

UNIVERSIDAD DE CHILE FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

### DETERMINACIÓN NUMÉRICA DE LA INFLUENCIA DE LAS CONDICIONES DE BORDE COSTERAS SOBRE LA LONGITUD DE UNA CUÑA SALINA EN ESTUARIOS. APLICACIÓN A ESTUARIOS CHILENOS.

### MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

### ALEJANDRO CRISTIÁN AGUADO GÓMEZ

PROFESOR GUÍA: YARKO NIÑO CAMPOS

MIEMBROS DE LA COMISIÓN: ALBERTO DE LA FUENTE STRANGER CAROLINA MERUANE NARANJO

> SANTIAGO DE CHILE NOVIEMBRE 2013

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL POR: ALEJANDRO AGUADO FECHA: NOVIEMBRE 2013 PROF. GUÍA: SR. YARKO NIÑO

### DETERMINACIÓN NUMÉRICA DE LA INFLUENCIA DE LAS CONDICIONES DE BORDE COSTERAS SOBRE LA LONGITUD DE UNA CUÑA SALINA EN ESTUARIOS. APLICACIÓN A ESTUARIOS CHILENOS.

El objetivo principal de este trabajo de título fue el de caracterizar mediante un análisis teórico y modelación numérica, las condiciones de borde aguas abajo de una cuña salina en un estuario y cómo estas condiciones alteran la longitud de la cuña. Para ello se comenzó con una revisión bibliográfica y recopilación de antecedentes para poder determinar las ecuaciones que describen en régimen permanente las alturas de escurrimiento del flujo estratificado a lo largo de un estuario, considerando un sistema simplificado con dimensiones uniformes. Luego se hizo uso del software de modelación ELCOM, el cual previamente fue validado comparando sus resultados con mediciones de sistemas naturales en los cuales existiese una cuña salina. Se dispuso para ello datos en Chile en el estuario del río Lebu y río Toltén. Se procedió a determinar cómo influyen distintas condiciones de borde costeras y la magnitud de éstas. Dentro de estas condiciones se estudió la magnitud de las corrientes oceánicas paralelas a la costa, la presencia de una barra lateral en la desembocadura del río, y la influencia de la velocidad del viento paralelo y perpendicular a la costa. Además, se realizó una modelación para incorporar el efecto de las mareas y analizar su influencia sobre la cuña salina.

Como resultados, se plantean las ecuaciones que describen el sistema en régimen permanente considerando una cuña salina presente en un cauce el cual desemboca en un cuerpo de agua salada luego de sufrir un aumento abrupto en su ancho y profundidad. Se establece el supuesto de la existencia de una crisis en esta singularidad, con condiciones supercríticas aguas abajo de ésta, y luego pasar a tener condiciones subcríticas a través de un resalto hidráulico. Este supuesto se comparó con simulaciones numéricas, de lo cual se concluyó que efectivamente existe crisis y luego flujo supercrítico, sin embargo se descarta la presencia de un resalto o flujo subcrítico a menos que exista un control hidráulico aguas abajo que lo imponga. Además se obtienen resultados satisfactorios de la modelación realizada con ELCOM. al compararla con mediciones de sistemas reales. Por ello, con esta herramienta validada, se analizó la influencia del viento, mareas, corrientes oceánicas y angostamientos en la boca del estuario, y cómo éstas afectan la extensión de la cuña salina. Teniendo como resultados, que vientos en el sentido de escurrimiento del río aumentan la extensión de la cuña, mientras que para vientos en sentido opuesto y transversales al río reducen su longitud, que los niveles mínimos de mareas son los que determinan el comportamiento del alcance de la cuña salina, que a mayor velocidad de corrientes paralelas a la costa, menor es el tamaño de la cuña salina y que la longitud de la intrusión se ve disminuida fuertemente al existir un angostamiento en la boca del estuario. Finalmente se desea dejar establecido el modelo para poder ser aplicado a otros sistemas naturales de estuario en presencia de una cuña salina y poder predecir el comportamiento de estos, considerando la influencia de los distintos parámetros que influven en las características del flujo y tener especial cuidado en los que son más influyentes.

# Agradecimientos

Quiero agradecer en primer lugar a mis compañeros de la pecera (Feña, César, Balbo, Tito, Fepo, Tario, Pauli, Seba..), que sin ellos la realización de esta memoria hubiese sido más fome. A los integrantes de la comisión (Yarko, Beto y Carola) por su apoyo y experiencia. Al resto de la gente en general del 3er piso por la buena onda (Oss, Gonzalo, George, H, Benetons, Magisters, Ingenieros..). A la Jacque por la simpatía. A los Ordacas (Edy, Rolo, Sotro...) por esos terraceos que ya ni me acuerdo . Al resto de la gente que me acompañó durante estos años universitarios (Francesca, Vicky, Pollo, Jorjalia, CH, Lawi, Perneka...). A los completos del barrio por apañar casi diariamente. Y también al Bullet Bill por haberme mostrado el camino incorrecto. Finalmente a la gente externa a la U que son muy importantes, como lo son la familia y amigos. Y como no agradecerle al eterno, no al eterno campeón, sino al eterno memorista sunero que desocupó su PC a tiempo<sup>1</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Si Hombre!

# Tabla de contenido

1.	Intr	oducción 1
	1.1.	Motivación
	1.2.	Objetivos
		1.2.1. Generales
		1.2.2. Específicos $\ldots \ldots \ldots$
	1.3.	Metodología
	1.4.	Estructura del informe
<b>2</b> .	Rev	isión de Antecedentes 5
	2.1.	Estuarios
	2.2.	Cuña salina
	2.3.	Flujo estratificado sobre topografía
	2.4.	Resalto hidráulico interno
	2.5.	Corrientes de gravedad
	2.6.	Plumas de ríos
3.	Anź	lisis teórico de la hidráulica interna en un estuario estratificado $20$
0.	3 1	Definición del sistema simplificado de estuario
	3.2	Análisis teórico
	0.2.	3 2 1 Cuña salina $22$
		3.2.2. Crisis en la desembocadura y fluio aguas abaio
		3 2 3 Resalto hidráulico interno 24
	२२	Eiemplo aplicación
	3.0. 3.4	Resultados generales 28
	0.4. 3.5	Comparación con modelaciones realizadas en ELCOM
	0.0.	
4.	Mo	delo numérico y validación en estuarios chilenos32
	4.1.	ELCOM
		4.1.1. Información general ELCOM 32
		4.1.2. Limitaciones de Tiempo
	4.2.	Validación
		4.2.1. Recopilación de datos de mediciones en estuarios chilenos
		4.2.2. Modelación estuario Río Lebu
		4.2.3. Modelación estuario Río Toltén

5.	. Aplicación ELCOM en estuarios simplificados	<b>45</b>
	5.1. Dimensionamiento del modelo $\ldots$	. 46
	5.2. Influencia de la velocidad de las corrientes oceánicas	. 48
	5.3. Influencia del angostamiento en la desembocadura	. 49
	5.4. Influencia de las mareas	. 51
	5.5. Importancia de la cercanía de los límites del dominio modelado	. 56
	5.6. Influencia del viento	. 57
	5.6.1. Viento en dirección paralela al río	. 57
	5.6.2. Viento en dirección perpendicular al río	. 60
	5.7. Resumen resultados y factores de corrección	. 63
6.	. Conclusiones	64
Bi	Bibliografía	68

# Índice de figuras

2.1.	Clasificación de estuarios basada en estructura vertical de salinidad. Fuente:	
	Valle-Levinson (2010).	5
2.2.	Cuña salina. Fuente: Schijf & Schönfeld (1953).	6
2.3.	Esquema cuña salina para lecho irregular. Fuente: Olivares (2000)	7
2.4.	Geometría cuña salina y estructura interna. Fuente: Arita & Jirka (1987b).	8
2.5.	Coeficiente de fricción interfacial $(\bar{\lambda}_i)$ en función del número de Keulegan y del	10
0.0	numero de Froude. Fuente: Arita & Jirka (1987a)	10
2.6.	Coefficiente de friccion interfacial $(\lambda_i)$ en funcion del numero de Reynolds y del número de Froude. Fuente: Arita & Jirka (1987b)	10
2.7	Resumen esquemático de la formación y evolución de un frente de bifurcación	10
2.1.	Fuente: Armi & Farmer (2002) (a) Inestabilidad en interfaz del fluio estratifi-	
	cado ante caudales bajos (b) bifurcación en las líneas de corriente y creación	
	de un tercer estrato al aumentar el caudal (c) aumento del tamaño del nuevo	
	estrato (d) con caudales mayores se desplaza la bifurcación hacia aguas abajo	11
2.8	Perfiles de interfaz en un fluio sobre un umbral Fuente: Dalziel (1991)	12
2.9.	Vista en planta v perfil longitudinal de un fluio de intercambio a través de un	
	umbral v contracción. Fuente: Farmer & Armi (1986).	14
2.10.	Resalto hidráulico interno con incorporación. Fuente: Holland <i>et al.</i> (2002).	16
2.11.	Esparcimiento viscoso de una corriente de densidad superficial. Fuente: Didden	
	& Maxworthy (1982)	17
2.12.	Esquema de perfiles de velocidad para $t \ll t_1$ y $t \gg t_1$ . Fuente: Didden &	
	Maxworthy (1982)	18
2.13.	Esquema general de plumas de ríos y sus mecanismos de mezcla. Fuente:	
	Hetland $(2005)$	19
91	Esquerra de fluies en estuario con cuña calina	<u>90</u>
ວ.1. ຊຸດ	Esquema de alturas de escurrimiente en estuarios con cuña salina	20 91
ე.∠. ვე	Esquema de anchas de escurrimiento en estuarios con cuna sanna	21 91
0.0. 2.4	Pagultados de las equaciones de Arita fr Jirka (1087b) a la large de un canal	<i>2</i> 1
0.4.	uniforma (a) Profundidad total altura de oscurrimiento y altura crítica del	
	estrato inferior (b) Altura de escurrimiento y crítica del estrato superior (c)	
	Densidades de los estratos superior e inferior (d) Caudales estratos superior e	
	inferior.	26
3.5.	Análisis de sensibilidad del coeficiente fricción interfacial para determinar lon-	_ ,
-	gitud de cuña	27

3.6. 3.7.	Relación entre altura de escurrimiento aguas abajo del estuario y la altura crítica de escurrimiento sobre el umbral. Distintas curvas para relaciones de $B/b$ desde 2 hasta 30 con espaciamiento igual a 2	29 31
4.1.	Estuario Río Lebu (VIII Región del Bío bío)	35
4.2.	Curva de variación estacional Río Lebu en Los Álamos. Fuente: Departamento	
4.3.	de Ingeniería Civil (2009)	36
	nivel de reducción de sonda. Fuente: Departamento de Ingeniería Civil (2009).	36
4.4.	Ciclo diario de viento a 15 metros de altura. Fuente: Explorador Eólico, De-	07
45	Profundidades y alturas en el sector de la desembocadura del río Lebu. Fuente:	37
1.0.	Instituto Hidrográfico de la Armada (1980).	37
4.6.	Estuario Río Toltén (IX Región de la Araucanía).	38
4.7.	Curva de variación estacional Río Toltén en Teodoro Schmidt. Fuente: Depar-	
10	tamento de Ingeniería Civil (2009).	38
4.8.	Nivel de marea en río Tolten durante medición, marzo 2009. La zona achurada corresponde al horario en el que las mediciones fueron realizadas. (a) llenante, (b) vaciante. El nivel de marea está medido respecto al nivel de reducción de	
	sonda. Fuente: Departamento de Ingeniería Civil (2009)	39
4.9.	Ciclo diario de viento a 15 metros de altura en el sector de la desembocadura	~ ~
4.10.	del río Toltén. Fuente: Explorador Eólico, Departamento de Geofísica (2013). Profundidades y alturas en el sector de la desembocadura del río Toltén. Fuen-	39
4 1 1	te: Instituto Hidrográfico de la Armada (1980)	40
4.11. 4.12.	Modelación Estuario Rio Lebu bajo las condiciones del día 22 de Junio de 2009. Perfil longitudinal río Lebu con perfiles de salinidad medidos durante vaciante $(22/06/2009)$ y llenante $(21/01/2009)$ . Fuente: Departamento de Ingeniería	42
	Civil (2009)	42
4.13.	Modelación Estuario Río Toltén bajo las condiciones del día 9 de Marzo de 2009.	43
4.14.	y vaciante $(9/03/2009)$ . Fuente: Departamento de Ingeniería Civil (2009).	43
5.1.	Esquema vista superior de un angostamiento en la desembocadura del río con corrientes oceánicas	45
5.2.	Esquema incorporando nivel medio de marea ( $H_3$ ) y su rango de variación ( $\Delta H_3$ ).	46
5.3.	Estuario modelado incorporando corrientes oceánicas	47
5.4.	Relación dimensional entre longitud de la cuña salina y velocidad de corrientes oceánicas.	48
5.5.	Relación adimensional entre longitud de la cuña salina y velocidad de corrientes	40
5.6	Belación dimensional entre longitud de la cuña salina y angostamiento en la	49
0.0.	boca del estuario.	50

5.7.	Relación adimensional entre longitud de la cuña salina y angostamiento en la
	boca del estuario.
5.8.	Niveles de mareas diarios utilizados en la simulación
5.9.	Resultados de la variación temporal de la longitud de la cuña salina, para un
	día cualquiera de modelación, comparado con niveles de marea en la boca del
	estuario, y en la condición de borde correspondiente al extremo oceánico del
	modelo. En el gráfico, los valores de la extensión de la cuña están referenciados
	al eje derecho de las ordenadas y los niveles de marea al eje izquierdo
5.10	. Resultados de la variación temporal de la longitud de la cuña salina para un
	día cualquiera de modelación, comparado con el número de Froude del río bajo
	los efectos de la variación en los niveles de marea. En el gráfico, los valores de
	la extensión de la cuña están referenciados al eje derecho de las ordenadas y
	los valores del número de Froude al eje izquierdo.
5.11	. Relación entre el rango de variación de la longitud de la cuña salina con las
	variaciones del nivel del mar
5.12	. Relación entre el alcance promedio de la intrusión salina con el nivel medio
	del mar, para distintas amplitudes de mareas.
5.13	. Relaciones de la longitud de la cuña con el número de Froude, para configura-
	ciones sin variación de marea.
5.14	. Relaciones de la longitud de la cuña con el número de Froude, para configura-
	ciones con variación de marea, considerando sólo los mínimos de marea
5.15	. Choque cuña salina en borde del modelo
5.16	. Relación dimensional entre longitud de la cuña salina y velocidad del viento
	paralelo al eje central del río.
5.17	. Relación adimensional entre longitud de la cuña salina y velocidad del viento
	paralelo al eje central del río.
5.18	. Superficie libre e interfaz de densidad en un cuerpo estratificado de 2 capas
	bajo el efecto del esfuerzo de corte del viento. Fuente: Niño & Tamburrino
	$(2004). \ldots \ldots$
5.19	. Ajuste adimensional entre longitud de la cuña salina y velocidad del viento
	paralelo al eje central del río.
5.20	. Comparación de longitud de la cuña calculada teóricamente con los resultados
	de la modelación numérica. Los rombos corresponden a la longitud calculada
	teóricamente, mientras que las líneas corresponden a los resultados obtenidos
	de ELCOM
5.21	. Relación dimensional entre longitud de la cuña salina y velocidad del viento
	perpendicular al eje central del río.
5.22	. Relación adimensional entre longitud de la cuña salina y velocidad del viento
	perpendicular al eje central del río.
5.23	. Velocidad transversal del agua, en el perfil longitudinal del río, resultante del
	modelo imponiendo un viento transversal de 6 m/s y caudal afluente $Q_f = 450$
	$[m^3/s]$
5.24	. Ajuste adimensional entre longitud de la cuña salina y velocidad del viento
	perpendicular al eje central del río.

# Índice de tablas

3.1.	Valores de entrada para cálculo de eje hidráulico cuña salina	25
3.2.	Cálculo coeficiente de fricción interfacial en función del número de Keulegan	
	y Froude	26
3.3.	Valores en la crisis de la cuña salina.	27
3.4.	Altura de escurrimiento aguas abajo del supuesto resalto hidráulico interno	28
3.5.	Dimensiones adoptadas para la simulación	30
4.1.	Resumen de ecuaciones hidrodinámicas usadas en ELCOM. Fuente: Hodges & Dallimore (2010a).	33
5.1.	Coeficientes de fricción interfacial, según notación de Arita & Jirka (1987b), para escenarios con y sin variación de mareas.	56
5.2.	Resumen de relaciones obtenidas para la corrección de la longitud de la cuña	
	salina por efecto de condiciones costeras.	63

# Capítulo 1

# Introducción

### 1.1. Motivación

En la desembocadura de un río de agua dulce en un cuerpo de agua salada, como lo es el océano, se pueden provocar distintos fenómenos dependiendo de las características del sistema. Según Valle-Levinson (2010), los estuarios se pueden clasificar, basados en la estructura vertical de salinidad, según: estuarios bien mezclados, estuarios débilmente estratificados, estuarios fuertemente estratificados y cuña salina. Estos fenómenos están condicionados principalmente por el caudal del río y la forzante de las mareas. La última de estas clasificaciones es en el cual se enfoca el estudio, que corresponde una estratificación en 2 capas, debido a la diferencia de densidad entre el agua dulce y agua salada. En esta configuración se da lo que se conoce como cuña salina, que es una intrusión desde el cuerpo de agua salada hacia aguas arriba del río, ubicándose en el estrato inferior.

Muchos estudios existen sobre las características de esta cuña salina. Por ejemplo Schijf & Schönfeld (1953), suponiendo lecho plano, plantean las ecuaciones de momentum y continuidad, considerando como límite de integración la interfaz de densidad. Tienen como supuesto que ambos estratos fluyen en dirección opuesta generándose un esfuerzo de corte entre estratos, entre los cuales no hay incorporación de caudal. Por su parte Olivares (2000), realizó una generalización de las ecuaciones anteriores considerando lecho irregular. Otros estudios relevantes sobre este flujo estratificado están dados por Arita & Jirka (1987a) y Arita & Jirka (1987b), quienes estudian el flujo de dos capas considerando como límite de integración la línea de velocidad cero, en lugar de la interfaz de densidad, con lo cual se permite considerar incorporación de caudal desde un estrato al otro.

