



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

**ESTUDIO DE ESFUERZOS EN ROCA HUNDIDA POR MEDIO DE  
ELEMENTOS DISCRETOS**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL  
MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

DAVID ESTEBAN ANTILLO BASTÍAS

PROFESOR GUÍA:  
RAÚL CASTRO RUIZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN  
RICARDO MOFFAT COVARRUBIAS  
LENART GONZÁLEZ LAGOS

SANTIAGO DE CHILE  
ABRIL 2010

RESUMEN DE LA MEMORIA  
PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL DE MINAS  
E INGENIERO CIVIL  
POR: DAVID ANTILLO B.  
FECHA: 27/07/2010  
PROF. GUIA: RAÚL CASTRO R.

## **ESTUDIO DE ESFUERZOS EN ROCA HUNDIDA POR MEDIO DE ELEMENTOS DISCRETOS**

El principal objetivo de este trabajo de título es el estudio de los esfuerzos en roca hundida a través de la utilización de un software 2D basado en el método de los elementos discretos, simulando los experimentos realizados en un modelo físico a escala de block caving y estudiando la influencia de propiedades mecánicas (ángulo de fricción) y parámetros de diseño (ancho de punto de extracción y porcentaje de extracción) en los esfuerzos verticales obtenidos numéricamente. Para ello se contó con la licencia otorgada por ITASCA del programa UDEC y con el apoyo del equipo humano de su filial en Santiago de Chile.

En este estudio se analizaron los resultados experimentales obtenidos por Castro del modelo físico de flujo gravitacional y se escogió parte de ellos para realizar la comparación con los resultados de las simulaciones. Así fue como se estableció una metodología para desarrollar los modelos en UDEC en cuatro etapas: Modelos de prueba (a fin de establecer los parámetros más adecuados), modelos sin extracción (para determinar el más representativo), modelos con extracción aislada (con el objeto de estudiar la influencia del ancho del punto de extracción y el ángulo de fricción del material sobre los esfuerzos verticales) y modelos con extracción múltiple (para analizar la influencia del porcentaje de extracción de los esfuerzos en la base). Para todos ellos se definió la geometría, propiedades mecánicas, ley de comportamiento elástica, condiciones de borde, condiciones iniciales y propiedades a evaluar.

Con la realización de los modelos de prueba se determinó que el tamaño medio de las partículas de grava se situara en el rango entre los 12 cm y los 20 cm (no fue posible utilizar menores tamaños). De la modelación sin extracción se obtuvo que la granulometría media correspondiente a 16 cm (modelo 16cm\_fill) fue la más representativa de los esfuerzos verticales medidos experimentalmente, con un error relativo medio de 28,1% y una desviación estándar de 13,8%. Por otra parte, en la modelación sin extracción se observó que el esfuerzo vertical podía aumentar o disminuir a medida que aumentaba el ancho de extracción y no se produjo variación del esfuerzo sobre la base al cambiar el ángulo de fricción. Así mismo, a partir de los modelos de extracción múltiple se obtuvo que el esfuerzo vertical sobre el centro de la base del modelo aumentó a una tasa constante hasta llegar a un máximo de seis veces el valor inicial.

Se establece que la modelación en UDEC presentada en este trabajo permite replicar de manera aceptable los esfuerzos verticales medidos en el modelo físico de flujo gravitacional (Castro, 2006), observándose formación de arcos estables e inestables y concentración local de esfuerzos. Esto demuestra que la forma de las partículas desempeña un papel relevante en la distribución de esfuerzos y el flujo desarrollado en las etapas de extracción. La mayor barrera de la modelación corresponde a la imposibilidad de alcanzar la granulometría del material granular usado en el experimento (del orden de un centímetro), dada la cantidad de partículas que se requieren generar, lo que instaura un desafío al desarrollo futuro del software.

## AGRADECIMIENTOS

En primer lugar quiero agradecer a Itasca Consulting Group y a su oficina de Santiago por otorgarme la licencia y el soporte del programa UDEC y permitirme visitarlos permanentemente. Deseo destacar el gran profesionalismo y calidad humana de las personas que trabajan allí, quienes siempre tuvieron la mejor disposición para ayudarme con mi trabajo en los distintos ámbitos: Patricio Gómez, Loren Lorig, Rodrigo Silva G., Myriam Fuentes, Rodrigo Godoy, Víctor Rivero, Paola Pulgar y Catalina Álvarez. Todos ellos contribuyen a generar ese grato ambiente de trabajo del cual fui parte durante el desarrollo de mi memoria.

Quiero agradecer a mi profesor guía Raúl Castro, quien me dio este tema de tesis y mantuvo su permanente supervisión. Sin duda alguna, su compromiso y su forma de trabajo me han demostrado la importancia de avanzar con convicción en el cumplimiento de las metas.

También quiero agradecer a quienes formaron parte del laboratorio de Block Caving: Makarina, Nicolás, Ricardo, Pablo, Claudio, Eduardo y Jorge, por los lazos de amistad generados y la grata compañía durante nuestro trabajo en los distintos proyectos.

No puedo dejar de agradecer también a mis amigos y compañeros de la Universidad (en Civil, en Minas, en el grupo de remo y en las otras especialidades) que conocí a través de los distintos cursos y celebraciones, en especial a Pamela Castillo, mi compañera de remo y amiga, ya que sin su apoyo y paciencia no habría logrado entregar este trabajo cuando correspondía.

Hago mención especial a los funcionarios del departamento de Ingeniería de Minas, principalmente a Juanita, cuya preocupación constante nos hace la vida mucho más grata.

Por último, quiero agradecer a mis padres, a mis hermanos y a mis familiares más cercanos por el apoyo que me han dado hasta el día de hoy, a pesar de nuestras diferencias.

# CONTENIDO

Contenido .....	4
Índice de Tablas .....	6
Índice de Gráficos .....	7
Índice de Figuras .....	7
1. Introducción .....	9
1.1. Motivación .....	10
1.2. Objetivos .....	10
1.3. Alcances .....	11
2. Revisión Bibliográfica.....	12
2.1. Minería de hundimiento por Block Caving.....	12
2.1.1. Descripción del método de explotación .....	12
2.1.2. Ventajas sobre otros métodos.....	13
2.2. Modelo conceptual de fragmentación .....	13
2.3. Esfuerzos en medios granulares .....	14
2.4. Métodos numéricos de análisis de esfuerzos.....	16
2.4.1. Método de diferencias finitas (FDM):.....	16
2.4.2. Método de elementos finitos (FEM): .....	17
2.4.3. Método de elementos distintos (DEM): .....	17
2.4.4. Método de elementos de borde (BEM): .....	18
2.5. Flujo gravitacional de roca hundida .....	18
2.6. Modelos numéricos de sólidos granulares.....	19
2.7. Modelación numérica 2D de un problema 3D .....	20
2.8. ¿Por qué utilizar UDEC?.....	20
2.9. Descripción del Modelo Físico experimental.....	21
2.10. Resumen de la revisión bibliográfica .....	23

3.	Metodología para establecer la modelación numérica por el método de los elementos discretos a través de UDEC.....	24
3.1.	Datos experimentales del modelo físico.....	24
3.2.	Desarrollo de un modelo en UDEC.....	27
3.3.	Descripción general de los modelos en UDEC .....	29
4.	Modelación numérica en UDEC .....	30
4.1.	Modelos de prueba .....	30
4.2.	Modelos sin extracción.....	33
4.2.1.	Geometría del modelo .....	34
4.2.2.	Modelos de comportamiento .....	36
4.2.3.	Propiedades mecánicas usadas en el modelo .....	38
4.2.4.	Condiciones de borde del modelo .....	40
4.2.5.	Condiciones iniciales del modelo.....	40
4.2.6.	Resolución del modelo .....	40
4.3.	Modelos con extracción aislada .....	41
4.3.1.	Geometría del modelo .....	42
4.3.2.	Modelos de comportamiento .....	43
4.3.3.	Propiedades mecánicas usadas en el modelo .....	44
4.3.4.	Condiciones de borde del modelo .....	44
4.3.5.	Condiciones iniciales del modelo.....	44
4.3.6.	Resolución del modelo .....	44
4.3.7.	Modificaciones a las condiciones modelo.....	45
4.4.	Modelo con extracción múltiple.....	45
4.5.	Conclusiones del capítulo.....	47
5.	Análisis de resultados.....	48
5.1.	Modelos de prueba .....	48
5.2.	Modelos sin extracción.....	50

5.3.	Modelo con extracción aislada .....	58
5.4.	Modelo con extracción múltiple.....	62
6.	Conclusiones .....	65
6.1.	Recomendaciones.....	66
7.	Referencias.....	68
8.	Anexos.....	69
8.1.	Teoría Básica UDEC.....	69
8.2.	Determinación de los esfuerzos verticales de Janssen (caso activo).....	72
8.3.	Códigos .....	74

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1:	Experimento INT4 .....	24
Tabla 2:	Experimento INT5 .....	25
Tabla 3:	Experimento S-T1 .....	25
Tabla 4:	Experimento S-T2.....	25
Tabla 5:	Esfuerzos experimentales promedio .....	26
Tabla 6:	Modelos de prueba.....	30
Tabla 7:	Propiedades de modelos de prueba .....	31
Tabla 8:	Variación de esfuerzos en función del tamaño de malla de diferencia finita.....	32
Tabla 9:	Modelos etapa de llenado.....	34
Tabla 10:	Propiedades mecánicas de la grava (bloques).....	38
Tabla 11:	Propiedades mecánicas del acero (bloques).....	38
Tabla 12:	Propiedades mecánicas de la grava (discontinuidades).....	39
Tabla 13:	Propiedades mecánicas del acero (discontinuidades).....	39
Tabla 14:	Modelo base para extracción aislada.....	41
Tabla 15:	Modelos de extracción aislada para distintos anchos.....	41

Tabla 16: Modelos de extracción aislada para distintos ángulos de fricción .....	42
Tabla 17: Efecto del número de puntos de control sobre el esfuerzo vertical medio.....	50
Tabla 18: Tiempo de resolución y fuerza desbalanceada de modelos sin extracción .....	53
Tabla 19: Esfuerzos verticales promedios de los modelos sin extracción.....	55
Tabla 20: Errores relativos de los esfuerzos verticales de los modelos sobre los experimentales ...	57
Tabla 21: Resultados esfuerzos verticales.....	60
Tabla 22: Variación de los esfuerzos verticales para distintos ángulos de fricción .....	61
Tabla 23: Esfuerzos verticales promedios según secuencia de extracción.....	63
Tabla 24: Propiedades utilizadas para la determinación de los esfuerzos verticales según Janssen .	72
Tabla 25: Valores de esfuerzos verticales según Janssen.....	73

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Esfuerzos experimentales promedio .....	27
Gráfico 2: Variación de esfuerzos en función del tamaño de malla de diferencia finita.....	33
Gráfico 3: Esfuerzos verticales sobre la base del modelo de prueba .....	49
Gráfico 4: Esfuerzos horizontales sobre la base del modelo de prueba .....	49
Gráfico 5: Efecto del número de puntos de control sobre el esfuerzo vertical medio.....	50
Gráfico 6: Variación del tiempo de resolución según granulometría.....	54
Gráfico 7: Esfuerzos verticales promedios de los modelos sin extracción .....	56
Gráfico 8: Variabilidad de las mediciones experimentales de los esfuerzos verticales en la base....	58
Gráfico 9: Esfuerzos verticales según ancho de extracción .....	60
Gráfico 10: Variación de los esfuerzos verticales sobre las zonas sin extracción.....	64

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Esquema de explotación por Block Caving (Hamrin 2001) .....	13
Figura 2: Diagrama de un silo con material granular.....	15
Figura 3: Modelo Físico de flujo gravitacional (Castro, 2006).....	22

Figura 4: Esquema inicial llenado de contenedor (modelo 20cm_fill) .....	35
Figura 5: Modelo relleno con material granular (modelo 20cm_fill).....	36
Figura 6: Modelo base para extracción aislada (geometría).....	43
Figura 7: Modelo de extracción múltiple (geometría).....	46
Figura 8: Esfuerzos verticales en modelo de prueba.....	48
Figura 9: Esfuerzos horizontales en modelo de prueba.....	48
Figura 10: Esfuerzos verticales en modelo sin extracción (d50 = 0.2 [m]).....	51
Figura 11: Esfuerzos horizontales en modelo sin extracción (d50 = 0.2 [m]) .....	51
Figura 12: Esfuerzos verticales en modelo sin extracción (d50 = 0.18 [m]).....	51
Figura 13: Esfuerzos horizontales en modelo sin extracción (d50 = 0.18 [m]) .....	51
Figura 14: Esfuerzos verticales en modelo sin extracción (d50 = 0.16 [m]).....	51
Figura 15: Esfuerzos horizontales en modelo sin extracción (d50 = 0.16 [m]) .....	51
Figura 16: Esfuerzos verticales en modelo sin extracción (d50 = 0.15 [m]).....	52
Figura 17: Esfuerzos horizontales en modelo sin extracción (d50 = 0.15 [m]) .....	52
Figura 18: Esfuerzos verticales en modelo sin extracción (d50 = 0.14 [m]).....	52
Figura 19: Esfuerzos horizontales en modelo sin extracción (d50 = 0.14 [m]) .....	52
Figura 20: Esfuerzos verticales en modelo sin extracción (d50 = 0.12 [m]).....	52
Figura 21: Esfuerzos horizontales en modelo sin extracción (d50 = 0.12 [m]) .....	52
Figura 22: Esquema de modelo con extracción aislada para el estudio de la influencia del ancho de extracción.....	59
Figura 23: Esquema del modelo de extracción múltiple .....	63
Figura 24: Esquema de resolución de un problema en UDEC .....	69

# 1. INTRODUCCIÓN

Actualmente los métodos de explotación minera deben adaptarse a los yacimientos que han sido explotados por largo tiempo y cuyas características se pueden resumir principalmente en leyes más bajas, mayores profundidades de extracción, aumento de costos de producción y en el largo plazo un incremento en la demanda de minerales a nivel mundial (en el caso de Chile, dos de los cuatro proyectos estructurales de Codelco que iniciaran su producción a fines de la próxima década consideran este tipo de explotación: Chuquicamata Subterránea y el Nuevo Nivel Mina en El Teniente). Frente a este incremento por minerales como materia prima para la economía global, el desarrollo de métodos subterráneos basados en caving ha logrado alcanzar grandes niveles de producción a bajo costo, permitiendo la explotación de yacimientos de más baja ley y que se encuentran cada vez más alejados de la superficie.

Particularmente, el método block caving es uno de los métodos de explotación subterráneo que consiste en utilizar la gravedad como herramienta de fracturamiento del macizo rocoso proporcionando previamente las condiciones detonantes para el inicio y propagación del quiebre de la roca mineralizada. Dicho de otra forma, cambiando las condiciones geométricas de sostenimiento se produce una transformación de la condición de esfuerzos existentes naturalmente in situ. Así, en la búsqueda de un nuevo equilibrio el macizo mineralizado es forzado a sobrepasar su resistencia, generando su rompimiento y dando paso a un material sólido discontinuo que posteriormente es extraído a través de puntos de extracción para recuperar la mayor cantidad de mineral existente.

Es así como se han llevado a cabo estudios que pretenden explicar de alguna forma los procesos de origen y desarrollo del caving, dentro de los cuales también ha estado presente la utilización de modelos físicos a escala. Estos últimos intentan recrear en cierta medida los fenómenos presentes a escala real y vislumbrar aquellas variables críticas que explican los procesos ocurridos y los resultados obtenidos, de tal forma de contar con predicciones de comportamiento geotécnico en la mina.

Por otra parte, las herramientas computacionales han tomado cada vez más fuerza en la representación de problemas geotécnicos y en la predicción del comportamiento del macizo rocoso ante el desarrollo y operación de una mina, subterránea o a cielo abierto. Estas permiten aplicar conceptos teóricos de la física que no están presentes en las metodologías empíricas basadas en la observación de casos y que corresponden a las herramientas de uso más frecuente en lo que se refiere al diseño y la operación minera. Así mismo, los programas numéricos pueden combinarse con los modelos físicos, permitiendo su validación y la predicción razonable del comportamiento del material granular.

Particularmente, en el caso específico del estudio del block caving se vuelve interesante evaluar la capacidad de utilizar las herramientas computacionales disponibles que permitan complementar el uso de

modelos físicos y las metodologías empíricas actualmente utilizadas, en pos de desarrollar una capacidad predictiva más acertada en cuanto al comportamiento real del material quebrado ya sea a escala de modelamiento físico o a escala mina.

## **1.1. Motivación**

El argumento principal para el desarrollo de este trabajo es la necesidad de estudiar el comportamiento del material quebrado en la minería de hundimiento a través de una representación más cercana a las características geométricas observadas en la roca quebrada. La aplicación de programas basados en modelos continuos presenta una distribución de esfuerzos homogénea y no permite recrear las formaciones de arcos estables ni tampoco muestra la concentración local de los esfuerzos debido al contacto entre dos bloques de roca de forma irregular. Por otra parte, es interesante analizar bajo un programa numérico discontinuo de que manera afecta la granulometría utilizada en la modelación numérica a los esfuerzos resultantes, así como también otras propiedades mecánicas del material como el ángulo de fricción que puede cambiar producto de la mezcla de distintos minerales a través de la extracción o parámetros de diseño de la explotación minera como la abertura del punto de extracción.

## **1.2. Objetivos**

El principal objetivo de este trabajo de título es el estudio de los esfuerzos en la roca fragmentada a través de la utilización de un software 2D basado en el método de los elementos discretos, simulando los experimentos realizados en un modelo físico a escala de block caving y estudiando la influencia de propiedades mecánicas y parámetros de diseño en los esfuerzos verticales obtenidos numéricamente.

Para ello es necesario desarrollar los siguientes objetivos específicos:

- I. Realizar una revisión crítica del uso de modelos numéricos aplicados al estudio de esfuerzos en casos de modelación de block caving.
- II. Implementar un modelo numérico 2D que replique las condiciones en las cuales se desarrollaron los experimentos del modelo físico bajo distintas condiciones.

- III. Estudiar la influencia de parámetros y variables de interés sobre los esfuerzos obtenidos numéricamente sobre el modelo más adecuado
- IV. Comparar los resultados, estudiar el comportamiento de los esfuerzos de acuerdo a ciertos parámetros y establecer las ventajas y limitaciones de los modelos implementados en el programa.

### **1.3. Alcances**

El desarrollo de los modelos a realizar apunta a generar un modelo discreto simplificado que pueda representar los esfuerzos medios registrados experimentalmente en el modelo físico gravitacional de block caving, considerando las condiciones específicas señaladas más adelante. Solo se establecerá una comparación entre los valores de esfuerzos verticales y se escogerá la granulometría más representativa para posteriormente estudiar el impacto de los siguientes parámetros sobre los esfuerzos verticales obtenidos en la base del modelo:

- Ángulo de fricción
- Ancho de punto de extracción
- Influencia de la extracción

Es importante señalar que el modelo asume que la roca ya se encuentra quebrada con una granulometría específica, sin la posibilidad de generar nuevos tamaños.

## **2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA**

En el capítulo siguiente se hace una revisión crítica del estado actual de la minería por block caving. Se expone también el desarrollo de la modelación física del flujo gravitacional y la modelación numérica de medios continuos y discontinuos, exponiendo la justificación del programa escogido. Además, se revisan los conceptos teóricos y el desarrollo de modelos numéricos para la determinación de esfuerzos en materiales granulares almacenados en contenedores, para finalmente describir el modelo físico de flujo gravitacional desde el cual se obtuvo las mediciones con las que se pretende comparar el modelo a realizar.

### **2.1. Minería de hundimiento por Block Caving**

#### **2.1.1. Descripción del método de explotación**

En la explotación por block caving el cuerpo mineralizado es dividido en bloques, el cual contiene un determinado número de zanjas o bateas (drawbells). En su base se encuentra el llamado nivel de hundimiento y más abajo el nivel de producción, en el cual se encuentran los puntos de extracción desde los cuales se extrae el mineral quebrado. La conexión entre ambos niveles es a través de bateas que permiten el traspaso del material quebrado desde el nivel de hundimiento hasta el nivel de producción.

En el nivel de hundimiento es donde se desarrollan las galerías que permiten perforar y tronar toda la base del bloque, dando inicio al proceso de caving debido a la gravedad y los esfuerzos inducidos en el macizo rocoso que permanece sobre el material fragmentado en la base del bloque.

