UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

PROGRAMAS DE VIAJERO FRECUENTE BAJO SELECCIÓN ADVERSA Y RIESGO MORAL

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA MENCIÓN TRANSPORTE

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

FERNANDO DAVID FERES TORREBLANCA

PROFESOR GUÍA:
LEONARDO BASSO SOTZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
FRANCISCO MARTÍNEZ CONCHA
FELIPE BALMACEDA MAHNS
CLAUDIO AGOSTINI GONZÁLEZ

SANTIAGO DE CHILE
ENERO DE 2013

Resumen

Este trabajo considera programas de viajero frecuente ofrecidos por una firma de carácter monopólico, la cual ofrece a sus consumidores una cantidad de millas y un precio. La firma se enfrenta a dos tipos de consumidores indistinguibles, un viajero de negocios, quien viaja por obligación y gran parte de la tarifa la cancela su empleador - tercer pagador - y un viajero de ocio, quien viaja por gusto y la decisión de viajar es endógena. Existen tres etapas de análisis: demanda inelástica para ambos tipos de viajeros, elasticidad especial para el viajero de ocio y elasticidad para ambos viajeros. Las dos primera etapas se separan en dos casos: cuando el empleador no posee un precio máximo que está dispuesto a pagar, precio de reserva y cuando si lo posee

Se aprecia que el tercer pagador provoca una ineficiencia en términos económicos, ya que el viajero de negocios recibe más millas que las eficientes, en cambio el viajero de ocio recibe una cantidad menor. El precio de reserva genera que el viajero de negocios reciba menos millas y el viajero de ocio una mayor cantidad. Los precios cobrados a los viajeros de ocio aumentan entre el primer y el segundo caso ya que la firma debe recuperar el costo de las millas adicionales. La utilidad de los viajeros de negocio aumenta al existir precio de reserva y la de los viajeros de ocio se mantiene sin variación en cero, debido a la demanda inelástica.

Incluir elasticidad espacial replica en términos de millas, lo analizado anteriormente. El precio de reserva provoca un aumento de la utilidad de ambos tipos de viajeros, con lo cual el análisis en precios varía drásticamente, pues una mayor cantidad de millas no necesariamente generan un alza de precio, ya que la elasticidad puede generar que un aumento de millas sea recibido como una disminución del precio. La elasticidad en el viajero de negocios se incluye a través de una distribución del precio de reserva, la cual se puede concluir fácilmente que es una extensión del modelo con elasticidad espacial para el viajero de ocio, esta forma de inclusión no replica otros casos de monopolios enfrentados a demandas doblemente elásticas.

Finalmente los resultados indican que el tercer pagador provoca ineficiencias económicas, las cuales pueden ser contrarrestadas por la existencia del precio de reserva. Se debe considerar que al no poder analizar en forma generar el comportamiento del precio con la inclusión del precio de reserva, pueden existir casos, donde paradójicamente un mayor precio observado, este generando un mercado con mejor cobertura.

Abstract

This paper analyzes frequent flyer programs offered by a monopolistic firm, which offers its customers a miles and a price. The firm faces two types of indistinguishable consumers, a business traveler, their employee pays an exogenous fraction of the cost of the ticket - third-party payer- and a leisure traveler who travels for pleasure and her traveling decision is endogenous. There are three stages of analysis: inelastic demand for both types of travelers, spatial elasticity for the leisure traveler and elasticity for both travelers. The first two stages are separated into two cases: if the employer does not have reservation price and she have one.

It is evident that the third-party payer causes inefficiency in economic terms, as the business traveler gets more miles than efficient; however the leisure traveler receives a smaller amount. The reservation price generates the business traveler receives fewer miles and the leisure traveler a greater amount. Prices charged to leisure travelers increase between the first and the second case as the firm must recover the cost of the extra miles. Reservation price causes the business increase their utility. Leisure travelers remain unchanged at zero due to inelastic demand.

Spatial elasticity keeps the results in terms of miles. Reservation price causes an increase of the utility of both passengers, whereby the price analysis varies drastically, since a greater number of miles not necessarily generate a rise in price, as the elasticity that can generate increased miles is received as a price decrease. The elasticity in the business traveler includes distribution through a reservation price, which can easily conclude that is an extension of the second model, this form of elasticity does not replicate other cases of monopolies faced with double elastic demands.

Finally, the results indicate that the third-party payer causes economic inefficiencies, which can be offset by the existence of the reservation price. It should consider not being able to generate as analyzing price action with the inclusion of the reserve price, there may be cases where a higher price observed paradoxically, this generating a market with better coverage.

“El caballo relincha, el perro ladra,
La suma de los ángulos de un triángulo
Es igual a dos rectos…”

“…Hay que ser lo que es o no ser nada, y nada
Lo sacará de sus casillas, nadie
Lo sacará, y si un caballo ladra
No lo sabremos nunca, porque
Los caballos no ladran. …”

“…((Los caballos no ladran)).
(((Dice el doctor, y dice bien))).”

Casi nadie va a sacarlo de sus casillas (Extracto)

- *Julio Cortázar*

Agradecimientos

Quizás desde el momento que decidí entrar a Beauchef o incluso cuando seguí la especialidad de transporte, nunca tuve claro ni se me pasó por la mente a quien agradecería o lo que escribiría en este lugar, más aún darme cuenta que es aquí donde sin ser parte de una actividad académica se pone fin a muchos años de esfuerzos, de felicidades, de tristezas, de todo aquello que la vida trae. Todos y cada uno de los que estuvieron cerca de mí durante estos años han aportado algo, muchos sin siquiera haberse enterado, es por este motivo, que estos agradecimientos van mucho más allá de lo que esta tesis significa. Sería imposible no agradecer a mi mamá y a mi papá, por todo lo que me aportaron, en especial los primeros años, a pesar de muchas dificultades estuvieron ahí. Karla, mucho de esto no sería posible sin todo lo que me ayudaste y lo que estuviste conmigo. Abuela, yo sólo le puedo agradecer por haber sido usted y por estar conmigo.

Inti, faltarían palabras para describir todo lo que podría decir de ti, no estuviste desde el principio, pero espero estés hasta el final. Has estado conmigo en todas, y eso va más allá de unos agradecimientos mucho más allá y tú sabes lo importante que eres.

Por supuesto no puedo dejar de agradecer a Leo, por haber confiado en mí y haberme apoyado en toda la duración de esta tesis. A cada uno de los profesores de la división por haberme enseñado esta especialidad tan linda. A mis amigos con los que compartí desde primer año mucho más que un montón de ramos juntos. Finalmente quiero agradecer a mis compañeros de trabajo de la Coordinación de Transantiago, que en este último año y medio han aportado mucho, no sólo a esta tesis, y sin siquiera saberlo.

Tabla de contenido

Índice de ilustraciones

Lista de definición de símbolos

δ	[]	:Tasa de descuento
α	[]	:Porcentaje de la tarifa pagada por los viajeros de negocios
R	[$]	:Precio de reserva del empleador del viajero de negocios
$\overline{R}$	[$]	:Máximo precio de reserva del empleador del viajero de negocios
$\underline{R}$	[$]	:Mínimo precio de reserva del empleador del viajero de negocios
P_H	[$]	:Precio destinado a los viajeros de negocios
P_L	[$]	:Precio destinado a los viajeros de ocio
F_H	[$]	:Millas destinadas a los viajeros de negocios
F_L	[$]	:Millas destinadas a los viajeros de ocio
u_H	[$]	:Utilidad, descontado los costos de transporte de los viajeros de negocios
u_L	[$]	:Utilidad, descontado los costos de transporte de los viajeros de ocio
P_H^*	[$]	:Precio óptimo desde el punto de vida de la firma, destinado a los viajeros de negocios
P_L^*	[$]	:Precio óptimo desde el punto de vida de la firma, destinado a los viajeros de ocio
F_H^*	[$]	:Millas óptimas desde el punto de vida de la firma, destinadas a los viajeros de negocios
F_L^*	[$]	:Millas óptimas desde el punto de vida de la firma, destinadas a los viajeros de ocio

u_H^*	[\$]	:Utilidad descontado los costos de transporte, óptima desde el punto de vida de la firma, de los viajeros de negocios
u_L^*	[\$]	:Utilidad, descontado los costos de transporte, óptima desde el punto de vida de la firma, de los viajeros de ocio
θ_H	[\$]	:Valoración de los viajeros de negocio a las millas
θ_L	[\$]	:Valoración de los viajeros de ocio a las millas
t	$[\$/KM]$	:Costo de transporte de los viajeros de ocio
z	$[KM]$	:Distancia del viajero de ocio a la firma
U_H	[\$]	:Utilidad de los viajeros de negocios
U_L	[\$]	:Utilidad de los viajeros de ocio
u_H	[\$]	:Utilidad, descontado los costos de transporte de los viajeros de negocios
u_L	[\$]	:Utilidad, descontado los costos de transporte de los viajeros de ocio
$V(\cdot)$	[]	:Componente de la utilidad que depende las millas
λ	[]	: Proporción en la que se encuentran los viajeros de ocio
$1-\lambda$	[]	:Proporción en la que se encuentran los viajeros de negocios
$C(F_H;F_L)$	[\$]	:Costos de proveer F_H y F_L simultáneamente
$C_L(F_L)$	[\$]	:Costos de proveer F_L
$C_H(F_H)$	[\$]	:Costos de F_H
N_H	$[\cdot]$	:Cantidad de viajeros de negocios que participa efectivamente en el mercado
N_L	$[\cdot]$	:Cantidad de viajeros de ocio que participa efectivamente en el mercado.

$C(F_H; F_L; N_H; N_L)$	[$]	:Costos de proveer F_H y F_L a una cantidad de viajeros N_H y N_L

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

Desde su aparición a principio de la década de 1980, los programas de viajero frecuente en aerolíneas (PVF) se han convertido en uno de los programas de lealtad más grandes existentes en la economía. La industria aeronáutica maneja cifras superiores a los 700.000 millones de dólares anualmente por concepto de beneficios entregados a los usuarios. Sin embargo, a pesar de su tamaño e importancia, estos programas han sido relativamente poco explorados; algunos autores que han analizado sus efectos pro- o anti-competitivos son Caminal y Claici (2007), Hartman y Viard (2008) y Lederman (2007), quienes se enfocan en los potenciales *switching costs* que estos planes crearían, es decir las pérdidas de beneficios que sufre un usuario por cambiarse de aerolínea, el principal efecto de la existencia de *switching costs* es que permiten a las firmas subir sus precios, pues generan una demanda cautiva. En otra mirada Lederman (2007, 2008), Cairns y Galbraith (1990) hacen un análisis donde los PVF son utilizados para generar barreras artificiales a la entrada. Borenstein (1989 y 1996) y Lederman (2008) analizan como los PVF pueden generar ventajas competitivas sin mejoras en términos de eficiencia.

Un análisis alternativo de los PVF, aunque antes estudiado por Cairns y Galbraith (1990), es el realizado en Basso et al (2009), quienes observan que en una gran cantidad de casos el viajero no es quien cancela la tarifa, sino que existe un tercer pagador, como es el caso de los viajeros de negocios. Basso et al (2009) considera que un usuario no siempre buscará el mínimo precio, sino aquel que le entregue una mayor utilidad individual y es ahí donde los PVF juegan un rol fundamental, pues la retribución económica de acumular millas puede ser entendida como un incentivo o premio que pagan las líneas aéreas de manera que el usuario final elija una tarifa mayor a la de menor precio, generándose así un problema de *Riesgo Moral:* los empleadores, quienes cancelan finalmente la tarifa no son capaces de observar los actos finales de sus empleados, sino sólo aceptar o rechazar su propuesta sin tener información de si esa decisión es la más conveniente para ellos. Basso et al (2009) asumen que las aerolíneas tienen la capacidad de discriminar perfectamente entre viajeros de negocios y de ocio –quienes sí pagan sus pasajes– por lo que pueden subir los precios y las millas a los primeros, cobrando menos a los segundos, sin perder demanda. Esto es conocido en la literatura económica como discriminación de precios de primer grado. Sin embargo en los casos reales las firmas - aerolíneas en este caso - no son capaces de diferenciar entre un viajero de negocios y uno que no lo es, lo que genera que las aerolíneas enfrenten un problema de selección adversa. Y es precisamente aquí donde esta tesis realizará una contribución: se considerará el problema de riesgo moral entre el empleador y el empleado, tomando en consideración que las aerolíneas enfrentan además, un problema de selección adversa.

Las aerolíneas reconocen la existencia de al menos dos tipos de usuarios y generalmente tienen conocimiento de los porcentajes globales que cada uno representa en la demanda total; entonces una aerolínea tendrá dos opciones de reacción frente al problema de selección adversa: el primero es no intentar separar entre los dos tipos de usuarios; en este caso cobraría un único precio y ofrecería un único premio (si es que le conviene ofrecerlo). La segunda opción es ofrecer menús con diferentes precios y diferentes cantidades de millas, tratando de que los viajeros se autoseleccionen, es decir, que escojan la opción que fue diseñada para ellos. Más aún, esta situación parece ser la que ocurre en la realidad: por ejemplo en el caso chileno, LAN tiene una tarifa ”Base” que no permite cambios, devoluciones y acumula solo el 25% de las millas, en cambio la tarifa “Full Flexible” ofrece cambios, devoluciones y acumula el 125% de las millas; es importante tener en consideración que la disponibilidad de dichas tarifas depende de factores que no tienen relación con las millas de viajero frecuente que estás entregan, tales como el hecho de permanecer una noche de sábado o tener el viaje de regreso el mismo día.

Es evidente que el problema que enfrenta la aerolínea tiene un paralelo en discriminación de precios de segundo grado, donde a un consumidor se le ofrecen menús de opciones, los cuales consideran generalmente diferentes tarifa por diferentes cantidades del bien, donde la idea es discriminar de acuerdo a disposiciones a pagar. En el ámbito de la literatura de discriminación de precios de segundo grado existe una amplia gama de trabajos, destacándose por su importancia y trascendencia el trabajo de Mussa y Rossen (1978), al ser uno de los primeros trabajo que aborda el tema de la discriminación de precios por autoselección y los trabajos de Rochet y Stole (1997 y 2002) quienes abordan el tema desde las condiciones para la existencia de soluciones eficientes y las condiciones para que en casos duopólicos existan mercados no cubiertos completamente.

1.2. Objetivos

Esta tesis pretende modelar de manera teórica el efecto que tienen en el equilibrio en precio y millas considerando lo siguiente: la existencia de dos tipos de viajeros, un viajero de negocios y un viajero de ocio, quienes no son diferenciables a priori, además de la existencia de un problema de riesgo moral entre el viajero de negocios y quien realmente paga la tarifa, su empleador. El análisis se centrará en los efectos que genera la existencia del tercer pagador desde el punto de vista de la eficiencia económica.

Para conseguir lo anterior, se generará un modelo microeconómico que considere adecuadamente la existencia del riesgo moral y los procesos de discriminación de precios frente a la existencia de un tercer pagador. Se analizará cómo la existencia del tercer pagador genera una alteración en los precios y premios ofrecidos a cada tipo de usuario. Se estudiará de qué forma la existencia del tercer pagador afecta en los equilibrios

1.3. Estructura de la tesis

Esta tesis cuenta con 6 capítulos. El capítulo 2 consiste en una revisión bibliográfica en tres áreas de estudio: programas de viajero frecuente, riesgo moral y selección adversa y discriminación de precios de segundo grado bajo competencia monopólica y oligopólica.

En el capítulo 3 se a generan diferentes modelos, que contemplen la existencia de al menos dos tipos de usuarios, sobre los cuales sólo se conoce la proporción del total que estos representan, sin la capacidad de distinguirlos individualmente. Para ello necesariamente se generará un modelo de discriminación de precios de segundo grado con al menos dos menús. Se hará un análisis del caso monopólico considerando demanda inelástica para todos los viajeros.

El capítulo 4 es una extensión del capítulo anterior donde se añade elasticidad a la demanda de los viajeros de ocio y se mantiene la demanda inelástica para los viajeros de negocios, pues estos últimos están obligados a viajar.

El capitulo 5 considera un modelo en el que existe elasticidad en la demanda de ambos tipos de usuarios, donde los viajeros de negocios tendrán elasticidad en su demanda a partir de la disposición a pagar de sus empleadores.

Por último el capítulo 5 hará una síntesis de lo realizado, entregando sus conclusiones y las posibles líneas futuras de investigación.

Capítulo 2

Revisión bibliográfica

El presente capítulo corresponde a una revisión bibliográfica de la literatura relevante, para ello es fundamental considerar que en la literatura los programas de viajero frecuente o en un su ámbito más global, los programas de lealtad, han sido estudiados en gran profundidad, tanto desde el punto de vista teórico como empírico, donde en su mayoría, el enfoque se encuentra en los efectos pro – o anti – competitivos de la existencia del programa. Desde el punto de vista que abarca esta tesis, lo que se observa en la realidad es que el mercado de pasajeros aeronáuticos existen muchas clases de consumidores, en términos gruesos, existen a lo menos dos tipos de viajeros, en primer lugar aquellos que viajan por placer, ocio o vacaciones, los cuales pagan la tarifa de sus propios ingresos, suelen volar pocas veces al año y tienen cierta flexibilidad sobre el hecho de realizar o no el viaje y otro grupo, los viajeros de negocios, quienes viajan habitualmente, en la mayoría de los casos no pagan la tarifa de sus propios ingresos, están limitados a un prepuesto externo a ellos para esto y están obligados a viajar.

Los hechos descritos anteriormente han sido rescatados en la literatura de manera parcelada. En primer lugar se ha intentado analizar de manera teórica y empírica el riesgo moral que existe detrás de la existencia de un tercer pagador. La existencia de dos tipos de pasajeros o consumidores, ha sido analizada en el esquema de la discriminación de precios de segundo grado, sin añadir a éste ninguno de los puntos descritos anteriormente. Es por los motivos anteriores que este capítulo se dividirá en tres secciones: la primera centrada en el estudio de los programas de lealtad y su caso particular dado por los programas de viajero frecuente; la segunda tendrá su foco puesto en los problemas de riesgo moral asociados a la existencia de un tercer pagador con información incompleta, para finalmente analizar lo contingente a selección adversa y discriminación de precios de segundo grado.

2.1. Programas de lealtad y programas de viajero frecuente

El análisis de la existencia y consecuencia de los PVF, ha sido estudiado desde el punto de vista de la creación de forma artificial de mecanismos para los cuales las firmas generan barreras a la competencia o comportamientos cooperativos inducidos de manera implícita, es decir sin que ninguna de las partes genere explícitamente un acuerdo, en este ámbito el Borenstein (1989) es el pionero en considerar que los PVF pueden son potentes herramientas de mercado que permiten conseguir consumidores leales y generar diferenciaciones entre dos productos que a priori son idénticos, identificando además el problema principal – agente, entre el empleador y el viajero final.

Desde el punto de vista empírico, se rescatan los trabajos de Lederman (2007) y Hartmann y Viard (2008), quienes estudian los PVF o programas de lealtad, en su forma más genérica, considerándolos mecanismos artificiales que atentan contra la competencia. El primero realiza un análisis empírico de la industria del transporte aéreo de pasajeros, basándose en la relación que se genera entre crear mejoras en los PVF, y la relación que esto tiene con el aumento de la demanda, el poder de mercado y la existencia de aeropuertos donde algunas firmas tienen presencia dominante. Mientras que el segundo trabajo busca la relación entre la creación de programas de lealtad y la existencia de switching costs bajo una estructura de demanda dinámica.

Si se mira en mayor profundidad el trabajo de Lederman (2007), se debe tener en cuenta que utiliza mediciones de un periodo comprendido entre 1996 a 2000, provenientes de una base de datos que corresponde a una muestra aleatoria del 10% de los viajes domésticos en los Estados Unidos, la cual es combinada con una base de datos de viajeros frecuentes de seis aerolíneas incluidas en la muestra: American, Continental, Delta, Northwest, United y US Airways.

Los resultados econométricos de este trabajo tienen la capacidad de entregarnos evidencia de que las aerolíneas tienen capacidad de aumentar los precios y el tamaño de su demanda en aeropuertos y rutas donde estas poseen una presencia dominante, sin embargo, no se puede separar este primer efecto de la existencia del programa de viajero frecuente.

El modelo desarrollado por Hartmann y Viard (2008) considera un consumidor que enfrenta dos opciones, tomar un producto o servicio de una firma con un programa de lealtad o tomar un producto equivalente de otra firma que no posee programa de lealtad. La decisión del consumidor se modela a través de un modelo de elección discreta tipo Logit, el cual es calibrado con datos provenientes de firmas dedicadas a la venta de cursos y arriendos de canchas de golf, las que generalmente utilizan programas de lealtad para atraer y mantener a sus clientes. El resultado obtenido a través de la utilización de un modelo de demanda dinámica, indica que en general no existen switching costs y que desde este punto de vista de la firma, el programa no es una ventaja.

Si se consideran los estudios teóricos que analizan la existencia de *switching costs* y las conductas anticompetivas, se debe tener en cuenta los trabajos de Farrell y Shapiro (1989), Caminal y Claici (2007), Klemperer (1987); Kim, Shi y Srinivasan (2001) y Fong y Liu, (2011).

Farrell y Shapiro (1989) analiza la eficiencia de los diferentes tipos de mecanismos de adquisición de productos con insumos o suplementos que sólo pueden ser provistos por el mismo vendedor del producto inicial. En su análisis considera una relación bilateral entre vendedor y comprador, de manera de identificar los equilibrios y los puntos de eficiencia en situación con *switching costs* y costos asociados a la implementación o puesta en marcha de un producto.

Caminal y Claici (2007) proponen un modelo oligopólico del tipo Hotelling en dos periodos, el cual se ha extendido a un número arbitrario *n* de firmas participantes. Las firmas ofrecen un descuento a aquellos consumidores que se encuentren presentes en ambos periodos y que realicen su compra ambas veces en la misma firma. La forma de entregar el descuento es estudiada en cuatro tipos de caso: compromiso total, compromiso parcial, descuentos lineales y descuentos a suma alzada. El descuento de compromiso total, significa que las firmas fijan en el primer periodo inmediatamente 3 precios: el precio en el primer periodo, el precio en el segundo periodo para los compradores nuevos y el precio en el segundo periodo para los compradores remitentes. El descuento de compromiso parcial quiere decir que las firmas fijan en el primer periodo el precio a los consumidores nuevos de dicho periodo y el precio a los consumidores que repitan su compra en el segundo periodo. El precio cobrado a los consumidores nuevos del segundo periodo, es fijado posterior al primer periodo. Los descuentos lineales se modelan de forma tal, que la firma entrega en el primer periodo el precio a cobrar en dicho periodo y el porcentaje de descuento que tendrá el consumidor sobre el precio del segundo periodo. El precio cobrado en el segundo periodo es fijado de forma posterior al primer periodo, de manera que los consumidores sólo se enteran del precio en el segundo periodo luego de haber participado en el primero. Finalmente los descuentos a suma alzada corresponden a la situación en la cual la firma fija en un principio el precio del primer periodo y un descuento monetario directo para el precio del segundo periodo, para finalmente luego del primer periodo entregar los precios a cobrar durante el segundo periodo.

Caminal y Claici (2007) concluyen que cuando existe un número grande de firmas, los programas de lealtad en cualquiera de sus versiones anteriormente descritas contribuyen a aumentar la competitividad del mercado. Para los casos cuando sólo existen dos firmas, el descuento de compromiso total y compromiso parcial resultan ser pro – competitivos. Los casos de descuento lineal entrega resultado incierto y el descuento lineal de suma alzada resulta ser anti – competitivos.

El modelo planteado por Klemperer (1987) propone un análisis de los switching costs a través de un modelo duopólico, en dos periodos, donde los consumidores pueden, si lo desean, cambiar de firma al cambiar el periodo. Además los consumidores se distribuyen entre consumidores con alta valoración al producto y consumidores con baja valoración al producto. En el primer periodo los consumidores no tienen ningún tipo de ‘ataduras’ con ninguna de las firmas, en cambio en el segundo periodo, algunos consumidores enfrentan un switching cost al cambiarse de firma, el cual es modelado como una distribución del switching cost en la población.

El trabajo entrega como resultado que las firmas producen una mayor cantidad del bien y a menores precios en el primer periodo con la intención de atraer mayor cantidad de público, en especial aquellos que tienen una alta valoración por los bienes. Lo que ocurre en términos prácticos es que las firmas producen una cantidad excesiva en el primer periodo, para luego en el segundo producir mucho menos de lo eficiente.

Los resultados obtenidos se traducen en que las firmas en el segundo periodo obtienen rentas monopólicas, que no implican necesariamente que las firmas se encontrarían mejor si no existiera el switching costs, pues las ganancias monopólicas provienen de una férrea competencia en los periodos anteriores.

Kim, Shi y Srinivasan (2001) proponen la existencia de dos firmas simétricas, las cuales operan durante los dos periodos en un mismo mercado, en ambos periodos intervienen dos tipos de usuarios, los usuarios débiles, es decir aquellos que tienen una menor valoración por el bien, los cuales se recambian en cada periodo y los usuarios fuertes, los cuales participaran cada uno dos veces en el mercado, y no existe entrada de nuevos usuarios fuertes durante el segundo periodo.

La estructura planteada es la siguiente: en el primer periodo, las firmas escogen el descuento a entregar y los precios, para que posteriormente los consumidores decidan a que firma le comprarán. Para el segundo periodo, las firmas deciden los precios posterior al primer periodo, luego los consumidores deciden que firma elegir y finalmente los usuarios presentes en ambos periodos y que fueron leales a la firma escogida en el periodo uno, reciben su premio por permanencia, traducido en descuento para el periodo dos.

El resultado más importante obtenido, es que las firmas compiten de manera más fuerte en el primer periodo, de manera que en el segundo periodo, la competencia se debilite, lo que genera un aumento en los precios, lo cual se debe directamente a la existencia de switching cost por parte de los usuarios fuertes. Esto genera una situación de total desmejora a los usuarios débiles. Lo que se asume es que la demanda total no varía con el empeoramiento de los usuarios débiles ya que estos últimos son considerados una demanda inelástica, lo que podría ser una gran limitante del análisis. Comparando este trabajos con los otros analizados resulta importante destacar que se obtiene un resultado es sumamente similar al obtenido por Klemperer (1987), lo que podría destacar lo robusto de ambos análisis.

Un tipo de análisis distinto a los descritos anteriormente es realizado por Fong y Liu (2011), los autores se centran en el hecho que los PVF o programas de lealtad, pueden generar incentivos a la colusión implícita de las firma. Para ello se genera un modelo oligopólico de *n* firmas simétricas con costos marginales iguales a 0, las cuales compiten en precios de acuerdo a un modelo de Bertrand, la competencia de las firmas ocurre en t periodos, con t un número muy grande. Se considera que cada consumidor está presente en el mercado en sólo dos periodos consecutivos, las firmas pueden elegir precios entre $0 \leq p \leq U$, donde U es el precio de reserva de los consumidores y todas las firmas poseen una misma tasa de descuento δ.

El análisis que se realiza, se basa en buscar la tasa de descuento mínima a partir de la cual la colusión es sostenible en el tiempo, para ello se consideran los siguientes casos de tarificación, identificados por un valor de δ:

- Tarificación uniforme en todos los periodos (δ_1).
- Tarificación diferenciada al consumidor leal, es decir al consumidor leal se le promete un precio menor en el siguiente periodo, pero no se le informa cual será este (δ_2).
- Tarificación diferenciada al consumidor leal donde éste conoce cuál será su tarifa en el siguiente periodo (δ_3).

- Tarificación diferenciada al consumidor leal, a través de un cupón de descuento monetario a suma alzada, pero sin indicarle cual será la tarifa en el periodo siguiente (δ_4).

Para cada uno de los casos expuestos anteriormente se encuentra una tasa de descuento a partir de la cual la colusión es sustentable. De acuerdo a los esquemas de descuento entregados por las firmas, la tasa de descuento mínima que soporta colusión, disminuye de acuerdo a cada uno de los diferentes tipos de estrategia de tarificación en el siguiente orden:

$$\delta_4 \leq \delta_3 \leq \delta_2 \leq \delta_1 \qquad (2.1)$$

Es decir a partir de estrategias individuales de las firmas la colusión de vuelve más sustentable. Al graficar el valor de δ en función del número de firmas, obtiene el siguiente grafico, donde δ_1 se identifica con $\hat{\delta}^{U}$, δ_2 se identifica con $\hat{\delta}^{NC}$, δ_3 se identifica con $\hat{\delta}^{RPP}$ y δ_4 se identifica con $\hat{\delta}^{RPD}$.

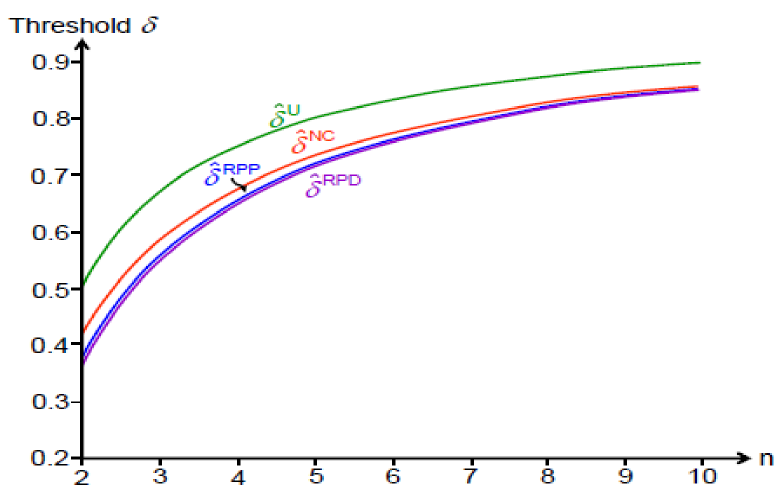

Gráfico 2.1. Comportamiento de la tasa de descuento que soporta colusión.(Fong y Liu (2011)).

Este resultado, a pesar de tener origen distinto, se encuentra en la línea de lo planteado por Caminal y Claici (2007), ya que los descuentos de suma alzada son estudiados por dicho trabajo y los que en su modelo generan menores condiciones pro competitivas en el caso de n firmas y resultan ser anti – competitivos en el caso de dos firmas.

2.2. Riesgo moral

El problema de riesgo moral, en el caso particular que será analizado en la tesis, surge a través de una relación principal – agente, entre el real pagador del viaje y el usuario final, los cuales presentan una asimetría de información que permite al agente tomar decisiones, que no necesariamente maximizan la función de utilidad del principal.

Sin desarrollar en profundidad el problema de riesgo moral es Borenstein (1989) quien considera la existencia de un problema principal – agente asociado la existencia de PVF.

Los dilemas éticos asociados a la existencia se pueden catalogar de acuerdo a Deane (1988) a través de los siguientes puntos: elección de servicios ineficientes con el objeto de acumular más millas; subsidios cruzados entre viajeros de negocios y quienes no lo son, ya que los viajeros ocasionales o de ocio financian en parte los programas de viajero frecuente, pues es muy probable que nunca puedan cobrar un premio, una posible elusión de impuestos debido a que los millas de los programas de viajero frecuente no se consideran como un ingreso del individuo, pero en la práctica lo son y la ineficiencia producto de una distorsión en la competencia de las firmas. El trabajo concluye que en general tanto principal como agente, parecen estar complacidos con la existencia de los programas, debido a que tiene la capacidad de entregar beneficios directos y libres de impuesto, considera además que es muy probable que los gobiernos sean un tanto indiferentes a los programas, debido a las complicaciones para volver tributables los premios por el concepto del programa de lealtad y las consecuencias políticas que esto podría traer. Para evitar estos cuestionamientos morales, se propone como solución la creación de cuentas corporativas para la acumulación de premios por concepto de viajero frecuente y una pronunciación de los agentes gubernamentales con respecto a la tributabilidad de estos premios.

