). Ptak ,2000), donde se aprecia que las escalas de observación en ambos estudios son de distinto orden de magnitud. Pruebas con un tiempo de inyección breve (del orden de horas), se asocia a un radio de influencia que sólo alcanza algunos centímetros, mientras que duraciones más prolongadas (del orden de días) alcanzan distancias equivalentes a unos pocos metros. No se han identificado pruebas para escalas de observación sobre los 10[m]. El principal motivo es la necesidad de una gran cantidad de masa de soluto para la fase de inyección.

El modelo de simulación considera todas las suposiciones planteadas en el desarrollo de la aproximación analítica. Primero, se define un acuífero confinado (ver Tabla 4.3). Segundo, el acuífero se considera de dimensión infinita. Para establecer dicha condición, el dominio espacial se determinó mediante el radio de influencia del pozo al finalizar la fase de extracción. El radio de influencia se define como:

$$R = 1.5 \sqrt{\frac{T \cdot t_{total}}{S}}$$

4.6

**Figura 4.3 Validación Aproximación Analítica
Prueba Pozo Individual - Diseño**



A modo de ejemplo, se presenta el diseño de una prueba definida para un radio máximo de frente de trazador $R_{max}=8[m]$. La tasa de inyección es de $60[m^3/día]$, lo que define un tiempo de inyección de 3.35 días, tal como se muestra en la Figura 4.3. La tasa de extracción es igual a la de inyección y el tiempo de duración del bombeo equivale a 2.5 veces la duración de la fase de inyección, luego la prueba se extiende un total de 11.7 días. La transmisividad y el coeficiente de almacenamiento son $T=43.2[m^2/día]$ y $S=0.0025$ respectivamente. Finalmente, se ha establecido que el efecto del bombeo es nulo a una distancia radial de 675 [m]. El dominio de flujo del sistema debe ser al menos dos veces el radio de influencia definido por el tiempo total de la prueba². De acuerdo a los valores de diseño, el dominio mínimo queda limitado por una superficie de $1350 \times 1350 [m^2]$.

Se recomienda realizar una tabla que permita distinguir parámetros de diseño como: escala de observación, tiempo de inyección, tiempo total de la prueba, volumen inyectado, masa de trazador necesario y el radio de influencia del pozo. Esta tabla se define para cada caudal por espesor efectivo, q . Si la concentración de inyección es igual a $C_0=200 [mg/l]$, y las condiciones de diseño (caudal de inyección y extracción iguales a $60[m^3/días]$) se obtiene la Tabla 4.4, la cual presenta los parámetros de diseño para cada radio máximo de frente de soluto.

² El tiempo de duración de la prueba de pozo individual (*Push Pull*) definido en el diseño, sólo considera las fases de inyección y extracción. En rigor, se debe considerar el tiempo adicional asociado a la recarga de agua sin trazador al acuífero antes de iniciar la fase de inyección.

**Tabla 4.4 Validación Aproximación Analítica
Prueba Pozo Individual - Diseño**

Radio Frente Soluta R_{max} [m]	Tiempo de Inyección T_{iny} [días]	Tiempo Total T_{total} [días]	Volumen Inyectado V_{iny} [m ³]	Masa de Trazador M [Kg]	Radio de Influencia del pozo R_{inf} [m]
2	0.21	0.73	12.6	2.5	169
4	0.84	2.93	50.3	10.0	338
6	1.88	6.6	113.1	22.6	506
8	3.35	11.73	201.1	40.2	675
10	5.24	18.33	314.2	62.8	844
12	7.54	26.39	452.4	90.5	1012

Una vez definidas las alternativas de diseño (asociadas a distintos caudales), se selecciona la prueba que mejor se adapte a las disponibilidad de tiempo, agua para la fase de inyección y costo. A continuación se describe el criterio para construir el modelo de simulación.

4.2.2.1.2. Construcción Modelo de Simulación

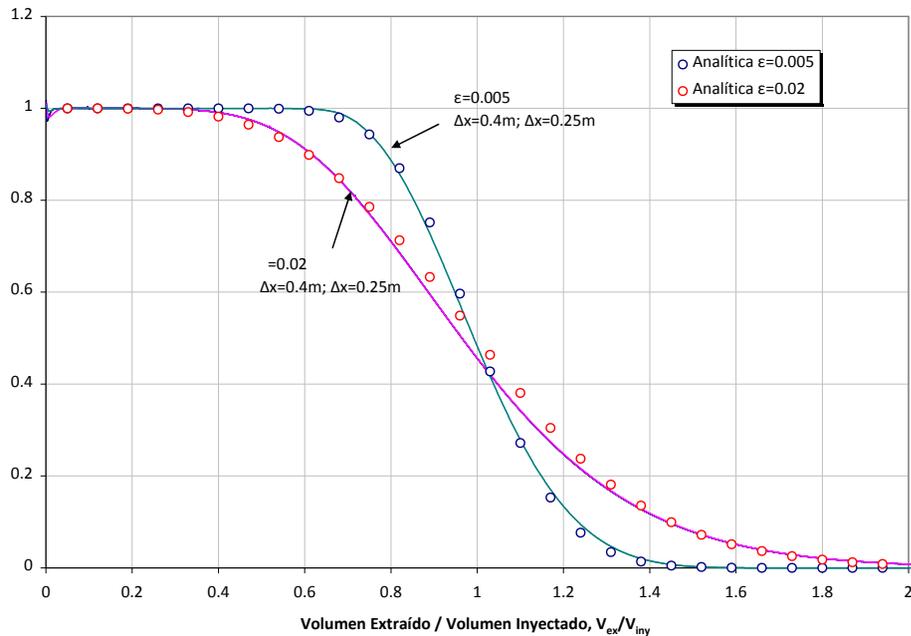
La ubicación del pozo es el centro del dominio y su coordenada es el origen del sistema. Se ha optado por un dominio de flujo más amplio que el ejemplo mostrado en la etapa de diseño. Esto permite realizar pruebas de mayor duración y mayor escala de observación. Para simular el transporte de trazador al interior del acuífero, es necesario refinar la zona donde el trazador es transportado. El efecto del tamaño de la grilla en los resultados se realiza en dos modelos, uno con grilla gruesa y otro con grilla fina. La Tabla 4.4 indica los dominios de transporte utilizados:

**Tabla 4.5 Validación Aproximación Analítica
Prueba Pozo Individual - Análisis Tamaño de Grilla**

MODELO DE SIMULACIÓN	TAMAÑO GRILLA TRANSPORTE [m]	NÚMERO DE CELDAS	DOMINIO TRANSPORTE [m ²]
1	0.25	123	31.25x31.25
2	0.4	125	50x50

Los resultados de la Figura 4.4 define la distribución temporal de concentración en la fase de extracción registrada en el pozo de bombeo. Ambos casos consideran una escala de observación $R_{max}=8$ [m] y dispersividades de 0.04 y 0.16 [m]. Al definir el parámetro adimensional $\epsilon = R_{max}$, el análisis viene dado para valores de ϵ iguales a 0.005 y 0.02.

**Figura 4.4 Validación Aproximación Analítica
Prueba Pozo Individual - Análisis Tamaño de Grilla**

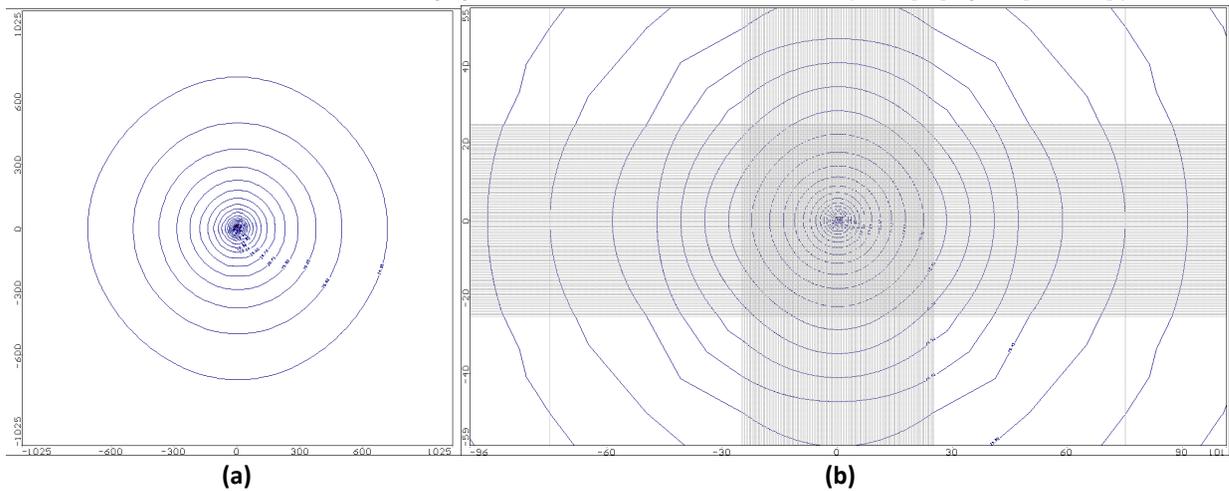


De la Figura 4.4 se observa que ambos modelos de simulación muestran los mismos resultados, es decir, ambas curvas de concentración se confunden en la misma solución. Por consiguiente, no se mejora la precisión de los resultados al utilizar un espaciamiento menor en la grilla que define el dominio de transporte. Adicionalmente, a medida que el espaciamiento de la grilla disminuye, el tiempo de cálculo aumenta (mayor esfuerzo computacional).

La aproximación analítica representada por círculos, se ajusta a la solución numérica de distinta manera dependiendo de la relación entre dispersividad y escala de observación ($\epsilon = R/R_{max}$). Si el problema es dominado por advección ($\epsilon=0.005$), la solución numérica y analítica se ajustan satisfactoriamente, por el contrario, cuando la dispersión cobra mayor importancia ($\epsilon=0.02$) la solución analítica se encuentra por sobre la solución numérica. Esto sugiere un análisis más detallado sobre el ajuste entre la solución numérica y aproximación analítica para distintos valores de dispersividad.

Finalmente, el dominio de flujo viene dado por una superficie de 2050×2050 [m²] y el dominio de transporte corresponde a una superficie de 50×50 [m²]. Este modelo permite realizar pruebas hasta un radio advectivo de 12[m] para las condiciones de diseño. El espesor del acuífero es de 5 [m] y el nivel piezométrico inicial se define a 30[m] sobre la base de éste. La Figura 4.5 muestra las equipotenciales al finalizar la fase de extracción para una prueba diseñada para una escala de observación de 12[m]. La imagen (a) corresponde al dominio definido para simular el flujo de agua subterránea, y la imagen (b) muestra las equipotenciales en el dominio definido para estudiar el transporte de soluto.

Figura 4.5 Validación Aproximación Analítica
Prueba de Pozo Individual - Equipotenciales Modelo de Simulación (R=12[m], q=60 [m³/día])



Una vez definidos los dominios de flujo y de transporte, es posible realizar la simulación de transporte para distintos escenarios.

4.2.2.1.3. Simulación del Transporte de Solutos

Las simulaciones numéricas se realizan mediante el uso del esquema TVD de alto orden. De esta forma se evita el problema del balance de masa intrínseca en metodologías basadas en el seguimiento de partículas y la dispersión numérica generada por el esquema estándar de diferencias finitas (Upstream). Una comparación entre las distintas técnicas de solución es presentada en el ANEXO C.1. El análisis considera dos metodologías: (1) dispersividad fija y escala de observación variable; (2) dispersividad variable y escala de observación fija.

- **Dispersividad Fija y Escala de Observación Variable**

A continuación se presentan los resultados de tres simulaciones modeladas con un valor de dispersividad constante, $\alpha = 0.08$ [m], espaciamiento de la grilla constante, $\Delta x = 0.4$ [m], y distintos radios de frente de solutos ($R_{max} = 4, 8$ y 12 [m]). La ventaja de realizar este tipo de análisis es mantener el número de Peclet constante ($P_e = 5$).

La Figura 4.6 muestra los valores de concentración relativa en función del tiempo. Se observa que la pendiente de la curva de concentración disminuye a medida que la escala de observación aumenta. Adicionalmente, se aprecia un buen ajuste entre los resultados numéricos (línea continua) y analíticos (símbolos). Sin embargo, al presentar los mismos resultados en términos adimensionales (Figura 4.7), es posible identificar algunas diferencias entre ambas soluciones.

Figura 4.6 Validación Aproximación Analítica - Prueba de Pozo Individual
Concentración Relativa vs. Tiempo – Escalas de Observación Variable, Dispersividad Fija

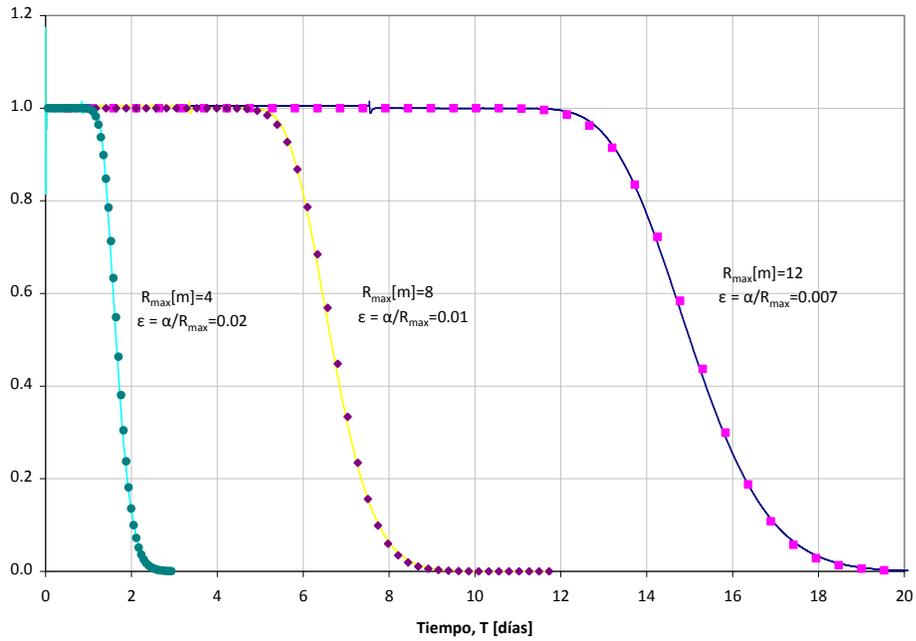
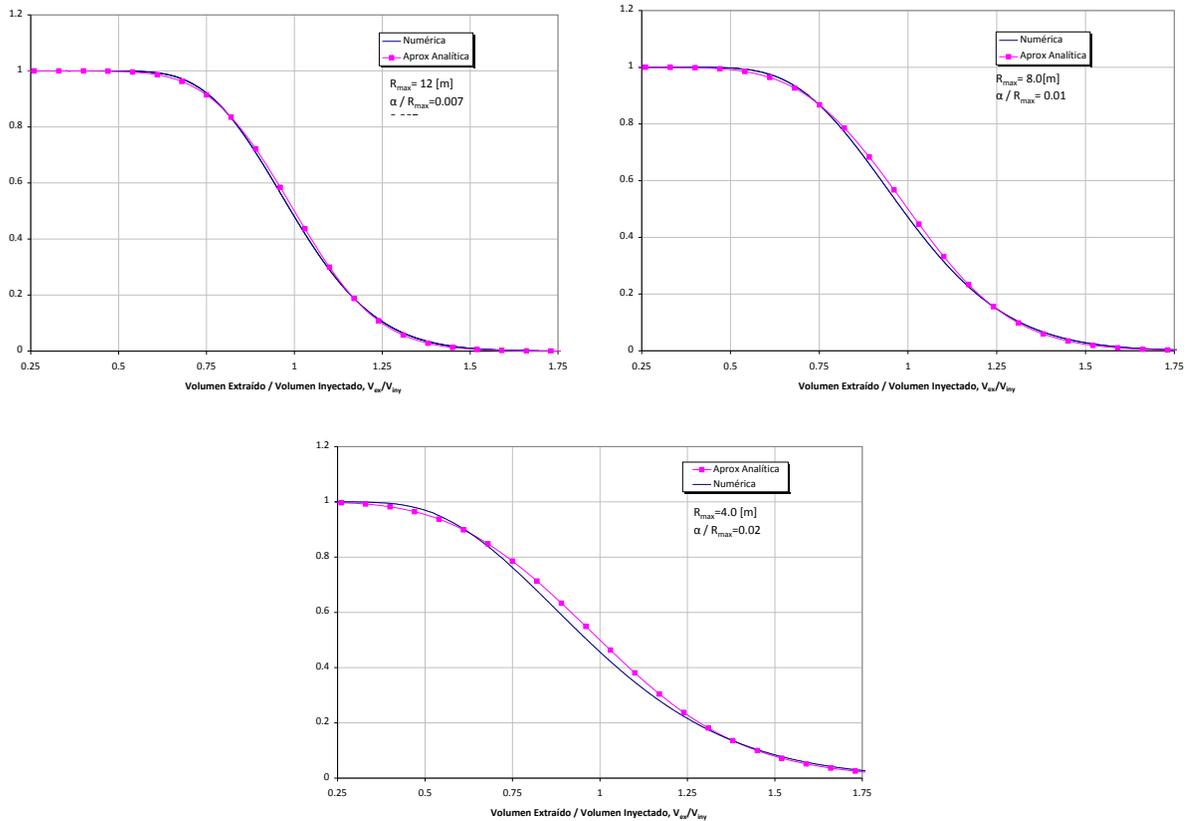


Figura 4.7 Validación Aproximación Analítica - Prueba de Pozo Individual
Distribución Temporal Concentración Adimensional – Escalas de Observación Variable, Dispersividad Fija



Tomando en consideración que la escala de los gráficos de la Figura 4.7 es la misma, y que el valor de dispersividad es constante ($\alpha=0.08[m]$), se observa que la pendiente de la concentración aumenta con el radio de frente de soluto, a diferencia de la Figura 4.6, donde se grafica concentración relativa vs. tiempo. En otras palabras, un valor fijo de dispersividad tiene menos efecto a una escala de observación alta en comparación a una menor escala de observación. Como resultado, se obtiene un frente de trazador que tiende a ser vertical a medida que la relación entre dispersividad y escala de observación disminuye.

- **Dispersividad Variable y Escala de Observación Fija**

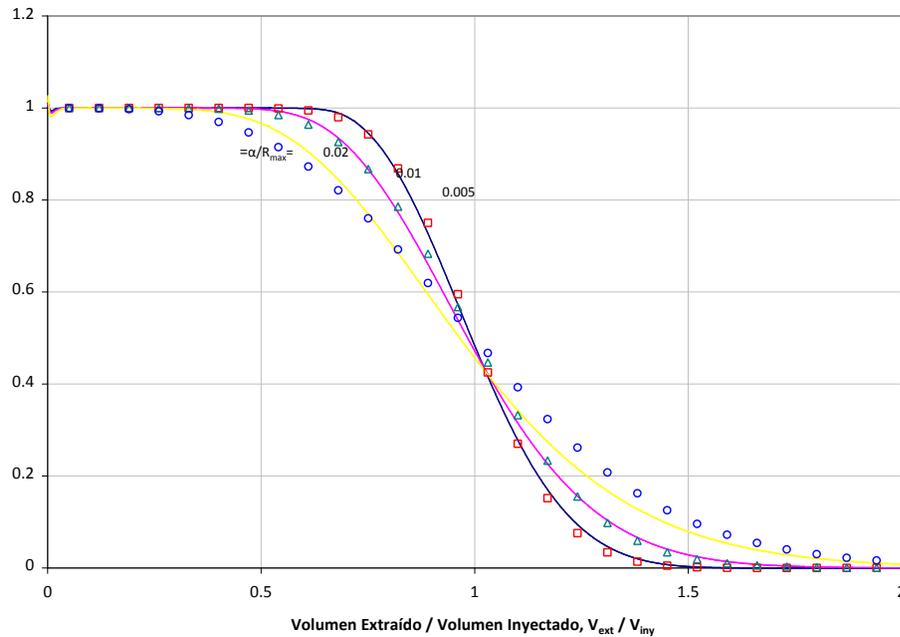
Como segunda alternativa, se propone evaluar la aproximación analítica definida por la ecuación 4.5 para diversos valores de número de Peclet. Luego, se realizan simulaciones con un amplio rango de valores de dispersividad. El radio máximo del frente de soluto es constante, $R_{max}=8[m]$, y el espaciamiento de la grilla que define el dominio de transporte es igual a $\Delta x=0.4 [m]$. La Tabla 4.6 indica los valores de dispersividad y número de Peclet característicos de cada simulación.

Tabla 4.6 Validación Aproximación Analítica
Prueba de Pozo Individual - Valores de Dispersividad y Número de Peclet

DISPERSIVIDAD / ESCALA DE OBSERVACIÓN $= \alpha / R_{max}$	DISPERSIVIDAD LONGITUDINAL [m]	NÚMERO DE PECLET P_e
0.005	0.04	10.0
0.01	0.08	5.0
0.02	0.16	2.5
0.05	0.40	1.0
0.1	0.80	0.5
0.15	1.20	0.33
0.2	1.60	0.25

La Figura 4.8 presenta los resultados para valores de ϵ iguales a 0.005, 0.01 y 0.02. En los dos primeros casos, la aproximación analítica se ajusta correctamente a la solución numérica. Para el caso $\epsilon=0.02$ comienza a manifestarse una separación entre ambas soluciones. Las curvas continuas corresponden a la solución numérica, mientras que las figuras corresponden a la solución analítica. Luego, la aproximación analítica se ajusta satisfactoriamente a la solución numérica en problemas donde la dispersividad es baja en comparación con la escala de observación. Estos resultados respaldan la información entregada en el caso anterior (dispersividad fija y escala de observación variable). El ajuste entre el resultado numérico y analítico no es satisfactorio cuando aumenta la relación entre dispersividad y escala de observación, ϵ .

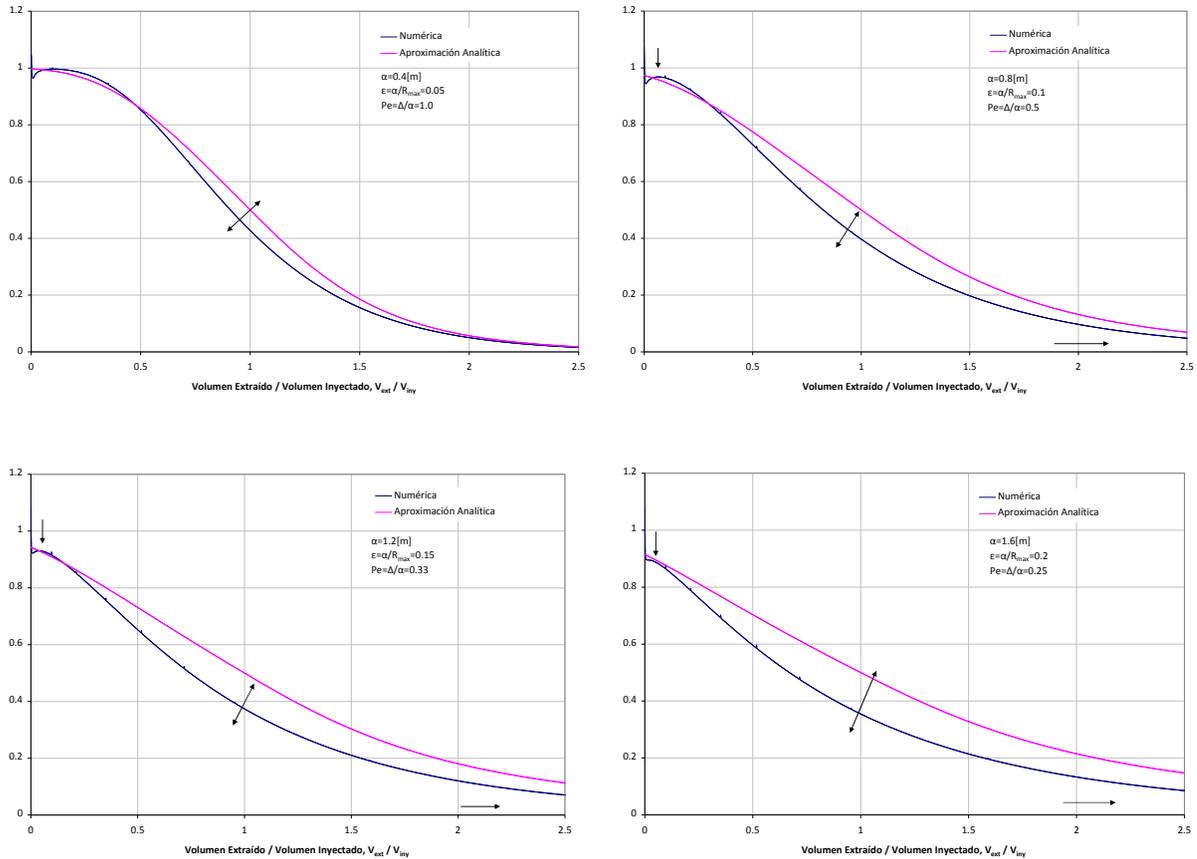
Figura 4.8 Validación Aproximación Analítica - Prueba de Pozo Individual
Distribución Temporal Concentración Adimensional – Dispersividad Variable, Escala de Observación Fija
($\epsilon=0.005, 0.01, 0.02$)



La Figura 4.9 muestra la diferencia entre la solución numérica y la solución aproximada para valores de ϵ iguales a 0.05, 0.1, 0.15 y 0.2. Se observa que a medida que aumenta el efecto dispersivo se observa un aumento en la diferencia entre la solución analítica y numérica. Adicionalmente, para recuperar la masa de trazador inyectado se requiere de una mayor relación entre volumen extraído y volumen inyectado, ya que una fracción importante de masa del trazador ha sido transportada lejos del radio máximo definido por el frente de trazador. Otro aspecto relevante, es el descenso de la concentración relativa en el pozo cuando finaliza la fase de inyección. Esta situación es analizada mediante la distribución espacial de concentración en un perfil A-A' que cruza por el pozo de inyección/extracción.

Imágenes que muestran el efecto de la dispersividad en el transporte del trazador conservativo en pruebas de pozo individual con fase de inyección/extracción, son presentadas en el ANEXO C.1. En ellas se muestra curvas de igual concentración en el instante que se alcanza el máximo radio advectivo.

Figura 4.9 Validación Aproximación Analítica - Prueba de Pozo Individual
Distribución Temporal Concentración Adimensional – Dispersividad Variable, Escala de Observación Fija
($\epsilon=0.05, 0.1, 0.15, 0.2$)



• **Distribución Espacial de Concentración**

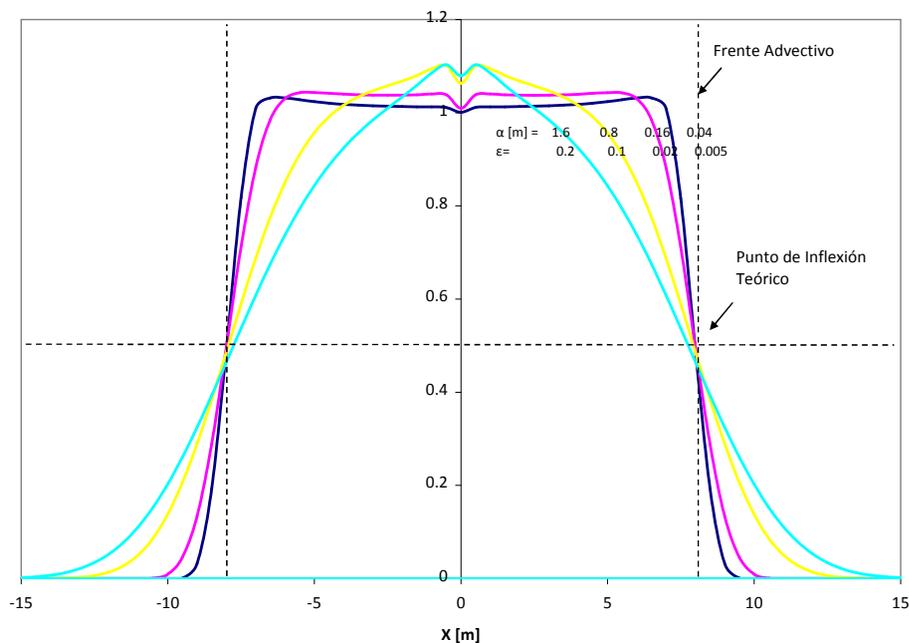
La Figura 4.10 muestra la distribución espacial de concentración en un perfil A-A' que pasa por el pozo de bombeo al finalizar la fase de inyección en una prueba con radio máximo advectivo $R_{max}=8[m]$. Se consideran distintas relaciones entre dispersividad y escala de observación (valores de ϵ). De los resultados se destaca lo siguiente:

1. El método numérico seleccionado para resolver la ecuación de transporte presenta algunos inconvenientes en las cercanías del pozo. Esta situación es notoria cuando el transporte dispersivo es relevante ($\epsilon > 0.02$). En ese caso, el esquema numérico genera una concentración mayor a la solución inyectada.
2. Cuando el transporte dispersivo es relativamente bajo en comparación al transporte advectivo ($\epsilon < 0.02$), se observa un sector, que se extiende de forma radial desde el pozo, donde la concentración es prácticamente constante (concentración relativa igual a la unidad). La zona de mezcla de solución con trazador y agua subterránea (definida por el efecto dispersivo) alcanza una pequeña fracción del radio máximo del frente de trazador en ambas direcciones: aguas arriba y aguas abajo respecto a la dirección del flujo de inyección. Para el caso de advección pura,

el frente de concentración avanza desde el pozo sin zona de mezcla y el lugar geométrico con concentración relativa igual a la unidad queda definido por un círculo perfecto.

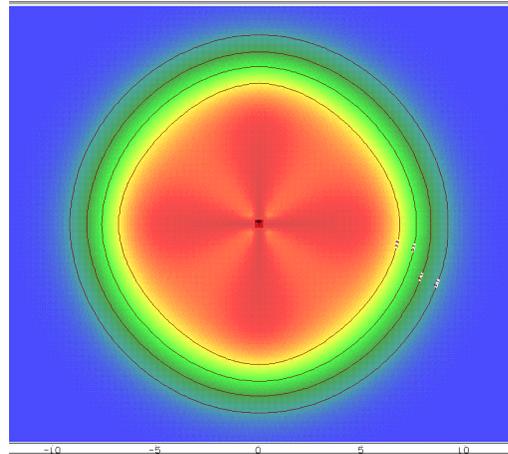
3. A medida que el transporte dispersivo aumenta, la zona definida por una concentración constante disminuye y la zona de mezcla aumenta. Esta situación puede llegar al caso extremo donde la zona de mezcla se inicie en las proximidades del pozo. Por ejemplo, para una dispersividad igual al 20% de la escala de observación ($\epsilon=0.2$) el trazador puede ser detectado a una distancia igual al doble del radio máximo de frente de inyección y la concentración de la solución de trazador disminuye inmediatamente una vez inyectada en el pozo.
4. La distribución espacial de concentración en la zona de mezcla se caracteriza por un punto de inflexión, el cual teóricamente se define por la intersección del radio de frente de soluto y un valor de concentración relativa $C/C_0=0.5$. Sin embargo, numéricamente ese punto se mantiene en el radio advectivo pero el valor de la concentración relativa disminuye a medida que la relación entre dispersividad y escala de observación aumenta.