En el nivel de producción se ubican las calles y galerías de zanja que permiten la circulación de equipos LHD (carga, transporte y descarga, en inglés) con el mineral quebrado desde los puntos de extracción hasta los piques de vaciado que a su vez conectan con el nivel de transporte. A medida que el mineral quebrado es extraído se va desarrollando la propagación del caving hacia la superficie. Esto quiere decir que el macizo rocoso se va fracturando generando la fragmentación del mineral que fluye hacia el nivel de producción. En la figura siguiente se muestra una vista general del método de explotación con los niveles y bateas:

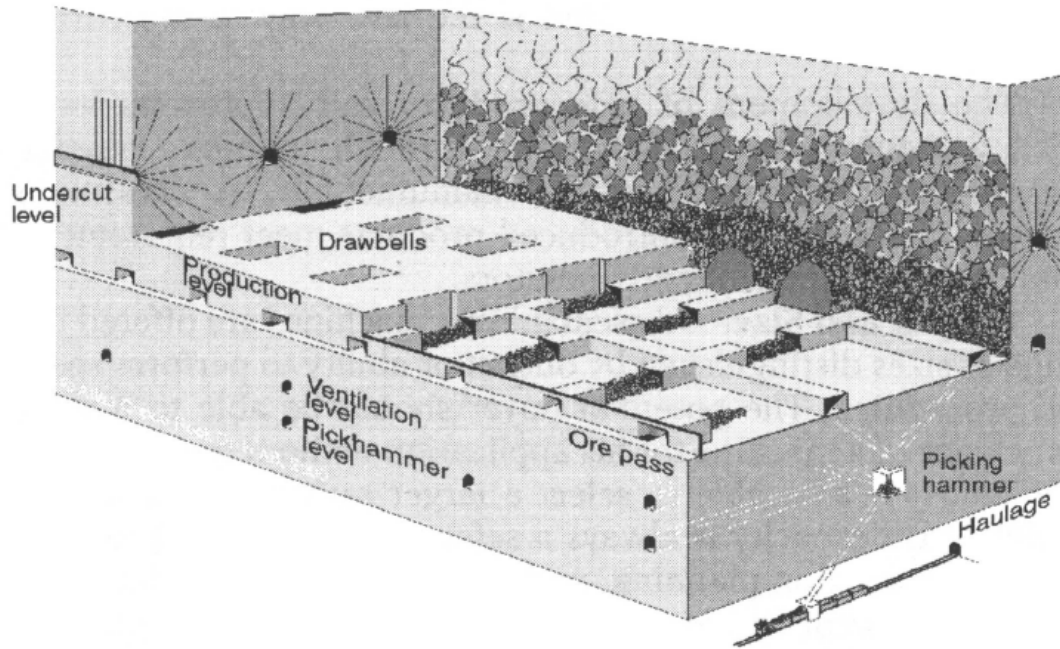


Figura 1: Esquema de explotación por Block Caving (Hamrin 2001)

### 2.1.2. Ventajas sobre otros métodos

Hoy en día la necesidad de producir grandes cantidades de mineral ha fomentado el desarrollo de métodos masivos de minería. Si bien es cierto existen distintos límites que van cambiando en el tiempo para definir lo que corresponde a minería masiva en el caso de los métodos subterráneos actualmente se establece una producción diaria de al menos 10,000 [tpd] o 3 millones [tpa] (Brown, 2004). El desarrollo de los métodos masivos, como Sublevel Caving (SLC), Panel Caving (PC) y Block Caving (BC) ha permitido lograr este objetivo. Además, la ventaja de los métodos PC y BC es que permite la extracción de bajas leyes debido a que su costo mina es más bajo que otros métodos subterráneos (Logan, 2002).

## 2.2. Modelo conceptual de fragmentación

Con la finalidad de interpretar como se desarrolla el proceso de caving dentro del macizo rocoso, Duplancic and Brady (1999) aplicaron un sistema de monitoreo sísmico en etapas tempranas del desarrollo de este proceso en la mina Northparkes a partir de la cual suponen la existencia de 5 zonas principales:

1. Cave zone: Región conformada por el material quebrado desprendido desde el cave back y que entrega soporte a las paredes del mismo.
2. Air gap: Espacio vacío generado como resultado de la diferencia entre la tasa de extracción y del proceso de quiebre del macizo.
3. Zone of continuous deformation: Región de grandes deformaciones y donde el macizo rocoso se transforma en material quebrado. En esta zona no registra sismicidad.
4. Seismogenic zone: Lugar donde ocurren los eventos sísmicos producto del deslizamiento de fracturas y falla de la roca, debido al cambio en las condiciones de esfuerzo.
5. Surrounding rock mass: La zona del macizo que se deforma elásticamente sobre la zona sísmogénica y que rodea todas las anteriores.

En el modelo físico se asume que la roca está completamente quebrada (es decir, se encontraría en la llamada cave zone), sin permitir la posibilidad de generación de nuevos tamaños en la curva granulométrica del material.

### **2.3. Esfuerzos en medios granulares**

El estudio de los esfuerzos en medios granulares comenzó con Janssen en 1895. El análisis se basó en un silo o contenedor cilíndrico relleno de un material no cohesivo seco. Su objetivo fue encontrar la distribución de esfuerzos normales y tangenciales en coordenadas cilíndricas del material granular contenido en el silo, tal como se aprecia en la figura siguiente:

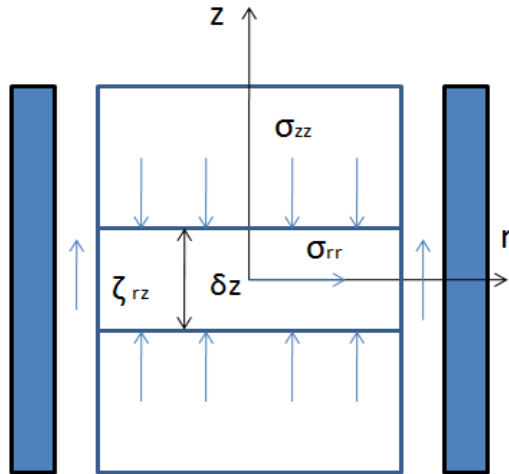


Figura 2: Diagrama de un silo con material granular.

En 1970 Hancock presentó una serie de análisis basados en el análisis de Janssen denominándolo el método de las rebanadas diferenciales (Method of differential slices), a partir del cual se desarrollaron extensiones de esos análisis y que finalmente se transformó en la base de los códigos de diseño de los silos hoy en día.

Sin embargo, el problema del análisis de Janssen es que consideró que los esfuerzos verticales sobre cualquier sección horizontal son uniformes y que los esfuerzos verticales y horizontales son esfuerzos principales, por lo cual su análisis debía ser replanteado. En 1966 Walker logró corregir el supuesto de los esfuerzos principales a través del uso del círculo de Mohr sobre el material adyacente a la pared del silo e introdujo un factor de corrección para lograr incorporar la variación de esfuerzo vertical en una sección horizontal. Sin embargo, esta última solo es significativa en el caso en que se tenga falla pasiva, por lo que en la práctica salvo que se tenga este caso la corrección no se aplica.

Las ecuaciones de Janssen corregidas por Walker para la determinación de los esfuerzos en el material son las siguientes:

Donde:

$\emptyset$ : Ángulo de fricción del material

$\emptyset_w$ : Ángulo de fricción de la pared

Si bien es cierto, la hipótesis principal de Janssen es la continuidad del sólido, en la realidad los materiales granulares con formas irregulares muestran una variabilidad esperable dado que los esfuerzos son transmitidos a través de contactos y no de manera homogénea a través de toda la superficie del contenedor que lo almacena. No hay que olvidar que los sólidos granulares se definen como un conjunto de partículas discretas que se encuentran en contacto.

## **2.4. Métodos numéricos de análisis de esfuerzos**

La necesidad de determinar detalladamente la distribución de esfuerzos, donde ya no es posible encontrar soluciones analíticas ha llevado a la utilización de métodos numéricos computacionales para la resolución de estos problemas.

Problemas de geometrías complejas donde las ecuaciones analíticas basadas en geometrías simples no entregan resultados satisfactorios, casos donde ya no hay comportamiento lineal del material o este ya no puede ser considerado homogéneo requieren del uso de procedimientos numéricos computacionales.

La resolución de los métodos computacionales se basa ya sea en la aplicación de aproximaciones numéricas de las ecuaciones que definen el comportamiento del material o la compatibilidad de esfuerzos y deformaciones.

Dentro de los métodos computacionales existen dos grandes grupos: Los métodos diferenciales y los métodos integrales. A su vez, dentro del primer grupo se pueden nombrar los métodos continuos, al cual pertenecen los siguientes:

### **2.4.1. Método de diferencias finitas (FDM):**

Es un método donde se utilizan técnicas de diferencias finitas explícitas para la solución de ecuaciones para un dominio del problema, tomando en cuenta las condiciones iniciales y de borde y las ecuaciones constitutivas del medio. Para cada uno de estos dominios representativos se establecen las ecuaciones diferenciales de movimiento y constitutivas de la roca. En la implementación numérica las ecuaciones son

resueltas secuencialmente a través de pasos de duración  $\Delta t$ . El procedimiento de resolución es una integración basada en el tiempo de las ecuaciones de comportamiento para compatibilizar los desplazamientos y estado de esfuerzos en un set de puntos colocados en el medio de estudio.

#### **2.4.2. Método de elementos finitos (FEM):**

Este método plantea como hipótesis principal que la transmisión de fuerzas internas entre los bordes (lados) de elementos adyacentes (discretización en regiones o dominios definidos dentro del problema estáticamente estable) pueden ser representados por interacciones en los nodos (esquinas) de los elementos. Para ello, es necesario establecer expresiones para las fuerzas nodales, las cuales son estáticamente equivalentes a las fuerzas actuando entre los elementos a lo largo de sus bordes. De este modo, en términos de resolución del problema se busca analizar el problema continuo en función de un conjunto de fuerzas y desplazamientos nodales para el problema discretizado.

Por otra parte, están los métodos discontinuos, tal como:

#### **2.4.3. Método de elementos distintos (DEM):**

En este método el material es representado de forma discontinua por un conjunto de bloques discretos. Las discontinuidades son consideradas interfaces entre cuerpos distintos, convirtiéndolas en condiciones de borde. Las fuerzas de contacto y el desplazamiento del conjunto de bloques que se encuentran bajo una distribución de esfuerzos son determinadas a través de una serie de cálculos que involucran su movimiento. Los movimientos son resultado de la propagación de perturbaciones a través del conjunto de bloques causados por la aplicación de cargas o fuerzas volumétricas. Este es un proceso dinámico en el cual la velocidad de propagación depende de las propiedades físicas del sistema discreto. El método de resolución trabaja con la aplicación de las leyes de fuerza desplazamiento en todos los contactos y la segunda ley de Newton aplicada a todo el conjunto de bloques. La ley de fuerza desplazamiento es usada para encontrar las fuerzas de contacto a partir de desplazamientos conocidos. La segunda ley de Newton en cambio se usa para determinar el movimiento de los bloques resultantes desde fuerzas conocidas actuando sobre el conjunto de ellos. Si además los bloques son deformables se calcula el movimiento dentro de ellos y los esfuerzos utilizando las leyes constitutivas de los materiales presentes. El comportamiento dinámico es representado numéricamente por un algoritmo basado en intervalos de tiempos en el cual el tamaño del paso está limitado a que las velocidades y aceleraciones son constantes

dentro de ese intervalo de tiempo. El esquema de solución es similar al utilizado por los métodos de diferencias finitas para análisis continuo.

Dentro de los métodos integrales se encuentra:

#### **2.4.4. Método de elementos de borde (BEM):**

La búsqueda de la solución de un problema a través de este método consiste en discretizar la superficie de la excavación de tal forma de describirla algebraicamente y encontrar un estado de esfuerzos que satisfaga las condiciones de tracción impuestas en la superficie que define la excavación. La geometría de la superficie de la excavación es descrita convenientemente en términos de puntos definidos sobre ella que parametrizan la superficie de la excavación, relativos a un sistema de referencia global. Por otra parte, se sabe que la distribución de esfuerzos y desplazamientos en el medio continuo que rodea la excavación está determinada por las condiciones de borde dadas en la superficie de ésta. En concreto, el problema se resuelve en la medida que sea posible establecer las distribuciones de carga ficticias que permitan compensar las distribuciones de carga originales previas a la excavación de tal forma que al superponerlas se obtengan las condiciones de borde buscadas. Así, el método solo es aplicable a problemas lineales elásticos, debido a que está implícito el uso del principio de superposición.

### **2.5. Flujo gravitacional de roca hundida**

Se define este fenómeno como el movimiento de la roca provocado por el campo gravitatorio. Se ha observado que la forma en que se produce el flujo posee gran influencia sobre los esfuerzos que el sólido ejerce sobre las paredes del silo. El estudio del flujo gravitacional se ha desarrollado a través de diversas formas, desde modelos físicos análogos, la aplicación de modelos numéricos continuos y discretos, hasta mediciones en terreno a través de métodos indirectos como el uso de marcadores para describir el movimiento de la roca quebrada. Es así como se ha clasificado el flujo gravitacional en dos tipos: el flujo másico, en el cual el sólido fluye completamente por las paredes del contenedor y el flujo funnel donde el flujo se produce a través del material granular, quedando una porción de este fija adherida a las paredes. Dentro de este último se puede encontrar un flujo funnel parcial donde una parte del material se mueve a través de las paredes y el resto a través del mismo. El efecto de la granulometría es determinante en el tipo de flujo siendo propicio una distribución de partículas versus una granulometría de tipo monotamaño. Por

otra parte la forma plana en los modelos físicos genera la aparición de cadenas de arcos en las vecindades del punto de extracción, que interrumpen la salida de partículas contenidas.

## **2.6. Modelos numéricos de sólidos granulares**

Diversos modelos numéricos se han desarrollado para representar los sólidos granulares y su comportamiento. La gran mayoría de los estudios realizados se enfocan en el almacenamiento de distintos materiales en silos y contenedores, y mas bien pocos se centran específicamente en el estudio de la minería de hundimiento. De todos modos, estos se centran en la búsqueda de la comprensión del comportamiento del material granular bajo condiciones estáticas y dinámicas.

Dentro de los modelos continuos se pueden encontrar diversos modelos de elementos finitos en tres dimensiones donde se busca reproducir los esfuerzos medidos experimentalmente. En el ámbito de los silos, Goodey et al (2003) mostraron que los resultados de su modelo de un silo concuerdan muy bien con los medidos en la realidad y además la presión media en la pared es cercana a la predicción de Janssen, aunque los distribución de los valores de esfuerzos horizontales es bastante dispersa.

En cuanto al desarrollo de modelos continuos orientados a la minería, el trabajo desarrollado en FLAC 3D por Verdugo y Ubilla [3] para el estudio del flujo gravitacional en block caving mostró que para antes del inicio de la extracción de mineral los esfuerzos verticales se concentran alrededor de los puntos de extracción, el ancho de la zona de extracción crece a medida que la resistencia de la fricción del material es menor y viceversa y además se sugiere que la distancia crítica para que exista interacción entre puntos de extracción adyacentes es del orden de uno punto dos veces el ancho de la zona de extracción de un punto de extracción.

También dentro del estudio de la minería por block caving, Rubio y Scoble [8] estudiaron a través de modelos continuos y discretos la influencia de la uniformidad de extracción sobre los esfuerzos resultantes y la formación de colgaduras. Ellos llegaron a la conclusión que una extracción diferenciada aumenta la probabilidad de generar arcos, compactando el material sobre el pilar mayor y por consiguiente aumentando el esfuerzo vertical sobre él.

La ventaja de los modelos numéricos basados en los elementos discretos propuesto por Cundall y Strack [19] es que han sido utilizados en el estudio de materiales granulares con buenos resultados. El método considera un sistema de partículas en el que se monitorea la interacción entre ellas a través del seguimiento de los contactos nuevos o existentes. El método emplea la aplicación alternada entre las leyes constitutivas de fuerza y deformación, para determinar las fuerzas de contacto a partir de los

desplazamientos, con la segunda ley de Newton, empleada para determinar el movimiento de la partícula a partir de las fuerzas que actúan sobre ella.

## **2.7. Modelación numérica 2D de un problema 3D**

Las ventajas de la modelación 2D es que otorga una simplificación matemática al tener que resolver menos ecuaciones y reduce el consumo de recursos computacionales, aunque la utilización de partículas de forma cilíndrica a diferencia de lo que ocurre en la realidad, distorsiona los resultados propiciando la generación de cadenas de arcos que en la realidad si ocurren pero no con tanta frecuencia.

La validación de modelos numéricos, en particular a través de representaciones 2D requiere de una calibración que puede lograrse contrastando resultados del modelo con resultados experimentales. Sin embargo, esto no quiere decir que el modelo replica exactamente lo que ocurre en la realidad y por lo tanto las predicciones que se puedan hacer a partir de este deben ser realizadas con cautela sin caer en generalizaciones. Así mismo la calibración de las propiedades del modelo es un punto fundamental para lograr obtener resultados similares pero que no necesariamente es concordante con las propiedades mecánicas del material en cuestión y por lo tanto la representación forzada puede inducir a generar conclusiones erróneas, invalidando el modelo en cuestión.

En resumen, un modelo 2D simplifica el problema real a costa de una menor representación pero sin duda que se gana en el tiempo de resolución del mismo, punto crítico de las simulaciones numéricas de grandes sistemas de partículas.

## **2.8. ¿Por qué utilizar UDEC?**

UDEC es un programa de Itasca basado en DEM ampliamente utilizado en el estudio de problemáticas tanto civiles como mineras. En particular en esta última área se han realizado simulaciones de túneles y taludes bajo distintas condiciones que analizan los diseños propuestos.

Por otra parte, UDEC es un programa que presenta un modelamiento que requiere de pocos pasos, pero que al mismo tiempo posee la capacidad de incorporar un alto nivel de complejidad mediante el desarrollo de funciones específicas al caso estudiado.

Si bien es cierto el programa más utilizado para el estudio de medios granulares es PFC este impone la forma circular de las partículas y la posibilidad de formas irregulares de características planas solo se

consigue a través de la creación de clúster o agrupamientos de partículas circulares de distintos tamaños, pero sin modificar el tipo de contacto puntual.

Este estudio busca evaluar el desarrollo de un modelo discreto simple que se asemeje (modelando en dos dimensiones) a un caso donde se produce el quiebre del macizo rocoso a través de sets estructurales que dominan su resistencia.

## **2.9. Descripción del Modelo Físico experimental**

El modelo físico utilizado fue construido para el estudio del flujo gravitacional a escala en el JKMRC por iniciativa del International Caving Study. El modelo consta de los siguientes componentes:

- Contenedor principal: Está formado por cuatro paredes verticales de acero desmontable y un base extraíble. Las dimensiones máximas de la caja son 3,5 m de altura, 2,4 m de ancho y 3,3 m de longitud. Su base es una placa extraíble de 10 mm de acero de espesor apoyada por dos pilares horizontales a través de su base. Seis columnas de acero ancladas al suelo mantienen la caja de acero, cuya base está a 1,5 m por encima del suelo. El diseño es capaz de soportar una carga vertical máxima de 100 kPa. La base de la caja contiene el sistema de extracción (puntos de extracción y alimentadores) y una serie de rampas para el vaciado. Un techo cubre el modelo de modo que protege el material del agua en tiempo de lluvia. Un sistema de extracción de polvo se adjunta a la bandeja por medio de dos conductos situado a 2 metros y 3,7 m de la base del contenedor. El acceso a la modelo es por medio de una escalera de 6 m conectado a una plataforma a 5,4 m del suelo.
- Sistema de carga: Las grandes dimensiones del contenedor requiere que una gran cantidad de material necesita ser transportado por un sistema automatizado de manipulación. Esta consiste en una carretilla elevadora con la abrazadera y accesorios (cubeta, tolva y un elevador de cadena). La grava se almacena en 30 bidones de litros que puede ser manejado por el montacargas con abrazaderas. Durante la etapa de llenado el material se vierte en una tolva situada junto al contenedor. Esta contenedor posee en su base un alimentador eléctrico para que el material se puede cargar en uno de los varios cubos conectado a un cadena de ascensor. El ascensor de la cadena contiene una serie de cubos de goma conectado a un cinturón sinfín que permite el transporte del material desde el nivel base del contenedor a la parte superior a 7,1 m del suelo. En la parte superior del ascensor un cinturón ajustable recoge el material de los cubos. El material se completa en el interior del ensamblaje del contenedor en un modo secuencial.

- Sistema de extracción de material. Este considera puntos de extracción, rampas y dos cintas transportadoras. El material es extraído por medio de alimentadores vibratorios que se encuentran debajo del punto de extracción. El diseño garantiza que las vibraciones del alimentador sólo afectan al material en la pila. Este método de extracción fue considerado para entregar resultados similares a los del uso de un balde LHD a escala. El material extraído es transportado después por una cinta transportadora a la zona de recuperación donde se recogen los marcadores. El resto se almacena en tambores en la parte superior de una escala de peso con una precisión de  $\pm 0,5$  kg. Después de que un experimento ha terminado el material restante es extraído por puntos de extracción de 210 x 300 mm situados en la base del modelo y posteriormente almacenado en bidones de 30 litros.



**Figura 3: Modelo Físico de flujo gravitacional (Castro, 2006)**

## 2.10. Resumen de la revisión bibliográfica

De acuerdo a la revisión del estado del arte en la modelación numérica asociada a la minería de hundimiento y particularmente respecto de la simulación de material granular se puede señalar lo siguiente:

- Tres grandes alternativas existen hoy en día para desarrollar los estudios de esfuerzos en sólidos granulares: el análisis teórico, cuya base corresponde a las ecuaciones de equilibrio desarrolladas por Janssen en el siglo XIX, el análisis físico, que se basa en la medición empírica de esfuerzos en modelos físicos y por último el análisis numérico, que nace de la mano de los computadores y el desarrollo de la programación a través de los distintos métodos numéricos (FEM, DFM, DEM y BEM).
- En la actualidad se desarrollan estudios de esfuerzos en sólidos granulares en todo tipo de industrias (química, construcción, farmacéutica, alimenticia, minera, etc.). En ellos la modelación numérica basada en DEM (aunque también con FEM y DFM) combinada con el desarrollo de modelos físicos experimentales ha ganado terreno, debido a que los resultados numéricos han logrado replicar los resultados experimentales con buenas correlaciones y en corto tiempo. Los objetivos de estos estudios combinados son variados, partiendo desde el mejoramiento del diseño de contenedores, pasando por estudios de esfuerzos en pilas formadas por material granular, hasta el estudio de la influencia de la forma de las partículas en el empaquetamiento y los esfuerzos generados.
- En el área de la minería de hundimiento, particularmente por block caving, es imprescindible comprender los fenómenos asociados al quiebre de la roca para tener un mayor control de la explotación minera. Hasta hoy el entendimiento del proceso de caving no está completamente claro, a pesar del desarrollo de modelos conceptuales y de la combinación de modelos numéricos con mediciones de deformaciones en terreno o mediciones de la actividad sísmica inducida. Por tanto, es prioritario seguir trabajando con las herramientas disponibles (modelaciones físicas y numéricas), tanto en su validación como en su capacidad predictiva para avanzar en la identificación y el entendimiento de las variables críticas que controlan el proceso de caving.
- El uso de UDEC para el estudio de esfuerzos como una herramienta de modelación numérica también requiere de una validación a través de resultados experimentales. A partir de ello es posible estudiar la influencia en los esfuerzos verticales de variables como la forma y tamaño de las partículas, propiedades mecánicas como el ángulo de fricción y parámetros de explotación como la simulación de extracción y el ancho del punto de extracción bajo distintas condiciones.

