



**Universidad de Chile**  
**Facultad de Economía y Negocios**  
**Escuela de Economía y**  
**Administración**

# Análisis de Riesgo de Crédito y Evidencia Empírica en Chile

Seminario de título Ingeniero comercial, mención Economía

Autor: María Trinidad Guzmán Alarcón  
Profesor guía: José Luis Ruiz Vergara

Santiago de Chile, 2010

# Índice

Introducción .....	2
<b>1. Definiciones y Aclaraciones Previas.....</b>	<b>8</b>
1.1 Riesgo Crediticio .....	8
1.2 Concepto de Quiebra .....	8
1.3 Problemas en el Análisis de Quiebra Empresarial .....	11
1.4 Modelos de Predicción de Quiebra .....	12
<b>2. Modelo de Altman: Análisis Discriminante y el Z-score .....</b>	<b>15</b>
2.1 Desarrollo del Modelo .....	16
2.2 Algunas Críticas y Limitaciones .....	19
2.3 Modificaciones del Z-Score: $Z'$ , $Z''$ , Modelo EMS y Modelo Zeta.....	27
2.4 Evidencia Empírica.....	32
<b>3. Modelo Logit: Modelo de Ohlson .....</b>	<b>38</b>
3.1 Desarrollo del Modelo.....	39
3.2 Evidencia Empírica .....	42
<b>4. Modelo de Merton y la Corporación KMV .....</b>	<b>49</b>
4.1 Desarrollo del Modelo .....	50
4.2 Críticas y Limitaciones .....	52
4.3 Corporación KMV y Merton .....	54
4.4 Críticas y Limitaciones del KMV .....	60
4.5 Resultados y Evidencia Empírica .....	61
<b>5. Evidencia Empírica para Chile.....</b>	<b>67</b>
5.1 Estudios para Pymes.....	73
5.2 Comentarios .....	76
<b>6. Comentarios Generales de los Modelos de Predicción de Quiebra.....</b>	<b>80</b>
<b>7. Conclusión .....</b>	<b>85</b>
<b>Bibliografía .....</b>	<b>88</b>

## Introducción.

La administración del riesgo crediticio es un tema de gran relevancia, especialmente en nuestros días. En las últimas décadas hemos sido testigos de numerosas quiebras tanto en crisis económicas, como en problemas de fraudes, o simplemente problemas de administración. Este tema vuelve a tomar relevancia tras la reciente crisis económica experimentada los años 2008-2009, que sigue con secuelas importantes (sociales y económicas), ya que el rol de quienes administran y estiman el riesgo de crédito se ve cuestionado.

Por otro lado, en Junio del año 2004 el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea publicó un nuevo marco regulatorio para la suficiencia de capital en bancos con actividad internacional. De esta forma se intenta promover una normativa internacional estándar para estimar los requerimientos mínimos de capital que debe tener una entidad para hacer frente al riesgo financiero y al riesgo crediticio, y así “fortalecer en mayor medida la solidez y estabilidad del sistema bancario internacional”<sup>1</sup>.

En términos económicos, los acuerdos de Basilea II y las numerosas quiebras experimentadas durante la última crisis económica internacional, han incrementado el interés de las instituciones financieras por contar con métodos rigurosos y acertados para evaluar la probabilidad de impago. Pero tampoco podemos dejar de mencionar el impacto social que conlleva una quiebra, especialmente en cuanto al desempleo y sus consecuencias en las personas y en la sociedad.

*Con lo anterior en mente, vemos que el estudio del riesgo de crédito es un tema relevante para múltiples agentes, de manera directa o indirecta. Es por esto que este trabajo tiene por objetivo realizar una revisión y comparación crítica de las principales metodologías usadas en el estudio del riesgo crediticio y la estimación de la probabilidad de bancarrota de las empresas. Para esto se describen sus principales fortalezas y limitaciones, y se revisan algunas extensiones y aplicaciones empíricas de los modelos tanto a nivel internacional como a nivel local. Así, se indican qué características debiese tener un modelo de predicción de quiebra para el caso chileno.*

---

<sup>1</sup> Comité de Supervisión Bancaria de Basilea, “Convergencia Internacional de medidas y normas de capital (Junio 2004)”, Página 1.

Muchos modelos se han diseñado buscando predecir la insolvencia y la quiebra de empresas. No existe un modelo único y estándar para encontrar la probabilidad de default de una empresa, si no que en la literatura encontramos una amplia gama de modelos, sin que exista un claro consenso respecto de cuál es el óptimo. Esto puede deberse en parte porque no existe una teoría económica propiamente dicha respecto al fracaso empresarial, y en parte porque todas las empresas son diferentes unas de otras, así como el contexto (social, económico, legal y cultural) en el que se desenvuelven, por lo que los resultados de las distintas investigaciones son difíciles de generalizar. Este último punto no es menor, ya que existe una crítica generalizada respecto de la falta de teoría económica subyacente a los modelos de predicción de quiebra. En ese sentido, algunos autores<sup>2</sup> explican que lo anterior se podría dejar de lado, pero que en el análisis de los resultados debe existir algún tipo de interpretación económica y financiera para darle un sentido a las causas del fracaso empresarial, y que no sean solo interpretaciones y relaciones estadísticas.

Los modelos de predicción de quiebra son utilizados para una gama de propósitos, entre los que encontramos monitoreo de la solvencia de las instituciones financieras y de empresas en general, calificación de riesgo de las agencias aseguradoras, evaluación de préstamos, medición de riesgo de portafolios, fijación de precios de bonos, derivados de crédito y otros securities, entre otros. Estas aplicaciones no son solo relevantes para inversionistas y agentes que se mueven en el sistema financiero en general, si no que son importantes para todos los agentes que componen una economía. Esto porque el evento de quiebra de una empresa involucra tanto a los inversionistas, accionistas, bonistas, administradores y trabajadores en todos los niveles, y por lo tanto tiene un impacto en la sociedad en general, ya que trae aparejado desempleo, pérdida de ingreso, etc.

A pesar de esta gama de propósitos la gran principal utilidad de los estudios que intentan derivar un modelo para la clasificación de empresas basándose en el análisis de ratios como variables explicativas, es principalmente su potencial para encontrar la probabilidad de que una empresa cualquiera quiebre o no quiebre, y para, ojalá, estimar un valor de la pérdida dada por el default (más conocida como “loss given default” o LGD). Como expone Deakin (1976) el poder asociar una probabilidad de quiebra para una empresa dada es un elemento muy necesario para bancos y otras instituciones. Por ejemplo, antes de aprobar un préstamo para una firma, la entidad que lo otorga, evalúa el beneficio esperado de éste. El beneficio esperado debe ser igual

---

<sup>2</sup> Lev (1978), Lev y Sunder (1979)

al ingreso bruto por intereses, menos gastos y un costo estimado para el caso de que la empresa no pueda pagar el préstamo. Así, el encontrar un modelo que estime la probabilidad de quiebra es una herramienta útil para la toma de decisiones de diversos agentes.

Por otro lado, también es principal conocer cuáles son las variables que podrían estar detrás del fracaso de una firma, qué determina que una empresa u otra logre el éxito y mantenerse andando. Por ejemplo, uno podría suponer que una empresa que lleva años en el mercado y tiene una trayectoria no debiese quebrar. Sin embargo lo que se observa en la realidad es que no solo nuevas empresas son las que quiebran, sino que también grandes empresas conocidas a nivel mundial<sup>3</sup>. La numerosa evidencia que se refiere al tema del fracaso empresarial muestra que el aspecto financiero es solo una parte de la historia. El entorno económico y cultural también son relevantes, así como la gestión de la administración a cargo de liderar una empresa, para explicar el porqué una empresa podría ser una candidata potencial a la quiebra. A lo largo de la historia se han visto numerosos casos de fraude y mala administración (Enron como uno de los casos más emblemáticos), así como de empresas que quiebran en una especie de reacción en cadena por algún hecho particular, como el estallido de una burbuja especulativa. Además vemos que los factores que en un momento de la historia parecían cruciales para explicar la quiebra, en otro momento ya dejaron de serlo. Esto porque las empresas son formadas por y para hacerse cargo de las necesidades de las personas, y las personas y la sociedad cambia constantemente. Esto significa que las empresas se mueven en un entorno constantemente cambiante, y uno de los desafíos está en lograr adaptarse a las nuevas condiciones. En este proceso, es necesario modificar todo lo que una empresa implica, desde su forma de financiamiento hasta la manera en que llega al cliente. El punto es que, puede suceder que en un momento dado ciertas variables, como liquidez o nivel de endeudamiento, permitan explicar con cierto grado de confianza la medida de riesgo de una empresa; pero puede ser que esas mismas variables y su importancia cambien en el tiempo<sup>4</sup>, dando paso a nuevos temas. Se podría concluir entonces que un modelo que intente evaluar el riesgo (crediticio o de otro tipo) de una empresa no puede ser estático, debe estar en constante reevaluación.

Hemos dicho que la metodología utilizada para encontrar un modelo no es única, y las diferencias entre los modelos se clasifican generalmente en cuatro:

---

<sup>3</sup> Por ejemplo, General Motors, Lehman Brothers, Enron, Chrysler, entre otras grandes empresas.

<sup>4</sup> Shumway (2001)

- **Definición de fracaso empresarial o quiebra.** Existen distintas formas de referirse al fracaso empresarial, por lo que los resultados pueden verse modificados de acuerdo a cómo uno defina el fracaso.
- **Selección y análisis de las variables independientes y de la variable dependiente.** Para seleccionar las variables independientes no existe un criterio a priori, ya que como se ha mencionado no existe una teoría económica respecto del fracaso empresarial. Una limitación que se observa típicamente en las variables independientes incluidas, es que existe un cierto grado de multicolinealidad. No obstante, lo importante es analizar las variables incluidas en relación con su aporte al grado de predicción del modelo, por lo que puede ser óptimo permitir cierto grado de multicolinealidad.  
Los ratios típicamente incluidos en la literatura son los de rentabilidad, liquidez, endeudamiento (más conocida como leverage), solvencia y crecimiento. Sin embargo, no solo se incluyen variables contables sino que también se pueden incluir variables de mercado y variables macroeconómicas.<sup>5</sup>
- **Selección y estructuración de la data.** La información de empresas que quiebran generalmente se hace pública, por lo que obtener la data de estas empresas no es difícil. Sin embargo, un problema que se observa generalmente es que es muy difícil poder seleccionar una muestra de forma aleatoria, lo que puede cuestionar la validez de los resultados obtenidos. Por otro lado, las muestras utilizadas en los trabajos empíricos no necesariamente son una representación correcta de las características de la población total, por lo que los resultados de cada modelo pueden diferir dependiendo de la muestra usada.
- **Metodología implementada.** Se puede distinguir entre dos tipos de modelos (Zurita 2008): los modelos estadísticos y los modelos teóricos. Los modelos estadísticos permiten identificar variables cuyos valores difieran entre empresas que quebraron y que no quebraron, o que cambien su comportamiento previo a la ocurrencia de la quiebra, y así realizar predicciones. Es decir, obtienen conclusiones a partir de evidencia empírica usando métodos estadísticos, sin un fundamento teórico. El segundo tipo de modelo, en cambio, se fundamenta en una teoría, la teoría de opciones de Merton (1973); y permiten calcular un “índice ordinal de distancia a la insolvencia”<sup>6</sup>, el cual trae aparejada una probabilidad de incumplimiento. Estos modelos se denominan Modelos de Riesgo de Crédito, Modelos Estructurales, o Modelos Teóricos. Las probabilidades de

---

<sup>5</sup> De hecho, varios autores (Bunn y Redwood (2003) y Duffie y Wang (2004)) recomiendan incluir tanto variables contables, como de mercado y macroeconómicas.

<sup>6</sup> Zurita (2008), “La Predicción de la Insolvencia de Empresas Chilenas”, página 2.

incumplimiento van a diferir dependiendo del modelo utilizado. Por lo general, los modelos teóricos estiman mayores probabilidades de quiebra respecto de los modelos estadísticos.

En este trabajo se examinan 3 de los modelos más reconocidos y utilizados tanto en la literatura como en la práctica: el indicador Z de Altman, más conocido como Z-Score, que ha servido de base para posteriores modelos (logit, probit, EMS, Z', Zeta, entre otros), el Modelo Logit (Ohlson 1980), y el Modelo KMV de Frecuencia de Quiebra Esperada ("Expected Default Frequency"), el cual es una aplicación de un modelo de opciones desarrollado por Robert Merton en 1973.

La mayoría de los modelos que se utilizan en la práctica para determinar las probabilidades de quiebra de las empresas, o realizar análisis de riesgo, son aplicaciones o extensiones de los modelos mencionados.

Para el caso de Chile encontramos un número más bien reducido de estudios que se refieren al tema de la predicción de bancarrota. La mayor parte de estos estudios usan como metodología la regresión logit condicional o las redes neuronales, cuyos resultados si bien son prometedores no alcanzan muy buenos resultados. Esto se debe principalmente a la poca disponibilidad de información para estimar los modelos, y a un sistema financiero poco profundo.

Se concluye que la ausencia de una teoría formal para estudiar el proceso de quiebra empresarial tiene serias implicancias, tanto en la selección del modelo a utilizar, como en el análisis de los resultados. En general cada estudio realizado genera un aporte, de manera que no se puede desmerecer ningún modelo fácilmente. Cada empresa sigue un proceso de quiebra diferente el cual está determinado no sólo por factores financieros sino también por el contexto legal, social y cultural en el que la firma se desenvuelva. Esto dificulta aún más el desarrollo de un modelo estándar que estime la probabilidad de quiebra empresarial.

El trabajo se organiza como sigue. En la primera parte se hace una breve descripción y discusión previa a la revisión de cada modelo, respecto de conceptos básicos como riesgo crediticio y quiebra, y los principales inconvenientes en su estudio. En las siguientes secciones (2, 3, 4) se revisan los modelos de Altman (Z-Score), modelos del tipo logit (Ohlson) y finalmente la aproximación de Merton y el KMV. Para cada modelo se explica cómo se desarrolla, los

supuestos que hay detrás, las principales conclusiones, y las críticas y limitaciones que se le otorgan a cada uno. Además se realiza una revisión de la evidencia empírica para los 3 modelos. En la sección 5 se explora la evidencia para el caso chileno, y se discuten los principales problemas asociados al desarrollo de un modelo para Chile, y los aspectos que deberían incluirse (distinguiendo entre grandes y pequeñas empresas). En la sección 6 se realiza un análisis generalizado para los modelos descritos, en el cual se mencionan temas pendientes y limitaciones en general. Finalmente, en la sección 7 se concluye.

## **1. Definiciones y Aclaraciones Previas.**

Antes de presentar las diferentes metodologías que se usan en el estudio del riesgo de crédito es necesario realizar una breve discusión respecto de qué se entiende por riesgo crediticio, las distintas definiciones de quiebra, distinciones entre insolvencia e incumplimiento, entre otros temas.

En esta sección se intentará abordar los temas mencionados y otros, de manera que en el resto del trabajo entendamos a lo que nos estamos refiriendo.

### **1.1 Riesgo Crediticio.**

Antes de hacer cualquier tipo de análisis de las diferentes metodologías que se implementan para calcular la probabilidad de quiebra de una empresa, debemos comenzar por entender qué se entiende por riesgo crediticio.

El riesgo crediticio corresponde a la pérdida asociada al evento de que la contraparte (a la que se le otorga un crédito) no cumpla con algunas de las condiciones establecidas. Por ejemplo, si un banco otorga un crédito de consumo, existe la posibilidad de que el cliente en cuestión entre en morosidad. En el caso de un inversionista que adquiere un bono corporativo, el riesgo está en que existe la posibilidad de que el emisor no pueda pagar todos los flujos de caja prometidos. Es decir el riesgo crediticio es asumido por particulares, empresas e instituciones financieras.

### **1.2 Concepto de Quiebra.**

Usualmente, los modelos de predicción de quiebra definen como variable dependiente el evento de "quiebra". Sin embargo, la definición exacta que se utilice en tales modelos no es estándar. De hecho, uno de los principales problemas que se enfrentan al intentar derivar tal modelo es cómo definir la quiebra, y/o cómo definir cuáles serán las empresas fracasadas y no fracasadas incluidas en una muestra para intentar discriminar entre ellas. Esta problemática no es menor, ya que los resultados que se encuentren dependerán no solo de las variables incluidas y la metodología implementada, sino que también de cómo se haya definido el evento de quiebra.

En términos generales la quiebra se refiere a una “situación de desequilibrio entre los valores realizables y las prestaciones exigibles de una firma<sup>7</sup>” que llevan a que la empresa no pueda hacerse cargo de sus obligaciones (situación de insolvencia). O alternativamente, cuando la identidad contable básica,  $\text{Activos} = \text{Patrimonio} + \text{Pasivos}$ , no se satisface en el sentido que el valor de los pasivos supera al valor de los activos.

En la literatura encontramos gran variedad de maneras de referirse a la quiebra. Por ejemplo, Altman en su modelo Z-Score (y varios otros autores<sup>8</sup>) considera a las empresas quebradas cuando existe una declaración legal de quiebra. Ésta declaración legal dependerá de la legislación vigente. Para el caso de Chile, la Ley de Quiebras no explicita una definición exacta de quiebra. Esto porque la quiebra es vista como un proceso multidimensional<sup>9</sup>, en el cual hay varias partes y entidades cuyos intereses se ven involucrados<sup>10</sup>, de manera que el proceso de quiebra puede complicarse de muchas formas diferentes.

Pastena y Ruland (1986) dicen que en general, se observan 3 formas de referirse a la quiebra:

- **Insolvencia contable/económica.**
- **Incumplimiento.**
- **Quiebra legal.** “Procedimiento de liquidación ordenada de los activos de una empresa en situación de insolvencia<sup>11</sup>”.

Ahora necesitamos distinguir entre 2 conceptos que usualmente tienden a confundirse: incumplimiento de pagos v/s insolvencia. Como indica Zurita (2008) el incumplimiento se refiere a cuando “una empresa no cumple algún compromiso financiero en su integridad”. En su integridad quiere decir, que, o no cumple con alguno de los términos del compromiso establecidos previamente, ya sea que no paga en el plazo determinado o que no paga el monto acordado. Esta definición implica que los pagos que se verían afectados serían los de los prestamistas y tenedores de bonos. Por otro lado, para definir insolvencia es necesario distinguir entre insolvencia *contable* y *económica*. La primera ocurre cuando una firma alcanza un patrimonio con valor negativo, lo que es equivalente a decir, que el *valor contable* de los activos

---

<sup>7</sup> Ringeling, E. “Análisis Comparativo de Modelos de Predicción de Quiebra y la Probabilidad de Bancarrota”, Seminario para optar al Título de Ingeniería Comercial Mención Administración, Página 2.

<sup>8</sup> Altman (1968), Deakin (1972), Ohlson (1980).

<sup>9</sup> La quiebra involucra normas de varias ramas del derecho: derecho procesal, administrativo, penal, privado, etc. De manera que no se puede asignar a una normativa en particular.

<sup>10</sup> Acreedores, deudores, trabajadores de la firma, accionistas, proveedores, y la sociedad en general (ya que una quiebra → cese de una actividad económica particular → desempleo → pérdida de ingreso y pérdida de bienestar de las personas).

<sup>11</sup> Zurita, F (2008), “La Predicción de la Insolvencia de Empresas Chilenas”, página 1.

es menor que el valor contable de los pasivos. La segunda, es cuando el *valor económico* de los activos es menor al valor económico de los pasivos.

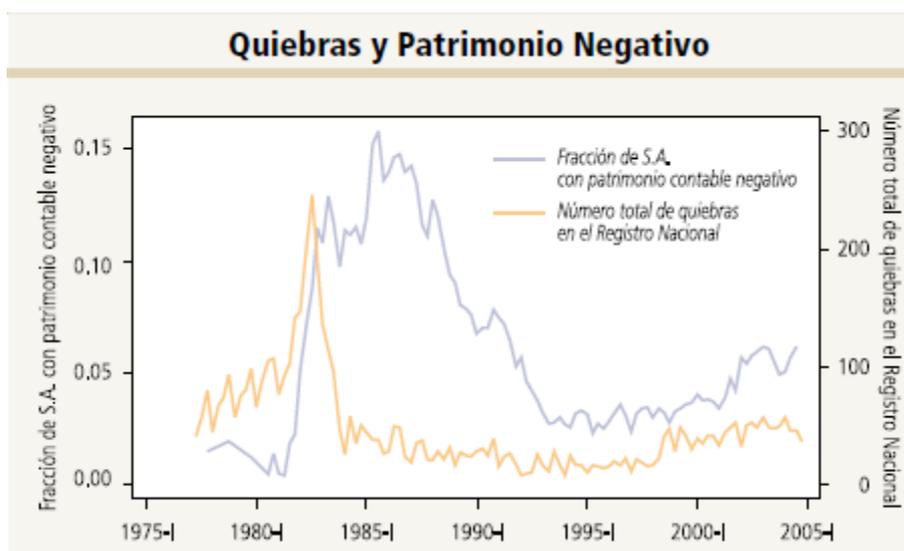
Ambos conceptos, incumplimiento e insolvencia, suelen tratarse como sinónimos al estudiar la quiebra empresarial, y suelen pensarse como indicadores de quiebra. Sin embargo, como explica Zurita (2008), la relación entre ambas, y su relación la quiebra legal no es tan obvia. Por un lado, el incumplimiento de alguna obligación es usualmente visto como una señal de insolvencia, la cual debería ser una señal de posible quiebra. No obstante, el incumplimiento más bien refleja una situación de iliquidez en la empresa, la cual podría explicarse igualmente por factores transitorios o por una situación de fondo de la firma. De hecho podría ser que una empresa quiebre sin necesariamente pasar por el incumplimiento<sup>12</sup>.

Zurita reúne información contable de 2794 sociedades anónimas chilenas entre el período de 1977 y 2004, y muestra que no todas las empresas que quebraron pasaron por una situación de mora (incumplimiento) o insolvencia previamente:

**Cuadro 1**

<b>Quiebra Legal y Patrimonio Contable</b>			
<b>¿Alguna vez... ...quebró legalmente?</b>	<b>...tuvo patrimonio contable negativo?</b>		
	No	Sí	Total
No	2352	191	2543
Sí	223	28	251
<b>Total</b>	<b>2575</b>	<b>219</b>	<b>2794</b>

**Gráfico 1.**



Fuente: Zurita, F (2008), "La Predicción de la Insolvencia de Empresas Chilenas"

<sup>12</sup> Para mayor profundidad ver Zurita (2008).

Vemos que de 2543 firmas que no quebraron tuvieron patrimonio negativo, de forma que el patrimonio negativo (insolvencia) no precede necesariamente a la quiebra. Luego, de 251 empresas quebradas solo 28 tuvo una situación de insolvencia, lo que es apenas un 11%. En el gráfico puede observarse que en el período 1982-1990 (post crisis bancaria/cambiaria), el número de empresas con patrimonio negativo es mucho más alto en relación a la cantidad de empresas quebradas. Vemos entonces que una no implica necesariamente a la otra.

Se concluye entonces que si bien la insolvencia y el incumplimiento podrían asociarse a una situación de quiebra, la evidencia muestra más bien una relación débil. Es necesario tener estos resultados en mente al analizar posteriormente los resultados de los modelos de predicción de quiebra, ya que al contar con una definición de quiebra un poco dudosa, sus estimaciones podrían estar sesgadas.

Profundizaremos más en este tema y sus implicancias en la siguiente sub-sección.

### **1.3 Problemas en el Análisis de Quiebra Empresarial: Una breve discusión.**

Como se sugería en la introducción, no existe consenso respecto de cuál es la mejor forma de referirse a la quiebra. Esto es tanto para su definición, como para qué metodología implementar y para el análisis de cuáles serían las variables a incluir. En el punto anterior, se explicaba que los conceptos de insolvencia, incumplimiento y quiebra legal si bien están relacionados, tal relación no es tan clara en realidad.

Por otro lado, en la búsqueda de un método apropiado para estimar un modelo de predicción de quiebra se está lejos de llegar a un acuerdo. Con los años surgen más metodologías y variantes de las ya conocidas cada vez más complejas. Sin embargo la evidencia muestra que los resultados de estas nuevas aplicaciones, a pesar de que aumentan en complejidad al integrar nuevas técnicas estadísticas y nuevos procedimientos (como los de inteligencia artificial), no cambian sustancialmente de los primeros modelos<sup>13</sup>.

Asimismo, encontramos que en el estudio de la quiebra empresarial no existe una teoría formal subyacente. La mayor parte de las conclusiones respecto de qué factores afectan la quiebra, y

---

<sup>13</sup> Ruiz, D. [www.aeca.es/pub/on\\_line/comunicaciones\\_xivencuentroaeca/cd/74a.pdf](http://www.aeca.es/pub/on_line/comunicaciones_xivencuentroaeca/cd/74a.pdf)

cómo referirse a esta, se han encontrado con la evidencia empírica. Esto es al revés de lo que debería suceder. Usualmente se comienza un estudio o una tesis respecto de un tema, con una teoría que la sustenta, y luego se testea empíricamente. Esta falta de marco teórico también dificulta enormemente el estudio de la quiebra empresarial, ya que por un lado no existe un fundamento teórico para incluir una u otra variable en la estimación de la quiebra, y por otro lado la interpretación de los resultados se dificulta.

Por ejemplo, es comúnmente aceptado el incluir ratios financieros en el estudio de la quiebra. Como indican Lev y Sunder (1979), una de las principales razones para incluir ratios es controlar por el efecto del tamaño de cada firma en las variables explicativas<sup>14</sup>. Sin embargo, el uso de estos ratios implica necesariamente asumir a priori que se cumple una cierta relación entre la variable del numerador y la variable de tamaño del denominador<sup>15</sup>. El problema radica en que no existe una teoría que defina a priori cómo debería ser tal relación y si es que es óptimo o no controlar por el efecto tamaño usando ratios. En ese sentido no hay mucha evidencia que estudie el tema. Los autores muestran que el uso de ratios es óptimo solo bajo ciertas condiciones, que cuando no se cumplen los resultados de la estimación estarán sesgados.

Estudios más recientes<sup>16</sup> resaltan la importancia de incluir no solo ratios financieros, si no también otras medidas que reflejen el ciclo de la economía, las características del país y otras características de la firma.

No es sorprendente entonces que en la literatura encontremos una variada gama de definiciones y modelos de quiebra<sup>17</sup>, con resultados, a veces, hasta contradictorios. Dejaremos esta discusión hasta acá, y la retomaremos al final del trabajo, tras haber revisado y profundizado en los 3 principales modelos utilizados y sus implicancias: el Z-Score, y el logit (Ohlson) y el KMV-Merton.