En el ámbito econométrico se tiene a Rossi (2008) donde se analiza el caso de las estaciones de combustible en Italia, el cual resulta ser muy interesante, ya que es frecuente que existan viajeros de negocios en automóvil, donde el combustible es pagado por sus empleadores y las gasolineras ofrezcan programas de lealtad de características muy variadas, que van desde descuentos monetarias hasta accesorios de cocina, por dar un ejemplo.

El objetivo final del trabajo de Rossi (2008) es obtener la relación entre la valoración de un dólar en efectivo y un dólar en beneficios a través del programa de lealtad. Para conseguir el objetivo se calibra un modelo de elección discreta logit multinomial, donde los usuarios pueden elegir las diferentes gasolineras, para lo cual se consideran atributos tales como el costo, la densidad de estaciones de servicio a lo largo del país y los premios asociados al programa de lealtad.

El resultado más importante es que existe alrededor de un 10% de los consumidores que consideran que el dólar en premio vale cerca de un 30% más que un dólar en efectivo, resultado fundamental, ya que da indicios de la existencia del problema de riesgo moral que surge con los programas de lealtad.

El análisis teórico de los programas de lealtad, en los cuales se considera la existencia de viajeros de negocios, es estudiado tanto por Cairns y Galbraith (1990) y por Basso, Clements y Ross (2009). Ambos trabajos observan que en el mercado del transporte aéreo existen notoriamente dos tipos de viajeros, un viajero de ocio o turismo, que en general debe pagar de su propio bolsillo la tarifa y tiene gran flexibilidad en su viaje y un viajero de negocios, el cual es un empleado, por lo tanto no cancela su tarifa de sus propios ingresos, sino que ésta o gran parte de ésta, es pagada por su empleador. Además ambos consideran que las firmas tienen la capacidad de discriminar perfectamente entre los dos tipos de usuarios, y que no existen economías de diversidad, por los servicios ofrecidos a los viajeros de negocios y a los viajeros de ocio.

Lo que se propone en el trabajo de Cairns y Galbraith (1990) es que una firma existente en el mercado tiene la capacidad de crear barreras a la entradas gracias a la existencia del programa de viajero frecuente, la cual ve aumentado su efecto con el hecho que los usuarios sólo cancelan una fracción del valor del pasaje aéreo, por lo tanto el premio a obtener resulta un factor fundamental a considerar. Dentro de los resultados principales que se obtienen, se llega a que las firmas debido a la existencia de los programas de lealtad, tienen la capacidad de crear barreras a la entrada en la absoluta ausencia de ventajas de costos, ya sean economías de escala, densidad o diversidad, hecho que se ve acrecentado con la existencia de viajeros que sólo cancelen una parte de la tarifa.
Las condiciones sobre las cuales se plantea la posibilidad de generar distorsiones en la competencia vienen dadas por:

- La firma incumbente ofrece el programa y la firma entrante no: en este caso la firma incúmbete siempre podrá mantener un precio que le genere utilidades positivas además de impedir el ingreso de la nueva firma al mercado.

- La firma incumbente ofrece el programa y la firma entrante también: en este caso se supone que la firma incumbente tiene un conjunto de servicios mayor que la firma entrante, luego la firma incumbente siempre podrá mantener un precio que le genere utilidades positivas además de impedir el ingreso de la nueva firma al mercado.

- Si las dos firmas rivales tienen la misma red de servicios, entonces el resultado en equilibrio vendrá dado por la existencia de programas de viajero frecuente y utilidad nula para cada firma.

Por otro lado, la propuesta de Basso, Clements y Ross (2009) considera la existencia de dos firmas, las cuales compiten en precio y en la posibilidad de ofrecer el programa de viajero frecuente, que para los consumidores es interpretado como una devolución de dinero en efectivo. La competencia se hace considerando que los usuarios se distribuyen uniformemente en una ciudad lineal del Hotelling y que las firmas se ubican en cada uno de los extremos de esta ciudad. La competencia se modela como un juego en dos etapas; en la primera las firmas decidirán si tendrán PVF, y en la segunda deciden el premio que entregarán a los usuarios. El punto clave a considerar, el cual se formula de manera similar que en Cairns y Galbraith (1990), es que los viajeros finales no cancelan la totalidad de la tarifa, sino una fracción de ésta y el restante valor lo paga el empleador, quien no tiene capacidad de saber si su empleado esta eligiendo el mejor precio, sino que sólo puede aceptar o rechazar la elección a través de un precio de reserva. Luego la utilidad de los viajeros se puede describir a través de la siguiente función:

$$U = V - \alpha P_i - z_i t + F_i \tag{2.2}$$

donde V es la utilidad del viajero, P_i es la tarifa real del vuelo en la aerolinea i, αP_i es la tarifa efectivamente pagada por el viajero en la aerolínea i, z_i es la distancia del viajero a la aerolínea i, donde está distancia es interpretada como afinidad o cercanía a la aerolínea i, t es el costo de transporte por unidad de distanca y F_i son las millas obtenidas por el viajero al viajar en la aerolínea i.

La firma para proveer PVF, incurre en un costo directamente proporcional a las millas entregadas, que son percibidas por el viajero como una devolución en dinero, este punto puede ser cuestionable ya que existen casos en que las millas nunca pueden ser cobradas, por lo tanto el costo puede ser incluso 0. Siguiendo en el análisis del modelo se tiene que si la constante de proporcionalidad es menor a uno, indica que la aerolínea incurre en un costo monetario menor a su valor económico de proveer el programa, como por ejemplo, el uso de capacidad ociosa de los aviones, y una constante de proporcionalidad mayor a uno podría significar la inclusión de vuelos extraordinarios para cubrir las necesidades de los miembros del PVF. Lo cual puede ser expresado como:

$$C(F_i) = \gamma F_i \tag{2.3}$$

Además se debe incluir que el precio pagado por el viajero no debe superar el precio de reserva del empleador, con lo cual es necesario que, para tener participación en el mercado la aerolínea necesariamente se debe cumplir que el precio cobrado es menor al precio de reserva, es decir:

$$P \leq R \tag{2.4}$$

En un primer caso se analiza el comportamiento de los precios y las utilidades de las firmas frente a la existencia del tercer pagador, considerando que no existe un programa de viajero frecuente, se llega a la conclusión, que en este caso los precios y las utilidades de las firmas, son idénticas, y que estas aumentan al disminuir el valor de α, hasta que el precio topa con el precio de reversa de los empleadores y a partir de ese momento, las utilidades y los precios permanecen constantes. Lo que en síntesis se obtiene es que a menor porcentaje de tarifa pagado por el consumidor mayor será el precio a cobrar hasta llegar al límite en que las firmas cobran los máximo a posible, lo cual es el precio de reserva del empleador.

Dado que se considera la existencia de dos aerolíneas, entonces separadas entre si a una distancia d = 1, entonces se puede suponer que existe una aerolínea ubicada a la derecha del consumidor y otra a la izquierda, donde la aerolínea ubicada a la derecha tendrá un precio P_D y su utilidad final será π_D. La aerolínea ubicada a la izquierda del consumidor tendrá un precio P_I y su utilidad final será π_I

Lo anterior puede queda resumido a continuación, considerando $\underline{\alpha} = {}^{t}/_{R}$

$$Si\ \alpha > \underline{\alpha},\ entonces\ P_I = P_D = \overline{P} = \frac{t}{\alpha}\ y\ \pi_I = \pi_D = \overline{\pi} = \frac{t}{2\alpha} \tag{2.5}$$

$$\text{Si } \alpha \leq \underline{\alpha}, \text{ entonces } P_I = P_D = \overline{P} = R \text{ y } \pi_I = \pi_D = \overline{\pi} = \frac{R}{2} \tag{2.6}$$

En un segundo caso se permite la existencia de PVF, para ello la situación se describe con más claridad considerando las siguientes condiciones.

Si el costo de tener un PVF es pequeño, es decir $\gamma \leq min\left\{1/_{\underline{\alpha}}, 1/_{\alpha}\right\}$, entonces ambas aerolíneas ofrecerán un programa de viajero frecuente, cobrarán una tarifa igual al precio de reserva del empleador, luego el equilibrio en dicha situación será el siguiente:

$$P_D = P_I = P^f = R, F_D = F_I = F = \frac{R}{\gamma} - t \;\; y \, \pi_D = \pi_I = \pi^f = \frac{t\gamma}{2} \qquad (2.7)$$

Cuando el costo de proveerlo es tal que $\gamma > min\left\{1/_{\underline{\alpha}}, 1/_{\alpha}\right\}$, entonces, la aerolinea no ofrecerá PVF, y pueden ocurrir dos casos. Que α sea pequeño, es decir, $\alpha < \underline{\alpha}$ con lo cual las aerolineas cobraran una tarifa igual al precio de reserva del empleador y tendrán utilidades simétricas, iguales a la mitad de este valor.

$$P_D = P_I = P^f = R, F_D = F_I = F = 0 \;\; y \, \pi_D = \pi_I = \pi^f = \frac{R}{2} \qquad (2.8)$$

Finalmente, si $\alpha > \underline{\alpha}$ las aerolineas obtendrán el siguiente equilibrio:

$$P_D = P_I = P^f = t/\alpha, F_D = F_I = F = 0 \;\; y \, \pi_D = \pi_I = \pi^f = \frac{t}{2\alpha} \qquad (2.9)$$

Este último resultado, llama la atención, ya que cuando no existe el PVF, ya sea por razones exógenas o endógenas al modelo, las utilidades de las firmas son mayores que si los proveen, luego es importante rescatar que, para cada aerolínea, proveer el PVF es una estrategia dominante, lo que genera que el equilibrio donde existen los programas de viajero frecuente, resulta ser un equilibrio conocido como dilema del prisionero, donde ambas firmas desearían no tener el PVF, pero les resulta óptimo proveerlo dado que la otra firma lo hace.

Junto con lo anterior resulta paradójico que al disminuir el costo por proveer los PVF disminuyan las utilidades y que a un menor precio de venta sean mayores la utilidades. Esto se debe fundamentalmente a que la existencia del PVF genera a las firmas una herramienta más con la cual competir, por lo tanto, el PVF hace más dura la competencia. Resulta esencial tener en cuenta que la existencia del programa hace que los precios suban, las utilidades de las firmas disminuyan, frente a lo cual, las firmas y los empleadores se ven afectados negativamente y los únicos que reciben un beneficio de dicha situación son los viajeros de negocio.

2.3. Discriminación de precios de segundo grado

La literatura existente en el ámbito de las tarifas no lineales, ya sean tarifas en dos partes o discriminación por cantidad o calidad es amplia, ya sean estas considerando mercados monopólicos o mercados donde existe algún grado de competencia. Los trabajos de Mussa y Rosen (1978) y Maskin y Riley (1984) entregan los primeros apronte teóricos a la utilización de tarifas no lineales, considerando mercados monopólicos y usuarios con gustos diferenciados. Lo fundamental de estos trabajos, es considerar que el monopolista no tiene la capacidad de diferenciar perfectamente a un usuarios de otro, luego para ofrecer descuentos por cantidad o calidad debe ofrecer menús tales que los consumidores se autoseleccionen de manera de escoger el menú destinado para ellos; esto se conoce como discriminación de precios de segundo grado.

En un análisis específico, lo propuesto por Mussa y Rosen (1978) considera un tipo de utilidad lineal, en un mercado donde cada usuario adquiere un único producto, el cual varía en su calidad, los usuarios se encuentran diferenciados en sus gustos por la calidad y el monopolista no tiene la capacidad de diferenciarlos de forma perfecta. Tomando en cuenta lo anterior, la maximización de utilidades considera una función de calidad y una función de precios de acuerdo al tipo de usuario al cual se vea enfrentado, la cual se construye con la restricción, que un usuario de un determinado tipo obtenga su mayor utilidad al elegir el paquete correspondiente a su clase y no uno distinto. Estas restricciones serán conocidas como las restricciones de compatibilidad de incentivos. Los supuestos fundamentales que consideran los autores son que existe un continuo de clases de usuarios distribuidos en un intervalo, de esta manera existen usuarios de gran valoración y usuarios de muy poca valoración frente a la calidad. Los resultados más importantes del trabajo de Mussa y Rosen (1978), es que se pueden encontrar condiciones que indican cual será el último tipo de usuarios servido, es decir el monopolista deja de servir a los usuarios de muy poca valoración, además se obtiene un resultado fundamental en la literatura de discriminación de precios de segundo grado, el cual que el monopolista entrega al usuario de mayor valoración una calidad eficiente en términos económicos, para luego entregar a todos los demás usuarios una calidad bajo la eficiente, con lo cual sólo al consumidor de máxima valoración se le entrega una calidad sin distorsionar.

A partir de la línea de trabajo de Mussa y Rosen (1978), Tirole (1994, Páginas 134 a 162.), presenta un planteamiento mucho más sencillo pero sumamente clarificador. Este se basa en suponer que existen dos tipos de consumidores, consumidores del tipo 1 y tipo 2, tales que su utilidad por consumir un bien de calidad q a una tarifa T, viene representado por

$$U = \theta_i V(q) - T \tag{2.10}$$

con $\mathrm{i} = 1,2$.

La cantidad total de consumidores se normaliza a 1, si se considera que los usuarios del tipo 1 se encuentran en una proporción λ y los del tipos 2 en una proporción $1 - \lambda$, que $\theta_2 > \theta_1$, la firma presenta costos marginales constantes iguales a c y ésta ofrece dos menús (q_1, T_1) y (q_2, T_2), tales que cumplan las siguientes restricciones, denominada la primera restricción de participación y la segunda restricción de compatibilidad de incentivos:

$$\theta_i V(q_i) - T_i \geq 0 \tag{2.11}$$

$$\theta_i V(q_i) - T_i \geq \theta_i V(q_j) - T_j \tag{2.12}$$

para todo $i = 1,2$ y $j = 1,2$ *con* $i \neq j$.

Considerando todo lo anterior el proceso de maximización de las utilidades llega al siguiente resultado:

$$\theta_1 V'(q_1) = {}^{c}\Big/\left(1 - \frac{1-\lambda}{\lambda}\frac{\theta_2-\theta_1}{\theta_1}\right) \tag{2.13}$$

$$\theta_2 V'(q_2) = c \tag{2.14}$$

Este sencillo modelo rescata el resultado de Mussa y Rosen (1978), es decir al consumidor de mayor valoración se le entrega una calidad eficiente en términos económicos, ya que se le entrega una calidad tal que el beneficio marignal es igual al costo marginal de proveerla y al consumidor de menor valoración se le entrega una calidad distorsionada a la baja con respecto eficiencia económica.

Siguiendo lo hecho por Mussa y Rosen, los trabajos de Rochet y Stole (1997 y 2002), proponen mecanismos de modelar la discriminación de precios de segundo grado en casos monópolicos y duopólicos. En primer lugar, Rochet y Stole (1997) exploran la tarificación no lineal en un contexto duopólico de acuerdo a una competencia del tipo Hotelling. Es decir, pueden existir dos firmas separadas a una distancia Δ, las que identificaremos como firma 1 y firma 2, las cuales tienen la capacidad de entregar productos de diferentes calidades y tarifas. Los usuarios están diferenciados de acuerdo a su cercaría o lejanía a cada una de las dos firmas y a su valoración por la calidad del producto entregado, el costo de transporte para todos los tipos de usuarios es el mismo y es constante a lo largo de la ciudad.

La utilidad considerada es tal que el precio la afecta el firma lineal y los costos marginales de las firmas se consideran lineales e iguales, entre cada firma, en el caso de existir más de una. Cada una de las firmas hace su programación de manera de que a cada tipo de usuario se le entregue una calidad y un precio destinado a él, cumpliendo la restricción de compatibilidad de incentivos.

Considerando lo anterior, se analizan los casos de competencia monopólica, situación que puede ser representada como una gran diferenciación de firmas, es decir en términos del modelo la distancia entre ellas, Δ, es suficientemente grande para que las firmas -para cualquier tipo de usuario- no compitan, y el mercado no se encuentra completamente servido.

El segundo caso analizado es el régimen de competencia total, en el cual todos los tipos de usuarios, ubicados a cualquier distancia de las firmas pueden ser servidos por una o ambas firmas. Esto genera un resultado que nos indica que bajo ciertas condiciones para Δ y las valoraciones de los consumidores a la calidad del producto, se puede llegar a un esquema de competencia en el cual las firmas entregan calidad no distorsionadas de la eficiencia económica y que la estrategia de tarificación es a través de cobrar costos más un mark-up fijo.

Finalmente, el último caso analizado corresponde a la existencia de un régimen mixto, es decir cuando las firmas compiten por los usuarios de mayor valoración y se forman monopolios locales para los usuarios de menor valoración. En este caso es posible encontrar las condiciones, a partir de los cuales existirá una proporción de individuos que se encuentren en un mercado monopólico y una proporción se encuentren en un mercado con competencia duopólica.

El trabajo de Rochet y Stole (2001) explora una amplia gama de formas sobre las cuales existe algún tipo de tarificación no lineal, ya sean en términos de monopolio o competencia duopólica. En términos comparativos, la gran diferencia de este trabajo con el resto de la literatura, incluido Rochet y Stole (1997), es que se considera que la participación de los consumidores en el mercado o su elección de firma, de acuerdo al caso que estemos analizando, está sujeta a una restricción de participación aleatoria, de acuerdo a una distribución de probabilidades que depende de la máxima utilidad esperada para cada consumidor, lo cual le da un nivel de elasticidad al consumo.
En términos gruesos, el análisis contempla el desarrollo de modelos con discriminación monópolica y discriminación oligopólica, tal que pueden existir en ambos casos dos tipos de consumidores o una distribución continua de consumidores con diferentes valoraciones al producto.

Para el caso monopólico con dos tipos de usuarios, se llega a un sorprendente resultado, en el cual bajo ciertas condiciones sobre cuán diferenciados se encuentran los tipos de usuarios, la forma y valores de la distribución de probabilidades de la participación aleatoria, es eficiente y cumple con las restricciones de compatibilidad de incentivos ofrecer calidades no distorsionadas a los consumidores.

En el caso duopólico, con dos o más tipos de consumidores, se consideran demandas del tipo Hotelling. El análisis del equilibrio en precios del caso duopólico con dos tipos de usuarios, nos entrega que si la competencia arroja la existencia de monopolios locales, entonces vuelve al caso explicado anteriormente, en cambio si existe competencia en ambos tipos de consumidores, se llega a una situación en que el equilibrio arroja que las calidades entregadas a cada tipo de usuario no están distorsionadas y la estrategia de tarificación es cobrar costo de proveer la calidad más un mark-up fijo. Es importante tener en consideración, que en ningún momento se analiza el caso mixto, en el que para los usuarios de alta valoración existe competencia y para el otro tipo de usuarios existen monopolios locales.

Cuando existe una distribución continúa de usuarios el resultado más importante es que se rescata lo obtenido en el caso para dos consumidores si el costo de transporte es suficientemente bajo, es decir, las firmas tienen bajo poder de mercado, se mantiene la tarificación de costo más un mark-up fijo y además todos los usuarios obtienen una calidad equivalente a la que obtendrían en una situación de primer mejor.

En un ámbito aplicado a un problema real Villas – Boas y Schmidt Mohr (1999), estudian el problema de selección adversa que enfrentan los bancos al entregar créditos a sujetos que tienen diferentes probabilidades de pago. La modelación considera que existen dos tipos de usuarios, unos con probabilidad alta de pago y otros con probabilidad baja de pago, los cuales no pueden ser distinguidos por los bancos, y que se encuentran distribuidos en una ciudad lineal del tipo Hotelling de largo 1, donde los bancos se encuentran en cada extremo de la ciudad, además se considera que la distancia de un usuario a un banco no se encuentra correlacionada con la probabilidad de pago, hipótesis de trabajo ya utilizada por Rochet y Stole (1997 y 2002)

Los bancos ofrecen a sus clientes préstamos con tasa de interés $\mathrm{r_i}$ y pago colateral $\mathrm{C_i}$, el cual debe ser cancelado en caso de que la inversión no sea fructífera, donde $\mathrm{i = I}$ ó D, de acuerdo si el banco escogido es el de la izquierda o el de la derecha respectivamente, la distancia del cliente al banco ubicado a su izquierda es z, con lo que la utilidad del cliente al escoger el banco de la izquierda será

$$U(\rho, r_I, C_I, z) = \theta[X - R_0] - (1-\theta)C_I + V - tz \qquad (2.15)$$

donde θ es la probabilidad de que la inversión tenga éxito, X es el monto del préstamo, V es la utilidad de reserva del cliente y t es el costo de transporte. Análogamente el banco de la derecha entregará la siguiente utilidad:

$$U(\rho, r_D, C_D, z) = \theta[X - R_D] - (1-\theta)C_D + V - t(1-z) \qquad (2.16)$$

Luego las ganancias de un banco obtenidas por dar un préstamo a un cliente del tipo θ ubicado a una distancia d de la firma, vienen dados por:

$$\pi(\theta, r, C) = \theta r - (1-\theta)kC - 1 \qquad (2.17)$$

donde k es el costo real que tiene para el banco el hecho que el cliente no pague su deuda, luego $0 \leq \mathrm{k} \leq 1$. Al igual que lo planteado por Mussa y Rosen (1978), las firmas ofrecen contratos para cada tipo de usuarios, en este caso contratos que entregan una tasa de interés y un pago colateral.

Considerando las diferentes probabilidades de éxito en las inversiones se pueden obtener condiciones sobre el costo de transporte, que entregan el nivel de competencia en los mercados que van desde monopolios locales en ambos mercados a competencia en ambos y un régimen mixto y la relación de orden entre la tasa de interés cobrada a cada tipo de consumidor.

Al tomar en consideración los trabajos empíricos sobre discriminación de precio de segundo grado, pero sin profundizar en demasía en estos, surgen dos trabajos relevantes que consideran en su marco teórico modelos duopólicos, con dos tipos de consumidores los cuales se caracterizan a través de funciones de utilidad lineales, estos son los realizados por Liu y Serfes (2006) y Hernández y Wiggins (2008). Los primeros buscan evidencia empírica de la dispersión en las tarifas, debido a la discriminación de precios de segundo grado y los segundos se hacen cargo de encontrar relación entre la discriminación de precios de segundo grado y la concentración de mercado. Para ello ambos trabajos generan un modelo teórico, que corresponde a un modelo similar al presentado por Rochet y Stole (1997), reducido a dos tipos de consumidores y diferenciados por una valoración al producto y por un costo de transporte a lo largo de una ciudad lineal de tipo Hotelling.

2.4. Comentarios y conclusiones

En las secciones anteriores, se ha mostrado una revisión de la literatura en tres grandes ejes, programas de lealtad, riesgo moral y discriminación de precios de segundo grado. En estos tres ejes el énfasis se ha puesto en encontrar la manera en que la literatura modela dichos problemas.

Los programas de lealtad, en general son modelados considerando que el consumidor tendrá compras futuras de un bien similar, y que en el momento que este haga su nueva compra recibirá el premio por su lealtad a la firma, donde fundamental destacar el hecho que en la mayoría de los casos premios son no lineales, pues se requiere un mínimo para canjearlos o son en base a tablas de pago no lineales. Las modelaciones en general consideran que los viajeros están presentes en más de una etapa temporal, sin embargo, esto puede ser modelado perfectamente bien en una sola etapa considerando precios y beneficios a tiempo cero, con lo cual el premio de lealtad podría ser entendido directamente como un premio monetario o en un bien de forma conjunta con la compra inicial. El análisis de estos programas en torno a las mejoras que estos provocan en la competitividad resulta ser ampliamente estudiado con resultados disímiles, dependiendo del modelo escogido.

Desde el punto de vista del riesgo moral, los trabajos que analizan el fenómeno desde la perspectiva de la firma, son los trabajas de Basso et al (2009) y Cairns y Galbraith (1990), quienes lo incluyen explícitamente, como una disminución del precio real a pagar por un viajero. En el análisis de competitividad hecho por Cairns y Galbraith (1990), se obtiene que la existencia del riesgo moral, asociado a la presencia de un tercer pagador, tiene relación directa con disminuir la competencia entre firmas. Basso et al (2009) , por su lado muestra que el riesgo moral, generado por la existencia de un viajero de negocios, provoca que la competencia sea más férrea, generando una oferta de millas más allá de la que las firmas quisieran proveer, de manera que las aerolíneas se encuentran peor al tener un programa de viajero frecuente que si no lo tuvieran, ofreciendo un precio más alto lo que afecta directamente al empleador y el único que resulta favorecido es el consumidor final que tomara los beneficios del programa.

La existencia de a lo menos dos tipos de consumidores indistinguibles para la firma, ha sido ampliamente estudiada entregando resultados similares. Dado lo anterior, resulta fundamental, considerar una situación tal que, los viajeros de negocios, afectos a un riesgo moral asociado al hecho estos no pagan su tarifa, y los viajeros de ocio, viajen simultáneamente, de manera que la firma no es capaz de diferenciarlos y utilice como herramienta el programa de viajero frecuente, de forma que a los viajeros de negocios, quienes están obligados a viajar, se les cobre más a cambio de mayor cantidad de millas y a los viajeros de ocio, quienes no están obligado a viajar y en general valoran menos las millas que sus pares de negocios, se les dé menos millas a cambio de una tarifa más baja.

Capítulo 3

Monopolio enfrentado a demanda inelástica

Este primer análisis considera aspectos fundamentales que en la literatura se encuentran cubiertos, pero no de manera simultánea, tales como: la existencia de programas de viajero frecuente o lealtad, el riesgo moral debido a la existencia de viajeros de negocios, la selección adversa a la que se enfrentan las firmas debido a la incapacidad que tienen las aerolíneas de distinguir entre los viajeros de negocios, enfrentados a un riesgo moral y los viajeros de ocio, contrariamente a la que ocurre en Baso et al (2010) donde las aerolíneas los distinguen perfectamente.

Para tener en cuenta todos los puntos ya mencionados, la modelación de la demanda considera los siguientes aspectos: demanda inelástica, con dos tipos de viajeros, los cuales adquieren personalmente sus boletos, sin intervención de terceros. La aerolínea posee un programa de viajero frecuente, tal que todos los posibles consumidores se encuentran inscritos en el programa y todos los beneficios de éste son para quién realiza el viaje propiamente tal y estos beneficios son percibidos por los consumidores o viajeros como la calidad del producto, en este caso pasaje aéreo. Se considera que uno de los consumidores es un viajero de negocios, el cuál cancela o mejor dicho percibe, sólo una fracción de la tarifa de sus propios recursos y está obligado a viajar, ya que es parte de una condición laboral. El otro consumidor es un viajero de ocio, quién cancela la tarifa de sus propios recursos y decide viajar de acuerdo a si la decisión le reporta utilidad positiva.

La modelación de la firma considera un monopolista que conoce las proporciones globales de los dos tipos de viajeros existentes, tiene la capacidad de generar dos tipos de menús, con el objetivo de discriminar entre los viajeros de negocios y los viajeros de ocio. Además la firma posee un esquema de costos sin complementariedad entre los dos tipos de menús que provee.

3.1. Elementos básicos del modelo

Al considerar la existencia de un viajero de negocios es fundamental tener en cuenta que éste, al ser un empleado, se encuentra sujeto a las restricciones impuestas por su empleador, sin embargo en este punto, para tener un análisis inicial, se considera que el viajero de negocios no tiene ningún tipo de restricción en la elección de su boleto.

- **Función de utilidad**

La utilidad de los viajeros será representada a través de una forma separable aditivamente similar a lo presentado por Rochet y Stole (1997 y 2002), donde el precio afecta linealmente a la utilidad. Para considerar la existencia de viajeros de negocios utilizaremos el planteamiento utilizado por Cairns y Galbraith (1990) y por Basso et al (2010) donde consideran que este tipo de viajeros cancela una fracción α de la tarifa[1]. Luego las funciones de utilidad para el viajero de ocio queda descrita por:

$$U_L(P_L, F_L) = U_0 + \theta_L V(F_L) - P_L \tag{3.1}$$

En el caso del viajero de negocios esta viene dada de la siguiente forma:

$$U_H(P_H, F_H) = \theta_H V(F_H) - \alpha P_H \tag{3.2}$$

Se asume de forma exógena que para el conjunto de las funciones de utilidad propuestas es necesariamente que

$$\theta_L \leq \theta_H \tag{3.3}$$

$$0 \leq \alpha \leq 1 \tag{3.4}$$

$$0 < V(0) \tag{3.5}$$

$$0 < U_0 \tag{3.6}$$

Estas funciones de utilidad consideran que los viajeros de ocio consumirán el paquete (P_L, F_L) y los consumidores de negocios consumirán el paquete (P_H, F_H); este hecho no se impondrá ni asumirá, sino que se será un resultado de equilibrio a partir de la correcta oferta de menús.

- **Distribución de la demanda**

La demanda total en el mercado es igual a 1 y los viajeros de ocio se encuentran en una proporción λ y los viajeros de negocios en una proporción $1 - \lambda$, con $0 \leq \lambda \leq 1$.

- **Funciones de costos**

La firma posee una tecnología tal que su función de costos es descrita de forma estrictamente separable, es decir

$$C(F_H; F_L) = C_L(F_L) + C_H(F_H) \tag{3.7}$$

El hecho que la función de costos sea separable surge pues para la firma los costos de proveer millas a cada tipo de viajeros no son lineales, ya que la probabilidad de que el viajero de negocio efectivamente ocupe una de las millas entregadas es más alta que la probabilidad que el viajero de ocio haga uso de ellas.

[1] Basso et al (2010) considera que los viajeros de negocios solamente cancelan su bolsillo una fracción α de la tarifa total y el resto es pagado por su empleador, por lo tanto, no tiene injerencia en su utilidad individual.

- **Forma funcional de la utilidad y los costos**

Se considera que forma funcional de la utilidad y de los costos, son reales de clase C^2. Además las formas funcionales de la función de utilidad y la función de costos requieren que la utilidad marginal y los costos marginales sean crecientes, es decir:

$$V'(F) \geq 0 \tag{3.8}$$

$$C_L'(F) > 0 \tag{3. 9}$$

$$C_H'(F) > 0 \tag{3. 10}$$

Es razonablemente útil considerar como supuesto de cálculo que la utilidad crece a tasas decrecientes y que los costos marginales son crecientes, lo que se traduce en lo siguiente:

$$V''(F) \leq 0 \tag{3.11}$$

$$C''(F) > 0 \tag{3.12}$$

Debemos considerar que en $F = 0$, la utilidad marginal de cada viajero debe ser mayor al costo marginal:

$$\theta_L V'(0) > C_L'(0) \tag{3.13}$$

$$\theta_H V'(0) > C_H'(0) \tag{3.14}$$

Además se debe tener que $\exists F^* > 0$, tal que la utilidad marginal de cada viajero debe ser igual al costo marginal:

$$\theta_L V'(F^*) = C_L'(F^*) \tag{3.15}$$

$$\theta_H V'(F^*) = C_H'(F^*) \tag{3.16}$$

- **Restricciones básicas para la firma**

Como ya fue descrito anteriormente, la firma opera como un monopolista capaz de generar dos tipos de menús, destinados a cada uno de los tipos de consumidores existentes en el mercado.

