Estudios de Economía. Vol. 24 - Nº 1, Junio 1997. Págs. 185-196

UN ALGORITMO PARA LA SIMULACION DE MODELOS LINEALES EN TIEMPO CONTINUO BAJO PREVISION PERFECTA*

CARLO GRAZIANI
ANDRÉS ALMANSA

RESUMEN

Se presenta un algoritmo para simular numéricamente modelos lineales formulados en tiempo continuo bajo previsión perfecta. Partiendo de los trabajos de Austin y Buiter (1982) y Buiter (1984), se caracteriza primero la familia de modelos que se pretende resolver, exponiendo su forma estructural estándar y su forma reducida. Después se explica la solución matemática adoptada. Luego se presentan algunos ejemplos conocidos de la literatura.
El algoritmo está escrito en el lenguaje MATLAB y permite simular modelos con muchas variables de estado. Los shocks exógenos pueden ser no anticipados o anticipados, así como permanentes o transitorios.

Abstract

An algorithm to simulate numerically linear models of continuous time under perfect foresight is presented. Starting off from work by Austin and Buiter (1982) and Buiter (1984) the family of models that is attempted to solve is characterized, presenting its standard structural form and its reduced form. The mathematical solution is explained and some known examples from the literature are presented.
The algorithm is written in MATLAB and it allows the simulation of models with many state variables. The exogenous shocks can be either anticipated or not anticipated as well as transitory or permanent.

---

* Se agradecen los comentarios de Roberto Suárez Antola (Universidad Católica del Uruguay), Daniel Vaz (Banco Central del Uruguay) y de los participantes en seminarios de la Universidad de San Andrés (Buenos Aires) y del Departamento de Economía de la Facultad de Ciencias Sociales de la Universidad de la República (Montevideo), así como en las Décimas Jornadas de Economía del Banco Central del Uruguay sobre un trabajo anterior al presente. Asimismo se agradecen los comentarios de los árbitros anónimos para la revisión final del trabajo. Los errores que puedan quedar son responsabilidad de los autores.

□ Instituto de Economía de Montevideo (IDEM) y Universidad Católica del Uruguay (UCUDAL)
Centro de Cálculo (CECAL), Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Montevideo, julio de 1996; revisiones: enero y agosto de 1997

1. Introducción

El análisis de un problema de dinámica macroeconómica pasa a menudo por la construcción de un modelo dinámico, seguida por un estudio detallado de los ajustes puestos en marcha por distintos tipos de shocks exógenos. En muchos casos, el modelo puede escribirse –por lo menos al cabo de algunas transformaciones– como un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden. Los modelos no lineales suelen ser linealizados en un entorno de su estado estacionario (inicial o final) o de algún otro punto de partida considerado relevante. Luego el análisis se efectúa mediante los métodos conocidos de la economía dinámica cualitativa [véase, por ejemplo, Chiang (1984) o Gandolfo (1980)].

Este procedimiento es común cuando el sistema de ecuaciones diferenciales no supera el orden de dos y cuando sólo se buscan implicaciones cualitativas. Por otra parte, el tratamiento de sistemas de orden superior se hace pronto muy engorroso. Además, el análisis cualitativo brinda informaciones limitadas en cuanto al orden de magnitud cuantitativo de los efectos estudiados. Por fin, en el caso de efectos teóricos ambiguos no cabe, a menudo, otro camino que el del análisis numérico. Por estas razones, es cada vez más común la utilización de la simulación numérica en el análisis de modelos dinámicos en macroeconomía.

El problema de la inestabilidad que surge al introducir expectativas racionales o –en un contexto determinístico– la previsión perfecta, se resuelve generalmente sobre la base de la propuesta de Sargent y Wallace (1973), suponiendo que, en el instante en el que ocurre un shock previamente no anticipado o en el que surge una nueva información acerca de un shock futuro, las variables en cuestión saltan hasta la senda que converge finalmente hacia el nuevo equilibrio de largo plazo. Siguiendo a Calvo (1977), se asume que la senda de ajuste de las variables de estado es continua después del salto inicial mencionado.