### 3. METODOLOGÍA PARA ESTABLECER LA MODELACIÓN NUMÉRICA POR EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DISCRETOS A TRAVÉS DE UDEC

En este capítulo se exponen todas las etapas contempladas para modelar numéricamente a través de UDEC, en nuestro caso particular la representación de un modelo físico de flujo gravitacional a escala que simula la explotación por block caving. En primer lugar, se revisan los resultados experimentales y se seleccionan aquellos que servirán para contrastar con el modelo numérico desarrollado. Posteriormente, se expone la metodología general para desarrollar un modelo en UDEC. Para terminar, se definen los lineamientos para desarrollar los modelos que se utilizaran para establecer la comparación numérica experimental, que serán detallados en el capítulo siguiente.

#### 3.1. Datos experimentales del modelo físico

Las mediciones de los esfuerzos fueron obtenidas a partir de las celdas de carga dispuestas según una configuración determinada para cada uno de los experimentos realizados por Castro (2006). Lo importante es que para todos los experimentos las condiciones son las mismas durante la etapa de llenado y solo se diferencian en las etapas posteriores donde se estudia la extracción aislada o múltiple, por lo que estos datos pueden considerarse muestras de la misma población.

Cada una de las tablas siguientes corresponde a cada uno de los experimentos realizados con diferentes objetivos en el modelo físico. En particular, solo se muestran los esfuerzos verticales de aquellas celdas que se encontraban dispuestas en una línea, lo que en cierta forma se hizo para acercarse a la representación numérica en dos dimensiones.

filled level	cell2 - 8mm IN- T4	cell3 - 8mm IN- T4	cell4 - 8mm IN- T4	cell5 - 8mm IN- T4	average	stdev	stdev / average
550	11.2	11.8	13.8	14.8	12.94	1.69	13%
1050	14.4	15.1	17.4	18.7	16.41	2.03	12%
1750	18.4	18.9	22.4	25.0	21.21	3.11	15%
2550	22.2	22.1	25.9	29.2	24.86	3.41	14%
3250	25.0	22.6	28.5	32.0	27.02	4.13	15%

Tabla 1: Experimento INT4

filled level	cell1 - 8mm IN-T5	cell5 - 8mm IN-T5	average	stdev	stdev / average
150	2.0	1.7	1.84	0.22	12%
350	8.4	9.1	8.72	0.52	6%
950	9.9	13.7	11.79	2.65	22%
1250	10.1	14.7	12.39	3.21	26%
1550	10.3	15.7	12.99	3.81	29%
1850	12.1	19.0	15.56	4.90	32%
2550	13.1	21.1	17.13	5.65	33%
3250	14.4	22.9	18.62	6.03	32%

**Tabla 2: Experimento INT5**

filled level	cell1 - 8mm S-T1	cell2 - 8mm S-T1	cell3 - 8mm S-T1	cell4 - 8mm S-T1	cell5 - 8mm S-T1	cell6 - 8mm S-T1	average	stdev	stdev / average
950	12.0	12.8	32.0	42.9	28.4	11.8	23.32	13.07	56%
2050	17.2	15.9	45.4	63.8	44.5	15.5	33.71	20.38	60%
2350	19.0	18.0	48.6	70.0	50.9	17.0	37.27	22.38	60%
3250	22.8	21.4	55.3	80.3	58.3	20.9	43.19	25.07	58%

**Tabla 3: Experimento S-T1**

filled level	cell2 - 8mm S-T2	cell3 - 8mm S-T2	cell4 - 8mm S-T2	cell5 - 8mm S-T2	average	stdev	stdev / average
550	11.1	20.8	12.0	13.6	14.4	4.4	30%
1050	16.2	26.7	16.6	20.0	19.9	4.9	25%
1750	21.5	35.0	20.7	25.5	25.7	6.6	26%
2550	28.5	42.9	27.7	32.2	32.8	7.0	21%
3250	34.2	52.7	32.7	36.0	38.9	9.3	24%

**Tabla 4: Experimento S-T2**

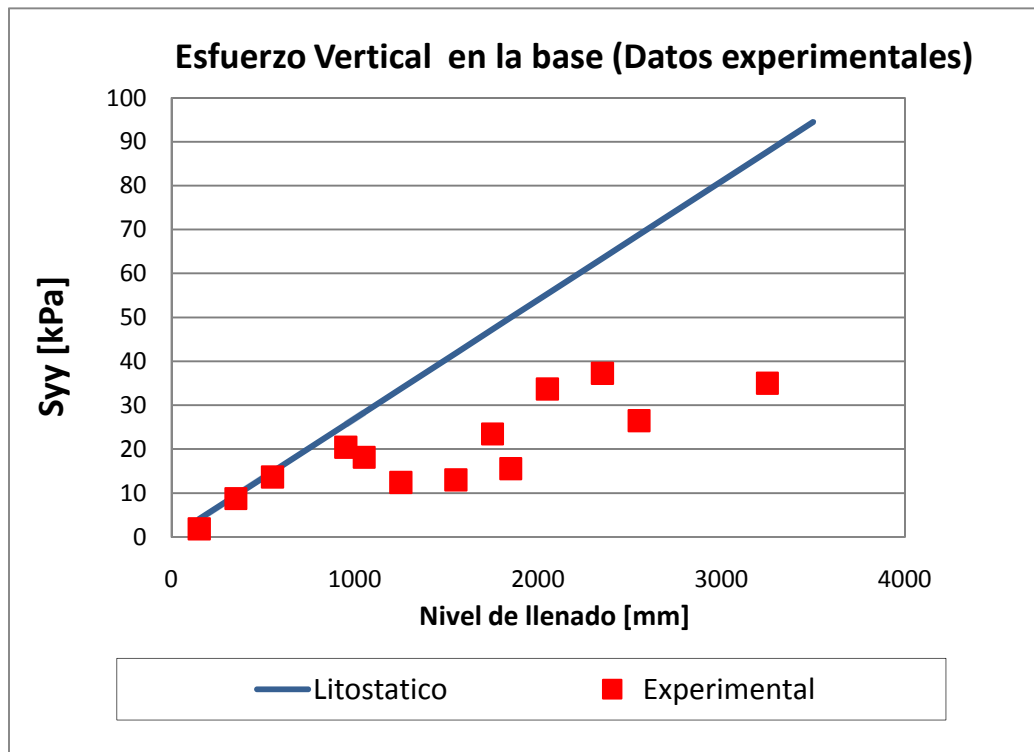
Como se observa en cada una de las tablas, la razón porcentual entre la desviación estándar y el promedio muestra variabilidad entre las distintas celdas. Este hecho representa lo que sucede en un material granular no cohesivo como la grava, donde las partículas distribuyen su carga a través de los contactos con el resto de las partículas provocando concentraciones en ciertos puntos y por tanto generando esfuerzos medidos no homogéneos.

Es necesario aclarar que lo que se busca en la modelación numérica no es encontrar el valor exacto del esfuerzo medido durante el experimento sino los valores medios, por lo que se estimó conveniente reunir todos los valores experimentales de las distintas celdas para cada nivel de llenado provenientes de los distintos experimentos y resumirlos en un único valor correspondiente al promedio de ellos. A partir de este tratamiento se obtuvieron los siguientes resultados:

Nivel llenado	Promedio	Desviación Estándar	D.E. / Promedio
[m]	[kPa]	[kPa]	[ ]
0.00	0.0	0.0	-
0.15	1.8	0.2	0.1
0.35	8.7	0.5	0.1
0.55	13.7	3.2	0.2
0.95	20.4	12.3	0.6
1.05	18.1	3.9	0.2
1.25	12.4	3.2	0.3
1.55	13.0	3.8	0.3
1.75	23.4	5.3	0.2
1.85	15.6	4.9	0.3
2.05	33.7	20.4	0.6
2.35	37.3	22.4	0.6
2.55	26.5	7.9	0.3
3.25	35.0	17.8	0.5

**Tabla 5: Esfuerzos experimentales promedio**

Son estos los valores experimentales que finalmente se utilizaran en la comparación con los resultados de los modelos implementados en UDEC y que además se muestran en el siguiente gráfico:



**Gráfico 1: Esfuerzos experimentales promedio**

Si bien es cierto los valores experimentales muestran una tendencia hacia la estabilización del esfuerzo vertical en términos locales se observa que no hay un crecimiento sostenido asintótico a un valor, sino que incluso aparecen valores menores que demuestran la variabilidad de los datos proporcionados por las celdas de carga.

### **3.2. Desarrollo de un modelo en UDEC**

Los pasos básicos recomendados para realizar un análisis numérico son los siguientes:

1. Definir los objetivos del modelo de análisis
2. Crear una figura conceptual del sistema físico
3. Construir y ejecutar modelos simples idealizados
4. Incorporar la información específica del problema
5. Preparar una serie de modelos más detallados
6. Realizar los cálculos en el modelo
7. Presentar los resultados para su interpretación

La configuración del modelo se inicia con la generación de la geometría del modelo a partir de 1 bloque inicial, el cual es cortado sucesivamente generando todos los elementos presentes en el problema. Una vez que se han introducido todos los cortes necesarios, se procede a definir las propiedades de los materiales presentes y por supuesto las leyes constitutivas que rigen su comportamiento mecánico. Posteriormente se definen las condiciones iniciales y las condiciones de borde que darán lugar a la situación inicial del modelo previo a la búsqueda de un estado de equilibrio, alcanzado a través de la resolución del modelo (asignación de ciclos).

Así, cuando el equilibrio ha sido alcanzado, se examina la respuesta del modelo y se incorporan las modificaciones como por ejemplo un cambio en las condiciones de borde. Como el modelo ha sido modificado, es necesario volver a alcanzar el equilibrio por medio de la asignación de ciclos. Este procedimiento se repite tantas veces como modificaciones se hayan registrado en el modelo.

Es importante recalcar que la geometría del modelo se genera a partir de cortes sucesivos, por lo que no es posible agregar cortes posteriormente, a menos que se haya creado discontinuidades cuyas propiedades se vean disminuidas por el usuario o debido a que se alcanza un nivel de esfuerzo tal que puede superar sus propiedades resistentes definidas inicialmente. Además, la geometría debe anteceder a cualquier asignación de modelos y propiedades para no provocar problemas; mas aún, no es posible agregar una discontinuidad después de haber transcurrido ciclos de resolución del problema.

### 3.3. Descripción general de los modelos en UDEC

Es importante definir cuál será el trabajo a realizar de tal forma de acotar el número de casos y por consiguiente de modelos que se quieren implementar. Por ello, dado que se tiene la geometría del modelo físico experimental, esta se mantendrá en cada uno de los modelos. Con respecto a los casos a estudiar se considerarán las siguientes etapas:

- Modelaciones de prueba: Consiste en realizar 4 modelaciones con granulometrías de 0.5 [m], 0.25 [m], 0.125 [m] y 0.06 [m]. A pesar de no ser un gran número de modelos, al término de esta etapa se espera contar con los resultados que permitan observar el efecto de ciertos parámetros relevantes (redondeamiento, zonificación, mediciones de esfuerzos) y la definición de las propiedades más indicadas para la etapa siguiente. El tiempo de resolución será un factor clave para poder definir cuáles serán las granulometrías a utilizar.
- Modelación sin extracción: Se propone realizar n modelaciones que presenten las propiedades más indicadas para lograr establecer las comparaciones con los esfuerzos experimentales. En esta etapa se busca generar los modelos que permitan graficar las curvas de esfuerzo entregadas por UDEC.
- Modelación con extracción aislada: El modelo considera la granulometría que mejor representa las mediciones experimentales y permite estudiar la influencia del ancho del punto de extracción y la variación en el ángulo de fricción sobre los esfuerzos verticales.
- Modelación con extracción múltiple: En este modelo se estudia el comportamiento de dos puntos de extracción. Se desea observar la influencia de la extracción sobre los esfuerzos verticales en las zonas inmóviles.

## 4. MODELACIÓN NUMÉRICA EN UDEC

En esta sección se detalla la realización de todos los modelos desarrollados (sin extracción, extracción aislada y extracción múltiple) en lo que respecta a la geometría, propiedades mecánicas, leyes de comportamiento, condiciones de borde, condiciones iniciales y propiedades a evaluar. En primer lugar, se exponen los modelos de prueba que permitirán definir los parámetros más indicados para los modelos sin extracción de tal manera de replicar de mejor forma los resultados numéricos. Luego, se expondrán los modelos con extracción aislada, con las respectivas modificaciones que permitirán evaluar el efecto del ancho de extracción y el ángulo de fricción sobre los esfuerzos verticales medidos. Finalmente, se muestran los modelos con extracción múltiple para analizar la influencia de la uniformidad de extracción sobre los esfuerzos.

### 4.1. Modelos de prueba

Los modelos de prueba tienen la finalidad de generar el aprendizaje del lenguaje básico de UDEC, en especial de aquellos comandos que se necesitan para realizar el estudio de los esfuerzos. Para ello, también se seguirán las recomendaciones generales entregadas para lograr modelos lo más sencillo posible.

En la siguiente tabla se exponen los 4 modelos sin extracción realizados a modo de prueba:

Nombre	Media granulométrica
50cm_test	0.500 [m]
25cm_test	0.250 [m]
12_5cm_test	0.125 [m]
05cm_test	0.060 [m]

**Tabla 6: Modelos de prueba**

Todos los casos anteriores buscan mostrar características de la modelación que no solo tienen que ver específicamente con el estudio de los esfuerzos, sino con otros parámetros que aparecen como parte del uso de un modelo numérico como por ejemplo el tiempo de resolución, relación de parámetros

geométricos y de zonificación o la toma de datos representativos. Por otro lado, estos modelos permitirán establecer los modelos utilizados en las etapas sin extracción, con extracción aislada y múltiple.

Hay que señalar que en la práctica el modelo 05cm\_test que corresponde a una granulometría media de 5 [cm] que tomaba un tiempo excesivo respecto de los otros tres modelos. El primer problema fue la generación misma de la granulometría a través del algoritmo teselador de Voronoi, incluido como una función propia de UDEC. El tiempo para generar las partículas exigía de muchos días, por lo que se decidió eliminar su análisis, aunque de todos modos se muestran los parámetros usados en su definición.

En la tabla siguiente cada columna representa un parámetro que debe ser definido en UDEC. La segunda columna representa el d50 que corresponde al tamaño medio de las partículas generadas a través de la función voronoi, correspondiente al parámetro vo, séptima columna de la tabla. La tercera y cuarta columna denominadas Cell config representan la malla o grilla virtual que se utiliza para seguir la posición de las partículas en el plano xy. Los valores se escogieron a partir del cuociente entre la dimensión del modelo y la granulometría de las partículas (d50 o vo) tanto vertical como horizontalmente. La quinta columna (ro) corresponde al denominado rounding de los bloques (partículas). El valor se establece por la recomendación de UDEC de que el redondeamiento de las partículas debe ser al menos 20 veces menor que el tamaño de los bloques. En la sexta columna ovtol corresponde a la tolerancia al traslapo permitido en el contacto de los bloques. Para hacerlo más flexible se permitió que este fuese igual al rounding, aunque el valor por defecto corresponde a la mitad. En la octava columna se observa el parámetro i (vo) que determina la variabilidad de los tamaños respecto al valor medio definido en la columna anterior (vo). Un valor más alto hace que la distribución de tamaños sea más homogénea, lo cual comienza a ser evidente desde un valor superior a 100. Con respecto a la última columna (Área bloques borrados) se considero prudente eliminar los bloques más pequeños que el 1% del tamaño que presentan formas que producen problemas de traslapos y solo vuelven más compleja la resolución del modelo. Los valores fueron establecidos arbitrariamente de tal forma de eliminar por completo este tipo de bloques, retirando todos aquellos bloques que presentaran un área igual o menor. Volviendo a la novena columna, en ella se muestra el parámetro zo que corresponde al tamaño de la zonificación a considerar en los bloques deformables.

Nombre	d 50	Cell config	Cell config	ro	ovtol	vo	i (vo)	zo	Área bloques borrados
	[m]	x	y	[m]	[m]	[m]	[ ]	[m]	[m2]
50cm_test	0.500	5	7	0.02500	0.02500	0.500	50	0.2500	0.0040
25cm_test	0.250	10	14	0.01250	0.01250	0.250	50	0.1250	0.0020
12.5cm_test	0.125	20	28	0.00625	0.00625	0.125	100	0.0625	0.0010
05cm_test	0.050	48	70	0.00250	0.00250	0.050	100	0.0250	0.0005

**Tabla 7: Propiedades de modelos de prueba**

Con respecto a la influencia del tamaño de la zonificación (tamaño de los elementos triangulares de la malla de diferencia finita al interior de los bloques de grava) en los resultados de los esfuerzos medidos en los modelos de prueba se decidió utilizar los valores siguientes con respecto a cada modelo, obteniéndose los siguientes valores de esfuerzos.

vo	zo	Syy	Promedio	Desv. Estándar	D.E. / Prom.
[m]	[m]	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[%]
0.125	0.1250	56.90	53.64	3.0	5.6
0.125	0.0625	51.01			
0.125	0.0313	53.02			
0.25	0.2500	45.11	42.24	5.5	13.0
0.25	0.1250	47.33			
0.25	0.0938	34.76			
0.25	0.0625	41.75			
0.5	0.5000	39.31	51.17	12.0	23.5
0.5	0.2500	52.60			
0.5	0.1875	45.53			
0.5	0.1250	67.24			

**Tabla 8: Variación de esfuerzos en función del tamaño de malla de diferencia finita**

Los resultados quedan mejor representados en un gráfico donde se expone la variación del esfuerzo vertical medio considerado en la base del modelo. Si bien es cierto, se observa una variabilidad importante en el caso de la granulometría de 0.5 [m], en las otras dos y particularmente en la de 0.125 [m], la más pequeña esta es mucho menor, mostrando que la influencia en la zonificación de los bloques que representan el material granular no es determinante.

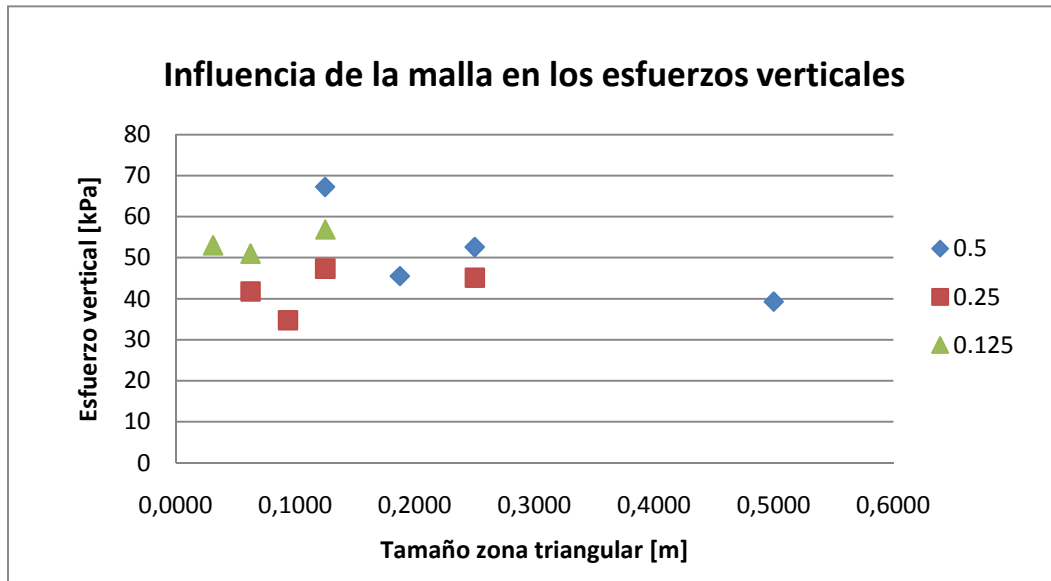


Gráfico 2: Variación de esfuerzos en función del tamaño de malla de diferencia finita

A continuación se detallan los modelos desarrollados en UDEC para los casos sin extracción, con extracción aislada y con extracción múltiple.

## 4.2. Modelos sin extracción

El objetivo principal de la modelación sin extracción es estudiar el comportamiento de los esfuerzos bajo distintas granulometrías de partículas, que se compararan con los datos medidos de los distintos experimentos durante su etapa de llenado. Además, entre ellos se escogerá aquel que mejor representa las mediciones experimentales y que se utilizará como base para realizar el estudio de la extracción aislada y múltiple.