La firma debe, necesariamente, ofrecer menús tales que cumplan las siguientes restricciones, llamadas restricciones de compatibilidad de incentivos:

$$U_L(P_L, F_L) \geq U_L(P_H, F_H) \tag{3.17}$$

$$U_H(P_H, F_H) \geq U_H(P_L, F_L) \tag{3.18}$$

El monopolista además debe asegurar que los viajeros participen del mercado, por lo tanto, junto con cumplir las restricciones de compatibilidad de incentivos, requiere que estos participen en el mercado. Dado que el viajero de negocios está obligado a viajar, su participación en el mercado no estará sujeta a su utilidad individual, sino a la restricción impuesta por su empleador, la cual será modelada como un precio máximo, denominado precio de reserva, que el empleador o tercer pagador estará dispuesto a desembolsar. Luego las restricciones de participación son

$$U_L(P_L, F_L) \geq 0 \tag{3.19}$$

$$P_H - R \geq 0 \tag{3.20}$$

Se debe considerar que R es el precio de reserva del empleador y que para el viajero de ocio viajar siempre será mejor que no viajar, por lo tanto en el caso $U_L(P_L, F_L) = 0$, la decisión será viajar.

3.1.1. Monopolio perfectamente discriminante

Para generar un análisis del comportamiento de una aerolínea frente a la existencia de consumidores indistinguibles, obtendremos las condiciones óptimas para la aerolínea en los casos en que la aerolínea puede discriminar perfectamente a los viajeros de negocio de los viajeros de ocio, para ello se distinguirán dos casos: los viajeros de negocio pagan la tarifa de su bolsillo $(\alpha = 1)$ y cuando los viajeros de negocios no pagan la tarifa de su bolsillo $(0 \leq \alpha < 1)$.

Si consideramos la primera situación, la aerolínea ofrecerá calidades y precios tales que la utilidad marginal de los viajeros por las millas se iguales a los ingresos marginales de entregar la calidad. Es decir:

$$\theta_L V'(F_L) = C_L'(F_L) \tag{3.21}$$

$$\theta_H V'(F_H) = C_H'(F_H) \tag{3.22}$$

y el precio cobrado es tal que la firma puede capturar todo el excedente de los consumidores

$$P_L = U_0 + \theta_L V(F_L) \tag{3.23}$$

$$P_H = \theta_H V(F_H) \tag{3.24}$$

Esta situación será llamada de primer mejor o sin distorsión, pues a pesar de que el monopolista se queda con todo el excedente de los consumidores, esto es solo una transferencia de recursos que no genera ineficiencias, ya que la demanda es inelástica.

Al incluir la existencia de un tercer pagador $(0 \leq \alpha < 1)$ el resultado del problema es similar en forma, es decir:

$$\theta_L V'(F_L) = C_L'(F_L) \tag{3.25}$$

$$\frac{\theta_H}{\alpha} V'(F_H) = C_H'(F_H) \tag{3.26}$$

$$P_L = U_0 + \theta_L V(F_L) \tag{3.27}$$

$$P_H = \frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) \tag{3.28}$$

En este caso se observa la primera ineficiencia, ya que el viajero de negocio recibe una calidad distorsionada al alza con respecto a la calidad eficiente económicamente, con respecto a la asignación de mercado, debido a que $0 \leq \alpha < 1$. En otras palabras, el monopolista entrega más millas de lo que es socialmente óptimo al viajero de negocios, pues el beneficio marginal real $\theta_H V'(F_H)$ no se iguala con el costo marginal $C_H'(F_H)$. Esto ocurre por el efecto del tercero pagador: como las millas van al viajero pero el gasto es del empleador, lo que ocurre es que para el viajero de negocios tienen mucha más importancia las millas que el precio. La aerolínea tiende, por lo tanto, a ofrecer una gran cantidad de millas (alta calidad) al viajero de negocios, recuperando luego los altos costos de proveerlas mediante un precio muy alto, como lo indica la ecuación (3.27).

Más aún, tanto las millas como el precio de los viajeros de negocio aumentan cuando α disminuye.

Para visualizar que $\frac{dF_H}{d\alpha} < 0$ gráficamente, se considera la función

$$M(\alpha, F) = \frac{\theta_H}{\alpha} V'(F) \tag{3.29}$$

con diferentes valores para α tales que:

$$\alpha_6 < \alpha_5 < \alpha_4 < \alpha_3 < \alpha_2 < \alpha_1$$

Es interesante notar que bajo información perfecta, todos los consumidores quedan con utilidad cero. Este resultado requiere que las demandas sean inelásticas.

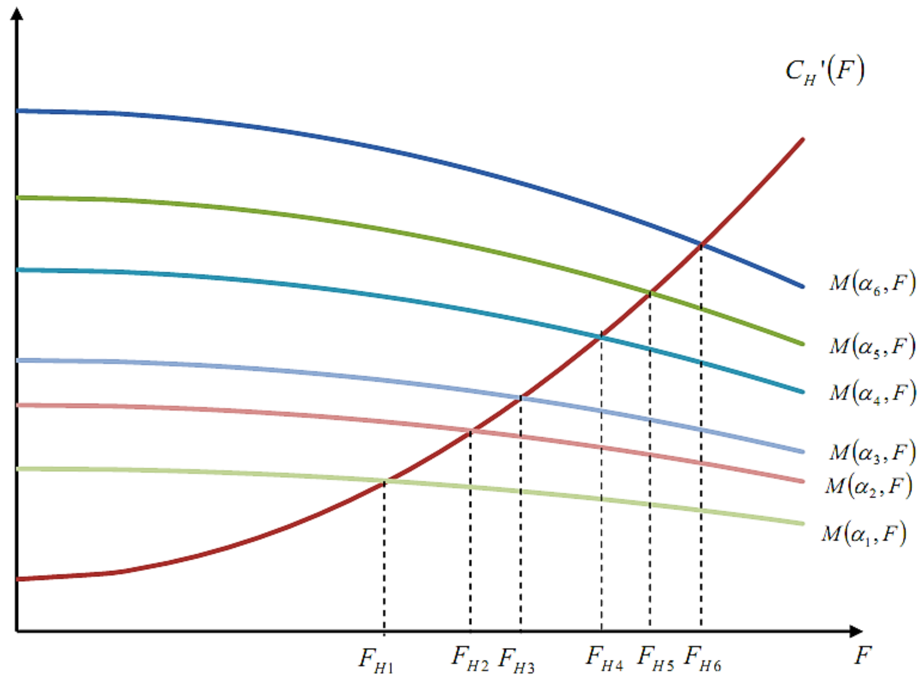

Figura 3.1. Variación de F_H con respecto a α.

3.2. Selección adversa sin precio de reserva

Para generar un primer modelo, con información imperfecta, se incluye el supuesto que el precio de reserva del empleador es infinitamente grande, con lo cual la restricción de participación del viajero de negocios no debe ser considerada en la maximización de utilidades de la aerolínea.

Se supondrá a priori, que la firma siempre ofrece dos menús y la metodología de cálculo es la siguiente: en primer lugar se calculan las variables de decisión óptimas a través de la resolución del problema de la firma, es decir maximizar utilidades bajo restricciones. Para ello se realiza un cambio de variable que permite resolver el problema de una forma más sencilla, para finalmente realizar un análisis del comportamiento de las variables de decisión óptimas.

3.2.1. Variables de decisión óptimas

Al considerar las formas funcionales y las simplificaciones ya descritas, el problema de maximización de utilidades queda descrito de la siguiente forma:

$$Max_{(P_H,P_L,F_H,F_L)}\ \pi = \lambda\big(P_L - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)\big(P_H - C_H(F_H)\big) \tag{3.30}$$

s. a.

$$\theta_H V(F_H) - \alpha P_H \geq \theta_H V(F_L) - \alpha P_L \tag{3.31}$$

$$U_0 + \theta_L V(F_L) - P_L \geq U_0 + \theta_L V(F_H) - P_H \tag{3.32}$$

$$U_0 + \theta_L V(F_L) - P_L \geq 0 \tag{3.33}$$

$$F_H \geq 0 \tag{3.34}$$

$$F_L \geq 0 \tag{3.35}$$

Dada la estructura del problema, surge conveniente realizar un cambio de variables tal que el precio deje de ser una variable de decisión de la firma, para ello se considera un cambio de variable similar a lo propuesto por Rochet y Stole (2002):

$$u_L = U_0 + \theta_L V(F_L) - P_L \tag{3.36}$$

$$u_H = \frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - P_H \tag{3.37}$$

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \leq u_H - u_L + U_0 \tag{3.38}$$

$$u_H - u_L + U_0 \leq \; V(F_H)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \tag{3.39}$$

Este cambio de variable, considera que la firma decide simultáneamente dos aspectos, en primer lugar el nivel de calidad que entregará a sus consumidores, dado por F_H y F_L, y en segundo lugar el nivel de utilidad que recibirán sus consumidores, dado por u_H y u_H.

Finalmente el problema a resolver por el monopolista queda descrito de la siguiente forma

$$Max_{(u_H,u_L,F_H,F_L)}\ \pi = \lambda\big(U_0 + \theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - u_H - \; C_H(F_H)\right) \tag{3.40}$$

s.a.

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \leq u_H - u_L + U_0 \tag{3.41}$$

$$u_H - u_L + U_0 \leq \; V(F_H)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \tag{3.42}$$

$$u_L \;\geq\; 0 \tag{3.43}$$

$$F_L \geq 0 \tag{3.44}$$

$$F_H \geq 0 \tag{3.45}$$

Para que la resolución del problema sea más sencilla, se realizan una serie de simplificaciones que provienen del hecho de analizar el conjunto factible en una región cercana al óptimo. En primer lugar se tendrá que una solución óptima de este problema, tal que sea de la forma $(u_H^*, u_L^*, F_H^*, F_L^*)$ necesariamente debe cumplir (Ver apéndice A.1.) que:

$$u_L^* = 0 \tag{3.46}$$

$$u_H^* = V(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - U_0 \tag{3.47}$$

$$F_H^* > 0 \tag{3.48}$$

Además de las condiciones anteriores, unidas con la forma genérica de la restricción de compatibilidad de incentivos se deduce directamente que

$$u_H^* - u_L^{'*} + U_0 < V(F_H^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \tag{3.49}$$

Al encontrarse en un punto cercano al óptimo, se pueden aplicar las simplificaciones recién descritas, con lo cual el problema a resolver queda definido de la siguiente forma:

$$Max_{(u_H, F_H, F_L)}\ \pi = \lambda\big(U_0 + \theta_L V(F_L) - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)\left(\frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H) - u_H - C_H(F_H)\right) \tag{3.50}$$

$s.a.$

$$u_H - V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + U_0 = 0 \tag{3.51}$$

$$F_L \geq 0 \tag{3.52}$$

En este caso el Lagrangeano del problema reducido es:

$$\mathcal{L} = \lambda\big(U_0 + \theta_L V(F_L) - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)\left(\frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H) - u_H - C_H(F_H)\right) + A\left(u_H - V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + U_0\right) + BF_L \tag{3. 53}$$

Donde A es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción de compatibilidad de incentivos y B es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción de no – negatividad de F_L. De esta manera las condiciones de primer orden son:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_H^*} = -(1-\lambda) + A = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_H^*} = (1-\lambda)\left(\dfrac{\theta_H}{\alpha}V'(F_H^*) - C_H{}'(F_H^*)\right) = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_L^*} = \lambda\big(\theta_L V'(F_L^*) - C_L{}'(F_L^*)\big) - AV(F_L^*)\left(\dfrac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + B = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial A} = u_H^* - V(F_L^*)\left(\dfrac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + U_0 = 0 \\[2ex] B\dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial B} = BF_L^* = 0\ con\, B \geq 0 \text{ ó } B = 0 \end{cases} \tag{3.54}$$

De las condiciones de primer orden se obtienen los siguientes resultados para las variables de decisión de la firma

- **Millas para los viajeros de negocios ($\boldsymbol{F_H}$)**

$$\frac{\theta_H}{\alpha} V'(F_H^*) = C_H'(F_H^*) \tag{3.55}$$

- **Millas para los viajeros de ocio ($\boldsymbol{F_L}$)**

$$\theta_L V'(F_L^*) = \frac{C_L{}'(F_L^*) - B}{1 - \frac{\frac{1-\lambda}{\lambda}\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)}{\theta_L}} \tag{3.56}$$

- **Utilidad de los viajeros de negocios ($\boldsymbol{u_H}$)**

$$u_H^* = V(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - U_0 \tag{3.57}$$

Analizando el último resultado (3.57) se puede observar que los viajeros de negocios quedan con utilidad positiva, a diferencia de los de ocio (3.46), lo que no ocurre bajo información perfecta. Se trata, en este caso, de rentas informacionales, que la aerolínea debe entregar de modo de inducir autoselección del tipo más deseable para ella. Al considerar las millas entregadas, podemos ver que la distorsión al alza de las millas a los viajeros de ocio continua (3.55); sin embargo es idéntica a la que ocurre bajo información perfecta, resultado conocido como *no distortion at the top*.

La ineficiencia en el caso de los viajeros de negocios, ocurre únicamente por el fenómeno del tercero pagador pero no existe un efecto adicional por la información imperfecta. Por otro lado, comparando la ecuación (3.55) con la (3.22) se ve que la asignación de millas a los viajeros de ocio sí cambia; las millas que se le entregan, en este caso, al viajero de ocio son menores que bajo información completa. La razón es sencilla: como la aerolínea tiene ahora que lograr que los usuarios se autoseleccionen, pues enfrenta un problema de selección adversa, disminuye las millas del viajero de ocio para hacer esta alternativa menos atractiva a los viajeros de negocio.

En resumen, habrá dos distorsiones en las millas entregadas: al alza en el caso de viajeros de negocio, causado por el hecho de que de las millas van a ellos pero el pago lo hace el empleador; y a la baja en el caso de los viajeros de ocio, para inducir una mayor diferencia (en términos de calidad) entre los dos menú. Este último efecto, producido por la selección advera es conocido; pero acá se agrega claramente el efecto de riesgo moral, pues F_L bajo información perfecta depende solo de costos y valoración de las millas, mientras que acá depende de α.
Al analizar el comportamiento en profundidad de F_H con respecto a α, se obtiene que las millas de los viajeros de negocios aumentarán a medida que α disminuya, hecho que ocurre en el caso con información perfecta.

$$\frac{dF_H^*}{d\alpha} < 0 \tag{3.58}$$

Para ello se puede apreciar el siguiente gráfico, donde se define la siguiente función:

$$M(\alpha, F) = \frac{\theta_H}{\alpha} V'(F) \tag{3.59}$$

Considerando que:

$$\alpha_6 < \alpha_5 < \alpha_4 < \alpha_3 < \alpha_2 < \alpha_1 \tag{3.60}$$

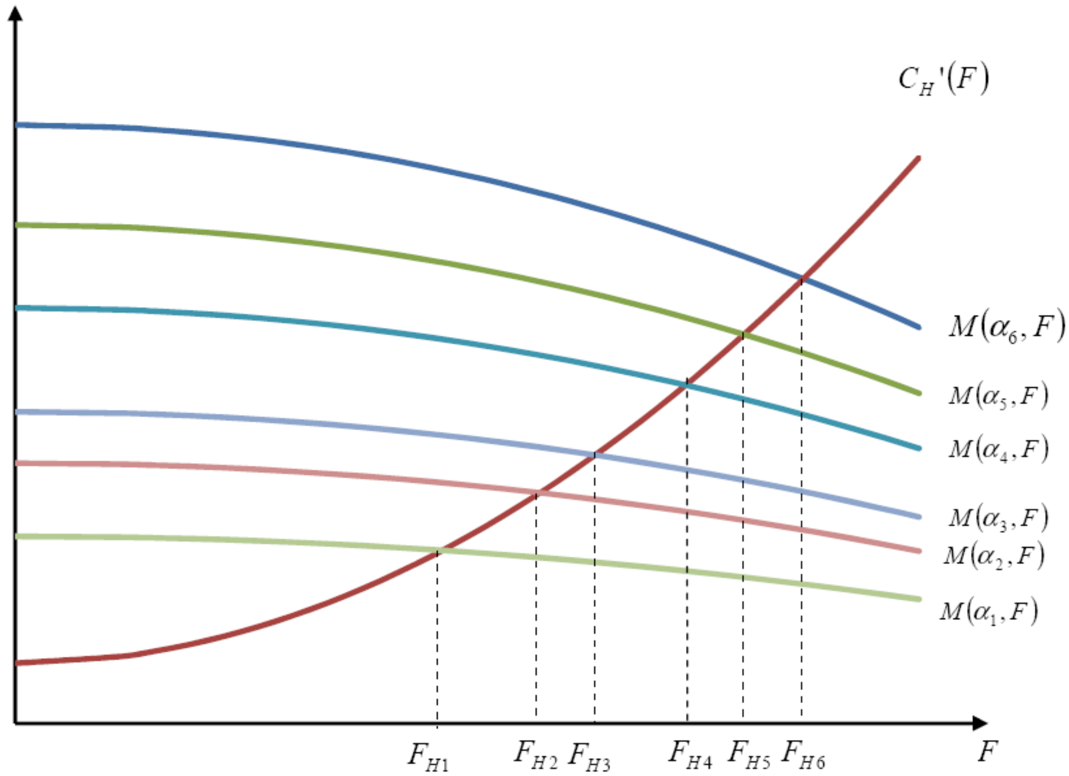

Gráfico 3.2. Variación de F_H^* con respecto a α.

El gráfico 3.2 confirma lo planteado al analizar los resultados, es decir, mientras menos importante sea el precio para el viajero de negocios, la firma tendrá incentivos para subir tanto como le sean posibles las millas, pues estas serán recuperadas a través de precio. Bajo la condición que se siga siendo eficiente en términos de maximización de utilidades ofrecer dos menús.

Cuando se analiza el comportamiento de F_L, este puede ser descrito con la siguiente ecuación:

$$F_L^* = 0 \iff C_L'(0) > \theta_L V'(0) \left(1 - \frac{(1-\lambda)}{\lambda} \frac{\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)}{\theta_L}\right) \tag{3.61}$$

Luego si se define la siguiente función:

$$N(\alpha, F) = \frac{C_L'(F)}{1 - \frac{(1-\lambda)}{\lambda} \frac{\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)}{\theta_L}} \tag{3.62}$$

Se puede observar gráficamente el comportamiento de F_L^* con respecto a α, para ello consideraremos:

$$\alpha_6 < \alpha_5 < \alpha_4 < \alpha_3 < \alpha_2 < \alpha_1 \tag{3.63}$$

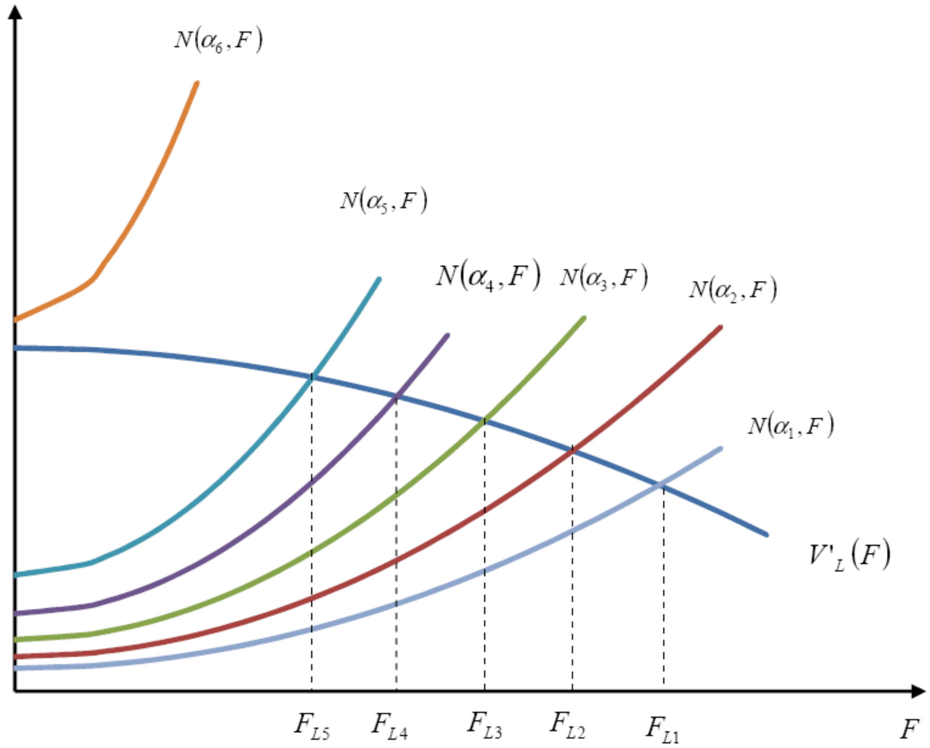

Gráfico 3.3. Variación de F_L^* con respecto a α.

Al analizar el gráfico 3.3 es claro que al disminuir α, el valor óptimo de $\mathrm{F_L}$ disminuirá mientras exista interceptación entre la curva $C_L(F)$ y $N(\alpha)$, lo que indica que la existencia de un tercer pagador acentúa la distorsión en millas. Posteriormente, cuando estas curvas $C_L(F)$ y $N(\alpha)$ ya no se corten, necesariamente ocurrirá que $\mathrm{F_L} = 0$, hecho rescatado por el multiplicador de Lagrange B, luego se puede deducir que:

$$si\ \ F_L^* > 0 \ \Longrightarrow \frac{dF_L^*}{d\alpha} > 0 \tag{3.64}$$

De lo anterior además es evidente que existe un α* crítico, tal que bajo todos los demás parámetros contantes $F_L^* = 0$, esto no causa problema en la solución del problema, pues $V(0)$ y $V'(0)$ son positivos.

Si se considera el caso general para analizar el comportamiento de u_H^* con respecto a α, este no puede ser analizado de forma general ya que se tiene el siguiente resultado:

$$\frac{du_H^*}{d\alpha} = \frac{dF_L^*}{d\alpha}\, V'(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - \frac{\theta_H}{\alpha^2} V(F_L^*) \tag{3.65}$$

Luego se sabe que:

$$\frac{dF_L^*}{d\alpha} > 0 \tag{3.66}$$

$$V'(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) > 0 \tag{3.67}$$

$$\frac{\theta_H}{\alpha^2}V(F_L^*) > 0 \tag{3.68}$$

Con esto, el signo de $\frac{du_H^*}{d\alpha}$ depende de los valores que tomen las variables de decisión; y no posee un signo fijo, luego el análisis no será genérico.

El primer caso particular interesante de analizar es aquel en que los viajeros de ocio no tienen ninguna valoración por las millas, lo que en el modelo significa que $\theta_L = 0$. Al ser una simplificación del problema original, los resultados son sencillos y estos son los siguientes:

$$\frac{\theta_H}{\alpha}V'(F_H^*) = C'_H(F_H^*) \tag{3.69}$$

$$F_L^* = 0 \tag{3.70}$$

$$u_H^* = V(0)\frac{\theta_H}{\alpha} \tag{3.71}$$

El hecho fundamental que este resultado nos entrega es que a medida que el viajero de negocios pague menos parte de su pasaje, mayor será la utilidad que este reciba, siempre y cuando los viajeros de ocio valoren poco las millas, lo cual se debe principalmente a que la aerolínea no es capaz de extraer por precio todas las millas que entrega, ya que el paquete ofrecido al viajero de ocio es muy poco atractivo para el viajero de negocios.

Dada la simplicidad del resultado anterior, este caso se puede generalizar a todas aquellas situaciones en las cuales $F_L^* = 0$. Para ello debemos considerar la condición de primer orden que define F_L^*, en la cual se impondrá $F_L^* = 0$

$$\theta_L V'(0) = \frac{C_L'(0) - B}{1 - \frac{\frac{1-\lambda}{\lambda}\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)}{\theta_L}} \tag{3.72}$$

Se sabe que el multiplicador de Lagrange $B > 0$, luego, la condición para que $F_L^* = 0$

$$B = C_L'(0) - V'(0)\left(\theta_L - \frac{1-\lambda}{\lambda}\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)\right) > 0 \tag{3.73}$$

Luego mientras se cumpla la condición descrita anteriormente, se tendrá que $F_L^* = 0$ y $\frac{du_H}{d\alpha} < 0$. Además a partir de la condición para B, es evidente que a medida que α disminuye es más probable que $F_L^* = 0$.

Si se analiza el caso particular en que las formas funcionales de la utilidad y del costo son las siguientes:

$$V(F) = V + F \tag{3.74}$$

$$C_L(F) = C_H(F) = \frac{F^2}{2} \tag{3.75}$$

Se supondrá, para efectos de cálculos que:

$$C_L^{'}(0) \ - V^{'}(0)\left(\theta_L - \frac{1-\lambda}{\lambda}\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)\right) < 0 \tag{3.76}$$

Lo cual en el caso particular analizado corresponde a:

$$\left(\theta_L - \frac{1-\lambda}{\lambda}\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)\right) > 0 \tag{3.77}$$

La condición anterior es equivalente a:

$$\theta_L - (1-\lambda)\left(\frac{\theta_H}{\alpha}\right) > 0 \tag{3.78}$$

Luego dada la condición anterior el resultado será el siguiente:

$$F_H^* = \frac{\theta_H}{\alpha} \tag{3.79}$$

$$F_L^* = \theta_L - \frac{1-\lambda}{\lambda}\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \tag{3.80}$$

$$u_H^* = \ \left(\theta_L - \frac{1-\lambda}{\lambda}\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + V\right)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - U_0 \tag{3.81}$$

Luego, se tendrá que:

$$\frac{du_H^*}{d\alpha} = \frac{\theta_H}{\alpha^2}\left(2\,\frac{1-\lambda}{\lambda}\ \left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - \theta_L - V\right) \tag{3.82}$$

Ahora para que $\frac{du_H^*}{d\alpha} < 0$, es necesario

$$\left(-2\left(\theta_L - (1-\lambda)\frac{\theta_H}{\alpha}\right) - 2\lambda\theta_L - \lambda V\right) < 0 \tag{3.83}$$

Lo cual siempre se cumple ya que

$$\left(\theta_L - (1-\lambda)\frac{\theta_H}{\alpha}\right) > 0 \tag{3.84}$$

Al analizar P_H nos entrega como resultado fundamental (Ver apéndice A.2) que al disminuir α, P_H aumentará, más aún este aumento se puede probar que será indefinido, es decir:

$$lim_{\alpha\to 0}\, P_H = \infty \tag{3.85}$$

El precio cobrado a los viajeros de ocio, es tal que el monopolista es capaz de extraer todo su excedente. Es decir $P_L = \theta_L V(F_L)$. Con esto el comportamiento de P_L con respecto a α puede ser resumido a continuación:

$$si \;\; F_L > 0 \;\Rightarrow \frac{dP_L}{d\alpha} \geq 0 \tag{3.86}$$

$$P_L = \theta_L V(0) \;\Leftrightarrow C_L{}'(0) > \theta_L V'(0) \left(1 - \frac{(1-\lambda)}{\lambda}\frac{\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)}{\theta_L}\right) \tag{3.87}$$

Luego en un siguiente análisis, como ya ha sido descrito, existe un valor de α tal que la aerolínea dejará de ofrecer una tarifa destinada a los viajeros de ocio, por lo tanto sólo participarán en el mercado los viajeros de negocios.

Estos análisis consideran el valor de las variables de precio y millas, siempre que se tendrá que $0 < \alpha \leq 1$, sin embargo, existe una discontinuidad en el comportamiento de la solución, al ser $\alpha = 0$, las condiciones de compatibilidad de incentivos solo se reducen a (ver apéndice A.3):

$$F_L = F_H + \epsilon \tag{3.88}$$

Donde $\epsilon > 0$, puede ser tan pequeño como se desee.

Luego la solución al problema cambia drásticamente y esta queda descrita de la siguiente forma:

$$F_L = F_H + \epsilon \tag{3.89}$$

$$\theta_L V(F_L) = C_L^{'}(F_L) \tag{3.90}$$

$$P_H = \infty \tag{3.91}$$

$$P_L = U_0 + \theta_L V(0) \tag{3.92}$$

Al analizar este resultado, se mantiene el hecho que el precio cobrado a los viajeros de negocios es infinitamente alto, sin embargo, a los viajeros de ocio obtienen millas, lo cual se debe a que la restricción de compatibilidad de incentivos es mucho menos estricta.

Nótese que estos resultados entregan intuición para el fenómeno observado de asientos en clase económica que difieren en precio y en millas. Varias aerolíneas tienen precios muy baratos, pero que sólo permiten acumular 25% (o menos) de las millas, mientras que existe el Full Economy, que acumula 100% (o más) de las millas.

Ahora, los resultados antes descritos son válidos para cuando la maximización de utilidades por parte de la firma, considera rentable servir a ambos tipos de consumidores. Esto, sin embargo, no es cierto para todo α. Cuando α tiende a cero, el precio que la aerolínea quiere, y puede, cobrar a los viajeros de negocio - en este modelo sin precio de reserva- es infinito. Ese precio es prohibitivo para los viajeros de ocio, que no viajarán. Y dado que el viajero de negocios debe viajar de todos modos, cuando α tiende a cero la aerolínea encuentra óptimo cobrar $\lim_{\alpha\to 0} \mathrm{P_H} = \infty$ y dejar $F_H = 0$ ya que, independientemente de las millas, el viajero de negocios deberá viajar pues esta es una condición laboral y solo participarán del mercado los viajeros de negocios.

Este último resultado ($P_H = \infty$) es evidentemente poco razonable y, sin embargo, los resultados para valores de α cercanos a cero, son situaciones que perfectamente pueden ocurrir en la realidad. Por lo tanto, para refinar los resultados y la intuición, es necesario ahora incorporar el hecho de que el empleador, aun cuando no pueda monitorear todos los precios en detalle, si tendrá un precio máximo que está dispuesto a pagar: el precio de reserva. Esto pondrá un techo al precio que la aerolínea pretende cobrar a los viajeros de negocios.

3.3. Selección adversa con precio de reserva

El siguiente paso es considerar un precio de reserva del empleador que sea finito, de esta forma se deja representada la incapacidad del viajero de negocios para elegir una tarifa infinitamente alta como podría ocurrir dado lo visto en la sección 3.2., ya que a todas luces dicha situación no tienen ningún sustento económico.

El análisis incluido el precio de reserva, se realizará de la misma forma en que se realiza en la sección 3.2, es decir, se supondrá a priori que la firma siempre ofrece dos menús y la metodología de cálculo será exactamente la misma.

3.3.1. Variables de decisión óptimas

Este análisis es similar a lo hecho en la sección 3.2.1. , donde la aerolínea resolverá su problema de maximización de utilidades ocupando el cambio de variable definido por las ecuaciones 3.35 y 3.36 Con lo que el problema de la firma queda definido de la siguiente forma:

$$Max_{(u_H, u_L, F_H, F_L)}\ \pi = \lambda\big(U_0 + \theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - u_H - CHFH \right. \tag{3.93}$$

$s.\ a.$

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \le u_H - u_L + U_0 \tag{3.94}$$

$$u_H - u_L + U_0 \le\ V(F_H)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \tag{3.95}$$

$$\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - u_H - R \ge 0 \tag{3.96}$$

$$u_L \ge 0 \tag{3.97}$$

$$F_L \geq 0 \tag{3.98}$$

$$F_H \geq 0 \tag{3.99}$$

Dada la naturaleza del problema que se pretende resolver, se supone para todos los efectos, que la restricción de participación del viajero de negocios es activa, por lo tanto este se reduce a:

$$Max_{(u_L, F_H, F_L)}\ \pi = \lambda\big(U_0 + \theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)\big(R - C_H(F_H)\big) \tag{3.100}$$

s. a.

