

UNIVERSIDAD DE CHILE FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL.

ESTIMACIÓN DEL DESPLAZAMIENTO LATERAL ELÁSTICO E INELÁSTICO DE MUROS ESBELTOS MEDIANTE UN MODELO DE ROTULA PLÁSTICA BASADO EN UN MODELO DE FIBRAS

MEMORIA PARA OBTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL ESTRUCTURAL

JORGE IGNACIO ALFARO MONTOYA

PROFESOR GUÍA LEONARDO MASSONE SÁNCHEZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN AUGUSTO HOLMBERG FUENZALIDA FERNANDO YAÑEZ URIBE

> SANTIAGO DE CHILE MARZO 2013

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OBTAR AL TITULO DE INGENIERO CIVIL POR: JORGE IGNACIO ALFARO MONTOYA FECHA: 21/03/2013 PROF. GUÍA: LEONARDO MASSONE S.

ESTIMACIÓN DEL DESPLAZAMIENTO LATERAL ELÁSTICO E INELÁSTICO DE MUROS ESBELTOS MEDIANTE UN MODELO DE ROTULA PLÁSTICA BASADO EN UN MODELO DE FIBRAS

El sismo de febrero de 2010 dio pie a una modificación de la norma de diseño para elementos de hormigón armado oficializándose el decreto D.S N°60. Este propone dos maneras de estimar el nivel de daño en muros para una determinada demanda sísmica. La primera corresponde a un modelo simplificado de rótula plástica mientras que la segunda considera una aproximación más refinada tomando en consideración la componente elástica e inelástica para estimar las curvaturas últimas.

En este trabajo se comienza analizando la componente elástica obteniendo expresiones para la curvatura de fluencia y la capacidad de desplazamiento elástico calibrándolas mediante un modelo de fibras numérico no lineal. Estas expresiones son obtenidas para muros de sección rectangular y T, tanto para el ala como el alma en compresión. Se encontró que la componente elástica es altamente dependiente de la carga axial y la cuantía de refuerzo de borde. Por otro lado, se estudia el impacto del acoplamiento en la componente elástica de los muros mediante un nuevo modelo de muros acoplados por losas, encontrándose una gran disminución de la capacidad de desplazamiento asociada a un acoplamiento alto.

El estudio de la componente inelástica, por otra parte, permite obtener expresiones generales para estimar la longitud de rótula plástica en función de la deriva (*drift*) inelástica y de la deriva (*drift*) total, las cuales son calibradas a partir de análisis numéricos. Estas ecuaciones son utilizadas luego para estimar las curvaturas últimas de los muros mediante las expresiones (1.1), propuesta por el decreto, y una nueva que reemplaza la expresión (1.2) de la misma norma. Esta nueva ecuación toma en consideración las propiedades de los aceros comúnmente utilizados en Chile y es conservadora obteniendo en promedio un factor de seguridad 2.0 en el cálculo de las curvaturas últimas.

Finalmente se observó que estimar curvaturas últimas utilizando el modelo simplificado de rótula plástica, en el cual se asume una longitud de rótula igual a $0.5l_w$, tiene desventajas pues no es conservadora en un gran número de casos y es excesivamente conservadora en otros.

A mi Familia, por su amor y apoyo en este proceso. A mis Amigos, por los gratos momentos y concejos. A mis Profesores, por compartir conmigo sus conocimientos.

TABLA DE CONTENIDO

CAPITU	O 1: INTRODUCCIÓN	8
1.1	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	12
1.2	ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO	12
CAPITU	O 2: DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS	14
2.1	MODELO DE FIBRAS	14
2.2	MATERIALES	15
2.3	MODELO DE FIBRAS DE MUROS AISLADOS	21
2.3. EL	VALIDACIÓN MODELO MURO RECTANGULAR PARA ESTIMACIÓN DE LA COMPONEN TICA DEL DESPLAZAMIENTO	√TE 22
2.3. INI	VALIDACIÓN MODELO MURO RECTANGULAR PARA ESTIMACIÓN DE LA COMPONEN ÁSTICA DEL DESPLAZAMIENTO	√TE 24
CAPITU DE MUI	O 3: ESTIMACIÓN DE CURVATURA DE FLUENCIA Y DESPLAZAMIENTO ELÁST OS RECTANGULARES Y MUROS T	ICO 28
3.1	ANÁLISIS PARAMÉTRICO MURO RECTANGULAR	28
3.1.	PARÁMETRO: LONGITUD DE MURO	32
3.1.	PARÁMETRO: CARGA AXIAL	34
3.1.	PARÁMETRO: CUANTÍA REFUERZO DE BORDE	36
3.1.	PARÁMETRO: CUANTÍA DE REFUERZO DE BORDE DISTRIBUIDO EN LA ALTURA	38
3.2	ANÁLISIS DE RESULTADOS MURO RECT'ANGULAR	40
3.3	ANÁLISIS PARAMÉTRICO MURO T	43
3.3.	MURO T: ANÁLISIS ALMA EN COMPRESIÓN	45
3	1.1 ANÁLISIS DE RESULTADOS MURO T'ALMA EN COMPRESIÓN	46
3.3.	MURO T: ANÁLISIS ALA EN COMPRESIÓN	49
3	2.1 ANÁLISIS DE RESULTADOS MURO T ALA EN COMPRESIÓN	50
CAPITU DE MUI	O 4: ESTIMACIÓN DE CURVATURA DE FLUENCIA Y DESPLAZAMIENTO ELÁST OS ACOPLADOS	ICO 56
4.1	MODELO DE MUROS ACOPLADOS DE SECCIÓN RECTANGULAR	56
4.2	ANÁLISIS PARAMÉTRICO MURO RECTANGULAR ACOPLADO	61
4.2.	PARÁMETRO: CARGA AXIAL	62
4.2.	PARÁMETRO: LONGITUD DE MUROS	64
4.2.	PARÁMETRO: CUANTÍA DE REFUERZO DE BORDE	66
4.2.	PARÁMETRO: NUMERO DE PISOS	68
4.2.	PARÁMETRO: ACOPLAMIENTO ALTO	70
4.2.	ESTIMACIÓN DESPLAZAMIENTO ELÁSTICO	72
4.2.	ANÁLISIS DE RESULTADOS MODELO DE MUROS ACOPLADOS	76

CAPITULO 5: PLASTICIDAD	ESTIMACIÓN DE LONGITUD DE RÓTULA PLASTICA PARA U CONCENTRADA.	N MODELO DE 77
5.1	TRABAJOS ANTERIORES SOBRE LONGITUD DE RÓTULA PLÁSTICA	
5.2	VALIDACIÓN MODELO DE FIBRAS RANGO NO LINEAL	
5.3	ANÁLISIS PARAMÉTRICO	
CAPITULO 6:	RESUMEN Y CONCLUSIONES	
BIBLIOGRAFÍ	٩	
ANEXO A		

INDICE DE FIGURAS

Figura 1-1 Daño en muros edificio en Macul – Santiago [13]	
Figura 1-2 Aproximación bilineal diagrama Momento – Curvatura.	
Figura 1-3 Demanda de desplazamiento de acuerdo al D.S. Nº61 para el caso más crítico	11
Figura 2-1 Modelo de flexión con fibras	14
Figura 2-2 Parámetros asociados al modelo Steel02 [3].	15
Figura 2-3 Tensiones promedio acero de refuerzo en tracción [9].	16
Figura 2-4 Fluencia aparente propuesta por Belarbi y Hsu (1994) (Después de [15])	16
Figura 2-5 Modelo Constitutivo Hormigón Armado [3].	
Figura 2-6 Curva Modelo Concrete02 [3].	
Figura 2-7 Modelo Hormigón Confinado Staatcioglu-Razvi [13]	19
Figura 2-8 Tipología de muros aislados (Después de [13])	21
Figura 2-9 Esquema modelo muros aislados de hormigón	
Figura 2-10 Disposición del refuerzo en muros.	23
Figura 2-11 Distribución del refuerzo en el modelo de fibras.	23
Figura 2-12 Resultados análisis numérico y análisis realizado por Priestley (1998)	24
Figura 2-13 Probeta RW2 [8].	24
Figura 2-14 Ubicación sensores en la base de la probeta RW2 [13]	25
Figura 2-15 Sección transversal con recubrimiento.	25
Figura 2-16 Máximos desplazamientos laterales, después de [8]	
Figura 2-17 Perfil de Deformaciones para un 0.5% de desplazamiento lateral	
Figura 2-18 Perfil de Deformaciones para un 1.0% de desplazamiento lateral	
Figura 2-19 Perfil de Deformaciones para un 2.0% de desplazamiento lateral	
Figura 3-1 Modelo simplificado de muro completamente agrietado	
Figura 3-2 Curvatura de Fluencia sección transversal muro. (Después de [5])	
Figura 3-3 Propiedades del hormigón en tracción Modelo 2	
Figura 3-4 Valores de K normalizados por K1	
Figura 3-5 Valores de α normalizados por α 1	
Figura 3-6. Variación del desplazamiento de techo con respecto al desplazamiento de techo en el caso base	
Figura 3-7 Valores de K variando la carga axial normalizados por K1.	
Figura 3-8 Valores de α variando la carga axial normalizados por α 1	
Figura 3-9 Variación del desplazamiento de techo con respecto al desplazamiento de techo en el caso base	
Figura 3-10 Valores de K normalizados por K1.	
Figura 3-11 Valores de α normalizados por $\alpha 1$	
Figura 3-12 Variación del desplazamiento de techo con respecto al desplazamiento de techo en el caso base	
Figura 3-13 Distribución de refuerzo longitudinal.	

Figura 3-14 Valores de K normalizados por K1.	39
Figura 3-15 Valores de α normalizados por α 1	39
Figura 3-16 Variación del desplazamiento de techo con respecto al desplazamiento de techo en el caso base	40
Figura 3-17 Variación del parámetro K obtenido con la expresión propuesta y valores de K obtenidos del análisis	41
Figura 3-18 Variación parámetro α con la cuantía de refuerzo de borde y la carga axial	42
Figura 3-19 Valores de K α obtenidos mediante las expresiones propuestas en las ecuaciones (3.15) y (3.16) y del ar	nálisis.
Figura 3-20 Configuración estructural tipo	42 43
Figura 3-21 Esquema muro T	44
Figura 3-22 Esquema muro T	45
Figura 3-23 Valores del parámetro K de muros T obtenidos con la expresión (3.17) y valores obtenidos directamen análisis.	ıte del 46
Figura 3-24 Variación parámetro α con la cuantía de refuerzo de borde y valores obtenidos de la expresión (3.19)	48
Figura 3-25 Valores de Kα obtenidos de las expresiones propuestas y del análisis	48
Figura 3-26 Esquema muro T	49
Figura 3-27 Valores del parámetro K de muros T obtenidos con la expresión (3.20) y valores obtenidos del análisis.	50
Figura 3-28 Variación parámetro α con la cuantía de refuerzo de borde y valores obtenidos de la expresión (3.22)	51
Figura 3-29 Valores de Kα obtenidos de las expresiones propuestas y del análisis	52
Figura 3-30 Valores del parámetro K de muros T con ala de 2[m] obtenidos con la expresión (3.23) y	53
Figura 3-31 Valores del parámetro K de muros T con ala de 8[m] obtenidos con la expresión (3.23) y	53
Figura 3-32 Variación parámetro α con la cuantía de refuerzo de borde para muros T con ala de 2[m] y	54
Figura 3-33 Variación parámetro α con la cuantía de refuerzo de borde para muros T con ala de 8[m] y	55
Figura 4-1 Modelo de muros Acoplados [16].	57
Figura 4-2 Disposición losas ensayo Taylor [16].	57
Figura 4-3 Foto montaje durante el ensayo [16]	58
Figura 4-4 Rotación de los muros y carga lateral aplicada [16]	58
Figura 4-5 Ubicación de los Strain Gauges en las probetas [16]	59
Figura 4-6 Distribución de tensiones del refuerzo longitudinal en el ancho de la losa [16]	59
Figura 4-7 Configuración de losas en el ensayo de Taylor, distancias en [mm] [16]	60
Figura 4-8 Foto de grietas en la losa ensayada [16]	60
Figura 4-9 Esquema de muros Acoplados (Después de [15])	62
Figura 4-10 Acoplamiento del sistema en la fluencia del muro 1 y muro 2	62
Figura 4-11 Valores K y α normalizados por K1 y α 1 variando la carga axial	63
Figura 4-12 Variación del desplazamiento de techo en los muros 1 y 2 con respecto al desplazamiento de techo de t	nuros
aislados	64
Figura 4-13 Acoplamiento del sistema en la fluencia del muro 1 y muro 2	64
Figura 4-14 Valores K y α normalizados por K1 y α 1 variando largo de muros	65
Figura 4-15 Variación del desplazamiento de techo en los muros 1 y 2 con respecto al desplazamiento de techo de t	nuros
aislados	66

Figura 4-16 Acoplamiento del sistema en la fluencia del muro 1 y muro 2	66
Figura 4-17 Valores K y $lpha$ variando la cuantía de refuerzo de borde	67
Figura 4-18 Variación del desplazamiento de techo en los muros 1 y 2 con respecto al desplazamiento de techo d	e muros
aislados	67
Figura 4-19 Acoplamiento del sistema en la fluencia del muro 1	68
Figura 4-20 Valores K y α normalizados por K1 y α 1 variando el número de pisos	69
Figura 4-21 Variación del desplazamiento de techo en los muros 1 y 2 con respecto al desplazamiento de techo d	e muros
aislados	69
Figura 4-22 Acoplamiento del sistema en la fluencia del muro 1	70
Figura 4-23 Valores K y α variando los valores de la longitud de penetración de losa	71
Figura 4-24 Variación del desplazamiento de techo en los muros con respecto al desplazamiento de techo d	e muros
aislados	71
Figura 4-25 Distribución de momentos en la fluencia del muro 1	72
Figura 4-26 Distribución aproximada de los Momentos en la altura	73
Figura 4-27 Distribución estimada EI en la altura	74
Figura 4-28 Comparación entre estimación de capacidad elástica y valores obtenidos en los análisis numéricos	75
Figura 5-1 Modelo muro cantiléver	77
Figura 5-2 Sección transversal probeta muro, Adebar et al. [20]	79
Figura 5-3 Vista lateral probeta muro, Adebar et al [20]	79
Figura 5-4 Sección transversal Modelo numérico en Opensees	
Figura 5-5 Distribución de curvaturas en la altura Adebar [20] vs. modelo numérico	
Figura 5-6 Acero Refuerzo, Polanco 2012 [22]	
Figura 5-7 Acero Refuerzo modelado con Hystetetic Material	
Figura 5-8 Comparación expresión obtenida por Adebar et al. con valores obtenidos del análisis numérico	
Figura 5-9 Esquema variación de la longitud de rótula plástica con M/V	
Figura 5-10 Perfil de deformaciones y tensiones en la sección transversal	
Figura 5-11 Comparación expresión (5.6) y (5.7) con valores obtenidos del análisis numérico	
Figura 5-12 Comparación expresión simplificada con valores obtenidos del análisis numérico	
Figura 5-13 Distribución de curvaturas en la altura	
Figura 5-14 Aproximación componente elástica	
Figura 5-15 Tabla resumen comparación curvaturas	
Figura 5-16 Tabla comparación curvaturas	91

CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN

El sismo de magnitud M_w 8.8 del 2010 puso a prueba la norma de diseño que rige en Chile para edificios de hormigón armado. Los catastros realizados después del sismo en las ciudades de Santiago, Viña del Mar y Concepción mostraron daños en muros esbeltos con secciones transversales T y rectangulares sometidos a esfuerzos de compresión y cargas laterales. Los elementos dañados se localizaron fundamentalmente en el primer piso y en el primer subterráneo donde fue posible observar una grieta a lo largo del alma de los muros, descascaramiento del hormigón, pandeo de barras longitudinales y una fractura abrupta de barras en algunos casos.

Estas fallas se originaron debido a grandes solicitaciones en las zonas más comprimidas de los muros sumadas a problemas en el detallamiento de elementos de borde y en la disposición del refuerzo transversal. Esto último no permitió proveer un confinamiento adecuado al hormigón ni restricción al pandeo de las barras longitudinales.



Figura 1-1 Daño en muros edificio en Macul - Santiago [13].

Las deficiencias en el diseño principalmente de muros reveladas en el terremoto llevaron a una modificación de la norma de diseño de hormigón armado, la cual se centró en detallar los requerimientos necesarios para un comportamiento adecuado de los muros, mediante el decreto D.S N°118 de Febrero de 2011 el cual fue modificado en Diciembre del mismo año mediante el decreto D.S N°60. Las principales modificaciones de este último decreto tienen relación con la limitación de la carga axial en los muros la cual no debe sobrepasar el 35% de la capacidad del hormigón en compresión de la sección transversal del muro. Para el caso de secciones transversales asimétricas la limitación del 35% podría no ser suficiente pudiendo presentar fallas por compresión prematura, por lo que se añadió un requerimiento que limita el daño en muros por flexo-compresión. Para estimar el requerimiento de confinamiento en los elementos de borde de los muros

esbeltos (h/l \geq 3) se exige que al alcanzar el desplazamiento de diseño del edificio (δ_u) no se sobrepase un nivel de deformaciones unitarias en la fibra más comprimida del hormigón de 0.008. Este requerimiento queda determinado por una curvatura última máxima de la sección transversal estimada mediante las expresiones (1.1) y (1.2), donde C corresponde a la profundidad de la línea neutra, H_t es el alto del muro, l_w es la longitud del muro, δ_e es la capacidad de desplazamiento elástico, ϕ_e es la curvatura elástica del muro y l_p es la longitud de la rótula plástica.

$$\phi_u = \frac{2\delta_u}{H_t l_w} = \frac{\epsilon_c}{c} \le \frac{0.008}{c} \tag{1.1}$$

$$\phi_u = \phi_y + \frac{(\delta_u - \delta_y)}{l_p (H_t - \frac{l_p}{2})} = \frac{\epsilon_c}{c} \le \frac{0.008}{c}$$
(1.2)

Tanto la expresión (1.1) como la (1.2) restringen de igual manera la carga axial en los muros asociándola a un nivel de daño el cual dependerá de la demanda sísmica de desplazamiento esperada para los muros. Para muros en zonas sísmicas críticas como el borde costero y en suelos de mala calidad se tendrán exigencias para la carga axial más restrictivas.

Frecuentemente se utiliza la expresión (1.1), propuesta en el decreto, para el cálculo de la curvatura última del muro en donde se asume una longitud de rótula plástica igual a 0.5 l_w para todo δ_u . Por otro lado, para utilizar la ecuación (1.2), la norma exige justificar los valores considerados para la longitud de la rótula plástica, la curvatura de fluencia y el desplazamiento elástico de techo.

Paulay [1] [2] estudió la respuesta elástica de muros de hormigón armado y propone estimar la curvatura de fluencia para muros mediante la expresión (1.3).

$$\Phi_{\mathcal{Y}} = \eta \frac{\epsilon_{\mathcal{Y}}}{L_{w}} = \frac{\left(\frac{M_{n}}{M_{\mathcal{Y}}}\right)}{\zeta} \frac{\epsilon_{\mathcal{Y}}}{L_{w}}$$
(1.3)

El coeficiente $\frac{M_n}{M_y}$, proviene de utilizar un modelo bilineal en las los diagramas Momento-Curvatura en el cual es necesario amplificar la curvatura de primera fluencia, como se muestra en la Figura 1-2. Para muros rectangulares con elementos de borde y asumiendo una aproximación bilineal del diagrama de curvatura, Paulay propone valores de η =1.8 con valores de ζ =0.8 y $\frac{M_n}{M_y}$ =1.4. Por lo tanto, si no se considera la aproximación bilineal de los diagramas Momento-Curvatura la curvatura de fluencia para muros rectangulares quedaría determinada por la siguiente expresión: $\phi_y = 1.25 \frac{\epsilon_y}{L_w}$. Para muros con sección transversal T con el alma comprimida y sin considerar la aproximación bilineal del diagrama Momento-Curvatura, Paulay propone una curvatura de fluencia $\phi_y = 1.4 \frac{\epsilon_y}{L_w}$ mientras que muros T con el alma en compresión la curvatura de fluencia $\phi_y = 1.1 \frac{\epsilon_y}{L_w}$.



