



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

**EVALUACIÓN POR MODELACIÓN CFD DEL PROCESO DE FLOTACIÓN EN
UNA CELDA DE AGITACIÓN MECÁNICA Y DEL EFECTO DE LA
GRANULOMETRÍA EN LA RECUPERACIÓN DE MINERAL**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

RODRIGO AMÉRICO GARCÍA MADRID

PROFESOR GUÍA:
WILLIAMS CALDERÓN MUÑOZ.

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
ALEJANDRO ORTIZ BERNARDIN.
JAVIER LARRONDO PIÑA.

SANTIAGO DE CHILE
JULIO 2012

Resumen

La flotación es una técnica de concentración que aprovecha la diferencia entre las propiedades interfaciales del mineral valorable y la escoria. Se basa en la adhesión de algunos sólidos a burbujas de gas generadas en la pulpa por algún medio externo. Este proceso es, en la actualidad, uno de los métodos más usados en la separación de material en la industria minera.

En los años recientes, la dinámica de fluidos computacional (CFD) se ha convertido en una herramienta útil para la modelación del proceso de flotación, sin embargo no ha sido posible obtener un modelo matemático con capacidad predictiva. Lo anterior se debe a que la modelación de un proceso de flotación debería considerar las complejas características de este proceso de separación de mineral, tales como dispersión de partículas, control de la interface líquido-sólido en la adición de colectores, y de la interfaz líquido-gas al usar espumantes, mecanismos de creación y destrucción de interfaces burbuja-partícula y, formación y separación de una espuma trifásica en la superficie de la celda de flotación.

En el presente trabajo de título se estudió la recuperación de concentrado de cobre en una celda de flotación de agitación mecánica, utilizando un modelo matemático, propuesto por Koh y Schwarz, basado en las condiciones dinámicas del fluido. En particular se estudió cómo el tamaño de las partículas sólidas que componen la pulpa, y la cual es una condición de operación que depende del usuario (en este caso las mineras), afecta el proceso de flotación.

Los resultados obtenidos muestran la dependencia del tamaño de las partículas sólidas sobre la curva de recuperación, en donde se encontró que existe un tamaño óptimo de partícula que maximiza la recuperación. Este comportamiento coincide con lo que se ha visto en análisis experimentales, lo que le da a la modelación del proceso de flotación mediante CFD un futuro prometedor en el aporte a optimizar el diseño y/o condiciones de operación de una celda de agitación mecánica.

Agradecimientos

A mis padres y hermanos que siempre han estado cuando los he necesitado.

A la Nany, el Taty, tía Toy, tío Cristian, Kitty y Kitan, con quienes he vivido muy buenos momentos.

A mi profesor guía, Williams Calderón, por la disponibilidad y paciencia para responder mis dudas y por todos sus consejos.

A mi profesor co-guía, Alejandro Ortiz, por la facilitación de recursos computacionales que hicieron posible desarrollar esta memoria.

A mi profesor integrante, Javier Larrondo, por la disponibilidad para responder mis dudas.

Tabla de contenidos

1	Introducción	1
1.1	Motivación	2
1.2	Objetivos	2
2	Antecedentes	3
2.1	Flotación	3
2.2	Agentes usados en flotación	3
2.3	Celda de flotación de agitación mecánica	4
2.4	Requerimientos de la celda de flotación	5
2.5	Tasa constante de flotación	6
2.6	Factores que afectan la tasa constante de flotación	7
2.6.1	Velocidad del agitador	7
2.6.2	Granulometría del material	8
2.7	Método de aireación	8
2.8	Simulaciones en CFD de celdas de agitación mecánica	9
2.9	Ecuaciones gobernantes	10
2.9.1	Continuidad	10
2.9.2	Momentum	10
2.9.3	Transporte de variable escalar genérica	11
2.10	Ecuaciones promediadas de Navier-Stokes (RANS)	11
2.11	Hipótesis de viscosidad de torbellinos	14
2.12	Modelo de turbulencia k- ϵ	15
2.13	Esquemas de discretización	17
2.13.1	Esquemas de término advectivo ^[8]	17
2.13.2	Esquemas de término transiente	18

3	Metodología.....	20
3.1	Condiciones de operación.....	20
3.2	Geometría	21
3.3	Dominio	22
3.4	Mallado.....	23
3.5	Condiciones de borde	24
3.6	Condiciones iniciales.....	24
3.6.1	Condiciones iniciales para las variables de flujo	24
3.6.2	Condiciones iniciales para la variable “concentración de partículas”	24
3.7	Modelación numérica del enlace burbuja-partícula	26
3.7.1	Modelo cinético I de enlace burbuja-partícula	26
3.7.2	Modelo cinético II de enlace burbuja-partícula	35
3.8	Modelo de turbulencia	36
3.9	Tipo de interfase entre dominio rotatorio y dominio estacionario	36
3.10	Criterio de convergencia	36
3.11	Esquemas de discretización.....	36
3.11.1	Esquema de términos advectivos.....	36
3.11.2	Esquema de términos transientes	37
4	Resultados	38
4.1	Independencia de malla	38
4.2	Estado estacionario del modelo bifásico agua-aire	39
4.3	Efecto del sistema rotor-estator sobre el campo de velocidades del agua.	40
4.4	Efecto del sistema rotor-estator en la dispersión del aire	42
4.5	Análisis de las variables del modelo cinético.....	44
4.5.1	Carga de las burbujas	44
4.5.2	Probabilidad de colisión	48
4.5.3	Probabilidad de adhesión	52
4.5.4	Probabilidad de estabilización	56
4.5.5	Concentración de calcopirita remanente en fase líquida.....	60

4.6	Fracción de recuperación de calcopirita.....	64
4.6.1	Modelo cinético I de enlace burbuja-partícula	64
4.6.2	Modelo cinético II de enlace burbuja-partícula	64
4.7	Predicción tasa constante de flotación	65
4.7.1	Modelo cinético I de enlace burbuja-partícula	66
4.7.2	Modelo cinético II de enlace burbuja-partícula	66
4.7.3	Comparación de los dos modelos en la predicción de la tasa constante de flotación	67
5	Conclusiones	68
6	Nomenclatura.....	70
7	Bibliografía.....	71

1 Introducción

El proceso de flotación es, en la actualidad, uno de los métodos más usados en la separación de material. A pesar de que los principios detrás de la flotación han sido bien establecidos, ha sido difícil construir modelos de simulación predictivos.

En los años recientes, la dinámica de fluidos computacional (CFD) se ha convertido en una herramienta útil en la flotación en dos niveles: para entender problemas de ingeniería con estructuras e interacciones a gran escala, y como una herramienta para entender los principios fundamentales.

En máquinas agitadas mecánicamente donde un complejo flujo turbulento está presente, CFD ha aportado en el análisis de diferentes parámetros de diseño y condiciones de operación, tales como: razón alto/diámetro, posición de deflectores, posicionamiento de ingreso y salida de la pulpa, efecto del sistema rotor-estator en la dispersión de burbujas y en la suspensión de partículas sólidas, y diseño del tanque entre otros.

Aún cuando CFD ha sido usado como una herramienta para el diseño, hay una necesidad de tener modelos numéricos con capacidad predictiva para el proceso de flotación, sin embargo, la dificultad radica en la complejidad de muchos sub-procesos y a las distintas escalas a las que estos ocurren.

Modelos cinéticos de flotación han proveído una serie de ecuaciones que caracterizan esta interacción. En este campo, Koh and Schwarz^{[1][3][4]} han propuesto un modelo que incorpora modelos cinéticos de flotación en el campo de CFD y cuya aplicación, a una celda de flotación en particular, con condiciones de operación particulares, ha sido llevada a cabo en orden de analizar el proceso de flotación al interior de ésta.

1.1 Motivación

La industria minera, especialmente la relacionada al cobre, es de gran importancia en la economía del país, por tanto es de vital importancia optimizar los procesos productivos.

En el presente trabajo de título se pretende aportar mediante CFD a la optimización del proceso de flotación en celdas de agitación mecánica, el cual es el mecanismo primario de recuperación de concentrado en la industria minera.

1.2 Objetivos

Objetivo general

- Simular mediante CFD el proceso de flotación en una celda de flotación de agitación mecánica usando el modelo cinético propuesto por Koh y Schwarz^[1].

Objetivos específicos

- Analizar el efecto dispersor del sistema rotor-estator.
- Determinar zonas de recirculación.
- Determinar la distribución del aire dentro de la celda de flotación.
- Analizar la influencia del tamaño de las partículas sólidas sobre la tasa de recuperación.
- Analizar la influencia del tamaño de las partículas sólidas sobre las variables que describen el proceso de flotación.

2 Antecedentes

2.1 Flotación

Los procesos de flotación son usados para separar o concentrar minerales y otras especies químicas. La separación por flotación es el resultado de muchos procesos fisicoquímicos complejos que ocurren en las interfaces sólido-líquido, líquido-gas y sólido-gas. En celdas de flotación, la flotación depende de la probabilidad de unión de la partícula a la burbuja, la cual es determinada por la hidrofobicidad de la superficie de la partícula. En la mayoría de los sistemas de flotación, la superficie de la partícula se torna hidrofóbica por la adsorción selectiva de los surfactantes llamados colectores.

La flotación es una técnica de concentración que aprovecha la diferencia entre las propiedades interfaciales del mineral valorable y la escoria. Se basa en la adhesión de algunos sólidos a burbujas de gas generadas en la pulpa por algún medio externo.

Las burbujas de aire transportan los sólidos a la superficie donde son recolectados y recuperados como concentrado. La fracción que no se adhiere a las burbujas permanece en la pulpa y constituye la cola o relave.

De este modo, la condición de flotabilidad es una fuerte adhesión entre las partículas valorables y las burbujas, las cuales deben ser capaces de soportar la agitación y turbulencia en la celda.

2.2 Agentes usados en flotación

Se consideran tres tipos de agentes principales ^[5]:

- **Colectores:** químicos orgánicos que tornan la superficie hidrofóbica, permitiendo que el mineral pueda ser recolectado en el proceso.
- **Espumantes:** químicos orgánicos que reducen la tensión superficial del agua, permitiendo estabilizar las burbujas dentro de la capa de espuma en la superficie de la celda de flotación, haciendo así la remoción del concentrado más eficiente.
- **Modificadores:** químicos orgánicos o inorgánicos usados para modificar las condiciones de la pulpa, mejorando la diferenciación en la superficie entre lo valorable y la escoria.

2.3 Celda de flotación de agitación mecánica

Una celda de flotación (ver Figura 2.1) es un equipo que tiene como función separar en forma eficiente material valorable desde la pulpa. Éstas se caracterizan por poseer un sistema rotor-estator que permite la dispersión tanto de las partículas sólidas presentes en la pulpa como del aire que es ingresado.

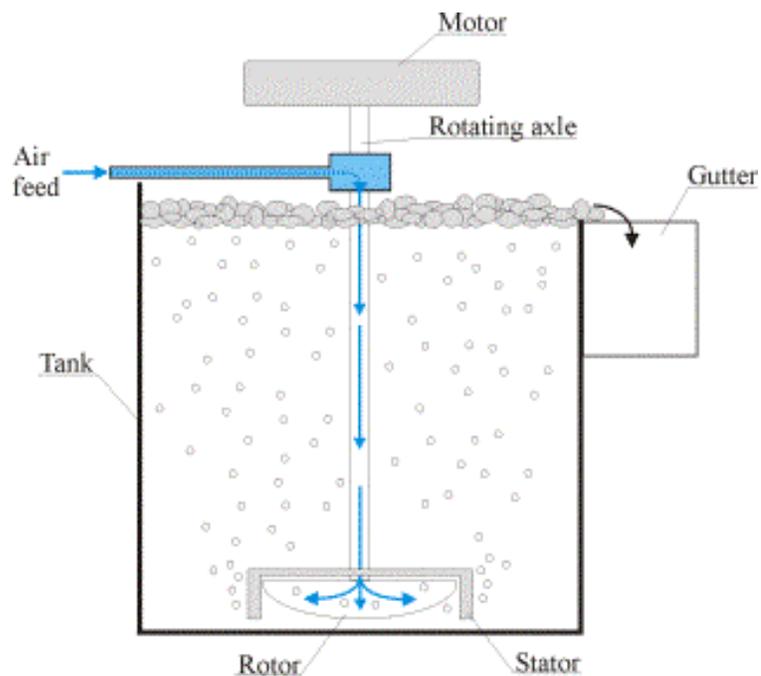


Figura 2.1: Esquema celda de flotación ^[7].

2.4 Requerimientos de la celda de flotación

Principalmente se tienen dos requerimientos principales ^[5]:

- 1- Suspensión
- 2- Aireación

En suspensión, es esencial que el agitador de la máquina sea capaz de mantener los sólidos de la pulpa en suspensión. Si el grado de agitación es inadecuado, los sólidos, particularmente las partículas más grandes tenderán a asentarse. Algunos asentamientos, por ejemplo en las esquinas de la celda o la arenación del piso de la celda, si bien no es serio, sí es significativo para el apropiado contacto entre el aire y tales partículas (“partículas que no están en suspensión no logran un contacto eficiente con las burbujas de aire”).

La aireación efectiva requiere que las burbujas estén diseminadas finamente, y que la tasa de aire sea suficientemente alta, no sólo para proveer suficientes burbujas para hacer contacto con las partículas, sino que también para proveer una espuma estable de razonable profundidad.

La principal dificultad del diseñador de una celda de flotación, es que el desempeño de la máquina depende fuertemente del tamaño de las partículas que estarán flotando, y que por razones de la molienda, la alimentación contiene un amplio rango de tamaños de partículas.

Para un tamaño de partícula dado, los efectos de la velocidad del agitador y del tamaño de la burbuja pueden ser resumidos como sigue:

- 1- Si la velocidad del agitador es muy baja, las partículas no estarán en suspensión, y se encontrarán en una cantidad significativa asentadas en la base de la celda.
- 2- Si la velocidad del agitador es demasiado alta, la turbulencia en la celda será suficiente para romper el enlace entre la partícula y la burbuja.
- 3- Si el tamaño de la burbuja es muy pequeña, no tendrá el empuje necesario para elevar con suficiente rapidez las partículas hacia la superficie.
- 4- Si el tamaño de la burbuja es demasiado grande, menor será la cantidad de burbujas creadas por una tasa constante de flujo de aire entregado.

2.5 Tasa constante de flotación

La tasa constante de flotación (k), es un valor experimental que depende de un gran número de variables tales como: concentraciones de reactivos, tamaños de partículas y burbujas de aire, tiempo de permanencia de la pulpa, diseño de la celda, tasa de remoción de la espuma, potencia, tratamientos previos, etc. por lo que sólo será constante si todas estas variables también lo son. Su importancia radica en el hecho de que refleja la eficiencia de la celda en el tiempo de recuperación y así, se puede estudiar como los parámetros antes mencionados influyen en este valor^[5].

Por otro lado, visto desde la cinética, se tiene que la tasa constante de flotación es igual a la tasa de cambio de concentración de sólidos valorables en la pulpa, lo cual escrito en su forma diferencial se tiene que^[5]:

$$-\frac{dC}{dt} = k C^n \quad (2.1)$$

Donde:

$C = C(t)$ = concentración del material valorable en la celda de flotación en un tiempo t .

k = tasa constante de flotación.

n = orden de la ecuación diferencial.

2.6 Factores que afectan la tasa constante de flotación

A continuación se muestra cómo, dos de las variables más importantes afectan la tasa constante de flotación ^[5].

2.6.1 Velocidad del agitador

Si la velocidad del agitador es muy baja, las partículas tendrán una baja agitación y tenderán a asentarse. Por el contrario, si la velocidad del agitador es muy alta, la turbulencia en la celda será suficientemente alta para romper el enlace entre la partícula sólida y la burbuja de aire (ver Figura 2.2).

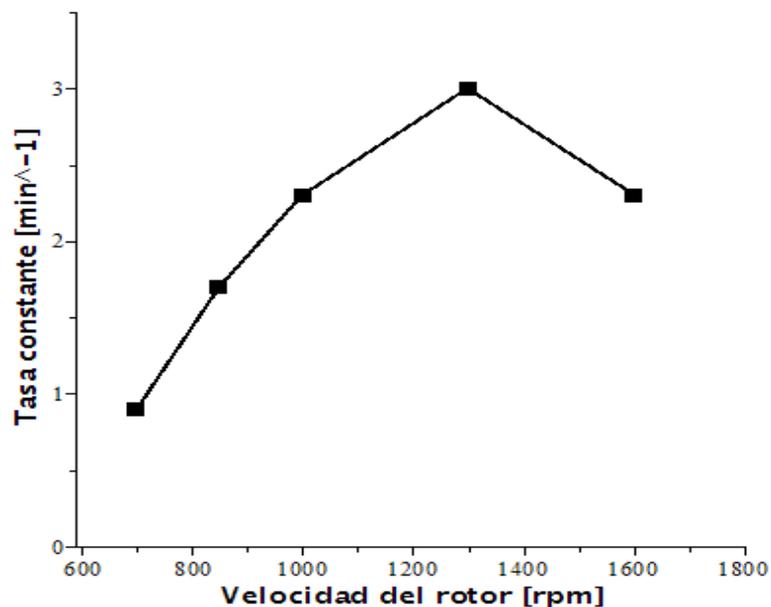


Figura 2.2: Tasa constante de flotación v/s velocidad del rotor en flotación de carbón ^[5].

2.6.2 Granulometría del material

Si el tamaño de la partícula es muy pequeño, la masa de partículas que estarán en contacto con la superficie de las burbujas de aire será muy baja y por ende la tasa de recuperación también será baja. Por el contrario, si la partícula es muy grande la fuerza de empuje de la burbuja no será suficiente para llevarla con suficiente rapidez a la superficie (ver Figura 2.3).

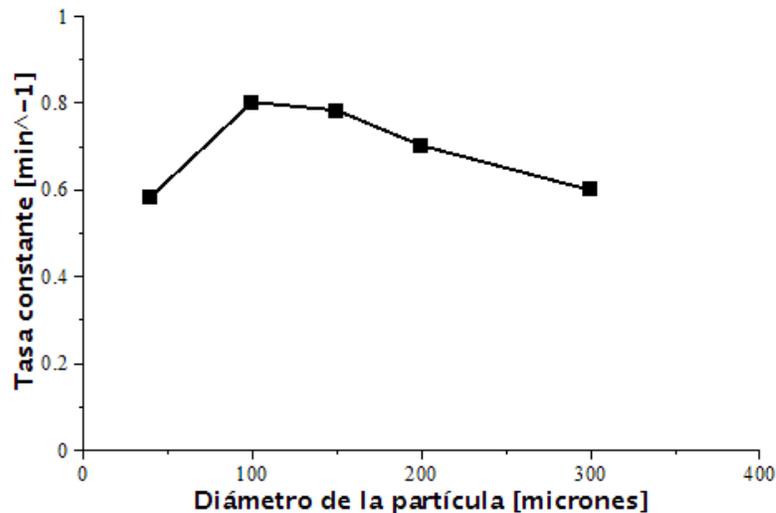


Figura 2.3: Tasa constante de flotación v/s tamaño de partícula en flotación de carbón ^[5].

2.7 Método de aireación

La presión cercana al centro de rotación del agitador es menor que la presión ambiente al mismo punto si el agitador no estuviera presente. Esto es debido a un gradiente de presión inducido por la rotación. La presión cerca del agitador puede ser tan baja, incluso menor que la presión hidrostática en la pulpa, entonces una tubería colocada cerca del agitador y abierta a la atmósfera puede succionar aire hacia el interior de la región del agitador. Esto es conocido como aire inducido y la práctica de inducir aire hacia la región del agitador es llamada “sub-aireación”.