Figura 4.10 Validación Aproximación Analítica - Prueba de Pozo Individual
Distribución Espacial de Concentración – Vista en Corte



La Figura 4.11 permite identificar la zona de mezcla producida por el efecto dispersivo. Se observa la zona de mayor concentración (color rojo) en las proximidades del pozo y un descenso paulatino hacia los sectores con concentración nula (color azul).

Figura 4.11 Validación Aproximación Analítica - Prueba de Pozo Individual
Distribución Espacial de Concentración – Vista en Planta



4.2.2.1.4. Análisis de Resultados

De acuerdo a los resultados obtenidos en simulaciones de pruebas de pozo individual con fases de inyección y extracción en un acuífero idealizado (confinado, homogéneo e isotrópico), es posible identificar diferencias entre la aproximación analítica y la solución numérica cuando la relación entre dispersividad longitudinal y escala de observación aumenta. Se destaca lo siguiente:

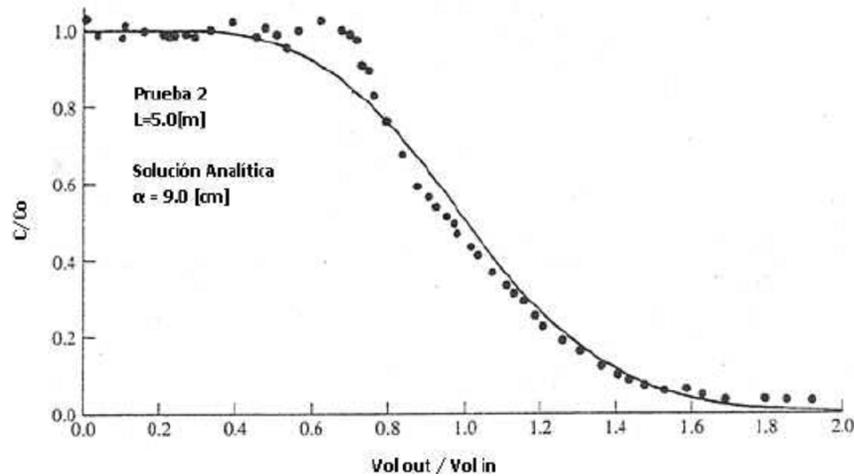
1. Lo más evidente, es el aumento de la diferencia entre la solución analítica y la solución numérica. Esto sugiere que la aproximación analítica desarrollada para pruebas de pozo individual con fases de inyección y extracción es válida exclusivamente para casos donde el valor de $\epsilon < 0.01$, es decir, el radio máximo de frente de trazador o radio advectivo tiene que ser al menos 100 veces superior a la dispersividad longitudinal.
2. La relación entre volumen extraído y volumen inyectado también aumenta. Luego, no es recomendable estimar el valor de la dispersividad longitudinal a partir de la aproximación analítica en pruebas de terreno que requieran una relación entre volumen extraído y volumen inyectado superior a 2 ($V_{ext}/V_{iny} > 2$) para recuperar la masa de trazador.
3. Cuando la relación entre dispersividad y escala de observación es alto ($\epsilon > 0.1$), se aprecia que la concentración relativa en el pozo al finalizar la fase de inyección es menor a la unidad. Es decir, las variaciones de velocidad al interior de la muestra de suelo son tan altas que la mezcla de agua subterránea con la solución de trazador produce una disminución inmediata de la concentración.

Por último, se establece que la validez de la solución aproximada propuesta por Gelhar y Collins (1971) puede ser extendida a casos donde la dispersividad longitudinal representa hasta el 2% de la escala de observación ($\epsilon = 0.02$). Sin embargo, no es posible un ajuste tan preciso como el alcanzado para valores de $\epsilon < 0.01$. De esta forma, problemas dominados por dispersión ($\epsilon > 0.02$) no pueden ser estimados correctamente por la aproximación analítica.

Por ejemplo, Pickens y Grisak (1981) ajustaron un valor de dispersividad longitudinal igual a 9.0[cm] para una escala de observación de 5[m], luego la dispersividad representa al 1.8% del radio máximo

de frente de soluto, valor fuera del rango de validez de la aproximación analítica. Esta situación se observa en la Figura 4.12, donde el ajuste entre la aproximación analítica y los datos de terreno es satisfactorio sólo en la parte final de la fase de extracción.

**Figura 4.12 Validación Aproximación Analítica - Prueba de Pozo Individual
Ejemplo Ajuste Aproximación Analítica**



4.2.2.2. Prueba con Dos Pozos, Inyección y Extracción Simultánea

4.2.2.2.1. Diseño de la Prueba

Esta técnica de terreno consiste en dos pozos, uno de inyección y otro de extracción, operando simultáneamente. Gelhar (1982) definió soluciones analíticas para los casos de inyección instantánea (*pulse input*) e inyección continua (*step input*). Ambos casos se considera igual tasa de inyección y extracción, y no existe recirculación de agua entre los pozos. Estas soluciones fueron evaluadas numéricamente y se presentan como curvas adimensionales, las cuales permiten estimar gráficamente el valor de dispersividad longitudinal.

El presente análisis sólo considera el caso de inyección instantánea por ser comparativamente superior al caso de inyección continua. En primer lugar, pruebas con inyección instantánea requieren una cantidad de masa de trazador menor y la estimación de dispersividad es directa, ya que el efecto dispersivo es perceptible en la primera etapa del registro de concentraciones. La evaluación de dispersividad requiere la definición de dos parámetros adimensionales:

$$\hat{C} = \frac{nHL^2}{M} C_w \quad : \quad \text{Concentración adimensional en el pozo de extracción}$$

$$\hat{t} = \frac{Qt}{nHL^2} \quad : \quad \text{Tiempo Adimensional}$$

Donde:

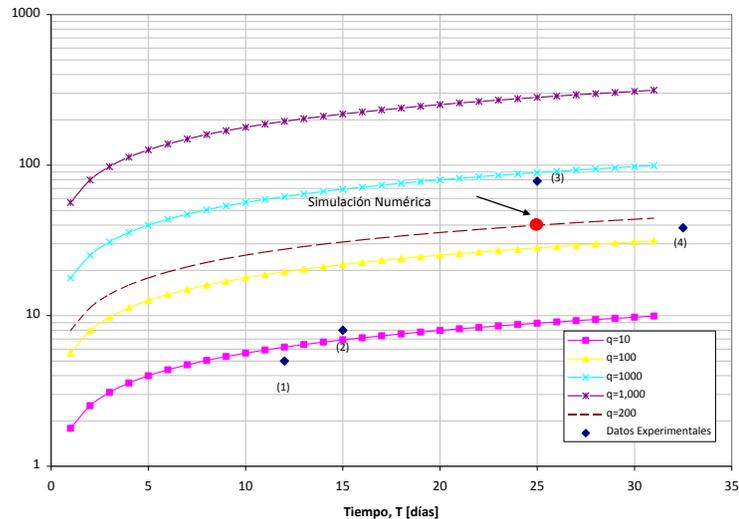
- Q : Caudal de inyección y extracción, [L^3/T]
- n : Porosidad, [-]
- H : Espesor del acuífero confinado, [L]
- L : Distancia entre pozos, [L]
- M : Masa de trazador inyectado, [-]
- C_w : Concentración registrada en el pozo de extracción, [M/L^3]

A continuación se realiza un análisis análogo al desarrollado en pruebas de pozo individual de tipo *Push Pull*. Primero, se construye un gráfico que representa la distancia entre pozos, L , en función del tiempo de duración de la prueba, t , para distintos valores de caudal por espesor efectivo del acuífero, q .

$$q = \frac{Q}{nH} \quad \text{Con} \quad [q] = \left[\frac{m^2}{dia} \right]$$

Para generar el gráfico de la Figura 4.13, se asume un tiempo adimensional igual a 3.14, ya que valores superiores no entregan información relevante para la interpretación de dispersividad. Adicionalmente, se identifican pruebas encontradas en la literatura (Mas-Pla et al., 1993. Pickens y Grisak, 1981. Robson, 1974. Moltz et al., 1986), las cuales han sido implementadas a escalas de observación superiores a las identificadas para el caso de pruebas de tipo *Push Pull*. Luego, pruebas de dos pozos permiten estimar valores de dispersividad longitudinal a distancias del orden de decenas de metros.

**Figura 4.13 Validación Aproximación Analítica
Prueba Dos Pozos - Diseño**



- (1) Mas-Pla et al. (1993)
- (2) Pickens y Grisak (1981)
- (3) Robson (1974)
- (4) Moltz et al.(1986)

Con el objetivo de analizar la aproximación analítica desarrollada por Gelhar (1982), se necesita cumplir algunos supuestos. El primer supuesto es asumir un régimen permanente de flujo de agua subterránea antes de inyectar el trazador en un acuífero de dimensión infinita. Por consiguiente, se necesita un dominio de flujo tal que los descensos sean nulos en los límites de éste. Mediante la ecuación de Thiem, que define la forma del cono de descensos en régimen permanente y acuífero confinado, más el principio de superposición, se define la distancia donde los descensos sean prácticamente nulos. El procedimiento se describe a continuación.

De acuerdo a la ecuación de Thiem, el descenso s_2 asociado a una distancia r_2 medido desde el pozo de bombeo puede ser obtenida a partir de un punto de observación ubicado a una distancia r_1 con descenso s_1 , luego se tiene:

$$s_2 - s_1 = \frac{Q}{2\pi T} \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$$

Donde:

Q : Caudal de inyección y extracción, [L³/T]

T : Transmisividad, [L²/T]

Considerando que la técnica de terreno utiliza un pozo de inyección y otro de extracción, es necesario implementar el principio de superposición para definir los descensos en un punto determinado. Asumiendo caudales de inyección y de extracción iguales, el valor del descenso en un punto cualquiera (x_0, y_0) viene dado por:

$$s(x_0, y_0) = \frac{Q}{2\pi T} \ln\left(\frac{r'}{r''}\right)$$

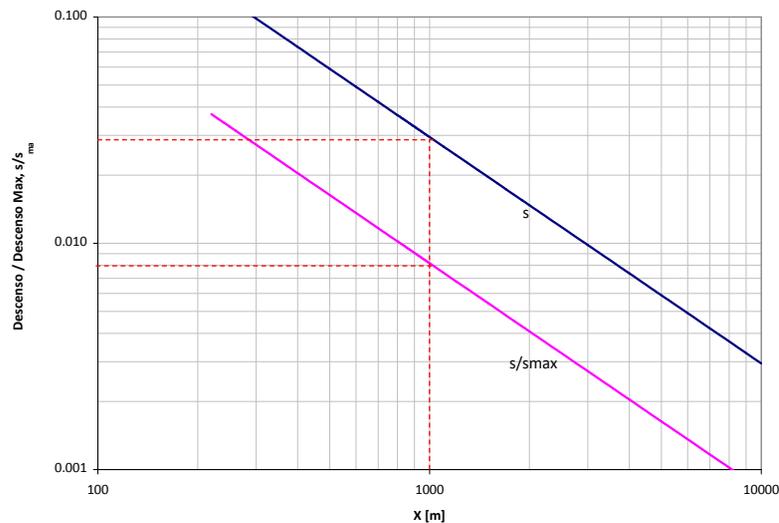
Donde r' y r'' son las distancias desde el punto (x_0, y_0) hasta el pozo de bombeo y pozo de inyección respectivamente. Al definir el origen como la posición media entre pozos, y al eje x como la recta que une ambos pozos, se obtienen los descensos en distintos puntos ubicados en la dirección x. También es posible determinar el porcentaje del descenso en un punto cualquiera respecto al descenso máximo obtenido a una distancia $r=0.15$ [m] del pozo de bombeo. Finalmente, para definir el dominio de flujo se opta por un dominio tal que el máximo descenso en el límite de éste es igual al 0.8% del descenso máximo.

Considerando el procedimiento anterior y las propiedades del acuífero confinado presentadas en la Tabla 4.3, se define el dominio de flujo para una prueba que considera una distancia entre pozos $L=40$ [m] y un tiempo de simulación de 25 días. Definidas estas condiciones de diseño, se establece un caudal por unidad de espesor efectivo $q=200$ [m³/día/m], tal como se muestra en la Figura 4.13. En este caso, el descenso máximo del nivel piezométrico en el pozo de bombeo (obtenido a una distancia 0.15 [m] del pozo de bombeo) es igual a 3.6 [m]. La Figura 4.14 muestra los descensos y los porcentajes de éstos en relación al valor del descenso máximo. Se ha determinado que el efecto del

bombeo es prácticamente nulo a una distancia de 1000 [m] desde el origen del sistema en dirección x hacia el pozo de bombeo. Luego, el dominio de flujo queda limitado por una superficie mínima de 2,000 x 2,000 [m²].

Se recomienda realizar este análisis para distintas combinaciones de escala de observación (distancia entre pozos) y tiempos de duración de la prueba. El tiempo de duración de la prueba no considera el intervalo de tiempo previo a la inyección del trazador necesario para establecer una condición de flujo estacionario. Este análisis es realizado mediante el rastreo de partículas en sentido inverso desde el pozo de bombeo hacia el pozo de recarga. Una aplicación práctica se presenta más adelante en el punto 4.2.2.1.3 correspondiente a la simulación de transporte. A continuación se describe el criterio para construir el modelo de simulación.

**Figura 4.14 Validación Aproximación Analítica
Prueba Dos Pozos – Determinación Dominio de Flujo**



4.2.2.2. Construcción Modelo de Simulación

Los pozos de recarga y de bombeo se ubican en la dirección x del sistema de coordenadas equidistantes del origen. La posición del pozo de recarga es $(-L/2,0)$ y la del pozo de bombeo es $(L/2,0)$ donde L es la separación entre los pozos. El dominio de flujo viene determinado por el ejemplo presentado en el diseño de la prueba (tiempo de duración de la prueba $T=25$ [días] y una separación entre pozos $L=40$ [m]), luego se define un dominio cuadrado con superficie igual a $2,091 \times 2,091$ [m²] caracterizado por una malla regular conformada por 41 columnas y 41 filas con un espaciamiento $=51$ [m].

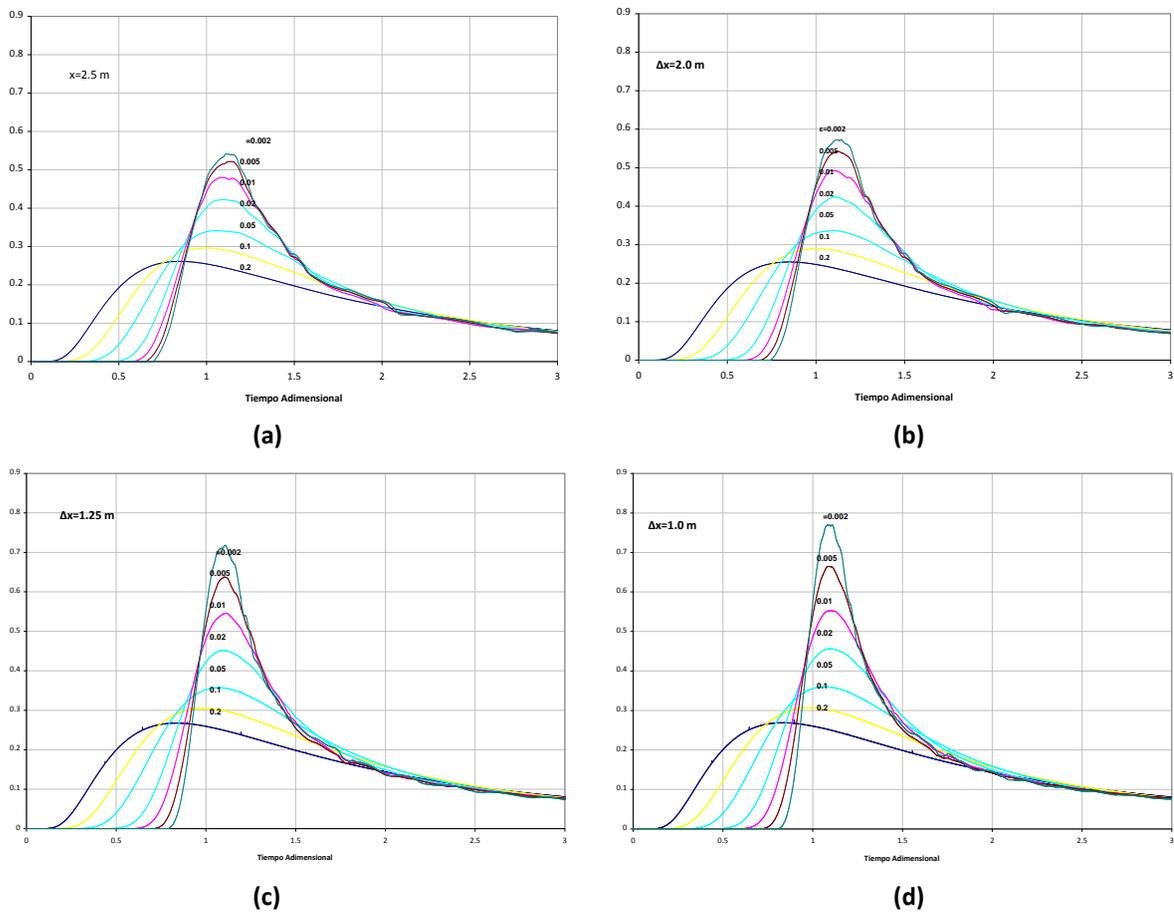
Una segunda etapa corresponde a la definición del dominio de transporte. Para las condiciones de diseño se considera aceptable una superficie de 150×150 [m²]. Se construyeron cuatro modelos de simulación con el objetivo de analizar el efecto del tamaño de grilla en los resultados. A continuación se describe la relación entre escala de observación y tamaño de grilla, tamaño de grilla, número de celdas y tamaño del dominio de transporte.

**Tabla 4.7 Validación Aproximación Analítica
Prueba de Dos Pozos – Análisis Tamaño de Grilla**

MODELO DE SIMULACIÓN	ESCALA DE OBSERVACIÓN / TAMAÑO GRILLA L/	TAMAÑO GRILLA TRANSPORTE [m]	NÚMERO DE CELDAS	DOMINIO TRANSPORTE
1	16	2.5	63	157.5 x 157.5
2	20	2.0	75	150 x 150
3	32	1.25	123	153.75 x 153.75
4	40	1.0	153	153x153

Los resultados de la Figura 4.15 muestran la distribución temporal de concentración obtenidos en el pozo de bombeo en cada modelo de simulación. Se ha identificado que las mayores diferencias entre los modelos de simulación ocurre cuando la relación entre dispersividad longitudinal, α , y escala de observación, L , es baja. A medida que el espaciamiento de la grilla disminuye, los valores máximos de la solución numérica tienden a aumentar, aproximándose a los valores definidos por la solución analítica.

**Figura 4.15 Validación Aproximación Analítica
Prueba Dos Pozos - Análisis Tamaño Grilla**

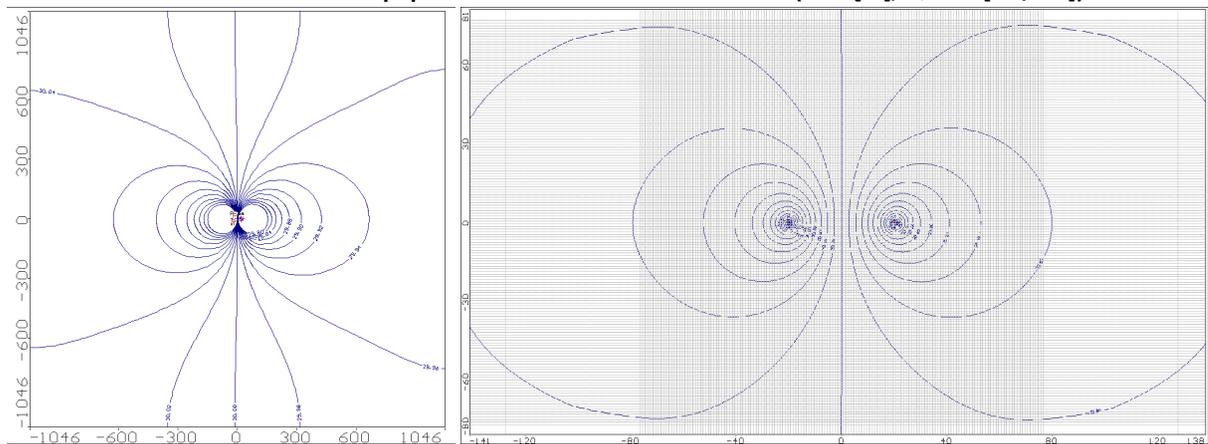


Existen grandes diferencias cuando el problema es dominado por advección. De acuerdo a la Figura 4.15, una relación entre dispersividad y escala de observación baja ($\epsilon=0.002$), requiere una grilla con espaciamiento pequeño ($L/\Delta > 40$). Sólo el último caso presenta resultados numéricos que se aproximan a la solución analítica, incluso no se ha alcanzado el tamaño de grilla que represente correctamente el caso $\epsilon=0.002$. Adicionalmente, se aprecia que los resultados asociados a un tamaño de grilla grueso subestiman las concentraciones máximas.

Como se indicó anteriormente, sólo existen diferencias cuando el problema es dominado por advección. Cuando la relación entre dispersividad longitudinal y escala de observación es alta (problema dominado por dispersión) no existen diferencias importantes entre los distintos modelos de simulación. Finalmente, el modelo de simulación de transporte apropiado corresponde al definido por una espaciamiento de grilla $\Delta=1[m]$.

La Figura 4.16 muestra a las equipotenciales del sistema en régimen estacionario definido en el modelo de simulación seleccionado ($L/\Delta = 40$). La imagen (a) corresponde al dominio de flujo y la imagen (b) muestra el dominio de transporte. El nivel piezométrico inicial se encuentra a 30[m] sobre la base del estrato de arena que define al acuífero confinado.

Figura 4.16 Validación Aproximación Analítica
Prueba de Dos Pozos - Equipotenciales Modelo de Simulación ($L=40[m]$, $Q=200 [m^3/día]$)



4.2.2.2.3. Simulación del transporte de Solutos

La técnica de solución utilizada corresponde al método TVD de alto orden. Este método numérico resulta ser el más recomendable de acuerdo al análisis presentado en el ANEXO C.2, donde se comparan resultados obtenidos con distintas técnicas de solución. Entre las ventajas destaca la ausencia de oscilaciones artificiales y dispersión numérica, luego no es condicionado por el número de Peclet (relación entre transporte advectivo y dispersivo).

- **Dispersividad Variable y Escala de Observación Fija**

En esta oportunidad, la simulación sólo considera una única escala de observación, $L=40[m]$, y dispersividad longitudinal variable. Los resultados numéricos definen la distribución temporal de concentración para distintos valores de ϵ (razón entre dispersividad y separación entre pozos). La Tabla 4.8 indica los valores de dispersividad y número de Peclet considerados en la simulación en cada escenario.

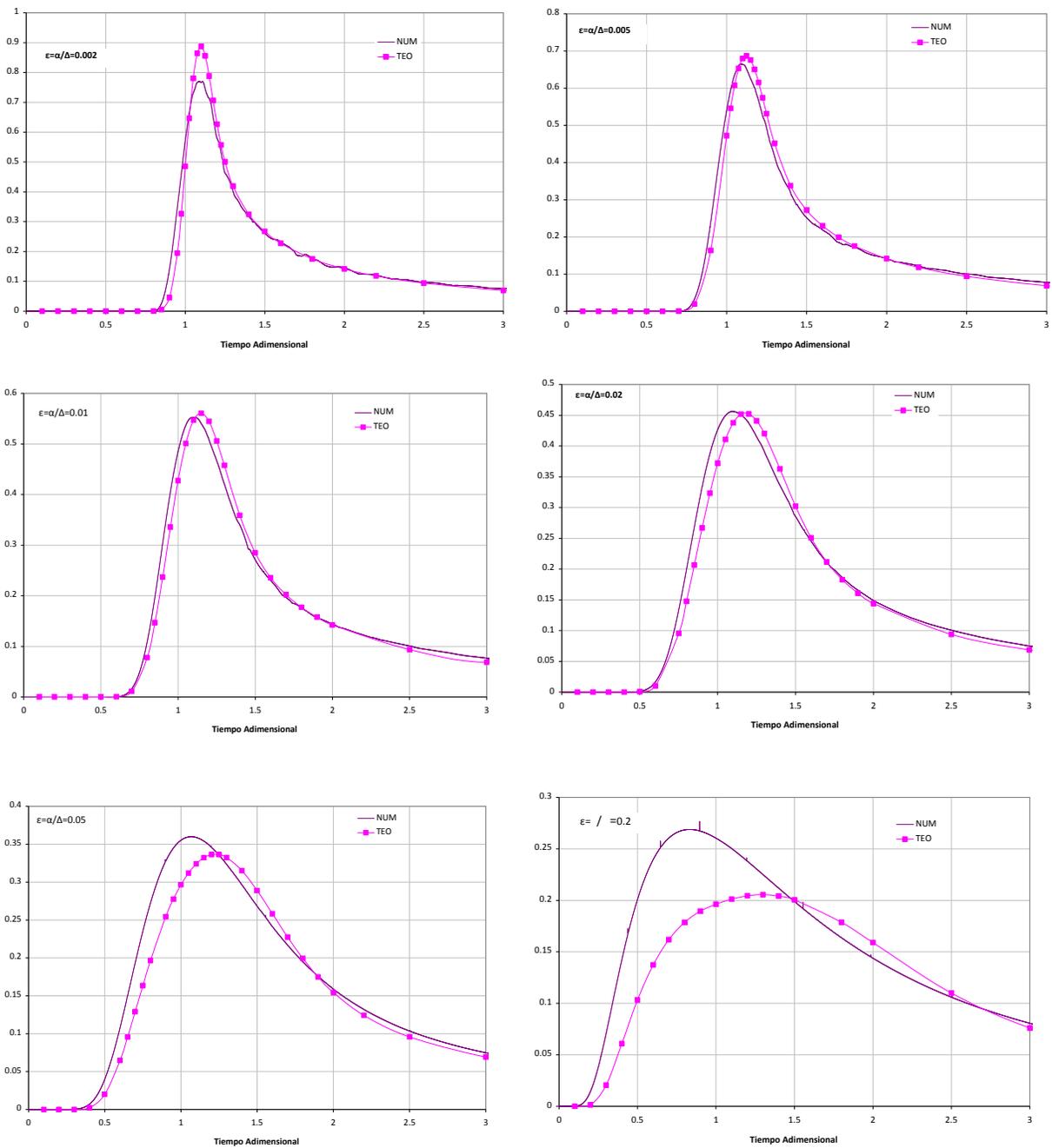
Tabla 4.8 Validación Aproximación Analítica
Prueba de Dos Pozos - Valores de Dispersividad y Número de Peclet

DISPERSIVIDAD / ESCALA DE OBSERVACIÓN $= \epsilon/L$	DISPERSIVIDAD LONGITUDINAL [m]	NÚMERO DE PECLET P_e
0.002	0.08	12.5
0.005	0.2	5
0.01	0.4	2.5
0.02	0.8	1.25
0.05	2	0.5
0.1	4	0.25
0.2	8	0.125

La Figura 4.17 presenta los resultados numéricos de los modelos de simulación para cada valor de dispersividad, los cuales son comparados con los valores definidos por la aproximación analítica desarrollada por Gelhar (1982). Es posible distinguir tres aspectos relevantes:

- El modelo de simulación no genera el máximo de concentración asociado al problema dominado por advección, $\epsilon=0.002$. para lograrlo, se requiere de un modelo de simulación con espaciamiento de grilla más pequeño.
- Existe un rango de relaciones entre dispersividad y escala de observación donde ambas soluciones se ajustan satisfactoriamente. Este es caso de pruebas dominadas por advección (ϵ entre 0.005 y 0.01)
- Se observan diferencias entre ambas soluciones cuando la dispersión es relevante ($\epsilon>0.02$). En estos casos se observa que las soluciones numéricas entregan valores máximos superiores a los pronosticados por la aproximación analítica. Adicionalmente, valores máximos obtenidos en el modelo de simulación, se manifiestan anticipadamente en comparación a los máximos obtenidos mediante la aproximación analítica.

Figura 4.17 Validación Aproximación Analítica - Prueba Dos Pozos
Distribución Temporal Concentración Adimensional – Escala de Observación Fija, Dispersividad Variable



A continuación se presenta la concentración espacial de concentración cuando: (1) la concentración en el pozo de extracción es máxima; (2) al finalizar la prueba (definido para un tiempo adimensional $t_{\text{adim}}=3.14$).

- **Distribución Espacial de Concentración**

Perfil Longitudinal en el Instante de Concentración Máxima en el pozo de bombeo

La Figura 4.18 muestra la distribución espacial de concentración en un perfil A-A' correspondiente al eje x que une ambos pozos. El instante de tiempo corresponde al registro de concentración máxima en el pozo de bombeo, mientras que la Figura 4.19 muestra una vista en planta de la distribución de concentración en dicho instante. Zonas de alta concentración se definen de color rojo y las zonas de concentración nula se definen de color azul. De ambas figuras se destaca lo siguiente:

1. La concentración al costado izquierdo (aguas arriba) del pozo de bombeo es superior a la concentración máxima obtenida en dicho pozo. El fuerte descenso de concentración se explica por el efecto de mezcla de agua con alta concentración de trazador (ubicada al lado izquierdo del pozo) y agua pura.
2. La concentración es prácticamente nula en las proximidades del pozo de inyección. Esto se explica por la recarga continua de agua libre de trazador una vez realizada la inyección instantánea.
3. El efecto dispersivo genera una zona de mezcla en forma de anillo. A mayor dispersividad, el ancho del anillo es mayor y las concentraciones máximas descienden.
4. La masa de trazador recuperado se encuentra entre 10% y 15% aproximadamente. Para $\epsilon = .005$ y 0.2 se recupera 10.7% y 13.3% de la masa de trazador inyectado respectivamente.