## **1.4 Modelos de Predicción de Quiebra.**

Dejando de lado los modelos univariados<sup>18</sup>, los modelos que estudian la quiebra generalmente se podrían dividir en 2<sup>19</sup>: Modelos Estadísticos (Altman, Ohlson, Shumway, Duffie y Wang) y

---

<sup>14</sup> También se usan para controlar por nivel de tecnología y otros factores comunes a una industria particular.

<sup>15</sup> Una relación entre Ingreso neto y patrimonio, por ejemplo.

<sup>16</sup> Zurita (2008); Trill, Rabidoux, Amaria (2008); Romani, Aroca, Aguirre, Leiton, Muñoz (2002); Bunn y Redwood (2003); Duffie y Wang (2004).

<sup>17</sup> Bellovari, Giacomino y Akers (2007) indican que existen ¡más de 150 modelos de predicción de quiebra diferentes!

<sup>18</sup> El estudio del fracaso empresarial ha concluido que el análisis univariado (Beaver) es sumamente incompleto, por lo que en la actualidad ya no se usa.

aquellos basados en la teoría de valoración de opciones de Merton, más conocidos como Modelos de Riesgo de Crédito.

Los Modelos Estadísticos<sup>20</sup> intentan identificar variables que permitan explicar la quiebra, es decir, variables que comporten de una forma distinta, durante el proceso que implica la quiebra, respecto de empresas sanas. La identificación de estas variables se hace mediante la utilización de diferentes técnicas estadísticas, y son modelos más bien empíricos, ya que no comienzan de una teoría que se quiera testear.

A diferencia de los modelos estadísticos, los Modelos de Riesgo de Crédito (o modelos teóricos) se basan en una teoría formal y desde ahí comienzan el análisis. Estos modelos aplican la teoría de opciones de Black-Scholes y Merton, en la cual las acciones de una firma son vistas como una opción call sobre los activos de la misma. Zurita (2008) menciona que en general este tipo de modelos estiman probabilidades de quiebra mayores que los modelos estadísticos, y las que se observan en la práctica. Explica que esto ocurre porque las probabilidades estimadas por los modelos teóricos indican la probabilidad de quiebra suponiendo *ceteris paribus* en lo que podría hacer la empresa. Es decir, es la probabilidad de quiebra de una empresa si es que ésta no toma ninguna medida por mejorar su situación. Pero en la realidad, las empresas si toman medidas correctivas, de manera que las quiebras observadas son menores que las estimadas.

También podríamos distinguir<sup>21</sup> entre modelos que usan información contable de las empresas (Altman) y aquellos que usan información de mercado y su variabilidad (KMV-Merton).

Existen críticas para ambas aproximaciones. Respecto de la información contable (extraída de los estados financieros de las empresas) se otorgan las siguientes críticas:

- Descalce temporal: La información contenida en los estados financieros describen el desempeño pasado de la firma, mientras que la probabilidad de quiebra es una probabilidad que debería reflejar una posible situación futura. La situación pasada no es necesariamente un buen indicador de la situación futura.
- Principio Conservador<sup>22</sup>: los estados financieros se construyen bajo el principio “conservador” o “prudencial” de contabilidad, de manera que los valores de los ratios se encuentran subvalorados, al igual que las probabilidades estimadas.

---

<sup>19</sup> Zurita (2008)

<sup>20</sup> Incluye el Análisis Discriminante, Modelos Logit y Probit y Modelos de Duración.

<sup>21</sup> Ringeling (2004), “Análisis Comparativo de Modelos de Predicción de Quiebra y la Probabilidad de Bancarrota”. Seminario de Título.

<sup>22</sup> Este principio general se puede expresar diciendo: "Contabilizar todas las pérdidas cuando se conocen, y las ganancias solamente cuando se hayan percibido". Además, si el administrador/contador tiene 2 valores posibles para algún activo, siempre se debe optar por el más bajo.

- No considera volatilidad: una importante deficiencia, es que los ratios financieros no incluyen una medida de volatilidad de los activos. Tal como explica Ringeling (2004), podría suceder que nos encontremos frente a 2 empresas de igual ratio de leverage, sin embargo, una empresa está sujeta a un mayor grado de volatilidad que la otra en cuanto a los flujos de caja, de manera que esta empresa será más riesgosa.

En cuanto a los modelos basados en información de mercado, la principal crítica es respecto del supuesto que subyace a utilizar esta fuente de información. Nos referimos a la eficiencia de mercado. Estos modelos suponen que los precios de mercado de una firma reflejan toda la información relevante de la firma y del mercado. En la realidad observamos que los mercados no siempre son tan eficientes, ya que existen asimetrías de información y ciertas imperfecciones que no permiten el libre flujo de información. Por ejemplo, para el caso de Chile el mercado accionario no es tan profundo, en relación a los mercados de Estados Unidos, u otros países desarrollados, de manera que la información contenida en los precios podría no ser suficiente o fidedigna.

Es así como, en palabras de Ringeling (2004), determinar qué tipo de modelo será mejor “termina siendo una pregunta empírica”.

## 2. MODELO DE ALTMAN: Análisis Discriminante y el Z-SCORE

Edward Altman fue pionero en construir un modelo multivariable de evaluación del crédito, el cual combina información de los estados financieros y valores de mercado de las empresas para discriminar entre empresas sanas y empresas fracasadas. Tras este primer modelo Altman ha realizado un sinnúmero de estudios<sup>23</sup> y ha llegado a ser considerado como uno de los investigadores que más han contribuido al desarrollo de una teoría más formal de solvencia empresarial. Fue el primero en concluir que los ratios financieros utilizados para el análisis tradicional de ratios, están relacionados unos con otros, por lo que el uso de cada ratio por separado como indicador del fracaso empresarial es susceptible a una interpretación errónea. Por otro lado, en general, sus trabajos se van desarrollando a la par con nuevas técnicas estadísticas y avances tecnológicos de softwares y programas estadísticos. De manera que sus investigaciones son un aporte no solo para el estudio del fracaso empresarial, sino que también para el desarrollo de la estadística.

Su primer modelo, el Z-Score<sup>24</sup>, utiliza como técnica estadística el Análisis Discriminante Múltiple ("Multiple Discriminant Analysis", de ahora en adelante ADM). Éste permite analizar si existen diferencias significativas entre dos o más grupos definidos a priori respecto a un conjunto de variables que compartan, para después proporcionar procedimientos de clasificación. Se podría decir que es como un análisis de regresión donde la variable dependiente es categórica (donde las categorías son los grupos definidos a priori) y las variables independientes determinan a qué grupo se pertenece. Por lo tanto se intenta estimar una relación (función discriminante) que permita discriminar de mejor forma entre los grupos (categorías) que se hayan definido.

Para el caso estudiado por Altman se selecciona un grupo de empresas insolventes y se emparejan<sup>25</sup> con otro grupo de empresas de características semejantes en cuanto a tamaño e industria, pero que son solventes; luego, se comparan las características contables-financieras que diferencian a ambos grupos y se identifican aquellas que más contribuyen a anticipar las situaciones de insolvencia.

Como se explicaba anteriormente, previo a de este modelo el análisis de ratios era realizado mediante técnicas de naturaleza univariable (Beaver 1966), es decir, el énfasis era puesto en

---

<sup>23</sup> Altman 1968, 1977, 1981, 1993, 1994, 1997, 1998, 2000, 2002, etc.

<sup>24</sup> Altman 1968

<sup>25</sup> Técnica de Matching.

señales individuales y cada variable que podría estar afectando el nivel de riesgo era tratada por sí sola sin considerar las posibles interacciones entre ellas. Altman (1968) explica mediante un ejemplo cómo este análisis puede llevar a graves errores de interpretación: Supongamos una empresa con malos ratios de rentabilidad. Un analista podría considerar que este ratio es un indicador de problemas en la firma y por tanto de una potencial quiebra. Sin embargo si estos ratios van acompañados de ratios de alta liquidez la situación no se consideraría grave<sup>26</sup>. El ADM permite solucionar lo anterior al encontrar una combinación lineal de las características individuales de cada firma que mejor discrimine entre los grupos definidos. Por lo tanto, permite considerar un perfil completo de características comunes a las empresas analizadas, así como la interacción y combinación de éstas a fin de minimizar ambigüedades y errores de clasificación. Los errores de clasificación se refieren a los clásicos error Tipo I y error Tipo II. El primero es cuando se clasifica a una firma en el grupo de “Fracasadas” o “Quebradas” y en realidad está sana, y el segundo es clasificar a una empresa en el grupo de “No-Quiebra” cuando en realidad pertenece al grupo de “Quebradas”. Equivocarse en la clasificación de cuán riesgosa es una empresa tiene un costo asociado (el cual discutiremos más adelante), y por tanto no es trivial el que una empresa se encuentre mal clasificada.

## 2.1 Desarrollo del Modelo.

La implementación del modelo es bastante simple:

- **Definición de Grupos.** Se establecen los 2 (o más) grupos para los cuales se quiere discriminar. En este caso, Quiebra o No Quiebra.
- **Selección y recolección de los datos.** Altman utiliza información de una selección de empresas que cotizan en bolsa y que cumplen con ciertos criterios respecto del tamaño de sus activos (descarta las firmas muy pequeñas y muy grandes) y al tipo de industria en la que se desenvuelve (utiliza empresas manufactureras). Estos criterios no son insignificantes ya que pueden sesgar los resultados de la estimación. Por un lado las empresas más grandes tiene mayor ventaja respecto de las más pequeñas y se consideran menos riesgosas, y por otro, el porcentaje de empresas pequeñas quebradas es mucho más grande que el de empresas grandes por lo que existe un componente de mayor riesgo en ellas. En relación a la industria, no todas las industrias tienen la misma forma de contabilizar sus balances, (difieren en las cuentas que se incluyen por

---

<sup>26</sup> E. Altman (1968). Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy.

ejemplo), dependiendo de la industria se espera encontrar distintos niveles en los ratios de liquidez, endeudamiento, entre otros.

- **Cálculo de la Función y Coeficientes Discriminantes.** Se seleccionan los ratios que se incluirán en la función y se estiman los coeficientes para cada variable utilizando programas estadísticos.

En este modelo se consideran las siguientes variables:

1. **Capital de Explotación/ Total de Activos.** El capital de explotación es la diferencia entre los activos y pasivos circulantes, y al relacionarlo con el total de activos tenemos una medida de los activos líquidos netos de la empresa en relación a su capitalización total. Pérdidas operacionales implican una disminución en el activo circulante en relación al total.
2. **Utilidades Retenidas/Total de Activos.** Este es un “nuevo” ratio introducido por Altman que mide la rentabilidad acumulada de una empresa. La edad de una firma se encuentra implícita en este ratio: una empresa más nueva debería tener un bajo ratio ya que no lleva el tiempo suficiente como para haber acumulado grandes rentabilidades. Hay que tener cierto cuidado al analizar esta medida, ya que la cuenta de utilidades retenidas está sujeta a manipulación de los administradores, mediante declaraciones de dividendos y cuasi-reorganizaciones, por lo tanto existe un cierto sesgo en esta medida.
3. **Ganancias antes de intereses e impuestos/Total de Activos.** Permite medir la verdadera productividad de la empresa al considerar la rentabilidad de sus activos excluyendo cualquier incentivo tributario y de endeudamiento.
4. **Valor de mercado de las acciones/Valor Libro de la Deuda.** Muestra cuánto puede caer el valor de los activos (medidos como el valor de mercado del capital más la deuda) de una firma antes de que los pasivos superen a los activos y la firma se vuelva insolvente.
5. **Ventas/Total de Activos.** La razón de Rotación de Capital ilustra la capacidad de generar ventas que tiene una empresa, y a su vez su capacidad de gestión para enfrentar las condiciones competitivas del mercado.

Se realiza un test “F” para testear la capacidad de discriminación individual (entre los 2 grupos) de cada variable. Este test relaciona la diferencia entre el valor promedio de cada ratio en los dos grupos con la variabilidad (spread) de los valores de los ratios dentro de los grupos. Los coeficientes encontrados son acordes a lo que se esperaría, todos tienen signos positivos indicando que mientras mayor es el potencial de quiebra de una firma menor es la puntuación del discriminante.

Se efectúan otros test para evaluar la contribución de cada variable al modelo, su interacción con las otras variables, y para comparar los valores de los ratios en los dos grupos (Quiebra y No Quiebra). Cuatro de las variables presentaron diferencias significativas entre los grupos, pero la gracia de la metodología del ADM es la capacidad que tiene para separar entre grupos usando medidas multivariantes. Por lo tanto para determinar el potencial discriminador del modelo completo se realiza un clásico test F, el cual determina un ratio entre la suma de los cuadrados entre grupos y la suma de los cuadrados dentro de cada grupo. Este test se aplicó ya que uno de los objetivos de la metodología implementada es identificar aquellas variables que mejor discriminen ENTRE grupos y que al mismo tiempo sean lo más similares posibles DENTRO de cada grupo.

El modelo queda como sigue:

$$Z = 1,2X_1 + 1,4X_2 + 3,3X_3 + 0,6X_4 + 0,99X_5$$

Al analizar los resultados se estudia si el modelo permite clasificar correctamente a las empresas analizadas dentro de los grupos definidos a priori, y para estudiar su poder predictivo se usa una nueva muestra de empresas, pero también se utiliza la muestra original (usada para estimar el modelo) para ver la precisión de este.

Para realizar lo anterior se examina el porcentaje de exactitud con que se clasifican las empresas dentro de los grupos y el porcentaje de error Tipo I y Tipo II. Como se mencionó al comienzo, el Error Tipo I es clasificar mal a una empresa del Grupo Quiebra como No en Quiebra (es decir compañías que se predijo que no caerían en default y si lo hicieron), y el Error Tipo II clasificar mal a una empresa del Grupo No Quiebra como en Quiebra (es decir (compañías que se predijo que caerían en default y no lo hicieron).

Tal como se mencionaba, ambos errores, Tipo I y Tipo II, tienen un costo monetario asociado para el agente interesado en la clasificación de la empresa en cuestión. Si suponemos que la información es requerida por un banco u otra institución financiera que otorgue préstamos, el error Tipo I será generalmente más costoso, ya que representa el porcentaje del valor de la deuda que perderá el banco o la institución que otorgó el préstamo a la empresa suponiendo que ésta no caería en default. Mientras que el error Tipo II representa un costo de oportunidad: una posible menor rentabilidad que se obtenga por no otorgar un préstamo a una empresa que está sana, por considerarla una empresa en dificultades. Altman, Haldeman y Narayanan (1977) estiman que cometer un error Tipo I es equivalente a que el banco pierda el 70% del valor de la

deuda si es que ocurre la quiebra, mientras que el error Tipo II se estima una pérdida de un 2-4% del valor de la deuda.

Si suponemos que la información de riesgo es requerida por una agencia de calificación de riesgo que cubre a una empresa en caso de insolvencia o impago, entonces la pérdida asociada al Error Tipo I sería de un 100%, mientras que el error Tipo II implicaría perder la prima que pagaría la empresa<sup>27</sup>.

Los resultados de Altman son prometedores ya que los porcentajes de empresas correctamente clasificadas son altos. Por ejemplo, el 95% del Grupo 1 (Quiebra) de la muestra original es correctamente clasificado, el error tipo I es de un 6% y el tipo II un 3%. Si bien al ampliar el período de análisis a 2 años antes de la quiebra el porcentaje de exactitud en la clasificación cae sigiendo alto un 72%. A medida que se consideran más años el porcentaje de clasificación correcta va cayendo.

Con esto en mente, se analizan los “puntos de corte” del modelo, o los “valores óptimos de Z” que permiten a los administradores de crédito, ejecutivos, inversionistas y bancos tomar decisiones. Altman define como puntos de corte los siguientes valores:

- $Z < 1.81$  (alto riesgo de quiebra)
- $Z > 2.99$  (bajo riesgo)
- $1.81 < Z < 2.99$  (“área gris” o “zona de ignorancia”) Esta zona es susceptible a errores de clasificación.

El gran aporte de Altman en su trabajo original de 1968 es que implementa un nuevo marco de estudio para el análisis de riesgo mediante ratios financieros. Al estudiar ratios financieros en un contexto de ADM los resultados son coherentes y consistentes con la intuición. Si bien hay modelos más complejos y sofisticados que este, la Z de Altman es muy útil para tener un primer alcance. De hecho una de las gracias de este modelo es su sencillez para aplicarlo.

## 2.2 Algunas Críticas y Limitaciones.

A pesar de la gran contribución de este modelo y su gran utilización, no está exento de críticas y limitaciones. Un primer punto a mencionar es que la validez de sus resultados está condicionada

---

<sup>27</sup> Tascón y Castaño (2009)

por las limitaciones estadísticas inherentes a la metodología utilizada, y por cómo se han definido tanto la muestra como las variables incluidas:

1. Las empresas examinadas son todas empresas públicas que transan en bolsa, que pertenecen a una cierta industria (manufactureras) y con un cierto tamaño (ni pequeñas ni grandes empresas).
2. Se asume que los ratios usados se distribuyen según una Normal. Este fuerte supuesto ha sido estudiado por varios autores que demuestran que en realidad no es así para todos los ratios utilizados (Deakin 1976, Muhamad Sory y Abd Jalil 2009).
3. Necesita suponer igualdad de la matriz de varianza y covarianza entre ambos grupos (Quebradas y No Quebradas) para poder aplicar un modelo lineal.

El primer punto sugerido generó fuertes críticas en su minuto, por lo que Altman desarrolló nuevos modelos con esa consideración:  $Z'$  (aplicable a empresas privadas que no transan en bolsa) y  $Z''$  (aplicable a empresas no manufactureras). Para  $Z'$  se estima nuevamente el modelo anterior pero con una nueva muestra sustituyendo en la variable  $X_4$  el valor libro por el valor de mercado, y para  $Z''$  se estima el modelo sin incluir la variable de Ventas/Total de Activos (rotación de activos). Adicionalmente, se adaptó el Z-Score para empresas no industriales en mercados emergentes, específicamente para empresas mexicanas que emitieron Eurobonos denominados en dólares, a este modelo se le denominó Emerging Market Scoring Model (EMS Model). Este modelo encuentra su justificación en que los mercados en economías emergentes tienen una serie de riesgos que las economías desarrolladas no y que por tanto no se consideran en los modelos tradicionales. Estos son el riesgo de moneda<sup>28</sup> (tipo de cambio) y el riesgo industrial. Más adelante nos centraremos en estas derivaciones del Z-Score de Altman.

Respecto al segundo punto, Deakin (1976) explica que la validez de los resultados de los modelos de predicción de quiebra, dependen de la distribución de los datos utilizados. De esta manera si se comienza asumiendo que los ratios incluidos en el modelo siguen una distribución normal cuando en realidad no es así, los resultados deben ser cuestionados. Deakin estudia la distribución de once ratios diferentes, típicamente utilizados en los modelos de predicción de quiebra, y encuentra que diez de ellos se distribuyen de una forma significativamente distinta de la distribución Normal. Algunos de esos ratios se asemejan a una distribución Normal al aplicar

---

<sup>28</sup> El riesgo de moneda se refiere al riesgo que existe de obtener una pérdida financiera por un cambio en el valor de la moneda en la cual está denominada la inversión (en forma de bonos, acciones, etc). Estas variaciones afectan la riqueza de un individuo si es que se tienen posiciones en instrumentos financieros denominados en monedas diferentes a la local.

algunas transformaciones, sin embargo no propone alguna transformación a priori para los ratios, ya que dependerá de cada variable. Muhamad Sory y Abd Jalil 2009, estudian la normalidad de 64 ratios financieros, y encuentran que solo 3 de ellos siguen una Normal, y 2 siguen una distribución que se asemeja a una Normal. Para Deakin, los resultados mejoran si se consideran los ratios a nivel de una industria en particular, y no se mezclan entre industrias. Finalmente concluye que si bien la validez de los resultados debe ser cuestionada y analizada con mayor detención (dado que no se cumple el supuesto de normalidad), la relevancia de un modelo yace en su utilidad para la toma de decisiones, y no en que se adhiera totalmente a los supuestos.

Muhamad Sory y Abd Jalil también aplican transformaciones a los ratios (logaritmo natural, raíz cuadrada, transformaciones cuadradas e inversas) para lograr una mayor normalidad en su distribución, y logran una mayor normalidad en los ratios tras la aplicación de estas transformaciones y la eliminación de los valores extremos.

El tercer punto se estudia cuando Altman desarrolla su modelo del Zeta Credit Risk, ya que utiliza los dos escenarios posibles respecto de las matrices de varianza y covarianza: que sean iguales y que no lo sean. En este estudio los resultados muestran que las estimaciones asumiendo igualdad de matriz de varianza-covarianza superan a los resultados suponiendo que son diferentes.

Paralelamente, la fuerte crítica respecto de la validez de los supuestos utilizados por Altman encuentra su contraparte en Friedman<sup>29</sup> (1953), quien en su ensayo "The Methodology of Positive Economics" menciona que la validez de un modelo debiese medirse por su capacidad de predicción, y no por los supuestos que lo subyacen. En sus palabras: "el problema esencial en torno a los supuestos de una teoría no es, si son descriptivamente "realistas", porque nunca lo son, sino, si constituyen aproximaciones lo suficientemente buenas para resolver el problema de que se trate"<sup>30</sup>. Es decir, lo importante respecto de los supuestos no es su realismo en sí, sino si es que permiten realizar predicciones.

Otra crítica que ha recibido el modelo es que el Z-Score no calcula directamente probabilidades de quiebra para una firma, si no que es un modelo que permite discriminar entre empresas para luego clasificarlas en un grupo (Agarwal y Taffler 2005). Como se mencionaba al comienzo, el

---

<sup>29</sup> Friedman (1953) "The Methodology of Positive Economics"

<sup>30</sup> Friedman (1953) "The Methodology of Positive Economics", página 368.

poder asignarle un valor específico a la probabilidad de quiebra de una empresa es un elemento importante y necesario en la evaluación de distintas decisiones que toman bancos, aseguradoras, instituciones financieras e inversionistas privados.

Para hacer frente a esto, Altman usa el método del rating de bonos equivalente (Bond Rating Equivalent, BRE desde ahora en adelante) el cual se basa en la experiencia de más de 2000 firmas quebradas. El método BRE se desarrolla en 3 etapas:

- Cálculo de los puntajes de crédito (credit scores) de créditos nuevos o ya existentes en el portafolio de una empresa.
- Mapeo de estos puntajes respecto de su equivalente en la clasificación de un bono.
- Se estima la probabilidad de quiebra para un período de tiempo futuro determinado usando tasas de mortalidad de nuevas emisiones o la probabilidad de quiebra acumulada de emisiones anteriores.

De esta manera se observa la probabilidad histórica de que una emisión con cierta puntuación y BRE, haya quebrado entre 1 a 10 años tras el período de puntuación.

También se critica el modelo por la poca capacidad de los ratios financieros para hacer predicciones ex ante. Jhonson (1970) expone que los ratios utilizados en el modelo proveen información del estado actual de una empresa, pero no contienen información sobre las nuevas estrategias y condiciones que deberá enfrentar una empresa, tales como fusiones y adquisiciones, crisis económicas, etc. De esta manera, parece ser que los ratios serían más convenientes de utilizar después de la quiebra, y no previo a esta por las siguientes razones:

1. Los ratios contienen información que reflejan la situación financiera de una empresa ex post. Una vez que la firma quebró se pueden encontrar las causas analizando la variación de los ratios en el tiempo, pero ese análisis no se puede realizar simplemente con ratios ex ante a la quiebra.
2. Los ratios utilizados generalmente se comparan para la misma firma (o para firmas similares) durante un período de tiempo y estudia su evolución. Sin embargo, es necesario tener un punto de referencia de los valores de los ratios y así realizar comparaciones. Por ejemplo, dos firmas con exactamente los mismos ratios de deuda, pueden diferir en las oportunidades de inversión que enfrentan, y por tanto su riesgo también será diferente.
3. Los ratios no incorporan el dinamismo que conlleva un proceso de quiebra, por lo que solo permiten realizar análisis mediante estática comparativa (crítica que también hace Shumway 2001).

Jhonson plantea que el trabajo de Altman demuestra que las empresas clasificadas en uno u otro grupo tienen características (en términos de los ratios) diferentes entre grupos, pero no demuestra que los ratios utilizados tengan poder predictivo respecto de la quiebra. Es necesario poder inferir en el sentido contrario, es decir, desde los ratios hacia la quiebra de firmas, y no desde la posición de la firma quebrada hacia los ratios. Finalmente, concluye que es necesario desarrollar un modelo que tenga una base teórica más fuerte y que describa los factores que subyacen a la quiebra de las empresas; sin tal modelo o sin mayor evidencia respecto de los modelos que incorporan ratios, el valor práctico de los modelos de Altman y de Beaver es cuestionado.

Contrario a Jhonson, Agarwal y Taffler (2005) testean si es que el Z-score tiene poder predictivo ex ante usando una muestra de empresas en el Reino Unido, y encuentran que el modelo si tiene un poder predictivo ex ante importante. De esta forma, recogen la crítica de Jhonson y proveen evidencia de que el modelo si funciona para realizar predicciones.

Agarwal y Taffler también dicen que muchas de las críticas que se hacen al Z-score son porque no entienden realmente para lo que está diseñado el modelo. Explican que el modelo es esencialmente descriptivo y que se puede considerar como un mecanismo de comunicación para interpretar la situación de una empresa. Su gran aporte es que considera distintos aspectos de la información de una firma simultáneamente y como un todo, es decir: “el todo es mayor que la suma de las partes por separado”<sup>31</sup>. Por otro lado, el modelo no calcula probabilidades de default, la pregunta que responde el modelo es: “¿Tiene la firma un perfil financiero más similar al grupo de firmas en el grupo de quiebra o al grupo de no quiebra?”. Así, el modelo es solo una condición necesaria pero no suficiente para la quiebra de una firma.

Otro aspecto respecto de los ratios financieros es tratado por Lev y Sunder (1979). Los autores explican que una de las mayores razones que se argumentan de porqué incluir ratios financieros (y no variables financieras por si solas), es para controlar por efecto sistemático que tiene el tamaño de la firma en las variables examinadas<sup>32</sup>. Sin embargo, tal forma de controlar por el tamaño es óptima solo bajo estrictas condiciones. Cuando la variable a examinar ( $y$ <sup>33</sup>) es estrictamente proporcional al tamaño de la operación ( $x$ <sup>34</sup>). La relación que existe entre dos variables debiese poderse determinar a priori mediante alguna teoría, no obstante, para el caso

---

<sup>31</sup> Agarwal y Taffler (2005), página 15.

