



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LAS PÉRDIDAS DE CARGA EN TUBERÍAS CON
FLUJOS DE MEZCLAS SÓLIDOS LÍQUIDO NO-NEWTONIANO EN RÉGIMEN
LAMINAR

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA
INGENIERÍA, MENCIÓN RECURSOS Y MEDIO AMBIENTE HÍDRICO

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE DE INGENIERO CIVIL, MENCIÓN
HIDRÁULICA-SANITARIA-AMBIENTAL

GONZALO JAVIER MONTSERRAT MICHELINI

PROFESOR GUÍA:
ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
CHRISTIAN IHLE BASCUÑAN
FRANCISCO MARTÍNEZ CARREAUX

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por .

SANTIAGO DE CHILE
ENERO 2015

RESUMEN DE LA MEMORIA
PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL
Y MAG. CS.
POR: GONZALO JAVIER MONTSERRAT
MICHELINI
PROF. GUÍA: ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS.

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LAS PÉRDIDAS DE CARGA EN TUBERÍAS CON
FLUJOS DE MEZCLAS SÓLIDOS LÍQUIDO NO-NEWTONIANO EN RÉGIMEN
LAMINAR

El transporte hidráulico de sólidos a través de sistemas de tuberías es ampliamente utilizado en distintos procesos de la industria química, minera y alimenticia, entre otros. Para su correcto diseño, el cálculo de la velocidad de depósito y las pérdidas de carga, es fundamental para asegurar el transporte total de las partículas presentes en la mezcla sólidos- líquido. En la literatura, se encuentran varios estudios en esta materia cuando el fluido utilizado como medio de transporte de los sólidos es newtoniano. Sin embargo, dependiendo de la concentración de sólidos y de la presencia de finos, el fluido newtoniano junto a los finos se puede modelar como una mezcla no newtoniana que interactúa con las fracciones más gruesas de sólidos. Este tipo de mezclas con características no newtonianas se utiliza extensivamente en la industria minera nacional para el transporte de pulpas y relaves. No obstante, en la literatura existen escasos estudios que se refieran al cálculo de la velocidad de depósito y pérdidas de carga en mezclas sólidos líquido no newtonianas. Con el fin de calcular escalas físicas, se construyó una instalación experimental que consiste en un sistema cerrado de tuberías por el cual escurre una mezcla bifásica, en que la fase líquida es un fluido no newtoniano de ley de potencia y la fase sólida son microesferas de vidrio.

Experimentalmente se encontró que la velocidad de depósito para partículas de 120, 300 y 600 micrones, a concentraciones en volumen de sólidos entre 17 % y 32 %, ocurre en régimen laminar. Adicionalmente, se observó que las partículas de 300 y 600 micrones nunca lograron formar un lecho estático en la tubería, incluso a números de Reynolds inferiores a 100. Además, mediante imágenes tomográficas de concentración, se observó un proceso migratorio importante de las partículas desde el interior hacia los bordes de la tubería.

A partir de los datos experimentales, se propone un modelo para el cálculo de la velocidad de depósito y del factor de fricción de la mezcla sólidos líquido no newtoniana. El modelo propuesto para las pérdidas de carga tiene un error cuadrático medio de 11.2 % respecto a los resultados experimentales. El modelo propuesto para la velocidad de depósito muestra un buen ajuste con los resultados experimentales y muestra una buena correlación con los resultados de Shah and Lord (1991) con una diferencia porcentual entre un 10 % y 20 %. Respecto al fenómeno de migratorio de partículas, este fue analizado cualitativamente mediante un modelo difusivo basado en la frecuencia de colisiones. Finalmente, los resultados de esta investigación son un aporte importante en el desarrollo y comprensión de los fenómenos que rigen el transporte de mezclas sólidos líquido no newtonianas.

A Bu.

Agradecimientos

Agradezco a mis padres por su apoyo incondicional durante todo este proceso, y por los valores que me han entregado a lo largo de la vida.

A mis hermanos, Chago, Sole y Andrés por su apoyo en muchos ámbitos de la vida. En especial a Chago , por su apoyo directo en mi proceso de formación como profesional.

A mis amigos que están, siguen o estuvieron durante todo el proceso universitario. A los incondicionales Uru, Pelao, Chino, Sopi, a los hidráulicos y civiles Pat'e Vaca, Carla, Papusho, Dani, Beto, Caichac, Pelao, Tobal, mono, pablo. A los del 3° piso y lab, Rolo, Peter, OSS, Eddi, Javier, Yuri, Yerel, Jose, etc.

Dejo un parrafo aparte, para TT y Jimmy. Gracias por su constante apoyo en todos los momentos de tragedias y crisis experimentales, por sus consejos y risas pero, por sobre todo, por su amistad. Oficina 345...Extraordinario!!!

A Juan, Manuel y Yuyitzu por todo su apoyo entregado en el laboratorio. Sin ellos este trabajo no habría sido posible. No puedo no mencionar al gran Cuac!!! Alma y leyenda del laboratorio.

A la secretaria más buena onda del 3° piso... La Jacqui. Gracias por tu paciencia, conversaciones y apoyo. Agradezco también a la Paty, Monica, Monica y Pato.

A mis profesores Aldo y Christian por su constante apoyo durante todo este proceso. Sin su apoyo éste trabajo no habría sido posible. Gracias por sus consejos y por la pasión que le ponen a todo lo que hacen. También agradezco a todos los profesores que contribuyeron durante todo mi proceso universitario.

Dejo para el final a la mujer más rica y wapa del mundo!!!. A la mis Universo 2010-2014!!! Gracias Bu por tu apoyo incondicional, consejos y cariño. Fuiste y serás un pilar fundamental en mi vida. Te amo.

Agradezco a CONICYT por su financiamiento mediante la beca PFCHA/Magister Nacional/2013 folio 221320466 y a través de sus proyectos FONDECYT 1130910 y 11110201.

Tabla de contenido

Índice de tablas	vii
Índice de figuras	ix
1. Introducción	1
1.1. Objetivos	2
1.1.1. Objetivo General	2
1.1.2. Objetivos Específicos	2
1.2. Cuerpo del Informe	2
2. Marco Teórico	4
2.1. Fluidos No Newtonianos	4
2.1.1. Fluidos Pseudoplásticos de Ley de Potencia	4
2.2. Mezcla sólido líquida de carácter no newtoniano	8
2.2.1. Coeficiente de Arrastre y velocidad terminal de sedimentación de una partícula en Fluidos de Ley de Potencia	9
2.2.2. Velocidad Terminal de Caída de una Partícula en Fluidos de Ley de Potencia	11
2.2.3. Función de Escondimiento	13
2.2.4. Viscosidad de Mezclas Sólido-Líquidas	14
2.3. Velocidad de depósito en tuberías	16
2.3.1. Relaciones en Fluidos Newtonianos para la Velocidad de Depósito	18
2.3.2. Relaciones para la velocidad de depósito en fluidos no-newtonianos.	19
2.4. Difusión Hidrodinámica en flujos laminares de Mezclas Sólido-Líquidas	20
3. Instalación Experimental y Metodología	26
3.1. Instalación Experimental	26
3.2. Metodología	31
4. Resultados Experimentales y Procedimientos	39
4.1. Pérdidas de Carga	39
4.2. Resultados Perfiles de Concentración	39
4.3. Resultados Tomogramas de Concentración	40
4.4. Reologías Fluido Medio de Transporte	41
5. Análisis de Resultados	46
5.1. Análisis Pérdidas de Carga	48

5.1.1. Propagación de Errores	55
5.2. Modelo Velocidad de Depósito en Fluidos No Newtonianos	57
5.3. Análisis de Migración de Partículas en flujos sólidos líquidos No Newtonianos de Poiseuille	60
5.4. Disminución de la concentración en la zona central del ducto	66
6. Conclusiones	83
Bibliografía	88
Anexos	92
Anexo A. Hincapié I:Tablas Resultados Pérdidas de Carga	93
Anexo B. Hincapié II:Perfiles de Concentración	104
Anexo C. Hincapié III:Imágenes Tomográficas de Concentraci?n Volumétrica	118

Índice de tablas

3.1. Curva Característica Bomba EBARA DWO400	27
3.2. Mezclas Sólido Líquidas a desarrollar	31
4.1. Parámetros Reológicos del fluido y concentraciones en volumen de sólidos de las mezclas.	42
5.1. Mezclas sólidos líquidas que presentan depósito y el número de mediciones de perdidas de carga, imágenes tomográficas y caudal realizadas para cada mezcla mientras hubo presencia de un lecho estacionario.	47
5.2. Número de Reynolds máximo y mínimo del flujo de mezcla(ecuación 2.21).	47
5.3. Comparación de los datos experimentales de Shah and Lord (1991) con los obtenidos a partir del modelo propuesto en la ecuación 5.26. $Error = \frac{V_{LShah1991} - V_{Lmodelo}}{V_{LShah1991}}$	59
A.1. Datos Experimentales Mezcla N°1	93
A.2. Datos Experimentales Mezcla N°2	94
A.3. Datos Experimentales Mezcla N°3	94
A.4. Datos Experimentales Mezcla N°4	94
A.5. Datos Experimentales Mezcla N°5	95
A.6. Datos Experimentales Mezcla N°6	95
A.7. Datos Experimentales Mezcla N°7	95
A.8. Datos Experimentales Mezcla N°8	96
A.9. Datos Experimentales Mezcla N°9	96
A.10. Datos Experimentales Mezcla N°10	96
A.11. Datos Experimentales Mezcla N°11	97
A.12. Datos Experimentales Mezcla N°12	97
A.13. Datos Experimentales Mezcla N°13. — significa que la temperatura por un error experimental no fue medida.	97
A.14. Datos Experimentales Mezcla N°14. — significa que la temperatura por un error experimental no fue medida.	98
A.15. Datos Experimentales Mezcla N°15.	98
A.16. Datos Experimentales Mezcla N°16.	98
A.17. Datos Experimentales Mezcla N°17.	99
A.18. Datos Experimentales Mezcla N°18.	99
A.19. Datos Experimentales Mezcla N°19.	100
A.20. Datos Experimentales Mezcla N°20.	100
A.21. Datos Experimentales Mezcla N°21.	101

A.22.Datos Experimentales Mezcla N°22.	101
A.23.Datos Experimentales Mezcla N°23.	101
A.24.Datos Experimentales Mezcla N°24.	102
A.25.Datos Experimentales Mezcla N°25.	102
A.26.Datos Experimentales Mezcla N°26.	103

Índice de figuras

2.1. Clasificación principal de fluidos no newtonianos.	4
2.2. Balance de fuerzas en la tubería.	5
2.3. Comportamiento típico de las pérdidas de carga en tubería versus la velocidad media para diferentes concentraciones de sólidos. El punto mínimo de cada curva define la velocidad de depósito.	17
3.1. Esquema Instalación Experimental.	26
3.2. Esquema Sistema de Refrigeración.	28
3.3. Tomografo Resistivo ITS 2" y Sistema de Adquisición de Datos modelo P2+.	29
3.4. Curvas Granulométricas para los 3 diámetros de partículas.	32
3.5. Curvas Reológica tipo para partículas 120, 300 y 600 μm de diámetro medio.	33
3.6. Esquema Técnica Electrodo Adyacentes.	34
3.7. Imagen Tomográfica de 316 Pixeles	35
3.8. Esquema Calibración Tomógrafo	36
3.9. Calibración Tomógrafo para fluido Agua-CMC a 0.5, 0.6 y 0.8 % peso a peso. La figura Agua-CMC promedio, corresponde a la calibración de las 3 viscosidades juntas. ϕ_{insitu} es la concentración preparada para la calibración, ϕ_{medido} es la concentración obtenida de la reconstrucción de imagen realizada por el P2+ System 2000 y m representa la pendiente ajustada de la forma $\phi_{ajustado} = m\phi_{medido}$, donde $\phi_{ajustado}$ es la concentración ajustada mediante la calibración.	37
4.1. Pérdidas de carga en la tubería para partículas $ds_{50} = 120\mu m$ y concentración de mezcla Agua-CMC de 0.5, 0.6 y 0.8 % peso/peso, donde n es el índice de flujo del fluido, K_f el coeficiente de consistencia y ϕ la concentración en volumen de sólidos.	40
4.2. Pérdidas de carga en la tubería para partículas $ds_{50} = 300\mu m$ y concentración de mezcla Agua-CMC de 0.5, 0.6 y 0.8 % peso/peso, donde n es el índice de flujo del fluido, K_f el coeficiente de consistencia y ϕ la concentración en volumen de sólidos.	41
4.3. Pérdidas de carga en la tubería para partículas $ds_{50} = 600\mu m$ y concentración de mezcla Agua-CMC de 0.5, 0.6 y 0.8 % peso/peso, donde n es el índice de flujo del fluido, K_f el coeficiente de consistencia y ϕ la concentración en volumen de sólidos.	43

4.4.	Comparación de los perfiles verticales de Concentración promediados en la horizontal para las partículas de 120, 300 y 600 μm y caudales del orden de 1.4, 0.8 y 0.3 lt/s y fluido Agua-CMC al 0.6 % p/p. Los gráficos de la primera fila corresponden al máximo caudal y los de la última fila al mínimo caudal.	44
4.5.	Comparación de las imágenes tomográficas tipo para las partículas de 120, 300 y 600 μm y caudales del orden de 1.4, 0.8 y 0.3 lt/s y fluido Agua-CMC al 0.6 % p/p. La barra de colores indica la concentración volumétrica de sólidos en % mientras que los gráficos de la primera fila corresponden al máximo caudal, la intermedia al caudal medio y los de la última fila al mínimo caudal. Por su parte, el diámetro de partícula es 120 micrones en la primera columna, 300 micrones en la segunda y 600 micrones en la tercera columna. La orientación en forma de rombo se debe a que el tomógrafo se encontraba rotado en la instalación experimental y se debió rotar la imagen manualmente.	45
5.1.	Comparación del factor de fricción de la mezcla obtenido experimentalmente $v/s f = 64/Re_m$ en función del número de Reynolds.	50
5.2.	Comparación de todas las pérdidas de carga medidas para todos los tipos de fluidos a distintos diámetros de partículas.	54
5.3.	Modelo pérdidas de carga. Ajuste datos experimentales con ecuación 5.22	56
5.4.	Propagación de Errores pérdidas de carga	57
5.5.	Ajuste modelo velocidad de depósito. Comparación entre la velocidad de depósito V_L encontrada experimentalmente v/s la calculado a través del modelo propuesto.	60
5.6.	Ajuste Modelo Velocidad de depósito. Se identifican las distintas concentraciones del fluido Agua-CMC en concentraciones % p/p, siendo el menos viscoso el de 0.5 % p/p (~20 veces la viscosidad del agua)	61
5.7.	Comparación entre la variación de la tasa de de formación angular $\dot{\gamma}$ en un flujo de Posieuille en placas planas paralelas con un sistema de coordenadas cartesiano y en una tubería con un sistema de coordenadas polares.	64
5.8.	Esquema de las cuerdas sobre las cuales se calculan las ecuaciones 5.38 y 5.39 del modelo difusivo.	68
5.9.	Flujos difusivos N_μ y N_c , razón entre flujos N_μ/N_c para la cuerda central con orientación vertical, y flujo neto $N_\mu + N_c$ para cuarenta cuerdas. x e y en $[cm]$ son las coordenadas x e y de la sección transversal de la tubería centrada en $[0, 0]$. z/D es la altura z en la tubería (2D) adimensionalizada por el diámetro, donde 0 es la base y 1 el tope.	69
5.10.	Razón entre flujos difusivos N_μ/N_c , N_μ/N_g y $(N_\mu + N_c)/(N_g \cdot \text{sen}\theta)$ para $\theta = 90^\circ$. Además se muestra la dirección del flujo neto, donde x e y en cm son las coordenadas x e y de la sección transversal de la tubería centrada en $[0, 0]$. z/D es la altura en la tubería (2D) adimensionalizada por el diámetro, donde 0 es la base y 1 el tope.	70
5.11.	Dirección flujo neto $N_\mu + N_c + N_g \cdot \text{sen}\theta$ para el mismo diámetro de partícula 600 micrones y distintas viscosidades de fluidos, con $Q \sim 1lt/s$ y fluidos mezclas Agua-CMC al 0.5 % (a), 0.6 % (b) y 0.8 % (c). Los datos corresponden a (a): Mezcla N°19 medición n°4, (b): Mezcla N°22 medición n°2 y (c): Mezcla n°25 y medición n°2.	71

5.12. Dirección flujo neto $N_\mu + N_c + N_g \cdot \text{sen}\theta$ para fluidos de mezclas Agua-CMC al 0.6 %, con $Q \sim 1\text{lt/s}$ y diámetros de partícula 120, 300 y 600 micrones. Los datos corresponden a (a):Mezcla N°6 medición n°1, (b):Mezcla N°13 medición n°5 y (c): Mezcla n°22 y medición n°2.	71
5.13. Dirección flujo neto $N_\mu + N_c + N_g \cdot \text{sen}\theta$ para fluidos de mezclas Agua-CMC al 0.5 %, diámetro medio de partículas 120 micrones, $K_f = 0,29\text{Pa} \cdot \text{s}^n$, $n = 0,69$, $\phi = 19,46$, $Q = 1,636\text{lt/s}$ y distintas pérdidas de carga dh expresadas en metros de columna de líquido por metro de tubería. (a): $dh = 0,1\text{m.c.l/m}$, (b): $dh = 0,25\text{m.c.l/m}$ y (c): $dh = 0,3\text{m.c.l/m}$	72
5.14. Mezcla N°1. Partículas de diámetro 120 micrones para fluido Agua-CMC 0.5 % p/p, $Q_1=1.6\text{ lt/s}$, $Q_2=1.2\text{ lt/s}$, $Q_3=0.5\text{ lt/s}$. El tomograma de la figura a, b y c, se ubica justo debajo de ella.	73
5.15. Mezcla N°9. Partículas de diámetro 300 micrones para fluido Agua-CMC 0.5 % p/p, $Q_1=1.7\text{ lt/s}$, $Q_2=1.0\text{ lt/s}$, $Q_3=0.5\text{ lt/s}$. El tomograma de la figura a, b y c, se ubica justo debajo de ella.	74
5.16. Mezcla N°1. Partículas de diámetro 600 micrones para fluido Agua-CMC 0.5 % p/p, $Q_1=1.7\text{ lt/s}$, $Q_2=1.0\text{ lt/s}$, $Q_3=0.5\text{ lt/s}$. El tomograma de la figura a, b y c, se ubica justo debajo de ella.	75
5.17. N_μ/N_c , N_μ/N_g y N_c/N_g para $Q_1 \sim 1[\text{lt/s}]$ de las mezclas sólidos líquido (1-8) con partículas de 120 micrones para la cuerda central con orientación vertical. Q_1 corresponde al primer caudal de medición de cada mezcla (Ver Anexos A tablas A.1-A.8).	76
5.18. N_μ/N_c , N_μ/N_g y N_c/N_g para $Q_1 \sim 1[\text{lt/s}]$ de las mezclas sólidos líquido (9-17) con partículas de 300 micrones para la cuerda central con orientación vertical. Q_1 corresponde al primer caudal de medición de cada mezcla (Ver Anexos A tablas A.9-A.17).	77
5.19. N_μ/N_c , N_μ/N_g y N_c/N_g para $Q_1 \sim 1[\text{lt/s}]$ de las mezclas sólidos líquido (18-26) con partículas de 600 micrones para la cuerda central con orientación vertical. Q_1 corresponde al primer caudal de medición de cada mezcla (Ver Anexos A tablas A.18 - A.26).	78
5.20. $(N_\mu + N_c)/N_g$ para $Q_1 \sim 1[\text{lt/s}]$ de las mezclas sólidos líquido (1-8) con partículas de 120 micrones para la cuerda central con orientación vertical. Q_1 corresponde al primer caudal de medición de cada mezcla (Ver Anexos A tablas A.1 - A.8).	79
5.21. $(N_\mu + N_c)/N_g$ para $Q_1 \sim 1[\text{lt/s}]$ de las mezclas sólidos líquido (9-17) con partículas de 300 micrones para la cuerda central con orientación vertical. Q_1 corresponde al primer caudal de medición de cada mezcla (Ver Anexos A tablas A.9 - A.17).	80
5.22. $(N_\mu + N_c)/N_g$ para $Q_1 \sim 1[\text{lt/s}]$ de las mezclas sólidos líquido (9-17) con partículas de 600 micrones para la cuerda central con orientación vertical. Q_1 corresponde al primer caudal de medición de cada mezcla (Ver Anexos A tablas A.18 - A.26).	81
5.23. Viscosidades efectivas para caudal alto medio y bajo, para los 3 diámetros de partículas y para las 3 concentraciones de la mezcla fluido Agua-CMC 0.5 %, 0.6 % y 0.8 %. K_f es el coeficiente de consistencia del fluido $\text{Pa} \cdot \text{s}^n$ y n el índice de flujo.	82

5.24. Viscosidad efectiva para una mezcla sólido líquida homogénea donde el fluido utilizado como medio de transporte de los sólidos es no newtoniano y sigue una ley de potencia.	82
B.1. Perfiles de Concentración Mezcla N°1 para caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	104
B.2. Perfiles de Concentración Mezcla N°2 para caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	105
B.3. Perfiles de Concentración Mezcla N°3 para caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	105
B.4. Perfiles de Concentración Mezcla N°4 para caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	106
B.5. Perfiles de Concentración Mezcla N°5 para caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	106
B.6. Perfiles de Concentración Mezcla N°6 para caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	107
B.7. Perfiles de Concentración Mezcla N°7 para caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	107
B.8. Perfiles de Concentración Mezcla N°8 para caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	108
B.9. Perfiles de Concentración Mezcla N°9 para caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	108
B.10. Perfiles de Concentración Mezcla N°10 para caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	109
B.11. Perfiles de Concentración Mezcla N°11 para caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	109
B.12. Perfiles de Concentración Mezcla N°12 para caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	110
B.13. Perfiles de Concentración Mezcla N°13 para caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	110
B.14. Perfiles de Concentración Mezcla N°14 para caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	111

B.15.	Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?15 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	111
B.16.	Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?16 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	112
B.17.	Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?17 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	112
B.18.	Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?18 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	113
B.19.	Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?19 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	114
B.20.	Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?20 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	114
B.21.	Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?21 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	115
B.22.	Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?22 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	115
B.23.	Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?23 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	116
B.24.	Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?24 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	116
B.25.	Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?25 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	117
B.26.	Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?26 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).	117
C.1.	Im?gen Tomogr?fica de distribuci?n de concentraci?n en la secci?n transversal de la tuber?a para Mezcla N?1 para los caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentraci?n es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomogr?fica.	118
C.2.	Im?gen Tomogr?fica de distribuci?n de concentraci?n en la secci?n transversal de la tuber?a para Mezcla N?2 para los caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentraci?n es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomogr?fica.	119

C.3. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°3 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	120
C.4. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°4 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	121
C.5. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°5 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	122
C.6. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°6 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	123
C.7. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°7 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	124
C.8. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°8 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	125
C.9. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°9 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	126
C.10. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°10 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	127
C.11. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°11 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	128

C.12. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°12 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	129
C.13. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°13 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	130
C.14. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°14 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	131
C.15. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°15 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	132
C.16. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°16 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	133
C.17. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°17 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	134
C.18. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°18 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	135
C.19. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°19 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	136
C.20. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°20 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	137

C.21. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°21 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	138
C.22. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°22 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	139
C.23. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°23 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	140
C.24. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°24 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	141
C.25. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°25 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	142
C.26. Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°26 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.	143

Capítulo 1

Introducción

El transporte hidráulico de sólidos en tuberías, ha sido utilizado durante muchos años en diversos procesos industriales de la industria química, alimenticia y minera. En particular, la industria minera utiliza este mecanismo en el transporte de pulpas y relaves a través de extensos sistemas de tuberías los cuales deben estar diseñados de tal manera que los sólidos sean transportados en su totalidad y que no sedimenten en la tubería. Por lo general, se considera que para que los sólidos transportados se mantenga completamente suspendidos, el régimen de flujo debe ser turbulento y los sólidos deben ser transportados a una velocidad tal que los vórtices propios de la turbulencia presentes en el flujo tengan velocidades instantáneas verticales superiores a la velocidad de sedimentación de las partículas (Oroskar and Turian, 1980). La velocidad del flujo a la cual las partículas transportadas comienzan a depositarse en el fondo de la tubería, se le conoce como velocidad de depósito. Bajo esta velocidad las partículas sedimentan en la tubería formando un lecho, mientras que por sobre la velocidad de depósito el sistema de tuberías está sobredimensionado aumentando los costos del proyecto. Además, ante la presencia de un lecho estacionario de partículas aumenta la fricción al mismo tiempo que la sección transversal de la tubería disminuye, por lo que bajo la velocidad de depósito las pérdidas de carga aumentan mientras que sobre ella las pérdidas de carga aumentan conforme aumenta la velocidad del flujo. Por tal motivo, la velocidad de depósito se puede definir como la velocidad del flujo a la cual se produce la mínima pérdida de carga. A lo largo de los años, se han desarrollado numerosos estudios para el cálculo de la velocidad de depósito en mezclas sólidos líquido en que el fluido utilizado como medio de transporte de los sólidos es newtoniano. Sin embargo, las propiedades reológicas de la mezcla pueden verse modificadas dependiendo de la concentración y composición de las partículas transportadas. De esta manera y a altas concentraciones en volumen de sólidos, las partículas más finas junto al fluido forman un fluido no newtoniano equivalente que actúa como vehículo de las fracciones más gruesas de sólidos. Hoy en día, y debido a la escases hídrica, se ha comenzado a observar este fenómeno en el transporte hiperconcentrado de pulpas y relaves en la industria minera. Sin embargo, actualmente existen escasos estudios para el cálculo de la velocidad de depósito y pérdida de carga para mezclas sólidos líquido no newtonianas constituyendo el objetivo inicial del presente estudio de título.

Sin embargo, y como se verá en el desarrollo del presente estudio, los experimentos realizados en laboratorio muestran que para las mezclas sólidos líquido no newtonianas, los sólidos

se mantienen en suspensión en regímenes laminares incluso a Reynolds ~ 100 . Esto da pie, a un cambio en los objetivos iniciales indicados anteriormente pues no se han encontrado en la literatura estudios relacionados a este fenómeno para partículas no cohesivas ni coloidales. Este fenómeno, será explicado mediante flujos de difusión hidrodinámica en donde las partículas se mueven de zonas de mayor a menor concentración, viscosidad y esfuerzo de corte.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo General

El presente trabajo de investigación tiene como objetivo principal el estudio de las pérdidas de carga para fluidos no newtonianos de ley de potencia en régimen laminar.

1.1.2. Objetivos Específicos

1. Identificar los mecanismos físicos que gobiernan la depositación de partículas en el fondo de conductos cerrados para algunos tipos de líquidos con comportamiento no newtoniano.

2. Diseño, construcción y puesta en marcha de una instalación experimental formada por un sistema de tuberías cerrado o loop por el cual escurre una mezcla compuesta por partículas y un fluido no newtoniano.

3. Determinación de la pérdida de carga a lo largo de una tubería para mezclas sólidos líquido hiperconcentradas.

4. Encontrar una expresión validada experimentalmente que permita conocer las pérdidas de carga y la velocidad de depósito para mezclas sólidos líquido no newtonianas.

1.2. Cuerpo del Informe

El presente trabajo se divide en 6 capítulos que se resumen a continuación.

Introducción En éste capítulo, se introduce el tema a tratar a lo largo del informe, exponiendo los principales conceptos, objetivos y motivación.

Marco Teórico En éste capítulo, se revisan los principales conceptos y se establecen las bases del análisis a desarrollar fundamentadas mediante una extensa revisión bibliográfica.

Instalación Experimental y Metodología Este capítulo, muestra el detalle de la configuración experimental construida para el desarrollo de los experimentos, así como la metodología utilizada en cada experiencia de laboratorio. Además, se explica e indica el funcionamiento y calibración de algunos instrumentos utilizados.

Resultados Experimental En este capítulo se muestran los principales resultados obtenidos a partir de las mediciones realizadas en cada experimento. Dada la gran cantidad de datos, aquí se presentan en algunos casos los resultados tipos que permiten explicar el fenómeno en estudio, mientras que el grueso de los resultados se pueden encontrar en el capítulo Anexos.

Análisis de Resultados Se analizan los resultados experimentales obtenidos para distintos fenómenos: Pérdidas de carga en tuberías, Velocidad de depósito y migración de partículas en flujos de Poiseuille de mezclas sólidos líquido cuando el fluido utilizado como medio de transporte es no newtoniano.

Conclusiones Se concluyen los resultados obtenidos en el análisis en función de los objetivos definidos y de los alcances del estudio.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Fluidos No Newtonianos

Un fluido no newtoniano corresponde a aquel fluido en que el tensor de esfuerzos no es proporcional a la tasa de deformación. Las principales formas que puede tomar la curva reológica de los fluidos no newtonianos independientes del tiempo se pueden apreciar en la figura 2.1. En ella se ve que estos fluidos se clasifican principalmente en pseudoplásticos, dilatantes y plásticos.

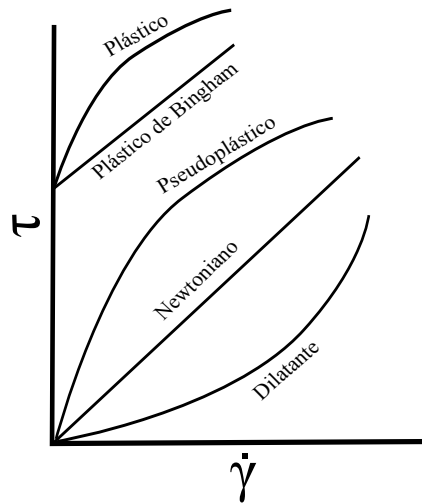


Figura 2.1: Clasificación principal de fluidos no newtonianos.

2.1.1. Fluidos Pseudoplásticos de Ley de Potencia

Los fluidos pseudoplásticos, se ajustan de buena manera al modelo reológico de ley de potencia o Ostwald-Waele. La ley constitutiva de estos fluidos es la siguiente:

$$\tau = K\dot{\gamma}^n \quad (2.1)$$

donde τ es el esfuerzo de corte, $\dot{\gamma}$ la tasa de deformación angular, K el coeficiente de consistencia y $n < 1$ el índice de flujo.

Flujo de Poiseuille, fluido ley de potencia

En el presente estudio, se estudiarán las pérdidas de carga en tubería en el transporte laminar de mezclas sólidos líquido no newtonianas que se ajustan a un modelo reológico de ley de potencia. Para esto, será importante conocer de qué manera se relaciona la reología de un fluido no newtoniano con las propiedades propias del flujo como la velocidad y del fluido como la viscosidad. Éstas nos permitirán escribir algunos números adimensionales importantes para el presente estudio.

Consideremos un tramo de tubería de radio R , por el cual escurre un fluido incompresible no newtoniano de ley de potencia en régimen de flujo laminar uniforme.

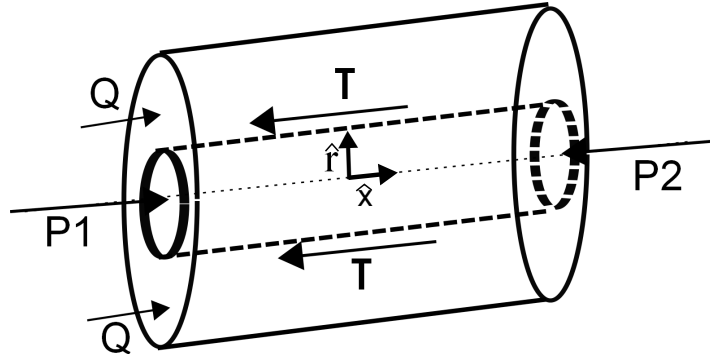


Figura 2.2: Balance de fuerzas en la tubería.

Considerando flujo uniforme y realizando un balance de fuerzas aplicado en la tubería de la figura 2.2, se puede demostrar que

$$\tau = \frac{r\Delta P}{2\Delta x} \quad (2.2)$$

donde τ es el esfuerzo de corte que actúa en un radio $r < R$ del centro de la tubería y $\frac{\Delta P}{\Delta x}$ el gradiente de presiones en un tramo Δx de tubería.

En particular,

$$\tau_w = \frac{R\Delta P}{2\Delta x} \quad (2.3)$$

$$\frac{\tau}{r} = \frac{\tau_w}{R} \quad (2.4)$$

donde τ_w es el esfuerzo de corte que actúa sobre la pared de la tubería de radio R .

Además, el caudal que escurre en la tubería queda definido en coordenadas cilíndricas como,

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^R u(r)r d\theta dr \quad (2.5)$$

integrando por partes se tiene,

$$Q = 2\pi \left(\frac{ur^2}{2} \Big|_0^R - \int_{u(0)}^{u(R)} \frac{r^2}{2} du \right) = -\pi \int_{u(0)}^{u(R)} r^2 du \quad (2.6)$$

Si se considera que la velocidad se relaciona con la reología a través del esfuerzo de corte aplicado y de la tasa de deformación angular, se puede expresar, independientemente de la reología del fluido, que para un flujo de Poiseuille,

$$f(\tau) = \frac{du}{dr} \quad (2.7)$$

A partir de la ecuación 2.3 y de la ecuación 2.7 se tiene,

$$dr = \frac{2\Delta x}{\Delta P} d\tau; \tau_w = \frac{R\Delta P}{2\Delta x} \quad (2.8)$$

$$du = f(\tau) \frac{R}{\tau_w} d\tau \quad (2.9)$$

Reemplazando las ecuaciones 2.4 y 2.9 en la ecuación 2.6 se tiene,

$$\frac{Q}{\pi R^3} = \frac{1}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau^2 f(\tau) d\tau \quad (2.10)$$

Es importante notar, que la ecuación anterior es válida para cualquier tipo de fluido, pues, la reología de éste está asociado a una función genérica que denominamos $f(\tau)$. Tal como se mencionó anteriormente, en el presente estudio se trabajará con un fluido no newtoniano de ley de potencia, por lo tanto,

$$f(\tau) = K\dot{\gamma}^n \quad (2.11)$$

Reemplazando la ecuación 2.11 en la ecuación 2.10 se obtiene,

$$\frac{Q}{\pi R^3} = \frac{1}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau^2 \left(\frac{\tau}{K} \right)^{1/n} d\tau \quad (2.12)$$

Integrando en función del esfuerzo de corte entre 0 y el esfuerzo de corte en la pared,

$$\frac{Q}{\pi R^3} = \tau_w^{1/n} \frac{1}{K^{1/n}} \left(\frac{n}{3n+1} \right) \quad (2.13)$$

Finalmente, recordando que $\tau_w = \Delta P R / 2 \Delta x$ y remplazando en 2.13 se obtiene finalmente,

$$Q = \pi \left(\frac{\Delta P}{2K \Delta x} \right)^{1/n} \left(\frac{n}{3n+1} \right) R^{\frac{3n+1}{n}} \quad (2.14)$$

Además, a partir de la ecuación 2.13 y considerando que $\dot{\gamma}_w = (\tau_w / K)^{1/n}$, se obtiene una expresión para la tasa de deformación angular en la pared de la tubería de un fluido de ley de potencia.

$$\dot{\gamma}_w = \frac{8\bar{U}}{D} \left(\frac{3n+1}{4n} \right) \quad (2.15)$$

donde \bar{U} y D corresponden a la velocidad media del flujo y diámetro de la tubería respectivamente.

Por otro lado, y como analogía a los fluidos newtonianos, se define la viscosidad aparente como,

$$\mu_a = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = K \dot{\gamma}^{n-1} \quad (2.16)$$

donde μ_a es la viscosidad aparente.

También, se puede definir la viscosidad efectiva en la pared, μ_{ef} como la razón entre el esfuerzo de corte en la pared y la tasa de deformación media.

$$\mu_{ef} = \frac{\tau_w}{\frac{8\bar{U}}{D}} = K \left(\frac{8\bar{U}}{D} \right)^{n-1} \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \quad (2.17)$$

Pérdidas de Carga para un fluido no newtoniano de ley de potencia

Las pérdidas de carga que ocurren en el transporte hidráulico en tuberías, están asociadas a los esfuerzos de corte que actúan sobre las paredes de ésta. Según la relación de Darcy-Weisbach, estos esfuerzos pueden calcularse a través de la siguiente relación.

$$\tau_w = \frac{1}{8}\rho f \bar{U}^2 \quad (2.18)$$

donde τ_w es el esfuerzo de corte en la pared de la tubería, ρ la densidad del fluido y f el factor de fricción de Darcy-Weisbach.

Considerando que para un fluido newtoniano en régimen laminar, $\tau_w = \mu \frac{8\bar{U}}{D}$, se puede demostrar que,

$$f = \frac{64}{Re} \quad (2.19)$$

$$Re = \frac{\rho \bar{U} D}{\mu} \quad (2.20)$$

donde Re es el número de Reynolds del flujo de un fluido newtoniano en una tubería.

Para poder escribir un factor de fricción en régimen laminar para un flujo en tubería de un fluido de ley de potencia, debemos escribir en primer lugar el número de Reynolds para este tipo de fluidos. En esta línea, Metzner and Reed (1955) desarrollan una expresión generalizada del número de Reynolds para cualquier tipo de fluido. En particular, para un fluido de ley de potencia esta expresión corresponde a,

$$Re_{MR} = \frac{\rho \bar{U} D}{\mu_{ef}} = \frac{\rho \bar{U}^{2-n} D^n}{K 8^{n-1}} \left(\frac{4n}{3n+1} \right)^n \quad (2.21)$$

donde en este caso μ_{ef} corresponde a la viscosidad efectiva definida en la ecuación 2.17, K el índice de consistencia del fluido y n el índice de flujo.

De manera análoga al factor de fricción de Darcy-Weisbach para un fluido newtoniano que escurre en régimen laminar, se puede escribir el factor de fricción del flujo de un fluido no newtoniano de ley de potencia en tuberías en igual régimen como,

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho \bar{U}^2} = \frac{8}{\rho \bar{U}^2} K \left(\frac{8\bar{U}}{D} \right)^n \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n = \frac{64}{Re_{MR}} \quad (2.22)$$

2.2. Mezcla sólido líquida de carácter no newtoniano

Tal como se mencionó anteriormente, uno de los objetivos del presente trabajo de tesis, es el estudio de las pérdidas de carga en el transporte hidráulico en tubería de mezclas sólidos líquido hiperconcentradas. En estas mezclas, la fase líquida corresponde a un fluido no newtoniano con una ley constitutiva del tipo ley de potencia mientras que la fase sólida

está constituida por micro esferas de vidrio. La composición de estas mezclas será abordada en detalle en el capítulo 3.

Para poder entender en detalle el comportamiento de una mezcla solido líquida hiperconcentrada, se debe comprender las distintas interacciones y esfuerzos que actúan tanto en la fase líquida como en la fase sólida y de qué manera estas interactúan entre ellas.

2.2.1. Coeficiente de Arrastre y velocidad terminal de sedimentación de una partícula en Fluidos de Ley de Potencia

Toda partícula inmersa en un fluido viscoso y en condición de movimiento relativo entre ambas fases, está sometida a una fuerza que se opone al movimiento denominada fuerza de arrastre. Esta fuerza de arrastre se descompone en los esfuerzos viscosos que actúan sobre la superficie de la partícula y de los esfuerzos que aparecen producto de la distribución de presiones que gobierna el flujo y que también actúa sobre la superficie de la partícula. Matemáticamente, se puede expresar de la siguiente manera:

$$F_D = F_\eta + F_{ff} \quad (2.23)$$

donde F_D corresponde a la fuerza de arrastre neta, F_η la fuerza de arrastre producto de los esfuerzos viscosos y F_{ff} a la fuerza de arrastre debido a la forma de las partículas sólidas.

La fuerza de arrastre se escribe comúnmente en función del coeficiente de arrastre de la siguiente manera,

$$F_D = C_D \cdot \frac{1}{2} A_p \rho_f V^2 \quad (2.24)$$

donde C_D es el coeficiente de arrastre, ρ_f la densidad del fluido, V la velocidad relativa entre el fluido y la partícula y A_p el área proyectada de la partícula que enfrenta al flujo.

Renaud et al. (2004) proponen la siguiente expresión para el coeficiente de arrastre de una partícula inmersa en un fluido viscoplástico para $Re \leq 100$.

$$C_D = C_{D0} + 0,44 \chi (C_{D0})^{2A_0} B_0 \left(\frac{6X(n)b_0}{6X(n)b_0 + C_{D0}} \right)^{A_0} + 0,44 \left(\frac{6X(n)b_0}{6X(n)b_0 + 128C_{D0}} \right)^{11/12} \quad (2.25)$$

$$Re_p = \frac{\rho_f V^{2-n} d_s^n}{K} \quad (2.26)$$

$$C_{D0} = \frac{24}{Re_p} X(n) \quad (2.27)$$

$$X(n) = 6^{(n-1)/2} \left(\frac{3}{n^2 + n + 1} \right)^{n+1} \quad (2.28)$$

$$b_0 = \exp\{3(\alpha - \ln 6)\} \quad (2.29)$$

$$\alpha = \{6^{(1-n)/2} X(n)\}^{1/n+1} \quad (2.30)$$

$$B_0 = \left(\frac{3 - \alpha}{6\alpha} \right) \exp \left[\frac{1}{2} \left(\frac{3 - \alpha}{\alpha} \right) \ln 3 \right] \quad (2.31)$$

$$A_0 = \frac{11}{48} \sqrt{6} \left[1 - \exp \left\{ \left(\frac{3 - \alpha}{2\alpha} \right)^2 \ln \frac{\sqrt{6} - 1}{\sqrt{6}} \right\} \right] \quad (2.32)$$

donde C_D corresponde al coeficiente de arrastre, Re_p el Reynolds de la partícula en un fluido de ley de potencia, ρ_f la densidad del fluido, d_s el diámetro de la partícula, n el índice de flujo del fluido, K el coeficiente de consistencia del fluido, C_{D0} es el coeficiente de arrastre para el régimen de Stokes ($Re_p \ll 1$). $X(n)$ es un factor numérico que da cuenta del carácter no newtoniano del fluido. Si $n = 1$, C_{D0} recupera la expresión para un fluido newtoniano. Es importante notar, que si $n < 1$, $X(n) > 1$ y si $n > 1$, $X(n) < 1$. Por lo tanto, para un fluido pseudoplástico, el coeficiente de arrastre aumenta respecto al de un fluido newtoniano, mientras que para un fluido dilatante el coeficiente de arrastre disminuye respecto a un fluido newtoniano.

Dhole et al. (2006), proponen una relación para el coeficiente de arrastre de fluidos de ley de potencia con índice de flujo $0,5 \leq n \leq 2$ y Reynolds $5 \leq Re \leq 500$.

$$C_D = \frac{24}{Re} [1 + 0,148 Re^{2,35n/(2,42n+0,918)}] \quad (2.33)$$

La expresión para el coeficiente de fricción de Dhole et al. (2006), presenta un error promedio mínimo y máximo de 4.36 % y 12.77 % respectivamente para el rango de índice de flujo y Reynolds estudiados.

Shah et al. (2007), realiza un extenso estudio y recopilación de datos de la literatura y establece una relación para fluidos de ley de potencia con índices de flujo $0,5 \leq n \leq 2$ y $0,001 \leq Re \leq 1000$.

$$\sqrt{C_D^{2-n} Re_p^2} = A Re_p^B \quad (2.34)$$

$$A = 6,9148 n^2 + 24,838 n + 22,642 \quad (2.35)$$

$$B = -0,5067 n^2 + 1,3234 n - 0,1744 \quad (2.36)$$

$$Re_p = \frac{d_s v_t \rho_f}{\mu_{ef}} \quad (2.37)$$

$$\mu_{ef} = K \left(\frac{v_t}{d_p} \right)^{n-1} \quad (2.38)$$

donde v_t es la velocidad terminal de caída de una partícula de diámetro d_s , μ_{ef} la viscosidad efectiva del fluido.

EL coeficiente de fricción Shah et al. (2007), se reduce al coeficiente de fricción newtoniano para $n = 1$. De los 391 datos analizados por Shah, 234 muestran una desviación entre los datos modelados y experimentales menores a un 10 %, 112 muestran una desviación entre 10 % y 20 % y 34 datos muestran una desviación superior al 30 % con una desviación máxima del 53 %. A pesar, de los errores de su modelo, y dado el extenso rango de n y Re_p donde es validado, Shah plantea la utilidad de su expresión para la estimación de la velocidad terminal de caída de una partícula en un fluido pseudoplástico cuando no se tienen datos experimentales, pues siempre se puede tener un mejor ajuste con ellos.

2.2.2. Velocidad Terminal de Caída de una Partícula en Fluidos de Ley de Potencia

Toda partícula inmersa en un fluido en reposo, se ve afectada por la fuerza de empuje y la de gravedad. Si la partícula es capaz de sedimentar, luego de un cierto tiempo de caída se alcanza un régimen en el cual la fuerza de empuje y de arrastre se equilibran con la fuerza de gravedad. En éste régimen, la velocidad de caída de la partícula es constante. En régimen de Stokes y análogo al fluido newtoniano, se puede escribir la velocidad de sedimentación de una partícula en un medio fluido infinito de ley de potencia de la siguiente forma.

$$F_D = F_g - E = \frac{\pi d_s^3}{6} (\rho_s - \rho_f) g \quad (2.39)$$

$$C_D = \frac{24}{Re}, \quad Re \ll 1 \quad (2.40)$$

donde F_g y E representan la fuerza de gravedad y de empuje que actúan sobre la partícula.

Considerando el número de Reynolds para un fluido pseudoplástico definido en 2.26 y combinando las dos ecuaciones anteriores se tiene,

$$v_t = \left(\frac{gd_s^{n+1}(\rho_s - \rho_f)}{18K} \right)^{1/n} \quad (2.41)$$

Chhabra (2011), considerando los estudios realizados por Renaud et al. (2004), incluye la dependencia del índice de flujo a la relación anterior a través del factor numérico $X(n)$ definido en la ecuación 2.28.

$$v_t = \left(\frac{gd_s^{n+1}(\rho_s - \rho_f)}{18KX(n)} \right)^{1/n} \quad (2.42)$$

Kelessidis and Mpandelis. (2004), realizan una recopilación de datos y expresiones de diversos autores para el cálculo de la velocidad terminal de caída de una partícula en un fluido newtoniano las cuales relacionan el coeficiente de arrastre con el número de Reynolds y analizan el comportamiento de estas expresiones en fluidos pseudoplásticos al reemplazar el número de Reynolds newtoniano por el no newtoniano (ecuación 2.26). En este estudio, se evaluaron 148 datos tanto newtonianos como no newtonianos y se concluye que el mejor ajuste viene dado por la expresión de Haider and Levenspiel. (1989).

$$C_D = \frac{24}{Re}(1 + 0,186Re^{0,6459}) + \frac{0,4251}{1 + 6880,95/Re} \quad , \quad Re < 2,6 \cdot 10^5 \quad (2.43)$$

Para una partícula inmersa en un fluido que cae debido a la acción de la gravedad, el coeficiente de arrastre se puede calcular a partir de las ecuaciones 2.24 y 2.39 como,

$$C_D = \frac{4}{3} \frac{gd_s}{v_t^2} \left(\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} \right) \quad (2.44)$$

Por tal motivo, el problema en todas las relaciones $C_D - Re$, es que la velocidad terminal de la partícula se debe calcular implícitamente puesto que ésta aparece tanto en el número de Reynolds como en el coeficiente de arrastre. Debido a esto, y siguiendo el trabajo de Turton and Clark (1987), Kelessidis (2004) y sus referencias, define un diámetro (d^*) y una velocidad de sedimentación adimensional (V^*) que permitirá calcular la velocidad de sedimentación de una partícula en un medio infintio como,

$$d^* = \left(\frac{3}{4} C_D Re^{2/(2-n)} \right)^{(2-n)/(2+n)} \quad (2.45)$$

$$V^* = \left(\frac{Re}{\{(3/4)C_D\}^n} \right)^{1/(2+n)} \quad (2.46)$$

Considerando las ecuaciones 2.44 y 2.26 y reemplazandolas en 2.45 y 2.46 se tiene,

$$d^* = d_s \left(\frac{g(\rho_s - \rho_f)}{\rho_f} \right)^{(2-n)/(2+n)} \left(\frac{\rho_f}{K} \right)^{1/(2+n)} \quad (2.47)$$

$$V^* = v_t \left(\frac{\rho_f^{n+1}}{g^n K (\rho_s - \rho_f)^n} \right)^{1/(2+n)} \quad (2.48)$$

Finalmente, Kelessidis (2004) propone la siguiente relación que permite calcular de manera explícita la velocidad terminal de sedimentación (v_t).

$$\frac{1}{V^*} = \left[\left(\frac{18}{(d^*)^{1+n}} \right)^{0,824} + \left(\frac{0,321}{d^*} \right)^{0,412} \right]^{1,214} \quad (2.49)$$

Esta expresión es válida para $0,56 \leq n \leq 0,92$. Es por eso que, Chhabra (2011), reúne los datos de Renaud et al. (2004) e incluye el factor de corrección $X(n)$ llegando a la siguiente expresión.

$$\frac{1}{V^*} = \left[\left(\frac{18X(n)}{(d^*)^{1+n}} \right)^{0,793n} + \left(\frac{0,321}{d^*} \right)^{0,4} \right]^{1,261} \quad (2.50)$$

2.2.3. Función de Escondimiento

Cuando hay 2 o más partículas que se mueven en un medio líquido, la trayectoria de esta se ve modificada por la presencia de las partículas vecinas. A altas concentraciones de sólidos, la interacción partícula-partícula y fluido-partícula es tal, que la velocidad de sedimentación de la mezcla sólido líquida es menor que la velocidad de sedimentación de una partícula en un medio infinito. Chhabra et al. (1992), evalúa la conocida función de escondimiento propuesta por Richardson and Zaki (1954) para fluidos newtonianos, en fluidos no newtonianos utilizando el número de Reynolds Re generalizado para fluidos pseudoplásticos de la ecuación 2.26. En el estudio se utilizaron esferas de vidrio entre 0.64 mm y 3.30 mm a concentraciones en volumen ϕ variables en el rango de 13 % y 43 % para $0,8 \leq n < 1$ y $7,38 \cdot 10^{-4} \leq Re \leq 2$. La velocidad de sedimentación de la mezcla, está dada por:

$$\frac{v_m}{v_t} = (1 - \phi)^\beta \quad (2.51)$$

$$\frac{4,8 - \beta}{\beta - 2,4} = 0,0365 \left(C_D Re^{2/(2-n)} \right)^{0,57} \left[1 - 2,4 \left(\frac{d_s}{D} \right)^{0,27} \right] \quad (2.52)$$

donde v_m es la velocidad de sedimentación de la mezcla corregida por la función de escondimiento, v_t la velocidad terminal de caída de una partícula en un medio fluido infinito y β el exponente de la función de obstaculización.

2.2.4. Viscosidad de Mezclas Sólido-Líquidas

La viscosidad es una medida de la resistencia que tiene un fluido a deformarse frente a esfuerzos tangenciales aplicados sobre él. Se puede entender también como una resistencia producto de una fuerza friccional entre partículas de fluido que se mueven a distintas velocidades. Además, un fluido se define como aquel material que se puede deformar continuamente cuando un esfuerzo de corte es aplicado sobre él. Cuando existen partículas sólidas inmersas en un flujo, estas generan una perturbación en el fluido puesto que no se deforman. Por lo tanto, si consideramos a la mezcla sólido líquida como un fluido equivalente con propiedades reológicas propias, las partículas (que no se deforman) generan un aumento en la resistencia que tiene la mezcla para deformarse.

El primero en considerar el efecto que tiene la concentración de sólidos en la viscosidad de la mezcla fue Einstein (1906), quien propone una relación lineal entre la concentración y la viscosidad de la suspensión la cual es válida para concentraciones de sólidos muy pequeña ($\phi < 0,005$) donde la interacción de las partículas es despreciada. Además, las partículas consideradas son esféricas, monodispersas y neutralmente boyante.

$$\mu_r = \frac{\mu_m}{\mu_0} = 1 + \frac{5}{2}\phi \quad (2.53)$$

donde μ_r se le conoce como la viscosidad relativa definida como el cociente entre la viscosidad de la mezcla μ_m y la viscosidad de fluido μ_0 , y ϕ la concentración volumétrica de sólidos.

Otros autores han propuesto relaciones entre ϕ y μ_r en función de ϕ/ϕ_{max} imponiendo así un límite superior a la concentración de la mezcla conocido como la concentración de empaquetamiento ϕ_{max} . Entre ellos se puede destacar el modelo de Krieger and Dougherty (1959) descrito por la siguiente relación:

$$\mu_r = \frac{\mu_m}{\mu_0} = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_{max}}\right)^{-[\eta]\phi_{max}} \quad (2.54)$$

$$[\eta] = \lim_{\phi \rightarrow 0} \frac{\mu_r - 1}{\phi} \quad (2.55)$$

donde $[\eta]$ corresponde a la viscosidad intrínseca del fluido, la cual para una suspensión de partículas esféricas es igual a 2.5.

En estudios más recientes, Senapati et al. (2010) estudian una relación entre μ_r y ϕ para una suspensión polidispersa de cenizas (en diámetro) que muestra un comportamiento de un fluido no newtoniano tipo ley de potencia. En este estudio, los autores se basan en un estudio previo realizado por Bournonville and Nzihou (2002) al cual le incluyen el efecto que tienen sobre la viscosidad, tanto el diámetro como la distribución granulométrica de las partículas de cenizas. Los autores proponen la siguiente relación:

$$\mu_r = 10 \frac{C_u}{d_{50}} \left[1 + \frac{[\eta]}{\dot{\gamma}^{0,4}} \left(\frac{\phi}{\phi_{max} - \phi} \right) \right]^{3,5} \quad (2.56)$$

donde $C_u = d_{60}/d_{10}$ corresponde al coeficiente de uniformidad donde d_{60} y d_{10} corresponden al diámetro o tamaño de partícula tal que el 60 % y 10 % en peso de los sólidos tengan un diámetro menor al definido por d_{60} y d_{10} respectivamente. d_{50} representa el diámetro bajo el cual el 50 % en peso de las partículas tiene un diámetro menor a d_{50} , y $\dot{\gamma}$ la tasa de deformación angular.

Stickel and Powell (2005) revisan varios estudios de diversos autores que han contribuido a determinar la viscosidad de mezclas sólido líquidas.

La particularidad de los estudios mencionados anteriormente, es que en todos ellos la fase líquida de la suspensión es newtoniana (agua). Si bien éstas relaciones sirven cuando las mezclas sólido líquidas a altas concentraciones se comportan como un fluido equivalente no newtoniano, al usar como fase líquida un fluido no newtoniano resulta difícil conocer la viscosidad de la mezcla μ_m a través de la expresión para μ_r puesto que la viscosidad del fluido μ_0 depende de $\dot{\gamma}$.

