

UNIVERSIDAD DE CHILE FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

CRITERIO DE INTERVENCIONES DE MANTENIMIENTO ESTRUCTURAL EN AVIONES ACROBÁTICOS BASADO EN LA INTERACCIÓN DE CARGAS DE VUELO

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERIO CIVIL MECÁNICO

SERGIO ANDRÉS GODOY GONZÁLEZ

PROFESOR GUÍA:

EDUARDO SALAMANCA HENRÍQUEZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

CANEK JACKSON DE CASTRO

ALEJANDRO FONT FILAX

SANTIAGO DE CHILE NOVIEMBRE DE 2011 RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL TITULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO POR: SERGIO GODOY G. FECHA: 03/11/2011 PROF. GUIA: Sr. EDUARDO SALAMANCA H.

"CRITERIO DE INTERVENCIONES DE MANTENIMIENTO ESTRUCTURAL EN AVIONES ACROBÁTICOS BASADO EN LA INTERACCIÓN DE CARGAS DE VUELO"

A pesar de los innumerables avances tecnológicos que ha experimentado la industria aeronáutica, numerosos son los accidentes que se deben lamentar a lo largo de la historia. Muchos de estos accidentes se han debido a fallas estructurales que no han sido detectadas a tiempo y que cada vez que ocurren llevan a la industria y a las agencias reguladoras a desarrollar medidas para evitar que éstos se vuelvan a repetir.

Una de estas medidas, desarrollada por la Fuerza Aérea de los Estados Unidos (U.S.A.F.) en 1969, ha sido considerar que toda estructura no está libre de pequeños defectos o grietas que se deben tener en cuenta en el diseño. De este modo las estructuras se diseñan para ser capaces de soportar cargas de trabajo aún en presencia de este daño que puede verse aumentado por fatiga a lo largo de su uso.

Es por esto que los fabricantes de estructuras aeronáuticas elaboran planes de revisión de modo que sea posible detectar el crecimiento de grietas y así evitar que éstas alcancen un tamaño crítico que pueda provocar la falla catastrófica de la estructura total. Estos planes se basan en el uso estimado que el avión o estructura vaya a tener a lo largo de su vida útil y corren el riesgo de no ser lo suficientemente representativos del uso real de cada avión.

El objetivo del presente trabajo de título es desarrollar un modelo de mantenimiento preventivo de modo de asegurar la integridad de la estructura de un avión acrobático a lo largo de su vida útil.

Para esto se han elaborado espectros de carga basados en los estados de carga que un avión acrobático puede experimentar tanto en vuelo como en el momento de aterrizaje.

Utilizando los espectros ha sido posible evaluar la vida a la fatiga de la estructura y de elaborar un modelo plástico de crecimiento de grieta que considera el cierre de ésta.

El crecimiento de grieta es modelado para un avión en particular en base a la realización de distintas misiones durante su vida. La evaluación del tamaño de la grieta misión tras misión permite proyectar la utilización remanente permitida de la estructura del avión antes que se alcance un tamaño de grieta crítico.

Con el uso del modelo analítico se ha desarrollado el modelo de evaluación de la estructura el cual permite programar acciones de mantenimiento preventivo de acuerdo a la utilización proyectada. Esto permite tanto adelantar o retrasar intervenciones que generan altos costos debido a la indisponibilidad de la estructura y al procedimiento de mantenimiento como tal.

Agradecimientos

En primer lugar le agradezco a mi familia, en especial a mis padres que me apoyaron en los momentos difíciles de tomar la decisión de regresar a Chile y continuar con mis estudios en esta rama de la Ingeniería que me ha permitido cumplir unos de mis más anhelados deseos.

A María José por estar a mi lado apoyándome y comprendiendo mis deseos en estos casi 4 años de estudios y en especial durante estos últimos meses en los que mi tiempo se ha divido entre el trabajo y el desarrollo de esta memoria.

A Eduardo Salamanca por haber confiado y haber dispuesto su tiempo como profesor guía desde el primer momento y sin condición alguna. A Canek Jackson por su sinceridad y cercanía al momento de comentar y corregir. Al profesor Alejandro Font por su tiempo y por su excelente disposición a compartir sus vastos conocimientos en el área.

También agradezco a don Pablo Astica y a don Jorge Correa que abrieron las puertas para el desarrollo de este trabajo y que desde un principio me guiaron con conceptos y procesos del campo aeronáutico.

En general a mis amigos, compañeros de universidad y trabajo que han estado pendientes del avance de este proyecto y que en más de una vez tuve que dejar de lado por lo mismo.

Índice

Capítulo	o 1 - Introducción	1	
1.1	Antecedentes generales1		
1.2	Motivación	1	
1.3	Alcances	2	
Capítulo	o 2 - Objetivos	4	
2.1	General	4	
2.2	Específicos	4	
2.3	Alcances y limitaciones	4	
Capítulo	o 3 - Antecedentes	5	
3.1	Definiciones	5	
3.2	Tolerancia al daño de estructuras aeronáuticas	7	
3.3	Tamaño de grietas iniciales	8	
3.4	Inspección de la estructura		
3.5	Mecánica de la fractura	11	
3.6	Mecánica de la fractura elástico – lineal	11	
3.7	Mecánica de la fractura elástico plástica	13	
3.7.	7.1 Integral J	13	
3.7.	Factor de intensidad de esfuerzo y la integral J	14	
3.7.	Factor de intesidad de esfuerzos corregido, K_P	14	
3.8	Propagación de grietas por fatiga	16	
3.8.	.1 Modelos empíricos	17	
3.8.	Modelos con cierre de grieta y umbral de fatiga		
3.8.	Modelo de plasticidad a gran escala	19	
3.9	Cierre de grieta	19	
3.10	Retardo crecimiento de grieta	22	
3.11	Modelo de daño acumulado	23	

Capítul	o 4 – Espectros de carga		
4.1	Estructura		
4.2	Consideraciones		
4.3	Estados de carga		
4.3	4.3.1 Modelo elementos finitos amarra delantera		
4.3	.2 Estado de carga en vuelo		
4.3	.3 Estado de carga aterrizaje		
4.4	Espectros de carga		
4.4	.1 Espectro de maniobra		
4.4	.2 Espectro de ráfaga	41	
4.4	.3 Espectro de aterrizaje		
4.4	.4 Espectro de rodaje		
Capítul	o 5 – Modelo daño acumulado	47	
5.1	Desarrollo	47	
5.2	Resultados		
Capítul	o 6 – Modelo crecimiento de grieta		
6.1	Espectro		
6.2	Modelo elástico		
6.2	.1 Implementación		
6.2	.2 Resultados		
6.3	Modelo plástico		
6.3	.1 Implementación		
6.3	.2 Resultados		
6.4	Modelo Mixto	61	
6.5	Crecimiento de grieta compuesto	65	
6.6	Comparación crecimiento de grieta espectro ordenado y desordenado		
Capítul	o 7 – Modelo mantenimiento predictivo - preventivo	71	
7.1	1 Crecimiento de grieta de diseño		
7.2	Supuestos		
7.3	3 Proceso		
7.4	Utilización modelo mantenimiento preventivo76		
7.4	.1 Supuestos	76	

7.4.2	Asignar misión	77
7.4.3	Integrar	78
7.4.4	Análisis de resultados $a(t)$ y $K_{max}(t)$	78
Capítulo 8 - (Conclusiones	82
Capítulo 9 - 7	Trabajos futuros	85
Capítulo 10 -	- Bibliografía	87
Anexo A: Figuras		
Anexo B: Tablas		
Anexo C: Código		

<u>Simbología</u>

a	tamaño de grieta	[mm]
a_n	incremento factor de carga	
<i>a_{nLLF}</i>	incremento factor de carga crítico	
a_f	tamaño final de grieta	[mm]
a_0	tamaño inicial de grieta	[mm]
a_1	tamaño grieta esperado en primer tercio vida a la fatiga	[mm]
a_2	tamaño grieta esperado en segundo tercio vida a la fatiga	[mm]
<i>a</i> ₃	tamaño grieta esperado en tercer tercio vida a la fatiga	[mm]
A	superficie alar	$[ft^2]$
C, m	parámetros ley de Paris	
d	largo plástico modificado de grieta	[mm]
D	daño total modelo de Palmgren-Miner	
D_A	daño maniobra acrobática	
D_I	daño maniobra de instrucción	
Ε	módulo elástico	[ksi]
F	carga en fitting amarra delantera	[lbf]
f _{0ij}	función adimensional	
fs	factor de seguridad modelo daño acumulado	
Κ	factor de intensidad de esfuerzos	[ksi in ^{1/2}]
K _c	factor de intensidad crítico (resistencia a la fractura)	[ksi in ^{1/2}]
K_I	factor de intensidad de esfuerzos, modo I	[ksi in ^{1/2}]
K_{II}	factor de intensidad de esfuerzos, modo II	[ksi in ^{1/2}]
K _{III}	factor de intensidad de esfuerzos, modo III	[ksi in ^{1/2}]
K_J	factor de intensidad de esfuerzos basado en integral J	[ksi in ^{1/2}]
K _{max}	factor de intensidad de esfuerzos máximo	[ksi in ^{1/2}]
K _{min}	factor de intensidad de esfuerzos mínimo	[ksi in ^{1/2}]
K_{op}	factor de intensidad de esfuerzos apertura de grieta	[ksi in ^{1/2}]
K_P	factor de intensidad de esfuerzos corregido (modelo Newman)	[ksi in ^{1/2}]
ΔK	rango factor de intensidad de esfuerzos mínimo y máximo	[ksi in ^{1/2}]
ΔK_{eff}	rango efectivo factor de intensidad de esfuerzos en apertura de grieta	[ksi in ^{1/2}]
ΔK_{th}	rango de umbral de crecimiento de grieta	[ksi in ^{1/2}]
K_t	factor concentrador de esfuerzos	
L	distancia herraje delantero y herraje principal	[in]
M_y	momento torsor en herraje principal	[lbf in]
n	factor de carga	
N_B	número total de ciclos espectro de carga	
N _{fi}	número de ciclos a la fatiga en el i-ésimo modo de carga	
n _i	número de ciclos de carga aplicados en el <i>i</i> -ésimo modo de carga	
Q	número de bloques de carga de espectro de carga	
R	razón de esfuerzos mínimo y máximo	

<i>r</i> , θ	coordenadas polares	
S	esfuerzo aplicado	[ksi]
S_{θ}	esfuerzo de fluencia material	[ksi]
S_{cl}	esfuerzo cierre de grieta	[ksi]
S_{eq}	esfuerzo equivalente	[ksi]
S_{op}	esfuerzo apertura de grieta	[ksi]
ΔS	rango entre esfuerzos mínimo y máximo	[ksi]
ΔS_{eff}	rango efectivo esfuerzos en apertura de grieta	[ksi]
T_1	tiempo primera inspección programada crecimiento grieta	[horas]
T_2	tiempo segunda inspección programada crecimiento grieta	[horas]
T_3	tiempo tercera inspección programada crecimiento grieta	[horas]
U	cociente rango de esfuerzo efectivo y rango total de esfuerzos	
V	velocidad de vuelo	[KIAS]
V_a	velocidad de acrobacia	[KIAS]
V_c	velocidad crucero	[KIAS]
V_{mo}	velocidad máxima de operación avión	[KIAS]
V_V	velocidad vertical avión acrobático	[ft/s]
W	densidad de energía de deformación	[ksi in]
W	peso total avión	[lbf]
α	parámetro ajuste largo plástico de Dudgale	
β	función de forma	
\mathcal{E}_{ij}	tensor de deformaciones	[in]
μ	pendiente curva de sustentación	$[rad^{-1}]$
ρ	largo de zona plástica de Dudgale en la punta de la grieta	[mm]
σ	esfuerzo experimentado por estructura del avión	[ksi]
σ_{lg}	esfuerzo experimentado en la estructura del avión a 1-g	[ksi]
σ_{ij}	tensor de esfuerzos	[ksi]
$\sigma_{V.M.}$	esfuerzo de Von Mises	[ksi]
σ_x	esfuerzo principal eje x	[ksi]

Capítulo 1

Introducción

1.1 Antecedentes generales

En el diseño de todo elemento mecánico es importante el límite de carga al cual éste será sometido. Esto limita su utilización dentro de rangos de confiabilidad y lleva consigo la elaboración de un plan de mantenimiento para asegurar su buen y seguro funcionamiento. En el caso particular de los aviones este punto es muy importante ya que éstos pueden someterse a cargas de aceleraciones variables, por efecto de turbulencia o de maniobras inesperadas, que pueden producir esfuerzos superiores a los valores de diseño o de certificación de los componentes.

Los fabricantes de aviones proporcionan el manual de mantenimiento de cada avión donde se detallan los límites de aceleraciones entre los cuales está certificado el correcto funcionamiento de cada componente. Si por algún motivo este límite es superado, el manual respectivo estipula que se debe inspeccionar el estado de los componentes críticos que podrían verse afectados por este hecho.

Los valores límites de carga, en los cuales se basa la política de mantenimiento anteriormente descrita, son aquellos para los cuales el fabricante certifica que la estructura es capaz de funcionar en presencia de defectos, que incluso pueden existir desde el momento de fabricación, y de presentar una alta resistencia a la propagación de éstos en forma de grietas.

Este método se conoce como diseño tolerante al daño el cual es utilizado mundialmente en el diseño de estructuras, no tan solo aeronáuticas, desde su desarrollo e implementación por la Fuerza Aérea de los Estados Unidos en 1969 [1].

1.2 Motivación

El objetivo principal de los fabricantes y usuarios (compañías aéreas, fuerzas aéreas, etc.) es el de monitorear la vida estructural de los aviones para asegurar y maximizar el uso seguro de la flota. Es por esto que se realizan inspecciones cada cierto periodo de tiempo, designados por el fabricante, de modo de contar con más de una oportunidad para detectar defectos o grietas antes que alcancen el tamaño crítico y provocar la falla catastrófica de la estructura por fatiga.

Aún así son numerosos los accidentes que se deben lamentar debido a estructuras de aeronaves fatigadas durante el siglo XX [2]. En 1969 un avión de combate F-111 de la Fuerza Aérea de los Estados Unidos se estrelló debido a la falla en una de sus alas. La falla se ocasionó debido a un defecto de fábrica no detectado que alcanzó su tamaño crítico por fatiga en apenas 120 horas de vuelo. Luego de este accidente es cuando surge el concepto de tolerancia al daño en aeronaves y específicamente la idea de la existencia de defectos en estructuras recién fabricadas.

En 1976 un avión Hawker Siddeley 748 presentó la falla catastrófica por fatiga de un panel inferior de una de sus alas. En el proceso de certificación de la aeronave se realizaron ensayos de fatiga con valores de cargas que luego del incidente fueron catalogados como no realistas y poco conservadores. En 1988 un avión Boeing 737 perdió un gran número de paneles de su fuselaje debido a grietas originadas en los orificios de anclaje de estos. Las grietas fueron creciendo aceleradamente por fatiga debido al elevado ciclaje de vuelos cortos al cual estaba sometido el avión.

Por último, en el año 2009 un avión Boeing 737 sufrió la ruptura de uno de los paneles de su fuselaje debido al crecimiento de grietas por fatiga desde la cara interior del panel.

Los accidentes anteriormente citados permiten crear una idea de lo importante y lo vigente que es el problema de fatiga en la industria aeronáutica y la necesidad de elaborar planes de mantenimiento que permitan detectar grietas a tiempo para así aumentar la confiabilidad y seguridad en este medio de transporte. Es por esto que en [2] se pone énfasis en las cargas que se aplican a las estructuras en la etapa de diseño y prueba ya que esto permite conocer la tolerancia al daño que éstas presentarán a lo largo de su vida útil.

1.3 Alcances

El presente trabajo de memoria es de carácter exploratorio en el campo del mantenimiento aeronáutico, teniendo como objetivo principal elaborar las bases de un modelo de mantenimiento estructural preventivo.

Para esto, el modelo se basa en la interacción de cargas de vuelo que un avión acrobático puede experimentar y en sus efectos, en particular, sobre la amarra delantera del ala al fuselaje. Para cumplir con lo propuesto se realiza un estudio del daño acumulado de la estructura y se desarrolla un modelo de crecimiento de grieta que deben ser evaluados y validados por el fabricante del avión acrobático antes de su incorporación al plan de mantenimiento vigente.

Como base del trabajo se utiliza un modelo de elementos finitos proporcionado por el fabricante de la aeronave y las excedencias de carga disponibles para un avión acrobático recopilados por la Federal Aviation Administration (F.A.A.) de Estados Unidos. Ambos elementos permiten desarrollar teóricamente los espectros de carga que representan las misiones de vuelo que el avión puede experimentar en su servicio y que su aplicabilidad está limitada al presente trabajo de memoria.

Para el desarrollo tanto del estudio de daño acumulado como el modelo de crecimiento de grieta se hace uso de los estándares establecidos por la F.A.A. y la Fuerza Aérea de Estados Unidos. Allí se detallan como herramientas teóricas las leyes empíricas, tales como la Ley de Palmgren- Miner para el estudio de daño acumulado y la Ley de Paris y el modelo de Newman para el modelo de crecimiento de grieta.

El estudio de daño acumulado presenta una herramienta de evaluación que asume independencia en la secuencia de carga de la estructura y hace énfasis en que la geometría de la estructura permite la existencia de concentradores de esfuerzos que hacen más sensible la pieza a los esfuerzos experimentados.

Los resultados obtenidos en el estudio de daño acumulado concuerdan con lo que el fabricante de la aeronave ha observado en las tareas de mantenimiento efectuadas de acuerdo al programa de mantenimiento definido en las etapas de diseño.

Por su parte el modelo de crecimiento de grieta se basa en el modelo de Newman que asume apertura de grieta en modo I, plasticidad y cierre. En conjunto con las publicaciones técnicas de la F.A.A. en donde se definen las funciones de forma para los modelos de crecimiento de grieta de acuerdo a la geometría de la estructura en estudio, es posible obtener resultados de crecimiento de grieta que también concuerdan con lo observado por el fabricante.

Los tiempos en que se desarrollan inspecciones de mantenimiento en búsqueda de grietas en la estructura se basan en la vida a la fatiga determinada por el fabricante. Esta vida se determina en función del espectro de carga de diseño que se desarrolla basándose en la utilización que se espera que experimente el avión.

El modelo de mantenimiento preventivo propuesto se basa en el largo de grieta esperado misión tras misión lo cual permite hacer un seguimiento exhaustivo a la grieta de modo de programar una inspección preventiva antes o después de lo impuesto por los programas de mantenimiento tradicionales.

El trabajo al ser de carácter exploratorio deja abierta las puertas a futuros trabajos, detallados al final de la presente memoria, que permitan validar lo hasta aquí propuesto y que permitan implementar mejoras al actual plan de mantenimiento en conjunto con el fabricante del avión en estudio.

Capítulo 2

Objetivos

2.1 General

El objetivo general de la memoria es desarrollar políticas de mantenimiento preventivo y/o predictivo en un avión acrobático basadas tanto en el daño acumulado como en el crecimiento de grieta por fatiga debido a las cargas experimentadas en vuelo.

2.2 Específicos

Los objetivos específicos de la memoria son:

- 1) Elaborar espectro de carga basado en datos históricos disponibles para aviones acrobáticos.
- 2) Desarrollar modelo que permita conocer el daño acumulado en la estructura del avión debido a la interacción de las cargas de vuelo.
- 3) Desarrollar modelo de crecimiento de grieta debido a fatiga inducida por la interacción de las cargas de vuelo.
- 4) Predecir tiempo de vida a la fatiga restante de la estructura y sugerir intervalo de inspecciones.

2.3 Alcances y limitaciones

Los alcances y limitaciones de la memoria se detallan a continuación:

- 1) Avión a considerar: avión acrobático de instrucción con un peso inferior a 5.700 [kg].
- Debido a la gran cantidad de componentes que posee el avión, en el presente trabajo de memoria se limita al estudio de la amarra o herraje delantera del ala al fuselaje del avión.
- 3) Los resultados del presente trabajo se plantean como una mejora y complemento al plan de mantenimiento de cada avión y no como un reemplazo a éste.

Capítulo 3

Antecedentes

En la primera parte de este capítulo se presenta un glosario de términos comunes en la literatura disponible referente al tema de memoria. Luego se presenta una descripción general del diseño tolerante al daño de estructuras aeronáuticas y finalmente se hace una revisión de los tópicos de la mecánica de fractura (fractomecánica) fundamentales para la elaboración del modelo de crecimiento de grieta.

3.1 Definiciones

Durante la recopilación de antecedentes del presente trabajo de memoria se han encontrado una serie de términos de uso convencional en la industria aeronáutica que han sido definidos por la Federal Aviation Administration (F.A.A.) y resumidos en [3]. A continuación se listan los términos que se utilizan en el presente trabajo:

- **Tolerancia al daño:** Capacidad de una estructura para asegurar que frente a la existencia de daño por fatiga, corrosión o como consecuencia de algún accidente, la estructura restante es capaz de soportar cargas, dentro del límite de certificación, sin fallas o deformación estructural crítica hasta que el daño sea detectado.
- A prueba de fallas (fail safe): Clasificación que se le asigna a una estructura que ha sido evaluada para asegurar que una falla catastrófica no es probable después que ocurra falla por fatiga o una falla parcial de un elemento estructural principal.
- Vida segura (safe life): Significa que la estructura ha sido evaluada para soportar cargas repetidas de magnitud variable a lo largo de su vida útil sin presentar grietas detectables.
- Elementos estructurales principales: Son aquellos elementos que contribuyen significativamente a soportar cargas de vuelo, de tierra y de presurización, y cuya falla si no fuera detectada podría resultar en una falla catastrófica del avión.