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + u_L - U_0 \leq \frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H) - R \tag{3.101}$$

$$\theta_L V(F_H) \leq R + u_L - U_0 \tag{3.102}$$

$$u_L \geq 0 \tag{3.103}$$

$$F_L \geq 0 \tag{3.104}$$

$$F_H \geq 0 \tag{3.105}$$

De manera similar a lo analizado en 3.2.1 se tiene que una solución óptima de este problema, considerando la existencia de dos menús y que toma la forma (u_L^*, F_H^*, F_L^*), necesariamente debe cumplir (Ver apéndice A.4) que

$$u_L^* = 0 \tag{3.106}$$

$$V(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - U_0 = \frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H^*) - R \tag{3.107}$$

$$F_H^* > 0 \tag{3.108}$$

Dadas estas condiciones, se pueden generar simplificaciones que dejan el problema a resolver de la siguiente forma:

$$Max_{(F_H, F_L)}\ \pi = \lambda\big(U_0 + \theta_L V(F_L) - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)\big(R - C_H(F_H)\big) \tag{3.109}$$

s. a.

$$\frac{\theta_H}{\alpha}\big(V(F_H) - V(F_L)\big) + \theta_L V(F_L) - R + U_0 = 0 \tag{3.110}$$

$$F_L \geq 0 \tag{3.111}$$

En este caso el Lagrangeano del problema reducido es

$$\mathcal{L} = \lambda\big(U_0 + \theta_L V(F_L) - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)\big(R - C_H(F_H)\big) + A\left(\frac{\theta_H}{\alpha}\big(V(F_H) - V(F_L)\big) + \theta_L V(F_L) - R + U_0\right) + BF_L \tag{3.112}$$

Donde A es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción de compatibilidad de incentivos y B es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción de no – negatividad de F_L. De esta manera las condiciones de primer orden son:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_H^*} = -(1-\lambda)C_H{}'(F_H^*) + A\dfrac{\theta_H}{\alpha}V'(F_H^*) = 0 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_L^*} = \lambda\big(\theta_L V'(F_L^*) - C_L{}'(F_L^*)\big) + A\left(\theta_L V'(F_L^*) - \dfrac{\theta_H}{\alpha}V'(F_L^*)\right) + B = 0 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial A} = \dfrac{\theta_H}{\alpha}\big(V(F_H^*) - V(F_L^*)\big) + \theta_L V(F_L^*) - R + U_0 = 0 \\ B\dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial B} = BF_L^* = 0 \; con\, B \geq 0 \text{ ó } B = 0 \end{cases} \tag{3.113}$$

De las condiciones de primer orden se obtienen los siguientes resultados para las variables de decisión de la firma.

- **Millas para los viajeros de negocios $(\boldsymbol{F_H})$**

$$\frac{\theta_H}{\alpha\frac{1-\lambda}{A}}V'(F_H^*) = C_H{}'(F_H^*) \tag{3.114}$$

- **Millas para los viajeros de ocio$(\boldsymbol{F_L})$**

$$\theta_L V'(F_L^*) = \frac{C_L{}'(F_L^*) - B}{1 - \frac{\frac{A}{\lambda}\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)}{\theta_L}} \tag{3.115}$$

- **Utilidad de los viajeros de negocios $(\boldsymbol{u_H})$**

$$u_H^* = \frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H^*) - R = V(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - U_0 \tag{3.116}$$

Puesto que muchos de nuestros análisis dependen del valor del multiplicador de Lagrange asociado a la restricción de compatibilidad de incentivos, es útil describir su comportamiento. Primero, éste toma valores tales que $0 \leq A \leq 1 - \lambda$. Además se puede demostrar que $dA/dR > 0$ (ver apéndice A.5); así, si R crece hasta hacer que A llegue a su cota superior$1 - \lambda$, se recupera el resultado obtenido para el caso en que la restricción de participación del viajero de negocios no es activa.

El comportamiento de F_H es interesante, ya que la ecuación (3.88) muestra que en este caso sí hay *distortion at the top* comparado con las situaciones de información perfecta e imperfecta pero sin precio de reserva, ya que $\alpha\frac{1-\lambda}{A} < 1$, esta situación es evidentemente una distorsión con respecto a los casos anteriores, sin embargo, avanza en la buena dirección desde el punto de vista de la eficiencia ya que se mueve en la dirección contraria de la distorsión provocada por el efecto del tercero pagador.

Los comportamientos de F_H y F_L con respecto a α, cambian de manera sustancial al incluir el precio de reserva, ya que en este caso se tendrá que (ver apéndice A.6.):

$$\frac{dF_H^*}{d\alpha} > 0 \tag{3.117}$$

$$\frac{dF_L^*}{d\alpha} \leq 0 \tag{3.118}$$

Hecho que se explica debido a que al estar el precio acotado por R, la aerolínea tiene incentivos a disminuir las millas que ofrece al viajero de negocios, ya que este independiente de las millas que le den, seguirá pagando la misma tarifa.

La situación de interés se produce al momento de analizar el comportamiento de F_H con respecto a R; para llegar a este análisis, primero analicemos el comportamiento de F_H con respecto al multiplicador de Lagrange A, para ello se considera la siguiente función:

$$M(A, F) = \frac{\theta_H}{\alpha\frac{1-\lambda}{A}} V'(F) \tag{3.119}$$

donde:

$$A_6 > A_5 > A_4 > A_3 > A_2 > A_1 \tag{3.120}$$

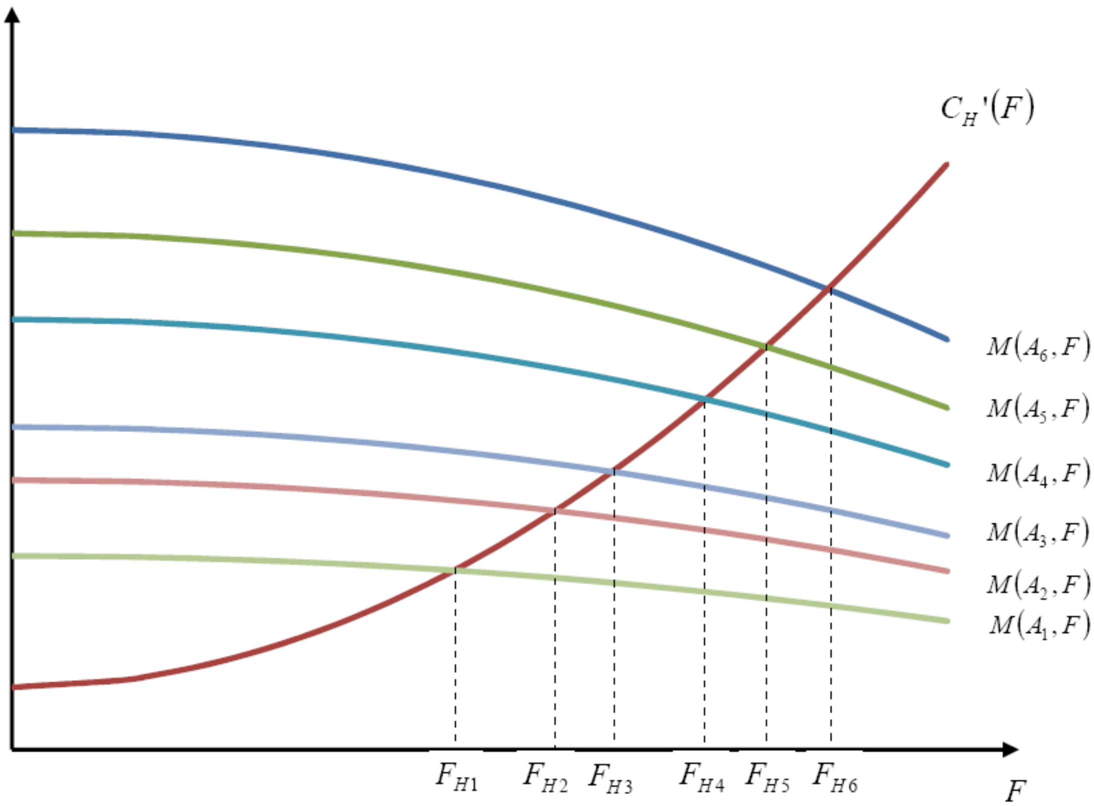

Gráfico 3.4. Variación de F_H^* con respecto a A.

Es evidente del gráfico 3.4 que las millas del viajero de negocios disminuirán a medida que A aumente con lo cual se tendrá que:

$$\frac{dF_H^*}{dA} > 0 \tag{3.121}$$

Luego dado el comportamiento de A con R, se tendrá que:

$$\frac{dF_H^*(A(R))}{dR} = \frac{dF_H^*}{dA}\frac{dA}{dR} \tag{3.122}$$

Como se sabe que $\frac{dA}{dR} > 0$, entonces necesariamente se tendrá que:

$$\frac{dF_H^*}{dR} > 0 \tag{3.123}$$

Al analizar la cantidad de millas entregadas al viajero de negocios, se obtiene a través de la ecuación (3.88) y el intervalo de pertenencia del multiplicador A, que:

$$\frac{1-\lambda}{A} > 1 \tag{3.124}$$

Luego es directo que para

$$\alpha\frac{1-\lambda}{A} > \alpha \tag{3.125}$$

Con lo anterior se obtiene que a todo lo demás constante, las millas obtenidas por el viajero de negocios se verán disminuidas al momento de incluirse el precio de reserva del su empleador. En el siguiente gráfico se puede observar dicha variación:

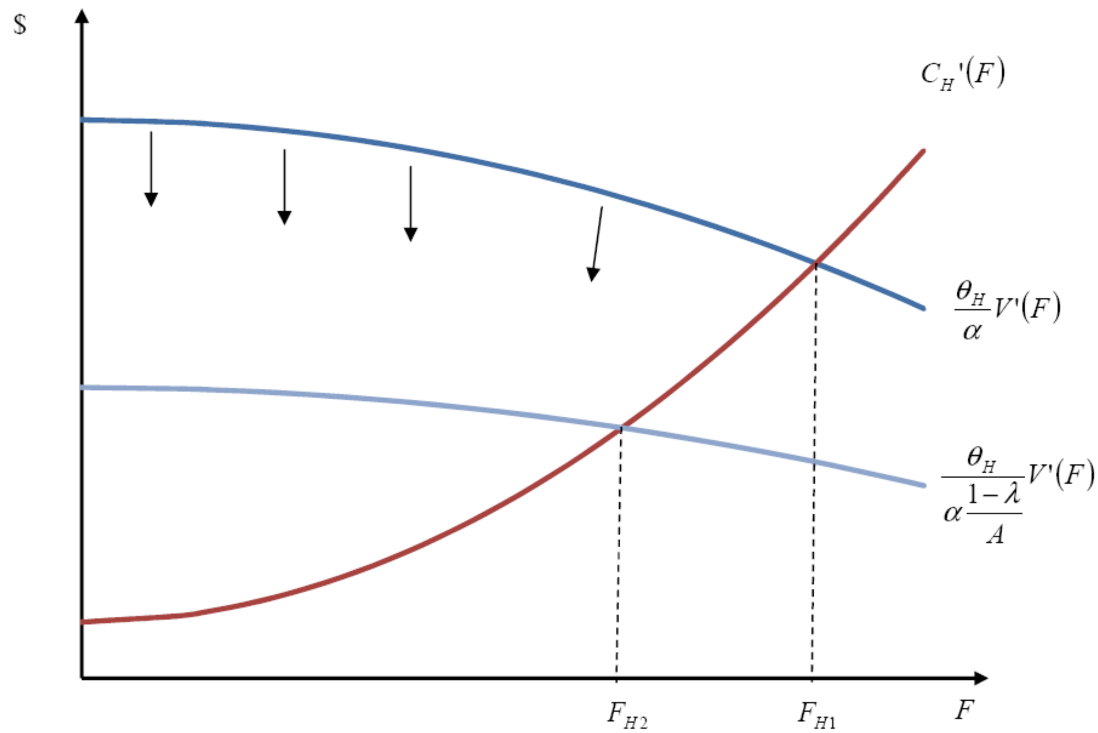

Gráfico 3.5. Comparación de F_H^* al incluir o no precio de reserva.

En el gráfico el valor F_{H1} corresponden al óptimo de millas para el caso sin precio de reserva y F_{H2} al mismo valor, pero habiendo incluido el precio de reserva. Se puede apreciar que la disminución de A, provoca que el valor de F_H^* disminuya, ya que para efectos del análisis, en un primer momento, la parte de la utilidad marginal de las millas, por parte de los viajeros de negocios, está sobre representada debido a la existencia del tercer pagador, luego con la inclusión del precio de reserva este valor disminuye.

Al analizar la utilidad recibida por los viajeros de negocios, U_H, si se supone que R es tal que se cumple:

$$\alpha\frac{1-\lambda}{A} < 1 \tag{3.126}$$

Entonces, las rentas informacionales de los viajeros de negocios aumentan, ya que en este tramo la aerolínea no es capaz de recuperar el costo de las millas entregadas, a través de tarifa, como lo hacía en el caso sin precio de reserva.

Es evidente notar que:

$$1-\frac{\frac{A}{\lambda}\left(\frac{\theta_H}{\alpha}-\theta_L\right)}{\theta_L}>1-\frac{\frac{1-\lambda}{\lambda}\left(\frac{\theta_H}{\alpha}-\theta_L\right)}{\theta_L} \tag{3.127}$$

Esta situación genera que las millas ofrecidas a los viajeros de ocio aumenten. Esto se puede explicar debido a que al incluir el precio de reserva, la utilidad de los viajeros de negocios aumenta, ya que se generan rentas informacionales debido a que la aerolínea no puede subir el precio tanto como desearía, luego la restricción de compatibilidad de incentivos deja de ser activa, y como se sabe que en este tramo las utilidades de la aerolínea aumentan al aumentar las millas del viajero de ocio, entonces ésta les subirá las millas ofrecidas hasta dejar dicha restricción activa nuevamente. Sin embargo, a pesar de lo anterior, se tendrá, que si α se hace lo suficientemente pequeño, nuevamente la aerolínea no entregará millas para el viajero de ocio, claro que en este caso sí seguirá ofreciendo dos menús, ya que, al no poder subir el precio de los viajeros de negocios indefinidamente, le resulta rentable mantener los dos menús. El aumento de las millas puede ser analizado a través del siguiente gráfico:

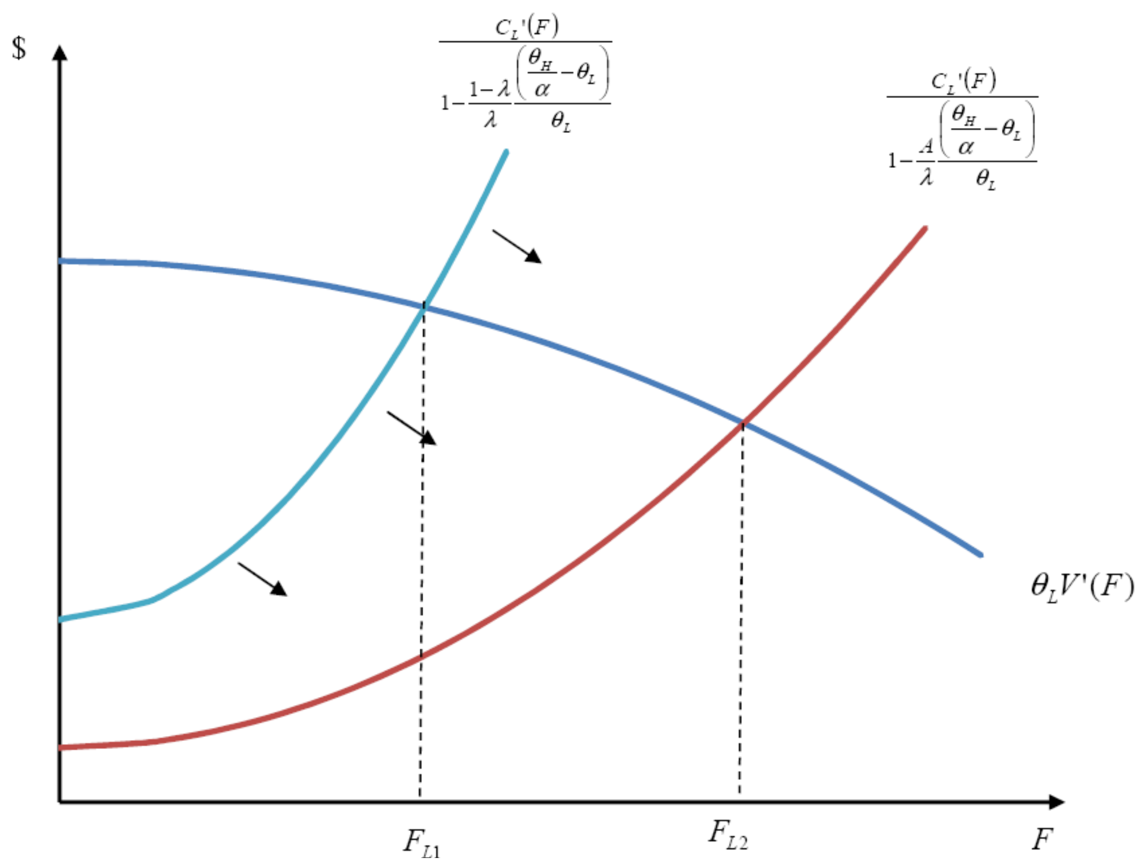

Gráfico 3.6. Comparación de F_L^* al incluir o no precio de reserva.

F_{L1} corresponde al óptimo de millas ofrecidas al viajero de ocio en el caso sin precio de reserva y F_{L2} corresponden al óptimo de millas ofrecidas en el caso con precio de reserva. Se puede apreciar que la disminución de A, causada por un menor A, provoca que el valor de F_L^* aumente, ya que para efectos del análisis, en un primer momento, los costos asociados al viajero de ocio están sobre representados con respecto al caso sin la existencia de un tercer pagador (curva verde), luego con la inclusión del precio de reserva este valor disminuye (curva roja). En este caso el efecto es más sencillo de ser analizado desde el punto de vista de los costos marginales.

Como resulta evidente el precio cobrado a los viajeros de negocios disminuirá al incluir el precio de reserva del empleador. Al analizar el precio cobrado a los viajeros de ocio, se aprecia que este siempre está bajo el precio socialmente óptimo, debido a que las millas entregadas a este viajero son una cantidad sub – óptima, por lo tanto al aumentar las millas del viajero de ocio, el precio cobrado a los viajeros de ocio necesariamente aumentará.

La situación interesante de analizar es la variación de F_L con respecto a R. Para ello ya se ha visto que es necesario primero analizar el comportamiento de F_L^* con respecto al multiplicador de Lagrange A, para ello consideremos la siguiente función:

$$N(A,F) = \frac{C_L{}'(F)}{1-\frac{A}{\lambda}\frac{\left(\frac{\theta_H}{\alpha}-\theta_L\right)}{\theta_L}} \tag{3.128}$$

Se puede observar gráficamente el comportamiento de F_L^* con respecto a A, para ello consideraremos:

$$A_6 > A_5 > A_4 > A_3 > A_2 > A_1 \tag{3.129}$$

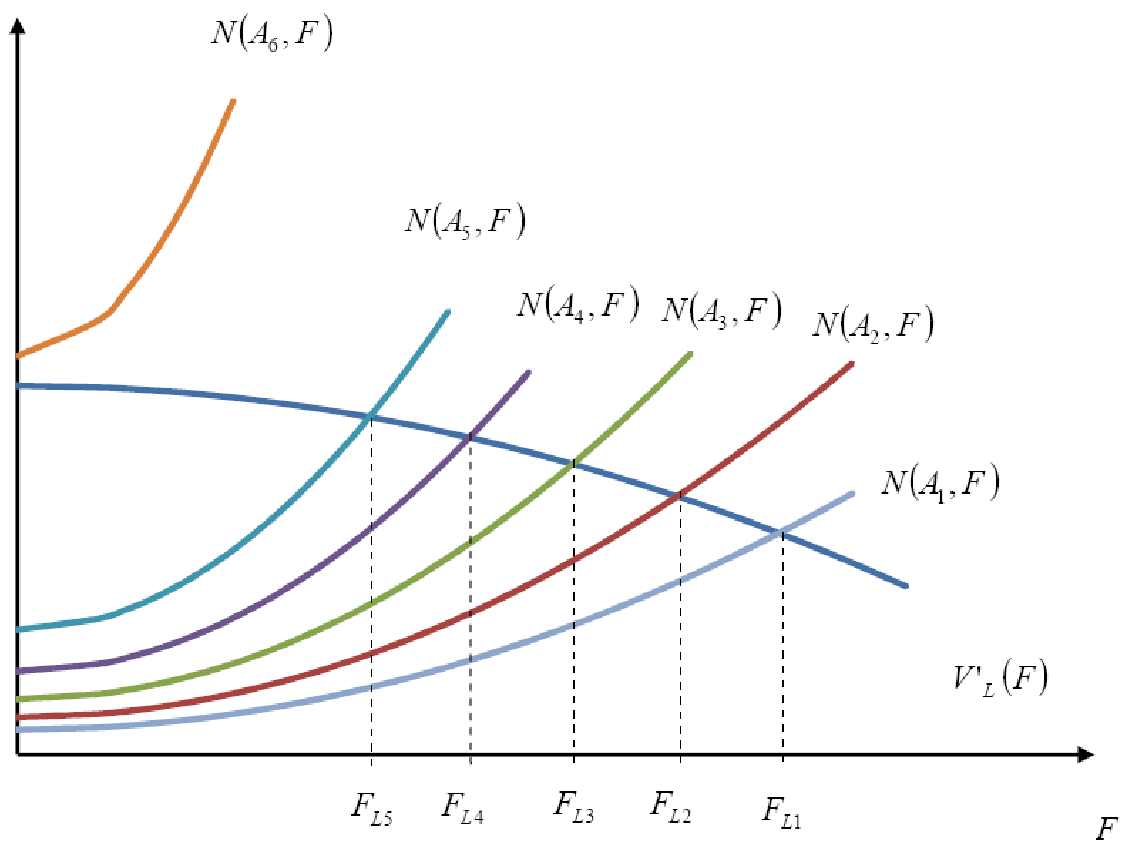

Gráfico 3.7. Variación de F_L^* con respecto a A.

Al analizar el gráfico es claro que al aumentar A, el valor óptimo de F_L disminuirá mientras exista interceptación entre la curva $C_L(F)$ y $N(A,F)$, cuando estas curvas ya no se corten necesariamente ocurrirá que $F_L = 0$, hecho rescatado por el multiplicador de Lagrange B, luego se puede deducir que:

$$\frac{dF_L^*}{dA} < 0 \tag{3.130}$$

Luego dado el comportamiento de A con R, se tendrá que:

$$\frac{dF_L^*\big(A(R)\big)}{dR} = \frac{dF_L^*}{dA}\frac{dA}{dR} \tag{3.131}$$

Como se sabe que $\frac{dA}{dR} > 0$, entonces necesariamente se tendrá que:

$$\frac{dF_L^*}{dR} < 0 \tag{3.132}$$

Teniendo como base los comportamiento de F_H^* y F_L^*, con respecto a los parámetros más significativos del modelo, es conveniente analizar el comportamiento de u_H^* con respecto a dichos parámetros. Para ello es necesario considerar:

$$\frac{du_H^*}{d\alpha} = \frac{dF_L^*}{d\alpha}\, V'(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - \frac{\theta_H}{\alpha^2} V(F_L^*) \tag{3.133}$$

Luego se sabe que:

$$\frac{dF_L^*}{d\alpha} < 0 \tag{3.134}$$

$$V'(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) > 0 \tag{3.135}$$

$$\frac{\theta_H}{\alpha^2} V(F_L^*) > 0 \tag{3.136}$$

Con lo cual se rescata el hecho que al incluir el precio de reserva del empleador cualquier disminución en proporción de tarifa que pagan los viajeros de negocios generará un aumento en la utilidad de estos, hecho explicado esencialmente porque el monopolio no es capaz extraer este excedente a través de precio ya que este se encuentra fijo en R.

El segundo análisis relevante es el comportamiento de u_H^* con respecto a R, en este caso, este comportamiento queda descrito por:

$$\frac{du_H^*}{dR} = V'(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)\frac{dF_L^*}{dR} \tag{3.137}$$

Lo cual nos indica que $\frac{du_H^*}{dR} < 0$, con lo cual a medida que R aumente, la utilidad de los viajeros de negocios disminuirá, fundamentalmente porque la firma tendrá más herramientas para recuperar vía precio las millas entregadas. Es importante destacar que este comportamiento se tendrá mientras R sea lo suficientemente grande como para que la aerolínea siga manteniendo dos menús. En casos en que esto no ocurra el análisis es completamente distinto y debe ser enfocado considerando un solo menú para ambos consumidores, en los cuales de acuerdo la eficiencia de la aerolínea, esta decidirá si satisface una de las dos demandas o ambas.

Dado que la utilidad de los viajeros de ocio continua siendo $U_H = 0$, resulta interesante analizar cómo se comporta el precio cobrado a estos. En primer lugar se tiene:

$$P_L = U_0 + \theta_L V(F_L) \tag{3.138}$$

Luego, como $\mathrm{V}(\cdot)$ es una función creciente en F_L, se tendrá que P_L mantendrá los mismos comportamientos que F_L, es decir:

$$\frac{dP_L}{d\alpha} < 0 \tag{3.139}$$

$$\frac{dP_L}{dR} < 0 \tag{3.140}$$

3.4. Síntesis y conclusiones

En este capítulo se estudió y analizó el efecto de la existencia de un tercer pagador para viajeros de negocios, en un mercado en que la firma, aerolínea, opera como un monopolista con capacidad de discriminar precios entre viajeros de negocios, antes mencionados, y viajeros de ocio, dándole énfasis a la ineficiencias provocadas por la existencia de este viajero de negocios, quien cancela sólo una fracción de la tarifa de sus propios recursos.

Para tener una idea global de las soluciones obtenidas, es útil considerar las siguientes tablas de resumen:

	Discriminación Perfecta
F_H^*	$\frac{\theta_H}{\alpha}V'(F_H) = C_H{}'(F_H)$
F_L^*	$\theta_L V'(F_L) = C_L{}'(F_L)$
u_H^*	0
u_L^*	0
P_H^*	$P_H = \frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H)$
P_L^*	$P_L = U_0 + \theta_L V(F_L)$
$dF_H^*/d\alpha$	$-$
$dF_L^*/d\alpha$	0
dF_H^*/dR	No aplica
dF_L^*/dR	No aplica

Tabla 3.1. Resumen de solución óptima con discriminación perfecta.

	$R = \infty$	$R < \infty$
F_H^*	$\frac{\theta_H}{\alpha} V'(F_H) = C_H{}'(F_H)$	$\frac{\theta_H}{\alpha \frac{1-\lambda}{A}} V'(F_H^*) = C'_H(F_H^*)$
F_L^*	$\theta_L V'(F_L^*) = \frac{C_L{}'(F_L^*)}{\left(1 - \frac{(1-\lambda)}{\lambda} \frac{\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)}{\theta_L}\right)}$	$\theta_L V'(F_L^*) = \frac{C_L{}'(F_L^*)}{\left(1 - \frac{A}{\lambda} \frac{\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)}{\theta_L}\right)}$
u_H^*	$V(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - U_0$	$V(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - U_0$
u_L^*	0	0
P_H^*	$\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - V(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + U_0$	R
P_L^*	$\theta_L V(F_L^*)$	$\frac{\theta_L V(F_L^*) + C_L(F_L^*) + U_0}{2} + \frac{tA}{2\lambda}$
$dF_H^*/d\alpha$	$+$	$+$
$dF_L^*/d\alpha$	$-$	$-$
dF_H^*/dR	No aplica	$+$
dF_L^*/dR	No aplica	$-$

Tabla 3.2. Resumen de soluciones óptimas con selección adversa.

El primer punto a considerar, es que la existencia del tercer pagador para los viajeros de negocios genera una ineficiencia económica, independiente de la discriminación de precio, ya que la aerolínea distorsionará al alza las millas entregadas a los viajeros de negocios con respecto a la situación eficiente económicamente, dado la existencia de un monopolio.

Si analizamos la situación en la cual el precio máximo a pagar por el viajero de negocios es irrestricto, se puede apreciar que la existencia de la discriminación de precios de segundo grado genera una distorsión para el viajero de ocio, que ha sido ampliamente analizada en la literatura sobre discriminación de precio de segundo grado, sin embargo, la existencia del tercer pagador, modelado a través de α acentúa dicha diferencia.

Al incluir el precio de reserva del empleador, la solución se acerca a la solución de primer mejor para ambos casos, es decir, la solución con información perfecta. Para el caso de los viajeros de negocios, se les disminuyen las millas que reciben debido a que la aerolínea ya no es capaz de recuperar a través de tarifa, el costo de las millas entregadas, como si lo era en el caso donde el precio de reserva era no acotado, hecho que provoca que los viajeros de negocios aumenten su utilidad. Por su parte los viajeros de ocio, a pesar de seguir obteniendo utilidad $U_L = 0$, ven incrementadas las millas que reciben, dado que para la firma resulta rentable aumentarle las millas.

El efecto propiamente tal del precio de reserva, se puede analizar en dos tramos, en un primer tramo juega un rol que permite acercar las soluciones al óptimo social, ya que disminuye las millas ofrecidas a los viajeros de negocios y aumenta las millas ofrecidas al viajero de ocio, luego en un segundo tramo, al seguir disminuyendo R, su efecto cambia, ya que la aerolínea, en un momento le dejará de ser conveniente generar dos menús que cumplan con las condiciones de compatibilidad de incentivos, por lo tanto, necesariamente deberá ofrecer un solo menú, que se ajuste a la mejor solución a su problema de maximización de utilidades

Finalmente, independiente de incluir o no el precio de reserva, las millas para el viajero de negocios actúan como un incentivo, para capturar las ineficiencias que genera la existencia del tercer pagador, ya que estas son percibidas como un premio por escoger una tarifa más cara, sin embargo, quien decide que tarifa tomar no es quién está cancelando dicha tarifa, luego queda en evidencia la situación de riesgo moral, ya que el viajero final y quien decide cual de las dos opciones escoger, en caso de que existan, elegirá una tarifa más alta que la eficiente económicamente debido a la existencia de las millas.

Capítulo 4

Monopolio enfrentado a demanda semi - elástica

El análisis hecho en el capítulo 3 se puede extender a un siguiente nivel, tal que este incluya alguna medida de elasticidad por parte de los consumidores presentes en el mercado. De esta manera el capítulo 4 se centrará en incorporar la existencia de elasticidad del tipo Hotelling, donde la firma no tiene información de la ubicación exacta de cada consumidor, sino sólo su distribución especial.

La inclusión de elasticidad espacial en el análisis de problemas de selección adversa pueden ser vistas en los trabajos de Rochet y Stole (1997 y 2002) y en lo hecho por Villas – Boas y Schmidt - Mohr (1999). Sin embargo, una diferencia esencial con estos dos trabajos es que estos consideran que ambas demandas se comportan de manera elástica, es decir, la decisión de participación en el mercado es endógena al consumidor. En nuestro caso uno de los consumidores, el viajero de negocios, no toma la decisión de viajar o no, sino que está obligado a hacerlo, pues es una condición de emlpeo.

Luego de manera similar a lo hecho en el capítulo 3 la modelación considera los siguientes aspectos: existe una firma que opera como monopolio, tal que conoce las proporciones globales de los dos tipos de consumidores existentes, tiene la capacidad de generar dos tipos de menús, con el objetivo de discriminar entre los viajeros de negocios y los viajeros de ocio. Los consumidores poseerán las mismas características que en capítulo 3, con la excepción que los viajeros de ocio en este caso se encuentran distribuidos de forma uniforme en una ciudad lineal.