Los modelos desarrollados en esta etapa se muestran en la siguiente tabla:

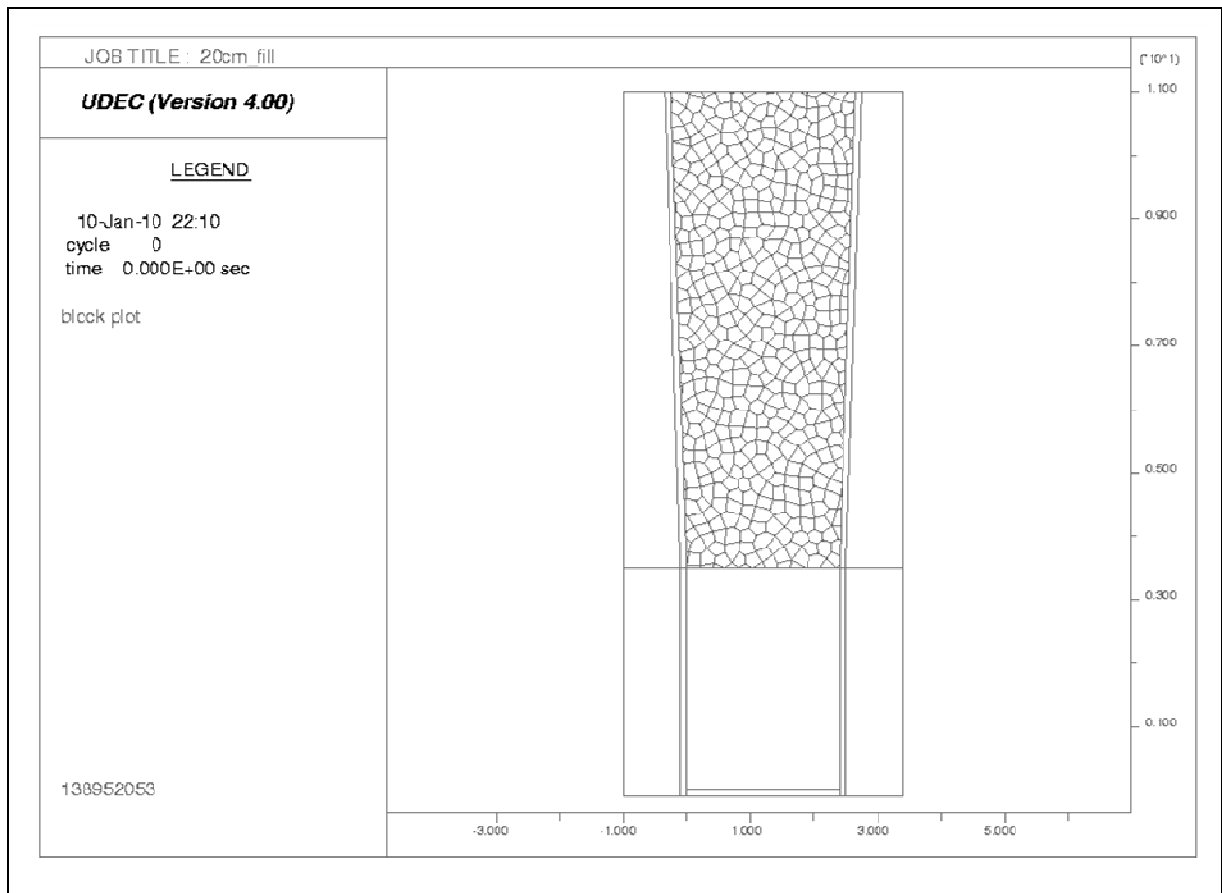
Nombre	d 50	Cell config	Cell config	ro	ovtol	vo	i (vo)	zo	Área bloques borrados
	[m]	x	y	[m]	[m]	[m]	[ ]	[m]	[m <sup>2</sup> ]
20cm_fill	0.20	12	18	0.0100	0.0100	0.20	100	0.100	0.00160
18cm_fill	0.18	14	20	0.0090	0.0090	0.18	100	0.090	0.00144
16cm_fill	0.16	15	22	0.0080	0.0080	0.16	100	0.080	0.00128
15cm_fill	0.15	16	24	0.0075	0.0075	0.15	100	0.075	0.00120
14cm_fill	0.14	18	25	0.0070	0.0070	0.14	100	0.070	0.00112
12cm_fill	0.12	20	30	0.0060	0.0060	0.12	100	0.060	0.00096

**Tabla 9: Modelos etapa de llenado**

#### 4.2.1. Geometría del modelo

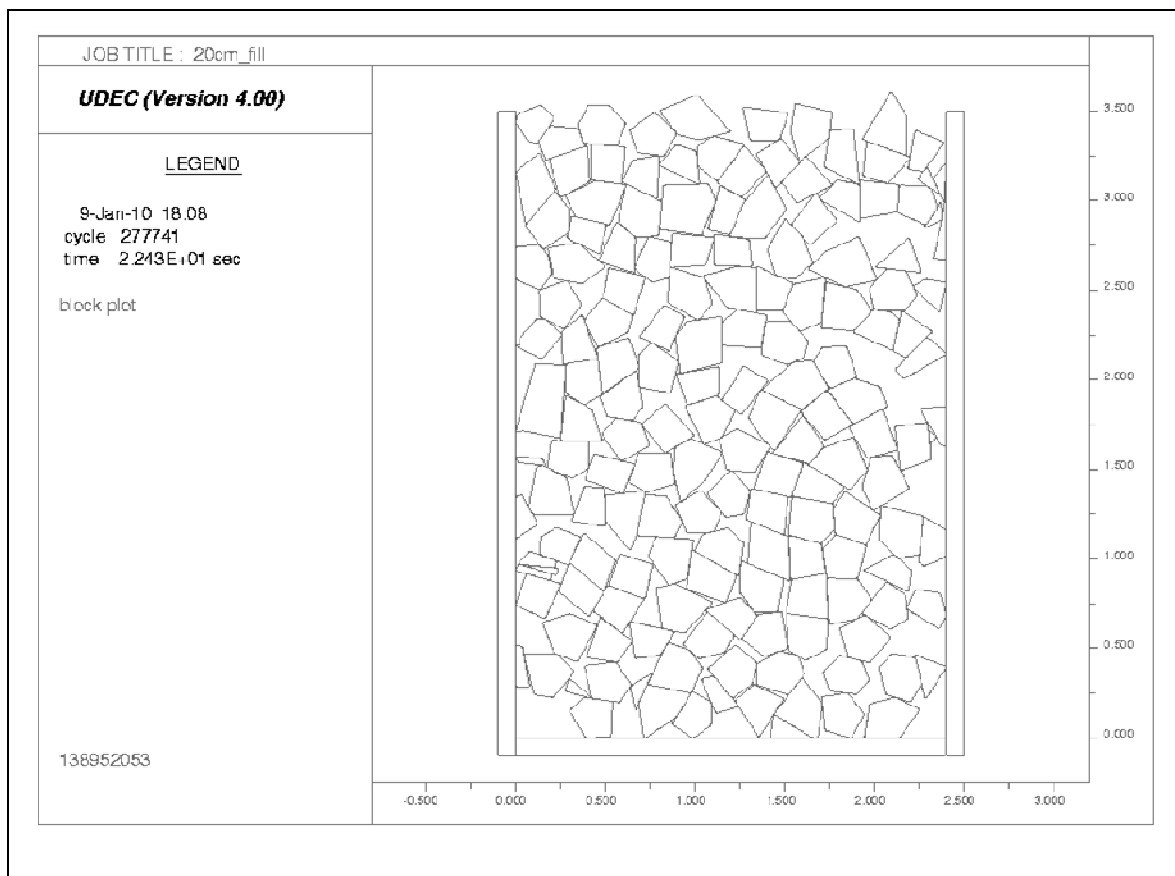
En todos los modelos antes nombrados se ha utilizado la misma geometría que en los modelos de prueba los cuales representan una sección transversal del silo rectangular utilizado para el estudio del flujo gravitacional desde donde se obtuvieron los datos experimentales.

Las dimensiones del modelo corresponden a 2.4 [m] de ancho por 3.5 [m] de alto, con una placa de 0.1 [m] de espesor que representa las paredes del silo. Sobre esta sección transversal representativa del modelo físico se definió una batea que contiene el bloque que se subdivide para generar la granulometría indicada. Esta subdivisión es realizada a través de la función Voronoi (incluida en UDEC) que corresponde a un teselador que particiona el bloque original en bloques más pequeños cuyo tamaño medio corresponde al definido por el usuario. Este tamaño medio se puede considerar como el d50 de una banda granulométrica, donde pueden existir partículas más grandes y más pequeñas, pero que en promedio corresponde al valor designado. La ventaja de esta función es que los nuevos bloques poseen una forma irregular, lo que permite la representación de un material discontinuo como es la roca chancada. La figura siguiente muestra la geometría inicial del problema desplegada en el programa:



**Figura 4: Esquema inicial llenado de contenedor (modelo 20cm\_fill)**

Los bloques externos son borrados posteriormente, al igual que la batea superior. Esta última tiene sólo la función de generar los bloques de grava, que al caer permitirán generar porosidad dentro del modelo. Posteriormente, esta también es borrada quedando sólo las placas y las partículas de grava desordenadas, tal como se ve en la figura siguiente:



**Figura 5: Modelo relleno con material granular (modelo 20cm\_fill)**

#### **4.2.2. Modelos de comportamiento**

Dada la formulación de UDEC basada en bloques y discontinuidades y tal como se vio previamente en la descripción de la metodología de modelación, se debe definir un modelo constitutivo o de comportamiento para cada uno de estos elementos.

##### **4.2.2.1. Modelo de comportamiento de los bloques**

En el modelamiento, para los bloques que representan el material fragmentado se definen 2 etapas donde estos cambian su condición, pasando de ser rígidos a deformables. Por otra parte, los bloques que representan las placas y que corresponden a las paredes del modelo físico siempre se mantienen en su condición rígida, no importando el modelo que se escoja para ellos.

La primera etapa donde los bloques se comportan de manera rígida está comprendida entre la aparición de las partículas de grava y su depositación por caída libre dentro de las paredes de acero del modelo, lo que significa que no pueden deformarse y sólo transmiten las fuerzas hacia el resto de los bloques. La condición rígida de los bloques de grava no permite medir los esfuerzos sobre ellos, por lo que se requiere que cambien a un comportamiento que les permite deformarse.

Así, en la segunda etapa, luego de que los bloques rígidos se han depositado hasta el nivel de llenado correspondiente, se procede a cambiar la condición estos bloques rígidos en deformables, por medio de la asignación de zonas de diferencias finitas (triangulares). Esto significa que los bloques ahora serán regidos por una ley constitutiva especificada previamente, que en este caso corresponde al modelo lineal elástico, el cual permite deformarse pero no romperse y también permite la medición de los esfuerzos producidos. Este modelo de alguna forma es el que más se ajusta al modelo constitutivo de la grava utilizada en el modelo físico, puesto que el nivel de esfuerzos de los experimentos estaba lejos de alcanzar la resistencia del material en cuestión.

Por otra parte, la asignación de zonas de diferencias finitas permite medir el esfuerzo dentro de los bloques, necesario para realizar el análisis y comparación de esfuerzos. El tamaño de los triángulos escogidos corresponde a la mitad del tamaño medio de la granulometría definida para los bloques de grava.

Finalmente el modelo constitutivo escogido para los bloques corresponde a un modelo lineal elástico, que no presenta falla y corresponde al modelo más simple y que mejor representa el comportamiento observado en los experimentos realizados en el modelo físico.

#### **4.2.2.2. Modelo de comportamiento de las discontinuidades**

En el caso de las discontinuidades, también se hace necesario distinguir entre aquellas que representan la grava y el acero. Sin embargo, para ambos casos se decidió escoger el modelo Coulomb slip (area contact) debido a la generalidad de su aplicación ante diversos problemas, además de que el tipo de contacto observado mayoritariamente es a través de los lados de los bloques y por último debido al bajo número de parámetros requeridos. Este modelo además está pensado para conjuntos de bloques cercanos y por otra parte provee una representación lineal de las rigideces normal y tangencial de las discontinuidades.

### 4.2.3. Propiedades mecánicas usadas en el modelo

Los modelos constitutivos tanto de bloques como de discontinuidades requieren definir las propiedades mecánicas que determinan la relación esfuerzo deformación. Algunas propiedades se obtuvieron a partir del estudio del material granular utilizado en los experimentos (roca chancada) y el resto se obtuvo de la revisión bibliográfica donde se muestran valores medios de propiedades mecánicas para materiales granulares.

#### 4.2.3.1. Propiedades mecánicas de los bloques

Las propiedades de los bloques corresponden a los señalados de un manual de materiales de suelos desarrollado por el departamento de transporte. En el caso de la grava, los parámetros requeridos por el modelo constitutivo lineal elástico corresponden a la densidad, el módulo de compresión volumétrica y el módulo de corte. Los valores escogidos se muestran en la siguiente tabla:

Parámetros Grava	Magnitud	Unidad
Densidad	2650	[kg/m <sup>3</sup> ]
Módulo de compresibilidad volumétrica	81	[MPa]
Módulo de corte	48	[MPa]

**Tabla 10: Propiedades mecánicas de la grava (bloques)**

Con respecto a los bloques que conforman las paredes del modelo (agrupadas bajo la denominación placa) todas las propiedades fueron tomadas de estudios de comportamiento mecánico del acero. Igualmente que en el caso de la grava, se exponen los valores utilizados a continuación:

Parámetros Acero	Magnitud	Unidad
Densidad	7860	[kg/m <sup>3</sup> ]
Módulo de compresibilidad volumétrica	210000	[MPa]
Módulo de corte	81000	[MPa]

**Tabla 11: Propiedades mecánicas del acero (bloques)**

#### 4.2.3.2. Propiedades mecánicas de las discontinuidades

Así como se definieron las propiedades de los bloques es necesario definir las propiedades de las discontinuidades que forman parte de nuestro modelo. Recordemos que dentro de UDEC las discontinuidades poseen entre otros parámetros una rigidez normal y tangencial que sirven para representar las fuerzas de contacto entre los bloques.

Las propiedades asignadas se obtuvieron de la bibliografía, de estudios con experimentos de suelos granulares tanto para el material granular (roca chancada) como las paredes de acero del contenedor y se muestran en las dos tablas que aparecen más abajo:

Parámetros Grava	Magnitud	Unidad
Rigidez Normal	4	[GPa/m]
Rigidez Tangencial	4	[GPa/m]
Ángulo de fricción	44	[°]

**Tabla 12: Propiedades mecánicas de la grava (discontinuidades)**

Cabe notar que a modo de simplificación se asumieron los mismos valores de rigidez normal y tangencial para cada material.

Parámetros Acero	Magnitud	Unidad
Rigidez Normal	10	[GPa/m]
Rigidez Tangencial	10	[GPa/m]
Ángulo de fricción	21	[°]

**Tabla 13: Propiedades mecánicas del acero (discontinuidades)**

Si bien es cierto el modelo coulomb slip de contacto a través de áreas utilizado también incorpora otras variables como por ejemplo la cohesión, la resistencia a la tracción y la permeabilidad, estos no se consideran debido a que el material es en términos básicos un conjunto de partículas de grava secas sin cohesión. Es así como el resto de los parámetros al no ser proporcionados no se utilizan dentro del cálculo.

#### **4.2.4. Condiciones de borde del modelo**

Las condiciones de borde del modelo solo tienen que ver con la fijación de los bloques que representan las paredes de acero del contenedor. En el lenguaje de UDEC lo que se hizo fue restringir el movimiento de estos bloques definiendo su velocidad como cero. Esto básicamente se hizo aplicando la función fix que fija el movimiento de los bloques rígidos en el modelo en el rango especificado, que en este caso particular se refieren a las paredes del contenedor. Con respecto al estado tensional sólo se asignó el campo de fuerzas gravitatorio.

#### **4.2.5. Condiciones iniciales del modelo**

La única condición inicial del modelo fue impuesta indirectamente a través del posicionamiento en la parte superior del modelo (batea, figura n) donde se borraron algunos bloques que representan la grava, de tal forma de generar la inestabilidad suficiente que permita la caída de los bloques. En cada caso lo que se hizo fue definir un rango de tres veces la granulometría del modelo justo en la mitad de la batea. Posteriormente, los bloques de grava, inicialmente rígidos, se dejan libres (función free), lo que les permite caer producto de la gravedad impuesta, generando una depositación desordenada y porosidad entre las partículas de grava.

#### **4.2.6. Resolución del modelo**

Una vez definido el modelo lo que se hizo fue dar 500000 ciclos para que las partículas de grava que por el momento son rígidas se depositaran en el contenedor, asegurándose que la fuerza desbalanceada fuera lo más pequeña posible. Posteriormente los bloques de grava se transformaron en deformables para poder medir el esfuerzo en ellos, dando 700000 ciclos y más para alcanzar un nuevo equilibrio definitivo.

### 4.3. Modelos con extracción aislada

La modelación con extracción aislada busca estudiar la influencia de parámetros como el ancho del punto de extracción y el ángulo de fricción sobre los esfuerzos verticales medidos en la base. La geometría cambia con respecto al caso anterior para poder incorporar la variación de estos parámetros y la salida del material granular del contenedor, aunque el resto de las propiedades (a excepción del cambio en el ángulo de fricción) y las condiciones de borde e iniciales prácticamente siguen siendo las mismas.

En las siguientes tablas se muestra el modelo base escogido y más abajo los casos a estudiar según los anchos de las aberturas del punto de extracción considerados para el análisis que se obtienen a partir de este mismo modelo:

Nombre	d 50	Cell config	Cell config	ro	ovtol	vo	i (vo)	zo	Área bloques borrados
	[m]	x	y	[m]	[m]	[m]	[ ]	[m]	[m2]
16cm_isd	0.16	25	22	0.008	0.008	0.16	100	0.080	0.00128

**Tabla 14: Modelo base para extracción aislada**

La tabla siguiente muestra el nombre de los casos a estudiar y los anchos considerados, tanto en metros como en número de veces el tamaño medio considerado (d 50). Así mismo se exponen los puntos que señalan la ubicación de las paredes que forman los puntos de extracción (cr xu, cr xl, cr yu y cr yl), que se incluyeron en la geometría del modelo.

Nombre	Ancho punto extracción	cr xu	cr xl	cr yu	cr yl	Ancho punto extracción
	[N° d 50]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]
16cm_isd_4d50	4 d50	1.630	2.270	-0.1	0	0.640
16cm_isd_6d50	6 d50	1.470	2.430	-0.1	0	0.960
16cm_isd_8d50	8 d50	1.310	2.590	-0.1	0	1.280
16cm_isd_10d50	10 d50	1.150	2.750	-0.1	0	1.600
16cm_isd_12d50	12 d50	0.990	2.910	-0.1	0	1.920

**Tabla 15: Modelos de extracción aislada para distintos anchos**

De los modelos anteriores, para analizar la influencia del ángulo de fricción se escogió el modelo 16cm\_isd\_8d50, estableciéndose los siguientes casos a estudiar:

Nombre	Angulo de fricción
	[°]
d50_35angfr	35
d50_40angfr	40
d50_44angfr	44
d50_50angfr	50

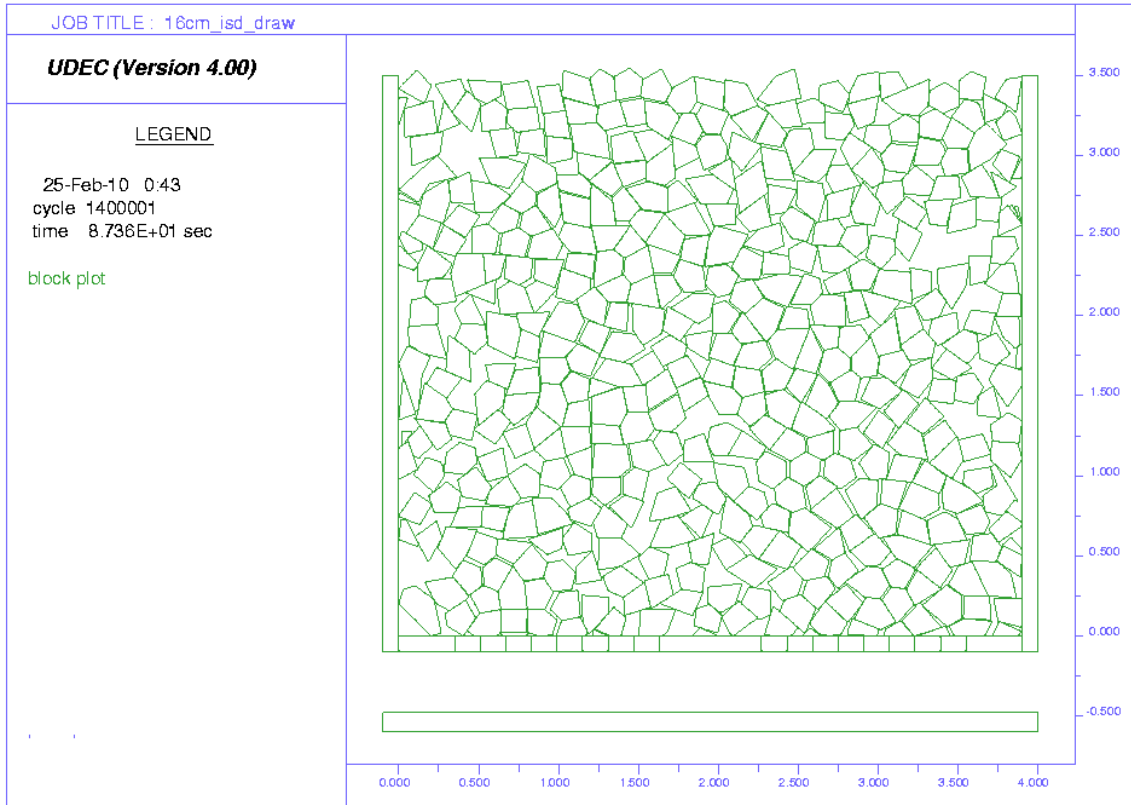
**Tabla 16: Modelos de extracción aislada para distintos ángulos de fricción**

Es importante señalar que estos modelos ya no serán comparados con resultados experimentales y por lo tanto se utilizarán solo para observar cómo se comportan los esfuerzos bajo estas nuevas condiciones.

Para ordenar los modelos desarrollados se muestra el estudio de la influencia del ancho del punto de extracción en forma separada de la influencia del ángulo de fricción del material.

