



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL INDUSTRIAL

UN ENFOQUE HEURÍSTICO PARA LA ASIGNACIÓN DE LA FUERZA DE  
VENTAS Y MEJORAMIENTO EN SERVICIO AL CLIENTE PARA UNA EMPRESA  
DE VENTA DE PRODUCTOS QUÍMICOS PARA LIMPIEZA Y SANITIZACIÓN

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN GESTIÓN DE OPERACIONES

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

MAURICIO HERNÁN ESPINOZA PARRA

PROFESOR GUÍA:

FERNANDO ORDOÑEZ PIZARRO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

LUIS ABURTO LAFOURCADE

MAURICIO OLIVARES GARCÍA

SEBASTIÁN RÍOS PÉREZ

SANTIAGO, CHILE

2013

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL  
TÍTULO DE:** Ingeniero Civil Industrial y grado de  
Magíster en Gestión de Operaciones  
**POR:** Mauricio Hernán Espinoza Parra  
**FECHA:** 22/10/2013  
**PROF.** Fernando Ordóñez Pizarro

## UN ENFOQUE HEURÍSTICO PARA LA ASIGNACIÓN DE LA FUERZA DE VENTAS Y MEJORAMIENTO EN SERVICIO AL CLIENTE PARA UNA EMPRESA DE VENTA DE PRODUCTOS QUÍMICOS PARA LIMPIEZA Y SANITIZACIÓN

Los problemas de ruteo de vehículos, tienen la particularidad de ser simples de expresar, pero complejos de resolver; lo anterior es por las restricciones de integralidad y el crecimiento exponencial de sus posibilidades, a medida que el tamaño del problema aumenta. Es por esto, que es necesario utilizar técnicas de optimización para enfrentar este tipo de problemas, al no poder resolverlo de una manera simple.

En este estudio, se resuelve un problema de asignación de cartera de vendedores y ruteo de vehículos periódico, presentado por la empresa ECOLAB S.A. El modelo planteado, incorpora el concepto de equidad en la construcción de las rutas y las carteras, buscando equiparar los tiempos de recorrido, los tiempos ociosos y los beneficios percibidos por cada cartera. La metodología de solución es heurística, la que se compone de una etapa de asignación con conceptos de equidad, la construcción de las rutas y el mejoramiento de estas. El modelo obtenido es testeado frente a instancias generadas aleatoriamente. Además, se resuelve el problema de la empresa, contrastando los datos reales con los de la solución heurística.

Se evidencia que, al hacer pequeñas mejoras en cuanto a la asignación de recorridos a los vendedores, es posible disminuir el tiempo de recorrido y el tiempo ocioso. También, disminuyen las desviaciones en los beneficios percibidos por las carteras de clientes. Se obtiene un incremento en el tiempo ocioso (holgura), el cual se produce por una optimización de la planificación de visitas. Todos estos resultados se obtienen en tiempos pequeños, pues la ejecución del programa es rápida. Se obtienen beneficios económicos y cuantificables, a la hora de aplicar lo desarrollado en esta tesis.

Se resuelve el problema exacto para instancias menores, mostrando lo costoso en tiempo y recursos que es resolver el problema de esta manera, para aplicaciones que necesitan de numerosas ejecuciones y análisis de sensibilidad. Para las instancias analizadas, los tiempos de resolución van entre los 12 y los 35,000 segundos. Al resolver estas instancias con la heurística propuesta, los gap obtenidos van desde el 0.8 al 7.41 por ciento, con respecto a la solución exacta.

Se realiza un caso de estudio con datos de la empresa. La aplicación de la heurística aumenta un 8% el potencial de ventas y un 4% la rentabilidad por día trabajado neto.

La contribución de este estudio, es mostrar un enfoque de equidad en la asignación de clientes y construcción de rutas para un área comercial, con el fin de obtener carteras de clientes balanceadas en dinero y tiempos. También contribuye a la empresa a generar soluciones del tipo matemáticas, con el objetivo de prestar un soporte distinto al que se viene utilizando.

# *Agradecimientos*

El proceso que finaliza con la entrega de este documento, no es más que el comienzo de una nueva etapa de aprendizaje. Por lo tanto, es importante agradecer a las personas que me acompañaron en este largo y tortuoso camino.

En primer lugar, les agradezco a mis padres y hermano, por estar apoyándome continuamente. A mi señora Melissa, quien ha sido una excelente compañera y me contuvo cada vez que fue necesario. A ella le doy las gracias por apoyarme en cada momento. A toda mi familia, por su constante aliento.

Agradezco enormemente el soporte y la orientación del profesor Fernando Ordoñez, quien estuvo disponible cada vez que necesitaba de sus conocimientos. Gracias a los profesores Luis Aburto y Sebastián Ríos, por aceptar estar en esta comisión.

A todos los amigos que me acompañaron en este proceso, les doy las gracias.

Para finalizar, agradezco a ECOLAB, quien me acogió hace casi tres años. En especial, debo agradecer a Mauricio Olivares, quien me dio la oportunidad de comenzar mi formación como profesional, incentivándome cada vez a asumir nuevos desafíos.

Mauricio Espinoza Parra

Noviembre, 2013

# *Tabla de Contenido*

|  |            |
|--|------------|
| <b>Resumen .....</b>   | <b>I</b>   |
| <b>Agradecimientos.....</b>  | <b>II</b>  |
| <b>Tabla de Contenido.....</b>                                     | <b>III</b> |
| <b>Índice de tablas.....</b>                                       | <b>V</b>   |
| <b>Índice de figuras .....</b>                                     | <b>VI</b>  |
| <b>Capítulo 1 Introducción.....</b>                                | <b>1</b>   |
| 1.1.    Objetivos de la Tesis .....                                | 5          |
| 1.1.1.    Objetivo general de la tesis .....                       | 5          |
| 1.1.2.    Objetivos específicos .....                              | 5          |
| <b>Capítulo 2 Descripción de la Empresa .....</b>                  | <b>7</b>   |
| <b>Capítulo 3 Descripción y planteamiento del problema .....</b>   | <b>11</b>  |
| <b>Capítulo 4 Marco Teórico .....</b>                              | <b>15</b>  |
| 4.1.    Problema de Ruteo de Vehículos (VRP).....                  | 15         |
| 4.1.1.    VRP Clásico.....   | 16         |
| 4.1.2.    Variantes del VRP relevantes.....                        | 19         |
| 4.1.2.1.    Ruteo de Vehículos Periódico (PVRP).....               | 20         |
| 4.1.2.2.    Ruteo de Vehículos con Ventanas de Tiempo (VRPTW)..... | 22         |
| 4.1.2.3.    Ruteo de Vehículos con tiempos de servicio.....        | 23         |
| 4.1.2.4.    Ruteo de Vehículos con restricciones de equidad.....   | 23         |
| 4.1.3.    Otros VRP.....   | 25         |
| VRP con Capacidad (CVRP).....                                      | 25         |
| VRP con <i>Backhauls</i> .....                                     | 26         |
| VRP con <i>Pickup y Delivery</i> (VRPPD).....                      | 27         |
| 4.2.    Como solucionar el VRP.....                                | 28         |
| 4.2.1.    Algoritmos Exactos vs Heurísticos.....                   | 28         |
| 4.2.2.    Métodos exactos.....                                     | 29         |
| 4.2.3.    Heurísticas.....   | 31         |
| Heurística de Clarke and Wright.....                               | 31         |
| Método 2-opt.....  | 35         |
| 4.2.4.    Metaheurísticas.....                                     | 37         |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Capítulo 5 Metodología empleada .....</b>   | <b>38</b> |
| 5.1. Formulación Matemática del problema.....  | 38        |
| 5.2. Heurística desarrollada. ....   | 43        |
| 5.2.1. Descripción primera etapa de la heurística desarrollada: Creación de Carteras.47          |           |
| 5.2.1.1. La Función de Distancia Modificada (FDM).....   | 49        |
| 5.2.1.2. La Función de Ahorros Modificada. ....  | 50        |
| 5.2.1.3. Pasos del algoritmo (asignación de cartera de clientes a vendedores).....               | 52        |
| 5.2.2. Descripción segunda etapa: Plan Maestro de Ruteo. ....                                    | 52        |
| 5.3. Mejoramiento. ....  | 53        |
| <b>Capítulo 6 Resultados .....</b>   | <b>55</b> |
| 6.1. Resolución del problema exacto.....   | 55        |
| 6.2. Resultados generales heurística desarrollada. ....  | 58        |
| 6.2.1. Presentación. ....  | 58        |
| 6.2.2. Generación de Instancias para testeo de la heurística. ....                               | 59        |
| 6.2.3. Resultados para las pruebas realizadas. ....  | 63        |
| Resultados primer grupo de vendedores. ....  | 64        |
| Resultados segundo grupo de vendedores. ....   | 67        |
| 6.3. Estudios de Caso: Solución problema para empresa ECOLAB.....                                | 71        |
| 6.3.1. Presentación caso. ....   | 71        |
| 6.3.2. Programación Real.....  | 74        |
| 6.3.3. Programación Optimizada.....  | 75        |
| 6.3.4. Comparación de carteras de clientes de heurística con respecto a asignación inicial. .... | 81        |
| 6.3.5. Beneficios para la empresa.....   | 87        |
| <b>Capítulo 7 Conclusiones y Comentarios. ....</b>   | <b>89</b> |
| 7.1. Conclusiones. ....  | 89        |
| 7.2. Comentarios.....  | 92        |
| <b>Referencias.....</b>  | <b>95</b> |
| <b>Apéndice.....</b>   | <b>99</b> |
| <i>Apéndice A: Distribuciones de probabilidad para los parámetros de la simulación.</i>          |           |
| .....  | 99        |

# *Índice de tablas*

|  |    |
|--|----|
| Tabla 1: Conjuntos simulados, distribuciones de probabilidad y parámetros.....   | 62 |
| Tabla 2: Instancias y vendedores .....   | 63 |
| Tabla 3: Rutas formadas, beneficio total y beneficio por ruta en promedio, para instancias con vendedores que tienen el 5% de vendedores con respecto al total de clientes. .... | 64 |
| Tabla 4: Tiempos heurística para cantidad de vendedores igual al 5% de los clientes, sin mejoramiento. ....  | 65 |
| Tabla 5: Tiempos heurística para cantidad de vendedores igual al 5% de los clientes, con mejoramiento. ....  | 66 |
| Tabla 6: Tiempos CPU heurística. ....  | 67 |
| Tabla 7: Rutas formadas, beneficio total y beneficio por ruta en promedio, para instancias con vendedores que tienen el 8% de vendedores con respecto al total de clientes. .... | 68 |
| Tabla 8: Tiempos heurística para cantidad de vendedores igual al 8% de los clientes, sin mejoramiento. ....  | 69 |
| Tabla 9: Tiempos heurística para cantidad de vendedores igual al 8% de los clientes, con mejoramiento. ....  | 70 |
| Tabla 10: Tiempos CPU heurística. ....   | 70 |
| Tabla 11: Asignación inicial de clientes de predios lecheros. ....   | 74 |
| Tabla 12: Situación Real problema Ecolab. ....   | 75 |
| Tabla 13: Cartera de clientes asignada a la fuerza de ventas al resolver el la heurística para el problema ECOLAB.....   | 77 |
| Tabla 14: Número de clientes y dispersión de carteras formadas por la heurística. ....   | 78 |
| Tabla 15: Beneficios de cada cartera de vendedores, distribución del beneficio total por cartera y porcentaje de clientes por cartera.....                                       | 79 |
| Tabla 16: Dispersión beneficios anuales obtenidos por la heurística. ....  | 79 |
| Tabla 17: Número de rutas, Tiempos recorridos, tiempo ocioso y porcentaje del tiempo ocupado.....  | 80 |
| Tabla 18: Beneficios anuales y dispersión de situación inicial ECOLAB.....   | 82 |
| Tabla 19: Beneficios por cartera de clientes para la heurística y el caso real.....  | 83 |
| Tabla 20: Tiempos de recorrido por ruta para la situación real y los resultados de la heurística.....  | 84 |
| Tabla 21: Comparación del tiempo de recorrido y el tiempo ocioso entre la situación real y el resultado de la heurística.....  | 85 |
| Tabla 22: Holgura Total para el caso de la aplicación de la heurística y el caso real.....   | 86 |

# *Índice de figuras*

|   |    |
|---|----|
| Figura 1: Distribución portafolio de soluciones ECOLAB.....   | 8  |
| Figura 2: El proceso productivo de la industria y su relación con ECOLAB. ....                                      | 9  |
| Figura 3: ¿A qué cliente visitar primero?.....  | 13 |
| Figura 4: Situación antes y después en paso esencial de algoritmo Clarke and Wright. .                              | 32 |
| Figura 5: Situación inicial antes de aplicar 2-opt.....   | 35 |
| Figura 6: Selección de dos arcos para realizar intercambio 2-opt. ....  | 36 |
| Figura 7: Paso de creación de nuevos arcos.....   | 36 |
| Figura 8: Diagrama de Flujo de la heurística. ....  | 46 |
| Figura 9: Tiempos CPU de ejecución Problema versus número de visitas totales .....                                  | 55 |
| Figura 10: Tiempos CPU de ejecución Solución Exacta y Solución Heurística.....                                      | 57 |
| Figura 11: GAP de soluciones heurísticas con respecto a las soluciones exactas en<br>diferentes n° de visitas ..... | 58 |
| Figura 12: Mapeo de clientes predios lecheros en zona sur.....  | 73 |
| Figura 13: Asignación de la cartera de clientes ECOLAB. ....  | 76 |
| Figura 14: Dispersión beneficios anuales obtenidos por heurística. ....   | 80 |
| Figura 15: Beneficio 1. Aumento del potencial de ventas por días ociosos. ....                                      | 87 |
| Figura 16: Beneficio 2. Aumento rentabilidad días trabajados.....   | 88 |

# *Capítulo 1 Introducción*

Las matemáticas y la investigación de operaciones, han tomado un rol clave en la eficiencia de la logística y la planificación de las empresas. Son estas disciplinas las que aportan para la toma de decisiones en los problemas reales, transformándolas en un apoyo fundamental[3].

Parte de las decisiones que deben tomar las empresas prestadoras de servicios presenciales a sus clientes, se relacionan con el problema de distribución de carga entre diferentes puntos. Existen diversos modelos que han sido descritos en la literatura, desde el año 1959, como el Problema de Ruteo de Vehículos (VRP) [9]. Haciendo referencia a este problema, existen algunas industrias en las que los clientes deben ser visitados frecuentemente, por lo que se hace necesario complementar la formulación del VRP y así poder describir de una forma más adecuada el problema de visitas a clientes, periódicamente. Este hecho no quita mérito al VRP, pues éste si tiene la capacidad de describir de una manera asertiva otros problemas, en otras industrias.

Por lo tanto, si todos los días, los puntos de servicios deben ser atendidos, el tipo de problema que enmarca de una mejor manera esta situación, es la teoría desarrollada para el Problema de ruteo de vehículos periódico (PVRP).

Estudios ya de los años 70's, mostraban preocupación por modelar aún mejor el servicio periódico de visita y recolección de desechos[2]. Posteriores trabajos, permiten obtener aproximaciones de soluciones mediante métodos exactos (complejos y costosos) y métodos heurísticos [8] .

En el siguiente estudio, se presenta el problema que posee en la actualidad la empresa ECOLAB S.A., quienes suministran productos químicos,

para limpieza y sanitización en variadas industrias. Aunque la empresa tiene presencia a lo largo de Chile, en este estudio se analiza un problema de ruteo y asignación de clientes, en el negocio ubicado entre la XIV y la X regiones de Chile, específicamente en el segmento de clientes pertenecientes a predios lecheros de la zona mencionada.

La gestión comercial que realiza la empresa, se basa en la visita y prestación de servicios variados a sus clientes, con una determinada frecuencia. Este nivel de servicio se encarga a la fuerza de ventas, quienes realizan la planificación de las rutas que se deben cumplir en conjunto con su jefatura.

El problema principal es la planificación de la asignación de clientes, como también la asignación de rutas de visita para cada vendedor. Una de las razones de considerar esto como un problema, es que la compañía desea que su fuerza de ventas pueda cubrir el máximo de clientes y prospectos en un periodo dado de tiempo, entregando un servicio adecuado, relacionado siempre a la venta y suministro de productos químicos. Esta compañía internacional, desea entregar el mejor servicio en todos sus puntos de ventas, con el objetivo de mantener la higiene en todos sus procesos y conseguir así un producto final inocuo. Esto traerá consigo un aumento en el nivel de ventas y un cumplimiento de los objetivos que ECOLAB estipula como empresa.

Por lo anterior, el objetivo principal de este estudio, es modelar el problema de asignación de cartera de vendedores y ruteo de vehículos periódico, incorporando el concepto de equidad en la construcción de las rutas y las carteras, con el fin de proponer una manera alternativa de realizar logística operacional a los gerentes de la zona en cuestión.

Actualmente, la empresa no utiliza un programa matemático-computacional para realizar el ruteo de sus vendedores. Tampoco existen

desarrollos para medir cuanto tiempo invierte la fuerza de ventas en atender a los clientes. La planificación existente es realizada entre la subgerente de la zona y el propio vendedor, analizando en ese mismo momento a que cliente se le suministrará el servicio o la visita administrativa. La frecuencia de la realización de la planificación es semanal.

El problema considerado representa al 18% del negocio total de la división comercial, incluyendo a 106 clientes y 5 vendedores en la zona. Cada cliente es atendido por un vendedor y éste es el encargado de visitarlo periódicamente, con el fin de suministrar la atención necesaria, de acuerdo al negocio que se tiene en ese punto de servicio. El tiempo de servicio en un cliente es variable, dependiendo de la actividad ejecutada.

El espectro de soluciones para los problemas de ruteo de vehículos es variado. Existen enfoques del tipo exacto (muy costosos en tiempo para instancias del tamaño consideradas en este trabajo)[1], como también enfoques heurísticos (métodos contruidos para resolver problemáticas en un menor tiempo y costo, buscando obtener soluciones eficientes). La utilización de estas técnicas, dependerá del tipo de solución y los objetivos que se quieran alcanzar.

Para el desarrollo de la solución del problema, se optó por un modelamiento matemático basado en los conceptos del PVRP, mientras que la solución, se obtuvo utilizando una heurística. La razón de resolver el problema mediante métodos heurísticos es que es posible lograr una solución de calidad aceptable, con mayor simpleza y rapidez, frente a necesidades específicas de la industria, para la cual se desarrolla este estudio.

La heurística, debe tomar en cuenta minimizar los tiempos de viaje que realiza cada vendedor, como también respetar la restricción en horas de trabajo por día. La cantidad de vendedores es fija, por lo que la modelación debe permitir asignar a cada vendedor una ruta de clientes diaria, en el periodo dado.

Además, es necesario visitar a todos los clientes en sus respectivas frecuencias, cuantificando los beneficios generados al hacer un ruteo inicial. La agrupación de clientes debe obtenerse a través de la heurística, como también las rutas balanceadas en términos de beneficio, para cada vendedor.

La heurística propuesta, se constituye de dos fases: La primera realiza la construcción de las carteras de clientes asociadas a los K vendedores, por medio de la definición que es suministrada en esta tesis sobre ruteo a costo mínimo con equidad. La segunda fase, realiza el plan maestro de ruteo en base a la asignación de clientes, según la solución obtenida anteriormente, para un horizonte de tiempo determinado en los supuestos del problema.

Adicionalmente, se creó un algoritmo de mejoramiento tipo “2-opt” (búsqueda local) para la optimización de las rutas formadas, con el fin de ver si existe algún margen entre la solución de la heurística y la solución mejorada. Este margen será interpretado como existencia de tiempos muertos o tiempos ociosos, dentro de la ruta diaria de cada vendedor, verificando así los efectos que tiene este tipo de mejoras “simples” en la solución obtenida. El mejoramiento se hará sobre las rutas diarias de los vendedores y no sobre las carteras de clientes.

Para analizar el desempeño del algoritmo propuesto, se realizan experimentos con instancias construidas aleatoriamente, según parámetros de distribución de los datos levantados de la empresa. Adicionalmente, se ejecutan evaluaciones del algoritmo desarrollado, en la instancia generada a partir del levantamiento de datos del problema de la empresa.

Este documento se estructura de la siguiente estructura. En el capítulo 1, se realiza la introducción al problema y la declaración de los objetivos. En el capítulo 2, se muestra la descripción de la empresa para la cual se realiza el estudio. En el capítulo 3, se describe el problema que da origen a esta tesis. En el capítulo 4, se revela el marco teórico bajo el cual se fundamenta esta hipótesis. En el capítulo 5 se muestra la metodología desarrollada para abordar el problema y su resolución, mientras que los capítulos 6 y 7 son los relacionados con los resultados y las conclusiones, respectivamente.

## 1.1. Objetivos de la Tesis

### 1.1.1. Objetivo general de la tesis

El objetivo general de este estudio, es mostrar el beneficio potencial de la teoría aplicada, relacionada con la investigación de operaciones, para un problema real de la industria. Lo anterior se pretende lograr, modelando el problema de ruteo de vehículos periódico con restricciones de equidad, utilizando diversas herramientas matemáticas de desarrollo algorítmico.

### 1.1.2. Objetivos específicos

Los objetivos específicos del siguiente trabajo son los siguientes:

- Recopilar la información sobre el problema planteado en esta tesis. Esto consiste en obtener las localizaciones geográficas de los clientes que se quieren evaluar, los montos en ventas anualizados de estos clientes, los

vendedores con los que la empresa cuenta para realizar servicios, los tiempos de servicio para cada cliente y las carteras asignadas a cada vendedor.