Figura 4.18 Validación Aproximación Analítica - Prueba Dos Pozos
Distribución Espacial de Concentración - Concentración Máxima en el Pozo de Bombeo – Vista en corte

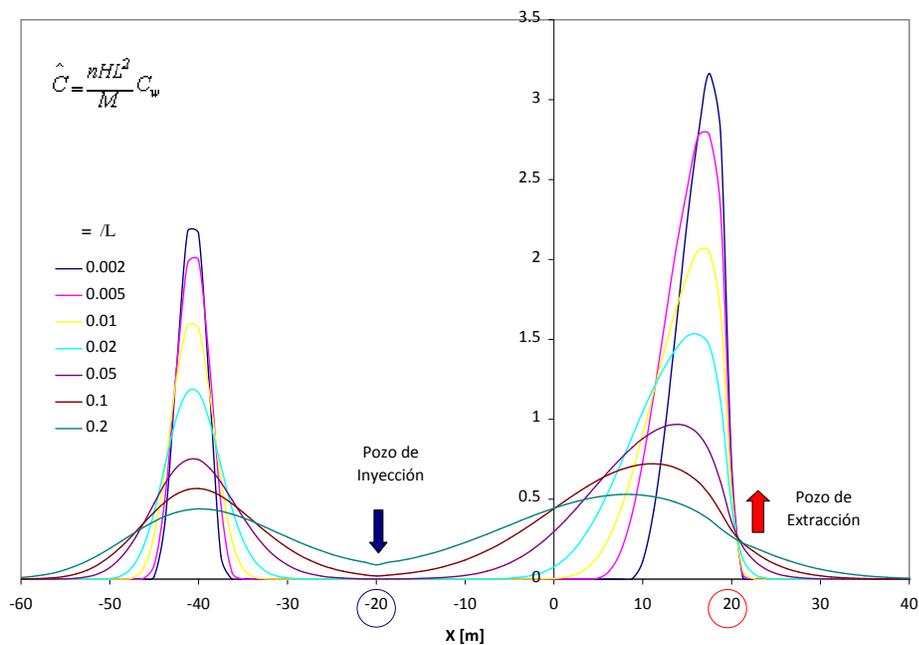
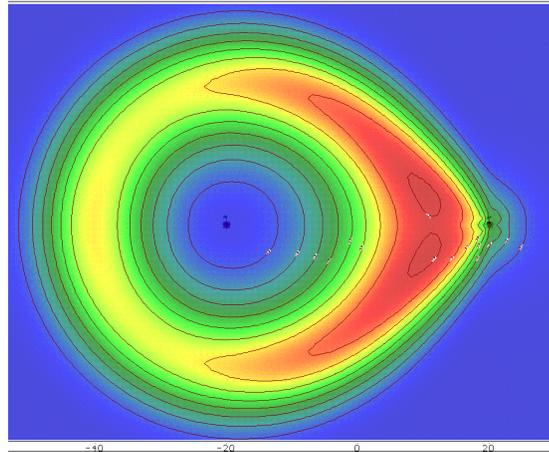


Figura 4.19 Validación Aproximación Analítica - Prueba Dos Pozos
Distribución Espacial de Concentración - Concentración Máxima en el Pozo de Bombeo – Vista en Planta



Perfil Longitudinal al finalizar la prueba

Análogo al caso anterior, la Figura 4.20 muestra la distribución espacial de concentración al finalizar la prueba (i.e. $t_{adim}=3.14$) en el mismo perfil A-A' que el caso anterior, mientras la Figura 4.21 corresponde a una vista en planta. Zonas de alta concentración se definen de color rojo y las zonas de concentración nula se definen de color azul. El término de la prueba se define para un tiempo de 25 días desde el momento en que es inyectado el trazador conservativo.

Se destaca lo siguiente:

1. En el perfil A-A' se observa que la concentración en el pozo de bombeo es muy baja. Sin embargo, la mayor parte de la masa de soluto se encuentra en las porciones del anillo más próximas al pozo de bombeo.
2. En ambas imágenes se aprecia que el área con concentración nula en torno al pozo de inyección ha aumentado, incluso se extiende hasta el pozo de bombeo.
3. A mayor dispersividad, el ancho del anillo es mayor y el trazador se extiende sobre una mayor superficie. Incluso, en dirección opuesta al pozo de bombeo, es posible encontrar niveles bajos de concentración de trazador a una distancia equivalente al doble de la distancia definida por el transporte advectivo.
4. La masa de trazador recuperado se encuentra entre 45% y 50% aproximadamente. Para valores de ϵ iguales a 0.005 y 0.2 se recupera 49.6% y 47.9% de la masa de trazador inyectado respectivamente. Luego, para recuperar la totalidad de la masa de trazador inyectado, se requiere extender la prueba por más tiempo o aumentar el caudal de extracción.

Figura 4.20 Validación Aproximación Analítica - Prueba Dos Pozos
Distribución Espacial de Concentración – Término de la prueba – Vista en corte

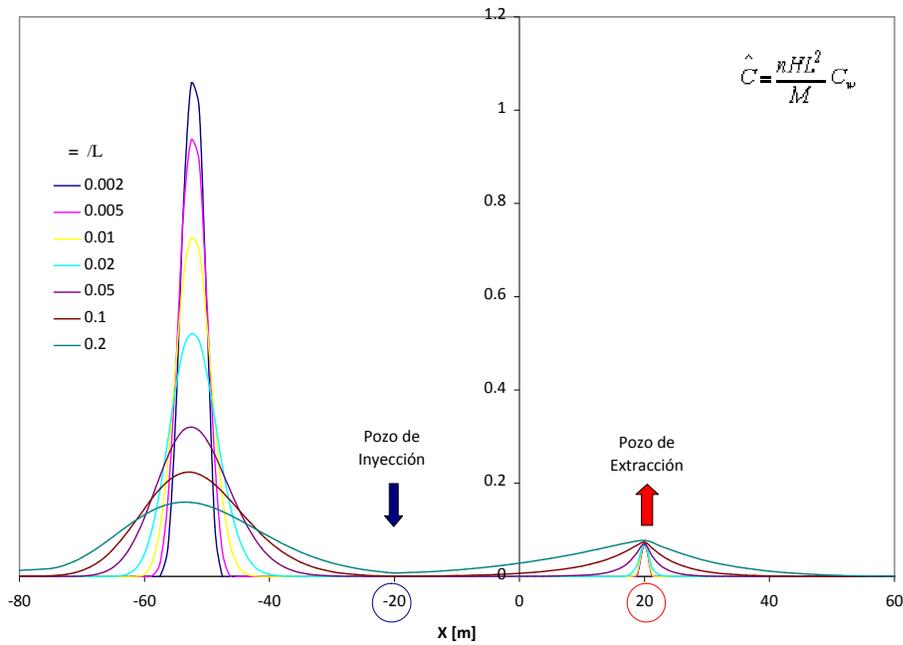
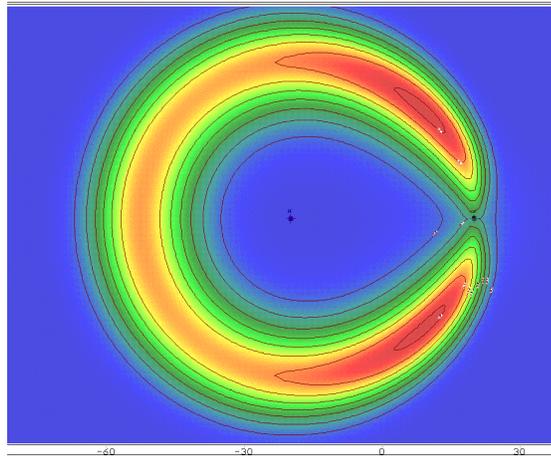


Figura 4.21 Validación Aproximación Analítica - Prueba Dos Pozos
Distribución Espacial de Concentración – Término de la prueba – Vista en Planta

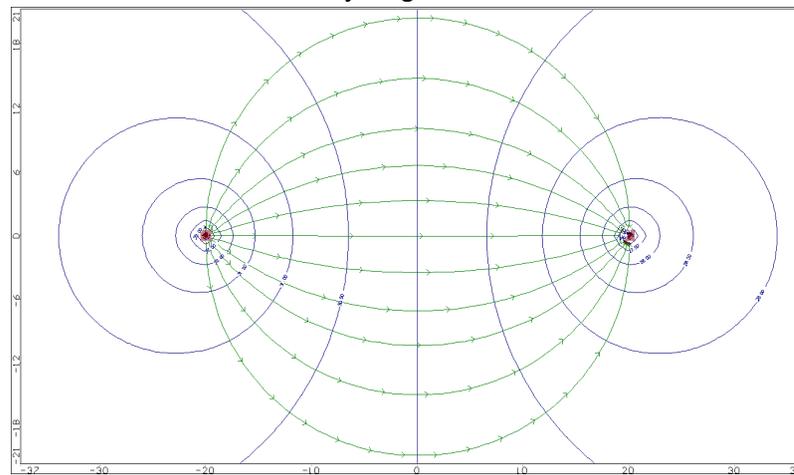


4.2.2.2.4. Tiempo necesario para establecer régimen de flujo permanente

En el análisis desarrollado hasta el momento, el tiempo total de la prueba se ha definido como el intervalo de tiempo entre la inyección instantánea de trazador y el término de la prueba. El término de la prueba se ha establecido para un tiempo adimensional $t_{adim}=3.14$, asociado a una recuperación aproximada del 50% de la masa de trazador. Sin embargo, previo a la inyección se debe generar una condición de flujo estacionario. El tiempo requerido para satisfacer dicha condición, se define mediante el rastreo de partículas en sentido inverso desde el pozo de extracción hacia el pozo de inyección. Se utiliza el módulo MODPATH disponible en Visual Modflow 4.2.

Considerando las propiedades del acuífero confinado (Tabla 4.3) y los parámetros definidos en el diseño de la prueba, se definen 11 partículas en torno al pozo de bombeo las cuales definen las líneas de flujo. Los marcadores que indican el sentido del flujo, indican el desplazamiento cada dos días. En la Figura 4.22 se observa que la línea de flujo definida por la horizontal (eje x) es la que toma menor cantidad de tiempo en llegar (8 días), mientras que las partículas ubicadas en las coordenadas Norte y Sur (eje vertical) del pozo de bombeo tardan 26 días en su recorrido. Se recomienda utilizar el tiempo empleado por estas últimas partículas para generar la condición de régimen permanente. En este caso en particular, el tiempo necesario para definir una condición de flujo permanente es similar al tiempo de diseño de la prueba (25 días). Esta situación no es necesariamente extensible a otros casos.

**Figura 4.22 Validación Aproximación Analítica - Prueba Dos Pozos
Líneas de Flujo Régimen Permanente**



4.2.2.2.5. Análisis de Resultados

A partir de los resultados obtenidos en la simulación de la técnica de terreno basada en dos pozos con inyección instantánea de trazador en un acuífero idealizado, se destaca lo siguiente:

1. Con el objetivo de simular numéricamente todo el espectro de relaciones entre dispersividad y escala de observación, se requiere construir un modelo caracterizado por un tamaño de grilla pequeño. De esta forma es posible alcanzar las concentraciones máximas asociadas a problemas dominados por advección. Por ejemplo, para una relación entre dispersividad y escala de observación $\epsilon=0.005$, se requiere un tamaño de grilla que cumpla la condición $L/\Delta \geq 40$, donde L es la separación entre pozos y Δ es la separación de la grilla en el dominio de transporte.
2. Asumiendo un tamaño de grilla apropiado, soluciones numéricas son similares a la aproximación analítica sólo en problemas dominados por advección ($\epsilon/L < 0.02$).
3. Cuando la dispersión toma mayor relevancia ($\epsilon/L \geq 0.02$), la aproximación analítica deja de ajustarse a los resultados numéricos. Se observa que las soluciones numéricas entregan valores máximos por sobre los valores analíticos. Adicionalmente, valores máximos obtenidos en el modelo de

simulación, se manifiestan anticipadamente en comparación a los máximos obtenidos mediante la aproximación analítica.

4. Las concentraciones máximas registradas en el pozo de bombeo disminuyen significativamente al aumentar el efecto dispersivo. Por consiguiente, la concentración de inyección (o masa de trazador) en el pozo de recarga debe ser perceptible en el instrumento de medición utilizado en el pozo de bombeo.
5. El tiempo necesario para recuperar un alto porcentaje de la masa inyectada es superior al tiempo requerido para obtener información relevante para estimar el valor de la dispersividad. Si el tiempo de duración de la prueba viene dado por un tiempo adimensional $t_{adim}=3.14$, se asegura el registro de la curva ascendente de concentración, el valor máximo de concentración y gran parte del tramo de la curva descendente, pero sólo se ha recuperado la mitad de la masa de trazador. Extender el tiempo de duración de la prueba no es útil para determinar el valor de la dispersividad, sin embargo, permite recuperar un mayor porcentaje de la masa de trazador. Como alternativa, se sugiere aumentar el caudal de extracción.
6. Antes de inyectar el trazador se debe alcanzar una condición de flujo permanente. Se recomienda recircular agua desde el pozo de extracción hacia el pozo de inyección, no obstante, una vez iniciada la prueba, la fuente de agua debe ser independiente (sin recirculación).

4.2.3. Simulación Acuífero Libre y Homogéneo

A continuación se extiende la implementación de las técnicas de terreno para el caso de acuífero libre. La definición de los parámetros hidrogeológicos se basa en la información de un acuífero real proporcionada por Leblanc et al. (1991) quienes realizaron una prueba con trazadores bajo condiciones de gradiente natural (flujo uniforme) en un acuífero de arena y grava en Massachusetts, EE.UU., experimento denominado Cape Cod. Esta prueba fue diseñada para estudiar el transporte de solutos no reactivos y reactivos en tres dimensiones. Sin embargo, el presente trabajo se restringe a una modelación bidimensional, asumiendo que la dispersión en dirección vertical es despreciable.

**Tabla 4.9 Efecto de la Velocidad del Flujo
Parámetros Acuífero Libre**

PARÁMETROS	SÍMBOLO	UNIDAD	ACUÍFERO REAL	MODELO DE SIMULACIÓN
Conductividad Hidráulica	K	[m/d]	110	100
Porosidad	n	[-]	0.39	0.4
Gradiente Hidráulico Natural	i	%	0.15	Variado
Velocidad del flujo	v	[m/d]	0.42	Variado
Espesor Saturado del Acuífero	b	[m]	60	10
Capacidad específica	S_y	[-]	s.i.	0.2
Almacenamiento Específico	S_s	[1/m]	s.i.	0.0005

Para modelar el transporte de solutos en un acuífero libre es necesario definir algunos criterios relevantes:

- i. El acuífero real presenta un gradiente natural de 0.15%, luego la velocidad de flujo uniforme es igual a 0.42 [m/d]. La condición anterior motiva a realizar un análisis sobre el efecto de la velocidad del flujo natural de agua subterránea en la distribución temporal de concentración en ambas técnicas de terreno. Distintas velocidades de flujo son generadas mediante condiciones de borde que definen un nivel constante de agua en los extremos izquierdo y derecho del acuífero. Los gradientes hidráulicos que definen a cada velocidad se define en la Tabla 4.10.

**Tabla 4.10 Efecto de la Velocidad del Flujo
Definición de Velocidades y Gradiente Natural**

Velocidad natural del Flujo	v [m/día]	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	2.0
Gradiente Natural	i %	0.08	0.16	0.24	0.32	0.40	0.80

- ii. Acuíferos libres tienen una profundidad que puede alcanzar decenas de metros, sin embargo, pruebas de trazadores con gradiente forzado implementados en acuíferos libres no requieren que el pozo atraviese completamente el acuífero. Luego, el valor del espesor saturado del acuífero corresponde a la profundidad máxima del pozo medido desde el nivel freático. El valor del espesor saturado en $x=0$ (centro del modelo) es $b=10$ [m] y el nivel de la superficie de terreno se encuentra a 5[m] sobre el nivel freático.
- iii. El documento original presentado por Leblanc et al. (1991), no entrega información sobre el coeficiente de almacenamiento, luego se adoptan valores característicos de acuíferos de arena y grava ($S_S \approx 0$; $S_Y = 0.2$).

Las dimensiones de los modelos de flujo y de transporte son los definidos para el caso de acuífero confinado homogéneo. A continuación se presentan los resultados de ambas técnicas de terreno: prueba de pozo individual (tipo *Push Pull*) y prueba de dos pozos (*Two Well Tracer Test*).

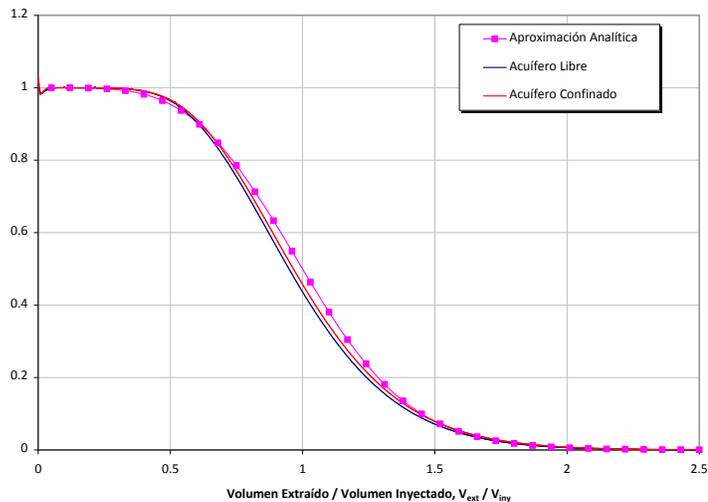
4.2.3.1. Prueba de Tipo Push Pull

El efecto de la velocidad en pruebas de pozo individual es analizado en una prueba diseñada para un radio máximo de frente de trazador (escala de observación) $R_{max}=8$ [m] y una relación entre dispersividad y escala de observación $\alpha=0.02$, luego la dispersividad longitudinal es $\alpha_L=0.16$ [m]. El espesor saturado en el pozo de bombeo es de 10[m] y el nivel de la superficie se encuentra a 5[m] sobre el nivel freático. El acuífero se caracteriza por un espesor efectivo (producto entre porosidad y espesor saturado) de 4[m], luego para mantener el caudal por espesor efectivo definido en el diseño de un acuífero confinado igual a 60 [m³/día/m], el caudal de operación del pozo en este caso es igual a 240 [m³/día].

Antes de analizar el efecto de la velocidad del flujo de agua subterránea en el transporte de trazador conservativo, se ha comprobado que el resultado asociado a un acuífero libre homogéneo con nivel freático horizontal (sin flujo natural) se aproxima satisfactoriamente al caso de acuífero confinado homogéneo (Figura 4.23). Por consiguiente, la aproximación analítica derivada para acuíferos confinados puede ser utilizada en acuíferos libres cuando la velocidad de flujo es prácticamente

nula. En la práctica, esta situación puede ser aplicada en pruebas diseñadas a pequeña escala de observación, del orden de centímetros, donde un pequeño volumen de trazador es inyectado al interior del acuífero. En tales condiciones se utilizan pozos de diámetro y profundidad pequeña, y el tiempo de duración se extiende sólo algunas horas.

Figura 4.23 Efecto de la velocidad del Flujo
Prueba de Pozo Individual - Comparación Acuífero Libre y Acuífero Confinado (i=0%)



Sin embargo, el efecto de la velocidad en pruebas de pozo individual implementadas a escalas de observación intermedias (del orden de metros) puede ser relevante. En la Figura 4.24 se observa la distorsión ocasionada por la presencia del flujo natural en la distribución temporal de concentración registrada en el pozo de bombeo durante la fase de extracción.

Primero, se produce un descenso anticipado de concentración, lo cual puede interpretarse erróneamente como un aumento del efecto dispersivo. Segundo, el punto de inflexión, que teóricamente se ubica a una concentración relativa $C/C_0=0.5$, se desplaza hacia un valor más alto de concentración relativa. Esto se traduce en una mayor extensión de la curva de concentración asociada a la recuperación de trazador transportado aguas abajo de la dirección de flujo. La distorsión causada por el efecto de la velocidad, puede inducir a un error en la estimación del valor de la dispersividad, forzando un ajuste al inicio o al fin de la curva de concentración. Por último, se concluye que pruebas de pozo individual no pueden ser implementadas a escalas intermedias cuando la velocidad del flujo de aguas subterráneas es relevante (del orden de decímetros por día). La Figura 4.25 presenta la distribución espacial de concentración para los distintos valores de velocidad. Claramente, la simetría respecto al pozo se pierde a medida que la velocidad natural del flujo aumenta.

La velocidad de flujo natural puede ser estimada a partir de una versión modificada de pruebas de pozo individual con fases de inyección/extracción (Leap y Kaplan, 1988. Hall et al., 1991). La metodología se presenta en el ANEXO B, donde se entrega información adicional sobre pruebas con

trazadores a escala de terreno. A continuación se realiza el análisis para el caso de pruebas de dos pozos, uno de inyección y otro de extracción, que operan con el mismo caudal.

Figura 4.24 Efecto de la Velocidad del Flujo
Prueba de Pozo Individual – Distribución Temporal de Concentración

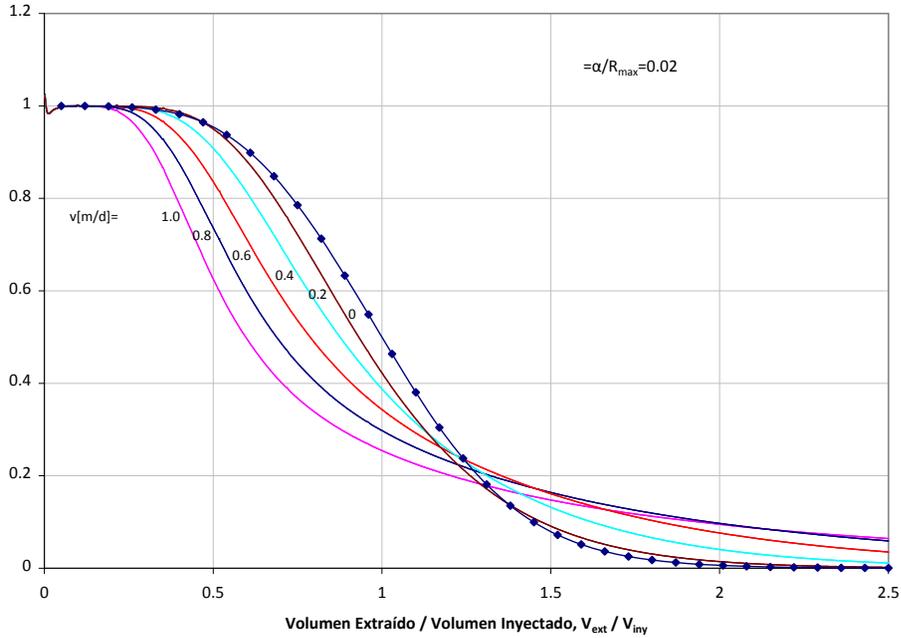
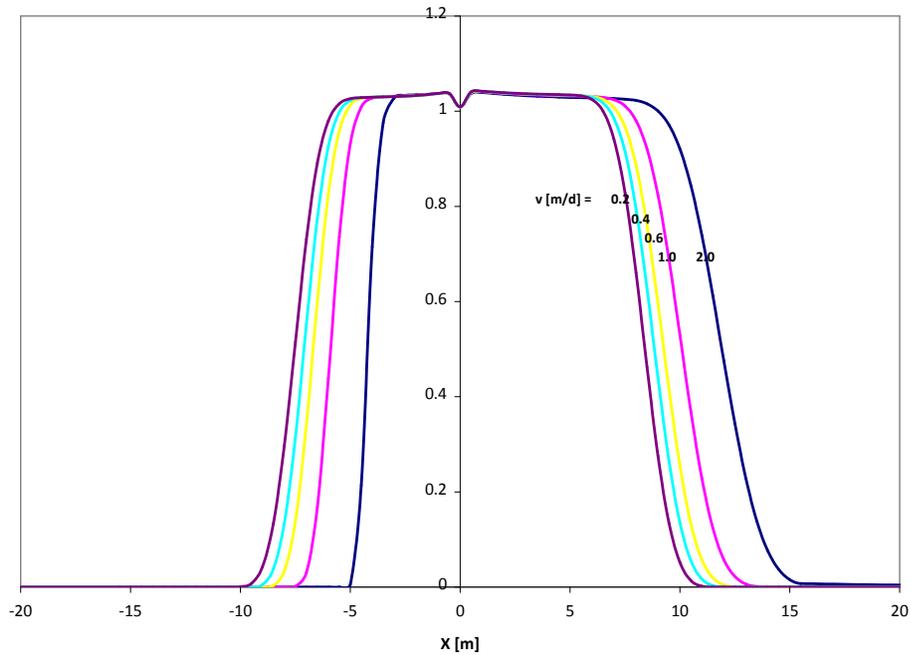


Figura 4.25 Efecto de la Velocidad de Flujo
Prueba de Pozo Individual- Distribución Espacial de Concentración Fin fase Inyección



4.2.3.2. Prueba de Dos Pozos

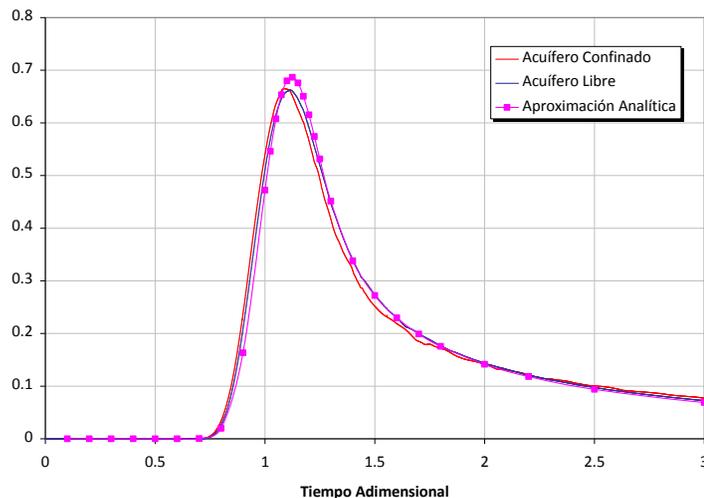
El efecto de la velocidad en pruebas de dos pozos es analizado en una prueba diseñada para una distancia entre pozos (escala de observación) $L=40[m]$ y la dispersividad longitudinal es $\alpha = 0.8[m]$, luego la relación entre dispersividad y escala de observación es $\alpha / L = 0.02$. El espesor saturado en el punto medio entre ambos pozos es igual a $10[m]$ y el nivel de la superficie se encuentra a $5[m]$ sobre el nivel freático. Los niveles de agua iniciales en cada pozo se presentan en la Tabla 4.11. El acuífero se caracteriza por un espesor efectivo (producto entre porosidad y espesor saturado) de $4[m]$, luego para mantener el caudal por espesor efectivo igual a $200[m^3/día/m]$ definido en la prueba de acuífero confinado, el caudal de operación en ambos pozos es igual a $800[m^3/día]$.

Tabla 4.11 Efecto de la Velocidad del Flujo
Prueba Dos Pozos - Nivel Inicial de Agua Subterránea

Velocidad	Gradiente	Nivel de agua Pozo Inyección	Nivel de agua Pozo Extracción
v [m/día]	$i\%$	H_1 [m]	H_2 [m]
0.2	0.08	10.02	9.98
0.4	0.16	10.03	9.97
0.6	0.24	10.05	9.95
0.8	0.32	10.06	9.94
1.0	0.4	10.08	9.92
2.0	0.8	10.16	9.84

En primer lugar, se realiza una comparación entre la solución numérica obtenida para el caso caracterizado por ausencia de un flujo natural de agua subterránea en un acuífero libre y acuífero confinado. Se observa una leve diferencia entre ambas soluciones numéricas, donde la solución asociado a un acuífero libre se ubica por sobre la solución derivada para un acuífero confinado. Sin embargo, ambas muestran un comportamiento similar a la aproximación analítica en ausencia de flujo natural.

Figura 4.26 Efecto de la velocidad del flujo
Prueba Dos Pozos - Comparación Acuífero Libre y Acuífero Confinado - $\epsilon=0.005$



El efecto de la velocidad se manifiesta en un arribo anticipado del valor máximo de concentración y en un aumento significativo de su valor en comparación con el caso base definido por un medio sin flujo natural (nivel freático horizontal). A continuación se presenta el efecto de la velocidad para una relación de dispersividad y separación entre pozos $\alpha=0.005$ y $\alpha=0.02$. La curva con símbolos corresponde a la solución aproximada para el caso sin flujo natural.

Figura 4.27 Efecto de la velocidad del Flujo
Prueba Dos Pozos –Distribución Temporal de Concentración ($\epsilon=0.005$)

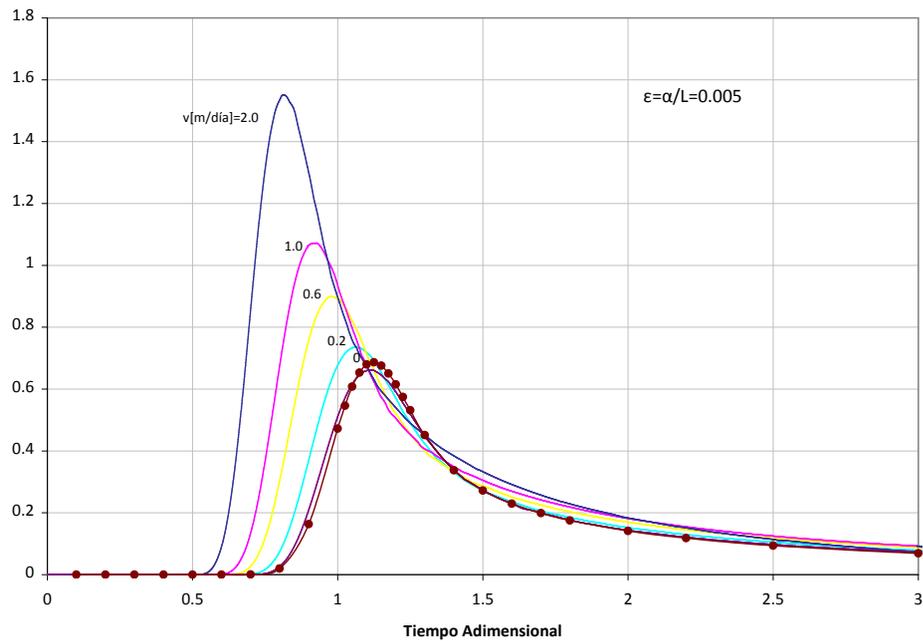
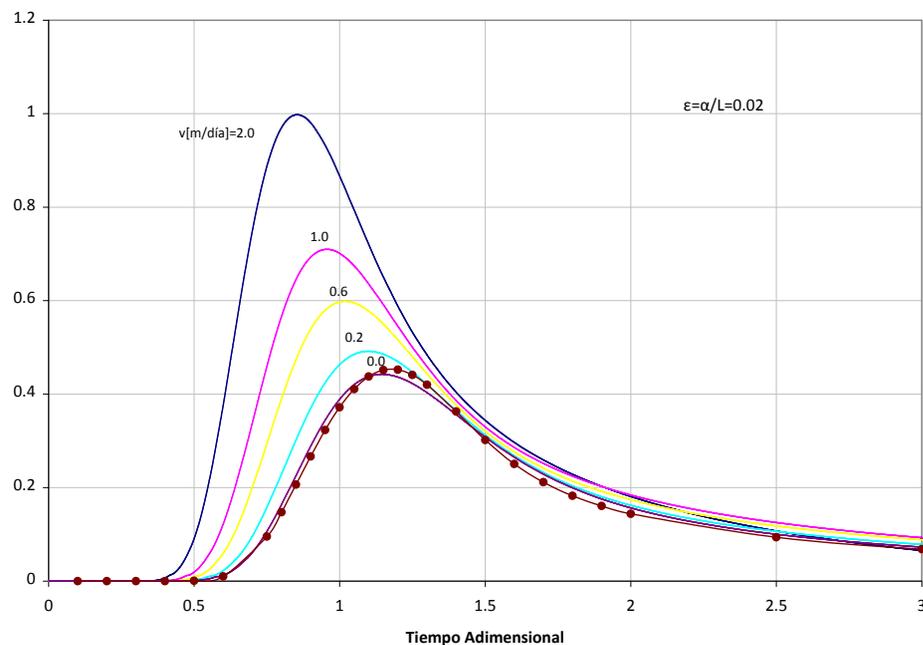
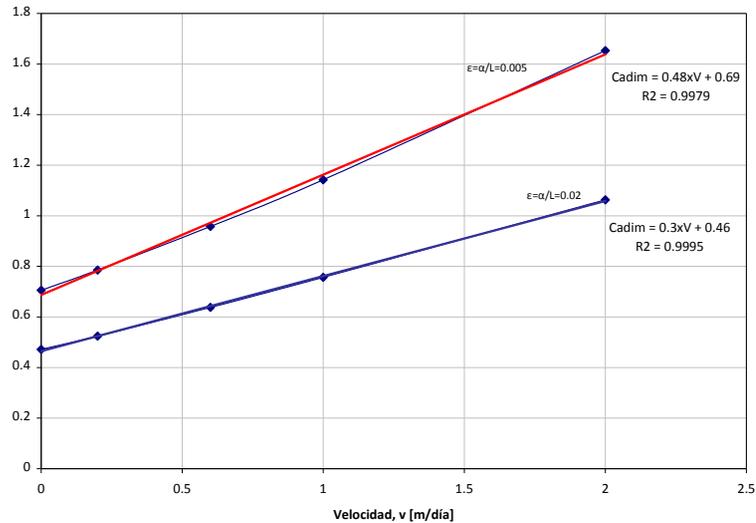


Figura 4.28 Efecto de la velocidad del Flujo
Prueba Dos Pozos –Distribución Temporal de Concentración ($\epsilon=0.02$)



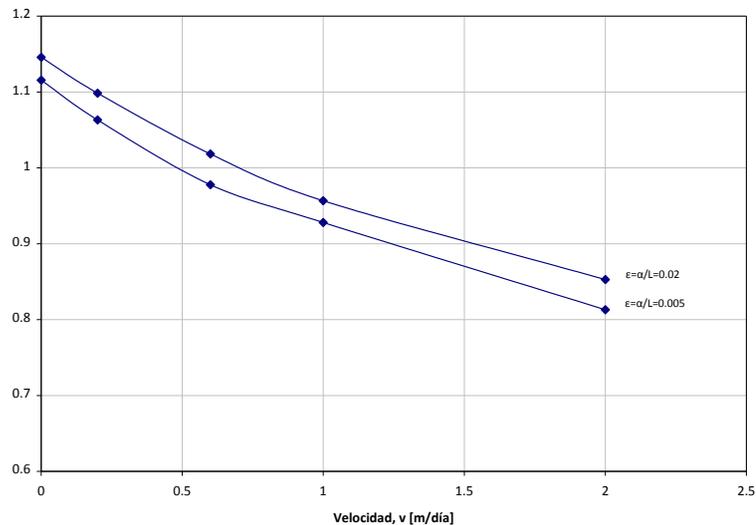
En ambos casos se observa un aumento de la concentración máxima en función de la velocidad del flujo natural de agua. De acuerdo a la Figura 4.29, la pendiente aumenta a medida que la relación entre dispersividad y escala de observación disminuye.