#### **4.3.1. Geometría del modelo**

La base geométrica utilizada, que ahora presenta un ancho mayor de 3.9 [m], incorpora las distintas aberturas en la base del contenedor rectangular de tal modo de variar el ancho de extracción desde 4 veces el diámetro medio de la grava (0.16 [m]) hasta 20 veces ese valor. Por último, se dispone de un bloque bajo el modelo de 0.12 [m] de espesor, 0.38 [m] más abajo que contiene el material granular saliente. La figura siguiente entrega una imagen de la geometría final utilizada:



**Figura 6: Modelo base para extracción aislada (geometría)**

Las paredes del modelo siguen siendo de 0.1 [m] de espesor. También se definió previamente la batea que contenía las partículas de grava, tal como en el caso sin extracción y que luego se depositan en el contenedor rectangular.

#### **4.3.2. Modelos de comportamiento**

Los modelos de comportamiento tanto de los bloques como de las discontinuidades siguen siendo lineal elástico al igual que para el caso sin extracción, sin permitir la falla, por lo que los valores de las propiedades mecánicas también se mantienen.

### **4.3.3. Propiedades mecánicas usadas en el modelo**

Del mismo modo, las propiedades tanto del acero como la grava no cambian con respecto al caso sin extracción. Hay que notar eso si que el bloque inferior posee las mismas propiedades de las paredes de acero del contenedor (tabla n).

### **4.3.4. Condiciones de borde del modelo**

Dentro de las condiciones de borde, además de las consideradas en el caso sin extracción, en este caso se incorpora la fijación del bloque inferior que contendrá el material saliente dentro del silo rectangular. El bloque inferior actúa como un receptor de las partículas de grava que salen desde el punto de extracción, formando una pila que posteriormente es borrada para simular la extracción.

### **4.3.5. Condiciones iniciales del modelo**

Las condiciones iniciales son las mismas, vale decir los bloques rígidos se encuentran inicialmente en la batea superior y luego se borran algunos para que por efecto de la gravedad estos puedan caer. De este modo, se genera el llenado del contenedor con partículas desordenadas.

### **4.3.6. Resolución del modelo**

El procedimiento también consistió en aplicar 500000 ciclos para dejarlos caer y 500000 ciclos más para transformarlos en deformables y alcanzar un valor mínimo de la fuerza desbalanceada.

De este modo, se ha generado el modelo base que servirá para analizar la influencia de ambos parámetros (ancho de extracción y ángulo de fricción).

### **4.3.7. Modificaciones a las condiciones modelo**

#### **4.3.7.1. Influencia del ancho del punto de extracción**

Luego de alcanzar la condición de equilibrio se procede a abrir un punto de extracción de un determinado ancho borrando los bloques que se encuentran en la base del contenedor. Hecho esto, se procede a alcanzar el equilibrio nuevamente, dejando que los bloques de grava se depositen en el bloque inferior. Posteriormente, se procede a borrar la pila de bloques de grava recién formada, de tal manera de simular la extracción de material y se vuelve a aplicar un cierto número de pasos (menos de 100000 ciclos) hasta alcanzar el equilibrio nuevamente.

El procedimiento anterior se repite sucesivamente hasta que salga todo el material posible para cada uno de los anchos definidos (ver tabla 15).

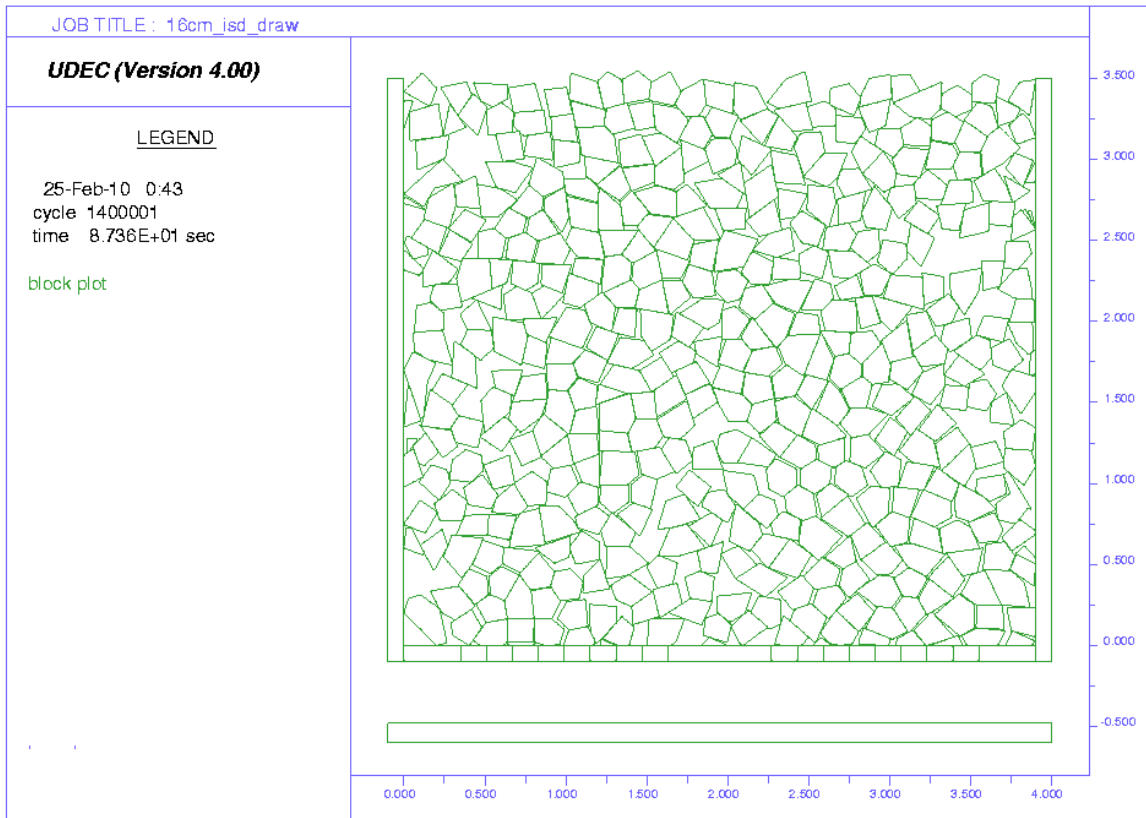
#### **4.3.7.2. Influencia del ángulo de fricción**

En este caso se escogió el ancho de extracción de 8 d50, al cual se le asigna un ángulo de fricción particular. Así, se sigue un procedimiento análogo a la simulación con un punto de extracción, dejando caer los bloques de grava, borrando los que forman la pila y dando la cantidad de ciclos necesarios para alcanzar el equilibrio, tantas veces como sea necesario para extraer todo el material posible. Esto se realiza para todos los ángulos de fricción mencionados (ver tabla 16).

En ambos casos la simulación de extracción se realiza de forma discreta imitando lo que se sucede en la extracción por los equipos mineros.

### **4.4. Modelo con extracción múltiple**

En este caso se considero el modelo 16cm\_draw con dos puntos de extracción de ancho 1.28 [m] cada uno y separados 1.92 [m] entre ellos (entre sus centros) y a una distancia de 0.99 [m] de las paredes del contenedor, que corresponde al mismo modelo utilizado en la etapa anterior de extracción aislada (16cm\_isd) pero con los respectivos bloques borrados. A continuación se ilustran los dos puntos de extracción en la figura siguiente.



**Figura 7: Modelo de extracción múltiple (geometría)**

La geometría del modelo, los modelos de comportamiento para los bloques y discontinuidades, así como sus propiedades mecánicas y las condiciones de borde e iniciales siguen siendo las mismas.

El objetivo en este caso es analizar el efecto de tener dos puntos de extracción sobre los esfuerzos verticales en la base, específicamente en lo que corresponde a una forma de extracción no uniforme del material fragmentado.

## 4.5. Conclusiones del capítulo

La revisión de los modelos de prueba permitió definir algunos parámetros propios de la modelación numérica realizada en UDEC. De este modo, se lograron establecer algunas consideraciones y por supuesto obtener recomendaciones que pueden servir en otros modelos desarrollables en el futuro:

- Con respecto a la elección en el grado de zonificación y su efecto en la variabilidad de los esfuerzos medidos, se observa que a menor tamaño de bloque el tamaño del elemento básico de la grilla, en este caso de forma triangular, está más acotado y por tanto esto provoca menor variabilidad en los resultados obtenidos.
- Para granulometrías más pequeñas el tiempo necesario para llegar al equilibrio se hace cada vez mayor, señalándose para este caso particular una granulometría límite de 12 [cm] para los modelos estudiados. Es importante señalar que el tiempo de resolución puede variar en la medida que se considere otra condición de equilibrio, siendo posible tomar menos ciclos de los que aquí se consideraron para alcanzarlo.
- Por otra parte, el paso de tiempo de cálculo, lapso en el cual se asume que las fuerzas interactuantes son constantes y donde el bloque considerado solo se ve influenciado por los bloques contactados directamente, se vuelve cada vez más pequeño a medida que se escoge un elemento más pequeño de análisis, resultando un tiempo mayor en la resolución de un mismo problema.
- Debe existir en todos los modelos desarrollados una cierta razón entre parámetros como el tamaño medio granulométrico, la curvatura de las esquinas de los bloques, la tolerancia al traslapo y por supuesto la malla utilizada. Los triángulos que corresponden a los elementos básicos de la malla de diferencia finita al interior de cada bloque no debe ser menor a 10 veces a la curvatura (rounding) de los bloques.
- Otro punto a considerar es la reducción del rounding genera partículas que pueden provocar traslapos durante la caída de los bloques. Una forma de solucionarlo puede ser el borrado de todos los bloques de área pequeña (menores al 1% del tamaño medio) y por otra parte ser más flexible con el resto de los bloques, aumentando el tamaño del traslapo, pero siempre dentro de valores razonables (por ejemplo igualando al rounding)

## 5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

De acuerdo a los modelos implementados en el capítulo 4 se muestran los resultados obtenidos de los modelos numéricos anteriormente descritos (prueba, sin extracción, extracción aislada y múltiple) y su comparación con los resultados experimentales (caso sin extracción). También se muestran los resultados del modelo escogido para el estudio de la influencia de ancho del punto de extracción y el ángulo de fricción del material granular, en el caso de extracción aislada y los resultados obtenidos para el caso de extracción múltiple.

### 5.1. Modelos de prueba

Para cada modelo se presentan dos gráficos con los esfuerzos verticales y horizontales sobre el material granular. Además, también se muestran los esfuerzos verticales sobre una línea paralela trazada a 0.1 [m] de distancia de la pared basal, que se utilizara en la comparación de los resultados experimentales. Por otra parte también se establece una línea de control de esfuerzos horizontales a 0.1 [m] de las paredes verticales ( $x = 0.1$  [m] y  $x = 2.3$  [m]). La tabla siguiente expone los resultados de los esfuerzos verticales (derecha) y horizontales (izquierda) para el modelo 50cm\_test:

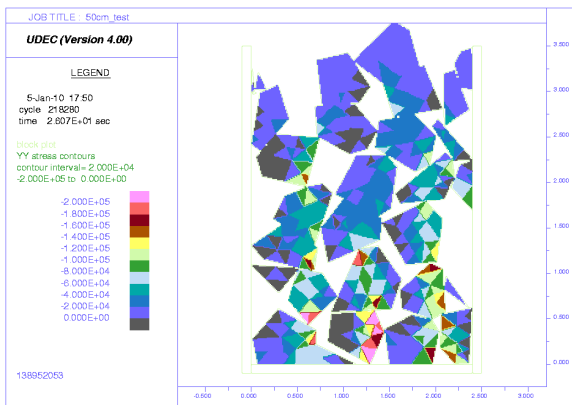


Figura 8: Esfuerzos verticales en modelo de prueba

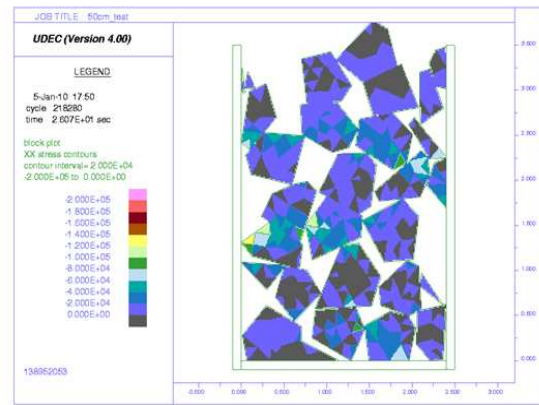
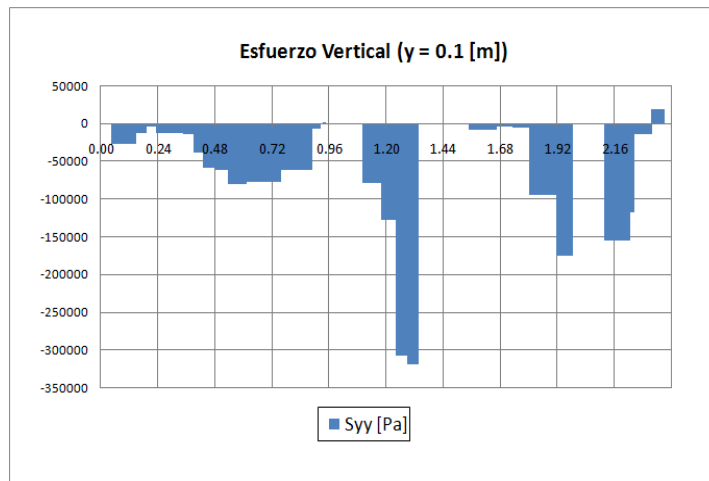


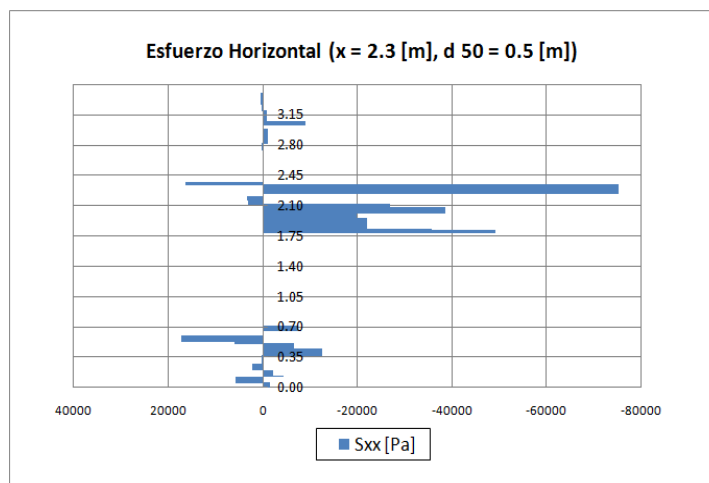
Figura 9: Esfuerzos horizontales en modelo de prueba

La escala usada en todos los modelos es exactamente la misma, variando desde cero hasta los  $2 \times 10^5$  [Pa], que por ser de compresión según la convención de UDEC les asigna signo negativo.



**Gráfico 3: Esfuerzos verticales sobre la base del modelo de prueba**

En la figura de los esfuerzos verticales basales se observa una irregularidad considerable en los valores graficados, lejos del esfuerzo litostático esperado. Esto se explica fundamentalmente debido al tamaño de los bloques que en este caso son de 0.5 [m], que inevitablemente producen una concentración de esfuerzos en los puntos de apoyo.



**Gráfico 4: Esfuerzos horizontales sobre la base del modelo de prueba**

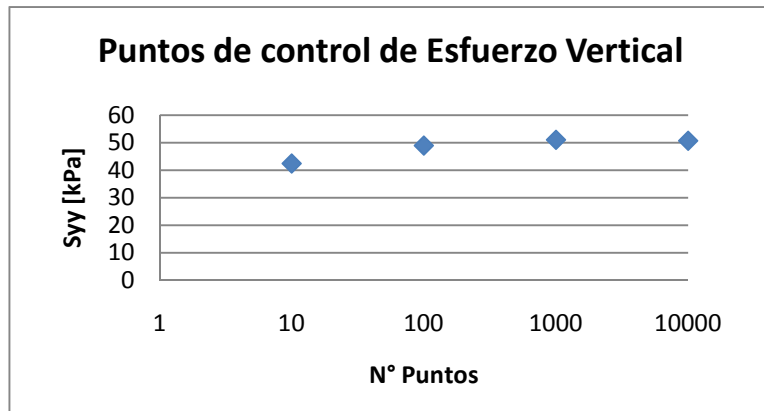
En el caso de los esfuerzos horizontales cercanos a la pared derecha del contenedor también se observa gran variabilidad en los esfuerzos. Esto es producto de los arcos que se generan al considerar bloques tan grandes. Así mismo se observan mediciones de tracción que aparecen producto de la utilización de una malla de diferencias finitas que permite no solo la compresión de los bloques sino también la tracción, pero que influyen en menor medida en los valores de los esfuerzos medios considerados.

A partir de estas líneas de control de esfuerzos es que se calcula un esfuerzo medio que se compara con los esfuerzos medios calculados de las mediciones experimentales, tal como se verá más adelante.

Por otra parte, a modo de analizar cómo afecta el número de puntos de control sobre el valor del esfuerzo obtenido se consideraron distintas cantidades de puntos para determinar la cantidad de puntos de control recomendables:

Puntos	S <sub>yy</sub> (promedio)
[N°]	[kPa]
10	42.44
100	48.92
1000	51.01
10000	50.66
Promedio	48.26
Desv. Est.	3.98

**Tabla 17: Efecto del número de puntos de control sobre el esfuerzo vertical medio**



**Gráfico 5: Efecto del número de puntos de control sobre el esfuerzo vertical medio**

Como se observa en el gráfico anterior, el número de puntos afecta poco en el valor del esfuerzo vertical medio obtenido para un mismo modelo, por lo que se determinó usar 1000 puntos de control.

## 5.2. Modelos sin extracción

A continuación, al igual que para los modelos de prueba se muestran los esfuerzos verticales (derecha) y horizontales (izquierda) en la grava para cada uno de los modelos sin extracción realizados.

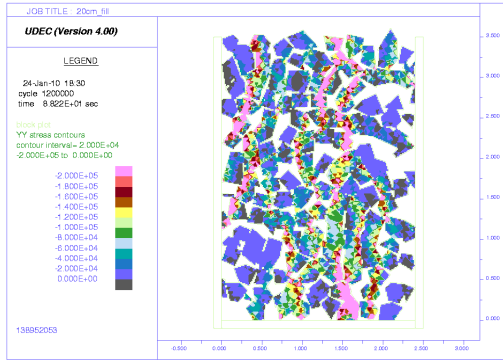


Figura 10: Esfuerzos verticales en modelo sin extracción ( $d_{50} = 0.2$  [m])

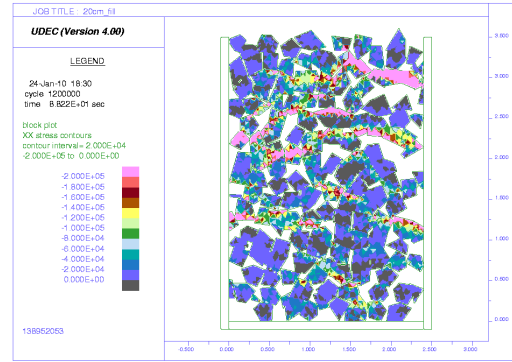


Figura 11: Esfuerzos horizontales en modelo sin extracción ( $d_{50} = 0.2$  [m])

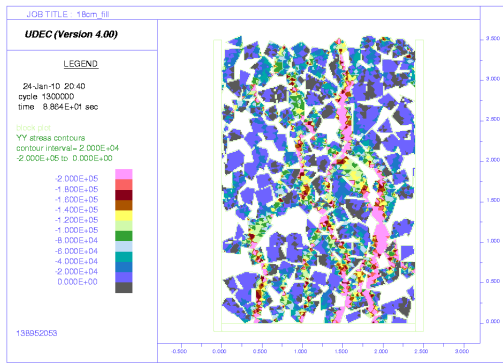


Figura 12: Esfuerzos verticales en modelo sin extracción ( $d_{50} = 0.18$  [m])

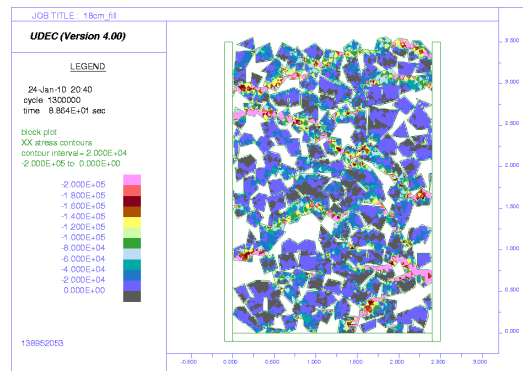


Figura 13: Esfuerzos horizontales en modelo sin extracción ( $d_{50} = 0.18$  [m])

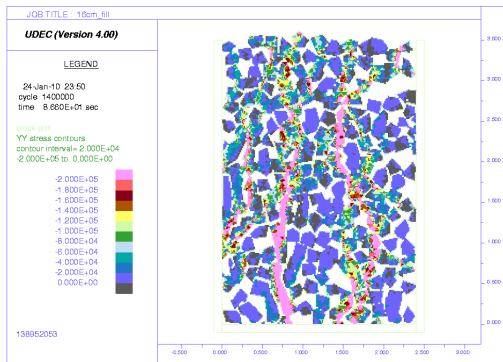


Figura 14: Esfuerzos verticales en modelo sin extracción ( $d_{50} = 0.16$  [m])