En 1982, Austin y Buiter crearon el algoritmo numérico "Saddlepoint" para simular, bajo previsión perfecta, los modelos dinámicos que pueden escribirse como sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden con coeficientes constantes.[1] Este algoritmo lo utilizaron luego Buiter y Miller (1983) y, más tarde, Buiter (1987, 1989) y Smith (1987). Además, Buiter (1989) mostró cómo el algoritmo mencionado puede ser utilizado también para simular políticas óptimas y consistentes en el tiempo, suponiendo una función objetivo cuadrática. Asimismo, van der Ploeg y Markink (1991) presentaron un paquete de rutinas para la simulación de modelos lineales bajo previsión perfecta que permite, además, tomar en cuenta distintas constelaciones estratégicas. Tanto el algoritmo de Austin y Buiter (1982) como el paquete de rutinas de van der Ploeg y Markink (1991) están escritos en FORTRAN.

El algoritmo que se presenta a continuación y que se llamará LPF,[2] parte de la misma forma estructural estándar original de Austin y Buiter (1982) y Buiter (1984), utilizada también por van der Ploeg y Markink (1991). Contrariamente a sus antecesores está escrito en el lenguaje MATLAB y corrige el error encontrado en el primer algoritmo mencionado. Al igual que en él, se supone que las varia-

---

1 Lamentablemente, este algoritmo parece calcular las sendas dinámicas en forma correcta sólo en los casos de shocks no anticipados y permanentes [véase Graziani (1994a, b)].

2 Sigla formada por las iniciales de "Linear Perfect Foresight".

bles exógenas son constantes en cada intervalo, aunque pueden cambiar de un intervalo a otro, admitiéndose, por tanto, sólo funciones constantes en escalón para tales variables. Utilizando esta opción es posible simular los efectos de shocks no anticipados y anticipados, así como permanentes o transitorios.

El plan de este artículo es el siguiente. En la sección 2 se caracteriza la clase de modelos que pueden simularse por medio del presente algoritmo. En la sección 3 se explica la solución matemática adoptada. En la sección 4, finalmente, se presentan algunos ejemplos con el fin de ilustrar el uso del algoritmo.[3]

2. Formas estructural y reducida del modelo

El algoritmo LPF utiliza como punto de partida un modelo dinámico lineal con coeficientes constantes, escrito en la forma estructural estándar

$$E_1 x(t) + E_2 \dot{x}(t) + E_3 y(t) + E_4 z(t) = 0 \,, \tag{1}$$

$$E_5 x(t) + E_6 \dot{x}(t) + E_7 y(t) + E_8 z(t) = 0 \,, \tag{2}$$

siendo $x =$ vector columna con las n variables de estado, $y =$ vector columna con las m variables "de salida" o endógenas de corto plazo, $z =$ vector columna con las q variables exógenas y constantes y $t =$ variable tiempo. Las matrices E_1 a E_8 deben poseer las dimensiones apropiadas.

Asumiendo que tanto E_7 como $E_2 - E_3 E_7^{-1} E_6$ pueden ser invertidas, se obtiene la forma reducida del modelo:[4]

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bz(t) \,, \tag{3}$$

$$y(t) = Cx(t) + Dz(t) \,. \tag{4}$$

Como en Austin y Buiter (1982), se supone que A es invertible y diagonalizable; es decir, no se admite histéresis y, por lo general, tampoco raíces características múltiples.

El algoritmo simula el modelo, partiendo del estado estacionario (o equilibrio a largo plazo) inicial e imponiendo, en la última etapa, la convergencia hacia el (nuevo) equilibrio a largo plazo, calculando, por tanto, únicamente la senda convergente.

