



**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**MODELAMIENTO Y VALIDACIÓN DE UNA METODOLOGÍA DE MEDICIÓN DE
SOLVENCIA BASADA EN RIESGO PROPIA PARA UNA COMPAÑÍA DE SEGUROS**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

ANTONIO ZANOCCO LEMP

**PROFESOR GUÍA:
SERGIO LEHMANN BERESI**

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
ROGER LOWICK-RUSSELL ALVAREZ
CHRISTIAN LARRAÍN PIZARRO**

**SANTIAGO DE CHILE
JUNIO DE 2012**

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA
OPTAR A TÍTULO DE INGENIERO
CIVIL INDUSTRIAL
POR: ANTONIO ZANOCCO L.
FECHA: 19/05/12
PROF. GUÍA: SERGIO LEHMANN B.

MODELAMIENTO Y VALIDACIÓN DE UNA METODOLOGÍA DE MEDICIÓN DE SOLVENCIA BASADA EN RIESGO PROPIA PARA UNA COMPAÑÍA DE SEGUROS

Las actuales regulaciones del sistema de supervisión de seguros en Chile son rígidas y de carácter general, por lo que no siempre son aplicables a la situación propia de cada compañía y pueden limitar el actuar de éstas en lo que respecta a la gestión de riesgos. A partir de esto, la Superintendencia de Valores y Seguros opta por la implementación de una metodología fundamentada en los conceptos de supervisión basada en riesgos.

En el presente proyecto se estudiarán metodologías existentes a nivel internacional, fundamentadas en modelos de supervisión basada en riesgos para la medición de requerimientos de capital de solvencia. Se elegirán los modelos de medición que mejor representen la realidad de la compañía en la que se realiza el proyecto, mediante la utilización de diferentes métodos de comparación, con el fin de modelar y validar, una metodología diseñada en específico para la aseguradora.

De acuerdo a lo recién expuesto, el objetivo principal del proyecto es adaptar y validar una metodología de medición de requerimientos de capital de solvencia basado en riesgos para una compañía particular de seguros en Chile, a partir del estudio de la experiencia internacional en el tema. Como resultados del proyecto, se espera obtener una metodología que mida el requerimiento de capital de solvencia específico de la compañía. La metodología confeccionada se usará como sistema de cuantificación de riesgos que permita efectuar fiscalizaciones preventivas y sirva de apoyo a la gestión de riesgos y a la toma de decisiones de inversión de la compañía.

Actualmente el margen de solvencia de la compañía representa un 4.82% del total de reservas a respaldar, es decir 93,287,752 \$M. Utilizando el requerimiento de capital basado en riesgo como requerimiento de solvencia, el requerimiento de capital que se obtiene es 82,123,249 \$M, este representa un 4.26% del total de reservas a respaldar. El superávit en la situación actual es de 11,348,419 \$M, utilizando la metodología propuesta como requerimiento de capital es de 22,512,922 \$M. Esto significa un aumento del 98%.

Para las compañías de seguros es indispensable prepararse en conjunto. La recopilación de información proveniente de cada una de las compañías es importante para el desarrollo de análisis de impactos cuantitativos, la creación de bases de datos y validación de las metodologías a ser presentadas por la SVS.

ÍNDICE

1.	INTRODUCCIÓN	5
1.1.	ANTECEDENTES.....	5
1.2.	OBJETIVOS.....	6
1.3.	ALCANCES	7
2.	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	8
2.1.	DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO	8
2.2.	JUSTIFICACIÓN	8
2.3.	VALOR AGREGADO	10
3.	MARCO CONCEPTUAL	11
3.1.	SISTEMA DE REGULACIÓN Y SUPERVISIÓN ACTUAL.....	11
3.2.	SOLVENCIA BASADA EN RIESGO	12
3.3.	NIVEL I REGULATORIO	16
3.4.	NUEVA METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN DE SOLVENCIA DE LA SVS	18
4.	METODOLOGÍA	22
4.1.	CÁLCULO REQUERIMIENTO CAPITAL.....	22
4.2.	RIESGOS MEDIDOS.....	24
4.3.	MEDICIÓN DE REQUERIMIENTOS DE CAPITAL	27
4.4.	METODOLOGÍA GENERAL	38
5.	RESULTADO DE LA INVESTIGACIÓN Y ANÁLISIS	38
5.1.	FACTORES DE RIESGO OBTENIDOS.....	38
5.2.	REQUERIMIENTOS DE CAPITAL.....	41
5.3.	LIMITACIÓN DE METODOLOGÍAS PARA EL CÁLCULO DE REQUERIMIENTOS DE CAPITAL	10
6.	CONCLUSIONES	44
7.	APOYOS INSTITUCIONALES	45
8.	BIBLIOGRAFÍA	47
9.	ANEXOS	48

1. INTRODUCCIÓN

1.1. ANTECEDENTES

El total de los fondos acumulados por el mercado de los seguros en Chile representa alrededor de la quinta parte del PIB total del país, lo que lo hace clave en la industria financiera chilena¹. Las principales actividades de las aseguradoras son la gestión de riesgos y la generación de alternativas de ahorro y previsión en el largo plazo para los privados. Esto se traduce en mayor riqueza y bienestar social para el país.

La confianza es clave dentro de la industria del seguro. En el caso de cobertura de riesgos, el asegurado puede pasar años pagando una prima a cambio de la promesa de que al suceder un evento negativo, éste será respaldado por la compañía aseguradora. En el caso de provisiones u otros instrumentos de ahorro, el asegurado traspasa parte de sus fondos a la compañía para que ésta los administre, a cambio de la promesa que recibirá cierta rentabilidad. A su vez, a través de la inversión de los recursos que administran, las compañías de seguros contribuyen con el desarrollo del mercado de capitales. Luego, es importante contar con un sistema de regulación que otorgue beneficios tanto a los asegurados como a las compañías de seguros, resguardando sus posiciones.

La Superintendencia de Valores y Seguros de Chile, SVS, ha estado efectuando en los últimos años un proceso de revisión de sus sistemas de supervisión. A partir de esta revisión se ha concluido que se requiere una modificación en el enfoque de supervisión, de modo contar con una mayor flexibilidad para enfrentar los distintos cambios que pueden ocurrir en el mercado de los seguros en Chile².

A partir del análisis de la experiencia y recomendaciones de distintas instituciones internacionales en materia de regulación de seguros, la Superintendencia pudo evidenciar de forma clara una tendencia hacia la adopción de modelos de supervisión basada en riesgos. Esto significa que deben ir midiendo permanentemente los riesgos asumidos e ir adoptando medidas que los mitiguen o se compensen con mayores niveles de capital, de modo de cubrir efectivamente eventuales pérdidas asociadas.

Actualmente, el sistema de supervisión de seguros en Chile se basa principalmente en asegurar que el nivel de capital de las compañías de seguros sea suficiente para el pago de los compromisos con sus asegurados. Por lo tanto, se produce un énfasis de la supervisión en el cumplimiento de normas. El objetivo fundamental del nuevo modelo, es que las aseguradoras gestionen de manera correcta sus riesgos y a partir de esta nueva forma de abordar la gestión, tengan la capacidad de reducir su exposición, previniendo de esta manera situaciones que puedan afectar su

¹ SVS, [1].

² SVS, [1].

solvencia. De acuerdo con esto, la nueva metodología establece incentivos para que las compañías generen sistemas propios de gestión de riesgos.

El nuevo modelo de solvencia basada en riesgo, SBR, otorga a las aseguradoras mayor flexibilidad para definir sus políticas de riesgo. Este permitirá que las compañías de seguros tengan mayor libertad para adoptar decisiones sobre la base de modelos propios y análisis de riesgo propios, no sobre la base de una regulación determinada.

A nivel internacional varios países aplican modelos de supervisión basada en riesgo. Canadá, Inglaterra y Australia son algunos de ellos. La Asociación Internacional de Supervisores de Seguros, IAIS, también dirige la regulación y publicaciones hacia este nuevo enfoque de supervisión. En Latinoamérica, se observan también progresos que apuntan en la misma dirección.

Los primeros avances por parte de la Superintendencia se realizaron durante el año 2005 y principios del 2006. Tales avances consistieron en un trabajo diagnóstico y desarrollo de un modelo de supervisión basada en riesgos para la industria chilena³, que contaba con el apoyo del proyecto FIRST⁴ y era asesorado por la OSFI, Office of the Superintendent of Financial Institutions, de Canadá. Este modelo es el que ha servido como base de la metodología que la Superintendencia quiere implementar en nuestro país.

Otros desarrollos que han servido de base para el nuevo enfoque que se pretende utilizar en el mercado de los seguros son: Basilea II, confeccionado por el Comité de Basilea para la supervisión bancaria, modelos usados por la IAIS y Solvencia II, desarrollado por la Unión Europea. Ambos proponen un enfoque de supervisión específico para compañías de seguros.

Finalmente la SVS y entidades de todo el mundo, como la EIOPA⁵, publican regularmente normativas en trámite e informes que dan conocimiento de los avances en la implementación de esta nueva metodología y resultados de las metodologías ya implementadas.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. Objetivo General

Adaptar y validar una metodología de medición de requerimientos de capital de solvencia basado en riesgos (fortaleza patrimonial) para una Compañía de Seguros en Chile en específico, a partir del estudio de la experiencia nacional e internacional en el tema.

³ SVS, [1].

⁴ Financial Sector Reform and Strengthening (FIRST), programa financiado por el Banco Mundial y FMI.

⁵ EIOPA, European Insurance and Occupational Pensions Authority.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Estudiar metodologías utilizadas nacional e internacionalmente para la medición de solvencia basada en riesgos.
- Estudiar los riesgos que se desean medir y sensibilizarse en la realidad de la Compañía de Seguros en la que se desarrolla el proyecto.
- Comparar las diferentes metodologías estudiadas y escoger los modelos que mejor se adapten a la realidad del mercado chileno y de la compañía mediante la utilización de análisis comparativos que reflejan el cumplimiento de ciertas condiciones establecidas por la SVS y la compañía.
- Adaptar y validar la nueva metodología al mercado chileno.
- Crear un sistema de cuantificación de riesgos que permita efectuar fiscalizaciones preventivas.
- Revisar situación actual en contraste con situaciones esperadas bajo distintos escenarios.

1.3. ALCANCES

- En principio el desarrollo del proyecto sólo se centrará en la empresa Principal Financial Group Chile.
- En particular, el proyecto se desarrollará sólo para compañías de seguros de vida.
- En este trabajo sólo se utilizarán técnicas descritas en la bibliografía utilizada. No se modelaran nuevas metodologías, sino que, de cierta gama de elecciones se escogerán las que mejor calcen con la realidad de la compañía.
- El plazo final de desarrollo del proyecto está estipulado para mediados de Junio del año 2012.
- No se realizará la evaluación de solvencia completa. Sólo se desarrollará una metodología que mida el requerimiento de capital de solvencia (fortaleza patrimonial) de la compañía. Este proceso es parte del nivel regulatorio de la evaluación de solvencia (Pilar I regulatorio).
- Se estudiará la metodología de distintas entidades internacionales.

- La investigación contempla el desarrollo de una hoja de cálculo, detallada con todos los pasos a seguir para la medición del requerimiento de capital de solvencia de la compañía de seguros.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

En el presente proyecto se estudiarán diversas metodologías existentes a nivel internacional, fundamentadas en modelos de supervisión basada en riesgos para la medición de requerimientos de capital de solvencia. Los requerimientos de capital de solvencia basada en riesgos (CBR) descansa en los fundamentos del Pilar I Regulatorio del nuevo modelo propuesto por la SVS. Este establece los requerimientos mínimos de solvencia de tipo cuantitativo. Luego, sólo se revisaran metodologías referentes a dicho Pilar. El Pilar II de Supervisión queda fuera de los alcances de este proyecto. Se elegirán los modelos de medición de riesgo que mejor representen la realidad de la compañía en la que se realiza el proyecto, mediante la utilización de diferentes métodos de comparación. Finalmente se modelará y validará (calibrará y analizará el modelo bajo distintos escenarios) una metodología diseñada en específico para la aseguradora.

2.2. JUSTIFICACIÓN

¿Por qué se necesita una nueva metodología para la supervisión de solvencia?

La metodología actual utiliza un modelo simple para calcular los requerimientos de capital, esta puede ser implementada a bajo costo y entrega resultados comparables a través de las distintas compañías de seguros. Pero, al ser tan simple, la metodología actual puede no reflejar de forma acertada los riesgos que toma cada compañía. Por lo tanto, el capital requerido con la metodología actual puede ser inadecuado, lo que provoca que esfuerzos de reguladores y compañías por gestionar y mitigar de manera correcta el riesgo sean utilizados de forma incorrecta dirigida a sectores incorrectos.

¿Por qué no usar metodologías ya implementadas en otras industrias similares, como por ejemplo, el mercado los bancos?

A pesar de que el riesgo de entidades bancarias y aseguradoras es menos marcado de lo que se piensa, resultado de la última crisis financiera. Ambas instituciones funcionan de acuerdo a modelos empresariales distintos, por lo tanto sus perfiles de riesgo también lo son en cierta medida. Esto es tanto en términos de cada entidad de manera independiente, así como en lo que se refiere a la estabilidad del conjunto y su repercusión sobre la economía.

La principal actividad de las aseguradoras es la gestión de los riesgos. Esto consiste en un enfoque estructurado para manejar la incertidumbre relativa generada por un factor, a través de la implementación de evaluaciones y estrategias de mitigación del riesgo asociado. Las principales actividades bancarias son el recibir depósitos y emitir préstamos, además de diversos servicios financieros pagados con comisiones.

La financiación en las entidades aseguradoras es recibida de forma anticipada, a través de las primas de los seguros, a diferencia de las entidades bancarias que se financian a través del spread que obtienen de los distintos préstamos que realizan. La financiación en las entidades aseguradoras también es más estable y duradera, y está expuesta a un riesgo de liquidez menor ya que son generalmente de largo plazo.