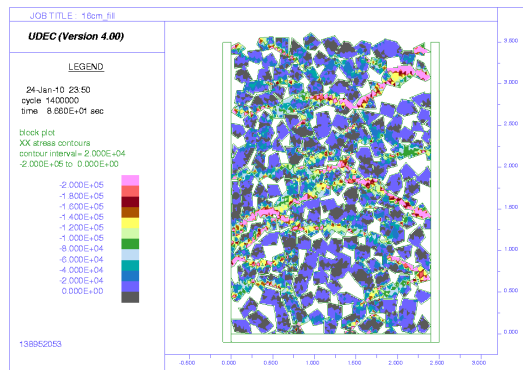
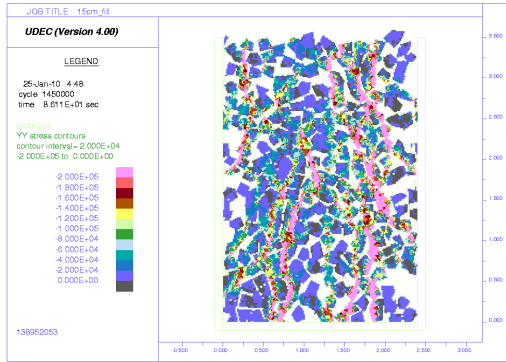
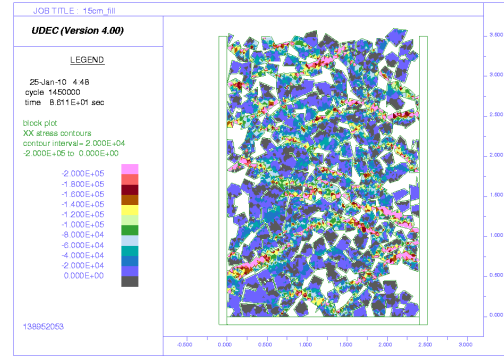


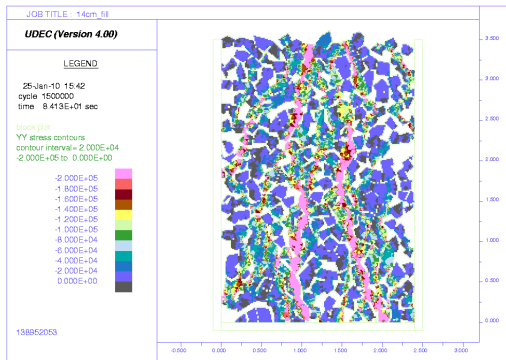
Figura 15: Esfuerzos horizontales en modelo sin extracción ( $d_{50} = 0.16$  [m])



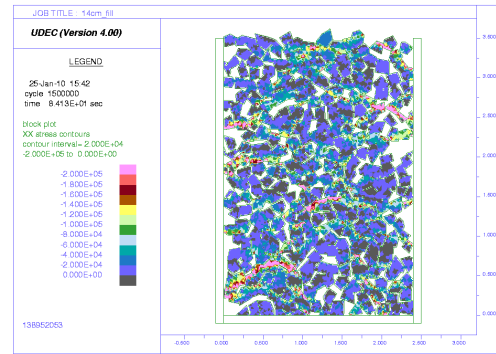
**Figura 16: Esfuerzos verticales en modelo sin extracción (d50 = 0.15 [m])**



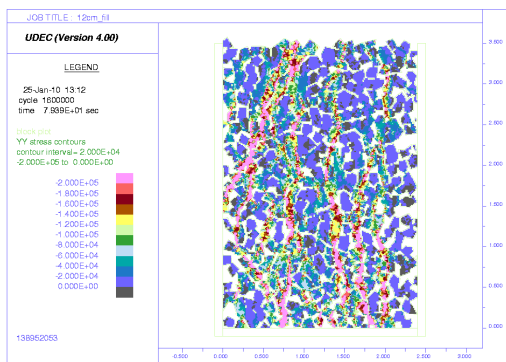
**Figura 17: Esfuerzos horizontales en modelo sin extracción (d50 = 0.15 [m])**



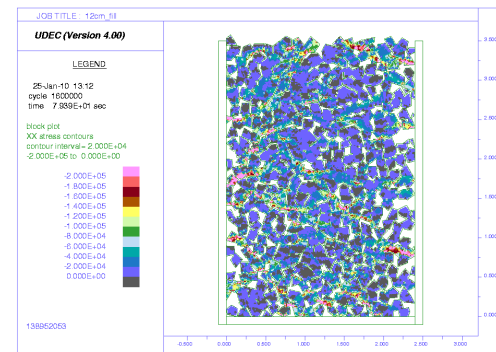
**Figura 18: Esfuerzos verticales en modelo sin extracción (d50 = 0.14 [m])**



**Figura 19: Esfuerzos horizontales en modelo sin extracción (d50 = 0.14 [m])**



**Figura 20: Esfuerzos verticales en modelo sin extracción (d50 = 0.12 [m])**



**Figura 21: Esfuerzos horizontales en modelo sin extracción (d50 = 0.12 [m])**

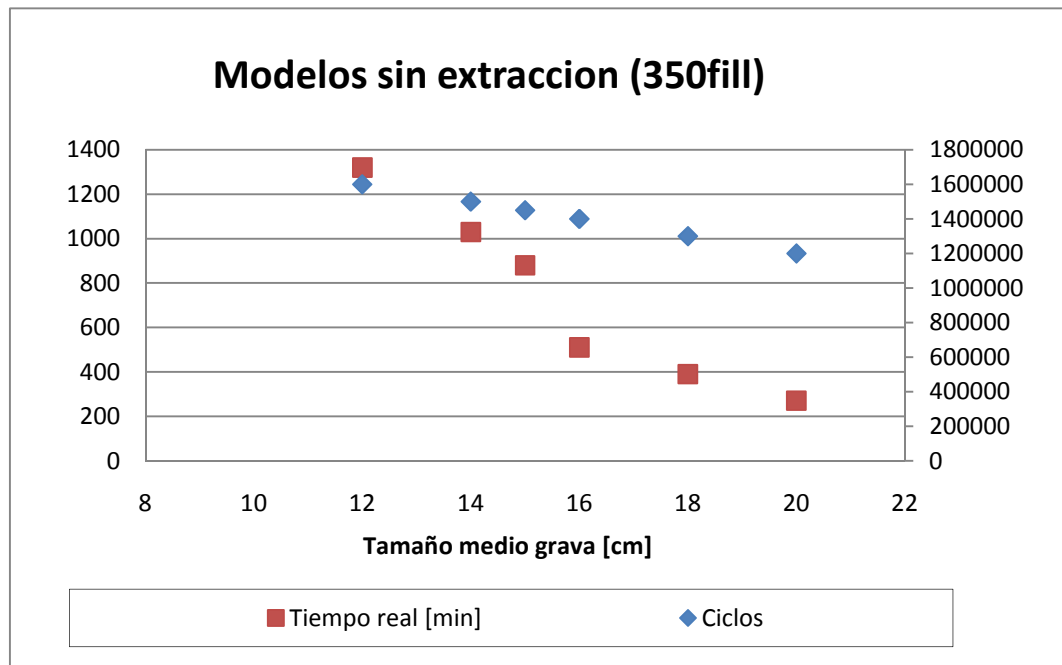
En todas las figuras anteriores se observan las cadenas de fuerzas que se transmiten a través de los contactos entre partículas. Así mismo se puede ver que las partículas generan más espacios en las zonas aledañas a las paredes y se compactan más a medida que se alejan de ellas. Con estas figuras queda en evidencia que los esfuerzos no se transmiten uniformemente, ni en planos horizontales ni verticales, aun cuando la granulometría sea más pequeña y se establezcan más puntos de contacto entre las partículas.

En la siguiente tabla se muestra un resumen de la cantidad de ciclos usada en los modelos sin extracción:

vo	steps totales	Tpo real	Tpo real	Tpo sim	Unbalance Force
[cm]	[ciclos]	[min]	[h]	[seg]	[N]
20	1200000	270	4.5	88.22	1.00E-01
18	1300000	390	6.5	88.64	1.00E-02
16	1400000	510	8.5	86.60	5.00E-02
15	1450000	880	14.7	86.11	1.00E-01
14	1500000	1030	17.2	84.13	1.00E-01
12	1600000	1320	22.0	79.39	2.00E-01

**Tabla 18: Tiempo de resolución y fuerza desbalanceada de modelos sin extracción**

Lo anterior se expone más claramente en un grafico donde se aprecia que el tiempo real que toma el resolver cada modelo presenta una cierta linealidad, al menos en el rango de tamaños estudiados:



**Gráfico 6: Variación del tiempo de resolución según granulometría**

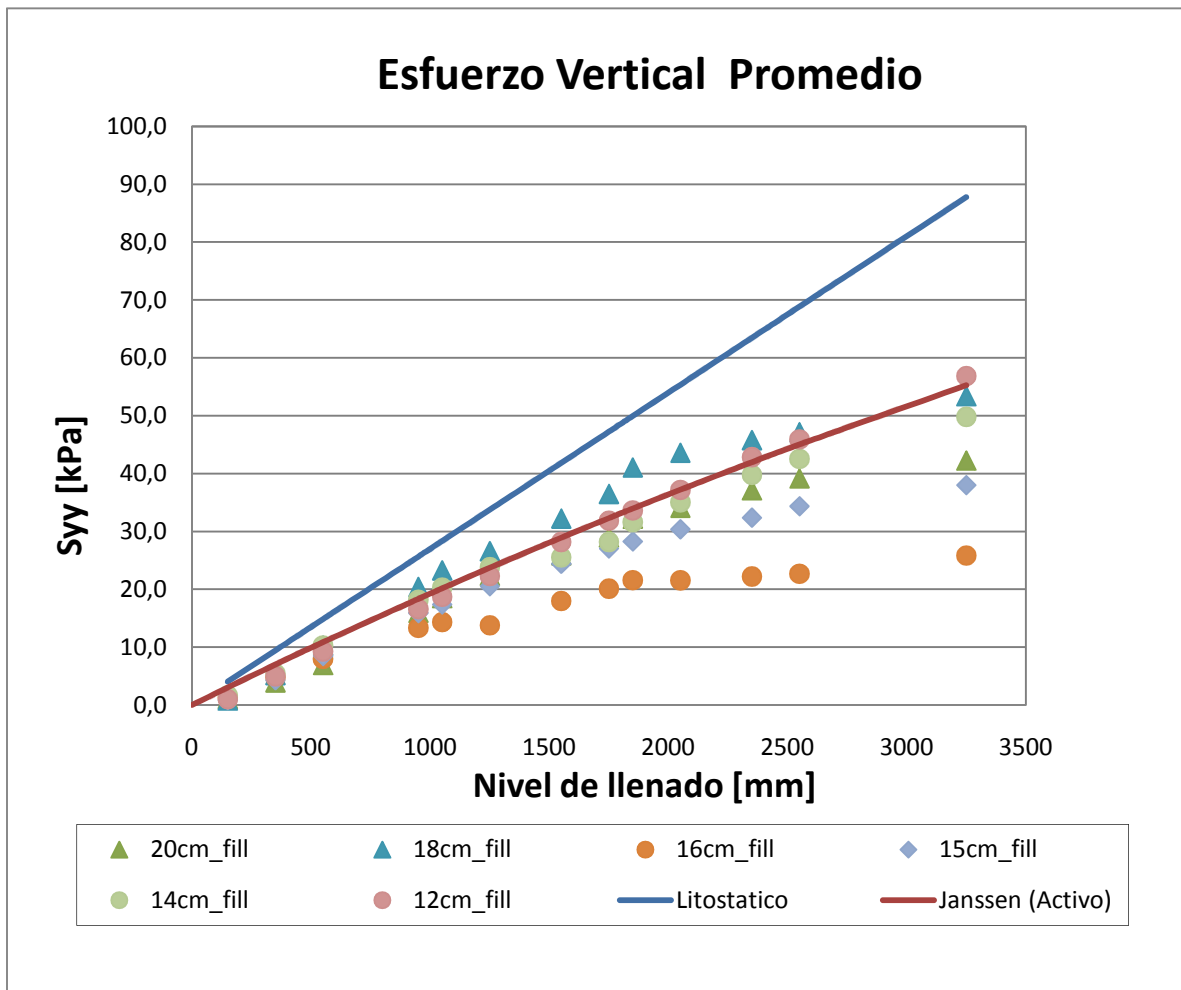
La cantidad de ciclos para alcanzar el equilibrio radica en la decisión de quien está implementando el modelo y cuál será su definición de equilibrio. En este caso se optó por asignar una cantidad de ciclos importantes en dos fases dado que a veces la cantidad de ciclos no permitía reducir al fuerza desbalanceada del modelo a valores tan pequeños como 0.1% del valor inicial. Es por eso que se decidió asignar a la etapa de caída de los bloques de grava rígidos 500.000 ciclos y 700.000 y mas ciclos para la segunda fase donde los bloques de grava depositados, que se transformaron en deformables. Sin embargo, existen otros criterios como que el desplazamiento general o que las velocidades de los bloques sean menores a un cierto valor y que pueden traducirse en la necesidad de menos ciclos, disminuyendo el tiempo de resolución.

Con respecto a los esfuerzos resultantes, de acuerdo a las líneas de control de esfuerzo vertical definidas en la base de todos los modelos sin extracción para todos los niveles de llenado, se obtuvieron los siguientes valores para el esfuerzo vertical medio:

Nivel llenado	20cm_fill	18cm_fill	16cm_fill	15cm_fill	14cm_fill	12cm_fill
[m]	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[kPa]
0.00	0	0	0	0	0	0
0.15	1.1	0.8	1.26	0.8	1.6	1.0
0.35	3.9	5.2	4.8	4.3	5.4	5.0
0.55	6.9	10.3	8.0	8.5	10.3	9.3
0.95	15.9	20.4	13.3	15.9	18.2	16.6
1.05	18.5	23.3	14.3	17.4	20.3	18.7
1.25	22.4	26.6	13.8	20.5	23.8	22.3
1.55	25.9	32.2	18.0	24.4	25.5	28.2
1.75	29.0	36.5	20.1	27.1	28.2	31.8
1.85	32.2	41.1	21.6	28.3	31.6	33.6
2.05	34.1	43.6	21.5	30.4	35.0	37.2
2.35	37.1	45.8	22.2	32.4	39.8	42.8
2.55	39.2	47.2	22.7	34.4	42.5	45.9
3.25	42.2	53.4	25.8	38.0	49.8	56.9
3.50	47.9	63.3	52.2	59.8	72.6	72.9

**Tabla 19: Esfuerzos verticales promedios de los modelos sin extracción**

Específicamente, los esfuerzos anteriores de cada modelo para cada nivel de llenado se obtuvieron a partir de 1000 mediciones de esfuerzos sobre una línea paralela a la base que se ubica a una distancia de 0.1 [m]. A partir de estas mediciones se determinó el valor promedio para cada uno de ellos. En el gráfico siguiente se exponen estos valores de esfuerzos verticales medios, junto a los esfuerzos litostáticos y de Janssen:



**Gráfico 7: Esfuerzos verticales promedios de los modelos sin extracción**

Como se observa en el gráfico anterior, los resultados de los modelos numéricos muestran una tendencia tipo Janssen donde el esfuerzo vertical se estabiliza en un cierto valor a pesar de que el nivel de llenado aumenta. Por otra parte, no existe una tendencia clara como por ejemplo que muestre una disminución de los esfuerzos a medida que la granulometría disminuye. Esto se podría explicar debido a que la forma y la distribución de las partículas de grava en la base del modelo también influyen en la distribución de los esfuerzos verticales producto de la generación de encadenamientos y los puntos de apoyo generados en la base.

Para definir el modelo más representativo de los esfuerzos verticales medidos en el modelo físico se optó por determinar los errores relativos entre el esfuerzo experimental medio y los esfuerzos numéricos de cada modelo, dada la baja cantidad de mediciones experimentales y la simplicidad de este análisis. Los errores relativos calculados con respecto a los valores experimentales se presentan en la siguiente tabla:

Nivel llenado [m]	20cm_fill [%]	18cm_fill [%]	16cm_fill [%]	15cm_fill [%]	14cm_fill [%]	12cm_fill [%]
0.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.15	41.1	58.0	31.3	54.2	11.2	45.0
0.35	55.2	40.8	45.2	50.8	38.1	43.2
0.55	49.3	24.9	41.6	38.0	24.7	32.1
0.95	22.1	0.1	34.8	22.2	11.0	18.9
1.05	1.9	28.2	20.9	4.1	12.0	3.0
1.25	80.4	114.5	11.0	65.6	92.1	79.7
1.55	99.1	148.0	38.5	87.9	96.4	116.9
1.75	23.5	55.6	14.2	15.4	20.1	35.8
1.85	106.9	163.9	38.6	81.8	103.2	116.0
2.05	1.2	29.4	36.1	9.9	3.9	10.3
2.35	0.5	22.8	40.4	13.1	6.7	14.9
2.55	47.8	78.1	14.4	29.7	60.5	73.3
3.25	20.7	52.5	26.2	8.6	42.3	62.5
Error Relativo Medio	39.3	58.3	28.1	34.4	37.3	46.5
Desviación Estándar	36.2	51.1	13.8	29.2	36.5	38.6

**Tabla 20: Errores relativos de los esfuerzos verticales de los modelos sobre los experimentales**

De la tabla anterior se desprende que el modelo 16cm\_fill es el que presenta un menor valor en el error relativo medio de todos los niveles de llenado (28.1%) y que además posee la menor desviación estándar (13.8%). Esto se traduce que en términos globales este modelo es el más cercano a los valores medidos experimentalmente en términos de valores medios, ya que tanto los valores experimentales como los numéricos presentan desviaciones estándar. A modo de establecer la comparación entre las mediciones y los resultados obtenidos de los esfuerzos verticales se muestra el siguiente gráfico:

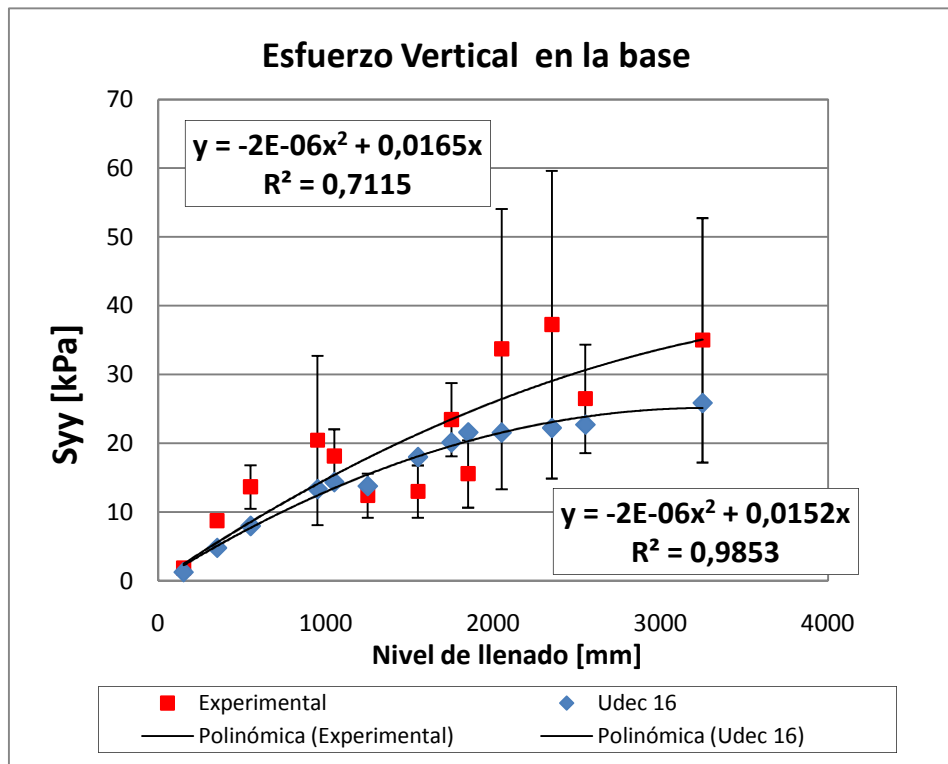


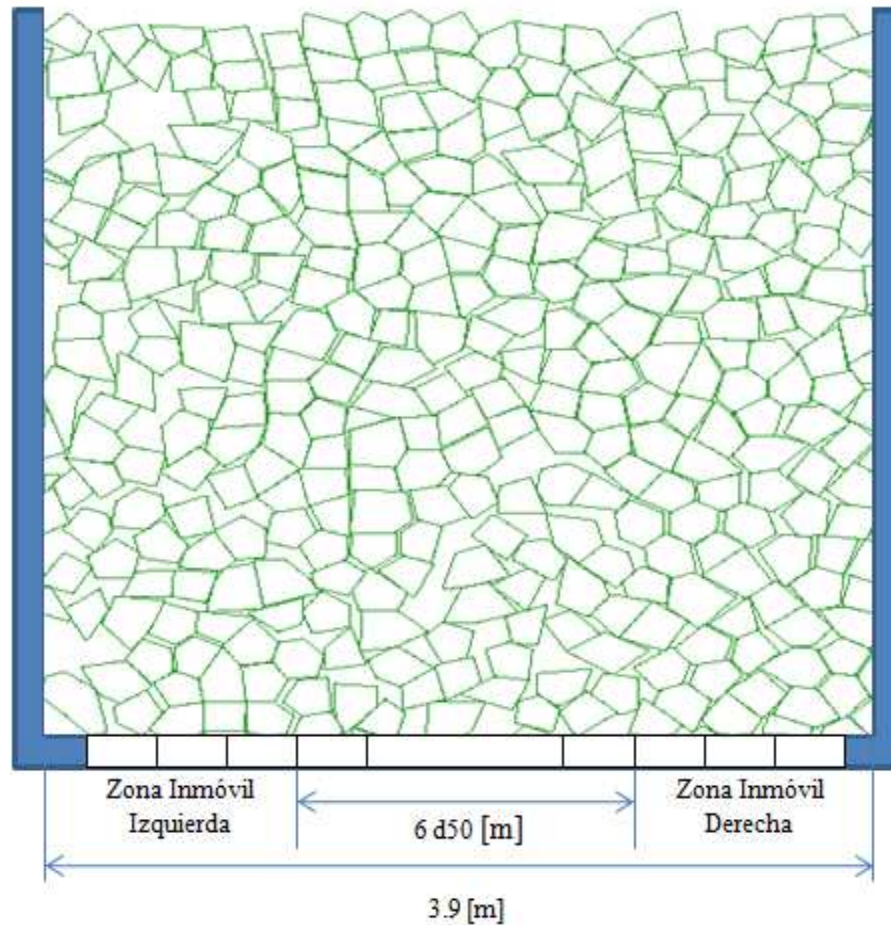
Gráfico 8: Variabilidad de las mediciones experimentales de los esfuerzos verticales en la base

Es importante notar que las mediciones experimentales muestran una variabilidad importante que se observa claramente al tratar de ajustarlas a una curva. La ecuación del ajuste a estos valores muestra una correlación de 0.7115, mucho menor que la del modelo escogido ( $d_{50} = 0.16$  [m]) correspondiente a 0.9853. La variabilidad de los datos experimentales refuerza la idea de que al tratar de replicarlos a través de modelos numéricos, se debe hacer en términos de valores medios y no a nivel de mediciones locales individuales.