En flotación de minerales es común sobre-cargar al aire, de forma tal de proveer un ligero exceso de presión y así conseguir una mayor cantidad de aire por unidad de volumen de pulpa.

La cantidad de aire especificado por fabricantes de celdas de flotación está usualmente en el rango 0,5 - 2 m³ de aire por minuto/m³ de pulpa ^[5].

2.8 Simulaciones en CFD de celdas de agitación mecánica

En este campo Koh y Schwarz han propuesto un modelo matemático que describe la cinemática involucrada en el proceso de creación y destrucción del enlace burbuja-partícula ^{[1][2][3][4]}.

Cabe destacar que este mismo modelo es utilizado en el presente trabajo de título, y para comparación, es que se muestra en la Figura 2.4 el resultado obtenido por estos autores de la predicción de la tasa constante de flotación en función del diámetro de la partícula para flotación de cuarzo en una celda de flotación Denver de 5,3 litros.

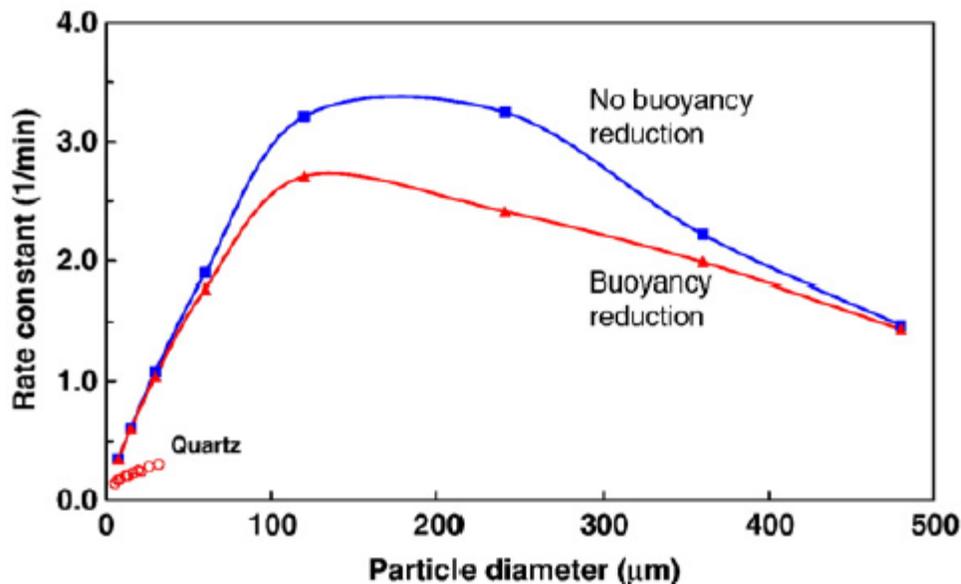


Figura 2.4: Tasa constante de flotación en función del diámetro de partícula ^[2]

En esta figura, la leyenda “No Buoyancy reduction” corresponde a un modelo que no incluye el efecto del peso de las partículas sobre la velocidad de ascenso de las burbujas (que en este trabajo de título se llamó “modelo cinético I”), y la leyenda “Buoyancy reduction” corresponde a un modelo que incluye el efecto del peso de las partículas (que en este trabajo de título se llamó “modelo cinético II”).

2.9 Ecuaciones gobernantes

Las ecuaciones multifásicas de continuidad, momentum, y de transporte de variable adicional para un flujo transiente que deben ser resueltas^[8] se muestran a continuación:

2.9.1 Continuidad

$$\frac{\partial(\alpha_i \rho_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_i \rho_i \mathbf{U}_i) = S_{MSi} \quad (2.2)$$

Donde

i = fase líquida o fase gaseosa.

α = fracción volumétrica.

\mathbf{U} = velocidad del fluido.

S_{MSi} = término fuente de masa.

2.9.2 Momentum

$$\frac{\partial(\alpha_i \rho_i \mathbf{U}_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_i (\rho_i \mathbf{U}_i \otimes \mathbf{U}_i)) = -\alpha_i \nabla p_i + \nabla \cdot (\alpha_i \mu_i (\nabla \mathbf{U}_i + (\nabla \mathbf{U}_i)^T)) + S_{Mi} + M_i \quad (2.3)$$

Donde

p = presión manométrica.

μ = viscosidad dinámica.

S_M = fuente de momentum debido a fuerzas de cuerpo externas.

M_i = término que describe las fuerzas interfaciales sobre la fase i debido a otras fases.

2.9.3 Transporte de variable escalar genérica

$$\frac{\partial(\alpha_i \phi_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_i \phi_i \mathbf{U}_i - D_\phi \nabla \phi_i) = S_\phi \quad (2.4)$$

Donde

ϕ = cantidad conservada por unidad de volumen (variable genérica).

D_ϕ = difusividad cinemática de la variable escalar genérica.

S_ϕ = término fuente de variable escalar genérica.

2.10 Ecuaciones promediadas de Navier-Stokes (RANS)

La presencia de turbulencia se manifiesta en fluctuaciones azarosas sobre el valor promedio de los campos de flujo. Así, los campos de flujo pueden ser vistos como la suma de un promedio estacionario y una componente fluctuante en el tiempo con promedio igual a cero ^[9].

Luego, el campo de velocidades y de presión se escriben como:

$$\mathbf{u}(t) = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}'(t) \quad p(t) = \bar{p} + p'(t)$$

Donde:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$$

Para una variable genérica φ , tal que $\varphi(t) = \bar{\varphi} + \varphi'(t)$, se definen los siguientes conceptos:

Promedio de φ

El promedio en el tiempo de una propiedad φ se define como:

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \varphi(t) dt \quad (2.5)$$

Promedio de la fluctuación

El promedio en el tiempo de la fluctuación φ' es por definición igual a cero:

$$\overline{\varphi'} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \varphi'(t) dt \equiv 0 \quad (2.6)$$

Varianza de la fluctuación

La varianza de φ' en torno a $\bar{\varphi}$ se define como:

$$\overline{(\varphi')^2} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} (\varphi')^2 dt \quad (2.7)$$

Así, las ecuaciones promediadas de Navier-Stokes quedan como sigue:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \nabla^2 \bar{u}_i - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \overline{u'_i u'_j}) + S_M \quad (2.9)$$

En esta formulación aparece una nueva incógnita $\overline{\rho u'_i u'_j}$, denominada como esfuerzos de Reynolds, y por tanto es necesario incluir nuevas ecuaciones que cierren el sistema.

2.11 Hipótesis de viscosidad de torbellinos

La hipótesis consiste en asumir que existe una similitud entre el transporte de momentum por viscosidad molecular y por fluctuaciones turbulentas.

La hipótesis asume que, así como el transporte molecular depende del gradiente de campo de velocidad completo, así también el transporte de la turbulencia depende del gradiente de la velocidad promedio ^[10]. Entonces se tiene que los esfuerzos de Reynolds satisfacen la siguiente relación:

$$\tau_{ij} = \rho \overline{u'_i u'_j} = -2 \mu_t \overline{S_{ij}} + \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k \quad (2.10)$$

Donde

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.11)$$

es el tensor de tasa de deformación del flujo promedio, μ_t es la viscosidad turbulenta, y k es la energía cinética de turbulencia que se define como:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (2.12)$$

Además, asumiendo que la turbulencia queda determinada completamente por una cierta escala de velocidad y una cierta escala de longitud, por medio de análisis dimensional se obtiene la siguiente expresión para la viscosidad turbulenta:

$$\mu_t = C_\mu \rho q l \quad (2.13)$$

Donde:

C_μ = constante adimensional de proporcionalidad.

ρ = densidad.

q = escala de velocidad.

l = escala de longitud.

2.12 Modelo de turbulencia k- ϵ

El modelo k- ϵ , el cual es uno de los más prominentes modelos turbulencia y ampliamente validado, consiste en resolver dos ecuaciones de transporte, una para determinar la energía cinética de turbulencia (k) y otra para resolver la tasa de disipación de energía (ϵ).

En este modelo se define la escala de velocidad como:

$$q = k^{1/2} \quad (2.14)$$

Se asume que la tasa de disipación de energía está asociada a la energía cinética de turbulencia y a la escala de longitud como:

$$\epsilon \approx \frac{k^{3/2}}{l} \quad (2.15)$$

Reemplazando esto en la formula de viscosidad turbulenta se obtiene:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon} \quad (2.16)$$

Finalmente, el modelo k- ε usa las siguientes ecuaciones de transporte para determinar k y ε [8]:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{u_j} k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \varepsilon \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{u_j} \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.18)$$

Donde $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, σ_k y σ_ε son constantes del modelo y P_k es la tasa de producción de energía y es modelada como:

$$P_k = 2\mu_t \overline{S_{ij}} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \left(3\mu_t \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} + \rho k \right) \quad (2.19)$$

2.13 Esquemas de discretización

En esta sección se procede a describir los esquemas numéricos, implementados en Ansys CFX, utilizados en el presente trabajo de título.

2.13.1 Esquemas de término advectivo ^[8]

En general el término advectivo para una variable genérica φ se expresa como:

$$\nabla \cdot \rho U \varphi \quad (2.20)$$

El término advectivo requiere que los puntos de integración de los valores de φ sean aproximados en términos de los valores nodales. El esquema de advección implementado en Ansys CFX está expresado de la siguiente forma:

$$\varphi_{ip} = \varphi_{up} + \beta \nabla \varphi \cdot \Delta \vec{r} \quad (2.21)$$

Donde

φ_{up} = valor en el nodo localizado contra el flujo.

\vec{r} = vector desde el nodo localizado contra el flujo hasta el punto ip.

β = escalar en el rango [0,1].

2.13.1.1 Esquema “High Resolution”

El esquema “High Resolution” usa un procedimiento no lineal para β en cada nodo, calculado tan cercano a 1 como sea posible, sin introducir nuevos extremos. El flujo advectivo es entonces evaluado usando los valores de β y $\nabla\varphi$ desde contra el flujo. El procedimiento para β está basado los principios de acotación usados por Barth y Jespersen.

El valor del nodo para β es elegido como el mínimo valor de todos los valores de los puntos de integración alrededor del nodo. Además, el valor de β no tiene permitido que sea mayor que 1.

2.13.1.2 Esquema “upwind”

El esquema “upwind” se obtiene reemplazando $\beta=0$ en la ecuación (2.21). El esquema es muy robusto pero introduce errores de difusión numérica.

2.13.2 Esquemas de término transiente

En general, para un volumen de control que no se deforma en el tiempo, el término transiente corresponde a:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \varphi dV \quad (2.22)$$

2.13.2.1 Esquema “First Order Backward Euler”

El esquema “First Order Backward Euler” discretiza el término transiente como sigue:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \varphi dV = V \left(\frac{(\rho \varphi)^t - (\rho \varphi)^{t-1}}{\Delta t} \right) \quad (2.23)$$

El esquema es robusto, implícito, acotado, conservativo en el tiempo, y no tiene limitación para el tamaño del paso de tiempo. La discretización es, sin embargo, de precisión de primer orden en tiempo e introduce errores de discretización con efectos similares a la difusión numérica que se ve el esquema de advección “upwind”.

2.13.2.2 Esquema “Second Order Backward Euler”

El esquema “Second Order Backward Euler” discretiza el término transiente como sigue:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \varphi dV = V \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{3}{2} (\rho \varphi)^t - 2(\rho \varphi)^{t-1} + \frac{1}{2} (\rho \varphi)^{t-2} \right) \quad (2.24)$$

El esquema también es robusto, implícito, conservativo en tiempo y no tiene limitación para el tamaño del paso de tiempo. Además, es de segundo orden de precisión en el tiempo, pero no es acotado y podría crear soluciones oscilatorias sin sentido físico.

3 Metodología

La modelación del problema en Ansys CFX se explica a continuación:

1. Tratar el problema como un sistema bifásico agua – aire, sin inclusión de la fase espumosa.
2. Determinar el estado estacionario del sistema anterior.
3. Correr el estado transiente del sistema anterior añadiendo dos ecuaciones de transporte adicional (por cada caso) que modela el enlace burbuja – partícula. Se utiliza la solución del estado estacionario como solución inicial para las variables de velocidad y presión, y se utilizan condiciones iniciales, determinadas más adelante, para la variable adicional.

La ecuación de transporte adicional del punto tres, da cuenta de los fenómenos principales que afectan la unión de partículas sólidas con burbujas de aire: colisión, adhesión y estabilización, y como las partículas sólidas son llevadas a la superficie.

3.1 Condiciones de operación

Para el modelamiento en CFD se ocuparon las siguientes condiciones de operación:

Tabla 3.1: Condiciones de operación

Volumen de la celda de flotación	50 m ³
Velocidad del rotor	129 rpm
diámetro burbuja	1 mm
Diámetro partículas	5 tamaños distintos
Minerales en sólidos suspendidos	óxido de sílice (Si O ₂) y calcopirita (Cu Fe S ₂)

3.2 Geometría

La geometría corresponde a una celda de flotación circular de 50 m³, con las siguientes características:

Tabla 3.2: Características de la geometría de la celda de flotación

Componente	Valor
Diámetro interior de la celda	4.310 [mm]
Alto de la celda	3.458 [mm]
Diámetro rotor	990 [mm]
Diámetro estator	1.560 [mm]
Número de paletas del rotor	6
Número de paletas estator	18

En la Figura 3.1 se muestra la geometría de la celda de flotación realizada en un programa CAD.

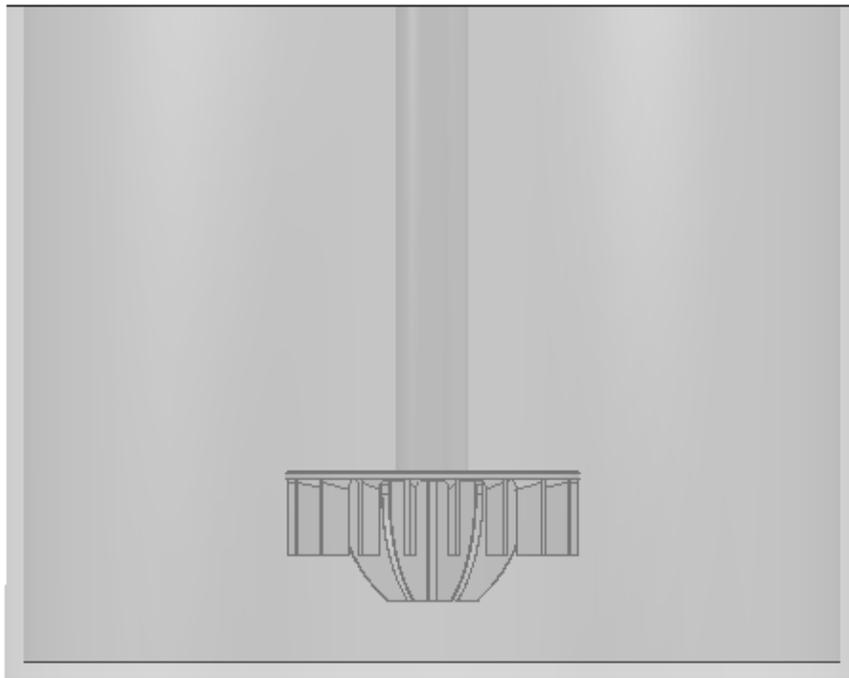


Figura 3.1: Geometría celda de flotación.

3.3 Dominio

Debido a la simetría de la geometría y de forma tal de minimizar los costos computacionales, se procedió a simular 1/6 del dominio real (ver Figura 3.2).

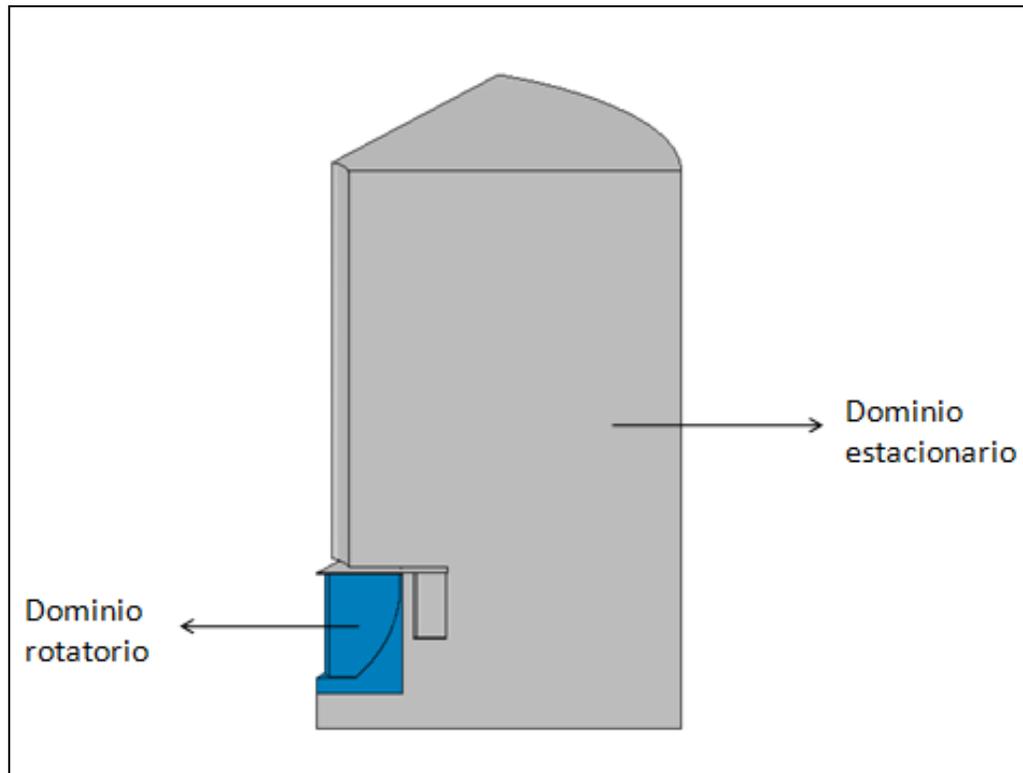


Figura 3.2: Dominio utilizado en la simulación, correspondiente a 1/6 del dominio real.

3.4 Mallado

El mallado se realizó de forma independiente para distintos sectores de la malla. Esto es posible e incluso recomendado cuando se utiliza una interface entre el dominio rotatorio y el estacionario de *multiple frames of reference (MFR)*. Realizar distintos tipos de malla para sectores determinados, permite obtener con mayor precisión resultados en zonas de altos gradientes de las variables a resolver.

La malla final utilizada se muestra en la Figura 3.3 y tiene las siguientes características globales:

Tabla 3.3: Características globales de la malla utilizada

Número de elementos	663.784
Número de nodos	341.101
Número total de tetraedros	405.044
Número total de hexaedros	236.544
Número total de pirámides	22.196

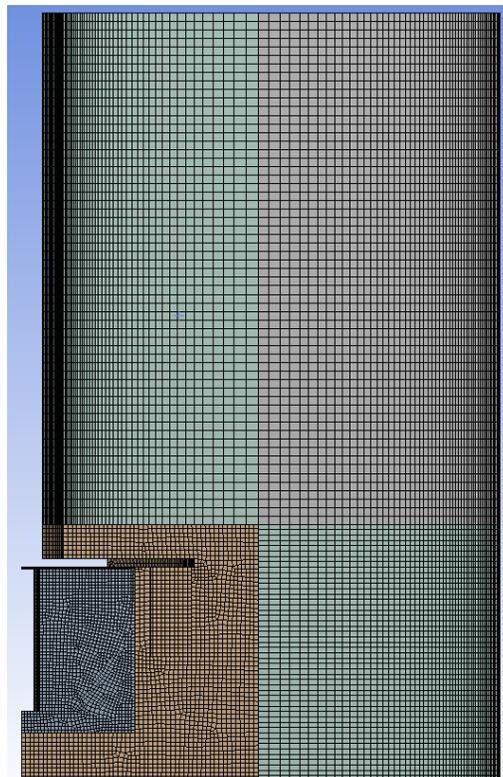


Figura 3.3: Malla utilizada.

