



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

**DETECCIÓN DE DAÑOS EN UNA PLACA DE MATERIAL COMPUESTO TIPO PANAL DE ABEJA
MEDIANTE MÉTODOS DE APRENDIZAJE SUPERVISADO.**

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA MENCIÓN MECÁNICA
MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERA CIVIL MECÁNICA

VALENTINA ANDREA DEL FIERRO AGUIRRE

PROFESORA GUÍA:

VIVIANA MERUANE NARANJO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

ALEJANDRO ORTIZ BERNARDIN

RUBÉN BOROSCHEK KRAUSKOPF

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por Fondecyt proyecto N°11110046 y Conicyt CONICYT-
PCHA/Magíster Nacional/2013 – 221320691

SANTIAGO DE CHILE

AGOSTO 2014

Resumen

El objetivo de esta investigación es desarrollar un algoritmo capaz de detectar, cuantificar y localizar daño en tiempo real en estructuras de material compuesto tipo panel de abeja, buscando delaminaciones entre las paredes y el núcleo.

Para llevar a cabo este objetivo es necesario recopilar datos experimentales de frecuencias naturales y modos de vibración de placas con y sin delaminación, los que servirán para validar un modelo numérico de la estructura. El modelo numérico se construye en MATLAB. La estructura compuesta se modela con tres paneles unidos por resortes que representan a la capa de adhesivo. La delaminación se introduce como una disminución de rigidez local en los resortes. Las características mecánicas del modelo numérico son obtenidas mediante un método de ajuste de modelos que utiliza los datos experimentales de las placas con y sin delaminación. Con este modelo, se generó una base de datos de placas con distintos escenarios de delaminación que sirvieron para los métodos de identificación de daño evaluados.

Se proponen dos métodos de aprendizaje supervisado para la identificación de daño, las redes neuronales artificiales y un método de interpolación lineal basado en el principio de máxima entropía. Ambos métodos de identificación de daño fueron evaluados por separado para así determinar cuál es el que identifica de mejor manera la existencia, magnitud y ubicación del daño.

Para evaluar los métodos de identificación de daño, se realizó un estudio para determinar cuál es el o los parámetros que mejor determinan la delaminación. Los resultados indican que es necesario combinar la información de las frecuencias naturales y de los modos de vibración de la estructura.

Para evaluar el método basado en redes neuronales, primero se estudió cual era la mejor configuración en cuanto a funciones de transferencia y porcentaje de utilización de datos para entrenamiento y validación de la red entre 12 posibles opciones. Luego de encontrada la configuración óptima se estudió cuál es el número de neuronas de la capa oculta que entrega mejores resultados. Se encontró que la mejor configuración correspondía a: 80 neuronas en la capa oculta, una proporción de casos de la base de datos para entrenamiento y validación de 90/10, función de transferencia entre el input y la capa oculta de Logsig y función de transferencia entre la capa oculta y output de Satlins. Se determinó que el entrenamiento de redes es un proceso que requiere de altos recursos computacionales y sin embargo no entrega resultados confiables.

Por otra parte se trabajó con un algoritmo de aproximación lineal basado en el principio de máxima entropía, que utiliza la misma base de datos que las redes neuronales pero no requiere entrenamiento y que entrega resultados con la misma velocidad que las redes. Se obtuvo que este algoritmo permite encontrar con bastante exactitud el sector de la placa que se encuentra delaminado, con hasta un 10,5% de error en la ubicación y un 22,9% de error en el tamaño de la delaminación. Además, contrario a los resultados obtenido con las redes neuronales, el método de aproximación lineal no detecta delaminaciones en lugares que no corresponden (falsos positivos).

Se decide entonces optar por el algoritmo de aproximación lineal basado en el principio de máxima entropía para la detección de daño ya que utiliza menos recursos, entrega información más acertada que las redes neuronales artificiales, y se detecta el daño con bastante precisión.

Abstract

The main objective of this investigation is to develop an algorithm that is able to detect, quantify and locate damage in real time in honeycomb aluminium panels, and to search for delaminations between the core and walls.

It is necessary to collect experimental data of natural frequencies and mode shapes from honeycomb aluminium panels with and without delamination. The experimental data is used to validate a numerical model of the structure. This model is implemented in MATLAB with finite elements using a simplified three-panel shell model. The adhesive layer between the skin and core is modelled using linear springs. Delamination is then introduced giving the springs of the corresponding area a smaller rigidity. The mechanical properties of the model are adjusted with a method that uses the experimental data from panels with and without delamination. With this model, a data base is created with different damage scenarios that are used for evaluating the damage identification methods.

Two supervised learning damage identification methods are proposed, artificial neural networks and a method of interpolation based on the principle of maximum entropy. Both damage detection methods are evaluated separately to determine which detects more accurately the existences, magnitude and location of delamination.

To evaluate the damage identification methods, a study is carried out to realize the parameters, natural frequencies, mode shapes or both, that is better to determine delamination. It is found that it is necessary to combine frequencies and mode shapes for better results.

To evaluate the method based on artificial neural networks, it is necessary to first study which configuration, considering transfer functions and training and evaluation proportion of the data base is best suited for identification. Then, the number of neurons in the hidden layer is studied. It is found that the best configuration corresponds to 80 neurons in the hidden layer, a relation 90/10 proportion of cases of training and evaluation of the data base, and finally, the transfer functions of LogSig between the input layer and the hidden layer, and the transfer function of SatLins between the hidden layer and the output layer respectively. It is found that the network training is a process that requires a high amount of computational resources and does not give reliable results.

On the other hand, an algorithm of linear approximation based on the principle of maximum entropy is studied. It requires the same database than the artificial neural network algorithm but does not require training, and results are delivered at the same speed. The linear approximation method allows to determinate the delamination very accurately with a maximum error of location of a 10,5% and a magnitude error of a 22,9%. Besides this, false positives seems to be avoided with the linear approximation method, which is contrast to artificial neural networks.

In this work the algorithm of lineal approximation based on the principle of maximum entropy is considered to detect damage because it requires less resources, delivers more accurate results than neural networks and is able to detect damage with enough precision.

Todos los años de estudio y esfuerzo, este trabajo y finalmente mi título, están dedicados a mis papás, que sin su apoyo incondicional, nada de esto hubiese sido posible.

Agradecimientos

Quiero agradecer en primer lugar a mis papás, por ser siempre mi apoyo incondicional ya sea en lo relacionado a la universidad y más importante en la vida misma. Han podido aconsejarme, y me ayudaron a mantenerme firme tras tantos años de esfuerzo y dedicación a la carrera, siempre recordándome que podía lograr lo que quisiera y que para ser exitosa también era necesario descansar y pasarlo bien.

Por supuesto y muy de cerca quiero agradecer a mis hermanos, Pablo y Sofía que me han acompañado en todo todos estos años y nos hemos soportado mutuamente.

También agradecer a mi familia, al Panchito, tíos, primos, Cristián y su familia, al Panchito, a la Carmela y a Ignacio.

Quiero agradecer a mis amigos mecánicos, Germán, Joaquín, Javier, Rorro, Maggi, Sergio, Pipe, Tomás, Lore, Richard y Benja y en especial a Juanca, Pancho, Lucho, Seba Saldes y Leo. Sin ellos las pruebas, trabajos, tareas y sus consecuentes tardes de estudio y noches de trabajo hubiesen sido una carga muy difícil de aguantar. Muchas gracias por su apoyo académico y más importante, por las lindas amistades y buenos momentos que vivimos. También quiero agradecer a mis amigos de plan común, Dari, Angi y Juraj, por todos los años de amistad que llevamos hasta ahora y estar presentes en todos mis años en la universidad.

Agradecer también a Tikvá, donde pasé la mayor parte de mis años y tiempo fuera de la universidad, donde crecí y me formé como persona. En especial a las MadriHot y muy especialmente a mi Kvutzá Emuná (la mejor Kvutzá).

Quiero agradecer a la Javi, mi amiga de toda la vida, desde pre-kinder, que ha estado conmigo siempre.

A la profesora Viviana, que fue un apoyo incondicional y fundamental para el desarrollo de mi tesis, con excelente disposición para ayudarme, enseñarme y corregir una y otra vez los avances de la tesis.

Finalmente agradecer a Conicyt, Magíster Nacional por la beca otorgada durante todo el proceso.

Tabla de contenido

Resumen.....	i
Abstract	iii
Agradecimientos	ii
Índice de Tablas.....	v
Índice de Figuras	vi
1 Introducción	1
2 Objetivos	3
3 Antecedentes	4
3.1 Utilización del Material Compuesto.....	4
3.2 Vibraciones Mecánicas.....	6
3.2.1 Vectores Modales.....	10
3.2.2 Funciones de Respuesta en Frecuencia (FRF)	11
3.3 Daño en Materiales Compuestos.....	14
3.4 Identificación de Daño	16
3.4.1 Métodos de Identificación de daño	16
4 Metodología.....	25
4.1 Modelo experimental.....	25
4.1.1 Construcción placas.....	25
4.1.2 Montaje experimental.....	27
4.1.3 Análisis modal experimental	29
4.2 Modelo numérico.....	35
4.2.1 Construcción.....	35
4.2.2 Ajuste del modelo	36
4.2.3 Análisis Modal Numérico y Correlaciones.....	38
4.2.4 Incompatibilidades	44
4.2.5 Análisis de sensibilidad de la frecuencia natural.....	46
5 Identificación de Daño	50
5.1 Construcción de Base de datos	51
5.2 Red neuronal artificial	53
5.2.1 Análisis de sensibilidad.....	53
5.2.2 Resultados Experimentales	59
5.3 Aproximación lineal con máxima entropía	61

5.3.1	Análisis de sensibilidad.....	61
5.3.2	Resultados Experimentales	63
6	Discusión	66
6.1	Parámetro de identificación.....	66
6.2	Validez y precisión del modelo numérico	68
6.3	Precisión de cada algoritmo y selección	69
6.3.1	Redes Neuronales	69
6.3.2	Max-Ent	70
6.3.3	Selección de algoritmo	71
7	Conclusiones.....	73
8	Trabajos Futuros.....	74
9	Bibliografía	76
10	Anexo y Apéndices	79
A.	Entropía de la distribución de probabilidad de Shannon.....	79
B.	Análisis de sensibilidad de Frecuencia Según la Posición de la Delaminación.....	81
C.	Análisis de sensibilidad Redes neuronales.....	82
D.	Análisis de sensibilidad Matriz de diferencia Max-ent.....	85

Índice de Tablas

Tabla 4.1: Propiedades Paredes.....	25
Tabla 4.2: Propiedades Núcleo.....	25
Tabla 4.3: Comparación Frecuencias Naturales con y sin Daño	31
Tabla 4.4: Comparación Frecuencias Naturales Casos delaminados	33
Tabla 4.5: Valores de entrada algoritmo genético.....	37
Tabla 4.6: Propiedades placas modelo numérico	37
Tabla 4.7: Frecuencias Naturales Modelo Numérico	39
Tabla 4.8: Valor MAC para la Correlación de Modelos	43
Tabla 4.9: Comparación Frecuencias Naturales según tamaño delaminación	46
Tabla 4.10: Comparación frecuencias Naturales según tamaño delaminación (continuación).....	46
Tabla 4.11: Frecuencias máximas y mínimas para la ubicación de la delaminación	48
Tabla 5.1: Análisis Sensibilidad Redes, Entrenamiento/Validación: 90/10.....	55
Tabla 5.2: Análisis Sensibilidad Redes, Entrenamiento/Validación: 80/20.....	56
Tabla 5.3: Análisis Sensibilidad Redes, Entrenamiento/Validación: 70/30.....	57
Tabla 5.4: : Análisis de Sensibilidad de Neuronas en capa oculta.....	59
Tabla 5.5: Norma matriz de diferencia redes neuronales.....	61
Tabla 5.6: Análisis de Sensibilidad Número de Vecinos	62
Tabla 5.7: Número de Vecinos para cada placa	63
Tabla 5.8: Aporte de cada elemento.....	63
Tabla 5.9: Aproximación de radio y ubicación de la delaminación.....	65
Tabla 6.1: Comparación Frecuencias Naturales con y sin Daño	66
Tabla 6.2: Comparación Frecuencias Naturales Casos delaminados	66
Tabla 6.3: Frecuencias máximas y mínimas para la ubicación de la delaminación	68
Tabla 6.4: Valor MAC para la Correlación de Modelos	69
Tabla 6.5: Error porcentual de información obtenida con Max-Ent.....	71

Índice de Figuras

Figura 1.1: Estructura detección de daño mediante vibraciones	1
Figura 3.1: Placas de material compuesto tipo sandwich: Panel de abeja (sup), Espuma (inf) [12]	4
Figura 3.2: Esquema de un panel tipo sandwich con núcleo de panal de abeja [13]	4
Figura 3.3: Sistema de un grado de libertad [14]	6
Figura 3.4: Sistema de dos grados de libertad [14]	8
Figura 3.5: Funciones de respuesta en frecuencia con un grado de libertad [14]	11
Figura 3.6: FRF, excitación en 1, respuesta en 1 [14]	12
Figura 3.7: FRF, excitación en 1, respuesta en 2 [14]	12
Figura 3.8: FRF, excitación en 2, respuesta en 2 [14]	13
Figura 3.9: Diagrama esquemático de un aspa del rotor principal y localización de la delaminación [17]	14
Figura 3.10: Detalle de delaminación, las flechas rojas indican secciones donde el pegamento no había sido aplicado correctamente	15
Figura 3.11: Red Neuronal de Una Capa	17
Figura 3.12: Red Neuronal Multicapas	17
Figura 4.1: Proceso de armado de placas: a) Placa de aluminio, b) Placa con pegamento salvo en área delaminada, c) Panal de abejas de aluminio, d) Placa terminada	26
Figura 4.2: Nodal Kinetic Energy, caso sin daño	27
Figura 4.3: Nodal Kinetic Energy, caso delaminación central	28
Figura 4.4: Placa en suspensión y detalle sensores	28
Figura 4.5: Diagrama de estabilidad, orden máximo 20	30
Figura 4.6: Diagrama de estabilidad, orden máximo 50	30
Figura 4.7: Placas sin delaminación y delaminación central	31
Figura 4.8: Modos sin daño y con delaminación central de $\phi=76$ [mm]	32
Figura 4.9: Placas con delaminaciones para validación	32
Figura 4.10: Modos delaminación 30 [mm]	33
Figura 4.11: Modos delaminación 76 [mm]	34
Figura 4.12: Modos delaminación 90 [mm]	34
Figura 4.13: Modelo Numérico en FEMtools (izquierda) y MATLAB (derecha)	35
Figura 4.14: Modo global a 1086,6 [Hz] (der) y Modo Local a 1334,5 [Hz]	38
Figura 4.15: Pareja de modos numérico y experimental, 5to modo de vibración de placa sin daño: (izq) sin restricción de frecuencia, (der) con restricción de frecuencia	40
Figura 4.16: Comparación modelo experimental y numérico, sin delaminación	41
Figura 4.17: Comparación modelo experimental y numérico, delaminación 30 [mm]	41
Figura 4.18: Comparación modelo experimental y numérico, delaminación 76 [mm] centrada	42
Figura 4.19: Comparación modelo experimental y numérico, delaminación 76 [mm] no centrada	42
Figura 4.20: Comparación modelo experimental y numérico, delaminación 90 [mm]	43
Figura 4.21: Modo Numérico con $\omega_n = 1278,1$ (izquierda) y $\omega_n = 1408,5$ (derecha), Placa sin daño	44
Figura 4.22: Modo Numérico con $\omega_n = 1274,4$ (izquierda) y $\omega_n = 1456,8$ (derecha), Placa con Daño central	44
Figura 4.23: Modos 4, 5 y 6 Ensayo Experimental, Placa sin Daño	45
Figura 4.24: Modos 4, 5 y 6 Ensayo Experimental, Placa con Daño Central	45
Figura 4.25: Variación Porcentual Frecuencia Natural con Tamaño Delaminación	47

Figura 4.26: Análisis de Sensibilidad de Posición	49
Figura 5.1: Representación área de delaminación.....	50
Figura 5.2: Representación Área de Delaminación. a) Conocida, b) Max-Ent, c) Diferencia	51
Figura 5.3: Funciones de Transferencia a estudiar	54
Figura 5.4: Representación Matriz Diferencia para relación entrenamiento/validación: 90/10.....	55
Figura 5.5: Representación Matriz Diferencia para relación entrenamiento/validación:80/20.....	56
Figura 5.6; Representación Matriz Diferencia para relación entrenamiento/validación: 70/30.....	57
Figura 5.7: Representación matriz de diferencia	59
Figura 5.8: Representación Matriz Diferencia $\phi = 76$ centrada	60
Figura 5.9: Representación Matriz Diferencia $\phi = 76$	60
Figura 5.10: Representación Matriz Diferencia $\phi = 90$	60
Figura 5.11: Representación Matriz de Diferencia: a) Referencia, b) 585, c) 100, d) 20, e) 5, f) 1	62
Figura 5.12: Representación Matriz Diferencia $\phi = 76$ centrada	64
Figura 5.13: Representación Matriz Diferencia $\phi = 76$	64
Figura 5.14: Representación Matriz Diferencia $\phi = 90$	64
Figura 6.1: Variación porcentual de frecuencia natural según tamaño de delaminación en modelo numérico	67
Figura 6.2: Representación Matriz Diferencia $\phi = 76$ centrada: Red Neuronal (Izq), Max-Ent (Der).....	71
Figura 6.3: Representación Matriz Diferencia $\phi = 76$: Red Neuronal (Izq), Max-Ent (Der).....	72
Figura 6.4: Representación Matriz Diferencia $\phi = 90$: Red Neuronal (Izq), Max-Ent (Der).....	72
Figura 10.1: Ejemplo probabilidades de ocurrencia de un evento	79

1 Introducción

En las aplicaciones de ingeniería es fundamental encontrar materiales que hagan que las estructuras sean lo más livianas posible, sin comprometer su resistencia. Es decir, utilizar la menor cantidad de material con el máximo rendimiento [1]. Los materiales compuestos y en especial de tipo sándwich satisfacen estos requerimientos.

Los materiales compuestos corresponden a la utilización en conjunto de dos o más materiales para potenciar las propiedades intrínsecas de los materiales que los componen y al mismo tiempo suplir las deficiencias que puedan tener los mismos. Un caso especial de material compuesto son los materiales compuestos tipo sándwich. Es común que las estructuras de estos materiales se compongan por dos capas idénticas a modo de paredes y un núcleo liviano, ya sea homogéneo (madera, espuma) o estructurado (panal de abeja, corrugado, textil).

El interés por el uso de placas de material compuesto tipo panal de abeja para aplicaciones principalmente aeronáuticas es muy alto dado que su uso reduce considerablemente el peso de la estructura, mientras se mantienen tanto la resistencia y la excelente relación resistencia-peso. Sin embargo, se ha encontrado que el daño asociado a la existencia de delaminación en estas estructuras afecta su integridad estructural. La delaminación reduce la rigidez global y local de la estructura, lo que perjudica las propiedades elásticas, la resistencia y modifica la respuesta dinámica, ya que se ve aumentado el amortiguamiento [2] [3] [4].

La evaluación de daño estructural basada en las vibraciones [5] ha tenido un desarrollo muy grande en los últimos años. Muchos estudios han demostrado que las vibraciones de una estructura son indicadores suficientemente sensibles para detectar daños pequeños, incluso si estos se encuentran en zonas ocultas [6]. La detección de daño por medio de vibraciones, permite además el monitoreo de la placa en servicio, por lo que no es necesaria la detención del funcionamiento del sistema que contiene esta estructura. Este tipo de detección no destructiva de daños entrega información sobre ubicación y gravedad del daño según cambios en las características modales de la estructura. [7]

La identificación de daño basado en vibraciones consiste en encontrar mediante sensores ubicados en la estructura a analizar, las características de la vibración, en este caso modos de vibrar y frecuencias naturales, para mediante un algoritmo de identificación determinar el estado de daño de la estructura. En la Figura 1.1 se muestra un esquema de cómo se determina el daño. Las variables que son necesarias de investigar son las de existencia, localización y cuantificación del tamaño o área de la zona delaminada.



Figura 1.1: Estructura detección de daño mediante vibraciones

Por otra parte, para el procesamiento de los datos obtenidos se pueden usar dos tipos de algoritmos; basados en modelos y no basados en modelos. Los algoritmos que no se basan en modelos, comparan las mediciones obtenidas con y sin daño. Por otra parte, los algoritmos que se basan en modelos localizan y cuantifican el daño al correlacionar un modelo analítico o numérico con los datos de mediciones de estructuras con daño. Estos últimos, tienen la ventaja de que permiten predecir cómo se va a comportar la estructura ante nuevos estados de carga o de daño.

Los métodos de identificación de daños basados en modelos pueden usar algoritmos de ajuste de modelos basados en algoritmos de optimización globales o bien algoritmos de aprendizaje supervisado. La mayor desventaja en la utilización de algoritmos de optimización es que son lentos y requieren gran cantidad de recursos computacionales. Es por esto que se opta por el uso algoritmos de aprendizaje supervisado, donde el más utilizado es el de Redes Neuronales Artificiales, las cuales luego de ser correctamente entrenadas, son capaces de procesar los datos y obtener los resultados en tiempo real, en este caso sobre ubicación y severidad de la falla [8].

Además de las redes neuronales, se va a trabajar con un algoritmo de aproximación lineal que utiliza el principio de máxima entropía para determinar las características del daño. La entropía se entiende como el grado de incerteza que existe en un problema. El principio de máxima entropía establece que la distribución de probabilidades menos sesgada es aquella que maximiza la entropía, por lo tanto es un método que asegura que no existen supuestos arbitrarios o tendencias para determinar los resultados [9]. En el presente estudio se utiliza la definición de entropía de Shannon para distribuciones de probabilidad discretas, ver Anexo 1A

Uno de los principales desafíos en la evaluación de daño estructural es la selección de un indicador, a partir de la respuesta del sistema, que sea lo suficientemente sensible a daños pequeños. Distintos estudios discuten cual es el parámetro que permite de manera certera, y en una mayor cantidad de casos la localización y dimensionamiento de la delaminación. Los parámetros que se estudian normalmente son los cambios en la frecuencia natural, cambios en la rigidez global y local de la placa y por último los cambios en amortiguamiento globales o locales. [10]

En el presente estudio se van a realizar ensayos experimentales sobre placas de material compuesto tipo panal de abeja con y sin delaminación, de manera de determinar sus modos de vibración y frecuencias naturales. Se va a generar un modelo numérico de la estructura, el que será ajustado utilizando los parámetros obtenidos de los ensayos experimentales. Este modelo va a servir para generar una base de datos que será utilizada por dos algoritmos de detección de daño mediante aprendizaje supervisado; redes neuronales y un algoritmo de aproximación lineal basado en el principio de máxima entropía. Con ellos se busca encontrar el daño presente en las placas, a partir de sus modos de vibración y frecuencias naturales.

2 Objetivos

Los objetivos de esta tesis tienen cuatro ejes fundamentales:

- 1) Determinar un indicador de daño, que logre identificar de manera precisa la existencia, ubicación y magnitud del área de delaminación de una placa con daño simple, esto significa una placa que presente solo una delaminación.
Para esto, se construye y experimenta sobre placas con distintos escenarios de daño para determinar mediante vibraciones mecánicas cuales son los parámetros que mejor caracterizan el daño. Los parámetros a investigar corresponden a las frecuencias naturales y a los modos de vibración.
- 2) Generar un modelo numérico que tenga buena correlación con el modelo experimental. Se estudia si un modelo numérico simplificado de tres placas unidas por resortes es suficientemente representativo para ser utilizado en el estudio del comportamiento de una placa delaminada. Las características mecánicas de este modelo son determinadas mediante un ajuste del modelo con los datos obtenidos por el modelo experimental.
- 3) Identificar daños experimentalmente en una placa sometida a delaminación mediante el uso de vibraciones mecánicas y métodos de aprendizaje supervisado, como lo son las redes neuronales artificiales y el algoritmo de interpolación lineal basado en el principio de máxima entropía (Max-Ent). Las bases de datos que alimentan estos objetivos son construidas mediante la incorporación de diferentes estados de daño a las placas generadas con el modelo numérico.
- 4) Comparar resultados y tiempos de ejecución de los dos métodos de aprendizaje ocupados en la investigación para concluir cual es el más adecuado para el problema en estudio.

3 Antecedentes

3.1 Utilización del Material Compuesto

Los materiales tipo sándwich se utilizan en aplicaciones donde se requiera minimizar el uso de material pero mantener al máximo su desempeño. Están contruidos generalmente por dos paredes idénticas del mismo material, de igual composición y microestructura o de igual dirección de fibra, según corresponda y del mismo espesor, sin embargo, existen aplicaciones en las que es necesario que las paredes sean de materiales diferentes, como es el caso en que estos materiales se utilicen en aplicaciones que posean una cara externa y otra interna y se vean sometidos a esfuerzos diferentes [11].

La utilización de materiales compuestos tipo sándwich ha aumentado considerablemente en satélites, aeronáutica, barcos, automóviles, sistemas de energía eólicos, construcción de puentes, etc.

La variada utilización de materiales compuestos tipo sándwich se condice con la variada utilización de materiales para el núcleo. En la siguiente Figura se pueden observar núcleos de panal de abeja (honeycomb) de aluminio y espuma de aluminio, ambos con paredes de aluminio.

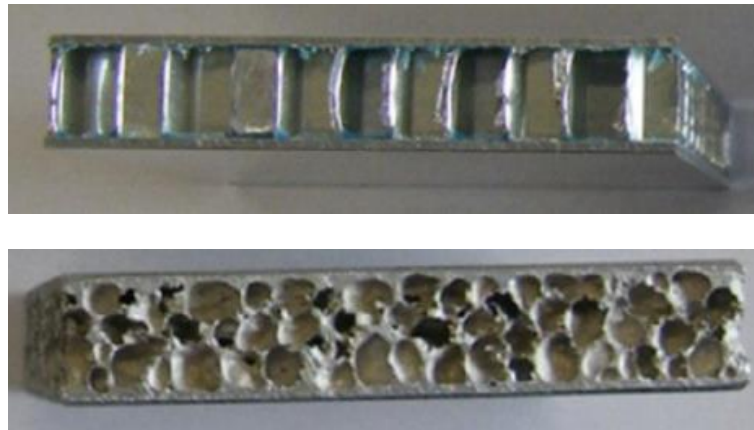


Figura 3.1: Placas de material compuesto tipo sandwich: Panel de abeja (sup), Espuma (inf) [12]

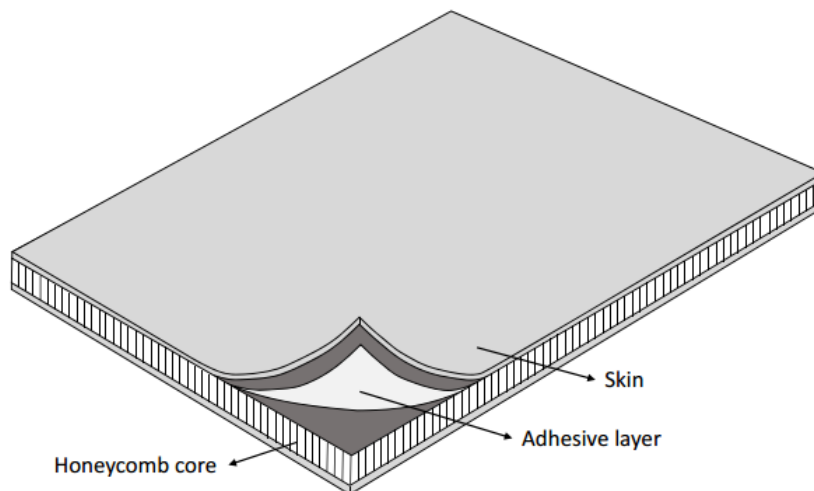


Figura 3.2: Esquema de un panel tipo sandwich con núcleo de panal de abeja [13]

En la Figura 3.2 se muestra un esquema de una placa tipo sándwich con un núcleo de panal de abeja, su principal uso se encuentra en aplicaciones marítimas, aeronáuticas y aeroespaciales. Desde 1983 se comenzaron a utilizar piezas de material compuesto tipo panal de abeja en estructuras importantes de Airbus, con el A310 donde se implementó este material en el sistema de dirección del avión. Luego en 1985 se aplicó en el mismo modelo de avión, pero esta vez en la cola vertical. Hoy la utilización de este material se extiende además a cubiertas, puertas de pasajeros, puertas del tren de aterrizaje, alerones y secciones del compartimiento de pasajeros [1]. Además de diferentes modelos de Boeing, otras aplicaciones donde se encuentra este material son por ejemplo, el “Beech Starship”, transbordadores espaciales, estructuras de satélites, hangares de helicópteros, etc. En general, cualquier estructura que requiera de resistencia y el menor peso posible.

Dado que en estos usos la confiabilidad es de gran importancia, es necesario encontrar el daño antes de que se produzca una falla importante o catastrófica en el componente que la contiene. La dificultad reside entonces en la necesidad de realizar ensayos no destructivos idealmente en servicio de piezas donde no es posible observar a simple vista la presencia de daño. [9]

Actualmente no es posible utilizar este tipo de material en piezas o secciones primarias o principales de las estructuras debido a que no existen mecanismos o algoritmos suficientes para controlar y evaluar el estado de daño de las mismas. Por ejemplo, en el caso de aplicaciones aeronáuticas una falla puede derivar en una falla catastrófica, que si se produce en servicio puede causar accidentes de gran importancia, lo que debe ser prevenido. Para esto es importante buscar ya sea con distintos ensayos o modelos como va a reaccionar una pieza o estructura con distintos escenarios de daño, hasta detectar cuánto daño es admisible en una estructura.

3.2 Vibraciones Mecánicas

Se tiene un sistema de un grado de libertad genérico

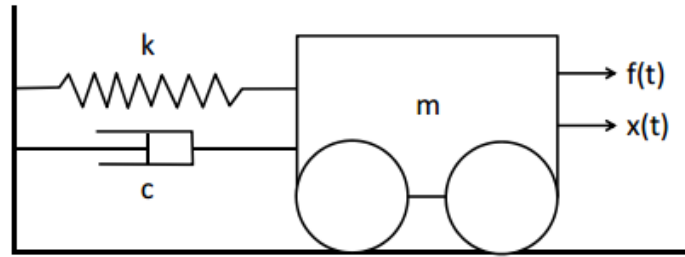


Figura 3.3: Sistema de un grado de libertad [14]

Para este sistema, la Ecuación de movimiento corresponde a la siguiente.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (3.1)$$

Donde m corresponde a la masa, c al amortiguamiento, k coeficiente de rigidez, \ddot{x} , \dot{x} y x corresponden a la aceleración, velocidad y desplazamiento respectivamente. f corresponde a la fuerza de excitación externa y t al tiempo [14].

Se transforma esta Ecuación al dominio de Laplace, suponiendo velocidad y desplazamiento inicial cero, y se obtiene la Ecuación de movimiento en el dominio de Laplace.

$$Z(p)X(p) = F(p) \quad (3.2)$$

Donde $Z(p)$ se denomina rigidez dinámica. La inversa de este término corresponde a la función de transferencia $H(p) = Z^{-1}(p)$

$$X(p) = H(p)F(p) \quad (3.3)$$

$$H(p) = \frac{\frac{1}{m}}{p^2 + \left(\frac{c}{m}\right)p + \left(\frac{k}{m}\right)} \quad (3.4)$$

Al denominador de la función de transferencia, se le conoce como Ecuación característica y viene dada por la Ecuación (3.5)

$$p^2 + \left(\frac{c}{m}\right)p + \left(\frac{k}{m}\right) \quad (3.5)$$

Y sus raíces corresponden a

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (3.6)$$

De esta Ecuación se desprende el concepto de frecuencia natural, que corresponde a la solución de la función de transferencia al no existir amortiguamiento, esta condición se denomina “sistema conservativo”. La frecuencia natural corresponde a ω_n .

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.7)$$

De existir amortiguamiento, las raíces complejas conjugadas presentadas en la Ecuación (3.6) corresponden a

$$\lambda = \sigma + j\omega_d \quad (3.8)$$

$$\lambda^* = \sigma - j\omega_d \quad (3.9)$$

Donde σ corresponde al factor de amortiguamiento y ω_d a la frecuencia natural del sistema amortiguado.

Conociendo las raíces del sistema, la Ecuación (3.4) puede escribirse como:

$$H(p) = \frac{\frac{1}{m}}{(p - \lambda)(p - \lambda^*)} \quad (3.10)$$

Ocupando fracciones parciales se tiene que

$$H(p) = \frac{A}{p - \lambda} + \frac{A^*}{p - \lambda^*} \quad (3.11)$$

Con $A = \frac{1}{2j\omega_d} \frac{1}{m}$. En esta formulación, A y A^* se denominan residuos.