Kawase and Ulbrecht (1983), estudiaron las propiedades reológicas de suspensiones en donde la fase sólida son esferas y la fase líquida corresponde a un fluido no newtoniano de ley de potencia. Los autores, basados en el modelo de celdas de Happel (1958), plantean la siguiente relación:

$$K_r = \frac{K}{K_0} = 2C_5^{n-1} \left(\frac{C_6 - C_7 C_5}{C_8} \right) \quad (2.57)$$

$$C_1 = \frac{3 + 2l^{-5}}{2 - 3l^{-1} + 3l^{-5} - 2l^{-6}} \frac{n(n-1)}{2(2n+1)} \quad (2.58)$$

$$C_2 = 2l^2 - 3l + 7l^{-1} - 6 + 6l^{-1} \ln l \quad (2.59)$$

$$C_3 = -\frac{2}{3}(2n^2 + n)l^{2n+3} + (2n^2 + n)l^{2n+2} - \left(\frac{2}{3}n^2 + \frac{n}{3} - 1 \right) l^{2n} + 2nl^{-1} - (2n+1) \quad (2.60)$$

$$C_4 = \frac{3(3 + 2l^{-5})}{2 - 3l^{-1} + 3l^{-5} - 2l^{-6}} \frac{n(n-1)}{2n+1} \quad (2.61)$$

$$A_1 = \frac{-\frac{1}{2} - C_1 C_2}{C_3} \quad (2.62)$$

$$A_2 = -\frac{1}{3}n(2n+1)A_1 l^{2n+3} + C_1 \quad (2.63)$$

$$A_3 = -3A_2 + 2nA_1 + C_4 \quad (2.64)$$

$$C_5 = \frac{l + \frac{2}{3}l^{-5}}{l - \frac{3}{2}l^{-1} + \frac{3}{2}l^{-5} - l^{-6}} \quad (2.65)$$

$$C_6 = -12A_2 + 2A_3 + 4n(2n-1)(n+1)A_1 + \frac{3}{2}(n-1) \quad (2.66)$$

$$C_7 = \frac{9n(n-1)}{2(2n+1)} \quad (2.67)$$

$$C_8 = \frac{3(-22n^2 + 29n + 2)}{(2n+1)} \quad (2.68)$$

donde $l = \phi_{max}/\phi$, K_r es el coeficiente de consistencia relativo definido como la razón entre el coeficiente de consistencia de la mezcla K_m y el coeficiente de consistencia del fluido K_0 . n corresponde al índice de flujo del fluido de ley de potencia.

2.3. Velocidad de depósito en tuberías

En el transporte de mezclas sólidos-líquido en tuberías, un parámetro importante de diseño es la llamada velocidad límite de depósito. Esta velocidad puede ser definida de tres maneras distintas. La primera corresponde a la velocidad del flujo a la cual las partículas comienzan a sedimentar. La segunda corresponde a la velocidad del flujo en la cual las partículas sedimentan y forman un lecho móvil en el fondo de la tubería, y la tercera corresponde a la velocidad del flujo en la que se produce la mínima pérdida de carga para una concentración de sólidos dada. El punto de mínima pérdida de carga se explica por la siguiente razón: por debajo de la velocidad de depósito, los sólidos sedimentan reduciendo la sección transversal de escurrimiento al mismo tiempo que el lecho formado aumenta la rugosidad en la base de la tubería. Finalmente, la superposición de estos dos efectos generan un incremento en las

pérdidas de carga a medida que disminuye el caudal de escurrimiento. En el otro sentido, para velocidades sobre la velocidad de depósito, no existe un lecho móvil o estacionario pero las pérdidas de carga aumentan conforme aumenta el caudal de escurrimiento. La figura 2.3 muestra la forma típica de la curva de pérdida de carga en una tubería en función del caudal.

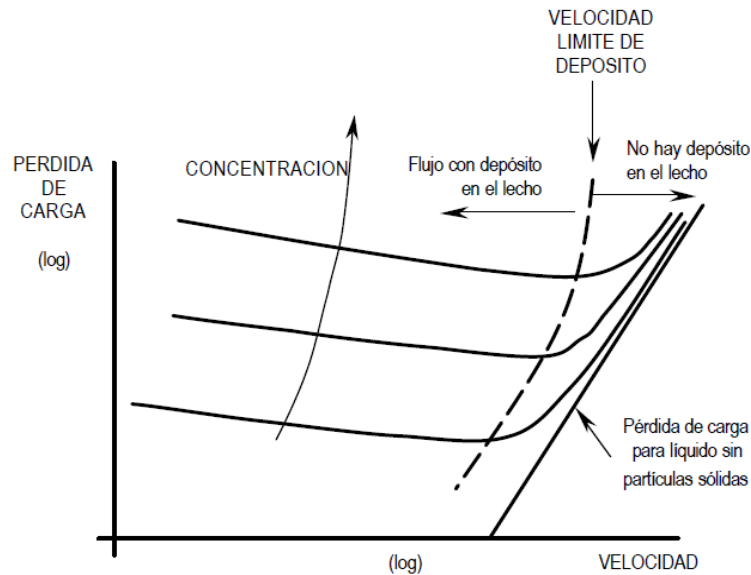


Figura 2.3: Comportamiento típico de las pérdidas de carga en tubería versus la velocidad media para diferentes concentraciones de sólidos. El punto mínimo de cada curva define la velocidad de depósito.

La importancia en el cálculo de la velocidad de depósito radica en que ésta define usualmente el punto óptimo de operación del sistema de proyectos que involucran el transporte hidráulico de sólidos como es el caso de la minería, la industria química y alimenticia. Esto se debe a que bajo la velocidad de depósito, los sólidos transportados probablemente sedimentarán, mientras que sobre ésta se requerirá mayor energía para el transporte aumentando los costos del proyecto. Además, y particularmente en la industria minera, el cálculo de la velocidad de depósito cobra mayor importancia en el contexto actual dado los consumos cada vez más limitados de agua en los procesos mineros. Esto ha obligado a los sistemas de transporte de sólidos como concentrados y relaves, a operar en condiciones más extremas exigiendo a los sistemas de transporte e impulsión a operar en el límite de su eficiencia.

Existen numerosas relaciones para el cálculo de la velocidad de depósito cuando el fluido utilizado como medio de transporte de los sólidos es newtoniano. Sin embargo, en mezclas sólido líquido hiperconcentradas, las partículas más finas interactúan con el fluido pudiendo formar una mezcla equivalente con características no newtonianas que interactúa con las fracciones más gruesas de sólidos. Este fenómeno se ve hoy en día en distintos procesos industriales y naturales, principalmente en la industria minera y en flujos de lahares y detritos respectivamente. Debido a esto, la necesidad de encontrar una expresión para el cálculo de la velocidad de depósito en fluidos no newtonianos, cobra importancia.

2.3.1. Relaciones en Fluidos Newtonianos para la Velocidad de Depósito

Uno de los primeros estudios donde se midió sistemáticamente la velocidad de depósito fue realizado por Durand (1953). En sus experiencias, utilizó mezclas de agua con partículas de arena y carbón a concentraciones menores al 15 % en volumen y diámetros de partículas que fluctuaban entre los 50 micrones y los 2 mm llegando a la siguiente relación.

$$V_L = F_L \sqrt{2gD(S-1)} \quad (2.69)$$

donde V_L es la velocidad crítica de depósito, D el diámetro de la tubería, S es la densidad específica de los sólidos y F_L es una función que se determina gráficamente y que depende tanto del diámetro como la concentración de partículas limitada por un 15 % en volumen.

Spells (1955), considerando partículas pequeñas de diámetros menores a 0.5 mm obtiene la siguiente relación para la velocidad crítica de depósito.

$$V_L^{1,225} = 0,0251gd_{85}(S-1) \left(\frac{D\rho_m}{\mu_m} \right)^{0,775} \quad (2.70)$$

donde ρ_m y μ_m corresponden a la densidad y viscosidad de la mezcla respectivamente.

Wasp and Aude (1970) incorporan a la relación de Durand, el tamaño relativo de las partículas respecto al diámetro de la tubería dando como resultado la siguiente expresión,

$$\frac{V_L}{\sqrt{2gD(S-1)}} = F'_L \left(\frac{d_s}{D} \right)^{1/6} \quad (2.71)$$

donde F'_L es una función de la concentración presentada por los autores de manera gráfica.

Gillies and Shook. (1991) obtienen una nueva relación para el F_L de la ecuación de Durand utilizando tuberías entre los 5.3 y 49.5 cm, partículas cuyos d_{s50} van desde 0.15 mm a 4 mm, partículas finas inferiores a los $7\mu m$ las cuales son transportadas por el fluido formando un nuevo fluido equivalente, y densidades de partículas entre los 1374 y 2650 Kg/m^3 . Los autores proponen,

$$F_L = \frac{V_L}{\sqrt{2gD(\rho_s - \rho_f)/\rho_f}} \quad (2.72)$$

$$F_L = \exp(0,165 - 0,073C_D - 12,5K_2) \quad (2.73)$$

$$K_2 = (K_1 - 0,14)^2 ; \quad K_1 = \left(\frac{\mu_L}{\rho_L} \right)^{2/3} g^{-1/3} d_{s50} \quad (2.74)$$

$$\rho_f = \frac{\rho_s \phi_f + (1 - \phi_t)}{1 - \phi_t + \phi_f} ; \quad \phi_t = \phi_f + \phi_r \quad (2.75)$$

donde ρ_L y μ_L son la densidad y viscosidad del líquido respectivamente, ρ_f la densidad del fluido equivalente (líquido más partículas finas de diámetros inferiores a $74\mu m$), ϕ_r la concentración de partículas gruesas, ϕ_f la concentración de finos y ϕ_t la concentración total de sólidos. C_D corresponde al coeficiente de arrastre.

Oroskar and Turian (1980), propone que para que las partículas se mantengan suspendidas, deben existir una fracción de vórtices en el flujo capaces de inducir velocidades instantáneas cuya componente vertical sean superiores a la velocidad de sedimentación de las partículas. Por lo tanto, los autores proponen que la velocidad de depósito ocurre cuando la energía necesaria para mantener a las partículas suspendidas es igual a la energía disipada por la fracción Ψ de vórtices capaces de generar velocidades verticales superiores a la velocidad de sedimentación de las partículas. La relación propuesta por los autores es:

$$\frac{V_L}{\sqrt{g d_s (S - 1)}} = 1,85 \phi^{0,1536} (1 - \phi)^{0,3564} \left(\frac{d_s}{D} \right)^{-0,378} \bar{N}_{Re}^{0,09} \Psi^{0,3} \quad (2.76)$$

donde $\bar{N}_{Re} = D \rho_f \sqrt{g d_s (S - 1)} / \mu_f$ es número de Reynolds modificado.

Kökpınar and Gögüs (2001), incluyen el efecto que tiene la concentración volumétrica ϕ en la velocidad de sedimentación de las partículas y obtienen la siguiente relación.

$$\frac{V_L}{\sqrt{g D}} = 0,055 \left(\frac{d_s}{D} \right)^{-0,6} \phi^{0,27} (S - 1)^{0,07} \left(\frac{\rho_f v_m d_s}{\mu_f} \right)^{0,3} \quad (2.77)$$

donde en este caso v_m es la velocidad de sedimentación de las partículas en la mezcla corregida por el efecto de la concentración.

Existe muchas otras relaciones en la literatura para el cálculo de la velocidad de depósito entre ellas se puede citar a Newitt et al. (1955), Turian and Yuan (1977), Babcock (1971) entre otras. Sin embargo, al igual que las relaciones anteriores, todas han sido determinadas para mezclas sólido líquido en que el fluido utilizado como medio de transporte es newtoniano.

2.3.2. Relaciones para la velocidad de depósito en fluidos no-newtonianos.

En la literatura, y a nuestro conocimiento, solo se ha encontrado el estudio de Shah and Lord (1991) para el cálculo de la velocidad de depósito cuando el fluido utilizado como medio

de transporte de los sólidos es no newtoniano. En su estudio, el autor utiliza mezclas sólidos líquido en que la fase líquida son fluidos no newtonianos de ley de potencia con índice de flujo n variando entre 0.304-0.941 y coeficientes de consistencia entre 0.00488-4.3091 $Pa \cdot s^n$, mientras que la fase sólida corresponde a arena de granulometría variable entre las mallas 20 y 40. Los experimentos son realizados en tuberías de 3.81, 5.72 y 6.99 cm. La concentración volumétrica de sólidos en las mezclas varían entre un 15% y 31%. Shah and Lord (1991) propone un ajuste a la ecuación de Oroskar and Turian (1980), en la cual no incluye la fracción Ψ de la ecuación original de Oroskar puesto que la mayoría de sus mediciones para fluidos no newtonianos, ocurren en régimen laminar. La expresión propuesta por Shah and Lord (1991) es,

$$\frac{V_L}{\sqrt{gd_s(S-1)}} = Y\phi^{0,1536}(1-\phi)^{0,3564} \left(\frac{ds}{D}\right)^{-w} N_{Re}^z \quad (2.78)$$

donde Y , w y z son parámetros ajustados mediante una regresión a los datos experimentales para cada mezcla de cada fluido no newtoniano.

2.4. Difusión Hidrodinámica en flujos laminares de Mezclas Sólido-Líquidas

Para que una partícula sólida sea resuspendida desde un lecho de partículas cuando un flujo escurre sobre él y se mantenga suspendida en el flujo, comúnmente se considera que el flujo debe ser turbulento. De esta manera, son las fluctuaciones turbulentas de velocidad y presión las que permiten resuspender y/o mantener suspendidas las partículas. (Oroskar and Turian, 1980), plantea que una partícula se mantiene suspendida en el flujo si los vórtices propios de la turbulencia tienen velocidades verticales instantáneas superiores a la velocidad de sedimentación de la partícula. Sin embargo, se ha encontrado que en flujos laminares donde sólo existen esfuerzos viscosos, y las partículas son lo suficientemente grandes como para despreciar los movimientos de tipo brownianos, los sólidos pueden ser resuspendidos desde su lecho. A éste fenómeno se le conoce como resuspensión viscosa y es un caso particular del proceso de difusión hidrodinámica.

La resuspensión viscosa fue descubierta por Gadala-Maria (1979). Gadala-María, se encontraba estudiando la reología de suspensiones en un reómetro de platos paralelos. Las partículas que utilizó, eran capaces de sedimentar en el fluido utilizado y las dejó sedimentar toda una noche. Posteriormente, al aplicar un esfuerzo de corte sobre las partículas a través de la geometría de platos paralelos, Gadala-María observó que siendo el flujo laminar, a medida que aumentaba el esfuerzo de corte aplicado, la viscosidad comenzaba a aumentar y el lecho de partículas se comenzaba a expandir hasta llegar a un equilibrio en donde el proceso de resuspensión había concluido y llegado a un estado permanente.

Leighton and Acrivos (1987 a,b) fueron los primeros en estudiar el fenómeno de difusión hidrodinámica y proponen un modelo difusivo basado en la interacción partícula-partícula. Leighton and Acrivos (1987b), proponen que la interacción entre 3 o más partículas que se

mueven en un flujo, generan en su trayectoria un desplazamiento irreversible perpendicular a su línea de corriente. De esta manera, la trayectoria de una partícula en una suspensión sólida líquida no Browniana sometida a un esfuerzo de corte, experimenta una serie de colisiones y desplazamientos irreversibles que en su conjunto constituyen un movimiento aleatorio de la partícula. Los autores proponen que este movimiento aleatorio puede ser caracterizado como un proceso difusivo conocido en inglés como, "*shear induced self diffusion*." auto-difusión inducida por el esfuerzo de corte.

Leighton and Acrivos (1987b) proponen que además del proceso de auto-difusión, existen otros flujos de difusión hidrodinámica inducidos por el esfuerzo de corte basados en la interacción partícula-partícula en que las partículas se mueven desde zonas de mayor a menor concentración, viscosidad, y esfuerzo de corte o tasa de deformación angular. El flujo difusivo de partículas debido a un gradiente de concentración, considera que una partícula experimenta una mayor frecuencia de colisiones mientras mayor sea la concentración de partículas. Por lo tanto, ante la presencia de un gradiente de concentraciones, serán las mismas colisiones que experimentan una partícula presente en una zona de alta concentración las que las harán migrar hacia zonas de menor frecuencia de colisiones. En la misma línea, a mayor tasa de deformación angular, mayor es la frecuencia de colisiones que experimentan las partículas. Por lo tanto, estas migrarán, de zonas de mayor tasa de deformación angular a zonas de menor tasa de deformación angular. Finalmente, si no existe un gradiente de viscosidad, dos partículas que chocan rotan entorno al centro de masa (punto de contacto), sin embargo, ante la presencia de un gradiente de viscosidad en el flujo, producido en parte por un gradiente de concentraciones, el centro de masa ya no coincide con el centro de rotación y las partículas en promedio serán desplazadas en una interacción desde zonas de mayor a menor viscosidad.

Leighton and Acrivos (1987 a,b) encuentran que el coeficiente de difusión por corte inducido es proporcional a la tasa de deformación angular y al radio de las partículas al cuadrado. Eso sí, es importante mencionar que los autores encuentran que el coeficiente de difusión medido en el proceso de auto-difusión es un orden magnitud menor que el encontrado para un gradiente de concentraciones y viscosidad.

$$D_c \sim \dot{\gamma} a^2 \tag{2.79}$$

donde D_c es el coeficiente de difusión por corte inducido, y a el radio de las partículas.

Leighton and Acrivos (1986), utilizan el modelo difusivo propuesto por Leighton and Acrivos (1987 a,b) para encontrar la altura de resuspensión de un lecho de partícula sobre el cual fluye un flujo de Couette en régimen laminar. Ellos proponen que la resuspensión de partículas desde el lecho se debe a un flujo inducido por un gradiente de concentración existente entre el lecho y el fluido que escurre sobre él. De esta manera, la resuspensión de partículas desde el lecho logra una altura de equilibrio cuando se produce un equilibrio entre el flujo difusivo debido a un gradiente de concentraciones y el flujo gravitacional o de sedimentación de las partículas corregido por la función de escondimiento el cual es considerado que ocurre en régimen de Stokes. Es así que los autores proponen,

$$-\dot{\gamma}a^2D_c\frac{d\phi}{dz}-\frac{2}{9}\phi f(\phi)\frac{a^2g\Delta\rho}{\mu_f}=0 \quad (2.80)$$

donde el primer término corresponde al flujo de partículas producto del gradiente de concentración y el segundo al flujo asociado a la sedimentación de las partículas. Además,

$$D_c=\frac{1}{3}\phi^2\left(1+\frac{1}{2}e^{8,8\phi}\right) \quad (2.81)$$

$$f(\phi)=\frac{1-\phi}{\mu_{ef}} \quad (2.82)$$

$$m\mu_{ef}=\left(1+\frac{1,5\phi}{1-\frac{\phi}{\phi_m}}\right)^2 \quad (2.83)$$

donde D_c es el coeficiente de difusión por corte inducido adimensionalizado por $\dot{\gamma}a^2$ propuesto por Leighton and Acrivos (1987b), $\Delta\rho=\rho_s-\rho_f$ corresponde a la diferencia de densidades entre los sólidos y el fluido, μ_f la viscosidad del fluido, μ_{ef} la viscosidad efectiva de la suspensión y $f(\phi)$ la función de escondimiento.

Posterior a Leighton and Acrivos (1986), otros autores realizaron estudios para la resuspensión de partículas en flujos de couette para partículas monodispersas (Acrivos et al., 1993) y bidensas (Tripathi and Acrivos, 1999). En este último caso, las partículas poseen igual diámetro pero distintas densidades siendo una de ellas neutralmente boyante. Por otro lado, la resuspensión viscosa en flujos completamente desarrollados de Poiseuille en 2-D, fue estudiada por Schaffinger et al. (1990) y Schaffinger et al. (1995). En estudios más recientes, Shaully et al. (2000) realiza estudios con lechos polidispersos. En la mayoría de estos estudios, los resultados son presentados en función del número de Shields el cual relaciona los esfuerzos viscosos con los gravitacionales. Estos resultados indican, que la altura de resuspensión viscosa aumenta a medida que aumenta el número de Shields. Finalmente, es importante notar, que todos los estudios anteriores el fluido utilizado como medio de transporte es newtoniano.

Siguiendo el modelo difusivo propuesto por Leighton and Acrivos (1987 a,b), Phillips et al. (1992) lleva el modelo difusivo a flujos de Poiseuille y de Couette de suspensiones sólidos líquidas newtonianas en tuberías a concentraciones en volumen de sólidos entre 40 y 60 % con partículas neutralmente boyantes de diámetros medios 100 y 675 micrones. El modelo difusivo de Phillips et al. (1992) proviene del razonamiento seguido por Leighton and Acrivos (1987a), y está basado en la variación espacial de la frecuencia de colisiones debido a un gradiente de concentraciones y en la variación espacial de la viscosidad. El modelo propone que el número de colisiones experimentada por una partícula escala con $|\dot{\gamma}|\phi$, donde $|\dot{\gamma}|$ representa la magnitud de la tasa local de deformación angular. La variación en la frecuencia de colisiones en una distancia del orden del radio de la partícula a , está dada entonces por $a\nabla(\dot{\gamma}\phi)$. Considerando que el desplazamiento de cada partícula luego de cada interacción es

de $O(a)$, entonces el flujo de partículas debido al gradiente $\nabla\dot{\gamma}\phi$ propuesto por Phillips et al. (1992) es,

$$N_c = -D_c a^2 \phi \nabla(\dot{\gamma}\phi) = -D_c a^2 (\phi^2 \nabla\dot{\gamma} + \phi\dot{\gamma}\nabla\phi) \quad (2.84)$$

Para el caso del flujo por un gradiente de viscosidad, el modelo difusivo propone que el desplazamiento luego de cada interacción partícula-partícula irreversible, escala con la variación relativa de la viscosidad a lo largo de la partícula sobre una distancia de $O(a)$, es decir, es proporcional a $(a/\mu)/d\mu/dz$. Si cada interacción produce un desplazamiento de $O(a)$ y la frecuencia de interacciones escala con $|\dot{\gamma}|\phi$, entonces el flujo debido a una variación espacial en la viscosidad está dado por,

$$N_\mu = -D_\mu \dot{\gamma} \phi^2 \left(\frac{a^2}{\mu_m} \right) \nabla \mu_m \quad (2.85)$$

Considerando que la viscosidad de la mezcla μ_m depende de la concentración de partículas, entonces Phillips et al. (1992) proponen,

$$N_\mu = -D_\mu \dot{\gamma} \phi^2 \left(\frac{a^2}{\mu_m} \right) \frac{d\mu_m}{d\phi} \nabla \phi \quad (2.86)$$

D_μ y D_c son coeficientes de difusión adimensionales cuyos valores son encontrados experimentalmente por Phillips. Tanto en N_c y en N_μ el signo menos se debe a que el flujo va de mayor a menor concentración y viscosidad respectivamente. Finalmente, la ecuación de conservación se escribe,

$$\frac{D\phi}{Dt} = -\nabla \bullet (N_c + N_\mu) \quad (2.87)$$

Phillips et al. (1992) consideran que $v \cdot \nabla v = 0$, por lo tanto, la ecuación 2.87, escrita en coordenadas polares es:

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = \frac{a^2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left[D_c \left(\phi^2 \frac{\partial\dot{\gamma}}{\partial r} + \phi\dot{\gamma} \frac{\partial\phi}{\partial r} \right) + D_\mu (\dot{\gamma}\phi^2) \frac{1}{\mu_m} \frac{\partial\mu_m}{\partial\phi} \frac{\partial\phi}{\partial r} \right] \right\} \quad (2.88)$$

Considerando régimen permanente y la condición de borde de flujo neto igual a zero en los bordes ya sea para el flujo de Poiseuille o de Couette, la ecuación 2.88 se puede escribir como,

$$\frac{\dot{\gamma}\phi}{\gamma_w \phi_w} = \left(\frac{\mu_{mw}}{\mu_r} \right)^{D_n/D_c} \quad (2.89)$$

donde $\dot{\gamma}_w$ y ϕ_w son la tasa de deformación angular y concentración volumétrica en la pared del cilindro interior para el flujo de Couette y para la pared de la tubería en el caso del flujo de Poiseuille, mientras que μ_{mw} es la viscosidad de la mezcla en la pared y $\mu_r = \mu_m/\mu_f$ la viscosidad relativa donde μ_f es la viscosidad del fluido.

Para las mezclas newtonianas sólidos líquidas utilizada por Phillips et al. (1992) mencionada anteriormente, los autores proponen que $D_c/D_\mu = 0,66$. Además, encuentran que en el caso del flujo en tuberías, la máxima concentración de partículas se obtiene en el centro de ésta.

Zhang and Acrivos (1994) estudian la migración de partículas para un flujo de Poiseuille en tubería. En su estudio, propone un modelo en 3 dimensiones basado en el modelo difusivo de Phillips et al. (1992), el cual es resuelto numéricamente. De esta manera, Zhang and Acrivos (1994) se hacen cargo de las corrientes secundarias presentes en el flujo encontrando que las partículas se concentran en el centro de la tubería. La misma conclusión, es obtenida por Koh et al. (1994) en flujos de suspensiones de partículas neutralmente boyantes en una tubería cuadrada.

Nott and Brady (1994), proponen otro modelo llamado "*suspension balance model*". Este modelo considera que la migración de partículas se debe a los esfuerzos normales que ocurren en una suspensión y no a un proceso difusivo. En este modelo, las ecuaciones de conservación de masa y momentum son escritas tanto para la suspensión como para la fase sólida. Estas ecuaciones se encuentran conectadas por el tensor de esfuerzo asociado a las partículas $\sum_{ij} P$. En este modelo el tensor total de esfuerzo \sum_{ij} se escribe como,

$$\sum_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu_f e_{ij} + \sum_{ij} P \quad (2.90)$$

donde p es la presión en el fluido, e_{ij} el tensor de deformaciones y $\sum_{ij} P$ el tensor de esfuerzo asociado a la interacción partícula-partícula.

Ramachandran and Leighton Jr (2007), realizan un estudio numérico de las corrientes secundarias en un flujo en tubería de una suspensión sólido líquida basado en el modelo propuesto por Nott and Brady (1994). Estos autores comparan la diferencia de considerar un tensor de esfuerzo isotrópico (Zhang and Acrivos, 1994) versus considerar un esfuerzo anisotrópico, el cual surge de la necesidad de incluir los esfuerzos asociados a la interacción partícula-partícula. Ramachandran and Leighton Jr (2007) encuentran mejores resultados al considerar un tensor de esfuerzo anisotrópico. De hecho las corrientes secundarias, circulan en el sentido contrario que aquellas predichas por el modelo isotrópico.

De la revisión bibliográfica expuesta hasta este momento, el resultado más interesante para el presente trabajo es que independiente del modelo utilizado, todos los autores coinciden en que las partículas presentes en una suspensión de un flujo de Poiseuille en una tubería cuando el fluido utilizado como medio de transporte es newtoniano, tienden a migrar hacia el centro de la tubería incluso si la mezcla presenta un comportamiento no-newtoniano (Phillips et al. (1992), Zhang and Acrivos (1994), Nott and Brady (1994), Ramachandran and Leighton Jr (2007)). Este fenómeno, claramente se ve incrementado si las partículas son neutralmente

boyantes.

Finalmente, se ha encontrado en la literatura un análisis numérico (Huang and Joseph, 2000) que estudia el flujo laminar en una tubería de mezclas sólidos líquidas en cuando el fluido utilizado como medio de transporte es no newtoniano. En particular, para fluidos "*shearthinning*" que se ajustan al modelo de Carreau-Bird, el estudio muestra que partículas neutralmente boyantes de 1 cm de diámetro migran hacia las paredes de la tubería dejando una zona de concentración nula en el centro de la tubería. La zona central de concentración nula, es mayor mientras menor sea el índice de flujo n . También la zona central de concentración nula aumenta con la velocidad del flujo. D'Avino et al.(2010 a,b), realizan un modelo numérico que describe la trayectoria de una partícula inmersa en un flujo de un fluido viscoelástico. El primero de ellos corresponde a un modelo 2D mientras el segundo corresponde a un modelo 3D de un flujo entre placas planas paralelas. En ambos estudios, los autores llegan a la conclusión de que la partícula ubicada en cualquier posición inicial migra hacia la pared más cercana, salvo que ésta esté ubicada exactamente en el centro de la geometría, en ese caso, la partícula se mantiene en el centro.

Capítulo 3

Instalación Experimental y Metodología

3.1. Instalación Experimental

La instalación experimental fue diseñada de tal manera que permitiera medir las pérdidas de carga a lo largo de una tubería en el transporte de una mezcla sólido líquida. Por tal motivo, se diseña un sistema de tuberías cerrado o "loop" por el cual escurre la muestra. La figura 3.1, muestra un esquema de la instalación experimental.

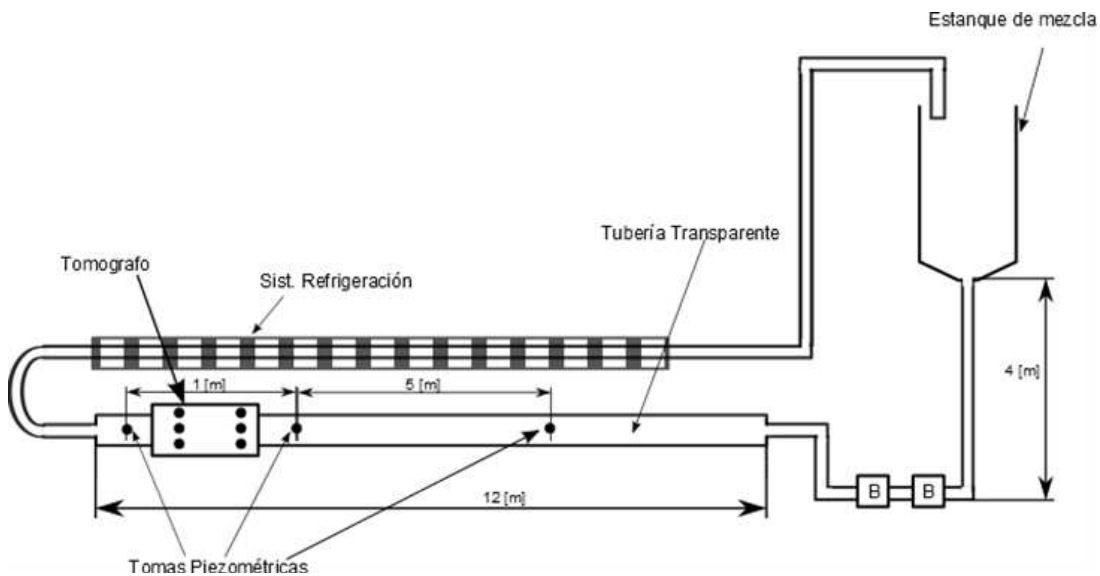


Figura 3.1: Esquema Instalación Experimental.

La instalación experimental cuenta como medio de impulsión 2 bombas centrifugas modelo EBARA DWO400 conectadas en serie, un estanque de mezcla con base cónica, una tubería de PVC transparente de 12 m de longitud y 2 pulgadas de diámetro la cual permite la visualización del flujo, 3 tomas piezométricas, un tomógrafo resistivo, un sistema de refrigeración, un variador de frecuencia, un sistema de recirculación y un flujómetro magnético SIEMENS 3100.

Estanque de Mezcla

El estanque de mezcla, es un estanque de PVC de 100 [lt] de capacidad que cuenta con un fondo cónico. Fue diseñado con un fondo cónico, para que las partículas sólidas transportadas no queden depositadas en la base del estanque puesto que estas tienen boyancia negativa.

Sistema de Impulsión

El sistema inicialmente, contemplaba una bomba excéntrica ALLWEILER AE1E. Este tipo de bombas es usualmente usado en el transporte de pulpas mineras, sin embargo, para la escala de la instalación experimental, la bomba excéntrica generaba pulsos de presión que afectaban al flujo (caudal pulsante) y hacían inviable las mediciones de presión. Además, su construcción de fierro por lo que liberaba oxido a la muestra lo cual generaría distorsiones en las mediciones de conductividad del tomógrafo. Para solucionar estos inconvenientes, se decide cambiar el sistema de impulsión por dos bombas centrífugas EBARA DWO400 de rodete abierto y de acero inoxidable. La particularidad del rodete abierto, es que es más resistente a la abrasión generada por las partículas. La curva característica de estas bombas se presenta en la tabla 3.1.

Tabla 3.1: Curva Característica Bomba EBARA DWO400

Modelo		EBARA DWO 400							
Q [lt/min]	100	200	300	400	550	750	950	1100	
H [m]	17.5	16.9	16.3	15.6	14.3	12.4	9.8	7.6	

Tubería de Medición

La tubería donde se realizan las mediciones de presión, es una tubería de PVC transparente de 2 pulgadas de diámetro y 12 metros de longitud, la cual permite la visualización del flujo.

Sistema de Recirculación

El sistema de recirculación esta formado por mangueras plásticas de 1 pulgada de diámetro y por ellas la mezcla es transportada hacia la tubería transparente y desde ella hacia el estanque de mezcla. Uno de los problemas del Loop construido, corresponde a su orientación vertical y no horizontal. Debido a esto, el sistema de recirculación fue diseñado con un diámetro de 1 pulgada y no de 2 pulgadas al igual que la tubería transparente, para asegurar que la velocidad del flujo permitiera el transporte de todas las partículas en los tramos verticales.

Tomas Piezométricas

Se instalan 3 tomas piezométricas en la tubería de medición para medir las pérdidas de carga en la tubería. Cada piezómetro está formado por una manguera de 3 mm las cuales están adosadas al tablero de medición. Debido a las altas presiones alcanzadas en la tubería (2.5 bar), los piezómetros están adaptados para medir bajo condiciones de flujo presurizado. En la tubería transparente existen dos singularidades aguas arriba y aguas abajo de esta. Aguas arriba, hay un ensanchamiento pues el flujo pasa de una manguera de 1" de diámetro a la tubería de 2" de diámetro. En cambio aguas abajo de la tubería existe un angostamiento debido a la reducción de la sección de escurrimiento de 2" a 1". En virtud de lo anterior, el primer piezómetro está ubicado a 4 metros de la entrada del flujo a la tubería transparente para asegurar un flujo estable y sin flujos secundarios que podrían haberse producido en el ensanchamiento. Las otras 2 tomas piezométricas están ubicadas a 5 y 6 metros del primer piezómetro respectivamente, dejando 2 metros de tubería libre para eliminar posibles influencias debido al angostamiento.

Sistema de Refrigeración

Los fluidos utilizados como medio de transporte de los sólidos tienen viscosidades que varían entre 20 a 80 veces la viscosidad del agua, por tal motivo, al ser transportados por largo periodos de tiempo en un circuito cerrado, estos adquieren altas temperaturas ($T > 35^{\circ}\text{C}$) y es necesario la instalación de un sistema de refrigeración. El sistema de refrigeración diseñado, consiste en dos tuberías concéntricas. La tubería exterior tiene 60 mm de diámetro y la interior tiene 40 mm de diámetro. En el espaciado o "gap" que existe entre ellas, escurre agua fría a $\sim 14^{\circ}\text{C}$ que entra en contacto con la tubería interna de 40 mm que transporta la mezcla sólidos líquido. Esta configuración se esquematiza en la figura 3.2. El sistema de refrigeración permite estabilizar la temperatura entorno a 27°C con una variación de $\pm 1^{\circ}\text{C}$ aproximadamente.

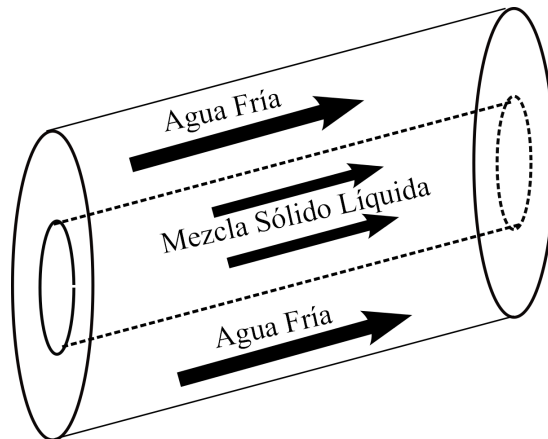


Figura 3.2: Esquema Sistema de Refrigeración.

Recuperador de Partículas

El recuperador de partícula consiste en un estanque inclinado de 500 litros en el cual es vertida la mezcla sólido líquida luego de cada experiencia experimental, con el fin de lavar y recuperar las partículas para el próximo experimento.

Tomógrafo Resistivo

Se cuenta con un tomógrafo resistivo marca ITS de 2" de diámetro con 2 planos de 16 sensores ubicado en el tramo final de la tubería transparente y entre dos tomas piezométricas tal como se ve en el esquema de la instalación experimental (Figura 3.1). Los sensores corresponden a electrodos adosados a la pared interna del tomógrafo permitiendo el contacto eléctrico con el fluido que pasa a través de él pero sin perturbar el flujo. En la sección siguiente se verán en mayor detalle las características y modo de funcionamiento del tomógrafo resistivo.

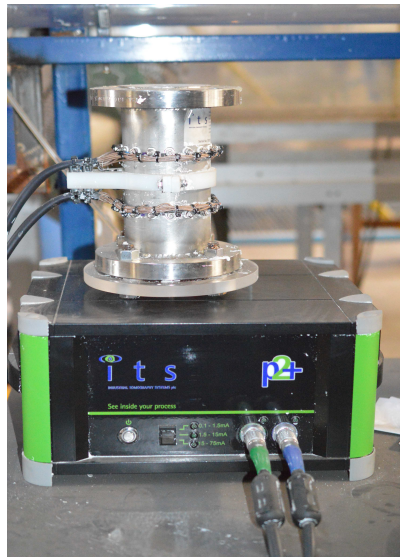


Figura 3.3: Tomografo Resistivo ITS 2" y Sistema de Adquisición de Datos modelo P2+.

Variador de Frecuencia

Se cuenta con un variador de frecuencia marca SEW EURODRIVE modelo MOVITRAC B, cuya función es regular las revoluciones del sistema de bombeo. Sin el variador de frecuencia, las bombas centrifugas del sistema de bombeo trabajarían todo el tiempo a su máxima potencia y el caudal tendría que ser regulado mediante la apertura o cierre parcial de una válvula instalada aguas abajo del sistema de bombeo. Debido a que microesferas de vidrio son transportadas, el desgaste del rodete de las bombas trabajando a máxima potencia sería perjudicial para el sistema de impulsión. Por tal motivo, el variador de frecuencia, trabaja disminuyendo o aumentando las revoluciones del rodete de la bomba para regular el caudal

que circula en el sistema, prolongando así la vida útil del sistema de impulsión puesto que éste trabajaría poco tiempo a su máxima potencia.

Flujómetro Magnético

La instalación experimental cuenta con un flujómetro magnético modelo SIEMENS 3100 de 1" de diámetro ubicado en el último tramo vertical del loop y un transmisor de señal SIEMENS MAG-5000 el cual permite la visualización de los datos de flujo másico. El principio de funcionamiento de un flujómetro magnético, está basado en la ley de Faraday. Esta ley dice que un material conductor en movimiento (fluido en este caso) que atraviesa un campo magnético, induce una diferencia de voltaje proporcional a su velocidad. Por lo tanto, conocida la relación voltaje-velocidad medida y el área de la sección transversal de la tubería, se puede calcular el caudal medio del flujo mediante la relación $Q = \bar{U} \cdot A$. El flujómetro, debe ser ubicado en tramos donde el campo de velocidades no se haya visto afectado por singularidades de la conducción (curvas, ensanchamientos, angostamientos, etc.). Por tal motivo, según el fabricante se debe ubicar a una longitud de 5 veces el diámetro aguas arriba o aguas abajo de la singularidad, en un tramo recto y no en los puntos altos del sistema donde se pueden acumular burbujas. En particular, en este estudio se transportarán mezclas sólido líquidas en las cuales a bajas velocidades la distribución de partículas en la sección transversal de la tubería es heterogénea, y por lo tanto, un lecho de partículas móvil o estacionario dentro del flujómetro podrían alterar las mediciones de caudal. Por tal motivo, la instalación del sensor se realiza en un tramo recto vertical ubicado en el último tramo del sistema cerrado de tuberías, justo antes del estanque de mezcla.

El transmisor de señal MAG-5000, presenta el caudal en un visor digital ubicado en el mismo transmisor donde la menor medida posible es de 0.1 [lt/s]. Sin embargo, los caudales a los cuales se realizan los experimentos están entre 1.7 a 0.1 lt/s, por lo que el error de 0.05 [lt/s] (la mitad de la menor medida) escala con la magnitud de las mediciones. El flujómetro magnético mide de manera directa el flujo másico, por tal motivo se prefiere visualizar el flujo másico (error de 0.005 [lt]) durante 2 minutos aproximadamente con un cronómetro reduciendo el error del caudal a 0.005 [lt/s] aproximadamente.

Reómetro

Para la medición de la reología tanto del fluido de ley de potencia como de la mezcla sólido líquida, se cuenta con un reómetro Anton Paar modelo Rheolab QC y un sistema de control de temperatura en base a elementos de Peltier. El sistema de control de temperatura permite obtener la reología de la mezcla a la misma temperatura estabilizada con el sistema de refrigeración que ésta posee durante el experimento. De esta manera se elimina el error de la viscosidad por efectos de temperatura.

3.2. Metodología

Tal como se mencionó anteriormente, el presente trabajo de tesis, tiene como objetivo el estudio de las pérdidas de carga en tuberías de mezclas sólidos líquido cuya fase líquida tiene un comportamiento reológico no newtoniano de ley de potencia. Por este motivo, la metodología experimental incluye tanto la preparación de la mezcla sólido líquida como el procedimiento experimental.

Mezclas Sólidos Líquido

Las mezclas bifásicas están compuestas por una fase líquida pseudoplástica que consiste en una mezcla de Carboximetil Celulosa (CMC) con agua y una fase sólida correspondiente a microesferas de vidrio. Debido a que las pérdidas de carga en la tubería no sólo dependen del líquido transportado sino también de la forma, tamaño y concentración de los sólidos transportados, se decide estudiar las perdidas de carga para 27 mezclas sólidos líquidas formadas por 3 viscosidades del fluido, 3 diámetros distintos de partículas de vidrio transportadas y 3 concentraciones en volumen de sólidos. Las 27 posibles combinaciones se muestran en la tabla 3.2, donde M_{Agua}/M_{CMC} corresponde al porcentaje peso peso de la solución de agua con Carboximetil Celulosa, ds_{50} el diámetro medio de las partículas, y ϕ la concentración en volumen de partículas.

Tabla 3.2: Mezclas Sólido Líquidas a desarrollar

M_{Agua}/M_{CMC} [% p/p]	ds_{50} [μ]	ϕ [% v/v]	M_{Agua}/M_{CMC} [% p/p]	ds_{50} [μ]	ϕ [% v/v]	M_{Agua}/M_{CMC} [% p/p]	ds_{50} [μ]	ϕ [% v/v]
0.5	120	25	0.6	300	25	0.8	600	25
0.5	120	25	0.6	300	25	0.8	600	25
0.5	120	25	0.6	300	25	0.8	600	25
0.5	120	30	0.6	300	30	0.8	600	30
0.5	120	30	0.6	300	30	0.8	600	30
0.5	120	30	0.6	300	30	0.8	600	30
0.5	120	35	0.6	300	35	0.8	600	35
0.5	120	35	0.6	300	35	0.8	600	35
0.5	120	35	0.6	300	35	0.8	600	35

Para las concentraciones peso a peso de la mezcla Agua-CMC indicadas en la tabla 3.2, se obtienen fluidos pseudoplásticos con viscosidades aparentes entre 20 a 80 veces la viscosidad del agua.

Las microesferas de vidrio son polidisperas en tamaño y poseen una densidad de $2500[kg/m^3]$. Las curvas granulométricas de cada una de ellas se observan en la figura 3.4.

La granulometría de las partículas más pequeñas cuyo ds_{50} es de $120\mu m$, se debió realizar a través de un equipo de granulometría láser modelo Mastersizer 2000 ubicado en el laboratorio de Sedimentología del departamento de Geología de la Universidad de Chile, debido a que no se contaba con tamices para diámetros de partículas tan pequeñas. En el caso de las

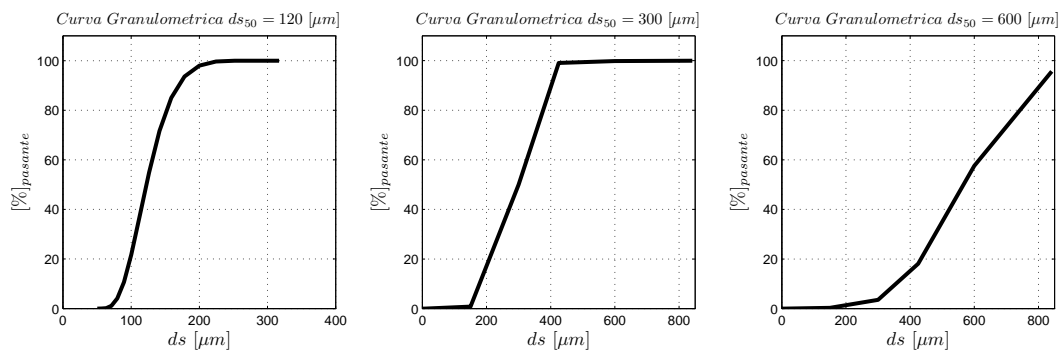


Figura 3.4: Curvas Granulométricas para los 3 diámetros de partículas.

partículas de diámetro medio 300 y 600 micrones, la granulometría se realiza mediante tamices granulométricos.

Mediciones Reológicas

Para las concentraciones en volumen de sólidos de las mezclas sólidos líquido a preparar, se requieren entre 60 a 100 kg de partículas. Sin embargo, dado que las microesferas de vidrio se recuperan y se reutilizan experimento a experimento, estas se agregan mojadas en la preparación de la mezcla del siguiente experimento pues resulta inviable secar entre 60 y 100 kg de partículas en un tiempo menor a 12 horas, es decir, el tiempo transcurrido para el inicio de una nueva experiencia de laboratorio.

El hecho de agregar las microesferas húmedas en la formación de la mezcla sólidos líquido produce una dilución del fluido Agua-CMC cambiando su reología. En mediciones de humedad realizada a las partículas mojadas, se encuentra que estas en estado húmedo retienen entre un 15 a un 20 % de agua. Por lo tanto, la reología del fluido puro Agua-CMC no sirve y se debe tomar una reología a la mezcla sólido líquida. Además, la granulometría de las partículas es polidispersa (figura 3.4) por lo que las partículas más finas, $50\text{-}70\mu\text{m}$, tienen muy baja probabilidad de sedimentación y formarán una mezcla equivalente con el fluido

que transportará las fracciones más gruesas de sólidos. Por lo tanto, esto sugiere realizar mediciones reológicas a la mezcla sólido líquida y no al fluido puro.

La figura 3.5, muestra la medición reológica de 3 mezclas realizadas. En cada medición, el reómetro es configurado para realizar la reología en 2 etapas. La primera es una medición en donde la tasa de deformación angular va en aumento para luego pasar a una segunda etapa en donde la tasa de deformación angular disminuye paulatinamente. Con este procedimiento, se observa un fenómeno de histéresis en la reología de la mezcla, es decir, la reología con tasa de deformación ascendente es distinta a la reología de la mezcla con tasa de deformación descendente. La histéresis se produce debido a que las partículas tienen boyancia negativa y por lo tanto sedimentan.

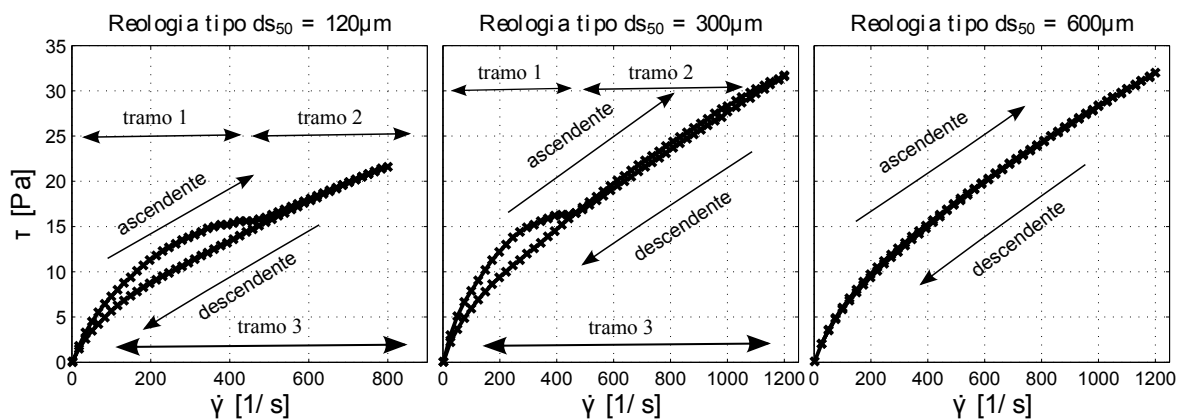


Figura 3.5: Curvas Reológica tipo para partículas 120, 300 y 600 μm de diámetro medio.

Se pueden interpretar 3 zonas o tramos en la figura 3.5 que corresponden a la reología de una mezcla homogénea, a una zona de transición y finalmente a la reología del fluido equivalente compuesto por agua-CMC (diluido) y las partículas más finas.

Tramo 1 La mezcla recién tomada en el estanque de mezcla, es agitada y vertida en el reómetro completamente homogénea. Por lo tanto, las primeras mediciones del reograma corresponden a la reología de la mezcla sólido líquida homogénea.

Tramo 2 La prueba reológica dura 6 minutos, tiempo suficiente para que las partículas sean capaces de sedimentar durante el proceso de medición. Este tramo se caracteriza por una disminución paulatina de la viscosidad.

Tramo 3 Una vez que las partículas sedimentan, queda el fluido de ley de potencia con una suspensión de las partículas más finas. Esta zona se caracteriza por la coincidencia entre la curva reológica entre el tramo ascendente y el descendente.

En la figura 3.5, se observan las reologías tipo para mezclas con partículas de 120, 300 y 600 μm de diámetro medio. Para las partículas de 120 y 300 μm el reograma sigue la misma tendencia y existe una histéresis en él. Sin embargo, para el reograma de la mezcla

de $600\mu m$, no existe histéresis. Esto se debe a que la mezcla analizada corresponde solo a la suspensión de agua-CMC con las microsferas más finas pues para un diámetro de $600\mu m$, no se cumple la restricción de que entren más de 10 diámetros de partículas en el espacio anular o "gap" de los cilindros concéntricos del reómetro. Por lo tanto, la diferencia en el reograma para mezclas con y sin partículas confirma la hipótesis de la zona de transición producto de la sedimentación de los sólidos.

Finalmente, el coeficiente de consistencia y el índice de flujo del fluido de ley de potencia que transporta los sólidos más gruesos de la mezcla, se obtiene mediante el ajuste al tramo 3 de una función potencial de la forma $K\dot{\gamma}^n$.

Mediciones Tomográficas

Un sistema de tomografía por resistencia eléctrica conocido como ERT por su sigla en inglés, corresponde a una técnica que permite obtener la distribución de conductividad eléctrica de mezclas multifásicas (sólido-líquidas, líquido-gas, líquido-líquido) en una sección transversal de una tubería a través de mediciones tomadas en la periferia de ésta. El principio de funcionamiento del instrumento consiste en aplicar una corriente entre 2 electrodos vecinos y medir las caídas de potencial o voltaje en el resto de combinaciones independientes de pares de electrodos (ver figura 3.6). Posteriormente, la corriente es aplicada en el siguiente par de electrodos y las mediciones de voltaje son nuevamente realizadas. Para un tomógrafo con N sensores ubicados en su periferia, se tiene $N(N-1)/2$ combinaciones de pares de electrodos. Sin embargo, no se puede calcular el voltaje en el par de electrodos donde la corriente es inyectada, por lo tanto, se reducen a $N(N-3)/2$ mediciones de voltaje. De esta manera, para un sensor de 16 electrodos se tienen 104 mediciones independientes de caídas de potencial y corriente inyectada.

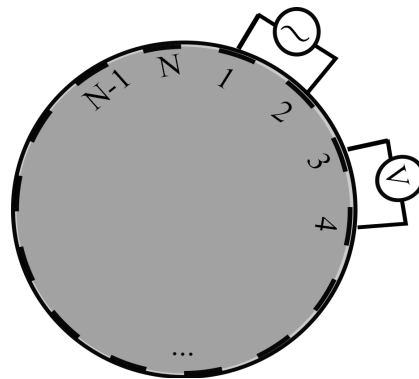


Figura 3.6: Esquema Técnica Electrodo Adyacentes.

El tomógrafo adquirido por la Universidad de Chile cuenta con un sistema de adquisición de datos modelo P2+. Este sistema es el encargado de inyectar la corriente eléctrica y medir el voltaje en los distintos pares de electrodos para luego procesar esta información y realizar la reconstrucción de imagen. El software utilizado por P2+ para el procesamiento de los datos es el *ITS System 2000*.

La reconstrucción de imagen, es un algoritmo que permite determinar la conductividad

eléctrica en la sección transversal de la tubería a partir de las propiedades eléctricas medidas en el contorno de ésta. La imagen tomográfica estará formada por 316 pixeles tal cómo se muestra en la figura 3.7.

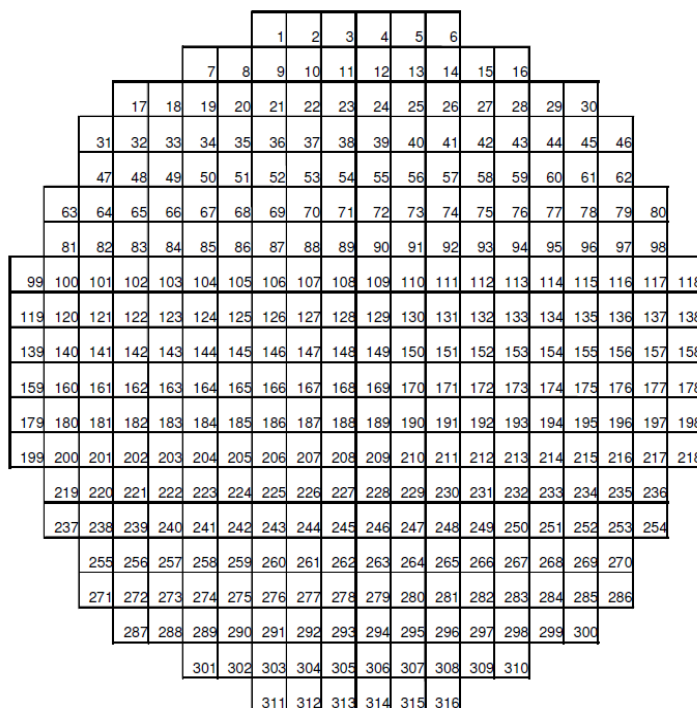


Figura 3.7: Imagen Tomográfica de 316 Pixeles

El algoritmo de reconstrucción de imagen utilizado se conoce en inglés como, *backlinearprojection* (Barber and Brown. (1984)). En términos simples, si V es el vector correspondiente a las mediciones en el contorno (voltajes), y σ la conductividad entonces existe una transformada T tal que,

$$V = T(\sigma) \quad (3.1)$$

Por lo tanto, la reconstrucción de imagen consiste en encontrar la transformada inversa T^{-1} tal que,

$$\sigma = T^{-1}V \quad (3.2)$$

T se obtiene de resolver la ecuación de Poisson, $\nabla \cdot (\sigma(x, y)\nabla V(x, y)) = 0$. Esta ecuación admite solución única para condiciones de borde adecuadas. El ITS System 2000, utiliza como condiciones de borde $V = 0$ para el electrodo tierra, $\int \sigma \left(\frac{\partial V}{\partial n} \right) = +I$ para el electrodo fuente y $\int \sigma \left(\frac{\partial V}{\partial n} \right) = -I$ para el electrodo sumidero, donde I corresponde a la corriente aplicada y n al vector unitario normal a la superficie del sensor.