La forma con que se controlan los riesgos y la transparencia con que éstos se asumen, son parecidos en el sector de los seguros y el sector de la banca. Ambos están en el *core* del negocio. La interrelación entre instituciones bancarias, por su parte, es elevada y de mucha importancia para su modelo de mercado (debido al préstamo interbancario realizado). En las aseguradoras tiende a ser baja, pero en casos de crisis puede tomar una mayor importancia. La volatilidad del capital en el sector bancario es mucho más elevada que en el sector asegurador, además de tener un perfil de inversión más orientado al activo y al corto plazo. El sector asegurador, en tanto, está más orientado al largo plazo y al cumplimiento del pago de compromisos con los asegurados (pasivos). Como consecuencia, los perfiles de riesgo en entidades aseguradoras y bancarias son distintos. La principal característica en el sector asegurador es la diversificación del riesgo de la cartera de seguros a lo largo del tiempo, lo cual determina un perfil de riesgo a largo plazo, a diferencia de las entidades bancarias que se preocupan de su relación con el riesgo a corto plazo. El sector bancario se ve afectado principalmente por el riesgo de liquidez, de mercado y de pago del crédito. Las compañías de seguros se ven afectadas principalmente por el riesgo de mercado, por el riesgo de liquidez y de pago de crédito, pero a un grado de exposición distinto. Además están expuestas a un riesgo de suscripción, que no aparece en el caso entidades bancarias. El riesgo de mercado se presenta en ambas industrias, pero es distinto en sus componentes, ya que, por ejemplo, el riesgo de descalce entre activos y pasivos es mucho menor para entidades aseguradoras.

En cuanto a su repercusión en la economía, el modelo de negocios del sector asegurador tiende a no generar riesgos sistémicos. Así como el riesgo de vulnerabilidad financiera es menor que en el sector bancario, y a su vez el grado de sustituibilidad es mayor.

La utilización de metodologías de medición de capital basado en riesgo propias de la banca en el sector asegurador llevaría a todas las entidades financieras a comportarse de la misma forma. Esto provocaría un debilitamiento del modelo de negocio de los seguros, deteriorando el papel potencialmente estabilizador que desempeña este sector para la economía.

¿Por qué una compañía de seguros debe modelar y probar una metodología propia de medición de solvencia basada en riesgo, en vez de sólo seguir la establecida como guía por las autoridades?

Uno de los objetivos principales del nuevo método de supervisión basado en riesgo es que las compañías generen sistemas propios de gestión de riesgo, así como la adopción de decisiones de inversión sobre la base de modelos propios y análisis propios y no sobre la base de una regulación determinada. Esto, en conjunto con nuevas iniciativas de colaboración con las compañías por parte de la Superintendencia otorga una oportunidad proactiva para mejorar la posición competitiva del requerimiento de capital de cada compañía.

2.3. VALOR AGREGADO

Como resultado del proceso de estudio e implementación, la Superintendencia de Valores y Seguros, SVS, publicará una metodología estándar de evaluación de capital de solvencia. Las compañías de seguros serán libres de decidir si implementarán tal metodología o una propia. Implementar una metodología estándar tiene el riesgo de que una vez medido el capital de solvencia, éste no refleje de manera correcta los riesgos a los que está expuesta una compañía de seguros en particular. Uno de los objetivos principales del proyecto es sensibilizarse en la realidad de la compañía y reconocer, modificar (si es necesario) e implementar los modelos que mejor calcen con ésta. Este objetivo va de la mano con la importancia que le está dando la SVS a la interacción con el mercado en el proceso del diseño y calibración de su modelo. Luego, este proyecto contribuye al mejor desarrollo del nuevo enfoque de supervisión para compañías de seguros en Chile. Además, puede proveer de ciertas ventajas para la compañía en que se realiza:

- Mejora la posición competitiva del requerimiento de capital de la compañía. Se flexibiliza el régimen de inversiones, al adoptar modelos propios y no impuestos.
- Mejora la gestión de los riesgos a los que está expuesta la compañía al realizar a priori el ejercicio de comprensión de la nueva metodología.
- Puede mejorar las instancias negociación con la SVS. Elegir la metodología de la SVS sin haber hecho el ejercicio previo, propio para la realidad de la compañía, puede dejar a la compañía en una posición de desventaja al momento de negociar con ésta, ya que se hace en el marco que la SVS propone. En cambio, si se llega al momento de la negociación con una metodología propia a priori modelada, se pasa a una posición de diálogo más que de, en su mayoría, recepción.
- Mejora el ejercicio comunicativo al momento de explicar cambios en el requerimiento de capital a los accionistas de la compañía.
- Ahorra tiempo y recursos a la compañía.

- Para el gerente de Riesgos, es esencial modernizar la gestión de riesgos, debido a que en caso de problemas él responde personalmente.
- Una mejor gestión de riesgos permite tarifcar mejor servicios y productos, segmentar mejor clientes y focalizar marketing, y asignar capital por línea de negocio.

3. MARCO CONCEPTUAL

3.1. SISTEMA DE REGULACIÓN Y SUPERVISIÓN ACTUAL

El sistema de supervisión de seguros chileno descansa en dos conceptos claves: solvencia y conducta de mercado. El primero apunta a generar un sistema de supervisión prudencial, que en términos generales, garantice que las aseguradoras cuenten con los recursos financieros suficientes para cumplir los compromisos con sus asegurados. El segundo apunta a establecer una regulación y supervisión que permita dar protección a los derechos de los asegurados y público en general, dando garantías que las aseguradoras cumplan adecuadamente las obligaciones derivadas de los contratos de seguros suscritos, además de que otorguen un trato justo a los asegurados y beneficiarios y a su vez actúen con la necesaria transparencia en la comercialización de los seguros, el pago de las indemnizaciones y otros beneficios asociados al seguro.

El enfoque de supervisión por solvencia que se ha aplicado en Chile, deja amplia libertad a las aseguradoras para comercializar sus seguros y gestionar sus riesgos técnicos, fijando estas entidades entre otros aspectos los productos, las políticas de suscripción y reaseguro, y la tarificación de los riesgos. El sistema de supervisión se focaliza en la capacidad financiera actual de la compañía para pagar los compromisos derivados de la venta de seguros.

El sistema de supervisión de solvencia se basa principalmente en los siguientes conceptos⁶:

- Reservas Técnicas.
- Patrimonio Mínimo y de Riesgo.
- Régimen de Inversiones.

El primero apunta a una correcta constitución de las reservas técnicas de acuerdo a los criterios y parámetros técnicos fijados por la SVS. Las reservas técnicas son pasivos que reflejan el valor monetario de las obligaciones con los asegurados. Estos

⁶ SVS, [1].

critérios buscan ser prudenciales, en cuanto a que el monto de las reservas técnicas sea suficiente para el pago de los compromisos de seguros.

El segundo aspecto se refiere a la obligación de las aseguradoras de mantener un nivel de patrimonio mínimo para ejercer la actividad aseguradora, denominado patrimonio de riesgo. Este patrimonio es el aporte de los accionistas que garantiza el pago de los compromisos con los asegurados, como primera prioridad y el de otros acreedores en forma subordinada. El objetivo fundamental del patrimonio mínimo o de riesgo es servir de resguardo en caso que las reservas técnicas de la compañía no sean suficientes para el pago de sus compromisos.

El tercer concepto apunta a acotar el riesgo de los activos que respaldan las reservas técnicas y el patrimonio mínimo o de riesgo de la compañía, buscando limitar las pérdidas que la compañía pudiera enfrentar por la inversión de dichas reservas y patrimonio. Con este objetivo se establece un régimen de inversiones que restringen a las operaciones de inversión y gestión de riesgos derivados de los activos.

El enfoque de supervisión de la solvencia se ha basado en el establecimiento de normas prudenciales que regulan los tres aspectos señalados previamente. Para efectos de su aplicación, este enfoque descansa en la información financiera de la compañía, básicamente estados financieros e información anexa a éstos. La supervisión entonces se ha concentrado en la verificación del cumplimiento de la regulación de solvencia y en la auditoría de la información que proporciona la compañía, destinada a garantizar que dicha información refleje adecuadamente la situación de ésta.

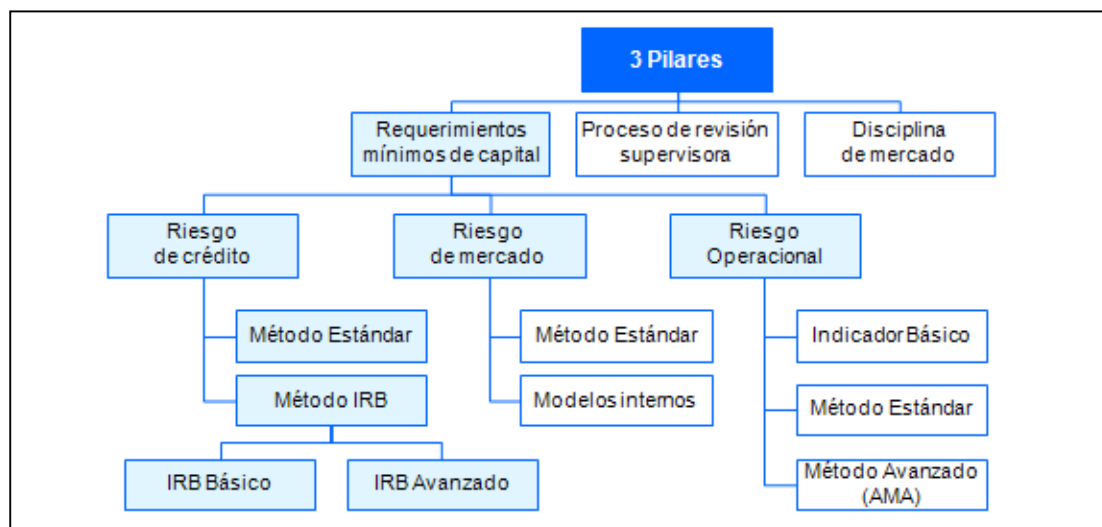
3.2. SOLVENCIA BASADA EN RIESGO

Las actuales regulaciones tienen como objetivo restringir los riesgos que puedan tener las aseguradoras. Debido a que estas son rígidas y de carácter general, no siempre son aplicables a la situación propia de cada compañía y pueden limitar el actuar de estas en lo que respecta a la gestión de riesgos.

El mercado de los seguros sufre un cambio constante, el desarrollo de nuevos tipos de seguro, el aumento de la competencia y la misma movilidad que tienen los riesgos sufridos por cada compañía son razones de esto. Luego, el establecimiento de normas rígidas no es la forma más efectiva de fiscalizar, ya que son difíciles de actualizar y adaptar a la realidad propia de cada compañía. Debido a esto, a nivel internacional se evidencia una tendencia hacia enfoque de supervisión basada en riesgos.

Existen varios desarrollos que han servido de base para el nuevo enfoque que se pretende utilizar en el mercado de los seguros. Uno de los modelos más importantes es Basilea II, confeccionado por el Comité de Basilea para la supervisión bancaria. Este modelo se basa en tres pilares:

Figura 1. Modelo de supervisión basada en riesgo Basilea II⁷



- El primer pilar trata de la supervisión de que los requerimientos mínimos de capital basado en riesgos se cumplan.
- El segundo pilar se basa en la supervisión que efectúa el regulador a la entidad, monitorea y analiza los riesgos que asume el supervisado y su gestión de estos.
- El tercer pilar trata de la disciplina de mercado, la transparencia con que se entrega información financiera al público.

Otros modelos usados como base son aquellos desarrollados por la IAIS, International Association of Insurance Supervisors, y por la Unión Europea. Ambos proponen un enfoque de supervisión específico para compañías de seguros, basado en tres niveles en el caso de la IAIS y en el caso de Solvencia II, el modelo de la UE, también de tres pilares:

⁷ Basel Committee of Banking Supervision, [3].

Figura 2. Modelo de supervisión de solvencia de la IAIS⁸

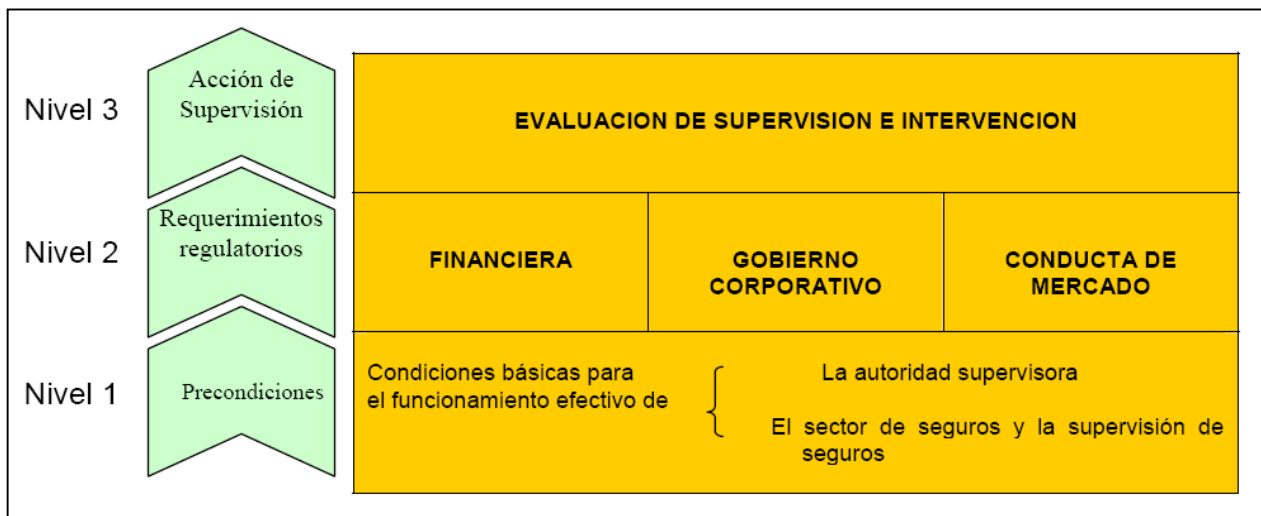
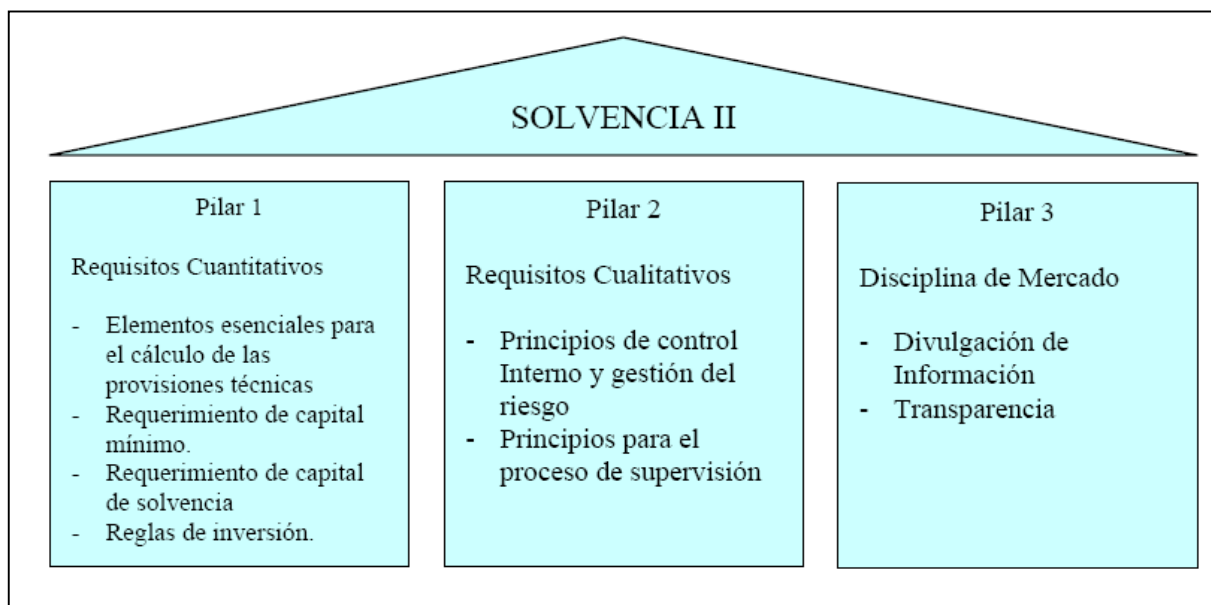


