



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

ESTIMACIÓN EN LÍNEA DEL TIEMPO DE DESCARGA DE
BATERÍAS DE ION-LITIO UTILIZANDO CARACTERIZACIÓN
DEL PERFIL DE UTILIZACIÓN Y MÉTODOS SECUENCIALES
DE MONTE CARLO

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN
CIENCIAS DE LA INGENIERÍA MENCIÓN ELÉCTRICA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL ELECTRICISTA

MATÍAS ANDRÉS CERDA MUÑOZ

PROFESOR GUÍA:
MARCOS ORCHARD CONCHA

PROFESOR CO-GUIA:
JORGE SILVA SÁNCHEZ

MIEMBRO DE LA COMISION:
JUAN YUZ EISSMANN

SANTIAGO DE CHILE
OCTUBRE 2012

Resumen

Los acumuladores de Ion-Litio han adquirido un importante rol en el sector industrial durante los últimos años. Lo anterior, principalmente debido a que su carácter de dispositivos de respaldo energético los transforma en elementos clave dentro del diseño de sistemas autónomos. Particularmente en estos casos, se hace crítico el poder contar con sistemas de supervisión de baterías que incorporen elementos de incertidumbre y sean capaces de estimar de manera certera y precisa tanto el estado-de-carga (SOC, por sus siglas en inglés) como el tiempo de descarga (EOD, del inglés *End-of-Discharge*) de las mismas. Es por este motivo que el presente trabajo de Tesis se focaliza en establecer las bases para el diseño e implementación de un sistema de estimación y pronóstico basado en métodos secuenciales de Monte Carlo (también conocidos como filtros de partículas) para la estimación del SOC y predicción del EOD de dispositivos de almacenamiento de energía de Ion-Litio.

En la actualidad, hay múltiples productos desarrollados que son capaces de estimar el SOC de una batería de Ion-Litio; sin embargo, estos no son capaces de estimar dichos parámetros en línea. Incluso en el caso que este último objetivo se cumpla, se considera sólo un perfil de utilización promedio para el equipo, lo que en la práctica implica un enorme sesgo de estimación. En este contexto, el esquema propuesto considera dos etapas: (i) La primera corresponde a la estimación en línea del SOC, para lo cual se utilizan métodos de estimación Bayesiana sub-óptimos (filtros de partículas) dada su capacidad para incorporar información en modelos dinámicos no-lineales, con problemas de observabilidad, y fuentes de incertidumbre no-Gaussiana; mejorando significativamente la precisión y exactitud de los algoritmos de predicción del EOD; (ii) la segunda etapa consiste en la caracterización de la incertidumbre en el pronóstico del tiempo de uso remanente del acumulador a través del algoritmo de regularización, basado en las distribuciones de Epanechnikov y en un filtro de partículas. Sumado a lo anterior, también se considera la caracterización estadística (condicional a los datos medidos) del perfil de uso futuro de la batería mediante una cadena de Markov de primer orden, con lo cual se incorpora información acerca del uso que se le otorgó a la batería hasta en el instante inicial de predicción.

Con el objeto de analizar los aspectos principales a considerar en el diseño del esquema propuesto, se realiza una comparación entre la solución óptima (en el sentido de media cuadrática, mediante filtro de Kalman) obtenida *a priori* y la solución sub-óptima entregada por el método propuesto. Esta comparación se realiza con el objetivo de determinar el número de partículas, de iteraciones del filtro y de realizaciones de la cadena de Markov adecuadas para el buen funcionamiento del algoritmo.

Finalmente, la validación del módulo de pronóstico propuesto se realiza (mediante medidas de desempeño *ad-hoc*) con datos experimentales de pruebas de descarga de baterías de Ion-Litio proporcionados por Impact Technologies, LLC. Como conclusión de los resultados expuestos en este trabajo, se puede afirmar que la implementación del método propuesto permite: (i) obtener un filtrado altamente exacto y preciso del proceso de descarga; y (ii) mejorar el pronóstico del tiempo de uso remanente del acumulador en términos de exactitud y precisión, destacando la tendencia a sub-estimar el EOD respecto a la sobre-estimación encontrada en los métodos presentes en la literatura.

Abstract

Li-ion batteries had acquired an important role in the industrial sector in recent years. Mainly because its function as energetic support devices transforms them into key elements in the design of autonomous systems. Particularly in these cases, it is critical to have battery monitoring systems that incorporate elements of uncertainty and are capable of estimating the state-of-charge (SOC) and the discharge time (EOD, End-of-discharge) in an accurate and precise manner. It is for this reason that this thesis work is focused on establishing the foundations for the design and implementation of an estimation and prognosis system based on sequential Monte Carlo methods (also called particle filters) for the SOC estimation and EOD prediction in Li-ion energy storage devices.

Nowadays, there are many developed products which are capable of estimating the SOC of a Li-ion battery; however, these are not capable of performing online estimation. Even if this is achieved, it considers only an average usage profile for the team, which in reality means a huge estimation bias. In this context, the proposed scheme considers two phases: (i) The first phase concerns the online estimation of the SOC. For this purpose, Bayesian suboptimal estimation methods (particle filters) are used, given its demonstrated capacity to incorporate information from nonlinear dynamic models with observability problems, and non-Gaussian uncertainty sources; significantly improving the precision and accuracy of prediction algorithms of the EOD, (ii) the second phase consists of the characterization of the uncertainty in the remaining use time prognosis of the battery through the regularization algorithm, based on Epanechnikov distributions and a particulate filter. In addition, is also considered the statistical characterization (conditional to the measured data) of future usage profile of the battery using a first order Markov chain, thus incorporates information about the use given to the battery until the initial instant of prediction.

With the purpose of analyzing the main aspects to consider in the proposed scheme design, a comparison is made between the analytical solution (in the mean-square error sense) obtained a priori and the sub-optimal solution supplied by the proposed method. This comparison is performed with the purpose of determine the number of particles, the filter iterations and the Markov chain realizations needed for the proper functioning of the algorithm.

Finally, the proposed prognosis module is validated (using a set of *ad-hoc* performance measures) through experimental data from discharge test performed on Li-ion batteries provided by Impact Technologies, LLC. In conclusion of the results presented in this thesis work, it can be said that the implementation of the proposed method allows: (i) obtaining a highly accurate and precise filtering of the discharge process, and (ii) improving the battery remaining usage time prognosis in terms of accuracy and precision, giving priority to the tendency to underestimate the EOD about the overestimation found in the literature methods.

Le dedico estas líneas a lo que me permite aislarme de la realidad, olvidar mis problemas, deberes y obligaciones, compartir intensamente con mis seres queridos, botar tensiones y llenarme de nuevas energías para seguir adelante, lo que mantiene una pasión indescriptible y poco comprendida en mi interior: el Fútbol.

*“Si Pitágoras hubiera tenido la suerte de vivir en esta era,
hubiera sido entrenador de fútbol,
porque el fútbol es geometría,
apertura y cierre de espacios,
movimientos lógico matemáticos”.*
(Anónimo)

*"Hay quienes sostienen que el fútbol no tiene nada
que ver con la vida del hombre,
con sus cosas más esenciales.
Desconozco cuánto sabe esa gente de la vida.
Pero de algo estoy seguro:
no saben nada de fútbol".*
(Eduardo Sacheri)

*“Cuando el "fútbol" se desvanezca en mi corazón,
seguramente será el momento que puso fin a mi existir,
no imagino mi vida, sin él”.*
(Mario Viera)

...Fútbol es vida...

UC, Ciclón, San Bless

Agradecimientos

Hoy terminan largos 6 años y medio de gran esfuerzo, perseverancia, dificultades, aprendizaje, alegrías y tristezas. Al fin puedo decir que la meta, esa que se veía tan lejana hace un par de años, está totalmente cumplida. Sin embargo, este gran logro no es sólo mío, se lo debo y dedico a todas esas personas que me acompañaron, apoyaron y confiaron en mí a lo largo de toda mi vida.

Primero que todo quiero agradecerle a mi familia, quienes siempre me han dado un infinito amor y han confiado ciegamente en mí. A mi padre Oscar Cerda, por ser el pilar de la familia, por compartir su infinito conocimiento acerca de la ciencia y de la vida, por jamás dejar que me rinda, por hacerme apuntar más allá del horizonte y por demostrarme que se puede triunfar siendo honesto y buena persona; a mi madre Claudia Muñoz, por su amor incondicional, por ser mamá y amiga, por su confianza y complicidad, por poder darme esa exquisita sensación de seguridad y protección maternal, por asegurarme que “yo puedo”, por guiarme en la hermosa tarea de ser hermano mayor, por enseñarme que con amor todo es posible. A mis hermanos: Javi, Lalo, Clau y Benja, por hacerme sentir su hermano mayor, por demostrarme (a su manera) que confían en mí, por todos esos buenos y malos momentos que hemos disfrutado y superado juntos; aprovecho de decirles que los admiro y que siempre estaré con ustedes. A la Mary, por ser mi segunda madre, por quererme como me quiere, por su preocupación, por dedicarnos gran parte de su vida, cuenta conmigo para lo que sea. A mi abuela, tíos y primos, sin ustedes no sería como soy hoy.

También le agradezco a la Yani, mi polola y compañera durante este último año y medio, por quererme como soy, por lograr que olvidara completamente los temas académicos, por darme y tenerme confianza, por admirarme, por su gran amor y cariño, por hacerme inmensamente feliz.

No puedo dejar pasar la oportunidad de agradecerles a todos mis amigos del colegio, con quienes hemos crecido y “madurado” (jaja) juntos desde la niñez y con quienes espero seguir compartiendo por siempre. Son muchos a los que me gustaría nombrar, pero necesitaría muchas líneas, por lo que simplemente les digo: gracias generación 2005, gracias “San Bless”. Mención especial para Enci, Juano, Nico A., Carlitos, Isi y Hugo quienes siempre han estado a mi lado y preocupados por mí. Otra mención especial para grandes amigos de la vida: Pipin y Nico J.

Igualmente, les agradezco a mis amigos de la universidad, tanto a los de plan común (Rodrigo, Seba, Oscar, Andrés, Pancho, Vanja, Alfo, Banner, Chini, etc.) como a los de eléctrica: “Los Zánganos” (Manuel, Raimundo, Benja, Jona, Linares y Rony), por esas intensas jornadas de fútbol y estudio, por los grandes momentos de risas y alegrías. Mención especial para Benjamín Olivares, con quien realicé el Magíster y he trabajado codo a codo por más de 2 años, gracias por tu amistad, apoyo, complicidad y por hacer más fácil y alegre el día a día en la universidad.

Como no agradecerles a la Sra. Eliana y a su hija Renée por su diaria alegría, preocupación y gran disposición a ayudar, por sus conversaciones, todo fue más fácil y ameno gracias a ustedes.

Finalmente, me gustaría agradecerles a quienes trabajaron conmigo: Hugo y Richi; al Profesor Jorge Silva por compartir su gran conocimiento y su particular simpatía; y al Profesor Marcos Orchard, por guiar este proyecto, por su vocación a la academia, por sus conocimientos, por su inmensa disposición a ayudar y a escuchar a sus alumnos, por su grandiosa calidad humana.

Índice General

RESUMEN	I
ABSTRACT	II
AGRADECIMIENTOS	IV
ÍNDICE GENERAL	V
ÍNDICE DE FIGURAS.....	VII
ÍNDICE DE TABLAS.....	IX
LISTA DE ACRÓNIMOS.....	1
CAPÍTULO I.....	3
INTRODUCCIÓN	3
1.2 OBJETIVO GENERAL DEL TRABAJO DE TESIS	4
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS DEL TRABAJO DE TESIS.....	5
CAPÍTULO II.....	5
DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	5
2.1 ESTIMACIÓN Y PREDICCIÓN DEL ESTADO DE CARGA EN DISPOSITIVOS DE ALMACENAMIENTO DE ENERGÍA	5
2.2 INFERENCIA BAYESIANA E INTEGRACIÓN DE MONTE CARLO	8
2.2.1 INFERENCIA BAYESIANA	9
2.2.2 FILTRO DE KALMAN.....	12
2.2.3 MÉTODOS SECUENCIALES DE MONTE CARLO: FILTROS DE PARTÍCULAS	14
2.2.3.1 MUESTREO DE IMPORTANCIA (IS).....	15
2.2.3.2 MUESTREO Y REMUESTREO SECUENCIAL DE IMPORTANCIA.....	17
2.2.3.3 ESQUEMA DE PRONÓSTICO BASADO EN FILTRO DE PARTÍCULAS PARA SISTEMAS DINÁMICOS NO-LINEALES.....	21
A. <i>Generación de Predicciones a Largo Plazo: Primera Aproximación</i>	22
B. <i>Generación de Predicciones a Largo Plazo: Segunda Aproximación</i>	22
2.3 MODELACIÓN DE EVENTOS ALEATORIOS MEDIANTE EL USO DE CADENAS DE MARKOV	24
CAPÍTULO III.....	26
MODELO EN ECUACIONES DE ESTADO PARA LA ESTIMACIÓN DEL SOC DE UN ESD CON CARACTERIZACIÓN ESTADÍSTICA DE SU PERFIL DE USO FUTURO	26
3.1 ESTIMACIÓN DE ESTADOS.....	26
3.2 PREDICCIÓN DE ESTADOS	31
CAPÍTULO IV	34
PRONÓSTICO PARA LA DESCARGA DE UN ESD BASADO EN FP Y CARACTERIZACIÓN ESTADÍSTICA DEL PERFIL DE USO: ASPECTOS TEÓRICOS.....	34
4.1 MODELO SIMPLIFICADO PARA LA DESCARGA DE UN ESD: SOLUCIÓN ANALÍTICA DEL PROBLEMA DE PRONÓSTICO DEL SOC.....	34
4.2 ASPECTOS CLAVES A CONSIDERAR EN EL ESQUEMA DE PRONÓSTICO DEL TIEMPO DE DESCARGA DE UN ESD BASADO EN FP: IMPLEMENTACIÓN Y ANÁLISIS DE DESEMPEÑO	40
CAPÍTULO V	43
VALIDACIÓN DEL MÓDULO DE PRONÓSTICO BASADO EN FP CON DATOS EXPERIMENTALES DE DESCARGA DE UN ESD	43

CAPÍTULO VI	54
CONCLUSIONES.....	54
REFERENCIAS	56

Índice de figuras

Figura 2.1: Modelo de una batería de Ion-Litio mediante su circuito eléctrico equivalente [1].

Figura 3.1: Conjuntos de datos de voltaje y corriente correspondientes a una prueba experimental de descarga de un ESD de Ion-Litio (Impact Technologies, LLC).

Figura 3.2: Filtrado de la señal observada (voltaje) mediante un filtro *Haar*. Señal observada (línea negra), señal filtrada (línea roja).

Figura 3.3: Mejora en la predicción simplificada de la variable observada del sistema al utilizar la técnica de estimación “non-linear least squares” para el cálculo del parámetro C y la condición inicial del estado x_1 . Señal observada (línea negra), señal pronosticada (línea roja).

Figura 3.4: Obtención de los parámetros de la CM (estados y probabilidades de transición) para la caracterización estadística de la corriente futura del ESD.

Figura 3.5: Caracterización estadística del perfil de uso del acumulador mediante una CM de primer orden y dos estados.

Figura 4.1: Cadena de Markov de primer orden y de dos estados utilizada para la caracterización futura del perfil de uso de un ESD.

Figura 4.2: Datos de voltaje generados por un modelo simplificado de descarga de un ESD.

Figura 4.3: Árbol binario representando los distintos perfiles de uso futuro de un ESD.

Figura 4.4: Función de densidad de probabilidad del EOD (modelo de descarga simplificado).

Figura 4.5: Just-in-Time Point (JITP) del 5% de una distribución de probabilidad de falla.

Figura 5.1: Estimación del voltaje en bornes del ESD durante la descarga. Datos medidos (línea negra), datos estimados (línea roja).

Figura 5.2: Comportamiento del estado x_1 durante la etapa de estimación.

Figura 5.3: Estimación del SOC durante la etapa de estimación. SOC calculado con datos medidos (línea negra), SOC calculado con datos estimados (línea roja).

Figura 5.4: Predicción del SOC utilizando una corriente futura constante. Datos medidos (línea fina continua), estimación del FP (línea gruesa continua), y predicción basado en FP (línea gruesa discontinua).

Figura 5.5: PDF de la predicción del EOD utilizando una corriente futura constante. Intervalo de confianza del 95% (líneas verticales gruesas discontinuas), valor esperado de la PDF del EOD (línea vertical delgada sin extremos), y valor real del EOD (línea vertical delgada con extremos circulares).

Figura 5.6: Predicción del SOC utilizando una corriente futura caracterizada por una CM. Datos medidos (línea fina continua), estimación del FP (línea gruesa continua), y predicción basado en FP (línea gruesa discontinua).

Figura 5.7: PDF de la predicción del EOD utilizando una corriente futura caracterizada por una CM. Intervalo de confianza del 95% (líneas verticales gruesas discontinuas), valor esperado de la PDF del EOD (línea vertical delgada sin extremos), y valor real del EOD (línea vertical delgada con extremos circulares).

Figura 5.8: Diferencia entre el EOD real y el pronosticado: Diferencia considerando una corriente futura promedio y constante (línea azul), en donde los “o” rojos representan los instantes en que no se logró obtener el EOD dentro del horizonte de predicción; diferencia considerando una caracterización estadística de la corriente futura (línea negra).

Figura 5.9: Estados “alto” (línea gruesa) y “bajo” (línea fina) de la CM con la que se caracteriza el perfil de uso futuro del ESD en cada uno de los instantes iniciales de predicción.

Figura 5.10: Variación de las probabilidades de transición de estado de la CM en función del tiempo inicial de predicción en donde, la línea gruesa corresponde a la probabilidad p_{11} y la línea fina a la probabilidad p_{21} .

Figura 5.11: Variación del tamaño del intervalo de confianza de la predicción del EOD en función del instante inicial de predicción en donde, la línea azul corresponde a las pruebas realizadas considerando corriente futura promedio y constante y la línea negra a las pruebas en que se utilizó la caracterización estadística de la corriente.

Figura 5.12: Evaluación del módulo de pronostico basado en FP utilizando la métrica de desempeño “ α - λ accuracy”; $\alpha=15\%$, y $\lambda=0.5$.

Índice de tablas

Tabla 4.1: Efecto del número de partículas e iteraciones del FP en el valor del $JITP\gamma\%$	42
Tabla 4.2: Efecto del número de realizaciones de la CM en el valor del $JITP\gamma\%$	43

Lista de Acrónimos

BMS	Sistema de Administración de Baterías (<i>Battery Management System</i>)
CM	Cadena Markov (<i>Markov Chain</i>)
c.r.a	Con respecto a
c.s	Convergencia casi segura
DSTD	Desviación Estándar Móvil (<i>Dynamical Standard Deviation</i>)
EKF	Filtro Extendido de Kalman (<i>Extended Kalman Filter</i>)
EOD	Fin de la Descarga (<i>End-of-Discharge</i>)
ESD	Dispositivo Almacenador de Energía (<i>Energy Storage Device</i>)
FP	Filtro de Partículas (<i>Particles Filter</i>)
i.e	Es decir
i.i.d	Independiente e Idénticamente Distribuido
EIS	<i>Electrochemical Impedance Spectroscopy</i>
EKF	Filtro Extendido de Kalman (<i>Extended Kalman Filter</i>)
GEV	<i>Grid-Enable-Electric-Vehicle</i>
KF	Filtro de Kalman (<i>Kalman Filter</i>)
PDF	Función de Densidad de Probabilidad (<i>Probability Density Function</i>)
PF	Filtro de Partículas (<i>Particle Filter</i>)
RUL	Vida Útil Remanente (<i>Remaining Useful Life</i>)
OCV	Voltaje en Circuito Abierto (<i>Open Circuit Voltage</i>)
SOC	Estado-de-Carga (<i>State-of-Charge</i>)
SOH	Estado-de-Salud (<i>State-of-Health</i>)
SIR	Remuestreo Secuencial de Importancia (<i>Sequential Importance Resampling</i>)

- SIS Muestreo Secuencial de Importancia (*Sequential Importance Sampling*)
- SMC Métodos secuenciales de Monte Carlo (*Sequential Monte Carlo methods*)
- STD Desviación Estándar (*Standard Deviation*)
- UAV Vehículos Aéreos no Tripulados (*Unmanned Aerial Vehicle*)
- UKF Filtro Unscented de Kalman (*Unscented Kalman Filter*)
- VA Variable Aleatoria

Capítulo I

Introducción

En la actualidad, los Dispositivos Almacenadores de Energía (ESD, por sus siglas en inglés) cumplen un rol fundamental tanto en el ámbito civil como en el médico y militar. Considérese, por ejemplo, los productos electrónicos asociados comúnmente al diario vivir (computadores portátiles, equipos de comunicación, GPS, robots domésticos), así como equipos y maquinarias más sofisticadas tales como marcapasos, satélites, vehículos militares terrestres, marinos y aéreos (operados de forma manual/telecomandada o autónomamente). Los ESDs permiten ser utilizados como fuentes principales de energía, o bien como respaldo, permitiendo alimentar distintos dispositivos y sistemas frente a diversos perfiles de demanda, asegurando de este modo un mayor nivel de autonomía a cada uno de ellos. Es así como durante los últimos años, los ESDs han adquirido un rol imprescindible en el sector industrial ya que, además de ser utilizados como sistema de respaldo de suministro energético, son parte fundamental en el diseño de equipos y sistemas de alta especialización y automatización como en el caso de vehículos aéreos no tripulados (UAV, por sus siglas en inglés) y los robots destinados a la realización de tareas rutinarias en zonas de peligro; estos últimos altamente utilizados en las industrias mineras, forestales y pesqueras. Los ESDs más comúnmente empleados, y los que ciertamente se continuarán utilizando dentro de un futuro cercano, son aquellos construidos en base a compuestos de Litio debido a que presentan diversas ventajas sobre otros ESDs tales como los de Ni-MH, Ni-Cd y plomo. Algunas de estas ventajas se deben a que los ESDs de Ion-Litio acumulan mayor carga por unidad de peso y volumen, permitiendo diseñar baterías de poco espesor lo que facilita su integración a pequeños dispositivos electrónicos, además de ofrecer una baja tasa de auto-descarga y una larga vida útil [1]–[2].

En este sentido, Chile se encuentra actualmente en una posición estratégica inmejorable para aprovechar los efectos de generación de valor agregado en la industria de extracción de Litio, ya que Chile cuenta con una de las mayores reservas de Litio a nivel mundial y actualmente lidera la producción de carbonato Litio. Teniendo esto en consideración, el país debe aprovechar esto para convertirse en pionero en el desarrollo e innovación dentro de esta industria, potenciando a nuestro país como proveedor de desarrollos de ingeniería avanzada a nivel global, capaz de despertar el interés de inversionistas, y agregar valor a través de procesos de innovación, evitando así, que Chile nuevamente pierda una oportunidad histórica en términos de formación de capital humano calificado y desarrollo tecnológico, tal como ocurrió con la industria del cobre.

