



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA SEDIMENTACIÓN DE MEZCLAS
SÓLIDOS-LÍQUIDA POLIDISPERSAS EN PLANOS INCLINADOS

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA
INGENIERÍA, MENCIÓN RECURSOS Y MEDIO AMBIENTE HÍDRICO

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERÍA CIVIL

JAIME ALEJANDRO COTRONEO ORMEÑO

PROFESOR GUÍA:
CHRISTIAN IHLE BASCUÑAN

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS
FERNANDO BETANCOURT CERDA

SANTIAGO DE CHILE

2015

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL Y GRADO DE
MAGISTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA,
MENCION RECURSOS Y MEDIO AMBIENTE
HÍDRICO
POR: JAIME COTRONEO ORMEÑO
PROF. GUIA: Sr. CHRISTIAN IHLE BASCUÑAN

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA SEDIMENTACIÓN DE MEZCLAS SÓLIDAS-LÍQUIDA POLIDISPERSAS EN PLANOS INCLINADOS

La minería en Chile presenta muchos desafíos en el área de la ingeniería, y uno de ellos es el comportamiento de relaves y concentrados minerales durante el transporte de los mismos a través de canaletas o tuberías. En el caso de los sistemas de transporte por tuberías, cuando hay detenciones de la impulsión la velocidad media de la fase líquida es nula, produciendo la sedimentación del material sólido, el que genera un lecho en el fondo de los ductos. En particular, este proceso de sedimentación tiene una serie de características distintivas producto de la topografía por donde se instalan las tuberías y por los diferentes tamaños y/o concentraciones de las partículas presentes en la mezcla.

El presente trabajo, de carácter experimental, está orientado en esclarecer el efecto del contraste de diámetros y concentraciones de mezclas bi-dispersas en la formación de lechos. También se ha estudiado el efecto de la pendiente del fondo en las características de sedimentación. El estudio experimental se realizó en el laboratorio de Hidráulica Francisco Javier Domínguez del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile. Los experimentos se realizaron en un conjunto de cajas de fondo horizontal o inclinado, situadas dentro de un cuarto oscuro. Dentro de estas cajas se realizaba la mezcla de glicerina diluida en agua con partículas de vidrio a distintas concentraciones y diámetros. Mediante una cámara y un sistema de iluminación apropiado, fue posible capturar fotos cada 1 y/o 3 minutos, por varias horas. Producto de las diferentes intensidades de luz en las imágenes se determinaron las alturas de sedimentación con sus respectivos tiempos.

Comparando los resultados experimentales de concentraciones finales de cada capa formada en el proceso de sedimentación ($\phi_{sed,ij}$), con los teóricos obtenidos por Stamatakis & Tier (1988), se determinó que la teoría es válida para rangos de $d_2/d_1 < 6,44$ y $\phi_1/\phi_t < 0,8$ (subíndice 1 corresponde a finas y 2 a gruesas). La diferencia entre los resultados experimentales y dicho modelo para $d_2/d_1 < 6,44$ y $\phi_1/\phi_t > 0,8$ se explica, mediante argumentos de escala, por la presencia de la difusión hidrodinámica entre las fracciones. Este efecto genera un aumento del 45% de partículas finas en la capa inferior, en comparación con la obtenida teóricamente. Además para valores de $d_2/d_1 > 6,44$ ocurre un fenómeno de percolación que modifica la composición del primer lecho sedimentado, independiente de las concentraciones de partículas. Se determinó que es posible modelar la percolación de finas a través de un medio formado por gruesas, como una sedimentación de partículas finas en un medio equivalente. Finalmente mediante un análisis de balance de masa, se logró modelar la variación del lecho de partículas finas, como también el comportamiento de las concentraciones de partículas finas que van percolando

Agradecimientos

A los profes, Christian y Aldo por toda su ayuda y disposición que tuvieron en este largo proceso. Además de ser verdaderos pilares a la hora de las complicaciones en este tipo de trabajos. Gracias por todo

A los amigos de la "340"(TT y Chalo) por todas las charlas, risas, vídeos varios, almuerzos, etc. que tuvimos en estos largos años de Universidad

A yuyitzu, pancho y Negrete por los asados y conversaciones en el laboratorio, además de su apoyo en todo momento en laboratorio.

A Juan y Manuel, que sin ellos los experimentos nunca hubieran podido salir adelante.

A la siempre bien portada Jacqui, que obviamente con su ayuda y sentido de humor, amenizaba todas las jornadas de tesis.

A los amigos de la Universidad (Mono, Yuyo, Pgalaz, Dani) y a los del colegio (son muchos) por las juntas, salidas, etc. que sirvieron para distraerse.

A los infinitos compañeros de piso (Caichac, Lapi, Carla, Tobal, Peglo, Yuri y cuantos más) que uno vio pasar y dieron vida a las jornadas del tercer piso.

A la Familia (Padres, hermanas, mis 4 abuelos, Tíos y primos) por todos esos almuerzo dominicales que me daban .^animo"para seguir adelante y las constantes llamadas preocupados por el avance para ver fecha de festejo.

Y dejo al final, a mi compañera de estos últimos 5 años que sin su ayuda, animo, conversaciones, apoyo y porque no peleas, esto hubiera sido mucho mas difícil de lo que fue, a si que como dice tu ídolo, Gracias.....Totales Ángeles.

Tabla de contenido

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes generales y motivación	1
1.2. Objetivos	2
1.2.1. Objetivo General	2
1.2.2. Objetivos Específicos	2
1.3. Metodología	3
1.3.1. Estudio de los parámetros físicos involucrados en el fenómeno	3
1.3.2. Diseño, construcción y puesta en marcha de la instalación experimental	3
1.3.3. Desarrollo de los experimentos	3
1.3.4. Análisis de Resultados	4
1.4. Organización del Informe	4
2. Marco Teórico	5
2.1. Sedimentación de mezclas polidispersas en planos horizontales	5
2.1.1. Modelos de sedimentación bi-dispersa	8
2.2. Sedimentación de mezclas polidispersas en planos inclinados	9
2.3. Factores que influyen en la segregación del lecho sedimentado	11
2.3.1. Segregación en mezclas bi-dispersas en medios secos y húmedos	11
2.3.2. Concentración de empaquetamiento de una mezcla bi-dispersa	13
2.3.3. Concentración de cada especie de partículas en el lecho	17
2.3.4. Difusión por esfuerzo de corte	20
2.3.5. Percolación en medios porosos	21
3. Montaje Experimental	23
3.1. Diseño y construcción de la geometría para la sedimentación	23
3.1.1. Desarrollo de la geometría	23
3.1.2. Construcción de las cajas sedimentadoras	24
3.2. Selección del fluido y las partículas	25
3.3. Instalación experimental	27
3.3.1. Diseño y construcción del mezclador	27
3.3.2. Instalación en el laboratorio	28
3.3.3. Adquisición de datos e iluminación	28
3.4. Metodología	30
3.4.1. Metodología mezcla bi-dispersa	30
3.4.2. Metodología Experimental	30
3.4.3. Metodología procesamiento de datos	31

4. Definición de experimentos y presentación de resultados	33
4.1. Experimentos sin percolación	33
4.1.1. Alturas sedimentadas	36
4.1.2. Tiempos de formación lechos sedimentados	39
4.1.3. Velocidades de sedimentación	42
4.2. Experimentos con percolación	43
4.2.1. Tiempos de Sedimentación y Percolación	43
4.2.2. Velocidades de Percolación	44
5. Análisis de resultados experimentales	47
5.1. Caracterización de los lechos sedimentados (caso sin percolación)	47
5.1.1. Fondo horizontal ($\alpha = 0^\circ$)	47
5.1.2. Caso fondo inclinado ($\alpha = 20^\circ$ y $\alpha = 50^\circ$)	57
5.2. Caracterización de los tiempos de formación de las capas sedimentadas (casos con y sin percolación)	59
5.2.1. Caso base ($\alpha = 0^\circ$)	59
5.2.2. Caso fondo inclinado ($\alpha = 20^\circ$ y $\alpha = 50^\circ$)	63
5.3. Análisis percolación	65
5.3.1. Tiempo de sedimentación versus tiempo percolación	65
5.3.2. Variación lecho percolado	66
5.3.3. Variación del espesor de finas (Δ)	69
6. Conclusiones	73
Bibliografía	77
7. Anexos	81
7.1. Apéndice I: Granulometría partículas	81
7.2. Apéndice II: Análisis y resultados de la propagación de errores	82
7.2.1. Análisis de propagación de errores	82
7.2.2. Resultado de propagación de errores	84
7.3. Apéndice III: Resultados Alturas y Tiempos Para el caso sin percolación . .	90
7.4. Apéndice IV: Resultados Alturas y Tiempos Para el caso con percolación . .	95
7.5. Apéndice V: Percolación para fondo inclinado	95

Índice de tablas

3.1. Dimensiones finales de las cajas	24
3.2. Espaciamiento (μm) para la distintas mallas de la norma Tyler	26
3.3. Diámetros medios de las partículas secas seleccionadas para los experimentos.	27
4.1. Matriz de Experimentos caso sin percolación (sub-índice 1 para las partículas finas y el 2 para las gruesas).	34
4.2. Matriz de Experimentos caso con percolación (sub-índice 1 para las partículas finas y el 2 para las gruesas)	44
7.1. Variables medidas de forma directa y sus errores asociados	82
7.2. Expresiones de las desviaciones estándar	84
7.3. Valores errores indirectos caso $\alpha = 0^\circ$	86
7.4. Valores errores indirectos caso $\alpha = 20^\circ$	88
7.5. Valores errores indirectos caso $\alpha = 50^\circ$	88
7.6. Valores errores indirectos caso percolación.	89
7.7. Valores Alturas y Tiempos caso $\alpha = 0$	90
7.8. Valores Alturas Sedimentada h_2 caso $\alpha = 20^\circ$ (X medido desde el punto mas bajo del fondo).	91
7.9. Valores Alturas Sedimentada H caso $\alpha = 20^\circ$ (X medido desde el punto mas bajo del fondo).	93
7.10. Valores Alturas y Tiempos caso $\alpha = 0$	95

Índice de figuras

2.1.	Modelo de Sedimentación aplicado a una mezcla bi-dispersa. Los círculos representan los dos tipos de sedimentos, los subíndices 1 y 2 representan a las partículas finas y gruesas respectivamente. (a) mezcla homogénea. (b) Segregación y formación de zonas durante la sedimentación. (c) Estado final de los lechos sedimentados.	7
2.2.	Diferentes regiones de la mezcla durante la sedimentación en un canal inclinado. (A) Interfaz entre líquido claro y mezcla en suspensión. (B) Suspensión. (C) Región de líquido claro. (D) Capa de sedimentos. (Acrivos & Herbolzheimer (1978)).	10
2.3.	Resultados experimentales. (a) Formación de capas alternadas de partículas finas (granos de vidrio 0.27 mm, color blanco) y gruesas (azúcar color rojo de 0.8 mm), formando la estratificación. También se aprecia la segregación en la pared izquierda y en la base. (b) Acercamiento de la estratificación. (c) Estratificación obtenida con una mezcla de 3 diferentes tipos de partículas: esferas de vidrio blancas (0.15 mm, ángulo de reposo 26°), arena azul (0.4mm y ángulo de reposo 35°) y cristales de azúcar roja (0.8 mm y ángulo de reposo 39°). (d) Acercamiento de la estratificación. (Makse et al. (1997)).	12
2.4.	$r = d_2/d_1$. (a) Parámetro de segregación $s(\nu)$ decrece en función de la viscosidad ν . (b) θ_r (ángulo de reposo) es aproximadamente constante en función de la viscosidad ν . (Samadani & Kudrolli (2001)).	13
2.5.	(a)-(b) Imagen de la pila granular bidispersa, después de colapsar. (c)-(d) Histograma de la densidad local del radio de partículas (Samadani & Kudrolli (2001)).	13
2.6.	Posibles empaquetamientos para mezclas bi-dispersa. (A) Lecho dominado por partículas finas. (B) Lecho dominado por partículas gruesas. (C) Empaquetamiento óptimo. (Stovall et al. (1986)).	14
2.7.	Concentración de empaquetamiento $\phi_{t,m}$ para diferentes razones de diámetros en función de la proporción de partículas finas ξ	17
2.8.	Representación esquemática de una sedimentación polidispersa, donde se tienen diferentes zonas de suspensión y de sedimentos. Interfaz entre suspensión y sedimento se encuentra en la zona J . (Stamatakis & Tien 1988)	18
2.9.	Geometría para el cálculo de la relación de Apolonio	22
3.1.	Velocidades del proceso de sedimentación al cabo de 10 segundos en el modelo de COMSOL, para la caja tipo 2.	24

3.2.	Bosquejo de dimensiones de las cajas: (a) Caja Tipo 1, (b) Caja Tipo 2, (c) Caja Tipo 3.	25
3.3.	Propiedades del fluido a una temperatura de 20°C (a) Prueba reológica para una solución de 80 % glicerina y 20 % agua. (b) Densidad para una solución de 80 % glicerina y 20 % agua	26
3.4.	(a) Partículas pintadas. (b) Partículas sin pintar	27
3.5.	Paleta o varilla de agitación	27
3.6.	(a) Motor mezclador. (b) Variador de frecuencia	28
3.7.	Bosquejo instalación experimental	29
3.8.	Esquema de la ubicación de la cámara y focos led. (a) Vista frontal. (b) Vista lateral.	29
3.9.	Imagen de identificación de espesores. El color oscuro corresponde a las partículas gruesas y el color claro partículas a las finas. La línea azul muestra la intensidad de luz.	32
3.10.	Imagen de identificación de velocidades de percolación. El color oscuro representa las partículas gruesas y el color claro las partículas finas. La línea azul muestra la intensidad de luz y el cuadrado rojo corresponde a la posición identificada que delimita las partículas finas percoladas.	32
4.1.	Bosquejo de la configuración final de una sedimentación bidispersa. Siendo H la altura final de sedimentación, h_1 la altura de la zona 1, compuesta solo por partículas finas y h_2 la altura de la zona 2, compuesta por ambas partículas .	35
4.2.	Proceso de sedimentación transcurridos 1 s, 60 s y 140 s después del comienzo del experimento.	35
4.3.	Proceso de sedimentación transcurridos 1 s, 60 s y 140 s después del comienzo del experimento.	36
4.4.	Proceso de sedimentación transcurridos 1 s, 60 s y 140 s después del comienzo del experimento.	36
4.5.	Resultados Experimentales de las alturas sedimentadas para el caso $\alpha = 0^\circ$, con $\lambda = d_2/d_1$. (a) Altura del espesor compuesto por finas y gruesa. (b) Altura del espesor compuesto solo por finas. (c) Altura total de la sedimentación. .	37
4.6.	Altura del espesor compuesto por finas y gruesa (h_2), para los experimentos con $\alpha = 20^\circ$ y $\phi_{total} = 35\%$	38
4.7.	Altura del espesor compuesto por finas y gruesa (h_2), para los experimentos con $\alpha = 50^\circ$ y $\phi_{total} = 35\%$	38
4.8.	Tiempos de formación de los estratos para el caso $\alpha = 0^\circ$. (a) Tiempo t_2 para todo λ . (b) Tiempo t_1 para $\lambda = 2,03$. (c) Tiempo t_1 para $\lambda = 3,71$	39
4.9.	Tiempos de formación de los estratos para el caso $\alpha = 20^\circ$. (a) Tiempo t_2 para todo λ . (b) Tiempo t_1 para $\lambda = 2,03$. (c) Tiempo t_1 para $\lambda = 3,71$	40
4.10.	Tiempos de formación de los estratos para el caso $\alpha = 50^\circ$. (a) Tiempo t_2 para todo λ . (b) Tiempo t_1 para $\lambda = 2,03$. (c) Tiempo t_1 para $\lambda = 3,71$	41
4.11.	Resultados Experimentales. (a) Velocidad de Sedimentación para $\phi_2 = 0,05$ y $\lambda = 3,71$. (b) Velocidad de Sedimentación para $\phi_2 = 0,05$ y $\lambda = 2,03$	42
4.12.	Resultados Experimentales para el caso de $\phi_2 = 0,05$ y $\alpha = 0^\circ$	43
4.13.	Secuencia temporal de la percolación para el caso $\alpha = 0^\circ$ (Experimento N°8).	44
4.14.	Secuencia temporal de la percolación (Experimento N°8). (a) caso $\alpha = 20^\circ$. (b) caso $\alpha = 50^\circ$	45

4.15. Tiempo de percolación y sedimentación para el caso $\alpha = 0^\circ$	45
4.16. Velocidad de percolación para el caso $\alpha = 0^\circ$	46
5.1. Configuración de los lechos para diferentes condiciones. (a) y (b) varía solo λ (3.71 y 2.03 respectivamente) con $\phi_1 = 0,2$ y $\phi_2 = 0,15$. (c), (d) y (e) varía solo ϕ_1 (0.05, 0.1 y 0.20 respectivamente) con $\phi_2 = 0,15$ y $\lambda = 2,03$	48
5.2. Concentraciones de Empaquetamiento del lecho h_2 para los casos $\lambda = 3,71$ y $2,03$, considerando tres diferentes $\phi_{t,m}$: monodisperso (0.6), bidisperso ec. 2.35a ($\phi_{t,m,S}$) y bidisperso ec. 2.32 ($\phi_{t,m,GP}$) .(a) Concentración de finas en el último estrato ($\phi_{sed,21}$). (b) Concentración de gruesas en el último estrato ($\phi_{sed,22}$)	49
5.3. Concentraciones de Empaquetamiento en el lecho de altura h_2 para cada especie.	50
5.4. (a) Ajuste de la ecuación 5.8 con sus respectivos errores, con un $r^2 = 0.96$	52
5.5. Relación entre la altura h_2 medida experimentalmente y la altura si el lecho fuera mono-disperso (h'_2) en función del cociente entre la concentración de partículas gruesas y el total	53
5.6. (a) Ajuste de la ecuación 5.10 con sus respectivos errores, con un $r^2 = 0.98$	54
5.7. Esquema del efecto de la difusión por corte	54
5.8. Cociente entre \hat{D} y $\hat{\nu}$ en función de la fracción de gruesas ($\frac{\phi_2}{\phi_{total}}$), para $\lambda = 2,03$ y $\lambda = 3,71$	55
5.9. (a) ψ en función de $\phi_{21,Teorico}$ (b) $\phi_{21,exp}$ en función de $\phi_{21,Teorico}$	56
5.10. (a) Ajuste de la ecuación 5.17 con sus respectivos errores, con un $r^2 = 0.997$	57
5.11. Altura de la última capa (h_2) adimensionalizado por la altura total (H_o) para diferentes concentraciones totales ϕ_t . (a) Caso $\lambda = 3,71$. (b) Caso $\lambda = 2,03$	58
5.12. Concentraciones de Empaquetamiento en el lecho h_2 , considerando $\phi_{t,m} = 0,6$, para los casos $\lambda = 3,71$ y $2,03$ y para todo los α . (a) Concentración $\phi_{sed,21}$. (b) Concentración $\phi_{sed,22}$	58
5.13. Esquema análisis dimensional. H_0 es la altura total de sedimentación, h_{CM1} y h_{CM2} son las alturas desde el centro de masa hasta la superficie libre.	60
5.14. Tiempo adimensional τ_2 en función de la fracción de partículas gruesas. La línea segmentada corresponde al ajuste potencial indicado en la figura.	61
5.15. (a) Correlación entre el tiempo experimental t_2 y el teórico $t_{2,ST}$, línea segmentada representa la identidad. (b) Cociente entre t_2 y $t_{2,ST}$ en función del porcentaje de gruesas sobre el total de partículas de la mezcla, línea segmentada representa el promedio de los puntos.	62
5.16. (a) Correlación entre el tiempo experimental t_1 y el teórico $t_{1,ST}$, línea segmentada representa la identidad. (b) Cociente entre t_1 y $t_{1,ST}$ en función del porcentaje de finas sobre el total de partículas de la mezcla, línea segmentada representa el promedio de los puntos (sin el caso $\lambda = 11,59$).	63
5.17. (a) Cociente entre t_2 y $t_{2,ST}$ para el caso horizontal. (b) Cociente entre t_2 y $t_{2,ST}$ para el caso $\alpha = 20^\circ$. (c) Cociente entre t_2 y $t_{2,ST}$ para el caso $\alpha = 50^\circ$. En los tres gráficos la línea segmentada representa el promedio de los puntos.	64
5.18. (a) Cociente entre t_1 y $t_{1,ST}$ para el caso horizontal. (b) Cociente entre t_1 y $t_{1,ST}$ para el caso $\alpha = 20^\circ$. (c) Cociente entre t_1 y $t_{1,ST}$ para el caso $\alpha = 50^\circ$. Para los 3 gráficos la línea segmentada representa el promedio de los puntos.	65
5.19. Análisis de los tiempos de sedimentación y percolación	66

5.20. Bosquejo del fenómeno de percolación, donde el lecho sedimentado de partículas gruesas representan al lecho poroso, por donde percolan las finas (partículas rojas), además se tiene un lecho donde se depositan las partículas que percolan (partículas de color azul).	67
5.21. Representación gráfica de la ecuación 5.24 con los datos experimentales . . .	68
5.22. Bosquejo del fenómeno de percolación, donde el cuadrado rojo representa el primer volumen de control, el azul corresponde al segundo volumen de control, δ simboliza el espesor de la suspensión de finas y Δ el espesor de finas. . . .	69
5.23. Resultado numérico de Δ obtenido mediante la ecuación 5.30 para los experimentos E1,2,4-9,11,12 (ver tabla 4.2).	71
5.24. Validación resultados ecuación 5.30	71
5.25. Resultado numérico de ϕ_{pp} obtenido mediante la ecuación 5.26 para los experimentos E1,2,4-9,11,12 (ver tabla 4.2).	72
7.1. Distribución Granulométrica de las partículas usadas. (a) Partículas 89 μm . (b) Partículas 250 μm . (a) Partículas 456 μm . (a) Partículas 927 μm	81
7.2. Percolación para los experimentos N°5 transcurrido 44070 segundos del inicio de la sedimentación. (a) Caso $\alpha = 20^\circ$.(b) Caso $\alpha = 50^\circ$	96
7.3. Percolación para los experimentos N°1 transcurrido 48560 segundos del inicio de la sedimentación. (a) Caso $\alpha = 20^\circ$.(b) Caso $\alpha = 50^\circ$	97

Glosario:

- D : Diámetro del Contenedor.
- \hat{D} : Coeficiente de difusión producido por la velocidad de partículas gruesas sobre las finas.
- d_1 : Diámetro partículas finas.
- d_2 : Diámetro partículas gruesas.
- e : Espesor de las cajas construidas.
- g : Aceleración de gravedad.
- h_{CM2} : Altura desde el centro de masa del estrato 2 hasta la superficie libre.
- h_i : Altura final del proceso de sedimentación de la zona i.
- h'_i : Altura final tentativa del proceso de sedimentación, si la zona i, estuviera compuesta solo por partículas tipo i.
- h_{Lp} : Altura del lecho percolado.
- H_0 : Altura inicial de la mezcla.
- H : Altura total sedimentada.
- L : Largo de las cajas construidas.
- n_i : Coeficiente de la ecuación de Richardson & Zaki (1954) para la partícula de diámetro d_i .
- $Re_i = \frac{\rho_f d_i V_{t,i}}{\mu}$: Número de Reynolds de la partícula i.
- $Re_{G,i} = \frac{\rho_f d_i V_{stockes,i}}{\mu}$: Número de Reynolds de la partícula i, desarrollado por Francis (1933).
- Sc : Número de Schmidt.
- t_i : Tiempo de formación final del estrato h_i .
- $t_{i,ST}$: Tiempo de formación final del estrato h_i según el Stamadakis & Tien (1988).
- $V_{stockes,i}$: Velocidad del rango de Stockes para una partícula i.
- $V_{s,ij}$: Velocidad de la partícula tipo j relativo al fluido en la zona i.
- V_{11} : Velocidad partículas finas en la zona 1.
- V_{21} : Velocidad partículas finas en la zona 2.
- V_{22} : Velocidad partículas gruesas en la zona 2.
- V_{Lp} : Velocidad del lecho percolado.
- V_{pp} : Velocidad de las partículas que percolan.
- α : Ángulo de inclinación del fondo.
- δ : Espesor de la suspensión de partículas finas, durante la sedimentación.
- Δ : Espesor de partículas finas sedimentadas durante la sedimentación y percolación.
- $\varepsilon_i = (1 - \phi_i)$: porosidad de la partícula i
- $\lambda = \frac{d_2}{d_1}$: cociente entre diámetro de partículas gruesas y finas
- μ : Viscosidad dinámica del fluido puro
- $\mu(\phi)$: Viscosidad dinámica de la mezcla con concentración (ϕ) .
- $\hat{\nu}$: Coeficiente difusión viscosa.

- ρ_i : Densidad para una partícula i
- ρ_f : Densidad del fluido
- $\rho(\phi_i) = (1 - \phi_i)\rho_f + \phi_i\rho_i$: Densidad de la mezcla con concentración (ϕ_i) correspondiente a la especie de partícula i.
- ϕ_1 : Concentración en volumen inicial partículas finas
- ϕ_2 : Concentración en volumen inicial partículas gruesas
- ϕ_{11} : Concentración en volumen partículas finas en zona 1.
- ϕ_{21} : Concentración en volumen partículas finas en zona 2.
- ϕ_{22} : Concentración en volumen partículas gruesas en zona 2.
- $\phi_{1,m}^0$: Concentración de empaquetamiento máxima para esferas finas mono-dispersa.
- $\phi_{2,m}^0$: Concentración de empaquetamiento máxima para esferas gruesa mono-dispersa.
- $\phi_t = \phi_1 + \phi_2$: Concentración total de la mezcla bi-dispersa
- $\phi_{t,m}$: Concentración de empaquetamiento bi-disperso en la zona 2.
- $\phi_{sed,11}$: Concentración sedimentada de la finas en la zona 1.
- $\phi_{sed,21}$: Concentración sedimentada de la finas en la zona 2.
- $\phi_{sed,22}$: Concentración de empaquetamiento de la gruesas en la zona 2.
- ϕ_{Lp} : Concentración de sólidos del lecho percolado.
- ϕ_{pp} : Concentración de las partículas que percolan.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes generales y motivación

En la actualidad se ocupan varias técnicas para el transporte hidráulico de sólidos en altas concentraciones, como por ejemplo, cintas transportadoras, transportadores helicoidales, elevadores de cangilones (bandas elevadoras verticales o inclinadas en las cuales van fijados varios baldes que pueden ser de distintas formas y dimensiones) y también como transporte hidráulico se impone en tuberías una diferencia de presión mediante bombas. El régimen de flujo de la mezcla correspondiente puede ser laminar o turbulento (Baker et al (1979); Spelay (2007); Boger (2009)). En general los sólidos transportados pueden tener diámetros equivalentes que van desde unos pocos micrones hasta varios milímetros. Las mezclas sólido-líquido corresponden generalmente a concentraciones hiperconcentradas, con fracciones de volumen (ϕ) de alrededor de 0,3. En particular esta tesis tendrá un enfoque netamente minero, ya que se estudiará el comportamiento del relave minero en situaciones de detención del sistema. La industria minera tiene ciertas restricciones tales como la limitación de agua (Arrueste, 2008) o los límites de espacio en los sitios de evacuación de residuos mineros, teniendo como resultado que las mezclas sean aún más concentradas ($\phi > 0.3$) y en consecuencias más viscosas. Las mezclas que se tienen en este proceso son un caso especial ya que se obtienen a partir de procesos de conminución (reducción de tamaños de los sólidos), presentando partículas en suspensión de tamaño relativamente fino con alto contenido de metal. Se transportan por tuberías que pueden llegar a tener centenares de kilómetros, con puntos altos (por sobre los 4000 metros) y puntos bajos (nivel del mar) (Abulnaga, 2002; EDITEC, 2008). Fallas de tubería tales como fugas de concentrado, pueden afectar a los cuerpos de agua y poblaciones, pudiendo provocar graves problemas ambientales, a las personas y a la producción de otros bienes.

Se sabe que durante el transporte de mezclas hiperconcentradas la pendiente de la tubería afecta el comportamiento de aspectos claves del sistema, incluidos los factores de fricción y la sedimentación de los sólidos, en comparación al caso horizontal (Doron et al., 1997; Admiraal, 2003; Wilson et al., 2006). Un aspecto que está poco estudiado, es el impacto de la topografía sobre la distribución de sólidos en el sistema una vez que se produce su detención. Esto sucede a menudo en Chile ya que su geografía presenta cambios de pendiente bruscos. Es intuitivo

ver que los mínimos locales en las rutas de tubería son casos especiales cuando se estudia la sedimentación de sólidos en condición de detención del sistema de bombas debido al hecho de que los granos tenderán a desplazarse hacia éstos. Sin embargo, en la actualidad no existe un modelo ampliamente aceptado para predecir la distribución de los sólidos en el interior de la tubería, o para evaluar la extensión de las zonas donde los sólidos posiblemente podrían causar un bloqueo de la línea, impidiendo así el correcto funcionamiento de las tuberías al volver a poner en marcha el sistema. Este tipo de problemas pueden ocasionar fugas o roturas en la tubería.

El presente trabajo tiene por objetivo estudiar la tasa de sedimentación de material sólido con más de un tamaño característico con diferentes ángulos de inclinación. Las tasas de sedimentación tienen una fuerte dependencia de la distribución, tamaño, forma y densidad de las partículas (Davis & Acrivos, 1985). Sin embargo, la organización de las partículas es completamente diferente si al menos una pared lateral cambia su ángulo desde la vertical. Reportándose por primera vez cuando Boycott (1920) trabajando con sangre se dio cuenta que inclinando ligeramente tubos de ensayo, inducía un cambio significativo en la distribución axial de los corpúsculos. Este principio, que lleva su nombre como efecto Boycott, ha sido aplicado posteriormente para el diseño de la separación de la fase sólido-líquido en sedimentadores de tipo lamelar (Nguyentranlam & Galvin, 2001).

Muchos estudios mencionan cómo modelar la sedimentación para planos inclinados como por ejemplo Acrivos & Herbolzheimer, 1979; Davis & Acrivos, 1985; Schaffinger, 1985; Herbolzheimer & Acrivos, 1981. Todos estos trabajos están enfocados principalmente al efecto que tiene una frontera superior del reservorio. Por el contrario, el objetivo de la presente tesis es ver con detalle lo que ocurre en la capa de partículas acumulada en el fondo del reservorio.

Por otro lado, en varios estudios se han visto cómo influye la razón entre los diámetros de los sólidos en el proceso de la segregación de las partículas secas (Makse et al, 1997, Makse, Havlin, King & Stanley, 1997; Samadani & Kudrolli, 2001; Boutreux & de Gennes, 1996) y húmedas (Samadani & Kudrolli, 2008).

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

Estudiar experimentalmente la distribución de las partículas al finalizar el proceso de sedimentación de una mezcla sólidos-líquido bidispersas en planos inclinados.

1.2.2. Objetivos Específicos

1. Identificar los parámetros que influyen en la distribución de partículas en la capa de sólidos sedimentados.
2. Diseñar, construir y poner en marcha una instalación experimental que permita estudiar

los fenómenos de sedimentación en diferentes condiciones de confinamiento inferior (distintas cajas de sedimentación con diferentes ángulos de inclinación).

3. Encontrar los parámetros que controlan el fenómeno de la segregación de partículas, tiempo de formación de los lechos sedimentados y el espesor en la capa de sólidos sedimentados, a partir de los datos registrados.

1.3. Metodología

1.3.1. Estudio de los parámetros físicos involucrados en el fenómeno

Se tendrán en cuenta el estudio de los siguientes parámetros:

- Análisis de las velocidades involucradas en la sedimentación.
- Parámetros geométricos que dominan el fenómeno de la sedimentación
- Los efectos producidos por la forma, densidad, diámetro y concentración de las partículas en el depósito final de la sedimentación.
- Efectos de la inclinación del lecho en la sedimentación y en la distribución de las partículas en el depósito final.

1.3.2. Diseño, construcción y puesta en marcha de la instalación experimental

Se diseña un montaje experimental con el fin de visualizar y medir los distintos fenómenos de segregación y sedimentación presentes

Los pasos para la construcción y puesta marcha fueron los siguientes:

- Búsqueda y compra de partículas y fluidos aptos para el desarrollo adecuado del experimento.
- Construcción de las cajas con las dimensiones adecuadas para observar el fenómeno.
- Construcción mezclador para poder realizar mezclas homogéneas.
- Búsqueda e instalación de cámaras de grabación e iluminación para registrar el fenómeno de la forma más nítida posible.
- Puesta en marcha del experimento y detección de posibles errores, principalmente en el funcionamiento del mezclador e iluminación del experimento

1.3.3. Desarrollo de los experimentos

Después de la puesta en marcha de los experimentos, se realizó una matriz y protocolo de experimentos, los cuales tienen especial énfasis en los efectos producidos por los cambios de

diámetro, concentración y densidad de las partículas, así como también de la inclinación del fondo. Todos los experimentos han sido registrados usando un sistema de vídeo, para después realizar los análisis correspondientes.

1.3.4. Análisis de Resultados

Realizados todos los experimentos se han analizado todos los vídeos grabados, obteniendo alturas de sedimentación, velocidades de percolación y sedimentación. El principal enfoque fue determinar los diferentes patrones que se obtienen en la capa final de la sedimentación.

1.4. Organización del Informe

- **Marco Teórico (Capítulo 2):** Se revisan los principales trabajos teóricos y experimentales de los fenómenos involucrados en el proceso de sedimentación con fondo horizontal e inclinado.
- **Montaje Experimental (Capítulo 3):** Se muestran los diferentes componentes usados en el experimento y se explica cómo se diseñaron y construyeron. También se mencionan los problemas y sus soluciones para la puesta en marcha del experimento.
- **Set de Experimentos y Presentación de Resultados (Capítulo 4):** Se muestra la matriz de experimentos, fundamentando los parámetros elegidos, incluyendo los resultados obtenidos de los experimentos. También se realiza un análisis de error asociado a las mediciones.
- **Análisis de Resultados Experimentales (Capítulo 5):** Se da a conocer cómo se obtienen los datos más relevantes para estudiar los fenómenos anteriormente señalados. Los resultados más concluyentes de este trabajo se clasifican en los siguientes items: *i)* La influencia de la razón de los diámetros, concentraciones de partículas y ángulo de inclinación del fondo en la conformación del espesor final de los sedimentos, *ii)* El comportamiento del tiempo de formación de los estratos sedimentandos en función de las diferentes concentraciones de partículas y diámetros y *iii)* La presencia de percolación durante y después del proceso de sedimentación.
- **Conclusiones (Capítulo 6):** Se concluye en función de los resultados obtenidos en el análisis y los objetivos trazados en un principio.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Sedimentación de mezclas polidispersas en planos horizontales

La sedimentación en suspensiones a diferentes concentraciones de partículas, depende de una serie de variables de entrada, incluyendo el rango de tamaños de las partículas, su forma y densidad, como también la viscosidad y densidad del fluido. Producto de esto es que se tiene diferentes fenómenos donde gobiernan las interacciones partículas-fluido y/o partículas-partículas. La velocidad de sedimentación de las partículas ha sido altamente investigada para el límite de fluido no-inercial. Stokes (1851) determinó la fuerza de arrastre sobre una esfera cuando se desprecia el efecto de la inercia del fluido y solo actúan las fuerzas de presión y de origen viscosos. Esta solución es válida para Reynolds muy inferiores a 1. Del resultado para la fuerza de arrastre puede obtenerse la velocidad de sedimentación, dada por:

$$V_{stokes,i} = \frac{gd_i^2(\rho_i - \rho_f)}{18\mu} \quad (2.1)$$

donde g corresponde a la aceleración gravitacional, d_i al diámetro de la partícula i , ρ_i a la densidad de la partícula i , ρ_f a la densidad del fluido y μ a la viscosidad dinámica del fluido. Debido a que esta ecuación está desarrollada para una partícula que se mueve sola en un medio infinito, varios investigadores han extendido dicho cálculo al caso donde la presencia de otras partículas afecta este valor. La corrección por concentración ha sido formulada de manera teórica (Happel (1958) y Batchelor(1972), entre otros) y empírica (Richardson & Zaki (1954), Barnea, Mizrahi & Vesilind (1973) y Garside & Al-Dibouni (1977)). La expresión empírica de Richardson & Zaki (1954), está dada por:

$$f(\phi) = (1 - \phi)^{n_i} \quad (2.2)$$

donde n_i esta dado por:

$$n_i = 4,85 + 19,5 \left(\frac{d_i}{D} \right) \quad 0 < Re_i < 0,2 \quad (2.3)$$

$$n_i = \left[4,35 + 17,5 \left(\frac{d_i}{D} \right) \right] Re_i^{-0,03} \quad 0,2 < Re_i < 1 \quad (2.4)$$

$$Re_i = \frac{\rho_f d_i V_{stokes,i}}{\mu} \quad (2.5)$$

donde D es el diámetro del contenedor y Re_i es el Reynolds de la partícula definido en la ecuación 2.5. Garside & Al-Dibouni (1977) sugirieron que el exponente n_i era más conveniente calcularlo, siguiendo la siguiente expresión:

$$\frac{5,1 - n_i}{n_i - 2,7} = 0,1 Re_{G,i}^{0,9} \quad (2.6)$$

donde

$$Re_{G,i} = \frac{\rho_f d_i V_{t,i}}{\mu} \quad (2.7)$$

$$V_{t,i} = V_{stokes,i} \left[\frac{1 - 0,475 d_i/D}{1 - d_i/D} \right]^{-4} \quad (2.8)$$

la ecuación 2.8 la desarrolló Francis (1933), que incluye el efecto de la pared del contenedor a la velocidad de Stokes.

Por otra parte, al igual que la velocidad, la viscosidad del fluido se ve afectada por las concentraciones de sólidos. Varios investigadores han realizados trabajos para poder estimar la viscosidad en función de las concentraciones de sólidos. Una de las expresiones más utilizadas es la de Krieger & Dougherty (1959), dada por:

$$\mu(\phi) = \mu \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m} \right)^{-2,5\phi_m} \quad (2.9)$$

donde μ es la viscosidad del fluido, ϕ la concentración de sólidos y ϕ_m la concentración máxima de empaquetamiento.

Desafortunadamente, la sedimentación monodispersa (para la cual se basan las ecuaciones 2.1 y 2.2) es una idealización del fenómeno, ya que en la mayoría de los casos se tienen mezclas con mas de un tamaño (e incluso densidad) de partículas.

En el caso de mezclas con dos tamaños característicos (bidispersa), el principal estudio de sedimentación es el de Lockett & Al-Habbooby (1973), que después fue modificado y

mejorado por Mirza & Richardson (1979), Selim et al. (1983a, 1983b) y Stamatakis & Tien (1988). Este último trabajo además de modificar las velocidad de sedimentación, también agregó al estudio, el análisis de la capa final de sedimentos (estos aspectos se discuten mas adelante).

El proceso de sedimentación bi-dispersa está compuesto por varias etapas, como se puede ver en la figura 2.1. La primera es cuando se logra una mezcla homogénea (figura 2.1a). La segunda etapa es la señalada en la figura 2.1b, donde bajo una capa de fluido claro, se tiene una zona de sedimentación donde sólo se encuentran las partículas más finas, Por debajo de ambas capas existe un tercer estrato donde se hallan las partículas finas y gruesas, bajo estas capas en movimiento se encuentra la capa sedimentada. En la figura 2.1c se aprecia la última etapa que esquematiza el final de la sedimentación con dos zonas definidas de capas sedimentadas.