Como en Austin y Buiter (1982) y Buiter (1984), el vector x contiene, en el caso general, n_1' variables de estado predeterminadas, $n_1'' = n_1 - n_1'$ variables de estado no predeterminadas, orientadas al pasado, y $n_2 = n - n_1$ variables de estado no predeterminadas, orientadas al futuro ("variables que saltan"), cuyos vectores columna se denominan x_1', x_1'' y x_2, respectivamente.[5]

[3] Los archivos del algoritmo LPF se ponen a disposición de los eventuales usuarios con una documentación detallada.

[4] Las expresiones relativas a las matrices de la forma reducida (3)-(4) se encuentran en el apéndice.

[5] Para el correcto funcionamiento del algoritmo se requiere que las n variables de estado contenidas en el vector x estén ordenadas de la manera indicada.

Para poder establecer en forma unívoca la solución convergente del modelo, la matriz A debe poseer exactamente n_2 raíces características con parte real positiva (inestables). Adicionalmente se requieren $n - n_2 = n_1' + n_1''$ condiciones iniciales. Las variables de estado predeterminadas brindan n_1' condiciones del tipo:

$$x_1'(t_0) = x_{10}' \tag{5}$$

donde x_{10}' contiene los valores iniciales de x_1' en t_0. Las restantes n_1'' condiciones iniciales deberán expresarse por una restricción lineal n_1''-dimensional del tipo:

$$F_1 x_1''(t_0) + F_2 x_1'(t_0) + F_3 x_2(t_0) = f. \tag{6}$$

Las matrices F_1, F_2 y F_3 y el vector columna f deben tener las dimensiones apropiadas. Además, F_1 debe ser invertible, es decir, tener rango completo.

Para las variables exógenas se admiten –como hemos dicho– únicamente funciones constantes en escalón.

3. Solución matemática

El punto de partida para calcular las sendas dinámicas de las variables endógenas es la forma reducida de modelo, dada por (3)-(4). En lo que sigue nos concentraremos en la ecuación diferencial matricial (3) para las variables de estado x. Los valores de las variables endógenas de corto plazo se obtienen sin dificultad por medio de (4), utilizando los valores de x y z.

Se supone que antes del instante t_0 el modelo se encuentra en su estado estacionario (o equilibrio) inicial, dado por:

$$\overline{x}_0 = -A^{-1}Bz_0, \qquad \overline{y}_0 = C\overline{x}_0 + Dz_0, \tag{7}$$

indicando $\overline{x}_0, \overline{y}_0$ y z_0 los valores de x, y y z en el equilibrio inicial.

La simulación se extiende a lo largo del intervalo $[t_0, t_N]$ que se divide en N etapas $[t_0, t_1), [t_1, t_2), \ldots, [t_{N-1}, t_N]$, conforme a los N conjuntos de valores para las variables exógenas,[6]

$$z_i(t) = z_i, \; t_{i-1} \le t < t_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, N. \tag{8}$$

Partiendo de (3) se puede escribir la solución de x para cada etapa como:

$$\begin{aligned} x(t) &= e^{A(t-t_{i-1})}[x(t_{i-1}) - \overline{x_i}] + \overline{x_i}, \qquad \overline{x_i} = -A^{-1}Bz_i, \\ & t_{i-1} \le t < t_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, N. \end{aligned} \tag{9}$$

$\overline{x_i}$ contiene los valores de equilibrio de x, correspondientes a la etapa i.

Conforme a la condición de continuidad de Calvo (1977), la senda de ajuste

6 Por razones de precisión numérica, cuando un intervalo es relativamente largo, es conveniente dividirlo en intervalos más cortos con los mismos valores para las variables exógenas o constantes.

de x debe ser continua a partir de t_0^+, lo que puede ser expresado, partiendo de (9), por medio del siguiente conjunto de restricciones:

$$x(t_i) = e^{A(t_i - t_{i-1})}[x(t_{i-1}) + A^{-1}Bz_i] - A^{-1}Bz_i, \qquad i = 1, 2\ldots, N-1. \tag{10}$$