<sup>32</sup> Altman (1968), Horrigan (1966)

<sup>33</sup> Por ejemplo, costos.

<sup>34</sup> Por ejemplo, resultados (output). De manera que  $y/x$  mediría el costo marginal de la empresa.

de la quiebra no existe tal teoría. Por esto en primer lugar debería testearse empíricamente la relación entre las variables. Lev y Sunder (1979) indican que hay 3 casos para los que tal proporcionalidad no se da, y para los cuales el uso de ratios para controlar por tamaño no sería correcto:

- Presencia de un término de error en la relación de las variables:  $y = \beta x + \varepsilon$
- Presencia de un término de intercepto en la relación de las variables:  $y = \alpha + \beta x$
- Que la variable "y" dependa de otras variables aparte del tamaño de la firma, y no linealidades en la relación:  $y = \alpha + \beta x + \gamma z$

La crítica se refiere principalmente a que la mayoría trabajos que incluyen ratios se saltan este paso previo, en el cual se comprueba si el uso de los ratios es óptimo o no. Explican que si en la estimación de un modelo se incluyen ratios y no se cumple la estricta relación entre las variables, entonces los resultados de tal modelo estarán sujetos a distintos problemas dependiendo de cómo sea la verdadera relación entre las variables de los ratios.

Una fuerte crítica que ha recibido el modelo discriminante de Altman, y en general todos los modelos del tipo estadístico, es la ausencia de teoría que fundamente el modelo. Gambling (1985) explica que el modelo no provee de ninguna teoría que explique la insolvencia, que es un modelo meramente empírico. Hace una analogía a un caso médico diciendo que el modelo de Altman es como decir que el resultado de una investigación médica que estudia las causas de la muerte es la muerte en sí. Es decir, no provee de una teoría que explique los síntomas. Algo similar expone Kealhofer (2003), argumentando que el modelo mide solo correlación y no causalidad.

Frente a esto, Agarwal y Taffler explican que el Z-score no es un modelo explicativo de la quiebra de firmas, es simplemente un mecanismo para detectar patrones en las firmas, de manera de estar alerta a las señales.

Otra crítica es la desarrollada por Shumway (2001), quien expone que el Z-score es un modelo estático que toma en cuenta el cambio que experimentan las empresas en el tiempo, y por tanto en el valor de los ratios financieros típicamente incluidos como variables explicativas. Critica los resultados del Z-score diciendo que resultan de un modelo estático que usa data de múltiples períodos, de forma que los resultados estarían sesgados y serían inconsistentes. Además encuentra que cerca de la mitad de los ratios utilizados en varios modelos (incluyendo el de Altman) no son estadísticamente significativos. Propone utilizar un modelo de riesgo ("Hazard

Models”) el cual considera la variable “tiempo” explícitamente, y entrega una estimación consistente, permitiendo evaluar el riesgo de quiebra de una empresa en cualquier momento del tiempo.

En este tipo de modelos, la variable dependiente es el tiempo que la firma permanece en el grupo de empresas sanas, de esta forma permite incorporar el hecho de que el riesgo de una empresa (y por lo tanto su probabilidad de quiebra) cambia en el tiempo, de manera que la “salud” de la firma dependerá de su última información disponible. En este modelo incluye ratios financieros y variables de mercado, tales como retorno pasado de las acciones, variabilidad idiosincrática de los retornos y tamaño de mercado. Además menciona tres razones econométricas de porqué este modelo sería más apropiado:

1. Un modelo estático no identifica cuántos períodos (cuánto tiempo) ha estado la firma en riesgo de quebrar, mientras que uno del tipo propuesto por Shumway (2001) realiza el ajuste automáticamente. Cuando se considera un período largo en la muestra es necesario controlar por esto ya que hay empresas que pasan muchos años en una situación de riesgo antes de efectivamente solicitar la quiebra. Si no se controla por este hecho las estimaciones obtenidas serán sesgadas.
2. Los modelos de riesgo incorporan automáticamente cómo cambian las covarianzas y las variables explicativas en el tiempo. Es decir, permite observar cómo se va dando el cambio en la “salud” de la empresa en el tiempo.
3. Estos modelos pueden obtener resultados más eficientes en las predicciones fuera de muestra, ya que incluyen más datos. Esto porque cada año de información de una firma es considerado como una observación diferente. De esta manera los parámetros estimados son mucho más precisos.

En síntesis, su crítica se centra entonces, en el análisis estático que realiza en Z-score, y propone un Hazard Model, el cual se analizará un poco más adelante.

Palepu (1986) critica los modelos de discriminación de firmas quebradas v/s no quebradas, del punto de vista del emparejamiento de firmas que se hace. Indica que la técnica de matching utilizada para emparejar firmas quebradas con firmas no quebradas de características similares genera un sesgo hacia la quiebra. Sin embargo este sesgo puede, como puede no ser importante dependiendo del uso que se le dé al modelo: si es que se usa para clasificar empresas por su potencial de quiebra, entonces el sesgo no altera los resultados; pero si el modelo se usa para seleccionar portafolios de inversión entonces si es relevante el sesgo que se genera.

Por otro lado, Zmijewski (1984) realiza un análisis a 17 estudios de fracaso empresarial<sup>35</sup> que utilizan el emparejamiento, examina dos tipos de sesgo que se observan cuando un modelo se estima con una muestra no aleatoria. El primero es un sesgo de “oversampling” que se refiere al sesgo de elección de la muestra que viene dado porque la cantidad de empresas quebradas es mucho menor que las empresas no quebradas; y un sesgo por usar criterios de selección de la muestra final, que se refiere al sesgo de selección de la muestra. Se concluye que a pesar de que ambos sesgos están presentes en los modelos revisados, los resultados en la clasificación de las empresas y en el poder de predicción de quiebra, no se ven alterados de manera significativa.

En resumen, podemos decir que las críticas que se hacen al Z-Score, son las siguientes:

- 1.** Fuertes supuestos respecto de la distribución de las variables incluidas (los cuales se ha mostrado que no se observan en la realidad) y respecto de las matrices de varianza y covarianza. Encontramos contra-argumentos en Friedman (1953), Deakin (1976), y un trabajo realizado por el propio Altman que encuentra que los resultados del modelo son mejores bajo el supuesto de igualdad de varianza y covarianza (es decir la aproximación lineal)
- 2.** El Z-score no determina probabilidades de quiebra directamente, sino que plantea una forma de discriminación entre 2 tipos de empresas: quebradas y no quebradas (Agarwal y Taffler 2005).
- 3.** Poca capacidad de los ratios financieros para hacer predicciones ex ante (Jhonson 1970 y Agarwal y Taffler 2005), y el uso óptimo de estos para controlar por el efecto tamaño de la firma y el efecto industria (Lev y Sunder 1979).
- 4.** Ausencia de teoría que fundamente el modelo, la elección de las variables explicativas y la interpretación de sus resultados (Gambling 1985).
- 5.** Es un modelo estático que no considera el cambio en el tiempo que experimenta la empresa y por tanto las variables financieras incluidas (Shumway 2001).
- 6.** Crítica de la técnica de matching de firmas utilizada (Palepu 1986).
- 7.** Crítica respecto de la no aleatoriedad en el proceso de selección de la muestra ( Zmijewski 1984)

A continuación se describirán algunas de las modificaciones que Altman realiza a su modelo original, en las que toma en cuenta varias de las críticas que se han mencionado.

---

<sup>35</sup> Incluyendo los trabajos de Altman, Beaver, Deakin y Ohlson.

## 2.3 Modificaciones del Z-Score: Z', Z'', Modelo EMS y Modelo Zeta.

### a) Adaptación para empresas privadas y no-manufactureras: Z' y Z''.

Conforme a las críticas que se mencionaron previamente, Altman desarrolla una adaptación del Z-score, el Z' para empresas privadas que no transan en bolsa. Para esto no solo se usa el valor libro para el ratio valor del patrimonio/total patrimonio, sino que se re-estima todo el modelo. La estimación del modelo queda como sigue:

$$Z' = 0,717x_1 + 0,847x_2 + 3,107x_3 + 0,42x_4 + 0,998x_5$$

Vemos que todos los coeficientes cambiaron respecto del modelo original, sin embargo, esta estimación obtiene resultados bastante similares en cuanto a su capacidad para discriminar entre empresas. El error Tipo I es un poco mayor que en el modelo anterior (9% v/s 6%), y el error Tipo II es exactamente igual (3%). La zona de ignorancia es ahora más amplia ya que el nuevo límite inferior es 1,23 y antes era 1,81. A pesar de que esta adaptación tiene un mayor porcentaje de error Tipo I la diferencia es muy pequeña por lo que el modelo es casi igualmente confiable.

La adaptación Z'' se hace para que el modelo se pueda aplicar a empresas en otras industrias distintas a la manufactureras. Para esto, Altman elimina de las variables el ratio ventas sobre el total de activos, ya que es un ratio muy sensible a la industria en la que se desempeña una firma, y usa una muestra de empresas mexicanas. La estimación del modelo queda como:

$$Z' = 6,56x_1 + 3,26x_2 + 6,72x_3 + 1,05x_4$$

### b) Un Modelo para Mercados Emergentes: Modelo EMS<sup>36</sup>.

El Z-Score original usa una muestra de empresas de Estados Unidos, y aunque aparentemente no hay una razón para que éste no se pueda aplicar a empresas de otros países, Altman reconoce que cada país involucra un contexto absolutamente distinto en el cual una firma se desenvuelve. Un aspecto especialmente importante es que cada país tiene una institucionalidad

---

<sup>36</sup> Basado en el libro "Corporate Financial Distress and Bankruptcy"- Tercera Edición, Edward Altman.

legal diferente, y por tanto el concepto de quiebra y lo que ésta involucra difiere. También se considera que en las economías emergentes existen dos riesgos más: el riesgo de moneda (que involucra el riesgo por devaluación) y el riesgo industrial (posición de competencia en la industria).

Este modelo le otorga un puntaje a cada empresa (un rating) y luego utiliza el método BRE descrito anteriormente para una muestra de empresas mexicanas que emitieron Euro-bonos denominados en dólares. Se implementa en los siguientes seis pasos:

1. **Equivalente de Rating de Bonos (BRE).** Se usa el Z''-Score, pero se incluye una constante de 3,25 ya que permite estandarizar el análisis de manera que un rating D sea equivalente con un Z''-Score de cero. El valor utilizado para la constante es la mediana del Z''-Score de las empresas quebradas de la muestra. El Cuadro 2 muestra como queda la equivalencia:

**Cuadro 2.**

	Z''-Score		Rating	Z''-Score		Rating	
Safe Zone	8.15	>8.15	AAA	5.65	5.85	BBB-	} Gray Zone
	7.60	8.15	AA+	5.25	5.65	BB+	
	7.30	7.60	AA	4.95	5.25	BB	
	7.00	7.30	AA-	4.75	4.95	BB-	
	6.85	7.00	A+	4.50	4.75	B+	
	6.65	6.85	A	4.15	4.50	B	
	6.40	6.65	A-	3.75	4.15	B-	
	6.25	6.40	BBB+	3.20	3.75	CCC+	
Distress Zone	5.85	6.25	BBB	2.50	3.20	CCC	} Distress Zone
				1.75	2.50	CCC-	
				<1.75	1.75	D	

Fuente: E. Altman, J. Hartzell y M. Peck (1995), "A scoring System for Emerging Market Corporate Bonds".

2. **Ajuste del Rating de un bono por la vulnerabilidad de devaluación de moneda extranjera.** Para cada bono se analiza la vulnerabilidad de la firma emisora a posibles problemas que podría tener para no cumplir el servicio de la deuda. Esta vulnerabilidad se calcula como la relación entre los ingresos menos costos en moneda no-local, y los gastos en moneda no-local. Luego, el nivel de flujo de efectivo en moneda no-local se compara con la deuda que vencerá el año siguiente. Si la empresa resulta ser muy vulnerable a este tipo de problemas entonces se ajusta hacia abajo la clasificación del bono y se disminuye en un punto entero (por ejemplo de BB+ a B+). El ajuste dependerá del grado de vulnerabilidad de cada empresa.
3. **Ajuste por industria.** Se realiza otro ajuste (hacia arriba o hacia abajo) si es que la empresa está en una industria más o menos riesgosa que la del BRE.

4. **Ajuste por posición competitiva.** Este ajuste depende de la posición que tenga la empresa dentro de la competencia (bien posicionada puede mejorar su rating, y mal posicionada lo empeora).
5. **Ajuste por características especiales de la deuda.** Si la deuda tiene características especiales como colaterales o garantías especiales, entonces la clasificación del rating mejora.
6. **Comparación con el spread soberano (Sovereign spread).** Se encuentra el rendimiento (yield) de los bonos de rating equivalente de los mercados emergentes, en el mercado americano, y se les suma el “yield” spread de los bonos soberanos. Tras esta modificación se comparan los yield resultantes con los que se observan efectivamente en el mercado.

También es necesario ajustar algunas de las variables incluidas. Por ejemplo, no se puede incluir directamente el valor de mercado del patrimonio (medido como el valor de las acciones), ya que en general el mercado accionario de los países emergentes no es tan profundo, eficiente y líquido como en países desarrollados. Por esto, se opta por incluirlo mediante una etapa adicional en la estimación del modelo. Lo que se hace es que se compara el BRE usando el ratio de valor libro del patrimonio/Pasivos Totales con respecto al mismo ratio pero usando el valor de mercado del patrimonio. De esta manera queda una variable de valor libro a valor de mercado del patrimonio (“market-to.-book”).

Se testea el modelo para el período tras la Crisis Mexicana del Peso y se observa que el modelo es capaz de revelar el difícil entorno económico que estaban viviendo las empresas mexicanas. El EMS también proporcionó una predicción bastante acertada del cambio experimentado por las firmas mexicanas en su clasificación crediticia: el deterioro durante la crisis y su posterior recuperación. También fue capaz de predecir correctamente cada firma que cayó en default y las firmas que lograron recuperarse.

Desde 1996 el EMS ha sido aplicado continuamente para empresas en mercados emergentes, no solo mexicanas<sup>37</sup>, y los resultados han sido muy satisfactorios. De esta forma se concluye que el modelo es un buen acercamiento para referirse al riesgo crediticio de estas empresas que se desempeñan en ambientes generalmente más riesgosos que los que un país desarrollado, y especialmente el de Estados Unidos, puede ofrecer.

---

<sup>37</sup> Brasil, Argentina, países del Sudeste Asiático, entre otros.

### c) Modelo Zeta® Credit Risk .

Altman en conjunto con Haldeman y Narayanan (1977) desarrollan el Zeta ® Credit Risk Model. Las razones que Altman describe<sup>38</sup> que motivaron el desarrollo de este nuevo modelo son las siguientes:

- Incluir los desarrollos más recientes respecto del fracaso empresarial y respecto de las técnicas del análisis discriminante.
- El cambio en el tamaño y en el perfil financiero de las empresas quebradas. Con el paso del tiempo el tamaño de las firmas que han quebrado ha aumentado cuantiosamente, por lo que en el nuevo modelo se consideran empresas más grandes.
- Usar datos actualizados temporalmente que permitan considerar nuevas condiciones de mercado.
- Los modelos estimados anteriormente se concentran específicamente para empresas manufactureras o de un sector industrial específico, sin embargo dada la importancia que han cobrado las empresas de retail y su vulnerabilidad a las condiciones del mercado resulta pertinente incluirlas.
- La información utilizada extraída de los estados financieros de las firmas se han analizado minuciosamente de manera de incluir los cambios más recientes en las normas de información financiera y prácticas contables.

En este estudio se utiliza un modelo lineal y cuadrática: Si se asume que las matrices de varianza y covarianza de los grupos (quiebra y no quiebra) son estadísticamente idénticas, es mejor usar una estructura lineal; si se asumen como no idénticas, entonces la estructura cuadrática será más eficiente ya que las características de cada grupo y entre los grupos pueden ser evaluadas de forma independiente. La mayor eficiencia del modelo se traducirá en medidas multivariantes de las diferencias de los grupos más significativas, y una mayor precisión en la clasificación de una muestra en particular.

La muestra utilizada incluye dos muestras de empresas: 53 empresas quebradas y 58 no quebradas. Se incluyen empresas de la industria de manufactura y retail.

Para determinar qué variables incluir en el modelo se realizan varios tests y las que finalmente se dejaron en el modelo son siete:

---

<sup>38</sup> Edward Altman (2000), "Predicting Financial Distress of Companies: Revisiting the Z-Score and Zeta® Models".

1. **(X1)** Utilidad antes de intereses e impuestos/Total de Activos como una medida del rendimiento de los activos.
2. **(X2)** Estabilidad de los ingresos. Esto se midió mediante una medida normalizada de los errores estándar en la estimación de una tendencia de X1 entre 5 a 10 años.
3. **(X3)** Servicio de la deuda. Se mide con el ratio de cobertura de intereses, es decir, ganancias antes de intereses e impuestos/Pago Total de intereses.
4. **(X4)** Rentabilidad Acumulada medida como Utilidades Retenidas/Total de Activos. Esta medida es la más importante del modelo, e incluye información respecto de la antigüedad de la firma, políticas de deuda y dividendos, y un historial de la rentabilidad de la empresa en el tiempo que lleva operando.
5. **(X5)** Liquidez medida como la clásica razón del circulante.
6. **(X6)** Acciones Comunes/Capital Total que mide el nivel de capitalización de la empresa. Ambos componentes del ratio se miden como un promedio de los últimos cinco años de su valor de mercado. El capital total incluye las acciones preferentes al valor de liquidación, deuda de largo plazo y capitalización de arrendamientos.
7. **(X7)** Tamaño de la firma medida como el total de sus activos.

De todas las variables la más significativa en todos los test fue siempre el ratio de rentabilidad acumulada (x4), seguida por el ratio de estabilidad de ingresos (X2).

### **Principales Resultados y Conclusiones.**

- La inclusión de las empresas de retail no afectó los resultados probablemente por los ajustes realizados a las bases de datos respecto de las nuevas normativas en la contabilidad y reportes financieros.
- Para sorpresa de los autores si bien dadas las características de la muestra una estructura cuadrática debiese haber sido más apropiada, al realizar los test de validez, el modelo en su forma lineal resultó ser superior al cuadrático.
- Para determinar los nuevos puntos de corte se siguió el siguiente planteamiento: si se asume que las empresas tienen la misma probabilidad de pertenecer a un grupo entonces un modelo lineal tendrá como punto de corte el cero. Esto por la constante que tiene la forma lineal. Todas las empresas con un score sobre el cero serán clasificadas como pertenecientes al grupo de No Quiebra, y las empresas con un score menor a cero se clasificarán en el grupo de Default. Este punto de corte también resultará si lo que se busca es minimizar los costos

de los errores de clasificación (errores Tipo I y Tipo II), esto es asumiendo poblaciones con distribuciones Multi-Normal y que ambos grupos tienen la misma matriz de varianza-covarianza.

- Este estudio incluye un análisis explícito de los costos que implican los errores de clasificación de las empresas. Para esto consideran como agente relevante (en el rol de la contraparte de la empresa) a un banco, de manera que el error Tipo I sería otorgar un préstamo y que éste haga default, y el error Tipo II sería no otorgar un préstamo que hubiese terminado en un pago exitoso.
- Al comparar el modelo ZETA con el Z-Score se encuentra que el porcentaje de certeza de ambos es bastante similar un año previo a la quiebra (96% v/s 93,9%), pero el ZETA supera al Z-score para los 2 a 5 años previos a la quiebra. Finalmente, este nuevo modelo supera al Z-score original, ya que permite predecir un default con un 70% de certeza hasta 5 años antes del evento, y con más de un 90% un año antes.

## **2.4 Evidencia Empírica.**

A continuación revisaremos algunas aplicaciones del modelo, para después analizar si es que el modelo sirve realmente o no en la práctica. Hay trabajos que analizan si es que el Z-Score es un modelo que efectivamente permite, en la práctica, discriminar entre empresas fracasadas y no fracasadas; otros trabajos que utilizan la técnica del Análisis Discriminante para estudiar si es que es una técnica válida; y otros que comparan diferentes metodologías para referirse al problema de la quiebra empresarial.

Como se mencionaba anteriormente, Agarwall y Tafler (2005) estudian si es que el Z-Score de Altman funciona o no para el caso de empresas en el Reino Unido. Usando datos contables históricos de los 25 años en que se desarrolló el modelo original, examinan si el Z-Score tiene poder predictivo ex ante o solo permite clasificar en grupos ex post a la quiebra. El estudio se realiza para empresas en el sector industrial, retail y servicios. Explican que si el modelo está bien definido y desarrollado, los ratios incluidos debiesen reflejar aspectos clave respecto de la solvencia y desempeño de una empresa. En consecuencia, el modelo debiera predecir mejor que

un simple modelo de probabilidades (“Chance Model”) y otras técnicas para clasificar empresas entre grupos. Se realizan varios test para comparar el Z-score con otras formas de clasificar a las empresas:

- Se testea si el Z-score es mejor que un modelo de probabilidad proporcional que clasifica las firmas en los grupos de quiebra y no-quiebra, basándose en las tasas de quiebra de la población total. Encuentran que el modelo de Altman tiene verdadera habilidad para pronosticar la quiebra.
- Se compara el Z-Score con una simple regla de clasificación: empresas con beneficios antes de impuestos negativos se clasifican en el grupo de quiebra. La tasa de aciertos en la clasificación de las empresas es mayor que la del Z-Score (85,3% v/s 74.6%).
- Estudian si la magnitud del valor que arroja el Z-Score para una empresa cualquiera tiene información adicional sobre el riesgo de ésta. Se encuentra que la magnitud del Z-score si es relevante, mientras más negativo mayor es la probabilidad de quiebra.
- Encuentran que el porcentaje de empresas en riesgo de quebrar varía en línea con el estado general de la economía.
- Si bien el modelo funciona bien, encuentran que para los últimos años no funciona tan bien especialmente en relación al error Tipo II, el cual ha ido en aumento. Explican que esto se podría explicar por cuatro factores: 1) el crecimiento en el sector servicios asociado a una contracción en la cantidad de empresas industriales listadas en las bases de datos; 2) la tasa de firmas “loss-making” se ha duplicado, generando que los costos de pérdida aumenten; 3) reducción de la homogeneidad en la estructura financiera de las empresas; 4) aumento en el uso de nuevos instrumentos financieros.

Finalmente concluyen que el Z-Score tiene poder predictivo ex ante, pero que es necesario revisar su estimación periódicamente para incluir cambios en las tendencias y en las industrias, y así mantener su utilidad operativa.

Muhamad Sori y Abd Jalil (2009) aplican el modelo del Altman para empresas en Singapur. Esta aplicación es especialmente importante para empresas asiáticas, ya que en los noventa con la crisis asiática muchas empresas cayeron en default.

Los autores comienzan explicando que la quiebra es un proceso de varias etapas, en las cuales las empresas van presentando diversas señales en su información financiera. También indican que los resultados de estudios anteriores no son aplicables a cualquier empresa, ya que la mayoría de esos estudios son realizados para empresas de países desarrollados, los que difieren

en muchos aspectos de los países en desarrollo y subdesarrollados. Por esto estiman su propio modelo, utilizando 17 empresas quebradas de Singapur entre el período 1990 y 2000.

La metodología utilizada fue similar a la de Altman, en la que cada empresa “fracasada” (Quebrada) tiene emparejada una empresa no quebrada de características similares en cuanto a la industria, tamaño de activos, y madurez. Como ya vimos, si bien esta técnica no está exenta de críticas, para la finalidad de la discriminación de empresas no representa un inconveniente.

Se usan 64 ratios como variables independientes, a los que tuvieron que aplicarle una serie de transformaciones para lograr una mayor normalidad en su distribución, ya que inicialmente solo 3 de estos ratios seguían una normal.

Las variables que finalmente se incluyen en el modelo, por su aporte al poder de discriminación del modelo, son: flujo de efectivo/Activos, Días de venta en cobrar, porcentaje de activo circulante, porcentaje de Capital de explotación, crecimiento de inventario, porcentaje de pasivos totales, y el ratio de la prueba ácida. Pero el flujo de efectivo/Activos y los Días de venta en cobrar fueron los más significativos.

Se determina un punto de corte de cero, el cual es un promedio del puntaje de las empresas quebradas y no quebradas. Sobre el punto de corte las empresas se clasifican como firmas quebradas, y bajo el punto de corte se clasifican como firmas no quebradas. Se encuentra que el modelo predice con un 82,1% de certeza, y al comprobar su validez con una muestra externa se encuentra que su poder de predicción no varía mucho (81,6%). De esta manera se concluye que el modelo basado en la metodología de Altman tiene buenos resultados y que es válido para aplicarse a empresas de Malasia y Singapur.

Arindam (2006) realiza un estudio para predecir el default de bonos corporativos de India, mediante el uso de un modelo de regresión logística (logit) y el Z-score. El Z-score se usa como modelo predictivo de que los bonos hagan default, y el logit se usa para estimar la probabilidad de que ello ocurra.

Para estimar el modelo discriminante se usa una muestra balanceada de 104 corporaciones indias para el período entre 1998-2003. Luego, para encontrar las probabilidades de default se usa la misma base de datos, pero además de incorporar variables financieras, se incluyen variable no-financieras, y se testea si su incorporación mejora la estimación de las probabilidades de default.

Los resultados encontrados por los autores indican claramente que el modelo propuesto (Z-score junto a un logit) mejora los resultados en cuanto a la exactitud de la predicción y al cálculo de las probabilidades de quiebra.

Altman también realiza (en conjunto con otros autores) aplicaciones del Z-score para varios países<sup>39</sup>: Brasil (Altman, Baidya, Ribeiro 1979), Argentina (Swanson, Tybout 1988), Australia (1977, 1982, 1983, 1984, etc), Canada (1981, 1979), Finlandia (1988, 1990, 1999), entre otros.

Otros artículos estudian los resultados de la metodología de Altman pero para otro tipo de industrias (distintas a la manufacturera). Por ejemplo, Trill et al. (2008) intentan encontrar un modelo de predicción de quiebra para la industria del hierro y el acero en Estados Unidos usando el Análisis Discriminante Múltiple. Se incluyen 33 ratios financieros además de algunas medidas de estabilidad<sup>40</sup>, y 28 empresas seleccionadas aleatoriamente (14 que quebraron y 14 que no) para el período de 1990 hasta el año 2005. Se estiman 5 especificaciones diferentes:

1. Modelo solo son ratios financieros.
2. Modelo solo con variables de estabilidad.
3. Modelo que combina los ratios con las medidas de estabilidad.
4. Modelo que hace una transformación de logaritmo natural para los ratios.
5. Combinación entre las medidas de estabilidad y la transformación logartímica.