La mayoría de los estudios realizados se enfocan en las características de aguas arriba de la desembocadura del río caracterizando la intrusión salina, sin embargo se desconoce bastante que es lo que sucede aguas abajo de la boca del río. Esta falta de información es lo que motiva el desarrollo de este trabajo, para poder comprender la hidrodinámica presente en el sistema en el cuerpo de agua salada, incorporando también el efecto de las mareas. Conocer y entender como se comportan sistemas acuáticos, en este caso un sistema estuarino, es fundamental para prevenir problemas ambientales y/o solucionar los ya existes, lo cual corresponde al principal rol de la ingeniería ambiental. Estos problemas ambientales muchas veces tienen repercusiones en ámbitos sociales, ecológicos, económicos u otros, los cuales tienen una importancia significante.

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. Generales

Determinar teórica y numéricamente la influencia de condiciones de borde oceánicas/costeras en la longitud de una cuña salina, en sistemas de estuarios.

### 1.2.2. Específicos

El estudio a realizar está compuesto por varios objetivos específicos, los cuales son detallados a continuación:

- Reconocer ecuaciones y ejes hidráulicos que describen una cuña salina y aguas abajo de ésta, considerando régimen permanente en un sistema simplificado de dimensiones uniformes.
- Validar el software de modelación ELCOM, utilizando resultados de mediciones en sistemas naturales. Se tienen datos medidos en Chile de ríos con cuña salina, de los cuales se utilizarán los de los ríos Lebu y Toltén.
- En régimen permanente, modelando numéricamente, determinar cómo la cuña salina es influenciada por las características oceánicas aguas abajo de ésta y su respectiva magnitud. Tal como lo son corrientes marinas paralelas a la costa, contracciones laterales en la boca del estuario y efecto del viento.
- Estudiar mediante modelación numérica, el caso de régimen impermanente del problema incorporando la influencia de mareas.

## 1.3. Metodología

### Planteamiento de ecuaciones que gobiernan el sistema

Se comenzó con una recopilación de antecedentes para rescatar los estudios relacionados al tema, y con ésto entender de manera más detallada la hidrodinámica del problema. Luego se creó un sistema simplificado, es decir, considerando un cauce con morfología uniforme que llega al océano con un determinado cambio de pendiente, profundidad y ancho, en el cual se forma una cuña salina. A partir de este sistema simplificado se determinó las ecuaciones que describen las características de escurrimiento considerando régimen permanente.

#### Influencia aguas abajo

Una vez planteadas las ecuaciones de los ejes hidráulicos que describen el sistema en régimen permanente, se procedió a determinar teóricamente las alturas de escurrimiento aguas abajo del estuario, que influencian la hidráulica interna de la cuña salina. Se estudió también, mediante modelaciones numéricas (ELCOM), condiciones de aguas abajo que determinan las características de la cuña salina y en que magnitud lo hacen.

#### Modelación considerando régimen permanente e impermanente

Mediante el software ELCOM se modeló una cuña salina. Este modelo permite simular en tres dimensiones la hidrodinámica en sistemas acuáticos. En este modelo se pueden incorporar las mareas, caudal, corrientes oceánicas, angostamientos en la desembocadura, y analizar su influencia.

#### Validación

Se consideraró datos de algunos sistemas de estuario existentes, en el cual se hayan realizado mediciones de salinidad en el eje vertical a lo largo del estuario, para comprobar si la modelación realizada representa el comportamiento real. Para ello se comparó las mediciones con modelos generados considerando características representativas del lugar. Los lugares utilizados fueron los estuarios del río Toltén y Lebu.

### 1.4. Estructura del informe

A continuación se muestra la organización del presente informe y una breve descripción de los temas tratados en cada uno de los capítulos siguientes.

- Capítulo 2: Corresponde a una recopilación de antecedentes bibliográficos en la cual se hace una revisión de estudios anteriores sobre los distintos temas de interés considerando las características del flujo en un medio estuarino estratificado.
- Capítulo 3: En este capítulo se hace uso de las distintas teorías vistas en el capítulo anterior, planteadas por distintos autores, y aplicadas según el sector del estuario correspondiente. Con esto se analiza teóricamente el estuario en su totalidad considerando un sistema con condiciones simplificadas, para finalmente obtener resultados sobre las posibles configuraciones de alturas de escurrimiento del flujo estratificado en el estuario.
- Capítulo 4: Se hace una pequeña introducción a lo que es el software de modelación numérica ELCOM. Luego se compara las mediciones de los estuarios de los ríos Toltén y Lebu con los resultados del modelo al aplicarlo con las condiciones bajo las cuales fueron realizadas las mediciones.

- Capítulo 5: Utilizando ELCOM, se establece un sistema estuarino en el cual se varían distintos parámetros, cada uno por separado, para ver como influyen en las características hidráulicas en el estuario. Dentro de estos parámetros se encuentran el caudal de entrada del río, la magnitud de corrientes marinas, efecto del viento, dimensiones de una barra transversal al flujo en la boca del estuario y niveles de marea.
- Capítulo 6: Finalmente se realiza una síntesis de los análisis realizados a lo largo del informe y se determina que tan influyentes son las distintas variables en un estuario para tener en cuenta al realizar un estudio en uno de estos sistemas costeros. Se analiza también el modelo numérico utilizado considerando sus ventajas, desventajas y otras posibles aplicaciones.

# Capítulo 2

# Revisión de Antecedentes

## 2.1. Estuarios

La definición más aceptada de estuario corresponde a la propuesta por Cameron & Pritchard (1963), la cual dice que un estuario es un cuerpo de agua costero semicerrado, con interacción libre con el océano, donde el agua salada del océano es diluida por agua dulce proveniente de tierra firme. El cuerpo de agua salada no necesariamente es el océano directamente, puede también tratarse de un fiordo, en el cual también ocurre este fenómeno. La fuente de agua dulce corresponde a un río que desemboca en este cuerpo de agua salada.



Figura 2.1: Clasificación de estuarios basada en estructura vertical de salinidad. Fuente: Valle-Levinson (2010).

En un estuario existen una serie de configuraciones asociadas a la mezcla de las aguas. Estas dependen del caudal proveniente del río, de las mareas y de la geomorfología del sistema. En la Figura 2.1 se muestra un esquema con las clasificaciones de los estuarios dependiendo de la estructura vertical de salinidad. En ella se puede ver que, dependiendo de las magnitudes de caudal o forzantes de mareas, representadas por el tamaño de las flechas, se tienen distintas configuraciones. Para caudales pequeños y forzantes de marea grandes se tiene un estuario bien mezclado. Luego aumentando el caudal y/o disminuyendo la forzante de marea, se puede tener estuarios débilmente estratificados y fuertemente estratificados. Finalmente con caudales altos y mareas pequeñas, se produce una estratificación conocida como cuña salina. Justamente esta última clasificación es en la que se enfoca el presente estudio. Sin embargo para caudales muy altos la cuña salina disminuye su longitud, siendo posible que ésta no exista.

## 2.2. Cuña salina

Existen diversos estudios sobre la forma y características en una cuña salina. Dependiendo del autor, se tienen distintos supuestos y consideraciones. Los estudios más relevantes considerados son los siguientes:



Figura 2.2: Cuña salina. Fuente: Schijf & Schönfeld (1953).

Schijf & Schönfeld (1953), plantean las siguientes ecuaciones de momentum, en los estratos superior e inferior respectivamente:

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + g \frac{\partial h_1}{\partial x} + g \frac{\partial h_2}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + g(\mathbf{i}_1 - \mathbf{i}_b) = 0$$
(2.1)

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + (1 - \varepsilon)g\frac{\partial h_1}{\partial x} + g\frac{\partial h_2}{\partial x} + v_2\frac{\partial v_2}{\partial x} + g(\mathbf{i}_2 - \mathbf{i}_b) = 0$$
(2.2)

donde  $i_1 = \frac{\tau_i - \tau_s}{g\rho_1 h_1}$ ,  $i_2 = \frac{\tau_b - \tau_i}{g\rho_2 h_2}$ . El esfuerzo de corte sobre la superficie  $\tau_s$ , se considera en caso de tener viento o superficie de hielo,  $\tau_b$  representa el esfuerzo de corte del fondo,  $\tau_i$  corresponde al esfuerzo de corte en la interfaz de ambos estratos, e  $i_b$  es la pendiente del fondo. Luego, Schijf & Schönfeld (1953), a partir de las Ecs. 2.1 y 2.2, despreciando esfuerzos de corte sobre la superficie, considerando que el estrato inferior está estancado, además de tomar como supuesto que el lecho del río es plano y con pendiente nula, tal como se aprecia en la Figura 2.2, proponen la siguiente expresión para el eje hidráulico que define la cuña salina:

$$\varepsilon g \frac{\mathrm{d}h_1}{\mathrm{d}x} + v_1 \frac{\mathrm{d}v_1}{\mathrm{d}x} + \frac{v_1^2 H_1}{4C_i^2 h_1 (H_1 - h_1)} = 0$$
(2.3)

donde  $H_1$  es constante y corresponde a la profundidad total del río incluyendo la intrusión salina,  $h_1$  corresponde a la profundidad del estrato superior el cual depende de la posición longitudinal dada por el eje x,  $h_2$  el espesor del estrato inferior,  $v_1$  corresponde a la velocidad en el estrato superior y  $v_2$  la del inferior,  $C_i$  representa un coeficiente de ficción interfacial,  $\varepsilon = (\rho_2 - \rho_1)/\rho_2 \approx (\rho_2 - \rho_1)/\rho_1$  corresponde al factor de reducción de la gravedad y g a la aceleración de gravedad.

Esta ecuación tiene su origen en la conservación de momentum, considerando que no existe intercambio de masa entre capas, pero que si existe un esfuerzo de corte entre capas. Considerando como condición de borde la existencia de crisis en el estrato superior al llegar al cuerpo de agua salada, es posible determinar la longitud (L) de la cuña salina, la cual queda expresada de la siguiente manera:

$$L = \frac{C_{\rm i}^2}{g} H_1 \left[ \frac{1}{5} \frac{\varepsilon g H_1}{v_0^2} - 2 + 3 \left( \frac{v_0^2}{\varepsilon g H_1} \right)^{1/3} - \frac{6}{5} \left( \frac{v_0^2}{\varepsilon g H_1} \right)^{2/3} \right]$$
(2.4)

donde  $v_0$  es la velocidad del río antes de la cuña salina.



Figura 2.3: Esquema cuña salina para lecho irregular. Fuente: Olivares (2000).

En su memoria para optar al título de ingeniero civil, Olivares (2000) extiende el análisis de Schijf & Schönfeld (1953) incorporando lecho irregular. Obteniendo de este modo la siguiente expresión:

$$\left(1 - \frac{h_1}{H_0 - \eta(x)}\right) \frac{\mathrm{d}h_1}{\mathrm{d}x} + c_{fi} \frac{q_f^2 / \varepsilon g h_1^3}{1 - q_f^2 / \varepsilon g h_1^3} = 0$$
(2.5)

donde  $h_1$  es la profundidad del estrato superior,  $H_1$  la profundidad total del río,  $H_0$  la altura de la superficie libre desde un cierto datum,  $\eta$  corresponde a la cota de fondo desde este datum,  $c_{fi}$  un coeficiente de fricción interfacial y  $q_f$  el caudal unitario proveniente del río.

Considerando lecho plano horizontal, es decir  $\eta = 0$ , se recupera la expresión de Schijf & Schönfeld (1953).



Figura 2.4: Geometría cuña salina y estructura interna. Fuente: Arita & Jirka (1987b).

Los estudios anteriormente señalados, no consideran el intercambio de caudal y masa a lo largo de la interfaz de la cuña. Sin embargo, Arita & Jirka (1987a) y Arita & Jirka (1987b) lo incorporan al definir como límite de integración de la ecuaciones la interfaz de velocidades en vez de la interfaz de densidad. Como se puede ver en la Figura 2.4, en azul se muestra el perfil de velocidad u y en rojo el perfil de densidad  $\rho$ . También se aprecia que se considera fondo plano con una cierta pendiente. El sistema de ecuaciones que describe la cuña es el siguiente:

$$\frac{\mathrm{d}h_r}{\mathrm{d}x_r} = \frac{-Fr^2}{\Delta^*} \left[ \frac{\lambda_{\mathrm{i}}(1+Sx_r)}{h_r^3(1+Sx_r-h_r)} + \frac{q_r^2(\lambda_b+S\beta_2)}{(1+Sx_r-h_r)^3} \right]$$
(2.6)

$$\frac{\mathrm{d}q_r}{\mathrm{d}x_r} = \frac{\alpha_j}{h_r} \tag{2.7}$$

Este sistema se debe resolver acopladamente, donde la primera ecuación tiene que ver con la forma de la cuña y la segunda con el intercambio de caudal entre estratos. Se utilizan las siguientes variables adimensionales:

$$h_r = \frac{h_1}{H_1}; \ x_r = \frac{x}{H_1}; \ q_r = \frac{q_s}{q_f}; \ Fr^2 = \frac{q_f^2}{g_0' H_1^3}$$
 (2.8)

donde  $\beta_2 \cong 6,2$  es un factor de no uniformidad,  $\lambda_i = 2\alpha_j$ , S corresponde a la pendiente de fondo,  $q_f$  y  $q_s$  los caudales de agua dulce y salada respectivamente,  $\lambda_b$  es un coeficiente de fricción de fondo que se calcula según:

$$\lambda_b = \begin{cases} \frac{2}{R_2}, & R_2 < 500\\ \frac{0.03}{R_2}, & R_2 > 500 \end{cases}$$
(2.9)

donde  $R_1 = \frac{q_f(H_1-0,6h_2)}{h_1\nu}$  y  $R_2 = R_1 \frac{q_s}{q_f}$  corresponden al número de Reynolds en el estrato superior e inferior respectivamente. Además se define el determinante  $\Delta^*$  como:

$$\Delta^* = 1 - \frac{-Fr^2}{h_r^3} \left[ 1 + \beta_2 q_r^2 \left( \frac{h_r}{1 + Sx_r - h_r} \right)^3 \right]$$
(2.10)

y  $\alpha_j$  es un coeficiente de incorporación de caudal, que se puede expresar de la siguiente manera:

$$\alpha_j = 0.038 \left( 1 - \frac{Ri_1}{\sqrt{Ri_1^2 + Ri_*^2}} \right) + \frac{2}{R_1} \left( \frac{z_1}{\delta_u} \right)$$
(2.11)

 $\operatorname{con}$ 

$$\frac{\delta_u}{z_1} = \begin{cases} 1, & R_1 < 500\\ \left(\frac{500}{R_1}\right)^{1/2} + \frac{R_{i_*}}{\sqrt{R_{i_1}^2 + R_{i_*}^2}} \left[1 - \left(\frac{500}{R_1}\right)^{1/2}\right], & R_1 > 500 \end{cases}$$
(2.12)

donde  $Ri_1 = \frac{g'z_1}{u_1^2}$  es el número de Richardson en la capa superior y  $Ri_* = 1/4$  el número de Richardson crítico de gradiente de corte interfacial. Las condiciones de borde que determinan el sistema son:

$$\begin{aligned} h_r &= 1 \quad \text{en} \quad x_r = 0 \\ q_r &= 0 \quad \text{en} \quad x_r = 0 \end{aligned}$$
 (2.13)

La longitud de la cuña salina, expuesta por Schijf & Schönfeld (1953) en la Ec. 2.4, queda expresada según los términos de Arita & Jirka (1987b) de la siguiente manera:

$$\frac{L}{H_1} = \frac{1}{\bar{\lambda}_i} \left[ \frac{1}{5Fr^2} - 2 + 3Fr^{2/3} - \frac{6}{5}Fr^{4/3} \right]$$
(2.14)

donde  $\bar{\lambda}_i$  es un coeficiente de fricción interfacial. Este coeficiente de fricción interfacial está presente en la teoría sobre el eje hidráulico de una cuña salina, de los tres autores revisados. Sin embargo la expresión de este coeficiente no es la misma para todos. La relación entre ellos se puede apreciar en la Ec. 2.15, donde las notaciones son:  $C_i$  (Schijf & Schönfeld, 1953),  $c_{fi}$  (Olivares, 2000) y  $\bar{\lambda}_i$  (Arita & Jirka, 1987b).

$$\frac{C_{\rm i}^2}{g} = \frac{1}{4c_{f\rm i}} = \frac{1}{\bar{\lambda}_{\rm i}}$$
(2.15)

Existen diversos métodos y relaciones expuestas por diferentes autores, para determinar el valor de este coeficiente de fricción interfacial. Algunos de estos métodos son mediante gráficos, como lo son los de las Figuras 2.5 y 2.6, los cuales determinan su valor en función de los números de Keulegan (K), Reynolds (Re) y Froude (Fr).



Figura 2.5: Coeficiente de fricción interfacial  $(\bar{\lambda}_i)$  en función del número de Keulegan y del número de Froude. Fuente: Arita & Jirka (1987a).



Figura 2.6: Coeficiente de fricción interfacial  $(\bar{\lambda}_i)$  en función del número de Reynolds y del número de Froude. Fuente: Arita & Jirka (1987b).

### 2.3. Flujo estratificado sobre topografía

En un estuario estratificado, generalmente existe un cambio abrupto de la cota de fondo entre el cauce del río y cuerpo acuático marino, por ello se desea estudiar como responde el flujo estratificado ante este cambio de cota de fondo. En el fiordo canadiense "Knight Inlet", Armi & Farmer (2002) han hecho una serie de mediciones y estudios. En este fiordo en particular se tiene un flujo estratificado en el cual ambos estratos fluyen en una misma dirección. Al encontrarse este flujo estratificado con un cambio brusco en la topografía, que corresponde a una grada de bajada de altura importante, se pueden tener distintas configuraciones dependiendo del caudal y mareas, tal como se muestra en la Figura 2.7.



Figura 2.7: Resumen esquemático de la formación y evolución de un frente de bifurcación. Fuente: Armi & Farmer (2002). (a) Inestabilidad en interfaz del flujo estratificado ante caudales bajos, (b) bifurcación en las líneas de corriente y creación de un tercer estrato al aumentar el caudal, (c) aumento del tamaño del nuevo estrato, (d) con caudales mayores se desplaza la bifurcación hacia aguas abajo.

En la Figura 2.7, se puede apreciar que se crea una bifurcación en las líneas de flujo y una capa de fluido mezclado estancado entre ambos estratos. En la Figura 2.7(a) se observa que para caudales bajos existe una inestabilidad por esfuerzos de corte que provocan el inicio de una mezcla. Para caudales un poco mayores (Figura 2.7(b)), se observa una mayor bifurcación en las lineas de corriente, una parte se incorpora a un estrato de fluido estancado que se forma, y el resto del flujo sigue relativamente horizontal. Luego, como se aprecia en la Figura 2.7(c), a medida que se incorpora fluido a este nuevo estrato, éste aumenta su tamaño. Finalmente si el caudal sigue aumentando la posición de esta bifurcación es desplazada hacia aguas abajo,

tal como se puede ver en la Figura 2.7(d). Estos fenómenos, y posición de la bifurcación están sujetos también al efecto de las mareas y topografía.