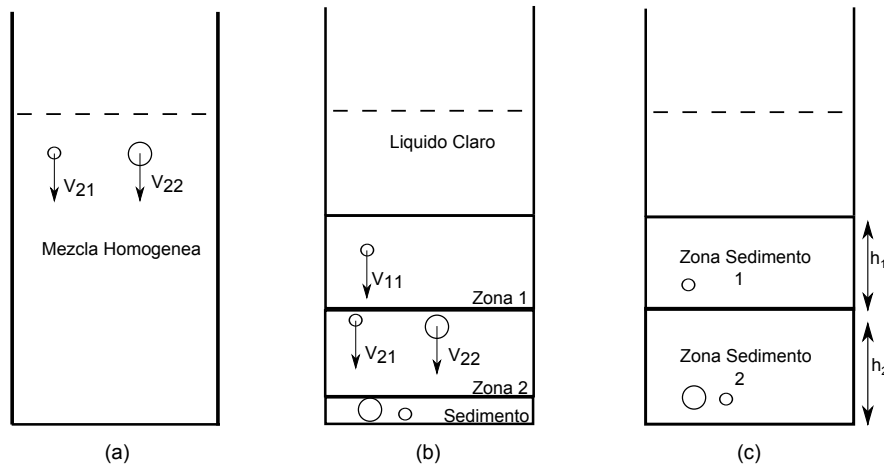


Figura 2.1: Modelo de Sedimentación aplicado a una mezcla bi-dispersa. Los círculos representan los dos tipos de sedimentos, los subíndices 1 y 2 representan a las partículas finas y gruesas respectivamente. (a) mezcla homogénea. (b) Segregación y formación de zonas durante la sedimentación. (c) Estado final de los lechos sedimentados.

En general todos los modelos predicen las velocidades de sedimentación de todas las partículas en sus respectivas zonas. La velocidad se representa como V_{ij} , donde i representa a la zona donde se encuentra la partícula y j a la familia a la que pertenece la partícula en particular (fina o gruesa), (indicando con el numero 1 las finas y con el 2 las gruesas). Por lo que en la zona 1 sólo sedimentan las finas con una velocidad V_{11} y en la zona 2 sedimentan finas con velocidad V_{21} y las gruesas con V_{22} . Además de predecir las velocidades, los modelos propuestos también obtienen las concentraciones de cada partícula en las diferentes zonas. La concentración de finas en la zona 1 está descrita por ϕ_{11} , la concentración de finas en la zona 2 por ϕ_{21} y la concentración de gruesas en la zona 2 por ϕ_{22} . A continuación se indican los aspectos más relevantes de los modelos de sedimentación.

2.1.1. Modelos de sedimentación bi-dispersa

Considerando que las concentraciones iniciales de finas y gruesas son ϕ_1 y ϕ_2 correspondientemente, las expresiones dadas por Lockett & Al-Habbooby (1973), para definir tanto las velocidades como las concentraciones en las zonas son:

Para la Zona 2:

$$V_{21} = V_{s,21}(1 - \phi_{21}) - V_{s,22}\phi_{22} \quad (2.10)$$

$$V_{22} = V_{s,22}(1 - \phi_{22}) - V_{s,21}\phi_{21} \quad (2.11)$$

$$\phi_{21} = \phi_1 \quad (2.12)$$

$$\phi_{22} = \phi_2 \quad (2.13)$$

Para la Zona 1:

$$V_{11} = V_{s,11}(1 - \phi_{11}) \quad (2.14)$$

$$\phi_{11} = \phi_{21} \frac{V_{22} - V_{21}}{V_{22} - V_{11}} \quad (2.15)$$

donde $V_{s,ij}$ representan las velocidades relativas de las partículas tipo j en la zona i al fluido. Se considera que las concentraciones ϕ_{21} y ϕ_{22} de la zona 2 corresponden a la misma concentración inicial de estas (Selim et al 1983).

Velocidades Relativas Fluido-Partículas

Para cuantificar las velocidades $V_{s,ij}$ ($i = 1, 2; j = 1, 2$) que aparecen en las ecuaciones 2.10, 2.11, 2.14 y 2.15 se hace referencia a la ecuación 2.2. Debido a que dicha estimación es para suspensiones monodispersas, se tienen varias generalizaciones para las velocidades en suspensiones polidispersas. A continuación se verán algunas de estas en los que ε_i corresponde a la porosidad y se define cómo $\sum_i(1 - \phi_i)$ y n_i está dado por la ec. 2.6:

1. Lockett & Al-Habbooby (1973):

$$V_{s,ij} = V_{stokes,j} \varepsilon_1^{n_j-1} \quad (2.16)$$

2. Mirza & Richardson (1978):

$$V_{s,ij} = \begin{cases} V_{stokes,j} \varepsilon_i^{n_j-0,6} & i=2 ; \quad j=1,2; \\ V_{stokes,j} \varepsilon_i^{n_j-1} & i=1 ; \quad j=1. \end{cases} \quad (2.17)$$

3. Selim et al (1983):

$$V_{s,ij} = \begin{cases} V_{stokes,j} \frac{\rho_j - (\rho_s)_{ij}}{\rho_j - \rho_f} \varepsilon_i^{n_j-1} & i=2 ; \quad j=1,2; \\ V_{stokes,j} \varepsilon_i^{n_j-1} & i=1 ; \quad j=1. \end{cases} \quad (2.18)$$

donde

$$(\rho_s)_{2,2} = \frac{\varepsilon_e \rho_f + \phi_{21} \rho_1}{1 - \phi_{22}}$$

$$(\rho_s)_{2,1} = \rho_f$$

4. Patwardhan & Tien (1984)

$$V_{s,ij} = \begin{cases} V_{stokes,j} \varepsilon_{ij}^{n_j-2} \frac{\rho_j - \rho_i}{\rho_j - \rho_f} & i=2 ; \quad j=1,2; \\ V_{stokes,j} \varepsilon_i^{n_j-1} & i=1 ; \quad j=1. \end{cases} \quad (2.19)$$

donde

$$\varepsilon_{ij} = 1 - \left(1 + \frac{d_{\varepsilon,i}}{d_j}\right)^{-3}$$

$$d_{\varepsilon,i} = d_{ad,i} \left\{ (1 - \varepsilon_i)^{-1/3} - 1 \right\}$$

$$d_{ad,i} = \frac{\sum_j \phi_{ij} d_j}{\sum_j \phi_{ij}}$$

$$\rho_i = \varepsilon_i \rho_f + \sum_j \rho_j \phi_{ij}$$

2.2. Sedimentación de mezclas polidispersas en planos inclinados

El proceso de sedimentación está fuertemente influenciado por la geometría del contenedor, como por ejemplo la inclinación de cualquiera de sus paredes (ver figura 2.2). Este tipo de cambio en la geometría se da con regularidad en el transporte de relaves en Chile debido a los cambios de pendiente producto de la topografía del país.

La primera referencia acerca de este fenómeno, es la de Boycott (1920) quien observó en tubos de ensayo con sangre, que la decantación de los corpúsculos de sangre aumentaba conforme se inclinaban los tubos. El efecto Boycott se obtiene cuando una de las paredes del contenedor está inclinada. En este caso, la distancia que recorre una partícula es menor en comparación al caso vertical. Por otro lado producto del movimiento de las partículas por la pared inclinada, se genera en la cercanía de la pared superior del tubo una corriente de fluido ascendente la que, por continuidad induce un flujo descendente aumentando la capacidad de arrastre del fluido sobre las partículas.

Con posterioridad muchos investigadores han estudiado dicho fenómeno, entre los que destacan los trabajos realizados por Acrivos & Herbolzheimer (1978), Herbolzheimer & Acrivos

(1981), Nir & Acrivos (1990) y Kapoor & Acrivos (1995). Dichos trabajos incluyen un análisis donde se tienen 3 capas estratificadas: la capa de líquido clara, la capa en suspensión y la capa de sedimento. Las ecuaciones desarrolladas son para identificar las velocidades y flujos en cada una de las capas anteriormente señaladas, los que se esquematizan en la figura 2.2.

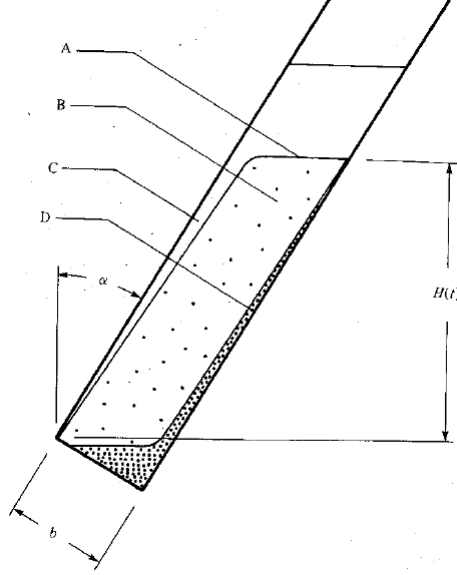


Figura 2.2: Diferentes regiones de la mezcla durante la sedimentación en un canal inclinado. (A) Interfaz entre líquido claro y mezcla en suspensión. (B) Suspensión. (C) Región de líquido claro. (D) Capa de sedimentos. (Acrivos & Herbolzheimer (1978)).

Los parámetros que gobiernan la sedimentación dentro de un contenedor están dados por los siguientes adimensionales: Re_s , que es el número de Reynolds de la sedimentación y Λ , que es la razón entre el Re_s y el número de sedimentación de Grashof (Ga) que se define cómo la razón entre las fuerzas boyantes y las viscosas. Dichos adimensionales se escriben de la siguiente forma:

$$Ga = \frac{g(\rho_s - \rho_f)\rho_f\phi_0 H^3}{\mu^2} \quad (2.20)$$

$$Re_s = \frac{\rho_f H V_{stokes,if}(\phi_0)}{\mu} \quad (2.21)$$

$$\Lambda = \frac{H^2 g(\rho_s - \rho_f)\phi_0}{V_{stokes,if}(\phi_0)\mu} \quad (2.22)$$

donde H es la altura vertical inicial de la capa en suspensión (figura 2.2), ρ_s es la densidad de los sólidos y ϕ_0 es la concentración de partículas. Acrivos & Herbolzheimer (1978), Herbolzheimer & Acrivos (1981) y Bürger et al. (2012) realizaron un análisis asintótico, que entrega de forma detallada una relación para la velocidad en el canal inclinado. Las soluciones son válidas para $\Lambda \gg 1$ y $Re_s \Lambda^{-1/3} \ll 1$. Estos límites aseguran que el flujo a lo largo del canal

en la capa de líquido claro se desarrolle de forma casi paralela y completa, permitiendo hacer simplificaciones tipo capa límite a las ecuaciones.

2.3. Factores que influyen en la segregación del lecho sedimentado

La composición del lecho depende de varias variables, incluyendo las concentraciones, tamaños y densidades de las partículas, así como también las propiedades del fluido. En lo que sigue, se verán algunas consideraciones de la segregación de partículas en medios húmedos y la influencia de la viscosidad en este. Después se mostrarán algunos modelos capaces de identificar la concentración de empaquetamiento en los lechos (Stovall et al. 1986, Gondret & Petit 1997 y Shaully et al. 1998) y otros que determinan la concentración de cada especie en el lecho sedimentado (Stamatakis & Tien 1988). En dichos modelos no se consideran fenómenos tales como la segregación producto de la difusión por esfuerzo de corte y la segregación producto de la percolación.

2.3.1. Segregación en mezclas bi-dispersas en medios secos y húmedos

Cuando se tienen varias familias de partículas en una mezcla, se producen distintos fenómenos. Makse et al. (1997) estudió la segregación y estratificación de mezclas polidispersas en ambientes secos. La segregación consiste en la separación en zona de las partículas por tipo, mientras que la estratificación es cuando se obtienen varios estratos de partículas similares ordenados en forma alternada. Estos fenómenos se pueden encontrar juntos o por separado. Makse et al. (1997) concluyó que la estratificación ocurre solo cuando las partículas grandes tienen mayor ángulo de reposo que las partículas finas (2.3c, d), mientras que la segregación es independiente del ángulo de reposo y se produce cuando se tienen diferencias de tamaño en las partículas. En la figura 2.3a se aprecia los dos fenómenos juntos, segregación en el borde izquierdo y en el fondo, y por otro lado estratificación al centro.

Los parámetros relevantes para la segregación son: (*a*) diámetro partícula y (*b*) forma de la partícula, mientras que para el fenómeno de estratificación sólo importa si el ángulo de reposo de las partículas gruesas es mayor al de las finas. Las investigaciones de Makse et al. (1997) fueron realizadas en ambientes secos y con concentraciones partículas constantes e iguales, por lo que es importante ver qué sucede en ambientes húmedos, viscosos y a diferentes concentraciones.

Los estudios de Samadani & Kudrolli (2001) consistían en medir el ángulo del talud formado por la mezcla de partículas (i.e. ángulo de reposo) una vez colapsada la columna granular de altura constante. Revelando que el ángulo de reposo, depende de la concentración volumétrica y viscosidad del fluido (líquido). Los estudios que realizaron se basaron en las siguientes hipótesis: (*i*) la fracción de volumen del fluido es tan pequeña que es capaz de formar puentes entre las partículas, apareciendo las fuerzas cohesivas, y (*ii*) partículas completamente

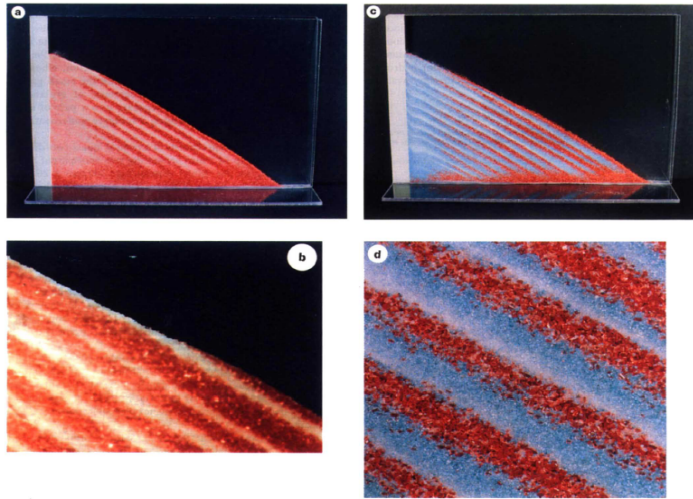


Figura 2.3: Resultados experimentales. (a) Formación de capas alternadas de partículas finas (granos de vidrio 0.27 mm, color blanco) y gruesas (azúcar color rojo de 0.8 mm), formando la estratificación. También se aprecia la segregación en la pared izquierda y en la base. (b) Acercamiento de la estratificación. (c) Estratificación obtenida con una mezcla de 3 diferentes tipos de partículas: esferas de vidrio blancas (0.15 mm, ángulo de reposo 26°), arena azul (0.4mm y ángulo de reposo 35°) y cristales de azúcar roja (0.8 mm y ángulo de reposo 39°). (d) Acercamiento de la estratificación.(Makse et al. (1997)).

inmersas en el fluido.

Los resultados obtenidos reflejan que en el primer conjunto de experimentos, el ángulo de reposo se incrementaba a medida que aumentaban el volumen del líquido, hasta llegar al punto de saturación donde sólo dependía del tamaño de las partículas. También en el mismo conjunto de experimentos se observó que tanto la viscosidad como la tensión superficial entre las partículas tienen un rol importante en el ángulo de reposo y en el nivel de segregación.

En el segundo conjunto de experimentos se obtuvo que para mezclas bidispersas el ángulo de reposo no varía en función de la viscosidad (ver 2.4b), sino que de la relación de diámetros de la mezcla. Por otra parte para medir el nivel de segregación se definió el parámetro de segregación s definido como $s = (b - a)/100$, donde b y a son los diámetros promedios de los peaks de la distribución gaussiana ajustada al histograma de la densidad local del radio de partículas obtenidas de los experimentos. s varía entre 0 y 1, siendo 1 el nivel más alto de segregación. Los tipos de histogramas obtenidos en los experimentos realizados por Samadani & Kudrolli (2001) se muestran en la figura 2.5. Se vio que el nivel de segregación disminuye al aumentar la viscosidad producto de que las fuerzas viscosas amortiguan las fluctuaciones de velocidad que son las que originan la segregación. Además se observó que al disminuir la razón de diámetros también disminuye el nivel de segregación s , producto de que al tener interacciones entre partículas del mismo tamaño mayores son las fuerzas cohesivas entre ellas, dificultando que las partículas se muevan entre sí (ver figura 2.4a).

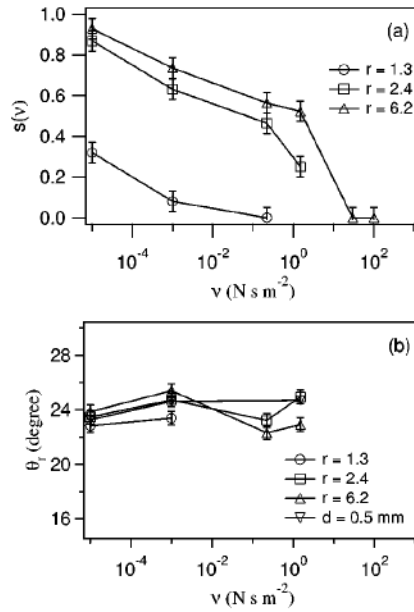


Figura 2.4: $r = d_2/d_1$. (a) Parámetro de segregación $s(\nu)$ decrece en función de la viscosidad ν . (b) θ_r (ángulo de reposo) es aproximadamente constante en función de la viscosidad ν . (Samadani & Kudrolli (2001)).

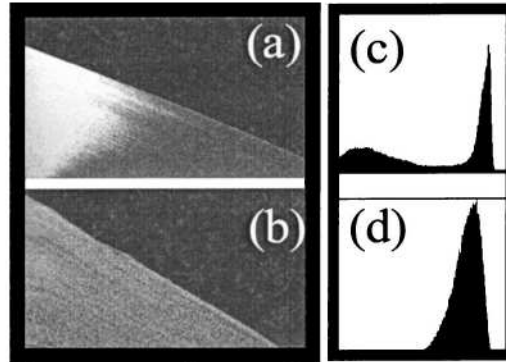


Figura 2.5: (a)-(b) Imagen de la pila granular bidispersa, después de colapsar. (c)-(d) Histograma de la densidad local del radio de partículas (Samadani & Kudrolli (2001)).

2.3.2. Concentración de empaquetamiento de una mezcla bi-dispersa

Una mezcla de diferentes tipos de partículas tiene un mayor aprovechamiento de espacio en comparación con el caso monodisperso, traduciéndose en un aumento en la concentración de empaquetamiento. Los parámetros que importan cuando se tiene una mezcla bi-dispersa, son las concentraciones y tamaños de las partículas (Stovall et al. (1986), Gondret & Petit (1997) y Shauly et al. (1998)).

Stovall et al. (1986), plantea dos posibles casos, cuando se tiene una mezcla bi-dispersa. El primero es cuando la concentración de partículas finas es cercana a la de empaquetamiento

y por lo tanto domina la conformación del lecho (figura 2.6A). Por otra parte está el caso contrario donde las partículas gruesas gobiernan el lecho (figura 2.6B).

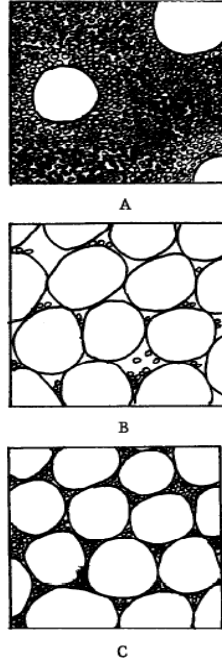


Figura 2.6: Posibles empaquetamientos para mezclas bi-dispersa. (A) Lecho dominado por partículas finas. (B) Lecho dominado por partículas gruesas. (C) Empaquetamiento óptimo. (Stovall et al. (1986)).

La teoría se basa en realizar un modelo que supone que todas las partículas son de igual forma, densidad y no deformables. Para ello se define:

$$\phi_{t,m} = \sum_{i=1}^n \phi_{sed,i} \quad (2.23)$$

donde $\phi_{sed,i}$ es la concentración de la partícula i en el lecho final y $\phi_{t,m}$ es la concentración de empaquetamiento del lecho. Además se define la fracción de concentración de cada partícula, ζ_i .

$$\zeta_i = \frac{\phi_{sed,i}}{\phi_{t,m}} \quad (2.24)$$

donde se debe cumplir que:

$$\sum_{i=1}^n \zeta_i = 1 \quad (2.25)$$

Escribiendo todas las ecuaciones para el caso bi-disperso, y contemplando los casos señalados en la figura 2.6, se obtienen las siguientes ecuaciones:

- Situación figura 2.6B

$$\phi_{t,m} = \phi_{m,1}^0 + \phi_{sed,2} \quad (2.26)$$

Escrito en términos de la fracción de sólidos:

$$\phi_{t,m} = \frac{\phi_{m,1}^0}{1 - \zeta_2} \quad (2.27)$$

- Situación figura 2.6A

$$\phi_{t,m} = \frac{\phi_{m,2}^0}{1 - (1 - \phi_{m,2}^0)\zeta_2} \quad (2.28)$$

donde $\phi_{m,i}^0$ corresponde a la concentración de empaquetamiento para la partícula i , en una mezcla monodispersa. Como se puede ver, la teoría no incluye la interacción entre partículas, por lo que Stovall et al. (1986) modificó las relaciones 2.27 y 2.28, introduciendo dichas interacciones.

- Ecuación 2.27 modificada:

$$\phi_{t,m} = \phi_{m,1}^0 + f(1, 2)\phi_{sed,2} \quad (2.29)$$

- Ecuación 2.28 modificada:

$$\phi_{t,m} = \phi_{m,2}^0 + (1 - \phi_{m,2}^0)g(2, 1)\phi_{sed,1} \quad (2.30)$$

donde f y g se obtuvieron por un ajuste experimental:

$$g(2, 1) = \left(1 - \frac{d_2}{d_1}\right)^{1,6} \quad (2.31a)$$

$$f(1, 2) = \left(1 - \frac{d_1}{d_2}\right)^{3,1} + 3,1\frac{d_1}{d_2} \left(1 - \frac{d_1}{d_2}\right)^{2,9} \quad (2.31b)$$

El problema de utilizar las fórmulas de Stovall para obtener la concentración total de empaquetamiento ($\phi_{t,m}$) es que supone las concentraciones de las especies en el lecho final ($\phi_{sed,i}$), concentraciones que no son conocidas a priori.

Por otra parte Gondret & Petit (1997), utilizan el modelo probabilístico de Ouchiyama & Tanaka (1981), que sugiere que la concentración de empaquetamiento para un lecho bidisperso es:

$$\phi_{t,m} = \text{mín}(\phi_1^*, \phi_2^*) \quad (2.32)$$

donde ϕ_1^* se define a partir de la fracción de concentración de partículas finas sobre la concentración total:

$$\xi = \frac{\phi_1}{\phi_1 + \phi_2} \quad (2.33a)$$

$$\phi_1^* = \frac{\phi_m}{1 - \xi}, \quad \xi \rightarrow 0 \quad (2.33b)$$

$$\phi_1^* = \frac{\phi_m}{1 - (1 - \xi)(1 - \phi_m)}, \quad \xi \rightarrow 1 \quad (2.33c)$$

donde ϕ_m es la concentración máxima de empaquetamiento de una esfera ($\phi_m \approx 0,6$). Puesto que para valores medios de ξ la concentración $\phi_{t,m}$ queda sobrestimada, se introdujo ϕ_2^* (ver ecuación 2.32), dada por:

$$\lambda = \frac{d_2}{d_1} \quad (2.34a)$$

$$\phi_2^* = \frac{N_s \tilde{d}_s^3 + N_L \tilde{d}_L^3}{\frac{N_s}{\Gamma} (\tilde{d}_s + 1)^3 + N_L \left\{ (\tilde{d}_L - 1)^3 + \frac{1}{\Gamma} \left[(\tilde{d}_L + 1)^3 - (\tilde{d}_L - 1)^3 \right] \right\}} \quad (2.34b)$$

$$N_s = \frac{\xi \lambda^3}{\xi \lambda^3 + (1 - \xi)}, \quad N_L = \frac{1 - \xi}{\xi \lambda^3} \quad (2.34c)$$

$$\tilde{d}_s = \frac{\xi \lambda^3 + (1 - \xi)}{\xi \lambda^3 + (1 - \xi) \lambda}, \quad \tilde{d}_L = \lambda \tilde{d}_s \quad (2.34d)$$

$$\Gamma = 1 + \frac{\frac{4}{13} (8\phi_m - 1) \left(N_s (\tilde{d}_s + 1)^2 \left(1 - \frac{3}{8 \left(\frac{1}{\tilde{d}_s + 1} \right)} \right) + N_L (\tilde{d}_L + 1)^2 \left(1 - \frac{3}{8 \left(\frac{1}{\tilde{d}_L + 1} \right)} \right) \right)}{N_s \tilde{d}_s^3 + N_L \left[\tilde{d}_L^3 - (\tilde{d}_L - 1)^3 \right]} \quad (2.34e)$$

Notar que la ecuación 2.34b esta corregida debido a que en el trabajo de Gondret & Petit (1997) no están elevandos al cubo los diametros \tilde{d}_s y \tilde{d}_L del numerador. En la figura 2.7 se puede apreciar $\phi_{t,m}$ en función de ξ . Esta ecuación tiene el mismo comportamiento que las ecuaciones 2.29 y 2.30.

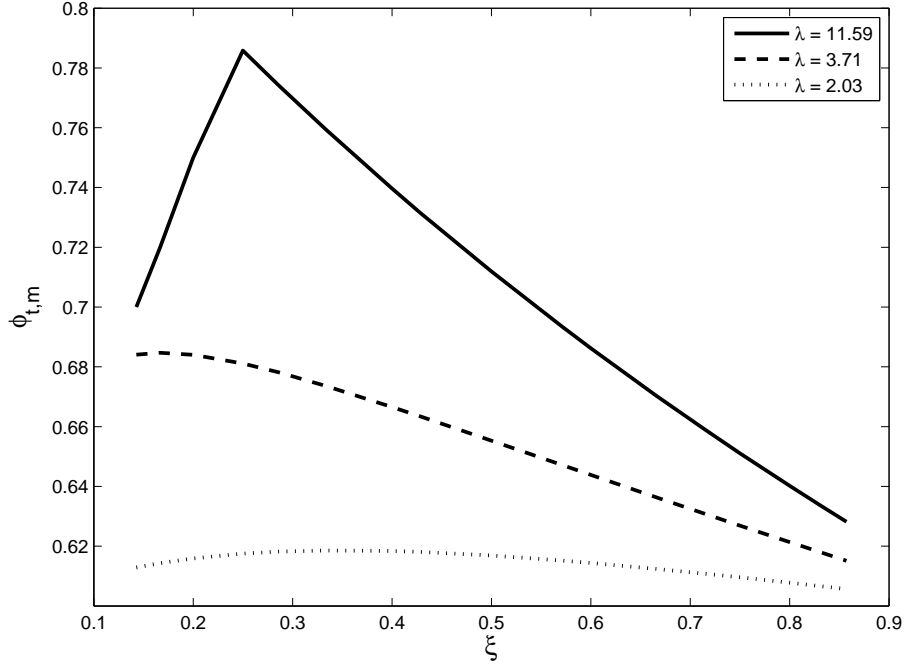


Figura 2.7: Concentración de empaquetamiento $\phi_{t,m}$ para diferentes razones de diámetros en función de la proporción de partículas finas ξ .

Por último se tiene el modelo desarrollado por Shauly et al. (1998), el cual relaciona concentraciones iniciales y diámetros.

$$\phi_{t,m} = \phi_m \left[1 + \frac{3}{2} |b|^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\phi_2}{\phi_1 + \phi_2} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\phi_1}{\phi_1 + \phi_2} \right) \right] \quad (2.35a)$$

$$b = \frac{d_1 - d_2}{d_1 + d_2} \quad (2.35b)$$

2.3.3. Concentración de cada especie de partículas en el lecho

Todas las relaciones de la concentración de empaquetamiento estudiadas entregan sólo la información de la concentración del lecho bi-disperso y no las concentraciones de cada especie en lecho. El único modelo que se encontró en la literatura para predecir las concentraciones de cada especie de partícula fue el de Stamatakis & Tien (1988). Dicho modelo describe la sedimentación para una mezcla polidispersa de M familias de partículas, donde se determinan las velocidades y concentraciones para las diferentes zonas de suspensión, y además se realiza un modelo basado en un análisis de balance de masa para poder encontrar las concentraciones de cada especie en los diferentes lechos (M lechos). A continuación se mencionan los fundamentos y suposiciones más relevantes para la determinación de las concentraciones.

Para determinar la variación de la interfaz suspensión sedimento con respecto al tiempo, se deben tener en consideración las siguientes hipótesis:

1. Ocurre entre $0 \leq t \leq t_M$, donde t_M representa el tiempo de formación del espesor en la zona M .
2. La suspensión se ubica inmediatamente arriba de la capa de sedimento.
3. El volumen de partículas que sedimentan se convierten en parte de la capa sedimentada, Δz_{M+1} para el intervalo de tiempo Δt , definido como: $\sum_{k=1}^M V_{s,kM} \phi_{kM} \Delta t$.
4. El volumen de partículas presentes en la capa de suspensión y en la capa sedimentada, es la misma.

Planteadas dichas hipótesis se logra expresar la variación de la interfaz suspensión sedimento, como:

$$-\frac{dz_{i+1}}{dt} = \frac{\sum_{j=1}^k V_{s,ij} \phi_{ij}}{\varepsilon_i - \varepsilon_s} \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (2.36)$$

donde z simboliza la distancia de la interfaz entre la suspensión y el sedimento (medido desde la superficie libre), i es la zona y j el tipo de partícula. Si se considera el sub-índice J como la zona de suspensión antes del sedimento (ver figura 2.8) y que z sólo simboliza la interfaz de suspensión se tiene que para el tiempo donde se forma el lecho sedimentado J (t_J), se cumple que:

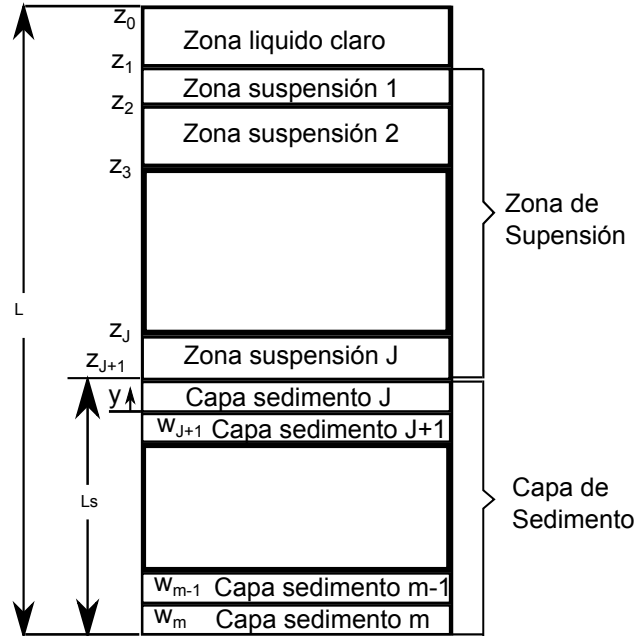


Figura 2.8: Representación esquemática de una sedimentación polidispersa, donde se tienen diferentes zonas de suspensión y de sedimentos. Interfaz entre suspensión y sedimento se encuentra en la zona J . (Stamatakis & Tien 1988)

$$z_{M+1} = z_M = \dots = z_{J+1} = z_J \quad \text{para } t = t_J \quad (2.37)$$

Por otra parte si se tiene un tiempo t_{J+1} (donde $t_{J+1} < t_J$) se debe cumplir que:

$$z_{M+1} = z_M = \dots = z_{J+1} \quad \text{para } t = t_{J+1} \quad (2.38)$$

Además, cómo se considera que z es la interfaz de la zona de suspensión y esta se mueve con la velocidad de dicha zona de suspensión (V_{jj} , descrita en las ecuaciones 2.11 y 2.14 para el caso bi-disperso), se puede suponer que la interfaz z se comporta de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} z_1 &= V_{11}t_1 & t &\leq t_1 \\ z_2 &= V_{22}t_2 & t &\leq t_2 \\ &\vdots & & \\ z_M &= V_{MM}t_M & t &\leq t_M \end{aligned} \quad (2.39)$$

donde t_i representan el tiempo cuando termina la suspensión de la zona i . Integrando la ecuación 2.36 entre t_{J+1} y t y usando la ecuación 2.39 se obtiene:

$$z_{M+1} = z_M = \dots = z_{J+1} = V_{J+1,J+1}t_{J+1} - \frac{\sum_{j=1}^k V_{s,Jj}\phi_{Jj}}{\varepsilon_J - \varepsilon_s}(t - t_{J+1}) \quad (2.40)$$

De las ecuaciones 2.40 y 2.39 y aplicando la condición $z_{J+1} = z_J$ para $t = t_J$ se puede obtener el tiempo donde se termina la interfaz J :

$$t_J = t_{J+1} \cdot \frac{V_{J+1,J+1} + \frac{\sum_{j=1}^J V_{s,Jj}\phi_{Jj}}{\varepsilon_J - \varepsilon_s}}{V_{J,J} + \frac{\sum_{j=1}^J V_{s,Jj}\phi_{Jj}}{\varepsilon_J - \varepsilon_s}} \quad (2.41)$$

El tiempo inicial, que sería para el caso cuando se forma el primer espesor M (ver Figura 2.8), está dado por:

$$t_M = \frac{H_0}{V_{M,M} + \frac{\sum_{j=1}^M V_{s,Mj}\phi_{Mj}}{\varepsilon_M - \varepsilon_s}} \quad (2.42)$$

Considerando un eje y que parte desde la interfaz de la capa de sedimentos J y $J+1$ y termina la interfaz suspensión/sedimento (ver figura 2.8), se puede suponer una variación del espesor análogo a la variación de la capa en suspensión descrita en la ecuación 2.36, como:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\sum_{j=1}^J V_{s,Jj}\phi_{iJ}}{\varepsilon_J - \varepsilon_s} \quad (2.43)$$

con las condiciones:

$$\begin{aligned}
t = t_{J+1} & \quad y = 0 \\
t = t_J & \quad y = w_J
\end{aligned}
\tag{2.44}$$

donde w_J viene a ser el espesor de la capa de sedimentos J . Si se integra la ec. 2.43 con las condiciones descritas en 2.44, se obtiene w_J .

$$w_J = \frac{\sum_{j=1}^J V_{s,Jj} \phi_{Jj}}{\varepsilon_J - \varepsilon_s} (t_J - t_{J+1})
\tag{2.45}$$

Por último se puede realizar un balance de masa para la partícula de la familia i en la suspensión J como:

$$V_{s,Jj} \phi_{iJ} dt = (\phi_{sed,Jj} - \phi_{Jj}) dy
\tag{2.46}$$

donde $\phi_{sed,Jj}$ corresponde a la concentración de la especie j en la zona J del sedimento. De las ecuaciones 2.43, 2.44 y 2.45 se obtiene $\phi_{sed,Jj}$, como:

$$\phi_{sed,Jj} = \frac{\left(V_{s,Jj} + \frac{\sum_{j=1}^J V_{s,Jj} \phi_{Jj}}{\varepsilon_J - \varepsilon_s} \right) \phi_{Jj}}{\left(\frac{\sum_{j=1}^J V_{s,Jj} \phi_{Jj}}{\varepsilon_J - \varepsilon_s} \right)}
\tag{2.47}$$

Esta relación supone que la concentración de empaquetamiento del lecho bi-disperso, no depende ni de las partículas ni de sus concentraciones. Falk & D'Ortona (2002) levantaron esta restricción y llegaron a la siguiente ecuación:

$$\phi_{sed,ij} = -\frac{V_{ij} - R}{R} \phi_{ij} \quad \text{con} \quad R = \frac{\sum_{j=1}^i V_{ij} \phi_{ij}}{\sum_{j=1}^i \phi_{ij} - \phi_{t,m}}
\tag{2.48}$$

2.3.4. Difusión por esfuerzo de corte

La difusión por esfuerzo de corte ha sido estudiada por una serie de autores, entre los que destacan Leighton & Acrivos (1986, 1987) y Acrivos et al. (1993). Estos estudios dan especial énfasis a un fenómeno llamando resuspensión viscosa, el cual consta en que al aplicar esfuerzo de corte a un lecho sedimentado este resuspende a medida que aumenta la tasa de deformación, sin la necesidad de que exista turbulencia.

En este tipo de resuspensión son varios los efectos que se ven involucrados. Primero se tiene la fuerza de sustentación de la partícula y por otra parte la fuerza asociada a la difusión por esfuerzo de corte. Esta difusión ocurre cuando el movimiento de una partícula es obstaculizada por otra partícula, alterando de forma aleatoria su trayectoria, obteniendo como resultado que esta partícula migre a lugares de menor concentración. También se tiene otro tipo de difusión inducido por el gradiente en los esfuerzos de corte, produciendo que las partículas se muevan desde las zonas donde hay mayor esfuerzo de corte hacia donde hay menos.

Uno de los primeros modelos en describir este fenómeno fue publicado por Leighton & Acrivos (1986), donde establecen que se producen dos tipos de flujo, uno el impuesto por la gravedad, caracterizado por la velocidad de sedimentación de la partículas y el otro un flujo inducido por el esfuerzo de corte modelado como una difusión hidrodinámica, debido a un gradiente de partículas, escrito de la siguiente forma:

$$F_d = \dot{\gamma} a^2 \tilde{D} \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2.49)$$

donde \tilde{D} es un coeficiente de difusión adimensional, $\dot{\gamma}$ la tasa de deformación local y a el radio de la partícula. El coeficiente de difusión adimensional debido al esfuerzo de corte, propuesto por Leighton & Acrivos (1987b), es:

$$\tilde{D} \approx \frac{1}{3} \phi^2 \left(1 + \frac{1}{2} \exp 8,8\phi \right) \quad (2.50)$$

donde ϕ es la concentración local de partículas. Este valor fue utilizado por los mismos autores con diferentes tipos de flujo y buenos resultados (Acrivos et al. 1993; Schaffinger et al. 1990 y 1995, Zhang & Acrivos 1994)

2.3.5. Percolación en medios porosos

Para obtener percolación en un medio formado por esferas de dos tamaños, se tiene que cumplir la relación de Apolonio para que las más pequeñas puedan moverse entre los intersticios que dejan las grandes. Esta relación se obtiene mediante un análisis geométrico (ver figura 2.9). De este análisis sale que la relación es:

$$\frac{R}{r} > 6,464 \quad (2.51)$$

donde R es el radio de las esferas mas grandes y r el radio de la partícula que está percolando, como se muestra en la figura 2.9.

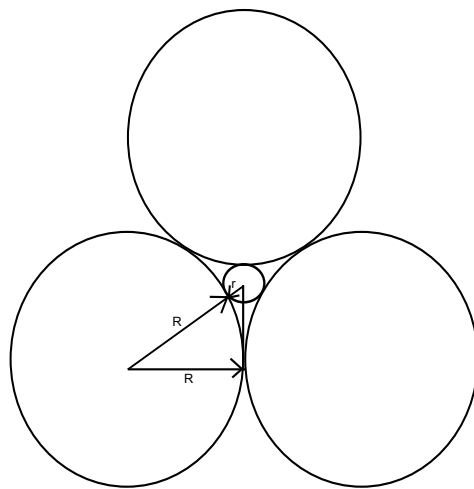


Figura 2.9: Geometría para el cálculo de la relación de Apolonio

Capítulo 3

Montaje Experimental

Este capítulo explica cómo se diseñaron las cajas, el sistema del mezclador, cuáles fueron las partículas usadas y el fluido. Por otra parte, se indica cuál fue la metodología empleada para la puesta en marcha y adquisición de datos.

