

Estudios en honor de  
Francisco Javier Rodríguez  
AUCH, 5ª Serie, N° 8 (1985): 107-126

## DISTRIBUCIONES DE VELOCIDAD Y FACTORES DE FRICCIÓN DE ESCURRIMIENTOS SUPERCRÍTICOS SOBRE ENROCADOS

LUIS AYALA RIQUELME  
Universidad de Chile

### INTRODUCCIÓN

El diseño y dimensionamiento de protecciones de enrocado ubicados al pie o adyacentes a estructuras, especialmente en obras de toma o de desvío en cursos naturales, depende en gran medida del conocimiento y cuantificación de las características fundamentales del flujo que se desarrolla sobre dichas protecciones y, en particular, de características tales como la distribución de velocidad y/o el factor de fricción. Ellas son determinantes para el cálculo de los esfuerzos solicitantes del enrocado.

En la actualidad, es común aceptar la validez de fórmulas desarrolladas para escurrimientos subcríticos de baja rugosidad relativa y aplicarlas en consecuencia directamente al dimensionamiento de las unidades de enrocado. Sin embargo, en muchas de estas obras se generan escurrimientos supercríticos y altas rugosidades relativas. Ello puede deberse por ejemplo, a la presencia de una compuerta bajo la cual se desarrolla un escurrimiento de alta velocidad y reducida altura, con números de Froude mayores que uno. Por otro lado, la pequeña altura del flujo unida al apreciable tamaño que en general deben tener los elementos de enrocado para resistir la acción de la corriente, conduce a rugosidades relativas muy altas. La aplicación directa de las fórmulas clásicas a una situación como la descrita lleva necesariamente a hacer grandes extrapolaciones cuyos resultados son de dudosa o ninguna confiabilidad.

En muchas ocasiones, la importancia y/o características especialmente

críticas de las obras, justifican plenamente el uso de modelos físicos a escala reducida. Estos modelos permiten supuestamente obviar las extrapolaciones de las fórmulas de diseño a rangos considerados cuestionables y mejorar en consecuencia la confiabilidad del diseño. No obstante, este enfoque alternativo resuelve sólo en apariencias la incertidumbre del diseño porque para modelar físicamente el fenómeno es preciso postular relaciones de semejanza, una de las cuales es precisamente la semejanza dinámica. Por lo tanto, cualquiera sea el camino que se adopte para resolver el problema es verdaderamente imprescindible contar con un conocimiento más completo y acabado acerca de los fenómenos básicos que lo determinan.

#### ANTECEDENTES BIBLIOGRÁFICOS

La distribución vertical de la velocidad y los factores de fricción en canales han sido tema de numerosas y variadas investigaciones. Sin embargo, el caso específico de escurrimientos del régimen supercrítico y superficies de alta rugosidad relativa ha recibido poca atención, particularmente si se le compara con aquél de los escurrimientos subcríticos y superficies de baja rugosidad relativa. En efecto, al revisar la literatura técnica se encuentran escasos antecedentes bibliográficos relativos a escurrimientos sobre superficies de alta rugosidad y generalmente dichos antecedentes se refieren a investigaciones desarrolladas bajo condiciones bastante ideales, con régimen subcrítico y rugosidades artificiales de geometría simple: esferas, semiesferas, etc.

En relación a la distribución vertical de velocidades en un canal en muchos estudios se ha insistido en el uso de la ecuación logarítmica de Prandtl-von Kármán, especialmente cuando se trata de describir la velocidad en puntos alejados de la pared:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \operatorname{Ln} \left( \frac{y'}{k_s} \right) + c \quad (1)$$

donde

$$y' = y + y_0$$

siendo  $u$  la velocidad a una altura  $y'$  de un plano de referencia ubicado a una distancia  $y_0$  del plano que contiene el tope o extremo de las asperezas (distancia de desplazamiento de los perfiles),  $k_s$  la aspereza equivalente de

la superficie,  $\kappa$  la constante de von Kármán,  $c$  una constante universal de la distribución.

Se ha encontrado que para escurrimientos subcríticos de alta rugosidad relativa, la aplicación de la ec. (1) requiere hacer una redefinición de la rugosidad equivalente  $k_s$  o en su defecto, recalcular  $\kappa$  y  $c$  adoptando un valor de  $y_0$  linealmente dependiente de  $k_s$ . Respecto de lo primero, puede mencionarse el estudio de Bayazit (1976) realizado con superficies conformadas por semiesferas dentro de un rango de alturas relativas  $1 \leq \frac{h}{k_s} \leq 4$ . Sus principales conclusiones indican que es preciso adoptar una rugosidad  $k_s \approx 5k_s$  si la ec. (1) se utiliza con los valores clásicos  $\kappa = 0.40$  y  $c = 8.5$ .

El uso de rugosidades equivalentes distintas del tamaño geométrico de las asperezas ha sido propuesto también por investigadores tales como Kamphuis (1974) y Pyle y Novak (1981). El primero de estos investigadores realizó estudios con sedimento natural de tamaños comprendidos entre 0.5 mm y 38 mm para un rango de  $h/k_s$  muy superior al de Bayazit. Pyle y Novak llevaron a cabo una investigación de los factores de fricción en canales con lechos de alta rugosidad relativa, encontrando que al ajustar el nivel de referencia de los perfiles, la aspereza equivalente resulta variable, debiendo calcularse como un porcentaje del tamaño de los elementos de rugosidad. El ajuste del nivel de referencia se realiza en este estudio para unificar el valor de  $\kappa$  para distintas concentraciones de elementos, para todas las experiencias realizadas (esferas de  $D = 1.65$  cm en un canal, semiesferas de 3.3 cm de diámetro en un túnel de viento y sedimentos fluviales de  $D_{\max} = 15$  cm en un canal; se usó además distintas concentraciones de los elementos en planta).

