Universidad de Chile
Departamento de Educación
Magister en Educación mención
Currículum y Comunidad Educativa

Propuesta de apoyo al Docente (de EGB) para suplir las debilidades formativas y proveer los conocimientos necesarios que están presentes en las nuevas bases curriculares en el sector de Matemáticas en Primer ciclo básico.

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN CURRÍCULO Y COMUNIDAD EDUCATIVA

TESISTA: BÁRBARA JIMENA LÓPEZ LEIVA
DIRECTOR DE TESIS: JORGE SOTO ANDRADE

Diciembre 2013
Santiago – Chile

Agradecimientos

Al finalizar este camino, quiero agradecer a mis hijos Florencia y Tomás el tiempo que me regalaron, el apoyo de cada día y todos los sacrificios que vivieron viendo a su mamá ser feliz estudiando. A mi madre, pues sin ella no soy nadie….

A mis compañeros Rodrigo, Mirtha, Ximena, AnaYanette, Ivonne y Rogelio…gracias por acompañarme, apoyarme, compartir sus conocimientos y experiencias…y finalmente luchar juntos por una educación de calidad.

Gracias a CONYCIT y al programa INICIA, que me premiaron e hicieron posible (económicamente) que estudiara este magister.

Finalmente agradecerte a ti, porque creíste en mi, organizaste mis ideas, me orientaste y sobre todo porque me levantaste cada día y me empujaste a hacerlo lo mejor posible.

Índice

Contenido

Resumen

La siguiente investigación consiste en un estudio cualitativo no experimental que aborda una problemática de fondo, relacionada con la formación de pregrado que reciben los profesores de Educación General Básica en las distintas instituciones de educación superior. Esta se suscribe a los docentes que realizan clases de Matemática en Enseñanza Básica, en la Región Metropolitana.

La investigación da cuenta de la percepción de los profesores sobre el dominio disciplinar del contenido delimitados por los cinco ejes temáticos: Álgebra, Geometría, Números y Operaciones, Medición y Datos y Probabilidades, definidos en las Bases Curriculares para la Educación Básica.

Con la finalidad de acotar esta investigación a uno de estos ejes, se ha generado una encuesta para determinar cuál de ellos, según la percepción de los docentes es catalogado como el más deficitario en su formación profesional. A partir de los resultados obtenidos del análisis estadístico, se obtiene que aquel eje percibido como deficitario es el eje de Datos y Probabilidades.

Apoyado en los resultados estadísticos anteriores, provenientes de la recopilación de información suministrada por una muestra de docentes, se elaboró como propuesta de apoyo al docente un cuadernillo que contiene todos los contenidos del eje de Datos y Probabilidades alineados a las Nuevas Bases Curriculares y sus respectivos objetivos de aprendizajes definidos por el Ministerio de Educación para Matemática en Enseñanza Básica.

Palabras Claves: Matemática, Datos y probabilidades, Bases curriculares.

Introducción

A lo largo de la historia de nuestro país, se han realizado diferentes cambios al sistema educativo, en pos de una mejor educación, los cuales consideraron principalmente ampliar la cobertura y mejorar la calidad de los procesos de enseñanza aprendizaje que se desarrollan en las aulas.

Uno de los cambios realizados, en relación a mejorar la calidad de los procesos de enseñanza aprendizaje, son las modificaciones al currículum de la Educación General Básica (EGB). En este sentido los últimos cambios se iniciaron el año 1996, cuando se promulga el decreto N°40 que establece los objetivos fundamentales verticales (OFV) y contenidos mínimos obligatorios (CMO) para educación básica.

En 1999 es sustituido por el decreto Nº240, el cual se refiere a los objetivos y contenidos de enseñanza básica. El año 2002 se aprueba el decreto Nº232, que reemplaza los OFV y CMO en Lenguaje y Comunicación y Matemática en los niveles NB1 Y NB2 de enseñanza básica

En 2009 se aprueban los ajustes curriculares, y se modifican algunos objetivos, reorganizan contenidos e incluso eliminan algunos contenidos mínimos obligatorios de la malla curricular de EGB.

El último cambio realizado al currículum de EGB es la creación e implementación de las "Nuevas Bases Curriculares", el año 2012. Estas corresponden a una adaptación a la propuesta del Ajuste Curricular de 2009, de acuerdo a los nuevos requerimientos de la Ley General de Educación (LGE).

En el área de Matemática, se establece por ejemplo una nueva nomenclatura curricular, cambios en algunos contenidos y ámbitos numéricos, una nueva organización del conocimiento matemático en cinco ejes de contenidos: Números y Operaciones; Patrones y Álgebra; Medición; Geometría y Datos y Probabilidades, entre otros cambios realizados al currículo de esta asignatura.

Uno de los aportes más importantes es la nueva propuesta de Objetivos de Aprendizaje (OA), la que se debe desarrollar en los 6 años que dura la enseñanza básica. Estos integran habilidades, contenidos y actitudes, dando mayor relevancia a las habilidades a desarrollar a lo largo del proceso educativo, que a los contenidos.

Durante el año 2012, se ha programado la implementación de este nuevo currículum en los cursos de 1 a 3° básico, y durante el 2013 en los cursos restantes (4°, 5° y 6° básico).

Para que el proceso se realice de forma adecuada, el Ministerio de Educación puso a disposición de la comunidad escolar las Bases Curriculares a fines del año 2011, con el fin de que las instituciones escolares y el profesorado pudiese realizar la planificación escolar del año 2012, posteriormente publicó los nuevos programas de estudio de Lenguaje y Comunicación, Matemática, Ciencias e Historia, con la organización anual de los objetivos de aprendizaje a desarrollar, unidades, indicadores de logro, actividades, orientaciones de evaluación entre otros elementos curriculares.

A partir de esta nueva prescripción curricular se espera que todos los profesores tengan los conocimientos y competencias matemáticas para llevar al aula éste currículum escolar mediando y guiando el proceso de enseñanza aprendizaje.

De acuerdo a lo plateado en el Marco para la Buena Enseñanza (MBE), (MINEDUC, 2008:8) el profesor **"debe poseer un profundo conocimiento y comprensión de las disciplinas que enseña y de los conocimientos, competencias y herramientas pedagógicas que faciliten una adecuada mediación entre los contenidos, los estudiantes y el respectivo contexto de aprendizaje**" además debe conocer las características de sus estudiantes, y sus formas de aprender, ser capaz de reflexionar sobre su práctica entre otros aspectos que determinarán si es o no competente en su trabajo pedagógico.

Tomando en cuenta la importancia que toma el profesor en el proceso de llevar el currículum escolar a las aulas, surgen algunas interrogantes sobre si el profesor está o no preparado para llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje, tales como: ¿Está preparado el profesor para realizar este proceso?

¿El profesor tiene los conocimientos (pedagógicos y disciplinares) suficientes, de la disciplina que enseñará en las aulas? ¿El profesor necesitará algún apoyo específico?, respecto al conocimiento acerca de la matemática ¿Cuál será el contenido específico que dominan más los profesores? ¿Cuál será el contenido específico que dominan menos los profesores?

Es por esto que, en esta investigación se espera develar cuáles es el eje de conocimientos disciplinares específicos de matemática más deficitarios en los profesores de enseñanza general básica, que hoy trabajan en las aulas de nuestro país.

La investigación consta de dos etapas

Etapa de Diagnóstico

En ésta se indaga sobre cuáles son los conocimientos disciplinares más deficitarios en el profesorado de EGB que trabajan actualmente en aulas de la Región Metropolitana, considerando las mallas curriculares de los programas de Pedagogía General Básica y la percepción de los propios profesores sobre su conocimiento..

- Mallas curriculares:

Se realiza un breve estudio de las mallas curriculares de las carreras de Pedagogía General Básica para corroborar si los contenidos del actual currículum, son parte de la formación inicial de los profesores de EGB.

- Encuesta a los profesores:

Se aplica una encuesta (tipo Likert) a los profesores que actualmente ejercen en enseñanza básica, para tomar conocimiento desde su propia perspectiva cuáles son los contenidos con mayores fortalezas y debilidades, en su formación profesional.

Con los resultados de la encuesta se determina cuál es, según los profesores, el contenido específico más deficitario.

Etapa finalización

Pensando que no solo se debe conocer qué saben o no los profesores sobre matemática, se desarrollará un cuadernillo de apoyo al docente, sobre el contenido detectado como debilidad. Para que cuenten con una herramienta que les permita recordar, reforzar o estudiar sobre esa deficiencia de conocimiento disciplinar (en un eje específico) que ha sido detectada en la investigación.

Este será una recopilación de material teórico sobre los principales temas que se abordan desde las bases curriculares en aquel eje detectado como deficitario en la etapa de diagnóstico.

Capítulo 1

El problema y sus antecedentes

1.1 Importancia del problema

La presente investigación pretende determinar cuál es el conocimiento matemático más débil en los profesores de educación general básica, que actualmente se desempeñan en las aulas de nuestro país.

Esta indagación se realiza en diferentes ámbitos, considerando las mallas curriculares y las encuestas tipo Likert a los docentes, los cuales permiten determinar cuál es el conocimiento específico de matemática más deficitario en los profesores de EGB.

Finalmente, la información recolectada orienta la creación de un cuadernillo de apoyo al docente. Donde él o ella, encuentre el contenido matemático para fortalecer su desempeño profesional, en aquel eje de contenido más deficitario.

Éste cuadernillo es un manual de uso habitual del profesor, para que pueda reforzar aquellos contenidos que enseñará en el aula. Y así fortalecer la preparación de la enseñanza, mantener su conocimiento matemático vigente y actualizado, y con esto sentirse, de cierta forma, seguro de aquello que debe enseñar a su grupo curso.

Actualmente el Ministerio de Educación le proporciona al profesor de aula diversos recursos curriculares, como: las nuevas bases curriculares, los programas de estudio con ejemplos de actividades detalladas y prontamente podrá a disposición las matrices de progresión de los objetivos de aprendizaje.

Del mismo modo cuentan con recursos pedagógicos para desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje, como por ejemplo las guías didácticas y textos de estudio, entregadas por el ministerio y las editoriales donde puede encontrar planificaciones, ejemplos de evaluación y sugerencias metodológicas, entre otros. También según el establecimiento educacional donde se desempeñe el docente, puede contar con material de apoyo (entregado por el ministerio) como el Plan de Apoyo Compartido (PAC), donde encuentran orientaciones metodológicas, cuadernillo de trabajo al estudiante, ejemplos de evaluaciones, entre otros instrumentos y materiales de apoyo.

Sin embargo, el profesor, no cuenta con un material para su propio aprendizaje y profundización sobre contenido disciplinar que enseña, el cual pueda consultar y utilizar como herramienta para la preparación de proceso de enseñanza.

Solo cuenta con aquellos manuales o textos de estudio de contenidos disciplinares, utilizados durante su formación profesional de pregrado, disponibles en las bibliotecas o de forma online.

La dificultad, es que estos ejemplares muchas veces incluyen mayor cantidad de contenidos que los que necesita el profesor, o se encuentran en un lenguaje más elevado que dificulta su comprensión y por tanto no son una fuente eficiente de información y consulta.

Por lo que la creación de este cuadernillo de apoyo al docente, entrega una solución práctica a quien desee acceder de forma rápida y expedita al contenido disciplinar “escolar” que debe enseñar, para poder recordar, profundizar y poder preparar su enseñanza.

De esta manera se contribuye a paliar los vacíos de conocimiento producidos durante la formación inicial del profesorado, y a la dificultad de acceder de forma rápida e inmediata a los contenidos “escolares” de la disciplina que se enseña durante el trabajo profesional en el aula.

En diferentes investigaciones ha quedado en evidencia, como lo plantea Larrondo (Larrondo y otros, 2007:7), que los profesores no cuentan con el conocimiento disciplinar necesario para enseñar lenguaje o matemática por ejemplo.

Felmer, por otra parte, plantea que el álgebra y las nociones de probabilidades básicas son contenidos no tratados en los cursos de matemática para futuros profesores de básica en las instituciones de educación superior. (Felmer y otros, 2008: 15),

Del mismo modo la prueba INICIA desde el año 2010 ha dejado en evidencia en la prueba de Conocimientos Disciplinarios de Educación Básica, (mide conocimientos en Lenguaje y Comunicación, Matemática, Ciencias Naturales y Ciencias Sociales) que los profesores recién egresados no tiene el conocimiento disciplinar de aquello que enseñarán en el aula a sus estudiantes de enseñanza básica.

Por ejemplo, los resultados de la prueba del 2011 indican que el 69% (1.074) de los egresados tuvo un nivel insuficiente; el 2% (25 jóvenes), un nivel de desempeño sobresaliente y el 29% (453), un nivel aceptable[1] respecto a los conocimientos disciplinares que debería conocer o dominar para hacer clases en la enseñanza básica. Resultados que se han mantenido en el tiempo. (Ver resultados prueba INICIA, 2012) lo que indica que los profesores después de su formación de pregrado no cuentan con la formación necesaria, tanto en los conocimientos pedagógicos, como disciplinares.

1 Extraído el 22 diciembre 2012 de: http://www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/VerContenido.aspx?ID=214920

A pesar de estos resultados, se esperaría que el profesor durante su práctica profesional, se mantenga en constante actualización y capacitación para dar cumplimiento a la normativa vigente.

Sin embargo, una vez ejerciendo la labor docente, las posibilidades de acceder a formación continua, depende de muchos factores, (disponibilidad horaria, recursos económicos, oferta académica, especificidad de los contenidos, certificación o reconocimiento de los programas de estudio, entre otros) lo que muchas veces dificulta que el profesor pueda optar a cursos de perfeccionamiento.

Por lo demás los cursos de perfeccionamiento no siempre son tan específicos, o dirigidos a aprender sobre una disciplina en particular. Por ejemplo, en este momento el Ministerio de Educación cuenta con cursos de actualización online, en el área de matemática según cada eje temático, pero los cupos son limitados (solo pueden acceder a ellos los profesores que ejercen en el sector municipal o particular subvencionado), no se puede realizar la actualización en los cinco ejes al mismo tiempo y no hay claridad sobre cómo se elegirán a los profesores participantes ni cuantos cupos hay disponibles.

Otra opción de actualización son los postítulos de mención, que permiten obtener una especialización, pero por sus altos costos (en caso de no contar con una beca o financiamiento estatal), horarios y cantidad limitada de cupos, es difícil acceder a estos. Más aún cuando el Ministerio ha dejado de entregar becas de arancel para los profesores que cursan este tipo de programas. Lo que finalmente ha incidido negativamente en la cantidad de profesores que se matriculan en estos cursos ya que los altos costos y la incertidumbre asociada a la utilidad y reconocimiento posterior de los cursos no incentivan al profesor a continuar con su formación profesional.

Lo anterior da cuenta que los profesores no están completamente capacitados para implementar en plenitud las nuevas bases curriculares propuestas por el Ministerio de Educación desde el año 2012, pues su formación inicial no cumple con los contenidos mínimos y las posibilidades de formación continua, no siempre apuntan a disminuir las brechas de conocimiento que los profesores poseen.

En este sentido contar con un material de apoyo, especifico de matemática, escolar, sería una posibilidad real de poder reforzar, recordar o aprender de forma autónoma el contenido matemático.

Por todo lo anterior esta investigación se vuelve importante al poder develar, mediante el análisis de las mallas curriculares y la encuesta a los docentes, cuáles son realmente las falencias de conocimientos, en el área de matemática, de los profesores de educación general básica en ejercicio de su profesión en las aulas de la región metropolitana.

Por otra parte la creación de un cuadernillo de trabajo donde el docente pueda acudir fácilmente para reforzar, profundizar o ampliar su conocimiento matemático, permitirá que los y las docentes puedan fortalecer la preparación de la enseñanza, y con esto entregar una mejor educación a sus estudiantes. Pues incluso teniendo todos los recursos pedagógicos y metodológicos, no se puede enseñar si no se sabe de la disciplina que se enseña.

1.2.- Planteamiento del Problema

El profesor de Educación General Básica, por su formación profesional debería estar habilitado para hacer clases de todos los sectores de aprendizaje propuestos en el currículum escolar nacional. Entendiendo que una de sus responsabilidades, dentro del proceso educativo, es recoger el currículum propuesto por el ministerio de educación, llevarlo a su aula, y desarrollar un correcto proceso de enseñanza aprendizaje.

Es por esto, tal como se explicita en el Marco para la Buena Enseñanza, “el profesor o profesora debe poseer un profundo conocimiento y comprensión de las disciplinas que enseña y de los conocimientos, competencias y herramientas pedagógicas que faciliten una adecuada mediación entre los contenidos, los estudiantes y el respectivo contexto de aprendizaje”.(MINEDUC 2008, p.8).

Es decir, un profesor generalista que hace clases de matemática, debe tener un conocimiento de esta disciplina, por lo tanto, debe conocer sobre los números, las operaciones aritméticas, el álgebra, la geometría, la medición, y de datos y probabilidades, a lo menos. El profesor debe conocer al menos lo mismo que deben aprender sus estudiantes durante su periodo escolar.

Asimismo de conocer, debe practicarla, enseñarla y conocer las metodologías que permitan a sus estudiantes aprender sobre esta disciplina.

Sin embargo, según un estudio (Felmer, 2008), donde estudian los diferentes programas que imparten la carrera de pedagogía general básica, y las posibilidades de obtener conocimiento matemático, de las 36 carreras analizadas, estas tienen solo un 8% o menos de cursos dedicados a matemática, además se indica que sobre el 50% de las carreras tienen un 6% o menos de cursos de matemática.

Esto quiere decir que si la malla curricular de la carrera de pedagogía general básica se compone de 100 cursos, solo 8, o incluso, 6 o menos cursos están relacionados con el conocimiento específico de matemática y el conocimiento pedagógico de matemática. De lo cual se desprende, que los profesores cuentan con una formación inicial débil sobre matemática, desde el ámbito disciplinar, como del pedagógico.

1.3.- Preguntas que guiarán la investigación

De lo anterior surgen las siguientes interrogantes que guiarán la investigación:

- El profesor o profesora generalista ¿aprendió los conocimientos disciplinares para enseñarlos en el aula?

- El profesor o profesora generalista ¿tiene los conocimientos pedagógicos para implementar en su aula el currículum escolar?

- ¿Cuáles son los contenidos matemáticos tratados durante la formación inicial del profesor?

- ¿Cuáles son los contenidos matemáticos que no se incorporan, durante la carrera de pedagogía general básica y que sí se encuentran en las bases curriculares?

- El profesor ¿cuenta con cursos de formación continua específicas en matemáticas, tales como diplomados o postítulos, que disminuyan su brecha de conocimiento pedagógico, disciplinar y/o metodológico?

- El profesor en ejercicio, ¿con qué tipo de material cuenta, para que de forma autónoma pueda fortalecer los contenidos matemáticos antes de preparar la enseñanza?

1.4.- Pregunta de Investigación

Esta investigación se centrará en responder y dar una solución práctica a:

¿Cuál es el conocimiento matemático que presenta mayor debilidad, en los profesores y profesoras de Educación General Básica?

De esta forma se dilucidará si los profesores generalistas de educación básica cuentan o no con el conocimiento matemático adecuado y necesario para implementar las nuevas bases curriculares que el Ministerio de Educación ha implementado el año 2012.

Del mismo modo se establecerá cuál es el eje de contenidos matemáticos que requiere ser fortalecido, para que el proceso de enseñanza aprendizaje de nuestros niños y niñas sea de calidad.

Entendiendo que la calidad del proceso de enseñanza aprendizaje no se determina solo por los conocimientos específicos de una disciplina, sino que requiere de un conjunto amplio de factores que podrán ser fuente para investigaciones posteriores.

Finalmente la investigación da el sustento, en relación a cuál es el contenido matemático más débil en los profesores, para crear un cuadernillo de apoyo al docente. Cuyo objetivo es ofrecer al docente un material de referencia, al cual pueda acceder fácilmente, encontrando en éste, los contenidos abordados en las nuevas bases curriculares y algunas orientaciones metodológicas que permitan fortalecer la preparación de la enseñanza del eje presentado.

1.5 Objetivos:

1.5.1.- Objetivo General.-

Determinar cuál es el contenido matemático, que los profesores de Educación General Básica perciben como su debilidad respecto a su conocimiento de la disciplina de matemática.

1.5.2.- Objetivos Específicos.-

- Analizar las mallas curriculares de las carreras de pedagogía general básica, (dictadas por las universidades pertenecientes al CRUCH y privadas, de la región metropolitana), en relación a la cantidad de cursos relacionados con matemática y la relación de estos con las bases curriculares de matemática.

- Identificara través de la aplicación y análisis de una encuesta, cuáles el conocimiento matemático que los profesores de EGB, creen o identifican como su debilidad de conocimiento.

- Crear un cuadernillo, de apoyo al docente de Educación General Básica, sobre el eje de DATOS Y PROBABILIDADES, según los objetivos de aprendizaje abordados en las nuevas bases curriculares.

1.6.- Planteamiento de hipótesis.

Hipótesis

El profesor generalista de educación básica, presenta una mayor debilidad de conocimiento en el contenido matemático del eje de datos y probabilidades.

1.7 Justificación problema

1.7.1.- Teórica

En el ámbito teórico, esta investigación proporciona información sobre las bases curriculares, sus fundamentos de origen, organización y elementos fundamentales.

También da cuenta de la formación inicial de nuestros profesores, cuántas universidades tradicionales y privadas imparten la carrera de educación general básica, en horario diurno. Cómo la malla curricular que guía su formación inicial incorpora los conocimientos matemáticos específicos y pedagógicos del área.

Del mismo modo, permite tener una orientación sobre los conocimientos básicos que debe tener un profesor en el área de matemática, según lo propuesto tanto en los estándares del egresado de EGB, como aquellos que se desprenden de las bases curriculares, en el área de matemática, entre otros temas importantes que el profesor, estudiantes de pedagogía y otras personas podrán tomar como referencia.

1.7.2.- Práctica

Esta investigación permite conocer cuál es el conocimiento matemático más débil de los profesores en ejercicio, lo cual entrega una visión de las falencias específicas en matemática, permite propiciar la reflexión sobre cómo mejorar las prácticas pedagógicas y lo importante que es el aprendizaje constante y la renovación del conocimiento para poder realizar la labor pedagógica de manera correcta.

Por otra parte el cuadernillo de apoyo al docente es una herramienta que le permite al profesor actualizar y profundizar su conocimiento matemático en aquella área detectada como la más débil. Del mismo modo al ser un manual de estudio, el profesor que no conozca del tema podrá tener un material de referencia básica para aprender de este tema desconocido para él.

1.7.3.- Políticas públicas

En este sentido la investigación da cuenta de la actual situación de la formación inicial de los profesores generalistas. Tomando conocimiento de las mallas curriculares de las carreras de pedagogía, indagando cuántos cursos de matemática tienen los profesores en formación y cuáles son los contenidos desarrollados en éstos.

Además el análisis comparativo de las mallas curriculares, los programas de estudio y las bases curriculares permitirán conocer si estos programas de formación están alineados respecto al conocimiento matemático básico que requiere el profesor, para llevar al aula el nuevo currículum, establecido desde el año 2012.

Capítulo 2

Marco referencial y antecedentes teóricos

2.1 Marco Teórico

2.1.1.- Conocimiento matemático

El profesor es un profesional que durante su formación inicial, debe formarse respecto a diferentes ámbitos relacionados con la educación. La universidades, incorporan en sus mallas curriculares cursos que tratan temas disciplinares, pedagógicos, curriculares, didácticos y metodológicos. Sin embargo en esta investigación nos centraremos en el conocimiento disciplinar de las materias que enseñará a sus estudiantes.

Como se observa en la siguiente figura, Shulman propone al menos siete tipos de conocimientos que el profesor debería conocer.

Figura 1: Tipos de conocimiento según Shulman. Creación propia

Es esta investigación nos detendremos en entender que es el conocimiento del contenido, específicamente, el conocimiento del contenido matemático para enseñar, basándonos en la teoría propuesta por Shulman.

Varios autores, como Varas y Lacourly (2008) y Blanco L. y Contreras L. (2012) toman como referencia la propuesta teórica de Shulman para definir el conocimiento matemático para enseñar.

Este conocimiento consta de dos grandes componentes:

- Aspectos generales: conocimiento pedagógico general, conocimiento de las características de los aprendices, conocimiento del contexto educativo y conocimiento acerca de objetivos educativos y valores.

- Contenido específico que el profesor enseña: conocimiento del contenido, conocimiento del currículum y conocimiento didáctico del contenido

Los autores también hacen referencia a los aportes realizados por los diversos proyectos desarrollados en la Universidad de Michigan los cuales han incorporado tres nuevas conceptualizaciones a cada uno de estos dos componentes:

- conocimiento del contenido (SMK)
  - conocimiento matemático común (CCK), (operar correctamente, conocer definiciones, teoremas, propiedades),
  - el conocimiento matemático especializado (SCK) (variedad de representaciones y ejemplos, explicaciones precisas y adecuadas, aplicaciones, modelamiento, visualización),
  - el conocimiento del horizonte matemático

- conocimiento didáctico del contenido:
  - conocimiento del currículum

- conocimiento del contenido y los estudiantes (KCS) (conocer el razonamiento de los niños, sus errores típicos, lo que les resulta más difícil en relación a los tópicos matemáticos escolares, sus estrategias más frecuentes)
- el conocimiento del contenido y la enseñanza (KCT).

Manzi (2011) alude a la definición del “Committee on the Study of Teacher Preparation Programs in the United States” acerca del conocimiento disciplinario como el “cuerpo de conceptos y conocimientos de una disciplina que es una base esencial para la enseñanza efectiva en una determinada área”. (CFE, 2010, p. 68).

Manzi (2011) indica que se diferencian tres tipos de conocimientos, que interactúan y se complementan, y que son de gran importancia durante la formación profesional. Estos son:

- conocimiento del contenido disciplinario
- conocimiento pedagógico
- conocimiento pedagógico del contenido

El autor señala, respecto del conocimiento del contenido disciplinario, que “existe consenso general de que los profesores requieren una profunda y completa comprensión del área disciplinar, en otras palabras una comprensión de sus conceptos centrales y de la relación entre ellos”. En esta investigación el autor manifiesta que el alto conocimiento disciplinar incide positivamente en el aprendizaje de los estudiantes en dicha área.

También hace mención a la síntesis de resultados realizada por Wilson, Floden, y Ferrini-Mundy (2002), donde se encontró relaciones positivas entre la formación disciplinar del profesor con los logros de sus estudiantes y sus propios resultados en evaluaciones especialmente en Matemática, Lectura y Ciencias.

Del mismo modo, en esta síntesis se plantea que la preparación disciplinaria que reciben los futuros profesores en Estados Unidos es inadecuada para poder enseñar contenidos de alto nivel, bajo la definición de cualquier experto.

En esta investigación se espera saber en qué medida las mallas curriculares se ajustan a los contenidos que van a enseñar los futuros profesores y cuál es el área o tema del contenido disciplinar de matemática más deficiente en los profesores que ejercen en la enseñanza básica.

2.1.2.- Nuevas Bases Curriculares

El último cambio a la malla curricular que ha vivido nuestro país es la aprobación a fines de 2011, de las nuevas bases curriculares para la educación general básica, que se

Estas surgen a partir del cambio en la legislación educacional, cuando en el 2009 fue aprobada la nueva Ley General de Educación, LGE reemplazando la LOCE, para dar respuesta a los nuevos requerimientos propuestos en la nueva ley. Este nuevo marco curricular atiende a la reestructuración de la enseñanza básica, organizada ahora en seis años, a las actuales necesidades sociales, y a las etapas de desarrollo de los niños y niñas.

En este documento se establecen los objetivos de aprendizaje, (OA), para cada asignatura, los cuales integran habilidades, contenidos y actitudes a desarrollar durante los seis años de educación básica.

En esta nueva propuesta curricular, la asignatura de Matemática está organizada en cinco ejes temáticos: Números y Operaciones; Geometría; Patrones y Álgebra; Datos y Probabilidades y Medición, los cuales son desarrollados en dos unidades semestrales, en las cuales se integran los contenidos de los diferentes ejes temáticos para poder así lograr los objetivos de aprendizaje propuestos.

Las nuevas bases curriculares tienen ciertos elementos que la diferencian de los ajustes curriculares del 2009, a continuación se nombran algunos de los cambios realizados.

- Los objetivos verticales fundamentales (OFV) son llamados objetivos de aprendizaje (OA), e integran conocimientos, habilidades y actitudes a diferencia de los anteriores donde prevalecían los contenidos.

- En esta nueva propuesta se proponen nuevas habilidades a desarrollar desde el área de matemática, estas son: el razonamiento matemático, argumentar y comunicar, representar, modelar y resolver problemas.

- Por otra parte, en este sector se fomenta el uso del método COPISI (concreto, pictórico y simbólico), es decir, involucrar en el proceso de aprendizaje la manipulación de material concreto, representaciones pictóricas como dibujos o esquemas y la utilización del lenguaje simbólico o lenguaje matemático.

- También presenta cambios en relación a los contenidos y a su distribución temporal respecto a los seis años de Enseñanza Básica. En este sentido uno de los mayores cambios es que álgebra se inicia desde primero básico y no en quinto básico como era la propuesta del 2009.

- A su vez se agregan o modifican contenidos ya existentes en el marco curricular. Por ejemplo, en el eje de números y operaciones se observa la reducción del ámbito numérico aprendido en cuarto básico (y en los otros cursos inferiores), el cual se reduce a Representar y describir números del 0 al10000 y no como antes que se trabajaba con números de hasta seis cifras.

- Otro cambio es la inclusión del eje de medición que concentra todos aquellos tópicos relacionados con medir: longitud, volumen y capacidad, área, perímetro, tiempo, etc.

- El antiguo eje de Datos y Azar es renombrado como eje de Datos y Probabilidades, en éste se considera el conocimiento, representación e interpretación de gráficos de barra, pictogramas y diagramas de puntos, además incluye desde primero básico y no desde quinto, como en los ajustes, conceptos de probabilidades, realización de experimentos aleatorios, comparación de probabilidades.

Estos son solo algunos de los cambios realizados al currículum en el área de matemática en esta nueva propuesta curricular. A partir de estos y todos los realizados en las nuevas bases curriculares surgen interrogantes sobre si el profesorado tiene los conocimientos disciplinares necesarios para poder desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje de manera adecuada.

2.1.3.- Estándares Orientadores para egresados de carreras de Pedagogía en Educación Básica.

En julio del año 2011, se publicaron los “Estándares orientadores para egresados de carreras de pedagogía en Educación Básica” tanto en el conocimiento disciplinar como en el pedagógico.

Los estándares han sido elaborados de acuerdo a la nueva estructura del sistema escolar definida en la Ley General de Educación, promulgada en 2009, que establece que la Educación Básica consta de seis niveles de enseñanza, este documento orientan los conocimientos y habilidades que debe demostrar el futuro profesor o profesora para enseñar (MINEDUC, 2011)

El documento presenta para cada área de aprendizaje una idea general de lo que los profesores deben saber y saber hacer, es decir, entrega estándares específicos en relación a los conocimientos de la disciplina y a sus aspectos pedagógicos.

“La matemática escolar constituye un conjunto complejo de objetos y relaciones, cuyo dominio requiere de conocimientos profundos para lograr su adecuada compresión” (MINEDUC, 2011)

En el área de matemática presenta los estándares para los ejes: números, geometría, álgebra y datos y probabilidades. Estos no cuentan con el mismo nombre que se lee en las nuevas bases curriculares, sin embargo, se refiere en su mayoría a contenidos similares a la nueva propuesta.

Para cada uno de los ejes mencionados anteriormente se proponen la definición de estándares e indicadores referidos tanto al conocimiento específico de la matemática como a los relacionados con la enseñanza de la matemática escolar.