Finalmente se impone la convergencia hacia el equilibrio final a largo plazo, eliminando el efecto de las raíces características inestables sobre la dinámica del modelo en la última etapa. Haciendo uso de:

$$A = S\Lambda S^{-1} \rightarrow e^{At} = Se^{\Lambda t}S^{-1}, \tag{11}$$

en donde Λ es la matriz diagonal que contiene las raíces características de A y S es la matriz de los vectores característicos de A correspondientes, se puede reescribir la solución (9) como:

$$x(t) = Se^{\Lambda(t-t_{i-1})}S^{-1}[x(t_{i-1}) + A^{-1}Bz_i] - A^{-1}Bz_i, \qquad t_{i-1} \leq t < t_i \tag{12}$$

Se deduce que para la convergencia hacia el nuevo equilibrio es necesario y suficiente que se cumpla la condición:

$$\Pi_p\, S^{-1}[x(t_{N-1}) + A^{-1}Bz_N] = 0, \tag{13}$$

siendo Π_p la matriz de dimensión $n_2 x n$ que selecciona las n_2 filas de S que corresponden a las raíces características de Λ con parte real positiva. Nótese que la expresión:

$$\Pi_p\, S^{-1}[x + A^{-1}Bz_N] = 0 \tag{14}$$

corresponde a la ecuación del hiperplano de silla que pasa por el equilibrio final [véase, por ejemplo, Pikoulakis (1995), págs. 138-139].

En resumen, las condiciones (5), (6), (10) y (13) forman un sistema de $n_1' + n_1'' + n(N-1) + n_2 = nN$ restricciones lineales en:

$$\xi = \begin{pmatrix} x(t_0) \\ x(t_1) \\ \ldots \\ x(t_{N-1}) \end{pmatrix}, \text{ con } x(t_0) = \begin{pmatrix} x_1'(t_0) \\ x_1''(t_0) \\ x_2(t_0) \end{pmatrix},$$ que puede escribirse en forma compacta

como:

$$M\xi = L, \tag{15}$$

siendo M una matriz de dimensión $nNxnN$ y L un vector columna de nN elementos, ambos con coeficientes constantes. Si M tiene rango completo, entonces (15) posee una solución única que proporciona los valores de las variables de estado al inicio de cada etapa. Introduciendo estos valores en la solución general del problema de simulación (9), se pueden calcular las sendas dinámicas de las variables de estado a lo largo de todo el intervalo de simulación.

4. Ejemplos

En esta sección se presentarán tres ejemplos conocidos de la literatura, intentando elegir los modelos de manera que se puedan ilustrar las diversas opciones del algoritmo. Los primeros dos ejemplos son modelos ad hoc. Sin embargo, el algoritmo puede ser utilizado también para simular modelos con fundamentación microeconómica intertemporal. Todo lo que hay que hacer en este caso es efectuar las transformaciones necesarias para obtener al final una forma estructural estándar lineal del tipo de (1)-(2). El tercer ejemplo ilustrará este procedimiento.[7]

4.1 El modelo de Dornbusch (1976)

Como primer ejemplo considérese el conocido modelo del sobrepasamiento del tipo de cambio de Dornbusch (1976) en la siguiente versión con ingreso variable:

$$m - p = \lambda_0 + \lambda_1 q - \lambda_2 i \tag{16}$$

$$i = i^* + \dot{e} \tag{17}$$

$$\dot{p} = \pi(q - \overline{q}) \tag{18}$$

$$q = \delta_0 + \delta_1 q - \delta_2 i + \delta_3 (e - p) \tag{19}$$

siendo e = tipo de cambio nominal, i = tasa de interés nominal en moneda nacional, i^* = tasa de interés nominal en moneda extranjera, m = cantidad de dinero nominal, p = nivel de precios, q = producto (ingreso) real, $\overline{q}$ = producto (ingreso) real de pleno empleo. Con la excepción de las tasas de interés, una letra minúscula indica el logaritmo de la variable correspondiente. Los coeficientes de pendiente son positivos.