- Elementos estructurales críticos: Son aquellos elementos cuya falla, si no es detectada e independiente del tamaño, produciría inequívocamente una falla catastrófica del avión.
- Estructura principal: Es la estructura que soporta cargas de vuelo, de tierra y de presurización.
- Estructura secundaria: Es la estructura que sólo soporta cargas aerodinámicas o de inercia generadas sobre o dentro de la estructura secundaria.
- **Camino de carga simple:** Se refiere al hecho que las cargas aplicadas sobre una estructura se distribuyen a través de un solo componente de ésta, cuya falla resultaría en la pérdida de integridad del componente involucrado.
- **Camino de carga múltiple:** Se refiere a estructuras redundantes en las que en caso de falla de elementos individuales, las cargas aplicadas podrían ser distribuidas en forma segura a través de otros elementos de la estructura.
- Falla: Para estructuras metálicas con camino de carga simple, falla es el desarrollo de una grieta detectable. Para una estructura con camino de carga múltiple, falla es el desarrollo y propagación de grietas tales que la estructura no sea capaz de soportar las cargas requeridas sin sufrir deformación excesiva.
- **Daño en múltiples sitios:** Se refiere a la existencia de pequeñas grietas que en conjunto disminuyen la resistencia de un elemento estructural. Estas grietas tienen tamaños críticos mucho menores que si se tratara de daño localizado.
- **Cargas límites:** Cargas máximas anticipadas que se estima que el avión experimentaría durante su vida útil. Se establece que el avión deber ser capaz de soportar las cargas límites sin sufrir deformaciones permanentes.
- Cargas últimas o de diseño: Equivalen a las cargas límites multiplicadas por un factor de seguridad.
- Factor de carga: Factor por el cual las fuerzas que actúan sobre el avión en vuelo estacionario deben ser multiplicadas para obtener un sistema estático de fuerzas equivalentes al sistema dinámico de fuerzas que actúa durante la aceleración del avión. Se denota por la letra *n*.

3.2 Tolerancia al daño de estructuras aeronáuticas

El diseño, la certificación y el mantenimiento de aeronaves se rigen mundialmente por la Federal Aviation Regulations o norma FAR perteneciente al capítulo 14 de la Code of Federal Regulations de los Estados Unidos. La norma FAR, creada por la Federal Aviation Administration o F.A.A., está dividida por partes y se encuentra disponible electrónicamente para su consulta [4].

La parte de la norma que detalla los procedimientos de certificación para piezas y productos aeronáuticos es la FAR part 21 mientras que la parte que regula el mantenimiento y la alteración de aeronaves es la FAR part 43. Las partes correspondientes al diseño de aeronaves está dividida por tipo de aeronaves, siendo la FAR part 23 la parte correspondiente a aviones de carácter normal, utilitario, acrobático y de transporte de pasajeros con un peso al momento de despegue menor a 5.700 [kg]. Por su parte, la FAR part 25 se refiere a los aviones de transporte de pasajeros y de carga con un peso al momento de despegue mayor a 5.700 [kg].

Las partes FAR part 23 y part 25 definen los requerimientos para la evaluación de tolerancia al daño y a la fatiga de la estructura de cada avión. Específicamente se definen las condiciones que deben cumplir los espectros de esfuerzos que se espera que el avión experimente a lo largo de su vida útil y con los cuales se hacen los análisis de tolerancia al daño de las estructuras nuevas. Como se ha dicho anteriormente, la tolerancia al daño se basa en que la resistencia residual de una estructura dañada debe exceder el esfuerzo máximo que se espera que la estructura deba soportar desde el momento en que ocurre el daño hasta que ésta pueda ser reparada. El daño puede ser ocasionado tanto por fuentes accidentales, tales como el impacto con un ave o por fallas no contenidas de maquinaria rotatoria a bordo del avión, como por el crecimiento de grietas no detectadas desde el momento en que la estructura entra en servicio.

La Fuerza Aérea de los Estados Unidos (U.S.A.F. por sus siglas en inglés) ha desarrollado pautas para la estimación de los tamaños de grietas iniciales que se asumen presentes en toda estructura antes de entrar en servicio [5]. Esta pauta está basada en estudios que la U.S.A.F. realizó sobre el daño en manufactura.

Asumiendo el tamaño inicial de las grietas y haciendo uso de los espectros de esfuerzos estimados, de acuerdo a la norma FAR, es posible conocer el tiempo de crecimiento de estas grietas. Los intervalos de tiempo entre inspecciones que se le deben realizar a la estructura se fijan haciendo uso de estos tiempos de modo de detectar la grieta antes que ocasione la falla catastrófica de la estructura.

3.3 Tamaño de grietas iniciales

Se distinguen dos tipos de grietas iniciales: el primer tipo representa la calidad promedio de fabricación y el segundo tipo representa errores ocasionales no conformes a los estándares de calidad y que por alguna razón no son detectados. A este tipo de grieta se le denomina grieta salvaje.

De acuerdo a [5], el tamaño de grieta inicial promedio superficial que la U.S.A.F. determinó a fines de los años 70 es de largo 0,025 pulgadas (0,635 [mm]) con una profundidad de 0,0125 pulgadas (0,3175 [mm]) tal como se aprecia en la figura (1.a). En caso de existir perforaciones en la pieza, el estudio de la U.S.A.F. establece que la grieta inicial es un cuarto de círculo de radio 0,005 pulgadas (0,127 [mm]) alrededor de la perforación tal como se indica en la figura (1.b). Cabe destacar que en planchas de espesor menor a las profundidades anteriormente nombradas se considera que la grieta atraviesa completamente la plancha.

De acuerdo a [3] el tamaño de las grietas salvajes corresponde a diez veces el tamaño de una grieta inicial promedio definida por la U.S.A.F. en [5]. Así mismo se establece en [3] que para perforaciones de remaches adyacentes se deben asumir varias grietas de calidad promedio para representar daño en múltiples sitios. Si la pieza a analizar presenta perforaciones taladradas es conveniente definir una grieta salvaje para determinar el primer intervalo de inspección.



Figura 1: Tamaño de grietas iniciales considerados por la U.S.A.F. (a = 0,005", b = 0,025", c = 0,0125").

A finales de la década de los 90, de acuerdo a [6], la Armada de los Estados Unidos (U.S. Navy en inglés) realizó estudios de fatiga a escala completa en un avión P-3C Orion utilizando espectros de esfuerzos basados en las cargas reales experimentadas por la flota entre los años 1990 y 1997. Considerando el tiempo de espectro al cual se detecta una grieta se realiza una regresión del crecimiento de la grieta hasta el tiempo inicial del experimento con lo cual se define el tamaño inicial equivalente de la grieta. Se obtuvo que para el 50% de los casos detectados, el tamaño de la grieta era menor a 0,0421 [mm] y para el 95% de los casos la grieta inicial era menor a 0,1121 [mm] tal como se aprecia en la figura (2) reproducida de [6].



Figura 2: Tamaño de grietas iniciales equivalentes encontrados en [6].

3.4 Inspección de la estructura

En la etapa de diseño de toda estructura mecánica es importante considerar que todos los elementos que constituyen la estructura puedan ser inspeccionados posteriormente durante su vida útil.

Debido a que en los planes de mantenimiento estructural se desea detectar grietas en sus etapas iniciales de crecimiento, es necesario utilizar métodos de inspección que van más allá de ser una simple inspección visual. Estos métodos se denominan métodos de inspección no destructiva o NDI los cuales se listan en la tabla 1 de acuerdo a [3]. En la figura (3) se compara la capacidad de detección de algunos de los métodos de la tabla 1.



Figura 3: Capacidad de detección algunos métodos NDI.

Tabla 1: Tabla resumen métodos NDI.

Método NDI	Aplicación	Ventajas	Desventajas
Óptico visual	Detección de defectos de superficie o daño estructural en todo tipo de material.	Uso simple en áreas donde otros métodos son poco prácticos.	La confiabilidad del método depende de la habilidad y experiencia del usuario. Se requiere accesibilidad.
Líquido penetrante	Detección de grietas superficiales en piezas metálicas.	Uso simple, precisión, rapidez, fácil interpretación.	Los defectos deben llegar a la superficie y ser accesible al operador. El defecto puede estar cubierto por metal o pintura. Es necesario limpiar la pieza antes y después de cada inspección.
Corrientes parásitas de alta frecuencia	Detección de grietas superficiales en superficies metálicas, grietas, pitting, corrosión intergranular y condición de tratamiento térmico.	Útil para inspeccionar perforaciones de uniones para detectar grietas no detectables por métodos visuales o con tintas penetrantes. Rápido, sensible, portátil.	Se requiere un operador entrenado. Sensible a variaciones del material. Se requieren sensores especiales para cada aplicación y estándares de referencia.
Corrientes parásitas de baja frecuencia	Detección de defectos sub- superficiales en materiales metálicos. Medición de adelgazamiento y espaciado.	Útil para detectar presencia de grietas sin remover pernos o remaches o desarmar la estructura.	Se requiere un operador entrenado. Se necesitan sonsores más grandes para el uso a baja frecuencia. Se requieren sensores especiales para cada aplicación y estándares de referencia.
Emisiones acústicas	Detección de delaminación, despegues, vacios y núcleos aplastados en materiales compuestos y del tipo panal de abeja.	Basta con inspeccionar una superficie, lectura directa, no requiere retirar la pintura o preparación especial de la superficie.	Pierde sensbilidad al aumentar el espesor. Se requiere una fuente eléctrica.
Rayos X	Detección de fallas internas y defectos como grietas, corrosión, intrusiones y cambios de espesor.	Elimina muchas veces la necesidad de desensamblar. Tiene alta sensitividad y deja un registro permanente.	Peligro por la radiación. Requiere personal entrenado y procesamiento de la placa. El plano de la grieta debe ser casi paralelo con el filamento de rayos X. Se requiere fuente eléctrica. Se requiere equipamiento especial para posicionar el tubo de rayos X y la placa.
Partículas magnéticas	Detección de defectos superficiales o cercanos a la superficie en materiales ferromagnéticos de cualquier forma o tratamiento térmico.	Principio simple. Fácil, portátil.	Se requiere un operador entrenado. Las partes deben ser limpiadas antes de la inspección y desmagnetizadas después. El flujo magnético debe ser normal al plano del defecto.
Ultrasonido	Detección de defectos superficiales o sub- superficiales, grietas, despegues, fallas en laminados y medición de espesor en la mayoría de los metales.	Rápido, confiable, fácil de operar. Los resultados se conocen inmediatamente y son altamente confiables. Altamente sensible y portátil.	Se requiere un operador entrenado y una fuente eléctrica. La orientación del plano de la grieta debe ser conocido para seleccionar el modo de la onda a utilizar. Se requieren estándares de prueba para establecer la sensibilidad del instrumento.

3.5 Mecánica de la fractura

Existen tres etapas en las que se puede caracterizar el desarrollo y crecimiento de una grieta: (1) daño inicial a escala sub-microscópica, (2) daño visible, inicio de grieta y crecimiento, y finalmente (3) fractura final instantánea. La primera etapa es objetivo de estudio de la teoría de grietas pequeñas mientras que las restantes etapas pueden ser analizadas ya sea a través de la mecánica de la fractura elástico lineal (MFEL) o por la mecánica de la fractura elástico plástica (MFEP).

La MFEL es válida cuando el material afectado por la grieta permanece elástico con una pequeña zona plástica alrededor de la punta de la grieta. Si la zona plástica se torna muy grande es necesario utilizar la MFEP. Mientras la MFEL utiliza como parámetro de estudio el factor de intensidad de esfuerzos K, la MFEP utiliza la integral J (tasa de liberación de energía no lineal) o el ángulo de abertura en la punta de la grieta. A continuación una breve descripción de las teorías que describen la mecánica de la fractura.

3.6 Mecánica de la fractura elástico – lineal

Esta teoría relaciona los esfuerzos, σ_{ij} , en la cercanía de la grieta con el factor de intensidad de esfuerzos *K*. En una vecindad inmediata a la punta de la grieta la relación está dada por:

$$\lim_{r \to 0} \sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{0ij}(\theta)$$
(3.1)

donde K el factor de intensidad de esfuerzos, f_{0ij} una función adimensional y r y θ son las coordenadas polares definidas en la figura (4), en donde a es el largo de la grieta y S el esfuerzo aplicado.



Figura 4: Sistema de coordenadas en la vecindad de una grieta.

A su vez el factor de esfuerzos depende de tres factores: la geometría del cuerpo agrietado, la carga y el tamaño de la grieta, relación que se puede expresar como:

$$K = \beta(a)S\sqrt{\pi a} \tag{3.2}$$

donde *a* es el tamaño de la grieta, β una función de forma (dependiente del tamaño de la grieta) y *S* el esfuerzo aplicado.

El factor de intensidad de esfuerzos también depende del tipo de modo de carga al cual está sometida la grieta. Estos modos se aprecian en la figura (5). En el modo I la carga principal es aplicada perpendicularmente al plano de la grieta lo cual tiende a abrir la grieta. En el modo II la carga es aplicada en el plano de la grieta lo cual genera corte y tiende a deslizar una cara de la grieta con respecto a la otra. Finalmente, en el modo III la carga se aplica fuera del plano de la grieta.



Figura 5: Modos de carga.

Para relacionar el factor de intensidad de esfuerzos a cada modo de carga, se asigna un subíndice al factor de intensidad de esfuerzos: K_{I} , K_{II} y K_{III} . Cuando este índice se omite, se entiende que se trata de K_{I} .

De acuerdo a [7], el factor de intensidad de esfuerzos permite determinar la magnitud del esfuerzo en la punta de una grieta, el tamaño de la zona plástica entorno a la punta de grieta y la energía disponible para la propagación de la grieta. Esto hace atractivo a este parámetro para caracterizar la fractura de componentes a través de la medición experimental del valor crítico K_c para el cual se produce la fractura de un material. El factor de intensidad crítico K_c es una propiedad del material y recibe el nombre de resistencia a la fractura.

En [7] también se hace referencia a la relación que existe entre el espesor del espécimen y el factor de intensidad de esfuerzos crítico o resistencia a la fractura tal como se aprecia en la

figura (6). Esta curva presenta un máximo para la condición de esfuerzo plano y un mínimo correspondiente a deformación plana. A este último valor se designa como K_{Ic} o resistencia a la fractura en deformación plana, el cual representa el valor mínimo de resistencia a la fractura del material.



Figura 6: Relación entre resistencia a la fractura y espesor de espécimen (reproducida de [3]).

3.7 Mecánica de la fractura elástico plástica

Esta teoría surge de la necesidad de caracterizar grietas en las que la zona plástica no puede despreciarse o considerarse pequeña respecto de la singularidad elástica que provoca la grieta en el cuerpo. Existen diversos parámetros utilizados para realizar esta caracterización tales como: la integral J o tasa de liberación de energía no lineal, el desplazamiento de la abertura en la punta de la grieta (CTOD), el ángulo de abertura en la punta de la grieta (CTOA) y el factor de intensidad de esfuerzos corregido K_P .

3.7.1 Integral J

De acuerdo a [3], la integral J fue definida por Rice como:

$$J = \int_{\Gamma} \left(w dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right)$$

donde Γ es el camino de integración entorno a la punta de la grieta, tal como se aprecia en la figura (7), *w* es la densidad de energía de deformación, T_i las componentes del vector tracción, u_i las componentes del vector desplazamiento y *ds* el incremento diferencial a lo largo del camino Γ .



Figura 7: Camino integración integral J (reproducida de [3]).

La densidad de energía de deformación se define como:

$$w=\int\sigma_{ij}d\varepsilon_{ij}$$

donde σ_{ij} y ε_{ij} son los tensores esfuerzo y deformación respectivamente. El vector de tracción normal se define como:

$$T_i = \sigma_{ij} n_j$$

donde n_i son las componentes del vector unitario normal a Γ .

3.7.2 Factor de intensidad de esfuerzo y la integral J.

De acuerdo a [3], se puede definir el factor de intensidad de esfuerzos basado en J para un estado de esfuerzo – deformación arbitrario tal como:

$$K_J = \frac{JE}{1 - \eta^2}$$

donde $\eta = 0$ en esfuerzo plano y $\eta = v$ (módulo de Poisson) en deformación plana. El valor del factor de intensidad de esfuerzos calculado mediante MFEL será muy cercano al valor de K_J en el rango de validez supuesto de plasticidad a pequeña escala.

3.7.3 Factor de intesidad de esfuerzos corregido, K_P

El factor K_P surge del factor de intensidad de esfuerzos de la MFEL en donde se adiciona al largo de la grieta, *a*, una porción del largo de la zona plástica tal como se aprecia en la figura (8). Este factor fue definido por Newman haciendo uso del largo de grieta corregido de Dudgale – Barenblatt.



Figura 8: Modelo de Dudgale-Barenblatt.

De acuerdo a [3], el modelo de Dudgale - Barenblatt asume una zona plástica larga y delgada en un material sin endurecimiento por deformación bajo condiciones de esfuerzo plano (válido solo para placas delgadas). El largo de la zona plástica ρ de acuerdo al modelo Dudgale – Barenblatt está dado por:

$$\rho = a \left(\sec \left(\frac{\pi S}{2 S_0} \right) - 1 \right) \tag{3.3}$$

donde S_0 es el esfuerzo de fluencia del material. De este modo el factor de intensidad de esfuerzos corregido está dado por:

$$K_P = \beta(d) S \sqrt{\pi d} \tag{3.4}$$

donde $d = a + \gamma \rho$ y γ un número entre 0 y 1 que denota la fracción de la zona plástica adicionada al largo de la grieta.

En [8], Newman contrasta los valores obtenidos del factor de intensidad de esfuerzos calculados según la MFEL, K_e , según el modelo corregido de Newman, K_P , y derivado de J, K_J , para grietas de largo c que atraviesan el espesor de una placa y se propagan desde una perforación circular de radio r, tal como se aprecia en la figura (9).



Figura 9: Modelo grieta considerado por Newman (reproducido de [8]).

En la figura (9), *S* es la carga aplicada, *r* el radio de la perforación, *c* el largo de la grieta, δ el ancho de la grieta y ρ el largo del modelo de Dudgale que considera plasticidad. En la figura (10), las curvas sólidas representan el cociente K_P/K_J para un valor de $\gamma = 0,25$. Se aprecia que este cociente es muy cercano a 1 independiente de la carga aplicada a la estructura y la relación *c/r*. Por otro lado el cociente K_P/K_J resulta ser muy distinto de 1, de modo que el uso de la MFEL no es adecuado para grietas en donde la zona plástica sea importante.



Figura 10: Comparación factor de intensidad de esfuerzos para grietas que se propagan desde una perforación (reproducido de [8]).

3.8 Propagación de grietas por fatiga

La propagación de grietas por fatiga también puede ser caracterizada por el factor de intensidad de esfuerzos cuando en la punta de la grieta se forma una zona plástica cíclica lo suficientemente pequeña como para estar contenida dentro de la zona de singularidad elástica. De este modo la tasa de crecimiento de la grieta está caracterizada por K_{min} y K_{max} .

En la figura (11) se ilustra la tasa crecimiento del tamaño de grieta por ciclo, da/dN, en funció de $\Delta K = K_{max} - K_{min}$. En la figura (11) se distinguen tres regiones: a valores intermedios de ΔK la curva es lineal mientras que para valores altos la tasa de crecimiento se acelera a medida que K_{max} se aproxima a K_c (resistencia a la fractura del material) mientras que para valores bajos de ΔK la tasa de crecimiento se acerca a cero para un ΔK mínimo, ΔK_{th} , correspondiente al umbral de crecimiento de la grieta.



Figura 11: Tasa de crecimiento de grieta versus ΔK .

3.8.1 Modelos empíricos

La región lineal del gráfico de la figura (11), región II, puede ser descrita por la ley de Paris:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m$$

donde C y m son constantes del material determinadas experimentalmente.

También se tienen los modelos de Forman, Walker y Klesniul y Lukas que modifican la ley de Paris. El modelo de Forman es válido para las regiones II y III y considera la razón de esfuerzos $R = S_{min}/S_{max}$ y el factor de intensidad de esfuerzo crítico K_c :

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^m}{(1-R)K_c - \Delta K}$$

Por su parte, el modelo de Walker solo considera la razón de esfuerzos a través de:

$$\frac{da}{dN} = C \left(\frac{\Delta K}{(1-R)^{1-n}}\right)^m$$

Finalmente, el modelo de Klesnil y Lukas considera el umbral de crecimiento de grieta K_{th} :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K^m - \Delta K_{th}{}^m)$$

Los 3 modelos anteriores no consideran dependencia de la historia de carga previa de modo que su uso debe limitarse para estudiar crecimiento de grieta por fatiga cuando la carga aplicada es de amplitud constante.

3.8.2 Modelos con cierre de grieta y umbral de fatiga

Existen modelos para la tasa de crecimiento de la grieta que consideran el efecto del cierre de la grieta, tal como lo hace el modelo de Elber en donde se define un rango efectivo del factor de intensidad de esfuerzos en los cuales la grieta se encuentra abierta. De este modo, cuando un espécimen es cargado en forma cíclica entre K_{min} y K_{max} las caras de la grieta están en contacto para valores de K inferiores a K_{op} . Así, la porción del ciclo que está bajo K_{op} no contribuye al crecimiento de la grieta lo cual da origen al rango efectivo de intensidad de esfuerzos, ΔK_{eff} , dado por:

$$\Delta K_{eff} = \left(S_{max} - S_{op}\right)\beta(a)\sqrt{\pi a} \tag{3.5}$$

donde S_{op} corresponde al esfuerzo bajo el cual la grieta permanece cerrada, tal como se analizará en detalle posteriormente. Luego, la tasa de crecimiento queda dada por:

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K_{eff}{}^m \tag{3.6}$$

Haciendo uso del factor de intensidad corregido K_P , Newman definió el factor de intensidad de esfuerzo efectivo como:

$$\left(\Delta K_p\right)_{eff} = \left(S_{max} - S_{op}\right)\beta(d)\sqrt{\pi d}$$
(3.7)

donde $d = a + \omega$ y ω dado por:

$$\omega = \left(1 - R_{eff}\right)^2 \frac{\rho}{4} \tag{3.8}$$

donde $R_{eff} = S_{op}/S_{max}$ y ρ dado por:

$$\rho = a \left(\sec \left(\frac{\pi S_{max}}{2 \alpha S_0} \right) - 1 \right)$$
(3.9)

De este modo al evaluar el factor de intensidad de esfuerzos corregido, ec. (3.7), de Newman en la ecuación (3.6) se obtiene un modelo de propagación de grieta por fatiga que considera plasticidad a pequeña escala.