4.1. Elementos básicos del modelo

A lo ya formulado en el capítulo 3, se le debe añadir la presencia de un costo de transporte asociado al hecho de que los usuarios se encuentran distribuidos a lo largo de una ciudad lineal. Se considera que la ciudad tiene largo uno y que los consumidores se encuentran distribuidos de forma uniforme y que la firma se encuentra en un extremo de la ciudad.

- **Función de utilidad**

El primer punto a considerar y que difiere de la literatura existente, tanto con lo realizado por Rochet y Stole (1997 y 2002) como por Villas – Boas y Schmidt Mohr (1999) es que la demanda de los viajeros de negocios es inelástica, pues estos se encuentran obligados a viajar y la demanda de los viajeros de ocio presentará una elasticidad espacial del tipo Hotelling, luego las utilidades considerada para cada uno de estos vienen descritas a continuación:

$$U_L(P_L, F_L, z) = U_0 + \theta_L V(F_L) - P_L - tz \quad (4.1)$$

$$U_H(P_H, F_H) = \theta_H V(F_H) - \alpha P_H \tag{4.2}$$

donde z es la distancia del viajero de ocio a la firma y t es el costo de transporte asociado a dicha distancia. Resulta útil recordar que en un modelo de elasticidad espacial de tipo Hotelling, los consumidores se encuentran distribuidos espacialmente y la distancia es la preferencia o gusto que tienen los viajeros por el producto ofrecido por dicha firma. Luego los consumidores que se encuentren más lejanos a la firma recibirán una utilidad menor por el producto que aquellos que se encuentren cerca, hecho representando por el costo por transporte tz, con lo cual aquellos consumidores ubicados inmediatamente junto a la firma recibirán la mayor utilidad posible.

Se hace evidente que la utilidad del viajero de negocios no presenta una componente espacial, esto se debe fundamentalmente, a que éste tiene la obligación de viajar, por ende la demanda de estos viajeros continúa siendo inelástica.

El análisis conjunto de las funciones de utilidad propuestas considera que

$$\theta_L \leq \theta_H \tag{4.3}$$

$$0 \leq \alpha \leq 1 \tag{4.4}$$

$$0 < V(0) \tag{4.5}$$

Para considerar estas funciones de utilidad es necesario asumir que los viajeros de ocio consumirán el paquete (P_L, F_L) y los consumidores de negocios consumirán el paquete (P_H, F_H), lo que se logra imponiendo las restricciones de compatibilidad de incentivos.

- **Distribución de la demanda**

Del total en el mercado, los viajeros de ocio se encuentran en una proporción λ y los viajeros de negocios en una proporción $1 - \lambda$, con $0 \leq \lambda \leq 1$. Ambos viajeros se encuentran distribuidos uniformemente a lo largo de la ciudad, sin embargo, los viajeros de negocios no presentan elasticidad a la distancia a la firma.

- **Funciones de costos**

La firma posee una tecnología tal que su función de costos es descrita de forma estrictamente separable, es decir

$$C(F_H; F_L; N_H, N_L) = N_H C_H(F_H) + N_L C_L(F_L) \tag{4.6}$$

- **Forma funcional de la utilidad y los costos**

Se considerarán las mismas condiciones impuestas a las formas funcionales de la utilidad y los costos descritos en el capítulo 3.

- **Restricciones básicas para la firma**

Las restricciones básicas para la firma son idénticas a las descritas en el capítulo 3, es decir se deben cumplir las restricciones de compatibilidad de incentivos y las restricciones de participación de los dos tipos de viajeros, descritas a continuación:

$$U_L(P_L, F_L, z) \geq U_L(P_H, F_H, z) \tag{4.7}$$

$$U_H(P_H, F_H) \geq U_H(P_L, F_L) \tag{4.8}$$

$$U_L(P_L, F_L, z) \geq 0 \tag{4.9}$$

$$P_H - R \geq 0 \tag{4.10}$$

Junto con considerar, que para el viajero de ocio viajar siempre será mejor que no viajar, luego frente al caso $U_L(P_L, F_L, z) = 0$, la decisión será viajar.

4.1.1. Monopolio perfectamente discriminante

En primer lugar consideremos que la aerolínea puede discriminar perfectamente a los viajeros de ocio de los de negocio, pero no puede distinguir la ubicación especial de cada viajero de ocio. Para analizar la situación planteada se distinguirán dos casos: cuando los viajeros de negocio pagan la completamente la tarifa de su bolsillo $(\alpha = 1)$ y cuando los viajeros de negocios no pagan la tarifa completa de su bolsillo $(0 \leq \alpha < 1)$.

Las maximización de utilidades por parte de un monopolio perfectamente discriminante, considerando a los viajeros de ocios, considera que se debe encontrar la utilidad del viajero ubicado en una posición tal, que sea el último consumidor dispuesto a viajar, es decir, aquel que cumpla:

$$U_L(P_L, F_L, z) = 0 \tag{4.11}$$

$$U_0 + \theta_L V(F_L) - P_L - tz^* = 0 \tag{4.12}$$

$$z^* = \frac{U_0 + \theta_L V(F_L) - P_L}{t} \tag{4.13}$$

Si consideramos la primera situación, la aerolínea ofrecerá calidades y precios tales que la utilidad marginal de los viajeros por las millas sean igual a los ingresos marginales de entregar la calidad, es decir

$$\theta_L V'(F_L) = C_L{}'(F_L) \tag{4.14}$$

$$\theta_H V'(F_H) = C_H{}'(F_H) \tag{4.15}$$

Al analizar el precio óptimo desde el punto de vista de la aerolínea se obtiene que en este caso, este precio no depende de t y viene dado por:

$$P_L = \frac{U_0+\theta_L V(F_L)+C_L(F_L)}{2} \tag{4.16}$$

$$P_H = \theta_H V(F_H) \tag{4.17}$$

Esta situación es considerada una situación eficiente para el viajero de negocios, en términos económicos, ya que a pesar de que el viajero de negocio queda sin excedente, este se transfiere completamente a la firma, por lo tanto no existen perdidas sociales.

Los viajeros de ocio no se encuentran en una situación socialmente óptima, ya que la existencia de poder de mercado, junto con la demanda elástica genera pérdidas sociales. A pesar de existir rentas monopólicas, la inclusión de elasticidad en la demanda, genera que la aerolínea no sea capaz de extraer todo el excedente de los consumidores, dejando al menos al usuario más cercano a la firma, $z = 0$, con una utilidad:

$$U_L = \frac{U_0+\theta_L V(F_L)-C_L(F_L)}{2} \tag{4.18}$$

Esto puede ser explicado debido a que la firma no posee información perfecta, ya que la ubicación de cada uno de los viajeros de ocio no es conocida. Con lo cual es evidente que si un viajero se encuentra más cercano a la aerolínea tendrá mayores excedentes.

Al incluir la existencia de un tercer pagador $(0 \leq \alpha < 1)$ el resultado del problema es el siguiente:

$$\theta_L V'(F_L) = C_L{}'(F_L) \tag{4.19}$$

$$P_L = \frac{U_0+\theta_L V(F_L)+C_L(F_L)}{2} \tag{4.20}$$

$$\frac{\theta_H}{\alpha} V'(F_H) = C_H{}'(F_H) \tag{4.21}$$

$$P_H = \frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) \tag{4.22}$$

Se observa la misma ineficiencia encontrada en el caso con demanda inelástica, la calidad del viajero de negocios está distorsionada al alza, ya que estos reciben una cantidad de millas mayor a la considerada socialmente eficiente. Más aún, nuevamente se vuelve evidente, el hecho de que a menor sea la proporción del pasaje que cancela de su bolsillo el viajero de negocios, aumentarán las millas que este recibe y la firma para compensar el costo de proveerlas subirá el precio cobrado.

Es claro que $\frac{dF_H}{d\alpha} < 0$, lo que se puede ver gráficamente, considerando la función:

$$M(\alpha, F) = \frac{\theta_H}{\alpha} V'(F) \tag{4.23}$$

Luego al considerar diferentes valores para α, tales que cumplan:

$$\alpha_6 < \alpha_5 < \alpha_4 < \alpha_3 < \alpha_2 < \alpha_1$$

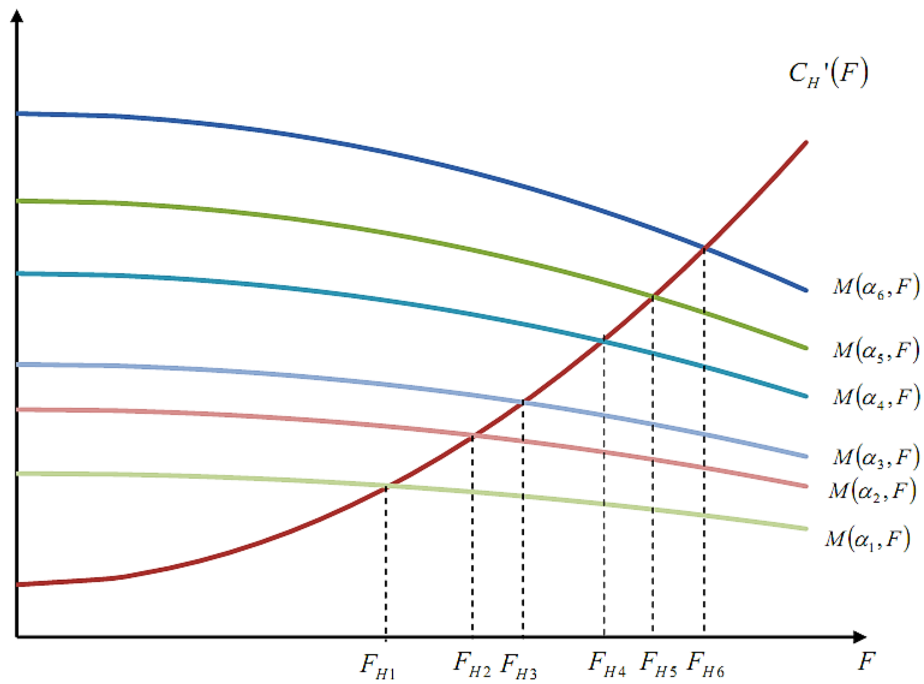

Figura 4.1. Variación de F_H con respecto a α.

Al analizar el gráfico, se hace evidente la ineficiencia que se genera, ya que las millas que recibe el viajero de negocio se ven altamente distorsionadas al alza, con respecto a la calidad eficiente económicamente, debido a que $0 \leq \alpha < 1$, lo que significa que la tarifa no la está pagando el viajero final, sino su empleador.

4.2. Selección adversa sin precio de reserva

En el capítulo 3 se analiza el comportamiento de la firma frente a una demanda de características inelásticas, donde la aerolínea posee un conocimiento parcial de la demanda; en este capítulo se analizará un segundo tipo de modelo, en el cual, la aerolínea se enfrenta a una demanda elástica de tipo espacial y dos tipos de consumidores indistinguibles, tal que uno, es considera un viajero de negocios quién no paga tarifa de sus propios ingresos, sino que esta es financiada por su empleador. De igual manera que en el capítulo anterior, primero se analiza la situación en la cual el viajero de negocios no tiene ninguna restricción en la elección de la tarifa, con lo cual se supondrá que el precio de reserva del empleador es infinitamente alto.

De igual forma, se supone que la firma siempre ofrece dos menús y la metodología de cálculo es la siguiente: en primer lugar se calculan las variables de decisión óptimas a través de la resolución del problema de la firma, es decir maximizar utilidades bajo restricciones. Para ello se realiza un cambio de variables que permite resolver el problema de una forma más sencilla, para finalmente realizar un análisis del comportamiento de las variables de decisión óptimas.

Previo a plantear el problema de optimización, con el objetivo de simplificar el proceso de cálculo, se aplicará un cambio de variable similar al aplicado en capítulo 3, en donde en vez de precio, la variable de decisión pasara a ser la utilidad descontado los costos de transporte, es decir:

$$u_L = U_0 + \theta_L V(F_L) - P_L \tag{4.24}$$

$$u_H = \frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - P_H \tag{4.25}$$

Dado que el costo de transporte no afecta las restricciones de compatibilidad de incentivos, es fácil obtener a través del cambio de variable propuesto, que las restricciones de compatibilidad de incentivo son:

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \leq u_H - u_L + U_0 \tag{4.26}$$

$$u_H - u_L + U_0 V(F_H)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \tag{4.27}$$

El proceso de optimización, considera que la firma maximizará sus utilidades tomando en cuenta que su demanda total de viajeros de ocio vendrá dada por el último viajero de ocio que participe en el mercado, el cual se encuentra a una distancia z^* de la firma, tal que cumple:

$$U_L(P_L, F_L, z^*) = 0 \tag{4.28}$$

A partir de la ecuación (4.27) se obtiene que:

$$z^* = z^*(P_L, F_L) \tag{4.29}$$

El problema considera una función de utilidad para la aerolínea tiene siguiente forma:

$$\pi = \pi_1 + \pi_2 \tag{4.30}$$

$$\pi_1 = \lambda z^*(P_L, F_L)\big(\mathrm{P_L} - \mathrm{C_L}(\mathrm{F_L})\big) \tag{4.31}$$

$$\pi_2 = \lambda(1-\lambda)\big(P_H - C_H(F_H)\big) \tag{4.32}$$

Se tiene que z^* puede ser escrito como:

$$z^* = \frac{u_L}{t} \tag{4.33}$$

Con los cambios de variable anteriores, el problema de la firma considerando un precio de reserva del empleador infinitamente alto, queda descrito a través del siguiente problema de maximización:

$$Max_{(u_H,u_L,F_H,F_L)}\ \pi = \lambda \frac{u_L}{t}\left(U_0 + \theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\right) + (1-\lambda)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - u_H - CHFH \right. \qquad (4.34)$$

s. a.

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \leq u_H - u_L + U_0 \qquad (4.35)$$

$$u_H - u_L + U_0 \leq\ V(F_H)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \qquad (4.36)$$

$$u_L\ \ \geq\ \ 0 \qquad (4.37)$$

$$F_L \geq 0 \qquad (4.38)$$

$$F_H \geq 0 \qquad (4.39)$$

Al analizar un conjunto factible cercano al óptimo, se puede considerar que una solución de la forma $(u_H^*, u_L^*, F_H^*, F_L^*)$ necesariamente debe cumplir (Ver apéndice A.7) que

$$u_H^* - u_L^* + U_0 = V(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \qquad (4.40)$$

Luego al incluir dicha condición en la restricción de compatibilidad de incentivos se deduce directamente que:

$$u_H - u_L + U_0 <\ V(F_H)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \qquad (4.41)$$

Luego, el problema se puede resolver, aplicando dichas simplificaciones, con lo cual el problema a resolver queda descrito de la siguiente forma:

$$Max_{(u_H,u_L,F_H,F_L)}\ \pi = \lambda \frac{u_L}{t}\left(U_0 + \theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\right) + (1-\lambda)(\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - u_H - C_H(F_H)) \qquad (4.42)$$

s. a

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + u_L - U_0 = u_H \qquad (4.43)$$

$$F_L \geq 0 \qquad (4.44)$$

$$u_L \geq 0 \qquad (4.45)$$

En este caso el Lagrangeano es

$$\mathcal{L} = \lambda \frac{u_L}{t}\left(U_0 + \theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\right) + (1-\lambda)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - u_H - C_H(F_H)\right) + A\left(u_H - V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - u_L + U_0\right) + BF_L + Du_L \quad (4.46)$$

Donde A es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción de compatibilidad de incentivos, B es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción de no – negatividad de F_L y D es el multiplicador asociado a la no negatividad de u_L. De esta manera las condiciones de primer orden son:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_H^*} = -(1-\lambda) + A = 0 \\ t\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_L^*} = \lambda(\theta_L V(F_L^*) - 2u_L^* - C_L(F_L^*) + U_0) - tA + D = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_H^*} = (1-\lambda)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} V'(F_H^*) - C_H{}'(F_H^*)\right) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_L^*} = \lambda \frac{u_L{}^*}{t}\left(\theta_L V'(F_L^*) - C_L{}'(F_L^*)\right) - AV'(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + B = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A} = u_H - V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - u_L + U_0 = 0 \\ B\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B} = BF_L^* = 0 \; con \; B \geq 0 \; ó \; B = 0 \\ D\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial D} = D(u_L^* + U_0) = 0 \; con \; D \geq 0 \; ó \; D = 0 \end{cases} \quad (4.47)$$

A partir de las condiciones de primer orden se obtienen los siguientes resultados para las variables de decisión de la firma:

- **Millas para los viajeros de negocios $(\boldsymbol{F_H})$**

$$\frac{\theta_H}{\alpha} V'(F_H^*) = C'_H(F_H^*) \quad (4.48)$$

- **Millas para los viajeros de ocio $(\boldsymbol{F_L})$**

$$\theta_L V'(F_L^*) = \frac{C_L{}'(F_L^*) - B}{\left(1 - \frac{t}{u_L^*}\frac{(1-\lambda)}{\lambda}\frac{\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)}{\theta_L}\right)} \quad (4.49)$$

- **Utilidad de los viajeros de negocios (u_H)**

$$u_H^* = V(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + u_L^* - U_0 \tag{4.50}$$

- **Utilidad de los viajeros de ocio (u_L)**

$$u_L^* = \frac{\theta_L V(F_L^*) - C_L(F_L^*) + U_0}{2} - \frac{t}{2\lambda}(1-\lambda) + \frac{D}{2\lambda} \tag{4.51}$$

El primer punto a considerar es que al existir elasticidad en la demanda de los viajeros de ocios, estos a diferencia del caso inelástico, existen viajeros de ocio que participan en el mercado tal que presentan utilidad positiva pues se tiene que $u_L^* \geq 0$. La existencia de información imperfecta dada por la selección adversa que presenta la aerolínea se ve reflejada en dos situaciones claves, la primera, es que para poder generar la autoselección, es necesario entregar rentas informacionales al viajero de negocios, por lo tanto u_H^* deja de ser 0 tal como se observa en (4.49) y pasa a ser un numero positivo. Conjuntamente con lo anterior u_L^* disminuye, debido a que la firma debe entregar rentas informacionales a los viajeros de negocios; en el caso del análisis de las millas entregadas, se puede observar que las millas entregadas a los viajeros de negocios (4.47) continúan siendo millas distorcionadas al alza con respecto a la situación sin tercer pagador, manteniéndose el resultado de *no distortion at the top*.

Los cambios producto de la existencia de elasticidad en la demanda de los viajeros de ocio, no afecta el hecho que las millas entregadas a los viajeros de negocios sea ineficiente con respecto al óptimo social, sino que se mantiene con respecto al caso de información perfecta y existencia de un tercer pagador; las millas que se le entregan, al viajero de ocio, en el caso de información imperfecta, son menores que bajo información completa, la razón es sencilla: es primordial para la aerolínea que los usuarios se autoseleccionen, y como el viajero de ocio es un consumidor menos atractivo, la aerolínea disminuirá las millas del viajero de ocio para hacer esta alternativa menos atractiva a los viajeros de negocio.

Existen dos claras distorsiones en las millas entregadas: al alza en el caso de viajeros de negocio, causado por el hecho de que de las millas van a ellos pero el pago lo hace el empleador; y a la baja en el caso de los viajeros de ocio, para inducir una mayor diferencia (en términos de calidad) entre los dos menú. La demanda al tener un nivel de elasticidad, hace aminorar en parte este efecto, ya que al disminuir las millas a los viajeros de ocio pierde parte del mercado, luego la disminución que puede hacer es menos agresiva que la hecho en la situación donde la demanda del viajero de ocio era inelástica.

El comportamiento de F_H con respecto a α, se obtiene, de igual forma que en el caso con demanda inelástica ya que la expresión es idéntica, luego las millas de los viajeros de negocios aumentarán a medida que α disminuya.

$$\frac{dF_H^*}{d\alpha} < 0 \tag{4.52}$$

El comportamiento de F_L^* con respecto a α, es similar a lo descrito en el caso inelástico (ver apéndice A.8), es decir:

$$\frac{dF_L^*}{d\alpha} \geq 0 \qquad (4.53)$$

Ya se ha probado que las millas de los viajeros de ocio disminuyen a medida que disminuye α, luego parece ser sensato analizar el comportamiento de u_L^* frente a cambios en α. Para ello consideremos lo siguiente:

$$\frac{du_L^*}{d\alpha} = \frac{du_L^*}{dF_L^*}\frac{dF_L^*}{d\alpha} = \frac{\theta_L V^{'}(F_L^*) - C_L{}'(F_L^*)}{2}\frac{dF_L^*}{d\alpha} \qquad (4.54)$$

Para analizar el signo de la diferencia descrita en la (4.52) se procede a considerar la regla para entregar millas al viajero de ocio:

$$\theta_L V^{'}(F_L^*) \; = \frac{C_L^{'}(F_L^*)}{\left(1 - \frac{t}{u_L^*}\frac{(1-\lambda)}{\lambda}\frac{\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)}{\theta_L}\right)} \qquad (4.55)$$

Además definamos por simplicidad:

$$S(F_L) = \left(1 - \frac{t}{u_L^*(F_L)}\frac{(1-\lambda)}{\lambda}\frac{\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)}{\theta_L}\right) \qquad (4.47)$$

donde se sabe que $S < 1$.

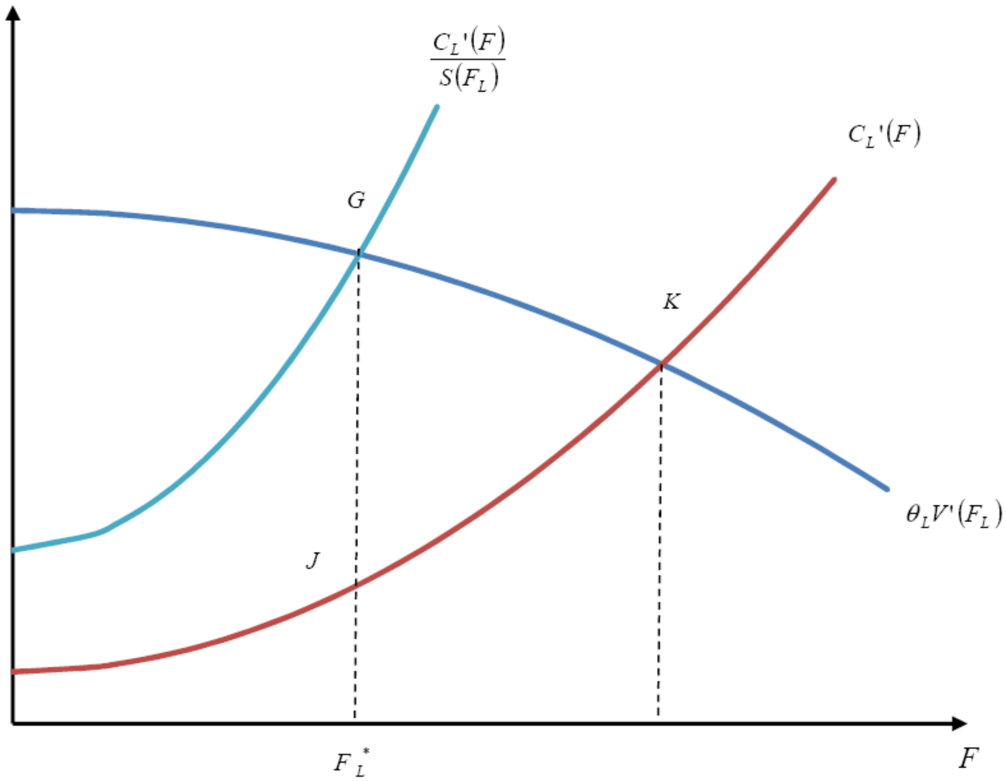

Gráfico 4.2. Análisis de la diferencia $\theta_L V'(F_L^*) - C_L{}'(F_L^*)$

Luego en el óptimo $\theta_L V'(F_L^*) - C_L{}'(F_L^*)$ debe ser positivo, ya que este valor está representado por el segmento $\overline{\text{JG}}$, entonces se tiene que:

$$\frac{du_L^*}{dF_L} > 0 \tag{4.56}$$

Además se sabe que $\frac{dF_L^*}{d\alpha} \geq 0$, luego se tiene que la utilidad, descontado costos de transporte de los viajeros de ocio, disminuye a medida que α disminuye:

$$\frac{du_L^*}{d\alpha} \geq 0 \tag{4.57}$$

En lo que respecta a u_L^* se puede destacar que, resulta muy intuitivo el hecho de que al aumentar α aumente u_L^*, ya que el modelo rescata dos efectos de distorsión a la baja de los viajeros de ocio, el primero dado por la selección adversa, el cual no puede ser corregido con aumentos de α y el segundo efecto debido a la existencia del tercer pagador, luego el aumento de α genera que el óptimo del problema se acerque al caso sin tercer pagador, donde la distorsión de millas al viajero de ocio es menor.

Ya se ha hecho un análisis para u_L^*, en el cual se describe un comportamiento claro con respecto a las variaciones de α. Luego corresponde analizar el comportamiento de de u_H^* , P_H^* y P_L^* frente a variaciones de α. Para ello, primero se analiza en el límite en que α tiende a cero, para el precio cobrado a los viajeros de negocios, luego se tendrá (ver apéndice A.9.) que:

$$lim_{\alpha\to 0}\, P_H = \infty \qquad (4.58)$$

Un caso interesante de analizar, es aquel en que $\alpha = 0$, el resultado debe ser tal que los viajeros de negocio reciban una cantidad mayor de millas que el viajero de ocio y la cobertura de la demanda del viajero de ocio debe ser eficiente en términos de un mercado monopólico, luego la solución a este planteamiento debe ser:

$$\theta_L V'(F_L^*) = C_L{}'(F_L^*) \qquad (4.59)$$

$$P_L = \frac{U_0+\theta_L V(F_L^*)+C_L(F_L^*)}{2} \qquad (4.60)$$

$$F_H = F_L^* - \epsilon \qquad (4.61)$$

donde ϵ es positivo y tan pequeño como sea posible.

$$P_H = \infty \qquad (4.62)$$

con lo cual se genera un resultado sin sustento económico, que contemplan tarifas infinitas para los viajeros de negocios.
Si se considera

$$lim_{\alpha\to 0}\, F_H = \infty \qquad (4.63)$$

Se obtiene un resultado, que no coincide con dicho valor al resolver el problema en $\alpha = 0$, por lo cual se debe considerar muy importante esta discontinuidad del problema debido a que la restricción relacionada a la selección adversa resulta ser sumamente débil y reducida al hecho de que $F_H > F_L$.

Dado lo anterior, corresponde realizar análisis de crecimiento, que no contemplen límites en que α tendiente a cero. Para analizar el comportamiento de u_H^* con respecto a α, se requiere considerar el siguiente resultado:

$$\frac{du_H^*}{d\alpha} = -\frac{\theta_H}{\alpha^2}\, V(F_L^*) + \left(\left(2\left(\frac{\theta_H}{\alpha}\right) - \theta_L\right)\frac{V^{'}(F_L^*)}{2} - \frac{C_L^{'}(F_L^*)}{2}\right)\frac{dF_L^*}{d\alpha} \qquad (4.64)$$

De acuerdo a los resultados obtenidos anteriormente se tiene que:

$$-\frac{\theta_H}{\alpha^2}\, V(F_L^*) - \frac{C_L^{'}(F_L^*)}{2}\frac{dF_L^*}{d\alpha} < 0 \qquad (4.65)$$

$$\left(2\left(\frac{\theta_H}{\alpha}\right) - \theta_L\right)\frac{V^{'}(F_L^*)}{2}\frac{dF_L^*}{d\alpha} \geq 0 \qquad (4.66)$$

Es evidente que no se puede tener un análisis directo de cómo u_H^* varía con respecto a α, luego el análisis que sí se puede realizar es el del comportamiento de P_H^* con respecto a α el cual queda descrito de la siguiente forma:

$$\frac{dP_H^*}{d\alpha} = -\frac{\theta_H}{\alpha^2} V(F_H) + \frac{\theta_H}{\alpha} V^*(F_H) \frac{dF_H^*}{d\alpha} - \frac{du_H^*}{d\alpha} \tag{4.67}$$

$$\frac{dP_H^*}{d\alpha} = \frac{\theta_H}{\alpha^2}\left(V(F_L^*) - V(F_H)\right) + \frac{\theta_H}{\alpha} V^*(F_H) \frac{dF_H^*}{d\alpha} - \left(\left(2\left(\frac{\theta_H}{\alpha}\right) - \theta_L\right) \frac{V^{'}(F_L^*) - C_L^{'}(F_L^*)}{2}\right) \frac{dF_L^*}{d\alpha} \tag{4.68}$$

Luego se tiene que:

$$\frac{\theta_H}{\alpha^2}\left(V(F_L^*) - V(F_H)\right) \leq 0 \tag{4.69}$$

$$\frac{\theta_H}{\alpha} V^*(F_H) \frac{dF_H^*}{d\alpha} \leq 0 \tag{4.70}$$

$$-\left(\left(2\left(\frac{\theta_H}{\alpha}\right) - \theta_L\right) \frac{V^{'}(F_L^*) - C_L^{'}(F_L^*)}{2}\right) \frac{dF_L^*}{d\alpha} \leq 0 \tag{4.71}$$

Con lo cual resulta evidente que $\frac{dP_H^*}{d\alpha} \leq 0$, lo cual es totalmente coherente con el hecho de que en el límite de α tendiente a 0, P_H^* tiende a ∞.

También es muy importante de analizar el comportamiento P_L^* con respecto a α, para ello se tiene que:

$$\frac{dP_L}{d\alpha} = \theta_L V^{'}(F_L) \frac{dF_L^*}{d\alpha} - \frac{du_L^*}{d\alpha} \tag{4.72}$$

$$\frac{dP_L}{d\alpha} = \left(\theta_L V^{'}(F_L) - \frac{\theta_L V^{'}(F_L^*) - C_L{'}(F_L^*)}{2} \frac{dF_L^*}{d\alpha}\right) \frac{dF_L^*}{d\alpha} \tag{4.73}$$

$$\frac{dP_L}{d\alpha} = \left(\frac{\theta_L V^{'}(F_L^*) + C_L{'}(F_L^*)}{2}\right) \frac{dF_L^*}{d\alpha} \tag{4.74}$$

Luego se tendrá que $\frac{dP_L}{d\alpha} \geq 0$, luego el efecto de aumento de u_L^* con respecto a disminuciones de α es producto del efecto que tiene el aumento de millas, ya que el precio en este caso se ve aumentado con los aumentos de α.

Un análisis particular a considerar asume que los viajeros de ocio no tienen ninguna valoración por las millas, lo que en el modelo queda descrito por $\theta_L = 0$. Dado la condición anterior el resultado de las condiciones de primer orden es el siguiente:

$$\frac{\theta_H}{\alpha} V'(F_H^*) = C'_H(F_H^*) \tag{4.75}$$

$$F_L^* = 0 \tag{4.76}$$

$$u_H^* = \frac{\theta_H}{\alpha}V(0) + u_L^* = \frac{\theta_H}{\alpha}V(0) + \frac{U_0 - C_L(0)}{2} - \frac{t}{2\lambda}(1-\lambda) \tag{4.77}$$

$$P_H^* = \frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H^*) - \frac{\theta_H}{\alpha}V(0) - \frac{U_0 - C_L(0)}{2} + \frac{t}{2\lambda}(1-\lambda) \tag{4.78}$$

$$u_L^* = \frac{U_0 - C_L(0)}{2} - \frac{t}{2\lambda}(1-\lambda) \tag{4.79}$$

$$P_L^* = U_0 - \frac{U_0 - C_L(0)}{2} + \frac{t}{2\lambda}(1-\lambda) \tag{4.80}$$

Con lo cual es evidente que $\frac{du_H^*}{d\alpha} \leq 0, \frac{dP_H^*}{d\alpha} \leq 0$ y $\frac{dP_L^*}{d\alpha} = 0$, con lo cual a medida que los viajeros de negocios pagan menos por su pasaje, mayor es la utilidad que estos reciben. Lo que resulta totalmente compatible con el análisis general, debido a que al no existir valoración por las millas, el precio cobrado a los viajeros de ocio no puede aumentar, ya que este aumenta exclusivamente por el hecho de que las millas son muy valoradas, al no serlo, este precio debe quedarse sin variaciones.