Considerando lo anterior, el estudio de baterías de Ion-Litio cobra especial relevancia al analizar la expansión del mercado de equipos alimentados por estos ESDs, debido en gran parte a la escasez de recursos petrolíferos, a la alta volatilidad de los precios del petróleo y a dificultades en su predicción, e inseguridad mundial debido a que las reservas están ligadas típicamente a países geopolíticamente inestables. Por este motivo, y otros asociados como la contaminación ambiental y el efecto invernadero, la industria automotriz mundial está empezando a moverse desde los vehículos de combustión interna hacia los *Grid-Enable-Electric-Vehicle* (GEV), sigla en inglés que hace referencia a los vehículos eléctricos habilitados para conectarse a la red por medio de un simple enchufe. En efecto, algunas empresas extranjeras ya están comenzando a abordar parcialmente el estudio de baterías de Ion-Litio, sin que se detecte en Chile ninguna iniciativa

concreta al respecto. Particularmente, es pertinente mencionar ejemplos tales como “Global Technology Connection” (www.globaltechinc.com) e “Impact Technologies, LLC.” (www.impact-tek.com, ahora parte de “Sirkorsky Aircraft Corporation”) en E.E.U.U. (ambas con una marcada orientación hacia aplicaciones en ámbito militar), y “Argus Analyzers” (www.argusanalyzers.com) que se ha enfocado en desarrollar productos de calidad relacionados con el diagnóstico, monitoreo y sistemas de administración de baterías (BMS, por sus siglas en inglés) [3] tanto en el área automotriz como industrial.

Debido al incremento exponencial en la utilización de ESDs de Ion-Litio, particularmente en la industria automotriz, es absolutamente necesario contar con BMS, los cuales tienen como objetivo: (i) proporcionar y maximizar un tiempo de uso (autonomía) razonable por ciclo de descarga al sistema, (ii) asegurar que en un breve tiempo de carga, el ESD sea capaz de acumular la energía necesaria para garantizar la autonomía del sistema, (iii) maximizar el número de ciclos de operación en los que la batería puede ser utilizada, (iv) trabajar en tiempo real y con rápidas variaciones en las condiciones de carga y descarga. Para lograr lo anterior, un BMS debe contar con distintas funciones específicas tales como: el monitoreo individual de las celdas que conforman la batería, mantener todas las celdas dentro de sus límites de operación y, particularmente, proveer información acerca del “Estado-de-Carga” (SOC, del inglés “*State-of-Charge*”)[3], “Estado-de-Salud”(SOH, del inglés “*State-of-Health*”)[3] y “Vida útil Remanente” (RUL, del inglés “*Remaining Useful Life*”)[3]. El conocimiento de estas tres últimas características de los ESDs le permiten al usuario tomar decisiones futuras respecto a la utilización de estos, como por ejemplo: cuando y cuánto cargarlos, cuando reemplazarlos o cuando reciclarlos.

1.2 Objetivo General del Trabajo de Tesis

Uno de los temas más importantes a considerar en el manejo de ESDs es cómo asegurar la información respecto a la cantidad máxima de energía que se puede almacenar en el acumulador y qué cantidad se tiene almacenada en un instante de tiempo particular. Este trabajo tiene por objetivo general diseñar un módulo de estimación y pronóstico en línea, del SOC de un ESD de Ion-Litio, utilizando métodos secuenciales de Monte Carlo, enfocándose particularmente a la caracterización estadística del perfil de uso futuro del acumulador. El SOC corresponde a la cantidad (%) de energía aZ que permanece almacenada en el ESD durante un ciclo de descarga en observación, respecto al máximo de energía que se puede almacenar en el mismo [4]-[5]. Los principales factores que afectan el SOC son: las tasas de carga/descarga, histéresis, temperatura, tiempo de uso y auto-descarga (debido a la resistencia interna de la batería). En la actualidad, el estudio del SOC presenta tres grandes problemáticas: (i) cómo modelar la batería, (ii) cómo estimar el SOC y (iii) cómo predecir el SOC. En los dos primeros puntos existen diversos trabajos que abordan de diferentes maneras ambos temas, en donde se utilizan modelos empíricos, químicos, físicos, eléctricos y distintas técnicas de estimación tales como la lógica difusa, redes neuronales o filtro extendido de Kalman (EKF, por sus siglas en inglés) [1], [3] y [4]. Sin embargo, el problema principal radica en la tercera problemática, que corresponde a la etapa de predicción del SOC. Esto se debe a que no se conoce el perfil de uso futuro al que será sometido el ESD, por lo que es necesario caracterizarlo, con el fin de incorporar dicha información en los módulos de predicción del nivel autonomía del ESD.

1.3 Objetivos Específicos del Trabajo de Tesis

En este sentido, se consideran como objetivos específicos del trabajo, los siguientes aspectos: (i) generar un modelo empírico-fenomenológico de la descarga de un ESD mediante un enfoque Bayesiano para el estudio en línea del SOC, el cual permita la adaptación de los estados del modelo a la batería en estudio mediante un método de aprendizaje (aplicado durante la etapa de estimación) y que a la vez tenga una rápida convergencia en sus resultados, facilitando el estudio en línea del SOC; (ii) considerar la caracterización futura de los perfiles de uso del ESD, mediante el uso de cadenas de Markov, cuantificando su efecto en las estimaciones del SOC y predicciones del tiempo remanente hasta la descarga del acumulador en el módulo de pronóstico basado en una variante específica de algoritmos Bayesianos denominada Filtro de Partículas (FP); (iii) presentar las directrices para definir el número de partículas, de iteraciones del algoritmo del pronóstico (FP) y del número realizaciones de la CM necesarias para caracterizar adecuadamente la función de densidad de probabilidad (PDF, del inglés *Probability Density Function*) del tiempo remanente hasta la descarga del ESD en base a resultados analíticos para un modelo de descarga simplificado.

La estructura del artículo es como sigue. El Capítulo II presenta un marco teórico del problema de estimación y pronóstico de fallas basados en filtro de partículas del estado-de-carga (SOC) en ESDs. El Capítulo III se enfoca en los aspectos de modelación que son requeridos para incorporar la caracterización del perfil de uso futuro en el marco de pronóstico. El Capítulo IV muestra la implementación de una aproximación propuesta para un sistema hipotético y simplificado de descarga donde la solución óptima (en el sentido mínimo error cuadrático medio) puede ser encontrada analíticamente, con el propósito de comparar y analizar el desempeño de la aproximación propuesta en un escenario controlado. El Capítulo V muestra los resultados obtenidos del módulo de pronóstico propuesto para el SOC cuando es usado para estimar el tiempo remanente hasta la descarga de acumuladores de Ion-Litio; posteriormente se exhibe el análisis de los resultados obtenidos, basado en medidas ad-hoc de evaluación de desempeño, generando una retroalimentación constructiva respecto a las aproximaciones propuestas. Finalmente, en el Capítulo VI se presentan las principales conclusiones de esta investigación.

Capítulo II

Descripción del Problema

2.1 Estimación y Predicción del Estado de Carga en Dispositivos de Almacenamiento de Energía

Contar con información acerca del SOC de la batería, es crítico para la implementación de estrategias de control óptimo para el proceso de carga / descarga del ESD [3]. Es por esta razón que hoy en día es de suma importancia contar con un método capaz de estimar y, según el perfil de uso futuro, predecir en línea el SOC de un ESD, que entregue resultados con apropiada exactitud y precisión. Es necesario mencionar, en este sentido, que la exactitud está definida como “la proximidad en la concordancia entre un resultado y el valor de referencia aceptado” [6]; luego, en este caso en particular la exactitud está directamente relacionada con el sesgo (diferencia entre la estimación y el dato medido). Por otra parte, la precisión es definida como “el grado de concordancia entre ensayos independientes obtenidos bajo unas condiciones estipuladas” [7] [8]-[9], la cual queda representada por la varianza obtenida de los resultados del algoritmo.

En este sentido, una de las principales dificultades que se tiene al estimar el SOC es que este no se puede medir directamente, por lo tanto, hay que estimar su valor utilizando métodos indirectos, midiendo otros parámetros de los acumuladores de energía como la corriente, el voltaje en bornes o la temperatura [3], [10]-[12]. Por otra parte, al estimar el SOC también se deben considerar los principales factores que lo afectan tales como la temperatura, las tasas de carga/descarga, la histéresis, la edad del ESD y la auto-descarga [3].

Actualmente existen diversos métodos para estimar el SOC. Una de las maneras más directas de hacerlo es trabajar con las propiedades químicas de las baterías, esto implica modelar la batería químicamente. Este tipo de modelos requiere mediciones extremadamente precisas además de un gran número de variables en el modelo [3]-[4], lo que implica un alto costo computacional y limita a un estudio fuera de línea de la batería. Es por esto que se ha tendido a recurrir a métodos que realizan el estudio del SOC considerando parámetros eléctricos y ambientales de la batería como son la corriente, el voltaje en bornes y la temperatura.

De esta manera, los métodos más populares para la estimación del SOC corresponden al contador de Ampère-hora, a la medición de la resistencia interna y a la medición del voltaje en circuito abierto (OCV, por sus siglas en inglés) [3]-[5], [10], [12]-[14]. El contador de Ampère-hora pretende estimar la capacidad del acumulador a través de la integración de la corriente durante el ciclo de carga/descarga. Este método tiene la ventaja de poder implementarse en línea, sin embargo tiene la desventaja de necesitar mediciones muy precisas, ser susceptible a “error de arrastre” en sus mediciones, es sensible a corrientes parásitas, no considera la pérdida de corriente interna, necesita un SOC de referencia con el cual realizar la comparación de sus resultados (típicamente su capacidad máxima nominal), entre otras [3], [4], [11], [12], [14]. El método de la medición de la resistencia interna tiene la ventaja de aportar con información valiosa para la estimación del SOH, sin embargo cuenta con la desventaja de obtener buenos resultados sólo por pequeños intervalos de tiempo, lo que lleva a que generalmente no entregue resultados aceptables [2]-[3]. Por otra parte, el método OCV cuenta con la ventaja de no necesitar información previa al momento de la medida y tener una relación directa con el SOC (a mayor SOC mayor OCV [14]). Lamentablemente, para realizar esta medición el ESD debe contar con un prolongado tiempo de descanso (no debe circular corriente) lo que obstaculiza su uso en sistemas donde los acumuladores no tienen el tiempo de descanso suficiente, y además imposibilita al método para ser utilizado en línea [3], [4], [12], [14]. Otro método bastante utilizado es la “Electrochemical Impedance Spectroscopy” (EIS). Las ventajas que presentan este método es que aporta con información para el estudio del SOH y que es un método no invasivo y

con buenos resultados. Sin embargo, la gran desventaja es que se necesitan equipos extras y costosos para realizar las mediciones; equipos que por lo general sólo se encuentran en laboratorios de pruebas y que por lo tanto, en la práctica, imposibilitan la utilización de este método masivamente [1], [3]–[5] y [15].

Considerando otro enfoque para la estimación del SOC, también se cuenta con métodos capaces de trabajar con modelos empíricos y/o sólo con información de los parámetros de la batería. En la actualidad, los métodos más utilizados en este enfoque son lógica difusa, redes neuronales, filtro extendido de Kalman, entre otros. En algunas investigaciones se ha utilizado la lógica difusa para modelar la relación entre el SOC del ESD y sus parámetros medidos a través de la Impedancia Espectroscópica [4], esta técnica también se ha utilizado en trabajos que cuentan con información escasa y contradictoria [9], [12]. Por otra parte, esta metodología también se ha utilizado para estimar directamente el SOC y el SOH de acumuladores de energía [16]. Otro método bastante utilizado son las redes neuronales, este método permite modelar empíricamente el ESD, sin embargo para generar el modelo y ajustar sus parámetros se necesita información de entrenamiento o prueba con la cual se puedan generar modelos no-lineales lo que otorga una ventaja sobre otros métodos. Luego, con el modelo generado es posible realizar tanto estimaciones como predicciones del SOC; sin embargo, sus desventajas están relacionadas con el sobre-ajuste del modelo a la información de entrenamiento y a otorgar resultados en óptimos locales [1], [3], [4], [10] y [12]. En este sentido, una buena solución es modelar los ESD a través de sus circuitos eléctricos equivalentes, con los que se busca representar los principios físico-químicos de los acumuladores. Algunos de estos circuitos se encuentran explicados en detalle en [1]–[3], [5], [12]–[15], en particular el modelo presentado en [1] e ilustrado en la Figura 2.1, busca representar: (i) las pérdidas de energía al interior de la batería, debidas a la resistencia interna (R_E) [1]; (ii) la polarización de activación, que se refiere a los diferentes factores de retardo inherentes a la cinética de una reacción electroquímica, como la función de trabajo que los iones debe superar en la unión entre los electrodos y el electrolito, este efecto está representado por la resistencia de transferencia de carga (R_{CT}) [1] en paralelo con la capacitancia de doble capa (C_{DL}) [1]; (iii) la polarización por concentración, este factor tiene en cuenta la resistencia que se enfrenta la transferencia de masa (por ejemplo, la difusión) proceso mediante el cual los iones son transportados a través del electrolito desde un electrodo al otro, cuyo efecto queda representado por la impedancia de Warburg (R_W) [1]. Al considerar todos estos efectos en la representación de los ESD es posible modelar el voltaje y el SOC del ESD a través de sistemas no-lineales y sujetos a incertidumbre [1], los que a su vez nos permiten trabajar en línea (sólo necesita de mediciones de voltaje y corriente) y además entregan buenos resultados en cuanto a estimación se refiere.

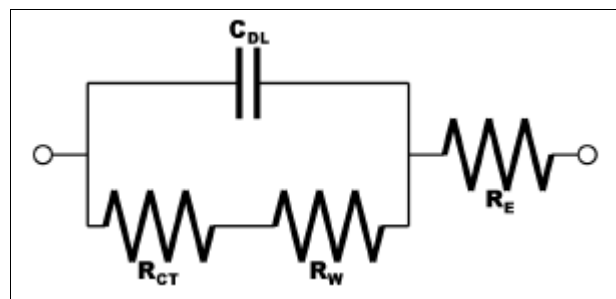


Figura 2.1: Modelo de una batería de Ion-Litio mediante su circuito eléctrico equivalente [1].

Debido a la no-linealidad de estos modelos, es que uno de los métodos más utilizados en este enfoque corresponde a una técnica de estimación sub-óptima Bayesiana llamada filtro extendido de Kalman; el cual se basa en un modelo no-lineal de la batería e intenta aproximar la matriz de error de covarianza asociada a la estimación de estado, usando una versión linealizada de los sistemas dinámicos que representan la descarga del ESD. Este procedimiento permite que el EKF adapte los valores de los parámetros y estados del modelo durante toda la etapa de estimación incorporando así toda la información disponible hasta el instante de predicción. Sin embargo, la desventaja de este método surge al momento de realizar la estimación a n -pasos (predicción) ya que los errores de aproximación debidos a la linealización son demasiado importantes para no ser considerados [3], [4], [15], [17] y [18].

En este sentido, los métodos secuenciales de Monte Carlo (filtro de partículas) han demostrado un buen desempeño al trabajar en procesos de estimación y predicción con modelos no lineales [8]. En particular, hay investigaciones en estimación y predicción del SOC y SOH de ESD [1], [9], [13], [15] y [19]. Este método es capaz de trabajar tanto en estimación como en predicción basado en modelo no-lineales, y al igual que el EKF es capaz de adaptar los valores de los parámetros y estados del modelo durante la etapa de estimación con lo cual logra incorporar al modelo toda la información disponible hasta el instante inicial de predicción. Este método también tiene la ventaja de poder realizar una estimación del ruido del sistema y caracterizar una solución sub-óptima del problema (en este caso del proceso de descarga) en función de una densidad de probabilidad (PDF, por sus siglas en inglés). Este enfoque se analizará en detalle en la próxima sección.

2.2 Inferencia Bayesiana e Integración de Monte Carlo

Distintas disciplinas científicas hacen uso de un conjunto de observaciones para estimar cantidades desconocidas. En el caso particular de este trabajo de investigación, las observaciones corresponden al voltaje y corriente durante el proceso de descarga de un ESD, y la variable que se pretende estimar es el estado-de-carga (SOC) del acumulador. Desde el punto de vista Bayesiano, el conocimiento disponible del sistema en estudio se puede utilizar para formular distribuciones *a priori* de la evolución de las cantidades desconocidas, y funciones de verosimilitud para relacionar éstas con las observaciones. En este contexto, la inferencia sobre las variables latentes del sistema se basa en la distribución *a posteriori* obtenida mediante el Teorema de Bayes. Adicionalmente, para realizar estimaciones en línea es necesario actualizar esta distribución *a posteriori* en forma secuencial cada vez que se reciben nuevas observaciones. Si las relaciones que definen los procesos de observación y transición de estado están dadas por un modelo de espacio-estado lineal y Gaussiano, es posible derivar una expresión analítica óptima para la evolución de las distribuciones *a posteriori*; esta expresión es el bien conocido Filtro de Kalman (FK) [20]. Sin embargo, en general, los procesos reales son bastante complejos como para ser descritos por este tipo de relaciones, puesto que generalmente involucran no-linealidades, ruidos multiplicativos, no-Gaussianos, y alta dimensionalidad; en donde consecuentemente la sucesión de densidades *a posteriori* a estimar son integrales multidimensionales con argumentos no-lineales que no tienen forma explícita para el caso

general. Este problema es conocido por distintos nombres dependiendo del área en que se presente, entre los que se encuentran filtrado Bayesiano, filtrado óptimo no-lineal, filtrado estocástico, e inferencia en línea [21]-[24].

Entre las técnicas utilizadas para resolver el problema del filtrado Bayesiano, una que ha captado la atención de la comunidad científica por su facilidad de implementación, y su amplio campo de aplicación es el filtro de partículas. Estos métodos son capaces de aproximar una secuencia de medidas de probabilidad de dimensión creciente mediante un conjunto de muestras ponderadas del espacio de estado, las que evolucionan en base al conocimiento previo del sistema y a las observaciones obtenidas del proceso. FP ha mostrado ser una alternativa superior al filtro extendido de Kalman y al filtro *unscented* de Kalman (UKF, del inglés *Unscented Kalman Filter*) para sistemas no-lineales y no-Gaussianos, ya que con suficientes muestras, aproximan la estimación óptima del problema Bayesiano, de forma más exacta [8], [24]-[25]. Una ventaja de FP es que sus propiedades de convergencia no dependen de la naturaleza del modelo subyacente del esquema de estimación, pudiendo incorporar no-linealidades y procesos de innovación de diversas distribuciones. Las aplicaciones de FP están presentes en múltiples disciplinas, como seguimiento de trayectorias [25], detección de fallas [8], pronóstico de eventos catastróficos [26], econometría [27], y en particular, en el desarrollo de esta investigación para la determinación del estado-de-carga de los ESDs.

En lo que sigue de este capítulo se presenta el problema de estimación de estado desde el punto de vista Bayesiano y su solución óptima, para luego presentar una estructura basada en FP que aproxima dicha solución. Los fundamentos teóricos entregados en esta etapa, permiten la implementación de un algoritmo de filtrado que tiene como finalidad entregar las condiciones iniciales al módulo de pronóstico del SOC.

2.2.1 Inferencia Bayesiana

El filtrado Bayesiano está definido como el proceso de usar observaciones ruidosas para estimar la densidad de probabilidad a *posteriori* del estado de un sistema dinámico no-lineal y no necesariamente Gaussiano [24], [28]. Además, dependiendo del conjunto de observaciones que se utilicen para la estimación, surgen también los conceptos de predicción y suavizado [29]. Dado que la gran mayoría de los sistemas de interés considera observaciones secuenciales, en lo que sigue de este trabajo se pondrá énfasis en los sistemas de tiempo discreto.

El enfoque Bayesiano asume que la evolución de los estados del sistema en el tiempo puede ser descrita por un proceso de Markov, es decir:

$$x_0 \sim p_{x_0}(x) \quad (2.1)$$

$$x_{k+1} | x_k \sim p_{x_{k+1}|x_k}(x | x_k) \quad (2.2)$$

$$y_k | x_k \sim p_{y_k|x_k}(y | x_k) \quad (2.3)$$

donde al instante k , $x_k \in X$ es el estado del sistema, e $y_k \in Y$ es el proceso observado.

Un caso particular de esta estructura son los sistemas factibles de ser representados a través de un conjunto de ecuaciones de diferencia no-lineales de evolución de estado y observación, respectivamente:

$$x_{k+1} = f_k(x_k, \omega_k) \quad (2.4)$$

$$y_k = h_k(x_k, v_k), \quad (2.5)$$

donde

$$f_k(\cdot) : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_w} \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$$

$$h_k(\cdot) : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_v} \rightarrow \mathbb{R}^{n_y}$$

son funciones no-lineales, $\{\omega_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ y $\{v_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ son secuencias de variables aleatorias (VA) independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d), llamadas ruido de proceso y ruido de observación respectivamente, n_x , n_y , n_w , y n_v son respectivamente las dimensiones de x_k , y_k , ω_k , y v_k .

Además de la distribución *a posteriori* $p(x_{0:k} | y_{1:k})$, es de interés estimar recursivamente cantidades relacionadas a ésta, tales como la densidad de filtrado $p(x_k | y_{1:k})$, la densidad de predicción $p(x_\tau | y_{1:k})$, $\tau > k$, y las esperanzas:

$$I(\phi) \triangleq E_{p(x_{0:k} | y_{1:k})}[\phi(x_{0:k})] = \int_{\mathcal{X}^{(k+1)}} \phi(x_{0:k}) p(x_{0:k} | y_{1:k}) dx_{0:k}, \quad (2.6)$$

para alguna función de interés $\phi : \mathcal{X}^{(k+1)} \rightarrow \mathbb{R}^{n_\phi}$, integrable c.r.a $p(x_{0:k} | y_{1:k})$. Estas esperanzas permiten representar –al menos– todos los momentos del proceso $\{x_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ mediante el uso de determinadas funciones $\phi(\cdot)$.

Con el fin de resolver el problema de estimación de estas cantidades, considérese que la ecuación de transición de estado (2.2) define la densidad *a priori* del proceso $\{x_k\}_{k \in \mathbb{N}}$, mientras que la ecuación de observación (2.3) define la función de verosimilitud, esto es:

$$p(x_{1:k}) = p(x_1) \prod_{j=1}^k p(x_j | x_{j-1}), \quad (2.7)$$

y

$$p(y_{1:k} | x_{1:k}) = \prod_{j=1}^k p(y_j | x_j). \quad (2.8)$$

En el contexto Bayesiano, la inferencia $\{x_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ dado un conjunto de observaciones $\{y_k\}_{k \in \mathbb{N}}$, se puede expresar mediante la distribución *a posteriori*

$$p(x_{1:k} | y_{1:k}) = \frac{p(y_{1:k} | x_{1:k})p(x_{1:k})}{p(y_{1:k})}, \quad (2.9)$$

donde:

$$p(y_{1:k}) = \int_{\mathcal{X}^k} p(x_{1:k}, y_{1:k}) dx_{1:k}. \quad (2.10)$$

En aplicaciones que consideran la disponibilidad de observaciones en forma secuencial, es de interés contar con una relación recursiva para la densidad *a posteriori* (2.9), esta relación puede ser obtenida mediante el Teorema de Bayes de la forma:

$$\begin{aligned} p(x_{1:k} | y_{1:k}) &= p(y_{1:k} | x_{1:k}) \frac{p(x_{1:k})}{p(y_{1:k})} \\ &= p(y_{1:k-1} | x_{1:k-1}) \frac{p(x_{1:k})p(y_k | x_k)}{p(y_{1:k-1})p(y_k | y_{1:k-1})} \\ &= p(x_{1:k} | y_{1:k-1}) \frac{p(y_k | x_k)}{p(y_k | y_{1:k-1})} \\ &= p(x_{1:k-1} | y_{1:k-1}) \frac{p(x_k | x_{k-1})p(y_k | x_k)}{p(y_k | y_{1:k-1})}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

donde:

$$p(y_k | y_{1:k-1}) = \int_{\mathcal{X}^2} p(y_k | x_k)p(x_k | x_{k-1})p(x_{k-1} | y_{1:k-1})dx_{k-1,k}. \quad (2.12)$$

Otro resultado importante es la forma recursiva para la densidad marginal $p(x_k | y_{1:k})$, pues en general interesa estimar el estado actual y no todo el camino recorrido por éste. Esta relación es derivada mediante dos etapas, predicción y actualización. La primera de éstas consiste en estimar $p(x_{0:k} | y_{1:k-1})$ suponiendo $p(x_{0:k-1} | y_{1:k-1})$ conocida, lo cual es posible considerando la densidad de evolución de estado $p(x_t | x_{t-1})$ dada por (2.4), y la relación de Chapman-Kolmogorov. De esta forma es posible expresar $p(x_k | y_{1:k-1})$ como:

$$p(x_k | y_{1:k-1}) = \int_{\mathcal{X}} p(x_k | x_{k-1}) p(x_{k-1} | y_{1:k-1}) dx_{k-1}. \quad (2.13)$$

Notar que en (2.13) se asumió que $p(x_k | x_{0:k-1}, y_{1:k-1}) = p(x_k | x_{k-1})$, ya que (2.4) y las estadísticas de $\{\omega_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ definen en forma única a $\{x_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ como un proceso de Markov de primer orden.