- Definir la función objetivo del problema. La determinación de esta función consiste en obtener de manera adecuada la medida de equidad, para el problema planteado en esta tesis, como también hacer de este criterio el más importante a la hora de resolverlo.
- Construir una herramienta heurística, que permita a la empresa obtener de manera fácil, rápida y en tiempo real, las carteras de clientes para cada vendedor. Esta herramienta debe considerar criterios de equidad para entregar una solución.
- Evaluar el algoritmo implementado, a partir de la realización de experimentos, según las condiciones definidas en el problema.
- Analizar la situación actual que presenta la empresa, frente al problema de asignación de clientes y a su planificación. Se busca comparar esta situación con la resultante de la ejecución del algoritmo.

## *Capítulo 2 Descripción de la Empresa*

ECOLAB es un proveedor comercial de limpieza, sanitización y soluciones de servicio. En cada segmento de mercado, ECOLAB entrega una gran gama de productos, sistemas y servicios[4]. Está presente en más de 160 países, en los que ofrece sus productos y servicios en las industrias alimentarias, de energía, del cuidado de la salud y a Hospitales.

Con ventas en 2012 de 12 billones de dólares<sup>1</sup> y más de 40.000 empleados en todo el mundo, ECOLAB es el líder mundial en el tratamiento del agua, la higiene, la energía, la tecnología y los servicios que proporcionan agua limpia, alimentos seguros, energía abundante y ambientes saludables.

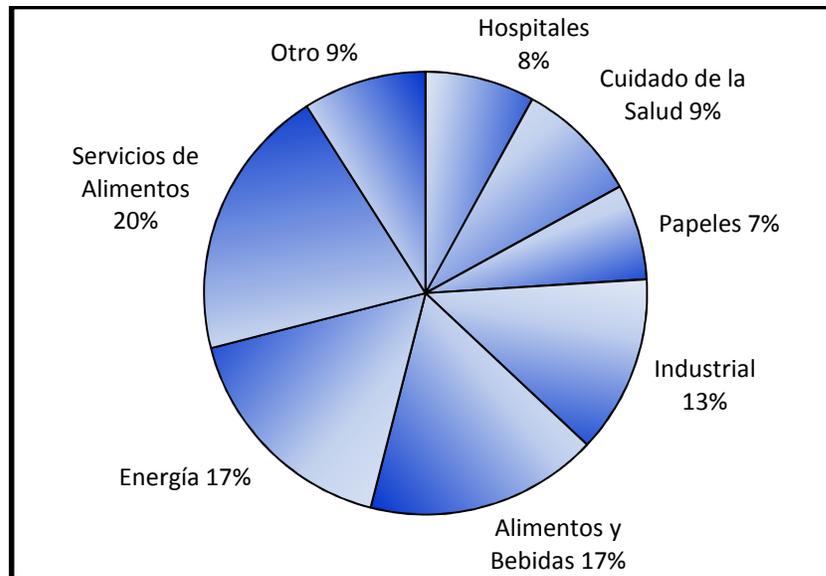
Los principios de esta empresa son los que guían cómo realizar los negocios. ECOLAB trabaja dentro de un acreditado marco de calidad, través de sistemas de gestión medioambientales. Trabaja enérgicamente para que todas las acciones se centren en el cuidado de la salud y la seguridad de sus empleados, de sus clientes y comunidades, como también del medioambiente.

A nivel mundial, ECOLAB cuenta con un diverso portafolio de soluciones para las industrias a continuación: Hospitales, Cuidado de la salud, Papeles, Industrial, Alimentos y Bebidas, Energía, Servicios de Alimentos y Otros. En el siguiente gráfico, se muestra la distribución del portafolio.

---

<sup>1</sup> Fuente :Descripción de Ecolab para inversionistas <http://www.4-traders.com/ECOLAB-INC-12399/calendar/>

**Figura 1: Distribución portafolio de soluciones ECOLAB**



Fuente: Elaboración propia. Información extraída de “Descripción de Ecolab para inversionistas <http://www.4-traders.com/ECOLAB-INC-12399/calendar/>”

En Chile, ECOLAB cuenta con cinco unidades de negocio, las cuales abarcan gran parte del mercado industrial de nuestro país. Las áreas son: Alimentos y Bebidas, Institucional, Eliminación de Plagas, Industrial y *Tratamiento de aguas*. Todas ellas entregan al cliente soluciones de higiene, seguridad, eficiencia operacional y sustentabilidad.

ECOLAB Chile tiene un 30% del mercado nacional<sup>2</sup>, lo que la posiciona como la empresa líder en el mercado. Su versatilidad en oferta de soluciones en distintos campos de la industria hace que su modelo de negocios tenga éxito.

El tamaño del mercado se estima en US \$ 230 MM, siendo la sustentabilidad, la asesoría técnica y las inversiones en los clientes los factores que juegan un rol clave a la hora de tomar una decisión sobre productos y servicios de limpieza.

---

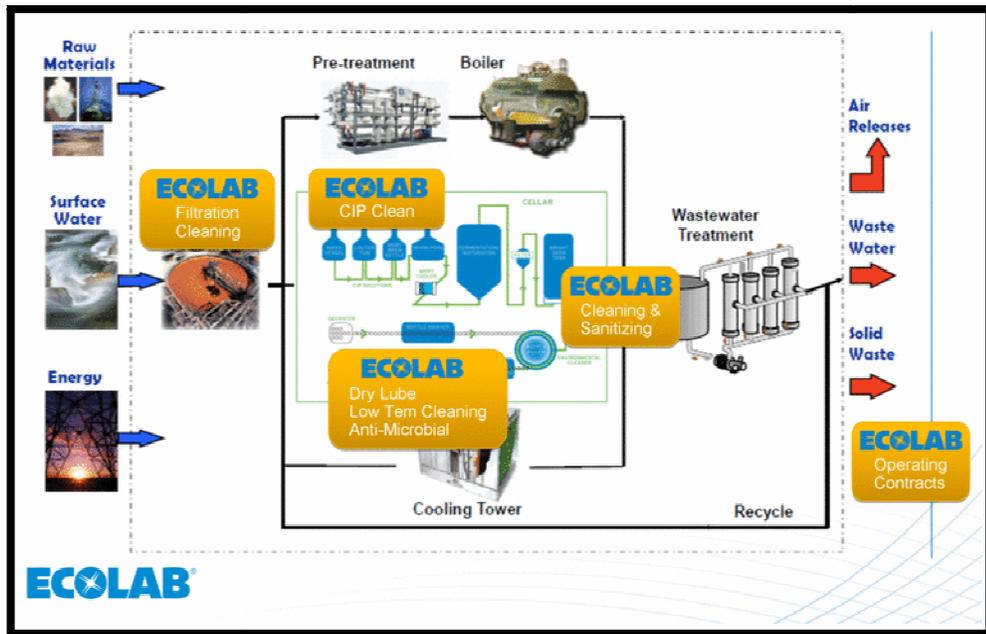
<sup>2</sup> Investigación de Mercado de la compañía.

El desafío que se enfrenta en este mercado, se aborda ofreciendo a los clientes soluciones concretas, generadoras de ahorros, con un alto impacto en sus procesos productivos y en su eficiencia.

Los ingresos netos de ECOLAB Chile para el año 2013 se estiman en US \$ 66 MM, con un foco de crecimiento en las cuentas corporativas y en las nuevas tecnologías presentes para implementación de ahorros operacionales y cuidado del medioambiente.

En la siguiente figura, se visualiza cómo ECOLAB está presente en los procesos productivos de sus clientes.

Figura 2: El proceso productivo de la industria y su relación con ECOLAB.



Fuente: Descripción de Ecolab para inversionistas <http://www.4-traders.com/ECOLAB-INC-12399/calendar/>

En Chile, los competidores son los siguientes:

- Diversey
- Veterquímica
- Orica
- De Laval
- Weizur
- Techman
- Texpro
- Sopura
- Otros locales.

La disputa por el mercado se genera en el área de servicios de limpieza industrial, dado que en otras líneas de negocios como la salud animal, ECOLAB no está presente.

Los pesos relativos de cada competidor dentro del mercado varían dependiendo de la línea de negocio. Dentro del más importante tanto a nivel nacional como internacional, se encuentra Diversey, quien ostenta el 19% del mercado actual. Esta empresa, de capitales norteamericanos, fue adquirida por Sealed Air a nivel internacional en el 2011.

## ***Capítulo 3 Descripción y planteamiento del problema***

El mercado de venta de productos químicos para las granjas lecheras representa para la división comercial de Alimentos y Bebidas un 18% del total de su venta. Con respecto a los clientes, ECOLAB está presente en el 20% de las granjas lecheras del país, ya sea a través de distribuidores o a través de los vendedores especialistas del distrito Agri.

En base a la participación dentro de este negocio que tiene la empresa, es importante tener una mayor exposición en los potenciales clientes, ya sea gestionando de una manera más eficiente el tiempo del recurso humano disponible o haciendo planificaciones de una manera distinta, que permitan a los vendedores actuales entregar un nivel de *servicio de clase mundial*.

La medición de la calidad de servicio está relacionada con la forma en que el cliente percibe la asesoría recibida, las sugerencias que el vendedor realiza al cliente y en la diversidad de actividades que realiza el encargado de la cuenta, con el fin de que se garantice una óptima utilización de los productos de limpieza y sanitización, como también se cumplan los procedimientos establecidos. Una variación positiva en estos indicadores, indicará que la calidad de servicio mejora.

El problema que enfrenta la división de Alimentos y Bebidas, en su negocio de venta de productos químicos para granjas lecheras, es que la planificación de las visitas a los clientes y prospectos no cubre a todo el negocio, dejando puntos de servicio sin atención, carteras de clientes (asignadas a la fuerza de ventas) desbalanceadas. Lo anterior produce que existan “espacios comerciales” que no se aborden dentro del mes, dejando

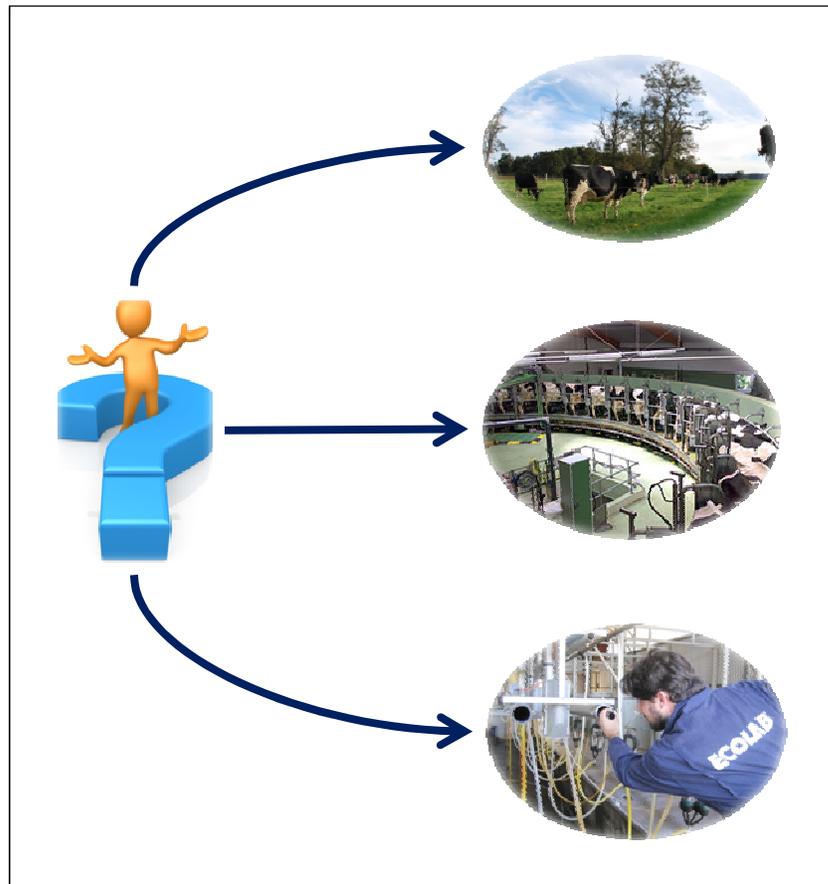
pasar oportunidades de ventas y/o realización de actividades de servicio para con el cliente.

La interrogante que plantea este problema se visualiza en la figura 3: *¿A qué cliente visitar primero?*

El modelo debe resolver un problema de ruteo periódico de vehículos a costo mínimo. Su estructura debe generar rutas equitativas, tanto en la cantidad de tiempo viajado, como en el tamaño de las carteras en ingresos. La cobertura de la fuerza de ventas debe ser total, siendo “justos” al momento de entregar un *pool* de puntos de servicio. A lo anterior se le llamará *Ruteo a Costo Mínimo Con Equidad*.

El concepto de equidad, para la realización del ruteo de vehículos se refiere, a verificar que los subconjuntos de clientes asignados a los vendedores sean rentables económicamente, de modo tal, que estas agrupaciones no se diferencien significativamente en contribución monetaria al negocio. También, este concepto hace referencia a la calidad de las rutas que se generen para cada vendedor, de tal manera que se compensen los tiempos de viaje, los números de clientes y los niveles de servicios que tengan que ser suministrados dentro de la asignación entregada.

Figura 3: ¿A qué cliente visitar primero?



Fuente: Elaboración propia.

El marco relevante de esta problemática es la organización de la fuerza de ventas para el equipo comercial del negocio de Agri.

Otro punto importante a considerar es la cobertura geográfica que se necesita tener en este tipo de negocio. Las localidades, no necesariamente se encuentran en lugares de fácil acceso, por lo tanto, hace que este problema sea aún más desafiante, al poder generar una planificación integral entre distancia, tiempo de servicio y dinero.

La oportunidad de mejora en la planificación y asignación de carteras es alta, ya que se quiere entregar una forma alternativa de hacer gestión en este

negocio, a través del modelamiento matemático de su problema y su respectiva racionalización y optimización. En la actualidad, esta planificación no utiliza un software computacional ni un algoritmo de ruteo, por lo que se incrementan las posibilidades de aportar con un modelo de optimización para la asignación de los clientes a los vendedores y de la construcción de las rutas.

## *Capítulo 4 Marco Teórico*

A continuación, se dan a conocer diferentes conceptos y problemas de la teoría de la Investigación de Operaciones y la optimización. Dentro de estos, es necesario enunciar algunos puntos interesantes, con el fin de facilitar al lector el entendimiento de lo presentado. Además, se realiza el vínculo de lo expuesto en este trabajo con lo existente en la literatura.

Los puntos importantes a revisar, son modelos y algoritmos para el problema de ruteo de vehículos.

### 4.1. Problema de Ruteo de Vehículos (VRP).

En esta primera subsección, se describirán distintos modelos para el problema de ruteo de vehículos (VRP su sigla en inglés). El VRP es uno de los problemas más estudiados dentro de la optimización combinatorial, debido a sus diversas aplicaciones a problemas reales y a la generación de conocimiento académico, como también la facilidad de su enunciado y la complejidad que este conlleva. La gran masa de este tipo de problemas pertenece en su mayoría a la clase NP-completo, pues no es posible resolverlos en un tiempo polinomial[18].

El VRP puede ser descrito como el problema de diseñar rutas para visitar, entregar o recoger bienes o servicios de una manera óptima, desde uno o varios *depots*<sup>3</sup> hacia un número de clientes o ciudades dispersados geográficamente, sujetos a diversas restricciones[21].

---

<sup>3</sup> “Depot” es una palabra en inglés que traducida al español significa “almacén” o “depósito”. El *depot* en este tipo de problemas representa un punto de partida.

Este problema fue propuesto por Dantzig y Ramser [9] en 1959, presentando una solución para el famoso problema “*The truck dispatching problem*”, el cuál consistió en entregar un modelo para el problema de ruteo de camiones para una red de distribución de gasolina.

Como objetivo principal, se busca minimizar los costos de transporte, los costos asociados al problema y la distancia/tiempo recorrido para el suministro de un producto o un servicio. Las restricciones son del tipo operativas. Esto quiere decir, que el problema debe satisfacer condiciones de capacidad, horarios de trabajo para los ejecutores de las visitas, necesidades de los clientes, entre otros.

El *output* que se busca obtener de este problema, es la asignación de puntos de servicios, ciudades o clientes a una red de atención o vendedores, secuenciando las visitas.

Dentro de las aplicaciones que tiene este planteamiento, se encuentran los siguientes ejemplos: Transporte de productos químicos, Despacho de bienes, abastecimiento de sucursales de negocios minoristas, Planificación fuerza de ventas, logística militar, entrega y retiro de bienes, redes de distribución, logística de empresas Courier y muchos otros..

#### 4.1.1. VRP Clásico.

El VRP clásico consiste en que uno o más vehículos deben, desde una bodega, visitar  $N$  clientes, para luego volver a su punto de salida. Cada cliente debe ser visitado sólo una vez, y la distancia, tiempo o costo debe ser el menor posible. El parámetro  $C_{ij}$  representa la distancia, tiempo o costo entre los clientes  $i$  y  $j$ . Para la situación más básica, se considera que todos los clientes

son visitados por solamente un vehículo, que tiene capacidad infinita, y que la demanda en los clientes no es relevante (sólo necesita visitar al cliente). Este caso corresponde al TSP.

La formulación matemática [22] es como sigue:

Definiciones:

$G = (V, A)$  Grafo completo no dirigido.

$V = \{v_0, v_1, v_2, \dots, v_n\}$  Conjunto de nodos,  $v_0$  es el depósito o punto de partida.

$A = \{(i, j): i, j \in V, i \neq j\}$  Conjunto de aristas.

$K =$  Número de Vehículos disponibles.

Parámetros:

$N =$  Número de clientes.

$c_{ij} =$  Costo de ir de  $i$  a  $j$ .

Variable:

$x_{ij} = 1$  si se visita a  $j$  después que a  $i$ ; 0 si no.

Función Objetivo:

$$Z = \sum_{i \in V} x_{ij} \cdot c_{ij}$$

Restricciones:

(1) Entrar a cliente una vez

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{0\}$$

(2) Salir del cliente una vez

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\}$$

(3) Requerimiento de llegada al depósito.

$$\sum_{i \in V} x_{i0} = 1$$

(4) Requerimiento de salida del depósito.

$$\sum_{j \in V} x_{0j} = 1$$

(5) Eliminación de subtours

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq V \setminus \{0\}, S \neq \emptyset$$

(6) Naturaleza de las variables.

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N.$$

La función objetivo minimiza los costos asociados a atender la demanda de los clientes con los menores recursos posibles.

La restricción (1) y (2) nos impone que sólo podemos visitar (entrar) y salir del cliente una vez, respectivamente. La restricción (3) y (4) hace referencia a las consideraciones para el depósito, con respecto a imponer que exista una entrada y una salida. La restricción (5) es la restricción de eliminación de *subtours*, la cual se realiza sobre el conjunto S, el que contiene estrictamente a todos los subconjuntos del conjunto de los vértices sin el depósito ( $v_0$ ). Por último, la restricción (6) se refiere a la naturaleza de la variable.

Como es posible ver, la formulación clásica del VRP tiene supuestos que hacen a esta formulación limitada, con respecto a problemas aplicados. Dentro de estos supuestos podemos mencionar algunos[13]:

- Los vehículos salen y vuelven a una bodega.
- Los clientes son atendidos por un solo vehículo en una visita.
- No se considera capacidad.
- No se consideran ventanas de tiempo.
- Los tiempos de viaje son constantes y conocidos durante todo el período de planificación.

Existen diversas variantes del VRP que incorporan diferentes aspectos relevantes para distintas industrias o aplicaciones.

Para el problema propuesto, se necesita revisar las características de ruteo de vehículos que engloben la dificultad de la situación en cuestión. Estas son que el problema sea periódico (horizonte de planificación mayor a un día), que existan tiempos de servicios, analizar existencia de ventanas de tiempo y equidad en la generación de soluciones.

Por lo anterior, se utiliza una formulación distinta a la clásica, con el fin de poder modelar de una mejor manera los conceptos de ruteo para un horizonte de tiempo  $T$  y una frecuencia de visita por cliente  $i$  igual a  $f_i$ .

#### 4.1.2. Variantes del VRP relevantes.

En la literatura es posible encontrar diversas variantes a este problema. Estos se diferencian en los tratamientos que le dan a las condiciones del problema, como el período para el cual se quiera hacer el ruteo, ventanas de

tiempo en los clientes, división de los pedidos entregados, múltiples depósitos y/o centros de llegada/salida, distintos tipos de vehículos para una misma red de atención, demandas de los clientes no determinística, etc.

En lo que respecta a este trabajo, es estrictamente necesario modelar el problema del ruteo de vehículos, con la alternativa de poder generar la asignación de los clientes a los vendedores y poder realizar la planificación en un horizonte de tiempo  $T$ .

A continuación, se muestran algunas variantes del VRP.

#### 4.1.2.1. Ruteo de Vehículos Periódico (PVRP).

El problema de ruteo de vehículos periódico (PVRP) es el diseño de rutas para vehículos de entrega para cada uno de los  $T$  días que tenga el horizonte de tiempo del problema, en donde no todos los clientes necesariamente requieren alguna visita cada día[21].

En general, cada cliente puede tener una frecuencia  $k$  ( $k < T$ ) de visitas durante el horizonte de tiempo, Esto significa que el espectro de soluciones para resolver este problema sea numerosa, creciendo exponencialmente con el número de nodos de la red.

La primera presentación de esta extensión del VRP nace a inicios de los 70's, por parte de Beltrami y Bodin[2]. El problema tratado es la recolección de desperdicio municipal. Esto fue auspiciado por el municipio de Nueva York en Estados Unidos, mejorando la gestión de transportar en ese entonces la cantidad de 25,000 toneladas de basura al día.

Siguientes publicaciones, como la de Russell e Igo[19], asigna clientes con su respectiva demanda a días de la semana, para hacer el diseño de las rutas posteriormente.

La frecuencia de visita o de abastecimiento a los puntos de “demanda” en este tipo de problemas hace que la complejidad aumente, pues habrá que realizar más de una visita a los nodos, haciendo crecer la dificultad de obtener una solución factible. Tzur y Smilowitz [12] en el 2005 desarrollaron un modelo el cual determina la frecuencia de servicio, para que esta sea la optimizada en cada punto, siendo la frecuencia una variable de decisión.