Por ejemplo en el eje de Datos y Probabilidades se lee:

DATOS Y PROBABILIDADES

Estándar 15: ***Es capaz de conducir el aprendizaje de la recolección y análisis de datos.***

El futuro profesor o profesora posee un conocimiento acabado del eje de Datos y Probabilidades del currículo escolar respecto de Estadística. Es capaz de diseñar actividades y unidades que le permitan conducir el aprendizaje de sus alumnas y alumnos, en cada nivel, respecto a la recolección, organización, representación y análisis de datos, haciendo posible la extracción y la presentación de información referida a una muestra, fomentando su pensamiento crítico respecto de la validez y representatividad de esa información. Utiliza diferentes representaciones y metáforas de medidas de tendencia central y las interpreta correctamente. Está capacitado para diseñar evaluaciones que permitan diagnosticar y observar el avance de los alumnos y verificar el logro de los objetivos planteados.

Lo que se manifiesta cuando:

1. Es capaz de relacionar diversas representaciones y metáforas con el concepto de media aritmética de un conjunto de datos.

Figura 2: Estándar Orientador 15, Eje de Datos y Probabilidades

Aquí se enuncia el nombre del eje, el estándar que le corresponde, una pequeña descripción de lo que se espera el profesor conozca sobre este eje y cómo se manifiesta este conocimiento en los profesores y profesoras de Educación Básica, entregando una lista de indicadores que en su conjunto darán cuenta de que el egresado cumple con el estándar propuesto.

En cada eje se distinguen dos tipos de estándares: primero están aquellos referidos al proceso de aprendizaje de cada tema específico, donde se distinguen indicadores referidos al conocimiento del contenido, conocimiento pedagógico, del currículum y de sus alumnos. Luego se identifica el estándar que se refiere a la competencia del profesor en ese eje determinado.

Por ejemplo en el eje de datos y probabilidades se diferencia el estándar referido a la recolección y análisis de datos y el estándar referido al aprendizaje de las probabilidades"

Estándar 15: Es capaz de conducir el aprendizaje de la recolección y análisis de datos.

Estándar 16: Está preparado para conducir el aprendizaje de las probabilidades.

Y el estándar referido a la competencia del profesor:

Estándar 17: Demuestra competencia disciplinaria en el eje de Datos y Probabilidades

Por otra parte, el documento propone estándares pedagógicos que se relacionan con el actuar pedagógico del profesor en el aula, estos son generales para todas las áreas del conocimiento. Estos se refieren a “los conocimientos, habilidades y actitudes profesionales necesarias para el desarrollo del proceso de enseñanza, que debe poseer un egresado de pedagogía, independientemente de la disciplina que enseñe en la educación básica”. (MINEDUC, 2012, p 27)

Entre los tópicos que abarcan estos estándares tenemos el conocimiento del alumnado y cómo aprenden, la capacidad de promover el aprendizaje, el conocimiento del currículo, saber diseñar e implementar estrategias de enseñanza, ambiente apropiado para el aprendizaje, evaluación, cultura escolar, atención a la diversidad, comunicación y reflexión de su práctica pedagógica.

El estándar 3 (MINEDUC, 2011) dice: Conoce el currículo de Educación Básica y usa sus diversos instrumentos curriculares para analizar y formular propuestas pedagógicas y evaluativas.

Este estándar tiene directa relación con la investigación pues indica que el profesor debe tener conocimiento, en este caso, de las nuevas bases curriculares para la educación básica. Por lo que, en primer término, el profesor debe estar en conocimiento que existe un nuevo currículo y cuándo debe ser implementado, así como también cuales son las áreas de aprendizaje, sus objetivos de aprendizaje, la distribución de contenidos entre otros aspectos relevantes del instrumento curricular. Sin embargo no es lo único necesario, este estándar se refiere también al conocimiento de la asignatura.

En este sentido se destaca el indicador 6: Identifica en el currículo de las cuatro asignaturas, los conceptos fundamentales y habilidades que necesita dominar para poder propiciar en sus futuros estudiantes los aprendizajes esperados.

Este indicador fortalece la investigación pues se refuerza la idea de que el profesor debe tener los conocimientos disciplinarios para llevar a cabo un proceso de enseñanza aprendizaje de calidad.

Como se dijo anteriormente los estándares contemplan diversos ámbitos de la labor docente, una de ellas se refiere a la formación continua y reflexión sobre su práctica pedagógica. El estándar 10 tiene estricta relación con lo mencionado: “Aprende en forma continua y reflexiona sobre su práctica y su inserción en el sistema educacional”.

Para este estándar se describen varios indicadores que demuestran la importancia de que el profesor debe mantener su conocimiento de la disciplina en constante renovación y profundización, de manera tal que siempre esté capacitado para enseñar la disciplina.

Entre ellos destaca el Indicador 4: **"**Identifica, selecciona y analiza los recursos disponibles para mantenerse actualizado en las disciplinas que enseña y en su didáctica, tales como redes y asociaciones profesionales, programas de mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de la disciplina, publicaciones y oportunidades de formación continua".

Este estándar es un argumento para la creación del cuadernillo de apoyo, pues si un profesor es capaz de detectar y reconocer sus falencias en la disciplina que enseña, tendrá la necesidad propia o impuesta de mejorar y fortalecer sus conocimientos en esta disciplina. Por lo que el cuadernillo de apoyo se considera pertinente a las necesidades implícitas en los nuevos estándares de los egresados de pedagogía.

2.1.4.- Prueba INICIA

La prueba INICIA, es una prueba implementada desde el año 2008, a todos los egresados de las carreras de pedagogía general básica que voluntariamente asisten para medir sus conocimientos disciplinares y pedagógicos y de expresión escrita.

Para el año 2012, la prueba INICIA constará de:

- Pruebas de Conocimientos Disciplinarios en Ed. Parvularia, Básica y Media
- Pruebas de Conocimientos Pedagógicos en Ed. Parvularia, Básica y Media
- Prueba de Habilidades de Comunicación Escrita

En esta prueba se evaluaran las siguientes habilidades:
Conocer– Comprender - Analizar y Utilizar

La prueba 2012, medirá a los profesores generalistas, en las áreas de Lenguaje, Historia, Geografía y Ciencias Sociales, Matemática y Ciencias Naturales, según los temas enunciados en la siguiente tabla.

Tabla 1: Contenidos evaluados en la prueba INICIA 2012

Eje: Lenguaje y Comunicación	Eje: Matemática	Eje: Ciencias Naturales	Eje: Historia, Geografía y Cs Sociales
Lectura	Números	Conocimiento científico y su aprendizaje	Conocimiento del aprendizaje de la Disciplina
Escritura	Geometría	Biología	Historia
Comunicación oral	Álgebra	Física	Geografía
Gramática	Datos y probabilidades	Química	Formación ciudadana
		Tierra y Universo	Habilidades de investigación en Cs Sociales
		Habilidades de pensamiento científico	

Con respecto al sector disciplinario de Matemática, se observa que las preguntas de la prueba se articularán en torno a cuatro ejes: Números, Geometría, Álgebra y Datos y Probabilidades.

La prueba correspondiente a la evaluación de los egresados en el 2012, está programada para abril del 2013, por lo que aún no está disponible el temario de la prueba. Sin embargo, podemos analizar el temario correspondiente al instrumento del año 2011.

En este temario, para el área de matemática, los dominios a evaluar son los siguientes[2]:

Dominio I: Números

El dominio Números abarca contenidos asociados con los sistemas de números enteros y racionales; las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división en relación a estos sistemas numéricos, y además, conocimientos sobre porcentajes, razones y proporciones.

Dominio II: Geometría

El dominio Geometría abarca el manejo conceptual y operatorio de formas geométricas y figuras planas y de conocimientos que tienen relación con el cálculo y aplicaciones de la medición; también aborda los conceptos de perímetro, área y volumen, y el manejo de diversas herramientas para el cálculo de estos. Asimismo, este dominio contempla la comprensión de las relaciones entre la geometría y otras ramas de la matemática, específicamente el

Dominio III: Álgebra

El dominio Álgebra abarca el dominio conceptual y cálculo de patrones y sucesiones, como también de expresiones algebraicas y ecuaciones.

Dominio IV: Datos y Azar

[2]Extraído http://www.evaluacioninicia.cl/docs/PCD_Ed_Basica.pdf

El dominio Datos y Azar abarca el manejo de conceptos centrales vinculados a la recolección, representación y análisis de datos y probabilidades, y la comprensión del aporte de estos en la toma de decisiones.
Este temario nos da las orientaciones de cuáles son los conocimientos que los egresados de pedagogía debieron adquirir durante su formación inicial, respecto a la disciplina de matemática.

Esta información nos muestra una nueva tensión entre el conocimiento del profesor y el currículum vigente. Si consideramos que el actual marco curricular considera 5 ejes, se esperaría que esta prueba evaluara los 5 ejes. Y no 4 como se declara en este momento.

Podemos inferir que como los contenidos del eje de medición, son contenidos que anteriormente estaban incorporados en otros ejes como el de formas y espacio o en el de números, debería ser posible detectar su conocimiento sin hacer una declaración explícita de que estos contenidos serán evaluados.

La prueba INICIA entrega resultados a los egresados, de manera detallada con los porcentajes de logro que obtuvo en cada una de las evaluaciones, una comparación de su porcentaje en relación a los otros egresados de su universidad y al total nacional, también entrega los resultados generales a las instituciones y al público en general.

Debido a la forma de entregar los resultados no se puede tener la información de cuál es el resultado especifico de los conocimientos disciplinares de matemática de los profesores generalistas evaluados. Solo se puede acceder a la publicación de los resultados generales de los logros obtenidos por las diferentes instituciones y el nivel de desempeño de los diferentes grupos evaluados.

2.2 Marco Empírico

2.2.1.- Conocimiento de la disciplina

En relación al conocimiento estadístico, Del Pino y Estrella (2012) establecen que el conocimiento acerca de la estadística es nuevo para el profesor y en muchos casos es deficiente, debido a la formación inicial ó a la formación continua recibida. Plantean también que los profesores deberían contar con cursos específicos sobre estadísticas y su didáctica. "el conocimiento del contenido necesario para la enseñanza de gran calidad es el conocimiento específico de la profesión que se adquiere en la formación de nivel universitario y que puede cultivarse mediante la práctica reflexiva". (Pino y Estrella, 2012, p. 60)

2.2.2.- Prueba INICIA

Los resultados de la última prueba, realizada a fines del 2011, indican que el69% de los Egresados de Educación Básica, de un total de 1.552 participantes (MINEDUC, 2012) tienen conocimientos insuficientes en Lenguaje, Matemática, Ciencia y Ciencias Sociales.

Durante los cuatro años en que se ha aplicado esta prueba, lo resultados han sido similares en relación al conocimiento disciplinar de los profesores recién egresados.

Tabla 2: Resultados Anuales Prueba INICIA (2008-2011)

Prueba INICIA	2008	2009	2010	2011
Conocimientos disciplinares	47%	53%	51%	58%
Conocimientos pedagógicos	NA	S/I	46%	31%
N° de profesores Generalistas evaluados	1720	1708	1685	1552

De lo que se infiere que cerca de la mitad de los profesores generalistas egresados entre los años 2008 y 2011, no cumplen con los conocimientos mínimos tanto disciplinares como pedagógicos.

Esta realidad nos permite conjeturar, en parte, que los profesores generalistas no cuentan con los conocimientos necesarios, puesto que no adquirieron los conocimientos mínimos durante su formación inicial.

Sin embargo a partir de los resultados entregados a la opinión pública no se cuenta con la certeza de que la deficiencia de conocimiento este en el eje de datos y probabilidades

A nivel internacional, en España, el año 2002, se realizó una investigación para identificar los "Conocimientos matemáticos de maestros en formación", en la cual se evaluó a los maestros en formación 2° y 3° año. Ellos fueron evaluados con una prueba de conocimientos matemáticos, la cual medía contenidos matemáticos similares a los que se incluyen nuestras actuales bases curriculares, Números y operaciones, algebra datos y probabilidades, medición y geometría.

Esta investigación (Suma44, 2003) arrojo como resultado que los profesores de 2° de primaria obtuvieron solo un 30% de respuestas correctas, y que geometría es el contenido matemático más débil en los profesores evaluados, con una media igual a 3 y en estadística y probabilidad una media de 5.

En el 2008, el Consejo de Educación Superior, (Felmer, 2008) realizó una investigación para determinar las oportunidades de adquirir conocimiento pedagógico de la matemática matemático en las carreras de educación general básica.

En esta investigación se determinó que las carreras de pedagogía general básica cuentan con un número insuficiente de cursos de matemática y que en estos no se aprenden todos los contenidos presentes en el currículo escolar.

Además dio cuenta de que, de las 12 universidades estudiadas, no todas enseñan los mismos contenidos disciplinarios y pedagógicos relacionados con matemática. En este sentido, los contenidos relacionados con datos y probabilidades con muy poca frecuencia se incorporan dentro del currículum universitario.

Entre los temas que se enseñan en las universidades, en los programas de formación inicial de profesores están los siguientes:

- Frecuencias, distribución de frecuencias, frecuencias acumuladas
- Representación gráfica de datos
- Estimadores de tendencia central
- Estimadores de dispersión de datos: desviación estándar

Sin embargo, al comparar estos contenidos con las bases curriculares actuales se observa un desfase en las temáticas estadísticas que se tratan en la universidad, con la actual propuesta. Un ejemplo de ello, son los estimadores de dispersión, contenido que no corresponde a Enseñanza Básica.

Por otra parte, los temas relacionados con el cálculo de probabilidades no se incorporan dentro de las temáticas estudiadas durante la formación inicial de los profesores en formación.

Sin embargo, esta información no da cuenta de la profundidad con la cual se abarcan estos temas, y menos sobre cuáles son los matices pedagógicos, didácticos y metodológicos con los cuales estos contenidos son trabajados.

En la misma investigación se presenta una comparación de lo que se enseña en la universidad y el currículum escolar. En esta comparación se señala que los temas de estadística tienen poca cobertura en la formación inicial de los profesores.

Luego de cuatro años surgen preguntas tales como: la formación inicial del el profesor generalista, lo habilita para implementar el currículo escolar de matemática en las aulas? ¿Las mallas curriculares, de las universidades que imparten la carrera de PGB, abordan todos los contenidos del currículo nacional? ¿Durante la formación inicial, el profesor en formación aprende todos los conocimientos matemáticos necesarios?

Capítulo 3

Diseño metodológico

3.1.- Planteamiento de hipótesis.

Hipótesis

El profesor generalista de enseñanza básica, formado en universidades de la región metropolitana, presenta una mayor debilidad de conocimiento del contenido en el eje de Datos y Probabilidades.

3.2.- Definición de variables

3.2.1.- Variable dependiente: conocimiento del contenido del eje de datos y probabilidades, propuesto en las nuevas bases curriculares.

3.2.2.- Variable Independiente Conocimientos previos, de la formación inicial de los profesores de educación general básica, relacionados con el eje de Datos y Probabilidades.

3.3.- Definición conceptual

3.3.1.- El conocimiento del contenido del eje de datos y probabilidades (variable dependiente) se refiere a todos aquellos conocimientos que posee el profesor de educación básica, referidos al contenido disciplinar, específicamente en temas referidos al eje de Datos y Probabilidades. Estos conocimientos se desprenden de las nuevas bases curriculares de educación básica, entendiéndolos como el conocimiento mínimo que el profesor de EGB, debe conocer, aplicar, practicar y analizar para poder conducir el aprendizaje de sus estudiantes en esta área.

3.3.2.- Conocimientos previos, de la formación inicial de los profesores de educación general básica, relacionados con el eje de Datos y Probabilidades se refieren a todos aquellos conocimientos aprendidos durante la formación inicial, en la carrera de pedagogía general básica respecto al eje de datos y probabilidades.

3.4.- Definición operacional

3.4.1.- Para medir la variable dependiente, conocimiento del contenido del eje de datos y probabilidades, se determinará su nivel de fortaleza o debilidad, en comparación a los otros cuatro ejes propuestos en las bases curriculares. Esta medición comparativa se realizará a partir de la sumatoria de puntajes asignados a cada eje, según las respuestas dadas por los encuestados.

3.4.2.- En el caso de la variable independiente, Conocimientos previos, de la formación inicial de los profesores de educación general básica, relacionados con el eje de Datos y Probabilidades, se medirá a través de las respuestas a los reactivos propuestos en la encuesta según los objetivos de aprendizaje descritos en las bases curriculares de EGB.

3.5 Tipo de estudio

El enfoque metodológico utilizado en esta investigación corresponde a un estudio no experimental, del tipo descriptivo ya que como indica Hernández Sampieri (1997) el propósito del investigador es describir situaciones y eventos. Esto es, decir cómo es y se manifiesta determinado fenómeno.

Como se dijo, el estudio que se realizará es descriptivo, debido a que los objetivos de la investigación apuntan a formular algunas conjeturas básicas en relación a la apropiación formal de conocimientos de los docentes en el sector de matemática de Enseñanza Básica.

En una etapa inicial, la descripción se basa en la información recolectada de mallas curriculares, planes de estudio, ubicación de los conocimientos matemáticos en ellas, constatación de presencia, profundidad y amplitud en que abarcan en forma explícita los ejes presentes, en las bases curriculares de matemática, de enseñanza básica.

En una etapa posterior estos análisis descriptivos servirán de sustento para identificar a nivel de contenidos las debilidades presentes en la formación inicial del profesorado que trabaja actualmente en la enseñanza básica.

Por otra parte, podemos decir que esta investigación es del tipo transversal o transeccional, ya que “recolecta datos en un solo momento, en un tiempo único. Su propósito es describir variables y analizar su incidencia e interrelación en un momento dado” (Hernández; 2006: 208).

3.6 Tipo de muestra

Para cumplir los objetivos del estudio se ha optado por utilizar información relacionada en forma particular con aquellos docentes que se desempeñan en EGB, en el sector de matemática, en escuelas y colegios de la región metropolitana, de diversas dependencias administrativas.

Debemos recordar que este sector de aprendizaje, en las nuevas bases curriculares se encuentra organizado en cinco ejes: Números y operaciones, Geometría, Patrones y álgebra, Medición y Datos y probabilidades.

Obtener la información de una muestra aleatoria de todos los docentes que se desempeñan en este sector de aprendizaje, en la enseñanza básica, a nivel nacional es una tarea demasiada amplia como para ser registrada en este estudio lo que se traduce en unaincapacidad logística (tiempo, recursos, etc.) de realizar un muestreo aleatorio probabilístico.

Por lo que se opta por realizar un estudio con una muestra intencionada, no probabilística, lo más heterogénea posible, en relación a la dependencia administrativa de la institución educativa donde se desempeñan los docentes y a las universidades donde cursaron su pregrado, que permita obtener una visión general del problema en estudio. Esto permitirá llevar a cabo la investigación adecuándola en los tiempos y recursos disponibles para esta investigación.

3.7 Descripción de Instrumentos y Técnicas

Para llevar a cabo esta investigación se realiza un análisis de las mallas curriculares de las diferentes universidades de la región metropolitana, que imparten la carrera de educación general básica la finalidad de conocer como incide la formación inicial del profesor en su conocimiento matemático. Esto se realiza contabilizando la cantidad de ramos de conocimiento específico de matemático, como aquellos referidos al conocimiento pedagógico, que se imparten en la carrera.

Además, de la cuantificación de los ramos, se realizará un análisis comparativo de los programas de estudio con las nuevas bases curriculares, para saber si estos están acorde a los conocimientos mínimos que deben tener los profesores para poner en práctica el nuevo currículum.

Se confecciona una encuesta del tipo Likert basada en los objetivos de aprendizaje de las nuevas bases curriculares de educación básica, de la cual se extraerá como insumo los ítems que los docentes manifiestan como una debilidad de su formación inicial en los distintos ejes de la asignatura de matemática.

Con la información obtenida desde la revisión documental, y la recolectada por la encuesta se detecta el contenido deficitario.

Toda la información recolectada anteriormente permite centrar la creación del cuadernillo de apoyo en el eje deficitario y específicamente en aquello que se devela como las mayores falencias de conocimiento en el profesorado.

3.4 Descripción del Análisis de datos

Como las debilidades en los aspectos del conocimiento son multifactoriales, se realiza un análisis factorial a dicha encuesta para determinar los factores que con mayor fuerza inciden en la debilidad de cada uno de los ejes. Obtendremos para la encuesta la confiabilidad a través de índices como el alfa de Cronbach, la esfericidad de Bartlet, las comunalidades de cada uno de los ítems, varianza total explicada por el instrumento, correlacione entre ítems, la pertenencia de cada ítem en los factores en los cuales se subdivide la dimensión del instrumento, cluster para visualizar el agrupamiento de los ítems, aumento o disminución de los niveles de confiabilidad basados en la eliminación de ítems, entre otros.

Este análisis de la encuesta de la forma anteriormente descrita nos permite ofrecer un modelo para la variable subyacente de medición, determinando también las subdimensiones con sus indicadores e ítems que forman parte del instrumento definitivo que validarán posteriormente la debilidad detectada en un eje en particular.

Capítulo 4

Análisis de resultados

4.1.- Análisis de Mallas Curriculares

En primer término se debe indicar que el análisis de las mallas curriculares de las carreras de pedagogía básica se realiza a todas aquellas universidades de la región metropolitana que tienen abierto el proceso de admisión para el año 2013. Y dictan la carrera de pedagogía general básica en horario diurno

En la actualidad 26 universidades de la región metropolitana, dictan la carrera de pedagogía básica, en horario diurno. Sin embargo, para el año 2013, dos de ellas no tienen abierto su proceso de admisión, por lo que no serán consideradas en este análisis. (Universidad de Chile y Universidad del Pacífico)

Por otra parte hay que señalar que a la fecha una universidad privada presenta serios problemas institucionales, lo que puede derivar en el cierre del establecimiento y/o reubicación de sus estudiantes. Por lo que se ha decide no considerarla en el análisis. (Universidad del Mar)

Por lo que en total se considerarán 23 universidades de la región metropolitana que imparten la carrera de Educación Básica, en horario diurno.

De la totalidad de instituciones estudiadas, se puede decir que el 13,1% de las universidades de la región metropolitana que dictan la carrera de educación básica, pertenecen al consejo de rectores. Teniendo la carrera acreditadas por al menos 5 años, desde el 2012 al 2017. Recordemos que la acreditación de la carrera de pedagogía es obligatoria y necesaria para que los estudiantes puedan acceder a las becas que entrega el estado.

Las 20 universidades restantes, son universidades privadas, el 86,9% cuentan con su carrera de pedagogía básica acreditada, entre 3 a 7 años. En el 15% de las universidades privadas, la carrera de pedagogía se encuentra en proceso de acreditación, y en una de estas universidades (correspondiente al 5% de las universidades privadas) no presenta información acerca de su acreditación institucional ni de la carrera de Pedagogía Básica.

Durante el análisis se ha constatado que las universidades actualmente están dictando la carrera de Pedagogía General Básica con mención en las diversas áreas del aprendizaje. Entre ellas se encuentran las menciones de lenguaje y comunicación, matemática, historia, inglés, ciencias naturales, dificultades del aprendizaje, trastornos del aprendizaje, entre otras.

Debido a esto el análisis a las mallas curriculares, se realizará contabilizando aquellos ramos o cursos relacionados con el conocimiento específico y pedagógico de matemática, de la formación generalista, sin contabilizar aquellos que corresponden a las menciones.

Esto, ya que en el ejercicio de la profesión, muchas veces dependiendo del establecimiento, a pesar de tener una mención específica, a los profesores generalistas que se desempeñan en enseñanza básica no se les exige como requisito para ejercer la docencia de aula, de lo que se entiende que cualquier profesor de educación básica, con o sin mención podría hacer clases en enseñanza básica.

Del total de las universidades analizadas en promedio sus mallas curriculares se componen de 53 cursos, entre estos se identifican cursos de formación general, pedagógica, específica de las disciplinas y de las menciones. En promedio las universidades dictan 3 cursos relacionados con el conocimiento matemático y solo uno de conocimientos didácticos sobre esta área.

Lamentablemente durante esta investigación no fue posible acceder a los programas de estudio de cada uno de los cursos de formación académica de los profesores en formación, por lo que el análisis realizado se refiere solo ala cantidad de cursos impartidos por cada institución.

Finalmente podemos decir que solo en algunas universidades, como en la Pontificia Universidad Católica se declara en el nombre cual es el tema central a tratar. Por ejemplo, números y operaciones, o didáctica de las matemáticas I.

4.2.- Encuesta

La encuesta es el instrumento que se usa para recoger las creencias o valoraciones de los profesores acerca de su formación inicial, respecto, solo a los contenidos disciplinares de matemática.

Es importante hacer esta caracterización pues se entiende que la labor profesional del docente no es solo saber de un contenido, es también conocer y aplicar metodologías de enseñanza y aprendizaje, conocer los intereses y formas de aprender de sus estudiantes, conocer el contexto donde se desarrolla el proceso educativo, entre otros factores. Los cuales podrán ser estudiados en profundidad en otras investigaciones posteriores.

4.2.1- Pretest

La encuesta fue creada a partir de los diferentes objetivos de aprendizaje de la asignatura de matemática, declarados en las Bases Curriculares de Educación Básica. Con estos se construyeron los 104 reactivos de la escala Likert que constituyeron el pretest. Además se incorporaron 2 ítems de control para velar por la veracidad de las respuestas de los docentes. Los 106 ítems están separados por ejes de contenidos: Datos y Probabilidades; Medición; Números y Operaciones; Geometría y Patrones y álgebra.

En la encuesta, los docentes podían dar una valoración del 1 al 5 a cada reactivo, considerando que el 1 significa estar en TOTAL ACUERDO a que durante su formación inicial obtuvo los conocimientos sobre un tema determinado. Es decir, el 1 significa que el docente cree conocer sobre ese tema en particular. En cambio el 5 indica TOTAL DESACUERDO, es decir, no sabe, no conoce, o no aprendió sobre ese contenido disciplinar específico. Lo que indicaría que es una debilidad en su conocimiento matemático.

4.2.1.1- Validación Pretest

A continuación se presentan los resultados de la validación del instrumento realizado a partir de una muestra de 25 docentes, que trabajan en diversos colegios y escuelas de la región metropolitana. Además de ser validado por tres expertos, profesores con conocimientos en matemática, estadística y currículum.

Si organizamos los resultados de la encuesta según los promedios obtenidos para cada una de las valoraciones realizadas por los docentes que participaron en la encuesta, podemos notar claramente que el eje de Datos y Probabilidades es el que obtiene puntuaciones promedios más altas, lo que indica que es el eje que declaran tener mayor debilidad.

En cambio, el eje con valoraciones más bajas es el de Números y Operaciones, por lo que se desprende que declaran mayor conocimiento en este eje en particular, por lo que no sería necesario realizar algún tipo de remedial direccionada hacia este contenido.

No obstante esto, para concentrar los esfuerzos de mejor manera, es necesario determinar – dentro de los 5 ejes en juego –cuáles de ellos es necesario incorporar en la encuesta que se les suministrará a los docentes, de tal forma que la cantidad de preguntas sea adecuada y que además pueda detectar, según las apreciaciones de los docentes el orden de sus debilidades en cuanto al contenido de cada eje en particular.

Es por esto que, se ha decidido, apoyado en las salidas estadísticas obtenidas que los ejes de Números y Operaciones y Medición no deben ser parte del instrumento final que se aplicará a los docentes.

Los resultados estadísticos importantes separados por eje fueron los siguientes, organizados desde los con mayor falencia declarada hasta los con mayor dominio declarado por los docentes:

4.2.1.1.1.- EJE DATOS Y PROBABILIDADES

Tabla 3: Estadísticos Descriptivos Eje Datos y Probabilidades

Datos y Probabilidades	Mean	Std. Deviation	Skewness	Kurtosis
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic
P15_DP	3,28	1,364	-0,567	-0,839
P13_DP	3,28	1,32	-0,405	-1,048
P10_DP	3,22	1,309	-0,461	-0,548
P01_DP	3,17	1,465	-0,449	-1,265
P11_DP	3,17	1,2	-0,127	-0,258
P14_DP	2,94	1,349	-0,211	-1,065
P09_DP	2,89	1,451	0,346	-1,258
P05_DP	2,89	1,183	-0,002	-0,09
P03_DP	2,89	1,568	-0,104	-1,611
P04_DP	2,89	1,491	0,212	-1,305
P12_DP	2,83	1,295	-0,02	-0,756
P06_DP	2,83	1,295	0,163	-0,994
P02_DP	2,83	1,425	0,191	-1,195
P07_DP	2,78	1,215	0,477	-0,615
P08_DP	2,78	1,353	0,453	-0,865
PROMEDIOS	2,978	1,3522	-0,0336	-0,91413333

En esta tabla podemos apreciar que en promedio las valoraciones de los docentes fueron las más altas del grupo de ítems del instrumento, obteniendo en promedio una valoración cercana a 3, lo que es la declaración de bajo nivel de dominio asociada a nuestra escala Likert.

Tiene una desviación estándar promedio calificable de moderada a alta para el grupo de ítems de 1.35, es decir aproximadamente en torno a 1.4. La forma de la distribución tiene un sesgo bajo, casi cero (-0.0336), lo que es indicador de ser una distribución más bien simétrica, tendiendo a la normal y con una Kurtosis de -0.91 aproximadamente, lo que indicaría que es una distribución con forma plana, evidenciando su alta variabilidad o dispersión en cuanto a las valoraciones declaradas por los docentes.

En general, en comparación con el resto de los ejes, el eje de Datos y Probabilidades es el que tiene asociado el menor dominio de contenido declarado por los docentes que realizaron la encuesta, donde el ítem mejor posicionado en cuanto a la valoración asociada al conocimiento del contenido es 2,78 cercana a 3, que es un indicador de desconocimiento del contenido.

4.2.1.1.2.- EJE PATRONES Y ÁLGEBRA

Tabla 4: Estadísticos Descriptivos Eje Patrones y Álgebra

Patrones y Algebra	Mean	Std. Deviation	Skewness	Kurtosis
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic
P18_PA	3,89	1,323	-1,143	0,595
P20_PA	3,83	1,295	-1,301	0,915
P26_PA_C	3,17	1,295	-0,163	-0,994
P16_PA	3	1,572	-0,102	-1,553
P22_PA	2,89	1,278	-0,149	-1,357
P17_PA	2,89	1,53	-0,013	-1,58
P19_PA	2,83	1,543	0,096	-1,637
P23_PA	2,72	1,179	-0,119	-1,583
P21_PA	2,44	1,097	0,159	-1,21
P25_PA	2,44	1,149	0,545	-0,127
P24_PA	2,28	1,179	0,847	0,155
PROMEDIOS	2,94363636	1,31272727	-0,12209091	-0,76145455

En cuanto a la tabla de datos estadísticos de resultados podemos apreciar que en promedio las valoraciones promedio de los docentes fueron cercanas a 3, lo que es la declaración de bajo nivel de dominio asociada a nuestra escala Likert, con una desviación estándar de los promedios de las valoraciones calificable de moderada a alta para el grupo de ítems, que fue de 1.31 aproximadamente. La forma de la distribución tiene un sesgo bajo, casi cero (-0.1), lo que es indicador de ser una distribución más bien simétrica con una leve inclinación hacia los valores bajos de la escala, tendiendo a la normal y con una Kurtosis de -0.76 aproximadamente, lo que indicaría que es una distribución con forma plana, evidenciando su alta variabilidad o dispersión en cuanto a las valoraciones declaradas por los docentes.

En general, el eje de Patrones y Álgebra tiene asociado un bajo dominio de contenido declarado por los docentes.

Hay que consignar que hasta el momento los ejes de Datos y Probabilidades y Patrones y Álgebra presentan un promedio similar de desconocimiento por parte de los profesores.

Observación: El ítem P26_PA_C fue creado a modo de control en cuanto a que es un contenido que por ningún motivo es pasado a los docentes de educación general básica, por lo que es correcto que esté en esta escala de desconocimiento, dado que fue utilizado a modo de validación de las repuestas verdaderas de los Docentes.