3.5 Condiciones de borde

Outlet

Se ocupa la condición de desgase, la cual consiste en poner una pared artificial que deja salir solo la fase gaseosa, no así la líquida.

Inlet

Caudal de entrada de 0,024 [m³/s] (correspondiente a 1/6 del caudal total).

Periodicidad

Se ocupa la condición de periodicidad rotacional.

3.6 Condiciones iniciales

Las condiciones iniciales las podemos separar en dos grupos: “condiciones iniciales para las variables del flujo” y “condiciones iniciales para la variable de transporte adicional, llamada en este trabajo “concentración de partículas”.

3.6.1 Condiciones iniciales para las variables de flujo

Se utiliza como condición inicial la solución en estado estacionario de un modelo bifásico agua-aire.

3.6.2 Condiciones iniciales para la variable “concentración de partículas”

La variable “concentración de partículas” se tiene tanto para la fase gaseosa como para la fase líquida, y por tanto se necesitan diferentes condiciones iniciales para cada fase:

Condición inicial de concentración de partículas en fase gaseosa

Por concepción del problema, asumimos que el proceso de formación del enlace burbuja - partícula comienza en $t=0$. Por tanto, la condición inicial de concentración de partículas en la fase gaseosa es de 0 [partículas/m³].

Condición inicial de concentración de partículas en fase líquida

Para determinar la condición inicial de concentración de partículas en la fase líquida, es necesario calcular la cantidad de partículas por unidad de volumen que se tienen en $t=0$. Para esto, primero obtenemos la fracción volumétrica de calcopirita presente en la pulpa utilizando los siguientes datos:

- Densidad ganga (óxido de sílice) = 2800 [kg/m³]
- Densidad calcopirita = 4200 [kg/m³]
- Densidad cobre = 8960 [kg/m³]
- Densidad agua = 997 [kg/m³]
- Ley de cobre = 1%
- Porcentaje en peso de sólidos en la pulpa = 35%
- Porcentaje de cobre en calcopirita = 34,36%

Con estos datos se obtiene que la fracción volumétrica de calcopirita en la pulpa es de 0,00313.

Para determinar la concentración de partículas de calcopirita en la pulpa, es necesario dividir el valor anterior por el volumen de la partícula. Por tanto, dado que cada caso realizado corresponde a un diámetro de partícula distinto, es que se tienen diferentes condiciones iniciales para cada caso, las cuales se resumen en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4: Condiciones iniciales de concentración de partículas de calcopirita en fase líquida para distintos diámetros de partícula.

Caso	Diámetro de partícula [μm]	Concentración inicial de partículas de calcopirita [partículas/m ³]
1	20	7,46e11
2	60	2,76e10
3	100	5,97e9
4	150	1,77e9
5	200	7,46e8

3.7 Modelación numérica del enlace burbuja-partícula

En este campo Koh y Schwarz han propuesto un modelo matemático ^[1] que describe la cinemática involucrada en el proceso de creación y destrucción del enlace burbuja-partícula.

En este trabajo de título se realizó la modelación del enlace burbuja-partícula utilizando tal modelo y además se realizó un segundo modelo también propuesto por los mismos autores y que agrega un efecto más.

En este trabajo se les llamó “modelo cinético I de enlace burbuja-partícula” y “modelo cinético II de enlace burbuja-partícula” respectivamente.

3.7.1 Modelo cinético I de enlace burbuja-partícula

Cinética de la flotación

La ecuación que rige la cinética del encuentro entre burbuja y partícula queda descrita por la tasa de remoción del número de partículas en un volumen de control:

$$\frac{dn_{p1}}{dt} = -k_1 n_{p1} n_{bT} (1 - \beta) + k_2 n_{bT} \beta \quad (3.1)$$

Donde

n_{p1} = concentración de partículas libres (m^{-3}).

k_1 = tasa constante de adhesión (m^3/s).

k_2 = tasa constante de separación (m^3/s).

n_{bT} = concentración de burbujas (m^{-3}).

β = carga de las burbujas.

Carga de las burbujas

Este parámetro corresponde al promedio de partículas que tiene cada burbuja en un volumen de control normalizado por la capacidad máxima de la burbuja.

$$\beta = \frac{n_{p2}}{S_{max}n_{bT}} \quad (3.2)$$

Donde

β = carga de las burbujas.

n_{p2} = cantidad total de partículas unidas al total de burbujas en un volumen de control.

S_{max} = capacidad máxima de la burbuja.

n_{bT} = concentración de burbujas en volumen de control.

Capacidad de la burbuja

Corresponde a la cantidad de partículas que podrían unirse a una burbuja y queda determinada por la razón entre la superficie de una burbuja y el área proyectada de una partícula.

$$S = 4 \left(\frac{d_b}{d_p} \right)^2 \quad (3.3)$$

Donde

S = capacidad de la burbuja.

d_b = diámetro de la burbuja.

d_p = diámetro de la partícula.

Capacidad máxima de la burbuja

En la realidad es imposible que toda la superficie de una burbuja sea llenada con partículas debido a aglomeración, forma y otros factores. Así, como aproximación se asume que una burbuja está completamente cargada de partículas cuando las partículas adheridas ocupan la mitad de la superficie de la burbuja.

$$S_{max} = 0.5 S \quad (3.4)$$

Donde

S_{max} = carga máxima de la burbuja.

Tasa constante de adhesión

La tasa constante de adhesión es definida como:

$$k_1 = Z_1 P_a P_c P_s \quad (3.5)$$

Donde

k_1 = tasa constante de adhesión.

Z_1 = frecuencia de colisión.

P_a = Probabilidad de adhesión.

P_c = Probabilidad de colisión.

P_s = Probabilidad de estabilización del enlace burbuja – partícula.

Tasa constante de separación

La tasa constante de separación es definida como:

$$k_2 = Z_2(1 - P_s) \quad (3.6)$$

Donde

k_2 = tasa constante de separación.

Z_2 = Frecuencia de separación.

$(1 - P_s)$ = Probabilidad de inestabilidad del enlace burbuja – partícula.

Frecuencia de colisión para velocidad de partícula y burbuja independientes

Corresponde al número de colisiones de partículas con burbujas por unidad de tiempo y de volumen en celdas de flotación. La fórmula que a continuación se presenta solo es válida en flujos turbulentos donde los efectos inerciales son la causa primaria de colisiones.

$$Z_1 = 5 \left(\frac{d_p + d_b}{2} \right)^2 (U_p^2 + U_b^2)^{1/2} \quad (3.7)$$

Donde

Z_1 = frecuencia de colisión.

U_p = Velocidad de turbulencia relativa de la partícula respecto al fluido.

U_b = Velocidad de turbulencia relativa de la burbuja respecto al fluido.

Velocidad de turbulencia relativa de partícula y burbuja

La velocidad de turbulencia relativa del fluido a la partícula o a la burbuja viene dada por:

$$U_i = \frac{0.4\varepsilon^{4/9}d_i^{7/9}}{\nu^{1/3}} \left(\frac{\rho_i - \rho_f}{\rho_f} \right)^{2/3} \quad (3.8)$$

Donde

U_i = Velocidad de turbulencia relativa al fluido de la partícula (p) o burbuja (b).

ε = Tasa de disipación de energía.

ν = viscosidad cinemática.

ρ_f = densidad del fluido.

ρ_i = densidad de la partícula (p) o de la burbuja (b).

Frecuencia de colisión para velocidad de partícula y burbuja dependientes

En regiones, donde las velocidades de partículas y burbujas son dependientes, la ecuación de colisión que se presenta es aplicable para partículas finas y burbujas confinadas dentro de los torbellinos en regiones de baja disipación de turbulencia.

$$Z_1 = \sqrt{\frac{8\pi}{15}} \left(\frac{d_p + d_b}{2} \right)^3 \left(\frac{\varepsilon}{\nu} \right)^{1/2} \quad (3.9)$$

Donde

Z_1 = frecuencia de colisión.

Criterio de decisión para ecuación de frecuencia de colisión

El criterio para usar la primera ecuación, correspondiente a la frecuencia de colisión para velocidades de partícula y burbuja independientes, dice que el diámetro de la burbuja o partícula debe ser mayor que un cierto diámetro crítico. Así entonces, en las regiones donde no se cumpla el criterio se utiliza la ecuación de colisión para velocidades de partícula y burbuja dependientes.

El diámetro crítico se define como:

$$d_{crit} = \sqrt{\frac{15\mu_f U_f^2}{\rho_i \varepsilon}} \quad (3.10)$$

Donde

d_{crit} = diámetro crítico.

μ_f = viscosidad dinámica del fluido.

U_f = desviación estándar de la velocidad media del fluido.

i = p (partícula) o b (burbuja).

Frecuencia de separación

La frecuencia de separación es dependiente de las condiciones del fluido que rodea al enlace burbuja – partícula.

$$Z_2 = \frac{\sqrt{C_1 \varepsilon^{1/3}}}{(d_p + d_b)^{2/3}} \quad (3.11)$$

Donde

Z_2 = frecuencia de separación.

$C_1 = 2$.

ε = tasa de disipación de energía.

Probabilidad de colisión

La probabilidad de colisión da cuenta de la tendencia de las partículas a seguir las líneas de corriente del fluido cercanas a la burbuja y así evitar el contacto. Lo anterior se cumple para partículas mucho menores que la burbuja.

La ecuación para la probabilidad de colisión válida para números de Reynolds de la burbuja en el rango de $0,2 < Re_b < 100$ viene dada por:

$$P_c = \left(1.5 + \frac{4}{15} Re_b^{0.72}\right) \frac{d_p^2}{d_b^2} \quad (3.12)$$

Donde

P_c = probabilidad de colisión.

Re_b = número de Reynolds de la burbuja.

Número de Reynolds de la burbuja

El número de Reynolds de la burbuja viene dado por la siguiente expresión:

$$Re_b = \frac{d_b U_b}{\nu} \quad (3.13)$$

Donde

Re_b = Reynolds de la burbuja.

U_b = velocidad de turbulencia relativa de la burbuja respecto al fluido.

ν = viscosidad cinemática del fluido.

Probabilidad de adhesión

La probabilidad de adhesión es dependiente del tiempo que la partícula se desliza por sobre la burbuja y por el tiempo de ruptura de la película formada entre la partícula y la burbuja. Así, si el tiempo que la partícula desliza es mayor que el tiempo de inducción la adhesión es probable. La probabilidad de adhesión viene dada por:

$$P_a = \sin^2 \left(2 \arctan \exp \left[\frac{-(45+8Re_b^{0.72})U_b t_{ind}}{15d_b \left(\frac{d_b}{d_p} + 1 \right)} \right] \right) \quad (3.14)$$

Donde

P_a = probabilidad de adhesión.

t_{ind} = tiempo de inducción.

Tiempo de inducción

Koh y Schwarz propusieron la siguiente expresión para el tiempo de inducción:

$$t_{ind} = \frac{75}{\theta} d_p^{0.6} \quad (3.15)$$

Donde

t_{ind} = tiempo de inducción [s].

θ = ángulo de contacto [grados].

d_p = diámetro de la partícula [m].

Probabilidad de estabilización

La probabilidad de estabilización da cuenta la estabilidad o inestabilidad del enlace burbuja – partícula. En particular se asume que los vórtices turbulentos de dimensiones del orden del enlace burbuja – partícula causan separación. Así, la probabilidad de estabilización viene dada por la siguiente expresión:

$$P_s = 1 - \exp \left[A_s \left(1 - \frac{1}{Bo^*} \right) \right] \quad (3.16)$$

Donde

P_s = probabilidad de estabilización.

$A_s = 0.5$ (constante empírica).

Bo^* = número de Bond modificado.

Número de Bond modificado

El número de Bond modificado corresponde a la razón entre las fuerzas de separación y las fuerzas de sujeción que caracterizan la estabilidad del enlace burbuja – partícula.

Este parámetro adimensional, que es análogo al número de Bond, viene dado por la siguiente expresión:

$$Bo^* = \frac{d_p^2 \left[\Delta\rho_p g + 1.9\rho_p \varepsilon^{2/3} \left(\frac{d_p}{2} + \frac{d_b}{2} \right)^{-1/3} \right] + 1.5d_p \left(\frac{4\sigma}{d_b} - d_b \rho_f g \right) \sin^2 \left(\pi - \frac{\theta}{2} \right)}{\left| 6\sigma \sin \left(\pi - \frac{\theta}{2} \right) \sin \left(\pi + \frac{\theta}{2} \right) \right|} \quad (3.17)$$

Donde

Bo^* = número de Bond modificado.

$\Delta\rho_p = (\rho_p - \rho_f)$.

ρ_p = densidad de la partícula.

ρ_f = densidad del fluido.

g = aceleración de gravedad.

σ = tensión superficial.

θ = ángulo de contacto.

3.7.2 Modelo cinético II de enlace burbuja-partícula

En el “modelo I de enlace burbuja-partícula”, cabe destacar que si bien el efecto del peso de las partículas adheridas en las burbujas de aire es considerada en la probabilidad de estabilización mediante el número de Bond modificado (Bo^*), su efecto sobre la velocidad del aire no queda incluido. Por lo tanto, de forma tal de considerar este efecto, se agrega un término fuente en la ecuación de momentum del aire. Aquí, en orden de minimizar el tiempo computacional, que de otra forma sería inviable, se asume que en promedio las burbujas estarán cargadas en una fracción constante.

Por lo tanto, este segundo modelo es idéntico al primero, pero se adiciona el siguiente término fuente a la ecuación de momentum del aire:

$$B_p = -S_{max} f_c (\rho_p - \rho_f) g n_{bt} V_p \quad (3.18)$$

Donde

S_{max} = capacidad máxima de la burbuja.

f_c = fracción de carga de las burbujas = 0,5.

ρ_p = densidad de la partícula sólida.

ρ_f = densidad del fluido.

g = aceleración de gravedad.

n_{bt} = concentración de burbujas en volumen de control.

V_p = volumen de una partícula sólida.

3.8 Modelo de turbulencia

Se utiliza el modelo clásico de turbulencia k- ϵ , el cual es robusto, estable y ampliamente validado.

3.9 Tipo de interfase entre dominio rotatorio y dominio estacionario

Se utilizó una interfase de *multiple frames of reference (MRF)* en orden de disminuir los tiempos de simulación.

3.10 Criterio de convergencia

Se utilizó como criterio de convergencia que los residuos (rms) fueran bajo 0,001 y que el desbalance de masa fuera menor a 0,5%.

3.11 Esquemas de discretización

3.11.1 Esquema de términos advectivos

- Para las ecuaciones de continuidad, momentum, fracción volumétrica y variable adicional se utilizó para la discretización del término advectivo el esquema "High Resolution".
- Para las ecuaciones de energía cinética de turbulencia y tasa de disipación de energía se utilizó para la discretización del término advectivo el esquema "upwind".

3.11.2 Esquema de términos transientes

- Para las ecuaciones de energía cinética de turbulencia y tasa de disipación de energía se utilizó para la discretización del término transiente el esquema “First Order Backward Euler”.
- Para las ecuaciones de continuidad, momentum, fracción volumétrica y variable adicional se utilizó para la discretización del término transiente el esquema “Second Order Backward Euler”.

4 Resultados

4.1 Independencia de malla

El análisis de sensibilidad para obtener la independencia de la malla se realizó para un caso estacionario y monofásico de fase líquida, y se comparó la presión y la velocidad en un sector específico. En particular, se comparó en la cara por donde ingresa la fase gaseosa (*inlet* para el caso bifásico).

En Tabla 4.1 y Tabla 4.2 se muestran los resultados de tal análisis.

Tabla 4.1: Análisis de independencia de malla, variable presión.

Número de elementos	Presión en inlet [Pa]	Diferencia [%]
229.932	-6675	---
421.966	-5434	-19%
663.784	-5958	9,6 %
827.782	-5724	-3,9 %

Tabla 4.2: Análisis de independencia de malla, variable velocidad.

Número de elementos	Velocidad en inlet [m/s]	Diferencia [%]
229.932	1,29	---
421.966	1,82	41,1%
663.784	2,02	11 %
827.782	1,9	-5,9 %

En orden de obtener un buen compromiso entre tiempos de iteración e independencia de malla es que se decidió utilizar la malla de 663.784 elementos.

4.2 Estado estacionario del modelo bifásico agua-aire

La fracción volumétrica de aire dentro de la celda en función del número de iteraciones es mostrada en la Figura 4.1.

Decimos que nuestro sistema alcanza un estado estacionario cuando la fracción volumétrica de aire llega a un valor constante o a un comportamiento periódico.

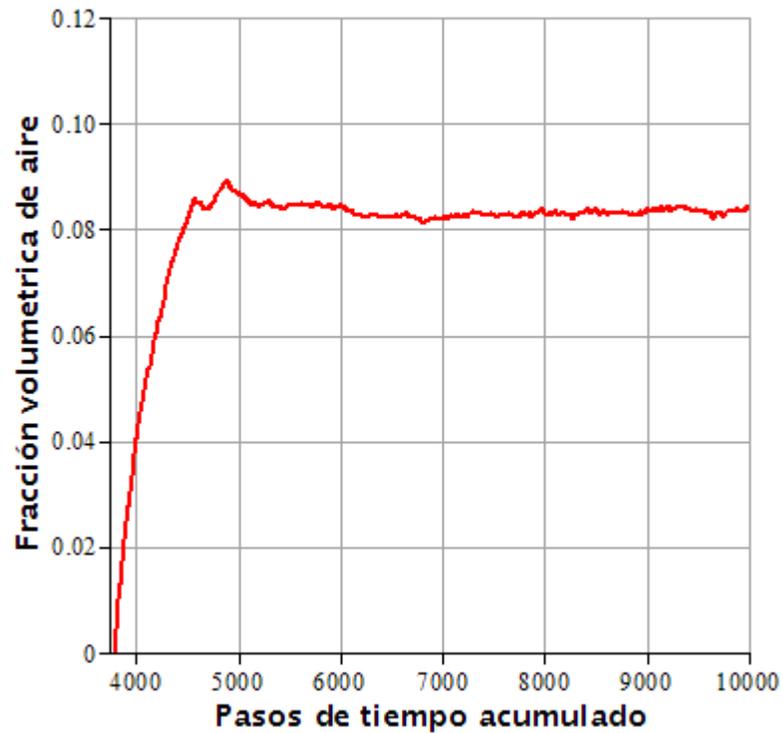


Figura 4.1: Fracción volumétrica de aire en la celda en función del número de iteraciones.

4.3 Efecto del sistema rotor-estator sobre el campo de velocidades del agua

El sistema rotor-estator, tiene como una de sus funciones principales generar un alto grado de dispersión dentro de la celda de forma tal de disminuir la sedimentación de las partículas sólidas. En la figura 4.2 se aprecia el efecto del sistema rotor-estator sobre el campo de velocidades del agua.