La gran mayoría de las publicaciones sobre PVRP que se encuentran en la literatura presentan soluciones del tipo heurísticas. Estos enfoques fueron presentados por los ya mencionados Beltrami y Bodin [2] y Russell e Igo[19]. Heurísticas más sofisticadas fueron presentadas por Christofides y Beasley[6], Tan y Beasley[21], Chao, Golden y Wasil [5] y Cordeau, Gendreau y Laporte [8].

Su formulación matemática opera con un horizonte de planificación de T días, y para cada cliente se especifica un nivel de servicio o frecuencia de visita. Además, las capacidades de los vehículos deben ser dadas, al igual que las demandas de los clientes o puntos de servicio. Entonces, el modelamiento PVRP debe asignar los clientes a cada vendedor y luego construir las rutas para cada día y cada vehículo.

Desde el punto de vista de este trabajo, la formulación descrita presenta la mayoría de las características para modelar de una buena manera el problema de asignación de vendedores y ruteo de vehículos con equidad. Sin embargo, la contribución del modelo que será presentado en el siguiente capítulo, incluye en su objetivo la búsqueda de equiparar los beneficios de las carteras de clientes asignadas a cada uno de los vendedores, con el fin que se tenga una distribución de los clientes según dos criterios: los tiempos de viaje y

los beneficios que reportan cada uno de estos. Esta búsqueda será realizada “castigando” a la función objetivo cuando existan desviaciones producidas por el desbalance de las carteras de clientes.

#### 4.1.2.2. Ruteo de Vehículos con Ventanas de Tiempo (VRPTW).

El VRP con Ventanas de Tiempo (VRPTW su sigla en inglés) es una extensión del problema clásico del VRP con capacidad, en el cual restricciones en tiempo son impuestas y para cada cliente “ $i$ ”, existe un intervalo de tiempo  $[a_i, b_i]$ , llamado *ventana de tiempo*. Los tiempos de traslado entre cada punto son datos del problema. Existe un tiempo de servicio  $s_i$  en cada cliente  $i$ , el cual representa lo que demora en ser “suministrado” el servicio. Otro punto importante es que si el vehículo llega antes de la hora señalada ( $a_i$  para el cliente  $i$ ), este tendrá que esperar hasta que el servicio empiece.

Luego, el VRPTW consiste en encontrar un conjunto de  $K$  rutas a mínimo costo, tales que:

- Cada circuito sea iniciado en el depósito,
- Cada cliente es visitado exactamente por un solo circuito,
- La suma de las demandas de los vértices visitados por un circuito no debe exceder la capacidad del vehículo  $C$ ,
- Para cada cliente  $i$ , el servicio comienza durante la ventana de tiempo  $[a_i, b_i]$ , tomándole un tiempo  $s_i$  al vehículo para suministrar el servicio.

VRPTW se clasifica dentro de los problemas NP-completo, al ser una extensión del VRP con capacidad (CVRP).

#### 4.1.2.3. Ruteo de Vehículos con tiempos de servicio.

El Ruteo de Vehículos con tiempos de servicio es una extensión del VRP. Esta agrega a cada punto que se visita un tiempo de servicio. Este tiempo es el que se dispone en este punto. En el modelo primario, un vehículo realiza la visita a un cliente, y luego va al siguiente. Es así que el tiempo en el punto cliente es cero. Luego, un modelo más cercano a la realidad deberá incluir un cierto tiempo en el punto de servicio, pues la solución sería solamente pasar “por fuera” de este punto, mientras que en la industria es completamente necesario detenerse para realizar la actividad de negocio o de servicio.

En el año 2005, Francis, Smilowitz y Tzur[12], resuelve un problema de PVRP (variante del VRP), en el cual la decisión del modelo es el tiempo de servicio dedicado en cada punto.

En otras aplicaciones, el tiempo de servicio puede ser estocástico [21]. Estos tiempos pueden ser modelados como variables aleatorias para poder ser utilizados por el modelo, con medias y varianzas finitas.

#### 4.1.2.4. Ruteo de Vehículos con restricciones de equidad.

El VRP con restricciones de equidad puede tener varias aristas. La equidad es un concepto que busca lograr administrar un recurso, de modo tal que el problema sea capaz de gestionarlo de una manera adecuada. Dentro del VRP, podremos entonces decir que incluimos restricciones de equidad cuando se quiere mantener bajo un nivel similar alguna característica del problema. Esta condición de equidad impone que una situación particular debe mantenerse para todos de una manera similar, y las variaciones frente a esta situación harán que la solución se aleje del óptimo.

En el año 2006, Sungur, Ordoñez y Dessouky[20], publican un documento en el cual resuelven el CVRP con incertidumbre en la demanda con un enfoque de optimización robusta. Este enfoque busca resolver el problema definido, sobre un conjunto acotado de demanda. La resolución se realizará optimizando el peor caso que pueda generarse dentro del conjunto de datos. Luego, un método utilizado para poder enfrentar la solución de este problema es guardar capacidad de vehículos para poder enfrentar demandas mayores. Este método determina que lo que se deberá realizar será gestionar de una manera adecuada las capacidades extras en los vehículos, con el fin de distribuir de una manera adecuada las holguras entre las rutas. Luego, el artículo dice que “el Robust VRP (RVRP) distribuirá estas holguras encontrando una solución de ruteo a mínimo costo que satisfaga todas las posibles demandas”. Es en la administración de las holguras donde el concepto de equidad se hace presente.

Para el caso planteado en este documento, la holgura es un concepto que se busca equiparar en cada caso. Esta no se obtiene de la capacidad de los vehículos de los vendedores, sino que de los tiempos en que el algoritmo no asigna una tarea ni de transporte ni de atención.

En el año 2011, los investigadores de la Universidad de Maryland, Damon Gulczynski, Bruce Golden y Edward Wasil (KSB)[16], realizan una publicación, en la cual aplican al PVRP restricciones con las cuales buscan equidad. Estas restricciones son llamadas de balance. En aquella publicación, el modelo busca equidad en la cantidad de clientes asignados a una ruta, teniendo en su función objetivo la minimización de la distancia, más una componente de penalización entre el monto máximo por ruta y el mínimo. Luego, la penalización se hace más fuerte a medida que la cantidad de clientes en las rutas se hace grande. Entonces, la medida de equidad de esta aplicación es el número de clientes por ruta. En este caso, la cantidad de clientes en una

cartera se traduce en mayor carga de trabajo, por lo que este hecho justifica la elección de la medida de equidad.

En esta investigación, el modelo cuenta con una estructura de balance para la construcción de las carteras de clientes, la cual penaliza la holgura entre los tiempos totales recorridos por cartera.

### 4.1.3. Otros VRP

VRP con Capacidad (CVRP).

El problema de ruteo de vehículo con capacidad (CVRP en inglés), puede ser descrito de la siguiente manera: Sea  $G = (V, E)$  un grafo no direccionado, donde  $V = \{0, 1, \dots, n\}$  es el conjunto de  $n+1$  vértices y  $E$  es el conjunto de arcos sobre  $V$ . El vértice 0 representa el depósito y el conjunto  $V' = V \setminus \{0\}$ , corresponde a los  $n$  clientes. Un costo no negativo  $d_{ij}$  es asociado a cada par de vértices  $\{i, j\} \in E$ , Las  $q_i$  unidades son abastecidas desde el depósito 0 (asumimos que  $q_0 = 0$ ). Un conjunto de  $m$  vehículos idénticos de capacidad  $Q$  está en el depósito 0. Luego, el CVRP consiste en encontrar la colección de exactamente  $m$  rutas (cada una corresponde a un vehículo), a costo mínimo, definido como la suma de los costos de los arcos a través de las rutas, y que cumplan lo siguiente:

- Cada ruta visita el depósito,
- Cada cliente es visitado por exactamente una ruta, y
- La suma de las demandas de los clientes visitados no puede exceder la capacidad de los vehículos  $Q$ .

El CVRP es considerado como un problema NP-Completo, ya que es la generalización del problema conocido del Vendedor Viajero (TSP)[11], el cual

es descrito por la determinación de la ruta a mínimo costo que se genera al visitar todos los vértices de un conjunto de nodos  $V$ [22].

### VRP con *Backhauls*.

El VRP con *Backhauls*<sup>4</sup> es una extensión del VRP con capacidad. En él, los consumidores pueden demandar o retornar algunas mercancías. Es necesario tener en cuenta cuales de los bienes que los consumidores devuelven al vehículo de reparto, pueden caber en él. El supuesto más crítico en lo que respecta a todas las entregas, es que éstas deben ser realizadas en cada ruta antes de que algún retiro se ejecute. Esto surge del hecho de que los vehículos son cargados en la parte trasera y las cargas son reacomodadas en los camiones. Los puntos de entrega son considerados económicamente factibles, lo que implica que en cada lugar donde se ejecute una entrega, ésta siempre puede ser recepcionada. Las cantidades a ser distribuidas y recogidas son fijas y conocidas con anticipación [16][22].

En el problema tipo VRPB el conjunto de clientes se divide en dos. El primero contiene  $n$  centros de consumo con línea de recorrido (*linehauls*), los cuales requieren que una cantidad dada de productos sea entregada y el segundo contiene  $m$  centros de consumo con recorrido de vuelta o retornos (*backhauls*), donde se requiere que una cantidad de productos dada deba ser recogida [16][22].

En esta variación de VRP hay una restricción importante entre *linehaul* y *backhaul*. Cuando una ruta pueda servir a ambos tipos de consumidores, todos los centros de consumo con *linehauls* deben ser atendidos antes que algún centro de consumo con *backhauls*, si los hay [18][22].

---

<sup>4</sup> Backhauls significa retiros en inglés.

Este VRPB consiste en encontrar una cantidad de recorridos simples con mínimo costo de tal manera que cada ruta o recorrido visita el centro de distribución, cada centro de consumo es visitado solamente por una ruta y la suma de las demandas de los centros de consumo con *linehaul* y *backhaul* visitados por un recorrido no excede, individualmente, la capacidad del vehículo [18][22].

VRP con *Pickup* y *Delivery* (VRPPD).

En el VRPPD (ruteo de vehículos con recolección y entrega), cada cliente  $i$  tiene asociado dos cantidades  $d_i$  y  $p_i$ , representando la demanda de productos *commodities* a ser entregados y recogidos en el cliente  $i$ , respectivamente. En ocasiones, solamente una demanda es utilizada en el modelo. Esta es  $d_i = d_i - p_i$ . Esta es usada para cada cliente  $i$ , indicando la diferencia neta entre las demandas de recolección y entrega. Este valor podría ser negativo.

Para cada cliente  $i$ ,  $O_i$  denota el vértice origen de la demanda de recolección, y  $D_i$  indica el nodo destino de la demanda de entrega[22].

Se asume que, en cada cliente, la entrega es realizada primero que la recolección. Lo anterior se tiene pues la carga actual del vehículo antes de llegar al siguiente punto se define como la carga inicial menos todas las demandas previamente entregadas más todas las demandas previamente recogidas.

El VRPPD consiste en encontrar una cantidad exacta de  $K$  rutas a mínimos costo, tal que:

- Cada ruta visite el depósito,
- Cada cliente es visitado exactamente por una ruta,

- La carga actual del vehículo siempre es positiva y nunca podrá superar la capacidad del vehículo  $C$ ,
- Para cada cliente  $i$ , el cliente  $O_i$ , cuando este es diferente al depósito, debe ser atendido en la misma ruta y justo antes del cliente  $i$ ,
- Para cada cliente  $i$ , el cliente  $D_i$ , cuando este es diferente al depósito, debe ser atendido en la misma ruta y justo después del cliente  $i$ .

Este problema se categoriza como un NP-Completo, al tener la propiedad que de este es posible llegar al CVRP, haciendo  $O_i = D_i = 0$  (depósito) y  $p_i = 0$ , para cada cliente  $i$  [22].

## 4.2. Como solucionar el VRP.

Las maneras de resolver este problema pueden ser clasificadas en dos categorías: Métodos exactos y Heurísticas. Sus diferencias radican en los tiempos de ejecución, nivel de cercanía con el óptimo y calidad de la solución

### 4.2.1. Algoritmos Exactos vs Heurísticos

La elección de métodos heurísticos, para la resolución del problema presentado en este estudio, se justifica por la versatilidad que posee las estructuras de solución de este tipo, como también el menor tiempo que demora resolver problemas NP-completo. Eso sí, la rapidez en obtener una solución podría sacrificar cercanía al óptimo. Por otro lado, este tipo de herramientas se utilizan en las empresas como punto de partida para resolver estas inquietudes, por lo que cualquier anomalía puede ser depurada por la experiencia en un tema en particular, en vez de invertir tiempo valioso para obtener una solución “óptima”.

A continuación, se describen los tipos de solución y se muestran las variantes que por excelencia están presentes en la literatura.

#### 4.2.2. Métodos exactos.

Este tipo de métodos típicamente resuelve la relajación del problema planteado. Su ejecución garantiza la obtención del óptimo. Poseen altos tiempos de ejecución y alto consumo de recursos computacionales para llegar a la solución (o cerca de ella), lo que impide resolver en un tiempo razonable instancias numerosas. Al aplicar este tipo de solución, existe un *trade off* interesante entre tiempo de ejecución de un problema versus calidad de la solución. Lo anterior puede exhibirse como el elevado tiempo que toma un problema numeroso para resolverlo de manera exacta, sabiendo que la solución será el óptimo del problema planteado. En cambio, con otros tipos de métodos (como las heurísticas), será posible tener una solución factible en un menor tiempo, teniendo una solución del problema que se espera, sea aceptable. Luego, las metodologías exactas, cuando toman un tiempo elevado para instancias menores [17], se evitan al explorar un problema y resolverlo a gran escala. En [17], Ren, Dessouky y Ordoñez, muestran como un problema con multi turnos para un periodo de tiempo definido, presenta imposibilidad de resolverlo con CPLEX de manera exacta, cuando la instancia es mayor a 24 clientes.

Los métodos exactos pueden clasificarse en los siguientes enfoques:

- Programación Lineal y Entera: Dado un VRP, se modela el problema y se busca obtener el conjunto factible de soluciones para optimizar el(los) objetivo(s), cumpliendo con las restricciones asociadas. Este método puede parecer simple, pues se tiene un conjunto acotado y finito de soluciones factibles. Sin embargo, el número de soluciones puede llegar

a ser lo suficientemente grande como para que resulte imposible su comparación (en un problema binario de  $n$  variables el número de soluciones factibles a estudiar es  $2^n$ ). Para modelos en donde la solución encontrada no es la óptima o se encuentra muy lejos de esta, es posible abordar la solución bajo el procedimiento de *Branch and Bound*, el cual consiste en la resolución de modelos de programación entera, a través de la resolución de una secuencia de modelos de programación lineal, que constituirán los nodos o subproblemas del problema entero. Su ejecución, consiste en ramificar el conjunto de soluciones obtenidas, según la formulación matemática del problema. Esta ramificación deberá entregar conjuntos disjuntos de soluciones. Luego, se determina el valor de la mejor solución del subconjunto, de acuerdo a una cota. Cuando la ramificación entregue que no puede encontrar una solución óptima, entonces se procede a “podar” este subconjunto o “rama” del árbol.

- Programación Dinámica: Propuesto por Eilon, Watson-Gandy y Christofides en 1971. En el método se considera un número fijo de  $m$  vehículos. Encuentra primero el costo mínimo alcanzable utilizando  $k$  vehículos, teniendo en cuenta la función del costo en la longitud de una ruta de vehículos a través de todos los vértices del subconjunto, luego encuentra el costo de todos los subconjuntos de vértices con  $m$  vehículos [14][18].

La solución del problema presentado, no ha sido abordada bajo un concepto de solución exacto, pues la instancia en cuestión resulta ser de un volumen importante, frente a la capacidad para resolver que presentan este tipo de métodos. Por lo tanto, se busca una herramienta que sea capaz de obtener soluciones de manera rápida y de buena calidad, con el fin de poder tomar

decisiones informadas, como también de tener la capacidad de simular diversas situaciones dentro del periodo de análisis.

A modo de referencia, se resolvió el problema exacto para instancias pequeñas de clientes, con el fin de tomar los tiempos de ejecución y verificar su complejidad.

#### 4.2.3. Heurísticas.

Las heurísticas son procedimientos para resolver problemas de una manera práctica, indicando una metodología a seguir. El procedimiento logrado, busca obtener una solución de calidad aceptable para un problema dado. Típicamente, no existen garantías sobre la calidad de la solución, la cual podría ser arbitrariamente “mala”. Las heurísticas son probadas empíricamente. Basándose en estos experimentos, es posible realizar comentarios acerca de su calidad. En las aplicaciones del mundo industrial, las heurísticas son utilizadas para resolver problemas de la vida real, debido a la rapidez de su ejecución y a la gran versatilidad frente a las instancias de gran tamaño.

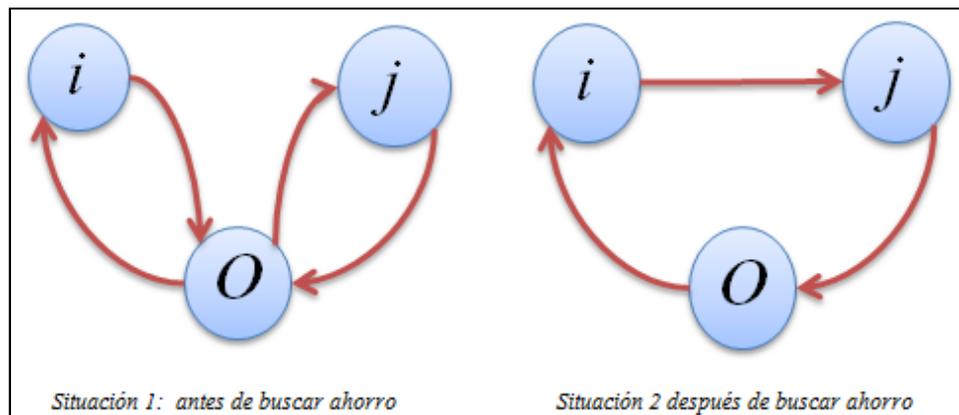
Para este trabajo de tesis, se hace imperativo describir algunas heurísticas, con el fin de permitir al lector conocer el fundamento de este trabajo.

##### Heurística de Clarke and Wright

Este algoritmo nació en 1964, en la publicación realizada por los señores G. Clarke y JW Wright[7], con la intención de presentar una solución al problema de ruteo de camiones[22]. Esta heurística es quizás una de las más usadas para resolver el VRP[13].

Su funcionamiento se basa en evaluar el ahorro de costos obtenido, por la unión entre dos rutas, convirtiéndolas en una sola. En la siguiente ilustración, se puede apreciar la comparación que realiza este algoritmo [15]:

Figura 4: Situación antes y después en paso esencial de algoritmo Clarke and Wright.



Fuente: Propia, basada en [18]

El punto “O”, representa el punto de partida o “*depot*”. Los puntos “i” y “j”, son nodos del problema. En la situación 1, los nodos i y j son visitados bajo distintas rutas. En la situación 2, se visita a i y a j en la misma ruta, eliminando las uniones “i – O” y “O – j”. Entonces, dados los costos entre estos puntos, las situaciones y el ahorro de costos se puede describir de la siguiente forma:

$$D_a = c_{oi} + c_{io} + c_{oj} + c_{jo}$$

$$D_b = c_{oi} + c_{ij} + c_{jo}$$

$$s_{ij} = D_a - D_b = c_{io} + c_{oj} - c_{ij}$$

Donde  $D_a$  es el largo de la ruta en la situación (a) de la figura,  $D_b$  es el largo de la ruta en la situación (b),  $c_{ij}$  es el costo generado en recorrer entre i y j ( $i \neq j$ ) y  $s_{ij}$  el ahorro obtenido por realizar la unión entre las dos rutas.

El algoritmo tiene dos pasos [18]. El segundo de ellos, tiene dos variantes. Una de ejecución secuencial y otra de ejecución paralela. El procedimiento es como sigue:

Paso 1:

- Calcular los ahorros de costos  $s_{ij} = c_{iO} + c_{Oj} - c_{ij}$ , para cada  $i, j = 1, \dots, N$  (Número de nodos del problema),  $i \neq j$ .
- Se crean  $N$  rutas del tipo  $(O, i, O)$ , para todo  $i = 1, \dots, N$ . Estas rutas es la partida de la heurística.
- Ordenar los ahorros en orden decreciente.

Paso 2 (Versión en paralelo):

Se comienza a recorrer arreglo de ahorros desde el mayor al menor, ejecutando lo siguiente:

- Dado un ahorro  $s_{ij}$ , evaluar si existen dos rutas que puedan ser unidas (cumpliendo las restricciones del problema), considerando que ruta a unir debe comenzar con  $(O, i)$  y debe terminar con  $(j, O)$ . De ser esto posible, se procede a realizar la unión de las rutas, introduciendo el arco  $(i, j)$  y eliminando  $(i, O)$  y  $(O, j)$ .
- Ejecutar hasta obtener la menor de cantidad de rutas posibles, sujeta a las restricciones del problema.

Paso 2 (Versión secuencial):

- Considerar cada ruta del tipo  $(O, i, \dots, j, O)$ .
- Determinar el primer ahorro para el par de nodos  $s_{ki}$  ó  $s_{jl}$  que sea factible para realizar la unión de la ruta actual con un segmento de ruta al final  $(k, O)$  o al inicio  $(O, l)$ .
- Implementar la unión y repetir la operación a la ruta actual.

- Si no es posible realizar más uniones, se toma la siguiente ruta y se aplica mismo criterio ya mencionado.
- El algoritmo se detiene cuando no es factible unir más rutas.