Con el procedimiento anterior, se obtiene la conductividad eléctrica para cada uno de los

316 pixeles de la figura 3.7. Finalmente, el ITS System 2000 transforma la imagen tomográfica de conductividad a una de concentración utilizando el modelo de Maxwell descrito por la ecuación 3.3.

$$\phi = \frac{2\sigma_1 + \sigma_2 - 2\sigma_{mc} - \frac{\sigma_{mc}\sigma_2}{\sigma_1}}{\sigma_{mc} - \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\sigma_{mc} + 2(\sigma_1 - \sigma_2)} \quad (3.3)$$

donde ϕ es la concentración en volumen de la fase dispersa, $\sigma_1[mS/cm]$ la conductividad eléctrica de la fase continua, $\sigma_2[mS/cm]$ la conductividad eléctrica de la fase dispersa, y $\sigma_{mc}[mS/cm]$ la conductividad eléctrica obtenida en el proceso de reconstrucción de imagen.

El tomógrafo resistivo ITS de 2" con el que se cuenta en la instalación experimental, posee 2 planos de medición de 16 electrodos cada uno. Por lo tanto, la metodología experimental consiste en tomar 3 minutos de imágenes tomográficas en ambos planos y posteriormente promediarlas cada una en el tiempo y entre ellas para así obtener la imagen tomográfica final de la sección transversal.

La concentración total de sólidos en volumen medidas con el tomógrafo, fueron del orden de un 50 % más pequeñas que la concentración volumétrica medida insitu a través de una muestra tomada directamente de la salida del flujo hacia le estanque de mezcla. Por tal motivo, se decide calibrar el tomógrafo.

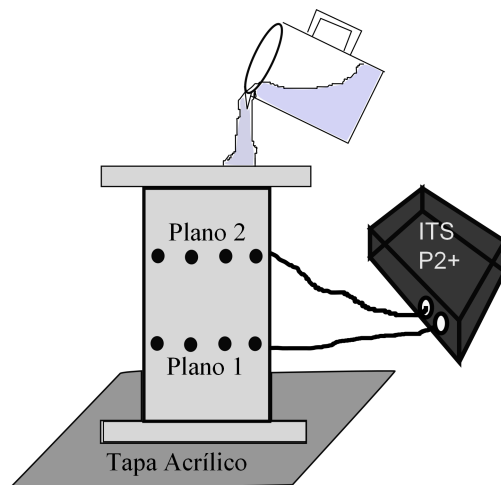


Figura 3.8: Esquema Calibración Tomógrafo

Para la calibración, se extrae el tomógrafo de la instalación experimental, se sella un extremo del tomógrafo con una tapa de acrílico y se dispone de manera vertical tal como se ve en la figura 3.8. Posteriormente, se prepara una mezcla sólido líquida a concentración del 5 % en volumen y se va incrementando la concentración de sólidos de 5 en 5 % hasta un 30 % en volumen. El resultado de la calibración se observa en la figura 3.9, donde se realiza un ajuste lineal para los tres fluidos Agua-CMC a 0.5, 0.6 y 0.8 % p/p. En esta figura se observa que para la pendiente ajustada es 1.4, 1.64 y 1.52 para fluido al 0.5 0.6 y 0.8 % respectivamente. Sin embargo, y tal como ya fue mencionado, la mezcla Agua-CMC se ve diluida al agregar las partículas mojadas por lo que las mezclas sólidos líquidas varían sus

propiedades para cada mezcla realizada. Por lo tanto, la calibración de concentración será de la forma $m \cdot \phi$ con $m = 1,5$ correspondiente al ajuste lineal de las mediciones de calibración para las 3 concentraciones peso a peso. El error cometido en las mediciones tomográficas se toma como el error cuadrático medio del valor medido versus el valor calibrado siendo de un 6 %.

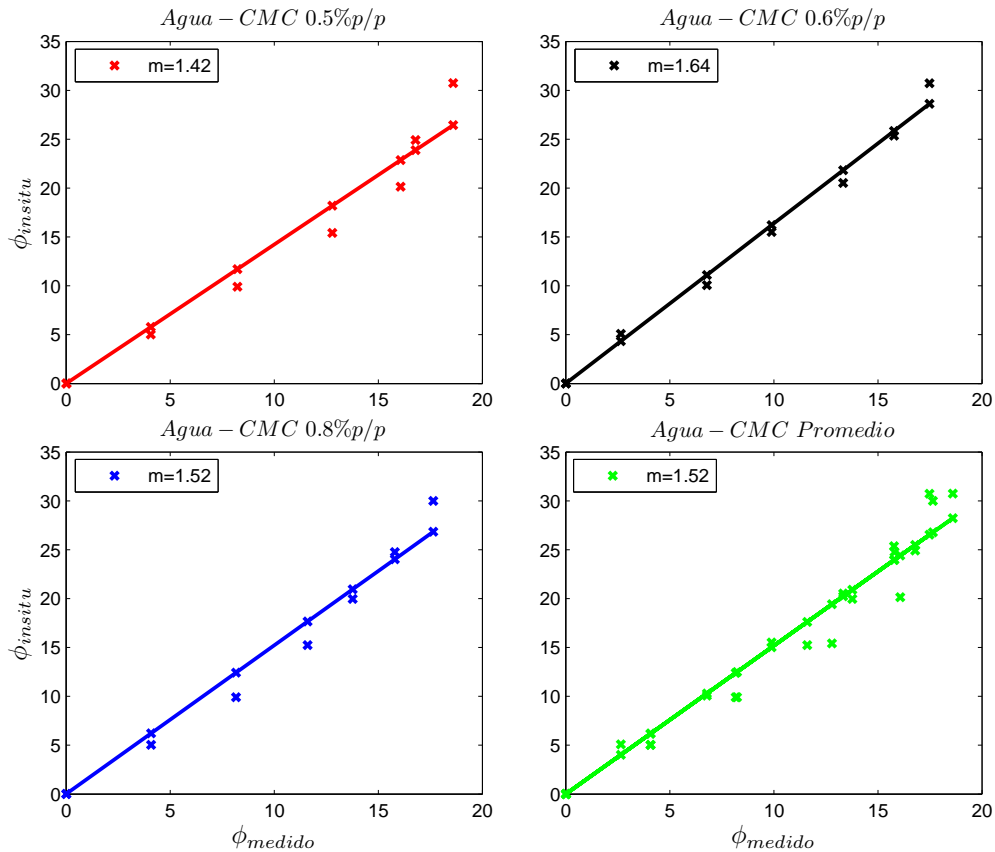


Figura 3.9: Calibración Tomógrafo para fluido Agua-CMC a 0.5, 0.6 y 0.8 % peso a peso. La figura Agua-CMC promedio, corresponde a la calibración de las 3 viscosidades juntas.

ϕ_{insitu} es la concentración preparada para la calibración, ϕ_{medido} es la concentración obtenida de la reconstrucción de imagen realizada por el P2+ System 2000 y m representa la pendiente ajustada de la forma $\phi_{ajustado} = m\phi_{medido}$, donde $\phi_{ajustado}$ es la concentración ajustada mediante la calibración.

Metodología Experimental

La metodología experimental se constituye de los siguientes pasos:

1. Escoger un tipo de mezcla a realizar de las 27 combinaciones posibles de la tabla 3.2.
- 2.- Preparar 80 litros del fluido pseudoplástico a la concentración peso a peso deseada

con un 12 horas de antelación para asegurar una mezcla homogénea. Esta mezcla se realiza directamente en el estanque de mezcla y se utilizan las bombas centrifugas como mecanismo de mezcla. El tiempo para obtener una mezcla homogénea puede ser minimizado si el CMC es inyectado de manera pulverizada, en caso contrario, se forman grumos difíciles de disolver tal como ocurre en la presente instalación experimental.

3. Una vez que la mezcla agua-CMC es homogénea, hacer correr el sistema a al máximo de potencia y encender el sistema de refrigeración hasta estabilizar la temperatura. Durante este proceso, se extraen todas las burbujas del sistema. Lograr un estado isotérmico demora aproximadamente 2 horas.

4. Una vez alcanzado un estado isotérmico verificado mediante un termómetro de mercurio con precisión $\pm 0.05^{\circ}\text{C}$, se preparan y sacan las burbujas a los piezómetros. Dado que los piezómetros instalados funcionan en presión, las burbujas son eliminadas del sistema abriendo los piezómetros a la atmósfera. De esta manera, la mezcla agua-CMC preparada fluye a través de ellos arrastrando consigo las burbujas fuera del sistema.

5. Se toma la referencia de conductividad con el tomógrafo y la muestra para la medición de humedad de las microesferas.

6. Se agregan manualmente las partículas en el estanque de mezcla a la concentración y diámetro deseado.

7. Se fija el caudal máximo y se espera un periodo de 30 minutos antes de comenzar las mediciones para asegurar un régimen permanente. En este momento y antes de iniciar las mediciones, se toma una muestra para la medición de la concentración volumétrica de partículas y una muestra para las mediciones reológica. Es importante destacar, que el periodo de 30 minutos se definió experimentalmente como el tiempo en que las partículas más pequeñas ($120\ \mu\text{m}$) formaban un lecho estático de espesor constante.

8. Pasados los 30 minutos, se realiza la medición de pérdidas de carga en los 3 piezómetros, se toman 3 minutos de imágenes tomográficas y se mide el caudal en el flujómetro magnético.

9. Se bajan las revoluciones de la bomba con el variador de frecuencia para disminuir el caudal circulante y se esperan 30 minutos para asegurar un estado permanente.

10. Se siguen reiterativamente los pasos 8 y 9 hasta llegar a caudal prácticamente nulo. Durante todo el experimento se va controlando la temperatura de la mezcla y se ajusta el sistema de refrigeración para asegurar el estado isotérmico.

11. Una vez finalizadas las mediciones, no se pueden apagar las bombas, puesto que las partículas sedimentarían tapando el sistema de bombeo. Por tal motivo, se abre la válvula de limpieza, se cierra la válvula que lleva la mezcla al estanque de mezcla, y se vierte la mezcla sólido líquida al estanque recuperador de partículas al mismo tiempo que se le agrega agua limpia desde el estanque de mezcla, hasta completar la limpieza total del sistema.

12. Se vacía el sistema y se prepara la mezcla Agua-CMC para la experiencia de laboratorio del siguiente día.

Capítulo 4

Resultados Experimentales y Procedimientos

En el siguiente capítulo se presentan los resultados experimentales obtenidos a partir de las mediciones realizadas a las 26 mezclas sólidos líquido definidas en el capítulo anterior (3.2. Estos resultados corresponden a las pérdidas de carga medidas, reologías y perfiles de concentración. En total son 26 reologías y 241 mediciones de pérdidas de carga, caudales e imágenes tomográficas.

4.1. Pérdidas de Carga

Se realizaron un total de 241 mediciones de pérdidas de carga en la tubería a partir de las 26 mezclas sólidos líquido preparadas. Estos resultados se pueden desglosar en 78, 81 y 82 mediciones para las partículas de 120, 300 y 600 micrones de diámetro medio. Las figuras 4.14.2, 4.3 muestran los 241 resultados para los distintos diámetros de sólidos, y parámetros reológicos del fluido, mientras que las tablas con los datos correspondientes a las mediciones de pérdidas de carga y caudal para cada una de las mezclas se encuentran en Anexo A. A priori, se puede observar en varios casos un mínimo en la curva pérdida de carga v/s caudal, coincidiendo con el análisis teórico realizado para la velocidad de depósito.

4.2. Resultados Perfiles de Concentración

Debido a lo engorroso que sería presentar 241 gráficos con los perfiles de concentración de cada medición, la figura 4.4 presenta los perfiles de concentración tipo para las partículas de 120, 300 y 600 micrones de diámetro medio, los cuales servirán de explicación para el análisis. En el Anexo B, se presenta el detalle de estos resultados.

Los perfiles de concentración en la vertical, son obtenidos de la imagen tomográfica de

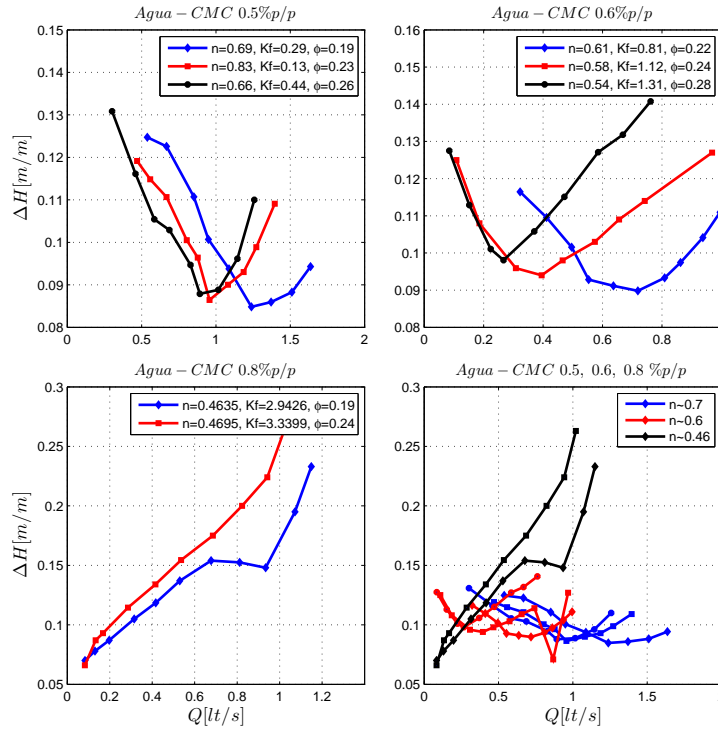


Figura 4.1: Pérdidas de carga en la tubería para partículas $ds_{50} = 120\mu m$ y concentración de mezcla Agua-CMC de 0.5, 0.6 y 0.8 % peso/peso, donde n es el índice de flujo del fluido, K_f el coeficiente de consistencia y ϕ la concentración en volumen de sólidos.

geometría circular de 316 píxeles (figura 3.7), por lo tanto, los perfiles verticales que se muestran en la figura 4.4 están promediados en el eje horizontal.

De los perfiles de concentración medidos, es importante notar que en todo los casos el régimen de transporte es heterogéneo y no homogéneo, pues siempre existe una distribución de concentración variable en la vertical. Además, se observa que la forma del perfil de concentración es como una "S" invertida, con una disminución de la concentración cercana al centro de la tubería. Este resultado inusual será analizado en el capítulo 5

4.3. Resultados Tomogramas de Concentración

Al igual que en el caso anterior, debido a lo engorroso que sería presentar 241 gráficos con las imágenes tomográficas de cada medición, la figura 4.5 presenta las imágenes tomográficas tip de distribución espacial de concentración para las partículas de 120, 300 y 600 micrones de diámetro medio, los cuales servirán de explicación para el análisis. En el Anexo C, se presenta el detalle de estos resultados. A priori, se puede observar en varios de ellos un mínimo de concentración en el centro de la tubería, situación que será abordada en el capítulo 5.

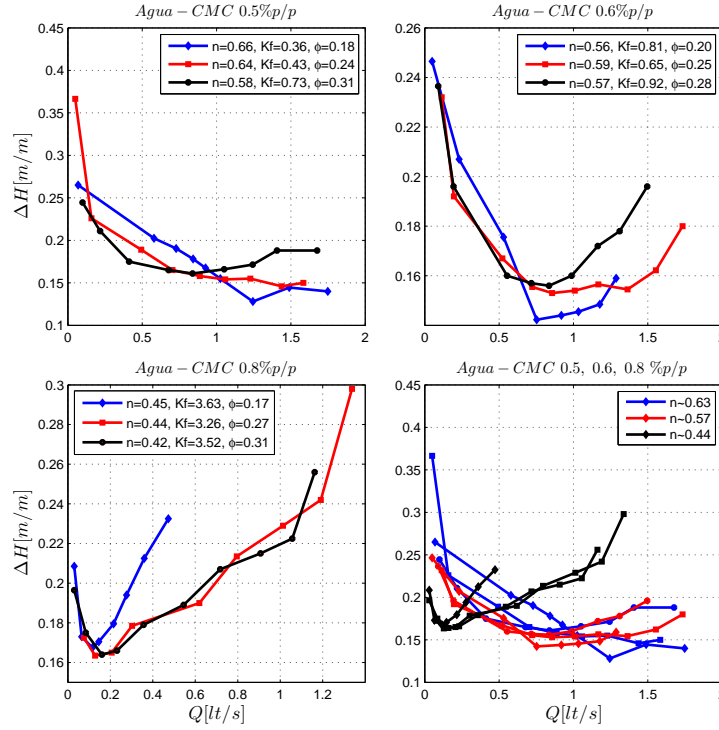


Figura 4.2: Pérdidas de carga en la tubería para partículas $ds_{50} = 300\mu m$ y concentración de mezcla Agua-CMC de 0.5, 0.6 y 0.8 % peso/peso, donde n es el índice de flujo del fluido, K_f el coeficiente de consistencia y ϕ la concentración en volumen de sólidos.

4.4. Reologías Fluido Medio de Transporte

Tal cómo se mencionó en el capítulo 3, las microesferas de vidrio utilizadas para la preparación de las mezclas sólidos líquido, son polidispersas (ver figura 3.4), en donde existen algunas partículas finas (un bajo porcentaje) que no es capaz de sedimentar en los fluidos no newtonianos utilizados. Por tal motivo, la reología es realizada sobre la mezcla Agua-CMC más material fino y no solo el fluido Agua-CMC. De aquí y en lo que sigue del presente informe, la palabra fluido corresponde a la mezcla Agua-CMC-Finos.

La reología de los fluidos y la concentración medida insitu de las 26 mezclas transportadas se muestran en la tabla 4.1. El criterio utilizado para la obtención de la reología, es el indicado en la sección 3.2.

Tabla 4.1: Parámetros Reológicos del fluido y concentraciones en volumen de sólidos de las mezclas.

N° Mezcla	Agua – CMC % p/p	ds_{50} μm	ϕ % v/v	K_f $Pa \cdot s^n$	n_f
1	0.5	120	0.19	0.29	0.69
2	0.5	120	0.23	0.13	0.83
3	0.5	120	0.26	0.44	0.66
4	0.6	120	0.22	0.81	0.61
5	0.6	120	0.24	1.12	0.58
6	0.6	120	0.28	1.31	0.54
7	0.8	120	0.19	2.94	0.46
8	0.8	120	0.24	3.34	0.47
9	0.5	300	0.18	0.36	0.66
10	0.5	300	0.24	0.43	0.64
11	0.5	300	0.31	0.73	0.58
12	0.6	300	0.20	0.81	0.56
13	0.6	300	0.25	0.65	0.59
14	0.6	300	0.28	0.92	0.57
15	0.8	300	0.17	3.63	0.45
16	0.8	300	0.27	3.26	0.44
17	0.8	300	0.31	3.52	0.42
18	0.5	600	0.22	0.22	0.71
19	0.5	600	0.27	0.21	0.71
20	0.5	600	0.30	0.14	0.77
21	0.6	600	0.21	0.31	0.68
22	0.6	600	0.25	0.32	0.67
23	0.6	600	0.29	0.23	0.71
24	0.8	600	0.24	1.14	0.55
25	0.8	600	0.27	0.77	0.59
26	0.8	600	0.32	0.38	0.68

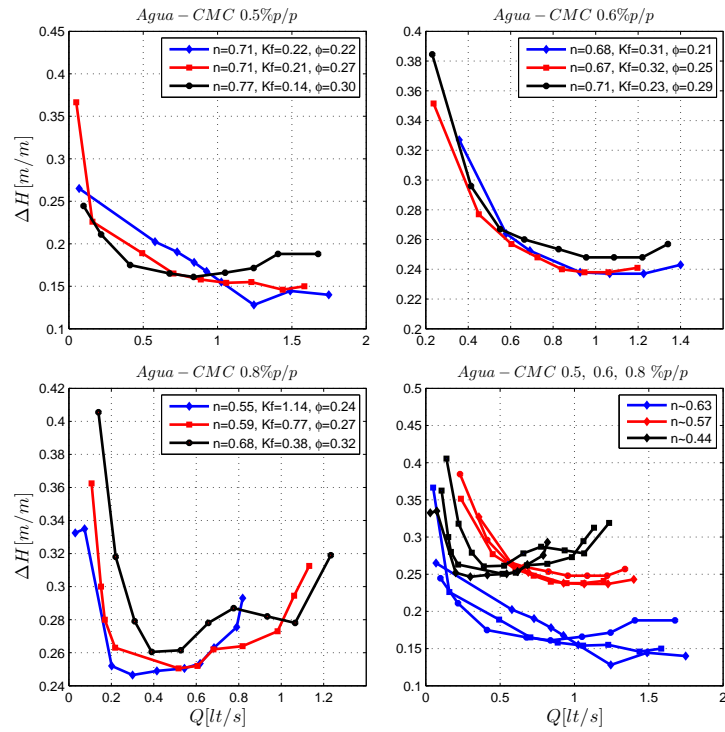


Figura 4.3: Pérdidas de carga en la tubería para partículas $ds_{50} = 600\mu m$ y concentración de mezcla Agua-CMC de 0.5, 0.6 y 0.8 % peso/peso, donde n es el índice de flujo del fluido, K_f el coeficiente de consistencia y ϕ la concentración en volumen de sólidos. .

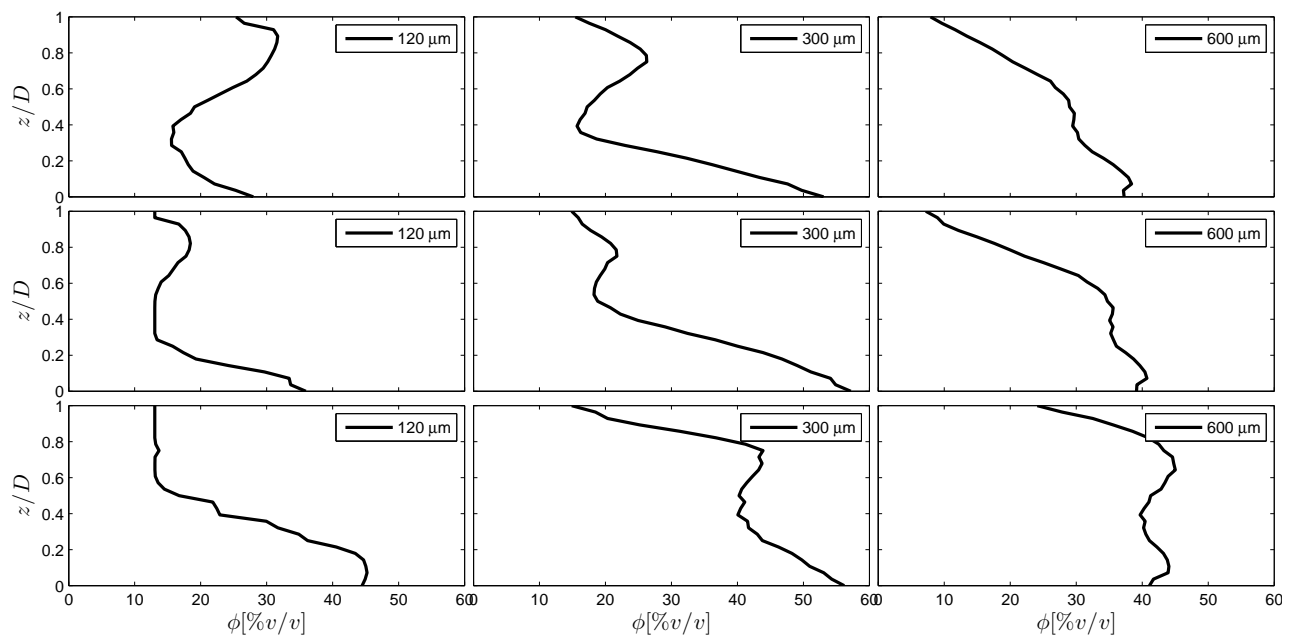


Figura 4.4: Comparación de los perfiles verticales de Concentración promediados en la horizontal para las partículas de 120, 300 y 600 μm y caudales del orden de 1.4, 0.8 y 0.3 lt/s y fluido Agua-CMC al 0.6% p/p. Los gráficos de la primera fila corresponden al máximo caudal y los de la última fila al mínimo caudal.

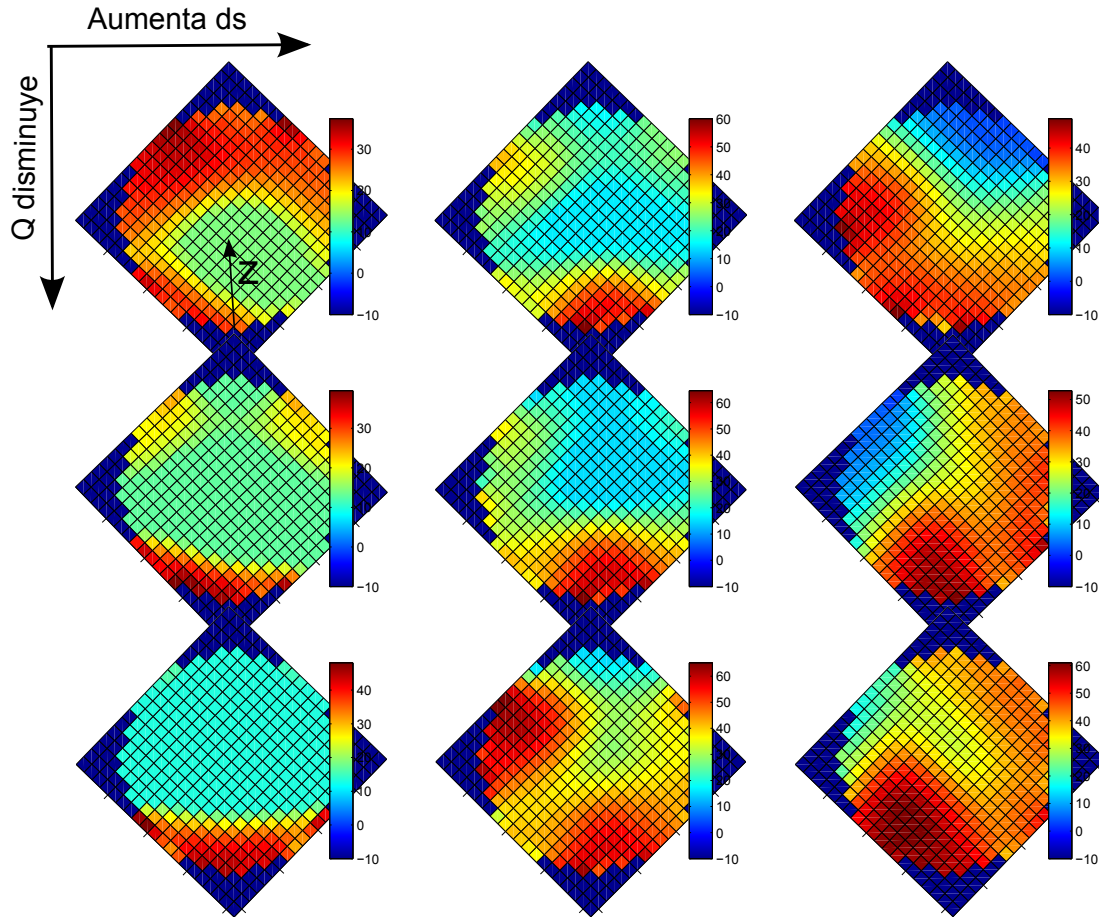


Figura 4.5: Comparación de las imágenes tomográficas tipo para las partículas de 120, 300 y $600\mu m$ y caudales del orden de 1.4, 0.8 y 0.3 lt/s y fluido Agua-CMC al 0.6 % p/p. La barra de colores indica la concentración volumétrica de sólidos en % mientras que los gráficos de la primera fila corresponden al máximo caudal, la intermedia al caudal medio y los de la última fila al mínimo caudal. Por su parte, el diámetro de partícula es 120 micrones en la primera columna, 300 micrones en la segunda y 600 micrones en la tercera columna. La orientación en forma de rombo se debe a que el tomógrafo se encontraba rotado en la instalación experimental y se debió rotar la imagen manualmente.

Capítulo 5

Análisis de Resultados

En primer lugar, y haciendo una analogía con mezclas sólidos líquido en que el fluido es newtoniano, se esperaba que en los experimentos realizados las partículas se mantuvieran suspendidas en régimen turbulento y que las pérdidas de carga disminuyeran conforme disminuye el caudal hasta llegar a la velocidad límite de depósito en que las partículas sedimentan en la base de la tubería formando un lecho. Este último, provoca nuevamente un aumento en las pérdidas de carga en la tubería a medida que disminuye el caudal. La velocidad de depósito, generalmente ocurre en la zona de régimen en transición laminar-turbulento. Sin embargo, los resultados experimentales muestran en su mayoría un comportamiento completamente distinto, pues de las 26 mezclas analizadas, solo en 9 de ellas hubo depósito de partículas en el fondo de la tubería. La tabla 5.1 muestra las mezclas donde hubo depósito y el número de mediciones realizadas con un lecho estacionario para cada mezcla. De esta tabla se desprende que 8 de estas 9 mezclas sólidos líquido corresponden a las 8 mezclas realizadas con partículas de 120 micrones, mientras que 1 de las 9 corresponde a una mezcla con partículas de diámetro medio 300 micrones. En particular, esta corresponde a la mezcla con partículas de 300 micrones menos viscosa y con menor concentración de partículas. Por otro lado, ninguna mezcla sólido líquida con partículas de 600 micrones presentó depósito de partículas. Finalmente, de las 241 mediciones realizadas de pérdidas de carga, imágenes tomográficas y caudal, sólo en 36 de de estas mediciones se observó la formación de un lecho estacionario en el fondo de la tubería.

Lo anterior es un resultado interesante, pues si las partículas tienen boyancia negativa y sólo las partículas de 120 micrones presentan depósito, la pregunta que surge es, ¿cómo es posible que incluso a caudales inferiores y viscosidades de fluido parecidas las partículas de 300 y 600 micrones no se depositen?. Lo anterior, se suma a un resultado aún más intrigante, en todas las mediciones el régimen de flujo es laminar y las partículas se encuentran completamente en movimiento. En algunos casos (300 y 600 μm), no se observa depósito de partículas incluso a valores del números de Reynolds inferiores a 100. La tabla 3.2, muestra el número de Reynolds para el caudal máximo y mínimo de cada una de las mezclas sólidos líquido analizadas. De esta tabla, se ve que el máximo Reynolds alcanzado es de 1287, por lo tanto, siguiendo el criterio de Mishra and Tripathi (1971) (ecuación, 5.1) todas las mediciones realizadas para cada una de las mezclas ocurren a régimen laminar.

Tabla 5.1: Mezclas sólidos líquidas que presentan depósito y el número de mediciones de pérdidas de carga, imágenes tomográficas y caudal realizadas para cada mezcla mientras hubo presencia de un lecho estacionario.

N° Mezcla	Agua – CMC % p/p	ds_{50} μm	ϕ % v/v	K_f $Pa \cdot s^n$	n_f	N° Mediciones
1	0.5	120	0.19	0.29	0.69	5
2	0.5	120	0.23	0.13	0.83	5
3	0.5	120	0.26	0.44	0.66	5
4	0.6	120	0.22	0.81	0.61	4
5	0.6	120	0.24	1.12	0.58	3
6	0.6	120	0.28	1.31	0.54	3
7	0.8	120	0.19	2.94	0.46	2
8	0.8	120	0.24	3.34	0.47	3
9	0.5	300	0.18	0.36	0.66	4

$$Re_{MR} = \frac{2100(4n + 2)(5n + 3)}{3(3n + 1)^2} \quad (5.1)$$

donde Re_{MR} es el Reynolds crítico de Mishra and Tripathi (1971) calculado según Metzner and Reed (1955).

Tabla 5.2: Número de Reynolds máximo y mínimo del flujo de mezcla (ecuación 2.21).

N° Mezcla	Re_{max}	Re_{min}	N° Mezcla	Re_{max}	Re_{min}
1	773.53	195.58	14	398.79	8.45
2	783.25	220.70	15	26.70	0.44
3	432.39	65.86	16	173.76	2.27
4	204.01	44.28	17	149.26	0.53
5	163.25	7.98	18	1027.24	18.85
6	117.54	5.06	19	970.13	57.79
7	125.52	8.50	20	1286.94	45.28
8	94.16	2.01	21	633.86	118.36
9	741.97	12.60	22	555.23	74.29
10	648.11	7.46	23	758.21	88.18
11	587.93	11.89	24	142.92	1.43
12	350.62	4.13	25	292.63	12.36
13	625.68	15.91	26	487.58	32.88

Por último, los perfiles de concentración obtenidos a partir de las imágenes tomográficas, presentan formas fuera de lo común ya que indican una disminución de la concentración de partículas cercana al centro de la tubería y tienden a migrar hacia las paredes de la tubería, principalmente para las partículas de 120 y 300 micrones. Esto genera un perfil de concentraciones con forma de "S" invertida (figura 4.4) y no un perfil de concentraciones típico de un régimen heterogéneo en que la concentración es alta en el fondo de la tubería y disminuye en la dirección vertical positiva. Será esta migración de las partículas hacia la

periferia de la tubería una consecuencia, en parte, de las propiedades reológicas del fluido utilizado como medio de transporte de los sólidos?.

Con el fin de responder a las interrogantes anteriores, en el presente capítulo se realiza un análisis de las pérdidas de cargas obtenidas con los piezómetros ubicados en la tubería transparente, un análisis de la velocidad de depósito para mezclas sólidos líquido no newtonianas y un análisis de flujos de difusión hidrodinámica de las partículas transportadas con el fin de explicar el transporte de partículas con boyancia negativa completamente suspendidas en regímenes laminares, como también la forma de los perfiles de concentración obtenidos en las mezclas utilizadas.

5.1. Análisis Pérdidas de Carga

Tal como se menciona en capítulos anteriores, uno de los objetivos de este trabajo es encontrar una expresión para el cálculo de las pérdidas de carga en el transporte hidráulico de mezclas sólidos líquido no newtonianas en tuberías. Cabe destacar que en esta sección sólo se analizarán los datos correspondientes a las mediciones realizadas en las distintas mezclas en donde las partículas se encuentran completamente en movimiento.

Las pérdidas de carga de un fluido transportado en una tubería, se pueden asociar a un factor de fricción el cual para flujos laminares de fluidos no newtonianos, se escribe como,

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho\bar{U}^2} = \frac{8}{\rho\bar{U}^2} K \left(\frac{8\bar{U}}{D} \right)^n \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n = \frac{64}{Re_{MR}} \quad (5.2)$$

donde τ_w es el esfuerzo de corte en la pared de la tubería, ρ la viscosidad del fluido, \bar{U} la velocidad media del flujo, K el coeficiente de consistencia del fluido, n el índice de flujo del fluido, D el diámetro de la tubería y f el factor de fricción.

Si se considera a la mezcla sólidos-líquido homogénea como un fluido equivalente, cuya reología se ajusta a un fluido pseudoplástico que sigue una ley de potencia con índice de consistencia K_m e índice de flujo n calculadas según la expresión de Kawase and Ulbrecht (1983) (ecuación 2.57), se puede escribir el factor de fricción en régimen laminar como,

$$f_m = \frac{64}{Re_m} \quad (5.3)$$

$$Re_m = \frac{\rho\bar{U}D}{\mu_{ef}} = \frac{\rho\bar{U}^{2-n}D^n}{K_m 8^{n-1}} \left(\frac{4n}{3n+1} \right)^n \quad (5.4)$$

donde el subíndice m hace referencia a la mezcla sólidos líquido, f el factor de fricción y Re el número de Reynolds según Metzner and Reed (1955) donde la mezcla es considerada como un fluido equivalente. Por simplicidad en la notación, de aquí en adelante, se elimina

el subíndice MR haciendo notación al Reynolds de Metzner and Reed (1955) (ecuación 2.21, pues todo Reynolds será calculado con ésta expresión.

Por otro lado, análogo al factor de fricción de Darcy-Weisbach en el transporte de un fluido en una tubería de diámetro D , se puede escribir el mismo factor de fricción en el transporte en tubería de una mezcla si ésta es considerada en su conjunto (fase líquida y sólida) como un fluido equivalente. Con esto en consideración, el factor de fricción para la mezcla se obtiene a partir de los datos experimentales de pérdidas de carga, dando lugar a la siguiente expresión,

$$f_m = \frac{2gD}{\bar{U}^2} \frac{\Delta h}{\Delta X} \quad (5.5)$$

donde Δh es la pérdida de carga en metros de columna de fluido medida experimentalmente por unidad de longitud de tubería. En este caso ΔX corresponde a un tramo de 1 m de tubería.

En la ecuación 5.3, se hace un supuesto bastante fuerte, y es que la mezcla bifásica es homogénea. Sin embargo, en este estudio eso no es cierto como se puede ver en los perfiles de concentración obtenidos (Anexos, sección B). De todas maneras, se evaluará dicha expresión como primera aproximación. La figura 5.1 muestra el factor de fricción de la mezcla calculado a partir de los datos experimentales (Anexo, sección A) y de la ecuación 5.5 en función del número de Reynolds de la mezcla. En esta figura se observa que a mayor número de Reynolds, el factor de fricción se acerca a la expresión $64/Re$ y que el factor de fricción para las mezclas de partículas de $120 \mu m$ también se acerca más a la curva $64/Re$ que las mezclas correspondientes a partículas de 300 y $600 \mu m$. Esto se debe principalmente, a que a mayor número de Reynolds la mezcla es más homogénea (aplica a todas las mezclas) y en el caso de las partículas de 120 micrones los perfiles de concentración son mas homogéneos que los correspondientes a 300 y 600 micrones. La diferencia en las pérdidas de carga máxima y mínima respecto a la curva $64/Re$, es para las partículas de 120 micrones de 49% y 3% respectivamente, mientras que para las partículas de 300 y 600 micrones es de 30% , 90% y 56% y 95% respectivamente. Por lo tanto, suponer que el perfil de concentraciones es homogéneo y utilizar la ecuación 5.3 no es válido para los experimentos realizados, sobre todo para las partículas más gruesas. Lo que ha quedado en manifiesto en este primer enfoque, es que la interacción partícula-partícula genera un aumento de las pérdidas de carga, la cual a su vez se ve incrementada conforme aumenta el diámetro de las partículas y, por lo tanto, se busca un segundo enfoque el cual se haga cargo de este efecto.

En el transporte hidráulico de sólidos, el esfuerzo de corte que actúa sobre las paredes de la tubería debido a la interacción líquido-pared se ve incrementada por la interacción partícula-pared debido a la disipación de energía que resulta de éste proceso. Dicho lo anterior, el esfuerzo de corte se puede dividir en dos componentes,

$$\tau_{wm} = \tau_{wf} + \tau_{wp} \quad (5.6)$$

donde τ_{wm} corresponde al esfuerzo de corte ejercido por la mezcla en las paredes de la tubería, τ_{wf} el esfuerzo de corte en la pared de la tubería asociado al fluido puro y τ_{wp} el

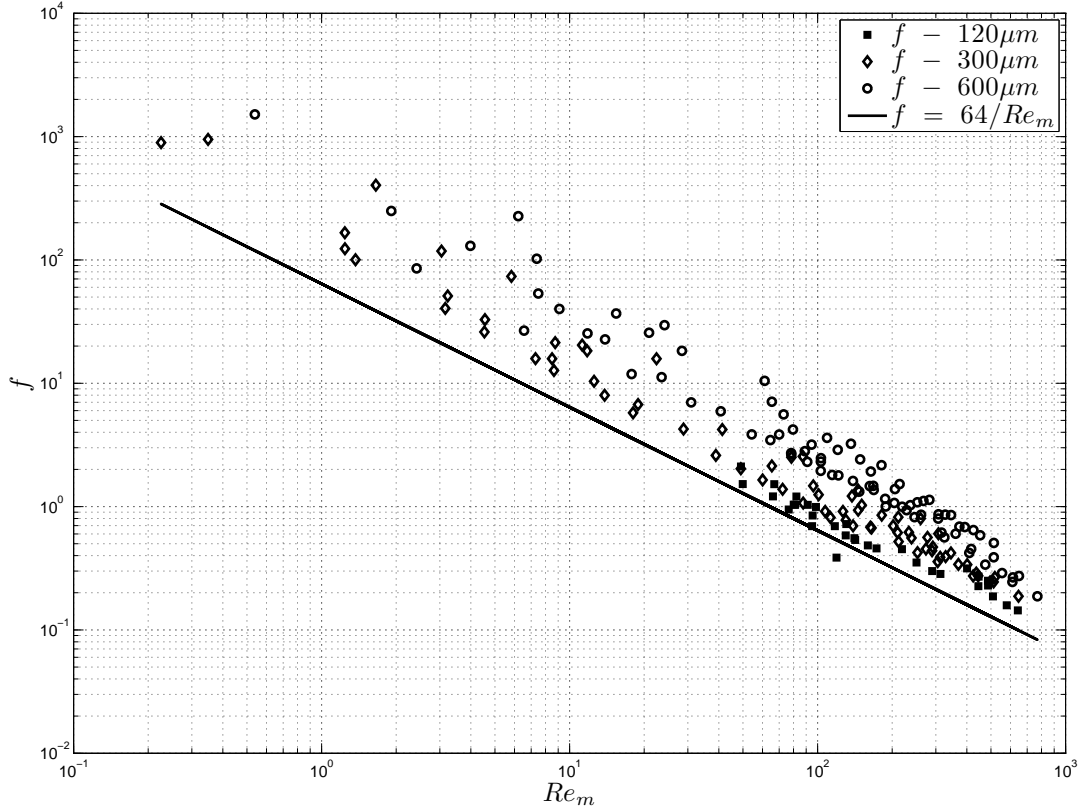


Figura 5.1: Comparación del factor de fricción de la mezcla obtenido experimentalmente v/s $f = 64/Re_m$ en función del número de Reynolds.

incremento en el esfuerzo de corte en las paredes de la tubería debido a la presencia de partículas.

De la misma manera, en términos de pérdidas de carga, se puede escribir que el gradiente hidráulico de la mezcla J_m se compone del gradiente hidráulico de la fase fluida J_f y del gradiente hidráulico de la fase sólida J_p .

$$J_m = J_f + J_p \quad (5.7)$$

En la literatura existen numerosas relaciones empíricas basadas en la expresión 5.7. Los primeros estudios en este sentido corresponden a Durand (1953) quien realiza experimentos con mezclas de arena-agua y grava-agua con tamaños de partículas entre 0.2 y 25 mm hasta concentraciones en volumen del 60 % en tuberías de 3.8 y 5.8 cm, llegando a la siguiente relación:

$$\frac{J_m - J_f}{\phi J_f} = A \left[\frac{\bar{U}^2 \sqrt{C_D}}{gD(S-1)} \right]^{-3/2} \quad (5.8)$$

donde $A = 81$ es un parámetro ajustado experimentalmente. Diversos autores han propuesto distintos valores para el coeficiente A . Dentro de ellos se puede destacar el estudio de Zandi and Govatos (1967) quien realiza una extensa recopilación de datos de otros autores. Estos autores, analizan 1452 datos experimentales y modifican la ecuación de Durand mejorando la dispersión de los datos,

$$\frac{J_m - J_f}{\phi J_f} = 280 \left[\frac{\bar{U}^2 \sqrt{C_D}}{gD(S-1)} \right]^{-1,93} ; \quad \frac{\bar{U}^2 \sqrt{C_D}}{gD(S-1)} < 10 \quad (5.9)$$

$$\frac{J_m - J_f}{\phi J_f} = 6,30 \left[\frac{\bar{U}^2 \sqrt{C_D}}{gD(S-1)} \right]^{-0,354} ; \quad \frac{\bar{U}^2 \sqrt{C_D}}{gD(S-1)} > 10 \quad (5.10)$$

Otra de las relaciones más conocidas corresponde a Newitt et al. (1955), quien analiza mezclas de arena y grava de gravedad específica 1.18 y 4.6 en tuberías de 2.5 cm de diámetro obteniendo una expresión para los regímenes de transporte homogéneo, heterogéneo y con un lecho de sedimentos móvil. Los autores obtiene:

Para régimen homogéneo:

$$\frac{J_m - J_f}{\phi J_f} = 0,6(S-1) ; \quad \bar{U} \geq (1800gDv_t)^{1/3} \quad (5.11)$$

Régimen Heterogéneo:

$$\frac{J_m - J_f}{\phi J_f} = 1100 \frac{gDv_t}{\bar{U}^3} (S-1) ; \quad 17v_t < \bar{U} < (1800gDv_t)^{1/3} \quad (5.12)$$

Régimen lecho móvil:

$$\frac{J_m - J_f}{\phi J_f} = 66 \frac{gD}{\bar{U}^2} (S-1) ; \quad \bar{U} < 17v_t \quad (5.13)$$

donde v_t es la velocidad terminal de caída de los sólidos en un medio infinito en reposo.

Estas relaciones son las más conocidas, sin embargo éstas y las de otros autores, han sido establecidas para fluidos newtonianos y en régimen turbulentos por lo que no aplican a las condiciones experimentales de este estudio. Se han encontrado en la literatura otra línea de estudios para las pérdidas de carga en donde se divide el perfil de concentración en la tubería en 2 o 3 capas de igual concentración y se establece una ley friccional entre las capas y las ecuaciones de continuidad de la fase líquida y sólida más una ecuación de difusión para el perfil de concentraciones (Doron et al. 1987, Doron and Barnea 1993). En esta misma línea, Rojas and Saez (2012) propone un modelo de 2 capas para mezclas hiperconcentradas no newtonianas con partículas polidispersas, sin embargo, el fluido utilizado como medio de transporte sigue siendo newtoniano y el perfil de concentraciones sigue la tendencia usual, es decir, mayor concentración en el fondo de la tubería que disminuye en el sentido positivo

del eje vertical. Por lo tanto, no se han encontrado modelos empíricos para el cálculo de las pérdidas de carga de mezclas sólidos líquido en régimen laminar cuando tanto la mezcla como la fase líquida tienen un comportamiento no newtoniano.

Dada la escases de estudios para las pérdidas de cargas de mezclas bifásicas no newtonianas, sumado a la complejidad de realizar un análisis teórico a partir de las ecuaciones de conservación de masa y movimiento para estas mezclas, se opta finalmente por realizar un análisis dimensional para comprender las fuerzas y parámetros que gobiernan la dinámica del problema. Sin embargo, antes de comenzar con el análisis dimensional, es importante mencionar que si bien en los resultados experimentales se observa que la concentración en la tubería no es homogénea sino heterogénea, es difícil en la práctica conocer a priori el perfil de concentraciones para calcular las pérdidas de carga en la tubería al momento de diseñar un sistema de tuberías para el transporte hidráulico de sólidos. Por tal motivo, nos olvidaremos por un momento de que existe una distribución de concentración en la sección transversal de la tubería y simplemente se trabajará con la concentración volumétrica total de partículas en la tubería.

Finalmente, el análisis dimensional que se expondrá en lo que sigue, tiene como objetivo encontrar una función que se haga cargo del efecto que generan las partículas en las pérdidas de carga y permita en la práctica calcular el factor de fricción de la mezcla. Por lo tanto, se propone:

$$\Gamma(f_m, f_f) = \Phi(\Pi_1 \dots \Pi_n) \quad (5.14)$$

donde $\Gamma(f_m, f_f)$ es una función del factor de fricción de la mezcla f_m obtenido experimentalmente (ecuación 5.5) y del factor de la fase líquida $f_f = 64/Re_f$, mientras que Φ es la función que se hace cargo del efecto que tienen las partículas en las pérdidas de carga.

Análisis Dimensional

Empleando el teorema de Vaschy-Buckingham, en primer lugar debemos definir los parámetros o variables que a nuestro juicio gobiernan el transporte de mezclas sólidos líquido en tuberías. Estos los podemos agrupar en parámetros característicos asociados, al flujo, al fluido y a la mezcla.

Parámetros Importantes del Flujo La velocidad media \bar{U} , el diámetro de la tubería D y la aceleración de gravedad g .

Parámetro Importantes del fluido y/o mezcla La densidad del fluido o de la mezcla, ρ_f ó ρ_m respectivamente, la viscosidad efectiva μ_{ef} , y la concentración volumétrica de partículas ϕ .

Parámetros Importantes de los sólidos La gravedad específica de los sólidos, S y su diámetro d_{50} .

Dado que tenemos 8 variables características y 3 unidades de dimensiones independientes, el teorema de Pi indica que es posible construir a lo más 5 parámetros adimensionales.

Notemos que debido al carácter laminar del régimen de transporte de las mezclas, los esfuerzos viscosos cobran importancia. A su vez, dado que la boyancia de las microesferas de vidrio transportadas es negativa, los esfuerzos de tipo gravitacional también son relevantes en ésta dinámica. Por lo tanto, dada la naturaleza de las partículas, surge de manera natural el número adimensional de Arquímedes el cual corresponde a la razón entre los esfuerzos gravitacionales con los esfuerzos viscosos. Además, es sabido que el factor de fricción depende del número de Reynolds, por lo tanto, se escriben el número de Reynolds y de Arquímedes para una mezcla sólido líquida no newtoniana de ley de potencia como,

$$\Pi_1 = Re_m = \frac{\rho_m \bar{U} D}{\mu_{ef}} = \frac{\rho_m \bar{U}^{2-n} D^n}{K_m 8^{n-1}} \left(\frac{4n}{3n+1} \right)^n \quad (5.15)$$

$$\Pi_2 = Ar_m = \frac{g d_s^3 (S-1) \rho_m^2}{\left(K_m \left(\frac{8\bar{U}}{D} \right)^{n-1} \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \right)} \quad (5.16)$$

$$\rho_m = \rho_s \phi + \rho_f (1 - \phi) \quad (5.17)$$

donde Re_m es el número de Reynolds definido según Metzner and Reed (1955) para la mezcla, Ar_m el número de Arquímedes de la mezcla, ρ_m es la densidad de la mezcla, ρ_f la densidad del fluido, ϕ la concentración volumétrica de sólidos, K_m y n el coeficiente de consistencia e índice de flujo de la mezcla respectivamente, \bar{U} la velocidad media de la mezcla, D el diámetro de la tubería, μ_{ef} la viscosidad efectiva de la mezcla, d_s el diámetro (d_{50}) de las partículas y S el peso específico de los sólidos.

Cabe destacar que el coeficiente de consistencia K_m y el índice de flujo n de la mezcla, son calculados a través de la expresión de Kawase and Ulbrecht (1983) (ecuación 2.57) por ser la única encontrada en la literatura que considera una fase líquida no newtoniana de ley de potencia.

Por un lado, la concentración de partículas afecta tanto directa como indirectamente las pérdidas de carga. En primer lugar, tiene un impacto directo a través de la interacción partícula-partícula y por otra parte afecta indirectamente a través de las propiedades reológicas de la mezcla. Para dar cuenta del efecto de la concentración de partículas, se define el siguiente parámetro adimensional,

$$\Pi_3 = 1 - \frac{\phi}{\phi_m} \quad (5.18)$$

donde $\phi_m = 0,62$ es la concentración de empaquetamiento de las partículas medida experimentalmente. El procedimiento consiste en agregar un volumen total conocido de partículas secas V_p más intersticios V_i , es decir, $V_t = V_p + V_i$ en una proveta graduada. A esta proveta, se le agrega un volumen conocido de agua V_a superior al volumen de los intersticios V_i entre las partículas. De esta manera, se obtiene el volumen intersticial mediante la resta del volumen ingresado menos el volumen sobrante V_s que queda sobre las partículas. Por lo tanto, $\phi_m = V_p/V - t = (V_t - V_i)/(V_t)$.

Por otro lado, el diámetro de las partículas tiene un efecto importante en las pérdidas de carga. A medida que el diámetro de las microesferas de vidrio aumenta, las pérdidas de carga también aumentan. Es importante mencionar, que esta tendencia se mantiene independiente del fluido utilizado. Este efecto se puede ver en la figura 5.2 en la cual se muestran todas las mediciones de pérdidas de carga para los distintos tipos de fluidos en función del caudal circulante en el sistema para los distintos diámetros de partículas.

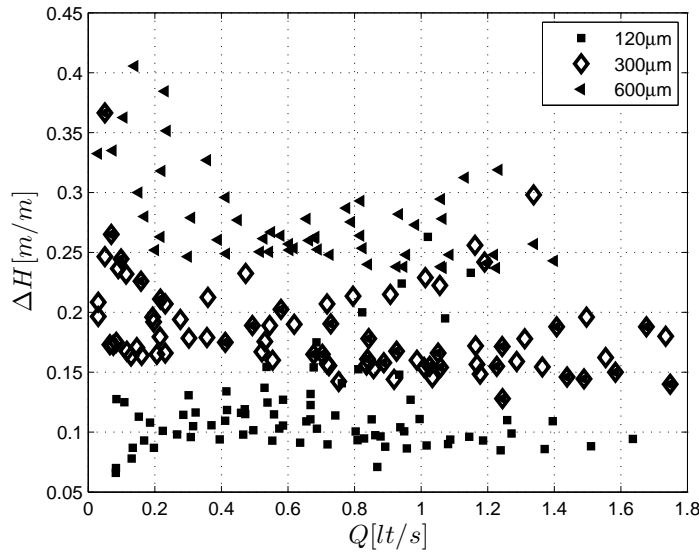


Figura 5.2: Comparación de todas las pérdidas de carga medidas para todos los tipos de fluidos a distintos diámetros de partículas.

Para ver el efecto que tiene el diámetro de las partículas, se puede escribir fácilmente el adimensional d_s/D que representa el diámetro relativo entre las partículas y la tubería, sin embargo, dado que las partículas son muy pequeñas $d_s/D \sim 10^{-4}$ resulta ser una escala no representativa. Por tal motivo se decide utilizar el número de Reynolds de la partícula definido para un fluido de ley de potencia como,

$$\Pi_4 = Re_p = \frac{\rho_s v_m^{2-n} d_s^n}{K_f} \quad (5.19)$$

donde v_m representa la velocidad de sedimentación de las partículas corregida por la función de escondimiento (ecuación 2.51, 2.52).