3.1. Diseño y construcción de la geometría para la sedimentación

3.1.1. Desarrollo de la geometría

Según lo revisado en varios trabajos experimentales (Al-Naafa & Selim (1989), Kapoor & Acrivos (1995), Nir & Acrivos (1990)), se observó que los estudios de sedimentación se han realizado en geometrías confinadas, destacando la configuración rectangular. La elección de las dimensiones para la geometría de los contenedores no puede ser al azar, debido a que existen fluctuaciones de velocidades provocadas por los efectos de la pared, las que pueden condicionar el flujo. Para ello, primero se revisó el trabajo propuesto por Tory et al (1992), quienes realizaron un análisis estadístico, para llegar a algunas recomendaciones para el diseño de los contenedores, pero sus estudios se realizan para concentraciones volumétricas que van desde 10^{-2} a 10^{-3} , las que están muy por debajo de las que se ocuparán en este experimento. Para evaluar los efectos de las condiciones de borde, se optó por complementar este estudio realizando varias simulaciones en el programa Comsol. Este programa permitió modelar en 2D la sedimentación de una mezcla monodispersa. El modelo de ecuaciones que usa el programa, es el basado en el trabajo de Phillips et al. (1992), que considera un flujo de masa en un enfoque de mezcla. Los flujos que consideran son los correspondientes a la difusión browniana, boyante, colisiones entre partículas y variación espacial de la viscosidad.

En las simulaciones se variaron las alturas (H) y largo (L) de las cajas, como también la inclinación del fondo de éstas. En la figura 3.1 se muestra un ejemplo de los campos de velocidad obtenidos de la serie de simulaciones del proceso de sedimentación.

Las simulaciones numéricas consideraron partículas de $200 \mu\text{m}$ con rangos de concentración inicial que variaban entre un 20 % y un 40 %, la densidad era de 2500 kg/m^3 y el fluido tenía una densidad de 1004 kg/m^3 y una viscosidad de 0.1 Pas . Las partículas se representa de forma esférica con una concentración máxima de empaquetamiento del 65 %. Las dimensiones de las cajas variaban entre 10 a 30 cm de alto, 10 a 20 cm de largo y de 0° a 60° de inclinación de fondo.

Como resultado de las modelaciones realizadas por el programa Comsol, se llego a que las dimensiones y pendientes de fondo recomendadas para las cajas sean las señaladas en la tabla 3.1.

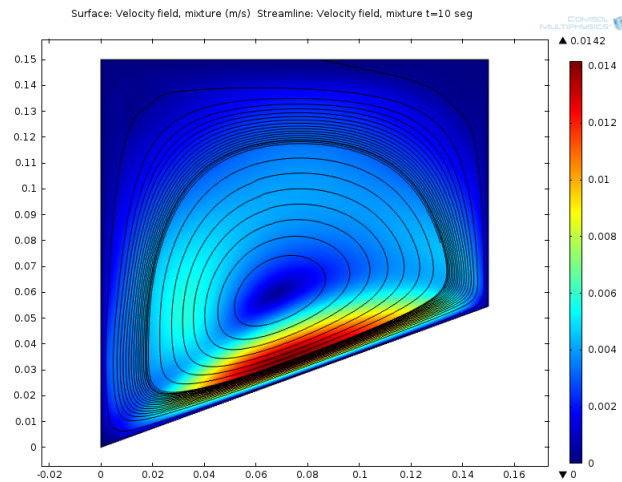


Figura 3.1: Velocidades del proceso de sedimentación al cabo de 10 segundos en el modelo de COMSOL, para la caja tipo 2.

Tabla 3.1: Dimensiones finales de las cajas

Caja Tipo	Ancho [cm]	Alto [cm]	Espesor [cm]	Angulo Fondo [°]
1	15	10	3	0
2	15	15	3	20
3	15	20	3	50

3.1.2. Construcción de las cajas sedimentadoras

Un vez diseñadas las cajas, se construyeron en el taller del Laboratorio Francisco Javier Domínguez, ubicado en el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile. El bosquejo de los tres tipos de cajas diseñadas en la tabla 3.1, se puede apreciar en la figura 3.2.

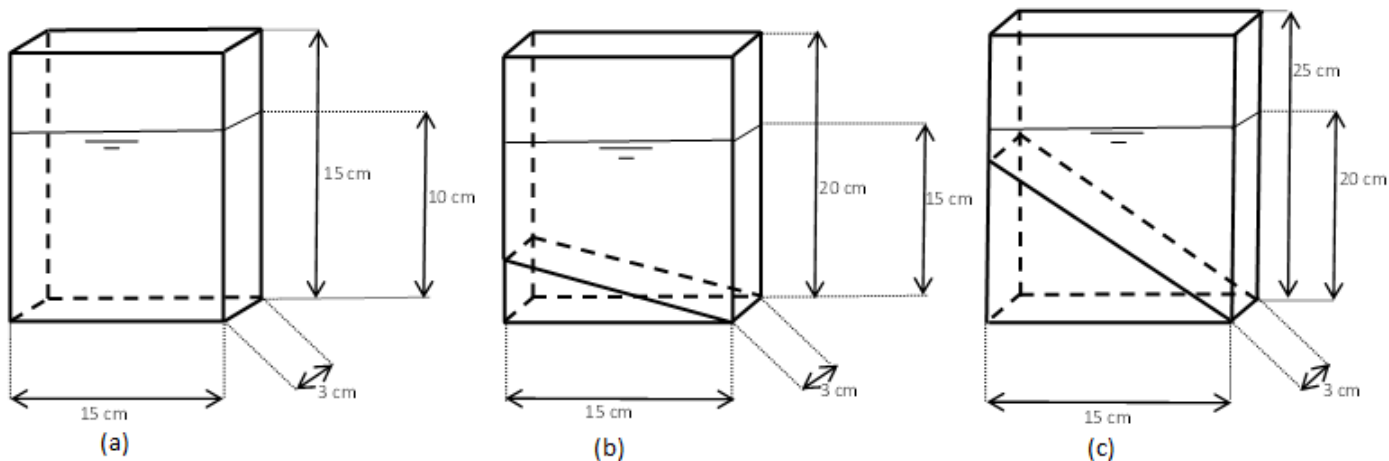


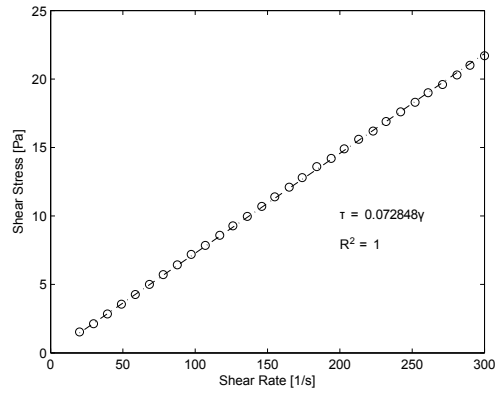
Figura 3.2: Bosquejo de dimensiones de las cajas: (a) Caja Tipo 1, (b) Caja Tipo 2, (c) Caja Tipo 3.

3.2. Selección del fluido y las partículas

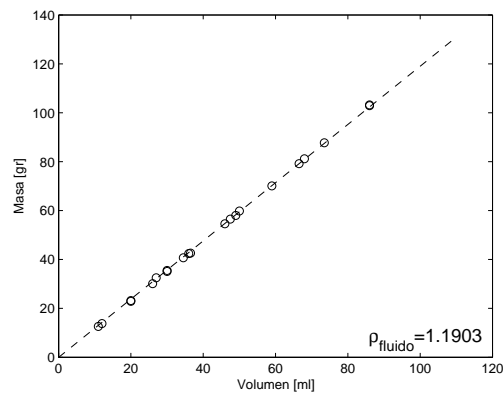
El fluido que se seleccionó para realizar las mezclas es una solución de glicerina, producto de su alta viscosidad (esto para ver el fenómeno de sedimentación a una escala temporal mayor) y su propiedad de fluido newtoniano. La glicerina pura tiene una viscosidad cercana a 1000 veces la del agua, producto de lo cual la sedimentación sería demasiado lenta. Para bajar la viscosidad de la glicerina se realiza una solución con agua. Se ha escogido una proporción de 80 % glicerina y 20 % agua, obteniéndose una viscosidad promedio de la solución de 72 cp. Debido a la alta dependencia de la viscosidad con la temperatura, se obtienen varios valores de viscosidades en los experimentos (se mide la viscosidad antes y después de cada experimento, como se detalla más adelante). En la figura 3.3(a) se puede ver una prueba reológica aplicada a la solución que está a 20°C y en la 3.3(b) se observa una prueba para determinar la densidad del fluido.

Para la selección de las partículas, se realizaron varias pruebas variando diámetro y densidades, descartándose los casos con especies con densidad debido a que la motivación del trabajo está enfocado al relave minero, cuyo material sólido es en general de densidad débilmente variable. Las partículas escogidas son de vidrio con una densidad aproximada de 2500 kg/m³, de color blanco, esféricas y de diversos tamaños los que van entre 20 μm y 1000 μm. El proveedor de dichas partículas fue Cerquim S.A y los tipos elegidos fueron los POTTERS-Ballotini AG, AD, AA y las visibead. Producto de la gran diversidad de tamaños se optó por separarlas en 4 tipos. Una vez elegidos los tamaños fue necesario separar las partículas. Para ello se usaron los tamices mostrados en la tabla 3.2. Con estas 8 mallas se obtuvo los 4 tipos de partículas, mostradas en la tabla 3.3.

Una vez elegidos y separados las partículas por diámetros era necesario poder diferenciarlas durante los experimentos, por lo que se optó por teñir las partículas más gruesas (tipo 4) de color negro, usando una solución de agua y tinta china. En la figura 3.4 se puede ver la diferencia entre las teñidas y las otras.



(a)



(b)

Figura 3.3: Propiedades del fluido a una temperatura de 20°C (a) Prueba reológica para una solución de 80 % glicerina y 20 % agua. (b) Densidad para una solución de 80 % glicerina y 20 % agua

Tabla 3.2: Espaciamiento (μm) para la distintas mallas de la norma Tyler

Numero de malla (Tyler)	Espaciamiento [μm]
200	75
150	104
100	152
42	351
35	417
32	495
20	853
16	1000

Tabla 3.3: Diámetros medios de las partículas secas seleccionadas para los experimentos.

Partícula Tipo	Intervalo de Mallas	Diámetro Medio [μm]
1	200 <d <150	89
2	100 <d <42	250
3	35 <d <32	456
4	20 <d <16	927

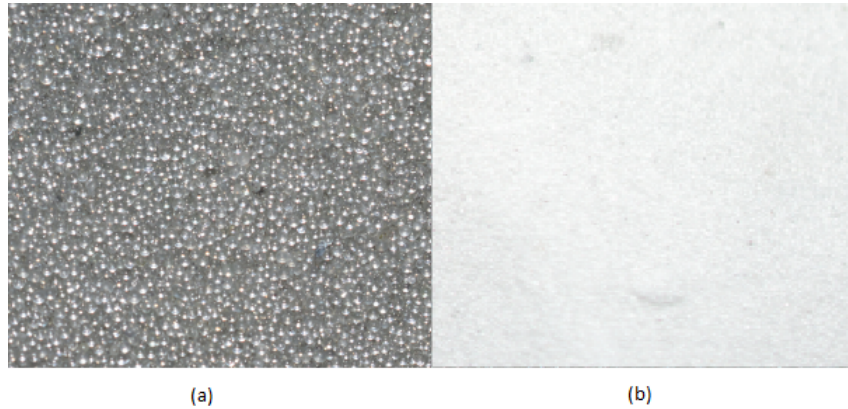


Figura 3.4: (a) Partículas pintadas. (b) Partículas sin pintar

3.3. Instalación experimental

3.3.1. Diseño y construcción del mezclador

Luego de seleccionar las cajas, el fluido y las partículas, se diseñó el mezclador para realizar las mezclas bi-dispersas dentro de las cajas. Se probaron mezcladores de agitación mecánicos y magnéticos. Entre los mecánicos se vieron los de paleta y los de hélice. Se descartaron los agitadores magnéticos producto de su incompatibilidad con las dimensiones de la caja. Por otra parte, los agitadores mecánicos de hélice también se excluyeron debido al lento decaimiento del campo de velocidad una vez finalizado el proceso de agitación. A diferencia de los mezcladores anteriores, el agitador de paleta permitía generar una mezcla apropiada y un decaimiento de velocidad razonable de unos pocos segundos después del término de la agitación. Sin embargo, el empleo de paletas generó perturbaciones significativas en la superficie libre. Para evitar este problema se practicó un surco central y una serie de perforaciones de 5 mm de diámetros en los costados y a lo largo de las paletas, según muestra la figura 3.5. Estos favorecieron la formación de chorros pequeños, permitiendo una mezcla mayor dentro de las cajas.

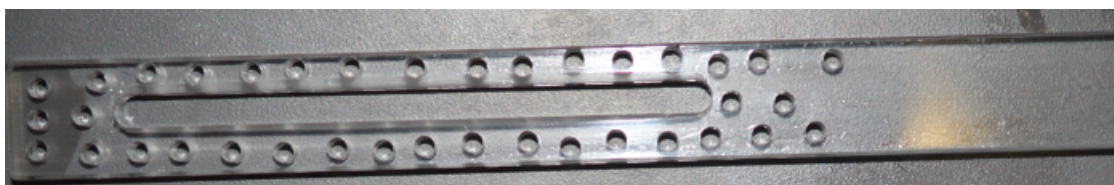


Figura 3.5: Paleta o varilla de agitación

La transmisión mecánica consistió en un motor eléctrico, accionado por un variador de frecuencia, conectado a una biela, que permitió el movimiento simultáneo de dos paletas. Para variar la frecuencia de este motor se instaló un variador de frecuencia, permitiendo controlar la potencia del mezclador, el motor se puede ver en la figura 3.6a y el variador de frecuencia en la figura 3.6b.

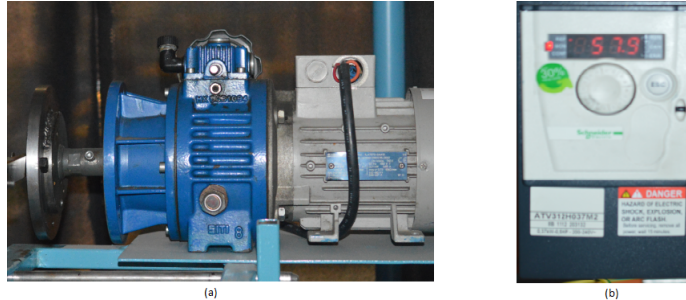


Figura 3.6: (a) Motor mezclador. (b) Variador de frecuencia

3.3.2. Instalación en el laboratorio

Una vez construidas, las cajas fueron instaladas en posiciones fijas, permitiendo el movimiento de las varillas para la agitación de las mezclas previo al proceso de sedimentación (ver figura 3.7). El conjunto estanque-varillas-motor-riel fue instalado en un cuarto oscuro con el propósito de minimizar los reflejos productos de la luz frontal empleada para la filmación de la sedimentación.

El sistema de mezcla fue probado a través de una serie de experiencias preliminares, con el propósito de verificar que la potencia del motor eléctrico y la eficiencia de la mezcla fueran apropiadas. Los resultados de estas pruebas arrojaron que el motor tenía la potencia necesaria para lograr la mezcla homogénea a altas concentraciones. Para que una mezcla fuera catalogada de homogénea se procesan las fotos de las pruebas preliminares y se verifica que las intensidades de luz en la vertical fueran constantes. Sin embargo a bajas concentraciones resultó imposible lograr una mezcla homogénea, por lo que se optó por realizarlas manualmente. Durante esta fase de pruebas se aseguró, mediante ensayos previos una repetibilidad adecuada en las mediciones.

3.3.3. Adquisición de datos e iluminación

Para adquirir los datos se han tomado fotos de la sedimentación cada 1 segundo o cada 1 minuto, dependiendo del experimento. Las fotos se han obtenido mediante una cámara fotográfica reflex marca Nikon modelo D3200, acoplada a un lente Nikon modelo 18-55mm f/3.5-6.5G y un intervalómetro Hahnel modelo Giga T Pro II. Los parámetros de exposición usados fueron una apertura de 2.7 y una velocidad de disparo de 1/60. La cámara permite sacar fotos en alta resolución (24 MegaPixel), la autonomía de la cámara es de alrededor de 8 horas si se obtienen fotos cada 1 segundo y de 30 horas si se tienen fotos cada 1 minutos,

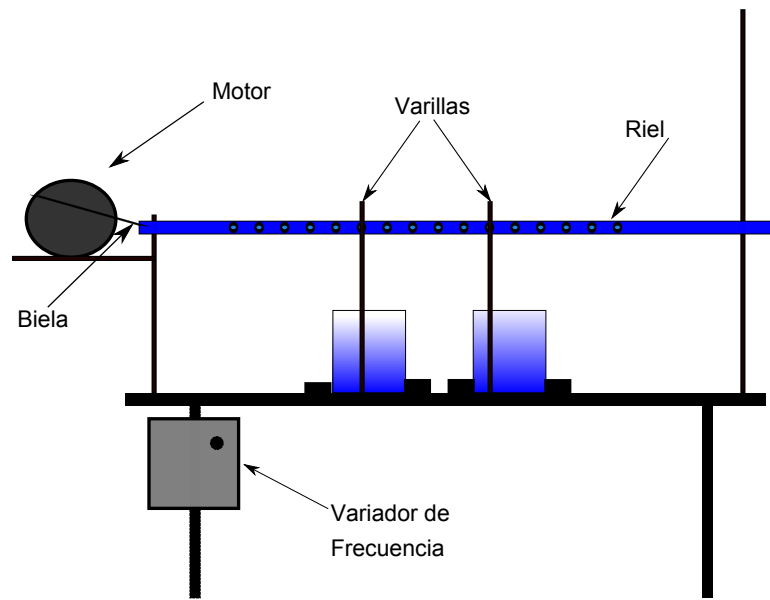


Figura 3.7: Bosquejo instalación experimental

el intervalómetro tiene un máximo de 9801 intervalos. El lente se ha ajustado para que sea capaz de capturar la sedimentación que ocurre en dos cajas simultáneamente.

Para conseguir fotos nítidas que facilitaran el procesamiento de estas, se probó con 2 tipos de iluminaciones: focos halógenos y luces led. Se optó por las luces led, ya que los focos halógenos, calentaban las cajas y, a través de éstas, la mezcla, provocando una disminución de la viscosidad de la fase líquida y, por otro lado, promoviendo la aparición de patrones convectivos. La iluminación se ubicó en la parte superior al frente de las cajas, con la ayuda de un brazo anclado en el piso.

La posición tanto de la cámara como del sistema de iluminación con respecto a las cajas de sedimentación se muestra en la figura 3.8.

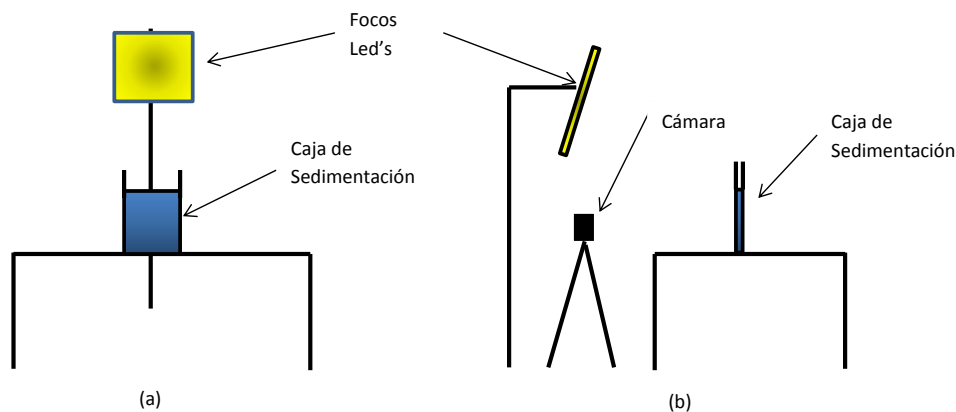


Figura 3.8: Esquema de la ubicación de la cámara y focos led. (a) Vista frontal. (b) Vista lateral.

3.4. Metodología

3.4.1. Metodología mezcla bi-dispersa

Concentraciones de partículas y fluido

Las concentraciones volumétricas de las partículas ($\phi_{particula}$), se obtienen siguiendo los siguientes pasos:

1. Se define el volumen total de la mezcla
2. Se calcula el volumen de la partícula a partir de su concentración y el volumen total, mediante la siguiente ecuación:

$$Vol_{particula} = \phi_{particula} \cdot Vol_{total} \quad (3.1)$$

3. Finalmente se calcula el peso necesario para obtener las diferentes concentraciones volumétricas, según la siguiente fórmula:

$$Peso = Vol_{particula} \cdot \rho_{particula} \quad (3.2)$$

La concentración volumétrica de la solución agua-glicerina, se mide directo desde una probeta de 500 ml, graduada cada 10 ml, con un error de 5 ml.

Método de preparación de mezclas bi-dispersas

Una vez medidas las concentraciones tanto de las partículas como del fluido, éstas se vierten en las cajas y se sitúan abajo de las paletas del mezclador. Se pone en marcha el sistema del mezclador y se esperó entre 5 y 10 min, dependiendo de las concentraciones de la mezcla, para asegurar la mezcla completa.

3.4.2. Metodología Experimental

Los pasos de la metodología son los siguientes:

1. Se realiza la mezcla según lo señalado en la sección anterior dentro de las cajas tipo 1 (ver tabla 3.1).
2. Una vez lograda la mezcla de las dos cajas se para el mezclador.
3. Se acciona el intervalómetro y se sacan fotos cada 1 segundo y cuando la sedimentación pasa los 5 minutos, se ajusta el intervalómetro para que capture fotos cada 1 minuto.
4. Cuando se observa que la sedimentación terminó en ambas cajas se detiene el intervalómetro y se procede a retirar las cajas.
5. Se vierten las mezclas en las cajas tipo 2 y se repite los pasos del 2 al 4.

6. Se vierten las mezclas en las cajas tipo 3 y se repite los pasos del 2 al 4.
7. Una vez terminada las sedimentaciones de las cajas tipo 3, se procede a sacar una muestra de la glicerina para realizar un ensayo reológico.
8. Se limpian las 6 cajas utilizadas, se traspasan las fotos del experimento a un disco duro y se preparan una nueva mezcla.
9. Se repite el procedimiento del punto 1 al 9.

3.4.3. Metodología procesamiento de datos

Una vez realizado y terminado el experimento, se pasan los archivos del disco duro al computador. Las imágenes se separan por experimentos y se guardan con la siguiente notación:

A0C80VV_ExpDerecha-ExpIzquierda_Tiempo

donde A0C80VV identifica el ángulo de inclinación de la caja (A0 señala que el ángulo es 0°), la concentración de glicerina (C80 es igual a un solución con 80 % de glicerina) y el material de las partículas usadas (VV significa vidrio con vidrio), ExpDerecha corresponde al número del experimento situado a la derecha de la cámara y ExpIzquierda al situado en la izquierda y Tiempo corresponde a el tiempo transcurrido desde el inicio de la sedimentación, en segundos.

Después mediante una rutina en Matlab se procesan las últimas fotos de cada experimento y se determinan las alturas sedimentadas y la altura de la superficie libre. Esta rutina consiste en identificar los espesores mediante intensidad de luz. En la figura 3.9 se puede ver un ejemplo de la identificación de los espesores mediante la rutina.

Una vez formados los lechos sedimentados en si condición final, se obtiene el tiempo de sedimentación correspondiente tanto para las partículas finas como para las gruesas mediante otra rutina en Matlab. Dicha rutina va procesando foto por foto hasta que primero encuentra que el lecho de gruesas no varía y finalmente se detienen cuando detecta que el lecho de finas no se modifica más. Cabe destacar que la detección de las diferentes interfases de suspensión en el proceso de sedimentación se obtiene con el mismo algoritmo que se usó para identificar las alturas finales. Esta misma rutina además es capaz de obtener las velocidades de sedimentación de ambas capas, ya que registra las alturas en el tiempo tanto de la suspensión de la primera capa como de la segunda.

Una vez obtenidos los tiempos asociados al procese de sedimentación y las velocidades correspondientes se procede a conseguir las velocidades de percolación para los casos de la cajas tipo 1 (ángulo de inclinación 0°), mediante otra rutina de Matlab capaz de seguir las partículas más finas que se mueven a través de la capa sedimentada de gruesas, por medio de la intensidad de luz. Un ejemplo de esto se puede apreciar en la figura 3.10.

La serie de fotografías se transformó a una secuencia de video empleando el software VirtualDub.

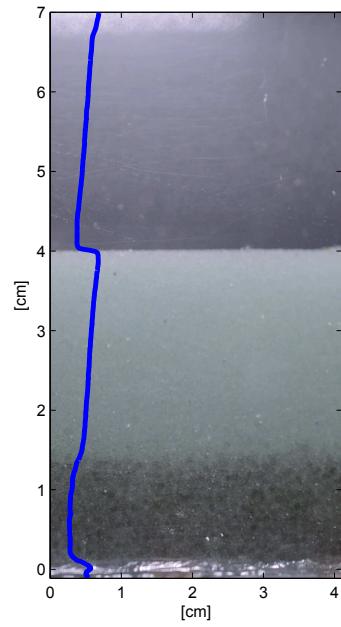


Figura 3.9: Imagen de identificación de espesores. El color oscuro corresponde a las partículas gruesas y el color claro partículas a las finas. La línea azul muestra la intensidad de luz.

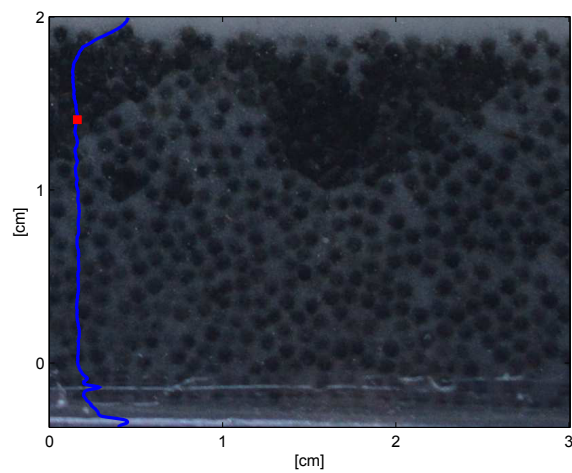


Figura 3.10: Imagen de identificación de velocidades de percolación. El color oscuro representa las partículas gruesas y el color claro las partículas finas. La línea azul muestra la intensidad de luz y el cuadrado rojo corresponde a la posición identificada que delimita las partículas finas percoladas.

Capítulo 4

Definición de experimentos y presentación de resultados

En este capítulo se expone el programa de experimentos realizados con sus respectivos resultados y el análisis de propagación de errores correspondientes.

El propósito de los experimentos es estudiar las características de la sedimentación y conformación del lecho para una mezcla bidispersa. Como se pudo ver en el marco teórico los parámetros que afectan los fenómenos a estudiar son varios, e incluyen la concentración volumétrica de sólidos, los diámetros de las partículas solidas, la densidad de los sólidos, la viscosidad del fluido, la densidad del fluido y la inclinación del fondo. Como se mencionó en el capítulo de Montaje experimental la tesis se enfoca en los fluidos a alta concentración de partículas que se tienen en la minería, por lo que se dio énfasis a las concentraciones de partículas solidas, sus diámetros y los ángulos de inclinación del fondo, dejando fijas las densidades de las partículas y del fluido y su viscosidad. Los experimentos se separaron en casos con y sin percolación, dependiendo de la razón de radios de las partículas involucradas.

4.1. Experimentos sin percolación

Los diámetros escogidos son los tipo 2, 3 y 4 de la tabla 3.3, donde según la ecuación 2.51 la fracción entre los diámetros está fuera del rango de percolación. Las concentraciones totales elegidas fueron del 15 % al 35 % en volumen. En la tabla 4.1 se detallan las proporciones para cada especie de la mezcla bidispersa. Cabe destacar que la matriz de experimentos mostrada en la tabla 4.1 es la misma para los 3 ángulos de inclinación del fondo y sólo se cambia el código de A0C80VV a A20C80VV y A50C80VV, para los ángulos 20° y 50° respectivamente.

Se desarrollaron 38 experimentos para cada ángulo de inclinación, con un total de 114 experimentos para la condición de no percolación.

En la figura 4.1 se muestran las fotos tipos de cada experimentos con sus respectivas alturas finales del lecho (h_1 y h_2).

Tabla 4.1: Matriz de Experimentos caso sin percolación (sub-índice 1 para las partículas finas y el 2 para las gruesas).

Código	N° Exp	d_2 (μm)	d_1 (μm)	ϕ_{total}	ϕ_2	ϕ_1	ρ_2 (kg/m^3)	ρ_1 (kg/m^3)
	13		250	0.15	0.05	0.10		
	14		250	0.20	0.05	0.15		
	15		250	0.25	0.05	0.20		
	16		250	0.30	0.05	0.25		
	17		250	0.35	0.05	0.30		
	18		250	0.15	0.10	0.05		
	19		250	0.25	0.10	0.15		
	20		250	0.30	0.10	0.20		
	21		250	0.35	0.10	0.25		
	22		250	0.20	0.15	0.05		
	23		250	0.25	0.15	0.10		
	24		250	0.30	0.15	0.15		
	25		250	0.35	0.15	0.20		
	26		250	0.25	0.20	0.05		
	27		250	0.30	0.20	0.10		
	28		250	0.35	0.20	0.15		
	29		250	0.30	0.25	0.05		
	30		250	0.35	0.25	0.10		
A0C80VV	31	927	250	0.35	0.30	0.05	2500	2500
	32		456	0.15	0.05	0.10		
	33		456	0.20	0.05	0.15		
	34		456	0.25	0.05	0.20		
	35		456	0.30	0.05	0.25		
	36		456	0.35	0.05	0.30		
	37		456	0.15	0.10	0.05		
	38		456	0.25	0.10	0.15		
	39		456	0.30	0.10	0.20		
	40		456	0.35	0.10	0.25		
	41		456	0.20	0.15	0.05		
	42		456	0.25	0.15	0.10		
	43		456	0.30	0.15	0.15		
	44		456	0.35	0.15	0.20		
	45		456	0.25	0.20	0.05		
	46		456	0.30	0.20	0.10		
	47		456	0.35	0.20	0.15		
	48		456	0.30	0.25	0.05		
	49		456	0.35	0.25	0.10		
	50		456	0.35	0.30	0.05		

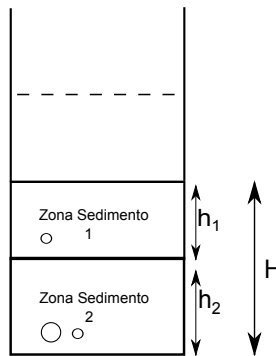


Figura 4.1: Bosquejo de la configuración final de una sedimentación bidispersa. Siendo H la altura final de sedimentación, h_1 la altura de la zona 1, compuesta solo por partículas finas y h_2 la altura de la zona 2, compuesta por ambas partículas

En las figuras 4.2, 4.3 y 4.4 se aprecia una secuencia de fotos correspondiente al proceso de sedimentación del experimento 40 (ver tabla 4.1) para los casos $\alpha = 0^\circ$, $\alpha = 20^\circ$ y $\alpha = 50^\circ$ respectivamente. La secuencia de fotos abarca desde que se tiene una mezcla homogénea hasta que se genera la sedimentación completa (cuando se forma h_1), pasando por la formación del primer lecho, de altura h_2 .

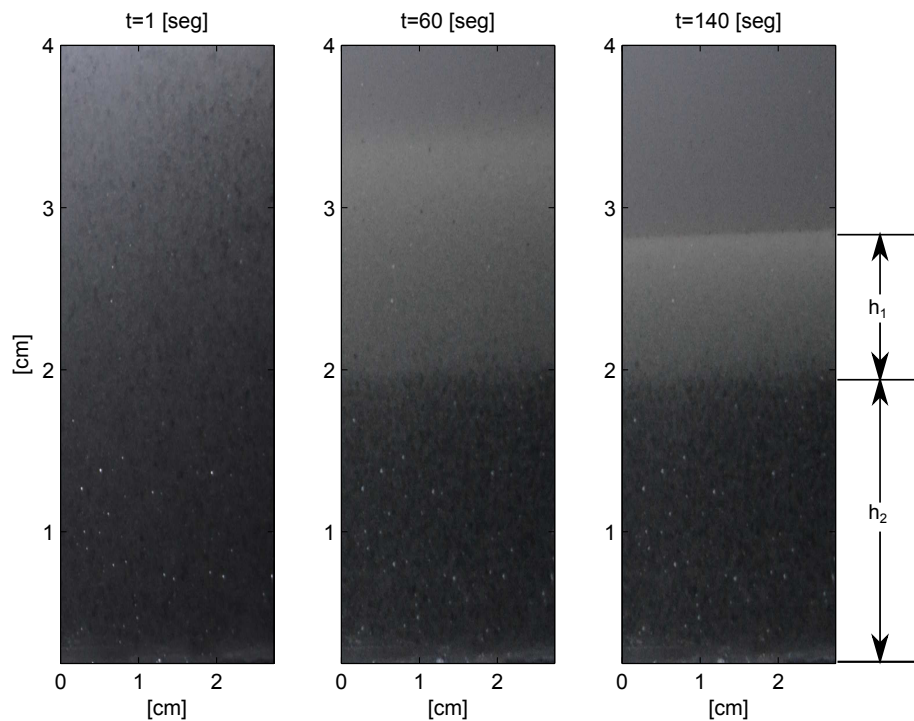


Figura 4.2: Proceso de sedimentación transcurridos 1 s, 60 s y 140 s después del comienzo del experimento.

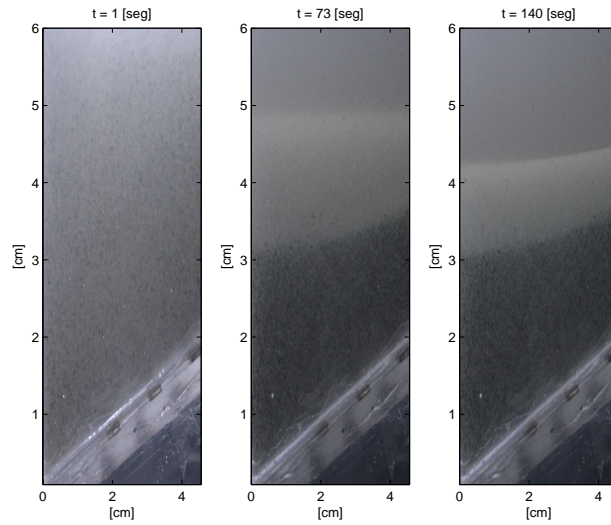


Figura 4.3: Proceso de sedimentación transcurridos 1 s, 60 s y 140 s después del comienzo del experimento.

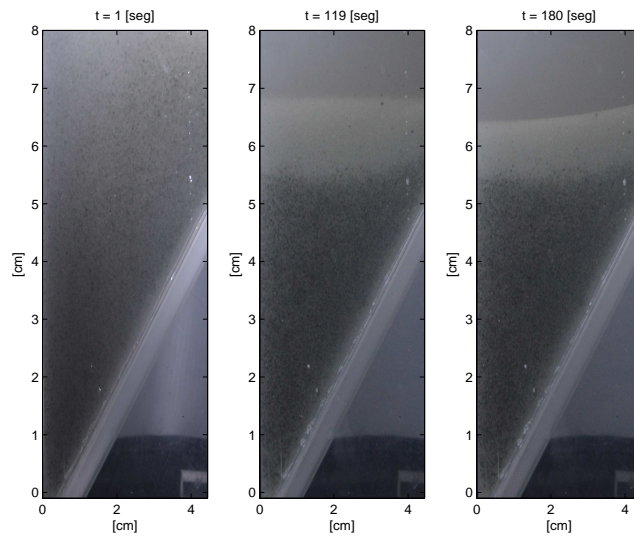


Figura 4.4: Proceso de sedimentación transcurridos 1 s, 60 s y 140 s después del comienzo del experimento.

4.1.1. Alturas sedimentadas

Si se conoce como varían las alturas finales de los lechos sedimentados en función de las concentraciones y diámetros de las partículas, se pueden obtener los valores de las concentraciones de empaquetamiento por especie en la configuración final de la sedimentación.

En la figura 4.5a se puede apreciar la variación de la altura h_2 en función de la concentración de finas (ϕ_1), en la figura 4.5b se ve cómo varía la altura h_1 también en función de ϕ_1 y finalmente en la figura 4.5c se tiene la altura final de sedimentación (H) en función de las

partículas finas.

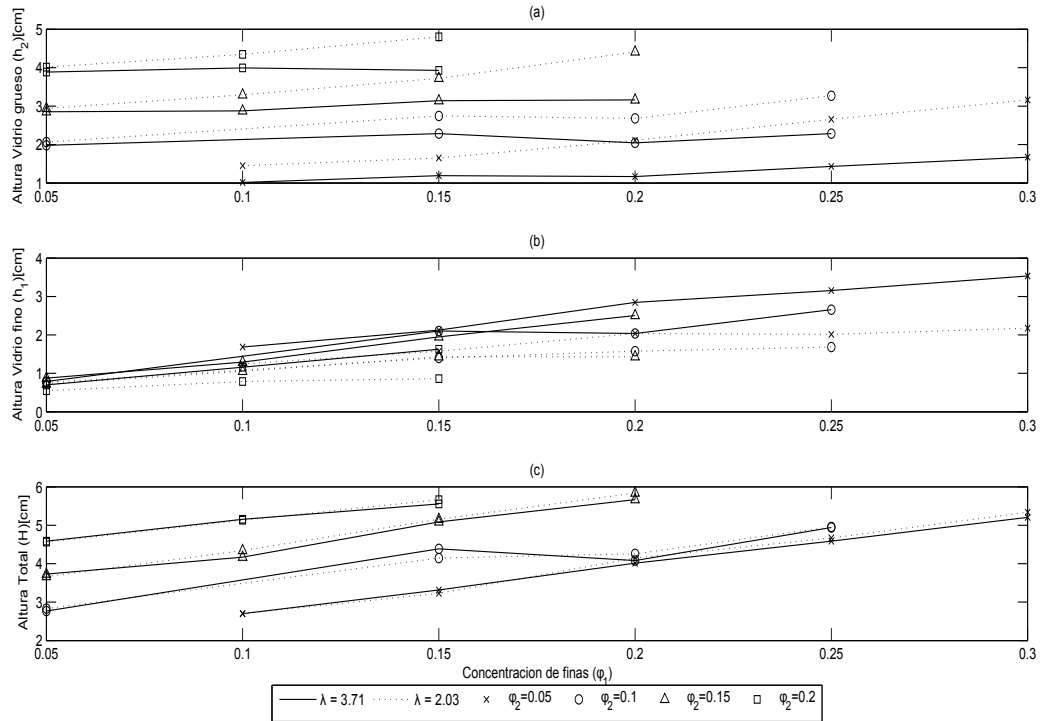


Figura 4.5: Resultados Experimentales de las alturas sedimentadas para el caso $\alpha = 0^\circ$, con $\lambda = d_2/d_1$. (a) Altura del espesor compuesto por finas y gruesa. (b) Altura del espesor compuesto solo por finas. (c) Altura total de la sedimentación.