Este algoritmo no incluye en su planteamiento una medida adicional a la distancia/tiempo. Es justamente este tópico el que se trabaja en la heurística presentada en este trabajo, para así resolver el problema de optimización, considerando los beneficios que son generados por los clientes, además de los tiempos que toman las respectivas visitas a estos. En el trabajo de tesis presentado, esta heurística se adapta a la necesidad de realizar grupos de clientes, con el fin de generar una medida de asignación que involucre dos temas importantes para problemas aplicados: tiempo y beneficios (económicos, exposición a un mercado específico, alguna medida cuantificable que se quiera expresar).

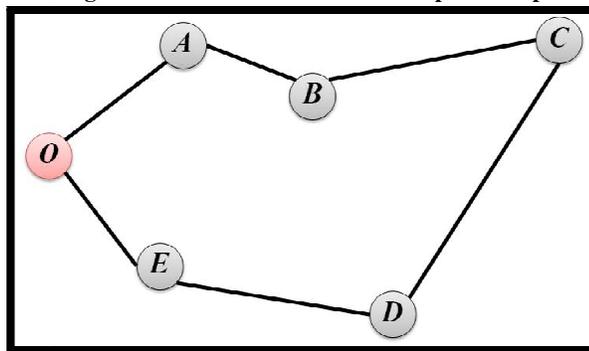
También, es importante mencionar que esta heurística está orientada a resolver el problema de transporte generado dentro de una instancia dada. En este trabajo, la heurística Clarke & Wright también se toma como referencia para generar el ruteo maestro del problema, formando las rutas para cada uno de los conjuntos de clientes (carteras de clientes). Esto es la base del concepto de "Ruteo de vehículos con equidad", el que llama a construir la asignación de los clientes de una forma matemática, considerando no solamente los tiempos de traslado entre un cliente y otro, sino que también serán considerados los beneficios que puedan ser obtenidos de cada cliente, para que éstas tengan un nivel similar entre la fuerza de ventas. Todo esto generará carteras que luego serán ruteadas según lo descrito.

## Método 2-opt.

Este algoritmo, consiste en comparar cada combinación posible, entre un conjunto de nodos con la técnica del intercambio de conexiones, con el fin de obtener la mejor solución. Este método analiza, si al realizar el intercambio de dos arcos en un conjunto de nodos unidos, esta experimenta una baja en su recorrido total. La búsqueda de los arcos se efectúa dentro de las combinaciones posibles de dos arcos que se pueden intercambiar. Sólo existe una sola forma de unir nodos cuando extraigo dos arcos.

Para apoyar el entendimiento del lector, se muestran tres figuras explicativas de los pasos esenciales del algoritmo. En la figura 5, se muestra la situación inicial de una ruta. El recorrido en este caso es  $O-A-B-C-D-E-O$ .

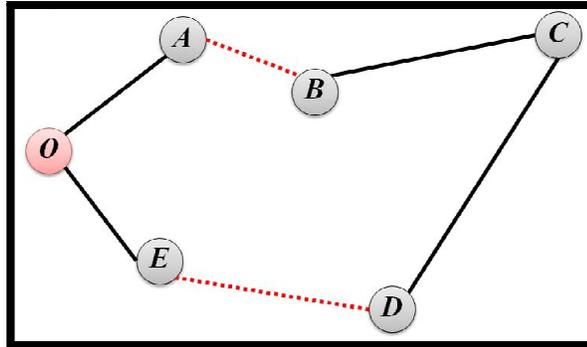
**Figura 5: Situación inicial antes de aplicar 2-opt.**



Fuente: Propia.

Luego, se elige alguna combinación de dos arcos para realizar el intercambio correspondiente, tal como se muestra en la siguiente figura.

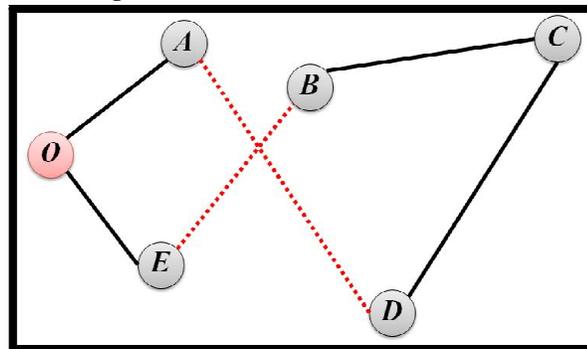
Figura 6: Selección de dos arcos para realizar intercambio 2-opt.



Fuente: Propia

La combinación elegida para ilustrar este ejemplo está compuesta por los arcos  $A-B$  y  $D-E$ . En línea punteada, se destacan ambos arcos previamente mencionados. Estos serán los que se intercambiarán para analizar si existe mejora alguna. Luego de este cambio, no se podrá analizar esta misma situación, prohibiendo esta comparación en los siguientes pasos del algoritmo.

Figura 7: Paso de creación de nuevos arcos.



Fuente: Propia

En la figura 7, se ilustra la creación de nuevos arcos, en reemplazo de los anteriores. Los nuevos arcos son  $A-D$  y  $B-E$ , y la nueva ruta, en caso de existir una mejora en el recorrido total de la ruta, sería  $O-A-D-C-B-E-O$ . Esta ruta sólo será una candidata si es menor en recorrido que rutas antecesoras.

El algoritmo continúa evaluando cada par de arcos que puedan generar una unión. Debe ir evaluándose continuamente si el recorrido generado es

mejor que los anteriores, para ir guardando las soluciones que sean mejores y encontrar al final el mejor itinerario.

El algoritmo anterior se describe para el caso del Problema del Vendedor Viajero (TSP). En un VRP, es posible eliminar arcos de distintas rutas, dejando así dos formas de recomponer las rutas.

#### 4.2.4. Metaheurísticas.

Las Metaheurísticas son procedimientos considerados como heurísticas que involucran una estrategia general de resolución para abordar un problema. Esta estrategia se basa en explorar el espacio de soluciones para identificar alguna que sea aceptable[22]. Dichos procedimientos deben permitir que la solución del problema no caiga en un óptimo local, debido a que solución podría no resolver el problema global. En general, este tipo de procedimientos llegan a resultados cercanos al óptimo global, existiendo por este motivo costos de tiempo y recursos computacionales en su tiempo de ejecución.

## *Capítulo 5 Metodología empleada*

### **5.1. Formulación Matemática del problema**

A continuación, se describe el problema en su formulación, bajo el esquema del PVRP[8]. Se considera un horizonte de tiempo de  $T$  días. Sea  $G = (V, A)$  un grafo donde  $V = \{v_0, \dots, v_n\}$  es el conjunto de vértices y  $A = \{(v_i, v_j)^{k,l} : v_i, v_j \in V, i \neq j\}$  el conjunto de arcos. El parámetro  $k$  ( $k = 1, \dots, m$ ) se refiere al vehículo o vendedor y el parámetro  $l$  ( $l = 1, \dots, T$ ) representa el día de visita. Cada arco  $(v_i, v_j)^{k,l}$  está asociado a un tiempo no negativo  $t_{ij}$ , que está relacionado con la distancia entre los nodos  $i$  y  $j$ , como también con las condiciones de los caminos que se utilicen para realizar el desplazamiento. Se asume que los tiempos son independientes del día  $l$  en que se realice el viaje y del vehículo o vendedor  $k$ .

Cada cliente  $i$  tiene una frecuencia de servicio igual a  $f_i$  y un conjunto  $C_i$  de combinaciones permitidas para los días de visitas. Por ejemplo, si la frecuencia de servicio para el cliente  $i$  es igual a 2, significa que en el horizonte de tiempo, este cliente deberá ser visitado 2 veces, y el conjunto de combinaciones permitidas para realizar las visitas en este cliente es  $C_i = \{(1,3), (2,4), (3,5)\}$ . El cliente podrá ser visitado solamente en una de las combinaciones que están en este conjunto. Esto quiere decir, que el cliente  $i$  solo podría ser visitado el día 1 y el día 3 ó el día 2 y el día 4 ó el día 3 y el día 5.

Otras definiciones relevantes son las siguientes:

#### Parámetros:

$tv_i =$  tiempo de duración de visita ó servicio en el cliente  $i$ .

$$a_{rl} = \begin{cases} 1 & \text{si el día } l \text{ pertenece a la combinación de visitas } r \\ 0 & \sim \end{cases}$$

$f_i$  = Frecuencia de visita del cliente  $i$

$C_i$  = Conjunto de posibles visitas del cliente  $i$

$b_i$  = Beneficio del negocio con el cliente  $i$ .

Variables:

$$X_{ijkl} = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } k \text{ visita al cliente } j \text{ inmediatamente} \\ & \text{después del cliente } i \text{ durante el día } l \\ & (i \neq j) \\ 0 & \sim \end{cases}$$

La función de estas variables de decisión es capturar la asignación de los clientes al vehículo  $k$ , para cada día del horizonte de tiempo dado.

$$y_{ir} = \begin{cases} 1 & \text{si la combinación de visitas } r \in C_i \\ & \text{es asignada al cliente } i \\ 0 & \sim \end{cases}$$

Estas variables tienen por objetivo decirle al problema cual será la combinación permitida de días, en los cuales se visitará al cliente  $i$ . Recordemos que las combinaciones permitidas vienen dadas por el conjunto  $C_i$ , por lo cual "r" debe ser un elemento válido de este conjunto, para cada cliente  $i$ .

$$z_{ki} = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } k \text{ atiende al cliente } i \\ 0 & \sim \end{cases}$$

Estas variables buscan asegurar que un cliente sea atendido siempre por el mismo vehículo (o vendedor en este caso), Para determinar que esto pase, debemos relacionar esta variable con la variable de visitas entre clientes.

$\gamma_k, \delta_k = \text{penalizaciones por exceder beneficio promedio de las carteras.}$

Estas variables representan las penalidades que se originan cuando los beneficios de cada una de las rutas de cada vehículo, presentan diferencias con respecto al beneficio promedio de todas las rutas de clientes.

Entonces, la función objetivo del problema en cuestión, tendrá que minimizar el tiempo de recorrido total por parte de todos los vendedores, durante el intervalo de tiempo del análisis, además de las penalizaciones por “sobrepasar” el beneficio promedio de las carteras existentes. Esta parte de la formulación es la que representa en la función objetivo el concepto de “Equidad”,

Esto se expresa de la siguiente forma:

### Función Objetivo

$$\text{Min} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^T X_{ijkl} \cdot (t_{ij} + tv_j) + \sum_{k=1}^m \beta \cdot (\delta_k + \gamma_k) \quad (1)$$

### Restricciones

$$\sum_{r \in C_i} y_{ir} = 1 \quad (i = 1, \dots, n) ; \quad (2)$$

$$X_{ijkl} \leq z_{ki} \quad (3)$$

$$(i, j = 0, \dots, n; k = 1, \dots, m; l = 1, \dots, T);$$

$$\sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^m X_{ijkl} - \sum_{r \in \mathcal{C}_i} a_{rl} \cdot y_{ir} = 0 \quad (4)$$

$$(i = 1, \dots, n; l = 1, \dots, T);$$

$$\sum_{i=0}^n X_{ihkl} - \sum_{j=0}^n X_{hjkl} = 0 \quad (5)$$

$$(h = 0, \dots, n; k = 1, \dots, m; l = 1, \dots, T);$$

$$\sum_{j=1}^n X_{0jkl} \leq 1 \quad (k = 1, \dots, m; l = 1, \dots, T); \quad (6)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} X_{ijkl} \leq |S| - 1 \quad (7)$$

$$(k = 1, \dots, m; l = 1, \dots, t; S \subseteq V / \{v_0\}; |S| \geq 2);$$

$$-\gamma_k + \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^T X_{ijkl} \cdot b_j}{m} \cdot (1 - \alpha) \leq \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^T X_{ijkl} \cdot b_j \quad (8)$$

$$(k = 1, \dots, m);$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^T X_{ijkl} \cdot b_j \leq \delta_k + \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^T X_{ijkl} \cdot b_j}{m} \cdot (1 + \alpha) \quad (9)$$

$$(k = 1, \dots, m);$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n X_{ijkl} \cdot (tv_j + t_{ij}) \leq 8 \quad (k = 1, \dots, m; l = 1, \dots, T); \quad (10)$$

$$\sum_k z_{ki} = 1 \quad (i = 1, \dots, n); \quad (11)$$

$$X_{ijkl} \in \{0,1\} \quad (i = 0, \dots, n; j = 0, \dots, n; k = 1, \dots, m; l = 1, \dots, T); \quad (12)$$

$$y_{ir} \in \{0,1\} \quad (i = 1, \dots, n; r \in C_i); \quad (13)$$

$$z_{ki} \in \{0,1\} \quad (i = 0, \dots, n; k = 1, \dots, m); \quad (14)$$

$$\delta_k > 0 \quad (k = 1, \dots, n; \delta_0 = 0); \quad (15)$$

$$\gamma_k > 0 \quad (k = 1, \dots, n; \gamma_0 = 0); \quad (16)$$

La restricción (2) impone que una combinación de visitas factible debe ser asignada a cada cliente. La restricción (3) tiene la finalidad de evitar que el cliente sea visitado por dos vehículos o vendedores distintos en diferentes días. La restricción (4) indica y garantiza que cada cliente sea visitado solamente en los días en los cuales existe una combinación factible asignada. La restricción (5) se utiliza para asegurar que un cliente que es visitado en un día, también es abandonado en esa misma jornada. La restricción (6) exige a la programación que cada vehículo o vendedor se utilice a lo más una vez. La restricción (7) es la imposición particular para evitar *subtours*, mientras que las restricciones (8) y (9) acotan los beneficios de las carteras de los vendedores en un porcentaje bajo o sobre el promedio de las carteras de vendedores existentes. El rango en que se optimiza esta restricción (y que hace que las penalizaciones sean cercanas a cero) es cuando los beneficios de carteras de vendedores están entre  $[1-\alpha, 1+\alpha]$  por ciento del beneficio promedio de las carteras. Este beneficio medio, representa la valorización promedio de las carteras de vendedores. La restricción (10) busca que el viaje de un vendedor o vehículo, para cada día del horizonte de tiempo, no dure más allá de 8 horas, unidad de tiempo que se ocupa para este modelo. Los componentes del tiempo presentes en esta restricción, son los tiempos de servicio en un cliente y los tiempos de traslado de un lugar a otro. La restricción (11) impone que un solo vendedor atienda a un cliente, lo que hace imposible que un cliente sea visitado por más de un vendedor. Por último, las restricciones (12), (13), (14), (15) y (16), imponen la naturaleza de las variables utilizadas en el modelo.

La solución exacta de este problema, para instancias numerosas, es costosa de obtener, ya que el tiempo de ejecución es elevado a medida que se incrementa el tamaño de la instancia. También se tiene que, a medida que el problema crece, se necesita un mayor recurso computacional para ejecutar el programa.

Como se aprecia en la figura 9, punto 6.1, el incremento del tiempo de ejecución a medida que se eleva el número de clientes en una pequeña cantidad, es considerable. Lo ocurrido, nos hace seleccionar un enfoque heurístico para resolver el problema, de modo tal de poder correr el modelo una mayor cantidad de veces, con el fin de ir ajustando el modelo y hacer análisis de sensibilidad de manera rápida. Es importante recordar que el apoyo que esta herramienta busca entregar, se enmarca en el contexto de la toma de decisiones tácticas, por lo que, mientras más veces se pueda analizar la situación, desde diferentes puntos de vista, más información podrá ser generada, para optar por una asignación y un ruteo, en un tiempo razonable, que no intercepte la logística del negocio.

## 5.2. Heurística desarrollada.

El problema presentado en el capítulo 4 se enmarca bajo el ruteo de vehículos periódico (PVRP su sigla en inglés). Su formulación modela el diseño de las rutas para vehículos que visitan clientes para ser atendidos. Estos clientes podrían necesitar más de una visita en el horizonte de tiempo, por lo que la resolución al problema formulado debe entregar como resultado las rutas para cada día del periodo de tiempo considerado, para cada vendedor.

Se elige la velocidad de obtención de soluciones como el motivo principal para seleccionar este método, pues en la industria en la que se está desarrollando este estudio, es necesario tomar decisiones de una manera ágil y de buena calidad. Otros atributos que contribuyeron a la elección de este método de solución, son las características de cómoda implementación y la adaptabilidad al problema

El procedimiento que la heurística sigue, separa al problema en dos etapas. La primera de ellas realiza la construcción de las carteras de clientes asociadas a los  $K$  vendedores, por medio de la definición que es suministrada en esta tesis, sobre el ruteo a costo mínimo con equidad. Este algoritmo busca construir conjuntos de clientes que sean “justos”, para cada uno de los vendedores, con el fin de no generar conjuntos de clientes que sean más rentables que el promedio de beneficio total por cartera. En esta parte de la heurística, se consideran los diferentes niveles de atención (frecuencias de visita), a cada cliente. En su funcionamiento, la heurística utiliza una versión modificada de la heurística de Clarke & Wright<sup>5</sup>. Dicha modificación adapta la forma en la que el método toma la decisión de unir dos rutas, cambiando el cálculo del ahorro. En la versión original incluye solamente distancias. En la versión que se presenta en este informe, se agrega el beneficio monetario originado por las rutas en cuestión.

La segunda etapa construye el plan maestro de ruteo, en base a la asignación de clientes, según la solución obtenida anteriormente. Este ruteo será el que permita visitar a todos los clientes, en su respectiva frecuencia, considerando las restricciones de tiempo y laborales. En esta parte de la heurística se utiliza el método de Clarke & Wright original para el TSP, con el fin de obtener las rutas que los  $k$  vendedores deberán realizar, para suplir las necesidades de los puntos de servicio por separado. Para obtener las rutas, la

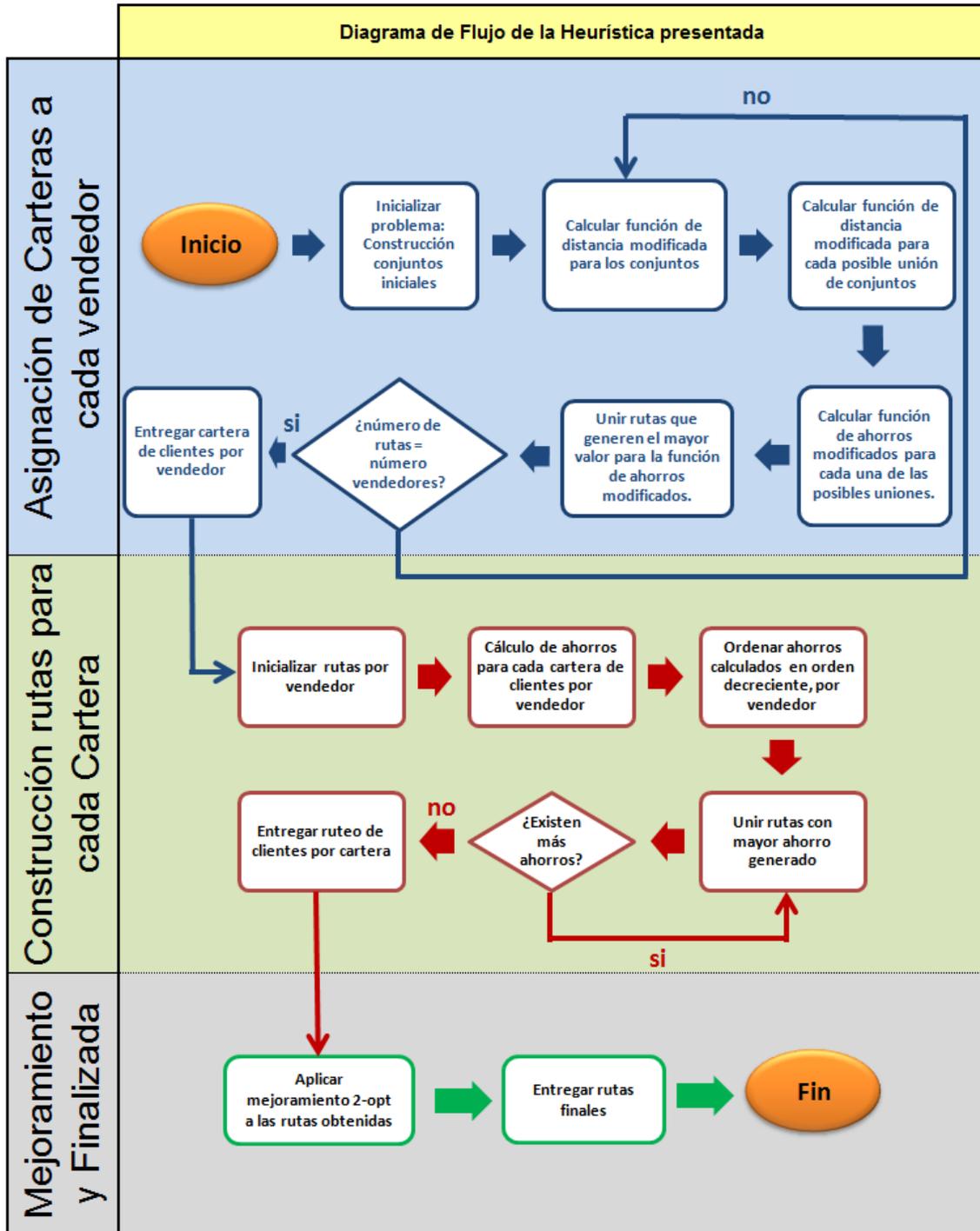
---

<sup>5</sup> La heurística Clarke and Wright es descrita en el Marco Teórico.

heurística que se muestra en este trabajo se basa en la formulación matemática presentada en el punto 5.1, la cual modela el problema presentado como un PVRP, dado que los puntos de servicio pueden ser visitados en más de una oportunidad y los vendedores tienen una restricción horaria para realizar las visitas (debido a la ley del trabajo vigente y los tiempos de servicio), además de los tiempos de traslado entre los clientes. Todos estos factores hacen que la malla de puntos de servicio no pueda ser satisfecha en un día. Es ésta una de las características más importantes para diferenciar la formulación de este problema. De haber podido visitar a todos los clientes en un día, el VRP hubiera sido la forma de modelar esta situación, y no el PVRP.