Dado el resultado anterior es evidente que si $F_L^* = 0$, se mantendrán los comportamientos descritos anteriormente, luego la condición necesaria para que para esto ocurra es:

$$\theta_L V'(0) = \frac{C_L{}'(0) - B}{\left(1 - \frac{t}{\left(\frac{\theta_L V(0) - C_L(0) + U_0}{2} - \frac{t}{2\lambda}(1-\lambda)\right)} \frac{(1-\lambda)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)}{\lambda \qquad \theta_L}\right)} \tag{4.81}$$

Como se sabe que el multiplicador de Lagrange $B > 0$, luego, la condición para que $F_L^* = 0$ queda descrita por la siguiente desigualdad:

$$B = C_L^{'}(0) - V^{'}(0)\left(\theta_L - \frac{t}{\left(\frac{\theta_L V(0) - C_L(0) + U_0}{2} - \frac{t}{2\lambda}(1-\lambda)\right)} \frac{(1-\lambda)}{\lambda}\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)\right) > 0 \tag{4.82}$$

4.3. Selección adversa con precio de reserva

La incorporación del precio de reserva al problema se hace similar manera a lo realizado en el capítulo 3, con lo cual se incluye el hecho de que el empleador, quien paga las tarifas del viajero de negocios, tiene una capacidad de monitoreo sobre sus empleados, tal que sólo le permite pagar un máximo precio y cualquier precio sobre este será rechazado.

Incluir el precio de reserva no cambia la metodología en que se realiza el análisis y esta es similar a la descrita en la sección 4.2, donde se supone a priori, que la firma siempre ofrece dos menús y la metodología de cálculo será exactamente la misma.

4.3.1. Variables de decisión óptimas

El problema a resolver por el monopolista resulta ser prácticamente idéntica al resuelto en la sección 4.2.1 con la única diferencia, que en este caso se incluirá el precio de reserva del empleador del viajero de negocios, con lo que finalmente el problema a resolver por la aerolínea queda descrito a continuación:

$$Max_{(u_H,u_L,F_H,F_L)}\ \pi = \lambda\frac{u_L}{t}\big(U_0 + \theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)(\frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H) - u_H - C_H(F_H)) \tag{4.83}$$

s. a.

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \leq u_H - u_L + U_0 \tag{4.84}$$

$$u_H - u_L + U_0 \leq V(F_H)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \tag{4.85}$$

$$\frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H) - u_H - R \geq 0 \tag{4.86}$$

$$u_L \geq 0 \tag{4.87}$$

$$F_L \geq 0 \tag{4.88}$$

$$F_H \geq 0 \tag{4.89}$$

Dada la naturaleza del problema que se pretende resolver, se supone para todos los efectos, que la restricción definida por la ecuación 4.81 es activa, por lo tanto el problema anterior se reduce a la siguiente forma:

$$Max_{(u_H,u_L,F_H,F_L)}\ \pi = \lambda\frac{u_L}{t}\big(U_0 + \theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)(R - C_H(F_H)) \tag{4.90}$$

s. a.

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + u_L \leq \frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H) - R + U_0 \tag{4.91}$$

$$\theta_L V(F_H) + U_0 \leq R + u_L \tag{4.92}$$

$$u_L \geq 0 \tag{4.93}$$

$$F_L \geq 0 \tag{4.94}$$

$$F_H \geq 0 \tag{4.95}$$

De manera similar a lo analizado en 4.2.1 se tiene que una solución óptima de este problema, considerando la existencia de dos menús y que toma la forma (u_L^*, F_H^*, F_L^*), necesariamente debe cumplir (Ver apéndice A.10) que

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha}-\theta_L\right)+u_L=\frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H)-R+U_0 \tag{4.96}$$

$$F_H^*>0 \tag{4.97}$$

Junto con esto y debido a la forma genérica de la restricción de compatibilidad de incentivos, necesariamente se tendrá que

$$\theta_L V(F_H)+U_0<R+u_L \tag{4.98}$$

con lo cual existen dos restricciones que pueden ser eliminadas del problema de maximización. Finalmente al considerar todas las simplificaciones anteriores, el problema a resolver queda de la siguiente forma

$$Max_{(u_H,u_L,F_H,F_L)}\ \pi=\lambda\frac{u_L}{t}\Big(U_0+\theta_L V(F_L)-u_L-C_L(F_L)\Big)+(1-\lambda)(R-\ C_H(F_H)) \tag{4.99}$$

s. a.

$$\frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H)-R-V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha}-\theta_L\right)-u_L+U_0=0 \tag{4.100}$$

$$u_L\geq\ 0 \tag{4.101}$$

$$F_L\geq 0 \tag{4.102}$$

En este caso el Lagrangeano del problema reducido es

$$\mathcal{L}=\lambda\frac{u_L}{t}\Big(U_0+\theta_L V(F_L)-u_L-C_L(F_L)\Big)+(1-\lambda)(R-\ C_H(F_H))+A\left(U_0+\frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H)-V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha}-\right.\right.$$
$$\theta L–R–uL+BFL+DuL \qquad (4.103)$$

Donde A es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción de compatibilidad de incentivos, B es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción de no – negatividad de $\mathrm{F_L}$ y D es el multiplicador asociado a la no negatividad de $\mathrm{u_L}$. Luego considerando el problema a resolver, las condiciones de primer orden son:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_L^*} = \frac{\lambda}{t}(\theta_L V(F_L^*) - 2u_L^* - C_L(F_L^*) + U_O) - A + D = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_H^*} = -(1-\lambda)C_H{'}(F_H^*) + A\frac{\theta_H}{\alpha}V'(F_H^*) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_L^*} = \lambda\frac{u_L}{t}\left(\theta_L V'(F_L^*) - C_L{'}(F_L^*)\right) + A\left(\theta_L V'(F_L^*) - \frac{\theta_H}{\alpha}V'(F_L^*)\right) + B = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A} = \frac{\theta_H}{\alpha}\left(V(F_H^*) - V(F_L^*)\right) + \theta_L V(F_L^*) - R + U_0 - u_L = 0 \\ B\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B} = BF_L^* = 0 \text{ con } B \geq 0 \text{ ó } B = 0 \\ D\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial D} = D(u_L^* + U_0) = 0 \text{ con } D \geq 0 \text{ ó } D = 0 \end{cases} \quad (4.104)$$

Las condiciones de primer orden entregan los siguientes resultados:

- **Millas para los viajeros de negocios $(\boldsymbol{F_H})$**

$$\frac{\theta_H}{\alpha\frac{1-\lambda}{A}}V'(F_H^*) = C'_H(F_H^*) \quad (4.105)$$

- **Millas para los viajeros de ocio $(\boldsymbol{F_L})$**

$$\theta_L V'(F_L^*) = \frac{C_L{'}(F_L^*) - B}{\left(1 - \frac{t}{u_L^*\lambda}\frac{A\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)}{\theta_L}\right)} \quad (4.106)$$

- **Utilidad de los viajeros de negocios $(\boldsymbol{u_H})$**

$$u_H^* = V(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + u_L^* - U_0 = \frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H) - R \quad (4.107)$$

- **Utilidad de los viajeros de ocio $(\boldsymbol{u_L})$**

$$u_L^* = \frac{\theta_L V(F_L^*) - C_L(F_L^*) + U_0}{2} - \frac{tA}{2\lambda} + \frac{D}{2\lambda} \quad (4.108)$$

El comportamiento del multiplicador A resulta de suma importancia ya que gran parte de los análisis hechos en esta sección depende de su valor. Se tiene que A tomará valores tales que $0 \leq A \leq 1 - \lambda$, junto con el hecho que $\frac{dA}{dR} > 0$ (ver apéndice, A.11) lo que indica, nuevamente, que al aumentar el valor de R, A aumentara de manera de llegar a su cota superior $1 - \lambda$, con lo cual se rescata el resultado obtenido para el caso en que la restricción de participación no es activa.

Al analizar F_H notamos que la ecuación 4.105 muestra que en este caso, al igual que en el caso con demanda inelástica, existe *distortion at the top,* comparando la situación con información perfecta e imperfecta. El hecho de generar un fenómeno de *distortion at the top* provoca que la solución ahora entregada se acerque a la solución eficiente en términos económicos, pues $\alpha \frac{1-\lambda}{A} < 1$, con lo el precio de reserva aminora el efecto del tercer pagador.

Al entrar en detalle analizaremos el comportamiento de F_H y F_L con respecto a α. Para ello se puede observar que el comportamiento corresponde a una situación inversa a lo observado en el caso sin precio de reserva (ver apéndice A.12.):

$$\frac{dF_H^*}{d\alpha} \geq 0 \tag{4.109}$$

$$\frac{dF_L^*}{d\alpha} \leq 0 \tag{4.110}$$

En este caso se repite el efecto descrito en el capítulo 3, es decir, al incluir el precio de reserva los crecimiento de F_H y F_L con respecto a α se invierten, este resultado es básico para todos los análisis posteriores.

Luego debemos considerar el comportamiento del multiplicador de Lagrange A con respecto a α, para ello, se debe considerar que:

$$A = \alpha(1-\lambda)\frac{C_H'(F_H^*)}{\theta_H V'(F_H^*)} \tag{4.111}$$

Con lo anterior se puede obtener lo siguiente:

$$\frac{dA}{d\alpha} = (1-\lambda)\frac{C_H'(F_H^*)}{\theta_H V'(F_H^*)} + \alpha(1-\lambda)\frac{C_H''(F_H^*)\theta_H V'(F_H^*) - C_H'(F_H^*)\theta_H V''(F_H^*)}{\left(\theta_H V'(F_H^*)\right)^2}\frac{dF_H^*}{d\alpha} \tag{4.112}$$

Luego como $V''(F_H^*) < 0$, se tiene que:

$$\frac{dA}{d\alpha} \geq 0 \tag{4.113}$$

Para analizar el comportamiento de F_H con respecto a R se procede de manera exactamente igual a lo hecho en el capítulo 3, es decir, primero se analiza el comportamiento de F_H con respecto al multiplicador de Lagrange A, luego este comportamiento es idéntico a lo analizado en el capítulo 3, es decir:

$$\frac{dF_H^*}{dA} > 0 \tag{4.114}$$

Luego dado el comportamiento de A con R, se tendrá que:

$$\frac{dF_H^*(A(R))}{dR} = \frac{dF_H^*}{dA}\frac{dA}{dR} \tag{4.115}$$

Como se sabe que $\frac{dA}{dR} > 0$, entonces necesariamente se tendrá que:

$$\frac{dF_H^*}{dR} > 0 \qquad (4.116)$$

Para comparar F_H^* con respecto al caso sin precio de reserva es fundamental considerar que el multiplicador A, necesariamente que:

$$\frac{1-\lambda}{A} > 1 \qquad (4.117)$$

Con lo cual se obtiene:

$$\alpha \frac{1-\lambda}{A} > \alpha \qquad (4.118)$$

Luego de forma grafica se puede observar la variación de las millas en ambos casos, para ello es necesario suponer que todos los parámetros se mantienen constantes salvo el precio de reserva, luego esta variación se puede observar en el siguiente gráfico:

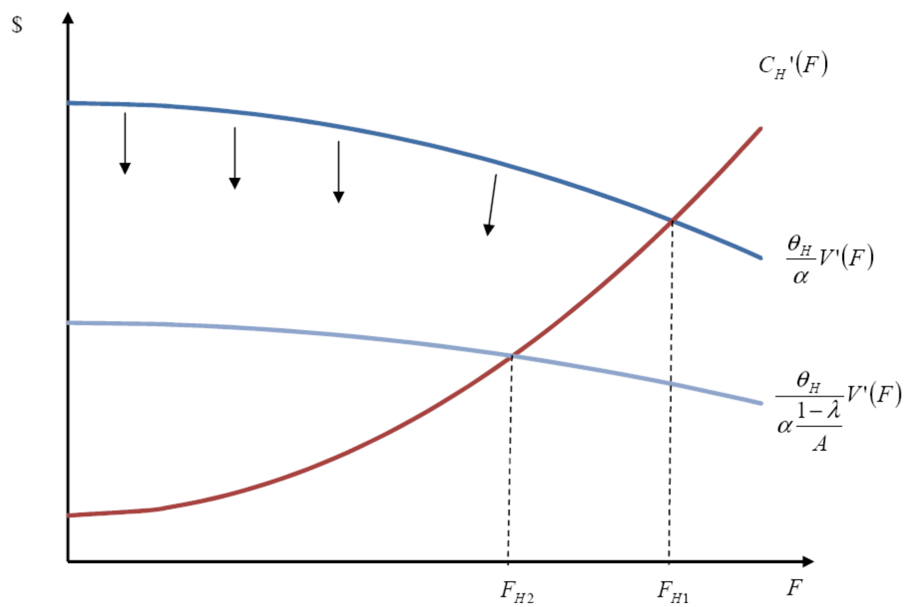

Gráfico 4.3. Comparación de F_H^* al incluir o no precio de reserva.

El gráfico 4.3. se ve de forma evidente que la inclusión del precio de reserva, dada por la curva $\frac{\theta_H}{\frac{\alpha}{A}(1-\lambda)}V'(F)$ genera una cantidad menor de millas que $\frac{\theta_H}{\alpha}V'(F)$.

Nuevamente el comportamiento de F_L^* más importante a analizar, es la variación de F_L con respecto a R, para ello es necesario primero analizar el comportamiento de F_L^* con respecto al multiplicador de Lagrange A, para ello consideremos la siguiente función:

$$N(A,F) = \frac{C_L'(F)-B}{1-\frac{t}{u_L^*(F)\lambda}\frac{A\left(\frac{\theta_H}{\alpha}-\theta_L\right)}{\theta_L}} \qquad (4.119)$$

Consideremos:

$$A_6 > A_5 > A_4 > A_3 > A_2 > A_1 \qquad (4.120)$$

Luego se obtiene el gráfico a continuación:

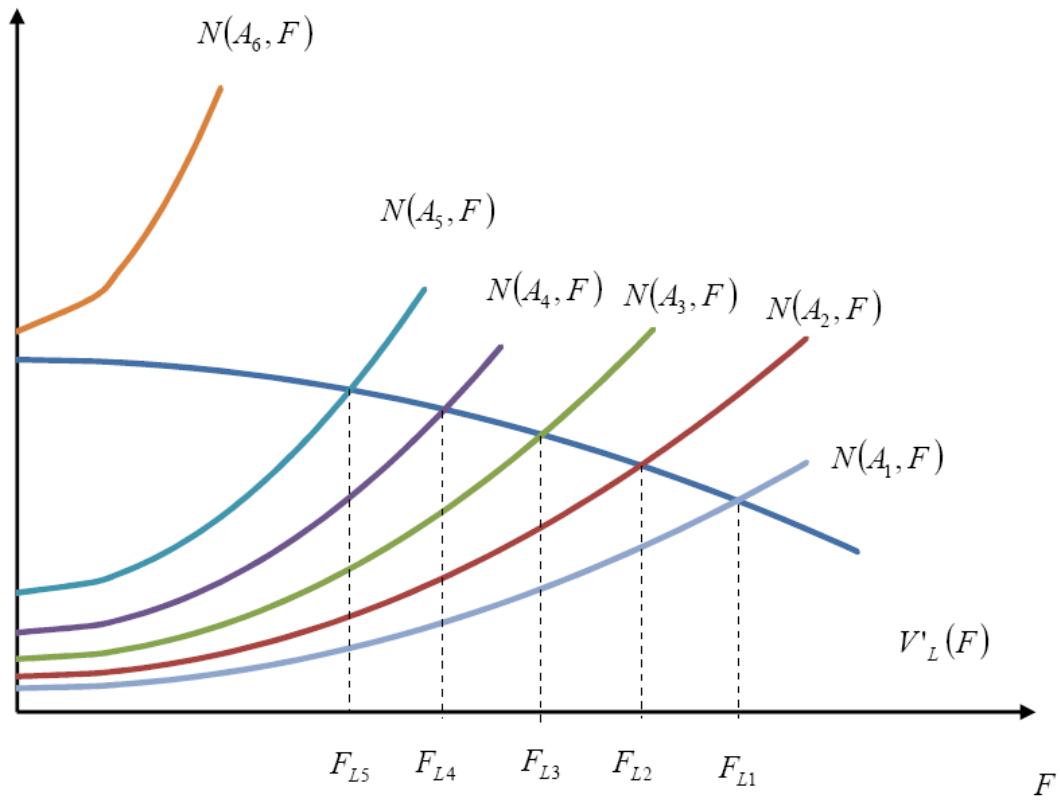

Gráfico 4.4. Variación de F_L^* con respecto a A.

Al analizar el gráfico 4.4 es claro que al aumentar A, el valor óptimo de F_L disminuirá mientras exista interceptación entre la curva $C_L(F)$ y $N(A,F)$, cuando estas curvas ya no se corten necesariamente ocurrirá que $F_L = 0$, hecho rescatado por el multiplicador de Lagrange B, luego se puede deducir que:

$$\frac{dF_L^*}{dA} < 0 \qquad (4.121)$$

Luego dado el comportamiento de A con R, se tendrá que:

$$\frac{dF_L^*(A(R))}{dR} = \frac{dF_L^*}{dA}\frac{dA}{dR} \qquad (4.122)$$

Como se sabe que $\frac{dA}{dR} > 0$, entonces necesariamente se tendrá que:

$$\frac{dF_L^*}{dR} < 0 \tag{4.123}$$

Si comparamos la cantidad de millas ofrecidas al viajero de ocio, en los casos de información perfecta, información imperfecta con precio de reserva y sin precio de reserva. Para ello consideremos las funciones auxiliares:

$$S(1-\lambda) = 1 - \frac{t}{u_L^*}\frac{1-\lambda}{\lambda}\frac{\left(\frac{\theta_H}{\alpha}-\theta_L\right)}{\theta_L} \tag{4.124}$$

$$S(A) = 1 - \frac{t}{u_L^*}\frac{A}{\lambda}\frac{\left(\frac{\theta_H}{\alpha}-\theta_L\right)}{\theta_L} \tag{4.125}$$

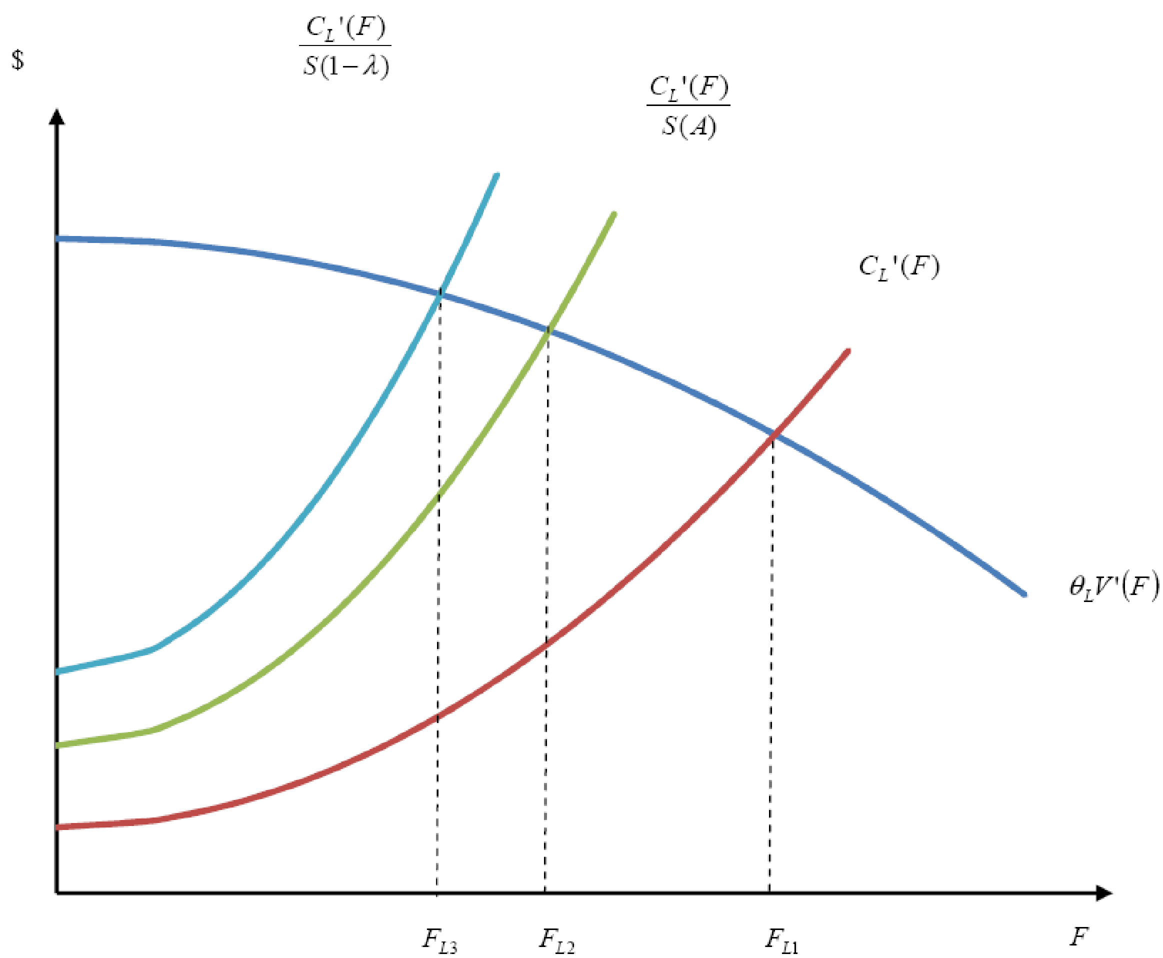

Gráfico 4.5. Comparación de soluciones óptimas con respecto a la inclusión de R.

Con lo cual se hace evidente que las millas del viajero de ocio disminuyen al momento de incluir un viajero de negocios, para posteriormente verse incrementadas, al incluir el precio de reserva del empleador del viajero de negocios. Lo cual indica que la existencia de precio de reserva tiene un efecto que acerca las soluciones a la solución óptima para el viajero de negocios y para el viajero de ocio. Ya que aumenta las millas del viajero de ocio, menores en general al óptimo y disminuye las millas del viajero de negocio, mayores al óptimo.

Si comparamos el valor de u_L^* en tres casos, con discriminación perfecta, con selección adversa sin precio de reserva y con selección adversa con precio de reserva, el comportamiento se puede analizar gráficamente, para ello es necesario considerar el valor de u_{L1}^* sin selección adversa:

$$u_{L1}^* = \frac{\theta_L V(F_L^*) - C_L(F_L^*) + U_0}{2} \tag{4.126}$$

Este valor se puede analizar gráficamente, ya que u_{L1}^* queda representada por el área entre las curvas $C'_L(F)$ y $\theta_L V'(F)$, en el gráfico 4.5, hasta que estas curvas se interceptan, representado por el punto F_{L1}.

Al analizar el caso sin precio de reserva u_{L3}^* posee dos términos:

$$u_{L3}^* = \frac{\theta_L V(F_L^*) - C_L(F_L^*) + U_0}{2} - \frac{t(1-\lambda)}{2\lambda} \tag{4.127}$$

El primer término es similar al valor de u_L^* en el caso con discriminación perfecta, sin embargo este valor es menor, ya que solo contemple el área entre las curvas $C'_L(F)$ y $\theta_L V'(F)$, hasta el punto de intercepción en F_{L3}, además se le resta un término relacionado a la elasticidad y a la selección adversa, luego esta área es menor, por lo tanto u_L^* en el caso con discriminación y sin precio de reserva será estrictamente menor al que se encontraría en el caso con discriminación perfecta.

El valor de u_{L2}^*, al incluir el precio de reserva es tal que su primer término corresponde al área encerrada entre las curvas entre las curvas $C'_L(F)$ y $\theta_L V'(F)$, hasta el punto de intercepción en F_{L2}, luego esta área será menor que el área en el caso sin discriminación de precios, pero mayor que en el caso sin precio de reserva, además, el segundo término de u_L^* es estrictamente menor que el del caso sin precio de reserva ya que $A < 1 - \lambda$.

Resulta necesario analizar el comportamiento de u_L^* con respecto al precio de reserva del empleador, para ello consideremos:

$$u_L^* = \frac{\theta_L V(F_L^*) - C_L(F_L^*) + U_0}{2} - \frac{t}{2\lambda} A \tag{4.128}$$

Primero se analiza cómo cambia u_L^* con respecto al multiplicador de Lagrange A, lo que nos entrega:

$$\frac{du_L^*}{dA} = \left(\frac{\theta_L V'(F_L^*) - C_L'(F_L^*)}{2}\right)\frac{dF_L^*}{dA} - \frac{t}{2\lambda} \qquad (4.129)$$

Se sabe que la diferencia en la ecuación 4.124 es positiva, y que $\frac{dF_L^*}{dA} < 0$, luego es directo concluir que:

$$\frac{du_L^*}{dA} < 0 \qquad (4.130)$$

con lo que finalmente se puede obtener que:

$$\frac{du_L^*}{dR} = \frac{du_L^*}{dA}\frac{dA}{dR} < 0 \qquad (4.131)$$

Lo que indica que a medida que el precio de reserva del empleador disminuya, la utilidad, descontando los costos de transporte de los viajeros de ocio aumentará, lo que es coherente con lo analizado en el gráfico 4.5 y que además nos indica que existe un aumento de bienestar social, ya que aumentar u_L^* implica que existirá una mayor cantidad de consumidores presentes en el mercado.

Considerando lo anterior el comportamiento de u_L^* con respecto a α es muy sencillo de obtener pues se tiene que:

$$\frac{du_L^*}{d\alpha} = \frac{du_L^*}{dA}\frac{dA}{d\alpha} \qquad (4.132)$$

Luego se debe considerar que:

$$\frac{du_L^*}{dA} \leq 0 \qquad (4.133)$$

$$\frac{dA}{d\alpha} \geq 0 \qquad (4.134)$$

Con lo cual resulta claro que $\frac{du_L^*}{d\alpha} \geq 0$.

Junto con lo anterior se debe analizar el precio cobrado a los viajeros de ocio, para ello se debe considerar que:

$$\frac{dP_L^*}{d\alpha} = \theta_L V'(F_L^*)\frac{dF_L^*}{d\alpha} - \frac{du_L^*}{d\alpha} \qquad (4.135)$$

$$\frac{dP_L^*}{d\alpha} = \left(\frac{\theta_L V'(F_L^*) + C_L'(F_L^*)}{2}\right)\frac{dF_L^*}{d\alpha} - \frac{t}{2\lambda}\frac{dA}{d\alpha} \qquad (4.136)$$

Se sabe que:

$$\left(\frac{\theta_L V'(F_L^*) + C_L'(F_L^*)}{2}\right)\frac{dF_L^*}{d\alpha} \leq 0 \qquad (4.137)$$

$$-\frac{t}{2\lambda}\frac{dA}{d\alpha} \leq \tag{4.138}$$

Con lo cual se tiene que $\frac{dP_L^*}{d\alpha} \leq 0$, lo cual nos indica de manera evidente que las mejoras en la utilidad dadas por el aumento de α vienen dadas directamente por disminución en el precio, ya que en este caso las millas del viajero de ocio disminuyen al aumentar α.

De manera similar se puede analizar el comportamiento de P_L^* con respecto a R, para ello se debe considerar que:

$$\frac{dP_L^*}{dR} = \frac{dP_L^*}{dA}\frac{dA}{dR} = \left(\theta_L V'(F_L^*)\frac{dF_L^*}{dA} - \frac{du_L^*}{dA}\right)\frac{dA}{dR} \tag{4.139}$$

$$\frac{dP_L^*}{dR} = \frac{dP_L^*}{dA}\frac{dA}{dR} = \left(\left(\frac{\theta_L V'(F_L^*)+C_L'(F_L^*)}{2}\right)\frac{dF_L^*}{dA} + \frac{t}{2\lambda}\right)\frac{dA}{dR} \tag{4.140}$$

Con lo cual es signo para $\frac{dP_L^*}{dR}$ no tiene un valor en general sino que se debe analizar en forma particular.

Para el caso de los viajeros de negocios, la variación de u_H^* con respecto a R viene dada por la siguiente formulación:

$$\frac{du_H^*}{dR} = V'(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)\frac{dF_L^*}{dR} + \frac{du_L^*}{dR} \leq 0 \tag{4.141}$$

lo cual se debe a que:

$$V(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)\frac{dF_L^*}{dR} \leq 0 \tag{4.142}$$

$$\frac{du_L^*}{dR} \leq 0 \tag{4.143}$$

Al considerar la siguiente formulación para el u_H^* se tiene que:

$$u_H^* = \frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H^*) - R \tag{4.144}$$

Luego el crecimiento de u_H^* con respecto a α vendrá dado por:

$$\frac{du_H^*}{d\alpha} = -\frac{\theta_H}{\alpha^2}V(F_H^*) + \frac{\theta_H}{\alpha}V'(F_H^*)\frac{dF_H^*}{d\alpha} \tag{4.145}$$

Dado lo anterior se tiene que:

$$-\frac{\theta_H}{\alpha^2}V(F_H^*) \leq 0 \tag{4.146}$$

$$\frac{\theta_H}{\alpha} V'(F_H^*) \frac{dF_H^*}{d\alpha} \geq 0 \tag{4.147}$$

Como no es posible identificar a priori un signo para $\frac{dP_L^*}{dR}$ y $\frac{du_H^*}{d\alpha}$ se puede recurrir análisis de casos particulares, para ello un análisis particular considera que los viajeros de ocio no tienen ninguna valoración por las millas, lo que en el modelo queda descrito por $\theta_L = 0$.
Dado la condición anterior el resultado de las condiciones de primer orden son las siguientes:

$$\frac{\theta_H}{\alpha \frac{1-\lambda}{A}} V'(F_H^*) = C_H{}'(F_H^*) \tag{4.148}$$

$$F_L^* = 0 \tag{4.149}$$

$$u_H^* = \frac{\theta_H}{\alpha} V(0) + \frac{U_0 - C_L(0)}{2} - \frac{t}{2\lambda} A - U_0 \tag{4.150}$$

$$u_L^* = \frac{U_0 - C_L(0)}{2} - \frac{t}{2\lambda} A \tag{4.151}$$

Luego se tiene que:

$$F_L^* = 0 \tag{4.152}$$

$$\frac{du_L^*}{d\alpha} = 0 \tag{4.153}$$

$$\frac{du_H^*}{d\alpha} = -\frac{\theta_H}{\alpha^2} V(0) - \frac{t}{2\lambda} \frac{dA}{d\alpha} \leq 0 \tag{4.154}$$

$$\frac{dP_L^*}{dR} = \frac{t}{2\lambda} \frac{dA}{dR} \geq 0 \tag{4.155}$$

Al analizar este caso particular, se tiene que considerar que las disminuciones en el precio de reserva generaran una disminución en el precio que se le cobra al viajero de ocio tal como se puede apreciar en la ecuación (4.155). Luego esta disminución en el precio genera de inmediato un aumento de utilidad del viajero de ocio debido a que $F_L^* = 0$. Por otra parte el hecho que los aumentos de α generen disminuciones en la utilidad del viajero de negocios, debe a que la utilidad del viajero de negocios no depende de las millas que se le entregan a él, sino de las millas que recibe el viajero de ocio, que en este caso es 0.