Por otra parte, sea un sistema con múltiples grados de libertad como se ve en la Figura 3.4

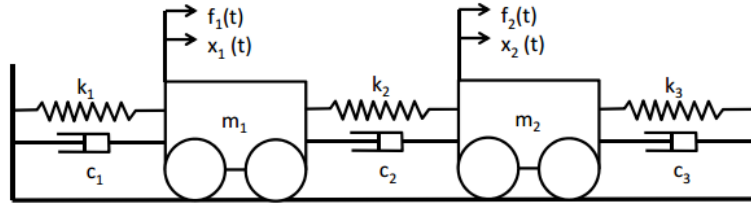


Figura 3.4: Sistema de dos grados de libertad [14]

En el caso de múltiples grados de libertad, se tiene que la Ecuación de movimiento se escribe como:

$$M\{\ddot{x}\} + C\{\dot{x}\} + K\{x\} = \{f\} \quad (3.12)$$

Donde M corresponde a la matriz de masa, C matriz de amortiguamiento, K matriz de rigidez. $\{\ddot{x}\}$, $\{\dot{x}\}$ y $\{x\}$ corresponden a los vectores de aceleración, velocidad y desplazamiento, respectivamente. Finalmente $\{f\}$ corresponde al vector de fuerzas externas que excitan la estructura.

Transformando la Ecuación al dominio de Laplace se tiene la siguiente ecuación:

$$(Mp^2 + Cp + K)X(p) = F(p) \quad (3.13)$$

Equivalentemente

$$Z(p)X(p) = F(p) \quad (3.14)$$

Invirtiendo esta Ecuación se obtienen

$$X(p) = H(p)F(p) \quad (3.15)$$

$$H(p) = Z(p)^{-1} = \frac{adj(Z(p))}{|Z(p)|} \quad (3.16)$$

Donde $adj(Z(p))$ es la matriz adjunta de $Z(p)$ y $|Z(p)|$ es el determinante de $Z(p)$.

Al igual que en el caso de un grado de libertad, la Ecuación característica del sistema viene dada por el denominador de la Ecuación (3.16), es decir el determinante de $Z(p)$ y las raíces de esta Ecuación definen las frecuencias naturales del sistema. Para obtener los polos o raíces, se añade la siguiente Ecuación.

$$(pM - pM)\{x\} = 0 \quad (3.17)$$

Combinando las ecuaciones (3.13) y (3.17), se obtiene

$$(pA + B)\{y\} = \{f'\} \quad (3.18)$$

Donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & M \\ M & C \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -M & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}, \quad \{y\} = \begin{Bmatrix} px \\ x \end{Bmatrix}, \quad \{f'\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

Por lo tanto, los polos del sistema son los valores de p que satisfacen

$$|pA + B| = 0 \quad (3.20)$$

Las raíces de esta Ecuación corresponden a las raíces de $|Z| = 0$ y también se presentan como pares conjugados.

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & \lambda_n & & \\ & 0 & & \lambda_1^* & \\ & & & & \ddots \\ & & & & & \lambda_n^* \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \sigma_1 + j\omega_1 & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & \sigma_n + j\omega_n & & \\ & 0 & & \sigma_1 - j\omega_1 & \\ & & & & \ddots \\ & & & & & \sigma_n - j\omega_n \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Donde la parte real del polo σ_i corresponde al factor de amortiguamiento y la parte imaginaria ω_i corresponde a la frecuencia natural amortiguada, y existen tantos valores de frecuencia natural como grados de libertad tenga el problema.

3.2.1 Vectores Modales

En el problema de múltiples grados de libertad, aparece el concepto de modo de vibración, el cual corresponde a un vector que describe el movimiento relativo entre los grados de libertad [15]. A cada valor propio del sistema le corresponde un vector propio, que se denomina modo normal, forma modal o vector modal ϕ_i .

Para el valor propio correspondiente λ_i , se cumple la siguiente relación.

$$(M\lambda_i^2 + C\lambda_i + K)\phi_i = 0 \quad (3.23)$$

Volviendo a la Ecuación (3.16), ésta se puede reescribir como

$$Z(p)adj(Z(p)) = |Z(p)||I| \quad (3.24)$$

Evalutando para $p = \lambda_i$, se obtiene

$$Z(\lambda_i)adj(Z(\lambda_i)) = 0 \quad (3.25)$$

Si se considera una columna arbitraria de $adj(Z(\lambda_i))$ se cumple que

$$Z(\lambda_i) \{adj(Z(\lambda_i))\}_k = 0 \quad (3.26)$$

Esta Ecuación es equivalente a la Ecuación (3.23). Esto quiere decir que las columnas de $adj(Z(\lambda_i))$ son proporcionales al i -ésimo vector modal. Considerando que la matriz $adj(Z(\lambda_i))$ es simétrica, entonces sus filas también son proporcionales al i -ésimo vector modal. Es decir, la matriz $adj(Z(\lambda_i))$ es de la forma

$$adj(Z(\lambda_i)) = R_i \phi_i \phi_i^T = R_i \begin{bmatrix} \phi_{i,1}\phi_{i,1} & \phi_{i,1}\phi_{i,2} & \dots & \phi_{i,1}\phi_{i,n} \\ \phi_{i,2}\phi_{i,1} & \phi_{i,2}\phi_{i,2} & \dots & \phi_{i,2}\phi_{i,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{i,n}\phi_{i,1} & \phi_{i,n}\phi_{i,2} & \dots & \phi_{i,n}\phi_{i,n} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Entonces, cada residuo es de la forma

$$[A]_i = Q_i \phi_i \phi_i^T \quad (3.28)$$

Y se obtiene finalmente la función de transferencia para múltiples grados de libertad.

$$H(p) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{Q_i \phi_i \phi_i^T}{(p - \lambda_i)} + \frac{Q_i^* \phi_i^* \phi_i^{*T}}{(p - \lambda_i)} \right) \quad (3.29)$$

3.2.2 Funciones de Respuesta en Frecuencia (FRF)

Cuando la función de transferencia es evaluada en el eje de frecuencias ($j\omega$) se denomina función de respuesta en frecuencia.

Para el caso de un grado de libertad, utilizando la Ecuación (3.11), se tiene que

$$H(\omega) = \frac{A}{j\omega - \lambda} + \frac{A^*}{j\omega - \lambda^*} \quad (3.30)$$

Cerca de la resonancia la contribución del complejo conjugado es despreciable, por lo que la respuesta en frecuencia para un grado de libertad se aproxima como:

$$H(\omega) \cong \frac{A}{j\omega - \lambda} \quad (3.31)$$

El peak de la FRF se obtiene cuando la frecuencia corresponde a una frecuencia natural del sistema amortiguado $\omega = \omega_d$. A esta frecuencia la fase cambia en -180° .

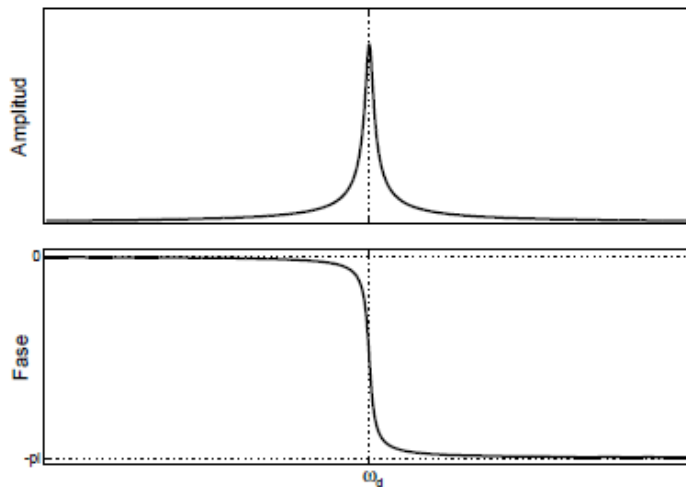


Figura 3.5: Funciones de respuesta en frecuencia con un grado de libertad [14]

Para el caso de múltiples grados de libertad, y utilizando la Ecuación (3.29), se tiene que la Función de respuesta en frecuencia será:

$$H(j\omega) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{Q_i \phi_i \phi_i^T}{(j\omega - \lambda_i)} + \frac{Q_i^* \phi_i^* \phi_i^{*T}}{(j\omega - \lambda_i^*)} \right) \quad (3.32)$$

En este caso, para cada valor de ω , $H(j\omega)$ corresponde a una matriz. $H_{ik}(j\omega)$ corresponde a la función de respuesta en frecuencia cuando se excita la estructura en k y se mide la respuesta en i , o viceversa ya que $H_{ik}(j\omega)$ es simétrica.

$$H_{ik}(j\omega) = H_{ki}(j\omega) = \frac{X_i(j\omega)}{F_k(j\omega)} = \frac{X_k(j\omega)}{F_i(j\omega)} \quad (3.33)$$

A continuación se ven las tres FRF correspondientes al sistema de dos grados de libertad que se ve en la Figura 3.4. En las tres Figuras, los valores de los peaks son los mismos ya que corresponden a las frecuencias de resonancia, que tienen el mismo valor para todas las FRS's ya que corresponden a propiedades globales de la estructura.

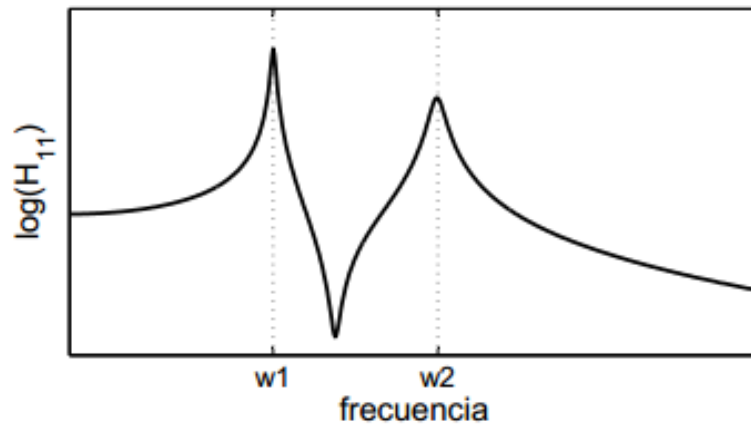


Figura 3.6: FRF, excitación en 1, respuesta en 1 [14]

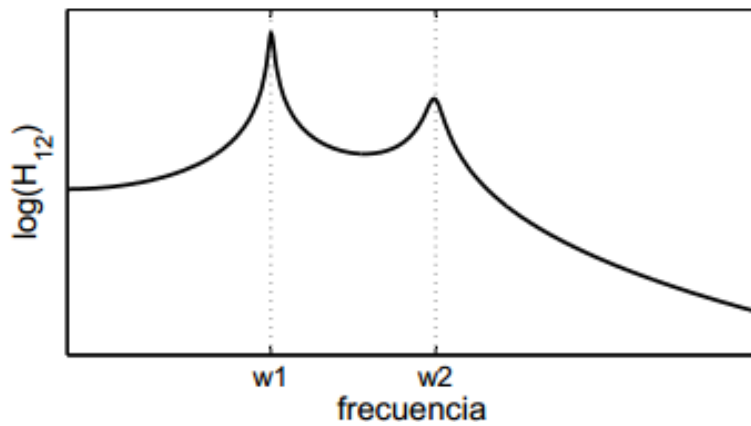


Figura 3.7: FRF, excitación en 1, respuesta en 2 [14]

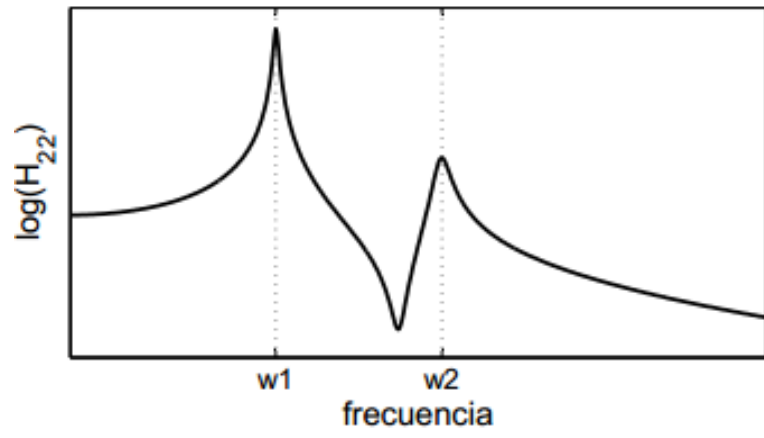


Figura 3.8: FRF, excitación en 2, respuesta en 2 [14]

3.3 Daño en Materiales Compuestos

La delaminación en materiales compuestos afecta severamente las propiedades mecánicas de una estructura, lo que puede llevar a fallas catastróficas de la estructura, por lo que es importante detectar el daño en etapas tempranas antes de que se produzca una falla de ésta.

El daño en este tipo de aplicaciones puede deberse principalmente a tres componentes: la corrosión y retención de agua dentro de las celdas, el impacto de objetos extraños y problemas de manufactura.

Sobre la delaminación producto de impactos, puede deberse a la caída de herramientas durante las operaciones de mantenimiento o al impacto durante el servicio de objetos a baja velocidad.

En cuanto a la manufactura, corresponden a la no adherencia entre el núcleo y las paredes debido a la aplicación incompleta del adhesivo o a bolsas de aire dentro del adhesivo.

Además, también se encuentra delaminación producto de sobrecargas y trabajo a excesos de temperatura [2].

Se tiene por ejemplo el caso del helicóptero R22 Beta VH-HZB de “Robinson Helicopter Company” en Australia [16], el cual presentó vibraciones severas durante el vuelo, producto de lo cual fue necesario aterrizar e inspeccionar el helicóptero. El diagnóstico fue una delaminación de una de las aspas del rotor principal. En la Figura 3.9, se puede ver un corte del asa, donde se muestra la utilización de los sándwich tipo panal de abeja, en este caso de acero inoxidable y el área donde se encuentra la delaminación.

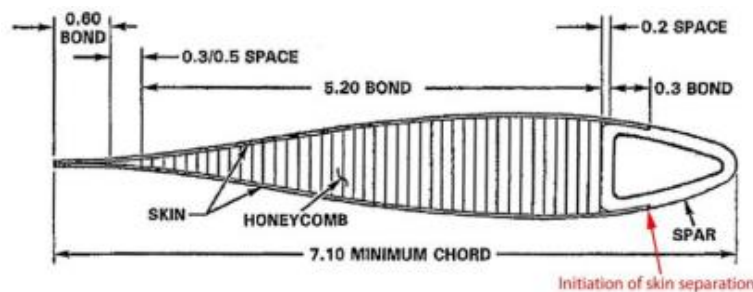


Figura 3.9: Diagrama esquemático de un asa del rotor principal y localización de la delaminación [17]

En la Figura 3.10, se tiene el detalle del área de delaminación. Las flechas rojas indican secciones donde el pegamento no había sido aplicado correctamente, por lo que la pared no se adhirió al panal de abeja, lo que indujo la delaminación en el área. Esta falla se traduce en problemas de sustentación del helicóptero. Además, se encontró corrosión en el área de la interface, lo que permite que el pegamento sea sometido a las condiciones ambientales y vea reducida su efectividad.

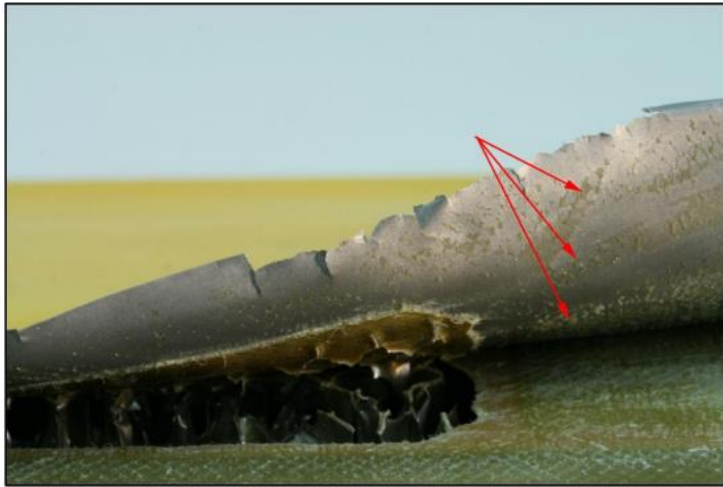


Figura 3.10: Detalle de delaminación, las flechas rojas indican secciones donde el pegamento no había sido aplicado correctamente.

3.4 Identificación de Daño

Es difícil identificar la existencia, ubicación y severidad del daño en materiales compuestos mediante métodos no destructivos especialmente cuando el daño se encuentra en el núcleo o en este caso la delaminación de las paredes y el núcleo. Es por esto que la técnica llamada “detección de daño mediante vibraciones” se ha expandido rápidamente los últimos años. Esta técnica se basa en que las características de la vibración (frecuencia natural, modos, amortiguamiento, rigidez, etc.) son funciones de las propiedades físicas de la estructura, entonces un cambio en estas características significaría una modificación en las propiedades mecánicas del material o en su geometría, en otras palabras, la variación de estos parámetros sería reflejo de la existencia de daño en la estructura [18]

Sobre los cambios en la frecuencia natural, se encuentra que estas disminuyen con el aumento de la región delaminada. La reducción de la frecuencia natural es relativamente pequeña bajo cierto tamaño de área delaminada, por lo que surgen las restricciones de tener un umbral mínimo de tamaño del área de la delaminación y de utilizar los modos más altos, que son los más sensibles a estos daños [4] [10].

Para el caso de la rigidez, se encuentra que se ve disminuida debido a una disminución de la frecuencia natural combinada con un aumento del amortiguamiento. El efecto de la delaminación en la rigidez se puede ver estudiando las antiresonancias del sistema [19].

En estructuras de materiales compuestos, se ha encontrado una tendencia en usar el amortiguamiento como indicador de daños en la estructura ya que tiende a ser más sensible al daño que las variaciones de rigidez. El amortiguamiento debiese aumentar con el aumento del área delaminada, lo que está relacionado con la disipación de energía durante la excitación dinámica [3].

3.4.1 Métodos de Identificación de daño

Los métodos de identificación de daño basados en vibraciones más exitosos son los “model updating” basados en métodos de optimización globales. “model updating” es un método inverso que identifica los parámetros buscados en un modelo numérico y son formulados comúnmente como un problema de optimización inverso. En este tipo de problemas, se utiliza la diferencia entre los modelos de la estructura antes y después del daño para identificar ubicación y magnitud del mismo. Sin embargo, estos procedimientos son lentos y requieren de muchos recursos, lo que es un problema para la detección de daños en tiempo real [20].

Por otra parte, existen algoritmos de “aprendizaje supervisado”. El objetivo es estimar el estado de la estructura basado en muestras actuales y anteriores. Estos pueden dividirse en dos tipos; Paramétricos y no paramétricos. Los paramétricos asumen un modelo estadístico para las muestras de datos. Los no paramétricos no asumen una estructura para los datos. Dentro de los modelos no paramétricos, el más conocido son las Redes Neuronales Artificiales.

3.4.1.1 Red Neuronal Artificial

Una red neuronal artificial (RNA) es un sistema de procesamiento de información, que consiste en un set de unidades simples de procesamiento (nodos o neuronas) que simulan neuronas interconectadas con “pesos” asociados, estos pesos representan la información que se utiliza para resolver el sistema. Las

neuronas están conectadas de forma tal que permite a las señales a viajar a través de la red tanto en forma paralela como en serie [21].

Una red está caracterizada por: (i) el patrón de conexiones entre neuronas, que ese denomina “arquitectura”, (ii) el método de determinación de los pesos en las conexiones, denominado “algoritmo de aprendizaje” y (iii), su función de Transferencia [22].

Sobre la arquitectura, una red se compone de varias capas de nodos, unidos por conexiones a través de las cuales viaja la señal. Esta puede clasificarse en una red de una capa o de múltiples capas. La red de una capa cuenta con una capa de neuronas de input que recibe señales del exterior y otra capa de neuronas de output de la cual se puede leer la respuesta.

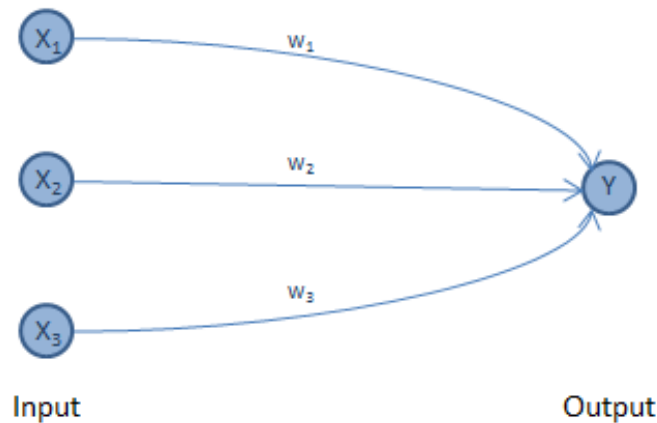


Figura 3.11: Red Neuronal de Una Capa

En el caso de las redes de multicapa, se tienen una o más capas o niveles de nodos denominados capas ocultas de nodos. Cada nodo está conectado con todos los nodos de las capas adyacentes. En cada nodo se realiza la suma ponderada de las señales que recibe de la capa anterior y produce un output que es una función no lineal de su input. Este tipo de redes puede resolver problemas de mayor complejidad que las redes de una capa, pero aumenta la dificultad del entrenamiento de la red.

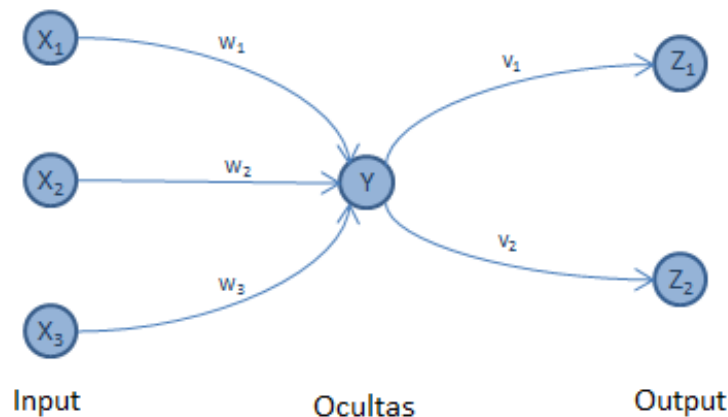


Figura 3.12: Red Neuronal Multicapas

Es necesario entrenar la red neuronal de modo que entregue los resultados que se esperan. Para esto se presenta un gran número de casos (base de datos) con resultados conocidos de modo que la red, mediante algoritmos de entrenamiento pueda ajustar los pesos que se le dan a las conexiones entre nodos, comparando los resultados de la red con los datos conocidos.

El mecanismo más utilizado para el entrenamiento se conoce como “back propagation”, en el cual se intenta minimizar el error cuadrático medio del error del output comparado con el set de datos de entrenamiento. El output de la red se compara con el output real y el error se propaga hacia atrás a través de la red, alterando los pesos de las conexiones entre nodos o neuronas en orden de reducir el error cuadrático medio. Cuando se encuentra una arquitectura adecuada de la red, es necesario utilizarla con otro set de datos de output conocido, para garantizar que la solución tenga carácter general y no solo para el caso particular del set de datos de entrenamiento. Generalmente para realizar esta validación del entrenamiento, se dividen los datos de la base de datos, utilizando un porcentaje de ellos exclusivamente en entrenamiento y el porcentaje restante en validación.

Una neurona trabaja en forma de switch, cada neurona tiene un nivel de activación que es una función de los inputs que recibe. En la neurona se realiza la suma ponderada de todas las señales que llegan a ella y se compara con el valor umbral, si lo supera se activa la neurona y se envía como señal a las neuronas siguientes.

Por ejemplo, se considera una neurona Y que recibe input de las neuronas X_1 , X_2 y X_3 . La señal de activación (output) de estas neuronas son x_1 , x_2 y x_3 respectivamente. Los pesos de las conexiones entre X_1 , X_2 , X_3 e Y son w_1 , w_2 y w_3 , respectivamente. Entonces, el input y_{in} de la neurona Y será:

$$y_{in} = w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 \quad (3.34)$$

La función de activación y de la neurona Y está dada por una función del tipo $y = f(Y_{in})$. Por lo general se van a tener funciones de activación o transferencia diferentes entre las capas de input – oculta y oculta – output.

3.4.1.2 Algoritmo Levenberg-Marquardt [23]

Este algoritmo está diseñado para minimizar la suma de los errores cuadráticos. Se considera la función de suma de errores cuadráticos de la forma

$$E = \frac{1}{2} \sum_n (\epsilon^n)^2 = \frac{1}{2} \|\epsilon\|^2 \quad (3.35)$$

Donde ϵ^n es el error para el patrón n-ésimo y ϵ es el vector con los elementos de ϵ^n . Si se tiene un punto en el espacio de los pesos w_{old} y se mueve a otro punto w_{new} con un desplazamiento $w_{new} - w_{old}$ pequeño, entonces el vector de error ϵ se puede expandir en serie de Taylor de primer orden.

$$\epsilon(w_{new}) = \epsilon(w_{old}) + Z\epsilon(w_{new} - w_{old}) \quad (3.36)$$

Donde se define la matriz \mathbf{Z} con los elementos

$$(\mathbf{Z})_{ni} = \frac{\partial \epsilon^n}{\partial w_i} \quad (3.37)$$

Entonces la Ecuación de error (3.35) puede ser escrita de la siguiente forma

$$E = \frac{1}{2} \|\epsilon(\mathbf{w}_{old}) + \mathbf{Z}\epsilon(\mathbf{w}_{new} - \mathbf{w}_{old})\|^2 \quad (3.38)$$

Si se minimiza el error con respecto a los nuevos pesos, se tiene

$$\mathbf{w}_{new} = \mathbf{w}_{old} - (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \epsilon(\mathbf{w}_{old}) \quad (3.39)$$

Para la suma del error cuadrático de la Ecuación (3.35), los elementos de la matriz del Hessiano toma la siguiente forma.

$$(H)_{ik} = \frac{\partial^2 E}{\partial w_i \partial w_k} = \sum_n \left\{ \frac{\partial \epsilon^n}{\partial w_i} \frac{\partial \epsilon^n}{\partial w_k} + \epsilon^2 \frac{\partial \epsilon^2}{\partial w_i} \frac{\partial \epsilon^n}{\partial w_k} \right\} \quad (3.40)$$

Despreciando el segundo término, se tiene que el hessiano puede escribirse como

$$\mathbf{H} = \mathbf{Z}^T \mathbf{Z} \quad (3.41)$$

El problema con este algoritmo es que el tamaño del paso de la Ecuación (3.38) puede ser muy grande, en tal caso, la aproximación lineal dada en (3.36) no sería válida. En este algoritmo, se intenta minimizar la función de error manteniendo el paso pequeño de modo de asegurar que la aproximación lineal se mantenga válida. Para esto se considera una modificación de la función de error de la siguiente forma.

$$\tilde{E} = \frac{1}{2} \|\epsilon(\mathbf{w}_{old}) + \mathbf{Z}\epsilon(\mathbf{w}_{new} - \mathbf{w}_{old})\|^2 + \lambda \|\mathbf{w}_{new} - \mathbf{w}_{old}\|^2 \quad (3.42)$$

Donde el parámetro λ gobierna el tamaño del paso, para valores mayores de λ el valor de $\|\mathbf{w}_{new} - \mathbf{w}_{old}\|^2$ tenderá a ser pequeño. Si se minimiza el error con respecto a \mathbf{w}_{new} , se tiene la siguiente expresión.

$$\mathbf{w}_{new} = \mathbf{w}_{old} - (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{Z}^T \epsilon(\mathbf{w}_{old}) \quad (3.43)$$

3.4.1.3 Aproximación lineal con maximización de entropía

A pesar de que una vez entrenada una red, ésta puede procesar la información de manera rápida, la lentitud del entrenamiento y el gran número de parámetros que se necesitan para el entrenamiento son un problema importante para su aplicación. Es por esto que surgen nuevos algoritmos para la detección que no requieren el entrenamiento necesario para la utilización de las redes neuronales.

Un metodología usual para problemas de clasificación corresponde a realizar una interpolación lineal de vectores de entrenamiento, donde se fija el radio de un círculo alrededor de un punto x , y se incluyen en la interpolación aquellos vectores de entrenamiento que caen dentro del círculo. El problema recae en la identificación del punto x que se utiliza como centro y en la determinación del radio permitido. Otro enfoque similar que introducen Loftsgaarden y Quesenberry [24] es el de fijar el número de vecinos (k-nearest neighbors kNN) que se quieren considerar en la respuesta, en vez del radio. Stone [25] propone utilizar una suma ponderada de los vecinos más cercanos según la Ecuación

$$\hat{Y}(x) = \sum_{i=1}^n w_{ni}(x)Y_i \quad (3.44)$$

Donde Y_i corresponderían al estado de daño de la estructura. Esta función le asigna el valor de cero a todos aquellos vectores de entrenamiento que estén fuera de los k vecinos más cercanos (kNN)

Gupta [26], propone un algoritmo de que utiliza interpolación lineal y el principio de Máxima entropía para el análisis del estado de una cañería utilizando el método de pesos de Stone. Ekran [27] propone un algoritmo de identificación mediante aprendizaje semi supervisado, donde se añaden datos con y sin etiqueta o clase y se resuelve mediante Max-Ent, evitando entrenamiento.

El algoritmo de aproximación lineal utilizando el principio de máxima entropía tiene el mérito que se evita el entrenamiento necesario en redes neuronales, el período de tiempo que requiere para su procesamiento es comparable con estas últimas y solo requiere de la identificación de un parámetro [20].

El concepto de máxima entropía es introducido por Shannon [28] como una medida de la incerteza de un sistema. Jaynes [29] postula el principio de máxima entropía para encontrar distribuciones de probabilidades sin tendencia cuando no se tiene información suficiente.

El objetivo de este método es, teniendo un vector donde se encuentren los parámetros característicos de un ensayo, encontrar cual sería el estado de daño de la estructura. Para esto, se tiene un vector de observación $Y^j = \{Y_1^j, Y_2^j, \dots, Y_m^j\}$ que representa el j-ésimo estado de daño de una estructura, y m el número de elementos estructurales. Sea $X^j = \{X_1^j, X_2^j, \dots, X_n^j\}$ el vector con los parámetros característicos de la estructura asociadas al estado de daño Y^j . Si bien es posible encontrar el vector X^j teniendo el vector Y^j ya sea por ejemplo con un método numérico, el problema que se presenta es encontrar el estado de daño, vector Y^j , teniendo la información del ensayo de la estructura, vector X^j .

El método que se va a utilizar consiste en asignar al vector X_e , que va a corresponder al vector que contiene la información de los parámetros característicos del ensayo, una combinación lineal de los vectores de parámetros característicos de la base de datos X^j , donde cada uno de estos vectores va a ir ponderado por un peso. Los pesos que se le van a asignar a cada uno de estos vectores de la base de datos va a ser esencial para encontrar el vector del estado de daño, ya que serán los mismos ponderadores que se le va a dar a los vectores Y^j correspondientes para con esto encontrar el estado de daño Y_e .

Entonces, se tiene que se construye el vector X_e como una combinación lineal de los vectores X^j de la base de datos.

$$X_e = \sum_{j=1}^N w_j(X) X^j(X) \quad \sum_{j=1}^N w_j(X) = 1 \quad (3.45)$$

Donde w_1, w_2, \dots, w_N corresponden al peso asociado al vector X_N^j .

Estas ecuaciones pueden representarse con el siguiente sistema de ecuaciones.

$$Aw = b \quad (3.46)$$

$$A = \begin{bmatrix} X_1^1 & X_2^2 & \dots & X_1^N \\ X_2^1 & X_2^2 & \dots & X_2^N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_n^1 & X_n^2 & \dots & X_n^N \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{(n+1) \times N} \quad b = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \\ 1 \end{bmatrix}_{(n+1) \times 1} \quad w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (3.47)$$

Una vez obtenido w , se puede encontrar el estado de daño Y_e según la siguiente Ecuación.

$$Y_e = \sum_{j=1}^N w_j(X) Y^j(X) \quad (3.48)$$

Donde $Y^j(X)$ son los vectores correspondientes a $X^j(X)$.

Cuando el sistema (3.46) queda indeterminado, se suele utilizar alguna técnica de optimización de la familia de los mínimos cuadrados, sin embargo este método permite que algunos de los valores de los pesos sean negativos, lo que no tendría sentido físico. En cambio, los métodos asociados a la máxima entropía (max-ent) entregan siempre valores para los pesos positivos.