Figura 3. Modelo de supervisión de solvencia de la UE, Solvencia II⁹



Cabe señalar que los pilares I,II y III de los modelos Basilea II y Solvencia II se asimilan mucho a los niveles 2 y 3 del modelo de la IAIS, en cuanto a requisitos

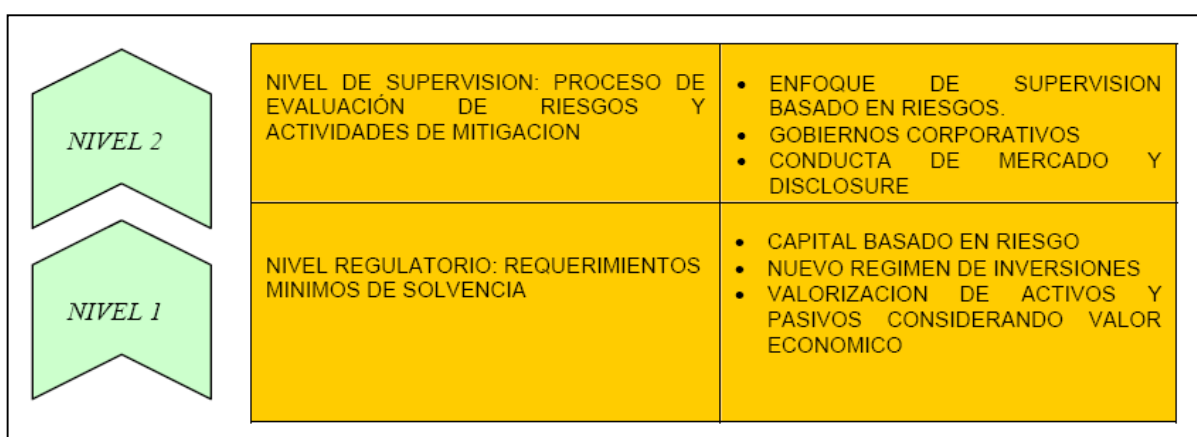
⁸ SVS, [1].

⁹ SVS, [1].

cualitativos, cuantitativos y disciplina de mercado del mercado en lo que a supervisión se refiere.

La Superintendencia se basa en estos modelos junto con el modelo de supervisión canadiense (OSFI) y de Inglaterra (FSA), además de recomendaciones de organismos internacionales como la OECD y el Banco Mundial para desarrollar un nuevo modelo de supervisión de la solvencia propio para las compañías de seguros en Chile. Este modelo toma como base los niveles 2 y 3 del modelo de la IAIS y pilares I y II de Basilea II y Solvencia II. El nuevo modelo se estructura sobre la base de dos pilares:

Figura 4. Nuevo modelo de supervisión de solvencia basada en riesgo de la SVS¹⁰



- El Nivel I Regulatorio establece los requerimientos mínimos de solvencia, de tipo cuantitativo:
 - Nuevo requerimiento de capital sensible a los riesgos de las aseguradoras, tanto de activos como de pasivos.
 - Nuevo régimen de inversiones más flexible y que reemplaza sistema de límites de inversión por requerimientos de capital, manteniendo algunos límites y restricciones básicas.
 - Valorización de activos y pasivos (reservas técnicas) para la adecuada determinación de la situación patrimonial de las aseguradoras consistente con el nuevo requerimiento de capital.
- El Nivel II de Supervisión, que complementa el nivel de requerimiento mínimos de solvencia, con énfasis cualitativo y basado en la

¹⁰ SVS, [1].

Acerca de la Reserva Técnica

Las reservas son el pasivo más importante de una aseguradora, por lo tanto también deben valorarse a precios de mercado. Para replicar los flujos de los pasivos, para efectos de Solvencia II, éstos deben ser valorados como la suma del Mejor Estimador más el Margen de Riesgo por separado. La reserva técnica debe ser equivalente al monto que las instituciones de seguros requerirían para asumir y hacer frente a sus obligaciones.

El Mejor Estimador se define como el valor esperado de los flujos futuros del portafolio de riesgos, entendido como la media ponderada por probabilidad de estos flujos, descontado de acuerdo a la tasa de interés libre de riesgo. Se busca evaluar el valor más probable que tendrá la reserva técnica, para lo cual es necesario estimar cual será el valor presente de los flujos asociados a todas y cada una de las pólizas.

El Margen de Riesgo representa el costo de asegurar que el capital requerido estará disponible para mantener las obligaciones de los seguros para los siguientes años. Se debe calcular de forma que las obligaciones contraídas sean transferidas o liquidadas. Esto último, para efectos de proteger los intereses de los clientes y para tener en cuenta la incertidumbre asociada a la valoración del mejor estimador.

Si los flujos futuros asociados a las obligaciones de seguro y de reaseguro pueden replicarse utilizando instrumentos financieros con un valor de mercado observable, el valor de la reserva técnica respectiva se determinará a partir del valor de mercado de dichos instrumentos. Si tal es el caso, no será necesario calcular por separado la mejor estimación y el margen de riesgo.

Acerca del requerimiento del Capital de Solvencia

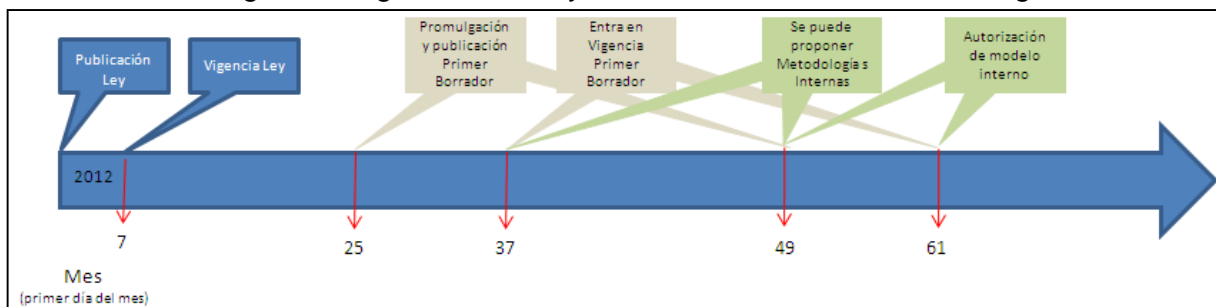
El requerimiento de Capital de Solvencia busca garantizar que habrá recursos patrimoniales suficientes para hacer frente a los riesgos y responsabilidades asumidas, en función de las operaciones y los riesgos a los que esté expuesta la institución aseguradora.

Para determinar los anteriores elementos, se puede utilizar un modelo estándar o buscar un modelo interno. En Europa y México se realizan Estudios de Impacto Cuantitativo (QIS), donde se plantea un modelo estándar para cuantificar el requerimiento de capital, para valuar las reservas y determinar los fondos propios de las compañías de seguros.

En Chile, durante el transcurso del primer semestre de 2012 la SVS publicará un White Paper con la metodología asociada al cálculo del requerimiento de capital de solvencia. Durante el segundo semestre del mismo año, se trabajará en la determinación de la fórmula estándar a aplicar para los distintos riesgos en el modelo. Posteriormente se establecerá una mesa de trabajo con el mercado para discutir la

metodología y factores propuestos. Una vez acordados estos elementos, se procederá a realizar el QIS 1 o primer ejercicio de impacto en el mercado asegurador chileno:

Figura 6. Vigencia en Proyecto Solvencia Basada en Riesgos¹²



3.4. NUEVA METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN DE SOLVENCIA DE LA SVS

La metodología de supervisión de solvencia basada en riesgo propuesta por la Superintendencia¹³, incluye las siguientes etapas:

- Evaluación de riesgos inicial. Se realiza sobre la base de indicadores financieros y técnicos que reflejan de manera preliminar el riesgo de cada compañía.
- Matriz de riesgos. La metodología de matriz de riesgos analiza por separado el riesgo inherente de cada aseguradora, su gestión y control, además de su patrimonio y generación utilidades. En base a estos aspectos se llega a una nota única para la compañía.
- Evaluación de solvencia. Esta evaluación se basa en la combinación del nivel de riesgo de la compañía, medido en el punto anterior, y su situación de fortaleza patrimonial. Es decir el exceso de patrimonio neto por sobre el patrimonio de riesgo requerido a la aseguradora.
- Mitigación de riesgos. La Superintendencia informa de las deficiencias detectadas del estudio de los puntos anteriores a la aseguradora, con el fin que esta los corrija y mejore.

Matriz de Riesgos

¹² SVS.

¹³ SVS, [1].

La matriz de riesgos combina tres elementos que definen la situación, de una aseguradora: la exposición a los diferentes tipos de riesgos, la gestión de estos y la evaluación de su patrimonio.

Para la aplicación de la matriz de riesgos la SVS considerará:

Riesgos Inherentes. El nivel de riesgo inherente, o la exposición de la compañía a los diferentes riesgos, se determinará considerando la probabilidad de que dicho riesgo se materialice y el impacto en la aseguradora de dicho evento. La evaluación de la aseguradora se efectuará sin considerar la mitigación de los riesgos, y se calificará en los siguientes tipos:

- Riesgo Inherente Bajo
- Riesgo Inherente Moderado
- Riesgo Inherente Medio Alto
- Riesgo Inherente Alto

Gestión de Riesgos. La calidad de la gestión de riesgos de la compañía se evaluará considerando la fortaleza de su sistema de gestión de riesgo, su gobierno corporativo y la eficacia de su control interno. La calificación que la superintendencia, en cuanto a la calidad de la gestión de riesgos de las compañías, será la siguiente:

- Fuerte
- Aceptable
- Necesita mejorar
- Débil

Riesgo Neto. El Riesgo Neto es el resultado de la combinación del riesgo inherente mitigado por la gestión de riesgo de la compañía. Este se determinará de acuerdo a la siguiente matriz:

Figura 7. Matriz Evaluación Riesgo Inherente¹⁴

EVALUACIÓN DE RIESGO NETO		RIESGO INHERENTE			
		BAJO	MODERADO	MEDIO ALTO	ALTO
CALIDAD DE LA GESTIÓN DE RIESGO	FUERTE	BAJO	BAJO	MODERADO	MEDIO ALTO
	ACEPTABLE	BAJO	MODERADO	MEDIO ALTO	ALTO
	NECESITA MEJORAR	MODERADO	MEDIO ALTO	ALTO	ALTO
	DÉBIL	MEDIO ALTO	ALTO	ALTO	ALTO

Tabla X;

Esta tabla determina el nivel de Riesgo Neto agregado de la compañía de seguros. Esta se clasificará de acuerdo a la siguiente escala:

- Riesgo Neto Agregado Bajo
- Riesgo Neto Agregado Moderado
- Riesgo Neto Agregado Medio Alto
- Riesgo Neto Agregado Alto

Evaluación del Patrimonio y Riesgo Neto Final. El Riesgo Neto Final es la combinación de la evaluación cualitativa del nivel de patrimonio y la evaluación agregada del riesgo neto mencionada en el punto anterior. La evaluación cualitativa del patrimonio toma en cuenta la capacidad de la compañía de aumentar su capital en el futuro en caso de ser necesario, su capacidad de generar utilidades y la proyección de estas en el tiempo. Las categorías de evaluación del Patrimonio son:

- Fuerte
- Aceptable
- Necesita mejorar
- Débil

El riesgo neto final se determinará de acuerdo a la siguiente matriz:

¹⁴ SVS, [1].

Figura 8. Matriz Evaluación Neto Final¹⁵

EVALUACIÓN DE RIESGO NETO FINAL		RIESGO NETO AGREGADO			
		BAJO	MODERADO	MEDIO ALTO	ALTO
EVALUACIÓN DEL PATRIMONIO	FUERTE	BAJO	BAJO	MODERADO	MEDIO ALTO
	ACEPTABLE	BAJO	MODERADO	MEDIO ALTO	ALTO
	NECESITA MEJORAR	MODERADO	MEDIO ALTO	ALTO	ALTO
	DÉBIL	MEDIO ALTO	ALTO	ALTO	ALTO

Evaluación de Solvencia

El nivel de solvencia asignado por la SVS a las aseguradoras, será el resultado de la combinación del riesgo neto final, determinado según el punto anterior y de su nivel de fortaleza patrimonial. La fortaleza se obtiene considerando la razón entre los Fondos Propios o Patrimonio Neto y el Requerimiento de Capital de Solvencia de la compañía.