Finalmente, el último parámetro adimensional es utilizado en la mayoría de las relaciones

empíricas para el cálculo de las pérdidas de carga de mezclas sólidos líquidos en régimen turbulento de fluidos newtonianos (Durand (1953), Durand and Condolios (1963), Zandi and Govatos (1967) entre otros). Este se le conoce como Froude densimétrico y se escribe como,

$$\Pi_5 = Fr_D = \frac{\bar{U}^2}{gD(S-1)} \quad ; \quad Fr_{d_s} = \frac{\bar{U}^2}{gd_s(S-1)} \quad (5.20)$$

Por lo tanto, según el teorema de Π , es posible establecer la siguiente relación funcional entre los parámetros adimensionales que hemos determinado:

$$\Gamma(f_m, f_f) = \Phi(Re_m, Ar_m, \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right), Re_p, Fr_D \text{ ó } Fr_{d_s}) \quad (5.21)$$

Realizando una regresión a los datos experimentales de pérdidas de carga (Anexo, sección A) se obtiene que el mejor ajuste a la ecuación 5.21 es,

$$\frac{1}{f_m} - \frac{1}{f_f} = 0,036 Re_m^{0,833} Re_p^{0,182} \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-0,828} Ar_m^{-0,109} \quad (5.22)$$

La figura 5.3 muestra el ajuste encontrado para los datos experimentales. El error cuadrático medio entre los datos experimentales para $\frac{1}{f_m} - \frac{1}{f_f}$ respecto a los modelados es de un 11.2%. Este error está definido como,

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \left(\frac{|F_{exp} - F_{modelo}|}{F_{exp}} \right)^2} \quad (5.23)$$

donde F_{exp} y F_{modelo} es la función $F = \frac{1}{f_m} - \frac{1}{f_f}$ evaluada experimentalmente y la calculada por el modelo respectivamente.

Es importante mencionar, que en la ecuación 5.22 no se incluye el Froude densimétrico (Fr_D ó Fr_{d_s}) pues con ninguno de ellos se obtuvo un buen ajuste de los datos experimentales. Además, del ajuste anterior (ecuación 5.22), los parámetros mas influyentes son el número de Reynolds de la mezcla y el asociado a las partículas. En el caso de $Re_m^{0,833} \sim 10^2$ mientras que $Re_p^{0,182} \sim 10^{-1}$. En cambio, $(1 - \phi/\phi_m)^{-0,828}$ y $Ar_m^{-0,109}$ son tan influyentes en el resultado y fluctúan entre 1 y 2. Por último, se debe notar que si $\phi = 0$ se recupera el factor de fricción para el fluido puro $f_m = f_f = 64/Re_f$, con Re_f el número de Reynolds asociado a la fase líquida.

5.1.1. Propagación de Errores

Finalmente, se tiene que los datos obtenidos para pérdida de carga son obtenidos a partir de mediciones experimentales que tienen errores debido a errores experimentales y a errores

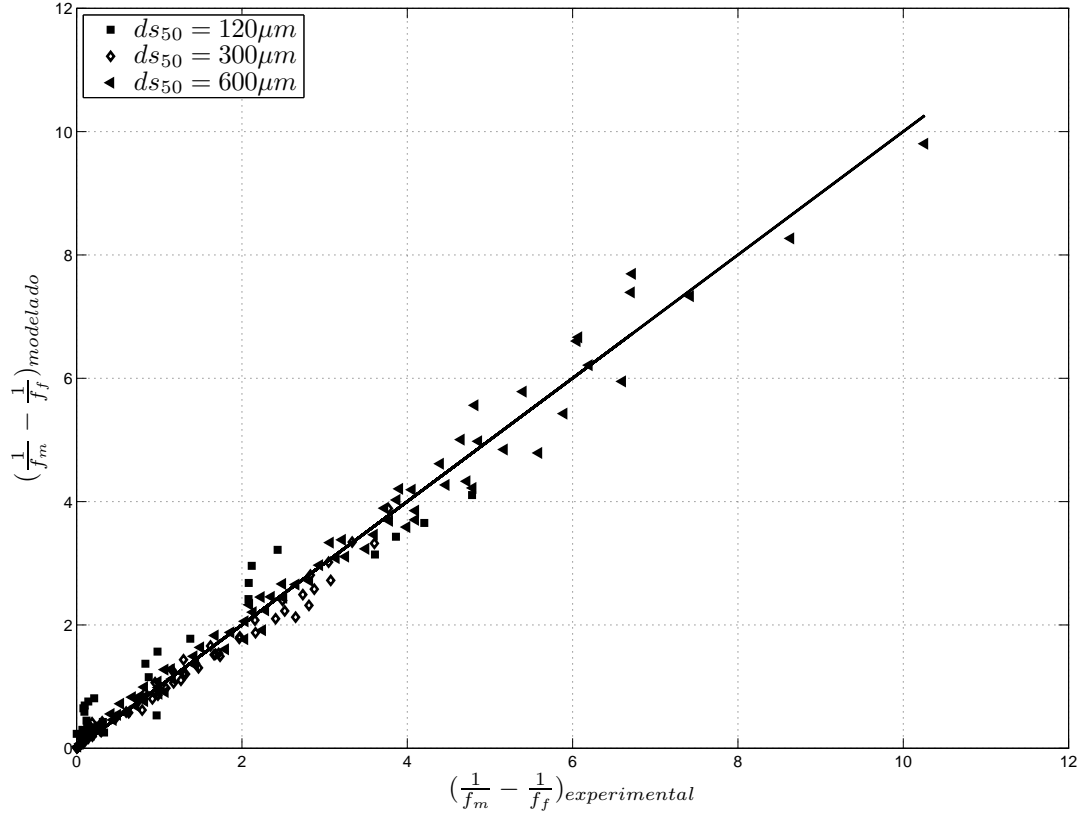


Figura 5.3: Modelo pérdidas de carga. Ajuste datos experimentales con ecuación 5.22

propios de los instrumentos de medición utilizados. En el caso del reómetro Anton Paar Rheolab QC, es un instrumenteto de alta precisión y permite medir viscosidades de 1 mPas (agua) según el fabricante. Por lo tanto, y dado las altas viscosidades que tienen los fluidos utilizados en este estudio, el error en las mediciones reológicas se considerará despreciable. En el caso de las mediciones piezométricas, estas se miden sobre un papel milimetrado por lo que su error es de 0.5 mm (la mitad de la menor medida). Para el caso del flujómetro magnético si bien su precisión es alta, en este caso la precisión queda limitada por el visualizador de flujo MAG 5100 que cómo fue explicado en el capítulo de Metodología e instalación experimental tiene un error de 0.005 lt/s. Por último, el error asociado a las mediciones de tomografía y debido a que se tuvo que recalibrar el instrumento para fluidos de ley de potencia, se considera que el error es igual al error cuadrático medio de las mediciones de calibración respecto a la curva ajustada. Por lo tanto, el erro asociado a la concentración volumétrica de partículas resulta ser de un 6 %.

$$e = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \right)^2} \quad (5.24)$$

donde e es el error de la función F , x_i los distintos parámetros de los que depende la

función F y σ_{x_i} el error asociado a la variable x_i .

Realizando la propagación de errores a la ecuación $\frac{1}{f_m} - \frac{1}{f_f}$, es decir, se debe propagar cada uno de los adimensionales, se tiene el siguiente resultado mostrado en la figura 5.4. Se puede observar buenos resultados para el ajuste, ya que los errores propagados siguen la misma tendencia que el ajuste.

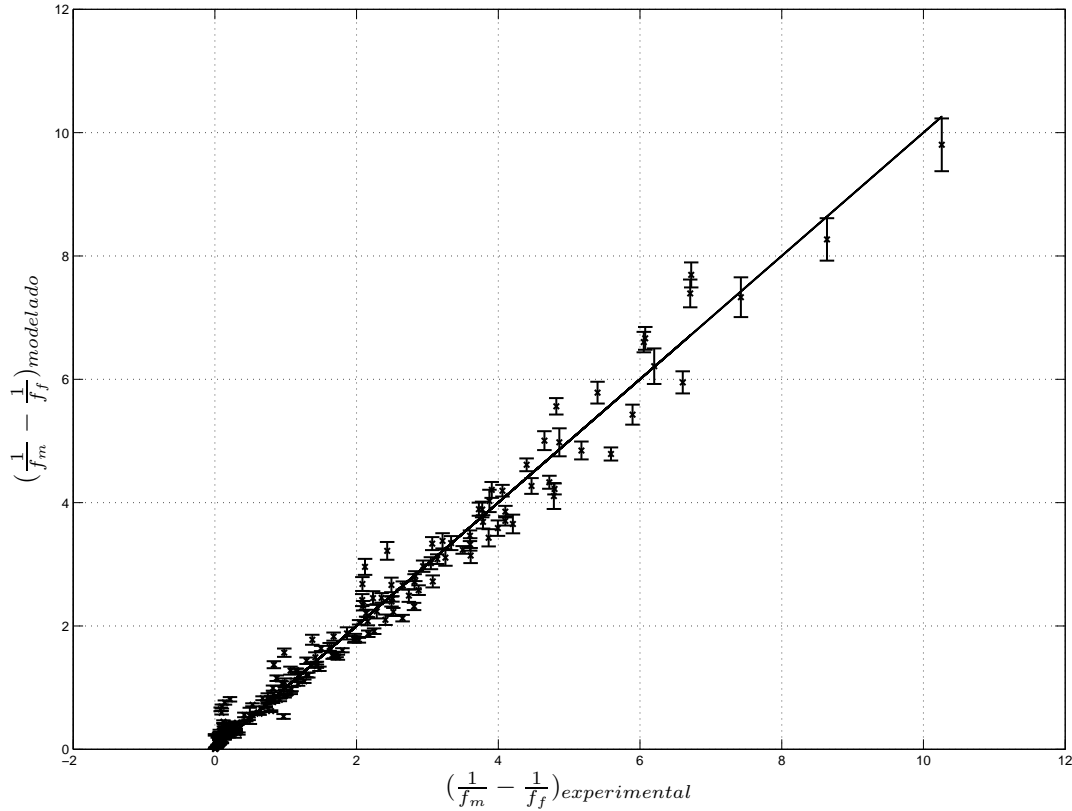


Figura 5.4: Propagación de Errores pérdidas de carga

Además y tal como se mencionó anteriormente, el error cuadrático medio del modelo ajustado es de 11.2%.

5.2. Modelo Velocidad de Depósito en Fluidos No Newtonianos

Tal como se mencionó anteriormente, sólo se encontró en la literatura el estudio de Shah and Lord (1991) para el cálculo de la velocidad de depósito de mezclas sólidos líquidos en tuberías cuando la fase líquida de la mezcla es no newtoniana y sigue una ley de potencia. En dicho estudio, los fluidos no newtonianos corresponden a mezclas de HydroxyPropyl Guar (HPG) con agua mientras que los sólidos utilizados correspondieron a arena de granulometría

entre la malla #20 y #40. Las mezclas son transportadas en concentraciones volumétricas de 15 %, 21 % y 27 % en tuberías de 3.81, 5.72 y 6.99 cm de diámetro. Shah encuentra que en fluidos de ley de potencia, la mínima pérdida de carga (punto en que se define la velocidad de depósito) en la tubería ocurre en régimen laminar y sin depósito o lecho estacionario de partículas. Lo que existe, es una estratificación marcada en el perfil de concentraciones con un lecho móvil que reduce el área de la sección transversal y que se mueve más lento que el resto de la mezcla que fluye sobre él. Sin embargo, la limitante de este estudio, es que los autores proponen un ajuste de los parámetros, y , w y z de la ecuación 2.78 para la velocidad de depósito a partir de las pérdidas de carga obtenidas experimentalmente para las 3 concentraciones y 3 diámetros de tubería, pero, para cada fluido no newtoniano analizado. Es decir, el ajuste no es extrapolable a cualquier fluido de ley de potencia cuyas propiedades reológicas son conocidas a menos que tenga el mismo índice de flujo y coeficiente de consistencia con el que ellos ajustaron la ecuación.

En los experimentos realizados, se aprecia un fenómeno parecido al indicado por Shah and Lord (1991), pues, de los resultados para las pérdidas de carga de las figuras 4.1, 4.2, 4.3 observamos un mínimo local en la mayoría de las curvas. Este mínimo local coincide con la existencia de un lecho móvil de partículas que se mueve a velocidades bajas por sobre el cual escurre la mezcla a mayores velocidades. Esto fue observado visualmente en la tubería transparente.

Siguiendo el análisis dimensional realizado en la sección anterior, y considerando la velocidad de depósito como la velocidad media a la cual se produce la mínima pérdida de carga, se propone la siguiente relación funcional:

$$\frac{V_L}{\sqrt{gd_s(S-1)}} = \Phi(Re_m, Ar_m, \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right), Re_p) \quad (5.25)$$

La figura 5.5, muestra las velocidades de depósitos obtenidas experimentalmente y el modelo propuesto y ajustado con los datos experimentales indicado en la ecuación 5.26.

$$\frac{V_L}{\sqrt{gd_s(S-1)}} = 0,0529 Re_m^{0,723} Re_p^{-0,0348} \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-0,2303} Ar_m^{-0,1339} \quad (5.26)$$

Finalmente, la tabla 5.3 compara la velocidad de depósito V_L calculada con la ecuación 5.26 con las velocidades de depósito experimentales obtenidas por Shah and Lord (1991) en su estudio. En general, el modelo predice de buena manera los resultados de Shah and Lord (1991), sobre todo para fluidos más viscosos. Existe una medición, que arroja un error del 101 %, sin embargo, ese fluido es casi newtoniano ($n=0.941$). En general, las variaciones con los resultados de Shah varían entre un 10 y un 20 %.

Finalmente, a partir de los resultados obtenidos, se observa que para fluidos más viscosos las velocidades de depósito son inferiores como se aprecia en la figura 5.6. Además no es posible inferir una tendencia en la variación de la velocidad de depósito para un mismo fluido a distintas concentraciones en volumen de sólidos. Si bien para los fluidos de ley de potencia menos viscosos, se observa una tendencia en que la velocidad de depósito disminuye a medida

Tabla 5.3: Comparación de los datos experimentales de Shah and Lord (1991) con los obtenidos a partir del modelo propuesto en la ecuación 5.26. $Error = \frac{V_{LShah1991} - V_{Lmodelo}}{V_{LShah1991}} \cdot 100$

K_f ($Pa \cdot s^n$)	n	D (cm)	ds_{50} (μm)	ϕ (%)	$V_{LShah1991}$ (m/s)	$V_{Lmodelo}$ (m/s)	$Error$ (%)
0.0049	0.941	6.99	600	15	1.65	3.33	102.0
0.0546	0.719	6.99	600	15	1.59	2.28	43.2
0.6942	0.486	6.99	600	15	1.59	1.77	11.1
2.7195	0.377	6.99	600	15	0.60	0.63	4.7
0.9719	0.446	6.99	600	15	1.31	1.48	13.3
4.309	0.304	6.99	600	15	0.16	0.18	14.8
2.7195	0.377	3.81	600	15	1.66	1.34	19.2
2.7195	0.377	3.81	600	27	1.64	1.46	11.5
2.7195	0.377	3.81	600	31	1.72	1.54	9.9
0.6942	0.486	3.81	600	15	1.83	1.50	17.9
0.6942	0.486	3.81	600	27	1.21	1.08	10.9
0.6942	0.486	3.81	600	31	1.32	1.18	10.9
2.7195	0.377	5.72	600	27	1.52	1.61	5.8
2.7195	0.377	5.72	600	31	1.57	1.68	7.6
0.9719	0.446	5.72	600	27	1.25	1.40	11.3
0.9719	0.446	5.72	600	31	1.33	1.49	12.1
0.6942	0.486	5.72	600	27	1.81	1.93	6.8
0.6942	0.486	5.72	600	15	1.85	1.85	0.1
2.7195	0.377	6.99	600	27	1.38	1.60	15.5
2.7195	0.377	6.99	600	31	1.42	1.67	17.4
0.9719	0.446	6.99	600	27	1.09	1.34	22.7
0.9719	0.446	6.99	600	31	1.03	1.27	24.0

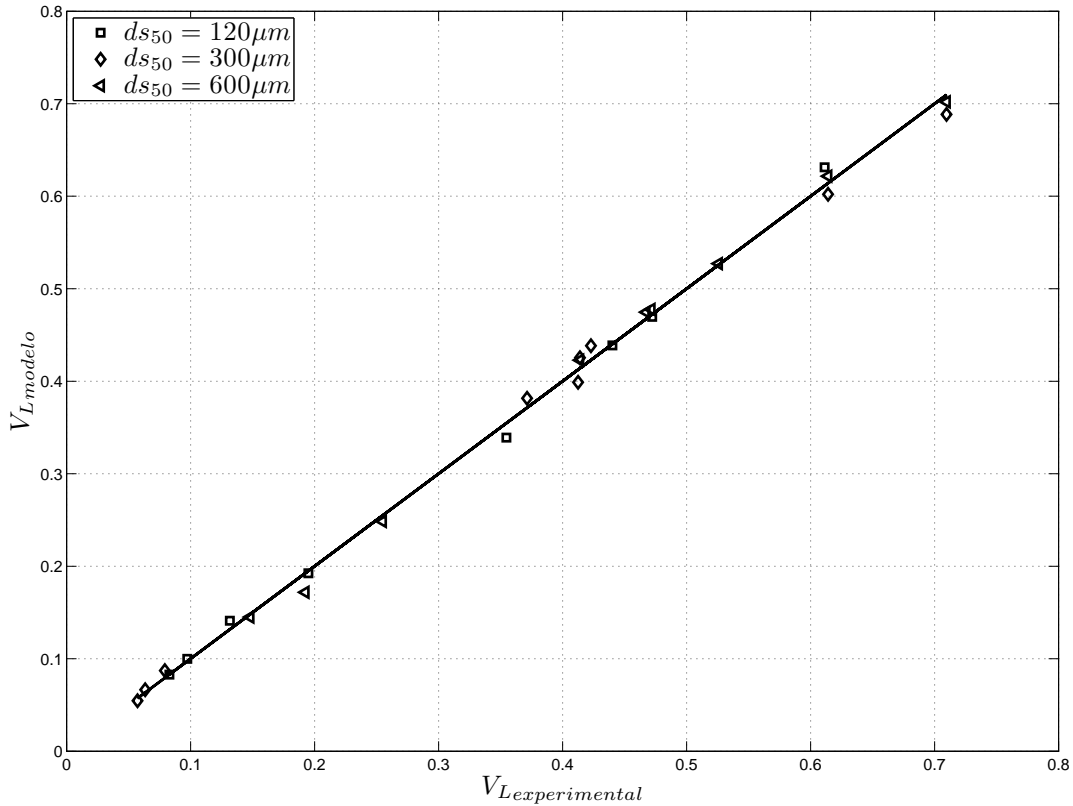


Figura 5.5: Ajuste modelo velocidad de depósito. Comparación entre la velocidad de depósito V_L encontrada experimentalmente v/s la calculado a través del modelo propuesto.

que aumenta la concentración de sólidos (figura 4.1) esta tendencia incluso se invierte o no existe a mayores concentraciones (figuras 4.2 y 4.3), la velocidad de depósito disminuye.

5.3. Análisis de Migración de Partículas en flujos sólidos líquidos No Newtonianos de Poiseuille

La distribución de concentración volumétrica de partículas en la sección transversal de la tubería exhibe un comportamiento inusual. Lo esperado consiste en tener un perfil simétrico en el eje vertical en que la concentración es alta en el fondo de la tubería y disminuye hacia la parte superior de la tubería debido principalmente al carácter sedimentable de las partículas. Sin embargo, como se puede ver en la figura 4.4 o en Anexos sección B, los resultados muestran que para las partículas de diámetros medio 120 y 300 micrones el perfil de concentraciones posee 2 máximos locales. Uno ubicado en la mitad superior y el otro en la mitad inferior de la tubería dejando una zona de baja concentración de partículas en el centro de la tubería. Si observamos las imágenes tomográficas (Anexos, C), se puede ver que incluso en algunos casos en el centro de la tubería la concentración es nula. En el caso de las partículas de 600

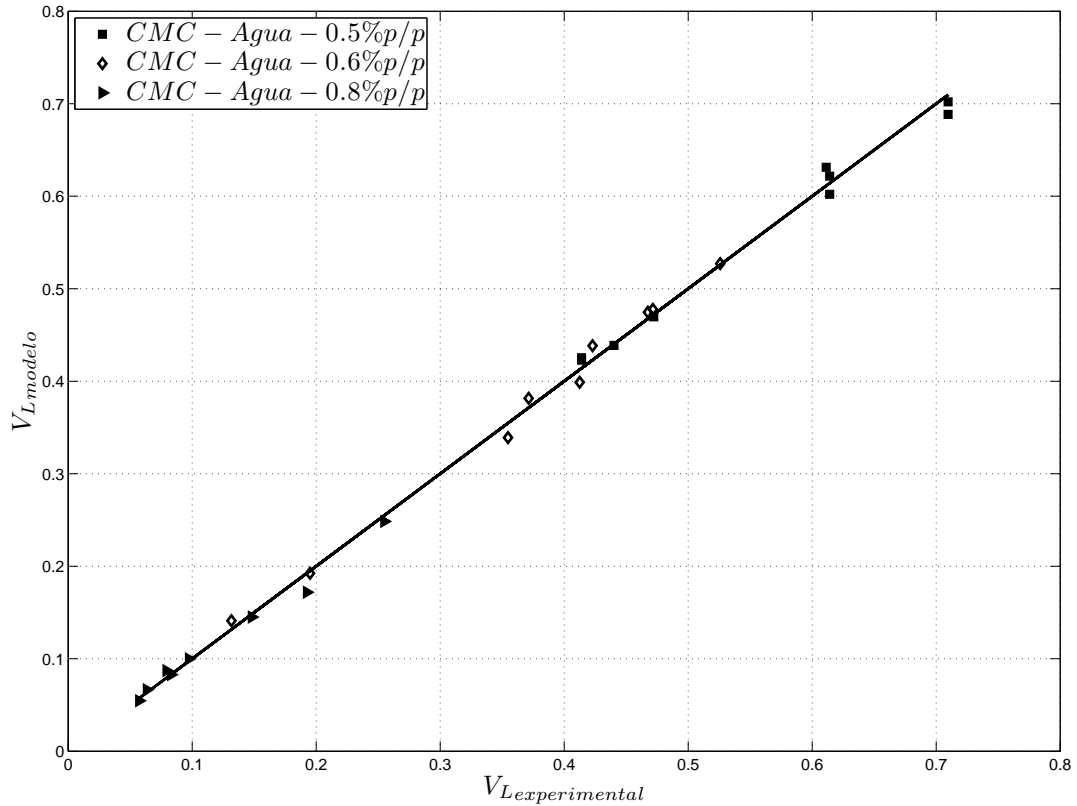


Figura 5.6: Ajuste Modelo Velocidad de depósito. Se identifican las distintas concentraciones del fluido Agua-CMC en concentraciones % p/p, siendo el menos viscoso el de 0.5 % p/p (~ 20 veces la viscosidad del agua) y el más viscoso corresponde a 0.8 % p/p (~ 80 veces la viscosidad del agua).

micrones, el perfil de concentraciones sigue una forma más familiar, sin embargo, igual se observa una disminución de la concentración en el centro de la tubería. Además, para los 3 diámetros de partículas la zona céntrica de menor concentración tiene un radio mayor para caudales más altos.

Como fue mencionado anteriormente, otro resultado interesante, consiste en que las partículas tienen boyancia negativa y estas se mantienen suspendidas en regímenes laminares, e incluso en el caso de 300 y 600 micrones estas nunca sedimentan incluso a Reynolds bajo 100.

Dado lo anterior, se plantea la hipótesis de que la forma de la distribución de concentración de las partículas en la sección transversal de la tubería, y la suspensión de éstas en regímenes laminares pueden ser explicadas en parte, debido a flujos de difusión hidrodinámica definidos por Leighton and Acrivos (1987 a,b) y a la característica no newtoniana del fluido utilizado como medio de transporte. El análisis que se realiza a continuación, tiene un fin más cualitativo que cuantitativo y estará basado en el modelo difusivo propuesto por Phillips et al. (1992) ya que los propuestos por Zhang and Acrivos (1994), Ramachandran and Leighton Jr

(2007), Nott and Brady (1994) son más complejos, lo que tomaría tiempos en su resolución que escapan de los alcances de éste trabajo de tesis. Estos y otros modelos que pueden servir para un análisis similar pueden ser revisados en Shapley et al. (2004).

El modelo propuesto por Phillips et al. (1992), ecuación 2.87, está escrita para un fluido newtoniano. Por lo tanto en primer lugar, se debe reescribir este modelo para un fluido no newtoniano de ley de potencia. Recordemos que el modelo difusivo de Phillips para un fluido newtoniano y partículas neutralmente boyantes establece que,

$$N = N_c + N_\mu \quad (5.27)$$

$$N_c = -D_c a^2 \phi \nabla(\dot{\gamma} \phi) = -D_c a^2 (\phi^2 \nabla \dot{\gamma} + \phi \dot{\gamma} \nabla \phi) \quad (5.28)$$

$$N_\mu = -D_\mu \dot{\gamma} \phi^2 \left(\frac{a^2}{\mu_m} \right) \nabla \mu_m \quad (5.29)$$

donde N es el flujo de partículas neto, y N_c , N_μ corresponden al flujo debido a un gradiente de concentración y viscosidad respectivamente.

Las partículas utilizadas en éste trabajo, tienen una densidad mayor a la del fluido por lo tanto se debe agregar un flujo gravitacional N_g debido a la sedimentación de las partículas sólidas.

$$N = N_c + N_\mu + N_g \quad (5.30)$$

Cómo se mencionó, el análisis será más cualitativo que cuantitativo, por tal motivo, se simplifica el problema de un flujo en tubería 3-D a un flujo de Posieuille en 2-D. Considerando esta simplificación se escriben las ecuaciones de momentum.

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} \right) = -\nabla P + \nabla \tau \quad (5.31)$$

Además, consideraremos que el régimen es permanente y que sólo existe flujo en la dirección longitudinal. Este supuesto no es del todo cierto pues está despreciando las corrientes secundarias existentes en el flujo (Zhang and Acrivos (1994), Ramachandran and Leighton Jr (2007)). Por último, y dado que se considera un flujo en 2 dimensiones, el gradiente de presiones sólo varía en el eje longitudinal mientras que el esfuerzo de corte solo varía en la dirección vertical. Con estos supuestos, la ecuación 5.31 se reduce a,

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (5.32)$$

donde $\frac{\partial P}{\partial x}$ corresponde a la pérdida de carga en la dirección longitudinal y τ_{zx} es la componente de esfuerzo de corte en la dirección z con normal en la dirección x. Es importante notar que $\frac{\partial P}{\partial x}$ es conocido, pues, es medido experimentalmente a través de las tomas piezométricas. Para simplificar la notación en lo que sigue se escribe como P_x .

Considerando que $\tau = K\dot{\gamma}^n$, donde K es el coeficiente de consistencia y n el índice de flujo, entonces reemplazando en la ecuación anterior se tiene,

$$P_x = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^n \right) \quad (5.33)$$

Finalmente integrando una vez respecto a z se obtiene,

$$P_x \cdot z + C_1 = K \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^n \quad (5.34)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial u}{\partial z} = \left(\frac{P_x \cdot z + C_1}{K} \right)^{1/n} \quad (5.35)$$

donde C_1 es una constante de integración.

Recordemos que la mezcla sólido líquida será analizada como un fluido equivalente de ley de potencia cuyo coeficiente de consistencia K_m e índice de flujo n dependen de la concentración volumétrica de partículas ϕ los cuales son calculados según la ecuación 2.57 que corresponde a la expresión obtenida por Kawase and Ulbrecht (1983). Por lo tanto, la ecuación anterior se escribe,

$$\dot{\gamma}_m = \frac{\partial u}{\partial z} = \left(\frac{P_x \cdot z + C_1}{K_m(\phi)} \right)^{1/n} \quad (5.36)$$

Además, en un fluido no newtoniano de ley de potencia la viscosidad del fluido se expresa en términos de la viscosidad efectiva μ_{ef} que para la mezcla sólido líquida de ley de potencia en flujo 2D queda definida como,

$$\mu_{efm} = K_m |\dot{\gamma}_m|^{n-1} = K_m \left| \frac{P_x \cdot z + C_1}{K_m} \right|^{\frac{n-1}{n}} \quad (5.37)$$

Reemplazando las ecuaciones 5.36 y 5.37 en las ecuaciones 5.38 y 5.39, se reescribe el modelo difusivo propuesto por Phillips et al. (1992) para un flujo de Poiseuille en 2 dimensiones de una mezcla sólido líquida no newtoniana de ley de potencia. Estas ecuaciones son,

$$N_c = -D_c a^2 \phi \nabla (|\dot{\gamma}_m| \phi) = -D_c a^2 \left(\phi^2 \frac{d|\dot{\gamma}_m|}{dz} + \phi |\dot{\gamma}_m| \frac{d\phi}{dz} \right) \quad (5.38)$$

$$N_\mu = -D_\mu |\dot{\gamma}_m| \phi^2 \left(\frac{a^2}{\mu_{efm}} \right) \frac{d\mu_{efm}}{dz} \quad (5.39)$$

donde,

$$\frac{d|\dot{\gamma}_m|}{dz} = \frac{\dot{\gamma}_m}{|\dot{\gamma}_m|} \frac{1}{n} \left(\frac{P_x \cdot z + C_1}{K_m} \right)^{\frac{1-n}{n}} \cdot \frac{P_x K_m - (P_x \cdot z + C_1) \frac{dK_m}{d\phi} \frac{d\phi}{dz}}{K_m^2} \quad (5.40)$$

$$\frac{d\mu_{efm}}{dz} = \frac{dK_m}{d\phi} \frac{d\phi}{dz} |\dot{\gamma}_m|^{n-1} + K_m (n-1) |\dot{\gamma}_m|^{n-2} \frac{d|\dot{\gamma}_m|}{dz} \quad (5.41)$$

Es importante notar que en las ecuaciones anteriores se trabaja con el módulo de $\dot{\gamma}$. Esto se debe a que el modelo difusivo se basa en la frecuencia de colisiones la cual escala con la magnitud de la tasa de deformación angular (Leighton and Acrivos 1987a,b). Lo anterior no es un problema cuando se trabaja en una tubería en coordenadas polares pues $\dot{\gamma}$ siempre es positivo no así en un flujo de Poiseuille 2D entre placas planas paralelas en que $\dot{\gamma}$ es lineal y cambia de signo (ver figura 5.7). Por lo tanto, si no se trabaja con el modulo de $\dot{\gamma}$, aparecen situaciones sin sentido físico como que la viscosidad es negativa o aparecen soluciones complejas pues $n < 1$.

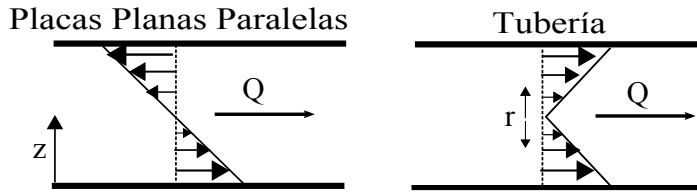


Figura 5.7: Comparación entre la variación de la tasa de de formación angular $\dot{\gamma}$ en un flujo de Posieuille en placas planas paralelas con un sistema de coordenadas cartesiano y en una tubería con un sistema de coordenadas polares.

Los coeficientes difusivos D_c y D_{μ} son para el modelo de Phillips et al. (1992), según Zhang and Acrivos (1994) iguales a,

$$D_c = 0,43 \quad ; \quad D_\mu = 0,65 \quad (5.42)$$

Además otro autores como Leighton and Acrivos (1986), Schaffinger et al. (1990) utilizan para D_c :

$$D_c = \frac{1}{3} \phi^2 \left(1 + \frac{1}{2} e^{8,8\phi} \right) \quad (5.43)$$

Tetlow et al. (1998), realizaron estudios para medir D_c/D_μ en un flujo de Couette entre cilindros concéntricos de mezclas sólidos líquido newtonianas con partículas neutralmente

boyantes de diámetros entre 100 y 3175 micrones y concentraciones en volumen entre 10 y 50 %. Los autores concluyen que la razón D_c/D_μ no es un valor constante como propuso Phillips et al. (1992), sino una función monótonamente creciente que los autores ajustan a partir de los resultados experimentales como,

$$\frac{D_c}{D_\mu} = 0,01042\phi + 0,1142 \quad (5.44)$$

Se decide para el análisis de los resultados obtenidos, definir a $D_c = 0,43$ mientras que D_μ se calcula a partir de la ecuación 5.44. Esta decisión se toma debido a que se obtiene mejores resultados en el análisis que se propondrá en éste capítulo. Además es importante mencionar que no se encontraron en la literatura estudios respecto a estos coeficientes de difusión para fluidos no newtonianos.

Además de las ecuaciones 5.38 y 5.39, todos los valores son conocidos excepto la constante de integración C_1 . P_x es la pérdida de carga a lo largo de la tubería medida con los piezómetros instalados en la tubería transparente, ϕ se obtiene de las imágenes tomográficas, K_m y n se obtiene en conjunto con la reología del fluido, la concentración volumétrica (imagen tomográfica) y la ecuación 2.57 (Kawase and Ulbrecht (1983)). Para obtener la constante de integración C_1 , lo más simple sería evaluar la tasa de deformación angular en la pared con la ecuación 2.15. Sin embargo, esta ecuación está deducida para un fluido de ley de potencia en una tubería con coeficiente de consistencia K constante, lo que en el caso de las mezclas sólidos líquido estudiadas no se cumple pues la concentración de partículas no es homogénea en la sección transversal de la tubería. Por lo tanto, K_m es función de la concentración de partículas. Por tal motivo, la otra alternativa es imponer que la tasa de deformación angular es nula en el punto de máxima velocidad considerando que el perfil de velocidades en un flujo de Poiseuille tiene una forma parabólica, pero, la dificultad radica en que no se conoce el perfil de velocidades. Ante esta situación, se supone que el máximo de velocidad ocurre en el punto de mínima concentración el cual ocurre entorno al centro de la tubería. Finalmente, la constante C_1 es tal que,

$$\dot{\gamma} \Big|_{z^*} = \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z^*} = 0 = \left(\frac{Px \cdot z^* + C_1}{K_m \Big|_{z^*}} \right)^{1/n} \quad (5.45)$$

donde z^* corresponde a la altura medida desde el fondo donde se produce la mínima concentración entorno al centro de la tubería.

Además, las partículas utilizadas tienen densidad 2500 kg/m^3 , mayor a la del fluido que se encuentra en torno a los 1000 kg/m^3 lo que implica que se debe agregar un flujo gravitacional debido a la sedimentación de las partículas en el modelo difusivo de Phillips et al. (1992). Para partículas en régimen de Stokes el flujo gravitacional queda definido como,

$$N_g = -\frac{2}{9}f(\phi)g\phi a^2 \frac{\rho_s - \rho_f}{\mu_{ef}} \quad (5.46)$$

donde $f(\phi)$ es definida según la ecuación 2.51 y 2.52 que corresponden a:

$$f(\phi) = (1 - \phi)^\beta \quad (5.47)$$

donde una vez conocidos C_D , Re y d_s/D el exponente β puede determinarse a partir de la siguiente ecuación:

$$\frac{4,8 - \beta}{\beta - 2,4} = 0,0365 \left(C_D Re^{2/(2-n)} \right)^{0,57} \left[1 - 2,4 \left(\frac{d_s}{D} \right)^{0,27} \right] \quad (5.48)$$

En los experimentos realizados, el número de Reynolds de la partícula Re_p es mucho menor a 1, por lo que se puede utilizar la ecuación 5.46. En el caso de las partículas de 120, 300 y 600 micrones Re_p es del orden de 10^{-5} , 10^{-3} y 10^{-2} respectivamente.

Reescrito el modelo difusivo para una mezcla sólido líquido de ley de potencia, podemos comenzar con un análisis de la migración de las partículas.

5.4. Disminución de la concentración en la zona central del ducto

Como ya se ha mencionado en distintas ocasiones, la disminución de la concentración en el centro de la tubería para flujos laminares de una mezcla sólido líquida no newtoniana es un resultado interesante a analizar. La hipótesis detrás de este fenómeno, está relacionada con las propiedades reológicas del fluido utilizado como medio de transporte de los sólidos.

Caso 1: mezcla sólidos líquido homogénea con fase líquida newtoniana

Para introducir el análisis supongamos en primer lugar, un flujo de una mezcla sólido líquido homogénea newtoniana con partículas neutralmente boyantes en una tubería. Basado en el modelo difusivo mencionado anteriormente, los flujos de partículas por gradiente de concentración, tasa de deformación angular y viscosidad dependerán de la frecuencia de colisiones que experimentan las partículas, por lo tanto, dado que en las paredes de la tubería la tasa de deformación angular $\dot{\gamma}$ es mayor, se puede inferir a priori que los flujos difusivos tendrán una mayor magnitud entorno a la paredes mientras que su sentido estará dado por el signo de los gradientes $\partial\phi/\partial z$, $\partial|\dot{\gamma}|/\partial z$ y $\partial\mu_{ef}/\partial z$. Además, como se supuso una mezcla homogénea, el perfil de velocidades resulta ser parabólico y $|\dot{\gamma}|$ es grande en las paredes y nulo en el centro. Por lo tanto, se espera que exista un flujo de partículas debido a $\partial|\dot{\gamma}|/\partial z$

desde las paredes hacia el centro de la tubería generando un aumento de la concentración de partículas en esa zona. Esto puede explicarse en parte, el aumento en la concentración de sólidos en el eje central de la tubería encontrado en varios estudios (Phillips et al. (1992), Zhang and Acrivos (1994), Nott and Brady (1994), Ramachandran and Leighton Jr (2007)) cuando la mezcla sólido líquida transportada es newtoniana. Como inicialmente la mezcla es homogénea, $\partial\phi/\partial z = 0$ por lo que no existiría en un principio un flujo por gradiente de concentración. Sin embargo, al cabo de un tiempo, el aumento de concentración en el centro motivado por $\partial|\dot{\gamma}|/\partial z$, induce un flujo opuesto debido al gradiente de concentración generado. Sumado a esto, el aumento de concentración de partículas en el centro produce un aumento de la viscosidad induciendo un flujo por $\partial\mu_{ef}/\partial z$ hacia las paredes de la tubería.

Caso 2: mezcla sólidos líquido homogénea con fase líquida no newtoniana de ley de potencia

Si en la mezcla anterior, reemplazamos el fluido newtoniano por uno no newtoniano pseudoplástico de ley de potencia ($n < 1$), la situación descrita anteriormente se invierte. En esta situación, las partículas en vez de migrar hacia el centro de la tubería migran hacia la periferia de ésta. Este fenómeno se explica a partir de la reología del fluido. Recordemos que en un reograma, la pendiente de la curva reológica corresponde a la viscosidad del fluido. Por lo tanto, para fluidos no newtonianos pseudoplásticos, mientras mayor sea la tasa de deformación angular este se vuelve menos viscoso. El caso contrario ocurre en fluidos dilatantes, en que a altas tasa de deformación angular, su viscosidad tiende a infinito. Dado que la ley constitutiva del fluido se ajusta a una ley de potencia con $n < 1$, su viscosidad $\mu_a = K\dot{\gamma}^{n-1}$ disminuye a medida que aumenta $\dot{\gamma}$ (ver figura 2.1). Debido a lo anterior, y considerando un flujo sólido líquido homogéneo, la velocidad es máxima justo en el centro de la tubería y mínima en las paredes de ésta. Por lo tanto, la viscosidad del fluido es máxima en el centro de la tubería ($\dot{\gamma} = 0$) y mínima en las paredes de ésta pues, $\dot{\gamma}$ alcanza su máximo valor. Esto, en presencia de partículas, induce un flujo de éstas debido a un gradiente de viscosidad desde el centro de la tubería hacia las paredes de ésta. Mientras que el flujo por $\partial\phi/\partial z$ y $\partial|\dot{\gamma}|/\partial z$ siguen la misma tendencia que en el ejemplo descrito anteriormente para un fluido newtoniano.

Para verificar lo descrito anteriormente, se calculan los flujos de partículas a la mezcla sólido líquida N°13 (tabla 4.1) según el modelo difusivo reescrito en 2 dimensiones para un fluido de ley de potencia (ecuaciones 5.38 y 5.39). Para esta mezcla sólidos líquido, las propiedades reológicas del fluido son $K = 0,65 Pa \cdot s^n$, $n = 0,59$, la densidad del fluido es $1006,9 Kg/m^3$, la concentración volumétrica total de partícula es $\phi = 25\%$, y el diámetro medio de los sólidos $d_s = 300\mu m$. Experimentalmente, para esa concentración de sólidos, el caudal medido es de $Q = 1,2 lt/s$ y la pérdida de carga es de 0.18 metros de columna de líquido por metro de tubería. Con el fin de hacer un caso homólogo al descrito anteriormente, se supone que las partículas son neutralmente boyantes y que la concentración es homogénea e igual a 25%. El considerar a las partículas neutralmente boyantes permite despreocuparse en este ejercicio el flujo inducido por gravedad. Dado que las ecuaciones están escritas en 2 dimensiones, se resuelven para cada una de las cuerdas que pasan por el centro de la sección transversal como si cada una representase un flujo de Poiseuille en 2-D (ver figura 5.8). De esta manera se analizan los flujos en la componente radial y no se consideran los de la componente angular $\hat{\theta}$. La figura

5.9, muestra los flujos debido al gradiente de viscosidad N_μ y el debido al gradiente tasa de deformación angular y concentración N_c . Se observa que tal como fue predicho, el flujo por viscosidad hace migrar las partículas hacia las paredes de la tubería pues μ_{ef} es máximo en el centro y mínimo en las paredes ésta, mientras el flujo por concentración las hace migrar hacia el centro de la tubería pues $\dot{\gamma}$ es mínimo en el centro y máximo en las paredes de ésta. Además, se presenta la razón entre los flujos, es decir, N_μ/N_c para la cuerda central orientada verticalmente. De aquí, se desprende que N_μ es mayor que N_c a lo largo de toda la tubería. Por lo tanto, la suma de ambos flujos indica que las partículas migran hacia la periferia de la tubería.

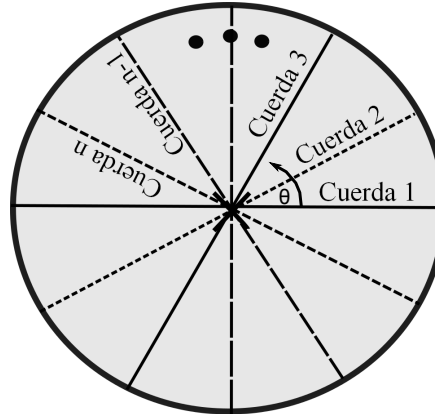


Figura 5.8: Esquema de las cuerdas sobre las cuales se calculan las ecuaciones 5.38 y 5.39 del modelo difusivo.

Además, de la figura 5.9, es importante notar que N_μ/N_c se hace cero en el centro de la tubería. Esto se debe a que $\dot{\gamma} = 0$ en la mitad de la tubería y, por lo tanto, no existe ningún flujo difusivo pues no hay colisiones. Por lo tanto, cualquier partícula que se ubica justo en el centro de la tubería viajará siempre en el eje central. Esto coincide con los estudios de (D'Avino et al., 010a) y D'Avino et al. (010b). Además, es importante notar que si bien N_μ es siempre mayor a N_c , en las paredes de la tubería la diferencia es más notoria.

La migración neta hacia la periferia de la tubería cuando las partículas son neutralmente boyantes y el fluido es de ley de potencia ocurrirá independiente del diámetro que tengan las partículas. Sin embargo, las magnitudes de los flujos difusivos serán distintas pues los coeficientes de difusión escalan con a^2 donde a es el radio de los sólidos, por lo tanto, a mayor diámetro de partículas mayor será la magnitud de los flujos difusivos. La pregunta a realizar entonces es, ¿qué pasa con la migración de partículas si ahora las partículas tienen boyancia negativa? Ante esta situación, se debe agregar al flujo neto $N_\mu + N_c$ el efecto del flujo gravitacional (ecuación 5.46). Dado que este flujo actúa en la misma dirección que la aceleración de gravedad \vec{g} , se debe entonces considerar la componente radial de éste vector. Por lo tanto el flujo neto resulta,

$$N_n = N_\mu + N_c + N_g \cdot \text{sen}\theta \quad (5.49)$$

donde θ es el ángulo de la cuerda respecto al eje horizontal (ver figura 5.8).

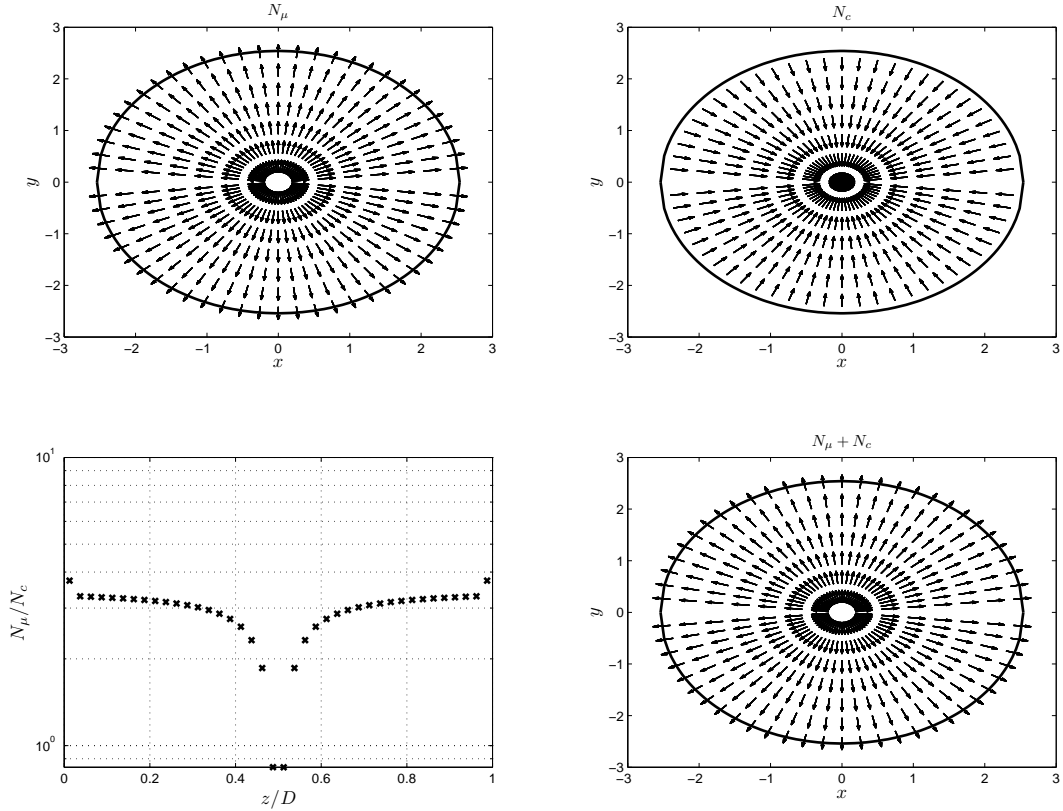


Figura 5.9: Flujos difusivos N_μ y N_c , razón entre flujos N_μ/N_c para la cuerda central con orientación vertical, y flujo neto $N_\mu + N_c$ para cuarenta cuerdas. x e y en [cm] son las coordenadas x e y de la sección transversal de la tubería centrada en $[0, 0]$. z/D es la altura z en la tubería (2D) adimensionalizada por el diámetro, donde 0 es la base y 1 el tope.

Dado el análisis ya hecho, si inicialmente el perfil de concentraciones es homogéneo, entonces, $N_\mu > N_c$ y las partículas migran hacia los bordes de la tubería, por lo tanto, resulta interesante analizar cómo se compara $N_\mu + N_c$ con N_g ya que si los flujos difusivos son mayores que el flujo gravitacional las partículas migrarán hacia la periferia de la tubería tanto en la parte inferior como superior de ésta. En el caso contrario, si N_g es mayor que los flujos difusivos, entonces las partículas migrarán solamente hacia la base de la tubería. La figura 5.10, muestra la comparación entre $N_\mu + N_c$ y N_g para la mezcla sólidos líquido N°13 mencionada anteriormente para el mismo caudal, pérdida de carga y concentración volumétrica de partículas que en el caso anterior. Es importante recordar que se supone que esta concentración es homogénea en la tubería. En esta figura se observa que el flujo difusivo es superior al flujo gravitacional excepto en el centro de la tubería donde las colisiones de partículas son poco frecuentes. Este fenómeno da origen a un aumento de la concentración en la zona alta de la tubería explicando la forma tipo "sínvertida" que tienen los perfiles de concentración.

Por otro lado, la figura 5.11 muestra el flujo neto mezclas sólidos líquidas a caudal semejante y mismo diámetro de partículas pero a distintas viscosidades. El resultado arroja que para la menor viscosidad de fluido (Agua-CMC 0.5 % p/p) los flujos gravitacionales superan

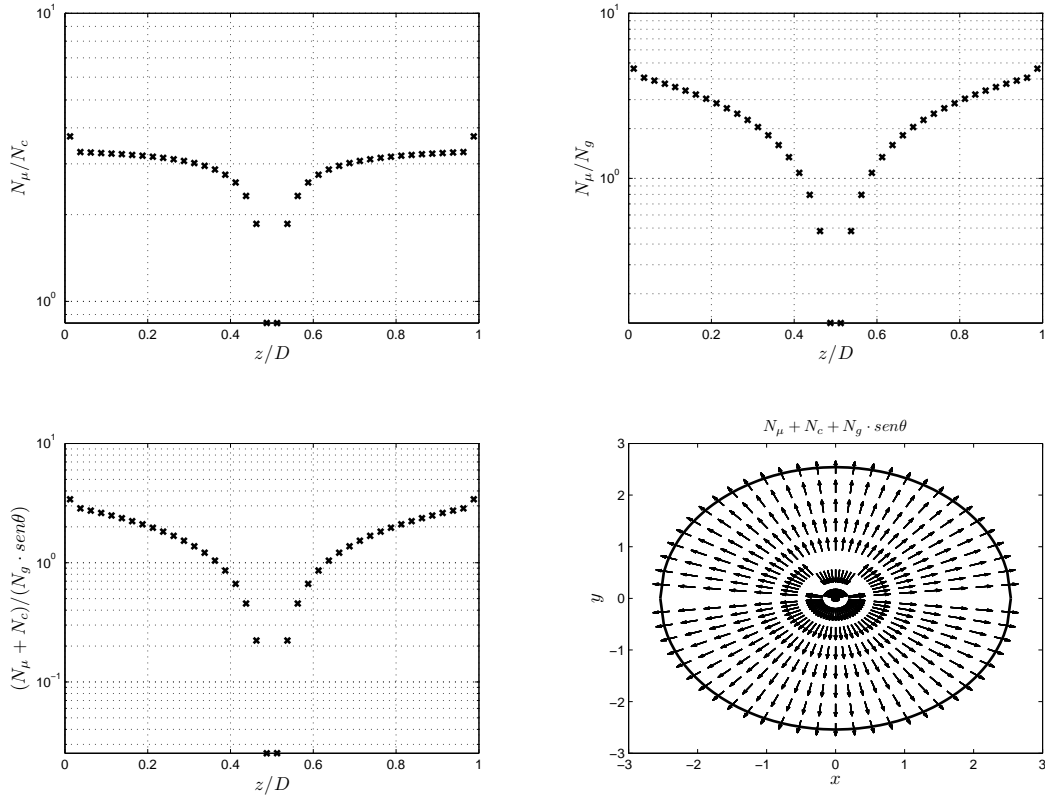


Figura 5.10: Razón entre flujos difusivos N_μ/N_c , N_μ/N_g y $(N_\mu + N_c)/(N_g \cdot \text{sen}\theta)$ para $\theta = 90^\circ$. Además se muestra la dirección del flujo neto, donde x e y en cm son las coordenadas x e y de la sección transversal de la tubería centrada en $[0, 0]$. z/D es la altura en la tubería (2D) adimensionalizada por el diámetro, donde 0 es la base y 1 el tope.

a los difusivos, no así para las mezclas más viscosas Agua-CMC 0.6 % y 0.8 % p/p. Siguiendo con el análisis, la figura 5.12 muestra el flujo neto para viscosidades de fluidos similares, pero distinto diámetro de partículas. Sin embargo, al contrario de lo que se espera, a menor diámetro de partículas los flujos gravitacionales superan a los flujos difusivos, mientras que para las partículas de 300 y 600 micrones la sedimentación es mayor sólo en el centro de la tubería. Era de esperar, que a mayor diámetro de partícula el flujo difusivo no fuese capaz de contrarrestar al flujo de partículas por sedimentación.

De los resultados anteriores, no se aprecia una clara dependencia de los flujos difusivos en función del diámetro de las partículas ni de la viscosidad del fluido, sin embargo, existe una fuerte dependencia en función de las pérdidas de carga tal como se aprecia en la figura 5.13. En esta figura, manteniendo el mismo fluido, la misma concentración volumétrica de partículas, caudal y reología del fluido, se modifican las pérdidas de carga P_x y se observa que para bajas pérdidas de carga los flujos difusivos son menores a los gravitacionales en prácticamente toda la tubería. A medida que se aumenta la pérdida de carga, los flujos difusivos van tomando importancia hasta que superan por completo a los flujos gravitacionales. La explicación a esta marcada tendencia se busca en el modelo difusivo de Phillips et al. (1992), pues, este

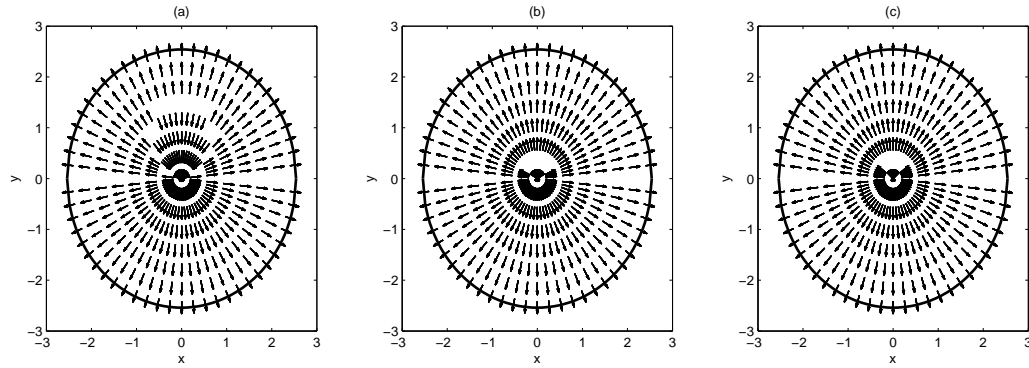


Figura 5.11: Dirección flujo neto $N_\mu + N_c + N_g \cdot \text{sen}\theta$ para el mismo diámetro de partícula 600 micrones y distintas viscosidades de fluidos, con $Q \sim 1\text{lt/s}$ y fluidos mezclas Agua-CMC al 0.5 % (a), 0.6 % (b) y 0.8 % (c). Los datos corresponden a (a): Mezcla N°19 medición n°4, (b): Mezcla N°22 medición n°2 y (c): Mezcla n°25 y medición n°2.