4.2.1.1.3.- EJE GEOMETRÍA

La siguiente tabla muestra que en este eje se obtuvieron promedios en torno a 2.65 aproximadamente, lo que acerca las valoraciones a la parte baja de la escala indicando que existe dominio del contenido según la declaración de los docentes que participaron de la encuesta. Los datos tiene asociados una alta variabilidad o dispersión de respuestas cercana a 1,38 en forma grupal. La forma de la distribución tiene un sesgo positivo, no despreciable de 0.35 aproximadamente, lo que es indicador de ser una distribución más bien asimétrica, con sesgo hacia los valores más altos de la escala de valoración y con una Kurtosis de -0.86 aproximadamente, lo que indicaría que es una distribución con forma plana o achatada, evidenciando su alta variabilidad o dispersión.

Tabla 5: Estadísticos Descriptivos Eje Geometría

Geometría	Mean	Std. Deviation	Skewness	Kurtosis
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic
P68_G	3,67	1,138	-0,869	0,358
P69_G	3,28	1,227	-0,599	-0,598
P67_G_C	3,22	1,478	-0,183	-1,31
P65_G	3,22	1,396	-0,153	-1,365
P66_G	2,89	1,451	0,086	-1,358
P53_G	2,89	1,323	0,398	-1,045
P61_G	2,83	1,505	0,084	-1,464
P62_G	2,78	1,437	0,036	-1,432
P60_G	2,72	1,602	0,318	-1,49
P52_G	2,72	1,526	0,528	-1,295
P64_G	2,67	1,372	0,376	-1,152
P63_G	2,61	1,335	0,15	-1,353
P71_G	2,44	1,338	0,382	-1,191
P70_G	2,44	1,464	0,502	-1,173
P57_G	2,44	1,338	0,05	-1,888
P56_G	2,44	1,381	0,28	-1,38
P51_G	2,44	1,423	0,883	-0,426
P50_G	2,44	1,464	0,755	-0,687
P72_G	2,44	1,294	0,688	-0,211
P54_G	2,39	1,378	0,412	-1,288
P58_G	2,28	1,32	0,632	-0,827
P73_G	2,28	1,179	0,847	0,155
P59_G	2,28	1,447	1,025	-0,093
P55_G	1,78	1,396	1,759	1,788
PROMEDIOS	2,64958333	1,38383333	0,34945833	-0,86354167

Observación: El ítem P67_G_C fue creado a modo de control en cuanto a que es un contenido que por ningún motivo es pasado a los docentes. Su resultado promedio de valoración (3.28) indica que los docentes en general no mintieron al declarar desconocerlo como contenido de su pregrado.

En este eje sólo 3 ítems obtuvieron valoraciones sobre 3, lo que indica desconocimiento del contenido, los demás en promedio son bajo este valor, lo que indicaría conocimiento suficiente para estos contenidos, según lo declarado por los docentes. Las preguntas asociadas a este eje pueden ser eliminadas según nuestro punto de vista debido a la declaración de las valoraciones que realizaron los docentes en promedio. Quizás pudiesen agregarse algunas de las preguntas como los ítems P_68_G; P_69_G y P_65_G, las que obtuvieron mayor desconocimiento promedio declarado.

4.2.1.1.4.- EJE MEDICIÓN

Según el resumen que se presenta en la siguiente tabla se da cuenta de un eje con promedio de conocimiento alto, con promedio de puntuaciones cercano a 2.58, con una alta dispersión, sesgo positivo y una Kurtosis de -0.89 aproximadamente lo que indicaría que la forma de la distribución no es simétrica y su asimetría es hacia los valores altos de la escala y es más bien plana o achatada.

Tabla 6: Estadísticos Descriptivos Eje Medición

Medición	Mean	Std. Deviation	Skewness	Kurtosis
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic
P41_M	3,72	1,227	-0,69	-0,303
P46_M	3,56	1,294	-0,321	-1,01
P48_M	2,89	1,231	0,022	-0,537
P47_M	2,83	1,098	-0,533	-0,934
P42_M	2,78	1,396	0,153	-1,365
P40_M	2,67	1,188	0,263	-0,809
P32_M	2,67	1,715	0,429	-1,616
P33_M	2,61	1,65	0,443	-1,516
P49_M	2,61	1,335	0,484	-0,86
P44_M	2,56	1,097	-0,159	-1,21
P43_M	2,56	1,294	0,413	-1,169
P31_M	2,56	1,756	0,556	-1,586
P34_M	2,44	1,653	0,681	-1,236
P30_M	2,44	1,653	0,681	-1,236
P38_M	2,39	1,539	0,779	-0,936
P37_M	2,39	1,378	0,715	-0,606
P36_M	2,39	1,65	0,795	-1,094
P35_M	2,33	1,68	0,828	-1,103
P45_M	2,28	1,179	0,847	0,155
P28_M	2,28	1,487	1,031	-0,316
P29_M	2,22	1,437	0,901	-0,515
P39_M	2,11	1,132	0,58	-1,021
P27_M	2,11	1,367	1,175	0,357
PROMEDIOS	2,5826087	1,41026087	0,43795652	-0,88982609

Este eje puede ser eliminado del test debido a las declaraciones de conocimiento suministrado por los docentes, donde en general los ítems obtienen valoraciones promedio bajas.

4.2.1.1.5.- EJE NÚMERO Y OPERACIONES

Tabla 7: Estadísticos Descriptivos Eje Números y Operaciones

Número y Operaciones	Mean	Std. Deviation	Skewness	Kurtosis
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic
P97_NO	3,11	1,41	-0,078	-1,129
P95_NO	3,06	1,514	0,124	-1,491
P79_NO	3	1,815	0,066	-1,975
P98_NO	2,67	1,455	0,53	-1,17
P102_NO	2,56	1,542	0,424	-1,285
P105_NO	2,39	1,145	0,439	-0,054
P104_NO	2,39	1,243	0,389	-0,694
P87_NO	2,39	1,461	0,883	-0,503
P92_NO	2,39	1,335	0,852	-0,296
P89_NO	2,39	1,501	0,769	-0,756
P93_NO	2,33	1,188	0,684	-0,136
P90_NO	2,33	1,455	0,759	-0,871
P99_NO	2,33	1,237	0,536	-0,531
P91_NO	2,33	1,237	0,746	-0,387
P106_NO	2,28	1,127	0,767	0,456
P100_NO	2,28	1,274	0,755	-0,502
P103_NO	2,28	1,179	0,604	-0,077
P82_NO	2,28	1,565	0,828	-0,837
P96_NO	2,22	1,353	0,991	0,036
P80_NO	2,17	1,581	0,999	-0,607
P77_NO	2,17	1,654	1,107	-0,511
P101_NO	2,17	1,249	0,669	-0,389
P85_NO	2,11	1,491	1,226	0,188
P88_NO	2,06	1,392	1,214	0,347
P86_NO	2	1,188	1,184	0,93
P84_NO	2	1,372	1,384	0,835
P83_NO	1,94	1,392	1,435	0,883
P81_NO	1,94	1,474	1,346	0,271
P78_NO	1,94	1,514	1,479	0,724
P94_NO	1,89	1,183	1,438	1,624
P76_NO	1,89	1,53	1,54	0,828
P75_NO	1,89	1,53	1,54	0,828
P74_NO	1,89	1,53	1,54	0,828
PROMEDIOS	2,27484848	1,39745455	0,88390909	-0,16433333

Los ítems asociados a este eje fueron los que obtuvieron en forma individual y en conjunto uno de las más bajas valoraciones lo que es indicador de conocimiento del contenido. Su promedio de valoraciones en general es baja

(2.27), con una alta a moderada dispersión de los datos, con un sesgo hacia los valores altos de la escala y una Kurtosis de -0.16 que es indicador de ser muy cercana a la normalidad en este aspecto.

Este eje fue obtuvo los menores valores asociados a las respuestas de los docentes, por lo que se infiere que, según sus declaraciones, es el eje que más dominan en cuanto a los contenidos.

Finalmente podemos agregar que la encuesta final deberá considerar los siguientes aspectos:

- Contener solamente ítems de interés que logren evidenciar más acotadamente las debilidades que los docentes tienen en cuanto a su formación de pregrado en los ejes declarados anteriormente.
- La cantidad de ítems asociadas al instrumento sea tal, que logre que los docentes respondan correctamente, poniendo su atención a las ideas que en él se expresan.
- El tiempo asociado a responder la encuesta sea prudente y no sea una barrera para recolectar fidedignamente la información.
- El instrumento final, además tenga una confiabilidad que permita su aplicación acorde con las normas de aplicación de cuestionarios.

Considerando lo anterior, los ejes que serán parte de la siguiente etapa de estudio son los ejes de Datos y Probabilidades y Patrones y Álgebra.

Estos ítems asociados a un solo instrumento obtuvieron las siguientes salidas de validación realizadas en SPSS:

Tabla 8: Medición de Alpha de Cronbach

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	Cronbach's Alpha Based on Standardized Items	N of Items
,955	,954	25

Acá se aprecia que no hay pérdida de información y son 25 ítems los que compondrían la encuesta final, con una confiabilidad dada por el Alfa de Cronbach del 95.5% para nuestro test.

Tabla 9: Medición de confiabilidad del instrumento

Item-Total Statistics

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Squared Multiple Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
P01_DP	70,72	490,095	,794	.	,952
P02_DP	71,06	484,408	,914	.	,951
P03_DP	71,00	484,353	,825	.	,952
P04_DP	71,00	483,176	,890	.	,951
P05_DP	71,00	500,588	,789	.	,952
P06_DP	71,06	498,644	,751	.	,953
P07_DP	71,11	502,458	,731	.	,953
P08_DP	71,11	497,399	,738	.	,953
P09_DP	71,00	494,824	,725	.	,953
P10_DP	70,67	493,059	,843	.	,952
P11_DP	70,72	500,801	,773	.	,952
P12_DP	71,06	497,938	,764	.	,952
P13_DP	70,61	499,310	,724	.	,953
P14_DP	70,94	496,526	,755	.	,952
P15_DP	70,61	500,840	,673	.	,953
P16_PA	70,89	495,399	,656	.	,954
P17_PA	71,00	485,765	,825	.	,952
P18_PA	70,00	528,353	,224	.	,958
P19_PA	71,06	504,291	,535	.	,955
P20_PA	70,06	516,879	,428	.	,956
P21_PA	71,44	520,261	,446	.	,955
P22_PA	71,00	511,529	,529	.	,955
P23_PA	71,17	531,324	,203	.	,958
P24_PA	71,61	518,252	,449	.	,955
P25_PA	71,44	514,967	,527	.	,955

En la tabla anterior relacionada con el aumento o disminución de la confiabilidad según eliminación de ítems del test, podemos apreciar que en tres casos podemos aumentar la confiabilidad eliminando los ítems P18_PA; P20_PA Y P23_PA, es decir, todos relacionados con el eje de Patrones y Algebra, pero sopesando esto, la eliminación de un ítem en un instrumento tan acotado nos podría traer como consecuencia la pérdida de información importante , con el agravante de que no es tan necesaria su eliminación del instrumento por tener una confiabilidad tan alta en el grupo de ítems ya seleccionados, por lo que se opta a mantenerlos en el instrumento final.

Tabla 10: Comunalidades

Communalities

	Initial	Extraction
P01_DP	1,000	,899
P02_DP	1,000	,883
P03_DP	1,000	,894
P04_DP	1,000	,922
P05_DP	1,000	,886
P06_DP	1,000	,895
P07_DP	1,000	,957
P08_DP	1,000	,903
P09_DP	1,000	,918
P10_DP	1,000	,948
P11_DP	1,000	,877
P12_DP	1,000	,915
P13_DP	1,000	,885
P14_DP	1,000	,957
P15_DP	1,000	,871
P16_PA	1,000	,842
P17_PA	1,000	,871
P18_PA	1,000	,906
P19_PA	1,000	,811
P20_PA	1,000	,900
P21_PA	1,000	,885
P22_PA	1,000	,853
P23_PA	1,000	,891
P24_PA	1,000	,878
P25_PA	1,000	,892

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Esta tabla de Comunalidades da cuenta de que cada uno de los 25 ítems del test están muy bien asociados al instrumento global, debido a que la correlación es sobre el 84% como mínimo, lo que refuerza la idea de que estos 25 ítems componen un muy buen instrumento de medición de los conocimientos específicos de matemática declarados por los profesores de educación general básica, en relación a los ejes de Datos y Probabilidades y Patrones y Álgebra.

La siguiente tabla muestra la varianza total explicada, si todos nuestros ítems pertenecieran a un único modelo de medición.

Tabla 11: Total de Varianza

Total Variance Explained

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	12,791	51,164	51,164	12,791	51,164	51,164
2	2,995	11,979	63,143	2,995	11,979	63,143
3	2,534	10,136	73,278	2,534	10,136	73,278
4	1,663	6,652	79,930	1,663	6,652	79,930
5	1,233	4,933	84,864	1,233	4,933	84,864
6	1,123	4,491	89,354	1,123	4,491	89,354
7	,609	2,436	91,790			
8	,543	2,172	93,962			
9	,398	1,593	95,555			
10	,334	1,336	96,891			
11	,261	1,044	97,935			
12	,159	,636	98,571			
13	,129	,517	99,088			
14	,089	,355	99,443			
15	,059	,237	99,679			
16	,057	,226	99,906			
17	,024	,094	100,000			
18	3,849E-16	1,540E-15	100,000			
19	2,483E-16	9,930E-16	100,000			
20	5,379E-17	2,151E-16	100,000			
21	-2,163E-17	-8,653E-17	100,000			
22	-7,290E-17	-2,916E-16	100,000			
23	-1,563E-16	-6,250E-16	100,000			
24	-2,824E-16	-1,130E-15	100,000			
25	-4,085E-16	-1,634E-15	100,000			

Extraction Method: Principal Component Analysis.

El resultado es bastante bueno, debido a que refleja que podemos capturar un 89,4% de la varianza global del instrumento con estos ítems asociados a 6 factores, donde sólo el primero entrega una capacidad mayor al 51,2% en cuanto a la varianza explicada.

En consecuencia, el test definitivo a aplicar a los docentes se construirá a partir de los 26 ítems correspondientes a los ejes de DATOS Y PROBABILIDADES Y PATRONES Y ÁLGEBRA.

4.2.2 Instrumento Final

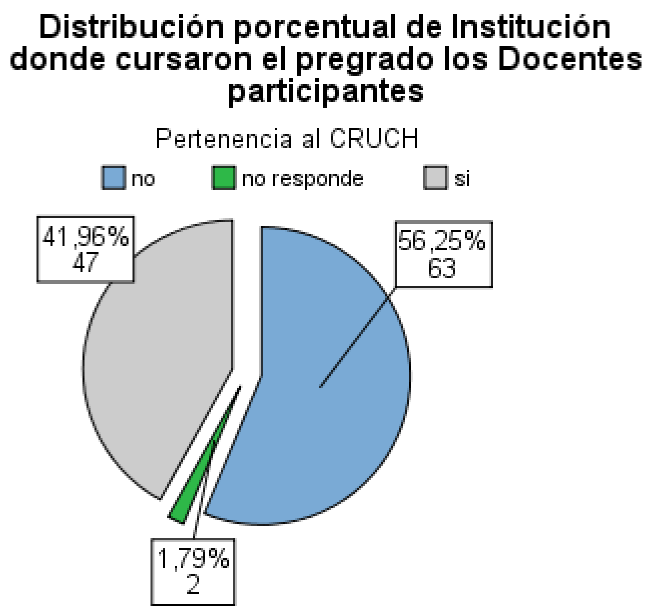
Este instrumento se aplicó a un total de 112 profesores y profesoras, que ejercen en escuelas y colegios de la región metropolitana, en educación general básica.

A continuación se presentan los resultados obtenidos de la aplicación del instrumento final.

4.2.2.1- Información personal de los profesores participantes.

4.2.2.1.1- Institución de formación inicial

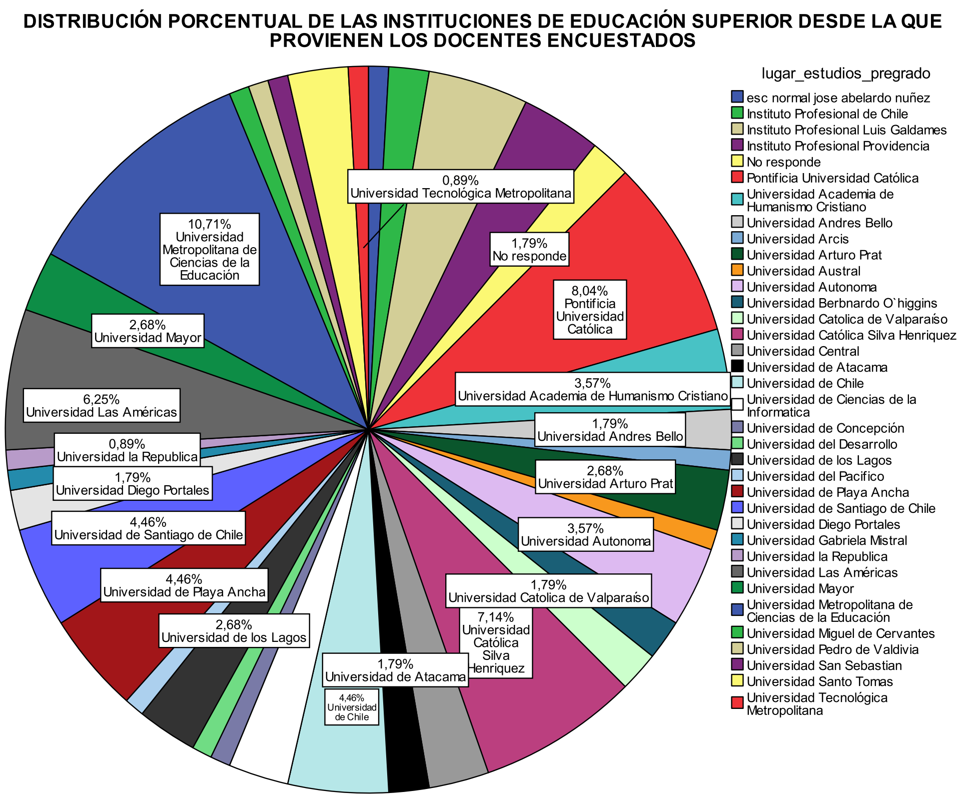
Gráfico 1: Distribución porcentual de instituciones donde cursaron el pregrado los docentes participantes.



El gráfico de sectores anterior presenta la distribución porcentual referente a la pertenencia o no al CRUCH, de todas las instituciones de educación superior donde los docentes realizaron su pregrado.

Podemos distinguir que sólo 2 personas no respondieron a la pregunta sobre la institución donde estudiaron se carrera de pregrado, que representan el 1,79% del total de 112 docentes. El 42% aproximadamente de los profesores que participan en el estudio, equivalentes a 47 de ellos, cursó su pregrado en instituciones pertenecientes al CRUCH y un 56,25% (63 docentes) no.

Gráfico 2: Distribución porcentual de las instituciones de educación superior desde las que provienen los docentes participantes



El gráfico anterior muestra la distribución porcentual de las instituciones de educación superior donde se formaron los profesores participantes del estudio.

En este gráfico se han omitido aquellos centros de formación con un porcentaje menor al 1,5 % de egresados. No obstante a la derecha del gráfico se detalla el listado completo de institución declaradas en el estudio.

En general se puede mencionar que existe una amplia gama de instituciones de educación superior, del cual egresaron los docentes, encontrando instituciones públicas y privadas.

Sin embargo, se destacan las siguientes universidades presentando los mayores porcentajes de distribución de egresados:

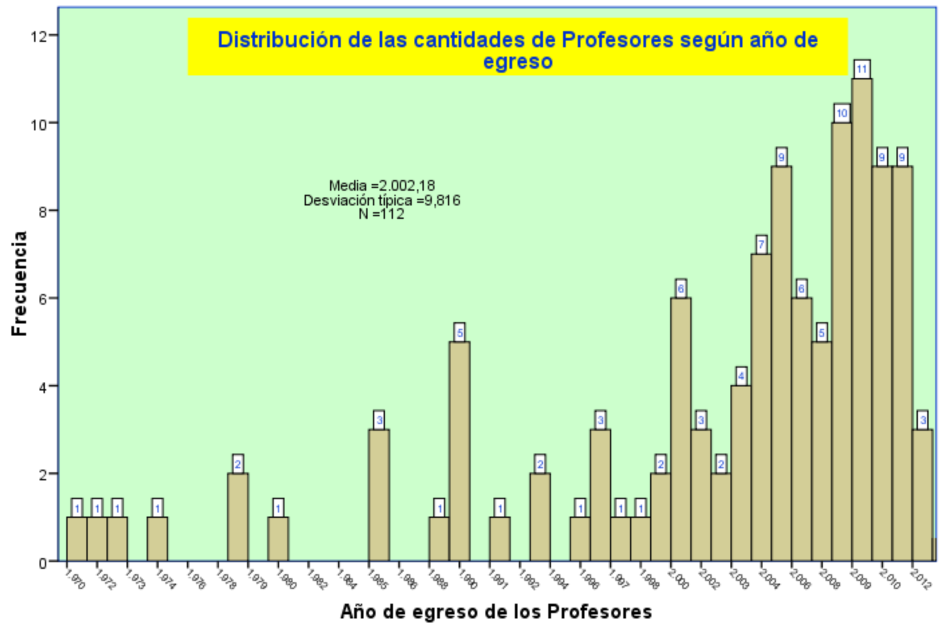
- Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación con un 11%
- Pontificia Universidad Católica de Chile con un 8%
- Universidad Católica Silva Henríquez con un 7%
- Universidad de las Américas con un 6%

Es importante recalcar que existe mayor cantidad de instituciones privadas que participan en la formación de profesores, que las públicas y tradicionales. Sin perjuicio de lo anterior las universidades tradicionales aportan una cantidad importante de profesores al sistema educativo.

4.2.2.1.2- Año de egreso

Si se analizan los datos según el año de egreso de los docentes se observa que la mayoría de los profesores egresó hace menos de 10 años, si consideráramos a aquellos egresados desde el año 2002 a la fecha, estos son 78 profesores de los 112 en total, es decir, un 69,64%. Y si la referencia fuese cinco años, es decir, considerando desde el año 2007 a la fecha, estos son 42 profesores que equivalen a un 37,5% del total. Además se puede apreciar en el gráfico que hay pocos docentes con años de egresos anteriores al año 2000, estos son 27 profesores que equivalen al 24,1% del total.

Gráfico 3: Distribución de las cantidades de profesores según año de egreso.

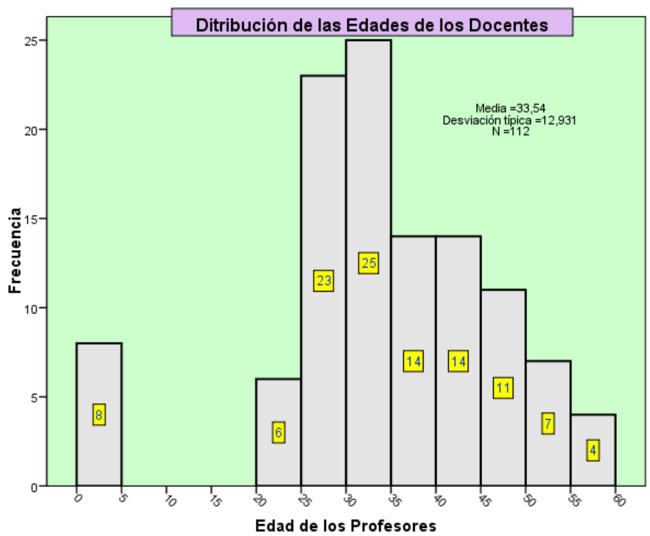


Esta información invita a preguntarse si los profesores que egresaron hace más tiempo, ¿tendrán los conocimientos matemáticos adecuados a las nuevas bases curriculares? Los profesores más nuevos en el sistema ¿están mejor preparados? Estas interrogantes entre otras, hacen que las opiniones vertidas en las encuestas y las apreciaciones de los docentes en cuanto al eje deficitario cobran mayor relevancia y urgencia de poder develar.

4.2.2.1.3- Edad del docente

Respecto a la edad de los docentes participantes, se debe aclarar que ocho de ellos no declararon su edad, por lo que, a modo de identificación, se les asignó 0 años.

Gráfico 4: Distribución de las edades de los docentes

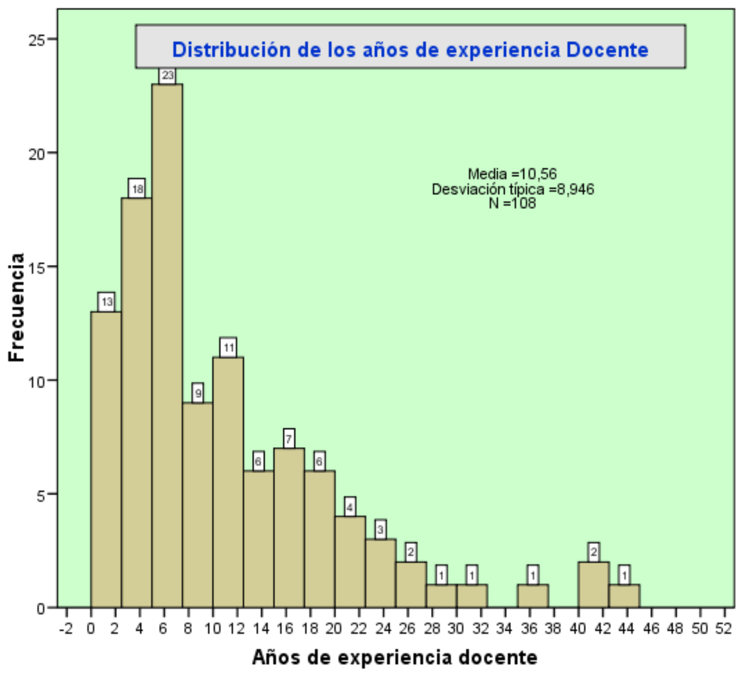


Se puede apreciar en el gráfico que los profesores entre 25 y 35 años son la proporción más alta de participación en el estudio, 48 de los 112 docentes, es decir, un 42,85% de ellos. También es importante destacar que entre 25 y 50 años hay 76 Profesores que equivalen al 67,85%. Por lo que la cantidad de profesores menores a 25 años y mayores a 50, solo corresponden al 32,15% de los participantes.

4.2.2.1.4- Años de experiencia docente

Como se aprecia en el gráfico a continuación, la distribución por años de experiencia se concentra hacia la menor cantidad de años, lo que nos indica que la mayoría de los participantes cuentan con menor experiencia.

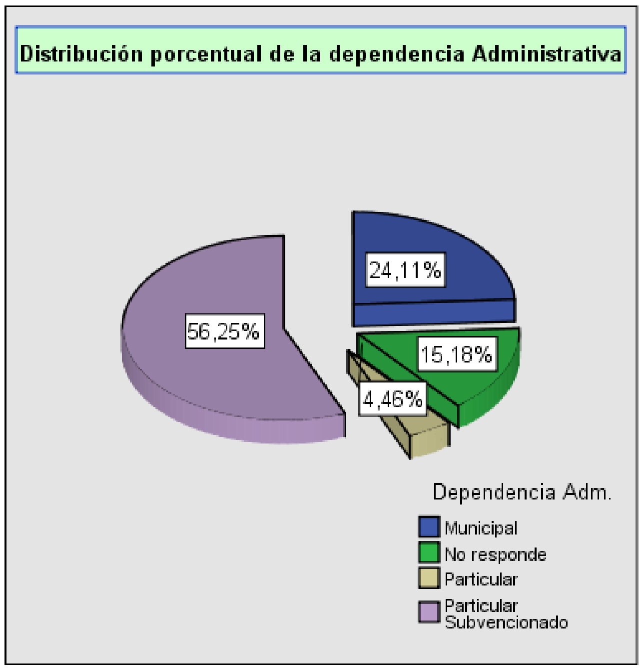
Gráfico 5: Distribución de los años de experiencia docente



Por otra parte, la gráfica muestra un sesgo positivo, es decir, mientras aumenta la experiencia docente en años, la cantidad de docentes va en disminución, es decir, son inversamente proporcionales. De aquí se puede plantear la pregunta: ¿Los años de experiencia docente estará relacionada con uno u otro eje, en cuanto a la declaración de su debilidad? Estas y otras cuestiones se responderán más adelante, realizando los análisis pertinentes a la información entregada en la base de datos.

4.2.2.1.5- Dependencia administrativa

Gráfico 6: Distribución porcentual de la dependencia Administrativa



El gráfico de sectores muestra los porcentajes obtenidos en cada dependencia administrativa de los docentes participantes de la encuesta. El mayor porcentaje de docentes pertenece colegios particulares subvencionados, con un 56,25% de participación, luego la dependencia municipal con un 24,11% y finalmente la particular con un 4,46%. Además un 15,18% no declaró la dependencia administrativa de la institución educacional en la cual trabaja.

Se puede agregar que la forma de distribución porcentual para la dependencia administrativa es similar en su forma, no numéricamente, en cuanto a la cantidad de docentes según dependencia a nivel nacional.

4.2.2.1.6- Cursos y horas de trabajo

Para el estudio es importante saber en qué curso y cuantas horas de matemática imparten clases los docentes encuestados. Pues de cierta forma va a depender del curso o nivel donde se desempeñe, el tipo de contenido matemático que debe manejar en mayor profundidad.

A continuación se presenta la Tabla de frecuencias asociada a la dedicación que declaran los docentes

Tabla 12: Dedicación por curso de los docentes

		Recuento
curso_mayor_dedicación	cuarto	15
	cuarto y sexto	1
	no responde	9
	octavo	11
	octavos	1
	primer ciclo	2
	primero	8
	primero y segundo	1
	quinto	9
	quinto a octavo	2
	quinto a septimo	1
	quinto y sexto	1
	quintos y sextos	1
	segundo	9
	segundo ciclo	3
	segundo medio	1
	segundo_medio	1
	septimo	10
	septimo y octavo	4
	septimo y octvo	1
	sexto	5
	sexto, septimo y octavo	1
	tercero	13
	tercero y cuarto	1
	tercero, cuarto, quinto y sexto	1

Se ha destacado la situación que en general los docentes tienen un curso con mayor dedicación, y hay pocos casos donde el docente tiene la misma dedicación a cursos distintos.

Además 54 docentes declaran que su dedicación está centrada en cursos que pertenecen al segundo ciclo de enseñanza básica y 32 con mayor dedicación en primer ciclo de enseñanza básica, y 9 personas no declararon correctamente a la pregunta que se les realizó.

Es importante considerar que según la nueva estructura de la educación básica, el 59,82% de los profesores declaran hacer clases solo en la enseñanza básica, es decir, hacen clases de matemática en cursos de 1° a 6° básico.

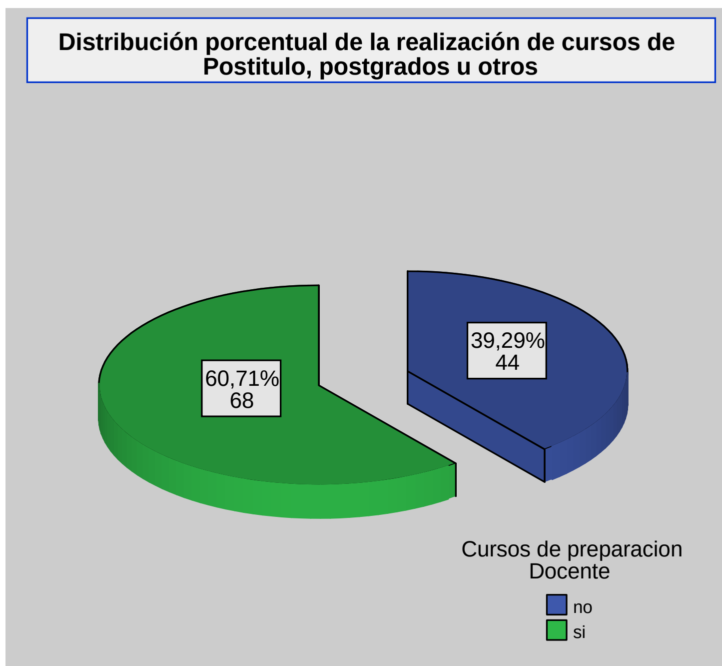
4.2.2.1.7- Formación Continua.