3.8.3 Modelo de plasticidad a gran escala

De acuerdo a [3], el uso de la integral J ha sido extendido a casos que involucran cargas cíclicas. De este modo se utiliza el parámetro ΔJ para correlacionar datos experimentales de crecimiento de grietas en condiciones de plasticidad a pequeña escala y plasticidad a gran escala.

El parámetro ΔJ puede definirse como:

$$\Delta J = \frac{\eta}{Bb} \int_{0}^{\Delta V} \Delta P d(\Delta V)$$

donde *B* es el espesor y *b* es el ancho sin grieta del espécimen, η es una función que depende de la geometría y del tamaño de la grieta, ΔP y ΔV son los rangos de carga y desplazamiento, respectivamente.

De acuerdo a [3], Downling propuso que la tasa de crecimiento de grietas pequeñas puede ser descrita por:

$$\frac{da}{dN} = C_1 (\Delta J)^{n_0}$$

donde C_1 y n_0 son constantes de ajuste. Cabe destacar que ΔJ puede ser reemplazado por ΔJ_{eff} , el cual considera el cierre de la grieta durante la aplicación de la carga.

3.9 Cierre de grieta

De acuerdo a [9] y bajo los supuestos de comportamiento elástico de los materiales, el espesor de la abertura de una grieta, COD por sus siglas en inglés y definida en la figura (12), de largo a en una placa plana infinita de material con módulo elástico E, sometida a un esfuerzo de tensión S está dada por:

$$COD = 4\frac{S}{E}a$$



Figura 12: Abertura COD de una grieta (reproducido de [9]).

De este modo se tiene que la abertura de la grieta se cierra una vez que el esfuerzo se deja de aplicar. Bajo esta ley, teóricamente se tendría que frente a esfuerzos de compresión la abertura de la grieta sería negativa lo cual es físicamente imposible. Lo que ocurre realmente es que bajo esfuerzos de compresión el esfuerzo es transmitido a través de la grieta.

Elber descubrió que en crecimiento de grieta por fatiga y bajo una carga de tensión es posible encontrar cierre de grieta durante el proceso de descarga antes que el esfuerzo de tensión sea nulo. De acuerdo a [9] este fenómeno se debe a la región con deformación plástica producida en la punta de la grieta y que permanece en torno a la grieta mientras la punta de ésta sigue avanzando a través del material ciclo tras ciclo, tal como se aprecia en la figura (13).



Figura 13: Región plástica remanente entorno al largo de la grieta.

De este modo, y como ha sido detallado anteriormente en términos del factor de intensidad de esfuerzos K, durante el ciclo de carga, la grieta se encuentra cerrada si $S < S_{op}$, tal como se aprecia en la figura (14). La punta de la grieta se comienza a abrir cuando el esfuerzo es

igual a S_{op} y permanece abierta hasta que el esfuerzo sea igual a S_{max} . Durante el ciclo de descarga la grieta se encuentra abierta hasta cuando el esfuerzo es igual a S_{cl} o esfuerzo de cierre, que se asume aproximadamente igual a S_{op} , tal como lo indica [9].



Figura 14: Diagrama abertura/cierre de grieta.

Así, en [9], se establece que el rango de esfuerzos efectivo, ΔS_{eff} , que contribuye al crecimiento de grieta es aquel en el cual la grieta está totalmente abierta. De la figura (14) se tiene:

$$\Delta S_{eff} = S_{max} - S_{op}$$

Para el cálculo de S_{op} , Elber define el cociente U dado por:

$$U = \frac{\Delta S_{eff}}{\Delta S}$$

el cual no es más que el porcentaje de ΔS en donde se encuentra abierta la grieta. Según [9] y para aleaciones de aluminio 2024-T3, este cociente depende del cociente de esfuerzos *R*. Schijve basado en experimentos establece que esta la relación entre *U* y *R* está dada por:

$$U = 0,55 + 0,33R + 0,12R^2 \tag{3.10}$$

con lo que el valor de Sop queda totalmente definido en término de Smax y Smin.

3.10 Retardo crecimiento de grieta

Se ha demostrado experimentalmente, de acuerdo a [9], que la tasa de crecimiento de grieta no sólo se ve afectada por la severidad de carga ciclo tras ciclo, sino que también de la historia previa de ésta. En particular se ha observado que la presencia de ciclos de carga de gran amplitud en espectros de carga constante produce un retardo en el crecimiento de grieta tan como se aprecia en la figura (15).



Figura 15: Retardo crecimiento grieta observado en experimentos en aleación de aluminio 2024-T3(reproducido de [9]).

En la figura (15) se observa que tanto ciclos de carga positiva como negativa provocan un retraso en el crecimiento de grieta con respecto al crecimiento observado para un espectro de amplitud de carga constante.

Este fenómeno se produce debido a que los ciclos de mayor amplitud de carga aumentan el tamaño de la región plástica en torno a la grieta y provocan una mayor deformación plástica por lo que se ve aumentado el valor de S_{op} . Esto lleva consigo una reducción del rango efectivo de esfuerzo ΔS_{eff} lo que finalmente provoca el retardo en el crecimiento de la grieta.

Schijve reporta en [9] que a mayor número de ciclos de sobre carga, mayor será el retardo observado en la curva de crecimiento de grieta. Esto se debe a que a mayor sobre carga, mayor es la región plástica y la deformación. En la figura (16) se aprecian los resultados obtenidos en experimentos realizados por Dahl y Roth (referencia [13] de [9]).



Figura 16: Retardo crecimiento de grieta en función del numéro de ciclos de sobre carga (reproducido de [9]).

En la figura (16) se observa que a medida que se aumentan la magnitud de sobre carga y el número de ciclos, mayor será el número de ciclos de retraso que experimentará el crecimiento de grieta.

3.11 Modelo de daño acumulado

El daño acumulado por fatiga de una estructura aumenta cada vez que se aplican cargas cíclicas. En 1945, Miner elaboró un modelo lineal en el cual el daño acumulado, *D*, puede ser escrito como la suma de los daños producidos por diversas cargas cíclicas de amplitud constante, es decir:

$$D = \sum \frac{n_i}{N_{fi}} \tag{3.11}$$

donde el índice *i* denota el modo de carga, n_i es el número de ciclos de carga aplicados y N_{fi} el número de ciclos a la falla del i-ésimo modo de carga.

El número de ciclos a la fatiga N_f se obtiene de las curvas S-N o curvas de Wöhler existentes para cada material. Para el caso de la aleación de aluminio Al 2024-T3, de amplio uso en la industria aeronáutica, es posible encontrar en [10] curvas S-N para especímenes con y sin perforaciones tal como se aprecia en la figura (12).



Figura 17: Curva S-N para placa de Al 2024-T3 (reproducido de [10]).

Capítulo 4

Espectros de carga

En la primera parte de este capítulo se describe la estructura sobre la cual se desarrollan los modelos de crecimiento de daño acumulado y de crecimiento de grieta. Posteriormente se explica en detalle las consideraciones realizadas para el desarrollo de los espectros de carga necesarios para los modelos anteriormente nombrados.

4.1 Estructura

El sistema de amarre de las alas al fuselaje del avión en estudio está compuesto por tres herrajes: herraje extremo trasero, herraje principal y herraje extremo delantero, tal como se aprecia en la figura (18). La misión del herraje principal es soportar las cargas de flexión que experimenta el avión debido a cargas aerodinámicas e inerciales. Por su parte, los herrajes delantero y trasero impiden la torsión del ala con respecto al herraje principal.



Figura 18: Esquema sistema de anclaje ala-fuselaje.

La zona de análisis del presente trabajo corresponde al herraje o amarra delantera, marcada en la figura (18), la cual está compuesta por las siguientes partes: costilla o Web W.S. 21 y fitting, tal como se aprecia en la figura (19.a). La costilla está fabricada de Al 2024-T3 y

tiene un espesor de 2 [mm]. En su zona delantera posee una ranura o cut out tal como se aprecia en la figura (14.b).



Figura 19: (a) Piezas amarra delantera. (b) Cut out en Web W.S. 21.

4.2 Consideraciones

Para la definición de los espectros de carga aplicables a la zona de la amarra delantera se ha utilizado la información contenida en la referencia [11] relativa a espectros de excedencias para pequeños aeroplanos. Estos espectros se dividen en:

- 1) Espectro de maniobra.
- 2) Espectro de ráfaga.
- 3) Espectro de aterrizaje.
- 4) Espectro de rodaje.

Las excedencias de maniobra y ráfaga vienen expresadas en función de la fracción de aceleración a_n/a_{nLLF} donde a_n es el incremento del factor de carga respecto de n = 1 y a_{nLLF} el incremento del factor de carga límite de diseño con respecto de n = 1.

Para la elaboración de los espectros de carga se han realizado las siguientes consideraciones:

Tiempo de vuelo

De acuerdo a la referencia [11], el tiempo de vuelo que se debe considerar para un avión mono motor con cabina despresurizada debe ser de 0,65 [hrs]. Sin embargo, en [12] se establece que el tiempo medio de vuelo de instrucción para los pilotos del Ejército del Aire de España es de 1,5 horas por misión. Debido a que el avión en estudio es de categoría acrobático y de instrucción, se considera este último tiempo para el cálculo de los espectros de carga.

Velocidad de vuelo

De acuerdo a la referencia [11], la velocidad de vuelo considerada para la elaboración de los espectros no debe ser menor a 0,9 veces la velocidad máxima de operación (V_{mo}). De la referencia [12] se tiene que la velocidad máxima de maniobra V_a para un avión acrobático es de 175 [KIAS] de modo que 0,9 V_a corresponde a 157,5 [KIAS].

Para la elaboración de los espectros de ráfaga es necesario utilizar la velocidad crucero V_c que para un avión acrobático de acuerdo a [12] es de 138 [KIAS].

Peso de la aeronave

En la referencia [11] se establece que una buena práctica para la construcción de los espectros es considerar la configuración de peso que genera el estado de esfuerzos mayor a 1-g. Para el caso del avión acrobático en estudio se utiliza un peso máximo de operación de avión de 2.900 [lbf].

Número de aterrizajes

Basado en el plan de instrucción del Ejército del Aire de España, en la referencia [12] se establece un régimen de 1,9 aterrizajes por hora de vuelo para un avión de categoría acrobático y de instrucción.

4.3 Estados de carga

Para la elaboración de los espectros de carga es necesario conocer el estado de carga al que está sometida la amarra delantera. En particular, para los espectros de maniobra y ráfaga es necesario conocer el estado de carga al durante el vuelo del avión mientras que para el espectro de aterrizaje es necesario conocer las cargas en la amarra delantera durante el aterrizaje como tal.

Para llevar a cabo este cálculo se hace uso del modelo de elementos finitos proporcionado por el fabricante y cuyo uso estuvo limitado a sus dependencias durante los meses de Enero a Marzo de 2011, tal como se establece en [12]. A continuación una breve descripción del modelo.

4.3.1 Modelo elementos finitos amarra delantera

El modelo de elementos finitos utilizado para el cálculo de los estados de carga en la amarra delantera fue elaborado por el fabricante de la aeronave acrobática en estudio. Su elaboración y validación no se discute en el presente trabajo de memoria ya que no forma parte de los objetivos de ésta.

Este modelo fue desarrollado por el fabricante para el estudio de los esfuerzos estáticos que experimenta la estructura bajo carga y que en el presente trabajo se utiliza para identificar los puntos críticos o sometidos a mayor esfuerzo de la amarra y que pueden dar origen al crecimiento de grietas.

El modelo contempla parte de la costilla o Web W.S. 21 y el fitting de la amarra delantera. La unión entre el fitting y la costilla es rígida. La fuerza en la amarra delantera se aplica en el orifico para el pasador del fitting que se aprecia en la figura (19.a) en el plano del fitting.

En el presente trabajo se considera como aproximación el modo I como modo de apertura de la grieta. De este modo sólo se procede a registrar los valores de los esfuerzos en la dirección del eje x de acuerdo al sistema de ejes coordenado de la figura (19.a).

En la figuras (20.a) y (20.b) se puede apreciar el modelo de elementos finitos utilizado con y sin el fitting de la amarra.



Figura 20: Modelo elementos finitos amarra delantera.

4.3.2 Estado de carga en vuelo

En la referencia [3] se encuentra que el fitting de la amarra delantera en un avión acrobático se ve sometida a una fuerza de magnitud 1.591 [lbf] cuando el avión vuela a una velocidad igual a V_a con un factor de carga n = 6, tal como se aprecia en la figura (21). De acuerdo a [12], este estado de carga produce un esfuerzo principal máximo σ_{x1} de 12,075 [ksi] en el borde superior del cut out y produce un esfuerzo principal mínimo σ_{x2} de -10,192 [ksi] en el borde inferior del cut out de acuerdo a la dirección x definida en la figura (19.a).


Figura 21: Estado de carga amarra delantera avión acrobático para n = 6 y V_a (reproducido de [3]).

4.3.3 Estado de carga aterrizaje

Para el cálculo del estado de carga en el fitting de la amarra delantera durante el aterrizaje se sigue el procedimiento desarrollado en la referencia [12]. Este procedimiento consiste en calcular la carga F generada en el fitting de la amarra delantera producida por el momento torsor M_y , debido a cargas aerodinámicas en el ala, que actúa sobre la amarra o herraje principal del ala, tal como se indica en la figura (22).

De este modo se tiene que la magnitud de la carga F está dada por:

$$F = \frac{M_y}{L} \tag{4.1}$$

con L la distancia entre el herraje principal y el herraje delantero.

Para el cálculo del momento torsor M_y total que actúa en el momento del aterrizaje se debe tener en cuenta:

1) De acuerdo a la norma F.A.R 23.473 [4], la sustentación debe ser igual a 2/3 del peso del avión durante el impacto de aterrizaje, i.e, el factor de carga durante el impacto de aterrizaje es n = 0,67.



Figura 22: (a) Obtención carga F. (b) Detalle aplicación carga herraje delantero (reproducida de [12]).

- 2) De acuerdo a la referencia [12], para un aterrizaje detallado en la norma F.A.R 23.479 (a)(2)(ii) [4] con un peso de 2.900 [lbf], un factor de carga n = 0,67 y con una velocidad vertical de 10 [ft/s] se tiene que la reacción horizontal producida al momento del aterrizaje en cada una de las ruedas del tren de aterrizaje principal es de 1431,8 [lbf].
- 3) Se asume una dependencia lineal entre la reacción horizontal en el tren de aterrizaje principal con la velocidad vertical tal como se realiza en la referencia [13]. Se asume a la vez que no existe reacción para una velocidad vertical nula.

En la referencia [14] se cuenta con una distribución discreta de momentos debidos a cargas aerodinámicas e inerciales a lo largo del larguero del ala para diversos factores de carga distintos de n = 0,67. Se desprende de estos datos que el momento $M_{y,aero}$ debido a cargas aerodinámicas varía con el factor de carga, el peso del avión y la velocidad de vuelo mientras que el momento $M_{y,inercia}$ debido a las cargas inerciales del avión solo varía linealmente con el factor de carga.

En la tabla 2 se presentan los valores de $M_{y,aero}$ en el herraje principal (F.S. 21,88 [in] del larguero principal) en función del factor de carga y la velocidad de vuelo para un peso total de 2.900 [lbf].

V = 186 [mph]		V = 289 [mph]		
n	M _{y,aero} [lbf.in]	n	M _{y,aero} [lbf.in]	
6	76476	6	50654,3	
-3	-71976,9	-0,81	-64598,9	

Tabla 2: Momento torsor debido a cargas aerodinámicas para diversos factores de carga y velocidad.

Asumiendo una dependencia lineal entre el factor de carga y el momento $M_{y,aero}$ manteniendo la velocidad constante se obtienen las siguientes relaciones:

$$V = 186 \text{ [mph]: } M_{y,aero} = 16.924n - 50.890 \text{ [lbf. in]}$$
(4.2)

$$V = 289 \text{ [mph]: } M_{y,aero} = 16.495n - 22.493 \text{ [lbf.in]}$$
(4.3)

Al reemplazar en las relaciones (4.2) y (4.3) un factor de carga n = 0,67 se obtiene para una velocidad de 186 [mph] un momento $M_{y,aero} = -11.496,3$ [lbf.in] mientras que para una velocidad de 289 [mph] se obtiene un momento $M_{y,aero} = -39.550,9$ [lbf.in].

Asumiendo nuevamente una dependencia lineal, ahora entre $M_{y,aero}$ y la velocidad de vuelo se tiene:

$$M_{v,aero} = -272,37 \cdot V + 39.165 \tag{4.4}$$

De acuerdo a la ref. [12], la velocidad de aterrizaje corresponde a 90 [KIAS] lo cual corresponde a 103,57 [mph]. Al reemplazar en (4.4) se obtiene para una velocidad de vuelo de 103,57 [mph] un momento torsor $M_{y,aero} = 10.955,64$ [lbf.in].

En la referencia [14] se tiene que para n = 6 y un peso total W = 2.900 [lbf], el momento torsor debido a la inercia en el herraje principal es $M_{y,inercia} = -17.352$ [lbf.in]. De este modo, para un factor de carga n = 0,67 el momento está dado por:

$$M_{y,inercia} = -17.352 \cdot \frac{6}{0.67} = -1.937,64 \ [lbf.in]$$

Tal como se hace en la referencia [13] para la reacción vertical en el tren de aterrizaje vertical se asume una dependencia lineal entre la reacción horizontal con la velocidad vertical V_v expresada en [ft/s]. De este modo:

$$R_x = 143,18 \cdot V_V \ [lbf] \tag{4.5}$$

La fuerza de reacción horizontal de un avión acrobático tipo tiene un brazo h = 35,62 [in] desde el punto de contacto de la rueda con el piso a su anclaje en el ala que se asume bajo el larguero principal del ala, aproximadamente a la misma altura que el herraje principal. De este modo el momento torsor en el herraje principal debido a la reacción horizontal está dado por:

$$M_{v,reacc} = -143,18 \cdot V_V \cdot h = -5.100,1 \cdot V_V \ [lbf.in] \tag{4.6}$$

El momento torsor total queda dado por:

$$M_{y,total} = M_{y,aero} + M_{y,inercia} + M_{y,reacc} = 9.018 - 5.100,1 \cdot V_V [lbf.in]$$
(4.7)

Finalmente, para calcular la carga F en el fitting se debe reemplazar el momento total y la distancia entre los herrajes en (4.1). Considerando que la ubicación de los herrajes es:

-	Herraje delantero	: FS 73,04 [in]
-	Herraje principal	: FS 106,6 [in]
-	Herraje trasero	: FS 128,7 [in]

y que la distancia *L* entre el herraje principal y el delantero es:

$$L = 106,6 - 73,04 = 33,56$$
 [*in*]

En la tabla 3 se presentan los valores del momento total M_y que actúa en el herraje principal y la carga de reacción F en el fitting de la amarra delantera durante el impacto de aterrizaje para diversos valores de la velocidad vertical.

V _v [ft/s]	R _x [lbf]	М _у [N.m]	F [N]
10	1431,8	-4743,4	5564,6
9	1288,6	-4167,2	4888,6
8	1145,4	-3591	4212,6
7	1002,3	-3014,7	3536,6
6	859,1	-2438,5	2860,7
5	715,9	-1862,3	2184,7
4	572,7	-1286	1508,7
3	429,5	-709,8	832,7
2	286,4	-133,6	156,7
1	143,2	442,7	-519,3
0	0	1018,9	-1195,3

Tabla 3: Momento torsor en herraje principal y carga en fitting amarra delantera.

Al igual que para el estado de cargas en vuelo, en [12] se utiliza el MEF de la amarra delantera para cada uno de los valores de velocidad vertical de la tabla 3. Los esfuerzos

resultantes se presentan en la tabla 4 tanto para el borde superior del cut out como para el borde inferior del cut out.

	Borde sup. cut out		sup. cut out Borde inf. cut out		t out	
Vv	σ _{V.M}	σ _{x1}	σ _{x2}	$\sigma_{V,M}$	σ _{x1}	σ _{x2}
[ft/sec]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]
10	19,18	-5,55	-15,35	27,67	27,32	5,53
9	16,85	-4,88	-13,48	24,31	24	4,62
8	14,52	-4,2	-11,62	20,95	20,68	3,98
7	12,19	-3,53	-9,75	17,85	17,36	3,34
6	9,86	-2,85	-7,89	14,22	14,04	2,7
5	7,53	-2,18	-6,02	10,86	10,72	2,06
4	5,19	-1,5	-4,16	7,5	7,4	1,43
3	2,86	-0,83	-2,29	4,13	4,08	0,79
2	0,53	-0,15	-0,43	0,77	0,76	0,15
1	1,8	1,44	0,52	2,59	-0,49	-2,56
0	4,13	3,3	1,2	5,96	-1,13	-5,88

Tabla 4: Esfuerzos de Von Mises y principales en el borde superior e inferior del cut out.

Se observa que para velocidades mayores e iguales a 2 [ft/s] el esfuerzo principal σ_{x1} es mayor en el borde inferior del cut out mientras que para valores menores de la velocidad vertical se tiene que el esfuerzo principal σ_{x2} es mayor en magnitud.

Se obtiene una dependencia lineal en el borde inferior del cut out entre el esfuerzo σ_{xI} en [ksi] y V_v en [ft/s] para valores de velocidades mayores e iguales a 2 [ft/s]:

$$\sigma_{x1} = 3,31 \cdot V_V - 5,8 \tag{4.8.a}$$

Así mismo se obtiene una relación en el borde superior del cut out entre σ_{x2} y V_v dada por: $\sigma_{x2} = -1,87 \cdot V_V - 3,3$ (4.8. b)

4.4 Espectros de carga

A continuación se detalla el procedimiento de la elaboración de los espectros de carga.