### 5.3. Modelo con extracción aislada

Como se explicó en el capítulo 4, en esta etapa se trabajaría con la granulometría del modelo más representativo de los valores experimentales determinado en la etapa sin extracción. De acuerdo a esto, la granulometría media ( $d_{50}$ ) escogida fue de 0.16 [m].

La siguiente figura muestra esquemáticamente la ubicación del punto de extracción centrado en la base del modelo:



**Figura 22: Esquema de modelo con extracción aislada para el estudio de la influencia del ancho de extracción**

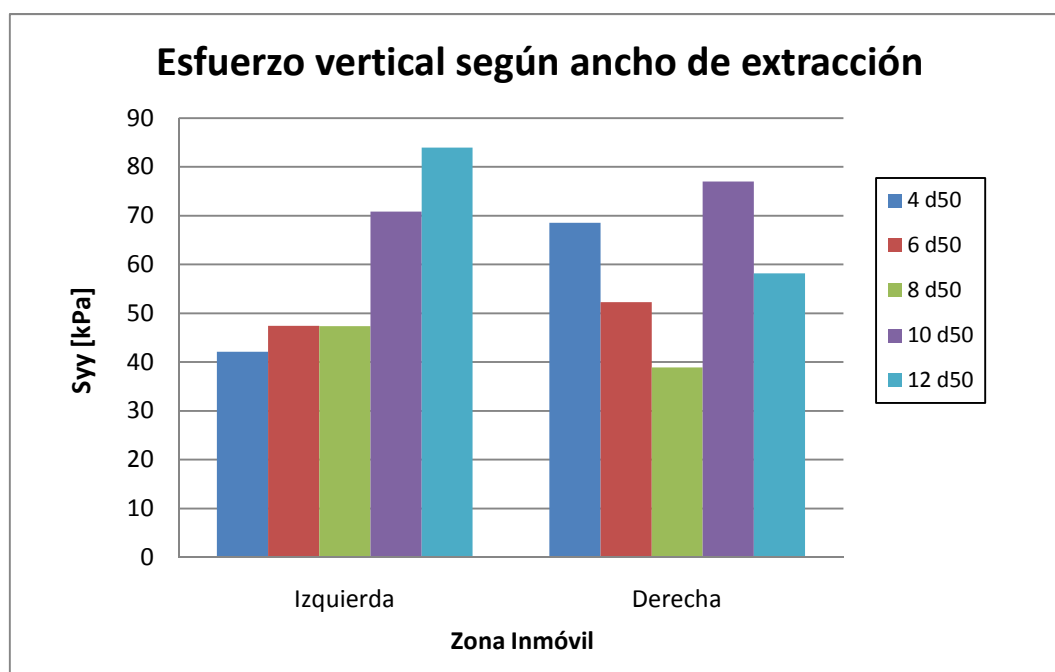
El modelo de ancho 3.9 [m] incorpora bloques en su base (bloques blancos) que al ser borrados (después de que ha sido llenado con los bloques que representan el material) permiten generar la abertura del punto de extracción del ancho requerido. En la figura anterior, si se borra el bloque central más grande y los dos pequeños a cada lado se obtiene una abertura de 6 d50. Así, para aberturas mayores basta con borrar los bloques contiguos.

De este modo, en la base se pueden definir tres zonas: el punto de extracción de ancho especificado (4, 6, 8, 10 o 12 d50), la zona inmóvil izquierda y la zona inmóvil derecha (estas dos últimas correspondientes a los bloques de la base que quedaron a ambos lados del punto de extracción y que no fueron borrados). Estas zonas van cambiando su longitud de acuerdo al ancho de extracción considerado. En cada una de estas zonas inmóviles se considero una línea de control (paralela a la base a 0.1 [m] de distancia) con 100 puntos que miden el esfuerzo vertical en los bloques que representan la roca quebrada. Es importante señalar que las mediciones se realizaron después de una serie de extracciones y remociones de formaciones de arcos estables sucesivas. Posteriormente se determinó el valor promedio del esfuerzo

vertical a partir de las 100 mediciones a cada lado del punto de extracción, para cada uno de los anchos de extracción a estudiar, lo que se muestra en la tabla 21:

Zona Inmóvil	4 d50	6 d50	8 d50	10 d50	12 d50
	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[kPa]
Izquierda	42.13	47.42	47.39	70.82	83.96
Derecha	68.56	52.28	38.90	77.00	58.15

**Tabla 21: Resultados esfuerzos verticales**



**Gráfico 9: Esfuerzos verticales según ancho de extracción**

Los resultados muestran que en el lado izquierdo del punto de extracción (Zona inmóvil izquierda) el esfuerzo vertical promedio aumenta a medida que el ancho del punto de extracción aumenta. Sin embargo, esta tendencia no se replica en el lado derecho (Zona inmóvil derecha), donde se observa una variación errática. Además, al comparar el esfuerzo vertical para un mismo ancho de extracción a ambos lados (comparando las columnas del mismo color) se observa que para los anchos de extracción 4 d50 y 12 d50 la diferencia en el esfuerzo vertical promedio supera el 50% mientras que para el resto de los anchos de extracción (6 d50, 8 d50 y 10 d50) son menores al 20%.

Estas diferencias en los esfuerzos se pueden explicar por los encadenamientos que se producen y que concentran los esfuerzos en zonas específicas, donde la carga puede repartirse entre muchas partículas o concentrarse solo en algunas, cuya área es muy reducida. No hay que olvidar que el modelo representa un

esfuerzo lineal elástico donde no existe la falla plástica, lo cual permite el desarrollo de altos esfuerzos sobretodo en los contactos entre las partículas de grava. Por otro lado, las formas de las partículas son irregulares de caras planas y esquinas angulosas, por lo que el traspaso de carga puede ser distribuido (si es que se produce a través de los lados planos de las partículas) o concentrado (cuando el área es muy pequeña, por ejemplo, cuando el punto de apoyo es una esquina). Por último, es importante señalar que la constante formación y remoción de arcos estables para simular la extracción es determinante en la uniformidad de la extracción del material granular, que provoca la columna de material sobre la zona de control no sea igual, cambiando los esfuerzos en la base.

De manera análoga, se estudio el efecto de distintos ángulos de fricción en los esfuerzos verticales promedios en cada zona, con la diferencia que se utilizó solo un ancho de extracción (8 d50) para los distintos ángulos estudiados. También se definió una línea de 100 puntos de control de esfuerzo en cada zona y se obtuvo el promedio. Sin embargo, en este caso solo se simuló la extracción hasta obtener la primera formación de un arco estable. De este modo, los esfuerzos verticales promedios de cada zona para cada uno de los ángulos se exponen en la tabla siguiente:

Zona Inmóvil	35°	40°	44°	50°
	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[kPa]
Izquierda	46.8	46.8	46.8	46.8
Derecha	81.9	81.9	81.9	81.9

**Tabla 22: Variación de los esfuerzos verticales para distintos ángulos de fricción**

Aquí se observa que los esfuerzos se mantienen constantes, indiferentes al cambio en el ángulo de fricción del material. Esto puede deberse a que, dado que el estado de esfuerzos se mantiene constante, la disminución en la resistencia de las discontinuidades a través del ángulo de fricción no es tan relevante como un cambio en la rigidez normal o tangencial de ellas. Así mismo, dado que el ordenamiento de las partículas no es aleatorio, en cada uno de los casos se produce el mismo tipo de encadenamiento y las partículas se ubican en la misma posición sobre la base del modelo, lo que resulta en que los valores medidos no cambian. Por otra parte, también es posible que el rango de variación del ángulo de fricción no sea tan amplio para alcanzar valores que si tengan un impacto relevante en el deslizamiento entre partículas de grava.

La manera como se desestabiliza un arco estable determina la formación de nuevos arcos y por lo tanto repercute directamente en los valores de esfuerzos. En el caso del estudio de la influencia del ancho se realizaron varias extracciones mientras que en el caso del ángulo de fricción solo se simuló una extracción

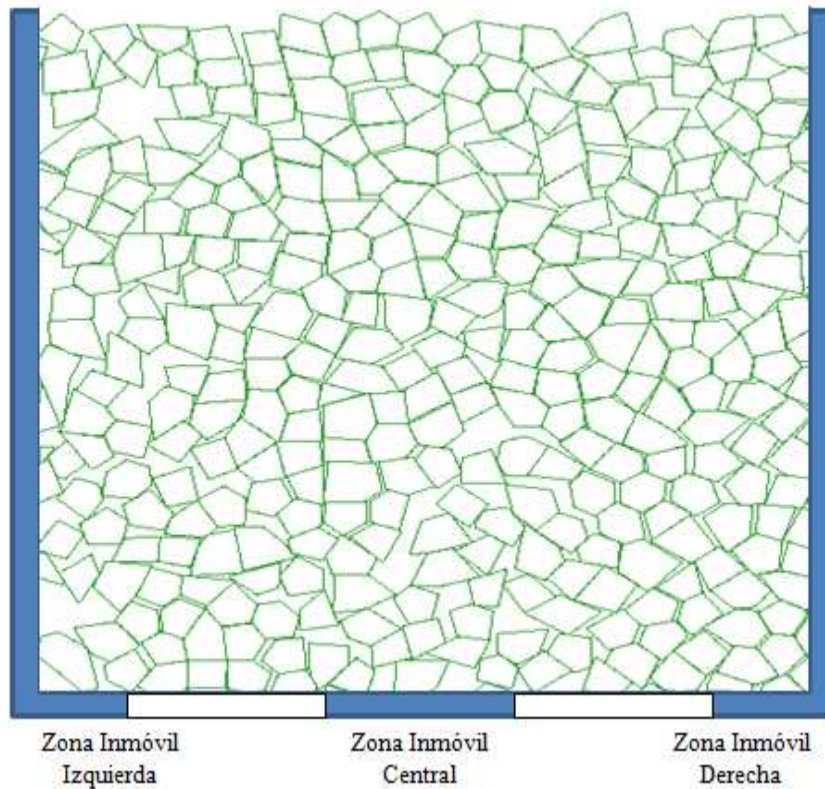
hasta que aparecía el primer arco estable y los valores del esfuerzo vertical promedio, en el primer caso fueron variando mientras que en el segundo caso se mantuvieron constantes.

La evaluación del ángulo de fricción no tiene que ver con sobrepasar la resistencia del material continuo dentro del bloque, sino con la resistencia superficial de las discontinuidades que se encuentran alrededor de los bloques. Es por esto que la evaluación de tener un material con distinto ángulo de fricción tiene sentido, porque se remite a estudiar el deslizamiento de los bloques de grava entre ellos y no del estudio de la resistencia de la roca intacta (el modelo constitutivo asignado a los bloques es lineal elástico y no considera su rompimiento). Esta interrogante es análoga a cuando se desea determinar para que ángulo de inclinación un bloque comienza a deslizar sobre una pendiente.

#### **5.4. Modelo con extracción múltiple**

En esta etapa se simuló la extracción de material a través de dos puntos de extracción, usando las mismas condiciones que en la etapa anterior (ancho interno de 3.9 [m] y bloques de grava de 0.16 [m] y las mismas propiedades mecánicas usadas en el estudio de modelos durante la etapa de llenado).

En la siguiente figura se presenta un esquema del modelo con los dos puntos de extracción de ancho 1.28 [m] (8 d50). Estos dejan tres zonas inmóviles: la zona inmóvil izquierda y la zona inmóvil derecha, ambas de 0.35 [m] de longitud y la zona inmóvil central de 0.64 [m].



**Figura 23: Esquema del modelo de extracción múltiple**

Para cada extracción y remoción de arcos estables se establecieron las líneas de control de 100 puntos en cada zona paralelas a ellas a una distancia de 0.1 [m], en los bloques de grava (bloques verdes). Luego, en cada zona se determinó el promedio de los 100 valores de esfuerzo vertical medido y se definió la extracción hasta cuando se formaban arcos estables en ambos puntos de extracción, resultados que se presentan en la siguiente tabla:

Zona Inmóvil	Extracción 1	Extracción 2	Extracción 3	Extracción 4	Extracción 5
	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[kPa]	[kPa]
Izquierda	5.78	17.05	87.39	89.14	78.04
Central	25.16	60.5	94.12	126.88	176.54
Derecha	2.78	15.15	25.61	17.14	22.56

**Tabla 23: Esfuerzos verticales promedios según secuencia de extracción**

Cada extracción corresponde al momento en que se generó un encadenamiento que impedía el libre flujo de las partículas de grava en ambos puntos de extracción. Para entender mejor estos resultados, se expone el siguiente gráfico:

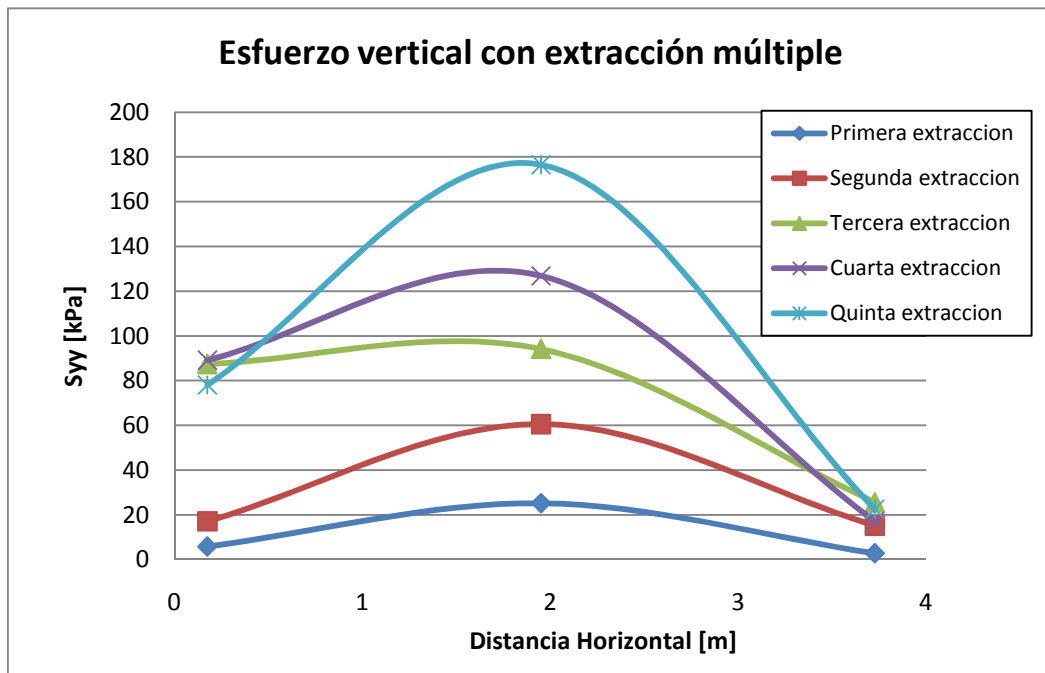


Gráfico 10: Variación de los esfuerzos verticales sobre las zonas sin extracción

Este gráfico muestra como varían los esfuerzos en los tres pilares (o zonas inmóviles) que se formaron al establecer los dos puntos de extracción. El esfuerzo vertical representado en cada punto se obtuvo como el promedio de 100 puntos de control sobre cada pilar. Al observar los esfuerzos de los pilares laterales se observa una tendencia al alza en el esfuerzo vertical, pero de formas muy distintas. Mientras que en el pilar izquierdo hubo un aumento muy marcado (alrededor de 4 veces), en el pilar derecho este mismo valor se mantuvo casi constante. En el caso del pilar central el aumento es de 6 veces, a una tasa bastante regular.

Los valores de las zonas derecha e izquierda demuestran que la cercanía de las paredes (0.35 [m]) no permite tener una visión clara de la influencia, debido a la imposición de una condición de borde muy cercana a los puntos de extracción (en las mediciones experimentales se recomienda usar una razón de al menos 5 veces entre el diámetro de la celda de carga v/s el diámetro medio de partícula). Por otra parte, las longitudes de las zonas inmóviles externas son menores a la del centro (0.35 [m] v/s 0.64 [m]), lo que se traduce en que las mediciones de los puntos de control se hacen sobre un menor número de bloques de grava y además debido a que en las esquinas del modelo existe una menor probabilidad de encontrar una partícula que en el centro, debido a la geometría y el tamaño mismo de las partículas utilizadas.

## 6. CONCLUSIONES

El presente trabajo muestra la realización de modelos numéricos en 2D en UDEC para simular los esfuerzos medidos en un modelo físico de flujo gravitacional en su etapa sin extracción. Comenzando con modelos de prueba para el aprendizaje del software se definieron modelos con distintos parámetros de tal forma de lograr este objetivo. Posteriormente, se escogió el modelo más representativo para estudiar el comportamiento de los esfuerzos bajo condiciones de extracción aislada y múltiple enfocados en la influencia de ciertos parámetros claves como el ancho de extracción, la variación en el ángulo de fricción y el aumento de los esfuerzos producto de la formación de encadenamientos en los puntos de extracción.

Respecto del análisis de los resultados obtenidos a partir de los modelos numéricos desarrollados se puede concluir lo siguiente:

- Los esfuerzos verticales entregados por los modelos desarrollados en UDEC en la etapa de llenado sin extracción se acercan a los resultados experimentales (ver grafico) y concuerdan con la teoría de esfuerzos en medios granulares (Janssen), donde el esfuerzo vertical se estabiliza a partir de un cierto nivel de columna vertical de material.
- No es posible establecer una correlación positiva o negativa entre el tamaño de partícula del modelo numérico y el esfuerzo vertical medio resultante. El modelo con una granulometría media ( $d_{50}$ ) correspondiente a 0.16 [m] es la que más se acerca a las mediciones experimentales con un error relativo promedio de 28%.
- Los esfuerzos verticales aumentan en las zonas que soportan el material quebrado cuando se produce la extracción, aunque en distinto grado según el tipo de extracción (aislada o múltiple).
- Se observa constantemente la generación de arcos estables que aumentan los esfuerzos en las zonas que actúan como apoyo (zonas inmóviles).
- Tal como era de esperar, los esfuerzos son altos en los encadenamientos de partículas y sobretodo donde se producen los contactos puntuales. Esto se debe principalmente a la deformación excesiva sufrida del bloque de grava, que provoca la concentración de esfuerzo y su imposibilidad de alcanzar la falla debido al tipo de modelo escogido (lineal elástico).
- La influencia del ancho de extracción sobre los esfuerzos verticales en la base no expone una tendencia, ya que en las zonas inmóviles el esfuerzo vertical medio se comportó de manera distinta, lo que pudo deberse a la forma de simulación de la extracción dentro del modelo (desestabilización del arco estable).
- Así mismo, el efecto de asignar distintos ángulos de fricción al material granular no provocó un cambio en los valores de los esfuerzos verticales medidos, presentándose la misma formación de

un arco estable para todos los casos. Luego, no es posible establecer alguna conclusión dada la invariabilidad de los resultados obtenidos.

Aunque la modelación llevada a cabo en UDEC puede verse restringida en términos geométricos en la representación de problemas de partículas tan pequeñas, esta tiene la capacidad de replicar fenómenos como la formación de arcos estables, la extracción de partículas o la generación de contactos puntuales entre partículas, lo que no es posible en los programas de modelación continua.

Si bien es cierto el programa permite estudiar distintos casos con resultados razonables actualmente no tiene la capacidad de considerar un elevado número de partículas con una granulometría tan pequeña como la utilizada en el modelo físico de flujo gravitacional considerando un corto tiempo de cálculo. Esto quiere decir que será necesario esperar el desarrollo de versiones con una mayor velocidad de cálculo que permitan la resolución de problemas de este tipo o de problemas más grandes.

A pesar de ello, el hecho de haber construido modelos simplificados que concuerdan con los resultados experimentales es de gran ayuda porque queda abierta la posibilidad de desarrollar modelos más complejos que permitan estudiar la influencia de otros parámetros y su influencia en variables de interés de forma localizada. La manera rápida de modelar permite analizar nuevos escenarios con diversas propiedades mecánicas o leyes de comportamiento, posibilitando la inclusión de falla a través de diversos criterios.

## **6.1. Recomendaciones**

Con respecto al trabajo futuro sería interesante implementar una herramienta en la generación de la granulometría que fuese más rápida que la función voronoi incorporada dentro del programa. Por otra parte, se podría establecer una comparación con PFC también basado en DEM el cual utiliza partículas circulares como elemento geométrico fundamental.

La posibilidad de evaluar el programa en sus tres dimensiones (3DEC) sería de gran utilidad para eliminar la condición de formas cilíndricas de las partículas de grava que incrementan la formación de arcos estables e interfieren en los mecanismos que controlan el flujo en la realidad.

Otro punto importante es que se podría generar algún tipo de granulometría específica mezclando distintos tamaños de bloques para estudiar la influencia de partículas pequeñas en conjunto con partículas más grandes sobre el flujo, la influencia en la frecuencia de formación de arcos estables y por supuesto sobre los esfuerzos verticales.