En las figuras 4.6 y 4.7 se muestra cómo se alteran las alturas variando las fracciones de finas y gruesas, manteniendo constante la concentración total ($\phi_{total} = 35\%$) para los casos $\alpha = 20^\circ$ y $\alpha = 50^\circ$ respectivamente. Cabe mencionar que como el fondo no es horizontal (como se puede ver en las figuras 4.3 y 4.4) las alturas varían en función de la distancia horizontal.

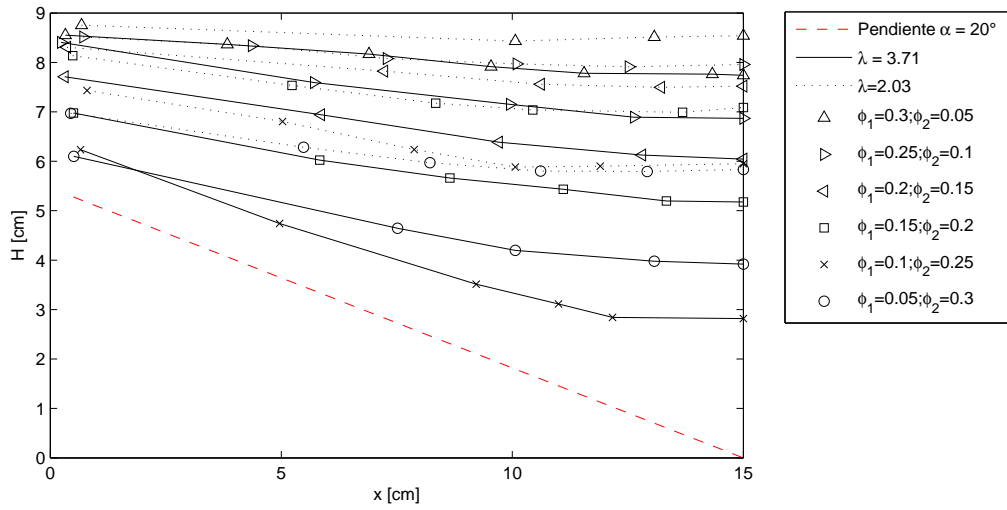


Figura 4.6: Altura del espesor compuesto por finas y gruesa (h_2), para los experimentos con $\alpha = 20^\circ$ y $\phi_{total} = 35\%$.

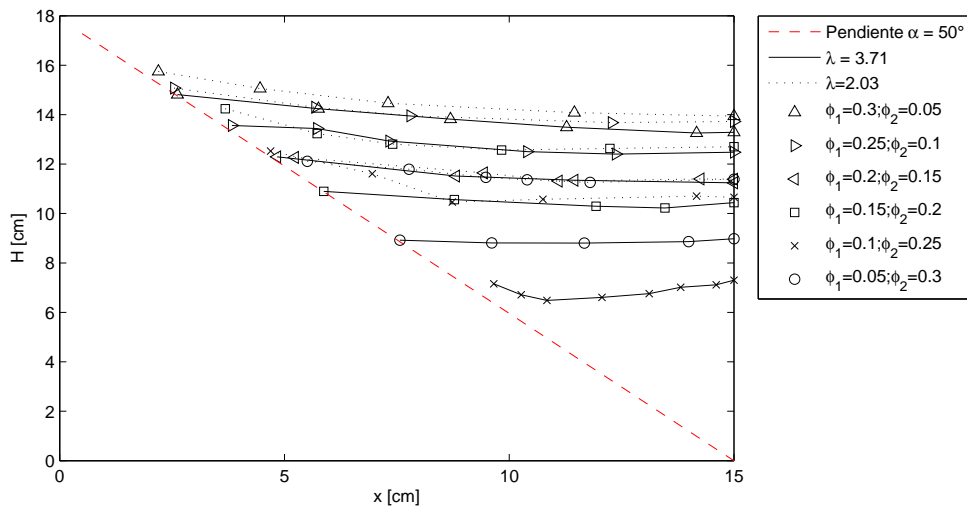


Figura 4.7: Altura del espesor compuesto por finas y gruesa (h_2), para los experimentos con $\alpha = 50^\circ$ y $\phi_{total} = 35\%$.

4.1.2. Tiempos de formación lechos sedimentados

Los tiempos de sedimentación de h_1 y h_2 , se denotan como t_1 y t_2 respectivamente. Los tiempos son necesarios para obtener información sobre la velocidad de formación de los estratos sedimentados en función de las concentraciones de sólidos y ángulos de inclinación del fondo.

En la figuras 4.8a, 4.9a y 4.10a, se observa como varían los tiempos de formación del estrato h_2 para diferentes razones de diámetros en los tres ángulos de inclinación $\alpha = 0^\circ$, $\alpha = 20^\circ$ y $\alpha = 50^\circ$ respectivamente. La diferencia entre los tiempos radica en la interacción entre las partículas en la sedimentación, lo cual se explica en el capítulo 5. La diferencia de los tiempos de formación del lecho h_1 mostrados en las figuras 4.8b y c, se deben a los diámetros de las partículas finas, lo que también se explica en más detalle en el capítulo 5.

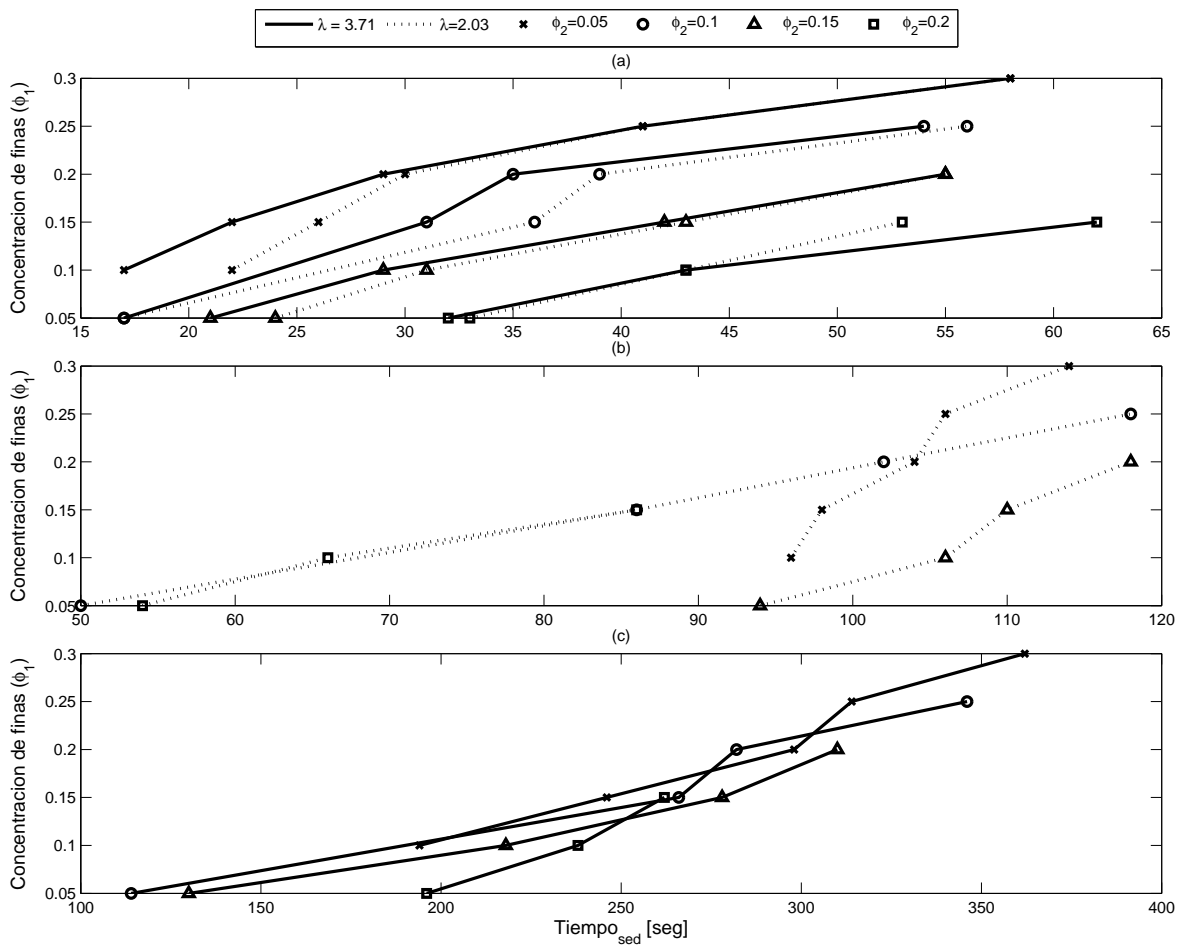


Figura 4.8: Tiempos de formación de los estratos para el caso $\alpha = 0^\circ$. (a) Tiempo t_2 para todo λ . (b) Tiempo t_1 para $\lambda = 2,03$. (c) Tiempo t_1 para $\lambda = 3,71$.

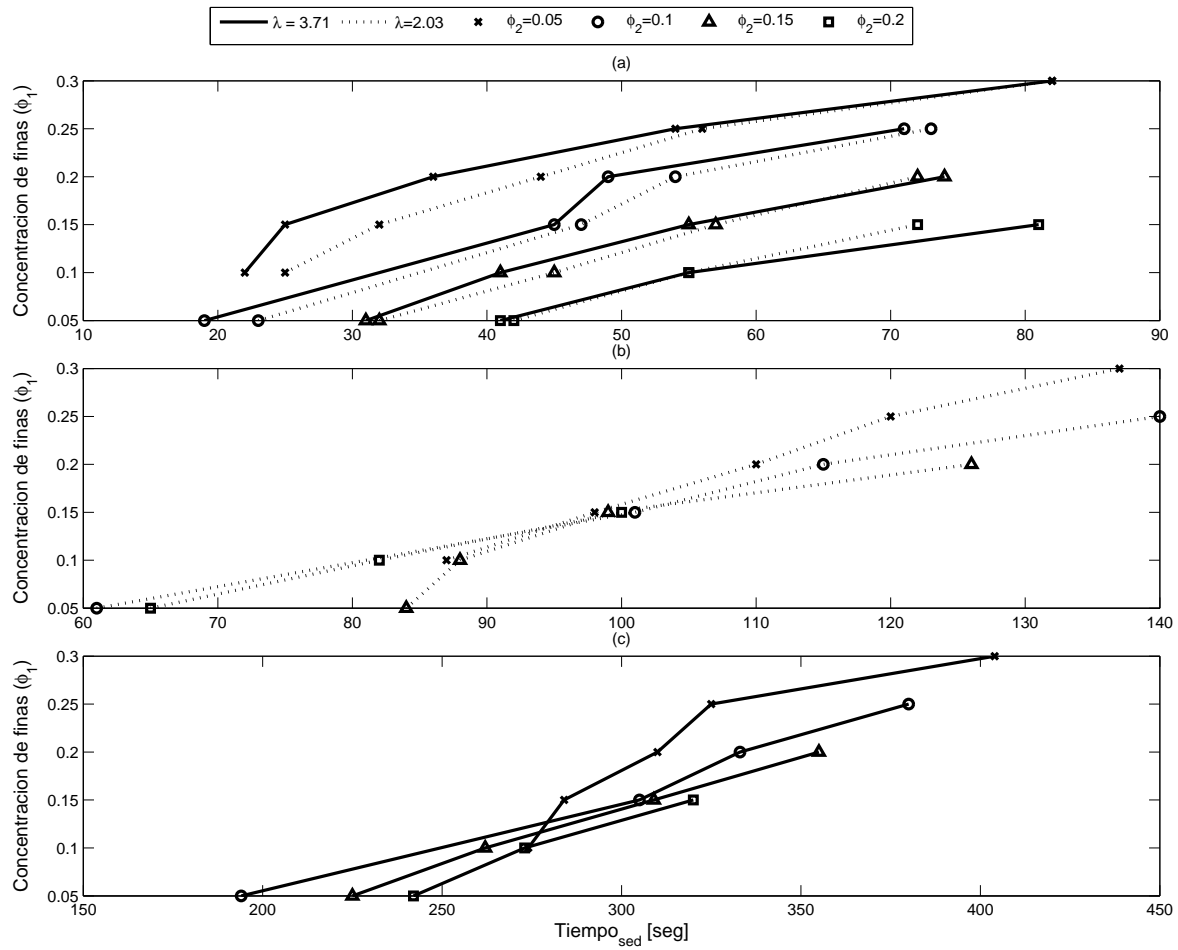


Figura 4.9: Tiempos de formación de los estratos para el caso $\alpha = 20^\circ$. (a) Tiempo t_2 para todo λ . (b) Tiempo t_1 para $\lambda = 2,03$. (c) Tiempo t_1 para $\lambda = 3,71$.

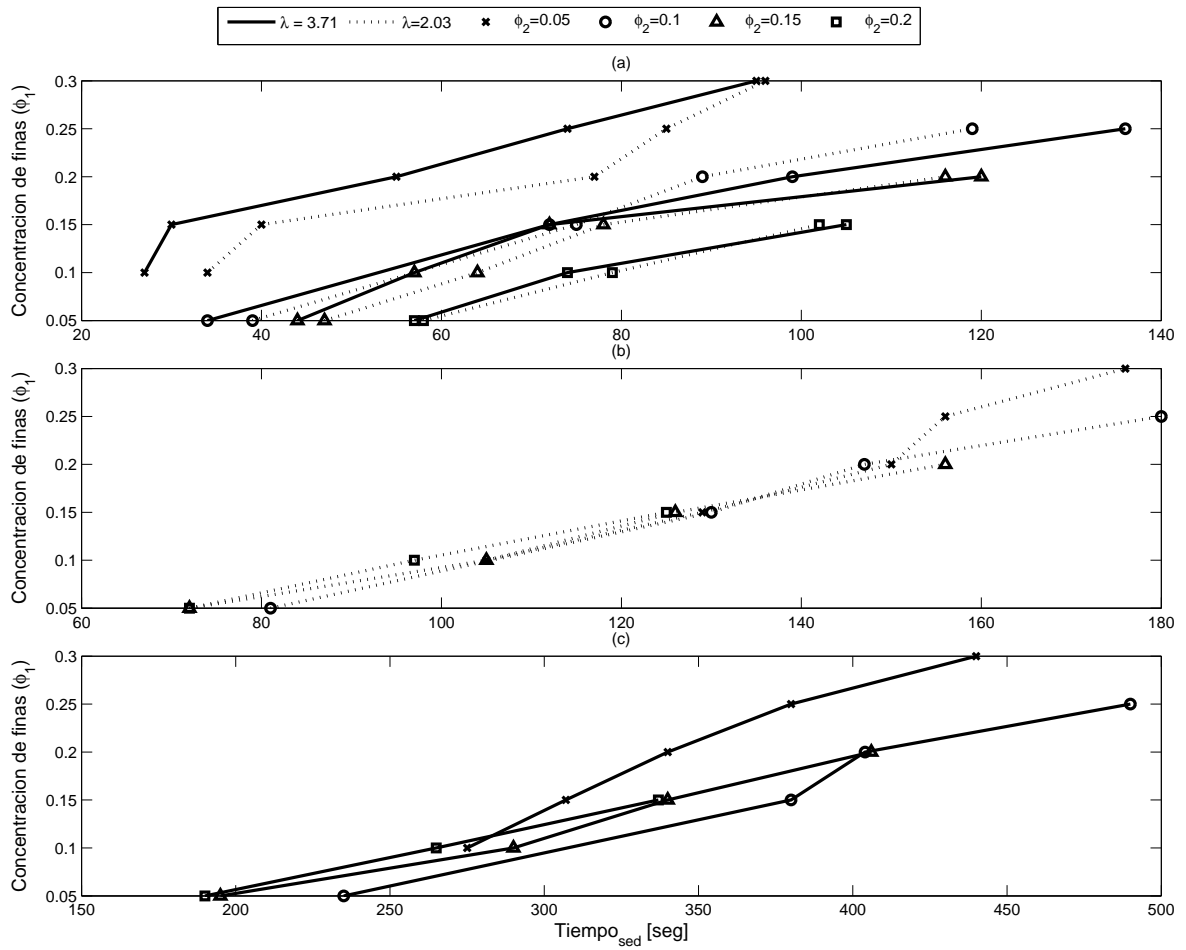


Figura 4.10: Tiempos de formación de los estratos para el caso $\alpha = 50^\circ$. (a) Tiempo t_2 para todo λ . (b) Tiempo t_1 para $\lambda = 2,03$. (c) Tiempo t_1 para $\lambda = 3,71$.

4.1.3. Velocidades de sedimentación

Las velocidades de sedimentación ayudan a validar los resultados experimentales con los modelos mostrados en el capítulo de marco teórico y también comparar estas velocidades, con las escalas de longitud y tiempo obtenidas para las alturas y tiempos de la formación de los estratos.

Para los casos de α correspondientes a 20° y 50° , sólo se obtuvo los datos de las velocidades de la zona 2 en suspensión (ver figura 2.1).

En la figura 4.11 se muestran las velocidades de sedimentación experimentales de la zona 2 (V_{22}), para las 3 inclinaciones del fondo y también el valor del modelo realizado por Selim et al (1983b) (ver ecuación 2.18). Se puede observar en la figura 4.11 como varía la velocidad de sedimentación V_{22} dejando constante la concentración de gruesos y variando la de finos, para los casos $\lambda = 2.03$ y $\lambda = 3.71$. En dicha figura se aprecia la diferencia entre las velocidades V_{22} para los diferentes ángulos de inclinación, debido principalmente a la recirculación producida por el fondo inclinado, aspecto que se detalla y explica en el capítulo 5.

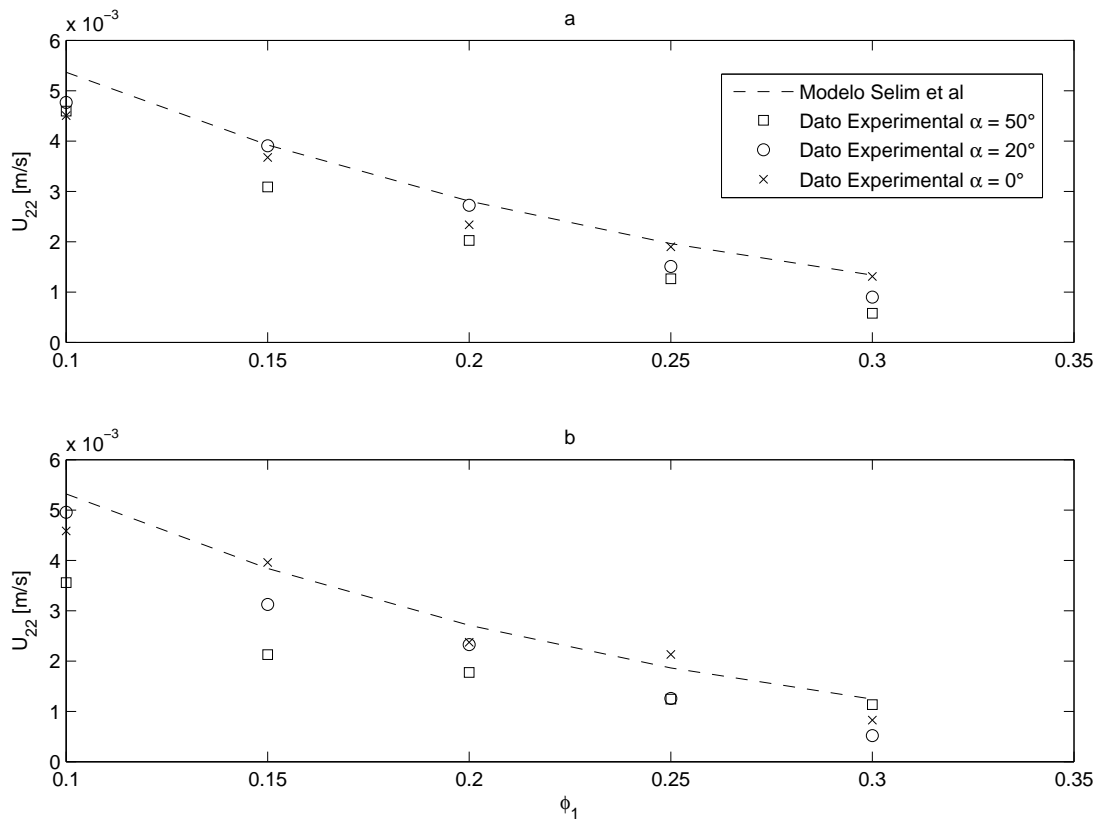


Figura 4.11: Resultados Experimentales. (a) Velocidad de Sedimentación para $\phi_2 = 0,05$ y $\lambda = 3,71$. (b) Velocidad de Sedimentación para $\phi_2 = 0,05$ y $\lambda = 2,03$.

En el gráfico 4.12 se observa cómo varía la velocidad de la zona 1 (V_{11}) en función de la concentración de finos y razón de los diámetros, dejando fijo la concentración de gruesas en

0.05 y el ángulo de inclinación α en 0° .

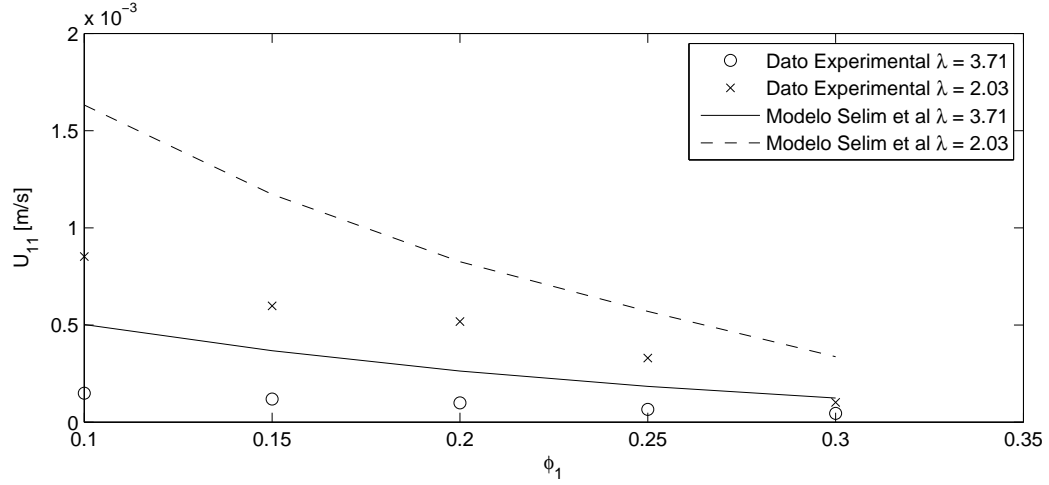


Figura 4.12: Resultados Experimentales para el caso de $\phi_2 = 0,05$ y $\alpha = 0^\circ$.

4.2. Experimentos con percolación

Los diámetros utilizados para la mezcla son los 1 y 4 (según la tabla 3.3) correspondientes a 89 y 927 μm , ya que estos son los únicos que cumplen con la razón de Apolonio (ver ecuación 2.51), las fracciones de concentraciones gruesas y finas se detallan en la tabla 4.2.

Se desarrollaron 12 experimentos para cada ángulo de inclinación y 4 experimentos extras para el caso horizontal, con un total de 40 experimentos para la condición de percolación.

En las figuras 4.13 y 4.14, se muestra la evolución temporal de la percolación para los casos $\alpha = 0^\circ, 20^\circ$ y 50° . En la figura 4.13 se observa que se genera un longitud de onda más o menos coherente entre las finas percoladas y la interfaz gruesas-finas, no así en los casos donde se tiene inclinación como se muestra en la figura 4.14.

4.2.1. Tiempos de Sedimentación y Percolación

Los tiempos de sedimentación se obtienen de la misma forma que para los casos sin percolación. El tiempo de percolación es el tiempo que demoran todas las partículas finas en percolar por el lecho de gruesas o en su defecto cuando las partículas finas percolan todo el espacio posible dejado por el lecho grueso. En la figura 4.15 se muestra tanto el tiempo de sedimentación como el tiempo de percolación en función del cociente entre la concentración de finas y la concentración total.

Tabla 4.2: Matriz de Experimentos caso con percolación (sub-índice 1 para las partículas finas y el 2 para las gruesas)

Código	N° Exp	$d_1(\mu m)$	$d_2(\mu m)$	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_{total}	ρ_1	ρ_2
A0C80VV	1	80	927	0.1	0.05	0.15	2500	2500
	2	80	927	0.15	0.1	0.25		
	3	80	927	0.05	0.15	0.2		
	4	80	927	0.1	0.15	0.25		
	5	80	927	0.15	0.15	0.3		
	6	80	927	0.2	0.15	0.35		
	7	80	927	0.05	0.2	0.25		
	8	80	927	0.1	0.2	0.3		
	9	80	927	0.15	0.2	0.35		
	10	80	927	0.1	0.25	0.35		
	11	80	927	0.05	0.3	0.35		
	12	80	927	0.05	0.3	0.35		
	E4	80	927	0.25	0.1	0.35		
	E2	80	927	0.25	0.05	0.3		
	E3	80	927	0.3	0.05	0.35		
E1	80	927	0.05	0.1	0.15			

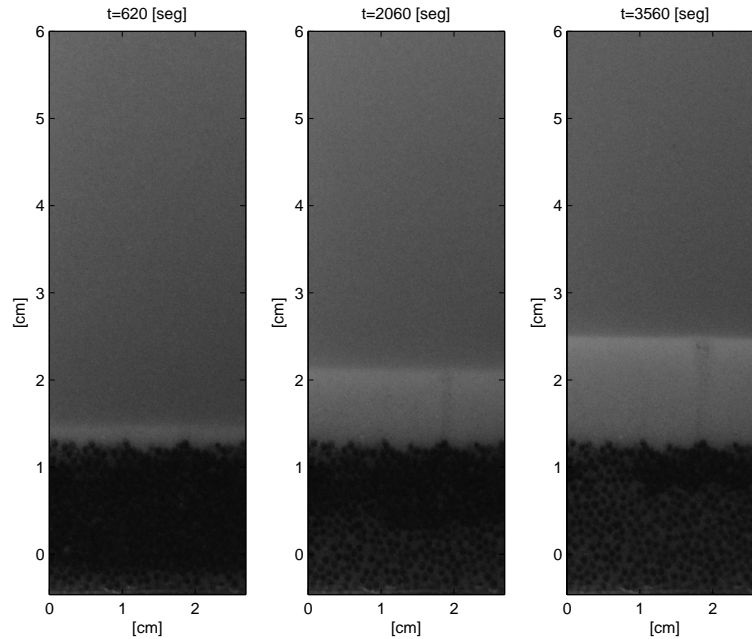


Figura 4.13: Secuencia temporal de la percolación para el caso $\alpha = 0^\circ$ (Experimento N°8).

4.2.2. Velocidades de Percolación

Las velocidades de percolación se obtienen una vez sedimentado el lecho compuesto por gruesas y finas (h_2), producto que a través de este lecho es donde percolan las partículas finas.

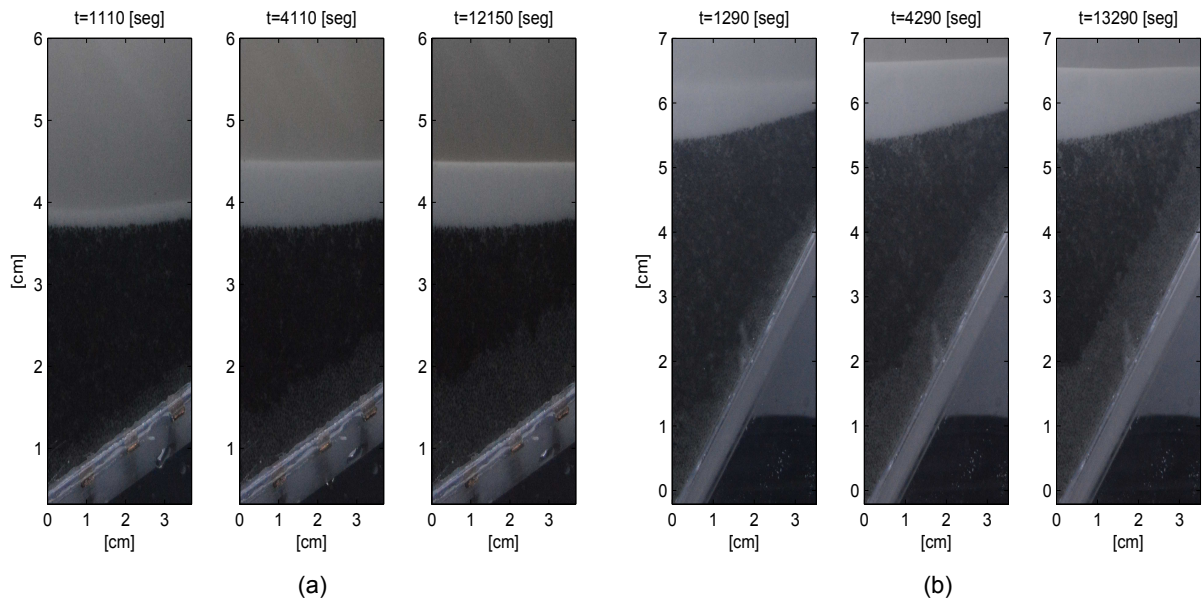


Figura 4.14: Secuencia temporal de la percolación (Experimento N°8). (a) caso $\alpha = 20^\circ$. (b) caso $\alpha = 50^\circ$.

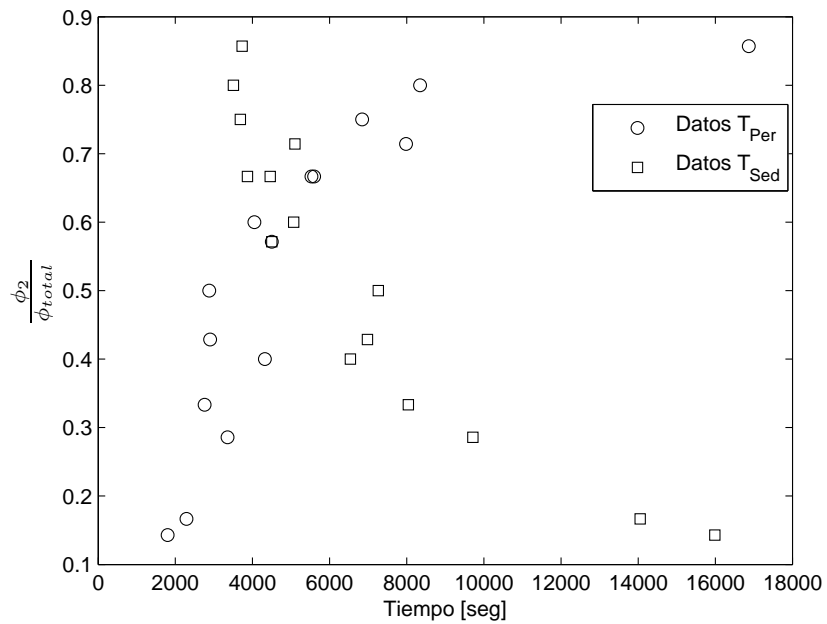


Figura 4.15: Tiempo de percolación y sedimentación para el caso $\alpha = 0^\circ$.

En el gráfico 4.16 se puede apreciar los valores de la velocidad de percolación en función de fracción de partículas finas en el total de partículas de la mezcla.

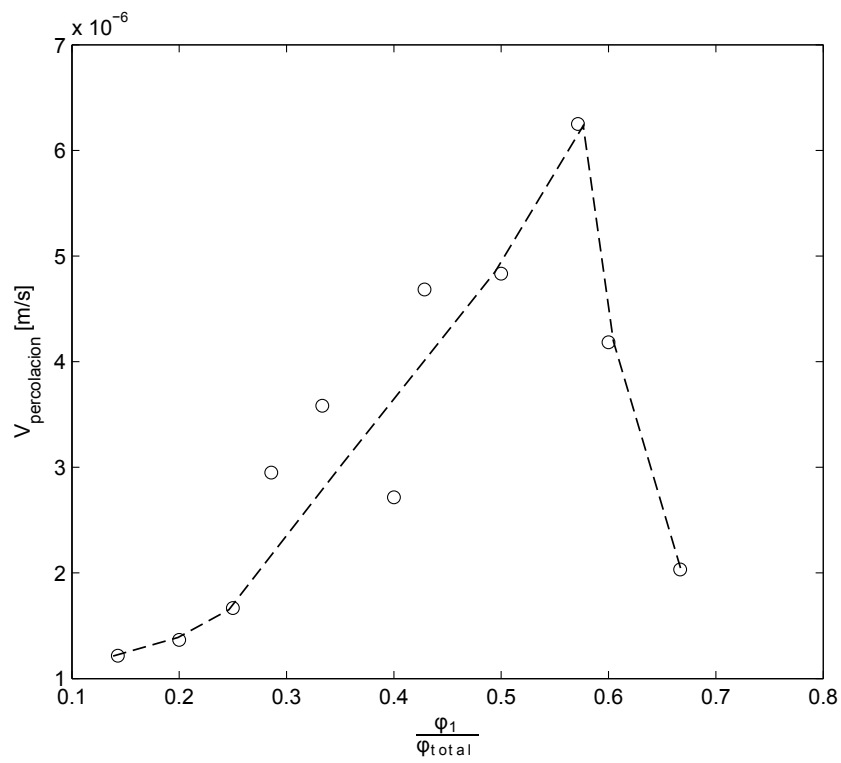


Figura 4.16: Velocidad de percolación para el caso $\alpha = 0^\circ$.

Capítulo 5

Análisis de resultados experimentales

Este capítulo se enmarca en identificar y analizar algunas aristas de la sedimentación de una mezcla bi-dispersa, tales como las concentraciones finales de los lechos sedimentados, sus concentraciones de empaquetamiento y el tiempo sedimentado de los lechos. La identificación y análisis se basó principalmente en el caso de plano horizontal y sólo se describen los efectos asociados a la presencia de un fondo inclinado en el fondo. Por otra parte, se analizan los tiempos y velocidades de percolación junto con los de sedimentación para el caso de plano horizontal.

5.1. Caracterización de los lechos sedimentados (caso sin percolación)

5.1.1. Fondo horizontal ($\alpha = 0^\circ$)

En la figura 4.5 se observa cómo varían los espesores de las capas en función de la concentración de partículas finas (ϕ_1), en especial el lecho de fondo (h_2). En la figura 5.1 se puede apreciar que h_2 varía en función de la razón de diámetros (λ) y del cociente entre las concentraciones iniciales de partículas finas (ϕ_1) y gruesas (ϕ_2), de donde se podría desprender que la cantidad de partículas finas y gruesas en la última capa varía en función de estas variables.

Considerando la gran dependencia que tienen las alturas de los lechos mostrados en el Capítulo 4 (ver gráfico 5.1), es posible identificar cuáles son los factores más importantes en la formación de los lechos. En particular, las alturas h_1 y h_2 son relevantes para caracterizar las concentraciones finales de cada especie en los diferentes lechos. Se definen $\phi_{sed,21}$ y $\phi_{sed,22}$ como las concentraciones en la zona 2 y $\phi_{sed,11}$ en la zona 1. Para obtener las concentraciones de la zona 2 se realizan dos supuestos: el primero establece que en la zona 1, solo se encuentran partículas finas y su concentración corresponde a la de empaquetamiento óptima de esferas monodispersas ($\phi_{sed,11} = 0,6$) y en segundo lugar, se supone que todas las partículas gruesas de la mezcla están en la zona 2. Con la segunda hipótesis y considerando conservación de

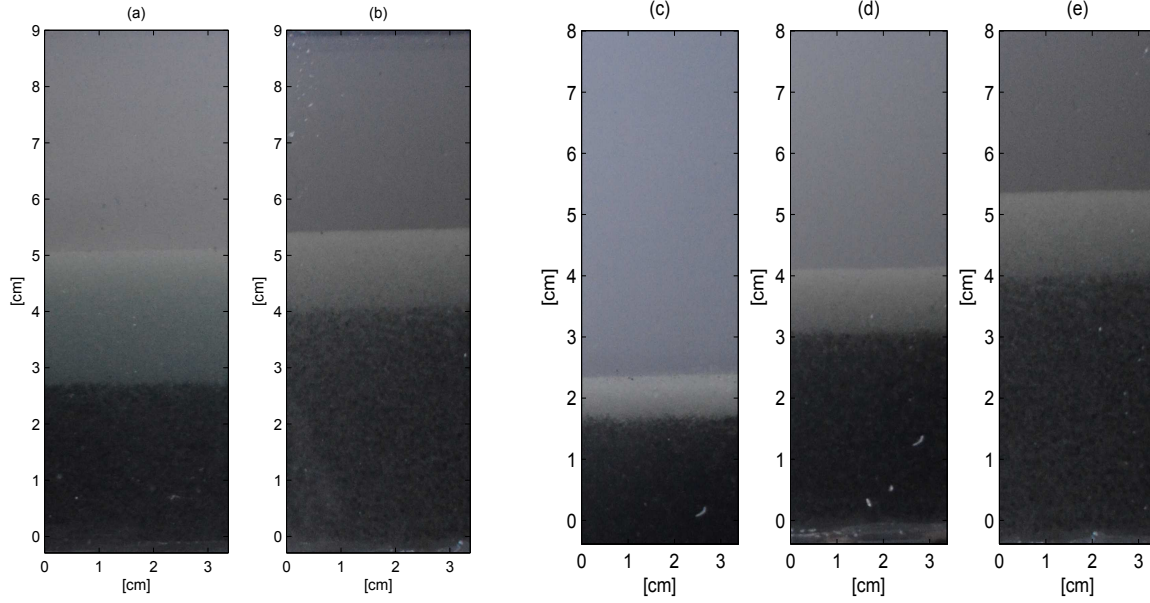


Figura 5.1: Configuración de los lechos para diferentes condiciones. (a) y (b) varía solo λ (3.71 y 2.03 respectivamente) con $\phi_1 = 0,2$ y $\phi_2 = 0,15$. (c), (d) y (e) varía solo ϕ_1 (0.05, 0.1 y 0.20 respectivamente) con $\phi_2 = 0,15$ y $\lambda = 2,03$

masa de las partículas gruesas se obtiene $\phi_{sed,22}$ expresada como:

$$\phi_{sed,22} = \frac{H_0\phi_2}{h_2} \quad (5.1)$$

Para obtener $\phi_{sd,21}$ primero se debe realizar la siguiente conservación de masa:

$$H_0(\phi_1 + \phi_2) = h_2\phi_{sed,22} + h_2\phi_{sed,21} + h_1\phi_{sed,11} \quad (5.2)$$

Reemplazando en la ecuación 5.2 el valor de $\phi_{sed,22}$ obtenido de la ecuación 5.1, se tiene que $\phi_{sed,21}$ es igual a:

$$\phi_{sed,21} = \frac{H_0\phi_1 - h_1\phi_{sed,11}}{h_2} \quad (5.3)$$

Según lo señalado en el capítulo 2, la concentración de empaquetamiento ($\phi_{t,m}$) varía en función del diámetro de las partículas presentes en la mezcla. Debido a esto se realiza un análisis de sensibilidad a la ecuación desarrollada por Stamatakis & Tien (1988) (ver ecuación 2.47), variando la concentración de empaquetamiento para los valores de un lecho monodisperso de esferas y para los descritos en las ecuaciones 2.32 y 2.35a, que representan mezclas bi-dispersas. En la figura 5.2 se comparan los resultados obtenidos de las ecuaciones 5.3 y 5.1 para los casos de $\lambda = 3,71$ y $2,03$ con la ecuación 2.48, para distintos valores de $\phi_{t,m}$. La figura 5.2a corresponde a la concentración de finas en el lecho h_2 , mientras que

la figura 5.2b a la concentración de gruesas en el mismo lecho. De la figura 5.2a no se puede apreciar a simple vista una diferencia entre ocupar concentración de empaquetamiento monodispersa a una bidispersa, pero sí se puede ver que algunos puntos están fuera de la tendencia, independientemente del valor de $\phi_{t,m}$. La diferencia tampoco se explica a partir de las incertidumbres en las mediciones, como se puede apreciar en las barras de error de la figura 5.3. Por otra parte en la figura 5.2b se puede notar una diferencia en la tendencia de los puntos según el valor de $\phi_{t,m}$, obteniéndose una mejor correlación con $\phi_{t,m} = 0.6$. En figura 5.3 se muestra los valores de la figura 5.2 con sus respectivas barras de errores y correlaciones. El cálculo de los errores se puede ver en el Anexo.