4.4.1 Espectro de maniobra

En la referencia [1] se encuentran disponibles espectros para aviones de instrucción y acrobáticos los cuales se aprecian en las figuras A.1 y A.2 del anexo, respectivamente.

Para el caso de maniobra se tiene que para un peso de 2.900 [lbf] y a velocidad V_a (velocidad de maniobra) los factores de carga límite para un avión acrobático son:

- Factor de carga positivo límite : $n_+ = 6$
- Factor de carga negativo límite : $n_{-} = -3$

De este modo se obtiene para factores de carga positivos: $a_{nLLF} = 6 - 1 = 5$ y para factores de carga negativos: $a_{nLLF} = -3 - 1 = -4$.

De acuerdo a [15], las excedencias de maniobra para instrucción vienen en unidades por milla náutica mientras que las excedencias para acrobático vienen dadas por hora de vuelo. Para obtener las excedencias de instrucción por hora de vuelo es necesario amplificar las excedencias por milla náutica por 0,9 V_a como se ha explicado con anterioridad.

Para obtener el número de ciclos por cada hora de vuelo es necesario dividir la curva de excedencias en tramos de fracción de aceleración. En cada tramo se obtiene el número de excedencias correspondientes a la fracción menor (a_n/a_{nLLF}^{i-1}) y el que corresponde al límite superior (a_n/a_{nLLF}^{i}) . La diferencia entre estas excedencias se asigna a un valor medio de a_n/a_{nLLF} con el cual se conoce el incremento del factor de carga en el intervalo. La figuras (23) y (24) muestran los resultados de este procedimiento para los espectros de maniobra de instrucción y acrobático respectivamente. En estas figuras se puede apreciar la frecuencia de ocurrencia de las excedencias por hora de vuelo en función del incremento del factor de carga. En la tabla B.1 del anexo se encuentran los datos del espectro de instrucción y en la tabla B.2 los datos para el espectro acrobático.





Figura 23: Frecuencia excedencias maniobra tipo instrucción avión acrobático.

Frecuencia Excedencias Maniobra Acrobático



Figura 24: Frecuencia excedencias maniobra tipo acrobático avión acrobático.

Para el cálculo del espectro de esfuerzos es necesario seguir el procedimiento de la referencia [15] el cual consiste en amplificar el esfuerzo σ_{Ig} al que está sometido la estructura al nivel 1-g, o factor de carga n = 1, por el incremento del factor de carga a_n para obtener la variación del esfuerzo $\Delta\sigma$. De este modo, el esfuerzo total asociado al incremento del factor de carga es:

$$\sigma = \Delta \sigma_{1g} + \sigma_{1g} = \sigma_{1g} \cdot a_n + \sigma_{1g} = \sigma_{1g} \cdot (a_n + 1) = n \cdot \sigma_{1g}$$
(4.9)

De esta última expresión se desprende que el esfuerzo es directamente proporcional al factor de carga.

Para la elaboración del espectro de esfuerzos para el borde inferior y superior del cut out se utilizan los esfuerzos principales que se obtuvieron con anterioridad. Ya que estos esfuerzos corresponden a un estado de carga n = 6, es necesario llevarlos al estado de carga n = 1 haciendo uso de (4.9) de modo que se tiene:

$$\sigma(n) = \frac{n}{6} \cdot \sigma(n=6) \tag{4.10}$$

Así se tiene que para un nivel de carga n = 1 en el borde superior del cut out el esfuerzo principal σ_{x1} es 2,013 [ksi] mientras que para el borde inferior el esfuerzo principal σ_{x2} es -1,699 [ksi].

En las figuras (25) y (26) se aprecian las ocurrencias de los esfuerzos para maniobra de instrucción en el borde inferior y superior de cut out, respectivamente. En la tabla B.1 del anexo se adjuntas los datos correspondientes a ambos gráficos.



Figura 25: Ocurrencia esfuerzos maniobra instrucción en borde inferior cut out.



Figura 26: Ocurrencia esfuerzos maniobra instrucción en borde superior cut out.

En las figuras (27) y (28) se aprecian las ocurrencias de los esfuerzos para maniobra de acrobático en el borde inferior y superior de cut out, respectivamente. En la tabla B.2 del anexo se adjuntas los datos correspondientes a ambos gráficos.



Figura 27: Ocurrencia esfuerzo maniobra acrobático en borde inferior cut out.



Figura 28: Ocurrencia esfuerzo maniobra acrobático en borde superior cut out.

Para la elaboración de los ciclos de carga del espectro de fatiga correspondiente, la referencia [15] recomienda considerar aumentos en el factor de carga del orden de 0,2. De este modo el valor mínimo a considerar del incremento del factor de carga es $a_n = -3,9$ y se va aumentando hasta alcanzar el máximo incremento correspondiente a $a_n = 4,88$. Debido a que los espectros del incremento del factor de carga no son simétricos en el número de datos tanto para incrementos positivos como negativos, se produce una falta de datos para los esfuerzos generados tal como se aprecia en las figuras (25) y (26).

Para elaborar los ciclos de carga completos se procede a llenar la información faltante con los esfuerzos generados con el incremento del factor de carga $a_n = 4,88$. De este modo se obtienen 18 ciclos de carga para los espectros de carga por vuelo para maniobra de instrucción. Con los datos de la tabla B.3 del anexo se construyen los gráficos de las figuras (29) y (30) para los esfuerzos en el borde inferior y superior del cut out respectivamente.

Siguiendo el mismo procedimiento realizado anteriormente para el espectro de maniobra de instrucción se desarrolla el espectro de carga para la maniobra acrobático. En esta ocasión resultan 9 bloques de carga que se detallan en la tabla B.4 del anexo. Con estos datos se construyen los gráficos de las figuras (31) y (32) para el borde inferior y superior del cut out respectivamente.



Figura 29: Espectro de carga por vuelo maniobra de instrucción en borde inferior cut out.



Espectro de carga maniobra instrucción zona superior cutout

Figura 30: Espectro de carga por vuelo maniobra de instrucción en borde superior cut out.



Figura 31: Espectro de carga por vuelo maniobra acrobático en borde inferior cut out.



Figura 32: Espectro de carga por vuelo maniobra acrobático en borde superior cut out.

4.4.2 Espectro de ráfaga

En la figura A.3 del anexo se encuentra el espectro de ráfaga correspondiente a aviones acrobáticos y a aviones de instrucción de acuerdo a la referencia [11]. Este espectro es el mismo para ambos casos de modo que se le hará referencia como espectro de ráfaga desde ahora en adelante.

El factor a_{nLLF} para el espectro de ráfaga de acuerdo a la referencia [11] está dado por:

$$a_{nLLF} = \frac{30 \cdot \kappa \cdot V \cdot \mu}{498 \cdot \frac{W}{A}} \tag{4.11}$$

donde *W* es el peso máximo del avión en [lbf], *V* la velocidad crucero del avión en [KIAS], μ la pendiente de la curva de sustentación en [rad⁻¹], *A* la superficie alar en [ft²] y κ un factor dado por:

$$\kappa = 1,33 - \frac{2,67}{\left(\frac{W}{A}\right)^{\frac{3}{4}}}$$
(4.12)

Como ya se ha dicho, la velocidad crucero del avión es de 138 [KIAS] y el peso máximo corresponde a 2.900 [lbf]. De acuerdo a la referencia [12] *S* es 147,34 [ft²] y μ corresponde a 4,53 [1/rad] para un avión acrobático. De este modo, al evaluar para κ en la expresión (4.12) se obtiene $\kappa = 1,048$ para luego evaluar en (4.11) y obtener $a_{nLLF} = 1,97$.

Siguiendo el mismo procedimiento detallado anteriormente para el espectro de maniobra se elabora el gráfico de la figura (33) que contiene las excedencias por hora de vuelo del incremento del factor de carga. En la tabla B.5 del anexo se encuentran los datos correspondientes.



Frecuencia Excedencia Ráfaga Instrucción

Figura 33: Frecuencia excedencias de ráfaga avión acrobático.

Al igual que para el espectro de maniobra se procede a construir el espectro de carga para ráfaga. Los esfuerzos considerados son los mismos debido a que las cargas de ráfaga ocurren en vuelo. Con los datos de la tabla B.6 del anexo se elaboran los gráficos de la figuras (34) y (35) para el borde inferior y superior del cut out respectivamente.



Figura 34: Espectro de carga ráfaga borde inferior cut out.



Figura 35: Espectro de carga ráfaga borde superior cut out.

4.4.3 Espectro de aterrizaje

En la figura A.4 del anexo se encuentran las excedencias de la velocidad vertical al momento de aterrizaje para aviones que cumplen con la norma FAR 23, de acuerdo a la referencia [11].

De acuerdo a la referencia [12], el plan de instrucción de cada piloto del Ejército del Aire de España contempla 63 horas/alumno las cuales se dividen en 3 tipos de misiones: 39 horas en misión tipo transición (TRA), 19,5 horas en misión tipo formación (FOR) y 4,5 horas en misión tipo navegación (NAV).

El número de aterrizajes por misión tipo TRA es 4 mientras que para las misiones tipo FOR y NAV solo consideran 1 aterrizaje. Como ya se ha dicho, cada vuelo de instrucción toma 1,5 horas independientes del tipo de misión. De este modo se tienen 26 vuelos tipo TRA, 13 vuelos tipo FOR y 3 vuelos tipo NAV lo cual da un total de 120 aterrizajes cada 63 horas de instrucción lo cual equivale a 1,9 aterrizajes/hora de vuelo.

Con este último dato se procede a elaborar el espectro de excedencias para los aterrizajes en función de la velocidad vertical tal como se aprecia en la figura (36). En la tabla B.7 del anexo se encuentran los datos correspondientes.





Figura 36: Excedencias velocidad vertical al aterrizaje.

Para la elaboración del espectro de carga correspondiente al ciclo de aterrizaje se considera que el esfuerzo medio σ_m de cada ciclo corresponde a la mitad del esfuerzo

experimentado en vuelo. De este modo se tiene que para el borde inferior del cut out el esfuerzo medio es $\sigma_m = -0.85$ [ksi] mientras que para el borde superior del cut out el esfuerzo es $\sigma_m = 1.01$ [ksi].

De acuerdo a la referencia [11] el esfuerzo alternante σ_a definido como:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \tag{4.13}$$

sigue una relación lineal con la velocidad vertical. Se considera que los esfuerzos obtenidos durante el análisis del estado de carga durante el aterrizaje corresponden al esfuerzo alternante o amplitud de los esfuerzos máximo y mínimo, respecto del esfuerzo medio, debido a que corresponden a esfuerzos provocados por una fuerza de impacto. De este modo se considera que el esfuerzo principal σ_{x1} corresponde a σ_a en el borde inferior del cut out mientras que el esfuerzo principal σ_{x2} corresponde a σ_a en el borde superior del cut out.

Las relaciones (4.8.a) y (4.8.b) presentan una relación lineal tal como ocurre en la referencia [15]. Siguiendo los mismos pasos de la referencia [15] se procede a fijar los valores de los esfuerzos σ_a correspondientes a velocidades menores a 2 [ft/s] al valor del esfuerzo σ_a correspondiente a 2 [ft/s]. Por último cabe destacar que σ_a al ser una amplitud, éste se considera siempre de valor positivo para la construcción del espectro de carga que se encuentra en la tabla B.7 del anexo y graficado en las figuras (37) y (38) para el borde inferior y superior del cut out respectivamente.



Figura 37: Espectro de carga aterrizaje borde inferior cut out.



Figura 38: Espectro de carga aterrizaje borde superior cut out.

4.4.4 Espectro de rodaje

En la figura A.5 del anexo se encuentran las excedencias del factor de carga durante el rodaje de acuerdo a la referencia [11].

Para la elaboración del espectro de carga se considera que el esfuerzo experimentado por la amarra es provocado sólo por el momento torsor debido al peso del ala. Este momento corresponde para un factor de carga n = 1 a $M_{y,inercia} = -2892$ [lbf.in] el cual provoca una fuerza de reacción en el fitting de la amarra delantera F = 383,32 [N]. En la referencia [12], luego de ingresar esta fuerza al MEF se obtienen los datos de la tabla 5.

	σ _{v.M} [ksi]	σ _{x1} [ksi]	σ _{x2} [ksi]
Borde inferior cut out	1,313	-0,38	-1,052
Borde superior cut out	1,895	1,872	0,36

Tabla 5: Estado de esfuerzos amarra delantera durante rodaje.

De este modo se consideran para la confección del espectro de carga durante el rodaje como esfuerzo σ_{I-g} los esfuerzos σ_{x1} para el borde superior del cut out y σ_{x2} para el borde inferior del cut out.

Siguiendo el mismo procedimiento que para los espectros de carga de maniobra y ráfaga se obtienen los espectros de las figuras (39) y (40) que se encuentran tabulados en la tabla B.8 del anexo.







Figura 40: Espectro de carga rodaje borde superior cut out.

Capítulo 5

Modelo daño acumulado

En el presente capítulo se especifica el modelo de daño acumulado o safe-life utilizado para la evaluación de la vida a la fatiga de la estructura.

5.1 Desarrollo

De acuerdo a las referencias [11] y [15], para realizar un análisis de daño acumulado en estructuras aeronáuticas se deben considerar los espectros de los ciclos de maniobra, ráfaga, aterrizaje, rodaje y tierra-aire-tierra. Además, si este estudio se realiza de manera analítica, es necesario aplicar un factor de seguridad, *fs*, 8 para la predicción del tiempo a la fatiga.

El modelo analítico utilizado es el modelo de Miner-Palmgren, uno de los primeros modelos existentes y quizás el más conservativo. Este modelo establece que el daño total D de una estructura es igual a la suma de los daños inducidos por cada uno de los modos de carga que se ejercen sobre la estructura en cuestión, tal como se establece en la ecuación (3.11):

$$D = \sum \frac{n_i}{N_{fi}}$$

donde n_i es el número de ciclos aplicados del i-ésimo modo de carga y N_{fi} es el número de ciclos restantes a la fatiga del i-ésimo modo de carga.

Los modos de carga a considerar son los bloques de carga de cada uno de los espectros elaborados en el capítulo anterior: maniobra, ráfaga, aterrizaje y rodaje. La referencia [15] además hace referencia al ciclo tierra-aire-tierra, o GAG por sus siglas en inglés, el cual corresponde al ciclo que experimenta la estructura una vez por vuelo. Este ciclo se construye al considerar los esfuerzos máximos y mínimos de todos los bloques de carga existentes en los espectros anteriores y sumar las ocurrencias acumuladas de cada bloque en los 4 espectros. De este modo, los esfuerzos que tengan una frecuencia de ocurrencia igual o aproximada a 1 definen el ciclo GAG. En la tabla 6 se aprecian los esfuerzos que definen dicho ciclo.

	Borde inferior cut out		Borde superior cut out	
	σ_{min}	σ _{max}	σ_{min}	σ _{max}
frec/vuelo	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]
0,67	-7,41	1,47	-1,05	6,26

Cabe destacar que la utilización del factor de seguridad anteriormente descrito se debe a que el modelo utilizado, y de acuerdo a [11], es independiente al orden en que las cargas son aplicadas. De este modo, el factor de seguridad permite absorber la incertidumbre provocada por la hipótesis anteriormente descrita.

Debido a que se cuenta con espectros de carga para maniobras tanto de tipo instrucción como acrobático, se procede a realizar una suma ponderada del daño que cada uno de estos espectros produce:

$$D_m = b \cdot D_I + (1 - b) \cdot D_A \tag{5.1}$$

donde D_m es el daño debido a maniobra, D_I el daño por maniobra de instrucción y D_A el daño de maniobra acrobático. El factor *b* es el factor de ponderación que representa el % de maniobras acrobáticas que se desarrolla por vuelo de instrucción. De acuerdo al plan de instrucción del Ejército del Aire de España se tienen maniobras de rizo, ocho cubano, trébol y pescadilla limitadas a un factor de carga n = 3. De este modo el espectro de carga acrobático se limita a bloques de carga comprendidos entre n = -3 y n = 3. La duración de estas maniobras es de 10 minutos por cada vuelo de 90 minutos lo cual equivale a un 11% de la duración de cada vuelo. Debido a esto se utiliza un factor b = 0,11.

Cabe destacar que se utilizan los ciclos de los bloque de carga por hora de vuelo para así determinar el tiempo en horas de vuelo que le queda de vida a la estructura.

Para determinar los ciclos a la fatiga restantes que le quedan a la estructura se utiliza la referencia [10]. En esta referencia existen diferentes relaciones dependiendo del notch factor o factor concentrador de esfuerzos K_t de la pieza en estudio. De acuerdo a la referencia [17], para el caso de la Web W.S. 21 y el cut out se tiene que el factor K_t corresponde a 4,5 (ver figura 10, ref. [17]).

Para un factor $K_t = 4,5$ no existen relaciones en la referencia [10] pero sí para $K_t = 5$, la cual está dada por:

$$\log(N_f) = 8.9 - 3.73 \cdot \log(\sigma_{eq} - 3.9)$$
(5.2)

con σ_{eq} el esfuerzo equivalente por ciclo de carga dado por:

$$\sigma_{eq} = \sigma_{max} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}\right)^{0.56}$$
(5.3)

Existen ciclos de carga ya sea en los espectros de maniobra, ráfaga, etc. que poseen esfuerzos equivalentes menores a 3,9 de modo que la expresión (5.3) no puede ser evaluada. Para estos casos se impone como número de ciclos restante a la fatiga a $N_f = 3 \times 10^7$ ciclos al igual que cuando la expresión (5.2) arroja valores mayores al número máximo de ciclos considerado por la referencias [11] y [15].

5.2 **Resultados**

En la tabla 7 se presentan los resultados del análisis safe-life desarrollado con los espectros elaborados para el cut out. La vida restante a la fatiga se obtiene de igualar el daño total a la unidad, tal como lo establece la regla de Miner la cual debe ser dividida por el factor de seguridad fs = 8 tal como lo establece la referencia [11] para análisis de daño acumulado teóricos.

	Borde Inferior cut out	Borde Superior cut out
Maniobra Instrucción	6,27E-08	1,30E-06
Maniobra Acrobático	4,23E-04	1,08E-03
Maniobra	4,65E-05	1,20E-04
Ráfaga	1,08E-09	3,27E-06
Aterrizaje	1,08E-06	1,48E-07
Rodaje	2,22E-05	0,00E+00
GAG	2,23E-08	4,63E-08
Daño total [1/hr]	6,98E-05	1,24E-04
Vida restante [hr]	1,43E+04	8,08E+03
Tiempo a la fatiga [hr]	1790	1010

 Tabla 7: Daño acumulado en amarra delantera.

De la tabla 7 se aprecia que el daño se debe mayoritariamente a cargas de maniobra, en particular a las del tipo acrobático. El tiempo de vida para la estructura es de 1010 horas debido a que en el borde superior del cut out se produce fatiga antes que para el borde inferior que ocurre a las 1790 horas.

En las tablas B.9, B.10, B.11, B.12, B.13 y B.14 del anexo se encuentra el detalle del cálculo de daño acumulado por cada uno de los espectros de carga.

Capítulo 6

Modelo crecimiento de grieta

En el presente capítulo se desarrolla el modelo de crecimiento de grieta que inicialmente asume un comportamiento elástico del material que posteriormente se asumirá plástico y considerará el fenómeno de cierre de grieta descrito en el Capítulo 3. La implementación, las consideraciones sobre el espectro de carga, los resultados y la evaluación de ambos modelos se detallan a continuación.

6.1 Espectro

Independiente del tipo de modelo de integración a utilizar es necesario determinar las características y condiciones que deben cumplir los espectros de carga que serán evaluados para determinar el crecimiento de grieta en la estructura.

En el Capítulo 4 se han elaborado los espectros de maniobra, ráfaga, aterrizaje y rodaje del avión acrobático en estudio. Estos espectros deben ser combinados para generar el espectro representativo de uno o más vuelos.

En [11] se establece que la manera más realista de realizar ensayos de fatiga en estructuras aeronáuticas es aplicar una serie de cargas aleatorias basadas en los sub-espectros históricos utilizados en el Capítulo 4. Sin embargo también se establece el uso de espectros con bloques de carga ordenados de menor a mayor a menor con un mínimo de 6 niveles de carga. Así mismo se establece que el largo del espectro debe ser tal que pueda ser repetido 10 veces durante la vida estimada de la estructura.

El tiempo de vida a la fatiga del avión acrobático en estudio es de 7.550 horas de modo que el largo máximo del espectro debe ser de 755 horas. Como se ha comentado anteriormente, la instrucción por piloto del Ejército del Aire de España tiene una duración de 63 horas de modo que el largo máximo del espectro equivale aproximadamente a la instrucción de 12 pilotos.

Debido a que la instrucción de cada piloto se divide en 3 tipos de misiones, transición (TRA), navegación (NAV) y formación (FOR), es necesario generar los sub-espectros correspondientes por cada tipo de misión con una duración equivalente a la realizada por 12 pilotos.

La duración de la misión tipo TRA es de 39 horas, de la tipo FOR es de 19,5 horas y de la tipo NAV es de 4,5 horas de modo que al considerar la instrucción de 12 pilotos se tienen un espectro de TRA de 468 horas, otro de FOR de 234 horas y uno de NAV de 54 horas. De este modo se obtiene un espectro de 756 horas tal como se aprecia en la figura (41) para el borde inferior del cut out y en la figura (42) para el borde superior del cut out.







Figura 42: Espectro de carga borde superior cut out.