Figura 1-2 Aproximación bilineal diagrama Momento - Curvatura.

Priestley et al., por otro lado, proporcionan también recomendaciones para muros rectangulares, siendo η =2.0 ±15% de error, obteniendo η luego de una aproximación bilineal de los diagramas Momento Curvatura. Tanto Paulay como Priestley consideran las expresiones anteriores para niveles de carga axial menores que el 12% $f'_c A_g$, por lo cual resulta importante conocer los valores de las curvaturas de fluencia en muros sometidos a cargas axiales mayores que es lo que normalmente se observa en edificios chilenos [21].

Para estimar el desplazamiento lateral elástico de techo, Paulay modela la demanda sísmica como una carga triangular distribuida en la altura y propone la ecuación (1.4) en la cual ϕ_y es la curvatura en la primera fluencia y h_w es la altura total del muro de hormigón.

$$\delta_y = \frac{11}{40} \phi_y h_w^2 \tag{1.4}$$

Sin embargo esta expresión no considera la distribución del agrietamiento en la altura, asumiendo una rigidez agrietada constante en la altura del muro, lo cual puede sobrestimar la capacidad de desplazamiento lateral. Cabe señalar que tanto la expresión (1.3) como la expresión (1.4) no consideran el efecto que tiene el acoplamiento con otros muros en los cuales la distribución de momentos decae en la altura.

Al entrar en el rango inelástico, las ecuaciones (1.1) y (1.2) asumen la existencia de una rótula plástica donde se concentrarán todas las deformaciones inelásticas, lo que genera que el detallamiento especial se concentre en esa zona [4]. Para estimar la longitud de la rótula plástica existen trabajos realizados por Adebar et al. [17] para niveles de deriva (*drift*) del 2%, en los que se propone un aumento de la longitud de la rótula plástica con una mayor longitud de muros y razón Momento/Corte en la base y se encuentra una disminución de l_p con un aumento en los niveles de la carga axial. De acuerdo al decreto D.S. N°61, los mayores niveles de deriva (*drift*) esperados son menores al 1.2% para muros ubicados en zona sísmica 3 (borde costero) y suelo tipo D. Esto se puede observar en la Figura 1-3 en donde se asume un periodo agrietado igual a 1.5T con $T(s) = h_w$ (m)/50. Por ende resulta importante conocer la variación de l_p asociada a los distintos niveles de deriva (*drift*) en los que puede incursionar el muro.



Figura 1-3 Demanda de desplazamiento de acuerdo al D.S. Nº61 para el caso más crítico.

La expresión (1.2) asume una distribución lineal de la curvatura de fluencia en la zona inelástica, sin embargo los resultados encontrados en los análisis numéricos de este trabajo utilizando un acero con las características de los aceros utilizados en Chile revelaron un aumento exponencial de las curvaturas a medida que se plastifican las secciones en la base. Por lo cual se propone una ecuación que reemplaza la expresión (1.2) propuesta por la norma.

El presente trabajo busca calibrar expresiones analíticas a partir de modelos numéricos que permitan estimar las variables ϕ_y , δ_y y l_p , para poder obtener finalmente el nivel de daño esperado en los muros a través de las expresiones (1.1) propuestas por la norma y la nueva expresión propuesta en este trabajo. Para esto se implementarán modelos no lineales de plasticidad distribuida, constituidos por fibras [3], implementados en Opensees. Debido a las características del programa utilizado, es posible asignar a las fibras las propiedades del acero y hormigón tanto en el rango elástico como en el inelástico mediante modelos de materiales previamente implementados en el programa.

Para obtener las expresiones analíticas de la parte elástica se realiza un análisis de sensibilidad con el modelo numérico considerando las siguientes variables: carga axial, longitud de los muros, cuantía de refuerzo en los elementos de borde y niveles de acoplamiento. Por otro lado, el estudio del rango no lineal de la estructura se focaliza en encontrar las distintas variables que influyen en el cálculo de la longitud de la rótula plástica. Para esto se toman en cuenta en los análisis numéricos variables como la razón Momento/Corte en la base, la longitud de los muros, el desplazamiento inelástico alcanzado por el muro, el nivel de endurecimiento del refuerzo de borde, la cuantía de refuerzo de borde y el nivel de carga axial existente.

Este trabajo de título se enmarca dentro del proyecto "10CREC-8580 - Nueva Metodología de Diseño Sísmico para Muros de Hormigón Armado en edificios para incluir en la norma NCh 430 " financiado por InnovaChile –CORFO y administrado por el Instituto del Cemento y Hormigón de Chile.

1.1 **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Implementación de modelos de fibras no lineales que permitan la predicción de la respuesta de muros esbeltos.
- Estimación de la curvatura de fluencia y del desplazamiento elástico de muros rectangulares y muros T aislados y acoplados a través de una expresión analítica simplificada calibrada a partir de los análisis numéricos.
- Estudio del impacto del nivel de acoplamiento en la capacidad elástica de desplazamiento de muros de hormigón.
- Estimación de la longitud de la rótula plástica mediante una expresión obtenida a partir de los análisis realizados en los modelos de fibras para predecir las curvaturas últimas en muros de hormigón.

1.2 ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO

CAPÍTULO 2: DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS

Se realiza la descripción de los modelos de fibras numéricos implementados detallando los tipos de elementos utilizados y las propiedades del acero y el hormigón ocupadas en el análisis. Se presentan resultados de ensayos realizados en prototipos de muros representativos de los muros analizados que serán significativos para validar las tipologías estructurales analizadas.

CAPÍTULO 3: ESTIMACIÓN DE CURVATURA DE FLUENCIA Y DESPLAZAMIENTO ELÁSTICO DE MUROS RECTANGULARES Y MUROS T.

En este capítulo se presenta un análisis de sensibilidad que permitirá observar el impacto de distintas variables en la curvatura de fluencia y el desplazamiento elástico. Se presentan expresiones que permiten estimar ϕ_y y δ_y a partir de los resultados obtenidos de los análisis mediante modelos de fibras implementados en Opensees. Los muros analizados corresponden a muros rectangulares y muros con sección transversal T aislados.

CAPÍTULO 4: ESTIMACIÓN DE CURVATURA DE FLUENCIA Y DESPLAZAMIENTO ELÁSTICO DE MUROS ACOPLADOS

En este capítulo se realiza una descripción detallada del modelo numérico para muros rectangulares acoplados. Esto da paso a un análisis de sensibilidad para conocer las variables que tienen mayor impacto en los valores de la curvatura de fluencia y el desplazamiento elástico considerando el efecto del acoplamiento de los muros. Finalmente se propone una metodología conservadora para estimar la curvatura de fluencia y la capacidad de desplazamiento elástico en los muros.

CAPITULO 5: ESTIMACIÓN DE LONGITUD DE RÓTULA PLASTICA PARA UN MODELO DE PLASTICIDAD CONCENTRADA

Se presentan expresiones encontradas en la literatura para estimar la longitud de rótula plástica para luego realizar un análisis paramétrico para determinar las variables que influyen en su estimación. A partir de los resultados de los análisis numéricos se calibra una ecuación simplificada para estimar l_p en función de la deriva *(drift)* plástica y la total en la que incursiona el muro de hormigón. Finalmente se realizan estimaciones de la curvatura última mediante las expresiones detalladas en este capítulo y en el capítulo 3 utilizando la expresión (1.1) para estimar la curvatura última propuestas por el decreto D.S N°60 y una nueva expresión que considera una parte elástica e inelástica para el cálculo de las curvaturas últimas que reemplaza a la expresión (1.2) propuesta por la norma.

CAPITULO 6: CONCLUSIONES

Se presentan las conclusiones del trabajo, indicando las expresiones propuestas a partir de los análisis numéricos y entregando recomendaciones para la estimación de la curvatura de fluencia, desplazamiento elástico y longitud de rótula plástica. En este capítulo se detalla la implementación de un modelo numérico no-lineal compuesto por fibras para muros esbeltos de sección rectangular sometidos a un análisis Pushover monotónico. Se realiza una descripción del tipo de elementos utilizados para la modelación así como las propiedades de los materiales ocupados. Se presenta una comparación entre los valores de las curvaturas de fluencia obtenidos mediante los análisis numéricos y los valores recomendados en el libro de Displacement-Based Seismic Design of Structures (Priestley, Calvi, Kowalsky - 2007) [5]. Por último se realiza una descripción de una probeta sometida a un ensayo cíclico realizado por Thomsen y Wallace (2004) [7] para validar los modelos numéricos.

2.1 MODELO DE FIBRAS.

El modelo numérico de fibras implementado en Opensees consiste en una discretización de las secciones transversales en fibras uniaxiales, cada una con propiedades mecánicas del hormigón y el acero. Esto permite capturar el comportamiento inelástico de los materiales en el modelo, con lo cual se puede considerar una distribución de la plasticidad a lo largo de las fibras. El modelo considera solamente las deformaciones producidas por la carga axial y la flexión utilizando la hipótesis de Bernoulli. La respuesta global del sistema se obtiene integrando los valores de las tensiones de las fibras en las secciones transversales.



Figura 2-1 Modelo de flexión con fibras.

Los elementos discretizados mediante el modelo de fibras se caracterizan por una deformación axial y una curvatura en la sección transversal. Estos quedan caracterizados por tres grados de libertad por nodo para un modelo plano: desplazamiento axial, desplazamiento transversal y giro. Se consideraron elementos basados en la formulación de flexibilidad en que el equilibrio se produce a partir de funciones de interpolación que permiten resolver de manera exacta las ecuaciones de equilibrio. A diferencia de la formulación basada en desplazamientos, la formulación basada en fuerzas permite una distribución no lineal de curvatura a lo largo de las fibras lo cual permite reproducir concentraciones de deformaciones. Los elementos basados en fuerza surgen para eliminar inconvenientes y limitaciones inherentes a los elementos con la formulación basada en desplazamientos.

2.2 MATERIALES

Opensees es un programa computacional de código abierto especialmente creado para reproducir las acciones sísmicas sobre las estructuras. En el programa se encuentran implementados distintos modelos para representar las propiedades mecánicas de tensión y deformación de los materiales algunos de los cuales fueron utilizados en los análisis. Para poder llevar a cabo la modelación de los muros, será necesario caracterizar el comportamiento no lineal de los materiales.

Acero

Para el acero se utilizó el material *Steel 02* el cual se basa en los trabajos de Menegotto Pinto (1973) [6]. Para un estado de carga monotónico este modelo requiere establecer cuatro parámetros:

- i. F_y , tensión de fluencia.
- ii. E_o , pendiente de la curva tensión deformación post-fluencia.
- iii. E_1 , pendiente tensión-deformación después de la fluencia.
- iv. R_o , parámetro que controla la curvatura de la transición entre la zona elástica y la zona plástica.



Figura 2-2 Parámetros asociados al modelo Steel02 [3].

Para el acero en tracción se consideró una *fluencia aparente*, menor que el valor de la tensión de fluencia de una barra aislada de acero, debido a que se trabaja con un promedio de las tensiones en el acero a lo largo del elemento. Esto toma en consideración el efecto de la rigidización por tracción el cual asume que entre las grietas del hormigón sometido a tracción existen zonas donde este no se encuentra agrietado en las cuales el hormigón trabaja en conjunto con el acero, disminuyendo las tensiones existentes en el acero lo que permite considerar que las barras de refuerzo están fluyendo a tensiones promedio menores de la tensión de fluencia de una barra singular.



Figura 2-3 Tensiones promedio acero de refuerzo en tracción [9].



Figura 2-4 Fluencia aparente propuesta por Belarbi y Hsu (1994) (Después de [15]).

Hormigón

Para modelar el hormigón en los análisis monotónicos se trabajó con el material *Concrete04* de la versión 1.5 de Opensees. El modelo del hormigón en tracción considera un comportamiento lineal hasta la fisuración, luego considera el decaimiento del hormigón a través de tensiones promedio en el hormigón y en el acero basándose en los trabajos realizados por Belarbi y Hsu (1994) [9]. Esto lleva a un decaimiento lento de la capacidad del hormigón en tracción.

$$\sigma_{C} = \begin{cases} E_{c}\varepsilon_{c} & \varepsilon_{c} \leq \varepsilon_{cr} \\ f_{cr}(\frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_{c}})^{0.4} & \varepsilon_{c} > \varepsilon_{cr} \end{cases}$$
(2.1)

i. $E_c = 3917 \sqrt{f'_c [MPa]}$, Módulo de elasticidad del hormigón

ii.
$$f_{cr}=0.313\sqrt{f'_c[MPa]}$$
, Tensión de fisuración.

iii. $\varepsilon_{cr} = 0.00008$, Deformación unitaria de fisuración.

El comportamiento del hormigón a compresión queda determinado por los trabajos de Palermo y Vecchio (2003) [11] y las ecuaciones de Thorenfeldt que a su vez se basan en las curvas de Popovics (1973) [10].

$$\sigma_{\mathcal{C}} = f'_{c} \frac{n(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{0}})}{n - 1 + (\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{0}})^{nk}}$$
(2.2)

$$\varepsilon_o = 0.00078 (f'_c [MPa])^{1/4}$$
 (2.3)

- i. f'_c , tensión máxima del hormigón.
- ii. ε_0 , deformación unitaria asociada a la tensión máxima del hormigón.
- iii. *n, k*: parámetros calibrados para ajuste con la curva de acuerdo a la resistencia del hormigón.



Figura 2-5 Modelo Constitutivo Hormigón Armado [3].

Para validar los modelos de muros rectangulares se utilizan resultados encontrados por Thomsen y Wallace (2004) [7]. Para efectos de modelación en Opensees se utiliza el material *Concrete02* que tiene un comportamiento cíclico mejor que el material *Concrete04* especialmente en la zona donde se produce una recompresión de fibras que se encontraban en tracción. Este modelo considera una rigidez inicial tangente igual a dos veces el cociente entre f'_c y la deformación unitaria en la máxima compresión. El comportamiento post tensión máxima del hormigón queda determinado por un descenso lineal hasta alcanzar la deformación del hormigón asociada a su capacidad residual. En esta fase se mantiene una capacidad constante igual al 20% de la capacidad a compresión máxima en el caso de un hormigón confinado mientras que para el hormigón no confinado se tiene una capacidad residual nula.

El comportamiento en tracción del hormigón queda determinado por un incremento lineal hasta alcanzar la máxima tensión en tracción seguido por un descenso lineal de la capacidad a tracción hasta alcanzar una deformación asociada a una tensión de tracción nula.



Figura 2-6 Curva Modelo Concrete02 [3].

Hormigón Confinado

Se utiliza el material *Concrete04* de la versión 1.5 de Opensees para los análisis monotónicos y el material *Concrete02* para los análisis cíclicos. Las propiedades mecánicas del material se determinan tomando en consideración el modelo de Staatcioglu & Razvi (1992) [12], que incorporara el efecto del confinamiento proporcionado por los estribos. Este modelo permite obtener la tensión máxima f'_{cc} que alcanza el hormigón confinado y la deformación asociada a este máximo ε_1 .



Figura 2-7 Modelo Hormigón Confinado Staatcioglu-Razvi [13].

La máxima tensión de compresión en el hormigón confinado se define de la siguiente manera

$$f'_{cc} = f'_{c} + k_1 f_{le} \tag{2.4}$$

- a. f'_c , tensión máxima del hormigón no confinado.
- b. k_1 , factor que depende de la presión efectiva de confinamiento.
- c. f_{le} , presión efectiva de confinamiento.

 k_1 , depende de la presión efectiva de la siguiente manera,

$$k_1 = 6.7(f_{le})^{-0.17} \tag{2.5}$$

Para el cálculo de la presión efectiva f_{le} se debe calcular primero la presión de confinamiento f_{li} en cada dirección como sigue,

$$f_{l_i} = \frac{\sum A_{s_i} f_y}{b_{c_i} s} \dots \dots i \in (x, y)$$
(2.6)

- i. A_{s_i} , área total de estribos en la dirección i del análisis.
- ii. f_{y} , tensión de fluencia de los estribos.
- iii. b_{c_i} , ancho confinado medido de centro a centro de los estribos extremos en cada dirección.
- iv. S, espaciamiento vertical de los estribos medido centro a centro.

Para el cálculo de la presión de confinamiento efectiva en cada dirección es necesario multiplicar la presión de confinamiento f_{l_i} por el factor k_{2_i} .

$$f_{le_i} = k_{2_i} f_{l_i} \quad \text{(2.7)}$$

$$k_{2_i} = 0.26 \sqrt{\frac{b_{c_i} b_{c_i} 1}{s_{l_i} f_{l_i}}} \le 1.0 \dots i \in (x, y) \quad (2.8)$$

- i. b_{c_i} , ancho confinado medido de centro a centro de los estribos extremos en la dirección i.
- ii. *s*, espaciamiento vertical de los estribos medido centro a centro.
- iii. s_{l_i} , espaciamiento de las barras longitudinales sujetas por estribos en la dirección i.
- iv. f_{l_i} , presión de confinamiento debido a los estribos.

Luego la presión efectiva se calcula de la siguiente manera,

$$f_{le} = \frac{b_{c_x} f_{le_x} + b_{c_y} f_{le_y}}{b_{c_x} + b_{c_y}}$$
(2.9)

Para el cálculo de la deformación en la máxima tensión de compresión se propone en el modelo la siguiente expresión,

$$\epsilon_1 = \epsilon_o (1 + 5K) \tag{2.10}$$

- i. ϵ_1 , deformación en la tensión máxima del hormigón confinado.
- ii. ϵ_o , deformación en la tensión máxima del hormigón no confinado.
- iii. K, factor dependiente de la presión efectiva de confinamiento.

$$K = \frac{k_1 f_{le}}{f'_c} \tag{2.11}$$

- i. k_{1} , factor que depende de la presión efectiva de confinamiento.
- ii. f_{le} , presión efectiva de confinamiento.
- iii. f'_c , tensión máxima del hormigón no confinado.

La rama ascendente del hormigón en compresión queda determinada por la siguiente ecuación:

$$f = f_{cc} \left[2 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} \right)^2 \right]^{\frac{1}{1+2K}}$$
(2.12)

La rama descendente del modelo es lineal pasando de la deformación y tensión máxima hasta una tensión del 85% de la tensión máxima con una deformación calculada de la siguiente manera,

$$\epsilon_{85} = 260\rho\varepsilon_1 + \epsilon_{085} \tag{2.13}$$

$$\rho = \frac{As_x + As_y}{s(bc_x + bc_y)} \tag{2.14}$$

Al utilizar el material *concrete04* de Opensees para el hormigón confinado, es necesario ajustar los valores de las constantes n y k de la expresión (2.2) mediante el método de mínimos cuadrados para reproducir lo mejor posible la curva propuesta por Staatcioglu-Razvi para hormigones confinados.

2.3 MODELO DE FIBRAS DE MUROS AISLADOS

La primera tipología de muros modelados corresponde a muros aislados con secciones transversales rectangulares y T como se muestra a continuación.



Figura 2-8 Tipología de muros aislados (Después de [13]).

Para la implementación del modelo de fibras se utilizaron elementos con la formulación basada en fuerzas utilizando los elementos ForceBeamColumn para los muros.



Figura 2-9 Esquema modelo muros aislados de hormigón.

En Opensees existe un rango amplio para realizar la integración numérica necesaria para obtener la distribución de la plasticidad en los elementos con la formulación basada en fuerza. Para el modelo implementado se consideró el método de integración proporcionado por Gauss-Lobatto, el cual es frecuentemente usado en este tipo de análisis, teniendo dos puntos de integración ubicados en los extremos de los elementos.