4.4. Síntesis y conclusiones

Dado que este capítulo corresponde a una extensión del capítulo 3. Es importante tener presente las diferencias y nuevas conclusiones que se puedan obtener y que posean una relación con lo obtenido en el capitulo anterior, de manera tal que además se pueda obtener alguna medida de la robustez de las conclusiones encontradas en el capítulo 3.

En primer lugar, dado que los viajeros de negocios presentan en ambos casos una demanda inelástica, resulta totalmente natural que en términos gruesos los resultados sean muy similares. En segundo lugar al considerar los casos sin precio de reserva se reciben millas sobre la cantidad eficiente socialmente, luego al incluir el precio de reserva esta cantidad cae de acuerdo a cuá 0n restrictivo sea éste.

Los diferentes comportamientos de las variables de decisión en cada uno de los casos pueden ser resumidos en las siguientes tablas:

	Discriminación Perfecta
F_H^*	$\frac{\theta_H}{\alpha} V'(F_H) = C_H{}'(F_H)$
F_L^*	$\theta_L V'(F_L) = C_L{}'(F_L)$
u_H^*	0
u_L^*	$\frac{U_0 + \theta_L V(F_L) - C_L(F_L)}{2}$
P_H^*	$P_H = \frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H)$
P_L^*	$P_L = \frac{U_0 + \theta_L V(F_L) + C_L(F_L)}{2}$
$dF_H^*/d\alpha$	$-$
$dF_L^*/d\alpha$	0
dF_H^*/dR	No aplica
dF_L^*/dR	No aplica

Tabla 4.1. Resumen de solución óptima con discriminación perfecta.

	$R = \infty$	$R < \infty$
F_H^*	$\frac{\theta_H}{\alpha} V'(F_H) = C_H{}'(F_H)$	$\frac{\theta_H}{\alpha \frac{1-\lambda}{A}} V'(F_H^*) = C'_H(F_H^*)$
F_L^*	$\theta_L V'(F_L^*) = \frac{C_L{}'(F_L^*)}{\left(1 - \frac{t}{u_L^*} \frac{(1-\lambda)}{\lambda} \frac{\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)}{\theta_L}\right)}$	$\theta_L V'(F_L^*) = \frac{C_L{}'(F_L^*)}{\left(1 - \frac{t}{u_L^*} \frac{A}{\lambda} \frac{\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)}{\theta_L}\right)}$
u_H^*	$V(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + u_L^* - U_0$	$V(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + u_L^* - U_0$
u_L^*	$\frac{\theta_L V(F_L^*) - C_L(F_L^*) + U_0}{2} - \frac{t}{2\lambda}(1-\lambda)$	$\frac{\theta_L V(F_L^*) - C_L(F_L^*) + U_0}{2} - \frac{tA}{2\lambda}$
P_H^*	$\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - V(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - u_L^* + U_0$	R
P_L^*	$\frac{U_0 + \theta_L V(F_L^*) + C_L(F_L^*)}{2}$	$\frac{\theta_L V(F_L^*) + C_L(F_L^*) + U_0}{2} + \frac{tA}{2\lambda}$
$dF_H^*/d\alpha$	$+$	$+$
$dF_L^*/d\alpha$	$-$	$-$
dF_H^*/dR	No aplica	$+$
dF_L^*/dR	No aplica	$-$

Tabla 4.2. Resumen de soluciones óptimas con selección adversa.

Si analizamos de manera más detallada el caso de los viajeros de negocios, considerando que el precio de reserva del empleador no es acotado, obtenemos nuevamente que estos verán incrementadas la cantidad de millas que reciben a medida que la fracción de tarifa que paguen sea menor, este efecto, es la evidencia total del riesgo moral existente, el efecto anterior ocurre hasta cierto límite, ya que por ejemplo para el valor $\alpha = 0$, la aerolínea tendrá un problema de selección adversa mucho más reducido, donde la restricción será mucho más débil.

La inclusión del precio de reserva, genera una situación que intenta acercarse a la solución eficiente en términos de asignación de recursos en el mercado, es decir, las millas de los viajeros de negocios, frente a los demás parámetros contantes, disminuyen, ya que a estos se les estaban entregando una cantidad de millas muy sobre las eficientes. Las millas para los viajeros de ocio aumentan y junto con esto aumenta la cantidad de viajeros de ocio que participan en el mercado, debido a que el aumento de millas genera un aumento de la utilidad de lo menos el viajero ubicado justo sobre la aerolínea.

La variación de las millas para los viajeros de negocios con respecto al precio de reserva es tal, que a medida que el precio disminuye estas también lo hacen. Por parte de los viajeros de ocio, la inclusión del precio de reserva genera una mejora, ya que se genera un aumento de la utilidad de los viajeros de ocio a medida que el precio de reserva es más restrictivo, luego esto genera que existan más consumidores en el mercado.

El caso extremo, pero no analizado considera que al ser muy restrictivo el precio de reserva, ya no resulta rentable para la aerolínea ofrecer dos menús, con lo cual esta comienza a ofrecer sólo un menú destinado exclusivamente para los viajeros de ocio, lo que ocurre necesariamente es que se recupera la condición obtenida en el caso de discriminación perfecta, es decir, la aerolínea ofrece una cantidad económicamente eficiente de millas a los viajeros de ocio.

Es importante destacar que la inclusión de elasticidad en la demanda genera cambios evidentes, tales como que la utilidad de los viajeros de ocio deja de ser necesariamente 0 y depende de la distancia que estos se encuentren de la aerolínea. Otro caso a destacar es el hecho que al no existir elasticidad la variación del precio cobrado al viajero de negocios con respecto al precio de reserva es siempre negativa, con lo cual el precio cobrado al viajero de ocio será menor; lo anterior se debe a que el aumento en el precio de reserva en el caso inelástico conlleva varios efectos simultáneos: aumento de las millas del viajero de negocios, disminución de las millas del viajero de ocio, disminución en el precio del viajero de ocio, lo que tiene su origen en el hecho que al ser la demanda inelástica, un aumento del precio, sin su compensación en millas significa la pérdida total de la demanda.

En el caso semi elástico, estudiado en este capítulo, esto no ocurre así, pues una disminución en el precio de reserva puede generar tanto un aumento como una disminución del precio cobrado a los viajeros de ocio, esto dependerá que tan valoradas sean las millas; tal como ya fue analizado, si las millas son poco valoradas, entonces se tendrá que los aumentos de precio de reserva generen aumentos en el precio cobrado a los viajeros de ocio.

Capítulo 5

Elasticidad en el precio de reserva

En los capítulos 3 y 4 se ha analizado el comportamiento de una aerolínea enfrentada a dos demandas, que en el caso de los viajeros de negocios se caracteriza por la existencia un tercer pagador, lo que queda reflejado en dos hechos: el primero es que el viajero de negocio sólo paga una fracción del valor real del pasaje y que la tarifa máxima que este se encuentra dispuesto a pagar es un valor exógeno y fijo denominado precio de reserva del empleador, esto puede ser discutible ya que no todos los empleadores poseen la misma disponibilidad a pagar por un pasaje aéreo. Lo que se pretende en este capítulo es estudiar la existencia de una continuo de empleadores con diferentes precios de reserva, lo cual genera una elasticidad en la demanda de los viajeros de negocio, hecho no analizado con anterioridad.

La inclusión de elasticidad en el precio de reserva, puede tener un símil a lo realizado por Rochet y Stole (1997 y 2002), donde se modela un problema de selección adversa doblemente elástico, en casos monopólicos y duopólicos. Es importante recordar, que uno de los resultados más importantes de este trabajo, es que un monopolio enfrentado a un problema de selección adversa, con características doblemente elásticas y con costos de transporte iguales para cada demanda, puede obtener resultados sin distorsión, tal que cumplan las condiciones de compatibilidad de incentivos.

En este capítulo se modificará el problema de tal forma que para los viajeros de negocio existe una distribución del precio de reserva de los empleadores. Lo que se buscará es intentar repetir alguno de los resultados planteados por Rochet y Stole (1997 y 2002).

5.1. Elementos básicos del modelo

A lo descrito en la sección 4.1 se le debe añadir la existencia de múltiples empleadores, los cuales tendrán un precio de reserva distribuido uniformemente entre un precio de reserva máximo y uno mínimo.

- **Función de utilidad**

Las funciones de utilidades, individual de cada viajero, y a partir de las cuales se construirán las restricciones de compatibilidad de incentivos, son las exactamente iguales a las descritas en el capítulo 4, es decir:

$$U_L(P_L, F_L, z) = \theta_L V(F_L) - P_L - tz \tag{5.1}$$

$$U_H(P_H, F_H) = \theta_H V(F_H) - \alpha P_H \tag{5.2}$$

donde z es la distancia del viajero de ocio a la firma y t es el costo de transporte asociado a dicha distancia.

La cantidad de viajeros de negocios que participará en el mercado, se distribuirá de forma continua entre 0 y 1 dependiendo del precio cobrado al viajero de negocios, P_H. Para hacer este análisis, lo que se considerará es que el precio de reserva para los viajeros de negocios se encuentra distribuido de manera uniforme entre un precio de reserva máximo y uno mínimo, es decir:

$$R \sim U\left[\underline{R}, \overline{R}\right] \tag{5.3}$$

donde se tendrá que:

$$\underline{R} < \overline{R} \tag{5.4}$$

La cantidad total de viajeros de negocio es normalizada a $1-\lambda$, con lo cual la cantidad de viajeros de negocio que participan en el mercado, serán todos aquellos que el precio de reserva de su empleador sea tal que:

$$P_H \leq R \tag{5.5}$$

Con ello la cantidad de viajeros de ocio presentes en el mercado vendrá dada por:

$$z_H = \int_{P_H}^{\overline{R}} \frac{1}{\overline{R}-\underline{R}} dR = \frac{\overline{R}-P_H}{\overline{R}-\underline{R}} \tag{5.6}$$

Se debe tener en consideración que es relevante recordar que:

$$\theta_L \leq \theta_H \tag{5.7}$$

$$0 \leq \alpha \leq 1 \tag{5.8}$$

$$0 < V(0) \tag{5.9}$$

Para hacer el análisis, es necesario considerar que cada tipo de usuario consumirá el paquete destinados a ellos, es decir, los viajeros de ocio consumirán el paquete (P_L, F_L) y los viajeros de negocios consumirán el paquete (P_H, F_H), hecho que no es necesario imponerlo, pues se obtiene como resultado a partir de las restricciones del problema de optimización.

- **Distribución de la demanda**

Del total del mercado, los viajeros de ocio se encuentran en una proporción λ y los viajeros de negocios en una proporción $1-\lambda$, con $0 \leq \lambda \leq 1$. Ambos viajeros se encuentran distribuidos uniformemente a lo largo de la ciudad, sin embargo, los viajeros de negocios no tienen elasticidad a la distancia a la firma.

- **Funciones de costos**

La firma posee una tecnología tal que su función de costos es descrita de forma estrictamente separable, es decir

$$C(F_H; F_L; N_H, N_L) = N_H C_H(F_H) + N_L C_L(F_L) \tag{5.10}$$

- **Restricciones básicas para la firma**

Las restricciones básicas para la firma son idénticas a las descritas en el capítulo 3, es decir se deben cumplir las restricciones de compatibilidad de incentivos y las restricciones de participación de los dos tipos de viajeros, descritas a continuación:

$$U_L(P_L, F_L, z) \geq U_L(P_H, F_H, z) \tag{5.11}$$

$$U_H(P_H, F_H) \geq U_H(P_L, F_L) \tag{5.12}$$

$$U_L(P_L, F_L, z) \geq 0 \tag{5.13}$$

$$P_H \leq \overline{R} \tag{5.14}$$

$$\underline{R} \leq P_H \tag{5.15}$$

Junto con considerar que para el viajero de ocio viajar siempre será mejor que no viajar, luego frente al caso $U_L(P_L, F_L, z) = 0$, la decisión será viajar.

- **Forma funcional de la utilidad y los costos**

Se considerarán las mismas condiciones impuestas a las formas funcionales de la utilidad y los costos descritos en el capítulo 3.

- **Cambios de variable**

Previo a resolver el problema de la firma se aplicarán los mismos cambios de variable hechos en el capítulo 3, es decir, una utilidad descontando los costos de transporte:

$$u_L = \theta_L V(F_L) - P_L \tag{5.16}$$

$$u_H = \frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - P_H \tag{5.17}$$

Al realizar el cambio de variable propuesto, las restricciones de compatibilidad de incentivo continúan siendo las mismas que en el caso sin elasticidad espacial

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha}-\theta_L\right) \leq u_H - u_L \tag{5.18}$$

$$u_H - u_L \leq \ V(F_H)\left(\frac{\theta_H}{\alpha}-\theta_L\right) \tag{5.19}$$

La firma maximizará sus utilidades considerando que el último viajero de ocio que participe en el mercado se encuentra a una distancia z* de la firma, tal que cumple:

$$U_L(P_L, F_L, z^*) = 0 \tag{5.20}$$

Lo que puede ser escrito como:

$$z^* = \ \frac{u_L}{t} \tag{5.21}$$

Además la cantidad total de viajeros de negocios que participará en el mercado será:

$$z_H = \frac{\overline{R}-P_H}{\overline{R}-\underline{R}} = \frac{\overline{R}-\frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H)-u_H}{\overline{R}-\underline{R}} \tag{5.22}$$

Luego se definirá por simplicidad:

$$t_R = \overline{R} - \underline{R} \tag{5.23}$$

Con lo que la cantidad de viajeros de negocios participantes en el mercado vendrá dada por la expresión:

$$z_H = \frac{\overline{R}-\frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H)-u_H}{t_R} \tag{5.24}$$

5.2. Caracterización del modelo

Al considerar las formas funcionales, el problema de maximización de utilidades queda descrito de la siguiente forma:

$$Max_{(P_H,P_L,F_H,F_L)}\, \pi = \lambda \frac{\theta_L V(F_L)-P_L}{t}\left(P_L - C_L(F_L)\right) + (1-\lambda)\frac{\overline{R}-P_H}{t_R}\left(P_H - C_H(F_H)\right) \tag{5.25}$$

s. a.

$$\theta_H V(F_H) - \alpha P_H \geq \theta_H V(F_L) - \alpha P_L \tag{5.26}$$

$$\theta_L V(F_L) - P_L \geq \theta_L V(F_H) - P_H \tag{5.27}$$

$$P_H \leq \overline{R} \tag{5.28}$$

$$\underline{R} \leq P_H \tag{5.29}$$

$$F_L \geq 0 \tag{5.30}$$

$$F_H \geq 0 \tag{5.31}$$

Antes de realizar cualquier análisis sobre este modelo es importante mencionar, que si se considera que $\overline{R} \approx \underline{R} \approx R$, entonces ocurrirá que:

$$P_H \leq R \tag{5.32}$$

$$R \leq P_H \tag{5.33}$$

Con lo cual se tendrá que:

$$P_H = R \tag{5.34}$$

Luego la función de utilidad queda descrita por:

$$\pi = \lambda \frac{\theta_L V(F_L) - P_L}{t}\big(P_L - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)\frac{\overline{R} - P_H}{t_R}\big(P_H - C_H(F_H)\big)$$

Al aplicar el cambio de variable a la función objetivo esta queda de la siguiente forma:

$$\pi = \lambda \frac{\theta_L V(F_L) - P_L}{t}\big(P_L - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)\frac{\overline{R}-R}{\overline{R}-\underline{R}}\left(\frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H) - u_H - \ C_H(F_H)\right) \tag{5.35}$$

Con lo cual es evidente que $\frac{\overline{R}-R}{\overline{R}-\underline{R}} \approx 1$, con lo cual se recupera el problema en el caso semi – elástico con precio de reserva.

La utilidad π se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\pi = \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 \tag{5.36}$$

donde cada término viene descrito a continuación:

$$\pi_1 = \lambda \frac{\theta_L V(F_L) - P_L}{t}\big(P_L - C_L(F_L)\big) \tag{5.37}$$

$$\pi_2 = (1-\lambda)\frac{\frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H) - P_H}{t_R}\big(P_H - \ C_H(F_H)\big) \tag{5.38}$$

$$\pi_3 = (1-\lambda)\frac{\overline{R} - \frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H)}{t_R}\big(P_H - \ C_H(F_H)\big) \tag{5.39}$$

Luego, la función de utilidad es similar a una función de utilidades de una firma enfrentada a una demanda doblemente elástica, como la propuesta por Rochet y Stole (1997 y 2002), en esta función de ganancias se tiene que $\frac{\theta_H}{\alpha}$ se puede interpretar como la valoración de las millas por parte de los viajeros de negocios y t_R el costo de transporte asociado al viajero de negocio, que no es necesariamente igual al costo de transporte del viajero de ocio. Las diferencias con Rochet y Stole (1997 y 2002) surgen debido a que existen dos costos de transporte distintos y además, la función de ganancias tiene un tercer término no asociado a nada identificable en dicho trabajo.

El siguiente paso a analizar es explorar si a pesar de las diferencias entre este modelo y el planteado por Rochet y Stole (1997 y 2002), se pueden obtener soluciones tales que cumplan condiciones de compatibilidad de incentivos y además no presenten distorsión, pues en el caso doblemente elástico es posible encontrar este tipo de soluciones, tal como se observa en el problema simplificado descrito en el apéndice A.13, en el cual se prueba que al considerar monopolios enfrentados a dos demandas especialmente elásticas, es posible encontrar soluciones sin distorsión en términos económicos, tal que satisfagan todas las restricciones de compatibilidad de incentivos.

Para iniciar el análisis se procede a recuperar los cambios de variable, para ello se define:

$$\pi = \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 \tag{5.40}$$

$$\pi_1 = \lambda \frac{u_L}{t}\left(\theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\right) \tag{5.41}$$

$$\pi_2 = (1-\lambda)\frac{u_H}{t_R}\left(\frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H) - u_H - C_H(F_H)\right) \tag{5.42}$$

$$\pi_3 = (1-\lambda)\frac{\overline{R} - \frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H)}{t_R}\left(\frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H) - u_H - C_H(F_H)\right) \tag{5.43}$$

$$Max_{(u_H, u_L, F_H, F_L)}\ \pi \tag{5.44}$$

s. a.

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + u_L \leq u_H \tag{5.45}$$

$$u_H \leq V(F_H)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + u_L \tag{5.46}$$

$$\frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H) - u_H \leq \overline{R} \tag{5.47}$$

$$\underline{R} \leq \frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H) - u_H \tag{5.48}$$

$$0 \leq u_L \tag{5.49}$$

$$0 \leq F_L \tag{5.50}$$

$$0 \leq F_H \tag{5.51}$$

5.2.1. Análisis de soluciones sin distorsión

Considerando que se debe realizar una comparación de modelos se realizará es un análisis de la posible existencia de soluciones interiores, es decir aquellas en que todas las restricciones son inactivas, para ello se procede a revertir los cambios de variables ya planteados, por consiguiente se considerara la función de utilidad de la siguiente forma:

$$\pi = \lambda \frac{\theta_L V(F_L) - P_L}{t} \left(P_L - C_L(F_L)\right) + (1-\lambda) \frac{\overline{R} - P_H}{t_R} \left(P_H - C_H(F_H)\right) \tag{5.52}$$

El problema de optimización es el siguiente:

$$Max_{(u_H, u_L, F_H, F_L)} = \lambda \frac{\theta_L V(F_L) - P_L}{t} \left(P_L - C_L(F_L)\right) + (1-\lambda) \frac{\overline{R} - P_H}{t_R} \left(P_H - C_H(F_H)\right) \tag{5.53}$$

Como es fácil notar, la función objetivo es decreciente en F_H, luego es evidentemente que no podrá existir una solución interior, pues, un óptimo de este problema necesariamente debe cumplir que $F_H^* = 0$.

Además, el único caso en que esta solución cumple con la compatibilidad de incentivos, es cuando $F_H^* = F_L^* = 0$. Para ello consideremos la restricción de compatibilidad de incentivos de forma completa, habiendo aplicado el cambio de variable, luego se tiene que:

$$V(F_L^*) \left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \leq u_H - u_L \leq V(0) \left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \Longrightarrow V(F_L^*) \leq V(0) \tag{5.54}$$

Como la función $V(\cdot)$ es creciente, se tendrá necesariamente que:

$$F_H^* = F_L^* = 0 \tag{5.55}$$

Este caso no tiene sustento económico, ya que la firma, antes de ofrecer $F_H^* = F_L^* = 0$, primero optara por ofrecer un único menú, situación que no será analizada.

Luego de realizado este sencillo análisis es evidente destacar que el modelo planteado en este capítulo no corresponde a ninguno de los modelos doblemente elásticos anteriormente descritos, ya que no es posible encontrar soluciones interiores, es decir aquellas en que todas las restricciones son inactivas.
En otra mirada, este modelo rescata a la perfección el caso de demanda inelástica estudiado en el capítulo 4, pues en este capítulo el único caso en que una solución interior (con respecto a las restricciones de compatibilidad de incentivos), puede existir es cuando $F_H^* = F_L^* = 0$.

5.3. Síntesis

El análisis del modelo realizado en este capítulo entrega un punto clave que puede ser rescatado: de igual forma que lo observado en los casos de demanda inelástica y demanda semi – elástica, no existirán soluciones eficientes que cumplan de forma estricta ambas restricciones de compatibilidad de incentivos, con lo cual, esta extensión no es capaz de rescatar Rochet y Stole (1997 y 2002), quienes plantean que puede existir soluciones eficientes que cumplan activa y simultáneamente ambas restricciones de compatibilidad de incentivos.

Luego además se puede dejar en evidencia, que un modelo de las características del presentado en este capítulo, no es una versión de un modelo doblemente elástico, ya que estos modelos pueden poseer una solución interior capaz de cumplir con la compatibilidad de incentivos, tal que $F_H^* \neq F_L^*$ y $F_H^*, F_L^* \neq 0$ (Ver apéndice A.13).

Capítulo 6

Conclusiones y líneas futuras de investigación

Esta tesis propone un modelo de programas de viajero frecuente, que rescata tres aspectos muy importantes: existencia de dos tipos de viajeros, uno de ocio y uno de negocios, el viajero de negocios cancela solo una fracción de la tarifa de su bolsillo y la posibilidad de que la tarifa que cancela el viajero de negocios esté exógenamente fija.

Los dos tipos de viajeros existentes en la modelación, son considerados indistinguibles por la firma, con lo cual la aerolínea se enfrenta a un problema de selección adversa, donde se le es eficiente ofrecer dos tipos de menús, tales que cumplan las condiciones de compatibilidad de incentivos.

El hecho de considerar que uno de los viajeros es un viajero de negocios, genera un hecho muy particular, pues independiente de las condiciones que se le impongan, el hecho de realizar o no el viaje no es una alternativa, ya que es una condición laboral, por lo tanto, viajará de todas formas independiente que esto no le genere utilidad positiva.

Un segundo punto a destacar para considerar a un viajero de negocios como tal, es que el precio que percibe es menor al real, ya que la tarifa no la paga de su bolsillo. Luego el precio real cobrado entra a su utilidad como una fracción del original, donde el valor de esta fracción es un parámetro de la modelación y puede tomar valores entre 1 y 0. Lo segundo es considerar que el empleador del viajero de negocios tiene un control muy limitado de lo que haga su empleado, por lo tanto no puede decidir la alternativa más económica, sino que debe aceptar lo que él proponga.

Para finalizar, se sabe que el empleador del viajero de negocios no es capaz de tener un control estricto de la tarifa que elija su empleado, sin embargo, tiene la posibilidad de fijarle una precio tope que la compañía está dispuesta a pagar, lo que se ha llamado precio de reserva del empleador, el cual impide que la tarifa cobrada al viajero de negocios sea excesivamente alta.

Finalmente se dividirán los aspectos relevantes a concluir de este trabajo en una breve síntesis de resultados separado en lo obtenido en los capítulos 3 y 4 y una síntesis global de los resultados.

6.1. Modelo con demanda inelástica

Al analizar el problema considerando una demanda inelástica, siempre que la existencia del viajero de negocios tenga una injerencia en las decisiones de la firma, esta empeorará la cantidad de millas ofrecidas al viajero de ocio, entregándoles una cantidad ineficiente en términos económicos. Sin embargo, dada la estructura inelástica, y coherente con lo descrito en Tirole (1994), este efecto no provocará una disminución en la utilidad de los viajeros de ocio, ya que el monopolista, siempre será capaz de extraer todo su excedente, dejándolos a éstos con utilidad cero.

Al analizar la existencia del tercer pagador, se debe separar la existencia o no de un precio máximo al cual el empleador está dispuesto a pagar. Cuando el precio máximo a pagar o precio de reserva es irrestricto, el viajero de negocios recibirá una cantidad de millas superior a la eficiente económicamente, y el viajero de ocio una cantidad menor a la que recibiría si el viajero de negocios pagara la tarifa de su propio bolsillo, con lo cual quedan en evidencia dos ineficiencias claras, una entrega de millas más allá de lo deseable económicamente para los viajeros de negocios y una reducción aún mayor, que lo obtenido sin la existencia del tercer pagador.

Al tomar en consideración la fracción de la tarifa que el viajero final paga, mientras menor sea este valor, mayor será el precio cobrado a los viajeros de negocio, provocando que el precio explote indefinidamente, hecho que no representa ningún sustento económico. Además un valor demasiado bajo provocará que deje de ser óptimo para la aerolínea proveer dos menús, con lo cual sacará del mercado a los viajeros de ocio, generando una nueva ineficiencia.

Al incorporar el precio de reserva del empleador, este toma un rol muy particular, ya que intenta corregir las ineficiencias generadas por la existencia del tercer pagador, es decir, reduce las millas entregadas al viajero de negocios y aumenta las millas entregadas al viajero de ocio. La disminución de millas de los viajeros de negocios, junto con la disminución del precio cobrado, dado por el precio de reserva, provoca que estos aumenten su utilidad, ya que la aerolínea no será capaz a través de precio, recuperar el costo de las millas entregadas, dado que este se encuentra restringido. Este aumento de utilidad de los viajeros de negocios genera que la firma tenga un espacio para mejorar las millas de los viajeros de ocio, sin provocar que los viajeros de negocios se vean tentados por adquirir el paquete que no les corresponde, lo cual explica porque la aerolínea aumenta las millas de los viajeros de ocio cuando aparece el precio de reserva de los viajeros de negocios. Es importante destacar que el aumento de las millas a los viajeros de ocio no refleja ningún aumento en la utilidad de estos, ya que todo el aumento de millas es absorbido por un aumento de precio.

6.2. Modelo con demanda semi – elástica

De igual manera que en el caso inelástico, la existencia del viajero de negocios siempre será perjudicial para los viajeros de ocio, ya que provocarán una disminución del mercado cubierto y de la utilidad individual de los viajeros. Nuevamente las millas ofrecidas al viajero de negocios están por sobre las eficientes y las millas de los viajeros de ocio están bajo las eficientes, dejando a estos últimos con un mercado menos cubierto y con menores utilidades.

Los resultados en términos gruesos son similares a lo obtenido con demanda inelástica, es decir, que si el precio de reserva no es acotado, se obtienen millas por sobre lo eficiente para los viajeros de negocios y muy por debajo de lo eficiente para los viajeros de ocio, provocando pérdidas sociales, ya que no todos los viajeros de ocio que podrían viajar lo hacen, debido a la cantidad de millas tan bajas. Al incluir el precio de reserva, el efecto es similar, en un primer rango, este genera una solución más cercana al óptimo social, con menor cantidad de millas para los viajeros de negocios y más para los viajeros de ocio, aumentando la utilidad de ambos.

6.3. Síntesis global de los resultados y modelos

El aporte de esta tesis es la generación de un modelo que engloba los siguientes aspectos fundamentales: la existencia de dos viajeros indistinguibles por la aerolínea, uno de los viajeros es un viajero de negocios, que cancela sólo una parte de su tarifa, pero está obligado a viajar por una condición laboral. Por otra parte, el otro viajero, es un viajero de ocio, que cancela la tarifa de su bolsillo y la decisión de viajar en endógena. Además existe una tarifa máxima, exógena, que el empleador del viajero de negocios estará dispuesto a desembolsar.

Los nuevos aspectos incorporados este modelo de discriminación de precios de segundo grado y que tienen una relevancia en los resultados son los siguientes:

- La existencia del tercer pagador, induce un riesgo moral que es evidenciado en todos los modelos analizados, ya que este factor es el causante de la mayor cantidad de ineficiencias existentes en este mercado, puesto que la aerolínea, al percatarse de la existencia de un viajero de negocios, que paga solo una parte de su tarifa, siempre tendrá incentivos a subirle el precio y las millas a acumular, utilizando las millas como un incentivo para que este compre un pasaje de mayor valor.

- La semi – elasticidad, para los viajeros de ocio y la obligatoriedad de viajar para los viajeros de negocios, provocan la imposibilidad de tener soluciones de maximización de utilidades, tal que ambas restricciones de compatibilidad de incentivos sean inactivas en el óptimo, luego no existe la posibilidad de rescatar el resultado de discriminación perfecta entre viajeros de negocio y viajeros de ocio.

- El precio de reserva del empleador provoca que las millas entregadas a los viajeros se acerquen al eficiente social, contrarrestando el hecho que la aparición del viajero de negocios haya hecho alejar mucho la solución de dicho punto.

- Sin ser mencionado de forma explícita, los modelos desarrollados asumen que las millas entregadas a cada tipo de viajero son necesariamente consumidas, hecho que no necesariamente ocurre, sin embargo, ningún de dichos resultados se afecta ya que esto se considera como parte del proceso de optimización.

En términos generales los modelos desarrollados en profundidad, obtienen resultados similares frente a cambios similares, lo cual entrega una medida de robustez del modelo planteado. Al comparar con el análisis realizado para caso de elasticidad en el precio de reserva, se concluye, que al igual que lo analizado en los demás casos, no es posible encontrar puntos eficientes que cumplan de forma estricta ambas restricciones de compatibilidad de incentivos, luego bajo ningún caso es posible reproducir los resultados de Rochet y Stole (1997 y 2002).

6.4. Futuras líneas de investigación

Aunque esta tesis ha tenido un apronte al análisis de elasticidad en el precio de reserva, dichos resultados son sumamente insuficientes, por lo tanto resulta natural destacar la necesidad de un análisis completo y profundo a un modelo que considere elasticidad en dicho parámetro. De esta manera se podrían comparar dichos resultados con los ya obtenidos para modelos donde el precio de reserva del empleador es un dato fijo y uno distribuido en la demanda.

A pesar de estar considerados en parte de los análisis, el bienestar social y su comportamiento de acuerdo a las variaciones en los parámetros es un punto que resulta sumamente importante de analizar, ya que es posible obtener información muy valiosa, en especial la identificación de qué actores del mercado pierden y cuáles ganan al cambiar precios de reserva, fracciones de tarifa pagadas por los empleadores, cambios en los costos de transporte entre otros.

Se podría considerar como una posible extensión, aunque muy compleja, considerar un modelo donde la cantidad de viajeros de cada tipo, negocios y ocio, sea una variable aleatoria que depende de los menús ofertados, con lo cual, dicho numero pasaría a ser una variable endógena del problema.