A continuación, se presenta el esquema que sigue la heurística en su procedimiento. Dichos pasos son explicados en los siguientes puntos de este capítulo.

Figura 8: Diagrama de Flujo de la heurística.



Fuente: Elaboración propia.

### 5.2.1. Descripción primera etapa de la heurística desarrollada: Creación de Carteras.

En el primer paso del método propuesto, se construye heurísticamente la asignación de puntos de servicio por vendedor, a través de la unión de conjuntos de clientes, por medio de una continua evaluación de los ahorros que puedan ser generados al unir dos conjuntos. Dicha evaluación, replica el concepto de la heurística de Clarke & Wright sobre la generación de ahorros, que pueden obtenerse cuando son unidos conjuntos (o rutas) en vez de visitar a estos conjuntos (rutas) en forma separada. Es entonces que se define una función de evaluación de la distancia<sup>6</sup>, distinta a la que presenta la heurística clásica de los ahorros, agregando al concepto de distancia una penalización a este valor cuando exista una desviación sobre el beneficio promedio de todos los conjuntos de clientes generados, en cada punto del algoritmo. Otra diferencia que es interesante mencionar, es la forma de cálculo de estos ahorros. Para la heurística propuesta, el cálculo se realiza tomando la diferencia entre la situación actual de los conjuntos de clientes y las posibles “situaciones siguientes”. Estas “situaciones siguientes”, representan todas las posibles uniones entre dos conjuntos de clientes. Luego, para seleccionar que unión es la que se realizará en la iteración correspondiente, el algoritmo elige el par de conjuntos de clientes que generó mayor ahorro (la diferencia expuesta anteriormente mayor al resto).

La función que representa la medida de distancia para una situación en particular es denominada como *Función de Distancia Modificada (FDM)*. La función que representa las diferencias entre las posibles uniones es llamada

---

<sup>6</sup> El concepto de distancia puede también entenderse como tiempo para este caso. Esto dependerá de los datos que se dispongan para realizar evaluación de la heurística. Para instancias de mayor envergadura, probablemente la obtención de los tiempos de todos a todos los clientes tomaría un tiempo considerable.

*Función Ahorros Modificados (FAM)*. Como ejemplo, el cálculo del criterio de unión de conjuntos de clientes, en la iteración “L” del problema, evaluando si es posible unir dos conjuntos cualquiera “x” e “y” (cuya tupla se simboliza por la letra “i”), sería de la siguiente forma:

$$FAM_{L+1}^i = FDM_L - FDM_{L+1}^i$$

Donde L representa el punto justo antes de evaluar una unión, L+1 es el paso siguiente de la iteración en el cuál se realizará la unión, e “i” es la tupla de conjuntos que se está evaluando para ver si conviene unir.

El valor obtenido por esta expresión, es el ahorro generado al realizar la unión de la tupla “i”, que representa la unión de dos conjuntos de clientes, versus mantener los conjuntos de clientes de la iteración anterior a realizar la unión.

Para verificar cuál será el próximo conjunto que se unirá, en cada iteración se deben evaluar todas las combinaciones no repetibles de pares ordenados, del estilo “inicio ruta – fin ruta”. Luego, se procede a calcular los ahorros posibles de estas uniones viables, con respecto a la situación actual (sin unión). Después, se elige la combinación que genere un mayor ahorro, para luego terminar con la unión de estos conjuntos.

El algoritmo termina cuando el número de conjuntos de clientes es igual al número de vendedores, para los cuales se quiere resolver el problema. Esta información será un parámetro del problema.

Como consideración adicional, las frecuencias de visita para cada cliente también son consideradas en esta parte del algoritmo, tomando el beneficio del cliente total como la multiplicación del beneficio asociado al punto de servicio por la cantidad de visitas a este punto. El concepto detrás de esta acción es que el vendedor verá un beneficio por visita cada vez que asiste a las instalaciones

del cliente. Este supuesto es parte de la modelación del problema y deja entrever que cada visita a un cliente genera una utilidad.

### 5.2.1.1. La Función de Distancia Modificada (FDM).

La función de Distancia Modificada (FDM) contiene directamente en su estructura los dos temas relevantes para el modelamiento y la optimización de la fuerza de ventas: El tiempo recorrido entre los puntos de servicio y los beneficios asociados a los clientes. Indirectamente, también incluye las frecuencias por punto de servicio, las que se utilizan para computar el beneficio total promedio.

Esta función se expresa de la siguiente forma:

$$FDM_l = TSP_{K_{M-l}} + \beta \cdot \sum_{r=1}^{M-l} |B^l - \sum_{i \in K_r} b_i|$$

Siendo,

$FDM_l$  = Función de beneficio en la iteración  $l$

$K_{M-l}$  = Conjunto  $M - l$  del total de conjuntos de cliente, en la iteración  $l$  del algoritmo

$TSP_{K_{M-l}}$  = Largo total de recorrer los  $M - l$  conjuntos de clientes

$\beta$  = Parámetro que transforma dinero en tiempo (horas/dinero)

$b_i$  = Beneficio cliente  $i$  (pesos o unidad equivalente)

$B^l$  = Beneficio promedio por ruta en la iteración  $l$  ( $B^l = \frac{\sum_{i=1}^N b_i}{N - l}$ )

La finalidad de la función FDM, es capturar los cambios (reducción o incremento) en los tiempos totales de cada una de las configuraciones posibles,

además de penalizar las desviaciones existentes en beneficios sobre el promedio por ruta, para los conjuntos formados.

En este modelo es posible utilizar cualquier medida de beneficio asociada a los clientes, para poder realizar la asignación de éstos. La única consideración que habría que tener es generar un ponderador  $\beta'$  que pudiese convertir de una manera correcta las unidades respectivas en tiempo.

Por otro lado, el beneficio por cliente viene de la multiplicación del beneficio por visita del cliente y la frecuencia de visita asociada a éste. La expresión para este término es la siguiente:

$$b_i = f_i \cdot bv_i$$

Donde,

$$b_i = \text{Beneficio total del cliente } i$$

$$f_i = \text{Frecuencia de visita al cliente } i$$

$$bv_i = \text{Beneficio por visita al cliente } i$$

Esta consideración, incluida dentro del parámetro beneficio del cliente, se sustenta en un supuesto de la modelación, que radica en que el beneficio total del cliente se construye en base a los beneficios generados por visita, tomando un valor promedio por visita y su respectiva frecuencia.

#### 5.2.1.2. La Función de Ahorros Modificada.

La Función de Ahorros Modificada es una diferencia entre FDM en distintas posibilidades. Estas situaciones son las que se generan al unir dos conjuntos de clientes (disminuyen los conjuntos de clientes, aumenta el

beneficio promedio por agrupación de cliente) y la de no hacer unión alguna. El objetivo de esta es capturar la unión de conjuntos que presente un mayor ahorro, si en vez de estar separados entre sí, se unen y se recorren en el mismo conjunto. Lo anterior significa que se ha producido una mejora en cuanto al tiempo invertido en recorrer todos los conjuntos de clientes y en las diferencias entre el beneficio promedio y los beneficios de las carteras creadas. Esta mejora debe ser comparada por las generadas por las demás combinaciones que puedan generar ahorros. La que presente un mayor valor, será la candidata para ser unida.

La FAM, al unir dos conjuntos, cuyo nodo último de un conjunto es “x” y el nodo primero de otro conjunto es “y” (formando la tupla “q”), en la iteración L+1, se expresa de la siguiente forma:

$$FAM_{(L+1)q} = FDM_L - FDM_{(L+1)q}$$

$$= \left( TSP_{K_{M-L}} + \beta \cdot \sum_{r=1}^{M-L} \left| B^L - \sum_{i \in K_r} b_i \right| \right) + \left( TSP_{K_{M-(L+1)q}} + \beta \cdot \sum_{r=1}^{M-(L+1)} \left| B^{L+1} - \sum_{i \in K_r^q} b_i \right| \right)$$

Donde  $FAM_{(L+1)q}$  = Función de Ahorros Modificados al juntar tupla “q” (algún nodo último en algún conjunto con algún nodo primero de otro conjunto), en la iteración L+1,

$FDM_L$  = Función de Distancias Modificada calculada en la iteración L (situación previa a unir la tupla q).

$FDM_{(L+1)q}$  = Función de Distancias Modificada calculada en la iteración L+1, considerando que los nodos pertenecientes a la tupla “q”, se unieron a las rutas que pertenecían.

### 5.2.1.3. Pasos del algoritmo (asignación de cartera de clientes a vendedores)

1. Inicializar las rutas de la forma "0-i-0", siendo "0" el punto de partida del problema e "i" un cliente.  $i = 1, \dots, N$ .
2. Calcular la función FDM y FAM para la iteración actual.
3. Elegir el mayor FAM en la iteración correspondiente.
4. Unir los conjuntos de clientes que entreguen el mayor ahorro.
5. Verificar número de conjuntos de clientes después de la unión. Si estos son mayores a los vendedores del problema, volver a realizar cálculos desde el paso 2; si conjunto de clientes es igual en número a vendedores del problema, parar.

En lo que sigue, se entregará el detalle de las funciones utilizadas por esta heurística, empleando como criterio de selección de conjuntos a unir.

### 5.2.2. Descripción segunda etapa: Plan Maestro de Ruteo.

Ya con los conjuntos de clientes generados por cada vendedor, se realiza el ruteo y la planificación de las visitas en cada cliente, en base al algoritmo de los Ahorros (Clarke & Wright: unir rutas que presenten mayor ahorro entre unir nodos  $i$  y  $j$  versus visitarlos en rutas distintas). Cada ruta no deberá superar las 8 horas en tiempo recorrido (restricción de jornada Laboral). También se consideran tiempos en cada nodo cliente. Este tiempo se define como el "servicio entregado al cliente  $i$ ". Este servicio puede variar, dependiendo la actividad que se realizará en el cliente.

Cada cliente podrá ser visitado más de una vez, originando rutas para cada frecuencia de visita de clientes.

La forma en que la heurística genera las rutas, es la siguiente:

- Primero, se toma como *input* las carteras de clientes generadas en la asignación de clientes a los vendedores.
- Segundo, para cada cartera, la heurística construye las rutas según el algoritmo de los ahorros Clarke and Wright. Las rutas que se originan son separadas por frecuencia de visita de cliente. Esto significa que primero el algoritmo construye las rutas de clientes con menor frecuencia, lo que va aumentando a medida que avanza el recorrido de la heurística.
- Una vez que se construyen las rutas, estas son evaluadas en distancia y tiempo.
- Por último, se realiza asignación de las rutas generadas a los días de trabajo de cada vendedor.

### 5.3. Mejoramiento.

Con los resultados obtenidos de la heurística, se procede a aplicar un algoritmo de mejoramiento del tipo búsqueda local, con el fin de detectar los cambios producidos en la función objetivo del problema y en los tiempos de recorrido por vendedor.

En este problema, se aplica el algoritmo “2-opt” para poder visualizar los cambios en las variables relevantes del problema. Este algoritmo realiza el análisis dentro de cada una de las rutas generadas, por lo que se evalúa la situación de las rutas formadas para cada vendedor. Así, el algoritmo recorre todas las rutas formadas durante la heurística, y en cada una realiza los

intercambios de arcos respectivos, con el fin de determinar si existe una forma de recorrer a los mismos clientes en un tiempo menor. Los cambios o evaluaciones realizadas por este algoritmo, no consideran una redistribución de las carteras de clientes a cada vendedor, sólo se toma esta información como input.

Luego, la aplicación del algoritmo de mejoramiento “2-opt” buscará ver si el modelo presenta maneras simples de realizar una disminución en los tiempos de traslado. Una vez evaluados estos casos, se procederá a cuantificar la mejoría en los tiempos de recorrido, con el fin de poder estimar el tiempo disponible general para cada vendedor. Este tiempo disponible se conocerá entonces como el tiempo muerto o tiempo de holgura.

Con el mejoramiento aplicado, se evaluará el ruteo de los clientes que realiza la heurística. Como alcance futuro se sugiere estudiar caso en el que se realicen cambios en las carteras de vendedores.

## Capítulo 6 Resultados

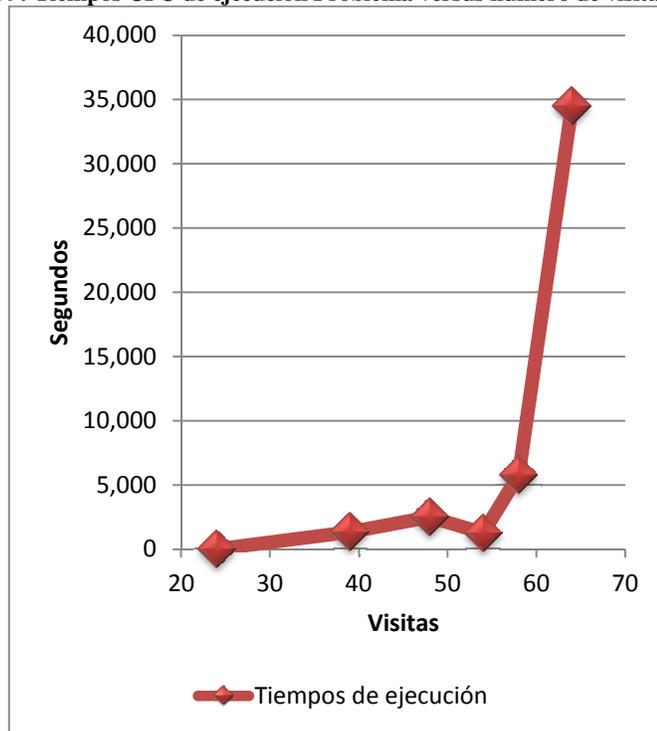
### 6.1. Resolución del problema exacto

La resolución del problema exacto formulado en esta tesis, se realizó en GAMS 23.0.2, con licencia CPLEX. El programa de optimización pudo resolver instancias de 8, 10, 11 y 13 clientes. Cada cliente tiene una frecuencia de visitas definida. La suma de frecuencias de visita entrega una dimensión del problema. El número de visitas a clientes va desde 24 a 64 visitas.

Los días de horizonte de tiempo fueron 5 y 10 días.

A continuación, se muestran los tiempos de ejecución de cada instancia versus las visitas totales que debe realizar el equipo de vendedores.

Figura 9: Tiempos CPU de ejecución Problema versus número de visitas totales



Fuente: Elaboración Propia.

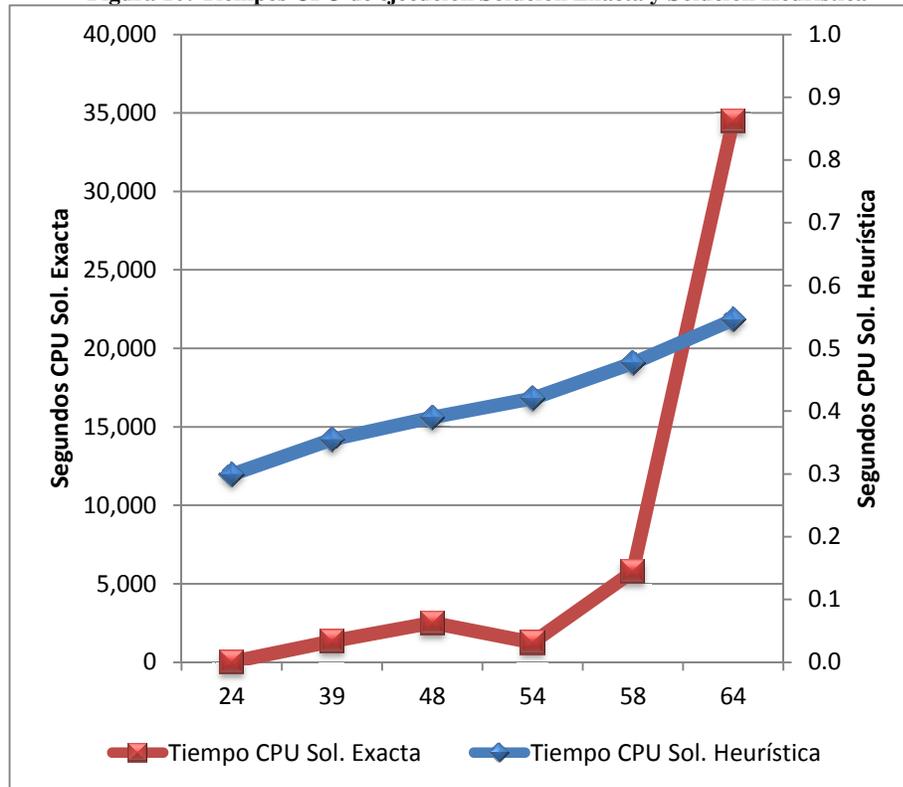
En los resultados del problema exacto, se muestra que, al tener una instancia de 64 visitas, para 13 clientes, el problema demora cerca de 35,000 segundos en obtener una solución. Este tiempo es equivalente a 9.7 horas, aproximadamente. Si elevamos en número de clientes y el número de visitas, el tiempo que tomará en resolver esta instancia será aún mayor. En otras palabras, el crecimiento del tiempo de resolución impide correr el algoritmo para instancias mayores, pues los alcances de este estudio definen el apoyo a la empresa, en la planificación de la fuerza de ventas, siendo el tiempo de esta tarea escaso.

Este resultado, justifica la elección de la heurística para resolver el problema planteado en este estudio, pues será necesario realizar diversas simulaciones en un tiempo razonable, con el fin de poder tomar una decisión más informada.

Las instancias testeadas también fueron resueltas con la heurística. Para éstas, los tiempos de ejecución de la CPU fueron bastante menores, entregando una ventaja en este aspecto al desarrollo que se presenta. Como fue exhibido, los tiempos de ejecución para el método exacto, están entre los 12 y los 35,000 segundos. Para el caso de la heurística, los tiempos de la CPU de corrida (para las mismas instancias), se encuentran entre los 0.29 y los 0.55 segundos.

En el siguiente gráfico, es posible visualizar las diferencias entre ambos tiempos. Como referencia al lector, el gráfico ha sido construido con dos ejes (uno para tipo de solución), puesto que los valores entre ambos ítems no son comparables en orden de magnitud.

Figura 10: Tiempos CPU de ejecución Solución Exacta y Solución Heurística

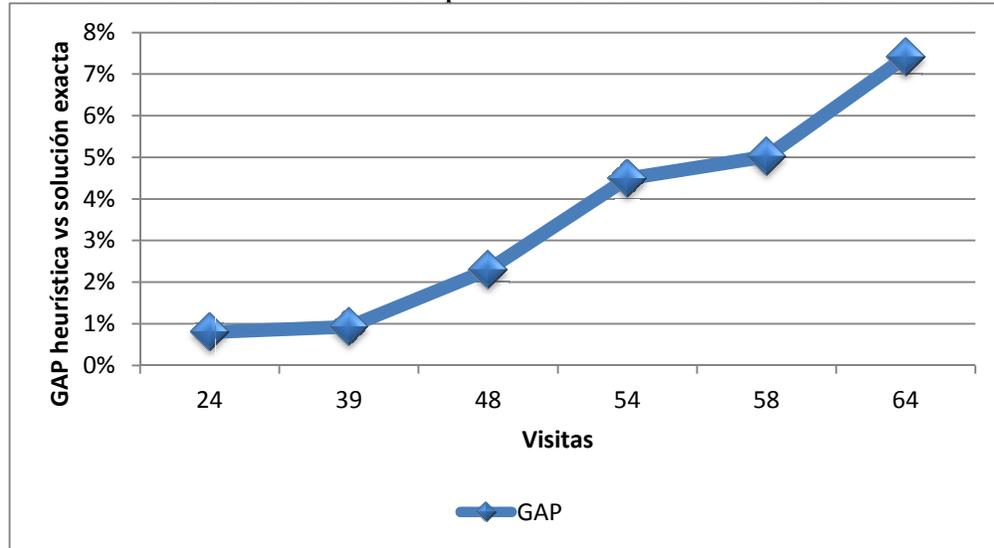


Fuente: Elaboración propia.

El tiempo de ejecución para las diferentes alternativas de solución no será lo único que tendremos que notar. También es necesario observar qué pasa con el GAP<sup>7</sup> entre la solución heurística y la solución exacta. Como es posible ver en el siguiente gráfico, el GAP para cada instancia generada se encuentra entre un 0.8 y un 7.41 por ciento. Estos valores aumentan al hacer crecer la instancia, tal como en [12].

<sup>7</sup> GAP: Término utilizado para hacer referencia a la diferencia existente entre un valor y otro. En optimización, este término representa la distancia entre el valor de una solución versus otra. Para el caso expuesto, el término será utilizado para comparar a qué porcentaje de la solución exacta se encuentra la solución de la heurística

Figura 11: GAP de soluciones heurísticas con respecto a las soluciones exactas en diferentes n° de visitas



Fuente: Elaboración propia.

Luego, podemos ver que la heurística genera resultados cercanos al óptimo en los diferentes casos, en diversos grados. Sin embargo, para la instancia con mayores visitas, tenemos una distancia a la solución exacta del problema de un 7.41 por ciento, solución que es obtenida 63,000 veces más rápido que la exacta. Es entonces válido notar que, al preferir rapidez de solución, se sacrifica cercanía al óptimo al utilizar una heurística.

## 6.2. Resultados generales heurística desarrollada.

### 6.2.1. Presentación.

La solución al problema se obtiene mediante la heurística descrita en la metodología. Se testea este esquema para evaluar los resultados que el algoritmo generado entrega frente a diferentes instancias. El testeo, analiza el desempeño de la heurística, con lo cual será posible evaluar el rendimiento y la

prestancia que este algoritmo pueda aportar, tanto al problema general de planificación y asignación de clientes como a la instancia particular del caso ECOLAB.

Los tamaños de los problemas que se han escogido para probar el funcionamiento de la heurística son de 40, 80, 100, 120, 150 y 200 clientes. Cada uno de los parámetros necesarios para generar estos problemas se obtienen del ajuste de las distribuciones de probabilidad sobre los datos históricos recopilados durante la realización de este estudio.