Este tipo de elementos compuestos por fibras logran modelar correctamente el comportamiento debido a la flexión y la carga axial, sin embargo no consideran las deformaciones producidas por el esfuerzo de corte, lo cual no tiene gran impacto al momento de modelar muros esbeltos de sección continua. Lo que representa una limitación de este tipo de elementos es que al no considerar el efecto del corte, no logran capturar de manera adecuada lo que sucede cuando se producen discontinuidades en las secciones transversales de los elementos, que es lo que ocurre en los llamados muros bandera. Para estos casos resulta mejor realizar un modelo numérico mediante elementos finitos.

2.3.1 VALIDACIÓN MODELO MURO RECTANGULAR PARA ESTIMACIÓN DE LA COMPONENTE ELÁSTICA DEL DESPLAZAMIENTO.

Se definió una sección transversal basándose en una disposición de refuerzo frecuentemente encontrada en edificios con muros esbeltos detallada en la Figura 2-10.



Figura 2-10 Disposición del refuerzo en muros.

Para muros rectangulares se consideraron elementos de borde ubicados en los extremos y refuerzo distribuido a lo largo de este. Ambas cuantías de refuerzo se concentraron en fibras ubicadas en el eje medio que divide el espesor del muro, debido a que el análisis realizado es plano.



Figura 2-11 Distribución del refuerzo en el modelo de fibras.

Se consideraron secciones transversales con un espesor constante de 20 cm, que corresponde a un espesor frecuente en los muros de hormigón armado [21].

Para realizar la validación del modelo numérico de muros se utilizaron los resultados obtenidos en el trabajo de Priestley et al. (1998), en el cual se implementó un modelo de elementos finitos para conocer el impacto de cargas axiales bajas en la curvatura de fluencia de la sección transversal.

Se repite el análisis realizado por Priestley con los modelos de muros detallados anteriormente sometidos a cargas axiales relativamente bajas 0 y $0.12f'_cA_g$, $f'_c = 27 MPa$ y $f_y = 450 MPa$. Priestley calculó la curvatura de fluencia asumiendo una aproximación bilineal de diagrama Momento – Curvatura, donde la curvatura de fluencia queda definida por la expresión (2.15).

$$\phi_{\mathcal{Y}} = \eta \frac{\epsilon_{\mathcal{Y}}}{L_{w}} = \frac{\left(\frac{M_{n}}{M_{\mathcal{Y}}}\right)}{\zeta} \frac{\epsilon_{\mathcal{Y}}}{L_{w}}$$
(2.15)

Para realizar una comparación consistente con los valores estimados por Priestley, se amplificaron los valores de las curvaturas de primera fluencia encontrados en el programa por un factor $\left(\frac{M_n}{M_y}\right)$ obteniendo un buen ajuste con los valores propuestos por Priestley, como se muestra en la Figura 2-12.



Figura 2-12 Resultados análisis numérico y análisis realizado por Priestley (1998).

2.3.2 VALIDACIÓN MODELO MURO RECTANGULAR PARA ESTIMACIÓN DE LA COMPONENTE INELÁSTICA DEL DESPLAZAMIENTO.

Para la validación de los resultados obtenidos mediante el modelo de muros rectangulares se comparan los valores obtenidos en los análisis con los ensayados por Thomsen y Wallace (2004) [7]. En Opensees se modela la probeta RW2 (Figura 2-13), correspondiente a un muro de hormigón rectangular con elementos de borde.

El muro rectangular ensayado tiene una altura de 366 [cm], un espesor de 10.2 [cm] y un recubrimiento de 19 [mm]. El refuerzo distribuido está compuesto por ϕ 6.35mm@191mm y refuerzo de borde corresponde a 8 barras ϕ 9.35mm equiespaciadas en una longitud de 150 [mm] en ambos extremos. Los elementos de borde se encuentran confinados por estribos ϕ 9.35mm espaciados cada 76 [mm].



Figura 2-13 Probeta RW2 [8].

La probeta se sometió a desplazamientos laterales cíclicos siendo aplicada una carga lateral en la zona superior de los muro, considerando desplazamientos progresivamente mayores. Los ensayos fueron realizados a una carga axial constante equivalente a 0.07f´cAg aplicada en la mitad del alma. Las deformaciones se midieron mediante dispositivos en distintas posiciones en la base del muro que permitieron conocer las deformaciones presentes en la sección transversal como se detalla en la Figura 2-14.



Figura 2-14 Ubicación sensores en la base de la probeta RW2 [13].

La sección transversal en el modelo numérico se dividió en un conjunto de fibras de acero y hormigón confinado y no confinado. Para el hormigón no confinado y el acero se utilizaron las propiedades de los materiales obtenidas por Thomsen y Wallace experimentalmente.



Figura 2-15 Sección transversal con recubrimiento.

El acero se modeló mediante el material *Steel02*, que tiene un comportamiento cíclico compatible con lo observado durante los ensayos, sin embargo este tipo de material no es capaz de reproducir la falla por pandeo de las barras de acero en compresión. La relación de aspecto de la probeta es aproximadamente 3, por lo cual se espera tener una contribución del corte en el desplazamiento lateral no despreciable. Esto fue analizado por Orakcal y Wallace (2006) [8], quienes descomponen el desplazamiento lateral total en las componentes de desplazamiento originadas por el esfuerzo corte, flexión y el giro del pedestal, lo cual se encuentra detallado en la Figura 2-16.

	Load	Тор				Latera	al drift			
Wall	direction	displacement*	0.1%	0.25%	0.5%	0.75%	1.0%	1.5%	2.0%	2.5%
RW2	Positive	(a) (b) (c)	2.9 2.3 [81] [†] 1.2 [52] [‡]	7.2 5.9 [82] 4.0 [68]	16.1 13.0 [81] 9.9 [76]	24.5 20.1 [82] 16.2 [80]	33.1 28.5 [86] 23.4 [82]	50.6 45.5 [90] 39.4 [86]	67.9 62.1 [91] 54.2 [87]	86.2 79.8 [93] 70.6 [88]
	Negative	(a) (b) (c)	-3.2 -2.6 [83] -1.3 [50]	-7.6 -6.5 [85] -4.4 [67]	-15.9 -13.7 [86] -10.6 [77]	-24.2 -21.2 [88] -17.1 [80]	-32.8 -29.4 [90] -24.5 [83]	-49.8 -46.0 [92] -39.8 [86]	-66.5 -62.1 [93] -54.6 [88]	-83.8 -79.2 [94] -70.5 [89]

*(a) = top displacement applied during testing, mm; (b) = top displacement with pedestal movement contribution subtracted, mm; and (c) = top displacement with pedestal movement and shear deformation contributions subtracted, mm.

[†][value in brackets] = (b)/(a), %.

[‡][value in brackets] = (c)/(b), %.

Figura 2-16 Máximos desplazamientos laterales, después de [8].

Los valores de la fila (c) en la Figura 2-16 corresponden al desplazamiento lateral total registrado descontando el efecto del giro del pedestal y la componente del desplazamiento que proviene de las deformaciones por corte. A medida que aumenta el desplazamiento lateral en el muro, la componente del corte tiende a ser menor alcanzando un valor mínimo de aproximadamente un 10%. Thomsen y Wallace grafican las deformaciones de la sección transversal para el 0.5%, 1.0% y 2.0% de desplazamiento lateral. Las deformaciones en las fibras de los muros modelados en Opensees se obtienen para desplazamientos laterales equivalentes a la componente de flexión de los desplazamientos considerados por Thomsen y Wallace. En la Figura 2-17, Figura 2-18 y Figura 2-19 se grafica la distribución de las deformaciones a lo largo del muro de hormigón.



Figura 2-17 Perfil de Deformaciones para un 0.5% de desplazamiento lateral.



Figura 2-18 Perfil de Deformaciones para un 1.0% de desplazamiento lateral.



Figura 2-19 Perfil de Deformaciones para un 2.0% de desplazamiento lateral.

Basándose en las figuras anteriores, se puede concluir que existe una buena estimación de las deformaciones transversales de la probeta RW2, mediante la utilización de modelos en Opensees. Para poder realizar una comparación entre los valores obtenidos mediante el modelo numérico y los resultados experimentales, se trazó una recta equivalente a la regresión lineal de los valores obtenidos en el ensayo. Las deformaciones en el hormigón y en el acero ubicados en el los extremos no se ajustan totalmente a la hipótesis de Bernoulli, por lo cual se observan diferencias con los valores obtenidos del modelo numérico.

CAPITULO 3: ESTIMACIÓN DE CURVATURA DE FLUENCIA Y DESPLAZAMIENTO ELÁSTICO DE MUROS RECTANGULARES Y MUROS T.

En el presente capítulo se realiza un análisis paramétrico utilizando un modelo numérico para calibrar expresiones que permitan estimar la curvatura de fluencia y el desplazamiento elástico de muros aislados. Estos análisis se realizan para muros de sección transversal rectangular y T, considerando tanto el ala como el alma en compresión. Las principales variables consideradas en los análisis son la carga axial y la cuantía de refuerzo en los elementos de borde. Finalmente, para cada expresión encontrada se realizan recomendaciones conservadoras para estimar la curvatura de fluencia y el desplazamiento elástico.

3.1 ANÁLISIS PARAMÉTRICO MURO RECTANGULAR

El desplazamiento de techo en la primera fluencia de los muros (δ_y) se puede calcular para una carga lateral triangular a partir de un modelo en el que se asume una rigidez constante agrietada a lo alto de la estructura. De acuerdo a este modelo la capacidad de desplazamiento elástico de techo de un muro queda determinada por la expresión (3.1).



Figura 3-1 Modelo simplificado de muro completamente agrietado.

$$\delta_y = \frac{11}{40} \phi_y h_w^2 \tag{3.1}$$

Esta ecuación se obtiene luego de integrar dos veces en la altura a la distribución de curvaturas del muro asumiendo un modulo de rigidez a la flexión constante.

$$\delta_y = \iint \Phi_y dh \tag{3.2}$$

A partir de la ecuación (3.1) se puede expresar de manera más general la capacidad de desplazamiento de techo elástico a través de la expresión (3.3).

$$\delta_y = \alpha \phi_y h_w^2 \tag{3.3}$$

La curvatura de fluencia se puede calcular mediante la expresión (3.4) que se deduce de la Figura 3-2

$$\phi_{y} = \frac{\epsilon_{y}}{\xi L_{w}} = K \frac{\epsilon_{y}}{L_{w}}$$
(3.4)



Figura 3-2 Curvatura de Fluencia sección transversal muro. (Después de [5]).

De las ecuaciones (3.3) y (3.4) se pueden despejar los valores de las constantes K y α ,

$$K = \frac{\Phi_y L_w}{\epsilon_y} \tag{3.5}$$

$$\alpha = \frac{\delta_y}{\Phi_y h_w^2} \tag{3.6}$$

Modelo Base

Se implementa un modelo base y se varían ciertos parámetros para observar el impacto de estas variables en los valores de K y α . El modelo base considerado para los análisis tiene las siguientes características:

- 1. Carga axial: $0.2f'_c A_g$, A_g área sección transversal del muro rectangular.
- 2. Carga axial aplicada en el centro de gravedad de la sección transversal.
- 3. Muro de 5 metros de largo y 20 cm de ancho.
- 4. Cuantía de refuerzo de borde muros: 5% del área de borde.
- 5. Cuantía de refuerzo distribuido en el alma 0.25% del área total no confinada.
- 6. Modelo de hormigón y acero de acuerdo al modelo propuesto por Belarbi Hsu (1994).
- 7. Propiedades Hormigón : $f'_c = 25MPa$, $\epsilon_o = 0.001744$
- 8. Propiedades Acero : $f_y = 382.2MPa$

Para el hormigón en compresión se consideró un valor de $\epsilon_0 = 0.00078(f_{c(MPa)})^{\frac{1}{4}}$ y se utilizó un valor de $f'_c = 25MPa$. Los resultados para K y α obtenidos en el modelo base de un muro aislado se presentan en las expresiones (3.7) y (3.8).

$$K_1 = \frac{\Phi_y L_w}{\epsilon_y} = 1.61 \tag{3.7}$$

$$\alpha_1 = \frac{\delta_y}{\Phi_y h_w^2} = 0.22 \tag{3.8}$$

Paulay [1] propone un valor aproximado K = 1.25 para todo nivel de carga axial por lo tanto los resultados obtenidos en el modelo difieren en aproximadamente un 20% con los valores propuestos por Paulay. Comparando los valores obtenidos mediante el modelo de fibras implementado en Opensees y el modelo simplificado asumiendo el muro completamente agrietado en la altura y con una rigidez fisurada constante, se obtiene lo siguiente:

$$\frac{\left[\frac{11}{40}\right]}{0.22} = \frac{0.275}{0.22} = 1.25 \tag{3.9}$$

Existe un aumento del 25% en el valor del coeficiente α en el caso de asumir un agrietamiento constante a lo largo de los muros. Esto se produce debido a que el caso completamente agrietado asume curvaturas mayores en los pisos superiores que las que en realidad se tienen en el modelo, por ende se estiman desplazamientos elásticos mayores. En contraste con lo anterior, el modelo en Opensees permite reproducir la distribución del agrietamiento a lo largo de la altura del muro sumada al efecto de la rigidización por tracción,

con lo cual se obtiene una rigidez más realista que la estimada con modelo de la Figura 3-1 lo que se traduce en desplazamientos de techo menores.

Para desacoplar el efecto producido por la distribución del agrietamiento en la altura y la rigidización por tracción se elaboró un segundo modelo (*Modelo 2*) modificando las propiedades del hormigón y acero en tracción. En el hormigón se consideró un decaimiento abrupto de la capacidad en tracción y para el acero se utilizaron las propiedades de las barras de refuerzo aisladas, fy = 420 [*MPa*].



Figura 3-3 Propiedades del hormigón en tracción Modelo 2.

Para el modelo 2 obtienen los valores de K y α de las expresiones (3.10) y (3.11).

$$K_2 = \frac{\Phi_y L_w}{\epsilon_y} = 1.72 \tag{3.10}$$

$$\alpha_2 = \frac{\delta_y}{\Phi_y h_w^2} = 0.23 \tag{3.11}$$

Comparando los valores de α obtenidos mediante el modelo base y el *Modelo 2*, se obtiene la expresión (3.12).

$$\frac{0.23}{0.22} = 1.05 \tag{3.12}$$

Existe un aumento de un 5% en el valor del coeficiente α en el caso de no considerar el efecto de la rigidización por tracción. Esto permite concluir que las diferencias encontradas entre el modelo en Opensees y el modelo simplificado asumiendo que el muro está completamente agrietado se explican en un 5% por el efecto de la rigidización por tracción y en un 20% por la distribución de la plasticidad en la altura.

Se realiza un análisis paramétrico considerando las siguientes variables:

- a. Longitud de muros: se consideran longitudes entre 1.5[m] y 7.5[m].
- b. Carga axial: la carga axial en los muros varía entre $10\% f'_c A_g$ y $35\% f'_c A_g$ dado que se desea conocer el impacto que tienen las cargas axiales relativamente altas en los valores de K y α . Se fijó un límite superior de $0.35f'_c A_g$ correspondiente al límite de carga axial estipulado en el Decreto N°60. Valores de cargas axiales altas son frecuentemente encontrados en edificios en Chile de acuerdo al estudio de Estay (2008) [21].
- c. Cuantía refuerzo borde: las cuantías de refuerzo de borde se variaron entre el 2.5% y 10% del área del elemento de borde. Los valores más frecuentemente encontrados en edificios oscilan entre el 5% y 6% del área del elemento de borde (Estay, 2008) [21].
- d. Cuantía de refuerzo de borde distribuido en la altura: se mantuvieron las mismas cuantías de refuerzo de borde en la base, sin embargo se consideraron cuantías de refuerzo de borde menores en la altura.

Los resultados quedan representados por tres gráficos mostrando para cada variable los valores obtenidos de los coeficientes K (ecuación (3.5)) y α (ecuación (3.14)) en los análisis numéricos. En el gráfico final se muestra el impacto de las variables en el desplazamiento lateral que resulta de multiplicar los factores $K\alpha$ como se observa en la ecuación (3.13).

$$K\alpha = \frac{\delta_y L_w}{\epsilon_y h_w^2}$$
(3.13)

Es importante destacar que en todos los análisis realizados se verifica que el hormigón no llegue a deformaciones unitarias del 0.003.

3.1.1 PARÁMETRO: LONGITUD DE MURO

La primera variable que resulta importante analizar es la longitud de los muros debido a que se necesita validar la independencia de los coeficiente K y α de este parámetro. En la Figura 3-4, los valores de K obtenidos del análisis son normalizados por K_1 ec.(3.7) para valores de l_w que oscilan entre 1.5 y 7.5[m].



La Figura 3-5 presenta los valores de α normalizados por α_1 ec.(3.8) para el mismo rango de longitud de muros.



Figura 3-5 Valores de α normalizados por α_1 .

Para cuantificar la variación del desplazamiento elástico respecto al obtenido para el caso base se multiplican los factores K y α y se normalizan por K_1 y α_1 (Figura 3-6).



Figura 3-6. Variación del desplazamiento de techo con respecto al desplazamiento de techo en el caso base.

Como se buscaba demostrar, tanto el coeficiente K como el α muestran ser independientes de la longitud de los muros

3.1.2 PARÁMETRO: CARGA AXIAL.

En la Figura 3-6, los valores de K son normalizados por K_1 ec.(3.7) para cargas axiales entre $10\% f'_c A_g \ge 35\% f'_c A_g$.



Figura 3-7 Valores de K variando la carga axial normalizados por K1.

Los valores de α son normalizados por α_1 ec.(3.8) para el mismo rango de carga axial (Figura 3-8).



Figura 3-8 Valores de α variando la carga axial normalizados por α_1 .

Para cuantificar la variación del desplazamiento elástico respecto al obtenido para el caso base se multiplican los factores K y α y se normalizan por K_1 y α_1 (Figura 3-9).



Figura 3-9 Variación del desplazamiento de techo con respecto al desplazamiento de techo en el caso base.
El análisis paramétrico entrega que los valores del coeficiente K utilizados para el cálculo de la curvatura varían linealmente con la carga axial. Esto se debe a que la curvatura de fluencia aumenta linealmente con el nivel de carga axial debido a la existencia de una mayor compresión. La línea neutra tiende a desplazarse hacia el extremo en tracción lo que produce un aumento del área que se encuentra en compresión en la sección. En los casos analizados las deformaciones en las fibras extremas en compresión aumentaron de $9.52 \cdot 10^{-4}$ a $1.94 \cdot 10^{-3}$, obteniéndose deformaciones inferiores al 0.003, esto garantiza un comportamiento lineal del muro. Por otro lado el valor del coeficiente α de disminuye levemente debido a que el aumento de la carga axial tiende a disminuir el agrietamiento producto de la tracción en la sección. Al analizar el efecto combinado de los factores K y α se puede observar un aumento de la capacidad de desplazamiento elástico en el techo de los muros observando diferencias de aproximadamente el 20% entre .los valores extremos de $K\alpha$ para las distintas cargas axiales. Por último es importante destacar que a pesar de que el aumento en la carga axial en las estructuras va ligado a un incremento en la capacidad de desplazamiento elástico de techo esto produce un aumento en las deformaciones de compresión del hormigón aumentando el daño en las fibras más comprimidas, lo que llevará a una disminución de la ductilidad de la estructura.

3.1.3 PARÁMETRO: CUANTÍA REFUERZO DE BORDE

La Figura 3-10 presenta valores de K normalizados por K_1 ec.(3.7) para porcentajes de refuerzo de borde (ρ_{borde}) entre 2.5% y 10% del área de borde.



Figura 3-10 Valores de K normalizados por K1.

Los valores de α son normalizados por α_1 ec.(3.8) para el mismo rango de cuantías de refuerzo de borde ρ_{borde} (Figura 3-11).