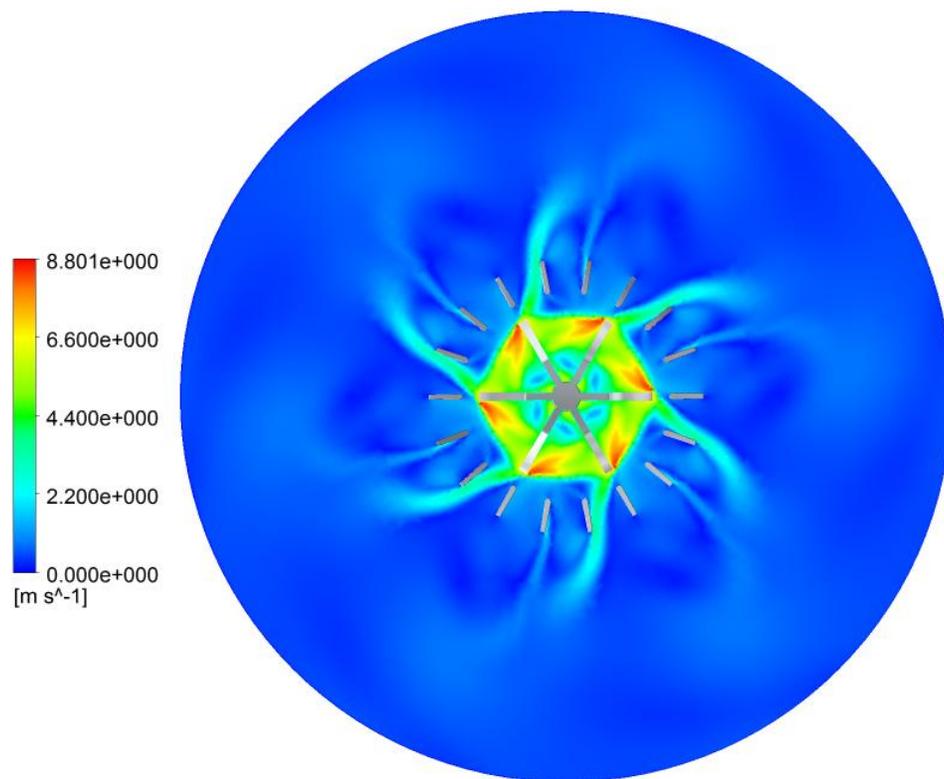


Figura 4.2: Campo de velocidades del agua.

En las figuras 4.3 y 4.4 se muestran los vectores y las líneas de flujo de la velocidad de la fase líquida respectivamente. Se aprecia en el sector inferior de la celda, especialmente en las esquinas inferiores, muy poca agitación, que en la realidad se puede manifestar como sectores de deposición de partículas sólidas.

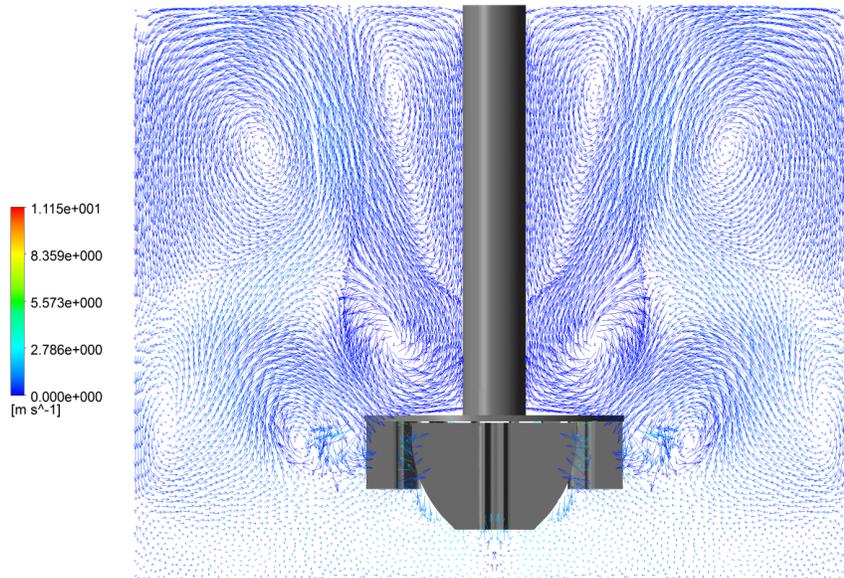


Figura 4.3: Vectores de velocidad de la fase líquida en un plano vertical de la celda.

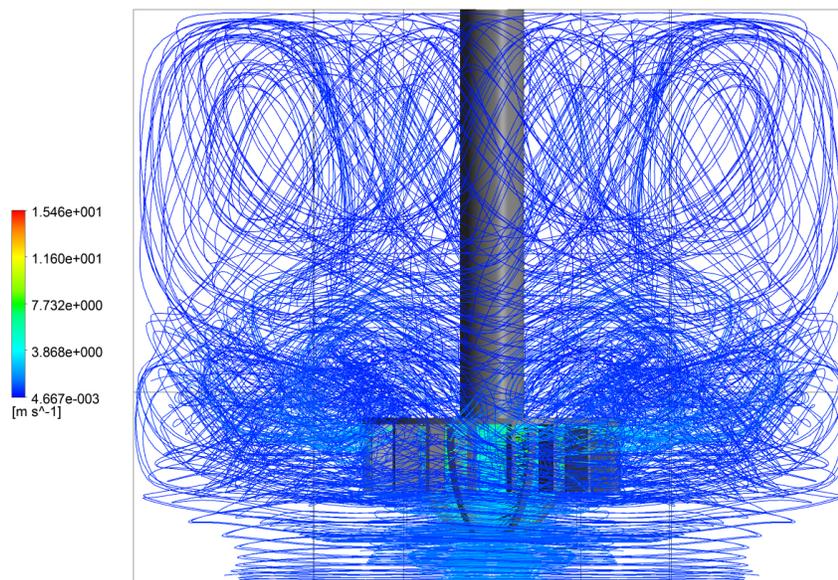


Figura 4.4: Líneas de flujo de velocidad de la fase líquida al interior de la celda.

4.4 Efecto del sistema rotor-estator en la dispersión del aire

El sistema rotor-estator también tiene como función lograr una alta dispersión de burbujas en la celda, de forma tal de posibilitar que las burbujas se encuentren con la mayor cantidad de partículas sólidas en su ascenso a la superficie.

Debido a que se tienen distintos regímenes de dispersión, dependiendo del efecto del peso sobre la fase aire, es que en las Figuras 4.5, 4.6, 4.7 se muestra la dispersión de aire dentro de la celda para el caso del modelo I (que no incluye efecto del peso) y para los casos de 100 μm y 200 μm del modelo II respectivamente.

Se puede apreciar que la inclusión del efecto peso, mejora la dispersión de las burbujas en la celda, esto debido a que disminuye la fuerza de empuje de las burbujas haciendo el efecto dispersor del rotor más eficiente.

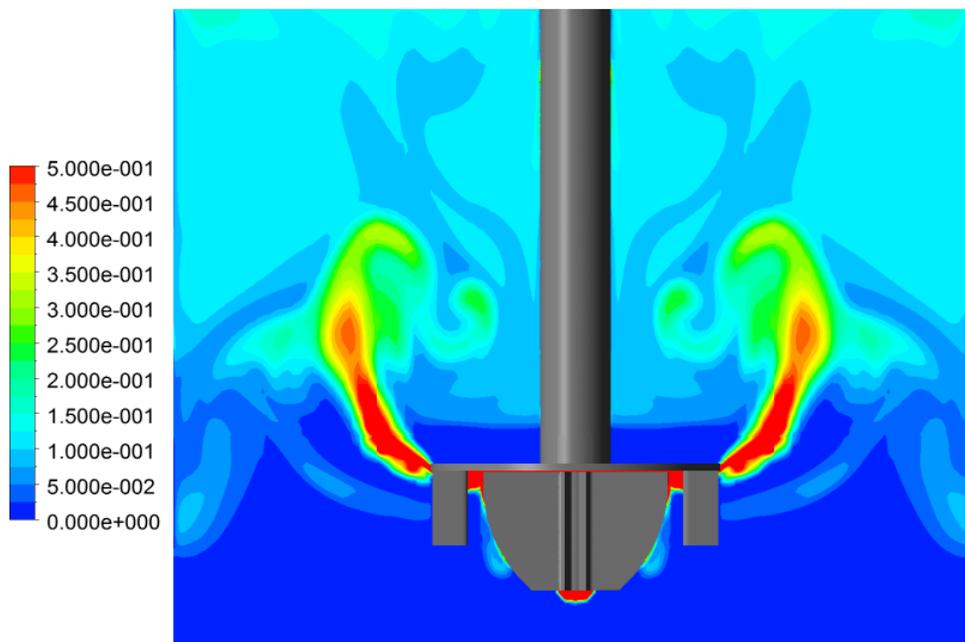


Figura 4.5: Distribución del aire dentro de la celda sin inclusión del efecto peso (modelo I).

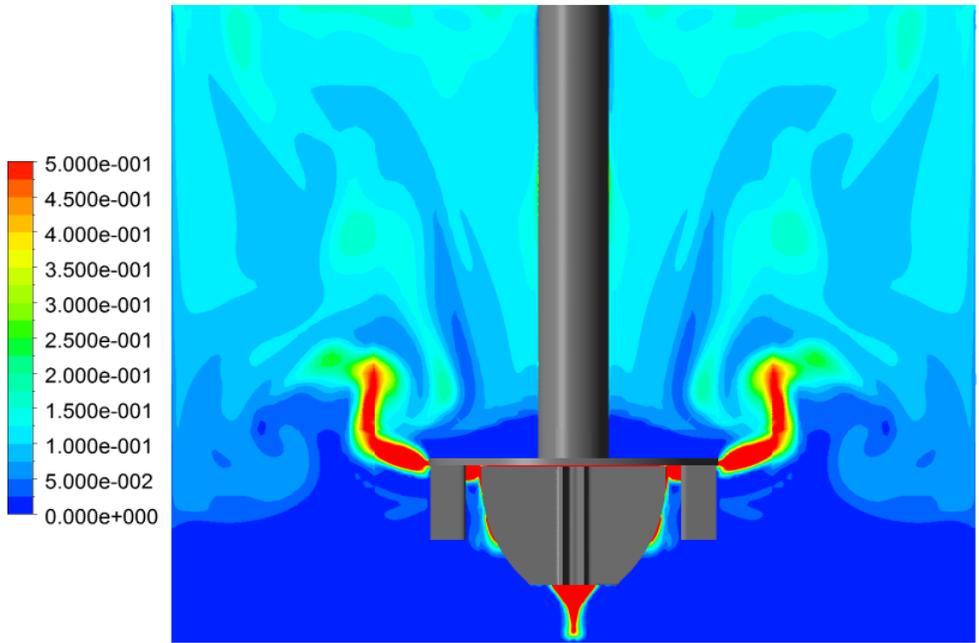


Figura 4.6: Distribución del aire dentro de la celda para caso de 100 [μm] (modelo II).

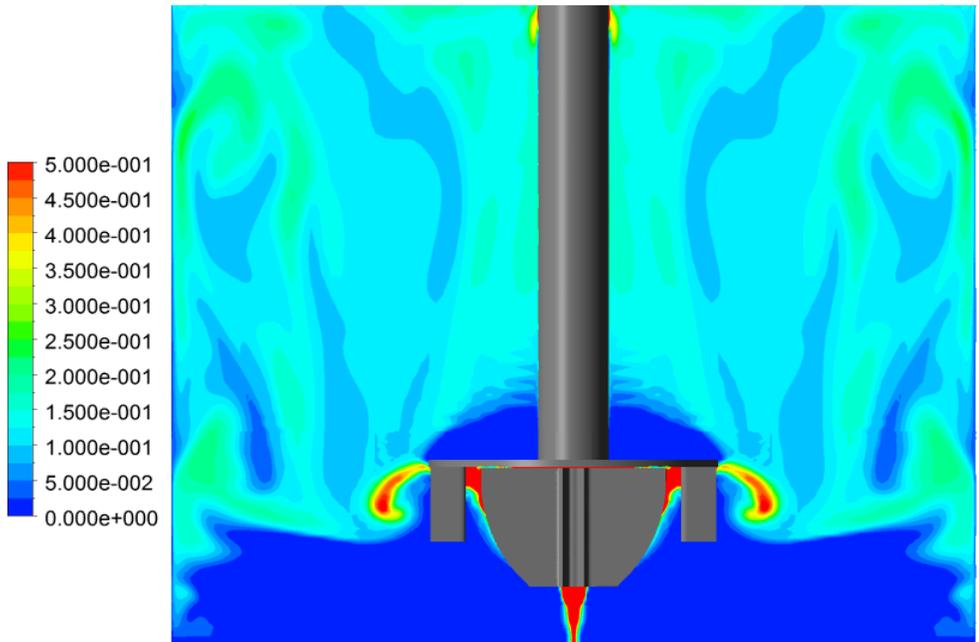


Figura 4.7: Distribución del aire dentro de la celda para caso de 200 [μm] (modelo II).

4.5 Análisis de las variables del modelo cinético

En esta sección se analizarán algunas de las variables que componen el modelo cinético de forma tal de explicar el comportamiento local del proceso de flotación y la influencia del tamaño de las partículas en éste.

Las figuras que se presentan en esta sección (Figura 4.8 a la Figura 4.38) corresponden a estado alcanzado al cabo de 60 segundos de simulación.

4.5.1 Carga de las burbujas

4.5.1.1 Modelo cinético I de enlace burbuja-partícula

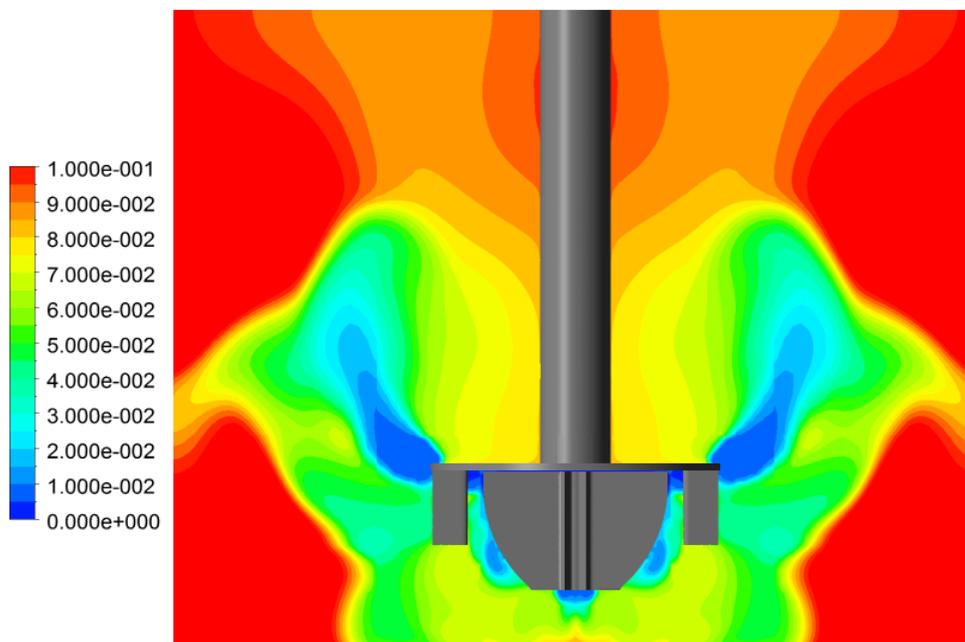


Figura 4.8: Carga de las burbujas (β) para partículas de diámetro 20 [μm] al cabo de 60 segundos.

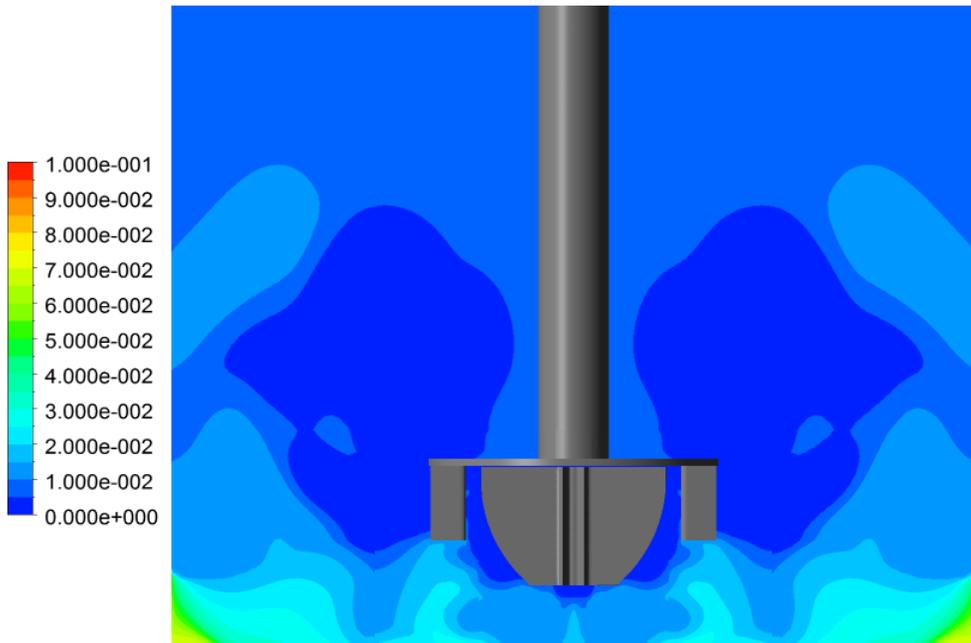


Figura 4.9: Carga de las burbujas (β) para partículas de diámetro 100 $[\mu\text{m}]$ al cabo de 60 segundos.

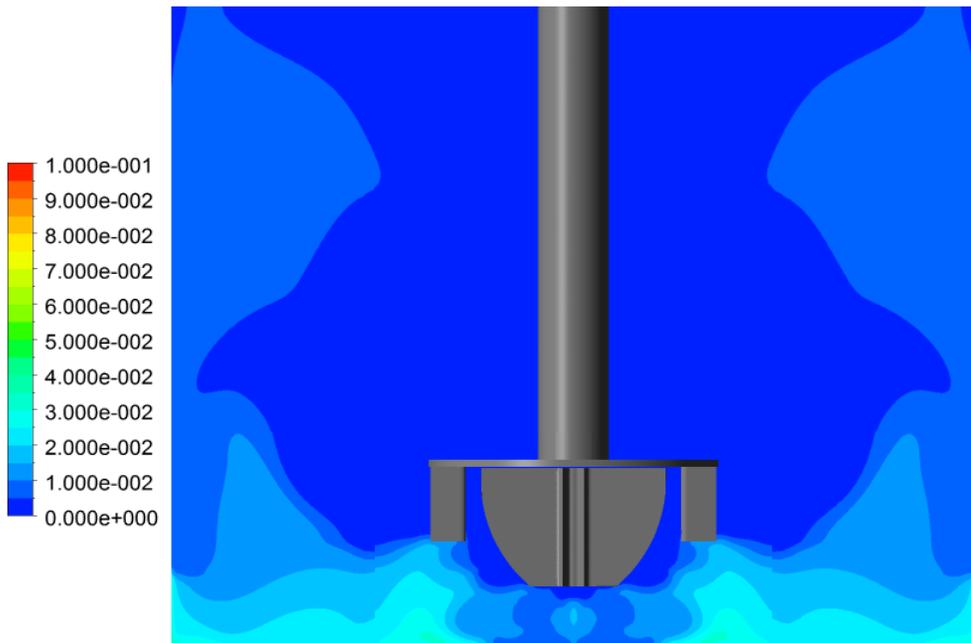


Figura 4.10: Carga de las burbujas (β) para partículas de diámetro 200 $[\mu\text{m}]$ al cabo de 60 segundos.