El principio de máxima entropía es apropiado para encontrar la probabilidad de distribución que no tenga una tendencia hacia algún resultado, es decir que no favorezca a ningún vecino sobre otro, cuando hay menos restricciones que incógnitas y se plantea de la siguiente manera.

Se considera una serie de n eventos discretos $\{x_1, \dots, x_n\}$, donde la probabilidad de cada evento es $p_a = p_a(x_a) \in [0,1]$ con incertidumbre que corresponde a $-\ln p_a$. La entropía de Shannon es la cantidad de incertidumbre representada por la distribución $\{p_1, \dots, p_n\}$ y se denota según la Ecuación (3.49).

$$-\sum_{a=1}^N p_a \ln p_a \quad (3.49)$$

La distribución de probabilidad que posee la menor tendencia y que es la más probable de ocurrir es la que se obtiene según el siguiente problema de optimización y que corresponde al principio de máxima entropía.

$$\max_{p \in \mathbb{R}_+^N} -\sum_{a=1}^N p_a \ln p_a \quad (3.50)$$

Sujeto a las siguientes restricciones.

$$\sum_{a=1}^N p_a = 1 \quad \sum_{a=1}^N p_a g_r(x_a) = \langle g_r(x) \rangle \quad (3.51)$$

Donde $\langle g_r(x) \rangle$ es el valor esperado o esperanza de la función $g_r(x)$. Este problema asigna probabilidades a cada x_a de la serie.

Si se supone que la probabilidad p_a tiene un valor a conocido a priori m_a , la incertidumbre del problema se verá reducida a $-\ln p_a + \ln m_a$, o equivalentemente $-\ln \frac{p_a}{m_a}$. Y el problema de optimización es el siguiente.

$$\max_{p \in \mathbb{R}_+^N} -\sum_{a=1}^N p_a \ln \left(\frac{p_a}{m_a} \right) \quad (3.52)$$

Sujeto a las mismas restricciones anteriores ((3.50).

El principio asociado a $-\sum_{a=1}^N p_a \ln \frac{p_a}{m_a}$ recibe el nombre de principio de mínima entropía relativa.

La diferencia entre el principio de máxima entropía con el principio de mínima entropía relativa, es que en este último se minimiza la distancia entre la solución y la distribución impuesta a priori, favoreciendo

a una muestra de individuos en la base de datos, mientras que en el primero todos los individuos en la base de datos serán asignados a la distribución de probabilidad que maximiza la entropía.

Se va a utilizar la aproximación de entropía relativa para el problema en estudio, el cual va a adquirir la siguiente forma:

$$\max_{w \in \mathbb{R}_+^N} \left[H(w) = - \sum_{a=1}^N w_i(X) \ln \left(\frac{w_i(X)}{m_i(X)} \right) \right] \quad (3.53)$$

Sujeto a las condiciones

$$\sum_{i=1}^N w_i(X) \tilde{X}^i = 0 \quad \sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad (3.54)$$

Donde $m_i(X)$ corresponde a un primer valor supuesto para $w_i(X)$ y $\tilde{X}^i = X^i - X$.

Una distribución típica para $m_i(X)$ es la distribución Gaussiana:

$$m_i(X) = \exp \left(-\beta_i \|\tilde{X}^i\|^2 \right) \quad (3.55)$$

Donde $\beta = \gamma/h_i^2$, con γ un parámetro que controla el radio de la Gaussiana en torno al punto X^i , y entonces su peso asociado, y h_i es una distancia Euclidiana entre los vecinos que pueden ser distinto para cada X^i .

La solución de la optimización max-ent se trabaja con el procedimiento de multiplicadores de Lagrange según las siguientes ecuaciones.

$$w_i(X) = \frac{Z_i(X; \lambda^*)}{Z(X; \lambda^*)} \quad Z_i(X; \lambda^*) = m_i(X) \exp(-\lambda^* \cdot \tilde{X}^i) \quad (3.56)$$

Donde $Z_i(X; \lambda^*) = \sum_j Z_j(X; \lambda^*)$, $\tilde{X}^i = [\tilde{X}_1^i, \dots, \tilde{X}_N^i]^T$ y $\lambda^* = [\lambda_1^*, \dots, \lambda_N^*]^T$.

En (3.56) el multiplicador de Lagrange λ^* es el minimizador del problema expuesto en (3.53).

$$\lambda^* = \arg \min_{\lambda \in \mathbb{R}} \ln Z(X; \lambda) \quad (3.57)$$

Que entrega el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$F(\lambda) = \nabla_{\lambda} \ln Z(\lambda) = - \sum_i^N w_i(X) \tilde{X}^i = 0 \quad (3.58)$$

En el que ∇_{λ} corresponde al gradiente respecto a λ . Una vez que λ^* converge, los pesos w se calculan a partir de la Ecuación (3.56).

4 Metodología

4.1 Modelo experimental

4.1.1 Construcción placas

Las placas de material compuesto tipo sándwich corresponden a un sistema que incluye tres componentes: núcleo, paredes y un adhesivo entre las partes.

El modelo experimental que se estudia consiste en placas de 25 [mm] x 35 [mm] de material compuesto por dos placas de aluminio de 0,8 [mm] de espesor como paredes superior e inferior, un núcleo de panel de abeja de 10 [mm] de espesor y el adhesivo que une el núcleo a las paredes corresponde al adhesivo estructural Permabond® el cual es una resina epóxica.

Tabla 4.1: Propiedades Paredes

Dimensiones	0,25 x 0,35 [mm ²]
Espesor	0,8 [mm]
Módulo de Young	$6,9 \times 10^{10}$ [Pa]
Coefficiente de Poisson	0,33
Densidad	2700 [kg/m ³]

Tabla 4.2: Propiedades Núcleo

Dimensiones	0,25 x 0,35 [mm ²]
Tamaño de celda	19,1 [mm]
Espesor paredes celda	5×10^{-5} [m]
Espesor	10 [mm]
Densidad	20,8 [kg/m ³]

Para determinar el comportamiento de las placas con daño y poder compararlo con su paralelo sin daño, es necesario construir tanto placas sin daño como con distintos escenarios de delaminación.

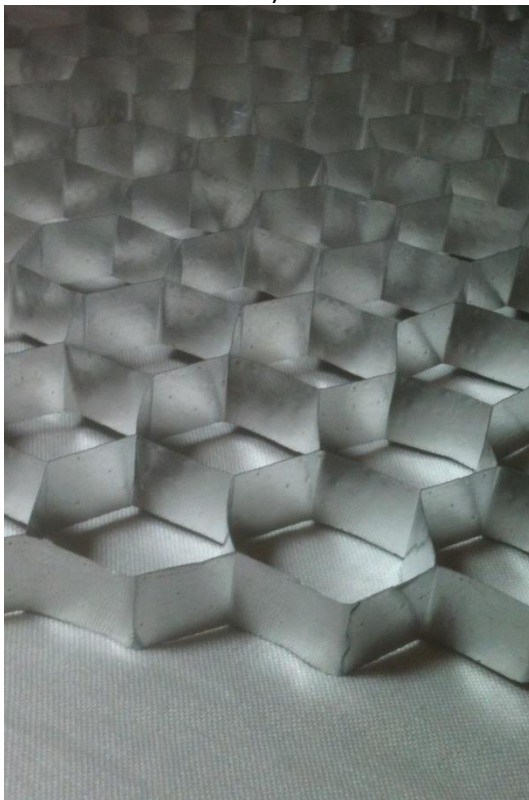
Para la construcción de las placas sin daño, las caras de las placas de aluminio que irán unidas al núcleo de panel de abeja se cubren completamente con adhesivo y se adhieren al núcleo. Para el caso de las placas delaminadas, se dejan regiones circulares sin pegamento en la pared. En ambos casos se arman las placas y se lleva a una bolsa de vacío donde se dejan curando por 24 horas.



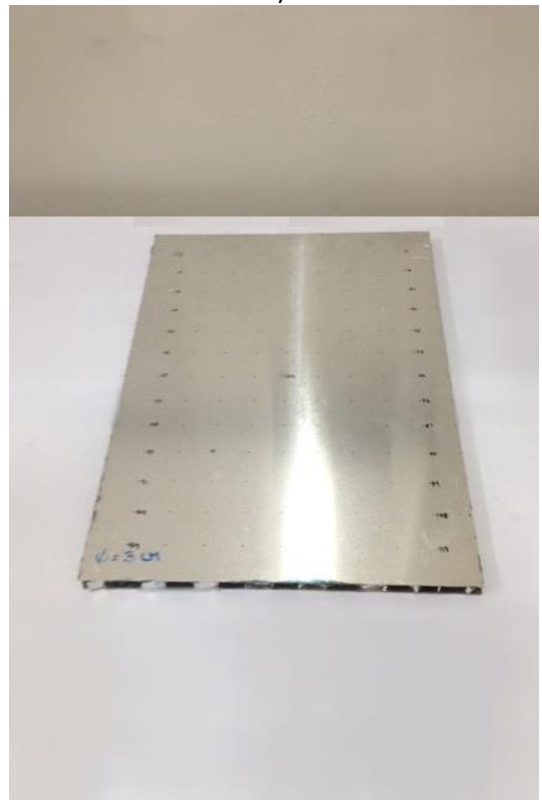
a)



b)



c)



d)

Figura 4.1: Proceso de armado de placas: a) Placa de aluminio, b) Placa con pegamento salvo en área delaminada, c) Panel de abejas de aluminio, d) Placa terminada

4.1.2 Montaje experimental

La placa suspende mediante elásticos de baja constante elástica a un marco metálico para dar características similares a las que se obtendrían si el cuerpo no tuviese restricciones de movimiento.

Se va a excitar la placa en 117 puntos correspondientes a los nodos de una malla cuadrada de 25 [mm] de arista construida sobre la placa, excluyendo los nodos correspondientes a los bordes. La placa se excita mediante un martillo de impacto y se mide la respuesta por medio de cuatro sensores en miniatura de masa 0,7 [g] en distintas ubicaciones de la placa. El martillo y los sensores se encuentran conectados a un sistema de adquisición de señales para medir de forma simultánea la fuerza y las respuestas en la estructura. El objetivo de esto es obtener un grupo de funciones de respuesta en frecuencia (FRF's) para derivar a partir de ellas los parámetros modales de la estructura.

La fuerza de excitación corresponde a un impacto de 15 [N] con una tolerancia de 5 [N], y se van a realizar al menos 7 mediciones por nodo que cumplan con las exigencias de fuerza y coherencia que serán promediadas para evitar dentro de lo posible ruido experimental.

Se debe tener cuidado de realizar impactos verticales simples, sin rebote ni resbalamiento para obtener mediciones adecuadas.

Para seleccionar los puntos donde se posicionan los sensores y la suspensión se buscan los puntos de mayor y menor energía respectivamente, obtenidos mediante el software FEMTools.

La energía cinética nodal (NKE) es una distribución de masa modal que representa la distribución de energía cinética sobre todos los grados de libertad de un modo en particular. Identifica entonces, los grados de libertad que tienen mayor participación modal y por lo tanto son más importantes para las mediciones. Se obtiene para cada grado de libertad i y para cada modo j :

$$NKE(i, j) = \phi_{ij} \sum_k M_{ik} \phi_{kj} \quad (4.1)$$

Dado que se está buscando si la placa presenta o no delaminaciones, es necesario tomar ambos casos en consideración, por lo que se va a medir la energía a un modelo numérico de la placa para ambos casos.

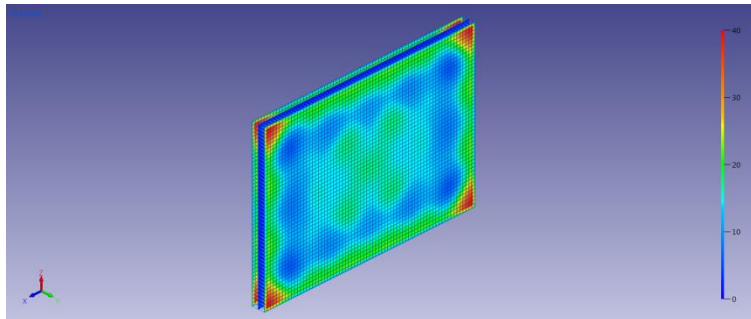


Figura 4.2: Nodal Kinetic Energy, caso sin daño

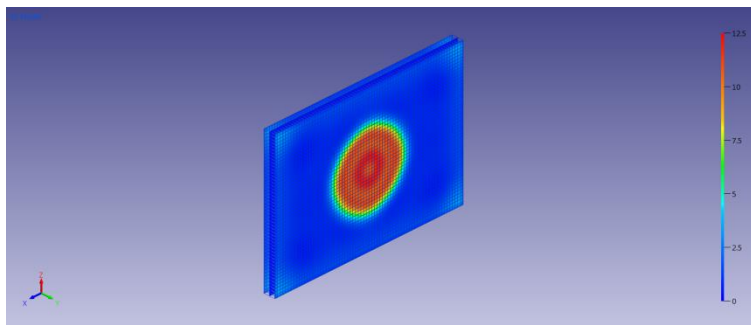


Figura 4.3: Nodal Kinetic Energy, caso delaminación central

Se observan comportamientos diferentes para las placas con y sin daño, por lo que se deben elegir puntos de medición y excitación que representen ambos casos.

Para los puntos de excitación se eligen el centro y tres esquinas, para los puntos de suspensión se seleccionan los puntos de baja energía, en este caso los costados.

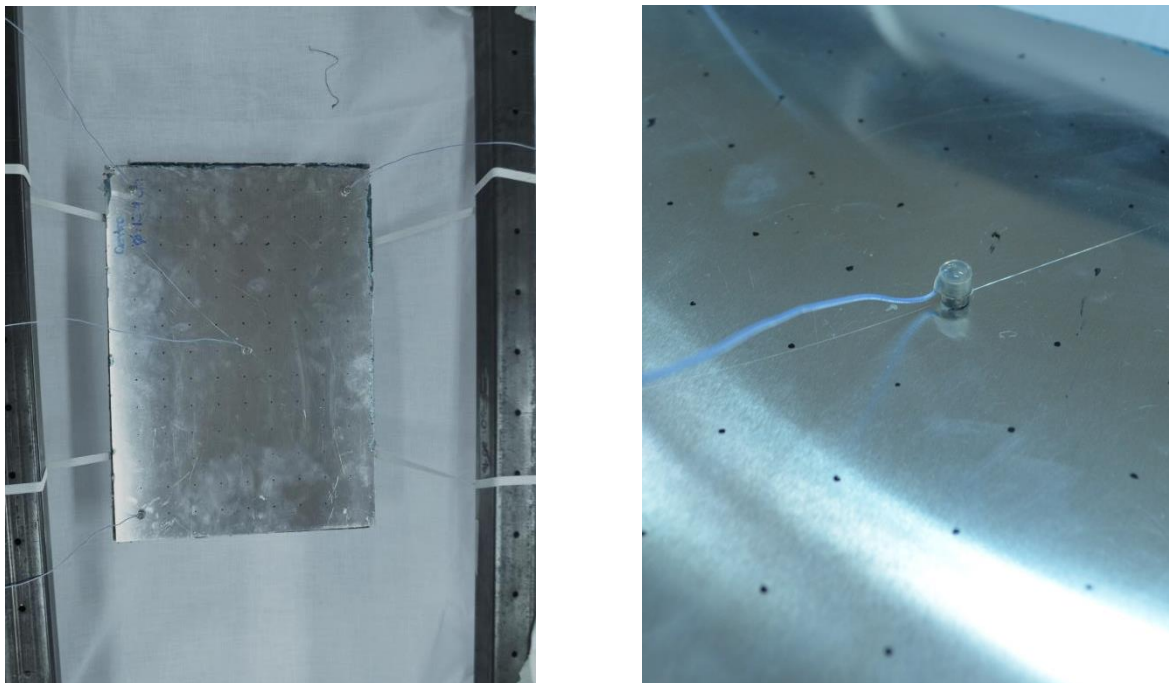


Figura 4.4: Placa en suspensión y detalle sensores

4.1.3 Análisis modal experimental

Para el análisis modal, se obtienen los modos experimentales mediante el software FEMTools, que identifica los modos a partir de las funciones de respuesta en frecuencia, usando una “Polyreference version of the Least Squares Complex Frequency (pLSCF)”, el cual es un método de mínimos cuadrados que utiliza los datos en el dominio de frecuencias. Es similar al método “Least Squares Complex Exponential”, que utiliza los datos en el dominio del tiempo.

Los métodos de mínimos cuadrados no lineales en el dominio de frecuencias, LSFD, se utilizan para estimar los polos y modos normales. La función de respuesta en frecuencia entre una respuesta en el punto i y una excitación en el punto k se puede aproximar por [14]:

$$H_{ik}(\omega) = \sum_{r=1}^{N_m} \left(\frac{\phi_{ir} L_{rk}}{j\omega - \lambda_r} + \frac{\phi_{i^*r} L_{rk}^*}{j\omega - \lambda_r} \right) + UR_{ik} - \frac{LR_{ik}}{\omega^2} \quad (4.2)$$

Donde UR_{ik} y $\frac{LR_{ik}}{\omega^2}$ son los residuos superiores e inferiores respectivamente. Estos residuos aproximan el efecto de modos bajo y sobre el rango de frecuencias en estudio.

$H_{ik}(\omega)$ es la función de respuesta en frecuencia medida experimentalmente, mientras que el lado derecho corresponde al modelo modal, considerando N_u parámetros $\lambda_r, \phi_{ir}, L_{rk}, UR_{ik}, LR_{ik}$ desconocidos.

$$G_{ik}(\omega) = G_{ik}(\omega, \lambda_r, \phi_{ir}, L_{rk}, UR_{ik}, LR_{ik})|_{r=1, \dots, N_m} \quad (4.3)$$

La diferencia entre la función de respuesta medida $H_{ik}(\omega)$ y la estimada $G_{ik}(\omega)$ corresponde a la siguiente expresión.

$$e_{ik}(\omega) = H_{ik}(\omega) - G_{ik}(\omega) \quad (4.4)$$

El error total en el rango de frecuencias de interés es el siguiente.

$$E_{ik} = \sum_{f=0}^{N_f} e_{ik}(\omega f) e_{ik}^*(\omega f) \quad (4.5)$$

Considerando todas las funciones de respuesta en frecuencia entre N_i entradas y N_o respuestas, el error total corresponde a:

$$E = \sum_{i=1}^{N_o} \sum_{k=1}^{N_i} E_{ik} \quad (4.6)$$

Los parámetros desconocidos se obtienen al imponer que éstos minimicen el error total.

$$\frac{\partial E}{\partial \lambda_r} = 0 \quad \dots \quad \frac{\partial E}{\partial LR_{ik}} = 0 \quad (4.7)$$

Para encontrar los modos, es necesario seleccionar los polos del diagrama de estabilidad. Los diagramas de estabilidad corresponden a una herramienta indispensable para determinar cuáles polos son reales y cuales computacionales. Los polos reales van a aparecer siempre a las mismas frecuencias, independiente del orden del sistema y los computacionales van a variar al aumentar el orden. El orden corresponde al número de modos que se consideran en el ajuste. La selección de los modos reales se va a realizar variando el orden del diagrama de estabilidad y manteniendo solo aquellos polos que no se vean comprometidos con la variación del orden.

En la Figura siguiente, se encuentran los diagramas de estabilidad de orden 20 y 50 para una delaminación central, en el rango de frecuencias 50-2500 [Hz].

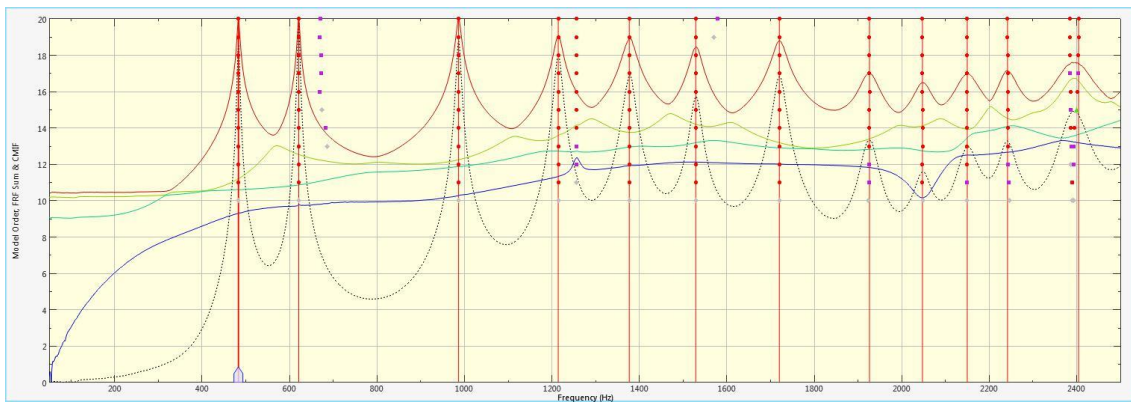


Figura 4.5: Diagrama de estabilidad, orden máximo 20

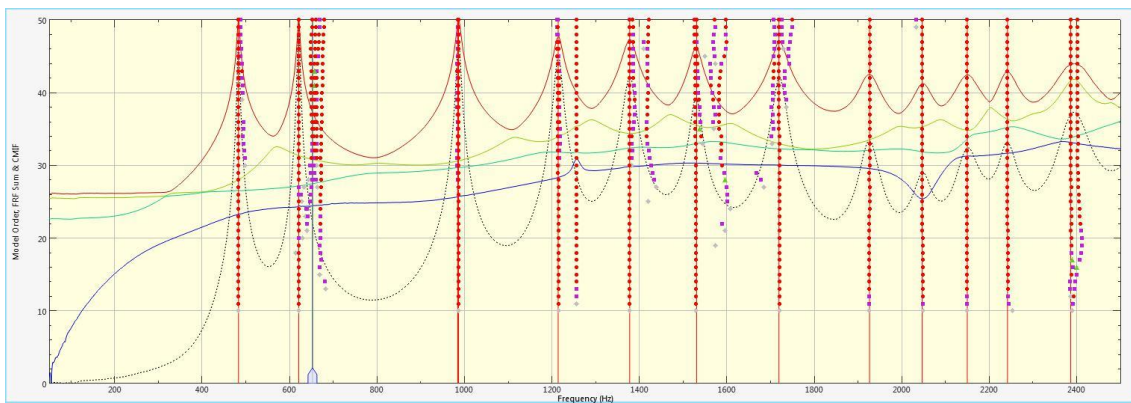


Figura 4.6: Diagrama de estabilidad, orden máximo 50

En las Figuras anteriores, los puntos rojos corresponden a polos con frecuencia y amortiguamiento estable al orden correspondiente. Es posible ver que aumenta el número de polos que se identifican al aumentar el orden. Es por eso que se seleccionan como polos aquellos que no varían su frecuencia al aumentar el orden, y son los seleccionados con la línea roja.

Se van a considerar entonces aquellos polos que aparecen para los distintos órdenes a las mismas frecuencias. Las frecuencias varían ligeramente entre un orden máximo y otro, pero se atribuye a diferencias computacionales.

Se van a realizar 5 ensayos experimentales, primero un caso sin daño, otro con un daño en el centro de la placa con el fin de obtener datos para construir el modelo numérico, y tres casos para evaluar y validar el algoritmo de detección de daño.

Primero, se realizaron los casos sin delaminación y con delaminación en el centro de 76 [mm] de diámetro, los que se ilustran en la Figura 4.7. Los modos de vibración y las frecuencias naturales, obtenidos en estos dos casos se utilizaron para ajustar los parámetros del modelo numérico.

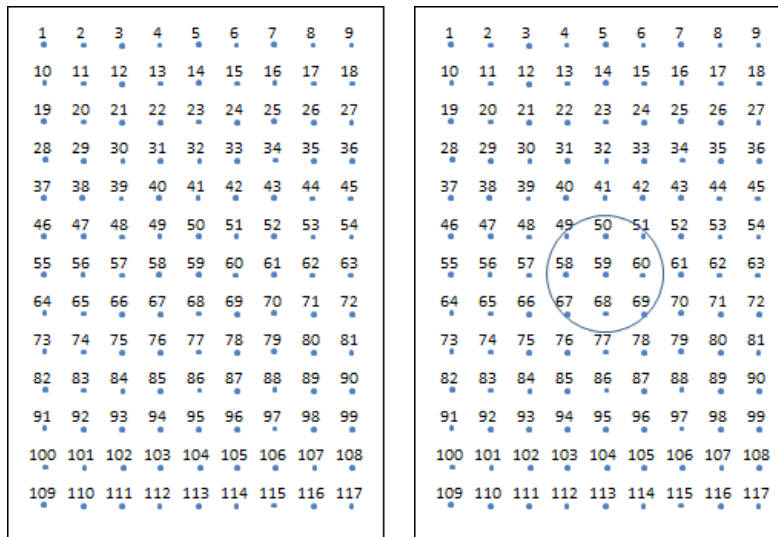


Figura 4.7: Placas sin delaminación y delaminación central

La Figura 4.6 se muestran los primeros 6 modos obtenidos para ambas placas, con y sin delaminación. Se observa que la delaminación afecta de mayor manera la forma del modo 5, y provoca una disminución de las frecuencias naturales con una variación máxima de un 5%. La Tabla 4.4 resume las frecuencias naturales obtenidas y su variación.

Tabla 4.3: Comparación Frecuencias Naturales con y sin Daño

	Frecuencia sin daño [Hz]	Frecuencia con delaminación [Hz]	Variación (%)
Modo 1	483,07	477,37	-1,18
Modo 2	621,02	618,22	-0,45
Modo 3	986,67	947,17	-4,00
Modo 4	1214,60	1158,40	-4,63
Modo 5	1377,00	1306,90	-5,09
Modo 6	1528,90	1505,70	-1,52

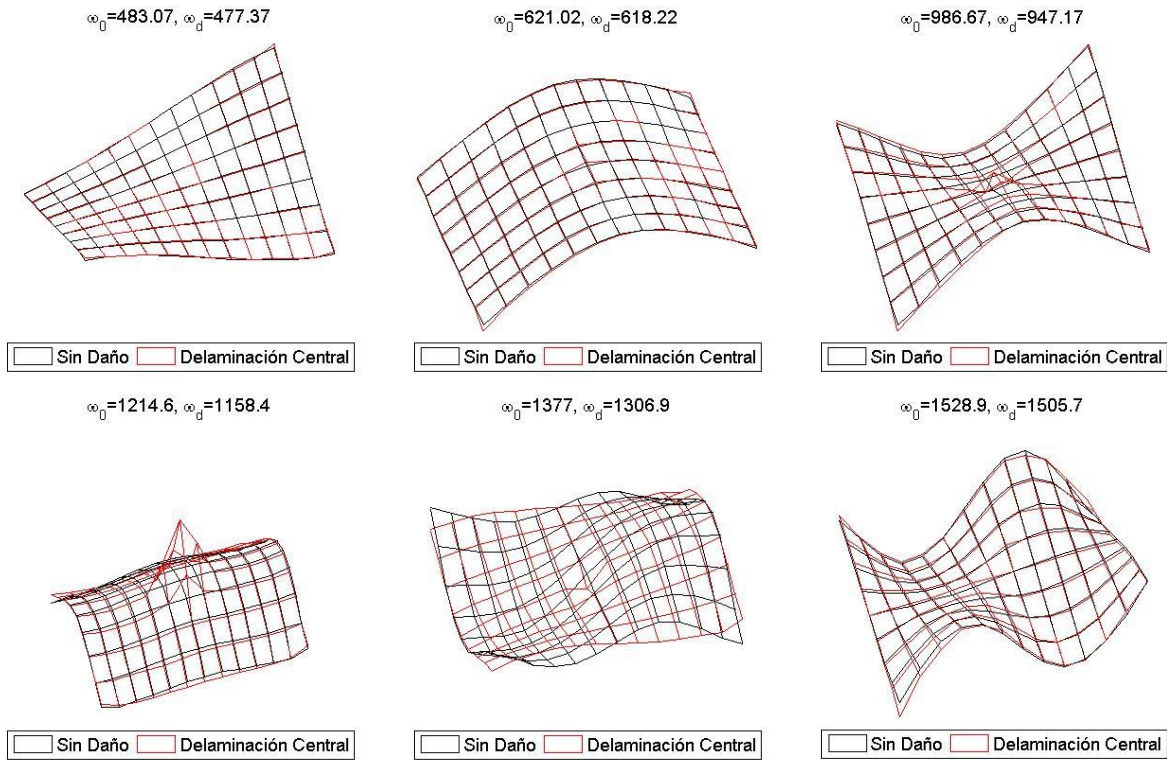


Figura 4.8: Modos sin daño y con delaminación central de $\phi=76$ [mm]

Para la validación del algoritmo de detección de daño, se toman las muestras de tres placas con distintos escenarios de daño. Estos corresponden a delaminaciones de distinto diámetro y en distintas ubicaciones dentro de la placa, las que se ilustran en la Figura 4.9.

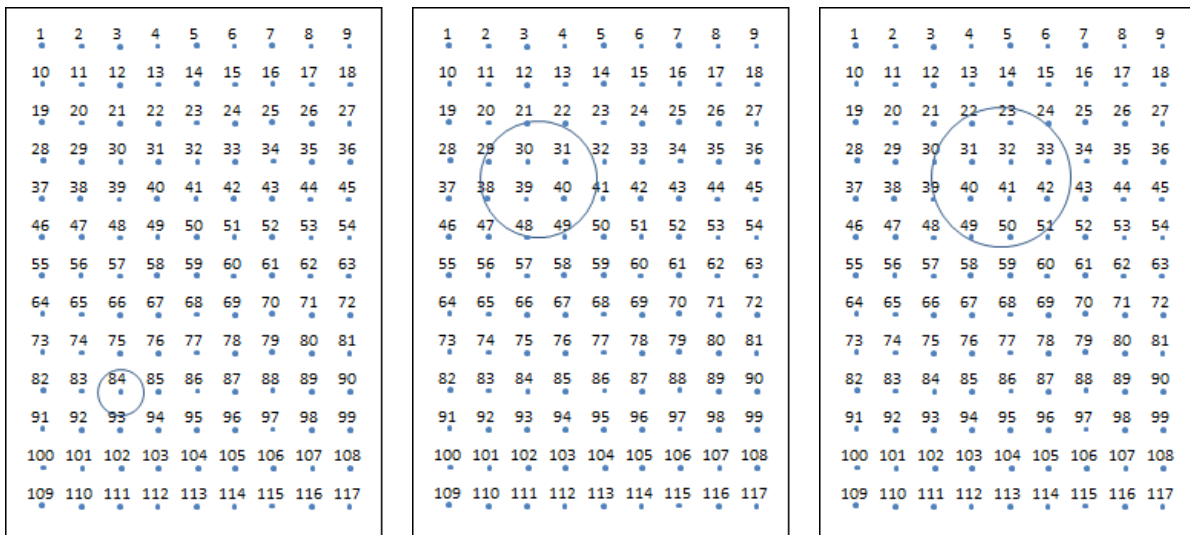


Figura 4.9: Placas con delaminaciones para validación

Se realizan ensayos sobre las placas que se ven en la Figura 4.9, y se obtienen las siguientes frecuencias naturales para los mismos modos globales que se encuentran para las mediciones anteriores. En este caso se tienen delaminaciones no centradas de 30, 76 y 90 [mm] de diámetro.

Tabla 4.4: Comparación Frecuencias Naturales Casos delaminados

	30mm [Hz]	76mm [Hz]	90mm [Hz]
Modo 1	495,70	483,38	489,57
Modo 2	633,42	619,16	618,08
Modo 3	1008,50	978,83	979,53
Modo 4	1208,70	1134,50	1193,60
Modo 5	1385,70	1324	1340,60
Modo 6	1574,40	1489,30	1465,50

Estas frecuencias van a estar asociadas a los modos que se muestran en las Figuras Figura 4.10 a Figura 4.12 y se comparan en cada gráfico con el caso sin delaminación.