Figura 3-11 Valores de α normalizados por α_1 .

Para cuantificar la variación del desplazamiento elástico respecto al obtenido para el caso base se multiplican los factores K y α y se normalizan por K_1 y α_1 (Figura 3-12).



Figura 3-12 Variación del desplazamiento de techo con respecto al desplazamiento de techo en el caso base.

El valor de K, aumenta con la cuantía de borde linealmente sin embargo no tiene un impacto tan pronunciado como lo tiene la carga axial. Al aumentar la cuantía de borde a tracción de los muros genera nuevamente que la línea neutra se acerque a la zona en tracción aumentando el área en compresión para balancear el aumento de las tracciones en la sección, sin embargo el aumento en la zona de compresión del hormigón no es tan importante como en el caso anterior debido a que también existe una mayor cantidad de refuerzo de borde en compresión lo que también contribuye en el equilibrio de la sección. Finalmente este leve incremento en la profundidad de la línea neutra genera un aumento de la curvatura de fluencia de la sección. La mayor rigidez otorgada por un aumento del refuerzo de borde se traduce en desplazamientos elásticos mayores que se alcanzan cuando la sección se encuentra en un estado más agrietado, esto ve reflejado en el aumento de los valores del coeficiente α . Ambos efectos conjugados llevan a un aumento de la capacidad de desplazamiento elástico de los muros de hormigón.

3.1.4 PARÁMETRO: CUANTÍA DE REFUERZO DE BORDE DISTRIBUIDO EN LA ALTURA

Para este análisis el refuerzo de borde se encuentra distribuido a lo largo de la altura del muro. En el primer tercio de la altura se tiene la cuantía total de borde, en el segundo tercio se tienen dos tercios de la cuantía de refuerzo en la base y en el último tercio de la altura se tiene un tercio del refuerzo total en la base del muro como se muestra en la Figura 3-13.



Figura 3-13 Distribución de refuerzo longitudinal.

Los valores de K se normalizan por K_1 ec.(3.7) para cuantías de refuerzo de borde ($\rho_{borde-base}$) entre 5% y 10% del área de borde (Figura 3-14).



Figura 3-14 Valores de K normalizados por K1.

Los valores de α son normalizados por α_1 ec.(3.8) para el mismo rango de refuerzo de borde ($\rho_{borde-base}$) distribuido en la altura (Figura 3-15).



Figura 3-15 Valores de α normalizados por α_1 .

Para cuantificar la variación del desplazamiento elástico respecto al obtenido para el caso base se multiplican los factores K y α y se normalizan por K_1 y α_1 (Figura 3-16).



Figura 3-16 Variación del desplazamiento de techo con respecto al desplazamiento de techo en el caso base.

Al distribuir el refuerzo de borde a lo largo de la altura, la distribución del factor K se mantiene prácticamente igual a lo observado en la Figura 3-10. Sin embargo los valores de α aumentan debido a que se produce un mayor agrietamiento en los niveles superiores producto del decremento en las cuantías de refuerzo de borde. La menor rigidez en la altura lleva a una mayor deformación en el techo de los muros.

3.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS MURO RECTANGULAR

En este primer análisis de muros rectangulares se pudo observar que las variables que tienen mayor impacto en la capacidad de desplazamiento de los muros son la carga axial y la cuantía de refuerzo de borde, por lo tanto, para llegar a una expresión simplificada que permita cuantificar los incrementos asociados a estas dos variables se realizó un análisis modificando las cuantías de refuerzo de borde para distintos niveles de carga axial con el objetivo de observar el comportamiento de las variables K y α .

El factor K se puede parametrizar en función de la carga axial y de la cuantía de refuerzo de borde como se muestra en la expresión (3.4).

$$K = 1.25 + 1.69 \frac{P}{f'_c A_g} + 0.65 \rho_{borde}$$
(3.14)

Los valores obtenidos del análisis numérico se comparan con los valores obtenidos de K mediante la ecuación (3.14) en la Figura 3-17.



Figura 3-17 Variación del parámetro K obtenido con la expresión propuesta y valores de K obtenidos del análisis.

La cuantía de refuerzo de borde en la sección no tiene un gran impacto en los valores de la curvatura de fluencia como lo tiene la carga axial. Se observa que a medida que la carga axial aumenta, el valor de K tiene aún menos dependencia de la cuantía de borde de la sección. Por lo tanto resulta lógico considerar una expresión más simplificada que dependa solamente de la cuantía de la carga axial actuando en el muro. Sin embargo mediante esta expresión se observa un aumento en el error de K del 3% al 8%.

$$K = 1.31 + 1.69 \frac{P}{f'_c A_g} \tag{3.15}$$

A pesar de tener mayor error asociado que la expresión anterior, este se mantiene bajo el 10% con respecto a los valores obtenidos directamente del análisis. Siendo conservador y basándose en la Figura 3-17, es razonable considerar el valor de K = 1.4.

Por otra parte, la variable α , depende en gran medida de la cuantía de refuerzo en la sección y en menor medida de la carga axial. Los valores de α se calcularon a partir de los resultados de δ_y obtenidos del análisis numérico considerando los valores de K obtenidos mediante la expresión (3.14). La regresión lineal multi-variable no tiene un buen ajuste con las curvas, por lo tanto se propone una función exponencial con la forma $\alpha = a_1 \rho_{borde} a^2$. Aplicando el método de mínimos cuadrados se pueden encontrar los parámetros a_1 y a_2 para obtener finalmente la expresión (3.16).





Figura 3-18 Variación parámetro α con la cuantía de refuerzo de borde y la carga axial.

Se puede concluir de acuerdo a la Figura 3-18, que para muros con cuantías mayores al 5% del elemento de borde resulta razonable considerar $\alpha = 0.22$, en un escenario conservador. A partir de las expresiones encontradas anteriormente se calcularán los valores de $K\alpha$, para distintas cuantías de refuerzo de borde y niveles de carga axial (Figura 3-19).



Figura 3-19 Valores de Ka obtenidos mediante las expresiones propuestas en las ecuaciones (3.15) y (3.16) y del análisis.

(3.16)

3.3 ANÁLISIS PARAMÉTRICO MURO T

Las fallas más comunes en los edificios luego del sismo de 2010 se generaron en los primeros pisos y subterráneos. La configuración estructural en estas zonas considera frecuentemente pasillos centrales conformados por muros longitudes los cuales se encuentran conectados a muros transversales formando muros T (Figura 3-20). Los daños se observaron especialmente en el extremo donde termina el alma del muro T que es donde se alcanzan mayores deformaciones de compresión. Esto generó pérdida de recubrimiento lo que sumado a ciclos tracción-compresión, originados por la alternancia sísmica, dieron lugar a problemas de pandeo en las barras longitudinales lo se tradujo en una violenta degradación de la capacidad en estas zonas.



Figura 3-20 Configuración estructural tipo.

Se definió una sección transversal T tomando en consideración disposiciones de refuerzo frecuentemente utilizadas en esta tipología estructural. Existen 3 zonas donde se localizó el refuerzo de borde correspondientes a los dos extremos del ala y un extremo del alma como se muestra en la Figura 3-21. El refuerzo distribuido se dispuso tanto en las alas como en el alma de los muros. El espesor de los muros es de 20 [cm] tanto en las alas como en el alma y la longitud del alma y del ala es de 5 [m].

Se trabajó con un modelo de muro T, que tiene el doble de sección transversal que el caso base del muro rectangular considerado en el análisis anterior. En la Figura 3-21 se muestra un esquema con la localización de las fibras de hormigón, acero y las dimensiones de los muros.



Figura 3-21 Esquema muro T.

A continuación se especifican algunas características del modelo base de muros T implementado en Opensees.

- Cuantía de refuerzo de borde muros 2.5 % del área de borde
- Cuantía de refuerzo distribuida en el alma 0.25% del área no confinada.
- Modelo de hormigón y acero de acuerdo al modelo propuesto por Belarbi Hsu (1994).
- Propiedades Hormigón : $f'_c = 25MPa$, $\epsilon_o = 0.001744$.
- Propiedades Acero : $f_y = 382.2MPa$
- Carga axial aplicada la mitad del alma del muro T.

Los muros de sección T, se someten a una carga triangular monotónica (Figura 3-1) al igual que los muros de sección rectangular analizados anteriormente. En el análisis numérico se orientó la sección T de dos maneras de manera que al aplicar la carga lateral se tenga en un caso el alma en compresión y en el otro el ala en compresión. Se desea encontrar los valores de las constantes K y α para muros con sección T especificados en las expresiones (3.5) y (3.6). En esta sección se realiza un análisis paramétrico tomando en consideración la carga axial y la cuantía de refuerzo de borde. Para todos estos casos de análisis se grafican las variaciones de los parámetro K y α .

3.3.1 MURO T: ANÁLISIS ALMA EN COMPRESIÓN.

El muro de sección T está orientado de manera que se comprime el alma del muro al aplicar la carga lateral. Debido a que la carga axial se aplica en la mitad del alma, existe una excentricidad entre el punto de aplicación de la carga axial y el centro de rigidez de la sección. Esto produce un momento inicial lo cual genera una pre-compresión del alma antes de aplicar la carga lateral. Este efecto tiene impacto en el cálculo del coeficiente α , debido a que es necesario descontar el desplazamiento inicial del muro ocasionado por la excentricidad al desplazamiento alcanzado en la fluencia. Esto determina la capacidad neta de deformación elástica del muro. Se consideran tres casos para el análisis numérico, los cuales se detallan a continuación.



Figura 3-22 Esquema muro T.

CASO 1:

- La cuantía de refuerzo de cada elemento de borde en las alas igual a la mitad de la cuantía de borde en el alma, lo que implica que en ambos extremos del muro se tiene la misma cantidad de refuerzo de borde.
- La cuantía de refuerzo distribuido en las alas es nula.
- La cuantía de refuerzo distribuido en el alma es 0.25% del área no confinada del alma.

CASO 2:

- La cuantía de refuerzo de cada elemento de borde en las alas igual a la mitad de la cuantía de borde en el alma.
- La cuantía de refuerzo distribuido en las alas es 0.25% del área no confinada del ala.
- La cuantía de refuerzo distribuido en el alma: 0.25% del área no confinada del alma.

CASO 3:

- La cuantía de refuerzo de cada elemento de borde en las alas igual a la cuantía de borde en el alma, lo que implica que la cantidad de refuerzo de borde total en las alas es el doble de la cantidad de refuerzo de borde en el alma.
- La cuantía de refuerzo distribuido en las alas es 0.25% del área no confinada de las alas.
- La cuantía de refuerzo distribuido en el alma es 0.25% del área no confinada del alma.

3.3.1.1 ANÁLISIS DE RESULTADOS MURO T ALMA EN COMPRESIÓN

De los análisis numéricos se concluye que el valor de K depende del nivel de carga axial y la cuantía de refuerzo en el borde del alma del muro como se muestra en la expresión (3.17).

$$K = 1.32 + 1.67 \frac{P}{f'_c A_g} + 0.54 \rho_{borde}$$
(3.17)

En la Figura 3-23 se realiza una comparación entre los valores obtenidos mediante la expresión (3.17) y los valores obtenidos de K directamente del análisis. No se grafican los valores obtenidos del análisis para el caso 3, pues en el 90% de los casos analizados el muro comienza a degradar en compresión antes de llegar a la fluencia de la fibra más traccionada debido a la gran cuantía de refuerzo de borde en las alas del muro.



Figura 3-23 Valores del parámetro K de muros T obtenidos con la expresión (3.17) y valores obtenidos directamente del análisis.

Los coeficientes de la expresión (3.17) son similares a los encontrados para muros rectangulares, sin embargo existen diferencias debido a la disposición del refuerzo de borde en las alas y por la asimetría en cantidad de refuerzo observada en el Caso 2 de análisis. Al igual que en muros rectangulares, la dependencia de la carga axial es mayor que la dependencia de la cuantía de refuerzo de borde, por lo tanto se puede llegar a una expresión más simple que la anterior con un aumento del error en los valores con respecto a los obtenidos directamente del análisis de 4% a 6%.

$$K = 1.39 + 1.67 \frac{P}{f'_c A_g} \tag{3.18}$$

Al igual que para muros rectangulares, se puede asumir de manera conservador un valor de K=1.4, que es justamente el mismo valor que recomienda Paulay (2002) [1] para muros T con al alma en compresión. Esto se explica fundamentalmente debido a que una mayor cantidad de hormigón en tracción prácticamente no tiene ningún efecto en los valores de las curvaturas de fluencia comparados con los valores obtenidos en los análisis de muros rectangulares. El factor que sí tiene un gran impacto es la asimetría pronunciada en la cantidad de refuerzo en los extremos del muro. Un aumento significativo en la cantidad de refuerzo en las alas del muro, puede llevar a que el muro no alcance la fluencia en tracción sin antes presentar degradación en las fibras más comprimidas del hormigón lo que genera un comportamiento frágil del muro, que es justamente lo que se quiere evitar en el diseño de elementos estructurales.

Los valores de α se calcularon a partir de los resultados de δ_y obtenidos del análisis considerando la expresión analítica de K (3.17) que considera los efectos de la carga axial y la cuantía de refuerzo de borde. El coeficiente α considera en su cálculo la capacidad de desplazamiento debido a las cargas laterales, la cual no debe considerar el desplazamiento que se origina inicialmente producto del momento generado por la excentricidad. Esto determina la capacidad neta de deformación elástica del muro. Los valores encontrados para la variable α , dependen de la cuantía de refuerzo de borde más que de la cuantía de carga axial como se puede observar en la Figura 3-24. Al igual que para muros rectangulares se propone una función de la forma $\alpha = a_1 \rho_{borde}^{a^2}$. Mediante el método de mínimos cuadrados es posible encontrar los parámetros a_1 y a_2 , obteniendo la expresión (3.19).

$$\alpha = 0.315 \rho_{borde}^{0.15} \tag{3.19}$$

De acuerdo a lo observado en la Figura 3-24, es razonable considerar de manera conservadora un valor de α = 0.18, para muros con cuantías de refuerzo de borde bajas. En el caso de tener cuantías mayores al 10%, es posible considerara un valor α = 0.22.



Figura 3-24 Variación parámetro α con la cuantía de refuerzo de borde y valores obtenidos de la expresión (3.19).

A partir de las ecuaciones (3.17) y (3.19) se calcularán los valores de $K\alpha$, para distintas cuantías de refuerzo de borde y cuantía de carga axial.



Figura 3-25 Valores de Ka obtenidos de las expresiones propuestas y del análisis.

3.3.2 MURO T: ANÁLISIS ALA EN COMPRESIÓN.

Los análisis numéricos de esta sección consideran un muro de sección T orientado de manera que se comprime el ala al aplicar la carga lateral. Debido a que la carga axial se aplica en la mitad del alma, existe una excentricidad entre el punto de aplicación de la carga axial y el centro de rigidez de la sección, lo cual genera una pre-tracción del ala, antes de aplicar la carga lateral. Al igual que con el alma en compresión se realizan análisis considerando tres casos:



Área de borde

Figura 3-26 Esquema muro T.

CASO 1:

- La cuantía de refuerzo de cada elemento de borde en las alas igual a la mitad de la cuantía de borde en el alma, lo que implica que en ambos extremos del muro se tiene la misma cantidad de refuerzo de borde.
- La cuantía de refuerzo distribuido en las alas es nula.
- La cuantía de refuerzo distribuido en el alma es 0.25% del área no confinada del alma.

CASO 2:

- La cuantía de refuerzo de cada elemento de borde en las alas igual a la mitad de la cuantía de borde en el alma.
- La cuantía de refuerzo distribuido en las alas es 0.25% del área no confinada del ala.
- La cuantía de refuerzo distribuido en el alma: 0.25% del área no confinada del alma.

CASO 3:

- La cuantía de refuerzo de cada elemento de borde en las alas igual a la cuantía de borde en el alma, lo que implica que la cantidad de refuerzo de borde total en las alas es el doble de la cantidad de refuerzo de borde en el alma.
- La cuantía de refuerzo distribuido en las alas es 0.25% del área no confinada de las alas.
- La cuantía de refuerzo distribuido en el alma es 0.25% del área no confinada del alma.

3.3.2.1 ANÁLISIS DE RESULTADOS MURO T ALA EN COMPRESIÓN

La expresión encontrada para K depende del nivel de carga axial y la cuantía de refuerzo en el borde. La cuantía de borde que se utiliza en la expresión (3.20) es la cuantía de borde existente en el alma del muro.

$$K = 1.0 + 0.4 \frac{P}{f'_c A_g} + 0.45 \rho_{borde}$$
(3.20)





Figura 3-27 Valores del parámetro K de muros T obtenidos con la expresión (3.20) y valores obtenidos del análisis.

La dependencia de la carga axial es mayor que la dependencia de la cuantía de refuerzo de borde, por lo tanto se puede llegar a una expresión más simple que la anterior que produce un aumento del error de 3% al 6%, como lo muestra la expresión (3.21). A partir de esta expresión se puede asumir de manera conservadora un valor de K=1.0 para estimar la curvatura de fluencia.

$$K = 1.0 + 0.59 \frac{P}{f'_c A_g} \tag{3.21}$$

Los valores de α se calcularon a partir de los resultados de δ_y obtenidos del análisis y considerando la expresión (3.20) para las curvaturas. El desplazamiento neto δ_y considera además del desplazamiento lateral que se produce en el sentido de la aplicación de la carga lateral, el desplazamiento inicial que se genera debido a la carga axial excéntrica que desplaza levemente al muro en sentido opuesto al de aplicación de la carga lateral. Los valores encontrados para la variable α dependen en mayor parte de la cuantía de refuerzo de borde que de la cuantía de carga axial como se observa en la Figura 3-28. Al igual que para muros T con el alma en compresión se propone una función de la forma $\alpha = a_1 \rho_{borde} a^2$. Mediante el método de mínimos cuadrados es posible encontrar los parámetros a_1 y a_2 obteniendo la expresión (3.22).

$$\alpha = 0.35 \rho_{borde}^{0.16} \tag{3.22}$$



Figura 3-28 Variación parámetro α con la cuantía de refuerzo de borde y valores obtenidos de la expresión (3.22).

Para este caso, se puede considerar de manera conservadora un valor de α igual a 0.22 para diversas cuantías de refuerzo de borde y carga axial. A partir de las expresiones encontradas anteriormente (3.20) y (3.22) se calcularán los valores de $K\alpha$, para distintas cuantías de refuerzo de borde y cuantía de carga axial.



Figura 3-29 Valores de Ka obtenidos de las expresiones propuestas y del análisis.

Las expresiones encontradas anteriormente, son válidas para una relación de aspecto entre el alma y el ala igual a 1.0. Para tomar en cuenta el impacto de la relación de aspecto entre el alma y el ala, se realizan análisis variando la cuantía de refuerzo de borde, la cuantía de carga axial y el largo de las alas de los muros T tomando los siguientes valores, 2[m], 3[m], 4[m], 5[m], 6[m] y 8[m]. El alma del muro T se mantiene fija con $l_{alma}=5$ [m].

Aplicando el método de mínimos cuadrados para todos los casos anteriores encuentra la expresión (3.23) para muros T que depende de la cuantía de carga axial, la cuantía de refuerzo de borde y la relación de aspecto entre el ala y el alma.

$$K = 0.86 + 0.46 \frac{P}{f'_c A_g} + 0.47 \rho_{borde} + 0.11 \frac{5[m]}{lala}$$
(3.23)

Esta expresión tiene un máximo error de 5% con los valores obtenidos para K del análisis numérico. Se puede simplificar la expresión (3.23) independizando el valor de K de la relación de aspecto entre el ala y el alma obteniendo la ecuación (3.24) la cual tiene un error asociado de hasta un 13%.

$$K = 1.0 + 0.46 \frac{P}{f'_c A_g} + 0.47 \rho_{borde}$$
(3.24)

En las Figura 3-31 y Figura 3-32 se muestran las curvas de los valores de K obtenidos del análisis para muros de largo 2 y 8[m] respectivamente y los valores propuestos por la expresión (3.23).