Figura 4.29 Efecto de la velocidad del Flujo
Prueba con Dos Pozos - Concentración Adimensional Máxima vs. Velocidad de Flujo Natural



El tiempo asociado a la concentración máxima disminuye prácticamente a la misma tasa independiente de la relación entre dispersividad y escala de observación. Lo anterior se deriva de la Figura 4.30.

Figura 4.30 Efecto de la velocidad del Flujo
Prueba con Dos Pozos -Tiempo Adimensional Concentración Máx. vs. Velocidad de Flujo Natural



La implementación de pruebas con dos pozos en un acuífero libre requiere definir previamente la magnitud de la velocidad de flujo natural (flujo uniforme). Si la velocidad de flujo es relativamente alta para una escala de observación determinada, puede ser conveniente realizar pruebas bajo

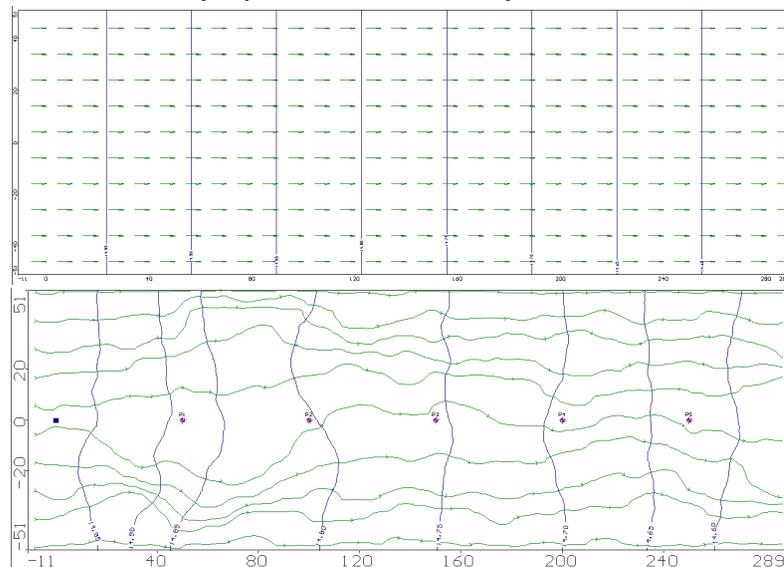
condiciones de gradiente natural. Para estimar la magnitud de la velocidad de flujo natural se requiere determinar el gradiente hidráulico natural, porosidad y conductividad hidráulica del medio. A continuación se estudia el efecto de la heterogeneidad del medio en pruebas de flujo no uniforme en un acuífero libre.

4.2.4. Simulación Acuífero Libre y Heterogéneo

Teóricamente la elaboración de un modelo de flujo debería conocer en detalle la distribución espacial y temporal de parámetros hidrogeológicos y de esta forma representar fielmente la distribución de velocidad. Sin embargo, conocer en detalle la estructura del acuífero es prácticamente imposible. Una primera aproximación es abordar el transporte de contaminantes en un acuífero homogéneo e isotrópico. Este enfoque ha sido utilizado en las simulaciones anteriores, donde el valor del parámetro que interpreta el efecto de variaciones de velocidad macroscópicas es varios órdenes de magnitud superior al coeficiente de difusión efectiva, motivo por el cual este último parámetro no es considerado.

La distribución de velocidades en un medio heterogéneo presenta variaciones en comparación a un medio homogéneo. A modo de ejemplo, se presenta el caso flujo condicionado por la presencia de un gradiente hidráulico natural. Asumiendo un medio homogéneo e isotrópico, se obtiene un sistema de flujo uniforme donde la velocidad es unidireccional y su magnitud es constante. En cambio, un sistema heterogéneo produce una distribución de velocidades claramente no uniforme, donde el flujo tiende a zonas preferenciales o de mayor conductividad hidráulica. Ambas situaciones se identifican en la Figura 4.31, la imagen (a) muestra un sistema de flujo uniforme resultante de un medio homogéneo, mientras que la imagen (b) muestra las equipotenciales y líneas de flujo propios de un sistema de flujo en un acuífero heterogéneo.

**Figura 4.31 Efecto de la Heterogeneidad
Ejemplo en un sistema de flujo natural**



En esta sección, se presentan los resultados de simulaciones numéricas implementadas en acuíferos sintéticos bidimensionales caracterizados por una detallada descripción de la distribución espacial de la conductividad hidráulica. Los parámetros hidrogeológicos (conductividad hidráulica promedio, porosidad, coeficiente de almacenamiento) son los mismos que definen el acuífero libre homogéneo (Tabla 4.9). Sin embargo, con el objetivo de obtener resultados que dependen exclusivamente de la heterogeneidad del medio, el modelo de simulación no considera el efecto de la velocidad de flujo, es decir, se asume un nivel de agua horizontal.

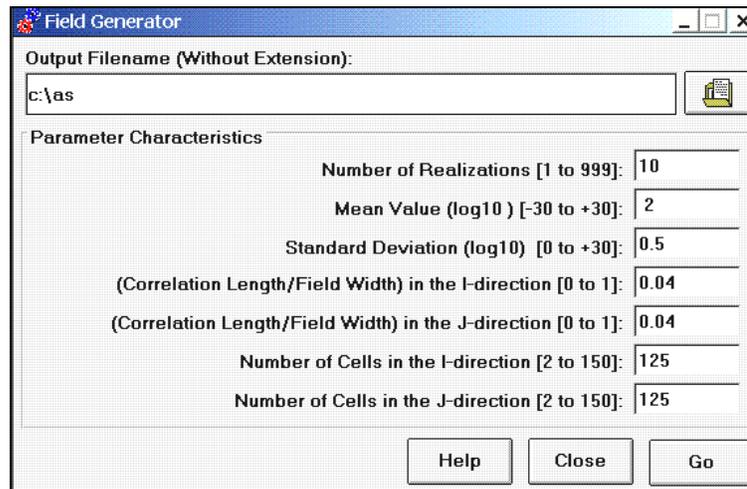
- **Generación de Acuíferos Sintéticos.**

Modelos geostatísticos asumen una distribución logarítmica normal de conductividad hidráulica, K . Al definir la variable aleatoria, $Y_i = \log_{10}(K_i)$, se puede obtener estadísticos como el promedio, μ_Y , y la varianza, σ_Y^2 . Esta última define el grado de dispersión o variabilidad que posee una formación acuífera. Adicionalmente, se define la correlación de escala, ρ_j , que define zonas de similar propiedad espacial en una dirección determinada. Los valores adoptados para generar acuíferos sintéticos se basan en el trabajo de Hess et al (1992), quienes realizaron un análisis geoestadístico de conductividad hidráulica en la zona de estudio del experimento Cape Cod. En base a 1500 mediciones de terreno, definen un valor promedio de conductividad hidráulica del orden de 100[m/d], luego se define el valor promedio $\mu_Y = 2.0$, la varianza estimada es igual a $\sigma_Y^2 = 0.2$ y la correlación de escala, ρ_j , se define en un rango entre 2.9 y 8 [m]. El valor adoptado para la generación de los acuíferos es un valor intermedio igual a $\rho_j = 5$ [m].

Acuíferos sintéticos sólo representan un nivel de heterogeneidad definido por el tamaño de la celda y dimensiones del dominio de transporte, mientras que la conductividad hidráulica al interior de cada celda es representada por un valor uniforme. Considerando una matriz de 125x125 celdas y un valor constante de dispersividad longitudinal asociado a la escala definida por el tamaño de la celda, se pretende estimar el efecto dispersivo producido por la variabilidad de conductividad hidráulica al interior del dominio de transporte. Para mayor información sobre teorías estocásticas de transporte, se sugiere consultar la tesis de Maulén (2004), quien en sus anexos presenta distintos métodos para determinar conductividad hidráulica en terreno y expone aspectos fundamentales sobre la caracterización geoestadística de sistemas acuíferos.

El modelo de transporte construido para simular pruebas de pozo individual (*Push Pull Tracer Test*) se caracteriza por un tamaño de grilla $\Delta = 0.4$ [m] y un dominio de transporte de 50×50 m², mientras que el modelo de simulación de transporte definido para prueba de dos pozos (*Two Well Tracer Test*) se define por un tamaño de grilla $\Delta = 1.0$ [m] y un dominio de transporte igual a 150×150 [m²]. Para cada técnica de terreno se generan diez acuíferos heterogéneos en el módulo Field Generator del programa Aquifer Simulation Model 6.0. La Figura 4.32 muestra la aplicación que permite ingresar los parámetros de entrada para generar los acuíferos sintéticos.

Figura 4.32 Efecto de la Heterogeneidad
Generación de Acuíferos Sintéticos –Parámetros de Entrada ASMWin Generator



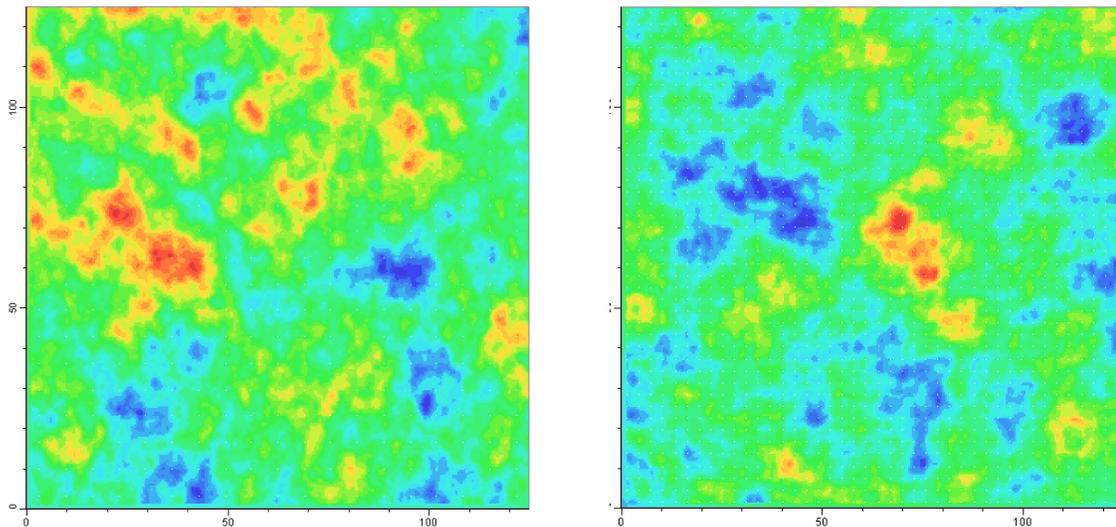
Los valores adoptados para la generación de acuíferos sintéticos dependen de la técnica de terreno, ya que las dimensiones de las celdas y del dominio de transporte son diferentes. La Tabla 4.12 presenta los parámetros de entrada del programa ASMWin Generator.

Tabla 4.12 Efecto de la Heterogeneidad
Generación de Acuíferos Sintéticos – Valores de Entrada para cada técnica de Terreno

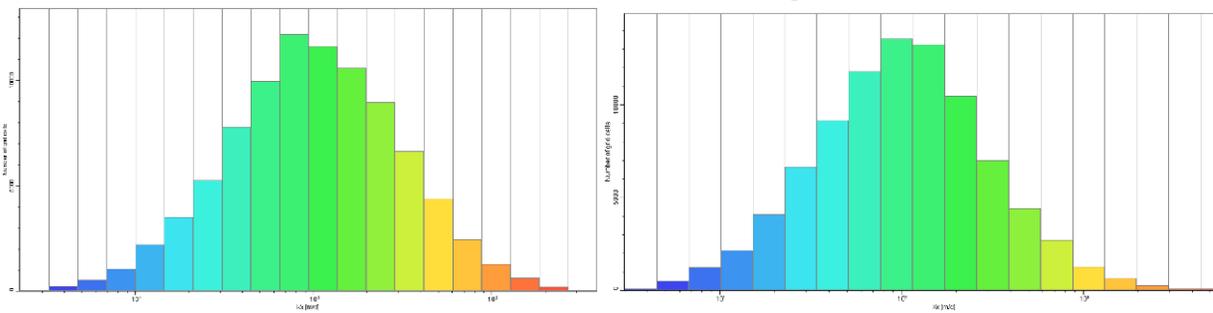
PARÁMETRO	PRUEBA DE POZO INDIVIDUAL (PUSH PULL TRACER TEST)	PRUEBA DE DOS POZOS (TWO WELL TRACER TEST)
Número de realizaciones (1 a 999)	10	10
Valor Medio Conductividad Hidráulica (log ₁₀) (-30 a 30)	2	2
Desviación Estándar Conductividad Hidráulica (log ₁₀) (0 a 30)	0.5	0.5
Escala de Correlación / Largo del dominio de transporte (0 a 1)	0.1	0.04
Escala de Correlación / Ancho del dominio de transporte (0 a 1)	0.1	0.04
Número de Celdas en la dirección longitudinal (2 a150)	125	125
Número de Celdas en la dirección transversal (2 a150)	125	125

Un par de ejemplos de acuíferos sintéticos se presenta en la Figura 4.33, donde los valores asociados a las celdas de una matriz de 125x125 elementos fueron interpolados mediante el método de Kriging para generar una apariencia más real. La Figura 4.34 muestra el histograma de la distribución logarítmica normal de la conductividad hidráulica de ambos acuíferos sintéticos, caracterizados por una media $\mu_Y=2.0$, varianza $\sigma_Y^2=0.25$ y correlación de escala, $\lambda_j=5[m]$. El color azul y rojo representa zonas de baja y alta conductividad respectivamente. Se aprecia que ambos acuíferos son distintos, sin embargo, estadísticamente son equivalentes.

**Figura 4.33 Efecto de la Heterogeneidad
Generación Acuíferos Sintéticos – Ejemplos**

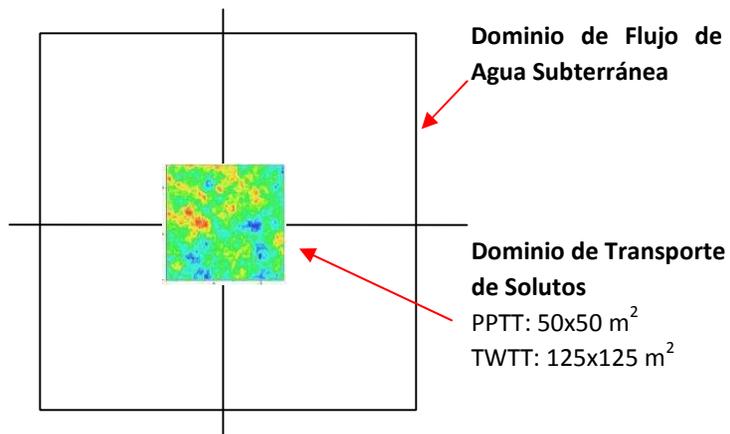


**Figura 4.34 Efecto de la Heterogeneidad
Generación Acuíferos Sintéticos – Histogramas**



La generación de acuíferos sintéticos heterogéneos determinan la distribución de conductividad hidráulica al interior del dominio de transporte, sin embargo, el valor en la zona exterior se define por una conductividad hidráulica uniforme igual al valor promedio, $K=100[m/día]$, tal como muestra la Figura 4.35.

**Figura 4.35 Efecto de la Heterogeneidad
Dominio de Simulación**



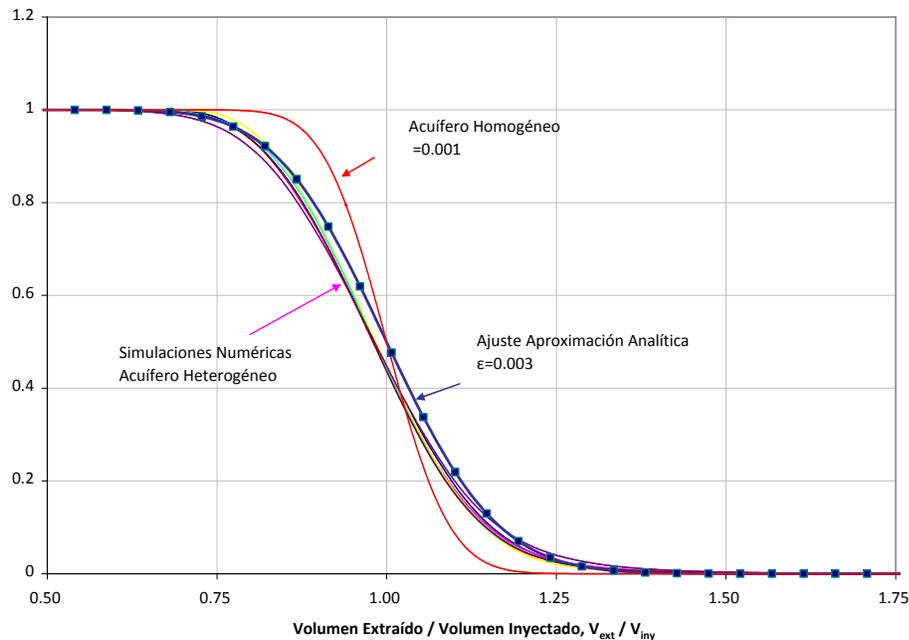
A continuación se presentan los resultados para los casos de prueba de pozo individual y prueba de dos pozos.

4.2.4.1. Prueba de Tipo Push Pull

La prueba consiste en la inyección de un volumen de trazador conservativo al interior de un pozo ubicado en un acuífero libre. El espesor saturado es $b=10$ [m] y el diseño de la prueba considera un tiempo de inyección igual a 3.35 [días] y un caudal de recarga $Q=240$ [m³/día], lo que genera una escala de observación (radio máximo de frente de soluto) $R_{max}=8.0$ [m]. Una vez finalizada la fase de inyección, se da inicio a una fase de extracción a la misma tasa con la cual se realizó la recarga. El tiempo de bombeo se extiende hasta los 11.73 [días] desde iniciada la prueba. La dispersividad obtenida a escala microscópica (pruebas en columnas de laboratorio) es igual a $\alpha =$ [mm] y la dispersividad transversal se asume nula. La concentración de la solución de trazador es $C_0=200$ [mg/l] y el volumen inyectado es $V_{iny}=200$ [m³], lo que se traduce en una masa de trazador $M=40$ [kg].

Para identificar el efecto de la variabilidad de la conductividad hidráulica, se realiza un análisis en términos adimensionales. Se define la concentración relativa como la concentración registrada en el pozo durante la fase de bombeo sobre la concentración de trazador constante utilizada durante la fase de inyección, C/C_0 . El tiempo adimensional se basa en la relación entre volumen extraído y volumen total inyectado, V_{ext}/V_{iny} . Finalmente, se define la relación entre dispersividad y escala de observación α/R_{max} que en este caso es igual a 0.001.

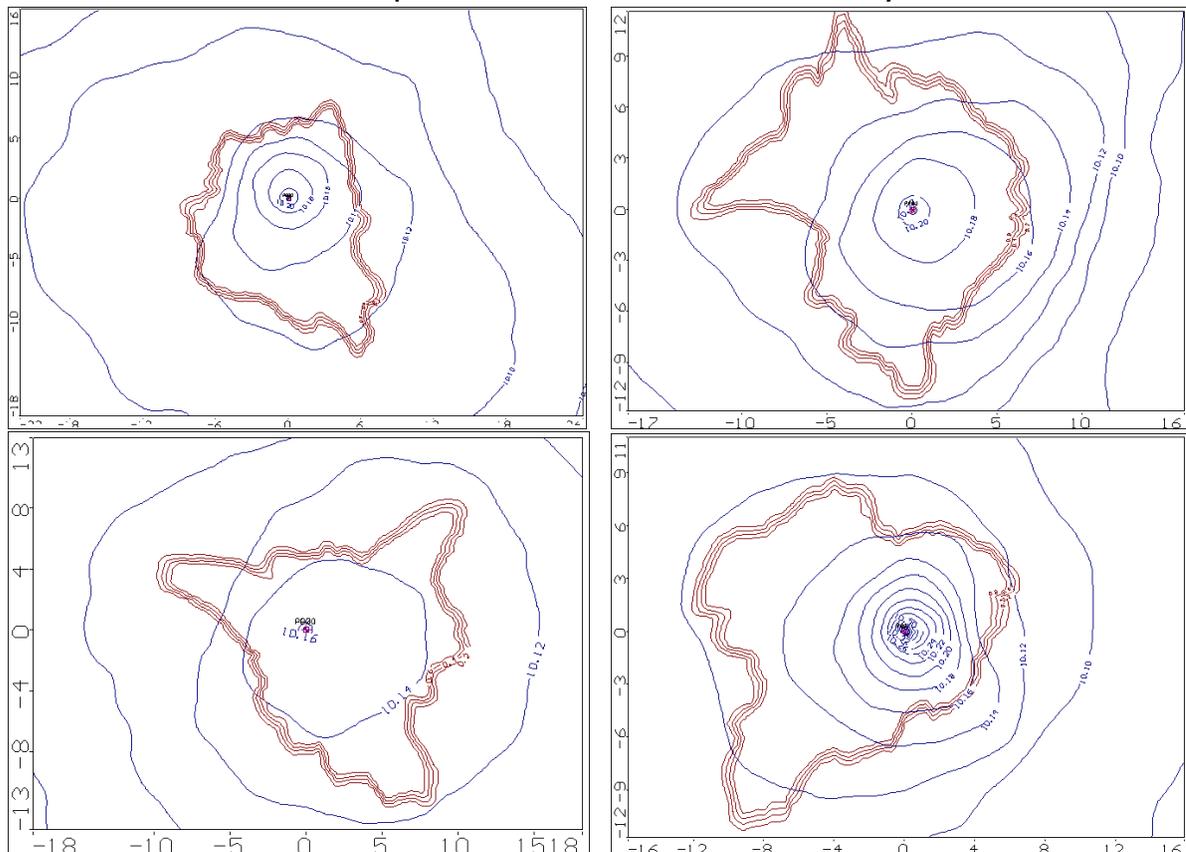
Figura 4.36 Efecto de la Heterogeneidad
Prueba de Pozo Individual - Distribución Temporal de Concentración Adimensional



De acuerdo a la Figura 4.36, el efecto de la heterogeneidad se traduce en un aumento del transporte dispersivo. Para el caso heterogéneo se observa curvas de concentración caracterizadas por una pendiente menor en comparación al resultado obtenido en un medio homogéneo (de color rojo). La relación entre dispersividad y escala de observación que mejor ajusta la aproximación analítica con los resultados obtenidos en acuíferos heterogéneos es $\sigma/R_{max}=0.003$ lo que se traduce en una dispersividad longitudinal $\alpha=0.024[m]$ (tres veces superior al valor asignado inicialmente). Este aumento de la dispersividad se explica por las variaciones de velocidad generadas por la heterogeneidad de la conductividad hidráulica.

Otro aspecto importante viene dado por la similitud de los resultados obtenidos en los distintos acuíferos heterogéneos, es decir, acuíferos estadísticamente equivalentes entregan soluciones prácticamente iguales. No obstante, existen diferencias importantes en la forma como se extiende el trazador al interior de cada acuífero heterogéneo. La Figura 4.37 muestra la distribución espacial de concentración al finalizar la fase de inyección en cuatro acuíferos sintéticos. Al interior de la pluma la concentración relativa es igual a la unidad, mientras que en la zona exterior es nula. Las líneas de color rojo indican la zona de mezcla producida por el efecto dispersivo. Se aprecia diferencias en la geometría de la pluma de trazador, sin embargo, los resultados obtenidos en pruebas de tipo *Push Pull* no entrega diferencias entre acuíferos.

Figura 4.37 Efecto de la Heterogeneidad - Prueba de Pozo Individual
Distribución espacial de concentración – Término fase de inyección



La similitud de los resultados en los distintos escenarios puede ser explicado por los siguientes factores:

- Pruebas de pozo individual de tipo *Push Pull* se caracterizan por una inyección de trazador de tipo continua (*step input*) durante la fase de inyección. Luego, este tipo de inyección influye directamente en la ausencia de rasgos de heterogeneidad en los resultados. En otras palabras, pruebas con trazadores inyección de trazador de tipo continua, son análogas a pruebas de bombeo implementadas para determinar parámetros hidrogeológicos (transmisividad y coeficiente de almacenamiento), donde los resultados son valores que representan un área determinada por el área de influencia del pozo.
- Escala de correlación, λ , del mismo orden que el radio máximo de frente de trazador (escala de observación), R_{max} . En otras palabras, la longitud del acuífero donde la conductividad hidráulica es similar ($\lambda = 5[m]$), es muy parecido al valor definido por el radio máximo de frente de soluto ($R_{max} = 8 [m]$). Esta situación puede variar en acuíferos donde la escala de correlación es menor, y de esta forma el radio máximo de frente de trazador equivale varias escalas de observación.
- Grado de heterogeneidad muy bajo. Al aumentar la varianza de la distribución de la conductividad hidráulica, y por ende la dispersión mecánica, ocasiona mayores variaciones de velocidad. De esta forma podrían observarse diferencias entre los resultados obtenidos en los distintos acuíferos sintéticos estadísticamente equivalentes.
- Al revertir la dirección del flujo durante la fase de bombeo induce una pérdida de información asociada a las heterogeneidades del medio.

Los resultados explican por qué Gelhar et al. (1982) clasifican a la técnica de pozo individual con fases de inyección y extracción (*Push Pull Tracer Tests, PPTT*) de baja confiabilidad. Ellos argumentan que PPTT presentan resultados distintos a los obtenidos en pruebas de flujo unidireccional. Esto se explica por la reversibilidad de los mecanismos que generan transporte dispersivo. Si en la fase de inyección el trazador es transportado radialmente a distintas velocidades debido a la presencia de heterogeneidades de conductividad hidráulica, el movimiento será con el mismo patrón de velocidades una vez que el pozo se encuentre en la fase de bombeo. Este efecto de reversibilidad presente en PPTT, puede subestimar estimaciones de dispersividad comparado con valores obtenidos en pruebas de flujo unidireccional.

A continuación se realiza un análisis similar para la técnica de terreno basado en dos pozos (*Two Well Tracer Test*).

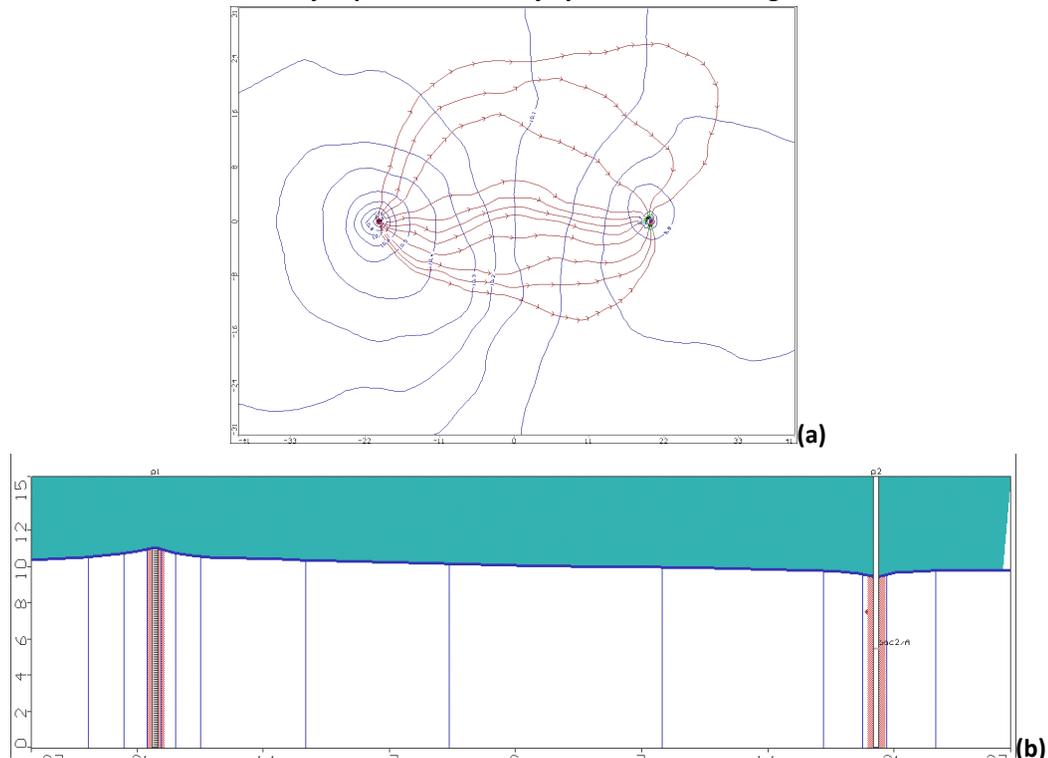
4.2.4.2. Prueba de Dos Pozos

La prueba consiste en la inyección de tipo instantánea (*pulse input*) de un trazador conservativo al interior de un pozo de inyección, mientras opera simultáneamente un pozo de extracción ubicado a una distancia $L=40$ [m]. La operación simultánea de ambos pozos se lleva a cabo antes y después de la inyección de trazador, y la inyección de trazador se produce una vez alcanzado un régimen de flujo estacionario. El caudal de recarga y de bombeo son iguales a $Q=800$ [m³/día] y el nivel inicial de agua subterránea es $H=10$ [m], valor equivalente al espesor saturado del acuífero de características no confinado. La prueba se extiende por un periodo de 25[días] desde la inyección de trazador y el valor de dispersividad ingresado al modelo de simulación es $\alpha=0.08$ [m] y la dispersividad transversal se asume nula. El modelo considera un volumen de solución de trazador, V , como una caja con dimensiones definidas por el producto entre el área de la celda donde se encuentra el pozo, A , y el espesor saturado efectivo del acuífero, definido por el producto entre la porosidad efectiva, n , y el espesor saturado en el pozo de inyección cuando la configuración de flujo generado por ambos pozos es permanente, H^* . Luego, como el valor de concentración de inyección es constante, C_0 , la masa de trazador inyectada, M , depende del valor H^* de cada acuífero sintético.

$$M = C_0 \cdot n \cdot H^* A$$

El valor del área de la celda es igual a 1 [m²], la porosidad es del 40% y la concentración de inyección es $C_0=20,000$ [mg/L], luego la masa de trazador inyectado depende de cada acuífero sintético. La Figura 4.38 muestra un ejemplo de líneas de flujo y nivel de agua en un caso heterogéneo.