Los resultados indican que dependiendo del año previo a la quiebra analizado, es el ratio con mayor relevancia para discriminar entre empresas. Por ejemplo, para un año antes de la quiebra la razón entre (Efectivo + Equivalentes) y Pasivo Total es la más explicativa (tanto para la estimación con la transformación logarítmica como sin la transformación, y para la estimación combinando ratios con medidas de estabilidad); para el segundo año previo a la quiebra la razón Inventario a Activo circulante fue la más relevante (lo mismo para la transformación logarítmica, y para la combinación), sin embargo para el tercer año previo a la quiebra los ratios relevantes cambian según la estimación. También encuentran que la validez predictiva del modelo para discriminar entre empresas es buena (va desde un 78% a un 100%).

Finalmente, el estudio sugiere que los distintos modelos considerados no afectan la certeza de la predicción mientras las variables consideradas no se cambien. Si es que se usan los mismo ratios en otra industria y los resultados no cambian mucho se podría comenzar a generalizar respecto de qué ratios sirven para predecir la quiebra.

---

<sup>39</sup> Altman, E., Hotchkiss, E. "Corporate Financial Distress and Bankruptcy: Predict and Avoid bankruptcy, analyze and invest in distress debt", Tercera Edición.

<sup>40</sup> Transformaciones de logaritmo natural y error estándar.

También hay trabajos que comparan las distintas metodologías utilizadas para referirse al fracaso empresarial con el análisis discriminante o el Z-score directamente. Segovia, Gil, Heras y Vilar (2003) comparan el análisis Discriminante con la metodología Rough Set. La teoría Rough Set es un enfoque que se utiliza dentro de los modelos de Inteligencia Artificial y utiliza la experiencia, de una empresa en este caso, para encontrar reglas de decisión para la toma de decisiones futuras. Esta metodología permite analizar de forma objetiva el conocimiento de una firma adquirido con el tiempo, elimina variables redundantes, y encuentra un conjunto de reglas de decisión<sup>41</sup> basadas en experiencias concretas de la firma. Además, al contrario del análisis discriminante no necesita establecer supuestos a priori acerca de las variables explicativas incluidas y permite incluir variables cualitativas sin limitaciones.

La muestra utilizada para el estudio cuenta de 36 empresas fracasadas y 36 empresas no fracasadas, las que se emparejaron por tamaño y sector. Se hacen estimaciones para el Rough Set y para el Análisis Discriminante usando los datos de las empresas del año previo a la quiebra, y luego se usan los datos de hasta 5 años antes para estudiar la capacidad predictiva de cada modelo.

Los resultados respecto a la correcta clasificación de ambos métodos se pueden ver en el Cuadro 3:

**Cuadro 3.**

**Análisis Rough Set**

<b>Clasificaciones correctas</b>	<b>Año 1</b>	<b>Año 2</b>	<b>Año 3</b>	<b>Año 4</b>	<b>Año 5</b>
Clase 0 (empresas quebradas)	100%	77.14%	55.56%	70.83%	63.16%
Clase 1 (empresas sanas)	100%	80%	76.67%	59.26%	76.19%
<b>Total</b>	<b>100%</b>	<b>78.57%</b>	<b>66.67%</b>	<b>64.71%</b>	<b>70%</b>

**Análisis Discriminante**

<b>Clasificaciones correctas</b>	<b>Año 1</b>	<b>Año 2</b>	<b>Año 3</b>	<b>Año 4</b>	<b>Año 5</b>
Clase 0 (empresas quebradas)	76.47%	78.79%	87.5%	72.72%	81.25%
Clase 1 (empresas sanas)	55.88%	64.71%	61.53%	43.47%	50%
<b>Total</b>	<b>66.17%</b>	<b>71.75%</b>	<b>74.51%</b>	<b>58.09%</b>	<b>65.62%</b>

*Fuente: "La Metodología Rough Set frente al Análisis Discriminante en la Predicción de Insolvencias en Empresas Aseguradoras". Segovia, Fana, Martínez y Vilar (2003).*

Como se observa, el análisis discriminante solo supera en la correcta clasificación de las empresas el tercer año previo a la quiebra, para el resto de los años el rough set tiene mejores resultados. Estos resultados implican que el análisis rough set puede ser una buena alternativa al análisis discriminante. Además, los autores explican que una ventaja adicional es el hecho que

<sup>41</sup> Las reglas se determinan según la siguiente estructura: "Si<Se cumplen condiciones>ENTONCES<el objeto pertenece a una clase de decisión dada>". Fuente: "La Metodología Rough Set frente al Análisis Discriminante en la Predicción de Insolvencias en Empresas Aseguradoras", Segovia, Fana, Martínez y Vilar (2003).

desde el punto de vista del usuario las reglas de decisión obtenidas por el rough set son más entendibles y accesibles que la función que se obtiene por el análisis discriminante.

Sin embargo, explican que una importante limitación del rough set respecto del análisis discriminante es que asume que los costos de los errores de clasificación son iguales. Explicábamos anteriormente que esto no es así, en la realidad el coste Tipo I parece ser bastante más relevante que el Tipo II, por lo tanto el supuesto del rough set no se debe pasar por alto tan fácilmente.

A lo largo de la revisión bibliográfica de los modelos de análisis financiero multivariable, se observa que los principales problemas que presentan son:

- Ausencia de una teoría que fundamente el modelo, ya que sus conclusiones se basan en resultados meramente empírico.
- Dificultades para estimar la verdadera distribución de las variables (ya que el supuesto de normalidad no se cumple casi nada en la realidad)
- La elección incorrecta de las probabilidades poblacionales previas.
- La alta dispersión en la inclusión de las variables explicativas. Dentro del análisis discriminante existen serías dudas sobre la certeza de la contribución relativa de cada una de las variables independientes, así como de su correcta interpretación. Una forma de mejorar este aspecto es seleccionar previamente muchos ratios financieros para luego reducirlos aplicando métodos estadísticos reductivos, como el análisis de componentes principales. Sin embargo una crítica a este método, es que carece de una teoría que fundamente la selección de tales variables.

### 3. MODELOS LOGIT: Modelo de Ohlson.

James A. Ohlson (1980) continua en la línea de trabajo de White y Turnbull (1975), y de Santomero y Vinso (1977), y propone utilizar un metodología diferente a la típicamente utilizada para estudiar el default de las empresas. De esta manera fue el primero en formalizar un modelo de quiebra utilizando un modelo econométrico de probabilidad condicional de regresión logística (logit) en lugar del clásico Análisis Discriminante Múltiple (ADM) utilizado hasta la fecha.

Ohlson (1980) explica que el modelo del discriminante de Altman presenta una serie de inconvenientes que se describen a continuación:

1. Para utilizar el ADM es necesario imponer ciertas condiciones sobre características de las distribuciones de las variables. Como se mencionaba en la sección del Z-score, se asume que las variables explicativas se distribuyen según una normal y que las matrices de varianza-covarianza son iguales para ambos grupos (quiebra y no quiebra). Estos supuestos pueden ser útiles para desarrollar un modelo que simplemente discrimine entre grupos, sin embargo, no permiten encontrar directamente una probabilidad de quiebra.
2. El Z-score entrega un valor de poca interpretación y análisis. Se señalaba que el Z-score es meramente un modelo descriptivo que entrega una medida ordinal, es decir para ordenar a las empresas en uno u otro grupo.
3. Problemas relacionados con el matching que se realiza para comparar las firmas de ambos grupos. Ohlson explica que los criterios con los que se hace el matching en el Z-Score (tamaño e industria) tienden a ser arbitrarios, por lo que no sirven realmente para comparar resultados.

La metodología del Logit permite resolver los problemas planteados y encontrar un valor para la probabilidad de quiebra de forma directa, ya que sirven para medir la probabilidad de ocurrencia de un evento particular condicionado a ciertas variables. De esta manera el logit entrega un valor, para la variable dependiente, acotado entre 0 y 1. Una de sus mayores ventajas es que no es necesario hacer supuestos acerca de la función de distribución de las variables explicativas y tampoco sobre las probabilidades de quiebra previas (empíricas).

### 3.1 Desarrollo del Modelo.

#### a) Los datos y Selección de la muestra.

Ohlson plantea un problema respecto de la recolección de datos que dice que está presente para cualquier estudio del fracaso empresarial, y que no obstante, no se ha mencionado en estudios previos. Explica que para encontrar un modelo de predicción de quiebra se necesita que la información financiera de una firma esté disponible antes de que la quiebra ocurra. El problema está en que la información de una empresa está disponible al final de cada año, pero no a la fecha del cierre anual, si no que después porque estos informes generalmente son auditados externamente antes de publicarlos. Así, si es que una firma quiebra después del fin de año fiscal pero antes de la fecha en que están disponibles sus informes financieros, podría influir los resultados y su validez, ya que un analista no tiene cómo saber si es que los informes reflejan la situación de la empresa que va a quebrar o que ya quebró. Por esto el autor selecciona la muestra de empresas quebradas del “10-K Reports” y no del especialmente usado “Moody’s Industrial Manual”. Estos reportes indican exactamente la fecha en que se publican, por lo que se puede saber si es que la firma quebró antes o después de su publicación. Se eliminan de la muestra las firmas que quiebran después de que se da por terminado el año fiscal. Otra desventaja del Moody’s Manual es que entrega la información muy condensada, por lo que es muy difícil reconstruir el balance de cada empresa para poder calcular los ratios, particularmente para aquellas empresas que están en una situación financiera más difícil.

Para las empresas no quebradas, los datos se obtienen de la Compustat para los años 1970 hasta el 1976. La muestra debía cumplir con algunos criterios:

- Las acciones de la compañía debían transarse en el mercado Over-the-Counter o en el Mercado de Valores, lo que descarta a empresas pequeñas y privadas.
- Las firmas estudiadas debían ser del sector industrial, ya que la estructura de las empresas no industriales difiere sustancialmente.

La muestra final incluye 105 empresas quebradas y 2058 firmas no quebradas, y se define como quiebra una empresa que solicita la quiebra según el Capítulo X, el Capítulo XI del “National Bankruptcy Act” o algún otro procedimiento similar.

## b) El Modelo.

Se define  $\beta$  como el vector de parámetros desconocidos,  $X_i$  el vector de variables explicativas para la observación  $i$ ,  $P(X_i, \beta)$  como la probabilidad de quiebra condicional a  $X_i$  y  $\beta$ . Además  $S_1$  y  $S_2$  son las firmas quebradas y no quebradas respectivamente.

$$l(\beta) = \sum_{i \in S_1} \log P(X_i, \beta) + \sum_{i \in S_2} \log(1 - P(X_i, \beta))$$

Se define  $P$  como:

$$P = \left( 1 + \exp \left[ - \sum_j \beta_j X_{ij} \right]^{-1} \right) = (1 + \exp[-y_i]^{-1})$$

La naturaleza dicotómica de estos modelos impide estimar los parámetros con métodos tradicionales como Mínimos Cuadrados Ordinarios, por lo que los betas se estiman mediante máxima verosimilitud. Al definir una función para  $P$  se pueden estimar los parámetros que maximizan la función:

$$\text{Max}_{\beta} l(\beta)$$

El criterio para seleccionar las variables explicativas fue la simplicidad. Se usan 9 variables, de las cuales 6 se escogieron por su popularidad en la literatura. Se incluyen 4 variables que describen el estado financiero de una empresa, y otras 5 que describen su desempeño:

1. **SIZE** (tamaño):  $\log \left( \frac{\text{Total Activos}}{\text{Indice de Nivel de Precios del GNP}} \right)$  Se espera que tenga signo negativo.
2. **TLTA**: Total Pasivos/Total Activos. Es una medida del leverage y se espera que tenga signo positivo.
3. **WCTA**: Capital de Explotación/Total Activos. Refleja el nivel de liquidez de la firma, se espera que tenga signo negativo.
4. **CLCA**: Pasivo Circulante/Activo Circulante. También refleja liquidez, y se espera que tenga signo positivo.
5. **OENEG**: dummy que toma el valor de 1 si Pasivos Totales > Activos Totales, 0 en otro caso. No se sabe a priori que signo esperar, ya que esta variable corrige por posibles discontinuidades en la variable TLTA. Un signo positivo indica quiebra casi segura, mientras que un signo negativo indica que la situación de la empresa es mala, pero no tan mala como para quebrar.

6. **NITA:** Ingreso neto/Total de Activos. Es una medida del desempeño de la firma, se espera que tenga signo negativo.
7. **FUTL:** Fondos de las operaciones/Total Pasivos. También mide el desempeño de la firma y se espera que tenga signo negativo.
8. **INTWO:** dummy que toma el valor de 1 si el ingreso neto en los 2 últimos años ha sido negativo, y 0 en otro caso. Se espera que tenga signo positivo.
9. **CHIN:**  $(NI_t - NI_{t-1})/(|NI_t| + |NI_{t-1}|)$  donde  $NI_t$  es el ingreso neto del período más reciente. Esta variable mide variaciones en el ingreso neto. Se espera que tenga signo negativo.

Se hacen tres estimaciones, el primero predice la quiebra para el año 1, el segundo predice la quiebra para el año 2 condicional a que el año 1 no quebró, y el tercer modelo predice la quiebra para 1 o 2 años.

El modelo 1 encuentra que todas las variables incluidas son significativas, con los signos correctos y que tanto las variables financieras como las de desempeño aportan información al cálculo de la probabilidad de quiebra. Este modelo clasifica correctamente el 96,12% de las empresas. Para los modelos 2 y 3 los resultados empeoran un poco, lo que es esperable. El modelo 2 tiene un porcentaje de acierto del 95,55%, y el modelo 3 un 92,84%.

La variable SIZE (tamaño de la empresa) resultó ser una variable importante, sin embargo este resultado debe analizarse con detención, ya que las firmas quebradas y no quebradas provienen de muestras distintas, y las empresas en sí son diferentes en varias dimensiones. Las variables que reflejan el estado financiero de las firmas resultaron ser todas significativas.

Para evaluar el poder predictivo del modelo Ohlson se enfoca en predecir la quiebra un año antes (modelo 1). El Error Tipo I ocurre si la probabilidad condicional de que la firma quiebre es mayor que el punto de corte y la firma no quiebra, mientras que el Error Tipo II sería si la probabilidad condicional es menor que el punto de corte y la firma quiebra. Vemos que define los errores de manera contraria a Altman. El punto de corte se calcula como aquel que minimiza la suma de los errores. Este punto es el 0,038. En ese punto un 17,4% de las firmas no quebradas y un 12,4% de las quebradas son mal clasificadas, por lo que la tasa de error general del modelo es un 14,9%.

En general lo que se utiliza para evaluar un modelo del tipo logit, en cuanto a su desempeño discriminador, es el Odds Ratio, el cual se define como<sup>42</sup>:

$$Odds_i = \frac{Defaulted_i \text{ Good}}{Defaulted \text{ Good}_i}$$

Donde Defaulted y Good sin subíndice indican el número total de empresas quebradas y no quebradas respectivamente. Mientras mayor sea el valor de este ratio, mejor es el poder predictivo del modelo.

### c) **Principales Resultados y Conclusiones.**

Ohlson divide las variables utilizadas en el modelo en cuatro grupos: Tamaño de la empresa, medidas para su estructura financiera, medidas de desempeño/resultados, y medidas de liquidez de corto plazo. Todas estas medidas resultan ser significativas para el modelo que estima la probabilidad de quiebra para un año (modelo 1).

También plantea que autores de modelos anteriores (Beaver, Altman, Deakin, entre otros) han confundido lo que es un pronóstico con lo que es una predicción, por lo que ha habido una tendencia a sobre-estimar el poder predictivo de tales modelos. En ese sentido, dice que modelos anteriores han utilizado ratios calculados con información de las empresas tras la quiebra, por lo que existe un sesgo y es más fácil predecir la quiebra.

## **3.2 Evidencia Empírica.**

Begley, Ming y Watts (1996) comparan el modelo original de Altman (1968) y de Ohlson (1980) re-estimando ambos modelos con una muestra de empresas para la década de los 80. Se espera que tras la re-estimación los resultados de ambos modelos cambien, ya que el nuevo período de análisis incluye cambios tanto en la estructura de capital de las empresas y cambios en la institucionalidad de los bancos. Durante la década de los 80 las empresas experimentan un aumento en su nivel de endeudamiento, lo que es altamente aceptado. Por lo que un alto nivel de endeudamiento probablemente no juegue el mismo rol en determinar el potencial de quiebra de una empresa. Además durante los años 70 se distinguen cambios en las leyes de

---

<sup>42</sup> Kocenda, Vojtek (2009)

quiebra de los bancos, permitiendo un mayor uso estratégico de la quiebra (Jones 1987). Si las razones de usar la quiebra por motivos estratégicos no se relacionan con las variables identificadas como relevantes por ambos modelos, entonces eso se debiera reflejar en un aumento en el porcentaje de error de clasificación.

Los resultados de este estudio muestran que cuando el modelo de Altman original (incluyendo el punto de corte óptimo) se aplica para una muestra de empresas durante los años 80, ambos errores, Tipo I y Tipo II, aumentan. Para el caso del modelo de Ohlson, el error Tipo I resulta muy similar, pero el error Tipo II aumenta. De esta forma, el modelo de Ohlson supera al de Altman, ya que entrega un error Tipo I sustancialmente menor y un error Tipo II muy similar. Esto implica que para períodos de tiempo diferentes al utilizado para estimar el modelo original, hay una menor probabilidad de equivocarse al usar el modelo de Ohlson.

Luego se re-estiman ambos modelos y se encuentran nuevos puntos de corte. Los coeficientes cambian en línea con lo esperado, especialmente para la variable de leverage, la cual indica que dado un nivel de endeudamiento su incidencia en la quiebra de una empresa es menor respecto de los modelos originales. Al aplicar los modelos re-estimados sobre una nueva muestra para el período de los 80s la tasa combinada de error (promedio entre el error Tipo I y el error Tipo II) no disminuye respecto de la tasa resultante de los modelos originales. Sin embargo, el modelo de Ohlson resulta en una menor tasa que el de Altman.

Mora (1994) realiza una aplicación de un modelo logit para el sector de los seguros en España durante el período 1976 y 1986. Se decide hacer uso de este modelo y no el análisis discriminante (Altman) por dos razones principalmente: porque como se usan ratios financieros, el análisis discriminante implica suponer normalidad en su distribución, sin embargo eso es difícilmente verificable; y porque en general para el caso de España, Mora indica que los resultados de correcta clasificación resultan más altos para las estimaciones realizadas con el logit.

El objetivo principal de este estudio es proveer de un modelo que sea utilizado por los usuarios para tomar decisiones concreta (por ejemplo, otorgo o no un préstamo), y no un modelo que estime la relación entre los datos contables y la probabilidad de insolvencia. Es decir, se intenta comprobar que los datos presentes en los estados financieros de las empresas contienen información sobre el futuro de solvencia de una empresa.

Se hacen 6 especificaciones, las que incluyen variables un año previo a la quiebra, 2 años, 3 años, 1 y 2 años, 2 y 3 años, y finalmente uno que incluye 1,2 y 3 años previo a la quiebra. Para todos los modelos el nivel de acierto en la clasificación de las empresas está en torno al 90%. En

cuanto a las variables utilizadas, si bien habían algunos cambios dependiendo de la especificación utilizada, este cambio no era muy grande, siendo las principales variables siempre similares (liquidez y rentabilidad son las más significativas). Los resultados con una muestra de validación empeoran un poco, y empeoran aún más al ir incluyendo más años de anterioridad a la quiebra (83% para un año previo, 78% dos años previos y 72% para 3 años). El error Tipo I resulta en general alto, pero el porcentaje de error en general se mantiene similar en todas las especificaciones. Estos resultados se atribuyen en parte al escaso número de empresas analizadas.

Por lo tanto el logit es una metodología no óptima, pero si buena para referirse a la predicción de quiebra, así como el uso de información contable.

Baxter, Gawler y Ang (2007) aplican un modelo logit para un grupo de empresas australianas. En este trabajo se define el riesgo de insolvencia como la probabilidad de que una empresa se vuelva insolvente dentro de los próximos 12 meses. Un aspecto novedoso del estudio es que testean si la incorporación de una variable diferente de las típicamente utilizadas mejora el desempeño del modelo. Esta variable es la declaración de impuestos (income tax return). Además no se limitan a estudiar una sola industria o un solo tipo de empresa (pública o privada), como la mayoría de los trabajos, sino que estiman un modelo para todas las empresas registradas en el sistema tributario (públicas y privadas, independiente de su rubro y su tamaño). Finalmente testean 3 metodologías: el logit, “ada boost” y “random forests”.

Las variables incluidas para hacer las estimaciones son los ratios financieros incluidos en los trabajos de Ohlson (1990) y Altman (1993), y dos variables demográficas. Sin embargo aquellas variables que necesitan de información de mercado son removidas (como por ejemplo el valor de mercado de las acciones), ya que el modelo aplica tanto a empresas públicas como privadas. La información se obtiene de la declaración de impuestos de cada firma, y de ahí se obtienen los ratios. Además al igual que en la mayoría de los estudios, cada firma insolvente está aparejada a una firma solvente de características similares (matching).

Los resultados de este trabajo indican que dependiendo del modelo usado (logit, ada boost o random forest) cuales son las variables que serán más relevantes en la predicción de la insolvencia.

Por otro lado, se prueba el poder predictivo de cada estimación con una muestra de validación. Encuentran que los métodos alternativos (ada boost y random forest) tienen un desempeño ligeramente superior al logit, sin embargo tales modelos aún no son generalmente aceptados. Con todo, se concluye que el logit estimado para las empresas australianas es una buena

aproximación para la predicción de la insolvencia, y se prefiere por sobre las otras metodologías por su mayor simpleza y su validación a nivel internacional.

Otro trabajo que compara la metodología del logit con otras formas alternativas, es el realizado por Kocenda y Vojtek (2009). En este artículo se busca una metodología óptima para un modelo de calificación de riesgo de crédito a nivel minoritas que permita analizar la información de los préstamos en el mercado bancario y así clasificarlos como “buenos” o “malos” préstamos. Se estiman modelos de dos tipos: del tipo logit (paramétrico) y un modelo del tipo no paramétrico usando un CART<sup>43</sup> (Classification and Regression Trees). Se incluyen variables del tipo financieras, conductuales (behavioral) y socio-demográficas<sup>44</sup>, utilizando información de préstamos al por menor (retail loans) en la Unión Europea. Esto último es novedoso, por que la mayor parte de los trabajos estudian los préstamos hechos a grandes empresas. Como este artículo estudia los préstamos al por menor, entonces hay otras variables que pueden cobrar relevancia, y otras que no. Por ejemplo, en este tipo de modelo las variables financieras debiesen ser menos importantes con respecto a las socio-demográficas y/o a las conductuales.

Para estimar los modelos se usa una base de datos para el período 1999-2004 que incluye información de 3403 clientes que tenían créditos durante el período analizado. Del total, 1695 clientes cayeron en mora (default<sup>45</sup>) y el resto se desempeñó bien.

Los resultados de este trabajo indican que las variables más importantes para predecir el default son aquellas que describen la relación entre cada cliente y el banco que otorga el préstamo, y los fondos propios que posee el cliente. Las variables socio-demográficas no resultaron significativas, solo el nivel de educación fue relevante. Asimismo, la variable de ahorro (ingresos-gastos) no resultó ser significativa, pero sí la relación marginal entre ingresos/gastos, de manera que un cliente de altos ingresos puede resultar en un nivel de riesgo similar que un cliente de bajos ingresos. Todas las especificaciones que se hicieron del logit resultaron ser muy exitosas en cuanto a generar un modelo que permita calificar los préstamos bancarios al por menor. Además permite discriminar cuáles son las variables más relevantes que influyen en la probabilidad de default de cada cliente. Los resultados con el CART son similares en cuanto a las variables que identifica como relevantes, de manera que ambos modelos son robustos y por

---

<sup>43</sup> Árbol de decisión binario, en el cual cada nodo representa una “capa” en el proceso de estimación. Su principal ventaja en el estudio del default es que es muy intuitivo, fácil de explicar y permite estimar aún cuando faltan observaciones.

<sup>44</sup> Que caracterizan al cliente al momento en el que se le otorga un préstamo. Por ejemplo, su situación de empleo, un ratio que relaciona el ingreso del individuo con el salario mínimo, dirección, etc.

<sup>45</sup> Se define que un cliente entra en default si tiene más de 90 días de retraso en el pago de su préstamo.

tanto ambos pueden ser aplicados en la práctica. Los autores concluyen que ambos modelos podrían ser complementarios, más que sustitutos.

Un aspecto interesante de los modelos del tipo logit, es que son ampliamente usados para estudiar la probabilidad de quiebra de pequeñas y medianas empresas (pymes). A continuación revisaremos brevemente algunas de las aplicaciones.

Ansell, Lin, y Andreeva (2006) realizan un estudio de riesgo de crédito para pymes que transan públicamente, y encuentran que en promedio los modelos que usan información del tipo contable tienen un mejor desempeño que los modelos tipo Merton que se basan en información de mercado. Esto se podría explicar porque las pymes por lo general tienen un nivel de transacción mucho menor que las grandes empresas, por lo que la información de mercado podría no ser tan representativa. Sin embargo, los modelos del tipo Merton tienen un mayor poder predictivo en el corto plazo. Es decir, los resultados no son tan concluyentes respecto de qué modelo es mejor.

En 2008 Ansell, Lin, Ma y Andreeva comparan nuevamente enfoques del tipo mercado con un enfoque del tipo contable: el de Merton y el logit. Sin embargo en este trabajo se consideran 4 eventos posibles: default (o insolvente), dificultades financieras del tipo I (tanto las variables de stock como de flujo se están viendo comprometidas), dificultades financieras del tipo II (problema solo de flujos) y empresa saludable. Se estudian 238 empresas, las cuales se deben poder clasificar en uno de las 4 categorías definidas. Para la estimación del modelo se incluyen 6 tipos de ratios: rentabilidad, liquidez, endeudamiento, crecimiento, de flujos de caja y de eficiencia.

Los resultados indican que existe una relación muy baja entre la distancia al default de Merton y las variables contables utilizadas en el logit. También se concluye de la regresión logit que la variable más significativa para explicar la salud de la firma (las 4 categorías definidas) es la razón flujo de caja/pasivo corriente. Pero en general se encuentra que las variables contables incluidas tienen un bajo poder explicativo para predecir la salud de las empresas.

Una comparación similar al caso anterior es la realizada por He, Kamath y Hylton (2005). Estos autores también comparan un método basado en información contable (logit) y uno que combina información de mercado con información contable (Hazard Model de Shumway 2001).

Este estudio lo hacen para pymes que transan en el mercado over-the-counter<sup>46</sup>. La muestra incluye 158 firmas quebradas y 158 no quebradas, es decir, utilizan una muestra relativamente grande.