Figura 3-30 Valores del parámetro K de muros T con ala de 2[m] obtenidos con la expresión (3.23) y valores obtenidos del análisis.



Figura 3-31 Valores del parámetro K de muros T con ala de 8[m] obtenidos con la expresión (3.23) y valores obtenidos del análisis.

Se puede observar en la Figura 3-30 que los muros con alas cortas tienden a parecerse a los muros rectangulares a diferencia de lo observado en la Figura 3-31 donde K oscila entre 1.0 y 1.2. Por lo tanto se puede concluir que el escenario más conservador corresponde a asumir K=1.0 para todo muro T con el ala en compresión. Los valores de α se calcularon a partir de los resultados de δ_y obtenidos del análisis numérico considerando la expresión (3.23) para el cálculo de K. Los valores encontrados para la variable α , dependen en gran medida de la cuantía de refuerzo de borde, más que de la cuantía de carga axial por lo cual se propone una curva de la forma $\alpha = a_1 \rho_{borde} a^2 + a_3 \frac{5[m]}{l_{ala}}$.

Se encontraron los valores a_1 , a_2 y a_3 mediante un ajuste por mínimos cuadrados encontrando la expresión (3.25) con un error máximo del 7%

$$\alpha = 0.34 \rho_{borde} \,{}^{0.15} + 0.01 \frac{5[\text{m}]}{l_{\text{ala}}} \tag{3.25}$$

Los valores del coeficiente α obtenidos del análisis numeérico para largos de alas de muros de 2[m] y 8 [m] se muestran en la Figura 3-32 y Figura 3-33.



Figura 3-32 Variación parámetro α con la cuantía de refuerzo de borde para muros T con ala de 2[m] y valores obtenidos de la expresión (3.25).



Figura 3-33 Variación parámetro α con la cuantía de refuerzo de borde para muros T con ala de 8[m] y valores obtenidos de la expresión (3.25).

De la Figura 3-33, es posible concluir que a medida que los valores del ala aumentan, la carga axial y la distribución de la refuerzo dejan de tener impacto en los valores de α . Al igual que en los casos anteriores se puede considerar conservadoramente α =0.22. Finalmente se puede concluir que en todos los casos estudiados en este capítulo, es una constante la correlación positiva de K con los niveles de carga axial y la existente entre los valores de α y la cuantía de refuerzo de borde.

CAPITULO 4: ESTIMACIÓN DE CURVATURA DE FLUENCIA Y DESPLAZAMIENTO ELÁSTICO DE MUROS ACOPLADOS.

Los muros de concreto armado tienen un excelente desempeño al momento de resistir fuerzas laterales producidas por los sismos [15], por lo cual son una solución ampliamente utilizada en edificios de altura. En Chile, el diseño de edificios de hormigón armado evolucionó luego del terremoto de marzo en 1985. Uno de los cambios más significativos con respecto a edificios antiguos de muros de hormigón armado fue la eliminación de los dinteles como elementos de acoplamiento entre muros ubicados en el área de los pasillos. Las losas pasaron a cumplir el rol que tenían los dinteles en las antiguas estructuraciones, siendo actualmente el elemento estructural que provee de acoplamiento a los muros.

En este capítulo, se desea estudiar el impacto que tiene el acoplamiento en las expresiones encontradas en el capítulo anterior tanto para la curvatura de fluencia como para la capacidad de desplazamiento elástico de los muros. Con este fin, se implementa un modelo de fibras de muros acoplados, el cual utiliza elementos con la formulación basada en fuerzas y las mismas propiedades de los materiales utilizados en los modelos de muros aislados.

4.1 MODELO DE MUROS ACOPLADOS DE SECCIÓN RECTANGULAR

El modelo consta de dos muros paralelos de sección rectangular unidos mediante losas que proveen de acoplamiento al sistema. Los muros se modelan mediante elementos compuestos de fibras de hormigón y acero del tipo *ForceBeamColumn* con la misma distribución de refuerzos que los modelos de muros aislados. Las losas de acoplamiento por su parte se modelan con elementos del tipo *BeamWithHinges* de 15 [cm] de espesor, que concentran la plasticidad en sus extremos, sumados a fibras de acero que modelan el refuerzo positivo y negativo en las losas. Es necesario incorporar cachos rígidos utilizando la herramienta *Rigid-Link* con el fin de modelar la longitud entre apoyos empotrados de la losa. Para estimar la longitud de los cachos rígidos es necesario estudiar la longitud de penetración de las losas en los muros de hormigón a partir de resultados experimentales [16].

Al igual que con los muros aislados se realizarán análisis monotónicos con cargas triangulares para modelar las acciones sísmicas. En la Figura 4-1 se presenta un esquema del modelo de muros acoplados.



Figura 4-1 Modelo de muros Acoplados [16].

Para el análisis numérico es necesario estimar la penetración de la losa en los muros y su ancho efectivo. La longitud de penetración de las losas en los muros rectangulares define la longitud de los cachos rígidos en el modelo. Con este fin se utiliza el trabajo realizado por Taylor (1977) [16], quien describe el comportamiento de losas de hormigón armado sometidas a ensayos cíclicos. El montaje se compone de dos muros rectangulares rotulados en su base acoplados mediante losas de hormigón armado. En la zona superior de los muros se aplica la carga lateral que produce la rotación del sistema.



Figura 4-2 Disposición losas ensayo Taylor [16].



Figura 4-3 Foto montaje durante el ensayo [16].

En el ensayo se graficó la carga cíclica aplicada en función del giro experimentado por los muros como se muestra en la Figura 4-4.



Figura 4-4 Rotación de los muros y carga lateral aplicada [16].

Para conocer el comportamiento del acero de refuerzo de flexión de la losa, se colocaron strain gauges en el refuerzo longitudinal a lo largo de dos ejes como se muestra en la Figura 4-5. Para observar el progreso de la plastificación de la losa a medida que aumentan los niveles de giro, se graficó la distribución de tensiones en el refuerzo longitudinal a lo ancho de la sección como se muestra en la Figura 4-6.



Figura 4-5 Ubicación de los Strain Gauges en las probetas [16].



Figura 4-6 Distribución de tensiones del refuerzo longitudinal en el ancho de la losa [16].

Los ciclos se identificaron mediante números enteros, por lo tanto es posible asociar a través de Figura 4-4 y Figura 4-6 el giro en los muros y las tensiones existentes en el refuerzo longitudinal. Esto permite tener noción de las áreas en las que se produce la fluencia del refuerzo longitudinal de las losas. Por otro lado, las demandas de giro encontradas en los modelos de muros acoplados en Opensees corresponden a demandas que se ubican en la mitad del ciclo 5. Es posible observar en la Figura 4-6 que para el ciclo 1 el ancho efectivo de la losa es aproximadamente el ancho de un pasillo. Por otra parte en el ciclo 5 se observa que el ancho efectivo para las losas del modelo como un promedio entre un ancho de pasillo y el ancho completo de la losa. El modelo considera una losa de 5 [m] y un ancho de pasillo de 1.5 [m] por lo tanto se consideró un ancho de losa efectivo en el modelo base de 3.25 [m].



Figura 4-7 Configuración de losas en el ensayo de Taylor, distancias en [mm] [16].

Para conocer el nivel de penetración de la losa en los muros es necesario remitirse a las fotos del ensayo (Figura 4-8), donde se pudo observar la existencia de líneas de fluencia diagonales con un ángulo variable de acuerdo al grado de giro experimentado por las losas. Para niveles de giros bajos se observa una grieta horizontal en la intersección con los bordes de los muros, mientras que para giros mayores existe una grieta diagonal con un ángulo aproximado de 40°. El valor de la penetración con la cabeza del muro y la penetración de la grieta en el extremo libre. Esto debido a que en el modelo numérico se calculó el nivel de giro de la losa en la fluencia de los muros encontrándose niveles de giro asociados a un estado intermedio de daño entre los ciclos iniciales y los ciclos finales.



Figura 4-8 Foto de grietas en la losa ensayada [16].

4.2 ANÁLISIS PARAMÉTRICO MURO RECTANGULAR ACOPLADO.

Se realiza un análisis de sensibilidad para conocer el impacto que tienen las distintas variables en la estimación de la curvatura de fluencia y el desplazamiento de techo elástico para muros acoplados. El modelo base a partir del cual se realizan las variaciones de los parámetros tiene las siguientes características,

- 1. Carga axial: $0.2f'_c A_g$, A_g área sección transversal del muro rectangular.
- 2. Carga axial aplicada en el centro de gravedad de la sección transversal.
- 3. Muro de 5 metros de largo y 20 cm de ancho.
- 4. Cuantía de refuerzo de borde muros: 5%
- 5. Cuantía de refuerzo distribuido en el alma: 0.25%.
- 6. Cuantía de refuerzo positivo y negativo distribuido en las losas: 0.2%.
- 7. Modelo de hormigón y acero de acuerdo al modelo propuesto por Belarbi Hsu (1994).
- 8. Propiedades Hormigón : $f'_c = 25MPa, \epsilon_o = 0.001744$
- 9. Propiedades Acero : $f_y = 382.2MPa$
- 10. Longitud de penetración de las losas en la vigas: 68 [cm].

Las variables a observar en los distintos análisis serán los coeficientes K ec.(3.5), α ec.(3.6) y el acoplamiento del sistema β (4.1) en la fluencia de los muros. Los muros acoplados se sometieron a un análisis monotónico con una carga lateral triangular. Esto lleva a tener al Muro 1 en tracción y Muro 2 en compresión como se muestra en la Figura 4-9 [5]. El grado de acoplamiento para el sistema de muros acoplados se determina a partir de la expresión (4.1) (Paulay 2002) [1].

$$\beta = \frac{lT}{M_o} \tag{4.1}$$

Se realiza un análisis paramétrico tomando en consideración las siguientes variables:

Carga axial. Largo de muros. Cuantía de refuerzo de borde. Número de pisos. Acoplamiento.

Luego del análisis paramétrico se proporcionan recomendaciones para estimar las curvaturas de fluencia y desplazamiento elástico de techo.



Figura 4-9 Esquema de muros Acoplados (Después de [15]).

4.2.1 PARÁMETRO: CARGA AXIAL

En la Figura 4-10, se observa la variación del acoplamiento en la fluencia del muro 1 y 2 con la carga axial. El aumento de la carga axial deriva en una mayor rigidez en los muros lo que se traduce en una disminución del acoplamiento del sistema.



Figura 4-10 Acoplamiento del sistema en la fluencia del muro 1 y muro 2.

En la Figura 4-11 se grafican los valores de K normalizados por K_1 ec.(3.7) y los valores de α normalizados por α_1 ec.(3.8) para cargas axiales entre $10\% f'_c A_g$ y $35\% f'_c A_g$. Al igual que para los muros

aislados, la carga axial es un factor determinante en los valores de K y α . El Muro 1 tiene una disminución en los valores de las curvaturas de fluencia debido a la tracción que se genera debido al acoplamiento mientras que las curvaturas en el Muro 2 son mayores debido a la compresión adicional producida por la flexión. Dada la existencia de acoplamientos bajos, las diferencias en los valores de K del Muro 1 y 2 con los resultados obtenidos en muros aislados no superan el 5%.



Figura 4-11 Valores K y α normalizados por K1 y α_1 variando la carga axial.

Existe una disminución de α , tanto para los muros en tracción como compresión, respecto a los valores en muros aislados. Esta disminución en muros acoplados queda determinada fundamentalmente por la distribución del momento en la altura. En las zonas superiores de los muros se presentan momentos con signo contrario a los momentos en la base dependiendo del nivel de acoplamiento existente. Si se grafica la distribución de giros en la altura en muros acoplados, se observará que en el punto donde se produce el cambio de signo en el diagrama de momento, existe un máximo en la distribución de giros en la altura por lo que el giro experimentara una disminución en sus valores en las zonas superiores del edificio, lo que lleva a tener una menor grado de agrietamiento en el muro. Para cuantificar la variación del desplazamiento elástico respecto al obtenido para el caso base en muros aislados se multiplican los factores K y α de cada muro y se normalizan por K_1 y α_1 (Figura 4-12).



Figura 4-12 Variación del desplazamiento de techo en los muros 1 y 2 con respecto al desplazamiento de techo de muros aislados.

4.2.2 PARÁMETRO: LONGITUD DE MUROS

Se variaron las longitudes de los muros, variado lw_1 y lw_2 entre 1.5 y 7.5[m] manteniendo un sistema simétrico. El aumento en la longitud de los muros de hormigón lleva a un incremento en su rigidez, lo que se traduce en una disminución del grado de acoplamiento en el sistema como se observa en la Figura 4-13.



Figura 4-13 Acoplamiento del sistema en la fluencia del muro 1 y muro 2.

En la Figura 4-14, se grafican los valores de K normalizados por K_1 ec.(3.7) y los valores de α normalizados por α_1 ec.(3.8) para longitudes de muros entre 1.5 y 7.5[m]. Los resultados tienen diferencias máximas de aproximadamente un 5% con los valores de K y α obtenidos en muros aislados. En estos casos es posible observar, al igual que en análisis anterior, la disminución de las curvaturas en el muro en tracción y su aumento en el muro en compresión.



Figura 4-14 Valores K y α normalizados por K1 y α_1 variando largo de muros.

El coeficiente α muestra un decremento asociado al nivel de acoplamiento con una disminución de aproximadamente 15% en el caso más crítico. Con el fin cuantificar la variación del desplazamiento elástico respecto al obtenido para el caso base en muros aislados se multiplican los factores K y α para cada muro y se normalizan por K_1 y α_1 (Figura 4-15). En esta figura el Muro 1 devela el impacto de los dos efectos en la capacidad de desplazamiento elástico. Por una parte existe una disminución de la curvatura de fluencia por la menor carga axial debido a la flexión y por otra se tiene una disminución del parámetro α debido a los menores niveles de agrietamiento en el muro producidos por el decremento del momento en la altura. En el caso más acoplado, para el Muro 1 se puede observar una diferencia de casi un 20% con respecto a los valores obtenidos para muros aislados.



Figura 4-15 Variación del desplazamiento de techo en los muros 1 y 2 con respecto al desplazamiento de techo de muros aislados.

4.2.3 PARÁMETRO: CUANTÍA DE REFUERZO DE BORDE

Se variaron las cuantías de refuerzo entre 2.5 y 10% del área de borde. En la Figura 4-16 es posible observar una disminución del acoplamiento, debido al aumento de rigidez que acompaña al incremento en los niveles de cuantía de refuerzo de borde.



Figura 4-16 Acoplamiento del sistema en la fluencia del muro 1 y muro 2.

En la Figura 4-17 se grafican los valores de K normalizados por K_1 ec.(3.7) y los valores de α normalizados por α_1 ec.(3.8) para cuantías de refuerzo borde entre 2.5 y 10%. Se observa nuevamente que



la disminución más crítica en la capacidad de desplazamiento elástico se produce en el muro en tracción con el nivel más alto de acoplamiento.

Figura 4-17 Valores K y α variando la cuantía de refuerzo de borde.

Para cuantificar la variación del desplazamiento elástico respecto al obtenido en el caso base del muro aislado, se multiplican los factores K y α y se normalizan por K_1 y α_1 .



Figura 4-18 Variación del desplazamiento de techo en los muros 1 y 2 con respecto al desplazamiento de techo de muros

aislados. 67

En los análisis realizados se observan diferencias máximas del 10% con respecto a los valores obtenidos para muros aislados. Esto se debe principalmente a niveles de acoplamiento bajos en el sistema.

4.2.4 PARÁMETRO: NUMERO DE PISOS.

Finalmente es necesario conocer el impacto de la variable altura de muros en los parámetros K y α estudiados. En la Figura 4-19 se muestran los grados de acoplamiento cuyo número de pisos (N_{pisos}) varía entre los 10 y 30 pisos. Se consideró una altura por piso de 2.7 [m], por lo que las alturas totales de muros oscilan entre 27 y 81 [m].



Figura 4-19 Acoplamiento del sistema en la fluencia del muro 1.

Los sistemas de muros con alturas mayores tienen mayor flexibilidad, lo cual genera que el acoplamiento en el sistema de muros aumente. Sin embargo debido a las características de las losas los niveles de acoplamiento en el sistema no son excesivamente altos. En la Figura 4-20 se grafican los valores de K normalizados por K_1 ec.(3.7) y los valores de α normalizados por α_1 ec.(3.8) para los números de pisos analizados.



Figura 4-20 Valores K y α normalizados por K1 y α_1 variando el número de pisos.

Para cuantificar la variación del desplazamiento elástico respecto al obtenido en el caso base del muro aislado, se multiplican los factores K y α y se normalizan por K_1 y α_1 .



Figura 4-21 Variación del desplazamiento de techo en los muros 1 y 2 con respecto al desplazamiento de techo de muros aislados.

Los valores de $K\alpha$ difieren de los valores encontrados para muros aislados especialmente para los muros más altos debido al efecto del acoplamiento. Nuevamente es posible observar en la Figura 4-21 que el muro en tracción es el que tiene menor capacidad de desplazamiento elástico.

4.2.5 PARÁMETRO: ACOPLAMIENTO ALTO

Comúnmente, los grados de acoplamiento presentes en edificios de hormigón armado no son muy altos, como en el caso de los análisis realizados anteriormente. Sin embargo pueden darse casos atípicos en los que existan muros muy esbeltos con bajas cuantías de refuerzo de borde y conectados por elementos de acoplamiento robustos. En estos casos es posible obtener niveles de acoplamiento mayores a los comunes. Por lo tanto, resulta interesante observar con más detalle el impacto que tienen valores elevados de acopamiento en los coeficientes K y α . Para la obtención de un alto acoplamiento, por una parte se rigidizaron las losas de acople aumentando la cuantía de refuerzo longitudinal. Junto con eso se eliminó la longitud de penetración de las losas en los muros, reduciendo la longitud de empotramiento de estos elementos. Finalmente, se flexibilizaron los muros disminuyendo la cuantía de refuerzo de borde. Se consideran los siguientes parámetros en el análisis:

Cuantía de borde muros 2.5% del área del elemento de borde.

Cuantía de refuerzo en vigas 0.4%.

Ancho de pasillo 1.5[m].

Longitud penetración de losas en muros Lp=0 [m].

El análisis se realizó variando las longitudes de los muros (l_w) entre 2.5 y 5[m] alcanzando niveles de acoplamiento de hasta un 64%.



Figura 4-22 Acoplamiento del sistema en la fluencia del muro 1.



En la Figura 4-20 se grafican los valores de K normalizados por K_1 ec.(3.7) y los valores de α normalizados por α_1 ec.(3.8) para longitudes de muros (l_w) que oscilan entre 5 y 3[m].

Figura 4-23 Valores K y a variando los valores de la longitud de penetración de losa.

La variación del desplazamiento elástico respecto al desplazamiento elástico obtenido en el caso base del muro aislado se puede cuantificar multiplicando los factores K y α normalizados por K_1 y α_1 respectivamente.



Figura 4-24 Variación del desplazamiento de techo en los muros con respecto al desplazamiento de techo de muros aislados.
La Figura 3-23 muestra un gran impacto de los niveles de acoplamiento en los valores de las curvaturas de fluencia respecto a los valores estimados para muros aislados. Existe una diminución importante en la capacidad de desplazamiento elástico del muro en tracción, debido a los grandes niveles de acoplamiento existentes, aproximadamente 60% (Figura 4-24).

4.2.6 ESTIMACIÓN DESPLAZAMIENTO ELÁSTICO.

La variable que tiene mayor impacto en la capacidad de desplazamiento elástico es el nivel de acoplamiento en el sistema de muros. De los análisis anteriores en muros de hormigón acoplados se desprende que la disminución de la rigidez de estos elementos va acompañada de niveles de acoplamientos mayores que a su vez van ligados a mayores diferencias en los valores de K y α . El efecto de acoplamientos altos en el sistema genera que los diagramas de momento cambien de signo en los pisos superiores de los edificios, como se puede apreciar en la Figura 4-25. Cabe destacar que los muros con menores longitudes son menos rígidos lo que genera mayores niveles de acoplamiento, por ende se observa un decaimiento mayor en los niveles de momento.