Se observa que un 60% de los docentes declara haber realizado algún curso de perfeccionamiento o formación continua relacionado con educación, tales como Postítulos, Postgrado, diplomados u otros cursos relacionados con educación.

En tanto el 40% aproximadamente, que corresponde a 44 profesores participantes, dice no haber realizado algún tipo de curso.

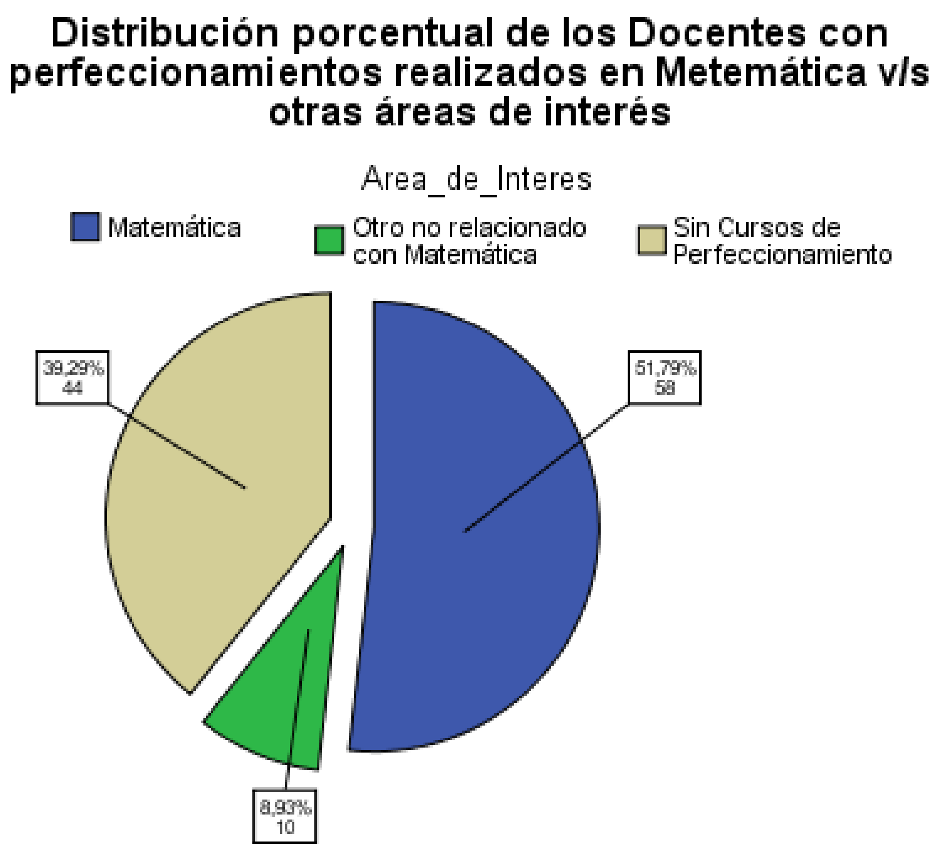
De esto se infiere que existe una preocupación por realizar actualizaciones o cursos de perfeccionamiento, sin embargo esto no indica que sean cursos directamente relacionados con matemática y la profundización o actualización de contenidos matemáticos.

Gráfico 7: Distribución porcentual de la realización de cursos de perfeccionamiento.



Más detalladamente, como se aprecia en el siguiente gráfico, podemos agregar que si clasificamos los tipos de perfeccionamiento según áreas, podemos establecer que 58 docentes, que equivalen al 52% aprox. declaran haber realizado algún tipo de perfeccionamiento docente relacionado con en el área matemática, mientras que 44 profesores que equivalen al 39% dicen no haber realizado un curso de perfeccionamiento u de otro tipo en Matemática, mientras que 10 docentes, que son aproximadamente el 9% dice tener cursos de perfeccionamiento, pero no relacionado con el área Matemática,

Gráfico 8: Distribución porcentual de los docentes con perfeccionamiento realizados en Matemática v/s otras áreas de interés



4.2.2.2- Dominio declarado, según eje temático.

Para conocer cuál es el eje temático con mayores debilidades en los profesores se les pidió que, ordenaran de menor a mayor dominio los cinco ejes temáticos en los cuales esta ordenado el conocimiento matemático en las nuevas bases curriculares.

En esta pregunta debían enumerar del 1 a 5 los ejes siendo 1 el contenido que menos dominan y el 5 el que más dominan.

Números y operaciones	Geometría	Medición	Patrones y álgebra	Datos y probabilidad es

A continuación se presentan las distintas tablas de frecuencias relacionadas con la información que los docentes proporcionaron, indicando los ejes de acuerdo a su percepción de dominio de contenido.

Aun cuando la instrucción fue clara: *"De acuerdo a su formación como profesor generalista, ordenen de menor a mayor dominio, sus conocimientos sobre matemática, utilizando todos los dígitos del 1 al 5, siendo 5 el contenido que más* *domina"*54 de los 112 docentes no realizó la valoración correctamente, utilizando por ejemplo un mismo digito para más de un eje.

Por ejemplo:

Números y operaciones	Geometría	Medición	Patrones y álgebra	Datos y probabilidades
5	5	2	1	3

Este problema en la valoración del eje que más domina se puede leer de dos maneras muy distintas, la primera es una falta de comprensión de lectura, que no viene al caso describir, o se puede leer como una manera de eludir la tarea de evaluar el propio conocimiento.

Lamentablemente este tipo de error, provocó que las estadísticas obtenidas para el grupo de los 112 docentes no sean las que se esperaban determinar, es por eso que se mostrarán las obtenidas con todas las respuestas realizadas por los 112 docentes y posteriormente un análisis más válido al grupo de 58 profesores que entregaron correctamente la información.

Tabla 13: Estadísticos Descriptivos de los 5 ejes temáticos

Estadísticos

		Números_y_Operatoria	Geometría	Medición	Patrones_y_Algebra	Datos_y_Probabilidades	tipo_ingreso_respuestas
N	Válidos	112	112	112	112	112	112
	Perdidos	0	0	0	0	0	0
Media		4,06	3,25	3,09	3,32	3,15	
Mediana		5,00	3,00	3,00	4,00	4,00	
Moda		5	5	4	4	4	
Varianza		2,401	2,171	1,686	1,932	2,292	
Asimetría		-1,511	-,495	-,319	-,576	-,437	
Error típ. de asimetría		,228	,228	,228	,228	,228	

Recordar que la valoración o votación de los profesores es sobre una escala Likert entre 1 y 5, donde 1 refleja que el profesor considera tener menor dominio de ese eje, y 5 es la declaración de tener un amplio dominio sobre ese eje temático.

Se puede apreciar que, la cantidad de datos válidos y analizados es de 112 y no hay datos perdidos para la realización del análisis.

El orden, de mayor a menor dominio declarado por los profesores, según el promedio obtenido es el siguiente:

Tabla 14: Dominio promedio por cada eje temático.

Eje	Media
Números y operatoria	4,06
Geometría	3,25
Patrones y Algebra	3,32
Medición	3,15
Datos y probabilidades	3,09

Esto indica que el eje que más creen dominar los profesores es el eje de Números y Operaciones. Y el que declaran como debilidad es Datos y Probabilidades.

En Geometría y Medición el 50% de los docentes valoró su conocimiento como menor a 3, y el 50% de los profesores declaró tener un dominio de contenido menor a 4 para Patrones y algebra y Datos y probabilidades. En cuanto al eje de Números y operatoria la mediana fue de 5.

En Medición, Patrones y Algebra los docentes en general valoraron sus dominios con valor 4, en cambio la moda para Geometría y Números y operatoria es de 5.

La variabilidad menor la tuvo el eje de medición con 1,686. Posteriormente Patrones y Algebra con 1,32. Luego Geometría con 2,171. Datos y Probabilidades 2,292 y finalmente Números y operatoria con una variabilidad de 2,401.

Este estadístico está relacionado con la forma que el grupo de profesores realizó la encuesta, determinándose que la mayor variabilidad está asociada a aquel eje donde los docentes lo valoraron más heterogéneamente, es decir, algunos con mucho dominio y otros declarando poco dominio del eje, por lo que este estadístico es muy relevante para hacer una visión de las valoraciones del grupo de docentes.

La asimetría corresponde a un estadístico que indica la forma de la distribución de las valoraciones realizadas por los docentes, siendo una asimetría negativa a aquella distribución donde los datos se concentran en la parte alta de la escala de valoración. Los resultados para los ejes fueron: Patrones y Algebra -0,576; Geometría -0,495; Medición -0,319; Datos y Probabilidades -0,437 y Números y Operatoria -1,511. Entonces, se puede decir que, Medición y datos y probabilidades son aquellos dos ejes con las menores valoraciones para el conocimiento de los contenidos según los docentes.

Para ir más profundamente en el análisis se agregan las tablas de frecuencias de las valoraciones realizadas por los docentes de acuerdo a cada uno de los ejes:

Tabla 15: Frecuencias del eje de Geometría

Geometría

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	0	4	3,6	3,6	3,6
	1	15	13,4	13,4	17,0
	2	13	11,6	11,6	28,6
	3	25	22,3	22,3	50,9
	4	27	24,1	24,1	75,0
	5	28	25,0	25,0	100,0
	Total	112	100,0	100,0	

Tabla 16: Frecuencias del eje de Medición

Medición

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	0	4	3,6	3,6	3,6
	1	7	6,3	6,3	9,8
	2	27	24,1	24,1	33,9
	3	28	25,0	25,0	58,9
	4	29	25,9	25,9	84,8
	5	17	15,2	15,2	100,0
	Total	112	100,0	100,0	

Tabla 17: Frecuencias del eje de Números y Operaciones

Números_y_Operatoria

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	0	4	3,6	3,6	3,6
	1	13	11,6	11,6	15,2
	2	3	2,7	2,7	17,9
	3	3	2,7	2,7	20,5
	4	18	16,1	16,1	36,6
	5	71	63,4	63,4	100,0
	Total	112	100,0	100,0	

Tabla 18: Frecuencias del eje de Patrones y Álgebra

Patrones_y_Algebra

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	0	4	3,6	3,6	3,6
	1	9	8,0	8,0	11,6
	2	18	16,1	16,1	27,7
	3	23	20,5	20,5	48,2
	4	32	28,6	28,6	76,8
	5	26	23,2	23,2	100,0
	Total	112	100,0	100,0	

Tabla 19: Frecuencias del eje de Datos y Probabilidades

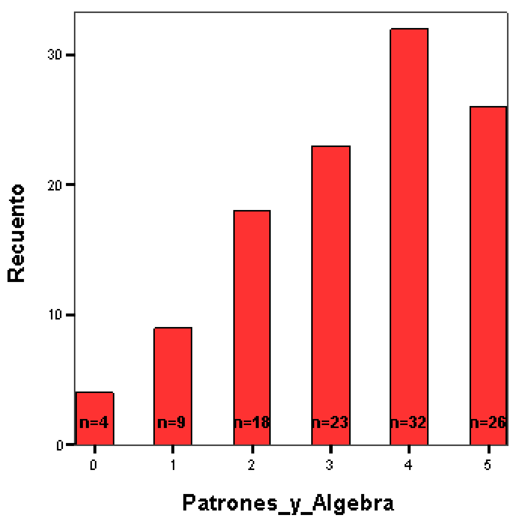
Datos_y_Probabilidades

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	0	4	3,6	3,6	3,6
	1	19	17,0	17,0	20,5
	2	15	13,4	13,4	33,9
	3	16	14,3	14,3	48,2
	4	34	30,4	30,4	78,6
	5	24	21,4	21,4	100,0
	Total	112	100,0	100,0	

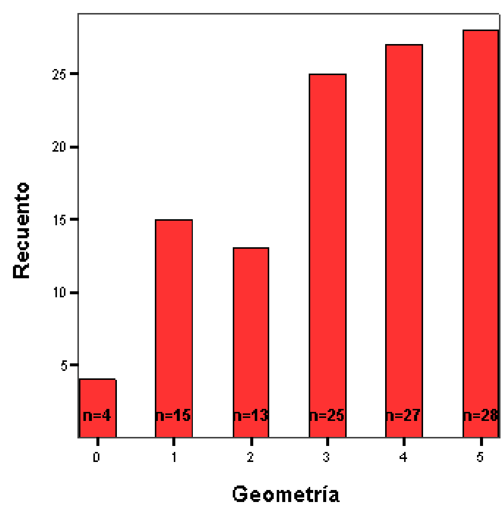
Cabe destacar que, la valoración es entre 1 y 5, y en los gráficos y tablas de frecuencias aparece cero correspondiente al valor asignado a aquellos que no respondieron ni declararon valoración para ese eje determinado.

Gráfico 9: Valoraciones de los profesores para cada eje temático

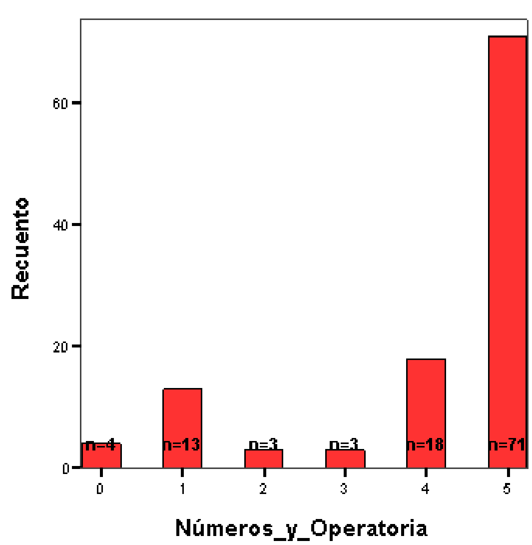
a) Eje Patrones y Álgebra



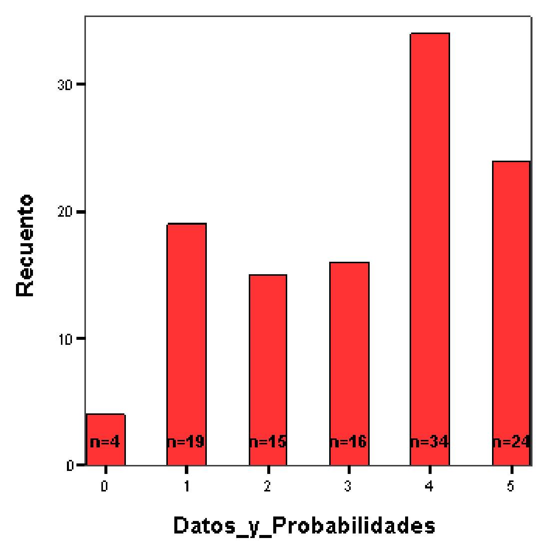
b) Eje Geometría



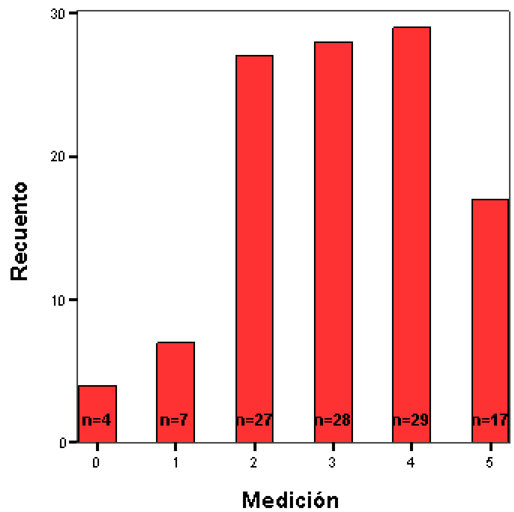
c) Eje Números y Operaciones



d) Eje Datos y Probabilidades



e) Eje Medición



Al realizar y analizar la gráfica obtenida de las valoraciones realizadas por los profesores podemos darnos cuenta que para el eje Números y operatoria no existe problemas de tendencia o interpretación al tener muy marcada la opción 5, es decir, el 68% valoran su conocimiento del contenido como alto.

Entonces, nuestra atención debe estar en aquellas formas gráficas donde las columnas de los valores bajos de la escala (1, 2 o 3) son de frecuencias altas, puesto que esto sería indicación de bajo nivel de conocimiento del los contenidos del eje.

En este sentido se observa que aquellos ejes con valoraciones o agrupamiento de valoraciones más bajas fueron Geometría y Datos y Probabilidades.

El eje de datos y probabilidades es el que presenta una distribución de las valoraciones de los profesores con puntuaciones más bajas, esto refleja que los docentes declararon tener un menor dominio o manejo del contenido.

Por otra parte, este eje presenta estadísticos descriptivos que llaman a poner atención pues refleja una tendencia consistente a ser él de mayor debilidad dentro del profesorado.

Tomando en cuenta que muchos profesores no realizaron una correcta valoración de los cinco ejes, al ingresar la información a la base de datos se agregó una variable auxiliar de referencia para denotar si los docentes realizaron correctamente o no la valoración del conocimiento relacionado con los ejes en estudio.

En la siguiente tabla se puede apreciar que 58 docentes realizaron correctamente las valoraciones, equivalentes al 51,8% y 54 no realizaron correctamente la valoración, ellos equivalen a un 48,2% del total. Es por esto que se realizaron análisis focalizados en aquellos docentes que realizaron la valoración correctamente, para determinar el nivel de dominio de contenido declarado por los profesores.

Tabla 20: frecuencia por tipo ingreso de respuestas

tipo_ingreso_respuestas

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	bien	58	51,8	51,8	51,8
	mal	54	48,2	48,2	100,0
	Total	112	100,0	100,0	

A continuación se presentan los estadísticos descriptivos considerando solo aquellos datos correctamente emitidos, es decir, se consideraran un total de 58 respuestas.

Tabla 21: Estadísticos descriptivos de cada uno de los ejes

Estadísticos

		Números_y_Operatoria	Geometría	Medición	Patrones_y_Algebra	Datos_y_Probabilidades	tipo_ingreso_respuestas
N	Válidos	58	58	58	58	58	58
	Perdidos	0	0	0	0	0	0
Media		3,78	2,79	2,74	3,02	2,67	
Mediana		5,00	3,00	3,00	3,00	2,50	
Moda		5	3	2	3	1	
Varianza		2,809	1,746	1,142	1,596	2,049	
Asimetría		-,906	,018	,276	-,033	,271	
Error típ. de asimetría		,314	,314	,314	,314	,314	

Aquí podemos apreciar que, desde el punto de vista de los profesores, el eje con mayor debilidad sigue siendo Datos y probabilidades con un promedio o media de 2,67.

Además este eje presenta uno de los valores de asimetría positiva mayor alcanzando 0,271 lo que indica que existe una agrupación de valoraciones hacia la parte baja de la escala Likert.

Por otra parte, se puede decir que este eje tiene la mediana más baja de todos, indicando que el 50% de los docentes declaran, en una escala de 1 a 5, un dominio de 2,5. Es decir, la mitad de los profesores declara tener un bajo dominio de estos contenidos.

El eje de datos y probabilidades obtuvo una Moda 1, que indica que en general esa fue la mayor frecuencia para la valoración.

El eje de Medición alcanza indicadores estadísticos parecidos, pero en esencia mejores que el eje anterior. El eje que obtiene mejores indicadores de dominio es Números y Operatoria, lo que se condice con las formas gráficas obtenidas de toda la información de la base de datos.

A continuación se agregan las tablas de frecuencias obtenidas para las valoraciones de los distintos ejes:

Tabla 22: frecuencias obtenidas para las valoraciones de los distintos ejes

Números_y_Operatoria

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	1	13	22,4	22,4	22,4
	2	3	5,2	5,2	27,6
	3	1	1,7	1,7	29,3
	4	8	13,8	13,8	43,1
	5	33	56,9	56,9	100,0
	Total	58	100,0	100,0	

Geometría

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	1	14	24,1	24,1	24,1
	2	9	15,5	15,5	39,7
	3	16	27,6	27,6	67,2
	4	13	22,4	22,4	89,7
	5	6	10,3	10,3	100,0
	Total	58	100,0	100,0	

Medición

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	1	6	10,3	10,3	10,3
	2	21	36,2	36,2	46,6
	3	16	27,6	27,6	74,1
	4	12	20,7	20,7	94,8
	5	3	5,2	5,2	100,0
	Total	58	100,0	100,0	

Patrones_y_Algebra

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	1	8	13,8	13,8	13,8
	2	13	22,4	22,4	36,2
	3	15	25,9	25,9	62,1
	4	14	24,1	24,1	86,2
	5	8	13,8	13,8	100,0
	Total	58	100,0	100,0	

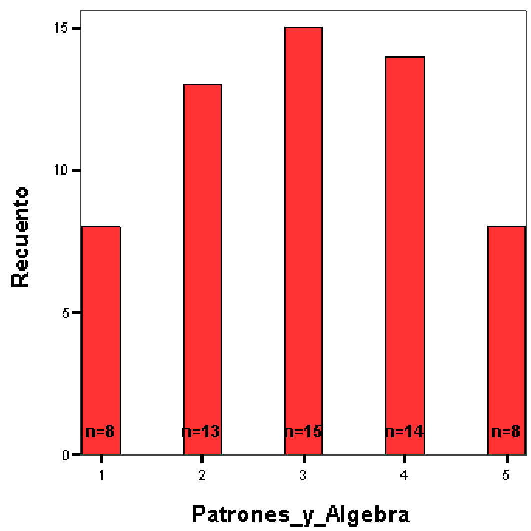
Datos_y_Probabilidades

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	1	17	29,3	29,3	29,3
	2	12	20,7	20,7	50,0
	3	10	17,2	17,2	67,2
	4	11	19,0	19,0	86,2
	5	8	13,8	13,8	100,0
	Total	58	100,0	100,0	

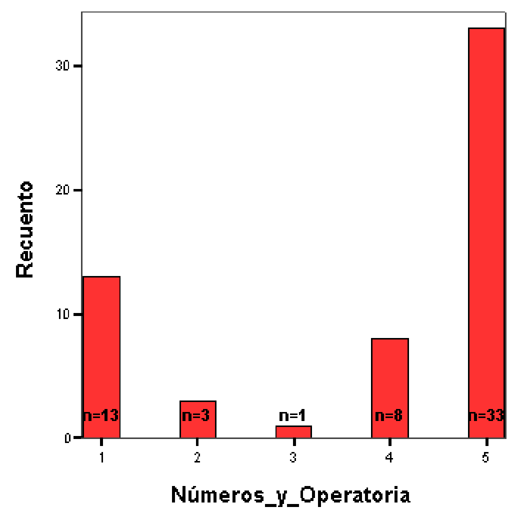
Las formas gráfica asociadas a las distribuciones de frecuencias son las siguientes:

Gráfico 10: Distribución de frecuencias de cada eje.

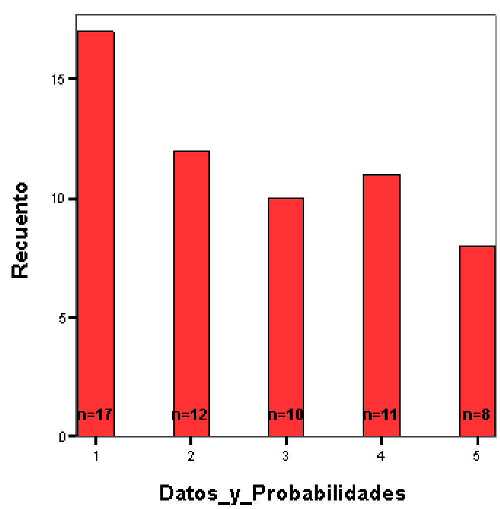
a) Eje Patrones y Álgebra



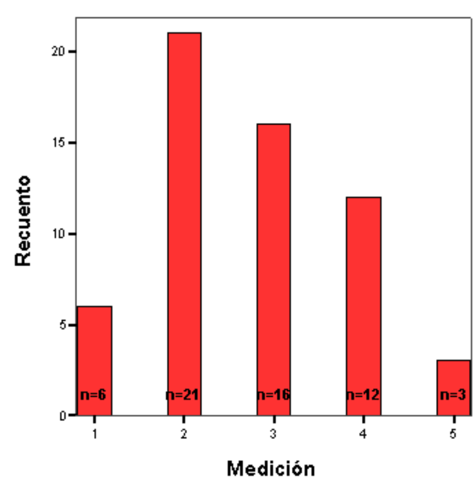
b) Eje Números y Operaciones



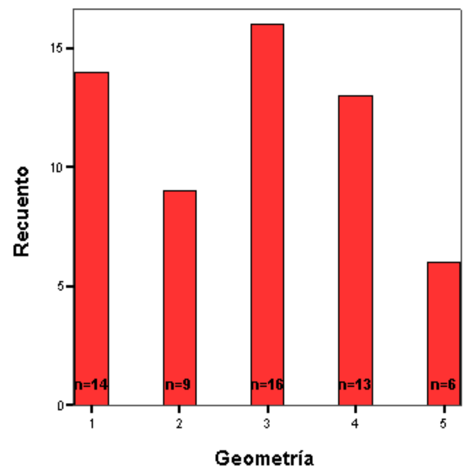
c) Eje Datos y Probabilidades



d) Eje medición



e) Eje Geometría



Se puede apreciar las formas gráficas asociadas a los ejes, detectando claramente que el eje de Datos y Probabilidades posee las cantidades más altas de profesores que hicieron valoraciones bajas en la escala Likert y su tendencia va disminuyendo conforme la declaración de dominio de contenido aumenta, indicando su falencia de dominio de contenido hacia este eje.

4.2.2.3- Dominio según eje temático

La segunda parte de la encuesta, consideró la valoración de los profesores, de cada uno de los objetivos de aprendizajes propuestos en las nuevas bases curriculares para los ejes de Datos y probabilidades y Patrones y álgebra.

Cada objetivo de aprendizaje se utilizó como un reactivo de la encuesta, entendiendo que este objetivo de aprendizaje incorpora el contenido matemático.

En esta etapa, se les pidió a los docentes valorar cada reactivo según el siguiente enunciado **"En mi formación inicial, como profesor generalista, obtuve los conocimientos necesarios para transferir en el aula a mis estudiantes temas relacionados con:…..N°1: Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas, usando tablas de conteo.**

Respondiendo en una escala su nivel de acuerdo al enunciado.

1	**2**	**3**	**4**	**5**
Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Ni en acuerdo ni en desacuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo

De esta manera, el 1 indica que el profesor tiene menor dominio del contenido, y el 5 manifiesta tener mayor dominio. En esta ocasión fue necesario recalcar que la información que se quería obtener era de su formación inicial y no de los conocimientos adquiridos posteriormente en cursos de perfeccionamiento.

4.2.2.3.1- Análisis Factorial y de Fiabilidad, de los ítems relacionados con dominio de contenidos de los ejes.

A continuación se muestran los resultados obtenidos de los análisis realizados en SPSS 17v. al test aplicado a los docentes.

De aquí en adelante se realizará el análisis de la información de los 26 ítems relacionados con los ejes de Patrones y Álgebra y Datos y probabilidades, donde los profesores dieron su parecer en cuanto al nivel de dominio de los contenidos de estos ejes.

Agregar además que en esta etapa del estudio, el foco no es la eliminación ni la separación de la información, sino más bien, dado que tenemos ya bastante evidencia relacionada con la selección del eje de Datos y Probabilidades como aquel eje que, según la percepción de los docentes, tienen mayores deficiencias de dominio de contenidos.

Sino más bien en esta etapa utilizar la información sobre dominio de contenido de los 26 ítems correspondientes a los objetivos de aprendizaje para focalizar la atención sobre los niveles de dominio por objetivo.

Resumen del procesamiento de los casos

		N	%
Casos	Válidos	112	100,0
	Excluidos [a]	0	,0
	Total	112	100,0

a. Eliminación por lista basada en todas las variables del procedimiento.

Como se muestra en la tabla anterior, los 112 datos son válidos para el análisis. El nivel de confiabilidad alcanzado por el instrumento para medir la variable que subyace al modelo es de un 97,2% para los 26 ítems del instrumento, que es considerado un buen indicador para el instrumento en su conformación general, en cuanto a las adecuaciones del grupo de ítems hacia una variable que se desea medir, que en este caso es la percepción que tienen los docentes de su conocimiento de los ejes mencionados

Tabla 23: Alpha de Cronbach del segundo instrumento

Estadísticos de fiabilidad

Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en los elementos tipificados	N de elementos
,972	,973	26

A continuación se agregan los estadísticos descriptivos para los 26 ítems, de los cuales, los primeros 15 ítems corresponden a los objetivos de aprendizaje del eje Datos y Probabilidades, posteriormente los 11 ítems relacionados con los objetivos de aprendizaje del eje de Patrones y Álgebra, declarados por el MINEDUC, en las nuevas bases curriculares para la educación básica, correspondiente a los cursos de 1º a 6º básico, según la LGE.

Tabla 24: Estadísticos de los elementos

Estadísticos de los elementos

	Media	Desviación típica	N
p1	3,55	1,314	112
p2	3,63	1,162	112
p3	3,79	1,231	112
p4	3,99	1,143	112
p6	3,93	1,145	112
p7	3,84	1,078	112
p8	3,90	1,082	112
p9	3,91	1,111	112
p10	3,78	1,054	112
p11	3,71	1,257	112
p12	3,43	1,213	112
p13	3,29	1,276	112
p14	3,35	1,250	112
p15	3,22	1,271	112
p16	3,43	1,354	112
p17	3,76	1,232	112
p18	3,27	1,369	112
p19	3,76	1,268	112
p20	3,26	1,361	112
p21	3,48	1,301	112
p22	3,30	1,307	112
p23	3,56	1,327	112
p24	3,71	1,271	112
p25	3,72	1,275	112
p26	3,59	1,346	112
p5	3,96	1,150	112

Podemos apreciar que el comportamiento de los grupos de ítems relacionados con los dos ejes es bastante similar en cuanto a los promedios de las valoraciones obtenidas.

Además la dispersión de las elecciones de los docentes en ambos grupos es similar, sin presentar diferencias significativas, a excepción de los ítems

8: *Leer e interpretar resultados de encuestas, comunicando sus conclusiones*.

9: *Leer, interpretar y completar tablas y gráficos comunicando sus conclusiones*,

4: *Construir, leer, completar e interpretar gráfico de barras simples y dobles, con y sin escala*.

Los cuales obtienen un promedio de valoración de aproximadamente 4 en ambos y una variabilidad baja, de 1,082; 1,111 y 1,143 respectivamente.

Además el ítem 15: *Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, usando software educativo*., alcanza una media menor a 3,2 con una variabilidad mayor a un punto lo que quiere decir que es el objetivo de aprendizaje donde existe mayor acuerdo de que no se posee el dominio de los contenidos adecuado

A continuación se presentan los estadísticos de resumen del grupo de los 26 ítems, donde podemos concluir sobre el grupo de ítems que la media obtenida no es baja, un 3,62 y alcanzando un mínimo de 3,2 (ítem 15) y un máximo de 3,9 (ítem 4).

Tabla 25: Estadísticos de resumen de los elementos

Estadísticos de resumen de los elementos

	Media	Mínimo	Máximo	Rango	Máximo/ mínimo	Varianza	N de elementos
Medias de los elementos	3,620	3,223	3,991	,768	1,238	,059	26
Varianzas de los elementos	1,537	1,112	1,874	,762	1,685	,052	26
Covarianzas inter-elementos	,883	,430	1,447	1,017	3,367	,036	26
Correlaciones inter-elementos	,578	,294	,859	,565	2,923	,011	26

La variabilidad de los ítems en forma individual obtiene un promedio de 1,537 con una variabilidad mínima de 1,112 y la variabilidad máxima de valoración de 1,874.

