



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

DERIVADOS DE PRECIPITACIONES: DESARROLLO E
IMPLEMENTACIÓN DE UN MÉTODO DE PRICING

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

SEBASTIAN HARTMANN ECHEGERAY

PROFESOR GUÍA:
ARTURO CIFUENTES OVALLE

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
JOSÉ MIGUEL CRUZ GONZÁLEZ
CRISTIÁN BRAVO ROMÁN

SANTIAGO DE CHILE
OCTUBRE 2013

Derivados de precipitaciones: Desarrollo e implementación de un método de *pricing*

Los derivados climáticos permiten cubrir el riesgo cuando los flujos tienen una fuerte correlación con alguna variable climática. A pesar del fuerte crecimiento que ha presentado el mercado en la última década, una dificultad que presenta este tipo de instrumentos es su valoración.

El objetivo general de este trabajo es desarrollar un modelo estadístico de *pricing* de opciones climáticas sobre precipitaciones en la ciudad de Boston, para comparar luego con los precios de mercado. Para cumplir con esto, se investiga en primer lugar sobre los derivados climáticos y sus características, luego, el mercado de estos instrumentos y en tercer lugar se realiza una revisión de los métodos de valoración en la literatura financiera. Posteriormente se define las características de la opción eligiendo junio y diciembre para analizar y se valora mediante el método tradicional de simulaciones de Monte Carlo. Para esto se usan las distribuciones que presentan un mejor ajuste a la data y además las recomendadas por la literatura. En una segunda etapa se usa el nuevo método planteado, utilizando *Splines* o interpolaciones por trozos para describir la distribución de los datos. Este modelo no logra una buena predicción a la data, por lo que se incluye una modificación al método tradicional, un Monte Carlo “truncado”, donde se realizan ajustes de distribuciones sólo a una parte de los datos: sobre el *strike* en caso de opciones *call* y bajo el strike en caso de opciones *put*, que es donde se realizan los pagos. Esto con la idea de lograr un mejor ajuste a la data.

Como resultado se obtiene que el modelo de Monte Carlo truncado logra un desempeño muy similar al Monte Carlo tradicional, pero debido a la simpleza y mayor robustez del segundo método, se concluye que éste es más recomendable. Las distribuciones que mejor desempeño tienen en la predicción son distribución *Log-Normal* para junio, recomendada por la literatura, y *Weibull* para diciembre. Se concluye que las distribuciones recomendadas por la literatura no son necesariamente las que logran un mejor ajuste. No hay ninguna distribución que sirva para todos los casos.

Por último, se encuentra una correlación positiva entre la diferencia del precio de mercado y la predicción calculada, con la desviación estándar de los pagos de la opción. Además se llega a la conclusión que parte importante del precio del derivado es prima por riesgo, por lo que para valorar los derivados también es necesario encontrar un método para calcular este valor. Calibrando los precios calculados mediante Monte Carlo a los de mercado, se llega a una aproximación general de la prima por riesgo, que fluctúa entre un 15% y 35% de la desviación estándar de los pagos del derivado. Queda para trabajos futuros, donde se cuente con una mayor cantidad de datos, estimar de forma más exacta y rigurosa la prima por riesgo.

Tabla de contenido

I.	INTRODUCCIÓN	1
II.	OBJETIVOS	3
	2.1 Objetivo general	3
	2.2 Objetivos Específicos	3
III.	METODOLOGÍA.....	4
IV.	MARCO CONCEPTUAL	5
	4.1 Definición de Derivados Climáticos	5
	4.2 Índices.....	6
	4.3 Ejemplo de una opción sobre precipitaciones	8
	4.4 Modelos de valoración de derivados climáticos	9
	4.5 Métodos de estimación de variables climáticas para valoración de derivados climáticos.....	12
V.	DESARROLLO DEL MODELO	13
	5.1. Datos	13
	5.2. Definición del derivado.....	15
	5.3. <i>Burn Analysis</i> (Modelo 1)	15
	5.4. Simulaciones de Monte Carlo con distribución Log-Normal y Weibull (Modelo 2).....	20
	5.5. Simulaciones de Monte Carlo truncado con distribución obtenida mediante <i>Splines</i> (Modelo 3).....	30
	5.6. Simulaciones de Monte Carlo truncado con varias distribuciones (Modelo 4).....	36
	5.7. Prima por riesgo	40
VI.	CONCLUSIONES	43
VII.	BIBLIOGRAFÍA	45
VIII.	ANEXOS.....	46
	Anexo A	46
	Anexo B	48
	Anexo C	48

I. INTRODUCCIÓN

Las variables climáticas juegan en muchos casos un rol importante en la incertidumbre a la que se ven enfrentadas las empresas. En ciertas empresas o industrias se encuentra una fuerte correlación entre sus ingresos o costos y alguna variable climática, como la temperatura, las precipitaciones, las nevadas u otros. Es decir, ante variaciones de estas variables los flujos de las empresas se ven afectados, impactando sus utilidades.

Para solucionar esta problemática y mitigar los riesgos, nacen los derivados climáticos. Éstos permiten cubrir este riesgo entregando pagos por variaciones en la variable climática elegida. De esta forma se puede reducir el riesgo asociado a una variable climática, asegurando los pagos futuros de la empresa.

Las industrias que se ven afectadas por riesgos climáticos son muy variadas. Algunos ejemplos son: el sector energético, la construcción y la agricultura entre otros. En el sector energético un ejemplo muy común son las distribuidoras de gas natural cuando sufren disminuciones en sus flujos proyectados debido a inviernos más calurosos que lo normal. Un invierno más cálido provoca que el uso de calefacción sea menor al de un invierno normal, disminuyendo el consumo de gas. Otro ejemplo es el sector de la construcción, donde por razones de seguridad en los días lluviosos no se permite continuar con los trabajos. Esto produce atrasos en la entrega de obras y por consiguiente multas en muchos casos.

Para cubrir el riesgo asociado a la variabilidad de variables climáticas existen también seguros para eventos climáticos particulares, pero estos instrumentos se diferencian de los derivados climáticos, en que estos últimos buscan proteger al comprador contra eventos que suceden con alta probabilidad y bajo riesgo, mientras que los seguros buscan cubrir eventos catastróficos que ocurren con baja probabilidad y son de alto riesgo. Un ejemplo de un seguro de este tipo, es el pago por un contrato que indemniza a la empresa ante las pérdidas ocasionadas por un huracán, es decir grandes pérdidas producidas por la destrucción de las instalaciones de la empresa.

Por lo tanto, el objetivo de un derivado climático, a diferencia de un seguro, es eliminar la variabilidad de los flujos dentro de un rango de sucesos que ocurren con alta probabilidad.

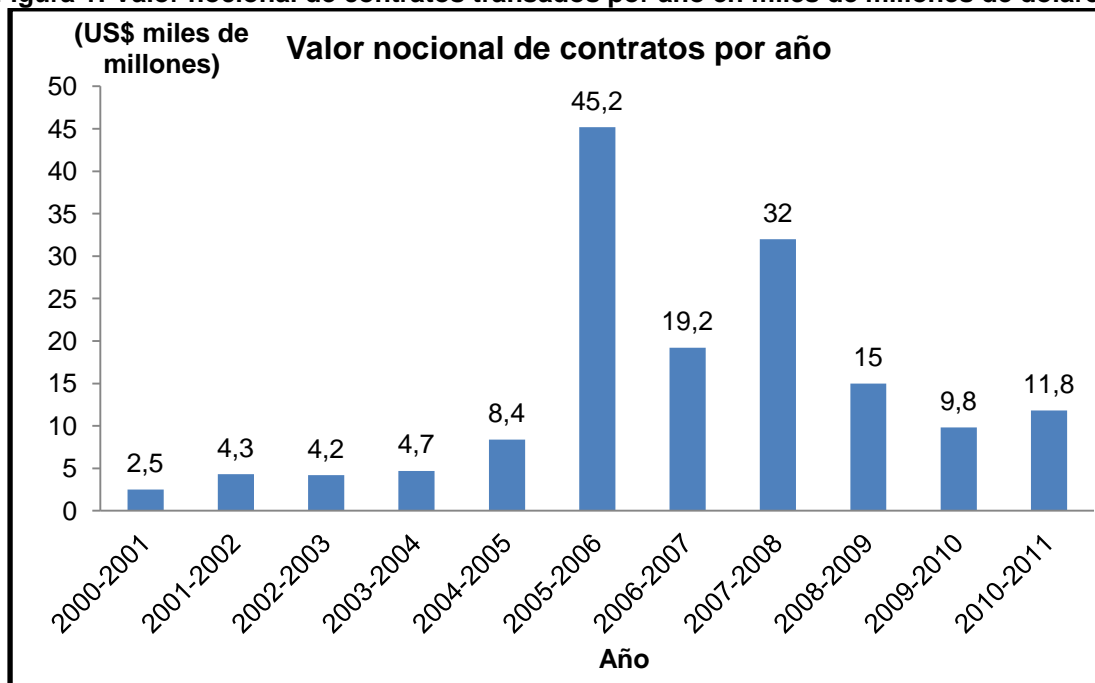
Los primeros derivados climáticos se transan en otoño del año 1997 *Over the Counter* (OTC), es decir contratos transados de forma privada entre las dos partes involucradas. Se realizan dos transacciones entre *Enron* y *Koch Industries* y una entre la última empresa y *Pxre*, compañía reaseguradora. Estos contratos tenían el objetivo de cubrir los riesgos de recibir menores ingresos ante un eventual invierno más caluroso de lo normal.

En 1999 la *Chicago Mercantile Exchange* (CME), principal bolsa de derivados del mundo, comienza a transar derivados climáticos estandarizados. Con esto comienza a tener un crecimiento acelerado este mercado. CME parte ofreciendo contratos para

algunas variables climáticas y solo para 10 ciudades de EE.UU., pero con los años se expande a Europa, Japón, Canadá y Australia.

Según el último informe emitido por *Weather Risk Management Association*, a cargo de *PricewaterhouseCoopers* (PwC) de la temporada 2010-2011, se transaron derivados climáticos por US\$ 11,8 billones¹ en valor nominal. De este número US\$ 2,4 billones representan contratos OTC y US\$ 9,4 billones fueron tranzados en CME. El mercado más importante por lejos es el de EE.UU., captando un 95% del valor nominal tranzado en CME. Después le sigue el mercado europeo que domina en transacciones OTC. En la Figura 1 se puede observar la evolución del mercado mundial en los últimos años.

Figura 1: Valor nominal de contratos tranzados por año en miles de millones de dólares.



Fuente: Elaboración propia con datos de *WRMA Annual Survey*, *PricewaterhouseCoopers*.

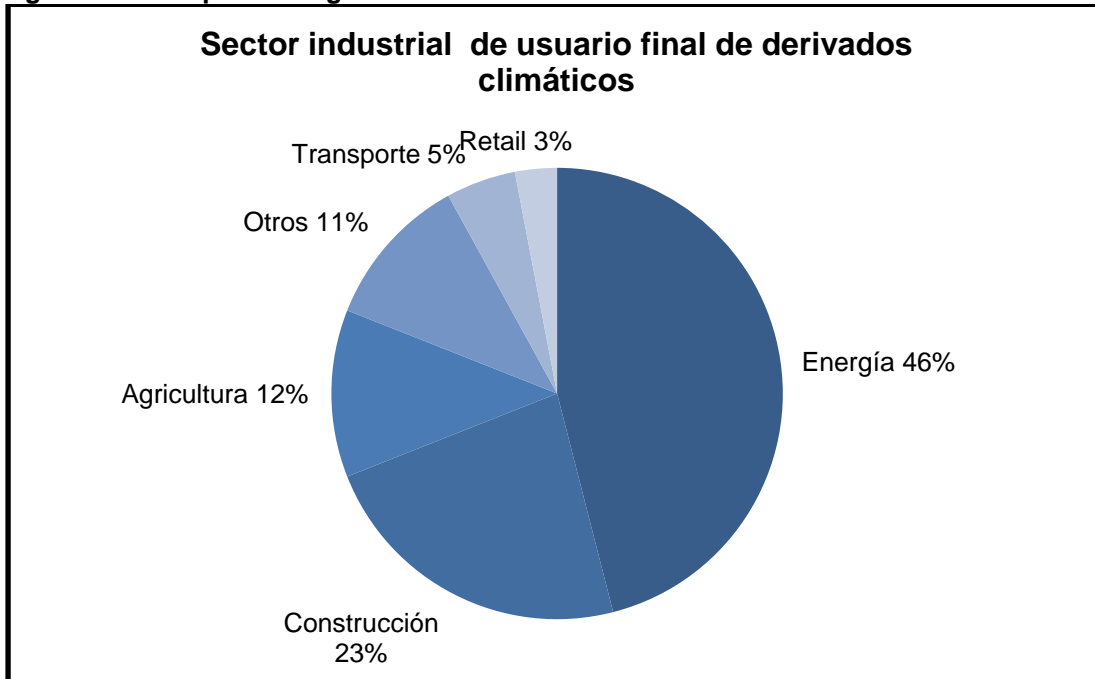
Datos de la misma fuente indican por otra parte que el número de contratos tranzados fue de 467 mil durante la temporada 2010-2011. El desglose del mercado por el sector al que pertenece el usuario final del derivado se encuentra en la Figura 2. El hecho que el sector energético sea el usuario más importante de estos derivados, explica porque la principal variable climática usada en estos instrumentos es la temperatura.

A pesar del fuerte crecimiento que ha experimentado la industria, una dificultad que presenta este tipo de instrumentos es predecir cómo se comportará la variable climática subyacente para poder valorar el derivado. Este trabajo pretende contribuir en esta área utilizando un nuevo modelo que prediga el comportamiento de los datos de mejor forma que los modelos tradicionales. Como el tipo de instrumento más tranzado en el mercado de derivados climáticos son opciones sobre alguna variable climática, el modelo que se

¹ La palabra billón se refiere al término anglosajón, es decir un billón equivale a mil millones.

propone se probará en una opción europea sobre precipitaciones con datos de la ciudad de Boston.

Figura 2: Participación según sector industrial en usuario final de derivados climáticos.



Fuente: Elaboración propia con datos de WRMA Annual Survey, PricewaterhouseCoopers.

II. OBJETIVOS

2.1 Objetivo general

Desarrollar un modelo estadístico de valorización de opciones climáticas sobre precipitaciones de Boston para luego comparar con los precios de mercado.

2.2 Objetivos Específicos

- Obtener predicción mediante tres métodos: *Burn Analysis*, Monte Carlo y *Splines* combinado con un Monte Carlo "truncado" para poder predecir el valor de opciones relacionadas con un índice de precipitación para la ciudad de Boston.
- Evaluar los méritos del método propuesto en comparación con los tradicionales *Burn Analysis* y Monte Carlo convencional.
- Analizar si la discrepancia entre los precios de mercado y el *fair price* calculado con simulaciones de Monte Carlo se puede asociar a la desviación estándar de los pagos del *fair price*.

III. METODOLOGÍA

La metodología usada para desarrollar el trabajo consta de seis partes que se describen a continuación.

En primer lugar fue necesario investigar en qué consisten los derivados climáticos y las categorías existentes, para qué se usan y cuáles son los componentes de estos instrumentos. Las principales fuentes de información para esto fueron páginas web especializadas en finanzas, libros y artículos académicos.

Junto con lo anterior se investigó el mercado de estos instrumentos financieros, esto es, en qué mercados se tranzan, el tamaño del mercado y la participación por tipo en el tamaño del mercado. Para esto se recurrió principalmente al sitio web de *Weather Risk Management Association*, entidad que agrupa a los principales actores del mercado de derivados climáticos. Esta organización emite anualmente reportes de la industria a cargo de *PricewaterhouseCoopers*, con el crecimiento de la industria para cada año, sus principales acontecimientos y proyecciones. También fue de utilidad la página web del *Chicago Mercantile Exchange (CME)*, principal bolsa de derivados del mundo.

Una vez que se tenía una idea de cómo funciona esta industria se revisó la literatura financiera, en su mayoría artículos académicos, sobre los distintos métodos de *pricing* que se utilizan. En esta parte no es mucho lo que se ha escrito y no hay consenso de cómo debe enfrentarse este problema, ya que por las características de este tipo de instrumentos, no se pueden usar los métodos tradicionales usados para valorar derivados. Para el caso de derivados climáticos existen métodos más utilizados que otros, pero se sigue probando modelos en busca de mejores resultados.

Posteriormente se comenzó a trabajar con los datos sobre precipitaciones de la ciudad de Boston, obtenidos de la estación meteorológica ubicada en el *Logan International Airport*, MA, EE.UU. Se cuenta con datos de precipitaciones mensuales desde el año 1936 hasta el 2011, de los cuales se obtuvieron estadísticas descriptivas e histogramas para cada mes. El objetivo es valorar una opción europea sobre precipitaciones por lo que se diseña uno de estos instrumentos fijando los pagos y condiciones para la opción. Con esto se buscan los precios a los que se tranzan opciones para cada mes en *CelsiusPro*, empresa que comercializa derivados climáticos para distintas ciudades del mundo. Con las estadísticas de los datos por mes y los precios encontrados, se decide valorar las opciones de un mes húmedo y otro más seco, eligiendo los meses para los cuales se pudo obtener la mayor cantidad de precios para distintas opciones de *CelsiusPro*.

Habiendo elegido los meses para los que se desea valorar las opciones europeas se aplican los métodos tradicionales usados, siguiendo recomendaciones de la literatura para usarlos como escenarios de comparación. En busca de lograr mejores resultados se desarrolla el nuevo modelo de valoración mediante *Splines*. Para esto se consultan libros de análisis numérico y *Splines*, para poder aplicar este método al *pricing* de derivados climáticos. Al no conseguir buenos resultados con este modelo se propone modificaciones al método tradicional. La forma de elegir que método tiene un mejor desempeño es analizando la capacidad de predicción que se logra de los datos.

Finalmente se comparan los modelos que entregaron los mejores resultados con los precios entregados por *CelsiusPro*. Para esto se contrasta la desviación estándar de los pagos con la diferencia de precios entre lo que cobra *CelsiusPro* y el *fair value* obtenido mediante simulaciones de Monte Carlo.

IV. MARCO CONCEPTUAL

4.1 Definición de Derivados Climáticos

Según Hull (2009) un derivado se puede definir como un instrumento financiero cuyo valor depende o se deriva de una variable subyacente. Normalmente las variables subyacentes de los derivados son los precios de activos transables, como acciones, bonos, *commodities*, monedas, tasas de interés e índices de mercado. La opción de una acción, es por ejemplo un derivado cuyo valor depende del precio de una acción.

Una opción es una clase de derivado de las cuales existen dos tipos, opciones de compra (*call*) y de venta (*put*). La opción de compra otorga a su titular el derecho, pero no la obligación, de comprar el activo subyacente a un precio determinado en una fecha establecida. Por otra parte una opción de venta da a su titular el derecho a vender el activo subyacente a un precio conocido en una fecha acordada. El precio al que se ejerce la compra o venta se llama precio de ejercicio o *strike*, mientras que la fecha en la que finaliza el contrato se le llama fecha de vencimiento. Una opción Europea sólo se puede ejercer en su fecha de vencimiento, mientras que una opción Americana se puede ejercer en cualquier momento hasta la fecha de vencimiento (Hull, 2009).

Un derivado climático se diferencia de uno tradicional en que el activo subyacente no es un activo transable. El activo subyacente en este caso es un índice definido sobre una variable climática como las precipitaciones, nevadas, temperatura, viento u otro. Además los precios no siguen una distribución log-normal y no se puede tomar una *short position* con el activo subyacente, es decir tomar prestado un activo para venderlo, esperando que posteriormente baje de valor para volver a comprarlo a un menor precio. Por estas razones este tipo de derivados no se pueden valorar como una opción tradicional.

Un derivado climático se define por los siguientes atributos:

- Una fecha de inicio y una de término del contrato.
- Una estación de medición de la variable climática, que debe ser siempre la misma durante todo el contrato. Esta estación debe ser administrada por una empresa externa.
- Una variable climática medida en la estación de medición.
- Un índice que agrega la variable climática durante el periodo del contrato de una forma determinada.
- Una función de pago, que convierte el índice a un flujo de dinero que se paga al término del contrato. En el caso de una opción se debe definir un *strike* y un *tick*.

El *strike* es el nivel del índice bajo o sobre el cual, dependiendo si es *put* o *call*, la opción pagará al comprador. El *tick* es el monto fijado que pagará la opción por cada unidad bajo o sobre el *strike*.

- Para algunos tipos de contratos como las opciones, se fija una prima a pagar por el comprador del derivado.