Por otro lado, la etapa de actualización consiste en incorporar la información recibida para mejorar la estimación de x_k realizada en la etapa de predicción. En este sentido, evaluando la densidad de observación $p(y | x_k)$ –obtenida de (2.4)– en la muestra y_k , y utilizando el Teorema de Bayes, se tiene:

$$\begin{aligned} p(x_k | y_{1:k}) &= p(y_{1:k} | x_k) \frac{p(x_k)}{p(y_{1:k})} \\ &= p(y_k | x_k) p(y_{1:k-1} | x_k) \frac{p(x_k)}{p(y_k | y_{1:k-1}) p(y_{1:k-1})} \\ &= p(y_k | x_k) \frac{p(x_k | y_{1:k-1})}{p(y_k | y_{1:k-1})}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Las relaciones (2.11) y (2.12) representan la base para la solución óptima de estimación Bayesiana. Sin embargo, debido a la complejidad de la constante de normalización $p(y_k | y_{1:k-1})$, las densidades $p(y_{1:k} | x_{1:k})$ y $p(x_{1:k})$, e $I(\phi)$, la propagación recursiva de la densidad *a posteriori*, es en general sólo una solución conceptual y muchas veces no puede ser calculada en forma explícita. Soluciones analíticas como el filtro de Kalman existirán en casos restringidos, básicamente imponiendo Gaussianidad y linealidad, mientras que en los casos en que la solución óptima no es deducible, es posible implementar métodos aproximados como el filtro extendido de Kalman, el filtro *unscented* de Kalman, métodos basados en grilla, y los métodos secuenciales de Monte Carlo. En lo que sigue de este Capítulo se revisa el filtro de Kalman y la obtención de la solución óptima (en el sentido del mínimo error cuadrático medio); y los conceptos del filtro de partículas en la estimación de parámetros y su aplicabilidad en métodos de pronóstico.

2.2.2 Filtro de Kalman

El filtro de Kalman (KF) es un enfoque recursivo para estimar el estado de un sistema, utilizando observaciones en línea y un modelo dinámico de este. Para sistemas lineales y Gaussianos, el filtro de Kalman es óptimo; i.e., ningún otro filtro entrega mejores estimaciones (de la esperanza condicional del vector de estados) en el sentido del mínimo error cuadrático medio [20].

KF asume que la densidad *a posteriori* del estado es Gaussiana en todo instante. Suponiendo que $p(x_{k-1} | y_{1:k-1})$ es Gaussiana, es posible probar que $p(x_k | y_{1:k})$ también lo es si el sistema en (2.4) cumple con [24]-[25]:

- ω_{k-1} y v_k son extraídos de una densidad Gaussiana de parámetros conocidos.
- $f_{k-1}(x_{k-1}, \omega_{k-1})$ es una función lineal conocida de x_{k-1} y de ω_{k-1} .
- $h_k(y_k, v_k)$ es una función lineal conocida de y_k y de v_k .

Por lo que (2.4) se puede escribir de la forma:

$$x_k = F_{k-1}x_{k-1} + \omega_{k-1} \quad (2.15)$$

$$y_k = H_k x_k + v_k \quad (2.16)$$

donde $\forall k$, $x_k \in \mathbb{R}^m$ e $y_k \in \mathbb{R}^n$ son respectivamente el estado y las mediciones del sistema, $F_k \in \mathbb{R}^{m \times m}$ y $H_k \in \mathbb{R}^{n \times m}$ son matrices variantes en el tiempo, y las perturbaciones $\omega_k \sim N(0, Q_k)$ y $v_k \sim N(0, R_k)$ son secuencias i.i.d.

En el contexto Bayesiano, el modelo (2.15)-(2.16) puede expresarse de la forma:

$$x_k \sim N(F_{k-1}x_{k-1}, Q_{k-1}) \quad (2.17)$$

$$y_k \sim N(H_k x_k, R_k). \quad (2.18)$$

Utilizando las densidades en (2.17)-(2.18) y las relaciones (2.13)-(2.14), el algoritmo del KF puede ser visto de la siguiente forma:

$$p(x_k | y_{1:k-1}) = N(F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}, P_{k|k-1}) \quad (2.19)$$

$$p(x_k | y_{1:k}) = N(H_k \hat{x}_{k|k}, P_{k|k}), \quad (2.20)$$

donde las medias y covarianzas apropiadas son calculadas en forma recursiva como en (2.21) y (2.24) [30].

$$\hat{x}_{k|k-1} = F_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1} \quad (2.21)$$

$$P_{k|k-1} = Q_{k-1} + F_{k-1}P_{k-1|k-1}F_{k-1}^T \quad (2.22)$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + G_k(y_k - H_k \hat{x}_{k|k-1}) \quad (2.23)$$

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - G_k S_k G_k^T, \quad (2.24)$$

donde

$$S_k = H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k \quad (2.25)$$

es la covarianza de la innovación $v_k = y_k - H_k \hat{x}_{k|k-1}$, y

$$G_k = P_{k|k-1} H_k^T S_k^{-1} \quad (2.26)$$

es la ganancia de Kalman.

El filtro de Kalman calcula recursivamente la media y covarianza de la distribución $p(x_k | y_{1:k})$, lo cual bajo los supuestos de Gaussianidad en las fuentes de incertidumbre es suficiente para conocer completamente esta distribución. Si los restrictivos supuestos anteriores se cumplen, el filtro de Kalman entrega la solución óptima para el problema de estimación de estado; sin embargo, en general la densidad a *posteriori* no es necesariamente Gaussiana por lo que sólo se obtiene una solución sub-óptima. En los casos en que los sistemas en estudio involucran no-linealidades, una alternativa para resolver el problema de estimación de estado es el filtro extendido de Kalman (EKF) y filtro *unscented* de Kalman (UKF). A pesar de que EKF y UKF han mostrado un desempeño adecuado para sistemas no-lineales, aún siguen considerando que los ruidos de evolución de estado y observación son aditivos y Gaussianos, por lo que en el contexto de estimación de estado en sistemas que involucran distribuciones asimétricas, se debe recurrir a técnicas alternativas, como filtro de partículas, que ha mostrado tener mejores resultados respecto a los métodos antes mencionado [8], [24].

2.2.3 Métodos Secuenciales de Monte Carlo: Filtros de Partículas

Métodos convencionales de Monte Carlo como *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) han sido extensamente usados para aproximar integrales y densidades de probabilidad. Sin embargo, su uso en el problema de inferencia Bayesiana no es directo, ya que éste involucra una secuencia de densidades de probabilidad variantes en el tiempo, mientras que MCMC asume que la densidad objetivo es invariante. Por esta razón, es necesario contar con una versión secuencial de los métodos de Monte Carlo que permita incorporar las observaciones para mejorar las estimaciones realizadas en forma recursiva.

Una herramienta que enfrenta este problema es filtro de partículas (FP), una técnica numérica para aproximar integrales multidimensionales c.r.a una secuencia de medidas de probabilidad [31]. Suponiendo que la secuencia de densidades que se desea aproximar es $\{\pi_k(x_{0:k})\}_{k \geq 1}$, donde $\forall k \pi_k(x_{0:k})$ está definida en un espacio medible $(\mathcal{X}^{k+1}, \sum_{k+1})$ y puede ser evaluada punto a punto salvo una constante de normalización, la implementación del filtro de partículas consiste en generar una colección de $N \gg 1$ muestras aleatorias ponderadas

$\{w_k^{(i)}, x_{0:k}^{(i)}\}_{i=1,\dots,N}$, $w_k^{(i)} \geq 0$, $\forall i, k$; que permitan aproximar $\pi_k(x_{0:k})$, $\forall k$ por la distribución empírica:

$$\pi_k^N(x_{0:k}) = \sum_{i=1}^N w_k^{(i)} \delta_{x_{0:k}^{(i)}}(x_{0:k}), \quad (2.27)$$

donde $\delta_\alpha(\cdot)$ es el delta de Dirac centrada en α .

Para resolver el problema de aproximación de esperanzas en el contexto de inferencia Bayesiana, se debe considerar que la distribución objetivo $\pi_t(x_{0:k}) = p(x_{0:k} | y_{1:k})$ es la PDF *a posteriori* de $x_{0:k}$ y reemplazar la distribución empírica (2.27) en (2.6). Con esta sustitución, las esperanzas pueden ser aproximadas mediante [32]:

$$\begin{aligned} \int_{\mathcal{X}^{k+1}} \phi_k(x_{0:k}) \pi_k(x_{0:k}) dx_{0:k} &\simeq \int_{\mathcal{X}^{k+1}} \phi_k(x_{0:k}) \pi_k^N(x_{0:k}) dx_{0:k} \\ &= \int_{\mathcal{X}^{k+1}} \phi_k(x_{0:k}) \sum_{i=1}^N w_k^{(i)} \delta_{x_{0:k}^{(i)}}(x_{0:k}) dx_{0:k} \\ &= \sum_{i=1}^N w_k^{(i)} \phi_k(x_{0:k}^{(i)}) \end{aligned} \quad (2.28)$$

Con estas relaciones, el problema de inferencia Bayesiana se reduce a la selección secuencial de las muestras y sus respectivos pesos tal que la sumatoria en (2.28) converja a la integral en (2.6). El algoritmo basado en FP más básico que resuelve este problema es el Remuestreo Secuencial de Importancia (SIR, del inglés *Sequential Importance Resampling*).

Además, una ventaja importante de los enfoques basados en FP, es su alta flexibilidad de implementación permitiendo la incorporación de diversas técnicas para mejorar su funcionamiento en problemas específicos, e.g. lazos de corrección externa [8], [26].

2.2.3.1 Muestreo de Importancia (IS)

El problema de aproximar la integral (2.6) puede ser resuelto mediante algoritmos de Monte Carlo, es decir, generando N caminos $x_{0:t}^{(i)}$, $i=1,\dots,N$ y ajustando sus pesos tal que su promedio tienda a la integral para $N \rightarrow \infty$. Una forma directa de resolver este problema es

extraer las N muestras según $p(x_{0:k} | y_{1:k})$ y realizar una estimación de Monte Carlo de $I(\phi)$ con pesos uniformes de la forma:

$$\hat{I}(\phi) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \phi(x_{0:k}^{(i)}), \quad x_{0:k}^{(i)} \sim p(x_{0:k} | y_{1:k}). \quad (2.29)$$

Sin embargo, existe una gran cantidad de casos en que la distribución $p(x_{0:k} | y_{1:k})$ no es conocida, o bien no es posible extraer muestras de ella [32].

Para evitar la extracción de muestras directamente de $p(x_{0:k} | y_{1:k})$, es posible suponer que existe una densidad $q(x_{0:k} | y_{1:k})$ llamada densidad o función de importancia, de la cual es posible muestrear y evaluar puntualmente salvo una constante de normalización. Considerando esta nueva densidad, $I(\phi)$ se puede escribir como [33]:

$$\begin{aligned} I(\phi) &= \int_{\mathcal{X}^{k+1}} \phi(x_{0:k}) p(x_{0:k} | y_{1:k}) dx_{0:k} \\ &= \frac{\int_{\mathcal{X}^{k+1}} \phi(x_{0:k}) w(x_{0:k}) q(x_{0:k} | y_{1:k}) dx_{0:k}}{\int_{\mathcal{X}^{k+1}} w(x_{0:k}) q(x_{0:k} | y_{1:k}) dx_{0:k}} \end{aligned} \quad (2.30)$$

donde los pesos de importancia $w(x_{0:k})$ están dados por la razón (derivada de Radon-Nikodym):

$$w(x_{0:k}) = \frac{p(x_{0:k} | y_{1:k})}{q(x_{0:k} | y_{1:k})}. \quad (2.31)$$

Claramente, para que estos pesos estén bien definidos es necesario que $p(\cdot | y_{1:k})$ sea absolutamente continua respecto a $q(\cdot | y_{1:k})$. Notar además que el denominador de (2.30) permite que $q(x_{0:k} | y_{1:k})$ no sea necesariamente una PDF.

Consecuentemente, mediante la obtención de N muestras extraídas según $q(x_{0:k} | y_{1:k})$ es posible construir una aproximación de Monte Carlo de $I(\phi)$ basado en (2.30), es decir:

$$\begin{aligned} \hat{I}(\phi) &= \frac{\sum_{i=1}^N \phi(x_{0:k}^{(i)}) w(x_{0:k}^{(i)})}{\sum_{i=1}^N w(x_{0:k}^{(i)})} \\ &= \sum_{i=1}^N \phi(x_{0:k}^{(i)}) \bar{w}(x_{0:k}^{(i)}), \end{aligned} \quad (2.32)$$

donde los pesos de importancia normalizados están dados por:

$$\bar{w}(x_{0:k}^{(i)}) = \frac{w(x_{0:k}^{(i)})}{\sum_{j=1}^N w(x_{0:k}^{(j)})}. \quad (2.33)$$

Notar que para N finito, el estimador $\hat{I}[\phi(x_{0:k})]$ es sesgado, pues es una razón de dos estimadores. Por otro lado, bajo ciertos supuestos la ley de los grandes números garantiza la consistencia de $\hat{I}[\phi(x_{0:k})]$, es decir,

$$\hat{I}[\phi(x_{0:k})] \xrightarrow{c.s.} I[\phi(x_{0:k})]. \quad (2.34)$$

Además, el teorema central del límite garantiza convergencia independiente de la dimensión del integrando. Para una explicación detallada referirse a [33].

El método de muestreo de importancia es ampliamente usado en los métodos de Monte Carlo para reducir la varianza de estimación. La idea detrás de esta aplicación es aprovechar el hecho que ciertos valores tienen un mayor impacto en la estimación que otros. En este caso, IS enfatiza la utilización de estos valores, lo cual –debido al uso de distribuciones no representativas del proceso– puede llevar a estimaciones sesgadas a no ser que se ponderen correctamente las estimaciones obtenidas según sus pesos de importancia. Si bien el método de muestreo de importancia representa un enfoque simple para aproximar integrales definidas, no es adecuado dentro del contexto de estimación recursiva, ya que cada vez que se desee estimar $\pi(x_{0:k} | y_{1:k})$ se necesita de todo el conjunto de valores $y_{1:k}$, haciendo el procedimiento computacionalmente ineficiente debido a la alta dimensionalidad de la densidad objetivo. Además, el uso de IS en el contexto de estimación recursiva ha dejado de manifiesto que la varianza de los pesos de las estimaciones explotan si no se incluyen rutinas de remuestreo [34]. En resumen, cada vez que una observación $y_{1:k}$ es recibida, interesa simplemente recalcular los pesos y las muestras representativas de la densidad de filtrado de forma secuencial y sin degeneración de los pesos. En la siguiente subsección se presenta una alternativa de estimación recursiva basada en IS.

2.2.3.2 Muestreo y Remuestreo Secuencial de Importancia

Para evitar la necesidad de una gran cantidad de recursos computacionales en la estimación de la densidad *a posteriori* $p(x_{0:k} | y_{1:k})$, es posible derivar una relación recursiva, en la que en el instante k se conservan las muestras anteriores del estado $\{x_{0:k-1}^{(i)}; i=1, \dots, N\}$, y sólo se extraen las muestras $\{x_k^{(i)}; i=1, \dots, N\}$ en base a la observación recibida y_k , y a la estimación anterior de la densidad de filtrado $p(x_{0:k-1} | y_{1:k-1})$. Adicionalmente, para solucionar el

problema de la degeneración de pesos, es posible introducir un paso de remuestreo de la población de partículas, el que asegura una varianza mínima de los pesos, permitiendo que la densidad empírica $\pi^N(x^{(i)})$ sea representativa de $p(x_{0:t} | y_{1:k})$.

Para asegurar que las muestras $\{x_{0:k-1}^{(i)}; i=1, \dots, N\}$ pueden ser conservadas para la estimación de $\{x_{0:k}^{(i)}; i=1, \dots, N\}$, se debe disponer de una función de importancia $q(x_{0:k} | y_{1:k})$ que admita a la función de importancia en el instante anterior $q(x_{0:k-1} | y_{1:k-1})$ como distribución marginal, es decir:

$$q(x_{0:k} | y_{1:k}) = q(x_{0:k-1} | y_{1:k-1})q(x_k | x_{0:k-1}, y_{1:k}), \quad (2.35)$$

donde, el muestreo de $x_{0:k-1}$ desde $q(x_k | x_{0:k-1}, y_{1:k})$ no depende de y_k , lo cual es bastante sencillo de obtener.

Con este supuesto para la función de importancia, es posible obtener una muestra $x_{0:k}^{(i)}$ sin alterar la muestra anterior correspondiente $x_{0:k-1}^{(i)}$, esto es:

$$x_{0:k}^{(i)} = [x_{0:k-1}^{(i)}, x_k^{(i)}], \quad (2.36)$$

con

$$x_k^{(i)} \sim q(x_k | x_{0:k-1}^{(i)}). \quad (2.37)$$

También se necesita una relación recursiva para los pesos de importancia, la cual considerando (2.35), está dada por:

$$\bar{w}(x_{0:k}^{(i)}) \propto \bar{w}(x_{0:k-1}^{(i)}) \frac{p(y_k | x_{0:k}^{(i)})p(x_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)})}{q(x_k^{(i)} | x_{0:k-1}^{(i)}, y_{1:k})} \quad (2.38)$$

La Expresión (2.38) es de gran importancia en la aplicación de los métodos secuenciales de Monte Carlo. Ya que no sólo proporciona un marco teórico para encontrar una función óptima de importancia de acuerdo con un criterio de minimización predefinido, sino que también sienta las bases para la implementación del SMC más básico, el muestreo secuencial de importancia secuencial (SIS, del inglés *Sequential Importance Sampling*).

La elección de la función de importancia es crítica para el desempeño del esquema de filtro de partículas y por lo tanto, debe ser considerado como un parámetro de diseño del filtro. Un caso importante es cuando se considera la densidad *a priori* del estado como la función de

importancia, es decir, $q(x_{0:k} | y_{1:k}) = p(x_k | x_{k-1})$. Con esta relación, la recursión para los pesos de importancia se puede expresar como:

$$\bar{w}(x_{0:k}^{(i)}) \propto \bar{w}(x_{0:k-1}^{(i)}) p(y_k | x_{0:k}^{(i)}), \quad (2.39)$$

lo que implica que los pesos pueden ser ajustados en forma recursiva directamente de la obtención de nuevas mediciones evaluadas en la función de verosimilitud.

Este enfoque, conocido como muestreo secuencial de importancia (SIS, del inglés *Sequential Importance Sampling*), resuelve el problema de estimación recursiva de manera mucho más eficiente que IS. Sin embargo, es bien sabido [34] que la distribución de los pesos de importancia en SIS se vuelve cada vez más disímil hasta el punto en que sólo una partícula tiene peso no nulo, lo cual no permite una representación acabada de la distribución *a posteriori*.

Para resolver este problema, el enfoque SIR considera la estructura anterior para generar muestras recursivamente y ponderarlas de acuerdo a su verosimilitud, incorporando además un paso de remuestreo. En este paso se remueven las partículas con bajo peso –y por ende baja verosimilitud– para (i) generar nuevas partículas en una región donde la densidad objetivo es alta, y (ii) evitar el esfuerzo computacional perdido en la actualización de partículas que no son significativas para el esquema de estimación.

La pregunta de cuándo es el mejor instante para ejecutar el remuestreo puede ser abordada considerando el criterio del tamaño efectivo de muestras (ESS) introducido por [35] y definido por [36] como:

$$\begin{aligned} ESS &= \frac{N}{1 + \text{var}_{p(\cdot|y_{1:k})} [w(x_{0:k})]} \\ &= \frac{N}{\mathbb{E}_{p(\cdot|y_{1:k})} [w(x_{0:k})^2]} \leq N. \end{aligned} \quad (2.40)$$

ESS no puede ser calculado, sin embargo, una estimación \widehat{ESS} dada por [37] es:

$$\widehat{ESS} = \frac{\left(\sum_{i=1}^N w(x_{0:k}^{(i)}) \right)^2}{\sum_{j=1}^N \left(w(x_{0:k}^{(j)}) \right)^2} \quad (2.41)$$

Básicamente, cuando \widehat{ESS} cae bajo cierto umbral, la rutina de remuestreo es ejecutada [38]. Uno de los métodos más usados es el enfoque multinomial [31], El cual consiste en extraer muestras (con reemplazo) del conjunto $\{x_{0:k}^{(i)}\}_{i=1,\dots,N}$, en donde cada muestra es elegida con probabilidad proporcional a su peso.

Una forma de obtener las nuevas muestras $\{\widehat{x}_{0:k}^{(i)}\}_{i=1,\dots,N}$ del conjunto de partículas $\{x_{0:k}^{(i)}\}_{i=1,\dots,N}$ acorde a sus pesos es mediante:

$$\widehat{x}_{0:k}^{(i)} = Inv(u_i), \quad i = 1, \dots, N \quad (2.42)$$

donde las muestras $\{u_i\}_{i=1,\dots,N}$ son uniformemente distribuidas $[0, 1]$, e $Inv(u) = x$ es la inversa de la distribución empírica acumulada de x_k ,

$$\Pi_k^N = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^N \bar{w}^{(i)} \delta_{x_{0:k}^{(i)}}(x) dx, \quad (2.43)$$

es decir,

$$Inv(u) \triangleq x_{0:k}^{(i)} \Leftrightarrow u \in \left[\sum_{j=1}^{i-1} w(x_{0:k}^{(j)}), \sum_{j=1}^i w(x_{0:k}^{(j)}) \right]. \quad (2.44)$$

Cabe destacar que en este esquema de remuestreo, los nuevos pesos serán uniformes, ya que las muestras fueron extraídas según la estimación de la propia estimación de la densidad a *posteriori* del estado.

Si bien el remuestreo es una herramienta fundamental para evitar la degeneración de las partículas, la aplicación de SIR implica consecuencias teóricas y prácticas [37]. Teóricamente, esta rutina de remuestreo remueve la independencia estadística de las muestras, por lo que importantes resultados de los algoritmos de Monte Carlo ya no se cumplen. Sin embargo, [39] establece el teorema central del límite para $\widehat{I}(\phi)$ cuando SIR es aplicado en cada iteración. Por otro lado, desde el punto de vista práctico, el remuestreo – además de demandar recursos computacionales adicionales– no permite la propagación de las partículas en paralelo, pues al ocupar SIR, todas las partículas deben ser combinadas.

2.2.3.3 Esquema de Pronóstico basado en Filtro de Partículas para Sistemas Dinámicos No-lineales

Los esquemas de pronóstico de fallas pueden ser entendidos como el resultado del procedimiento donde se generan predicciones a largo plazo -describiendo la evolución en el tiempo de un indicador de falla o evento crítico- que se generan con el propósito de estimar el tiempo de uso remanente de un componente o sistema, a partir de las condiciones iniciales entregadas en la etapa de estimación.