La fortaleza patrimonial no puede ser menor a 1, ya que representaría que el capital de la compañía no es suficiente para cubrir los requerimientos de la misma. La SVS clasificará según su fortaleza patrimonial a las compañías de seguros en tres categorías:

- Nivel A; fortaleza patrimonial mayor o igual a 1.5.
- Nivel B; fortaleza patrimonial mayor o igual que 1.0 y menor que 1.5.
- Nivel C; fortaleza patrimonial menor que 1.0.

Donde,

$$\text{Fortaleza Patrimonial} = \frac{\text{Fondos Propios}}{\text{Requerimiento Capital Solvencia}}$$

Luego, las categorías finales de evaluación de solvencia son las siguientes:

¹⁵ SVS, [1].

- Categoría I: Incluye a las compañías de nivel de solvencia fuerte, que se encuentren clasificadas en nivel A de fortaleza patrimonial y nivel bajo de riesgo.
- Categoría II: Incluye a las compañías de nivel de solvencia adecuado, que se encuentren clasificadas en nivel A de fortaleza patrimonial y nivel moderado de riesgo, o nivel B de fortaleza patrimonial y nivel bajo de riesgo.
- Categoría III: Incluye a las compañías de nivel de solvencia vulnerable, que se encuentren clasificadas en nivel B de fortaleza patrimonial y nivel moderado de riesgo, o nivel A de fortaleza patrimonial y nivel medio alto de riesgo.
- Categoría IV: Incluye a las compañías de nivel de solvencia débil, que se encuentren clasificadas en nivel B de fortaleza patrimonial y nivel medio alto de riesgo, o nivel A de fortaleza patrimonial y nivel bajo de riesgo.
- Categoría V: Incluye a las compañías de nivel de solvencia débil, que se encuentren clasificadas en nivel C de fortaleza, o nivel B de fortaleza patrimonial y nivel bajo de riesgo.

Las clasificaciones se resumen en la siguiente matriz:

Figura 9. Matriz Evaluación Neto Final¹⁶

EVALUACIÓN DE RIESGO NETO FINAL		RIESGO NETO FINAL			
		BAJO	MODERADO	MEDIO ALTO	ALTO
FORTALEZA PATRIMONIAL	A	CATEGORÍA I FUERTE	CATEGORÍA II ADECUADO	CATEGORÍA III VULNERABLE	CATEGORÍA IV DÉBIL
	B	CATEGORÍA II ADECUADO	CATEGORÍA III VULNERABLE	CATEGORÍA IV DÉBIL	CATEGORÍA V ALTO RIESGO
	C	CATEGORÍA V ALTO RIESGO	CATEGORÍA V ALTO RIESGO	CATEGORÍA V ALTO RIESGO	CATEGORÍA V ALTO RIESGO

Tabla X;

4. METODOLOGÍA

4.1. CÁLCULO DEL REQUERIMIENTO DE CAPITAL

¹⁶ SVS, [1].

El cálculo del requerimiento de capital se obtiene por medio de la utilización de un modelo de cálculo utilizado en Europa¹⁷. Este está fundamentado en la supervisión basada en riesgos.

El SCR, Solvency Capital Requirements o Requerimiento de Capital de Solvencia, se determina como sigue:

$$SCR = SCR_{base} + SCR_{op}$$

donde:

SCR_{base} = Requerimiento de Capital Básico, SCR antes de cualquier ajuste

SCR_{op} = Cargo al capital por riesgo operacional

el SCR_{base} se calcula como:

$$SCR_{base} = \sqrt{SCR_i \times CorrSCR_{ij} \times SCR_j}$$

donde:

$CorrSCR_{ij}$ = las entradas de la matriz de correlaciones $CorrSCR$

SCR_i, SCR_j = requerimiento de capital de solvencia individuales de acuerdo con las filas y columnas de la matriz de correlaciones $CorrSCR$.

A continuación se presenta una matriz de correlaciones estándar:

Figura 10. Matriz de correlaciones entre riesgos estándar¹⁸

<i>CorrSCR</i>	<i>SCRvida</i>	<i>SCRmkt</i>	<i>SCRcrédito</i>	<i>SCRliq</i>
<i>SCRvida</i>	1			
<i>SCRmkt</i>	0.25	1		
<i>SCRcrédito</i>	0.25	0.25	1	
<i>SCRliq</i>	0.25	0	0.5	1

Procedimiento para el cálculo de requerimiento de capital de solvencia individual

¹⁷ CEIOPS, [5].

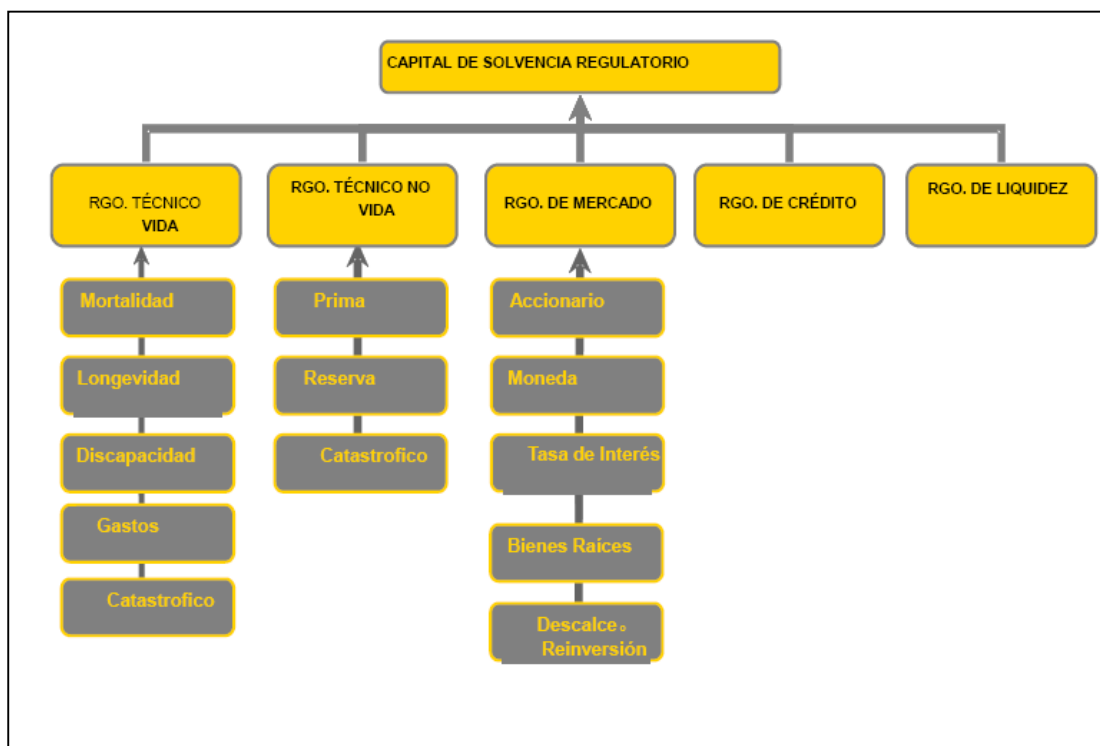
¹⁸ CEIOPS, [5].

Para medir el requerimiento de capital de solvencia atribuible a cada riesgo (SCR_i), se utilizan modelos estadísticos y probabilísticos que involucran, en una primera fase, la estimación de los rendimientos con base en las observaciones históricas de factores de riesgo. Estos factores de riesgo afectan al valor de mercado de los instrumentos, de los cuales se obtendrá una serie de escenarios que posteriormente serán considerados para realizar una revaluación de los instrumentos del portafolio.

4.2. RIESGOS MEDIDOS

Analizar el perfil de riesgo categoría por categoría de una compañía de seguros muestra el nivel de exposición que se quiere llegar a medir. A continuación se presentan los riesgos estándar a los que están expuestas las compañías de seguros chilenas presentados por la SVS¹⁹:

Figura 11. Riesgos medidos para una compañía de seguros²⁰



Riesgo de Crédito: Riesgo de incumplimiento de deudores y contrapartes y riesgo de pérdida de valor de los activos, debido a un deterioro en la calidad de crédito de estos. Dentro de este riesgo caen créditos de consumo e hipotecarios.

¹⁹ SVS, [1].

²⁰ SVS, [1].

Riesgo de Liquidez: Las compañías de seguros tienen baja exposición al riesgo de liquidez. En el lado de los pasivos la mayor parte de los fondos de los asegurados no puede ser retirada a discreción de estos, o sólo mediante el pago de una penalización. Además, las indemnizaciones por un importe elevado suelen tener períodos de pago prolongados, a veces de varios años. En el lado, de los activos el riesgo de liquidez se debe fundamentalmente a la depreciación de estos, que puede predecirse con varios trimestres de antelación.

Riesgo Operacional y Riesgo Legal: El riesgo operacional es el riesgo del cambio en el valor causado cuando las pérdidas que se generan por fallas en procesos internos inadecuados o eventos externos, en el caso del riesgo legal, difieren de las pérdidas esperadas.

Riesgo de Mercado: El Riesgo de Mercado considera los siguientes sub riesgos:

- **Riesgo de tasa de interés:** El riesgo de tipo de interés existe para todos los activos y pasivos cuyo valor es sensible a los cambios en la estructura temporal o en la volatilidad de los tipos de interés y que no estén relacionados con pólizas en las que es el asegurado el que asume el riesgo de inversión.
- **Riesgo de rendimiento de los inmuebles:** Surge del nivel de volatilidad de los precios de mercado de los inmuebles.
- **Riesgo de tipo de cambio:** Surge del nivel de volatilidad del tipo de cambio.
- **Riesgo accionario y riesgo de spread:** El riesgo de spread proviene del movimiento en el spread de bonos corporativos de una misma clase de calificación crediticia, como el riesgo de migración que proviene de la migración o movimiento entre diferentes clases(es decir, transacciones y fallidos).
- **Riesgo descalce, riesgo de reinversión:** El riesgo de descalce se deriva de los movimientos adversos en el valor relativo de activos y pasivos, debido a cambios en las tasas de interés, monedas y otros factores, se produce cuando existe un descalce entre activos y pasivos. El riesgo de reinversión se presenta en aseguradoras que tienen obligaciones por rentas vitalicias y se deriva del descalce de plazos. Se genera cuando los pasivos se emiten a una tasa fija garantizada (tasa de venta de la renta vitalicia) y el plazo al vencimiento de los activos es menor al plazo al vencimiento de los pasivos, lo que produce la necesidad de reinvertir los flujos de activos futuros a una tasa de interés incierta. El riesgo se genera por la posibilidad de escenarios futuros de tasas de interés menores a las comprometidas en sus obligaciones.

Riesgo técnico: El riesgo técnico o de suscripción es propio de las compañías de seguros. Es el riesgo asociado a cambios en los pagos actuales exigidos con respecto a

los esperados; es decir, un cambio en el valor causado por la variación de los costos finales de las obligaciones contractuales en comparación a las que fueron estimadas con antelación:

- **Riesgo de técnico no vida:** Riesgo propio de compañías de seguros generales, se subdivide en riesgo de prima, reserva y catastrófico:
 - **Riesgo de insuficiencia de la prima:** Es el riesgo asociado a que la prima imputada para el año de análisis no sea suficiente para afrontar los siniestros que ocurran durante el periodo de cobertura más los gastos necesarios para la gestión del negocio.
 - **Riesgo de reserva:** Está relacionado con la incertidumbre derivada de la variabilidad de la reserva hasta la liquidación de todos los siniestros respecto a su valor esperado.

- **Riesgos de suscripción vida:** Riesgo propio de compañías de seguros de vida, se subdivide en riesgo de mortalidad, longevidad, discapacidad, gastos y catastrófico. Los riesgos de mortalidad, de longevidad y de incapacidad tratan de reflejar riesgo de incertidumbre, es decir el riesgo de una incorrecta estimación de la media, y el riesgo de un posible cambio de tendencia con respecto a esta:
 - **Riesgo de mortalidad:** Existe cuando pueden darse acontecimientos adversos en un horizonte temporal de un año que provoquen un aumento significativo del número de fallecimientos en ese período, o que causen un deterioro en las expectativas de mortalidad a largo plazo.
 - **Riesgo de longevidad:** La exposición al riesgo de longevidad surge por la garantía de pago de por vida que lleva implícita la renta vitalicia, existiendo incertidumbre respecto a las expectativas de vida de las personas, en especial en relación a los mejoramientos futuros que se observen. La incertidumbre se refiere a velocidad y magnitud más que a dirección, dado que se asume que este cambio en las expectativas de vida será positivo. Las aseguradoras que tienen obligaciones por rentas vitalicias, están expuestas a pérdidas importantes por un mayor flujo de pago de pensiones, ante escenarios de aumento de las expectativas de vida de las personas.
 - **Riesgo de incapacidad:** Se desprende del riesgo existente ante variaciones negativas que no se encuentran totalmente incluidas en la valoración de las reservas técnicas, de aquellos productos cuya cobertura principal responde al riesgo de quedar discapacitado.
 - **Riesgo de inflación de gastos:** Corresponde a un aumento en los gastos asociados a los contratos de seguro.

4.3. MEDICIÓN DE REQUERIMIENTOS DE CAPITAL

A continuación se presentan las metodologías que se utilizaron en la medición del requerimiento de capital para cada uno de los distintos riesgos. La descripción resumida de cada una de las metodologías estudiadas se encuentra en la sección Anexos, en el punto 1 y 2.

4.3.1. RIESGO DE MERCADO

Descripción de la metodología para los riesgos de Tasa de Interés, Renta Variable, Tipo de Cambio y Rendimiento de los inmuebles.