Figura 4-25 Distribución de momentos en la fluencia del muro 1.

Para los muros esbeltos, el desplazamiento elástico se puede calcular integrando la distribución de curvaturas en la altura a partir de la ecuación (3.2) despreciando la componente de desplazamiento lateral originada por el esfuerzo de corte. Basándose en esta ecuación se propone una metodología para el cálculo del desplazamiento elástico a partir de la distribución de la curvatura en la altura en muros acoplados.

El primer paso de este método consiste en estimar la curvatura de fluencia (ϕ_y) en la base del muro mediante las ecuaciones (3.14), (3.17) y (3.20), utilizando la carga axial que existe en la base de los muros, dato que se puede obtener directamente de algún programa de elementos finitos (ETABS, SAP) que se esté utilizando para modelarlos. Sin embargo el nivel de carga axial que poseen los muros en la base en la fluencia del muro en tracción se puede estimar. Para esto es necesario asumir que en ese estado las losas de acople se encuentran fluyendo lo cual permite calcular el corte que se produce en los extremos de las losas, el que queda determinado por la ecuación (4.2)[5],

$$Q_{losa-fluencia} = \frac{2 M_{\rm fluencia-losa}}{L_{\rm pasillo}}$$
(4.2)

Para calcular el adicional de carga axial, T (Figura 4-9) que se produce debido a la flexión basta integrar los esfuerzos de Corte en la altura proveniente de las losas.

$$T = \sum_{i=1}^{n_{\text{pisos}}} Q_{losa-fluencia} \tag{4.3}$$

La distribución de curvaturas, se calculará a partir de la distribución de momentos, la cual se puede estimar mediante una función cúbica como se muestra a continuación,

$$M(h) = \frac{M_{y}(H_{w} - h_{o})}{(H_{w}^{3}h_{o} - H_{w}h_{o}^{3})}h^{3} + \frac{M_{y}(h_{o}^{3} - H_{w}^{3})}{(H_{w}^{3}h_{o} - H_{w}h_{o}^{3})}h + M_{y}$$
(4.4)

My: momento de Fluencia de la sección del muro en la base.

 h_o : altura donde se produce el cambio de signo en el diagrama de momento.

 H_w : altura total del muro.



Figura 4-26 Distribución aproximada de los Momentos en la altura.

Esta distribución de momentos es aproximada y no considera el efecto de los momentos puntuales que se originan por acción de las losas (Figura 4-26). La distribución de curvaturas en la altura se calculará a partir de la distribución de momentos, mediante la siguiente ecuación,

$$\phi = \frac{M}{EI(h)} \tag{4.5}$$

Para estimar la distribución de rigidez EI en la altura se propone una función bilineal, imponiendo una rigidez no fisurada para las zonas donde el momento es menor al Momento de fisuración. Por simplicidad se puede estimar el momento de fisuración asumiendo carga axial nula. El valor de EI en la base se calcula a partir de la curvatura de fluencia estimada mediante las ecuaciones (3.14), (3.17) y (3.20) y el momento de fluencia M_y en la base. Para estimar la curvatura de fluencia en la base es necesario considerar las variaciones en la carga axial debido a la flexión. Finalmente se obtiene una distribución EI(h) como se muestra en la Figura 4-27.



Figura 4-27 Distribución estimada EI en la altura.

Para observar la eficacia del método se comparan los valores obtenidos mediante esta estimación y los valores de K α de los análisis numéricos. Se utiliza como variable la longitud de los muros y se estima el valor de K α para el Muro 1 (Figura 4-9). Los análisis realizados se dividen en dos grupos que se detallan a continuación:

- a) Análisis con acoplamientos bajos: los modelos tienen las características del caso base detallado en la sección (4.2). La variable en este caso es la longitud de los muros.
- b) Análisis con acoplamientos altos: se trabaja con un modelo de muros acoplados detallado en la sección (4.2.5).

Para muros con bajos niveles de acoplamiento existe un buen ajuste entre los valores estimados mediante el procedimiento propuesto en este capítulo y los valores obtenidos del análisis numérico, como se muestra en las curvas 4 y 5 de la Figura 4-28. Para muros con niveles de acoplamiento altos existen

diferencias máximas de un 15% entre los valores estimados y los resultados del análisis (curvas 1 y 2). Las curvaturas de fluencia se estimaron considerando una variación en la carga axial producida por el acoplamiento utilizando la ecuación (4.3) encontrando errores máximos del 15% al estimar la carga axial mediante esta ecuación. Para los diferentes grados de acoplamiento, las aproximaciones realizadas mediante el procedimiento detallado en este capítulo son conservadoras pues predicen una capacidad de desplazamiento elástico menor a la que realmente poseen los muros.

Se calculan además los valores de K α de muros acoplados mediante las ecuaciones (3.14) y (3.16) obtenidas para muros aislados. Con el fin de estimar la fuerza de tracción en el Muro 1 originada por la carga lateral se utilizó la ecuación (4.3) asumiendo la fluencia de las losas que conectan ambos muros. Se observa que los valores obtenidos utilizando las ecuaciones de muros aislados, resultan poco conservadoras y sobreestiman la capacidad de desplazamiento elástico de los muros especialmente para niveles de acoplamiento altos (curvas 1 y 3). Sin embargo al tener niveles de acoplamiento suficientemente bajos, las expresiones para muros aislados pueden estimar razonablemente los valores de K α de muros acoplados (curvas 4 y 6). El muro de 5[m] de largo es el que tiene el menor nivel de acoplamiento (10%) para el casos de bajo acoplamiento y es en el que precisamente es posible estimar la capacidad de desplazamiento elástico mediante las ecuaciones (3.14) y (3.16) obtenidas para muros aislados, con un error asociado menor al 10%.



Figura 4-28 Comparación entre estimación de capacidad elástica y valores obtenidos en los análisis numéricos.

A modo de comparación con el método propuesto en este capítulo, se realizaron cálculos de los valores de K α asumiendo una rigidez no agrietada constante en la altura. Para los casos analizados anteriormente, se encontraron capacidades elásticas altamente conservadoras comparadas con los valores

obtenidos asumiendo una curvatura bilineal. Los valores de $K\alpha$ son en promedio 50% más conservadores que las expresiones obtenidas asumiendo una distribución de curvaturas bilineal.

4.2.7 ANÁLISIS DE RESULTADOS MODELO DE MUROS ACOPLADOS.

Mediante la realización de los análisis numéricos de muros acoplados es posible tener una noción del impacto del acoplamiento al predecir el comportamiento elástico de los muros. Para estimar tanto la curvatura como el desplazamiento de techo elástico es necesario conocer primero el nivel de acoplamiento que experimentarán los muros de hormigón. Para niveles de acoplamiento bajos (menores al 15%) es posible estimar de manera razonable la capacidad de desplazamiento elástico de los muros utilizando las ecuaciones obtenidas para muros aislados (3.14) y (3.16), tomando en consideración la variación en la carga axial debido a la flexión. Para sistemas de muros con niveles de acoplamiento altos podría resultar arriesgado estimar la capacidad de desplazamiento elástico mediante la expresión (3.16) obtenida para muros aislados. Esto dado que para acoplamientos altos existen diferencias de hasta un 40% entre valores estimados con la ecuación (3.16) y los valores obtenidos del análisis. Es por esto que se recomienda la utilización del método de la sección 4.2.6 basado en la integración numérica de las curvaturas, calculando las curvaturas mediante la expresión (4.5), asumiendo una rigidez bilineal como se muestra en la Figura 4-27. El considerar una rigidez no agrietada constante en la altura asume en promedio capacidades de desplazamiento 50% menores en los casos de análisis estudiados.

CAPITULO 5: ESTIMACIÓN DE LONGITUD DE RÓTULA PLASTICA PARA UN MODELO DE PLASTICIDAD CONCENTRADA.

El decreto D.S N°60 entrega las ecuaciones (1.1) y (1.2), las cuales limitan el daño en los muros de hormigón exigiendo que al alcanzar el desplazamiento de diseño del edificio (δ_u) no se sobrepase un nivel de deformaciones unitarias de 0.008 en la fibra más comprimida del hormigón. Estas ecuaciones se basan en el modelo de la Figura (5.1) donde la longitud de la rótula plástica representa la zona donde se concentrarán las deformaciones plásticas en los muros de hormigón.



Figura 5-1 Modelo muro cantiléver.

La ecuación (1.1) propuesta por el decreto es una aproximación que proviene de la ecuación (5.1),

$$\varphi_u = \frac{\delta_u}{h_w l_p} \tag{5.1}$$

- i. φ_u = curvatura última.
- ii. $l_p =$ longitud de la rótula plástica.
- iii. h_w = altura total del muro.
- iv. δ_u = desplazamiento último.

asumiendo una longitud de rótula plástica equivalente a $0.5l_w$ mientras que la ecuación (1.2) requiere estimar una longitud de rótula plástica y una componente elástica.

En este capítulo se realiza un análisis paramétrico para estudiar las variables que determinan la longitud de rótula plástica. Se calibran expresiones a partir de modelos numéricos que permitan estimar l_p para muros rectangulares y observar las diferencias existentes en las curvaturas últimas obtenidas de los análisis numéricos y las estimadas con la expresión (1.1) del D.S N°60 y una expresión propuesta en este capítulo que reemplaza a la expresión (1.2) del decreto.

5.1 TRABAJOS ANTERIORES SOBRE LONGITUD DE RÓTULA PLÁSTICA.

La longitud de la rótula plástica ha sido estudiada por varios autores, entre ellos Paulay y Uzumeri quienes modificaron las ecuaciones propuestas por Sawyer's [18] para vigas calibrándolas para muros y obteniendo la ecuación (5.2). Un límite superior para los valores de l_p en la ecuación anterior viene de considerar $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.1$ mientras que Paulay y Priestley recomiendan valores $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.044$ para un límite inferior de la expresión (5.2).

$$l_p = \alpha 0.8 l_w + \beta h_w \tag{5.2}$$

i. $l_w = largo de muro.$

ii. h_w = altura muro.

Sasani y Der Kiureghian (2001) [19] proponen la siguiente ecuación,

$$l_p = 0.43d + 0.077 \sqrt[]{z} /_d \tag{5.3}$$

i. d = profundidad efectiva flexión.ii. $z = M/_V$

El trabajo más reciente es el de Bolt y Adebar (2011) [17], quienes estudiaron la longitud de la rótula plástica a partir de los resultados obtenidos de un modelo de elementos finitos implementado en el programa VecTor2. Este programa considera el efecto del esfuerzo de corte, la carga axial y la flexión. Se realizaron análisis de 22 muros variando la longitud del muro, la carga axial y la altura de los muros (z=M/V) obteniendo la expresión (5.4) para niveles de deriva (*drift*) total del 2%.

$$l_p = (0.2l_w + 0.05z) \ (1 - \frac{1.5P}{f'_c A_g}) \tag{5.4}$$

La ecuación propuesta por Adebar y Bohl no toma en consideración el efecto que tiene en los valores de l_p la variación de los niveles de endurecimiento del refuerzo, la cuantía de refuerzo de borde y el nivel de deriva *(drift)* inelástica en el muro. Para estudiar el impacto de estas variables se realiza un análisis numérico incursionando en el rango no lineal mediante los modelos implementados en el análisis elástico (modelo de fibras descrito en la sección 2.1). Para los elementos de borde se utilizaron las propiedades del hormigón confinado detalladas en la sección 2.2.

5.2 VALIDACIÓN MODELO DE FIBRAS RANGO NO LINEAL.

Para validar los resultados del modelo en el rango inelástico se utilizarán resultados obtenidos por Adebar et al. [20] en un ensayo de muros esbeltos. Adebar realizó ensayos de Pushover cíclico en muros esbeltos de gran escala con relación de aspecto h_w/l_w =11. La carga axial utilizada durante todo el ensayo es 10% $f'_c A_g$ =1500 kN realizando 4 ciclos completos para 13 niveles de desplazamiento lateral que oscilan entre 15 y 300 mm. La altura del muro ensayo por Adebar es de 11.48 [m] y se tiene una cuantía de borde baja igual al 0.45%.



Figura 5-2 Sección transversal probeta muro, Adebar et al. [20].



Figura 5-3 Vista lateral probeta muro, Adebar et al [20].

Se implementó un modelo en Opensees utilizando la geometría de la probeta de la Figura 5-2. La sección transversal se dividió en un conjunto de fibras de acero y hormigón confinado y no confinado utilizando las mismas cuantías de refuerzo y propiedades de materiales detalladas en la publicación.



Figura 5-4 Sección transversal Modelo numérico en Opensees.

Debido a que el modelo en Opensees no considera la componente de desplazamiento producida por el corte ni el giro del pedestal es importante descontar este efecto de los niveles de deriva *(drift)* en el ensayo para hacer una comparación con los resultados del modelo en Opensees. En la publicación se detalla el desplazamiento lateral producido por el giro del pedestal, sin embargo no se detalla la componente que proviene del esfuerzo de corte. A modo de aproximación se supone que el desplazamiento producido por el esfuerzo de corte corresponde al 10% del desplazamiento del muro descontando el giro del pedestal



Figura 5-5 Distribución de curvaturas en la altura Adebar [20] vs. modelo numérico.

En la Figura 5-5, se observa que existe un buen ajuste de la distribución de las curvaturas del modelo en Opensees con los valores experimentales, exceptuando las curvaturas en la base para el nivel de deriva *(drift)* de 1.61%.

5.3 ANÁLISIS PARAMÉTRICO.

El objetivo del análisis paramétrico es observar el impacto que tienen diferentes variables en las longitudes de rótula plástica realizando análisis numéricos considerando las siguientes variables:

- a. Carga axial: la carga axial en los muros varía entre $10\% f'_c A_g$ y $35\% f'_c A_g$. Los valores de carga axial en muros más frecuentemente encontrados en edificios oscilan entre 15%-40% de acuerdo con el estudio (Estay 2008) [21].
- b. Longitud de muros: se consideran longitudes de muros de 2.5, 5 y 7.5[m].
- c. Razón M/V: se consideraron tres alturas distintas correspondientes a edificios de 10, 15 y 20 pisos.
- d. Cuantía refuerzo borde: las cuantías de refuerzo de borde se variaron entre el 2.5% y 7.5% del área del elemento de borde. Los casos más comunes de refuerzo encontrados en el estudio de Estay [21] oscilan entre el 5% y 6% del área del elemento de borde. Se considera una longitud de confinamiento de cada elemento de borde equivalente al 40% de la longitud del muro.
- e. Endurecimiento: La variable endurecimiento se definió $b = E_{inlestico}/E_{elástico}$. Basados en ensayos realizados en probetas en el trabajo de Polanco (2013) [22]. Para los análisis se consideraron niveles de endurecimiento b = 2%, 3% y 4%.
- f. Niveles de deriva (drift) total de techo: se analizaron distintos niveles de deriva (drift) llegando a niveles del 3% para el caso de muros con un longitud de 2.5 [m] debido a su alta capacidad elástica. Generalmente se consideraron niveles de deriva (drift) de 1%, 1.5%, 2% y los niveles de deriva (drift) asociados a deformaciones unitarias en el hormigón del 0.003 y 0.008.

En los análisis paramétricos detallados en el Anexo A se consideró un tipo material para modelar el acero que representara las características observadas comúnmente en las barras de refuerzo de acero utilizadas en los edificios chilenos. Para este fin se trabajó con los resultados obtenidos por Polanco, en donde se ensayaron barras de refuerzo de acero obteniendo la curva detallada en la Figura 5-6. Es posible observar primero una zona elástica hasta la fluencia dando paso a una zona plástica llegando a una deformación del 0.02. Luego se presenta una zona de endurecimiento del acero para deformaciones superiores al 0.02.



Figura 5-6 Acero Refuerzo, Polanco 2012 [22].

Para modelar la ley constitutiva observada en el acero se utilizó el material *Hysteretic Material* implementado en Opensees, el cual permite modelar la zona plástica y el endurecimiento del acero. En la Figura 5-7 es posible observar la manera en que se modeló el acero para los análisis.



Figura 5-7 Acero Refuerzo modelado con Hystetetic Material.

Para cada longitud de muro, nivel de carga axial, cuantía de refuerzo de borde y relación M/V estudiadas se variaron los niveles de endurecimiento entre 2% y 4% considerando distintos niveles de deriva total (*drift*). En la Figura 5-8 se realiza una comparación de los valores de la longitud de la rótula plástica obtenidos de los análisis numéricos, para distintos niveles de deriva total, endurecimiento, carga axial, longitud de muros, cuantía de refuerzo de borde y relación M/V, y los valores propuestos por la expresión encontrada

por Adebar et al. De acuerdo al trabajo de Adebar se considera $l_p = 0.5 l_p^*$, donde l_p^* corresponde a la distancia desde la base hasta donde se alcanza la deformación de fluencia en la barra de refuerzo sometida a la mayor tracción en el muro.



Figura 5-8 Comparación expresión obtenida por Adebar et al. con valores obtenidos del análisis numérico.

Debido a la dispersión existente se propone una corrección a la ecuación (5.4). Con los resultados obtenidos del análisis numérico (Anexo A) se realiza una regresión multivariable corrigiendo la expresión propuesta por Adebar et al. con la expresión (5.6), la cual tiene un error promedio del 7% con los valores obtenidos numéricamente. La ecuación (5.6) contiene tres factores que consideran el nivel de endurecimiento del refuerzo, la cuantía de refuerzo y la deriva (*drift*) plástica en la que incursiona el muro, la cual se calcula mediante la expresión (5.5).

$$\Delta_p = \frac{(\delta_{\text{total}} - \delta_y)}{H_w} \tag{5.5}$$

$$l_p = (0.2l_w + 0.05z) (1 - \frac{1.5P}{f_{c}A_g}) (\Delta_p^{0.26}) (b + 0.7) (6.11 - 11.87\rho)$$
(5.6)

De acuerdo a la expresión (5.6), la longitud de rótula plástica se ve incrementada con la longitud de los muros, la relación M/V, el endurecimiento del refuerzo y el nivel de desplazamiento plástico alcanzado. La carga axial y la cuantía de refuerzo de borde por otro lado, tienen el efecto opuesto observando valores más bajos de l_p con mayores cargas axiales y cuantías de refuerzo de borde. La relación M/V incrementa los valores de las longitudes de rótula plástica. Para un momento basal constante los muros más altos tendrán menores valores de V que muros de menor altura, lo que implica mayores valores de M/V. Esto se puede observar en la Figura 5-9.



Figura 5-9 Esquema variación de la longitud de rótula plástica con M/V.

El aumento de la longitud de los muros genera que para un mismo nivel de curvaturas existan mayores deformaciones en las fibras en tracción del muro más largo entrando en la fase de endurecimiento del acero. Estas altas deformaciones se vinculan con una fluencia más temprana lo que lleva a que el largo sobre el cual los momentos en el muro exceden el momento de fluencia del muro aumente.



Figura 5-10 Perfil de deformaciones y tensiones en la sección transversal.

El aumento de los valores de l_p con el endurecimiento se explica debido a que mayores niveles de endurecimiento generan que para un mismo nivel de deformaciones existan mayores tensiones en las fibras de acero, lo que produce un aumento en la capacidad de flexión que se traduce en un aumento del largo de la zona donde se sobrepasa el momento M_y . Se estudió en forma particular el caso en el cual no existe endurecimiento encontrando que los muros no son capaces de distribuir el daño en la altura, concentrándose todo el daño principalmente en la base. Por otra parte, el aumento de los niveles de carga axial en los muros, y el aumento de la cuantía de refuerzo de borde contribuyen a aumentar el comportamiento frágil de la sección, lo que se traduce en una disminución de la razón M_n/M_y que genera un decremento en la longitud de rótula plástica.