4.2 Índices

Como ya se mencionó un derivado climático se define sobre un índice y dependiendo de la variable climática existen distintos tipos. A continuación se describen los índices más comunes, los cuales fueron extraídos de Jewson y Brix (2005).

4.2.1 Índices de temperatura

Los índices HDD y CDD son usados principalmente por la industria energética y fueron creados para estar correlacionados con la demanda por calefacción y aire acondicionado.

Heating Degree Days: En invierno se usa para calcular la demanda por energía usada para la calefacción. Como mide que tan frío es un invierno, mientras más HDD más frío es el invierno. Un HDD, es decir un día i en que se usa la calefacción, se define como:

$$z_i = \max(18^\circ\text{C} - T_i, 0)$$

Donde los 18°C se consideran una temperatura confortable, bajo la cual se utiliza calefacción y T_i se define como la temperatura media del día i de la siguiente forma:

$$T_i = \frac{T_i^{\max} - T_i^{\min}}{2}$$

Un índice HDD se construye como la suma de los HDD sobre un periodo N , como se puede apreciar en la siguiente fórmula:

$$\text{Índice}_{HDD} = \sum_{i=1}^N z_i$$

Cooling Degree Days: En verano se usa para calcular la demanda por energía para usar aire acondicionado. Al medir que tan cálido es un verano, mientras más CDD más cálido el verano. Un CDD, es decir un día i en que se usa el aire acondicionado, se define como:

$$z_i = \max(T_i - 18^\circ\text{C}, 0)$$

Donde T_i se define como la temperatura media del día i de igual forma que para los HDD y sobre los 18°C se considera que se utiliza aire acondicionado. Un índice CDD

se construye como la suma de los CDD sobre un periodo N , como se puede apreciar en la siguiente fórmula:

$$\text{Índice}_{CDD} = \sum_{i=1}^N z_i$$

Índices de temperatura media promedio: Este índice fue diseñado para medir la variabilidad de la temperatura. Es más intuitivo que los anteriores, que fueron creados para la industria energética. Se define como el promedio de la temperatura media de los días de un periodo determinado. Cuando se habla de temperatura media es el punto medio del día al igual que para HDD y CDD, no el promedio. El índice se calcula de la siguiente forma:

$$\bar{T} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i$$

Índices de temperatura media acumulada (CAT): Este índice es la suma de las temperaturas medias del periodo. Cuando se habla de temperatura media es el punto medio del día al igual que para el caso anterior. Se usa principalmente en el verano europeo. El índice se calcula de la siguiente forma:

$$\text{Índice}_{CAT} = \sum_{i=1}^N T_i$$

4.2.2 Índices de precipitaciones

Índices precipitaciones acumuladas: Este índice es la suma de las precipitaciones del periodo que dura el contrato. El índice se calcula de la siguiente forma:

$$\text{Índice}_p = \sum_{i=1}^N P_i$$

Donde P_i se define como las precipitaciones del día i en un periodo de largo N .

4.2.3 Índices de eventos

Este índice indica cuantos días ocurre un evento meteorológico en particular en el periodo del contrato. Por lo general se usa para calcular cuántos días la temperatura estuvo sobre o bajo un umbral determinado. Lo mismo se puede hacer con las precipitaciones.

4.3 Ejemplo de una opción sobre precipitaciones

Al igual que en las opciones tradicionales se puede definir una opción *put* o *call*. Para este caso se utilizará una opción sobre precipitaciones acumuladas mensuales. Este tipo de instrumento podría ser utilizado por una central hidroeléctrica, que ve afectado sus flujos cuando la lluvia es menor a un nivel determinado durante los meses de invierno. Por lo tanto para este caso la empresa debe comprar una opción *put*, fijando por ejemplo un *strike* de 50 mm de lluvia caída para el mes de julio y un *tick* de \$10. Al finalizar el mes de julio por cada milímetro bajo el *strike* el emisor de la opción deberá pagarle a la central hidroeléctrica \$10. En general el emisor establece un pago máximo, el que para este ejemplo se fija en \$400.

La función de pago de esta opción queda definida como:

$$\text{Función de pago put} = \min[\max(\text{Strike} - \text{Índice}_p, 0) * \text{Ticker}, \text{Max Payoff}]$$

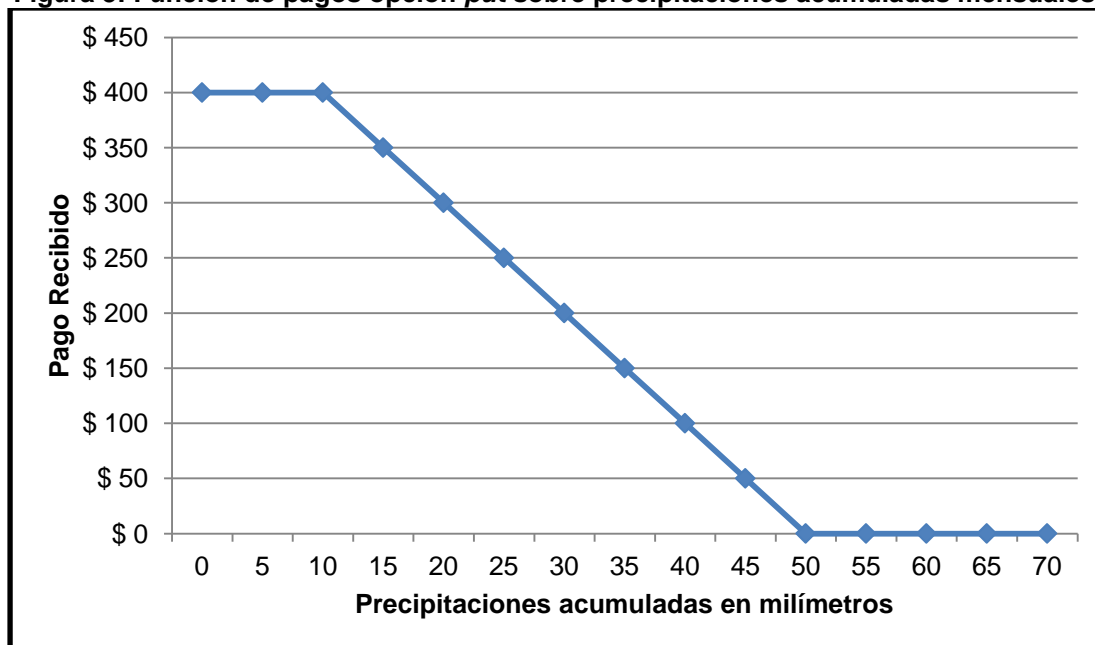
Donde Índice_p es el índice de precipitaciones acumuladas en milímetros en el mes de julio y *Ticker* el pago por milímetro bajo el *Strike*. En la Figura 3 se puede apreciar la función de pagos que recibe la empresa hidroeléctrica.

En el caso de una opción *call* sobre precipitaciones acumuladas mensuales, con un *strike* de 10 mm, un *ticker* de \$10 y un pago máximo de \$400, la función de pago queda de la siguiente forma:

$$\text{Función de pago call} = \min[\max(\text{Índice}_p - \text{Strike}, 0) * \text{Ticker}, \text{Max Payoff}]$$

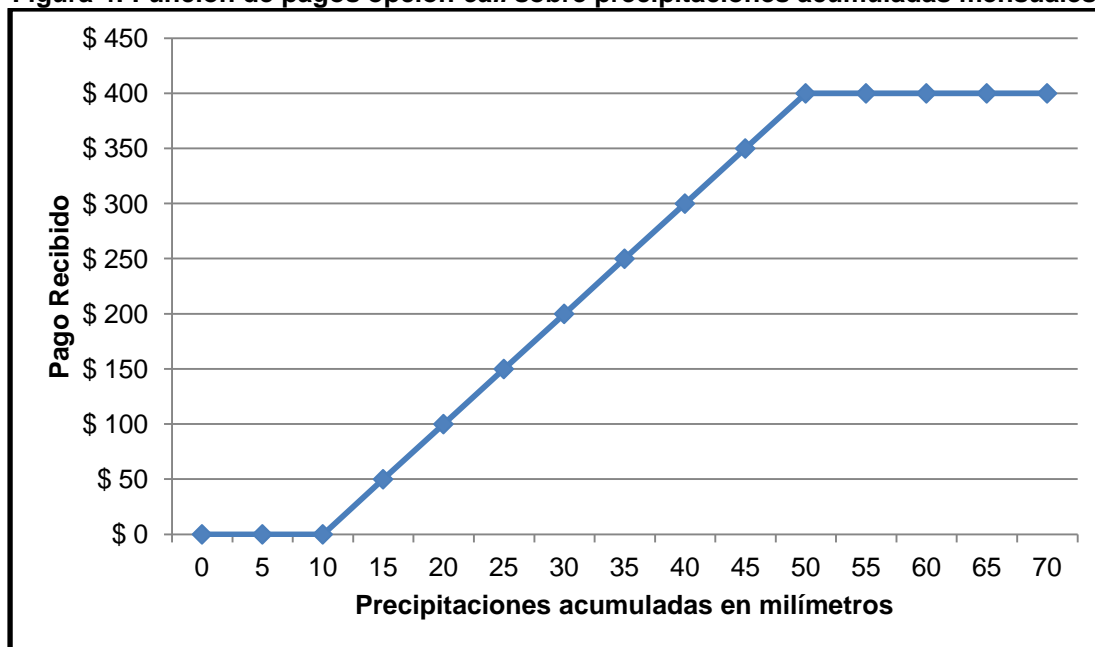
En la Figura 4 se puede observar la función de pagos de esta opción.

Figura 3: Función de pagos opción *put* sobre precipitaciones acumuladas mensuales.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 4: Función de pagos opción call sobre precipitaciones acumuladas mensuales.



Fuente: Elaboración propia.

4.4 Modelos de valoración de derivados climáticos

En la literatura financiera no se ha llegado a un consenso sobre cómo valorar los derivados climáticos, por lo que no existe un método estándar. Existen principalmente dos visiones de cómo enfrentar este problema, las cuales se presentan a continuación.

4.4.1 Arbitrage Pricing

En el mercado de derivados financieros, el método más común de valoración, al suponer que no hay arbitraje, es usar probabilidades neutras al riesgo. Es decir, para el cálculo del precio, al descontar los flujos no se consideran las preferencias de los inversionistas, sólo la tasa libre de riesgo. Al suponer que no hay arbitraje y que hay un mercado suficientemente líquido donde se pueden conseguir los precios de los activos subyacentes, se puede cubrir la opción con su activo subyacente. Bajo este contexto el método tradicional para valorar opciones es *Black-Scholes*.

La aplicación del *Arbitrage Pricing* para el caso de los derivados climáticos ha sido discutida por distintos autores, en particular el método de *Black-Scholes*. En general se justifica que son varios los supuestos del modelo que no se cumplen.

Por ejemplo el subyacente en este tipo de derivados es una variable climática y no un activo transable según Cao, Li y Wei (2004).

Por otra parte Garman, Blanco y Erickson (2000), afirman que el modelo supone que el subyacente sigue una caminata aleatorio sin reversión a la media. Cosa que no ocurre con la temperatura, donde no se puede suponer que esta aumente indefinidamente y no tenga reversión a la media.

Concordando con los autores anteriores Campbell y Diebold (2002), argumentan que no hay modo de que se pueda construir un portafolio de activos financieros que pueda replicar el pago de este tipo de instrumentos financieros. Hacen la salvedad de que esto se puede lograr con una cruda aproximación a un “*replicating portfolio*” si se transan futuros del mismo índice. Concluyen que la única forma de valorar opciones climáticas de forma confiable es usando predicciones de la variable subyacente, en conjunto con una función de utilidad.

Tomando la idea del párrafo anterior Jewson y Brix (2005), justifican que si existen *swaps* del mismo índice que la opción, se pueden usar estos *swaps* para cubrir el riesgo del mismo modo que una opción sobre una acción se puede cubrir con la acción subyacente. La condición para esto es que el mercado de *Swaps* sea bastante liquido, cosa que no sucede por lo general.

4.4.2 Actuarial Pricing

Este tipo de valoración, usado en la industria de los seguros, consiste en intentar replicar todos los posibles resultados del contrato que se está valorando. Incluye métodos como el *Burn Analysis*, que consiste en evaluar cómo se hubiera comportado el contrato en el pasado o buscar la distribución que mejor se ajusta a los datos para generar simulaciones de Monte Carlo.

En el caso de una opción sobre alguna variable climática, con estos modelos se busca calcular el *fair value*, es decir que la ganancia esperada para ambas partes, comprador y emisor, sea cero. Esto entrega una aproximación de la prima que se debería pagar por comprar una opción. El emisor de la opción obviamente no la vendería a ese precio, sino que está dispuesto a venderla a un precio mayor, igual al precio *fair value* más un *spread* por riesgo y liquidez.

En la mayoría de los casos se descuenta a la tasa libre de riesgo para traer los pagos a valor presente y obtener el *fair value*. Si bien este tipo de modelos no incluye la prima por riesgo, es la forma más usada para calcular el precio de derivados climáticos. Como se mencionó en la sección anterior, según Campbell y Diebold (2002), las predicciones de la variable subyacente son el método más confiable de valorización. Por otra parte para tratar el tema de la prima por riesgo Jewson y Brix (2005) agrega que en general se puede calcular como un porcentaje de la desviación estándar de los pagos.

A continuación se describen los métodos de *Actuarial Pricing* que se usarán en este trabajo.

4.4.2.1 Burn Analysis

Este modelo consiste en evaluar cómo se hubiera comportando el derivado al valorarlo en años anteriores. En el ejemplo de la sección anterior, de una opción *put* sobre un índice de precipitaciones acumuladas mensuales para el mes de julio, se compara el *strike* con las precipitaciones acumuladas para el mes de julio de años anteriores y se calcula el pago que se hubiera obtenido cada año. Posteriormente se calcula el promedio de los pagos que se hubiera recibido en los años anteriores, lo que entrega una aproximación de lo que se debería recibir en el futuro. Finalmente si el contrato se firma ahora para el próximo año se deben descontar el pago promedio para traerlo a valor presente. Este valor es una aproximación de lo que se pagaría por una opción *put* en este momento.

Este método es el más simple, pero es el que tiene mayores limitaciones al no predecir de forma adecuada valores extremos en los datos. En general este método no es usado como una alternativa real ante otros modelos más robustos, sino que solamente como una referencia.

4.4.2.2 Simulación de Monte Carlo

Una simulación de Montecarlo consiste en generar un número elevado de veces una variable aleatoria, para posteriormente obtener un promedio de estas simulaciones y con esto una predicción de como se comportará la variable. Las simulaciones se realizan escogiendo números aleatorios de la distribución que explica de mejor forma el comportamiento de la variable aleatoria.

En el caso de los derivados climáticos se busca simular la variable climática subyacente. Una vez realizada la simulación de Montecarlo para la variable climática subyacente, en el caso de una opción, se obtiene el valor esperado del pago. Finalmente al igual que con *Burn Analysis*, se trae a valor presente este pago, lo que da el valor de la opción.

Las simulaciones de Monte Carlo se pueden generar con una variante cuando se quiere predecir las precipitaciones que se le puede llamar Monte Carlo truncado. La diferencia es que en vez de hacer simulaciones para toda la curva de pagos, se excluye la parte donde los pagos son constantes, es decir el tramo cuando el pago es cero y el tramo donde se paga el pago máximo. Con esto se busca que la distribución elegida tenga un mejor ajuste a los datos y la predicción obtenida sea mejor que con las simulaciones del Monte Carlo tradicional. La probabilidad de que el pago sea cero y la probabilidad de que el pago sea el pago máximo se calculan con los datos históricos.

4.4.2.3 Splines

Los *Splines* son interpolaciones polinómicas por trozos de una curva. La curva que se desea interpolar se segmenta en trozos y para cada trozo se busca una función de tercer grado que se ajuste al segmento. Para que la estimación de la curva sea en toda

su extensión continua y suave, las funciones deben cumplir ciertas condiciones en los extremos de cada segmento de la curva (nodos). Dada la función f definida en $[a, b]$ y un conjunto de nodos $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ un *spline* (interpolante de trazador cúbico) S para f es una función que cumple con las condiciones siguientes:

- a. $S(x)$ es un polinomio cúbico, denotado $S_j(x)$, en el intervalo $[x_j, x_{j+1}]$ para cada $j = 0, 1, \dots, n - 1$.
- b. $S(x_j) = f(x_j)$ para cada $j = 0, 1, \dots, n - 1$.
- c. $S_{j+1}(x_{j+1}) = S_j(x_{j+1})$ para cada $j = 0, 1, \dots, n - 2$.
- d. $S'_{j+1}(x_{j+1}) = S'_j(x_{j+1})$ para cada $j = 0, 1, \dots, n - 2$.
- e. $S''_{j+1}(x_{j+1}) = S''_j(x_{j+1})$ para cada $j = 0, 1, \dots, n - 2$.
- f. Una de las siguientes condiciones de frontera se satisface:
 - i. $S(x_0) = S(x_n) = 0$ (frontera libre o natural)
 - ii. $S(x_0) = f(x_0)$ y $S(x_n) = f(x_n)$ (frontera sujeta)

Para aplicar esto a la predicción de una variable climática se busca una función de *Splines* que se ajuste a la distribución de los datos históricos de precipitaciones para posteriormente calcular el precio de la opción con simulación de Monte Carlo. También se puede aplicar un Monte Carlo truncado.

4.5 Métodos de estimación de variables climáticas para valoración de derivados climáticos

Lo primero que uno se debería preguntar al intentar predecir variables climáticas es por qué no usar modelos meteorológicos para esto. La meteorología lleva bastante tiempo desarrollando modelos muy sofisticados, que son capaces de lograr buenas predicciones del pronóstico del tiempo usando como base distintas variables atmosféricas. El problema, como afirma Jewson y Brix (2005), es que el pronóstico meteorológico entrega información sólo con unos cuantos días de anticipación. Mientras que las empresas que usan derivados climáticos para cubrirse se planifican para meses, el semestre o el año y por lo tanto toman contratos con meses de anticipación.

Como los índices sobre temperatura son los más comunes en el mercado, lo que más se encuentra en la literatura son técnicas para modelar la temperatura. En general se ha experimentado con variados métodos. Jewson y Brix (2005) propone utilizar distribuciones *Gamma* y *Log-Normal* para hacer simulaciones de Monte Carlo en variables climáticas en general. También propone usar estimación *kernel* de la densidad para modelar la distribución. Por otra parte Cao, Li y Wei (2004) predicen la temperatura con un proceso estocástico con reversión a la media. Campbell y Diebold (2000) utilizan series de tiempo para predecir las temperaturas diarias de distintas ciudades de EE.UU. obteniendo resultados comparables a los modelos estadísticos mencionados.

Al revisar lo que se ha publicado sobre precipitaciones se encuentra en primer lugar que Jewson y Brix (2005) ha encontrado que una distribución *Gamma* se ajusta bien a los datos sobre precipitaciones diarias, pero afirman que no tiene buena precisión para los

valores extremos. Para periodos más extensos, como mensuales, agregan los autores que también se presenta un buen ajuste a la data con distribuciones *Gamma*.

Por otra parte Cao, Li y Wei (2004) comparan tres modelos para precipitaciones diarias en la ciudad de Chicago. Primero ajustan una distribución *Gamma*, en segundo lugar utilizan una mezcla de exponenciales y por último una función *kernel*, concluyendo que los dos últimos modelos se ajustan mejor a la data, siendo la función de *kernel* la mejor.

Un aspecto a destacar es el periodo de tiempo en el que se desea modelar la variable climática, que puede ser diaria, mensual o por temporadas. En este caso al buscar distribuciones para las precipitaciones diarias existe el problema de cómo incluir los días que no llueve en la predicción. Cao, Li y Wei (2004) solucionan esto combinando las distribuciones ya descritas con cadenas de *Markov*, definiendo la probabilidad de que llueva un día. Si según la probabilidad anterior llueve se utiliza las distribuciones antes mencionadas. Finalmente realizan simulaciones de Monte Carlo con 10.000 escenarios para una opción *put* en el mes de marzo para Chicago.

Otro estudio realizado por Castro (2009), afirma que en las precipitaciones no se observa lo mismo que los índices sobre temperatura, donde se supone en muchos casos que la temperatura diaria sigue un proceso estocástico que vuelve a una media determinística. Por lo tanto, él propone ajustar una distribución *Log-Normal* a la data para realizar simulaciones de Monte Carlo. El autor aplica este modelo a las localidades agrícolas de Junín y 9 de Julio en Argentina, para analizar cómo influye una opción *put* sobre los ingresos del cultivo de soja y girasol.