Figura 4.38 Efecto de la Heterogeneidad
Prueba Dos Pozos – Ejemplo Líneas de Flujo y Nivel Freático Régimen Permanente



A continuación, la Tabla 4.13 presenta el valor promedio, máximo, mínimo y desviación estándar de los siguientes parámetros:

- Nivel pozo de inyección una vez alcanzado el régimen permanente
- Masa de trazador inyectado
- Tiempo de llegada de trazador al pozo de bombeo (definida cuando la concentración en el pozo de bombeo es 0.01 [mg/L])
- Tiempo de máxima concentración
- Relación entre tiempo de arribo y tiempo asociado a la máxima concentración
- Concentración máxima registrada en el pozo de bombeo

**Tabla 4.13 Efecto de la Heterogeneidad
Prueba Dos Pozos - Resultados Prueba de Dos Pozos**

	Nivel Pozo Inyección H [m]	Masa Inyectada M [kg]	Tiempo Llegada de Trazador T _{arri} [hr]	Tiempo Máxima Concentración T _{máx} [hr]	Tiempo de Llegada / Tiempo Máxima Conc. T _{arr} / T _{máx} [-]	Concentración Máxima C [mg/L]
Promedio	11.29	90.4	167	321	0.53	3.91
Desv. Estand.	0.31	2.50	43	92	0.07	1.57
Mínimo	10.86	86.9	107	172	0.40	2.12
Máximo	11.84	94.7	231	481	0.62	6.23

Una vez alcanzado el régimen permanente, el nivel de agua en el pozo de inyección aumenta en promedio un 13% sobre el nivel base (horizontal), esto genera que la masa inyectada varía en torno a los 90.4[kg] para un volumen de solución de 4.5[m³]. Existe una marcada diferencia entre los resultados de los diez acuíferos sintéticos, aspecto no identificado en pruebas de pozo individual de tipo *Push Pull*. Esto puede ser visualizado en los tiempos de llegada de trazador, tiempo de máxima concentración y concentración máxima. Adicionalmente, la Tabla 4.14 indica los porcentajes de recuperación de la masa de trazador cuando el valor de concentración es máxima y al cabo de 25 días desde inyectado el trazador (tiempo de duración de la prueba).

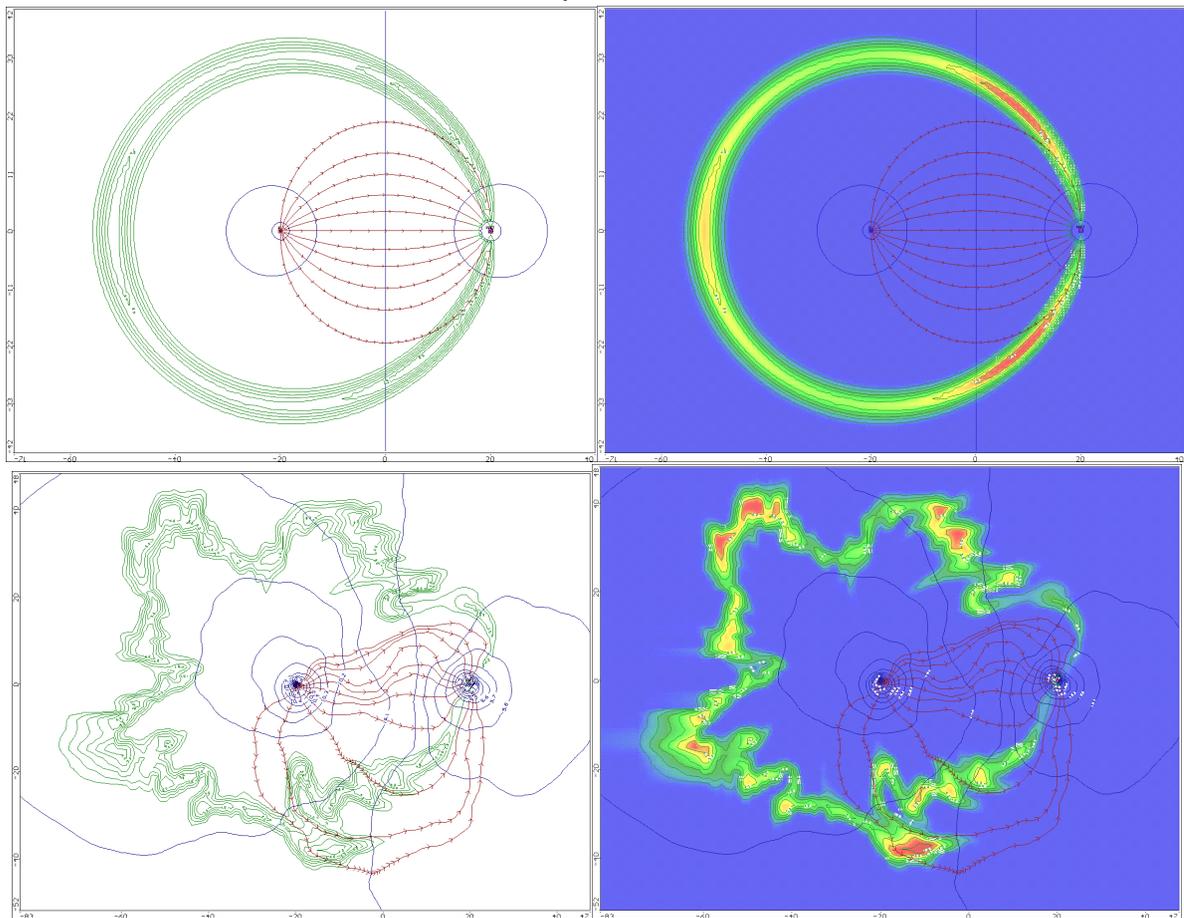
**Tabla 4.14 Efecto de la Heterogeneidad
Prueba Dos Pozos - Recuperación Masa de Trazador**

	Masa de Trazador Recuperado Concentración Máxima	Masa de Trazador Recuperado Fin de la Prueba
Promedio	10.5%	28.5%
Desv. Estand.	3.5%	6.7%
Mínimo	3.6%	18.2%
Máximo	14.9%	37.7%

Para el caso de acuífero libre homogéneo, la masa de trazador recuperado al finalizar la prueba fue estimada en torno al 50%. Sin embargo, resultados en acuíferos sintéticos heterogéneos indican una recuperación promedio del 28.5%. Esta diferencia puede ser explicada por una mayor presencia de zonas de baja conductividad o por un tema numérico asociado al tamaño de grilla.

La Figura 4.39 se muestra una comparación entre las líneas de flujo y distribución espacial de concentración. La imagen (a) corresponde al caso de acuífero homogéneo, mientras que la imagen (b) corresponde a un ejemplo de acuífero heterogéneo. Se observan diferencias en la estructura de las líneas de flujo y en el anillo de concentración que define la zona de mezcla generada por el efecto dispersivo. Mientras el caso homogéneo muestra líneas de flujo y una zona de mezcla simétrica, acuíferos heterogéneos presentan un aspecto más desordenado.

Figura 4.39 Efecto de la Heterogeneidad
Prueba Dos Pozos – Distribución Espacial de Concentración – Vista en Planta



A continuación se presentan los resultados obtenidos en términos adimensionales. Se define la concentración y tiempo adimensional como:

$$\hat{C} = \frac{nHL^2}{M} C_w \quad : \quad \text{Concentración adimensional en el pozo de extracción}$$

$$\hat{t} = \frac{Qt}{nHL^2} \quad : \quad \text{Tiempo Adimensional}$$

Donde:

Q : Caudal de inyección y de extracción, [L³/T]

n : Porosidad, [-]

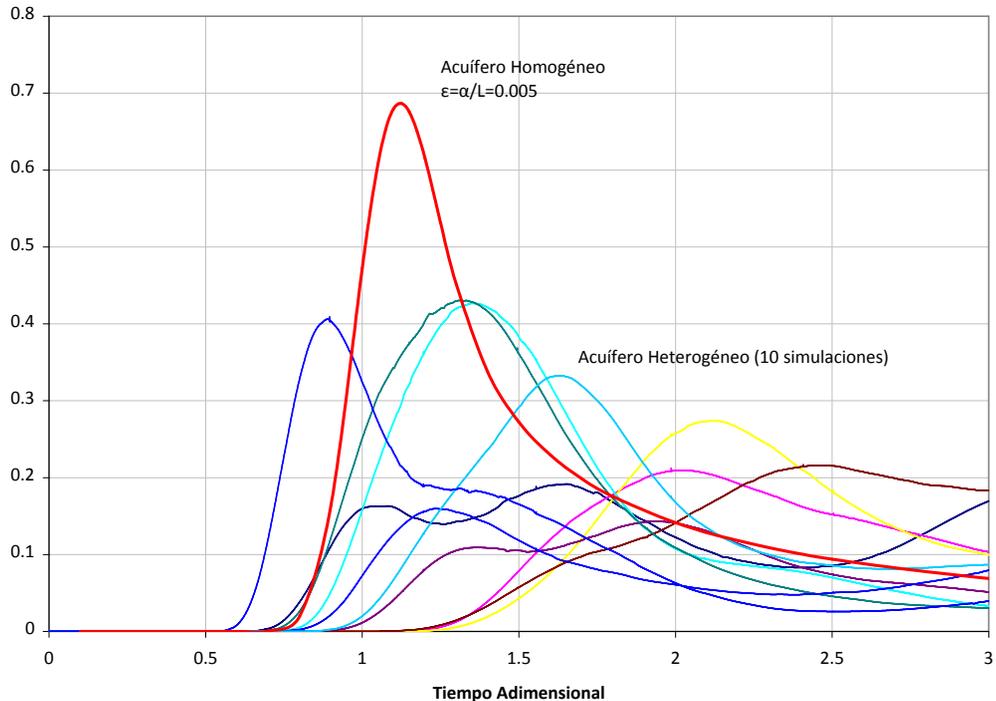
H : Espesor del acuífero confinado, [L]

L : Distancia entre pozos, [L]

M : Masa de trazador inyectado, [-]

La Figura 4.40 presenta la distribución temporal de concentración en términos adimensionales. Cada simulación asume inicialmente una relación entre dispersividad y separación entre pozos igual a $\epsilon = \alpha/L = 0.005$. Para el caso homogéneo, la solución viene dada por la curva de color rojo, la cual muestra un bajo nivel de dispersión. Sin embargo, al considerar la heterogeneidad de la conductividad hidráulica, se observa un aumento del transporte dispersivo, representado por el descenso del valor máximo y un mayor ancho de la base en las curvas de concentración.

Figura 4.40 Efecto de la Heterogeneidad
Prueba de Dos pozos - Distribución Temporal de Concentración Adimensional



A continuación se intenta explicar las diferencias en los resultados de las simulaciones realizadas en acuíferos sintéticos heterogéneos:

- La concentración de llegada al pozo de bombeo no es simétrica. La pluma de trazador generada en este tipo de pruebas viene dado por un anillo que pasa por el pozo de extracción. Luego, concentración de llegada en ambas ramas no siempre es simétrica debido a que las heterogeneidades generan trayectorias distintas y por ende el tiempo de recorrido es variable. Esta situación puede explicar la presencia de máximos locales, situación que no es posible observar al asumir un acuífero homogéneo.

Un análisis más detallado debe considerar:

- Distintas escalas de observación. En este caso en particular, la escala de observación (definida por la separación entre los pozos) equivale a 8 veces la escala de correlación.
- Grado de heterogeneidad. El grado de heterogeneidad definido por la varianza de la conductividad hidráulica es de 0.25, representa un bajo nivel de heterogeneidad.
- Realizar simulaciones con tamaño de grilla más pequeño y de esta forma verificar una correcta modelación del término advectivo

A diferencia de la prueba de pozo individual con fases de inyección y de extracción, la simulación de prueba de dos pozos con inyección instantánea de trazador, presenta resultados muy dispares entre sí, donde los máximos alcanzados y el tiempo de llegada de trazador al pozo de bombeo varían en cada una de las diez simulaciones. La diferencia en los resultados puede ser explicado por el tipo de inyección. La prueba simulada considera una inyección de tipo instantánea (*pulse input*), luego el movimiento de la pluma de contaminante, representado por un anillo simétrico para el caso homogéneo, es sensible a la heterogeneidad de la conductividad hidráulica.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. CONCLUSIONES

Como objetivo principal de este trabajo se planteó estudiar uno de los principales procesos de transporte: Dispersión Hidrodinámica. Uno de los supuestos fundamentales para iniciar el estudio del fenómeno de la dispersión, viene dado por una distribución de velocidades conocida y bien definida. Lo anterior requiere una serie de mediciones de conductividad hidráulica, porosidad efectiva y gradiente hidráulico. Una vez definida la distribución de velocidades, y por ende el transporte advectivo, el problema de transporte se limita a identificar el valor de dispersividad y difusión molecular efectiva. Sin embargo, en la mayoría de los problemas de transporte, el término difusivo es despreciado por ser varios órdenes de magnitud inferior a la dispersión mecánica (definida por el producto entre dispersividad y velocidad de poros), por lo tanto, el fenómeno de dispersión depende exclusivamente de la dispersividad. Adicionalmente, de acuerdo a la revisión bibliográfica, la dirección principal que describe el fenómeno de dispersión corresponde a la componente longitudinal. La presente memoria se centra en la descripción de metodologías que permiten estimar el valor de la dispersividad longitudinal, mientras que el proceso dispersivo en dirección perpendicular al flujo de agua subterránea no fue abordado. No obstante, se presentan antecedentes bibliográficos que permiten estimar la componente transversal de la dispersión en base a información empírica. A continuación se presentan conclusiones y comentario finales.

- **Sobre soluciones analíticas y escalamiento de la dispersividad**

El primer antecedente importante de este estudio viene dado por aspectos teóricos que definen a la dispersión mecánica como una consecuencia directa de variaciones locales de velocidad producidas por la heterogeneidad intrínseca en medios porosos, la cual puede ser definida a distintas escalas de observación. Por lo tanto, para describir el fenómeno de dispersión en un estudio en particular, se debe definir a priori el orden de magnitud asociado a la distancia recorrida por el contaminante. Por ejemplo, si se desea estudiar el movimiento de contaminantes en columnas de infiltración, basta con analizar el fenómeno de dispersión a escala microscópica (o de laboratorio). Si el objetivo es modelar el movimiento de una pluma de contaminante en un régimen natural, el estudio debe considerar un análisis de dispersión a escala intermedia (o de terreno), del orden de decenas de metros. Para estudiar sitios previamente contaminados, el análisis de la pluma de contaminante permite conocer procesos de transporte a grandes escalas donde pruebas convencionales de trazador no serían factibles debido al tiempo requerido por el trazador para desplazarse en el acuífero. Por consiguiente, técnicas de terreno presentadas en este trabajo son factibles en sistemas de escala intermedia.

Se han presentado distintas alternativas que permiten estimar el coeficiente de dispersión mediante el uso de técnicas de laboratorio, las cuales se diferencian por el tipo de inyección de entrada de trazador a la cámara de suelo. Se identificaron tres tipos de inyección: continua, instantánea, y con decaimiento exponencial a tasa constante. Pruebas de laboratorio con inyección continua presentan una distribución temporal de concentración fácil de evaluar. Sin embargo, el uso de la solución

simplificada requiere un valor del número de Peclet, P_e , superior a 100, es decir, el transporte de trazador al interior de la columna tiene que ser dominado por transporte advectivo, convirtiéndola en una técnica de gran utilidad para estimar el valor de la dispersividad longitudinal, ya que en esas condiciones el efecto de la difusión molecular es despreciable. Para el caso de inyección instantánea, la solución analítica no presenta limitaciones con respecto al valor de P_e , por lo tanto, si la magnitud de la velocidad de flujo al interior de la columna es muy baja, el efecto de la difusión molecular puede ser considerable. En la práctica, la implementación de pruebas de laboratorio con un tipo de inyección instantánea es compleja. Esta dificultad se asocia al efecto de la cámara de carga donde el trazador es inicialmente inyectado. Luego, si el tiempo de retención hidráulico, H , al interior de la cámara de carga es alto en comparación a la duración de la prueba, la condición de borde real viene dado por una concentración de entrada que decae exponencialmente a una tasa constante igual al inverso del tiempo de retención hidráulico.

Las aproximaciones analíticas de técnicas de terreno son definidas para distintas configuraciones de flujo. Para cada una de ellas, el análisis de la distribución temporal de concentración fue derivada en base al marco teórico presentado por Gelhar y Collins (1971), quienes definieron inicialmente la solución para el caso de pozo individual de tipo *Push Pull* radial plano. Trabajos posteriores definieron expresiones y gráficos que permiten estimar el valor de la dispersividad longitudinal en términos adimensionales. Gelhar (1982) presentó el caso de pruebas de dos pozos (*Two Well Tracer Test*) con flujo de tipo dipolo (igual tasa de inyección y extracción), Welty y Gelhar (1989) el caso de pruebas de flujo radial (convergente y divergente). Por último, Schroth e Istok (2005), en base al estudio original, presentan el caso de pozo individual de tipo *Push Pull* con flujo radial esférico. Al analizar aspectos teóricos de estas aproximaciones analíticas, se destaca la incorporación del efecto de flujo no uniforme y la conservación de la masa, a diferencia de metodologías previas que consideran erróneamente un flujo uniforme en pruebas de flujo radial, sobreestimando el valor de dispersividad, y por ende, el tamaño de la pluma de contaminante. Finalmente, el grupo de soluciones analíticas presentadas en este trabajo permiten diseñar pruebas de terreno y estimar valores de dispersividad longitudinal de manera simple y confiable.

Técnicas de laboratorio logran un mejor manejo operacional en la entrada de trazador en comparación con técnicas de terreno. Sin embargo, el uso de valores obtenidos a escala de laboratorio en modelos de mayor escala es cuestionable. Lo anterior se justifica por una serie de investigaciones que han evidenciado un aumento del valor de la dispersividad con la distancia recorrida por el trazador (escala de observación). Por lo general, valores de dispersividad a escala de terreno son dos o más órdenes de magnitud superiores a los valores observados a escala de laboratorio. No obstante, a pesar de sus limitaciones, la ecuación de advección dispersión con un valor constante de la dispersividad, continúa siendo ampliamente aceptada para definir el transporte de contaminantes a escala o de terreno, ya que define conceptualmente de manera sencilla los procesos complejos de transporte que ocurren al interior de acuífero.

Se han identificado algunas dificultades en el ajuste de soluciones analíticas con los datos de terreno en las proximidades de la fuente de inyección de trazador. Se concluye que un valor de dispersividad longitudinal confiable para describir el comportamiento de una pluma de

contaminante en un sistema de flujo natural, se obtiene en pruebas de terreno asociados a extensas escalas de observación. De acuerdo a la información presentada por Welty y Gelhar (1994), las aproximaciones analíticas presentadas en este trabajo son válidas exclusivamente cuando el trazador se ha transportado al menos 10 veces el valor de la dispersividad longitudinal. Al satisfacer esta condición, se estima que el valor de la dispersividad ha alcanzado un valor asintótico constante, siendo válida la ley de Fick que define el modelo de transporte dispersivo. Sin embargo, esta condición es difícil de verificar, ya que el valor de la dispersividad es la incógnita del problema.

De acuerdo al párrafo anterior, se sugiere implementar técnicas de terreno a distintas escalas de observación, y de esta forma verificar si el valor de dispersividad cumple la condición $L > 10L$, donde L es la escala de observación. En la práctica, esta recomendación tiene los siguientes alcances para cada uno de las técnicas de terreno:

- Se espera que el fenómeno de escalamiento de la dispersividad sea observado frecuentemente en pruebas de pozo individual de tipo *Push Pull*, las cuales son implementadas localmente y diseñadas a escalas de observación del orden de decímetros o unos pocos metros, definida por el radio máximo de frente de soluto.
- Prueba de pozo individual con flujo radial divergente, requiere la inyección de un trazador en un pozo de recarga y el posterior registro de la distribución temporal de concentración en distintos pozos de observación. El tipo de inyección puede ser de tipo continuo o instantáneo. Luego, se puede registrar varias curvas de concentración en una sola prueba.
- Prueba de pozo individual con flujo radial convergente, requiere la inyección de distintos trazadores conservativos en varios pozos de observación. Luego, en el pozo de bombeo se registra la distribución temporal de concentración asociada a cada trazador. En este caso el tipo de inyección es instantáneo y se observa una extensión de la curva descendente de concentración más pronunciado en comparación con pruebas de flujo radial divergente (implica un mayor tiempo de duración de la prueba). Un inconveniente adicional viene dado por el uso de varios trazadores conservativos.
- Pruebas de dos pozos requieren un sistema de flujo permanente previo a la inyección de trazador. Luego, en una experiencia de terreno, sólo se puede evaluar el valor de la dispersividad asociada a una escala de observación definida por la separación entre pozos. Por consiguiente, es prácticamente imposible realizar múltiples experiencias si el objetivo es determinar el valor de dispersividad asintótico para distintas escalas de observación. Entre las limitaciones se identifica el tiempo y el costo asociado.

Finalmente, se concluye que pruebas de flujo radial divergente con una inyección de tipo instantánea aparece como la técnica más adecuada para estimar varios valores de dispersividad a partir de una experiencia individual. Adicionalmente, entre las ventajas destaca una estimación directa del valor de dispersividad longitudinal y el uso de una masa de trazador pequeña en comparación al caso de inyección continua. Sólo se debe diseñar un sistema eficiente de monitoreo en cada pozo de observación. Un inconveniente viene dado por la dificultad de recuperar la totalidad de la masa de trazador inyectado.

Por otro lado, la implementación de una prueba de dos pozos con inyección de tipo instantánea y una extensa separación entre pozos, es una alternativa confiable para estimar el valor de dispersividad longitudinal, ya que el efecto dispersivo es perceptible al inicio del registro de concentración. Como alternativa se propone bombear a una tasa superior a la de inyección, disminuyendo el tiempo de operación de la prueba y una mayor recuperación de masa de trazador.

También se destaca que el uso de expresiones analíticas que resuelven la ecuación de transporte para un medio homogéneo e isotrópico, es aplicable sólo para evaluar pruebas con trazadores mediante el ajuste del modelo con los datos experimentales, pero no pueden ser utilizadas para predecir el resultado de pruebas con trazadores. Esta situación es válida para cualquier técnica de terreno, bajo condiciones de gradiente natural y forzado.

En caso de no realizar técnicas de terreno y no disponer información adicional de la zona de estudio, el valor de dispersividad puede ser obtenido desde gráficos y expresiones bibliográficas que relacionan dispersividad con escala de observación. Se advierte que la confiabilidad de los datos depende de las metodologías utilizadas para estimar valores de dispersividad. Luego, se concluye que la existencia de una expresión universal que defina dispersividad en función de la escala de observación es prácticamente imposible, ya que cada acuífero tiene propiedades particulares que lo distinguen del resto. Sin embargo, soluciones bibliográficas indican un orden de magnitud del valor de dispersividad para iniciar, por ejemplo, la calibración de pluma de contaminantes.

- **Sobre la modelación numérica**

Se realizaron simulaciones numéricas en dos de las técnicas de terreno. Estas corresponden a las pruebas de pozo individual con fases de inyección y extracción, y prueba de dos pozos con inyección de tipo instantánea. La primera técnica destaca por su fácil implementación y por ser ampliamente utilizada para caracterizar sitios contaminados y diseñar técnicas de remediación. La segunda técnica de terreno es sensible a la dispersión en los primeros instantes de la curva de concentración, facilitando la evaluación del valor de la dispersividad. Ambas técnicas fueron modeladas numéricamente mediante el uso MODFLOW para describir el sistema de flujo de agua subterránea, y el módulo MT3DMS para describir el transporte al interior del acuífero.

De los resultados obtenidos de la modelación numérica se derivan las siguientes conclusiones:

1. La selección de la técnica de solución para el transporte de transporte requiere un análisis para cada caso en particular. En este trabajo se identificó que el método TVD es el método numérico que mejor se ajusta a las soluciones analíticas, ya que minimiza la presencia de problemas numéricos, como dispersión numérica y las oscilaciones artificiales.
2. En pruebas de inyección instantánea se tiene que el tamaño de la grilla es relevante para simular problemas dominados por advección. La prueba de dos pozos con inyección instantánea de trazador y flujo de tipo dipolo requiere un dominio de transporte de solutos caracterizado por un tamaño de grilla pequeño con el objetivo de alcanzar los máximos alcanzados por la solución analítica.

3. Al asumir un medio idealizado (confinado, homogéneo e isotrópico) se procedió a validar las soluciones analíticas en ambas técnicas de terreno. Sin embargo, los resultados indican que las aproximaciones analíticas son aplicables sólo en problemas dominados por advección, definido para una relación de dispersividad y escala de observación () inferior a 0.01. Casos dominados por dispersión (>0.01) muestran importantes diferencias entre la solución numérica y analítica.
4. Resultados obtenidos en simulaciones realizadas en acuíferos libres y homogéneos, indican que las soluciones analíticas son aplicables sólo cuando la velocidad del flujo de agua subterránea es prácticamente nula. En casos donde la velocidad de flujo es relevante ($v > 0.2$ [m/día]) se aprecia una distorsión en la distribución temporal de concentraciones que puede afectar a la estimación del valor de dispersividad mediante el uso de soluciones analíticas.

A continuación se describen los resultados obtenidos en acuífero libre y heterogéneo:

Acuífero Libre y Heterogéneo

Técnicas de terreno fueron simuladas en acuíferos libres con un bajo grado de heterogeneidad, caracterizado por una baja varianza de la de la conductividad hidráulica ($\sigma_y = 0.25$). En este caso se asumió un valor de dispersividad constante. Simulaciones en acuíferos heterogéneos estadísticamente equivalentes muestran un aumento del transporte dispersivo en comparación al escenario base definido por el medio homogéneo. Este resultado verifica el aumento de la dispersión ocasionada por variaciones de velocidad. Adicionalmente, se demuestra que los valores de dispersividad obtenidos a escala local (o de laboratorio) no pueden ser utilizados para predecir el comportamiento de la pluma de contaminante a mayores escalas de observación, ya que el efecto de la heterogeneidad aumenta indiscutiblemente el valor de la “dispersividad aparente” a medida que aumenta la escala de observación (o distancia recorrida por el trazador). Se define el concepto de dispersividad aparente para identificar al valor de dispersividad obtenido al asumir al acuífero como un medio homogéneo e isotrópico.

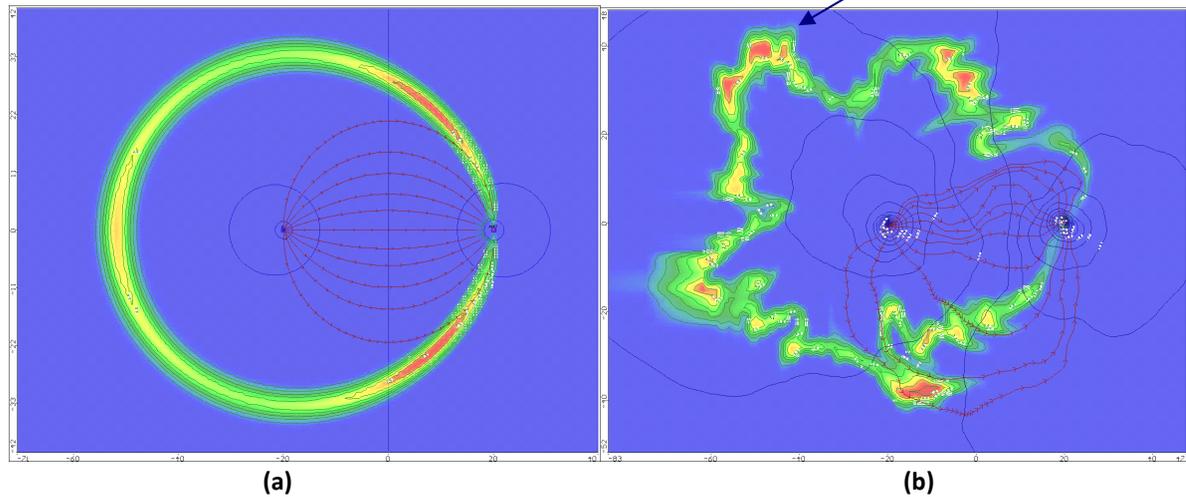
Para el caso de prueba de pozo individual con fase de inyección y extracción (*Push Pull Tracer Test*) no se aprecia un impacto relevante de la heterogeneidad en los resultados. En efecto, al finalizar la fase de inyección se distinguen distintas distribuciones espaciales de concentraciones, sin embargo, la similitud de la distribución temporal de concentración de todos los escenarios heterogéneos es notable. Esta situación se asocia al tipo de inyección continua en la fase de inyección y al valor de escala de correlación muy parecida a la escala de observación.

Una situación completamente diferente se obtuvo en pruebas de dos pozos con inyección de tipo instantánea. En este caso se observa que la heterogeneidad tiene un impacto muy relevante sobre los mecanismos de transporte. Los resultados muestran diferencias importantes entre simulaciones en medios heterogéneos. Por ejemplo, el tiempo de llegada de trazador al pozo de bombeo, el tiempo en que ocurre la concentración máxima y el valor de la concentración máxima, varían de acuerdo al escenario simulado. Esta situación se explica por considerar un valor constante de porosidad efectiva en todo el dominio, luego, zonas de baja conductividad hidráulica generan velocidades de flujo inferiores a las generadas en el caso homogéneo.