Además de la cantidad de clientes, los vendedores también son parte de la instancia. Para este caso, se eligió arbitrariamente el número de vendedores para los conjuntos de clientes. El criterio utilizado para realizar esta elección fue la configuración actual de la fuerza de ventas. Esta presenta vendedores que, en número, equivalen entre el 5 y el 8 por ciento de la cantidad total de clientes. Por lo tanto, se evaluarán las distintas carteras de clientes con vendedores equivalentes a estos porcentajes, para así tener una comparación en situaciones posibles en la realidad.

### 6.2.2. Generación de Instancias para testeo de la heurística.

Las instancias que se usaron para realizar las pruebas de la heurística programada, se construyeron en base a las distribuciones de probabilidad, las cuales fueron ajustadas a los datos obtenidos en el caso del problema real de la empresa. Los datos relevantes para la generación de las diferentes instancias son: los tiempos entre clientes, los tiempos de servicio en cada cliente, las frecuencias de visitas y los beneficios de los clientes.

Entonces, cada instancia del problema está descrita por el número de clientes, la cantidad de vendedores disponibles, los tiempos entre clientes, los tiempos de servicio en cada punto, las frecuencias de visitas a cada cliente y los beneficios asociados a visitarlos.

Las combinaciones entre los parámetros descritos anteriormente, entregaron una instancia válida para realizar la simulación. Se generaron 22 combinaciones diferentes para cada una de estas, con el fin de poder presentar los resultados. Estos últimos se determinaron utilizando el promedio de las 22 instancias analizadas en cada caso. Lo anterior, busca presentar un resultado robusto frente a las pruebas realizadas, persiguiendo la obtención del comportamiento de la heurística frente a instancias generadas aleatoriamente.

Para el ajuste de distribuciones de probabilidad a los datos analizados, se utilizó el software EasyFit versión 5.5, el cuál entregó un ranking de 61 distribuciones según 3 test de bondad de ajuste. Estas pruebas fueron Kolmogorov-Smirnov, Anderson Darling y Chi-cuadrado. Las distribuciones seleccionadas fueron las que mejor ajustaban los datos a una distribución, posicionándose en los primeros lugares del ranking.

A continuación, se describen los pasos para la generación de cada uno de los parámetros necesarios para probar la heurística.

#### *Tiempos entre clientes.*

Los tiempos de viaje entre todos los puntos  $i$  y  $j$  se obtienen a partir de los datos reales del problema principal. Para este caso, se generaron los tiempos según una distribución uniforme continua, la cual entrega para cada par de nodos un valor para este parámetro.

La elección de esta distribución para los tiempos entre clientes no es al azar. Esta es seleccionada debido a la procedencia de los datos del problema, pues no presentan una variabilidad en su composición, al ser computados desde las coordenadas espaciales de cada punto, para el caso de la empresa. Es por lo anterior que la propiedad de la distribución uniforme continua es aprovechada, al ser cada valor del intervalo equiprobable. Con esta propiedad, se reconoce el origen determinístico de los datos, simulando los valores de este parámetro de una manera que pueda ser utilizada para realizar la prueba a la heurística construida en este estudio de tesis.

La generación de los valores según esta distribución, fue realizada en el software EasyFit, versión 5.5. Para este caso, no hubo un ajuste de distribuciones de probabilidad.

#### *Beneficios de clientes*

Este parámetro fue estimado según la distribución de probabilidad que presentaron los datos reales del problema. La elección de la distribución fue realizada por el software EasyFit versión 5.5, el cuál ajustó los parámetros de diferentes distribuciones de probabilidad, entregando como la mejor ajustada la del Valor extremo generalizado, resultado que cumplió con presentar el mejor estadístico de bondad de ajuste Chi-cuadrado, aceptando la hipótesis nula.

#### *Tiempos de servicio*

Los tiempos de servicios representan los tiempos que toma un vendedor para entregar un servicio adecuado en el cliente. Este valor es diferente entre cada cliente y cada vendedor, pues se requiere de la experiencia en el terreno para poder suministrar una atención de calidad óptima.

Dada la variabilidad de los tiempos, se decide obtener una simulación de estos valores ajustando una distribución de probabilidad. El ajuste entrega como resultado la distribución Valor extremo generalizado, la cual es descrita posteriormente.

El ajuste se realiza con el software EasyFit versión 5.5, de la misma manera que para el parámetro anterior.

*Frecuencias de servicio.*

Para simular esta variable, se ajustan diversas distribuciones de probabilidad a los datos reales del problema Ecolab. En este ajuste, la distribución que resultó tener un mejor ranking dentro de las posibilidades fue la de Poisson. El ajuste se realiza con el software EasyFit versión 5.5.

En resumen, las distribuciones de probabilidad seleccionadas para generar las instancias aleatorias para estudiar la heurística propuesta, de los siguientes conjuntos simulados, son las siguientes:

| Conjuntos simulados    | Distribución               | Parámetros                                    |
|------------------------|----------------------------|---|
| Tiempos entre clientes | Uniforme continua          | $a=0,003$ $b=4,98$                            |
| Frecuencias de Visita  | Poisson                    | $\lambda=2,2336$                              |
| Beneficios del cliente | Valor extremo generalizado | $k=0,4344$ $\sigma=2,3730E+6$ $\mu=1,8452E+6$ |
| Tiempo de Servicio     | Valor extremo generalizado | $k=-0,53528$ $\sigma=0,50747$ $\mu=0,92025$   |

Tabla 1: Conjuntos simulados, distribuciones de probabilidad y parámetros.

La caracterización de las distribuciones de probabilidad utilizadas en este experimento, podrán ser encontradas en el apéndice A.

### 6.2.3 Resultados para las pruebas realizadas.

Las pruebas que se realizan a la heurística diseñada, consisten en evaluar el desempeño en diferentes instancias generadas aleatoriamente, en los siguientes aspectos:

- Número de rutas formadas,
- Tiempos totales de ruteo,
- Tiempos Ociosos del sistema,
- Tiempo Ejecución CPU,

Esta evaluación, también incluye la comparación entre los resultados de la heurística aplicada normalmente a las instancias y el algoritmo de mejora, con el fin de establecer una comparación del algoritmo trabajado versus un método simple de mejora.

En la siguiente tabla, se muestra el tamaño del problema según los clientes y la cantidad de vendedores para los que hará la evaluación.

| Instancia<br>(Clientes) | Vendedores<br>Evaluados |
|-------------------------|-------------------------|
| 40                      | 2 y 3                   |
| 80                      | 4 y 6                   |
| 100                     | 5 y 7                   |
| 120                     | 6 y 8                   |
| 150                     | 7 y 10                  |
| 200                     | 10 y 14                 |

Tabla 2: Instancias y vendedores

## Resultados primer grupo de vendedores.

Las simulaciones que fueron realizadas originaron 22 escenarios para cada una de las instancias.

A continuación, se muestran los resultados generales de la evaluación realizada a la heurística.

En primer lugar, se exhiben las rutas formadas en promedio para cada instancia, las rutas por vendedor en promedio por instancia, el beneficio total del recorrido y el beneficio promedio por ruta. Estos resultados se obtuvieron para un número de vendedores igual al 5 por ciento de los clientes del problema.

| Cientes | Vendedores | Rutas Formadas en Promedio | Rutas por vendedor en Promedio | Beneficio Total (\$ 00000) | Beneficio por ruta en Promedio (\$ 00000) |
|---------|------------|----------------------------|--------------------------------|----------------------------|---|
| 40      | 2          | 42                         | 21                             | \$ 4,804                   | \$ 115                                    |
| 80      | 4          | 84                         | 21                             | \$ 10,435                  | \$ 124                                    |
| 100     | 5          | 101                        | 20                             | \$ 12,553                  | \$ 124                                    |
| 120     | 6          | 132                        | 22                             | \$ 14,106                  | \$ 107                                    |
| 150     | 7          | 193                        | 28                             | \$ 19,164                  | \$ 100                                    |
| 200     | 10         | 324                        | 32                             | \$ 24,174                  | \$ 75                                     |

Tabla 3: Rutas formadas, beneficio total y beneficio por ruta en promedio, para instancias con vendedores que tienen el 5% de vendedores con respecto al total de clientes.

Las rutas formadas, en promedio, corresponden a los recorridos que la heurística entrega como resultado ante un conjunto de clientes, de frecuencias, de tiempos y beneficios. Cada una de estas rutas equivale a un día de trabajo para algún vendedor. Luego, para el PVRP, las rutas formadas en promedio representan los recorridos que la fuerza de ventas deberá realizar. Por otro lado, podemos decir que la instancia podrá ser resuelta (entiéndase por resuelta la instancia que es atendida completamente) en los días que la fuerza de ventas pueda servir a todos los puntos. Este monto es el que se muestra en la columna

de “Rutas por vendedor en Promedio”, al ser el cociente entre las rutas formadas y el número de vendedores.

De los beneficios por instancia, es posible observar su aumento con respecto al incremento de clientes. Esto es lógico, pues si se tienen más puntos de visita, cada uno de ellos entregará un beneficio al visitarse. Además, se muestra una tendencia a la disminución del beneficio promedio por recorrido, a medida que se eleva el número de clientes. Este resultado tiene relación con respecto al incremento que tienen las rutas por vendedor en promedio de cada instancia, pues este ratio crece a medida que la cantidad de clientes aumenta. Este resultado nos dice que, si bien se mantiene la proporción entre vendedores y clientes, no ocurre lo mismo con respecto a las rutas que cada vendedor tendrá que realizar.

Así se observa que, a mayor número de clientes, menor es el beneficio capturado por el vendedor. Para poder buscar una configuración óptima, será necesario entonces controlar el beneficio generado por cada vendedor, con el fin de no perder la rentabilidad entregada por cada uno.

En la siguiente tabla, se muestran los tiempos que se obtienen como solución de la heurística, al no aplicar mejoramiento.

| Clientes | Vendedores | Tiempo Total Recorrido (Hrs) | Tiempo Ocioso (Hrs) | Tiempo Total (Hrs) | % Tiempo Ocupado |
|----------|------------|------------------------------|---------------------|--------------------|------------------|
| 40       | 2          | 276                          | 59                  | 335                | 82.3%            |
| 80       | 4          | 566                          | 106                 | 672                | 84.2%            |
| 100      | 5          | 678                          | 129                 | 807                | 84.0%            |
| 120      | 6          | 833                          | 225                 | 1057               | 78.8%            |
| 150      | 7          | 1041                         | 499                 | 1540               | 67.6%            |
| 200      | 10         | 1554                         | 1041                | 2596               | 59.9%            |

Tabla 4: Tiempos heurística para cantidad de vendedores igual al 5% de los clientes, sin mejoramiento.

El porcentaje de tiempo ocupado decae con respecto al incremento del número de clientes. Esta situación, nos dice que existe un tiempo ocioso cada vez más importante cuando aumenta la red de puntos de servicio. El hecho de tener que gestionar una mayor cantidad de cuentas, con diversas ubicaciones y beneficios, hace a la heurística no responder de la manera que se espera, la cual es que al menos se mantenga la misma proporción de tiempo ocupado a medida que aumenta el número de clientes.

Luego, como se aprecia en la siguiente tabla, el tiempo ocioso aumenta en diversas magnitudes cuando se aplica mejoramiento (que es parte de la heurística propuesta).

| Clientes | Vendedores | Tiempo Total Recorrido (Hrs) | Tiempo Ocioso (Hrs) | Tiempo Total (Hrs) | % Tiempo Ocupado | Aumento tiempo ocioso con al aplicar mejoramiento |
|----------|------------|------------------------------|---------------------|--------------------|------------------|---|
| 40       | 2          | 271                          | 64                  | 335                | 80.8%            | 8.2%  |
| 80       | 4          | 555                          | 117                 | 672                | 82.6%            | 9.9%  |
| 100      | 5          | 662                          | 145                 | 807                | 82.0%            | 12.3%   |
| 120      | 6          | 815                          | 242                 | 1057               | 77.1%            | 8.0%  |
| 150      | 7          | 1022                         | 519                 | 1540               | 66.3%            | 4.0%  |
| 200      | 10         | 1538                         | 1058                | 2596               | 59.2%            | 1.6%  |

Tabla 5: Tiempos heurística para cantidad de vendedores igual al 5% de los clientes, con mejoramiento.

Este aumento del tiempo ocioso es lo que se denomina la “mejora simple” propuesta en la heurística. El sentido de esta expresión se basa en que se logra aumentar el tiempo ocioso dentro de las rutas generadas reorganizando las visitas a los clientes. Esta acción, que parece tan trivial, logra desocupar el tiempo de la fuerza de ventas entre el 1.6 y el 12.3 por ciento para el caso cuando los vendedores son el 5 por ciento de los clientes.

Los mayores valores para el incremento en los tiempos ociosos se dan en las configuraciones que presentan 100 y 80 clientes. Esta mejora disminuye a medida que se eleva la cantidad de clientes.

Por último, se muestran los resultados obtenidos sobre los tiempos de ejecución de la heurística. Estos tiempos son los que toma el procesador en resolver la heurística.

| Clientes | Vendedores | Asignación carteras y construcción de rutas (segundos) | Mejoramiento (segundos) | Total (segundos) |
|----------|------------|--|-------------------------|------------------|
| 40       | 2          | 0.7  | 0.9                     | 1.6              |
| 80       | 4          | 12.3   | 8.0                     | 20.3             |
| 100      | 5          | 28.9   | 29.3                    | 58.2             |
| 120      | 6          | 58.0   | 57.6                    | 115.6            |
| 150      | 7          | 116.0  | 116.1                   | 232.2            |
| 200      | 10         | 266.1  | 272.6                   | 538.6            |

Tabla 6: Tiempos CPU heurística.

Los tiempos de ejecución de incrementan al aumentar el número de clientes, resultado común para este tipo de heurísticas. Los valores de los tiempos parecen razonables cuando se piensa en obtener una solución rápida y en línea. Esto muestra que la heurística es capaz de entregar una solución en un tiempo mucho menor a lo que la planificación manual podría hacerlo, entregando una ventaja al usuario.

### Resultados segundo grupo de vendedores.

Los resultados del anterior grupo de vendedores no son considerablemente diferentes a los obtenidos en este caso (aproximadamente un 8% de los clientes considerados). A continuación, la tabla con los datos de las rutas formadas y los beneficios.

| Clientes | Vendedores | Rutas Formadas en Promedio | Rutas por vendedor en Promedio | Beneficio Total (\$ 00000) | Beneficio por ruta en Promedio (\$ 00000) |
|----------|------------|----------------------------|--------------------------------|----------------------------|---|
| 40       | 3          | 45                         | 15                             | \$ 4,804                   | \$ 107                                    |
| 80       | 6          | 89                         | 15                             | \$ 10,435                  | \$ 117                                    |
| 100      | 7          | 106                        | 15                             | \$ 12,553                  | \$ 118                                    |
| 120      | 8          | 139                        | 17                             | \$ 14,106                  | \$ 101                                    |
| 150      | 10         | 203                        | 20                             | \$ 19,164                  | \$ 95                                     |
| 200      | 14         | 334                        | 24                             | \$ 24,174                  | \$ 72                                     |

Tabla 7: Rutas formadas, beneficio total y beneficio por ruta en promedio, para instancias con vendedores que tienen el 8% de vendedores con respecto al total de clientes.

La tendencia del esquema del resultado de la heurística no varía con respecto al anterior caso. Lo que si se debe notar es que los beneficios por ruta en promedio, disminuyen frente a agregar otro vendedor, para la misma situación. Nótese que en ninguno de los escenarios se obtiene un beneficio promedio por ruta menor en el primer caso (menores vendedores para la misma cantidad de clientes). Lo anterior hace pensar que, a medida que se incluyen vendedores en una cartera, más difícil hace para la heurística obtener mayores beneficios promedios por ruta. Es más, existe una disminución del 5.2 por ciento de los beneficios promedios por ruta al comparar el problema con menor cantidad de vendedores versus el problema con una mayor cantidad de éstos.

Nuevamente se aprecia que los casos con 80 y 100 vendedores son los que tienen un mayor beneficio promedio por ruta, lo que puede ayudar a determinar que la heurística se comporta de una manera más aceptable entre este número de clientes.

El tiempo ocupado para la ejecución de la heurística antes de realizar el mejoramiento es similar al caso con menores vendedores. Se advierte una diferencia mayor entre las instancias con menores vendedores (40, 80 y 100), que en las otras. Lo mencionado puede ser apreciado en la siguiente tabla.

| Clientes | Vendedores | Tiempo Total Recorrido (Hrs) | Tiempo Ocioso (Hrs) | Tiempo Total (Hrs) | % Tiempo Ocupado |
|----------|------------|------------------------------|---------------------|--------------------|------------------|
| 40       | 3          | 286                          | 72                  | 359                | 79.8%            |
| 80       | 6          | 584                          | 128                 | 713                | 82.0%            |
| 100      | 7          | 696                          | 155                 | 851                | 81.8%            |
| 120      | 8          | 856                          | 257                 | 1113               | 76.9%            |
| 150      | 10         | 1074                         | 547                 | 1621               | 66.2%            |
| 200      | 14         | 1592                         | 1079                | 2672               | 59.6%            |

Tabla 8: Tiempos heurística para cantidad de vendedores igual al 8% de los clientes, sin mejoramiento.

La importancia de determinar el tiempo ocioso en este tipo de problemáticas se debe a la necesidad de administrar el recurso “tiempo” de la mejor forma posible. A mayor tiempo ocioso, menor productividad. Es entonces relevante cuantificar esta pérdida de productividad, tal como se ha realizado en este estudio, para poder asignar en un futuro nuevos clientes, como también poder identificar las carteras en donde existe un “espacio de tiempo” mayor.

El tiempo ocupado sigue el comportamiento de la situación con menor cantidad de vendedores. A mayor número de clientes, menor porcentaje del tiempo ocupado se aprecia. Nótese que el tiempo ocioso no incluye el tiempo de traslado de un lugar a otro.

Para esta situación, la aplicación del mejoramiento dentro de la heurística también logró determinar que era posible tener una planificación de ruteo más eficiente. En la tabla a continuación, se muestran los resultados del mejoramiento realizado sobre las instancias analizadas, con un 8 por ciento de vendedores sobre los clientes.

| Clientes | Vendedores | Tiempo Total Recorrido (Hrs) | Tiempo Ocioso (Hrs) | Tiempo Total (Hrs) | % Tiempo Ocupado | Aumento tiempo ocioso con al aplicar mejoramiento |
|----------|------------|------------------------------|---------------------|--------------------|------------------|---|
| 40       | 3          | 283                          | 76                  | 359                | 78.9%            | 4.7%  |
| 80       | 6          | 575                          | 138                 | 713                | 80.7%            | 7.3%  |
| 100      | 7          | 681                          | 170                 | 851                | 80.0%            | 9.4%  |
| 120      | 8          | 839                          | 274                 | 1113               | 75.4%            | 6.8%  |
| 150      | 10         | 1057                         | 564                 | 1621               | 65.2%            | 3.0%  |
| 200      | 14         | 1577                         | 1095                | 2672               | 59.0%            | 1.4%  |

Tabla 9: Tiempos heurística para cantidad de vendedores igual al 8% de los clientes, con mejoramiento.

Nuevamente, el aumento en el tiempo ocioso se enfoca en las carteras de menor volumen de clientes. Específicamente, entre 80 y 100 clientes se aprecian los mayores valores para este indicador. Si bien estos resultados en porcentajes son menores que los resultados para la cantidad de vendedores anterior, la heurística logra detectar tiempo ocioso, asignando de una forma distinta los recorridos.

Por último, los tiempos de ejecución de la heurística van entre los 1.7 y los 510.2 segundos, valores que van aumentando a medida que se eleva el número de clientes. En el siguiente cuadro se pueden apreciar estos valores, como también su evolución con respecto al aumento de clientes.

| Clientes | Vendedores | Asignación carteras y construcción de rutas (segundos) | Mejoramiento (segundos) | Total (segundos) |
|----------|------------|--|-------------------------|------------------|
| 40       | 3          | 0.9  | 0.8                     | 1.7              |
| 80       | 6          | 12.3   | 7.9                     | 20.2             |
| 100      | 7          | 28.3   | 28.2                    | 56.5             |
| 120      | 8          | 58.3   | 57.6                    | 116.0            |
| 150      | 10         | 112.3  | 107.6                   | 219.9            |
| 200      | 14         | 261.9  | 248.2                   | 510.2            |

Tabla 10: Tiempos CPU heurística.

## 6.3 Estudios de Caso: Solución problema para empresa ECOLAB.

### 6.3.1 Presentación caso.

ECOLAB requiere una nueva forma de asignar a sus clientes, construyendo carteras que sean más equitativas en tiempo y en beneficio anual<sup>8</sup> percibido por la empresa.

La solución que se genera en este trabajo consiste en la obtención de las carteras de clientes para cada uno de los vendedores pertenecientes a la fuerza de ventas del distrito comercial de Agri, que opera en el sur de Chile. También se generan las rutas a seguir para cada una de estas carteras, asociadas a los beneficios económicos de un determinado periodo de tiempo. Lo anterior es denominado como el ruteo maestro de los clientes.

### **Datos.**

El problema se define con los siguientes parámetros:

- Número de clientes = 106.
- Número de vendedores = 5.
- Tiempos entre cada uno de los clientes es conocido.
- Beneficios de cada uno de los clientes es conocido.
- Tiempos de servicio en cada cliente es conocido.

En la siguiente figura, se muestra la información recolectada sobre los clientes presentes en esta zona y se ubican en el mapa. Con estas

---

<sup>8</sup> Beneficio Anual: Monto en dinero o en unidades medibles que indiquen algún bienestar, medidas en el plazo de un año.

coordenadas se generó la base de distancias y tiempos entre cada uno de los puntos de servicio. Estas fueron obtenidas desde la visita a los predios lecheros con un instrumento GPS, como también con la información existente en los datos de la empresa con respecto a las ubicaciones de los clientes. Luego de la recopilación de esta información, las coordenadas fueron imputadas en el software de *georeferencia Google Earth*, con lo cual se obtuvieron las distancias de punto a punto, como también los tiempos de viajes estimados,

Figura 12: Mapeo de clientes predios lecheros en zona sur.