Los resultados para la estimación del logit son un poco desalentadores. Los coeficientes estimados tienen signos poco consistentes y que además cambian dependiendo de cuántos años previos a la quiebra se incluyan. Por otro lado, de las variables incluidas solo 2 resultaron ser significativas (de 8 variables incluidas). Por el contrario, la estimación del modelo de Shumway generó mejores resultados. Los signos de los coeficientes estimados son consistentes y en línea con lo esperado y cada variable incluida resultó ser significativa.

En cuanto a la capacidad clasificatoria de los modelos, los resultados fueron positivos para ambos. El logit pudo clasificar a las empresas correctamente en el 90% de los casos para el primer año previo a la quiebra, y 81% y 78% para el segundo y tercer año. El modelo de Shumway tuvo resultados ligeramente mejores, con una tasa de correcta clasificación de un 92%, 83% y 80% respectivamente.

Con respecto al poder predictivo de cada modelo (que se analiza con una muestra de validación) el logit clasifica correctamente el 83% de las empresas, en cambio el modelo de Shumway tiene excelentes resultados, clasificando correctamente un 96% de las empresas.

Finalmente se concluye que para el caso estudiado, la aproximación de Shumway (2001) tiene un mejor desempeño en los aspectos evaluados que el logit.

Fantazzini y Figini (2008) realizan un estudio para determinar el riesgo de quiebra en pequeñas y medianas empresas, comparando 2 métodos: el logit y un random forest. A grandes rasgos se encuentra un cierto grado de complementariedad en los modelos, ya que por un lado el random forest tiene un desempeño predictivo significativamente mejor usando la muestra original, mientras que el logit tiene un desempeño predictivo significativamente mejor con la muestra externa (de validación). A pesar de que los random forests son modelos más sofisticados e innovadores, un simple logit tiene un mejor desempeño en la muestra de validación, de manera que se mantiene la preferencia por este último vs el random forest. Este artículo proporciona toda una derivación matemática de porqué un modelo mucho más simple como es el logit es preferido a uno más complejo y completo.

---

<sup>46</sup> Las negociaciones de instrumentos financieros se hace directamente entre las partes involucradas, y no en los mercados formales.

En conclusión vemos que existe una amplia gama de estudios que usan el logit como metodología. La mayor parte de la evidencia es consistente con que el logit es una buena forma de predecir la quiebra de las empresas, tanto para empresas grandes como para pymes.

Las grandes ventajas que otorga este modelo, son simplicidad a nivel de supuestos y de aplicación, de manera que no se encuentran grandes críticas hacia la metodología en sí.

Al compararse con otros modelos la evidencia indica que el logit es una buena aproximación, pero por lo general hay modelos que lo superan en desempeño. Sin embargo en general los modelos con los que se compara son metodologías mucho más complejas y engorrosas que proveen de poca intuición en sus resultados.

#### 4. MODELO DE MERTON y la CORPORACIÓN KMV.

En 1974 Robert Merton propuso un modelo para valorizar la deuda de una empresa de una forma absolutamente innovadora: planteó caracterizar el valor del patrimonio de una empresa como una opción call en la que el activo subyacente sería el valor de sus activos. Este modelo utiliza la metodología de opciones de Black and Scholes (1973), y ha permitido evaluar el riesgo crediticio (default) de una empresa relacionándolo con su estructura de capital. Las aplicaciones y extensiones del planteamiento de Merton se denominan como “Modelos de Riesgo de Crédito”.

Merton asume que una empresa tiene 2 tipos de securities: bonos cero cupón con un valor facial de  $F$  que vencerán en un futuro  $T$  y acciones. Esta compañía caerá en default si el valor de sus activos en el período  $T$  es menor que el valor de la deuda en el mismo período. Por otro lado, el valor del patrimonio de la firma es analizado como una opción de compra europea sobre sus activos, con una madurez  $T$  y un precio de ejercicio (strike) igual al valor facial de la deuda (suponiendo que las acciones no pagan dividendos). Tal como se muestra en el Cuadro 4 la dinámica es como sigue: si en  $T$  el valor de los activos de la firma ( $V$ ) exceden el valor facial de la deuda ( $F$  en este caso), los bonistas reciben su pago por la deuda y como la opción estaría “in the money” los accionistas reciben el valor residual ( $V_T - F$ ). Si por el contrario, el valor de los activos es menor (opción “out of the money”), entonces la firma quiebra y los bonistas reciben un pago equivalente a los activos y los accionistas reciben cero. Luego, la probabilidad de que la opción esté fuera de dinero se relaciona con la probabilidad de que la firma caiga en default.

**Cuadro 4.**

	Payoff at time 0	Payoff at T	
		if $V_T < F$	if $V_T > F$
Shareholder	$-E_0$	0	$(V_T - F)$
Purchase of a call option	$-C_0$	0	$(V_T - F)$

Fuente: *Risk Management and shareholders' value in banking. From risk Measurement Models to Capital Allocation Policies.* Andrea Resti y Andrea Sironi:

## 4.1 Desarrollo del Modelo de Merton.

Para el planteamiento matemático del modelo se sigue la línea de Black & Scholes y se asume que el valor de los activos de la empresa sigue un movimiento browniano geométrico<sup>47</sup>. Se definen las siguientes variables:

$E_0, E_T$ : Valor del patrimonio de la firma en 0 y en T respectivamente.

$V_0, V_T$ : Valor de los activos de la firma en 0 y en T respectivamente.

F: Valor Facial de la Deuda.

$\sigma_V$ : Volatilidad del valor de los activos (se asume constante).

$\sigma_E$ : Volatilidad de las acciones.

r: tasa de interés libre de riesgo (se asume constante).

<sup>48</sup>El pago de los accionistas en el momento T será:

$$E_T = \max[V_T - D, 0]$$

Como decíamos anteriormente, si el valor de los activos de la firma en el momento T supera el valor de la deuda, entonces los accionistas tienen un “derecho” sobre el patrimonio de la firma y ejercen la opción. De lo contrario, no reciben un pago porque como la opción está fuera de dinero, no la ejercen.

Siguiendo a Black-Scholes, se asume que el valor de los activos sigue una distribución log-Normal de manera que el valor actual del patrimonio será:

$$E_0 = V_0 N(d_1) - D e^{-rT} N(d_2)$$

$N(d_2)$ : Probabilidad de ejercer la opción de compra.

Donde,

$$d_1 = \frac{\ln(V_0/D) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma_V\right)T}{\sigma_V\sqrt{T}}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma_V\sqrt{T}$$

---

<sup>47</sup>  $\frac{dV_t}{V_t} = \mu_V dt + \sigma_V dz_t$ , donde  $dz_t$  es un proceso de Wiener estándar,  $\sigma_V$  es la varianza del retorno, y  $\mu_V$  es la tasa de esperada de retorno.

<sup>48</sup> Merton's Model, Credit Risk, and Volatility Skews (Septiembre 2004). John Hull, Izzy Nelken y Alan White.

Luego se define  $D^*$  como el valor presente del pago de la deuda:  $D^* = De^{-rT}$  y  $L$  como una medida del nivel de leverage de la firma:  $L = D^*/V_0$ . Tanto la deuda como la estructura de endeudamiento son variables de decisión de una firma, por lo que no se considera incertidumbre para sus valores (del punto de vista de la firma). Además, por lo general, se supone que el valor de la deuda permanece constante.

Luego, suponiendo que los activos de la compañía evolucionan según un proceso Log-Normal podemos redefinir las expresiones anteriores:

$$E_0 = V_0[N(d_1) - LN(d_2)]$$

Donde,

$$d_1 = \frac{\ln(D/V_0) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma_V^2\right)T}{\sigma_V\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_V\sqrt{T}$$

Como el valor de la acción está en función del valor de los activos, Merton utiliza el Lema de Ito<sup>49</sup> para determinar la volatilidad de la acción según la siguiente expresión:

$$E_0\sigma_E = \frac{\partial E}{\partial V}V_0\sigma_V$$

Finalmente,

$$\sigma_E = \frac{\sigma_V N(d_1)}{N(d_1) - LN(d_2)} = \frac{V_0}{E_0}\sigma_V N(d_1)$$

Implícito en el valor de la opción hay una probabilidad de que la opción sea ejercida ( $N(d_2)$ ), y en el caso de la acción está la probabilidad de no default sobre la deuda de la empresa. Luego,  $1 - N(d_2)$  se define como la probabilidad neutral al riesgo de que la firma caiga en default en  $T$  ("risk-neutral-probability-of-default"):

$$P = N(-d_2)$$

Es importante mencionar que el modelo de Merton tiene dos fortalezas fundamentales:

1. Es efectivo en mostrar cuáles son las variables relevantes que influyen en la probabilidad de quiebra de una empresa. Estas son: nivel de leverage que representa el riesgo

<sup>49</sup> El lema de Ito se utiliza frecuentemente para derivar el componente estocástico seguido por el precio de un título derivado y es esencial en la derivación de las relaciones de Black-Scholes y de Merton. Los cambios en una variable, tal como precio de las acciones, implican un componente determinista en función del tiempo y un componente estocástico que dependa de una variable al azar (denotada generalmente como  $dz$ ), el lema deriva este último componente a partir de una serie de procesos matemáticos (particularmente una expansión de Taylor).

financiero de la firma y la volatilidad del valor del retorno de los activos. Esta volatilidad depende de la volatilidad de los flujos de caja esperados y por ende puede entenderse como una medida del riesgo del negocio.

2. Permite calcular de una manera objetiva y clara, probabilidades de default (PD) y spreads.
3. Provee una metodología para estimar la probabilidad de quiebra la cual tiene una base teórica testeable (contrario a la aproximación de Altman).

## 4.2 Críticas y Limitaciones.

A pesar de su gran contribución, el modelo ha presentado algunos problemas, principalmente a la hora de ponerlo en práctica. A continuación se presentan algunas críticas y limitaciones que se han identificado para los planteamientos de Merton.

En primer lugar, se menciona que el principal aporte de Merton es que brinda un modelo con un sustento teórico muy fuerte y elegante el cual se basa en la teoría de valoración de opciones (Stein 2005, Duan, Gauthier y Simonato 2004). No obstante, encuentra un gran inconveniente a la hora de aplicarse en la práctica. De hecho, la principal crítica que se le atribuye al modelo es respecto de lo difícil que es su implementación (Duan, Gauthier y Simonato 2004). Esto porque las principales variables necesarias para aplicar el modelo, tales como el valor de los activos de la firma, el retorno esperado de los activos y su volatilidad, no son fácilmente observables o son desconocidos. Se podría intentar calcular el valor de mercado de los activos aludiendo a que el valor de los activos debe ser igual al valor del capital (patrimonio) más el valor de sus pasivos. Si la empresa transa en bolsa entonces podemos conocer el valor del capital, sin embargo no necesariamente conoceremos el valor total de los pasivos, ya que no todos se encuentran en forma de bonos (como supone Merton). No obstante, esta solución solo es posible para empresas públicas las que tienen su información financiera disponible, sin embargo, para empresas privadas no se dispone fácilmente de esa información.

En segundo lugar, el modelo de Merton es un modelo estructural, por lo que la validez de sus resultados también se puede ver cuestionada por la validez de sus supuestos. De hecho, varios trabajos (Stein 2005; Kim, Ramaswamy y Sunderasan 1993) encuentran que las probabilidades estimadas por el modelo tienden a ser poco realistas en la práctica, y que los spreads de deuda que implicarían estas probabilidades varían significativamente de los observados en la realidad.

Stein (2005) explica que estos resultados podrían deberse a que los fuertes supuestos asumidos por Merton en realidad no se cumplen. De esta manera se critican los siguientes puntos:

1. El modelo supone que la firma tiene una deuda constante en forma de un bono cero cupón donde el principal y el interés se devuelven mediante un pago único al vencimiento. En la práctica las empresas tienen una estructura de deuda muchísimo más compleja, que incluye distintos tipos de instrumentos y con distintas madureces, y distintas formas de financiamiento (préstamos bancarios por ejemplo). Una empresa puede quebrar en cualquier momento, no tiene relación con la madurez de sus bonos. Esta limitación ha sido tratada por varios autores. Algunos permiten que la empresa caiga en default antes de la madurez de la deuda (Geske 1977) o en cualquier momento siempre y cuando el valor de los activos caiga bajo un nivel crítico (Black y Cox 1976), otros distinguen entre deuda de corto y largo plazo (Vasicek 1984), etc.
2. Se asume que el retorno de los activos se distribuye según una Normal Estándar, lo cual podría alejarse bastante de la realidad.
3. Se asume que en promedio el mercado accionario contiene información completa respecto de la calidad de los créditos de una firma y no contiene información no relacionada a los créditos. Esto no necesariamente implica mercados eficientes, pero si implica que los inversionistas son racionales y que, en promedio, todos cuentan con las mismas características<sup>50</sup> y la misma información disponible para tomar sus decisiones.
4. Se asume que con las características incluidas es posible integrar por completo la información del mercado y traducirla en las evaluaciones de crédito.

Estos 2 últimos supuestos son muy fuertes, y si se cumplieran debería observarse que la información incorporada en los modelos basados en el original de Merton es la óptima. Sin embargo se ha observado que tal aseveración no se cumple. Por ejemplo, Stein (2005) encuentra que agregando nuevas variables al modelo los resultados mejoran. Muestra que un modelo de regresión multifactorial con una sola variable adicional (el ratio ROA<sup>51</sup>) supera el desempeño de validación<sup>52</sup> de la aproximación de un solo factor de Merton (modelo original), de la misma forma que el modelo de Fama-French supera al CAPM en explicar la variabilidad del retorno de las acciones. El autor prueba esto de 3 formas diferentes: análisis gráfico, análisis econométrico y con una validación fuera de muestra del poder predictivo del modelo. Estas 3

---

<sup>50</sup> Objetivos y horizonte de inversión similares, y necesidades de liquidez similares.

<sup>51</sup> (Ingreso Neto-Items Extraordinarios)/Total de Activos.

<sup>52</sup> Es decir, el desempeño del modelo con una muestra de validación para ver el poder predictivo del modelo.

formas indican que la aproximación original de Merton no es óptima respecto de la información que incorpora y los resultados que arroja.

Otra crítica que se le otorga al modelo es que solo calcula la probabilidad de default y no considera el riesgo de un deterioro en la clasificación de crédito de la empresa (lo que se conoce como “credit migration risk”).

El modelo desarrollado por la Corporación KMV enfrenta estas críticas, en especial las relacionadas con la normalidad, estructura de endeudamiento de una empresa, la relacionada con la necesidad de encontrar un método para determinar el valor de los activos de la firma, la volatilidad de los retornos y su valor esperado, y respecto a la necesidad de incorporar mayor información al modelo. A continuación se describe el modelo desarrollado por KMV.

### **4.3 Corporación KMV y Merton.**

La Corporación KMV se basa en la metodología de valoración de Merton para calcular la EDF (“Expected Default Frequency”), y define un procedimiento estándar para calcular probabilidades de default mediante el cálculo de la Distancia al Default (DD). La principal diferencia entre la extensión de KMV y Merton, es que el modelo de Merton es para valorar deuda, mientras que el KMV se enfoca en determinar la probabilidad de quiebra<sup>53</sup> de una firma. El razonamiento tras KMV es que la valoración de la deuda de una empresa debiese contener una estimación implícita del riesgo de quiebra, por lo que si se estima correctamente esta probabilidad de quiebra entonces la valoración de la deuda también estará correcta. En el cálculo de la probabilidad de default, KMV usa la metodología de valorización de Merton para inferir tanto el valor subyacente de la empresa como el de su volatilidad, dado que ambas medidas no son directamente observables.

El foco del KMV es estudiar la relación existente entre las características del patrimonio de la empresa y las características de sus activos, sin embargo lo central del KMV es el cálculo de la DD, ya que cada DD estimada tiene relacionada una probabilidad de default. La DD se define como “el número de desviaciones estándar (del valor de los activos de la firma) que separan el

---

<sup>53</sup> La quiebra se define del punto de vista de la insolvencia; contrario a Altman que la define como la quiebra legal.

valor de mercado de los activos, de aquel en que se produciría la insolvencia, para un horizonte determinado”<sup>54</sup>. Es decir, la distancia respecto del “precio de ejercicio” de la call.

→ **Desarrollo del Modelo.**

A diferencia de la aproximación de Merton, el KMV comienza con una precisión más general de la estructura de capital de una empresa:

1. La empresa puede tener, además de acciones comunes y preferentes, cualquier cantidad de pasivos, ya sea en forma de deuda o no.
2. La empresa puede tener warrants<sup>55</sup>, obligaciones convertibles y/o acciones preferentes convertibles.
3. Las obligaciones pueden ser de corto plazo, en cuyo caso se consideran como “demandables” por los acreedores, o de largo plazo en cuyo caso se consideran como perpetuidades.
4. Cualquier tipo de pasivo (incluyendo el patrimonio de la empresa) puede generar pagos en efectivo fijos (pueden existir dividendos).
5. Si el valor de mercado de la firma cae bajo cierto valor (punto de default) la empresa cesará el pago de sus obligaciones.
6. La cesación de pagos incluye a toda la empresa, y no solo a algunas obligaciones de esta.
7. Al igual que Merton, supone que el valor de una firma sigue un movimiento browniano geométrico.

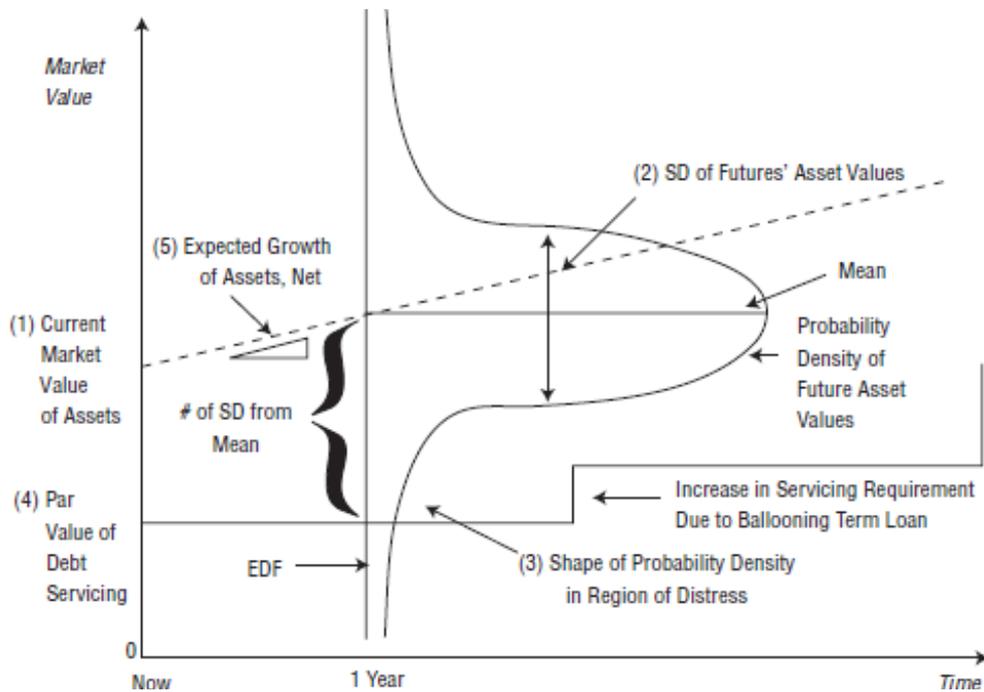
El link entre Merton y KMV se explica más fácilmente mediante el siguiente gráfico:

---

<sup>54</sup> Zurita (2008), “La Predicción de la Insolvencia de Empresas Chilenas”, página 2.

<sup>55</sup> “Contrato o instrumento financiero derivado que da al comprador el derecho, pero no la obligación de vender/comprar un activo subyacente a un precio determinado en una fecha determinada”.

Gráfico 2



Fuente: E. Altman, *Corporate Financial Distress and Bankruptcy*, Tercera Edición.

El eje horizontal representa el tiempo transcurrido desde hoy hasta T (vencimiento), y el eje vertical describe el valor de mercado de los activos de la firma (A). En el período inicial sabemos el valor de los activos de la firma, sin embargo para los períodos que siguen el valor de los activos puede tomar una serie de valores posibles, los que tienen asociados una cierta probabilidad de ocurrencia.

La línea punteada muestra el monto de la deuda, por lo tanto describe el “Punto de Default”, ya que si el valor de los activos cae bajo esa línea la empresa quiebra<sup>56</sup>. Por lo tanto, la probabilidad de default viene dada por el área bajo la distribución que está por debajo del valor de la deuda. Si la compañía transa públicamente entonces se conoce su capitalización de mercado (E) y también se puede estimar la volatilidad de precio de las acciones ( $\sigma_E$ ), por lo tanto la probabilidad anterior dependerá del nivel de leverage (L), la volatilidad del valor de los activos ( $\sigma_V$ ) y del valor de los activos hoy (t=0).

Entonces, continuando con el modelo, es necesario que el siguiente sistema se resuelva simultáneamente:

<sup>56</sup> El punto de quiebra es el equivalente al precio de ejercicio de la opción.

$$E_0 = V_0 N(d_1) - D e^{-rT} N(d_2)$$

$$\sigma_E = \frac{V_0}{E_0} \sigma_V N(d_1)$$

Como resultado de la resolución de este sistema se encontrará un valor para  $V_0$  y para  $\sigma_V$  consistente con  $E_0$  y  $\sigma_E$  observados en el mercado. Luego, en lugar de considerar un “valor crítico” para el default, este modelo plantea que el “Punto de Quiebra” (default point, DP), es igual al valor de la deuda de corto plazo (DCP) más el 50% de la deuda de largo plazo (DLP) de una firma:

$$DP = DCP + \frac{1}{2} DLP$$

Esto permite diferenciar entre las distintas madureces de la deuda de una empresa, y admite una estructura de deuda más compleja que el modelo de Merton. Luego, el KMV permite calcular una estimación robusta para el riesgo de default de una empresa, medido como la “Distancia al Default” (DD) a partir del punto de quiebra (DP). La derivación de la DD viene de encontrar la probabilidad de insolvencia antes de que el valor de los activos caiga bajo el DP<sup>57</sup>, y como se mencionaba al comienzo, mide el número de movimientos (de desviaciones estándar) que debe experimentar el precio de los activos de una compañía de modo de gatillar un evento de default dentro de un horizonte de tiempo establecido:

$$DD(h) = \frac{\ln(L) - \ln(V_t) + (\mu_V - 1/2 \sigma_V^2)h}{\sigma_V h^{1/2}}$$

**h:** horizonte de tiempo.

**L:** valor de la deuda.

**V:** Valor de los activos de la firma

**$\mu_V$ :** Retorno de mercado esperado de los activos en el tiempo.

**$\sigma_V$ :** Volatilidad del valor de los activos en el tiempo.

---

57

$\Pr(V(t) < DP | t \in (0, h)) = N\left(\frac{\ln L - \ln DP - (\mu_V - 1/2 \sigma_V^2)h}{\sigma_V h^{1/2}}\right) + 1 - \exp\left(2 \frac{(\ln L - \ln DP)(\mu_V - 1/2 \sigma_V^2)}{\sigma_V^2}\right) \left(1 - N\left(\frac{-\ln L - \ln DP - (\mu_V - 1/2 \sigma_V^2)h}{\sigma_V h^{1/2}}\right)\right)$ .

Zurita (2008)

Mientras más pequeña es la distancia al default la probabilidad de que la firma caiga en cesación de pagos es mayor. En palabras de Zurita (2008), “la DD sería como la inversa de la probabilidad de incumplimiento”.

Como muestra la ecuación anterior, el cálculo de la probabilidad de quiebra dependerá de:

- ➔ Endeudamiento: a mayor endeudamiento (L) mayor probabilidad de default.
- ➔ Riesgo de los activos: a mayor  $\sigma_V$  mayor probabilidad de default. Es decir, si el valor de los activos de una firma varía de tal forma que los flujos sean insuficientes para cubrir sus obligaciones, entonces la empresa cae en default.
- ➔ Valor de los activos: a mayor valor de los activos menor es la probabilidad de default.
- ➔ Horizonte de tiempo: mientras más cercano es el horizonte de tiempo menor es la probabilidad de default.
- ➔ Retorno esperado de los activos: mientras mayor sea el retorno esperado de los activos el default es menos probable.

Ahora, para encontrar un valor específico de la probabilidad de quiebra, es necesario encontrar un link entre la DD y las verdaderas tasas de default pasadas. KMV no usa la distribución normal (como Merton) para encontrar las probabilidades de default. Para estimar la EDF la Corporación KMV reunió una base de datos de quiebras para un gran grupo de empresas durante varios años, y así encontró su distribución empírica con la suficiente exactitud para que las probabilidades empíricas fuesen reemplazadas por las teóricas. A grandes rasgos<sup>58</sup> lo que se hace es que se agrupan todas las empresas con DD similar (como estadístico para la probabilidad de default), y así se espera que las diferencias entre empresas individuales se reflejen en el valor de sus activos, su volatilidad y su estructura de capital. Una vez que se conoce la DD de una empresa, se estima su correlación con las tasas de quiebra pasadas y se encuentra un valor para la Frecuencia de Default Esperada (EDF). El resultado de este proceso es lo que se conoce como el Modelo “KMV EDF Credit Measure”.

Las principales ventajas del modelo son:

1. Las probabilidades de quiebra estimadas mediante esta metodología son independientes para cualquier Sociedad Anónima, contrario a los modelos que usan información contable<sup>59</sup> (Altman y Ohlson, por ejemplo). Los modelos estimados con

---

<sup>58</sup> Porque el procedimiento exacto es de propiedad privada, de manera que no se encuentra disponible.