V. DESARROLLO DEL MODELO

5.1. Datos

Los datos que se utilizarán para evaluar los distintos métodos de valoración corresponden a las precipitaciones mensuales acumuladas desde 1936 hasta 2011 en la estación ubicada en el *Logan International Airport* en Boston.

En la Tabla 1 se pueden observar las variables descriptivas para cada mes obtenidas con los datos sobre precipitaciones acumuladas mensuales de la ciudad de Boston.

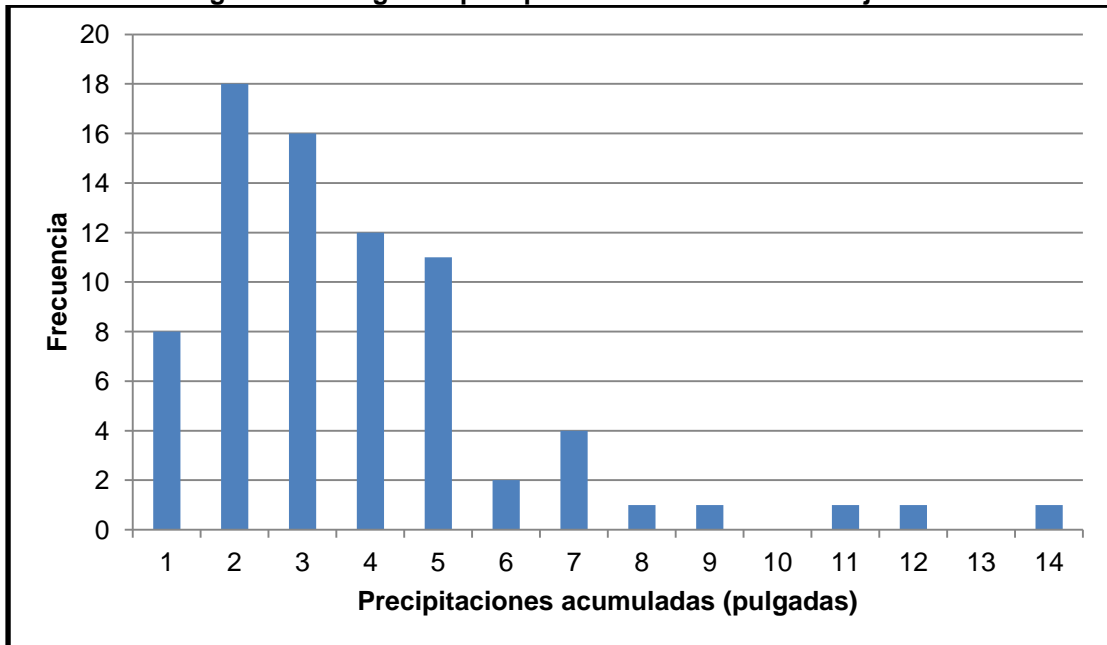
Tabla 1: Variables descriptivas sobre precipitaciones acumuladas en Boston desde el año 1936 a 2011 en pulgadas.

	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	ANUAL
Promedio	3,69	3,33	4,03	3,62	3,41	3,34	3,01	3,46	3,32	3,54	4,07	4,03	42,80
Máximo	10,55	7,95	14,87	9,57	13,38	13,20	9,47	17,09	9,86	10,67	8,89	9,74	62,36
Desv. Est.	1,94	1,57	2,30	1,76	2,25	2,46	1,80	2,54	2,15	2,02	1,95	2,03	8,69

Fuente: Elaboración propia.

Para obtener una idea sobre la distribución de los datos se construye un histograma de un mes húmedo, eligiendo diciembre y otro más seco, tomando junio. En la Figura 5 se puede observar un histograma de las precipitaciones para junio.

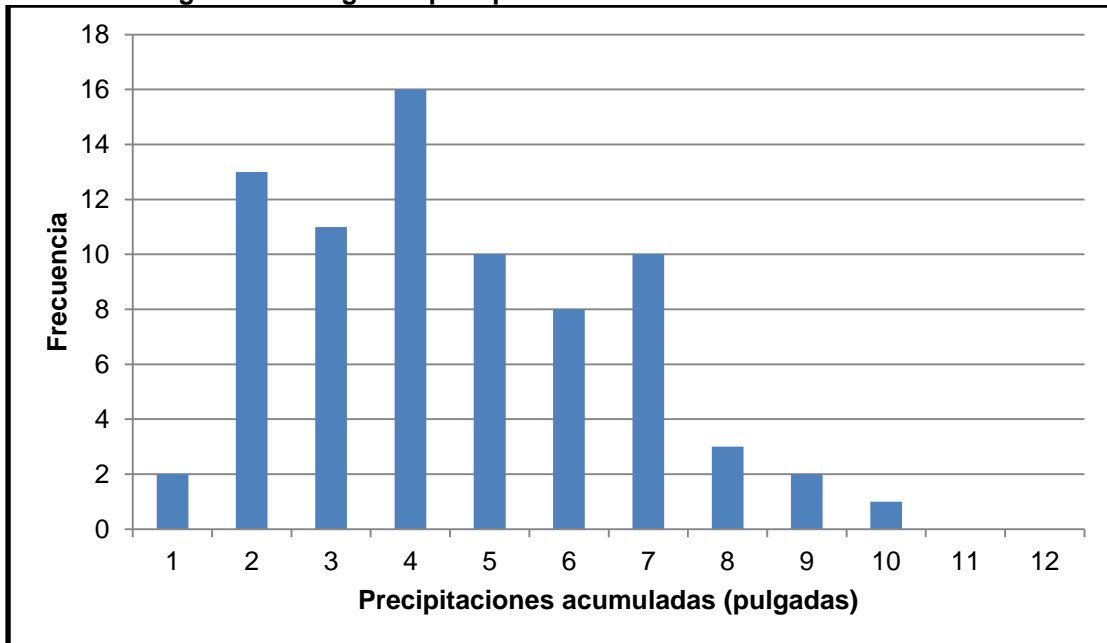
Figura 5: Histograma precipitaciones acumuladas en junio.



Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 6 se puede observar un histograma de las precipitaciones para diciembre.

Figura 6: Histograma precipitaciones acumuladas en diciembre.



Fuente: Elaboración propia.

5.2. Definición del derivado

En la Tabla 2 se pueden encontrar las variables que definen al tipo de derivado que se estudiará.

Tabla 2: Definición del derivado climático.

Opciones <i>call</i> y <i>put</i>	
Variable Meteorológica	Precipitaciones
Índice del derivado	Precipitaciones mensuales acumuladas (pulgadas)
Estación de medición	Logan International Airport Boston, MA, EE.UU.
Tick	1 pulgada equivale a US\$ 1.000
Periodo del Contrato	Mensual
Tipo de opción	Opción europea

Fuente: Elaboración propia.

Después de obtener precios para opciones *call* y *put* de la página de *CelsiusPro* para todos los meses del año con distintos *strikes* y pagos máximos, se decidió tomar los meses de junio y diciembre para evaluar los distintos modelos. Esta decisión se debe a que se tomaron los meses que tenían mayor número de *strikes* diferentes, ya que la página entrega un rango para el que se puede elegir este valor y sólo se pueden ingresar números enteros en pulgadas.

5.3. Burn Analysis (Modelo 1)

Como ya se mencionó anteriormente el método *Burn Analysis* será usado como una referencia de los valores que se debería obtener con el resto de los modelos. Para este método se calcula lo que hubiera pagado el derivado para cada año de los datos considerados en la muestra. Posteriormente se calcula el promedio con todos los pagos obtenidos. Además el derivado tiene un pago máximo, por lo que el pago para una opción *call* se calcula de la siguiente forma:

$$\text{Función de pago call} = \min[\max(\text{Índice}_p - \text{Strike}, 0) * \text{Ticker}, \text{Max Payoff}]$$

Para el caso de la opción *put* se calcula de la siguiente forma:

$$\text{Función de pago put} = \min[\max(\text{Strike} - \text{Índice}_p, 0) * \text{Ticker}, \text{Max Payoff}]$$

Con esto se aplican las funciones de pago a cada año de los datos y después se calcula el promedio con todos los años. Una vez obtenido el promedio de los pagos de la muestra de datos, se debe descontar a valor presente, tomando como fecha de *pricing* el 14 de abril de 2013, día en que se cotizó el valor de las opciones en *CelsiusPro*. Por lo tanto el precio queda de la siguiente forma:

$$\text{Precio Burn Analysis} = \text{Promedio}(\text{pagos}) * e^{-rT}$$

Donde r es la tasa de un bono *Treasury* estadounidense de un año.

En la Tabla 3 se puede apreciar las precipitaciones junto con el cálculo del pago para cada año para el mes de junio para una opción *call* con *strike* de 4 pulgadas con *tick* de US\$1.000 y un pago máximo de US\$ 27.000.

Tabla 3: Pago opción *call* para junio *Burn Analysis*.

Año	Precipitaciones acumuladas mensuales en pulgadas	Pago en US\$
1936	2,37	0
1937	3,46	0
1938	6,30	2300
⋮	⋮	⋮
2009	3,22	0
2010	3,18	0
2011	4,76	760

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 4 se encuentran los precios obtenidos mediante *Burn Analysis* para el mes de junio, junto con los respectivos precios entregados por *CelsiusPro* para una opción *put* y una *call*.

Tabla 4: Comparación precios *Burn Analysis* vs *CelsiusPro* para opciones *call* y *put* mes de junio.

Strike en pulgadas	Call			Put		
	Precio <i>Burn Analysis</i> US\$	Precio <i>CelsiusPro</i> en US\$	Pago máximo en US\$	Precio <i>Burn Analysis</i> US\$	Precio <i>CelsiusPro</i> en US\$	Pago máximo en US\$
1	-	-	-	-	-	-
2	-	-	-	250	267	2.000
3	1.018	2.621	28.000	681	658	3.000
4	669	1.947	27.000	1.332	1.321	4.000
5	439	1.490	26.000	2.102	2.197	5.000
6	307	1.204	25.000	-	-	-
7	214	958	24.000	-	-	-

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 5 se encuentran los precios obtenidos mediante *Burn Analysis* para el mes de diciembre, junto con los respectivos precios entregados por *CelsiusPro* para una opción *put* y una *call*.

Tabla 5: Comparación precios *Burn Analysis* vs *CelsiusPro* para opciones call y put mes de diciembre.

Strike en pulgadas	Call			Put		
	Precio <i>Burn Analysis</i> US\$	Precio <i>CelsiusPro</i> en US\$	Pago máximo en US\$	Precio <i>Burn Analysis</i> US\$	Precio <i>CelsiusPro</i> en US\$	Pago máximo en US\$
1	-	-	-	-	-	-
2	-	-	-	129	170	2.000
3	1.403	1.675	14.000	375	568	3.000
4	850	1.004	13.000	822	1.234	4.000
5	448	582	12.000	-	-	-
6	207	355	11.000	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 7 se encuentra la comparación de los precios obtenidos mediante *Burn Analysis* con los precios entregados por *CelsiusPro* para el mes de junio para una opción *call* y en la Figura 8 para una *put*.

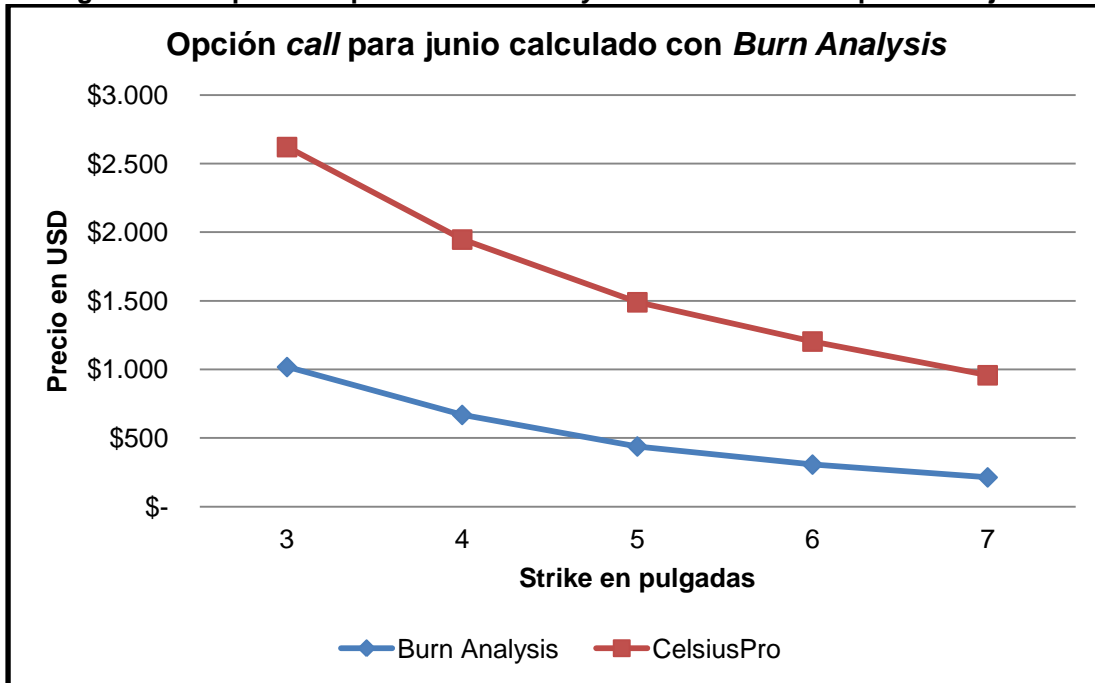
Por otra parte en la Figura 9 se puede apreciar la misma comparación para el mes de diciembre para una opción *call* y en la Figura 10 para una *put*.

Como se puede observar, en general el precio de *CelsiusPro* es superior a los precios obtenidos con *Burn Analysis*, a excepción de la opción *put* para junio. Que el precio sea superior tiene sentido, ya que en los precios de mercado se considera una prima por riesgo.

Para la opción *put* del mes de junio se observa un comportamiento extraño, al ser bastante parecidas las dos curvas. Esto no tiene mucho sentido, ya que si, en promedio, el valor que entrega el método *Burn Analysis* es el pago que hubiera tenido esta opción en el pasado, si el emisor del derivado cobra un precio muy cercano a este valor medio, no va a estar ganando nada en el tiempo. De esta manera, la explicación probable es que tengan un historial de datos más extenso y que cambien las medias al incluir datos más antiguos, pero aun así esto debería ser leve, o que su modelo le dé más peso a los datos del último tiempo por ejemplo.

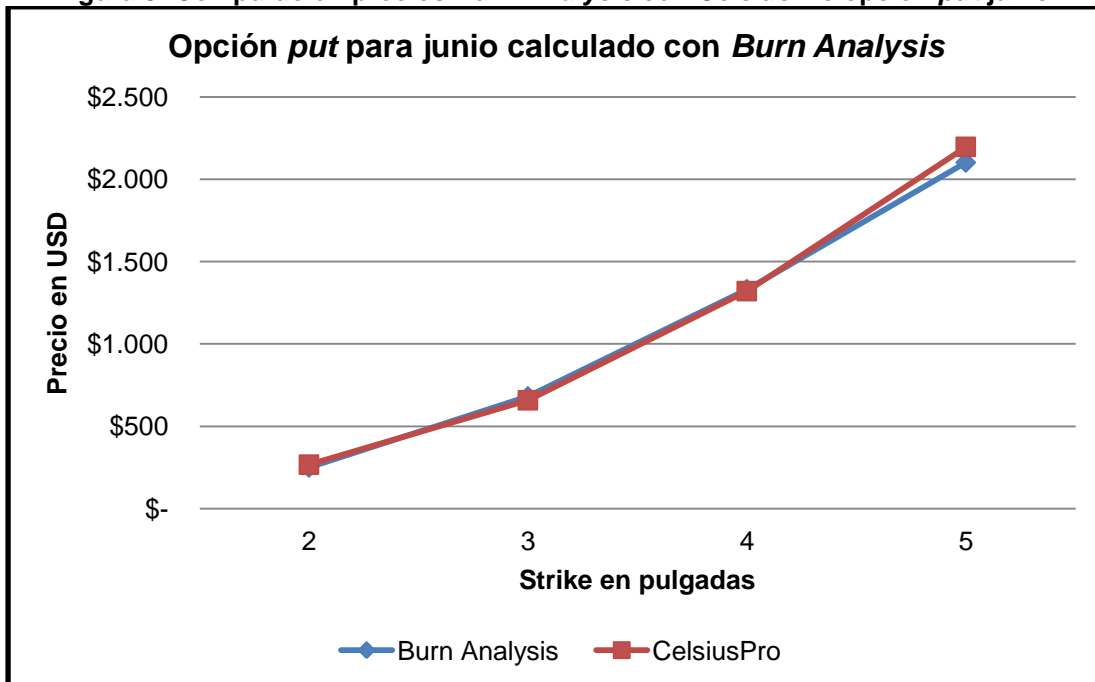
Finalmente se puede agregar, como muestran en general los gráficos, que este método es una buena referencia para los precios del derivado.

Figura 7: Comparación precios *Burn Analysis* con *CelsiusPro* opción *call* junio.



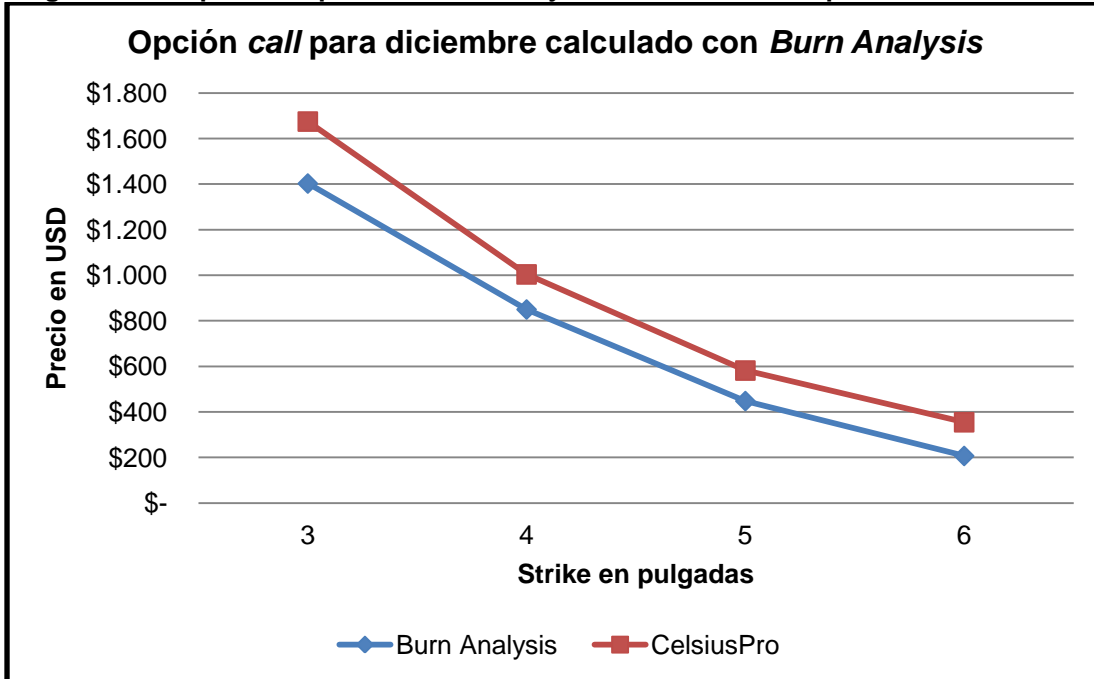
Fuente: Elaboración propia.

Figura 8: Comparación precios *Burn Analysis* con *CelsiusPro* opción *put* junio.