Otro resultado relevante viene dado por una disminución de la masa recuperada de trazador. De acuerdo al tiempo de duración de la prueba, un medio homogéneo recupera aproximadamente un 50% de la masa total de trazador inyectado. Sin embargo, la masa de trazador recuperada promedio en simulaciones en medios heterogéneos, baja a un 28.5%. Lo anterior sugiere que la duración total de la prueba en medios heterogéneos debe aumentar, con el objetivo de recuperar una mayor masa de trazador inyectado.

Otro aspecto relevante viene dado por la forma de las líneas de flujo y la distribución espacial de concentración. Se observa una distorsión en comparación al caso homogéneo (Figura 5.1), con marcadas irregularidades. Se observan núcleos de alta concentración que se asocian a llegadas asimétricas de concentración de trazador en los sectores de la pluma que convergen al pozo de bombeo, generando una distribución temporal de concentración muy distinta a las obtenidas en medios homogéneos.

Figura 5.1
Prueba Dos Pozos Efecto Heterogeneidad



5.2. RECOMENDACIONES

Diariamente grandes volúmenes de agua son extraídos desde acuíferos para ser inyectados a la red de agua potable o para el uso industrial. Si adicionalmente se considera la situación extrema en el norte del país, donde la escasez de agua superficial ha convertido al recurso hídrico subterráneo como la principal fuente de abastecimiento a la población, se considera una necesidad mantener estas reservas del vital elemento ajenas de elementos tóxicos que puedan afectar a la población. Luego, modelos de simulación de flujo y transporte en agua subterránea se han convertido en una importante herramienta para predecir la evolución del flujo y el transporte de contaminantes en agua subterránea. La precisión de los resultados viene dado por una correcta estimación de parámetros efectivos hidrogeológicos y de transporte.

La incapacidad técnica de describir en detalle la distribución de conductividad hidráulica de una zona de estudio, aumenta la importancia del transporte de tipo dispersivo asociado a variaciones de velocidad no representadas por el modelo de transporte. A escala de terreno el proceso de dispersión queda controlado por el mecanismo de dispersión mecánica por sobre el de difusión molecular, luego el parámetro de interés viene dado por la dispersividad longitudinal y la relación existente entre ésta y su componente transversal. Problemas de contaminación a escala de terreno viene dado por la necesidad de caracterizar zonas contaminadas o el diseño de técnicas de remediación en relaves mineros, rellenos sanitarios, fugas accidentales en tanques de hidrocarburos o detección de contaminación intencional en pozos abandonados.

Las metodologías presentadas en esta memoria facilitan la estimación de la componente longitudinal de la dispersividad. Para la componente transversal se dispone de información empírica. Datos de alta confiabilidad indican que la razón entre la dispersividad longitudinal y dispersividad transversal horizontal es del orden de 10, mientras que la dispersividad transversal vertical es 2 o 3 órdenes de magnitud menor que la dispersividad transversal horizontal, del orden de milímetros, similar a valores obtenidos en pruebas a escala de laboratorio.

A continuación se describen dos casos extremos que permiten seleccionar un valor apropiado de dispersividad en un modelo de transporte. (1) Si el modelo de simulación incorpora la totalidad de las variaciones de velocidad presentes en el acuífero, el valor requerido de dispersividad para la simulación es nulo, debido a que todo el transporte de soluto se explica por el mecanismo de advección. (2) Si el modelo de simulación considera un medio homogéneo, es decir, con una nula descripción de heterogeneidad del medio, el valor de dispersividad corresponde a la "dispersividad aparente" obtenido al ajustar datos de terreno con soluciones analíticas. Luego, valores intermedios de dispersividad son requeridos en modelos de transporte que integren algún grado de heterogeneidad del medio. Finalmente se sugiere realizar pruebas de terreno para la escala de observación de interés, de esta manera, el modelo de transporte mejora su capacidad predictiva.

Lo descrito en el párrafo anterior, considera el uso de una técnica de solución numérica libre de problemas numéricos (dispersión numérica y de oscilaciones artificiales) y un tamaño de grilla apropiado para alcanzar valores máximos de concentración en problemas dominados por advección. En la práctica, el uso de esquemas numéricos que incorporan algún grado de dispersión numérica, implica una reducción del valor de dispersividad requerido por el modelo, ya que parte de la dispersión física no descrita por el valor de dispersividad, es reemplazada por la dispersión de tipo numérica. En la presente memoria, se analizaron distintas técnicas de terreno disponibles en el módulo MT3DMS. Se identificó que esquema TVD como el método que presenta mejores resultados para resolver la derivada total (variación temporal de concentración y transporte advectivo) definida en la ecuación de transporte en pruebas de terreno de pozo individual de tipo *Push Pull* y de dos pozos. El término dispersivo (más reacciones en caso de que existiesen) es resuelto mediante el esquema de diferencias finitas implícito. Luego, la simulación de transporte de solutos en agua subterránea depende del método utilizado para resolver el término advectivo. Finalmente, se recomienda realizar un análisis comparativo entre los distintos métodos numéricos disponibles. Una herramienta básica y útil para seleccionar el método numérico viene dado por la Tabla 5.1.

**Tabla 5.1 Técnicas de Solución MT3DMS
Recomendaciones de Aplicación**

APLICACIÓN DEL MODELO	MÉTODO RECOMENDADO
Gradientes de concentración espacial pronunciado (p.e. plumas de contaminante con fuente puntual, estudio de columnas de laboratorio)	TVD, MOC, HMOC
Transporte de contaminantes a escala regional con gradientes de concentración pequeña (p.e. transporte de nitratos con fuentes espacialmente distribuidas)	DF
Problemas que requieran un balance de masa exacto (p.e. transporte más reacciones no lineales)	FD, TVD
Problemas que requieran grandes pasos temporales (p.e. simulación de transporte de solutos en décadas)	DF implícito, HMOC
Modelos con valores altos del número de Peclet (Casos con dispersividad baja o discretización espacial grande)	MOC, HMOC, TVD

La incorporación de heterogeneidad al modelo de transporte se asocia a la identificación de estratos o capas con distinta conductividad hidráulica (modelos en tres dimensiones) o mediante la interpolación de conductividad hidráulica en base a datos puntuales obtenidos en terreno (modelos bidimensionales).

Con respecto al uso de soluciones bibliográficas, éstas deben ser utilizadas sólo en casos donde la información disponible sea muy escasa. En caso de utilizar este tipo de expresiones, se deben tomar ciertas precauciones, ya que su elaboración basada en regresiones matemáticas, involucra datos obtenidos en todo tipo de acuíferos (porosos, fracturados, distintos grados de heterogeneidad, distintas técnicas y metodologías de evaluación, etc.). El modelador debería realizar simulaciones

considerando un amplio rango de dispersividades asociado a una escala de observación en particular, utilizando por ejemplo, los valores de dispersividad presentados en el gráfico presentado por Gelhar et al. (1992), o la expresión de Al-Suwaiyan (1998), quien define envolventes (superior e inferior) de dispersividad. No obstante, es fácil tentarse por utilizar expresiones que definen un valor único de dispersividad, arriesgando la robustez del modelo de transporte.

En este trabajo se identificó que la prueba de dos pozos con flujo de tipo dipolo permite estimar fácilmente el valor de la dispersividad. Una vez realizada la inyección de trazador en pruebas de dos pozos, no es recomendable recircular agua desde el pozo de bombeo al pozo de recarga, ya que genera una distribución temporal de concentraciones similar al caso de inyección continua, donde la estimación del valor de dispersividad longitudinal es menos clara. Adicionalmente, en medios heterogéneos la recuperación de trazador puede ser más lenta que lo estimado en el diseño. Para superar dicho inconveniente, se recomienda realizar pruebas de dos pozos con inyección instantánea de trazador y un caudal de extracción superior al de inyección. Debido a la inexistencia de soluciones analíticas para casos más complejos, se sugiere obtener curvas de distribución temporal de concentraciones en el pozo de bombeo (*breakthrough curves*) a partir de modelos simples implementados en modelos numéricos, como los presentados en la presente memoria.

Adicionalmente, se sugiere realizar un estudio enfocado a pruebas de flujo radial, en especial al de tipo divergente, ya que estas permiten evaluar valores de dispersividad a distintas escalas de observación, correspondientes a la distancia entre el pozo de inyección de trazador y los pozos de observación. Luego, es fácil verificar si se ha alcanzado el valor asintótico de dispersión tal como lo predicen teorías estocásticas de transporte. Adicionalmente se reduce la incerteza asociada a efectos no Fickianos y al fenómeno de escalamiento observado en las cercanías de la fuente de inyección.

Las soluciones analíticas asociadas a técnicas de terreno se basan un modelo bidimensional y son útiles para el diseño de las mismas. Si el objetivo del estudio es determinar el estudio de la distribución espacial de concentración, o investigar la distribución espacial de parámetros de transporte, o investigar propiedades del acuífero como estructura o detección de caminos preferenciales de flujo, debe utilizarse un sistema de monitoreo multinivel.

Finalmente, cualquier evento de contaminación relevante con impacto en actividades económicas o sociales, requiere buscar el financiamiento a los actores involucrados para realizar pruebas de terreno con la finalidad de caracterizar correctamente procesos de transporte (1) advectivo y (2) dispersivo. Una tercera etapa, se asocia a la identificación de efectos de la interacción del contaminante y el suelo, tasas de reacciones químicas y biológicas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AL –SUWAIYAN, M.S. 1998. Nondeterministic evaluation of field scale-dispersivity relation. Journal of Hydrologic Engineering, Vol 3(3), 215-217 p.

ARYA, A. 1986. Dispersion and reservoir heterogeneity. Ph.D. dissertation, Univ. Of Texas, Austin.

ADAMS, E.E. y GELHAR L.W. 1992. Field study of dispersion in a heterogeneous aquifer 2. Spatial moments analysis. Water Resources Research, Vol 28(12), 3293-3307 p.

BACHMAT, Y. MANDEL, S. y BUGAYEVSKI. 1988. A single-well tracer technique for evaluating aquifer parameters, I. Theoretical work. Journal of Hydrology, Vol 93, 143-163 p.

BOGGS, J.M., YOUNG, S.C., BEARD, L.M, GELHAR L.W., REHFELDT K.R y ADAMS E.E. 1992. Field study of dispersion in a heterogeneous aquifer 1. Overview and site description. Water Resources Research, Vol 28(12), 3281-3291 p.

CHAO, H-C., RAJARAM, H. y ILLAGASEKARE T. 2000. Intermediate-scale experiments and numerical simulations of transport under radial flow in a two-dimensional heterogeneous porous medium. Water Resources Research, Vol 36(10), 2869-2884 p.

CHILE. Ministerio Secretaría General de la Presidencia de la República. 2002. D.S. N°46. Norma de emisión de residuos líquidos a aguas subterráneas. Enero, 2003.

DAGAN, G. 1984. Solute transport in heterogeneous porous formations. Journal of Fluid Mechanics, Vol 145, 151-177 p.

DOMENICO, Patrick A. y Schwartz, Franklin W. 1998. Solute Transport. En: Physical and Chemical Hydrogeology 2ª ed. New York, John Wiley & Sons. pp 215-237.

Earthward Consulting. Dispersivity Calculator

http://www.earthwardconsulting.com/disp_calculator.htm

[consulta: Abril 2008]

EPA. Modeling Subsurface Petroleum Hydrocarbon Transport [en línea]

<http://www.epa.gov/ATHENS/learn2model/part-two/onsite/longdisp.htm>

[consulta: Abril 2008]

ESPINOZA, C. (2007). Apuntes del Curso Hidráulica de Aguas Subterráneas, CI51J. Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.

ESPINOZA, C. (2008). Apuntes del Curso Modelación de Aguas Subterráneas, CI66J. Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.

FETTER, C. W. 1999. Mass Transport in Saturated Media. En: Contaminant Hydrogeology. 2ª ed. Oshkosh, Prentice – Hall. pp. 45-119.

- FERNÁNDEZ-GARCÍA, D., ILLANGASEKARE, T.H. y RAJARAM, H. 2004. Conservative and sorptive forced-gradient and uniform flow tracer test in a three-dimensional laboratory test aquifer. *Water Resources Research*, Vol 40(p.
- FERNÁNDEZ-GARCÍA, D. y Gómez-Hernández, J. J. 2005. Guidelines for interpreting convergent-flow tracer tests to estimate dispersivity coefficients: Small source size and short distance test scales effects. (Resumen) *Geophysical Research Abstracts*, Vol 7, 02052
- FREYBERG, D.V. 1986. A natural gradient experiment on solute transport in a sand aquifer, 2. Spatial moments and the advection and dispersion of nonreactive tracer. *Water Resources Research*, Vol 22(13), 2031-2046 p.
- FRIPPIAT, C.C. y HELEYMAN, A.E. 2008. A comparative review of upscaling methods for solute transport in heterogeneous porous media. *Journal of Hydrology*, doi:10.1016/j.jhydrol.2008.08.015
- GARABEDIAN S.P., LEBLANC D.R., GELHAR L.W. y CELIA M.A. 1991. Large-scale natural gradient tracer test in sand and gravel, cape Cod, Massachusetts, 2, Analysis of tracer moments for a non reactive tracer. *Water Resources Research*, Vol 27(5), 911-924 p.
- GELHAR, L.W., y COLLINS, A. 1971. General analysis of longitudinal dispersion in nonuniform flow. *Water Resources Research*, Vol 7 (6), 1511-1521 p.
- GELHAR, L.W. 1982. Analysis of two-well tracer tests with a pulse input. Preparado para Rockwell International, Rep. RHO-BW-CR-131P. Rockwell Handorf Operations, Energy Systems Group, Richland, WA.
- GELHAR, L.W., y Axness, C.L. 1983. Three-dimensional stochastic analysis of macrodispersion in aquifers. *Water Resources Research*, Vol 19 (1), 161-180 p.
- GELHAR, L.W., WELTY, C., REHFELDT, K.R. 1992. A critical review of data on field-scale dispersion in aquifers. *Water Resources Research*, Vol 28 (7), 1955-1974 p.
- GROVE, D.B y BETTEM, W.A. 1971. Porosity and dispersion constant calculations for a fractured carbonate aquifer using the two well tracer method. *Water Resources Research*, Vol 17, 128-134 p.
- GÜVEN, O., FALTA, R.W., MOLZ, F.J., MELVILLE, J.G. 1985. Analysis and interpretation of single-well tracer tests in stratified aquifers. *Water Resources Research*, Vol 21 (5), 676-784 p.
- GÜVEN, O., MOLZ, F.J., MELVILLE, J.G., EL DIDY, S., y BOMAN, G.K. 1992. Three-dimensional modeling of a two well-tracer test. *Ground Water*, Vol 30 (6), 945-957 p.
- HALL, S.H., LUTTRELL, S.P., CRONIN, W.E. 1991. A method for estimating effective porosity and ground-water velocity. *Ground Water*, Vol 29 (2), 171-174 p.
- HESS, K.M., WOLF, S.H y CELIA M.A. 1992. Large-scale natural gradient tracer test in sand and gravel, cape Cod, Massachusetts, 3, Hydraulic conductivity variability and calculated macrodispersivities. *Water Resources Research*, Vol 28(8), 2011-2027 p.

- HSIEH, P.A. 1986. A new formula for the analytical solution of the radial dispersion problem. *Water Resources Research*, Vol 22, 1597-1605 p.
- HOOPEs, J.A. y HARLEMAN, D.R. 1967a. Dispersion in radial flow from a recharge well. *Journal of Geophysical Research*. Vol 72 (14). 3595-3607 p.
- JOHNSEN, S.D. y WHITSON, C.H. 2008. Analytical treatment of a push-pull "echo" test. *Transport Porous Media*, Vol 77 (3), 399-415 p.
- KIM F.-J., KIM, J.-S., YUN, S-T y LEE, S-H. 2002. Determination of longitudinal dispersivity in an unconfined sandy aquifer. *Hydrological Processes*, Vol 16, 1955-1964 p.
- LALLEMAND-BARRES y PEAUDECERF, P. 1978. Recherche des relations entre la valeur de la dispersivité macroscopique d'un milieu aquifère, ses autres caractéristiques et les conditions de mesure, erudebibliographique. *Bulletin Sec. ¾, Bureau de Recherches Géologiques et Minières*.
- LE BLANC, D.R., GARABEDIAN, A.P., HESS, M.H., GELHAR, L.W., QUADRI, R.D., STOLLENWERK, K.G. y WOOD, W.W. 1991. Large-scale natural gradient tracer test in sand and gravel, cape Cod, Massachusetts, 1, Experimental design and observed tracer movement. *Water Resources Research*, Vol 27(5), 895-910 p.
- LEAP, D.I. y KAPLAN, P.G. 1988. A single-well tracing method for estimating regional advective velocity in a confined aquifer: Theory and preliminary laboratory verification. *Water Resources Research*, Vol 24(7), 993-998 p.
- MACKAY, D.M., ROBERTS, P.V. y CHERRY, J.A. 1986. A natural gradient experiment on solute transport in a sand aquifer 1. Approach and overview of plume movement. *Water Resources Research*, Vol 22(13), 2017-2029 p.
- MALLANTS, D., ESPINO, A., VAN HOORICK, M., FEYEN, J., VANDENBERGHE, N. y LOY, W. 2000. Dispersivity estimates from a tracer experiment in a sandy aquifer. *Ground Water*, Vol 38 (2), 304-310 p.
- MAULEN A., H. G. 2004. Variabilidad natural de las formaciones acuíferas y su relación con el movimiento de sustancias conservativas y no conservativas. Tesis para optar al grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería, mención Recursos y Medio Ambiente Hídrico. Santiago, Chile. Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
- MEHL, S. y HILL, M.C. 2001. A comparison of solute-transport solution techniques and their effect on sensitivity analysis and inverse modeling results. *Ground Water*, Vo. 39 (2), 300-307 p.
- MOENCH, A.F. 1989. Convergent radial dispersion: A Laplace transform solution for aquifer tracer testing. *Water Resources Research*, Vol 25 (3), 439-447 p.
- MOENCH, A.F. 1991. Convergent radial dispersion: A note on evaluation of the Laplace transform solution. *Water Resources Research*, Vol 27 (12), 3261-3264 p.
- NEUMAN, S.P. 1990. Universal scaling of hydraulic conductivities in geologic media. *Water Resources Research*, Vol 26(8), 1749-1758 p.

- NEUMAN, S.P. 2006. Discussion of Papers/Longitudinal dispersivity data and implications for scaling behavior. *Ground Water*, Vol 44 (2), 139-141 p.
- PENG, W-S., HAMPTON, D.R., KONIKOW, L.F., KAMBLHAM, K. y BENEGARM J.,J. 2000. Can contaminant transport models predict breakthrough?. *Groundwater Monitoring & Remediation*. Vol 20 (4), 104-113p.
- PICKENS, J.F. y GRISAK, G.E. 1981. Scale-dependent dispersion in a stratified granular aquifer. *Water Resources Research*, Vol 17(4), 1191-1211 p.
- PTAK, T., PIEPENBRINK, M. y MARTAC, E. 2004. Tracer tests for the investigation of heterogeneous porous media and stochastic modeling of flow and transport. *Journal of Hydrology*, Vol 294, 122-163 p.
- REHFELDT K.R, BOGGS J.M. y GELHAR L.W., 1992. Field study of dispersion in a heterogeneous aquifer 3. Geostatistical analysis of hydraulic conductivity. *Water Resources Research*, 28(12), 3309-3324 p.
- ROBERTS P.V y GOLTZ, M.N. 1986. A natural gradient experiment on solute transport in a sand aquifer 1. Retardation estimates and mass balances for organic solutes. *Water Resources Research*, Vol 22(13), 2047-2058 p.
- SCHAFËR, WOLFGANG. 200-. *Applied 3-D Groundwater Modeling with MODFLOW/MT3D/MT3DMS–Transport Modeling*.
- SCHROT, M.H. e ISTOK, J.D. 2005. Approximate solution for solute transport during spherical-flow push pull tests. *Ground Water*, Vol 43(2), 280-284 p.
- SCHULZE-MAKUCH, Dirk. 2005. Longitudinal dispersivity data and implications for scaling behavior. *Ground Water*, Vol 43(3), 443-456 p.
- SINGH, S.K. 2006. Estimating dispersivity and injected mass from breakthrough curve due to instantaneous source. *Journal of Hydrology*, Vol 329, 685-691 p.
- SUDICKY, E.A. 1986. A natural gradient experiment on solute transport in a sand aquifer: Spatial variability of hydraulic conductivity and its role in the dispersion process. *Water Resources Research*, Vol 22(13), 2069-2082 p.
- TIEDEMAN, C.R. y HSIEH, P.A. 2004. Evaluation of longitudinal dispersivity estimates from simulated forced -and natural- gradient tracer tests in heterogeneous aquifers. *Water Resources Research*, Vol 40, W01512.
- VALLEJOS A., J.R. 2001. *Elaboración de bases de diseño tratamiento suelo acuífero (SAT): Aplicación caso Copiapó. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Santiago, Chile. Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.*
- VANDENBOHEDE Alexander. 2004. *Solute transport in heterogeneous aquifers parameter identification and its use in groundwater pollution and salt water intrusion problems. Gent, Bélgica. Universiteit Gent, Faculteit Wetenschappen.*

WELTY, C. y GELHAR, L.W. 1989. Evaluation of longitudinal dispersivity from tracer tests data. Ralph M. Parsons Laboratory for Water Resources and Hydrodynamics, Rp. 32. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 107 p.

WELTY, C. y GELHAR, L.W. 1994. Evaluation of longitudinal dispersivity from nonuniform flow tracer tests. *Journal of Hydrology*, Vol 153, 71-102 p.

XU, M. y ECKSTEIN, Y. 1995. Use of weighted least-squares method in evaluation of the relationship between dispersivity and field scale. *Ground Water*, Vol 33(6), 905-908 p.

XU, M. y ECKSTEIN, Y. 1997. Statistical analysis of the relationships between dispersivity and other physical properties of porous media. *Hydrogeology Journal*, Vol 5(4), 4-20 p.

YANG Y.S., LIN X.Y., ELLIOT T. y KALIN R.M. 2001. A natural-gradient field tracer test for evaluation of pollutant-transport parameters in a porous-medium aquifer. *Hydrogeology Journal*. Vol 9 (3), 313-320 p.

ZHENG, Chunmiao y Bennet, Gordon D. 2002. Simulation of Advective-Dispersive Transport. En: Applied contaminant transport modeling. 2ª ed. New York. John Wiley and Sons, Inc. pp.171-234.

ZHENG, Chunmiao y Wang, P. Patrick. 1999. Overview of solution techniques. En: MT3DMS: A modular three-dimensional multispecies transport model for simulation of advection, dispersion, and chemical reactions of contaminants in groundwater systems; Documentation and User's Guide. SERD-99, University of Alabama, Tuscalossa, Alabama.

ANEXO A

**DEFINICIÓN DE CONDICIONES INICIALES Y DE BORDE –
SOLUCIONES ANALÍTICAS ECUACIÓN ADVECCIÓN DISPERSIÓN
FLUJO UNIFORME EN 1 Y 2 DIMENSIONES**

A1. CONDICIONES INICIALES Y DE BORDE

A1.1. CONDICIÓN INICIAL

Para reproducir los cambios transientes de concentración en aguas subterránea, independiente del modelo de transporte que se utilice, es necesario definir las condiciones iniciales para obtener una solución de la ecuación gobernante. La forma general de la condición inicial es de la forma:

$$C(x, t = 0) = C_0(x, t) \text{ en } \Omega$$

A.1

Donde $C_0(x)$ es la distribución de concentración y Ω corresponde al dominio espacial del acuífero simulado.

A1.2. CONDICIONES DE BORDE

Modelos de transporte en aguas subterráneas requieren de la especificación de condiciones de borde, los cuales definen la interacción entre la zona de estudio y el ambiente externo. Los tipos de condiciones de borde se especifican en la Tabla A.1:

Tabla A.1
Tipos de Condiciones de Borde

TIPO	CARACTERÍSTICAS	CONDICIONES	EC.
Primer tipo o Dirichlet	Concentración fija	$C(x, t) = c(x, t) \text{ en } \Gamma_1$	A.2
Segundo tipo o Neumann	Gradiente Fijo	$\left(-D_{ij} \frac{dC}{dx_j}\right) = f_i(x, t) \text{ en } \Gamma_2$	A.3
Tercer tipo o Dirichlet	Flujo Variable	$\left(-D_{ij} \frac{dC}{dx_j} + v_i C\right) = g_i(x, t) \text{ en } \Gamma_3$	A.4

Donde Γ_1 , Γ_2 y Γ_3 corresponden a los sectores del dominio de modelación donde quedan definidos las condiciones de borde para cada tipo.

Primero, en una condición de primer tipo o Dirichlet, la concentración es especificada para el tiempo completo de simulación a lo largo de Γ_1 . La concentración $c(x, t)$ puede ser constante o variable en el tiempo. Una condición de borde con concentración constante indica una fuente que provee soluto al sistema o como una zona donde se extrae masa del soluto desde el dominio de modelación.

En segundo lugar, una condición de borde del segundo tipo o de Neumann define un gradiente de concentración. En este caso, la función $f_i(x, t)$ representa el flujo dispersivo normal a Γ_2 . Un caso especial es el flujo de masa dispersivo nulo donde $f_i(x, t) = 0$.

Finalmente la condición de borde de tercer tipo o de Cauchy define la función $g_i(x,t)$ como el flujo total de masa normal a Γ_3 . Este flujo total corresponde a la suma de flujo advectivo y dispersivo. Para una condición de borde impermeable, ambos tipos de flujo son nulos, por lo tanto, la función de flujo $g_i(x,t)=0$. En caso que el flujo advectivo sea considerablemente superior al de tipo advectivo, la ecuación puede ser simplificada como $v_i C = g_i(x,t)$.

A continuación se presentan soluciones analíticas desarrolladas para estimar valores de dispersividad α en un sistema de flujo uniforme (gradiente natural).

A2. SOLUCIONES ANALÍTICAS FLUJO UNIFORME

A2.1. MODELO UNIDIMENSIONAL

En un medio homogéneo e isotrópico caracterizado por un flujo unidireccional, la ecuación de transporte viene dada por:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v_x \frac{\partial C}{\partial x} \quad \text{A.5}$$

Soluciones analíticas en problemas de transporte unidimensionales se definen en base a la velocidad promedio lineal del flujo:

$$v_x = - \frac{K \cdot i}{n_e} \quad \text{A.6}$$

Donde:

v_x : Velocidad de poros o velocidad promedio lineal [L/T]

K : Conductividad Hidráulica [L/T]

i : Gradiente Hidráulico [L/L]

n_e : Porosidad efectiva [-]

Para determinar el coeficiente de dispersión hidrodinámica, D , se hace necesario definir el valor de dispersividad, α . La Tabla A.2 presenta las soluciones analíticas correspondientes a los casos típicos encontrados en un modelo unidimensional. Se identifican condiciones iniciales, de borde y la ecuación derivada por cada autor. Las ecuaciones presentadas en la Tabla A.3 corresponden a las mismas soluciones de la Tabla A.2 expresadas en términos adimensionales. Los parámetros adimensionales son los siguientes:

$$C_R = \frac{C}{C_0} \quad : \quad \text{Concentración relativa} \quad \text{A.7}$$

$$t_R = \frac{v_x t}{x} \quad : \quad \text{Tiempo adimensional (o número de volumen de poros)} \quad \text{A.8}$$

$$Pe = \frac{v_x x}{D} \quad : \quad \text{Número de Peclet} \quad \text{A.9}$$

Donde C y C_0 son las concentraciones, v_x es la velocidad, x es la escala de observación, t es el tiempo y D es el coeficiente de dispersión. A continuación se describen los casos de inyección continua, definidos para distintas condiciones de borde, e inyección instantánea.

- **Condición de borde del primer tipo o Dirichlet**

Representa un cambio brusco en la concentración de contaminante. Se considera una concentración inicial de la columna igual a cero y la del trazador es C_0 . Este caso refleja lo observado en pruebas de columnas de material granular en laboratorio, donde se introduce una solución que contiene un trazador una vez que la condición de permeámetro (régimen estacionario) se ha alcanzado. Se miden las concentraciones de trazador efluente en función del tiempo. La solución de este problema fue determinada por Ogata y Banks (1961).

- **Condición de borde del segundo tipo o Neuman**

Corresponde a la incorporación gradual de contaminante al flujo de agua subterránea. La tasa de inyección es constante y la masa de soluto que entra al acuífero es proporcional a la duración de la inyección. La concentración inicial de contaminante es nula en el medio poroso y la concentración en la fuente es C_0 . El contaminante puede dispersarse hacia aguas arriba y aguas abajo. Esta solución viene dada por la ecuación de Sauty (1980).

- **Condición de borde del tercer tipo o Cauchy**

La solución propuesta por Van Genuchten (1981) representa la incorporación paulatina de masa en el acuífero. El valor de la concentración y el gradiente de concentración son conocidos. Una de las condiciones de borde establece que la concentración debe tener un valor finito a medida que la distancia de observación aumenta.

- **Inyección Instantánea de contaminante**

Al inyectar un trazador de forma instantánea en un medio caracterizado por un flujo unidireccional uniforme, éste avanzará gradualmente y será influenciado por el proceso de dispersión hidrodinámica. Con el objetivo de representar una inyección instantánea con concentración C_0 , la condición de borde queda representada por el operador Dirac $\delta(x-x_0)$. La solución fue definida por Sauty (1980 b), válida para valores de $Pe > 100$.