4.5.1.2 Modelo cinético II de enlace burbuja-partícula

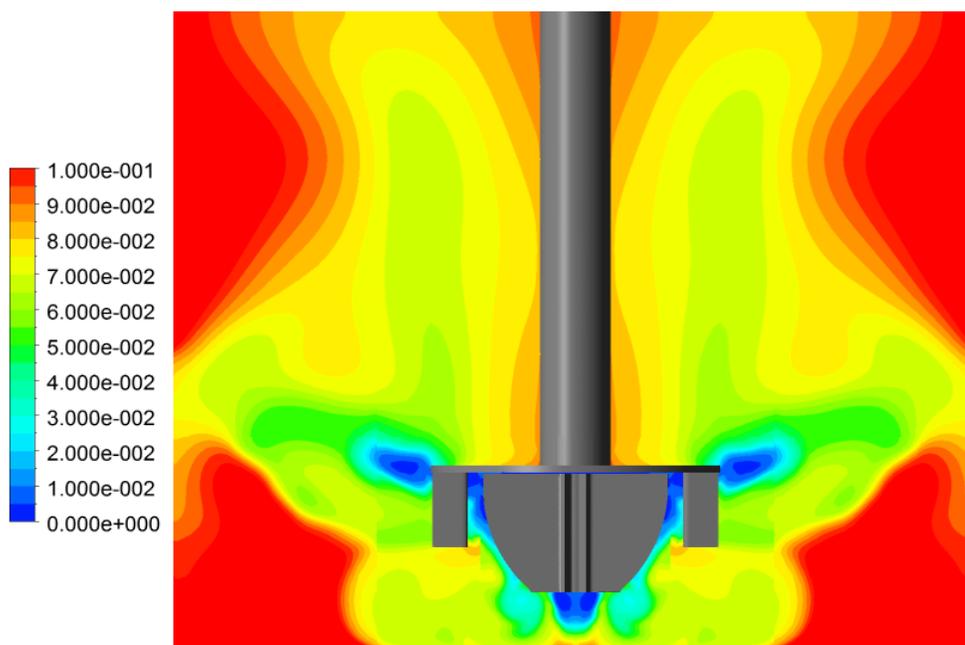


Figura 4.11: Carga de las burbujas (β) para partículas de diámetro 20 μm al cabo de 60 segundos.

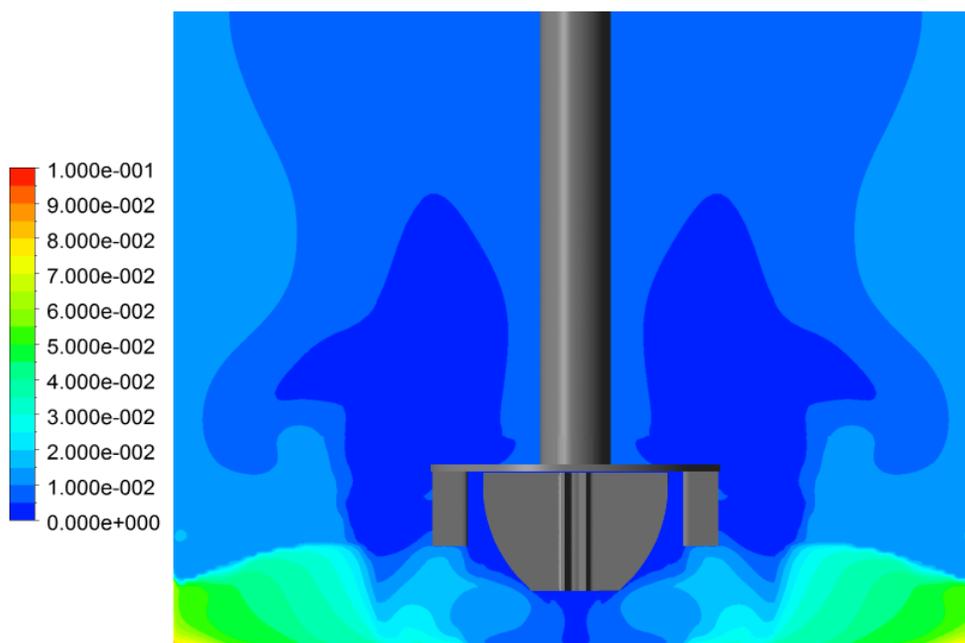


Figura 4.12: Carga de las burbujas (β) para partículas de diámetro 100 μm al cabo de 60 segundos.

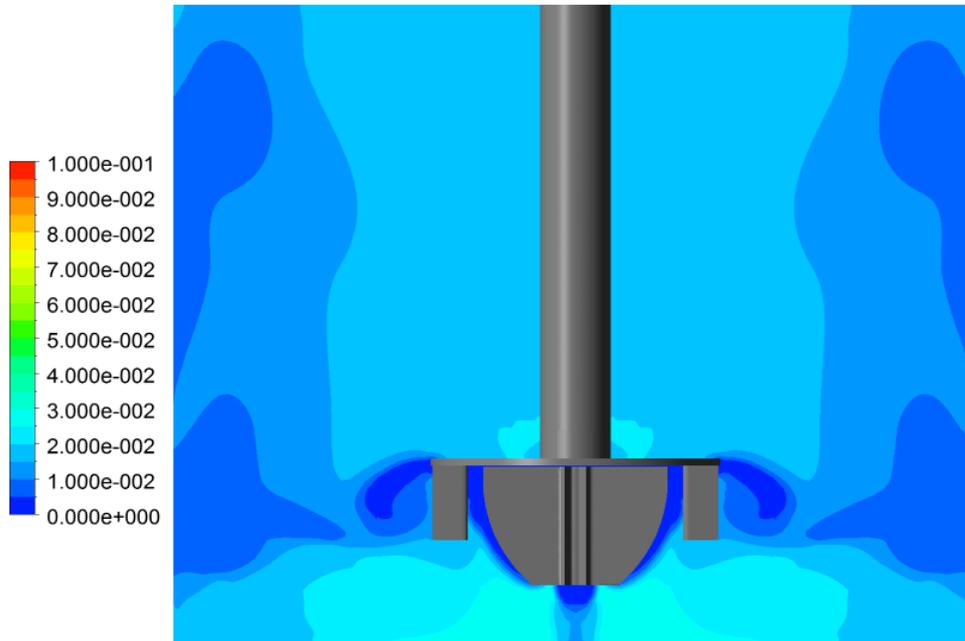


Figura 4.13: Carga de las burbujas (β) para partículas de diámetro 200 $[\mu\text{m}]$ al cabo de 60 segundos.

4.5.1.3 Análisis

Se puede apreciar que en ambos modelos se obtiene, que a medida que el tamaño de partícula aumenta, la carga de las burbujas disminuye, debido principalmente a que para partículas grandes las fuerzas de separación causantes del rompimiento del enlace burbuja-partícula son mayores.

Otro efecto que se observa, es que en las esquinas inferiores se tienen burbujas con mayor carga que en el resto de la celda, debido principalmente a que muy pocas burbujas de aire llegan a esta zona. Lo anterior, sin embargo, no se cumple para el caso de 200 $[\mu\text{m}]$ (modelo II), en donde la dispersión de aire (ver Figura 4.7) sí alcanza esas zonas por lo que la carga de las burbujas disminuye.

Finalmente se observa que en todos los casos, en las cercanías del rotor se tienen prácticamente cargas de burbujas igual a cero, lo cual se debe principalmente a que en ese sector se tienen los mayores niveles de separación del enlace burbuja-partícula producto de la alta turbulencia presente en esa zona.

4.5.2 Probabilidad de colisión

4.5.2.1 Modelo cinético I de enlace burbuja-partícula

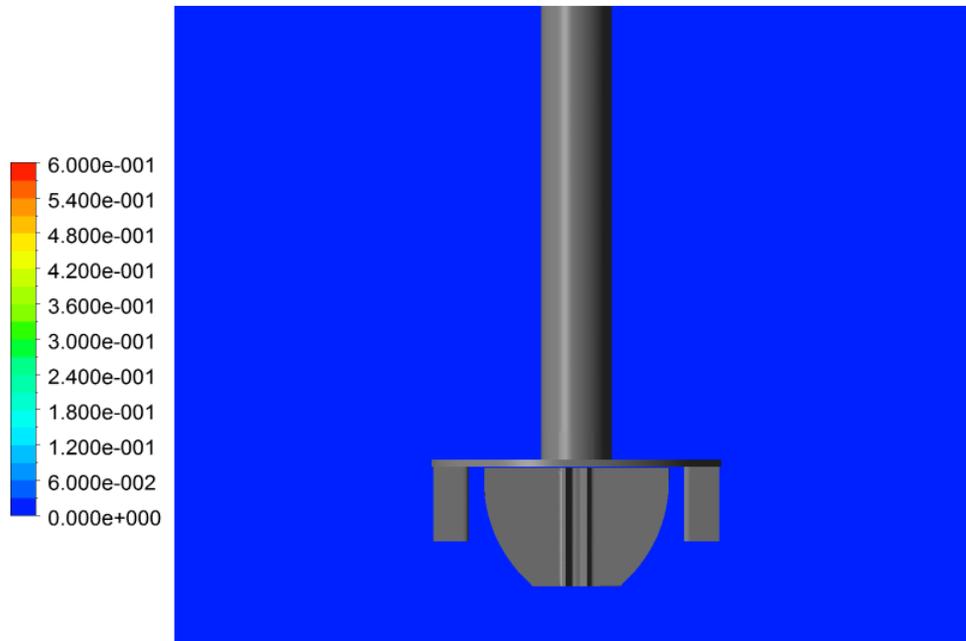


Figura 4.14: Probabilidad de colisión para partículas de diámetro 20 [µm] al cabo de 60 segundos.

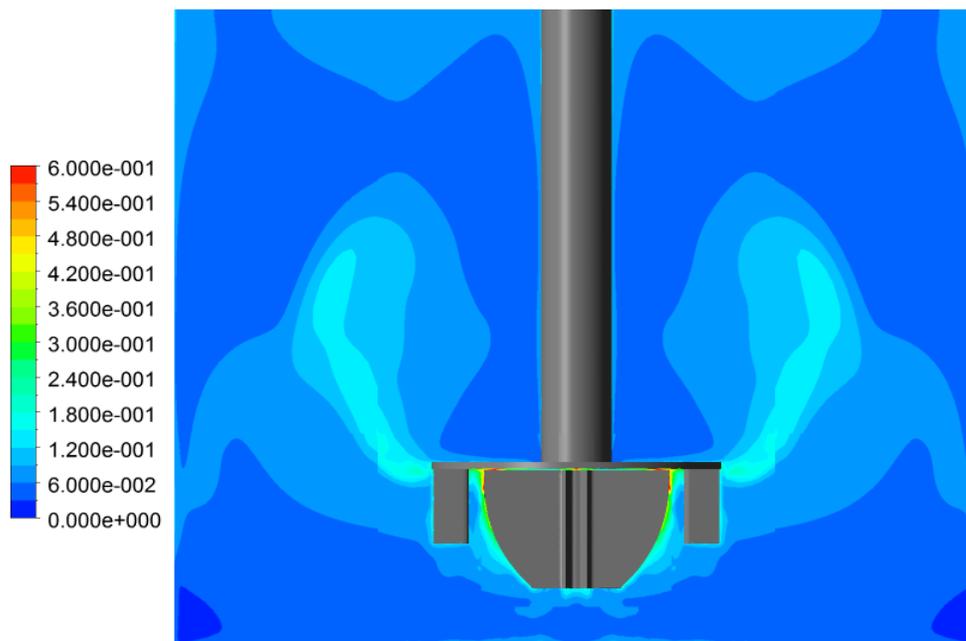


Figura 4.15: Probabilidad de colisión para partículas de diámetro 100 [µm] al cabo de 60 segundos.

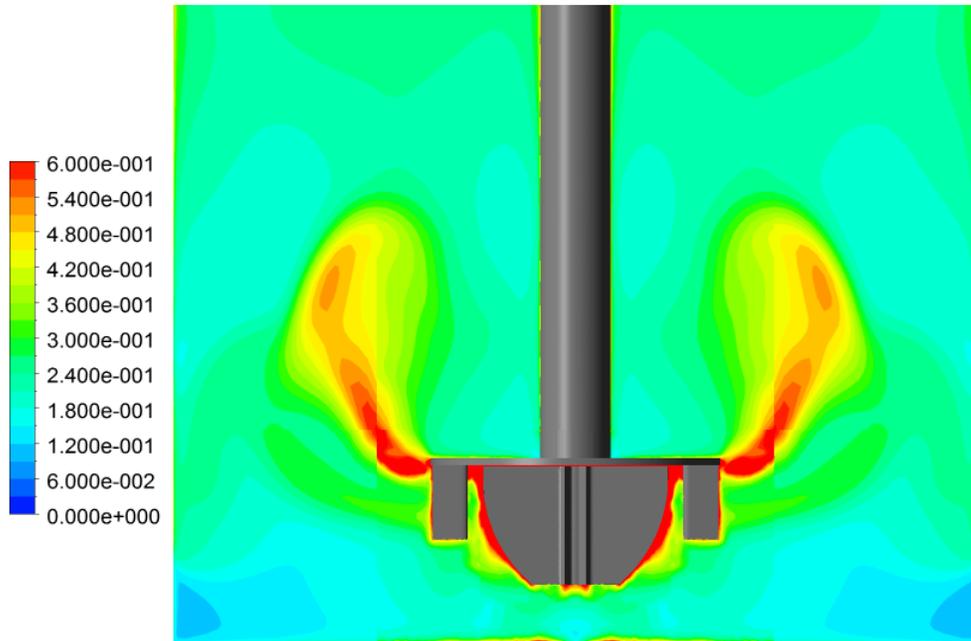


Figura 4.16: Probabilidad de colisión para partículas de diámetro 200 [μm] al cabo de 60 segundos.

4.5.2.2 Modelo cinético II de enlace burbuja-partícula

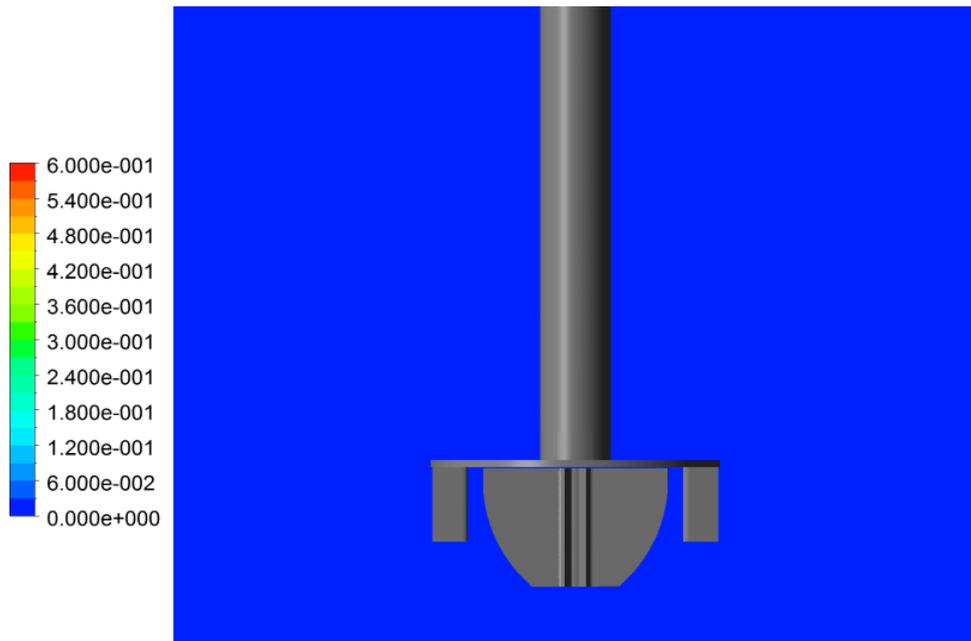


Figura 4.17: Probabilidad de colisión para partículas de diámetro 20 [μm] al cabo de 60 segundos.

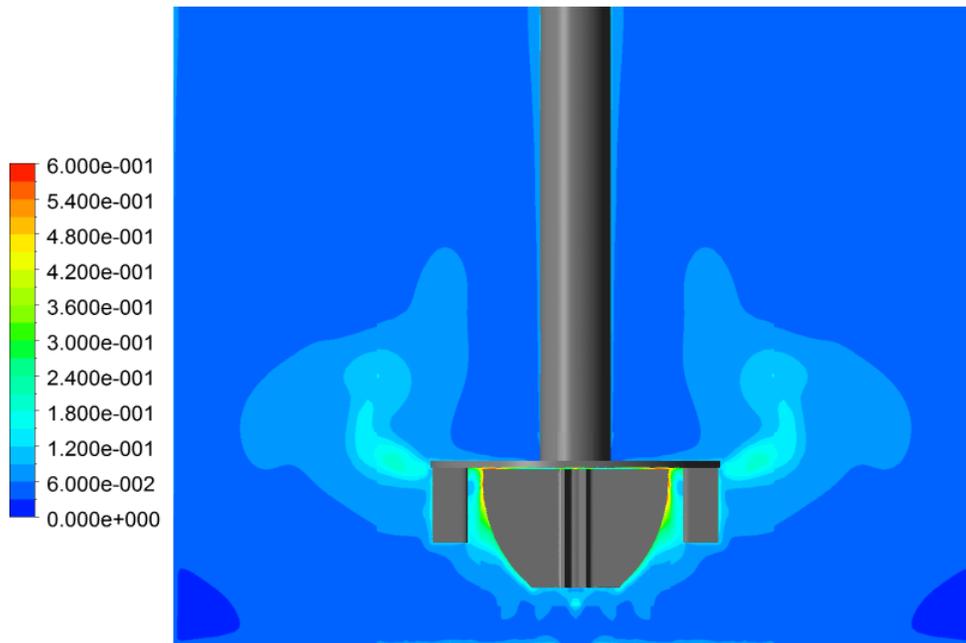


Figura 4.18: Probabilidad de colisión para partículas de diámetro 100 [μm] al cabo de 60 segundos.

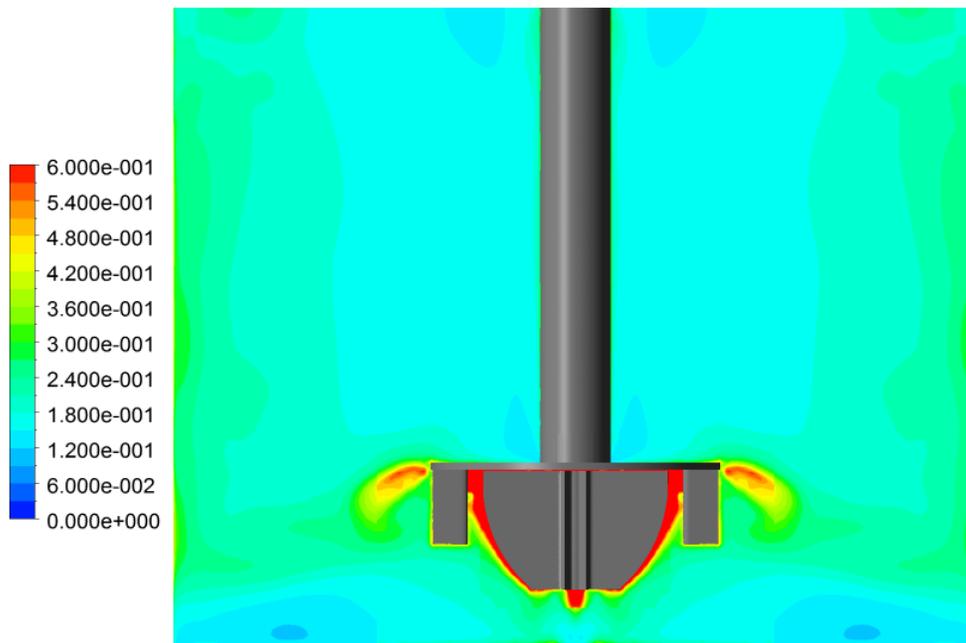


Figura 4.19: Probabilidad de colisión para partículas de diámetro 200 [μm] al cabo de 60 segundos.

4.5.2.3 Análisis

Globalmente en ambos modelos se aprecia que a medida que el tamaño de partícula aumenta así también lo hace la probabilidad de colisión. Esto es debido a que tal probabilidad es directamente proporcional al cuadrado del diámetro de la partícula (en términos físicos sería más adecuado decir que es proporcional a la razón entre las áreas proyectadas de la partícula y la burbuja).