El ajuste del nivel de referencia de los perfiles de velocidad ha sido también materia de numerosas investigaciones. Cobra una importancia trascendental cuando  $h/k_s$  es pequeño. El estudio más reciente revisado en la presente investigación corresponde al de Jackson (1981). Este autor reunió una importante cantidad de antecedentes, llegando a la conclusión que el desplazamiento relativo de los perfiles,  $y_0/k_s$ , en general varía entre 0.2 y 0.3 dependiendo del tipo de rugosidad empleada. En la Tabla 1 se incluye un resumen de las razones  $y_0/k_s$  propuestas por diversos autores.

Con respecto al parámetro  $\kappa$ , en los diversos estudios efectuados a la fecha, en general se ha propendido a reevaluar dicho parámetro proponiéndose valores menores que 0.40. En el caso de la investigación de Pyle y Novak se encontró que adoptando una referencia variable de los perfiles de velocidad, lo cual conlleva, como se explicó, a asperezas equivalentes distintas del tamaño geométrico,  $\kappa$  toma un valor único igual a 0.29. Este

valor resulta más bajo que los propuestos en otros estudios como los de Powell (1944) y Taylor (1939) quienes dan 0.33 y 0.30, respectivamente.

TABLA 1

## DESPLAZAMIENTO RELATIVO DE LOS PERFILES DE VELOCIDAD

Tipo de Rugosidad	$y_0/k_s$	$k_s$ (mm)	Fuente
Esferas	0.15	305	Cheng y Clyde (1972)
Semiesferas	0.20	35	Einstein y El Samni (1949)
Sedimento Natural	0.25	arena	Tsuchiya (1963)
Sedimento Natural	0.28	2	Blinco y Partheniades (1971)
Sedimento Natural	0.31-0.35	2-9	Grass (1971)
Sedimento Natural	0.30	0.5 - 38	Kamphuis (1974)
Cubos	0.27	0.34-2.40	O'Loughlin y Annambothla (1969)
Barras	0.23	0.14	Thom (1971)
Arbustos y bosques	0.16-0.46	1800	Kordo (1971)
Empastadas y bosques	0.36	0.02-2000	Stanhill (1969)

El estudio de los factores de fricción en canales por otro lado, ha sido ligado directamente a las distribuciones de velocidad. Desde que Keulegan (1939) propuso el uso de expresiones racionales basadas en las distribuciones logarítmicas de Prandtl-von Kármán utilizando los datos de Bazin, numerosos investigadores han hecho uso frecuente de estas expresiones o de extensiones de ellas. En el caso de los escurrimientos subcríticos de alta rugosidad, los estudios más recientes en esta línea son también los de Bayazit (1976) y Pyle y Novak (1981). Asimismo se han propuesto variantes a este enfoque consistentes en el desarrollo de expresiones netamente empíricas (Bathurst et al, 1981) o bien semiteóricas (Kumar y Roberson, 1980).

La investigación de Bayazit concluyó que los factores de fricción tienden a aumentar considerablemente en relación a lo que predicen las relaciones clásicas del tipo de las propuestas por Nikuradse para tuberías o por Keulegan para canales, cuando  $h/k_s \leq 3$ . En este tipo de expresiones que tienen la forma general:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{1}{\kappa} \text{Ln} \left( \frac{h}{k_s} \right) + c' \quad (2)$$

donde  $h$  es la altura de escurrimiento en el caso de canales muy anchos (en relación a dicha altura) o bien es el radio hidráulico en caso contrario, los valores de  $\kappa$  y  $c'$  resultan dependientes de la aspereza relativa  $k_s/h$ , encontrándose que si se adoptan los valores clásicos  $\kappa = 0.40$  y  $c' = 6.0$  se produce una divergencia creciente con los datos experimentales a medida que  $k_s/h$  tiende a 1.0. Esta variación de los parámetros se traduce en que el coeficiente de rugosidad de Manning debe crecer sustancialmente para lograr una coincidencia entre valores teóricos y experimentales. Este crecimiento es muy superior al que predice la relación de Strickler o a aquellos que se usan normalmente en canales de aspereza semejante.

Pyle y Novak por otro lado, encontraron que la ecuación de fricción (2) es aplicable con  $\kappa = 0.29$  para todos sus ensayos, pero la aspereza equivalente debe recalcularse haciéndola un porcentaje del tamaño de los elementos rugosos. Este porcentaje es dependiente de la concentración en planta de los elementos, la cual se define como la razón entre el área en planta de los elementos para el nivel de referencia correspondiente y el área total del lecho. La constante  $c'$  resulta también dependiente de la concentración, variando aproximadamente entre 1.13 y 5.09 para concentraciones entre 0.2 y 0.8, respectivamente. La constante  $c'$  depende asimismo de la forma geométrica del elemento de rugosidad. Por ejemplo, para una concentración de 0.2 a las esferas les corresponde  $c' \approx 1.27$  en tanto que a las semiesferas les corresponde  $c' \approx 3.11$ .

Como se desprende de los antecedentes presentados, debido al limitado conocimiento alcanzado hasta ahora no es posible todavía cuantificar con cierta generalidad algunos aspectos básicos de los escurrimientos de alta rugosidad relativa, como son la distribución de velocidad y los factores de fricción. Menos posible aún resulta intentar extrapolaciones directas de resultados o conclusiones de estudios existentes a situaciones como las que se presentan en escurrimientos supercríticos sobre enrocados. Al respecto es preciso reiterar las importantes limitaciones que presentan los estudios de Bayazit y Pyle y Novak en caso que se pretendiera hacer extensivos sus resultados a otros sistemas a condiciones distintas de los experimentados por dichos investigadores.

## DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO EXPERIMENTAL

### *Instalación Experimental*

El estudio experimental se llevó a cabo en el Canal 500 del Laboratorio de Hidráulica perteneciente al Centro de Recursos Hidráulicos de la Univer-

sidad de Chile, formando parte de una investigación más amplia sobre estabilidad de enrocados de protección en escurrimientos supercríticos (Ayala y Rubí, 1982).