En cuanto a la intervariabilidad, fluctúa entre 0,4 y 1,5, con una diferencia o rango de 1,017. Cabe destacar que esta variabilidaloración de un grupo respecto del ítem, donde se destaca el promedio de las varianzas que se le denomina intravarianza y a la varianza de las medias llamada intervarianza, donde en este caso la varianza inter-elementos o varianza de las medias de los ítems, que refleja poca variabilidad con 0,8 menor a 1, con mínimos de 0,4 y 1,5.

Para el caso de las correlaciones inter-elementos es baja, lo que es un buen indicador. La información anterior se presenta en la siguiente tabla:

Tabla 26: Estadísticos Total-Elemento

Estadísticos total-elemento

	Media de la escala si se elimina el elemento	Varianza de la escala si se elimina el elemento	Correlación elemento-total corregida	Correlación múltiple al cuadrado	Alfa de Cronbach si se eleimina el elemento
p1	90,56	569,636	,680	,684	,972
p2	90,48	570,378	,762	,753	,971
p3	90,32	566,707	,781	,839	,971
p4	90,13	571,534	,753	,785	,971
p6	90,19	571,019	,762	,767	,971
p7	90,28	575,896	,714	,805	,971
p8	90,21	575,089	,728	,860	,971
p9	90,21	573,210	,744	,834	,971
p10	90,34	576,857	,712	,766	,971
p11	90,41	564,677	,800	,829	,971
p12	90,69	570,037	,734	,701	,971
p13	90,83	566,070	,763	,768	,971
p14	90,77	568,973	,729	,735	,971
p15	90,89	564,385	,795	,789	,971
p16	90,69	567,604	,691	,727	,972
p17	90,36	568,772	,744	,668	,971
p18	90,85	571,373	,623	,748	,972
p19	90,36	567,709	,740	,695	,971
p20	90,86	563,961	,746	,801	,971
p21	90,63	564,270	,777	,857	,971
p22	90,81	562,352	,806	,861	,971
p23	90,55	563,601	,772	,819	,971
p24	90,41	562,713	,824	,807	,971
p25	90,39	562,241	,829	,883	,971
p26	90,53	562,630	,776	,803	,971
p5	90,16	574,605	,691	,773	,972

Recordar aquí, en relación a la tabla anterior de estadísticos total-elemento que la confiabiliad del instrumento con los 26 ítems fue del 97,3% y en este caso si nos fijamos en la última columna de la tabla, la eliminación de ninguno de los ítem hará subir la confiabilidad del instrumento, por lo tanto no es necesario realizar exclusiones de ítems para realizar el análisis, además las correlaciones de cada elemento con el total, correspondiente a la columna correlación elemento-total corregida no muestra ítems con correlaciones inferiores a 0,5 que son los candidatos a ser cuestionada su incorporación en el instrumento, por su indicación de no pertenencia de este con el grupo de los 26 ítems que componen el instrumento.

4.2.2.3.2- Análisis factorial exploratorio

Para determinar el nivel explicativo de los ítems, analizar la conformación interna de los resultados de cada uno de ellos y determinar las propiedades relevantes del instrumento se ha realizado un análisis factorial exploratorio para organizar los ítems y los niveles alcanzados por cada uno de ellos en el nivel explicativo del instrumento global.

Inicialmente podemos decir que el grupo de los 26 ítems si componen un grupo posible de analizar a través de un análisis factorial, obteniéndose una asignación positiva del 94,2% con un nivel de significancia adecuado, como se muestra en la siguiente salida del análisis para la prueba de esfericidad de Bartlett y Kaiser Meyer Olkins KMO.

KMO y prueba de Bartlett

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.		,942
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	3022,550
	gl	325
	Sig.	,000

En cuanto a las comunalidades, podemos indicar que cada uno de los ítems obtiene una relación con el instrumento adecuada para su pertenencia o constitución del instrumento, como se muestra en la siguiente tabla de

comunalidades:

Comunalidades

	Inicial	Extracción
p1	1,000	,621
p2	1,000	,709
p3	1,000	,721
p4	1,000	,763
p5	1,000	,767
p6	1,000	,751
p7	1,000	,719
p8	1,000	,799
p9	1,000	,789
p10	1,000	,676
p11	1,000	,720
p12	1,000	,663
p13	1,000	,784
p14	1,000	,719
p15	1,000	,774
p16	1,000	,631
p17	1,000	,590
p18	1,000	,603
p19	1,000	,637
p20	1,000	,726
p21	1,000	,827
p22	1,000	,812
p23	1,000	,799
p24	1,000	,804
p25	1,000	,838
p26	1,000	,796

Método de extracción: Análisis de Componentes principales.

La siguiente tabla de varianza total explicada por los ítems es de un 73,2% del total de variabilidad, compuesta por 3 factores, donde claramente el primer factor agrega una explicación del 59,6% de la varianza total, el segundo factor agrega un 9,1% de explicación y el tercer factor que menos aporta a la variabilidad obtenida es de un 4,5%.

Varianza total explicada

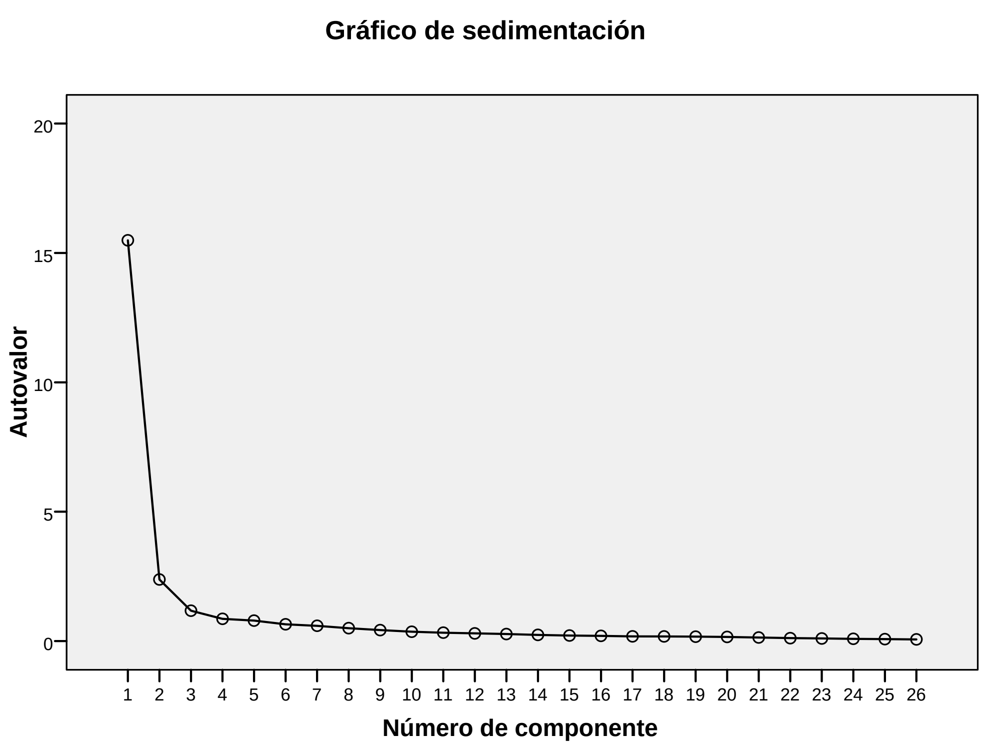
Componente	Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	15,487	59,567	59,567	15,487	59,567	59,567
2	2,379	9,148	68,715	2,379	9,148	68,715
3	1,171	4,505	73,219	1,171	4,505	73,219
4	,858	3,301	76,520			
5	,791	3,041	79,561			
6	,647	2,489	82,050			
7	,589	2,267	84,317			
8	,498	1,915	86,232			
9	,423	1,628	87,860			
10	,359	1,382	89,242			
11	,324	1,245	90,486			
12	,297	1,141	91,628			
13	,271	1,042	92,670			
14	,237	,912	93,582			
15	,212	,814	94,395			
16	,200	,771	95,166			
17	,180	,693	95,859			
18	,177	,681	96,540			
19	,170	,652	97,192			
20	,158	,607	97,799			
21	,137	,526	98,324			
22	,112	,432	98,757			
23	,100	,386	99,142			
24	,085	,326	99,468			
25	,075	,289	99,757			
26	,063	,243	100,000			

Método de extracción: Análisis de Componentes principales.

En definitiva, podemos concluir que los ítems se agrupan en 3 factores, uno de los cuales tiene un peso factorial muy superior que compone el modelo del instrumento para la medición del dominio de contenidos en los dos ejes, Patrones y Algebra y Datos y Probabilidades. Es decir, los datos obtenidos de la aplicación del test a los docentes muestra una declaración clara de que el modelo es conformado en forma general por un solo factor de asociación, que puede ser la variable subyacente a la medición que llamaremos el dominio de contenidos.

El siguiente gráfico de sedimentación muestra la relación del aporte porcentual de explicación de la varianza total del modelo de respuestas a los ítems del modelo, y podemos darnos cuenta que con 3 factores asociados al modelo son los que concentran la variabilidad explicada, construyendo un modelo con ellos explicamos gran parte de la variabilidad (73% aprox.).

Gráfico 11: Sedimentación



En la siguiente tabla podemos apreciar la distribución de los 26 ítems entre los tres factores que predicen el modelo, donde todos los ítems están agrupados en el primer factor, debido a que la correlación determinada por cada ítem es alta para el factor 1, esto indicaría su pertenencia, y la relación con los otros dos factores es marginal y ésta en ninguno de los factores alcanza un valor sobre 0,5 para la relación, lo que puede ser declarada como valor de corte para pensar en una relación de causa y eliminar la relación asociada a los efectos aleatorios de la muestra. En consecuencia, sólo basta un solo factor para el modelo.

Matriz de componentes [a]

	Componente		
	1	2	3
p1	,709	,196	-,282
p2	,784	,147	-,268
p3	,807	,260	-,047
p4	,782	,373	-,117
p5	,726	,487	-,057
p6	,791	,351	-,033
p7	,746	,397	,075
p8	,760	,459	,107
p9	,774	,431	,059
p10	,741	,329	,137
p11	,822	,155	,141
p12	,755	-,074	,296
p13	,781	-,119	,399
p14	,747	-,212	,341
p15	,809	-,167	,302
p16	,709	-,264	,241
p17	,764	-,036	,072
p18	,640	-,413	,151
p19	,757	-,209	-,144
p20	,759	-,372	,107
p21	,789	-,438	-,112
p22	,817	-,369	-,090
p23	,789	-,306	-,287
p24	,840	-,119	-,290
p25	,843	-,210	-,288
p26	,792	-,265	-,313

Método de extracción: Análisis de componentes principales.

a. 3 componentes extraídos

En el transcurso del análisis surgió la duda en cuanto a determinar si el año de egreso estaba relacionado o no con el dominio de contenidos en el eje de datos y probabilidades, porque la edad de los profesores no es un indicador de experiencia, pero no se obtuvo un relación entre estas variables, obteniéndose por ejemplo para los 17 docentes que indicaron que era Datos y Probabilidades el eje con más deficiencias de dominio de contenido en su pregrado se obtuvieron los años de egreso 1980, 1985, 1991, 1995, 1996, 1997, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2010 y 2013, lo que es indicador de la transversalidad de la deficiencia independiente del año de egreso del profesor encuestado.

Capítulo 5

Cuadernillo de apoyo al docente

CUADERNILLO DE APOYO AL DOCENTE

EJE DATOS Y PROBABILIDADES

Recolección y registro de datos

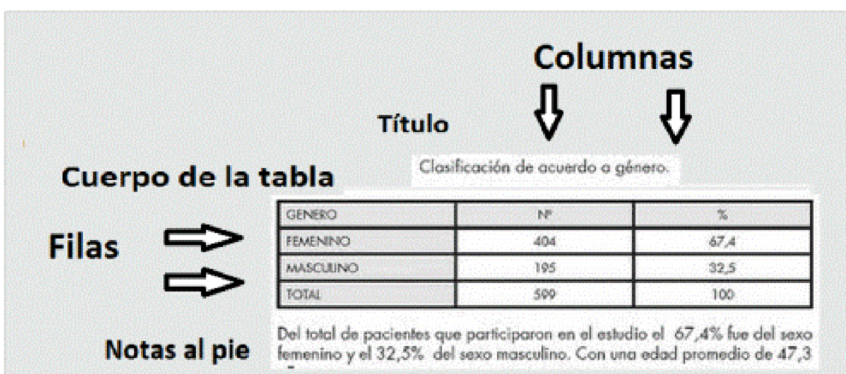
A continuación se exponen los distintos tipos de tablas de frecuencias para agrupar datos del tipo cualitativo o cuantitativo.

Acá encontrarás la forma y la descripción del significado de cada columna de las tablas de frecuencias, así como también la forma de realizar la lectura de la información presentada en ellas.

Tablas de frecuencias

Una tabla de frecuencia es una forma rectangular con filas (en forma horizontal) y columnas (en forma vertical) que permite ordenar y resumir la información disponible.

Al construir las tablas de frecuencias, se deben incluir algunos elementos tales como títulos, cuerpo de la tabla y notas al pie.



GENERO	Nº	%
FEMENINO	404	67,4
MASCULINO	195	32,5
TOTAL	599	100

A.- Títulos: En ese lugar se debe contestar a algunas de las siguientes preguntas:

i) ¿De qué trata el estudio?, que se responde con el <u>objetivo</u> de la investigación.

ii) ¿Cómo se realizó el estudio?, que se responde con las <u>variables.</u>

iii) ¿Dónde se efectuó el estudio que se responde con un <u>lugar.</u>

iv) ¿Cuándo se efectúo el estudio?, que se responde con una <u>fecha.</u>

B.- Cuerpo de la tabla: En el cuerpo de la tabla se anotan las variables, las distintas clases definidas para la variable, los conteos y los porcentajes.

C.- Notas al pie: En esta sección de la tabla se debe considerar la fuente, es decir, de donde se extrae la información y que puede ser utiliza para corroborar los datos presentados o para citarla como base de otros estudios relacionados con el tema, además es el lugar donde se escriben notas explicativa para una mejor interpretación de los datos.

Notación utilizada en las tablas de frecuencias

1.- Las clases se anotan en filas y son denominadas con la letra C, por ejemplo: C_1, C_2, …, C_k donde k es el número de clases de la tabla de frecuencias.

2.- La frecuencia absoluta anotada como n_i corresponde al conteo de los datos correspondiente a cada una de las clases, y son llamadas $n_1, n_2, \ldots, n_k$. En todas las tablas de observa que:

$$\sum_{i=1}^{k} n_i = n$$

Donde n representa el tamaño de la muestra representada en la tabla de frecuencias.

3.-La frecuencia relativa anotada como h_i representa la proporción de datos sobre el total en cada una de las clases, donde se verifica que $0 \leq h_i \leq 1$, para toda i. Para obtener cada valor h_i de la tabla de frecuencias, debemos calcular cada frecuencia absoluta dividida por el total, de la siguiente forma:

$$h_i = \frac{n_i}{n}$$

Por lo que se deduce que $\sum_{i=1}^{k} h_i \approx 1$

3.a- La <u>frecuencia relativa porcentual</u> es h_i% y representa el porcentaje de datos sobre el total, correspondiente a cada una de las clases, donde se puede verificar que $0 \leq h_i \leq 100$, para toda i.

Se obtiene haciendo

$$h_i\% = \frac{n_i}{n} \cdot 100$$

obteniendo que: $$\sum_{i=1}^{k} h_i\% \approx 100$$

4.- La <u>frecuencia absoluta acumulada</u> es anotada como N_i y corresponde al conteo de datos acumulados o sumadas de las frecuencias absolutas hasta una clase determinada que puede ser Cj. (j= 1, 2, …, k).

Es decir se obtiene haciendo:

$$N_1 = n_1$$
$$N_2 = n_1 + n_2$$
$$N_3 = n_1 + n_2 + n_3$$
$$.$$
$$.$$
$$N_k = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_k = \sum_{i=1}^{k} n_i = n$$

5.- La <u>frecuencia relativa acumulada</u> se anota como Hi y corresponde a la frecuencia relativa de datos acumulados o sumados hasta una clase determinada Cj (j=1, 2, …, k). Es decir, se obtiene desde:

$$H_1 = h_1$$
$$H_2 = h_1 + h_2$$
$$H_3 = h_1 + h_2 + h_3$$
$$.$$
$$.$$
$$H_k = h_1 + h_2 + h_3 + \ldots + h_k = \sum_{i=1}^{k} h_i \approx 1$$

5.a- La frecuencia relativa porcentual acumulada se anota como Fi % y Corresponde a la frecuencia relativa de datos porcentuales acumulados o sumados hasta una clase determinada Cj (j=1, 2, …, k). Es decir, se obtiene desde:

$$
\begin{aligned}
H_1\% &= h_1\% \\
H_2\% &= h_1\% + h_2\% \\
H_3\% &= h_1\% + h_2\% + h_3\% \\
&\;\;. \\
&\;\;. \\
H_k\% &= h_1\% + h_2\% + h_3\% + \ \ldots + h_k\% \\
&= \sum_{i=1}^{k} h_i\,\% \approx 100
\end{aligned}
$$

Notar que, no es necesario que una tabla de frecuencias contenga la columna de las frecuencias relativas y además la columna de las frecuencias relativas porcentuales, sean acumuladas o no, dado que es la misma descripción utilizando diferente nomenclatura. Por lo que se deja al investigador la decisión de la forma más adecuada de presentar su información, optando por una de ellas.

Estructura de las tablas de frecuencias

Básicamente la estructura de una tabla de frecuencias no tiene cambios considerables en cuanto a la presentación de las frecuencias. Pero, la presentación de la información es diferente dependiendo del tipo de variable utilizada en el estudio, es decir, cada variable tiene su propia representación.

Recordar además que las variables en estudio pueden ser del tipo cualitativa (Nominal u ordinal) o cuantitativa (Discreta o continua).

Tabla de frecuencias para variables en escala Nominal

Recordar que una escala de medición o clasificación Nominal corresponde a una variable sin orden o jerarquía entre las distintas clases definidas para la variable. Por ejemplo: color preferido, nombre de bandas de música, calles de Santiago, sabores de helado, etc.
Ejemplo de Tabla de frecuencias para variables en escala Nominal

Nomenclatura de la tabla de frecuencias

C_k : Clase k de la variable de estudio.

n_i : Frecuencia absoluta.

h_i : Frecuencia relativa.

N_i : Frecuencia absoluta acumulada.

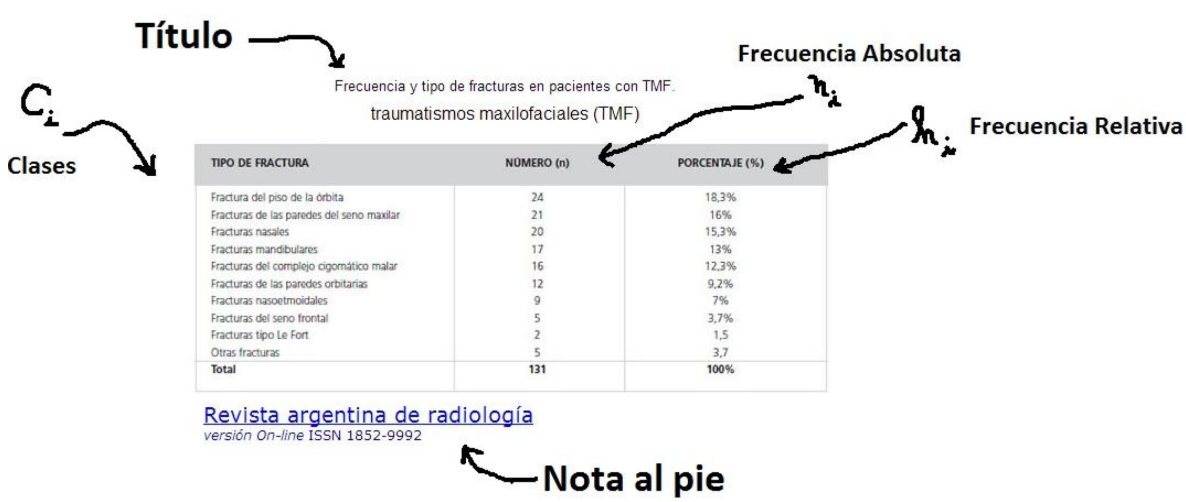
H_i : Frecuencia relativa acumulada.

n : Tamaño muestral.

Título de la tabla de frecuencias

Variable	n_i	h_i	N_i	H_i
C_1	n_1	h_1	N_1	H_1
C_2	n_2	h_2	N_2	H_2
C_3	n_3	h_3	N_3	H_3
…	…	…	…	…
…	…	…	…	…
C_k	n_k	h_k	$N_k = n$	$H_k = \sum_{i=1}^{k} h_i$
Totales	$\sum_{i=1}^{k} n_i = n$	$\sum_{i=1}^{k} h_i \approx 1$	-----	-----

Notas al pie



Frecuencia y tipo de fracturas en pacientes con TMF.
traumatismos maxilofaciales (TMF)

TIPO DE FRACTURA	NÚMERO (n)	PORCENTAJE (%)
Fractura del piso de la órbita	24	18,3%
Fracturas de las paredes del seno maxilar	21	16%
Fracturas nasales	20	15,3%
Fracturas mandibulares	17	13%
Fracturas del complejo cigomático malar	16	12,3%
Fracturas de las paredes orbitarias	12	9,2%
Fracturas nasoetmoidales	9	7%
Fracturas del seno frontal	5	3,7%
Fracturas tipo Le Fort	2	1,5
Otras fracturas	5	3,7
Total	**131**	**100%**

Revista argentina de radiología
versión On-line ISSN 1852-9992

Notar que las clases son nombres que recibe la variable "TMF" en cada una de las clases en que está diferenciada. No existe un orden establecido ni jerarquía para la aparición en la escala de clases.

Tabla de frecuencias para variables en escala Ordinal

Recordar que una escala de medición o clasificación Ordinal corresponde a una variable con orden o jerarquía entre las distintas clases definidas para la variable. Por ejemplo: grados militares, grados académicos, tipos de contrato laboral, entre otros.

Título de la tabla de frecuencias

Nomenclatura de la tabla de frecuencias

C_k : Clase k de la variable de estudio.

n_i : Frecuencia absoluta.

h_i : Frecuencia relativa.

N_i : Frecuencia absoluta acumulada.

H_i : Frecuencia relativa acumulada.

n : Tamaño muestral.

Variable	n_i	h_i	N_i	H_i
C_1	n_1	h_1	N_1	H_1
C_2	n_2	h_2	N_2	H_2
C_3	n_3	h_3	N_3	H_3
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
C_k	n_k	h_k	$N_k = n$	$H_k = \sum_{i=1}^{k} h_i$
Totales	$\sum_{i=1}^{k} n_i = n$	$\sum_{i=1}^{k} h_i \approx 1$	-----	-----

Notas al pie

Ejemplos de uso de Tablas de frecuencias para variables en escala Ordinal

Nivel de educación

		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	Primaria	56	18.7
	Secundaria	167	55.7
	Preparatoria	18	6.0
	Universidad	42	14.0
	Expecialización	13	4.3
	Total	296	98.7
Perdidos	No responde	4	1.3
Total		300	100.0

Nivel de conocimiento	Frecuencia	
	n	%
Insuficiente	72	**24,0**
Suficiente	80	**26,6**
Aceptable	109	**36,3**
Excelente	39	**13,0**

Instituciones	Frecuencia
CBTis.	38
U.A. de C.	35
U.A.P.N.	41
Blockbuster	20
Centros com.	34

Mes	Frecuencias	
	Esperadas	Observadas
Enero	*60*	*43*
Febrero	60	41
Marzo	60	75
Abril	60	71
Mayo	60	59
Junio	60	69
Julio	60	45
Agosto	60	51
Septiembre	60	61
Octubre	60	65
Noviembre	60	50
Diciembre	60	90
Total	720	720

Tabla de frecuencias para variables Discretas

La manera lógica de organizar datos es crear categorías y luego asignar las observaciones a una categoría. Pero nuestra capacidad de categorizar está limitada por la naturaleza de las variables que usamos. Además, no todas las variables se pueden categorizar con la misma facilidad. En términos estadísticos, las *variables que interesan medir pueden ser discretas o continuas.*

Las **variables discretas** son aquellas cuyas observaciones se agrupan 'inherentemente' o 'naturalmente' en categorías, porque dichas variable por su naturaleza sólo pueden tomar ciertos valores muy específicos.

El "género" de un sujeto es un buen ejemplo de una variable discreta: los seres humanos pueden ser mujeres u hombres, se ajustan a una u otra categoría y no hay continuidad ni puntos intermedios entre ellas. Los países o regiones del mundo también son buenos ejemplos de variables discretas.
Otro ejemplo es el nivel educacional de las personas, en ella podemos crear las siguientes categorías para describir esta última variable: (a) educación básica completa, (b) educación Media completa, (c) educación superior incompleta, (d) educación superior completa, (e) educación de postgrado incompleta y (f) educación de postgrado completa.

Nomenclatura de la tabla de frecuencias

X_i : Valor de clasificación de la variable de estuc

n_i : Frecuencia absoluta.

h_i : Frecuencia relativa.

N_i : Frecuencia absoluta acumulada.

H_i : Frecuencia relativa acumulada.

n : Tamaño muestral.

Título de la tabla de frecuencias

Variable	n_i	h_i	N_i	H_i
X_1	n_1	h_1	N_1	H_1
X_2	n_2	h_2	N_2	H_2
X_3	n_3	h_3	N_3	H_3
…	…	…	…	…
…	…	…	…	…
X_k	n_k	h_k	$N_k = n$	$H_k = \sum_{i=1}^{k} h_i$
Totales	$\sum_{i=1}^{k} n_i = n$	$\sum_{i=1}^{k} h_i \approx 1$	----	----

Fuente:

Ejemplo de uso de tabla de frecuencias para variables Discretas

Edad del o la estudiante (años)	Conteo	Frecuencia
9	IIII	4
10	IIIII III	8
11	IIIII IIIII I	11
12	IIIII II	7
Total		**30**

Nota	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
1	1	$\frac{1}{36}$
2	3	$\frac{4}{36}$
3	6	$\frac{6}{36}$
4	10	$\frac{10}{36}$
5	9	$\frac{9}{36}$
6	4	$\frac{4}{36}$
7	3	$\frac{3}{36}$
Total	36	$\frac{36}{36}$

No. de mascotas	Frecuencia	Frecuencia acumulada
0	**4**	**4**
1	**3**	**7**
2	**1**	**8**
3	**1**	**9**
>3	**1**	**10**

Tabla de frecuencias para variables continuas

Otra clase de variables, conocidas como **variables continuas**, no son tan fáciles de categorizar como las variables discretas. A diferencia de las variables discretas, las variables continuas, como su nombre lo indica, sólo se pueden agrupar en forma arbitraria en categorías, porque por su naturaleza pueden tomar cualquier valor a lo largo de un continuo (o de una escala numérica continua).

La estatura de los habitantes de un país es un ejemplo de variable continua, así como el ingreso de las familias en dicho país. Un buen ejemplo en el área de la educación son las "calificaciones de pruebas", que sólo se pueden agrupar arbitrariamente creando 'intervalos' artificiales, como por ejemplo: 1-2,0, 2,1-4,0, etc. Note que los intervalos también podrían ser 1-10, 11-20, 21-30, etc., o cualquier otro intervalo que se prefiera, ya que la variable no se ajusta naturalmente a categorías predeterminadas como en el caso de las variables discretas.

La distinción entre variables discretas y continuas es de gran aplicabilidad en la estadística. Pero su importancia sólo queda clara después de comprender el concepto estadístico fundamental de 'distribución' o 'distribución de frecuencias'. (Los estadísticos por lo general usan la primera versión, la más corta, para referirse a la distribución de frecuencias.)

Nomenclatura de la tabla de frecuencias

L_{Ik}: **Límite inferior del intervalo de la fila k.**

L_{Sk}: **Límite superior del intervalo de la fila k.**

C_i : **Marcas de clase.**

n_i : **Frecuencia absoluta.**

h_i : **Frecuencia relativa.**

N_i : **Frecuencia absoluta acumulada.**

H_i : **Frecuencia relativa acumulada.**

n : **Tamaño muestral.**

Título de la tabla de frecuencias

Variable (Intervalos)	C_i	n_i	h_i	N_i	H_i
$[L_{I1} - L_{S1}[$	C_1	n_1	h_1	N_1	H_1
$[L_{I2} - L_{S2}[$	C_2	n_2	h_2	N_2	H_2
$[L_{I3} - L_{S3}[$	C_3	n_3	h_3	N_3	H_3
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
$[L_{Ik} - L_{Sk}[$	C_k	n_k	h_k	$N_k = n$	$H_k = \sum_{i=1}^{k} h_i$
Totales	----	$\sum_{i=1}^{k} n_i = n$	$\sum_{i=1}^{k} h_i \approx 1$	----	----

Fuente:

Cuando los datos de una variable discreta presentan una cantidad superior a 13 clases, o dicho de otra forma, cuando la cantidad de filas de una tabla de frecuencias es mayor a 13 categorías, es conveniente presentar estas clases a través de intervalos de datos, como también si los datos provienen de una variable continua.

Este proceso consiste en transformar una variable discreta en intervalos. Esto sucede a menudo cuando la cantidad de filas de la tabla de frecuencias es muy grande, por ejemplo, cuando hacemos una tabla de frecuencias de las edades de los alumnos de un Colegio, nos encontraremos con alumnos desde 6 a 20 años aproximadamente, con lo que deberíamos realizar 14 filas para las edades, con una tabla muy extensa. En su lugar se forman intervalos de edades agrupando años.

Procedimiento paso a paso para construir una tabla de frecuencias

PASO 1: Determinar el número de clases, filas o intervalos "k" de una tabla de frecuencias.
Calculamos la cantidad de intervalos necesarios "k" según el tamaño muestral "n", usando la regla de Sturges:

$$k = 1 + 3{,}3 \cdot log\ n$$

PASO 2: Determinar el rango "R", que corresponde a la diferencia entre el valor mayor y menor de la muestra de datos:

$$\text{R} = (Valor\ Máx.) - (Valor\ Mín.)$$

PASO 3: Determinar la amplitud "*a*" de cada uno de los intervalos, que se obtiene de la siguiente forma:

$$a = \frac{Rango}{Cantidad\ de\ intervalos} = \frac{R}{k}$$

PASO 4: Determinar los intervalos, identificando el valor mínimo de la muestra y sumar constantemente la amplitud "*a*"

Suele ocurrir que la amplitud sea un número decimal, que luego debe ser aproximado. Esto provoca que existan variaciones con el verdadero rango de la variable, aumentándolo. Para solucionar este inconveniente se calcula la diferencia entre el rango verdadero que corresponde a la diferencia de los valores máximo y mínimo de los datos que se tienen, con el rango calculado al hacer la aproximación de la amplitud, donde lo obtenemos multiplicando la amplitud por el número de intervalos ($R=a \cdot k$) y que posteriormente se distribuyen entre el máximo y el mínimo de forma proporcionada.

Finalmente, es importante saber que se puede obtener con la información de algunas de las tablas construidas. A continuación un recuadro de resumen:

Escala de medida	Frecuencias	Medidas de posición	Medidas de dispersión	Medidas de distribución	Gráficos
Nominal	Si	Moda	No	No	Sectores y Barras
Ordinal	Si	Moda	No	No	Sectores, Barras Áreas
Escala	No	Media, Mediana, Moda	Si	Si	Histograma, Áreas Dispersión

Gráficos

En estadística denominamos gráficos a aquellas imágenes que, combinando la utilización de sombreado, colores, puntos, líneas, símbolos, números, texto y un sistema de referencia (coordenadas), permiten presentar información cuantitativa.