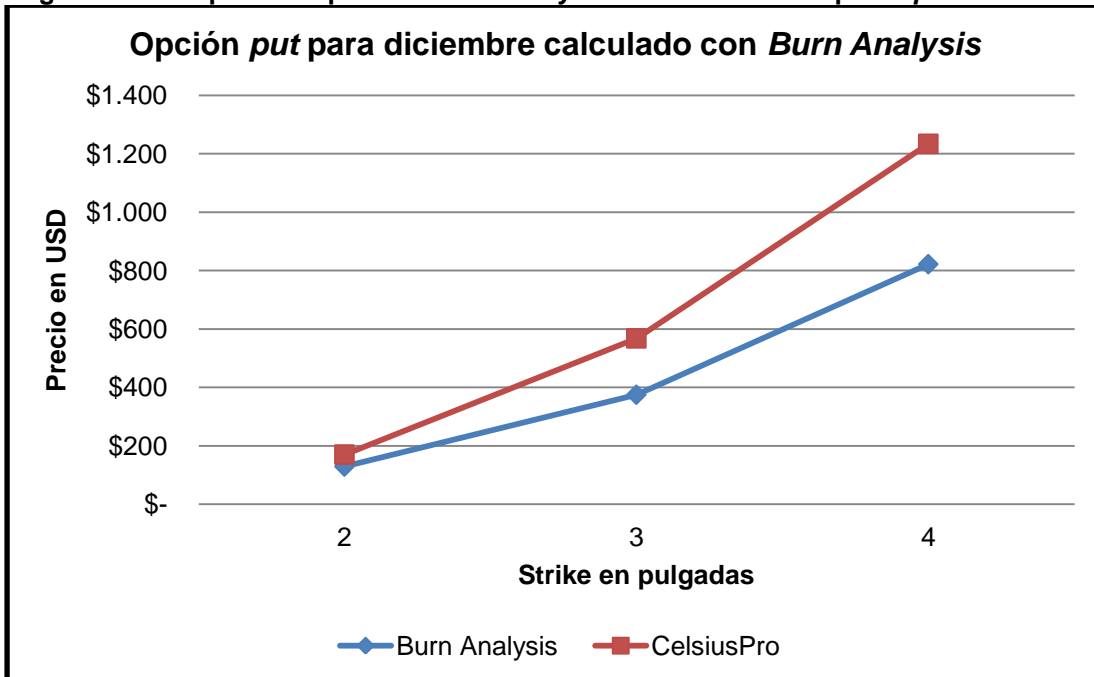
Fuente: Elaboración propia.

Figura 9: Comparación precios *Burn Analysis* con *CelsiusPro* opción *call* diciembre.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 10: Comparación precios *Burn Analysis* con *CelsiusPro* opción *put* diciembre.



Fuente: Elaboración propia.

5.4. Simulaciones de Monte Carlo con distribución Log-Normal y Weibull (Modelo 2)

Con el objetivo de tener un escenario de comparación que prediga mejor los precios de los derivados y porque es el método más común para valorizar opciones climáticas se utiliza el método de simulaciones de Monte Carlo.

Para realizar las simulaciones de Monte Carlo es necesario definir qué distribución se utilizará para cada mes y determinar sus respectivos parámetros. El programa que se utiliza para esto es *Stat Fit*, que entrega las distribuciones que mejor se ajustan a los datos.

Con este programa se obtiene que para el mes de junio la distribución *Log-Logistic* es la que mejor explica el comportamiento de los datos y en segundo lugar *Log-Normal*.

La distribución *Log-Logistic* está descrita por tres parámetros, el mínimo *min*, un parámetro positivo para la forma *p* y un parámetro positivo para la escala *beta*, por lo que la distribución queda definida de la forma *Log-Logistic(min, p, beta)*.

Para el mes de junio los parámetros de la distribución *Log-Logistic* se pueden observar en la Tabla 6.

Tabla 6: Parámetros para la función *Log-Logistic* para el mes de junio.

Parámetro	Valor
<i>min</i>	0
<i>p</i>	2,52
<i>beta</i>	2,73

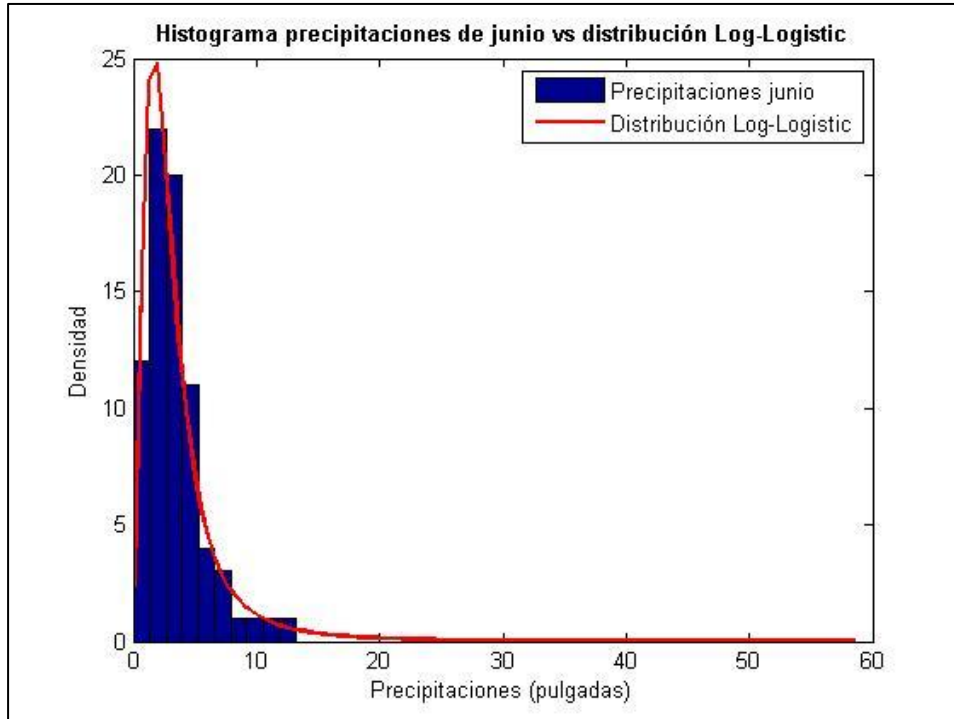
Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 11 se observa un histograma de los datos y la curva de una distribución *Log-Logistic* con los valores de los parámetros descritos en la Tabla 6 para el mes de junio.

Para el mes de diciembre se obtuvo que la distribución que mejor explica el comportamiento de los datos es una función *Weibull*. Esta función queda determinada en *Stat Fit* por los parámetros mínimo *min*, el parámetro *alpha* y *beta*. Por lo que la notación para describir la distribución es *Weibull(min, alpha, beta)*.

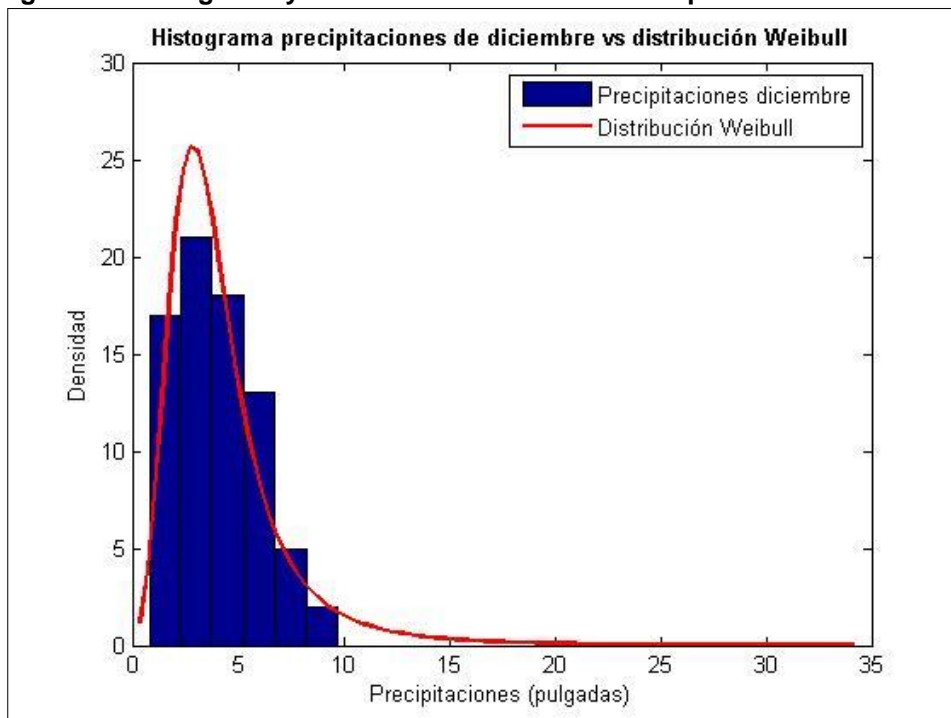
Para el mes de diciembre los parámetros de la distribución *Weibull* se pueden observar en la Tabla 7.

Figura 11: Histograma y curva de distribución *Log-Logistic* para mes de junio.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 12: Histograma y curva de distribución *Weibull* para mes de diciembre.



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 7: Parámetros para la función *Weibull* para el mes de diciembre.

Parámetro	Valor
<i>min</i>	0
<i>alpha</i>	4,65
<i>beta</i>	2,12

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 12 se observa un histograma de los datos y la curva de una distribución *Weibull* con los valores de los parámetros de la Tabla 7 para el mes de diciembre.

Con estas distribuciones se realizan las simulaciones de Monte Carlo para los meses de junio y diciembre. Para esto se utiliza el programa *MatLab*, donde se generan simulaciones de 10.000 escenarios para ambos meses con las distintas distribuciones. Los resultados obtenidos para opciones *call* y *put* para junio se pueden observar en la Figura 13 y Figura 14 respectivamente.

Al igual que en el *Burn Analysis* se debe descontar los pagos a la tasa libre de riesgo. Por lo tanto al descontar a r , tasa de un bono *Treasury* estadounidense de un año, el precio queda de la siguiente forma:

$$\text{Precio simulación de Monte Carlo} = \mathbb{E}(\text{pagos}) * e^{-rT}$$

Para la opción *call* los resultados obtenidos se aproximan más a los precios de mercado que los precios calculados con *Burn Analysis*. Mientras que para la opción *put*, no se observan diferencias sustanciales entre los precios de mercado, los obtenidos mediante *Burn Analysis* y mediante Monte Carlo con una distribución *Log-Logistic*. Retomando la explicación que se dio en la sección donde se calcularon los valores mediante *Burn Analysis*, pareciera que los precios para la opción *put* de junio entregados por *CelsiusPro* tienen alguna inconsistencia.

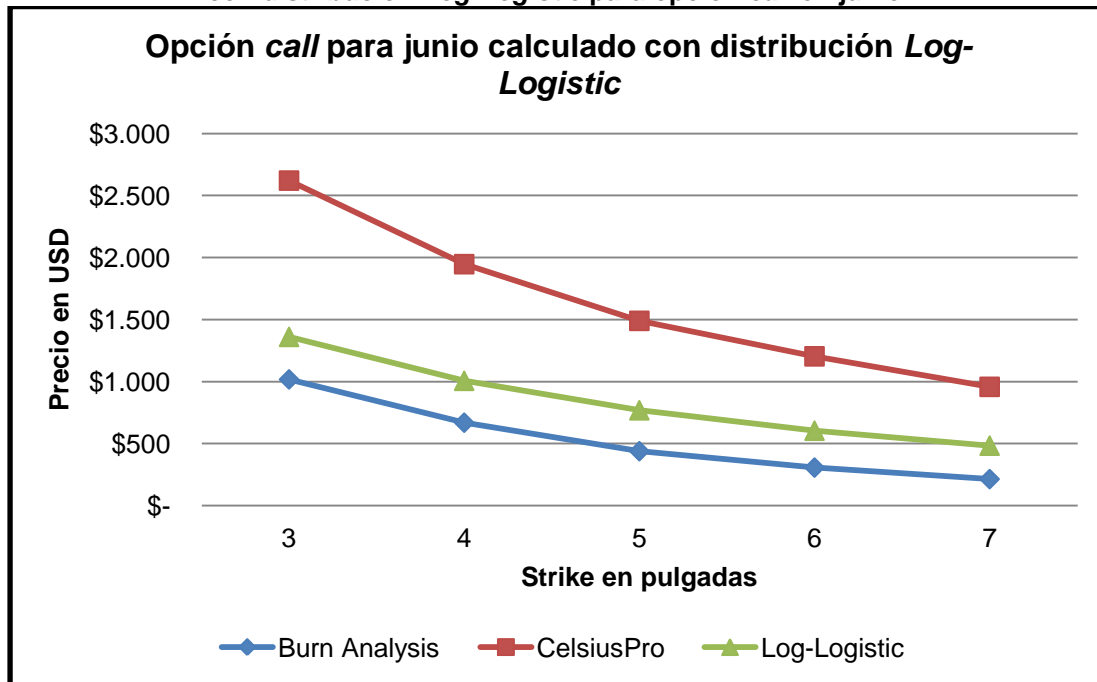
En la Tabla 8 se encuentran las estadísticas descriptivas para los datos históricos sobre precipitaciones de junio y de la simulación obtenida con una distribución *Log-Logistic*.

Tabla 8: Estadísticas descriptivas para los datos históricos y para la simulación obtenida mediante una distribución *Log-Logistic* para junio en pulgadas.

Junio	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar
<i>Datos históricos</i>	0	13,20	3,34	2,46
<i>Simulación Log-Logistic</i>	0,04	117,24	3,71	4,34

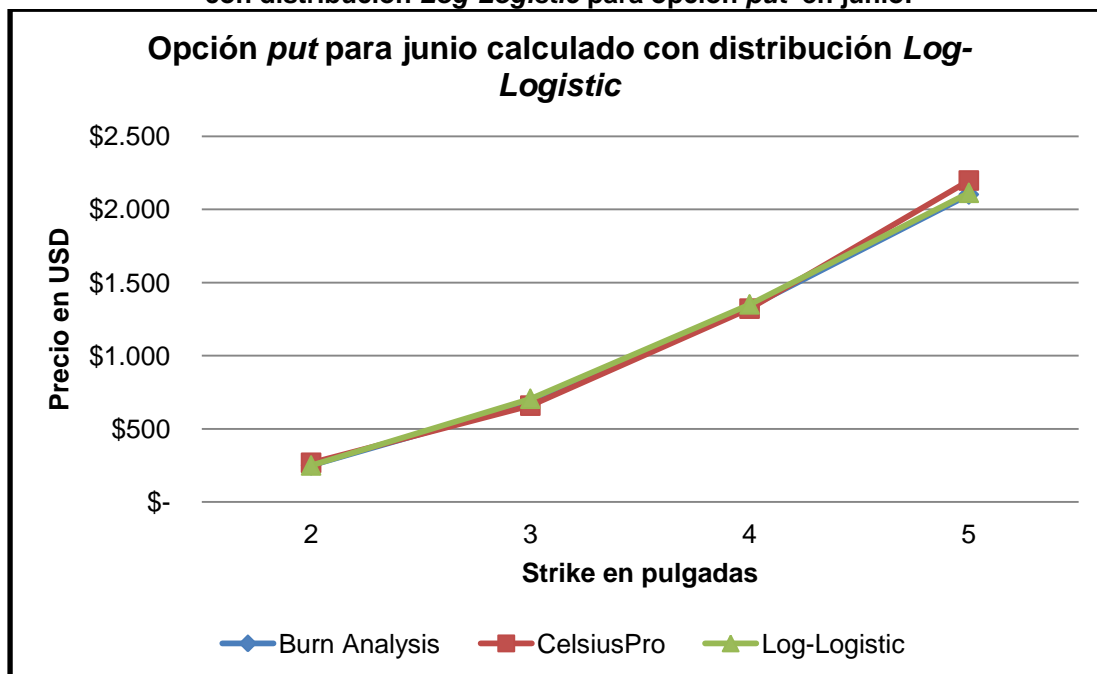
Fuente: Elaboración propia.

Figura 13: Comparación de precios obtenidos mediante *Burn Analysis*, *CelsiusPro* y Monte Carlo con distribución *Log-Logistic* para opción *call* en junio.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 14: Comparación de precios obtenidos mediante *Burn Analysis*, *CelsiusPro* y Monte Carlo con distribución *Log-Logistic* para opción *put* en junio.



Fuente: Elaboración propia.

Como se puede apreciar los datos para la simulación tienen un máximo que supera varias veces la cota superior de los datos históricos, lo que hace que también tenga una media levemente superior y una desviación estándar más alta. Los valores altos que entrega la cola de la distribución *Log-Logistic* provocan que se den pagos más altos para la opción *call* y por lo tanto se sobreestima el precio de ésta.

Además en el anexo A, Tabla 17 se encuentran los resultados del test *Kolmogorov-Smirnov* y *Anderson-Darling*, donde se puede apreciar que con un nivel de significancia $\alpha = 0,05$, no se rechaza la hipótesis nula que los datos históricos sobre precipitaciones de junio siguen una distribución *Log-Logistic* para ambos tests.

Para las opciones *call* y *put* para diciembre los resultados se encuentran en la Figura 15 y la Figura 16 respectivamente.

Al igual que para la opción *call* de junio, para diciembre se obtiene precios mayores que mediante *Burn Analysis*, pero en este caso la diferencia de precios entre este último método y Monte Carlo es menor. Por otra parte, a diferencia de junio, para la opción *put* de diciembre los precios dan levemente inferiores a los que se obtienen mediante *Burn Analysis*. La subestimación para la opción *put* se debe a que las probabilidades que las precipitaciones caigan bajo el nivel del *strike* son levemente menores en la distribución *Weibull* que en la distribución empírica como se puede ver en la Tabla 22 del anexo B.

En la Tabla 9 se encuentran las estadísticas descriptivas para los datos históricos sobre precipitaciones de diciembre y de la simulación obtenida con una distribución *Weibull*.

Tabla 9: Estadísticas descriptivas para los datos históricos y para la simulación obtenida mediante una distribución *Weibull* para diciembre en pulgadas.

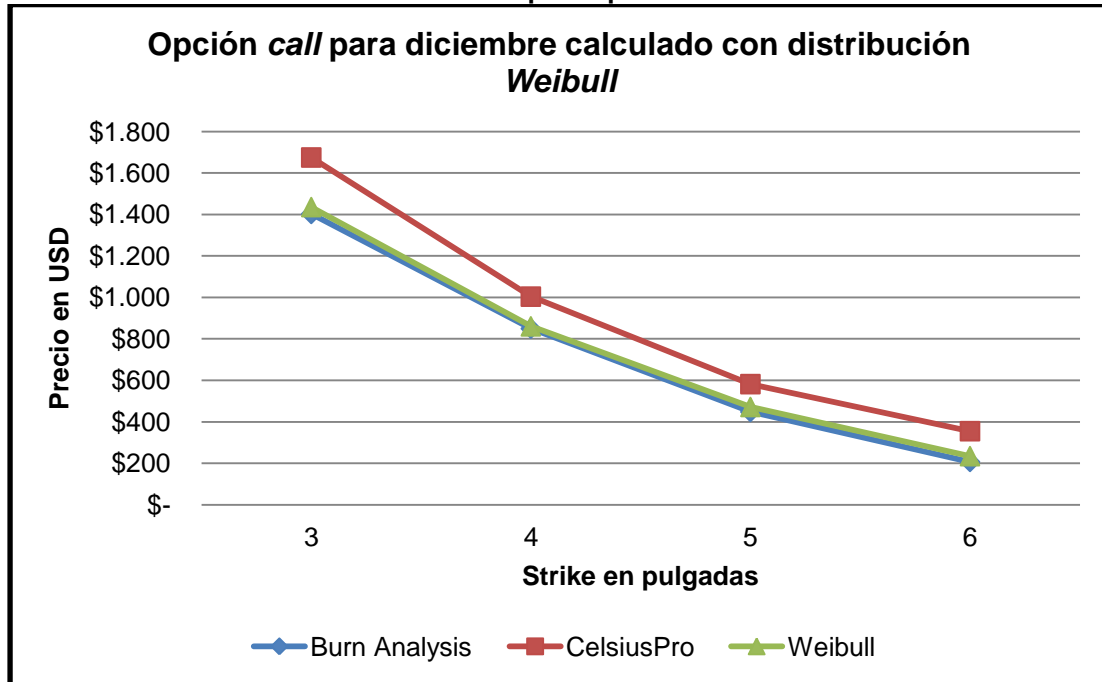
Diciembre	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar
<i>Datos históricos</i>	0,81	9,74	4,03	2,03
<i>Simulación Weibull</i>	0,03	13,57	4,09	2,02

Fuente: Elaboración propia.

A diferencia del mes de julio, las estadísticas descriptivas de la simulación para diciembre se encuentran muy cercanas a las de los datos históricos sobre precipitaciones. La diferencia se debe a que la distribución *Weibull* tiene valores extremos varias veces menores a los de la distribución *Log-Logistic*, logrando una mejor predicción de los datos.