Para medir el requerimiento de capital de solvencia atribuible a cada riesgo (*SCR_i*), se utilizan modelos estadísticos y probabilísticos que involucran, en una primera fase, la estimación de los rendimientos en base a las observaciones históricas de factores de riesgo. Estos factores de riesgo afectan al valor de mercado de los instrumentos, de los cuales se obtendrá una serie de escenarios que posteriormente serán considerados para realizar una reevaluación de los instrumentos del portafolio.

El primer paso es elegir correctamente los factores de riesgo para cada riesgo. Las series elegidas para los riesgos mencionados son los siguientes:

- Riesgo de Tasa de Interés: Serie histórica índice BCU a 10 años, para todas las duraciones.
- Riesgo de Tipo de Cambio: Serie histórica a 10 años del dólar observado. Este riesgo es sólo aplicable sobre instrumentos que no estén cubiertos por algún tipo de derivado.
- Riesgo de Renta Variable: Serie histórica a 10 años de las variaciones del IPSA para inversiones en el mercado local. Las carteras de la compañía en la que se realiza este desarrollo que contienen instrumentos de renta variable, sólo contienen acciones pertenecientes al IPSA.
- Riesgo de Rendimiento de los Inmuebles: El factor de riesgo utilizado debe consistir en la serie de tiempo de un índice que dé cuenta del crecimiento de ingreso y capital de los principales sectores de los bienes raíces – retail, oficinas, industrial y residencial. El Índice Mensual de Actividad de la Construcción (IMACON) es un indicador que mide el pulso o empuje de la actividad mensual del sector de la construcción. Este indicador fue elegido porque es el único del mercado referente a los bienes inmobiliarios. Fue elegido como factor de riesgo su serie histórica a 10 años.

Se construye la serie de rendimientos según un horizonte determinado, en nuestro caso un año. Para obtener el cambio o rendimiento del factor de riesgo se utilizarán los rendimientos logarítmicos:

$$r_t = \ln \left(\frac{FR_t}{FR_{t-251}} \right)$$

donde 251 son los día hábiles de un año.

r_t : es el rendimiento logarítmico anual del factor de riesgo en el tiempo t .

FR_t : es el factor de riesgo en el tiempo t .

Se simulan los nuevos factores de riesgos. Para simular la nueva serie de factores de riesgo se utiliza:

$$\widetilde{FR}_t = FR_t \times \exp(r_t)$$

A continuación se procede a la utilización de la metodología VaR (Value at Risk) por simulación histórica. Se ordenan los rendimientos de menor a mayor. Cada rendimiento debe ir asociado a su factor de riesgo corregido.

Se establece un nivel de confianza del 99.5%, es decir, buscamos dos cantidades π_{up} y π_{down} que acoten las pérdidas y ganancias en un 99.5% de las veces. Esto se puede expresar como:

$$P(\pi_{down} \leq r_{t_i} \leq \pi_{up}) = 99.5\%$$

Para obtener el rendimiento que acota el percentil de probabilidad del 0.25% y 99.75%, se escoge el rendimiento en la posición j^* , la posición j^* es un número entero que debe cumplir con:

$$\frac{j^*-1}{n} < 1 - 0.0025 \leq \frac{j^*}{n} \text{ y } \frac{j^*-1}{n} < 1 - 0.9975 \leq \frac{j^*}{n}$$

Donde n es el número de observaciones en la serie de Factores de Riesgo elegida.

Luego, el shock que se utilizará para obtener el factor asociado al requerimiento de capital por riesgo de tasa de interés proviene de:

$$shock = \left| \frac{r_{j^*}}{r_{base}} - 1 \right|$$

donde:

r_j : es el valor del factor de riesgo asociado a los valores π_{up} y π_{down} ,; es decir el factor de riesgo correspondiente a los escenarios obtenidos de los percentiles 0.25% y 99.75% respectivamente.

r_{base} : es el valor del factor de riesgo observado a la última fecha de la serie histórica original.

Una vez obtenido los factores de estrés al alza y a la baja para cada uno de los riesgos, se aplican a los factores de riesgo del escenario base. Con ellos se calcula el precio de mercado, valor presente de los flujos, de los activos y pasivos que se ven afectados por el riesgo correspondiente.

$$FR_{down} = FR_{base} \times (1 + shock_{down})$$

$$FR_{up} = FR_{base} \times (1 + shock_{up})$$

Con los rendimientos de los factores de riesgo a la última fecha de la serie histórica, se obtiene el valor presente de los flujos de los activos y pasivos:

$$AVP_{base} = \sum_t \frac{flujo_activo_t}{(1+r_t \times \frac{t}{360})} \text{ y } PVP_{base} = \sum_t \frac{flujo_pasivo_t}{(1+r_t \times \frac{t}{360})}$$

Luego, con los factores FR_{down} y FR_{up} , se realiza la valuación de los pasivos y activos afectados a la alza y a la baja, $AVP_{downshock}$, $AVP_{upshock}$, $PVP_{downshock}$ y $PVP_{upshock}$, respectivamente.

Se obtiene el valor activo neto en el escenario base, a la alza y a la baja, restando el valor de los pasivos a los activos.

$$NAV_{base} = AVP_{base} - PVP_{base}$$

$$NAV_{upshock} = AVP_{upshock} - PVP_{upshock}$$

$$NAV_{downshock} = AVP_{downshock} - PVP_{downshock}$$

Luego, el cambio en el valor neto del activo, representa el capital requerido por el riesgo correspondiente:

$$\Delta NAV_{upshock} = NAV_{base} - NAV_{upshock}$$

$$\Delta NAV_{downshock} = NAV_{base} - NAV_{downshock}$$

Finalmente, como no se pueden aplicar los dos shocks al mismo tiempo, ya que van en diferentes direcciones, el requerimiento de capital de solvencia final es:

$$SCR_i = \max_i(\Delta NAV_{upshock}^i, \Delta NAV_{downshock}^i, 0)$$

con $i \in \{Tasa\ de\ Interés, Riesgo\ de\ Inmuebles, Tipo\ de\ Cambio\ y\ Renta\ Variable\}$.

Descripción de la metodología para la obtención del requerimiento de capital asociado al riesgo de Spread

El riesgo de Spread se aplica sobre cada uno de los activos de la cartera de la compañía, que se utilizan en el cálculo del patrimonio neto de ésta.

Para medir el riesgo atribuible al spread crediticio se necesitan los siguientes datos:

- Matriz de probabilidades de transición de categoría de riesgo:

$$\begin{bmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix}$$

donde:

p_{ij} es la probabilidad de que un instrumento de clasificación C_i pase a la clasificación C_j .

- Matriz de sobretasas de acuerdo con la calificación y vencimiento de cada instrumento:

$$t_T \begin{bmatrix} C_1 & \cdots & C_n \\ s_{11} & \cdots & s_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{n1} & \cdots & s_{nn} \end{bmatrix}$$

donde:

t_i : es el plazo del instrumento en estudio.

s_{ij} : es el la sobretasa aplicable a un instrumento de clasificación de riesgo y plazo .

- Valor de mercado, duración modificada y convexidad de los instrumentos correspondientes al riesgo de spread crediticio

El valor de mercado de un instrumento cualquiera es:

$$VM = \left(\sum_{t=1}^m C_t \times \left(1 + R \times \frac{S}{360} \right)^{-t} \right) + VN \times \left(1 + R \times \frac{S}{360} \right)^{-m}$$

donde:

C_t : es el cupón que se pagaría en el período t , de una cantidad de m períodos.

R : es la tasa de mercado al vencimiento.

S : son los días de período entre pago de cupón.

VN : es el valor nominal del instrumento.

La duración modificada de un instrumento cualquiera es:

$$D = \frac{1}{VM} \times \frac{S}{360} \left(\left(\sum_{t=1}^m t \times C_t \times \left(1 + R \times \frac{S}{360} \right)^{-t-1} \right) + m \times VN \times \left(1 + R \times \frac{S}{360} \right)^{-m-1} \right)$$

La convexidad de un instrumento cualquiera es:

$$C = \frac{1}{VM} \times \left(\frac{S}{360} \right)^2 \left(\left(\sum_{t=1}^m t \times (t-1) \times C_t \times \left(1 + R \times \frac{S}{360} \right)^{-t-2} \right) + m \times (m-1) \times VN \times \left(1 + R \times \frac{S}{360} \right)^{-m-2} \right)$$

Luego, para calcular el factor atribuible al riesgo de spread para el instrumento en estudio se calcula el valor esperado de la sobretasa atribuible a este:

$$E(s_i) = \sum_{j=1}^n p_{ij} \times s_j$$

Una vez determinado el valor esperado de la sobretasa y basándonos en el enfoque de aproximación delta-gamma de orden dos, el requerimiento de capital atribuible al factor de spread crediticio es:

$$F_{spread} = -D \times \Delta s + \frac{1}{2} \times C \times \Delta s^2$$

donde:

$\Delta s = E(s) - s$ es la diferencia entre el valor esperado de la sobretasa y la sobretasa del instrumento observada en el momento de valuación.

El riesgo de spread se decide dejar fuera de la medición del requerimiento de capital basado en riesgos, ya que además SVS no lo considera en la metodología estándar que propone. Se suma la dificultad para obtener una matriz de sobretasas atribuible en específico al mercado local. Esto es debido a que todos los activos del mercado, salvo los bonos de la empresa La Polar, tienen clasificaciones de riesgo sobre B. El riesgo crediticio de los activos se decide incorporar en el módulo de riesgo de crédito.

Sobre el Riesgo de Descalce

El Riesgo de Descalce corresponde al efecto del cambio en valor debido a una desviación de los flujos entre activos y pasivos o precios, causados por un cambio en las tasas de interés, monedas u otros factores.

Se genera cuando los pasivos se emiten a una tasa fija garantizada y el plazo al vencimiento de los activos es menor al plazo de vencimiento de los pasivos, lo que produce la necesidad de reinvertir los flujos de activos futuros a una tasa de interés incierta. En la actualidad, en Chile se utiliza la metodología TSA (Test de Suficiencia de Activos) para estimar el riesgo de descalce.

Con respecto a la experiencia internacional, no existen referencias concretas dentro de los documentos revisados. Por su naturaleza y características técnicas, resulta complicado el desarrollo de una metodología estándar de cálculo de capital de solvencia, general a todo el mercado. Luego, dicho riesgo debería salir de los requerimientos cuantitativos e incluirse dentro del análisis de perfil de riesgo propio de cada compañía (Gobiernos Corporativos).

La SVS propone como alternativo para el tratamiento del riesgo de descalce, bajar la tasa de corte de reinversión de 3% al 2.5% en el cálculo del TSA, e incorporarlo como un requerimiento de capital adicional. A continuación una breve descripción del TSA.

Test de Suficiencia de Activos (TSA).

Este test corresponde al análisis de suficiencia de los flujos mensuales ajustados de activos, respecto a los flujos mensuales ajustados de pasivos. Se considera que los flujos de activos menos pasivos, son reinvertidos a una tasa de interés de % real anual.

La compañía deberá determinar el monto de la suficiencia o insuficiencia de activos, que corresponde al valor presente de los flujos futuros de activos menos pasivos, utilizando una tasa de descuento del 3% real anual.

Los flujos de activos considerados para este análisis deberán corresponder a aquellos provenientes de todos los activos representativos de reservas técnicas y patrimonio de riesgo²¹, con excepción de aquellos instrumentos clasificados como CUI (Cuenta Única de Inversión).

Los flujos de pasivos considerados para el análisis deberán corresponder a aquellos de contratos de seguros elegibles para la medición de calce, considerando la reserva técnica²².

Los ajustes de Activos y Pasivos se encuentran mencionados en la NCG N° 209.

4.3.2. RIESGO TÉCNICO VIDA

En el caso particular de la Compañía de Seguros de Vida donde se realiza este estudio, se decide desarrollar sólo el riesgo de longevidad. Esto se debe a que el negocio al que está asociado este riesgo, Rentas Vitalicias, es de una magnitud de mayor consideración que el resto de los negocios de la compañía asociados al riesgo técnico vida (seguros de vida).

Es claro que, de existir un aumento o disminución en las tasas de mortalidad, se genera un trade-off entre los requerimientos de capital de los riesgos de mortalidad y de longevidad, por ende se podría pensar que ambos requerimientos se verían anulados en la agregación final de los subriesgos pertenecientes al riesgo técnico vida. Luego, se decide optar por calcular el requerimiento de capital que se ve más afectado por un cambio en las tasas de mortalidad.

Riesgo de Longevidad

Se observa que la mortalidad disminuye constantemente, lo que indica que existe un factor de mejora en ésta.

Para determinar el requerimiento de capital asociado a riesgo de longevidad en Rentas Vitalicias, se procederá a estresar los factores de mejoramiento que

²¹ SVS, [9].

²² SVS, [9].

actualmente se contemplan en el cálculo de las reservas técnicas, a través de las tablas dinámicas de mortalidad (CELADE).

El shock a las tablas de mejoramiento debe ser calculado con la condición de que los supuestos sobre la participación de utilidades futura se mantengan inalterados antes y después de aplicar el test de estrés.

Para encontrar estos shocks, se analizó la información obtenida de las tablas de mortalidad del CELADE (Centro Latinoamericano de Demografía) correspondientes al año 2009 (RV-2009).

El primer paso para determinar el factor de estrés es obtener tablas de mortalidad empíricas correspondientes al sector asegurador chileno. Esto, con objeto de poder determinar el comportamiento de la siniestralidad de las compañías aseguradoras y así poder calcular un intervalo de confianza de 99.5% para ésta variabilidad.

Se toma la experiencia de fallecimiento desde el año 2004 a 2009 del INE (Instituto Nacional de Estadísticas). Con esta muestra se han obtenido tablas de mortalidad empírica con la siguiente metodología:

$$q_x = \frac{G_x}{H_x} \quad H_x = \left(\frac{H_x^0 + H_x^1}{2} \right)$$

donde:

H_x^0 : Número de personas de un grupo de edad x , expuestas al riesgo de fallecimiento al principio del año de observación.

H_x^1 : Número de personas de un grupo de edad x , expuestas al riesgo de fallecimiento al final del año de observación.

G_x : Número de personas fallecidas con edad x , pertenecientes al grupo anterior.