La utilidad de los gráficos es doble, ya que pueden servir no sólo como sustituto a las tablas, sino que también constituyen por sí mismos una poderosa herramienta para el análisis de los datos, siendo en ocasiones el medio más efectivo no sólo para describir y resumir la información, sino también para analizarla.

En este trabajo nos vamos a centrar únicamente en los gráficos como vehículo de presentación de datos, sin abordar su otra faceta como herramienta de análisis.

Veamos primeramente algunos principios comunes en la construcción de gráficos:

En su gran mayoría los gráficos se inscriben en un sistema de ejes coordenados, siendo el circular o de sectores una excepción.

En uno de los ejes se representan las frecuencias observadas o los valores calculados a partir de los datos, mientras que en el otro se representa el criterio principal de clasificación (que aparece en el talón de la tabla correspondiente).

La escala relativa al eje donde se representan frecuencias debe comenzar en cero. De ser necesario, se puede interrumpir 'adecuadamente' la escala. Decimos adecuadamente porque la forma de realizar esa ruptura depende del tipo de gráfico.

La longitud de un eje debe ser, aproximadamente, entre una vez y una vez y media la del otro. Esta proporcionalidad es importante, pues garantiza la comparabilidad entre gráficos.

Cada eje debe ser rotulado, es decir, indicar que representa, y en caso de que corresponda, la unidad de medida usada.

Un gráfico no debe sobrecargarse de líneas o cifras, el solo da la idea general del fenómeno, pues los detalles están representados en la tabla correspondiente.

Componentes de un gráfico.

Un gráfico, al igual que una tabla, está compuesto de los siguientes elementos o partes:

a.- Identificación del gráfico.
b.- Título del gráfico.
c.- Cuerpo del gráfico o gráfico propiamente dicho (incluye la clave o leyenda de ser necesaria esta).
d.- Pie del gráfico.

Las características de estos componentes, salvo el gráfico propiamente dicho, son las mismas de dichos componentes en la tabla o cuadro estadístico, así que no insistiremos en ellas y pasaremos directamente a discutir la construcción de los diferentes tipos de gráficos.

Debemos hacer una aclaración antes de continuar. En la actualidad es muy poco frecuente encontrar un gráfico hecho a mano, sino aquellos hechos utilizando algún software, como Excel. Esto no invalida la necesidad de conocer las reglas y convenciones establecidas con respecto a la confección de los mismos. Ya que debemos garantizar que nuestros gráficos no presenten errores, y sea el gráfico correcto para la información que se desea representar.

Tipos de Gráficos estadísticos

Los gráficos son medios popularizados y a menudo los más convenientes para presentar datos, se emplean para tener una representación visual de la totalidad de la información. Los gráficos estadísticos presentan los datos en forma de dibujo de tal modo que se pueda percibir fácilmente los hechos esenciales y compararlos con otros.

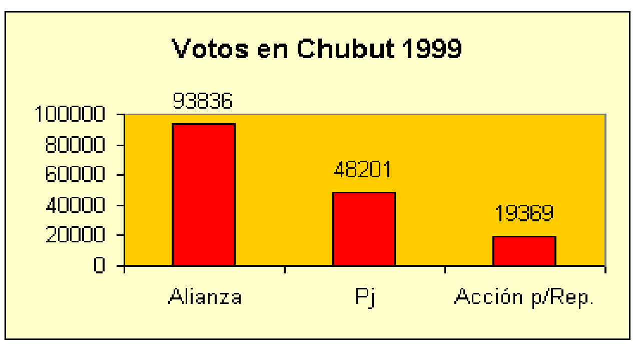
Algunos tipos de gráficos estadísticos son:

- Barras
- Líneas
- Circulares
- Pictogramas

Gráficos de barras verticales

Representan valores usando trazos verticales, aislados o no unos de otros, según la variable a graficar sea discreta o continua. Pueden usarse para representar

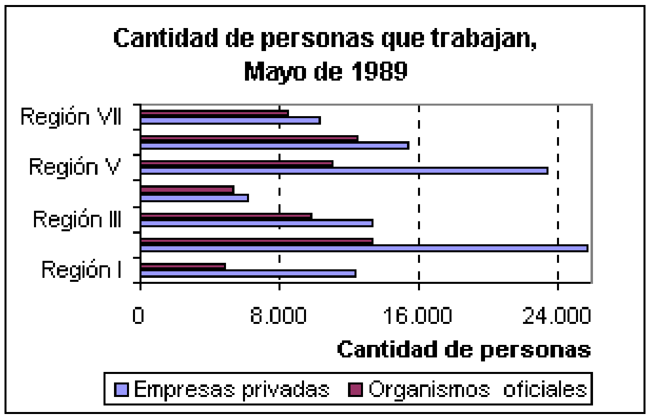
- una serie
- dos o más series (también llamado de barras comparativas)



Gráficos de barras horizontales

Representan valores discretos a base de trazos horizontales, aislados unos de otros. Se utilizan cuando los textos correspondientes a cada categoría son muy extensos.

- para una serie
- para dos o más series

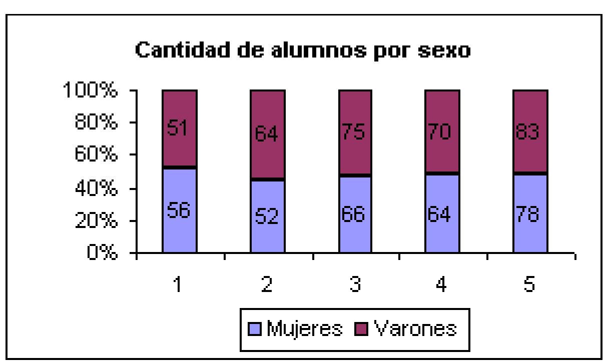


Gráficos de barras proporcionales

Se usan cuando lo que se busca es resaltar la representación de los porcentajes de los datos que componen un total. Las barras pueden ser:

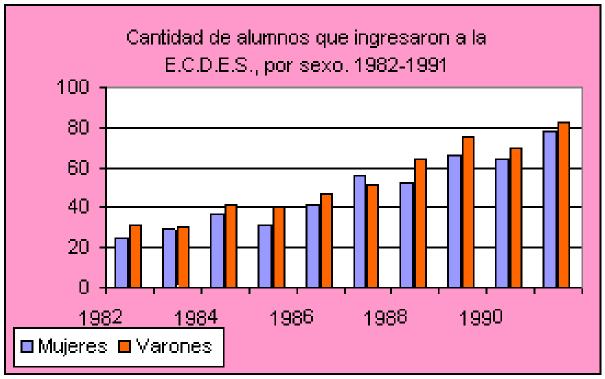
- Verticales
- Horizontales

Cantidad de alumnos desde 1ro a 5to básico



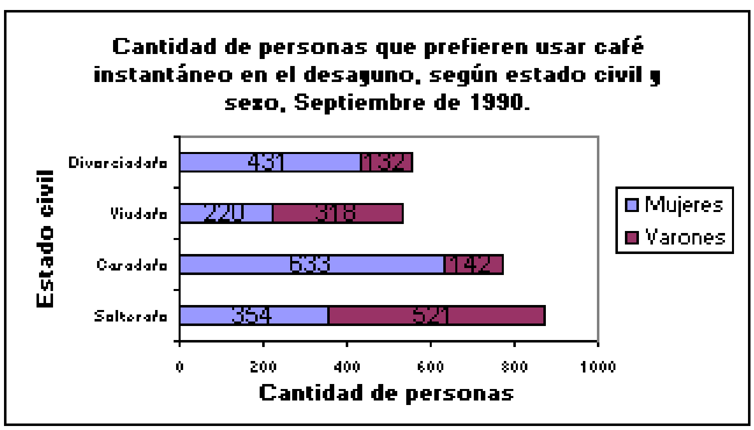
Gráficos de barras comparativas

Se utilizan para comparar dos o más series, para comparar valores entre categorías. Las barras pueden ser verticales u horizontales.



Gráficos de barras apiladas

Se usan para mostrar las relaciones entre dos o más series con el total. Las barras pueden ser verticales u horizontales.

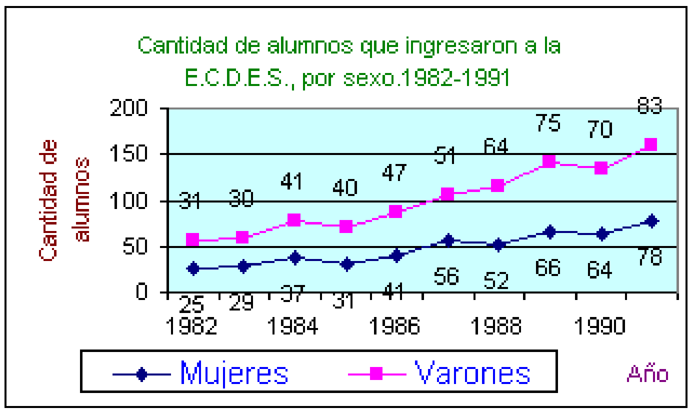


Gráficos de líneas

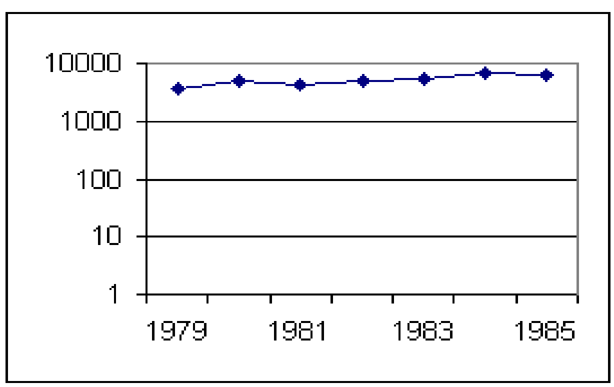
En este tipo de gráfico se representan los valores de los datos en dos ejes cartesianos ortogonales entre sí.

Se pueden usar para representar:

- una serie
- dos o más series



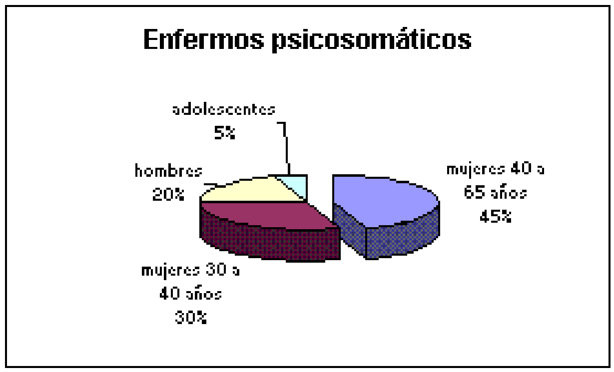
Estos gráficos se utilizan para representar valores con grandes incrementos entre sí.



Gráficos circulares o de torta

Estos gráficos nos permiten ver la distribución interna de los datos que representan un hecho, en forma de porcentajes sobre un total. Se suele separar el sector correspondiente al mayor o menor valor, según lo que se desee destacar.

Se pueden ser en dos dimensiones o tres dimensiones como el siguiente:



Ojivas

Es cuando se trata de relacionar observaciones en un mismo aspecto para dos colectivos diferentes no es posible ejecutar comparaciones sobre la base de la frecuencia, es necesario tener una base estándar, la frecuencia relativa. La ojiva representa gráficamente la forma en que se acumulan los datos y permiten ver cuántas observaciones se hallan por arriba o debajo de ciertos valores. Es útil para obtener una medida de los cuartiles, deciles, percentiles.

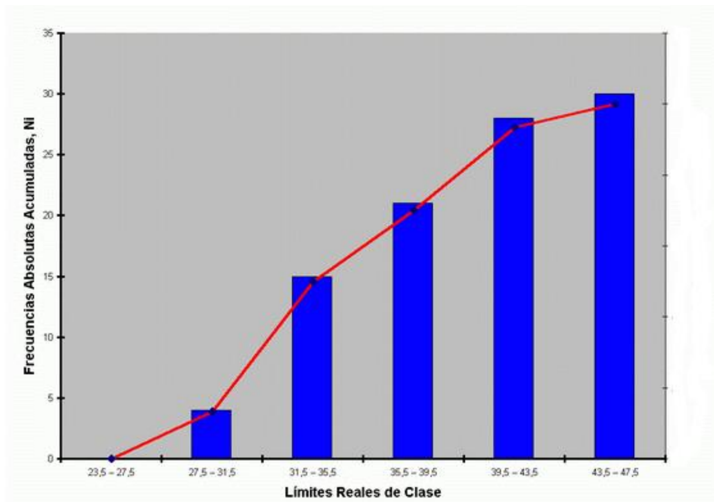
Esta se obtiene de la siguiente manera:

a) Se trazan dos ejes de coordenadas.
b) Se llevan sobre la abscisa los límites superiores de cada clase que componen la distribución y sobre la ordenada las frecuencias acumuladas.
c) Se representan por puntos la frecuencia acumuladas de cada clase, levantando perpendiculares en cada límite superior de

clase, siendo la altura de estas perpendiculares igual al monto de la frecuencia acumulada en dicha clase.

d) Finalmente se unen estos puntos obteniéndose la curva integral u ojiva.

Frecuencia acumulada u ojiva



Polígono de Frecuencias

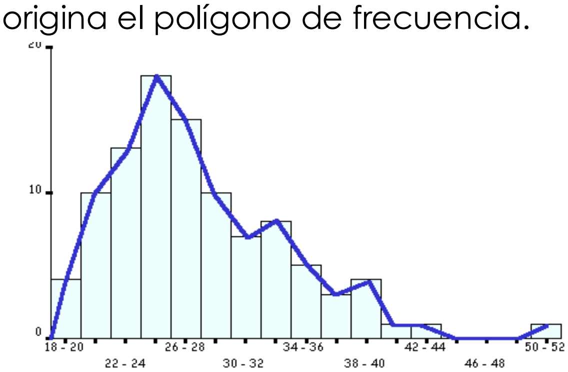
Consiste en una serie de segmentos que unen los puntos cuyas abscisas son los valores centrales de cada clase y cuyas ordenadas son proporcionales a sus frecuencias respectivas. Por ejemplo:

a) Se trazan dos ejes de coordenadas en un plano

b) Se llevan sobre las abscisas los puntos medios de la distribución y sus respectivas frecuencias se llevan sobre la ordenada.

c) Por cada punto medio se levantan perpendiculares cuyas alturas representan las frecuencias de cada clase; en la práctica solo se traza e l punto final de la perpendicular.

d) Los extremos de las perpendiculares se unen por medio de líneas rectas obteniéndose una línea poligonal, que al ser cerrada origina el polígono de frecuencia.



Medidas de Tendencia Central

Cuando ya hemos realizado la recogida de información desde una muestra de datos, y al forjarnos una imagen mental de la distribución de frecuencias de un conjunto de mediciones, una de las primeras apreciaciones descriptivas de interés es una medida de tendencia central, es decir, una que localiza el centro de la distribución.

Una de las medidas de tendencia central más común y útil es el promedio o "media aritmética", pero también son de importancia, según las circunstancias y el tipo de variables la "moda" y la "mediana". Otras medidas de tendencia central menos usadas son la "media geométrica" y la "media armónica". La sumatoria, un concepto básico introductorio:

En matemática, la letra Griega "Σ" (sigma) en mayúscula se utiliza para indicar sumatoria de datos donde:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \cdots + x_n$$

Siendo "x" un valor de una medición de la variable en estudio e "i" un índice que varía de "1 a n ".El número de datos de la muestra se identifica con la letra "n".

Media Aritmética

La media aritmética o simplemente media de un conjunto de mediciones es la medida de tendencia central más usada y conocida. Esta medida se simboliza como $\bar{x}$ (x con raya) cuando representa la media muestral y como μ (letra griega minúscula) para representar la media poblacional. " $\bar{x}$ " o "μ" es la suma de todos los valores de la muestra o población divididos por el número de casos. En el caso de la media muestral esta es igual a: "$\bar{x} = \frac{(\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}2 + \mathrm{x}3 + \cdots + \mathrm{x}_\mathrm{n})}{n}$" donde "n" es el número de datos de la muestra y "x" el valor numérico del dato. La fórmula simplificada de la media es:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Donde Σ representa la letra griega sigma, que en matemáticas es el símbolo de sumatoria de datos, el subíndice "i" es un valor que varía desde "1" a "n". Una debilidad de la media aritmética es que es sensible a valores extremos de la distribución y que carece de sentido para variables medidas con un nivel nominal u ordinal.

La Mediana

La segunda medida de tendencia central es la mediana. La mediana "M_e" de un conjunto de mediciones "x1, x2, x3,...., xn" es el valor de "x" que se encuentra en el punto medio o centro cuando se ordenan los valores de menor a mayor.

Si las mediciones de un conjunto de datos se ordenan de menor a mayor valor y "n" es impar, la mediana corresponderá a la medición con el orden "(n + 1) / 2". Si el número de mediciones es par, n = par, la mediana se escoge como el valor de "x" a la mitad de las dos mediciones centrales, es decir como el valor central entre la medición con rango "n/2" y la que tiene rango "(n/2) + 1", sumándolas y dividiéndolas por 2.

Reglas para calcular la mediana

- Ordenar las mediciones de menor a mayor. Si "n" es impar, la mediana "M_e" es la medición con rango "(n + 1) / 2"

- Si "n" es par, la mediana "M_e" es el valor de "x" que se encuentra a la mitad entre la medición con rango "n / 2" y la medición con rango "(n /2)+1".

Ejemplo de cálculo de una mediana.

En el ejemplo de las notas de matemáticas "la mediana" se construye ordenando los datos de menor a mayor:

Estudiantes	Notas sin ordenar de cada alumno	Notas ordenadas de mayor a menor
Roberto	4	6,2
Luis	5,4	5,7
Rosa	6,2	5,4
Alberto	4,9	5,1
Diana	3,6	4,9
María	5,1	4,2
Pedro	4,2	4
Raquel	5,7	3,6

Como "n" es par, la mediana es igual a la mitad entre la medición con rango "n / 2" y la medición con rango "(n/2) +1", donde n / 2 = 4 y (n /2) +1)= 5. El dato 4 es la nota 5,1 y el dato 5 es la nota 4,9, entonces "la mediana" es igual a (5,1+ 4,9) / 2= 5,0. Luego $M_e = 5{,}0$, que se interpreta como el 50% de los alumnos obtuvieron calificación menor a 5,0 o también, el 50% de los alumnos obtuvieron calificación mayor a 5,0.

La Moda

La moda es la medida de tendencia central más fácil de calcular y también es la más sujeta a fluctuaciones cuando cambian unos pocos valores de la distribución.

Por esta razón la moda se suele usar para una evaluación rápida de la tendencia central. La moda se define como "el valor más frecuente de una distribución". En una tabla de frecuencias, la frecuencia absoluta mayor es la que contiene a la moda.

Esta medida se usa más tiene más sentido cuando se describen datos nominales, de hecho es la única medida de tendencia central que funciona con este tipo de escala. Es por eso que la moda es el valor más frecuente y funciona bien con escalas nominales

Comparaciones entre las diferentes medidas.

Las tres medidas de tendencia central, la media, mediana y moda, no son igualmente útiles para obtener una medida de tendencia central. Por el contrario, cada una de estas medidas tiene características que hacen que su empleo sea una ventaja dependiendo del contexto.

La media es la medida de tendencia central, generalmente más usada y tiene la característica que incorpora todos los datos de la variable en su cálculo por lo tanto su valor suele ser más estable.

La mediana suele ser la medida preferida cuando se emplea una escala ordinal, estas son las situaciones donde el valor asignado a cada caso no tiene otro significado más que el indicar el orden entre los casos. Por ejemplo saber en una clase cuales alumnos están dentro del 50% con mejores notas y cuales dentro del 50% con peores notas.

También se suele preferir la mediana cuando unos pocos valores extremos distorsionan el valor de la media. Por ejemplo si tengo 4 personas con nota 1 y dos que tienen nota 7, la media me puede dar a entender que la mayoría tiene nota 3, cuando esto no es real La moda en ciertas condiciones puede ser la más apropiada, por ejemplo cuando se quiere información rápida y cuando la precisión no sea un factor especialmente importante.

En ciertos casos solo esta medida tiene sentido por ejemplo en un equipo de fútbol llevo la estadística por jugador (escala ordinal) de la cantidad de pases que realiza por juego, esto para detectar quien es el que mejor distribuyendo la pelota, en este caso la media y la mediana no tendrían significado, solo la moda.

Un aspecto interesante entre las tres medidas es su comportamiento referente a la simetría que toma una distribución. Cuando las distribuciones son simétricas, sin sesgo, caso de la distribución Normal que tiene forma de campana, *la media, la mediana y la moda coinciden*. Si la distribución es asimétrica con sesgo positivo, hay más datos hacia la izquierda de la media, entonces "la media es mayor que la mediana y esta mayor que la moda". Si ocurre lo contrario, el sesgo es negativo, entonces "la media es menor que la mediana y ésta menor que la moda".

Otras medidas de tendencia central

La Media Geométrica.

La media geométrica se define como $\bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3. \cdots x_n}$, por ejemplo la mediageométrica de los valores "4, 5, 4, 6" es: $\bar{x}_g = \sqrt[4]{4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 6} = 4{,}68.$

Una ventaja de su uso es que considera todos los valores de la distribución y es menos sensible que la media aritmética a los valores extremos, sin embargo es de cálculo complicado y si un valor vale 0 se anula.

La Media Cuadrática.

Se construye a partir de suma de los cuadrados de un conjunto de valores. Su forma de cálculo es: $\bar{x}_c = \sqrt{\frac{{x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2+\cdots+{x_n}^2}{n}}$

Si tomamos los valores anteriores, la media cuadrática es $\bar{x}_c = \sqrt{\frac{4^2+5^2+4^2+6^2}{4}} = 4{,}81.$

Se utiliza cuando se quiere evitar los efectos de los signos, debido a que los cuadrados de los valores son números positivos.

La Media Armónica.

La media armónica de una cantidad finita de números es igual al "reciproco, o inverso, de la media aritmética" de los recíprocos de dichos valores y es recomendada para promediar velocidades

Si dados n números "x_1, x_2, ... , x_n" cálculo es: $\bar{x}_h = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\ldots+\frac{1}{x_n}}$

La media armónica resulta poco influida por la existencia de determinados valores mucho más grandes que el conjunto de los otros, o valores extremos, siendo en cambio sensible a valores mucho más pequeños que el conjunto. La media armónica no está definida en el caso de que exista algún valor nulo.

La ventaja de su utilización es que considera todos los valores de la distribución y en ciertos casos, es más representativa que la media aritmética. Y su desventaja es la influencia de los valores pequeños y el hecho que no se puede determinar en las distribuciones con algunos valores iguales a cero; por eso no es aconsejable su empleo en distribuciones donde existan valores muy pequeños. Se suele utilizar para promediar velocidades, tiempos, rendimientos, etc.

Probabilidades

La probabilidad es un tema relacionado con estadística, una rama de la matemática, y ésta se relaciona con el estudio de la aleatoriedad y la incertidumbre en cualquier situación donde podría ocurrir uno de varios resultados posibles. En algunos casos se utiliza de manera informal como por ejemplo: hay un 50% de posibilidades de que llueva, lo que es lo mismo una probabilidad de 0,5.

Definiciones

Experimento:"Un experimento es un procedimiento mediante el cual se trata de comprobar (afirmar o verificar) una o varias hipótesis relacionadas con un determinado fenómeno, mediante la manipulación de variables que presumiblemente son una causa".

En el contexto de estudios estadísticos, un experimento es la realización de una acción bien definida que conlleva a resultados, que se observan y registran. Por ejemplo, Lanzar un par de dados y observar la suma de los puntos que éste muestra, otro experimento es hacer girar una ruleta de 10 números y registrar el número que se obtiene.

Espacio muestral: Es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento.
Dependiendo de nuestro interés, definiremos el espacio muestral del experimento como todos los casos posibles o resultados del experimento.

Evento: es cualquier colección de resultados contenidos en el espacio muestral. Es un evento simple o suceso elemental si es un subconjunto del espacio muestral que contiene un único elemento y compuesto si contiene a varios resultados de estos eventos o sucesos.

Probabilidad: Es la posibilidad numérica de que ocurra un evento. Se mide con valores comprendidos entre 0 y 1, entre mayor sean las posibilidades de que el evento ocurra, más cercano a uno será su valor. Si la cantidad numérica es cercana a 0, será un suceso poco probable o de baja ocurrencia. Al evento o suceso seguro se le asocia probabilidad 1 y a un suceso imposible el valor cero.

Es importante discernir que cuando un experimento produce en su espacio muestral eventos simples o sucesos elementales *equiprobables*, que corresponde cuando cada evento tiene la misma probabilidad de ocurrencia. En este último caso es posible calcular mecánicamente la probabilidad de un evento como sigue (formula de Laplace).

Definición Clásica de Probabilidad. Modelo de frecuencia relativa

Cuando los resultados posibles de un experimento son todos igualmente posibles, la probabilidad de un evento (E), que puede ocurrir o no al realizar el experimento, puede ser calculada mediante el cociente entre la cardinalidad o conteo de los casos a favor de la ocurrencia del evento E y el número total de resultados posibles del experimento, que es la cardinalidad del espacio muestral

$$P(E) = \frac{\# \, Casos \quad \text{favorables}}{\# \, Casos \quad \text{posibles}}$$

Ejemplo 1: La probabilidad de que al lanzar un dado, salga 2 al lanzar un dado es: $\frac{1}{6} = 0.16$ Un caso favorable de un total de 6 casos posibles.

Ejemplo 2: La probabilidad de que al lanzar una moneda al aire, ésta muestre cara es:

$\frac{1}{2} = 0.5$ Un caso favorable de un total de 2 casos posibles.

Ejemplo 3: La probabilidad de sacar 1, 2, 3, 4, 5, o 6 al lanzar un dado es:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$$

La probabilidad de un evento está comprendida siempre entre 0 y 1. La suma de las probabilidades de todos los eventos posibles (E) sobre todo el espacio muestral S es 1.

Un espacio muestral (S): Es el conjunto Universal; conjunto de todos los sucesos o eventos de resultados posibles de interés que el experimento define, donde utilizamos su cardinalidad o cantidad de resultados del experimento aleatorio para determinar la probabilidad de un suceso en particular.

Probabilidad Compuesta

Es la probabilidad calculada para dos o más eventos simples contenidos en el espacio muestral, es decir, el interés sobre la medición de ocurrencia de un subconjunto de sucesos en el espacio muestral del experimento aleatorio.

En la composición existen dos posibilidades: Unión ∪ o Intersección∩.

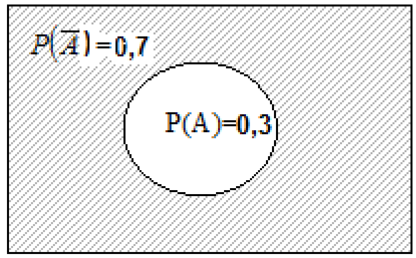
Unión de A y B
Si A y B son eventos en un espacio muestral (S), la unión $(A \cup B)$ de A y B contiene todos los elementos del evento A o B o ambos.

Intersección de A y B
Si A y B son eventos en un espacio muestral S, la intersección $(A \cap B)$ de A y B está compuesta por todos los elementos que se encuentran en A y B.

Relaciones entre eventos
Existen tres tipos de relaciones para encontrar la probabilidad de un evento: complementarios, condicionales y mutuamente excluyentes.

Eventos complementarios
El complemento de un evento A son todos los elementos en un espacio muestral (S) que no se encuentran en A. El complemento de A es$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

Ejemplo 4: En el evento A (día nublado), P(A) =0,3. La probabilidad de tener un día despejado o el complemento será 1 - P(A) =0,7. Como se muestra en la figura:



Probabilidad condicional

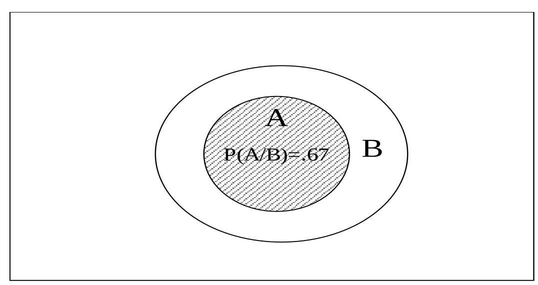
Para que se lleve a cabo un evento A se debe haber realizado el evento B. La probabilidad condicional de un evento A dado que ha ocurrido el evento B es:

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)} \text{ , Donde } P(B)\neq 0$$

Ejemplo 5: Sean los eventos A (lluvia) y B (nublado), donde P(A)=0,2 y P(B)=0,3. Determinar la probabilidad de que llueva en un día nublado? Nota: no puede llover si no hay nubes

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{0.2}{0.3}=0.67$$

La forma gráfica es la siguiente:



Ejemplo 6. Las razones de queja en productos de una determinada empresa se muestran a continuación:

Tipo de falla

	Falla eléctrica	Falla mecánica	Falla apariencia	Total
En garantía	18%	13%	32%	63%
Fuera de garantía	12%	22%	3%	37%
Total	30%	35%	35%	100%

Si A es el evento de que la queja es por apariencia y que B representa que la queja ocurrió en el periodo de garantía, se puede calcular P(A | B) = P(A y B) / P(B)

P(A | B) = 0.32 / 0.63 = 0.51 Entonces, dado que la queja ocurrió en el periodo de garantía, que esta esté relacionada con la apariencia del producto es del 0,51, es decir, la posibilidad es del 50%.

Si C es el evento fuera de garantía y D falla mecánica:

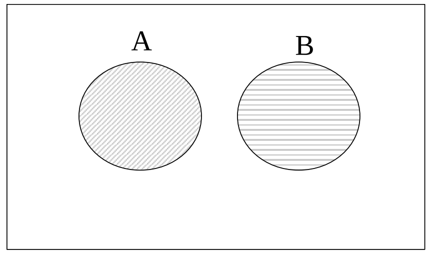
P(C|D) = P(C y D) / P(D) = 0.22 / 0.35 = 0.628

Independencia
Se dice que dos eventos A y B son independientes si: P(A/B) = P(A) o P(B/A) = P(B).

La probabilidad de la ocurrencia de uno no está afectada por la ocurrencia del otro. De otra manera los eventos son dependientes.

Eventos mutuamente excluyentes.

Cuando un evento A no contiene elementos en común con un evento B, se dice que estos son mutuamente excluyentes.



Eventos mutuamente excluyentes.

Ejemplo 7. Al lanzar un dado:
a) cual es la probabilidad de que salga 2 o 3?

B) Calcule $P(A \cap B)$
<u>Solución:</u>
a) $P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} = 0,\overline{3}$

b) $P(A \cap B)$ = 0, ya que al ser conjuntos mutuamente excluyentes la intersección no existe, es imposible que salga 2 y 3 al mismo tiempo.

Ley aditiva:

Cuando dos eventos no son mutuamente excluyentes:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Ley multiplicativa:

Si los eventos A y B son dependientes:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A)$$

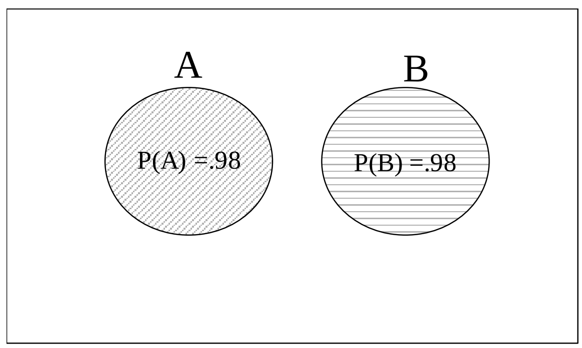
Ejemplo 8: Se selecciona una muestra aleatoria n = 2 de un lote de 100 unidades, se sabe que 98 de los 100 artículos están en buen estado. La muestra se selecciona de manera tal que el primer artículo se observa y se regresa antes de seleccionar el segundo artículo (con reemplazo),

a) Calcule la probabilidad de que ambos artículos estén en buen estado.
b) si la muestra se toma sin reemplazo, calcule la probabilidad de que ambos artículos estén en buen estado.