Tabla A.2 Soluciones Analíticas –
Flujo Uniforme - Caso Unidimensional

INYECCIÓN	CONDICIÓN INICIAL	CONDICIÓN DE BORDE	AUTOR	ECUACIÓN	
Continua	$C(x,0) = 0$	Primer Tipo o Dirichlet	Ogata y Banks, 1961	$C(x,t) = \frac{C_0}{2} \left\{ \operatorname{erfc} \left(\frac{x - v_x t}{2\sqrt{D_x t}} \right) + \exp \left(\frac{v_x x}{D_x} \right) \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{x + v_x t}{2\sqrt{D_x t}} \right) \right\}$	A.10
Continua	$C(x,0) = 0$	Segundo Tipo o Neuman	Sauty, 1980 (a)	$C(x,t) = \frac{C_0}{2} \left\{ \operatorname{erfc} \left(\frac{x - v_x t}{2\sqrt{D_x t}} \right) - \exp \left(\frac{v_x x}{D_x} \right) \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{x + v_x t}{2\sqrt{D_x t}} \right) \right\}$	A.11
Continua	$C(x,0) = 0$	Tercer Tipo o Cauchy	Van Genuchten, 1981	$C(x,t) = \frac{C_0}{2} \left\{ \operatorname{erfc} \left(\frac{x - v_x t}{2\sqrt{D_x t}} \right) + \left(\frac{v_x^2 t}{\pi D_x} \right)^{1/2} \cdot \exp \left(-\frac{(x - v_x t)^2}{4D_x t} \right) - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{v_x x}{D_x} + \frac{v_x^2 t}{D_x} \right) \exp \left(\frac{v_x x}{D_x} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{x + v_x t}{2\sqrt{D_x t}} \right) \right\}$	A.12
Instantánea	$C(x,0) = C_0 \cdot \delta(x - x_0)$	$C(-\infty, t) = 0$; $C(\infty, t) = 0$	Sauty, 1980 (b)	$C(x,t) = \frac{M/n}{\sqrt{4\pi D_L t}} \exp \left(-\frac{(x - vt)^2}{4D_x t} \right)$	A.13

**Tabla A.3 Soluciones Analíticas Adimensionales –
Flujo Uniforme -Caso Unidimensional**

INYECCIÓN	CONDICIÓN INICIAL	CONDICIÓN DE BORDE	ECUACIÓN	
Instantánea y Continua (Pulso)	$C(x,0) = 0$	Primer Tipo o Dirichlet	$C_R = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erfc} \left[\left(\frac{P_e}{4t_R} \right)^{1/2} \cdot (I - t_R) \right] + \exp(P_e) \cdot \operatorname{erfc} \left[\left(\frac{P_e}{4t_R} \right)^{1/2} \cdot (I + t_R) \right] \right\}$	A.14
Continua	$C(x,0) = 0$	Segundo Tipo o Neuman	$C_R = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erfc} \left[\left(\frac{P_e}{4t_R} \right)^{1/2} \cdot (I - t_R) \right] - \exp(P_e) \cdot \operatorname{erfc} \left[\left(\frac{P_e}{4t_R} \right)^{1/2} \cdot (I + t_R) \right] \right\}$	A.15
Continua	$C(x,0) = 0$	Tercer Tipo o Cauchy	$C_R = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erfc} \left[\left(\frac{P_e}{4t_R} \right)^{1/2} \cdot (I - t_R) \right] + \left(\frac{t_R P_e}{\pi} \right)^{1/2} \exp \left(- \left(\frac{P_e}{4t_R} \right) \cdot (I - t_R)^2 \right) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} (I + P_e + t_R P_e) \exp(P_e) \cdot \operatorname{erfc} \left[\left(\frac{P_e}{4t_R} \right)^{1/2} \cdot (I + t_R) \right] \right\}$	A.16
Instantánea	$C(x,0) = C_0 \cdot \delta(x - x_0)$	$C(-\infty, t) = 0;$ $C(\infty, t) = 0$	$C_R = \frac{E}{\sqrt{t_R}} \exp \left(- \frac{P_e}{4t_R} (I - t_R)^2 \right)$ $E = \sqrt{t_{Rmax}} \exp \left(\frac{P_e}{4t_{Rmax}} (I - t_{Rmax})^2 \right)$ $t_{Rmax} = \left(I + P_e^{-2} \right)^{1/2} - P_e^{-1}$	A.17

A2.2. MODELO BIDIMENSIONAL

Las soluciones analíticas resuelven la ecuación diferencial bidimensional definida en un medio homogéneo e isotrópico con un campo de velocidad uniforme en la dirección x .

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_T \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - v_x \frac{\partial C}{\partial x} \quad \text{A.18}$$

Donde D_L y D_T son los coeficientes de dispersión hidrodinámica longitudinal y transversal respectivamente. A continuación se describen los casos típicos de inyección: continua e instantánea. En la Tabla A.4 se presentan las condiciones de borde e iniciales como las soluciones definidas para cada caso.

- **Inyección continua de contaminante**

Este caso asume una fuente de contaminante ubicada en el origen ($x=0$, $y=0$). La inyección es continua con una concentración constante, C_0 , la tasa de inyección es Q y el espesor de acuífero en el cual el contaminante es inyectado es conocido, b . El flujo es uniforme y tiene una velocidad promedio v_x paralelo al eje x . La solución obtenida por Bear (1972) fue desarrollada para la condición estacionaria, es decir, cuando la pluma no presenta cambios en el tiempo. Para determinar la concentración en régimen transiente, Ensellem (1975) estableció una solución que utiliza la función de pozo derivada por Hantush.

- **Inyección instantánea de contaminante**

La solución analítica para el problema de inyección instantánea fue obtenida por Josselin De Jong (1958). La solución está definida para un área de inyección, A , donde el contaminante es inyectado en todo el espesor del acuífero en un intervalo de tiempo muy breve.

Tabla A.4
Soluciones Analíticas- Caso Bidimensional

INYECCIÓN	CONDICIÓN INICIAL	CONDICIÓN DE BORDE	AUTOR	ECUACIÓN	
Continua	$C(x, y, 0) = 0$	$\left(-D \frac{dC}{dx} + v_x C\right) \Big _{x=0} = \frac{Q}{b} C_0$ $C(-\infty, y, t) = 0 \quad C(\infty, y, t) = 0$ $C(x, -\infty, t) = 0 \quad C(x, \infty, t) = 0$	Solución en Régimen Permanente Bear, 1972	$C = \frac{C_0(Q/b)}{2\pi\sqrt{D_L D_T}} \exp\left(\frac{v_x x}{2D_L}\right) K_0(B)$ $B = \left[\frac{v_x^2}{4D_L} \left(\frac{x^2}{D_L} + \frac{y^2}{D_T}\right)\right]^{1/2}$ <p>Donde: K() función de Bessel modificada de segundo tipo y orden cero</p>	A.19
Continua	$C(x, y, 0) = 0$	IDEM AL ANTERIOR	Solución en Régimen Transiente Ensellem, 1975	$C = \frac{C_0(Q/b)}{4\pi\sqrt{D_L D_T}} \exp\left(\frac{v_x x}{2D_L}\right) [W(0, B) - W(t_D, B)]$ $t_D = \frac{v_x^2 t}{D_L}$ <p>Donde W() es la función de Hantush</p>	A.20
Instantánea	$C(x, y, 0) = 0$	$C(x_0, y_0, 0) = C_0 \cdot \delta(x - x_0, y - y_0)$ $C(-\infty, y, t) = 0$ $C(\infty, y, t) = 0$ $C(x, -\infty, t) = 0$ $C(x, \infty, t) = 0$	De Josselin de Jong, 1958	$C = \frac{M}{4\pi m b t \sqrt{D_L D_T}} \exp\left[\frac{((x - x_0) - v_x t)^2}{4D_L t} - \frac{(y - y_0)^2}{4D_T t}\right]$	A.21

ANEXO B

INFORMACIÓN ADICIONAL SOBRE TÉCNICAS DE TERRENO

B1. DETERMINACIÓN DE LA VELOCIDAD DE FLUJO Y POROSIDAD EFECTIVA

Problemas de transporte en régimen natural requieren estimar valores de velocidad del flujo de agua subterránea y porosidad efectiva. Al asumir conocidos los valores de conductividad y gradiente hidráulico en torno a un pozo de bombeo, Leap y Kaplan (1988) y Hall et al. (1991) presentaron una versión modificada de la prueba de pozo individual con fases de inyección y de extracción que permite estimar los valores de ambos parámetros: velocidad del flujo de agua subterránea y porosidad efectiva. La metodología consiste en las siguientes etapas

1. Inyectar al interior de un pozo una solución de trazador conservativo con una concentración constante, C_0 .
2. Inmediatamente después, se inyecta un volumen de agua sin trazador y de esta forma la pluma del pulso de trazador se desplaza fuera del pozo.
3. Dejar libre al trazador en el acuífero, donde es transportado aguas abajo por efecto exclusivo del flujo natural de agua subterránea.
4. Bombear desde el mismo pozo a tasa constante y registrar la distribución temporal de concentración.

El marco teórico considera un acuífero confinado, homogéneo e isotrópico dominado por un transporte advectivo horizontal donde la velocidad es suficientemente baja tal que puede ser despreciada en la fase de bombeo. La ecuación de Darcy define la velocidad en un flujo laminar en medios porosos, como:

$$V = \frac{K \cdot I}{n} \quad \text{B.1}$$

Adicionalmente, la ecuación que describe la velocidad durante la fase de bombeo viene dada por la siguiente expresión (Leap y Kaplan, 1988):

$$V = \left(\frac{Q \cdot t}{\pi \cdot n \cdot b} \right)^{1/2} \cdot \frac{I}{d} \quad \text{B.2}$$

Donde:

v : Velocidad de flujo, [L/T]

Q : Caudal de extracción, [L³/T]

t : Tiempo desde el inicio de la fase de extracción y la extracción del centro de masa de trazador, [T]

n : Porosidad efectiva, [-]

b : Espesor saturado de acuífero, [L]

- d : Tiempo desde el término de la fase de inyección hasta la extracción del centro de masa de trazador (tiempo de flujo libre + t), [T]
 K : Conductividad hidráulica, [L/T]
 I : Gradiente hidráulico local, [L/L]

El gradiente hidráulico es determinado mediante los niveles de agua en pozos de observación y la conductividad hidráulica puede ser determinada mediante diversas metodologías, como pruebas de bombeo o métodos geotécnicos. Las ecuaciones básicas que permiten relacionar velocidad y porosidad son dos relaciones que resultan de combinar las ecuaciones B.1 y B.2. Las expresiones se presentan a continuación.

$$V = \frac{Q \cdot t}{\pi \cdot b \cdot d^2 \cdot K \cdot I} \quad \text{B.3}$$

$$n = \frac{\pi \cdot b \cdot K^2 \cdot I^2 \cdot d^2}{Q \cdot t} \quad \text{B.4}$$

Aunque el método fue desarrollado bajo el supuesto de acuífero confinado, resultados en acuíferos libres son satisfactorios (Hall et al., 1991). La ecuación permite estimar velocidad de flujo por medio de la transmisividad obtenida en pruebas de bombeo en el mismo pozo donde se realiza la prueba con trazador. Sin embargo, para determinar porosidad efectiva se requiere conocer el espesor del acuífero. Algunas fuentes de error se mencionan a continuación (Leap y Kaplan, 1988):

- Velocidad estimada puede ser inferior a la real. Se ha identificado una región denominada “zona de sombra” asociada a la distancia aguas abajo desde el punto de inyección que requiere el trazador para desplazarse a la misma velocidad del flujo. Los autores no entregan una metodología que permita obtener resultados favorables inmediatamente, sin embargo, sugieren realizar varias pruebas utilizando distintos tiempos de flujo donde el trazador es transportado bajo el efecto del gradiente natural. De esta forma se asegura una convergencia al valor real, el cual se asocia a tiempos extensos.
- Velocidad estimada puede ser mayor a la real. Esta situación puede presentarse cuando se combinan los siguientes factores: (1) velocidad de flujo muy baja, (2) volumen de trazador muy grande, (3) tiempo de duración de la fase de inyección muy breve. En estos casos se podría estimar un valor de velocidad más alto que el real. Tampoco se puede cuantificar la compensación producida por el efecto de la “zona de sombra”.

Finalmente, los resultados obtenidos en este tipo de pruebas deben ser interpretados cuidadosamente tomando en consideración las observaciones anteriores. A continuación, la Tabla B.1 presenta los resultados obtenidos en dos aplicaciones de terreno (Hall et al., 1991. Istok, 200-).

Tabla B.1
Determinación Velocidad y Porosidad Efectiva –Ejemplos de Aplicación

PARÁMETRO	SÍMBOLO	UNIDAD	PRUEBA 1	PRUEBA 2
Datos del Acuífero				
Espesor del Acuífero (o tamaño criba del pozo) *	b	[m]	15.24	2.93 *
Gradiente Hidráulico	I	[%]	0.5	1.5
Conductividad Hidráulica	K	[m/día]	12.2	2.4
Fase de Inyección				
Tipo de Trazador			LiBr	KBr
Masa de Trazador Inyectado	M	[gr]	150	20
Caudal Inyección	Q_{iny}	[m ³ /hr]	36.34	0.12
Volumen Inyectado	V_1	[L]	605.6	200
Solución de trazador				
Volumen Inyectado Agua sin Trazador (“Chaser”)	V_2	[L]	401	50
Tiempo Total Inyección	T_{iny}	[hr]	1.11	2.08
Flujo Libre Trazador				
Tiempo Flujo Libre Trazador	$d-t$	[hr]	62.7	30
Fase de Extracción				
Caudal Extracción	Q_{ext}	[m ³ /hr]	13.626	0.108
Tiempo bombeo hasta recuperar 50% masa de trazador	t	[hr]	1.52	1.45
Resultados				
Velocidad del Flujo	v	[m/día]	0.99	0.28
Porosidad Efectiva	n	[%]	6	13
Fuente			Hall et al. (1991)	Istok (200-)

B2. COMPARACIÓN TÉCNICAS DE TERRENO: GRADIENTE NATURAL Y FORZADO

B2.1. VENTAJAS Y DESVENTAJAS

La Tabla B.2 presenta un resumen con ventajas y desventajas identificadas para pruebas con trazadores bajo condiciones de gradiente natural (NGTT) y forzado (FGTT).

Tabla B.2
Ventajas y Desventajas Técnicas de Terreno

NGTT	<p>Ventajas</p> <p>No presenta límites de escala de observación</p> <p>Desventajas</p> <ol style="list-style-type: none"> 1 Experiencias tiene una mayor duración relativa comparada con FGTT 2 Evaluaciones pueden ser afectadas por variaciones en las condiciones de borde 3 Problemas para detectar pluma de contaminante y cálculos de balance de masa 4 Requiere un sistema de monitoreo masivo 5 No es recomendable en pruebas con trazadores reactivos debido al tiempo requerido
FGTT	<p>Ventajas</p> <p>Experiencias tiene una menor duración relativa comparada con FGTT (especialmente para el caso de flujo radial simétrico)</p> <p>Reducción de efectos asociados a variaciones efectivas de gradiente hidráulico</p> <p>Posibilidad de utilizar varias direcciones de transporte al usar un único trazador (pruebas de flujo radial divergente)</p> <p>Posibilidad de calcular balance de masa (pruebas de flujo radial convergente y de tipo push-pull)</p> <p>Uso de trazadores reactivos bajo condiciones manejables</p> <p>Desventajas</p> <ol style="list-style-type: none"> 6 Escala de observación limitada 7 Tratamiento de agua subterránea bombeada (pruebas de flujo radial convergente, tipo dipolo y push-pull) 8 Ausencia de flujo natural durante la prueba

Fuente: Ptak et al. (2004)

B2.2. FACTIBILIDAD DE APLICACIONES

Adicionalmente, la Tabla B.3 define la factibilidad de algunas aplicaciones típicas en la investigación de transporte conservativo y reactivo en aguas subterráneas. Se clasifica de acuerdo al tipo de gradiente considerado (natural o forzado) y al sistema de monitoreo utilizado (integrado en profundidad o multinivel). Si la prueba es adecuada para obtener un objetivo específico se asigna el signo (+), en caso contrario se define el signo (-). Comentarios y explicaciones vienen dado por el número que acompaña al signo que define la factibilidad, y corresponden a las desventajas definidas en la B.3.

Tabla B.3
Factibilidad de Aplicaciones en Pruebas con Trazadores

PROPÓSITO	NGTT		FGTT	
	Integrado	Multinivel	Integrado	Multinivel
a Investigación de la dirección principal de transporte en condiciones naturales	+	+	- ⁸	- ⁸
b Pruebas para determinar ubicación de fuentes de contaminantes	+	+	- ⁸	- ⁸
c Distribución espacial del transporte de solutos (para modelos estocásticos)	-	+	-	+
d Investigación de la distribución espacial de parámetros de transporte	-	+	-	+
e Investigar propiedades del acuífero: Estructura, detección de caminos preferenciales de flujo y zonas de dispersión	-	+ ⁴	-	+
f Validación de modelos de transporte	+	+	+	+
g Estimación de parámetros efectivos de transporte no-reactivos	+	+	+	+
h Estimación de propiedades hidro-geoquímicas del acuífero y parámetros efectivos de transporte reactivo	+ ⁵	+ ⁵	+	+
i Aplicabilidad de Pruebas multi-especies (uso simultáneo de trazadores no-reactivo y reactivo)	+ ⁵	+ ⁵	+	+

Fuente: Ptak et al. (2004)

ANEXO C

RESULTADOS MODELACIÓN NUMÉRICA

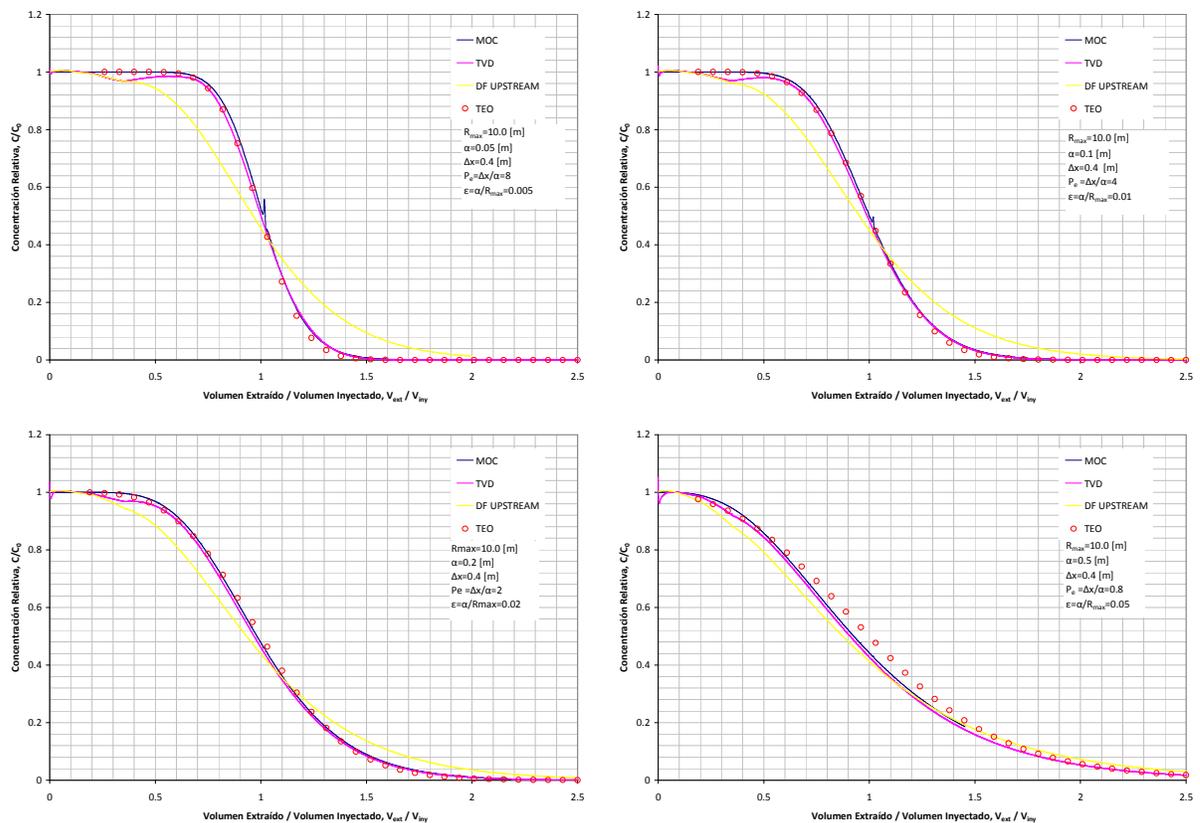
C1. PRUEBA DE POZO INDIVIDUAL TIPO PUSH PULL

C1.1. COMPARACIÓN TÉCNICAS DE SOLUCIÓN

Con el objetivo de seleccionar un método numérico que permita realizar simulaciones de forma correcta, se realiza una comparación entre la solución analítica y distintas técnicas de solución disponible en MT3DMS. Los métodos utilizados son: método estándar de diferencias finitas Upwind implícito (DF-UP), método TVD de tercer orden y el método de las características (MOC). Como el problema planteado es sencillo conceptualmente, el nivel de requerimiento computacional de cada técnica no es relevante en este análisis. El objetivo es identificar problemas numéricos, tales como dispersión numérica y oscilaciones artificiales.

La distribución temporal de concentración es registrada en un pozo de observación definido en el pozo de inyección/extracción. Estas curvas son presentadas en términos adimensionales. El eje de las abscisas se define como la razón entre volumen extraído y volumen inyectado, V_{ext}/V_{iny} , mientras que el eje de las ordenadas corresponde a la concentración relativa, C/C_0 . La Figura C.1.1 presenta cuatro escenarios diferentes (a), (b), (c) y (d) cada uno con valores del número de Peclet, P_e , iguales a 8, 4, 2 y 0.8 respectivamente. A mayor valor de P_e , existe un predominio del transporte advectivo por sobre el dispersivo.

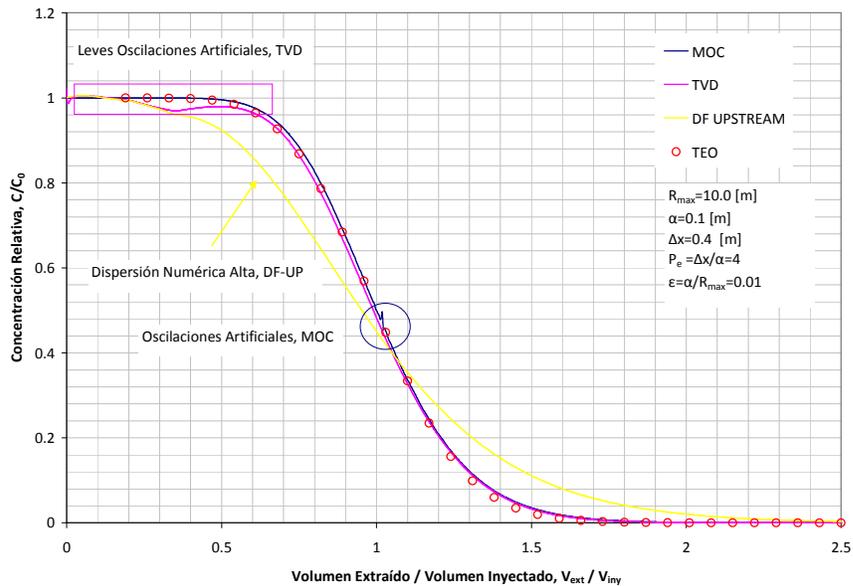
Figura C.1.1 Prueba de pozo individual tipo Push Pull
Comparación entre técnicas de solución



- **Análisis de Resultados**

Se observa que el método estándar de diferencias finitas genera una excesiva dispersión numérica cuando el problema es dominado por advección (casos a y b), mientras que los resultados obtenidos por los métodos TVD y MOC tienen un comportamiento similar a la aproximación analítica. Adicionalmente, la solución del esquema TVD presenta pequeñas oscilaciones artificiales en los primeros instantes de la fase de extracción, pero a medida que el tiempo avanza, estos problemas desaparecen. El esquema MOC muestra una pequeña inestabilidad cuando la concentración relativa es del orden del 50%. Estos problemas numéricos se identifican en la Figura C.1.2.

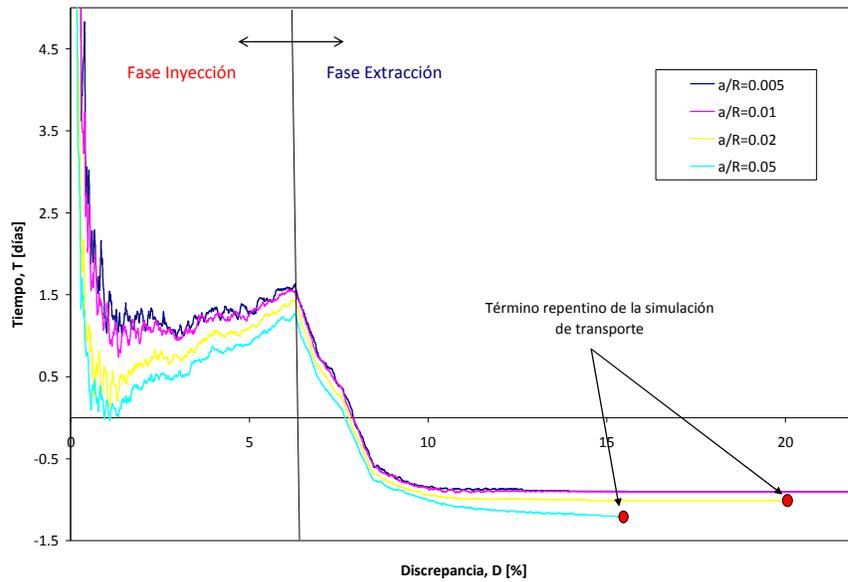
Figura C.1.2 Prueba de pozo individual tipo *Push Pull*
Comparación técnicas de solución



Cuando el valor del número de Peclet disminuye (casos c y d), la solución analítica aproximada se distancia levemente por sobre las soluciones numéricas, y la dispersión numérica producida por el método de diferencias finitas es menor, debido al aumento de la dispersión física tiende a reducir la diferencia. Por otro lado, el método de las características (MOC) presenta un serio problema numérico. Este se manifiesta con la detención sorpresiva de la simulación antes que finalice la fase de extracción. Esta detención se atribuye a errores en el balance de masa y se verifica la información de la literatura donde se recomienda utilizar este método numérico sólo en casos dominados por advección ($P_e > 10$).

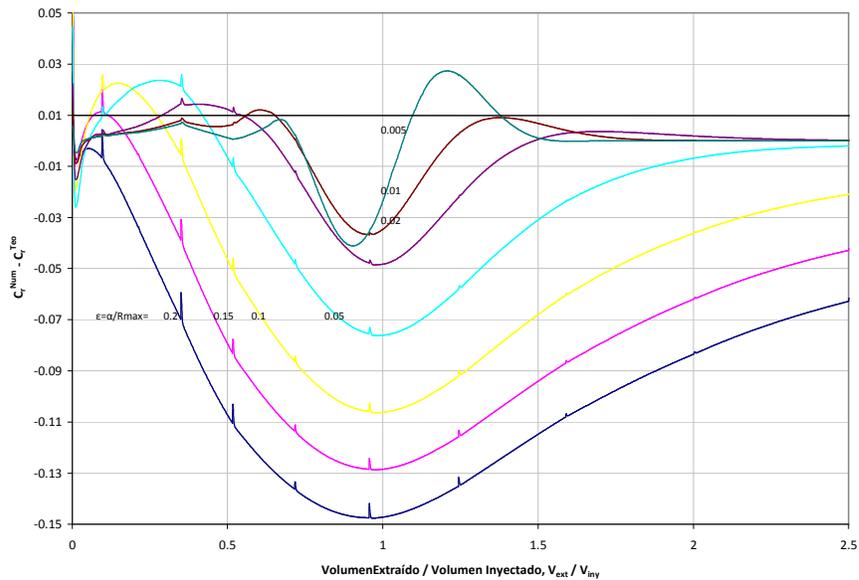
Con el objetivo de realizar un análisis de las discrepancias en el balance de masas producidas en el esquema MOC, se compara el efecto de la variación del valor de la dispersividad en una grilla fija y distintos valores de número de Peclet. En la Figura C.1.3 observa una detención repentina del método MOC cuando la dispersión es relevante.

**Figura C.1.3 Prueba de pozo individual tipo *Push Pull*
Discrepancias método MOC**



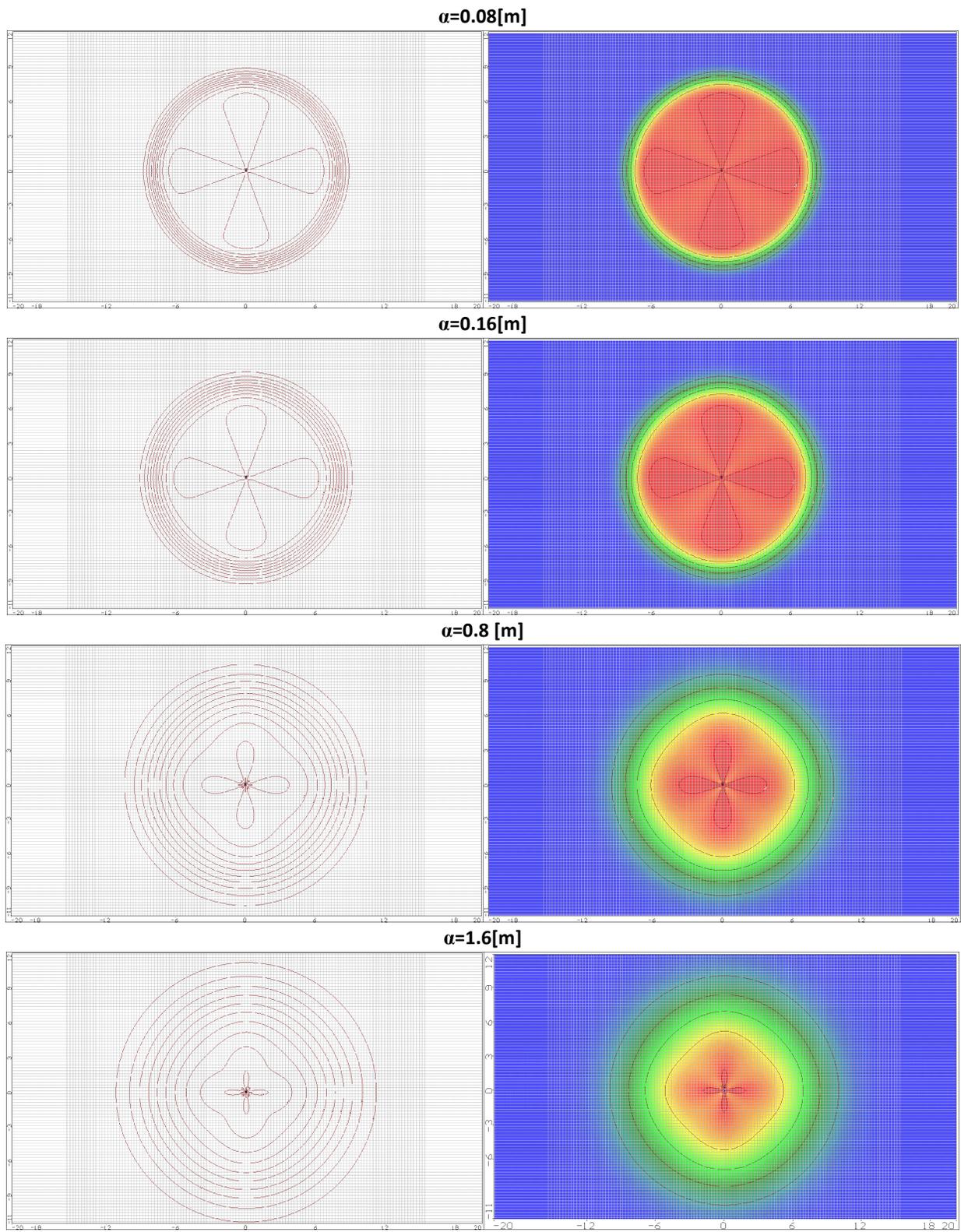
Adicionalmente, se realiza una comparación entre la solución analítica y numérica. La Figura C.1.4 muestra el error definido como la diferencia entre la solución numérica y analítica. De acuerdo a éste gráfico, se concluye finalmente que la aproximación analítica definida por la expresión de Gelhar y Collins (1971) es válida sólo para problemas dominados por advección.