Las variables de estado son p y e, siendo p predeterminada y e no predeterminada, orientada al futuro; por tanto $x = [pe]'$, siendo $n_1' = 1$, $n_1'' = 0$ y $n_2 = 1$. Las variables "de salida" son q e i, por tanto $y = [q\ i]'$. Finalmente las variables exógenas y constantes forman el vector $z = [\delta_0\ \lambda_0\ \overline{q}\ i^*\ m]'$.

La forma estructural estándar del modelo está dada por:

7 Vale la pena mencionar que, en su versión actual, el algoritmo permite simular también modelos que no poseen variables de estado predeterminadas y no predeterminadas, orientadas al pasado. En este caso se tendrá $n_1' = 0$. Obviamente, ante un cambio no anticipado y permanente de una variable exógena, todas las variables de estado saltarán directamente a su nuevo equilibrio a largo plazo.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p \\ e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{e} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\pi & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} q \\ i \end{pmatrix}$$

(20)

$$+\begin{pmatrix} 0 & 0 & \pi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \delta_0 \\ \lambda_0 \\ \overline{q} \\ i* \\ m \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} \delta_3 & -\delta_3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p \\ e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{e} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1-\delta_1 & \delta_2 \\ -\lambda_1 & \lambda_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} q \\ i \end{pmatrix}$$

(21)

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \delta_0 \\ \lambda_0 \\ \overline{q} \\ i* \\ m \end{pmatrix} = 0$$

Eligiendo $t=0$ como inicio de las simulaciones dinámicas y concentrándose en los efectos de un incremento en la cantidad de dinero, representado por una suba en m, se pueden considerar –entre otros más complejos– los siguientes cuatro experimentos:

(a) un aumento no anticipado, permanente: m sube en $t=0$ y permanece luego en el nuevo valor;

(b) un aumento anticipado, permanente: en $t=0$ se anuncia que m sube en $t=t_1$ y permanece luego en el nuevo valor;[8]

(c) un aumento no anticipado, transitorio: m sube en $t=0$ y se sabe que en $t=t_1$ vuelve a su nivel inicial;

(d) un aumento anticipado, transitorio: en $t=0$ se anuncia que m sube en $t=t_1$ y vuelve a su nivel inicial en $t=t_2$.

Una vez elegidos los valores numéricos para los parámetros y las variables exógenas y fijados los intervalos de simulación, se pueden computar en cada caso las sendas dinámicas de las variables endógenas del modelo.

4.2 El modelo de Buiter y Miller (1983)

En su tercer estudio sobre la dinámica del tipo de cambio real y el costo, en términos de producto, de reducir la inflación, Buiter y Miller (1983) presentan –entre otros– el siguiente modelo [véase también Austin y Buiter (1982)]:

---

[8] El primer tratamiento formal de este tipo de experimento, por lo menos en el ámbito del modelo de Dornbusch (1976), parece ser el de Wilson (1979). Véase también Bhandari (1982, Cap. 6).

(22) $m-p=\kappa q-\lambda_1 i-\lambda_2 \dot{p}+\lambda_3 F$

(23) $\dot{q}=\sigma(-\gamma R+\delta_1(e+p^*-p)-\delta_2 \dot{p}+\delta_3(m-p)+\delta_4 F-q)$