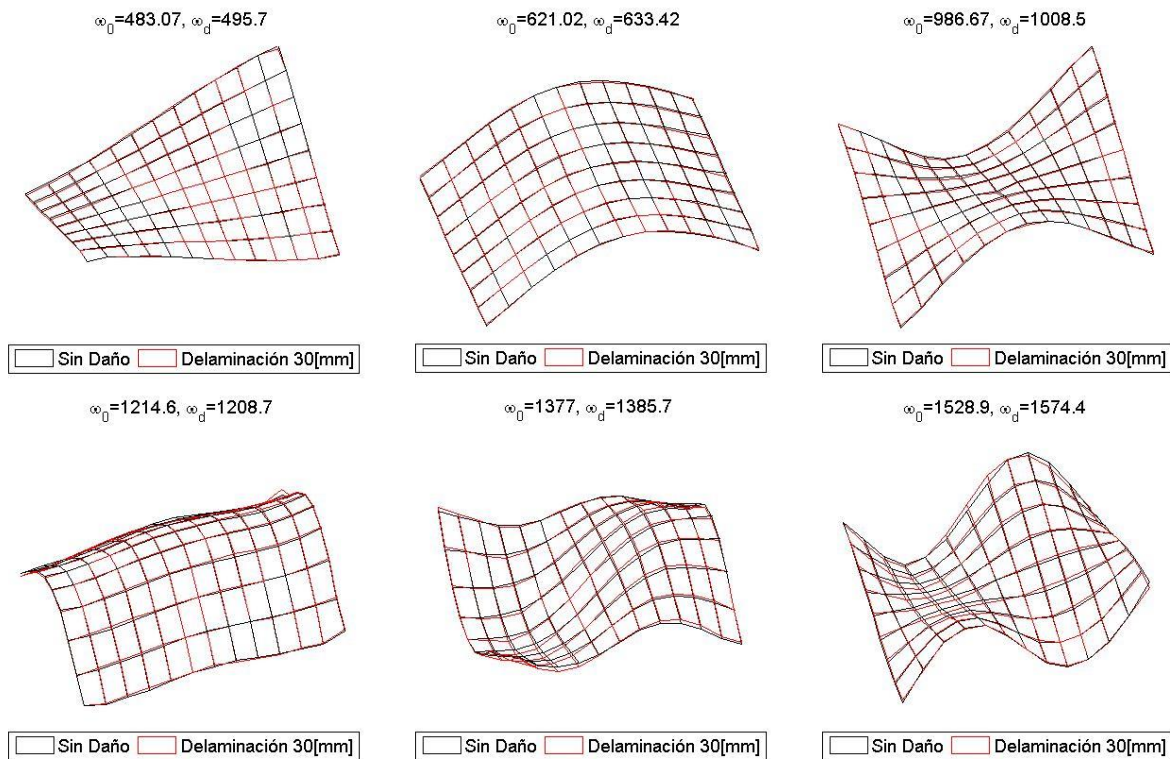


Figura 4.10: Modos delaminación 30 [mm]

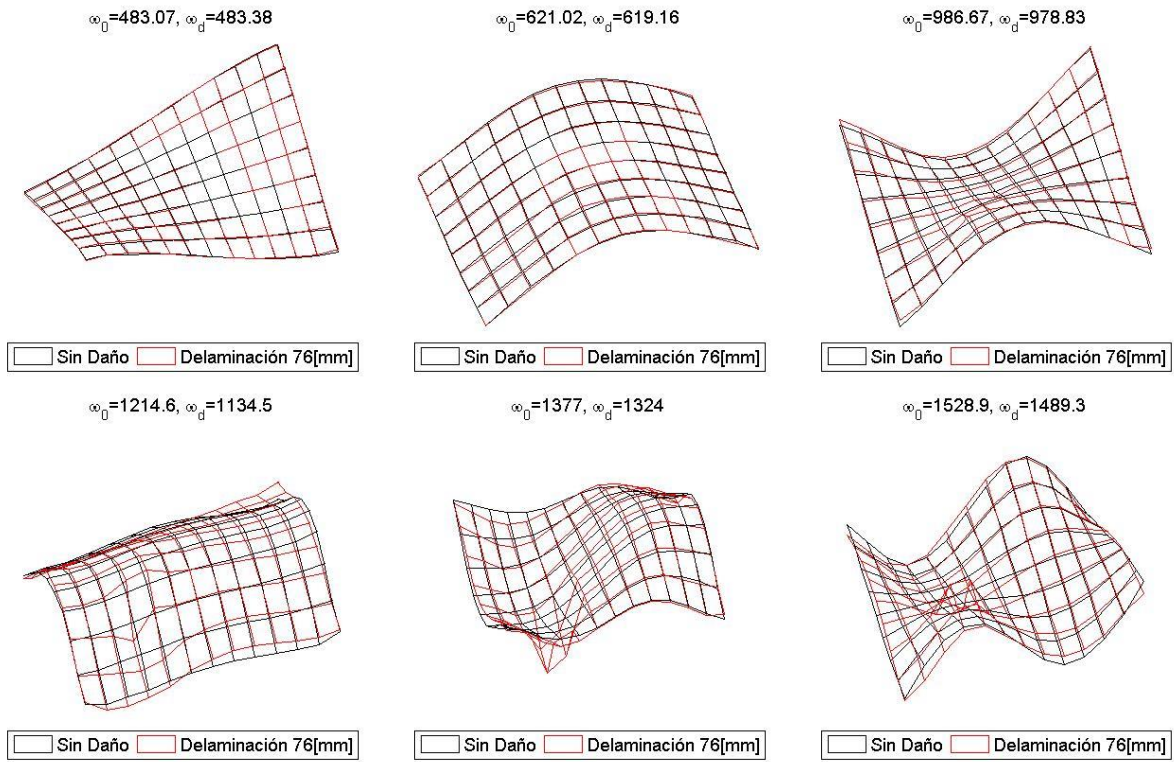


Figura 4.11: Modos delaminación 76 [mm]

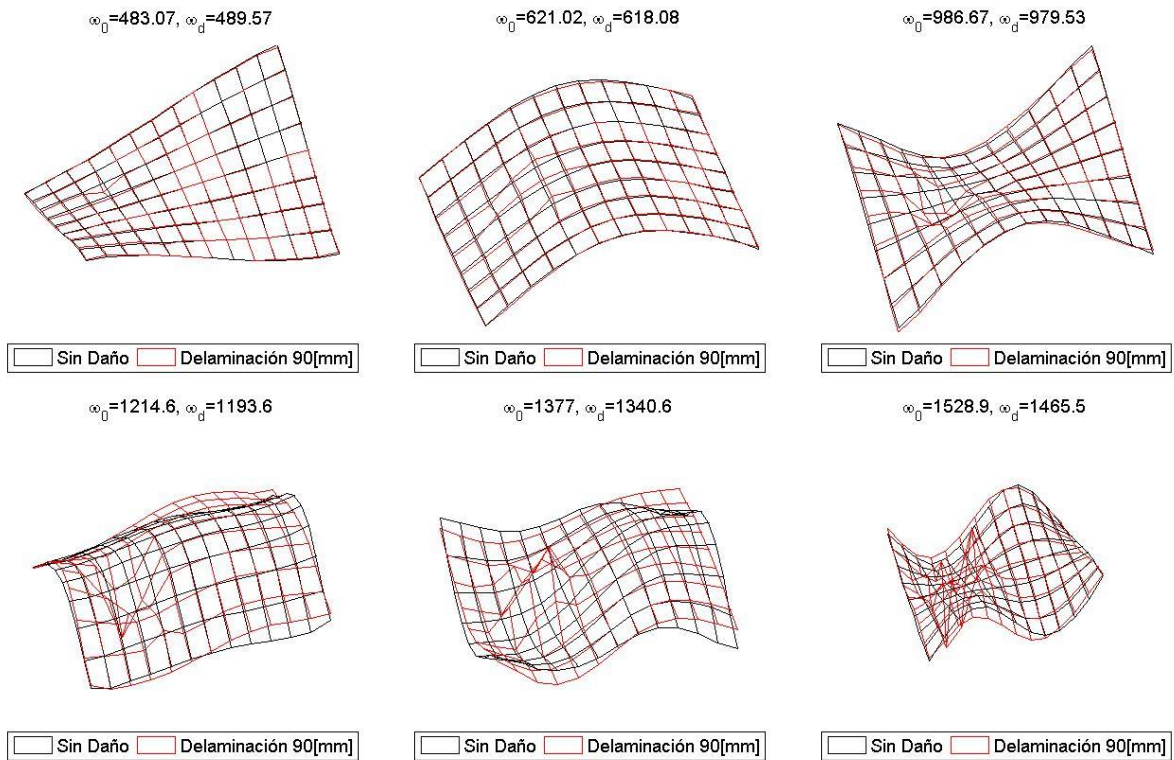


Figura 4.12: Modos delaminación 90 [mm]

A partir de este ensayo se obtienen dos resultados importantes, el primero es que en este caso, las frecuencias naturales aumentan, lo que se contradice con la teoría de que éstas deberían disminuir al tratarse de una placa con daño. Esto se debe a que dada la forma de construcción de las placas, es posible que en la placa con daño de 30 [mm] hayan quedado mejor adheridas las paredes al núcleo de forma global que la placa sin delaminación. Además, según se puede ver en la forma de los modos, una delaminación de 30 [mm] no sería detectable solo con la observación de los modos, lo que indica que existe un umbral o tamaño mínimo que es posible detectar con la observación de los modos de vibración.

En el segundo y tercer caso, es posible ver que las delaminaciones se manifiestan en los modos de vibración en las ubicaciones correspondientes. Por lo que a diferencia de la delaminación de diámetro 30 [mm], su tamaño supera el umbral de detección.

4.2 Modelo numérico

4.2.1 Construcción

Birman y Bert [30] muestran que los modelos continuos para el núcleo tipo panal de abeja entregan soluciones que son cercanas a las calculadas con modelos detallados de elementos finitos. Es por esto que el modelo numérico que se utiliza es una simplificación del modelo real, en la cual se reemplaza el núcleo de celdas hexagonales por una capa continua cuyos parámetros de módulo de Young y densidad serán calculados a continuación, con el fin de disminuir los requerimientos computacionales necesarios para generar el modelo y realizar las pruebas. Además, la capa adhesiva que une las paredes y el núcleo se puede modelar como resortes lineales, siendo los sectores delaminados modelados como resortes de constante de rigidez considerablemente menores a los de la capa adhesiva.

El modelo numérico se construye en Matlab[®] utilizando el SDT Structural Dynamics Toolbox, las paredes y el núcleo son modelados con elementos de placa estándares isotrópicos de 4 nodos. El resultado final es de un modelo que contiene 10.740 elementos de placa y 7242 elementos de resorte, como se muestra en la Figura 4.13.

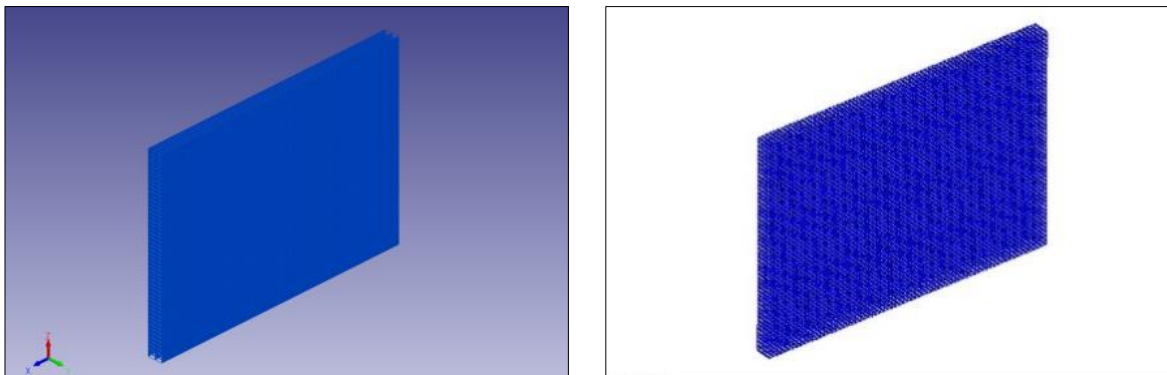


Figura 4.13: Modelo Numérico en FEMtools (izquierda) y MATLAB (derecha)

Se deben encontrar entonces las propiedades mecánicas de las paredes, del núcleo y de la capa adhesiva, es decir, los valores para el módulo de Young (E_p, E_n para las paredes y núcleo respectivamente), densidad (ρ_p, ρ_n para paredes y núcleo respectivamente), y la rigidez de los resortes tanto de las zonas adheridas (k_0) como de las delaminadas (k_d). Para esto se utiliza un método de ajuste

de modelos basado en algoritmos genéticos, el que minimiza la diferencia entre las frecuencias naturales y los modos de vibración de pruebas experimentales con las del modelo numérico. Se encuentran entonces los valores para las propiedades mecánicas mencionadas anteriormente y con ellos se actualiza el modelo.

4.2.2 Ajuste del modelo

Los parámetros del modelo numérico se ajustan mediante un algoritmo de optimización para minimizar la diferencia entre los modos y frecuencias naturales obtenidas de forma numérica y experimental. El problema de ajuste de modelos tiene una topología compleja y si se utilizan algoritmos de optimización basados en gradientes, como el disponible en FEMtools, se obtienen mínimos locales y no el óptimo global. Considerando lo anterior se seleccionó un algoritmo de optimización basado en algoritmos genéticos paralelos.

Un algoritmo genético es un proceso de búsqueda global basado en el principio de Darwin de selección natural y evolución, que consiste de tres operaciones: selección, operaciones genéticas y reemplazo. Un algoritmo genético comienza con la creación de una población inicial que corresponde a un set de posibles soluciones, llamadas cromosomas. Una secuencia de genes que representan las variables del problema forma cada cromosoma. La función "fitness" evalúa que tan apto es cada cromosoma para permanecer en la población.

Entonces el algoritmo pasa a la población inicial por un proceso de selección. Los cromosomas con mayor "fitness" o aptitud tienen mayor probabilidad de sobrevivir en la siguiente generación. Luego del proceso de selección, los cromosomas se emparejan de forma aleatoria y cada pareja recibe el nombre de "padres". El algoritmo utiliza las funciones de algoritmo genético básicas, crossover y mutación, para reproducir a los padres y se genera una nueva generación de pares de hijos. Luego de los procesos de selección, operaciones genéticas y reemplazo, el algoritmo evalúa a la nueva generación. Este proceso se itera hasta que se alcanza el criterio de convergencia deseado.

El problema con los algoritmos genéticos secuenciales es que son lentos cuando se trabaja con funciones objetivo complicadas o que requieren de mucho tiempo. Para mejorar la velocidad, se utilizan algoritmos genéticos paralelos. La idea básica consiste en dividir el problema en tareas más pequeñas que se solucionan simultáneamente con distintos procesadores. En este caso, un número de poblaciones se corren en paralelo, cada población corre un algoritmo genético individualmente. Las poblaciones intercambian individuos ocasionalmente, lo que se conoce como "migración". Meruane y Heylen [31] concluyeron que los algoritmos genéticos paralelos siempre entregan una búsqueda mejor y más rápida que los los algoritmos genéticos secuenciales.

Es por esto que se va a trabajar con 4 poblaciones simultáneas, con crossover cada 40 generaciones. Además, se va a tener una probabilidad de crossover de un 80%, probabilidad de mutación de un 2% y se va a detener el programa en el caso de que haya 40 generaciones sin presentar cambios. Las cuatro poblaciones deberían entregar el mismo resultado, que se trata del mejor resultado global de la optimización.

Para realizar el ajuste del modelo numérico con respecto al experimental, el algoritmo genético se va a aplicar dos veces, en un primer caso para la placa sin daño, donde se van a comparar los valores para el módulo de Young (E_p, E_n para las paredes y núcleo respectivamente), densidad (ρ_p, ρ_n para paredes y núcleo respectivamente), y la rigidez de los resortes (k_0). Introduciendo estos datos al modelo numérico, se va a aplicar nuevamente el algoritmo para un caso con delaminación para obtener la rigidez de las zonas delaminadas (k_d).

Los valores de entrada así como la variación permitida de estos valores se exponen en la siguiente tabla.

Tabla 4.5: Valores de entrada algoritmo genético

	Disminución	Valor supuesto	Aumento
Módulo de Young Paredes (E_p)	20%	7×10^{10} [Pa]	20%
Módulo de Young Núcleo (E_n)	90%	7×10^{10} [Pa]	0%
Densidad de las Paredes (ρ_p)	20%	2700 [kg/m ³]	20%
Densidad del Núcleo (ρ_n)	5%	28,8 [kg/m ³]	5%
Rigidez resorte sin daño (k_0)	90%	$8,9 \times 10^3$ [N/m]	100%
Rigidez resorte área delaminada (k_d)	90%	$3,9 \times 10^3$ [N/m]	100%

Los valores obtenidos son los que se encuentran en la siguiente Tabla.

Tabla 4.6: Propiedades placas modelo numérico

Módulo de Young Paredes (E_p)	$6,1372 \times 10^{10}$ [Pa]
Módulo de Young Núcleo (E_n)	$2,4113 \times 10^{10}$ [Pa]
Densidad de las Paredes (ρ_p)	2531,6 [kg/m ³]
Densidad del Núcleo (ρ_n)	30,24 [kg/m ³]
Rigidez resorte sin daño (k_0)	$8,258 \times 10^3$ [N/m]
Rigidez resorte área delaminada (k_d)	$1,199 \times 10^3$ [N/m]

4.2.3 Análisis Modal Numérico y Correlaciones

A modo de ejemplo, se van a analizar los casos que corresponden a las mismas delaminaciones que se estudiaron en el caso experimental y se van a comparar los modos y las frecuencias. Posteriormente, se van a estudiar la correlación entre los modelos numérico y experimental.

Se encuentra que en los modelos numéricos, aparecen modos globales y locales, los modos globales son aquellos que afectan a toda la estructura y los locales afectan solo al área delaminada. Se encuentra que al aumentar el tamaño de la delaminación van a aparecer más modos locales, con frecuencias entre las frecuencias de los modos globales. Para generar un algoritmo que determine el daño, independiente del tamaño de éste, es importante trabajar entonces solo con los modos globales que van a aparecer a frecuencias similares independientemente del tamaño de la delaminación. También es importante destacar que es posible que una delaminación sea lo suficientemente pequeña para afectar los modos de vibración locales de la estructura pero no los modos globales que son los que se utilizan para este estudio, por lo que se estaría aumentando el tamaño necesario para ser reconocido por el método, o bien, aumentando el umbral. En las Figuras siguientes se ve cómo se van a ver los modos globales y locales una placa con delaminación de 76 [mm] de diámetro.

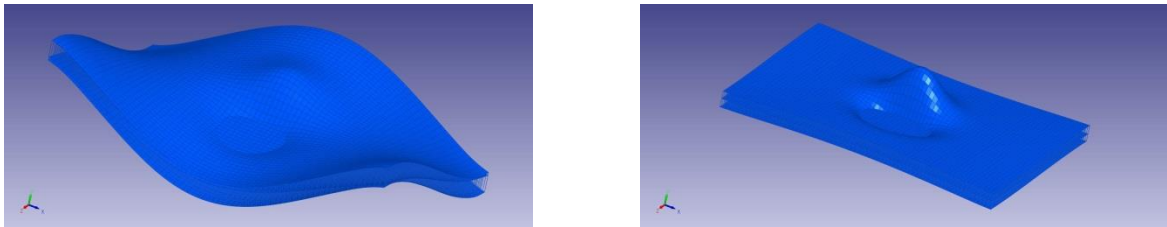


Figura 4.14: Modo global a 1086,6 [Hz] (der) y Modo Local a 1334,5 [Hz]

Para realizar la comparación de los modelos, es necesario primero encontrar a los modos del ensayo experimental su respectivo modo global en el modelo numérico. Suele suceder que los modos no se ordenan de la misma forma y que existen modos locales dentro de la delaminación, en caso de existir. Es por esto que para realizar las parejas de modos se comparan los MAC de los bordes de los modos y se limita la diferencia de frecuencia natural asociada a un 20%. Utilizar el MAC de los bordes de los modos introduce una limitación que corresponde a que de existir delaminaciones en los bordes, los MAC se verían altamente influenciados y por lo tanto es posible que no se encontraran parejas de modos adecuadas. Utilizar como condición que la diferencia de frecuencia natural sea un máximo de un 20% es necesario ya que dos modos pueden tener formas similares pero de tener altas diferencias de frecuencia natural no se trataría del mismo modo si no que de una coincidencia. Teniendo en consideración que la delaminación va a afectar la frecuencia natural, es posible cuestionarse si limitar la diferencia de frecuencia natural podría inducir a errores en las parejas de modos entre el caso sin daño y con daño. La respuesta a esto es que por muy severos que sean los daños, la frecuencia natural no va a variar más que un 6% en un mismo modo para los escenarios con y sin delaminación, como se puede ver en la Tabla 4.10.

El MAC es el Modal Assurance Criterion que corresponde a un factor que mide la correlación entre los modos.

$$MAC_{ij} = \frac{(\phi_i^T \phi_j)^2}{(\phi_i^T \phi_j)(\phi_j^T \phi_i)} \quad (4.8)$$

Donde ϕ_i es el i -ésimo modo normal. En este caso, un valor 0 corresponde a que no existe correlación entre los modos, el valor 1 indica dos modos completamente correlacionados. Si se calcula el MAC para todos los pares de modos, se encuentra la matriz MAC. Si los modos son completamente independientes, la matriz mostrará solo unos en la diagonal, de lo contrario, los valores de la diagonal son distintos a uno y aparecen valores distintos a cero para los valores fuera de la diagonal. Por lo general se espera que los valores de la diagonal sean superiores a 0,8 o equivalentemente superiores al 80%.

A continuación se muestra una Tabla con las frecuencias naturales de los modos globales obtenidos para los modelos numéricos de las placas a analizar.

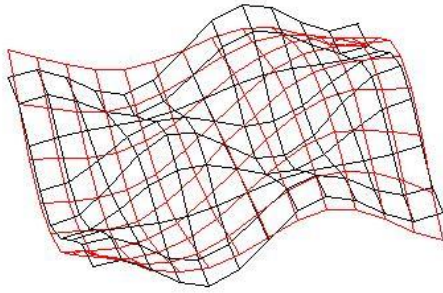
Tabla 4.7: Frecuencias Naturales Modelo Numérico

	Sin Daño [Hz]	30mm [Hz]	76mm (Centrado) [Hz]	76mm [Hz]	90mm [Hz]	Dif max[%]
Modo 1	523,77	522,78	523,77	523,77	522,78	0,1896
Modo 2	603,11	602,76	602,8	602,44	598,52	0,7613
Modo 3	1095,15	1093,06	1095,12	1095,02	1088,93	0,5675
Modo 4	1109,37	1106,74	1104,24	1095,14	1168,45	1,2827
Modo 5	1412,54	1411,08	1412,25	1411,66	1291,48	8,5702
Modo 6	1605,48	1603,25	1605,47	1605,45	1600,46	0,3125

Es posible ver a partir de las frecuencias naturales que no se encuentran diferencias significativas para los casos sin y con daño, así como tampoco hay diferencias en cuanto al lugar del daño y el tamaño del mismo. Es por esto que solo la frecuencia natural es indicador de existencia de delaminación pero no es suficiente para indicar el lugar ni la magnitud del daño.

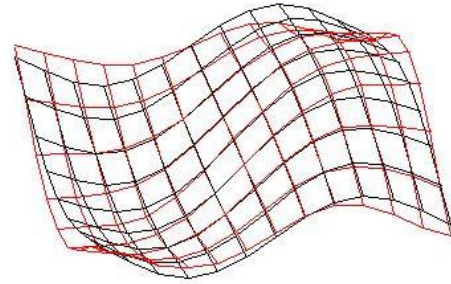
Ahora se va a considerar la contribución de incluir a los modos de vibración la frecuencia natural. La importancia de considerar la frecuencia natural además de solo los modos, es que asegura que dos pares de modos (numérico y experimental, o bien con daño o sin daño) se traten efectivamente del mismo modo, es por eso que se restringe la diferencia de frecuencia natural a un 20%.

$\omega_e=1377.0$, $\omega_n=2101.2$, MAC=0.105



Numérico Experimental

$\omega_e=1377.0$, $\omega_n=1411.1$, MAC=0.831



Numérico Experimental

Figura 4.15: Pareja de modos numérico y experimental, 5to modo de vibración de placa sin daño: (izq) sin restricción de frecuencia, (der) con restricción de frecuencia

También es necesario explicar por qué se va a utilizar el MAC de los bordes y no el MAC de la estructura. Esto se debe a que la delaminación va a afectar, en distinta medida y según el tamaño de la delaminación, de forma local a la placa. Es por esto que si se trabaja con el MAC global, éste va a estar fuertemente influenciado por la delaminación local y no va a permitir encontrar su par a nivel global de la estructura. Es por eso que se utiliza el MAC de los bordes para asegurar que se trate del mismo modo.

A continuación, se muestran los modos de los modelos numéricos y experimentales. Para obtener una correlación aceptable entre los modelos, se esperaría un MAC superior al 80%, sin embargo existen modos en los que no se puede encontrar este MAC deseado. En todos los casos se observa que la forma global del modo se mantiene, la disminución en el MAC es debido al cambio local causado por la delaminación. Este cambio local en el modo experimental, a veces, tiene una fase distinta a la del modo numérico. Se presume que esta diferencia en las fases se debe a las condiciones de contacto (entre la pared y el núcleo) que no existen en el modelo numérico.

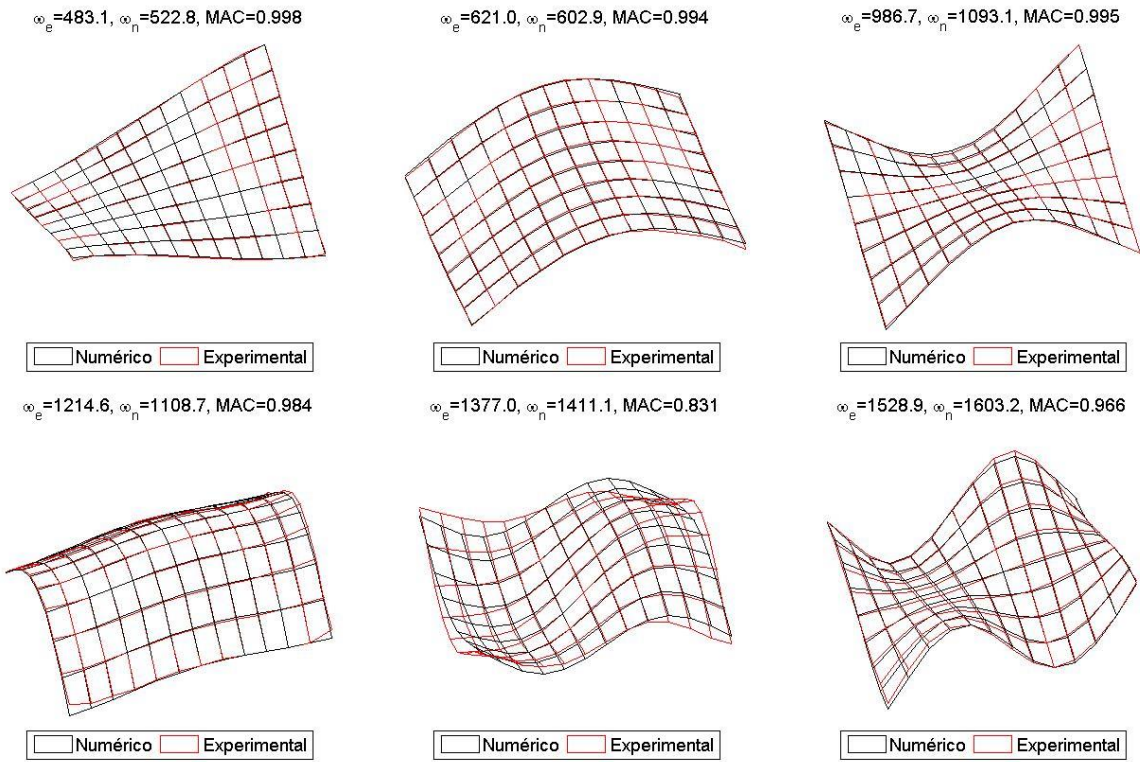


Figura 4.16: Comparación modelo experimental y numérico, sin delaminación

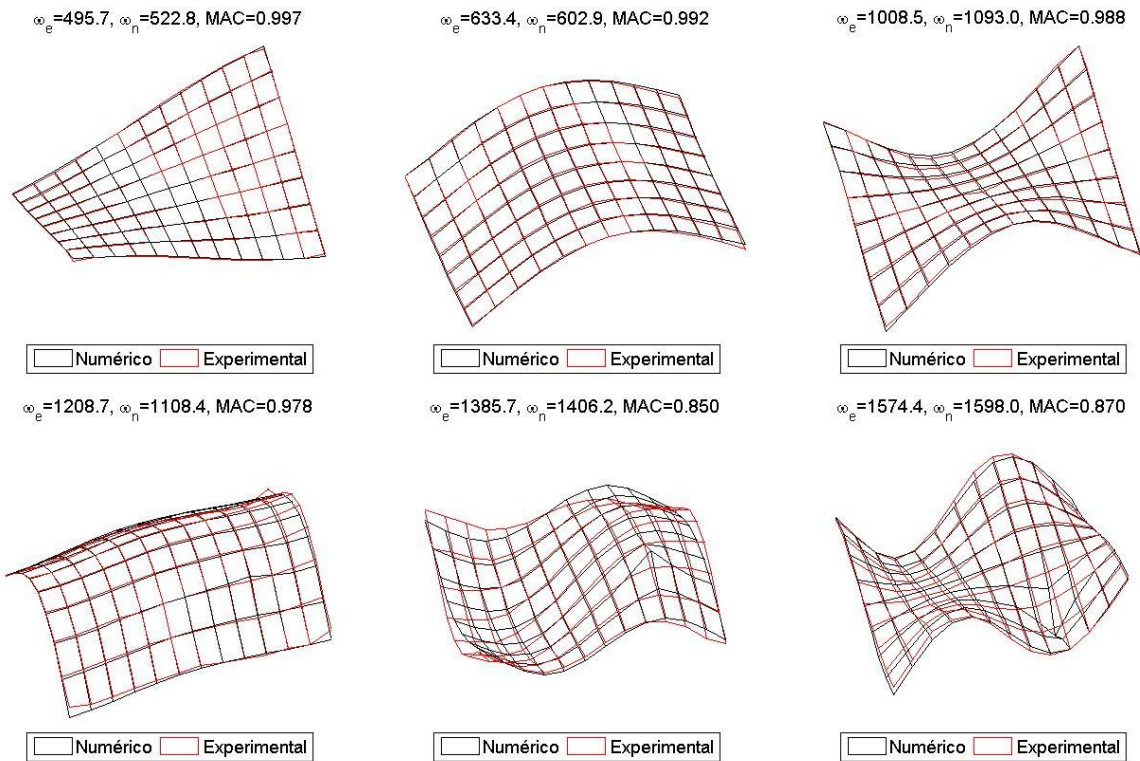


Figura 4.17: Comparación modelo experimental y numérico, delaminación 30 [mm]

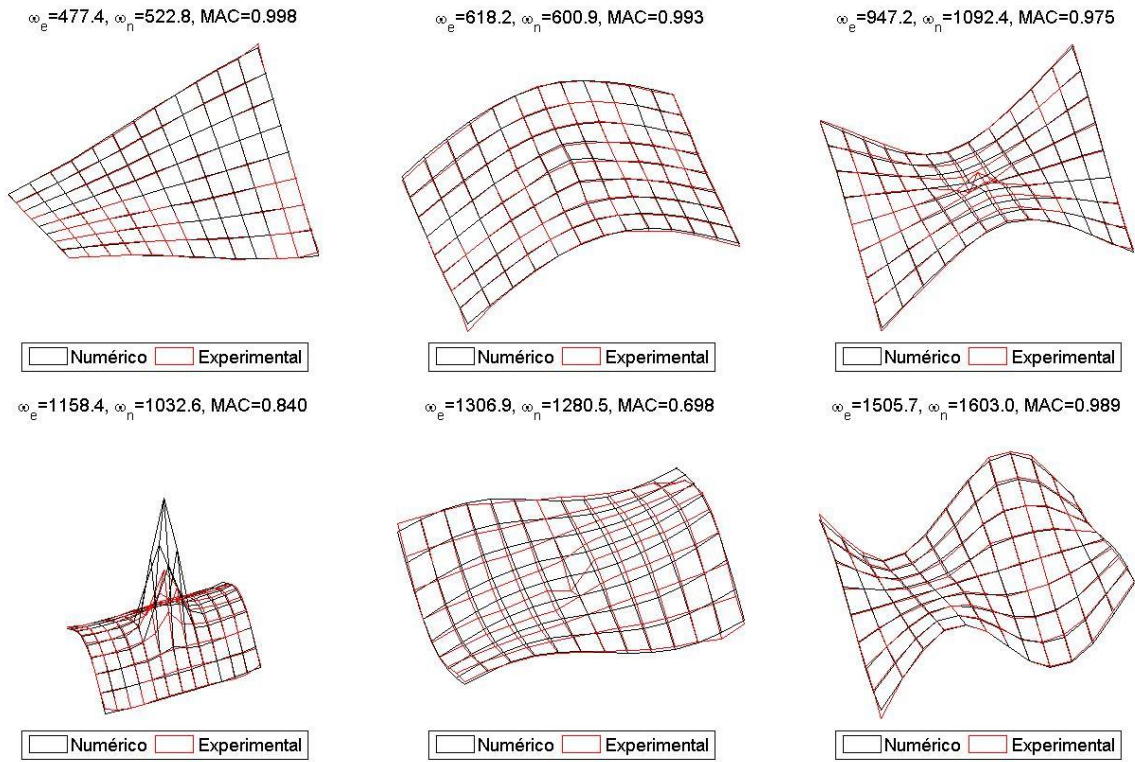


Figura 4.18: Comparación modelo experimental y numérico, delaminación 76 [mm] centrada