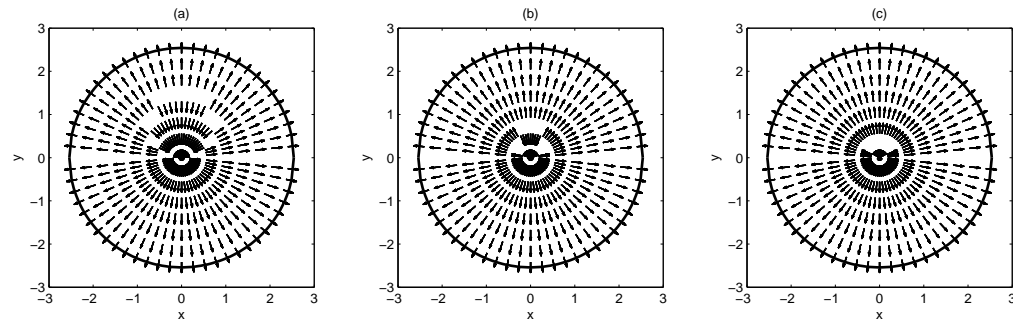


Figura 5.12: Dirección flujo neto $N_\mu + N_c + N_g \cdot \text{sen}\theta$ para fluidos de mezclas Agua-CMC al 0.6 %, con $Q \sim 1\text{lt/s}$ y diámetros de partícula 120, 300 y 600 micrones. Los datos corresponden a (a): Mezcla N°6 medición n°1, (b): Mezcla N°13 medición n°5 y (c): Mezcla n°22 y medición n°2.

está formulado en base a la frecuencia de colisiones que experimentan las partículas. Por lo tanto, a mayores pérdidas de carga, mayor es la tasa de deformación angular, es decir, mayor es la frecuencias de colisiones. Esto se puede deducir de la ecuación 5.36 en que a mayor pérdida de carga, mayor es $P_x = \partial P / \partial x$, por ende, mayor es $\dot{\gamma}$.

Caso 3: mezcla sólidos líquido heterogénea con fase líquida no newtoniana de ley de potencia

En lo analizado hasta el momento, se ha considerado una mezcla sólido líquida homogénea con el fin de entender el fenómeno de migración de partículas cuando el fluido utilizado como medio de transporte de los sólidos es no newtoniano y se ajusta a una ley de potencia. Sin embargo, en los experimentos realizados para este trabajo, los perfiles de concentración en la tubería muestran que el régimen de flujo es heterogéneo y no homogéneo (Anexo A). Además las mediciones se hacen en régimen permanente (se esperan 30 minutos aproximadamente entre cada medición), por lo tanto, el perfil de concentraciones se mantiene en un estado de equilibrio y el flujo neto de partículas debiese ser igual a cero. Por tal motivo, y dado que el

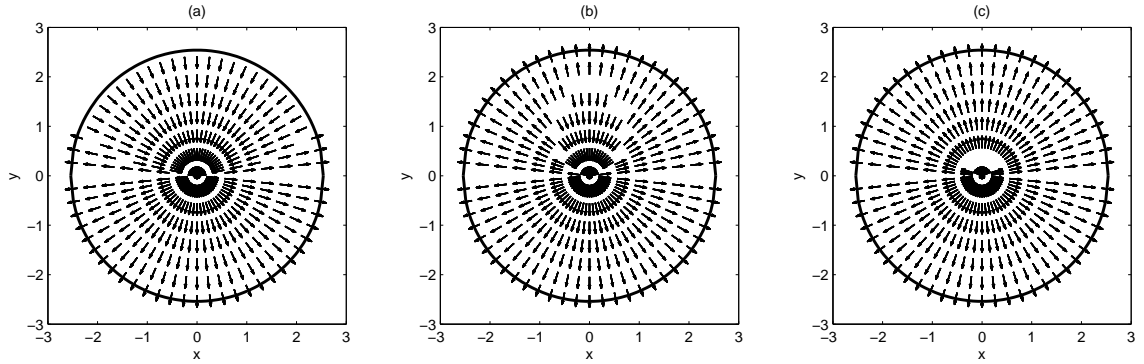


Figura 5.13: Dirección flujo neto $N_\mu + N_c + N_g \cdot \text{sen}\theta$ para fluidos de mezclas Agua-CMC al 0.5%, diámetro medio de partículas 120 micrones, $K_f = 0,29 Pa \cdot s^n$, $n = 0,69$, $\phi = 19,46$, $Q = 1,636 \text{lt/s}$ y distintas pérdidas de carga dh expresadas en metros de columna de líquido por metro de tubería. (a): $dh = 0,1 \text{m.c.l/m}$, (b): $dh = 0,25 \text{m.c.l/m}$ y (c): $dh = 0,3 \text{m.c.l/m}$.

análisis será descriptivo, resulta interesante analizar la razón entre los flujos N_μ/N_c , N_μ/N_g y N_c/N_g con tal de dimensionar qué flujos predominan y hacia donde debiesen migrar las partículas.

En primer lugar, al observar las imágenes tomográficas y los perfiles de concentración se observan claras diferencias entre las partículas de 120, 300 y 600 micras (Ver Anexos, B y C). Para las partículas de 120 micrones (Mezclas 1-8), se observa para altos caudales una concentración de partículas alta en la zona superior e inferior con una clara zona central de concentración baja. En cambio, para caudales bajos, se aprecia un lecho de partículas en el fondo de la tubería. En el caso de las partículas de 300 micrones (Mezclas 9-17), la zona de baja concentración central es más pequeña y a medida que disminuye el caudal, el perfil de concentraciones tiende a un perfil de concentraciones monótonamente decreciente con la coordenada z sin alcanzar un lecho estacionario en el fondo de la tubería. Finalmente para las partículas de 600 micrones, se aprecia un perfil de concentraciones monótonamente decreciente con la coordenada z alcanzando una clara estratificación y lecho móvil para caudales bajos (recordemos que las partículas de 300 y 600 micrones nunca sedimentan). Sin embargo, es importante mencionar que tanto para las partículas de 120, 300 y 600 micrones siempre se aprecia una disminución de la concentración en la zona central que se observa en el tomograma, pero, no siempre en el perfil de concentraciones al estar éste promediado en el eje horizontal. En los tomogramas se puede apreciar que el radio de ésta zona central de baja concentración disminuye a medida que aumenta el diámetro de partículas. Las figuras 5.14, 5.15, 5.16 ilustran el análisis anterior para los 3 diámetros de partículas a caudal alto, medio y bajo y para el mismo fluido de la mezcla Agua-CMC de 0.5% p/p.

Para poder entender este fenómeno volvamos a la razón entre los flujos. Las figuras 5.17, 5.18 y 5.19 muestran la razón entre los flujos N_μ/N_c , N_μ/N_g y N_c/N_g . Es importante aclarar que estos flujos son calculados sobre el perfil de concentraciones central vertical y no el promediado horizontalmente. Se observa que el flujo por gradientes de viscosidades supera al flujo debido a un gradiente de concentración y tasa de deformación angular en casi todas las mezclas $N_\mu/N_c > 1$. Este efecto se ve incrementado cerca de los bordes de la tubería, mientras que en el centro de la tubería compiten ya que $N_\mu/N_c \sim 1$. Respecto a N_μ/N_g , se

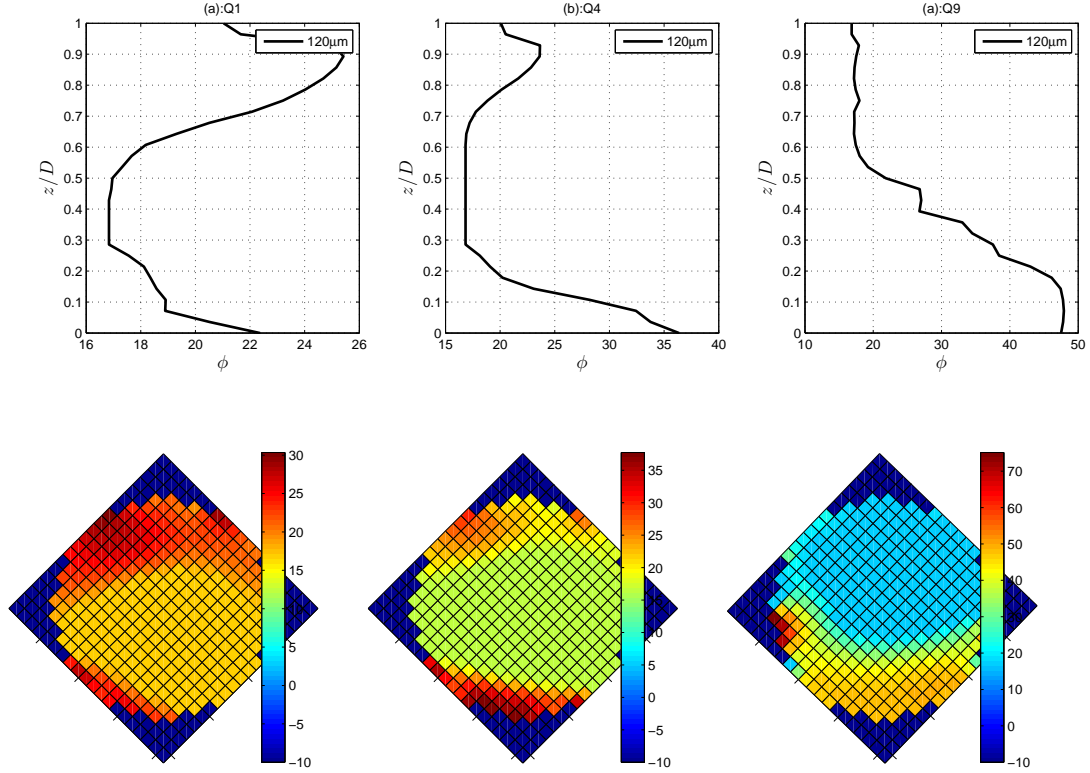


Figura 5.14: Mezcla N°1. Partículas de diámetro 120 micrones para fluido Agua-CMC 0.5 % p/p, $Q_1=1.6$ lt/s, $Q_2=1.2$ lt/s, $Q_3=0.5$ lt/s. El tomograma de la figura a, b y c, se ubica justo debajo de ella.

observa que para las partículas de 600 micrones (figura 5.19) el flujo por gravedad predomina por sobre el flujo por viscosidad salvo en el caso de las mezclas más viscosas (Mezclas 24-26) en que el flujo por viscosidad logra imponerse sobre el flujo por gravedad cercano a las paredes de la tubería. En cambio en las partículas de 300 y 120 micrones ambos flujos compiten ($N_\mu/N_g \sim 1$) pero, en la pared superior la tendencia indica que en la mayoría de las mezclas de 300 y 120 micrones N_g es inferior a N_μ . Por último, $N_c/N_g < 1$ para todas las mezclas, es decir el flujo por gradiente de concentración y tasa de deformación angular es menor al flujo por gravedad.

Por lo tanto, del análisis anterior se deduce que N_μ predomina por sobre N_c en casi toda la tubería principalmente en los bordes y en varios casos N_μ predomina sobre N_g en las paredes de la tubería. Por lo tanto, la característica reológica del fluido tiene un rol fundamental en lo que a migración de partículas se refiere.

Es necesario aclarar, que en las figuras analizadas anteriormente, algunas de estas presentan varios mínimos locales en la razón entre los distintos flujos difusivos. Esto se debe en algunos casos a máximos y mínimos en el perfil de viscosidad efectiva generando que $\partial d\mu_{ef}/\partial z \sim 0$, disminuyendo así el flujo por viscosidad. Sumado al efecto anterior, el perfil

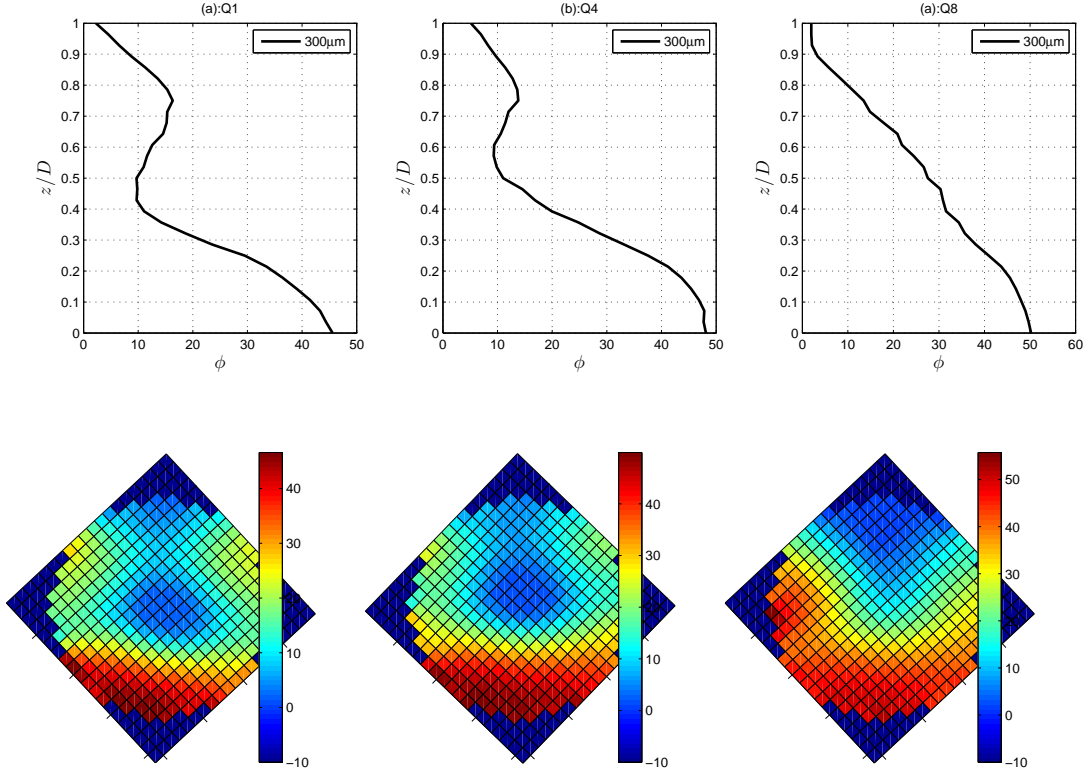


Figura 5.15: Mezcla N°9. Partículas de diámetro 300 micrones para fluido Agua-CMC 0.5 % p/p, $Q_1=1.7$ lt/s, $Q_2=1.0$ lt/s, $Q_3=0.5$ lt/s. El tomograma de la figura a, b y c, se ubica justo debajo de ella.

de concentraciones no es suave y presenta máximos y mínimos locales (la resolución del tomograma de concentración es de 2×2 mm) lo que genera que $\partial d\phi/\partial z \sim 0$ en estos puntos de inflexión. Por lo tanto, el flujo por concentración disminuye ya que depende directamente del gradiente de concentraciones mientras que el flujo por viscosidad lo hace de manera indirecta pues, $\partial d\mu_{ef}/\partial z$ también depende de $\partial d\phi/\partial z$ (ver ecuaciones 5.38 y 5.39).

Tal como fue realizado para el caso de un flujo homogéneo resulta interesante establecer si $N_c + N_\mu$ es mayor o menor que N_g puesto que en varias ocasiones N_c puede oponerse a N_μ y anularse mutuamente. De esta manera, se puede establecer si la migración de partículas en la tubería obedece a los flujos difusivos o a los flujos gravitacionales. Las figuras 5.20, 5.21 y 5.22 muestran $(N_c + N_\mu)/N_g$ para el caudal máximo medido de cada una de las mezclas. En ellas se observa que para las partículas de 120 y 600 micrones, los flujos difusivos predominan en la parte superior de la tubería, mientras que en la parte inferior la razón se encuentra entorno a 1. Si embargo, para las partículas de 600 micrones, el flujo por gravedad es mayor que los flujos difusivos en toda la tubería excepto en las mezclas más viscosas (24-26) en donde los flujos difusivos logran imponerse a la sedimentación de las partículas en las paredes de la tubería. El hecho de que en las partículas de 600 micrones predomine el flujo gravitacional explica la forma tradicional que tiene el perfil de concentraciones para éste diámetro de partículas

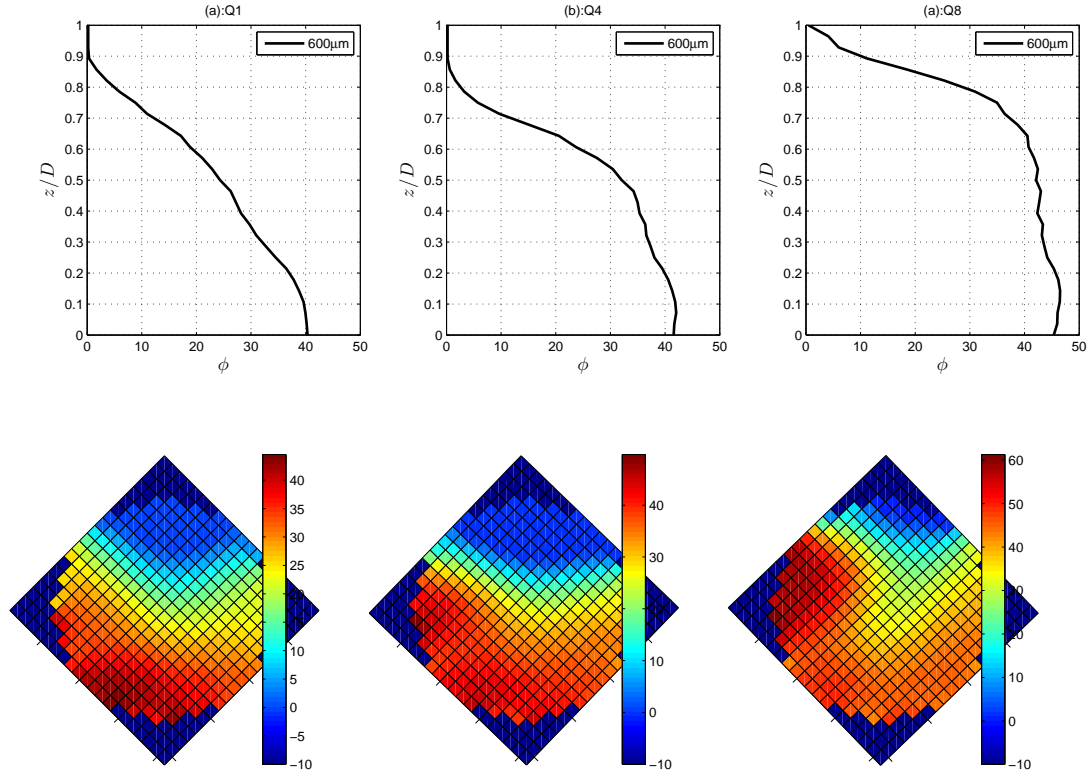


Figura 5.16: Mezcla N°1. Partículas de diámetro 600 micrones para fluido Agua-CMC 0.5 % p/p, $Q_1=1.7$ lt/s, $Q_2=1.0$ lt/s, $Q_3=0.5$ lt/s. El tomograma de la figura a, b y c, se ubica justo debajo de ella.

(Ver Anexos B o los perfiles tipos en la figura 4.4). En cambio para comprender la forma del perfil de concentraciones para el caso de las partículas de 120 y 300 micrones, se debe ahondar un poco más en el análisis, pues, no es posible a priori inferir hacia donde migran las partículas en las figuras anteriormente mencionadas si no se conoce el signo o sentido que tienen los flujos difusivos ya que se pierde al graficar la razón de flujos en escala logarítmica. Para resolver esta interrogante, se muestran en la figura 5.23 las viscosidades efectivas en el perfil de concentraciones vertical central (no promediado) de algunas mezclas para distintos caudales, viscosidades de fluido y diámetros de partículas.

Si la concentración es homogénea en toda la tubería, la viscosidad efectiva es máxima en el centro de la tubería donde $\dot{\gamma} = 0$ y disminuye hacia los bordes de esta (ver figura 5.24) donde $\dot{\gamma}$ es máximo. Esta forma se debe a la característica reológica de ley de potencia del fluido. Sin embargo, el gráfico 5.23, se observa que en la mayoría de los casos la viscosidad efectiva del fluido en la base de la tubería aumenta debido al aumento en esa zona de la concentración de partículas (en todos los perfiles de concentración la concentración en el fondo es mayor que en el tope de la tubería). Por lo tanto, en esta zona, el flujo difusivo por viscosidad ya no apunta hacia las paredes de la tubería, sino, hacia el centro de la tubería es decir, tiene el mismo sentido que flujo por gradiente de concentración y tasa de deformación angular. De

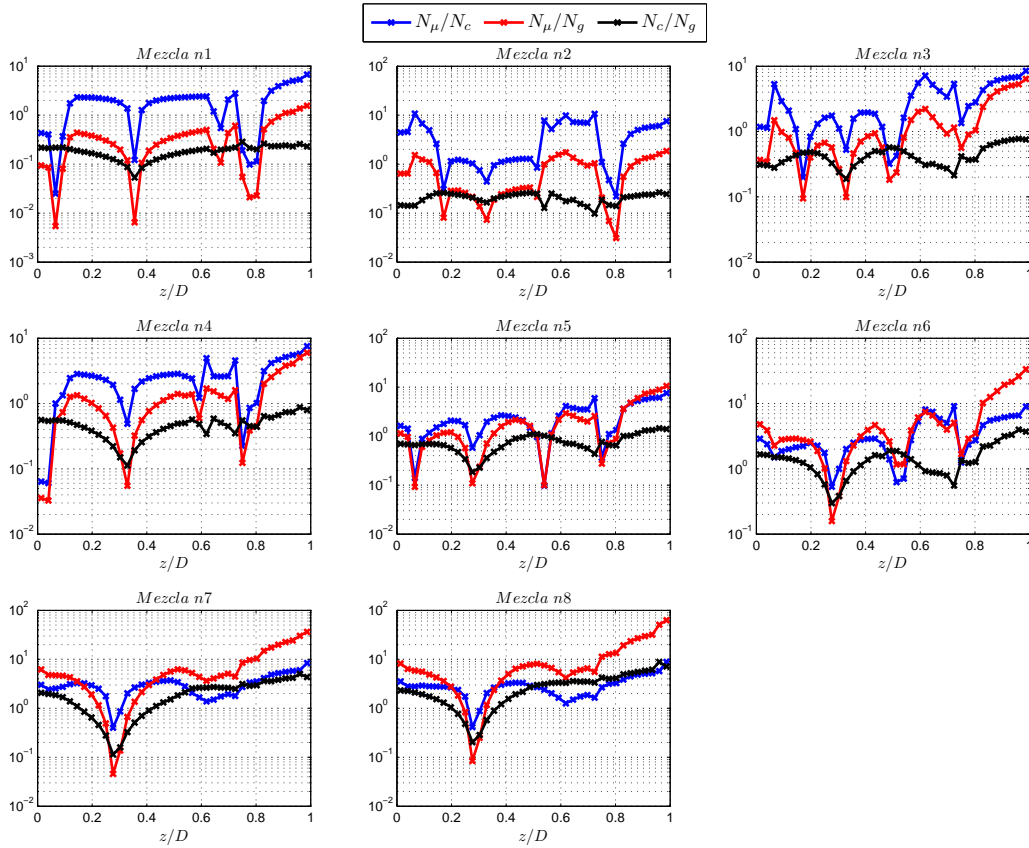


Figura 5.17: N_μ/N_c , N_μ/N_g y N_c/N_g para $Q1 \sim 1[lt/s]$ de las mezclas sólidos líquido (1-8) con partículas de 120 micrones para la cuerda central con orientación vertical. Q1 corresponde al primer caudal de medición de cada mezcla (Ver Anexos A tablas A.1-A.8).

esta manera, en la base de la tubería el flujo difusivo $N_\mu + N_c$ se opone al flujo gravitacional de sedimentación de las partículas. Además, a través del análisis se encontró que el parámetro más influyente en el modelo de flujos difusivos corresponde a las pérdidas de carga en la tubería en que a mayores pérdidas de carga mayores son los flujos difusivos. Por lo tanto, dado que se encontró en el análisis de pérdidas de carga las partículas más grandes presentan mayores $\partial P/\partial x$, sumado a que bajo la velocidad de depósito las pérdidas de carga también aumentan y sumado al cambio de signo del gradiente de viscosidades debido al aumento en la viscosidad efectiva en el fondo del tubería debido al aumento de concentración, es que se explica por qué a bajas velocidades para partículas de mayor diámetro (120 y 300) micrones los flujos difusivos escalan con los flujos gravitacionales permitiendo que las partículas nunca depositen y se mantenga un lecho móvil. En cambio, para las partículas más pequeñas (120 micras) las pérdidas de carga son menores, y por lo tanto, los flujos difusivos no logran superar al flujo gravitacional produciéndose un lecho estacionario a caudales bajos.

Finalmente, es importante aclarar que si bien el modelo difusivo propuesto permite en parte, explicar el fenómeno de migración de partículas, no se descarta el hecho de que éste este influenciado por otras fuerzas como la de sustentación y el efecto Magnus, para las cuales se requiere conocer el perfil de velocidades del flujo (Lawler and Lu. (1971)), el cual no es

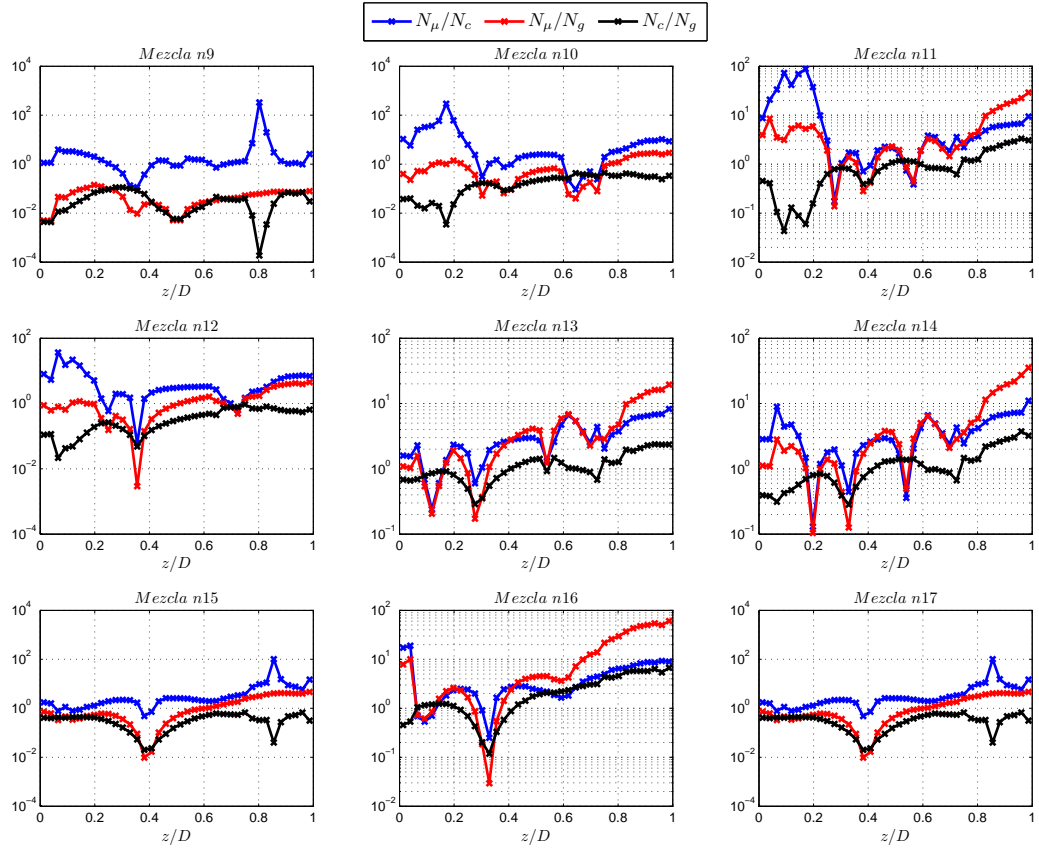


Figura 5.18: N_μ/N_c , N_μ/N_g y N_c/N_g para $Q1 \sim 1[lt/s]$ de las mezclas sólidos líquido (9-17) con partículas de 300 micrones para la cuerda central con orientación vertical. Q1 corresponde al primer caudal de medición de cada mezcla (Ver Anexos A tablas A.9-A.17).

conocido en el presente trabajo de tesis. Por lo tanto, se insiste en el hecho ya mencionado de que el análisis realizado es cualitativo y no cuantitativo, y que permite dar una visión de una parte de los complejos procesos físicos que gobiernan el transporte de mezclas sólidos líquidas.

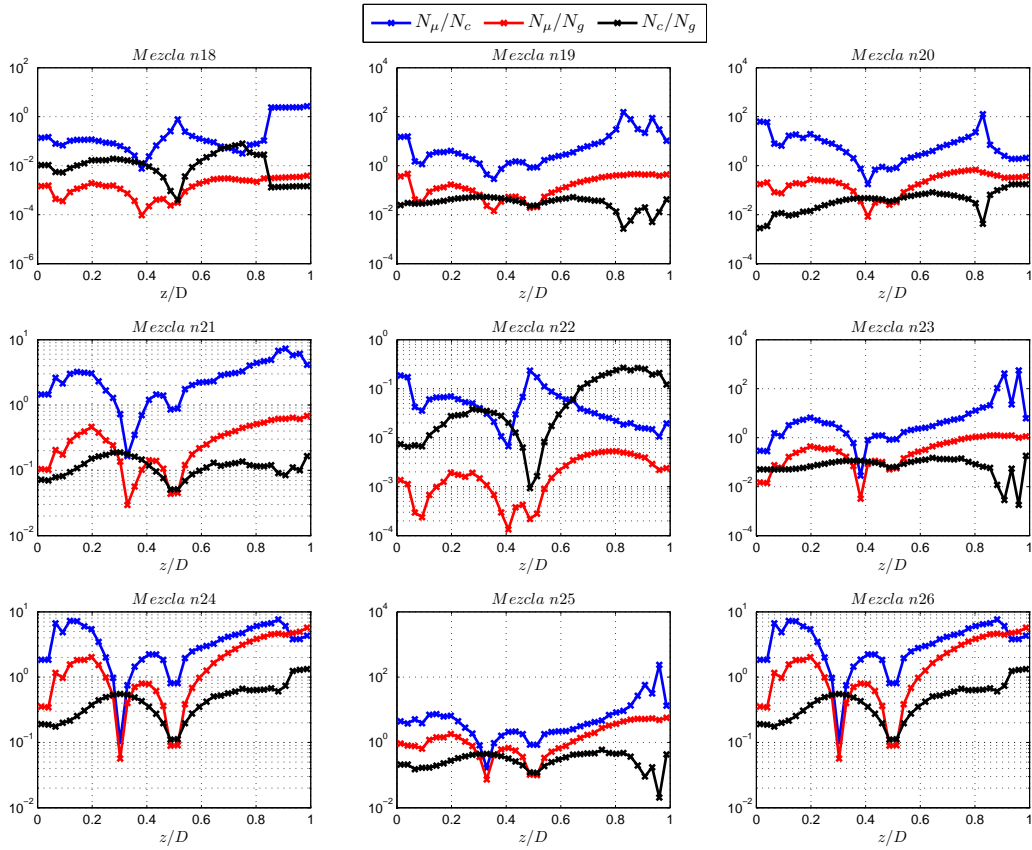


Figura 5.19: N_μ/N_c , N_μ/N_g y N_c/N_g para $Q1 \sim 1[lt/s]$ de las mezclas sólidos líquido (18-26) con partículas de 600 micrones para la cuerda central con orientación vertical. Q1 corresponde al primer caudal de medición de cada mezcla (Ver Anexos A tablas A.18 - A.26).

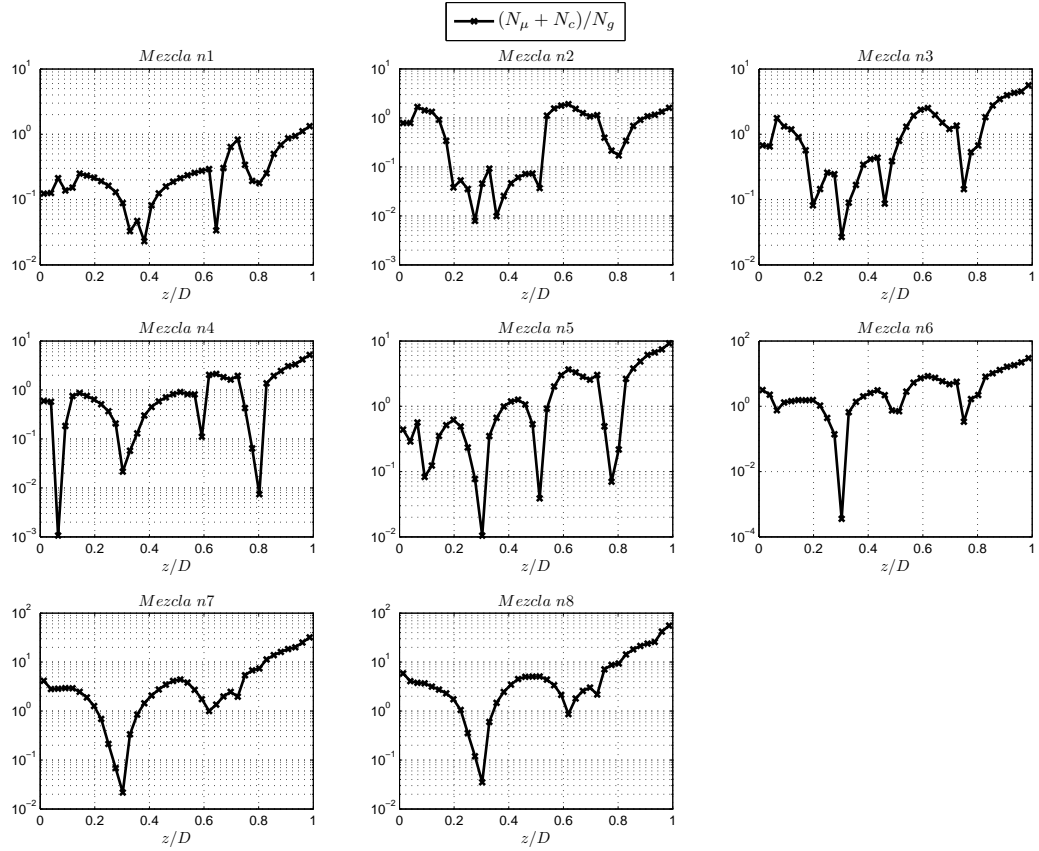


Figura 5.20: $(N_\mu + N_c)/N_g$ para $Q1 \sim 1 [lt/s]$ de las mezclas sólidos líquido (1-8) con partículas de 120 micrones para la cuerda central con orientación vertical. Q1 corresponde al primer caudal de medición de cada mezcla (Ver Anexos A tablas A.1 - A.8).

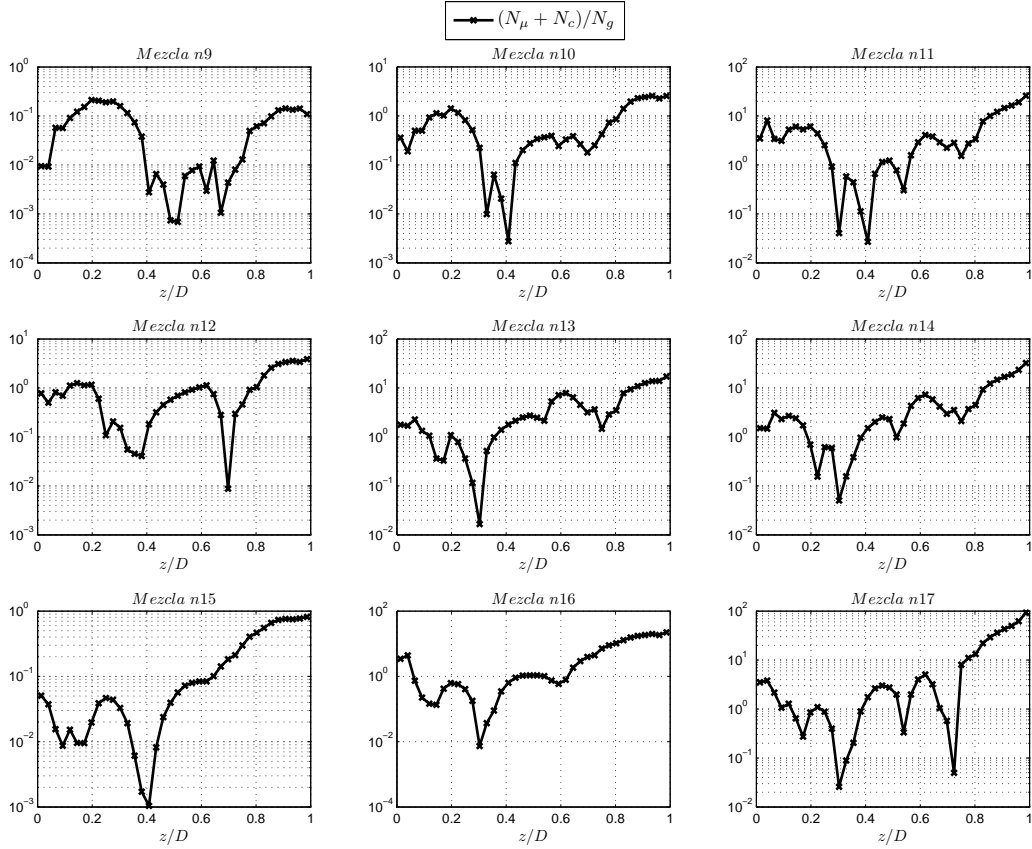


Figura 5.21: $(N_\mu + N_c)/N_g$ para $Q1 \sim 1[t/s]$ de las mezclas sólidos líquido (9-17) con partículas de 300 micrones para la cuerda central con orientación vertical. Q1 corresponde al primer caudal de medición de cada mezcla (Ver Anexos A tablas A.9 - A.17).

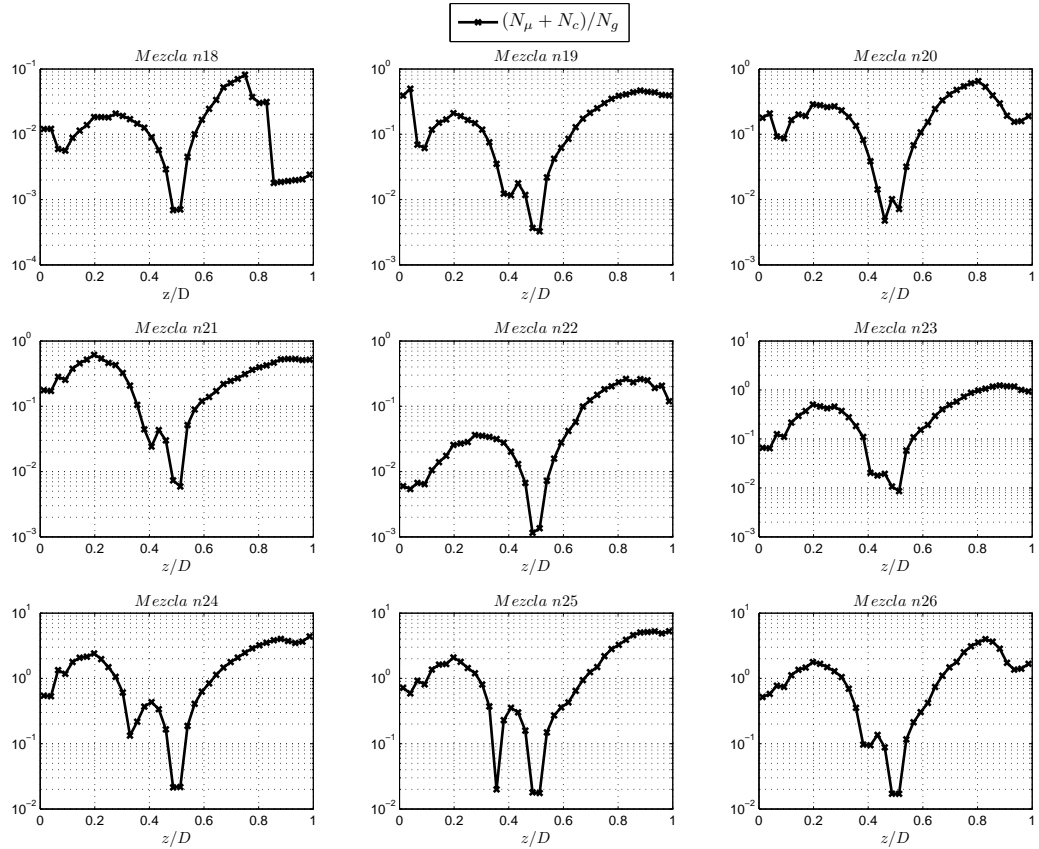


Figura 5.22: $(N_\mu + N_c)/N_g$ para $Q1 \sim 1[lt/s]$ de las mezclas sólidos líquido (9-17) con partículas de 600 micrones para la cuerda central con orientación vertical. Q1 corresponde al primer caudal de medición de cada mezcla (Ver Anexos A tablas A.18 - A.26).

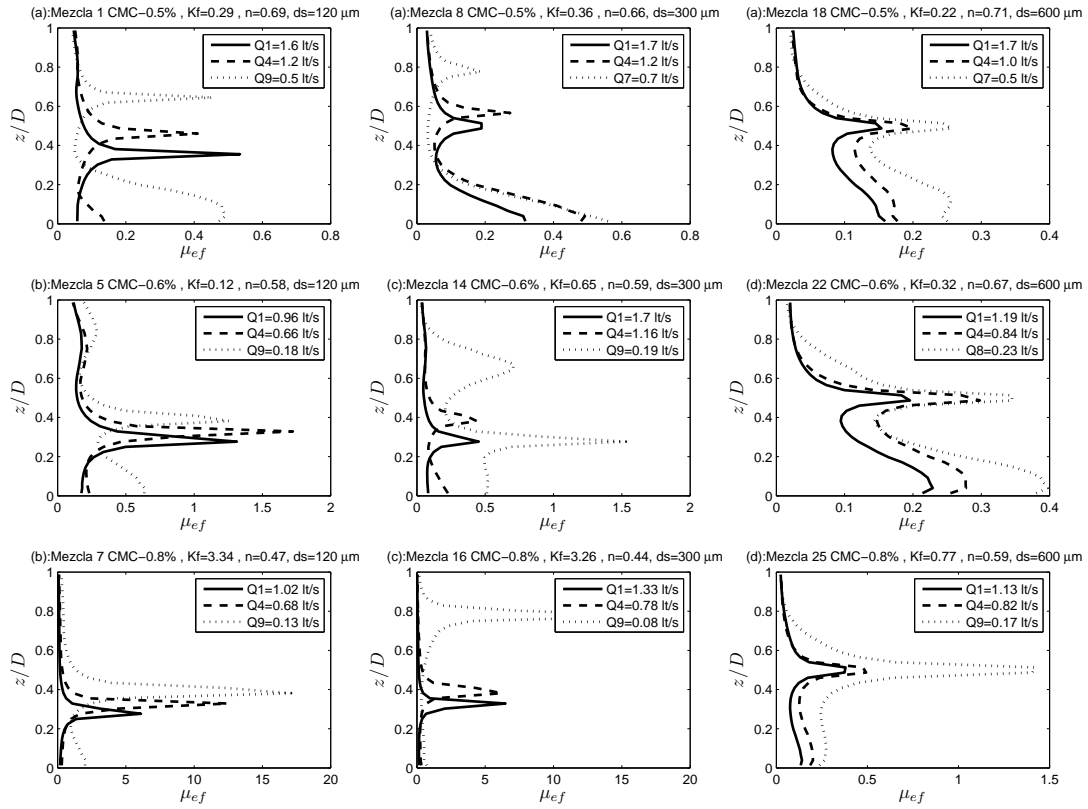


Figura 5.23: Viscosidades efectivas para caudal alto medio y bajo, para los 3 diámetros de partículas y para las 3 concentraciones de la mezcla fluido Agua-CMC 0.5 %, 0.6 % y 0.8 %. K_f es el coeficiente de consistencia del fluido $Pa \cdot s^n$ y n el índice de flujo.

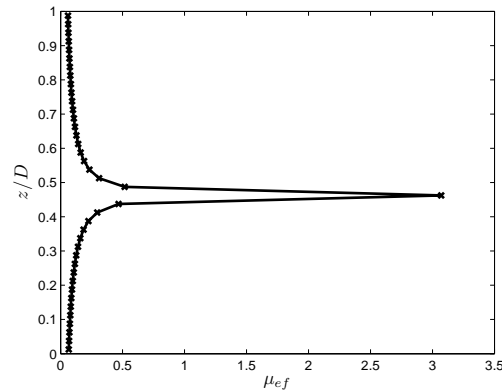


Figura 5.24: Viscosidad efectiva para una mezcla sólido líquida homogénea donde el fluido utilizado como medio de transporte de los sólidos es no newtoniano y sigue una ley de potencia.

Capítulo 6

Conclusiones

En el presente estudio, se estudiaron las pérdidas de carga de una mezcla sólido líquida formada por una fase líquida no newtoniana que se ajusta a un modelo de ley de potencia y una fase sólida compuesta por microesferas de vidrio no coloidales. En estos experimentos se consideraron 3 diámetros de partículas distintas, 3 concentraciones en volumen de sólidos y 3 viscosidades de fluidos de ley de potencia. El estudio de las pérdidas de carga tenía como principal objetivo calcular la velocidad de depósito, la cual coincide con el punto de mínima pérdida de carga, para mezclas sólidos líquido en que el fluido utilizado como medio de transporte de los sólidos es no newtoniano. En el caso newtoniano, la mínima pérdida de carga coincide con la formación de un lecho estacionario en la tubería y este proceso ocurre en general en para regímenes de flujo en transición. Sin embargo, se encuentra que para los 3 diámetros de partículas estudiadas y para las 3 viscosidades de fluido, las partículas se mantienen completamente suspendidas en regímenes laminares y, contrario a la intuición, las partículas de mayor diámetro nunca logran formar un lecho estacionario en la tubería para números de Reynolds incluso bajo 100. Además, a través de imágenes tomográficas en la sección transversal de la tubería se observa una migración de las partículas hacia las paredes de la tubería dejando una zona de menor concentración en el centro de ésta. Esta observación, abre una nueva rama de investigación la cual corresponde al cálculo de pérdidas de carga de mezclas sólidos líquidas no newtonianas de ley de potencia en flujos laminares, el cálculo de la velocidad de depósito para estos regímenes de flujo y a la formulación de ecuaciones para comprender el fenómeno de migración de partículas.

En los experimentos realizados, las microesferas de vidrio tienen diámetros medios de 120, 300 y 600 micrones, las viscosidades aparentes del fluido de ley de potencia van desde 20 a 80 veces la viscosidad del agua con coeficiente de consistencia K_f entre 0.13 y 3.63 $Pa \cdot s^n$ e índices de flujo n entre 0.42 y 0.83 mientras que la concentración en volumen de sólidos total en la tubería medida in situ cubre el rango entre 17 % y 32 % v/v. Los instrumentos utilizados para las mediciones son piezómetros para las pérdidas de carga, un flujómetro magnético para medir el caudal y un tomógrafo resistivo para medir la distribución de concentración en la sección transversal de la tubería. Por último, los números de Reynolds en que ocurren las mediciones cubren el rango entre $Re \sim 10$ y $Re \sim 1000$. Por lo tanto se cubre un amplio rango de parámetros dando resultado a un total de 241 mediciones.

Las pérdidas de carga obtenidas en régimen laminar para las mezclas sólidos líquido de ley de potencia analizadas muestran tener una gran dependencia con la viscosidad del fluido y el diámetro de partículas, no así con la concentración volumétrica de la mezcla. Como era de esperar, para fluidos más viscosos y para diámetros mayores de partículas se tienen mayores pérdidas de carga, mientras que a mayor concentración de partículas en algunos casos la tendencia muestra un aumento en la pérdida friccional conforme aumenta la concentración. Sin embargo, el rango cubierto de concentración no es muy amplio pues varía entre 17 % y 32 % por lo que no se puede establecer una tendencia marcada. Además, se compara el factor de fricción obtenido a partir de los datos experimentales con el factor de fricción de Darcy Weisbach comúnmente conocido para regímenes laminares $f = 64/Re$ donde el número de Reynolds es calculado para la mezcla sólido líquida considerada como un fluido equivalente utilizando el número de Reynolds generalizado de Metzner and Reed (1955). Considerando $f = 64/Re$ se comete un error máximo y mínimo respecto al factor de fricción experimental $f = (2gD\Delta h)/(U^2\Delta x)$ de 46 % - 3 % para las partículas de 120 micrones de diámetro, 90 % - 56 % para las partículas de 300 micrones y 95 % - 56 % para las partículas de 600 micrones. El factor de fricción experimental se asemeja a $64/Re$ cuando el número de Reynolds es alto, lo que guarda relación con una distribución más homogénea de la concentración de partículas en la tubería y, por lo tanto, suponer a la mezcla sólido líquida como un fluido equivalente es correcto para flujos homogéneos y no heterogéneos como ocurre en este estudio. Por tal motivo, las partículas de 120 micrones presentan menor desviación respecto a $f = 64/Re$ pues su distribución es más homogénea en la tubería, no así para las de 300 y 600 micrones.

Dado que en la práctica, en el diseño de tuberías para el transporte de mezclas sólidos líquido no se conoce la distribución de partículas a priori, resulta interesante plantear un modelo para calcular las pérdidas de carga en que se considere a la mezcla considerada como un fluido equivalente de concentración homogénea (esta es la simplificación clave del modelo pues en realidad la mezcla es heterogénea). De ésta manera, y mediante un ajuste de los datos experimentales se encuentra que,

$$\frac{1}{f_m} - \frac{1}{f_f} = \Phi \left(Re_m, Re_p, \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m} \right), Ar_m \right) \quad (6.1)$$

donde $1/f_m - 1/f_f$ es la función que relaciona el factor de fricción de la mezcla y el fluido con Φ . Donde Φ es la encargada de incluir el efecto que tienen las partículas en la pérdidas de carga.

A partir de un análisis dimensional de Buckingham se establece que $\frac{1}{f_m} - \frac{1}{f_f}$ se puede representar en función del número de Reynolds de la mezcla considerada como un fluido equivalente no newtoniano de ley de potencia (tiene como ventaja que se considera a la mezcla homogénea y no se necesita el perfil de concentraciones), el número de Reynolds de la partícula, el número de Arquímedes asociado a la mezcla, y el adimensional $(1 - \phi/\phi_m)$ donde ϕ_m es la concentración de empaquetamiento y ϕ la concentración volumétrica. Lamentablemente no existen otras relaciones en la literatura para el cálculo de pérdidas de carga de mezclas sólidos líquido en régimen de flujo heterogéneo cuando el fluido utilizado como medio de transporte es pseudoplástico de tal manera de comparar y validar el modelo propuesto con datos de otros autores. De todas maneras, el ajuste propuesto para los datos

experimentales entrega buenos resultados con un error cuadrático medio de 11.2%.

Sólo las partículas de 120 micrones, logran sedimentar y formare un lecho estacionario en la tubería mientras que las de 300 y 600 micrones nunca sedimentan incluso a Reynolds menores a 100. Sin embargo, y a pesar de lo anterior, para todos los diámetros de partículas existe un mínimo en la curva de pérdida de carga versus caudal el cual coincide en el caso de las partículas mas pequeñas (120 micras) con la formación de un lecho estacionario en el fondo de la tubería. En cambio en el caso de las partículas de 300 y 600 micrones la velocidad de depósito coincide con una marcada estratificación en la distribución de concentración con la presencia de un lecho móvil que se mueve a baja velocidad. Sobre este lecho, fluye el resto de la mezcla sólido líquida a velocidades relativas significativamente mayores. La zona estratificada móvil, actúa de la misma manera que el lecho estacionario, es decir, reduciendo el área de la sección transversal de escurrimiento y aumentando las pérdidas de carga conforme este lecho crece a medida que disminuye el caudal. Los resultados asociados a la velocidad de depósito coinciden con los de Shah and Lord (1991) quienes también calcularon la velocidad de depósito para mezclas sólidos líquido en que el fluido utilizado como medio de transporte es pseudoplástico y se ajusta a una ley de potencia, pues, en ese estudio los autores también plantean que las partículas se encuentran suspendidas en regímenes laminares y la velocidad de depósito coincide con la formación de un lecho móvil en el fondo de la tubería.

El presente trabajo de tesis establece, a partir del análisis dimensional realizado para las pérdidas de carga, que la velocidad de depósito se ajusta de buena manera a una relación entre el número de Froude densimétrico, el número de Reynolds de la mezcla considerada como un fluido equivalente, el número de Reynolds de la partícula, el número de Arquímedes y $(1 - \phi/\phi_m)$ (ver ecuación 5.26). La virtud de este modelo, es que calcula la velocidad de depósito dentro del rango estudiado para todos los diámetros de partículas y viscosidades de fluidos, en cambio, el propuesto por Shah and Lord (1991) ajusta el modelo para cada fluido de ley de potencia analizado siendo válido para fluidos con características reológicas K_f y n idénticos al del ajuste, por lo tanto, no es extrapolable a otros fluidos del ley de potencia pero con distinto índice de flujo y coeficiente de consistencia. El modelo propuesto en este trabajo fue comparado con los resultados de Shah and Lord (1991) obteniéndose diferencias entre un 10 y 20%, excepto, para dos casos donde el error es del orden del 100% y 50%. Sin embargo, estos dos casos corresponden a fluidos de ley de potencia con índice de flujo semejante a 1, es decir, casi newtonianos y coeficiente de consistencia muy bajo y lejos del rango de coeficientes de consistencia analizados en éste estudio. Finalmente Respecto, sería interesante realizar para trabajos futuros un análisis de 2 o 3 capas e incluso multicapas como los propuestos por Doron and Barnea (1993) y sus referencias, de tal manera de hacerse cargo de la forma que tiene el perfil de concentraciones.

Por último, se observa en los perfiles de concentración y en las imágenes tomográficas una zona cerca del centro de la tubería con menor concentración que en las paredes de la tubería, contrario a lo encontrado en mezclas sólidos líquido newtonianas en que las partículas tienden a migrar hacia el centro de la tubería. Incluso, considerando que las partículas tienen boyancia negativa se observa que en flujos laminares de mezclas sólidos líquido de fluidos de ley de potencia se producen máximos locales en la zona superior de la tubería. Además, otro resultado interesante consiste en que además de ocurrir máximos locales en la zona superior de la tubería, las partículas de 300 y 600 micrones no sedimentan incluso a velocidades del

orden de los 2 cm/s mientras que las partículas más pequeñas de 120 micrones si lo hacen. Con el fin de explicar lo anterior, se propuso un modelo de difusión hidrodinámica basado en los modelos de Leighton and Acrivos (1987a,b) y Phillips et al. (1992). Estos modelos basados en la frecuencia de colisiones establecen que las partículas se mueven desde zonas de mayor a menor concentración, viscosidad y tasa de deformación angular donde los coeficientes de difusión escalan con la tasa de deformación angular y el radio de las partículas al cuadrado. Basado en el modelo de Phillips et al. (1992) para fluidos newtonianos, se escribieron las ecuaciones de flujos difusivos para fluidos no newtonianos de ley de potencia en un flujo de Poiseuille en 2 dimensiones. De esta manera se simplifican las ecuaciones. El problema de esta simplificación es que solo se consideran los flujos difusivos en la componente radial de la tubería dejando fuera a los flujos en la dirección de $\hat{\theta}$.