6.2 Modelo elástico

6.2.1 Implementación

El modelo tiene como objetivo predecir el tamaño *a* que puede alcanzar una grieta en la costilla o Web W.S. 21. Como primera aproximación se considera comportamiento elástico del material de la estructura a través de la Ley de Paris descrita en el Capítulo 3 del presente trabajo. Para el caso del aluminio 2024-T3 el valor de las constantes de la Ley de Paris de acuerdo a [18] son:

$$m = 3,58$$

C = 0,116 x 10⁻⁸

Como ya es sabido, la Ley de Paris establece que la tasa de crecimiento de grieta en función del número de ciclos aplicados es proporcional a la diferencia del factor de intensidad de esfuerzos por cada ciclo, ΔK :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \tag{6.1}$$

Así mismo, es sabido que el factor de intensidad de esfuerzos depende del esfuerzo aplicado *S*, a través de:

$$K = \beta(a)S\sqrt{\pi a} \tag{6.2}$$

en donde *a* es el largo de la grieta y $\beta(a)$ una función adimensional que da cuenta de la geometría de la estructura en estudio. Por ejemplo, para una placa plana semi-infinita con una grieta a lo largo del espesor se tiene $\beta(a) = 1,12$ [3].

La función $\beta(a)$ ha sido estudiada para diversas geometrías en las referencias [18,19]. Debido a la compleja geometría que posee la Web W.S. 21 y a que las bases de datos no reúnen todas las geometrías posibles, es necesario aproximar la función $\beta(a)$ que da cuenta del cut out de la costilla.

En la referencia [21] se dispone de diversas funciones $\beta(a)$ para geometrías que se pueden apreciar en estructuras aeronáuticas. El caso que mejor reproduce al cut out de la costilla es: "Cracks emanating from a hole in a rectangular plate under tension" de la página A-13 del anexo A en [21], tal como se aprecia en la figura (42).

Cabe destacar que el modelo de la figura (43) considera un agujero elíptico en una placa rectangular. Aunque el cut out es rectangular con bordes redondeados y que la costilla dista mucho de ser rectangular, se escoge el modelo anteriormente nombrado debido a que es el más parecido que se encuentra disponible.



Figura 43: Modelo aproximado cut out (reproducido de referencia [21])

La dependencia de la función $\beta(a)$ con los parámetros que definen la geometría en la figura (43) de acuerdo a [21] es:

 $\beta(a) = \varphi \cdot \psi$

$$\varphi = \frac{\left\{\pi \left[\sqrt{\frac{1}{\overline{\alpha}}(\tan \overline{\alpha} + g \cdot \sin 2\overline{\alpha})} \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon^2 (2 - \varepsilon^2)}{1 - \varepsilon}\right)\right] - \sqrt{1 + 2g}\right\}}{\pi - 1}$$
(6.3)
$$\overline{\alpha} = \frac{\alpha \pi}{2}$$
$$\alpha = \frac{\alpha}{W}$$
$$g = 0.13 \left(\frac{2 \tan^{-1} \delta}{\pi}\right)^2$$
$$\varepsilon = \frac{2\alpha \tan^{-1}(0.6 \cdot \sqrt[3]{\delta}))}{\pi}$$
$$\delta = \frac{b}{R}$$
(6.4)

y:

$$\psi = \xi \left(3\beta^{\frac{2}{3P}} - 2\sqrt{\xi}\beta^{P} \right) \tag{6.5}$$

$$P = \frac{\log \left(\xi^{-3/2}\right)}{\log \left(\beta^*\right)}$$
$$\beta^* = \frac{\gamma \delta}{\gamma (2\delta - 1) + 1} \tag{6.6}$$

$$\xi = 1 + \frac{2}{\pi} \tan^{-1} (1.5\sqrt{\delta}) \tag{6.7}$$

$$\gamma = \frac{R}{W}$$
(6.8)
$$\beta = \frac{\alpha - \gamma}{1 - \gamma}$$

De acuerdo a las dimensiones de la costilla se tiene para el modelo los siguientes valores de las constantes:

las cuales se reemplazan en (6.4), (6.6), (6.7) y (6.8) obteniéndose:

$$δ = 0,0189$$

 $γ = 0,7428$
 $ξ = 1,1296$
 $β^* = 0,0493$

De acuerdo a la referencia [21], el rango de aplicación del modelo está dado por:

$$0 \le \delta \le 10$$
$$0,1 \le \gamma \le 0,8$$
$$\gamma \le \alpha \le 0,95$$

Las primeras dos condiciones son satisfechas directamente por los valores obtenidos anteriormente. La tercera condición fija las condiciones de borde de integración del modelo.

De acuerdo a la referencia [5] el tamaño de grieta inicial que debe considerarse alrededor de agujeros es de 0,005 [in] o 0,127 [mm] aproximadamente. Con el objetivo de realizar un análisis conservador se procede a considerar las grietas iniciales de carácter "salvajes" de modo que el tamaño inicial es de 0,05 [in] o 1,27[mm].

Al considerar este último hecho, el largo inicial de la grieta es $a_0 = 55,08$ [mm] equivalente a $\alpha = 0,76 > \delta$. Finalmente el largo más grande para el cual es válido el modelo está dado por $\alpha = 0,95$ equivalente a $a_f = 68,823$ [mm] correspondiente a un crecimiento de 13,74 [mm] aproximadamente.

Para facilitar la escritura del código MATLAB (disponible en el anexo C) y reducir el tiempo de cálculo se ha procedido a interpolar la función $\beta(a)$ en el rango recién definido. Para esto se ha discretizado el intervalo $[a_0, a_f]$ cada $\Delta a = 0,5$ [mm]. En la figura (44) se aprecian los puntos obtenidos y el ajuste polinomial $\beta'(a)$ obtenido con un factor de ajuste $R^2 = 0,9996$:



$$\beta'(a) = 29,52a^4 - 269,26a^3 + 922,1a^2 + 1403,4a + 801,78$$

Figura 44: Ajuste función $\beta(a)$.

6.2.2 Resultados

Utilizando los espectros elaborados anteriormente se procede a integrar el crecimiento de grieta con el modelo elástico para los bordes inferior y superior del cut out obteniéndose un crecimiento de 3,34 [mm] para el borde inferior y de 12,29 [mm] para el borde superior. En las figuras (45) y (46) se aprecia el crecimiento en el borde inferior y superior del cut out respectivamente.



Figura 45: Crecimiento grieta modelo elástico borde inferior cut out.



Figura 46: Crecimiento grieta elástico borde superior cut out.

Tanto en las figuras (45) y (46) se aprecia que la tasa de crecimiento de grieta aumenta notoriamente cuando ocurren las mayores amplitudes de carga en el espectro de carga. En ambas figuras también es posible apreciar que entre las 200 y 300 horas de vuelo existen zonas en donde disminuye el tamaño de grieta lo cual es fisicamente imposible.

En las figuras (47) y (48) se aprecia la evolución de K_{max} para el borde inferior y superior del cut out. De acuerdo a [3], el factor de intensidad crítico K_c para el aluminio 2024-T3 es de 33 [ksi in^{1/2}]. Si este valor es superado por K se produce la fractura instantánea de la pieza.



Figura 48: Kmax borde superior cut out.

Para el borde inferior del cut out K_{max} alcanza un valor de 54,1 [ksi in^{1/2}] mientras que en el borde superior alcanza un valor de 50,2 [ksi in^{1/2}]. Dados estos resultados se tiene que en ambos casos se estaría frente a una fractura instantánea de la pieza justo cuando ocurre la mayor amplitud de carga del espectro.

6.3 Modelo plástico

6.3.1 Implementación

La implementación de un modelo plástico para integrar el crecimiento de grieta se hace necesario debido al fenómeno de cierre de grieta, descrito en el Capítulo 3, producido por regiones plásticas entorno a la grieta. De este modo se ha considerado la implementación del modelo plástico elaborado por Newman [8] que considera también el modelo de cierre de grieta de Elber [9].

La ecuación diferencial que relaciona la tasa de crecimiento de grieta, largo en función del número de ciclos, con los esfuerzos aplicados se obtiene al reemplazar la ec. (3.7) en la ec. (3.6):

$$\frac{da}{dN} = C \left[\Delta \left(S_{max} - S_{op} \right) \beta(d) \sqrt{\pi d} \right]^m$$
(6.9)

donde $\beta(d)$ es la misma función de forma utiliza para el modelo elástico, d el largo efectivo de la grieta dado por $d = a + \omega$, en donde a es el largo real de la grieta y ω una fracción de la zona plástica dada por:

$$\omega = \left(1 - R_{eff}\right)^2 \frac{\rho}{4} \tag{6.10}$$

en donde $R_{eff} = S_{op}/S_{max}$ y ρ el largo de la zona plástica en la punta de la grieta:

$$\rho = a \left(\sec \left(\frac{\pi S_{max}}{2 \, \alpha \, \sigma_0} \right) - 1 \right) \tag{6.11}$$

con σ_0 , el esfuerzo de fluencia del material.

El parámetro α que aparece en expresión (6.11) permite diferenciar si el estado del frente de grieta corresponde a esfuerzo plano o a deformación plana. Para placas delgadas se puede esperar un estado de esfuerzo plano lo cual corresponde a un valor de $\alpha = 1$ de acuerdo a lo establecido en [8]. Sin embargo, ya que no es posible alcanzar completamente una condición de esfuerzo plano en una placa delgada, Irwin establece un factor $\alpha = 1,73$ para dar cuenta de las variaciones que puede tener el esfuerzo a través del espesor [8].

6.3.2 Resultados

Utilizando los espectros elaborados en la sección 6.1 y al igual que lo realizado para el modelo elástico, se procede a integrar el crecimiento de grieta con el modelo plástico para los bordes inferior y superior del cut out obteniéndose un crecimiento de 1,38 [mm] para el borde inferior y de 1,65 [mm] para el borde superior. En las figuras (49) y (50) se aprecia el crecimiento en el borde inferior y superior del cut out respectivamente.



Figura 49: Crecimiento grieta modelo plástico borde inferior cut out.



Crecimiento grieta mode plástico borde superior cut out

Figura 50: Crecimiento grieta modelo plástico borde superior cut out.

Al igual que para la integración realizada con el modelo elástico, se observa que la tasa de crecimiento de grieta es mayor cuando ocurren los bloques de mayor amplitud de carga del espectro. Cabe destacar que en la figura (49) correspondiente al crecimiento de grieta en el borde inferior se sigue observando tasas de crecimiento negativo lo cual no es posible físicamente pero que la integración numérica permite. Para evitar este problema en las iteraciones se limita el

código MATLAB a mantener el largo de la grieta cuando se obtienen tasas de crecimiento negativas.

En las figuras (51) y (52) se aprecia la evolución de K_{max} para el borde inferior y superior del cut out.



Figura 51: Factor intensidad de esfuerzos borde inferior cut out.



Figura 52: Factor intensidad de esfuerzos borde superior cut out.

Para el borde inferior del cut out K_{max} alcanza un valor de 52,3 [ksi in^{1/2}] mientras que en el borde superior alcanza un valor de 45,7 [ksi in^{1/2}]. Dados estos resultados se tiene que en ambos casos se estaría frente a una fractura instantánea de la pieza justo cuando ocurre la mayor amplitud de carga del espectro.

Cabe destacar que los valores de K_{max} obtenidos en el modelo plástico son levemente menores a pesar que el crecimiento de grieta es notoriamente menor para el modelo plástico. Esto implica que el factor de intensidad de esfuerzos se ve afectado mayoritariamente con la amplitud de carga.

6.4 Modelo Mixto

Como se ha observado en las figuras (45), (46), (49) y (50), la tasa de crecimiento de grieta es notoriamente mayor en los bloques de carga de gran amplitud. Este fenómeno es reportado también en [22] en donde los autores plantean la idea de "truncar" el espectro. Basados en resultados experimentales en una estructura aeronáutica fabricada en aluminio 2024-T3, los autores modifican el espectro de carga Lo-Hi-Lo de modo de conservar los bloques de carga en donde el crecimiento de grieta es importante y reemplazan el resto de los bloques de amplitud variable con un bloque de carga de amplitud constante, S_{eq} .

En la figura (53.b) se aprecia la modificación que se hace en [22] al espectro original (figura (53.a))



Figura 53: Espectro truncado de acuerdo a [22] (reproducido de [22]).

En [22] la amplitud de carga constante, S_{eq} , se define en función de la amplitud de carga de todos los bloques de carga del espectro, de acuerdo a la relación:

$$\Delta S_{eq} = \left[\sum_{i=1}^{Q} \frac{n_i \left[S_{max,i} (1-R_i)^{\gamma}\right]^m}{N_B}\right]^{1/m}$$
(6.12)

en donde Q es el número total de bloques de carga, n_i el número de ciclos del i-ésimo bloque, $S_{max,i}$ la amplitud máxima del i-ésimo bloque, R_i el cociente entre el esfuerzo mínimo y máximo del i-ésimo bloque, γ un exponente de ajuste que varía entre 0 y 0,2 para el aluminio 2024-T3 para valores de R < 0 y es igual a 0,68 cuando R >0, *m* la constante de la Ley de Paris para el aluminio 2024-T3 y N_B el número total de ciclos del espectro dado por:

$$N_B = \sum_{i=1}^Q n_i$$

Haciendo uso de la ecuación (6.12) se procede a "truncar" el espectro de carga de la sección 6.1 obteniéndose para el borde superior del cut out el espectro modificado de la figura (54). Para esto se utiliza un valor de $\gamma = 0,2$ para los valores negativos de *R* y se procede a reemplazar todos los bloques de carga del espectro original que tengan una amplitud de carga menor a S_{eq} . De acuerdo a los valores de los bloques de carga del espectro original se obtiene un valor de $S_{eq} = 2,56$ [ksi].



Figura 54: Espectro modificado borde superior cut out.

De acuerdo a [3], los modelos de crecimiento de grieta que asumen comportamiento elástico de los materiales tienen mejor comportamiento cuando se utilizan en espectros de carga de amplitud constante ya que en este tipo de espectros no se observa retraso de grieta inducido por plasticidad. Es por esto que se procede a integrar el espectro modificado con modelo elástico mientras la amplitud de carga es constante e igual a S_{eq} . Una vez que se alcanzan los bloques de

carga originales se procede a continuar la integración hasta el final del espectro modificado, incluso en la zona de amplitud de carga constante luego de los bloques de mayor amplitud.

En la figura (55) se aprecia el crecimiento de grieta obtenido luego de integrar el espectro modificado. Se observa que el crecimiento es mayor que cuando se utiliza el espectro original y que existe claramente un cambio en el comportamiento cualitativo de la curva de crecimiento.



Figura 55: Crecimiento grieta borde superior cut out modelo mixto.

Al utilizar el espectro modificado se aprecia que la mayor tasa de crecimiento ocurre en las primeras 350 horas en donde el espectro de carga es de amplitud constante y la integración se realiza haciendo uso del modelo elástico.

En la figura (56) se realiza una comparación entre el crecimiento de grieta esperado al considerar un espectro equivalente de amplitud constante S_{eq} y el crecimiento observado en la figura (55). Queda en evidencia que al considerar un espectro de carga constante el crecimiento de grieta es mayor ya que no se produce el retardo en el crecimiento provocado por los bloques de carga de mayor amplitud, tal como se podría haber esperado basado en lo discutido anteriormente.



Figura 56: Comparación crecimiento de grieta en borde superior cut out.

De este modo, la curva de crecimiento con el espectro de amplitud constante y modelo elástico se puede utilizar como referencia para comparar las diferentes curvas de crecimiento que se deseen obtener.

Cuando se evalúa la expresión (3.10) para U(R) en el caso de un espectro de amplitud de carga constante se tiene que U(R) ya no es función de R debido a que en este tipo de espectro R = 0. De este modo la fracción de ΔS en la que la grieta permanece abierta en cada ciclo es constante a lo largo de toda la integración.



Figura 57: Crecimiento grieta borde superior cut out espectro amplitud constante.
Aunque el valor de *U* es constante, el modelo sigue considerando cierre de grieta de modo que el crecimiento es menor al obtenido al considerar el modelo elástico. Se observa que a medida que *U* es menor, el crecimiento es menor debido a que el tiempo que la grieta permanece abierta en cada ciclo es menor, tal como se aprecia en la figura (57). El valor de U = 0,55 corresponde al valor que se obtiene al considerar la expresión (3.10) para U(R).

Al considerar un valor de U mayor a $U^* = 0,55$ se está sobre-estimando el crecimiento de grieta con respecto al modelo analítico de Newman lo cual representa resultados más conservadores a los que realmente el modelo original arroja.

6.5 Crecimiento de grieta compuesto

Hasta el momento se ha seguido el crecimiento de grieta que se experimenta al aplicar un solo espectro de carga a la vez al modelo de integración. Debido a que cada espectro representa una misión de la aeronave en estudio, es necesario implementar al modelo la capacidad de continuar la integración del crecimiento de grieta misión tras misión.

Para esto se debe considerar que el tamaño inicial de la grieta en la *i*-ésima misión es el tamaño final de la grieta en la misión *i*-1. Cabe destacar que la función de forma $\beta(a)$ implementada en el modelo considera por separado el tamaño del cut out y el tamaño de la grieta de modo que al considerar tamaños iniciales de grieta cada vez mayores no afecta las dimensiones del cut out.

El aspecto más importante a considerar es asegurar que el valor del esfuerzo de apertura de la grieta, S_{op} , no experimente cambios abruptos en el empalme de misiones lo cual podría sub o sobre estimar el crecimiento de grieta y por ende el valor del factor de intensidad de esfuerzos. Esto podría presentarse en el caso en que el espectro de carga de la misión *i*-*1* presente niveles de carga muy diferente a los niveles de carga iniciales de la *i*-ésima misión.

Al utilizar el modelo mixto del modelo se tiene que tanto el comienzo como el final del espectro es de amplitud de carga constante. De este modo se pueden diferenciar dos casos basados en las amplitudes de carga: amplitud de carga final misión *i-1* mayor que amplitud de carga inicial *i*-ésima misión o amplitud de carga final misión *i-1* menor que amplitud de carga inicial de la *i*-ésima misión.

Para evitar problemas en la continuidad de S_{op} se procede a realizar una aproximación lineal entre los valores de S_{op} correspondientes a cada espectro, tal como se aprecia en las figuras (58) y (59). En caso ocurra que el valor de S_{op} en el final del espectro *i*-*l* sea mayor al esfuerzo máximo del espectro de la *i*-ésima misión, el valor inicial de S_{op} en el *i*-ésimo espectro será el esfuerzo máximo correspondiente a esa parte del espectro, tal como se aprecia en la figura (58).



Figura 58: Empalme espectros y evolución Sop.

En la figura (58) se ha supuesto que el valor del cociente U es constante e igual a 0,2. En círculos negros se ha marcado el valor de S_{op} para cada uno de los espectros y en círculos abiertos se ha marcado la evolución propuesta para mantener continuidad en los valores de S_{op} . El largo de la aproximación lineal se ha considerado en un 10% del largo total de la *i*-ésima misión.

En la figura (59) se presenta el caso contrario al anteriormente detallado. Tanto el valor de U como el tiempo en el cual se hace la aproximación lineal son los mismos que los utilizados en la figura (58)



Figura 59: Empalme espectros y evolución Sop.

Se procede a considerar una primera misión, A, de 126 horas (78 horas sub-misión TRA, 39 horas sub-misión FOR y 9 horas sub-misión NAV) y una segunda misión, B, de 63 horas (39 horas sub-misión TRA, 19,5 horas sub-misión FOR y 4,5 horas sub-misión NAV). El espectro de carga asociado a la misión B que se ha utilizado corresponde al espectro desarrollado en [3]. En la figura (60) se aprecia el crecimiento de grieta obtenido al unir ambas misiones y teniendo presente el procedimiento de empalme detallado anteriormente.



Figura 60: Crecimiento de grieta compuesto por dos misiones.

El crecimiento de grieta en el borde superior del cut out es mayor durante la misión B debido a la mayor severidad del espectro de carga tal como se puede apreciar en el gráfico de la figura (61) en donde se grafica el factor de intensidad de esfuerzos máximo, K_{max} .

Se aprecia que durante la primera misión no se alcanza a producir o predecir fractura instantánea de la estructura debido a que no se alcanza el valor del factor de intensidad crítico K_c . En cambio durante la segunda misión este valor es superado de modo que no se puede continuar o aceptar la misión B debido a la predicción de falla de la estructura.

Cabe destacar que el salto en la curva de K_{max} en la figura (61) se debe a que el nivel de carga inicial del espectro de la misión B es mayor que el nivel de carga final del espectro asociado a la misión A.



Figura 61: Factor de intensidad de esfuerzos empalme misión A y misión B.

6.6 Comparación crecimiento de grieta espectro ordenado y desordenado

De acuerdo a la Federal Aviation Administration, referencia [11], también es posible estudiar el crecimiento de grieta utilizando espectros de carga con bloques ordenados aleatoriamente. Para comparar el crecimiento bajo este tipo de espectro y compararlo con el crecimiento con un espectro ordenado, se procede a ordenar aleatoriamente un espectro Lo-Hi-Lo de largo 126 [horas] y se integra el crecimiento de grieta.

En la figura (62) se ha graficado el crecimiento obtenido tanto con el espectro aleatorio y ordenado y en las figuras (63) y (64) se observan los respectivos espectros.

Se observa que el crecimiento de grieta es mayor cuando el espectro es ordenado debido a que las amplitudes de carga van aumentando con un largo de tiempo tal que permite que el endurecimiento producido por los primeros ciclos de gran amplitud relaje y permita que los últimos ciclos del mismo bloque de carga puedan contribuir en el crecimiento de la grieta. De modo opuesto, cuando el espectro es desordenado, no existe acumulación de bloques de igual amplitud de modo que el endurecimiento que se produce por cargas altas no alcanza a relajar a valores de esfuerzo de apertura tales que permita que bloques de mucha menor amplitud contribuyan en el crecimiento de grieta.



Figura 62: Comparación crecimiento de grieta espectro ordenado y desordenado.



Figura 63: Espectro desordenado



Figura 64: Espectro ordenado

Las consideraciones y los resultados obtenidos permiten establecer como modelo de crecimiento de grieta analítico al modelo plástico de Newman combinado con el modelo de cierre de Elber. Así mismo se considera que el empalme de misiones planteado anteriormente permite unir numerosas misiones ya que se puede hacer seguimiento sin problema del factor de intensidad de esfuerzos.