En corrientes de densidad superficiales, es posible conservar energía entre aguas arriba y abajo del umbral, ya que no hay disipación. Al contrario, en el caso de corrientes de turbidez, existe conservación de momentum y no de energía (Armi & Farmer, 2002). Además se define la forzante barotrópica como  $U_0 \equiv u_{10}y_{10} + u_{20}y_{20}$ , donde  $u \in y$  son la velocidad y profundidad de cada estrato. El subíndice '0' se refiere a propiedades sobre el umbral y los subíndices '1' y '2' se refieren al estrato superior e inferior, respectivamente.

El caso estudiado anteriormente es válido para flujos de dos capas, pero con ambos estratos fluyendo en una misma dirección. El enfoque de cuña salina tiene que ver con flujos de dos estratos pero con flujos opuestos. Por esto es importante el análisis hecho por Dalziel (1991), el cual estudia el flujo estratificado de 2 capas en dirección opuesta al pasar sobre un obstáculo, tal como se aprecia en la Figura 2.8.



Figura 2.8: Perfiles de interfaz en un flujo sobre un umbral. Fuente: Dalziel (1991).

El estudio de Dalziel (1991) se basa en que para régimen permanente, la diferencia de Bernoulli es constante en todo el espacio excepto a través de regiones en las cuales existe disipación de energía, como por ejemplo un resalto hidráulico.

Se considera el parámetro b(x) como el ancho del cauce,  $\eta(x)$  la cota de fondo desde un cierto datum y  $A(x) \in [-0.5; 0.5]$  como un coeficiente de la posición desde la mitad de la profundidad total H, de la interfaz de densidad. Con ello se pueden expresar las alturas de escurrimiento según:  $h_1 = H(1/2 + A)$  y  $h_2 = H(1/2 - A)$ . Se definen a continuación, en función del caudal inferior  $(q_1)$  y superior  $(q_2)$ , la tasa de intercambio de flujo y la tasa de flujo neto barotrópico respectivamente.

$$\bar{q} = q_1 - q_2 = |q_1| + |q_2| \tag{2.16}$$

$$Q = q_1 + q_2 = |q_1| - |q_2| \tag{2.17}$$

En base a esto, Dalziel (1991) propone la siguiente metodología para determinar las características de un flujo estratificado sobre un obstáculo:

- 1. Inferir la posición  $x = x_c$  de la sección de control en la cual existe crisis. Frecuentemente esta corresponde a cierta condición geométrica en el canal.
- 2. Determinar  $A = A_{max}$  en la posición  $x_c$  que maximiza  $\bar{q}_{crit}$  determinado por:

$$\bar{q}_{crit} = \frac{-a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}}{2a_2} \tag{2.18}$$

donde:

$$a_2 = \frac{1}{4} + 3A^2, \quad a_1 = -A(3 + 4A^2)Q, \quad a_0 = \left(\frac{1}{4} + 3A^2\right)Q^2 - 4H^3b^2\left(\frac{1}{4} - A^2\right)^3 \quad (2.19)$$

- 3. Determinar arbitrariamente una segunda sección de control  $x_v$ , la cual no requiere tener relación con alguna singularidad en el canal.
- 4. Determinar  $A_{max}(x = x_v)$ .
- 5. Inferir  $A_c = A(x = x_c)$ . Si  $x_v$  está más cercano a la fuente de agua más densa que  $x_c$ entonces se debe cumplir que  $A_c < A_{max}(x = x_c)$ , por otro lado si  $x_v$  está más cercano a la fuente de agua menos densa que  $x_c$  entonces se debe cumplir que  $A_c > A_{max}(x = x_c)$ .
- 6. Calcular  $\bar{q}_c = \bar{q}_{crit}(A = A_c)$  y el valor de  $\vartheta$  que hace que se cumpla  $J(\cdot; A_c) = 0$ , donde

$$J(\cdot; A) = \vartheta + \left[\frac{1}{2Hb}\right]^2 \frac{A(\bar{q}^2 + Q^2) - 2(\frac{1}{4} + A^2)Q\bar{q}}{(\frac{1}{4} - A^2)^2} - \eta - H\left(\frac{1}{2} + A\right)$$
(2.20)

- 7. Si  $x_v$  está más cercano a la fuente de agua más densa que  $x_c$  encontrar el punto  $\mathbb{D}JA = 0$ en  $x = x_v$  con  $A > A_{max}(x = x_v)$ , en caso contrario lo mismo pero con  $A < A_{max}(x = x_v)$ .
- 8. Determinar el valor de  $J_v = J(x = x_v)$  para el punto calculado en el paso anterior.
- 9. Si  $J(\cdot; A_v) = 0$  ir al paso 10. Si no, ajustar  $A_c$  y volver al paso 6.
- 10. Si  $\bar{q}_c$  calculado en el paso 6, es el mínimo para todos los valores de  $x_v$  ir al paso 11. Si no, ajustar  $x_v$  y volver al paso 4.
- 11. Si  $\bar{q}_c$ , es el mínimo para todos los valores de  $x_c$  detener la iteración, si no ajustar  $x_c$  y volver al paso 2.

Otro planteamiento sobre flujo estratificado, cuyo flujo es en direcciones opuestas, es el de Farmer & Armi (1986), quienes estudian el caso de este flujo de intercambio al pasar por singularidades como un umbral o la combinación de un umbral con una contracción (Figura 2.9).

Se considera cada estrato 'i', donde i = 1 en el caso del estrato superior e i = 2 para el estrato inferior. Despreciando efectos de mezcla entre ambas capas, se define un número de Froude Global (G) en función de los números de Froude densimétricos de cada estrato i  $(F_i)$ .

$$G^{2} = F_{1}^{2} + F_{2}^{2} = \frac{u_{1}^{2}}{g'y_{1}} + \frac{u_{2}^{2}}{g'y_{2}}$$
(2.21)

En la ecuación anterior,  $y_i$  y  $u_i$  corresponden respectivamente al espesor y velocidad de cada estrato, y g' corresponde a la gravedad reducida.



Figura 2.9: Vista en planta y perfil longitudinal de un flujo de intercambio a través de un umbral y contracción. Fuente: Farmer & Armi (1986).

Existen dos puntos de interés en el paso por el umbral, los cuales corresponden a la cresta del umbral y el punto aguas abajo inmediatamente después de pasar este obstáculo. Las distintas variables se asocian a cada uno de estos puntos según su subíndice, el cual es '0' y 'e' respectivamente. A continuación se imponen las condiciones para relacionar las características entre ambos puntos, para lo cual se adimensionalizan las variables de la siguiente manera:

$$y'_{\rm i} = \frac{y_{\rm i}}{(y_1 + y_2)_0} , \ u'_{\rm i} = \frac{u_{\rm i}}{\sqrt{g'(y_1 + y_2)_0}}$$
 (2.22)

donde el apóstrofe en cada variable denota su condición adimensional, a diferencia de las sin apóstrofe. De esta manera la profundidad total sobre la cresta del umbral se puede expresar como:

$$y_{10}' + y_{20}' = 1 \tag{2.23}$$

También se impone que el número de Froude es igual a la unidad tanto en la cresta del umbral como en el otro punto aguas abajo de este, denominado por el subíndice 'e'. Este segundo punto está determinado por el ensanche lateral en el caso de existir contracción, sin embargo de no existir este angostamiento, se expone que este punto de control existe de todas maneras, siendo un punto virtual (Farmer & Armi, 1986), cuya posición no es muy relevante en los cálculos. Respectivamente, estas dos condiciones ( $G^2 = 1$ ) quedan expresadas de la siguiente manera:

$$\frac{u_{10}^{\prime 2}}{y_{10}^{\prime}} + \frac{u_{20}^{\prime 2}}{y_{20}^{\prime}} = 1$$
(2.24)

$$\frac{u_{1e}^{\prime 2}}{y_{1e}^{\prime}} = 1 \tag{2.25}$$

Además se expresa la relación de energía entre los dos puntos de control señalados, según:

$$\frac{1}{2}(u_{20}^{\prime 2} - u_{10}^{\prime 2}) + y_{20}^{\prime} = \frac{1}{2}(u_{2e}^{\prime 2} - u_{1e}^{\prime 2}) + (y_{2e}^{\prime} - h)$$
(2.26)

donde h es la posición vertical de la cota de fondo medida desde la cresta del umbral. Se debe cumplir también la continuidad del sistema, considerando:

$$u_{10}'y_{10}' = u_{1e}'y_{1e}' \tag{2.27}$$

Por último se define el flujo barotrópico como:

$$U_0 \equiv u_{10}' y_{10}' + u_{20}' y_{20}' \tag{2.28}$$

### 2.4. Resalto hidráulico interno

Suponiendo que el flujo superior proveniente del río llega a crisis en la desembocadura, aguas abajo de la crisis podría existir escurrimiento supercrítico. Para pasar de esta condición de escurrimiento supercrítico a condiciones subcríticas en el mar, se debe tener un resalto hidráulico interno. Es posible también que dada la configuración de caudal y mareas el escurrimiento subcrítico desde el mar ahogue la crisis y nunca exista dicho resalto.

Asumiendo conservación global de masa, momentum horizontal y volumen, en su estudio, Holland *et al.* (2002) analizan las características de un resalto hidráulico interno considerando mezcla e intercambio de caudal desde un estrato a otro. Uno de los supuestos es que la incorporación se produce desde el estrato superior al inferior, pero dada la configuración de la hidráulica interna en estuarios esta incorporación sería en sentido opuesto ya que el resalto ocurriría en el estrato superior.

Se sigue la notación de velocidades (u), alturas de escurrimiento (h) y densidades  $(\rho)$ , mostradas en la Figura 2.10. Además  $g' = \frac{\rho_i - \rho^a}{\rho^a}g$  representa la gravedad reducida o boyancia, el subíndice 'i' puede tomar el valor 3 o 4 según corresponda. Al combinar las ecuaciones de conservación de volumen y masa, se puede llegar a la siguiente expresión de conservación de boyancia:

$$g'h_3u_3 = g'h_4u_4 \tag{2.29}$$



Figura 2.10: Resalto hidráulico interno con incorporación. Fuente: Holland et al. (2002).

Luego considerando que la diferencia de densidad entre ambos estratos es muy pequeña, la ecuación de momentum se puede reducir a:

$$h_3 u_3^2 + \frac{1}{2}g'h_3^2 = h_4 u_4^2 + \frac{1}{2}g'h_4^2$$
(2.30)

Sin embargo el entrainment en el resalto debe ser considerado, ya que afecta significativamente la boyancia del fluido, para ello debe agregarse otra ecuación al sistema para cerrar el problema. Esta ecuación tiene que ver con la energía y es la siguiente:

$$\frac{1}{2}h_3u_3^3 + g'h_3^2u_3 + h_3u_3e_3 = \frac{1}{2}h_4u_4^3 + g'h_4^2u_4 + h_4u_4e_4$$
(2.31)

donde e corresponde a la energía interna asociada a la turbulencia. Esta energía mecánica se disipa en forma de energía térmica la cual se puede cuantificar y aproximar, según Holland *et al.* (2002), de la siguiente forma:

$$\mathbf{e} = \mathbf{d} \left( \frac{1}{h} \int_0^h \frac{1}{2} \langle w^2 \rangle \mathrm{d}z \right) \approx \frac{\mathbf{d}}{4} \varepsilon h \tag{2.32}$$

donde d es el número de dimensiones, cuyo valor se mueve entre 2 y 3. Además w es la componente vertical de la velocidad y el paréntesis angular representa un promedio (Holland *et al.*, 2002).

Finalmente con esta base teórica que abarca desde la cuña salina hacia aguas abajo de ésta, se puede proceder a estudiar que es lo que realmente ocurre aguas abajo de la cuña.

Determinar qué condiciones permiten la formación de un resalto hidráulico interno y las características de éste según condiciones de borde tanto aguas arriba como aguas abajo.

En el caso que la boyancia (g') no cambie a lo largo del resalto hidráulico, es decir, si la incorporación de caudal producto del resalto es despreciable, solo son necesarias las Ecs. 2.29 y 2.30 como condiciones para determinar las variables de velocidad y altura de escurrimiento.

Otro planteamiento para relacionar las alturas de escurrimiento aguas arriba  $(h_3)$  y aguas abajo  $(h_4)$  de un resalto hidráulico interno, son las conocidas relaciones de Belanger, las cuales se basan en los supuestos de conservación de caudal y momentas a lo largo del resalto (Niño & Tamburrino, 2004). Estas relaciones se muestran a continuación (Ecs. 2.33 y 2.34), las cuales son equivalentes:

$$\frac{h_4}{h_3} = \frac{1}{2} \{ \sqrt{1 + 8Fr_3^2} - 1 \}$$
(2.33)

$$\frac{h_3}{h_4} = \frac{1}{2} \{ \sqrt{1 + 8Fr_4^2} - 1 \}$$
(2.34)

donde  $Fr_3$  y  $Fr_4$  corresponden a los números de Froude densimétricos aguas arriba y aguas abajo del resalto respectivamente.

### 2.5. Corrientes de gravedad

Buscando encontrar condiciones de borde aguas abajo del supuesto resalto hidráulico mencionado, como lo podría ser una altura normal a la cual tiende el flujo subcrítico, se estudia el comportamiento de una corriente de gravedad superficial. Con ello se puede determinar una altura a la cual tiende el espesor del estrato superior aguas arriba del frente de esparcimiento. Para ello se analiza la teoría planteada por Didden & Maxworthy (1982) en la cual se estudia el esparcimiento de un fluido de cierta densidad sobre otro de densidad diferente. Dependiendo de la densidad de este fluido en comparación a la densidad del fluido ambiente, esta corriente se generará por el fondo o por la superficie. Se considerará solo el caso de corriente superficial, ya que éste es el que se relaciona con la memoria, haciendo la analogía con un



Figura 2.11: Esparcimiento viscoso de una corriente de densidad superficial. Fuente: Didden & Maxworthy (1982).

río de agua dulce que entra superficialmente al cuerpo de agua salada. Entonces, a partir de las tres ecuaciones planteadas, se pueden obtener las velocidades y alturas de escurrimiento después del resalto en base a los valores antes de él, y viceversa.

La teoría considera fuerzas viscosas e inerciales y desprecia fuerzas por efecto de Coriolis. Inicialmente se tiene que las fuerzas inerciales predominan sobre las viscosas hasta un determinado tiempo  $t_1$  en el cual estas fuerzas se igualan. Posterior a este tiempo las fuerzas inerciales son superadas por las fuerzas viscosas que retardan el movimiento.

En la Figura 2.11 se puede apreciar que el escurrimiento presenta un frente que avanza hacia aguas abajo, y hacia aguas arriba se tiene una altura  $h_0$ . Los órdenes de magnitud (representado por  $\sim$ ) de esta altura se puede expresar como:

$$h_0 \sim \begin{cases} (q^2/g')^{1/3}, & t \ll t_1 \\ (\nu^{1/2}q^2/g')^{1/4}t^{1/8}, & t \gg t_1 \end{cases}$$
(2.35)

donde  $t_1 \sim h_0^2/\nu$ . Antes y después de este tiempo  $t_1$  se tienen distintos perfiles de velocidad, tal como se muestra en la Figura 2.12.



Figura 2.12: Esquema de perfiles de velocidad para  $t \ll t_1$  y  $t \gg t_1$ . Fuente: Didden & Maxworthy (1982).

En este estudio (Didden & Maxworthy, 1982), se exponen los órdenes de magnitud de las variables, pero no se calculan factores de proporcionalidad que los determinen. Sin embargo se determinan factores de proporcionalidad empíricamente. Huppert (1982) calcula este factor al resolver las ecuaciones diferenciales que gobiernan el sistema, con lo cual se pueden complementar las teorías y realizar la estimación de las variables. La corriente de gravedad que genera el río al entrar al océano produce una pluma, sin embargo en la teoría expuesta por Didden & Maxworthy (1982), se tiene que luego de transcurrido cierto tiempo, la altura de escurrimiento depende del tiempo, con lo cual esta altura tiende a infinito al buscar un estado permanente de flujo.

### 2.6. Plumas de ríos

Otra formulación para la caracterización de la pluma de un río es la que propone Hetland (2005), en la cual se establece que la pluma de río se ve afecta a diversos factores externos lo cual determina su estructura y evolución al incorporarse al océano. Dentro de estos factores se encuentran el esfuerzo de corte del viento sobre la superficie libre del agua, el efecto de la fricción interfacial entre ambos estratos y la presencia de corrientes oceánicas. Tanto el esfuerzo de corte del viento como la fricción interfacial, tienen un efecto fuerte sobre la mezcla vertical de ambos estratos, mientras que las corrientes oceánicas advectan la pluma de agua dulce en su dirección de escurrimiento.



Figura 2.13: Esquema general de plumas de ríos y sus mecanismos de mezcla. Fuente: Hetland (2005).

En la Figura 2.13 se aprecia un esquema que describe los principales fenómenos que ocurren en un estuario. En el estudio hecho por Hetland (2005) se establece un sistema de coordenadas salinas y además se realiza una modelación de un estuario con geometría simplificada, incorporando el efecto del viento y de las corrientes oceánicas. Dado que hay una serie de factores, como son las recién mencionadas velocidad del viento y de corrientes oceánicas, que no están consideradas en las ecuaciones, es que se utilizará un modelo numérico (ELCOM) para resolver el sistema incorporando estos factores.

# Capítulo 3

# Análisis teórico de la hidráulica interna en un estuario estratificado

### 3.1. Definición del sistema simplificado de estuario

El sistema simplificado a estudiar se esquematiza en la Figura 3.1, en la cual se puede apreciar que el río escurre de izquierda a derecha llegando a su desembocadura al mar con un cambio abrupto en la cota de fondo. En el cauce del río se puede apreciar una cuña salina, desde la cual hay un entrainment asociado hacia el estrato superior, tal como lo indican las flechas curvas. Se supone, para generar el esquema, que el estrato superior correspondiente al río alcanza la condición de crisis en la desembocadura. Luego de la crisis, se asume un escurrimiento supercrítico el cual, mediante un resalto, llega a escurrimiento subcrítico en el mar. Esta configuración podría ser totalmente diferente, ya que dependiendo de las condiciones de escurrimiento subcrítico oceánicas, el resalto podría ahogarse e incluso la crisis nunca existir, teniéndose solo escurrimiento subcrítico en el estrato superior.