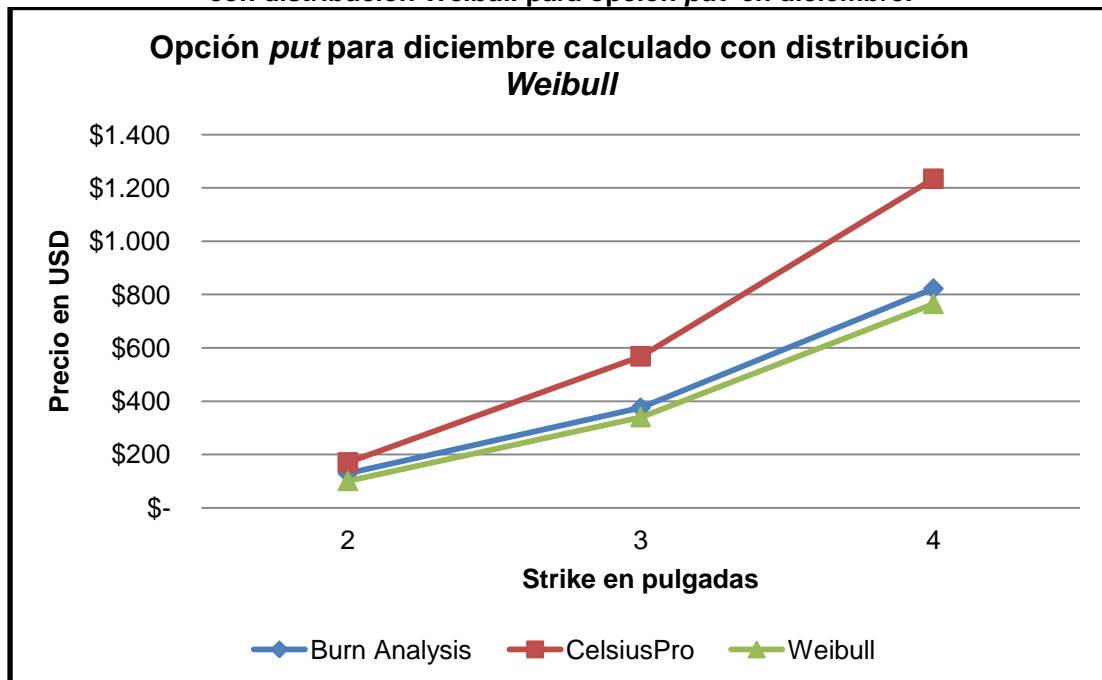
Por último en el anexo A, Tabla 17 se encuentran los resultados del test *Kolmogorov-Smirnov* y *Anderson-Darling*, que indican que no se puede rechazar la hipótesis nula que los datos históricos sobre precipitaciones de diciembre siguen una distribución *Weibull* para un nivel de significancia 0,05.

Figura 15: Comparación de precios obtenidos mediante *Burn Analysis*, *CelsiusPro* y Monte Carlo con distribución *Weibull* para opción *call* en diciembre.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 16: Comparación de precios obtenidos mediante *Burn Analysis*, *CelsiusPro* y Monte Carlo con distribución *Weibull* para opción *put* en diciembre.



Fuente: Elaboración propia.

Del buen ajuste que se logra con la distribución *Weibull* para diciembre se puede concluir que una buena capacidad de predicción de los datos se va a lograr cuando los precios obtenidos se encuentren cercanos a los precios estimados con el *Burn Analysis* y probablemente la diferencia con el precio de mercado se va a deber a la prima por riesgo cobrada por el emisor de la opción.

Cabe hacer notar que para la opción *call* de junio se observa una mayor diferencia entre los precios de *Burn Analysis* y *CelsiusPro* que para la *call* de diciembre. Esto da un indicio de que la diferencia de precios depende de la desviación estándar de los datos, ya que junio tiene una mayor desviación estándar.

Por otra parte Jewson y Brix (2005) proponen usar distribuciones *Gamma* y *Log-Normal* para simular los pagos de derivados climáticos en general, por lo que se utilizan estas dos distribuciones para compararlas con una *Log-Logistic* para junio y una *Weibull* para diciembre. Las comparaciones de los precios calculados mediante las distribuciones propuestas por Jewson y Brix y una *Log-Logistic* para opciones *call* y *put* para el mes de junio se encuentran en la Figura 17 y Figura 18 respectivamente.

Como se puede observar para la opción *call* y *put* en junio la *Gamma* queda bajo los precios del *Burn Analysis*. Para la opción *put* esto se debe a que la probabilidad que las precipitaciones caigan bajo los distintos *strike* es menor en la distribución *Gamma* que en la empírica como se puede apreciar en el anexo B, Tabla 23. Para la opción *call* la probabilidad que las precipitaciones sean mayores para los *strike* de valores 6 y 7 es menor en la distribución *Gamma*, lo que explica los menores precios. Mientras que para el resto de los valores la probabilidad que las precipitaciones sean mayores que el *strike* es superior en la distribución *Gamma* que en la distribución empírica. Aun así los precios obtenidos con la distribución *Gamma* son levemente menores. Esto se debe a que la distribución empírica tiene una mayor concentración de datos en la cola derecha lo que da mayores pagos, contrarrestando el efecto que las probabilidades sean menores. Por lo tanto la distribución *Gamma* no describe bien las precipitaciones y por consiguiente subestima los precios de las opciones, por lo que se puede descartar.

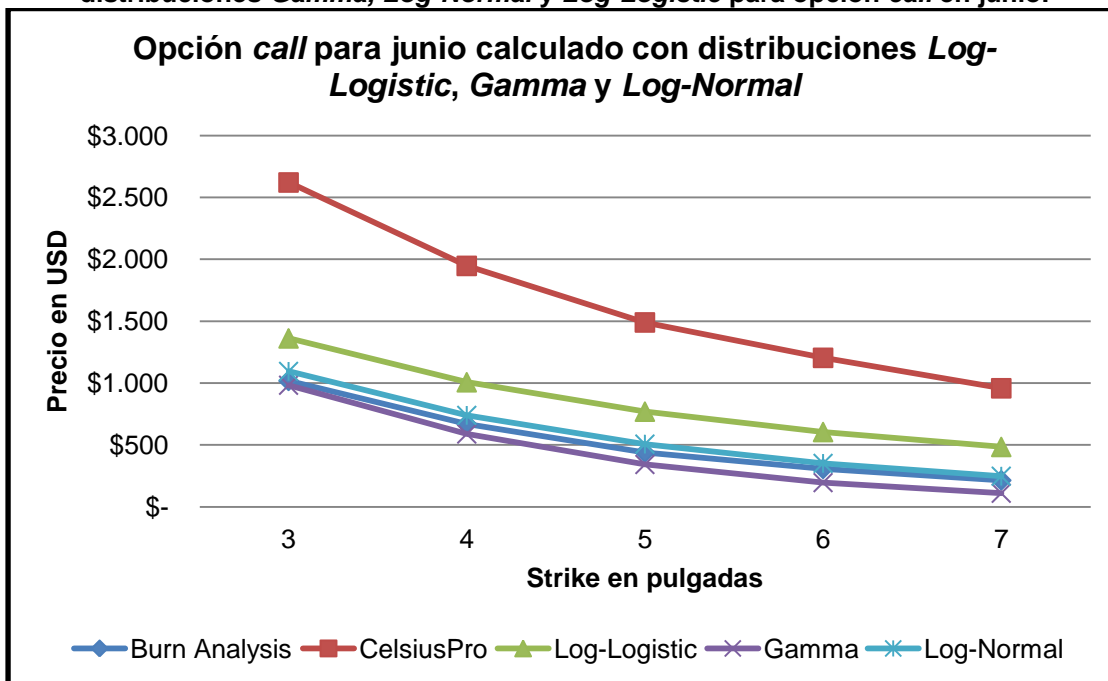
Entre las distribuciones *Log-Logistic* y *Log-Normal*, la segunda parece describir mejor las precipitaciones acercándose en ambos casos más al *Burn Analysis*. Para tener más información se analiza la Tabla 10. En ella se encuentran las estadísticas descriptivas para las simulaciones con las distintas distribuciones para junio.

Tabla 10: Estadísticas descriptivas para los datos históricos y para simulaciones obtenidas mediante distribuciones *Log-Logistic*, *Log-Normal* y *Gamma* para junio en pulgadas.

Junio	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar
<i>Datos históricos</i>	0	13,20	3,34	2,46
<i>Simulación Log-Logistic</i>	0,04	117,24	3,71	4,34
<i>Simulación Log-Normal</i>	0,17	32,24	3,41	2,63
<i>Simulación Gamma</i>	0,02	17,39	3,36	2,12

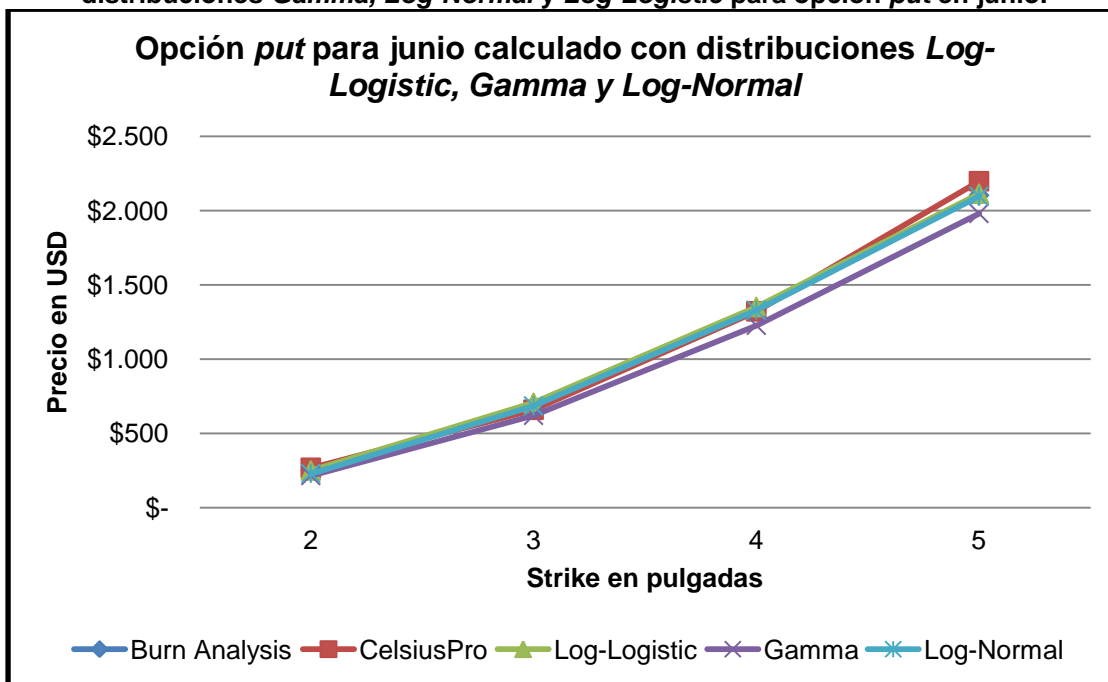
Fuente: Elaboración propia.

Figura 17: Comparación de precios obtenidos mediante *CelsiusPro*, Monte Carlo con distribuciones *Gamma*, *Log-Normal* y *Log-Logistic* para opción *call* en junio.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 18: Comparación de precios obtenidos mediante *CelsiusPro*, Monte Carlo con distribuciones *Gamma*, *Log-Normal* y *Log-Logistic* para opción *put* en junio.



Fuente: Elaboración propia.

En la tabla se observa que la simulación generada con una distribución *Log-Normal*, al no entregar valores extremos tan altos, obtiene valores más cercanos a los datos históricos que la distribución *Log-Logistic*. Esto explica la diferencia en los precios obtenidos con estas dos distribuciones para la opción *call*. Por lo tanto se puede concluir que la distribución *Log-Normal* describe mejor los datos.

En el anexo A, Tabla 17 se pueden observar el test *Kolmogorov-Smirnov* y *Anderson-Darling*, de los que se concluye que los datos siguen cualquiera de estas distribuciones, al no rechazar la hipótesis nula para un nivel de significancia 0,05.

Para el mes de diciembre los resultados de la comparación de los precios obtenidos mediante Monte Carlo con distribuciones *Gamma*, *Log-Normal* y *Weibull* para opciones *call* y para *put* se encuentran en las Figura 19 y Figura 20 respectivamente.

A primera vista se puede observar que la distribución *Log-Normal* no se comporta bien para la opción *call* ya que se obtienen precios superiores a los de *CelsiusPro*, por lo que se puede descartar. Por otra parte la *Gamma* se comporta bastante similar a la *Weibull*. Para comparar mejor la distribución *Weibull* con la *Gamma* se puede mirar la Tabla 11.

Tabla 11: Estadísticas descriptivas para los datos históricos y para simulaciones obtenidas mediante distribuciones *Weibull*, *Log-Normal* y *Gamma* para diciembre en pulgadas.

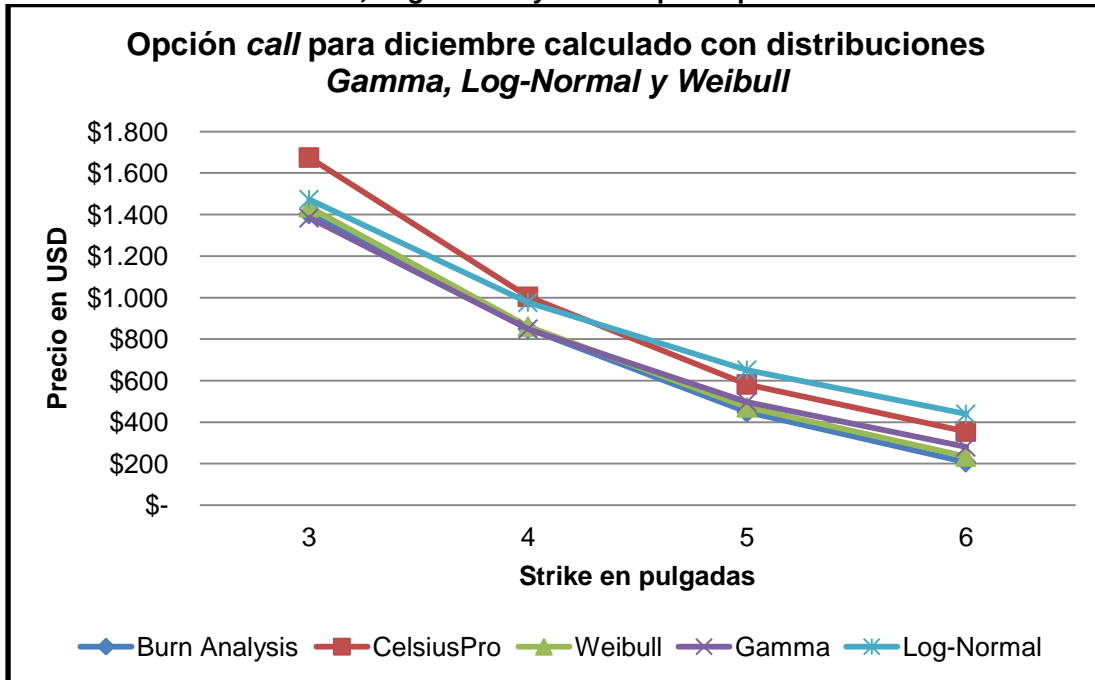
Diciembre	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar
<i>Datos históricos</i>	0,81	9,74	4,03	2,03
<i>Simulación Weibull</i>	0,03	13,57	4,09	2,02
<i>Simulación Log-Normal</i>	0,37	28,64	4,11	2,67
<i>Simulación Gamma</i>	0,19	16,27	4,04	2,13

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede apreciar, lo que hace que la distribución *Log-Normal* sobreestime los precios para opciones *call* es que tiene valores extremos más altos que las otras dos distribuciones. Por otra parte, si bien la *Gamma* tiene un comportamiento parecido a la *Weibull* también genera valores extremos levemente más altos, lo que hace que tenga un peor poder de predicción. Por lo tanto la distribución *Weibull* es la que mejor se ajusta a los datos.

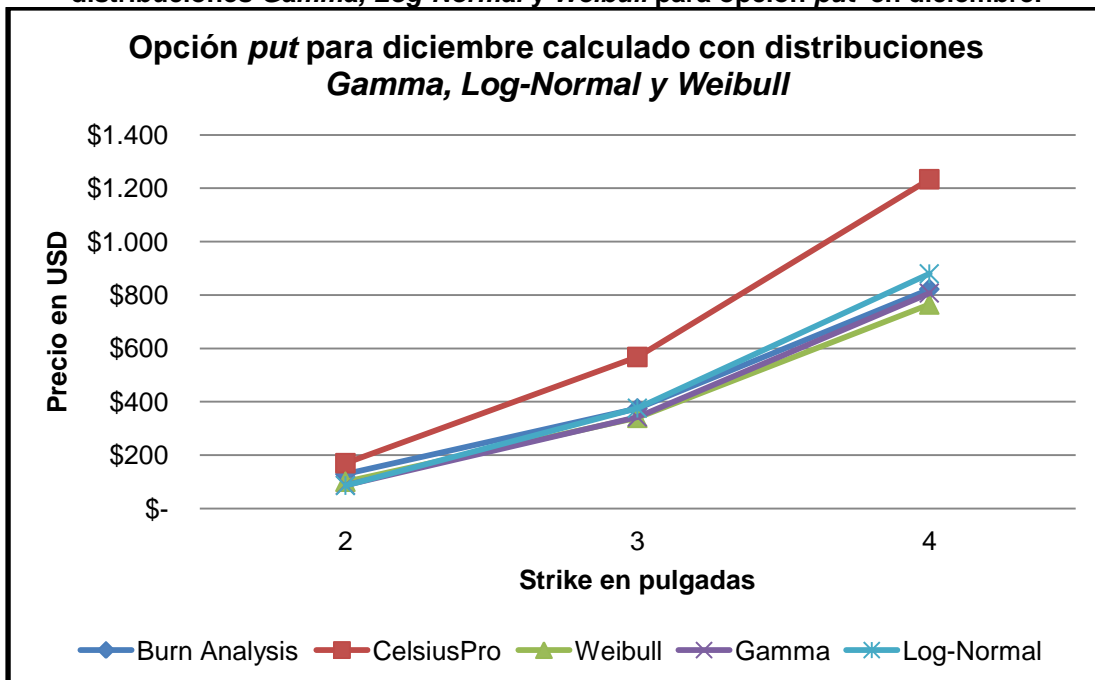
En el anexo A, Tabla 17 se encuentran los resultados de los test *Kolmogorov-Smirnov* y *Anderson-Darling*, a partir de los cuales se puede afirmar a un nivel de significancia 0,05 que no se rechaza la hipótesis nula y por lo tanto los datos siguen cualquiera de estas distribuciones.

Figura 19: Comparación de precios obtenidos mediante *CelsiusPro*, Monte Carlo con distribuciones *Gamma*, *Log-Normal* y *Weibull* para opción *call* en diciembre.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 20: Comparación de precios obtenidos mediante *CelsiusPro*, Monte Carlo con distribuciones *Gamma*, *Log-Normal* y *Weibull* para opción *put* en diciembre.



Fuente: Elaboración propia.

Finalmente después de probar distintas distribuciones, las que tenían mejor ajuste a los datos según el programa *StatFit* y las recomendadas por la literatura, se concluye que para junio la distribución *Log-Normal* es la que mejor predice los datos y para diciembre la distribución *Weibull*. Las diferencias de precios respecto a los valores entregados por *CelsiusPro* se pueden observar en la Tabla 12.

Tabla 12: Diferencia de precios entre *CelsiusPro* y distribución con mejor ajuste a los datos para junio y diciembre.

Strike en pulgadas	Junio Distribución <i>Log-Normal</i>		Diciembre Distribución <i>Weibull</i>	
	<i>Call</i>	<i>Put</i>	<i>Call</i>	<i>Put</i>
2	-	15%	14%	41%
3	58%	-4%	14%	40%
4	62%	-1%	19%	38%
5	66%	5%	34%	-
6	71%	-	-	-
7	74%	-	-	-
Promedio	66%	4%	20%	40%

Fuente: Elaboración propia.

Además se puede afirmar que las distribuciones recomendadas por la literatura no son necesariamente las que presenta un mejor ajuste a los datos. No hay una distribución que sirva para todos los casos, sino que esta va a depender de la ciudad y periodo de tiempo en el que se evaluó la opción

5.5. Simulaciones de Monte Carlo truncado con distribución obtenida mediante *Splines* (Modelo 3)

En busca de una mejor predicción de los precios de las opciones sobre precipitaciones de la ciudad de Boston se emplea el método de interpolación por trazos conocido como *Splines* para buscar la distribución de los datos.

Para encontrar las funciones que definen las distintas interpolaciones para cada trazo, se debe decidir de qué tamaño serán los intervalos. Una vez definido este tamaño se construye un histograma con los datos de precipitaciones de Boston, de intervalos igual al largo elegido. El largo de los trazos, junto con la frecuencia para cada intervalo obtenida del histograma, entregan los puntos con los que se realizan las interpolaciones.