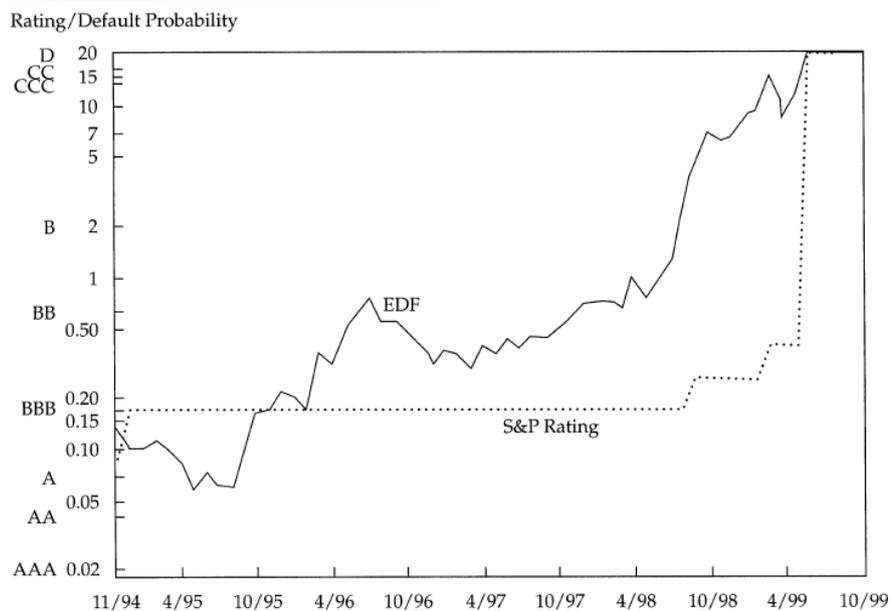
<sup>59</sup> Ringeling, E. (2004), “Análisis Comparativo de Modelos de Predicción de Quiebra y la Probabilidad de Bancarrota”.

información contable, dependen de los valores de las firmas que se hayan incluido en la estimación, por lo que sus resultados dependen de las características de la muestra, siendo menos generalizables. Sin embargo, las probabilidades encontradas con KMV no dependen de la muestra de firmas incluidas.

2. La EDF se adapta rápidamente a cambios en las condiciones financieras de las firmas, contrario a lo que sucede típicamente con los ratings de las agencias clasificadoras de riesgo. Wo-Chiang Lee indica que el principal problema de las agencias es que sus clasificaciones son reactivas más que predictivas. La evidencia muestra que el EDF del KMV aumenta rápidamente al empeorar la situación financiera de una empresa, mientras que las agencias clasificadoras de tienden a reaccionar con un significativo retraso. Esto se debe principalmente al hecho de que el EDF se calcula en base a información de mercado, la cual reacciona rápidamente a nueva información y se hacen con una visión hacia futuro (forward looking). Kealhofer (2003) compara el S&P con la EDF calculada por el KMV, y corrobora este retraso de la agencias de rating, tal como se muestra en el Gráfico 3:

**Gráfico 3**

**EDF versus S&P Rating for Harnischfeger Industries, November 1994–October 1999**



Fuente: "Quantifying Credit Risk I: Default Prediction", Stephen Kealhofer

3. Generalmente las tasas de default calculadas por las agencias tienden a fluctuar en conjunto con los ciclos económicos: tienden a aumentar en períodos recesivos y a

disminuir en períodos expansivos. Contrario a esto, la EDF no oscila significativamente al cambiar el ciclo económico, cambian solo si la situación de la firma varía. Esto sucede por un lado porque las agencias cambian sus evaluaciones lentamente (como se mencionada en el punto anterior), y en parte porque adoptan el llamado “enfoque a través del ciclo” (Rating-through-cycle) que se basa en evaluaciones de largo plazo para la probabilidad de default. Este enfoque separa los componentes del riesgo de default en una parte permanente y en una parte cíclica. Loffler (2002) realiza un análisis para este método y encuentra que muchas de las irregularidades empíricas encontradas (principalmente relacionadas con ineficiencias en la información entregada y utilizada) para las agencias de rating se pueden explicar por la utilización de este enfoque. Consistente con lo que se ha mencionado, Loffler también encuentra que la las evaluaciones realizadas con tal método son bastante estables en el tiempo, pero su poder predictivo es bajo.

Por otro lado, durante una recesión el deterioro de la solvencia de una empresa se refleja inmediatamente en una caída en el DD. Al caer su DD la firma se traslada a una nueva categoría, pero las características de riesgo de default dada esa categoría no han cambiado.

4. El KMV clasifica a las empresas en una cierta categoría dada su DD, en la cual las empresas comparten una misma probabilidad de default. Sin embargo, es bien sabido que dentro de una misma categoría, por ejemplo AA, las empresas no son iguales y en realidad no tienen la misma PD. El KMV permite que las firmas tengan una EDF diferente, y así diferenciar entre empresas.

#### **4.4 Críticas y Limitaciones del KMV.**

Una primera crítica que usualmente recibe el modelo, es que no permite calcular las probabilidades de quiebra de empresas que no transan públicamente en bolsa, ya que la información necesaria respecto al valor de mercado de la empresa y la volatilidad de sus retornos no está disponible. Para enfrentar este problema, al igual que en el caso del Z-Score, se ha intentado realizar modificaciones al modelo para poder aplicarlo a empresas privadas (RiskCalc v.3.1). Otra forma de enfrentar el problema es estudiar los valores de mercado para una empresa similar a la que se está estudiando, y así estimar una probabilidad de quiebra aproximada (algo similar a un matching).

Otra crítica es que el modelo se basa en un supuesto muy fuerte que es asumir que se cumple la hipótesis de mercados eficientes, es decir, que los valores de mercado reflejan toda la información (pública y privada) que existe, y por tanto los precios reflejan exactamente el valor de un título, un bono o de una empresa en este caso. Claramente en la vida real existen asimetrías de información y ciertas fricciones que no permiten que los precios reflejen exactamente la situación financiera de una empresa. De esta manera los resultados podrían no ser representativos. Por lo tanto la información de mercado obtenida debe revisarse con cuidado, lo mismo que las probabilidades que se calculen con ella.

Otro inconveniente de utilizar información de mercado sería según Fantazzini et al. (2008) que el mercado accionario no admite valores negativos, de manera que en ciertas ocasiones hay información que no estará disponible (cuando por ejemplo el patrimonio o los activos adquieren un valor negativo, como en el caso de Lehman Brothers Corp. el año 2008). De esta forma el KMV no podría estar subestimando las probabilidades de quiebra. Para esto plantea el modelo ZPP: Zero Price Probability. Éste considera el valor de los activos como un derecho de los accionistas y bonistas sobre los valores transados observables, es decir, acciones y bonos. El ZPP permite que el valor de los activos y del patrimonio pueda ser negativo, y por lo tanto observable en cualquier momento. En este modelo la probabilidad de quiebra es la probabilidad de que el precio de la acción caiga de su cuota mínima (valor cero) haciéndose negativo, igual que el valor de sus activos.

Este modelo hace frente a varias de las limitaciones del KMV-Merton<sup>60</sup>: no necesita de una estimación para la volatilidad del valor de los activos, no es necesario el supuesto básico del KMV de la log-normalidad, y permite estimar una probabilidad de default para cualquier horizonte de tiempo. Sin embargo los resultados del ZPP dependen absolutamente de que se cumpla o no el supuesto de eficiencia de mercado.

#### **4.5 Resultados y Evidencia Empírica.**

Revisaremos a continuación un poco de evidencia empírica de algunos autores para estudiar el modelo en base a los resultados obtenidos. Esto es relevante por una serie de razones, siendo una de las principales que el Comité de Basilea considera que este modelo es un enfoque viable

---

<sup>60</sup> Gretarsson y Goransson (2008)

de ser utilizado, y de hecho muchos bancos e instituciones lo usan. Por lo que es importante analizar qué es lo que se ha encontrado en diversos estudios respecto de sus propiedades y su aplicabilidad.

La mayor parte de la evidencia sugiere que el modelo es efectivo en predecir la quiebra de empresas, sin embargo en lo que difieren es cuán bueno es el modelo respecto de otras metodologías.

Kealhofer (2003) testea el modelo respecto de su poder predictivo y encuentra que este enfoque para evaluar el riesgo proporciona un mejor ajuste empírico que otros enfoques usados por las agencias clasificadoras de bonos. El autor realiza dos tipos de test: Un **Test de Poder** (Power Test) que caracteriza la capacidad relativa de la medida de riesgo de quiebra, encontrada por el modelo, para identificar correctamente empresas que han caído en default v/s el identificar incorrectamente empresas como probables de quebrar pero que en realidad no quiebran. El segundo test que se aplica es un **Análisis Intra-cohorte**, el cual evalúa si al combinar dos medidas, las diferencias en los resultados reflejan información adicional o son simplemente ruido en las estimaciones.

Para el primer test se compara la capacidad predictiva de la estimación del KMV con las estimaciones de las agencias clasificadoras de riesgo. Para esto se estiman las curvas de potencia para ambos enfoques. Estas curvas representan el porcentaje de quiebras pronosticadas correctamente dado un porcentaje de no-quiebras pronosticado incorrectamente. Una curva de potencia será más poderosa que otra si para un mismo nivel de error Tipo II, produce un menor porcentaje de error Tipo I. De esta manera una medida de default será uniformemente más poderosa/potente que otra si resulta en un cálculo más exacto y preciso de tasas de quiebra. La muestra utilizada para el test incluye empresas no-financieras quebradas y no quebradas para el periodo entre 1979 y 1990. Estas empresas tenían que tener un rating para su deuda (bonos) y una estimación de su EDF. Se comparan los resultados con el rating del S&P, y se encuentra que si bien ambas medidas tienen poder predictivo para la quiebra, el modelo KMV es uniformemente más poderoso. Para un error tipo II del 20% el KMV identifica correctamente un 72% de quiebras, mientras que las agencias identifican un 61% (y la diferencia es estadística y económicamente significativa).

El test anterior no implica que para todos los casos estudiados el enfoque del EDF sea mejor que el de una agencia calificadora de riesgo, si no que para la muestra estudiada en promedio los resultados son mejores. El análisis de Intra-cohorte permite evaluar si es que una combinación

de los dos métodos resulta en una mejor predicción de quiebra (al incorporar más información) versus cada uno por separado. Este test es no paramétrico ya que simplemente testea si el ranking de riesgo de una medida (EDF o S&P) contiene información que la otra no contiene. De esta manera no hay una especificación matemática a priori para combinar ambos métodos y que sea mejor que cada uno por sí solo. Se encuentra que la medida de EDF contiene toda la información y más que las medidas de las agencias, es decir, la combinación óptima de ambos métodos ponderaría cero para las agencias y el 100% para el KMV.

Por el contrario, Bharath y Shumway (2004) comparan el modelo KMV-Merton con un enfoque mucho más simple ("Hazard Model"), y encuentran que el KMV se desempeña ligeramente peor en sus predicciones como modelo de riesgo y en los pronósticos con una muestra de validación. Los autores revisan dos hipótesis: Primero se testea si la probabilidad de quiebra encontrada por el modelo KMV ( $\pi_{KMV}$ ) es un estadístico suficiente para pronosticar la quiebra. Si esto es así y el modelo se cumple en su totalidad, entonces no debería ser posible mejorar la estimación. De lo contrario, sería posible encontrar una forma reducida del modelo pero que tenga mejores propiedades predictivas. Lo segundo que se testea es si la información contenida en la probabilidad estimada por el KMV es suficiente para predecir quiebras. Se estudia si esta información puede o no reemplazarse completamente por un conjunto razonable de simples variables, en vez de tener que resolver las ecuaciones simultáneas utilizadas para encontrar el valor de las acciones y de la volatilidad de la firma.

Los resultados de este trabajo indican que es bastante fácil rechazar la primera hipótesis, lo que implica que  $\pi_{KMV}$  no es un estadístico suficiente para la probabilidad de default. El modelo desarrollado por los autores (con el que comparan los resultados del KMV) estima medidas de default que son capaces de capturar la mayor parte de la información del  $\pi_{KMV}$ . De esta manera se puede construir un modelo simple que supere el modelo KMV, sin usar  $\pi_{KMV}$  como una variable explicativa. Sin embargo, los modelos de riesgo que si usan esta medida como una variable explicativa tienen mejores resultados en su desempeño con respecto a los que no la usan.

Los autores concluyen que si bien la medida de default del KMV tiene poder predictivo para las quiebras, la mayor parte del beneficio marginal que aporta la medida viene de su forma funcional más que de la solución de las dos ecuaciones principales en las cuales se basa.

Su y Huang (2010) comparan tres modelos de predicción de quiebra para el caso de la industria electrónica en Taiwán: la tradicional regresión logit, el modelo estructural KMV y el modelo

bivariado ZPP<sup>61</sup>. La comparación se hace mediante 2 métodos de validación: el perfil de exactitud acumulativo (curva CAP) para medir la exactitud con que se discrimina entre empresas quebradas y no quebradas, y con la curva ROC<sup>62</sup> que mide la calidad de calificación del modelo.

Los principales resultados se resumen en el Cuadro 5:

**Cuadro 5.**

Model and data features	Logit	KMV	ZPP GARCH
Model type	Static regressive fitting of dependent and independent variables; logistic transformation	Option-based equation; log-normal asset process and geometric Brownian motion with constant volatility	Autoregressive time series price changes and volatility dynamic processes; stock price change simulation
Model assumption	Large sample data; past activities reflected in financial variables; suitable nonlinear logistic probability transformation	Efficient markets of asset and equity; information instantly reflected in equity and asset values; equity value decided by asset value and asset value implied in equity value	Efficient market of equity; information instantly reflected in equity value
Model drawbacks	Fitting to categorical, but not ordinal, binary data; use of past or unreliable data; over-fitting; divergent predicted failure probability	Efficient market and exogenous asset value required; reliable distance to failure database; deceptive equity values; dynamic information unused; lack of volatility adapted process	Deceptive stock prices; market overreaction
Data characteristics	Cross-sectional financial data aggregated at certain time period; linear and additive financial variables; applicable factor reduction technique	Time series of asset and market equity prices; unacceptable negative estimated asset values and equity values (i.e., options values); non-exogenous or dependent asset values	Time series of market equity prices; allowable simulated equity values due to probable negative equity book values; strong volatility and weak trend effects for simulation
<i>Discriminatory ability</i>			
ROC and CAP	Above average	Low	Much better
Type I error (H <sub>0</sub> : firm failure)	High	High	Median
Type II error (H <sub>1</sub> : firm health)	Low	Low	Low
Discriminant power of best cutoff	1.7155	1.6785	1.7227

Fuente: Su y Huang (2010), "Comparing Firm Failure Prediction Between Logit, KMV, and ZPP Models: Evidence From Taiwan's Electronics Industry".

<sup>61</sup> El modelo Zero Price Probability fue propuesto por Fantazzini et al. (2008), quien encontró que la probabilidad de quiebra estimada por KMV incorpora algunos inconvenientes.

<sup>62</sup> Receiver-operating characteristics.

Los resultados indican que todos los modelos estimados son capaces de medir y/o predecir la quiebra, y que las probabilidades encontradas por cada modelo son muy similares a las que otorgan las calificadoras como Moody's y Standar&Poor's.

No es sorprendente que el KMV tenga el peor desempeño según la curva CAP y ROC, ya que para el caso de Taiwán no se cuenta con una base de datos para determinar la distancia al default y sobre la frecuencia de quiebra esperada (o EDF). Los pobres resultados del KMV podrían estar indicando que la variable no observable del valor de mercado de los activos es difícil de calcular sin considerar la volatilidad de las acciones, como es el caso del modelo ZPP. El logit por otra parte, tuvo un buen desempeño fuera de muestra, sobre el promedio, pero bajo el ZPP. El ZPP también tiene una ventaja respecto de la tasa de error, si se observan los errores Tipo I, se ve que los otros 2 modelos tienen un alto porcentaje de error en relación al ZPP.

El ZPP implica que si el precio de las acciones puede reflejar instantáneamente la información de la firma, entonces es un mejor indicador de default que las medidas usadas por los otros modelos. Los resultados avalan esa hipótesis, ya que los resultados respecto del desempeño de ZPP superan a los otros modelos<sup>63</sup>.

Duan, Gauthier y Simonato (2004) se enfocan en las propiedades estadísticas del KMV, y muestran que las estimaciones del KMV son estadísticamente idénticas a las que otorga el método de Máxima Verosimilitud (MV) para estimar el modelo original de Merton (1974). La motivación de este trabajo es que los inputs<sup>64</sup> del modelo de Merton no son observables en el mercado, sino que requieren de un procedimiento adicional para encontrar su valor. En la literatura se observa que existen 3 formas de referirse a esta problemática: usar una proxy para el valor de los activos<sup>65</sup> (como la suma del valor de mercado de las acciones de la firma y valor libro de sus pasivos<sup>66</sup>); proponer métodos para resolver las ecuaciones simultáneas, como por ejemplo el KMV<sup>67</sup>; o realizar una estimación mediante máxima verosimilitud<sup>68</sup> (MV), suponiendo que las series de tiempo observadas para el valor de las acciones son una transformación de un conjunto de información, en el cual la fórmula de valoración de acciones permite hacer tal transformación.

---

<sup>63</sup> Otro estudio que concluye lo mismo, es decir que el ZPP sería una mejor aproximación que el KMV, es una tesis para un Master realizada por Gretarsson y Goransson (2008) de la University of Lund.

<sup>64</sup> Valor de mercado de los activos, su valor esperado y volatilidad.

<sup>65</sup> Brockman y Turtle (2003).

<sup>66</sup> Ecuación patrimonial: Activos = Pasivos + Patrimonio.

<sup>67</sup> Jones et al. (1984).

<sup>68</sup> Duan (1994).

En este artículo los autores muestran teóricamente que las estimaciones del KMV son equivalentes a una estimación mediante MV del modelo original de Merton (1974). Esto es relevante, desde el punto de vista que el MV es un modelo de más fácil aplicación que la resolución de ecuaciones simultáneas del KMV. Sin embargo, una ventaja que mantiene el KMV sobre el MV es que tiene mayor intuición y “eficiencia numérica”<sup>69</sup>.

En síntesis, la evidencia apoya fuertemente la implementación del KMV-Merton en la práctica. Los resultados en general son buenos, y el modelo tiene la gran ventaja de que provee de un marco teórico intuitivo para el análisis del proceso de quiebra. Asimismo establece un procedimiento estándar para estimar las probabilidades de quiebra, el cual no dependerá de la muestra utilizada, ya que cada parámetro se estima para cada firma en particular.

En la práctica esta metodología se usa mucho, pero no tanto en su forma clásica y teórica descrita en este trabajo, si no que más bien se usan extensiones de este modelo, como el RiskCalc. Este modelo se construye con datos financieros empíricos de sociedades cerradas, y considera las diferencias en factores de riesgo sistemático y riesgo idiosincrático existentes entre los distintitos países y contextos en los que se desempeña cada firma.

Esta metodología combina tanto características del modelo discriminante de Altman, como el de Ohlson y el de Merton, por lo que es una aproximación completa en cuanto a la información considerada y también a los resultados que ha obtenido en la práctica.

---

<sup>69</sup> Duan, Gauthier, Simonato (2004), “On the Equivalence of the KMV and Maximum Likelihood Methods for Structural Credit Risk Models”, página 13.

## 5. EVIDENCIA EMPÍRICA PARA CHILE.

No hay muchos trabajos que se refieran a la aplicación de los modelos explicados, para el caso chileno. Esto puede deberse por un lado, a la poca disponibilidad de información necesaria para hacer las estimaciones. Por lo general, es difícil conseguir información, ya que ésta no es pública, de manera que no cualquiera puede tener acceso a ella. Por otro lado, el mercado accionario chileno no es muy profundo y tampoco de gran tamaño, lo que también genera una dificultad para aplicar los modelos de predicción de quiebra a empresas chilenas.

Revisaremos a continuación algunos estudios para el caso chileno, y algunas tesis de alumnos de la Universidad de Chile.

El año 2008, Felipe Zurita<sup>70</sup>, realiza un importante trabajo en el cual compara distintos modelos que predicen insolvencia (o quiebra) usando una muestra de empresas chilenas no financieras (y que fueran Sociedades Anónimas). El autor explica que la estimación de un modelo de predicción de quiebra debiese incluir variables de mercado, contables, macroeconómicas y variables basadas en variables de mercado (distancia al incumplimiento), sin embargo para el caso chileno estimar tal modelo presenta dos problemas:

- Las quiebras han ocurrido de manera muy diversa. Se distinguen dos períodos, desde 1977 a 1989 en el cual ocurre la mayor cantidad de quiebras<sup>71</sup> (tras la crisis bancaria de 1981-1982), y desde 1990 a 2004, en el cual casi no se han experimentado quiebras. Esto imposibilita la validación empírica de cualquier modelo que se estime.
- La disponibilidad de datos es muy restrictiva<sup>72</sup>.

Por esto, no se estima un “modelo mixto” según lo recomendado, si no que se estiman por separado un modelo teórico de riesgo y un modelo estadístico de frecuencia (ambos conceptos explicados en la primera sección del presente trabajo). El artículo de Zurita incorpora la posibilidad de que una firma salga del mercado por razones distintas a la quiebra<sup>73</sup> (fusiones o privatizaciones), siguiendo a Duffie y Wang (2004). De esta manera, se estiman 4 modelos:

1. Modelo de Merton incluyendo una adaptación sugerida por Duffie y Wang (2004).

---

<sup>70</sup> Instituto de Economía, Pontificia Universidad Católica de Chile.

<sup>71</sup> De las 250 quiebras legales declaradas por Sociedades Anónimas, 240 ocurrieron en este período.

<sup>72</sup> Recién en 1982 se crea la Fiscalía Nacional de Quiebras, la que obliga a llevar un registro de las quiebras; en 1981 se cambia la ley de S.A, la que obliga a las sociedades anónimas abiertas a entregar su información financiera de forma pública; y finalmente, la base de datos de la Bolsa contiene información solo desde 1994.

<sup>73</sup> Los datos del estudio indican que más de 2000 empresas salieron por razones distintas de la quiebra.

2. Modelo Probit para estimar el riesgo de quiebra legal.
3. Modelo Probit para el riesgo de salida de empresas por razones distintas a la quiebra.
4. Modelo de Duración<sup>74</sup> que considera simultáneamente la salida de empresas por quiebra y por otras razones.

Los datos usados para la estimación fueron obtenidos de 4 bases diferentes: del Registro Nacional de Quiebras (1977-2004), la base Fecu de Sociedades Anónimas (de 1977-2004), la base Bolsa (Bolsa de Comercio de Santiago, 1994-2004) y la Base Macro que contiene indicadores macroeconómicos obtenidos del Banco Central (1960-2000).

Los resultados se resumen en el siguiente cuadro:

**Cuadro 6.**

Modelo de Riesgo de Crédito	Modelo Estadístico
<ul style="list-style-type: none"> <li>- El promedio de la probabilidad de quiebra (<b>PrQ</b>) es de un 4,9%, pero tiene una alta dispersión.</li> <li>- Las probabilidades estimadas son muy sensibles a la distancia entre el valor económico de la firma y el punto de quiebra, y difieren mucho de la frecuencia empírica de quiebras.</li> <li>- Al cambiar la escala de probabilidad, su dispersión aumenta → hay un aumento en la heterogeneidad de la situación financiera de las empresas en períodos económicos recesivos.</li> <li>- Los índices de riesgo considerados parecen ser un buen indicador del riesgo de incumplimiento.</li> <li>- La distribución de probabilidades estimada reacciona a cambios en los mercados financieros y la economía. Por ejemplo, las probabilidades aumentan tras la crisis asiática y rusa, ataque a las torres gemelas, etc.</li> <li>- El promedio de PrQ anticipa el movimiento de los indicadores de riesgo de la banca en uno o dos trimestres.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Para estimar estos modelos se usaron solo variables contables y macroeconómicas. Como se explicó al comienzo no fue posible incorporar variables de mercado (como la distancia al incumplimiento).</li> <li>-El Modelo 2<sup>75</sup> tiene buen ajuste. La variable de endeudamiento no es significativa, pero todas las variables macro son significativas: la PrQ se relaciona inversamente con del crecimiento de la economía, y positivamente con la tasa de interés y el tipo de cambio real. Sin embargo, su impacto sobre la PrQ es muy pequeño (no explica los casos individuales).</li> <li>-En el Modelo 4<sup>76</sup> se encuentran las mismas relaciones anteriores. Los efectos a nivel individual son muy pequeños, pero a nivel global si tienen un impacto en el largo plazo sobre la PrQ (0,27%).</li> <li>-Los modelos 2 y 4 muestran buena capacidad de predicción y además muy similar (<b>Ver Gráfico 2</b>)</li> <li>-Ningún modelo pudo pronosticar las quiebras de los años 1987-1988.</li> <li>-Modelo 3 y 4 encuentran una relación inversa (pero muy pequeña) entre la razón de endeudamiento y la salida de firmas.</li> <li>-Se encuentra una estrecha relación entre la probabilidad de quebrar y la de salir por otras razones. Es decir, la salida se relaciona con el riesgo de quiebra de una empresa.</li> </ul>

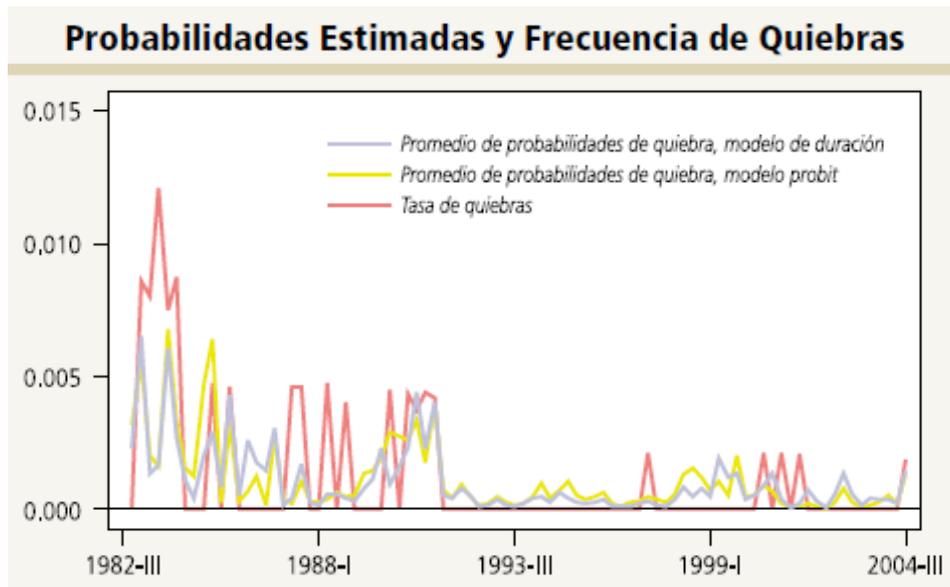
*Fuente: Elaboración propia en base a Zurita (2008)*

<sup>74</sup> Estos modelos también se refieren al estudio de un suceso dicotómico, como los modelos probit y logit, pero la diferencia es que el foco del modelo de duración es cómo se distribuye el tiempo estocástico que transcurre hasta que el suceso ocurre. Es decir, se define que la probabilidad de quiebra depende del tiempo en que la firma ha estado expuesta al riesgo.

<sup>75</sup> Probit de Quiebra Legal.

<sup>76</sup> Modelo de duración.

Gráfico 4.