Una vez obtenida la huella empírica, la ajustamos a través de la Primera Ley de Supervivencia de Makeham (explicada con detalle en el punto 3 del capítulo de Anexos). Cabe mencionar que las tablas revisadas son segmentadas por distribución de sexo, por lo que se agregan las probabilidades de mortalidad para hacer el cálculo del shock de mortalidad sin distinción de sexo.

Luego, a partir de del test de t de Student se pone a prueba la hipótesis de igualdad de las medias de la serie de tasas de mortalidad del CELADE (RV-2009) y la serie de tasas mortalidad empíricas, calculadas en el punto anterior. A partir de los datos obtenidos del test t de Student se puede obtener el test de estrés de mortalidad. Para esto es necesario utilizar una distribución normal para cada edad de la tabla, con el objeto de obtener un intervalo de confianza de la cola derecha al 99.5%.

Una vez obtenido el intervalo de confianza tomaremos la diferencia entre este valor y la media dada por el ajuste bajo la Ley de Makeham, como el factor asociado al riesgo de volatilidad de las tasas de mortalidad:

$$p^+ = p + \frac{z_\alpha}{2} \times \sqrt{\frac{p \times (1 - p)}{L}}$$

donde:

p^+ : es la probabilidad de fallecimiento de la cola superior.

$\frac{z_\alpha}{2}$: es la desviación estándar de una $N(0,1)$.

L : es el número de individuos que compone el grupo inicial.

p : es la probabilidad de supervivencia media.

El requerimiento por riesgo de longevidad se determina a partir de la diferencia entre la reserva técnica calculada a partir de las tasas de mortalidad sin estresar y la reserva técnica que contemplan los factores de mejoramiento en su cálculo.

4.3.3. RIESGO DE CRÉDITO

El riesgo de crédito se calculará mediante el producto del valor contable de la posición de cada instrumento y un factor asociado a la clasificación de riesgo de mercado del mismo.

$$\text{Valor contable de la posición} * \text{Factor}$$

Los factores de se obtienen a partir de la siguiente tabla propuesta por la CEIOPS en el QIS 4:

Figura 12. Factores Riesgo de Crédito²³

CR	Factor
AAA	0.002%
AA	0.01%

²³ AMIS, [7].

A	0.05%
BBB	0.24%
BB	1.20%
B	6.04%
CCC o menos	30.41%

4.3.4. RIESGO OPERACIONAL

El cálculo del riesgo operacional se basa en la siguiente fórmula estándar propuesta por la CEIOPS en el QIS 4.

$$SCR_{op} = \min\{0.3 \times SCR_{sinop}, Op\} + 0.25 \times Gastos$$

Donde,

SCR_{sinop} : es el requerimiento de capital de solvencia sin incluir el riesgo operacional.

$$Op = \max\{Op_{RT}, Op_{PD}\}$$

$$Op_{RT} = 0.003 * RT + \max\{0, \Delta RT\}$$

$$Op_{PD} = 0.03 * PD + \max\{0, \Delta PD\}$$

RT : es la reserva técnica del ejercicio.

PD : son las primas devengadas del ejercicio.

ΔRT : es la diferencia entre las reservas técnicas del ejercicio actual con el anterior.

$Gastos$: el valor total de los gastos anuales incurrido en el negocio.

Los factores presentes en esta formulación provienen de la calibración de la fórmula que se hizo en Europa con la información de 32 compañías que tenían modelos de cálculo de riesgo operativo interno. Luego, se sigue la imposibilidad de obtener factores propios para el mercado local con la información actualmente disponible.

4.3.5. AGREGACIÓN DE LOS RIESGOS

El sistema de agregación de riesgos se basa en correlaciones lineales. Este supuesto sería válido si los diferentes riesgos modelados siguieran distribuciones

normales. Como la distribución normal se asumió al calcular los diferentes shocks para cada requerimiento de capital, la agregación puede utilizarse usando:

$$SCR_{base} = \sqrt{SCR_i \times CorrSCR_{i,j} \times SCR_j}$$

donde:

SCR_{base} = Requerimiento de Capital Básico, SCR antes de cualquier ajuste

$CorrSCR_{i,j}$ = las entradas de la matriz de correlaciones $CorrSCR$

La matriz de correlaciones utilizadas para a agregación final de los requerimientos de capital de cada módulo es la siguiente.

Figura 13. Matriz de correlación SCR²⁴

SCRtotal	SCRmkt	SCRcredito	SCRlong	SCRop
SCRmkt	100%	25%	25%	50%
SCRcredito	25%	100%	25%	25%
SCRlong	25%	25%	100%	25%
SCRop	50%	25%	25%	100%

Para la componente de mercado se utiliza una matriz en particular para la agregación de cada uno de sus subcomponentes.

Figura 14. Matriz de correlación SCR²⁵

SCRmkt	SCRtasa	SCRinmuebles	SCRcambio
SCRtasa	100%	50%	0%
SCRinmuebles	50%	100%	25%
SCRaccionario	0%	25%	100%

Tanto los valores de las correlaciones presentadas en la matriz de riesgo de mercado, como los de la matriz de riesgo total fueron obtenidos del primer QIS realizado para el mercado mexicano, estos a su vez fueron obtenidos del QIS 5 realizado en Europa.

²⁴ Elaboración propia.

²⁵ Elaboración propia.

4.4. METODOLOGÍA GENERAL

1. Sensibilizar la realidad de la compañía en donde se realizará el proyecto. Calendarización de reuniones periódicas con la contraparte, en donde se definen tanto alcances del trabajo, como aspectos más importantes, además de la presentación y discusión de avances.
2. Recopilación bibliográfica, obtención de la información necesaria para empezar el estudio de las diversas metodologías de medición de solvencia basada en riesgos para compañías de seguros tanto a nivel nacional como internacional.
3. Estudio en detalle de las metodologías escogidas como base para la modelación de la propia para la compañía.
4. Obtención de series de datos acordes al proyecto, pertenecientes a la compañía y mercado asegurador chileno.
5. Aplicación de técnicas de análisis comparativo para la elección de los modelos de requerimientos de capital de solvencia que mejor se adapten a la realidad de la compañía. El análisis comparativo consiste en contrastar las siguientes condiciones:
 - El cumplimiento de normas mínimas de requerimiento para el ejercicio, decretadas por la SVS.
 - Nivel mínimo de mejora en la posición competitiva del requerimiento de capital de la compañía.
 - Disponibilidad de datos y recursos técnicos para la utilización del modelo.
6. Confección del modelo propio de la compañía.
7. Obtención de resultados y comparación con resultados esperados.

5. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN Y DISCUSIÓN

5.1. FACTORES DE RIESGO OBTENIDOS

RIESGO DE MERCADO

A continuación se presentan los shocks y factores de riesgos obtenidos, para los riesgos considerados en el módulo de mercado. Cabe recordar que los factores de

riesgos al alza y a la baja son obtenidos a partir de la aplicación de los shocks sobre el factor de riesgo base, es decir sobre el último factor de riesgo de la serie histórica utilizada.

Riesgo Tasa de Interés

La serie histórica utilizada para el cálculo de los factores a utilizar para el cálculo del requerimiento de capital por riesgo de tasa de interés es:

- Índice BCU a 10 años, para duración de un año.

Los shocks obtenidos fueron:

Shocks	alza	baja
Riesgo de Tasa de Interés	15.30%	8.34%

Si comparamos los shocks obtenidos con los resultados del últimos QIS europeo, obtenidos por la EIOPA, además utilizados y presentados por la UNESPA en su revisión:

Shocks	alza	baja
Riesgo de Tasa de Interés	55.00%	44.00%

Podemos observar una notoria disminución en los resultados obtenidos por el presente estudio. Si tomamos en cuenta que estos shocks muestran la mayor alza y baja de los últimos diez años en la serie de tasas libres de riesgo (con un 99,5% de confianza) podemos inferir diversas cosas: en los últimos diez años la economía chilena ha sido menos volátil, y por ende, más estable que la economía europea. Esto quiere decir que las recientes crisis económicas han afectado en menor magnitud a Chile que a Europa.

Con los shocks obtenidos se obtienen los factores de estrés al alza y a la baja, estos se aplican a los factores de riesgo del escenario base:

$$FR_{down} = FR_{base} \times (1 + shock_{down})$$

$$FR_{up} = FR_{base} \times (1 + shock_{up})$$

Los factores de riesgo obtenidos, luego de la aplicación de los shocks, son los siguientes:

Factores de Riesgo	base	factor baja	factor alza
Riesgo Tasa de Interés	-0.030%	-0.033%	-0.035%

Estos factores son los que luego se utilizarán para obtener los flujos presentes descontados del valor neto de activos en los escenarios de alza y baja.

Riesgo de Rendimiento de los Inmuebles

Los shocks obtenidos, luego de aplicar la metodología VaR a la serie histórica mensual del IMACON en los últimos 11 años, son los siguientes:

Shocks	alza	baja
Riesgo de Tasa de los Inmuebles	21.46%	17.42%

Los resultados obtenidos por los las diferentes entidades estudiadas son:

Shocks	AMIS	EIOPA/UNESPA
Riesgo de Tasa de los Inmuebles	8.00%	20.00%

No existe documentación alguna para el shock obtenido por la AMIS. De todas formas, se argumenta en su estudio que los precios y rentabilidades de los bienes habitacionales nunca han tenido una baja o alza considerable y se han mantenido en el tiempo. Luego, una comparación sería sólo válida con los resultados obtenidos en Europa. Para obtener el shock que se presenta, la EIOPA, recopiló información de los bienes raíces de toda la Unión Europea y construyó su propio índice. Este índice consiste en una serie de tiempo que da cuenta del crecimiento de ingreso y capital de los principales sectores de los bienes raíces – retail, oficinas, industrial y residencial.

En el caso del IMACOM, Índice Mensual de Actividad de la Construcción, se mide el pulso o empuje de la actividad mensual del sector de la construcción. Luego, no abarca las características necesarias para ser considerado como una serie válida para el cálculo del shock asociado al requerimiento de capital de riesgo de los inmuebles. Sin embargo, se utiliza como proxy por ser el índice con serie histórica que más se asemeja. La cercanía de los shocks para el caso europeo y chileno, es mera coincidencia.

De los shocks presentados se obtienen los siguientes factores de riesgos:

Factores de Riesgo	base	factor baja	factor alza
Riesgo Tasa de los Inmuebles	8.89%	10.44%	10.80%

Estos factores son los que luego se utilizarán para obtener los flujos presentes descontados del valor neto de activos en los escenarios de alza y baja.

Riesgo Accionario

El shock obtenido, luego de aplicar la metodología VaR a la serie histórica diaria del IPSA es:

Shocks	IPSA
Riesgo de Tasa de los Inmuebles	19.69%

El resultado obtenido por la EIOPA es:

Shocks	EIOPA/UNESPA
Riesgo de Tasa de los Inmuebles	32.00% (local)

Este shock se utilizará directamente sobre el valor de mercado de los instrumentos de renta variable de la cartera. Nuevamente, tomando en cuenta que la metodología VaR nos muestra la mayor alza y baja con un 99.5% de confianza, podemos inferir que el mercado de la renta variable en Europa es mucho más volátil.

5.2. REQUERIMIENTOS DE CAPITAL

Con los rendimientos de los factores de riesgo a la última fecha de la serie histórica, se obtiene el valor presente de los flujos de los activos y pasivos:

$$AVP_{base} = \sum_t \frac{flujo_activo_t}{(1+r_t \times \frac{t}{360})} \text{ y } PVP_{base} = \sum_t \frac{flujo_pasivo_t}{(1+r_t \times \frac{t}{360})}$$

Luego, con los factores FR_{down} y FR_{up} , se realiza la valuación de los pasivos y activos afectados a la alza y a la baja, $AVP_{downshock}$, $AVP_{upshock}$, $PVP_{downshock}$ y $PVP_{upshock}$, respectivamente.

Se obtiene el valor activo neto en el escenario base, a la alza y a la baja, restando el valor de los pasivos a los activos.

$$NAV_{base} = AVP_{base} - PVP_{base}$$

$$NAV_{upshock} = AVP_{upshock} - PVP_{upshock}$$

$$NAV_{downshock} = AVP_{downshock} - PVP_{downshock}$$

Luego, el cambio en el valor neto del activo, representa el capital requerido por el riesgo correspondiente:

$$\Delta NAV_{upshock} = NAV_{base} - NAV_{upshock}$$

$$\Delta NAV_{downshock} = NAV_{base} - NAV_{downshock}$$

Finalmente, como no se pueden aplicar los dos shocks al mismo tiempo, ya que van en diferentes direcciones, el requerimiento de capital de solvencia final es:

$$SCR_i = \max(\Delta NAV_{upshock}^i, \Delta NAV_{downshock}^i, 0)$$

con $i \in \{Tasa\ de\ Interés, Riesgo\ de\ Inmuebles, Tipo\ de\ Cambio\ y\ Renta\ Variable\}$.

Riesgo de Mercado

A continuación se presentan los requerimientos de capital para el módulo de riesgo de Mercado:

SCR _{tasa} (\$M)	258,973
SCR _{inmuebles} (\$M)	52,839,062
SCR _{accionario} (\$M)	2,433,432

Como la distribución normal se asumió al calcular los diferentes shocks para cada requerimiento de capital, la agregación puede utilizarse usando:

$$SCR_{base} = \sqrt{SCR_i \times Corr_{SCR_i,j} \times SCR_j}$$

Luego, los requerimientos agregados dan como resultado:

SCRmkt (\$M)	54,813,405
--------------	------------

Para los riesgos faltantes los resultados son los siguientes:

Riesgo de Crédito

Riesgo Crédito (\$M)	3,645,046
----------------------	-----------

Riesgo de Longevidad

Riesgo Longevidad (\$M)	40,299,724
-------------------------	------------

Riesgo Operacional

Riesgo Operacional (\$M)	9,550,305
--------------------------	-----------

Riesgo de Reinversión

Riesgo Reinversion (\$M)	25,538,358
--------------------------	------------

Requerimiento de Capital Total

Finalmente se agregan todos os requerimientos de capital utilizando la misma metodología que se utilizó para agregar los requerimientos del subriesgo de mercado.

a) Sin la adición del riesgo de reinversión:

82,123,249	(\$ M)
------------	--------

b) Con la adición del riesgo de reinversión.