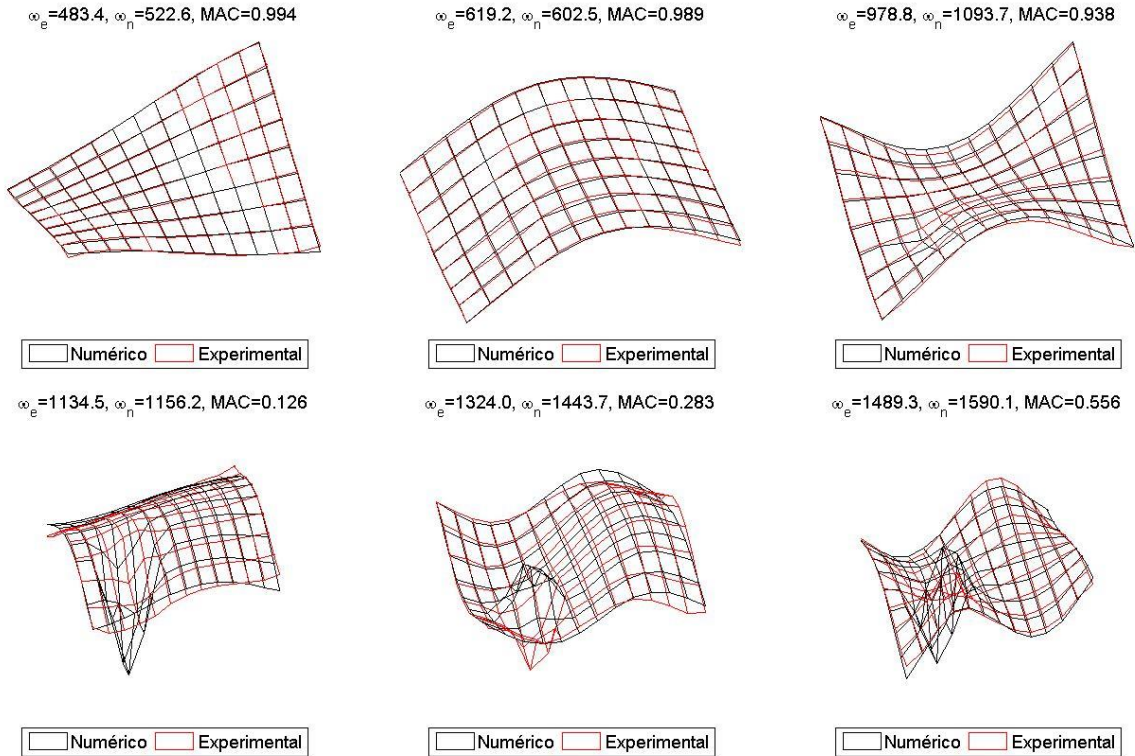


Figura 4.19: Comparación modelo experimental y numérico, delaminación 76 [mm] no centrada

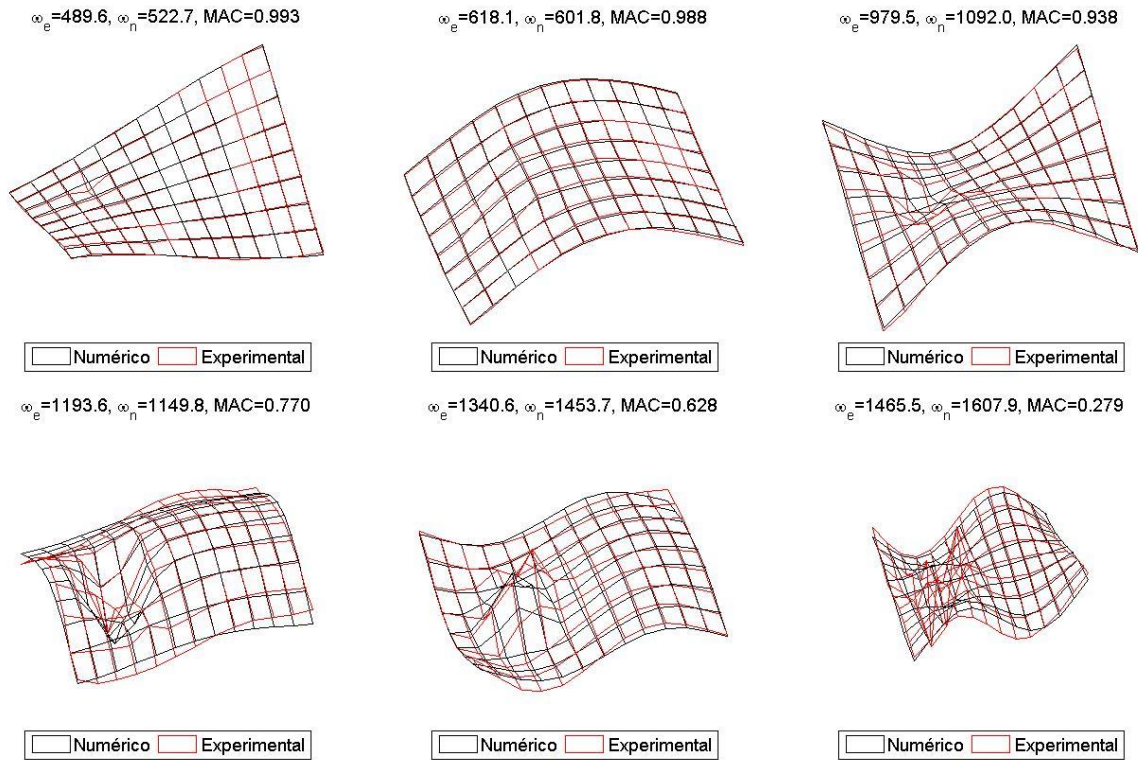


Figura 4.20: Comparación modelo experimental y numérico, delaminación 90 [mm]

En la Tabla a continuación se encuentran los MAC de los modos vistos anteriormente.

Tabla 4.8: Valor MAC para la Correlación de Modelos

	Sin Daño [Hz]	30mm [Hz]	76mm [Hz]	76mm [Hz]	90mm [Hz]
Modo 1	0,998	0,997	0,998	0,994	0,993
Modo 2	0,994	0,992	0,993	0,989	0,988
Modo 3	0,995	0,988	0,975	0,938	0,938
Modo 4	0,984	0,978	0,840	0,126	0,770
Modo 5	0,831	0,850	0,698	0,283	0,628
Modo 6	0,966	0,870	0,989	0,556	0,279

Se encuentra que en general los MAC de cada modo son aceptables, sin embargo aparecen algunos que es importante mencionar. Luego de tener las dos hipótesis de la diferencia de MAC mencionadas al principio del capítulo se pueden ejemplificar con estos casos donde el MAC es considerablemente menor al 80%.

Para el caso de la delaminación de 76 [mm] centrada, se presenta el problema de la no limitación de movimiento en el sentido del núcleo de la placa. Esta falta de limitación podría modelarse pero ya no se trataría de un problema lineal y se necesitarían otros métodos para la detección de daño.

La placa con delaminación de 76 [mm] no centrada, presenta la mayor falta de correlación. En este caso los tres modos de frecuencias más altas presentan correlaciones o MAC bajos. En el caso del cuarto modo, se tiene primero un desfase del modo y segundo la exageración del movimiento de la delaminación del modelo numérico por la falta de restricción de movimiento o por modelar el núcleo

como placa, al igual que el sexto modo. El quinto modo en general presenta un buen MAC, sin embargo se encuentra completamente desfasado.

Para la placa con delaminación de 90 [mm] se tienen que los últimos dos modos no se encuentran en los parámetros esperados. El quinto presenta un desfase en la delaminación que no se encuentra presente en los modos restantes, sin embargo posee una buena correlación en general. Finalmente, el sexto modo se presenta tanto un desfase como una diferencia de amplitud del movimiento del modo. Debido a estas diferencias se decidió utilizar como indicador de daño la diferencia normalizada entre los modos sin daño y con daño. Esta diferencia si es la misma entre los casos experimentales y los numéricos.

4.2.4 Incompatibilidades

Se encuentra el caso en el modelo numérico que uno de los modos de vibración y su correspondiente frecuencia natural no se va a encontrar en el modelo experimental de la placa sin daño, aun cuando se trata de un modo global de la estructura. Este se descarta inicialmente debido a que se toma como referencia para parrear modos el ensayo experimental sin daño. Sin embargo, en el caso del ensayo de la placa con delaminación central de 76 [mm] va a aparecer el modo que se había descartado del modelo numérico y no va a aparecer uno que si se tenía en consideración a una frecuencia cercana, pero no lo suficiente para tratarse del mismo modo.

A continuación se ven las Figuras en Matlab de los dos modos para el caso de una placa sin daño y de una placa con delaminación central.

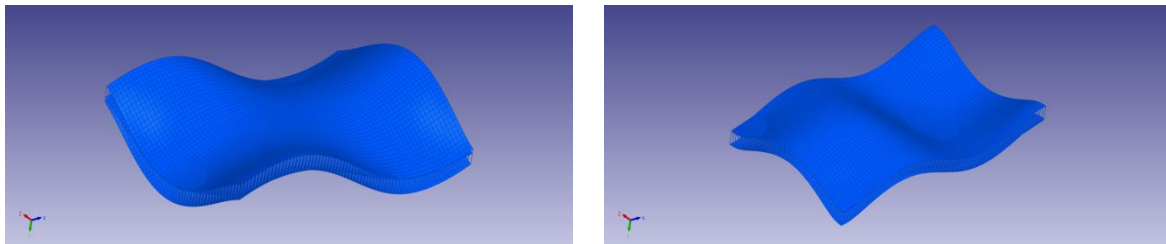


Figura 4.21: Modo Numérico con $\omega_n = 1278,1$ (izquierda) y $\omega_n = 1408,5$ (derecha), Placa sin daño

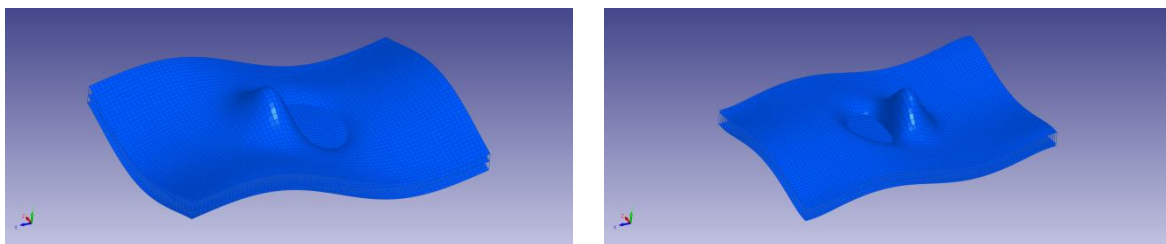


Figura 4.22: Modo Numérico con $\omega_n = 1274,4$ (izquierda) y $\omega_n = 1456,8$ (derecha), Placa con Daño central

Ambos modos (izquierda y derecha de cada placa) tienen formas similares pero frecuencias naturales lo suficientemente diferentes como para creer que sean el mismo modo, además existe diferencia en la forma de los modos. Esto se presenta tanto en el caso sin daño como en el con delaminación.

Para el ensayo sin delaminación, se tiene que aparecen los siguientes tres modos con frecuencias correlativas.

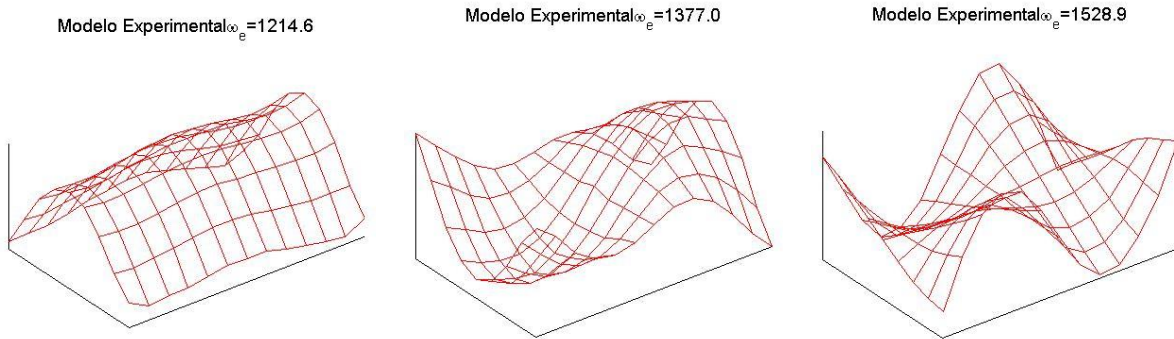


Figura 4.23: Modos 4, 5 y 6 Ensayo Experimental, Placa sin Daño

Para el caso con delaminación central, se tienen los siguientes tres modos, también con frecuencias correlativas.

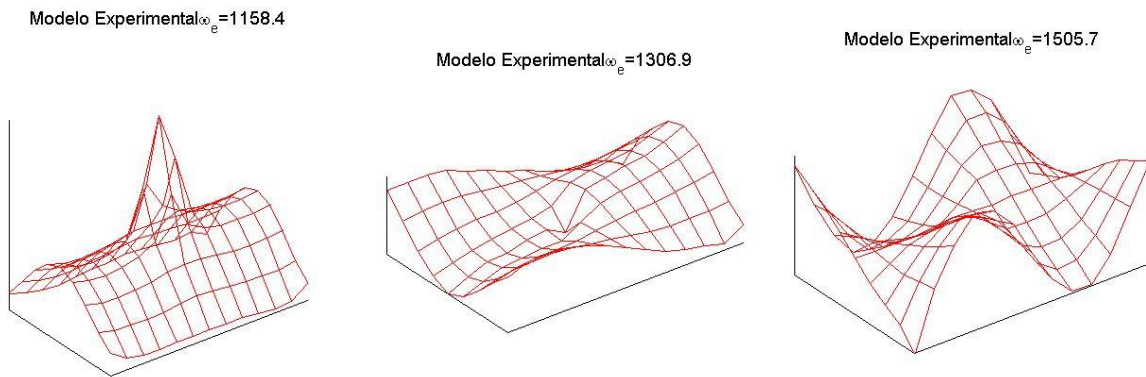


Figura 4.24: Modos 4, 5 y 6 Ensayo Experimental, Placa con Daño Central

Se observa que en ambos ensayos, los modos 4 y 6 tienen la misma forma y frecuencias naturales similares, encontrando la disminución de frecuencia natural esperada para el caso con daño. Sin embargo, el quinto modo va a adoptar formas del modo diferentes si se presenta esta delaminación o no. En el caso sin delaminación va a adoptar la forma de la derecha de la Figura 4.21 y de la Figura 4.22, es decir la de mayor frecuencia natural. Para el caso de la delaminación central, va a tomar la forma de la izquierda de las mismas Figuras, es decir la de menor frecuencia natural.

No es posible decir que para los casos con delaminación siempre vaya a cambiar la forma y la frecuencia a la que se va a presentar el modo en comparación a la placa sin daño y adoptar el modo o la forma que presenta menor frecuencia, ya que para los casos restantes con delaminación, los modos van a aparecer a una frecuencia similar al caso sin delaminación y con su misma forma (corresponde al caso con mayor frecuencia). Entonces el único caso estudiado que va a adoptar otra forma es el caso de la delaminación central.

Si bien en el modelo numérico con y sin daño van a aparecer siempre ambos modos, en los ensayos experimentales solo va a aparecer uno de los dos.

Esto indica que para el análisis de sensibilidad de frecuencia que se encuentra a continuación, se encontrarían diferencias en las frecuencias naturales utilizadas si se hubieran hecho los pares de modos comparando con el caso con delaminación en vez del caso sin delaminación, sin embargo, estas

diferencias no serían suficientes para cambiar las conclusiones que se encuentran a continuación, ya que solo se va a tomar en consideración otro modo.

4.2.5 Análisis de sensibilidad de la frecuencia natural

A continuación se va a hacer dos comparaciones para determinar si la diferencia en la frecuencia natural es por si solo un indicador de existencia, localización y magnitud del daño. Ya se vio en la sección anterior en la Tabla 4.7 que la frecuencia natural no va a variar considerablemente, sin embargo a continuación se presenta un análisis más completo y separando las variables de localización y magnitud.

Se modelan placas que van a tener por una parte, el mismo tamaño de delaminación para distintos centros y por otra, distintos tamaños de delaminación para el mismo centro. Esto se realiza para estudiar cómo va a cambiar la frecuencia natural al cambiar el tamaño de la delaminación o al cambiar su ubicación.

Para el análisis de sensibilidad del radio de delaminación, se va a tener una delaminación central de 30, 40, 50, 60, 70, 80 y 90 [mm] de diámetro.

Tabla 4.9: Comparación Frecuencias Naturales según tamaño delaminación

	Sin Daño [Hz]	30mm [Hz]	40mm [Hz]	50mm [Hz]	60mm [Hz]
Modo 1	523,77	522,78	522,78	522,78	522,78
Modo 2	603,11	602,76	602,59	602,23	601,67
Modo 3	1095,15	1093,06	1093,04	1092,95	1092,76
Modo 4	1109,37	1106,74	1103,61	1094,53	1071,89
Modo 5	1412,54	1411,08	1410,88	1410,29	1408,19
Modo 6	1605,48	1603,25	1603,24	1603,22	1603,17

Tabla 4.10: Comparación frecuencias Naturales según tamaño delaminación (continuación)

	70mm [Hz]	80mm [Hz]	90mm [Hz]	Dif [%]
Modo 1	522,78	522,78	522,78	0,1890
Modo 2	600,95	599,91	598,52	0,0580
Modo 3	1092,37	1091,43	1088,93	0,1908
Modo 4	1032,65	1176,53	1168,45	-6,0539
Modo 5	1402,36	1376,47	1291,48	0,1034
Modo 6	1603,05	1602,55	1600,46	0,1389

Se observa que la mayor diferencia se va a encontrar para el cuarto modo, con un 6,05% de diferencia entre la placa sin daño y la con delaminación central de 80 [mm], pero con diferencias muy bajas para otros modos y con una correlación directa entre el tamaño de la delaminación y la disminución de la frecuencia natural, salvo para el cuarto modo, donde desde una delaminación de 80 [mm] la frecuencia natural se va a ver aumentada. Esto podría ser atribuible a la forma del modo de vibrar, donde la perturbación en el área delaminada podría impedir el movimiento global de la estructura generando entonces un aumento de la rigidez global de la placa, lo que se traduciría en un aumento de la frecuencia natural. A continuación se ven los gráficos donde se muestra la relación de la frecuencia natural con el tamaño de la delaminación. Es importante mencionar que diferencias tan bajas de frecuencias naturales

para delaminaciones de esta magnitud hacen que la frecuencia natural no sea de por sí un indicador lo suficientemente confiable para determinar la magnitud de la falla.

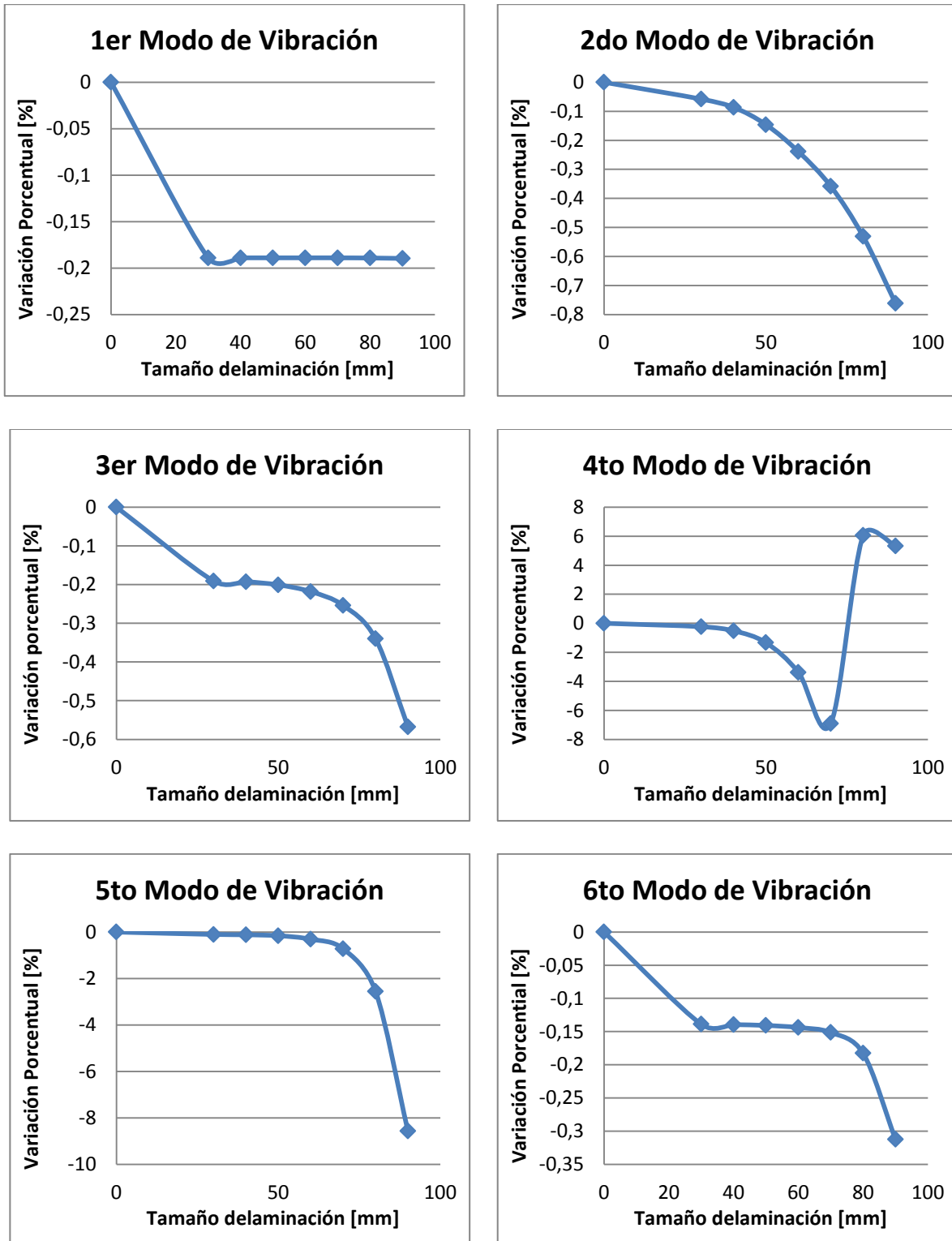


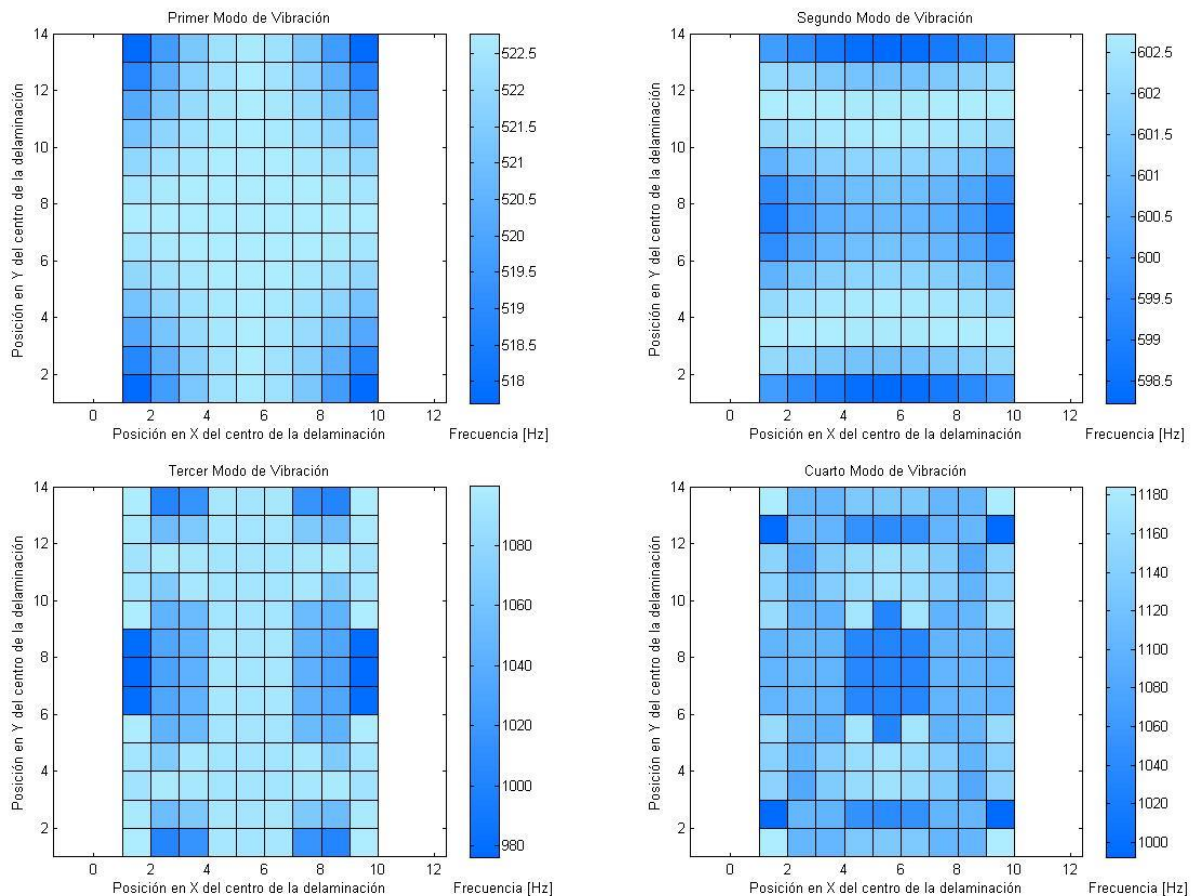
Figura 4.25: Variación Porcentual Frecuencia Natural con Tamaño Delaminación

Para el análisis de sensibilidad de la posición de la delaminación, se modelan placas con una delaminación de 70 [mm] centrada en 117 posibles ubicaciones distribuidas en la placa. El objetivo es determinar si existe una tendencia que permita determinar la ubicación de la delaminación solo con la frecuencia natural. En la Tabla 4.11, se encuentran los resultados de las diferencias entre las frecuencias máximas y mínimas para cada modo de vibración.

Tabla 4.11: Frecuencias máximas y mínimas para la ubicación de la delaminación

	Mínima [Hz]	Máxima [Hz]	Diferencia [%]
Modo 1	517,70	522,78	0,98
Modo 2	598,23	602,73	0,75
Modo 3	976,26	1099,61	12,63
Modo 4	992,32	1184,46	19,36
Modo 5	1273,49	1455,83	14,32
Modo 6	1528,13	1644,83	7,64

La Figura 4.5 muestra los mapas de frecuencias, donde se entrega para cada uno de los seis modos vibración el valor de la frecuencia natural obtenida de tenerse una placa con una delaminación de 70 [mm] de diámetro en función de la posición del centro de la delaminación. Por lo tanto, se puede observar la variación en la frecuencia natural según la posición de la delaminación. En el anexo B se pueden encontrar las Tablas con los valores correspondientes.



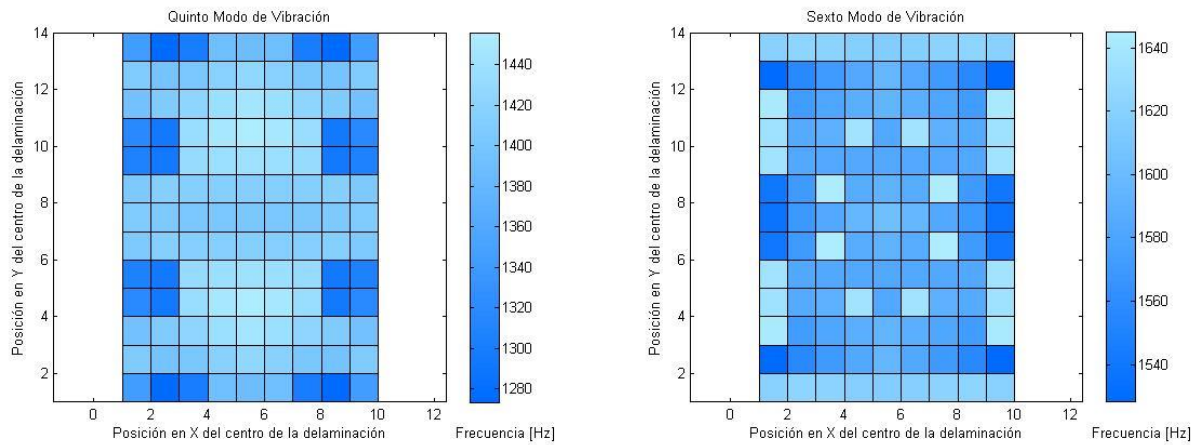


Figura 4.26: Análisis de Sensibilidad de Posición

Se ve que para el cuarto modo se obtiene la mayor diferencia de frecuencia natural para los distintos centros de delaminación con un 19,36% de diferencia. Sin embargo, se tiene que salvo en las líneas centrales de la placa, los resultados para las frecuencias naturales se van a repetir en cuatro puntos o sectores de la placa, por su simetría, lo que entregaría cuatro puntos como candidatos a ser la ubicación de la delaminación. Es por esto que la frecuencia natural de por si no es un indicador lo suficientemente adecuado para predecir la ubicación de la delaminación.

A partir de esto es posible concluir que el cambio en la frecuencia natural, disminución en la mayoría de los casos, solo puede determinar la existencia de delaminación, pero no es indicador suficiente para la ubicación de la misma.

Para poder localizar la delaminación se requiere de un indicador adicional a las frecuencias naturales, como lo son los modos de vibración.

5 Identificación de Daño

Como se mencionó en la sección 0, el caso de la placa con una delaminación de $\phi = 30$ [mm] presenta dos problemas, el primero y que se puede atribuir a problemas de construcción de la placa, es que el comportamiento de las frecuencias naturales no es el que se espera dentro del problema. Además el tamaño de la delaminación es muy pequeño para encontrar cambios significativos en los modos de vibración. Es por esto que este tamaño de delaminación va a quedar fuera del estudio.

Para los análisis de sensibilidad, se van a comparar las áreas de las delaminaciones obtenidas mediante ambos algoritmos con el área de delaminación que se debería obtener conociendo el radio de la delaminación de la placa a estudiar. Para esto, se va a hacer un modelo que para cada resorte determine si se encuentra delaminado o no. Esto se va a representar mediante una matriz, en la cual los resortes delaminados van a tener un valor cero y para los no delaminados un valor de uno, como se ve en la siguiente matriz representativa.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

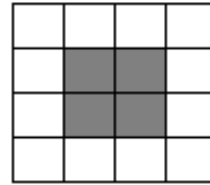


Figura 5.1: Representación área de delaminación

Esta matriz representaría una delaminación central. Si el resorte se encuentra delaminado, se va a asumir que el área de $0,005 \times 0,005$ [m²] en torno a él se encuentra delaminada, entonces la Figura de la derecha muestra cómo se vería una delaminación con las características de la matriz R.

Ya que Max-Ent entrega una combinación de distintos daños, el área de delaminación que se va a obtener no será siempre circular, si no que puede ser la combinación de distintos escenarios, es por esto que lo que se va a buscar es que la diferencia entre el área de delaminación conocida y la entregada por Max-Ent sea minimizada, que debería ser análogo a encontrar la combinación de delaminaciones que mejor representa el modo de vibrar de la placa dañada. Algo similar ocurre en el caso de las redes neuronales, donde el escenario de daño que va a entregar va a ser el que se obtenga del entrenamiento y no necesariamente va a corresponder a áreas contiguas ni circulares.