Fuente: "La Predicción de la Insolvencia de Empresas Chilenas", Felipe Zurita (2008)

Finalmente se concluye, las probabilidades estimadas por el modelo de opciones tienen una alta correlación con los típicos indicadores de riesgo de la banca, y los puede anticipar hasta en 3 trimestres; y las probabilidades de quiebra estimadas con los modelos probit y de duración se correlacionan directamente con la tasa de quiebra efectiva. Las variables macroeconómicas incluidas son relevantes para predecir la quiebra, el nivel de endeudamiento no parece influir en la quiebra pero sí en que la empresa salga del mercado por otras razones.

En una tesis realizada por Mardonez (2004) analiza la aplicabilidad de varios modelos tradicionales para el caso chileno, el modelo Z-score de Altman y el logit de Ohlson, al cual se refiere como O-score. Para ambas estimaciones la información se obtuvo de 3 fuentes:

- De las memorias publicadas de cada empresa.
- De las FECU's (Ficha Estadística Codificada Uniforme) de la SVS (Superintendencia de Valores y Seguros).
- Estados Financieros de las empresas publicados por la Bolsa de Santiago.

Para el modelo de Altman se utiliza una muestra de 34 firmas manufactureras (17 quebradas y 17 no quebradas) para el período 1994-2003. Los resultados indican que la efectividad de la aplicación del Z-score para predecir las empresas quebradas es de un 60%. Sin embargo, estos resultados se deben en parte a la poca disponibilidad de información que hay, tal como

mencionaba Zurita (2008). Para predecir las empresas no quebradas los resultados son sustancialmente mejores, encontrándose con que el modelo es capaz de predecir un 92,86% de las empresas. El error Tipo I resultó ser bastante alto, por lo que finalmente se concluye que este modelo no es una buena aproximación para el caso chileno.

Al estimar el modelo de Ohlson al caso chileno<sup>77</sup> se encuentra que el modelo más efectivo en predecir una quiebra para un año antes, fue la especificación que incluía información de la empresa para 1 y 2 años previos a la quiebra. Esta especificación obtuvo mejores resultados en la discriminación de empresas que el de Altman. Esta especificación logró una correcta clasificación de las empresas quebradas en un 68,75%, mientras que la especificación que incluye información de las empresas 2 años previos obtuvo un 87,5% de exactitud en la clasificación.

Finalmente, Mardonez no concluye que el modelo de Ohlson es más apropiado para el caso chileno, esto por la poca información disponible para realizar las estimaciones y porque la muestra utilizada es muy pequeña. Además explica que la forma en que se definió el grupo de empresas quebradas<sup>78</sup> no permite determinar el momento en el cual la empresa quebró, lo que podría estar sesgando positivamente los resultados encontrados.

Romani y Aroca et al. (2002) realizan un estudio aplicado a empresas chilenas en el cual comparan el Análisis Discriminante Múltiple, la Regresión Logística (Logit) y las Redes Neuronales como metodologías que se refieren a la predicción de la quiebra. Se escogen estas metodologías por ser las más utilizadas en la literatura, y los ratios utilizados en el estudio también se escogen según este criterio, éstos son: liquidez, actividad, rentabilidad y endeudamiento. La muestra incluye 98 firmas chilenas (49 quebradas y 49 no quebradas), las cuales son Sociedades Anónimas abiertas sin restricción de giro comercial. De estas 98, 84 firmas fueron usadas para estimar cada modelo, y las 14 restantes se usaron como muestra de validación del modelo. Además, cada firma quebrada se empareja a una no quebrada de características similares en cuanto a giro y año. El estudio utiliza como variables independientes índices financieros<sup>79</sup> recogidos de la literatura, algunas variables de control (dummy si la

---

<sup>77</sup> La muestra utilizada fue la misma.

<sup>78</sup> Aquellas que dejaron de listar en Bolsa.

<sup>79</sup> Capital de Trabajo/Activos Totales, Activo Circulante/Pasivo Circulante, Ventas Totales/Activos Totales, Utilidad antes de intereses e impuestos/Activos totales, Utilidad Neta/Activos Totales, Margen de Explotación/Activos Totales,

empresa obtuvo pérdidas el año analizado, y una dummy si las deudas de la empresa superan sus activos) y variables macroeconómicas<sup>80</sup>.

Para medir el efecto que tiene el desempeño de una cierta industria sobre el desempeño de una firma que pertenece a esa industria, se ajustan los ratios de cada firma por el promedio industrial correspondiente<sup>81</sup>. Para cada especificación se estiman los modelos con las variables ajustadas y no ajustadas, y se comparan los resultados:

- **ADM:** para las variables ajustadas las ventas totales/Activos Totales y la dummy de pérdidas el año anterior a la quiebra, y para las no ajustadas, la razón Deuda Total/Activo Total, la misma dummy y el logaritmo natural de los activos totales.
- **Logit:** para las variables ajustadas las ventas totales/Activos Totales y la dummy de pérdidas el año anterior a la quiebra, y para las no ajustadas la razón Deuda Total/Activo Total y el logaritmo natural de los activos totales.
- **Red Neuronal:** tanto para las variables ajustadas como no ajustadas, las que fueron significativas son Activo Circulante/Pasivo Circulante, Deuda Total/Activo Total, Pasivo de Largo Plazo/Patrimonio y logaritmo natural de los activos totales.

Respecto a la significancia global de cada modelo, los resultados del estudio arrojan lo siguiente:

- **ADM:** El haber ajustado las variables por industria no significó una mejora en términos de la clasificación, ya que el porcentaje de acierto en la clasificación de las empresas es mayor para la estimación no ajustada (84,52% v/s 79,76%) y el error Tipo I es menor (14,3% v/s 23,8%). El poder predictivo del modelo no fue muy alto (78,57%) y tampoco hubo diferencias en los resultados al usar variables ajustadas. Los autores explican que el bajo poder predictivo podría ser por la pequeña muestra de validación utilizada. Algo que llamó la atención fue el alto error Tipo I (42,86%).
- **LOGIT:** Tampoco se observan mayores diferencias en el modelo ajustado y no ajustado respecto de su capacidad de clasificar correctamente a las firmas, pero sí en cuanto a la tasa de error (Tipo I y II). Ambos errores son mayores, en una magnitud muy similar, en el caso del modelo ajustado (respecto del no ajustado). Este modelo tiene un mayor poder de predicción que el ADM, y aunque tampoco es tan bueno, de nuevo los autores lo justifican por la reducida muestra de validación utilizada.

---

(Utilidad neta – Utilidad Operacional)/Activos Totales, Deuda Total/Activo Total, Pasivo de Largo Plazo/Patrimonio, Utilidad antes de intereses e impuestos/Gastos Financieros, Logaritmo natural de los Activos Totales.

<sup>80</sup> Variación porcentual (del año anterior a la quiebra) del tipo de cambio, variación porcentual de la tasa de interés real, y diferencia entre la variación porcentual del PIB del sector industrial al que pertenece la firma y el PIB de la economía

<sup>81</sup> Se construye un ponderador a partir de las ventas de la industria y de cada empresa.

- **Red Neuronal:** Este modelo mostró el mejor desempeño en cuanto a clasificación y poder de predicción<sup>82</sup>, en relación al ADM y el Logit.

De esta manera el trabajo concluye que el Modelo de Redes Neuronales es el que tiene el mejor desempeño tanto en clasificación de las firmas en cada grupo (quebradas y no quebradas), como en su poder predictivo. Sin embargo, los autores resaltan el hecho que el modelo de redes no permite explicar el fenómeno de la quiebra, ya que no permite evaluar la significancia individual de cada variable explicativa incluida en el modelo. También concluyen que los ajustes por industria no aportaron a la mejora de los modelos, y que las variables macro incluidas fueron poco significativas para cada especificación. Las variables más relevantes fueron las de endeudamiento y tamaño de la firma (logaritmo natural de los activos).

Motivados por el nuevo marco de las Normas de Basilea II, Ahumada y Oda (Banco Central de Chile) presentan una metodología que intenta determinar la relación entre las clasificaciones de crédito de una firma y su factor de riesgo, sobre la base de la información disponible que tiene la institución calificadora (un banco para el caso de este estudio). La metodología usada va en la línea con el modelo de Altman, pero además de incluir características contables de una firma, se consideran también características del entorno macroeconómico.

Los autores observan que la proporción de eventos de incumplimiento<sup>83</sup> cambia en el tiempo y que su distribución en los distintos sectores de la economía no es homogénea, por lo que ambos aspectos deben incluirse en el modelo que se estime.

Por medio de un modelo binario con efectos inobservables<sup>84</sup>, se estima la probabilidad de incumplimiento basándose en la capacidad de pago de una firma dado un set de características. Para esto se decide aproximar los efectos inobservables mediante “Generalized Estimating Equations<sup>85</sup>”, el cual determina el efecto promedio del conjunto de variables explicativas sobre la probabilidad de incumplimiento.

Para estimar el modelo, se incluyen las variables con un rezago ya que no un año antes no están influenciadas por el incumplimiento, para que el modelo sea capaz de predecir el evento, y por

---

<sup>82</sup> 100% y 95% de acierto en la clasificación de empresas para el modelo no ajustado y ajustado respectivamente.

<sup>83</sup> En línea con la nueva normativa de Basilea II, se considera incumplimiento si el “crédito de una empresa se encuentra en cartera vencida, atraso de más de 90 días, al menos una vez durante un trimestre en al menos un banco local”.

<sup>84</sup> Esto porque se necesita estimar un modelo binario con datos de panel.

<sup>85</sup> Se usa para ajustar los parámetros de un modelo lineal generalizado cuando las correlaciones son desconocidas. Esta metodología se utiliza típicamente cuando existe correlación pero no se sabe cómo ésta se comporta, y los efectos aleatorios y sus varianzas no son de interés para el investigador.

que existe un rezago entre las condiciones de incumplimiento y la mora. Los resultados indican que:

- Las variables macroeconómicas y financieras son significativas y en el sentido correcto.
- A mayores niveles de concentración de la deuda en pocos bancos, la probabilidad de incumplimiento disminuye.
- La capacidad discriminadora del modelo es buena. Para ver esto se usa la curva ROC y el Ratio de Exactitud. Mientras mayor es el área bajo la curva ROC, mejor es su capacidad discriminadora; se encuentra que el área es de 0,94. Para el Ratio de Exactitud (Accuracy Ratio) el valor está en torno al 88%.
- Se encuentra una relación no lineal entre tamaño de la empresa y acceso al crédito bancario local: a mayor tamaño una empresa tiene mejor acceso al crédito bancario local, pero cuando se es suficientemente grande puede optar a otras formas de financiamiento, como emisión de bonos. También se encuentra que la probabilidad de acceso al crédito bancario es independiente de la probabilidad de incumplimiento.
- Se observa una fuerte correlación entre las probabilidades de incumplimiento estimadas por el modelo, y las clasificaciones de riesgo otorgadas por la banca local. Por ejemplo, firmas con clasificaciones D1 y D2 muestran señales de insolvencia, y esto es capturado por el modelo estimado; la sensibilidad ante variaciones en las variables incluidas es mayor para las empresas de menor clasificación, lo que es consistente.

Se concluye que el modelo estimado es un instrumento “sencillo y capaz de ordenar y clasificar de manera eficiente a las empresas inscritas en la SVS de acuerdo a su probabilidad de incumplimiento”<sup>86</sup>, el cual está en línea con la normativa planteada por el Comité de Basilea. Además tiene un alto poder de discriminación del evento de incumplimiento y permite incorporar la sensibilidad de las variables al ciclo económico.

## 5.1 Estudios para Pymes.

Los artículos que se han mencionado, indican que para el caso chileno la tarea de validar el modelo en una muestra externa es muy difícil porque la quiebra en empresas grandes, como las utilizadas en las muestras, casi no ocurre. En cambio, de mayor interés es poder encontrar un modelo que estime la probabilidad de quiebra o incumplimiento para pequeñas y medianas

---

<sup>86</sup> Ahumada y Oda, “Probabilidad de incumplimiento y calificaciones de riesgo de las empresas registradas en la SVS”, página 11.

empresas (Pymes). Esto porque su tasa de quiebra es muchísimo más alta, y por que aportan más del 85% del empleo en Chile. En un estudio realizado por Bonilla y Gutiérrez (2007) en el que estiman los costos de quiebra de empresas chilenas, encuentran que un 86% de las quiebras son de pequeñas y medianas empresas. Es así, como es de gran relevancia estimar modelos que se refieran a estas empresas. En ese sentido, encontramos algunos trabajos, mayormente tesis de alumnos.

Cristián A. Pinto en conjunto con el Profesor Fernando Bravo<sup>87</sup>, realiza una extensa revisión bibliográfica de distintos modelos de fracaso empresarial, para finalmente proponer uno que se ajuste a la realidad de las microempresas chilenas. Básicamente explora 3 metodologías: Rough Set, Redes Neuronales (RN) y la Regresión Logit.

La Teoría Rough Set es desarrollada por Z. Pawlack para tratar con ciertas fuentes de incertidumbre inherentes en un proceso de decisión. Para el caso de los modelos de quiebra, es útil para analizar sistemas de información que representan el conocimiento adquirido por la experiencia (ya que usa información de decisiones pasadas), elimina variables redundantes y obtienen reglas de decisión fácilmente comprensibles. Las Redes Neuronales permiten encontrar una forma funcional a un significativo conjunto de datos mediante un “entrenamiento neuronal”. El entrenamiento consiste en un proceso de aprendizaje de varias etapas, en las que los resultados de algunas fases son los insumos de otras. Para la estimación de los parámetros que determinan finalmente la Red Neuronal, las variables incluidas, el diseño de la red y el pre-tratamiento de los datos son fundamentales. La regresión Logit estima un modelo cuya variable dependiente binaria, en este caso que quiebra o no quiebra, y permite encontrar una probabilidad asociada a la ocurrencia del evento.

Para comparar el desempeño de los modelos se usan 4 índices que comparan lo que predice el modelo respecto del fracaso v/s no fracaso, y lo que se observa,

1. Eficiencia: porcentaje de aciertos de clasificación.
2. Precisión: porcentaje de fracasados que reconoce el modelo.
3. Especificidad: representa el error Tipo I, empresas sanas correctamente clasificadas.
4. Sensibilidad: representa el error Tipo II, empresas fracasadas correctamente clasificadas.

Se incluyen variables socio-demográficas, condiciones de financiamiento, ingresos y gastos mensuales, historia y comportamiento de pago, comportamiento de ahorro y consolidación

---

<sup>87</sup> Universidad de Chile.

patrimonial, experiencia como microempresario, tamaño de la empresa, rentabilidad, solvencia, liquidez y entorno macroeconómico.

Para el modelo Rough Set se encuentra que la precisión y calidad de la clasificación fue perfecta (100%). Las variables seleccionadas, que permitieron la estimación del modelo con mejor desempeño, fueron tasa de política monetaria, sexo, edad, región, estado civil, renegociación del crédito, formalidad de la microempresa, antigüedad en el sector, capacidad de pago, y las razones, capital total/activo total, ROA, cobertura de intereses y rotación de activos. Al comparar este modelo con las RN y el logit, se encuentra que tiene una menor precisión, por lo que se rechaza la hipótesis de que el Rough set es la metodología más adecuada para predecir en este tipo de empresas.

Para las RN se encuentra que las variables más importantes para la predicción son las condiciones de financiamiento, y contrario a muchos estudios previos, se encuentra que las variables financieras tienen una importancia relativamente baja.

Se encuentra que el logit clasifica correctamente al 73,1% de las empresas de la muestra, pero al usar el modelo en una muestra de validación, el porcentaje cae a un 67,7%.

Se observa que las RN tienen un mejor desempeño que los otros modelos (71,9%) respecto de la correcta clasificación de las empresas en cada grupo. Al examinar la eficiencia de la clasificación de los modelos, se encuentra que el logit (74%) es más eficiente que el rough set (66,81%), sin embargo los modelos neuronales tienen un mejor índice de eficiencia en la clasificación, con un 77%. En todos los modelos la variable más relevante fue la de renegociación del crédito en el período que un microempresario ha sido cliente del banco. Se encuentra que microempresarios casados y viudos tienen menor probabilidad de fracaso, que los hombres tienen mayor probabilidad de fracasar que las mujeres y que a mayor nivel educacional menor probabilidad de fracaso empresarial. Los ratios financieros no aportan mucho a la estimación de la probabilidad en todos los modelos.

Por lo tanto se concluye que las redes neuronales tienen un mejor desempeño en términos de clasificación y predicción de fracaso empresarial. Sin embargo, se destaca que un modelo logit tiene la ventaja que brinda una explicación a la quiebra, permite una interpretación al identificar las variables que mejor explican el evento. También se concluye que las características financieras de una firma no son suficientes para predecir la quiebra, ya que las variables más significativas fueron las relacionadas con la historia crediticia del microempresario, la renegociación, la experiencia en el negocio y algunas variables socio-demográficas.

Un trabajo más reciente (2010) es el realizado por Juan Carlos Aranda en conjunto con el profesor Edinson Cornejo<sup>88</sup>. Este trabajo<sup>89</sup> presenta un modelo del tipo logit que incorpora la nueva normativa bancaria chilena y de Basilea II para estimar la probabilidad de incumplimiento de pequeñas y medianas empresas (pymes). Se usa un logit por su buena capacidad predictiva y poder explicativo, porque no necesita de muchos datos y se pueden replicar frente a una auditoría. Para la estimación del modelo se consideraron variables del tipo financieras (ratios de rentabilidad, liquidez, endeudamiento y actividad) y variables de comportamiento de pago y condición de los créditos<sup>90</sup>. La muestra considera el período entre 2002 y 2006, e incluye 6190 pymes chilenas, en las cuales se presentan 274 casos de default<sup>91</sup>.

Los resultados indican que los días de mora, el nivel de endeudamiento, el tener deuda bancaria morosa en el sistema, la mora previsional, el haber renegociado un crédito, la cantidad de sobregiros, el número de protestos y el comportamiento interno tienen una relación directa con la probabilidad de incumplimiento estimada en el modelo. Las variables cobertura de garantías, rentabilidad y el tamaño de una empresa tienen relación inversa con la probabilidad de incumplimiento.

Se concluye que el modelo utilizado (regresión logit) es una aproximación adecuada y robusta para referirse al incumplimiento de las pymes, ya que tiene un buen poder de discriminación “adecuado” (76,5%) y está calibrado<sup>92</sup>.

## 5.2 Comentarios.

En definitiva, vemos que los trabajos revisados muestran la estimación de diferentes modelos, aunque las regresiones logit parecen ser especialmente populares.

Los resultados alcanzados por los modelos son prometedores, encontrándose en torno al 70-80% en su poder de predicción y discriminación. La evidencia empírica internacional muestra mejores resultados en los modelos planteados<sup>93</sup>, lo que podría explicarse por un lado por la mayor disponibilidad de información en los otros países respecto de las limitadas fuentes de

---

<sup>88</sup> Universidad de Chile.

<sup>89</sup> “Estimación de Probabilidad de Incumplimiento de Pymes en el Contexto de la Norma Chilena y de Basilea II”.

<sup>90</sup> Días de Mora que presenta el cliente, Mora informada por la Superintendencia de Bancos, número de protestos informados al cliente, deudas previsionales, comportamiento interno que señala la máxima mora de los últimos 6 meses, cantidad de sobregiros, renegociación de la deuda y cobertura de garantías.

<sup>91</sup> Definido como “cuando un cliente en un horizonte de tiempo de 1 año, cerró al menos un mes con deuda vencida de a lo menos \$1 peso de sus obligaciones con el banco, créditos comerciales, consumo o hipotecario”.

<sup>92</sup> “Habilidad del modelo para realizar estimaciones insesgadas de las probabilidades de default”. “Estimación de Probabilidad de Incumplimiento de Pymes en el Contexto de la Norma Chilena y de Basilea II”, página 26.

<sup>93</sup> Sus resultados giran en torno al 85-95% de poder de predicción y discriminación.

datos para las firmas chilenas, y por otro lado, porque el desarrollo del mercado financiero y bancario es más reciente, en cuanto a las nuevas normativas y obligaciones, respecto de países desarrollados.

El default o fracaso empresarial comienza a ser fuertemente estudiado desde la década de los 70 en Estados Unidos y otros países, de manera que la normativa internacional que regula y estudia el riesgo de crédito lleva alrededor de 30 años (o más) incorporando los principales avances al respecto.

Además el sistema financiero y bancario de los países desarrollados, es mucho más profundo que el chileno de manera que la normativa lleva más tiempo en vigencia y es posible encontrar más información estandarizada y disponible.

Contrariamente, en el caso de Chile encontramos un sistema financiero que alcanzó mayor profundidad en la década de los 90<sup>94</sup> y que el contexto normativo que lo regula ha ido experimentando una serie de modificaciones<sup>95</sup> más recientes (especialmente durante los 80 y los 90 tras la crisis del 82), lo que genera mayor dificultad para obtener y analizar la data. Zurita (2008) menciona algunas modificaciones, por ejemplo recién en 1982 se crea la Fiscalía Nacional de Quiebras, la que hoy es la Superintendencia de Quiebras; en 1981 se cambia la ley de Sociedades Anónimas y se fija la obligatoriedad para las sociedades anónimas abiertas de hacer pública su información financiera (balance, estado de resultados, etc.).

Vemos entonces que la principal dificultad para lograr estimar un modelo con buenos resultados (que sean significativos, robustos y eficientes) yace en la falta de información.

Un aspecto importante a mencionar, es que en Chile las grandes empresas (Sociedades Anónimas por lo general), en general no quiebran sino que son las pequeñas empresas las sujetas a un riesgo mucho mayor, tal como muestra el siguiente gráfico realizado por la Superintendencia de Quiebras<sup>96</sup>:

---

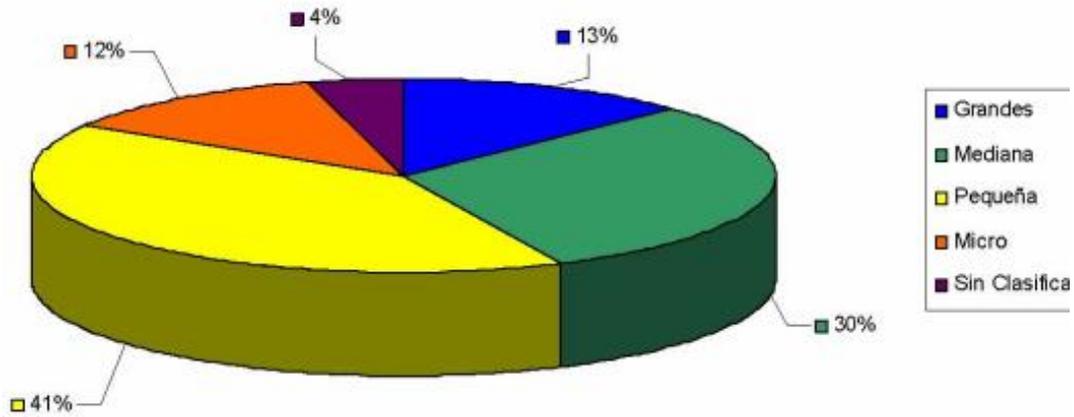
<sup>94</sup> El proceso de liberalización financiera, y profundización del mercado comienza en los 70s con una serie de reformas impulsadas por el Gobierno Militar (Marshall, E. La Crisis Bancaria del 83', 20 años después. El Marco Macroeconómico y la Intermediación Financiera).

<sup>95</sup> Tras la crisis bancaria experimentada en 1982 se realizaron una serie de modificaciones respecto de la regulación del sistema financiero y bancario. Éstas se fueron aplicando paulatinamente durante la segunda mitad de la década de los 80 y durante los 90, pero en la última década también se han realizado muchas modificaciones de manera de acercarse más a la normativa internacional.

<sup>96</sup> (2010) "Estudio relacionado con Empresas de Menor Tamaño", Superintendencia de Quiebras.

Gráfico 5

### Porcentaje de Empresas por Clasificación de Ventas Anuales



Fuente: "Estudio relacionado con Empresas de Menor Tamaño", Superintendencia de Quiebras

En este gráfico se observa que el promedio de quiebra de grandes empresas (entre 1995 y 2006) es de un 13%, mientras que las pequeñas y medianas empresas suman un ¡71%!

Más importante aún, las pymes son la principal fuente de empleo en Chile. Es por esto que para el caso chileno podría ser más relevante intentar estimar un modelo de predicción de quiebra para pequeñas y medianas empresas.

Sin embargo, para este tipo de empresas el problema de la data se vuelve más relevante, ya que es muy difícil obtener información completa de estas empresas que permita estimar tal modelo.

Este es un importante desafío que enfrentan distintas instituciones, como la Superintendencia de Quiebras, bancos, instituciones financieras en general, mejorar las bases de datos, y lograr una mayor estandarización de la información financiera de las empresas.

Cambiando de tema, otro aspecto a mencionar se refiere con el uso de variables explicativas en los modelos para Chile. La evidencia revisada muestra que los ratios financieros son solo una parte de la historia. Las variables macroeconómicas (que describen el ciclo económico), variables conductuales y socio-demográficas también aportan bastante en los resultados obtenidos por los modelos. Esto porque como se mencionaba al comienzo, la quiebra es proceso multidimensional que involucra varios agentes y varios aspectos, no solo el tema financiero-contable. Estas variables podrían ser especialmente relevantes para el caso de las pymes, ya que

son mucho más vulnerables ante cambios en el ciclo económico y ante cambios en el perfil de los administradores (medidos por las variables conductuales y socio-demográficas).

## 6. COMENTARIOS GENERALES DE LOS MODELOS DE PREDICCIÓN DE QUIEBRA.

Hemos revisado tres de los principales modelos en el estudio del riesgo crediticio, en particular, la probabilidad de quiebra de una empresa. Hemos los principales aportes y limitaciones de cada uno, y las formas que se han propuesto para mejorarlos. Asimismo se ha hecho una revisión exhaustiva de la evidencia empírica respecto del funcionamiento en la práctica de cada aproximación, a nivel internacional y local.

En esta sección se comentarán y discutirán los modelos en términos generales, comparándolos entre ellos y viendo cuáles son los temas pendientes.

Cada empresa es distinta, independiente del rubro en el que se desempeñe. Asimismo cada empresa sigue un ciclo de vida diferente, que si bien puede seguir las clásicas etapas de introducción, crecimiento, madurez, y salida, todas siguen un proceso diferente en cada etapa (Laitinen 1991). Por otro lado, una quiebra involucra una serie de procesos no solo económico financieros, sino también a nivel social.

Los modelos de predicción de quiebra intentan encontrar características en común de empresas que han quebrado (a nivel estructural o no) basándose en la hipótesis de que existe un proceso común. Si tal premisa no se cumple (como sucede en la realidad) entonces no es cierto que se puede determinar un solo modelo para predecir la quiebra.