A la cantidad de interpolaciones o trazos que se escojan se le llama orden y en general no hay reglas para definir este número. Para este caso se utilizan dos criterios, en primer lugar no tomar muy pocos trazos, ya que se pierde información al agregar mucho

los datos. Y en segundo lugar elegir un número de segmentos tal que las interpolaciones no tengan cambios de pendiente muy bruscos. Esto debido a que las condiciones de continuidad y derivabilidad de los *Splines*, provoca en estos casos oscilaciones en las curvas que no reflejan el comportamiento de la data. Estos cambios de pendiente se dan cuando en el histograma la frecuencia baja y después vuelve a subir, lo que a su vez se genera por tomar muchos intervalos y desagregar mucho los datos.

Por lo tanto mediante una inspección visual se llega a que el largo de los trazos debía ser de 1,25 pulgadas para diciembre y 1,5 pulgadas para junio. Además De Boor (2001) propone fijar los extremos izquierdo y derecho del *Spline* en cero en el caso de ajustar la curva a un histograma.

En la Figura 21 se encuentra la curva de *Splines* para el mes de junio con intervalos de 1,5 pulgadas y en la Figura 22 la curva de *Splines* para el mes de diciembre con intervalos de 1,25 pulgadas.

Una vez obtenidas las curvas para cada mes se deben generar números aleatorios según estas funciones. En primer lugar se debe generar un vector de números aleatorios con distribución uniforme entre cero y uno, que se usan como probabilidades. En segundo lugar para cada uno de estas probabilidades se debe buscar el valor de precipitaciones que se obtiene mediante el *Spline*. Si $f(x)$ es la función que define el *Spline*, p_i la probabilidad i –ésima del vector aleatorio de probabilidades y z_i el nivel de precipitaciones asociado a esa probabilidad según el *Spline*, z_i se obtiene resolviendo la siguiente ecuación:

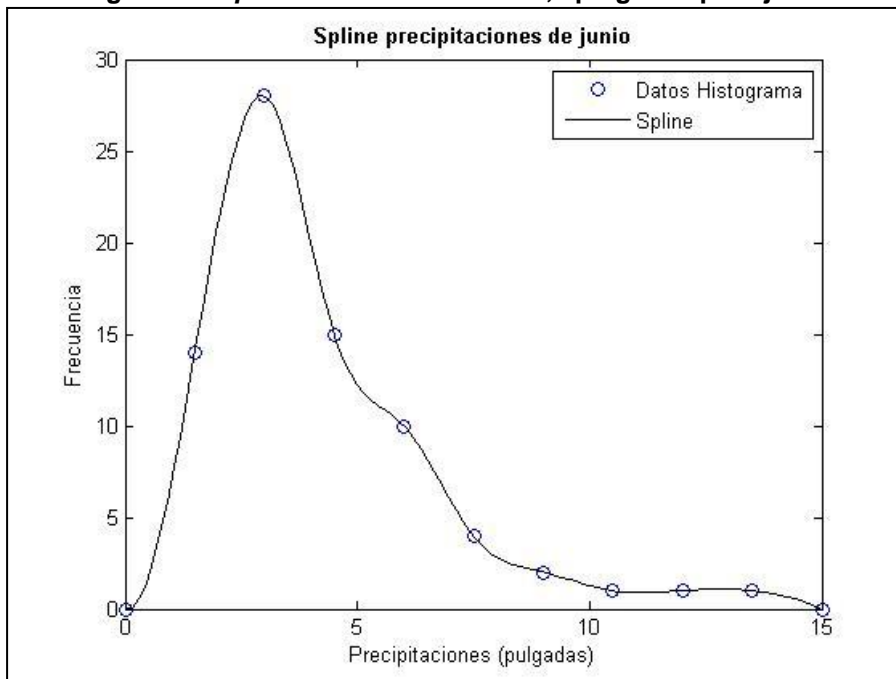
$$p_i = \frac{\int_0^{z_i} f(x) dx}{\int_0^{\infty} f(x) dx}$$

Resolviendo la ecuación anterior para todos los valores del vector de probabilidades aleatorias se consigue un vector de números aleatorios de precipitaciones asociado a la distribución entregada por el *Spline* calculado.

De esta forma mediante el programa *MatLab* se generan 10.000 números aleatorios para junio y diciembre según los *Splines* encontrados para cada mes. Al igual que en el modelo dos se descuenta de la misma forma a la tasa libre de riesgo y se obtienen los precios para los derivados.

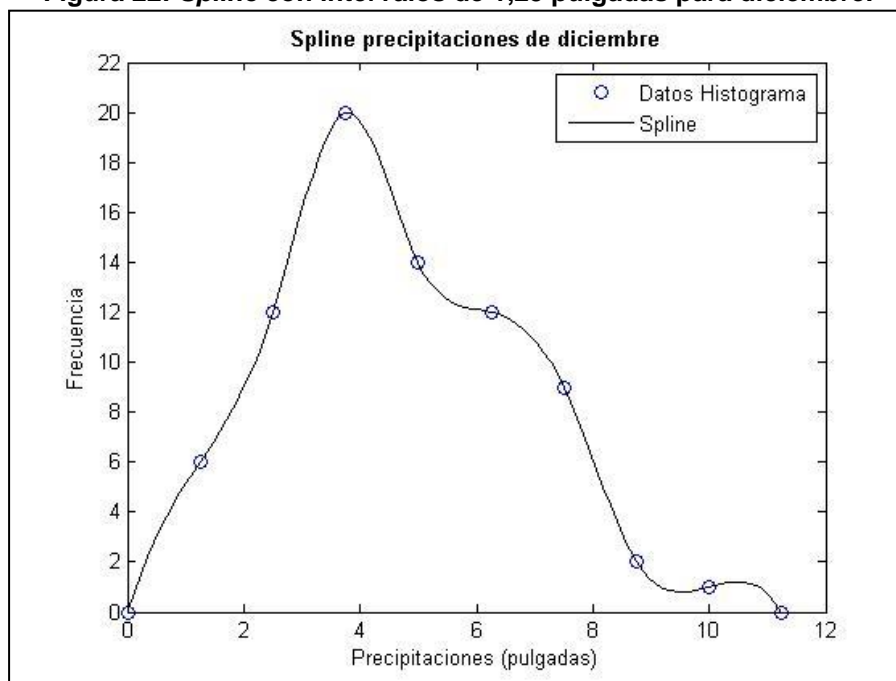
En la Figura 23 y en la Figura 24 se encuentran los precios para junio obtenidos mediante *Splines* para opciones *call* y *put* respectivamente. Para la opción *call* los precios calculados dan mayores a los obtenidos mediante *Burn Analysis* y a la distribución *Log-Normal*, mientras que para la opción *put* los valores dan menores a los dos modelos mencionados.

Figura 21: *Spline* con intervalos de 1,5 pulgadas para junio.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 22: *Spline* con intervalos de 1,25 pulgadas para diciembre.



Fuente: Elaboración propia.

Por otra parte en la Figura 25 y Figura 26 se aprecian los precios para diciembre obtenidos mediante *Splines* para opciones *call* y *put* respectivamente. En este caso para la opción *call* los valores dan mayores a los precios de *CelsiusPro*, mientras que para la opción *put* dan menores a los otros dos modelos.

De estos gráficos se puede concluir que los *Splines* no predicen de buena forma los datos. En la Tabla 13 y Tabla 14 se puede apreciar que las estadísticas descriptivas de las simulaciones con *Splines* no son tan distintas a las de la data, pero no se asemejan tanto a ellas como las estadísticas de las distribuciones con mejores ajustes a los datos vistas anteriormente.

Tabla 13: Estadísticas descriptivas para los datos históricos y para la simulación obtenida mediante *Splines* para junio en pulgadas.

Junio	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar
<i>Datos históricos</i>	0	13,20	3,34	2,46
<i>Simulación Spline</i>	0,23	14,90	4,23	2,55

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 14: Estadísticas descriptivas para los datos históricos y para la simulación obtenida mediante *Splines* para diciembre en pulgadas.

Diciembre	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar
<i>Datos históricos</i>	0,81	9,74	4,03	2,03
<i>Simulación Spline</i>	0,03	11,13	4,63	2,09

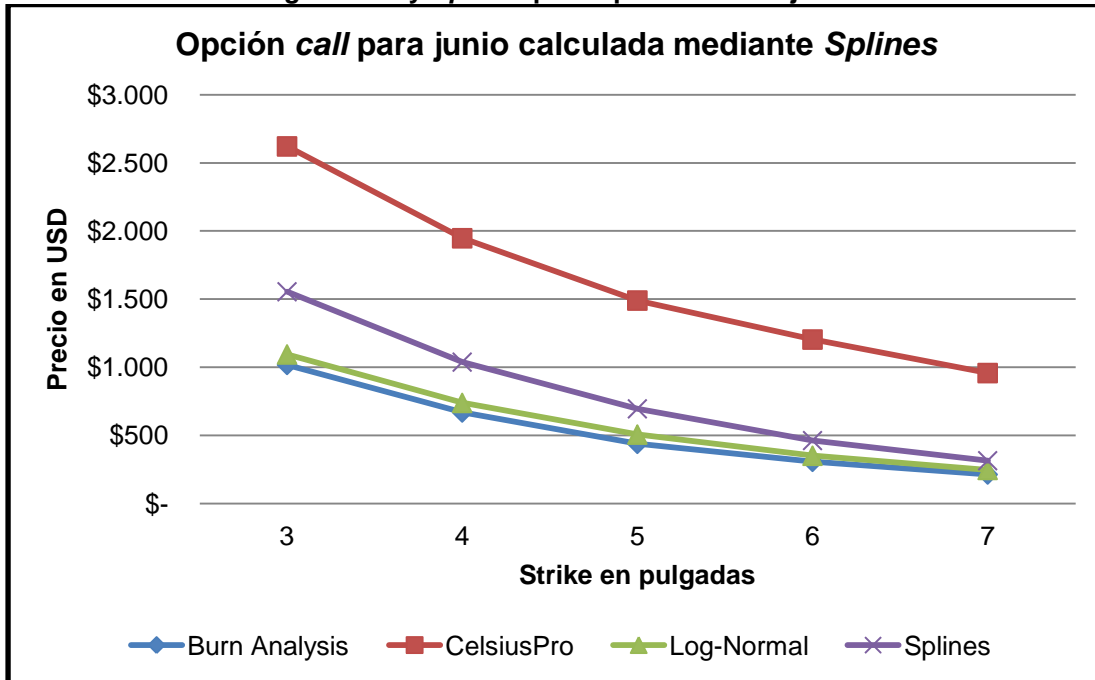
Fuente: Elaboración propia.

El mal poder de predicción que logran los *Splines* de los datos históricos para ambos meses se debe a que la forma en que se busca el ajuste de las curvas a los datos es puramente por inspección visual. Es decir no hay un método matemático detrás, como sí lo hay cuando se busca ajustar una distribución probabilística a los datos, lo que se realiza mediante el método de máxima verosimilitud. Queda para trabajos futuros intentar aplicar el método de máxima verosimilitud a los *Splines*.

La idea del modelo era hacer un Monte Carlo truncado con los *Splines*. Esto es buscar distribuciones no para la totalidad de los datos, sino que en el caso de opciones *call* para los valores sobre el *strike* y en el caso de opciones *put* para valores bajo el *strike*. Es decir se busca la distribución que mejor describe los datos para cada opción.

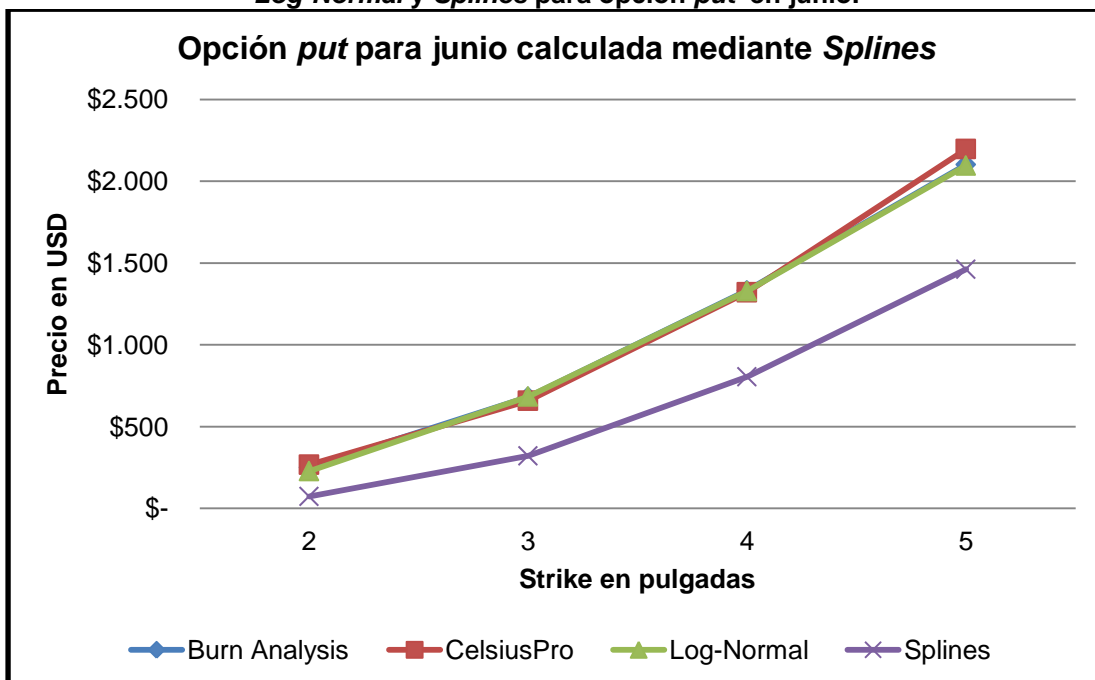
Sumado a lo anterior se calcula, en base a los datos históricos, la probabilidad que para cada opción *call* las precipitaciones se encuentren bajo el *strike*, entre el *strike* y el pago máximo y sobre el pago máximo. Para las opciones *put* se busca la probabilidad de que las precipitaciones se encuentren bajo el pago máximo, entre el pago máximo y el *strike* y la probabilidad que las precipitaciones caigan sobre el *strike*.

Figura 23: Comparación de precios obtenidos mediante *CelsiusPro*, Monte Carlo con distribución *Log-Normal* y *Splines* para opción *call* en junio.



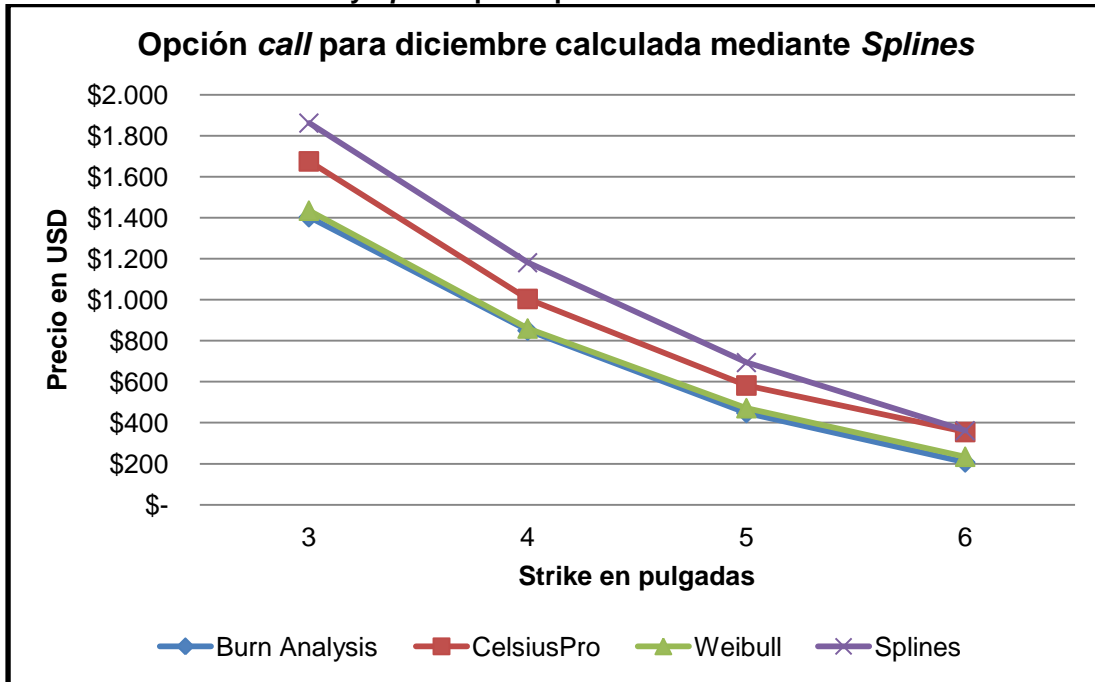
Fuente: Elaboración propia.

Figura 24: Comparación de precios obtenidos mediante *CelsiusPro*, Monte Carlo con distribución *Log-Normal* y *Splines* para opción *put* en junio.



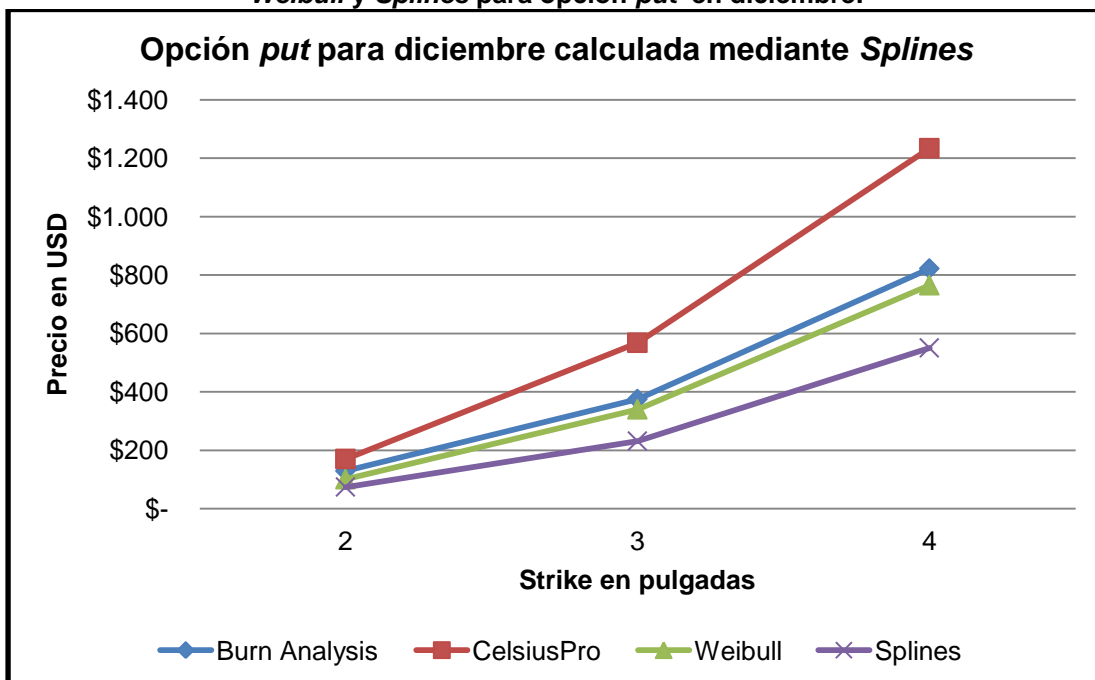
Fuente: Elaboración propia.

Figura 25: Comparación de precios obtenidos mediante *CelsiusPro*, Monte Carlo con distribución *Weibull* y *Splines* para opción *call* en diciembre.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 26: Comparación de precios obtenidos mediante *CelsiusPro*, Monte Carlo con distribución *Weibull* y *Splines* para opción *put* en diciembre.



Fuente: Elaboración propia.

Con las nuevas distribuciones se debe realizar una simulación de Monte Carlo para cada opción. Para una opción *call* de strike i , si x_i es el nivel de lluvia donde se obtiene el pago máximo para la opción de strike i , p_{inf}^i es la probabilidad de que las precipitaciones caigan bajo el strike, p_{med}^i la probabilidad de que las precipitaciones se encuentren entre el strike y x_i , p_{sup}^i la probabilidad de que las precipitaciones caigan sobre x_i , y $pago_max_i$ el pago máximo de la opción de strike i , el precio de la opción queda definido de la siguiente forma:

$$\text{Precio opción call con strike } i = \left[0 * p_{inf}^i + \mathbb{E}(\text{pagos}_i) * p_{med}^i + pago_max_i * p_{sup}^i \right] * e^{-rT}$$

Para las opciones *put* el cálculo es análogo, intercambiando p_{inf}^i por p_{sup}^i en la ecuación.