El Canal 500 tiene un ancho medio de 1,18 m, una altura de 1,02 m y un largo total de 16 m. Dispone de dos compuertas (una aguas arriba y otra aguas abajo) para controlar el eje hidráulico, y de una cámara de carga, conectada mediante una tubería y válvula de  $D = 600$  mm al estanque de carga constante del laboratorio las cuales permiten aquietar y regular, respectivamente, el flujo de alimentación al canal. Para facilitar las observaciones visuales de fenómenos hidráulicos de interés desarrollándose en el interior del canal, éste tiene una de sus paredes vidriadas a lo largo de prácticamente toda su longitud.

Las experiencias se llevaron a cabo utilizando una plataforma de 3 m de largo montada sobre un sistema móvil que permita variar su pendiente en un amplio rango. Dicha plataforma se ubicó con su cabezal a una cierta distancia aguas arriba de la compuerta de aguas arriba del canal de manera de posibilitar el desarrollo de un torrente sobre la plataforma. Sobre la plataforma se construyó un lecho de alta rugosidad simulando un enrocado. La primera parte de él se formó con elementos fijos adheridos con pegamento a la plataforma. Igual cosa se hizo al término de la plataforma, dejando entre ambos una zona de lecho móvil de mucho mayor longitud donde se colocó el enrocado a ensayar. Entre la primera zona y la de enrocado móvil se colocó una zona de transición formada por enrocado suelto de mayor tamaño con la finalidad de reducir la discontinuidad del flujo al término del lecho fijo, en la eventualidad que el enrocado móvil de menor tamaño fuera removido por la corriente.

En las Figs. 1 y 2 se muestran esquemas de la instalación experimental empleada.

### *Medición de las Variables*

Las variables medidas fueron el caudal, la altura de escurrimiento, la pendiente del lecho y las velocidades locales de la corriente en ciertas verticales.

El caudal se midió indirectamente mediante aforo volumétrico ( $Q \leq 150$  l/s) o directamente con una placa orificio ubicada en la cañería de alimentación ( $Q > 150$  l/s).

La altura de escurrimiento se midió también de dos formas alternativas: usando limnómetro o bien, piezómetros conectados a tomas ubicadas en el fondo de la plataforma. Las cotas de fondo se determinaron con un limnómetro con punta de disco, haciendo lecturas a lo largo del eje del

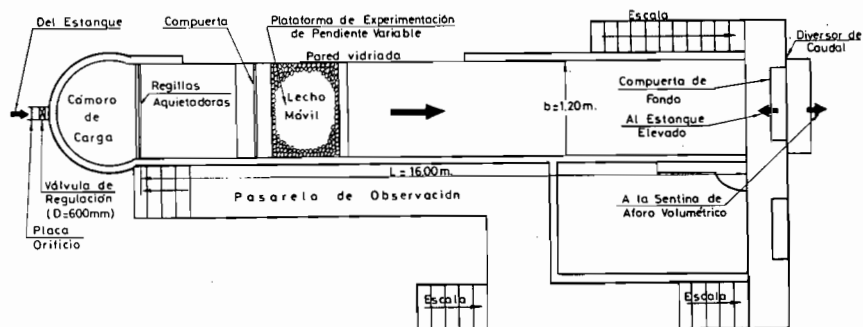


Fig. 1. Esquema del Canal Experimental

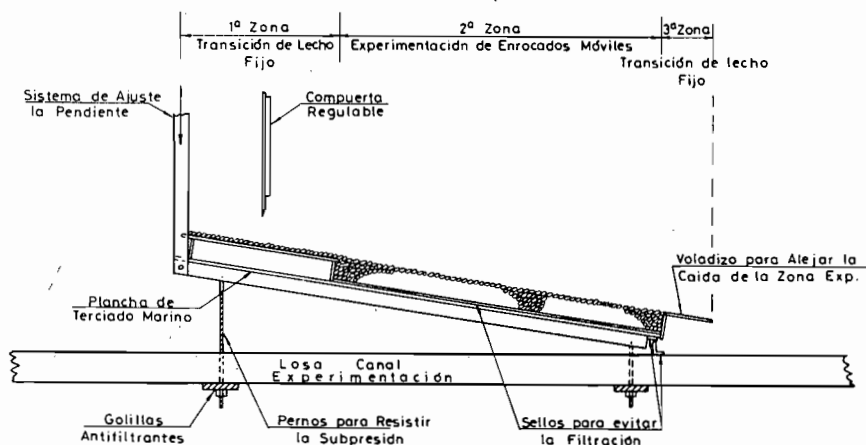


Fig. 2. Esquema de la plataforma de experimentación de pendiente variable

canal en las mismas secciones donde se midió el eje hidráulico. La medición de las cotas de fondo permitió definir la pendiente de la plataforma o del lecho ensayado.

En cuanto a las velocidades locales, éstas se midieron con un tubo de Pitot de 6 mm de diámetro. Las mediciones se efectuaron en puntos ubicados sobre verticales en la zona del enrocado móvil, a lo largo del eje del canal a 0.65 m, y a 1.25 m del plano de la compuerta con el fin de definir perfiles en la vertical. Asimismo se midieron perfiles en dos

verticales ubicadas a 30 m de cada pared, en una sección intermedia ubicada a 0.95 m del plano de la compuerta.

### *Condiciones y Rangos de Experimentación*

Teniendo presente el objetivo central de la investigación, cual era analizar la estabilidad del enrocado bajo la acción de una corriente supercrítica, las experiencias se programaron bajo las siguientes condiciones generales:

- Régimen supercrítico uniforme
- Enrocado formado por material natural de cantos redondeados, de granulometría y peso específico uniforme.

Para definir más detalladamente las condiciones experimentales y los rangos de las variables, se llevó a cabo un estudio preliminar basado en un conjunto de experiencias. Los ensayos preliminares permitieron constatar que: i) el escurrimiento resulta más uniforme si no se utiliza la compuerta, ii) las condiciones de régimen uniforme se establecen prácticamente a partir de 0.5 m aguas abajo del término de la zona de transición de entrada del enrocado y iii) los perfiles de velocidad quedan adecuadamente definidos con alrededor de 8 puntos de cada vertical.