La posibilidad de seguir la evolución del factor de intensidad de esfuerzos se debe a la linealidad que este tiene entre el largo de la grieta y el espectro de carga aplicado.

A continuación se procede a continuar con la elaboración del modelo de mantenimiento preventivo basado en el crecimiento de grieta estimado basado en el modelo analítico desarrollado en el presente trabajo.

Capítulo 7

Modelo mantenimiento predictivo - preventivo

En el presente capítulo se describe el programa de mantenimiento preventivo basado en el uso del modelo de crecimiento de grieta. Se detallan los supuestos y las restricciones que tiene el modelo en la proyección de la vida remanente de la estructura a la fatiga.

7.1 Crecimiento de grieta de diseño

La idea principal del modelo es detectar a tiempo una grieta antes que alcance un tamaño crítico que pueda llevar a la fractura de la pieza. Para esto es necesario conocer el crecimiento de grieta de diseño que permite elaborar el plan de mantenimiento de la estructura.

De este modo se procede a utilizar el modelo de integración mixto considerando U(R) detallado en el Capítulo anterior con espectros de carga de diseño. Estos espectros son de larga duración ya que mientras mayor es el tiempo, mayor es la cantidad de bloques de gran amplitud y baja frecuencia que se consideran en la vida de la estructura.

Se obtiene que el tiempo de vida a la fatiga de la estructura, sin alcanzar valores de K_{max} mayores a K_c , es de $T_{vida} = 3.780$ horas en donde se han considerado 2.340 horas de misión TRA, 1.170 horas de FOR y 270 horas de NAV. En la figura (63) se aprecia el crecimiento de diseño obtenido. El tamaño final de la grieta es $a_f = 12.8$ [mm]

En la figura (65) también se han indicado los tiempos de inspección de la estructura al utilizar un factor de seguridad 3. Esto permite revisar la estructura un par de veces antes que la grieta alcance su tamaño crítico. Los tiempos de inspección están dados por $T_1 = 1.260$ horas, $T_2 = 2.520$ horas.

El tamaño esperado de la grieta en la *p*-ésima inspección se denota por a_p . De este modo se tiene que los tamaños de grieta esperados en las inspecciones a las T_1 y T_2 horas son $a_1 = 1,6$ [mm] y $a_2 = 10,43$ [mm], respectivamente.

En la figura (66) se aprecia el factor de intensidad de esfuerzos obtenido para el crecimiento de grieta obtenido con el espectro de diseño. Se observa que el valor de K_{max} a lo largo del tiempo no supera en valor de K_c para el aluminio indicado en línea segmentada en la figura (66).



Figura 65: Crecimiento de grieta de diseño e intervalos de inspección.



Evolución factor intensidad de esfuerzos espectro de diseño

Figura 66: Factor de intensidad de esfuerzos espectro de diseño.

7.2 Supuestos

El modelo de mantenimiento preventivo que se propone en el presente trabajo asume que cada misión es programada para un piloto la cual se desarrollará en un único avión. El tiempo, t_i , de la i-ésima misión es la suma de los tiempos de las submisiones TRA, FOR y NAV programadas para cada piloto. El tiempo t_i de cada misión no puede ser superior a $T_{total}/10 = 378$ horas, siendo T_{total} el tiempo de vida a la fatiga de la amarra calculado con el espectro de diseño.

Debido a que se trata de establecer inspecciones preventivas, conviene integrar en una primera instancia el crecimiento de grieta de manera conservativa de modo que se escoge un valor constante para U de 0,8. Esto quiere decir que la grieta permanece abierta un 80% de cada ciclo de carga. En caso de tener que re-integrar debido a que $K_{max} > K_c$, U se considera como función de R, es decir, U(R).

7.3 Proceso

Se identifica como etapa p = 1, al crecimiento de grieta observado entre a_0 (tamaño inicial) hasta cuando la grieta alcanza el largo a_1 . Posteriormente se identifica a la etapa p = 2 como la etapa comprendida por el crecimiento esperado entre a_1 y a_2 y por último la etapa p = 3 es aquella en donde la grieta tiene un largo entre a_2 y $a_3 = a_{final}$.

Cabe destacar que pueden existir numerosas misiones, denotadas por el índice i, dentro de cada una de las etapas anteriormente definidas tal como se aprecia en la figura (67).



Figura 67: Esquema etapas y misiones en la vida del crecimiento de la grieta.

El objetivo del proceso es postergar o adelantar los mantenimientos programados definidos en T_1 , T_2 y T_3 basándose en el largo de la grieta *a* y comparándola con a_1 , a_2 y a_3 de acuerdo en la etapa que se encuentra la utilización de la estructura, tal como se puede apreciar en

el diagrama de bloques de la figura (68) en donde $t_i^{inicial}$ y t_i^{final} son los tiempos inicial y final de la *i*-ésima misión.



Figura 68: Diagrama proceso modelo mantenimiento preventivo.

Esta propuesta adaptativa basada en el largo de la grieta es distinta a lo establecido habitualmente por la industria aeronáutica en donde el mantenimiento se basa en las horas de utilización.

De este modo se procede a asignar una misión, tal como se ha indicado anteriormente, y a integrar el crecimiento de grieta con el modelo mixto. Una vez terminada la integración se procede a obtener la curva a(t) y $K_{max}(t)$. Primero se debe analizar si es que existen valores tales que $K_{max} > K_c$. De ser cierto, es necesario volver a integrar utilizando la función completa para U(R) ya que al hacerlo con U = 0.8 se está sobre estimando el crecimiento de la grieta y con esto el valor de K_{max} . Para dar cuenta de la re-integración y ajuste de U(R) se utiliza el índice r. Un valor de r = 1 denota la primera integración y r = 2 la segunda repetición.

Si al volver a integrar se vuelven a obtener valores de $K_{max} > K_c$ no se puede aceptar la misión programada anteriormente ya que el largo de la grieta es tal que la resistencia de la estructura a los esfuerzos esperados son tales que se pueden provocar la fractura catastrófica de la estructura. Sin embargo se puede re-programar el avión con otras misiones en donde no ocurra lo anterior.

En caso que durante la primera repetición de integración de la *i*-ésima misión programada, es decir r = 1, el tamaño de la grieta sea mayor que el tamaño máximo de la etapa correspondiente, se debe proceder a re-integrar con el ajuste de U(R) por la misma razón cuando el análisis se hace en función del factor de intensidad de esfuerzos. Cabe destacar que la misión pertenece o corresponde a la etapa en la cual es definida de modo que si a su término se encuentra en una etapa distinta a la inicial, el largo de grieta crítico a evaluar es el largo de la etapa en donde comenzó.

Si en la segunda integración para la misma misión y etapa se obtiene que la grieta es mayor al tamaño permitido durante la *p*-ésima etapa se debe proceder a inspeccionar la estructura a no ser de que se trate de la tercera y última etapa ya que de ser así se debe dar de baja la estructura debido a que ha completado su vida de servicio.

Un punto de interés es la tasa de crecimiento que la grieta puede exhibir misión tras misión. Para evitar que la grieta crezca excesivamente sin gatillar los criterios de alerta anteriormente detallados, se proponte definir la tasa de crecimiento crítica de la grieta como la pendiente promedio de cada etapa correspondiente a la curva de crecimiento de grieta de diseño, tal como se aprecia en la figura (69).



Figura 69: Pendientes por etapa crecimiento de grieta de diseño.

Así mismo se define la tasa de crecimiento de misión en base al crecimiento observado de la grieta misión tras misión y se compara con la tasa de crecimiento de diseño para determinar si la grieta acelera o no su crecimiento con respecto a lo esperado.

De este modo se define la tasa de crecimiento crítico por etapa como:

$$\Delta \dot{a}_p = \frac{a_p - a_{p-1}}{T_p - T_{p-1}}$$

y la tasa de crecimiento por misión como:

$$\dot{\Delta a^{i}} = \frac{a(t_{i}^{final}) - a(t_{i}^{inicial})}{t_{i}^{final} - t_{i}^{inicial}}$$

donde $t_i^{inicial}$ y t_i^{final} son los tiempos inicial y final de la *i*-ésima misión.

Posterior a cada misión se debe evaluar la tasa de crecimiento obtenida y registrarla de modo que si en dos misiones consecutivas se ha superado el valor de la tasa de crecimiento de la etapa es necesario re-integrar haciendo el ajuste del valor de cociente U. En caso de persistir esta condición es necesario inspeccionar la estructura ya que se puede estar en una etapa de crecimiento apresurado de la grieta.

7.4 Utilización modelo mantenimiento preventivo

A continuación se procede a explicar en detalle, y a través de ejemplos, los diversos puntos del diagrama de bloques de la figura (68).

7.4.1 Supuestos

Los supuestos para el ejemplo de aplicación del modelo son los siguientes:

- Se estudia crecimiento de grieta sobre avión acrobático nuevo, es decir, sin horas de vuelo acumuladas en la estructura.
- Se dispone de un control total sobre la planificación de las misiones del avión (orden de ocurrencia, duración, etc.)
- Las misiones a realizar por el avión cumplen con la estructura de la misión de instrucción del Ejército del Aire de España.
- Las misiones son ejecutadas en su totalidad en el mismo avión.
- El tiempo se lleva en horas de vuelo y es propio del avión.

7.4.2 Asignar misión

De acuerdo al diagrama de bloques de la figura (68), la primera etapa del modelo de mantenimiento preventivo es asignar una misión. Esta acción se debe realizar cada vez que se desee asignar la instrucción o una misión de otra índole a un piloto.

Al asignar cada misión se entiende que se debe conocer las horas de vuelo acumuladas por el avión antes de la presente misión, se debe conocer la duración de ésta y se debe conocer el espectro de carga correspondiente. Adicionalmente se debe establecer el índice de repetición en r = 1, el cual ha sido definido anteriormente.

En caso de corresponder a la primera misión realizada por el avión se debe establecer el valor p = 1 al indicador de la etapa en la vida de la estructura y se debe definir el tiempo de la primera misión, $t^{inicial}_{I}$, y de la estructura en cero, tal como se indica en la figura (70).



Figura 70: Asignación misión inicial.

Al momento de asignar la misión i+1 se debe llevar el tiempo inicial de esta misión desde el tiempo final de la *i*-ésima misión, tal como se indica en la figura (71.a). Cada vez que se asigne una misión se debe en cuenta la etapa de la vida de diseño a la cual corresponde la misión. Esto se define en base al tiempo inicial de cada misión con respecto al tiempo inicial de cada etapa, tal como se ha detallado anteriormente.

En el caso de ocurrir una re-programación de misión se debe recuperar el tiempo inicial de vuelo de la *i*-ésima misión desde el tiempo final de la misión *i*-1 el cual corresponde al tiempo de vuelo acumulado por el avión antes de programar la *i*-ésima misión, tal como se aprecia en la figura (71.b). Cabe destacar que el índice de repetición de integración debe ser siempre r = 1 en este nivel ya que se define en el "loop" de integración que se describe a continuación.



Figura 71: (a) Programación misión i+1 (b) Re-programación *i*-ésima misión.

7.4.3 Integrar

Este punto del modelo corresponde al momento en que se hace uso del modelo de crecimiento de grieta desarrollado en el Capítulo 6 del presente trabajo de título.

La integración correspondiente a la misión i+1, con el índice de integración en r = 1, comienza con un tamaño de grieta inicial $a_{0,i+1}$ igual al tamaño de grieta final $a_{f,i}$ obtenido durante la integración de *i*-ésima misión, tal como se indica en la figura (72.a). En caso de corresponder a la primera integración, el tamaño de grieta inicial corresponde al tamaño de grieta "salvaje" de 0,05 [in] o 1,27 [mm] como ha sido explicado anteriormente.



Figura 72: (a) Ciclo de integración del modelo. (b) Ciclo de re-integración del modelo.

En caso de corresponder a una re-integración identificada con el parámetro r = 2, el modelo de crecimiento de grieta considera el cociente U, entre la amplitud efectiva de esfuerzos y la amplitud total de los esfuerzos, como una función del cociente R (cociente entre el esfuerzo mínimo y máximo por ciclo) y no como una constante como lo establece el modelo por defecto y como ha sido discutido anteriormente en la sección 6.4.

Adicionalmente, en la re-integración el tamaño de grieta inicial de la i-ésima misión debe volver a considerarse como el tamaño final de grieta obtenido en la misión i-1, tal como se aprecia en la figura (72.b).

Como ya se ha discutido anteriormente en la sección 6.5 del presente trabajo, el empalme de las misiones también contempla la evolución del esfuerzo de apertura S_{op} debido a su importancia discutida en la misma sección anterior.

7.4.4 Análisis de resultados a(t) y $K_{max}(t)$

En etapa del modelo se analiza tanto el largo de grieta como el factor de intensidad de esfuerzos máximo por misión para determinar la re-integración o re-programación de una misión en los puntos de decisión del diagrama de la figura (68) que se analizan a continuación.

• Punto de decisión: ${}_{i}K_{max} > K_{c}$?

En este punto se evalúa si la evolución misión tras misión del factor de intensidad de esfuerzos máximo, K_{max} , supera en algún momento el valor del factor de intensidad crítico, K_c , del Al 2024-T3. En la figura (73) se aprecia el crecimiento de grieta para la *i*-ésima misión de 63

horas de duración que se supone que ocurre a las 2.000 horas, en la etapa p = 2 de la vida a la fatiga de la estructura de acuerdo a la figura (65), y que alcanza un largo final de 2,36 [mm].



Figura 73: Crecimiento de grieta misión en donde K_{max} supera K_c .

De acuerdo a lo establecido con anterioridad, la *i*-ésima misión al pertenecer a la etapa p = 2 puede crecer hasta un largo $a_2 = 10,43$ [mm], valor muy superior a los 2,36 [mm] que alcanza la grieta durante esta misión.

Al estudiar la evolución del factor de intensidad de esfuerzos se aprecia que, a pesar que la grieta no alcanza el tamaño máximo permitido en la etapa, este supera el valor del factor de intensidad crítico lo cual puede provocar la fractura instantánea de la pieza, tal como se indica en la figura (74).

De este modo el modelo evalúa si se trata de la primera o segunda integración que se realiza de la *i*-ésima misión programada. En caso de corresponder a la primera integración se debe re-integrar de acuerdo a lo establecido en la sub sección 7.4.3 y en caso contrario, el modelo establece que se debe re-programar esta misión debido a los riesgos que significa para la operación de la aeronave.

• Punto de decisión: $a_{f,i} > a_p$?

Este punto de decisión está situado a continuación del punto correspondiente al factor de intensidad de esfuerzos anteriormente detallado y tal como se aprecia en la figura (68).

Para ejemplificar la lógica de este punto del diagrama de bloques se utiliza como referencia la primera etapa de la vida a la fatiga de la estructura. En esta etapa (p = 1) el largo permitido para la grieta es $a_1 = 1,6$ [mm] y de acuerdo al crecimiento de grieta de diseño de la figura (65) ocurre a las 1.260 horas.



Figura 74: Evolución K_{max} misión en estudio.

En la figura (75) se aprecia en línea segmentada el tiempo en que el crecimiento de grieta de diseño establece la primera inspección y en línea roja el largo estimado que debe registrarse en la inspección. En azul, verde y naranjo se representan a modo de ejemplo las curvas de crecimiento que se pueden presentar luego de integrar la *i*-ésima misión. En caso de corresponder a la primera integración que se hace de la *i*-ésima misión, el modelo establece que se debe re-integrar del mismo modo que se plantea para el punto de decisión correspondiente al factor de intensidad de esfuerzos.



Figura 75: Escenarios posibles crecimiento de grieta en primera etapa (p = 1) vida a la fatiga estructura avión acrobático.

Para el **caso 1** (en azul), durante la ejecución de la *i*-ésima misión la grieta alcanza un largo superior al largo permitido antes del tiempo estimado por el crecimiento de diseño. Por su parte, el **caso 2** (en verde) representa el comportamiento esperado de acuerdo al crecimiento de diseño. Finalmente en el **caso 3** (en naranjo) la grieta alcanza un largo superior al permitido en la primera etapa pero en un tiempo mayor al esperado. En los 3 casos el modelo establece que se debe realizar mantenimiento o inspección preventiva de la estructura. Sin embargo, los casos 1 y 3 plantean la utilidad del modelo ya que se puede adelantar o retrasar una inspección de mantenimiento programado y definido por el fabricante del avión desde el punto de vista del diseño.

En caso que luego de la *i*-ésima misión el crecimiento de grieta sea mayor al permitido y que la misión ocurra durante la tercera etapa (p = 3), tal como se aprecia en la figura (76) la estructura debe ser dada de baja ya que el largo de la tercera etapa corresponde al tamaño final de grieta tolerado por la estructura tal como ha sido establecido anteriormente.



Figura 76: Integración *i*-ésima misión puede alcanzar el largo crítico o final de la grieta durante tercera etapa.

Adicional a lo descrito anteriormente, en cada etapa de integración del modelo se debe controlar la pendiente de crecimiento de grieta y compararla con la pendiente de diseño para evitar crecimiento de grieta acelerado que puede llevar a la obtención de factores de intensidad de esfuerzos mayores al crítico y por ende exponer la estructura a una fractura instantánea que puede terminar en una falla catastrófica.

Capítulo 8

Conclusiones

En el presente trabajo de título se ha reunido información bibliográfica de la industria aeronáutica abarcando análisis de confiabilidad estructural impuestos por la F.A.A. y U.S.A.F., modelos de daño acumulado y crecimiento de grieta. Esta información es la base de todos los análisis y modelos que en este trabajo se proponen.

Para el logro de los objetivos impuestos ha sido necesario construir los espectros de carga que un avión acrobático puede experimentar en vuelo. Esto ha sido posible gracias a la estimación de los estados de carga existentes tanto en las etapas de vuelo, aterrizaje y rodaje. Estos espectros son primordiales tanto para el estudio de daño acumulado y crecimiento de grieta.

El modelo de daño acumulado se ha desarrollado en base a la regla de Miner-Palmgren, la cual sumada a las consideraciones del factor de concentración de esfuerzos de la estructura en estudio y las curvas S-N para el aluminio 2024-T3, permite obtener resultados en concordancia con los antecedentes de la referencia [12]. En esta última referencia se establece que la amarra delantera de un avión acrobático presenta daño por fatiga luego de 1.400 horas de vuelo mientras que el análisis de daño acumulado arroja un tiempo de 1.010 horas.

El modelo de crecimiento de grieta analítico desarrollado se basa primordialmente en la ley de Paris y modela el cut out de la costilla a través de una ranura de forma elíptica de acuerdo a los estándares U.S.A.F. establecidos en la referencia [21].

El fenómeno de retardo de crecimiento de grieta debido a amplitudes de carga elevadas en ciclos de amplitud constante es observado. Esto se debe a la diferencia en el valor del esfuerzo de apertura de la grieta de modo que es importante considerar un modelo de crecimiento de grieta plástico para todas las simulaciones que se realicen. Para esto se utiliza el modelo plástico de Newman basado en la aproximación de Elber para la apertura de grieta.

Se asume que la grieta permanece abierta el 80% del tiempo lo cual corresponde a una sobre-estimación de la real apertura en la mayoría de los casos. Esto lleva consigo un mayor crecimiento de grieta y por ende una aproximación conservadora con respecto al crecimiento real que se obtiene al considerar la apertura de la grieta en función del cociente entre el esfuerzo mínimo y máximo de cada ciclo, tal como lo establece el modelo de Elber.

Se obtienen crecimientos de grieta mayores cuando se asume un espectro de carga ordenado versus cuando se asume un espectro de carga desordenado. Esto se debe a que cuando el espectro es ordenado el nivel de carga sobre la grieta aumenta paulatinamente de modo que los esfuerzos y el endurecimiento tienen tiempo de relajar lo que permite que se siga propagando la grieta cuando se aplican bloques de carga de igual o mayor amplitud. En cambio, cuando el espectro es desordenado, existen momentos en los cuales la sobre carga es muy marcada y de corta duración lo que provoca un endurecimiento del material entorno a la grieta tal que los bloques de carga posteriores a la sobre carga no son capaces de superar el valor de esfuerzo de apertura de la grieta y por ende no existe propagación de esta.

El modelo de crecimiento de grieta ha permitido establecer el tiempo de vida a la fatiga de la amarra delantera del avión en 3.780 horas. En este tiempo de vida a la fatiga la grieta alcanza un largo de 12,8 [mm]. El tiempo de diseño para las inspecciones se establece en 1.260 horas cuando se considera un factor de seguridad, *fs*, igual a 3.

Se ha propuesto un modelo de mantenimiento preventivo adaptativo basado en el crecimiento de grieta experimentado por la estructura debido a su uso. El uso se ha supuesto en función de misiones de vuelo de instrucción representadas por espectros de carga elaborados en función de la data histórica disponible para aviones de similares características.

Para dar continuidad a la integración numérica del crecimiento de grieta se asume una variación lineal del esfuerzo de apertura de la grieta entre misiones consecutivas. Este hecho permite transmitir, en cierto modo, información sobre el modo de carga de una misión a otra lo cual evita que existan cambios abruptos o discontinuidades en el crecimiento de grieta.

El modelo de mantenimiento se basa en el largo de la grieta y del factor de intensidad de esfuerzos para tomar las decisiones sobre intervenir o no la estructura. Desde el punto de vista del largo de la grieta, el modelo establece largos de referencia a lo largo de la vida de la estructura que permiten comparar el crecimiento esperado debido a las misiones programadas en la estructura. Esto permite adelantar o retrasar una inspección de mantenimiento programada en la etapa de diseño de la estructura de acuerdo a los largos estimados y de referencia que se tienen de la grieta.

El modelo de mantenimiento preventivo también utiliza el factor de intensidad de esfuerzo crítico del Al 2024-T3 como valor máximo permitido para el factor de intensidad de esfuerzos producido por el crecimiento de grieta y por los esfuerzos aplicados sobre la estructura.