Por otro lado, un resultado interesante sería la incorporación de bloques de grava marcados para simular los marcadores que fueron utilizados en el experimento con el modelo físico y así lograr reconstruir los elipsoides de extracción y movimiento obtenidos a través de la modelación numérica y tener la opción de compararlos con los visualizados a partir del experimento.

Una posibilidad que deja abierta la modelación en UDEC es el estudio de la generación de nueva granulometría, incorporando un proceso de quiebre de la roca a través de set de discontinuidades previos que en algún momento sobrepasen su resistencia y produzcan la separación en bloques más pequeños. De esta forma se generaría la posibilidad de incorporar nuevos fragmentos y estudiar su influencia en los esfuerzos. Además, la cantidad de tiempo asignada en cada modelo podría reducirse, con otros criterios de equilibrio, como por ejemplo implementar una función que detenga el paso de ciclos cuando se alcance un determinado valor en la fuerza desbalanceada, permitiendo lograr resultados en mucho menos tiempo.

## 7. REFERENCIAS

1. Brady, B.H.G., Brown, E.T., 1993. "Rock mechanics for underground mining", Chapman and Hall, London, England.
2. Brown, E.T., 2003. "Block Caving Geomechanics"
3. Verdugo, R., Ubilla, J., 2004."Geotechnical analysis of gravity flow during block caving"
4. Marsal, R., 1973. "Mechanical properties of rockfill"
5. González, G., 1999. "Estudio del comportamiento de un material granular mediante modelos computacionales".
6. Itasca, Manuales UDEC.
7. Harr, M. E., 1977, "Mechanics of Particulate Media: A probabilistic approach"
8. Rubio, E., Cáceres, C., Scoble M., 2004."Towards an integrated approach to block cave planning"
9. Castro, R., 2006."Study of the mechanisms of gravity flow for block caving"
10. Kvapil, R., 1965. "Gravity flow of Granular Materials in Hoppers and Bins". Part I and II, Int. J. Rock Mech. & Mining Sci. Vol 2, pp.35-41
11. Kvapil, R., 2004."Gravity flow in sublevel and panel caving: A common sense approach"
12. Brown, E. T., 2004. "Geomechanics: The critical engineering discipline for mass mining"
13. Nedderman, R., 1992."Statics and kinematics of granular materials". Cambridge University Press.
14. Hong, D., 1993. "Dynamic model for granular assembly". I.J. of Modern Physics, 7.
15. Wiles, T., 2005. "Reliability of numerical modeling predictions". I.J. Rock Mech. & Mining Sci.
16. Goda, T., Ebert, F., 2005. "Three-dimensional discrete element simulations in hopper and silos". Powder technology 158 (2005), págs. 58 – 68.
17. Goodey, R.J., Brown, C.J., Rotter, J.M., 2003. "Verification of a 3-dimensional model for filling pressures in square thin-walled silos". Engineering structures 25 (2003), págs. 1773 -1783.
18. Cundall, P.A., 2000. "A discontinuous future for numerical modeling in geomechanics?". Geotechnical Engineering 149 (2001), págs. 41 -47.
19. Laubscher, D., 1994. "Caving – state of the art".
20. Cundall, P.A., Strack, O.D.L. Geotechnique 29 (1) (1979), págs. 47 -65.

## 8. ANEXOS

### 8.1. Teoría Básica UDEC

La figura siguiente muestra esquemáticamente como se resuelve el modelo a través del método de los elementos distintos:

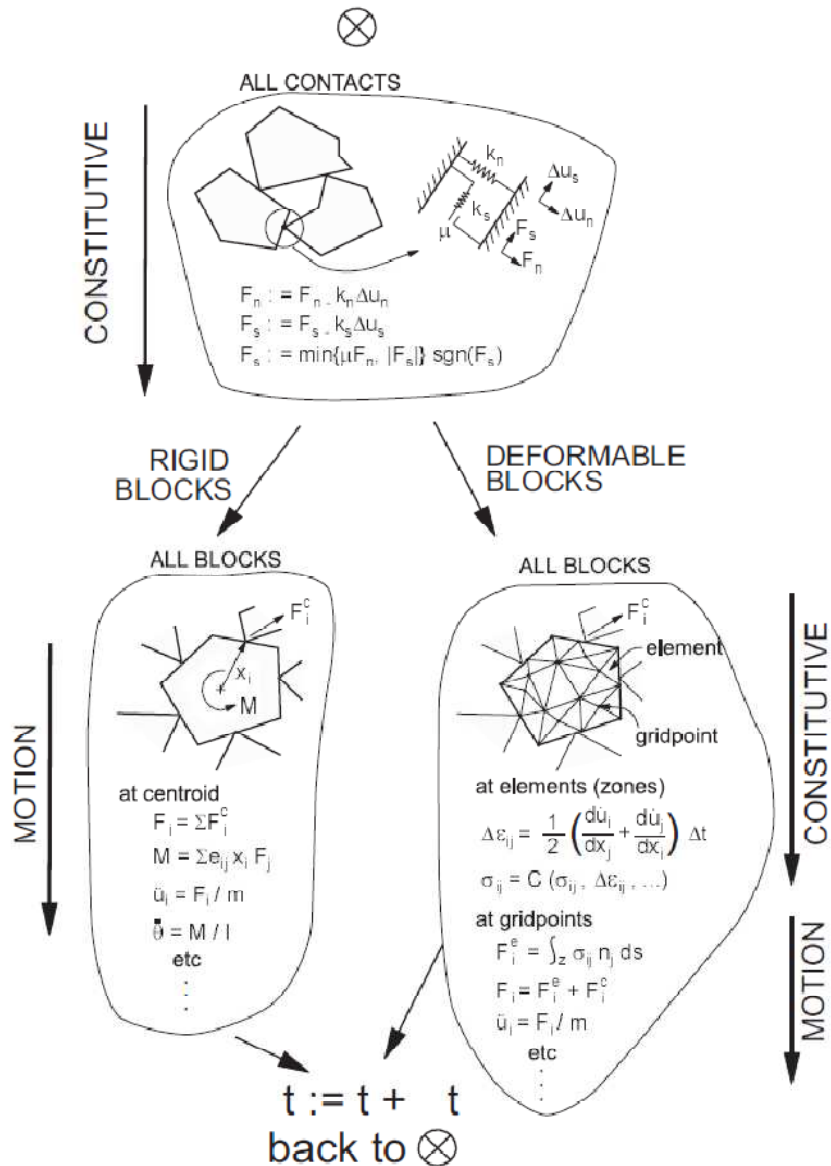


Figura 24: Esquema de resolución de un problema en UDEC

El movimiento de un bloque particular depende de la magnitud y dirección de las fuerzas y momentos resultantes. A partir de la segunda ley de Newton se deriva las ecuaciones de desplazamiento de un bloque:

$$\frac{d\dot{u}}{dt} = \frac{F}{m}$$

Considerando el esquema de diferencia central la aceleración se puede escribir como:

$$\frac{d\dot{u}}{dt} = \frac{\dot{u}^{(t+\Delta t/2)} - \dot{u}^{(t-\Delta t/2)}}{\Delta t}$$

Sustituyendo y reagrupando términos se tiene:

$$\dot{u}^{(t+\Delta t/2)} = \dot{u}^{(t-\Delta t/2)} + \frac{F^{(t)}}{m} \Delta t$$

Con la expresión anterior se puede determinar el desplazamiento lineal de un bloque a través de la ecuación siguiente:

$$u^{(t+\Delta t)} = u^{(t)} + \dot{u}^{(t+\Delta t/2)} \Delta t$$

En términos generales, las ecuaciones de desplazamiento serian:

$$x_i^{(t+\Delta t)} = x_i^{(t)} + \dot{x}_i^{(t+\Delta t/2)} \Delta t$$

$$\theta^{(t+\Delta t)} = \theta^{(t)} + \dot{\theta}^{(t+\Delta t/2)} \Delta t$$

Donde  $x_i$  representa la coordenada  $i$  del centroide del bloque y  $\theta$  la rotación del centroide del bloque.

Por otra parte, también se considera la conservación del momentum inicial y final.

$$m_a \dot{u}_a^{(T)} + m_b \dot{u}_b^{(T)} = m_a \dot{u}_a^{(0)} + m_b \dot{u}_b^{(0)}$$

Así también se impone la conservación de la energía, pasando de la cinética a la potencial almacenada en un resorte:

$$\frac{1}{2} m (v_0^2 - v^2) = \frac{1}{2} k S^2$$

En cuanto al modelo de comportamiento de los bloques, el modelo elástico utilizado describe la forma más simple de comportamiento. Este modelo se utiliza en el caso de materiales homogéneos, isotrópicos, que tienen un comportamiento de esfuerzo deformación capaz de volver a su condición inicial. En este modelo, la relación de esfuerzo de formación esta expresada por la ley de Hooke para deformaciones planas de la forma siguiente (en términos incrementales):

$$\Delta\sigma_{11} = \alpha_1 \Delta e_{11} + \alpha_2 \Delta e_{22}$$

$$\Delta\sigma_{22} = \alpha_2 \Delta e_{11} + \alpha_1 \Delta e_{22}$$

$$\Delta\sigma_{12} = 2G \Delta e_{12} \quad (\Delta\sigma_{21} = \Delta\sigma_{12})$$

$$\Delta\sigma_{33} = \alpha_2 (\Delta e_{11} + \Delta e_{22})$$

Donde los términos que acompañan a los términos de deformación se expresan como:

$$\alpha_1 = K + (4/3)G$$

$$\alpha_2 = K - (2/3)G$$

Donde K corresponde al modulo de compresibilidad y G al modulo de corte.

$$\Delta e_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right] \Delta t$$

Donde  $e_{ij}$  corresponde al tensor de deformación,  $\dot{u}_i$  a la tasa de deformación y  $t$  al paso de tiempo considerado.

Por otra parte, el modelo básico de comportamiento asignado a las discontinuidades asume una relación lineal, tanto para el esfuerzo normal como el tangencial (elástico):

$$\Delta\sigma_n = -k_n \Delta u_n$$

$$\Delta\tau_s = -k_s \Delta u_s^e$$

## 8.2. Determinación de los esfuerzos verticales de Janssen (caso activo)

Los parámetros usados para determinar los esfuerzos de Janssen se exponen en la siguiente tabla:

Variable	Símbolo	Valor	Unidad
Diámetro	D	2.4	m
Angulo de fricción Grava	$\varphi$	44	°
Angulo de fricción Pared	$\varphi_w$	21	°
Fricción ( $\tan \varphi_w$ )	$\mu_w$	0.384	Adimensional
Constante Janssen (caso activo)	$K_a$	0.180	Adimensional
Peso específico Grava	$\gamma$	26.5	kN/m <sup>3</sup>
P.E. esponjado Grava ( $p=30\%$ )	$\gamma_p$	20.4	kN/m <sup>3</sup>

Tabla 24: Propiedades utilizadas para la determinación de los esfuerzos verticales según Janssen

Los resultados de los esfuerzos verticales ( $\sigma_{zz}$ ) y horizontal ( $\sigma_{rr}$ ) son los siguientes:

Nivel llenado [m]	K activo	
	$\sigma_{zz}$ [kPa]	$\sigma_{rr}$ [kPa]
0.000	0.0	0.0
0.150	3.0	0.5
0.350	7.0	1.3
0.550	10.9	2.0
0.950	18.3	3.3
1.050	20.2	3.6
1.250	23.7	4.3
1.550	28.9	5.2
1.750	32.3	5.8
1.850	34.0	6.1
2.050	37.2	6.7
2.350	42.0	7.6
2.550	45.0	8.1
3.250	55.3	10.0

**Tabla 25: Valores de esfuerzos verticales según Janssen**

### 8.3. Códigos

A continuación se muestran los códigos de un modelo para cada etapa usados en cada etapa escritos en UDEC.

#### Modelo de prueba 50cm\_test

new

config cell 5,7

set cscan

damp auto

; nombre del archivo

title

50cm\_test

; geometría caja

ro 0.01875

set ovtol 0.01875

bl (-1,-0.1) (-1,11) (3.4,11) (3.4,-0.1)

cr (-1,3.5) (3.4,3.5)

cr (-0.1,-0.1) (-0.1,3.5)

cr (2.5,-0.1) (2.5,3.5)

cr (0,3.5) (0,-0.1)

cr (2.4,3.5) (2.4,-0.1)

cr (0,0) (2.4,0)

; geometría zanja

cr (-0.1,3.5) (-0.35,11)

cr (2.5,3.5) (2.75,11)

cr (0,3.5) (-0.25,11)

cr (2.4,3.5) (2.65,11)

; definición de grupos: placa, grava

group block placa

jregion id 1 (0,3.5) (-0.25,11) (2.65,11) (2.4,3.5) ; region superior

group block grava ra jregion 1

; asignación de grava

vo e 0.5 i 50 ra jregion 1

; asignación de modelos y propiedades (roca: lineal elastico; joints: Coulomb Slip area)

ch mat 1 range group grava  
ch jmat 1 range group grava

ch mat 2 range group placa  
ch jmat 2 range group placa

; borrado de bloques

ch cons 0 mat 1 ra (-1,-0.35) (-0.1,11)  
ch cons 0 mat 1 ra (2.65,3.4) (-0.1,11)  
de bl ra (0,2.4) (0,3.5)  
de bl ra area 0.004

; definición de propiedades grava

prop mat 1 d 2650 b 81e6 s 48e6  
prop jmat 1 jkn 4e9 jks 4e9 jfr 44

; definición de propiedades placa

prop mat 2 d 7860 b 210e9 s 81e9  
prop jmat 2 jkn 1e10 jks 1e10 jfr 21

; condiciones de borde

fix ra gr placa

; condiciones iniciales

free ra gr grava

; asignacion de campo de fuerzas

set gravity 0 -9.81

; control de equilibrio

hist unbal

; borrado caida zanja

de bl ra (0.45,1.95) (3.5,11)

step 300000  
solve elastic

; borrado de zanja

de bl ra -1,3 3.5,11

; asignación de bloques deformables

```

gen edge 0.1875 ra group grava
step 200000
solve elastic

; archivos log (valores de esfuerzos)

ca syy350.dat
ca sxx350_izq.dat
ca sxx350_der.dat
save 50cm_test.sav

ca ploteo.dat

; ploteo de esfuerzos basales

window -0.8,3.2 -0.25,3.75
pl bl syy fill grid 300 300 min -2e5 max 0
copy 50cm_test_syy.ps
pl bl sxx fill grid 300 300 min -2e5 max 0
copy 50cm_test_sxx.ps
save 50cm_test_plot.sav

def porosidad350

B = 2.4
H = 3.5
m2grava = 0
bi = block_head
loop while bi # 0
  if b_x(bi) > 0
    if b_x(bi) < B
      if b_y(bi) > 0
        if b_y(bi) < H
          m2grava = m2grava + b_area(bi)
        else
          m2grava = m2grava
        endif
      else
        m2grava = m2grava
      endif
    else
      m2grava = m2grava
    endif
  else
    m2grava = m2grava
  endif
bi = b_next(bi)
endloop
porosidad350 = (1 - m2grava / (B * H)) * 100 ; en %

end

set log syy350.log

```

```
set pline 0,0.1 2.4,0.1 1000
pr pline syy
ca porosidad350.fis
pr porosidad350
set pline off
set log off
```

#### Modelo sin extracción 16cm\_fill

```
new
config cell 15,22
set cscan
damp auto
```

```
; nombre del archivo
```

```
title
16cm_fill
```

```
; geometria caja
```

```
ro 0.008
set ovtol 0.008
```

```
bl (-1,-0.1) (-1,11) (3.4,11) (3.4,-0.1)
cr (-1,3.5) (3.4,3.5)
cr (-0.1,-0.1) (-0.1,3.5)
cr (2.5,-0.1) (2.5,3.5)
cr (0,3.5) (0,-0.1)
cr (2.4,3.5) (2.4,-0.1)
cr (0,0) (2.4,0)
```

```
; geometria zanja
```

```
cr (-0.1,3.5) (-0.35,11)
cr (2.5,3.5) (2.75,11)
cr (0,3.5) (-0.25,11)
cr (2.4,3.5) (2.65,11)
```

```
; definición de grupos: placa, grava
```

```
group block placa
```

```
jregion id 1 (0,3.5) (-0.25,11) (2.65,11) (2.4,3.5) ; region superior
group block grava ra jregion 1
```

```
; asignación de grava
```

```
vo e 0.16 i 100 ra jregion 1
```

```
; asignación de modelos y propiedades (roca: lineal elastico; joints: Coulomb Slip area)
```

```
ch mat 1 range group grava
```

```

ch jmat 1 range group grava

ch mat 2 range group placa
ch jmat 2 range group placa

; borrado de bloques

ch cons 0 mat 1 ra (-1,-0.35) (-0.1,11)
ch cons 0 mat 1 ra (2.65,3.4) (-0.1,11)
de bl ra (0,2.4) (0,3.5)
de bl ra area 0.00128

; definición de propiedades grava

prop mat 1 d 2650 b 81e6 s 48e6
prop jmat 1 jkn 4e9 jks 4e9 jfr 44

; definición de propiedades placa

prop mat 2 d 7860 b 210e9 s 81e9
prop jmat 2 jkn 1e10 jks 1e10 jfr 21

; condiciones de borde

fix ra gr placa

; condiciones iniciales

free ra gr grava

; asignacion de campo de fuerzas

set gravity 0 -9.81

; control de equilibrio

hist unbal

; borrado caida zanja

de bl ra (0.96,1.44) (3.5,11)

step 500000

; asignación de bloques deformables

gen edge 0.08 ra group grava
step 500000
step 400000

; borrado de zanja

de bl ra -1,3.5 3.5,11

```

; archivos log (valores de esfuerzos)

ca syy350.dat  
ca sxx350\_izq.dat  
ca sxx350\_der.dat  
save 16cm\_fill.sav

ca ploteo.dat

Modelo con extracción aislada y multiple 16cm\_isd\_draw

new  
config cell 25,22  
set cscan  
damp auto

; nombre del archivo

title  
16cm\_isd

; geometria caja

ro 0.008  
set ovtol 0.008

bl (-1.0,-0.6) (-1.0,11) (5.0,11) (5.0,-0.6)  
cr (-10.1,3.5) (5.0,3.5)  
cr (-0.1,-0.1) (-0.1,3.5)  
cr (4.0,-0.1) (4.0,3.5)  
cr (0,-0.1) (0,3.5)  
cr (3.9,-0.1) (3.9,3.5)  
cr (0,0) (3.9,0)  
cr (-0.1,-0.1) (4.0,-0.1)

; geometria drawpoint

; 4 d50

cr (1.630,-0.1) (1.630,0)  
cr (2.270,-0.1) (2.270,0)

; 6 d50

cr (1.470,-0.1) (1.470,0)  
cr (2.430,-0.1) (2.430,0)

; 8 d50

cr (1.310,-0.1) (1.310,0)  
cr (2.590,-0.1) (2.590,0)

; 10 d50

cr (1.150,-0.1) (1.150,0)  
cr (2.750,-0.1) (2.750,0)

; 12 d50

cr (0.990,-0.1) (0.990,0)  
cr (2.910,-0.1) (2.910,0)

; 14 d50

cr (0.830,-0.1) (0.830,0)  
cr (3.070,-0.1) (3.070,0)

; 16 d50

cr (0.670,-0.1) (0.670,0)  
cr (3.230,-0.1) (3.230,0)

; 18 d50

cr (0.510,-0.1) (0.510,0)  
cr (3.390,-0.1) (3.390,0)

; 20 d50

cr (0.350,-0.1) (0.350,0)  
cr (3.550,-0.1) (3.550,0)

; geometria piso

cr (-0.1,-0.6) (-0.1,-0.1)  
cr (4.0,-0.6) (4.0,-0.1)  
cr (-0.1,-0.48) (4.0,-0.48)  
cr (-0.1,-0.6) (4.0,-0.6)

; geometria zanja

cr (-0.1,3.5) (-0.35,11)  
cr (4.0,3.5) (4.25,11)  
cr (0,3.5) (-0.25,11)  
cr (3.9,3.5) (4.15,11)

; borrado de bloques

de bl ra (-0.1,4.0) (-0.48,-0.1)  
de bl ra (-10.1,-0.25) (-1.0,11)  
de bl ra (4.25,5.0) (-1.0,11)

; definición de grupos: placa, grava

group block placa

jregion id 1 (0,3.5) (-0.25,11) (4.15,11) (3.9,3.5) ; region superior  
group block grava ra jregion 1

; asignación de grava

vo e 0.16 i 100 ra jregion 1

; asignación de modelos y propiedades (roca: lineal elastico; joints: Coulomb Slip area)

ch mat 1 range group grava  
ch jmat 1 range group grava

ch mat 2 range group placa  
ch jmat 2 range group placa

; borrado de bloques

de bl ra (0,3.9) (0,3.5)  
de bl ra area 0.00128

; definición de propiedades grava

prop mat 1 d 2650 b 81e6 s 48e6  
prop jmat 1 jkn 4e9 jks 4e9 jfr 44

; definición de propiedades placa

prop mat 2 d 7860 b 210e9 s 81e9  
prop jmat 2 jkn 1e10 jks 1e10 jfr 21

; condiciones de borde

fix ra gr placa

; condiciones iniciales

free ra gr grava

; asignacion de campo de fuerzas

set gravity 0 -9.81

; control de equilibrio

hist unbal

; borrado caida zanja

de bl ra (1.710,2.190) (3.5,11)

step 500000

; asignación de bloques deformables

```
gen edge 0.08 ra group grava
step 500000
step 400000

; borrado de zanja

de bl ra -1,5 3.5,11

; archivos log (valores de esfuerzos)

ca syy350.dat
ca sxx350_izq.dat
ca sxx350_der.dat
save 16cm_isd_v1.sav

ca ploteo.dat
```