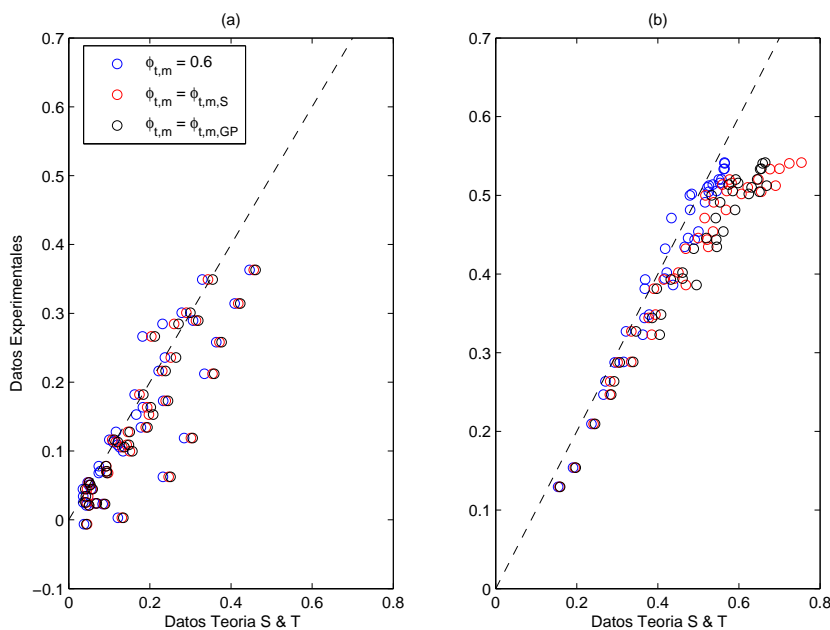


Figura 5.2: Concentraciones de Empaquetamiento del lecho h_2 para los casos $\lambda = 3,71$ y $2,03$, considerando tres diferentes $\phi_{t,m}$: monodisperso (0.6), bidisperso ec. 2.35a ($\phi_{t,m,S}$) y bidisperso ec. 2.32 ($\phi_{t,m,GP}$). (a) Concentración de finos en el último estrato ($\phi_{sed,21}$). (b) Concentración de gruesas en el último estrato ($\phi_{sed,22}$)

Por lo visto en los gráficos 5.3 y 5.2 las concentraciones asociadas a la fracción de gruesas en el estrato final ($\phi_{sed,22}$) tienen una buena relación con el modelo de Stamatakis & Tien (1988) que en el caso de los finos de Stamatakis & Tien (1988). Alternativamente al modelo cinemático planteado por estos autores, los resultados se pueden plantear empleando un análisis dimensional, buscando así una explicación para la organización de los estratos finos no explicados adecuadamente por el modelos de Stamatakis & Tien (1988) que, entre otras cosas, desprecia la relevancia de esfuerzos de corte locales en el proceso de sedimentación. Según se muestra en la figura 2.1, el proceso de sedimentación está dividido principalmente por dos zonas. Dichas zonas presentan diferentes interacciones entre partículas, lo que conlleva diferentes velocidades de sedimentación. La primera zona es la zona 1 (figura 2.1b), en la que se tiene una suspensión homogénea de partículas finas en el fluido. Considerando las ecuaciones de Selim et al. (1983a) y reescribiendo la ecuación (2.18) para la zona 1, la velocidad de las partículas se puede expresar en terminos de una función de escondimiento (Davis & Acrivos 1985), suponiendo que el proceso se da en el régimen de Stokes, de la siguiente forma:

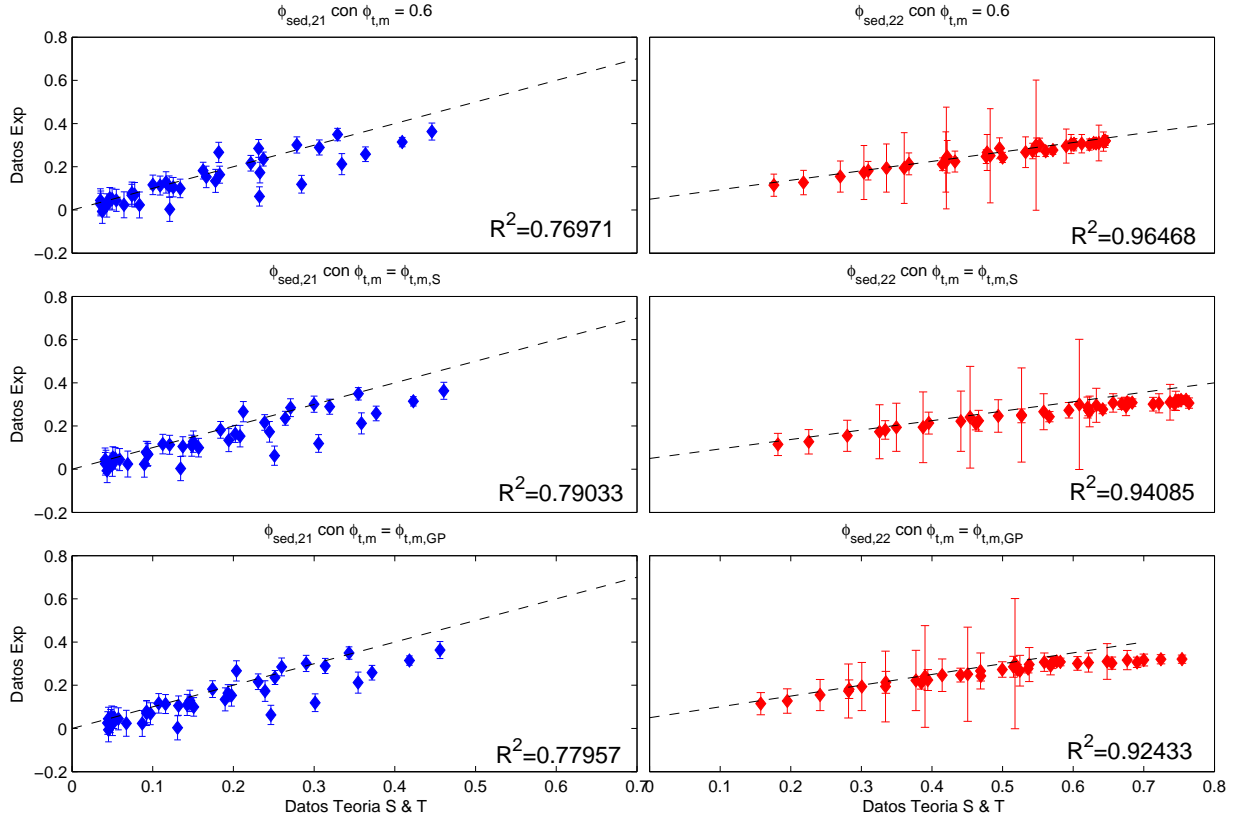


Figura 5.3: Concentraciones de Empaquetamiento en el lecho de altura h_2 para cada especie.

$$v_{z1} = \frac{gd_1^2(\rho_1 - \rho_l)}{18\mu}(1 - \phi_1)^{n_1-1} \quad (5.4)$$

La zona 2 (2.1b) contiene una suspensión de partículas grandes y pequeñas. Producto que la mayor cantidad de partículas correspondientes son de tamaño grande, es que se considera que éstas conforman una suspensión de partículas gruesas en un fluido equivalente compuesto de partículas pequeñas y líquido. Al suponer esto, la densidad y viscosidad del fluido quedan en función de la concentración de partículas pequeñas. Usando la ecuación 2.9 para la viscosidad y $\rho(\phi_1) = \rho_{fluido}(1 - \phi_1) + \rho_1\phi_1$ para la densidad de la mezcla, la velocidad de las partículas de la zona 2, se expresa de manera aproximada como:

$$v_{z2} = \frac{gd_2^2(\rho_2 - \rho(\phi_1))}{18\mu(\phi_1)}(1 - \phi_2)^{n_2-1} \quad (5.5)$$

Empleando 5.4 y 5.5 junto con el resto de los datos del problema es posible escribir los siguientes números adimensionales independientes:

$$\pi_1 = \left(1 - \frac{\phi_1}{\phi_m}\right) \quad (5.6a)$$

$$\pi_2 = \lambda \quad (5.6b)$$

$$\pi_3 = \frac{\rho_1 - \rho_f}{\rho_2 - \rho(\phi_1)} \quad (5.6c)$$

$$\pi_4 = \frac{\phi_1}{\phi_2} \quad (5.6d)$$

Teniendo los adimensionales, se propone que $\phi_{sed,22}$ se puede escribir como un monomio de dichos números adimensionales:

$$\phi_{sed,22} = A_0 \pi_1^a \pi_2^b \pi_3^c \pi_4^d \quad (5.7)$$

De los análisis realizados por Stovall et al. (1986), Grondret & Petit (1997) y Shauly et al. (1998) (capítulo 2), se puede apreciar que la razón entre los diámetros (π_2) toma mayor preponderancia a media que se aumenta la concentración de las más finas. Por esta razón es que se propone modificar el exponente de b como una función creciente de ϕ_1 , expresando la ecuación 5.7 de la siguiente forma:

$$\phi_{sed,22} = A_0 \pi_1^a \pi_2^{b\phi_1} \pi_3^c \pi_4^d \quad (5.8)$$

donde el coeficiente A_0 y los exponentes a, b, c y d son parámetros de ajuste. Usando el algoritmo Levenberg-Marquardt para encontrar los parámetros óptimos de dicho ajuste, se obtienen los siguientes valores para los coeficientes: $A_0 = 0,552$, $a = 4,5653$, $b = 2,9625$, $c = 4,9895$ y $d = -0,2876$. En el gráfico 5.4 se puede ver el ajuste de los datos experimentales.

Otro aspecto de estudio relevante es la cuantificación del efecto de las partículas finas en la altura h_2 . Para ello, se compara la altura sedimentada h_2 con la altura que se tendría si sólo hubiera una sedimentación mono-dispersa de partículas gruesas, definida como:

$$h'_2 = \frac{H_0 \phi_2}{\phi_{2,m}^0} \quad (5.9)$$

Para determinar esta altura se supone que la concentración del lecho sedimentado es $\phi_{2,m}^0 = 0,6$. En el gráfico 5.5 se puede observar cómo la diferencia entre la altura real (h_2) con la altura para el caso monodisperso (h'_2) decrece a medida que crece la concentración de gruesas con respecto al total. El gráfico 5.5 reafirma las interacciones que tienen las partículas más pequeñas en la sedimentación de una mezcla bi-dispersa, producto de que aumenta entre 3 y 13 veces la altura h_2 con respecto a h'_2 . Por otra parte, se puede observar la importancia del contraste de tamaños en las finas en la altura del lecho final.

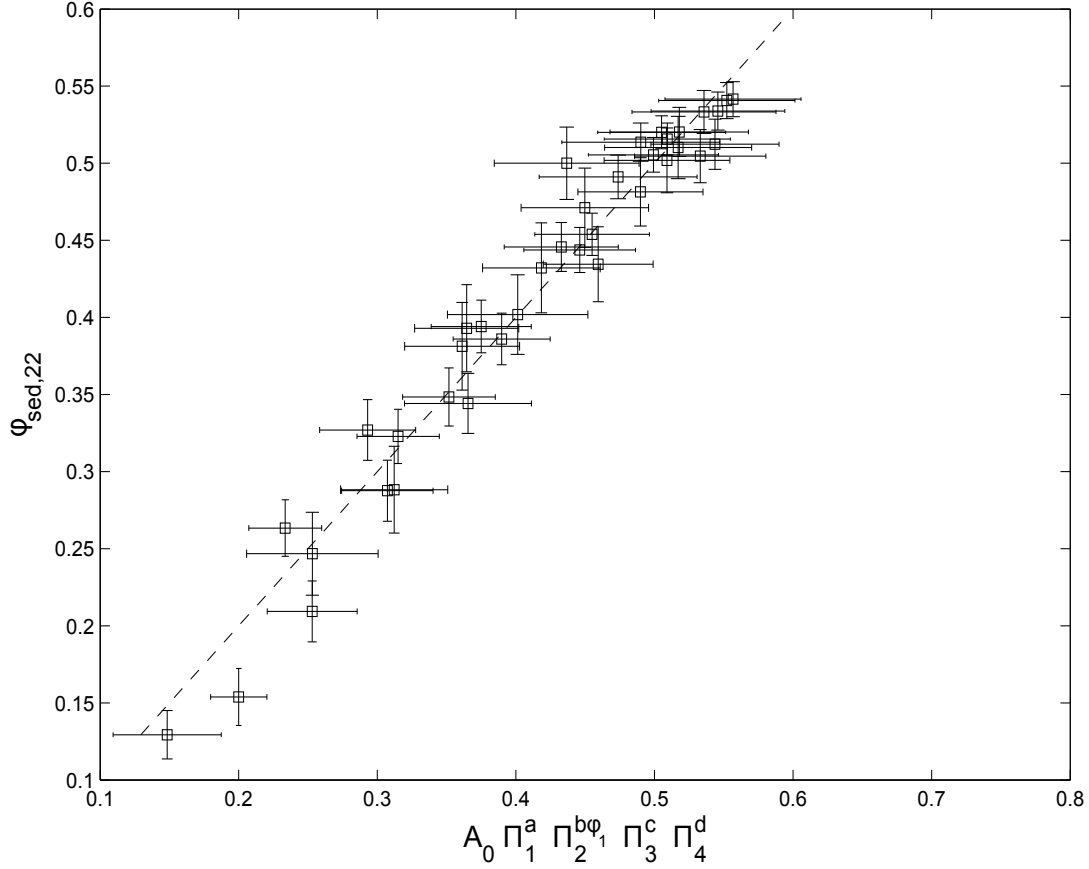


Figura 5.4: (a) Ajuste de la ecuación 5.8 con sus respectivos errores, con un $r^2 = 0.96$

Se determinó realizar un ajuste para h'_2 similar al de la ecuación 5.7, producto que en la figura 5.5 se observa que el contraste de las alturas varía con el contraste de concentraciones de manera proporcional a este último. Como resultado de este análisis se obtiene que la función es del tipo exponencial. Para obtener esta relación capaz de predecir la altura h_2 se ocupan los parámetros ϕ_2 , ϕ_t y λ . Es relación se puede escribir de la siguiente forma:

$$\frac{h_2}{h'_2} = A_0 \exp \left[A_1 \left(\frac{\phi_2}{\phi_t} \right)^a \lambda^b \right] \quad (5.10)$$

En la figura 5.6 se puede apreciar el ajuste de la relación 5.10 con valores para $A_0 = 1$, $A_1 = 0,3772$, $a = -1,1031$ y $b = -1,0289$ lo que justifica claramente el modelo de primer orden planteado para relacionar la altura adimensional h_2 con la fracción de concentración de las partículas gruesas. Por otro lado, de los datos para $\phi_{sed,21}$ se advierte que los puntos fuera de la tendencia tienen en común que corresponden a las mezclas que tiene mayor fracción de finas en el total de la mezcla ($\phi_1/\phi_t = 0,8, 0,833$ y $0,86$), sin importar el tamaño de las finas. Al tener esta diferencia en cantidad de partículas gruesas y finas y despreciando las fuerzas de Basset y Faxén, debido a que el flujo no está acelerado y que las partículas son pequeñas, se entiende que las partículas gruesas están ejerciendo un esfuerzo de corte a las

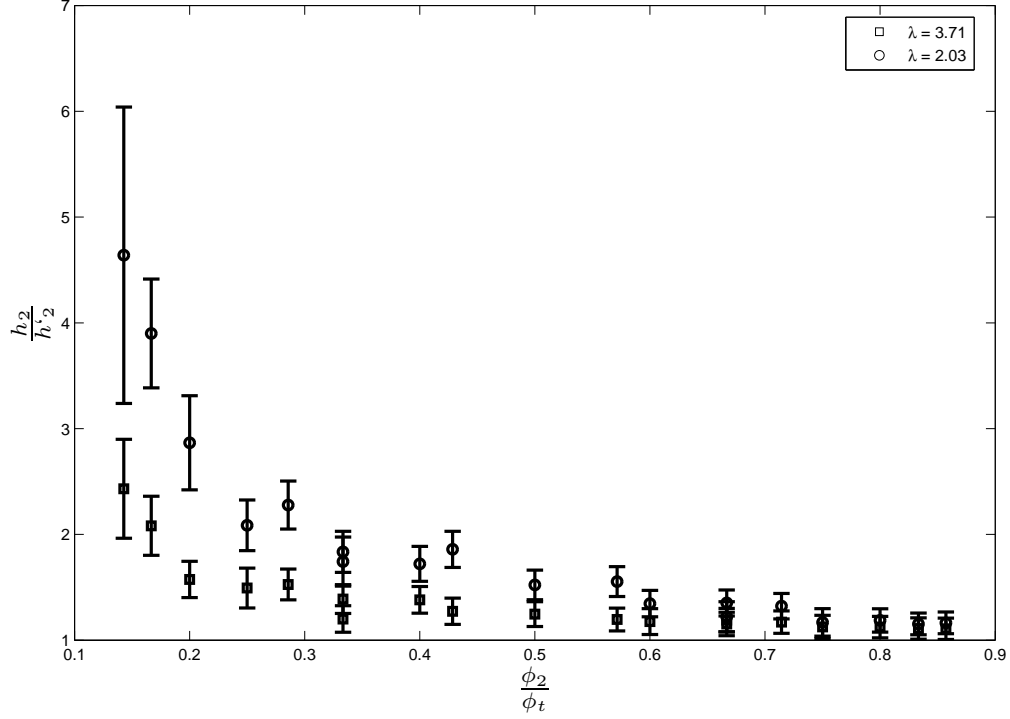


Figura 5.5: Relación entre la altura h_2 medida experimentalmente y la altura si el lecho fuera mono-disperso (h'_2) en función del cociente entre la concentración de partículas gruesas y el total

partículas finas (como se puede ver en la figura 5.7), tal que estas se empiezan a alejar hacia donde hay menos esfuerzo de corte, produciéndose una segregación. Como resultado de este fenómeno, se tiene una difusión producto del esfuerzo de corte, por lo que se puede llegar mediante un análisis de escala a un coeficiente de difusión impuesto por la velocidad de las partículas gruesas sobre las finas. Siguiendo la estructura de la ecuación 2.49, se representa el efecto de la siguiente forma:

$$\hat{D} \approx a_1^2 \dot{\gamma} F'(\phi_1) \quad (5.11)$$

donde $F'(\phi_1)$ es una función que describe la segregación hidrodinámica definida mas adelante y $\dot{\gamma}$ se puede escribir siguiendo también un análisis de escala como:

$$\dot{\gamma} \sim \frac{V_{Stokes,2}(1 - \phi_2)^{n_2}}{a_1} \quad (5.12)$$

donde $V_{Stokes,2}$ está definido en la ecuación 2.1 y n_2 en la ecuaciones 2.3 y 2.4.

Al haber un esfuerzo de corte ejercido por las partículas gruesas sobre las finas, se produce una migración de las finas hacia donde hay menos esfuerzo de corte, producto de lo cual aparece un fenómeno llamado segregación hidrodinámica, descrito por $F'(\phi_1)$. Este fenómeno

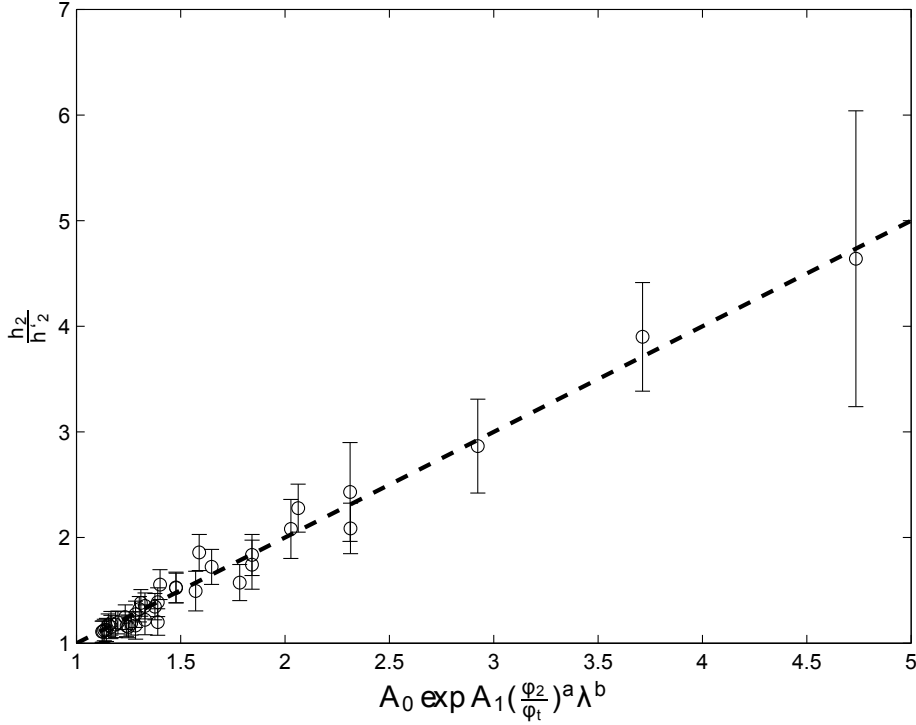


Figura 5.6: (a) Ajuste de la ecuación 5.10 con sus respectivos errores, con un $r^2 = 0.98$.

se puede interpretar en términos de la ecuación 2.50. Por lo que si se reescribe la ecuación 5.11, esta queda de la siguiente forma:

$$\hat{D} \approx a_1 V_{stockes,2} (1 - \phi_2)^{n_2} \frac{1}{3} \phi_1^2 \left(1 + \frac{1}{2} \exp 8,8 \phi_1 \right) \quad (5.13)$$

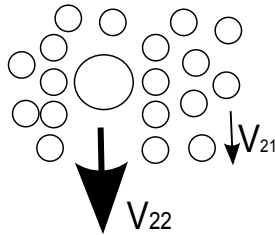


Figura 5.7: Esquema del efecto de la difusión por corte

Para ver la relevancia del esfuerzo de corte originado por las partículas grandes en las finas, se realiza el cociente entre la ecuación 5.13 y el coeficiente de difusión producto de la cantidad de movimiento (originando un numero adimensional similar al inverso del número de Schmidt), dicho coeficiente se trata como la viscosidad cinemática descrita en la ecuación 5.14.

$$\hat{\nu} \approx \frac{\mu(\phi_1)}{\rho(\phi_{total})} \quad (5.14)$$

donde $\mu(\phi_1)$ es la viscosidad de la mezcla con la concentración de finas descrita en la ecuación 2.9 y $\rho(\phi_{total})$ es la densidad de la mezcla descrita por $\rho(\phi_1) = \rho_{fluido}(1 - \phi_1) + \rho_1\phi_1$, el cociente entre la ecuación 5.13 y 5.14 forma un adimensional que se va a simbolizar con la letra griega ψ .

$$\psi = \frac{\hat{D}}{\hat{\nu}} \quad (5.15)$$

En la figura 5.8 se muestra el comportamiento del nuevo adimensional ψ (ver ecuación 5.15) en función de la fracción de concentración inicial de gruesas, y se puede apreciar que la difusión de corte tiende a tomar mayor relevancia a medida que la concentración inicial de gruesas es menor que la de finas. Además cuando $\phi_2/\phi_t \rightarrow 0$ se observa que ψ tiene una dependencia a la razón de los diámetros (λ).

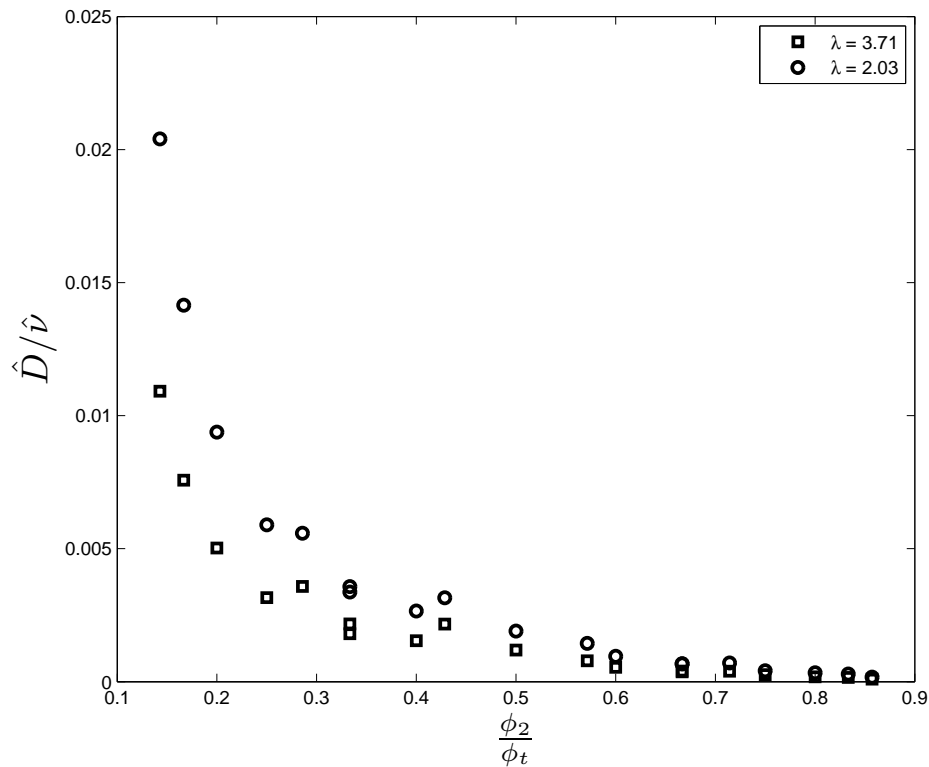


Figura 5.8: Cociente entre \hat{D} y $\hat{\nu}$ en función de la fracción de gruesas ($\frac{\phi_2}{\phi_{total}}$), para $\lambda = 2,03$ y $\lambda = 3,71$.

Por otra parte, en la figura 5.9b se muestran los puntos fuera de la tendencia entre la teoría de Stamatakis & Tien (1988) y los experimentos, mientras que en la figura 5.9a se aprecia ψ en función de la concentración teórica desarrollada por Stamatakis & Tien (1988), esto con el fin de ver que los puntos fuera de la tendencia, corresponden a los ψ mayores, independiente del λ . Esto lleva a corroborar que cuando la concentración de finas es superior a la de gruesas, esta tienden a producir una nueva organización de las partículas finas en el lecho sedimentado, posiblemente producto del corte inducido por las gruesas durante la sedimentación.

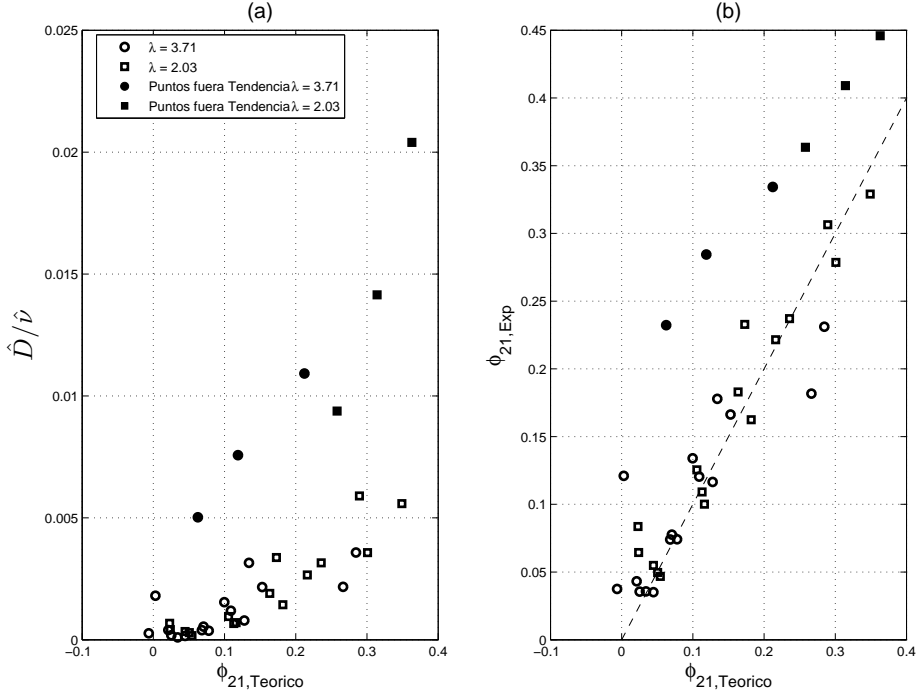


Figura 5.9: (a) ψ en función de $\phi_{21,Teorico}$ (b) $\phi_{21,exp}$ en función de $\phi_{21,Teorico}$

Para el cálculo de la capa sedimentada h_1 , se realiza, análogamente al caso de h_2 un análisis dimensional, donde se adimensionaliza la altura experimental h_1 con h'_1 , que se define como la altura del lecho sedimentado h_1 suponiendo que estuviera formada por todas las partículas finas involucradas en la mezcla bi-dispersa y con una concentración de empaquetamiento óptimo para esferas igual a $0.6(\phi_{1,m}^0 = 0,6)$. Al conocer la altura h_1 se puede realizar un balance de masa, con lo que se estima la cantidad de partículas finas atrapadas en la capa h_2 , y de esta forma se conocen las cantidades de finas en los estratos h_1 y h_2 . En la ecuación 5.16 se ve como se escribe el término h'_1 .

$$h'_1 = \frac{H_0 \phi_1}{\phi_{1,m}^0} \quad (5.16)$$

Al igual que en los análisis anteriores se realiza un ajuste similar al hecho en la ecuación 5.7. Para conseguir esta relación adimensional se ajustan los parámetros A_0 , a y b , obteniendo la siguiente relación:

$$\frac{h_1}{h'_1} = A_0 \left(\frac{\phi_1}{\phi_t} \right)^a \lambda^b \quad (5.17)$$

En la figura 5.10 se ve el ajuste de la ecuación 5.17, con valores para $A_0 = 1,0875$, $a = -1$ y $b = -0,0342$. Luego juntando las ecuaciones 5.16 y 5.17, se desprende que la altura h_1 depende de la concentración total de partículas y no es necesario saber las concentraciones de cada especie por separado.

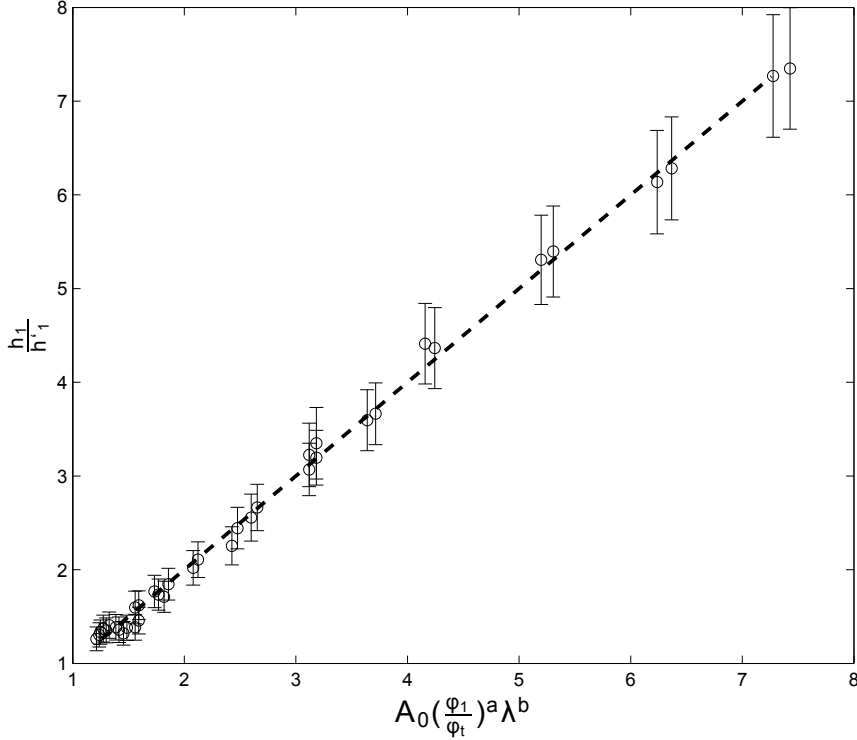


Figura 5.10: (a) Ajuste de la ecuación 5.17 con sus respectivos errores, con un $r^2 = 0.997$.

Aparte de todos los análisis realizados se ve que la cantidad de partículas finas y gruesas para una misma concentración total es un parámetro a considerar para la caracterización de los lechos, principalmente para el último espesor. Para ejemplificar lo anterior se muestra la figura 5.11 donde se mantiene constante la concentración total de partículas ($\phi_1 + \phi_2 = \text{cte.}$) y se varían las proporciones de finas y gruesas. En esta figura se observa cómo la altura h_2 crece a medida que la razón de finas disminuye, independiente de la razón de diámetros. Este resultado indica que no basta con conocer la concentración total de partículas de una mezcla, sino que también es importante conocer las concentraciones de finas y gruesas, ya que como se ve el espesor de la capa h_2 varía para concentraciones totales iguales.

5.1.2. Caso fondo inclinado ($\alpha = 20^\circ$ y $\alpha = 50^\circ$)

Para los casos donde el fondo tiene una pendiente, se realiza el mismo análisis donde se determinaban $\phi_{\text{sed},21}$ y $\phi_{\text{sed},22}$, con la salvedad que cambia la geometría del fondo, y en consecuencia cambia la forma de las expresiones 5.3 y 5.1. Para determinar el área ocupada por h_1 y h_2 se realiza una integración numérica siguiendo la regla del trapecio por otro lado las alturas y distancias se obtienen experimentalmente, según se muestra en los gráficos 4.6 y 4.7. Después de obtener las áreas de los dos estratos sedimentados, se realizan los mismos supuestos que se usaron para determinar las ecuaciones 5.3 y 5.1.

En el gráfico 5.12 se comparan todos los resultados experimentales (para $\alpha = 0^\circ$, $\alpha = 20^\circ$

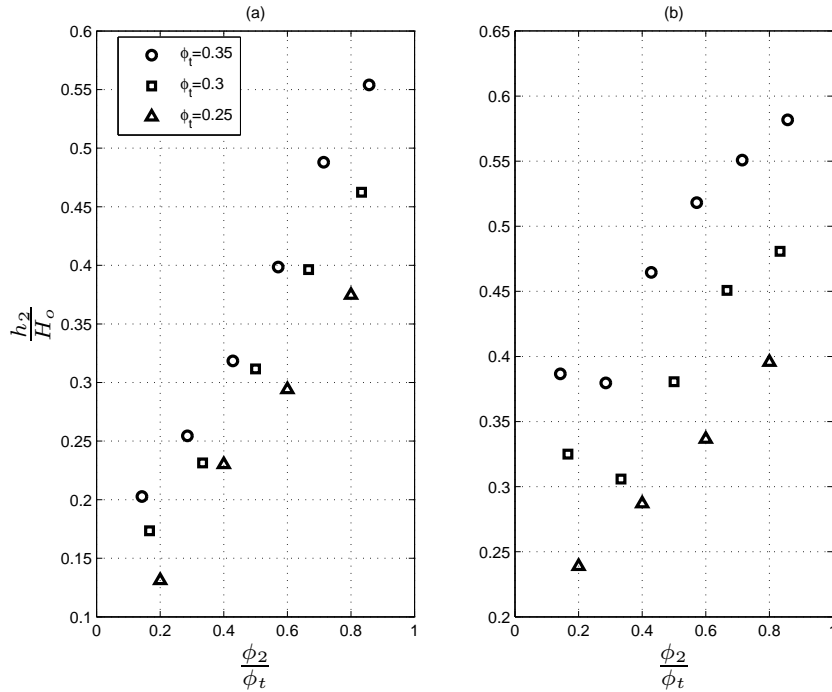


Figura 5.11: Altura de la última capa (h_2) adimensionalizado por la altura total (H_o) para diferentes concentraciones totales ϕ_t . (a) Caso $\lambda = 3,71$. (b) Caso $\lambda = 2,03$.

y $\alpha = 50^\circ$) con el teórico propuesto por Stamatakis & Tien (1988) para el caso $\alpha = 0^\circ$.

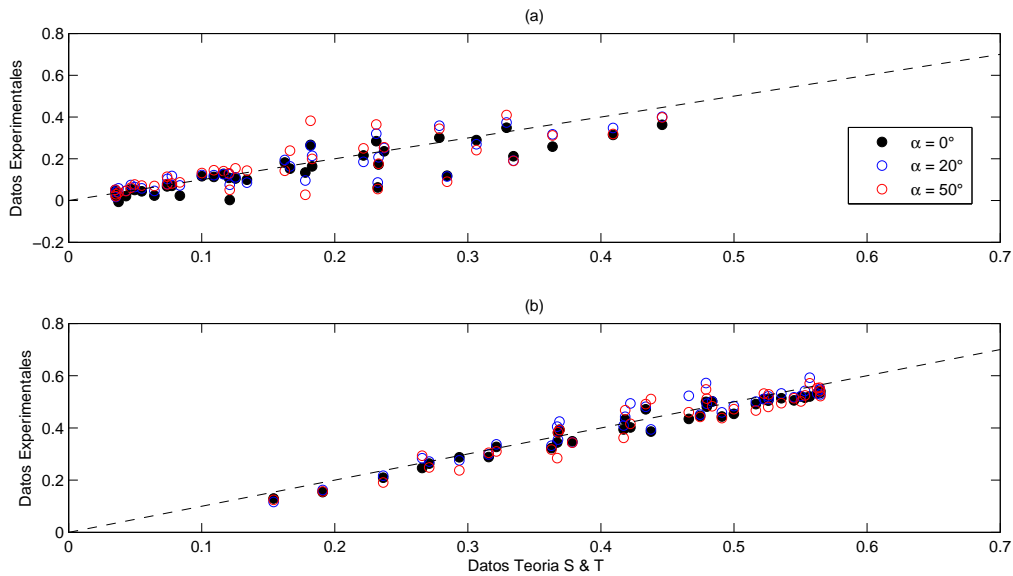


Figura 5.12: Concentraciones de Empaquetamiento en el lecho h_2 , considerando $\phi_{t,m} = 0,6$, para los casos $\lambda = 3,71$ y $2,03$ y para todo los α .(a) Concentración $\phi_{sed,21}$.(b) Concentración $\phi_{sed,22}$

En el gráfico 5.12 los círculos pintados simbolizan el caso horizontal y los círculos azules

y rojos los casos con ángulos de inclinación 20 y 50 grados respectivamente. Si se observa detalladamente el 5.12a se destaca que para algunas condiciones la concentración $\phi_{sed,21}$ no sigue el mismo patrón que si fuera horizontal. Los casos donde se obtienen las mayores desviaciones corresponden a los experimentos que tienen la mínima concentración inicial de finas ($\phi_1 = 0.05$) y concentraciones de gruesas entre el 5 % y el 20 %. Estas proporciones de concentraciones impactan en la velocidad de sedimentación de la zona 2, provocando que, en comparación con los otros experimentos, sea mayor. Al tener una mayor velocidad en la zona 2, las corrientes secundarias provocadas por la inclinación del fondo también aumentan, ocasionando una recirculación en el momento que se está formando el estrato h_2 afectando la composición de éste. También se observa que las desviaciones son mayores para los casos de mayor inclinación. Por otra parte, si se ve el gráfico 5.12b no se tienen mayores variaciones de la concentración de gruesas entre las diferentes condiciones de fondo, esto producto que cuesta más arrastrar las partículas gruesas que las finas.