Figura 3.1: Esquema de flujos en estuario con cuña salina.

#### CAPÍTULO 3. ANÁLISIS TEÓRICO DE LA HIDRÁULICA INTERNA EN UN ESTUARIO ESTRATIFICADO

En la Figura 3.1 se muestran los caudales unitarios (q) y las densidades  $(\rho)$  de cada estrato. Los subíndices f y s están asociados al agua dulce y salada respectivamente. También se esquematizan mediante las flechas curvas el flujo de caudal y masa asociado al entrainment y a la mezcla producida por el resalto hidráulico. En la Figura 3.2 se establece una notación para las alturas de escurrimiento en los distintos puntos del sistema y se impone un sistema de coordenadas al pie de la cuña.



Figura 3.2: Esquema de alturas de escurrimiento en estuarios con cuña salina.

 $H_1$  y  $H_2$  corresponden a las profundidades totales en el cauce del río y en el mar respectivamente. Por su parte  $h_1$  corresponde al espesor del estrato superior (agua dulce), el cual varía a lo largo de la cuña salina llegando a su altura de escurrimiento crítica  $h_{1c}$  en la desembocadura. La variable  $h_2$  representa la altura de escurrimiento de la cuña salina a lo largo del eje x. Mientras que  $h_3$  corresponde a la altura de escurrimiento de la capa de agua dulce después de la crisis y  $h_4$  corresponde a la altura aguas abajo de un supuesto resalto al pie. La densidad del estrato inferior se mantiene constante, mientras que la del estrato superior cambia debido a la incorporación de caudal y masa desde el estrato inferior a lo largo del eje x. Las características del sistema en el eje horizontal transversal al flujo se esquematiza en la Figura 3.3 desde una vista superior, donde  $Q_f$  es el caudal afluente del río, b es el ancho del cauce y B el ancho del cuerpo de agua salada, tal como lo sería un fiordo.



Figura 3.3: Esquema de anchos de estuario.

### 3.2. Análisis teórico

#### 3.2.1. Cuña salina

De acuerdo al capítulo de revisión de antecedentes, se recopiló información de tres teorías distintas para el cálculo del eje hidráulico de una cuña salina. Se escoge el planteamiento de Arita & Jirka (1987a) y Arita & Jirka (1987b) por sobre el de Schijf & Schönfeld (1953) y Olivares (2000), ya que se considera una mejor aproximación al fenómeno real debido a que considera la incorporación de masa entre estratos. A pesar que el planteamiento de Olivares (2000) es bastante completo, al incorporar irregularidades en la cota de fondo, no es de mucha utilidad debido a que el análisis se realiza en un sistema simplificado con lecho plano. Luego, las ecuaciones a utilizar son:

$$\frac{\mathrm{d}h_r}{\mathrm{d}x_r} = \frac{-Fr^2}{\Delta^*} \left[ \frac{\lambda_{\mathrm{i}}(1+Sx_r)}{h_r^3(1+Sx_r-h_r)} + \frac{q_r^2(\lambda_b+S\beta_2)}{(1+Sx_r-h_r)^3} \right]$$
(3.1)

$$\frac{\mathrm{d}q_r}{\mathrm{d}x_r} = \frac{\alpha_j}{h_r} \tag{3.2}$$

Este sistema se debe resolver acopladamente, donde la primera ecuación tiene que ver con la forma de la cuña y la segunda con el intercambio de caudal entre estratos. Se utilizan las siguientes variables adimensionales:

$$h_r = \frac{h_1}{H_1}; \ x_r = \frac{x}{H_1}; \ q_r = \frac{q_s}{q_f}; \ Fr^2 = \frac{q_f^2}{g_0' H_1^3}$$
 (3.3)

donde  $\beta_2 \cong 6,2$  es un factor de no uniformidad,  $\lambda_i = 2\alpha_j$ , S corresponde a la pendiente de fondo,  $q_f$  y  $q_s$  los caudales de agua dulce y salada respectivamente,  $\lambda_b$  es un coeficiente de fricción de fondo que se calcula según:

$$\lambda_b = \begin{cases} \frac{2}{R_2}, & R_2 < 500\\ \frac{0,03}{R_2}, & R_2 > 500 \end{cases}$$
(3.4)

donde  $R_1 = \frac{q_f(H_1-0,6h_2)}{h_1\nu}$  y  $R_2 = R_1 \frac{q_s}{q_f}$  corresponden al número de Reynolds en el estrato superior e inferior respectivamente. Además se define el determinante  $\Delta^*$  como:

$$\Delta^* = 1 - \frac{-Fr^2}{h_r^3} \left[ 1 + \beta_2 q_r^2 \left( \frac{h_r}{1 + Sx_r - h_r} \right)^3 \right]$$
(3.5)

y  $\alpha_j$  es un coeficiente de incorporación de caudal, que se puede expresar de la siguiente manera:

CAPÍTULO 3. ANÁLISIS TEÓRICO DE LA HIDRÁULICA INTERNA EN UN ESTUARIO ESTRATIFICADO

$$\alpha_j = 0.038 \left( 1 - \frac{Ri_1}{\sqrt{Ri_1^2 + Ri_*^2}} \right) + \frac{2}{R_1} \left( \frac{z_1}{\delta_u} \right)$$
(3.6)

 $\operatorname{con}$ 

$$\frac{\delta_u}{z_1} = \begin{cases} 1, & R_1 < 500\\ \left(\frac{500}{R_1}\right)^{1/2} + \frac{R_{i_*}}{\sqrt{R_{i_1}^2 + R_{i_*}^2}} \left[1 - \left(\frac{500}{R_1}\right)^{1/2}\right], & R_1 > 500 \end{cases}$$
(3.7)

Donde  $Ri_1 = \frac{g'z_1}{u_1^2}$  es el número de Richardson en la capa superior y  $Ri_* = 1/4$  el número de Richardson crítico de gradiente de corte interfacial. Las condiciones de borde que determinan el sistema son:

$$h_r = 1 \quad \text{en} \quad x_r = 0$$
  

$$q_r = 0 \quad \text{en} \quad x_r = 0$$
(3.8)

Este análisis es válido a lo largo del cauce del río hasta la crisis ubicada en la desembocadura. Al resolver estas ecuaciones, es posible obtener los valores de  $h_1(x)$  y con ello  $h_2(x) = H_1 - h_1(x)$ . Se conoce también la variación de caudal y densidad a la largo del río, con lo cual se puede determinar el valor variable de la altura crítica. Con esto se puede calcular la longitud de la cuña, determinada por el punto en el cual la altura de escurrimiento es igual a la altura crítica  $h_{1c}(x) = \sqrt[3]{\frac{q_f(x)^2}{\left(\frac{\rho_2-\rho_1(x)}{\rho_2}\right)g}}.$ 

#### 3.2.2. Crisis en la desembocadura y flujo aguas abajo

Según los autores estudiados, el flujo estratificado producido por la intrusión salina, presenta una crisis en la desembocadura. La altura de escurrimiento  $h_3$  se procede a calcular a partir de la altura  $h_{1c}$ , mediante la formulación propuesta por Farmer & Armi (1986), en la cual existen dos puntos de interés en el paso por el umbral, los cuales corresponden a la cresta del umbral y el punto aguas abajo inmediatamente después de pasar este obstáculo. Bajo el supuesto que no existen pérdidas de energía entre ambos puntos de interés y despreciando la velocidad del estrato inferior en el sector oceánico, es posible calcular la altura de escurrimiento aguas abajo de la crisis, con la siguiente relación de energía:

$$\frac{1}{2}(u_{2c}^{\prime 2} - u_{1c}^{\prime 2}) + h_{2c}^{\prime} = \frac{1}{2}(-u_3^{\prime 2}) + (1 - h_3^{\prime})$$
(3.9)

donde el apóstrofe en cada variable denota su condición adimensional, el subíndice '3' indica las propiedades del estrato superior aguas abajo de la crisis, mientras que el subíndice 'c' indica que las variables están asociadas a la crisis sobre el umbral. Las variables son adimensionalizadas de la siguiente manera:

$$h'_{\rm i} = \frac{h_{\rm i}}{H_1} , \ u'_{\rm i} = \frac{u_{\rm i}}{\sqrt{g'H_1}}$$
 (3.10)

Luego de realizar este análisis, es posible obtener la altura de escurrimiento del flujo de agua dulce sobre el cuerpo de agua salada  $h_3$ , es decir, el escurrimiento supercrítico sobre el fiordo. Para considerar el cambio de ancho en esta singularidad, la velocidad aguas abajo se considera como  $u_3 = Q_f/(B \cdot h_3)$  en la Ec. 3.10, donde la única incógnita es  $h_3$  ya que las condiciones en la crisis fueron determinadas del cálculo de la cuña salina.

Sin embargo escogiendo la solución subcrítica de  $h_3$  en la Ec. 3.10, se puede obtener la altura a partir de la cual, influenciada desde aguas abajo, el supuesto resalto hidráulico se ahogue y no exista escurrimiento supercrítico. Con alturas mayores a ésta, la crisis se ahoga y la cuña salina se vería afectada desde aguas abajo.

#### 3.2.3. Resalto hidráulico interno

El escurrimiento supercrítico que adquiere el flujo, al encontrarse en esta masa de agua de menor velocidad, podría cambiar su régimen de escurrimiento a subcrítico, para lo cual debe existir un resalto hidráulico. Mediante lo expuesto por Holland *et al.* (2002), recopilado en el capítulo de revisión de antecedentes, se puede relacionar las características de aguas arriba con las de aguas abajo del resalto, mediante un sistema de 3 ecuaciones:

$$g'h_3u_3 = g'h_4u_4 \tag{3.11}$$

$$h_3 u_3^2 + \frac{1}{2}g'h_3^2 = h_4 u_4^2 + \frac{1}{2}g'h_4^2$$
(3.12)

$$\frac{1}{2}h_3u_3^3 + g'h_3^2u_3 + h_3u_3e_3 = \frac{1}{2}h_4u_4^3 + g'h_4^2u_4 + h_4u_4e_4$$
(3.13)

donde

$$\varepsilon_{\mathbf{i}} = \frac{\rho_{\mathbf{i}} - \rho_s}{\rho_s} g; \quad \mathbf{e}_{\mathbf{i}} = \frac{3}{4} \varepsilon_{\mathbf{i}} h_{\mathbf{i}}; \quad u_{\mathbf{i}} = \frac{q_{\mathbf{i}}}{h_{\mathbf{i}}}$$
(3.14)

Estas ecuaciones corresponden a conservación de boyancia, conservación de momentum y disipación de energía respectivamente, con las cuales se puede determinar la altura aguas abajo  $(h_4)$  de un supuesto resalto hidráulico. En el caso que la boyancia (g') no cambie a lo largo del resalto hidráulico, es decir, si la incorporación de caudal producto del resalto es despreciable, solo son necesarias las Ecs. 3.11 y 3.12 como condiciones para determinar las variables de velocidad y altura de escurrimiento.

### CAPÍTULO 3. ANÁLISIS TEÓRICO DE LA HIDRÁULICA INTERNA EN UN ESTUARIO ESTRATIFICADO

El otro planteamiento utilizado para relacionar las alturas de escurrimiento aguas arriba  $(h_3)$  y aguas abajo  $(h_4)$  del resalto hidráulico interno, es la relación de Belanger (Ec. 3.15), que se basa en los supuestos de conservación de caudal y momentas a lo largo del resalto (Niño & Tamburrino, 2004).

$$\frac{h_4}{h_3} = \frac{1}{2} \{ \sqrt{1 + 8Fr_3^2} - 1 \}$$
(3.15)

donde  $Fr_3$  corresponde al número de Froude densimétrico aguas arriba del resalto.

### 3.3. Ejemplo aplicación

Para el cálculo del eje hidráulico que describe la cuña salina se adopta la teoría propuesta por Arita & Jirka (1987a) y Arita & Jirka (1987b), cuyos resultados se muestran en la Figura 3.4, donde se consideraron los siguientes parámetros de entrada:

Parámetro	Valor
$Q_f \left[ m^3/s \right]$	200
b[m]	500
$B\left[m ight]$	3000
$q_f(x=0) \left[ m^3/s/m \right]$	$^{0,4}$
$H_1[m]$	3
$\rho_f(x=0) \; [kg/m^3]$	1000
$ ho_s \left[kg/m^3 ight]$	1020
$S \ [\%]$	0,001
$\Delta H [m]$	100

Tabla 3.1: Valores de entrada para cálculo de eje hidráulico cuña salina.

donde S corresponde a la pendiente de fondo y  $\Delta H = H_2 - H_1$ . Los valores y órdenes de magnitud de estos datos ficticios, fueron escogidos aleatoriamente, pero teniendo en cuenta los órdenes de magnitud de sistemas estuarinos como lo es el del Río-Fiordo Aysén. Resultados generales, incorporando distintas variaciones en los parámetros y configuraciones, pueden encontrarse en la siguiente sección del presente capítulo.

Tal como se muestra en la Figura 3.4(a), se genera una cuña salina, en la cual se grafica también la altura crítica para el estrato inferior, resultando un escurrimiento subcrítico a lo largo de toda la cuña. En la Figura 3.4(b), se grafica la altura de escurrimiento del estrato superior con su respectiva altura crítica asociada. En este gráfico se observa que la altura de escurrimiento es subcrítica hasta un punto en el que se vuelve crítica, y luego de eso supercrítica. Se puede apreciar que la altura crítica cambia a lo largo de x. Esto debido a que el caudal también lo hace tal como se puede apreciar en la Figura 3.4(d). El cambio de caudal es debido a la incorporación de caudal desde el estrato inferior hacia el superior, con lo cual el caudal del estrato superior aumenta a lo largo del eje x, mientras que el caudal



Figura 3.4: Resultados de las ecuaciones de Arita & Jirka (1987b) a lo largo de un canal uniforme. (a) Profundidad total, altura de escurrimiento y altura crítica del estrato inferior, (b) Altura de escurrimiento y crítica del estrato superior, (c) Densidades de los estratos superior e inferior, (d) Caudales estratos superior e inferior.

del estrato inferior, el cual fluye en sentido opuesto al superior, disminuye en el sentido de su flujo. Lo mismo ocurre con la densidad, como se aprecia en la Figura 3.4(c), ya que la incorporación tiene asociado también un flujo de masa. Esto afecta solo al estrato superior ya que la densidad del inferior se mantiene constante.

Aguas abajo de la cuña salina los resultados no fueron satisfactorios con esta teoría de Arita & Jirka (1987b), ya que dieron gráficos sin sentido, en los cuales se tenía densidades del estrato superior mayores al agua salada del mar o caudales negativos. Es por ello que se considera una metodología válida solo para la cuña salina, hasta el punto de la crisis.

Tabla 3.2: Cálculo coeficiente de fricción interfacial en función del número de Keulegan y Froude.

Re	$4 \cdot 10^5$
Fr	$0,\!18$
K	$1,\!23\cdot 10^4$
$\bar{\lambda}_{i}$ (Fig. 2.5)	$2,5\cdot10^{-4}$
$\bar{\lambda}_{\mathrm{i}}$ (Fig. 2.6)	$2{,}8\cdot10^{-4}$



Figura 3.5: Análisis de sensibilidad del coeficiente fricción interfacial para determinar longitud de cuña.

Luego de calculado el eje hidráulico de la cuña y determinada la longitud de ésta es posible calibrar el coeficiente de fricción en la Ecuación 2.14. Realizando un análisis de sensibilidad como se muestra en la Figura 3.5, se determina que el coeficiente de fricción interfacial es del orden de  $2,4 \cdot 10^{-3}$ . Este valor corresponde a una estimación del valor medio, ya que como se vio anteriormente, en el método de Arita & Jirka (1987a) este coeficiente varía espacialmente dependiendo del coeficiente de incorporación ( $\alpha_j$ ). Por otro lado, al determinar  $\overline{\lambda}_i$  a en función del número de Keulegan, Reynolds y Froude (Figuras 2.5 y 2.6), se obtienen los valores de la Tabla 3.2.

Dados los datos iniciales en la Tabla 3.1, luego de calcular el eje hidráulico se tienen los siguientes valores en el lugar de la crisis:

Parámetro	Unidad	Valor
$q_f(x=x_c)$	$[m^3/s/m]$	$0,\!57$
$q_s(x=x_c)$	$[m^3/s/m]$	$0,\!17$
$\rho_f(x=x_c)$	$[kg/m^3]$	$1005,\!9$
$ ho_s$	$[kg/m^3]$	1020
$h_{1c} = h_1(x = x_c)$	[m]	$1,\!33$
$h_2(x=x_c)$	[m]	$1,\!67$
$x_c$	[m]	6800

Tabla 3.3: Valores en la crisis de la cuña salina.

Considerando que la crisis se encuentra sobre el umbral de la desembocadura, se procederá a estudiar el comportamiento de este flujo estratificado al tener este cambio brusco de cota de fondo, según la teoría propuesta por Farmer & Armi (1986). Con esto, se tiene que la altura aguas abajo del cambio de cota de fondo es:

$$h_3^{\text{supercrítico}} = 0.13[m] \tag{3.16}$$
Lo cual corresponde a un flujo supercrítico debido a que es menor que la altura crítica  $h_{1c} = 0.40[m]$ . Luego se hace el supuesto de tener un resalto al pie en el cambio de cota de fondo y se desea calcular la altura de escurrimiento superficial aguas abajo del resalto  $(h_4)$ , que impondría esta condición. Para ello se considera la base teórica expuesta por Holland *et al.* (2002) con y sin considerar incorporación de caudal, además de la relación de Belanger. Considerando los resultados anteriores para las condiciones aguas arriba del resalto, se tienen los siguientes valores aguas abajo de éste (Tabla 3.4):

Tabla 3.4: Altura de escurrimiento aguas abajo del supuesto resalto hidráulico interno.

Método	$h_4$ [m]
Holland con incorporación	1,80
Holland sin incorporación	$0,\!92$
Belanger	$0,\!52$

Al considerar incorporación en la formulación de Holland *et al.* (2002), existe incorporación de masa desde el estrato inferior hacia el superior. La boyancia resultante aguas abajo del resalto fue de  $\varepsilon_4 = 0.13[m/s^2]$ , luego la densidad aguas abajo del resalto es  $\rho_4 = \varepsilon_4 \rho_s/g + \rho_s = 1006.2[kg/m^3]$  al despejarla de la definición de  $\varepsilon$ .