Para analizar la diferencia de ambos modelos se analizará el caso de mayor tamaño (200 μm). Para esto es necesario graficar la tasa de disipación de energía (ε):

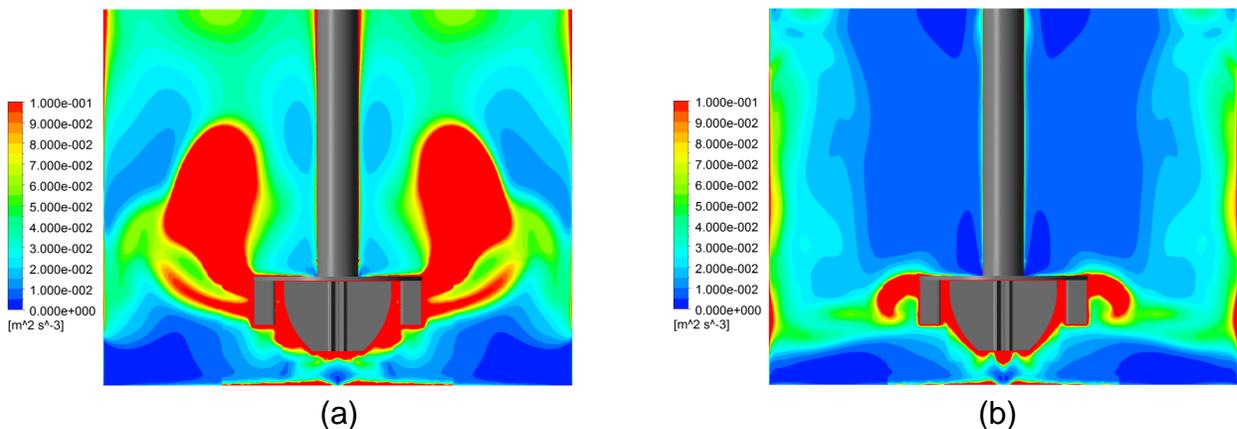


Figura 4.20: Tasa de disipación de energía al cabo de 60 segundos para (a) modelo I para caso 200 μm , (b) modelo II para caso 200 μm .

De acuerdo a la formulación de la probabilidad de colisión, ésta es proporcional a la velocidad turbulenta relativa de la burbuja y la partícula, la cual a su vez es proporcional a la tasa de disipación de energía. Así, viendo los gráficos anteriores podemos entender la razón de que en el modelo II se tenga una probabilidad de colisión más homogénea en toda la celda que en el caso para el modelo I.

4.5.3 Probabilidad de adhesión

4.5.3.1 Modelo cinético I de enlace burbuja-partícula

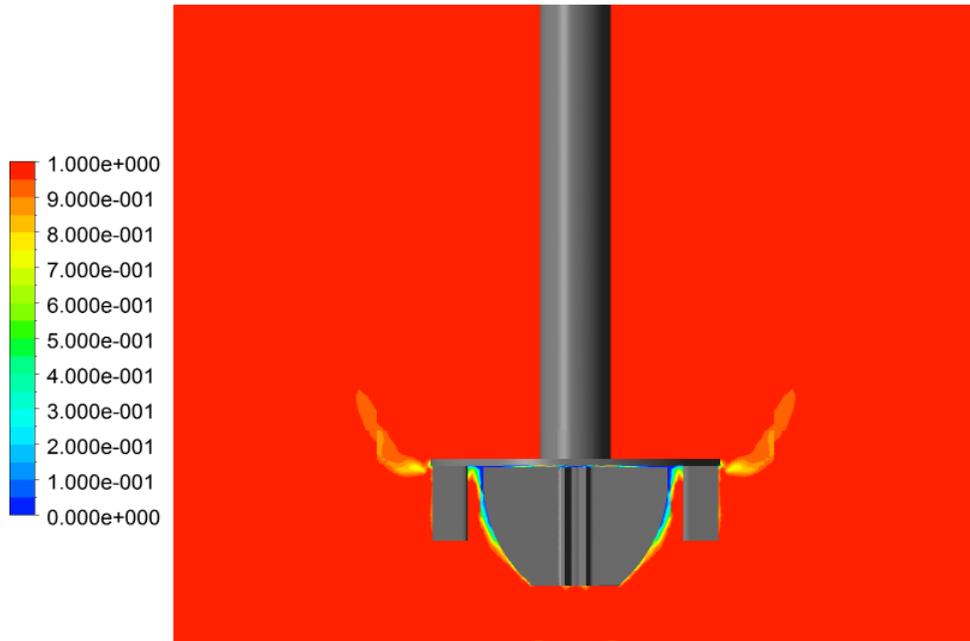


Figura 4.21: Probabilidad de adhesión para partículas de diámetro 20 [µm] al cabo de 60 segundos.

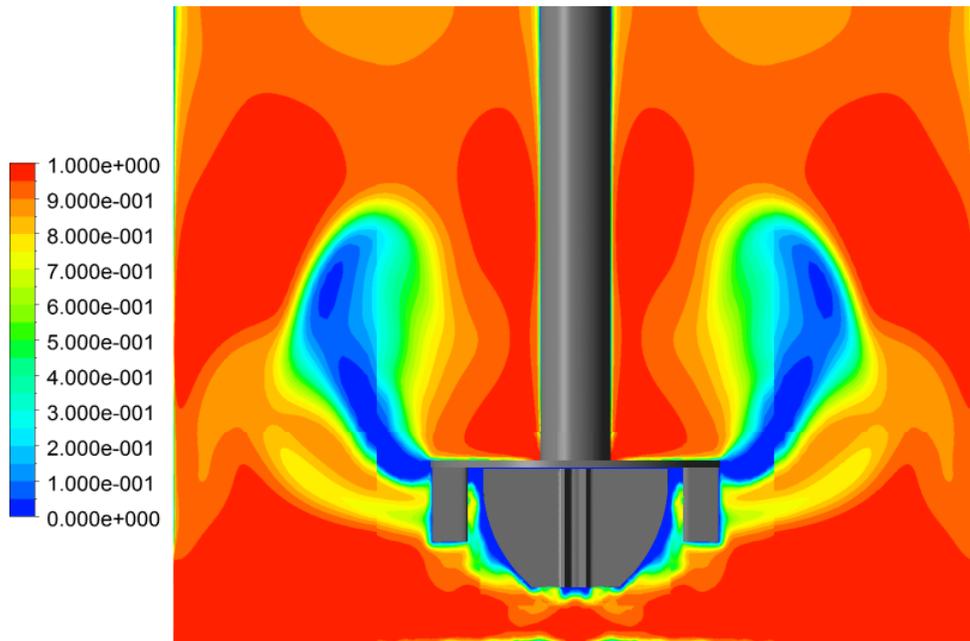


Figura 4.22: Probabilidad de adhesión para partículas de diámetro 100 [µm] al cabo de 60 segundos.

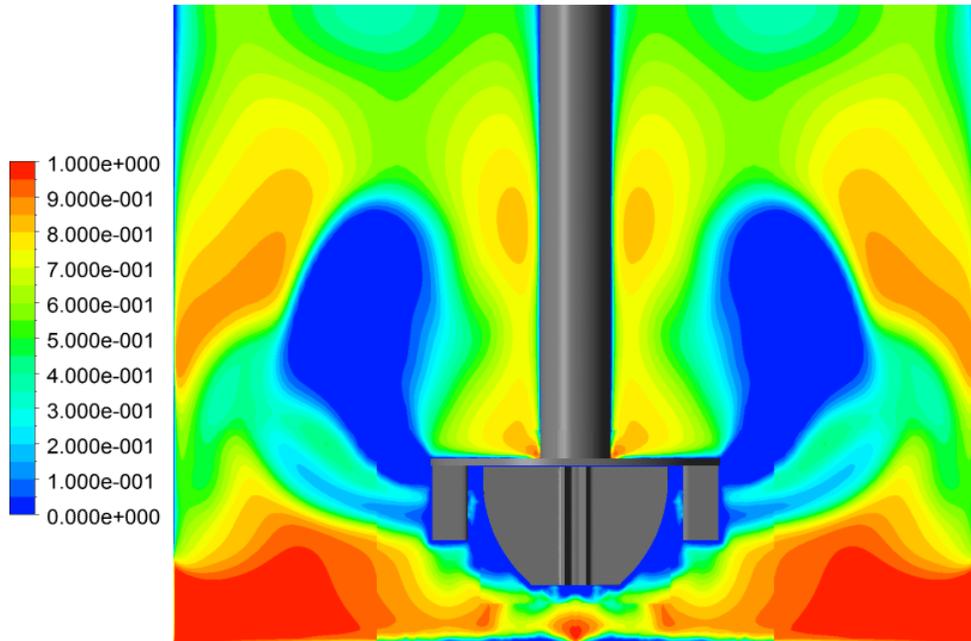


Figura 4.23: Probabilidad de adhesión para partículas de diámetro 200 [μm] al cabo de 60 segundos.

4.5.3.2 Modelo cinético II de enlace burbuja-partícula

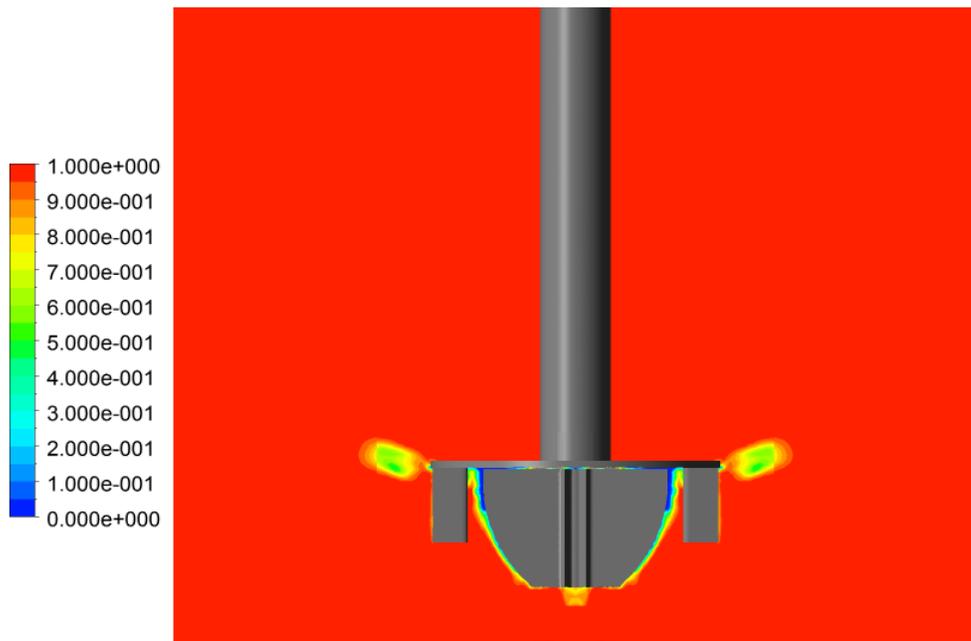


Figura 4.24: Probabilidad de adhesión para partículas de diámetro 20 [μm] al cabo de 60 segundos.

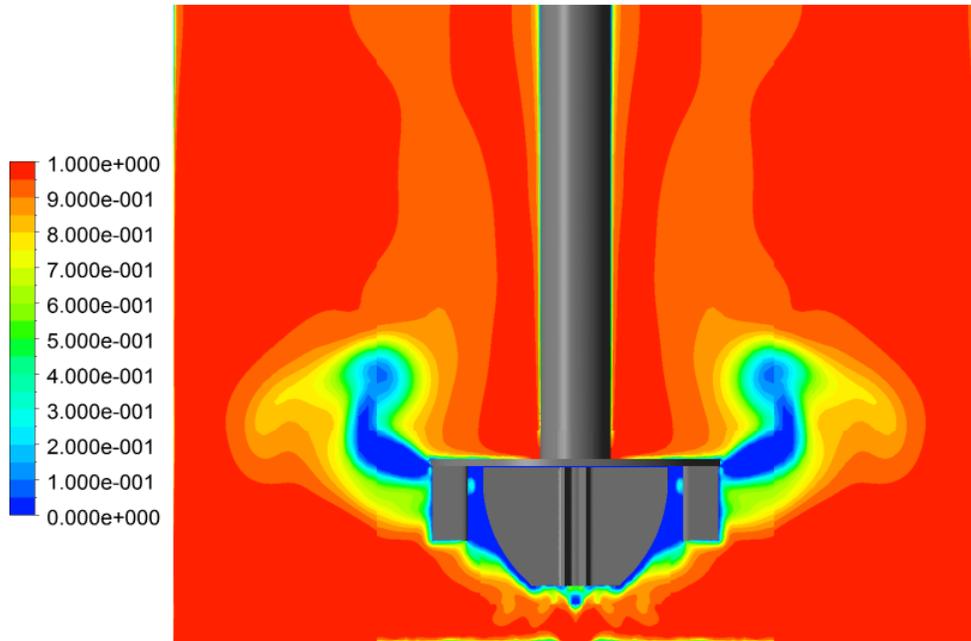


Figura 4.25: Probabilidad de adhesión para partículas de diámetro 100 [μm] al cabo de 60 segundos.

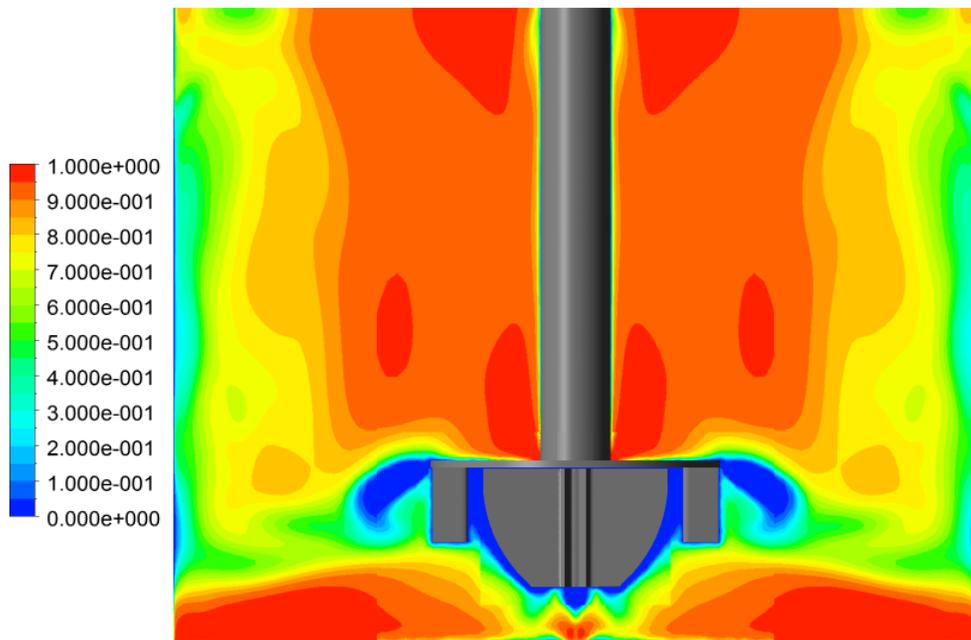


Figura 4.26: Probabilidad de adhesión para partículas de diámetro 200 [μm] al cabo de 60 segundos.

4.5.3.3 Análisis

En adhesión se tienen dos mecanismos que juegan un rol principal: tiempo de colisión y tiempo de ruptura de la película de interface.

El tiempo de colisión corresponde, en ausencia de otras fuerzas, al tiempo desde que una partícula colisiona con una burbuja, la cual se deforma momentáneamente y luego retoma su forma original provocando el rebote de la partícula. Así partículas con mayor inercia (es decir, con mayor velocidad turbulenta relativa de la burbuja y partícula) tendrán mayores tiempos de colisión.

El tiempo de ruptura de película de interface, corresponde al tiempo que demora en romperse la película que se forma cuando dos cuerpos entran en contacto debido a fuerzas interfaciales. Como en esta simulación se mantuvieron todos los parámetros constantes excepto el tamaño de partícula, la única fuerza interfacial variable que se tiene es el peso, la cual es una fuerza de separación y que aumenta a medida que aumenta el tamaño de la partícula. Así se tiene que para partículas con mayor tamaño se tendrán menores tiempos de ruptura.

Por tanto la probabilidad de adhesión aumentará cuando la razón entre el tiempo de colisión y el tiempo de ruptura de la película disminuya.

Globalmente en ambos modelos se ve que a medida que aumenta el tamaño de partícula la probabilidad de adhesión disminuye debido principalmente a que el tiempo de ruptura disminuye.

Localmente ambos modelos se diferencian debido al efecto de la velocidad turbulenta relativa de la burbuja y partícula, y como se vio en el punto anterior, ésta es proporcional a la tasa de disipación de energía. Particularmente se analizó este efecto para el caso de 200 [µm], en donde viendo la tasa de disipación en ambos modelos (ver Figura 4.20), se observa que en los sectores de mayor tasa de disipación se tiene la menor probabilidad de adhesión debido a que en estos sectores el tiempo de colisión aumenta.

4.5.4 Probabilidad de estabilización

4.5.4.1 Modelo cinético I de enlace burbuja-partícula



Figura 4.27: Probabilidad de estabilización para partículas de diámetro 20 μm al cabo de 60 segundos.

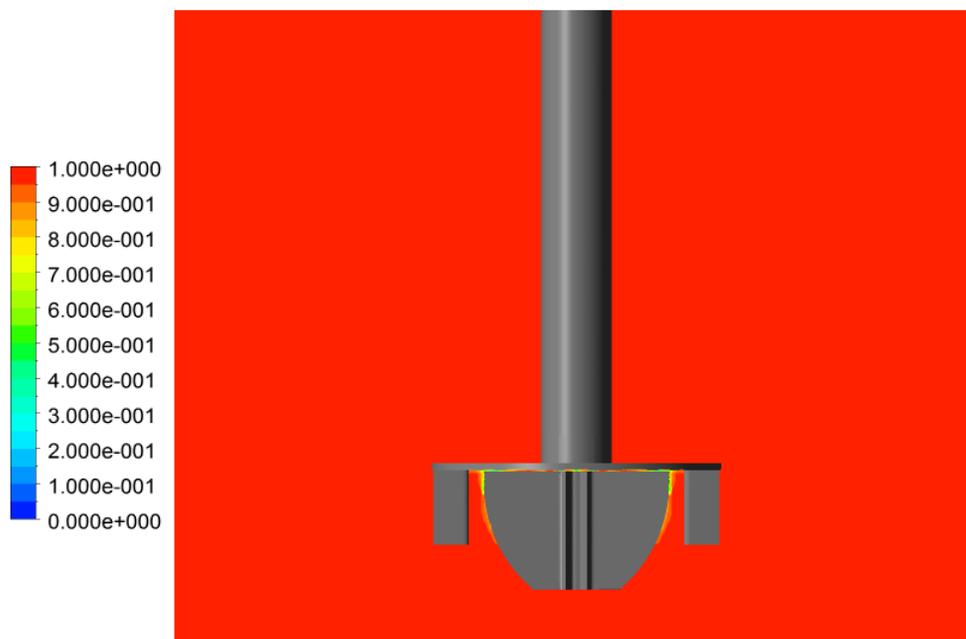


Figura 4.28: Probabilidad de estabilización para partículas de diámetro 100 μm al cabo de 60 segundos.