La predicción de eventos críticos requiere de la existencia de al menos una característica que proporcione la medida de severidad de la condición estudiada. Si existen muchas características, siempre es posible combinarlas para generar una señal única. De esta manera se puede describir la evolución en el tiempo de la dimensión de falla, la cual se asocia a la variable de descarga observada del componente analizado, a través de ecuaciones de estado no-lineales.

Para ilustrar lo anterior, se considera la predicción condicional de la PDF de los estados $\hat{p}(x_{k+\tau}^{(i)} | \hat{x}_{k+\tau-1}^{(i)})$, la que describe la distribución de los estados en los instantes futuros $k + \tau$, ($\tau = 1, \dots, m$) cuando la partícula $\hat{x}_{k+\tau-1}^{(i)}$ es usada como condición inicial. Asumiendo que los pesos actuales $\{w_k^{(i)}\}_{i=1 \dots N}$ son una buena representación de la PDF de los estados en el instante k , entonces es posible aproximar la predicción de la PDF en el tiempo $k + \tau$, usando la ley de probabilidades totales y el peso de las partículas en el instante $k + \tau - 1$, como se muestra en la ecuación (2.45):

$$\hat{p}(x_{k+\tau} | \hat{x}_{1:k+\tau-1}) \approx \sum_{i=1}^N w_{k+\tau-1}^{(i)} \cdot \hat{p}(x_{k+\tau}^{(i)} | \hat{x}_{k+\tau-1}^{(i)}); \tau = 1, \dots, m \quad (2.45)$$

En forma similar a lo ocurrido en la etapa de estimación, la no-linealidad y el ruido del proceso pueden provocar errores en la predicción de estados y afectar la forma de la PDF. Para contrarrestar dichos errores, en la etapa de estimación se ajustan los pesos de las partículas según su verosimilitud con los datos estimados. Sin embargo, en la etapa de predicción no se tienen mediciones con las cuales se pueda realizar la comparación con los datos predichos, por lo que es necesario buscar otras aproximaciones confiables en los esquemas de pronóstico, que puedan compensar estos errores y que además no dependan de nuevas mediciones.

Para superar la mayor parte de estas dificultades, esta subsección presenta dos aproximaciones que han sido desarrolladas y probadas posteriormente [8], para abordar el problema de pronóstico de fallas. La primera aproximación está relacionada con la generación de predicciones a m -pasos del valor esperado de la PDF de los estados, ocupando como condiciones iniciales la información de cada partícula en el instante k previo a la etapa de predicción. Por otro lado, una segunda aproximación es usada en la generación de predicciones a m -pasos, y en la definición de umbrales críticos para la estimación de la PDF del EOD, implementando una corrección de la aproximación anterior, incluyendo en el procedimiento de propagación de partículas la existencia

de fuentes de incertidumbre. Una descripción en detalle de ambas aproximaciones es presentada a continuación.

A. Generación de Predicciones a Largo Plazo: Primera Aproximación

Los algoritmos basados en FP usados en los esquemas de pronóstico deben considerar un procedimiento que sea capaz de proyectar la población de partículas en el tiempo (a m -pasos) ante la ausencia de nuevas observaciones. Una primera aproximación para representar la evolución en el tiempo de las partículas es actualizar sucesivamente el valor esperado de los estados a través del modelo (2.4) para cada instante futuro, considerando como condición inicial de cada partícula la estimación de los estados en el instante k .

$$\hat{x}_{k+m}^{(i)} = E \left[f_{k+m} \left(\hat{x}_{k+m-1}^{(i)}, w_{k+m} \right) \right] \quad (2.46)$$

En este sentido, esta aproximación es bastante simple en términos de esfuerzo computacional para reconstruir la PDF de los estados en predicciones a largo plazo. El problema se encuentra en los supuestos de este enfoque, donde (2.46) es considerado suficiente para extender las trayectorias $\hat{x}_{k+m}^{(i)}$, mientras el peso de las partículas propagadas no sufran cambios, además de no considerar la existencia de otras fuentes de incertidumbre que puedan aparecer en las aplicaciones prácticas, tales como imprecisiones del modelo o incluso en las hipótesis mal formuladas para el proceso.

B. Generación de Predicciones a Largo Plazo: Segunda Aproximación

Considerando lo mencionado en el punto anterior, se presenta un segundo enfoque de pronóstico basado en el algoritmo de filtro de partículas regularizado [8], que en lugar de recalcular los pesos de las partículas, propone una representación de la incertidumbre en los instantes futuros mediante una aproximación discreta (2.47) que pueda representar la evolución de la distribución de los estados en el tiempo, analizando el comportamiento de la dimensión de falla del componente analizado, lo cual es especialmente útil si el horizonte de tiempo de predicción es amplio.

$$\hat{p}(\hat{x}_{k+\tau} | \hat{x}_{1:k+\tau-1}) \approx \sum_{i=1}^N w_{k+\tau-1}^{(i)} K_h \left(\hat{x}_{k+\tau} - E \left[\hat{x}_{k+\tau}^{(i)} | \hat{x}_{k+\tau-1}^{(i)} \right] \right), \quad (2.47)$$

con

$$K_h = \frac{1}{h^{n_x}} K \left(\frac{x}{h} \right), \quad h_{opt} = A \cdot N^{-\frac{1}{n_x+4}}, \quad A = \left(8c_{n_x}^{-1} \cdot (n_x + 4) \cdot (2\sqrt{\pi})^{n_x} \right)^{\frac{1}{n_x+4}} \quad (2.48)$$

$$K(x) = \begin{cases} \frac{n_x + 2}{2c_{n_x}} (1 - \|x\|^2) & \text{si } \|x\| < 1 \\ 0 & \sim \end{cases} \quad (2.49)$$

donde $K(\cdot)$ es una función de distribución, que corresponde a la PDF de una fuente de incertidumbre, como una distribución Gaussiana o una versión de la distribución de Epanechnikov [8]; y c_{n_x} es el volumen de una esfera unitaria en \mathbb{R}^{n_x} .

En este sentido, este método propone una solución asequible computacionalmente para representar la incertidumbre en la reconstrucción de la PDF de los estados. El procedimiento para lograr esta tarea consiste en generar una nueva población de partículas (de igual ponderación) en el instante de tiempo $k + \tau$, ($\tau = 1, \dots, m$). Así, la información acerca de la distribución del estado para los instantes futuros está dada sólo por la posición de las partículas, independientemente del valor de los pesos. La aplicación de esta metodología, basada en el supuesto que los ruidos del proceso no estén correlacionados (matriz de covarianza $\hat{S}_{k+\tau}$ diagonal para los ruidos del proceso $\omega(k)$), asegura que la población remuestreada sea representativa de (2.45), evitando la pérdida de la diversidad entre las partículas.

En consecuencia, el algoritmo de regularización [8] cuando es aplicado para generar predicciones a largo plazo es como sigue:

- Aplicar el procedimiento de Remuestreo de la transformada inversa modificado $i = 1, \dots, N$, $w_{k+\tau}^{(i)} = N^{-1}$
- Calcular $\hat{S}_{k+\tau}$, matriz de covarianza empírica de $\left\{ E \left[x_{k+\tau}^{(i)} \mid \hat{x}_{k+\tau-1}^{(i)} \right], w_{k+\tau}^{(i)} \right\}_{i=1}^N$
- Calcular $\hat{D}_{k+\tau}$ tal que $\hat{D}_{k+\tau} \hat{D}_{k+\tau}^T = \hat{S}_{k+\tau}$
- Para $i = 1, \dots, N$, obtener $\varepsilon^i \sim K$, de la distribución de Epanechnikov y asignar $\hat{x}_{k+\tau}^{(i)*} = \hat{x}_{k+\tau}^{(i)} + h_{k+\tau}^{opt} \hat{D}_{k+\tau} \varepsilon^i$, donde $h_{k+\tau}^{opt}$ es calculado en (2.48)

Es importante notar que la suposición de que los ruidos del proceso no estén correlacionados sólo se incluye por el bien de reducir el esfuerzo computacional del procedimiento de remuestreo. De hecho, no hay restricciones teóricas para la aplicación de esta metodología en la presencia de ruido de proceso correlacionado.

El pronóstico de falla en ESDs, en este caso caracterizado por la PDF del fin de la descarga (EOD, del inglés *End-Of-Discharge*) depende tanto de las predicciones a largo plazo como del conocimiento empírico acerca de las condiciones críticas del sistema. Este conocimiento crítico, es usualmente incorporado en la forma de umbrales para indicadores de falla. Por lo tanto, la probabilidad de falla en cualquier instante futuro $k = eod$ está dado por:

$$\Pr \{ EOD = eod \} = \sum_{i=1}^N \Pr \left(Failure \mid X = \hat{x}_{eod}^{(i)} \right) \cdot w_{eod}^{(i)}. \quad (2.50)$$

La probabilidad condicional de evento crítico en (2.50) puede ser definida vía la determinación de la zona de riesgo [8], o usando la data histórica o el conocimiento del proceso de los operadores. El caso más simple es donde el concepto de “falla” implica el momento cuando la característica de falla cruza un umbral dado. Y en particular, para efectos de este estudio, se considera el fin de la descarga del acumulador cuando ha sufrido la pérdida del 100% de su capacidad nominal [A-hr].

Hasta aquí, se ha mencionado la importancia de incorporar incertidumbre en la etapa de predicción de la condición de falla del acumulador, donde también se hace alusión a posibles eventos que aumentan el error en las predicciones al no ser considerados en la modelación. Al no tener conocimiento fenomenológico de estos procesos, es posible tratarlos como un proceso estocástico, considerando para este fin herramientas como las cadenas de Markov, ya que dicho esquema es lo suficientemente general para permitir representar numerosas situaciones, además de permitir estudiarlas en detalle.

2.3 Modelación de Eventos Aleatorios mediante el uso de Cadenas de Markov

En este capítulo se desarrollan los fundamentos teóricos para la estimación y predicción de variables de estado en base a FP, considerando necesario para esto tener un modelo representativo del sistema, en el cual, ya que el proceso de descarga de los ESDs presenta no-linealidades y fuentes de incertidumbre no-Gaussianas, se privilegia el uso de modelos de espacio-estado estocásticos para la caracterización de este proceso antes. La ventaja de estos modelos es que posibilitan asociar un estado al SOC y así poder caracterizar su evolución mediante la combinación de inferencia Bayesiana y cadenas de Markov.

Las cadenas de Markov, son los modelos matemáticos más simples para representar los fenómenos aleatorios que evolucionan en el tiempo. Su estructura básica, y a la vez completa, hace que sea posible describir el comportamiento de estos fenómenos en muchas aplicaciones. Esto hace que las cadenas de Markov sean las primeras –y más importantes- herramientas de modelación para procesos aleatorios. En efecto, la totalidad del estudio matemático de los procesos aleatorios puede considerarse como una generalización, de una u otra manera, de la teoría de las cadenas de Markov [40].

En esta parte se presentan las propiedades de las cadenas de Markov en tiempo discreto, que son necesarias en el desarrollo del trabajo de esta tesis, para la caracterización de los diversos perfiles de uso que se pueden presentar durante el proceso de descarga de los ESDs.

La propiedad característica de las cadenas de Markov es que *no tienen memoria* de donde se ha estado en el pasado. Esto significa que sólo el estado actual del proceso estocástico $(X_k)_{k \geq 0}$ determina el estado siguiente (primer orden):

$$\Pr\{X_{k+1} = s_{k+1} \mid X_0 = s_0, X_1 = s_1, \dots, X_k = s_k\} = \Pr\{X_{k+1} = s_{k+1} \mid X_k = s_k\}, \quad (2.51)$$

con $k \in \mathbb{Z}^+ = \{0, 1, 2, \dots\}$ y $s_k \in S$ estados de un conjunto finito y numerable.

En este sentido, las probabilidades de transición $P_{(i,j)}$ entre los estados de una cadena de Markov pueden ser representadas por una matriz estocástica $P = (P_{(i,j)} : i, j \in S)$ donde la suma de cada fila $(P_{(i,j)} : j \in S)$ resulta 1.

Otra propiedad interesante de las cadenas de Markov, se centra en el caso en que la probabilidad de evolucionar del estado i en el instante k al estado j en el instante $k+m$ es independiente de k (propiedad de homogeneidad). Esta condición equivale a imponer que la matriz de probabilidad de estado es constante e independiente de k .

$$P_{k+1}^k = P \quad \forall k \quad (2.52)$$

La evolución del sistema queda ahora definida solamente por $\Pr\{X_0 = s_0\}$, probabilidad inicial del sistema, y por la matriz de probabilidades de transición P .

En este caso, las leyes de probabilidades *a priori* del estado del sistema en el período k se determinan en función de las potencias de P según:

$$\Pr\{X_k = s_k\} = \Pr\{X_0 = s_0\} (P)^k \quad \forall k \quad (2.53)$$

A partir de (2.53), el estudio de evolución del sistema se limita a las potencias sucesivas de P y el comportamiento de largo plazo del sistema queda definido por $\lim_{k \rightarrow \infty} P^k$. Por lo que es de interés analizar en qué situación existe un comportamiento estacionario de largo plazo, en la evolución de un sistema modelado como una cadena de Markov finita y homogénea.

Se entiende como comportamiento estacionario de largo plazo la existencia del $\lim_{k \rightarrow \infty} \Pr\{X_k = s_k\}$. Si independiente de $\Pr\{X_0 = s_0\}$ se cumple que:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \Pr\{X_k = s_k\} = \pi \quad (2.54)$$

donde π es un vector de probabilidades estacionarias para una cadena de Markov finita y homogénea con matriz de transición P .

Las probabilidades estacionarias representan el comportamiento de largo plazo del sistema, en el sentido que después de “mucho” tiempo de evolución la probabilidad de encontrar el sistema en algún estado particular j tiende a ser independiente del número de transiciones que se han producido y del estado inicial, y converge a un valor constante π_j .

Capítulo III

Modelo en Ecuaciones de Estado para la Estimación del SOC de un ESD con Caracterización Estadística de su Perfil de Uso Futuro

3.1 Estimación de Estados

El objetivo de este trabajo es desarrollar un módulo de estimación y pronóstico en línea, de la descarga de un ESD de Ion-Litio, mediante la caracterización de su perfil de utilización. Para esto, es necesario contar con un modelo de la descarga del ESD que permita trabajar en línea, es decir, que las entradas del modelo sean mediciones de variables que se puedan obtener durante el proceso de descarga del ESD, sin intervenir en la operación de éste, y que el modelo tenga un número aceptable de variables que permita trabajar en línea con un bajo costo computacional, y entregando buenos resultados en términos de precisión y exactitud.

Debido a lo anterior, los modelos que representan la descarga de un acumulador a través de un modelo físico-químico no fueron considerados en este trabajo, ya que, como son altamente complejos, necesitan mediciones sumamente precisas (las cuales no se pueden realizar en línea) e implican un alto costo computacional. Por otra parte, los modelos compuestos por el equivalente eléctrico de los acumuladores tienen la desventaja de necesitar medir y/o estimar los valores de sus componentes, para lo cual se han obtenido los mejores resultados utilizando EIS. Sin embargo, esta técnica requiere equipos de laboratorio avanzados para llevarse a cabo, lo que dificulta su masificación. En este sentido, en el presente trabajo se ha decidido trabajar solo con datos de voltaje y corriente del acumulador, ya que las mediciones de ambos parámetros se pueden realizar durante el proceso de descarga del ESD, lo que permite trabajar en línea. En particular, los datos utilizados para desarrollar esta investigación consisten en 3 conjuntos de datos proporcionados por Impact Technologies, LLC. (ver Figura 3.1), en donde cada conjunto está compuesto por mediciones simultáneas de voltaje, corriente y tiempo. Los conjuntos 1 y 2 corresponden a un ESD de Ion-Litio de 2.4[A-hr], 12.8 [V] nominales, mientras que el tercer conjunto corresponde a un acumulador de 6.6[A-hr], 12.8[V] nominales. Los conjuntos de datos corresponden al desplazamiento de un robot al interior de una sala, el cual fue sometido a las siguientes pruebas respectivamente: (i) operación sin carga (ruedas del robot sin contacto con la superficie) y velocidad aleatoria (conjuntos 1 y 2); (ii) operación con carga (ruedas del robot en contacto con la superficie de la sala) y velocidad aleatoria.

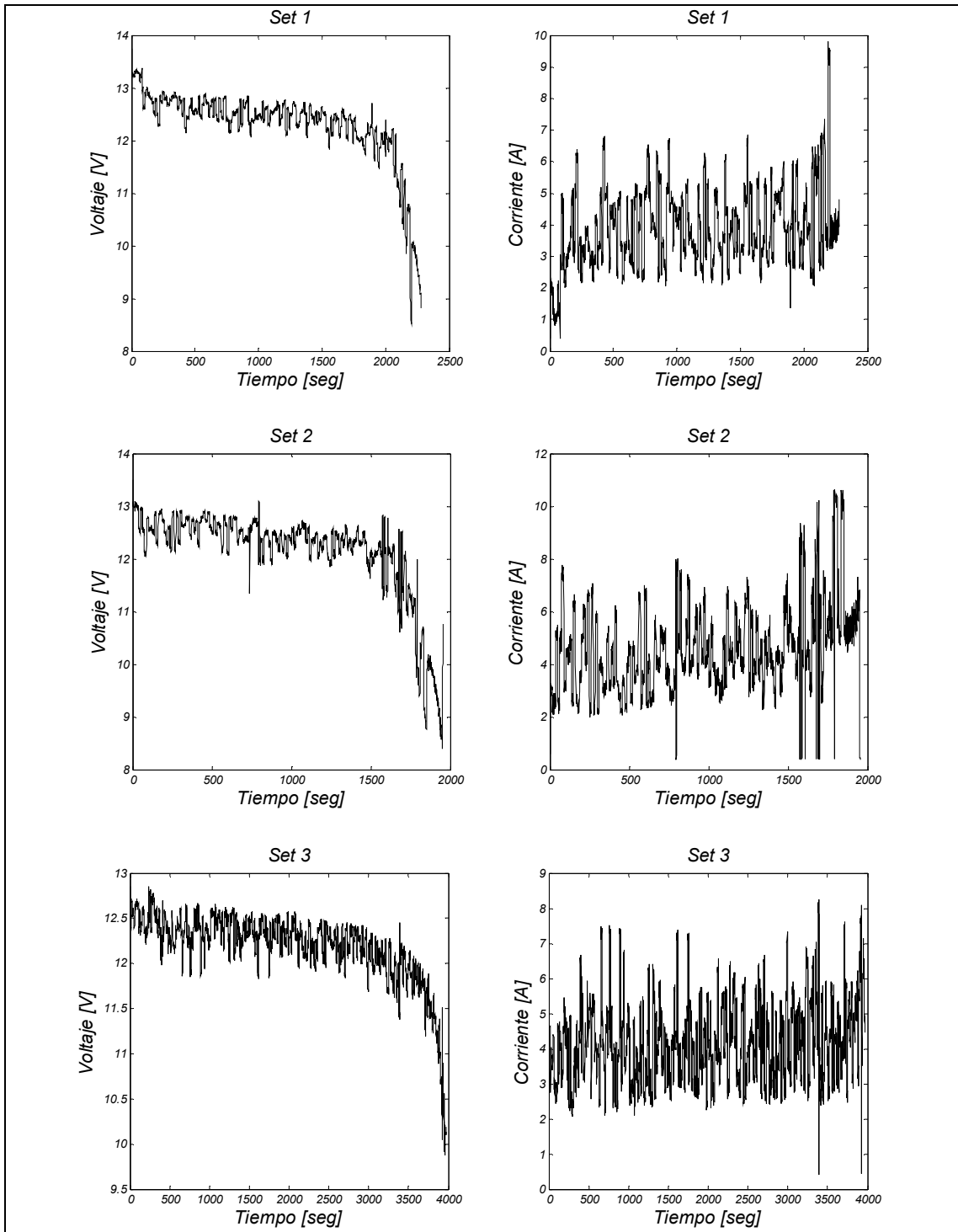


Figura 3.1: Conjuntos de datos de voltaje y corriente correspondientes a una prueba experimental de descarga de un ESD de Ion-Litio (Impact Technologies, LLC).

Considerando la información disponible, se ha propuesto un modelo empírico-fenomenológico de la descarga de un acumulador (3.1)-(3.2), con el que se busca explicar la caída de tensión en bornes del ESD durante el proceso de descarga, para lo cual el modelo considera el voltaje en bornes (medido en [V]) como variable observada y el perfil de utilización (corriente eléctrica, medida en [A]) con sus respectivos tiempos de muestreo como variables de entrada. Además, se

incorporan aspectos fenomenológicos como la ley de conservación de energía y la resistencia interna. La ley de conservación de energía está representada a través del estado x_2 (3.1), el cual representa el SOC del ESD (energía almacenada en el acumulador) y disminuye su valor acorde avanza el proceso de descarga. En este modelo, el estado x_1 representa a la resistencia interna de la batería.

Por lo tanto, el modelo propuesto sólo requiere mediciones que se pueden realizar en línea (voltaje y corriente), lo que permite el trabajo en tiempo real. El modelo utilizado se presenta a continuación:

Modelo de Transición de Estados

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_1(k) + \omega_1(k) \\ x_2(k+1) = x_2(k) + v(k) \cdot i(k) \cdot \Delta t \cdot 10^{-5} + \omega_2(k) \end{cases} \quad (3.1)$$

Ecuación de Observación

$$v(k) = \left[v_0 - x_1(k) \cdot i(k) - e^{C \cdot x_2(k)} + \eta(k) \right] \quad (3.2)$$

$$v_0 = 13[V]; \quad C = 5.5687; \quad x_1(0) = 0.0897; \quad x_2(0) = -E_0$$

donde, k es el índice del tiempo, x_1 es un estado asociado a la resistencia interna del ESD, x_2 es el estado que representa el SOC del ESD (medido en $[VA \cdot \text{seg} \cdot 10^{-5}]$), E_0 es el SOC inicial del ESD, $v(k)$ es el voltaje medido, $i(k)$ es una entrada externa asociada a la corriente, Δt representa el tiempo entre las mediciones, ω_1 , ω_2 y η son ruidos no-Gaussianos independiente e idénticamente distribuidos.

El cálculo de la varianza σ_η^2 asociada al ruido de observación de $v(k)$ se determinó mediante un procesamiento estadístico que consiste en filtrar la señal del voltaje medido utilizando un filtro *Haar* (filtro *wavelet* de primer orden con el que se obtiene la tendencia de la señal medida, ver Figura 3.2) [41] y posteriormente obtener la varianza del error (entiéndase por error al valor absoluto entre la diferencia de la señal medida y la filtrada; diferencia que, idealmente, corresponde completamente al ruido de observación). Por otra parte, es importante destacar que el ruido de proceso en este caso está correlacionado con el ruido de observación, dado que la incertidumbre en la estimación del SOC depende implícitamente de las mediciones de voltaje. Luego, la varianza $\sigma_{\omega_2}^2$ se calculó considerando información fenomenológica y empírica, en donde se incorpora el ruido de observación del voltaje y ajustes empíricos asociados a la adaptabilidad del FP. En cuanto a la varianza $\sigma_{\omega_1}^2$ se ajustó empírica y netamente según la adaptabilidad del filtro de partículas, lo cual se refiere a la rapidez y desempeño de convergencia de los datos filtrados a los datos reales (medidos), durante la etapa de estimación.