Finalmente se tiene la altura de escurrimiento aguas abajo de la cuña salina y aguas abajo de un supuesto resalto al pie. Luego, en caso de existir una altura normal proveniente desde las condiciones de borde oceánicas, y si ésta es mayor que  $h_4$  entonces el resalto se podría encontrar ahogado y en la cuña salina no se alcanzaría la crisis y esta condición podría incluso cambiar las características de la cuña. Por otro lado si la altura normal proveniente desde las condiciones de borde oceánicas es menor que  $h_4$  el resalto se encontrará rechazado hacia aguas abajo.

La altura a partir de la cual el flujo subcrítico aguas abajo de la crisis comienza a influenciar la crisis, se calculó de la misma manera que el flujo supercrítico aguas abajo de esta, pero considerando otra solución. La solución para el caso escogido es igual a:

$$h_3^{\text{subcrítico}} = 1,96[m]$$
 (3.17)

## 3.4. Resultados generales

Una vez determinada la altura  $h_4$  suponiendo un resalto al pie, ésta puede ser implementada para tener una estimación de las características de la hidráulica interna en el estuario. Si se dispone de mediciones de la altura aguas abajo del estuario, y ésta resulta ser menor que la altura determinada suponiendo un resalto al pie, se podría suponer un resalto rechazado. Por otro lado si es mayor, el resalto tendería a moverse hacia aguas arriba hasta ahogar la crisis, perdiéndose el escurrimiento supercrítico del estrato superior y con ello se perdería también el resalto.

En la Figura 3.6, se muestran resultados de la altura aguas abajo de la crisis  $h_4$ , bajo distintos supuestos y condiciones. En las Figuras 3.6(b, c, d), se muestra el resultado de la altura de escurrimiento subcrítica tal que exista un resalto inmediatamente aguas abajo de la desembocadura. Las Figuras 3.6(c, d), corresponden a las alturas calculadas mediante la



Figura 3.6: Relación entre altura de escurrimiento aguas abajo del estuario y la altura crítica de escurrimiento sobre el umbral. Distintas curvas para relaciones de B/b desde 2 hasta 30 con espaciamiento igual a 2.

teoría expuesta por Holland *et al.* (2002) sobre resalto hidráulico interno, al considerar y no considerar mezcla producto del resalto, respectivamente. Por otro lado, la Figura 3.6(a) muestra la altura de escurrimiento tal que el supuesto resalto se ahogue, es decir, que luego de la crisis exista un escurrimiento subcrítico. La altura de escurrimiento supercrítica, es decir, cuando no existe resalto o antes de éste, se muestra en la Figura 3.6(e).

La altura aguas abajo del estuario, para la cual se esperaría tener escurrimiento subcrítico inmediatamente aguas abajo del cambio de cota de fondo, se puede aproximar haciendo el supuesto que existe conservación de energía y escogiendo entre los resultados, la altura correspondiente al régimen subcrítico. Realizando el mismo supuesto, pero considerando la solución supercrítica de la altura de escurrimiento aguas abajo de la crisis, se puede calcular las alturas conjugadas tal que exista un resalto al pie. Los resultados de estos límites se pueden observar en la Figura 3.6, en la cual se consideran distintos valores de la relación B/b. Al variar la relación de anchos las curvas cambian teniéndose otra configuración, sin embargo, dada una relación de anchos fija, para distintas configuraciones de  $H_2/H_1$  las curvas no varían si  $H_2/H_1 > 5$ . Dado que las alturas aguas abajo del estuario  $(h_4)$ , están en función de la altura crítica en el umbral de la desembocadura  $(h_{1c})$ , quedan directamente en función del caudal de entrada del río.

## 3.5. Comparación con modelaciones realizadas en ELCOM

A continuación se realizó simulaciones numéricas con el Software ELCOM<sup>1</sup>, para comparar las alturas de escurrimiento simuladas con las curvas obtenidas teóricamente en la Figura 3.6. Para ello, se creó un escenario de estuario simplificado, con las características esquematizadas en las Figuras 3.2 y 3.3, donde las dimensiones adoptadas se muestran en la Tabla 3.5.

Parámetro	Valor
b[m]	350
$B\left[m ight]$	4200
$H_1[m]$	4
$H_2[m]$	200

Tabla 3.5: Dimensiones adoptadas para la simulación.

Luego de simular distintos escenarios de caudal afluente del río, manteniendo el resto de los parámetros constantes, se obtuvo los resultados de la Figura 3.7. Se consideró viento nulo sobre la superficie libre del agua, ya que éste induce mezcla vertical entre los estratos, alterando su altura de escurrimiento. La relación de anchos resultante es de B/b = 12.

Al observar las curvas asociadas a las distintas alturas de escurrimiento aguas abajo de la boca del estuario (Figura 3.7), se puede apreciar que las alturas de escurrimiento considerando resalto al pie calculado según Holland *et al.* (2002) difieren bastante al considerar o despreciar

 $<sup>^{1}</sup>$ Este software es utilizado posteriormente en la presente memoria, y en el Capítulo 4 se hace una breve revisión de las características y funcionamiento del mismo.



Figura 3.7: Relación entre altura de escurrimiento aguas abajo del estuario y la altura crítica de escurrimiento sobre el umbral, comparando alturas teóricas con simulaciones en ELCOM.

la mezcla entre estratos debido al resalto. El caso con incorporación de caudal y masa entre ambos da como resultado una altura de escurrimiento bastante mayor debido a que el caudal del estrato superior aumenta producto del resalto. Al comparar la altura de escurrimiento sin incorporación con la calculada con la relación de Belanguer, la cual iguala las momentas antes y después del resalto, se obtienen resultados bastante similares. Esto es bastante satisfactorio ya que ambas teorías tienen el mismo supuesto de despreciar la mezcla entre estratos.

En la Figura 3.7 también se incluye el caso sin resalto (línea roja), es decir, que luego de la crisis el escurrimiento continúe bajo régimen supercrítico sin existir resalto hidráulico. La línea verde del mismo gráfico corresponde a la altura de escurrimiento a partir de la cual se tiene escurrimiento supercrítico inmediatamente después de la crisis sobre el umbral. Los resultados obtenidos en las simulaciones en ELCOM, dejan en evidencia que para los distintos caudales, la altura de escurrimiento resultante es bastante similar a la correspondiente al escurrimiento supercrítico. Sin embargo la altura de escurrimiento de la modelación es levemente mayor que la correspondiente al torrente, lo cual puede ser explicado considerando que existe mezcla vertical entre estratos debido a la turbulencia generada por la fricción interfacial, que finalmente se traduce en un leve aumento del caudal del estrato superior.

De esto se puede inferir que no existe resalto hidráulico interno aguas abajo de la crisis, ya que a menos que exista una singularidad que actúe como control hidráulico que imponga una altura de escurrimiento mayor aguas abajo, ésta no es suficiente para hablar de un escurrimiento subcrítico y por ende de un resalto hidráulico.

# Capítulo 4

# Modelo numérico y validación en estuarios chilenos

## 4.1. ELCOM

### 4.1.1. Información general ELCOM

ELCOM es una herramienta de modelación numérica desarrollada por el Centre for Water Research (CWR) de la University of Western Australia. El nombre del software viene de la sigla en inglés de 'Estuary and Lake Computer Model'. Es utilizado para simular el comportamiento temporal en tres dimensiones, de cuerpos de agua estratificados frente a factores ambientales, mediante un modelo termo-hidrodinámico.

El modelo requiere para su funcionamiento, archivos de texto con la información ordenada especialmente, de batimetría, condiciones iniciales, condiciones de borde, condiciones de borde en presas (en caso de existir), actualización de las condiciones de borde, grilla utilizada en la modelación, espaciamiento y límites del tiempo simulado, variables meteorológicas y de mareas, etc. Luego se pre-procesa la batimetría con los respectivos ejecutables de ELCOM, para luego ejecutar todo el sistema. El detalle se puede obtener en el manual de uso de ELCOM (Hodges & Dallimore, 2010b).

Tal como se explica en el manual científico de ELCOM (Hodges & Dallimore, 2010a), el modelo adopta un esquema numérico semi-implícito de volúmenes finitos en tres dimensiones. Las ecuaciones de transporte que resuelve, corresponden a las ecuaciones promediadas de Navier-Stokes (RANS) y ecuaciones de transporte escalar usando la aproximación de Boussinesq, despreciando términos de presión no hidrostática. Las condiciones de borde impuestas en la ecuación de momentum, son velocidad nula en el fondo y paredes (condición de no resbalamiento), y velocidad uniforme en la vertical en la superficie libre. La turbulencia horizontal es representada por un factor de viscosidad turbulenta (eddy viscosity), mientras que la turbulencia vertical puede representarse con esta viscosidad turbulenta o mediante un modelo de mezcla entre capas. El nivel de la superficie libre está determinado por una

Tabla 4.1: Resumen de ecuaciones hidrodinámicas usadas en ELCOM. Fuente: Hodges & Dallimore (2010a).

Transporte de momentum:  $\frac{\partial U_{\alpha}}{\partial t} + U_{j}\frac{\partial U_{\alpha}}{\partial x_{j}} = -g\{\frac{\partial \eta}{\partial x_{\alpha}} + \frac{1}{\rho_{0}}\frac{\partial}{\partial x_{\alpha}}\int_{z}^{\eta}\rho' \mathrm{d}z\} + \frac{\partial}{\partial x_{1}}\{\nu_{1}\frac{\partial U_{\alpha}}{\partial x_{1}}\} + \frac{\partial}{\partial x_{2}}\{\nu_{2}\frac{\partial U_{\alpha}}{\partial x_{2}}\} + \frac{\partial}{\partial x_{3}}\{\nu_{3}\frac{\partial U_{\alpha}}{\partial x_{3}}\} - \varepsilon_{\alpha\beta}fU_{\beta}$ 

Continuidad:

$$\frac{\partial U_j}{\partial x_j} = 0$$

Condiciones de borde en momentum superficie libre:

fondo y paredes:  $\frac{\partial U_{\alpha}}{\partial x_{3}} = 0$  $U_{i} = 0$ 

Transporte de escalares:  $\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (CU_j) = \frac{\partial}{\partial x_1} \{\kappa_1 \frac{\partial C}{\partial x_1}\} + \frac{\partial}{\partial x_2} \{\kappa_2 \frac{\partial C}{\partial x_2}\} + \frac{\partial}{\partial x_3} \{\kappa_3 \frac{\partial C}{\partial x_3}\} + S_c$ 

Condiciones de borde en escalares:

$$\frac{\partial C_{\alpha}}{\partial x_{i}} = 0$$

Evolución superficie libre:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \int_{0}^{\eta} U_{\alpha} \mathrm{d}z$$

Esfuerzo de corte del viento:

$$(u_*)^2_{\alpha} = C_{10} \frac{\rho_{aire}}{\rho_{agua}} W_{\beta} W_{\alpha}$$

Incorporación de momentum por viento:

 $\frac{\partial U_{\alpha}}{\partial t} = \frac{(u_*)^2_{\alpha}}{h}$ 

integración vertical de la ecuación de continuidad. La difusión horizontal es calculada con un coeficiente de difusión determinado por el usuario, en cambio la difusión vertical es calculada por un balance de energía entre celdas. El coeficiente de difusión vertical utilizado fue igual a cero, considerando que también existe difusión numérica. El viento también es una condición de borde que se representa como un esfuerzo de corte sobre la superficie libre del agua.

En la Tabla 5.2, se presenta un resumen de las principales ecuaciones hidrodinámicas utilizadas en ELCOM. La nomenclatura utilizada es la siguiente:

- i, j componentes del espacio
- $\alpha, \beta$  componentes horizontales del espacio
  - U velocidad promediada de Reynolds
  - $\eta$  altura superficie libre promediada de Reynolds
  - $\rho_0$  densidad ambiente
  - ho' diferencia entre densidad fluido externo y densidad fluido ambiente
  - f constante de Coriolis

- h altura de la capa de mezcla por viento
- $\varepsilon_{\alpha\beta}$  tensor de permutación de dos componentes
  - $\nu$  viscosidad molecular
  - $\kappa$  coeficiente de difusión
- $S_c$  número de Schmidt turbulento
- C concentración escalar
- $W_{\alpha}, W_{\beta}$  velocidad del viento en la dirección  $\alpha, \beta$ 
  - $C_{10}$  coeficiente de esfuerzo de corte del viento a 10 metros
  - $(u_*)_{\alpha}$  velocidad de corte del viento en la dirección  $\alpha$

### 4.1.2. Limitaciones de Tiempo

Tal como se expone en Hodges & Dallimore (2010a), ELCOM es incondicionalmente estable para flujos barotrópicos, es decir, genera resultados estables para cualquier paso de tiempo. Pero en flujos estratificados, se realiza una discretización de los términos baroclínicos en la ecuación de momentum sujeto a una restricción en el paso del tiempo basado en la condición de Courant-Friedrichs-Lewy ( $CFL_b$ ) sobre ondas internas, tal que se debe cumplir:

$$(g'D)^{1/2}\frac{\Delta t}{\Delta x} < \sqrt{2} \tag{4.1}$$

donde g' es la gravedad reducida, D es la profundidad efectiva,  $\sqrt{g'D}$  es una aproximación de la velocidad de propagación de una onda interna. El transporte escalar en ELCOM, está sujeto también a una condición de Courant-Friedrichs-Lewy advectiva ( $CFL_a$ ), tal que:

$$u\frac{\Delta t}{\Delta x} < 1 \tag{4.2}$$

donde u es una velocidad horizontal puntual. Otra restricción para esquemas con difusión horizontal (en los ejes x e y), es la siguiente condición de estabilidad:

$$\Delta t \le \frac{\Delta x^2 \Delta y^2}{2\nu (\Delta x^2 + \Delta y^2)} \tag{4.3}$$

donde  $\nu$  corresponde a la viscosidad cinemática del fluido. Al usar pasos de tiempo grandes en modelos geofísicos, es importante considerar el campo de velocidad, tomando en cuenta la constante de Lipschitz (B) según:

$$B = \|\frac{\partial\nu}{\mathrm{d}x}\|\Delta t < 1 \tag{4.4}$$

## 4.2. Validación

### 4.2.1. Recopilación de datos de mediciones en estuarios chilenos

A continuación se hace una recopilación de mediciones de salinidad en estuarios. En el estudio de caudales de dilución realizado por el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile (2009) para la DGA y en la memoria de Booth (2010), están disponibles mediciones de los estuarios de los ríos Lebu y Toltén.

En estos estudios, dependiendo de la condición de caudal afluente y características de la marea, se observan distintos comportamientos con el tipo de mezcla presente en el estuario. La recopilación de datos se limitará a bajos caudales en el río Toltén y altos caudales en el río Lebu, ya que bajo estas condiciones se espera tener la presencia de una cuña salina.

### Estuario Río Lebu

El río Lebu, ubicado en la VIII Región del Bío bío, es un río de régimen pluvial, tal como se puede apreciar en la Figura 4.2. Parte en la Cordillera de Nahuelbuta y tiene su desembocadura en el Océano Pacífico en las coordenadas UTM 618001E, 5838085N (Huso 19S), cercano a la ciudad de Lebu.



Figura 4.1: Estuario Río Lebu (VIII Región del Bío bío).



Figura 4.2: Curva de variación estacional Río Lebu en Los Álamos. Fuente: Departamento de Ingeniería Civil (2009).

Se cuenta con mediciones de salinidad en perfiles transversales a lo largo del río. Estos resultados fueron interpolados y sus resultados se muestran en la Figura 4.12.

Estas mediciones del día 22 de Junio del año 2009, fueron realizadas con un caudal medido de 35.4  $[m^3/s]$  bajo las condiciones de marea que se muestran en la Figura 4.3. Estas condiciones son las que se utilizaron para realizar la modelación en ELCOM. La medición de llenante de ese día no se tiene disponible, por lo que se incluyo el perfil durante llenante del 21 de enero del mismo año para tener una referencia del comportamiento.



Figura 4.3: Nivel de marea en río Lebu durante medición. La zona achurada corresponde al horario en el que las mediciones fueron realizadas. (a) llenante (21 enero 2009), (b) vaciante (22 Junio 2009). El nivel de marea está medido respecto al nivel de reducción de sonda. Fuente: Departamento de Ingeniería Civil (2009).

### CAPÍTULO 4. MODELO NUMÉRICO Y VALIDACIÓN EN ESTUARIOS CHILENOS

En el Explorador Eólico la Universidad de Chile (Departamento de Geofísica, 2013), se dispone de los valores promedio mensuales de la magnitud y dirección del viento, para cada hora del día (Figura 4.4). Se consideró el ciclo diario de viento correspondiente a Junio, cuya magnitud media es igual a 3.94 [m/s] con una dirección promedio es de  $161^{\circ}$  con respecto al norte.



Figura 4.4: Ciclo diario de viento a 15 metros de altura. Fuente: Explorador Eólico, Departamento de Geofísica (2013).

La profundidad media en el sector oceánico se consideró uniforme con un valor de 100 [m]. Este valor fue adoptado en base a las cartas de sondas y alturas de las costas chilenas (Instituto Hidrográfico de la Armada, 1980), tal como se aprecia en la Figura 4.5.



Figura 4.5: Profundidades y alturas en el sector de la desembocadura del río Lebu. Fuente: Instituto Hidrográfico de la Armada (1980).

#### Estuario Río Toltén



Figura 4.6: Estuario Río Toltén (IX Región de la Araucanía).

Desde el Lago Villarrica nace el Río Toltén, para luego desembocar en el Océano Pacífico en las cercanías del pueblo Nueva Toltén, específicamente en las coordenadas UTM: 653393E, 5653537N (Huso 19S). El Río Toltén, ubicado en la IX Región de la Araucanía, presenta un régimen pluvial, tal como se aprecia en la curva de variación estacional (Figura 4.7) del río Toltén en Teodoro Schmidt.



Figura 4.7: Curva de variación estacional Río Toltén en Teodoro Schmidt. Fuente: Departamento de Ingeniería Civil (2009).



Figura 4.8: Nivel de marea en río Toltén durante medición, marzo 2009. La zona achurada corresponde al horario en el que las mediciones fueron realizadas. (a) llenante, (b) vaciante. El nivel de marea está medido respecto al nivel de reducción de sonda. Fuente: Departamento de Ingeniería Civil (2009).

Se cuenta con mediciones de salinidad en perfiles transversales a lo largo del río. Estos resultados fueron interpolados y sus resultados se muestran en la Figura 4.14.