Los intervalos de tiempo de inspección preventiva no tienen necesariamente el mismo tiempo y se basan en el largo estimado de la grieta, tal como se ha planteado anteriormente.

El modelo asume intrínsecamente un trabajo conjunto entre las áreas de mantenimiento y planificación correspondientes al operador de la aeronave. Esto debido a que el modelo plantea la

posibilidad de reprogramar misiones basado en los largos de grieta estimados por el área de mantenimiento.

El modelo descrito anteriormente representa un cambio en el punto de vista en el mantenimiento de aeronaves debido a que no se basa en tiempos fijos sino que en largos de grieta lo cual permite una mejor relación entre los motores de la industria aeronáutica: la confiabilidad de la estructura y el costo asociado a su mantenimiento.

El alcance de las inspecciones a desarrollar en los momentos establecidos por el modelo de mantenimiento preventivo pueden contemplar la aplicación de cualquiera de las técnicas de inspecciones no destructivas o NDI comentadas en la introducción del presente trabajo.

Así mismo, el alcance de las reparaciones o propuestas de mejora tanto en el diseño como en el mantenimiento de la estructura estudiada en el presente trabajo son objeto de estudio de un posterior trabajo de título.

Los alcances del presente trabajo están limitados a la predicción realizada de los espectros de carga que la estructura puede experimentar de acuerdo a la data histórica que se ha utilizado. Como una opción de mejora se propone implementar un sistema de medición en la estructura que permita obtener los esfuerzos reales que ésta pueda experimentar de modo que el modelo de mantenimiento preventivo gane precisión en este ámbito.

Capítulo 9

Trabajos futuros

Para el desarrollo de los espectros de carga del presente trabajo de título se hizo uso del modelo de elementos finitos de la amarra delantera del avión acrobático proporcionado por el fabricante y de las excedencias de carga históricas disponibles para un avión de la misma categoría. Se propone como tema para un próximo trabajo de título el desarrollo de un modelo de elementos finitos del ala completa para así obtener el estado de esfuerzos completo sobre la amarra debido a las cargas aerodinámicas.

Así mismo se propone realizar un trabajo experimental que contemple la implementación de un sistema de medición de aceleraciones y esfuerzos en la estructura real del avión. Esto permitirá evitar y reducir posibles errores en las consideraciones realizadas en el estado de carga del avión.

Siguiendo la misma línea teórica del presente trabajo, también se propone realizar trabajos que contemplen en el espectro de carga la superposición de eventos de ráfaga y de maniobra. En el presente trabajo se han considerado como eventos independientes pero en realidad eventos de ráfaga ocurren mientras se realizan maniobras con el avión, llegando incluso a limitar a estas últimas (turbulencia severa mientras se maniobra la aeronave). Esta consideración permite ajustar mejor el espectro de carga teórico a lo que realmente experimenta el avión en vuelo.

Los espectros de carga pueden estar basados en data histórica, tal como se ha hecho en el presente trabajo, o se pueden elaborar a través de modelos estocásticos [18]. Para esto existen distribuciones tanto para el espectro de carga de maniobra como para el de ráfaga. A través de este procedimiento es posible condicionar eventos de maniobra de acuerdo a las ocurrencias de ráfaga y de maniobra anteriores. De este modo se reproduce lo que ocurre realmente cuando en presencia de turbulencia los pilotos limitan sus maniobras para así no exceder las aceleraciones límites del avión.

También se propone en futuros trabajos de título considerar la apertura de grieta en los modos II y III que en este trabajo no fueron considerados. La inclusión de estos modos permite dar una mayor exactitud al modelo de crecimiento de grieta ya que no se estarían descartando fenómenos de torsión en la costilla del ala que también contribuyen en el crecimiento de grieta.

El modelo de crecimiento de grieta elaborado sólo relaciona el largo de la grieta con la carga experimentada por la estructura. Se propone también realizar estudios que permitan tener información sobre la trayectoria de fisuración que puede seguir la grieta. Esto en conjunto con un análisis de falla de la estructura permitirá tener un mejor conocimiento del desarrollo de grieta en la estructura y los límites operacionales dentro de los cuales deben desarrollarse las misiones del avión.

Capítulo 10

Bibliografía

[1] L. Molent, *Fatigue crack growth aws in combat aircraft*, International Journal of Fatigue **32**, 639-649 (2010).

[2] J. Schijve, *Fatigue damage in aircraft structures, not wanted, but tolerated?*, International Journal of Fatigue **31**, 998-1011 (2009).

[3] M. Vega, *Diseño asistido por computador de estructuras aeronáuticas mediante criterios de tolerancia al daño*, Tesis de Magister Ciencias de la Ingeniería con mención en Ingeniería Mecánica, Universidad de Concepción, 2001.

[4] Federal Aviation Administration, Part 23 – Airworthiness Standards: Normal, Utility, Acrobatic and Commuter Category Airplanes, Electronic Code of Federal Regulations Library, http://ecfr.gpoaccess.gov

[5] U.S.A.F. Damage tolerant design handbook: Guidelines for the analysis and design of damage tolerant aircraft. Air Force Wright Aeronautical Laboratory Report No. AFFDL-TR-3021.

[6] N. Iyyer, S. Sarkar, R. Merrill, N. Phan, *Aircraft life management using crack initiation and crack growth models - P-3C Aircraft experience*, International Journal of Fatigue **29**, 1584-1607 (2007).

[7] A. Saxena, Nonlinear Fracture Mechanics for Engineers, CRC Press, EE.UU., 1998.

[8] J.C. Newman, *Fracture Mechanics Parameters for Small Fatigue Cracks*. ASTM STP **1149**, 1992.

[9] J. Schijve, *Fatigue of Materials and Structures*, Kluwer Academic Publishers, 2001.

[10] Federal Aviation Administration, *Metallic Materials Properties Development and Standardization (MMPDS)*, DOT/F.A.A./AR-MMPDS-01, F.A.A., 2003.

[11] Federal Aviation Administration, *Fatigue, fail-safe, and damage tolerance evaluation of Metallical structure for normal, utility, acrobatic, and commuter category airplanes.* F.A.A Advisory Circular AC 23-13-A.

[12] S. Godoy, *Estudio fatiga amarra delantera - Avance 1*. Informe de Práctica III, ENAER, 2011.

[13] F. Gómez-Elvira, E. de la Fuente, *Análisis fail-safe de la unión ala-fuselaje del avión Tamiz*, INTA informe No. I-2/234/750/88.21.

[14] E. de la Fuente, F. Gómez-Elvira, *Determinación de cargas y definición de requisitos aplicables al ensayo estático del ala del avión Tamiz*, INTA informe No.I-2/234/750/88.04.

[15] Federal Aviation Administration, *Fatigue Evaluation of Wing and Associated Structure on Small Airplanes*. AFS-120-72-3, 1991.

[16] A. Fatemi, L. Yang, *Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials*, Int. J. Fatigue **20**, No. 1, 1998.

[17] A. J. Sobey, *Stress concentration factors for rounded rectangular holes in infinite sheets*. Aeronautical Research Council Reports and Memoranda, Ministry of Aviation. Londres, 1965.

[18] E. Salamanca, *Confiabilidad en el análisis tolerante al daño de una aeronave de entrenamiento*, Tesis Doctor en Ciencias de la Ingeniería con Mención en Ingeniería Mecánica. Universidad de Concepción, Noviembre 2004.

[19] H. Tada, P. Paris, G. Irwiun, *The Stress Analysis of Cracks Handbook 3th edition*. ASME Press 1985.

[20] Numerical computation of stress intensity factors for aircraft structural details by the finite element method. AFFDL-TR-76-12

[21] Federal Aviation Administration, *Damage Tolerance Assessment Handbook Volume II: Airframe Damage Tolerance Evaluation*, DOT-VNTSC-F.A.A.-93-13.II.

[22] D. Kocanda, J. Torzewski, *Deterministic approach to predicting the fatigue crack growth in the 2024-T3 aluminum alloy under variable amplitude loading*, Fatigue of Aircraft Structures **1**, 102-115, 2009.

Anexo A: Figuras



Figura 1: Excedencias para maniobra de instrucción (ref. [11])



Figura 2: Excedencias para maniobra acrobática (ref. [11])



Figura 3: Excedencias de ráfaga (ref. [11])



Figura 4: Excedencias velocidad vertical (ref. [11])



Figura 5: Excedencias factor de carga durante rodaje (ref. [11])

Anexo B: Tablas

			Borde inferi	or cut out	Borde superio	Borde superior cut out		
			Δσ	σ	Δσ	σ		
frec/hr	frec/vuelo	a _n	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]		
1,16E-03	1,73E-03	4,88	-8,28	-9,98	9,81	11,83		
2,00E-03	3,00E-03	4,63	-7,86	-9,56	9,31	11,32		
3,45E-03	5,18E-03	4,38	-7,43	-9,13	8,81	10,82		
5,96E-03	8,94E-03 4,13		-7,01	-8,71	8,3	10,32		
1,03E-02	1,54E-02	3,88	-6,58	-8,28	7,8	9,81		
1,77E-02	2,66E-02	3,63	-6,16	-7,86	7,3	9,31		
3,05E-02	4,58E-02	3,38	-5,73	-7,43	6,79	8,81		
5,27E-02	7,90E-02	3,13	-5,31	-7,01	6,29	8,3		
9,05E-02	1,36E-01	2,88	-4,88	-6,58	5,79	7,8		
1,54E-01	2,31E-01	2,63	-4,46	-6,16	5,28	7,3		
2,62E-01	3,93E-01	2,38	-4,03	-5,73	4,78	6,79		
4,46E-01	6,69E-01	2,13	-3,61	-5,31	4,28	6,29		
7,58E-01	1,14E+00	1,88	-3,19	-4,88	3,77	5,79		
1,30E+00	1,95E+00	1,63	-2,76	-4,46	3,27	5,28		
2,30E+00	3,46E+00	1,38	-2,34	-4,03	2,77	4,78		
4,33E+00	6,50E+00	1,13	-1,91	-3,61	2,26	4,28		
9,13E+00	1,37E+01	0,87	-1,49	-3,19	1,76	3,77		
1,85E+01	2,77E+01	0,62	-1,06	-2,76	1,26	3,27		
2,27E+01	3,41E+01	-0,5	0,85	-0,85	-1,01	1,01		
7,80E+00	1,17E+01	-0,7	1,19	-0,51	-1,41	0,6		
2,59E+00	3,88E+00	-0,9	1,53	-0,17	-1,81	0,2		
1,13E+00	1,70E+00	-1,1	1,87	0,17	-2,21	-0,2		
4,60E-01	6,89E-01	-1,3	2,21	0,51	-2,62	-0,6		
1,81E-01	2,71E-01	-1,5	2,55	0,85	-3,02	-1,01		
6,77E-02	1,02E-01	-1,7	2,89	1,19	-3,42	-1,41		
2,44E-02	3,66E-02	-1,9	3,23	1,53	-3,82	-1,81		
8,63E-03	1,29E-02	-2,1	3,57	1,87	-4,23	-2,21		
3,05E-03	4,57E-03	-2,3	3,91	2,21	-4,63	-2,62		
1,07E-03	1,61E-03	-2,5	4,25	2,55	-5,03	-3,02		
3,75E-04	5,63E-04	-2,7	4,59	2,89	-5,44	-3,42		
1,32E-04	4 1,97E-04 -2,9		4,93	3,23	-5,84	-3,82		
4,61E-05	-05 6,92E-05 -3,1		5,27	3,57	-6,24	-4,23		
1,62E-05	2,42E-05 -3,3		5,61	3,91	-6,64	-4,63		
5,66E-06	E-06 8,49E-06 -3,5		5,95	4,25	-7,05	-5,03		
1,98E-06	2,98E-06	-3,7	6,29	4,59	-7,45	-5,44		
6,95E-07	1,04E-06	-3,9	6,62	4,93	-7,85	-5,84		

 Tabla B.8: Ocurrencias de maniobra de instrucción para el incremento de carga y esfuerzos en el borde inferior y superior del cut out.

			Borde inferi	or cut out	Borde superio	r cut out
			Δσ	σ	Δσ	σ
frec/hora	frec/vuelo	a _n	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]
1,90E+01	2,85E+01	4,75	-8,07	-9,77	9,56	11,57
1,19E+02	1,79E+02	4,25	-7,22	-8,92	8,56	10,57
4,52E+02	6,78E+02	3,75	-6,37	-8,07	7,55	9,56
1,16E+03	1,74E+03	3,25	-5,52	-7,22	6,54	8,56
2,10E+03	3,15E+03	2,75	-4,67	-6,37	5,54	7,55
3,11E+03	4,67E+03	2,25	-3,82	-5,52	4,53	6,54
3,37E+03	5,06E+03	1,75	-2,97	-4,67	3,52	5,54
4,51E+03	6,76E+03	1,25	-2,12	-3,82	2,52	4,53
3,24E+03	4,86E+03	0,75	-1,27	-2,97	1,51	3,52
3,24E+03	4,85E+03	-0,9375	1,59	-0,11	-1,89	0,13
2,85E+03	4,27E+03	-1,5625	2,65	0,96	-3,15	-1,13
1,54E+03	2,31E+03	-2,1875	3,72	2,02	-4,4	-2,39
7,67E+02	1,15E+03	-2,8125	4,78	3,08	-5,66	-3,65
3,53E+02	5,30E+02	-3,4375	5,84	4,14	-6,92	-4,91
2,00E+01	3,00E+01	-4,375	7,43	5,73	-8,81	-6,79

Tabla B.9: Ocurrencias de maniobra de instrucción para el incremento de carga y esfuerzos en el borde inferior y superior del cut out.

Tabla B.10: Ciclos de carga maniobra de instrucción.

			Borde inferi	or cut out	Borde superior cut out		
		ciclos	ciclos σ _{max}		σ_{max}	σ_{min}	
frec/hr	ciclos/vuelo	acum.	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	
6,95E-07	1,04E-06	1,00E-07	4,95	-9,99	11,84	-5,87	
1,98E-06	2,98E-06	1,45E+02	4,6	-9,99	11,84	-5,45	
5,66E-06	8,49E-06	2,94E+02	4,25	-9,99	11,84	-5,04	
1,62E-05	2,42E-05	5,93E+02	3,9	-9,99	11,84	-4,63	
4,61E-05	6,92E-05	1,19E+03	3,56	-9,99	11,84	-4,21	
1,32E-04	1,97E-04	2,38E+03	3,21	-9,99	11,84	-3,8	
3,75E-04	5,63E-04	4,77E+03	2,86	-9,99	11,84	-3,39	
1,07E-03	1,61E-03	9,55E+03	2,51	-9,99	11,84	-2,97	
3,05E-03	4,57E-03	1,91E+04	2,16	-9,19	10,89	-2,56	
8,63E-03	1,29E-02	3,82E+04	1,81	-8,4	9,95	-2,15	
2,44E-02	3,66E-02	7,64E+04	1,47	-7,6	9,01	-1,74	
6,77E-02	1,02E-01	1,53E+05	1,13	-6,82	8,09	-1,34	
1,81E-01	2,71E-01	3,06E+05	0,8	-6,07	7,2	-0,95	
4,60E-01	6,89E-01	6,11E+05	0,49	-5,36	6,35	-0,58	
1,13E+00	1,70E+00	1,22E+06	0,19	-4,67	5,53	-0,22	
2,59E+00	3,88E+00	2,44E+06	-0,09	-4,04	4,79	0,1	
7,80E+00	1,17E+01	4,89E+06	-0,45	-3,19	3,79	0,54	
2,27E+01	3,41E+01	9,78E+06	-0,81	-2,38	2,82	0,96	

		Borde infe	erior cut out	Borde supe	rior cut out
ciclos/vuelo	ciclos acum.	σ _{max} [ksi]	σ _{min} [ksi]	σ _{max} [ksi]	σ _{min} [ksi]
28,5	0	5,37	-9,77	11,57	-6,37
178,5	27144	5,21	-8,92	10,57	-6,17
678	27323	4,71	-8,07	9,56	-5,58
1737	28001	3,9	-7,22	8,56	-4,62
3154,5	29738	3,34	-6,37	7,55	-3,95
4668	32892	3,41	-5,52	6,54	-4,04
5055	37560	3,54	-4,67	5,54	-4,2
6759	42615	4,65	-3,82	4,53	-5,51
4857	49374	3,47	-2,97	3,52	-4,11

 Tabla B.11: Ciclos de carga maniobra acrobático.

 Tabla B.12: Ocurrencias de ráfaga para el incremento de carga y esfuerzos en el borde inferior y superior del cut out.

			Borde in	f. cut out	Borde sup. cut out		
			Δσ	σ	Δσ	σ	
frec/hora	frec/vuelo	a _n	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	
1,66E-05	2,50E-05	1,92	-3,26	-4,96	3,87	5,88	
3,77E-05	5,66E-05	1,82	-3,1	-4,8	3,67	5,68	
8,54E-05	1,28E-04	1,72	-2,93	-4,63	3,47	5,49	
1,94E-04	2,90E-04	1,63	-2,76	-4,46	3,27	5,29	
4,38E-04	6,58E-04	1,53	-2,6	-4,29	3,08	5,09	
9,93E-04	1,49E-03	1,43	-2,43	-4,13	2,88	4,89	
2,25E-03	3,37E-03	1,33	-2,26	-3,96	2,68	4,69	
5,09E-03	7,64E-03	1,23	-2,09	-3,79	2,48	4,49	
1,15E-02	1,73E-02	1,13	-1,93	-3,62	2,28	4,29	
2,61E-02	3,92E-02	1,03	-1,76	-3,46	2,08	4,1	
5,98E-02	8,98E-02	0,94	-1,59	-3,29	1,88	3,9	
1,40E-01	2,10E-01	0,84	-1,42	-3,12	1,69	3,7	
3,43E-01	5,14E-01	0,74	-1,26	-2,95	1,49	3,5	
8,96E-01	1,34E+00	0,64	-1,09	-2,79	1,29	3,3	
2,61E+00	3,91E+00	0,54	-0,92	-2,62	1,09	3,1	
8,92E+00	1,34E+01	0,44	-0,75	-2,45	0,89	2,91	
2,47E+01	3,71E+01	0,34	-0,59	-2,28	0,69	2,71	
8,81E+01	1,32E+02	0,25	-0,42	-2,12	0,5	2,51	
9,39E+01	1,41E+02	-0,25	0,42	-1,28	-0,5	1,52	
3,32E+01	4,99E+01	-0,34	0,59	-1,11	-0,69	1,32	
8,55E+00	1,28E+01	-0,44	0,75	-0,95	-0,89	1,12	
2,59E+00	3,88E+00	-0,54	0,92	-0,78	-1,09	0,92	
8,67E-01	1,30E+00	-0,64	1,09	-0,61	-1,29	0,72	
3,09E-01	4,63E-01	-0,74	1,26	-0,44	-1,49	0,52	
1,14E-01	1,72E-01	-0,84	1,42	-0,28	-1,69	0,33	
4,34E-02	6,51E-02	-0,94	1,59	-0,11	-1,88	0,13	
1,67E-02	2,51E-02	-1,03	1,76	0,06	-2,08	-0,07	
6,51E-03	9,77E-03	-1,13	1,93	0,23	-2,28	-0,27	
2,54E-03	3,80E-03	-1,23	2,09	0,39	-2,48	-0,47	

			Borde inferi	or cut out	Borde superior cut out		
			Δσ	σ	Δσ	σ	
frec/hora	frec/vuelo	a _n	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	
9,88E-04	1,48E-03	-1,33	2,26	0,56	-2,68	-0,67	
3,85E-04	5,77E-04	-1,43	2,43	0,73	-2,88	-0,86	
1,50E-04	2,25E-04	-1,53	2,6	0,9	-3,08	-1,06	
5,84E-05	8,76E-05	-1,63	2,76	1,06	-3,27	-1,26	
2,28E-05	3,41E-05	-1,72	2,93	1,23	-3,47	-1,46	
8,87E-06	1,33E-05	-1,82	3,1	1,4	-3,67	-1,66	
3,45E-06	5,18E-06	-1,92	3,26	1,57	-3,87	-1,86	

 Tabla B.5 (continuación): Ocurrencias de ráfaga para el incremento de carga y esfuerzos en el borde inferior y superior del cut out.

Tabla B.6: Ciclos de carga ráfaga.

			Borde inferi	or cut out	Borde superior cut out		
		ciclos	σ_{max}	σ_{min}	σ_{max}	σ_{min}	
ciclos/hora	ciclos/vuelo	acum.	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	
3,77E-05	5,66E-05	1,00E-06	1,12	-4,8	5,68	-1,33	
1,94E-04	2,90E-04	3,40E+02	0,85	-4,46	5,29	-1	
9,93E-04	1,49E-03	3,40E+02	0,57	-4,13	4,89	-0,68	
5,09E-03	7,64E-03	3,40E+02	0,29	-3,79	4,49	-0,35	
2,61E-02	3,92E-02	3,40E+02	0,02	-3,46	4,1	-0,02	
1,40E-01	2,10E-01	3,40E+02	-0,26	-3,12	3,7	0,31	
8,96E-01	1,34E+00	3,40E+02	-0,58	-2,79	3,3	0,68	
8,92E+00	1,34E+01	3,42E+02	-0,96	-2,45	2,91	1,14	
8,81E+01	1,32E+02	3,65E+02	-1,35	-2,12	2,51	1,6	

Tabla B.7: Ocurrencias de aterrizaje en función de la velocidad vertical.