5.2. Caracterización de los tiempos de formación de las capas sedimentadas (casos con y sin percolación)

Los tiempos de formación son una información valiosa cuando se quiere anticipar ciertos aspectos operacionales tales como posibles tiempos de obstrucción en tuberías que transportan mezclas sólidos-liquida. Para caracterizar dicha condición se comparará el tiempo experimental con el tiempo descrito por Stamatakis & Tien (1988) que se detalla en las ecuaciones 2.41 y 2.42. Además se realizará un análisis dimensional, con el fin de encontrar los parámetros relevantes en el tiempo de formación de una mezcla bi-dispersa. Primero se analizarán los experimentos con y sin percolación para el caso de fondo horizontal ($\alpha = 0^\circ$) y después se complementará con los resultados de los otros ángulos de inclinación.

5.2.1. Caso base ($\alpha = 0^\circ$)

En la figura 4.8 se muestran los tiempos de formación de los dos lechos (t_1 y t_2) para todos los casos del fondo horizontal. En la figura 4.8a se ve que el tiempo t_2 tiene una gran dependencia de la concentración de finas (ϕ_1) y gruesas (ϕ_2) y no tanto del parámetro λ , lo que se puede atribuir a que en los experimentos no se varió el diámetro de gruesas que es el factor que más influye en la velocidad de sedimentación para la capa h_2 . Producto de esta incertidumbre se realiza un análisis dimensional para establecer la dependencia del parámetro λ con el tiempo t_2 . Además, el tiempo t_2 se comparará con el descrito en la ecuación 2.42.

Por otra parte en las figuras 4.8b y c se observa que existe una dependencia significativa del tiempo de formación para h_1 tanto con la razón de diámetros como de las concentraciones de finas y gruesas. Dicho tiempo se compara con el descrito en la ecuación 2.41 del trabajo de Stamatakis & Tien (1988).

El tiempo de la capa 2 (h_2) se adimensionalizará con el tiempo de Stokes correspondiente a h_2 . Este tiempo consiste en el cociente entre la altura efectiva en el que las partículas

sedimentan y la velocidad descrita en la ecuación 5.5, expresada en términos de la viscosidad equivalente de la mezcla de líquido y partículas finas. La altura efectiva de sedimentación se obtiene suponiendo que la capa sedimentada h_2 está compuesta sólo por partículas gruesas y se acomoda de forma óptima, logrando una altura tentativa de sedimentación h'_2 , como se muestra en la ecuación 5.9. Al determinar el centro de masa de la altura h'_2 se tiene la altura efectiva de sedimentación h_{CM2} (ver figura 5.13).

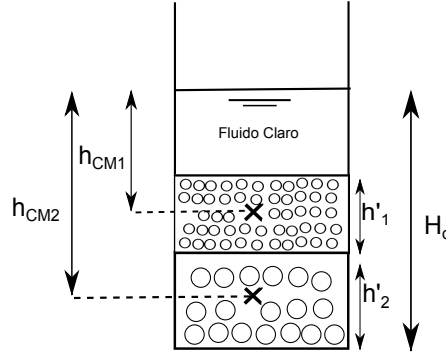


Figura 5.13: Esquema análisis dimensional. H_0 es la altura total de sedimentación, h_{CM1} y h_{CM2} son las alturas desde el centro de masa hasta la superficie libre.

Al tener h'_2 se comete un pequeño error producto de la hipótesis de considerar solo partículas gruesas en el lecho h_2 debido a que se vio en los experimentos que la presencia de partículas finas en la capa sedimentada h_2 no es despreciable, por lo que se propone que h'_2 se modifique a h_2 según la ecuación 5.10, donde si se considera que presencia de partículas finas en la capa h_2 . Esta nueva altura se denomina como $h_{2,mod}$ con el fin de no confundirla con la altura experimental h_2 . Con este cambio la ecuación para la altura del centro de masa queda definida como:

$$h_{CM2} = H_0 - \frac{h_{2,mod}}{2} \quad (5.18)$$

Una vez determinado h_{CM2} se escribe el tiempo adimensional, de la siguiente forma:

$$\tau_2 = \frac{t_2 v_{z2}}{h_{CM2}} \quad (5.19)$$

donde v_{z2} es la velocidad de la zona 2 descrita por la ecuación 5.5 y h_{CM2} es la altura del centro de masa correspondiente al estrato 2.

En la figura 5.14 se observa que desde el 40 % al 87 % de partículas gruesa sobre el total, la razón de diámetro de las partículas es poco relevante en el tiempo de formación. También se puede ver que el adimensional τ_2 tiende a 1, cuando se tiene un alto porcentaje de gruesas (a partir del 66,7 % aprox.) en la mezcla bi-dispersa, de donde se desprende que la velocidad con la que se está formando h_2 es similar al caso de una mezcla mono-dispersa de partículas gruesas. Las dos observaciones realizadas proponen que hay un cierto rango en la fracción de concentraciones, donde las partículas gruesas dominan en la formación de estrato h_2 , sin importar el tamaño de éstas.

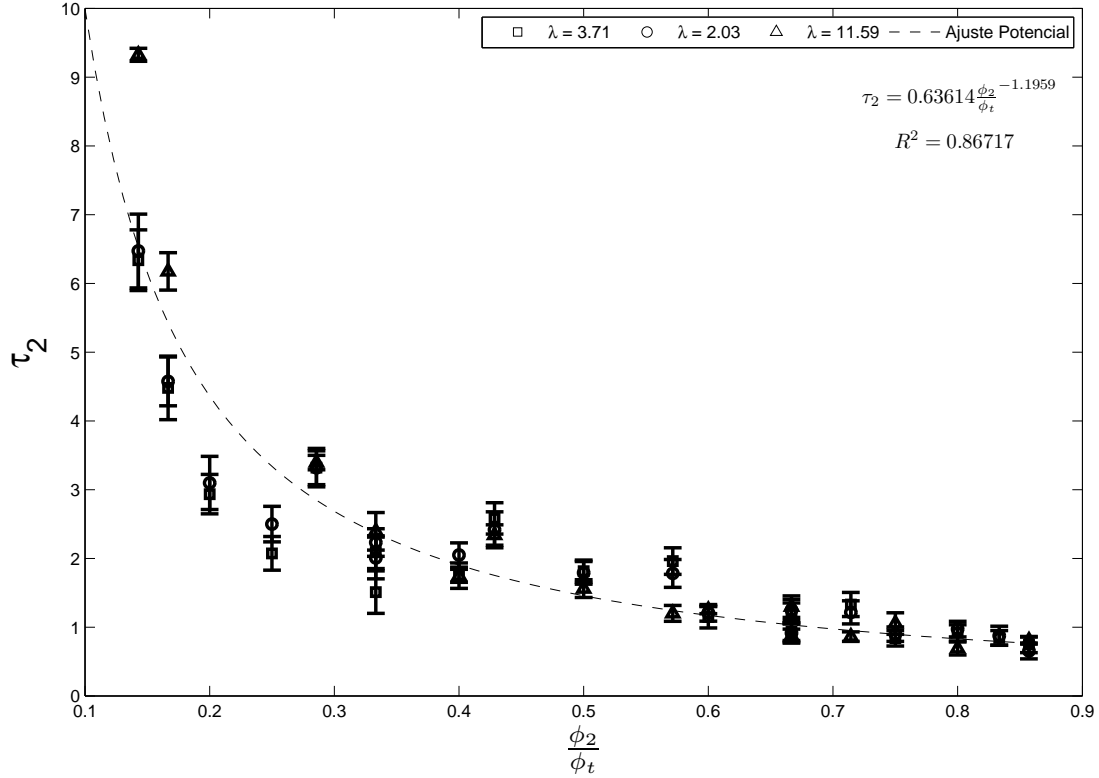


Figura 5.14: Tiempo adimensional τ_2 en función de la fracción de partículas gruesas. La línea segmentada corresponde al ajuste potencial indicado en la figura.

Por otra parte, se puede notar que la cantidad de partículas finas en el tiempo de formación de h_2 se vuelve relevante para fracciones del total cercanas a un 60 % , siendo para el porcentaje más alto de finas casi 10 veces mayor el tiempo de formación respecto de si se considera que se forma con la velocidad de sedimentación para partículas gruesas.

Empleando el modelo de Stamatakis & Tien (1988), reescribiendo la ecuación 2.42 para el caso de una mezcla bidispersa, se obtiene la siguiente ecuación:

$$t_{2,ST} = \frac{H_0}{V_{22} + \frac{V_{s,21}\phi_{21} + V_{s,22}\phi_{22}}{(1-\phi_t) - (1-\phi_{t,m})}} \quad (5.20)$$

En la figura 5.15a se ve una buena correlación entre los tiempos experimentales y $t_{2,ST}$, correspondiente a 5.20. Por otro lado, no se aprecia una dependencia relevante de la razón de tamaños. Mientras en la figura 5.15b se observa que el promedio del cociente entre t_2 y $t_{2,ST}$ es cercano a 1, validando el resultado de la ecuación 5.20. Pero cabe señalar que se aprecian ciertas tendencias, una de ellas para los casos donde se tiene mayor cantidad de finas que de gruesas ($\phi_2/\phi_t < 0,2$) el valor de $t_{2,ST}$ está subestimado y la otra para cuando se tiene que ϕ_2/ϕ_t está entre 0.5 y 0.8 y en dicho caso el valor esta sobrestimado.

Por otro lado, al igual que para el tiempo t_2 , el tiempo t_1 se compara con el tiempo de la

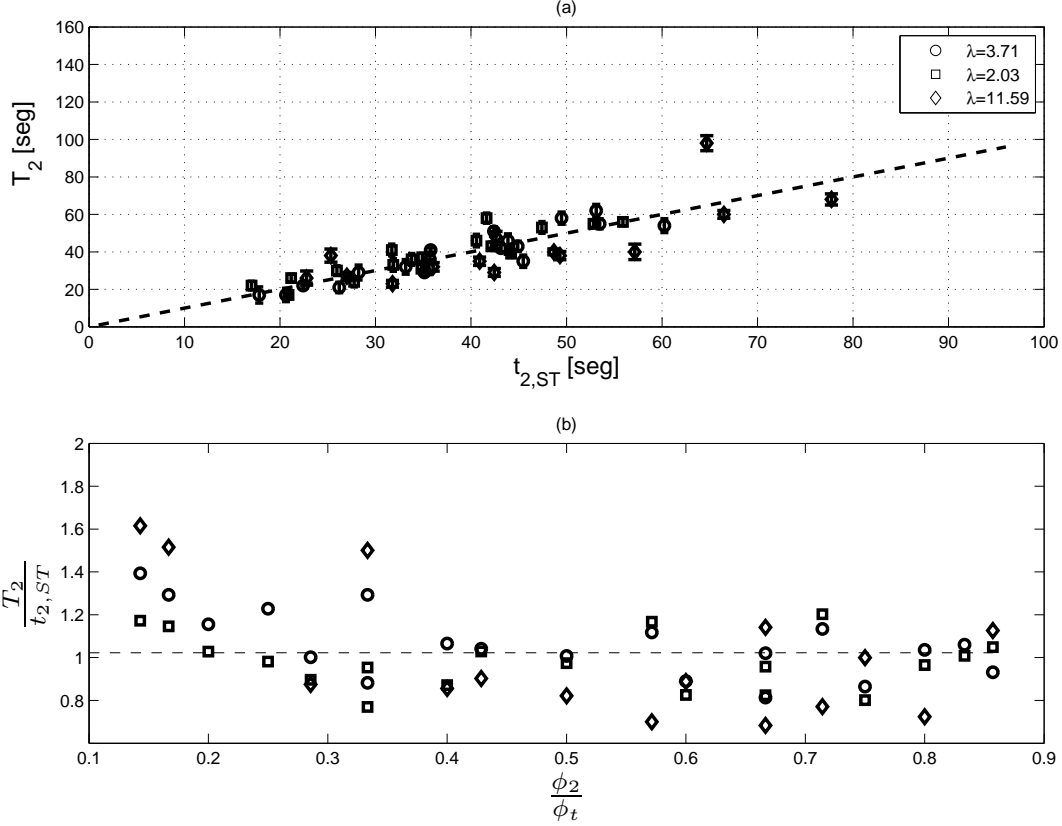


Figura 5.15: (a) Correlación entre el tiempo experimental t_2 y el teórico $t_{2,ST}$, línea segmentada representa la identidad. (b) Cociente entre t_2 y $t_{2,ST}$ en función del porcentaje de gruesas sobre el total de partículas de la mezcla, línea segmentada representa el promedio de los puntos.

ecuación 2.41, que en términos de una mezcla bidispersa se escribe como:

$$t_{1,ST} = t_{2,ST} \frac{\left(V_{22} + \frac{V_{s,11}\phi_{11}}{(1-\phi_{11})-(1-\phi_{1,m}^0)} \right)}{\left(V_{11} + \frac{V_{s,11}\phi_{11}}{(1-\phi_{11})-(1-\phi_{1,m}^0)} \right)} \quad (5.21)$$

En la figura 5.16a se observa una leve tendencia a subestimar los tiempos para los experimentos donde las partículas finas tienen diámetros de 250 y 456 μm , pero sigue una correlación aceptable considerando los errores experimentales (ver Anexos), no así para el caso donde las partículas finas tienen diámetros de 80 μm , ya que éstas están bastante sobre estimados (fuera del rango del error experimental), alcanzando en algunos casos un incremento del 350 %. Este incremento se puede apreciar en el gráfico 5.16b. En este mismo gráfico se señala el promedio de los datos con una línea punteada (excluyendo los experimentos del $\lambda = 11,59$, debido a su mala correlación mostrado en la figura 5.16a) y se puede notar que el cociente entre los tiempos siempre permanece entorno al promedio (1.3 aprox.), sin verse afectado por las concentraciones.

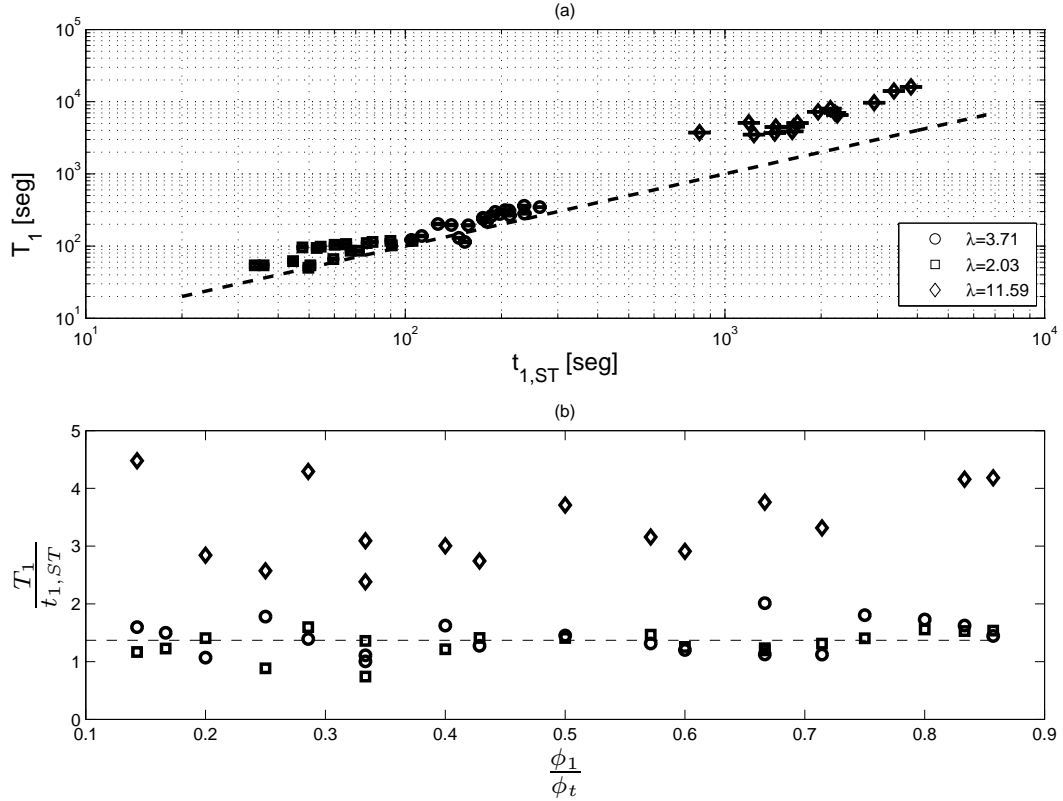


Figura 5.16: (a) Correlación entre el tiempo experimental t_1 y el teórico $t_{1,ST}$, línea segmentada representa la identidad. (b) Cociente entre t_1 y $t_{1,ST}$ en función del porcentaje de finas sobre el total de partículas de la mezcla, línea segmentada representa el promedio de los puntos (sin el caso $\lambda = 11,59$).

5.2.2. Caso fondo inclinado ($\alpha = 20^\circ$ y $\alpha = 50^\circ$)

Para los casos con ángulo de inclinación del fondo se realiza la misma comparación con los tiempos teóricos, pero teniendo en cuenta que el análisis detrás de estos tiempos, considera que no existe inclinación ni de paredes ni del fondo. Considerando esto se modifica la altura de sedimentación (H_0), como la raíz cuadrada del área efectiva de sedimentación, tal y como se muestra en las siguiente ecuación:

$$K_{0,\alpha} = \sqrt{\frac{b^2 \tan(\alpha)}{2} + (H_{0,\alpha} - b \tan(\alpha))b} \quad (5.22)$$

donde α simboliza el ángulo de inclinación del fondo, $H_{0,\alpha}$ la altura hasta la superficie libre del experimento con ángulo α y b el ancho de la caja de sedimentación. En el gráfico 5.17b y c se muestran los resultados para el tiempo t_2 en los casos con $\alpha = 20^\circ$ y 50° respectivamente, con la salvedad que al ocupar la ecuación 5.20 para obtener $t_{2,ST}$ se reemplaza H_0 por $K_{0,\alpha}$.

Si se comparan los resultados para los casos $\alpha = 0^\circ$ y 20° (ver figura 5.17a y b) se puede apreciar una cierta similitud, incluso el promedio de los puntos son similares (1.02 y

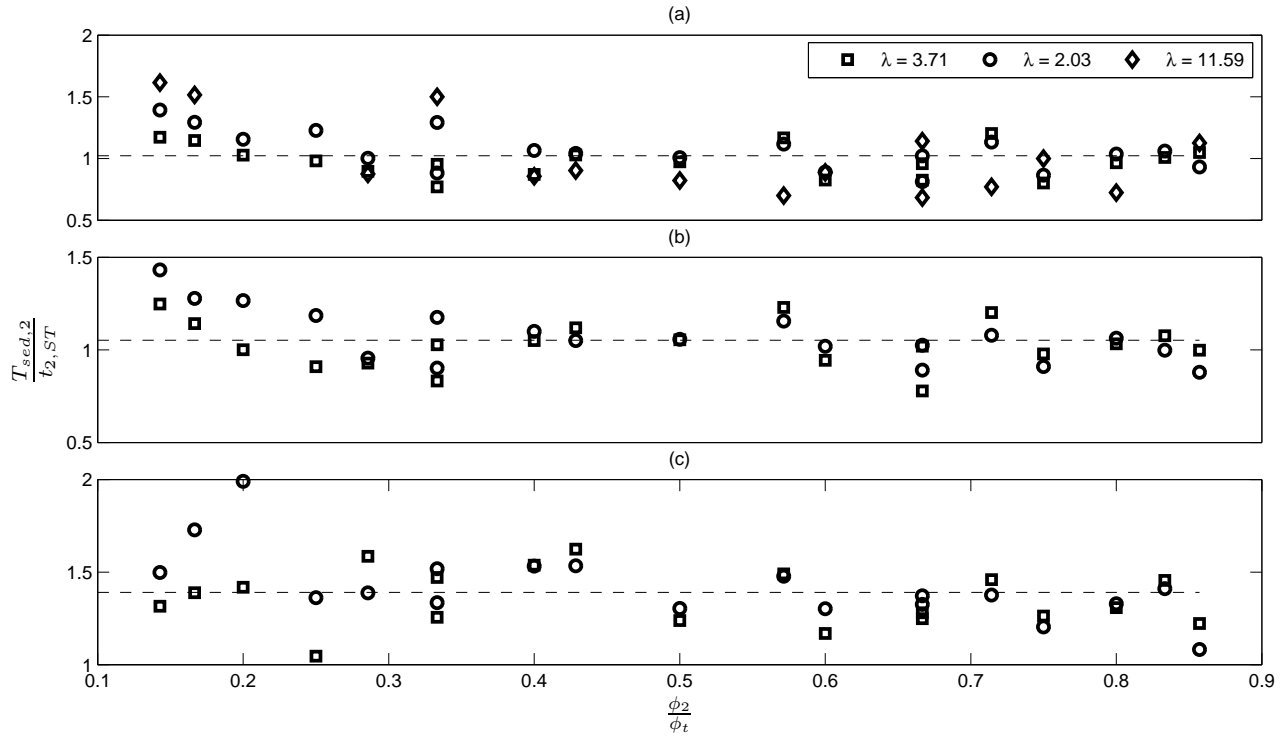


Figura 5.17: (a) Cociente entre t_2 y $t_{2,ST}$ para el caso horizontal.(b) Cociente entre t_2 y $t_{2,ST}$ para el caso $\alpha = 20^\circ$.(c) Cociente entre t_2 y $t_{2,ST}$ para el caso $\alpha = 50^\circ$. En los tres gráficos la línea segmentada representa el promedio de los puntos.

1.05 respectivamente), además la tendencia de subestimar el tiempo para $\phi_2/\phi_t < 0,2$) se mantiene. No así para el caso de $\alpha = 50^\circ$ ya que en todos los casos el tiempo experimental es mayor que el teórico. Es interesante ver que los tiempos experimentales van aumentando a medida que aumenta el ángulo de inclinación (especialmente para el caso 50°) ya que se contraponen a la teoría que señala que si una de las paredes está inclinada el tiempo de sedimentación tendería a disminuir. Esto se debe a que el ancho de las cajas no permite que se desarrolle la capa de sedimento de forma paralela al fondo y completa, teniendo como consecuencia que la corriente secundaria originada por la inclinación del fondo, produzca una resuspensión de las partículas sedimentadas en el lecho h_2 que demora la formación de este. Que el efecto del tiempo se note más en caso de $\alpha = 50^\circ$ se debe a que las corrientes secundarias son mayores y, en consecuencia, mayor la resuspensión, que a su vez retarda la formación del estrato h_2 .

Para obtener el tiempo $t_{1,ST}$ de los $\alpha = 20^\circ$ y 50° , se ocupa la ecuación 5.21 sin ninguna modificación explícita ya que está incorporado en el término $t_{2,ST}$. En el gráfico 5.18b y c se muestran los resultados de estos tiempos. En el gráfico se observa que para los tres casos se tiene la misma tendencia y forma e incluso el promedio de los puntos es similar para los tres (1.3, 1.2 y 1.3 respectivamente), esto demuestra que el ángulo de inclinación no representa importancia en la formación de estrato de finas (h_1). Esto se debe a que cuando ocurre el proceso de sedimentación de la zona 1 ya está formado el estrato h_2 convirtiendo el fondo inclinado en uno horizontal.

En los anexos se pueden apreciar los mismos gráficos 5.17 y 5.18 pero con su propagación

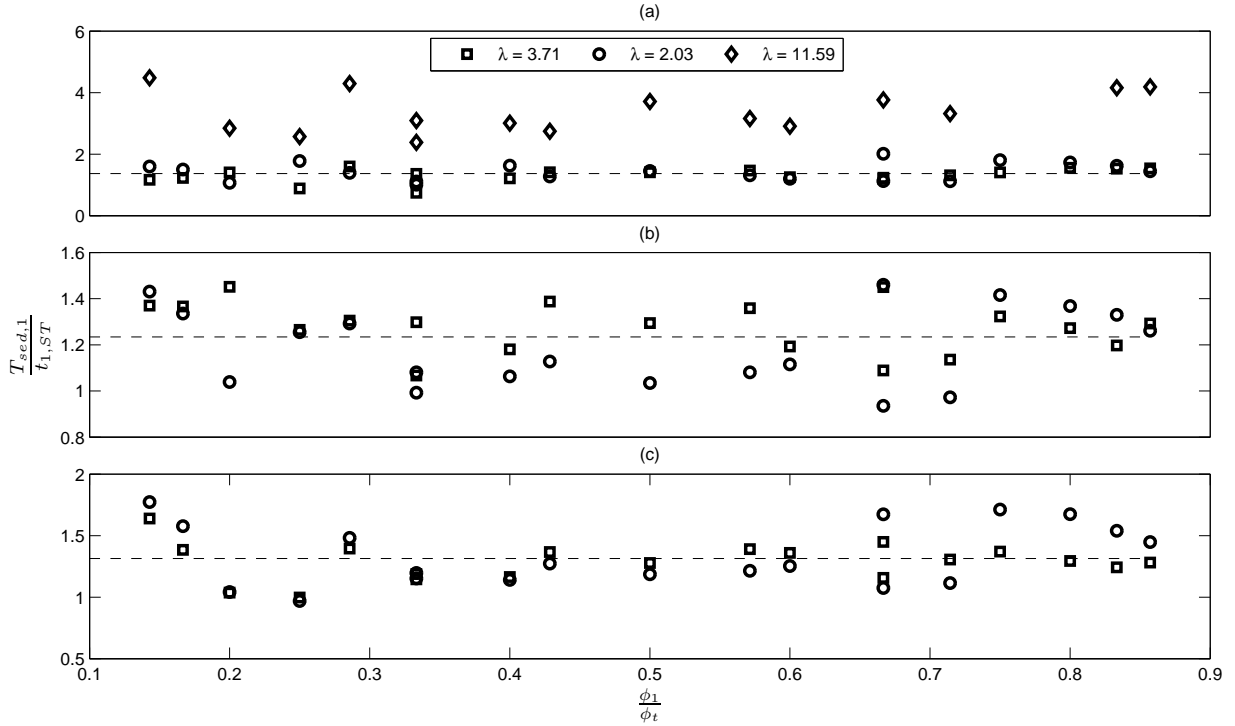


Figura 5.18: (a) Cociente entre t_1 y $t_{1,ST}$ para el caso horizontal. (b) Cociente entre t_1 y $t_{1,ST}$ para el caso $\alpha = 20^\circ$. (c) Cociente entre t_1 y $t_{1,ST}$ para el caso $\alpha = 50^\circ$. Para los 3 gráficos la línea segmentada representa el promedio de los puntos.

de errores correspondiente.

5.3. Análisis percolación

Los análisis realizados para el fenómeno de percolación, se enfocarán principalmente para el caso horizontal, y sólo se mencionarán algunas observaciones relacionadas cuando se inclina el fondo. Cabe recordar que estos análisis se realizan para mezclas que varían entre el 15% y 35% de concentración total de partículas.

Para este fenómeno sólo se experimentó con un tipo de mezcla, debido a que se tiene una combinación posible de diámetros para que existiera la percolación.

5.3.1. Tiempo de sedimentación versus tiempo percolación

En la figura 4.15 se aprecia que los tiempos de percolación y sedimentación de los experimentos descritos en la tabla 4.2 son inversamente proporcionales entre sí. En la figura 5.19 se ve que el cociente entre los tiempos tiende a 0 cuando la razón de finas tiende a 1. Esto se explica producto de que la sedimentación ocurre a una velocidad cercana a 0 ya que la mayoría de las partículas son finas, tendiendo el tiempo de sedimentación a infinito y por

otro lado las partículas finas que percolan no tiene lecho para la percolación, tendiendo el tiempo a 0. Por otra parte el cociente entre los tiempos tiende a infinito cuando la razón de finas es cercano a 0, producto de que la percolación es demasiada lenta con respecto a la sedimentación, ya que las partículas que percola son muy pocas y tienen que recorrer una gran distancia.

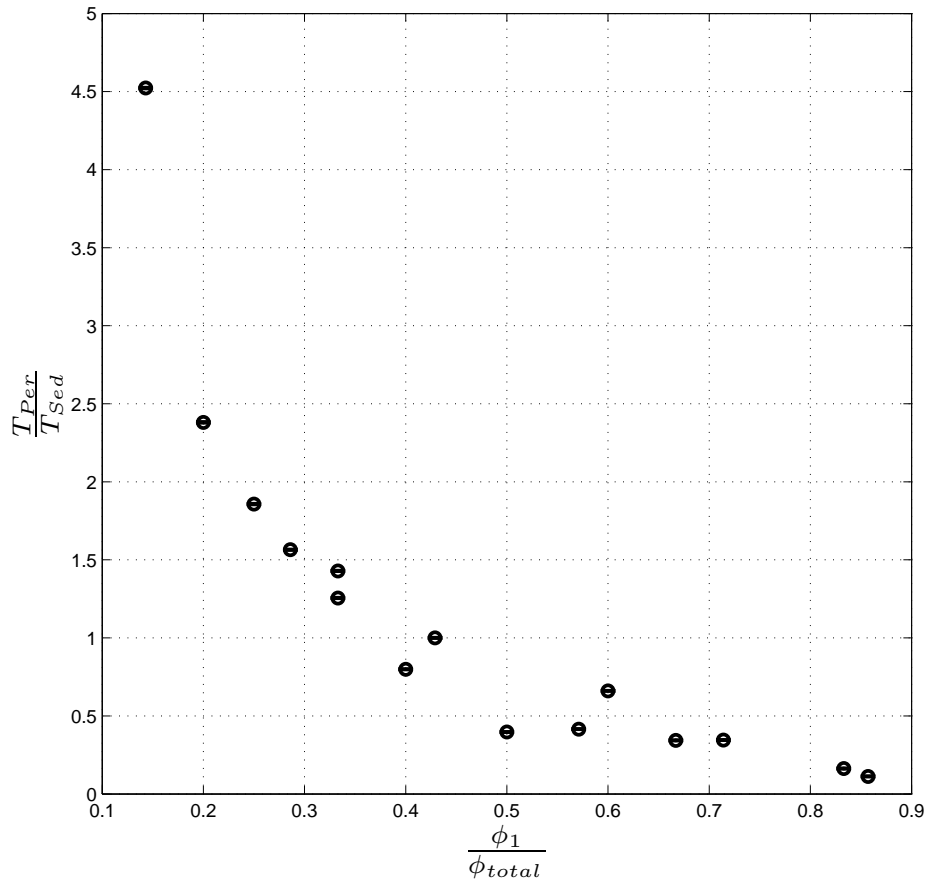


Figura 5.19: Análisis de los tiempos de sedimentación y percolación

El resultado descrito en la figura 5.19 conlleva a pensar que los procesos de sedimentación y percolación ocurren a escalas de tiempo similares ya que ni siquiera tienen un orden de magnitud de diferencia, producto de que las razones entre los tiempos varían entre los 4.52 y los 0.11.

5.3.2. Variación lecho percolado

Para estimar la variación del lecho percolado, es necesario notar que la capa sedimentada de gruesas induce colisiones entre las partículas finas que van percolando y las gruesas que componen el lecho. Considerando esto y realizando un análisis similar al de Stamatakis & Tien (1988) (ver ecuaciones 2.36 y 2.43) e imponiendo que la frecuencia de colisiones es nula, se puede escribir la variación de lecho percolado como:

$$-\frac{dh_{Lp}}{dt} = \frac{V_{pp}\phi_{pp}}{(\phi_{Lp} - \phi_{pp})} \quad (5.23)$$

donde h_{Lp} es la altura del lecho percolado, V_{pp} es la velocidad con que percolan las partículas finas, ϕ_{pp} es la concentración de finas que van percolando y ϕ_{Lp} es la concentración de lecho percolado (ver figura 5.20).

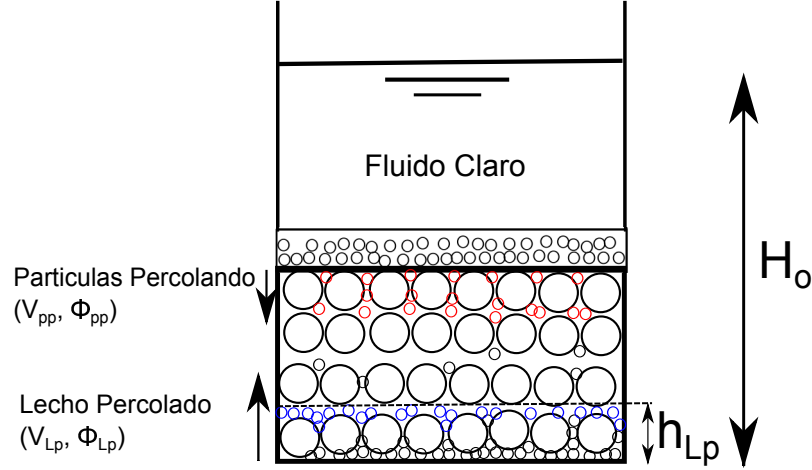


Figura 5.20: Bosquejo del fenómeno de percolación, donde el lecho sedimentado de partículas gruesas representan al lecho poroso, por donde percolan las finas (partículas rojas), además se tiene un lecho donde se depositan las partículas que percolan (partículas de color azul).

Por la presencia de la matriz de partículas gruesas en el lecho, se puede asumir que $(1/V_{pp})dh_{Lp}/dt$ es una función de la frecuencia de colisiones entre las partículas finas-gruesas.

La frecuencia de colisiones por unidad de volumen se puede escribir como $\hat{f} \sim n_p U/l$, donde n_p es el número de partículas por unidad de volumen, U y l son las escalas de velocidad y longitud, respectivamente. El parámetro n_p se puede expresar en términos de la escala de la concentración de sólidos en la percolación, ϕ_i , y el diámetro de las finas, d_1 . Por otro lado, si se ignora las colisiones entre las partículas finas y solo se consideran las interacciones entre finas y gruesas, la escala de longitud l se puede elegir como la distancia media entre la superficie de las partículas gruesas, de diámetro d_2 , $l = d_2[(\phi_{Lp}/\phi_i)^{1/3} - 1]$ (Coussot & Ancey, 1999). Considerando que el desplazamiento de las partículas finas ocurre en rango de Stokes, la escala del tiempo asociada a la viscosidad puede ser escrita como $\tau_\nu \sim d_1^2/\nu$, donde ν es la viscosidad cinemática del fluido. El volumen de de partículas se puede escalar como $\pi d_2^2/6\phi_{Lp}$, expresando la frecuencia adimensional de colisiones como $f_c = \frac{\pi d_2^3}{6}\tau_\nu \hat{f}_c \sim (d_1/d_2)^2(\phi_i/\phi_{Lp})[(\phi_{Lp}/\phi_i)^{1/3} - 1]^{-1}(U d_1/\nu)$. El primer termino de la mano derecha indica que cuando la razón de diámetros disminuye la frecuencia de colisiones sufre una disminución. El segundo termino es una función monotonamente creciente de la concentración, y el ultimo termino corresponde al numero de Reynolds, donde $U \sim V_{11}$.

La dependencia de la concentración en el termino adimensional de la frecuencia de colisiones f_c , $\Upsilon = (\phi_i/\phi_{Lp})[(\phi_{Lp}/\phi_i)^{1/3} - 1]$ que puede ser expresado como $\Upsilon = \Upsilon_c \phi_i/(\phi_{Lp} - \phi_i)$ con $\Upsilon_c = 1 + (\phi_i/\phi_{Lp})^{1/3} + (\phi_i/\phi_{Lp})^{2/3}$.

Normalizando la velocidad de la capa percolada con la velocidad V_{11} correspondiente a la velocidad de suspensión de la zona 1 para una sedimentación bi-dispersa según la ecuación 2.14 y asumiendo que $\phi_i = \phi_{11}$ que es la concentración de finas en suspensión de la zona 1 y se obtiene mediante la ecuación 2.15. Por otra parte ϕ_{Lp} se modela como la concentración de empaquetamiento del lecho sedimentado ($\phi_{t,m}$). Dicho esto se puede realizar el siguiente escalamiento:

$$\frac{1}{V_{11}} \frac{dh_{Lp}}{dt} \sim \Upsilon_c \frac{\phi_{11}}{(\phi_{t,m} - \phi_{11})} \quad (5.24)$$

Obteniendo experimentalmente la variación del lecho percolado, se compara con lo descrito en la ecuación 5.24, logrando la siguiente relación:

$$\frac{1}{V_{11}} \frac{dh_{Lp}}{dt} = 0,37872 \cdot \Upsilon_c \frac{\phi_{11}}{(\phi_{t,m} - \phi_{11})} \quad (5.25)$$

En la figura 5.21 y ecuación 5.25 se puede notar un comportamiento lineal de la ecuación 5.24 con una pendiente de 0.378. Este resultado corrobora el supuesto de representar la percolación como una sedimentación puede ser una buena aproximación.

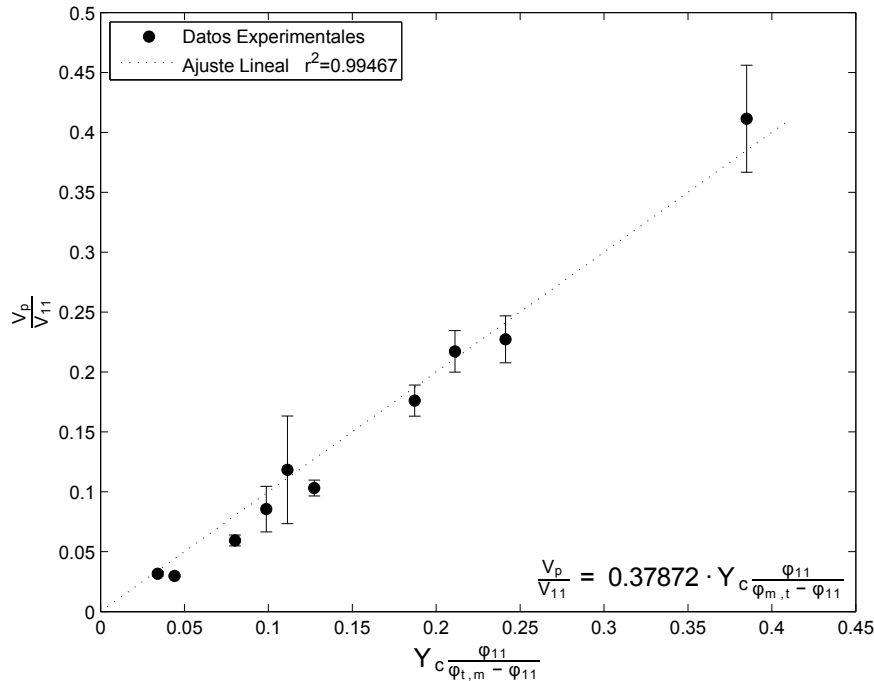


Figura 5.21: Representación gráfica de la ecuación 5.24 con los datos experimentales

5.3.3. Variación del espesor de finas (Δ)

Otro aspecto a determinar y analizar es la variación del lecho de finas (h_1) y la concentración de finas que va percolando por medio de las partículas gruesas, este análisis conlleva el principio de conservación de masa. Para simplificar el análisis en la percolación se considera el caso cuando se termina de formar el estrato h_2 y se está formando el estrato h_1 , teniendo los fenómenos de percolación y sedimentación presentes, situación que se ejemplifica en la figura 5.22. En la figura se muestran dos volúmenes de control, el primero contiene el espesor Δ que varía en el tiempo teniendo un flujo entrante (sedimentación) y uno saliente (percolación) y el segundo volumen de control contiene el espesor h_2 que es constante teniendo sólo flujo entrante (percolación).