Finalmente, una extensión natural es añadir competencia al modelo, para ello la forma más razonable es incorporar una segunda firma, ubicada en el otro extremo de la ciudad lineal. Este modelo necesariamente generará competencia total por los viajeros de negocios, ya que estos al estar obligados a viajar y tener mayor disponibilidad de pago, provocarán que las aerolíneas compitan por estos viajeros. En el caso de los viajeros de ocio, podrá o no existir competencia, luego generar un modelo que sea capaz de replicar estas condiciones resulta ser muy atractivo, ya que puede ser posible comparar condiciones de existencia o no de competencia, con lo descrito en la literatura.

Referencias

[1] Basso, L., M. Clements and T. Ross (2009) Moral Hazard and Customer Loyalty Programs, *American Economic Journal: Microeconomics*, Vol. 1(1): 101-123.

[2] Borenstein, Severin (1989) Hubs and High Fares: Airport Dominance and Market Power in the U.S. Airline Industry, Rand Journal of Economics, Vol. 20: 344-65.

[3] Borenstein, Severin (1991) The Dominant-Firm Advantage in Multi-Product Industries: Evidence from the U.S. Airlines, Quarterly Journal of Economics, Vol. 106: 1237-66.

[4] Borenstein, Severin (1996) Repeat-Buyer Programs in Network Industries. In Networks, Infrastructure and the New Task for Regulation, ed. Werner Sichel and Donald L. Alexander. AnnArbor: University of Michigan Press: 137–162.

[5] Cairns R., Galbraith J., (1990) Artificial compatibility, barriers to entry, and frequent-flyer programs, *Canadian Journal of Economics*, Vol. 23 (4): 807 – 816.

[6] Caminal, R., A. Claici (2007) Are Loyalty – Rewarding Pricing Schemes Anti – Competitive? *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 25(4): 657–74.

[7] Deane R., (1988) Ethical Considerations in Frequent Flier Programs, *Journal of Business Ethics*, Vol. 7: 755 - 762.

[8] Farrell J., Shapiro C., (1986) Optimal Contracts with Lock-in. The American Economic Review, Vol. 79(1) : 51 - 68

[9] Fong Y., Liu Q., (2011) Loyalty Rewards Facilitate Tacit Collusion. *Journal of Economics & Management Strategy*, Vol. 20(3): 739 – 775.

[10] Hartmann, W., Viard, B (2008) Do Frequency Reward Programs Create Switching Cost? A Dynamic Structural Analysis of Demand in a Reward Program. *Quantitative Marketing and Economics*, Vol. 6(2): 109 – 37.

[11] Hernández M., Wiggins S., (2008). Nonlinear Pricing and Market Concentration in the US Airline Industry, working papper, disponible en: https://econweb.tamu.edu/common/files/workshops/PERC%20Applied%20Microeconomics/2008_10_22_Manuel_Hernandez.pdf

[12] Klemperer P., (1987) Markets with Consumer Switching Costs, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 102 (2): 375 – 394

[13] Kim B., Shi M., Srinivasan K., (2001) Reward programs and tacit collusion, *Marketing Science*, Vol. 20 (2): 99 – 120.

[14] Lederman, M. (2007) Do Enhancements to Loyalty Programs Affect Demand? The Impact of International Frequent-Flyer Partnerships on Domestic Airline Demand. *RAND Journal of Economics*, Vol. 38(4): 1134–58.

[15] Lederman, M. (2008) Are Frequent-Flyer Programs a Cause of the “Hub Premium”? Journal of Economics & Management Strategy, Vol. 17(1): 35 – 66.

[16] Liu Q., Serfes K., (2006) Second-degree price discrimination and price dispersion: the case of the US airline industry, working papper, disponible en: http://jjxypeixun.shufe.edu.cn/ces/paper/ces_pdf/17/17-3.pdf

[17] Maskin E., Riley J., (1984) Monopoly with incomplete information, *RAND Journal of Economics*, Vol. 15 (2): 171 – 196.

[18] Mussa, M.,Rosen, M. (1978) Monopoly and Product Quality, *Journal of Economic Theory*, Vol. 18: 301- 317.

[19] Rochet, J., L. Stole. (2002) Competitive Nonlinear Pricing. Working Papper. Diponible en: http://faculty.chicagobooth.edu/lars.stole/papers/cnp.pdf

[20] Rochet, J., L. Stole. (2002). Nonlinear pricing and random participation, *Review of Economic Studies*, Vol. 69(1): 277 – 311

[21] Rossi F., (2008) $1 Discount or $1 Reward? The Effect of Consumers’ Preferences on Reward Programs. Working Papper.

[22] Tirole J., (1994) *The theory of industrial organization.* The MIT Press: 134 – 162.

[23] Villas–Boas J., Schmidt-Mohr U., (1999) Oligopoly with asymmetric information: differentiation in credit markets, *RAND Journal of Economics*, Vol. 30 (3): 375 – 396.

Anexos

1. Desarrollos analíticos

A.1. Condiciones del problema de maximización de utilidades en el caso de demanda inelástica sin precio de reserva.

Proposición: sea $S = (u_H{}^*, u_L{}^*, F_H{}^*, F_L{}^*)$ el óptimo del siguiente problema de maximización de utilidades:

$$\mathrm{Max}_{(u_H,u_L,F_H,F_L)}\ \pi = \lambda\big(U_0 + \theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - u_H - C_H(F_H)\right)$$

s. a.

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \leq u_H - u_L + U_0 \qquad \text{(R.1)}$$

$$u_H - u_L + U_0 \leq V(F_H)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \qquad \text{(R.2)}$$

$$u_L \geq 0 \qquad \text{(R.3)}$$

$$F_L \geq 0 \qquad \text{(R.4)}$$

$$F_H \geq 0 \qquad \text{(R.5)}$$

Entonces necesariamente (R.1) es activa.
Prueba: razonemos por contradicción, supongamos que S es el óptimo del problema, y que (R.1) es inactiva, luego necesariamente (R.2) no puede ser activa simultáneamente.

$$\pi(u_H{}^*, u_L{}^*, F_H{}^*, F_L{}^*) = \pi^* = \lambda\big(U_0 + \theta_L V(F_L{}^*) - u_L{}^* - C_L(F_L{}^*)\big) + (1-\lambda)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H{}^*) - u_H{}^* - C_H(F_H{}^*)\right) \qquad \text{(A.1)}$$

Si reordenamos π^*, se puede dejar la solución óptima de la siguiente forma

$$\pi^* = \lambda(\theta_L V(F_L{}^*) - C_L(F_L{}^*) + U_0) - \lambda u_L{}^* + (1-\lambda)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H{}^*) - C_H(F_H{}^*)\right) - (1-\lambda)u_H{}^* \qquad \text{(A.2)}$$

Tal que se cumplen las siguientes condiciones

$$V(F_L{}^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) < u_H{}^* - u_L{}^* + U_0 \qquad \text{(R.1)}$$

$$u_H{}^* - u_L{}^* + U_0 \leq V(F_H{}^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \qquad \text{(R.2)}$$

$$u_L{}^* \geq 0 \qquad \text{(R.3)}$$

$$F_L{}^* \geq 0 \qquad \text{(R.4)}$$

$$F_H \geq 0 \qquad \text{(R.5)}$$

Es evidente de la función objetivo evaluada en el óptimo, que u_L^* y u_H^* se pueden cambiar, a lo menos infinitesimalmente sin trasgredir ninguna de las restricciones.
Luego si consideramos $u_L^{*\,\prime} = u_L^* - \varepsilon$ de tal manera que se sigan cumpliendo (R.1) y (R.2), tendremos que $S' = (u_L^{*\prime}, u_H^{*\prime}, F_H^*, F_L^*)$ cumple las restricciones del problema y que $\pi\big((u_L^*, u_H^*, F_H^*, F_L^*)\big) < \pi\left((u_L^{*\prime}, u_H^{*\prime}, F_H^*, F_L^*)\right)$, por lo tanto S no puede ser óptimo del problema de maximización, luego (A.1) necesariamente debe ser activa
Dado lo anterior (R.2) será activa si y sólo si $F_L = F_H$, luego en el óptimo necesariamente se cumplirá que $F_H > 0$ y $u_H > 0$.
Proposición: sea $S = (u_H{}^*, u_L{}^*, F_H{}^*, F_L{}^*)$ una solución óptima del problema de maximización ya descrito, entonces necesariamente $u_L{}^* = 0$.

Prueba: razonemos por contradicción, supongamos que S es el óptimo del problema, y que ${u_L}^* \neq 0$. Luego por la proposición 1, (R.1) es activa.

$$ {u_H}^* = {u_L}^* + V({F_L}^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \quad \text{(A.3)} $$

Luego (R.2) queda de la siguiente forma, independiente del valor de ${u_L}^*$

$$ {u_L}^* +^* V({F_L}^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - {u_L}^* + U_0 \leq V({F_H}^*)(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L) \quad \text{(R.2)} $$

$$ U_0 + V({F_L}^*) \leq V({F_H}^*) \quad \text{(R.2)} $$

Luego (R.1) y (R.2) se cumplen independientes del valor que tome ${u_L}^*$, luego como π^* es decreciente en ${u_L}^*$, necesariamente ${u_L}^* = 0$.

A.2. Limite de P_H cuando α tiende a 0 para el caso de demanda inelástica y sin precio de reserva.

Se tiene que, para α suficientemente pequeño, $F_L = 0$, con esto

$$ P_H = \frac{\theta_H}{\alpha}\big(V(F_H) - V(0)\big) + V(0)\theta_L \quad \text{(A.4)} $$

Además se sabe que:

$$ \frac{dF_H(\alpha)}{d\alpha} < 0 \quad \text{(A.5)} $$

Entonces se tendrá:

$$ \frac{dP_H}{d\alpha} < 0 \quad \text{(A.6)} $$

Luego es evidente que

$$ \lim_{\alpha \to 0} P_H = \infty \quad \text{(A.7)} $$

A.3. Condiciones del problema de maximización de utilidades para el caso $\alpha = 0$, con demanda inelástica y sin precio de reserva.

Se considera el problema de maximización de la siguiente forma:

$$ \mathrm{Max}_{(P_H, P_L, F_H, F_L)}\ \pi = \lambda\big(P_L - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)\big(P_H - C_H(F_H)\big) $$

s. a.

$$ \theta_H V(F_H) \geq \theta_H V(F_L) \quad \text{(R.1)} $$

$$ \theta_L V(F_L) - P_L \geq \theta_L V(F_H) - P_H \quad \text{(R.2)} $$

$$ U_0 + \theta_L V(F_L) = P_L \quad \text{(R.3)} $$

$$ F_H \geq 0 \quad \text{(R.4)} $$

$$ F_L \geq 0 \quad \text{(R.5)} $$

Dado que el precio no afecta la decisión del viajero de negocios, entonces la firma podrá cobrar un precio infinitamente alto al viajero de negocios, con lo cual el viajero de ocio nunca elegirá el paquete para el viajero de negocios. Esto nos indica que:

$$ P_H = \infty \quad \text{(A.8)} $$

$$\theta_L V'(F_L) = C_L'(F_L) \tag{A.9}$$

$$P_L = U_0 + \theta_L V(0) \tag{A.10}$$

Luego las restricciones de compatibilidad de incentivos quedan reducidas al hecho de que las millas para el viajero de negocios deben ser más altas que las millas para el viajero de ocio, lo cual puede quedar definido como:

$$F_H = F_L + \epsilon \tag{A.11}$$

Donde $\epsilon > 0$ y es tan pequeño como se desee.

A.4. Condiciones del problema de maximización de utilidades en el caso de demanda inelástica con precio de reserva.

Proposición: sea $S = (\, u_L{}^*, F_H{}^*, F_L{}^*)$ el óptimo del siguiente problema de maximización de utilidades:

$$\mathrm{Max}_{(u_H,u_L,F_H,F_L)}\ \pi = \lambda\big(U_0 + \theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)\big(R - C_H(F_H)\big)$$

s. a.

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \le u_H - u_L + U_0 \tag{R.1}$$

$$u_H - u_L + U_0 \le V(F_H)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \tag{R.2}$$

$$\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - u_H - R \ge 0 \tag{R.3}$$

$$u_L \ \ge\ 0 \tag{R.4}$$

$$F_L \ge 0 \tag{R.5}$$

$$F_H \ge 0 \tag{R.6}$$

Necesariamente $u_L{}^* = 0$ y (R.1) es activa

Prueba:

Dada la naturaleza del problema que se pretende resolver, se supone para todos los efectos, que la restricción de participación del viajero de negocios es activa, por lo tanto este se reduce a:

$$\mathrm{Max}_{(u_H,u_L,F_H,F_L)}\ \pi = \lambda\big(U_0\theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)\big(R - C_H(F_H)\big)$$

s. a.

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + u_L - U_0 \le \frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - R \tag{R.1}$$

$$\theta_L V(F_H) \le R + u_L - U_0 \tag{R.2}$$

$$u_L \ \ge\ 0 \tag{R.4}$$

$$F_L \ge 0 \tag{R.5}$$

$$F_H \geq 0 \qquad \text{(R.6)}$$

Es evidente que al considerar el caso de equilibrio con dos menús, se tendrá que $F_H > F_L$. Además es claro que π es decreciente en F_H y u_L, luego ambos se pueden disminuir de manera de mejorar la función objetivo respetando las restricciones (R.1) y (R.2). Como, se supone que nos encontramos en un equilibrio con dos menús, necesariamente $F_H \neq 0$, con lo cual la restricción (R.4) se hará activa, es decir $u_L = 0$.

Dado que $u_L = 0$ y $F_L > 0$, las restricciones quedaran de la siguiente forma:

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - U_0 \leq \frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - R \qquad \text{(R.1)}$$

$$\theta_L V(F_H) \leq R - U_0 \qquad \text{(R.2)}$$

$$u_L = 0 \qquad \text{(R.4)}$$

$$F_L \geq 0 \qquad \text{(R.5)}$$

$$F_H > 0 \qquad \text{(R.6)}$$

Luego como sigue siendo eficiente disminuir F_H, la restricción (R.1) se hará necesariamente activa, como lo cual (R.2) será inactiva.

A.5. Comportamiento del multiplicador de LaGrange asociado al precio de reserva

Consideremos el siguiente problema de optimización:

$$\operatorname{Max}_{(u_H, u_L, F_H, F_L)} \pi = \lambda\big(U_0 + \theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)\big(R - C_H(F_H)\big)$$

s. a.

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + u_L - U_0 \leq \frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - R \qquad \text{(R.1)}$$

$$\theta_L V(F_H) \leq R + u_L - U_0 \qquad \text{(R.2)}$$

$$u_L \geq 0 \qquad \text{(R.4)}$$

$$F_L \geq 0 \qquad \text{(R.5)}$$

$$F_H \geq 0 \qquad \text{(R.6)}$$

Se sabe que (R.1) es activa, (R.2) es inactiva, luego

$$\operatorname{Max}_{(u_H, F_H, F_L)} \pi = \lambda\big(U_0 + \theta_L V(F_L) - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - u_H - C_H(F_H)\right)$$

S .a.

$$\frac{\theta_H}{\alpha}\big(V(F_H)-V(F_L)\big)+\theta_L V(F_L)-R+U_0 = \ \ 0 \qquad \text{(R.1)}$$

$$F_L \geq 0 \qquad \text{(R.5)}$$

Sin perder generalidad se puede suponer que (R.5) es inactiva, luego si consideramos que A es el multiplicador del problema de maximización entonces:

$$\mathrm{Max}_{(u_H,F_H,F_L)}\ \mathrm{Min}_{A\geq 0}\left(\pi + A\left(\frac{\theta_H}{\alpha}\big(V(F_H)-V(F_L)\big)+\theta_L V(F_L)-R+U_0\right)\right) \ \text{(A.12)}$$

$$\mathrm{Min}_{A\geq 0}\mathrm{Max}_{(u_H,F_H,F_L)}\ \left(\pi + A\left(\frac{\theta_H}{\alpha}\big(V(F_H)-V(F_L)\big)+\theta_L V(F_L)+U_0\right)-AR\right)\text{(A.13)}$$

Como AR no depende de (u_H, F_H, F_L), el optimo deberá necesariamente ser un $(u_H^*, F_H^*, F_L^*) = (u_H^*(A), F_H^*(A), F_L^*(A))$, luego se puede definir

$$p(A) = \pi((u_H^*(A), F_H^*(A), F_L^*(A))) + A\left(\frac{\theta_H}{\alpha}\Big(V\big(F_H^*(A)\big)-V\big(F_L^*(A)\big)\Big)+\theta_L V\big(F_L^*(A)\big) + U0\right) \qquad \text{(A.14)}$$

Luego el problema puede ser re – escrito como:

$$\mathrm{Min}_{A\geq 0}(p(A)-AR) \qquad \text{(A.15)}$$

Sea A_i el óptimo para cada valor R_i, luego

$$p(A_1)-A_1R_1 \leq p(A_2)-A_2R_1 = p(A_2)-A_2R_2+A_2R_2-A_2R_1 \leq p(A_1)-A_1R_2 + A_2R_2-A_2R_1 \qquad \text{(A.16)}$$

Luego

$$0 \leq A_1R_1 - A_1R_2 + A_2R_2 - A_2R_1 \qquad \text{(A.17)}$$

$$0 \leq A_1(R_1-R_2) - A_2(R_1-R_2) \qquad \text{(A.18)}$$

$$0 \leq (A_1-A_2)(R_1-R_2) \qquad \text{(A.19)}$$

Luego A es creciente con R, es decir:

$$\frac{dA}{dR} > 0 \qquad \text{(A.20)}$$

A.6. Comportamiento de $\mathbf{F_H}$ y $\mathbf{F_L}$ con respecto a α, para el caso con demanda inelástica y precio de reserva finito

El problema de optimización queda definido a continuación:

$$\mathrm{Max}_{(F_H,F_L)}\ \pi = \lambda\big(\theta_L V(F_L) - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)\big(R - C_H(F_H)\big)$$

s.a.

$$\frac{\theta_H}{\alpha}\big(V(F_H) - V(F_L)\big) + \theta_L V(F_L) - R = 0 \qquad \text{(R.1)}$$

$$F_L \geq 0 \qquad \text{(R.2)}$$

Sean F_{H1}^*, F_{L1}^* óptimos del problema de maximización descrito, para el valor α_1

$$\pi_1 = \lambda\big(\theta_L V(F_{L1}^*) - C_L(F_{L1}^*)\big) + (1-\lambda)\big(R - C_H(F_{H1}^*)\big) \qquad \text{(A.21)}$$

Tal que

$$\frac{\theta_H}{\alpha_1}\big(V(F_{H1}^*) - V(F_{L1}^*)\big) + \theta_L V(F_{L1}^*) - R = 0 \qquad \text{(A.22)}$$

Sea $\alpha_2 < \alpha_1$ y como $V(F_{H1}^*) - V(F_{L1}^*) > 0$, entonces:

$$\frac{\theta_H}{\alpha_2} V(F_{H1}^*) - \left(\frac{\theta_H}{\alpha_2} - \theta_L\right) V(F_{L1}^*) - R > 0 \qquad \text{(A.23)}$$

Dado que para la firma es eficiente bajar F_{H1}^* mientras sea posible, entonces, necesariamente la nueva condición óptima, requiere necesariamente que el nuevo $F_{H1}^* > F_{H2}^*$.

Además, es evidente que la nueva condición para F_L requiere necesariamente que $F_{L1}^* \leq F_{L2}^*$.

Luego se tiene que:

$$\frac{dF_H^*}{d\alpha} > 0 \qquad \text{(A.24)}$$

$$\frac{dF_L^*}{d\alpha} \leq 0 \qquad \text{(A.25)}$$

A.7. Condiciones del problema de maximización de utilidades en el caso de demanda semi – elástica sin precio de reserva

Proposición: sea $S = (u_H^*, u_L{}^*, F_H{}^*, F_L{}^*)$ el óptimo del siguiente problema de maximización de utilidades:

$$\mathrm{Max}_{(u_H,u_L,F_H,F_L)}\ \pi = \lambda\frac{u_L}{t}\big(U_0 + \theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)\Big(\frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H) - u_H - C_H(F_H)\Big)$$

s. a.

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha}-\theta_L\right) \leq u_H - u_L + U_0 \tag{R.1}$$

$$u_H - u_L + U_0 \leq V(F_H)(\frac{\theta_H}{\alpha}-\theta_L) \tag{R.2}$$

$$0 \leq F_L \tag{R.3}$$

$$0 \leq F_H \tag{R.4}$$

$$0 \leq u_L \tag{R.5}$$

Entonces necesariamente se tiene que (R.1) es activa.

Prueba: supongamos que se tiene una solución óptima tal que (R.1) es inactiva. Luego las utilidades de la firma en el óptimo serán:

$$\pi^* = \lambda \frac{u_L^*}{t}\left(U_0 + \theta_L V(F_L^*) - u_L^* - C_L(F_L^*)\right) + (1-\lambda)(\frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H^*) - u_H^* - C_H(F_H^*)) \tag{A.16}$$

π^* es evidentemente decreciente en u_H^*, luego existirán incentivos para bajar tanto como sea posible u_H^*, luego necesariamente la condición (R.1) deberá ser activa.

A.8. Comportamiento de F_H y F_L con respecto a α, para el caso con demanda semi elástica y precio de reserva infinito

$$\pi = \lambda \frac{u_L}{t}\left(U_0 + \theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\right) + (1-\lambda)(\frac{\theta_H}{\alpha}V(F_H) - u_H - C_H(F_H))$$

Si se tiene para α_1 el óptimo es $(u_{H1}^*, u_{L1}^*, F_{H1}^*, F_{L1}^*)$ entonces se tendrá:

$$\pi_1 = \lambda \frac{u_{L1}^*}{t}\left(U_0 + \theta_L V(F_{L1}^*) - u_{L1}^* - C_L(F_{L1}^*)\right) + (1-\lambda)\left(\frac{\theta_H}{\alpha}V(F_{H1}^*) - u_{H1}^* - C_H(F_{H1}^*)\right)$$

$$V(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha}-\theta_L\right) + u_{L1}^* - U_0 = u_{H1}^* \tag{A.26}$$

Luego si se considera $\alpha_1 < \alpha_2$, se tiene que

$$V(F_L^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha}-\theta_L\right) + u_{L1}^* - U_0 < u_{H1}^* \tag{A.27}$$

Luego en primer lugar la firma tendrá incentivos a bajar u_H^* tanto como le sea posible, pero en ningún caso tendrá incentivos a bajar u_L^* ni F_L^*, luego

$$\frac{du_L^*}{d\alpha} \geq 0 \tag{A.28}$$

$$\frac{dF_L^*}{d\alpha} \geq 0 \tag{A.29}$$

A.9. Comportamiento de $\boldsymbol{F_H}$ cuando $\boldsymbol{\alpha}$, tiende a cero.

Se sabe que F_L^* será cero si se cumple que:

$$B = C_L^{'}(0) - \theta_L V^{'}(0)\left(1 - \frac{t}{\frac{\theta_L V(0) - C_L(0) + U_0}{2} - \frac{t}{2\lambda}(1-\lambda)} \frac{(1-\lambda)}{\lambda} \frac{\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right)}{\theta_L}\right) \geq 0 \tag{A.30}$$

Luego cuando α sea muy pequeño necesariamente se cumplirá que $B \geq 0$, con lo cual existe un valor a partir del cual $F_L^* = 0$, con lo cual:

$$lim_{\alpha\to 0}\, P_H = \lim_{\alpha\to 0} V(F_H^*) - V(0)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - \frac{\theta_L V(0) - C_L(0) + U_0}{2} - \frac{t}{2\lambda}(1-\lambda) + U_0 \tag{A.31}$$

Luego se hace evidente que:

$$lim_{\alpha\to 0}\, P_H = \infty \tag{A.32}$$

A.10. Condiciones del problema de maximización de utilidades en el caso de demanda semi – elástica y precio de reserva

Consideremos el siguiente problema de maximización:

$$Max_{(u_H, u_L, F_H, F_L)}\ \pi = \lambda \frac{u_L}{t}\left(U_0 + \theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\right) + (1-\lambda)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - u_H - C_H(F_H)\right)$$

S.A.

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + u_L - U_0 \leq u_H \tag{R.1}$$

$$u_H \leq V(F_H)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + u_L - U_0 \tag{R.2}$$

$$\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - R \leq u_H \tag{R.3}$$

$$0 \leq u_L \tag{R.4}$$

$$0 \leq F_L \tag{R.5}$$

$$0 \leq F_H \tag{R.6}$$

Proposición: en el óptimo, necesariamente (R.1) debe ser activa.

Prueba: dada la naturaleza del problema es evidente que (R.3) es activa, además, se debe cumplir que $F_H > 0$, ya que se supone en todo momento que estamos frente a una aerolínea que ofrece dos menús, luego el problema puede ser reescrito de la siguiente forma:

$$Max_{(u_L,F_H,F_L)}\ \pi = \lambda \frac{u_L}{t}\big(U_0\theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)(R - C_H(F_H))$$

s. a.

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) + u_L + R - U_0 \leq \frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) \qquad \text{(R.1)}$$

$$\theta_L V(F_H) \leq R + u_L - U_0 \qquad \text{(R.2)}$$

$$0 \leq u_L \qquad \text{(R.4)}$$

$$0 \leq F_L \qquad \text{(R.5)}$$

Supongamos que se tiene una solución óptima de la forma, $s = (F_H, F_L, u_L)$, tal que (R.1) no es activa, luego:

$$\pi^* = \lambda \frac{u_L^*}{t}\big(U_0 + \theta_L V(F_L^*) - u_L^* - C_L(F_L^*)\big) + (1-\lambda)\big(R - C_H(F_H^*)\big) \qquad \text{(A.17)}$$

Luego es evidente que π^* es decreciente con F_H^*, luego existen incentivos para bajar tanto como sea posible F_H^*, lo que generará necesariamente que (R.1) sea activa.

A.11. Condiciones del problema de maximización de utilidades en el caso de demanda semi – elástica y precio de reserva

Análogo a apéndice A.4.

A.12. Comportamiento de F_H y F_L con respecto a α, para el caso con demanda semi - elástica y precio de reserva finito

El problema de optimización queda definido a continuación:

$$Max_{(u_H,u_L,F_H,F_L)}\ \pi = \lambda \frac{u_L}{t}\big(U_0 + \theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\big) + (1-\lambda)(R - C_H(F_H))$$

s. a.

$$\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - R - V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - u_L + U_0 = 0 \qquad \text{(R.1)}$$

$$u_L \geq 0 \qquad \text{(R.2)}$$

$$F_L \geq 0 \qquad \text{(R.3)}$$

Sean F_{H1}^*, F_{L1}^*, u_{L1}^* óptimos del problema de maximización descrito, para el valor α_1

$$\pi_1 = \lambda \frac{u_{L1}^*}{t}\left(U_0 + \theta_L V(F_{L1}^*) - u_{L1}^* - C_L(F_{L1}^*)\right) + (1-\lambda)(R - C_H(F_{H1}^*)) \quad \text{(A.33)}$$

Tal que

$$\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_{H1}^*) - R - V(F_{L1}^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - u_{L1}^* + U_0 = 0 \quad \text{(A.34)}$$

Sea $\alpha_2 < \alpha_1$ y como $V(F_{H1}^*) - V(F_{L1}^*) > 0$, entonces:

$$\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_{H1}^*) - R - V(F_{L1}^*)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) - u_{L1}^* + U_0 > 0 \quad \text{(A.35)}$$

Dado que para la firma es eficiente bajar F_{H1}^* mientras sea posible, entonces, necesariamente la nueva condición óptima, requiere necesariamente que el nuevo $F_{H1}^* > F_{H2}^*$.

Además, es evidente que la nueva condición para F_L requiere necesariamente que $F_{L1}^* \leq F_{L2}^*$ y $u_{L1}^* \leq u_{L2}^*$

Luego se tiene que:

$$\frac{dF_H^*}{d\alpha} > 0 \quad \text{(A.36)}$$

$$\frac{dF_L^*}{d\alpha} \leq 0 \quad \text{(A.37)}$$

$$\frac{du_L^*}{d\alpha} \leq 0 \quad \text{(A.38)}$$

A.13. Solución interior al problema de selección adversa doblemente elástico

Utilizando la formulación definida en el capítulo 4, consideremos el siguiente problema:

$$Max_{(u_H, u_L, F_H, F_L)}\ \pi = \lambda \frac{u_L}{t}\left(\theta_L V(F_L) - u_L - C_L(F_L)\right) + (1-\lambda)\frac{\alpha u_H}{t}\left(\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_\mathrm{H}) - u_H - C_H(F_H)\right)$$

S.A.

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \leq u_H - u_L \quad \text{(R1)}$$

$$u_H - u_L \leq V(F_H)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \quad \text{(R2)}$$

$$F_L \geq 0 \quad \text{(R3)}$$

Si se asume que (R1) y (R2) son inactivas simultáneamente se puede obtener de las condiciones de primer orden lo siguiente:

$$\theta_L V'(F_L) = C_L{}'(F_L) \quad \text{(A.7)}$$

$$\frac{\theta_H}{\alpha} V'(F_H) = C'_H(F_H) \quad \text{(R.8)}$$

$$u_L = \frac{\theta_L V(F_L) - C_L(F_L)}{2} \quad \text{(A.9)}$$

$$u_H = \frac{\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - C_H(F_H)}{2} \quad \text{(A.10)}$$

Para que la solución interior sea factible las restricciones del problema de optimización deben cumplirse de manera estricta luego:

$$V(F_L)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) < \frac{\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - C_H(F_H)}{2} - \frac{\theta_L V(F_L) - C_L(F_L)}{2} \quad \text{(A.11)}$$

$$\frac{\frac{\theta_H}{\alpha} V(F_H) - C_H(F_H)}{2} - \frac{\theta_L V(F_L) - C_L(F_L)}{2} < V(F_H)\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \quad \text{(A.12)}$$

Luego, si queremos probar la existencia de este tipo de soluciones basta con suponer que:

$$C_H(F) = C_L(F) = \frac{F^2}{2} \quad \text{(A.13)}$$

$$V(F) = F \quad \text{(A.14)}$$

Con esto, las condiciones de primer orden quedan resumidas en

$$F_L = \theta_L \text{ (7)} \quad \text{(A.15)}$$

$$F_H = \frac{\theta_H}{\alpha} \text{(8)} \quad \text{(A.16)}$$

$$u_L = \frac{\theta_L^2}{4} \text{(9)} \quad \text{(A.17)}$$

$$u_H = \frac{\left(\frac{\theta_H}{\alpha}\right)^2}{4} \text{ (10)} \quad \text{(A.18)}$$

Luego las restricciones de compatibilidad de incentivos quedan reducidas a

$$\theta_L\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) < \frac{\left(\frac{\theta_H}{\alpha}\right)^2 - \theta_L^2}{4} \quad \text{(A.19)}$$

$$\frac{\left(\frac{\theta_H}{\alpha}\right)^2 - \theta_L^2}{4} < \frac{\theta_H}{\alpha}\left(\frac{\theta_H}{\alpha} - \theta_L\right) \quad \text{(A.20)}$$

Reordenando se puede obtener

$$4\theta_L < \frac{\theta_H}{\alpha} + \theta_L \quad \text{(A.21)}$$

$$\frac{\theta_H}{\alpha} + \theta_L < 4\frac{\theta_H}{\alpha} \quad \text{(A.22)}$$

$$\theta_L < \frac{\theta_H}{3\alpha} \quad \text{(A23)}$$

$$\theta_L < 3\frac{\theta_H}{\alpha} \tag{A.24}$$

Luego, las soluciones interiores pueden existir y en este caso, lo que se requiere es que $0 < \theta_L < \frac{\theta_H}{3\alpha}$, con lo que a pesar de ser una solución interior, la primera restricción de compatibilidad de incentivos es la más restrictiva.