La expresión (5.6) puede simplificarse de manera conservadora, logrando una independencia del nivel de endurecimiento y de la cuantía de refuerzo de borde. Para este fin se consideró un endurecimiento b=0.02 y una cuantía de refuerzo del 10% del área de borde en la ecuación (5.6) obteniendo la expresión (5.7).

$$l_p = (0.2l_w + 0.05z) \left(1 - \frac{1.5P}{f'_c A_g}\right) (3.54\Delta_p^{0.26})$$
(5.7)

En la Figura 5-11 se puede observar los valores de curvaturas estimados mediante la expresión (5.6) y (5.7) comparados con los valores de longitud de rótula plástica obtenidos de los análisis numéricos. Aunque el error aumenta con esta última expresión, los valores de rótula plástica obtenidos son más conservadores.



Figura 5-11 Comparación expresión (5.6) y (5.7) con valores obtenidos del análisis numérico.

Los valores de desplazamientos inelásticos propuestos por la expresión (5.7) y (5.6), se ajustan de mejor manera a los resultados obtenidos en el análisis numérico que la expresión (5.5) propuesta por Bohl y Adebar, existiendo una menor dispersión de los datos. Es posible verificar que los valores obtenidos mediante la expresión simplificada (5.7) son más conservadores que los valores obtenidos mediante la expresión más general, puesto que se ubican sobre la recta que divide la Figura 5-11.

Dado que la expresión (1.1) del decreto D.S N°60, no utiliza el desplazamiento inelástico para la estimación de la rótula plástica se propone una expresión para estimar la longitud de la rótula plástica en función de la deriva (*drift*) total (Δ_{total}). Se obtiene la expresión (5.8) mediante el método de mínimos

cuadrados considerando las mismas variables que las utilizadas en la ecuación (5.6) con excepción de utilizar como variable la deriva total Δ_t en vez de la deriva plástica Δ_p .

$$l_p = (0.2l_w + 0.05z) (1 \frac{1.5P}{f'_c A_g}) (\Delta_t^{0.47}) (b + 0.97) (9.15 - 27.04\rho)$$
(5.8)

La expresión (5.8) tiene un mayor error que la expresión (5.6), obteniendo un error promedio de 12%. Es importante destacar que los mayores errores se obtienen para muros con alta capacidad de deformación elástica sometidos a niveles totales de derivas *(drift)* bajas. En estos casos la expresión (5.8) sobreestima las longitudes de rótula plástica debido a que gran parte del desplazamiento se produce en el rango elástico e incursionan levemente en el rango inelástico. Esta expresión se puede simplificar, utilizando un endurecimiento del 2%, en un caso conservador y una cuantía de refuerzo de borde del 10%, dando lugar a la expresión (5.9).

$$l_p = (0.2l_w + 0.05z) (1 - \frac{1.5P}{f_{\prime c} A_g}) (6.38 \Delta_t^{0.47})$$
(5.9)

Se puede observar en la Figura 5-12, que los valores obtenidos mediante la expresión (5.9) son más conservadores que los resultados obtenidos mediante la expresión más general.



Figura 5-12 Comparación expresión simplificada con valores obtenidos del análisis numérico.

De los análisis numéricos realizados fue posible observar un distribución exponencial de las curvaturas en la base para el tipo de acero normalmente utilizado en los refuerzos en Chile, como se muestra en la Figura 5-13.



Figura 5-13 Distribución de curvaturas en la altura.

Debido a esto, para estimar la curvatura última se propone la expresión (5.10) que modifica la expresión (1.2) propuesta en el D.S N°60. La nueva expresión, al igual que la propuesta en el decreto, consta de una componente elástica sumada a una inelástica que estima la curvatura inelástica asumiendo una distribución exponencial de las curvaturas en la base.

$$\phi_u = \phi_y + \frac{(\delta_u - \widetilde{\delta_y})}{\frac{2lp}{5} \left(H_t - \frac{2lp}{6}\right)}$$
(5.10)

Esta expresión contempla una corrección de la componente elástica δ_y debido a que el modelo de rótula plástica considera una componente de desplazamiento elástico que proviene de la doble integración en la altura del área sombreada en la Figura 5-14, la cual no coincide exactamente con el desplazamiento de fluencia. La componente elástica corregida δ_y queda determinada por la ecuación (5.11) para el caso en que la componente elástica δ_y es determinada de manera simplificada considerando K=1.4 y α =0.22.

$$\widetilde{\delta_y} = \delta_y \left[1 + 0.9 \left(\frac{l_p}{H_w} \right)^{0.23} \right]$$
(5.11)

Se utiliza la expresión (5.12) para determinar la corrección de la componente elástica para el caso en que esta sea determinada de una manera más detallada en la que K depende de la carga axial y α depende de la cuantía de refuerzo de borde.

$$\widetilde{\delta_{\mathcal{Y}}} = \delta_{\mathcal{Y}} \left[1 + 3.14 \left(\frac{l_p}{H_w} \right)^{0.74} \right]$$
(5.12)



Figura 5-14 Aproximación componente elástica.

A continuación se realiza una comparación entre las ecuaciones (1.1) del decreto D.S N°60 y la expresión (5.10) utilizando las expresiones de rótula plástica encontradas en este capítulo y la componente elástica propuesta en el Capítulo 3. Para el cálculo de las curvaturas últimas a partir de la ecuación (5.10) se estima la curvatura de fluencia y el desplazamiento elástico de dos maneras distintas. La primera forma es contemplando la expresión más simplificada propuesta en el Capítulo 3, en la cual se asumen valores de K=1.4 y α =0.22, mientras que la segunda forma asume una valor de K dependiente de la carga axial detallado en la expresión (3.15) y un valor de α dependiente de la cuantía de refuerzo de borde obtenido de la expresión (3.16). Para estimar la variación de la longitud de rótula plástica producida por la deriva inelástica se utiliza la expresión simplificada independiente del endurecimiento del refuerzo y la cuantía de refuerzo de borde que se detalla en la ecuación (5.7).

Por otro lado, se estiman las curvaturas últimas a partir de la ecuación (1.1), para lo cual se calcula la longitud de rótula plástica a partir de dos expresiones. Primero se considera el valor propuesto por el decreto $(l_p = l_w/2)$ y luego se utiliza el valor propuesto por la ecuación (5.9), el cual es independiente del nivel de endurecimiento del refuerzo y de la cuantía de refuerzo de borde.

Se grafican los datos obtenidos del modelo de fibras contrastados con los obtenidos de las estimaciones analíticas. Se diferencian los datos separándolos en dos grupos: el primer grupo, abarca desplazamientos menores a 0.8 [m] y el segundo grupo considera niveles de desplazamientos laterales mayores. Los datos del primer grupo se grafican mediante marcadores sin sombreado y los del segundo son representados con marcadores sombreados en la Figura 5-15.

1.
$$\Phi_u = \Phi_y + \frac{(\delta_u - \widetilde{\delta_y})}{\frac{2lp}{5}(H_t - \frac{2lp}{6})}$$

- 2. Componente elástica: K=1.4 ; α=0.22
- $\widetilde{\delta_{\mathcal{Y}}} = \delta_{\mathcal{Y}} \left[1 + 0.9 \left(\frac{l_p}{H_w} \right)^{0.23} \right]$ 3.
- Componente inelástica: 4.

$$l_p = (0.2l_w + 0.05z) (1 - \frac{1.5P}{f_c A_g}) (3.54\Delta_p^{0.26})$$



- 2. Longitud rótula plástica:

$$l_p = l_w/2$$

0.03

0.025

0.02

0.015

0.01

0.005

(c)

0

0

0.005

0.01

curvatura [1/m] estimada

1.
$$\Phi_u = \Phi_y + \frac{(\delta_u - \widetilde{\delta_y})}{\frac{2lp}{5}(H_t - \frac{2lp}{6})}$$

2. Componente elástica:

$$K = 1.31 + 1.69 \frac{P}{f'_c A_g} ; \alpha = 0.33 \rho_{borde}^{0.14}$$
$$\widetilde{\delta_y} = \delta_y \left[1 + 3.14 \left(\frac{l_p}{H_w} \right)^{0.74} \right]$$

Componente inelástica: 4.

3.

$$l_p = (0.2 l_w + 0.05 z) \; (1 - \frac{1.5 P}{f'_c A_g}) \; (\; 3.54 \Delta_p^{\; 0.26})$$





Figura 5-15 Tabla resumen comparación curvaturas.

0.02

0.015

En la Figura 5-15 (a) y (b) se puede observar que en promedio los valores de las curvaturas estimadas son mayores a los valores obtenidos de los análisis numéricos. La diferencia entre ambas figuras es que la Figura 5-15 (b) tiene un promedio y dispersión menor a la encontrada en la Figura 5-15 (a). Sin embargo estas no son diferencias pronunciadas por lo que ambas maneras de estimar las curvaturas últimas resultan equivalentes. Por otro lado las Figura 5-15 (c) y (d) demuestran dos maneras que en promedio son más conservadoras al momento de estimar las curvaturas últimas sin embargo presentan grandes dispersiones. La manera detallada en la Figura 5-15 (d) es más conservadora que (c), dado que prácticamente el cien por ciento de las curvaturas estimadas para niveles de desplazamientos de techo del grupo 1 son mayores a las curvaturas obtenidas del análisis numérico. Finalmente, la Figura 5-15 (c) devela que el asumir una longitud de rótula plástica $l_p = l_w/2$ resulta poco conservador en algunos casos y excesivamente conservador en otros además de que existen numerosos casos en que se subestiman las curvaturas últimas para niveles de desplazamientos del primer grupo que se relacionan a niveles de deriva bajos.

Para asegurar que la expresión (5.10) sea conservadora en prácticamente la totalidad de los casos se multiplica la longitud de rótula plástica por un factor 0.7, como se detalla en la ecuación (5.13).

$$l_p = 0.7(0.2l_w + 0.05z) \left(1 \frac{1.5P}{f'_c A_g}\right) (3.54\Delta_p^{0.26})$$
(5.13)

La comparación entre los valores estimados de curvaturas últimas utilizando la ecuación (5.13) y los valores obtenidos del análisis numérico se detallan en la Figura 5-16.



Figura 5-16 Tabla comparación curvaturas.

En la Figura 5-16 es posible observar que prácticamente el cien por ciento de los valores calculados mediante las expresiones analíticas propuestas permiten realizar una estimación conservadora de las curvaturas últimas por lo que se recomienda la utilización de las expresiones detalladas en la Figura 5-16. Es importante destacar que la dispersión no crece mucho y se tiene un factor de seguridad que en promedio es dos veces el valor encontrado en el análisis numérico.

Este trabajo presenta un análisis paramétrico mediante modelos numéricos de fibras no-lineales de muros esbeltos de hormigón armado, los cuales permiten calibrar expresiones analíticas para la curvatura de fluencia, el desplazamiento elástico y la longitud de rótula plástica.

Se trabaja con elementos compuestos por fibras con plasticidad distribuida utilizando materiales no lineales con las propiedades del acero y hormigón. La calibración de los modelos se basa en una comparación de los perfiles de deformaciones transversales obtenidos a partir de un análisis numérico cíclico con valores encontrados en la literatura. Los modelos implementados no reproducen de manera exacta el comportamiento de los muros estudiados debido a que no consideran la componente de corte, sin embargo son una aproximación razonable de lo observado experimentalmente. Esto se da principalmente pues se trabajó con modelos de muros esbeltos, en los que la componente de deformación por corte no es alta.

Se realizan análisis monotónicos de muros rectangulares para una carga lateral triangular considerando distintas variables, entre ellas la carga axial y la cuantía de refuerzo de borde. A partir de estos análisis se encuentra una expresión simplificada para el cálculo de la curvatura de fluencia, la cual depende exclusivamente de la carga axial con un error asociado del 8%. Sin embargo se recomienda utilizar de manera conservadora un valor de K=1.4, el cual se asocia a niveles de carga axial del 5% $f'_c A_g$. Este valor es levemente mayor al propuesto por Paulay [1] para muros rectangulares (K=1.25).

$$\Phi_y = K \frac{\varepsilon_y}{l_w} = (1.31 + 1.69 \frac{P}{f'_c A_g}) \frac{\varepsilon_y}{l_w} \rightarrow \Phi_y = 1.4 \frac{\varepsilon_y}{l_w}$$

Adicionalmente se encuentra una expresión analítica para estimar la capacidad de desplazamiento elástico, la cual depende de la carga axial y la cuantía de refuerzo de borde. Basándose en los resultados de los análisis numéricos se puede asumir de manera conservadora α =0.22. Se observa en general que estimar la componente elástica de muros rectangulares mediante una ecuación que considera K dependiente de la carga axial y α de la cuantía de refuerzo de borde en vez de utilizar K=1.4 y α =0.22 tiene una baja repercusión al estimar los niveles finales de daño. Esto se da especialmente en los casos en los que los niveles de desplazamiento son altos, debido a que el incremento de curvatura asociada a la componente inelástica puede ser hasta 10 veces mayor que el valor de la curvatura de fluencia. Por consiguiente se recomienda la siguiente ecuación para estimar el desplazamiento elástico de muros:

$$\delta_y = \alpha \varphi_y H_w^2 = (0.33 \rho_{borde}^{0.14}) \varphi_y H_w^2 \rightarrow \delta_y = (0.22)(1.4 \frac{\varepsilon_y}{l}) H_w^2$$

Se realizan análisis paramétricos de modelos numéricos para muros con secciones transversales T, considerando tanto el alma como el ala en compresión. Para los muros con el alma en compresión es recomendable estimar la curvatura de fluencia y desplazamiento elástico mediante la expresión asociada a muros rectangulares mientras no exista una gran asimetría en el refuerzo de borde de los extremos. Es importante tener presente evitar una cantidad de refuerzo en las alas considerablemente mayor que en el alma pues puede significar un comportamiento frágil del muro. Para los muros T con el ala en compresión se puede asumir de manera conservadora K=1.0 y α =0.22, independientemente de la relación entre el largo del ala y el alma. El valor del coeficiente K, es prácticamente igual al propuesto por Paulay (2002) [1] (K=1.1).

$$\phi_y = K \frac{\varepsilon_y}{l_w} = (1.0 + 0.59 \frac{P}{f'_c A_g}) \frac{\varepsilon_y}{l_w} \rightarrow \phi_y = 1.0 \frac{\varepsilon_y}{l_w}$$

Se realiza un segundo modelo numérico para los análisis paramétricos de muros acoplados por losas de hormigón. Estos modelos logran representar el comportamiento de un sistema con estas características develando el impacto del acoplamiento en la componente elástica. En el análisis se consideran variables como la carga axial, la cuantía de refuerzo de borde y la longitud de los muros, sin embargo la variable que demuestra tener un mayor impacto en la componente elástica es el grado de acoplamiento presente en el sistema. A partir de un análisis numérico de muros con altos niveles de acoplamiento, se propone estimar la curvatura de fluencia utilizando las ecuaciones de muros aislados considerando la variación que existe en la carga axial producto de la flexión. La capacidad de desplazamiento elástico, se obtiene integrando una distribución de curvaturas en la altura, calculada a partir de un diagrama de momento y una distribución de agrietamiento elástico puede verse reducida hasta en un 60% con respecto a los valores estimados para un muro aislado, sin embargo para muros con bajos niveles de acoplamiento (menores al 15%) es posible utilizar las ecuaciones obtenidas para muros aislados sin cometer errores más allá del 10%.

Finalmente se estudia la componente inelástica calibrando ecuaciones para la longitud de rótula plástica. Antes de realizar los análisis paramétricos se calibra el modelo comparando las distribuciones de curvaturas en la altura entregadas por el análisis numérico con resultados experimentales encontrando un buen ajuste. Se modificó el tipo de acero utilizado en la calibración, considerando un acero que tuviese las características de los aceros comúnmente utilizados para los refuerzos en Chile. Se realiza un conjunto de análisis numéricos considerando distintas variables como la carga axial, la longitud de los muros, la cuantía de refuerzo de borde, el endurecimiento, la relación M/V y el nivel de deriva. De acuerdo al trabajo de Adebar et. al (2011) [17] se considera que el valor de $l_p = 0.5l_p^*$, donde l_p^* corresponde a la distancia desde la base hasta donde se alcanza la deformación de fluencia en la barra de refuerzo sometida a la mayor tracción en el muro. Se corrigen las expresiones encontradas por Adebar para el cálculo de la longitud de rótula plástica

incorporando tres factores, los cuales dependen del endurecimiento, la cuantía de refuerzo en los elementos de borde y de los niveles de deriva plástica (Δ_p) en los que incursiona el muro. A partir de los datos obtenidos numéricamente se calibran estos factores obteniendo una expresión más general a la propuesta por Adebar, en la cual las longitudes de rótula plástica están correlacionadas de manera negativa con la carga axial y la cuantía de refuerzo de borde y de manera positiva con la relación M/V, la longitud de los muros, los niveles de deriva plástica (Δ_p) y el nivel de endurecimiento del refuerzo de borde. Los análisis se realizaron para niveles de endurecimientos mayores al 2% que son los niveles de endurecimiento frecuentemente encontrados. No se utilizaron refuerzos con niveles de endurecimientos menores al 2% pues degradan rápidamente y concentran las deformaciones en la base del muro.

Se recomienda utilizar una simplificación conservadora de la expresión más general obtenida para l_p asumiendo un endurecimiento del 2% para todos los muros y una cuantía de refuerzo de borde del 10%.

$$l_p = 0.7(0.2l_w + 0.05z) (1 - \frac{1.5P}{f_{cAg}}) (3.54\Delta_p^{0.26})$$

De los análisis numéricos realizados utilizando el material *Steel02*, con las propiedades de los aceros de refuerzo en Chile, se obtiene que las curvaturas en la base presentan un aumento exponencial y no lineal como asume la expresión propuesta en el decreto D.S. N°60. Por este motivo se propone la expresión (5.10) para estimar las curvaturas de fluencia reemplazando la expresión (1.2) propuesta en la norma.

Se recomienda estimar las curvaturas últimas utilizando la expresión conservadora para la longitud de rótula plástica en función de Δ_p detallada en la expresión (5.13). Para la componente elástica es posible utilizar expresiones simplificadas y otras dependientes de la carga axial y la cuantía de refuerzo de borde. Ambas estimaciones analíticas entregan resultados similares y son conservadoras en prácticamente el cien por ciento de los casos analizados. En promedio se obtiene un factor de seguridad 2 al momento de estimar las curvaturas últimas.

Se realiza una segunda calibración para l_p tomando como variable la deriva total (Δ_t) del muro. Esta expresión se utiliza para calcular las curvaturas últimas mediante la ecuación (1.1) del decreto comparándolas con las curvaturas últimas obtenidas del análisis numérico.

$$l_p = (0.2 l_w + 0.05 z) (1 - \frac{1.5 P}{f'_c A_g}) (6.38 \Delta_t^{0.47})$$

Adicionalmente se realiza una segunda comparación de los resultados numéricos con las curvaturas últimas estimadas utilizando valores de $l_p=0.5 l_w$, como se propone en la expresión (1.1). Se encontró que el valor de la longitud de rótula plástica propuesto por la norma es excesivamente conservador en algunos casos más no en otros. Esto se da principalmente cuando se tienen niveles de deriva total (Δ_t) bajos, lo que lleva a tener valores de l_p menores a 0.5 l_w . Esto quedo demostrado en la Figura 5-15 (c), donde es posible observar la gran cantidad de casos en que las estimaciones analíticas subestiman las curvaturas obtenidas en los análisis numéricos, especialmente para desplazamientos pequeños. Por otro lado la utilización de la expresión de l_p en función de la deriva total (Δ_t) en la ecuación (1.1) es más conservadora que la expresión propuesta por la norma donde se asume $l_p=0.5l_w$. Sin embargo para niveles de deriva bajos resulta excesivamente conservadora, lo que podría llevar a redimensionar los muros de hormigón al momento del diseño.