A: El primer artículo está en buen estado.
B: El segundo artículo está en buen estado.

a) Al ser eventos independientes el primero del segundo:

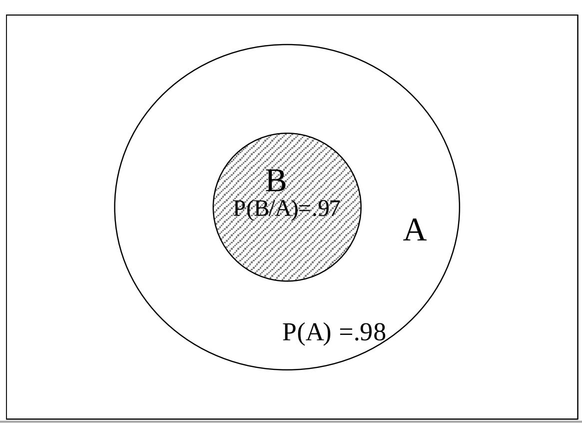
$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \left(\frac{98}{100}\right) \times \left(\frac{98}{100}\right) = .9604$$



b) Si la muestra se toma "sin reemplazo" de modo que el primer artículo no se regresa antes de seleccionar el segundo entonces:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A) = \left(\frac{98}{100}\right) \times \left(\frac{97}{99}\right) = .9602$$

Se observa que los eventos son dependientes ya que para obtenerla probabilidad del evento B, se tiene que haber cumplido antes el evento A.



Juegos Aleatorios

Un experimento aleatorio es aquel donde el resultado no se puede predecir, incluso si se realiza en las mismas condiciones, los resultados obtenidos pueden ser distintos. Al no poder predecir un resultado, el juego es aleatorio, donde lo importante es identificar la probabilidad de ocurrencia de cada juego.

Asociados a este contenido hay juegos de monedas, dados, cartas de tipo Inglés y español, urnas, ruletas, entre otros juegos, que tienen una base común, la independencia entre sucesos y la equiprobabilidad, que es la identificación de cada uno de los eventos del espacio muestral con la misma probabilidad asociada de ocurrencia.

Lo importante es determinar correctamente la teorización de estos juegos aplicando la regla de Laplace, donde se determina la probabilidad asociada a un evento A, con la condición de que cada suceso del espacio muestral del experimento aleatorio sean equiprobables es:

$$P(A) = \frac{Cantidad de Casos favorables}{Cantidad de casos posibles}$$

Para determinar las cantidades de casos posibles o cardinalidad del espacio muestral para el lanzamiento de monedas es 2^n, donde n representa la cantidad de lanzamientos. Es decir, para el lanzamiento de 2 monedas, los casos posibles son $2^n = 2^2 = 4$.

Así, los casos posibles son: $S = \{(c,c); (c,s); (s,c); (s,s)\}$

Para el lanzamiento de 3 monedas, los casos posibles son $2^n = 2^3 = 8$.

Así, los casos posibles son: $S = \{(c,c,c); (c,c,s); (c,s,c); (s,c,c); (c,s,s); (s,s,c); (s,c,s); (s,s,s)\}$

Así mismo, para el lanzamiento de dados la cardinalidad del espacio muestral es 6^n, puesto que las posibilidades de resultados posibles tiene como base a los seis dígitos que aparecen en los dados.

Para el lanzamiento de un dado, los casos posibles son $6^n = 6^1 = 6$.

Para el lanzamiento de dos dados, los casos posibles son $6^n = 6^2 = 36$.
Para el lanzamiento de tres dados, los casos posibles son $6^n = 6^3 = 216$.

Para el caso de las cartas, tenemos que el mazo de cartas español cuenta con 40 cartas en total, separadas por cuatro “pintas” o tipos que son Copa, Bastos, Espadas y Oro, cada una con 10 cartas. Numeradas desde el 1 al 7 y luego el 10 que se llama Sota, el 11 o Caballo y el 12 Rey. Para calcular las probabilidades en este mazo de cartas se proyecta la comparación entre pintas, sobre el total de caras o sobre un número particular de cartas, por ejemplo:

Así, si A es obtener un caballo o sacar número “11” en un naipe Español. $P(A) = \frac{4}{40} = 0{,}1$

Si B es sacar un número menor a 6 es $P(A) = \frac{20}{40} = 0{,}5$ Esto porque hay 20 cartas, independiente de su “pinta” que son menores a 6 de un total de 40 cartas.

Para el caso de naipe Inglés, éste tiene 52 cartas en total, separadas por 13 cartas en 4 pintas que son 13 cartas de “Pica” o corazones de color negro, 13 cartas de “Trébol”, 13 cartas de “diamantes y 13 “corazones” que son las cartas de corazones rojos. Las pintas que tienen 13 cartas cada una de ellas están numeradas consecutivamente desde el 1 al 10 y se le agrega una “J: Jota”, “Q:Quina” y “K:Kayser”, donde además al 1 se le llama “As”.
Aquí, para el cálculo de probabilidades se actúa de la misma forma que el naipe español, salvo que la composición de las pintas y los tamaños son distintos, pero en lo global es exactamente lo mismo.

Por ejemplo, si A es obtener Káiser, $P(A) = \frac{4}{52} = 0{,}076923 \approx 0{,}08$. Que se puede interpretar como el 8% de posibilidades de sacar un Kaiser.

Para el caso de ruletas, tenemos que identificar la estructura de la ruleta, porque depende de los números o colores que le demos a la ruleta la forma en que podemos abordar los distintos cálculos de probabilidades.

Por ejemplo:

Si tenemos una ruleta de 10 números, si A es hacer girar la ruleta y obtener un número mayor o igual a 7, $P(A) = \frac{4}{10} = 0{,}4$, porque hay 4 números que cumplen la condición (7,8,9 y 10) de un total de 10 números.

Entonces depende de la cantidad de números con que cuenta la ruleta para determinar sus probabilidades. Para aumentar la complejidad en ocasiones se estructuran o diferencian pares e impares, dividir la ruleta en partes y colores, etc.
Para el caso de urnas, normalmente cada urna contiene bolitas de colores. Y determinar la probabilidad de obtener bolitas de un color determinado, por ejemplo:

Si una urna tiene 6 bolitas Negras, 4 Blancas y 10 Rojas, donde A es el suceso de extraer una bolita Blanca, luego $P(A) = \frac{4}{20} = 0{,}2$.

Posteriormente el uso de urnas permite la incluir los conceptos de "extracción sin devolución" y "extracción con devolución", donde podemos darnos cuenta que si devolvemos la bolita extraída nuevamente a la urna, se conserva su composición inicial y si las extracciones de bolitas son "sin devolución", la composición de la urna cambia, y depende de la bolita extraída la composición posterior de la urna. Así vamos incluyendo el concepto de "ley del producto" o uso de intersección de probabilidades, también la probabilidad condicional, por ejemplo:

Si una urna tiene 10 bolitas Negras, 6 Blancas y 9 Azules, donde A es el suceso de extraer una bolita Azul en la primera extracción y B extraer una bolita Blanca sin devolver a la urna la primera bolita extraída, es decir, sin devolución.

Determinar la probabilidad de P(A∩B) corresponde a determinar la probabilidad de que dado que se ha extraído una bolita Azul en la primera extracción, luego se extraiga una bolita Blanca en la segunda extracción, sin devolución, esto es:

$$P(A\cap B)=P(A)P(B)=\frac{9}{25}\cdot\frac{6}{24}=\frac{9}{25}\cdot\frac{1}{4}=0{,}36\cdot 0{,}25=0{,}09$$

No hay límites para la forma y composición de las urnas y así aumentar la complejidad de esta y también podemos mezclar urnas con monedas y mazos de cartas, haciendo juegos por ejemplo, Determinar la probabilidad de lanzar un dado y obtener un número menor a 4 y luego lanzar tres monedas y obtener a lo menos una caras para luego posteriormente extraer dos bolitas blancas consecutivamente sin devolución en una urna de 5 bolitas negras, 3 azules y 8 blancas.

La solución es utilizar la ley multiplicativa, dado que los sucesos son independientes, esto es:

A: Obtener un número menor a 4 en un dado.
B: Lanzar 3 monedas y obtener a lo menos una caras.
C: Extraer dos bolitas blancas sin devolución.

$P(A)=\frac{3}{6}P(B)=\frac{7}{2^3}P(C)=\frac{8}{16}\cdot\frac{7}{15}$ Luego $P(A\cap B\cap C)=\frac{3}{6}\cdot\frac{7}{8}\cdot\frac{8}{16}\cdot\frac{7}{15}=\frac{1176}{11520}=0{,}10208\approx 0{,}1$
Entonces, las posibilidades de ganar este juego es del 10% y las probabilidades son del 0,1.

Aplicaciones de probabilidad en Juegos Aleatorios

En esta sección del eje de Datos y Probabilidades se profundiza en el cálculo de probabilidades basadas en experimentos de juegos donde los alumnos puedan realizar conjeturas y cálculos, utilizando dados, cartas, ruletas, entre otras.

Según el nivel, el profesor podrá formular distinto tipo de pregunta a sus estudiantes acerca de la probabilidad de un suceso, en los diferentes juegos aleatorios.

Utilizaremos el juego de los dados para ejemplificar el tipo de preguntas que podemos hacerle a nuestros estudiantes, según grado de dificultad.

LANZAMIENTO DE DADOS 

Etapa exploratoria

Para iniciar, el profesor puede formular diferentes preguntas a sus estudiantes, como por ejemplo:

¿Cuántos posibles resultados se pueden obtener al lanzar un dado?

R: seis resultados

¿Qué números se pueden obtener al lanzar una dado?

R: 1, 2, 3, 4, 5 y 6

¿Cuántos resultados pares se pueden obtener?

R: 2, 4 y 6

¿Cuántos resultados impares se pueden obtener?

R: 1, 3, y 5

Si lanzaste el dado y salió 5, ¿cuántos resultados mayores puedes obtener?

R: solo un resultado será mayor que 5…. El 6

¿Cuántos resultados menores a tres puedes obtener?

R: 1 y 2

Al lanzar un dado ¿puede salir el número 8?

R: si se tira un solo dado nunca va a salir 8. Pero si se tiran dos dados la suma podría ser 8

En un nivel más avanzado el profesor puede enseñar a sus estudiantes a calcular la probabilidad asociada a los diferentes sucesos, por ejemplo:

Hallar la probabilidad de que al lanzar el dado salga el 3

p(A) = $\frac{casosfavorables}{casostotales} = \frac{1}{6}$

Hallar la probabilidad de que al lanzar el dado salga un número par

p(B) = $\frac{casosfavorables}{casostotales} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Hallar la probabilidad de que al lanzar el dado salga un número mayor que 2

p(C) = $\frac{casosfavorables}{casostotales} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Hallar la probabilidad de que al lanzar el dado salga un número mayor o igual que 4

p(C) = $\frac{casosfavorables}{casostotales} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Cuando los estudiantes ya cuentan con un conocimiento más acabado sobre la probabilidad, se pueden formular preguntas aumentando la cantidad de dados utilizados, como por ejemplo:

Determinar el espacio muestral que se obtiene al lanzar dos dados y contar la suma de los puntos obtenidos, y luego determinar la probabilidad de que la suma de los puntos sea:

a) igual a 5
b) igual a 1
c) igual a 15
d) mayor que 10
e) entre 5 y 10

A continuación se presentan preguntas asociadas a otros juegos aleatorios que se pueden utilizar en la sala de clases

LANZAMIENTO DE MONEDAS 

Calcula la probabilidad de que al lanzar dos monedas:

a) salgan dos caras

b) salgan cara y sello

c) salgan dos sellos

NAIPE ESPAÑOL 

Al sacar una carta de un mazo de naipe español

Hallar la probabilidad de:

a) sea el as de oro
b) sea rey sea un mono
c) sea oro y no sea oro
d) sea oro o no sea oro

Naipe Inglés

Al sacar una carta de un mazo de naipe inglés

Hallar la probabilidad de que la carta:

a) sea un as
b) sea un corazón
c) sea roja
d) sea un mono
e) sea un dos rojo
f) sea un seis de diamante

Tómbolas y urnas (previamente hay que definir cuáles son los elementos al interior de la tómbola, por ejemplo: bolas de colores, bolas numeradas, fichas, fichas con nombre de países o personas, etc.)

Una tómbola contiene 5 bolas blancas y 7 negras.

Hallar la probabilidad de:

a) sacar una bola blanca
b) sacar una bola negra
c) sacar una bola roja

Si se sacan tres bolitas consecutivas y sin reposición

Hallar la probabilidad de:

a) al menos una bola sea blanca.
b) Sean todas negras
c) Sean todas blancas
d) Dos bolas sean blancas

Si se sacan tres bolitas consecutivas y con reposición

Hallar la probabilidad de:

a) al menos una bola sea negra.
b) Sean todas negras
c) Dos bolas sean blancas y una negra

Capítulo 6

Conclusiones

Esta investigación tenía como objetivo principal determinar cuáles eran las debilidades del profesorado de educación general básica, en relación al conocimiento disciplinar de matemática y crear un material de apoyo al docente en el área detectada como debilidad.

Respecto de la primera etapa de diagnóstico sobre las mallas curriculares se pudo establecer que en la región metropolitana, actualmente 23 universidades imparten la carrera de pedagogía general básica, en modalidad diurna. De estas, el 13% son universidades que pertenecen al CRUCH, aportando un 41,96% de profesores al estudio realizado.

El 80% de las universidades que imparten esta carrera, cuentan con la carrera acreditada entre 3 a 7 años. En este sentido es importante destacar que la Pontificia Universidad Católica y la Universidad Católica Silva Henríquez, son las universidades que cuentan con mayor cantidad de años de acreditación para sus carreras de Pedagogía General Básica.

Todas la universidades analizadas que imparten la carrera de Pedagogía General Básica (PGB) cuentan con cursos de matemática en sus mallas curriculares, que abarcan contenidos disciplinares, pedagógicos y metodológicos sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática. En algunas mallas curriculares están consignadas estas diferencias en el nombre del curso, lo que da una pequeña señal del tema central que se abordará en él. Sin embargo, en la mayoría de las mallas analizadas, no se puede conocer más allá que si es un curso de matemática o no.

Las mallas de las carreras de PGB, cuentan en promedio con 53 cursos, de los cuales, 3 curso en promedio son dedicados a matemática (conocimiento disciplinar, metodológico o didáctico). De este análisis se puede concluir que los profesores reciben una formación inicial sobre matemática, pero, no se puede determinar si es o no suficiente en relación a si abarca todos los contenidos explícitos e implícitos en las bases curriculares.

La etapa de diagnóstico también consideró la aplicación de una encuesta que permitiera conocer, desde la perspectiva de los propios docentes, cuáles son sus debilidades respecto a los conocimientos básicos de la disciplina de matemática.

Respecto a los datos obtenidos en el pretest, constituido por 106 reactivos, correspondientes a todos los objetivos de aprendizaje de la enseñanza básica, propuestos en las bases curriculares, los profesores declaran que los ejes con mayor debilidad corresponden a los ejes de Datos y Probabilidades y al eje de Patrones y Álgebra. Con esta información se optó por descartar los otros ejes en el instrumento final que se aplicaría a la muestra final de 112 docentes. En la encuesta final se dejaron un total de 26 ítems referidos a ambos ejes declarados en primera instancia como debilidad por parte de los profesores.

Los resultados del instrumento final indican que la mayoría de los profesores participantes cuentan con cursos de capacitación, de ellos el 51,79% declara tener cursos de capacitación referidos al área de matemática, lo que invita a pensar ¿en qué medida estos cursos cubren las brechas de aprendizaje de los profesores en ejercicio? ¿Qué temáticas abordan estos cursos, Contenidos, metodologías, o didáctica?, estas interrogantes podrían ser parte de una próxima investigación.

A partir de los resultados obtenidos se establece que los profesores perciben y declaran como eje con mayor debilidad, al eje de Datos y Probabilidades, tanto en la primera parte de valoración respecto a los cinco ejes temáticos, como en la segunda parte donde se pedía la valoración específica de cada uno de los objetivos de aprendizaje de ambos ejes en estudio. En cambio, según lo declarado por los profesores, se pudo establecer que el eje de mayor dominio es el eje de Números y Operaciones.

El análisis permite determinar que el eje de geometría, resulto ser fue uno de los ejes con mayor dominio, según lo declarado por los profesores. Esto puede ser, debido a que actualmente el eje de medición es el que incluye por ejemplo los tópicos de cálculo de área y perímetro de figuras planas, áreas y volúmenes de cuerpos geométricos.

La información permite establecer la necesidad de fortalecer el conocimiento disciplinar de los profesores de enseñanza básica, sobre todo en el eje de Datos y Probabilidades, ya que ellos han declarado que es su mayor debilidad de conocimiento. En este sentido la creación del cuadernillo debe abordar los contenidos descritos en las bases curriculares de toda la enseñanza básica.

Es importante establecer que el cuadernillo propuesto, es simplemente un material de apoyo, que en ningún caso va a suplir un curso guiado sobre el eje en cuestión, simplemente intentará ser un material al cual el profesor pueda acudir para reforzar, recordar o profundizar alguna temática puntual.

6.1 Limitaciones

Durante el desarrollo de esta investigación se presentaron algunas dificultades, que se deben considerar al momento de continuar con profundizando en esta investigación.

La primera limitación fue la disponibilidad de tiempo de los profesores, en este sentido la aplicación del instrumento de validación o pretest, fue un poco complejo, en el sentido que este instrumento incorporaba todos los objetivos de aprendizaje estipulados en las bases curriculares para la educación básica (más de 100 ítems). Lo que influyó negativamente en la disposición y tiempo de respuesta de los profesores participantes.

Por otra parte se debe considerar el momento académico que están viviendo los profesores en sus respectivas escuelas o colegios, para no coincidir con los procesos evaluativos, ya que esto les da mayor libertad de tiempo y disponibilidad para responder a la encuesta.

El tiempo también fue una limitante al momento de plantear la aplicación de una prueba que midiera el nivel de conocimiento de los profesores en el eje detectado como debilidad, pues ellos no estuvieron disponibles para participar de esta evaluación durante una jornada de día sábado.

Otra dificultad detectada en la primera y segunda aplicación de la encuesta fue que muchos de los reactivos utilizados incorporaban el uso de software, por ejemplo: ***"Generar, describir, y registrar patrones numéricos, usando una variedad de estrategias en tablas del 100, usando software educativo."***

Esto significó que muchos profesores no hicieran una valoración total de conocimiento a estos ítems, al no haber recibido durante su pregrado la formación en TIC's.

Respecto al análisis de las mallas curriculares no fue posible conocer todos los programas de estudio de estos cursos, por lo que no tenemos certeza de que los contenidos tratados en estos cursos estén 100% alineados con la nueva propuesta curricular planteada por el Ministerio de Educación el año 2012.

6.2 Recomendaciones

Para continuar investigando en esta área, es importante considerar los siguientes aspectos para poder replicar el estudio en otra muestra de profesores.

- Considerar el tiempo y disponibilidad de los profesores para responder la encuesta, para esto es una buena estrategia contar con el apoyo del jefe de UTP, o coordinador académico para organizar el tiempo de los profesores.
- Respecto a los reactivos utilizados sería importante separar aquellos que hablan del uso y manejo de software educativos en otro reactivo, así se podría definir si la debilidad es de contenido o de uso y manejo de TIC's
- Al aplicar la encuesta se debe tener especial cuidado al dar las instrucciones a los docentes, para evitar la mala comprensión y no se obtengan datos errados, no se pierda tiempo en la aplicación y se cumpla con el objetivo de recolectar la mayor cantidad de datos útiles para el estudio.

6.3 Proyecciones

La investigación realizada permite conocer cuál es la percepción de los profesores, de la región metropolitana, respecto a sus conocimientos disciplinares

Para poder completar este estudio acerca de las debilidades de los profesores de educación general básica, es necesario profundizar en los niveles de conocimiento y comprensión de los profesores de cada uno de los contenidos.

En este sentido se podría realizar una evaluación escrita, donde se evalúen los contenidos considerando diferentes habilidades. Durante el proceso de esta investigación se consideró realizar una evaluación, sin embargo la disposición de los profesores a ser evaluados, no permitió formalizar esta idea y poder hacer un diagnóstico de las debilidades de los profesores en este sentido.

Si retomamos los siete tipos de contenidos propuestos por Shulman podemos ver que con esta investigación solo hemos detectado las debilidades en el conocimiento de la asignatura, sin embargo, no conocemos cuales son las debilidades en el conocimiento pedagógico del contenido.

Sabemos que la evaluación docente, evalúa en cierta medida los conocimientos pedagógicos de los profesores, sin embargo no se puede tener una visión general del profesorado pues no todos realizan sus evaluaciones en el área de matemática.

Pero para fortalecer la educación es necesario conocer cuáles son las debilidades y fortalezas desde los aspectos pedagógicos y didácticos en el área de matemática, el conocimiento del currículum, entre otros.

De esta manera se podría establecer un diagnóstico completo acerca de cuáles son las falencias de los profesores.

Por otra parte esta investigación, al dar cuenta de las falencias, o debilidades que los mismos profesores han sido capaces de reconocer, debe ser un insumo para posibles cambios en las propuestas de formación continua del profesorado, y porque no decirlo, debería servir para generar un cambio en la formación inicial del profesorado actual.

Bibliografía

Andoni Garritz y Rufino Trinidad-Velasco, (2004). El conocimiento pedagógico del contenido, Educación Química.

Blanco, L. y Contreras, L. (2012). Conceptualizando y ejemplificando el conocimiento matemático para la enseñanza. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, junio de 2012, número 30, página 101.

Del Pino, G., Estrella, S. (2012) Educación estadística: relaciones con la matemática. Pensamiento Educativo. Revista de Investigación Educacional Latinoamericana 2012, 49(1), 53-64

Felmer, P., Lewin, R., Schwarze, G., Varas, L. (2008) Oportunidades de adquirir el conocimiento pedagógico de la matemática en las carreras de educación general básica. Informe final, Consejo Superior de Educación.

Lacourly, N. y Varas, L. (2008) Evaluación de diversas componentes del conocimiento matemático necesario para enseñar matemáticas en enseñanza básica.
http://www.ciie2010.cl/docs/doc/sesiones/257_MLVaras_Conocimiento_Matematico.pdf

Lacourly, N. y Varas, L.(2011) Componentes del conocimiento matemático necesario para enseñar. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011. http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/view/1916/318

Larrondo, T., Figueroa, C., Lara, M., Caro, A., Rojas, J., Gajardo, C. (2007) Informe Final Investigación: Desarrollo de habilidades básicas en lenguaje y matemáticasen egresados de pedagogía. Un estudio comparativo.

Manzi, J.(2011) ¿Qué características de la formación inicial de los docentes se asocian a mayores avances en su aprendizaje de conocimientos disciplinarios?, FONIDE

http://politicaspublicas.uc.cl/cpp/static/uploads/adjuntos_seminarios/adjuntos_seminario.archivo_adjunto.a31721721b778dda.313235315f526573756d656e5f496e76657374696761636696f6e2d5f436172616374657269737469636173f64655f6c615f666f726d6163696f6e5f696e696369616c5f64655f6c6f735f646f63656e7465735f2d5f4a2e5f4d616e7a692e706466.pdf

MINEDUC (2008) Marco para la Buena Enseñanza.

MINEDUC (2011) Estándares Orientadores para egresados de carreras de pedagogía en educación básica, Estándares Pedagógicos y Disciplinarios.
Extraído el 22 de noviembre de: http://www.cpeip.cl/usuarios/cpeip/File/2012/librobasicaokdos.pdf

MINEDUC, (2012) Bases curriculares.
extraido 25 nov 2012
http://www.educarchile.cl/UserFiles/P0001/File/CR_Articulos/introduccion.pdf

Nortes, A., Huedo, T. López, JA., Martínez, R.“Conocimientos matemáticos de maestros en formación”, Suma44, Noviembre 2003, pp. 71-81

Pinto, J., González, M° T. (2008) El conocimiento didáctico del contenido en el profesor de matemáticas: ¿una cuestión ignorada? Educación Matemática, Vol. 20, Núm. 3, diciembre, 2008, pp. 83-100. Santillana, México
Extraido http://redalyc.uaemex.mx/p

Anexos

Pretest

ENCUESTA PARA DOCENTES

Estimado(a) Docente:

Quisiera pedir unos minutos de su tiempo para responder esta encuesta. El objetivo es aportar información relacionada con las nuevas bases curriculares en el área de Matemática. Sus respuestas e información son absolutamente confidenciales y sólo serán utilizadas en el contexto de una tesis de Magister en Educación.

Es importante indicar que los ítems de esta encuesta deben ser contestados en base a los conocimientos que Ud. recibió solo en el programa de pregrado de educación básica y no a conocimientos adquiridos de otra forma.

No existen respuestas buenas o malas, sólo es importante que todas las afirmaciones que se le presenten sean contestadas de la forma más sincera posible.

I.- Identificación personal

1.- Universidad donde realizó su pregrado: ____

2.- Año de Egreso: _______________ 3.- Edad: _____________________

4.- Título Profesional: ____

5.- Años que lleva ejerciendo: __________________

6.- Tipo de dependencia administrativa del colegio donde realiza mayor cantidad de horas de clases de Matemática, en primer ciclo básico:

____

7.- Indique si tiene Postítulo, postgrados o cursos de perfeccionamiento relacionados con Matemática, nómbrelos:

____

8.- De acuerdo a su formación como profesor generalista, ordene sus aprendizajes sobre matemática utilizando los dígitos del 1 al 5, siendo 5 el contenido que más aprendió.

- Números y operaciones _____
- Geometría _____
- Medición _____
- Patrones y álgebra _____
- Datos y probabilidades _____

II.- Ítems de contenido

POR FAVOR, MARQUE CON UNA CRUZ LA RESPUESTA QUE MÁS LO IDENTIFIQUE CON LA AFIRMACIÓN.

Totalmente de acuerdo	De acuerdo	Ni de acuerdo ni en desacuerdo	En desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
1	**2**	**3**	**4**	**5**

En mi formación inicial, como profesor generalista, obtuve los conocimientos necesarios para transferir en el aula a mis estudiantes temas relacionados con:							
	N°	**Ítems**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Eje Datos y probabilidades	**1**	Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas, usando tablas de conteo.					
	2	Construir, leer e interpretar pictogramas con y sinescala.					
	3	Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre juegos con monedas y dados.					
	4	Construir, leer, completar e interpretar gráfico de barras simples y dobles, con y sin escala.					
	5	Realizar encuestas, clasificar y organizar los datos obtenidos en tablas.					
	6	Construir, leer, completar e interpretar gráfico de líneas y sectores.					
	7	Realizar encuestas, analizar los datos obtenidos para sacar conclusiones a través de la comparación de las muestras dada.					
	8	Leer e interpretar resultados de encuestas, comunicando sus conclusiones.					
	9	Leer, interpretar y completar tablas y gráficos comunicando sus conclusiones.					
	10	Calcular el promedio de datos e interpretarlo en su contexto, discutiendo sus limitaciones.					
	11	Construir tablas y registrar resultados sobre juegos aleatorios con dados y monedas.					
	12	Realizar experimentos aleatorios lúdicos y cotidianos, tabular y representar en gráficos (urnas, ruletas, etc.)					
	13	Describir la posibilidad de ocurrencia de un evento de acuerdo a un experimento aleatorio, empleando términos como los siguientes: seguro – posible – poco posible – imposible.					
	14	Comparar probabilidades de distintos eventos sin calcularlas.					
	15	Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, usando software					

		educativo.					
Eje Patrones y álgebra	**16**	Reconocer, describir, crear, continuar y completar los elementos faltantes de patrones repetitivos (sonidos, figuras, ritmos…) y patrones numéricos crecientes y decrecientes, usando material concreto, pictórico, simbólico o software educativo.					
	17	Describir, demostrar, explicar y registrar la igualdad y la desigualdad como equilibrio y desequilibrio, usando una balanza del 0 al 20 usando el símbolo igual (=) y los símbolos no igual (>, <).					
	18	Generar, describir, y registrar patrones numéricos, usando una variedad de estrategias en tablas del 100, usando software educativo.					
	19	Resolver ecuaciones de un paso, que involucren adiciones y sustracciones y un símbolo geométrico para representar un número desconocido, en forma pictórica y simbólica del 0 al 100.					
Eje Patrones y álgebra	**20**	Identificar y describir patrones numéricos en tablas que involucren una operación, usando software educativo.					
	21	Resolver ecuaciones e inecuaciones de un paso, que involucren adiciones y sustracciones, comprobando los resultados en forma pictórica y simbólica del 0 al 100, aplicando las relaciones inversas entre la adición y la sustracción.					
	22	Descubrir alguna regla que explique una sucesión dada y que permita hacer predicciones.					
	23	Resolver problemas, usando ecuaciones e inecuaciones de un paso que involucren adiciones y sustracciones, en forma pictórica y simbólica.					
	24	Demostrar que comprenden la relación entre los valores de una tabla, aplicándola en la resolución de problemas sencillos: .- identificando patrones entre los valores de la tabla .- formulando una regla con lenguaje matemático.					
	25	Representar generalizaciones de relaciones entre números, usando expresiones con letras y ecuaciones.					
	26	Resolver sistema de ecuaciones con más de tres incógnitas utilizando matrices ampliadas y operaciones fila.					
Eje Medición	**27**	Usar un lenguaje cotidiano para secuenciar eventos en el tiempo: días de la semana, meses del año y algunas fechas significativas.					
	28	Usar unidades no estandarizadas (después, antes, largo, corto) para comparar la duración de eventos cotidianos.					
	29	Identificar días, semanas, meses y fechas en el calendario.					
	30	Leer e interpretar líneas de tiempo y calendarios.					
	31	Leer horas y medias horas en relojes digitales en el contexto de la resolución de problemas.					
	32	Leer y registrar el tiempo en horas, medias horas, cuartos de horas y minutos en relojes análogos y digitales.					
	33	Leer y registrar diversas mediciones del tiempo en relojes análogos y digitales, usando los conceptos A.M., P.M. y 24 horas					
	34	Realizar conversiones entre unidades de tiempo en el contexto de las resolución de problemas: Por ejemplo: el número de segundos en un minuto, el número de minutos en una hora, el número de días en un mes y el número de meses en un año					
	35	Identificar y comparar la longitud de objetos, usando palabras como largo y corto.					

	36	Determinar la longitud de objetos, usando unidades de medidas no estandarizadas y unidades estandarizadas (cm y m) en el contexto de la resolución de problemas.					
	37	Demostrar que comprenden el perímetro de figuras regulares e irregulares: midiendo y registrando el perímetro de figuras del entorno, determinando el perímetro de un cuadrado y un rectángulo en el contexto de la resolución de problemas.					
	38	Medir longitudes con unidades estandarizadas (m, cm, mm) en el contexto de la resolución de problemas.					
	39	Realizar transformaciones con unidades estandarizadas de longitud (m a cm, cm a mm, m a mm y viceversa) en el contexto de la resolución de problemas.					
	40	Calcular la superficie de cubos y paralelepípedos, expresando el resultado en cm^2 y m^2					
	41	Realizar transformaciones entre unidades de medidas de longitud (km a m, m a cm, cm a mm y viceversa), usando software educativo.					
Eje Medición	**42**	Demostrar que comprende el concepto de área de un rectángulo y de un cuadrado: reconociendo que el área de una superficie se mide en unidades cuadradas seleccionando, justificando la elección de la unidad estandarizada (cm^2 y m^2) determinando y registrando el área en cm^2 y m^2 en contextos cercanos construyendo diferentes rectángulos para un área dada (cm^2 y m^2) para mostrar que distintos rectángulos pueden tener la misma área usando software geométrico					
	43	Diseñar y construir diferentes rectángulos, dados el perímetro, el área o ambos, y sacar conclusiones.					
	44	Calcular áreas de triángulos, de paralelogramos y de trapecios, y estimar áreas de figuras irregulares, aplicando las estrategias: conteo de cuadrículas comparación con el área de un rectángulo o completando figuras por traslación.					
	45	Demostrar que comprenden la medición del peso (g y kg): comparando y ordenando dos o más objetos a partir de su peso de manera informal, usando modelos para explicar la relación que existe entre gramos y kilogramos, estimando el peso de objetos de uso cotidiano, usando referentes, midiendo y registrando el peso de objetos en números y fracciones de uso común, en el contexto de la resolución de problemas.					
	46	Demostrar que comprenden el concepto de volumen de un cuerpo: seleccionando una unidad no estandarizada para medir el volumen de un cuerpo, reconociendo que el volumen se mide en unidades de cubos, midiendo y registrando el volumen en unidades de cubo, usando software geométrico.					
	47	Calcular el volumen de cubos y paralelepípedos, expresando el resultado en cm^3, m^3 y mm^3					
	48	Construir ángulos usando el transportador y medirlos, expresando las mediciones en grados					
	49	Calcular ángulos en rectas paralelas cortadas por una transversal y en triángulos					
Eje	**50**	Representar y describir la posición de objetos y personas con relación a sí mismo y a otros (objetos y personas), usando un lenguaje común como derecha e izquierda, entre otros, usando modelos y dibujos.					