Los rangos de experimentación que en definitiva resultaron de todas las experiencias realizadas son los que se señalan a continuación:

- Diámetro medio de los enrocados  $D_1 = 2.43$  cm y  $D_2 = 5.49$  cm con factores de forma  $FF_1 = 0.58$  y  $FF_2 = 0.69$ , respectivamente.
- Caudales: Entre 23.1 l/s y 147.8 l/s.
- Pendientes: Entre 3.92% y 11.24%.
- Alturas de escurrimiento: Entre 1.8 cm y 8.6 cm
- Razón de altura adimensional  $h/D$ : Entre 0.67 y 2.58.
- Rango de números de Froude: Entre 1.35 y 2.75.

En cuanto a las experiencias realizadas, se efectuó un total de 23 ensayos con el enrocado de  $D = 2.43$  cm y 16 con el enrocado de  $D = 5.49$  cm.

## RESULTADOS DEL ESTUDIO EXPERIMENTAL

### *Distribución de Velocidades*

Tal como se indicó anteriormente, con el fin de estudiar la distribución de velocidades en la vertical del escurrimiento sobre el enrocado, se llevaron a cabo mediciones con un tubo de Pitot. El procesamiento de la información de velocidades así obtenida tuvo en cuenta tanto el efecto de proximi-



dad del Pitot al lecho como el de las fluctuaciones turbulentas; ambos efectos tienden a distorsionar el módulo de la velocidad derivada de la presión de estancamiento en el centro del tubo.

De acuerdo a lo señalado en el punto de revisión bibliográfica, la distribución de velocidades en un flujo turbulento sobre una pared rugosa está dado por la ley de Prandtl-von Kármán

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \text{Ln} \left( \frac{y'}{k_s} \right) + c \quad (3)$$

donde

- $u$  : velocidad puntual
- $u_*$  : velocidad de fricción
- $\kappa$  : constante de turbulencia de von Kármán
- $y'$  : distancia entre el punto donde se mide la velocidad y el plano de referencia de la coordenada vertical
- $k_s$  : aspereza hidráulica de la pared
- $c$  : constante universal del perfil

Definiendo como  $y$  la coordenada del punto de medición de la velocidad referida al plano que contiene el extremo superior de las asperezas, e  $y_0$  la distancia entre este plano y el nivel de referencia del perfil de velocidades, se cumple:

$$y' = y + y_0 \quad (4)$$

Cuando se dispone de medidas puntuales de velocidad y se conoce mediante determinaciones independientes  $k_s$  y  $u_*$ , los parámetros  $\kappa$ ,  $y_0$  y  $c$  pueden determinarse mediante un ajuste de la ec. (3) a los datos experimentales. Para definir  $y'$  en esa ecuación, se utiliza la ec. (4), adoptando valores tentativos de  $y_0$  hasta conseguir un ajuste óptimo entre valores teóricos y experimentales. El valor de  $y_0$  que permite alinear los puntos experimentales en un gráfico semilogarítmico de  $u/u_*$  versus  $y'/k_s$  es el valor de  $y_0$  buscado.

Para ajustar la ec. (3) a los perfiles medidos se tuvo presente los antecedentes disponibles en la literatura, especialmente aquellos relativos al comportamiento de  $\kappa$ ,  $y_0$  y  $k_s$ . Con respecto al primero, se señaló que los estudios clásicos indican que  $\kappa = 0.40$  en canales de rugosidad convencional si el agua es limpia, es decir, carece de sedimentos. Sin embargo, estudios como el de Pyle y Novak (1981) realizados con rugosidades de mayor tamaño, indicarían que  $\kappa$  es bastante menor que el valor clásico 0.4

( $\kappa = 0.29$ ). Al parecer el valor  $\kappa = 0.40$  está directamente ligado a la definición del datum de los perfiles de velocidad, puesto que el reprocesamiento efectuado posteriormente a los datos de Nikuradse ha llevado a rangos de valores menores. Pyle y Novak mencionan en su artículo los trabajos de Ghosh y Roy (1970), Vanoni y Brooks (1957) que dan valores medios de  $\kappa = 0.37$ , en tanto que Powell (1944) y Taylor (1939) sugieren valores medios de 0.33 y 0.30, respectivamente.

Con respecto a  $y_0$ , éste ha sido concebido generalmente como la altura de desplazamiento del origen del perfil logarítmico relativo al plano que contiene el tope de los elementos de rugosidad. El estudio más reciente revisado al respecto es el de Jackson (1981), que como se indicó anteriormente, entre otros antecedentes aporta una completa recopilación de valores de  $y_0$  obtenidos por diversos autores en distintas disciplinas de aplicación de la distribución logarítmica de velocidad. De acuerdo a lo explicado, el rango más usual de la razón  $y_0/k_s$  está comprendido entre los valores 0.20 a 0.30.

Finalmente, otro aspecto importante tenido en cuenta en el ajuste de los perfiles fue el relativo a la definición de la aspereza hidráulica  $k_s$ . Los estudios revisados indicaron que al respecto existen varias posiciones, no todas concordantes. Bayazit (1976) en su estudio con una superficie de semiesferas encontró que  $k_s$  es del orden de 5 veces el radio de la semiesferas ( $k_s \approx 2.5 D$ , siendo  $D$  el diámetro de la esfera), en tanto que Kamphuis encontró valores entre 4 y 5 veces el diámetro de la arena usada en sus ensayos. Estos valores se obtuvieron ajustando la relación logarítmica del factor de fricción obtenida por Nikuradse y ajustada por Keulegan (1938) a canales.

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{1}{\kappa} \text{Ln} \left( \frac{h}{k_s} \right) + c \quad (5)$$

con  $\kappa = 0.40$  y  $c = 6.0$ .