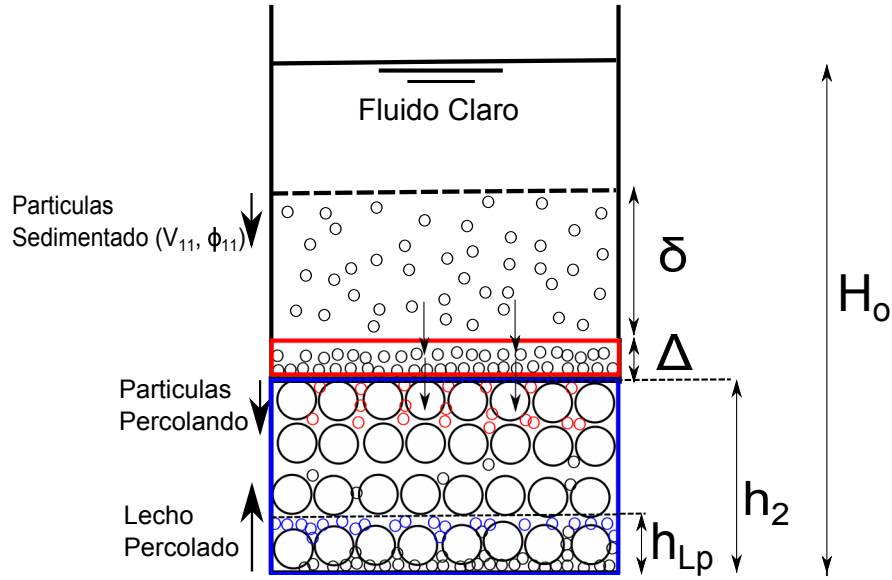


Figura 5.22: Bosquejo del fenómeno de percolación, donde el cuadrado rojo representa el primer volumen de control, el azul corresponde al segundo volumen de control, δ simboliza el espesor de la suspensión de finas y Δ el espesor de finas.

La ecuación que describe la conservación del volumen de finas según la figura 5.22 es:

$$H_0\phi_1 = \Delta\phi_m + \delta\phi_{11} + (h_2 - h_{Lp})\phi_{pp}(1 - \phi_m) + h_{Lp}\phi_{Lp} \quad (5.26)$$

donde Δ corresponde al espesor de finas que varía en el tiempo, ϕ_{11} a la concentración de finas en la zona 1 (ver ec. 2.15), h_{Lp} al espesor del lecho percolado que varía en el tiempo, ϕ_{pp} a la concentración de finas que va percolando, ϕ_{Lp} a la concentración de partículas en el lecho percolado que sería igual a la concentración de empaquetamiento de las finas, por el volumen disponible en el lecho de gruesas ($\phi_{Lp} = \phi_m(1 - \phi_m)$) y δ al espesor en suspensión de partículas finas que se mueve con velocidad V_{11} (ver ec. 2.14) definida como $\delta = H_0 - h_2 - \Delta - V_{11}t$. Por otra parte las ecuaciones de balance de masa tanto del primer, como del segundo volumen de control queda definidas como:

- Volumen de Control 1

$$\frac{\partial \Delta}{\partial t} \phi_m = V_{11} \phi_{11} - Q_{s,1} \quad (5.27)$$

- Volumen de Control 2

$$\frac{\partial (h_{Lp} \phi_m (1 - \phi_m) + \phi_{pp} (h_2 - h_{Lp}) (1 - \phi_m))}{\partial t} = Q_{e,2} \quad (5.28)$$

Acoplado las ecuaciones 5.27 y 5.28 y considerando que $Q_{s,1} = Q_{e,2}$, que la concentración ϕ_{pp} varía linealmente en el tiempo ($\phi_{pp} = Kt$), supuesto que se verificará al final y que el espesor h_2 no varía en el tiempo, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial t} \phi_m = V_{11} \phi_{11} - \frac{\partial h_{Lp}}{\partial t} \phi_m (1 - \phi_m) + \frac{\partial h_{Lp}}{\partial t} \phi_{pp} (1 - \phi_m) - K (h_2 - h_{Lp} (1 - \phi_m)) \quad (5.29)$$

Sustituyendo ϕ_{pp} por Kt en la ecuación 5.26 y reemplazando en la ecuación 5.29, se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta}{\partial t} \phi_m = V_{11} \phi_{11} - \frac{\partial h_{Lp}}{\partial t} \phi_m (1 - \phi_m) + \frac{\partial h_{Lp}}{\partial t} \left[\frac{H_0 \phi_1 - \Delta \phi_m - \delta \phi_{11} - h_{Lp} \phi_m (1 - \phi_m)}{(h_2 - h_{Lp})} \right] \\ - \frac{H_0 \phi_1 - \Delta \phi_m - \delta \phi_{11} - h_{Lp} \phi_m (1 - \phi_m)}{t} \end{aligned} \quad (5.30)$$

La ecuación 5.30 se resuelve numéricamente para Δ , siguiendo los pasos enumerados a continuación:

- (0) Inicializar Δ para $t = 0$.
- (1) Resolver la ecuación 5.30 para Δ considerando que se conoce experimentalmente $\partial h_{Lp} / \partial t$, h_{Lp} , h_2 para t .
- (2) Si $\Delta < H_0 - h_2 - V_{11}t \Rightarrow$ Hay sedimentación y pasar al punto (4). Si $\Delta > H_0 - h_2 - V_{11}t \Rightarrow$ No hay sedimentación y pasa al punto (3).
- (3) Se impone que desde ese tiempo en adelante no existe ni velocidad V_{11} ni concentración ϕ_{11} ni espesor δ y se vuelve a (1).
- (4) $t = t + \Delta t$, volver al paso (1)

El resultado numérico del espesor Δ en función del tiempo, se muestra en la figura 5.23. En la figura se observan 3 casos para el comportamiento de Δ en el tiempo, el primero solo con pendiente positiva, el segundo caso con pendientes positiva y negativa y el tercer caso solo con pendiente negativa. El primer caso se da producto que ocurre al mismo tiempo la percolación y la sedimentación, el segundo caso sucede cuando para un determinado tiempo se acaba la sedimentación y se tiene sólo percolación produciendo que el espesor Δ disminuya y el tercer caso ocurre cuando solo se tiene percolación. Los resultados obtenidos mediante

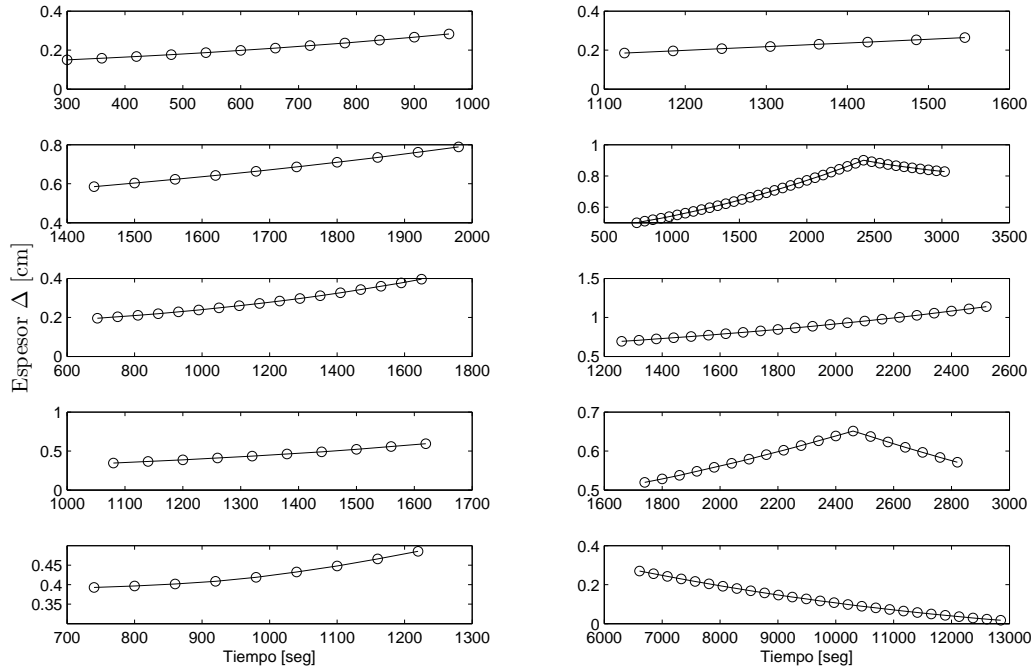


Figura 5.23: Resultado numérico de Δ obtenido mediante la ecuación 5.30 para los experimentos E1,2,4-9,11,12 (ver tabla 4.2).

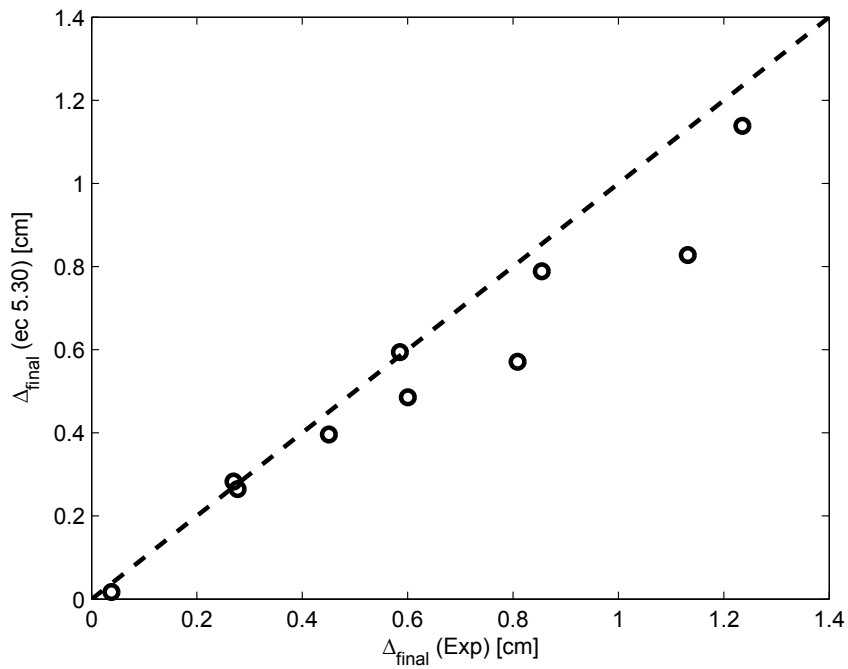


Figura 5.24: Validación resultados ecuación 5.30

la ecuación 5.30 y mostrados en la figura 5.23 fueron verificados comparando los espesores finales obtenidos con los experimentales, dicha validación se observa en la figura 5.24.

Obtenidos los Δ en función del tiempo, se pueden tener las concentraciones de partículas finas que van percolando en el tiempo, mediante la ecuación 5.26, los resultados se muestran en la figura 5.25. Los resultados confirman el supuesto de que la concentración ϕ_{pp} varía de forma lineal en el tiempo.

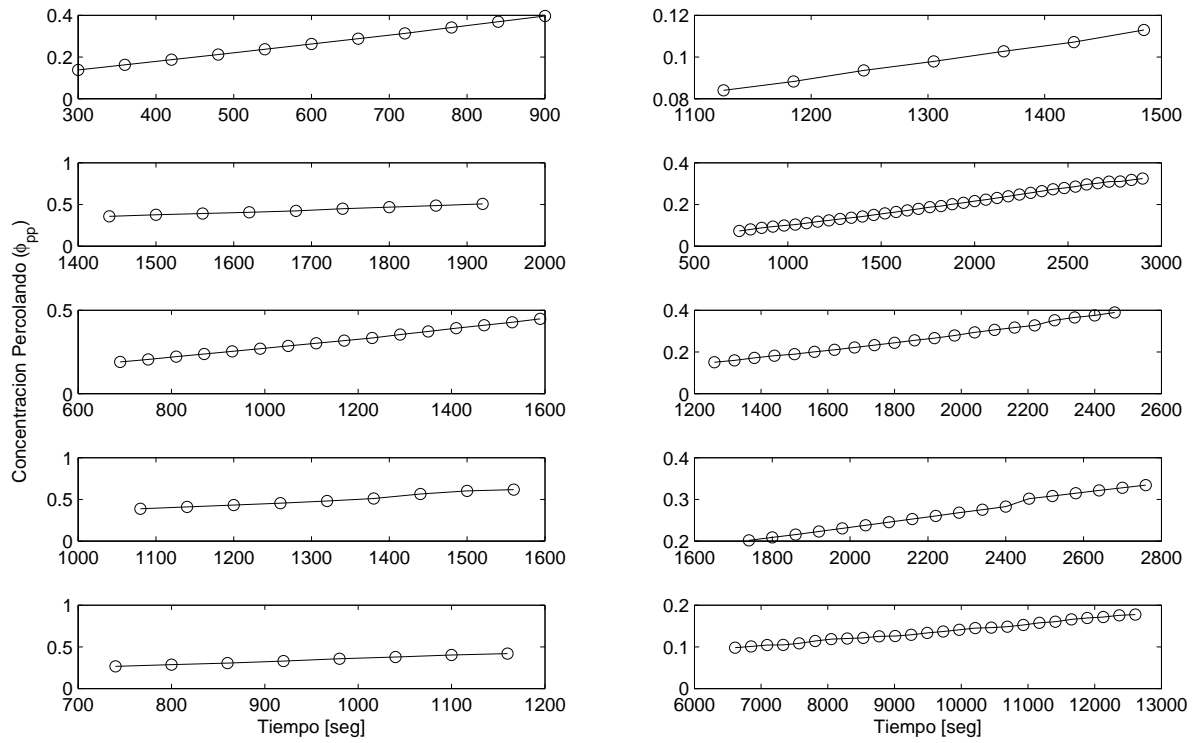


Figura 5.25: Resultado numérico de ϕ_{pp} obtenido mediante la ecuación 5.26 para los experimentos E1,2,4-9,11,12 (ver tabla 4.2).

El análisis cualitativo de la percolación se encuentra en el Anexo, apéndice V.

Capítulo 6

Conclusiones

En el presente estudio se reporta un estudio experimental cuyo objetivo es determinar y cuantificar cómo se distribuyen y cual es el tiempo de formación de los lechos sedimentados, de una mezcla bi-dispersa por acción de la gravedad. En este estudio se consideraron tres condiciones de inclinación del fondo, concentraciones totales de partículas entre 15 % y 35 % con distintas razones de concentraciones y distintos tamaños de partículas dentro de cajas de acrílico, con un fluido de alta viscosidad (75 cp). En dicho estudio se observó que la segregación de las partículas en el fondo depende fuertemente, aparte de factores conocidos tales como la diferencia de tamaños y la relación de concentraciones, de la "historia" dinámica, dada por las interacciones irreversibles entre partículas de igual y distinto tamaño (segregación hidrodinámica), y también por otra parte se identificó un nuevo proceso que sucede a la misma escala de tiempo que la sedimentación, llamado percolación. El cual se puede anticipar por analogía a un proceso de sedimentación, lo que abre la posibilidad a la definición de modelos de ingeniería simplificada para descubrir este complejo fenómeno.

En este trabajo se plantearon 2 grandes objetivos: i) Diseñar, construir y poner en marcha el montaje experimental en el laboratorio de Hidráulica Francisco J. Domínguez como también de generar una metodología de trabajo experimental para sedimentación de mezclas bi-dispersa y ii) Identificar los principales factores que afectan tanto la distribución de partículas en los lechos sedimentados como los tiempos de formación de estos.

Con respecto al primer objetivo, se concluye que el diseño y montaje de las cajas de acrílico se llevo a cabo con éxito, ya que al realizar dos experimentos en simultáneo se consiguió cubrir el número total de experimentos planificados (154). La iluminación provista por el panel Led fue la adecuada para realizar los análisis mediante el algoritmo de intensidad de luz, ya que no producía grandes gradientes de luz que afectaran el análisis. La calidad de las imágenes capturadas también fue la óptima para los análisis de las fotos por la gran resolución que permitía identificar claramente los dos tamaños de partículas usadas. En cuanto a la metodología de trabajo experimental se concluyó que, permitió desarrollar de forma satisfactoria los estudios sobre la sedimentación de una mezcla bi-dispersa con el potencial de extenderla a mezclas polidispersas. Tanto la construcción de las cajas como la metodología debiera de ser una ayuda para futuras investigaciones acerca de la sedimentación en geometrías confinadas.

Para explicar de mejor forma el segundo objetivo se detallarán los tres parámetros de mayor relevancia en los experimentos de tiempo de formación y composición de los estratos finales:

1. **Razón del tamaño de partículas (λ):**

El tamaño de partículas juega un rol importante en la conformación del estrato final, producto del fenómeno de percolación. Cuando λ es mayor a 6.46 no se puede ocupar la ecuación de Stamatakis & Tien (1988), para predecir las concentraciones de las partículas en los lechos sedimentados. El fenómeno de percolación tiene la particularidad que puede ocurrir durante la sedimentación o una vez terminada ésta, teniendo como efecto una recarga de partículas finas en el último estrato, efecto que no es tomado en cuenta en el trabajo de Stamatakis & Tien (1988). Cuando λ es menor a 6.46 la ecuación para determinar las concentraciones sedimentadas muestra una buena correlación con los experimentos. Además se observó que cuando la diferencia entre los diámetros es menor a 6.46 se produce un aumento en la última capa sedimentada con respecto a si esta última estuviera compuesta solo por las partículas gruesas. La influencia de la razón de los diámetros en la composición de la primera capa, tiene una fuerte dependencia de la concentración de finas, como se puede ver con el valor del exponente b de la ecuación 5.8. Esta relación entre la concentración de partículas finas y λ , indica lo importante que es en la segregación de las partículas el efecto combinado de ambos parámetros.

En cuanto a la composición del segundo estrato formado (h_1) se tiene que la dependencia es casi nula de λ para los casos donde este es menor a 6.46.

Comparando el tiempo teórico obtenido por Stamatakis & Tien (1988) con el tiempo de formación del ultimo estrato (t_2), se concluye que existe una buena correlación entre los puntos, sin necesidad de extender el estudio para los casos donde se produce la percolación. Contrario es cuando se comparan los tiempos de la segunda capa (t_1), se puede notar que para los casos donde se tiene percolación ($\lambda = 11,59$) se tiene un aumento en el valor teórico de 4.3. Con el objetivo de verificar si el aumento del valor teórico tiene relación con λ se propone extender el rango de diámetros.

2. **Razón de concentraciones de partículas ($\frac{\phi_1}{\phi_t}$ y $\frac{\phi_2}{\phi_t}$):**

En la caracterización de los lechos sedimentados obtenidos de forma experimental se compararon los resultados con los del modelo desarrollado por Stamatakis & Tien (1988), arrojando una buena correlación en cuando a la concentración de las partículas gruesas en el último estrato ($\phi_{sed,22}$), sin importar las razones de concentraciones. En cuanto a la concentración de finas en el último lecho ($\phi_{sed,21}$) se obtienen buenas correlaciones para $\phi_1/\phi_t < 0,8$, mientras que cuando se tienen valores mayores a 0.8 se produce una difusión por esfuerzo de corte (Leighon & Acrivos 1986, Leighon & Acrivos 1987a b y Acrivos et al. 1993) que afecta la composición del lecho final. Experimentalmente se vio que esta difusión hace que la cantidad de partículas finas aumente un 45 % en comparación a la obtenida de forma teórica. En resumen, para determinar la concentración sedimentadas de finas en el estrato h_2 , se recomienda tomar en cuenta la siguiente restricción:

- $\phi_{sed,21} = \phi_{ST,21}$ para $\frac{\phi_1}{\phi_t} < 0,8$
- $\phi_{sed,21} = 1,45 \cdot \phi_{ST,21}$ para $\frac{\phi_1}{\phi_t} > 0,8$

La altura del lecho h_2 tiene una gran dependencia de la razón de concentraciones. Si la mezcla inicialmente contiene más de un 75 % de partículas gruesas, la altura h_2 tiende

a ser igual a la altura del lecho si es que la mezcla estuviese compuesta sólo por la fracción de partículas gruesas (h_2'). Pero a medida que la concentración de partículas gruesas baja, las interacciones de las partículas finas en la sedimentación empiezan a condicionar el espesor h_2 . Las interacciones de las partículas finas se ven cuantificadas en los valores de los exponentes a y c de la ecuación 5.8. Por otra parte la altura del lecho h_1 , tiene un comportamiento interesante, esto se ve al manipular la ecuación 5.17. Al manipular los exponentes se obtiene que la altura del lecho h_1 se determina conociendo la concentración total de la mezcla sin necesidad de saber con detalle la fracción de finas.

El tiempo de formación t_2 tiene un comportamiento similar a h_2 , por lo que se puede modelar el tiempo t_2 como si fuera una mezcla monodispersa de partículas gruesas con $\phi_t = \phi_2$ en vez de una mezcla bi-dispersa para los casos $\phi_2/\phi_t > 0,75$. Ahora bien si se comparan el tiempo experimental con el desarrollado por Stamatakis & Tien (1988), en general se puede afirmar que cuando los tiempos no tienen buena correlación, no es por efecto de las concentraciones, concluyéndose que el tiempo desarrollado por Stamatakis & Tien (1988) no tiene restricciones en cuanto a las concentraciones de las partículas.

Como resumen, se tiene que para conocer las condiciones finales de la sedimentación (tiempo, alturas y concentraciones) no basta con saber sólo la concentración total de la mezcla sino que también es importante conocer la razón entre las partículas que participan en la sedimentación.

3. **Inclinación del Fondo (α):**

El ángulo de inclinación en el fondo influye en la composición del último estrato, producto que cuando se inclina el fondo se tienen corrientes secundarias, al mismo tiempo que se está formando el estrato inferior (h_2), teniendo por efecto una resuspension de las partículas que se están depositando en el fondo. A mayor ángulo de inclinación mayor es la resuspension, produciendo mayores diferencias en las concentraciones de las partículas en el estrato h_2 . Las partículas que se ven más afectadas con las corrientes secundarias son las finas, debido a que al tener un área menor también tiene una fuerza de arrastre menor.

La resuspención originada por las corrientes secundarias, también afecta el tiempo de formación del lecho, originando que este tiempo sea mayor que el del caso horizontal.

En cuanto a la sedimentación con percolación, no se encontraron trabajos relacionados, por lo que se observó si suceden o no a escalas de tiempo diferentes. El resultado arrojó que la razón entre los tiempos depende mucho de las concentraciones de partículas finas y gruesas que se tienen inicialmente, debido a que este parámetro controla el espesor del medio poroso (partículas gruesas) y el materia que percola (partículas finas). Para el caso en estudio que fue para un $\lambda = 11,59$ se concluyó que la percolación y sedimentación ocurren a una misma escala de tiempo, entre el 14 % y el 85 % de ϕ_1/ϕ_t .

En cuanto a la velocidad del lecho percolado, se concluyó que su crecimiento se puede modelar como si fuera una sedimentación de partículas finas dentro de un medio poroso. Lo que no se pudo realizar fue tener más casos de $\lambda > 6,46$ para generalizar el resultado. Aparte se observó que el espesor de partículas finas crece cuando se tiene percolación y sedimentación, obteniendo que la sedimentación aporta mayor flujo de partículas que el percolado, producto de lo cual, cuando se termina la sedimentación empieza una disminución del lecho de finas.

Un resultado interesante es que la concentración que va percolando varía en el tiempo.

Finalmente se encontró una ecuación que modelara de buena forma el proceso de percolación con y sin presencia de sedimentación. La validación de esta ecuación se realizó con datos experimentales, como también su desarrollo, pero cabe mencionar que en este trabajo se demostraron y encontraron relaciones empíricas que reemplazan los datos experimentales ($\partial h_{Lp}/\partial t$, h_{Lp} y h_2). Concluyendo que la ecuación 5.30 es capaz de modelar el comportamiento de la percolación sin necesidad de saber algunos valores a priori.

Cabe destacar que con el objeto de extender aún más los alcances de este trabajo sería interesante complementarlo con estudios donde se modifique las densidades y formas de las partículas.

Bibliografía

- [1] Catastro de operaciones mineras en Chile, 2008.
- [2] B. Abulnaga. Slurry systems handbook, 2002.
- [3] A. Acrivos and E. Herbolzheimer. Enhanced sedimentation in settling tanks with inclined walls. *Journal of Fluid Mechanics*, 92:435–457, 1979.
- [4] A. Acrivos, R. Mauri, and X. Fan. Shear-induced resuspension in a Couette device. *International Journal Multiphase Flow*, 19:797–802, 1993.
- [5] D. Admiraal. Influence of pipe angle on bedload transport in an inclined pipe. *International Journal Sediment Research*, 18:122–129, 2003.
- [6] M. A. Al-Naafa and M. S. Selim. Sedimentation of Polydisperse Concentrated Suspensions. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 67:253–264, 1989.
- [7] J. Arruestre. Water scarcity in northern Chile for mining projects: present and future. In *International Conference on Water Management in the Mining Industry*, 2008.
- [8] P. J. Baker, B. Jacobs, and S. Bonnington. A guide to slurry pipeline systems. *BHRA, Fluid Engineering, Cranfield, Bedford, England.*, page 15, 1979.
- [9] E. Barnea and J. Mizrahi. A generalized approach to the fluid dynamics of particulate systems. *The Chemical Engineering Journal*, 5(2):171–189, Jan. 1973.
- [10] K. Batchelor. Sedimentation in a dilute polydisperse system of Interacting Spheres. Part I. General Theory. *Journal of Fluid Mechanics*, 119:379–408, 1982.
- [11] K. Batchelor and T. Green. The determination of the bulk stress in a suspension of spherical particles to order c^2 . *Journal of Fluid Mechanics* 1, 56(3):401–427, 1972.
- [12] D. V. Boger. Rheology and the resource industries. *Chemical Engineering Science*, 64 (22):4525–4536, 2009.
- [13] T. Boutreux and P. G. D. Gennes. Surface Flows of Granular Mixture: I. General Principles and Minimal Model. *Physical I France*, 6:1295–1304, 1996.
- [14] A. Boycott. Sedimentation of blood corpuscles. *Nature*, 104:532, 1920.

- [15] R. Buerger, R. Ruiz-Baier, K. Schneider, and H. Torres. A multiresolution method for the simulation of sedimentation in inclined channels. *International Journal of Numerical Analysis and Modeling*, 9:479–504, 2012.
- [16] P. Coussot and C. Ancey. Rheophysical classification of concentrated suspensions and granular pastes. *Physical Review E*, 59(4):4445, 1999.
- [17] R. H. Davis and A. Acrivos. Sedimentation of noncolloidal particles at low reynolds numbers. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 17:91–118, 1985.
- [18] P. Doron, M. Simkhis, and D. Barnea. Flow of solid-liquid mixtures in inclined pipes. *International Journal Multiphase Flow*, 23:313–323, 1997.
- [19] V. Falk and U. D’Ortona. A polydisperse sedimentation and polydisperse packing model. *Powder Technology*, 128(2-3):229–235, Dec. 2002.
- [20] A. W. Francis. Wall Effect in Falling Ball Method for Viscosity. *Physics*, 4(11):403, 1933.
- [21] J. Garslde and M. I. Ai-dibouni. Velocity-Voidage Relationships for Fluidization and Sedimentation. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 16:206–214, 1977.
- [22] P. Gondret and L. Petit. Dynamic viscosity of macroscopic suspensions of bimodal sized solid spheres. *Journal of Rheology*, 41(6):1261–1274, 1997.
- [23] J. Happel. Viscous flow in multiparticle systems: slow motion of fluids relative to beds of spherical particles. *AIChE Journal*, 4(2):197–201, 1958.
- [24] E. Herbolzheimer and A. Acrivos. Enhanced sedimentation in narrow tilted channels. *Journal of Fluid Mechanics*, 108:485–499, 1981.
- [25] B. Kapoor and A. Acrivos. Sedimentation and sediment flow in settling tanks with inclined walls. *Journal of Fluid Mechanics*, 290:39–66, Apr. 1995.
- [26] M. Krieger and J. Dougherty. A Mechanism for Non-Newtonian Flow in Suspensions of Rigid Spheres. *Journal of Rheology*, 3:137–152, 1959.
- [27] D. Leighton and A. Acrivos. Viscous Resuspension. *Chemical Engineering Science*, 41:1377–1384, 1986.
- [28] D. Leighton and A. Acrivos. Measurement of shear-induced self-diffusion in concentrated suspensions of spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 177:109–131, Apr. 1987a.
- [29] D. Leighton and A. Acrivos. The shear-induced migration of particles in concentrated suspensions. *Journal of Fluid Mechanics*, 181:415–439, 1987b.
- [30] M. J. Lockett and H. M. Al-Habbooby. Differential setting by size of two particles species in a liquid. *Transactions of the Institution of Chemical Engineers.*, 51:281–292, 1973.

- [31] H. Makse, S. Havlin, P. King, and H. E. Stanley. Spontaneous stratification in granular mixtures. *Nature Letters*, 386:379–382, 1997.
- [32] S. Mirza and J. F. Richardson. Sedimentation of suspensions of particles of two or more sizes. *Chemical Engineering Science*, 34(2):447–454, 1978.
- [33] G. Nguyentranlam and P. Galvin. Particle classification in the reflux classifier. *Minerals engineering*, 14(9):1081–1091, 2001.
- [34] B. A. Nir and A. Acrivos. Sedimentation and sediment flow on inclined surfaces. *Journal of Fluid Mechanics*, 212:139–153, 1990.
- [35] N. Ouchiyaama and T. Tanaka. Porosity Estimation from Particle Size Distribution. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 25:125–129, 1986.
- [36] V. S. Patwardhan and C. Tien. Distribution of Solid Particles in Liquid Fluidized Beds. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 62(February):46–54, 1984.
- [37] R. J. Phillips, R. C. Armstrong, R. A. Brown, A. L. Graham, and J. R. Abbott. A constitutive equation for concentrated for shear-induced particle migration. *Physics of Fluids*, 4:30–41, 1992.
- [38] J. Richardson and W. Zaki. The sedimentation of a suspension of uniform spheres under conditions of viscous flow. *Chemical Engineering Science*, 3(2):65–73, Apr. 1954.
- [39] A. Samadani and A. Kudrolli. Segregation transitions in wet granular matter. *Physical Review Letters*, 85:1–5, 2000.
- [40] A. Samadani and A. Kudrolli. Angle of repose and segregation in cohesive granular matter. *Physical Review E*, 64(5):051301, Oct. 2001.
- [41] U. Schafflinger. Experiments on sedimentation beneath downward-facing inclined walls. *International Journal Multiphase Flow.*, 11 (2):189–199, 1985.
- [42] M. Selim, A. Kothari, and R. Turian. Sedimentation of Multisized particles in concentrated suspensions. *AIChE Journal*, 29:1029–1038, 1983.
- [43] A. Shauly, A. Wachs, and A. Nir. Shear-induced particle migration in a polydisperse concentrated suspension. *Journal of Rheology*, 42:1329, 1998.
- [44] R. B. Spelay. *Solids transport in laminar, open channel flow of non-Newtonian slurries*. PhD thesis, PhD thesis, University of Saskatchewan, 2007.
- [45] K. Stamatakis and C. Tien. Dynamics of Batch Sedimentation. *Powder Technology*, 56:105–117, 1988.
- [46] T. Stovall, T. De Larrard, and M. Buil. Linear Packing Density Model of Grain Mixtures. *Powder Technology*, 48:1–12, 1986.
- [47] E. Tory, M. Kamel, and C. Chan Man Fong. Sedimentation is container-size dependent.

Powder Technology, 73:219–238, 1992.

- [48] K. Wilson, G. Addie, A. Sellgren, and R. Clift. Slurry transport using centrifugal pumps. *Springer*, 2006.
- [49] K. Zhang and A. Acrivos. Viscous resuspension in fully developed laminar pipe flows. *International Journal Multiphase Flow*, 20(3):579–591, 1994.

Capítulo 7

Anexos

En este capítulo se presentan la granulometría de las partículas usadas, como se determino la propagación de errores, todos los resultados experimentales obtenidos y el análisis cualitativo de la percolación en plano inclinado.

7.1. Apéndice I: Granulometría partículas

En la figura 7.1 se detallan las curvas granulométricas de cada una de las partículas seleccionadas en la tabla 3.3

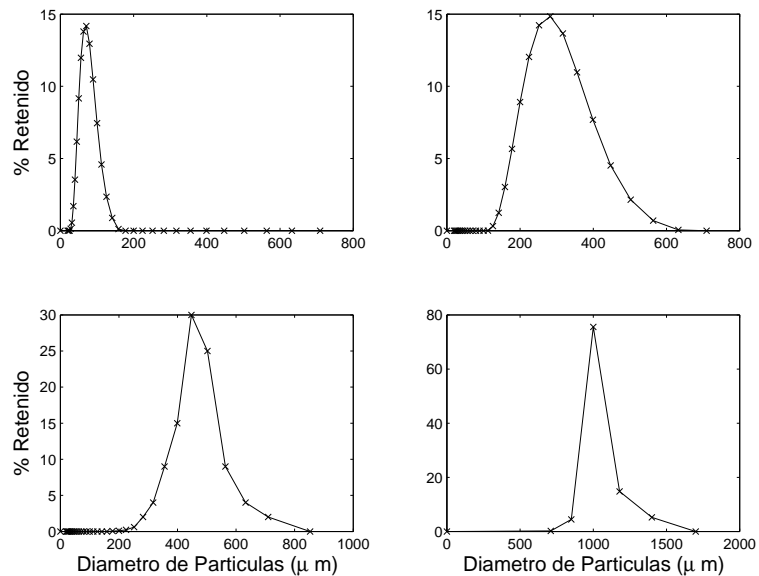


Figura 7.1: Distribución Granulométrica de las partículas usadas. (a) Partículas 89 μm . (b) Partículas 250 μm . (a) Partículas 456 μm . (a) Partículas 927 μm

7.2. Apéndice II: Análisis y resultados de la propagación de errores

En esta sección se muestran los análisis para los errores obtenidos de forma directa como los de forma indirecta. En la tabla 7.2 que detallan las ecuaciones de la propagación de errores para los diferentes parámetros descritos en el capítulo 5.

En la tabla 7.3 se muestran los valores de los errores para el caso horizontal y sin percolación, mientras que en la tabla 7.6 se ven los errores para el caso horizontal y con percolación. En las tablas 7.4 y 7.5 se entregan los errores para los casos con inclinación 20° y 50° respectivamente .

7.2.1. Análisis de propagación de errores

En los experimentos realizados existen parámetros que se obtienen de forma directa y otros de forma indirecta, estos últimos resultantes de operaciones matemáticas de los datos medidos en forma directa. Cada parámetro conlleva un error asociado debido a inexactitudes instrumentales, de procedimiento, etc. Para los datos medidos en forma directa se tiene los errores de los instrumentos con los que fueron medidos. Mientras que para los indirectos se tiene una propagación de errores, producto de las operaciones matemáticas involucradas. Para obtener estos errores se ocupa la norma euclideana del diferencial total asociado al vector de errores, detalla a continuación:

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \right)^2} \quad (7.1)$$

donde σ_{x_i} es el error asociado a la variable x_i , σ_f es una medida del error total de la función de n variables f , conocidas. En la tabla 7.1 se presentan los errores medidos en forma directa, correspondientes a la mitad de la menor medida instrumental.

Tabla 7.1: Variables medidas de forma directa y sus errores asociados

Variable, x_i	Error, σ_{x_i}
Distancia	$\sigma_d = 0.5$ mm.
Masa	$\sigma_m = 0.5$ gr.
Volumen	$\sigma_{Vol} = 0.5$ ml.
pixel	$\sigma_{pix} = 0.5$ pixel

Con los errores de las variables obtenidas de forma directa, se pueden obtener los errores de las variables indirectas, mediante la propagación de errores descrita en la ecuación 7.1. Además, para dichos errores se debe estimar un error asociados a los algoritmos usados para

obtener los tiempos y alturas característicos. Para estimar este tipo de error se repite cinco veces el procedimiento de obtención de datos y se determina su desviación estándar para cada altura y tiempo. En la tabla 7.2 ubicada en el capítulo de los Anexos se puede ver de forma detallada la propagación asociada de errores de cada una de estas variables.

7.2.2. Resultado de propagación de errores

Tabla 7.2: Expresiones de las desviaciones estándar

Parámetro	σ
Densidad	$\sigma_{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{Vol}\right)^2 + \left(\frac{m}{Vol^2}\sigma_{vol}\right)^2} = 11,3kg/m^3$
Concentración	$\sigma_{\phi} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{\rho Vol}\right)^2 + \left(\frac{m}{\rho^2 Vol}\sigma_{\rho}\right)^2 + \left(\frac{m}{\rho Vol^2}\sigma_{Vol}\right)^2}$
Factor de pixel a cm	$\sigma_{factor} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_d}{pixel}\right)^2 + \left(\frac{d}{pixel^2}\sigma_{pix}\right)^2} = 3,66 \times 10^{-4} cm/pix$
Alturas Algoritmo (H_0, h_1 y h_2)	$\sigma_{(H_0, h_1, h_2)_{pix}} = std\left(\sum_{i=1}^5 (H_0, h_1, h_2)_{pix, i}\right)$
Alturas (H_0, h_1 y h_2) a cm	$\sigma_{H_0, h_1, h_2} = \sqrt{\left(\sigma_{(H_0, h_1, h_2)_{pix}} factor\right)^2 + \left(\sigma_{factor}(H_0, h_1, h_2)_{pix, i}\right)^2}$
Concentración sedimentada gruesas en h_2	$\sigma_{\phi_{sed, 22}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{H_0 \phi_2}}{h_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\phi_2 H_0}}{h_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{h_2 H_0 \phi_2}}{h_2^2}\right)^2}$
Concentración sedimentada finas en h_2	$\sigma_{\phi_{sed, 21}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{H_0 \phi_1}}{h_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\phi_1 H_0}}{h_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{h_1 \phi_{1,m}^0}}{h_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{h_2 (H_0 \phi_1 + h_1 \phi_{1,m}^0)}}{h_2^2}\right)^2}$
Tiempos Algoritmo (t_1, t_2, T_{Per})	$\sigma_{(t_1, t_2, T_{Per})} = std\left(\sum_{i=1}^5 (t_1, t_2, T_{Per})_i\right)$
Densidad mezcla ($\rho(\phi)$)	$\sigma_{\rho(\phi)} = \sqrt{(\phi\sigma_{\rho})^2 + ((\rho - \rho_f)\sigma_{\phi})^2 + ((1 - \phi)\sigma_{\rho_f})^2}$
Viscosidad mezcla ($\mu(\phi)$)	$\sigma_{\mu(\phi)} = \sqrt{\left(\left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-2,5\phi_m} \sigma_{\mu}\right)^2 + \left(-2,5\phi_m \mu \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-2,5\phi_m - 1} \left(-\frac{1}{\phi_m}\right) \sigma_{\phi}\right)^2}$
π_1 (ec. 5.6a)	$\sigma_{\pi_1} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\phi_1}}{\phi_m}\right)^2}$
π_2 (ec. 5.6b)	$\sigma_{\pi_2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{d_1}}{d_2}\right)^2 + \left(\frac{d_1}{d_2^2}\sigma_{d_2}\right)^2}$
π_3 (ec. 5.6c)	$\sigma_{\pi_3} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\rho_1}}{\rho_2 - \rho(\phi_1)}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\rho_f}}{\rho_2 - \rho(\phi_1)}\right)^2 + \left(\frac{\rho_1 - \rho_f}{(\rho_2 - \rho(\phi_1))^2}\sigma_{\rho_2}\right)^2 + \left(\frac{\rho_1 - \rho_f}{(\rho_2 - \rho(\phi_1))^2}\sigma_{\rho(\phi_1)}\right)^2}$
π_4 (ec. 5.6d)	$\sigma_{\pi_4} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\phi_1}}{\phi_2}\right)^2 + \left(\frac{\phi_1}{\phi_2^2}\sigma_{\phi_2}\right)^2}$
h'_2 (ec. 5.9)	$\sigma_{h'_2} = \sqrt{\left(\frac{\phi_2}{\phi_{2,m}^0}\sigma_{H_0}\right)^2 + \left(\frac{H_0}{\phi_{2,m}^0}\sigma_{\phi_2}\right)^2}$

h'_1 (ec. 5.16)

$$\sigma_{h'_1} = \sqrt{\left(\frac{\phi_1}{\phi_{1,m}^0} \sigma_{H_0}\right)^2 + \left(\frac{H_0}{\phi_{1,m}^0} \sigma_{\phi_1}\right)^2}$$

h_{CM2} (ec. 5.18)

$$\sigma_{h_{CM2}} = \sqrt{(\sigma_{H_0})^2 + \left(\frac{\sigma_{h_2}}{2}\right)^2}$$

Velocidad zona 2 (ec. 5.5)

$$\sigma_{v_{z2}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{2gd_2(\rho_2 - \rho(\phi_1))(1 - \phi_2)^{n_2 - 1}}{18\mu(\phi_1)} \sigma_{d_2}\right)^2 + \left(\frac{gd_2^2(1 - \phi_2)^{n_2 - 1}}{18\mu(\phi_1)} \sigma_{\rho_2}\right)^2 + \left(-\frac{gd_2^2(1 - \phi_2)^{n_2 - 1}}{18\mu(\phi_1)} \sigma_{\rho(\phi_1)}\right)^2 + \dots}{\dots \left(-\frac{gd_2^2(\rho_2 - \rho(\phi_1))(n_2 - 1)(1 - \phi_2)^{n_2 - 2}}{18\mu(\phi_1)} \sigma_{\phi_2}\right)^2 + \left(-\frac{gd_2^2(\rho_2 - \rho(\phi_1))(1 - \phi_2)^{n_2 - 1}}{(18\mu(\phi_1))^2} \sigma_{\mu(\phi_1)}\right)^2}}$$

τ_2 (ec. 5.19)

$$\sigma_{\tau_2} = \sqrt{\left(\frac{v_{z2}}{h_{CM2}} \sigma_{t_2}\right)^2 + \left(\frac{t_2}{h_{CM2}} \sigma_{v_{z2}}\right)^2 + \left(\frac{v_{z2} t_2}{h_{CM2}^2} \sigma_{h_{CM2}}\right)^2}$$

Velocidad lecho percolado (V_{Lp})

$$\sigma_{V_{Lp}} = std\left(\sum_{i=1}^5 (V_{Lp})_i\right)$$

Tabla 7.3: Valores errores indirectos caso $\alpha = 0^\circ$.