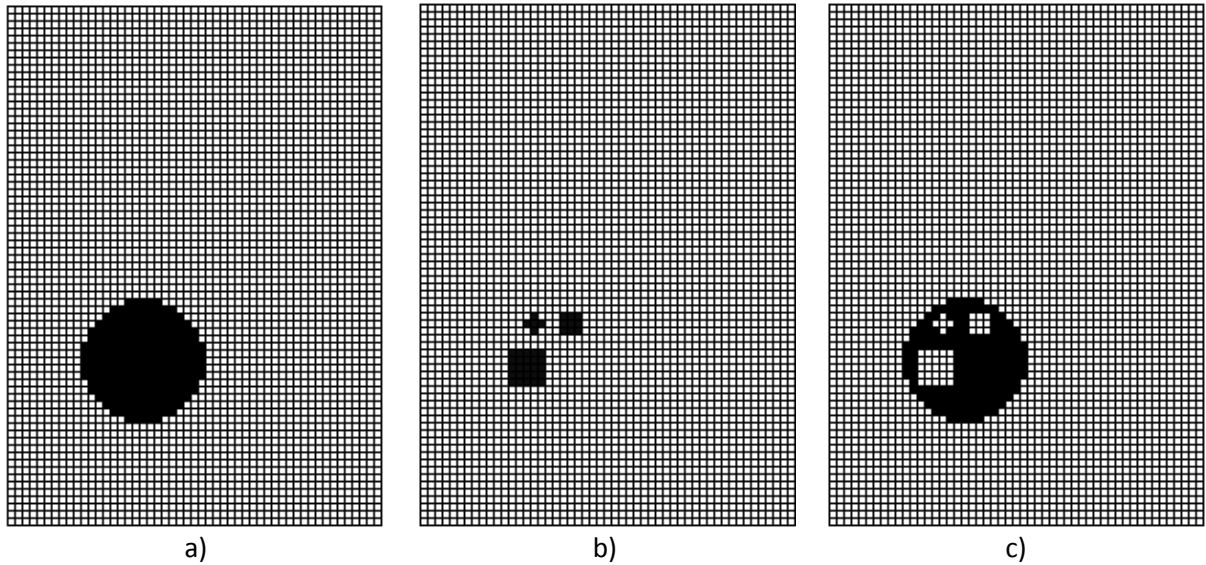


Figura 5.2: Representación Área de Delaminación. a) Conocida, b) Max-Ent, c) Diferencia

En la imagen y a modo de ejemplo, se ven los casos de una delaminación conocida, una delaminación entregada por Max-Ent y el área de diferencia que se espera minimizar, respectivamente.

Dado que la matriz solo va a entregar “ceros” y “unos” y no el radio o área de delaminación, lo que se va a minimizar análogamente es la norma de la matriz de diferencia.

5.1 Construcción de Base de datos

Se construye una base de datos utilizando el modelo numérico, creando placas con 117 posibles centros de delaminaciones circulares y 9 tamaños diferentes para la misma, que corresponden entonces a 1053 casos posibles de delaminación. Se calculan para cada placa los primeros seis modos de vibración con sus frecuencias naturales correspondientes.

Tanto para el entrenamiento de la red, como para Max-Ent, se toman como input o entrada valores de la matriz Y que se explica a continuación.

Sea M_0 el vector que contiene, en orden, los seis primeros vectores modales de una placa creada mediante el modelo numérico sin delaminación. Por otra parte, sea la matriz M la matriz que contiene como vectores los seis primeros vectores modales para cada escenario de delaminación numérico.

Para $j = 1:117$ que corresponden al modo de vibrar y $k = 1:1053$ que corresponden a los casos de delaminación de la base de datos, se tiene

$$diff(j, k) = \sum_{i=1}^6 [M_0(\text{índice}, 1) - M(\text{índice}, k) \cdot msi(\text{índice})]^2 \quad (5.1)$$

Donde se suma hasta el sexto modo para incluir todos los modos de vibración en estudio. Además, se tiene la función msi que busca un factor modal de escala entre los vectores modales de placas numéricas con y sin daño y el índice “índice” que recorre las matrices M y M_0 cada 117 datos que corresponden a los elementos del modo de vibración.

$$msi(\text{indice}) = \frac{M0(\text{indice})^T \cdot M(\text{indice}, k)}{M(\text{indice}, k)^T \cdot M(\text{indice}, k)} \quad (5.2)$$

$$\text{indice} = [117 * i - 117 + 1 \quad \dots \quad 117 * i] \quad (5.3)$$

Posteriormente se normaliza la matriz *diff*

$$diff(j, k) = \frac{diff(j, k)}{\max(diff(j, k))} \quad (5.4)$$

Obteniendo así una matriz *diff* de la forma siguiente

$$diff = [\quad]_{117 \times 1053} \quad (5.5)$$

Posteriormente se calcula la matriz ω_i . Sea $W0$ el vector que contiene, en orden, las seis primeras frecuencias naturales de una placa sin delaminación numérica. Por otra parte, sea la matriz W la matriz que contiene como vectores las seis primeras frecuencias naturales para cada escenario de delaminación numérico.

$$\omega_i(i, k) = abs\left(\frac{W(i, k) - W0(i, k)}{W0(i, k)}\right) \quad (5.6)$$

Obteniendo una matriz ω_i de la siguiente forma

$$\omega_i = [\quad]_{8 \times 1053} \quad (5.7)$$

Finalmente se construye la matriz input Y con las matrices ω_i y *diff*

$$Y = \begin{bmatrix} \omega_i \\ diff \end{bmatrix}_{6+117 \times 1053} \quad (5.8)$$

Como output, se tiene el vector X que corresponde a los estados de daño de la placa.

$$X = \begin{bmatrix} 0,01 & \dots & 0,09 & & & & \\ & 0,01 & \dots & 0,09 & & & \\ & & & & \dots & & \\ & & & & & 0,01 & \dots & 0,09 \end{bmatrix}_{117 \times 1053} \quad (5.9)$$

5.2 Red neuronal artificial

5.2.1 Análisis de sensibilidad

Para la configuración de la red neuronal es necesario definir cuatro variables que van a llevar a encontrar el menor error de entrenamiento.

1. Número de neuronas en la capa oculta
2. Función de Transferencia entre la capa de entrada y la oculta (Función de Transferencia 1)
3. Función de Transferencia entre la capa oculta y de salida (Función de Transferencia 2)
4. Relación entre los datos de la base de datos que se van a utilizar para el entrenamiento y la validación.

Para determinar cada una de estas variables, se procede de la siguiente forma.

Se va a hacer el análisis sobre los datos numéricos, que se sabe con precisión donde se encuentran los daños y el tamaño de los mismos. Se va a estudiar un caso con delaminación central de diámetro $\phi = 0,08 [m]$.

Se va a seleccionar un número de neuronas en la capa oculta que equilibre un buen resultado con un tiempo de ejecución aceptable. A mayor número de neuronas, mayor tiempo de entrenamiento de la red. También es importante destacar que si bien se espera que a mayor número de neuronas, se logre un mejor resultado, se tiene que la red se puede sobreentrenar, por lo que no es recomendable utilizar un número muy elevado de neuronas. Por el tiempo de ejecución, se seleccionan para partir el análisis 60 neuronas, cuyo tiempo de entrenamiento varía entre 2 y 3 horas aproximadamente.

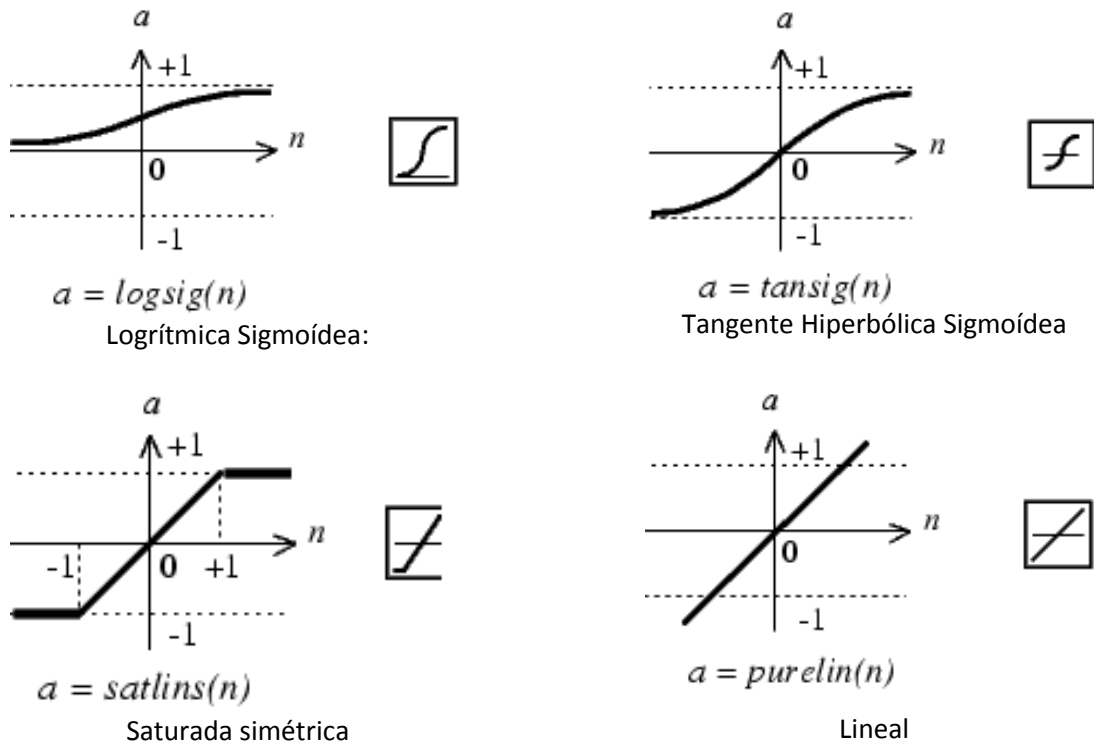
Se van a variar primero las funciones de Transferencia. Las seleccionadas serán las de logsig/tansig para las funciones de Transferencia entre la capa de entrada y la oculta, y las de satlins y purelin para la transferencia entre las capas oculta y de salida. Y luego se va a variar la relación entrenamiento/validación. Finalmente, cuando se tenga un resultado de estos parámetros, se va a seleccionar el número de neuronas óptimo para la configuración.

Para determinar las variables se van a estudiar dos parámetros, el error de validación del entrenamiento de la red y la norma de la matriz de diferencia entre el caso numérico con daño $\phi = 0,08 [m]$ y la respuesta que entrega la red al entregarle el mismo caso numérico. Es necesario destacar que el error de validación de entrenamiento hace relación a toda la base de datos, mientras que la norma de la matriz de diferencia solo corresponde al caso particular a evaluar. Por lo general toma mayor importancia el error de validación que se considera global, que el caso particular de la norma de la matriz de diferencia. La principal razón de utilizar esta norma, es que los resultados pueden ser comparados directamente con los que se van a obtener cuando se utilice el método de máxima entropía (Max-Ent).

En el Anexo C se encuentran los daños asociados a cada nodo de medición para cada caso que se expone a continuación.

La función de transferencia 1 corresponde a la función de transferencia entre la capa de entrada y oculta, la función de transferencia 2 corresponde a la función de transferencia entre la capa oculta y salida.

Las funciones de transferencia que se van a utilizar para este estudio se muestran en la Figura 5.3



Logrítica Sigmoidea:

Tangente Hiperbólica Sigmoidea

Saturada simétrica

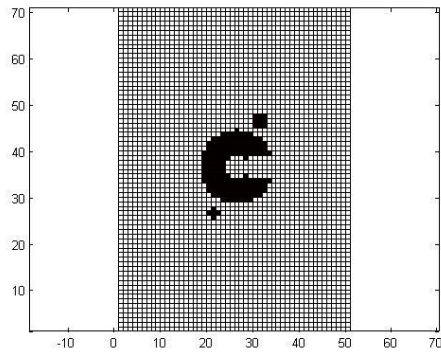
Lineal

Figura 5.3: Funciones de Transferencia a estudiar

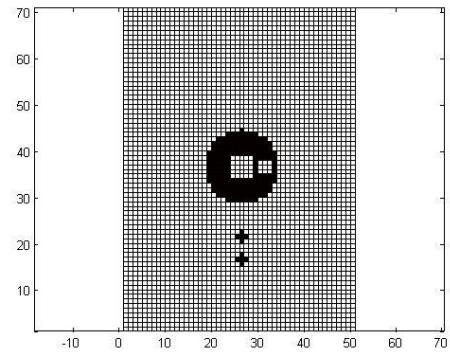
A continuación se van a exponer los casos que se estudian sobre redes neuronales.

5.2.1.1 Caso 1

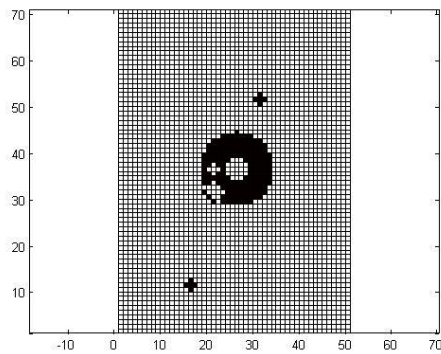
- Número de neuronas en la capa oculta: 60
- Relación Entrenamiento validación: 90/10



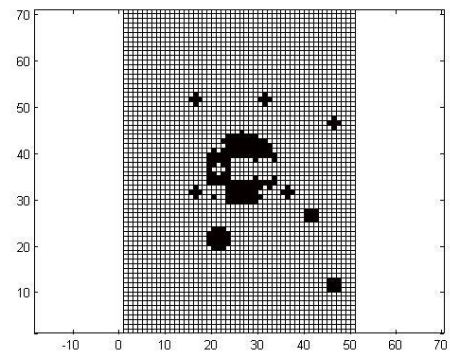
a) LogSig – SatLins



b) LogSig – PureLin



c) TanSig – SatLins



d) TanSig – PureLin

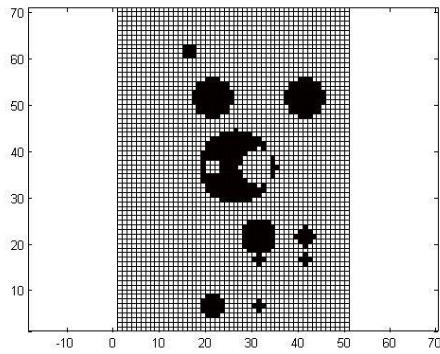
Figura 5.4: Representación Matriz Diferencia para relación entrenamiento/validación: 90/10

Tabla 5.1: Análisis Sensibilidad Redes, Entrenamiento/Validación: 90/10

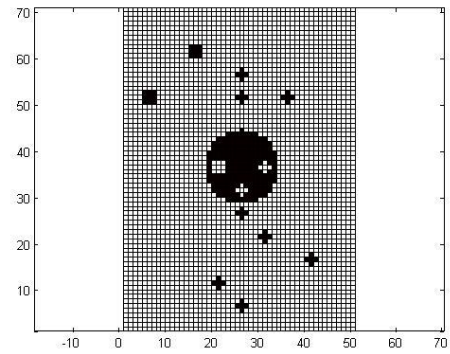
Función de Transferencia 1	Función de Transferencia 2	Error	Norma Matriz de Diferencia	Tiempo Entrenamiento
LogSig	Satlins	2,77E-05	10,9607	1:53:12
LogSig	Purelin	3,06E-05	11,3022	2:06:11
TanSig	Satlins	2,60E-05	11,2052	1:52:37
TanSig	Purelin	5,71E-05	9,8977	2:03:09

5.2.1.2 Caso 2

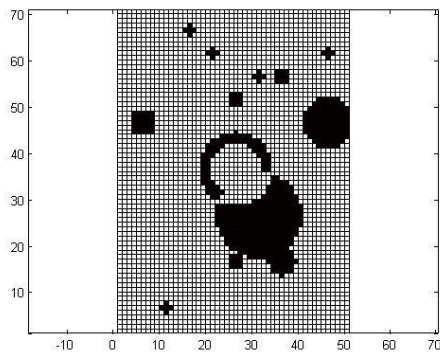
- Número de neuronas en la capa oculta: 60
- Relación Entrenamiento validación: 80/20



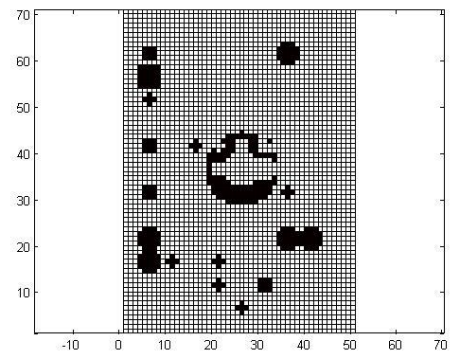
a) LogSig - SatLins



b) LogSig - PureLin



c) TanSig - SatLins



d) TanSig - PureLin

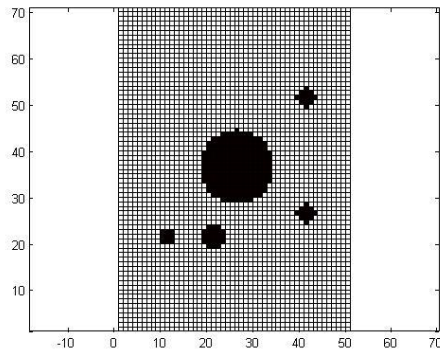
Figura 5.5: Representación Matriz Diferencia para relación entrenamiento/validación:80/20

Tabla 5.2: Análisis Sensibilidad Redes, Entrenamiento/Validación: 80/20

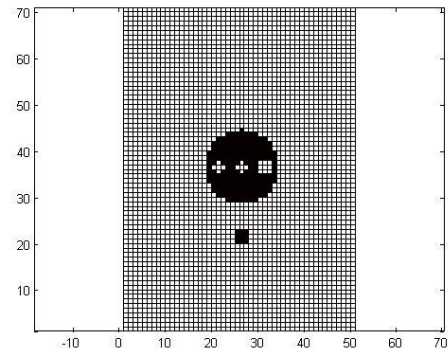
Función de Transferencia 1	Función de Transferencia 2	Error	Norma Matriz de Diferencia	Tiempo Entrenamiento
LogSig	SatLins	3,06E-05	13,4895	1:51:45
LogSig	Purelin	3,37E-05	12,3515	1:42:56
TanSig	SatLins	7,55E-05	15,2541	1:53:32
TanSig	Purelin	5,52E-05	11,2532	1:36:24

5.2.1.3 Caso 3

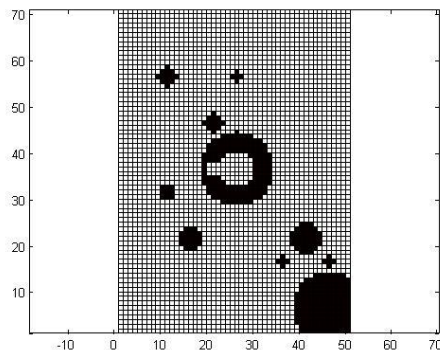
- Número de neuronas en la capa oculta: 60
- Relación Entrenamiento validación: 70/30



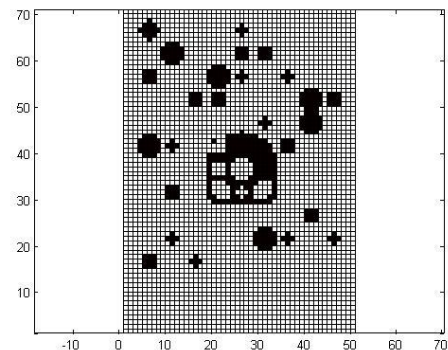
a) LogSig – SatLins



b) LogSig – PureLin



c) TanSig – SatLins



d) TanSig – PureLin

Figura 5.6; Representación Matriz Diferencia para relación entrenamiento/validación: 70/30

Tabla 5.3: Análisis Sensibilidad Redes, Entrenamiento/Validación: 70/30

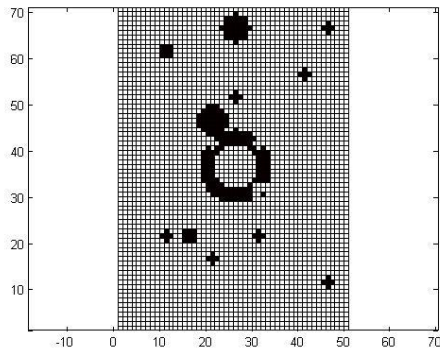
Función de Transferencia 1	Función de Transferencia 2	Error	Norma Matriz de Diferencia	Tiempo Entrenamiento
LogSig	Satlins	4,06E-05	13,5668	6:24:25
LogSig	Purelin	3,32E-05	12,3383	1:33:39
TanSig	Satlins	8,68E-05	12,9090	1:34:35
TanSig	Purelin	6,71E-05	12,3822	1:22:06

Se encuentra que para estos tres casos, el menor error de validación se da para una relación 90/10 entre datos de entrenamiento y datos de validación, y para una combinación de funciones de transferencia Tansig-Satlins. Por otra parte, la combinación que mejor entrega el resultado sobre la matriz de diferencia es la Tansig-Purelin, también con una relación de entrenamiento validación de 90/10. Dado que los mejores resultados no corresponden al mismo caso, se busca el segundo mejor caso, que corresponde tanto para error de validación como la norma de la matriz de diferencia a Logsig-Satlins y nuevamente entrenamiento/validación 90/10. Por lo que se va ocupar esta combinación, que en cuanto

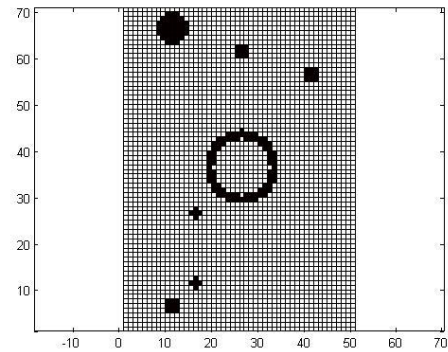
a error de validación difiere en un 7% con respecto al óptimo encontrado y en norma de la matriz de diferencia difiere en un 10%.

A continuación se va a elegir cual es el número óptimo de neuronas para la configuración de relación entrenamiento/validación y funciones de transferencia seleccionadas.

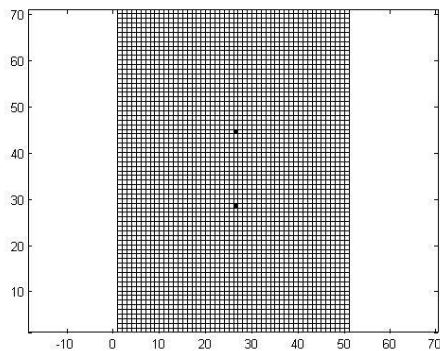
Se va a partir desde 40 neuronas en la capa oculta a 110. Nuevamente, se van a comparar tanto el error de validación del entrenamiento y la norma de la matriz de diferencia al comparar los resultados con el resultado numérico correspondiente.



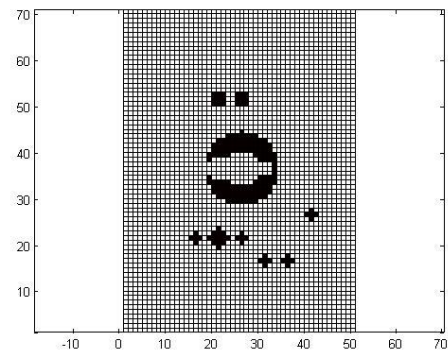
a) 40 neuronas



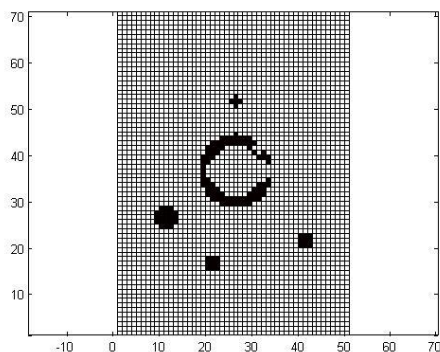
b) 50 neuronas



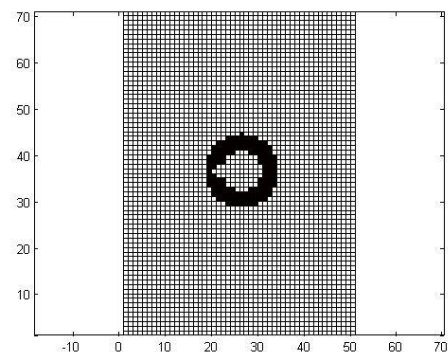
c) 60 neuronas



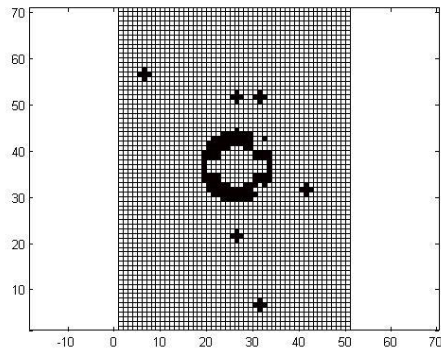
d) 70 neuronas



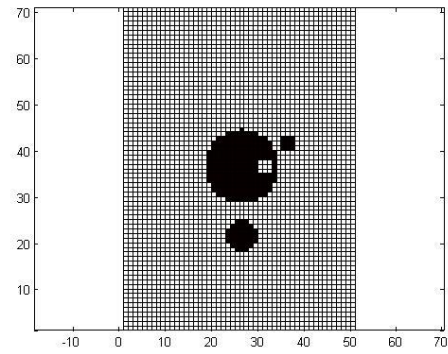
e) 80 neuronas



f) 90 neuronas



g) 100 neuronas



h) 110 neuronas

Figura 5.7: Representación matriz de diferencia

Tabla 5.4 : Análisis de Sensibilidad de Neuronas en capa oculta

Número de neuronas	Error	Norma Matriz diferencia	Tiempo entrenamiento
40	4,29E-05	9,4632	0:50:07
50	3,84E-05	6,1999	1:38:37
60	3,74E-05	1,4142	4:41:25
70	3,03E-05	10,4133	2:22:26
80	2,66E-05	6,6686	3:05:09
90	2,84E-05	9,2319	4:19:53
100	3,07E-05	8,3409	6:01:13
110	3,35E-05	13,6447	9:05:47

Se encuentra entonces que el menor error de entrenamiento se da para 80 neuronas con un tiempo de entrenamiento de aproximadamente 3 horas. La norma de la matriz diferencia en este caso es de 6,7, que si bien no corresponde al mejor escenario, si es de los menores obtenidos.

Se va a utilizar entonces la configuración siguiente para analizar los datos experimentales.

Proporción datos para entrenamiento y validación:	90 / 10
Función de transferencia entre el input y la capa oculta:	LogSig
Función de transferencia entre la capa oculta y el output:	SatLins
Número de neuronas en la capa oculta	80

5.2.2 Resultados Experimentales

A continuación se van a someter los datos de los ensayos experimentales a la red entrenada con los parámetros mencionados anteriormente para así poder compararlos con los que van a aparecer en el caso de Max-Ent. Los casos a continuación corresponden respectivamente a una delaminación de $\phi = 76$ [mm] centrada, $\phi = 76$ [mm] no centrada, y $\phi = 90$ [mm].

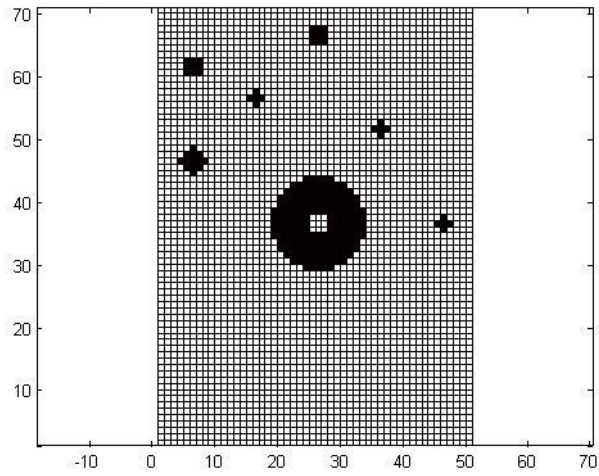


Figura 5.8: Representación Matriz Diferencia $\phi = 76$ centrada

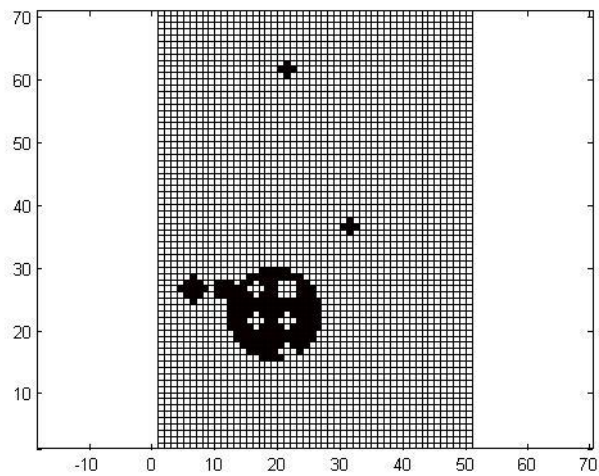


Figura 5.9: Representación Matriz Diferencia $\phi = 76$

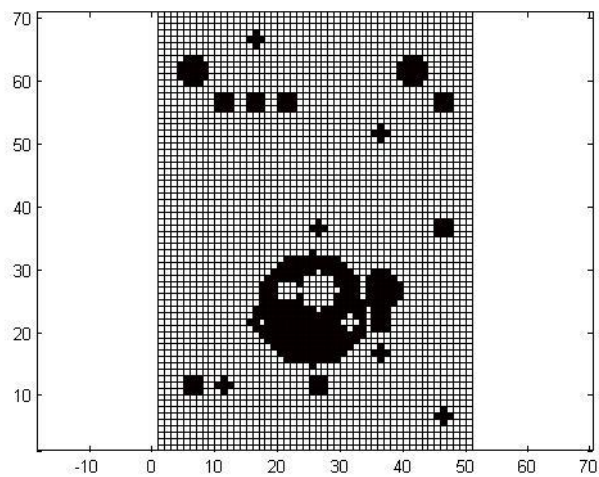


Figura 5.10: Representación Matriz Diferencia $\phi = 90$

Tabla 5.5: Norma matriz de diferencia redes neuronales

Placa	Norma matriz de diferencia
$\phi = 76$ centrada	12,0066
$\phi = 76$	11,1185
$\phi = 90$	13,8111

En las Figuras Figura 5.8 - Figura 5.10, se observa que se detecta daño en las placas pero éste no se concentra en torno a un punto ni aparecen delaminaciones de los tamaños esperados. Salvo en la Figura 5.9, no existe una tendencia clara del lugar donde podría estar el centro de la delaminación.

Dado que los resultados del entrenamiento de la red neuronal son claramente inexactos y no entregan información fidedigna del daño, no tiene sentido buscar el centro de la delaminación ni el radio de la misma, a diferencia de lo que se verá más adelante en el caso de Max-Ent

5.3 Aproximación lineal con máxima entropía

5.3.1 Análisis de sensibilidad

El algoritmo Max-Ent encuentra la combinación de vecinos de la base de datos que, ponderado por el peso que corresponda, mejor represente la delaminación.

Para este análisis, se puede considerar la variación del parámetro γ , que corresponde al radio de la gaussiana en torno al punto X^i o bien, el número de vecinos que participa en la respuesta. Estos dos parámetros están relacionados según la Ecuación (3.53). En este caso, se opta por restringir el número de vecinos que se permite que participen de la solución en la búsqueda de los pesos para encontrar el vector X^e .

Para determinar el número de vecinos, se va a realizar el análisis de sensibilidad para cinco cantidades de vecinos (585, 100, 20 5 y 1), posteriormente se va a refinar la cantidad de vecinos buscando el óptimo entre las cantidades anteriores para así encontrar el óptimo de número de vecinos que se van a ocupar para el algoritmo de optimización Max-Ent que se va a aplicar a tres placas experimentales para determinar la mejor solución al problema.

Es importante destacar que en el caso de Max-Ent no es necesaria la etapa de entrenamiento, por lo que no es necesario realizar pruebas sobre la base de datos numérica y es posible evaluar directamente los casos experimentales, a diferencia de las redes neuronales

A continuación se muestran las Figuras para el caso de la placa con delaminación de $\phi = 76$ [mm] no centrada. Para los casos de $\phi = 76$ [mm] centrada y $\phi = 90$ [mm] centrada se realiza de forma análoga, donde la Figura en negro representa la diferencia entre el área entregada por Max-Ent y la de referencia.