La hipótesis planteada para dar explicación a la migración de partículas hacia la periferia de la tubería, radica en la característica reológica del fluido utilizado como medio de transporte de las partículas. Dado que el fluido es de ley de potencia, la viscosidad del fluido depende de la tasa de deformación angular. Entonces, para bajas tasas de deformación angular (cero en el centro de la tubería si la mezcla es homogénea) la viscosidad es máxima mientras que en las paredes de la tubería la tasa de deformación angular es máxima y por lo tanto la viscosidad es menor y las partículas migran desde el centro hacia los bordes de la tubería. Por el contrario, el flujo por tasa de deformación angular tiene sentido opuesto, es decir las partículas migran desde las paredes de la tubería (mayor $\dot{\gamma}$ hacia el centro de la tubería $\dot{\gamma} = 0$). Esta hipótesis queda validada mediante el análisis de los flujos difusivos considerando una mezcla homogénea en donde también se demuestra que los flujos por gradiente de viscosidad predominan por sobre los de gradiente por tasa de deformación angular y concentración. En contraste, en el caso de fluidos newtonianos, no existe la variación de la viscosidad del fluido dependiendo de $\dot{\gamma}$ y por lo tanto el flujo difusivo por viscosidad estaría influenciado única y exclusivamente por la variación de la viscosidad debido a la concentración de partículas. Si la mezcla se encuentra inicialmente homogénea con partículas neutralmente boyantes entonces las partículas solo migrarán hacia el centro de la tubería debido a $\partial\dot{\gamma}/\partial z$ mientras que tal como se mencionó anteriormente, si el fluido es de ley de potencia el flujo difusivo por $\partial\dot{\gamma}/\partial z$ se opone al flujo difusivo por $\partial\mu_{ef}/\partial z$ predominando éste último.

Dado que el modelo difusivo propone que los flujos difusivos dependen de la frecuencia de colisiones que escala con $|\dot{\gamma}|$, la magnitud de los flujos es menor en el centro de la tubería y mayor en las paredes de la tubería. Es por este motivo que el flujo por gravedad suele ser superior a los flujos difusivos en el centro de la tubería. Además, se demuestra que la pérdida de carga es el parámetro más influyente en la magnitud de los flujos difusivos, por lo tanto, para altas pérdidas de carga los flujos difusivos por concentración gravedad y tasa de deformación angular son capaces de contrarrestar al flujo gravitacional. Debido a esto, y dado que a mayor viscosidad del fluido las pérdidas de carga son mayores así como a mayor diámetro de partículas los flujos presentan mayores pérdidas friccionales, entonces, también presentarán flujos difusivos más grandes.

Analizando los flujos difusivos a partir de las imágenes tomográficas obtenidas para cada una de las mezclas, se encuentra que la viscosidad efectiva aumenta en la base de la tubería debido a que la concentración es mayor. Esto genera que en esta zona el gradiente de viscosidad aparente cambie de signo, y por lo tanto, el flujo difusivo por viscosidad ya no sea

hacia las paredes de la tubería sino hacia el centro de la tubería al igual que los flujos por gradiente de concentración y $\dot{\gamma}$. Esto probablemente permite, que para las partículas más grandes 300 y 600 micrones, sumado a que poseen mayores pérdidas de carga, logren que sus flujos difusivos equiparen o superen en algunos casos al flujo gravitacional evitando así la formación de un lecho estacionario en la tubería.

Finalmente, se observa que el flujo gravitacional por lo general es mayor en el centro de la tubería y los flujos difusivos logran superarlo o competir con él en las paredes de la tubería. Esto, sumado al flujo difusivo por viscosidad desde el centro hacia las paredes de la tubería que lograr superar en varios casos al flujo gravitacional en las paredes de la tubería, permite explicar la forma de "S" invertido que poseen los perfiles de concentración. La migración de partículas aquí analizada, coincide con los estudios de Huang and Joseph (2000) quien encuentra a través de un modelo numérico que partículas neutralmente boyantes en fluidos de ley de potencia migran hacia las paredes de la tubería.

Como conclusiones finales, el modelo propuesto para las pérdidas de carga y velocidad de depósito contribuye de buena manera al cálculo de estos parámetros en régimen laminar de fluidos no newtonianos de ley de potencia por su simplicidad y practicidad al considerar al fluido como una mezcla homogénea. Además, representa un aporte para futuros trabajos debido a la escasez de estudios en la materia cuando el fluido es no newtoniano.

Respecto a fenómeno de migración de partículas cuando el fluido es no newtoniano de ley de potencia, el cambiar la reología del fluido produce cambios significativos que deben seguir siendo estudiados de tal manera de poder comprender mejor los procesos que rigen en el transporte hidráulico de sólidos. En particular y en lo que a este trabajo se refiere, sería interesante realizar experimentos más simplificados partiendo por el análisis de fuerzas que afectan el movimiento de una partícula en un flujo de Poiseuille de ley de potencia (fuerzas de arrastre, sustentación, efecto Magnus y Basset) e ir complejizando el problema con el análisis de mezclas sólidos líquido con una fase líquida de ley de potencia, pero, con una fase sólida neutralmente boyante de tal manera de eliminar el efecto de sedimentación de las partículas.

Finalmente, una contribución importante de este trabajo de tesis es que abre la posibilidad del transporte de mezclas sólidos líquidas completamente en movimiento en regímenes laminares a bajas velocidades.

Bibliografía

- Acrivos, A., Mauri, R., and Fan, X. (1993). Shear-induced resuspension in a couette device. *International journal of multiphase flow*, 19(5):797–802.
- Babcock, H. A. (1971). Heterogeneous flow of heterogeneous solids. *Advances in Solid Liquid Flow in Pipes and its Applications*, pages 125–148.
- Barber, D. C. and Brown., B. H. (1984). Applied potential tomography. *Journal of physics. E. Scientific instruments*, 17(9):723–733.
- Bournonville, B. and Nzihou, A. (2002). Rheology of non-Newtonian suspensions of fly ash: effect of concentration, yield stress and hydrodynamic interactions. *Powder technology*, 128(2):148–158.
- Chhabra, R. P., . R. J. F. (2011). *Non-Newtonian flow and applied rheology: engineering applications*. Second edition edition.
- Chhabra, R. P., Unnikrishnan, A., and Nair, V. R. (1992). Hindered settling in non-newtonian power law liquids. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 70(4):716–720.
- D’Avino, G., Maffettone, P. L., Greco, F., and Hulsen, M. A. (2010b). Viscoelasticity-induced migration of a rigid sphere in confined shear flow. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 165(9):466–474.
- D’Avino, G., Tuccillo, T., Maffettone, P. L., Greco, F., and Hulsen, M. A. (2010a). Numerical simulations of particle migration in a viscoelastic fluid subjected to shear flow. *Computers & fluids*, 39(4):709–721.
- Dhole, S. D., Chhabra, R. P., and Eswaran, V. (2006). Flow of power-law fluids past a sphere at intermediate reynolds numbers. *Industrial and engineering chemistry research*, 45(13):4773–4781.
- Doron, P. and Barnea, D. (1993). A three-layer model for solid-liquid flow in horizontal pipes. *International Journal of Multiphase Flow*, 19(6):1029–1043.
- Doron, P., Granica, D., and Barnea., D. (1987). Slurry flow in horizontal pipes-experimental and modeling. *International Journal of Multiphase Flow*, 13(4):535–547.
- Durand, R. (1953). Basic relationships of the transportation of solids in pipes-experimental

- research. *Proceedings Minnesota International Hydraulics Convention*, pages 89–103.
- Durand, R. and Condolios, E. (1963). The hydraulic transport of coal and solid materials in pipe. *National Coal Board*.
- Einstein, A. (1906). Einstein, albert. .^a new determination of molecular dimensions. *Ann. Phys*, 19(2):289–306.
- Gadala-Maria, F. A. (1979). *The rheology of concentrated suspensions*. PhD thesis, Standford, University of California.
- Gillies, R. G. and Shook., C. A. (1991). Deposition velocity correlation for water slurries. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 69(5):1225–1227.
- Haider, A. and Levenspiel., O. (1989). Drag coefficient and terminal velocity of spherical and nonspherical particles. *Powder technology*, 58(1):63–70.
- Happel, J. (1958). Viscous flow in multiparticle systems: slow motion of fluids relative to beds of spherical particles. *AIChE Journal*, 4(2):197–201.
- Huang, P. Y. and Joseph, D. D. (2000). Effects of shear thinning on migration of neutrally buoyant particles in pressure driven flow of newtonian and viscoelastic fluids. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 90(2):159–185.
- Kawase, Y. and Ulbrecht, J. J. (1983). Rheological properties of suspensions of solid spheres in non-newtonian fluids. *Chemical Engineering Communications*, 20(3-4):127–136.
- Kelessidis, V. C. (2004). An explicit equation for the terminal velocity of solid spheres falling in pseudoplastic liquids. *Chemical engineering science*, 59(21):4437–4447.
- Kelessidis, V. C. and Mpandelis., G. (2004). Measurements and prediction of terminal velocity of solid spheres falling through stagnant pseudoplastic liquids. *Powder technology*, 147(1):117–125.
- Kökpınar, M. A. and Gögüs, M. (2001). Critical flow velocity in slurry transporting horizontal pipelines. *Journal of Hydraulic engineering*, 127(9):763–771.
- Koh, C. J., Hookham, P., and Leal, L. G. (1994). An experimental investigation of concentrated suspension flows in a rectangular channel. *Journal of Fluid Mechanics*, 26:1–32.
- Krieger, I. and Dougherty, T. (1959). A mechanism for non-newtonian flow in suspensions of rigid spheres. *Transactions of The Society of Rheology*, 3(1):137–152.
- Lawler, M. T. and Lu., P.-C. (1971). The role of lift in the radial migration of particles in a pipe flow. *Advances in solid-liquid flow in pipes and its applications*, Pergamon Press, New York, (39-57).
- Leighton, D. and Acrivos, A. (1986). Viscous resuspension. *Chemical engineering science*, 41(6):1377–1384.

- Leighton, D. and Acrivos, A. (1987a). The shear-induced migration of particles in concentrated suspensions. *Journal of Fluid Mechanics*, 181:415–439.
- Leighton, D. and Acrivos, A. (1987b). Measurement of shear-induced self-diffusion in concentrated suspensions of spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 177:109–131.
- Leighton, D. and Acrivos, A. (1987). The shear-induced migration of particles in concentrated suspensions. *Journal of Fluid Mechanics*, 181:415–439.
- Metzner, A. and Reed, J. (1955). Flow of non-newtonian fluids-correlation of the laminar, transition, and turbulent-flow regions. *AIChE*, 1(4):434–440.
- Mishra, P. and Tripathi, G. (1971). Transition from laminar to turbulent flow of purely viscous non-newtonian fluids in tubes. *Chemical Engineering Science*, 26(6):915–921.
- Newitt, D. M., Richardson, J. F., Abbott, M., and Turtle, R. B. (1955). Hydraulic conveying of solids in horizontal pipes. *Trans. Inst. Chem. Eng*, 33:93–113.
- Nott, P. R. and Brady, J. F. (1994). Pressure-driven flow of suspensions: simulation and theory. *Journal of Fluid Mechanics*, 275(1):157–199.
- Oroskar, A. and Turian, R. (1980). The critical velocity in pipeline flow of slurries. *AIChE Journal*, 26(4):550–558.
- Phillips, R., R.C., A., Brown, R., Graham, A., and Abbott, J. (1992). A constitutive equation for concentrated suspensions that accounts for shear induced particle migration. *Physics of Fluids*, 4(1):30–40.
- Ramachandran, A. and Leighton Jr, D. T. (2007). Viscous resuspension in a tube: the impact of secondary flows resulting from second normal stress differences. *Physics of Fluids*, 19(5):053301.
- Renaud, M., Mauret, E., and Chhabra, R. P. (2004). Power-law fluid flow over a sphere: Average shear rate and drag coefficient. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 82(5):1066–1070.
- Richardson, J. F. and Zaki, W. N. (1954). The sedimentation of a suspension of uniform spheres under conditions of viscous flow. *Chemical Engineering Science*, 3(2):65–73.
- Rojas, M. R. and Saez, A. E. (2012). Two-layer model for horizontal pipe flow of newtonian and non-newtonian settling dense slurries. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 51(20):7095–7103.
- Schaffinger, U., Acrivos, A., and Stibi, H. (1995). An experimental study of viscous resuspension in a pressure-driven plane channel flow. *International journal of multiphase flow*, 21(4):693–704.
- Schaffinger, U., Acrivos, A., and Zhang, K. (1990). Viscous resuspension of a sediment within a laminar and stratified flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 16(4):567–578.

- Senapati, P. K., Mishra, B. K., and Parida, A. (2010). Modeling of viscosity for power plant ash slurry at higher concentrations: Effect of solids volume fraction, particle size and hydrodynamic interactions. *Powder Technology*, 197(1):1–8.
- Shah, S. N., El fadili, Y., and Chhabra, R. P. (2007). New model for single spherical particle settling velocity in power law (visco-inelastic) fluids. *International journal of multiphase flow*, 33(1):51–66.
- Shah, S. N. and Lord, D. L. (1991). Critical velocity correlations for slurry transport with non-newtonian fluids. *AIChE journal*, 37(6):863–870.
- Shapley, N. C., Brown, R. A., and Armstrong, R. C. (2004). Evaluation of particle migration models based on laser doppler velocimetry measurements in concentrated suspensions. *Journal of Rheology*, 48(2):255–279.
- Shauly, A., Wachs, A., and Nir, A. (2000). Shear-induced particle resuspension in settling polydisperse concentrated suspension. *International journal of multiphase flow*, 26(1):1–15.
- Spells, K. E. (1955). Correlations for use in transport of aqueous suspension of fine solids through pipes. *Chemistry & Industry. No.18. 14 Belgrave Square, London sw1x8ps, England: Soc Chemical Industry.*
- Stickel, J. J. and Powell, R. L. (2005). Fluid mechanics and rheology of dense suspensions. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 37:129–149.
- Tetlow, N., Graham, A. L., Ingber, M. S., Subia, S. R., Mondy, L. A., and Altobelli, S. A. (1998). Particle migration in a couette apparatus: experiment and modeling. *Journal of Rheology*, 42(2):307–327.
- Tripathi, A. and Acrivos, A. (1999). Viscous resuspension in a bidensity suspension. *International journal of multiphase flow*, 25(1):1–14.
- Turian, R. M. and Yuan, T. F. (1977). Flow of slurries in pipelines. *AIChE Journal*, 23(3):232–243.
- Turton, R. and Clark, N. N. (1987). An explicit relationship to predict spherical particle terminal velocity. *Powder technology*, 53(2):127–129.
- Wasp, E. J. and Aude, T. C. (1970). Deposition velocities, transition velocities, and spatial distribution of solids in slurry pipelines. In *Presented at the 1st International British Hydromechanics Research Association Hydraulic Transport of Solids in Pipes Conference, War Wickshire Univ, Coventry, England, Sept.*, pages 1–4.
- Zandi, I. and Govatos, G. (1967). Heterogeneous flow of solids in pipelines. *Y. Hydr. Div., AXE(93):145–159.*
- Zhang, K. and Acrivos, A. (1994). Viscous resuspension in fully developed laminar pipe flows. *International journal of multiphase flow*, 20(3):579–591.

Anexos

Anexo A

Hincapié I: Tablas Resultados Pérdidas de Carga

Tabla A.1: Datos Experimentales Mezcla N°1

Mezcla N°1								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.500	120.000	1.636	0.094	19.460	31.000	1005.025	0.290	0.690
0.500	120.000	1.511	0.088	19.278	31.000	1005.025	0.290	0.690
0.500	120.000	1.371	0.086	19.350	30.200	1005.025	0.290	0.690
0.500	120.000	1.239	0.085	19.480	30.300	1005.025	0.290	0.690
0.500	120.000	1.088	0.094	19.378	29.100	1005.025	0.290	0.690
0.500	120.000	0.950	0.101	20.184	29.100	1005.025	0.290	0.690
0.500	120.000	0.852	0.111	21.263	30.200	1005.025	0.290	0.690
0.500	120.000	0.668	0.123	23.100	29.500	1005.025	0.290	0.690
0.500	120.000	0.538	0.125	27.221	30.000	1005.025	0.290	0.690

Tabla A.2: Datos Experimentales Mezcla N°2

Mezcla N°2								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.500	120.000	1.396	0.109	22.694	31.300	1005.025	0.130	0.690
0.500	120.000	1.272	0.099	17.850	31.200	1005.025	0.130	0.690
0.500	120.000	1.186	0.093	18.105	30.100	1005.025	0.130	0.690
0.500	120.000	1.081	0.090	18.047	30.500	1005.025	0.130	0.690
0.500	120.000	0.957	0.086	16.767	30.500	1005.025	0.130	0.690
0.500	120.000	0.878	0.096	17.086	30.200	1005.025	0.130	0.690
0.500	120.000	0.804	0.101	17.955	30.800	1005.025	0.130	0.690
0.500	120.000	0.667	0.111	19.872	29.900	1005.025	0.130	0.690
0.500	120.000	0.558	0.115	21.328	29.500	1005.025	0.130	0.690
0.500	120.000	0.470	0.119	23.411	30.000	1005.025	0.130	0.690

Tabla A.3: Datos Experimentales Mezcla N°3

Mezcla N°3								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.500	120.000	1.258	0.110	25.559	31.200	1005.025	0.440	0.690
0.500	120.000	1.144	0.096	22.926	30.500	1005.025	0.440	0.690
0.500	120.000	1.016	0.089	22.071	30.000	1005.025	0.440	0.690
0.500	120.000	0.892	0.088	18.959	30.500	1005.025	0.440	0.690
0.500	120.000	0.829	0.095	18.292	30.300	1005.025	0.440	0.690
0.500	120.000	0.687	0.103	19.090	30.000	1005.025	0.440	0.690
0.500	120.000	0.585	0.105	19.916	30.500	1005.025	0.440	0.690
0.500	120.000	0.459	0.116	23.254	29.200	1005.025	0.440	0.690
0.500	120.000	0.302	0.131	28.648	29.700	1005.025	0.440	0.690

Tabla A.4: Datos Experimentales Mezcla N°4

Mezcla N°4								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.600	120.000	0.996	0.111	22.241	25.000	1006.899	0.810	0.690
0.600	120.000	0.938	0.104	22.025	25.300	1006.899	0.810	0.690
0.600	120.000	0.862	0.097	22.062	25.300	1006.899	0.810	0.690
0.600	120.000	0.809	0.093	22.069	25.000	1006.899	0.810	0.690
0.600	120.000	0.719	0.090	22.204	24.600	1006.899	0.810	0.690
0.600	120.000	0.637	0.091	22.038	24.100	1006.899	0.810	0.690
0.600	120.000	0.553	0.093	21.813	25.000	1006.899	0.810	0.690
0.600	120.000	0.496	0.102	22.101	25.500	1006.899	0.810	0.690
0.600	120.000	0.411	0.110	23.431	25.200	1006.899	0.810	0.690
0.600	120.000	0.323	0.116	25.524	25.000	1006.899	0.810	0.690

Tabla A.5: Datos Experimentales Mezcla N°5

Mezcla N°5								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.600	120.000	0.968	0.127	23.099	28.000	1006.899	1.121	0.690
0.600	120.000	0.868	0.071	23.920	27.500	1006.899	1.121	0.690
0.600	120.000	0.742	0.114	23.838	26.800	1006.899	1.121	0.690
0.600	120.000	0.656	0.109	23.798	27.900	1006.899	1.121	0.690
0.600	120.000	0.574	0.103	24.487	27.000	1006.899	1.121	0.690
0.600	120.000	0.466	0.098	24.590	26.500	1006.899	1.121	0.690
0.600	120.000	0.395	0.094	21.979	27.000	1006.899	1.121	0.690
0.600	120.000	0.308	0.096	22.116	27.800	1006.899	1.121	0.690
0.600	120.000	0.186	0.108	26.931	26.800	1006.899	1.121	0.690
0.600	120.000	0.108	0.125	31.643	27.000	1006.899	1.121	0.690

Tabla A.6: Datos Experimentales Mezcla N°6

Mezcla N°6								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.600	120.000	0.762	0.141	26.012	24.000	1006.899	1.310	0.690
0.600	120.000	0.668	0.132	25.412	24.000	1006.899	1.310	0.690
0.600	120.000	0.585	0.127	26.217	24.900	1006.899	1.310	0.690
0.600	120.000	0.472	0.115	25.961	24.000	1006.899	1.310	0.690
0.600	120.000	0.370	0.106	26.204	23.800	1006.899	1.310	0.690
0.600	120.000	0.267	0.098	24.937	23.000	1006.899	1.310	0.690
0.600	120.000	0.224	0.101	23.709	24.800	1006.899	1.310	0.690
0.600	120.000	0.152	0.113	26.805	23.900	1006.899	1.310	0.690
0.600	120.000	0.085	0.128	31.078	23.800	1006.899	1.310	0.690

Tabla A.7: Datos Experimentales Mezcla N°7

Mezcla N°7								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.800	120.000	1.149	0.233	19.270	28.000	1008.065	2.943	0.690
0.800	120.000	1.072	0.195	19.018	29.000	1008.065	2.943	0.690
0.800	120.000	0.934	0.148	19.073	30.000	1008.065	2.943	0.690
0.800	120.000	0.812	0.153	18.849	29.000	1008.065	2.943	0.690
0.800	120.000	0.677	0.154	17.867	28.000	1008.065	2.943	0.690
0.800	120.000	0.530	0.137	17.898	28.000	1008.065	2.943	0.690
0.800	120.000	0.417	0.118	17.355	0.000	1008.065	2.943	0.690
0.800	120.000	0.315	0.105	17.771	29.000	1008.065	2.943	0.690
0.800	120.000	0.197	0.087	20.595	27.000	1008.065	2.943	0.690

Tabla A.8: Datos Experimentales Mezcla N°8

Mezcla N°8								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.800	120.000	1.020	0.263	23.504	31.200	1008.065	3.340	0.690
0.800	120.000	0.942	0.224	22.783	31.500	1008.065	3.340	0.690
0.800	120.000	0.823	0.200	22.673	31.000	1008.065	3.340	0.690
0.800	120.000	0.686	0.175	22.718	30.100	1008.065	3.340	0.690
0.800	120.000	0.536	0.155	23.171	30.100	1008.065	3.340	0.690
0.800	120.000	0.415	0.134	23.306	30.000	1008.065	3.340	0.690
0.800	120.000	0.286	0.115	23.699	31.000	1008.065	3.340	0.690
0.800	120.000	0.168	0.093	24.273	29.000	1008.065	3.340	0.690
0.800	120.000	0.134	0.087	23.873	30.500	1008.065	3.340	0.690
0.800	120.000	0.083	0.066	22.967	30.500	1008.065	3.340	0.690

Tabla A.9: Datos Experimentales Mezcla N°9

Mezcla N°9								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.500	300.000	1.748	0.140	18.330	29.500	1005.025	0.360	0.690
0.500	300.000	1.489	0.144	18.997	29.000	1005.025	0.360	0.690
0.500	300.000	1.245	0.128	20.479	28.000	1005.025	0.360	0.690
0.500	300.000	1.026	0.155	21.140	28.500	1005.025	0.360	0.690
0.500	300.000	0.926	0.168	22.993	28.200	1005.025	0.360	0.690
0.500	300.000	0.843	0.178	22.568	28.000	1005.025	0.360	0.690
0.500	300.000	0.729	0.190	23.138	28.000	1005.025	0.360	0.690
0.500	300.000	0.579	0.202	26.997	29.000	1005.025	0.360	0.690
0.500	300.000	0.069	0.265	41.107	28.700	1005.025	0.360	0.690

Tabla A.10: Datos Experimentales Mezcla N°10

Mezcla N°10								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.500	300.000	1.584	0.150	24.491	30.500	1005.025	0.430	0.690
0.500	300.000	1.438	0.146	24.385	30.500	1005.025	0.430	0.690
0.500	300.000	1.227	0.155	25.383	29.800	1005.025	0.430	0.690
0.500	300.000	1.059	0.154	26.193	29.300	1005.025	0.430	0.690
0.500	300.000	0.888	0.158	27.575	29.500	1005.025	0.430	0.690
0.500	300.000	0.704	0.165	29.693	29.700	1005.025	0.430	0.690
0.500	300.000	0.493	0.189	32.044	29.000	1005.025	0.430	0.690
0.500	300.000	0.159	0.226	41.280	29.200	1005.025	0.430	0.690
0.500	300.000	0.050	0.366	47.449	29.000	1005.025	0.430	0.690

Tabla A.11: Datos Experimentales Mezcla N°11

Mezcla N°11								
<i>Agua – CMC</i>	ds_{50}	Q	dh	ϕ	T°	ρ_f	K_f	n
$[\%p/p]$	$[\mu m]$	$[lt/s]$	$[m.c.l/m]$	$[\%v/v]$	$[^\circ C]$	$[kg/m^3]$	$[Pa \cdot s^n]$	
0.500	300.000	1.677	0.188	29.368	30.000	1005.025	0.730	0.690
0.500	300.000	1.407	0.188	31.507	31.000	1005.025	0.730	0.690
0.500	300.000	1.243	0.172	29.898	29.700	1005.025	0.730	0.690
0.500	300.000	1.051	0.166	30.796	29.000	1005.025	0.730	0.690
0.500	300.000	0.839	0.161	32.347	28.500	1005.025	0.730	0.690
0.500	300.000	0.677	0.165	35.486	28.900	1005.025	0.730	0.690
0.500	300.000	0.412	0.175	38.566	28.200	1005.025	0.730	0.690
0.500	300.000	0.217	0.211	44.152	29.000	1005.025	0.730	0.690
0.500	300.000	0.099	0.245	42.365	29.100	1005.025	0.730	0.690

Tabla A.12: Datos Experimentales Mezcla N°12

Mezcla N°12								
<i>Agua – CMC</i>	ds_{50}	Q	dh	ϕ	T°	ρ_f	K_f	n
$[\%p/p]$	$[\mu m]$	$[lt/s]$	$[m.c.l/m]$	$[\%v/v]$	$[^\circ C]$	$[kg/m^3]$	$[Pa \cdot s^n]$	
0.600	300.000	1.287	0.159	19.903	29.200	1006.899	0.810	0.690
0.600	300.000	1.177	0.148	19.614	29.900	1006.899	0.810	0.690
0.600	300.000	1.034	0.145	20.249	28.400	1006.899	0.810	0.690
0.600	300.000	0.919	0.144	20.380	28.500	1006.899	0.810	0.690
0.600	300.000	0.753	0.142	21.135	28.200	1006.899	0.810	0.690
0.600	300.000	0.531	0.176	24.949	28.700	1006.899	0.810	0.690
0.600	300.000	0.232	0.207	32.456	28.500	1006.899	0.810	0.690
0.600	300.000	0.050	0.247	41.622	29.000	1006.899	0.810	0.690

Tabla A.13: Datos Experimentales Mezcla N°13. – significa que la temperatura por un error experimental no fue medida.

Mezcla N°13								
<i>Agua – CMC</i>	ds_{50}	Q	dh	ϕ	T°	ρ_f	K_f	n
$[\%p/p]$	$[\mu m]$	$[lt/s]$	$[m.c.l/m]$	$[\%v/v]$	$[^\circ C]$	$[kg/m^3]$	$[Pa \cdot s^n]$	
0.600	300.000	1.735	0.180	24.621	30.000	1006.899	0.650	0.690
0.600	300.000	1.555	0.162	23.937	30.300	1006.899	0.650	0.690
0.600	300.000	1.364	0.155	23.841	30.200	1006.899	0.650	0.690
0.600	300.000	1.168	0.157	25.026	30.000	1006.899	0.650	0.690
0.600	300.000	1.009	0.154	25.997	29.000	1006.899	0.650	0.690
0.600	300.000	0.857	0.153	27.109	28.900	1006.899	0.650	0.690
0.600	300.000	0.723	0.156	28.715	28.700	1006.899	0.650	0.690
0.600	300.000	0.522	0.167	32.374	28.500	1006.899	0.650	0.690
0.600	300.000	0.196	0.192	43.549	-	1006.899	0.650	0.690
0.600	300.000	0.114	0.232	41.911	-	1006.899	0.650	0.690

Tabla A.14: Datos Experimentales Mezcla N°14. – significa que la temperatura por un error experimental no fue medida.

Mezcla N°14								
<i>Agua – CMC</i>	ds_{50}	Q	dh	ϕ	T°	ρ_f	K_f	n
$[\%p/p]$	$[\mu m]$	$[lt/s]$	$[m.c.l/m]$	$[\%v/v]$	$[^\circ C]$	$[kg/m^3]$	$[Pa \cdot s^n]$	
0.600	300.000	1.497	0.196	27.754	29.500	1006.899	0.920	0.690
0.600	300.000	1.311	0.178	27.680	29.800	1006.899	0.920	0.690
0.600	300.000	1.164	0.172	27.943	29.300	1006.899	0.920	0.690
0.600	300.000	0.987	0.160	28.728	28.400	1006.899	0.920	0.690
0.600	300.000	0.836	0.156	29.857	27.800	1006.899	0.920	0.690
0.600	300.000	0.717	0.157	30.160	29.000	1006.899	0.920	0.690
0.600	300.000	0.554	0.160	32.447	30.000	1006.899	0.920	0.690
0.600	300.000	0.194	0.196	43.138	-	1006.899	0.920	0.690
0.600	300.000	0.091	0.236	42.721	-	1006.899	0.920	0.690

Tabla A.15: Datos Experimentales Mezcla N°15.

Mezcla N°15								
<i>Agua – CMC</i>	ds_{50}	Q	dh	ϕ	T°	ρ_f	K_f	n
$[\%p/p]$	$[\mu m]$	$[lt/s]$	$[m.c.l/m]$	$[\%v/v]$	$[^\circ C]$	$[kg/m^3]$	$[Pa \cdot s^n]$	
0.800	300.000	0.473	0.233	17.008	29.500	1008.065	3.630	0.690
0.800	300.000	0.360	0.212	19.362	29.000	1008.065	3.630	0.690
0.800	300.000	0.277	0.194	20.788	28.300	1008.065	3.630	0.690
0.800	300.000	0.215	0.179	21.541	28.600	1008.065	3.630	0.690
0.800	300.000	0.146	0.171	24.469	28.000	1008.065	3.630	0.690
0.800	300.000	0.116	0.168	22.917	28.000	1008.065	3.630	0.690
0.800	300.000	0.065	0.173	28.939	28.600	1008.065	3.630	0.690
0.800	300.000	0.030	0.208	32.324	29.000	1008.065	3.630	0.690

Tabla A.16: Datos Experimentales Mezcla N°16.

Mezcla N°16								
<i>Agua – CMC</i>	ds_{50}	Q	dh	ϕ	T°	ρ_f	K_f	n
$[\%p/p]$	$[\mu m]$	$[lt/s]$	$[m.c.l/m]$	$[\%v/v]$	$[^\circ C]$	$[kg/m^3]$	$[Pa \cdot s^n]$	
0.800	300.000	1.338	0.298	26.755	31.000	1008.065	3.260	0.690
0.800	300.000	1.191	0.242	24.551	31.200	1008.065	3.260	0.690
0.800	300.000	1.013	0.229	25.290	31.000	1008.065	3.260	0.690
0.800	300.000	0.796	0.214	26.948	31.000	1008.065	3.260	0.690
0.800	300.000	0.619	0.190	26.594	29.800	1008.065	3.260	0.690
0.800	300.000	0.303	0.178	34.645	29.500	1008.065	3.260	0.690
0.800	300.000	0.206	0.165	36.224	29.000	1008.065	3.260	0.690
0.800	300.000	0.129	0.164	39.189	28.000	1008.065	3.260	0.690
0.800	300.000	0.076	0.172	41.744	27.000	1008.065	3.260	0.690

Tabla A.17: Datos Experimentales Mezcla N°17.

Mezcla N°17								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.800	300.000	1.162	0.256	30.982	28.800	1008.065	3.520	0.690
0.800	300.000	1.056	0.223	30.508	29.100	1008.065	3.520	0.690
0.800	300.000	0.908	0.215	31.231	28.700	1008.065	3.520	0.690
0.800	300.000	0.718	0.207	31.453	28.500	1008.065	3.520	0.690
0.800	300.000	0.545	0.189	31.415	28.000	1008.065	3.520	0.690
0.800	300.000	0.357	0.179	35.758	29.900	1008.065	3.520	0.690
0.800	300.000	0.231	0.166	37.462	28.100	1008.065	3.520	0.690
0.800	300.000	0.161	0.164	39.488	28.100	1008.065	3.520	0.690
0.800	300.000	0.085	0.175	43.785	28.300	1008.065	3.520	0.690
0.800	300.000	0.030	0.197	46.760	-	1008.065	3.520	0.690

Tabla A.18: Datos Experimentales Mezcla N°18.

Mezcla N°18								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.500	600.000	1.748	0.140	22.251	29.500	1005.025	0.220	0.690
0.500	600.000	1.489	0.144	23.268	29.000	1005.025	0.220	0.690
0.500	600.000	1.245	0.128	24.437	28.000	1005.025	0.220	0.690
0.500	600.000	1.026	0.155	25.541	28.500	1005.025	0.220	0.690
0.500	600.000	0.926	0.168	26.681	27.500	1005.025	0.220	0.690
0.500	600.000	0.843	0.178	30.913	27.000	1005.025	0.220	0.690
0.500	600.000	0.729	0.190	35.171	28.000	1005.025	0.220	0.690
0.500	600.000	0.579	0.202	37.951	29.000	1005.025	0.220	0.690
0.500	600.000	0.069	0.265	38.988	-	1005.025	0.220	0.690

Tabla A.19: Datos Experimentales Mezcla N°19.

Mezcla N°19								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.500	600.000	1.584	0.150	27.157	30.500	1005.025	0.210	0.690
0.500	600.000	1.438	0.146	26.137	30.500	1005.025	0.210	0.690
0.500	600.000	1.227	0.155	29.429	29.800	1005.025	0.210	0.690
0.500	600.000	1.059	0.154	30.572	29.300	1005.025	0.210	0.690
0.500	600.000	0.888	0.158	31.879	28.100	1005.025	0.210	0.690
0.500	600.000	0.704	0.165	33.706	28.300	1005.025	0.210	0.690
0.500	600.000	0.493	0.189	36.068	29.000	1005.025	0.210	0.690
0.500	600.000	0.159	0.226	41.421	29.200	1005.025	0.210	0.690

Tabla A.20: Datos Experimentales Mezcla N°20.

Mezcla N°20								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.500	600.000	1.677	0.188	29.928	30.000	1005.025	0.140	0.690
0.500	600.000	1.407	0.188	30.388	30.200	1005.025	0.140	0.690
0.500	600.000	1.243	0.172	31.709	29.700	1005.025	0.140	0.690
0.500	600.000	1.051	0.166	33.147	29.000	1005.025	0.140	0.690
0.500	600.000	0.839	0.161	34.053	28.000	1005.025	0.140	0.690
0.500	600.000	0.677	0.165	34.895	28.300	1005.025	0.140	0.690
0.500	600.000	0.412	0.175	37.119	28.200	1005.025	0.140	0.690
0.500	600.000	0.217	0.211	40.444	29.000	1005.025	0.140	0.690
0.500	600.000	0.099	0.245	44.486	29.100	1005.025	0.140	0.690

Tabla A.21: Datos Experimentales Mezcla N°21.

Mezcla N°21								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.600	600.000	1.400	0.243	20.897	27.000	1006.899	0.310	0.690
0.600	600.000	1.226	0.237	21.853	27.200	1006.899	0.310	0.690
0.600	600.000	1.066	0.237	23.137	27.000	1006.899	0.310	0.690
0.600	600.000	0.927	0.238	23.980	27.000	1006.899	0.310	0.690
0.600	600.000	0.690	0.253	26.443	27.000	1006.899	0.310	0.690
0.600	600.000	0.578	0.264	28.292	27.000	1006.899	0.310	0.690
0.600	600.000	0.358	0.327	33.029	27.000	1006.899	0.310	0.690

Tabla A.22: Datos Experimentales Mezcla N°22.

Mezcla N°22								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.600	600.000	1.197	0.241	27.317	25.000	1006.899	0.318	0.690
0.600	600.000	1.061	0.238	28.536	24.800	1006.899	0.318	0.690
0.600	600.000	0.948	0.238	30.056	-	1006.899	0.318	0.690
0.600	600.000	0.841	0.240	31.472	23.900	1006.899	0.318	0.690
0.600	600.000	0.726	0.248	32.225	23.500	1006.899	0.318	0.690
0.600	600.000	0.604	0.257	33.742	23.500	1006.899	0.318	0.690
0.600	600.000	0.450	0.277	36.131	24.800	1006.899	0.318	0.690
0.600	600.000	0.237	0.351	42.342	25.000	1006.899	0.318	0.690

Tabla A.23: Datos Experimentales Mezcla N°23.

Mezcla N°23								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.600	600.000	1.340	0.257	28.687	26.400	1006.899	0.230	0.690
0.600	600.000	1.220	0.248	29.307	26.900	1006.899	0.230	0.690
0.600	600.000	1.086	0.248	30.270	26.300	1006.899	0.230	0.690
0.600	600.000	0.956	0.248	31.212	25.500	1006.899	0.230	0.690
0.600	600.000	0.825	0.254	32.023	25.200	1006.899	0.230	0.690
0.600	600.000	0.664	0.260	33.975	25.000	1006.899	0.230	0.690
0.600	600.000	0.550	0.267	35.287	25.000	1006.899	0.230	0.690
0.600	600.000	0.413	0.296	37.825	25.000	1006.899	0.230	0.690
0.600	600.000	0.231	0.385	41.318	24.900	1006.899	0.230	0.690

Tabla A.24: Datos Experimentales Mezcla N°24.

Mezcla N°24								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.800	600.000	0.819	0.293	25.000	26.000	1008.065	1.140	0.690
0.800	600.000	0.790	0.276	25.418	26.000	1008.065	1.140	0.690
0.800	600.000	0.683	0.263	26.753	25.000	1008.065	1.140	0.690
0.800	600.000	0.618	0.254	26.926	25.500	1008.065	1.140	0.690
0.800	600.000	0.544	0.251	27.466	25.500	1008.065	1.140	0.690
0.800	600.000	0.415	0.249	30.472	25.500	1008.065	1.140	0.690
0.800	600.000	0.300	0.247	33.342	26.200	1008.065	1.140	0.690
0.800	600.000	0.202	0.252	36.447	26.500	1008.065	1.140	0.690
0.800	600.000	0.074	0.335	43.511	26.000	1008.065	1.140	0.690
0.800	600.000	0.030	0.333	42.907	26.000	1008.065	1.140	0.690

Tabla A.25: Datos Experimentales Mezcla N°25.

Mezcla N°25								
<i>Agua – CMC</i> [%p/p]	ds_{50} [μm]	Q [lt/s]	dh [m.c.l/m]	ϕ [%v/v]	T° [$^\circ C$]	ρ_f [kg/m ³]	K_f [Pa · s ⁿ]	n
0.800	600.000	1.132	0.313	27.478	27.400	1008.065	0.770	0.690
0.800	600.000	1.061	0.294	26.600	28.000	1008.065	0.770	0.690
0.800	600.000	0.983	0.273	25.393	27.800	1008.065	0.770	0.690
0.800	600.000	0.818	0.264	27.451	26.900	1008.065	0.770	0.690
0.800	600.000	0.681	0.262	29.176	25.500	1008.065	0.770	0.690
0.800	600.000	0.606	0.252	28.532	27.200	1008.065	0.770	0.690
0.800	600.000	0.517	0.251	29.136	37.500	1008.065	0.770	0.690
0.800	600.000	0.218	0.263	39.508	-	1008.065	0.770	0.690
0.800	600.000	0.169	0.280	40.698	26.000	1008.065	0.770	0.690
0.800	600.000	0.152	0.300	41.362	26.800	1008.065	0.770	0.690
0.800	600.000	0.107	0.362	43.387	26.500	1008.065	0.770	0.690

Tabla A.26: Datos Experimentales Mezcla N°26.

Mezcla N°26								
<i>Agua – CMC</i>	ds_{50}	Q	dh	ϕ	T°	ρ_f	K_f	n
[%p/p]	[μm]	[lt/s]	[m.c.l/m]	[%v/v]	[$^\circ C$]	[kg/m ³]	[Pa · s ⁿ]	
0.800	600.000	1.233	0.319	32.189	0.000	1008.065	0.380	0.690
0.800	600.000	1.065	0.278	35.267	27.600	1008.065	0.380	0.690
0.800	600.000	0.934	0.282	36.680	27.000	1008.065	0.380	0.690
0.800	600.000	0.776	0.287	38.647	26.900	1008.065	0.380	0.690
0.800	600.000	0.657	0.278	39.478	26.800	1008.065	0.380	0.690
0.800	600.000	0.527	0.262	40.615	26.000	1008.065	0.380	0.690
0.800	600.000	0.390	0.261	42.781	26.000	1008.065	0.380	0.690
0.800	600.000	0.310	0.279	45.490	0.000	1008.065	0.380	0.690
0.800	600.000	0.221	0.318	49.961	25.800	1008.065	0.380	0.690
0.800	600.000	0.139	0.406	52.278	28.000	1008.065	0.380	0.690

Anexo B

Hincapié II: Perfiles de Concentración

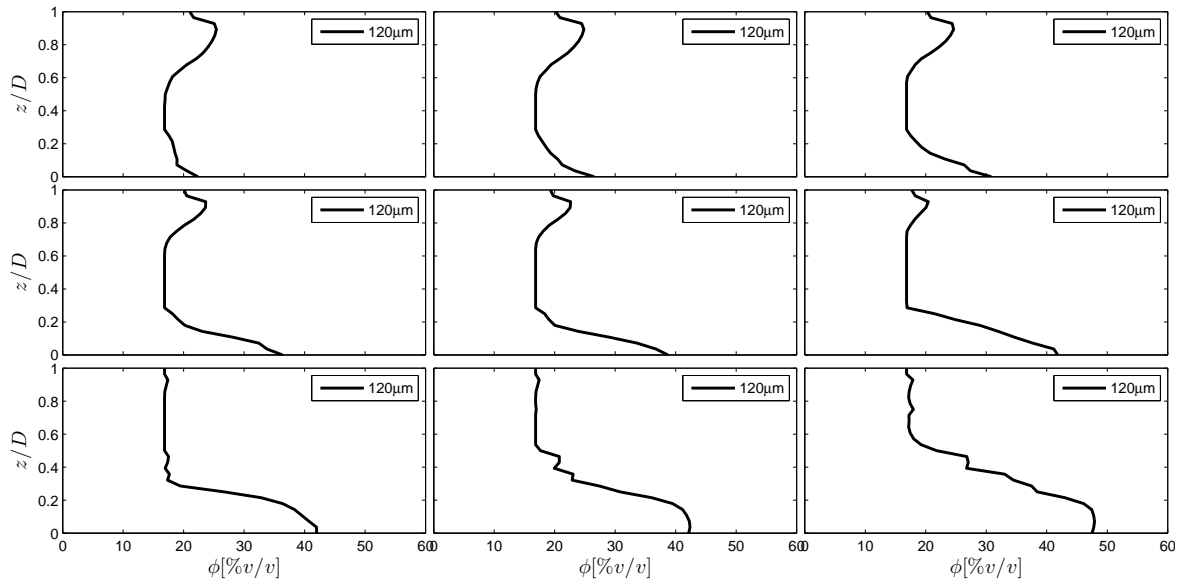


Figura B.1: Perfiles de Concentración Mezcla N°1 para caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

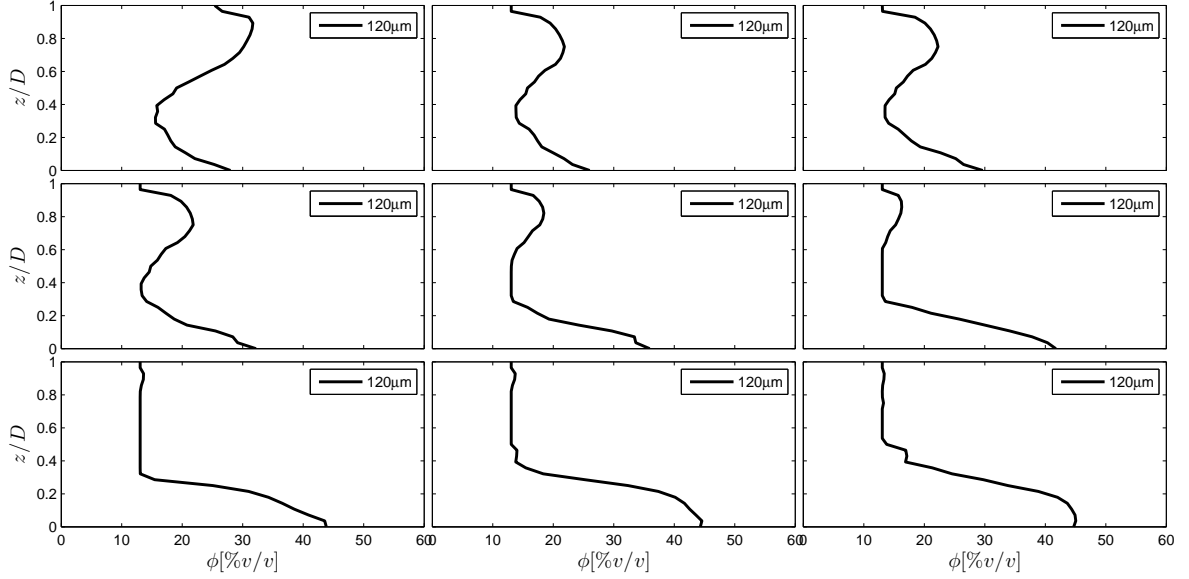


Figura B.2: Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?2 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

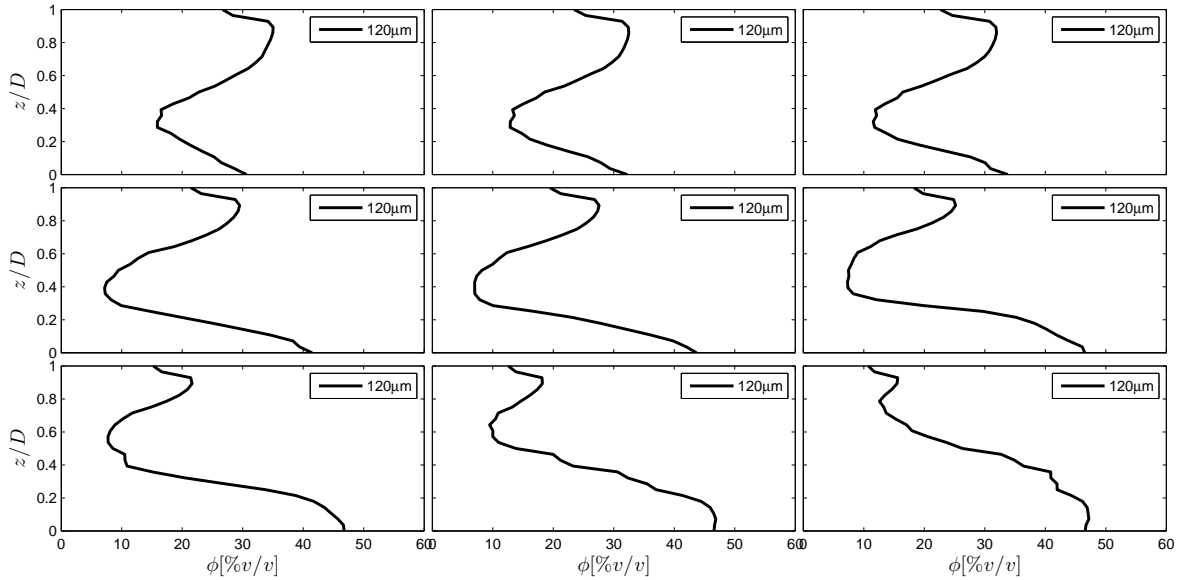


Figura B.3: Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?3 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

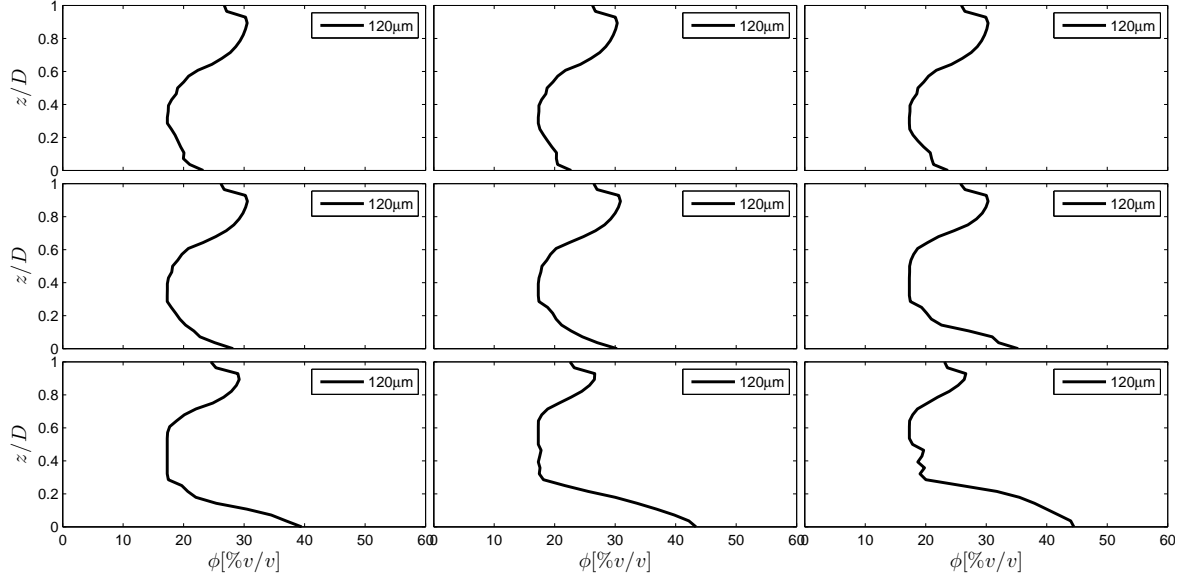


Figura B.4: Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?4 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

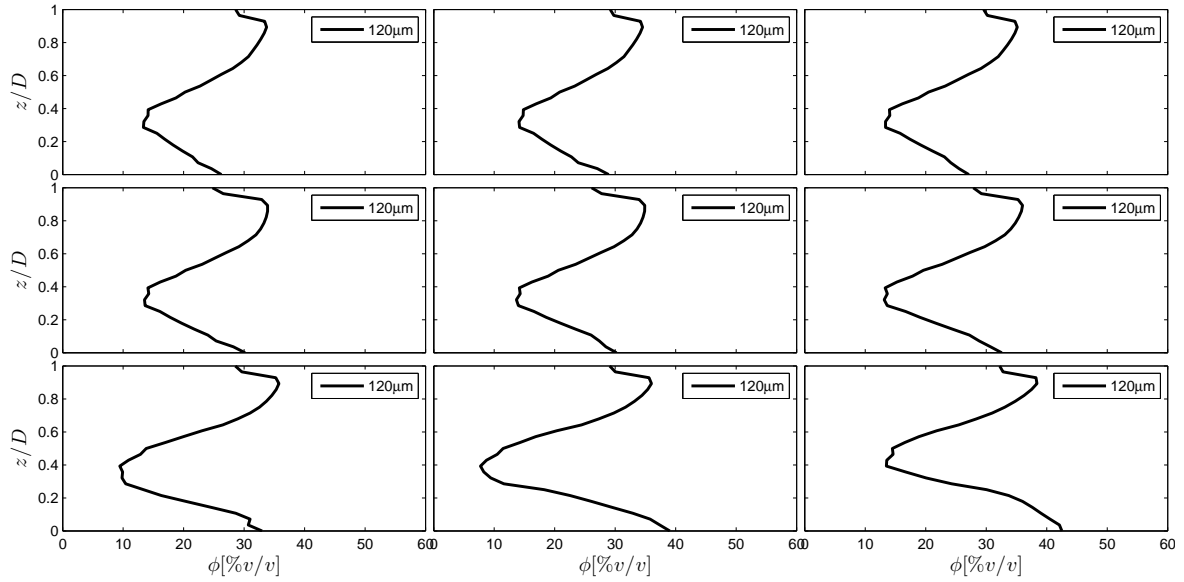


Figura B.5: Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?5 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

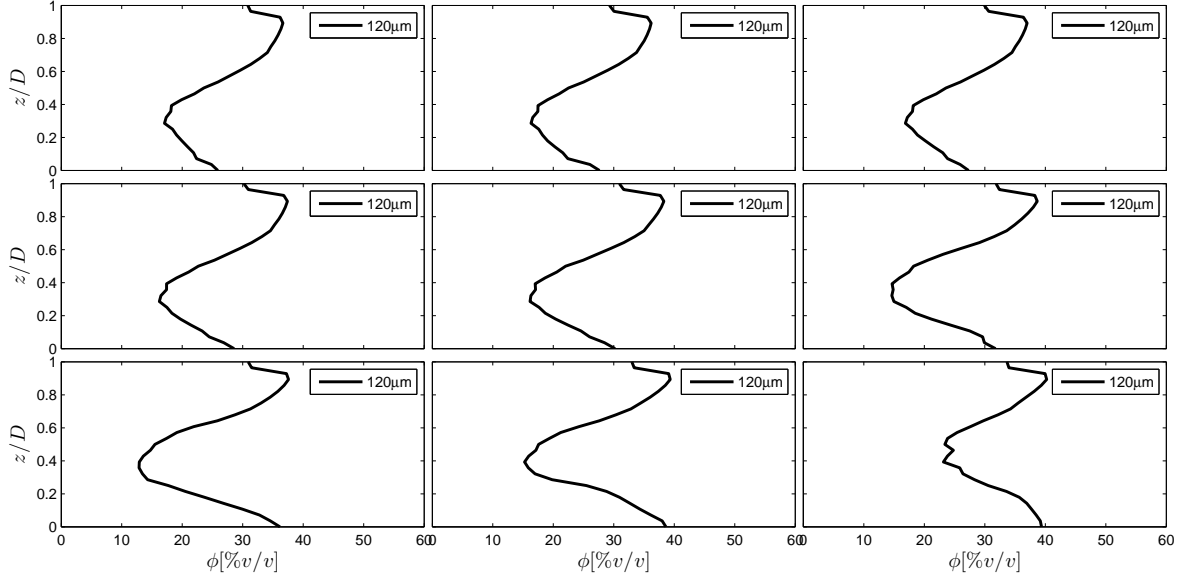


Figura B.6: Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?6 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