N° Exp	$\sigma_{H_0}(m)$	$\sigma_{h_1}(m)$	$\sigma_{h_2}(m)$	σ_{ϕ_1}	σ_{ϕ_2}	$\sigma_{\phi_{21}}$	$\sigma_{\phi_{22}}$	σ_{π_1}	σ_{π_2}	σ_{π_3}	σ_{π_4}	$\sigma_{t_1}(seg)$	$\sigma_{t_2}(seg)$	$\sigma_{T_p}(seg)$	σ_{τ_2}
13	0.005	0.002	0.001	0.005	0.003	0.021	0.052	0.009	0.001	0.019	0.15	2.83	3.35	2.07	0.31
14	0.005	0.002	0.001	0.008	0.003	0.027	0.051	0.014	0.001	0.021	0.24	2.61	2.30	2.30	0.25
15	0.005	0.002	0.001	0.012	0.003	0.027	0.042	0.021	0.001	0.023	0.35	3.70	2.30	2.45	0.29
16	0.004	0.002	0.002	0.016	0.003	0.033	0.039	0.027	0.001	0.025	0.45	2.61	3.58	2.28	0.46
17	0.004	0.003	0.003	0.020	0.003	0.050	0.047	0.033	0.001	0.028	0.56	2.07	2.28	3.90	0.44
18	0.006	0.002	0.001	0.003	0.005	0.007	0.050	0.005	0.001	0.017	0.04	3.27	2.07	1.67	0.13
19	0.005	0.003	0.001	0.008	0.006	0.011	0.040	0.014	0.001	0.021	0.12	3.44	2.59	2.95	0.19
20	0.005	0.002	0.001	0.013	0.006	0.013	0.042	0.021	0.001	0.023	0.18	2.77	3.13	2.49	0.24
21	0.005	0.003	0.001	0.015	0.006	0.014	0.038	0.025	0.001	0.025	0.21	1.82	2.68	3.03	0.28
22	0.006	0.002	0.002	0.003	0.008	0.005	0.052	0.005	0.001	0.017	0.03	2.49	2.28	2.17	0.11
23	0.005	0.002	0.002	0.006	0.009	0.007	0.053	0.010	0.001	0.019	0.06	2.00	3.13	3.05	0.16
24	0.005	0.003	0.002	0.008	0.008	0.008	0.045	0.013	0.001	0.021	0.08	2.61	1.95	2.59	0.16
25	0.005	0.003	0.002	0.011	0.009	0.010	0.046	0.019	0.001	0.023	0.11	3.29	2.07	2.30	0.23
26	0.005	0.002	0.002	0.003	0.010	0.004	0.048	0.004	0.001	0.017	0.02	4.34	2.68	3.78	0.12
27	0.005	0.003	0.002	0.005	0.011	0.005	0.047	0.009	0.001	0.019	0.04	1.14	2.70	2.59	0.15
28	0.005	0.003	0.002	0.008	0.011	0.006	0.045	0.014	0.001	0.021	0.06	2.86	1.10	3.08	0.19
29	0.005	0.003	0.003	0.003	0.013	0.004	0.049	0.004	0.001	0.017	0.01	3.77	1.92	3.87	0.11
30	0.005	0.003	0.002	0.005	0.014	0.005	0.046	0.009	0.001	0.019	0.03	3.13	3.39	3.08	0.18
31	0.005	0.003	0.003	0.003	0.016	0.003	0.049	0.004	0.001	0.017	0.01	1.34	2.17	2.49	0.12
32	0.005	0.002	0.002	0.005	0.003	0.016	0.046	0.009	0.002	0.019	0.15	3.36	3.11	3.35	0.30
33	0.005	0.002	0.001	0.008	0.003	0.016	0.033	0.014	0.002	0.021	0.24	2.00	2.28	1.87	0.26
34	0.005	0.002	0.003	0.012	0.003	0.021	0.033	0.020	0.002	0.023	0.35	2.79	3.35	3.21	0.39
35	0.004	0.003	0.003	0.016	0.003	0.016	0.020	0.027	0.002	0.025	0.47	3.08	2.19	3.27	0.35
36	0.004	0.003	0.009	0.020	0.003	0.036	0.039	0.033	0.002	0.028	0.56	2.83	3.54	3.54	0.54
37	0.005	0.003	0.002	0.003	0.005	0.009	0.057	0.004	0.002	0.017	0.04	2.70	2.17	1.92	0.13
38	0.005	0.002	0.002	0.008	0.006	0.008	0.033	0.014	0.002	0.021	0.12	3.56	2.05	2.12	0.18
39	0.005	0.002	0.002	0.012	0.006	0.010	0.035	0.020	0.002	0.023	0.17	2.65	2.28	3.11	0.20
40	0.004	0.003	0.002	0.015	0.006	0.009	0.026	0.026	0.002	0.025	0.22	2.17	1.58	2.79	0.25
41	0.005	0.003	0.003	0.003	0.008	0.006	0.057	0.004	0.002	0.017	0.02	2.55	2.05	2.17	0.11
42	0.005	0.003	0.002	0.005	0.008	0.006	0.041	0.009	0.002	0.019	0.05	2.86	1.82	1.67	0.12

43	0.005	0.003	0.002	0.008	0.008	0.006	0.036	0.013	0.002	0.021	0.08	3.87	2.07	2.97	0.16
44	0.005	0.003	0.002	0.011	0.008	0.006	0.030	0.019	0.002	0.023	0.10	3.51	4.10	3.11	0.26
45	0.005	0.003	0.002	0.003	0.010	0.004	0.047	0.004	0.002	0.017	0.02	2.70	2.17	3.78	0.11
46	0.005	0.003	0.002	0.006	0.011	0.005	0.040	0.009	0.002	0.019	0.04	2.92	2.88	2.59	0.15
47	0.005	0.003	0.002	0.009	0.011	0.005	0.035	0.014	0.002	0.021	0.06	2.30	2.97	1.95	0.20
48	0.005	0.003	0.003	0.003	0.013	0.004	0.046	0.004	0.002	0.017	0.01	4.28	4.04	2.79	0.14
49	0.005	0.003	0.003	0.006	0.014	0.004	0.041	0.009	0.002	0.019	0.03	1.67	3.56	2.77	0.17
50	0.005	0.003	0.003	0.003	0.016	0.003	0.046	0.004	0.002	0.017	0.01	2.30	3.77	2.95	0.12

Tabla 7.4: Valores errores indirectos caso $\alpha = 20^\circ$.

N° Exp	$\sigma_{H_0}(m)$	$\sigma_{h_1}(m)$	$\sigma_{h_2}(m)$	$\sigma_{\phi_{21}}$	$\sigma_{\phi_{22}}$	$\sigma_{t_1}(seg)$	$\sigma_{t_2}(seg)$
13	0.0066	0.0008	0.0006	0.1005	0.0504	8.1363	6.6558
14	0.006	0.001	0.0006	0.1322	0.0442	7.2319	3.0822
15	0.0058	0.001	0.0008	0.1348	0.0338	5.1769	6.0249
16	0.0055	0.0011	0.0008	0.1451	0.0291	7.7266	6.4187
17	0.0055	0.0012	0.001	0.1677	0.028	3.0496	4.4385
18	0.0064	0.0008	0.0007	0.0257	0.0516	5.8052	5.6569
19	0.0062	0.001	0.0008	0.0689	0.0461	7.1624	6.0249
20	0.0058	0.001	0.0007	0.0829	0.0418	3.5355	6.364
21	0.0059	0.0011	0.0008	0.0997	0.0402	4.5607	6.4962
22	0.0064	0.0011	0.001	0.0154	0.0466	4.6152	1.9235
23	0.0064	0.001	0.0009	0.0308	0.0466	3.6469	5.1186
24	0.0064	0.0011	0.0008	0.0426	0.043	7.0498	4.8785
25	0.0066	0.0012	0.0008	0.0574	0.0434	7.0143	5.8138
26	0.0066	0.0011	0.0009	0.0116	0.0468	6.4265	7.5697
27	0.0064	0.0012	0.0009	0.0226	0.0457	1.3038	8.2644
28	0.0064	0.0012	0.0009	0.0324	0.0436	5.9414	2.881
29	0.0064	0.0013	0.0011	0.0091	0.0464	8.5264	4.5056
30	0.0063	0.0013	0.001	0.0178	0.0451	4.3012	3.0496
31	0.0063	0.0012	0.001	0.0079	0.048	5.8992	5.3572
32	0.0067	0.0011	0.001	0.0693	0.035	4.0988	6.3246
33	0.0063	0.001	0.0009	0.0726	0.0244	3.4205	4.4944
34	0.0063	0.0011	0.001	0.081	0.0205	2.0736	3.8987
35	0.0057	0.0012	0.0011	0.0779	0.0157	6.4265	7.791
36	0.0056	0.0015	0.0013	0.0668	0.0113	3.0332	5.5946
37	0.0067	0.0009	0.0007	0.0213	0.0431	3.6469	2.9155
38	0.0063	0.0011	0.0009	0.0451	0.0304	4.98	6.8044
39	0.0062	0.0011	0.001	0.0617	0.0312	5.244	3.3615
40	0.006	0.0011	0.0009	0.0621	0.0252	6.6558	1.8708
41	0.007	0.001	0.0008	0.0152	0.0459	2.7019	3.7683
42	0.0066	0.001	0.0008	0.026	0.0394	5.9582	6.3008
43	0.0066	0.0011	0.0009	0.0351	0.0356	7.6289	5.7271
44	0.0065	0.0013	0.001	0.0383	0.0292	6.0581	6.0663
45	0.0068	0.0011	0.0009	0.011	0.0444	2.5495	6.5345
46	0.0064	0.0012	0.001	0.0198	0.0402	2.881	5.7009
47	0.0064	0.0013	0.0011	0.0259	0.0351	5.4589	6.269
48	0.0065	0.0013	0.0011	0.0088	0.0448	7.6158	3.5355
49	0.0066	0.0012	0.001	0.0168	0.0427	6.7823	6.8775
50	0.0065	0.0014	0.0012	0.0076	0.0465	4.062	6.3008

Tabla 7.5: Valores errores indirectos caso $\alpha = 50^\circ$.

N° Exp	$\sigma_{H_0}(m)$	$\sigma_{h_1}(m)$	$\sigma_{h_2}(m)$	$\sigma_{\phi_{21}}$	$\sigma_{\phi_{22}}$	$\sigma_{t_1}(seg)$	$\sigma_{t_2}(seg)$
13	0.0087	0.0046	0.0006	0.1313	0.0655	7.0143	5.4129
14	0.0085	0.001	0.0007	0.148	0.0493	7.0356	4.5607

15	0.0084	0.0009	0.0005	0.1846	0.0462	5.9582	3.1937
16	0.0086	0.0013	0.0008	0.1878	0.0376	5.2726	5.4589
17	0.0082	0.0011	0.0006	0.2156	0.036	5.4037	6.1482
18	0.0092	0.0008	0.0006	0.0326	0.0654	4.6904	5.3572
19	0.009	0.0013	0.0011	0.0801	0.0536	6.7231	6.3797
20	0.0091	0.0009	0.0006	0.1129	0.0568	4.5056	4.6368
21	0.0088	0.0011	0.0007	0.1168	0.047	7.8422	5.4037
22	0.0096	0.001	0.0008	0.0213	0.0641	5.1284	5.02
23	0.0094	0.001	0.0007	0.0406	0.0611	6.8191	3.2863
24	0.0095	0.0012	0.0008	0.0573	0.0576	8.735	4.7645
25	0.0095	0.0013	0.0009	0.0736	0.0556	6.4576	1.7889
26	0.0096	0.0013	0.001	0.0151	0.0606	3.9623	3.3912
27	0.0095	0.0013	0.001	0.0279	0.0561	7.6026	5.8907
28	0.0092	0.0013	0.0011	0.0424	0.057	5.244	4.2071
29	0.009	0.0012	0.001	0.0121	0.0611	6.6182	3.4205
30	0.0095	0.0013	0.001	0.024	0.0605	4.8477	4.7223
31	0.0095	0.0014	0.0011	0.0103	0.0622	4.6152	4.9497
32	0.0094	0.0009	0.0008	0.0668	0.0336	3.7815	5.933
33	0.0094	0.001	0.0008	0.0843	0.0282	5.02	5.5045
34	0.0092	0.0011	0.0008	0.091	0.0229	6.9857	3.3166
35	0.0088	0.0012	0.0011	0.096	0.0193	4.4385	4.2071
36	0.0087	0.0013	0.0012	0.0913	0.0153	8.4558	5.7706
37	0.0098	0.0009	0.0007	0.0259	0.0522	5.4129	6.8191
38	0.0096	0.0012	0.001	0.0571	0.0384	8.9275	5.1284
39	0.0092	0.0012	0.0009	0.0732	0.0369	5.3198	4.6152
40	0.0092	0.0013	0.001	0.0734	0.0296	6.7231	6.8557
41	0.0099	0.0011	0.0008	0.0177	0.0536	6.6558	7.1903
42	0.0096	0.0012	0.0009	0.0326	0.0493	6.0415	7.3959
43	0.0096	0.0012	0.0009	0.0403	0.0407	3.5355	7.0143
44	0.0095	0.0012	0.0011	0.0476	0.0361	7.0922	5.9414
45	0.0098	0.0013	0.0011	0.0141	0.0567	7.3144	6.0249
46	0.0095	0.0013	0.0011	0.0245	0.0494	8.0187	3.5071
47	0.0094	0.0013	0.001	0.0436	0.0585	3.2711	6.0166
48	0.0093	0.0014	0.0012	0.0111	0.0561	7.0852	6.6858
49	0.0097	0.0015	0.0012	0.0207	0.0523	3.2711	6.5345
50	0.0096	0.0014	0.0012	0.0095	0.0578	5.1284	7.9561

Tabla 7.6: Valores errores indirectos caso percolación.

N° Exp	$\sigma_{H_0}(m)$	$\sigma_{h_1}(m)$	$\sigma_{h_2}(m)$	$\sigma_{t_1}(seg)$	$\sigma_{t_2}(seg)$	$\sigma_{T_p}(seg)$
1	0.0007	0.0005	0.0004	2.7019	4.3012	1.9235
2	0.0011	0.0000	0.0005	2.8636	1.8166	3.7417
3	0.0011	0.0002	0.0006	2.0736	3.9749	2.3022
4	0.0006	0.0004	0.0007	1.6432	1.1402	3.6742
5	0.0005	0.0000	0.0007	2.5495	3.2094	3.8341
6	0.0006	0.0002	0.0005	2.0736	3.5777	2.1909

7	0.0012	0.0002	0.0005	1.4832	3.1145	2.1679
8	0.0008	0.0002	0.0006	2.3022	3.2863	2.9155
9	0.0007	0.0002	0.0005	2.881	3.6742	2
10	0.0005	0.0004	0.0003	0.8367	2.7749	3.5777
11	0.0006	0.0004	0.0005	4	1.8166	1.9494
12	0.0006	0.0006	0.0004	1.3038	1.9235	3.5355
E4	0.0007	0.0009	0.0008	3.8341	2.6833	1.9235
E2	0.0010	0.0011	0.0007	3.4205	3.8987	2.881
E3	0.0015	0.0008	0.0005	-	-	-
E1	0.0003	0.0005	0.0008	2.0736	2.6833	3.2711

7.3. Apéndice III: Resultados Alturas y Tiempos Para el caso sin percolación

Tabla 7.7: Valores Alturas y Tiempos caso $\alpha = 0$.

N° Exp	$H_0(m)$	$h_1(m)$	$h_2(m)$	$t_1(seg)$	$t_2(seg)$
13	0.102	0.017	0.010	194	17
14	0.096	0.021	0.012	246	22
15	0.089	0.028	0.012	298	29
16	0.083	0.032	0.014	314	41
17	0.083	0.035	0.017	362	58
18	0.103	0.008	0.020	114	17
19	0.099	0.021	0.023	266	31
20	0.088	0.020	0.020	282	35
21	0.090	0.027	0.023	346	54
22	0.102	0.009	0.029	130	21
23	0.098	0.013	0.029	218	29
24	0.101	0.020	0.031	278	42
25	0.099	0.025	0.032	310	55
26	0.104	0.007	0.039	196	32
27	0.101	0.012	0.040	238	43
28	0.099	0.016	0.039	262	62
29	0.103	0.005	0.048	138	36
30	0.097	0.011	0.047	202	51
31	0.102	0.005	0.056	122	46
32	0.100	0.013	0.015	96	22
33	0.095	0.016	0.017	98	26
34	0.088	0.020	0.021	104	30
35	0.082	0.020	0.027	106	41
36	0.082	0.022	0.032	114	58
37	0.102	0.008	0.021	50	17
38	0.096	0.014	0.027	86	36

39	0.088	0.016	0.027	102	39
40	0.086	0.017	0.033	118	56
41	0.101	0.007	0.029	94	24
42	0.098	0.011	0.033	106	31
43	0.098	0.014	0.037	110	43
44	0.095	0.014	0.044	118	55
45	0.102	0.006	0.040	54	33
46	0.096	0.008	0.043	66	43
47	0.093	0.009	0.048	86	53
48	0.102	0.004	0.049	54	37
49	0.095	0.006	0.052	62	46
50	0.100	0.003	0.058	54	41

Tabla 7.8: Valores Alturas Sedimentada h_2 caso $\alpha = 20^\circ$
(X medido desde el punto mas bajo del fondo).

Exp N°	X (cm)	$h_2(cm)$	Exp N°	X (cm)	$h_2(m)$	Exp N°	X (cm)	$h_2(m)$
13	0.50	0.21	25	8.65	3.35	37	15.11	4.31
	4.00	0.57		11.10	4.02		0.50	1.59
	7.14	0.81		13.33	4.59		6.19	2.50
	9.15	1.00		15.00	5.18	38	9.80	3.37
	11.17	1.26		0.50	1.91		11.93	4.04
	12.71	1.64		7.51	3.63		14.65	5.10
	14.20	1.98	26	10.87	4.49		0.50	1.31
	14.41	2.03		13.30	5.18		5.90	2.34
14	0.50	0.28	27	15.34	6.01	39	8.97	2.98
	4.66	0.64		0.50	2.06		11.33	3.60
	8.17	0.99		7.29	3.69		15.07	4.96
	10.54	1.26		12.09	4.97		0.50	1.67
	12.20	1.59	14.98	6.01		5.54	2.82	
	13.49	1.90		0.50	2.37	40	8.27	3.50
	14.39	2.26		6.05	3.61		10.67	4.20
	15	0.50	0.52	28	9.90	4.46		12.98
2.98		0.60		13.00	5.33		15.06	5.83
7.07		0.90		15.19	6.04		0.50	1.45
9.74		1.37	29	0.50	2.69		1.45	1.74
11.44		1.69		9.63	5.12		1.81	1.77
13.60		2.20		13.45	6.35		2.40	1.83
15.17		2.66		15.11	7.01		3.42	2.04
0.50		0.61		0.50	3.03	41	4.81	2.34
6.05	0.94		5.98	4.21		7.29	2.88	

	8.22	1.12		10.22	5.31		9.05	3.41
	9.94	1.47		12.90	6.03		11.59	4.28
	11.28	1.68		15.27	6.87		14.89	5.36
	12.98	2.10		0.50	3.21		0.50	1.84
	15.25	3.03		4.00	4.30		4.44	2.64
	0.50	1.01		7.07	5.22	42	7.87	3.52
	4.81	1.09	31	9.71	5.93		10.79	4.31
	9.06	1.41		11.73	6.53		13.57	5.20
17	10.84	1.66		14.50	7.52		14.88	5.75
	12.01	1.81		15.17	7.74		0.50	2.04
	14.84	2.82		0.50	0.57		4.44	2.92
	0.50	0.28		3.20	0.69	43	8.34	3.90
	4.00	0.95		5.98	1.10		11.79	4.99
	7.80	1.54	32	8.79	1.47		14.97	6.12
18	10.22	2.11		10.83	1.83		0.50	2.85
	12.84	2.88		12.79	2.53		5.25	3.98
	15.03	3.71		14.16	3.07		8.35	4.75
	0.50	0.51		0.50	0.88	44	10.46	5.38
	4.73	1.18		4.08	1.36		13.70	6.51
	7.00	1.50		7.51	1.77		15.01	7.09
19	10.49	2.24		8.97	2.05		0.50	2.36
	12.77	2.94	33	10.60	2.49		4.66	3.42
	15.28	3.67		12.03	2.96	45	7.73	4.29
	0.50	0.74		12.94	3.26		12.18	5.59
	5.61	1.41		14.08	3.71		14.72	6.52
20	8.87	2.04		0.50	1.35		0.50	2.53
	10.75	2.39		4.00	1.74		5.83	3.96
	12.59	2.86		5.46	1.94	46	9.52	5.08
	15.39	3.89	34	7.30	2.07		12.24	5.87
	0.50	0.82		8.00	2.19		14.87	6.83
	7.51	1.92		9.26	2.46		0.50	2.98
21	10.06	2.40		14.08	4.18		7.36	4.99
	13.06	3.28		0.50	1.67	47	10.76	5.96
	14.99	3.92		4.73	2.45		13.36	6.85
	0.50	1.27		7.22	2.81		15.14	7.52
	6.56	2.35	35	9.44	3.17		0.50	3.01
22	11.02	3.41		11.39	3.58		6.41	4.66
	14.44	4.39		14.08	4.50	48	11.11	6.14
	15.61	4.78		0.50	2.26		14.74	7.45
	0.50	1.40		4.73	3.18		0.50	3.31

	9.06	3.01		7.58	3.64		4.15	4.47
	13.00	3.98		9.77	4.09		7.07	5.27
	15.37	4.66		11.61	4.77		9.88	6.18
	0.50	1.50		14.71	5.95		12.30	7.01
	7.95	2.96		0.50	0.75		14.79	7.96
24	10.34	3.41		4.00	1.30		0.50	3.54
	12.66	4.07	37	6.05	1.61		9.89	6.64
	15.38	4.98		7.98	1.96	50	12.90	7.81
	0.50	1.70		10.49	2.58		14.82	8.54
25	5.83	2.69		12.83	3.37		14.82	8.54

Tabla 7.9: Valores Alturas Sedimentada H caso $\alpha = 20^\circ$
(X medido desde el punto mas bajo del fondo).

Exp N°	X (cm)	H (cm)	Exp N°	X (cm)	H (cm)	Exp N°	X (cm)	H (cm)
	0.50	1.09		9.76	5.48	37	11.37	3.73
	4.66	1.85	24	12.34	6.24		14.87	4.94
13	8.57	2.56		15.19	7.20		0.50	2.51
	11.37	3.13		0.50	3.53	38	6.41	4.11
	12.98	3.56	25	8.98	6.08		9.81	5.19
	14.49	4.00		12.97	7.30		12.12	5.95
	15.05	4.15		15.16	8.18		14.87	6.97
	0.50	1.42		0.50	2.51		0.50	2.21
	4.52	2.37		6.49	4.08		6.12	3.83
14	8.67	3.20	26	9.94	5.03	39	9.45	4.81
	11.38	4.02		12.83	5.87		11.84	5.62
	13.37	4.66		15.40	6.76		15.03	6.85
	15.06	5.34		0.50	2.93		0.50	2.85
	0.50	2.11	27	7.65	4.93	40	4.66	4.16
	5.03	3.20		10.76	5.79		8.74	5.51
15	8.08	3.94		14.82	7.08		11.90	6.59
	10.97	4.85		0.50	3.63		15.14	7.96
	13.39	5.60	28	6.92	5.48		0.50	1.95
	15.11	6.21		10.61	6.52		1.52	2.28
	0.50	2.36		13.54	7.52	41	2.47	2.50
	6.05	3.88		15.17	8.03		5.32	3.10
16	9.76	4.99		0.50	3.23		8.48	3.96
	12.42	5.89	29	5.98	4.62		0.50	2.58
	15.17	6.79		10.09	5.88		5.61	3.96

17	0.50	3.05	30	12.72	6.76	43	8.06	4.60
	8.41	5.10		14.85	7.52		10.81	5.54
	11.73	6.18		0.50	3.87		13.82	6.61
	14.51	7.07		9.05	6.12		0.50	3.02
	15.21	7.30		13.22	7.37		4.15	4.03
18	0.50	0.75	31	15.09	8.03	44	8.24	5.26
	3.49	1.46		0.50	3.75		12.82	6.91
	6.05	2.00		6.78	5.61		14.81	7.74
	8.52	2.57		11.10	6.98		0.50	3.88
	10.25	3.06		13.58	7.74		6.12	5.59
	11.79	3.45		15.01	8.25		10.78	7.03
19	14.86	4.52	32	0.50	1.47	45	15.16	8.69
	0.50	1.90		5.83	2.36		0.50	2.77
	6.92	3.65		9.66	3.27		5.39	4.04
	10.76	4.83		12.14	4.01		9.54	5.25
	12.95	5.55		14.13	4.69		12.73	6.39
20	15.25	6.38	33	0.50	2.09	46	14.79	7.13
	0.50	2.03		4.73	3.05		0.50	3.20
	6.49	3.50		7.74	3.82		6.49	4.94
	9.84	4.56		10.78	4.69		10.92	6.37
	12.78	5.50		13.46	5.63		14.87	7.81
21	15.36	6.45	34	0.50	2.78	47	0.50	3.77
	0.50	2.50		5.76	4.10		6.56	5.64
	6.85	4.32		8.50	4.86		10.80	7.09
	9.87	5.27		10.72	5.56		14.98	8.54
	12.55	6.23		12.91	6.33		0.50	3.37
22	15.06	7.16	35	0.50	3.26	48	5.32	4.75
	0.50	1.83		5.68	4.64		10.12	6.29
	5.68	2.97		8.09	5.34		13.86	7.59
	9.69	3.84		10.72	6.15		14.57	7.88
	12.53	4.60		14.02	7.30		0.50	3.78
23	15.10	5.43	36	0.50	3.64	49	5.98	5.54
	0.50	2.32		7.14	5.47		9.71	6.75
	6.05	3.46		9.61	6.22		12.98	7.96
	9.41	4.29		12.18	7.10		14.90	8.61
	12.71	5.33		14.75	8.10		0.50	3.87
24	15.14	6.18	37	0.50	1.21	50	6.49	5.88
	0.50	2.95		4.15	1.97		10.52	7.37

7.4. Apéndice IV: Resultados Alturas y Tiempos Para el caso con percolación

Tabla 7.10: Valores Alturas y Tiempos caso $\alpha = 0$.

N° Exp	$H_0(m)$	$h_1(m)$	$h_2(m)$	$t_1(seg)$	$t_2(seg)$
1	0.096	0.014	0.018	8040	38
2	0.096	0.012	0.016	6540	35
3	0.105	0.018	0.012	3685	27
4	0.096	0.026	0.013	5070	32
5	0.048	0.017	0.013	7260	40
6	0.105	0.031	0.014	6980	60
7	0.103	0.021	0.017	3505	23
8	0.105	0.020	0.017	4460	29
9	0.104	0.040	0.020	4500	40
10	0.095	0.024	0.021	5100	38
11	0.098	0.031	0.021	3730	48
12	0.097	0.021	0.063	9713	68
E4	0.099	0.054	0.018	14050	98
E2	0.097	0.050	0.009	15990	148
E3	0.066	0.039	0.009	-	-
E1	0.098	0.024	0.008	3870	26

7.5. Apéndice V: Percolación para fondo inclinado

Cuando se tiene el fondo inclinado, se observa que las partículas finas percolan por caminos preferenciales bien marcados (no como el caso con el plano horizontal), en las figuras 7.2 y 7.3 se muestra los "dedos" formados por la percolación de las partículas finas tanto para la inclinación de 20° y 50° .

Se ve que el estado final de la percolación depende mucho de las concentraciones y del ángulo de inclinación del fondo. En la figura 7.2 se observa cómo el patrón de percolación cambia según el ángulo de inclinación, el caso $\alpha = 20^\circ$ la percolación alcanza a completarse, mientras que cuando $\alpha = 50^\circ$ la percolación llega a un estado incompleto. Por otro lado en la figura 7.3 se ve cómo el efecto de pendiente del fondo, con concentración de partículas, puede llegar a impedir la percolación.

La inclinación del fondo tienen una particularidad para los casos donde se tiene percolación, producto de que esta inclinación origina canales preferenciales por donde percolan las

partículas, formando una especie de dedos de partículas finas en el medio poroso por donde percolan (partículas gruesas). Incluso en algunos casos se observo que gracias a estos canales preferentes de percolación provocaban que el espesor de partículas finas que alimenta la percolación, variara de forma irregular, originando una especie de cráteres en la superficie del espesor. Es de interés, para futuros trabajos poder investigar y cuantificar mas a fondo la percolación en las condiciones descritas.

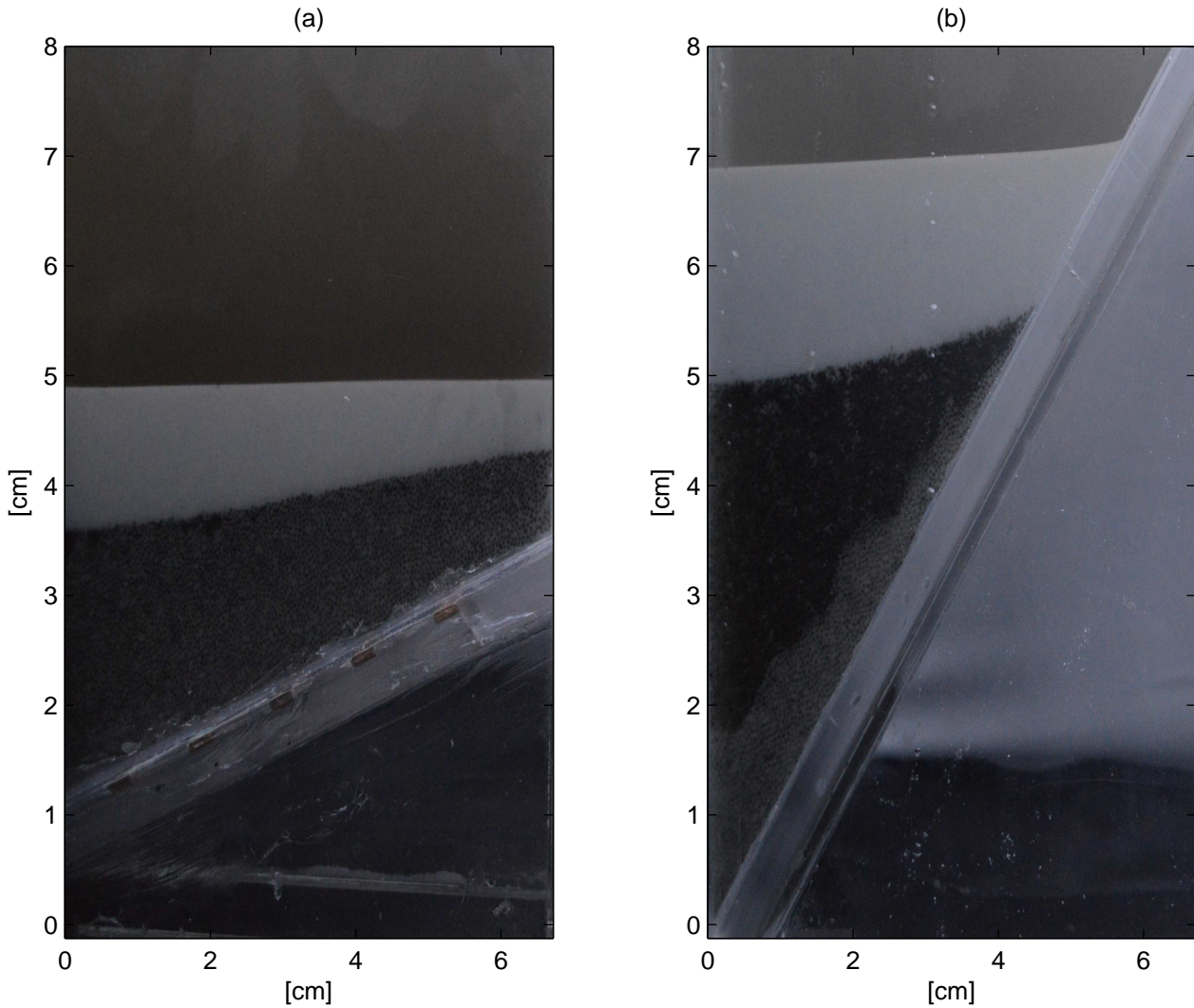


Figura 7.2: Percolación para los experimentos N°5 transcurrido 44070 segundos del inicio de la sedimentación. (a) Caso $\alpha = 20^\circ$.(b) Caso $\alpha = 50^\circ$

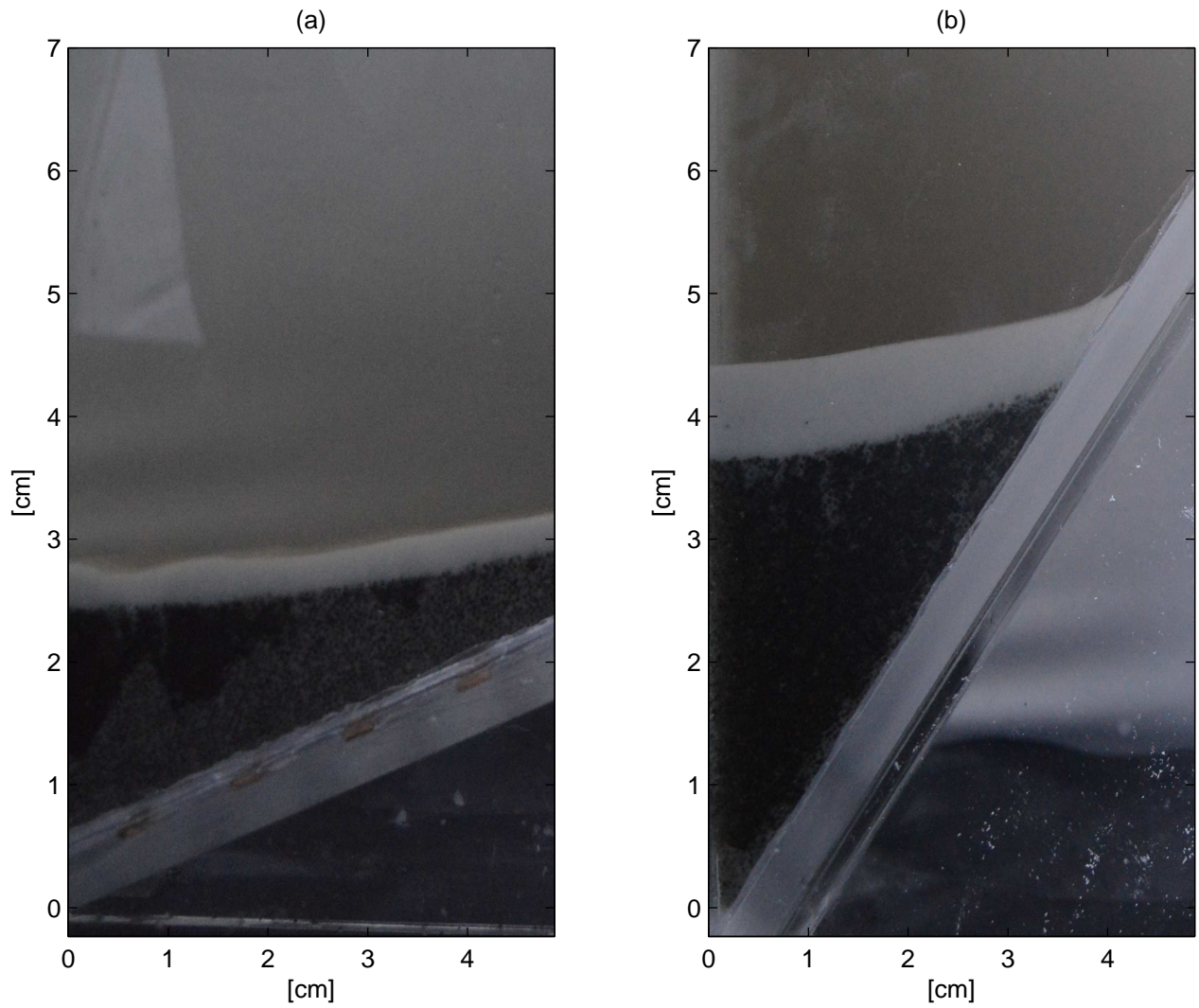


Figura 7.3: Percolación para los experimentos N°1 transcurrido 48560 segundos del inicio de la sedimentación. (a) Caso $\alpha = 20^\circ$. (b) Caso $\alpha = 50^\circ$