107,661,606 (\$ M)

Datos Actuales de la Compañía

A continuación se presenta una tabla comparativa entre la situación actual de la compañía, y la situación que arrojan los resultados de esta investigación. Se decide presentar los resultados con y sin la incorporación del requerimiento de capital por riesgo de reinversión. Esto se debe a la poca claridad por parte de la compañía y por la comunidad internacional en general frente al tratamiento de este riesgo.

Figura 15. Datos Actuales Compañía²⁶

(\$M)	Utilizando Margen de Solvencia	Utilizando SBR sin Riesgo de Reinversión	Utilizando SBR con Riesgo de Reinversión
Total de inversiones que respaldan reservas	1,948,511,144	1,948,511,144	1,948,511,144
Reservas	1,843,874,973	1,843,874,973	1,843,874,973
Requerimiento de Solvencia	93,287,752	82,123,249	107,661,606
Total de reservas a respaldar	1,937,162,725	1,925,998,222	1,951,536,579
Superavit	11,348,419	22,512,922	- 3,025,435

Podemos observar que actualmente el Margen de Solvencia de la compañía representa un 4.82% del total de reservas a respaldar. Utilizando el requerimiento de capital basado en riesgo como requerimiento de solvencia, sin incluir el riesgo de reinversión estresado en el TSA, el Requerimiento de Capital Basado en Riesgo representa un 4.26% de del total de reservas a respaldar. El superávit es la diferencia entre el total de inversiones que respaldan las reservas y el total de reservas a respaldar. El total de reservas a respaldar es la suma de la Reserva Técnica y el Requerimiento de Capital de Solvencia. El superávit en la situación actual es de 11,348,419 \$M, utilizando CBR como Requerimiento de Solvencia es de 22,512,922 \$M. Esto significa un aumento del 98% del superávit. Por otro lado, si incluimos el riesgo de reinversión en el cálculo final del Requerimiento de Capital, se obtiene 107,661,606 \$M. Éste último representa un 5.52 % del total de reservas a respaldar, disminuyendo el superávit en un 127%.

De aquí se infiere la importancia del riesgo de reinversión en cálculo del requerimiento de capital. Actualmente el riesgo de reinversión calculado por el TSA se

²⁶ Elaboración propia.

utiliza al margen, como una alerta preventiva adicional y no se considera en el cálculo del margen de solvencia, parte del total de reservas a respaldar.

La inclusión o no del riesgo de reinversión directamente en cálculo del requerimiento de capital es un tema importante a tratar. Se debe tomar en cuenta que el cálculo del TSA considera ajustes a los activos por clasificación de riesgo y por duración, además de incluir inflación. Si tomamos en cuenta la inclusión de esos ajustes, además la inclusión del TSA como requerimiento adicional, podemos pensar que el riesgo de crédito estaría sobrestimado, al incluir un castigo por clasificación de riesgo en dos módulos diferentes.

Como referencia adicional, el primer QIS Mexicano (integrado por 28 compañías, con el 83.5% de participación del mercado) tuvo como resultado un aumento del 59% de los requerimientos de capital de solvencia. La brecha existente al comparar los resultados de este ejercicio con el mercado mexicano, podrían explicarse por: Primero, para el presente estudio se toman en cuenta sólo los instrumentos utilizados para el calce de activos y pasivos y las proyecciones de sus flujos a valor de mercado. Para el calce de activos y pasivos no se utilizan todos los activos de la compañía²⁷, sólo los representativos de reservas técnicas y patrimonio de riesgo. Para el ejercicio mexicano se toman en cuenta todos los activos y pasivos de la compañía. Esto podría aumentar el número de activos que se utiliza para el cálculo del valor neto de los activos. Segundo, no se consideran todos los riesgos existentes en el mercado de los seguros. En relación a ello hay que tomar en cuenta que los resultados del QIS mexicano contemplan la mayor parte de las compañías de seguros del mercado, luego hay mayor variedad de riesgos que se consideran al calcular los requerimientos de capital de solvencia.

5.3. LIMITACIONES DE METODOLOGÍA VALOR EN RIESGO PARA EL CÁLCULO DE REQUERIMIENTOS DE CAPITAL

El Valor en Riesgo (VaR) es una herramienta probabilística que cuantifica la exposición al riesgo de mercado en tiempos cortos. El VaR mide la pérdida que se podría sufrir en condiciones normales de mercado con un nivel de confianza del 99.5%. Existen dos limitaciones fundamentales del uso de este tipo de herramientas para el cálculo de Requerimientos de Capital:

- Deja de lado el estudio del 0.5% de escenarios que podrían ocurrir. Las teorías de las probabilidades apelan a escenarios normales más que complejos, por tanto, cuando se rompe toda normalidad, toda esa operatoria debería apuntar a los máximos resguardos.
- La estimación de un modelo VaR, obvia los problemas de estacionalidad de las series de tiempo utilizadas en la metodología. La transformación apropiada de estas series no siempre arroja resultados positivos.

²⁷ SVS, [9].

Tomando en cuenta esto, la validez del VaR está relacionada con la predicción probabilística de futuros eventos, particularmente con aquellos infrecuentes. El VaR calcula la máxima pérdida esperada, en un horizonte de tiempo determinado, con cierto intervalo de confianza. El problema con ésta metodología, es que no toma en cuenta acontecimientos tipo “Cisne Negro”²⁸, es decir sucesos imprevisibles con un alto impacto, que por suerte o desgracia son más habituales de lo que se piensa.

El VaR como herramienta de cálculo de capital de requerimiento es válido en circunstancias normales. El problema es que en época de crisis, no se pueden tomar comportamientos usados en normalidad, ya que los eventos de crisis salen de la tendencia.

6. CONCLUSIONES

Existen metodologías desarrolladas a nivel internacional que estiman los Requerimientos de Capital necesarios para enfrentar los riesgos que asume una Compañía de Seguros. Estas son aplicables en el mercado local. Sin embargo, se requiere disponer de tiempo y dedicación completa para diseñar, adaptar y calibrar el modelo a ser utilizado. Es importante establecer plazos adecuados para preparar a las Compañías de Seguros Chilenas para el cambio en el cálculo del requerimiento de capital de solvencia.

Es importante la interacción con el mercado durante el proceso de diseño y calibración del modelo, La asociación de aseguradores de Chile puede jugar un papel importante en los procesos de cambio, en la negociación con las autoridades, calibración de los modelos y elaboración de análisis de impactos de los resultados. Así mismo, las autoridades deben estar abiertas a compartir información y negociar con los representantes del sector asegurador.

El nuevo requerimiento de capital, puede ser mayor o menor que el actual, dependiendo de los activos y pasivos que cada Compañía de Seguros tenga. Por lo tanto, es probable que los impactos bajo esta nueva metodología en las compañías sean diversos.

Los resultados del trabajo están claramente limitados por la calidad de la información que se recopila. La información es una pieza clave en el desarrollo de este tipo de modelos. La calidad de la información es crucial para obtener una estimación correcta de los requerimientos de capital.

La información recabada en este desarrollo es útil como primer acercamiento frente al inminente cambio metodológico que se avecina para todas las compañías de seguros de vida. Permite observar cómo este tipo de metodologías impactaría en la compañía y además permite adelantarse a la publicación oficial de la metodología por la

²⁸ “The Black Swam”.

parte de la SVS. Esto mejora las instancias negociación con la SVS. El elegir seguir la metodología de la SVS sin haber hecho el ejercicio previo, propio para la realidad de la compañía, la deja en una posición de desventaja al momento de negociar con esta, ya que se hace en el marco que la SVS propone. En cambio, si se llega al momento de la negociación con una metodología propia a priori modelada, se pasa a una posición de diálogo más que de, en su mayoría, recepción.

Se puede inferir de los resultados obtenidos, que los riesgos que afectan en mayor medida a la compañía son el riesgo de mercado y el riesgo de longevidad. Esto no debería sorprender, si se considera que el trabajo se realiza utilizando datos de una compañía de seguros de vida.

Recomendaciones

Para las Compañías de Seguros es importante prepararse en conjunto. La experiencia muestra, que la participación de la industria puede ser relevante para proveer de retroalimentación que permita calibrar mejor metodologías utilizadas. La recopilación de información proveniente de cada una de las compañías es importante para el desarrollo de análisis de impactos cuantitativos, el desarrollo de bases de datos y validación de las técnicas que serán presentadas por la SVS. La participación de cada una de las compañías del mercado asegurador es importante para la creación de mesas de diálogos fructíferas.

Es importante dar los plazos adecuados al cambio metodológico, su comprensión, implementación y calibración requiere de dedicación exclusiva y tiempo.

Las críticas a la metodología VaR no se deben dejar pasar. Se debe revisitar el planteamiento del VaR como metodología válida para el cálculo de Requerimientos de Capital de Solvencia. Se podría considerar con la inclusión de escenarios estocásticos en el cálculo de éste Requerimiento, como se hace para la valorización de empresas mediante el uso de opciones reales.

7. APOYOS INSTITUCIONALES

Este proyecto se desarrolló con el apoyo de Principal, Financial Group Chile. Esta institución, proporcionó al alumno datos contingentes a la realidad de la empresa, además de apoyo bibliográfico y guía referencial en lo consistente al desarrollo del proyecto.

Además, el autor contó con el apoyo de académicos de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, tanto en las cátedras del curso IN69F, como fuera de ellas.

8. BIBLIOGRAFÍA

1. SVS, 2006, "Nuevo Modelo de Supervisión de Solvencia basada en riesgos para la Industria Aseguradora Chilena".
2. UNESPA, Noviembre 2007, "Modelo Español de Solvencia Paso a Paso".
3. Basel Committee on Banking Supervision, Noviembre 2005, "International Convergence on Capital Measurement and Capital Standards".
4. CEA, Junio 2006, "Solvency II Introductory Guide".
5. CEIOPS, Julio 2010, "QIS5 Technical Specifications".
6. SVS, 2009, "Norma de Carácter General N° Borrador".
7. AMIS, 2010, "Solvencia II".
8. APRA, Julio 2010, "Review of Capital Standard for General Insurers and Life Insurers, Asset Risk Capital Charge".
9. SVS, Diciembre 2007, "Norma de Carácter General N° 209".

9. ANEXOS

9.1. METODOLOGÍAS PARA LA MEDICIÓN DEL REQUERIMIENTO DE CAPITAL

Se incluye una breve presentación y recopilación de tres metodologías distintas, de medición de requerimientos de capital de solvencia para los distintos riesgos a los que una compañía de seguros se expone. Las metodologías elegidas corresponden a las siguientes entidades:

- CEIOPS: Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors²⁹.
- AMIS: Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros³⁰.
- APRA: Australian Prudential Regulation Authority³¹.

En algunas de las tablas que a continuación se presentan existen metodologías para ciertas entidades que no se exponen, esto es debido a que no se encontró desarrollo alguno en las publicaciones consultadas.

Riesgo de mercado

	CEIOPS	AMIS	APRA
metodología base	La metodología usada se basa en el alcance de delta-NAV, que es el cambio en la diferencia del valor de los activos menos los pasivos bajo distintos escenarios. El cargo al capital va a ser el máximo cambio positivo en el NAV bajo alguno de estos escenarios.	Se utiliza el método de simulación histórica, que se fundamenta en la valorización todos los elementos de una cartera determinada bajo escenarios con base en observaciones históricas de los factores de riesgo. Se estima el rendimiento, variación dentro de un horizonte de tiempo deseado. A partir de esta estimación se obtiene una serie de escenarios que serán considerados para reevaluar los instrumentos del portafolio.	Se calcula considerando el impacto de un rango de estreses, directamente en el valor neto de los activos. La probabilidad de que estos diferentes estreses ocurran simultáneamente también es considerada al sumar los cargos de cada uno por separado. El cargo al capital para cada modulo es la caída del capital base en respuesta a cierto estrés específico.
riesgo de tasa	Se utilizan dos escenarios que	Los factores de riesgo a	Se subdivide en dos

²⁹ CEIOPS, [5].

³⁰ AMIS, [7].