Fuente: Elaboración propia.

La imagen anterior muestra los clientes dispersos en la zona sur. Debido a su distribución, es relevante realizar una gestión adecuada de asignación y ruteo,

con el fin de poder ocupar más tiempo en servicio en los puntos de venta y prospectar nuevos clientes, que en traslado.

Los tiempos y las frecuencias de visitas se obtienen realizando un levantamiento de información en terreno con cada uno de los vendedores. Esto se hizo realizando visita a la zona y se programando salidas hacia los distintos clientes que se incluyen en este estudio.

Por último, los beneficios de los clientes se obtuvieron de la base de datos de ventas de la compañía.

### 6.3.2 Programación Real.

La cartera de clientes asignada en la situación real de la empresa es la siguiente:

| Vendedor | Cartera de clientes |    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |     |     |  |  |  |
|----------|---------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|--|--|--|
|          | 1                   | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12  | 15  | 16  | 17  | 18  | 19 | 20 | 21 | 22 | 24 | 25 | 26 | 27  | 103 |  |  |  |
| 1        | 7                   | 23 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 36 | 40 | 41 | 42  | 43  | 47  | 49  | 56  | 58 | 59 | 61 | 64 | 66 | 73 |    |     |     |  |  |  |
| 2        | 0                   | 13 | 14 | 28 | 34 | 35 | 37 | 38 | 44 | 45 | 46  | 62  | 63  | 72  | 78  | 79 | 83 | 85 | 93 | 94 | 97 | 98 | 99  |     |  |  |  |
| 3        | 48                  | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 57 | 60 | 65 | 67  | 68  | 74  | 75  | 76  | 80 | 82 | 86 | 88 | 90 | 95 | 96 | 104 |     |  |  |  |
| 4        | 39                  | 70 | 71 | 77 | 81 | 84 | 87 | 89 | 91 | 92 | 100 | 101 | 102 | 105 | 106 |    |    |    |    |    |    |    |     |     |  |  |  |

Tabla 11: Asignación inicial de clientes de predios lecheros.

Los clientes son indexados a una lista correlativa, con el fin de preservar su identidad.

La cartera 1 cuenta con 24 clientes, la cartera 2 con 21 clientes, la tercera cartera cuenta con 23 clientes, la cuarta cartera tiene 23 clientes y la quinta cartera posee 15 clientes.

En la siguiente tabla, se muestran los datos reales de las rutas recorridas, los tiempos y el porcentaje de tiempo ocupado para la situación real de la empresa.

| Cartera | Rutas | Tiempo Recorrido (Hrs) | Tiempo Ocioso (Hrs) | Total (Hrs) | % Tiempo Ocupado |
|---------|-------|------------------------|---------------------|-------------|------------------|
| 1       | 30    | 166.2                  | 73.8                | 240         | 69.3%            |
| 2       | 30    | 160.4                  | 79.7                | 240         | 66.8%            |
| 3       | 30    | 183.0                  | 57.0                | 240         | 76.3%            |
| 4       | 30    | 174.0                  | 66.0                | 240         | 72.5%            |
| 5       | 30    | 129.0                  | 111.0               | 240         | 53.8%            |
| Total   | 150   | 812.6                  | 387.5               | 1200        | 67.7%            |

Tabla 12: Situación Real problema Ecolab.

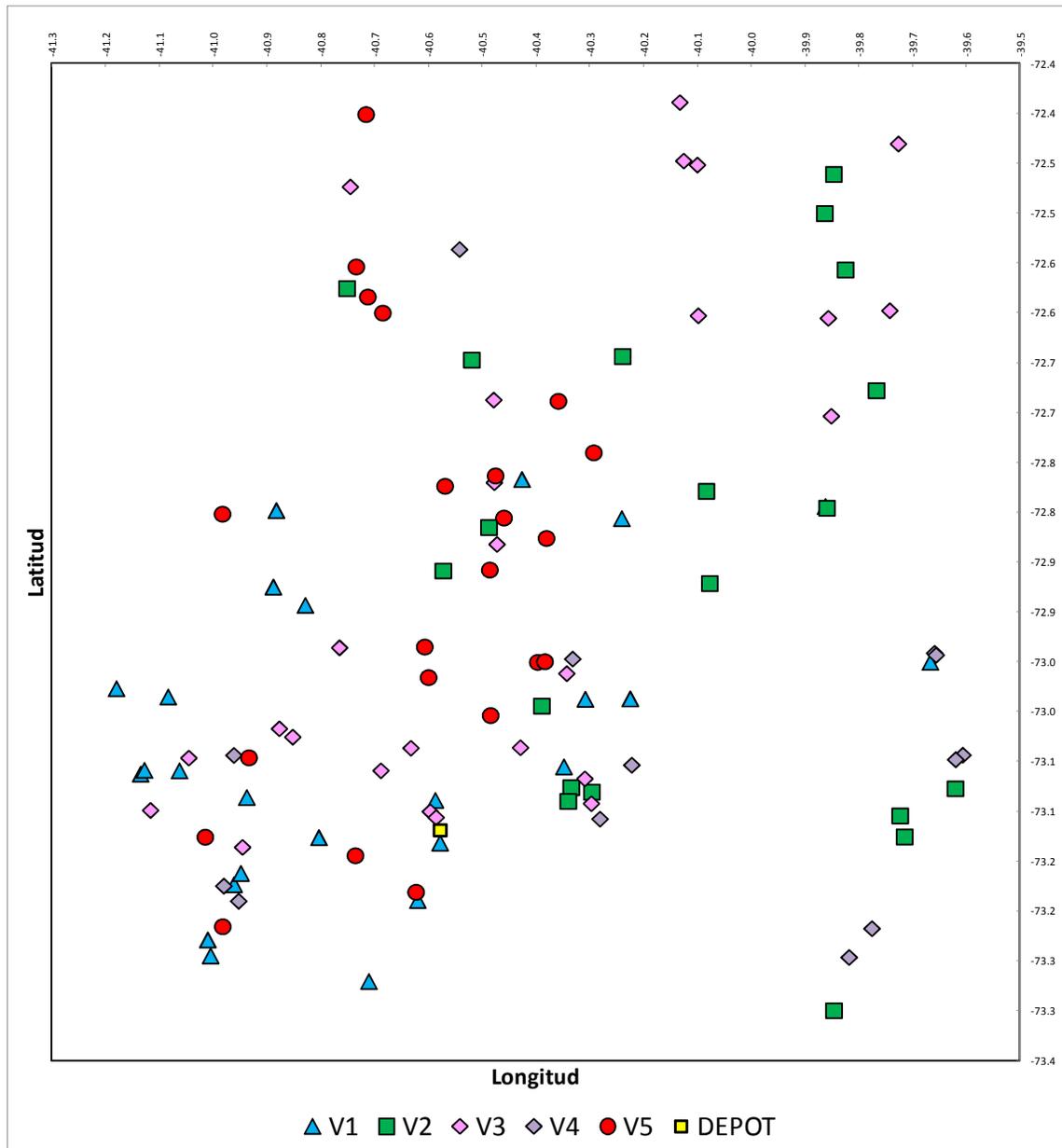
Las rutas reales representan los días en que se realiza la visita a todos los clientes, en las frecuencias determinadas por la fuerza de ventas y el área de gerencia. El tiempo recorrido es de 812.6 horas, con un porcentaje de tiempo ocupado promedio de 67.7 por ciento. Es importante mencionar que, para visitar a todos los clientes, en las frecuencias señaladas y cumpliendo con los tiempos de servicios exhibidos en este estudio, se necesita más de un mes hábil (21 días hábiles) para lograr estar en todos los puntos, según cada necesidad.

### 6.3.3 Programación Optimizada.

Para el caso planteado por ECOLAB, se corrió el algoritmo diseñado con los datos levantados durante el tiempo de investigación. Se trabajó directamente con el gerente de la zona, quien aportó con su conocimiento del negocio y del sector.

A continuación, se presenta de manera gráfica la asignación entregada por la heurística.

Figura 13: Asignación de la cartera de clientes ECOLAB.



Fuente: Elaboración propia.

En la figura anterior, no se visualiza una completa segmentación entre un vendedor y otro. La heurística no realiza una división solamente por tiempos de desplazamiento, entendiendo que existe una relación muy cercana entre la distancia entre un punto y otro y el recorrido en tiempo. Por lo tanto, veremos como el parámetro beneficio afecta a esta decisión en lo que sigue.

En la siguiente tabla, se exponen las carteras de vendedores creadas por la heurística.

| Cientes Vendedor 1 | Cientes Vendedor 2 | Cientes Vendedor 3 | Cientes Vendedor 4 | Cientes Vendedor 5 |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 0                  | 1                  | 2                  | 3                  | 13                 |
| 22                 | 8                  | 5                  | 4                  | 29                 |
| 24                 | 9                  | 6                  | 10                 | 30                 |
| 34                 | 15                 | 7                  | 12                 | 31                 |
| 38                 | 16                 | 11                 | 20                 | 32                 |
| 41                 | 17                 | 14                 | 27                 | 33                 |
| 51                 | 19                 | 18                 | 39                 | 35                 |
| 59                 | 21                 | 25                 | 40                 | 44                 |
| 68                 | 23                 | 36                 | 53                 | 50                 |
| 72                 | 26                 | 37                 | 66                 | 55                 |
| 76                 | 28                 | 42                 | 91                 | 56                 |
| 77                 | 43                 | 45                 | 94                 | 58                 |
| 80                 | 46                 | 47                 | 102                | 60                 |
| 83                 | 48                 | 54                 |                    | 61                 |
| 85                 | 49                 | 65                 |                    | 63                 |
| 89                 | 52                 | 67                 |                    | 71                 |
| 92                 | 57                 | 70                 |                    | 78                 |
| 95                 | 62                 | 73                 |                    | 79                 |
| 97                 | 64                 | 75                 |                    | 81                 |
| 98                 | 74                 | 82                 |                    | 87                 |
| 101                |                    | 84                 |                    | 90                 |
| 103                |                    | 86                 |                    | 96                 |
| 104                |                    | 88                 |                    |                    |
| 105                |                    | 93                 |                    |                    |
| 106                |                    | 99                 |                    |                    |
|                    |                    | 100                |                    |                    |

Tabla 13: Cartera de clientes asignada a la fuerza de ventas al resolver el la heurística para el problema ECOLAB.

Las carteras más numerosas pertenecen a los vendedores 3 y 1, con 26 y 25 clientes respectivamente. A continuación le sigue la cartera 5, con 22 clientes, la cartera 2 con 20 clientes y la cartera 3 con 13 clientes.

La dispersión del número de clientes por cartera creada por la heurística es de un 17.7%. Esto quiere decir que las carteras de los clientes, en total, se encuentran a un 17.7% de la cantidad esperada por cartera, que corresponde al total del número de clientes entre el total de vendedores. Este valor se calculó en base a los datos de clientes por cartera y su respectivo promedio. La tabla siguiente muestra este resultado.

| Cartera | Cientes por Cartera | Dispersión |
|---------|---------------------|------------|
| 1       | 25                  | 3.8        |
| 2       | 20                  | 1.2        |
| 3       | 26                  | 4.8        |
| 4       | 13                  | 8.2        |
| 5       | 22                  | 0.8        |
| Total   | 106                 | 17.7%      |

Tabla 14: Número de clientes y dispersión de carteras formadas por la heurística.

La asignación de clientes realizada por la heurística, arrojó la siguiente configuración de beneficios anuales, que es posible ver en la tabla siguiente. Los beneficios anuales son los dividendos que son obtenidos al visitar un cliente. Este valor se expresa de manera anualizada, debido a que es un supuesto del problema que la estructura de visitas a un cliente permanece constante durante este periodo de tiempo. Cabe destacar que la empresa maneja su cartera de prospectos en estos términos, como también los valores de sus ventas.

| Cartera | Beneficio Anual<br>Cartera (\$ 000000) | % del beneficio<br>total | % de Clientes<br>por cartera |
|---------|--|--------------------------|------------------------------|
| 1       | \$ 3,909                               | 15.6%                    | 23.6%                        |
| 2       | \$ 5,945                               | 23.8%                    | 18.9%                        |
| 3       | \$ 7,450                               | 29.8%                    | 24.5%                        |
| 4       | \$ 5,326                               | 21.3%                    | 12.3%                        |
| 5       | \$ 2,372                               | 9.5%                     | 20.8%                        |
| Total   | \$ 25,002                              | 100%                     | 100%                         |

Tabla 15: Beneficios de cada cartera de vendedores, distribución del beneficio total por cartera y porcentaje de clientes por cartera.

La dispersión de los beneficios con respecto al valor promedio por cartera es de un 29.8%. Este valor indica que las diferencias entre los beneficios de las carteras se alejan del promedio en este porcentaje. Sin duda que la calidad de la solución es obtener una cartera lo más cercano al beneficio promedio, pero hay que también considerar que este algoritmo utiliza los tiempos entre clientes para realizar asignación.

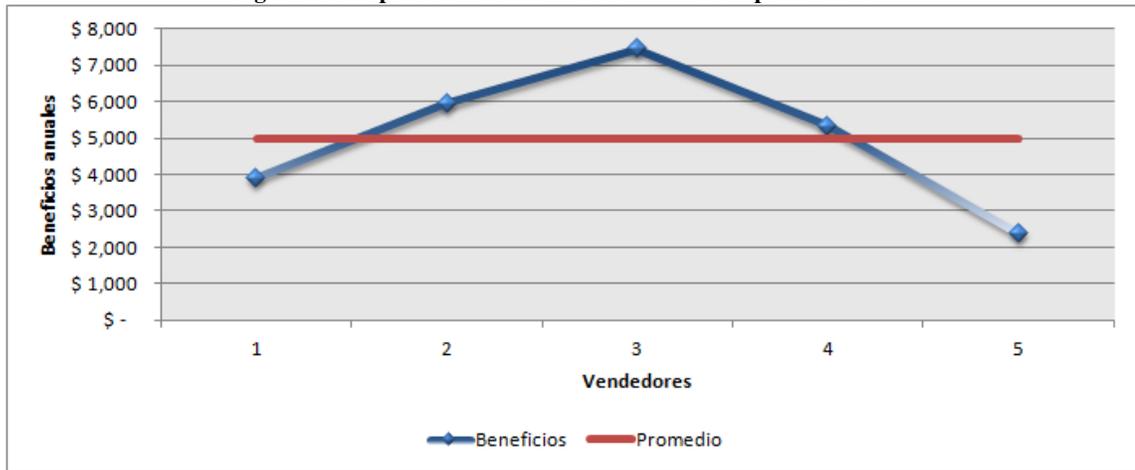
Lo anterior se refleja en la siguiente tabla.

| Cartera | Beneficio Anual | Dispersión |
|---------|-----------------|------------|
| 1       | \$ 3,909        | 1,091.3    |
| 2       | \$ 5,945        | 944.2      |
| 3       | \$ 7,450        | 2,449.9    |
| 4       | \$ 5,326        | 325.6      |
| 5       | \$ 2,372        | 2,628.4    |
| Total   | 25,002          | 29.8%      |

Tabla 16: Dispersión beneficios anuales obtenidos por la heurística.

La dispersión de los beneficios con respecto al promedio, es posible verla gráficamente en la siguiente figura. La línea roja representa el beneficio promedio por cartera, y la línea azul contiene los puntos representativos de cada beneficio, según cada vendedor.

Figura 14: Dispersión beneficios anuales obtenidos por heurística.



Fuente: Elaboración Propia.

El número de rutas generadas, el tiempo total en que los vendedores recorren todos los clientes, el tiempo ocioso y el porcentaje del tiempo ocupado se muestran en la siguiente tabla.

| Cartera | Rutas | Tiempo Recorrido (Hrs) | Tiempo Ocioso (Hrs) | Total (Hrs) | % Tiempo Ocupado |
|---------|-------|------------------------|---------------------|-------------|------------------|
| 1       | 22    | 151.3                  | 24.7                | 176         | 85.9%            |
| 2       | 31    | 208.8                  | 39.2                | 248         | 84.2%            |
| 3       | 28    | 186.6                  | 37.4                | 224         | 83.3%            |
| 4       | 22    | 135.4                  | 40.6                | 176         | 77.0%            |
| 5       | 16    | 101.1                  | 26.9                | 128         | 79.0%            |
| Total   | 119   | 783.2                  | 168.8               | 952         | 82.3%            |

Tabla 17: Número de rutas, Tiempos recorridos, tiempo ocioso y porcentaje del tiempo ocupado.

El tiempo recorrido presenta relación con respecto a las rutas generadas. El porcentaje de ocupación del tiempo va desde el 79 al 85.9 por ciento. Esta ocupación alude a los días en que se realizaron efectivamente los recorridos.

Las rutas que el algoritmo entrega como resultado son 119. Estos recorridos equivalen en promedio a 24 rutas por vendedor.

En la solución obtenida, la heurística resuelve el problema de asignar 106 clientes, a 5 vendedores, con beneficios y frecuencias de servicio definidas, en tan sólo 20.9 segundos. Claramente esta es una gran ventaja por sobre cualquier otro método convencional de asignación, pues en este corto tiempo es posible obtener una solución factible, antes de partir desde cero armando las zonas comerciales para cada vendedor.

Otro factor importante en este resultado es el porcentaje de tiempo ocupado para realizar expresamente servicio y desplazarse de un cliente a otro. Se vio en las pruebas experimentales que, entre 80 y 100 clientes, el algoritmo tenía mejor comportamiento en este sentido. Si bien es un punto de partida, esta asignación logra mantener ocupado con los respectivos clientes a la fuerza de ventas.

#### 6.3.4 Comparación de carteras de clientes de heurística con respecto a asignación inicial.

Los clientes que fueron analizados para la investigación realizada, contaban con un vendedor asignado en la situación real. Es interesante evidenciar cómo se compara esa asignación (caso real) versus a la asignación que el algoritmo realizó.

La comparación se realizó en los tres ámbitos que definen a la equidad que el modelo busca. Estos son los beneficios de cada cartera, los tiempos de recorrido y la holgura (tiempo ocioso) presente en cada escenario de las situaciones expuestas.

Los beneficios por cartera de clientes corresponden a los montos en alguna unidad de medida de utilidad (dinero, utiles, etc.), con la cual se pueda obtener

alguna comparación con respecto a cuánta ganancia se está percibiendo por un negocio determinado. Es así que para el caso analizado, se toma como referencia la ganancia que se obtiene al recorrer a cada cliente por concepto de compra de producto químico.

Los beneficios anuales percibidos por los vendedores para la situación inicial de ECOLAB y las dispersiones con respecto al promedio son los siguientes:

| Cartera | Beneficio Anual | Dispersión |
|---------|-----------------|------------|
| 1       | \$ 2,278        | 2,722.9    |
| 2       | \$ 8,960        | 3,960.1    |
| 3       | \$ 6,932        | 1,931.6    |
| 4       | \$ 3,812        | 1,188.2    |
| 5       | \$ 3,020        | 1,980.6    |
| Total   | 25,002          | 47.1%      |

Tabla 18: Beneficios anuales y dispersión de situación inicial ECOLAB.

Podemos comprobar que la asignación de la situación real de ECOLAB en este caso fue menos equitativa al momento de asignar beneficios a sus carteras. La dispersión fue de un 47.1%, superando en 17 puntos porcentuales a la dispersión de los valores de beneficios obtenidos por la heurística. Lo anterior deja pie para poder evaluar de buena manera el desempeño de la heurística cuando se asigna dinero a una cartera cualquiera (la hace más equitativa en dinero, considerando al conjunto de vendedores).

En la siguiente tabla, es posible apreciar las diferencias para cada cartera, como la desviación total de los beneficios en las carteras de clientes.

| Cartera    | Beneficios por Cartera<br>Heurística (\$ cientos de miles) | Beneficios por Cartera Real<br>(\$ cientos de miles) |
|------------|--|--|
| 1          | \$ 3,909   | \$ 2,278   |
| 2          | \$ 5,945   | \$ 8,960   |
| 3          | \$ 7,450   | \$ 6,932   |
| 4          | \$ 5,326   | \$ 3,812   |
| 5          | \$ 2,372   | \$ 3,020   |
| Total      | \$ 25,002  | \$ 25,002  |
| Desviación | \$ 1,943   | \$ 2,836   |

**Tabla 19: Beneficios por cartera de clientes para la heurística y el caso real.**

Esta tabla, muestra las desviaciones que tienen los beneficios monetarios para cada cartera de clientes. La desviación disminuye en un 31 por ciento cuando se compara entre la situación real y el caso que se obtiene al resolver el problema con la heurística. Por lo tanto, se muestra con este resultado que el aporte del algoritmo creado, involucra una mejor asignación de los beneficios percibidos por cada cartera de clientes, haciendo estos valores más equitativos.

Con respecto a los tiempos de recorrido, es posible mencionar que los obtenidos en la solución generada por la heurística son inferiores a los tiempos de recorrido de la situación actual. El tiempo recorrido en el caso real es de 812.6 horas, mientras que el resultado de la heurística nos entrega un tiempo de recorrido de 783.2 horas. La disminución de 29.4 horas puede ser traducida como una disminución de casi 4 días laborales, al tener 8 horas de trabajo por día, equivalente a una reducción del tiempo de recorrido en un 4 por ciento con respecto a la situación actual.

En la siguiente tabla, se muestra la comparación entre los tiempos de recorrido por ruta para ambas situaciones.

| Cartera    | Tiempo Recorrido por Ruta Heurística (Hrs) | Tiempo Recorrido por Ruta Real (Hrs) |
|------------|--|--------------------------------------|
| 1          | 6.9  | 5.5                                  |
| 2          | 6.7  | 5.3                                  |
| 3          | 6.7  | 6.1                                  |
| 4          | 6.2  | 5.8                                  |
| 5          | 6.3  | 4.3                                  |
| Total      | 6.6  | 5.4                                  |
| Desviación | 0.3  | 0.7                                  |

Tabla 20: Tiempos de recorrido por ruta para la situación real y los resultados de la heurística.