Figura 4.9: Ciclo diario de viento a 15 metros de altura en el sector de la desembocadura del río Toltén. Fuente: Explorador Eólico, Departamento de Geofísica (2013).

### CAPÍTULO 4. MODELO NUMÉRICO Y VALIDACIÓN EN ESTUARIOS CHILENOS

Estas mediciones fueron realizadas el día 9 de Marzo del año 2009, con un caudal medido de 186  $[m^3/s]$  bajo las condiciones de marea que se muestran en la Figura 4.8. Estas condiciones son las que se utilizaron para realizar la modelación en ELCOM.

En el Explorador Eólico la Universidad de Chile (Departamento de Geofísica, 2013), se dispone de los valores promedio mensuales de la magnitud y dirección del viento, para cada hora del día (Figura 4.9). Se consideró el ciclo diario de viento correspondiente a Junio, cuya magnitud media es igual a 3.56 [m/s] con una dirección promedio es de 173° con respecto al norte.



Figura 4.10: Profundidades y alturas en el sector de la desembocadura del río Toltén. Fuente: Instituto Hidrográfico de la Armada (1980).

La profundidad media en el sector oceánico se consideró uniforme con un valor de 20 [m]. Este valor fue adoptado en base a las cartas de sondas y alturas de las costas chilenas (Instituto Hidrográfico de la Armada, 1980), tal como se aprecia en la Figura 4.10.

### 4.2.2. Modelación estuario Río Lebu

A partir de los perfiles medidos a lo largo del río se puede tener una aproximación de la batimetría del mismo. Sin embargo la batimetría en ELCOM debe ingresarse en coordenadas cartesianas, por lo cual tuvo que generarse esta batimetría en estas coordenadas a partir de los perfiles. Esto se realizó en Matlab mediante un ajuste cúbico con la función 'griddata', utilizando una grilla equiespaciada en los ejes horizontales (x,y) en el sector en el cual se encuentra el río. El espaciamiento  $\Delta x$  y  $\Delta y$  adoptado para la batimetría del Río Lebu fue de 10 [m], sin embargo en el sector oceánico se utilizó un espaciamiento mayor, llegando hasta los 200 [m]. Sobre esta grilla se realizó la modelación que se puede ver en la Figura 4.11, en la cual se aprecia la vista en planta del dominio del modelo en su totalidad y un corte longitudinal para apreciar la estructura vertical de salinidad. Esta vista transversal está acotada en la profundidad para visualizar de mejor manera el comportamiento de la cuña salina.

Se consideró la configuración del día 22 de Junio del año 2009, bajo las condiciones de marea tales que se observa estado de llenante y vaciante de la intrusión en el río. Estas condiciones son las que se utilizaron para realizar la modelación en ELCOM. La modelación fue realizada con un paso temporal de 15 segundos, y el tiempo de simulación total fue de 8

### CAPÍTULO 4. MODELO NUMÉRICO Y VALIDACIÓN EN ESTUARIOS CHILENOS

días repitiendo las condiciones del día 22 de Junio del año 2009. Esta reiteración diaria fue realizada con el objetivo de disminuir la dependencia de los resultados con las condiciones iniciales impuestas. Como condición inicial se impuso salinidad igual a 32 [psu] en el océano y salinidad nula en el cauce del río. La temperatura es la misma en el aire, cauce del río, océano y caudal afluente, la cual se impuso con un valor de 15°C.

Como condiciones de borde en el modelo, se tiene el caudal afluente del río en el extremo sur-oriente del dominio, el viento con variación intradiaria sobre la superficie libre del agua y el nivel de mareas sobre los bordes oceánicos del norte y oeste de la zona simulada. No se impone velocidad de corrientes oceánicas, ya que la desembocadura se encuentra en un lugar semicerrado en el cual estas corrientes pueden considerarse despreciables.

Para mareas altas la cuña alcanzó una longitud levemente mayor a los 4 [km] hacia aguas arriba del río desde la boca del estuario mientras que para mareas bajas esta se recogía hasta longitudes cercanas a los 300 [m]. Sin embargo quedaron depresiones en la batimetría, en las cuales quedaba acumulada agua salada. Estos resultados se aproximan bastante a las mediciones. Por ejemplo en Departamento de Ingeniería Civil (2009) se tiene que la cuña alcanza una longitud de 4 [km] aquel día y en vaciante ese día la cuña se recoge casi completamente quedando solo un resto de agua salada retenida en el fondo.

### 4.2.3. Modelación estuario Río Toltén

Al igual que el caso del Río Lebu, en el Río Toltén se tienen perfiles de salinidad medidos, de los cuales se puede generar la batimetría en coordenadas cartesianas requeridas para la modelación en ELCOM. Se consideran para la modelación los parámetros medidos el día 9 de Marzo del año 2009, bajo las condiciones de marea y caudal de aquel día. Estas condiciones se repiten por 8 días para independizar los resultados de las condiciones iniciales impuestas en la simulación. Para modelar este estuario se utilizó una grilla uniforme en la horizontal con un espaciamiento de 25 [m] en la zona del río, mientras que el espaciamiento en la zona oceánica se aumentó hasta los 100 [m]. El paso de tiempo adoptado en la modelación fue de  $\Delta t = 12$  [s]. Como condición inicial se impuso salinidad nula en el cauce del río, y salinidad de agua de mar en el océano (32 [psu]). Una temperatura igual a 15°C fue impuesta tanto en el aire, océano, río y caudal afluente.

La condiciones de borde impuestas, corresponden al caudal afluente del río por el norte, el viento con variación intradiaria sobre la superficie libre del agua y el nivel de mareas sobre los bordes oceánicos del norte y oeste del dominio del modelo. Se impone en el borde oceánico sur, una velocidad con un valor de 5 [cm/s] hacia el norte, asociada a corrientes marinas. La dirección y magnitud de la velocidad se establecen de acuerdo a características representativas de las costas chilenas en aquella latitud.

Comparando el resultado de la Figura 4.13, el cual corresponde a un estado de marea llenante, con las mediciones realizadas (Figura 4.14), se tienen alcances de la cuña similares para esta configuración. En ambos el alcance de la cuña es levemente mayor que los 4 [km].



30

15

30



PERFIL DE SALINIDAD DURANTE VACIANTE

0

Figura 4.12: Perfil longitudinal río Lebu con perfiles de salinidad medidos durante vaciante (22/06/2009)y llenante (21/01/2009). Fuente: Departamento de Ingeniería Civil (2009).



Figura 4.11: Modelación Estuario Río Lebu bajo las condiciones del día 22 de Junio de 2009.



Figura 4.13: Modelación Estuario Río Toltén bajo las condiciones del día 9 de Marzo de 2009.



Figura 4.14: Perfil longitudinal río Toltén con perfiles de salinidad medidos durante llenante y vaciante (9/03/2009). Fuente: Departamento de Ingeniería Civil (2009).

### CAPÍTULO 4. MODELO NUMÉRICO Y VALIDACIÓN EN ESTUARIOS CHILENOS

Al comparar las longitudes de la cuña salina obtenidas en terreno con las modeladas, para ambos estuarios se obtienen resultados coherentes. La mayor diferencia está en el escenario de marea vaciante del Río Toltén, ya que en los resultados de la modelación se aprecia una retención mayor de agua salada en las depresiones del fondo. Esta diferencia puede estar asociada al error asociado a la batimetría generada o a la variabilidad de algunos parámetros. Por ejemplo se considera un caudal medio diario constante para la simulación, que en la realidad es variable a lo largo del día, lo mismo que ocurre con el viento. Además como la retención de agua salada en depresiones de la batimetría del río no es parte de los objetivos de la memoria, se menosprecia esta diferencia, considerando satisfactorias las simulaciones realizadas.

Luego de los resultados obtenidos para ambos estuarios modelados, los cuales se asemejan bastante a los datos medidos en terreno, se puede considerar ELCOM, como una herramienta de modelación válida, la cual es una aproximación bastante buena a los fenómenos hidrodinámicos que ocurren en un estuario. Es por ello que se procede a estudiar distintas variables que condicionan las características hidráulicas en estuarios mediante este software.

# Capítulo 5

# Aplicación ELCOM en estuarios simplificados

Tal como se dijo en la sección 2.6 del capítulo de revisión de antecedentes, la pluma de agua dulce del río se ve afectada por diversos factores externos tales como las corrientes marinas o el efecto del esfuerzo de corte del viento. Las corrientes marinas están fuertemente ligadas a la posición geográfica debido a que están sujetas al efecto de Coriolis, sin embargo se despreciará la ubicación geográfica y estas corrientes serán impuestas como condición de borde en el sector oceánico, cuyas magnitudes se podrán variar. Se crea una configuración basada en las características de estuarios de Chile, en la cual considerando que el sentido de los ríos es de este a oeste, las corrientes oceánicas se imponen de tal modo de hacer la analogía con una corriente desde el sur hacia el norte paralela a la costa.

Al realizar las validaciones del modelo, aplicándolo a sistemas estuarinos naturales, se pudo notar que en gran parte de las desembocaduras de ríos existe una barra lateral que genera una contracción en el flujo antes de llegar al mar o incluso cambia su dirección de escurrimiento. Ejemplos de este fenómeno son los ríos Aconcagua, Maipo, Maule, Itata, Biobío, Imperial, Toltén, Bueno, entre otros. Esquemáticamente se observa este fenómeno en la Figura 5.1.



Figura 5.1: Esquema vista superior de un angostamiento en la desembocadura del río con corrientes oceánicas.

Por todo esto se desea estudiar por separado la influencia de las corrientes, viento y presencia de una barra lateral sobre la hidráulica interna en el estuario. A continuación se crea un escenario de estuario simplificado, es decir, un canal de sección transversal rectangular el cual desemboca en un sistema acuático salino con un aumento abrupto en la profundidad de la cota de fondo. Siguiendo la orientación de la Figura 5.1, en el borde superior del sistema oceánico se impone una velocidad simulando las corrientes marinas, por el extremo izquierdo llega el río, y el resto de los bordes se dejan abiertos.

Luego se estudia un caso impermanente del sistema, considerando las variaciones temporales del nivel del mar. Para ello se adopta la notación mostrada en la Figura 5.2, donde se agrega la variable  $H_3$  que corresponde a la altura media de la superficie libre del mar con respecto al nivel cero del mar (nivel de reducción de sondas). Esta variable se mueve entre un mínimo y un máximo diferenciados por  $\Delta H_3$ .



Figura 5.2: Esquema incorporando nivel medio de marea (H<sub>3</sub>) y su rango de variación ( $\Delta$ H<sub>3</sub>).

### 5.1. Dimensionamiento del modelo

La grilla utilizada tiene un espaciamiento diferenciado, que en la dirección del río varía desde dx=50 [m] en las cercanías del umbral del cambio de cota de fondo, hasta dx=900 [m] aguas abajo en el océano. El espaciamiento transversal va desde dy=10 [m] en las cercanías del eje central del canal hasta llegar a dy=250 [m] hacia los extremos. Mientras que en el eje vertical la grilla está separada desde dz=0.1 [m] cercano a la superficie libre hasta dz=12 [m] en profundidades mayores.

El paso del tiempo utilizado depende de cada caso. Hay pasos de tiempo máximos que se pueden utilizar para que el modelo sea estable. Estos pasos de tiempo dependen tanto de la grilla utilizada como de las velocidades en el sistema. Es por ello que dependiendo de cada configuración se tendrá distintos limites de tiempo, ya que las corrientes, angostamientos y caudales tienen directa relación con las velocidades puntuales generadas. El orden de magnitud del paso de tiempo utilizado está en torno a los dt=10 [s].

Dentro de las condiciones iniciales utilizadas, se tiene que todo el sistema se encontraba a una misma temperatura igual a 15°C, tanto en el agua como en el aire. Además los caudales entrantes fueron impuestos con la misma temperatura para despreciar el efecto de las diferencias de temperatura en los procesos de estratificación y mezcla. En cuanto a la salinidad inicial se determinó que ésta fuera de 32 [psu] en el sector marino e igual 0 [psu] en el río. La salinidad del caudal afluente del río se impuso nula, mientras que la salinidad del caudal correspondiente a las corrientes marinas fue igual a 32 [psu].

Tal como se aprecia en la Figura 5.3, se impone un río de ancho b=300[m] y profundidad  $H_1=3$  [m], el cual llega a una zona de profundidad  $H_2=100$  [m] y ancho ilimitado. En el modelo, para simular esta condición de ancho ilimitado, se imponen los límites del dominio a más de dos kilómetros a cada lado del río, dejándolos como bordes abiertos y no acotados por tierra, como lo sería un fiordo, el cual tiene ancho limitado. En la Figura 5.3(a) la profundidad total fue acotada para visualizar de mejor manera la zona de la estratificación.



Figura 5.3: Estuario modelado incorporando corrientes oceánicas.

En el extremo superior de la vista en planta (Figura 5.3(b)), se impone distintos valores de velocidad de corrientes entrantes para analizar su influencia sobre las características del estuario. También se varía el caudal afluente del río ( $Q_f$ ), correspondiente a la condición de borde del extremo izquierdo del dominio según la Figura 5.3(b). El resto de los bordes, es decir, los bordes de la derecha e inferior, se dejaron como celdas abiertas, considerando que no hay variación en el nivel de mareas. Otro parámetro que se varía es el ancho en el angostamiento (b') producido por la barra lateral en la desembocadura. El resto de los parámetros se mantienen constantes y las variables se modifican independientemente para realizar un análisis por separado de cada una de ellas.

La Figura 5.3(a) muestra un ejemplo de los resultados de salinidad visualizados desde el perfil longitudinal, correspondiente al plano generado por el eje vertical y longitudinal. En la Figura 5.3(b) se muestra la vista en planta de la salinidad superficial del sistema, considerando una velocidad de corriente de v<sub>corriente</sub>=5 [cm/s], caudal afluente  $Q_f$ =450 [m<sup>3</sup>/s] y sin presencia de viento. En la desembocadura el ancho es de b'=300 [m], con lo que se tiene una relación b'/b=1, es decir, no existe angostamiento.

### 5.2. Influencia de la velocidad de las corrientes oceánicas

Dependiendo de la zona de estudio y su latitud, es posible tener distintas velocidades de corrientes oceánicas, por ello se analizó mediante la modelación, la influencia de la magnitud de esta velocidad en el comportamiento de la cuña y el flujo en general. Manteniendo fijos todos los parámetros del sistema, y variando solo la velocidad de las corrientes, la cual se esquematiza en la Figura 5.1, se pudo analizar la influencia de ésta sobre las características de la estratificación en el estuario. La velocidad de corrientes impuesta es uniforme horizontal y verticalmente.



Figura 5.4: Relación dimensional entre longitud de la cuña salina y velocidad de corrientes oceánicas.

Primero que todo, se notó que al aumentar esta velocidad, la pluma de agua dulce que llega al mar era advectada transversalmente en mayor magnitud, teniendo ésta un alcance menor hacia aguas adentro del océano. Además se pudo percibir la influencia de la velocidad de las corrientes sobre la longitud de la intrusión salina, dando como resultado que dado un cierto caudal afluente del río, la longitud de la cuña disminuye tendiendo a un valor mínimo en el cual si se sigue aumentando la magnitud de las corrientes, su extensión ya no es influenciada por ellas (Figura 5.4). Para cada caudal, se utiliza el valor de la longitud de la cuña sin presencia de velocidad de corriente, la cual se denomina  $L_{cuña}^{sin corriente}$ , el cual es usado para adimensionalizar la longitud de la cuña, con el fin de encontrar una relación adimensional entre las corrientes (( $v_{crisis}-v_{corriente}$ )/ $v_{crisis}$ ·Fr) y la extensión de la intrusión salina ( $L_{cuña}/L_{cuña}^{sin corriente}$ ), tal como se puede ver gráficamente en la Figura 5.5.



Figura 5.5: Relación adimensional entre longitud de la cuña salina y velocidad de corrientes oceánicas.

Al aumentar el caudal del río la intrusión salina se recoge disminuyendo así su extensión. Sin embargo en la Figura 5.5, se encontró una relación entre la velocidad de las corrientes oceánicas y la longitud de la cuña en una sola curva, a diferencia del caso dimensional en el cual existe una curva para cada caudal. La velocidad de la corriente fue adimensionalizada utilizando una expresión dependiente del número de Froude del río (Fr) y la velocidad del flujo crítico ( $v_{crisis}$ ) en el estrato superior asociado a la crisis en la boca del estuario. Esta crisis es planteada por varios autores tales como Schijf & Schönfeld (1953), Arita & Jirka (1987a), entre otros, quienes exponen que el flujo estratificado que se genera en un estuario con presencia de una cuña salina y en particular la longitud de la cuña, está condicionada por la condición de borde en la boca del estuario correspondiente a una crisis en el estrato superior.

Como se puede apreciar en la Figura 5.5, se realizó un ajuste exponencial a los datos adimensionalizados. La relación encontrada, determinada para un rango de  $Fr \in [0.65;0.8]$  y cuyo coeficiente de relación resultó ser  $\mathbb{R}^2=0.98$ , es la siguiente:

$$\frac{\mathcal{L}_{\text{cuña}}}{\mathcal{L}_{\text{cuña}}^{\sin \text{ corriente}}} = \exp\left(14,79 \cdot \frac{(\mathbf{v}_{\text{crisis}} - \mathbf{v}_{\text{corriente}})}{\mathbf{v}_{\text{crisis}}} \cdot Fr^{1,5}\right) + 0,77 \tag{5.1}$$

### 5.3. Influencia del angostamiento en la desembocadura

Tal como ocurre en gran parte de los sistemas de estuarios en Chile, existe una barra lateral en el cauce del río justo antes de entrar al océano. Por esto es que se analiza numéricamente la influencia de la longitud de esta barra sobre la características hidráulicas del sistema. El espesor de la barra utilizada para la modelación fue de 350 [m], cuyo valor fue escogido aleatoriamente.

Los resultados de la influencia de la longitud (b-b') de esta barra, para distintos caudales



Figura 5.6: Relación dimensional entre longitud de la cuña salina y angostamiento en la boca del estuario.

afluentes del río y considerando una velocidad de corrientes marinas  $v_{\text{corriente}}=0.05 \text{ [m/s]}$ , se muestra en la Figura 5.6. En la Figura 5.7, se muestra adimensionalizada la longitud de la cuña con la longitud de la cuña sin la presencia de la barra  $(L_{\text{cuña}}^{\sin \text{barra}})$ .