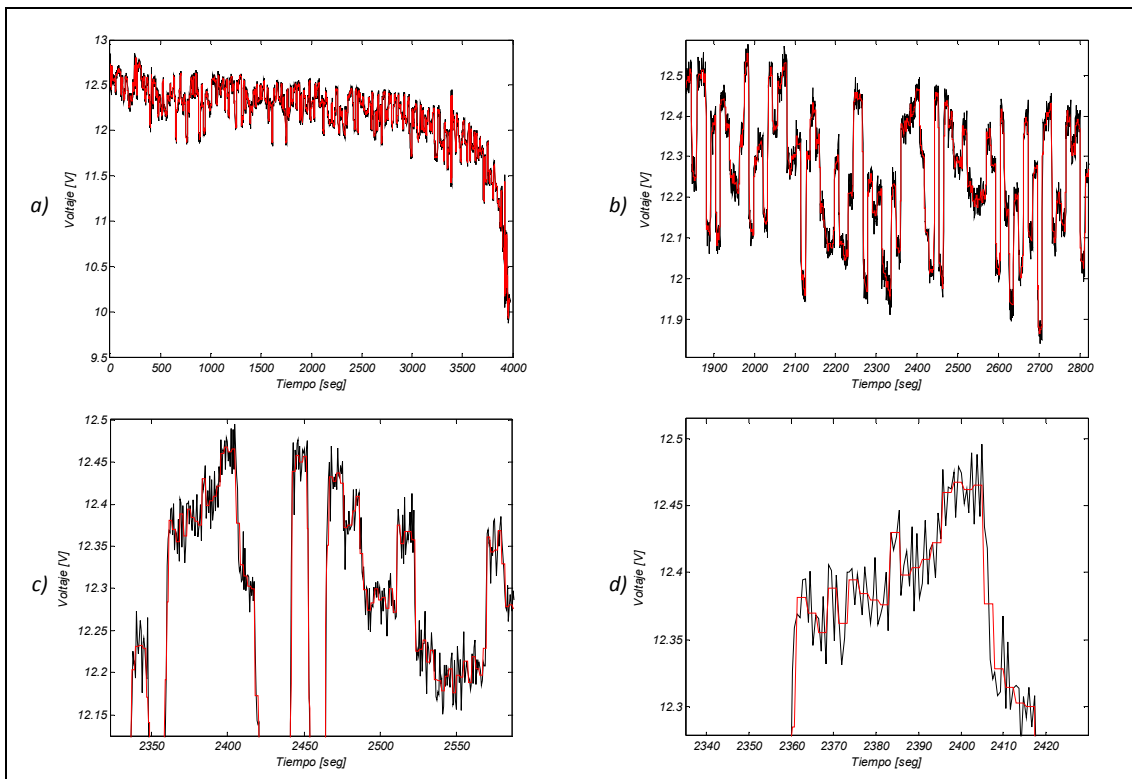


Figura 3.2: Acercamiento progresivo del filtrado de la señal observada (voltaje) mediante un filtro *Haar*. Señal observada (línea negra), señal filtrada (línea roja).

Por otro lado, tanto el valor de la constante C como la condición inicial del estado x_1 , fueron calculados mediante un algoritmo programado en ambiente MATLAB®, cuyo objetivo es disminuir empíricamente el error cuadrático medio (“non-linear least squares”) del sesgo de una predicción simplificada del modelo; en donde, para todo instante de tiempo, se asumió conocida la corriente del ESD (mediciones) y el valor del estado x_2 (SOC) se calculó con los datos reales de voltaje y corriente. En la Figura 3.3 se aprecia la mejora en la predicción de la curva de voltaje al utilizar los valores de C y x_1 determinados por el algoritmo.

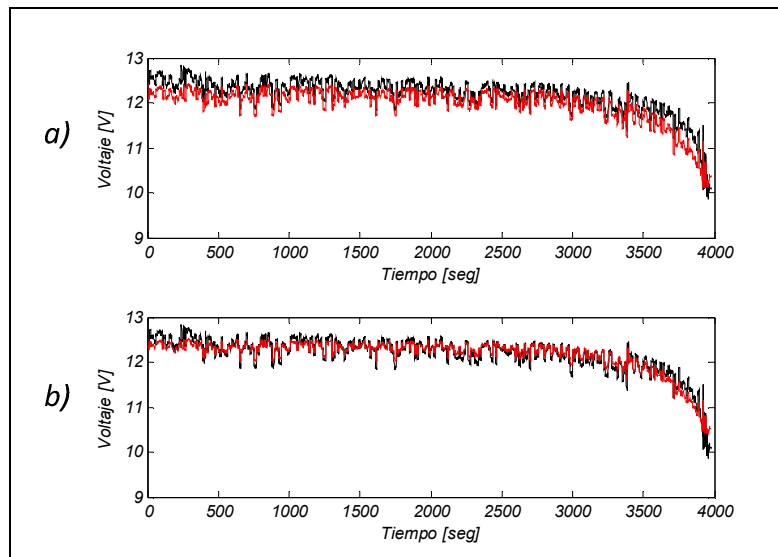


Figura 3.3: Mejora en la predicción simplificada de la variable observada del sistema al utilizar la técnica de estimación “non-linear least squares” para el cálculo del parámetro C y la condición inicial del estado x_1 . Señal observada (línea negra), señal pronosticada (línea roja).

Dada la no-linealidad y que no es posible asumir ruidos Gaussianos independientes en el modelo propuesto, el filtro de Kalman no puede asegurar optimalidad del estimador. Por esta razón, se considera en este trabajo la implementación de una variante específica de algoritmos Bayesianos denominada filtro de partículas. La metodología seleccionada cuenta con una gran habilidad para adaptarse a distintos tipos de modelos dinámicos, en particular sistemas no-lineales (que incluso pueden considerar modelos difusos y redes neuronales), y sistemas no-Gaussianos (esto descarta una gran cantidad de métodos sub-óptimos alternativos para estimación de estados en sistemas dinámicos) lo que permite usar la estructura del modelo empírico-fenomenológico de la batería e internalizar la evolución empírica de sus parámetros, capturando características propias de cada batería en estudio. Esto se logra gracias a la capacidad de estimación en línea del FP, lo que permite una corrección (ajuste) y actualización constante de los parámetros del modelo (en donde progresivamente se incorporan las características propias de cada batería), lo que a su vez se ve reflejado en un aumento en la exactitud y precisión de las estimaciones, obteniendo así un aprendizaje del sistema.

En este sentido, cabe destacar que el estado x_1 corresponde a un parámetro asociado a la resistencia interna de la batería, el cual toma distintos valores para cada ESD e incluso para cada ciclo de descarga (dentro de rangos aceptables). Sin embargo, teóricamente es esperable que para cada ciclo de descarga la resistencia interna de la batería mantenga un valor constante, es por esto que es considerado un estado del modelo durante la etapa de estimación ya que así, es posible ajustar su valor a cada proceso de descarga en particular. Luego en la etapa de predicción es considerado un parámetro constante del modelo, asociado particularmente al ciclo de descarga en estudio, dejando como único estado del modelo a x_2 .

3.2 Predicción de Estados

El paso siguiente a la estimación de estados corresponde a utilizar dicha información para efectos de predicción (o pronóstico) del proceso de descarga de baterías de Ion-Litio. Para ello, se implementó un marco de pronóstico de eventos basado en filtro de partículas, en el cuál se considera la distribución de probabilidad del estado (condicional a los datos medidos) como condición inicial y una caracterización estadística de perfiles de uso de baterías de Ion-Litio, con el propósito de estimar la distribución de probabilidad del tiempo de operación remanente de la batería. Una de las principales ventajas de los métodos de predicción en base a filtro de partículas, es que la etapa de predicción puede realizarse en tiempo real; mediante la caracterización de una serie de posibles trayectorias $\hat{x}_k^{(i)}$ (dependientes de realizaciones de perfiles de operación futura para el dispositivo) y un conjunto de pesos $w_k^{(i)}$ que representan la probabilidad de seguir efectivamente dicha trayectoria (2.46). Más aún, una vez definida una "zona de peligro" asociada a una condición de riesgo en la batería (por ejemplo un SOC cercano al 0%), es factible calcular la distribución de probabilidad del tiempo remanente hasta la descarga usando la ley de probabilidades totales (2.49), lo que a su vez no sólo permite entregar información respecto al valor esperado de la predicción, sino que además entrega estadísticos que describen de manera apropiada la distribución de probabilidad del riesgo asociado al momento en que el evento de interés (descarga de la batería) ocurre como: intervalos de confianza, varianza del EOD, *Just-in-Time Point* ($JITP_{\gamma\%}$, [42]), entre otros.

Como se mencionó anteriormente, para determinar el nivel de autonomía de un equipo alimentado por un ESD no basta con sólo conocer el SOC de dicho ESD, sino que además se debe contar con información acerca de los posibles perfiles de uso futuros del equipo. En efecto, la mayoría de los algoritmos de predicción actualmente disponibles asumen consumos de corriente constantes en el tiempo (supuesto absolutamente falso y descartable para equipos que requieren una potencia constante para su funcionamiento, dado que el voltaje en bornes de la batería siempre decae a medida que se usa), lo que se traduce en baja exactitud de los pronósticos. Los perfiles de uso de un ESD pueden variar ampliamente dependiendo del dispositivo o sistema en que estén siendo utilizados, o bien, verse afectados por diversos factores propios de cada sistema (por ejemplo, si se desea mantener una velocidad constante de un automóvil eléctrico, la corriente necesaria para lograrlo depende directamente de las condiciones del terreno; a mayor pendiente se necesita mayor energía), por lo tanto es de suma importancia caracterizarlo durante la etapa de filtrado (en donde la corriente $i(k)$ es una entrada del sistema y por lo tanto es conocida), ya que en el etapa de predicción no se conoce el perfil de uso al cual será sometido el ESD y es necesario contar con una caracterización de este, para así poder predecir tanto el SOC como el EOD del ESD, los cuales dependen directamente de la corriente futura.

En este sentido, un punto importantísimo a destacar es que, para efectos de predicción del SOC de la batería, se caracterizará estadísticamente la corriente demandada por el sistema utilizando cadenas de Markov con un número finito de estados, lo que permite no sólo representar en paralelo múltiples opciones de perfiles de uso de la batería, sino también tasas de transición entre dichos perfiles, de acuerdo a la observación prolongada del sistema durante la etapa de estimación.

En este contexto, se propuso caracterizar estadísticamente los posibles perfiles de uso futuro del acumulador mediante una CM de primer orden y de 2 estados, cuyos valores y probabilidades de transición están asociados directamente al uso que se le ha dado al ESD hasta el instante inicial de predicción, incorporando así toda la información disponible acerca de la utilización que se le ha dado al acumulador. Considerando lo anterior, para la determinación de los parámetros de la CM se siguió el siguiente procedimiento:

- (i) segmentar los datos del perfil de uso conocido (corriente medida) en intervalos de tiempo idénticos, tal como se aprecia en la Figura 3.4a).
- (ii) determinar los valores de los estados (alto y bajo) de cada intervalo, para lo cual se utilizó un filtro pasa bajos con el objetivo de eliminar los peaks de corriente (ver Figura 3.4b)), los cuales no son valores representativos del perfil de uso del acumulador.
- (iii) discretizar los datos de la corriente medida de cada intervalo en sus dos estados: alto y bajo, tal como se aprecia en la Figura 3.4c).
- (iv) calcular las probabilidades de transición entre los dos estados para cada intervalo, según (3.3):

$$p_{ij}^{(m)} = \frac{\sum_{k=2}^{N^{(m)}} [i(k) = j / i(k-1) = i]}{N^{(m)} - 1} \quad \forall i, j ; i, j \in (i_{baja}^{(m)}, i_{alta}^{(m)}) \quad (3.3)$$

donde $p_{ij}^{(m)}$ es la probabilidad de pasar del estado i al estado j en el intervalo m ; $N^{(m)}$ es el número de datos del intervalo m ; $i_{baja}^{(m)}, i_{alta}^{(m)}$ corresponden al estado bajo y alto de la corriente en el intervalo m .

- (v) finalmente, con el objetivo de incorporar la información de los intervalos previos, y otorgarle mayor importancia a los datos correspondientes a los últimos intervalos y así, obtener los valores definitivos tanto de los estados como de las probabilidades de transición de la CM con la que se caracterizará el perfil de uso futuro, se realiza una ponderación exponencial (EWMA) [43] de los resultados obtenidos (valores de estados y probabilidades) para cada intervalo, obteniendo así nuevos valores de los estados y probabilidades de transición para cada intervalo (ver Figura 3.4d)), los cuales tienen incorporada la información del perfil de uso de los intervalos anteriores según (3.4)-(3.6):

$$\bar{i}_{baja}^{(m)} = (1 - \alpha) \cdot i_{baja}^{(m)} + \alpha \cdot \bar{i}_{baja}^{(m-1)} \quad \forall m \quad (3.4)$$

$$\bar{i}_{alta}^{(m)} = (1 - \alpha) \cdot i_{alta}^{(m)} + \alpha \cdot \bar{i}_{alta}^{(m-1)} \quad \forall m \quad (3.5)$$

$$\bar{p}_{ij}^{(m)} = (1 - \alpha) \cdot p_{ij}^{(m)} + \alpha \cdot \bar{p}_{ij}^{(m-1)} \quad \forall i, j, m \quad (3.6)$$

donde $\bar{i}_{baja}^{(m)}$, $\bar{i}_{alta}^{(m)}$ corresponden respectivamente a los valores ponderados del estado bajo y alto de la corriente en el intervalo m ; $\bar{p}_{ij}^{(m)}$ es la probabilidad ponderada de pasar del estado i al estado j en el intervalo m ; y α corresponde al factor de olvido, el que fue considerado como $\alpha = 0.65$.

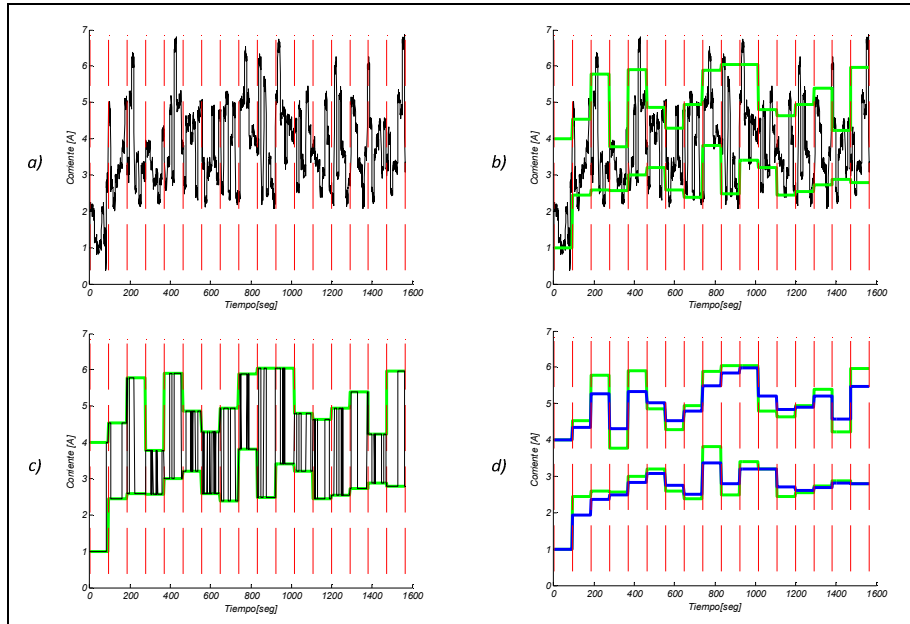


Figura 3.4: Obtención de los parámetros de la CM (estados y probabilidades de transición) para la caracterización estadística de la corriente futura del ESD.

Una vez determinados todos los parámetros de la cadena de Markov, la caracterización estadística del perfil de uso futuro queda ilustrada en:

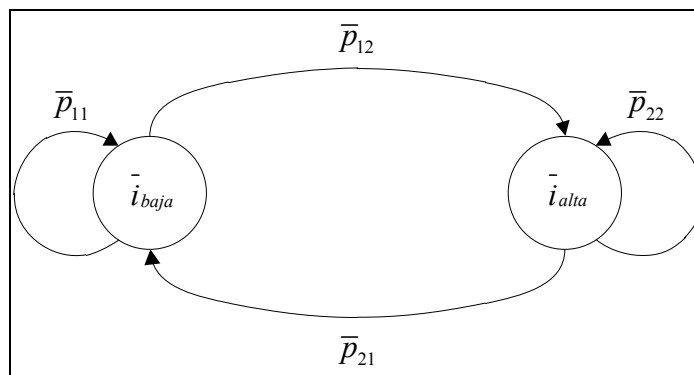


Figura 3.5: Caracterización estadística del perfil de uso del acumulador mediante una CM de primer orden y dos estados.

Este modelo no-lineal propuesto para la descarga de los ESD representado en (3.1)-(3.2), permite la implementación de técnicas Bayesianas sub-óptimas (FP) dentro de módulos de pronósticos en tiempo real y a la vez permite la caracterización estadística del perfil de uso futuro del

acumulador. En este sentido, los algoritmos de pronósticos basados en filtro de partículas son especialmente adecuados para afrontar esta tarea, ya que permite trabajar tanto con perfiles determinísticos como probabilísticos en la etapa de predicción [44]. Sin embargo, es fundamental determinar cuántas iteraciones del FP, cuántas realizaciones de la CM y cuántas partículas son necesarias para lograr un nivel de desempeño determinado según cada aplicación de pronóstico específica. En este sentido, el siguiente capítulo del trabajo corresponde a un estudio simplificado e hipotético de una descarga de un acumulador, donde la solución óptima puede ser obtenida analíticamente, para luego compararla con la solución sub-óptima entregada por el FP, y así determinar lo planteado anteriormente.

Capítulo IV

Pronóstico para la descarga de un ESD basado en FP y Caracterización Estadística del Perfil de Uso: Aspectos Teóricos

Este capítulo presenta un estudio simplificado de un ciclo de descarga de un ESD con el objetivo de realizar un análisis de los aspectos principales que se deben considerar en la implementación de un esquema de pronóstico basado en FP para el SOC de un acumulador considerando la caracterización estadística de su perfil de uso futuro. En particular, lo que se busca es comparar la solución óptima (en el sentido de media cuadrática, calculada mediante FK) obtenida *a priori* con la solución sub-óptima entregada por el FP del problema de predicción para un ciclo de descarga hipotético de un ESD representada por un sistema dinámico lineal en el tiempo. La comparación se realiza en términos de exactitud del valor esperado del EOD y del valor $JITP_{\gamma\%}$ con el fin de fijar ciertos criterios para el correcto uso del FP (número de iteraciones y de partículas del FP) y validar su utilización en el estudio del caso real.

4.1 Modelo Simplificado para la Descarga de un ESD: Solución Analítica del problema de Pronóstico del SOC

Como se mostró anteriormente el modelo propuesto (3.1)-(3.2) para un ciclo descarga de un ESD es no-lineal y no-Gaussiano por lo que resolver de manera analítica el problema de la descarga del SOC puede ser complejo y no factible. Es por esto, que en este capítulo se propone un sistema lineal y Gaussiano para la representación de la caída del voltaje en un ciclo de descarga de un ESD, para así poder resolver analíticamente el problema y comparar el desempeño de algoritmos que entregan soluciones sub-óptimas con la solución óptima obtenida analíticamente, y así determinar los valores más apropiados para los parámetros del algoritmo sub-óptimo.

El modelo simplificado propuesto es el siguiente:

$$x_1(k+1) = \alpha \cdot x_1(k) + \beta \cdot i(k) \cdot \Delta t \cdot 10^{-5} + \omega_1(k) \quad (4.1)$$

$$v(k) = -x_1(k) + \eta(k) \quad (4.2)$$

$$x_1(0) = 0[V]; \quad \alpha = 1.0019785; \quad \beta = 0.1125; \quad \Delta t = 1[\text{sec}]$$

donde, k es el índice del tiempo, x_1 es un estado asociado al voltaje del ESD, $v(k)$ es el voltaje medido, $i(k)$ es una entrada externa asociada a la corriente, Δt representa al tiempo entre las mediciones, ω_1 y η corresponden a ruidos Gaussianos independientes con media cero.

La caracterización estadística del perfil de uso futuro ($i(k)$, $k = t_{pred}+1, \dots, t_{EOD}$) es implementada por una CM de primer orden y de dos estados (ver Figura 4.1) [45], donde las probabilidades de transición y los estados de la cadena fueron estimados mediante el análisis de los datos de descarga considerados en el estudio.

La corriente $i(k)$ viene dada por la siguiente Cadena de Markov:

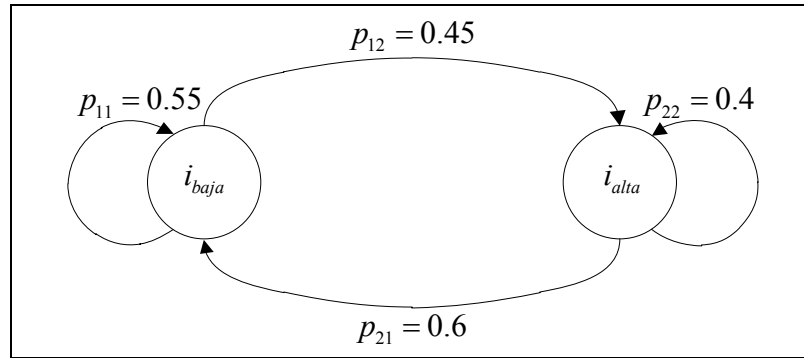


Figura 4.1: Cadena de Markov de primer orden y de dos estados utilizada para la caracterización futura del perfil de uso de un ESD.

$$i_{baja} = 1.3[A]; \quad i_{alta} = 7.2783[A]$$

La Figura 4.2 muestra una realización del modelo simplificado de la descarga de un ESD definido en (4.1)-(4.2). Como se observa, la condición inicial del voltaje comienza en cero y luego comienza a decaer. Esto se debe únicamente por la simplificación del modelo, con esto el voltaje inicial v_0 pasa de 13[V] (voltaje inicial de los conjuntos de datos, Figura 3.1) medidos en el caso real a 0[V] en el simplificado. En este caso, el umbral considerado como falla es -1.5[V] (esto se debe a que en el caso real se considera que la batería está prácticamente descargada cuando el voltaje inicial cae en 1.5[V]).

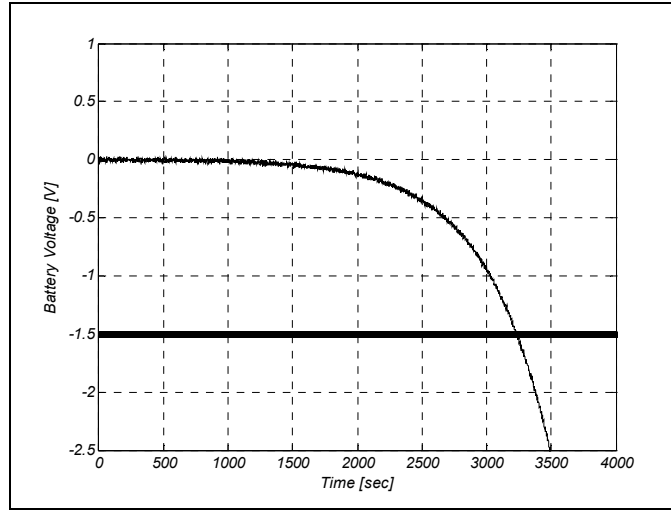


Figura 4.2: Datos de voltaje generados por un modelo simplificado de descarga de un ESD.

Los datos expuestos en la Figura 4.2 consideran un horizonte de predicción de 5000 [seg] y serán utilizados para realizar la comparación de desempeño en el esquema de pronóstico del EOD propuesto basado en FP para ESDs y la solución óptima del problema, considerando condiciones iniciales idénticas para ambos enfoques, y así definir el número de partículas, de iteraciones del FP y realizaciones de la CM necesarios para obtener resultados similares en cuanto a exactitud y precisión en ambos casos. La solución óptima puede ser obtenida analíticamente a través de la técnica de predicción basada en filtro de Kalman.