En el estudio de Pyle y Novak por otra parte, la altura de las asperezas se definen fijando el nivel de referencia para la medición de las ordenadas de las distribuciones de velocidad y de las alturas de escurrimiento imponiendo la condición  $\kappa = 0.285$ . Con este procedimiento las alturas efectivas de las asperezas resultan variables con la concentración en planta de las mismas. Por ejemplo, las asperezas efectivas resultan iguales a las alturas geométricas de las asperezas hasta concentraciones de 40% aproximadamente pero decrecen a valores cercanos a 30% de las alturas geométricas cuando las concentraciones aumentan hasta 90% aproxima-

damente. Las concentraciones se definen en este trabajo como la razón entre el área en planta de las asperezas a un cierto nivel, y el área total del lecho. Para un lecho natural, esta definición es difícil de materializar para el cálculo de la altura efectiva de la aspereza.

En general todos los antecedentes expuestos en los párrafos precedentes se utilizaron en la presente investigación para intentar ajustes de perfiles logarítmicos a mediciones de velocidad en la vertical. Estos ajustes se hicieron iterativamente imponiendo la restricción  $0.2 \leq y_0/k_s \leq 0.3$  pero de manera de lograr la coincidencia óptima entre datos medidos y calculados. Las rectas semilogarítmicas de mejor ajuste se utilizaron para calcular los parámetros  $\kappa$  y  $c$ , usando los valores de  $u_*$  determinados de la pendiente del plano de carga medida en cada ensayo. Los detalles de este cálculo aparecen explicados en Ayala y Rubí (1982).

En la Tabla 2 se presenta un resumen de los resultados obtenidos, para dos suposiciones de  $k_s$ :  $k_s = D_{50}$  y  $k_s = D_{90}$ .

Los resultados de la tabla permiten extraer las siguientes conclusiones respecto del ajuste de distribuciones de velocidad de tipo logarítmico en escurrimientos supercríticos ( $1.35 \leq F \leq 1.86$ ) sobre superficies de alta rugosidad hidráulica ( $1.03 < \frac{h}{D_{50}} < 2.39$ ):

- Al imponer la restricción de  $0.2 \leq \frac{y_0}{k_s} \leq 0.3$ , se produce una dispersión apreciable de este parámetro caracterizada por coeficientes de variación cercanos al 24% para el enrocado de menor tamaño y 10% para el de mayor tamaño.
- Los valores medios de  $y_0/k_s$  resultan cercanos a 0.20 y 0.28 para los enrocados de menor y mayor tamaño, respectivamente. Por lo tanto, cuando la aspereza crece es necesario fijar el nivel de referencia de los perfiles más abajo.
- La constante de von Kármán  $\kappa$ , resulta sensiblemente menor en el enrocado de menor tamaño. Su valor medio resulta 0.30 en tanto que en el enrocado de mayor tamaño es 0.37. Los coeficientes de variación de ambos son cercanos al 10%.
- La constante  $c$  resulta inferior al valor clásico de 8.5 usado en canales de rugosidad menor. Se observa que los valores medios resultan menores (del orden de 7.0) para el enrocado de mayor tamaño, comparados con los obtenidos para el otro enrocado (del orden de 7.5). El uso de un valor de  $k_s$  mayor acerca  $c$  al valor de 8.5 pero se requeriría usar distintos valores según el tamaño de la rugosidad.

Estas conclusiones son en general concordantes con lo encontrado en otros estudios en el sentido que las modificaciones de la estructura

**TABLA 2**  
**RESULTADOS DE LOS AJUSTES DE DISTRIBUCIONES**  
**LOGARÍTMICAS A DATOS EXPERIMENTALES**

Parámetro	$K_s$	Enrocado Ensayado	
		$D_{50} = 2.43 \text{ cm}$ $D_{90} = 2.70 \text{ cm}$	$D_{50} = 5.49 \text{ cm}$ $D_{90} = 5.83 \text{ cm}$
$y_0/k_s$ Rango	$D_{50}$	0.17 - 0.33	0.24 - 0.33
	$D_{90}$	0.15 - 0.30	0.21 - 0.30
$y_0/k_s$ Media	$D_{50}$	0.23	0.28
	$D_{90}$	0.19	0.27
$y_0/k_s$ D. Estand.	$D_{50}$	0.054	0.029
	$D_{90}$	0.049	0.027
$y_0/k_s$ C. Variac.	$D_{50}$	0.235	0.101
	$D_{90}$	0.235	0.101
$\kappa$ Rango	$D_{50} - D_{90}$	0.23 - 0.37	0.32 - 0.42
$\kappa$ Media	$D_{50} - D_{90}$	0.30	0.37
$\kappa$ D. Estand.	$D_{50} - D_{90}$	0.041	0.037
$\kappa$ C. Variac.	$D_{50} - D_{90}$	0.137	0.100
c Rango	$D_{50}$	6.20 - 8.56	6.33 - 7.18
	$D_{90}$	6.63 - 9.05	6.50 - 7.38
c Media	$D_{50}$	7.30	6.88
	$D_{90}$	7.78	7.07
c D. Estand.	$D_{50}$	0.63	0.29
	$D_{90}$	0.65	0.30
c C. Variac.	$D_{50}$	0.087	0.042
	$D_{90}$	0.084	0.042
Nº Perfiles Procesados		14	5
Rango $h/D_{50}$		1.03 - 2.39	1.48 - 1.67
Rango Nº froude		1.54 - 1.86	1.35 - 1.52

turbulenta del flujo en este tipo de escurrimientos, no permiten aplicar directamente las distribuciones logarítmicas de velocidad con los coeficientes clásicos usados en escurrimientos tranquilos de pequeña rugosidad. De ser usados, sería necesario definir funciones para  $k_s$ ,  $\kappa$  y  $c$  dependientes de parámetros que describan explícitamente el efecto de la rugosidad relativa. La explicación de esta dependencia estaría en las modificaciones que experimenta la longitud de mezcla según ha sido discutido por Christensen (1972).

#### DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDAD MODIFICADA

La hipótesis básica que sustenta la derivación de los perfiles logarítmicos

de velocidad de Prandtl es que la longitud de mezcla depende sólo de la distancia a la pared. Sin embargo, cuando esta pared está constituida por elementos de rugosidad de gran tamaño relativo a la altura de escurrimiento, la longitud de mezcla debe esperarse que aumente debido al incremento del tamaño de los torbellinos generados por el despegue del escurrimiento detrás de dichos elementos. Puede suponerse que la dependencia es lineal con el tamaño de las asperezas y escribir en consecuencia:

$$l = \kappa y' + \beta k_s \quad (6)$$

donde  $l$  es la longitud de mezcla y  $\beta$  una constante.

Usando esta definición, puede demostrarse que la distribución de velocidades está dada por

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \text{Ln} \left( \alpha \frac{y'}{k_s} + 1 \right) + c_0 \quad (7)$$

Siendo

$$\alpha = \frac{\kappa}{\beta - \kappa \delta}$$

$$c_0 = c_1 + \frac{1}{\kappa} \text{Ln} (\beta - \kappa \delta) K_s$$

$$\delta = \frac{y_0}{k_s}$$

$$y' = y + y_0$$

$$c_1 = \text{constante numérica}$$

Para obtener los parámetros de las ecuaciones anteriores, en el presente estudio se procedió a fijar un valor de  $y_0$  en el entorno de los calculados anteriormente y se tanteó el valor de  $\alpha$  que diera el mejor coeficiente de correlación. De este conjunto se seleccionó un subconjunto que hiciera  $c_0 = 0$ . Los valores resultantes de aplicar este procedimiento aparecen resumidos en las Tablas 3 y 4.

Los resultados obtenidos muestran en general que los parámetros  $y_0/k_s$  y  $\kappa$  para ambos enrocados presentan dispersiones algo menores que las obtenidas del ajuste del perfil logarítmico clásico, pero más importante aún, se aprecia una mayor semejanza entre los valores medios globales. Para  $y_0/k_s$  resulta un valor medio ponderado cercano a 0.23 en tanto que para el parámetro  $\kappa$  se consigue reducir el rango a 0.25 - 0.31.

La variación más notable se aprecia en el parámetro  $\alpha$ , pero como se

verá a continuación, del ajuste de los factores de fricción es posible adoptar un valor de  $\alpha$  constante con una leve modificación del parámetro  $\kappa$ .

TABLA 3  
PARÁMETROS DE LA DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDAD MODIFICADA  
Enrocado  $D_{50} = 2.43$  cm

Ensayo	$y_0/k_s = D_{50}$	$\alpha$	$\kappa$	$r^2$
1	0.20	4.59	0.24	0.997
2	0.26	5.20	0.23	0.996
4	0.20	8.00	0.26	0.994
4	0.23	6.58	0.24	0.991
4	0.25	4.40	0.22	0.996
5	0.18	8.60	0.30	0.992
6	0.19	4.53	0.22	0.994
7	0.21	6.15	0.27	0.997
10	0.27	7.45	0.29	0.997
Valor Medio	0.22	6.17	0.25	
Desv. Estand.	0.03	1.50	0.03	
Coef. Variac.	0.139	0.244	0.110	

NOTA: Los ensayos con números repetidos corresponden a perfiles de velocidad tomados en distintas secciones.

TABLA 4  
PARÁMETROS DE LA DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDAD MODIFICADA  
Enrocado  $D_{50} = 5.49$  cm

Ensayo	$y_0/k_s = D_{50}$	$\alpha$	$\kappa$	$r^2$
1	0.18	7.00	0.29	0.994
2	0.25	9.75	0.31	0.991
2	0.32	8.90	0.32	0.996
Valor Medio	0.25	8.55	0.31	
Desv. Estand.	0.06	1.15	0.01	
Coef. Variac.	0.23	0.13	0.04	

#### FACTOR DE FRICCIÓN

La relación que describe al factor de fricción se obtiene por integración de la distribución de velocidades entre  $y' = y_0$  e  $y' = y_0 + h$ , dividiendo el

resultado por  $h$  para calcular la velocidad media de la distribución. Esta operación conduce a la expresión

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{k_s}{\alpha \kappa} \frac{1}{h} \left\{ \left( \alpha \frac{h}{k_s} + \gamma \right) \text{Ln} \left( \alpha \frac{h}{k_s} + \gamma \right) - \left( \alpha \frac{h}{k_s} + \gamma \text{Ln} \gamma \right) \right\} \quad (8)$$

donde:  $\gamma = \alpha \frac{y_0}{k_s} + 1$

En la ecuación  $\bar{u}$  y  $u_*$  representan las velocidades medias y de fricción, respectivamente, en tanto que  $f$  es el coeficiente de fricción.

Con el fin de reevaluar  $\alpha$  y  $\kappa$  a partir de la aplicación de la ec. (8), se fijó el valor de  $y_0/k_s$  en 0.23 con  $k_s = D_{50}$  y se ajustó la ecuación a los datos medidos. Los parámetros se variaron dentro del rango encontrado para los perfiles de velocidad (Tablas 3 y 4), de tal modo de minimizar la suma de los cuadrados de las diferencias entre velocidades medias medidas y calculadas. Los resultados de estos ajustes conducen a los siguientes valores globales:

$D_{50} = 2.43 \text{ cm}$	$\alpha = 7.5$	$\kappa = 0.26$
$D_{50} = 5.49 \text{ cm}$	$\alpha = 7.5$	$\kappa = 0.32$

En la Fig. 3 aparece una comparación gráfica entre los valores medidos y calculados con estos parámetros. Puede apreciarse que en general se logra un ajuste aceptable para la mayoría de las experiencias en el rango de  $\pm 10\%$ . La dispersión de los puntos que se observa en la figura es atribuible principalmente a incertidumbre de tipo experimental, puesto que los puntos medidos corresponden a velocidades medias globales de las secciones obtenidas a partir del caudal.

En la Fig. 4 se ilustra el resultado de aplicar la ecuación de Manning-Strickler. Puede verse que en general esta relación tiende a sobreestimar considerablemente la velocidad, siendo mayor la diferencia entre valores medidos y calculados cuanto mayor es el tamaño de las asperezas.