	51	Representar la posición de un objeto en un mapa simple o cuadrícula, siguiendo una ruta.					
	52	Describir e identificar la localización de un objeto en un mapa simple, usando coordenadas informales y direcciones.					
	53	Identificar y dibujar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano, dadas sus coordenadas en números.					
	54	Identificar en el entorno figuras 3D y figuras 2D y relacionarlas, usando material concreto.					
	55	Identificar líneas rectas y curvas					
	56	Demostrar que comprenden la relación que existe entre figuras 3D y figuras 2D: construyendo figuras 3D a partir de una red (plantilla), desplegando el figuras 3D.					
	57	Determinar las vistas de figuras 3D, desde el frente, el lado y arriba.					
	58	Describir, comparar y construir figuras 2D (triángulos, cuadrados, rectángulos y círculos) con material concreto.					
Eje Geometría	**59**	Describir cubos, paralelepípedos, esferas, conos, cilindros y pirámides de acuerdo a la forma de sus caras, el número de aristas y de vértices.					
	60	Describir, comparar y construir figuras 3D, incluyendo cubos, paralelepípedos, esferas y conos, con diversos materiales.					
	61	Describir y dar ejemplos de aristas y caras de figuras 3D, y lados de figuras 2D: que son paralelos, que se intersectan, que son perpendiculares					
	62	Construir y comparar triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y/o sus ángulos, con instrumentos geométricos o procesadores geométricos.					
	63	Demostrar que comprenden el concepto de área de una superficie en cubos y paralelepípedos o calculando el área de sus redes (plantillas) asociadas.					
	64	Reconocer en el entorno figuras 2D que están trasladadas, reflejadas y rotadas.					
	65	Demostrar que comprenden una línea de simetría: *identificando figuras simétricas 2D: creando figuras simetrías 2D, dibujando una o más líneas de simetría en figuras 2D, usando software geométrico.					
	66	Demostrar que comprenden el concepto de congruencia, usando la traslación, la reflexión y la rotación en cuadrículas.					
	67	Calcular volumen de sólidos en revolución, utilizando integrales dobles.					
	68	Realizar teselaciones de figuras 2D, usando traslaciones, reflexiones y rotaciones.					
	69	Trasladar, rotar y reflejar figuras 2D.					
	70	Demostrar que comprenden el concepto de ángulo: identificando ejemplos de ángulos en el entorno, estimando la medida de ángulos, usando como referente ángulos de 45º y de 90º.					
	71	Demostrar de manera concreta, pictórica y simbólica, que la suma de los ángulos interiores en un triángulo es 180º y en un cuadrilátero es 360º.					
	72	Construir y comparar ángulos recto, agudo, obtuso, extendido y completo con instrumentos geométricos (transportador y compararlos) o procesadores geométricos.					

	73	Identificar los ángulos que se forman entre dos rectas que se cortan (pares de ángulos opuestos por el vértice y pares de ángulos complementarios).					
Eje números y operaciones	**74**	Contar números del 0 al 100 de 1 en 1, de 2 en 2, de 5 en 5, de 10 en 10, y de 100 en 100, hacia adelante y hacia atrás, empezando por cualquier número menor que 100.					
	75	Contar números del 0 al 1000 de 5 en 5, de 10 en 10, y de 100 en 100, de 3 en 3, de 4 en 4, hacia adelante y hacia atrás, empezando por cualquier número menor que 1000.					
	76	Representar y describir números del 0 al 10000.					
	77	Representar y describir números de más de 6 dígitos y menores que 1000 millones.					
	78	Describir el orden de los elementos de una secuencia utilizando números ordinales del 1º al 10º					
	79	Comparar y ordenar números hasta 1000, utilizando la recta numérica, tabla posicional y software educativo.					
	80	Estimar cantidades hasta 100 en situaciones concretas, usando un referente.					
Eje números y operaciones	**81**	Componer y descomponer números del 0 a 100 de manera aditiva, en forma concreta, pictórica y simbólica.					
	82	Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para adiciones y sustracciones hasta 100.					
	83	Identificar y describir las unidades, decenas y centenas en números del 0 al 1000, representando las cantidades de acuerdo a su valor posicional, con material concreto, pictórico y simbólico.					
	84	Demostrar y explicar de manera concreta, pictórica y simbólica el efecto de sumar y restar 0 a un número.					
	85	Demostrar que comprenden la adición y la sustracción de números hasta 1000.					
	86	Demostrar que comprenden la relación entre la adición y la sustracción usando la familia de operaciones en cálculos aritméticos y en la resolución de problemas.					
	87	Fundamentar y aplicar las propiedades del 0 y del 1 en la multiplicación y la propiedad del 1 en la división.					
	88	Leer números del 0 hasta 1000 y representarlos en forma concreta, pictórica y simbólica					
	89	Aplicar estrategias de cálculo mental para la multiplicación:					
	90	Demostrar que comprenden las tablas de multiplicar hasta 10 de manera progresiva.					
	91	Demostrar que comprenden la multiplicación de números hasta de tres dígitos por números de hasta dos dígitos:					
	92	Demostrar que comprenden los factores y múltiplos: determinando los múltiplos y factores de números menores de 100; identificando números primos y compuestos; resolviendo problemas que involucran múltiplos					
	93	Demostrar que comprenden la división con dividendos de números de tres dígitos y divisores de un dígito.					

	94	Realizar cálculos que involucren las cuatro operaciones con expresiones numéricas, aplicando las reglas relativas a paréntesis y la prevalencia de la multiplicación y la división por sobre la adición y la sustracción cuando corresponda					
	95	Demostrar que comprenden el concepto de razón, de manera concreta, pictórica, simbólica y usando software educativo.					
	96	Resolver problemas rutinarios y no rutinarios en contextos cotidianos que involucren las cuatro operaciones y combinaciones de ellas: que incluyan situaciones con dinero; usando la calculadora y el computador en ámbitos numéricos superiores al 10000					
	97	Demostrar que comprenden el concepto de porcentaje de manera concreta, pictórica, simbólica y usando software educativo.					
	98	Demostrar que comprenden las fracciones propias e impropias y números mixtos: representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica, software educativo y en la recta numérica; creando grupos de fracciones equivalentes (simplificando - amplificando), identificando y determinando equivalencias entre fracciones impropias y números mixtos.					
	99	Determinar el decimal que corresponde a fracciones con denominador 2, 4, 5 y 10					
	100	Identificar, escribir y representar fracciones propias y los números mixtos hasta el número 5, de manera concreta, pictórica, simbólica, en el contexto de la resolución de problemas.					
Eje números y operaciones	**101**	Resolver adiciones y sustracciones de fracciones propias e impropias y números mixtos con numeradores y denominadores de hasta dos dígitos en el contexto de la resolución de problemas.					
	102	Describir y representar decimales (décimos y centésimos) representándolos en forma concreta pictórica, simbólica y usando software educativo, comparando y ordenándolos hasta la centésima.					
	103	Comparar y ordenar decimales hasta la milésima.					
	104	Resolver adiciones y sustracciones de decimales, empleando el valor posicional hasta la milésima en el contexto de la resolución de problemas.					
	105	Demostrar que comprenden la multiplicación y la división de decimales por: números de 1 dígito. b) múltiplos de 10. c) decimales hasta la milésima.					
	106	Resolver problemas rutinarios y no rutinarios que involucren adiciones y sustracciones de fracciones propias, impropias, números mixtos o decimales hasta la milésima.					

Instrumento Final

ENCUESTA PARA PROFESORES DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA

Estimado(a) Docente:

Quisiera pedir unos minutos de su tiempo para responder esta encuesta. El objetivo es aportar información relacionada con las nuevas bases curriculares en el área de Matemática. Sus respuestas e información son absolutamente confidenciales y sólo serán utilizadas en el contexto de una tesis de Magíster en Educación.

Es importante indicar que los ítems de esta encuesta deben ser contestados en base a los conocimientos que Ud. recibió sólo en el **programa de pregrado de educación básica** y no a conocimientos adquiridos de otra forma.

No existen respuestas buenas o malas, sólo es importante que todas las afirmaciones que se le presenten sean contestadas de la forma más sincera posible.

I.- Identificación personal

1.- Universidad donde realizó su pregrado: ____

2.- Año de Egreso: ________________ 3.- Edad: ______________________

4.- Título Profesional: ____

5.- Años que lleva ejerciendo: ___________________

6.- Dependencia administrativa donde se desempeña: _______________________________

7.- Curso en el cual realiza mayor cantidad de horas de matemática: ________________

8.- Número de horas de matemática que realiza en el curso antes indicado: _________

7.-Nombre los postítulos, postgrados, diplomados o cursos de perfeccionamiento relacionados con Matemática, que son parte de su formación continua.
____

8.- De acuerdo a su formación como profesor generalista, ordenen de menor a mayor dominio, sus conocimientos sobre matemática, **utilizando todos los dígitos del 1 al 5, siendo 5 el contenido que más domina.**

Números y operaciones	Geometría	Medición	Patrones y álgebra	Datos y probabilidades

A continuación le pido que valore en forma general el aprendizaje obtenido durante su formación de pregrado, como profesor generalista, acerca de algunos contenidos matemáticos.

En una escala de 1 a 5, en la que **1 significa que está en total desacuerdo** con la información, pues no lo aprendió o no se lo enseñaron, el 5 en cambio significa que está totalmente de acuerdo, es decir durante su formación aprendió acerca del contenido y lo domina perfectamente.

POR FAVOR LEA ATENTAMENTE

Y MARQUE CON UNA X LA RESPUESTA QUE MÁS LO IDENTIFIQUE CON CADA UNA DE LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES

En mi formación inicial, como profesor generalista, obtuve los conocimientos necesarios para transferir en el aula a mis estudiantes temas relacionados con:							
	N°	**Ítems**	**1** Totalmente en desacuerdo	**2** En desacuerdo	**3** Ni en acuerdo ni en desacuerdo	**4** De acuerdo	**5** Totalmente de acuerdo
Eje Datos y probabilidades	**1**	Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas, usando tablas de conteo.					
	2	Construir, leer e interpretar pictogramas con y sinescala.					
	3	Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre juegos con monedas y dados.					
	4	Construir, leer, completar e interpretar gráfico de barras simples y dobles, con y sin escala.					
	5	Realizar encuestas, clasificar y organizar los datos obtenidos en tablas.					
	6	Construir, leer, completar e interpretar gráfico de líneas y sectores.					
	7	Realizar encuestas, analizar los datos obtenidos para sacar conclusiones a través de la comparación de las muestras dada.					
	8	Leer e interpretar resultados de encuestas, comunicando sus conclusiones.					
	9	Leer, interpretar y completar tablas y gráficos comunicando sus conclusiones.					
	10	Calcular el promedio de datos e interpretarlo en su contexto, discutiendo sus limitaciones.					
	11	Construir tablas y registrar resultados sobre juegos aleatorios con dados y monedas.					
	12	Realizar experimentos aleatorios lúdicos y cotidianos(urnas, ruletas, etc.), tabular resultados y representar en gráficos					
	13	Describir la posibilidad de ocurrencia de un evento de acuerdo a un experimento aleatorio, empleando términos como los siguientes: seguro – posible – poco posible – imposible.					
	14	Comparar probabilidades de distintos eventos sin calcularlas.					
	15	Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un					

		mismo experimento con dados, monedas u otros, usando software educativo.					
Eje Patrones y álgebra	**16**	Reconocer, describir, crear, continuar y completar los elementos faltantes de patrones repetitivos (sonidos, figuras, ritmos…) y patrones numéricos crecientes y decrecientes, usando material concreto, pictórico, simbólico o software educativo.					
	17	Describir, demostrar, explicar y registrar la igualdad y la desigualdad como equilibrio y desequilibrio, usando una balanza del 0 al 20 usando el símbolo igual (=) y los símbolos no igual (>, <).					
	18	Generar, describir, y registrar patrones numéricos, usando una variedad de estrategias en tablas del 100, usando software educativo.					
	19	Resolver ecuaciones de un paso, que involucren adiciones y sustracciones y un símbolo geométrico para representar un número desconocido, en forma pictórica y simbólica del 0 al 100.					
	20	Identificar y describir patrones numéricos en tablas que involucren una operación, usando software educativo.					
	21	Resolver sistema de ecuaciones con más de tres incógnitas utilizando matrices ampliadas y operaciones fila.					
	22	Descubrir alguna regla que explique una sucesión dada y que permita hacer predicciones.					
	23	Resolver problemas, usando ecuaciones e inecuaciones de un paso que involucren adiciones y sustracciones, en forma pictórica y simbólica.					
	24	Demostrar que comprenden la relación entre los valores de una tabla, aplicándola en la resolución de problemas sencillos: .- identificando patrones entre los valores de la tabla .- formulando una regla con lenguaje matemático.					
	25	Representar generalizaciones de relaciones entre números, usando expresiones con letras y ecuaciones.					
	26	Resolver ecuaciones e inecuaciones de un paso, que involucren adiciones y sustracciones, comprobando los resultados en forma pictórica y simbólica del 0 al 100, aplicando las relaciones inversas entre la adición y la sustracción.					

Malla de Progresión de contenidos Educación Matemática

Enseñanza general básica

A continuación se presenta una malla de progresión de los temas tratados en el eje de Datos y Probabilidades, esta es una creación propia a partir de los objetivos de aprendizaje declarados en las bases curriculares de educación básica

Temas	1° básico	2° básico	3° básico	4° básico	5° básico	6° básico
Recolección y registro de datos	Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre sí mismo y el entorno, usando bloques, tablas de conteo y pictogramas.	Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre juegos con monedas y dados, usando bloques y tablas de conteo y pictogramas.	Realizar encuestas y clasificar y organizar los datos obtenidos en tablas y visualizarlos en gráficos de barra.	Realizar encuestas, analizar los datos, comparar con los resultados de muestras aleatorias, usando tablas y gráficos		
Gráficos	Construir, leer e interpretar pictogramas.	Construir, leer e interpretar pictogramas con escala y gráficos de barra simple.	Construir, leer e interpretar pictogramas y gráficos de barra simple con escala, en base a información recolectada o dada. Representar datos usando diagramas de puntos.	Leer e interpretar pictogramas y gráficos de barra simple con escala, y comunicar sus conclusiones.	Leer, interpretar y completar tablas, gráficos de barra simple y gráficos de línea y comunicar sus conclusiones. Utilizar diagramas de tallo y hojas para representar datos	Leer e interpretar gráficos de barra doble y circulares y comunicar sus conclusiones Comparar distribuciones de dos grupos, provenientes de muestras aleatorias, usando

					provenientes de muestras aleatorias	diagramas de puntos y de tallo y hojas.
Medidas de tendencia central					Calcular el promedio de datos e interpretarlo en su contexto.	
Juegos aleatorios		Registrar en tablas y gráficos de barra simple, resultados de juegos aleatorios con dados y monedas.	Registrar y ordenar datos obtenidos de juegos aleatorios con dados y monedas, encontrando el menor, el mayor y estimando el punto medio entre ambos.	Realizar experimentos aleatorios lúdicos y cotidianos, y tabular y representar mediante gráficos de manera manual y/o con software educativo.		Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, de manera manual y/o usando software educativo.
Probabilidades					Describir la posibilidad de ocurrencia de un evento, empleando los términos seguro	

					– posible - poco posible- imposible Comparar probabilidades de distintos eventos sin calcularlas.	

Datos y probabilidades

Este eje responde a la necesidad de que todos los estudiantes registren, clasifiquen y lean información dispuesta en tablas y gráficos y que se inicien en temas relacionados con el azar. Estos conocimientos les permitirán reconocer estas representaciones en su vida familiar. Para lograr este aprendizaje, es necesario que conozcan y apliquen encuestas y cuestionarios por medio de la formulación de preguntas relevantes, basadas en sus experiencias e intereses, y después registren lo obtenido.

DATOS y PROBABILIDADES	
Objetivos de Aprendizaje	**Indicadores de evaluación**
1° básico	
Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre sí mismo y el entorno, usando bloques, tablas de conteo y pictogramas.	*Recolectan y organizan datos, usando material concreto, registros informales y tablas de conteo. *Responden preguntas, utilizando la información recolectada.
Construir, leer e interpretar pictogramas.	*Leen pictogramas que contiene información dada. *Interpretan información representada en pictogramas y responden preguntas de acuerdo a esa interpretación. *Construyen pictogramas de acuerdo a información presentada de manera concreta y pictórica y responden preguntas basados en el pictograma.
2° básico	
Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre juegos con monedas y dados, usando bloques y tablas de conteo y	*Recolectan datos acerca de lanzamientos de dados y monedas *Registran datos en una tabla de conteo acerca de datos de lanzamientos de monedas y dados *Registran datos acerca de lanzamientos de dados y monedas, usando

pictogramas.	cubos apilables *Responden preguntas en el contexto de juegos con monedas, usando registros expresados en cubos apilables
Registrar en tablas y gráficos de barra simple, resultados de juegos aleatorios con dados y monedas.	*Registran resultados de juegos aleatorios con dados y monedas en tablas *Registran resultados de juegos aleatorios con dados y monedas en gráficos de barra simple
Construir, leer e interpretar pictogramas con escala y gráficos de barra simple.	*Leen e interpretan pictogramas donde la figura representa más de una unidad y luego responden preguntas *Determinan las características de un pictograma usando correspondencia uno a uno o unos a varios * Construyen un pictograma a partir de datos obtenidos de su entorno *Leen gráficos de barra simple, dados y luego responden preguntas *Determinan las características de un gráfico de barras simple *Construyen usando material concreto un gráfico de barras simple con información recolectada y dada y luego responden preguntas
3° básico	
Realizar encuestas y clasificar y organizar los datos obtenidos en tablas y visualizarlos en gráficos de barra.	*Registran información numérica de datos en tablas de conteo. *Explican el atributo usado para el registro de datos en un gráfico. *Elaboran, para una serie de datos dados, diferentes formas de registro, por medio de una lista, una tabla, una tabla de conteo y un gráfico de barra. *Recolectan información y registran los datos obtenidos por medio de una lista, una tabla de conteo y en gráficos de barra.
Registrar y ordenar datos obtenidos de juegos aleatorios con dados y monedas, encontrando el menor, el	*Realizan juegos aleatorios con dados de diferentes formas (cubos, tetraedros u otros) y monedas, registrando los resultados en tablas de conteo y diagramas de punto.

mayor y estimando el punto medio entre ambos.	*Rotulan las tablas de conteo y diagramas de punto. *Indican el menor, el mayor y el punto medio. *Extraen información de tablas de conteo.
Construir, leer e interpretar pictogramas y gráficos de barra simple con escala, en base a información recolectada o dada.	Elaboran pictogramas y gráficos de barra para representar una serie de datos, usando una correspondencia; por ejemplo: 2 a 1, 5 a 1 u otros. *Describen y explican las partes de un pictograma y de un gráfico de barras dado: el título, los ejes, los rótulos y las barras. *Elaboran un gráfico de barras para un registro de datos dados y propios, indicando el título, los ejes y los rótulos y graficando las barras. *Aplican una escala conveniente para los ejes de un gráfico de barras con escala, de acuerdo a los datos disponibles; por ejemplo: 2 a 1, 5 a 1 u otros. *Explican datos representados en gráficos de barra y en pictogramas. *Responden preguntas de acuerdo a un gráfico, una tabla o una lista de datos dados.
Representar datos usando diagramas de puntos.	*Describen un diagrama de puntos. *Rotulan un diagrama de puntos. *Registran información numérica de datos en diagramas de punto. *Responden preguntas de acuerdo a un gráfico de puntos.
4°básico	
Realizar encuestas, analizar los datos, comparar con los resultados de muestras aleatorias, usando tablas y gráficos.	*Realizan encuestas de su interés; por ejemplo: actividades en su tiempo libre, preferencias de tipo de música, club de fútbol, etc. *Comparan los resultados de sus encuestas con otros cursos del colegio, con resultados publicados en diarios y revistas, etc.
Realizar experimentos aleatorios lúdicos y cotidianos, y tabular y	* Realizan experimentos con dados cúbicos u de otra forma regular como tetraedro, dodecaedro, etc.

representar mediante gráficos de manera manual y/o con software educativo.	*Extraen naipes al azar con y sin devolver. *Pesan piedritas de un saco de gravilla y determinan la frecuencia absoluta de las masas de 5 g, 10 g, etc. *Reconocen que los resultados de experimentos lúdicos no son predecible. *Realizan repeticiones de un mismo experimento, determinan la frecuencia absoluta y la representan en gráfico. *Usan software educativo para simular experimentos aleatorio
Leer e interpretar pictogramas y gráficos de barra simple con escala, y comunicar sus conclusiones.	* Leen e interpretan pictogramas y gráficos de revistas y diarios. *Extraen información numérica publicada en libros, diarios y revistas, de resultados de encuestas. *Representan información en tablas y gráficos para comunicar conclusiones.
5° básico	
Calcular el promedio de datos e interpretarlo en su contexto.	*explican la información que entrega el promedio de un conjunto de datos *determinan el promedio de conjunto de datos *proporcionan un contexto en el que el promedio de un conjunto de datos es la medida más apropiada para comunicar una situación *comparan resultados de conjuntos de datos, utilizando el promedio de un conjunto de datos *obtienen conclusiones a partir de la información que entrega el promedio de un conjunto de datos en un contexto determinado *resuelven un problema, utilizando promedios de datos
Describir la posibilidad de ocurrencia de un evento en base a un experimento aleatorio, empleando los	*describen eventos posibles en el resultado de un juego de azar; por ejemplo: al lanzar un dado, indican los resultados posibles incluidos en el evento: “que salga un número par”

términos seguro – posible - poco posible - imposible.	*se refieren a la posibilidad de ocurrencia de un evento, mediante expresiones simples como seguro, posible, poco posible o imposible *dan ejemplos de eventos cuya posibilidad de ocurrencia es segura, posible, poco posible o imposible
Comparar probabilidades de distintos eventos sin calcularlas.	*dan ejemplos de eventos cuya probabilidad de ocurrencia es mayor que la de otros eventos, sin calcularla *juegan a lanzar dados o monedas y, frente a eventos relacionados con estos lanzamientos, dicen, sin calcular, cuál es más probable que ocurra *hacen apuestas entre alumnos y dicen, sin calcular, quién tiene más probabilidad de ganar
Leer, interpretar y completar tablas, gráficos de barra simple y gráficos de línea y comunicar sus conclusiones.	* leen en tablas de doble entrada datos obtenidos de estudios estadísticos realizados *leen e interpretan información dada en tablas *leen e interpretan información dada en gráficos de línea y responden preguntas relativas a la información que entrega *comparan información extraída de gráficos de línea *completan información dada en tablas *resuelven problemas que impliquen interpretar información presentada en gráficos *responden preguntas a partir de la información extraída de gráficos de barra simple
Utilizar diagramas de tallo y hojas para representar datos provenientes de muestras aleatorias	*explican, en el contexto de datos dados, cómo se hace un diagrama de tallo y hojas * obtienen muestras aleatorias y las representan en diagramas de tallo y hojas * completan diagramas de tallo y hojas en que están representados

	datos correspondientes a muestras aleatorias
6° básico	
Comparar distribuciones de dos grupos, provenientes de muestras aleatorias, usando diagramas de puntos y de tallo y hojas.	□ Usan diagramas de puntos para responder preguntas. □ Construyen diagramas de puntos para obtener distribuciones de valores de resultados. □ Construyen diagramas de puntos para comparar distribuciones. □ Construyen diagramas de tallo y hojas para obtener distribuciones de valores de resultados. □ Construyen diagramas de tallo y hojas para comparar distribuciones.
Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, de manera manual y/o usando software educativo.	□ Describen un diagrama de árbol por medio de ejemplos. □ Enumeran resultados posibles de lanzamientos de monedas o dados con ayuda de un diagrama de árbol. Por ejemplo, al lanzar tres veces una moneda, o una vez dos dados. □ Realizan de manera repetitiva experimentos con monedas para conjeturar acerca de las tendencias de los resultados. □ Conjeturan acerca de porcentajes de ocurrencia de eventos relativos a lanzamientos de monedas o dados.
Leer e interpretar gráficos de barra doble y circulares y comunicar sus conclusiones.	□ Muestran que cada parte de un gráfico circular es un porcentaje de un todo. □ Explican por medio de ejemplos que los gráficos de barras dobles muestran dos tipos de informaciones. Por ejemplo, las temperaturas altas y bajas en distintas ciudades que se produjeron en un día. □ Interpretan información presentada en gráficos de barras dobles. □ Interpretan información presentada en gráficos circulares en términos de porcentaje.
7° básico	

Analizar información presente en diversos tipos de tablas y gráficos.	*Leen e interpretan información a partir de datos organizados en diversos tipos de tablas. Por ejemplo, tablas de frecuencia donde se incorpora la frecuencia relativa porcentual. › Comparan información extraída de diversos tipos de gráficos y tablas y comunican sus conclusiones. › Leen e interpretan información a partir de datos organizados en gráficos que usualmente aparecen en los medios de comunicación. Por ejemplo, gráficos de barras, circulares, de líneas y pictogramas. › Comparan información gráfica, que usualmente aparece en los medios de comunicación, con las descripciones o textos que les acompañan y evalúan la coherencia entre ambas. › Evalúan si las conclusiones presentadas en los medios de comunicación son pertinentes apoyándose en la información gráfica.
Seleccionar formas de organización y representación de datos de acuerdo al tipo de análisis que se quiere realizar.	› Resuelven problemas que involucren la construcción de tablas de frecuencias, seleccionando el tipo de frecuencia10 según el análisis que se requiera hacer. › Organizan un conjunto de datos en diferentes tipos de gráficos, por ejemplo de barras, circular o líneas y seleccionan aquel que les permita responder mejor las preguntas planteadas. › Seleccionan la representación gráfica más adecuada para la representación de un conjunto de datos y justifican su elección basándose en el tipo de datos involucrados. › Resuelven problemas, en diversos contextos, que involucren la comparación de dos o más conjuntos de datos seleccionando la representación gráfica más adecuada. › Evalúan si una tabla o tabla de frecuencia es suficiente para organizar un conjunto de datos o si es necesario construir un gráfico para comunicar información.

Reconocer que la naturaleza y el método de selección de muestras inciden en el estudio de una población.	› Establecen estrategias para escoger muestras de un determinado tamaño desde una población específica. › Señalan las ventajas y desventajas de las estrategias establecidas para escoger muestras de un determinado tamaño desde una población específica. › Deciden y argumentan acerca del número y las formas de extraer muestras, de modo que las conclusiones se generalicen a la población. › Identifican elementos que caracterizan a una muestra representativa. › Argumentan si una muestra es o no representativa a partir de diferentes ejemplos. › Identifican la muestra tomada desde estudios y encuestas publicadas en medios de comunicación, y evalúan la pertinencia sobre las conclusiones obtenidas en el estudio.
Predecir la probabilidad de ocurrencia de eventos a partir de la frecuencia relativa obtenida en la realización de experimentos aleatorios simples.	› Realizan diferentes experimentos aleatorios simples (con dados, monedas, ruletas, etc.) para identificar los resultados posibles y los registran en tablas de frecuencia que involucren una gran cantidad de iteraciones. › Determinan eventos que tienen mayor ocurrencia a partir del registro de los resultados de un experimento aleatorio en tablas de frecuencias. › Señalan si un suceso es más o menos probable, a partir de la interpretación de información entregada en una tabla de frecuencia. › Predicen acerca de la probabilidad de ocurrencia de un evento, a partir de la simulación (un número grande de iteraciones) de un experimento aleatorio usando tecnología.
8° básico	
Interpretar información a partir de tablas de frecuencia, cuyos datos	*Identifican tablas de frecuencias con datos agrupados. › Comprenden el significado de la frecuencia de un intervalo en una

están agrupados en intervalos	tabla de frecuencias con datos agrupados. › Obtienen información, de diversos contextos, mediante el análisis de datos presentados en tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos.
Representar datos, provenientes de diversas fuentes, en tablas de frecuencias con datos agrupados en intervalos	› Explican la pertinencia y ventajas de representar un conjunto de datos, a través de una tabla de frecuencia con datos agrupados en intervalos. › Aplican criterio para decidir el número de intervalos apropiados para agrupar un conjunto de datos. › Construyen tablas de frecuencia, con datos agrupados en intervalos, en forma manual y mediante herramientas tecnológicas.
Interpretar y producir información, en contextos diversos, mediante el uso de medidas de tendencia central, extendiendo al caso de datos agrupados en intervalos	› Determinan la media a partir de una tabla de frecuencia con datos agrupados en intervalos, y la interpretan de acuerdo al contexto. › Determinan la moda, a partir de una tabla de frecuencia con datos agrupados en intervalos, y la interpretan de acuerdo al contexto. › Extraen información desde datos numéricos agrupados en intervalos y resumidos a través de la media o moda relacionados con una situación o fenómeno. › Interpretan información, en diferentes contextos, a través del uso de medidas de tendencia central. › Evalúan la pertinencia del uso de las medidas de tendencia central, de acuerdo al tipo de datos involucrados. › Comparan información respecto de dos o más conjuntos de datos, utilizando medidas de tendencia central y comunican sus conclusiones.
Comprender el concepto de aleatoriedad en el uso de muestras y su importancia para realizar	› Establecen estrategias para escoger muestras en forma aleatoria de un determinado tamaño, desde una población específica. › Utilizan un recurso tecnológico, por ejemplo, una calculadora, para

inferencias	generar números aleatorios y usarlos para extraer una muestra desde una población específica. › Argumentan acerca de la importancia de extraer muestras en forma aleatoria para las conclusiones que se puedan realizar acerca de una población
Asignar probabilidades teóricas a la ocurrencia de eventos en experimentos aleatorios con resultados finitos y equiprobables8, y contrastarlas con resultados experimentales	› Describen el espacio muestral de un experimento aleatorio dado y obtienen su cardinalidad. › Argumentan acerca de la equiprobabilidad de cada resultado posible en un experimento aleatorio, realizando una simulación con apoyo de la tecnología. Por ejemplo, al lanzar un dado. › Determinan la probabilidad de ocurrencia de un cierto evento en un experimento aleatorio, mediante el modelo de Laplace. › Comparan el valor de la probabilidad de un cierto evento en un experimento aleatorio, obtenido mediante el modelo de Laplace, con el valor de la frecuencia relativa obtenida al simular el experimento un gran número de veces mediante el uso de la tecnología, y comunican sus conclusiones. › Comparan el gráfico teórico de los resultados de un experimento aleatorio, obtenido a través del modelo de Laplace, y el gráfico de las frecuencias relativas del mismo experimento simulado mediante el uso de tecnología, y comunican sus conclusiones.