A continuación, se presentan las ecuaciones que definen el FK:

$$x(k+1) = A_k x(k) + B_k u(k) + \omega(k) \quad (4.3)$$

$$y(k) = C_k x(k) + v(k), \quad (4.4)$$

donde, $x(k)$ representa al estado del sistema; $y(k)$ corresponde a la salida u observación del sistema; A , B y C son matrices que definen las ecuaciones de estado de un sistema lineal; $\omega(k)$ y $v(k)$ son ruido blanco con media cero asociados al sistema y a la observación respectivamente. De acuerdo al modelo simplificado descrito anteriormente se tiene que:

$$A = \alpha; \quad B = \beta \cdot \Delta t \cdot 10^{-5}; \quad C = -1 \quad \forall k.$$

Las ecuaciones de FK que enuncian la predicción óptima a un paso para un estado de un sistema dinámico lineal y Gaussiano son las siguientes:

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) \quad (4.5)$$

$$P(k+1) = AP(k)A' + R_{ww}(k), \quad (4.6)$$

donde $\hat{x}(k)$ representa el valor esperado del estado, $P(k)$ el estado de la matriz de covarianza en el segundo k y R_{ww} corresponde al ruido del proceso de la matriz de covarianza.

Considerando el caso particular del modelo (4.1)-(4.2), la iteración de las ecuaciones (4.5)-(4.6) y dadas las condiciones iniciales del sistema es posible obtener una expresión cerrada para las predicciones del estado en un segundo k de la descarga. Teniendo esta información, es posible calcular el EOD de la PDF para el sistema simulado.

Para realizar las predicciones del estado del sistema es necesario considerar la caracterización de la corriente (perfil de uso) futura en la línea del tiempo, esta caracterización viene dada por la CM presentada en la Figura 4.1, la que a través de sus probabilidades estacionarias representa la transición entre dos estados de la corriente (entrada del sistema) del ESD, los cuales corresponden a corriente baja y alta respectivamente. Por lo tanto, en cada instante de predicción existen dos escenarios posibles, por lo que la evolución futura de la corriente puede ser descrita con un árbol de decisión binario, el cual está representado por la Figura 4.3.

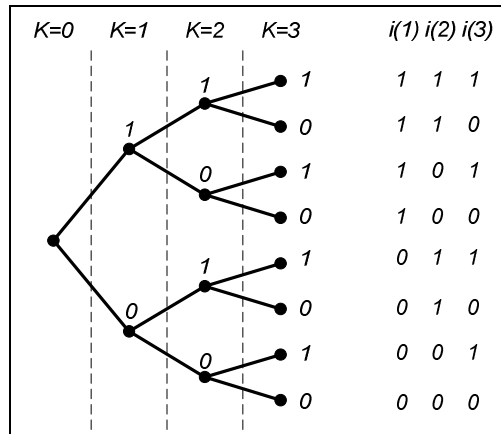


Figura 4.3: Árbol binario representando los distintos perfiles de uso futuro de un ESD.

Donde “0” representa un nivel de utilización del ESD (corriente) bajo, y “1” un nivel de utilización alto.

Considerando lo anterior, la distribución de la predicción del estado x_1 queda definida por una mezcla de distribuciones Gaussianas (4.7):

$$x_1(k) \sim \sum_{j=1}^{2^k} \omega_{j,k} N(\mu_{x_1}^{(j)}(k), \sigma_{x_1}^2(k)) \quad (4.7)$$

donde k es el instante de predicción, mientras que los pesos $\omega_{j,k}$ quedan definidos recursivamente por:

$$\begin{cases} \omega_{j/2,k-1} \cdot \pi_0 & \text{si } j \text{ par} \\ \omega_{(j+1)/2,k-1} \cdot \pi_1 & \text{si } j \text{ impar.} \end{cases} \quad (4.8)$$

En (4.8), π_0 y π_1 representan las probabilidades estacionarias para los estados de la CM; las que se asocian a niveles de corriente baja y alta respectivamente, las cuales fueron calculadas empíricamente a partir de los conjuntos de datos presentados en la Figura 3.1; la condición inicial de los pesos viene dada por $\omega_{1,0} = 1$.

Los valores esperados y las varianzas correspondientes a la predicción del estado quedan determinados por:

$$\mu_{x_1}^{(j)}(k) \triangleq \begin{cases} \mu_{x_2}^{(j)}(k-1) \cdot \alpha + \beta \cdot i_{baja} \cdot \Delta t \cdot 10^{-5} & \text{si } i(k) = 0 \\ \mu_{x_2}^{(j+1)}(k-1) \cdot \alpha + \beta \cdot i_{alta} \cdot \Delta t \cdot 10^{-5} & \text{si } i(k) = 1 \end{cases} \quad (4.9)$$

$$\sigma_{x_1}^2(k) = \alpha^2 \sigma_{x_1}^2(k-1) + R_{ww} \quad (4.10)$$

$$\sigma_{x_1}^2(k) = \alpha^{2k} \cdot \sigma_{x_1}^2(0) + \left(\sum_{l=0}^{k-1} \alpha^{2l} \right) R_{ww}, \quad (4.11)$$

donde la condición inicial del estado es una distribución Gaussiana con valor esperado $\mu_{x_1}(0) = \mu_0$ y varianza $\sigma_{x_1}^2(0) = \sigma_0^2$.

Con esto, la variable de salida del sistema $y(k)$ también distribuye como una suma ponderada de Gaussianas definida por:

$$y(k) \sim \sum_{j=1}^{2^k} \omega_{j,k} N(\mu_y^{(j)}(k), \sigma_y^2(k)) \quad (4.12)$$

$$\mu_y^{(j)}(k) = -\mu_{x_1}^{(j)}(k) \quad (4.13)$$

$$\sigma_y^2(k) = \sigma_{x_1}^2(k) \quad (4.14)$$

En este punto es importante notar que el cálculo de los dos primeros momentos de la mezcla de Gaussianas (4.12) se pueden aproximar respectivamente por [46]:

$$\mu_y^{eq}(k) = \sum_{j=1}^{2^k} \omega_{j,k} \mu_y^{(j)}(k) \quad (4.15)$$

$$\sigma_y^{2,eq}(k) = \sum_{j=1}^{2^k} \omega_{j,k} \left(\sigma_y^2(k) + (\mu_y^{(j)}(k))^2 \right) - (\mu_y^{eq}(k))^2 \quad (4.16)$$

Considerando la distribución Gaussiana caracterizada por (4.15)-(4.16), las condiciones iniciales del sistema y fijando un umbral de falla en un valor constante (en particular, cuando el voltaje tiene una caída de 1.5[V] desde su condición inicial), es posible caracterizar completamente la PDF del EOD a través de la densidad de probabilidad acumulada diferencial (4.17):

$$\Pr\{EOD = eod\} = \int_{-\infty}^{\text{Umbral del Voltaje}} f_{Y(eod)}(y(eod)) d(y(eod)) \quad (4.17)$$

La Figura 4.4 ilustra el resultado de la PDF del EOD dadas las condiciones iniciales en $k=0$.

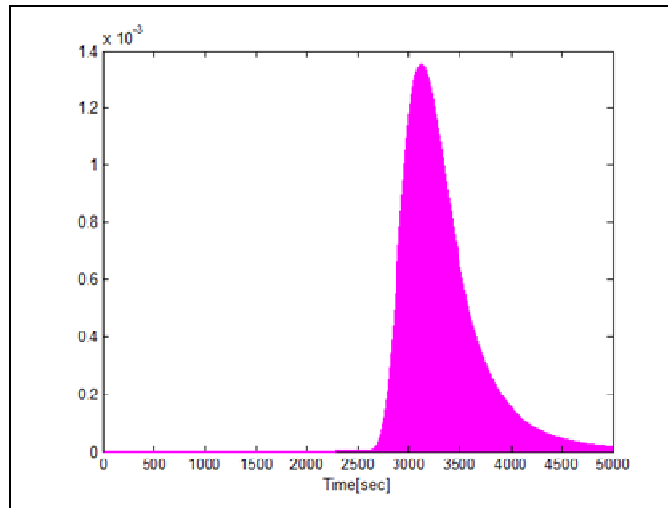


Figura 4.4: Función de densidad de probabilidad del EOD (modelo de descarga simplificado).

A partir de la PDF del EOD presentada en la Figura 4.4 es posible calcular diversas medidas de desempeño de los algoritmos de pronóstico, siendo una de las más comunes el valor esperado del EOD presentado por (4.18) la cual se utiliza para evaluar la exactitud y precisión del mismo [9]. Sin embargo tomar una decisión basada en esta medida considera y/o acepta que la probabilidad de fallar antes del segundo k esperado para el EOD es del 50%. En este sentido, en este trabajo se incluyó el valor $JITP_{\gamma\%}$, el que corresponde a una medida de desempeño que incorpora el concepto de “riesgo” (4.19), el cual especifica el segundo de la descarga en que la probabilidad

de falla alcanza un umbral pre-establecido, dado un modelo probabilístico para el proceso de descarga. La Figura 4.5 muestra una distribución de probabilidad de falla, en la cual se calcula el $JITP_{\gamma\%}$ cuando ha pasado el 5% en el tiempo, del área de la PDF. Notar que el 95% de los instantes de EOD no han ocurrido.

$$\widehat{EOD} \triangleq E\{k | E\{y(k)\} = V \text{ threshold}\} \quad (4.18)$$

$$JIT_{\gamma\%} = \arg \min_k (\Pr\{EOD \leq eod\} \geq \gamma\%) \quad (4.19)$$

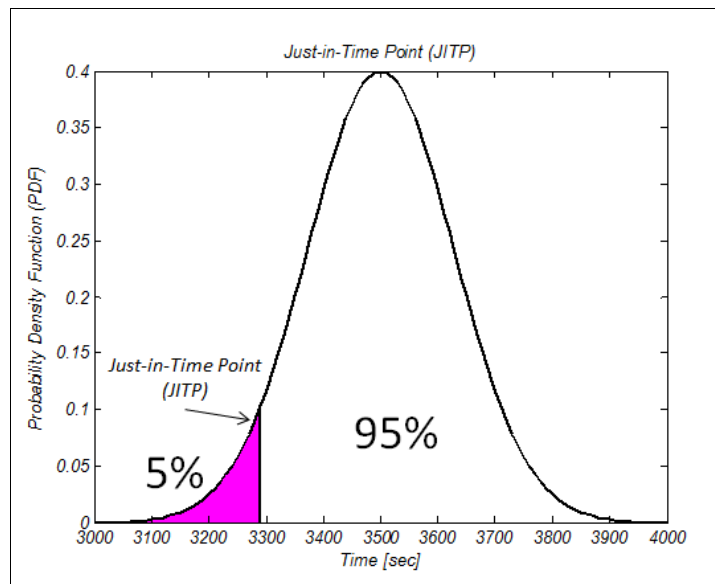


Figura 4.5: *Just-in-Time Point (JITP)* del 5% de una distribución de probabilidad de falla.

Ambas medidas serán usadas para comparar el desempeño de la aproximación propuesta basada en FP para el pronóstico del SOC con respecto a la distribución óptima calculada de (4.17), como sigue en el siguiente capítulo.

4.2 Aspectos claves a considerar en el Esquema de Pronóstico del Tiempo de descarga de un ESD basado en FP: Implementación y Análisis de Desempeño

Tal como se mencionó anteriormente, en la actualidad existen diversos trabajos que han formulado algoritmos de pronóstico basados en FP ([1], [8], [9], [13], [15], [47], [48]). Sin embargo, los parámetros del algoritmo deben ser fijados dependiendo de las características de cada problema, los cuales dependen especialmente del grado de no-linealidad y del número de

estados del sistema dinámico en estudio. Específicamente, para el pronóstico del tiempo de descarga y posterior estudio del SOC asociado a un ciclo de descarga de un ESD es imprescindible determinar los parámetros que serán utilizados en el algoritmo de pronóstico. En particular, los parámetros a determinar en este caso son: (i) el número de partículas a utilizar en el FP que son necesarias para representar el estado de la PDF en cada realización del modelo predictivo estocástico, (ii) el número de iteraciones del algoritmo de pronóstico necesarias para asegurar estándares dados en términos de exactitud de la predicción del EOD de la PDF, (iii) el número de realizaciones de la cadena de Markov necesarias para caracterizar correctamente los distintos perfiles de uso futuros a los cuales puede ser sometido el ESD, en donde cada realización de la CM representa un probable uso futuro del ESD a través de una secuencia entre los estados de la corriente.

En este sentido, y considerando el modelo simplificado del voltaje de descarga de un ESD (4.1)-(4.2), se realizaron dos experimentos con el fin de fijar tanto el número de partículas como el número de iteraciones del FP y de realizaciones de la CM. Los experimentos realizados son:

- (i) predecir el tiempo de descarga del ESD con FK y FP considerando las mismas condiciones iniciales, un horizonte de predicciones de 5000 [seg] y una única e idéntica realización de la CM (perfil de uso) descrita en la Figura 4.1. En estas condiciones, se realizaron diversas pruebas variando el número de partículas y el número de iteraciones utilizadas en el algoritmo de pronósticos basado en FP.
- (ii) predecir el tiempo de descarga del ESD con FK y FP considerando las mismas condiciones iniciales, un horizonte de predicciones de 5000 [seg] y los distintos perfiles de uso futuro del ESD.

La solución del FK para esta prueba se obtiene mediante la solución analítica revisada en el capítulo anterior. Por otra parte, para determinar el número de realizaciones de la CM necesarias para obtener resultados consistentes en comparación con la solución analítica, se realizaron diversas pruebas basadas en el algoritmo de pronóstico basado en FP modificando el número de realizaciones de la CM consideradas.

En términos de la comparación de resultados obtenidos a través de la implementación FK y FP se consideraron dos medidas de desempeño de los algoritmos de pronóstico: (i) valor del $JITP_{\gamma\%}$, esta medida es crítica para determinar el número de partículas necesarias para representar la incertidumbre del sistema, ya que con esta medida se obtiene información adicional asociada a las colas de las distribuciones. (ii) exactitud del valor esperado del EOD ($JITP_{50\%}$). Esta medida depende tanto del número de iteraciones del modelo predictivo estocástico (FP) como del número de realizaciones de la CM, las cuales corresponden a la caracterización estadística de los perfiles de uso futuro del ESD. Los resultados obtenidos para ambas pruebas se presentan a continuación. Un análisis de la diferencia entre los resultados de la primera prueba, expresados en segundos, en que se utilizaron 40 y 50 partículas, muestra que el impacto en cuanto a caracterización del $JITP_{\gamma\%}$ es mínima (Tabla 4.1). Por lo tanto, considerando el costo computacional, se determinó que el número de partículas adecuado para tratar este problema de pronóstico es 40. Respecto al número de iteraciones del FP los resultados obtenidos para 25, 40 y 100 iteraciones son muy similares, las diferencias se deben a la naturaleza estocástica del estimador basado en FP y para efectos de este problema en particular son despreciables, por lo que se determinó que el número de iteraciones adecuado para tratar este problema es 25. Cabe mencionar que la desviación

estándar para el $JITP_{50\%}$ es bastante más baja que la obtenida por el FK, este problema se ve solucionado al aumentar los posibles perfiles de uso futuro, tal como se aprecia en la Tabla 4.2.

Cabe destacar que debido al alto costo computacional de realizar distintas iteraciones del FP y realizaciones de la CM, al realizar el segundo experimento se consideró una simplificación en el algoritmo de pronóstico, la que consiste en considerar una sola iteración del FP para cada realización de la CM. Esta simplificación se considera válida ya que en cada instante de predicción se consideraron distintos perfiles de uso (realizaciones de la CM), los que a su vez tienen asociada su respectiva iteración del FP. Con esto, en cada instante de predicción se deben considerar al menos 25 realizaciones de la CM para así mantener las 25 iteraciones del FP determinadas en la primera prueba.

Considerando un número fijo de 40 partículas se realizó el segundo experimento cuyos resultados son presentados en la Tabla 4.2, se aprecia que los resultados obtenidos al realizar 50 o más realizaciones de la CM muestran una mejoría (en comparación a la solución analítica) respecto a los obtenidos al realizar sólo 25 realizaciones. Sin embargo, considerando el alto costo computacional que significa aumentar de 25 a 50 realizaciones, que la desviación estándar del valor $JITP_{50\%}$ es prácticamente la misma en todos los casos y que en un horizonte de predicción de 5000 [seg] la exactitud de los resultados mejora sólo en torno a los 30 [seg], se ha determinado que el número de realizaciones de la CM adecuado para tratar este problema es 25, manteniendo así el número de iteraciones del FP.

Tabla 4.1: Efecto del número de partículas e iteraciones del FP en el valor del $JITP_{\gamma\%}$

Filtro de Kalman (Valores del JITP en segundos)						
$JITP_{5\%}$		$JITP_{10\%}$		$JITP_{50\%}$		Std – $JITP_{50\%}$
2894		2957		3276		1.0309
Filtro de Partículas (Valores del JITP en segundos)						
N° part.	N° iter. FP	$JITP_{5\%}$	$JITP_{10\%}$	$JITP_{50\%}$	Std– $JITP_{50\%}$	
40	1	3247	3254	3281	0.0635	
40	10	3241.7	3249.1	3276.9	0.0661	
40	25	3240.6	3248.2	3276	0.0665	
40	40	3239.8	3247.4	3275.6	0.0671	
40	100	3241.0	3248.6	3276.4	0.0664	
50	1	3242	3249	3274	0.0596	
50	10	3238.6	3246.5	3275	0.0683	
50	25	3241.6	3249.1	3276.5	0.0653	
50	40	3240.2	3247.9	3275.8	0.0665	
50	100	3241.4	3248.9	3276.3	0.0656	

Tabla 4.2: Efecto del número de realizaciones de la CM en el valor del JITP γ %

Filtro de Kalman (Valores del JITP en segundos)				
JITP _{5%}	JITP _{10%}	JITP _{50%}	Std – JITP _{50%}	
2897	2960	3282	1.0432	
Filtro de Partículas (Valores del JITP en segundos)				
Nº real. CM	JITP _{5%}	JITP _{10%}	JITP _{50%}	Std–JITP _{50%}
25	2891.7	2952.6	3257.5	0.9772
50	2900.3	2963.2	3282.6	1.0422
100	2901.9	2965.3	3289.0	1.0599

Con los resultados de las Tablas 4.1 y 4.2 se han determinado los parámetros del algoritmo de pronóstico basado en FP, los cuales, considerando un modelo simplificado, han probado empíricamente ser adecuados en términos de exactitud y precisión para la implementación del módulo de pronóstico del EOD de un ESD. Considerando que en el caso real no es factible realizar un estudio analítico similar debido a la no-linealidad del sistema de descarga de un ESD y, que por lo tanto, el modelo simplificado del tiempo de descarga se creó en base a los datos reales (Figura 3.1), se tiene un importante punto de referencia para la implementación de un módulo de pronóstico para el SOC en un ciclo de descarga real de un ESD.

Capítulo V

Validación del módulo de pronóstico basado en FP con datos experimentales de descarga de un ESD

En este capítulo se presenta la utilización de las ecuaciones de estado dinámicas del modelo de descarga de un ESD, propuesto en (3.1)-(3.2), en la implementación de un algoritmo de estimación y pronóstico del SOC basado en FP. Se cuantifica el efecto –y mejoras en los resultados- de la caracterización estadística del perfil de uso futuro del ESD, respecto al método típico disponible en la literatura (consideración de un perfil de uso conocido y constante).

La configuración del algoritmo de estimación y pronóstico del SOC basado en FP se determina de acuerdo a lo presentado en el Capítulo IV, donde se determinó que el número apropiado de partículas es 40 y que el número de realizaciones de la CM adecuado a utilizar en el diseño del filtro es 25 y que, por lo tanto, el número de iteraciones del filtro no-lineal también corresponde a 25 (recordar la simplificación respecto a la relación existente entre el número de realizaciones de la CM y del número de iteraciones del FP explicada en el Capítulo IV). Los datos considerados

para la validación del módulo propuesto son el resultado de pruebas experimentales de descarga de baterías de Ion-Li proporcionadas por Impact Technologies, LLC. En este análisis se utiliza un conjunto de datos para la determinación del conocimiento *a priori* (conjunto 3) y dos conjuntos de datos para los propósitos de validación (conjuntos 1 y 2). Cada registro de datos contiene mediciones simultáneas de voltaje, corriente y tiempo de muestreo durante la descarga, la cual fue realizada a temperatura ambiente. Los conjuntos 1 y 2 corresponden a un ESD de Ion-Litio de 2.4[A-hr], 12.8 [V] nominales, mientras que el tercer conjunto corresponde a un acumulador de 6.6[A-hr], 12.8[V] nominales. Los datos corresponden al desplazamiento de un robot al interior de una sala, el cual fue sometido a las siguientes pruebas respectivamente: (i) operación sin carga (ruedas del robot sin contacto con la superficie) y velocidad aleatoria (conjuntos 1 y 2); (ii) operación con carga (ruedas del robot en contacto con la superficie de la sala) y velocidad aleatoria. Por otra parte, el criterio considerado en este caso para el EOD es definido como el momento en el cual la capacidad de la batería es 0% respecto a su capacidad nominal.

Luego, con los parámetros del algoritmo de pronóstico basado en FP (número de partículas, iteraciones del FP y realizaciones de la CM) determinados de acuerdo a los resultados obtenidos en el Capítulo IV, es posible implementar el módulo de pronóstico del SOC de un ESD para un ciclo de descarga, considerando una caracterización estadística de su perfil de uso futuro. Sin embargo, previo a utilizar y analizar el módulo de pronóstico propuesto, es fundamental asegurarse del buen funcionamiento de la etapa de estimación, ya que si esta tiene malos resultados, no se puede esperar un buen desempeño de la etapa de pronóstico. A continuación se presentan 3 figuras representativas del buen desempeño de la etapa de estimación, las que corresponden a la curva del voltaje de descarga y a los comportamientos de los estados x_1 y x_2 respectivamente.

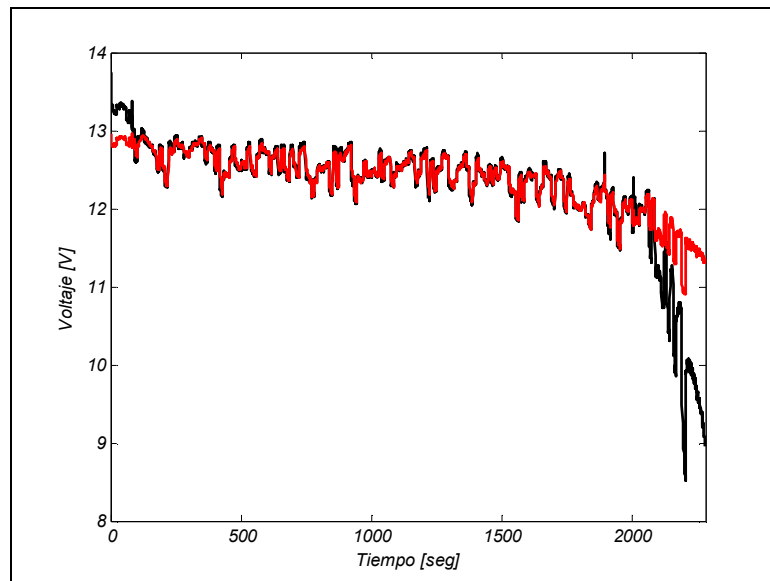


Figura 5.1: Estimación del voltaje en bornes del ESD durante la descarga. Datos medidos (línea negra), datos estimados (línea roja).