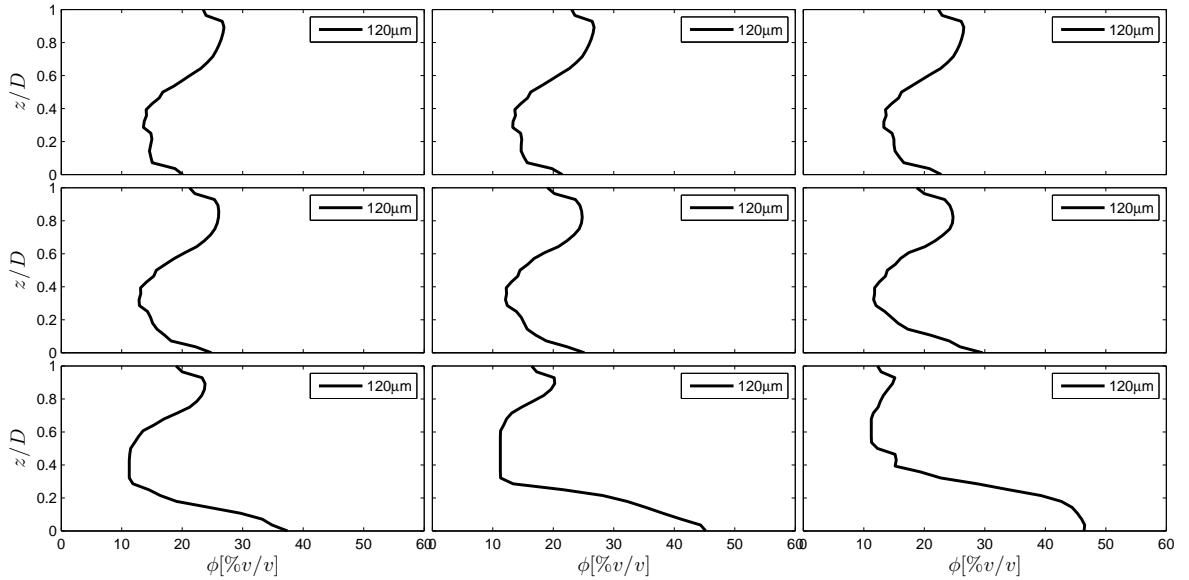


Figura B.7: Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?7 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

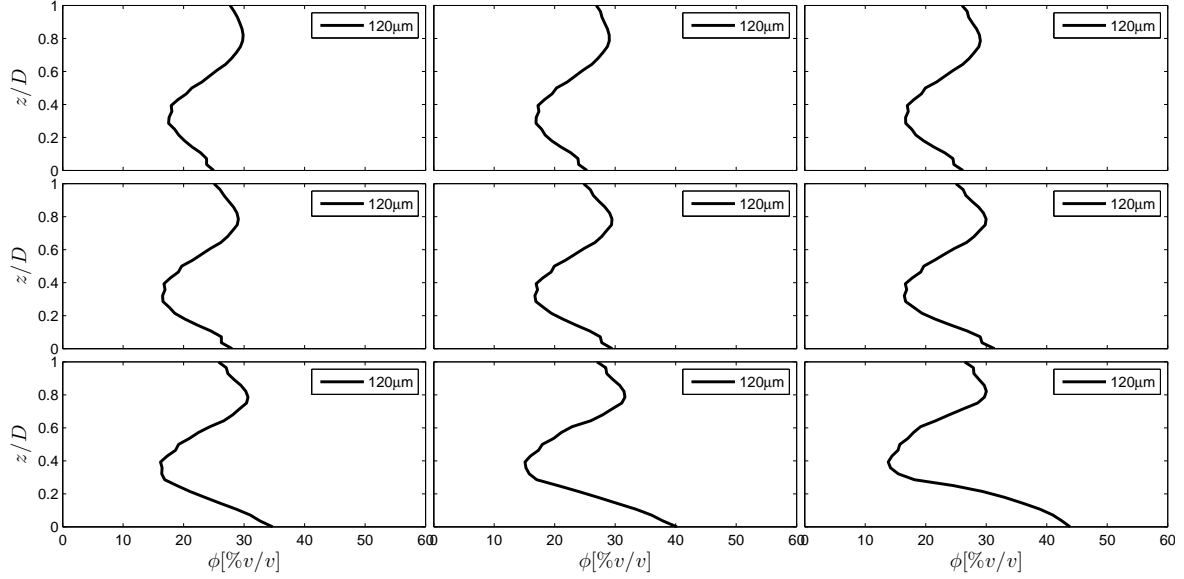


Figura B.8: Perfiles de Concentraci?n Mezcla N°8 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

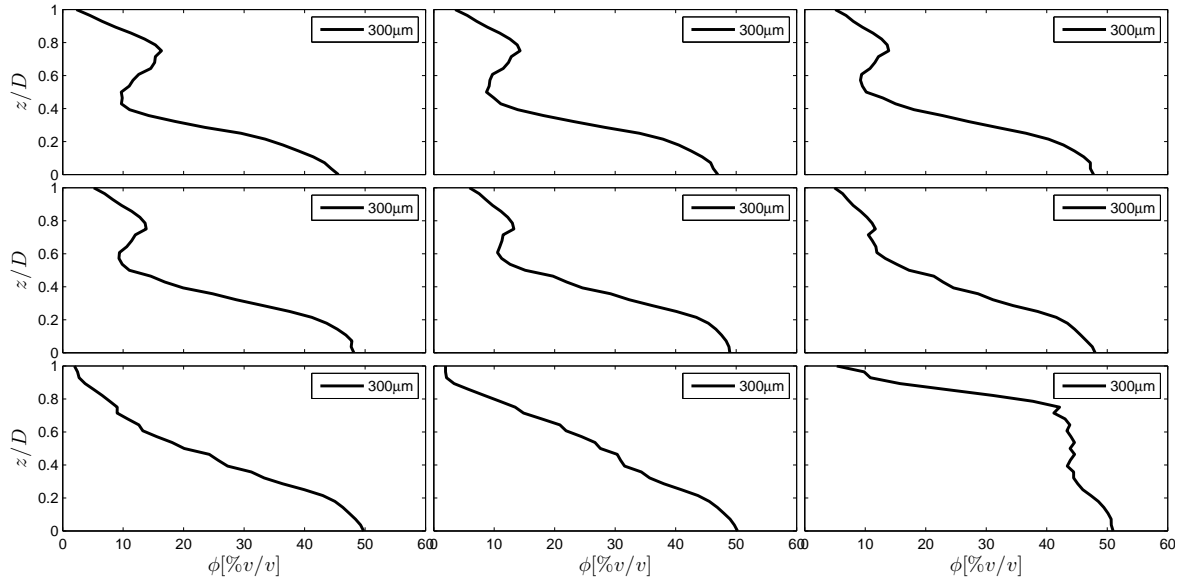


Figura B.9: Perfiles de Concentraci?n Mezcla N°9 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

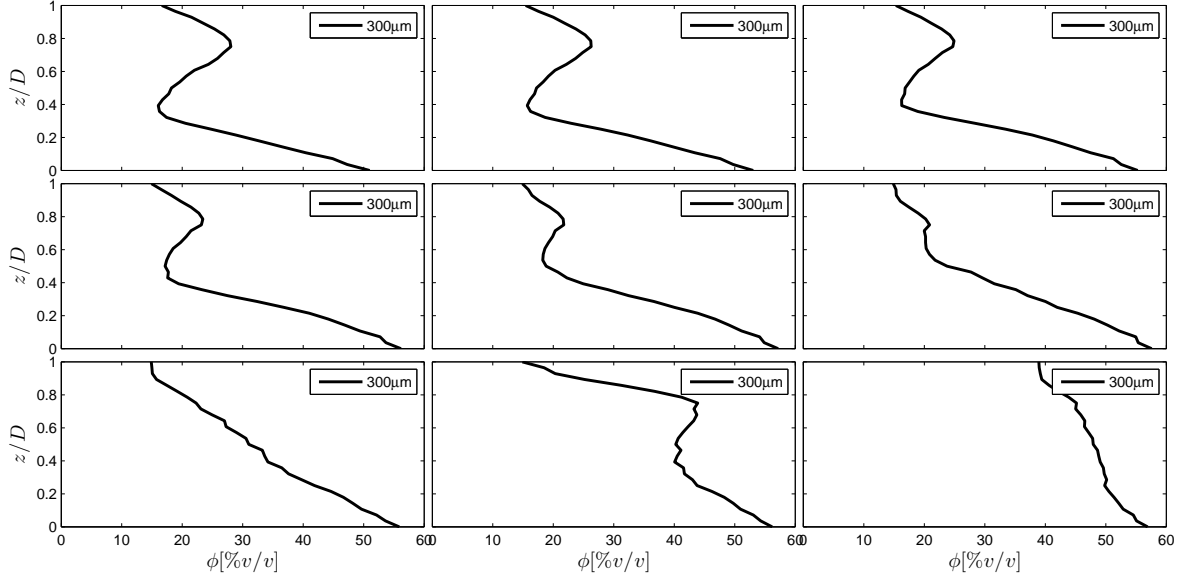


Figura B.10: Perfiles de Concentraci3n Mezcla N°10 para caudales Q1 a Q9. La posici3n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

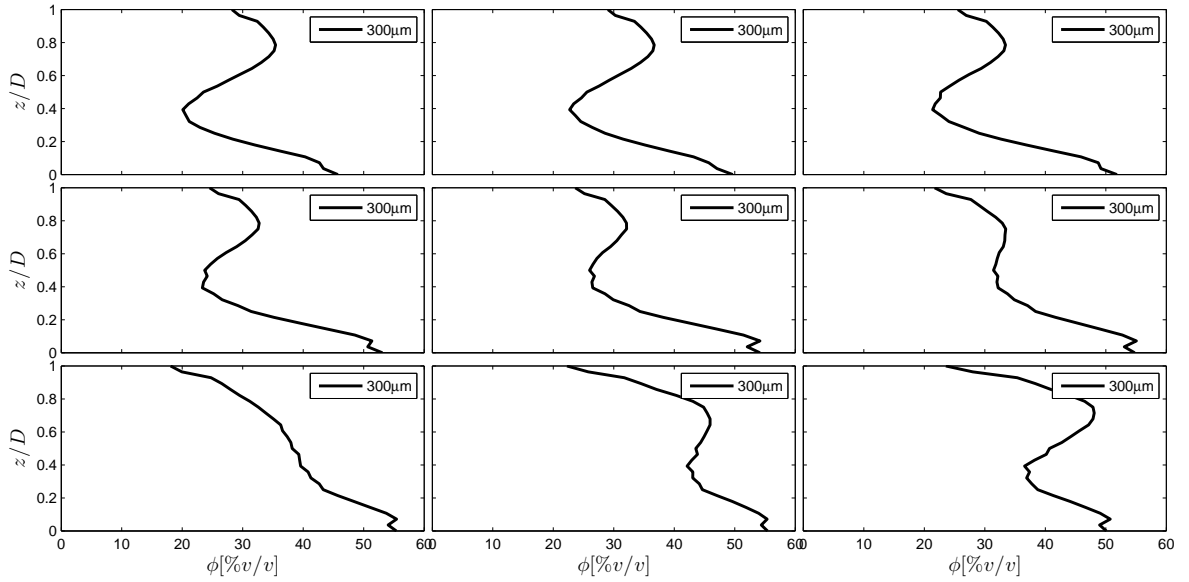


Figura B.11: Perfiles de Concentraci3n Mezcla N°11 para caudales Q1 a Q9. La posici3n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

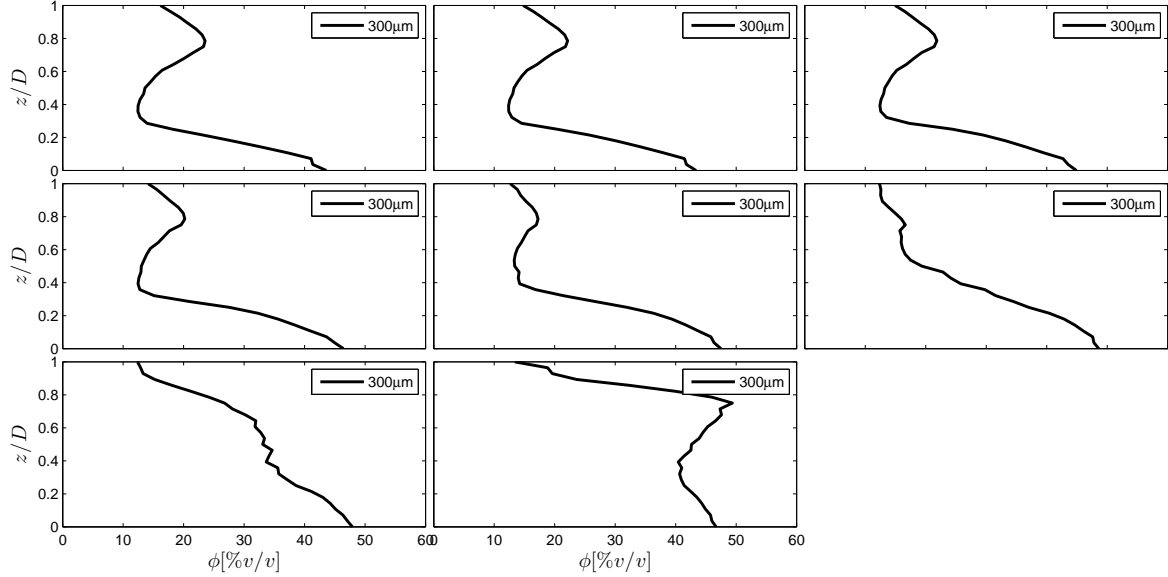


Figura B.12: Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?12 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

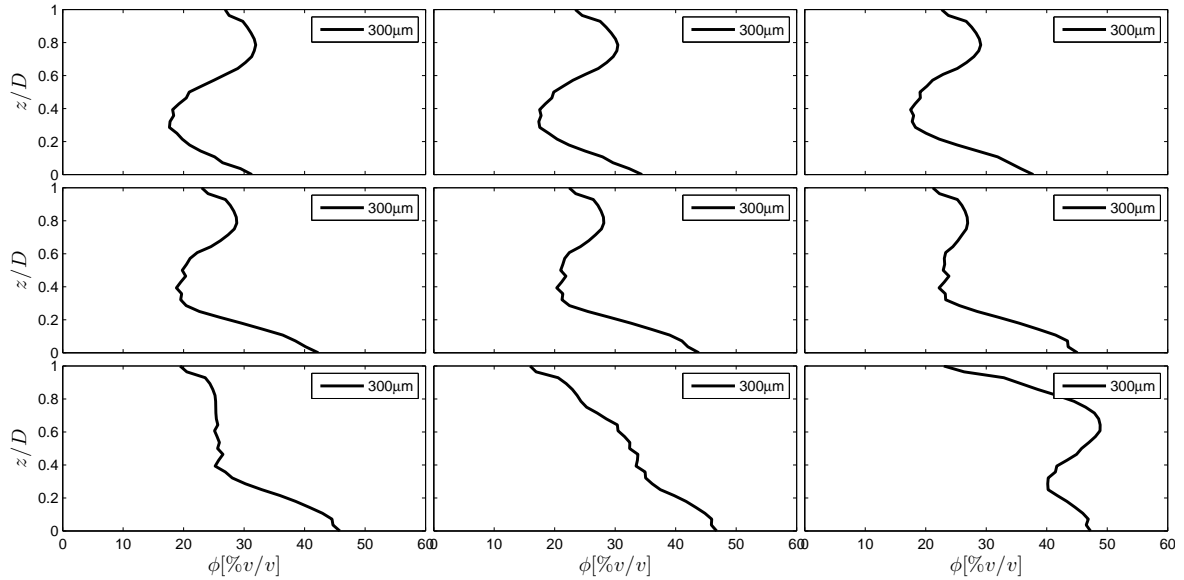


Figura B.13: Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?13 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

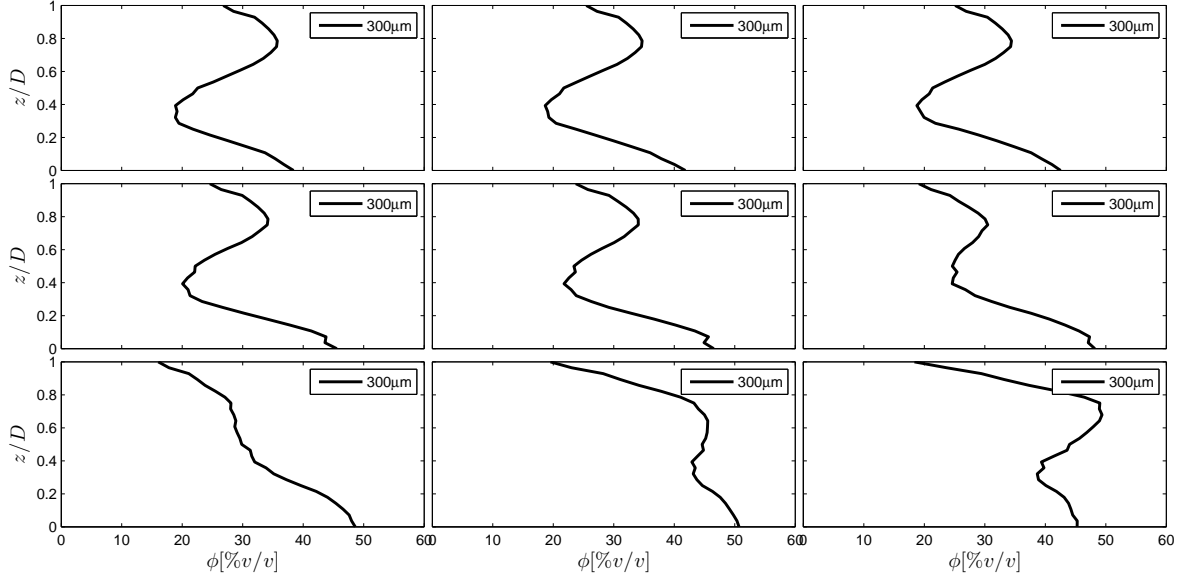


Figura B.14: Perfiles de Concentraci3n Mezcla N°14 para caudales Q1 a Q9. La posici3n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

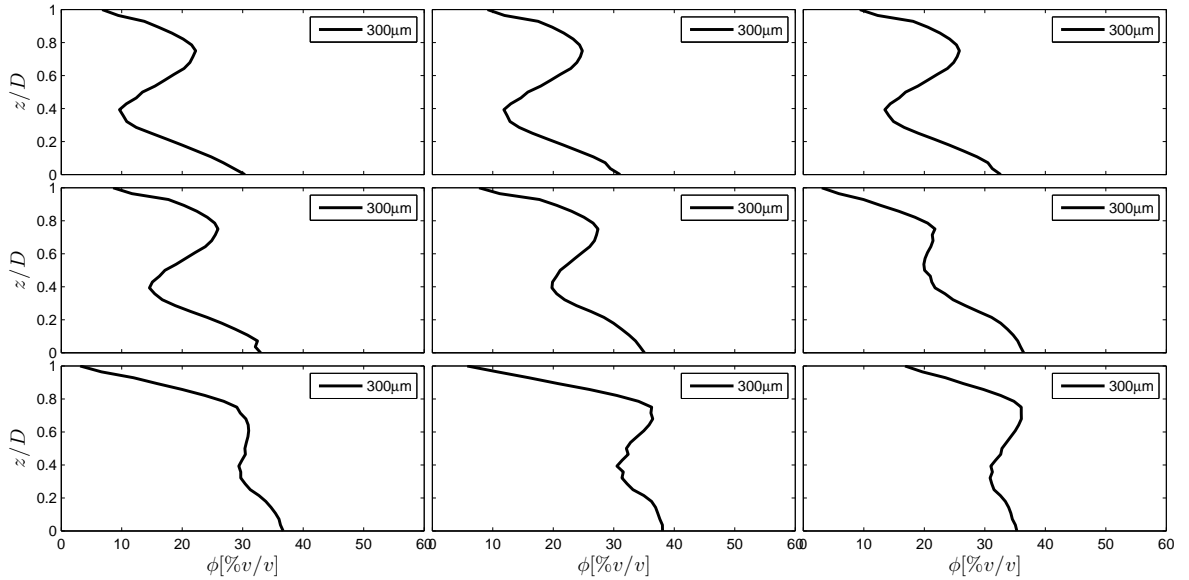


Figura B.15: Perfiles de Concentraci3n Mezcla N°15 para caudales Q1 a Q9. La posici3n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

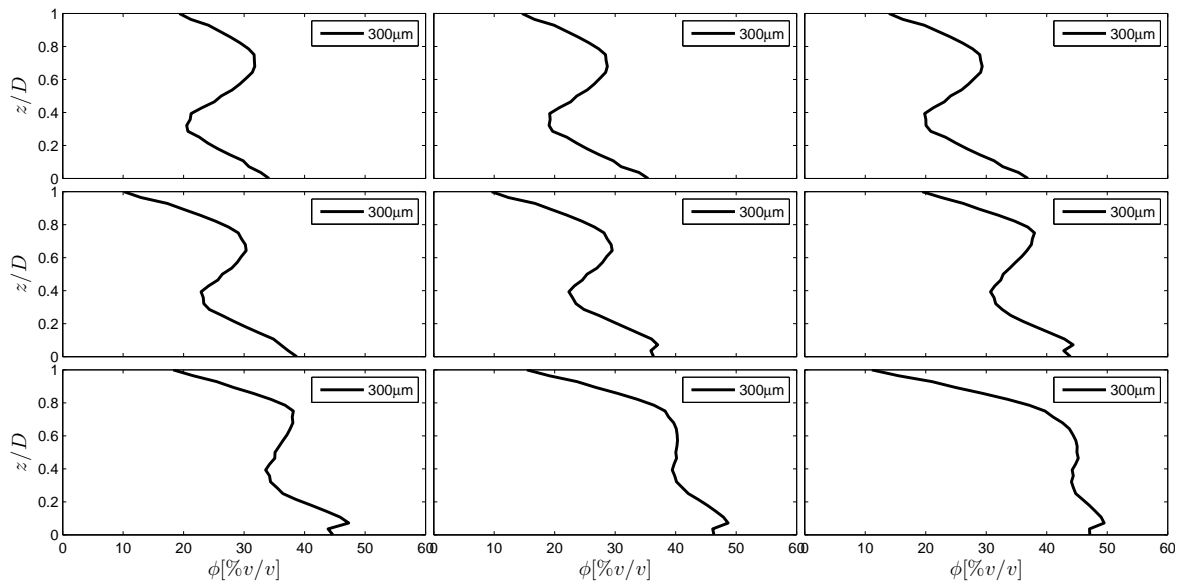


Figura B.16: Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?16 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

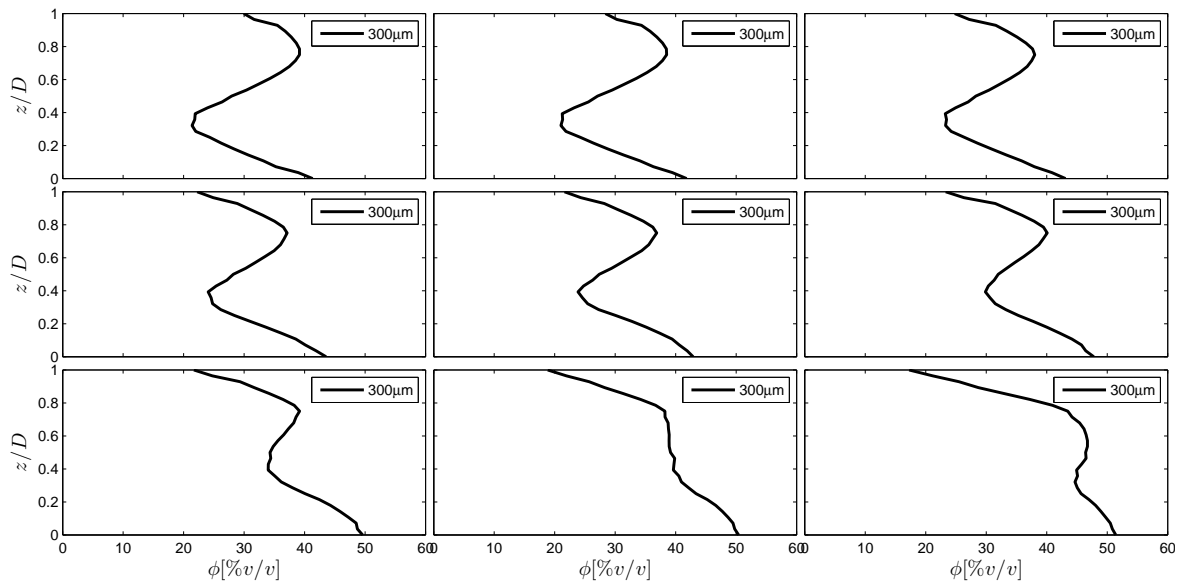


Figura B.17: Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?17 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

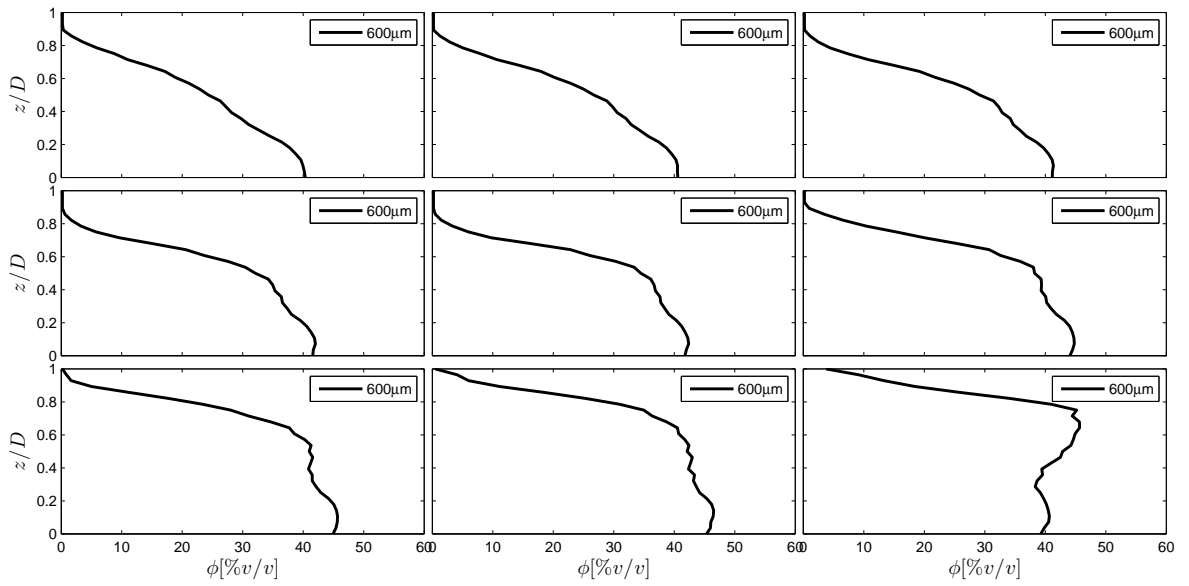


Figura B.18: Perfiles de Concentraci3n Mezcla N318 para caudales Q1 a Q9. La posici3n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

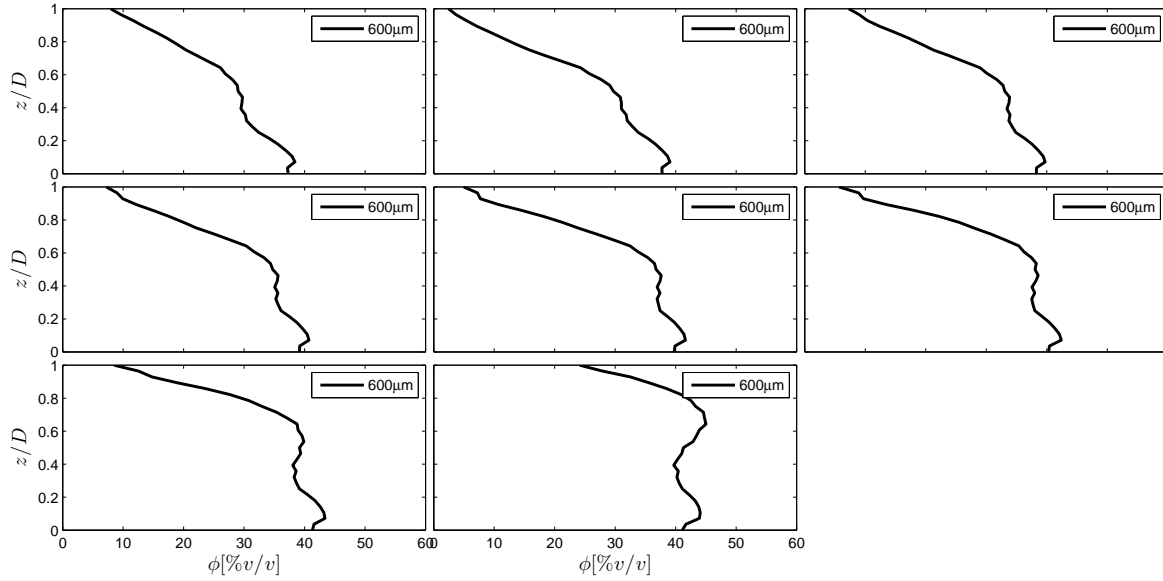


Figura B.19: Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?19 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

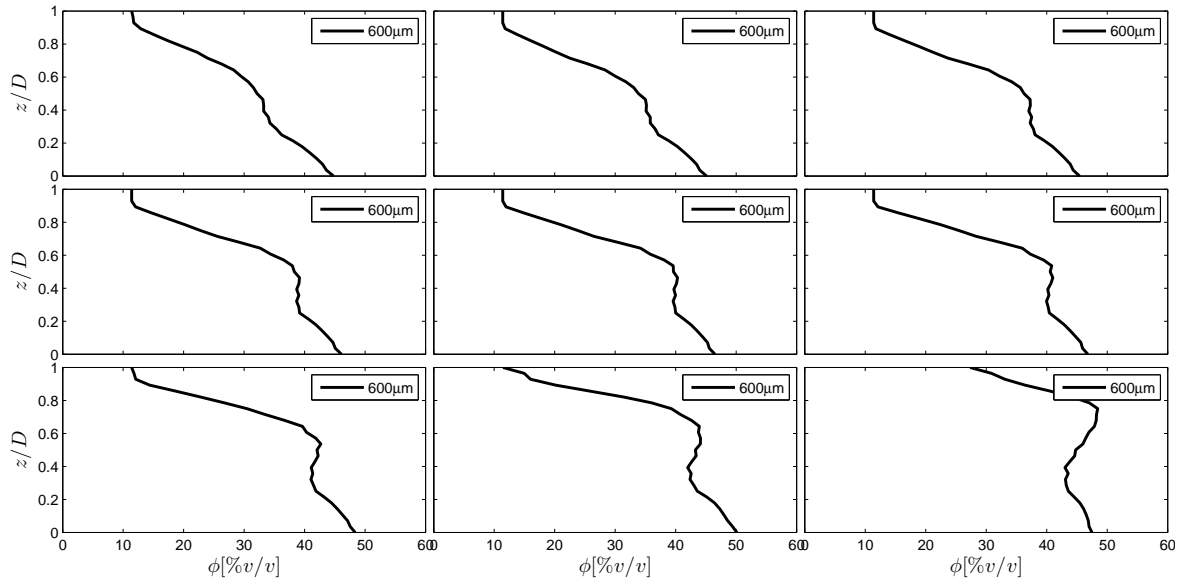


Figura B.20: Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?20 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

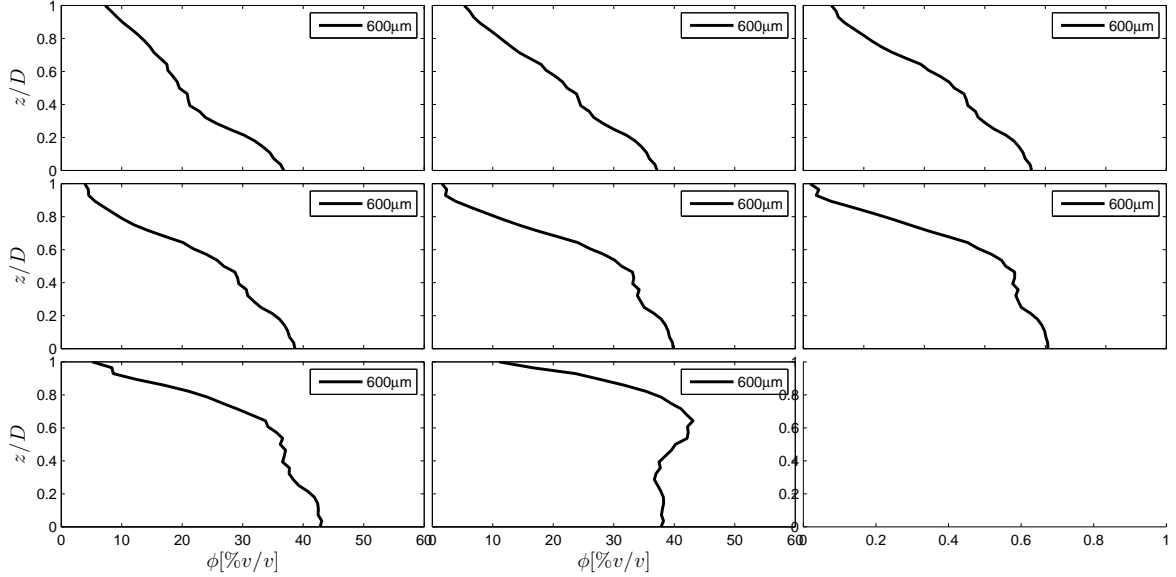


Figura B.21: Perfiles de Concentraci3n Mezcla N°21 para caudales Q1 a Q9. La posici3n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

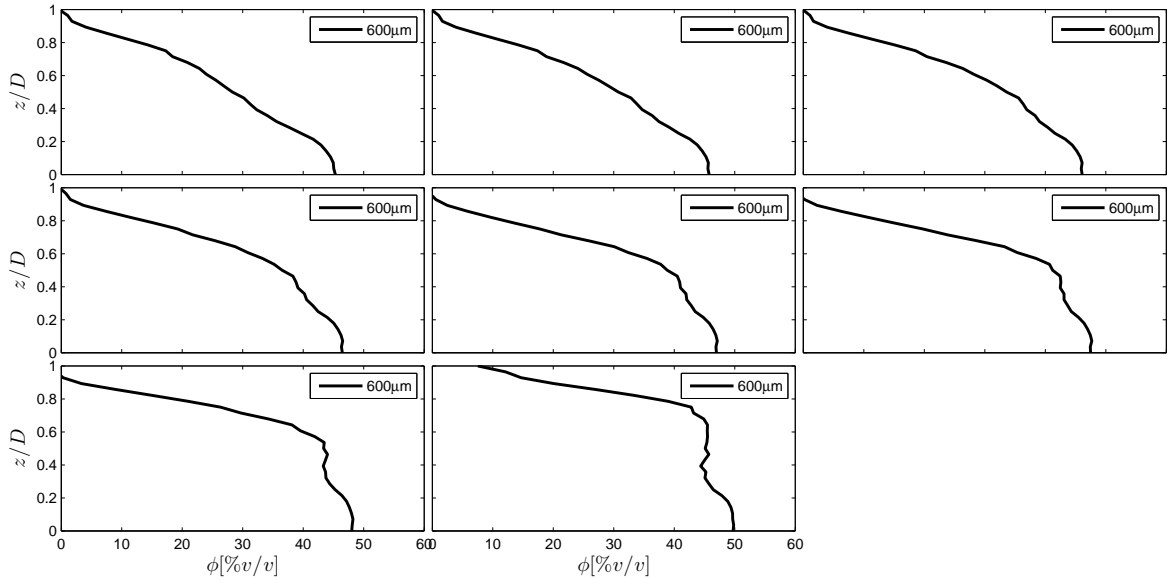


Figura B.22: Perfiles de Concentraci3n Mezcla N°22 para caudales Q1 a Q9. La posici3n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

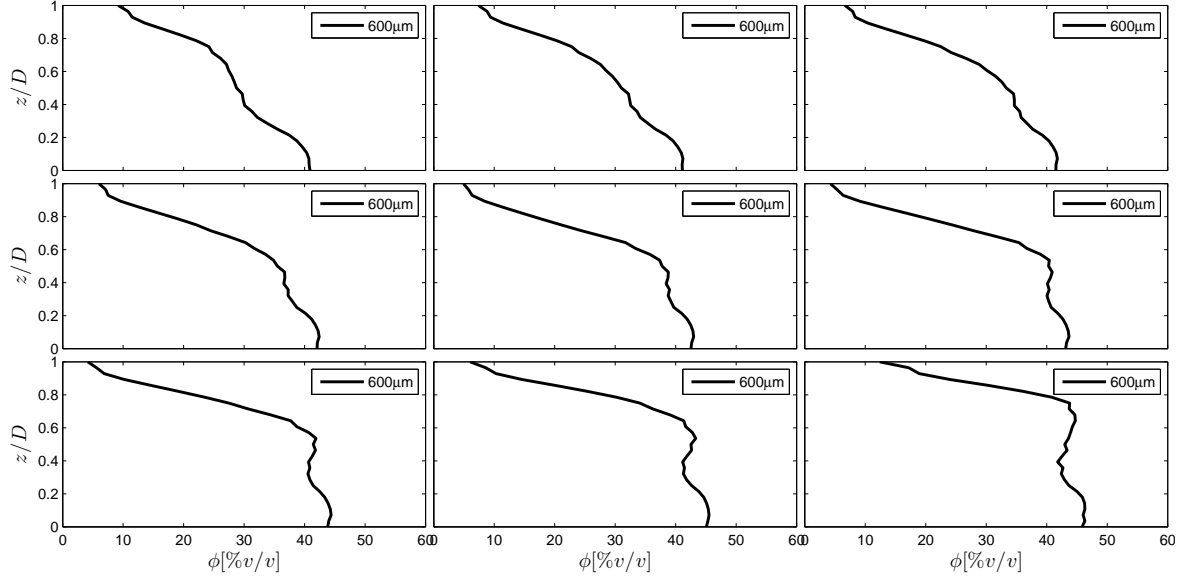


Figura B.23: Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?23 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

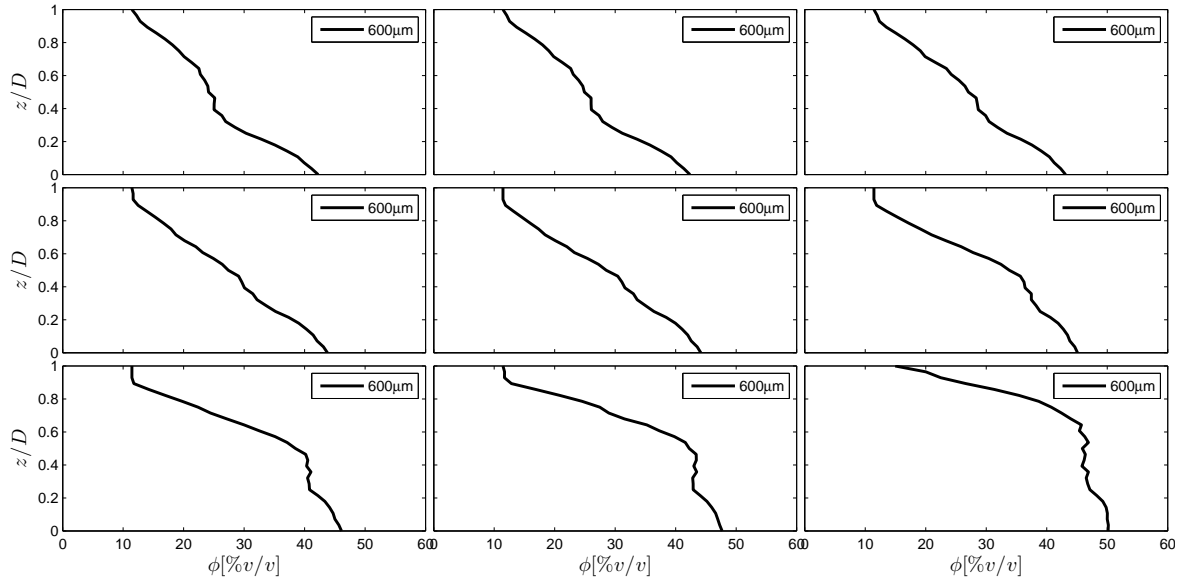


Figura B.24: Perfiles de Concentraci?n Mezcla N?24 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

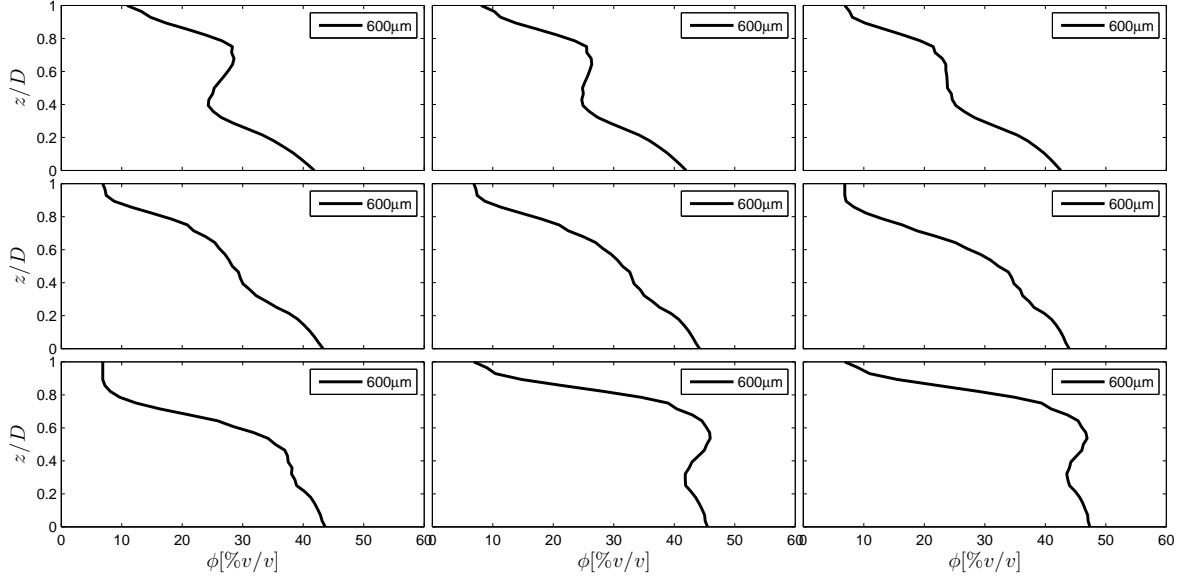


Figura B.25: Perfiles de Concentraci?n Mezcla N°25 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

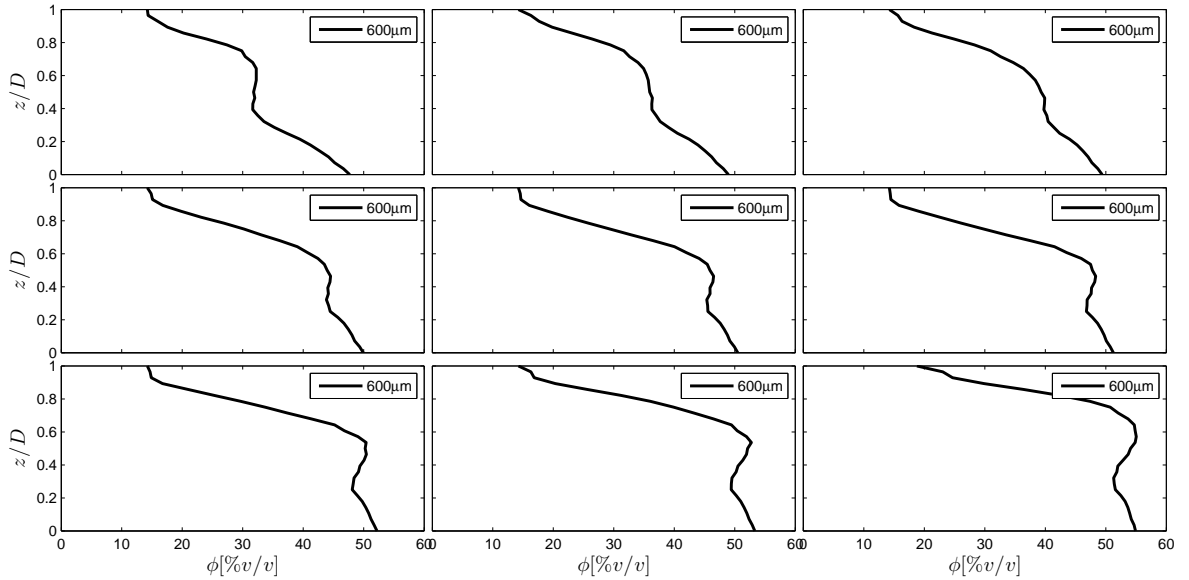


Figura B.26: Perfiles de Concentraci?n Mezcla N°26 para caudales Q1 a Q9. La posici?n del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3).

Anexo C

Hincapié III: Imágenes Tomográficas de Concentración Volumétrica

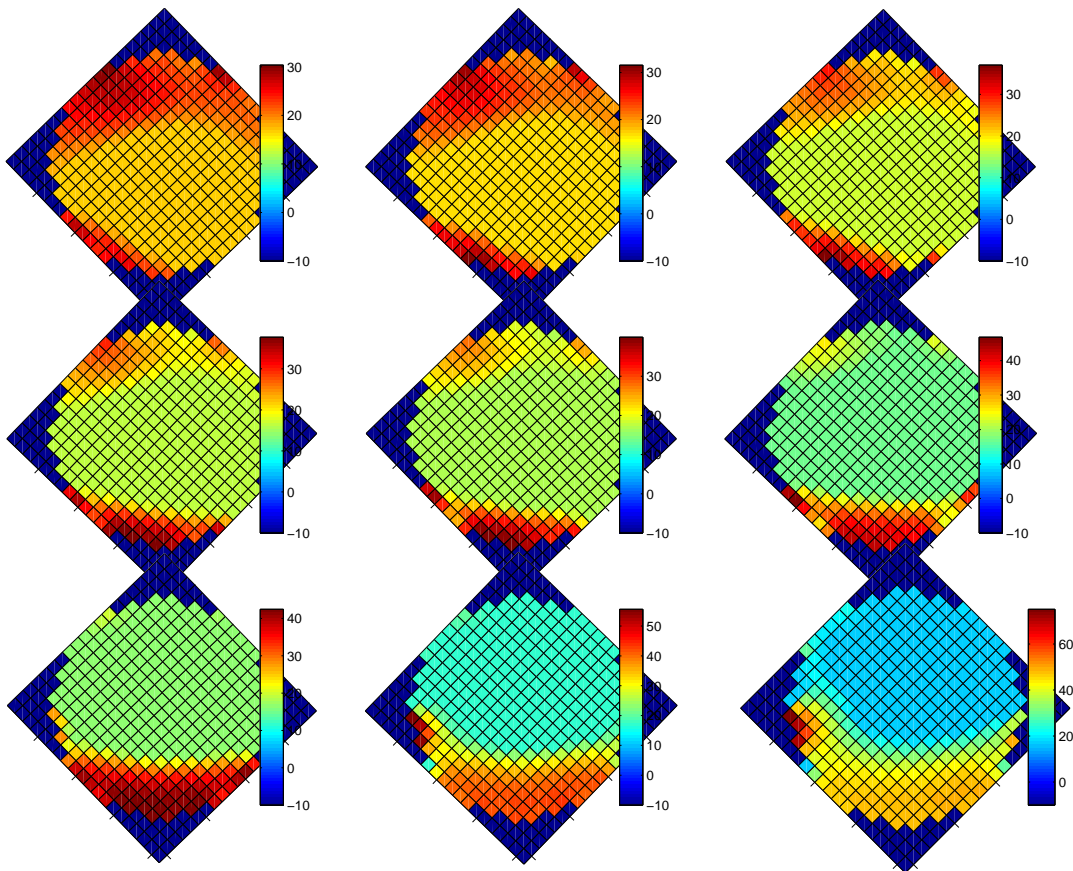


Figura C.1: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°1 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

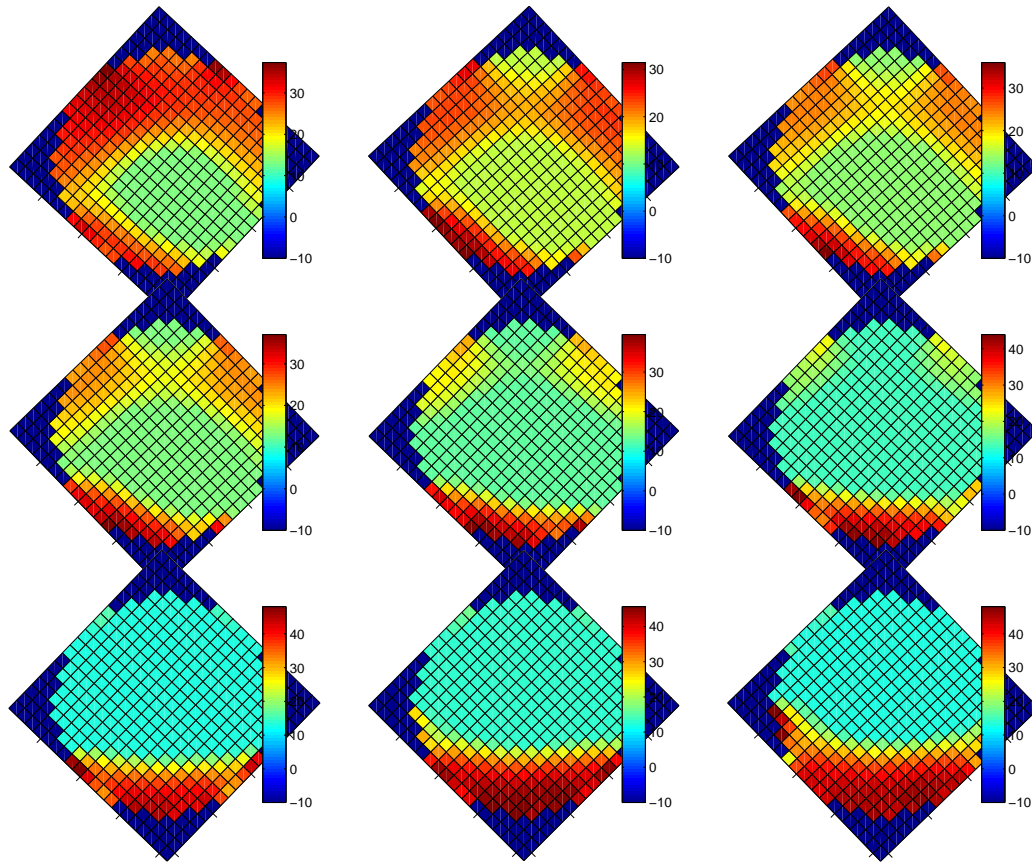


Figura C.2: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°2 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

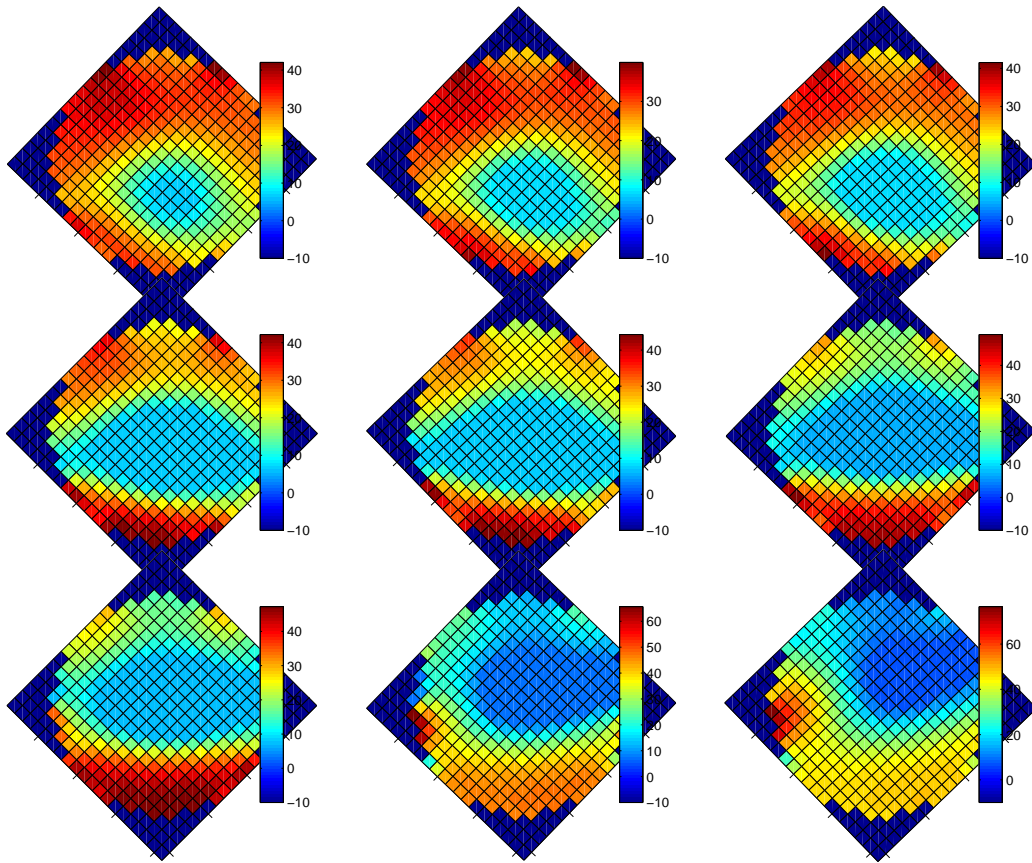


Figura C.3: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°3 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