[1] Paulay, T. (2002) "The displacement capacity of reinforced concrete coupled walls". Engineering Structures 24. pp. 1165-1175.

[2] Paulay, T. (2001) "Seismic response of Structural Walls: recent developments". NCR Research Press Web site. http://cjce.nrc.ca.

[3] http://opensees.berkeley.edu/.

[4] Massone, L. & Rojas, F. (2012) "Mw = 8.8 Terremoto en Chile". Santiago. Maval. Cap. 8.

[5] Priestley, M.J.N. Calvi, G.M. Kowalsky, M.J. (2007) "Displacement Based Seismic Design of Structures". Italia. IUSS PRESS. Cap 4.

[6] Menegotto, M. & Pinto, P. (1973) "Method of Analysis for Cyclically Loaded RC Plane Frames, Including Changes in Geometry and Non-Elastic Behavior of Elements under Combined Normal Force and Bending". Symposium on the Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads.

[7] Thomsen IV, J. Wallace, J. (2004) "Displacement-Based Design of Slender Reinforced Concrete Structural Walls - Experimental Verification". Journal of Structural Engineering. Vol. 130. No. 4. pp. 618-630.

[8] Orakcal, Kutay & Wallace, John W. (2006) "Flexural Modeling of Reinforced Concrete Walls-Experimental Verification". ACI Structural Journal. Vol.103. No2. pp. 196-206.

[9] Belarbi, H. & Hsu, T.C.C (1994) "Constitutive Laws of Concrete in Tension and Reinforcing Bars Stiffened by Concrete". ACI Structural Journal. Vol.91. No4. pp 465-474.

[10] Popovics, S. (1973) "A numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete".Cement and Concrete Research. Vol.3. No 4. pp. 583-679.

[11] Palermo, D. & Vecchio, F.J. (2003) "Compression Field Modeling of Reinforced Concrete Subjected to Reversed Loading Formulation". ACI Structural Journal. Vol. 100. No. 5. pp. 616-625.

[12] Saatcioglu, M. & Razvi, S. (1992) "Strength and Ductility of Confined Concrete". Journal of Structural Engineering. Vol 118. No. 6. pp. 1590-1607.

[13] Cordero, F. (2011) "Modelación de la Falla. De Compresión en Muros de Hormigón Armado observada en el Terremoto de magnitud Mw 8.8 de Chile de 2010". Memoria para obtener el título de Ingeniero Civil. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile. [14] Alexander Coull, F. & Wong, Yang Chee (1984) "Stresses in Slabs Coupled Flanged Shear Walls". Journal of Structural Engineering. Vol. 110. No. 1. pp. 105-119. [15] Panagiotou, M. & Restrepo, J. (2011) "Displacement-Based Method of Analysis for Regular Reinforced-Concrete Wall Buildings: Application to a Full-Scale 7-Story Building Slice Tested at UC-San Diego". Journal of Structural Engineering. Vol. 137. No. 6. pp. 667-690.

[16] Taylor, Roy G. (1977) "The Nonlinear Seismic Response of Tall Shear Wall Structures". Research Report Department of Civil Engineering. University of Canterbury. Christchurch. No. 77/12. pp. 139-192.

[17] Bohl, A. & Adebar, P. (2001) "Plastic Hinge Lengths in High-Rise Concrete Shear Walls". ACI Structural Journal Vol. 108. No. 2. pp. 148-157.

[18] Sawyer, H. A. (1964) "Design of Concrete Frames for Two Failure Stages". Proceedings of International Symposium on Flexural Mechanics of Reinforced Concrete. ASCE-ACI. Miami. FL. pp. 85-142.

[19] Sasani, M. and Der Kiureghian, A. (2001) "Seismic Fragility of RC Structural Walls: Displacement Approach". Journal of Structural Engineering. Vol. 127. No. 2. pp. 219-228.

[20] Adebar, P., Ibrahim, A., Bryson M. (2007) "Test of High-Rise Core Wall: Effective Stiffness for Seismic Analysis". ACI Structural Journal Vol. 104. No. 5. pp. 549-559.

[21] Estay, C. (2008) "Características de Muros de Hormigón Armado diseñados en Chile". Memoria para obtener el título de Ingeniero Civil. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile.

[22] Polanco, P. (2013) "Estudio experimental de Elementos de Borde de Muro". Memoria para obtener el título de Ingeniero Civil. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile.

ANEXO A

En el Anexo A, se presentan los resultados obtenidos de los análisis numéricos realizados en el rango no lineal explicados en el Capítulo 5. Para cada análisis se obtienen los siguientes valores:

- 1. Δ total [m]: Desplazamiento total.
- 2. Δ elástico [m]: Desplazamiento elástico.
- 3. ec: Deformación hormigón.
- 4. es: Deformación acero en tracción.
- 5. c [m]: Profundidad de la línea neutra.
- 6. Lp [m]: Longitud de rótula plástica.
- 7. du [m]: Curvatura última.

CASO 1.1

- 1. Lw = 2.5 [m].
- 2. P = 0.15 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 2%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
1.08	Δ 2%	0.87	-0.0018	0.0044	0.74	1.53	2.548E-03
1.27	Δ 0.003	0.87	-0.0030	0.0105	0.58	2.15	5.558E-03
1.35	Δ 2.5%	0.87	-0.0044	0.0200	0.48	2.11	1.010E-02
1.62	Δ 3%	0.87	-0.0061	0.0292	0.46	2.45	1.458E-02

CASO 1.2

- 1. Lw = 2.5 [m].
- 2. P = 0.15 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 3%.
- 5. Numero pisos: 20

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
1.08	Δ 2%	0.87	-0.0018	0.0044	0.74	1.53	2.548E-03
1.27	Δ 0.003	0.87	-0.0030	0.0105	0.58	2.15	5.558E-03
1.35	Δ 2.5%	0.87	-0.0044	0.0200	0.48	2.11	1.010E-02
1.62	Δ 3%	0.87	-0.0055	0.0260	0.46	2.44	1.302E-02

CASO 1.3

- 1. Lw = 2.5 [m].
- 2. P = 0.15 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 4%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
1.08	Δ 2%	0.87	-0.0018	0.0044	0.74	1.53	2.548E-03
1.27	Δ 0.003	0.87	-0.0030	0.0105	0.58	2.15	5.558E-03
1.35	Δ2.5%	0.87	-0.0044	0.0200	0.48	2.11	1.010E-02
1.62	Δ 3%	0.87	-0.0053	0.0246	0.47	2.44	1.234E-02

CASO 2.1

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.15 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 2%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.54	Δ1%	0.44	-0.0018	0.0043	1.49	1.55	1.261E-03
0.64	Δ 0.003	0.44	-0.0030	0.0109	1.15	2.20	2.849E-03
0.81	Δ1.5%	0.44	-0.0060	0.0286	0.91	2.49	7.130E-03
1.08	Δ 2%	0.44	-0.0072	0.0345	0.91	2.82	8.589E-03
1.29	Δ 0.008	0.44	-0.0080	0.0372	0.95	2.93	9.268E-03

CASO 2.2

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.15 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 3%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.54	Δ1%	0.44	-0.0018	0.0043	1.49	1.55	1.261E-03
0.64	Δ 0.003	0.44	-0.0030	0.0109	1.15	2.20	2.849E-03
0.81	Δ1.5%	0.44	-0.0054	0.0257	0.92	2.48	6.410E-03
1.08	Δ 2%	0.44	-0.0062	0.0293	0.92	2.80	7.317E-03
1.62	Δ 0.008	0.44	-0.0080	0.0358	0.98	3.26	8.992E-03

CASO 2.3

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.15 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 4%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.54	Δ1%	0.44	-0.0018	0.0043	1.49	1.55	1.261E-03
0.64	Δ 0.003	0.44	-0.0030	0.0109	1.15	2.20	2.849E-03
0.81	Δ1.5%	0.44	-0.0052	0.0244	0.93	2.48	6.092E-03
1.08	Δ 2%	0.44	-0.0058	0.0270	0.93	2.81	6.748E-03
1.90	Δ 0.008	0.44	-0.0080	0.0345	1.01	3.53	8.725E-03

CASO 3.1

- 1. Lw = 7.5 [m].
- 2. P = 0.15 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 2%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.43	Δ 0.003	0.29	-0.0030	0.0110	1.63	2.22	1.918E-03
0.54	Δ1%	0.29	-0.0059	0.0285	1.32	2.51	4.715E-03
0.81	Δ1.5%	0.29	-0.0073	0.0349	1.32	2.87	5.791E-03
0.87	Δ 0.008	0.29	-0.0080	0.0374	1.35	2.96	6.214E-03
1.08	Δ 2%	0.29	-0.0089	0.0411	1.36	3.04	6.853E-03

CASO 3.2

- 1. Lw = 7.5 [m].
- 2. P = 0.15 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 3%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.43	Δ 0.003	0.29	-0.0030	0.0110	1.63	2.22	1.918E-03
0.54	Δ1%	0.29	-0.0054	0.0256	1.33	2.50	4.250E-03
0.81	Δ1.5%	0.29	-0.0066	0.0310	1.34	2.95	5.158E-03
1.08	Δ 2%	0.29	-0.0078	0.0357	1.37	3.27	5.968E-03
1.09	Δ 0.008	0.29	-0.0080	0.0361	1.39	3.29	6.030E-03

CASO 3.3

- 1. Lw = 7.5 [m].
- 2. P = 0.15 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 4%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.43	Δ 0.003	0.29	-0.0030	0.0110	1.63	2.22	1.918E-03
0.54	Δ1%	0.29	-0.0052	0.0243	1.34	2.49	4.046E-03
0.81	Δ1.5%	0.29	-0.0062	0.0289	1.35	2.99	4.817E-03
1.08	Δ 2%	0.29	-0.0071	0.0325	1.38	3.33	5.436E-03
1.28	Δ 0.008	0.29	-0.0080	0.0348	1.43	3.58	5.851E-03

CASO 4.1

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.2 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 2%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.54	Δ1%	0.46	-0.0018	0.0033	1.81	1.29	1.052E-03
0.63	Δ 0.003	0.46	-0.0030	0.0080	1.44	1.79	2.250E-03
0.71	Δ 0.008	0.46	-0.0080	0.0235	1.34	1.77	6.459E-03
0.81	Δ 1.5%	0.46	-0.0149	0.0415	1.36	1.80	1.162E-02

CASO 4.2

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.2 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 3%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.54	Δ1%	0.46	-0.0018	0.0033	1.81	1.29	1.052E-03
0.63	Δ 0.003	0.46	-0.0030	0.0080	1.44	1.79	2.250E-03
0.71	Δ 0.008	0.46	-0.0080	0.0234	1.35	1.79	6.449E-03
0.81	Δ1.5%	0.46	-0.0122	0.0345	1.34	2.27	9.606E-03
1.08	Δ 2%	0.46	-0.0143	0.0394	1.37	2.42	1.107E-02

CASO 4.3

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.2 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 4%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.54	Δ1%	0.46	-0.0018	0.0033	1.81	1.29	1.052E-03
0.63	Δ 0.003	0.46	-0.0030	0.0080	1.44	1.79	2.250E-03
0.72	Δ 0.008	0.46	-0.0080	0.0234	1.35	1.81	6.442E-03
0.81	Δ1.5%	0.46	-0.0103	0.0297	1.32	2.35	8.243E-03
1.08	Δ 2%	0.46	-0.0121	0.0339	1.35	2.59	9.479E-03

CASO 5.1

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.3 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 2%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.54	Δ1%	0.50	-0.0020	0.0022	2.34	0.58	8.661E-04
0.62	Δ 0.003	0.50	-0.0030	0.0048	2.01	1.52	1.601E-03

CASO 5.2

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.3 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 3%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.54	Δ1%	0.50	-0.0020	0.0022	2.34	0.58	8.661E-04
0.62	Δ 0.003	0.50	-0.0030	0.0048	2.01	1.52	1.601E-03

CASO 5.3

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.3 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 4%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.54	Δ1%	0.50	-0.0020	0.0022	2.34	0.58	8.661E-04
0.62	Δ 0.003	0.50	-0.0030	0.0048	2.01	1.52	1.601E-03

CASO 6.1

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.2 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 2%.
- 5. Numero pisos: 10.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.16	Δ 0.003	0.11	-0.0030	0.0109	1.15	1.10	2.850E-03
0.27	Δ1%	0.11	-0.0072	0.0346	0.91	1.41	8.604E-03
0.32	Δ 0.008	0.11	-0.0080	0.0372	0.95	1.47	9.269E-03
0.40	Δ1.5%	0.11	-0.0089	0.0412	0.94	1.52	1.032E-02
0.54	Δ 2%	0.11	-0.0244	0.0699	1.33	1.66	1.943E-02

CASO 6.2

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.2 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 3%
- 5. Numero pisos: 10.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.16	Δ 0.003	0.11	-0.0030	0.0109	1.15	1.10	2.850E-03
0.27	Δ1%	0.11	-0.0062	0.0293	0.92	1.41	7.313E-03
0.40	Δ1.5%	0.11	-0.0078	0.0358	0.94	1.63	8.986E-03
0.41	Δ 0.008	0.11	-0.0080	0.0358	0.98	1.63	8.994E-03
0.54	Δ 2%	0.11	-0.0181	0.0531	1.31	1.79	1.467E-02

CASO 6.3

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.2 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 4%.
- 5. Numero pisos: 10.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.16	Δ 0.003	0.11	-0.0030	0.0109	1.15	1.10	2.850E-03
0.27	Δ1%	0.11	-0.0058	0.0270	0.93	1.41	6.747E-03
0.40	Δ1.5%	0.11	-0.0072	0.0326	0.95	1.66	8.197E-03
0.48	Δ 0.008	0.11	-0.0080	0.0345	1.01	1.76	8.726E-03
0.54	Δ 2%	0.11	-0.0091	0.0371	1.03	1.87	9.509E-03

CASO 7.1

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.2 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 2%.
- 5. Numero pisos: 15.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.36	Δ 0.003	0.25	-0.0030	0.0109	1.15	1.65	2.859E-03
0.40	Δ1%	0.25	-0.0052	0.0246	0.92	1.72	6.147E-03
0.61	Δ1.5%	0.25	-0.0072	0.0345	0.91	2.12	8.598E-03
0.72	Δ 0.008	0.25	-0.0080	0.0372	0.95	2.20	9.269E-03
0.81	Δ 2%	0.25	-0.0088	0.0407	0.93	2.26	1.018E-02

CASO 7.2

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.2 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 3%.
- 5. Numero pisos: 15.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.36	Δ 0.003	0.25	-0.0030	0.0109	1.15	1.65	2.859E-03
0.40	Δ1%	0.25	-0.0050	0.0235	0.93	1.74	5.874E-03
0.61	Δ1.5%	0.25	-0.0062	0.0293	0.92	2.10	7.319E-03
0.81	Δ 2%	0.25	-0.0071	0.0333	0.93	2.27	8.321E-03
0.91	Δ 0.008	0.25	-0.0080	0.0358	0.98	2.44	8.993E-03

CASO 7.3

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.2 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.05.
- 4. Endurecimiento: 4%.
- 5. Numero pisos: 15.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.36	Δ 0.003	0.25	-0.0030	0.0109	1.15	1.65	2.859E-03
0.40	Δ1%	0.25	-0.0049	0.0229	0.93	1.74	5.729E-03
0.61	Δ1.5%	0.25	-0.0058	0.0270	0.93	2.11	6.750E-03
0.81	Δ 2%	0.25	-0.0065	0.0299	0.94	2.27	7.488E-03
1.07	Δ 0.008	0.25	-0.0080	0.0345	1.01	2.65	8.725E-03

CASO 8.1

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.15 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.025.
- 4. Endurecimiento: 2%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.54	Δ1%	0.38	-0.0020	0.0057	1.34	2.09	1.576E-03
0.62	Δ 0.003	0.38	-0.0030	0.0109	1.15	2.40	2.858E-03
0.81	Δ1.5%	0.38	-0.0074	0.0364	0.89	2.72	9.024E-03
1.00	Δ 0.008	0.38	-0.0080	0.0384	0.93	2.77	9.522E-03
1.08	Δ 2%	0.38	-0.0086	0.0421	0.90	2.86	1.045E-02

CASO 8.2

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.15 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.025.
- 4. Endurecimiento: 3%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.54	Δ1%	0.38	-0.0020	0.0057	1.34	2.09	1.576E-03
0.62	Δ 0.003	0.38	-0.0030	0.0109	1.15	2.40	2.858E-03
0.81	Δ1.5%	0.38	-0.0062	0.0299	0.90	2.71	7.439E-03
1.08	Δ 2%	0.38	-0.0074	0.0358	0.90	2.95	8.891E-03
1.28	Δ 0.008	0.38	-0.0080	0.0377	0.94	3.14	9.381E-03

CASO 8.3

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.15 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.025.
- 4. Endurecimiento: 4%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.54	Δ1%	0.38	-0.0020	0.0057	1.34	2.09	1.576E-03
0.62	Δ 0.003	0.38	-0.0030	0.0109	1.15	2.40	2.858E-03
0.81	Δ1.5%	0.38	-0.0057	0.0272	0.91	2.70	6.778E-03
1.08	Δ 2%	0.38	-0.0066	0.0315	0.91	2.93	7.831E-03
1.61	Δ 0.008	0.38	-0.0080	0.0370	0.96	3.41	9.237E-03

CASO 9.1

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.15 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.075.
- 4. Endurecimiento: 2%.
- 5. Numero pisos: 20.
| Δ total [m] | | Δ elástico [m] | ec | es | c [m] | lp [m] | фи [1/m] |
|--------------------|---------|----------------|---------|--------|-------|--------|-----------|
| 0.54 | Δ1% | 0.47 | -0.0016 | 0.0032 | 1.70 | 1.32 | 9.991E-04 |
| 0.65 | Δ 0.003 | 0.47 | -0.0030 | 0.0109 | 1.15 | 1.89 | 2.846E-03 |
| 0.81 | Δ1.5% | 0.47 | -0.0056 | 0.0265 | 0.92 | 2.33 | 6.610E-03 |
| 1.08 | Δ 2% | 0.47 | -0.0066 | 0.0311 | 0.92 | 2.63 | 7.759E-03 |
| 1.46 | Δ 0.008 | 0.47 | -0.0080 | 0.0359 | 0.98 | 2.95 | 9.008E-03 |

CASO 9.2

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.15 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.075.
- 4. Endurecimiento: 3%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]		Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.54	Δ1%	0.47	-0.0016	0.0032	1.70	1.32	9.991E-04
0.65	Δ 0.003	0.47	-0.0030	0.0109	1.15	1.89	2.846E-03
0.81	Δ1.5%	0.47	-0.0052	0.0245	0.93	2.33	6.118E-03
1.08	Δ 2%	0.47	-0.0059	0.0274	0.93	2.64	6.846E-03
1.69	Δ 0.008	0.47	-0.0080	0.0340	1.02	3.19	8.614E-03

CASO 9.3

- 1. Lw = 5 [m].
- 2. P = 0.15 fcAg.
- 3. Cuantía refuerzo: 0.075.
- 4. Endurecimiento: 4%.
- 5. Numero pisos: 20.

Δ total [m]	Δ elástico [m]	ec	es	c [m]	lp [m]	фи [1/m]
0.54	Δ1%	0.47	-0.0016	0.0032	1.70	1.32	9.991E-04
0.65	Δ 0.003	0.47	-0.0030	0.0109	1.15	1.89	2.846E-03
0.81	Δ1.5%	0.47	-0.0051	0.0235	0.93	2.32	5.888E-03
1.08	Δ 2%	0.47	-0.0056	0.0256	0.94	2.63	6.423E-03
1.86	Δ 0.008	0.47	-0.0080	0.0324	1.06	3.38	8.283E-03