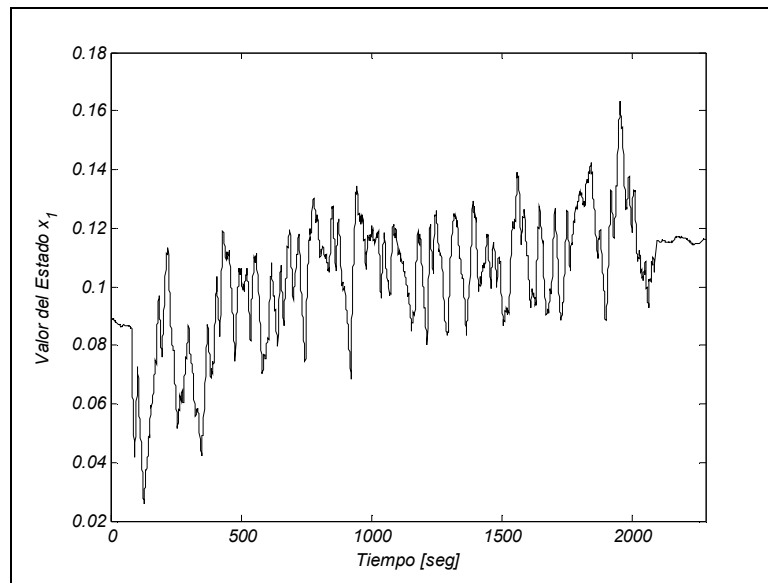


Figura 5.2: Comportamiento del estado x_1 durante la etapa de estimación.

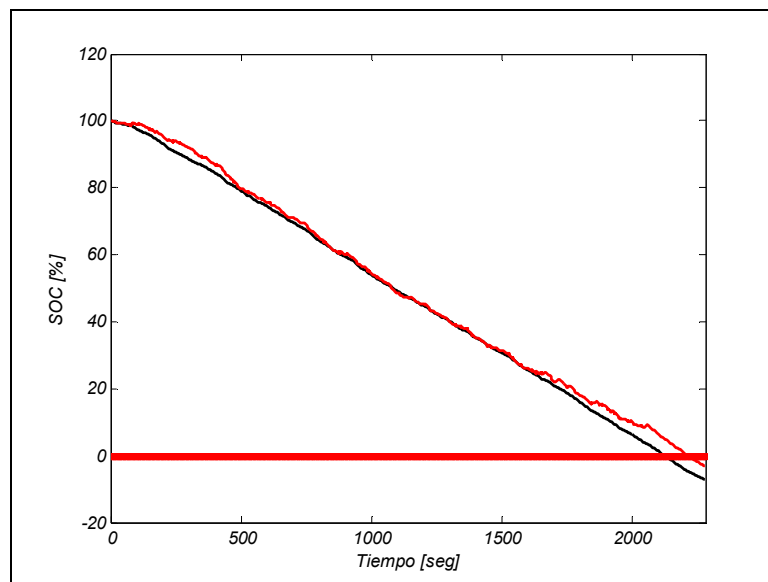


Figura 5.3: Estimación del SOC durante la etapa de estimación. SOC calculado con datos medidos (línea negra), SOC calculado con datos estimados (línea roja).

Como se observa en las figuras anteriores, existen 3 intervalos de interés. El primer intervalo a destacar va desde el inicio de la estimación hasta los 500 [seg] y corresponde a la etapa de aprendizaje, en donde el FP adapta (ajusta) sus estados con el fin de incorporar características propias de la batería en estudio y así mejorar el desempeño de la etapa de estimación. Al finalizar esta etapa de aprendizaje, se puede apreciar que tanto la estimación del voltaje como la del SOC del acumulador tienen prácticamente el mismo valor que las mediciones, comprobando la gran habilidad que tiene el FP para adaptar sus estados según sea el caso de estudio, lo que queda demostrado por el comportamiento del estado x_1 , el cual estabiliza su valor en un rango de valores acotados en esta etapa. Por el contrario, durante la etapa de aprendizaje se observa una oscilación

mayor en su valor hasta lograr su estabilización a partir de los 500 [seg]. Por último, desde los 1800 [seg] en adelante se observa que la diferencia entre el valor medido y el estimado tanto en el caso del voltaje como del SOC aumenta en relación al intervalo anterior, esto se explica a la violenta caída de tensión que se produce cuando el ESD está cerca de descargarse completamente. El efecto de esta caída de tensión también se observa en el comportamiento del estado x_1 , el cual intenta adaptar su valor a los nuevos datos observados y que por lo tanto, vuelve a tomar un rango de valores más amplios respecto a los que tenía en el intervalo anterior.

Considerando esta tres etapas, en que la primera etapa corresponde a la etapa de aprendizaje con un porcentaje de carga alto y que en la tercera etapa el ESD está prácticamente descargado, es durante la segunda etapa cuando los resultados del módulo de pronóstico tle son más útiles al usuario, para efectos de la toma de decisiones futuras de cuánto y cuándo cargar la batería. Es también durante esta etapa cuando se tienen las mejores condiciones iniciales para el módulo de pronóstico, ya que los estados del modelo se encuentran con los valores estabilizados y ajustados y, con los cuales se puede comenzar sin dificultades la etapa de predicción.

Con el objetivo de validar el módulo de pronóstico, se utilizaron los datos presentados en el Capítulo III para realizar distintos experimentos, los que consideraron el enfoque propuesto en este trabajo (incluyendo la caracterización del perfil de uso futuro) y el propuesto en trabajos anteriores, como por ejemplo, el método propuesto en [1] donde realizan el pronóstico del EOD considerando una corriente conocida y constante. En particular, se realizaron los experimentos considerando una corriente constante (calculada como la corriente promedio desde el inicio de la prueba hasta el instante de predicción) y la caracterización estadística de esta para la predicción del SOC y del EOD de un ESD durante un ciclo de descarga, tal como se aprecia en las Figuras 5.4 y 5.6 respectivamente. En donde las Figuras 5.4a) y 5.6a) representan, simultáneamente, las medidas de los datos del voltaje (línea fina continua) para la prueba de descarga actual, la estimación basada en FP (línea gruesa continua) y la predicción basada en FP comenzando en los 920 [seg] del ciclo de descarga (línea gruesa discontinua); Por otra parte, las Figuras 5.4b) y 5.6b) representan, simultáneamente, el SOC calculado con los datos medidos para la prueba de descarga actual (línea fina continua), el SOC estimado (calculado con los datos estimados de voltaje) basado en FP (línea gruesa continua) y la predicción del SOC basada en FP comenzando en el mismo instante que en las figuras anteriores (línea gruesa discontinua).

Al implementar el experimento con el método propuesto (FP, ver Capítulo III), se debe calcular el instante donde cada una de las trayectorias (asociadas a cada partícula) alcanza el umbral del evento crítico (representado en este caso por la descarga del ESD). Esto permite generar una distribución del tiempo de falla condicional a los datos observados en la etapa de filtrado, y así representar el EOD como una PDF; logrando así la caracterización probabilística del EOD del ciclo de descarga en estudio. Este hecho es ilustrado en las Figuras 5.5b) y 5.7b), el cual representa los resultados obtenidos para un esquema de pronóstico del SOC basado en FP, utilizando la corriente futura como promedio y caracterizada estadísticamente. Estas figuras, además de mostrar la PDF del EOD, muestran el intervalo de confianza del 95% (líneas verticales gruesas discontinuas) para la predicción del EOD, el valor esperado de la PDF del EOD (línea vertical delgada sin extremos) y el valor real del EOD (calculado a posteriori) (línea vertical delgada con marca circular).

Como se observa en la Figura 5.7b), la diferencia entre el EOD real y el pronosticado es despreciable (menor a 3 [seg]), mientras que en los resultados expuestos en la Figura 5.5b), el EOD pronosticado se encuentra alejado y a la derecha del EOD real lo que, considerando un enfoque de pronóstico, es un resultado no deseado ya que la predicción nos sugiere que el ESD durará más de lo que realmente lo hará (sobre-estimación del EOD), lo que puede llevar a tomar decisiones futuras erradas y con esto producir problemas en los sistemas en los que se cuente con ESDs. Además, en el caso en que se utiliza la corriente promedio, se observa que el intervalo de confianza es más acotado en relación al resultado obtenido al utilizar la caracterización estadística de la corriente, lo que sugiere que el resultado de la predicción utilizando corriente promedio y constante tiene menor dispersión y varianza que el obtenido al utilizar una caracterización estadística de la corriente futura. Sin embargo, concluir solo en base a una realización de cada experimento es apresurado, por lo que en este trabajo se procedió a realizar ambos experimentos a partir de distintos tiempos iniciales de predicción, para así realizar una comparación consistente entre ambos métodos.

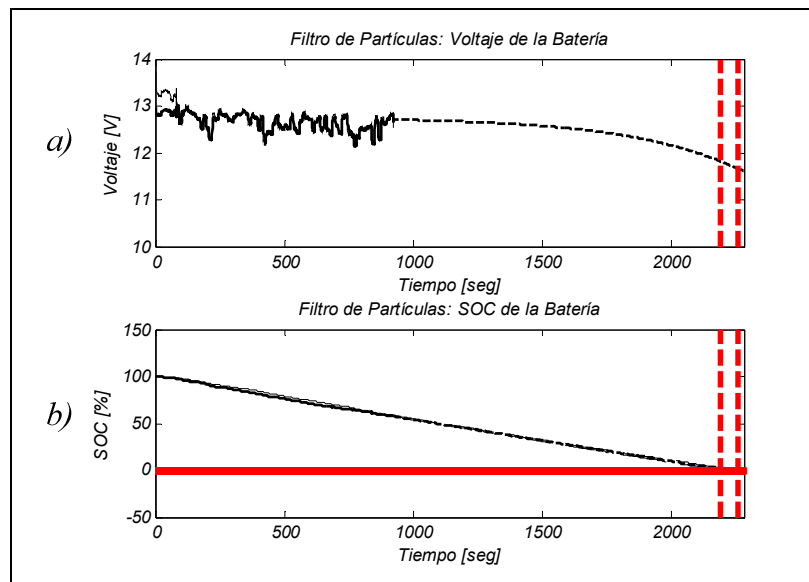


Figura 5.4: Predicción del SOC utilizando una corriente futura constante. Datos medidos (línea fina continua), estimación del FP (línea gruesa continua), y predicción basado en FP (línea gruesa discontinua).

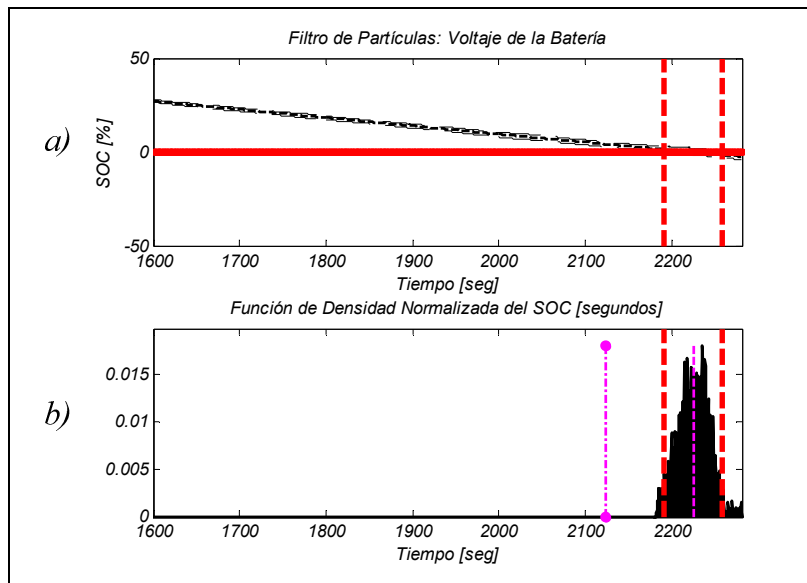


Figura 5.5: PDF de la predicción del EOD utilizando una corriente futura constante. Intervalo de confianza del 95% (líneas verticales gruesas discontinuas), valor esperado de la PDF del EOD (línea vertical delgada sin extremos), y valor real del EOD (línea vertical delgada con extremos circulares).

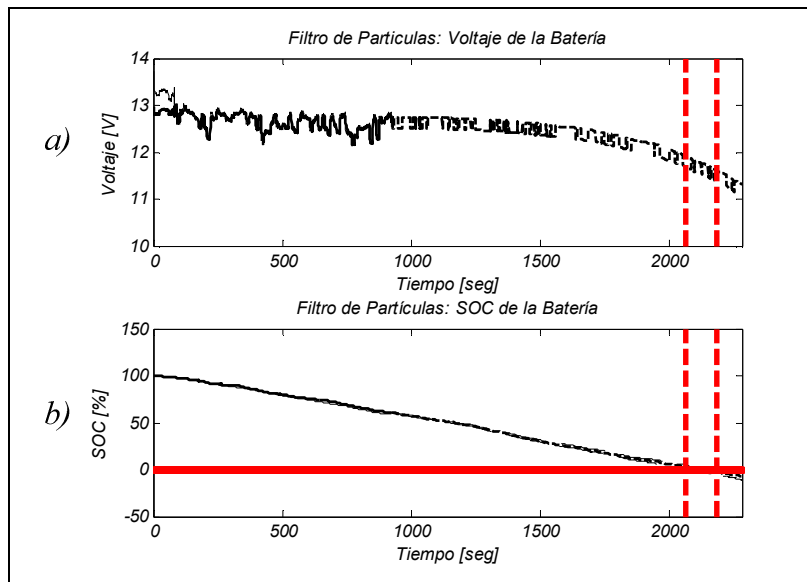


Figura 5.6: Predicción del SOC utilizando una corriente futura caracterizada por una CM. Datos medidos (línea fina continua), estimación del FP (línea gruesa continua), y predicción basado en FP (línea gruesa discontinua).

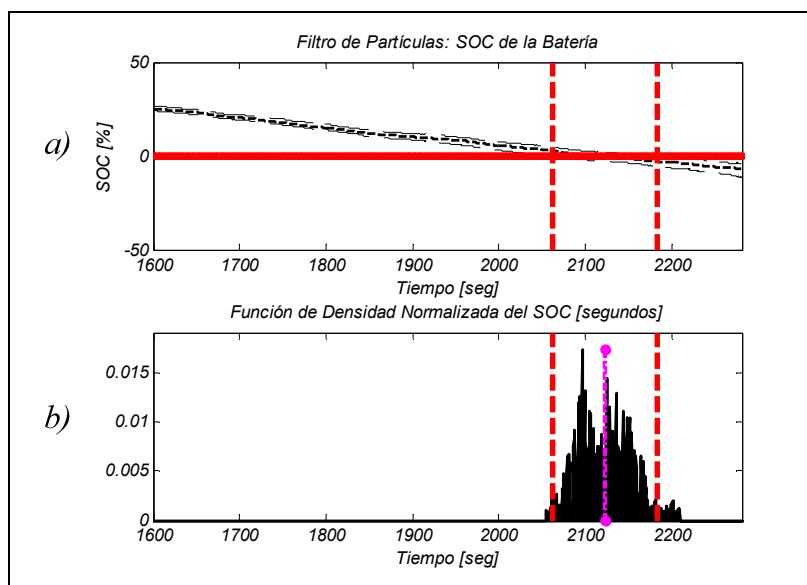


Figura 5.7: PDF de la predicción del EOD utilizando una corriente futura caracterizada por una CM. Intervalo de confianza del 95% (líneas verticales gruesas discontinuas), valor esperado de la PDF del EOD (línea vertical delgada sin extremos), y valor real del EOD (línea vertical delgada con extremos circulares).

En este sentido, se realizaron 280 pruebas para cada método considerando distintos tiempos iniciales de predicción (entre los 307 y 2027 [seg]) y un horizonte de predicción hasta los 2280 [seg], en donde cada prueba considera 40 partículas del FP y 25 realizaciones de la CM (lo que implica 25 iteraciones del FP) para cada instante de predicción. Los objetivos de realizar esta serie de pruebas para ambos métodos son: (i) analizar en términos de exactitud y precisión cómo evolucionan individualmente los resultados de pronóstico de ambos métodos al considerar más o menos información en la etapa de filtrado, (ii) comparar en términos de exactitud y precisión ambos métodos, (iii) analizar cómo evolucionan los estados y las probabilidades de transición de la CM en función del tiempo (cantidad de información considerada).

En este contexto, la Figura 5.8 muestra como varía la diferencia del EOD pronosticado con el EOD real en función del tiempo inicial de predicción, lo que tiene relación directa con la exactitud del módulo de pronóstico utilizado. El desempeño, al considerar una caracterización estadística de la corriente futura, está representado por la línea negra; mientras que el del método que utiliza la corriente promedio, se representa por la línea azul. En el caso en que se considera una caracterización estadística del perfil de uso (mediante una CM), se observa una disminución progresiva de la diferencia entre el EOD real y el pronosticado, la cual disminuye desde los 300 [seg] hasta unos 150 [seg] aproximadamente. Esto se debe sólo al instante inicial de predicción, ya que al retrasar este, se le otorga más tiempo a la etapa de estimación del módulo de pronóstico propuesto, permitiendo que el FP cuente con mayor tiempo para adaptar los estados del sistema, adquiriendo de mejor manera características propias de la batería y ciclo de descarga en estudio, lo que permite un sistema más representativo del ESD en estudio, información sumamente valiosa para lograr un buen desempeño en la etapa de predicción. Por otra parte, al contar con más tiempo en la etapa de estimación, además de adaptar de buena manera los estados del sistema, se tiene más información respecto al perfil de utilización al que se está sometiendo la batería, lo que permite mejorar la caracterización estadística de este, lo que a su vez ayuda a obtener un mejor desempeño en la etapa de predicción.

Por el contrario, al caracterizar el perfil de utilización futuro por una corriente promedio y constante en la etapa de predicción, se tiene la ventaja de ver acotada la diferencia entre el EOD real y el pronosticado por 150 [seg], independientemente del instante inicial de predicción. Sin embargo, este método cuenta con dos importantes desventajas:

- (i) existen pruebas donde las predicciones nunca alcanzan el umbral de falla dentro del horizonte de predicción luego, no existe el instante EOD. Por lo tanto, estas pruebas tienen asociadas una diferencia entre el EOD real y el pronosticado bastante mayor que en el caso en que se considera una caracterización estadística del perfil de utilización futuro. En la Figura 5.8 las pruebas en que no se alcanza el EOD están representadas por un símbolo “o” rojo.
- (ii) otro aspecto importante a considerar respecto a la exactitud del módulo de pronóstico tiene que ver con la sobre-estimación del EOD, lo que es absolutamente indeseable en cualquier módulo de pronóstico, ya que implica que el ESD puede descargarse antes de lo esperado, lo que en aplicaciones industriales o en sistemas complejos y peligrosos podría desencadenar consecuencias catastróficas. En este sentido, el caso en el cual se considera la caracterización de la corriente futura exhibe mejor rendimiento que el caso en que se considera una corriente promedio ya que tiende a sub-estimar el EOD, mientras que en el caso de la corriente promedio el EOD pronosticado siempre es sobre-estimado (ver Figura 5.8).

Considerando lo anterior, la única desventaja que tiene el método que implementa la caracterización estadística del perfil de utilización futuro, es que en las pruebas en que se inicia la predicción antes de los 1200 [seg] se tiene una diferencia entre el EOD real y pronosticado de aproximadamente 150 [seg] mayor respecto al resultado entregado por el método que utiliza una corriente promedio y constante. Sin embargo, dado que: (i) las desventajas del método en que se utiliza el perfil de uso constante, (ii) la diferencia entre el EOD real y el pronosticado al implementar la caracterización estadística del perfil de uso va disminuyendo progresivamente hasta alcanzar la misma diferencia que se obtiene al considerar la corriente promedio y, (iii) dicha diferencia, dentro de un horizonte de predicción de aproximadamente 2300 [seg], tiene su máximo alrededor de los 300 [seg] (lo cual es bueno); se considera que el método que utiliza la caracterización estadística del perfil de utilización futuro mediante una CM, tiene una importante mejora en su desempeño respecto al método comúnmente utilizado en la literatura, destacando que en sus resultados tienden a sub-estimar el EOD (ver Figura 5.8).

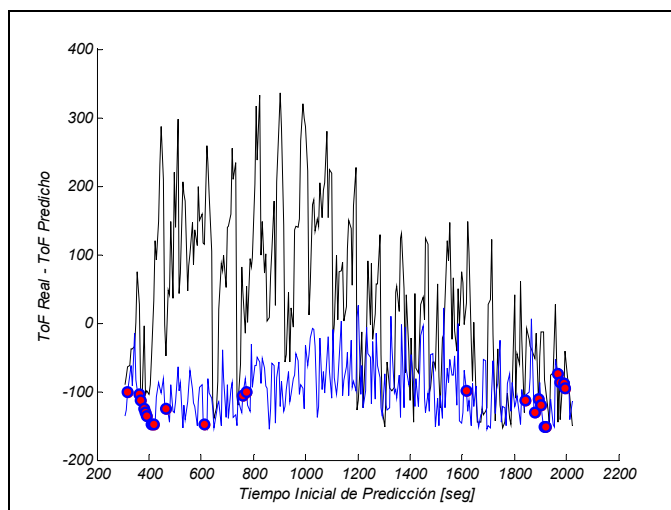


Figura 5.8: Diferencia entre el EOD real y el pronosticado: Diferencia considerando una corriente futura promedio y constante (línea azul), en donde los “o” rojos representan los instantes en que no se logró obtener el EOD dentro del horizonte de predicción; diferencia considerando una caracterización estadística de la corriente futura (línea negra).

A continuación, la Figura 5.9 muestra los valores de los estados, en la línea de tiempo, de la CM con la que se caracteriza el perfil de uso futuro en cada uno de los tiempos iniciales de predicción, en donde la línea gruesa representa el estado “alto” y la fina al estado “bajo”. Por otra parte, la Figura 5.10 presenta la variación de las probabilidades de transición de estado de la CM en función del tiempo inicial de predicción en donde, la línea fina corresponde a la probabilidad p_{11} (probabilidad de permanecer en el estado#1, corriente baja) y la línea gruesa a la probabilidad p_{21} (probabilidad de pasar al estado#1 dado que se está en el estado#2).

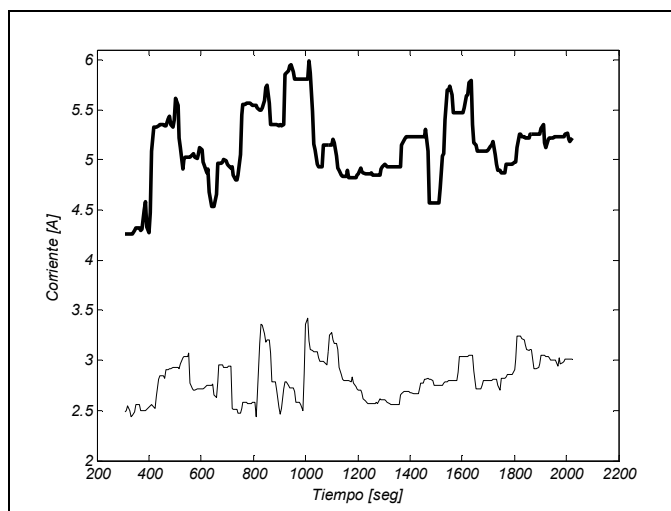


Figura 5.9: Estados “alto” (línea gruesa) y “bajo” (línea fina) de la CM con la que se caracteriza el perfil de uso futuro del ESD en cada uno de los instantes iniciales de predicción.