Se puede apreciar que la presencia de la barra que genera el angostamiento tiene una gran influencia sobre la longitud de la cuña. Si la relación entre el ancho de la angostura con el ancho del canal es cercano a la unidad, la extensión de cuña salina es muy sensible, disminuyendo bastante su valor al aumentar el tamaño de la barra. Para relaciones menores entre el ancho en la boca y el del cauce, es decir, si la barra transversal posee una longitud proporcional mayor, igualmente reduce el tamaño de la cuña pero con una sensibilidad menor. Se comparó además, el angostamiento producto de la barra con un angostamiento en todo el río, y el resultado fue que en el último caso la longitud de la cuña se veía aun más reducida, lo cual es análogo a aumentar el caudal afluente del río. Tal como se observa en la Figura 5.7, se ajustó a los resultados una función exponencial que describe el comportamiento descrito



Figura 5.7: Relación adimensional entre longitud de la cuña salina y angostamiento en la boca del estuario.

en el rango de angostamientos experimentados. La relación encontrada, determinada para un rango de  $Fr \in [0.65;0.72]$  y cuyo coeficiente de relación resultó ser  $\mathbb{R}^2=0.98$ , es la siguiente:

$$\frac{\mathcal{L}_{\text{cuña}}}{\mathcal{L}_{\text{cuña}}^{\sin \text{barra}}} = (8,28 \cdot 10^{-13}) \cdot \exp(27,83 \cdot \text{b'/b})$$
(5.2)

## 5.4. Influencia de las mareas

Para realizar el análisis mediante la modelación, se adopta una configuración de mareas semidiurnas. Considerando esta misma frecuencia de ondas marinas, se establecen dos escenarios de mareas correspondientes a los fenómenos astronómicos de sicigia y cuadratura. Para ello se considera una amplitud de onda de 0.9 [m] para sicigia y de 0.25 [m] para cuadratura, es decir,  $\Delta H_3=1.8$  [m] y  $\Delta H_3=0.5$  [m] respectivamente. Estos valores fueron escogidos ya que son valores que se aproximan a la realidad en las costas de la zona centro sur de Chile. Además, se agregó una configuración de marea intermedia, con  $\Delta H_3=1$  [m], para realizar un mejor análisis. En la modelación se adoptó distintos valores de H<sub>3</sub> para estudiar como se relaciona este parámetro con la dinámica de la cuña salina.



Figura 5.8: Niveles de mareas diarios utilizados en la simulación.

Como es posible apreciar en la Figura 5.8, los niveles de marea están centrados en cero, es decir,  $H_3=0$  [m]. Sin embargo, en la modelación se adoptó distintos valores de  $H_3$  para estudiar como se relaciona este parámetro con la dinámica de la cuña salina.

Al incorporar el efecto de las mareas sobre el sistema, se obtiene como resultado que la intrusión salina varía su longitud y altura de escurrimiento en el tiempo. Al ser alto el nivel del mar la cuña salina tiene una extensión más grande y una altura de escurrimiento mayor. En cambio cuando el nivel del mar es bajo, la cuña retrocede, disminuyendo de gran manera también su altura de escurrimiento. En la Figura 5.9 se tienen las alturas del nivel del mar en el extremo aguas abajo del problema, la cual corresponde a la condición de borde impuesta en el problema. También se grafica temporalmente el nivel del mar en la boca del estuario

y paralelamente la longitud de la cuña salina. Todo esto para comparar la variación de las mareas con la variación de la extensión de la cuña.



Figura 5.9: Resultados de la variación temporal de la longitud de la cuña salina, para un día cualquiera de modelación, comparado con niveles de marea en la boca del estuario, y en la condición de borde correspondiente al extremo oceánico del modelo. En el gráfico, los valores de la extensión de la cuña están referenciados al eje derecho de las ordenadas y los niveles de marea al eje izquierdo.

En la Figura 5.9 se aprecia la diferencia en la suavidad de las curvas, ya que la curva correspondiente a la longitud de la cuña salina presenta saltos abruptos en el tiempo, lo cual no ocurre en las curvas de nivel de marea. Esto es debido a que la resolución de la grilla vertical en los sectores cercanos a la superficie libre del agua, es decir, donde se encuentra el nivel de la marea, es bastante fina. En cambio la grilla en el eje longitudinal, en la cual se mide la longitud de la cuña salina, es más gruesa, debido a que la extensión en el eje longitudinal es mucho mayor, y con una grilla más fina el modelo tardaría mucho en ejecutarse, sin ser necesaria tanta precisión.

A pesar de esta diferencia de resolución (Figura 5.9), se observa claramente que existen ciertos tiempos de desfase entre los distintos parámetros. Iniciando la comparación entre el nivel de marea correspondiente a la condición de borde con la medida en la boca del estuario, se observa que la variación de marea en la boca del estuario es prácticamente instantánea al cambio de marea en la condición de borde del extremo aguas abajo. Este desfase está netamente ligado a la celeridad de onda y distancia entre ambos puntos de medición, lo cual no está dentro de los alcances del estudio. Por otro lado si se compara la respuesta de la longitud de la cuña ante las mareas, queda en evidencia que la respuesta de la longitud de la cuña al aumentar el nivel marino es casi inmediato. Mas no ocurre lo mismo al descender la marea, ya que se observa un desfase mayor entre la disminución de ambos.

Si se analizan los máximos y mínimos de las mareas y la longitud de la cuña (Figura 5.9), se puede notar que no ocurren simultáneamente. Los valores mínimos se encuentran desfasados por tiempos cercanos a la hora, alcanzándose primero el mínimo de la marea y luego, como es de esperar, el de la cuña salina. Sin embargo al observar el tiempo de ocurrencia de los valores máximos, llama la atención que ocurre primero el máximo de la cuña previo al de la

marea. Al realizar una comparación de la longitud de la cuña con el número de Froude en el río, considerando el aumento de su profundidad debido a las mareas, se puede apreciar la clara relación entre ambos (Figura 5.10).



Figura 5.10: Resultados de la variación temporal de la longitud de la cuña salina para un día cualquiera de modelación, comparado con el número de Froude del río bajo los efectos de la variación en los niveles de marea. En el gráfico, los valores de la extensión de la cuña están referenciados al eje derecho de las ordenadas y los valores del número de Froude al eje izquierdo.

Se observa en la Figura 5.10, que la longitud de la cuña responde inversamente proporcional al valor del número de Froude en el tiempo (eje de la longitud de la cuña invertido), teniéndose que en periodos de baja marea, el número de Froude aumenta produciendo el retroceso de la cuña y para periodos de mayor nivel de marea ocurre lo opuesto. Se puede ver un desfase del orden de una hora entre la variación del número de Froude y la respuesta de la cuña, lo cual confirma la dependencia de la segunda sobre la primera de éstas.



Figura 5.11: Relación entre el rango de variación de la longitud de la cuña salina con las variaciones del nivel del mar.

La cuña salina, luego de encontrar su máxima extensión comienza a disminuir, sin embargo en el comienzo de su disminución existe un intervalo de tiempo en que mantiene su longitud. En este intervalo de tiempo, en un estado de disminución de marea a baja tasa, se observa que mientras la longitud de la cuña se mantiene constante, su altura de escurrimiento se reduce bastante. Posteriormente a ésto, comienza a disminuir la longitud de la cuña asociada a mayores tasas de disminución de marea.

Luego, se analizan las tendencias y fluctuaciones de la longitud de la cuña salina en función de las fluctuaciones de las mareas. Como es de esperar, al aumentar la variación del nivel de marea, el rango de movimiento de la cuña es mayor. Esto se demuestra gráficamente en la Figura 5.11, en la cual se relacionan parámetros adimensionales. Las variaciones de longitud y mareas, se adimensionalizan en cada nivel de marea, con la profundidad media del mar ( $H_3+H_2$ ). La relación encontrada, cuyo coeficiente de relación resultó ser  $R^2=0.91$ , es la siguiente:

$$\frac{\Delta \mathcal{L}_{\text{cuña}}}{\mathcal{H}_1} = 90,53 \cdot \frac{\Delta \mathcal{H}_3}{\mathcal{H}_3 + \mathcal{H}_2} \tag{5.3}$$

En la Figura 5.12, se grafican las longitudes medias, es decir, el promedio entre la longitud máxima y la mínima de la cuña. Se observa que estas longitudes medias aumentan al aumentar el nivel medio del mar  $(H_3)$ , sin embargo se observa que la longitud de la cuña es bastante mayor cuando no existe variación de marea que cuando si la hay.



Figura 5.12: Relación entre el alcance promedio de la intrusión salina con el nivel medio del mar, para distintas amplitudes de mareas.

Esto puede explicarse al comparar la respuesta de la longitud de la cuña salina en función del Froude densimétrico del río, tal como se hace en la Ec. 2.14 del Capítulo 2, propuesta por Schijf & Schönfeld (1953). En la Figura 5.13 se grafica la relación de la extensión de la cuña con esta expresión mencionada, y además en función del número de Froude cuadrado, para los escenarios con nula variación de marea.

El término H, corresponde a la profundidad del río (H<sub>1</sub>), y el Froude densimétrico se calcula según  $\operatorname{Fr} = \frac{Q_f/b}{\sqrt{g' \cdot H^3}}$ . Luego se repiten estos gráficos pero incorporando distintos niveles



Figura 5.13: Relaciones de la longitud de la cuña con el número de Froude, para configuraciones sin variación de marea.



Figura 5.14: Relaciones de la longitud de la cuña con el número de Froude, para configuraciones con variación de marea, considerando sólo los mínimos de marea.

y variaciones de marea, como se muestra en la Figura 5.14. Se analizó distintos estados de la marea, para determinar qué estado de la marea era el que dominaba la respuesta de la longitud de la intrusión salina. Entre estos estados, se analizó los valores máximos, medios y mínimos, siendo estos últimos los únicos que seguían la misma tendencia que el caso sin marea. En este caso, al incorporar el efecto de las mareas, se tiene que corregir H según  $H=H_1+H_3-\Delta H_3/2$ , con lo cual el número de Froude también se debe corregir considerando este nuevo valor de H.

Se concluye a partir de esto que la longitud de la cuña está dominada por los niveles mínimos de la superficie libre, alcanzados en cada estado de marea. Es por ello que en la Figura 5.12 se tiene que los casos con marea presentan menor longitud de la cuña, ya que los mínimos niveles alcanzados tienen una mayor influencia sobre la extensión de la intrusión que los niveles altos del mar. Además se puede determinar el coeficiente de fricción interfacial  $(\bar{\lambda}_i)$  resultante en el modelo para el caso con o sin mareas, tal como se realizó en las Figuras

5.13(b) y 5.14(b). Estos coeficientes se presentan en la Tabla 5.1, y se puede apreciar el aumento de este coeficiente al estar bajo condiciones impermanetes del nivel del mar.

Tabla 5.1: Coeficientes de fricción interfacial, según notación de Arita & Jirka (1987b), para escenarios con y sin variación de mareas.

	$ar{\lambda}_{ ext{i}}$
Sin marea Con marea	$\frac{1.18 \cdot 10^{-4}}{1.82 \cdot 10^{-4}}$

El aumento de este coeficiente es de un 65.21 %, lo cual corresponde a un factor de corrección para el coeficiente de fricción interfacial al incorporar el efecto de mareas.

## 5.5. Importancia de la cercanía de los límites del dominio modelado

Otro factor importante al momento de implementar este modelo es la proximidad de las condiciones de borde, ya que al estar muy cerca de la zona de estudio, los resultados se pueden ver alterados. Por ejemplo, con la condición de borde aguas arriba en el río, para configuraciones de bajo caudal y/o alto nivel de marea, en las cuales la longitud de la cuña es mayor, la intrusión salina puede chocar en el borde del espacio modelado generando localmente una mezcla vertical mayor, alterando la simulación. Esto se ilustra en la Figura 5.15, en la cual se observa que la intrusión no se extiende más allá de los límites del modelo pero genera en esta zona, una salinidad mayor en el río.



Figura 5.15: Choque cuña salina en borde del modelo.

También está el caso de la pluma de agua dulce del río sobre el cuerpo de agua salada. Ésta al llegar al borde aguas abajo del modelo, siguiendo la dirección del eje central del río, generaba un aumento en su altura de escurrimiento el cual se propagaba hacia aguas arriba. Un último caso, es el de la pluma del río bajo los efectos de distintas magnitudes de corrientes marinas. Dependiendo de la velocidad de éstas, la pluma es advectada de diferente forma. El alcance de la cuña en el eje perpendicular al río, es decir, en la dirección de la

corriente marina, depende tanto de la dispersión como de la advección. Para velocidades bajas de corriente marina la dispersión vence a la advección propagándose el agua dulce en ambos sentidos. La propagación del agua dulce en sentido opuesto al sentido de la corriente, puede incluso llegar hasta el borde del modelo, fenómeno que no se observa para velocidades mayores. Al alejar estas condiciones de borde estos fenómenos puede que igual ocurran pero en menor medida, y al ocurrir más lejos el error asociado disminuye.

## 5.6. Influencia del viento

Finalmente se estudia el efecto del viento sobre la superficie libre del agua. Para ello se estudian dos direcciones de la velocidad viento. La primera de ellas corresponde a la dirección del eje longitudinal del río, y la segunda es la dirección perpendicular al eje del río, es decir, paralelo a la costa. Se simuló viento soplando en los dos sentidos posibles para cada dirección del viento, y además se modelaron distintas magnitudes de velocidad del viento. La magnitud considerada del viento corresponde al valor del viento a 10 metros sobre el nivel de la superficie libre del agua.

### 5.6.1. Viento en dirección paralela al río

En la Figura 5.16 se puede apreciar la respuesta de la longitud de la cuña salina ante el efecto del viento escurriendo en la misma dirección del río. Los valores negativos de viento corresponden al viento soplando en sentido opuesto al flujo del río, mientras que los valores positivos son en el sentido del río.



Figura 5.16: Relación dimensional entre longitud de la cuña salina y velocidad del viento paralelo al eje central del río.

Se puede apreciar (Figura 5.16), que para vientos en el mismo sentido del río, la longitud de la cuña aumenta tendiendo a un cierto valor máximo. Por el contrario al fluir el viento en



Figura 5.17: Relación adimensional entre longitud de la cuña salina y velocidad del viento paralelo al eje central del río.

contra del río, la extensión de la intrusión disminuye tendiendo a valores cercanos a cero. En la Figura 5.17 se aprecia esta misma relación expresada en parámetros adimensionales.

Este fenómeno se puede explicar haciendo la analogía con el efecto del viento sobre un lago estratificado, en el cual la superficie libre del agua se inclina levemente, aumentando su nivel en el sentido del viento. Sin embargo el nivel de la interfaz de densidad se inclina en sentido opuesto a la superficie libre del agua y con un mayor grado de inclinación (Niño & Tamburrino, 2004), tal como se muestra en la Figura 5.18.



Figura 5.18: Superficie libre e interfaz de densidad en un cuerpo estratificado de 2 capas bajo el efecto del esfuerzo de corte del viento. Fuente: Niño & Tamburrino (2004).

Por ello con el viento soplando a favor del flujo del río, la interfaz de densidad se inclina, aumentando su nivel hacia aguas arriba del río, con lo cual aumenta la longitud de la cuña. Por el contrario, al soplar el viento en contra del sentido de escurrimiento del río, la inclinación de la interfaz produce la reducción de la longitud de la cuña salina.

A partir de estos resultados se buscó una relación adimensional entre la extensión de la cuña salina con la velocidad del viento, cuyo resultado se aprecia en la Figura 5.19. Para ello se incorpora la velocidad de corte del viento sobre el agua  $(u_{*s})$ , la cual en ELCOM se calcula con la siguiente expresión (Hodges & Dallimore, 2010a):

$$u_{*s} = \sqrt{C_D^{viento} \frac{\rho_{aire}}{\rho_{agua}}} \cdot u_{viento}$$
(5.4)

donde  $C_D^{viento}$  es un coeficiente de arrastre del viento sobre la superficie del agua el cual varía dependiendo de la velocidad del viento (Wüest & Lorke, 2003), sin embargo se adopta un valor representativo de este coeficiente considerando la velocidad del viento a 10 metros sobre la superficie del agua  $C_D^{viento} = 0,0013$ . Como parámetros adimensionales se utiliza el número de Froude densimétrico del río  $(Fr = \frac{Q_f/b}{\sqrt{g' \cdot H_1^3}})$  y en base a un análisis dimensional realizado con el teorema  $\pi$  o de Buckingham se define un número de Froude de corte  $(Fr_*)$ , asociado a la velocidad de corte del viento sobre el agua:

$$Fr_* = \frac{u_{*s}^2}{\sqrt{g' \cdot H_1}}$$
(5.5)

La relación encontrada, determinada para un rango de  $Fr \in [0.65; 0.8]$  y cuyo coeficiente de relación resultó ser  $\mathbb{R}^2=0.996$ , es la siguiente:

$$\frac{\mathcal{L}_{\text{cuña}}}{\mathcal{L}_{\text{cuña}}^{\sin \text{ viento}}} = [28,18 \cdot atan \left(17,81 \cdot \left(22 \cdot Fr_* - Fr\right) + 11,74\right) + 41,52] \cdot Fr^9 \tag{5.6}$$



Figura 5.19: Ajuste adimensional entre longitud de la cuña salina y velocidad del viento paralelo al eje central del río.

Al estudiar las ecuaciones de momentum en ambos estratos, planteadas por Schijf & Schönfeld (1953) (Ecs. 2.1 y 2.2), pero sin despreciar el esfuerzo de corte producto del viento, se puede obtener la siguiente expresión para el eje hidráulico de la cuña:

$$\frac{\partial h_1}{\partial x} \left( 1 - \frac{q_f^2}{g' h_1^3} \right) + \frac{\bar{\lambda}_i}{4} \cdot \frac{q_f^2}{g' h_1^3} \left( \frac{H_1}{H_1 - h_1} \right) - \frac{\tau_s}{\rho_1 h_1} = 0$$
(5.7)

La cual al compararla con los resultados obtenidos del modelo, permite calibrar el coeficiente de fricción interfacial. Considerando los datos obtenidos del modelo sin viento, se tiene que el coeficiente de fricción interfacial que se ajusta a los datos es igual a  $\bar{\lambda}_i = 1, 2 \cdot 10^{-5}$ . Luego al incorporar en la Ec. 5.7 el esfuerzo de corte del viento, se obtienen las longitudes de la cuña de la Figura 5.20.



Figura 5.20: Comparación de longitud de la cuña calculada teóricamente con los resultados de la modelación numérica. Los rombos corresponden a la longitud calculada teóricamente, mientras que las líneas corresponden a los resultados obtenidos de ELCOM.