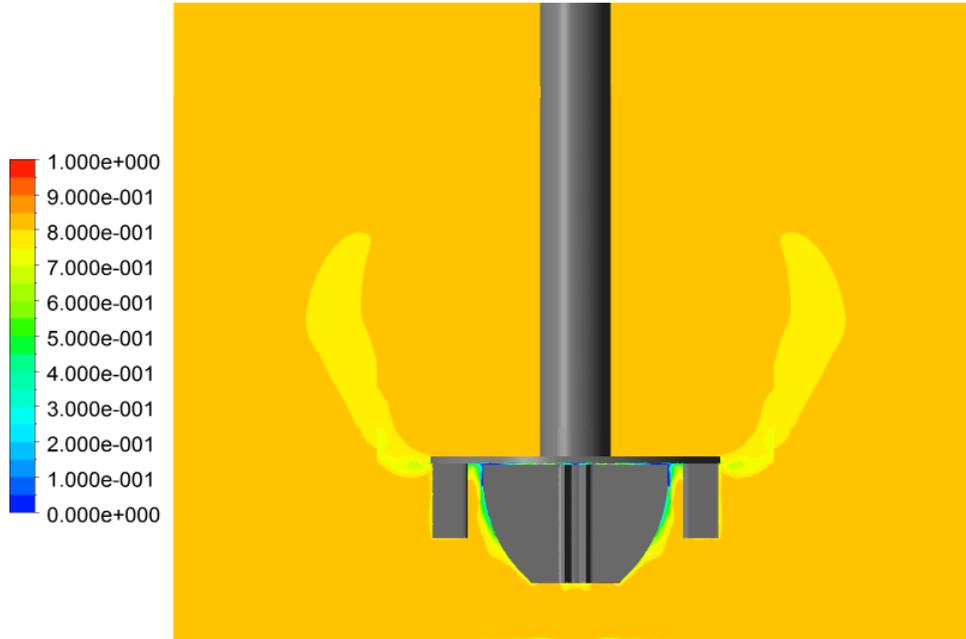


Figura 4.29: Probabilidad de estabilización para partículas de diámetro 200 [µm] al cabo de 60 segundos.

4.5.4.2 Modelo cinético II de enlace burbuja-partícula



Figura 4.30: Probabilidad de estabilización para partículas de diámetro 20 [µm] al cabo de 60 segundos.

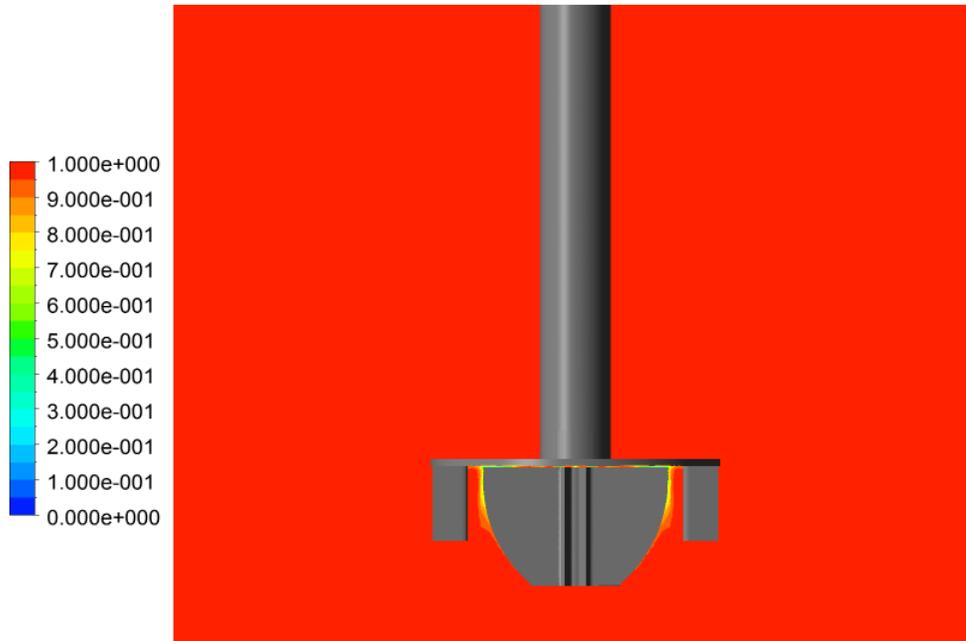


Figura 4.31: Probabilidad de estabilización para partículas de diámetro 100 [μm] al cabo de 60 segundos.

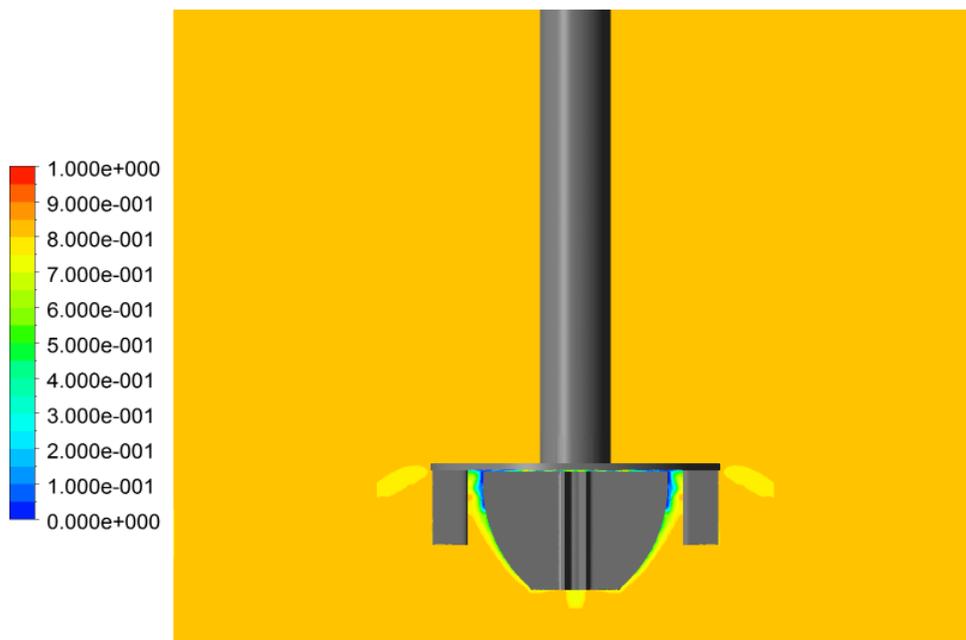


Figura 4.32: Probabilidad de estabilización para partículas de diámetro 200 [μm] al cabo de 60 segundos.

4.5.4.3 Análisis

La estabilización está relacionada con la razón entre las fuerzas de separación y las fuerzas de sujeción existentes en la unión burbuja-partícula. Así, cuando las fuerzas de sujeción son mayores a las fuerzas de separación la estabilización es probable.

Dado que en esta simulación se mantuvieron todos los parámetros constantes excepto el tamaño de partícula, se tienen dos fuerzas involucradas: el peso y la fuerza centrífuga que siente la unión burbuja-partícula cuando se encuentra inmersa en un vórtice, en donde ambas fuerzas son de separación.

Globalmente en ambos modelos se ve que a medida que aumenta el tamaño de partícula la probabilidad de estabilización disminuye debido a que la fuerza de separación debido al peso aumenta.

Localmente ambos modelos se diferencian sutilmente debido al efecto de la fuerza centrífuga, la cual es proporcional a la tasa de disipación de energía, por lo que podemos concluir que el efecto de esta fuerza es despreciable con respecto a la fuerza peso en este mecanismo.

4.5.5 Concentración de calcopirita remanente en fase líquida

4.5.5.1 Modelo cinético I de enlace burbuja-partícula

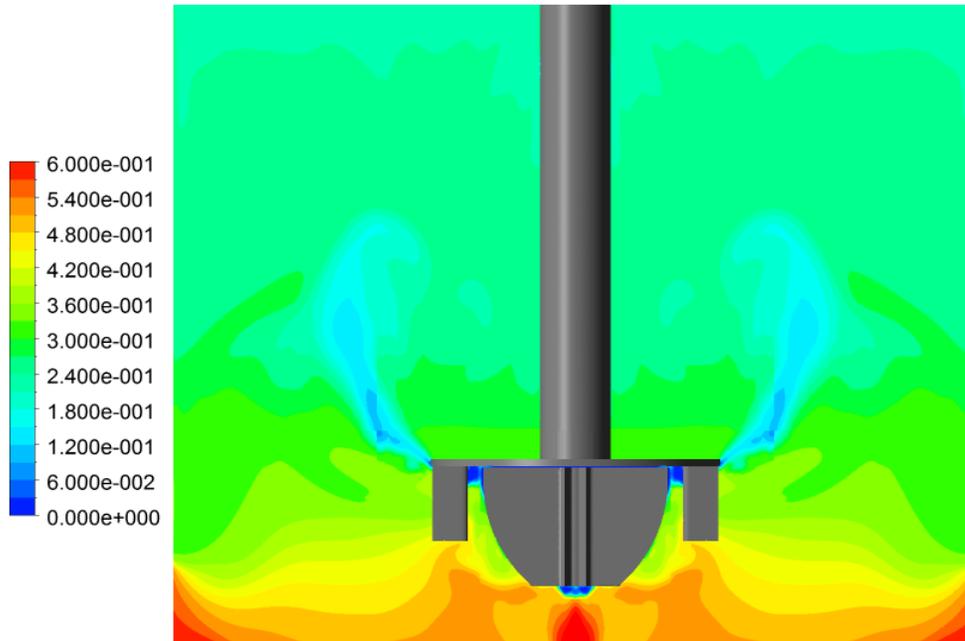


Figura 4.33: Concentración de calcopirita remanente en fase líquida para caso 20 [µm] al cabo de 60 segundos.

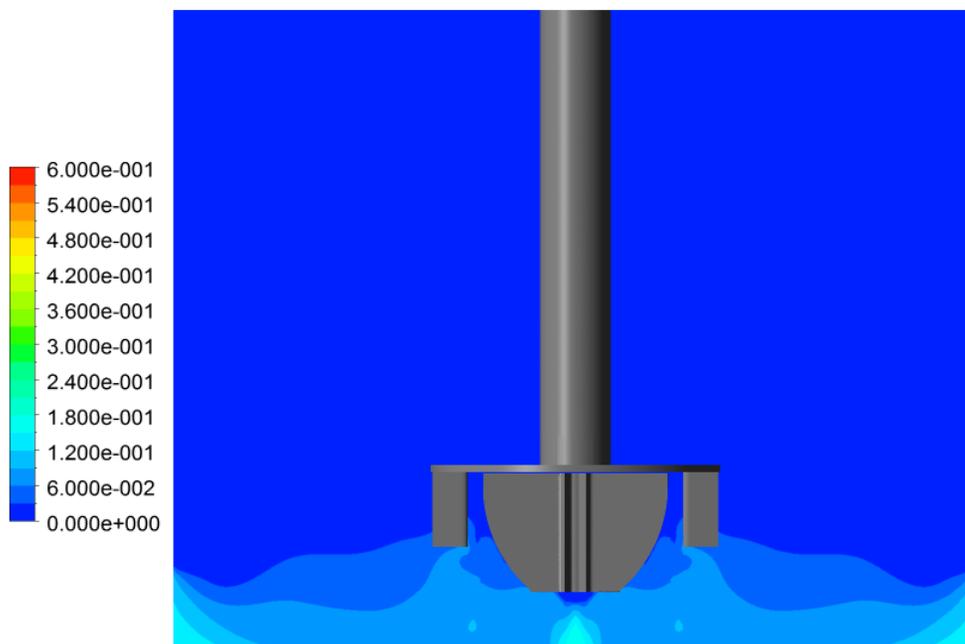


Figura 4.34: Concentración de calcopirita remanente en fase líquida para caso 100 [µm] al cabo de 60 segundos.

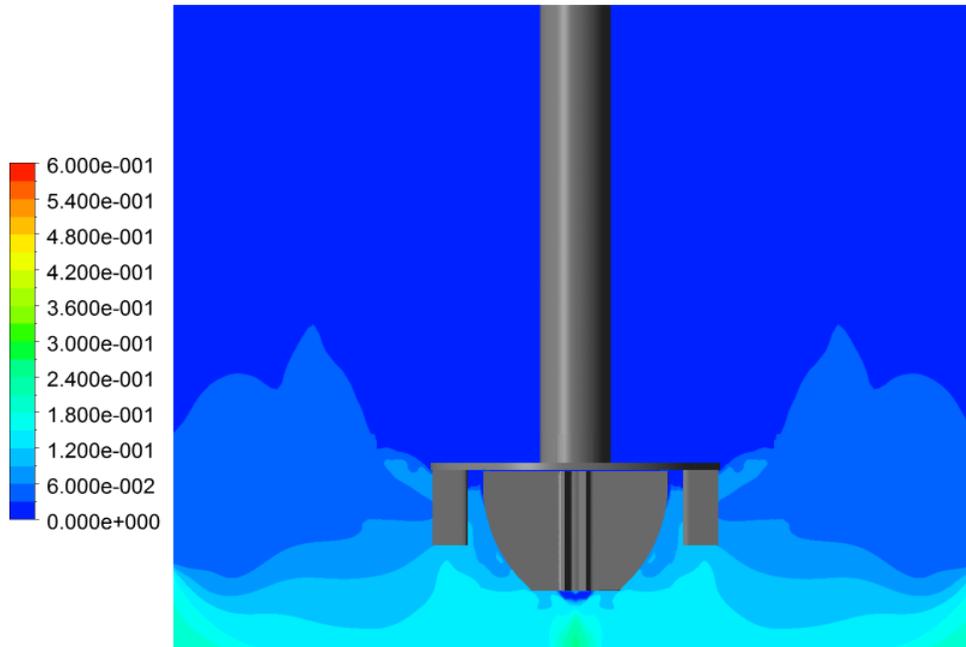


Figura 4.35: Concentración de calcopirita remanente en fase líquida para caso 200 [μm] al cabo de 60 segundos.

4.5.5.2 Modelo cinético II de enlace burbuja-partícula

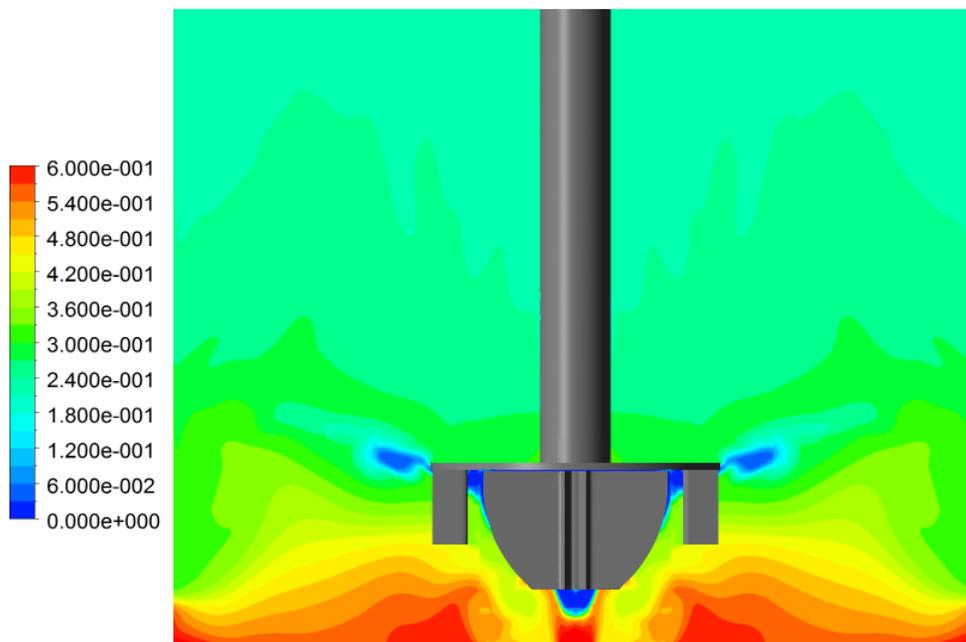


Figura 4.36: Concentración de calcopirita remanente en fase líquida para caso 20 [μm] al cabo de 60 segundos.

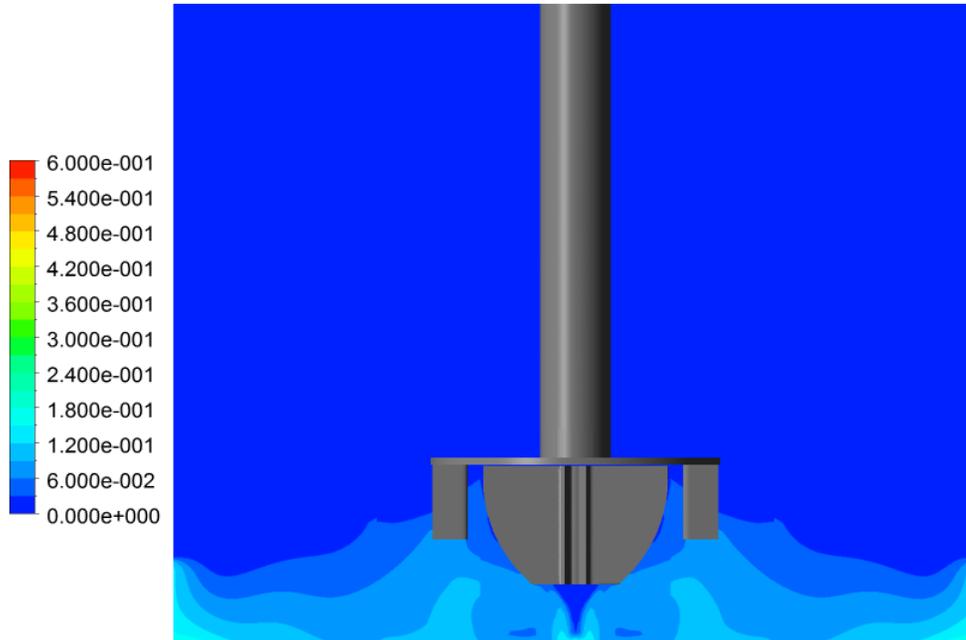


Figura 4.37: Concentración de calcopirita remanente en fase líquida para caso 100 [μm] al cabo de 60 segundos.

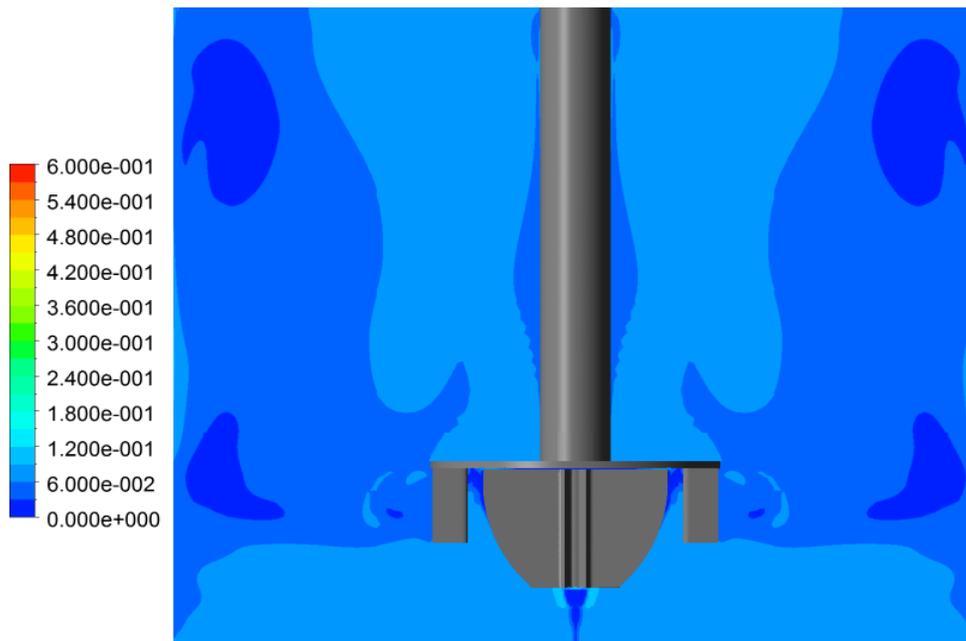


Figura 4.38: Concentración de calcopirita remanente en fase líquida para caso 200 [μm] al cabo de 60 segundos.