(24) $\dot{F}=\varepsilon_1(e+p^*-p)-\varepsilon_2 q+\varepsilon_3 F$

(25) $\dot{R}=\nu(R-(i-\dot{p}))$

(26) $\dot{w}=\phi(q-\overline{q})+\pi$

(27) $\dot{\pi}=\xi(\dot{p}-\pi)$

(28) $\dot{e}=i-i^*$

(29) $p=\alpha w+(1-\alpha)(e+p^*)$

(30) $l=m-w$

(31) $c=e+p^*-w$

siendo c = grado de competitividad, e = tipo de cambio nominal, F = riqueza externa neta, i = tasa de interés nominal en moneda nacional, i^* = tasa de interés nominal en moneda extranjera, l = cantidad de dinero real, m = cantidad de dinero nominal, p = nivel de precios doméstico, p^* = nivel de precios externo, q = producto (ingreso) real, $\overline{q}$ = producto (ingreso) real de pleno empleo, R = tasa de interés real de largo plazo, w = salario nominal, π = tasa de inflación subyacente o esperada de largo plazo. Con la excepción de las tasas de interés, una letra minúscula indica nuevamente el logaritmo de la variable correspondiente. Los coeficientes de pendiente son positivos.

Siguiendo el análisis de Austin y Buiter (1982) y Buiter y Miller (1983), el modelo posee tres variables de estado predeterminadas, $x_1'=[qF1]'$, una variable de estado no predeterminada orientada hacia el pasado, $x_1''=\pi$, dos variables de estado no predeterminadas orientadas hacia el futuro, $x_2=[cR]'$, cuatro variables endógenas de corto plazo, $y=[i\dot{p}\dot{w}\dot{e}]'$, y tres variables exógenas, $z=[\dot{m}i^*\dot{p}^*]'$. Al cabo de algunas transformaciones se logra escribir el modelo en la forma estructural estándar (1)-(2) con $x=[qFl\pi cR]'$, siendo $n_1'=3$, $n_1''=1$ y $n_2=2$ [véase Austin y Buiter (1982) o bien el apéndice en Graziani (1997)].

La particularidad de este ejemplo consiste en que contiene una variable no predeterminada orientada hacia el pasado, por lo cual es necesario emplear –además de las condiciones iniciales para las variables predeterminadas– una restricción del tipo de (6). A estos efectos, Buiter y Miller (1983, pág. 333) argumentan en favor del uso de la siguiente restricción sobre las condiciones iniciales:

(32) $$\pi(t)-\pi(t^-)=\xi(1-\alpha)[c(t)-c(t^-)],$$

siendo $c(t^-)$ = grado de competitividad (de equilibrio) en el instante antes del shock y $\pi(t^-)$ = tasa de inflación subyacente o esperada a largo plazo en el instante antes del shock. La restricción (32) puede escribirse en el formato de (6), siendo $F_1=1$, $F_2=[0\ 0\ 0]$, $F_3=[-\xi(1-\alpha)\ 0]$ y $f=\pi(t^-)-\xi(1-\alpha)c(t^-)$.

4.3 El modelo de Calvo (1980)

En su trabajo sobre "Devaluación: Niveles vs. Tasas", Calvo (1980) parte de una familia representativa que maximiza su función de utilidad intertemporal,

$$\int_0^{\infty} u(c,m)e^{-\delta t}dt \tag{33}$$

sujeta a la restricción presupuestaria,

$$\dot{m} = y - c - \pi m + g \tag{34}$$

con

$$m = M / P \tag{35}$$

$$\pi = \dot{P} / P \tag{36}$$

siendo c = consumo, g = transferencias del gobierno en términos reales, m = cantidad de dinero real, definida como cociente entre la cantidad de dinero nominal, M, y el nivel de precios doméstico, P, y = producto o ingreso real, δ = tasa de descuento subjetiva y π = tasa de inflación doméstica. En el trabajo en cuestión se supone, además, que el producto es constante y que el gobierno mantiene un presupuesto equilibrado, transfiriendo al sector privado lo recaudado por medio del único impuesto, que es el impuesto inflacionario,

$$g = \pi m \tag{37}$$

Considerando una economía abierta en la que el único bien que se produce y consume es comerciable internacionalmente y suponiendo que el nivel de precios externo es constante e igual a uno, el nivel de precios doméstico será igual al tipo de cambio y la tasa de inflación interna será igual a la tasa de devaluación. Finalmente, en este contexto, el saldo de la balanza de pagos corresponderá al saldo de la cuenta comercial y será igual a:

$$b = y - c \tag{38}$$

siendo b = saldo de la cuenta comercial en términos reales.