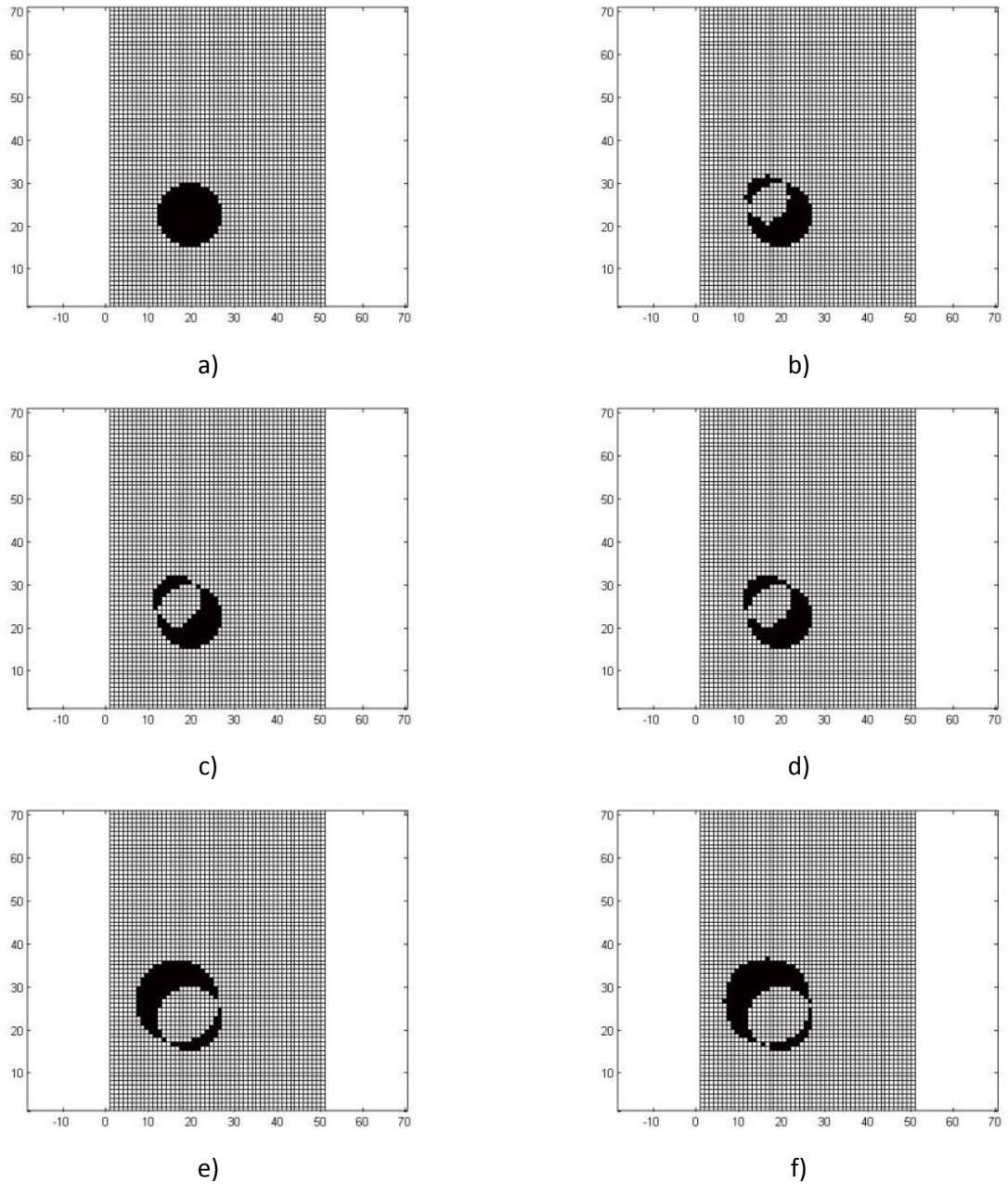


Figura 5.11: Representación Matriz de Diferencia: a) Referencia, b) 585, c) 100, d) 20, e) 5, f) 1

Los resultados del análisis de sensibilidad se pueden ver en la siguiente Tabla, donde se muestra la norma de la matriz de diferencia según el número de vecinos para cada caso.

Tabla 5.6: Análisis de Sensibilidad Número de Vecinos

Número de Vecinos	$\phi = 76$ centrada	$\phi = 76$	$\phi = 90$	Promedio
585	10,6127	9,0765	10,7266	10,1386
100	8,8071	8,6861	10,1303	9,2078
20	7,4767	8,6792	9,6368	8,5976
5	6,3547	10,0391	10,0701	8,8213
1	4,7702	10,6916	5,9196	7,1271

En rojo se encuentran destacados los valores mínimos para cada placa y el promedio. Se encuentra que para dos de los casos, el mejor resultado se encuentra para un vecino, esto estrictamente no corresponde a un vecino, si no que es solo un elemento el que está participando de la solución. Esto significa que no se está encontrando una solución que realice una interpolación

A partir de esta Tabla, se realiza una refinación de la búsqueda y se encuentran los óptimos para cada Tabla. Estos resultados se muestran a continuación y la Tabla completa se encuentra en el anexo 1C. Dado que la aplicación de este algoritmo con un vecino no tiene sentido, ya que se está perdiendo el objetivo de hacer una ponderación de los elementos de la base de datos y solo se está buscando cuál de los elementos de la base de datos más se asemeja a los parámetros de la placa estudiada, se van a dejar fuera de la Tabla los resultados para un vecino. En los casos que el resultado óptimo haya sido un vecino, se va a tomar el segundo mejor resultado.

Tabla 5.7: Número de Vecinos para cada placa

Placa	Número de vecinos	Norma matriz diferencia
$\phi = 76$ centrada	2 – 4	5,0730
$\phi = 76$	9	8,275
$\phi = 90$	2 – 3	9,3545

Como se puede ver, este método funciona mejor con pocos vecinos, lo que a simple vista es contra intuitivo ya que el objetivo del problema es reducir la incertidumbre, lo que se debería alcanzar de mejor manera si aumentamos el número de elementos que están entregando información.

5.3.2 Resultados Experimentales

Se encuentra que si bien se permite que haya un número alto de vecinos, se obtienen mejores resultados al utilizar solo algunos de los disponibles, es decir, el número de vecinos permitidos es mayor o igual al número de vecinos que aportan en la solución. Existen casos donde con diferente número de vecinos permitidos, se alcanza el mismo resultado. En la Tabla siguiente se exponen los resultados sobre los elementos que aportan y su aporte en radio correspondiente, además del tiempo en que se demora en encontrar la solución y el parámetro γ , que está ligado al número de vecinos de forma directa.

Tabla 5.8: Aporte de cada elemento

Placa	Número de Vecinos	γ	Tiempo [s]	Vecinos que aportan	Radio [m]
$\phi = 76$ centrada	2 - 4	232	108,05	59	0,0299
				68	1,15E-05
$\phi = 76$	9	100	46,98	10	0,0001
				30	0,0062
				31	0,0006
				39	0,0379
$\phi = 90$	2 - 3	190	66,50	32	0,0261
				41	0,0174

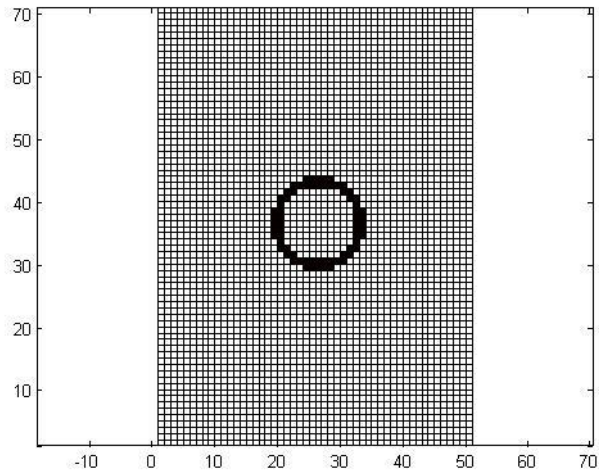


Figura 5.12: Representación Matriz Diferencia $\phi = 76$ centrada

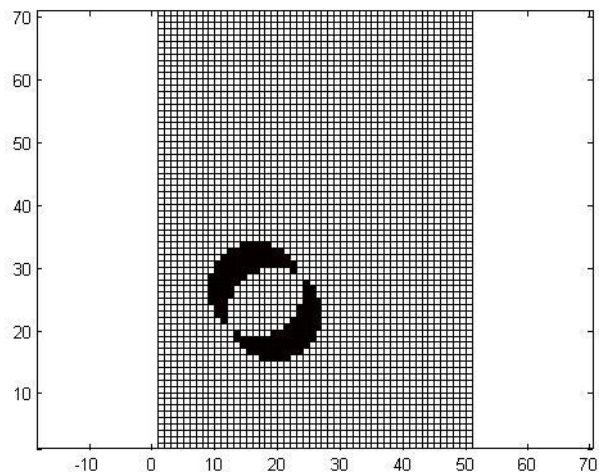


Figura 5.13: Representación Matriz Diferencia $\phi = 76$

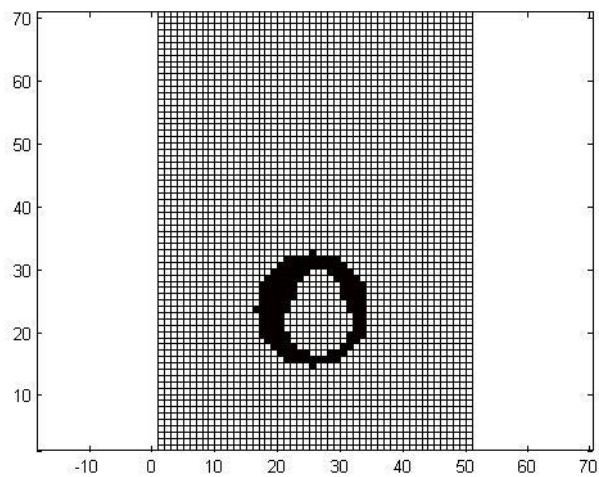


Figura 5.14: Representación Matriz Diferencia $\phi = 90$

Los resultados obtenidos para los radios y las posiciones se muestran en la Tabla 5.9.

Tabla 5.9: Aproximación de radio y ubicación de la delaminación

		$\phi = 76$ centrada	$\phi = 76$	$\phi = 90$
Max Ent	Radio [m]	0,0299	0,0385	0,0347
	Centro X [m]	0,1250	0,0750	0,1250
	Centro Y [m]	0,1750	0,1244	0,1077
Reales	Radio [m]	0,0370	0,0370	0,0450
	Centro X [m]	0,1250	0,0830	0,1200
	Centro Y [m]	0,1750	0,1130	0,1100
Error	Radio [m]	-0,0071	0,0015	-0,0103
	Centro X [m]	0,0000	-0,0080	0,0050
	Centro Y [m]	0,000	0,0114	-0,0023
Error Porcentual	Radio [m]	19,2850	-4,1590	22,8867
	Centro X [m]	0,000	9,6314	-4,1667
	Centro Y [m]	0,000	-10,0472	2,0754

Según la Tabla Tabla 5.9, tenemos que la diferencia en el radio de delaminación que se encuentra alcanza un 22,89% de diferencia porcentual entre los casos encontrados y los reales. Para las mayores diferencias, el tamaño de delaminación encontrado es menor al real, lo que estaría subestimando la falla. Que se subestime la falla no constituye en si un problema, pero si un ítem que mejorar para obtener un diagnóstico más preciso. Es importante dependiendo del problema, ya que hay casos en que solo la existencia de falla es suficiente para tomar medidas de mantenimiento, sin embargo si existen fallas admisibles hasta un tamaño límite, la subestimación de la falla podría ser crítica.

La ubicación del centro varía entre un 0 y un 10,05%.

6 Discusión

6.1 Parámetro de identificación

Se estudian dos parámetros para identificar daño, frecuencias naturales y modos de vibración. Se espera que al existir daño éste se manifieste en una variación de la frecuencia natural y consecuentemente en los modos.

En un análisis numérico lineal, se encuentra una disminución de la frecuencia natural para los seis modos en estudio en el caso de las mediciones experimentales de una placa con una delaminación central de diámetro 76 [mm] con respecto a una placa sin daño, como se ve en la siguiente Tabla.

Tabla 6.1: Comparación Frecuencias Naturales con y sin Daño

	Frecuencia sin daño [Hz]	Frecuencia con delaminación [Hz]	Variación (%)
Modo 1	483,07	477,37	-1,18
Modo 2	621,02	618,22	-0,45
Modo 3	986,67	947,17	-4,00
Modo 4	1214,60	1158,40	-4,63
Modo 5	1377,00	1306,90	-5,09
Modo 6	1528,90	1505,70	-1,52

Esta disminución es esperable según la literatura. La mayor variación corresponde a un 5,09%, lo que no es un porcentaje de variación muy alto, sin embargo, esto indicaría que la variación de frecuencia natural podría ser un indicador de la existencia de daño en algún lugar de la placa en estudio.

La disminución en la frecuencia natural viene asociada a una disminución en la rigidez de la placa al no estar adheridas las paredes al núcleo.

Para las otras placas en estudio, con delaminaciones no centradas de 30, 76 y 90 [mm] de diámetro, se espera el mismo comportamiento, como se ve en los caso de 76 y 90 [mm] de delaminación en la Tabla 6.3.

Tabla 6.2: Comparación Frecuencias Naturales Casos delaminados

	30mm [Hz]	76mm [Hz]	90mm [Hz]
Modo 1	495,70	483,38	489,57
Modo 2	633,42	619,16	618,08
Modo 3	1008,50	978,83	979,53
Modo 4	1208,70	1134,50	1193,60
Modo 5	1385,70	1324	1340,60
Modo 6	1574,40	1489,30	1465,50

Se observa que las frecuencias en el caso de una delaminación de 30 [mm] de diámetro aumentan, lo que no se condice con la teoría ni los ensayos realizados. Esto se debe a que es posible que existan imperfecciones en la construcción de la placa sin daño que no se esperaban ni se alcanzan a notar en los modos. Es importante destacar que las placas con delaminación de 30 y 90 [mm] de diámetro se dejaron

secar en una bolsa de vacío al momento de su construcción, por lo que se espera que las paredes y el núcleo estén mejor adheridos que en ambos casos de delaminación de 76 [mm] y el caso sin daño. Dado que el caso de 30 [mm] presenta frecuencias naturales más altas, probablemente debido a las diferencias de construcción, la placa de 30 [mm] se excluye del estudio.

Ahora bien, no solo es importante conocer la existencia de daño, si no que dimensionarlo y determinar su ubicación en la placa. Para esto se realizaron dos análisis de sensibilidad que se discuten a continuación.

Primero, se tiene la variación de la disminución de la frecuencia natural según el diámetro de la delaminación. Se espera que a mayor diámetro, mayor variación de la frecuencia natural. En la Figura 6.1 se ve la variación de los seis modos con respecto al diámetro de la delaminación.

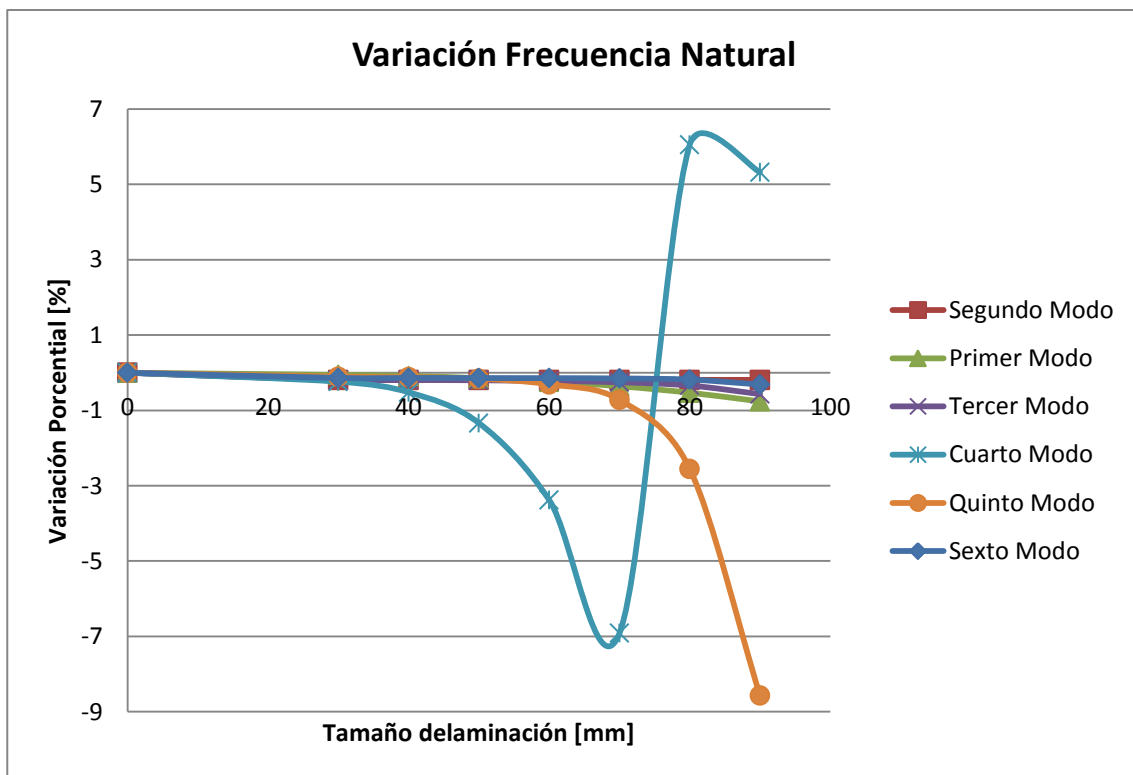


Figura 6.1: Variación porcentual de frecuencia natural según tamaño de delaminación en modelo numérico

Salvo para el cuarto modo, se encuentra que la frecuencia natural disminuye según lo esperado. El caso del cuarto modo es discutible ya que después de cierto diámetro aumenta la frecuencia natural en vez de disminuir. Si bien la rigidez de la placa está disminuida por la delaminación, es posible que el aumento de la frecuencia natural se deba a una restricción de movimiento del modo de vibrar asociado, y por ende una mayor rigidez de la placa. Esto nos indica que la variación de la frecuencia natural no va a ser un parámetro que varíe linealmente ni proporcionalmente con el tamaño de la delaminación, por lo que una mayor variación no va a ir de la mano con una mayor delaminación.

Luego se estudia la variación de la frecuencia natural según la posición de la delaminación dentro de la placa, en este caso de 76 [mm] de diámetro. Según se ve en la Figura 4.23, la simetría de la placa no va a

permitir utilizar solo la frecuencia natural como indicador ya que las mismas frecuencias se encuentran simétricamente en la placa. Por otra parte, se tiene que la mayor variación se encuentra para el cuarto modo y corresponde a un 19,36% de variación.

Tabla 6.3: Frecuencias máximas y mínimas para la ubicación de la delaminación

	Mínima [Hz]	Máxima [Hz]	Diferencia [%]
Modo 1	517,70	522,78	0,98
Modo 2	598,23	602,73	0,75
Modo 3	976,26	1099,61	12,63
Modo 4	992,32	1184,46	19,36
Modo 5	1273,49	1455,83	14,32
Modo 6	1528,13	1644,83	7,64

Estos análisis indican que la variación de la frecuencia natural es solo indicador de existencia de daño, pero no permite determinar ni ubicación ni magnitud de la misma.

Es por esto que se utilizan como indicadores la combinación de frecuencia natural y modos de vibración.

6.2 Validez y precisión del modelo numérico

Para la construcción del modelo numérico es necesario conocer las características mecánicas de cada una de las secciones: paredes, núcleo y pegamento. Se buscan entonces el módulo de Young (E_p, E_n para las paredes y núcleo respectivamente), densidad (ρ_p, ρ_n para paredes y núcleo respectivamente), y la rigidez de los resortes (k_0, k_d para las áreas no delaminadas y delaminadas respectivamente). Para esto se utiliza un algoritmo genético paralelo que toma alrededor de 15 días en encontrar valores que generen una buena correlación y tengan sentido físico, es decir, que el módulo de Young de las paredes sea mayor al del núcleo, por ejemplo.

Se encuentra que aparecen modos locales con el aumento del tamaño del área delaminada a frecuencias intermedias. Los modos locales corresponden a modos donde solo se perturba el área delaminada y no la placa en su totalidad. Para el estudio de la detección de delaminación es importante utilizar los modos globales de la estructura y compararlos para realizar los pares de modos, y sus respectivas frecuencias, entre el modelo experimental y el numérico.

Para estudiar la correlación de los modelos se utiliza el parámetro MAC donde se espera un valor mínimo de 80% para determinar una buena correlación. Dado que los modos numéricos no se encuentran exactamente la misma frecuencia ni en el mismo orden que los casos experimentales, seorean los modos según su MAC en los bordes de los modos y una restricción de la diferencia porcentual de las frecuencias naturales correspondientes a un 20%.

Se encuentra que el modelo presenta excelente correlación para las placas sin daño, 30 [mm] que se menciona aunque no se considera para el estudio y 76 [mm] centrada. Para los modos 4, 5 y 6 de las placas de 76 [mm] no centrada y 90 [mm] se encuentran modos con correlaciones bajo el nivel deseado. Estas diferencias se explican en la no limitación de movimiento en el núcleo de la placa (no hay

condiciones de contacto), la exageración del movimiento de la delaminación por falta de restricción de movimiento, el desfase de los modos y en modelar el núcleo como una placa homogénea sin espesor, lo que induce en despreciar esfuerzos de corte presentes. En la Tabla 6.4 se ven los índices del MAC obtenidos.

Tabla 6.4: Valor MAC para la Correlación de Modelos

	Sin Daño [Hz]	30mm [Hz]	76cmm [Hz]	76mm [Hz]	90mm [Hz]
Modo 1	0,998	0,997	0,998	0,994	0,993
Modo 2	0,994	0,992	0,993	0,989	0,988
Modo 3	0,995	0,988	0,975	0,938	0,938
Modo 4	0,984	0,978	0,840	0,126	0,770
Modo 5	0,831	0,850	0,698	0,283	0,628
Modo 6	0,966	0,870	0,989	0,556	0,279

Se encuentra un caso donde el modelo numérico va a tener una complicación y es en el caso de la incompatibilidad descrita en la sección 4.2.4, y corresponde a que los modos experimentales no siempre van a presentar la misma forma (se observa un cambio del modo global), según la ubicación y el tamaño de la delaminación. Se tiene el caso de que se va a encontrar el mismo modo para todos los casos experimentales salvo para el caso de tener una delaminación de 76 [mm] centrada, donde la forma del quinto modo va a ser diferente. Esto genera una complicación al momento de parear los modos ya que para parear se está utilizando el MAC del borde de los modos, por lo que se encontrarían MAC diferentes y por consecuencia pares diferentes si se utilizara como referencia el caso sin delaminación, utilizado en esta investigación, o el caso con delaminación central.

Se concluye también que es posible que las bajas correlaciones de MAC se deban a que al problema se le otorga un carácter lineal al utilizar resortes lineales para la simulación del pegamento entre las paredes y núcleo, cuando en realidad es no lineal.

6.3 Precisión de cada algoritmo y selección

Como se ha mencionado anteriormente, el caso de una placa con delaminación de 30 [mm] queda descartado del estudio por el comportamiento anómalo de la frecuencia natural y porque su presencia no altera los modos de vibración, es decir, está bajo el umbral de detección.

6.3.1 Redes Neuronales

Luego del análisis de sensibilidad se concluye que la mejor combinación de parámetros corresponde a 80 neuronas en la capa oculta, una proporción de casos de la base de datos para entrenamiento y validación de 90/10, función de transferencia entre el input y la capa oculta de Logsig y función de transferencia entre la capa oculta y output de Satlins.

El cálculo se realiza hasta 110 neuronas ya que al seguir agregando neuronas a la capa oculta los requisitos computacionales son demasiado altos y se exceden los 16 GB de RAM del computador. El requisito de RAM puede ser suplido por un aumento del tiempo de ejecución del programa, sin embargo para el caso de 110 neuronas ya se tiene un tiempo de entrenamiento superior a nueve horas, por lo que al bajar el requisito de RAM este tiempo aumentaría tanto por el incremento del número de neuronas como por la disminución de la utilización de RAM.

El tiempo utilizado en el entrenamiento de la red con 80 neuronas es cercano a las tres horas.

En el caso de redes neuronales se tienen dos índices que van a entregar información sobre el entrenamiento de la red y la identificación de daño, estos son: error de entrenamiento y norma de la matriz de diferencia. En el primer caso, se tiene el error de entrenamiento que va a comparar para todos los casos de la base de datos cómo se comporta el entrenamiento, para esto es la división de los datos de entrenamiento y validación. El segundo corresponde a la norma de la matriz de diferencia, que va a comparar los resultados de delaminación entregados para el caso puntual en estudio, ya sea numérico o experimental, con la delaminación que se espera obtener (es importante recordar que los casos experimentales de este estudio están controlados y se conoce el tamaño y localización de la delaminación).

Para seleccionar los parámetros mencionados anteriormente se opta por el segundo caso de menor error de entrenamiento que corresponde al segundo caso de menor diferencia de la norma de la matriz de diferencia, ya que los mejores casos tanto de la norma de la matriz de diferencia, como el error de entrenamiento no corresponden a la misma configuración de la red neuronal.

Se obtiene que las redes neuronales entregan una gran cantidad de falsos positivos, además que los resultados que entrega son pequeños en comparación a los tamaños de las delaminaciones que se esperan, siendo el diámetro de delaminación máximo encontrado de 0,0340 [m] para la delaminación de 0,09 [m] de diámetro en la placa experimental.

Además, es importante mencionar que el entrenamiento de redes no es constante, es decir, se pueden encontrar entrenamientos diferentes al entrenar repetidas veces con la misma configuración, la misma base de datos. Esto genera una pérdida de confiabilidad importante en el método.

6.3.2 Max-Ent

Se realiza un análisis de sensibilidad sobre el número de vecinos que debiesen participar en la solución. Se encuentra que no existe un número determinado de vecinos que entregue los mejores resultados para todos los ensayos experimentales, es decir, se debe evaluar caso a caso cuál es el número de vecinos que entrega una mejor solución para cada placa en estudio. Se encuentra que los mejores resultados se obtienen con un número pequeño de vecinos, siendo nueve vecinos el mayor número obtenido para el caso de la placa con delaminación de 76 [mm] no centrada.

Que la solución se encuentre con tan pocos vecinos no era esperable, ya que se esperaría que con un mayor número de vecinos disminuya la incertidumbre y se encuentre un mejor resultado. Sin embargo, esto se explica por dos motivos, el primero es que la base de datos contiene escenarios muy similares a los que se encuentran en las placas experimentales. Por otra parte, los casos experimentales que se encuentran contienen una sola delaminación, al igual que todos los casos de la base de datos, por lo que no es necesario realizar tantas interpolaciones como sería en el caso de tener una placa experimental con más de un daño o un daño de otra forma geométrica, como un óvalo o una forma no regular. Es decir, cada caso a evaluar se puede efectivamente describir como una combinación lineal de unos pocos individuos de la base.

A diferencia de las redes neuronales, se tiene que este algoritmo permite encontrar con bastante exactitud el sector de la placa que se encuentra delaminado y no se tienen falsos positivos en lugares que no corresponde tener delaminación.

Dada la distribución de los resultados, es posible estimar un tamaño de delaminación y ubicación de la misma. Se encuentra, según la Tabla 6.5, que la mayor diferencia de radio es para la placa con delaminación de 90 [mm] de diámetro donde la delaminación encontrada es un 22,89% menor a la esperada. Por otra parte la ubicación de la delaminación varía hasta un 10,5% con respecto a lo esperado.

Tabla 6.5: Error porcentual de información obtenida con Max-Ent

	$\phi = 76$ centrada	$\phi = 76$	$\phi = 90$
Radio [m]	19,2850	-4,1590	22,8867
Centro X [m]	0,000	9,6314	-4,1667
Centro Y [m]	0,000	-10,0472	2,0754

6.3.3 Selección de algoritmo

A continuación se presenta una Tabla con la comparación entre las matrices de diferencia para los algoritmos de redes neuronales y Max-Ent

Placa	Norma matriz de diferencia redes	Norma matriz diferencia Max-Ent
$\phi = 76$ centrada	12,0066	5,0730
$\phi = 76$	11,1185	8,275
$\phi = 90$	13,8111	9,3545

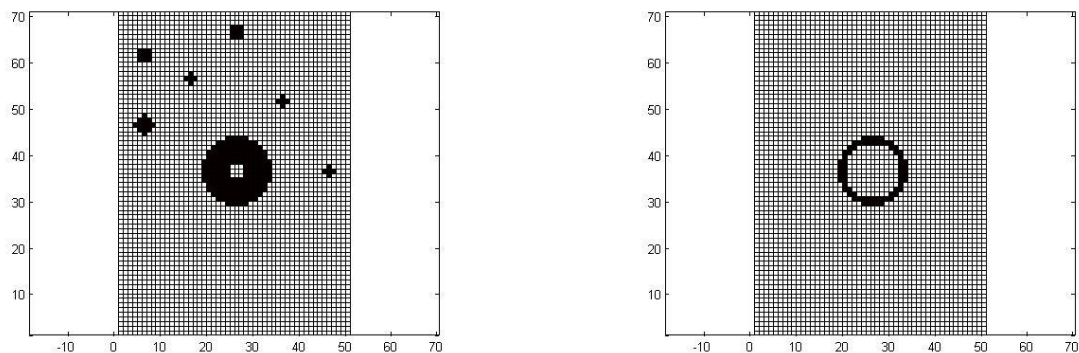


Figura 6.2: Representación Matriz Diferencia $\phi = 76$ centrada: Red Neuronal (Izq), Max-Ent (Der)

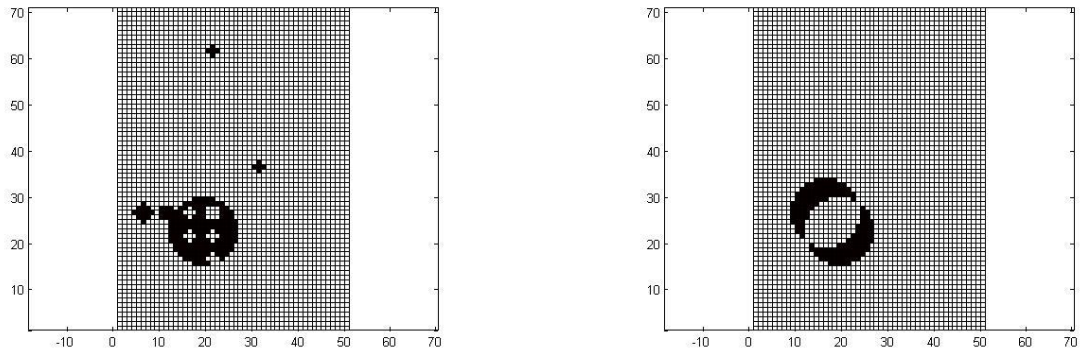


Figura 6.3: Representación Matriz Diferencia $\phi = 76$: Red Neuronal (Izq), Max-Ent (Der)

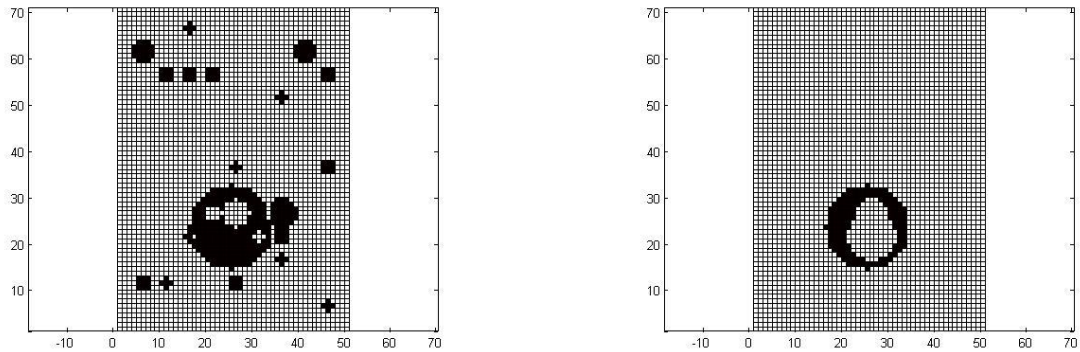


Figura 6.4: Representación Matriz Diferencia $\phi = 90$: Red Neuronal (Izq), Max-Ent (Der)

Se observa que para todos los casos se tiene una mejor norma de la matriz de diferencia para la detección de daño mediante Max-Ent, por lo que sería un mejor método de identificación que la utilización de redes neuronales. Esto se corrobora con la no existencia de falsos positivos en el caso de Max-Ent, a diferencia de las redes neuronales.

Por otra parte, el entrenamiento de la red neuronal no siempre entrega los mismos resultados, lo que genera desconfianza en el método, a diferencia de Max-Ent, que al no realizar entrenamiento entrega siempre los mismos resultados.

Si bien para Max-Ent no se han determinado parámetros que entreguen las soluciones óptimas para cada caso de delaminación, se encuentra que incluso sin el número óptimo de vecinos para cada caso, los resultados en cuanto a la norma de la matriz de diferencia son mejores que en el caso de la red neuronal, como se puede ver en el Anexo D, es más confiable que las redes neuronales.

Finalmente, se tiene que el entrenamiento de la red neuronal es muy lento, alrededor de 3 horas en la configuración seleccionada (hasta 10 horas en otras configuraciones) por lo que es un método poco atractivo si se compara con Max-Ent que entrega los resultados, sin entrenamiento necesario, en menos de 3 minutos.