4.5.5.3 Análisis

En ambos modelos se observa que para el caso de 20 [μm] se tiene la mayor concentración de calcopirita remanente en la fase líquida, luego se tiene la menor concentración para el caso de 100 [μm] y finalmente la concentración vuelve a aumentar para el caso de 200 [μm], notándose la existencia de un tamaño que optimiza la recuperación de material y que en los próximos puntos queda demostrado de forma cuantitativa.

Más interesante es notar que en ambos modelos, en la zona inferior de la celda, es donde se tiene la mayor concentración de material remanente. Esto es debido principalmente a la dispersión del aire y a la suspensión de partículas sólidas.

Se pudo observar que el único caso, en donde la concentración de material en las esquinas inferiores es menor que en la zona central inferior, corresponde al tamaño de 200 [μm] (modelo II), lo cual tiene sentido dado que para ese caso es donde se tiene la mejor dispersión de burbujas y en la Figura 4.7 puede notarse claramente que las burbujas efectivamente llegan a esas zonas, no así a la zona central inferior.

4.6 Fracción de recuperación de calcopirita

A continuación se muestra, para ambos modelos, la fracción de calcopirita recuperada en función del tiempo para los cinco casos de tamaño de partícula:

4.6.1 Modelo cinético I de enlace burbuja-partícula

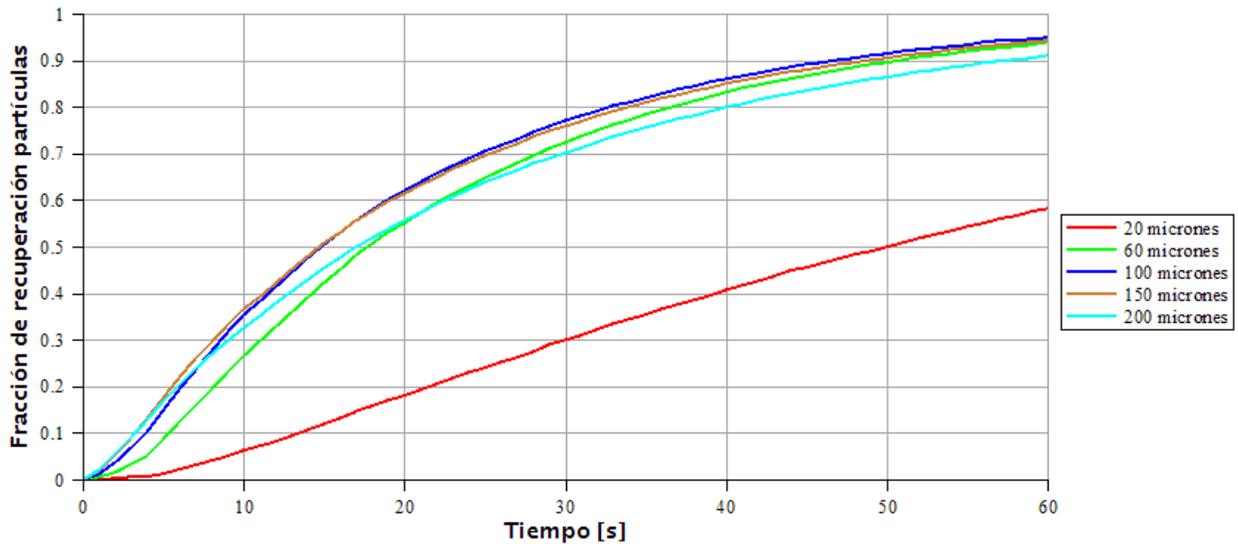


Figura 4.39: Fracción de recuperación de calcopirita en función del tiempo para 5 diámetros de partículas.

4.6.2 Modelo cinético II de enlace burbuja-partícula

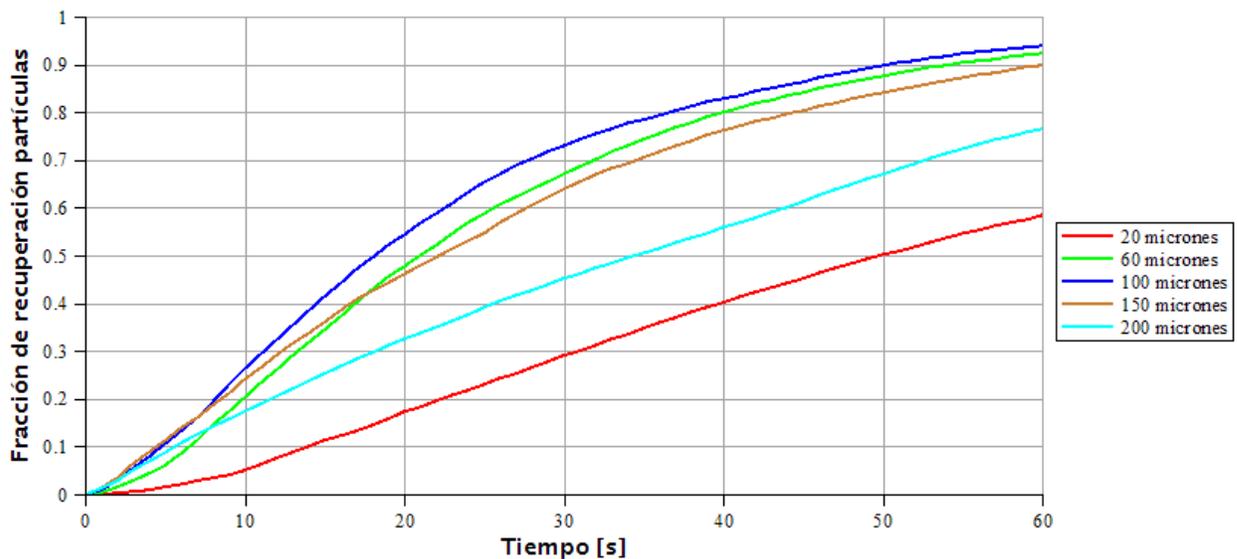


Figura 4.40: Fracción de recuperación de calcopirita en función del tiempo para 5 diámetros de partículas.

4.7 Predicción tasa constante de flotación

Suponiendo que la ecuación diferencial que rige el proceso de recuperación es de primer orden, entonces la tasa constante de flotación viene dada por la siguiente expresión:

$$\ln\left(\frac{C}{C_0}\right) = -k \Delta t \quad (4.1)$$

Aplicando la ecuación anterior para la condición: $\Delta t = 1$ [min], se tiene que:

$$k_i = \frac{-\ln\left(C_i/C_0\right)}{1 \text{ [min]}} \quad (4.2)$$

Donde,

k_i = tasa de flotación para el caso i .

C_i = fracción de calcopirita remanente en la celda al cabo de 1 [min] para el caso i .

C_0 = fracción inicial de calcopirita en la celda = 1.

$i = 1, 2, 3, 4, 5$.

La fracción de calcopirita remanente en la celda al cabo de 1 [min] corresponde a uno menos la fracción de calcopirita recuperada al cabo del mismo tiempo. Así, utilizando los datos obtenidos en el punto anterior, se obtuvo la tasa constante de flotación en función del tamaño de partícula para ambos modelos:

4.7.1 Modelo cinético I de enlace burbuja-partícula

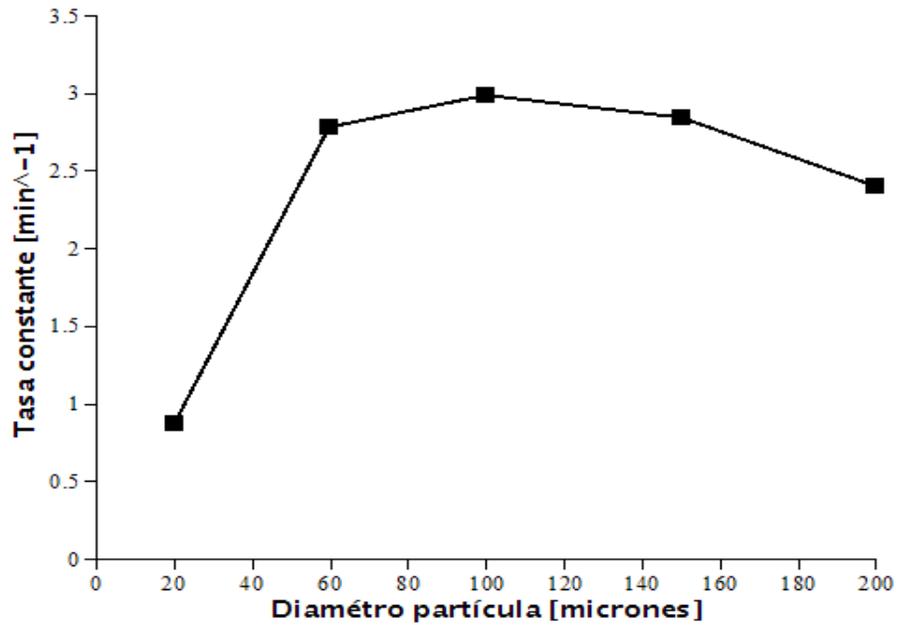


Figura 4.41: Tasa constante de flotación en función del diámetro de partícula

4.7.2 Modelo cinético II de enlace burbuja-partícula

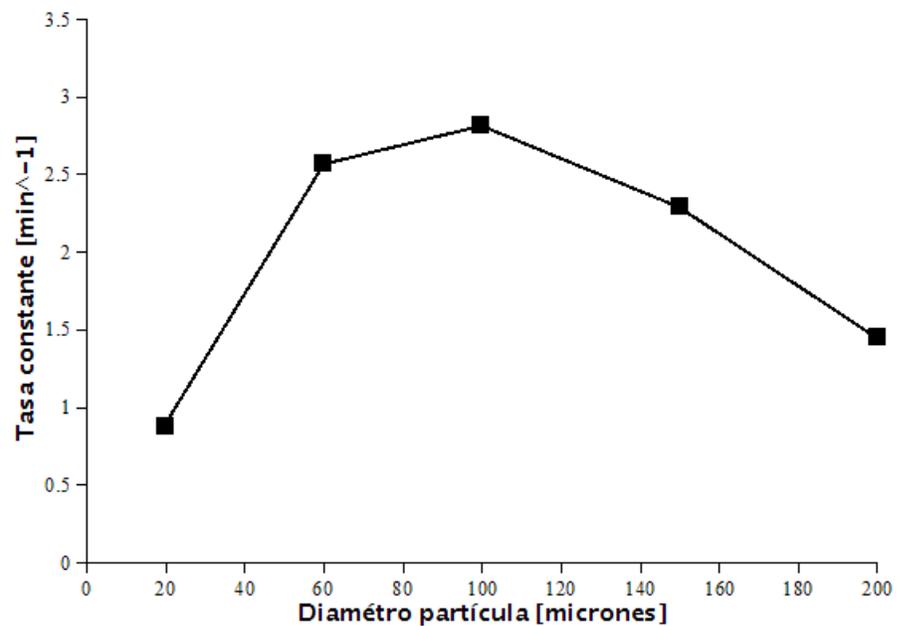


Figura 4.42: Tasa constante de flotación en función del diámetro de partícula

4.7.3 Comparación de los dos modelos en la predicción de la tasa constante de flotación

La única diferencia entre los dos modelos es la inclusión del efecto del peso de las partículas sobre las burbujas de aire. En la Figura 4.43 se muestra la tasa constante de flotación para ambos modelos en función del diámetro de la partícula. Además, sólo para efectos de ver la tendencia de las curvas, se incluye información experimental de recuperación de calcopirita en una celda bottom driven ^[11].

Analizando los modelos I y II, se puede apreciar que la inclusión del efecto del peso produce una disminución en la tasa constante de flotación, que se hace mucho más notoria para las partículas de mayor tamaño debido a que el peso afecta directamente a la velocidad de ascenso de la burbuja. A pesar de esta diferencia, se observó que en ambos modelos la tasa recuperación es máxima para el mismo diámetro de partícula (100 μm).

Por otro lado, si bien los datos experimentales mostrados no corresponden a la misma celda de flotación que se estudió (y por lo tanto los resultados obtenidos no pueden ser comparados con éstos), es posible notar la similitud en el comportamiento de la tasa constante de flotación.

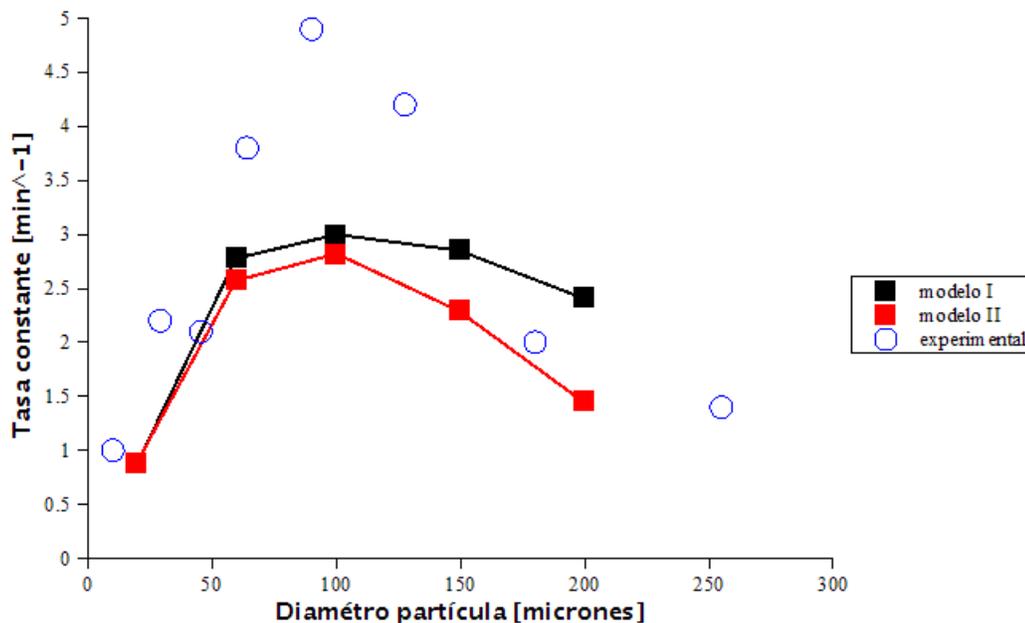


Figura 4.43: Tasa constante de flotación en función del diámetro de la partícula, (En negro): utilizando modelo cinético I de enlace burbuja-partícula. (En rojo): utilizando modelo cinético II de enlace burbuja-partícula. (Círculos): datos experimentales de una celda bottom driven ^[11].

5 Conclusiones

Una simulación computacional del proceso de flotación en una celda de agitación mecánica fue realizada y se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Se analizó el efecto del sistema rotor-estator en la dispersión del agua y burbujas de aire, lográndose determinar que en las esquinas inferiores de la celda hay muy poca agitación y posiblemente en la realidad esto se traduzca en zonas de sedimentación de partículas.

Además, se encontró que el tamaño de las partículas influye en la dispersión de las burbujas de aire, en donde, a mayor tamaño de partícula se obtiene una mejor dispersión de las burbujas.

- Se aplicó exitosamente el modelo cinético de flotación propuesto por Koh y Schwarz, logrando analizar efectos globales y locales del proceso de flotación.

En lo correspondiente a efectos globales, se predijo la tasa constante de flotación para cinco tamaños de partículas, obteniéndose:

- La adición del efecto del peso que producen las partículas unidas a las burbujas sobre las mismas, conlleva a tener una menor tasa constante de flotación, lo cual se acentúa a medida que las partículas son más grandes debido a que la velocidad de ascenso de la burbuja disminuye. Sin embargo, se encontró que el tamaño de partícula que maximiza la tasa constante es el mismo para los dos modelos realizados e igual a 100 [μm].
- Además, se comparó la tasa constante de flotación obtenida mediante CFD con resultados experimentales de recuperación de calcopirita en una celda bottom driven y se pudo apreciar que las curvas siguen la misma tendencia, lo cual le da un futuro promisorio a la utilización de CFD en la optimización de diseño y condiciones de operaciones en celdas de flotación.

En lo correspondiente a efectos locales, se analizó los mecanismos que rigen el proceso de flotación: colisión, adhesión y estabilización. Los análisis que se realizaron sirvieron para entender cómo el tamaño de las partículas influye sobre estos mecanismos.

También, se analizó la concentración de partículas libres remanentes en la celda al cabo de 60 segundos de simulación para distintos tamaños de partícula, obteniéndose:

- Para el tamaño de 20 [μm] se obtuvo que la zona inferior de la celda no tiene una buena recuperación de material y que en la realidad podría manifestarse como zona de sedimentación.
- Para el tamaño de 100 [μm] se notó que en la zona inferior de la celda mejora notoriamente la recuperación de material, sin embargo en las esquinas inferiores sigue habiendo una mayor concentración, lo que también podría manifestarse como zona de sedimentación.
- Para el tamaño de 200 [μm], la recuperación es bastante homogénea, y en las esquinas inferiores ya no se aprecia una mayor concentración de material, sin embargo globalmente la concentración es mayor que en el caso de 100 [μm] debido a la baja velocidad de ascenso de las partículas.

Finalmente, se concluye que la modelación mediante CFD puede convertirse en una poderosa herramienta para analizar los efectos sobre el proceso de flotación de nuevas condiciones de operación o nuevos diseños.

6 Nomenclatura

A_s	constante = 0.5
Bo^*	número de Bond
C_1	constante = 2
d	diámetro de partícula o burbuja
g	aceleración de gravedad
k	energía cinética de turbulencia o tasa constante de flotación
n	concentración de número de partículas
P	Probabilidad
Re	número de Reynolds
S	razón de superficie
t	tiempo
U	velocidad
Z	frecuencia de colisión
α	fracción volumétrica
β	carga de la burbuja
ε	tasa de disipación de energía
θ	ángulo de contacto
μ	viscosidad dinámica
ν	viscosidad cinemática
ρ	densidad
σ	tensión superficial

Sub-índices

1	partícula libre
2	partícula adherida
b	burbuja
f	fluido
i	índice de tipo de fase
p	partícula
T	total

7 Bibliografía

- [1] Koh, P. T. L. & Schwarz, M. P. (2006), Cfd modelling of bubble-particle attachments in flotation cells, *Minerals Engineering* 19(6-8), 619-626.
- [2] Koh, P. T. L. & Schwarz, M. P. (2007a), Cfd model of a self-aerating flotation cell, *International Journal of Mineral Processing* 85(1-3), 16-24.
- [3] Koh, P. T. L., Manickam, M. & Schwarz, M. P. (2000), CFD simulation of bubble-particle collisions in mineral flotation cells, *Minerals Engineering* 13(14-15), 1455-1463.
- [4] Koh, P. T. L. & Schwarz, M. P. (2003), Cfd modelling of bubble-particle collision rates and efficiencies in a flotation cell, *Minerals Engineering* 16(11), 1055-1059.
- [5] A.Gupta and D.S.Yan, *Mineral Processing Design and Operation*.
- [6] S.Schwarz, D.Alexander, M.P. (2005), Gas dispersion measurements in industrial flotation cells, *Minerals Engineering* 19, 554-560.
- [7] http://sic.ici.ro/sic2002_1/art09.htm.
- [8] Ansys help.
- [9] H.Versteeg, W Malalasekra (2007), *An Introduction to Computational Fluid Dynamics The Finite Volume Method*, Second Edition.
- [10] Oleg Zikanov (2010), *Essential Computational Fluid Dynamics*.
- [11] S. Muganda, M. Zanin, S.R Grano, (2010), Influence of particle size and contact angle on the flotation of chalcopyrite in a laboratory batch flotation cell, *International Journal of Mineral Processing*.