5.6. Simulaciones de Monte Carlo truncado con varias distribuciones (Modelo 4)

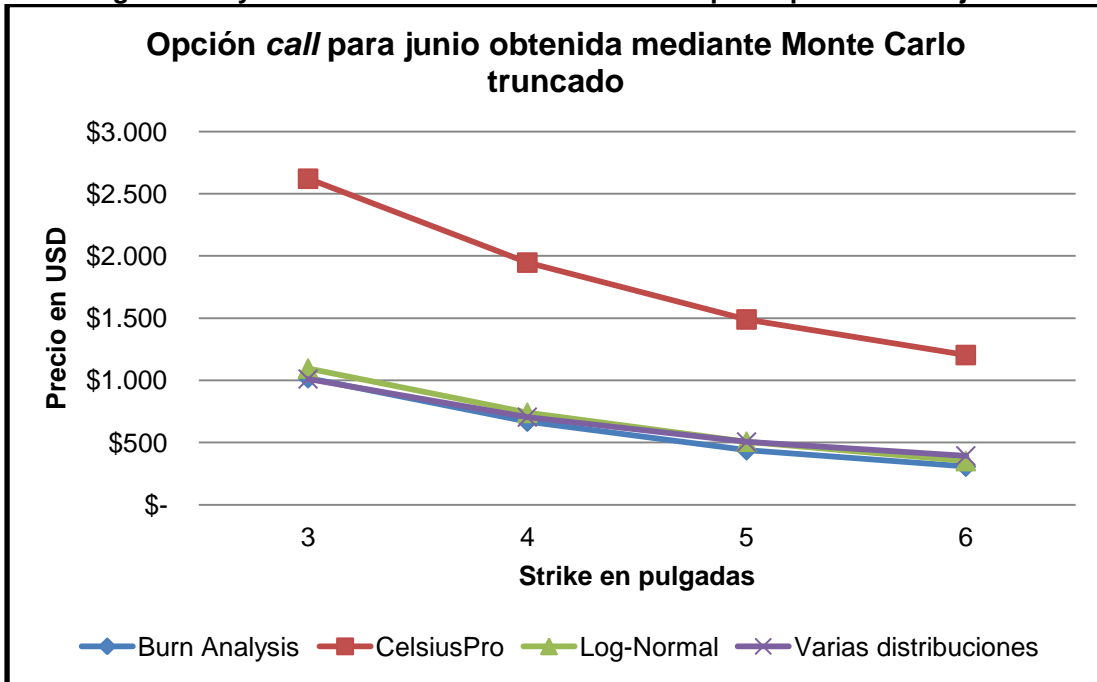
Al no obtener buenos resultados con los *Splines*, se realiza modificaciones al Monte Carlo tradicional, con el objetivo de lograr mejores predicciones de las opciones sobre precipitaciones para la ciudad de Boston. El cambio que se introduce en el modelo tradicional es truncar el Monte Carlo para cada *strike*, usando el mismo método que se planeaba usar para los *Splines*, explicado al final de la sección anterior.

Por lo tanto se busca para cada opción *call* y *put* del mes de junio y diciembre la distribución que mejor describe los datos dependiendo de su *strike* con el programa *EasyFit*. Además se calculan las probabilidades descritas en la sección anterior. En el anexo C, en la Tabla 25 y Tabla 26 se puede observar cada distribución con sus parámetros, mientras que en el anexo B, Tabla 24 las probabilidades asociadas a cada segmento de la opción. En general la distribución que más se repite es la Johnson SB, por su flexibilidad al estar definida por cuatro parámetros.

Cabe observar que en los datos históricos, tanto para opciones *call* como *put*, no hay valores sobre precipitaciones con los que se obtenga pagos mayores a los pagos máximos fijados. Por lo que las probabilidades para este segmento son cero en ambos tipos de opciones y para los distintos *strike* considerados.

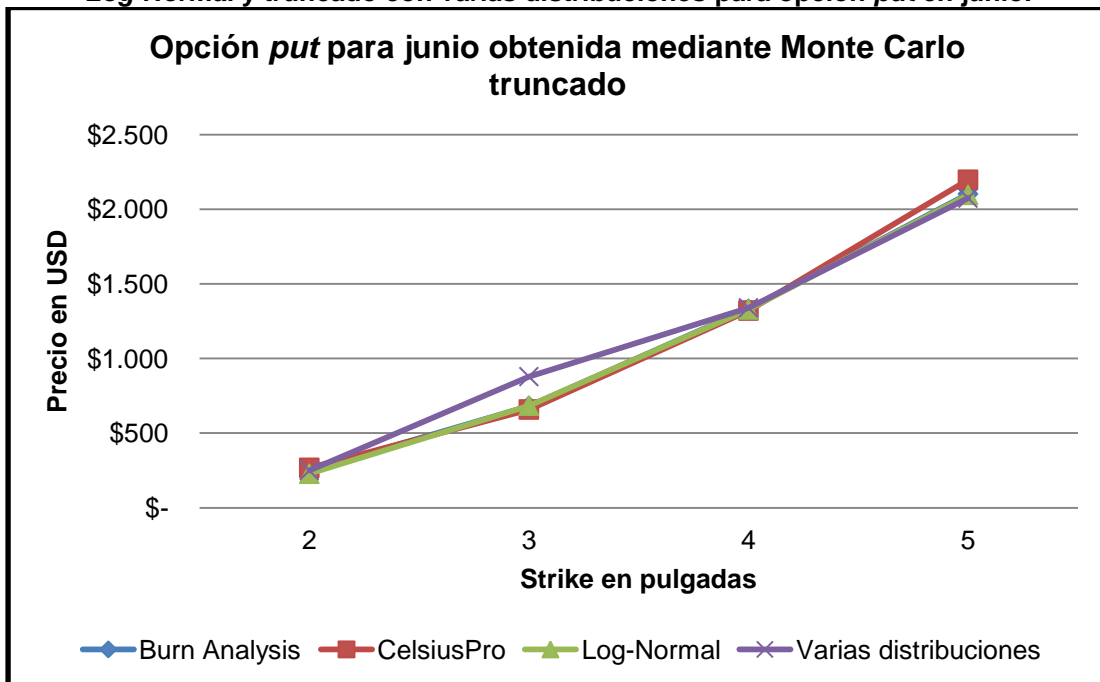
En el anexo A, de la Tabla 18 hasta la Tabla 21 se encuentran los resultados de los test *Kolmogorov-Smirnov* y *Anderson-Darling* para cada distribución. En general se puede afirmar a un nivel de significancia de 0,05 que no se rechaza la hipótesis nula y por lo tanto los datos siguen las distribuciones asignadas a cada caso. Solamente para los datos usados para las opciones *put* de diciembre con *strike* 3 y 4 se rechaza la hipótesis nula de que los datos sigan una distribución *Johnson SB* para el test *Anderson-Darling*. La justificación para usar estas distribuciones es que el programa estadístico usado ordena según el test *Kolmogorov-Smirnov*, con el cual estas distribuciones son las que tienen el mejor ajuste para esos grupos de datos.

Figura 27: Comparación de precios obtenidos mediante *CelsiusPro*, Monte Carlo con distribución *Log-Normal* y truncado con varias distribuciones para opción *call* en junio.



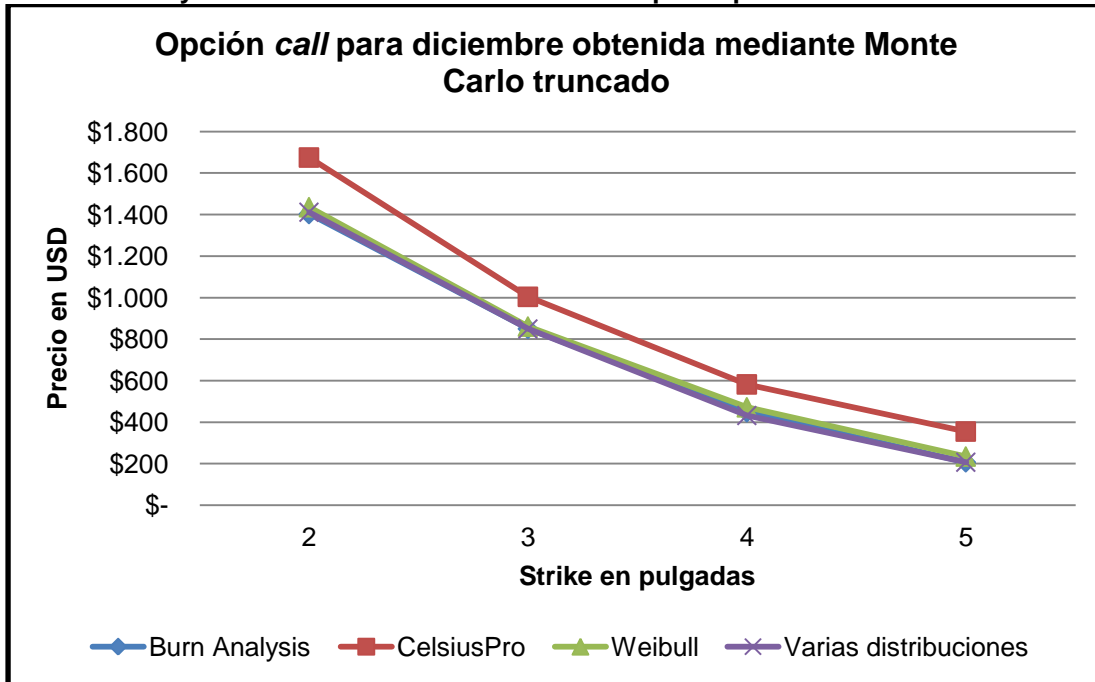
Fuente: Elaboración propia.

Figura 28: Comparación de precios obtenidos mediante *CelsiusPro*, Monte Carlo con distribución *Log-Normal* y truncado con varias distribuciones para opción *put* en junio.



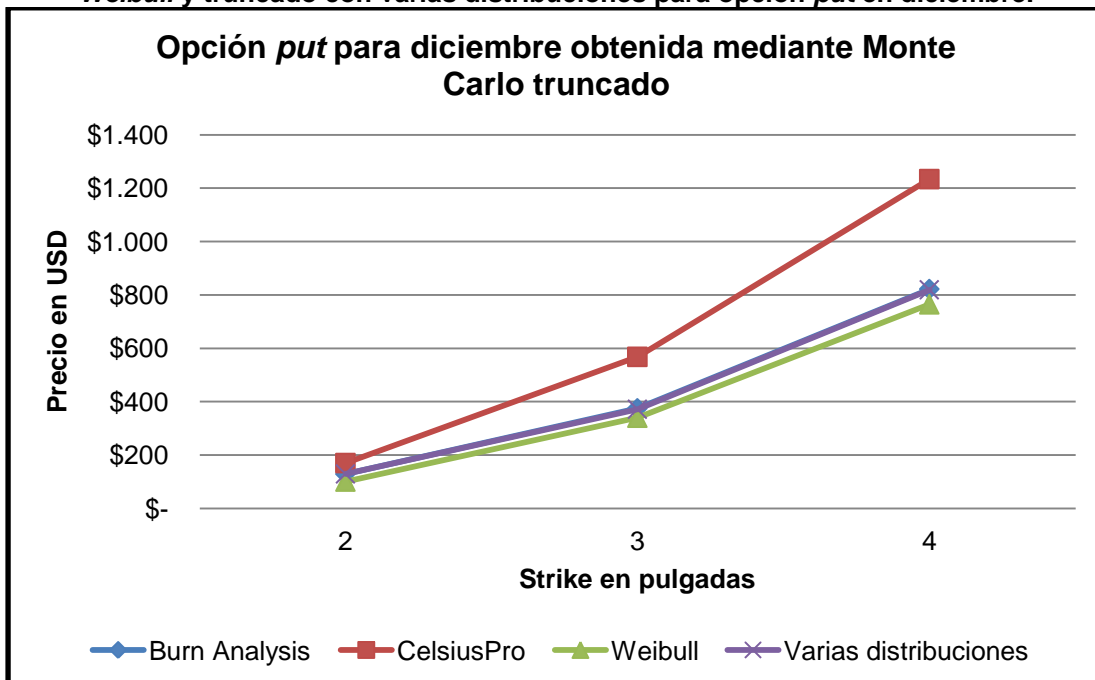
Fuente: Elaboración propia.

Figura 29: Comparación de precios obtenidos mediante *CelsiusPro*, Monte Carlo con distribución *Weibull* y truncado con varias distribuciones para opción *call* en diciembre.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 30: Comparación de precios obtenidos mediante *CelsiusPro*, Monte Carlo con distribución *Weibull* y truncado con varias distribuciones para opción *put* en diciembre.



Fuente: Elaboración propia.

Los resultados obtenidos para el mes de junio se encuentran en las Figuras 27 y Figura 28 para opciones *call* y *put* respectivamente. Para el mes de diciembre los precios calculados para la opción *call* se pueden observar en la Figura 29 y para la opción *put* en la Figura 30.

Como se puede apreciar en los gráficos, en general los precios obtenidos con el modelo 4 son muy parecidos a los obtenidos con el modelo 2.

Cabe hacer notar que en la opción *put* de *strike* 3 para junio se observa un cambio brusco en la pendiente de la curva, donde el precio es mayor a los otros modelos. Esto se debe a que las probabilidades usadas en la fórmula para calcular los precios se obtienen de los datos históricos y ésta puede diferir levemente de la probabilidad acumulada de la distribución que se está usando.

De las Tablas 15 y Tabla 16 no se puede concluir qué modelo predice mejor los precios. Por ejemplo para la opción *call* de junio en los *strikes* más pequeños el modelo 2 tiene una menor diferencia con *CelsiusPro*, mientras que para valores del *strike* más altos el modelo 4 tiene menor diferencia. En el caso de diciembre para la opción *call* es mejor un modelo y para la *put* el otro. Para la opción *call* de junio con un *strike* de 7 pulgadas no se tenían suficientes datos como para estimar una distribución.

Sin embargo existen otras razones por las cuales se debería preferir el modelo 2 sobre el 4. En primer lugar porque es bastante más simple y se obtienen resultados muy similares. En segundo lugar porque en el modelo 4 se pueden presentar inconsistencias como en la opción *put* de junio con un *strike* 3. Y por último porque al buscar las distribuciones que mejor se ajustan para valores de precipitaciones mayores o menores a un cierto *strike* se va reduciendo la muestra de datos, lo que hace menos confiable la estimación de la distribución.

Tabla 15: Diferencia de precios entre *CelsiusPro* y los obtenidos mediante varias distribuciones con Monte Carlo truncado para junio.

Diferencias de precios para junio				
Strike en pulgadas	Distribución Log-Normal		Varias distribuciones Monte Carlo truncado	
	Call	Put	Call	Put
1	-	-	-	-
2	-	15%	-	7%
3	58%	-4%	61%	-33%
4	62%	-1%	64%	-1%
5	66%	5%	66%	6%
6	71%	-	67%	-
7	74%	-	ND	-
Promedio	66%	4%	65%	-6%

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 16: Diferencia de precios entre *CelsiusPro* y los obtenidos mediante varias distribuciones con Monte Carlo truncado para diciembre.

Diferencias de precios para diciembre				
Strike en pulgadas	Distribución <i>Weibull</i>		Varias distribuciones Monte Carlo truncado	
	Call	Put	Call	Put
1	-	-	-	-
2	14%	41%	16%	24%
3	14%	40%	15%	35%
4	19%	38%	26%	34%
5	34%	-	42%	-
6	-	-	-	-
Promedio	20%	40%	25%	31%

Fuente: Elaboración propia.

5.7. Prima por riesgo

Al calcular los precios de las distintas opciones sobre precipitaciones mediante *Burn Analysis* y usando el método tradicional de Monte Carlo (modelo 2) se obtiene una diferencia entre los precios entregados por *CelsiusPro* y los obtenidos por los dos modelos mencionados. Esta diferencia es muy grande como para que se deba solamente a una mala estimación de los datos.

Como se mencionó anteriormente el ajuste de las distribuciones *Log-Normal* y *Weibull* a los datos de junio y diciembre respectivamente es bueno, basado en los test de bondad de ajuste y las estadísticas descriptivas. Por lo que no parece sensato asociar la totalidad de esta diferencia a una mala estimación, sino más bien a una prima por riesgo o un *fee* cobrado por la entidad que vende la opción.

Observando los gráficos de la sección 5.4. se puede intuir que esta diferencia entre precios es mayor a medida que la varianza en los pagos crece. Para analizar esto se grafica para los distintos *strike* el coeficiente de variación del modelo 2 versus el cociente entre el precio de *CelsiusPro* y el precio obtenido mediante el modelo 2. El coeficiente de variación se calcula como la división entre la desviación estándar y la media de los pagos de los 10.000 escenarios.

Para junio se puede observar la relación descrita en la Figura 31 para opciones *call* y en la Figura 32 para las opciones *put*. Mientras que para diciembre en la Figura 33 y en la Figura 34 para las opciones *call* y *put* respectivamente.

En los gráficos se aprecia una clara correlación positiva entre desviación estándar y diferencia entre precios de mercado y calculados con Monte Carlo. A excepción de la opción *put* de junio, que no es representativo, ya que para algunos niveles del *strike* el precio calculado mediante Monte Carlo da mayor al precio de *CelsiusPro*.

Con esto se puede afirmar que en general a mayor desviación estándar en los pagos mayor es la prima por riesgo cobrada. Esto tiene sentido debido a que a mayor variabilidad en los pagos el emisor toma mayor riesgo al existir la posibilidad de que tenga que realizar pagos mayores.

Por lo tanto al calcular el *fair value* de la opción, basado en el buen ajuste de las distribuciones a los datos y que se observa una correlación positiva entre desviación estándar y diferencia de precios, se puede concluir que la discrepancia entre precios se debe mayoritariamente, si no es en su totalidad, a la prima por riesgo cobrada por el emisor de la opción.

Siguiendo las recomendaciones de Jewson y Brix (2005) se prueba tomando distintos porcentajes, multiplicándolos por la desviación estándar de cada opción y sumándoselo al *fair value* para intentar calibrarse con el mercado. Con esto se obtiene una aproximación muy a grandes rasgos de que el valor de la prima por riesgo fluctúa entre 15% y un 35% de la desviación estándar. Al considerar un 15% para una opción *call* para diciembre se obtienen precios que varían entre un -1% y un 4% de los precios de mercado. Tomando un 25% para las opciones *put* del mismo mes se consiguen variaciones entre -3% y un 18%. Por último para la opción *call* de junio al usar un 35% se logran fluctuaciones entre -2% y un 15%.

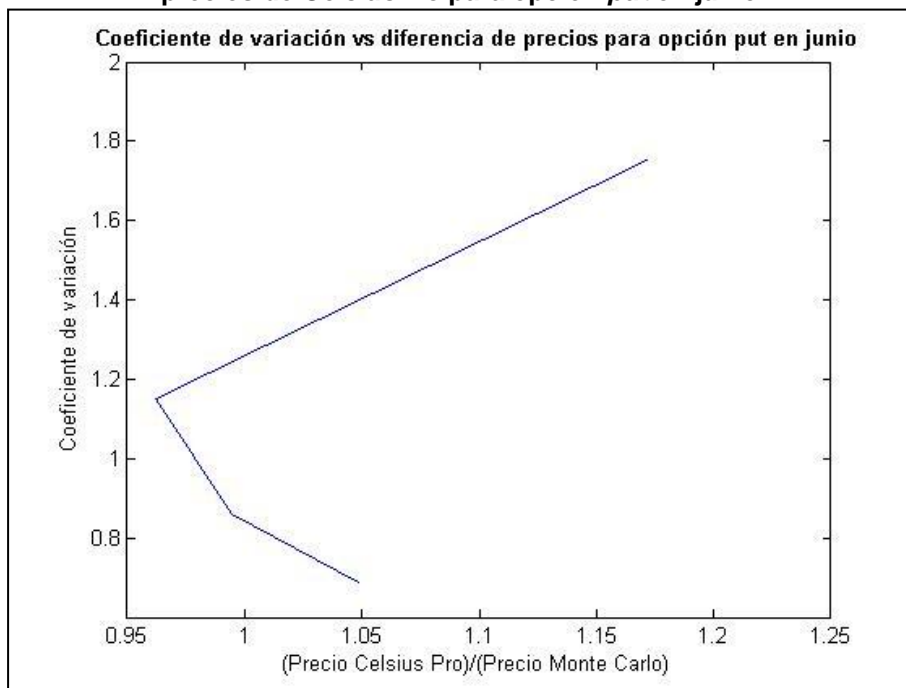
Con esto se concluye que buscar una buena forma de predecir los datos es sólo una parte de la valoración de un derivado climático. Existe otra parte también importante, que falta por desarrollar, que es intentar buscar una expresión analítica para la prima por riesgo o *fee* que explicaría la diferencia de precios, para la cual es necesario contar con más datos, lo que queda fuera del alcance de este trabajo.