Para determinar la longitud de la cuña teóricamente, se resolvió la Ec. 5.7 mediante el método Runge-Kutta de 4° orden, e imponiendo las condiciones de borde de espesor nulo de la cuña aguas arriba y flujo crítico del agua dulce aguas abajo. Los resultados (Figura 5.20) muestran que para velocidades del viento negativas (en contra del río) los resultados teóricos son bastante similares a los modelados, sin embargo para vientos positivos la longitud de la cuña diverge teóricamente. El efecto del viento sobre la superficie libre del agua induce mezcla entre ambos estratos, lo cual no está considerado en este planteamiento teórico. Al existir mezcla, existe intercambio másico y volumétrico desde el estrato inferior hacia el superior, provocando que exista una velocidad de flujo en el estrato inferior. Producto de esta velocidad el esfuerzo de corte del fondo ya no es despreciable, es por ello que la longitud de la cuña es sobrestimada al ser calculada teóricamente e incorporando el efecto del viento.

### 5.6.2. Viento en dirección perpendicular al río

Al tener vientos transversales al flujo del río se obtienen los resultados mostrados en la Figura 5.21. En este gráfico se observa que el sentido del flujo del viento no es relevante, ya que los resultados son prácticamente simétricos con respecto al escenario sin viento. Se aprecia que en el escenario sin viento se alcanza una longitud máxima de la cuña, la cual se ve fuertemente reducida al incorporar viento transversal al río. Esta disminución drástica se observa para velocidades pequeñas de viento ya que al seguir aumentando la magnitud de la velocidad la disminución se vuelve mucho más suave. En la Figura 5.22 se aprecia esta misma relación expresada en parámetros adimensionales.



Figura 5.21: Relación dimensional entre longitud de la cuña salina y velocidad del viento perpendicular al eje central del río.



Figura 5.22: Relación adimensional entre longitud de la cuña salina y velocidad del viento perpendicular al eje central del río.

Este fenómeno se puede explicar al observar las velocidades transversales al flujo del río que se generan producto del esfuerzo de corte del viento. En la Figura 5.23 se aprecian las velocidades transversales, donde el mapa de colores fue acotado entre -0,001 y 0,001 [m/s] para apreciar de mejor forma las velocidades en este intervalo. Las velocidades fuera de este intervalo se representan con el color correspondiente al límite más cercano. Se aprecia en la Figura 5.23, correspondiente a una modelación con caudal afluente  $Q_f = 450$  [m<sup>3</sup>/s] y viento transversal al río  $v_{viento} = 6$  [m/s], que superficialmente se generan velocidades en el sentido del viento. Bajo esta capa se genera un flujo transversal en sentido opuesto, y en el fondo del cauce del río se aprecia un tercer estrato nuevamente con velocidad en el sentido del viento. Esta velocidad del fondo, si bien es baja (aproximadamente 0,003 [m/s]), obstaculiza la entrada de la cuña salina hacia aguas arriba del río. La longitud de la cuña registrada en este caso fue de 1,63 kilómetros, y justamente en la zona correspondiente al alcance máximo de la cuña en la Figura 5.23, se aprecia una velocidad de estrato inferior hacia aguas arriba



del río (aproximadamente 0,1 [m/s] en este caso) restringe el paso de la cuña.

Figura 5.23: Velocidad transversal del agua, en el perfil longitudinal del río, resultante del modelo imponiendo un viento transversal de 6 m/s y caudal afluente  $Q_f = 450 \text{ [m}^3/\text{s]}$ .

A partir de estos resultados se buscó una relación adimensional entre la extensión de la cuña salina con la velocidad del viento, cuyo resultado se aprecia en la Figura 5.24. La relación encontrada, determinada para un rango de  $Fr \in [0.58;0.8]$  y cuyo coeficiente de relación resultó ser  $\mathbb{R}^2=0.95$ , es la siguiente:



$$\frac{\mathcal{L}_{\text{cuña}}}{\mathcal{L}_{\text{cuña}}^{\sin \text{ viento}}} = \left[2,23 \cdot 10^{-4} \cdot \operatorname{coth}(0,05 \cdot (|Fr_*| + 0,5 \cdot Fr^{0,009}) - 0,02) + 1,33\right] \cdot Fr^5 \tag{5.8}$$

Figura 5.24: Ajuste adimensional entre longitud de la cuña salina y velocidad del viento perpendicular al eje central del río.

## 5.7. Resumen resultados y factores de corrección

Tabla 5.2: Resumen de relaciones obtenidas para la corrección de la longitud de la cuña salina por efecto de condiciones costeras.

Corrientes oceánicas:  

$$\frac{L_{cuña}}{L_{cuña}^{sin corriente}} = exp\left(14,79 \cdot \frac{(V_{crisis} - V_{corriente})}{V_{crisis}} \cdot Fr^{1,5}\right) + 0,77$$

Angostamiento en la desembocadura:

$$\frac{\mathbf{L}_{\text{cuña}}}{\mathbf{L}_{\text{cuña}}^{\sin \text{barra}}} = (8,28 \cdot 10^{-13}) \cdot \exp(27,83 \cdot \text{b'/b})$$

Viento

paralelo al río:

 $\frac{\mathbf{L}_{\text{cuña}}}{\mathbf{L}_{\text{cuña}}^{\sin \text{ viento}}} = [28, 18 \cdot atan \left(17, 81 \cdot \left(22 \cdot Fr_* - Fr\right) + 11, 74\right) + 41, 52] \cdot Fr^9$ 

transversal al río:

 $\frac{\mathbf{L}_{\text{cuña}}}{\mathbf{L}_{\text{cuña}}^{\sin \text{ viento}}} = [2,23 \cdot 10^{-4} \cdot \coth(0,05 \cdot (|Fr_*| + 0,5 \cdot Fr^{0,009}) - 0,02) + 1,33] \cdot Fr^5$
## Capítulo 6

## Conclusiones

Del análisis teórico de la hidráulica interna de un estuario, se obtiene como resultado la relación entre la altura de escurrimiento de la pluma del río en el cuerpo de agua salada con la configuración hidráulica del flujo de dos capas. Se partió del supuesto que dependiendo de este espesor de la pluma puede que exista o no crisis del estrato de agua dulce en la boca del estuario, o la existencia de un resalto aguas abajo de ésta. Ésto es solo una aproximación ya que como se ve más adelante con la modelación numérica, existen otros factores, tales como el esfuerzo de corte del viento, corrientes marinas o niveles de marea, que influyen en la hidráulica interna de un estuario y que en el análisis teórico estas variables no están consideradas.

Al comparar la teoría analizada con los resultados de las simulaciones, se aprecia que se cumple bastante la configuración propuesta. Se genera una intrusión salina hacia aguas arriba del río, dando como resultado un flujo estratificado fluyendo en direcciones opuestas con presencia de mezcla entre ellas. Se cumple que el estrato superior va disminuyendo su altura de escurrimiento a lo largo del río sobre la cuña salina, con lo cual va aumentando su velocidad. En la boca del estuario se observa una aceleración abrupta del flujo en el estrato superior, lo que corresponde a la crisis planteada por distintos autores estudiados. Luego de la crisis, analizando los casos bajo régimen permanente, se observa una altura de escurrimiento baja, característica de un flujo supercrítico que continúa superficialmente sobre el cuerpo de agua salada.

Se realizaron simulaciones en ELCOM de un estuario en lo que sería un sistema río-fiordo, en donde el ancho del cuerpo de agua salada (fiordo) es limitado. Se comparó la altura de escurrimiento obtenida del modelo, en la zona aguas abajo de la crisis, con las distintas alturas de escurrimiento calculadas teóricamente suponiendo alturas supercríticas, subcríticas y con la presencia de un resalto hidráulico interno. Luego de simular distintos caudales afluentes del río, se pudo apreciar que la altura de escurrimiento fue levemente mayor a la altura supercrítica teórica. Esta altura estaba lejos de alcanzar las alturas de escurrimiento subcríticas propias de la altura conjugada de un resalto al pie o de un resalto ahogado. Considerando el caso de un resalto al pie, sin considerar incorporación, lo cual significa una altura de escurrimiento menor aguas abajo del resalto, tampoco se tuvo cercanía con los resultados del modelo. Es por esto que se concluye que la altura de escurrimiento aguas abajo de la crisis corresponde a una pluma de agua con características de flujo supercrítico, el cual es levemente mayor al calculado teóricamente debido a los procesos de mezcla que sufre. Con esto se derriba el supuesto de la existencia de un resalto hidráulico interno aguas abajo del estuario, sin embargo éste podría llegar a existir en el caso de la existencia de un control hidráulico aguas abajo, tales como lo podría ser la presencia de barras que alteren las condiciones de escurrimiento. Hacia aguas abajo, la pluma del río se ve afectada por fenómenos de mezcla inducida por el viento y producto de la fricción interfacial, también existen fenómenos de dispersión y advección lo cual puede variar bastante su altura de escurrimiento hasta llegar a mezclarse completamente.

La implementación de ELCOM ha resultado ser muy útil en el estudio hidrodinámico de un sistema natural como lo es un estuario. Luego de realizar la modelación de los estuarios de los ríos Lebu y Toltén bajo condiciones específicas correspondientes a mediciones hechas en terreno, y haber comparado sus resultados con los valores de las mediciones, se puede confirmar que esta herramienta es una muy buena aproximación de los fenómenos hidrodinámicos de un sistema real. Con ésto se considera que los resultados para otras configuraciones son válidas.

El software desarrollado por el 'Centre for Water Research' de la University of Western Australia, resulta ser una herramienta bastante completa para el estudio realizado. Tiene como ventaja que se pueden manejar prácticamente todas las variables del sistema en el tiempo y espacio, tales como condiciones iniciales o condiciones de borde, y variaciones temporales de estas últimas. Otra ventaja es que se puede seleccionar espacial y temporalmente los datos de salida de la modelación según los intereses de cada problema, ya que si entregara la totalidad del espacio modelado para cada paso de tiempo, los archivos netcdf con los resultados tendrían un tamaño virtual muy alto, sin tener que ser esto necesario. Es importante notar la diferencia entre la frecuencia del tiempo de simulación con el de salida, ya que el primero está netamente ligado a la estabilidad numérica del modelo, mientras que los datos de salida dependen de la frecuencia requerida por el usuario.

Algunas desventajas del modelo, como cualquier software de modelación numérica, es el tiempo necesario para realizar la simulación, por lo que es bastante importante contar con recursos computacionales altos. Otro factor que influye en el tiempo de simulación son las dimensiones espaciales del modelo y su grilla, ya que al reducir el número de nodos el tiempo es menor. Además con grillas muy finas, el paso de tiempo para la simulación debe ser muy pequeño para mantener la estabilidad.

A modo de resumen de los resultados de las simulaciones, se puede decir que la magnitud del caudal afluente del río tiene un efecto inverso sobre la longitud de la cuña salina. Lo mismo ocurre con la presencia de una barra transversal, haciendo que la extensión de la intrusión sea menor al aumentar su longitud. Al tener la presencia de viento soplando en el sentido de escurrimiento del río, la longitud de la cuña salina aumenta debido a la inclinación de la interfaz de densidad, aumentando el espesor de la cuña hacia aguas arriba del río, lo que produce un aumento de su longitud. Al soplar el viento en contra del flujo del río ocurre el fenómeno inverso, con lo cual se reduce el alcance de la intrusión salina. Al tener vientos perpendiculares al flujo del río, la intrusión disminuye bastante su longitud, teniéndose un comportamiento similar en ambos sentidos de esta dirección. Otro factor que restringe el avance de la cuña son las corrientes en el océano. Por el contrario, considerando los niveles medios del mar, se tiene que al aumentar éstos, la intrusión tiene un alcance mayor. Sin embargo al analizar el caso impermantente de las mareas, se pudo notar que el tiempo de respuesta en el largo de la cuña no es igual en estado de marea llenante y vaciante, ya que la cuña avanza más rápido de lo que retrocede.

A partir de los resultados obtenidos, considerando los efectos de un angostamiento en la boca del estuario, de velocidades de corrientes oceánicas, y de viento transversal y longitudinal al río, se plantearon factores de corrección de la longitud de la cuña salina, para cierto rango de número de Froude del río (subcrítico). Con estas relaciones se puede corregir la extensión de la cuña a partir de un escenario sin la influencia de cada parámetro, la cual puede ser estimada teóricamente mediante la Ec. 2.14 propuesta por Schijf & Schönfeld (1953).

Los niveles mínimos de las mareas alcanzados en régimen permanente son determinantes en la longitud media de la cuña, debido a que la extensión de ésta está condicionada por el número de Froude del río, el cual está relacionado inversamente al cubo del nivel del río. Por lo tanto la relación entre el nivel de marea y longitud de la cuña no es directa, dando como resultado que la influencia de los niveles mínimos de las mareas predominan por sobre los niveles mayores. Es por eso que a modo de análisis previo en la salinidad de un estuario, es importante saber las amplitudes de mareas, niveles medios y niveles de reducción de sonda. Los niveles de reducción de sonda corresponden a los valores mínimos que se pueden encontrar en el nivel del mar, y es importante tener estos niveles como punto de referencia.

Luego del análisis realizado sobre la respuesta del flujo estratificado en un estuario frente a algunos factores estuarinos, se puede rescatar cuáles son más determinantes que otros. Esto puede ser de gran utilidad para tener en cuenta al realizar un estudio de la hidrodinámica de uno de estos sistemas costeros. Dados los resultados obtenidos, se puede concluir que uno de los factores más importantes es el dimensionamiento de la barra transversal en la boca del estuario debido a que, ante leves variaciones de ésta, la extensión de la cuña cambia significativamente. Por otro lado, la velocidad de las corrientes oceánicas, si bien ante pequeñas variaciones no es tan determinante como la presencia de la barra, es importante considerarla y manejar el orden de magnitud de éstas. Otro factor que influye bastante en la longitud de la cuña salina es el viento, cuyas componentes transversal y longitudinal con respecto al río, inciden en el alcance de ella. También es importante tener en cuenta la proximidad de las condiciones de borde, ya que al estar muy cerca de la zona de estudio, los resultados se pueden ver alterados. Al alejar las condiciones de borde estas alteraciones puede que igual ocurran, pero en menor medida y al ocurrir más lejos el error asociado es menor.

En esta memoria se analizaron algunos factores que influencian la hidráulica propia de un estuario. Sin embargo existe una infinidad de parámetros que condicionan su comportamiento, los cuales se podrían seguir estudiando mediante la modelación con ELCOM. Algunos ejemplos de esto es el efecto de la batimetría del río en el comportamiento de la cuña salina, ya que por ejemplo las cavidades retienen agua salada. O zonas en las cuales existe una aceleración del flujo de agua dulce del río, se comportan como barreras para el avance de la intrusión hacia aguas arriba del cauce. Otros factores no analizados son el ángulo del río con respecto a la costa, la variación temporal del caudal afluente del río o los efectos de las diferencias de temperatura entre el agua dulce y el agua salada. También se pude incorporar el estudio de las variables meteorológicas, tales como la temperatura y presión del aire, entre otras variables.

Finalmente, se puede decir que se cumplieron los objetivos propuestos para esta memoria, obteniéndose resultados satisfactorios y conclusiones bastante interesantes sobre parámetros que determinan la hidráulica interna en un estuario, específicamente del comportamiento de una cuña salina dado un sistema estratificado.

## Bibliografía

- Arita, M., & Jirka, G. 1987a. Two-Layer Model of Saline Wedge. I: Entrainment and Interfacial Friction. Journal of Hydraulic Engineering, 113(10), 1229–1248.
- Arita, M., & Jirka, G. 1987b. Two-Layer Model of Saline Wedge. II: Prediction of Mean Properties. Journal of Hydraulic Engineering, 113(10), 1249–1263.
- Armi, L., & Farmer, D. 2002. Stratified flow over topography: bifurcation fronts and transition to the uncontrolled state. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 458(2019), 513–538.
- Booth, T. 2010. Metodología para determinar caudales de dilución en estuarios. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Universidad de Chile.
- Cameron, W M, & Pritchard, D W. 1963. Estuaries. In M. N. Hill (editor): The Sea vol. 2, John Wiley and Sons, New York, 306–324.
- Dalziel, S. 1991. Two-layer hydraulics : a functional approach. Journal of Fluid Mechanics, 223, 135–163.
- Departamento de Geofísica, Universidad de Chile. 2013. Explorador Eólico. http://ernc.dgf.uchile.cl/Explorador/Eolico2/.
- Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile. 2009. Análisis metodológico para determinar caudales de dilución en zonas estuarinas. Estudio realizado para la Dirección General de Aguas, Ministerio de Obras Públicas.
- Didden, N., & Maxworthy, T. 1982. The viscous spreading of plane and axisymmetric gravity currents. Journal of Fluid Mechanics, 121, 27–42.
- Farmer, D. M., & Armi, L. 1986. Maximal two-layer exchange over a sill and through the combination of a sill and contraction with barotropic flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 164, 53-76.
- Hetland, Robert D. 2005. Relating River Plume Structure to Vertical Mixing. *Journal of Physical Oceanography*, **35**(9), 1667–1688.
- Hodges, B., & Dallimore, C. 2010a. Estuary , Lake and Coastal Ocean Model : ELCOM v2.2 Science Manual.

- Hodges, B., & Dallimore, C. 2010b. Estuary , Lake and Coastal Ocean Model : ELCOM v2.2 User Manual.
- Holland, D., Rosales, R., Stefanica, D., & Tabak, E. 2002. Internal hydraulic jumps and mixing in two-layer flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 470(Oct.), 63–83.
- Huppert, H. 1982. The propagation of two-dimensional and axisymmetric viscous gravity currents over a rigid horizontal surface. *Journal of Fluid Mechanics*, **121**, 43–58.
- Instituto Hidrográfico de la Armada. 1980. Golfo de Arauco a Bahía Corral: Sondas y alturas en metros.
- Niño, Y., & Tamburrino, A. 2004. Salt wedge. In: Apuntes del curso Hidrodinámica Ambiental.
- Olivares, M. 2000. Estudio analítico-numérico y experimental de la cuña salina en estuarios. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Universidad de Chile.
- Schijf, J. B., & Schönfeld, J. C. 1953. Theoretical considerations on the motion of salt and freshwater. Proceedings Minnesota International Hydraulics Convention, 321–333.
- Valle-Levinson, A. 2010. Contemporary Issues in Estuarine Physics. Cambridge University Press.
- Wüest, Alfred, & Lorke, Andreas. 2003. S Mall -S Cale H Ydrodynamics in L Akes. Annual Review of Fluid Mechanics, 35(1), 373–412.