De hecho esto es lo que se observa. Existen muchos modelos que permiten predecir la quiebra y estimar probabilidades de default, y lo que observamos es que cada modelo tiene sus pros y sus contras, por lo que no se puede rechazar uno u otro. Constantemente se realizan estudios que comparan las diferentes metodologías, pero los resultados van en todas las direcciones, por lo que en promedio, no son concluyentes. De esta manera, el intento por lograr un marco teórico generalizado se ve bastante lejano.

Así, vemos que no existe un modelo único y estándar para encontrar la probabilidad de default de una empresa. En la literatura y en la práctica encontramos una amplia gama de modelos, sin que exista un claro consenso respecto de cuál es el óptimo. Esto puede deberse en parte porque no existe una teoría económica propiamente dicha respecto al fracaso empresarial, y en parte porque todas las empresas son diferentes unas de otras, así como el contexto (social, económico, legal y cultural) en el que se desenvuelven.

Después de la amplia bibliografía revisada, y en línea con varios de los estudios mencionados, se podría decir que las diferencias entre los trabajos que estudian el fracaso empresarial se clasifican en 4:

→ **Definición de fracaso empresarial o quiebra.**

Debido a la multiplicidad de aproximaciones al concepto de quiebra o fracaso empresarial, uno de los principales problemas que se enfrentan a la hora de buscar un modelo que prediga la quiebra es precisamente qué definición utilizar. Al comienzo del trabajo se explicaba que generalmente hay 3 formas de referirse a la quiebra<sup>97</sup>: Incumplimiento (cuando un deudor no puede hacerse cargo de sus compromisos en la forma pre-establecida en cuanto a monto a pagar y período de pago), insolvencia (patrimonio negativo) y quiebra legal. También se mencionaba que no existe acuerdo respecto de qué forma definir la quiebra o el fracaso empresarial, por lo que en la literatura se encuentran diferentes formas de definirla. Altman, por ejemplo, considera la quiebra de un punto de vista legal bajo el Acta Nacional de Quiebra (National Bankruptcy Act); mientras que en el enfoque de Merton una empresa quiebra si es que el valor de sus pasivos es mayor que el de sus activos.

Cada definición de quiebra por sí sola no está exenta de crítica. Por ejemplo Delaney (1991) explica que referirse a la quiebra desde el punto de vista legal es una situación jurídica que no necesariamente representa una situación económica-financiera. Esto porque la quiebra legal generalmente ocurre con un importante rezago, respecto de la gestación del problema en la empresa. Este mismo tema del descalce entre que ocurre la quiebra y su declaración legal es tratada por Ohlson, en su modelo de la regresión logística.

La problemática que de aquí surge es que distintas definiciones de quiebra generan modelos y resultados diferentes, ya que las variables explicativas incluidas serán distintas. Esto obstaculiza el poder llegar a un modelo generalizado para la quiebra.

→ **Selección y análisis de las variables independientes y de la variable dependiente.**

Para seleccionar las variables independientes no existe un criterio a priori, ya que por un lado encontramos múltiples definiciones de quiebra y por otro lado, no existe una teoría económica respecto del fracaso empresarial. Sin embargo, Jones (1987) explica que la ausencia de teoría no es necesariamente un impedimento para seleccionar las variables explicativas. Según el autor

---

<sup>97</sup> Pastena y Ruland (1986)

lo importante sería poder asignarle una interpretación económica al modelo resultante y las variables incluidas en él.

De esta forma lo que generalmente se observa es que los trabajos incluyen muchas variables explicativas y luego se van descartando de acuerdo a su significancia, basándose en técnicas estadísticas. Entonces, como no existe un criterio a priori respecto de cuáles variables incluir, los modelos encontrarán resultados diferentes dependiendo de las variables seleccionadas.

Las variables incluidas son por lo general ratios financieros que se calculan a partir de información contable de las empresas. Como se explicaba en secciones anteriores, la razón de porqué utilizar ratios y no simplemente los valores de cada variable es principalmente para controlar por el efecto tamaño e industria (Lev y Sunder 1979) de las empresas. Sin embargo tal como mencionan estos autores, no siempre será óptimo recurrir a los ratios para controlar por tales efectos.

Además, no es raro que los ratios incluidos presenten un cierto grado de correlación entre ellos, ya que hay varios tipos de ratios para referirse a un mismo aspecto (liquidez, rentabilidad, etc.). Esta multicolinealidad genera problemas de eficiencia en la estimación, por lo que hay que tener cuidado entonces, en cómo se interpretan los resultados encontrados. Sin embargo, si bien ciertos ratios entregan información similar, también existe un grado de complementariedad en ésta. Benishay (1971) indica que tal como no existen criterios a priori para escoger las variables independientes, tampoco hay una metodología lógica que permita evaluar qué ratios contienen la información más completa. De esta forma, lo importante es analizar las variables incluidas en relación con su aporte al grado de predicción del modelo, por lo que puede ser óptimo permitir cierto grado de multicolinealidad.

Los ratios típicamente incluidos en la literatura son los de rentabilidad, liquidez, endeudamiento (más conocida como leverage), solvencia, productividad y eficiencia. La importancia relativa de cada uno en explicar la quiebra de una firma varía de acuerdo al modelo especificado, a la definición de quiebra utilizada, y a la data y criterios de selección de la muestra. Todos han mostrado ser relevantes en más de algún estudio, pero no se podría decir a priori qué ratio debería tener una mayor significancia. Esto constituye un inconveniente en el desarrollo de una teoría de fracaso empresarial, ya que no es posible proponer mediante la intuición en qué variables hay que poner especial atención al estudiar una firma. Asimismo, como los resultados no son concluyentes es difícil proponer políticas de apoyo a las empresas, especialmente a las pymes, para prevenir la quiebra, o ayudarlas a manejarla de mejor forma.

→ **Selección y estructuración de la data.**

La información de empresas que quiebran generalmente se hace pública, por lo que obtener la data para empresas grandes no es difícil. Sin embargo, las empresas que más quiebran son pequeñas y medianas empresas (Pymes), cuya información financiera no es pública. Esto impone un problema ya que habitualmente se observa en una muestra que el porcentaje de empresas quebradas es por lo general menor que el de empresas no quebradas, y a su vez esos porcentajes son diferentes de los de la población original.

Los modelos de quiebra por lo general definen ciertos criterios para seleccionar a las firmas quebradas, y dentro de estos criterios está el tamaño, generalmente excluyendo firmas pequeñas por que tienen un estructura diferente y por lo difícil de conseguir su data. Idealmente las empresas usadas para estimar un modelo debiesen escogerse aleatoriamente. Sin embargo, dado que se imponen ciertos criterios y como el número de empresas quebradas es bastante menor que el de las no quebradas, no siempre se puede escoger aleatoriamente la muestra. Esto puede cuestionar la validez de los resultados obtenidos, por lo que es importante probar el modelo estimado con una muestra distinta a la original.

Por otro lado, las muestras utilizadas en los trabajos empíricos no necesariamente son una representación correcta de las características de la población total, por lo que los resultados de cada modelo pueden diferir dependiendo de la muestra usada.

→ **Metodología implementada.**

Se pueden hacer varias distinciones de las metodologías que existen para estudiar el riesgo de crédito. Los resultados que encuentren uno u otro estudio dependerán en mayor o menor medida de qué metodología es la implementada.

En la línea de Zurita (2008) hemos distinguido entre dos tipos de modelos (Zurita 2008): los modelos estadísticos y los modelos teóricos (o modelos estructurales). Los modelos estadísticos permiten identificar variables cuyos valores difieran entre empresas que quebraron y que no quebraron, o que cambien su comportamiento previo a la ocurrencia de la quiebra, y así realizar predicciones. Es decir, obtienen conclusiones a partir de evidencia empírica usando métodos estadísticos, sin un fundamento teórico. El segundo tipo de modelo, en cambio, se fundamenta en una teoría, la teoría de opciones de Merton (1973); y permiten calcular un “índice ordinal de distancia a la insolvencia”<sup>98</sup>, el cual trae aparejada una probabilidad de incumplimiento. Estos modelos se denominan Modelos de Riesgo de Crédito, Modelos Estructurales, o Modelos Teóricos.

---

<sup>98</sup> Zurita (2008), “La Predicción de la Insolvencia de Empresas Chilenas”, página 2.

Las probabilidades de incumplimiento van a diferir dependiendo del modelo utilizado. Por ejemplo, por lo general, los modelos teóricos estiman mayores probabilidades de quiebra respecto de los modelos estadísticos.

Es importante tener esto en consideración, ya que tras la gran variedad de literatura revisada una conclusión importante es que el grado de exactitud en la predicción de la quiebra depende fuertemente de la metodología utilizada.

Cada aproximación tiene sus ventajas y desventajas, ya sea en cuanto a los supuestos que se asumen, a los parámetros que se necesita estimar, al tipo de información necesaria para la estimación y/ o a las variables explicativas incluidas. Por ejemplo, el modelo de Altman y de Ohlson son modelos lineales que usan ratios financieros como variables explicativas para clasificar empresas entre quebradas y no quebradas. Ambas aproximaciones son ampliamente usadas en la práctica, y muchas veces sirven de benchmark para otros modelos que se refieren a la predicción del fracaso empresarial. Estos modelos tienen una gran ventaja en cuanto a que son más simples de implementar, y por lo general la información necesaria para su estimación está disponible. Sin embargo su principal desventaja es la falta de una teoría subyacente, que permita seleccionar a priori las variables a incluir y que le otorgue una interpretación más intuitiva a los resultados que se obtengan. El modelo de KMV-Merton, en cambio, otorga este marco teórico lo cual es un gran aporte. No obstante, este modelo se basa en el fuerte supuesto de mercados eficientes, lo que no tiene porqué cumplirse, especialmente en países en desarrollo como Chile.

## 7. CONCLUSIONES.

En este trabajo hemos revisado detalladamente 3 de los principales modelos que se usan para referirse al estudio de la quiebra empresarial. Estos modelos han sido la base para el desarrollo de modelos más sofisticados que en la práctica se utilizan para evaluar el riesgo de las empresas y otorgar calificaciones, evaluar préstamos, fijar precios de algunos instrumentos financieros, entre otras aplicaciones.

Hemos descrito la problemática en torno a la ausencia de una teoría económica formal que fundamente los modelos de predicción de quiebra en general. Esta falta de teoría se explica por varios factores, entre ellos, la dificultad o multiplicidad de definiciones de quiebra, las características multidimensionales del proceso de quiebra, y el hecho de que cada firma es diferente por lo que los factores que inciden en cada una no son siempre generalizables.

Altman fue pionero en proponer una metodología alternativa a la que se venía utilizando, al proponer el análisis discriminante en la selección de las variables y estimación de su Z-score. Este modelo utiliza ratios financieros para intentar discriminar a las empresas entre 2 categorías: quiebra o no quiebra. Este modelo no otorga una probabilidad de quiebra directamente, es simplemente un modelo para discriminar entre tipos de empresas. Los resultados alcanzados por este modelo son bastante buenos, a pesar de las fuertes críticas que se le han hecho a sus supuestos simplificadores. Tras estas críticas, Altman incorpora nuevos conceptos y mejora su modelo en versiones como los modelos Z'', Zeta y EMS. Estos modelos se asemejan más a la realidad y también tienen buenos resultados, ya que se ajustan más a las características de firmas en particular. Una desventaja en realizar nuevas extensiones del modelo de Altman, es que pierden generalidad, ya que cada modelo se diseña especialmente para una muestra y grupo de empresas en especial.

La evidencia de la aplicación del modelo es muy amplia, y los nuevos estudios están optando por además de incluir variables financieras, se consideren otro tipo de características (socio-demográficas por ejemplo) para determinar el perfil de riesgo de una empresa.

Luego, se revisó el modelo de Ohlson, el cual al igual que Altman propone el uso de una nueva metodología en el estudio del fracaso empresarial. Usa la regresión logit, la cual permite encontrar una probabilidad de quiebra para una empresa condicional a una serie de factores, ratios financieros. Al igual que el Z-score, el logit original de Ohlson utiliza ratios financieros para

la estimación de la probabilidad de quiebra, pero tiene la gran ventaja que no necesita de los supuestos simplificadores (altamente criticados) de Altman, si no que otorga una mayor flexibilidad respecto de las condiciones en las que se puede hacer la estimación.

La evidencia también apoya fuertemente el uso del logit como metodología para la predicción de quiebra, encontrando buenos resultados en cuanto a la clasificación de empresas y su poder predictivo. Además este método de estimación ha sido muy utilizado para el estudio de bancarrota de pequeñas y medianas empresas, esto por los supuestos poco restrictivos que necesita el modelo.

En una línea algo diferente, encontramos los Modelos Teóricos basados en el método de valoración de opciones de Black-Scholes y Merton. El modelo desarrollado por Merton (1974) fue toda una novedad en su momento, al describir que la estructura de capital de una empresa podía ser descrita del punto de vista de una opción. Se plantea que las acciones de una empresa pueden ser vistas como una opción de compra sobre el valor de los activos de la empresa, de manera que si su valor está por sobre los pasivos, los accionistas tienen un derecho sobre el patrimonio de la empresa, de lo contrario se llevarán cero ganancias, y la empresa entrará en default. Este modelo encuentra su principal ventaja en el hecho que proporciona una teoría financiera formal para estudiar el fracaso empresarial. Esta teoría ha sido ampliamente validada gracias al KMV, que propone una manera de resolver algunos de los problemas que presentaba el planteamiento original de Merton.

Este modelo supone que los precios de mercado reflejan toda la información disponible, de manera que son una buena aproximación de la situación de una empresa, y además supone que las expectativas del mercado y de los inversionistas están implícitas en esos precios. De esta manera, se basa en información de mercado para realizar sus estimaciones. Esto mismo que podría ser una ventaja, es también una de las principales críticas que se le ha atribuido al modelo, ya que el supuesto de eficiencia de mercado es un supuesto muy fuerte, el cual no tiende a cumplirse tanto en la realidad. Esto en especial para países subdesarrollados, en los cuales los mercados financieros son menos líquidos y menos profundos que en los países desarrollados. Además, la información de mercado solo está disponible para empresas públicas que transan en bolsa, de manera que para empresas privadas (en especial para pymes) el modelo no es aplicable. Para esto se han creado extensiones del modelo, como el RiskCalc y otros.

Para el caso chileno, encontramos en la literatura pocos estudios, por 2 problemas fundamentalmente: poca disponibilidad de información (bases de datos deficientes y pocas quiebras durante las últimas décadas) y un mercado accionario poco profundo.

Las principales metodologías que se han utilizado son el logit condicional, las redes neuronales y el análisis discriminante, con resultados satisfactorios en algunos casos y en otros no tanto. Una vez más esto en parte se explica por los problemas que presenta Chile para estimar los modelos. Para Chile los trabajos más interesantes son los referidos al estudio de la predicción de quiebra de pymes, ya que como se menciona, son las empresas con mayor tasa de quiebra y también la principal fuente de trabajo de Chile. Por lo tanto hay un interés social y económico en la determinación de un modelo que ayude a explicar sus procesos de quiebra, de manera de implementar políticas específicas para mejorar la situación.

La evidencia revisada es muy heterogénea en cuanto a las metodologías implementadas, las variables incluidas y los resultados encontrados. Esto imposibilita la posibilidad de encontrar una teoría de quiebra unificada y estándar. Sin embargo algunos puntos en los que existe consenso son la necesidad de no solo incluir variables financieras, si no también variables del tipo conductuales o socio-demográficas que consideren otras características de las firmas. Asimismo, existe consenso respecto de que la quiebra es un proceso diferente para cada caso estudiado, que si bien tiene factores en común, no existe una “receta” única para referirse a este.

Esta ausencia de teoría representa uno de los principales desafíos que enfrentan quienes se encuentran involucrados en el estudio del riesgo de crédito.

## Bibliografía.

1. Agarwal, V., Taffler, R. (2005), "Twenty-Five years of the Z-scores in th UK: do they really work?"
2. Ahumada, L.A., Oda, D., "Probabilidad de Incumplimiento y calificaciones de riesgo de las empresas registradas en la SVS". Documento del Banco Central de Chile ([https://editorialexpress.com/cgi-bin/conference/download.cgi?db\\_name=SECHI2008&paper\\_id=81](https://editorialexpress.com/cgi-bin/conference/download.cgi?db_name=SECHI2008&paper_id=81))
3. Altman, E., Baidya, T., Ribeiro, L.M. (1979), "Assessing Potencial Financial Problems for Firms in Brasil", *Journal of International Business Studies* (otoño)
4. Altman, E., Caouette, J., Narayanan, P. (1998), "Credit Risk Measurement and Management: The Ironic Challenge in the Next Decade", Department of Finance, Working Paper Series 1998 (NYU Stern).
5. Altman, E., Haldeman, R., Narayanan, P. (1977), "Zeta Analysis", *Journal of Banking and Finance*, Junio, pp. 29-54.
6. Altman, E., Hotchkiss, E. (2006), "Corporate Financial Distress and Bankruptcy: Predict and Avoid bankruptcy, analyze and invest in distress debt", Tercera Edición (Wiley Finance Series).
7. Altman, E. (1968), "Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy". *The Journal of Finance*, vol. 23, nº 4, pp. 568-609.
8. Altman, E. (2000), "Predicting Financial Distress Companies: Revisiting the Z-Score and Zeta Models", *Journal of Finance*.
9. Altman, E., (2002), "Corporate Distress Prediction Models in a Turbulent Economic and Basel II Environment.
10. Ansell, J., Lin, S., Ma, Y., Andreeva, G. (2008), "Experimenting with Modelling Default of Small and Medium Sized Enterprises (SMEs)".
11. Arindam, B. (2006), "Predicting probability of default of Indian corporate bonds: logistic and Z-score models approaches", *Journal of Risk Finance*.
12. Arquero, J.L., Abad, M.C, Jiménez, S.M. (2008), "Procesos de Fracaso Empresarial en Pymes. Identificación y Contrastación Empírica", *Revista Internacional de la Pequeña y Mediana Empresa*, vol 1, nº 2.
13. Baxter, R., Gawler, M., Ang, R. (2007), "Predictive Insolvency Risk for Australian Corporations", *CRPIT*, Vol. 70.
14. Beaver, H. (1966), "Financial Ratios As Predictors of Failure", *Journal of Accounting Research*, Vol. 4, *Empirical Research in Accounting: Selected Studies*, pp. 71-111.

15. Belgey, J., Ming, J., Watts, S. (1996), "Bankruptcy Classification Errors in the 1980s: An Empirical Analysis of Altman's and Ohlson's Models".
16. Bellovary, J., Giacominio, D.E., Akers, M. (2007), "A Review of Bankruptcy Prediction Studies: 1930 to Present", *Journal of Financial Education*, vol. 33.
17. Benishay, H. (1971), "Econometric Information in Financial Ratio Analysis", *Accounting and Business Research*, pp. 174-179.
18. Bharath, S., Shumway, T. (2004), "Forecasting Default with the Merton Distance to Default Model", *The Review of Financial Studies*, vol. 21, nº3.
19. Brian Trill et Al. (2008), "Predicting Bankruptcy in the Iron and Steel Mills Industry", *Advances in Accounting, Finance and Economics*, Vol. 1, nº 2.
20. Carty, L., Lieberman, D., Fons, J. (1995), "Corporate Bond Defaults and Defaults Rates".
21. Comité de Supervisión Bancaria de Basilea (2004), "Convergencia Internacional de Medidas y Normas de Capital (Marco Revisado)", Banco de Pagos Internacionales.
22. Deakin, E. (1976), "Distributions of Financial Accounting Ratios: Some Empirical Evidence", *The Accounting Review*, vol.1, pp. 167-179.
23. Dietrick, J. (1984), "Discussion of Methodological Issues Related to the Estimation of Financial Distress Prediction Models", *Journal of Accounting Research*, vol. 22, pp. 83-86.
24. Duan, J.C., Gauthier, G., Simonato, J.G. (2004), "On the Equivalence of the KMV and Maximum Likelihood Methods for Structural Credit Risk Models.
25. Duffie, D., Lando, D. (2001), "Term Structure of Credit Spreads with Incomplete Accounting Information", *Econometrica*, Vol. 69, nº3, 633-664.
26. Duffie, D., Wang, K., Saita, L. (2005), "Multi-Period Corporate Default Prediction with Stochastic Covariates", Mimeo, Stanford University.
27. Dwyer, D., Kocagil, A., Stein, R. (2004), "Moody's KMV RiskCalc™ v.3.1 Model", Moody's Investor Services.
28. Falkenstein, E., Boral, A., Carty, L. (2000), "RiskCalc™ for Private Companies: Moody's Default Model", Moody's Investor Services.
29. Fantazzini, D., Fingi, S. (2009), "Random Survival Forest Models for SME Credit Risk Measurement".
30. Fisher, L. (1984), "Contingent claims analysis of corporate capital structures: an empirical investigation", *The Journal of Finance*, vol. 39, nº 3, pp. 625-627.
31. Georgakopoulos, V., "Current Approaches to Credit Risk Measurement", Department of Economic Sciences, National and Kapodistrian University of Athens.

32. Gretarsson, I., Göransson, P., (2008), "A Comparative Study Between the KMV and the Zero-Price Probability for Default Prediction", Master Thesis, School of Economics and Management University of Lund.
33. Haggstrom, G. (1983), "Logistic Regression and Discriminant Analysis by Ordinary Least Squares", *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 1, nº 3.
34. He, Y., Kamath, R., Meier, H. (2005), "An empirical evaluation of bankruptcy prediction models for small firms: an over-the-counter market experience".
35. Hull, J., Nelken, I., White, A. (2004), "Merton's Model, Credit Risk, and Volatility Skews", Moody's Investor Services.
36. Jhonson, C. (1979), "Ratio Analysis and the Prediction of Firm Failure", *The Journal of Finance*, vol. 25, nº 5, pp. 1166-1168.
37. Jones et al. (1984), "Contingent claims analysis of corporate capital structures: an empirical investigation", *The Journal of Finance*, vol. 39, nº 3, pp. 611-625.
38. Jones, F.L. (1987), "Current Techniques in Bankruptcy Prediction", *Journal of Accounting Literature*, vol. 6, pp. 131-164.
39. Jones, S., Hensher, D.A. (2004), "Predicting Firm Financial Distress: A Mixed Logit Model", *The Accounting Review*, vol.79, pp. 1011-1038.
40. Kealhofer, S. (2003), "Quantifying Credit Risk I: Default Prediction".
41. Kealhofer, S., Kurbat, M. (2002), "The Default Prediction Power of the Merton Approach, Relative to Debt Ratings and Accounting Variables", KMV Corporation.
42. Kocenda, E., Vojtek, M. (2009), "Default Predictors and Credit Scoring Models for Retail Banking".
43. Kulkarni, A., Mishra, A., Thakker, J., "How Good is Merton Model at Assessing Credit Risk? Evidence From India".
44. Lee, W., "An Empirical Comparison of Bankruptcy Models- Evidence from Taiwan".
45. Lev, B., Sunder, S. (1979), "Methodological Issues in the Use of Financial Ratios", *Journal of Accounting and Economics*, pp. 187-210.
46. Loffler, G. (2002), "An Anatomy of Rating Through the Cycle", *The Journal of Banking and Finance*.
47. Mardondez, C. (2004), "Aplicación de los modelos de predicción de quiebra al mercado chileno", Seminario de Título, Universidad de Chile.
48. Merton, R. (1973), "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates", *Journal of Finance*, Vol. 29: 449-70.

49. Mora, A. (1994), "Los Modelos de Predicción del Fracaso Empresarial: una aplicación empírica del Logit", *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, Vol. XXIV, nº 78, pp. 203-233.
50. Mossman, C., Bell, G., Swartz, L., Turtle, H. (1998), "An Empirical Comparison of Bankruptcy Models", *The Financial Review*, vol. 33, pp. 35-54.
51. Muhamad, Z., Abd, H. (2009), "Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy", *Journal of Money, Investment and Banking*, vol. 11.
52. Ohlson, J (1980), "Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy", *Journal of Accounting Research*, vol. 19, pp. 109-131.
53. Palepu, K. (1986), "Predicting Takeover Targets: A Methodological and Empirical Analysis", *Journal of Accounting and Economics*, pp. 3-35.
54. Patel, K., Pereira, R. (2007), "Expected Default Probabilities in Structural Models: Empirical Evidence", Publicado online por Springer Science & Business Media.
55. Patel, K., Vlamis, P. (2006), "An Empirical Estimation of Default Risk of the UK Real State Companies", *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, vol. 31, nº1, pp. 21-40.
56. Pinto, C (2006), "Modelos Predictivos del Fracaso Empresarial en Microempresas Chilenas: Rough Set, Redes Neuronales y Modelo Logit", Seminario para optar al título de Ingeniero Comercial, Mención Economía (Universidad de Chile).
57. Ringeling, E (2004), "Análisis Comparativo de Modelos de Predicción de Quiebra y la Probabilidad de Bancarrota", Seminario para optar al título de Ingeniero Comercial, Mención Administración (Universidad de Chile).
58. Romani, G.A, Aroca, P., Aguirre, N., Leiton, P., Muñoz, J. (2002), "Modelos de Clasificación y Predicción de Quiebra de Empresas: Una Aplicación a Empresas Chilenas", *Forum Empresarial*, mayo, año/vol. 7, nº 001.
59. Ruiz, D., "El Análisis de Solvencia Convencional. Problemas e Implicaciones", Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad de Málaga.
60. Segovia, M.J., Gil, J.A., Heras, A., Vilar, J.L. (2003), "La Metodología Rough Set frente al Análisis Discriminante en la Predicción de Insolvencias en Empresas Aseguradoras", Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Complutense de Madrid.
61. Shumway, T. (2001), "Forecasting bankruptcy more accurately: a simple hazard model", vol. 74, nº 1, Enero, pp. 101-124.
62. Stein, R. (2005), "Evidence on the Incompleteness of Merton-Type Structural Models for Default Prediction", Technical Paper 1-2-1-2000, Moody's KMV Company.

63. Su, E., Huang, S. (2010), "Comparing Firm Failure Predictions Between Logit, KMV, and ZPP Models: Evidence from Taiwan's Electronics Industry", National Kaohsiung First University of Science and Technology, nº 2.
64. Tascón, M.T., Castaño, F.J. (2009), "Predicción del Fracaso Empresarial: Una revisión".
65. Zmijewski, M. (1984), "Methodological Issues Related to The Estimation of Financial Distress Prediction Models", Journal of Accounting Research, (suplement), pp. 59-86.
66. Zurita, F. (2008), "La Predicción de la Insolvencia de Empresas Chilenas", Volumen 11 - nº 1.