Figura 31: Coeficiente de variación versus cociente entre precios obtenido mediante Monte Carlo y precios de CelsiusPro para opción call en junio.



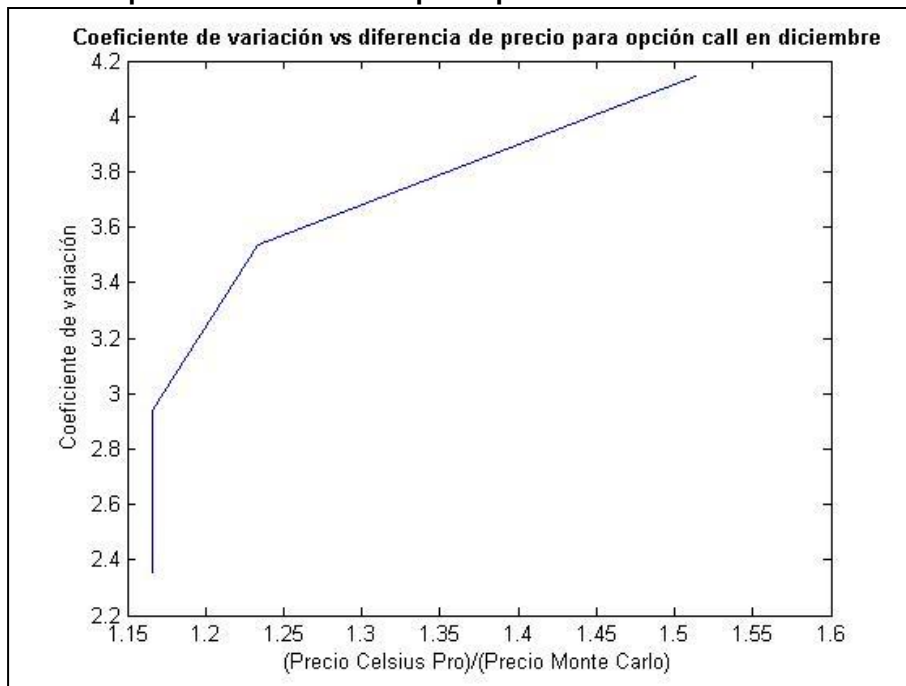
Fuente: Elaboración propia.

Figura 32: Coeficiente de variación versus cociente entre precios obtenido mediante Monte Carlo y precios de CelsiusPro para opción put en junio.



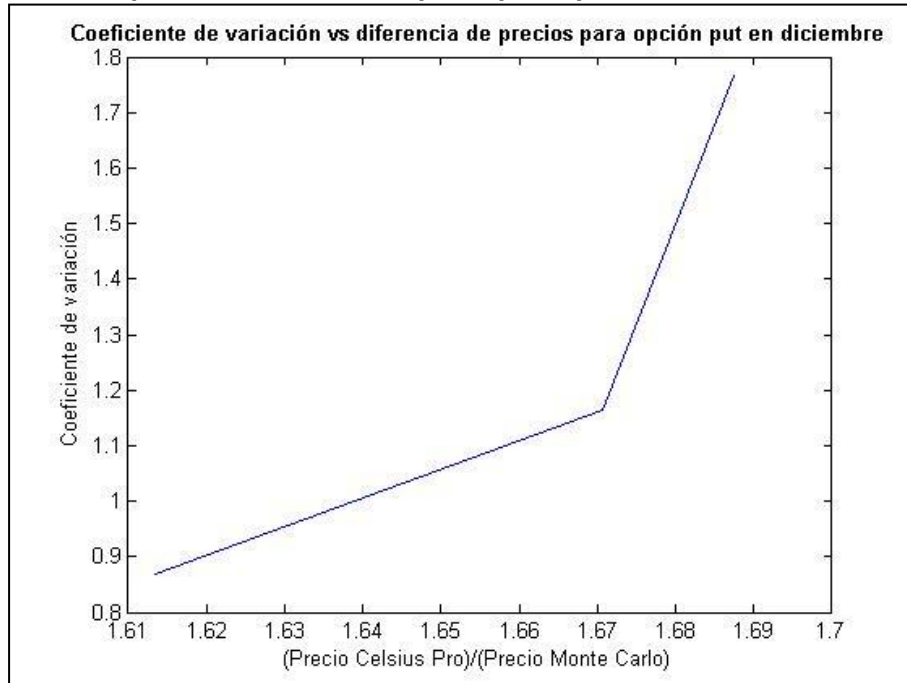
Fuente: Elaboración propia.

Figura 33: Coeficiente de variación versus cociente entre precios obtenido mediante Monte Carlo y precios de CelsiusPro para opción call en diciembre.



Fuente: Elaboración propia.

Figura 34: Coeficiente de variación versus cociente entre precios obtenido mediante Monte Carlo y precios de *CelsiusPro* para opción *put* en diciembre.



Fuente: Elaboración propia.

VI. CONCLUSIONES

Las ventajas que ofrecen los derivados climáticos para que las empresas puedan cubrirse contra las variables climáticas que afectan los flujos de su negocio han hecho a este tipo de instrumentos financieros cada vez más populares. Así lo indica el fuerte crecimiento que ha tenido este mercado en la última década y la rápida expansión que se ha visto a nuevos países alrededor del mundo.

A pesar de este fuerte crecimiento todavía hay problemas para valorar estos derivados. Este tipo de instrumentos no cumplen los supuestos en los que se basan los modelos de valoración de opciones financieras convencionales y por lo tanto no pueden usarse en estos casos. Este trabajo se elabora con el objetivo de contribuir en el desarrollo de esta área, probando nuevos métodos y comparándolos con los tradicionales.

Como no se pueden utilizar los modelos de *pricing* de opciones financieras, para valorar estos derivados se busca modelar la variable subyacente. Para lograr lo anterior se buscan mediante un programa estadístico las distribuciones que tienen el mejor ajuste a los datos. El programa entrega para junio *Log-Logistic* y para diciembre *Weibull*. Con esto se realizan simulaciones de Monte Carlo y se obtienen los precios para ambas opciones. Para diciembre la distribución usada describe de buena forma los datos, pero para junio *Log-Logistic* sobrestima los pagos para la opción *call*.

Además la literatura recomienda usar distribuciones *Gamma* o *Log-Normal* para modelar variables climáticas en general. La distribución *Gamma* tiende a subestimar los

precios del *Burn Analysis* para ambos meses, mientras que la *Log-Normal* logra predecir mejor los datos que la *Log-Logistic* para junio, debido a que genera valores extremos menores.

Por lo tanto la primera conclusión es que las distribuciones recomendadas por la literatura no son necesariamente las que logran un mejor ajuste. No hay ninguna distribución que sirva para todos los casos. La distribución que mejor se ajuste a los datos dependerá del lugar y mes con los que se trabaje.

Posteriormente, con la intención de aumentar la precisión, se construyen *Splines* para describir el comportamiento de los datos sobre precipitaciones. Los resultados distan de lo que se esperaba y este método no logra buenas predicciones. Las medias y distribuciones estándar difieren de las calculadas de la data empírica. Además los precios calculados para las opciones tienen un comportamiento irregular, dependiendo del tipo de opción se obtuvieron valores sobre o bajo el mercado.

Dado lo anterior se concluye en segundo lugar que el método usado de *Splines* se descarta para valorar opciones sobre precipitaciones debido a los pobres resultados alcanzados.

La idea del modelo propuesto era generar un Monte Carlo truncado mediante *Splines*. Como no se tuvo éxito con *Splines* se decide hacer un Monte Carlo truncado, pero buscando las distintas distribuciones probabilísticas mediante un programa estadístico. Los precios obtenidos con este método son muy parecidos a los obtenidos con una distribución *Log-Normal* para junio y *Weibull* para diciembre.

Por lo que en tercer lugar se puede concluir que mediante Monte Carlo truncado se logran buenos resultados, pero considerando que no son superiores a los logrados al usar una sola distribución y sumado a la mayor simpleza de este último método, aparece el uso de una sola distribución como mejor método.

Por último se observa que consiguiendo una buena predicción de las precipitaciones y una buena estimación del *fair value* de la opción, aún se presenta una diferencia considerable entre los precios predichos con Monte Carlo y los de *CelsiusPro* que se puede atribuir a la prima por riesgo cobrada por el emisor de la opción.

Después de analizar esta diferencia de precios en conjunto con la desviación estándar de los pagos de las opciones se llega a la cuarta conclusión que a mayor desviación estándar de los pagos, mayor es la prima por riesgo cobrada. Esto se debe a que el emisor de la opción busca una mayor cobertura al estar expuesto a mayor riesgo. Finalmente se llega de modo aproximado a que la prima por riesgo en estos casos fluctúa entre un 15% y un 35% de la desviación estándar.

Dicho lo anterior se concluye que para lograr saber cuánto es lo que debería cobrar el emisor de la opción, además de buscar una buena forma de modelar los datos históricos se debe buscar una forma de estimar la prima por riesgo en función de la desviación estándar. Para lograr esto se necesitan más datos de los recopilados, lo que queda fuera del alcance de este trabajo, quedando para investigaciones futuras.

VII. BIBLIOGRAFÍA

-BURDEN, R. y DOUGLAS, J. 2003. Análisis Numérico, Séptima Edición. Ciudad de México. Editorial Thomson International. 839p.

-CAMPBELL, S. y DIEBOLD, F. 2002. Weather Forecasting for Weather Derivatives, University of Pennsylvania. EE.UU.

-CAO, M., LI, A. y WEI, J. 2004. Precipitation Modeling and Contract Valuation: A Frontier in Weather Derivatives. The Journal of alternative investments.

-CAO, M., LI, A. y WEI, J. 2004. Weather Derivatives: A New Class of Financial Instruments. University of York and University of Toronto, Canada.

-CASTRO, M. 2009. Managing Weather Risk with Rainfall Option. Universidad Torcuato di Tella, Buenos Aires, Argentina.

-DE BOOR. C. 2001. A practical Guide to Splines. Springer. Nueva York, EE.UU.

- GARMAN, M., BLANCO, C., y E RICKSON, R. 2000. Weather Derivatives: Instruments and pricing issues. Financial Engineering Associates.

-JEWSON, S. y BRIX, A. 2005. Weather Derivative Valuation: The Meteorological, Statistical, Financial and Mathematical Foundations. Cambridge University Press, Nueva York, EE.UU.

-HULL, J. 2009. Option, futures and other derivatives. Séptima edición, Pearson Prentice Hall. 814p.

-PRESS, W.H., TEUKOLSKY, S.A., VETTERLING, W.T. y FLANNERY, B. P. 2002. Numerical Recipes in C: The art of scientific computing. Segunda edición. Cambridge University Press. Nueva York, EE.UU. 994p.

-PRICEWATERHOUSECOOPERS. 2011. Weather Risk Derivative Survey Prepared for the Weather Risk Management Association, May 2011.

Sitios Web:

-INVESTOPEDIA. Introduction to Weather Derivatives, 14 Octubre 2010. [En línea]. <http://www.investopedia.com>. [Último acceso: 1 Agosto 2013].

- WEATHER RISK MANAGEMENT ASSOCIATION. History of Weather Market y Press Releases. [En línea]. <http://www.wrma.org>. [Último acceso: 1 Agosto 2013].

- CHICAGO MERCANTILE EXCHANGE. The Weather Derivatives Markets at CME Group: A Brief History. [En línea]. <http://www.cmegroup.com>. [Último acceso: 1 Agosto 2013].

VIII. ANEXOS

Anexo A

Tabla 17: Pruebas *Kolmogorov-Smirnov* y *Anderson-Darling* para verificar la bondad de ajuste de las distintas distribuciones a los datos sobre precipitaciones para junio y diciembre.

Test de bondad de ajuste para junio y diciembre

Mes	Distribución	<i>Kolmogorov-Smirnov</i>			<i>Anderson-Darling</i>		
		Estadístico	Valor Crítico ($\alpha= 0,05$)	Rechazo Hipótesis nula	Estadístico	Valor Crítico ($\alpha= 0,05$)	Rechazo Hipótesis nula
Junio	<i>Log-Logistic</i>	0,09091	0,15342	No	2,3795	2,5018	No
Junio	<i>Log-Normal</i>	0,05679	0,15342	No	2,195	2,5018	No
Junio	<i>Gamma</i>	0,08464	0,15342	No	2,208	2,5018	No
Diciembre	<i>Weibull</i>	0,07683	0,15342	No	0,33493	2,5018	No
Diciembre	<i>Log-Normal</i>	0,11112	0,15342	No	1,3394	2,5018	No
Diciembre	<i>Gamma</i>	0,09617	0,15342	No	0,87954	2,5018	No

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 18: Pruebas *Kolmogorov-Smirnov* y *Anderson-Darling* para verificar la bondad de ajuste de las distintas distribuciones a los datos sobre precipitaciones usados para Monte Carlo truncado para opción *call* en junio.

Test de bondad de ajuste datos de junio para opción *call*

Strike	Distribución	<i>Kolmogorov-Smirnov</i>			<i>Anderson-Darling</i>		
		Estadístico	Valor Crítico ($\alpha= 0,05$)	Rechazo Hipótesis nula	Estadístico	Valor Crítico ($\alpha= 0,05$)	Rechazo Hipótesis nula
3	<i>Frechet</i>	0,09794	0,22743	No	0,43904	2,5018	No
4	<i>Gen. Gamma</i>	0,12585	0,30143	No	4,0647	2,5018	Si
5	<i>Exp(2P)</i>	0,12935	0,43001	No	3,4547	2,5018	Si
6	<i>Inv. Gaussian</i>	0,13422	0,48342	No	0,21344	2,5018	No

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 19: Pruebas *Kolmogorov-Smirnov* y *Anderson-Darling* para verificar la bondad de ajuste de las distintas distribuciones a los datos sobre precipitaciones usados para Monte Carlo truncado para opción *put* en junio.

Test de bondad de ajuste datos de junio para opción <i>put</i>							
Strike	Distribución	<i>Kolmogorov-Smirnov</i>			<i>Anderson-Darling</i>		
		Estadístico	Valor Crítico ($\alpha=0,05$)	Rechazo Hipótesis nula	Estadístico	Valor Crítico ($\alpha=0,05$)	Rechazo Hipótesis nula
2	Beta	0,07621	0,25907	No	1,0748	2,5018	No
3	Johnson SB	0,05933	0,20517	No	0,23027	2,5018	No
4	Johnson SB	0,05221	0,18144	No	0,23167	2,5018	No
5	Gen. Extreme Value	0,0624	0,16567	No	0,35206	2,5018	No

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 20: Pruebas *Kolmogorov-Smirnov* y *Anderson-Darling* para verificar la bondad de ajuste de las distintas distribuciones a los datos sobre precipitaciones usados para Monte Carlo truncado para opción *call* en diciembre.

Test de bondad de ajuste datos de diciembre para opción <i>call</i>							
Strike	Distribución	<i>Kolmogorov-Smirnov</i>			<i>Anderson-Darling</i>		
		Estadístico	Valor Crítico ($\alpha=0,05$)	Rechazo Hipótesis nula	Estadístico	Valor Crítico ($\alpha=0,05$)	Rechazo Hipótesis nula
3	Johnson SB	0,07419	0,18841	No	0,31209	2,5018	No
4	Kumaraswamy	0,09252	0,22743	No	0,35489	2,5018	No
5	Log-Logistic	0,11294	0,26931	No	0,3796	2,5018	No
6	Johnson SB	0,08783	0,32733	No	0,17243	2,5018	No

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 21: Pruebas *Kolmogorov-Smirnov* y *Anderson-Darling* para verificar la bondad de ajuste de distintas distribuciones a los datos sobre precipitaciones usados para Monte Carlo truncado para opción *put* en diciembre.

Test de bondad de ajuste datos de diciembre para opción <i>put</i>							
Strike	Distribución	<i>Kolmogorov-Smirnov</i>			<i>Anderson-Darling</i>		
		Estadístico	Valor Crítico ($\alpha=0,05$)	Rechazo Hipótesis nula	Estadístico	Valor Crítico ($\alpha=0,05$)	Rechazo Hipótesis nula
2	Power Function	0,11465	0,3376	No	1,7601	2,5018	No
3	Johnson SB	0,09252	0,25907	No	3,9732	2,5018	Si
4	Johnson SB	0,08984	0,20517	No	8,4887	2,5018	Si

Fuente: Elaboración propia.

Anexo B

Tabla 22: Probabilidad acumulada para distintos *strike* para distribución empírica con datos de diciembre y de distribución *Weibull*.

<i>Probabilidades</i>		
<i>Strike</i>	P(x<Strike) en distribución empírica	P(x<Strike) en distribución <i>Weibull</i>
2	0,1973	0,1539
3	0,3421	0,3262
4	0,5526	0,5165

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 23: Probabilidades que precipitaciones caigan sobre distintos *strike* para opción *call* y bajo el *strike* para opción *put* de distribución empírica con datos de junio y de distribución *Gamma*.

<i>Probabilidades</i>				
<i>Strike</i>	Call		Put	
	P(x>Strike) en distribución empírica	P(x>Strike) en distribución <i>Gamma</i>	P(x<Strike) en distribución empírica	P(x<Strike) en distribución <i>Gamma</i>
2			0,3421	0,3028
3	0,4474	0,4797	0,5526	0,5203
4	0,2895	0,3082	0,7105	0,6918
5	0,1447	0,1889	0,8553	0,8111
6	0,1184	0,1120		
7	0,0658	0,0647		

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 24: Probabilidad que precipitaciones caigan sobre y bajo cada nivel de *strike* para junio y diciembre basado en datos históricos.

<i>Probabilidades</i>				
<i>Strike</i>	Junio		Diciembre	
	P(x<Strike)	P(x>Strike)	P(x<Strike)	P(x>Strike)
2	0,34	0,66	0,20	0,80
3	0,55	0,45	0,34	0,66
4	0,71	0,29	0,55	0,45
5	0,86	0,14	0,68	0,32
6	0,88	0,12	0,79	0,21
7	0,93	0,07	-	-

Fuente: Elaboración propia.

Anexo C

Tabla 25: Distribuciones de los datos sobre precipitaciones usados para Monte Carlo truncado para opción *call* y *put* en diciembre.

Distribuciones datos de diciembre para Monte Carlo truncado

Strike	Call		Put	
	Distribución	Parámetros	Distribución	Parámetros
2			Power Function	$\alpha=0,98286$ $a=0,81$ $b=1,89$
3	Johnson SB	$\gamma=1,5502$ $\delta=1,4236$ $\lambda=11,933$ $\xi=1,8891$	Johnson SB	$\gamma=0,09799$ $\delta=0,36159$ $\lambda=2,0557$ $\xi=0,94503$
4	Kumaraswamy	$\alpha_1=1,5192$ $\alpha_2=71,588$ $a=4,0296$ $b=38,913$	Johnson SB	$\gamma=-0,20015$ $\delta=0,50725$ $\lambda=3,2076$ $\xi=0,7165$
5	Log-Logistic	$\alpha=10,38$ $\beta=6,2077$		
6	Johnson SB	$\gamma=1,6354$ $\delta=0,77668$ $\lambda=6,3626$ $\xi=5,9473$		
7				

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 26: Distribuciones de los datos sobre precipitaciones usados para Monte Carlo truncado para opción *call* y *put* en junio.

Distribuciones datos de junio para Monte Carlo truncado

Strike	Call		Put	
	Distribución	Parámetros	Distribución	Parámetros
2			Beta	$\alpha_1=1,4324$ $\alpha_2=0,76753$ $a=8,0000E-4$ $b=1,95$
3	Frechet	$a=3,2296$ $b=3,9931$	Johnson SB	$\gamma=-0,24965$ $\delta=1,0473$ $\lambda=3,9253$ $\xi=-0,39042$
4	Gen. Gamma	$\kappa=1,0611$ $\alpha=7,046$ $\beta=1,043$	Johnson SB	$\gamma=-0,15922$ $\delta=0,86057$ $\lambda=4,2204$ $\xi=-0,13824$
5	Exp(2P)	$\lambda=0,34816$ $\gamma=5,65$	Gen. Extreme Value	$k=-0,19772$ $\sigma=1,2479$ $\mu=2,0295$
6	Inv. Gaussian	$\lambda=125,48$ $\mu=9,23$		
7	ND			

Fuente: Elaboración propia.