7 Conclusiones

Luego de este estudio se concluyen los siguientes puntos.

Si bien la variación de frecuencia natural en estructuras con y sin daño son capaces de identificar la existencia de daño, por la disminución en las frecuencias naturales prácticamente de todos sus modos, no representan por si mismas un indicador de magnitud ni localización del daño. Las variaciones en los modos de vibración de la estructura son indicadores suficientemente sensibles para determinar la existencia y ubicación del daño. Si se utiliza en conjunto con las frecuencias naturales es posible determinar para cada modo la existencia, magnitud y ubicación del daño.

Se construyen exitosamente placas con y sin daño para ser estudiadas. Éstas son sometidas a un ensayo de vibración en donde se identifican sus características de vibración: Funciones de respuesta en frecuencia (FRF), frecuencias naturales y modos de vibración. Para realizar este ensayo se suspende la placa y se realizan excitaciones tipo impacto con un martillo modal. Se encuentra que este ensayo es suficiente para detectar variaciones en estas características debido a la delaminación.

Se genera un modelo numérico simplificado de tres placas homogéneas unidas mediante resortes que cumple con los requerimientos para representar de forma correcta el comportamiento de las placas experimentales. Este modelo se genera con propiedades mecánicas aproximadas y se ajusta mediante un método de ajuste de modelos basado en algoritmos genéticos. Este método utiliza las características de vibraciones experimentales para determinar las propiedades mecánicas que mejor representan el comportamiento de la placa en presencia de delaminación y sin ella. Es posible construir con este modelo una base de datos para ser utilizada con los algoritmos de detección de daño.

El método de detección de daño que utiliza una aproximación lineal con el principio de máxima entropía entrega resultados sobre identificación de daño sin falsos positivos, en ubicaciones y con magnitudes cercanas a las esperadas, lo que es mejor que los resultados obtenidos con las redes neuronales. Estas últimas entregan una gran cantidad de falsos positivos y no concentran el daño en un sector, si no que interpreta pequeños daños en toda la placa. Además el entrenamiento de las redes requiere una cantidad de recursos considerablemente mayor a Max-Ent.

8 Trabajos Futuros

Si bien se ha encontrado un método que permite encontrar la delaminación en materiales compuestos con núcleo de panal de abeja de aluminio, mediante el principio de máxima entropía y utilizando como parámetros de identificación la respuesta a una excitación mecánica, en específico los modos de vibración y las frecuencias naturales asociadas, se ha encontrado que es posible utilizar como parámetro el amortiguamiento de la placa en vez de la frecuencia natural y los modos de vibración. Se obtuvo que las variaciones en el amortiguamiento son más notorias que las de la frecuencia natural, por lo que sería interesante incluir en el modelo numérico amortiguadores de la misma forma que se incluyen resortes, para de esta forma calcular las diferencias de amortiguamiento del sistema y utilizarlas como parámetro de identificación. Una vez que se tenga este parámetro, sería interesante ver si éste es parámetro suficiente o si es necesario utilizar como complemento los parámetros estudiados en esta tesis, frecuencias naturales y modos de vibración. Cabe destacar que obtener los datos del amortiguamiento no involucra mediciones adicionales, ya que son obtenidas junto con los demás datos al momento de hacer los ensayos experimentales. No es tan simple en el caso del modelo numérico, donde al agregar amortiguación significa agregar muchos elementos al modelo y el cálculo y optimización del mismo se vuelve significativamente más lento.

Otro trabajo interesante, sería utilizar un modelo numérico similar al que se utiliza en este trabajo, pero restringiendo el movimiento de la zona delaminada hacia el interior del núcleo. La zona donde se adhieren las paredes al núcleo se modelan como resortes, la zona delaminada se modela también como resortes pero con menor constante elástica. El uso de resortes lineales permite que la zona delaminada se desplace hacia adentro en el modelo numérico ya que no existen condiciones de contacto. Si el núcleo no está dañado esto no es posible en los ensayos, por lo que el modelo perdería parte de su validez. Si bien restringir el movimiento permitiría un mejor modelo, es posible que los métodos de detección descritos en este informe no sean válidos ya que el problema perdería linealidad.

Al modelar el núcleo como placa, se desprecia el hecho de que el núcleo tiene un espesor considerablemente grande (10 [mm]), especialmente al compararlo con las paredes (0,8 [mm]). Al considerarlo como placa, se pierden esfuerzos de corte que pueden ser importantes al momento de calcular modos y frecuencias de vibración. Por lo que una mejora en el modelo numérico podría ser la de modelar el núcleo como una placa con espesor y considerar de esta manera los esfuerzos involucrados.

Sería interesante modelar el núcleo como un panal de abejas con celdas hexagonales en vez de una placa homogénea, con el fin de analizar si los resultados sobre los algoritmos de identificación varían o no. Con esto se podría validar el modelo numérico tanto en la utilización de placas homogéneas como en la utilización de placas sin espesor considerable.

Otro trabajo que es interesante de tratar es el de la influencia de la simetría en la placa. En el presente trabajo se muestra que las variaciones de frecuencia natural son malos indicadores de por sí debido en parte a la simetría de la placa. Estudiar una placa que no sea simétrica podría mostrar cambios en la frecuencia natural que indiquen con mayor exactitud las características del daño.

Finalmente se puede estudiar a que se debe la existencia de la incompatibilidad mencionada en la sección 4.2.4, donde se presenta el caso de que el quinto modo va a cambiar su forma según el escenario de delaminación. Sería interesante investigar si este cambio se produce por el lugar donde se encuentra,

por un problema de simetría o por alguna razón externa. Además, revisar cómo afectaría esta diferencia al momento de realizar los pares de modos y los posteriores análisis de daño.

9 Bibliografía

- [1] P. Z. I. A.S. Herrmann, *Sandwich Structures 7: Advancing with Sandwich Structures and Materials*, Chap: *Sandwich Structures Technology in Commercial Aviation*, Springer Netherlands, 2005, pp. 13-26.
- [2] T. V.N. Burlayenko, "Influence of skin/core debonding on free vibration behavior of foam and honeycomb cored sandwich plates.," *International Journal of Non-Linear mechanics*, vol. 45, pp. 959-968, 2010.
- [3] J. M. Y. G. A. Shahdin, «Damage monitoring in sandwich beams by modal parameter shifts: A comparative study of burst random and sine dwell vibration testing.,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 329, pp. 566-584, 2010.
- [4] T. V.N. Burlayenko, «Dynamic behavior of sandwich plates containing single/multiple debonding.,» *Computational Materials Science*, vol. 50, pp. 1263-1268, 2011.
- [5] P. F. E.P. Carden, «Vibration based condition monitoring: a review.,» vol. 4, pp. 355-377, 2004.
- [6] L. C. Z. W. L. Y. Y.J.Yan, «Development in vibration-based structural damage detection technique,» vol. 5, pp. 2198-2211, 2007.
- [7] W. H. H.Y. Kim, «Effect of debonding on natural frequency response functions of honeycomb sandwich beams,» vol. 55, pp. 51-62, 2002.
- [8] J. V.Meruane, *Real time structural damage assessment using artificial neural networks and antiresonant frequencies*.
- [9] E. T. Jaynes, «Information Theory and Statistical Mechanics,» *The Physical Review*, vol. 106, nº 4, pp. 620 - 630, Mayo 1957.
- [10] Y. H. C. N. S. J.T. Kim, «Damage identification in beam type structures: frequency-based method v/s mode-shape-based method,» *Engineering Structures*, nº 25, pp. 57-67, 2003.
- [11] J. R. Vinson, *Sandwich Structures: Past, Present and Future*.
- [12] G. E. E. G. V. Crupi, «Comparison of aluminium sandwich for lightweight ship structures: Honeycomb vs. foam,» *Marine Structures*, vol. 30, pp. 74 - 96, 2013.
- [13] V. d. F. A. O. V.Meruane, «A Maximum Entropy Approach to Assess Debonding in Honeycomb Aluminum Plates,» *MDPI Open Access Entropy*, vol. 16, pp. 2869 - 2889, Mayo 2014.
- [14] V. Meruane. [En línea]. Available: <http://viviana.meruane.com/me706.pdf>.

- [15] V. Meruane. [En línea]. Available: <http://viviana.meruane.com/me4701.pdf>.
- [16] Australian Transport Safety Bureau, «Main rotor blade skin debonding, 29 December 2008, 135km NE Alice Springs, NT, VH-HZB,» Canberra City, Australian Capital Territory, 2009.
- [17] Robinson Helicopter Company (RHC), «Model R22 Maintenance Manual,» 2006, p. 9.22A.
- [18] V. d. F. V. Meruane, «An inverse parallel genetic algorithm for the identification of skin/core debonding in honeycomb aluminium panels,» de *The 21st International Congress on Sound and Vibration (ICSV)*, Beijing, China, 2014.
- [19] J. Mahu, *Detección de daños en una viga simple mediante antiresonancia y redes neuronales*.
- [20] A. O.-B. V. Meruane, *Structural damage assessment using linear approximation with maximum entropy and transmissibility data*.
- [21] R. H. R. S. Cross, «Introduction to neural networks,» *The Lancet*, vol. 346, nº 8982, pp. 1075-1079, 1995.
- [22] L. Fausett, *Fundamentals of Neural Networks*, New Jersey: Prentice Hall, 1994.
- [23] C. M. Bishop, *Neural Networks for Pattern Recognition*, Cambridge: Oxford University Press, 1995.
- [24] C. Q. D. Loftsgaarden, «A Nonparametric Estimate of a Multivariate Density Function,» *Annals Math Statistics*, vol. 36, pp. 1049 - 1051, 1965.
- [25] C. J. Stone, «Consistent Nonparametric Regression,» *The Annals of Statistics*, vol. 5, nº 4, pp. 595 - 645, 1977.
- [26] R. M. G. R. A. O. Maya R. Gupta, «Nonparametric Supervised Learning by Linear Interpolation with Maximum Entropy,» *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, vol. 28, nº 5, May 2006.
- [27] A. Ekran, *A Semi-supervised learning via generalized maximum entrophy*, 2010.
- [28] C. E. Shannon, «A Mathematical Theory of Communication,» *The Bell System Technical Journal*, vol. 27, nº 3, July 1948.
- [29] E. T. Jaynes, «Information Theory and Statistical Mechanics,» *The Physical Review*, vol. 106, nº 4, pp. 620 - 630, May 1957.
- [30] V. B. a. C. W. Bert, «On the coice of sheat correction factor in sándwich structures,» *Journal of sándwich Structures and Materials*, vol. 4, nº 1, pp. 83-95, 2002.
- [31] W. H. V. Meruane, «Damage detection with parallel genetic algorithms and operation modes,»

Structural Health Monitoring, vol. 9, nº 6, pp. 481-496, 2010.

10 Anexo y Apéndices

A. Entropía de la distribución de probabilidad de Shannon

Sea una variable x que puede asumir los valores discretos (x_1, \dots, x_n) con la probabilidad de ocurrencia correspondiente (p_1, \dots, p_n) . Se busca una función $H(p_1, \dots, p_n)$ que mida de forma única la cantidad de incertidumbre representada por esta distribución de probabilidad.

Se requieren tres condiciones para esta función.

- 1) H sea una función continua de p_i .
- 2) Si todos los valores de p_i son iguales, entonces H debe ser una función creciente monotónica en n . Con n eventos igualmente probables, hay más incertidumbre al haber más escenarios posibles
- 3) La ley de composición. En vez de darle a los eventos (x_1, \dots, x_n) una probabilidad directamente, se agrupa a los primeros k elementos como un evento y se les da la probabilidad $w_1 = (p_1 + \dots + p_k)$, a las siguientes m probabilidades $w_2 = (p_{k+1} + \dots + p_{k+m})$, etc. La cantidad de incertidumbre de todos los eventos es $H(w_1, \dots, w_r)$.

Es decir, si una probabilidad se divide en dos opciones sucesivas, el H original debe ser la suma ponderada de los valores individuales de H .

Entonces, se tiene que tener:

$$H(p_1, \dots, p_n) = H(w_1, \dots, w_2) + w_1 H\left(\frac{p_1}{w_1}, \dots, \frac{p_k}{w_1}\right) + w_2 H\left(\frac{p_{k+1}}{w_2}, \dots, \frac{p_k}{w_2}\right) + \dots \quad (10.1)$$

A modo de ejemplo se tiene la siguiente figura que representa probabilidades de ocurrencia de un evento.

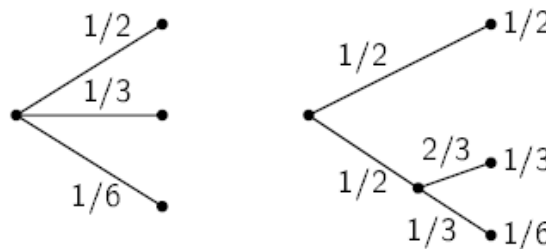


Figura 10.1: Ejemplo probabilidades de ocurrencia de un evento

La función H entonces debe ser tal que se cumpla la siguiente relación

$$H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right) = H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} H\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right) \quad (10.2)$$

La única función que satisface los supuestos anteriores es:

$$H = - \sum_{i=1}^n p_i \log(p_i) \quad (10.3)$$

Esta función se denomina “Entropía de Shannon” y corresponde a la entropía de un set de probabilidades.

B. Análisis de sensibilidad de Frecuencia Según la Posición de la Delaminación

Elemento	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Modo 1	517,696	519,666	521,335	522,351	522,704	518,889	520,458	521,708	522,463	522,721
Modo 2	599,943	599,357	598,829	598,393	598,231	602,079	601,784	601,495	601,271	601,188
Modo 3	1099,15	1001,43	1016,11	1095,26	1091,99	1095,78	1054,64	1065,1	1094,15	1092,67
Modo 4	1184,46	1105,32	1104,57	1131,81	1132,14	992,317	1104,09	1103	1051,35	1042,84
Modo 5	1343,96	1273,49	1301,95	1391,57	1389,98	1408,18	1398,24	1403,87	1417,14	1426,13
Modo 6	1620,97	1623,72	1622,13	1618,74	1617,23	1528,13	1557,08	1570,8	1584,36	1596,53

Elemento	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Modo 1	520,14	521,218	522,068	522,57	522,741	521,154	521,827	522,349	522,654	522,757
Modo 2	602,729	602,734	602,694	602,644	602,623	602,045	602,366	602,56	602,647	602,672
Modo 3	1091,04	1096,79	1094,22	1092,93	1093,02	1093,69	1068,33	1095,41	1093,08	1092,99
Modo 4	1147,24	1082,5	1135,84	1159,4	1166,88	1143,05	1102,76	1136,85	1162,55	1171,73
Modo 5	1395,3	1410,08	1422,35	1438,01	1447,13	1318	1294,81	1435,56	1448,62	1455,83
Modo 6	1641,3	1572,47	1581,15	1588,79	1594,09	1634,31	1586,33	1591,25	1637,43	1583,9

Elemento	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Modo 1	521,982	522,316	522,572	522,72	522,769	522,539	522,64	522,718	522,762	522,777
Modo 2	600,704	601,329	601,739	601,936	601,996	599,481	600,333	600,901	601,173	601,256
Modo 3	1099,61	1045,33	1051,98	1093,59	1092,75	978,777	1033,24	1044,27	1093,96	1092,48
Modo 4	1158,1	1106,16	1099,06	1172,87	1031,56	1102,58	1106,35	1100,42	1036,86	1032,09
Modo 5	1306,18	1293,72	1431,93	1438,21	1441,37	1405,41	1414,09	1414,56	1414,92	1415,18
Modo 6	1637,4	1583,15	1584,44	1583,85	1583,86	1540,83	1571,72	1644,83	1587,93	1592,35

Elemento	31	32	33	34	35	Min	Max	Dif [%]
Modo 1	522,738	522,755	522,769	522,777	522,78	517,696	522,721	0,97071
Modo 2	598,994	599,931	600,558	600,857	600,949	598,231	602,079	0,64328
Modo 3	976,264	1029,57	1042	1094,08	1092,37	1001,43	1099,15	9,75851
Modo 4	1103,34	1106,34	1100,75	1036,69	1032,65	992,317	1184,46	19,3627
Modo 5	1407,53	1406,37	1404,52	1402,96	1402,36	1273,49	1426,13	11,9864
Modo 6	1536,76	1568,95	1583,17	1596,02	1603,05	1528,13	1623,72	6,25548

C. Análisis de sensibilidad Redes neuronales

	90/10				80/20				70/30			
	Logsig		Tansig		Logsig		Tansig		Logsig		Tansig	
	Satlin	Purelin	Satlin	Purelin	Satlin	Purelin	Satlin	Purelin	Satlin	Purelin	Satlin	Purelin
1	0,0005	0,0008	0	-0,0030	0	-0,0010	0,0023	-0,0028	0	-0,0020	0	0,0011
2	0	-0,0003	0	-0,0021	0	-0,0062	0,0066	0,0012	0	-0,0015	0	-0,0020
3	0	0,0000	0	-0,0035	0	-0,0037	0	-0,0041	0	-0,0030	0	0,0044
4	0	0,0010	0	0,0019	0,0132	0,0032	0	-0,0014	0	0,0001	0	-0,0060
5	0	-0,0005	0	0,0016	0	0,0061	0	0,0056	0	-0,0012	0	-0,0029
6	0,0017	0,0001	0	-0,0014	0,0060	-0,0008	0	-0,0013	0	-0,0018	0	-0,0011
7	0,0013	-0,0011	0	-0,0095	0	-0,0012	0	-0,0022	0	-0,0001	0	-0,0015
8	0	-0,0036	0	-0,0013	0	-0,0016	0,0020	0,0025	0	-0,0010	0	0,0027
9	0	0,0001	0	0,0004	0	-0,0011	0	-0,0068	0	-0,0017	0,0392	-0,0025
10	0	-0,0002	0,0018	0,0012	0	-0,0001	0	0,0026	0	0,0015	0	0,0000
11	0	0,0002	0	-0,0014	0	0,0039	0,0034	0,0016	0	-0,0004	0	0,0025
12	0	0,0002	0,0067	-0,0014	0	0,0028	0	0,0001	0	0,0005	0	0,0046
13	0	0,0011	0	0,0035	0,0016	0,0063	0,0020	0,0066	0	-0,0017	0	-0,0026
14	0	0,0011	0	-0,0045	0	0,0019	0	-0,0019	0	0,0003	0,0050	-0,0090
15	0	-0,0036	0	0,0007	0	-0,0040	0	0,0100	0	0,0031	0	0,0010
16	0	0,0049	0	-0,0018	0	0,0043	0	0,0021	0	0,0017	0	-0,0048
17	0	-0,0012	0	0,0003	0	0,0015	0	0,0023	0	0,0012	0	-0,0036
18	0	-0,0007	0	0,0084	0,0004	0,0013	0,0033	-0,0088	0	0,0002	0	-0,0008
19	0	-0,0003	0	-0,0008	0	0,0022	0	0,0133	0	0,0013	0	0,0082
20	0	-0,0019	0	-0,0021	0	0,0012	0,0002	0,0056	0	0,0006	0	-0,0045
21	0	0,0006	0	-0,0101	0	-0,0030	0	-0,0026	0	-0,0022	0	0,0054
22	0,0041	0,0011	0,0027	0,0025	0,0027	0,0037	0	0,0055	0	-0,0001	0	-0,0077
23	0	0,0057	0,0007	0,0031	0	0,0036	0,0082	-0,0006	0	0,0008	0	0,0038
24	0,0005	-0,0006	0,0017	-0,0043	0,0060	-0,0008	0	-0,0028	0	0,0001	0,0020	0,0038
25	0	-0,0002	0	0,0031	0	-0,0028	0,0151	0,0047	0	-0,0046	0,0068	-0,0027
26	0	0,0013	0	0,0044	0,0065	0,0059	0	-0,0003	0,0014	0,0010	0	-0,0025
27	0	-0,0020	0,0036	0,0028	0	0,0022	0,0016	-0,0058	0	0,0004	0,0057	-0,0056
28	0	-0,0009	0	-0,0012	0	-0,0015	0	0,0126	0	-0,0008	0	-0,0031
29	0	-0,0029	0	0,0012	0	0,0021	0	0,0022	0,0071	-0,0012	0	0,0052
30	0,0036	0,0008	0	-0,0002	0	-0,0042	0	0,0006	0	0,0022	0,0134	-0,0013
31	0,0013	0,0009	0,0049	0,0121	0,0017	-0,0027	0	-0,0001	0,0129	-0,0003	0	0,0029
32	0	0,0052	0	-0,0001	0,0032	0,0045	0	-0,0021	0	0,0077	0	-0,0067
33	0,0010	0,0013	0	-0,0003	0,0198	0,0070	0,0128	0,0013	0	0,0029	0	0,0122
34	0	0,0007	0	-0,0003	0	-0,0012	0,0059	0,0141	0	0,0019	0	0,0059
35	0	0,0033	0	0,0020	0,0105	0,0019	0	0,0116	0	0,0000	0,0179	-0,0008
36	0	-0,0005	0,0020	0,0031	0	-0,0022	0	0,0048	0	0,0007	0,0021	0,0054
37	0	-0,0018	0	0,0012	0	0,0040	0	0,0022	0	-0,0014	0	-0,0123
38	0	-0,0009	0	-0,0026	0	0,0033	0	-0,0005	0,0006	-0,0004	0	-0,0068

	90/10				80/20				70/30			
	Logsig		Tansig		Logsig		Tansig		Logsig		Tansig	
	Satlins	Purelin	Satlins	Purelin	Satlins	Purelin	Satlins	Purelin	Satlins	Purelin	Satlins	Purelin
39	0	0,0001	0	0,0001	0	-0,0031	0	-0,0076	0	-0,0009	0	0,0035
40	0,0059	0,0018	0	0,0025	0	0,0019	0	-0,0019	0	0,0004	0	0,0033
41	0,0021	-0,0019	0	-0,0030	0	0,0051	0	-0,0018	0	0,0014	0	-0,0039
42	0	0,0009	0	-0,0024	0	0,0042	0,0466	0,0036	0	0,0022	0,0049	0,0018
43	0	-0,0019	0	-0,0035	0	-0,0027	0,0018	-0,0020	0	0,0005	0	0,0008
44	0	0,0006	0	0,0072	0	-0,0023	0,0024	0,0033	0,0103	-0,0002	0	0,0082
45	0	-0,0015	0	-0,0029	0	-0,0038	0	0,0011	0	-0,0020	0	-0,0042
46	0	0,0018	0	-0,0025	0,0046	0,0008	0	0,0076	0	-0,0007	0	-0,0013
47	0	0,0001	0	-0,0001	0	-0,0028	0	-0,0078	0	-0,0015	0,0084	0,0076
48	0	-0,0009	0	0,0059	0	-0,0047	0	-0,0009	0	-0,0009	0	0,0043
49	0,0038	0,0028	0,0101	0,0092	0,0005	0,0017	0,0030	-0,0043	0	0,0010	0	0,0141
50	0,0017	0,0012	0	0,0030	0	0,0056	0,0149	0,0039	0	0,0007	0	0,0055
51	0,0044	0,0030	0	0,0054	0	0,0037	0	-0,0066	0	0,0032	0	0,0120
52	0	-0,0015	0	0,0056	0	0,0042	0	0,0068	0	-0,0003	0	-0,0003
53	0	-0,0006	0	0,0034	0	0,0024	0	0,0010	0	-0,0020	0	-0,0165
54	0	-0,0037	0	0,0002	0	-0,0004	0	0,0012	0	0,0012	0	0,0000
55	0	-0,0012	0	-0,0019	0	-0,0001	0	0,0047	0	-0,0035	0	0,0030
56	0	-0,0017	0	0,0002	0	-0,0013	0,0035	0,0028	0	-0,0005	0	0,0010
57	0	-0,0032	0	-0,0018	0	-0,0043	0	0,0020	0	-0,0039	0	-0,0021
58	0,0035	0,0033	0,0070	0,0069	0,0080	0,0093	0	0,0088	0	0,0060	0,0071	0,0087
59	0,0117	0,0144	0,0116	0,0145	0	0,0000	0,0282	0,0183	0	0,0064	0,0182	0,0121
60	0,0148	0,0079	0,0019	0,0138	0,0206	0,0050	0,0042	0,0135	0	0,0078	0	0,0035
61	0	-0,0021	0	-0,0061	0	-0,0017	0	-0,0041	0	-0,0023	0	-0,0032
62	0	-0,0008	0	0,0048	0	-0,0026	0	-0,0026	0	-0,0035	0	0,0033
63	0	-0,0004	0,0006	-0,0027	0	0,0021	0,0039	0,0002	0	0,0002	0	-0,0023
64	0	0,0007	0	-0,0016	0	-0,0016	0	0,0093	0	-0,0003	0	0,0134
65	0	0,0006	0	-0,0050	0	0,0004	0	0,0039	0	0,0020	0	0,0060
66	0	-0,0017	0	-0,0022	0	0,0032	0	0,0059	0	0,0011	0	0,0006
67	0,0018	-0,0005	0,0039	0,0064	0	0,0003	0	0,0070	0	0,0022	0	0,0084
68	0	0,0006	0,0008	-0,0041	0	-0,0005	0	0,0084	0	0,0033	0,0048	0,0045
69	0,0018	0,0009	0,0021	0,0032	0	0,0008	0	0,0079	0	0,0014	0	-0,0010
70	0,0009	-0,0014	0	-0,0044	0	-0,0033	0	0,0034	0	-0,0006	0,0014	0,0078
71	0	-0,0016	0	0,0003	0	-0,0018	0	-0,0033	0	0,0012	0	-0,0017
72	0	-0,0001	0	0,0010	0	0,0012	0,0023	-0,0066	0	-0,0018	0	0,0021
73	0	0,0012	0	-0,0023	0	-0,0023	0,0147	0,0015	0	0,0000	0,0042	-0,0031
74	0	0,0000	0	0,0020	0	-0,0014	0	-0,0010	0	0,0039	0	0,0012
75	0,0004	-0,0010	0	-0,0017	0	0,0003	0	-0,0082	0	0,0025	0	-0,0046
76	0	-0,0022	0	-0,0045	0	-0,0024	0	0,0050	0	-0,0002	0,0110	-0,0032
77	0	-0,0009	0	-0,0024	0	-0,0083	0	0,0048	0	0,0001	0	0,0000

	90/10				80/20				70/30			
	Logsig		Tansig		Logsig		Tansig		Logsig		Tansig	
	Satlins	Purelin	Satlins	Purelin	Satlins	Purelin	Satlins	Purelin	Satlins	Purelin	Satlins	Purelin
78	0,0083	0,0018	0,0036	-0,0065	0	-0,0019	0,0032	-0,0011	0	0,0006	0	0,0060
79	0	-0,0011	0	-0,0034	0	0,0010	0,0000	0,0032	0	-0,0003	0	-0,0092
80	0	0,0010	0	-0,0026	0,0037	-0,0018	0	-0,0057	0	-0,0003	0,0041	0,0123
81	0	0,0008	0	0,0054	0	0,0029	0,0278	0,0001	0	-0,0008	0	0,0004
82	0	0,0034	0	-0,0026	0	0,0072	0	0,0057	0	0,0009	0	-0,0034
83	0	0,0020	0	-0,0014	0	-0,0013	0	0,0028	0	-0,0031	0	-0,0061
84	0	0,0020	0	0,0068	0	0,0024	0,0027	0,0002	0	0,0009	0	0,0082
85	0	0,0019	0,0046	0,0021	0,0215	-0,0013	0	0,0005	0,0021	0,0043	0	0,0088
86	0	-0,0001	0	0,0022	0	0,0057	0,0091	-0,0001	0	0,0036	0,0016	0,0013
87	0	0,0032	0,0059	0,0051	0,0011	0,0044	0	-0,0019	0	0,0016	0	0,0029
88	0,0029	0,0030	0	-0,0016	0	0,0065	0,0011	-0,0091	0	0,0037	0	-0,0015
89	0	0,0001	0	0,0044	0,0221	0,0033	0	-0,0089	0,0101	0,0005	0	0,0120
90	0	-0,0018	0	0,0014	0	-0,0023	0	-0,0032	0	0,0011	0	0,0098
91	0	0,0005	0	-0,0017	0	0,0013	0,0018	0,0144	0	0,0010	0	0,0095
92	0	-0,0017	0	-0,0045	0	0,0036	0	0,0024	0	-0,0014	0,0107	-0,0156
93	0	0,0001	0	0,0003	0	0,0015	0	-0,0103	0	-0,0010	0	-0,0017
94	0	-0,0004	0	0,0037	0	0,0025	0	-0,0016	0	0,0024	0	0,0138
95	0	0,0030	0,0015	0,0017	0,0038	0,0069	0	0,0008	0	0,0003	0,0052	0,0053
96	0,0011	0,0015	0	0,0036	0	0,0021	0,0056	-0,0002	0	0,0024	0	-0,0101
97	0,0026	-0,0031	0	-0,0015	0	0,0002	0,0090	0,0025	0	0,0013	0	0,0068
98	0,0026	-0,0014	0	-0,0051	0	0,0006	0	-0,0054	0	0,0010	0	-0,0005
99	0	0,0027	0	-0,0044	0	-0,0034	0,0042	-0,0058	0	-0,0005	0	-0,0069
100	0	0,0019	0	-0,0039	0	0,0001	0	0,0087	0	-0,0003	0	-0,0115
101	0	0,0004	0	0,0005	0	0,0027	0	0,0032	0	-0,0018	0	0,0114
102	0,0047	0,0020	0,0015	0,0024	0,0093	0,0080	0	0,0009	0	0,0007	0,0035	0,0022
103	0	0,0004	0,0011	0,0025	0	0,0011	0,0069	-0,0006	0	0,0008	0	-0,0089
104	0	0,0020	0	0,0013	0	0,0005	0	-0,0033	0	0,0012	0,0032	0,0092
105	0	-0,0023	0	-0,0003	0	0,0026	0	-0,0103	0	0,0011	0	0,0071
106	0	0,0001	0	-0,0053	0	0,0024	0	0,0120	0	0,0013	0	0,0039
107	0	-0,0019	0	-0,0049	0	0,0000	0	-0,0113	0	0,0005	0	0,0042
108	0	0,0004	0	-0,0033	0	0,0004	0,0054	-0,0028	0	0,0005	0,0024	-0,0021
109	0	0,0010	0	0,0015	0	-0,0006	0	-0,0004	0	0,0021	0	0,0109
110	0	-0,0004	0	0,0018	0	0,0010	0,0046	-0,0010	0	-0,0009	0	-0,0099
111	0,0008	-0,0013	0	0,0033	0	0,0014	0,0070	-0,0012	0	0,0006	0	0,0006
112	0	0,0010	0	-0,0037	0	0,0007	0,0048	-0,0070	0	-0,0015	0	-0,0025
113	0	0,0001	0,0008	0,0014	0	-0,0011	0	-0,0010	0	-0,0016	0,0021	0,0054
114	0	0,0020	0	-0,0007	0	-0,0021	0	-0,0035	0	-0,0018	0	-0,0012
115	0	0,0040	0,0017	-0,0050	0	-0,0040	0	0,0026	0	0,0015	0	-0,0023
116	0	-0,0010	0	-0,0001	0	0,0033	0	-0,0083	0	0,0006	0	0,0019
117	0	-0,0014	0	-0,0021	0	-0,0005	0,0024	-0,0008	0	0,0003	0	-0,0051

D. Análisis de sensibilidad Matriz de diferencia Max-ent

Número de Vecinos	$\phi = 76$ centrada	$\phi = 76$	$\phi = 90$	Promedio
585	10,6127	9,0765	10,7266	10,1386
100	8,8071	8,6861	10,1303	9,2078
22	8,1237	8,6792	9,9013	8,9014
21	8,1237	8,6792	9,6368	8,8132
20	7,4767	8,6792	9,6368	8,5976
19	7,4767	8,6792	9,6368	8,5976
18	7,4767	8,6792	9,6368	8,5976
17	7,4767	8,6042	9,6368	8,5726
16	7,4767	8,6042	9,6368	8,5726
15	7,4767	8,6042	9,6368	8,5726
14	7,4767	8,6042	9,6713	8,5841
13	7,4767	8,5411	9,6713	8,5630
12	7,4767	8,5411	9,6713	8,5630
11	7,4767	8,5411	9,6713	8,5630
10	7,4767	8,4497	9,6713	8,5326
9	7,4767	8,275	9,9225	8,5581
8	7,4767	8,3533	9,9225	8,5842
7	7,4767	9,2538	9,9225	8,8843
6	7,5248	10,0391	10,0701	9,2113
5	6,3547	10,0391	10,0701	8,8213
4	5,0730	10,0391	10,0701	8,3941
3	5,0730	10,0391	9,3545	8,1555
2	5,0730	10,2268	9,3545	8,2181
1	4,7702	10,6916	5,9196	7,1271