En resumen, puede concluirse que la relación de fricción de escurrimientos supercríticos sobre superficies de alta rugosidad puede describirse a través de la ecuación adimensional general:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{1}{\kappa} \frac{h_+}{h_+ - 2.7} \left\{ \text{Ln} h_+ - 1 \right\} \quad (9)$$

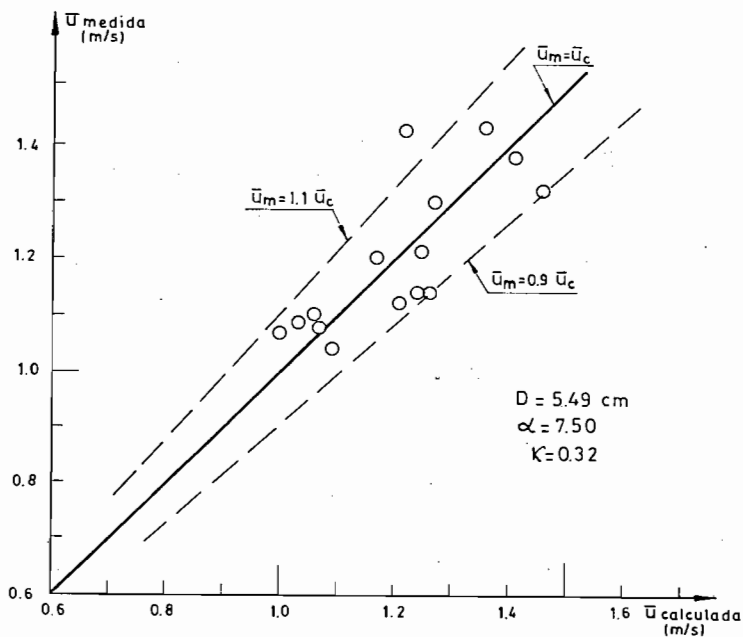
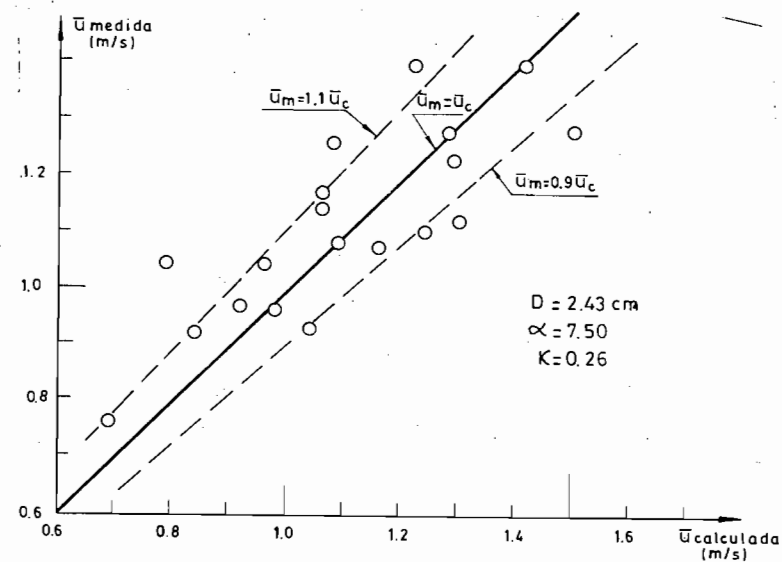


Fig. 3. Ajuste de parámetros  $\alpha$   $\kappa$  mediante el uso de la velocidad media medida.



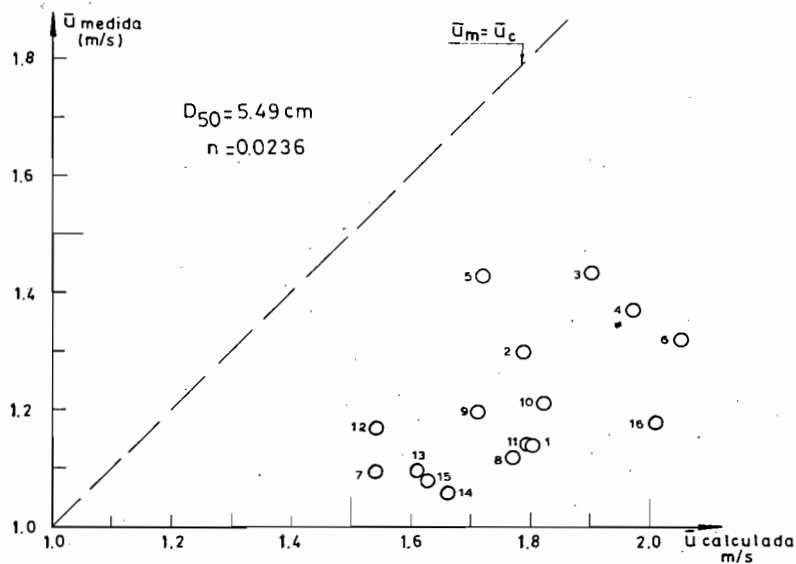
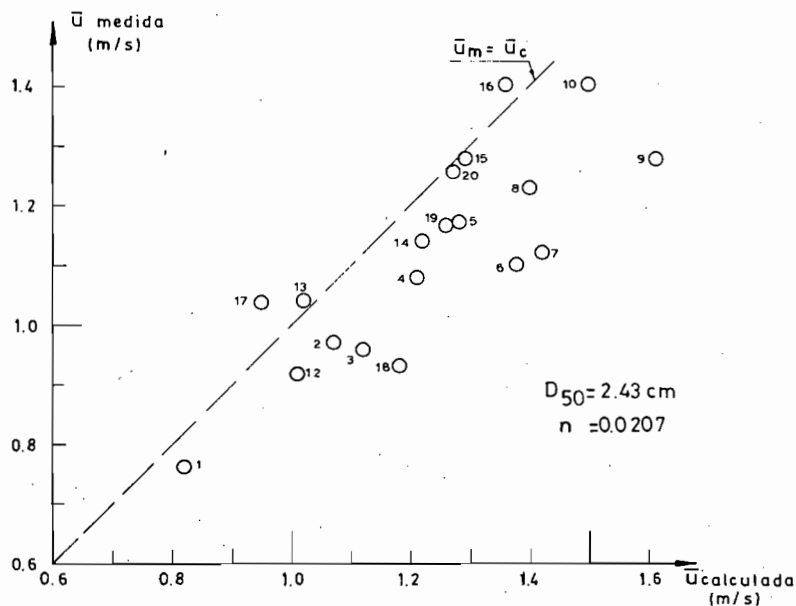