Eligiendo para la función de utilidad instantánea –a modo de ejemplo– la forma explícita

$$u(c,m) = \ln(c) + \alpha \ln(m), \qquad \alpha > 0 \tag{39}$$

y aplicando al Hamiltoniano en valor corriente,

$$H = u(c,m) + \lambda(y - c - \pi m + g), \tag{40}$$

las condiciones de primer orden para un máximo [véase Chiang (1992, págs. 210 y ss.)], se obtiene:

(41) $$\frac{1}{c} = \lambda$$

(42) $$\dot{\lambda} = -\frac{\alpha}{m} + \lambda(\pi + \delta)$$

(43) $$\dot{m} = y - c$$

donde el multiplicador λ puede ser interpretado como precio sombra del consumo. Las expresiones (41)-(43) forman un sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden, en el que –según la terminología utilizada– m y λ son variables de estado, c es una variable endógena de corto plazo y π es una variable exógena.

Efectuando una aproximación lineal en el punto de equilibrio inicial y reordenando las ecuaciones, se puede escribir la forma estructural estándar del modelo:

(44) $$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{\alpha}{m_0^2} & -(\pi_0+\delta) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} m \\ \lambda \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \dot{m} \\ \dot{\lambda} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}(c) + \begin{pmatrix} -y & 0 \\ -k_\lambda & -\lambda_0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ \pi \end{pmatrix} = 0$$

(45) $$(0\ 1)\begin{pmatrix} m \\ \lambda \end{pmatrix} + (0\ 0)\begin{pmatrix} \dot{m} \\ \dot{\lambda} \end{pmatrix} + \left(\frac{1}{c_0^2}\right)(c) + (-k_c\ 0)\begin{pmatrix} 1 \\ \pi \end{pmatrix} = 0$$

donde c_o, m_o, λ_0 y π_0 corresponden a los valores de c, m, λ y π en el equilibrio inicial, siendo k_c y k_λ constantes apropiadas.

Tratando la cantidad de dinero real (m) como variable de estado predeterminada y el precio sombra del consumo (λ) como variable de estado no predeterminada, orientada hacia el futuro –y eligiendo valores numéricos apropiados para las variables exógenas y los parámetros–, se pueden simular los efectos de un aumento (o una reducción) en la tasa de devaluación (π), es decir, de un aumento en la tasa de aumento del tipo de cambio (π).[9]

9 Para simular los efectos de una devaluación, es decir, de un aumento en el nivel del tipo de cambio, P, se requiere una pequeña modificación en el sistema de ecuaciones del modelo.

APENDICE: LAS MATRICES DE LA FORMA REDUCIDA

A partir de la forma estructural estándar del modelo (1)-(2), se obtiene la forma reducida (3)-(4) cuyas matrices están dadas por las siguientes expresiones:

(A.1) $$A = -(E_2 - E_3E_7^{-1}E_6)^{-1}(E_1 - E_3E_7^{-1}E_5)$$

(A.2) $$B = -(E_2 - E_3E_7^{-1}E_6)^{-1}(E_4 - E_3E_7^{-1}E_8)$$

(A.3) $$C = E_7^{-1}(E_5 + E_6A)$$

(A.4) $$D = E_7^{-1}(E_8 + E_6B)$$

Estas expresiones justifican también la condición de convertibilidad con respecto a E_7 y $E_2 - E_3E_7^{-1}E_6$.

Referencias

Apostol, T.M. (1967). Calculus, Vol. 1 y 2 (Blaisdell, Waltham, Mass.).

Austin, G.P. y W.H. Buiter (1982). Saddlepoint: A Program for Solving Continuous Time Linear Rational Expectations Models, LSE Econometrics Programme Discussion Paper A.37, November.