				Borde infe	rior cut out	Borde su	perior cut out
Vel. Vert [ft/s]	frec/at	frec/hora	frec/vuelo	σ _{max} [ksi]	σ _{min} [ksi]	σ _{max} [ksi]	σ _{min} [ksi]
9,5	0,0001	0,0002	0,0003	24,81	-26,51	15,42	-13,41
8,5	0,0002	0,0004	0,0006	21,49	-23,19	13,56	-11,55
7,5	0,0005	0,001	0,0014	18,17	-19,87	11,69	-9,68
6,5	0,0017	0,0031	0,0047	14,85	-16,55	9,83	-7,81
5,5	0,005	0,0095	0,0143	11,53	-13,23	7,96	-5,95
4,5	0,0225	0,0428	0,0641	8,21	-9,91	6,1	-4,08
3,5	0,12	0,228	0,342	4,89	-6,59	4,23	-2,22
2,5	0,23	0,437	0,6555	1,57	-3,27	2,37	-0,35
1,5	0,32	0,608	0,912	-0,09	-1,61	1,43	0,58
0,5	0,3	0,57	0,855	-0,09	-1,61	1,43	0,58

				Borde infe out	erior cut t	Borde superior cut out		
				σ_{min}	σ_{max}	σ_{min}	σ_{max}	
a _n	frec/hr	frec/vuelo	cum/vuelo	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	
0,1	505,4	758,1	0	1,6848	2,0592	-1,1572	-0,9468	
0,2	143,07	214,61	1756	1,4976	2,2464	-1,2624	-0,8416	
0,3	15,64	23,46	1970	1,3104	2,4336	-1,3676	-0,7364	
0,4	0,86	1,29	1994	1,1232	2,6208	-1,4728	-0,6312	
0,5	0,03 0,05 1995		0,936	2,808	-1,578	-0,526		

Tabla B.8: Ocurrencias y esfuerzos ciclo de rodaje.

	Borde inferior cut out					Dar	io	Borde superior cut out			Daño					
			σ_{max}	σ_{min}	σа	σ_{med}	σ_{eq}	N	n/N	σ_{max}	σ_{min}	σа	σ_{med}	σ_{eq}	N	n/N
а	n	frec/hr	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]		[1/hr]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]		[1/hr]
-3,92	4,88	6,95E-07	4,95	-9,99	7,47	-2,52	9,19	1,59E+06	4,37E-13	11,84	-5,87	8,85	2,98	14,83	1,06E+05	6,55E-12
-3,71	4,88	1,98E-06	4,6	-9,99	7,3	-2,69	8,78	2,14E+06	9,25E-13	11,84	-5,45	8,65	3,19	14,64	1,14E+05	1,75E-11
-3,5	4,88	5,66E-06	4,25	-9,99	7,12	-2,87	8,37	2,98E+06	1,90E-12	11,84	-5,04	8,44	3,4	14,44	1,22E+05	4,65E-11
-3,3	4,88	1,62E-05	3,9	-9,99	6,95	-3,04	7,95	4,32E+06	3,74E-12	11,84	-4,63	8,23	3,6	14,24	1,31E+05	1,24E-10
-3,09	4,88	4,61E-05	3,56	-9,99	6,77	-3,22	7,52	6,55E+06	7,03E-12	11,84	-4,21	8,02	3,81	14,04	1,41E+05	3,28E-10
-2,89	4,88	1,32E-04	3,21	-9,99	6,6	-3,39	7,08	1,06E+07	1,24E-11	11,84	-3,8	7,82	4,02	13,83	1,52E+05	8,68E-10
-2,68	4,88	3,75E-04	2,86	-9,99	6,42	-3,57	6,63	1,88E+07	2,00E-11	11,84	-3,39	7,61	4,23	13,63	1,64E+05	2,29E-09
-2,48	4,88	1,07E-03	2,51	-9,99	6,25	-3,74	6,17	3,00E+07	3,57E-11	11,84	-2,97	7,41	4,43	13,42	1,77E+05	6,04E-09
-2,27	4,41	3,05E-03	2,16	-9,19	5,68	-3,52	5,47	3,00E+07	1,02E-10	10,89	-2,56	6,73	4,17	12,26	2,88E+05	1,06E-08
-2,07	3,94	8,63E-03	1,81	-8,4	5,11	-3,29	4,77	3,00E+07	2,88E-10	9,95	-2,15	6,05	3,9	11,1	5,03E+05	1,72E-08
-1,86	3,48	2,44E-02	1,47	-7,6	4,54	-3,07	4,07	3,00E+07	8,13E-10	9,01	-1,74	5,37	3,64	9,95	9,66E+05	2,52E-08
-1,66	3,02	6,77E-02	1,13	-6,82	3,98	-2,85	3,37	3,00E+07	2,26E-09	8,09	-1,34	4,71	3,37	8,81	2,10E+06	3,22E-08
-1,47	2,57	1,81E-01	0,8	-6,07	3,44	-2,64	2,67	3,00E+07	6,03E-09	7,2	-0,95	4,07	3,12	7,71	5,40E+06	3,35E-08
-1,29	2,15	4,60E-01	0,49	-5,36	2,92	-2,43	1,96	3,00E+07	1,53E-08	6,35	-0,58	3,47	2,89	6,67	1,78E+07	2,59E-08
-1,11	1,75	1,13E+00	0,19	-4,67	2,43	-2,24	1,16	3,00E+07	3,78E-08	5,53	-0,22	2,88	2,65	5,66	3,00E+07	3,78E-08
-0,95	1,38	2,59E+00	-0,09	-4,04	1,98	-2,06	-	-	-	4,79	0,1	2,34	2,44	4,73	3,00E+07	8,62E-08
-0,73	0,88	7,80E+00	-0,45	-3,19	1,37	-1,82	-	-	-	3,79	0,54	1,62	2,16	3,47	3,00E+07	2,60E-07
-0,52	0,4	2,27E+01	-0,81	-2,38	0,78	-1,59	-	-	-	2,82	0,96	0,93	1,89	2,23	3,00E+07	7,57E-07
								Total	6,27E-08						Total	1,30E-06

Tabla B.9: Daño maniobra instrucción.

	Borde inferior cut out Daño Borde superior cut out				It	Daño										
			σ_{max}	σ_{min}	σа	σ_{med}	σ_{eq}	N	n/N	σ_{max}	σ_{min}	σа	σ_{med}	σ_{eq}	N	n/N
a _r	1	freq/hora	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]			[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]		
-4,16	4,75	1,90E+01	5,37	-9,77	7,57	-2,20	9,60	1,20E+06	1,58E-05	11,57	-6,37	8,97	2,60	14,80	1,07E+05	1,77E-04
-4,07	4,25	1,19E+02	5,21	-8,92	7,06	-1,85	9,11	1,69E+06	7,06E-05	10,57	-6,17	8,37	2,20	13,67	1,61E+05	7,39E-04
-3,77	3,75	4,52E+02	4,71	-8,07	6,39	-1,68	8,24	3,34E+06	1,35E-04	9,56	-5,58	7,57	1,99	12,37	2,75E+05	1,64E-03
-3,29	3,25	1,16E+03	3,90	-7,22	5,56	-1,66	7,01	1,16E+07	1,00E-04	8,56	-4,62	6,59	1,97	10,89	5,61E+05	2,06E-03
-2,96	2,75	2,10E+03	3,34	-6,37	4,85	-1,52	6,07	3,00E+07	7,01E-05	7,55	-3,95	5,75	1,80	9,56	1,24E+06	1,70E-03
-3,01	2,25	3,11E+03	3,41	-5,52	4,47	-1,05	5,85	3,00E+07	1,04E-04	6,54	-4,04	5,29	1,25	8,57	2,54E+06	1,22E-03
-3,08	1,75	3,37E+03	3,54	-4,67	4,11	-0,57	5,67	3,00E+07	1,12E-04	5,54	-4,20	4,87	0,67	7,59	6,08E+06	5,54E-04
-3,74	1,25	4,51E+03	4,65	-3,82	4,24	0,41	6,51	2,23E+07	2,02E-04	4,53	-5,51	5,02	-0,49	7,07	1,07E+07	4,21E-04
-3,04	0,75	3,24E+03	3,47	-2,97	3,22	0,25	4,91	3,00E+07	1,08E-04	3,52	-4,11	3,82	-0,29	5,43	3,00E+07	1,08E-04
	8						8	total	4,23E-04						total	1,08E-03

Tabla B.10: Daño maniobra acrobático.
		Borde inferior cut out					Daño		Borde superior cut out					Daño		
			σ_{max}	σ_{min}	σa	σ_{med}	σ_{eq}	N	n/N	σ_{max}	σ_{min}	σa	σ_{med}	σ_{eq}	N	n/N
a _n fro		frec/hora	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]			[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]		
-1,66	1,82	3,77E-05	1,12	-4,80	2,96	-1,84	2,85	3,00E+07	1,26E-12	5,68	-1,33	3,51	2,18	6,39	2,63E+07	1,43E-12
-1,50	1,63	1,94E-04	0,85	-4,46	2,65	-1,81	2,37	3,00E+07	6,45E-12	5,29	-1,00	3,14	2,14	5,83	3,00E+07	6,45E-12
-1,34	1,43	9,93E-04	0,57	-4,13	2,35	-1,78	1,86	3,00E+07	3,31E-11	4,89	-0,68	2,78	2,11	5,26	3,00E+07	3,31E-11
-1,17	1,23	5,09E-03	0,29	-3,79	2,04	-1,75	1,28	3,00E+07	1,70E-10	4,49	-0,35	2,42	2,07	4,69	3,00E+07	1,70E-10
-1,01	1,03	2,61E-02	0,02	-3,46	1,74	-1,72	0,35	3,00E+07	8,70E-10	4,10	-0,02	2,06	2,04	4,11	3,00E+07	8,70E-10
-0,84	0,84	1,40E-01	-0,26	-3,12	1,43	-1,69	-	-	-	3,70	0,31	1,69	2,01	3,52	3,00E+07	4,67E-09
-0,66	0,64	8,96E-01	-0,58	-2,79	1,11	-1,68	-	-	-	3,30	0,68	1,31	1,99	2,90	3,00E+07	2,99E-08
-0,43	0,44	8,92E+00	-0,96	-2,45	0,74	-1,71	-	-	-	2,91	1,14	0,88	2,02	2,20	3,00E+07	2,97E-07
-0,21	0,25	8,81E+01	-1,35	-2,12	0,38	-1,73	-	-	-	2,51	1,60	0,45	2,05	1,42	3,00E+07	2,94E-06
							total	1,08E-09						total	3,27E-06	

Tabla B.11: Daño ráfaga.

		Во	rde Inferi	ior cut	out	Da	ıño	Bor	de super	ior cut	Daño		
Vel. Vert	Frec/hora	σа	σ_{min}	σ_{max}	σ_{eq}	Ν	n/N	σа	σ_{min}	σ_{max}	σ_{eq}	Ν	n/N
[ft/s]		[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]			[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]		
9,5	0,00019	25,66	-26,51	24,81	37,27	1,65E+03	1,15E-07	14,42	-13,41	15,42	21,89	1,65E+04	1,15E-08
8,5	0,00038	22,34	-23,19	21,49	32,38	2,98E+03	1,27E-07	12,55	-11,55	13,56	19,14	3,07E+04	1,24E-08
7,5	0,00095	19,02	-19,87	18,17	27,48	6,03E+03	1,58E-07	10,69	-9,68	11,69	16,39	6,45E+04	1,47E-08
6,5	0,003135	15,7	-16,55	14,85	22,59	1,44E+04	2,18E-07	8,82	-7,81	9,83	13,64	1,63E+05	1,92E-08
5,5	0,0095	12,38	-13,23	11,53	17,69	4,46E+04	2,13E-07	6,96	-5,95	7,96	10,88	5,65E+05	1,68E-08
4,5	0,04275	9,06	-9,91	8,21	12,79	2,29E+05	1,86E-07	5,09	-4,08	6,10	8,12	3,68E+06	1,16E-08
3,5	0,228	5,74	-6,59	4,89	7,89	4,57E+06	4,99E-08	3,23	-2,22	4,23	5,36	3,00E+07	7,60E-09
2,5	0,437	2,42	-3,27	1,57	2,95	3,00E+07	1,46E-08	1,36	-0,35	2,37	2,56	3,00E+07	1,46E-08
1,5	0,608	0,76	-1,61	-0,09	-	-	-	0,43	0,58	1,43	1,07	3,00E+07	2,03E-08
0,5	0,57	0,76	-1,61	-0,09	-	-	-	0,43	0,58	1,43	1,07	3,00E+07	1,90E-08
	-			-		total	1,08E-06				-	total	1,48E-07

Tabla B.12: Daño aterrizaje.

Borde inferior cut out						da	iño	Bo	daño				
		σa	σ_{min}	σ_{max}	σ_{eq}	N	n/N	σa	σ_{min}	σ_{max}	σ_{eq}	N	n/N
a _n	frec/hr	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]		[1/hr]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]		[1/hr]
0,1	505,4	0,19	1,68	2,06	0,67	3,00E+07	1,68E-05	0,1052	-1,1572	-0,9468	-	-	-
0,2	143,07	0,37	1,50	2,25	1,09	3,00E+07	4,77E-06	0,2104	-1,2624	-0,8416	-	-	-
0,3	15,637	0,56	1,31	2,43	1,46	3,00E+07	5,21E-07	0,3156	-1,3676	-0,7364	-	-	-
0,4	0,8607	0,75	1,12	2,62	1,81	3,00E+07	2,87E-08	0,4208	-1,4728	-0,6312	-	-	-
0,5	0,0323	0,94	0,94	2,81	2,15	3,00E+07	1,08E-09	0,526	-1,578	-0,526	-	-	-
					total	2,22E-05				8	total	0	

Tabla B.13: Daño rodaje.

Tabla B14: Daño ciclo GAG.

		Borde I	nferior	cut out		da	В	orde S	uperior	daño				
	σ_{min}	σ_{max}	σa	σ _m	σ_{eq}	N	n/N	σ_{min}	σ_{max}	σa	σ_{m}	σ_{eq}	Ν	n/N
frec/hora	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]		[1/hr]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]	[ksi]		[1/hr]
0,67	-7,41	1,47	4,44	-2,97	4,02	3,00E+07	2,23E-08	-1,05	6,26	3,65	2,61	6,83	1,45E+07	4,63E-08

Anexo C: Código

```
clear all;
clc;
t1 = tic;
fprintf('*****Crecimiento grieta amarra delantera******\n');
C = 0.116 \times 10^{-8};
m = 3.58
%Leyendo archivo configuracion%
[texto,resp] = textread('config.dat','%s %s','headerlines',4);
if(strcmp(resp(1), 'arriba') == 1)
   ext = 'U.dat';
   ext1 = 'Up';
   fprintf('Se integra para la zona superior del cut out\n');
elseif(strcmp(resp(1), 'abajo') == 1)
   ext = 'D.dat';
   ext1 = 'Down';
   fprintf('Se integra para la zona inferior del cut out\n');
else
   fprintf('Por favor escribir: arriba o abajo\n');
   return;
end;
%Se lee información numero de vuelos%
flightime = str2num(char(resp(2)));
nvol = floor(flightime/1.5);
fprintf('Numero de vuelos considerados: %i \n',nvol);
fprintf('Tiempo de vuelo considerado: %i \n',flightime);
M = load(strcat('maniobra',ext));
R = load(strcat('rafaga',ext));
A = load(strcat('aterrizaje',ext));
G = load(strcat('GaG',ext));
%%%%%%%Se amplifican espectros por numero de vuelos%%%
M(:,1) = M(:,1) * nvol;
R(:,1) = R(:,1)*nvol;
A(:,1) = A(:,1) * nvol;
G(:,1) = G(:,1) * nvol;
%%%%%%%Se dimesionan los arreglos iniciales%%%%%%%%%%%%
nM = length(M(:,1));
nR = length(R(:,1));
nA = length(A(:,1));
nG = length(G(:,1));
%Se cortan los espectros que no tengan ciclo mayor a 1 o 2%%%
if(strcmp(resp(3), 'HiLo') == 1)
   filtro = 1;
else
   filtro = 2;
end;
iaux = 0;
for(i=1:nM)
   if(M(i,1)>=filtro)
       iaux = i;
       break;
   end;
```

```
end;
M = M(iaux:nM,:);
nM = length(M(:,1));
minM = min(M(:,1));
iaux = 0;
for(i=1:nR)
    if(R(i,1)>=filtro)
       iaux = i;
       break;
   end;
end;
R = R(iaux:nR,:);
nR = length(R(:,1));
minR = min(R(:,1));
iaux = 0;
for(i=1:nA)
    if(A(i,1)>=filtro)
       iaux = i;
       break;
   end;
end;
A = A(iaux:nA,:);
nA = length(A(:,1));
minA = min(A(:,1));
iaux = 0;
for(i=1:nG)
    if(G(i,1)>=filtro)
       iaux = i;
       break;
   end;
end;
G = G(iaux:nG,:);
nG = length(G(:,1));
minG = min(G(:,1));
deltamin = min([minM minA minR minG]'); %largo minimo de bloque
if(strcmp(resp(3), 'HiLo') == 1)
    fprintf('Espectro tipo Hi-Low\n');
   ext2 = 'HiLow.pdf';
   nT = 2*(nM + nR + nA + nG);
   espectro = ones(nT,3);
    %%concat maniobra al espectro
   Naux = 0;
    for(i=1:2*nM)
       if(mod(i,2) == 0)
           espectro(i,1) = M(ceil(i/2),1) + Naux;
           Naux = espectro(i,1);
       else
           espectro(i,1) = Naux;
       end;
       espectro(i,2) = M(ceil(i/2),2);
       espectro(i,3) = M(ceil(i/2),3);
   end;
    %%concat rafaga al espectro
   for(i=1:2*nR)
      if(mod(i,2) == 0)
          espectro(i+2*nM,1) = R(ceil(i/2),1) + Naux;
          Naux = espectro(i+2*nM,1);
```

```
else
          espectro(i+2*nM,1) = Naux;
      end;
      espectro(i+2*nM,2) = R(ceil(i/2),2);
      espectro(i+2*nM,3) = R(ceil(i/2),3);
   end;
   %%concat aterrizaje al espectro
   for(i=1:2*nA)
      if(mod(i,2) == 0)
          espectro(i+2*(nM+nR),1) = A(ceil(i/2),1) + Naux;
          Naux = espectro(i+2*(nM+nR),1);
      else
          espectro(i+2*(nM+nR),1) = Naux;
      end;
      espectro(i+2*(nM+nR),2) = A(ceil(i/2),2);
      espectro(i+2*(nM+nR),3) = A(ceil(i/2),3);
   end;
   %%concat GaG al espectro
   for(i=1:2*nG)
      if(mod(i,2) == 0)
          espectro(i+2*(nM+nR+nA),1) = G(ceil(i/2),1) + Naux;
          Naux = espectro(i+2*(nM+nR+nA),1);
      else
          espectro(i+2*(nM+nR+nA),1) = Naux;
      end;
      espectro(i+2*(nM+nR+nA),2) = G(ceil(i/2),2);
      espectro(i+2*(nM+nR+nA),3) = G(ceil(i/2),3);
   end;
else
   fprintf('Espectro tipo Periodic\n');
   ext2 = 'Periodic.pdf';
   M = [M (M(:,2)-M(:,3))];
   R = [R (R(:,2)-R(:,3))];
   A = [A (A(:,2)-A(:,3))];
   G = [G (G(:,2)-G(:,3))];
   espectroAux = [M;R;A;G];
   nT = 4*(nM + nR + nA + nG);
   espectro = ones(nT,3);
   espectroAux = sortrows(espectroAux,4);
   Naux = 0;
   Ntotal = sum(espectroAux(:,1));
   for(i=1:nT/2)
       if(mod(i,2) == 0)
           espectro(i,1) = espectroAux(ceil(i/2),1)*0.5 + Naux;
           Naux = espectro(i,1);
           espectro(nT+1-i,1) = Ntotal-espectroAux(ceil(i/2),1)*0.5;
           Ntotal = espectro(nT+1-i,1);
       else
           espectro(i,1) = Naux;
           espectro(nT+1-i,1) = Ntotal;
       end;
       espectro(i,2) = espectroAux(ceil(i/2),2);
       espectro(i,3) = espectroAux(ceil(i/2),3);
       espectro(nT+1-i,2) = espectroAux(ceil(i/2),2);
       espectro(nT+1-i,3) = espectroAux(ceil(i/2),3);
   end;
end;
%for(i=1:nT)
```

```
%
    if(espectro(i,1)>1)
%
      break;
%
    end;
%
    iaux = i;
%end;
espectro(iaux, 1) = 0;
%espectro = espectro(iaux:nT,:);
%nT = length(espectro);
N0 = 0;
Nf = floor(max(espectro(nT,1)));
Nmin = espectro(1:nT,1);
dN = deltamin/2.5;%la division no es entera
flag = 0;
while(flag == 0)
   Nspan = N0:dN:Nf;
   Nsteps = length(Nspan);
   N = Nspan;
   DeltaS = ones(Nsteps,1);
   Smax = ones(Nsteps,1);
   Smin = ones(Nsteps,1);
   %evaluar DeltaS en el vector de integracion temporal%
   for(i=1:Nsteps)
       auxts = Nspan(i);
       for(j=1:nT-1)
          aux1 = espectro(j,1);
          aux2 = espectro(j+1,1);
          if(aux1<=auxts && auxts<aux2)</pre>
             Smax(i) = espectro(j,2);
             Smin(i) = espectro(j,3);
             break;
          end;
      end;
   end;
   DeltaS = Smax - Smin;
y0=2.1687;%% [in]
   [t,y]=ode45(@funPlana,Nspan,y0,[],C,m,N,DeltaS);
   if(isreal(y) ==1)
      flaq = 1;
   else
      fprintf('Solución no converge, refinando integración\n');
      dN = dN/1.1;
   end;
end;
grafy = figure;
plot(Nspan*flightime/Nf,25.4*(y-(y0-0.05)));
Xmax = flightime*1.1;
Ymax = max(25.4*(y-(y0-0.05)))*1.1;
xlabel('Tiempo [horas]')
ylabel('Crecimiento grieta [mm]')
xlim([0 Xmax])
ylim([0 Ymax])
if(strcmp(resp(1), 'arriba') == 1)
   title('Crecimiento grieta zona superior cut out', 'FontSize', 12)
else
   title('Crecimiento grieta zona inferior cut out', 'FontSize', 12)
```