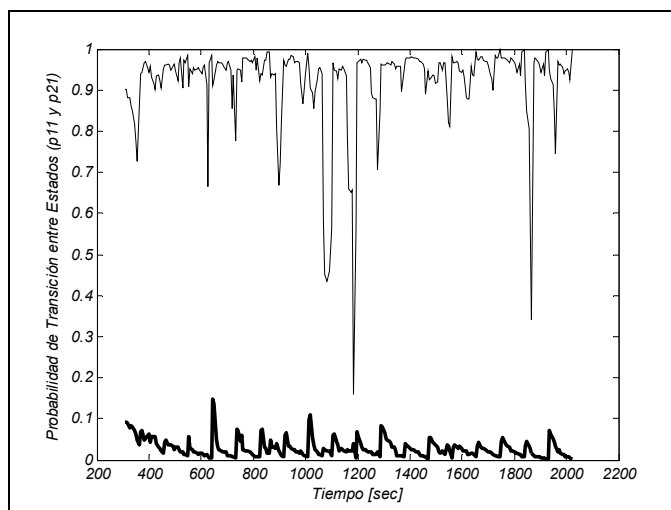


Figura 5.10: Variación de las probabilidades de transición de estado de la CM en función del tiempo inicial de predicción en donde, la línea gruesa corresponde a la probabilidad p_{11} y la línea fina a la probabilidad p_{21} .

En cuanto a la precisión que se exhibe en el caso del enfoque de predicción propuesto, la Figura 5.11 muestra como varía el tamaño del intervalo de confianza en función del tiempo inicial de predicción, lo cual tiene relación directa con la precisión del módulo de pronóstico utilizado. Esta figura representa, simultáneamente, el tamaño del intervalo de confianza al utilizar una corriente promedio para la predicción (línea azul) y el tamaño del intervalo de confianza al considerar la caracterización de la corriente futura (línea negra). Además, se observa que a hasta los 700 [seg] el caso en que se considera la caracterización del perfil de uso tiene un mayor intervalo de confianza, esto se debe al enfoque probabilístico del perfil de uso futuro, y que no se ha tenido una etapa de filtrado (o estimación) prolongada por lo que existen estados del sistema que no se lograron adaptar al ESD en estudio. Luego, a partir de los 700 [seg] en adelante se aprecia que ambos métodos cuentan con un intervalo de confianza de rangos similares y que a su vez disminuye en el tiempo, esto significa que a medida que se cuenta con más información respecto al uso del ESD la precisión de los resultados aumenta.

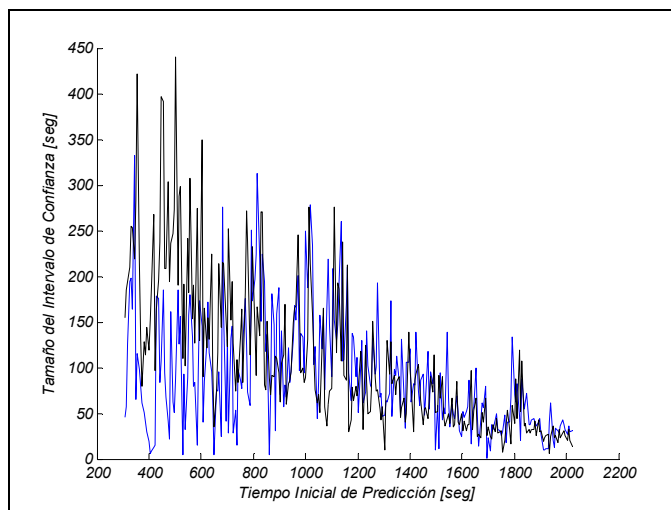


Figura 5.11: Variación del tamaño del intervalo de confianza de la predicción del EOD en función del instante inicial de predicción en donde, la línea azul corresponde a las pruebas realizadas considerando corriente futura promedio y constante y la línea negra a las pruebas en que se utilizó la caracterización estadística de la corriente.

A pesar que las medidas de desempeño anteriores son un buen indicador del rendimiento y de las mejoras del uso del modelo propuesto dentro del módulo de pronóstico del SOC basado en FP, es pertinente utilizar una métrica de desempeño para cuantificar y evaluar las mejoras de una manera más rigurosa. La métrica “ α - λ accuracy” [49] (ver Figura 5.12) determina si las predicciones de un algoritmo están dentro del margen definido por $\pm \alpha\%$ respecto del tiempo remanente hasta la descarga real (en el que se asume que el sistema es invariante en el tiempo) en un instante de tiempo determinado, especificado por el parámetro λ . Por ejemplo un $\lambda = 0.5$ especificaría la mitad del horizonte de predicción, el cual comienza en el instante inicial de predicción y finaliza en el EOD real. Para el caso particular en estudio, se consideraron los siguientes parámetros: $\alpha=15\%$; $\lambda=0.5$. Tal como se aprecia en la Figura 5.12, a medida que el instante inicial de predicción se encuentra más alejado del EOD real, el módulo de pronóstico es más permisivo en cuanto a la exactitud de sus resultados, lo cual concuerda con la teoría del modelo de pronóstico basado en FP propuesto, debido a que mientras más prontamente se inicie la predicción, menos tiempo se tiene para la etapa de estimación (filtrado) lo que implica que: (i) se cuenta con menos tiempo para la adaptación de los estados del modelo al ESD en estudio; (ii) se tiene menos información acerca del perfil de utilización del ESD en estudio, lo que dificulta obtener una adecuada caracterización estadística del perfil de uso futuro. Ambos factores influyen tanto en la precisión como en la exactitud de los resultados, por lo que es razonable que al contar con más tiempo para la etapa de estimación mejoren los resultados, otorgándole consistencia al módulo de pronóstico propuesto, tal como se aprecia en la Figura 5.12, en donde el error en cuanto a la exactitud de los resultados disminuye considerablemente al retrasar el tiempo inicial de predicción, el cual se debe mayoritariamente a que el sistema en estudio es variante en el tiempo.

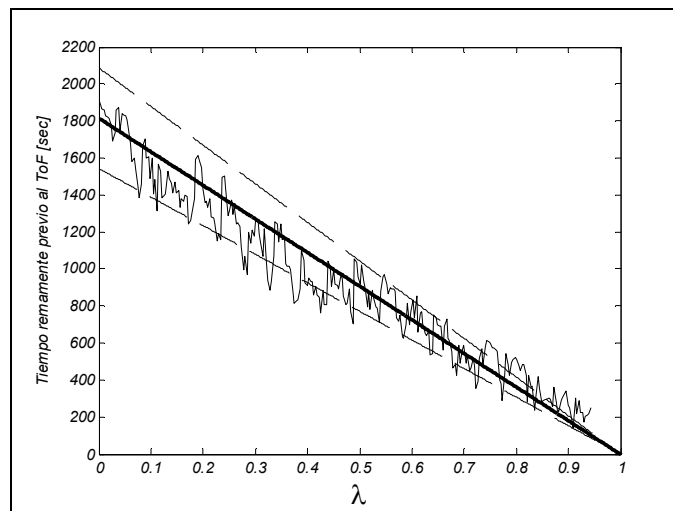


Figura 5.12: Evaluación del módulo de pronóstico basado en FP utilizando la métrica de desempeño “ α - λ accuracy”; $\alpha=15\%$, y $\lambda=0.5$.

Capítulo VI

Conclusiones

Este trabajo presenta, evalúa y valida un novedoso modelo de descarga del ESD, que permite la implementación de un esquema de pronóstico basado en filtro de partículas, para la estimación del estado-de-carga (SOC) y el pronóstico del tiempo de descarga (EOD) en dispositivos de almacenamiento de energía. Este modelo incluye la caracterización estadística en línea del perfil de utilización, a través de una cadena de Markov; en este sentido, el uso de CM donde cada estado tiene asociado un nivel de consumo de corriente y donde las probabilidades de transición permiten caracterizar el modo de uso de cualquier equipo, se justifica plenamente como una mejora directa al estado del arte. Al ser las CM un modelo de tipo Bayesiano, se provee un enfoque genérico que permite combinar eficientemente conocimiento *a priori* e información en tiempo real; ayudando a modelar y reducir fuentes de incertidumbre en los perfiles de uso futuro e impactando positivamente en el rendimiento de algoritmos de predicción de niveles de autonomía.

La eficacia del enfoque de pronóstico propuesto ha sido probada usando un escenario simplificado de descarga, donde la solución analítica óptima del problema de predicción (en el sentido de la media cuadrática) puede ser computada utilizando FK. Como consecuencia, se encontraron los parámetros óptimos para la implementación del enfoque propuesto (número de partículas, de iteraciones del FP y de realizaciones de la CM), maximizando la exactitud y precisión de las predicciones a largo plazo y la capacidad de representar la cola de la PDF del EOD, lo que más tarde fue representado por el valor $JITP_{\gamma\%}$ de la distribución antes mencionada. El módulo de pronóstico basado en FP no sólo presenta sus resultados en base al valor esperado del EOD y su varianza sino que además, es capaz de presentar otras medidas de desempeño como el intervalo de confianza y el valor $JITP_{\gamma\%}$ antes mencionado. Con la información obtenida de las distintas medidas de desempeño, es posible realizar una comparación más completa entre la solución óptima del problema y la propuesta, y además, una vez implementado el módulo de pronóstico para el caso real, permiten entregar al usuario del ESD mayor información útil para la toma de decisiones futuras, siendo una de las más relevantes el valor $JITP_{\gamma\%}$ gracias a la incorporación del concepto de “riesgo”.

Una vez definidos los parámetros del módulo de pronóstico propuesto, este ha sido validado usando datos experimentales de descarga, dos medidas de desempeño y una métrica de desempeño ad-hoc para cuantificar la precisión y exactitud de las estimaciones. En primera instancia, durante la etapa de estimación, es posible observar la gran habilidad que tiene el FP para adaptar (ajustar) los estados del sistema incorporando información propia y característica de cada batería y ciclo de descarga en estudio, mejorando la condición inicial y el rendimiento de la etapa de predicción. Por otro lado, es también durante esta etapa en la cual se caracteriza el perfil de uso futuro del ESD, en donde se definen los valores de los estados y de las probabilidades de transición de la CM de primer orden.

Luego, los resultados de la etapa de predicción muestran que la capacidad de caracterizar los perfiles de uso futuros que es provista por el modelo propuesto, es el elemento clave dentro de las

aproximaciones de pronóstico, ya que esto permite mejorar la exactitud de las predicciones a largo plazo y minimizar el efecto de la incertidumbre en la varianza de la predicción de la PDF del EOD. Esto se ve reflejado al comparar los resultados obtenidos por el módulo de predicción propuesto con el módulo típicamente presentado en la literatura, ya que a pesar de obtener resultados con menor exactitud y precisión al iniciar tempranamente la predicción con el módulo de predicción propuesto, estos mejoran progresivamente hasta obtener diferencias entre el EOD real y el pronosticado, del mismo rango que en el caso en el cual se utiliza el método típico de la literatura. Sin embargo, la diferencia fundamental que existe entre estos métodos es que el método propuesto tiende a sub-estimar el EOD de la batería en estudio, mientras que el método en que se considera una corriente promedio y constante siempre sobre-estima este instante, lo que podría desencadenar consecuencias catastróficas en aplicaciones industriales o en sistemas que tengan un grado considerable de peligro (por ejemplo, en aplicaciones bélicas, mineras, forestales, entre otras.).

En cuanto al impacto del algoritmo propuesto en los sistemas de administración de baterías, se debe notar que el desempeño del BMS mejora considerablemente ya que, por el contrario del modelo típico, el sistema propuesto es capaz de adaptarse a cambios bruscos y repentinos en el perfil de utilización del ESD, además de entregar información certera y útil en cuanto a exactitud y precisión del EOD (sub-estima el EOD y aporta con diversas medidas de desempeño), la cual permite tomar decisiones futuras (cuándo y cuánto cargar la batería) en función del perfil de utilización que se le esté dando al ESD y al nivel de riesgo aceptado por el usuario.

Con el trabajo realizado se dan por cumplido cada uno de los objetivos específicos planteados en el trabajo de tesis, ya que se logró generar un modelo empírico-fenomenológico de la descarga de un ESD de Ion-Litio mediante un enfoque Bayesiano (FP) para el estudio en línea del SOC, el que en su etapa de estimación es capaz de adaptar sus estados según las características propias de cada batería y ciclo de descarga en estudio, además de lograr caracterizar estadísticamente el perfil de uso futuro (al que el ESD analizado podría ser sometido) mediante una CM de primer orden y de dos estados, condicional a la información obtenida hasta el instante inicial de predicción. Por otra parte, los parámetros del módulo de pronóstico fueron determinados mediante una comparación analítica de un proceso de descarga simplificado, para luego validar y comparar el desempeño del módulo de pronóstico propuesto con el método típico presentado en la literatura, utilizando datos reales. Con los objetivos específicos cumplidos, es posible afirmar que el objetivo general del trabajo de tesis fue llevado a cabo exitosamente, ya que se logró la estimación en línea del tiempo de descarga de baterías de Ion-Litio utilizando caracterización del perfil de utilización y métodos secuenciales de Monte Carlo.

Como trabajo futuro se considerara incluir aspectos más específicos de la fenomenología dentro de la modelación de los procesos de descarga del ESD, tal como el efecto de la temperatura, el perfil de uso en la estructura físico-química de los ESDs, considerar la tasa de auto-descarga de la batería, incluir pruebas en que se carga parcialmente la batería antes de finalizar la descarga y caracterizar el perfil de uso futuro con una CM de más de dos estados otorgándole mayor diversidad y precisión a la caracterización de las corrientes futuras.

Referencias

- [1] B. Saha and K. Goebel, "Modeling Li-ion Battery Capacity Depletion in a Particle Filtering Framework", Annual Conference of the Prognostics and Health Management Society, San Diego, CA, October 2009.
- [2] Ranjbar, A.H.; Banaei, A.; Khoobroo, A.; Fahimi, B.; , "Online Estimation of State of Charge in Li-Ion Batteries Using Impulse Response Concept," Smart Grid, IEEE Transactions on , vol.3, no.1, pp.360-367, March 2012
- [3] Pattipati, B., Sankavaram, C., Pattipati, K., "System Identification and Estimation Framework for Pivotal Automotive Battery Management System Characteristics," Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, IEEE Transactions on , vol.41, no.6, pp.869-884, Nov. 2011.
- [4] Charkhgard, M.; Farrokhi, M.; , "State-of-Charge Estimation for Lithium-Ion Batteries Using Neural Networks and EKF," Industrial Electronics, IEEE Transactions on , vol.57, no.12, pp.4178-4187, Dec. 2010
- [5] Li Ran; Wu Junfeng; Wang Haiying; Li Gechen; , "Prediction of state of charge of Lithium-ion rechargeable battery with electrochemical impedance spectroscopy theory," Industrial Electronics and Applications (ICIEA), 2010 the 5th IEEE Conference on , vol., no., pp.684-688, 15-17 June 2010
- [6] ISO 3534-1 Statistics - Vocabulary and symbols. Part 1: Probability and general statistical terms. ISO, Ginebra, 1993.
- [7] ISO 3354 Measurement of clean water flow in closed conduits -Velocity-area method using current-meters in full conduits and under regular flow conditions. ISO, Ginebra, 2008.
- [8] Orchard, M., Vachtsevanos, G., "A Particle Filtering Approach for On-Line Fault Diagnosis and Failure Prognosis," Transactions of the Institute of Measurement and Control, vol. 31, no. 3-4, pp. 221-246, June 2009.
- [9] Orchard, M., Tang, L., Saha, B., Goebel, K., Vachtsevanos, G., "Risk-Sensitive Particle-Filtering-based Prognosis Framework for Estimation of Remaining Useful Life in Energy Storage Devices," Studies in Informatics and Control, vol. 19, Issue 3, pp. 209-218, September 2010.
- [10] Shi Qingsheng; Zhang Chenghui; Cui Naxin; Zhang Xiaoping; , "Battery State-Of-Charge estimation in Electric Vehicle using Elman neural network method," Control Conference (CCC), 2010 29th Chinese , vol., no., pp.5999-6003, 29-31 July 2010
- [11] Cadar, D.V.; Petreus, D.M.; Orian, C.A.; , "A method of determining a lithium-ion battery's state of charge," Design and Technology of Electronics Packages, (SIITME) 2009 15th International Symposium for , vol., no., pp.257-260, 17-20 Sept. 2009
- [12] Zhang Di; Ma Yan; Bai Qing-Wen; , "Estimation of Lithium-ion battery state of charge," Control Conference (CCC), 2011 30th Chinese , vol., no., pp.6256-6260, 22-24 July 2011
- [13] Saha, B., Goebel, K., Poll, S., Christophersen, J., "Prognostics Methods for Battery Health Monitoring Using a Bayesian Framework," Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on, vol.58, no.2, pp.291-296, Feb. 2009.
- [14] Xidong Tang; Xiaofeng Mao; Jian Lin; Koch, B.; , "Li-ion battery parameter estimation for state of charge," American Control Conference (ACC), 2011 , vol., no., pp.941-946, June 29 2011-July 1 2011

- [15] M Dalal, J Ma, and D He, "Lithium-ion battery life prognostic health management system using particle filtering framework," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability* March 1, 2011 225: 81-90
- [16] A. J. Salkind, C. Fennie, P. Singh, T. Atwater, D. E. Reisner, "Determination of state-of-charge and state-of-health of batteries by fuzzy logic methodology," *Journal of Power Sources*, vol. 80, issue 1-2, pp. 293-300, 1999
- [17] Dinh Vinh Do; Forgez, C.; El Kadri Benkara, K.; Friedrich, G.; , "Impedance Observer for a Li-Ion Battery Using Kalman Filter," *Vehicular Technology, IEEE Transactions on* , vol.58, no.8, pp.3930-3937, Oct. 2009
- [18] Bhangu, B.S.; Bentley, P.; Stone, D.A.; Bingham, C.M.; , "State-of-charge and state-of-health prediction of lead-acid batteries for hybrid electric vehicles using non-linear observers," *Power Electronics and Applications, 2005 European Conference on* , vol., no., pp.10 pp.-P.10, 0-0 0
- [19] Wei He, Williard, N., Osterman, M., Pecht, M., "Remaining useful performance analysis of batteries," *Prognostics and Health Management (PHM), 2011 IEEE Conference on* , vol., no., pp.1-6, 20-23 June 2011.
- [20] Kalman, R. E. "A new approach to linear filtering and prediction problems," *Journal of Basic Engineering* 82(1): 35-45 1960.
- [21] Anderson, B. D., Moore, J. B. *Optimal Filtering*, Dover Publications, 1979.
- [22] Simon, D. "Optimal State Estimation. Kalman, H-Infinity, and Nonlinear Approaches," Wiley-Interscience, 2006.
- [23] Oksendal, B. *Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications* (Universitext), 6th edn, Springer, 2007.
- [24] Tobar, F., "Inferencia de la volatilidad de retornos financieros usando filtro de partículas," M.S thesis, Universidad de Chile, Santiago, Chile, 2010.
- [25] Ristic, B., Arumlampalam, S., Gordon, N. "Beyond the Kalman Filter: particle filters for tracking applications.," Artech House, 2004.
- [26] Orchard, M., Tobar, F., Vachtsevanos, G., "Outer Feedback Correction Loops in Particle Filtering-based Prognostic Algorithms: Statistical Performance Comparison," *Studies in Informatics and Control*, vol. 18, Issue 4, pp. 295-304, December 2009.
- [27] Johannes, M. S., Polson, N. G., Stroud, J. R. "Optimal filtering of jump-diffusions: Extracting latent states from asset prices," *Review of Financial Studies* 2559-2599. 2009.
- [28] Haug, A. "A tutorial on bayesian estimation and tracking techniques applicable to nonlinear and non-gaussian processes," Technical report, MITRE, 2005.
- [29] Krishnan, V. *Nonlinear Filtering and Smoothing: An Introduction to Martingales, Stochastic Integrals and Estimation*, Dover, 2005.
- [30] Anderson, B. D., Moore, J. B. *Optimal Filtering*, Dover Publications, 1979.
- [31] Del Moral, P, *Peynman-Kac Formulae: Genealogical and Interacting Particle Systems with Applications*, Probability and its Applications, Springer, New York, 2004.
- [32] Andrieu C., Doucet A., Punskeya E., "Sequential Monte Carlo Methods for Optimal Filtering," in A. Doucet, N. de Freitas, and N. Gordon (Eds.), *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, Springer-Verlag, NY, 2001.
- [33] Geweke, J. F. "Bayesian inference in econometric models using monte carlo integration," *Econometrica* 57: 1317-1340, 1989.
- [34] Doucet A., de Freitas N., Gordon N., "An introduction to Sequential Monte Carlo methods," in *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, A. Doucet, N. de Freitas, and N. Gordon, Eds. NY: Springer-Verlag, 2001.

- [35] Liu, J. S. "Metropolized independent sampling with comparisons to rejection sampling and importance sampling," *Statistics and Computing* 6(2): 113-119, 1996.
- [36] Kong, A., Liu, J. S. & Wong, W. H. "Sequential imputations and bayesian missing data problems," *Journal of the American Statistical Association* 89(425): 278-288, 1994.
- [37] Doucet, A., Godsill, S., Andrieu, C. "On sequential monte carlo sampling methods for bayesian ltering," *Statistics and Computing* 10: 197-208, 2000.
- [38] Rubin, D. *Bayesian Statistics*, Vol. 3, Oxford University Press, chapter Using the SIR algorithm to simulate posterior distributions, 1988.
- [39] Berzuini, C., Best, N. G., Gilks, W. R., Larizza, C. "Dynamic conditional independence models and markov chain monte carlo methods," *Journal of the American Statistical Association* 92: 1403-1412, 1997.
- [40] Norris, J.R., *Markov Chains*. Cambridge University Press, 1997.
- [41] Meng Xianguo; Li Jimin; Feng Bing; Yang Zhen; , "Fault feature exaction method for the circuit based on Haar wavelet filter banks," *Electronic Measurement & Instruments (ICEMI), 2011 10th International Conference on* , vol.4, no., pp.118-122, 16-19 Aug. 2011
- [42] Engel, S.J., Gilmartin, B.J., Bongort, K., Hess, A., "Prognostics, the real issues involved with predicting life remaining," *Aerospace Conference Proceedings, 2000 IEEE*, vol.6, no., pp.457-469 vol.6, 2000.
- [43] Hunter, J. S., "The exponentially weighted moving average," *J. Qual. Technol.*, vol. 18, pp. 203-209, 1986.
- [44] Edwards, D., Orchard, M., Tang, L., Goebel, K., Vachtsevanos, G., "Impact of Input Uncertainty on Failure Prognostic Algorithms: Extending the Remaining Useful Life of Nonlinear Systems," *Annual Conference of the Prognostics and Health Management Society 2010*, October 10th-14th 2010, Portland, OR, USA.
- [45] Rabiner, L.R., "A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition," *Proceedings of the IEEE*, vol.77, no.2, pp.257-286, Feb 1989.
- [46] Trailovic, L., Pao, L.Y., "Variance estimation and ranking of Gaussian mixture distributions in target tracking applications," *Decision and Control, 2002, Proceedings of the 41st IEEE Conference on* , vol.2, no., pp. 2195- 2201 vol.2, 10-13 Dec. 2002.
- [47] Orchard, M., Tobar, F., Vachtsevanos, G., "Outer Feedback Correction Loops in Particle Filtering-based Prognostic Algorithms: Statistical Performance Comparison," *Studies in Informatics and Control*, vol. 18, Issue 4, pp. 295-304, December 2009.
- [48] Chen, C. Vachtsevanos, G., Orchard, M., "Machine Condition Prediction Based on Adaptive Neuro-Fuzzy and High-Order Particle Filtering," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 9, pp. 4353-4364, September 2011.
- [49] Saxena, A., Celaya, J., Saha, B., Saha, S., Goebel, K., "Evaluating prognostics performance for algorithms incorporating uncertainty estimates," *Aerospace Conference, 2010 IEEE* , vol., no., pp.1-11, 6-13 March 2010.