³¹ APRA, [8].

de interés	afectan la estructura de tasas de interés, los escenarios consideran la estructura de las tasas de interés bajo un shock positivo y negativo. Luego, el cargo al capital va a ser el máximo cambio positivo en el NAV bajo alguno de estos dos escenarios. Se debe tener en cuenta que las alteraciones en la tasa de interés son debido a cambios en el plazo de vencimiento y a cambios en la volatilidad.	considerar son las variaciones de diferentes curvas de tasas libres de riesgo. Considerando series históricas de 3 años para cada una de ellas. Luego se evalúan los escenarios de cada una y se suman, ya que se considera que los factores de estrés de las curvas están correlacionados.	módulos, el de tasa de interés real y el de tasa de inflación esperada. Para obtener los factores de riesgo se multiplica la estructura de tasas de interés libre de riesgo nominal por el factor 0,30 en el caso de un shock positivo y -0,25 en el caso de un shock negativo. Luego de este ajuste se le suma a la estructura de tasas libre de riesgo nominal. Para el módulo de tasa de inflación esperada se repite el proceso pero con los siguientes factores; 1,25 y 1,00.
riesgo del tipo de cambio	Primero se toman activos y pasivos relativos a la moneda local de donde está establecida la compañía de seguros. Luego se utiliza el cambio en el NAV bajo dos escenarios. Primero se toma como moneda local, la moneda en que la aseguradora prepara sus cuentas regulatorias, el resto de las monedas son monedas extranjeras. Una moneda extranjera es relevante si el delta-NAV en cuestión depende del tipo de cambio entre la moneda local y la moneda extranjera. Los escenarios asumen que para cada moneda extranjera se experimenta un nivel de apreciación o depreciación con respecto a la local. El cargo al capital de solvencia será la suma del máximo cambio positivo en el valor neto de los activos bajo los escenarios descritos para cada moneda.	Se utilizarán como base de los factores de riesgo las serie histórica FIX (serie histórica del tipo de cambio peso-dólar) y la serie del valor de la UDI (unidades de inversión), tomando en ambos casos series históricas de 3 y 2 años respectivamente.	Se asume que el dólar australiano crece o decrece un 25% con respecto monedas extranjeras, y se asume que estas se mueven en la misma dirección con respecto a este. Dependiendo de la correlación de este módulo con otros módulos se agrega el cargo al capital debido a la apreciación o depreciación del dólar australiano.
riesgo de spread	El cargo al capital debido al riesgo de spread es determinado al valorizar resultados de un cálculo	Se obtiene del cambio en el valor debido a movimientos de la curva del diferencial de crédito	No se desarrollo modelo

	<p>basado en factores que consideran el aumento y la caída en los spreads de crédito. El cargo quedará determinado por el escenario más costoso. Empíricamente, los spreads tienden a moverse en la misma dirección de un escenario estresado. El alcance basado en factores se construye del valor de mercado del instrumento de crédito en cuestión y toma en cuenta su rating y su "duration".</p> <p>= $MV * Dur * \sum (\%Mvi * f(Rating))$</p>	<p>relativa a la curva de tasas de libre de riesgo. Como input se utiliza;</p> <p>Matriz de probabilidades de transición de que un instrumento de cierta calificación cambie a otra. Matriz de sobretasas, se construyen en base a la información del vector de precios, los plazos y sobretasas. Duración y convexidad.</p>	
riesgo de propiedad	<p>Se calcula del impacto de un shock predefinido en el valor neto de los activos. El shock en la propiedad es el efecto inmediato en el valor neto de los activos debido a una caída en los benchmarks de bienes raíces tomando en cuenta la exposición directa o indirecta a los precios de propiedad.</p>	<p>Se utiliza un factor de estrés del 8%, ya que se carece de información propia para el mercado mexicano.</p>	<p>Se utiliza un stress de 2,75% en adición a la curva de ingresos de la renta. Para cada activo la curva de ingresos de la renta se basa en los últimos arriendos menos los gastos netos.</p>
riesgo de descalce	<p>El shock utilizado se encuentra en un intervalo del 10%, hacia ambos lados, del equity stress estándar subyacente, que se calcula con 99,5% del VaR del equity global. Para el equity global se utiliza un estrés del 45%.</p>	<p>No se desarrollo modelo.</p>	<p>Se utiliza un cargo del 2,5% más el dividend yield (dividendos por acción sobre precio de la acción) predominante en el índice ASX 200. Para la baja se debe convertir este mismo aumento sobre el mismos dividend yield predominante. Por ejemplo si los dividendos son 4% el shock de subida es 6,5% y el de bajada es de $(1 - 4\%/6,5\%) = 38\%$. Para activos no considerados en ninguno de los otros módulos se considera un stress del 45%. También se debe considerar un 15% en adición al parámetro de volatilidad de equity usado para evaluar opciones y derivados.</p>

riesgo de concentración	Se aplica a activos no incluidos en el cargo por riesgo de contraparte. Se utiliza una fórmula, los inputs son la exposición a default de la contraparte, la cantidad de activos considerados en este módulo y el rating de riesgo la contraparte.	Debido a la metodología usada se encuentra cuantificado dentro del riesgo de spread, al no considerar en este las correlaciones que existen entre los diferentes papeles.	El cargo por riesgo de concentración aplica donde las inversiones están afectadas por exposiciones significativas frente a grupos de contrapartes cuya probabilidad de incumplimiento esté determinada por factores comunes y a grandes exposiciones individuales. El cargo por riesgo de concentración es de 100%.
-------------------------	--	---	---

Tabla 1: Riesgo de mercado³².

Riesgo Técnico Vida

	CEIOPS	AMIS
metodología base	$SCR_{vida} = \sqrt{\sum_{rxc} CorrVida_{r,c} \times SCR_{vida,r} \times SCR_{vida,c}}$ <p>Se utiliza la fórmula presentada, donde:</p> <p>CorrVida_{r,c} = las entradas de la matriz de correlación CorrVida</p> <p>SCR_r, SCR_c = los requerimientos de capital individuales de cada riesgo correspondiente a las filas y columnas de la matriz de correlaciones CorrVida</p>	Se estresan los flujos del valor de los activos neto proyectados para cada póliza de la cartera de riesgo. Los factores de estrés aplicados se traducirán en un cambio del valor del valor neto del activo menos el pasivo, debido a los riesgos medidos.
riesgo de mortalidad	$SCR_{mort} = \sum_i (\Delta NAV mortshock)$ <p>Se utiliza un estrés del 15%.</p>	$SCR_{mort} = \sum_i (\Delta NAV mortshock)$ <p>Se utiliza un estrés del 8,69%.</p>
riesgo de supervivencia	$SCR_{longevidad} = \sum_i (\Delta NAV longeshock)$ <p>Se utiliza un estrés del 20%.</p>	$SCR_{longevidad} = \sum_i (\Delta NAV longeshock)$ <p>Se utiliza un estrés del 24%.</p>

³² Elaboración propia.

riesgo de invalidez	El estrés de invalidez, equivale a los incrementos de las tasas de invalidez, se utiliza un estrés ponderado del 35% , conjunto a un estrés del 25% para cada año de los siguientes.	El estrés de invalidez, equivale a los incrementos de las tasas de invalidez, se utiliza un estrés ponderado del 41,16% , conjunto a un estrés del 29,40% para cada año de los siguientes.
riesgo de incremento de gastos	Se utiliza el incremento del 10% en las proyecciones de los gastos de la compañía.	El estrés resultante equivale a un incremento del 8,34% en las proyecciones de los gastos de la compañía
riesgo de catástrofe	Se utiliza un incremento absoluto de 1,5% en la tasa de asegurados, que mueren al siguiente año.	Se utiliza un incremento absoluto de 0,73% en la tasa de asegurados, que mueren al siguiente año.

Tabla 2: Riesgo técnico vida³³.

Riesgo de crédito

	CEIOPS	AMIS	APRA
riesgo de crédito	Existen dos tipos de exposiciones que tienen tratamiento diferente de acuerdo a sus características, la denotada por tipo 1 se caracteriza por no estar diversificada pero la contraparte si está clasificada. La tipo 2, al contrario esta diversificada pero, la contraparte no clasificada en la mayoría de los casos. Se utiliza la siguiente fórmula para el cálculo del requerimiento de capital de solvencia por riesgo de crédito ³⁴ . Donde se utiliza como input el cargo por riesgo de crédito de la	Se utiliza un modelo de pérdida esperada para estimar el requerimiento de capital de solvencia: Como inputs se utilizan la severidad, el mejor estimador (BEL), probabilidad de default (PD), efecto de reaseguro en el requerimiento de capital del riesgo de suscripción (ERRCS).	Se calcula aplicando factores predeterminados al valor de neto de cada activo, dependiendo de la clasificación de riesgo crediticio de la contraparte.

³³ Elaboración propia.

³⁴ $SCR_{def} = \sqrt{SCR_{def,1}^2 + 1,5 \times SCR_{def,1} \times SCR_{def,2} + SCR_{def,2}^2}$

	exposición tipo 1 y 2.		
--	------------------------	--	--

Tabla 3: Riesgo de crédito³⁵.

Riesgo de liquidez

	CEIOPS
riesgo de liquidez	<p>El riesgo de liquidez proviene del cambio en el valor neto de los activos en un escenario de estrés dado por la caída del 65% en el valor del premio de iliquidez observado en los mercados financieros. El premio de iliquidez es la diferencia entre el valor de un activo que se transa con efectivo líquido y el valor del mismo activo transado con efectivo ilíquido.</p> $SCR_{liquidez} = \max(\Delta NAV liqueshock; 0)$

Tabla 4: Riesgo de liquidez³⁶.

³⁵ Elaboración propia.

³⁶ Elaboración propia.

9.2. METODOLOGÍAS UTILIZADAS PARA LA MEDICIÓN DE FACTORES DE RIESGO

A continuación se detallan las metodologías utilizadas para el cálculo de los factores de riesgo o shocks que se utilizan en las metodologías mencionadas en el punto anterior. Las metodologías utilizadas por la APRA para el cálculo de estos factores no son presentadas por no encontrarse disponibles en ninguna posible fuente bibliográfica.

Riesgo de mercado

	AMIS	CEIOPS
riesgo de tasa de interés	<p>En una primera fase se estiman los rendimientos históricos de los factores de riesgo (series de tasas de interés libre de riesgo). Luego, se utiliza VaR histórico para obtener valores correspondientes a los percentiles 0,25% y 99,75%. Una vez obtenido estos valores se obtienen los factores, de la siguiente forma:</p> $FR = \frac{r_{0.25\%}}{r_{base}} - 1 \quad FR = \frac{r_{99.75\%}}{r_{base}} - 1$	<p>Se utilizan dos escenarios que afectan la estructura de tasas de interés, los escenarios consideran un shock positivo y negativo. Estos shocks han sido calibrados de acuerdo a la metodología VaR al 99,5%, con un horizonte temporal de un año.</p>
riesgo del tipo de cambio	<p>Se estiman los rendimientos históricos de las series históricas del tipos de cambio. Luego, se utiliza VaR histórico para obtener valores correspondientes a los percentiles 0,25% y 99,75%. Una vez obtenido estos valores se obtienen los factores, de la siguiente forma:</p> $FR = \frac{r_{0.25\%}}{r_{base}} - 1 \quad FR = \frac{r_{99.75\%}}{r_{base}} - 1$	<p>Se utilizan escenarios que afectan activos y pasivos relativos a la moneda local. Los escenarios asumen que para cada moneda extranjera se experimenta un nivel de apreciación o depreciación con respecto a la local. Estos escenarios han sido calibrados de acuerdo a la metodología VaR al 99,5%, con un horizonte temporal de un año</p>
riesgo de spread	<p>Se obtiene del cambio en el valor de los activos debido a movimientos de la curva de crédito relativa a la curva de tasas de libre de riesgo.</p>	<p>Se utiliza un alcance basado en factores, que se construye del valor de mercado del instrumento de crédito en cuestión, tomando en cuenta su rating (calificación de riesgo) y su "duration".</p>
riesgo de propiedad	<p>Se utiliza un factor de estrés del 8%, ya que se carece de información propia para el mercado mexicano.</p>	<p>Se utiliza un factor de estrés del 8%, ya que se carece de información propia para el mercado mexicano.</p>
riesgo de accionario (renta variable)	<p>Se utiliza un factor de estrés del 8%, ya que se carece de información propia para el mercado mexicano.</p>	<p>Se utilizan dos escenarios que afectan el <i>equity</i> subyacente, que se calcula con 99,5% del VaR del</p>

	$FR = \frac{r_{0.5\%}}{r_{base}} - 1$	<i>equity</i> global, los escenarios consideran un shock positivo y negativo.
--	---------------------------------------	---

Tabla 5: Factores Riesgo de Mercado³⁷.

9.3. PRIMERA LEY DE SUPERVIVENCIA DE MAKEHAM

Primera ley de Supervivencia de Makeham:

$$\mu_x = A + B \times C^x$$

donde:

A Factor exógeno al individuo.

$B \times C^x$ Sumando que coincide con la Ley de Gompertz y recoge la mortalidad por causas naturales.

Sea μ_x el momento instantáneo de mortalidad:

$$\mu_x = A + B \times C^x \Rightarrow -\frac{d}{dx} \ln(I_x) = A + B \times C^x \Rightarrow \ln(I_x) = Ax + \frac{B \times C^x}{\ln(C)} + D$$

De lo que se deduce que:

$$I_x = e^{Ax + \frac{B \times C^x}{\ln(C)} + D} = k s^x g^{C^x}$$

donde:

$$k = e^{-D}$$

$$s = e^{-A}$$

$$g = e^{\frac{B}{\ln C}}$$

Como “g” es mayor que 1 y “s” es menor que uno:

$$I_0 = k s^0 g^1 \Rightarrow k = \frac{I_0}{g}$$

Y

³⁷ Elaboración propia.

$$I_x = ks^x g^{c^x} \Rightarrow I_x = \frac{I_0}{g} s^x g^{c^x} = I_0 s^x g^{c^{x-1}} \quad \begin{cases} 0 < g < 1 \\ 0 < s < 1 \\ c > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow I'_x = I_0 s^x g^{c^{x-1}} (\ln(s) + \ln(g) \ln(c) c^x)$$

Lo que implica que I_x es decreciente ya que $\ln(s)$ y $\ln(g)$ son negativos, luego:

$$\Rightarrow \mu_x = -\frac{I'_x}{I_x} = -\ln(s) - \ln(g) \ln(c) c^x$$

$$\text{Si } \mu_x = \frac{dp_x}{dt} \Rightarrow p_x = s^t g^{c^x(c^t-1)}$$

La estimación de los parámetros del modelo (c , g y s) ha sido realizada mediante el método de King – Hardy.

Se requiere estimar los parámetros s , g y c . Para ello se procede como sigue:

Se toman logaritmos en

$$\ln(p_x) = \ln(s) + c^x(c-1)\ln(g)$$

Sea

$$\ln(s) = A$$

$$(c-1)\ln(g) = B$$

$$\Rightarrow \ln(p_x) = A + c^x B$$

Se define

$$S_i = \sum_{x=x_0}^{x_0+it-1} \ln(p_x) = \sum_{x=x_0}^{x_0+it-1} A + c^x B = A + B \sum_{x=x_0}^{x_0+it-1} c^x = c^{x_0} c^{(i-1)t-1} \frac{c^t - 1}{c - 1}$$

$$\Rightarrow S_1 = tA + B \frac{c^{x_0}(c^t - 1)}{c - 1}$$

$$\Rightarrow S_2 = tA + B \frac{c^{x_0+t}(c^t - 1)}{c - 1}$$

$$\Rightarrow S_3 = tA + B \frac{c^{x_0+2t}(c^t - 1)}{c - 1}$$

$$\Rightarrow c = \sqrt[t]{\frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1}}$$

$$\Rightarrow B = \frac{S_2 - S_1}{c^{x_0} \frac{(c^t - 1)^2}{(c - 1)}}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{t} \left[S_1 - B \frac{c^{x_0}(c^t - 1)}{c - 1} \right]$$

$$\Rightarrow s = e^A \quad \Rightarrow g = e^{\frac{B}{c-1}}$$