Luego, los tiempos de recorrido por ruta en horas, que es el tiempo promedio ocupado para realizar las actividades de cada vendedor en un día, son más equitativos entre las carteras para el caso en que se aplica la heurística. La desviación presente entre los tiempos de recorrido por ruta para las carteras en el caso real es un 56 por ciento mayor que en el caso en el cual se construyen las rutas con la heurística.

La holgura que existe en el sistema de ruteo se mide como la cantidad de tiempo ocioso que existe en los recorridos realizados por los vendedores. Es así que, cuando tomamos la suma de todos estos tiempos, se obtiene la holgura del sistema.

Para el caso actual de la empresa, el tiempo ocioso total fueron 387.5 horas, equivalentes en días laborales a 48 días. La heurística obtuvo un tiempo ocioso total de 416.8 horas, el que se compone de dos términos. El primero corresponde a las horas ociosas de los días trabajados (168.8 horas) y el segundo término corresponde a la diferencia entre las horas totales de la situación real y las horas totales obtenidas por la heurística (248 horas). El segundo término es adicionado al tiempo ocioso de la heurística, pues es necesario comparar las actividades realizadas durante el mismo tiempo. Este tiempo obtenido es equivalentes a 52.1 días laborales. Esta mejora producida por la heurística, que significa un aumento de un 8 por ciento sobre el tiempo

ocioso de la situación real, muestra que la gestión del tiempo ocioso realizada por la heurística contribuye al buen desempeño de esta, como también al aumento de rentabilidad del tiempo del vendedor en la compañía, debido a que existe un costo asociado al hecho que el vendedor no ocupe su tiempo en una actividad de venta. Esto se evidencia al ver cómo el vendedor mantiene ocupada una mayor porción de su tiempo en los días trabajados, como también en el aumento del tiempo ocioso. Este aumento significa que es posible visitar a más clientes o aumentar el nivel de servicio en los puntos de servicio actuales.

Con el aumento del tiempo ocioso, se hace necesario destinar el tiempo a nuevas actividades, que impulsen la prospección de clientes y las ventas. Si se analiza para un vendedor el costo asociado a su tiempo ocioso, el aumento hará necesario redestinar estas horas a nuevas labores, las que en términos de remuneración no tienen un costo adicional. Dependiendo del volumen de nuevos clientes y prospectos, sería conveniente evaluar la contratación de un nuevo vendedor para dedicar tiempo a nuevos clientes. Todo esto dependerá del potencial existente en el mercado.

En la siguiente tabla se muestra la comparación del tiempo utilizado por un vendedor, tanto en realizar sus gestiones de venta como en tiempo ocioso, para el caso real y el caso entregado por la heurística.

|                         | % Días Laborales | % Días Holgura | Días Laborales | Días Ociosos |
|-------------------------|------------------|----------------|----------------|--------------|
| Real                    | 67.7%            | 32.3%          | 159.1          | 75.9         |
| Heurística              | 65.3%            | 34.7%          | 153.4          | 81.6         |
| <b>Logro Heurística</b> |                  |                | <b>-3.6%</b>   | <b>7.6%</b>  |

Tabla 21: Comparación del tiempo de recorrido y el tiempo ocioso entre la situación real y el resultado de la heurística.

Esta comparación también refleja una disminución en los días laborales promedio, en un 3.6 por ciento con respecto a la situación real. Esto se debe a la optimización de los recorridos producto del mejoramiento de las rutas. Además, es posible inferir sobre la productividad del vendedor, ya que en menos tiempo está realizando más tareas. La disminución del tiempo laboral hace sentido solamente a la reasignación de los clientes y su orden de atención, optimizando cada ruta en los días laborales.

Si se analiza la holgura total en horas de cada cartera, en términos de recorridos realizados, esta también es más equitativa para el caso en el cual la heurística se aplica. De hecho, la dispersión de los valores de cada cartera disminuye en un 64 por ciento. Luego, las carteras tienen un tiempo de holgura similar entre sí, lo que no ocurre en el caso real. En la siguiente tabla se muestra el desglose de los tiempos de holgura por cartera, como también la desviación total de los valores.

| Cartera    | Holgura Total con Heurística (Hrs) | Holgura Total Caso Real (Hrs) |
|------------|------------------------------------|-------------------------------|
| 1          | 24.7                               | 73.8                          |
| 2          | 39.2                               | 79.7                          |
| 3          | 37.4                               | 57.0                          |
| 4          | 40.6                               | 66.0                          |
| 5          | 26.9                               | 111.0                         |
| Total      | 168.8                              | 387.5                         |
| Desviación | 7.4                                | 20.6                          |

Tabla 22: Holgura Total para el caso de la aplicación de la heurística y el caso real.

Esta holgura es la que se logra de realizar los recorridos. Como el tiempo total de la situación real es mayor que el tiempo que ocupa la heurística para resolver el problema, se adiciona al término de holgura de la situación resuelta por la heurística la diferencia entre estos tiempos.

### 6.3.5 Beneficios para la empresa

Resolver el problema de la empresa consiste en asignar las carteras de clientes y entregar las rutas maestras a cada vendedor. Sin embargo, es necesario determinar qué beneficios se podrían obtener al aplicar esta solución.

Existen dos beneficios para la aplicación de esta metodología al problema de la empresa. Éstos son los siguientes:

- Aumento en el potencial de venta por el aumento de días ociosos.
- Aumento de la rentabilidad por hora efectivamente trabajada por vendedor.

El primer beneficio, relacionado con el aumento en el potencial de venta por el aumento de los días ociosos, se obtiene al valorizar el tiempo ocioso en la situación real y en la situación en que se aplica la solución sugerida en este estudio. El aumento en el potencial se debe al aumento de la holgura (tiempos sin acción de venta). En la siguiente tabla, se muestra lo comentado.

**Figura 15: Beneficio 1. Aumento del potencial de ventas por días ociosos.**

|                                   | Situación Real | Situación Heurística |
|-----------------------------------|----------------|----------------------|
| Beneficio por día de venta        | \$ 10,639,149  | \$ 10,639,149        |
| Días Ociosos (Potenciales Ventas) | 75.9           | 81.6                 |
| Potencial Valorizado en un año    | \$ 807,288,976 | \$ 868,538,772       |
| <b>Incremento</b>                 |                | <b>8%</b>            |

Fuente: Elaboración Propia.

En síntesis, el potencial de ventas se ve incrementado en un 8%, equivalentes a \$ 61,249,796, cuando la solución al problema de asignación se

resuelve con la heurística propuesta. Será entonces la empresa que deberá determinar si contratar otro empleado para poder capturar estas posibles ventas en nuevos clientes.

Como segundo beneficio, se obtiene el aumento en la rentabilidad de las horas trabajadas netas. El modelo considera que los vendedores venden lo mismo en cada caso. Empero, al hacer más eficiente los días trabajados netos, la heurística entrega un aumento en el ratio “Venta por día neto de trabajo”. Este incremento es de un 4%.

**Figura 16: Beneficio 2. Aumento rentabilidad días trabajados**

|                                  | Situación Real | Situación Heurística |
|----------------------------------|----------------|----------------------|
| Venta Promedio por Vendedor      | \$ 500,040,000 | \$ 500,040,000       |
| Días Trabajados Neto             | 159.1          | 153.4                |
| Venta Promedio por día trabajado | \$ 3,142,516   | \$ 3,260,481         |
| <b>Incremento</b>                |                | <b>4%</b>            |

Fuente: Elaboración propia.

Los beneficios expresados anteriormente, muestran que no solamente la aplicación de este modelo ayuda a la empresa a la logística de la fuerza de ventas. Además de lo anterior, refleja un aumento en el potencial de ventas y un aumento en la rentabilidad del tiempo trabajado por los vendedores.

## *Capítulo 7 Conclusiones y Comentarios.*

### 7.1. Conclusiones.

Este estudio plantea y resuelve un problema de asignación de clientes y construye las rutas para cada vendedor. El problema nace de la necesidad que expone de ECOLAB por realizar de una manera diferente su logística de clientes. El método de solución está basado en el algoritmo de *Clarke and Wright*. Las modificaciones a este algoritmo se basan en incluir dentro de su criterio de ahorro las desviaciones que se producen entre los beneficios de los clientes, contribuyendo así a tener un conjunto equitativo de estos. La heurística presentada logra generar rutas más equitativas que el caso real, cuando se comparan los tiempos de recorrido por ruta, la holgura total del sistema y los beneficios por cartera. Además, la rapidez en que se resuelve el problema transforma al algoritmo en una herramienta de apoyo para la gerencia comercial del negocio Agri de ECOLAB. La aplicación de este modelo a la problemática planteada, muestra beneficios cuantificables, tanto en el potencial de ventas como en la rentabilidad de los tiempos de la fuerza de ventas.

Las principales conclusiones de este trabajo son:

- La asignación de clientes es muy importante para una óptima gestión comercial. Es por ello que contar con un modelo matemático que sirva como guía para la planificación de la logística, ayuda a establecer rápidamente un punto de partida para generar la distribución de clientes a la fuerza de ventas.
- El tamaño del problema en clientes afecta al desempeño de la heurística. Con un número de clientes entre 80 y 100, se obtuvo el mejor

comportamiento en los resultados, tanto como para las rentabilidades de cada ruta como para los tiempos de recorrido y ociosos. La conclusión relativa a este tema viene dada por la posible adaptación de los parámetros al problema descrito. En estas cantidades de clientes es cuando la heurística puede asignar de mejor manera los clientes, como también realizar las planificaciones diarias.

- Incluyendo una medida de mejoramiento en el algoritmo, se concluye que simplemente reordenando las rutas, se disminuye el tiempo recorrido total. Esto recalca la importancia de realizar una buena planificación de las rutas en cada vendedor.
- El algoritmo de asignación y construcción de rutas, aplicado en la instancia real, ayuda a balancear la cartera cuando esta se cuantifica en dinero. Además, la aplicación de la heurística a los datos reales obtiene mejoras tanto en los tiempos de recorrido totales (disminución de un 4 por ciento con respecto al tiempo de recorrido real) como en los tiempos de holgura totales (disminución de un 56 por ciento con respecto a la situación real).
- Para todos los escenarios en que el algoritmo fue probado, la solución se obtuvo en poco tiempo. Gran parte del desempeño del algoritmo se puede representar por el tiempo de resolución. Si bien es sabido que se sacrifica cercanía al óptimo, la obtención rápida de un punto de partida ayuda a la empresa a reaccionar de manera ágil ante los cambios en la cartera de clientes de la zona.
- En la comparación que se realizó entre la situación real con la situación generada por la utilización de la heurística, se evidencia una diferencia

entre las carteras de los clientes. Estas diferencias tienen sentido debido al concepto de equidad, el cual busca equiparar distancias recorridas versus beneficios generados.

- No es posible obtener un resultado resolviendo el problema de programación lineal entero mixto. El resolver una instancia mucho menor a la del problema real demora 9.7 horas, lo que contrasta con los objetivos impuestos en este estudio, que se refieren a obtener una solución con menor tiempo de ejecución posible, para poder efectuar análisis de escenarios.
- Para las instancias resueltas con el problema exacto (entre 24 y 64 visitas), se obtuvo tiempos de resolución entre 12 y 35,000 segundos. Al resolver el problema con la heurística, estas instancias entregan soluciones en tiempos que van entre los 0.29 y los 0.55 segundos, mientras que los GAP de las soluciones están entre el 0.8 y el 7.41 por ciento de la solución exacta respectiva. Por lo tanto, es necesario definir qué tan importante es obtener la solución óptima, si ésta toma un tiempo mucho mayor al de otras alternativas. Para el análisis realizado a la empresa, es más conveniente tener una herramienta que permita realizar diferentes corridas, haciendo diversos análisis de sensibilidad, en vez de tener la resolución del problema en un tiempo extenso. Sin embargo, es relevante ver que la calidad de la solución sea aceptable, pues tampoco se trata de utilizar una solución de mala calidad, pues ésta estará muy lejana a lo que genera una mayor rentabilidad al negocio.
- Existe un beneficio económico asociado a la utilización de este modelo de asignación y ruteo. Por una parte, es posible aumentar el potencial de ventas en un 8%, además de la rentabilidad por día trabajado neto.

Esta última aumenta en un 4% cuando es utilizada. Ambos beneficios vienen dados por la gestión del tiempo de servicio de la fuerza de ventas, como también por la asignación que ejecuta el modelo a cada uno de los clientes.

## 7.2. Comentarios.

Como trabajo posterior, se visualiza poder incluir al modelo y a la metodología presentada en esta tesis, otros algoritmos de mejoramiento a la resolución, diferentes a los que se han incluido en el actual estudio, que involucren una evaluación de cambios de clientes entre rutas. Esto implicaría abordar el problema con una estrategia de solución diferente, lo que se situaría en el contexto de las Metaheurísticas, descrito en el marco teórico.

La asignación de clientes a diferentes carteras, también podría ser enfocada de otra manera, en un estudio futuro. Para realizar esto, es posible utilizar modelos de segmentación, los cuales agrupan a los clientes, según determinados criterios, originando las carteras de la fuerza de ventas. Algunos criterios interesantes de analizar podrían ser medidas de equidad que relacionen distancias y beneficios de los clientes. Modelos de *clustering* como K-medias podrían contribuir a este desarrollo.

Otro desarrollo interesante sería incluir medidas de costos en las rutas de los vendedores. Para efectos de este trabajo, el modelo no incluye este tipo de información, pues para el problema que la empresa necesita resolver es la asignación de las carteras y el ruteo de los vendedores, para poder calcular capacidades ociosas del sistema. Con lo anterior se quiere recalcar que los costos generados por los viajes no fueron un tema relevante al momento de

realizar este modelo, pero que si se incluye en estudios posteriores, podría agregar valor a lo ya realizado.

Como discusión de este trabajo, es importante mencionar que, para que lo realizado en este estudio pueda ser utilizado por la empresa Ecolab, será necesario poder levantar todos los datos de los clientes actuales, actualizando la base existente. Entonces, el factor de éxito de esta herramienta estará en poder determinar de una manera fidedigna y rápida todas las actividades que se realizan por cliente, lo más preciso posible, con el fin de determinar el volumen de servicio que es requerido, como también las frecuencias y tiempos de servicio. Además, para medir la efectividad de lo ejecutado, será necesario contrastar la información con los movimientos de los vehículos vía GPS, lo que tendrá que realizarse semanalmente, con el fin de ver que ocurre en la realidad.

Para lo anterior, será necesario trabajar en conjunto con el/la gerente comercial de la zona en cuestión, con el fin de alinear la estrategia existente con la aplicación de este tipo de herramientas dentro de la planificación zonal.

Un factor de fracaso de la aplicación del modelo planteado en esta tesis es que no se incluyen emergencias dentro del problema. Estas emergencias darán cabida a realizar una modelación diferente, enfocada en programación estocástica, al agregar incertidumbre en las frecuencias de visitas requeridas por cada cliente. Un segundo factor de fracaso para la aplicación de este tipo de herramientas es el lazo de confianza que existe entre el vendedor y el cliente. No es bien visto dentro de este mercado cambiar a los vendedores de forma continua. Es así que, si el modelo entregara un resultado distinto en cuando a asignación de clientes, debiera considerarse este riesgo dentro de la evaluación, con el objetivo de gestionar de la mejor forma la relación de confianza entre la fuerza de ventas y los clientes.

Por último, es importante destacar que este tipo de modelos no discrimina las habilidades de los vendedores. Por esta razón, las asignaciones obtenidas con este tipo de herramientas, tendrán que ser asignadas según las competencias que cada vendedor tenga. Las diferencias entre las asignaciones de clientes se deben a la propia gestión de los vendedores. Quienes tienen desempeños destacados, en general poseen carteras de mayor volumen.

## *Referencias*

- [1]. BALDACCI R. BARTOLINI E. MINGOZZI A. y VALLETTA A. *An Exact Algorithm for the Period Routing Problem*. Operations Research 59, No. 1, pp. 228–241, 2011.
  
- [2]. BELTRAMI E. y BODIN, L. D. *Networks and vehicle routing for municipal waste collection*. Networks, 4: 65-94, 1974.
  
- [3]. BLUMENFELD D., ELKINS D., y ALDEN J. 2013. *Mathematics And Operations Research In Industry* [en línea] <<http://maa.org/features/012304mathinindustry.html>> [consulta: 10 marzo 2013]
  
- [4]. CEES, V. H. VEZZOLI C. Y WIMMER R. *Methodology for product service system innovation: how to develop clean, clever and competitive strategies in companies*. Assen, Uitgeverij Van Gorcum, 2005. 216p.
  
- [5]. CHAO, I. M., GOLDEN, B.L., y WASIL, E.A. *A new heuristic for the multi-depot vehicle routing problem that improves upon best-known results*. American Journal of Mathematical and Management Sciences, Vol. 13, No 3-4, pp 371-406, 2000
  
- [6]. CHRISTOFIDES, N. y J. E. BEASLEY. *The period routing problem*. Networks, Vol 14, No 2, pp 237–256, 1984.

- [7]. CLARKE, G. y WRIGHT, J.W. *Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points*, Operations Research, Vol. 12, pp. 568-581, 1964.
- [8]. CORDEAU, J.-F. GENDREAU M. y LAPORTE G. *A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems*. Networks, 30: 105–119, 1997.
- [9]. DANTZIG G. B. y RAMSER, R. H. *The Truck Dispatching Problem*. Management Science. Vol 6, No.1: 80-91., 1959.
- [10]. EBERNSPERGER, M. *Una formulación para el problema de ruteo de vehículos con tiempos de viaje dependientes del tiempo para la actualización de rutas con información en tiempo real*. Tesis para optar al grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería, Escuela de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile, 2009.
- [11]. FLOOD, M. M. *The Traveling Salesman Problem*. Operations Research Vol 4, pp 61–75, 1956.
- [12]. FRANCIS, P., SMILOWITZ, K., y TZUR, M. *The period vehicle routing problem with service choice*. Transportation Science, Vol 40, pp 439-454. 2006.
- [13]. LAPORTE, G., GENDREAU, M. y POTVIN, J-Y. *Classical and modern heuristics for the vehicle routing problema*. International Transactions in Operations Research, Vol 7, No 4-5, pp 285-300, 2000.

- [14]. LAPORTE G. *The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms*, European Journal of Operational Research, Vol.59, pp 345-358, 1991.
- [15]. LYSGAARD, J. *Clarke & Wright's Savings Algorithm*. Department of Management Science and Logistics, The Aarhus School of Business, Fuglesangs Allé 4, DK-8210 Aarhus V, Septiembre, 1997
- [16]. GULCZYNSKI, D., GOLDEN, B. y WASIL, E. *The period vehicle routing problem: New heuristics and real-world variants*. Transportation Research, Vol 47, No 5, pp 648-668, 2011.
- [17]. REN, Y., DESSOUKY, M., ORDOÑEZ, F. *The Multi-shift vehicle routing problem with overtime*. Computers & Operations Research, Vol 37, pág. 1987-1998, 2010
- [18]. ROCHA L. GONZÁLEZ C. y ORJUELA J. *Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos: Evolución histórica y métodos de solución*. Ingeniería, Vol. 16, No. 2, pág. 35 – 55, 2011.
- [19]. RUSSEL, R. e IGO W. *An assignment routing problem*. Networks, 9, pp 1-17, 1979.
- [20]. SUNGUR, I., ORDOÑEZ, F. y DESSOUKY, M. *A robust optimization approach for the capacitated vehicle routing problem with demand uncertainty*. IIE Transactions, Vol. 40, No. 5, 2008.

- [21]. TAN, C.C.R. y BEASLEY, J.E. *A heuristic algorithm for the period vehicle routing problema*. Omega, Vol 12, No. 5, pp 497-504, 1984.
- [22]. TOTH P y VIGO D. *The Vehicle Routing Problem*. Filadelfia, Sociedad para la Industria y las Matemáticas Aplicadas (SIAM), 2002.

# ***Apéndice.***

*Apéndice A: Distribuciones de probabilidad para los parámetros de la simulación.*

## ***Distribución Uniforme***

Parámetros

$a, b$  – parámetros continuos de la distribución ( $b > a$ )

Dominio

$a \leq x < b$  (continuo)

Función Densidad de Probabilidad

$$f(x) = \frac{1}{b - a}$$

Función de Distribución Acumulada

$$F(x) = \frac{x - a}{b - a}$$

## ***Distribución de Poisson***

Parámetros

$\lambda$  – tasa de ocurrencia continua ( $\lambda > 0$ )

Dominio

$0 \leq x < +\infty$  (discreto)

Función Densidad de Probabilidad

$$f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Función de Distribución Acumulada

$$F(x) = e^{-\lambda} \sum_{i=0}^x \frac{\lambda^i}{i!}$$

### ***Distribución Valor Extremo Generalizado.***

Parámetros

$k$  – *parámetro de forma continua*

$\sigma$  – *parámetro de escalamiento continuo* ( $\sigma > 0$ )

$\mu$  – *parámetros ubicación continuo*

Dominio

$$1 + k \frac{(x - \mu)}{\sigma} > 0 \text{ for } k \neq 0$$

$$-\infty < x < \infty \quad \text{for } k = 0$$

Función Densidad de Probabilidad usando  $z \equiv \frac{x - \mu}{\sigma}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \exp(-(1 + kz)^{-1/k})(1 + kz)^{-1-1/k}, & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp(-z - \exp(-z)), & k = 0 \end{cases}$$

Función de Distribución Acumulada

$$F(x) = \begin{cases} \exp(-(1 + kz)^{-1/k}), & k \neq 0 \\ \exp(-z - \exp(-z)), & k = 0 \end{cases}$$