Bhandari, J.S. (1982). Exchange Rate Determination and Adjustment (Praeger, New York).

Boyce, W.E. y R.C. DiPrima (1992). Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems, 5.a ed. (Wiley, New York, etc.).

Buiter, W.H. (1984). Saddlepoint Problems in Continuous Time Rational Expectations Models: A General Method and Some Macroeconomic Examples, Econometrica 52, 665-680.

Buiter, W.H. (1987). Fiscal Policy in Open, Interdependent Economies, en: A. Razin and E. Sadka (Hrsg.). Economic Policy in Theory and Practice (St. Martin's Press, New York), 101-144.

Buiter, W.H. (1989). Evaluation and Design for Continuous Time Linear Rational Expectations Models: Some Recent Developments, en: W.H. Buiter: Macroeconomic Theory and Stabilization Policy (Manchester University Press, Manchester), 228-252.

Buiter, W.H. y M.H. Miller (1982). Real Exchange Rate Overshooting and the Output Cost of Bringing Down Inflation, European Economic Review 18, 85-123.

Buiter, W.H. y M.H. Miller (1983). Real Exchange Rate Overshooting and the Output Cost of Bringing Down Inflation: Some Further Results, en: J.A. Frenkel (Hrsg.). Exchange Rates and International Macroeconomics (University of Chicago Press, Chicago), 317-358.

Calvo, G.A. (1977). The Stability of Models of Money and Perfect Foresight: A Comment, Econometrica 45, 1737-1739.

Calvo, G.A. (1980). Devaluación: Niveles Vs. Tasas, Documento de Trabajo no. 13, C.E.M.A., Buenos Aires, Mayo 1980.

Chiang, A.C. (1984). Fundamental Methods of Mathematical Economics, 3.a ed (McGraw-Hill, New York, etc.).

Chiang, A.C. (1992). Elements of Dynamic Optimization (McGraw-Hill, New York, etc.).

Dornbusch, R. (1976). Expectations and Exchange Rate Dynamics, Journal of Political Economy 84, 1161-1176.

Gandolfo, G. (1980). Economic Dynamics, Methods and Models (North-Holland, Amsterdam).

Graziani, C. (1994a). A Comment on the Simulation Results by Peter N. Smith in "Current Account Movements, Wealth Effects and the Determination of the Real Exchange Rate", Trabajo no publicado (Montevideo, Uruguay).

Graziani, C. (1984b). A Preliminary User Report on the Austin-Buiter Algorithm "Saddlepoint" for Solving Continuous Time Linear Rational Expectations Models, Trabajo no publicado (Montevideo, Uruguay).

Graziani, C. y A. Almansa (1995). Dos algoritmos para la simulación de modelos lineales con previsión perfecta en tiempo continuo, Trabajo no publicado (Montevideo, Uruguay).

Graziani, C. (1997). Real Exchange Rate Overshooting and the Output Cost of Bringing Down Inflation: "Cold Turkey" Versus Gradualist Strategies, Economia Internazionale 50, 207-222.

Leon, St. L. (1994). Linear Algebra With Applications, 4.a ed. (Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ).

Math Works, Inc.: (1985-1991). MATLAB: High-Performance Numeric Computation Software, User's Guide.

Pikoulakis, E. (1995). International Macroeconomics (Macmillan, Houndsmills, London).

Ploeg, F. van der y A.J. Markink (1991). Dynamic Policy in Linear Models with Rational Expectations of Future Events: A Computer Package, Computer Science in Economics and Management 4, 175-199.

Sargent, T.J. y N. Wallace (1973). The Stability of Models of Money and Growth with Perfect Foresight, Econometrica 41, 1043-1048.

Smith, P.N. (1987). Current Account Movements, Wealth Effects and the Determination of the Real Exchange Rate, Manchester School 55, 353-377.

Wilson, Ch. (1979). Anticipated Shocks and Exchange Rate Dynamics, Journal of Political Economy 87, 55-68.