**Figura C.1.4 Prueba de pozo individual tipo *Push Pull*
Diferencia entre Solución numérica y Analítica**



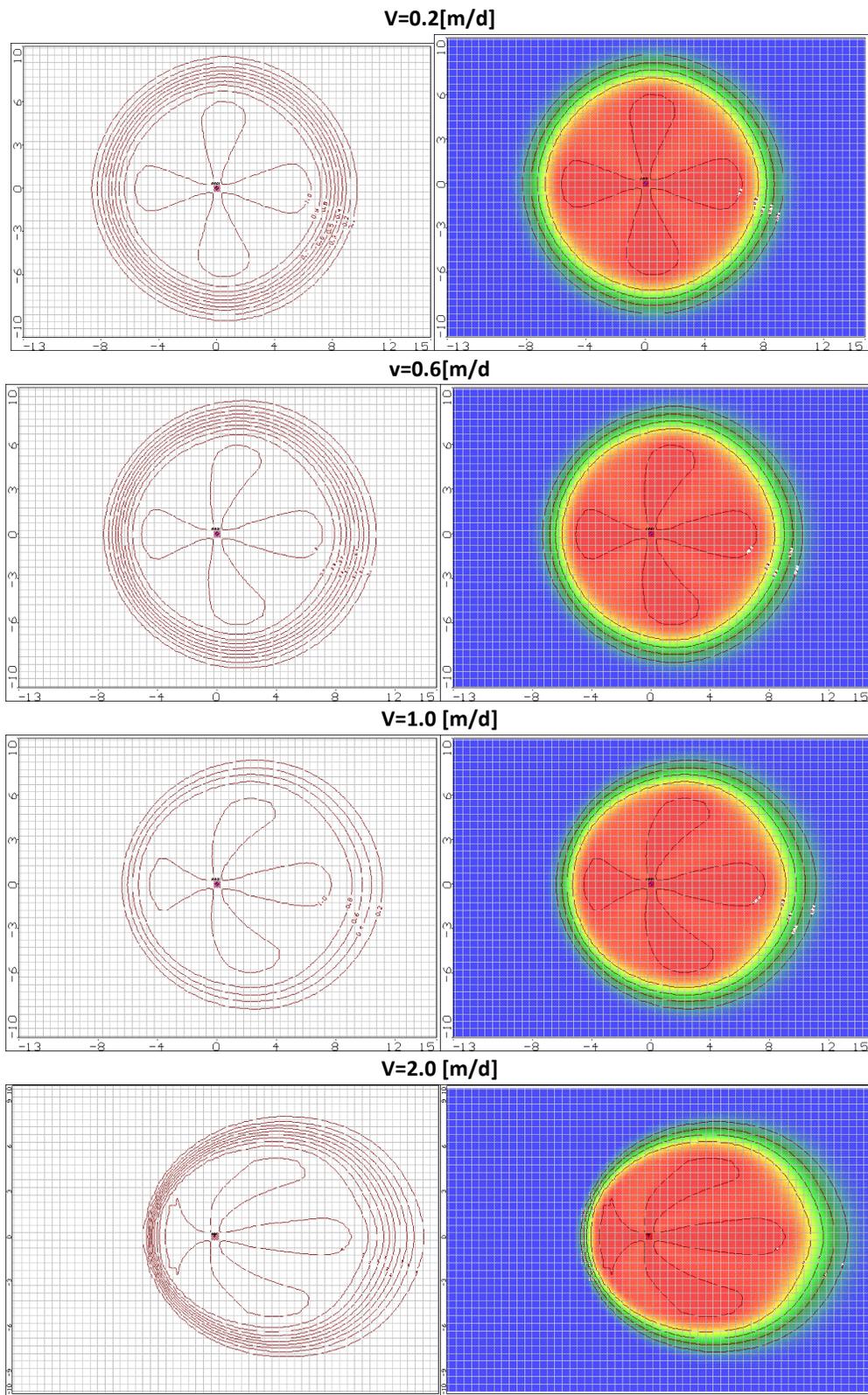
C1.2. ACUÍFERO CONFINADO HOMOGÉNEO

Efecto de la Dispersividad



C.1.2 ACUÍFERO LIBRE HOMOGÉNEO

Efecto de la Velocidad del Flujo



C2. PRUEBA DE DOS POZOS - FLUJO DIPOLO

C2.1. DATOS DE TABULADOS CASO DE INYECCIÓN INSTANTÁNEA

La aproximación analítica se basa en una serie de parámetros adimensionales, los cuales se presentan a continuación:

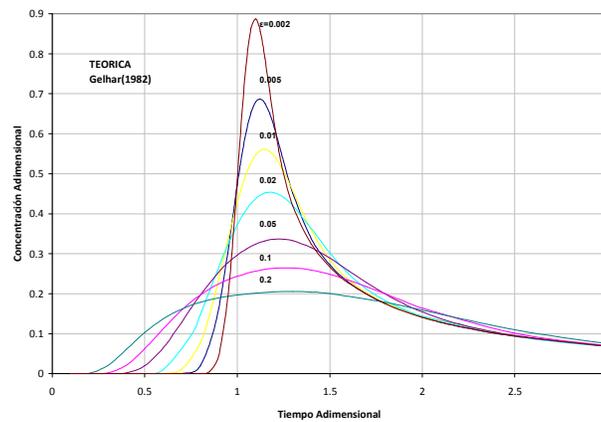
$\varepsilon = \alpha/L$: Razón entre dispersividad longitudinal y distancia entre pozos

$\hat{C} = \frac{nHL^2}{M} C_w$: Concentración adimensional en el pozo de extracción

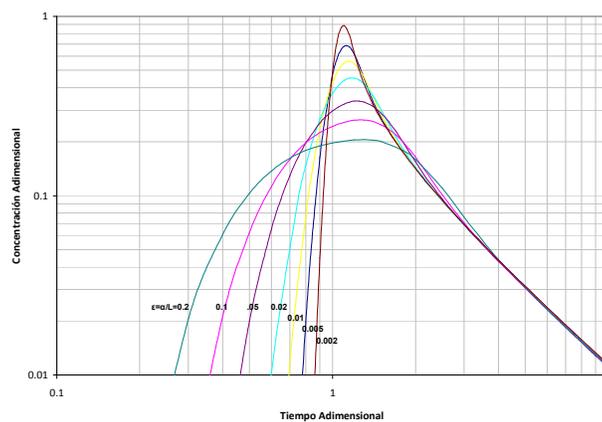
$t = \frac{Qt}{nHL^2}$: Tiempo Adimensional

La Figura C.2.1 muestra la distribución temporal de concentración correspondiente a pruebas de dos pozos con flujo de tipo dipolo e inyección instantánea de trazador. Las escalas son diferentes: imagen (a) escala aritmética, e imagen (b) escala logarítmica.

**Figura C.2.1 Prueba de Dos Pozos Flujo tipo Dipolo
Distribución Temporal de Concentración Adimensional**



(a)



(b)

Tabla C.2.1 Prueba Dos Pozos – Inyección Instantánea
Tiempo y Concentración Adimensional

$\epsilon=\alpha/L$ Tiempo Adimensional	0.002 Concentración Adimensional	$\epsilon=\alpha/L$ Tiempo Adimensional	0.005 Concentración Adimensional	$\epsilon=\alpha/L$ Tiempo Adimensional	0.01 Concentración Adimensional
0.1	0	0.1	0	0.1	0
0.2	0	0.2	0	0.2	0
0.3	0	0.3	0	0.3	0
0.4	0	0.4	0	0.4	0
0.5	0	0.5	0	0.5	0
0.6	0	0.6	0	0.6	0.0004
0.7	0	0.7	0.0005	0.7	0.0113
0.8	0.0003	0.8	0.0197	0.8	0.0778
0.85	0.0054	0.9	0.1635	0.85	0.1471
0.9	0.0452	1	0.4722	0.9	0.2369
0.95	0.1944	1.025	0.5461	0.95	0.3354
0.975	0.3265	1.05	0.6077	1	0.4277
1	0.4854	1.075	0.6532	1.05	0.501
1.025	0.6464	1.1	0.6797	1.1	0.547
1.05	0.7804	1.125	0.6866	1.15	0.5608
1.075	0.8642	1.15	0.6758	1.2	0.5446
1.1	0.8871	1.175	0.6505	1.25	0.506
1.125	0.8556	1.2	0.6153	1.3	0.4576
1.15	0.7883	1.225	0.5743	1.4	0.3589
1.175	0.7065	1.25	0.5316	1.5	0.2849
1.2	0.6265	1.3	0.4514	1.6	0.2358
1.225	0.5572	1.4	0.3377	1.7	0.2021
1.25	0.5007	1.5	0.2722	1.8	0.1772
1.3	0.4194	1.6	0.2297	1.9	0.1578
1.4	0.3244	1.7	0.199	2	0.1421
1.5	0.2671	1.8	0.1755	2.5	0.0937
1.6	0.2274	2	0.1415	3	0.0687
1.8	0.175	2.2	0.1181	3.5	0.0536
2	0.1415	2.5	0.0939	4	0.0435
2.2	0.1182	3	0.0689	4.5	0.0363
2.5	0.0941	3.5	0.0538	5	0.031
3	0.0692	4	0.0436	5.5	0.0269
3.5	0.054	4.5	0.0364	6	0.0236
4	0.0438	5	0.0311	6.5	0.021
4.5	0.0366	5.5	0.027	7	0.0189
5	0.0312	6	0.024	7.5	0.0171
5.5	0.0271	6.5	0.021	8	0.0156
6	0.0238	7	0.019	9	0.0132
6.5	0.0212	8	0.016	10	0.0114
7	0.019	9	0.013		
7.5	0.0172	10	0.011		
8	0.0157				
9	0.0133				
10	0.0115				

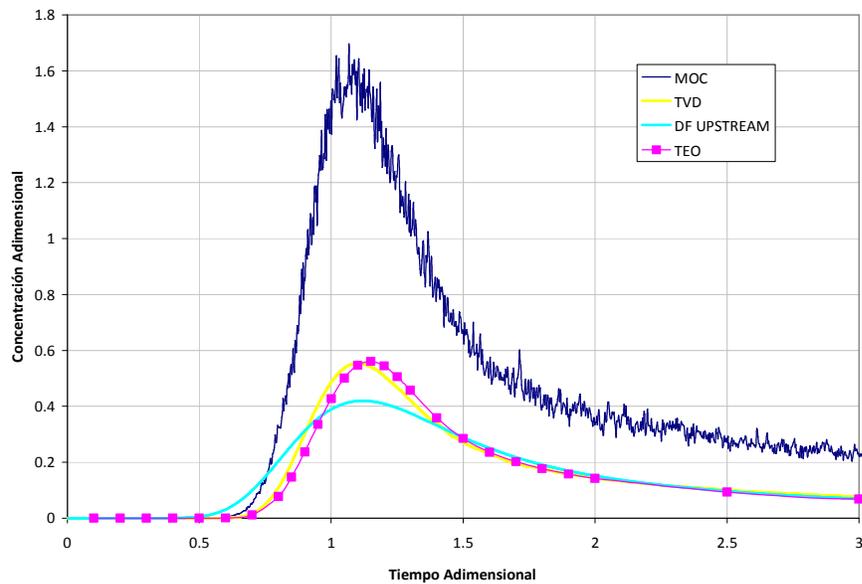
Tabla C.2.2 (continuación) Prueba Dos Pozos – Inyección Instantánea
Prueba Dos Pozos – Inyección Instantánea - Tiempo y Concentración Adimensional

$\epsilon=\alpha/L$ Tiempo Adimensional	0.02 Concentración Adimensional	$\epsilon=\alpha/L$ Tiempo Adimensional	0.05 Concentración Adimensional	$\epsilon=\alpha/L$ Tiempo Adimensional	0.1 Concentración Adimensional	$\epsilon=\alpha/L$ Tiempo Adimensional	0.2 Concentración Adimensional
0.1	0	0.1	0	0.1	0	0.1	0
0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0.0013
0.3	0	0.3	0	0.3	0.0024	0.3	0.0205
0.4	0	0.4	0.0024	0.4	0.0213	0.4	0.0608
0.5	0.0006	0.5	0.02	0.5	0.0623	0.5	0.1031
0.6	0.0102	0.6	0.0647	0.6	0.1125	0.6	0.1373
0.75	0.0954	0.65	0.0955	0.7	0.1593	0.7	0.1619
0.8	0.1475	0.7	0.1292	0.8	0.1971	0.8	0.1786
0.85	0.2064	0.75	0.1635	0.9	0.2247	0.9	0.1895
0.9	0.2667	0.8	0.1966	1	0.2436	1	0.1963
0.95	0.3233	0.9	0.2543	1.1	0.2564	1.1	0.2012
1	0.3721	0.95	0.2775	1.2	0.2636	1.2	0.2045
1.05	0.4107	1	0.2966	1.3	0.2644	1.3	0.2055
1.1	0.4378	1.05	0.312	1.4	0.2592	1.4	0.2041
1.15	0.4518	1.1	0.3241	1.5	0.2487	1.5	0.2005
1.2	0.4523	1.15	0.3323	1.6	0.2344	1.8	0.1787
1.25	0.441	1.2	0.3363	1.7	0.2176	2	0.159
1.3	0.4202	1.25	0.3363	1.8	0.1996	2.5	0.1099
1.4	0.3628	1.3	0.3325	1.9	0.1815	3	0.076
1.5	0.3021	1.4	0.3152	2	0.1642	3.5	0.0562
1.6	0.2507	1.5	0.2889	2.5	0.1011	4	0.044
1.7	0.2116	1.6	0.2583	3	0.0707	4.5	0.0364
1.8	0.1827	1.7	0.2275	3.5	0.0539	5	0.0308
1.9	0.161	1.8	0.1993	4	0.0433	5.5	0.0266
2	0.1441	1.9	0.1748	4.5	0.0359	6	0.0232
2.5	0.0939	2	0.1544	5	0.0305	6.5	0.0206
3	0.0686	2.2	0.1242	5.5	0.0264	7	0.0184
3.5	0.0534	2.5	0.0958	6	0.0232	7.5	0.0167
4	0.0432	3	0.069	6.5	0.0206	8	0.0152
4.5	0.0361	3.5	0.0533	7	0.0185	9	0.0128
5	0.0308	4	0.0431	7.5	0.0167	10	0.011
5.5	0.0267	4.5	0.0359	8	0.0152		
6	0.0235	5	0.0306	8.5	0.0139		
6.5	0.0209	5.5	0.0265	9	0.0128		
7	0.0188	6	0.0233	10	0.0111		
7.5	0.017	6.5	0.0207				
8	0.0155	7	0.0186				
9	0.0131	7.5	0.0168				
10	0.0113	8	0.0153				
		9	0.013				
		10	0.0112				

C2.2. COMPARACIÓN TÉCNICAS DE SOLUCIÓN

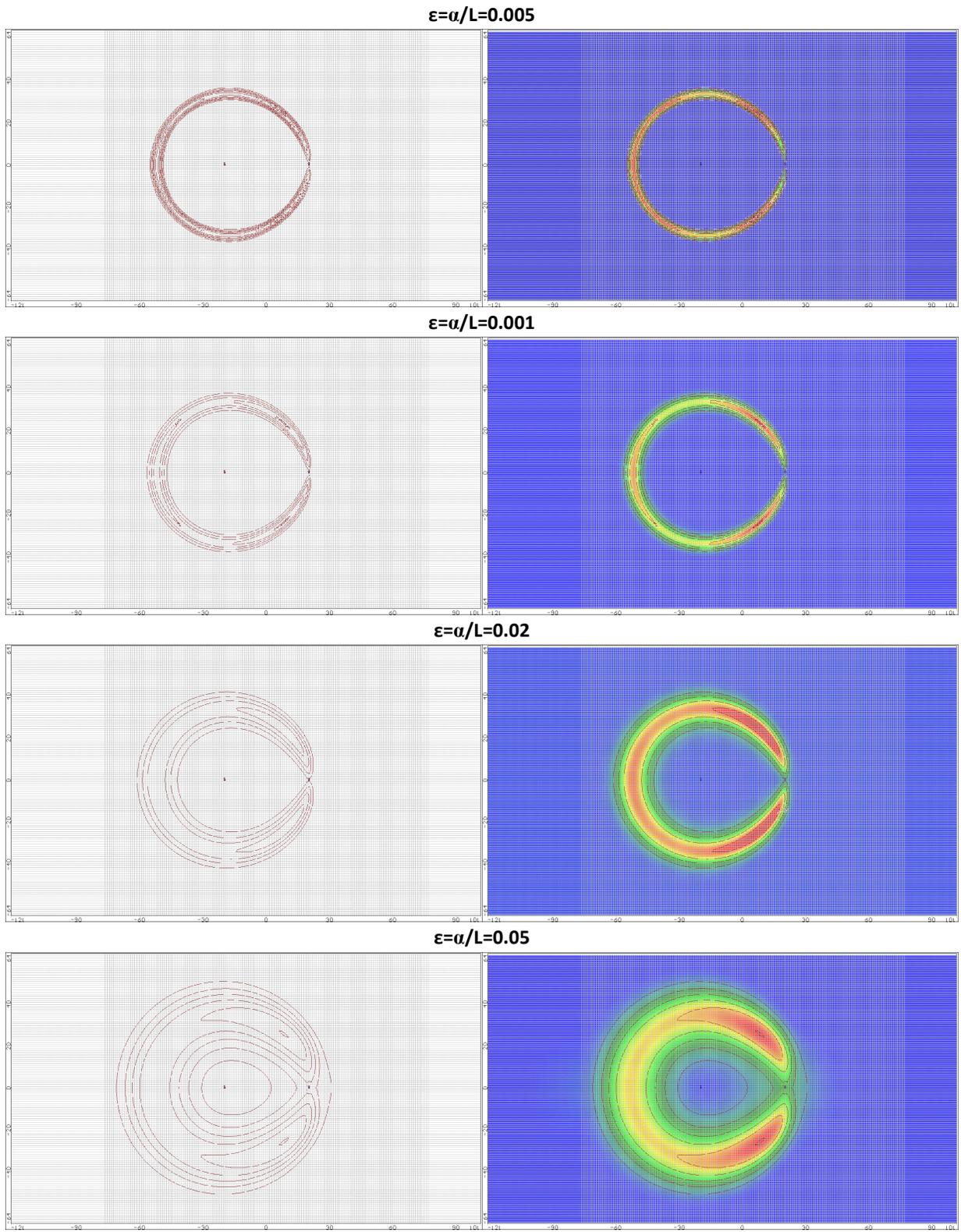
De forma análoga al caso de prueba de pozo individual de tipo *Push Pull*, se realiza una comparación entre la solución analítica y distintas técnicas de solución disponible en MT3DMS. Los métodos utilizados son: método estándar de diferencias finitas Upwind implícito (DF-UP), método TVD de tercer orden y el método de las características (MOC). Figura C.2.2 se observa que el método MOC entrega los peores resultados, ya que sobrestima de sobre manera los valores de concentración registrado en el pozo de bombeo, mientras que el caso contrario es identificado en el método de diferencias finitas, don el efecto de dispersión numérica, aumenta el efecto dispersivo físico descrito por el valor de la dispersividad. Finalmente, se define al esquema TVD como la técnica de solución que mejor se ajusta a las aproximaciones analíticas desarrolladas por Gelhar (1982).

**Figura C.2.2 Prueba de Dos Pozos Flujo tipo Dipolo
Comparación entre técnicas de solución**



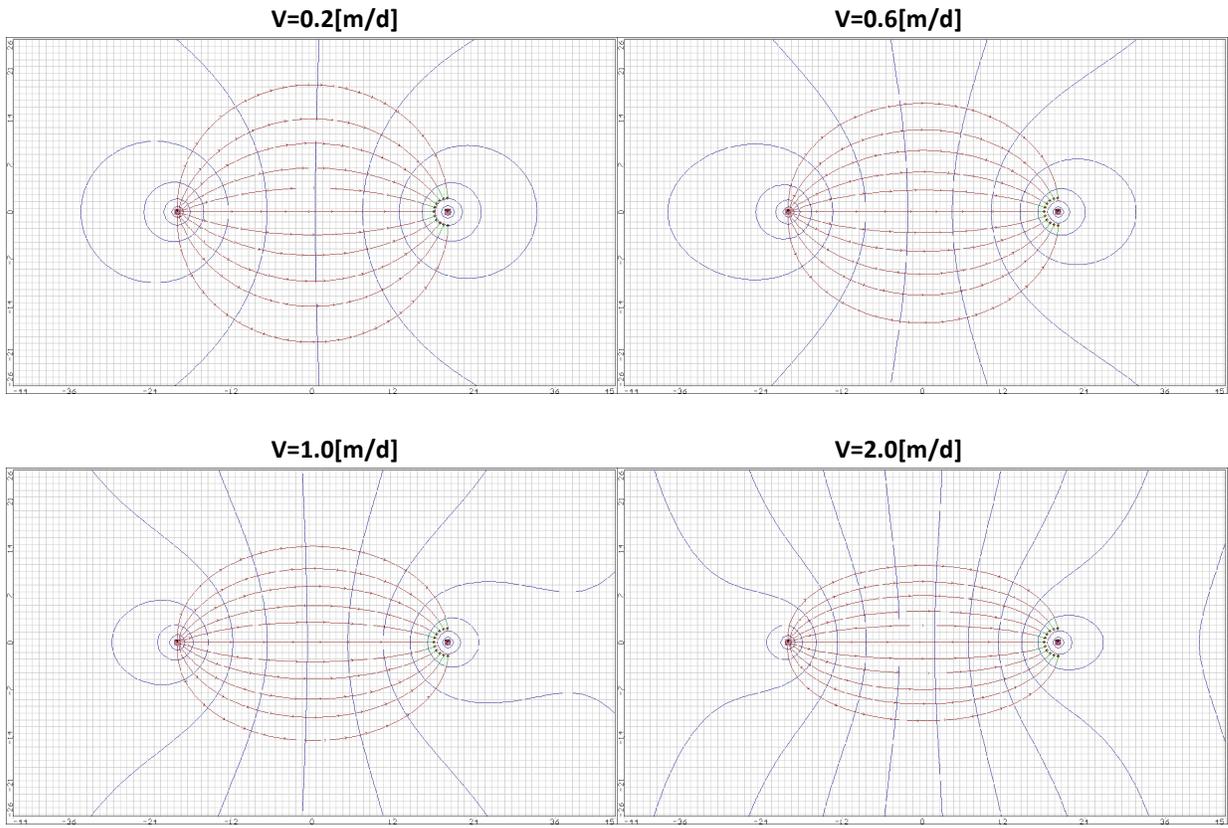
C2.3. ACUÍFERO CONFINADO HOMOGÉNEO

Efecto Dispersividad:



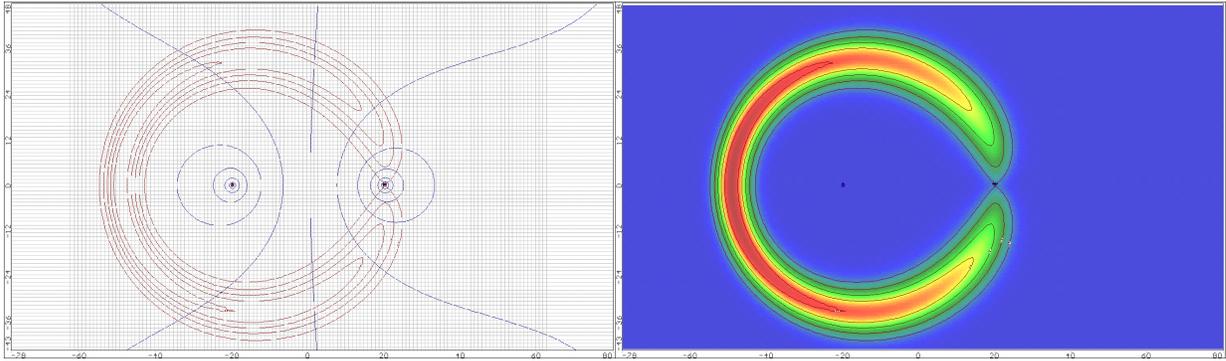
C2.4. ACUÍFERO CONFINADO HOMOGÉNEO

Efecto Velocidad – Líneas de Flujo

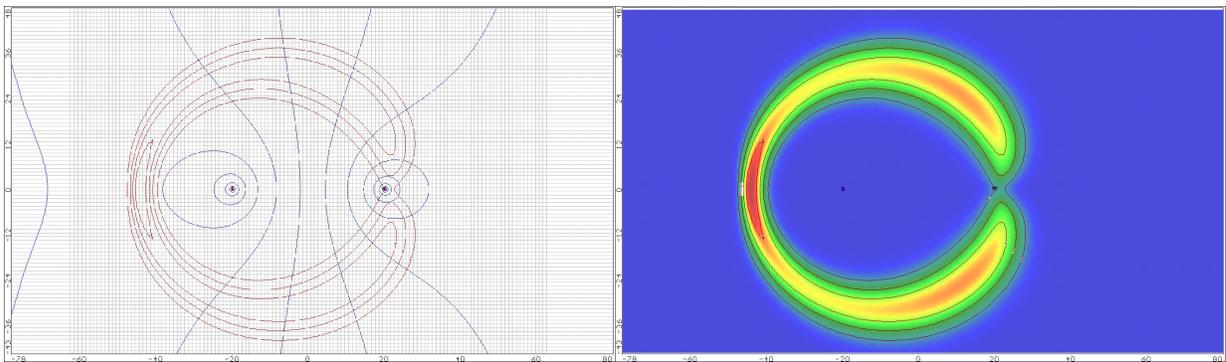


Efecto Velocidad – Final Simulación

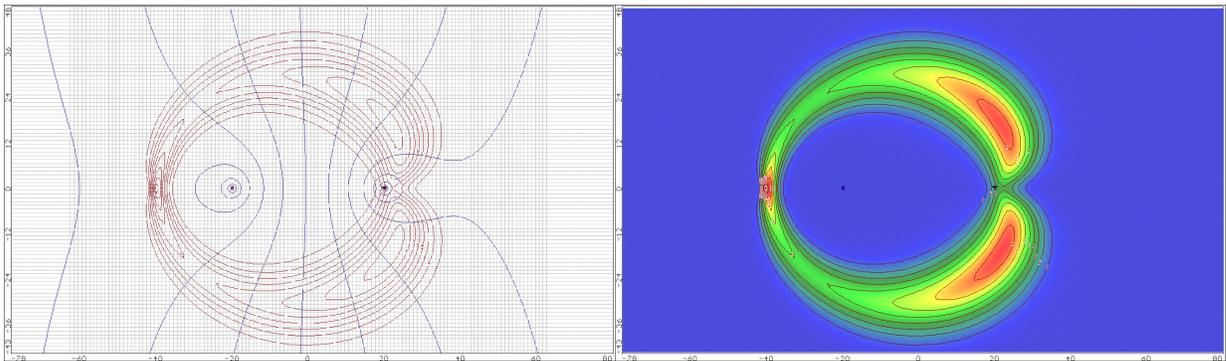
V=0.2m/d



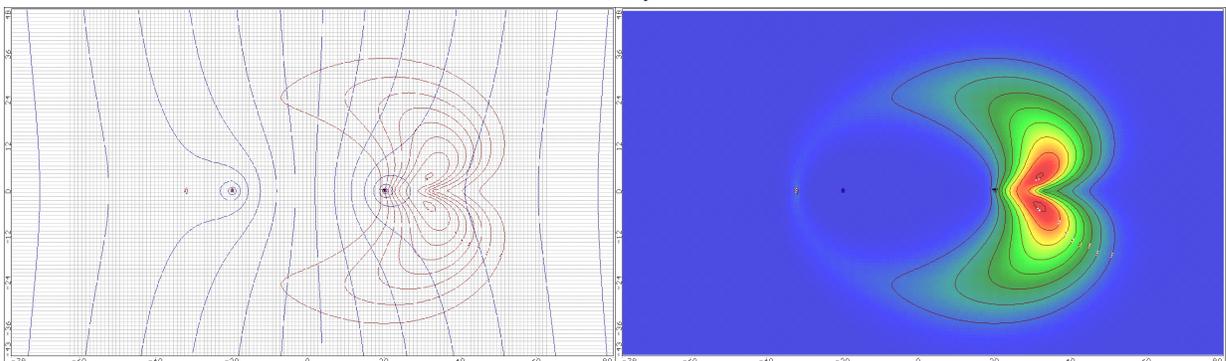
V=0.6m/d



V=1.0m/d

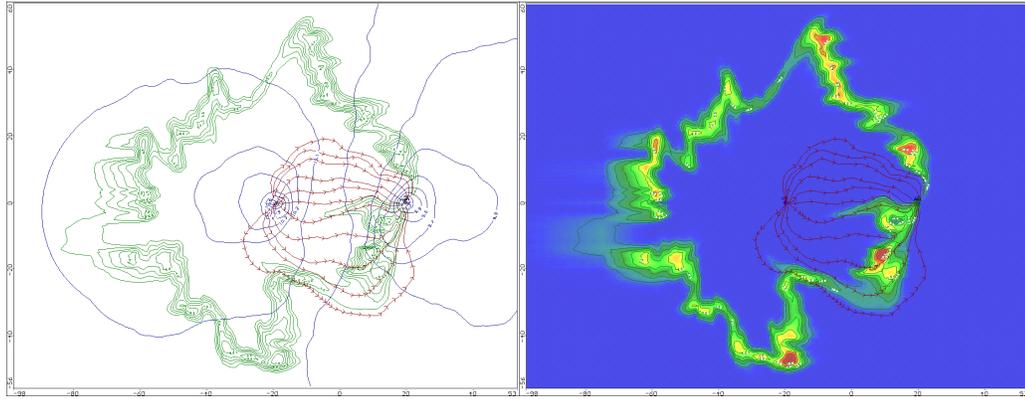


V=2.0m/d

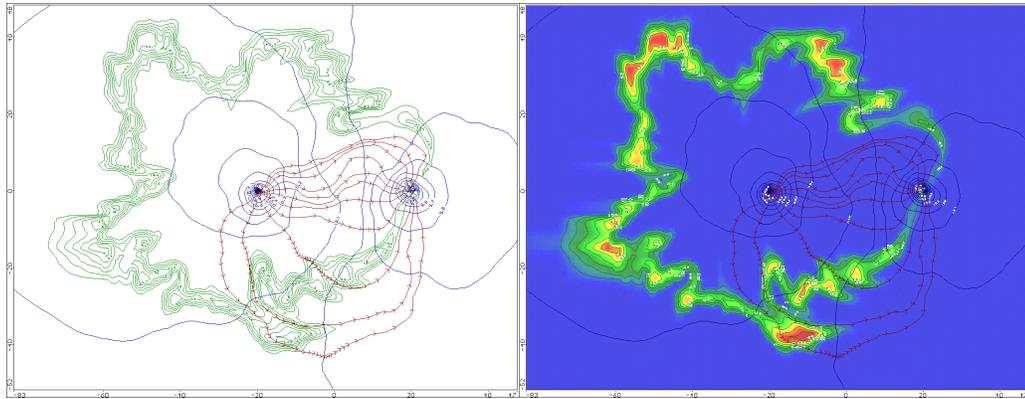


Efecto Heterogeneidad – Final Simulación ($t_{\text{adim}}=3$)

Ejemplo1



Ejemplo2



Ejemplo3