Fig. 4. Comparación entre velocidades medidas y calculadas con ecuación de Manning-Strickler.

donde

$$h_+ = 7.5 \frac{h}{k_s} + 2.7$$

con

$$\kappa = 0.26 \text{ para } k_s = D_{50} = 2.43 \text{ cm}$$

$$\kappa = 0.32 \text{ para } k_s = D_{50} = 5.49 \text{ cm}$$

Esta ecuación ha sido derivada de los perfiles medidos de velocidad y ajustados levemente sus parámetros a partir de una comparación directa con velocidades medias medidas en el estudio.

#### CONCLUSIONES

Las principales conclusiones que pueden extraerse del estudio efectuado son las siguientes:

1. El ajuste de la distribución logarítmica de velocidad de Prandtl-von Kármán en escurrimientos supercríticos sobre enrocados que representan superficies de alta rugosidad relativa ( $1.03 \leq \frac{h}{D} \leq 2.39$ ), conduce a que los parámetros de dicha distribución sean distintos de los usados en escurrimientos subcríticos de rugosidad relativa baja ( $\frac{h}{D} \geq 3$ ).

2. Al imponer como restricción del ajuste un rango del desplazamiento relativo de los perfiles  $y_0/k_s$  entre 0.2 y 0.3, con  $k_s = D_{50}$  o  $k_s = D_{90}$ , la constante de von Kármán  $\kappa$  resulta 0.30 y 0.37 para los enrocados de  $D_{50} = 2.43$  cm y  $D_{50} = 5.49$  cm, respectivamente. Del mismo modo  $c$  toma valores medios de 7.0 y 7.5 aproximadamente para los dos tipos de enrocado.

3. Se concluye por lo tanto, que el uso de este tipo de distribuciones en canales con escurrimientos supercríticos y alta rugosidad relativa, implica redefinir al menos los parámetros  $\kappa$  y  $c$  haciéndolos dependientes de la rugosidad. Esta conclusión es concordante con la de otras investigaciones realizadas con escurrimientos subcríticos.

4. Postulando que la longitud de mezcla es linealmente dependiente tanto de la distancia a la pared como de la altura de las asperezas, se deduce una distribución modificada expresada por la siguiente ecuación

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \text{Ln} \left( \alpha \frac{y'}{k_s} + 1 \right) + c_0$$

5. Los valores de los parámetros  $\kappa$  e  $y_0/k_s$  de esta distribución, al ser obtenidos con los datos de los perfiles medidos e imponiendo la condición  $c_0 = 0$ , quedan comprendidos en rangos menores que los de los perfiles logarítmicos clásicos. Su ajuste definitivo se logra a partir de una relación deducida para los factores de fricción.

6. Sobre la base de la ecuación anterior se obtiene la siguiente ecuación que describe el factor de fricción:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \sqrt{\frac{8'}{f}} = \frac{1}{\kappa} \frac{h_+}{h_+ - 2.7} \{\text{Ln } h_+ - 1\}$$

donde  $h_+ = \alpha \frac{h}{k_s} + 2.7$

7. Utilizando los valores de las velocidades medias del escurrimiento medidas en las experiencias, se deduce que  $\alpha = 7.5$  e  $y_0/k_s = 0.23$  para ambos enrocados y:

$\kappa = 0.26$	para	$k_s = D_{50} = 2.43 \text{ cm}$
$\kappa = 0.32$	para	$k_s = D_{50} = 5.49 \text{ cm}$

8. La relación hidráulica propuesta reproduce satisfactoriamente las velocidades medias, especialmente si se compara sus resultados con los que resultan de aplicar la relación clásica de canales de Manning-Strickler. Esta última ecuación sobreestima en forma considerable la velocidad media del escurrimiento.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. AYALA L. y RUBÍ R. (1982). *Estudio Experimental de la Estabilidad de Enrocados de Protección en Escurrimientos Supercríticos*. Centro de Recursos Hidráulicos, Depto. de Ingeniería Civil, U. de Chile, Pub. CRH 82-28-1.
2. BATHURST J.C. (1978). *Flow Resistance of Large Scale Roughness*. Journal of the Hydraulics Division, Proc. ASCE, Vol 104 No HY12, Dec.
3. BAYAZIT M. (1976). *Free Surface Flow in a Channel of Large Relative Roughness*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol 14 No 2.
4. CHRISTENSEN B.A. (1972). *Incipient Motion of Cohesionless Channel Banks*. Sedimentation Symposium to Honor Professor H.A. Einstein. Editor H.W. Shen, CSU. Fort Collins, Colorado.
5. JACKSON P.S. (1981). *On the Displacement Height in Logarithmic Velocity Profile*. Journal Fluid Mechanics Vol 111.
6. KAMPHUIS J.W. (1973). *Determination of Sand Roughness for Fixed Beds*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol 12, No 2.
7. KEULEGAN G.H. (1938). *Laws of Turbulent Flow in Open Channels*. Research Paper RP1151, Journal of Research Nat Bureau of Standards Vol 21.
8. KUMAR S. y ROBERSON J.A. (1980). *General Algorithm for Rough Conduit Resistance*. Journal of the Hydraulics Division, Proc. ASCE, Vol 106 No HY11, Nov.
9. POWELL R.W. (1944). *Flow in a Channel of Definite Roughness*. Proc. Paper No 2276, Transactions ASCE, Dec.
10. PYLE R. y NOVAK R. (1981). *Coefficient of Friction in Conduits with Large Roughness*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol 9, No 2.