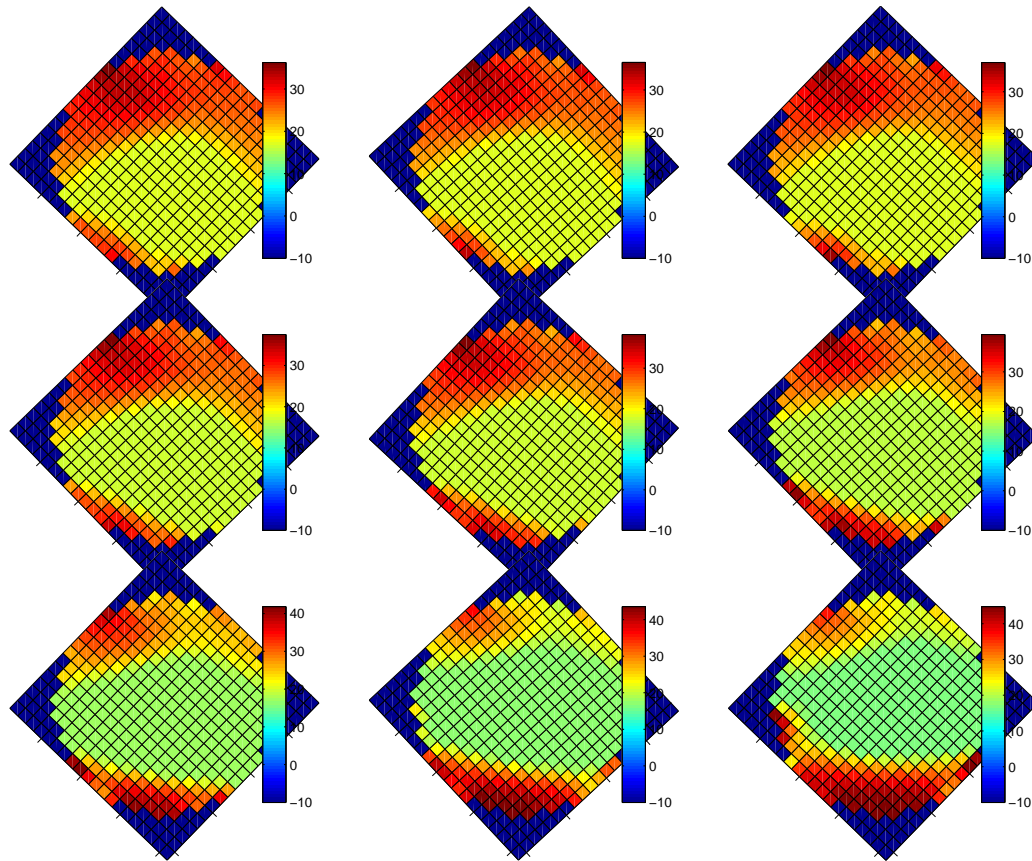


Figura C.4: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°4 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

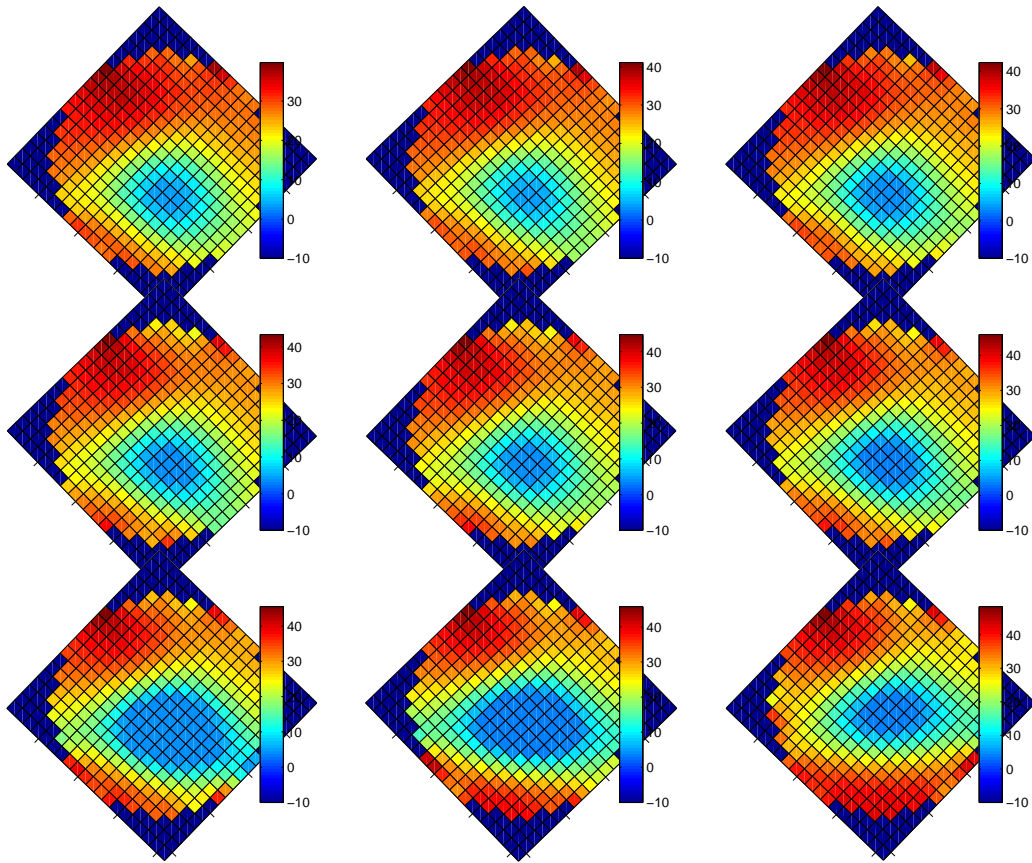


Figura C.5: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°5 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

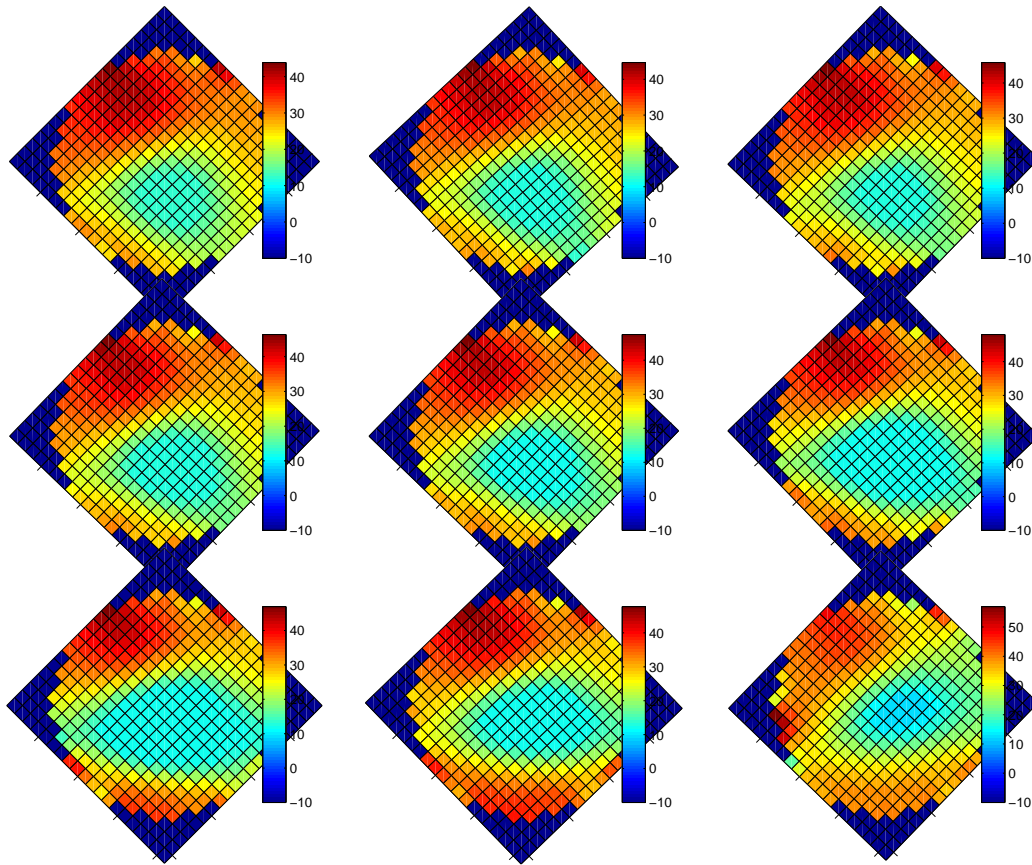


Figura C.6: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°6 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

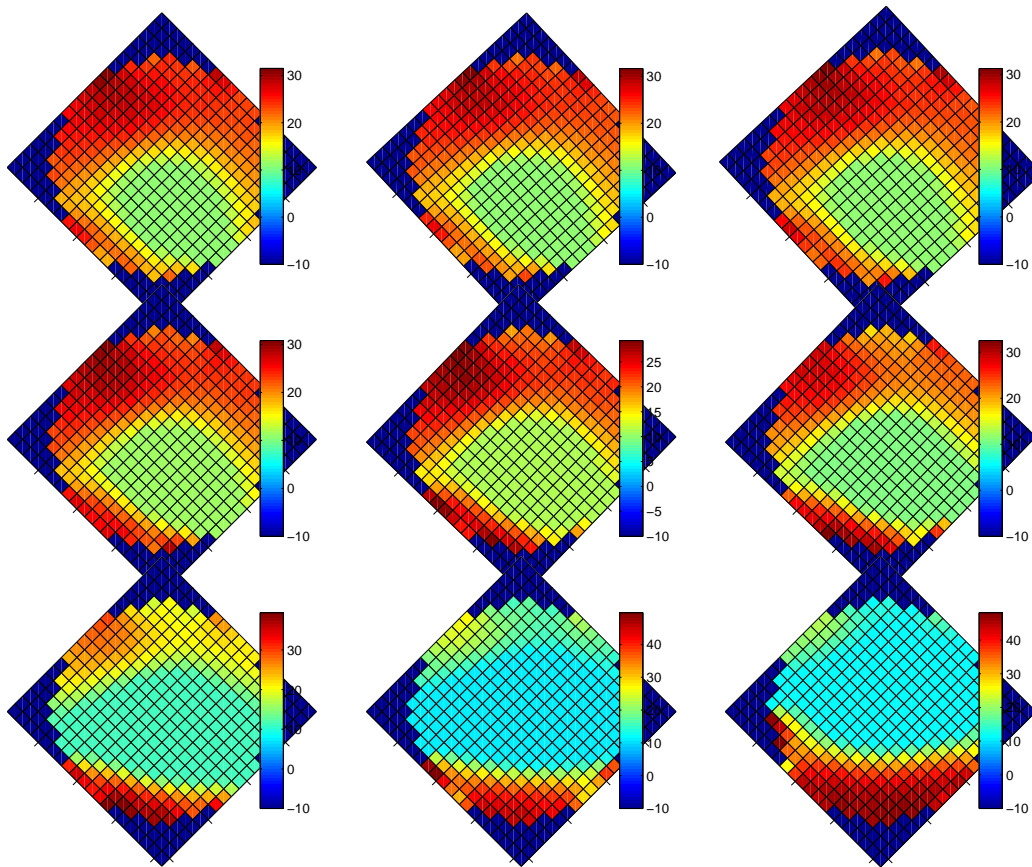


Figura C.7: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°7 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

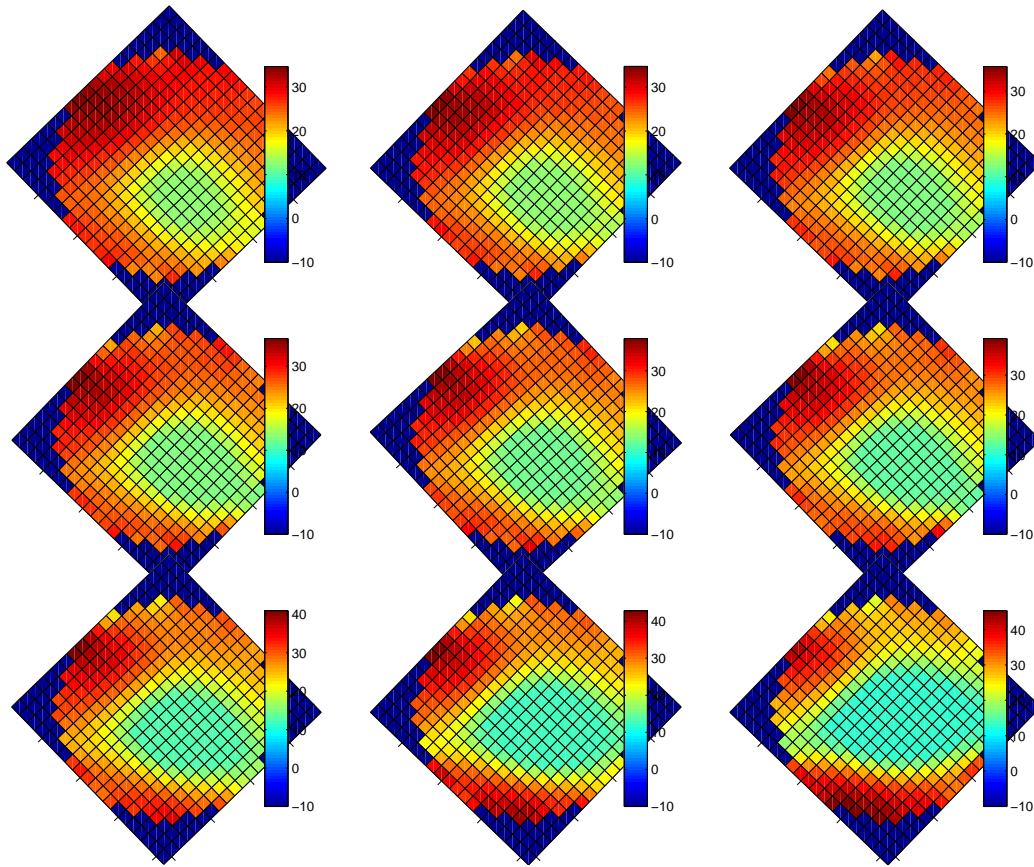


Figura C.8: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°8 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

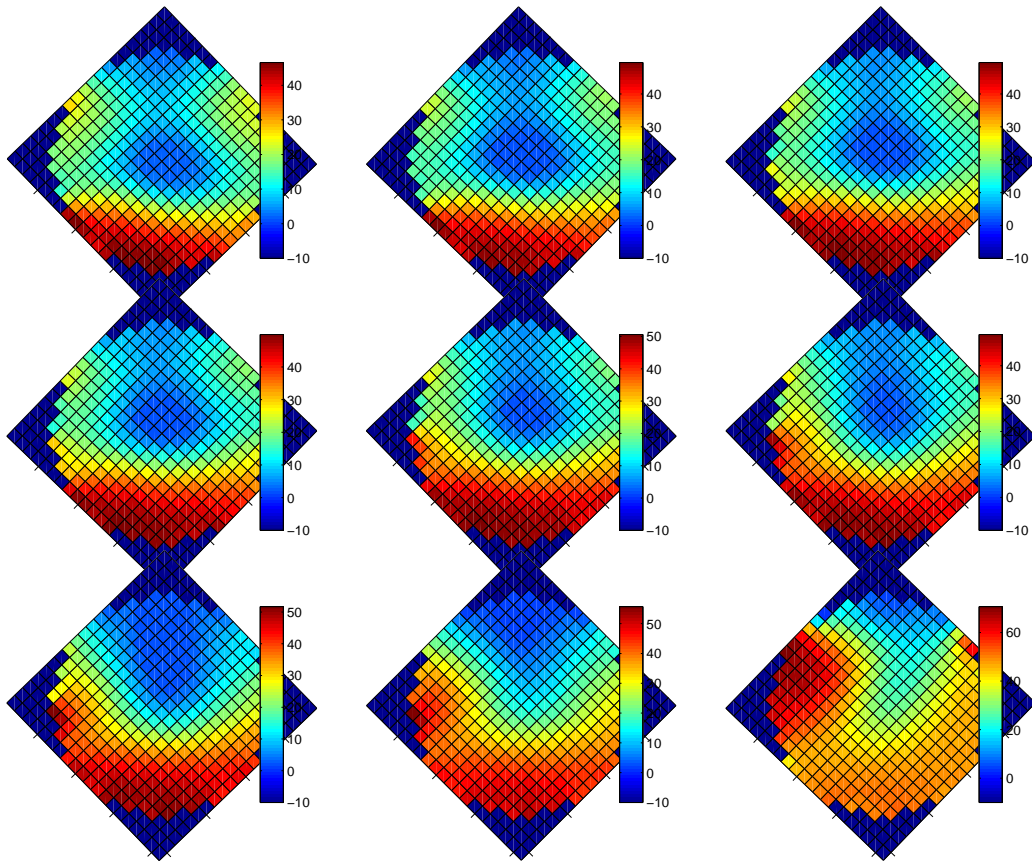


Figura C.9: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°9 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

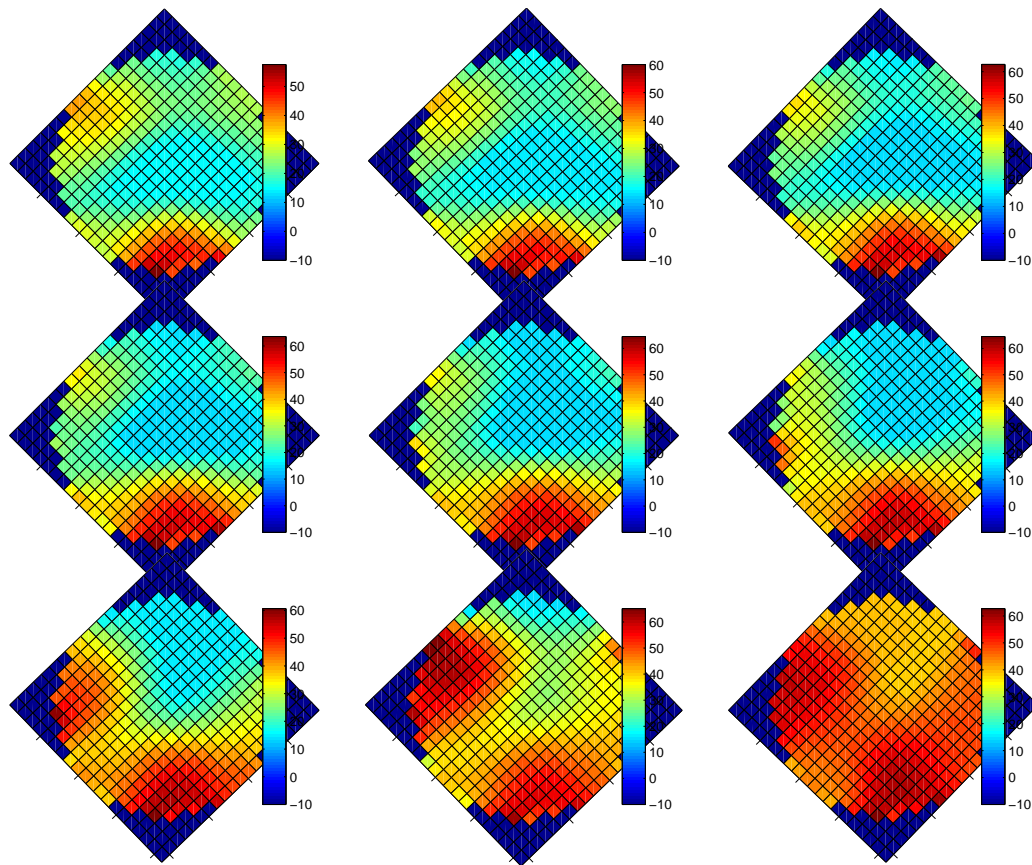


Figura C.10: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°10 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

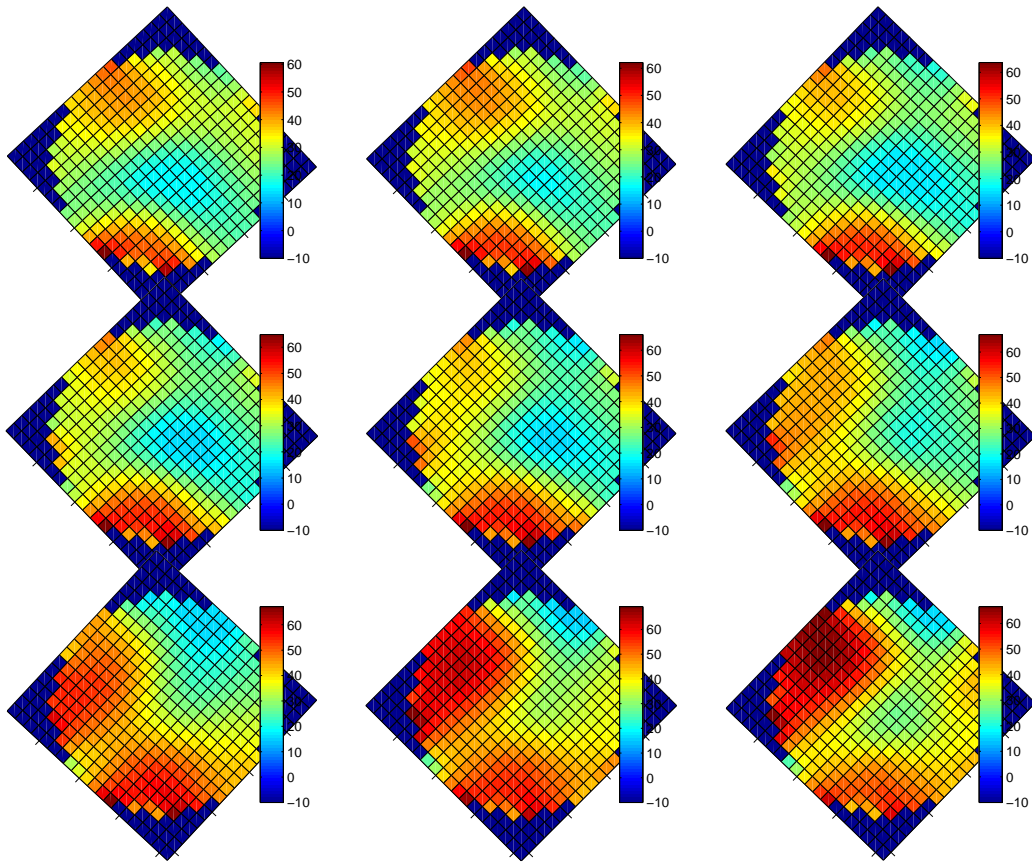


Figura C.11: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°11 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

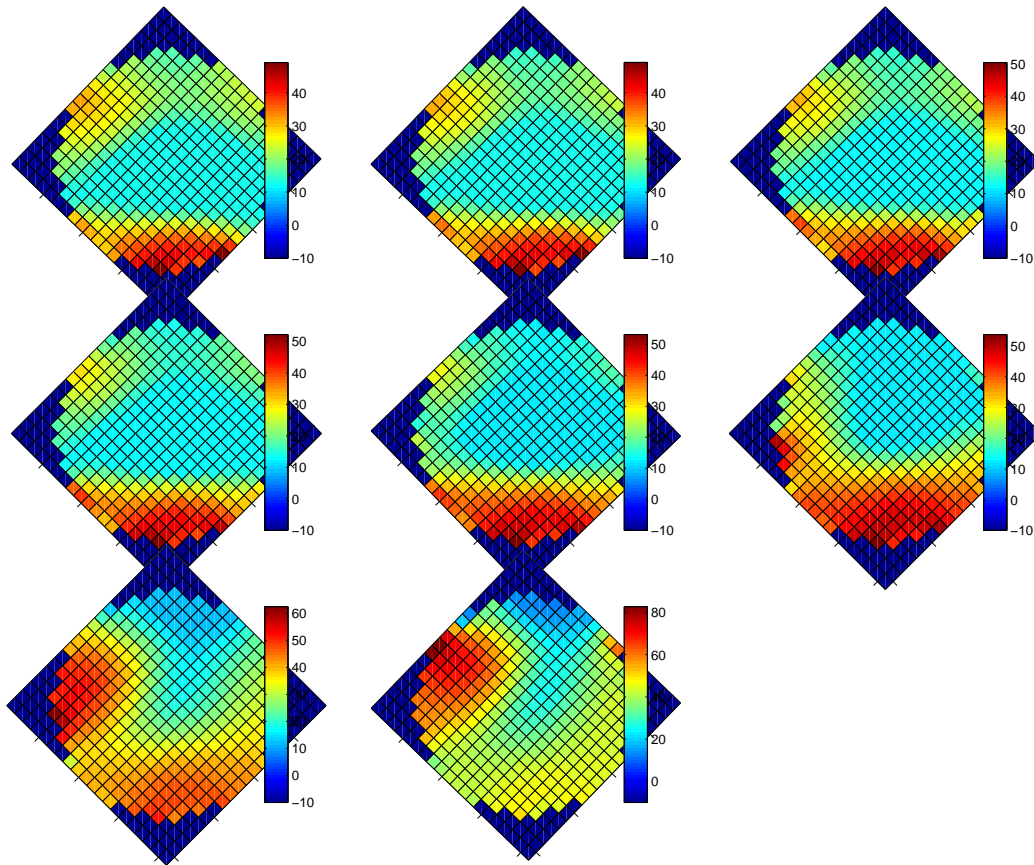


Figura C.12: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°12 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

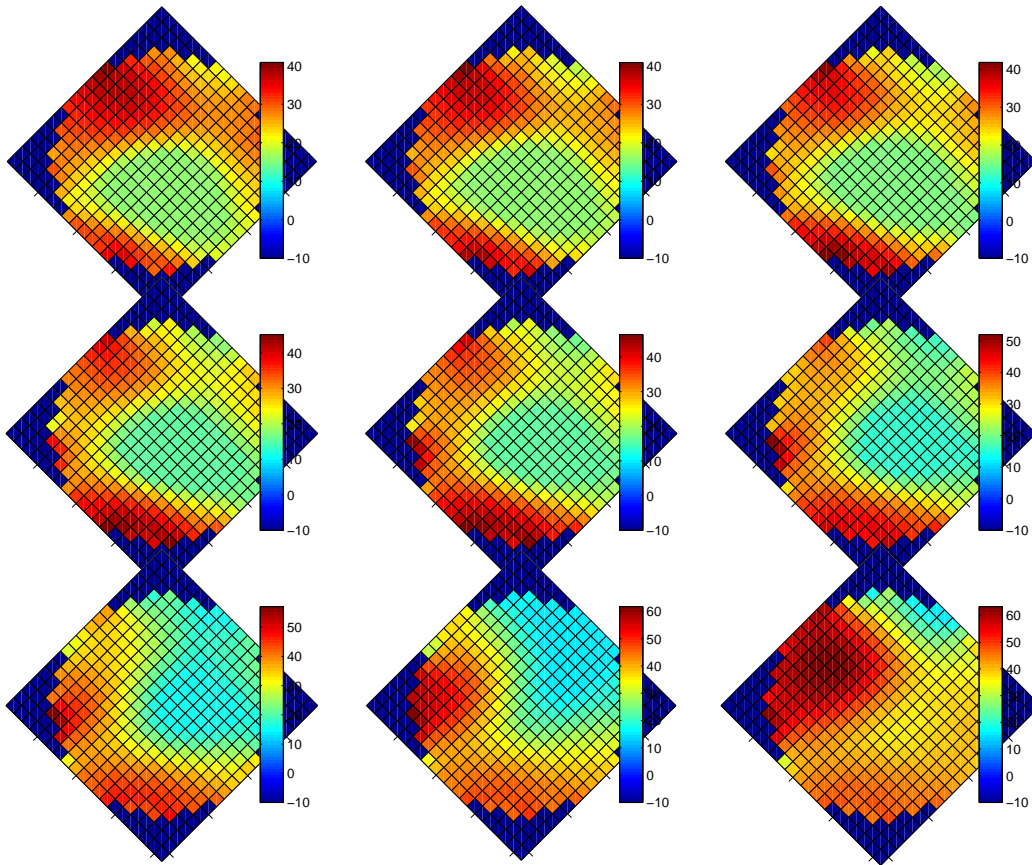


Figura C.13: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°13 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

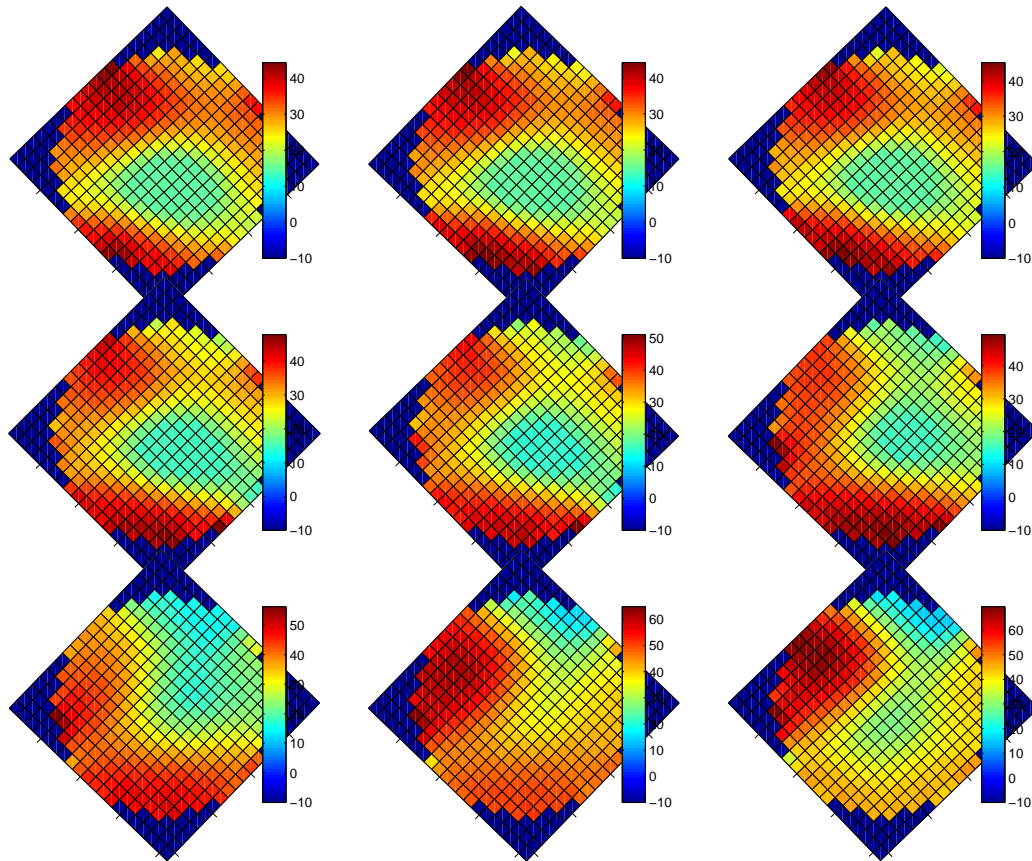


Figura C.14: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°14 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

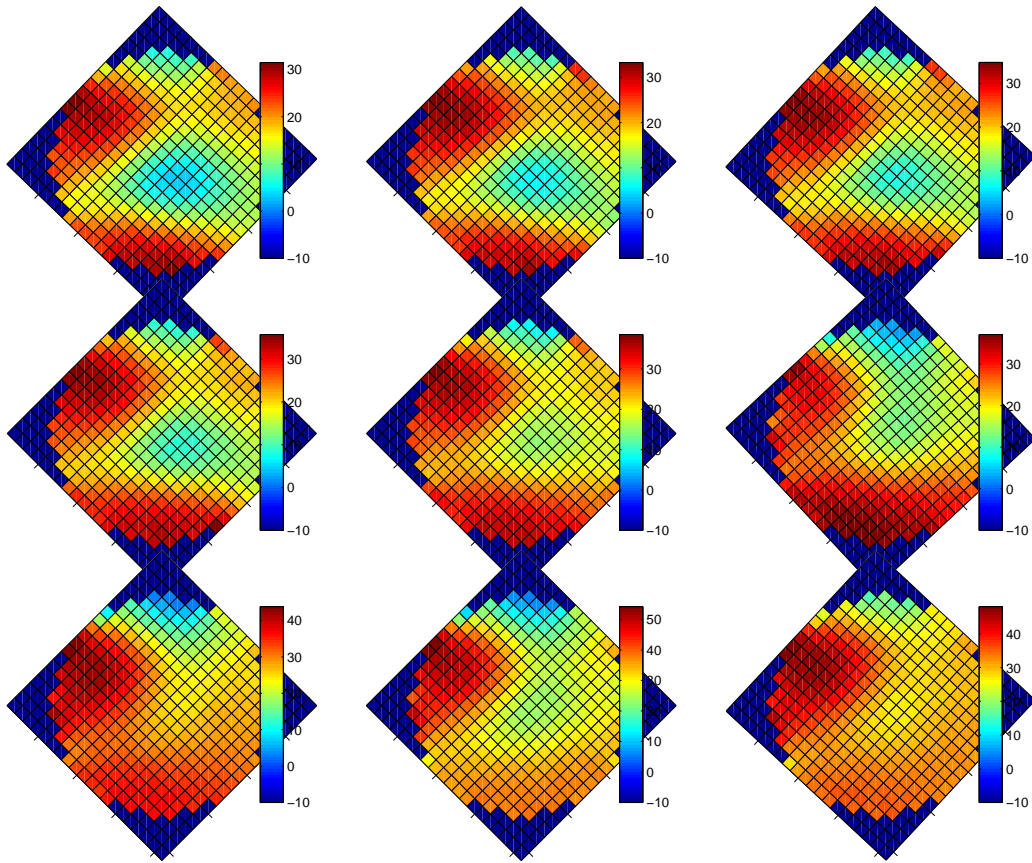


Figura C.15: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°15 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

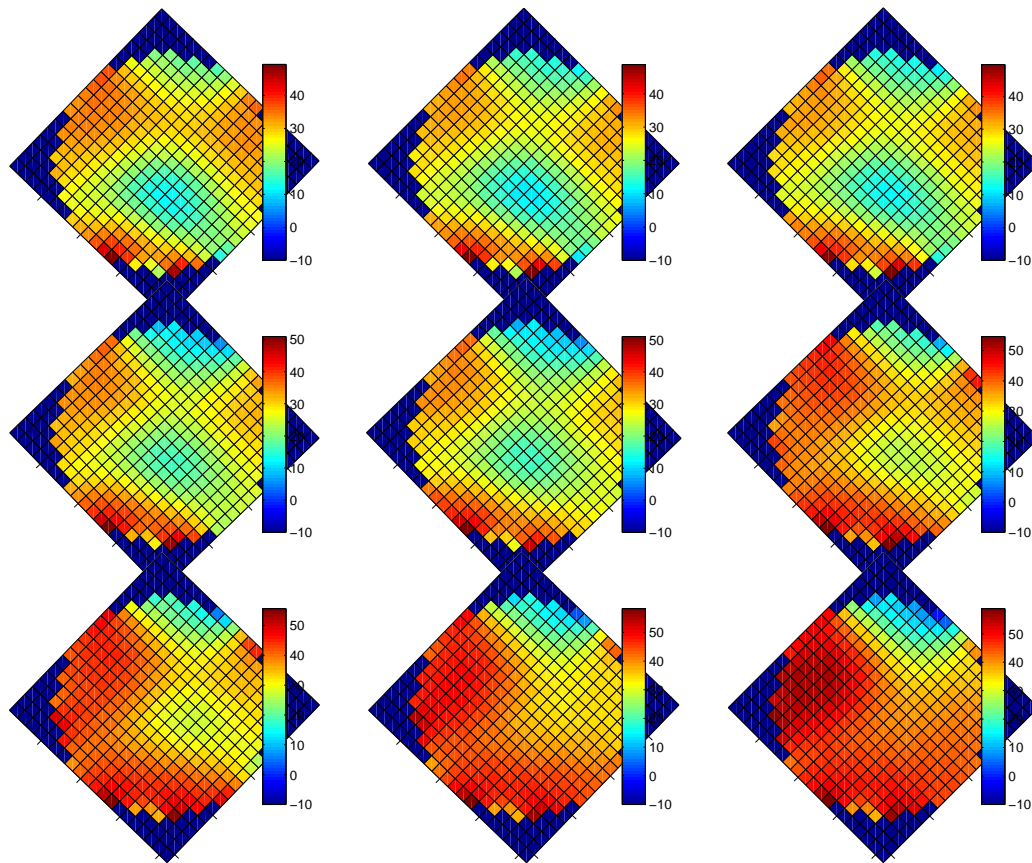


Figura C.16: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°16 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

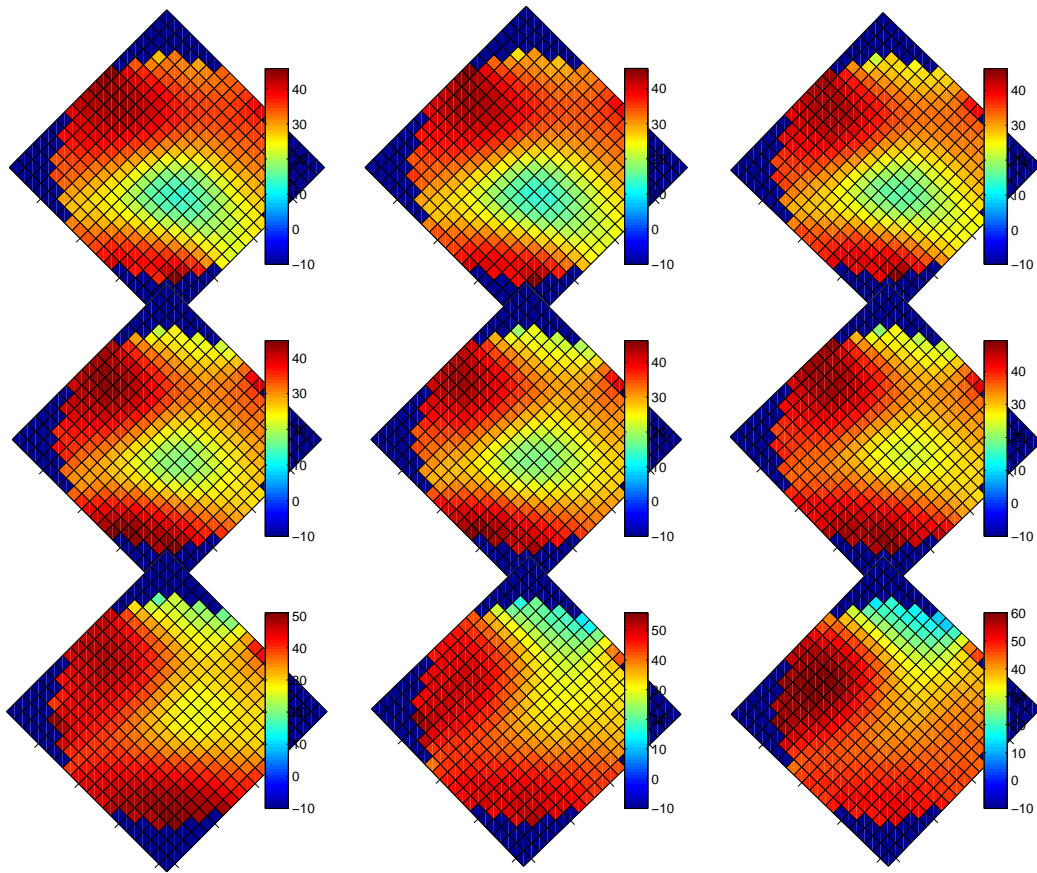


Figura C.17: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°17 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

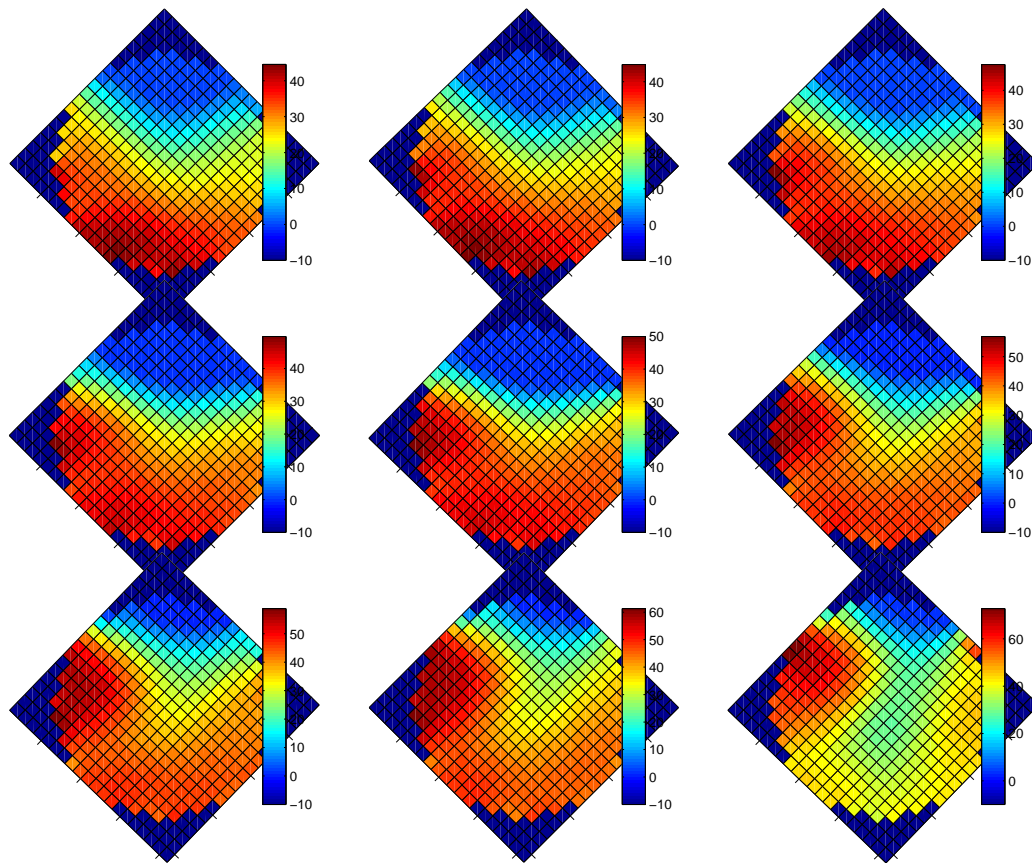


Figura C.18: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°18 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

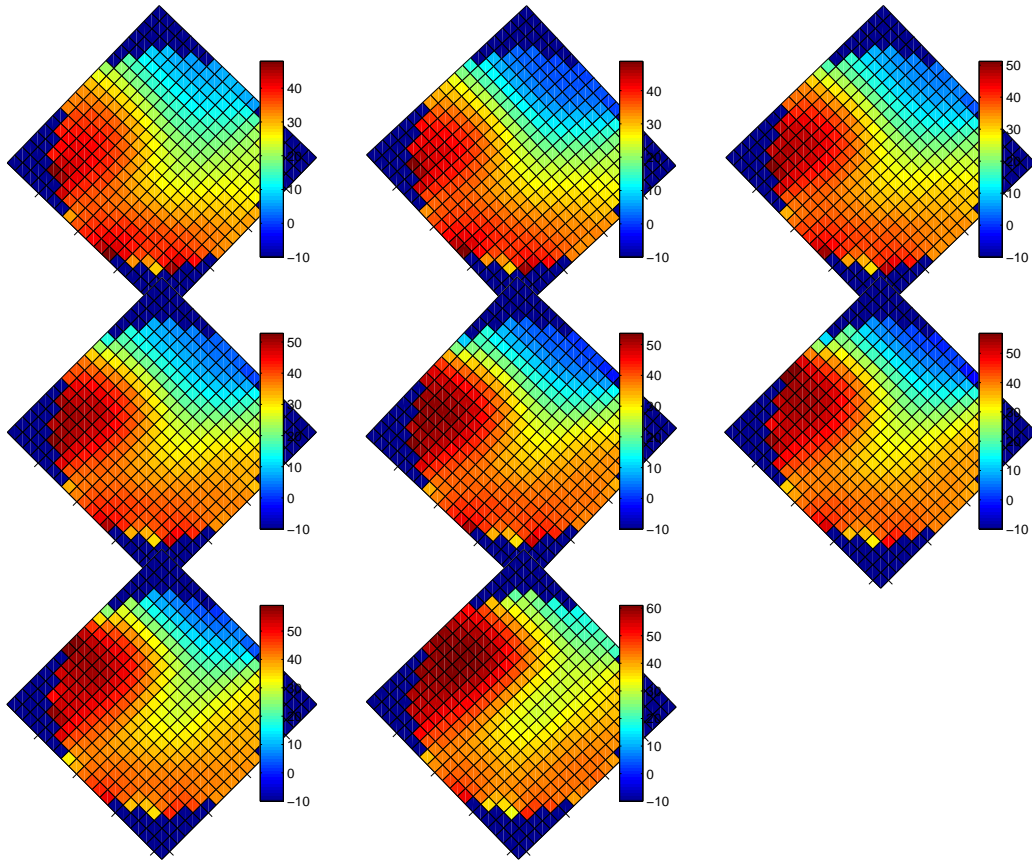


Figura C.19: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°19 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

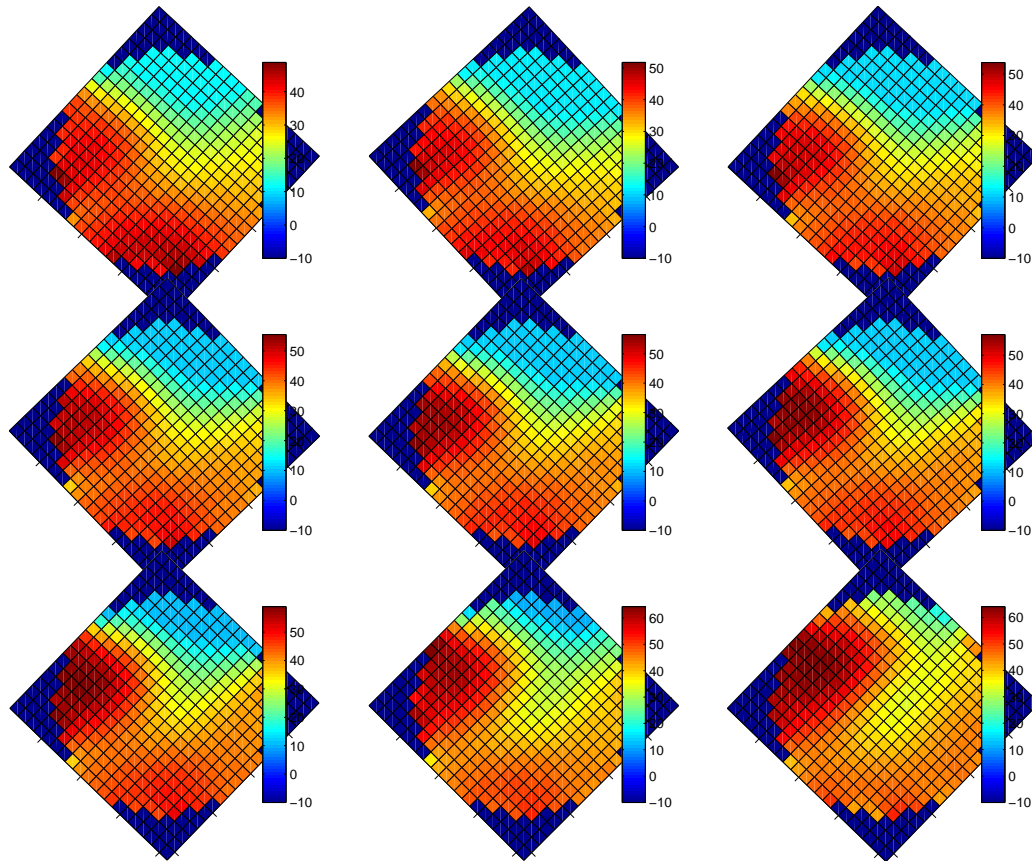


Figura C.20: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°20 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

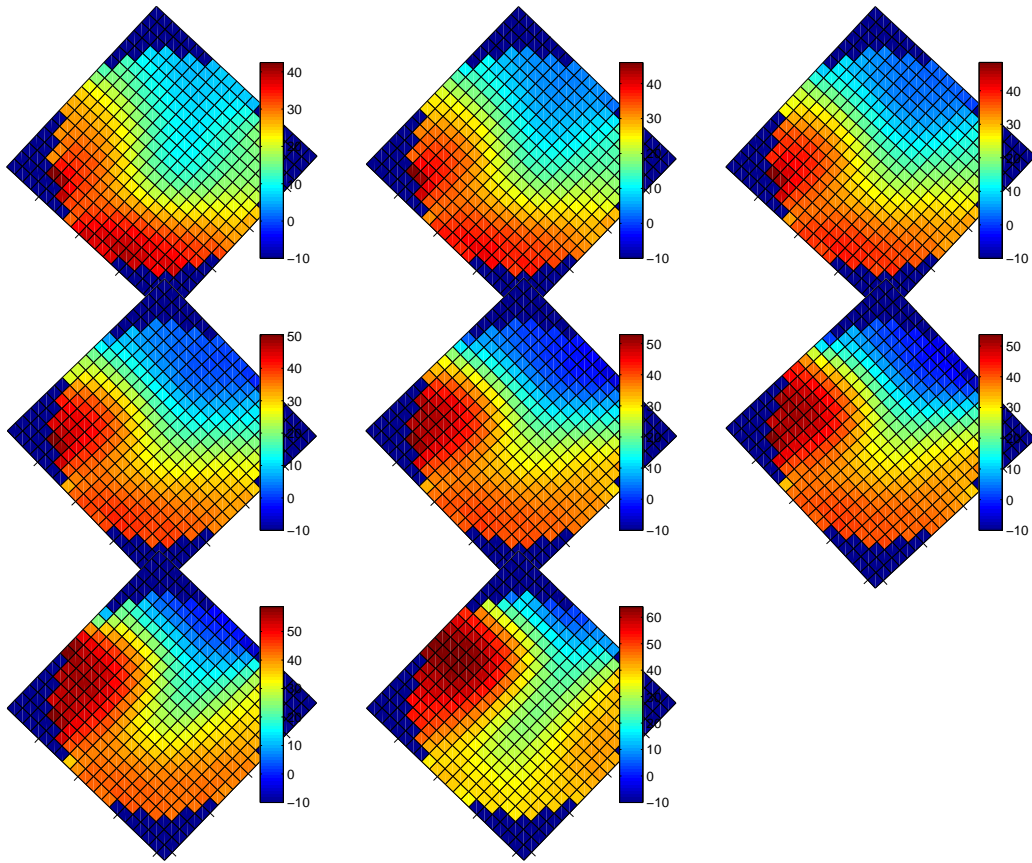


Figura C.21: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°21 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

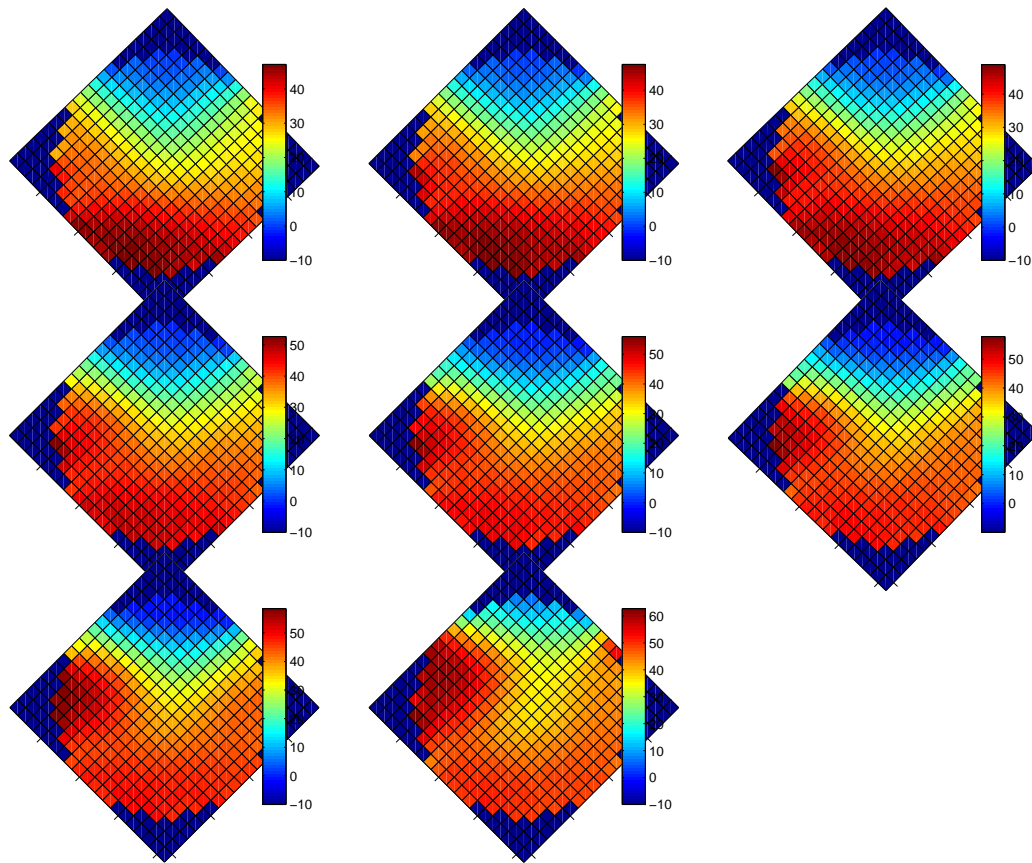


Figura C.22: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°22 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

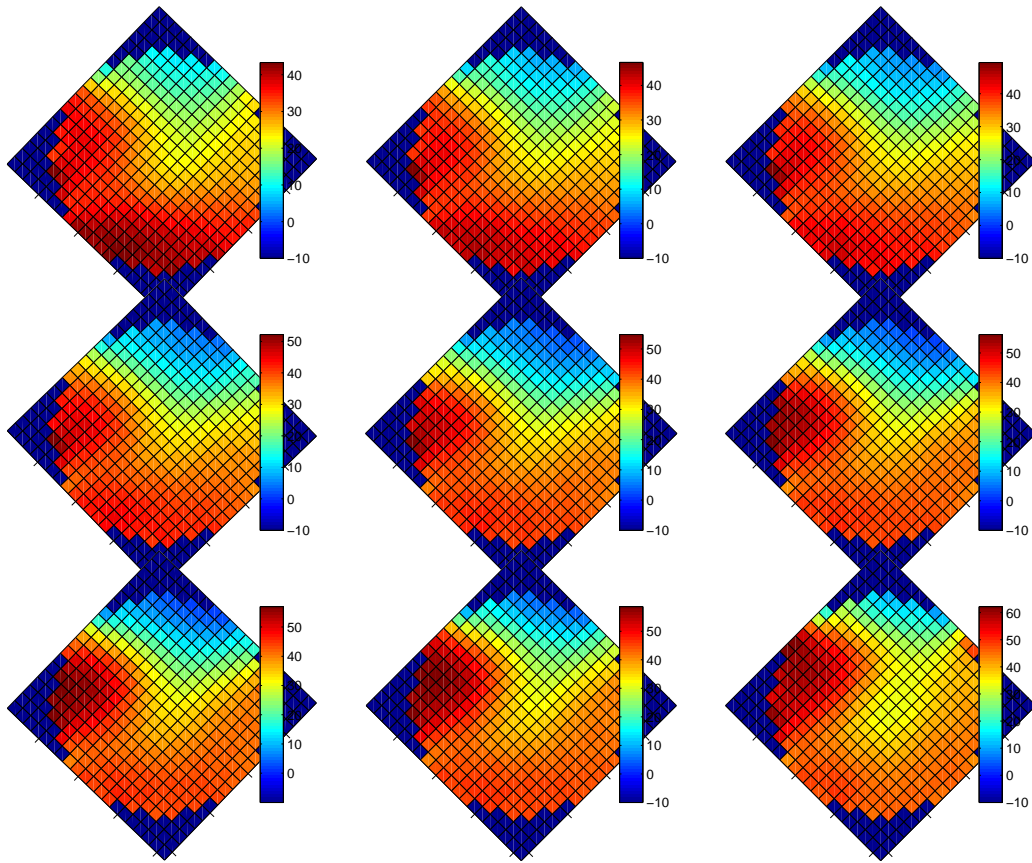


Figura C.23: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°23 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

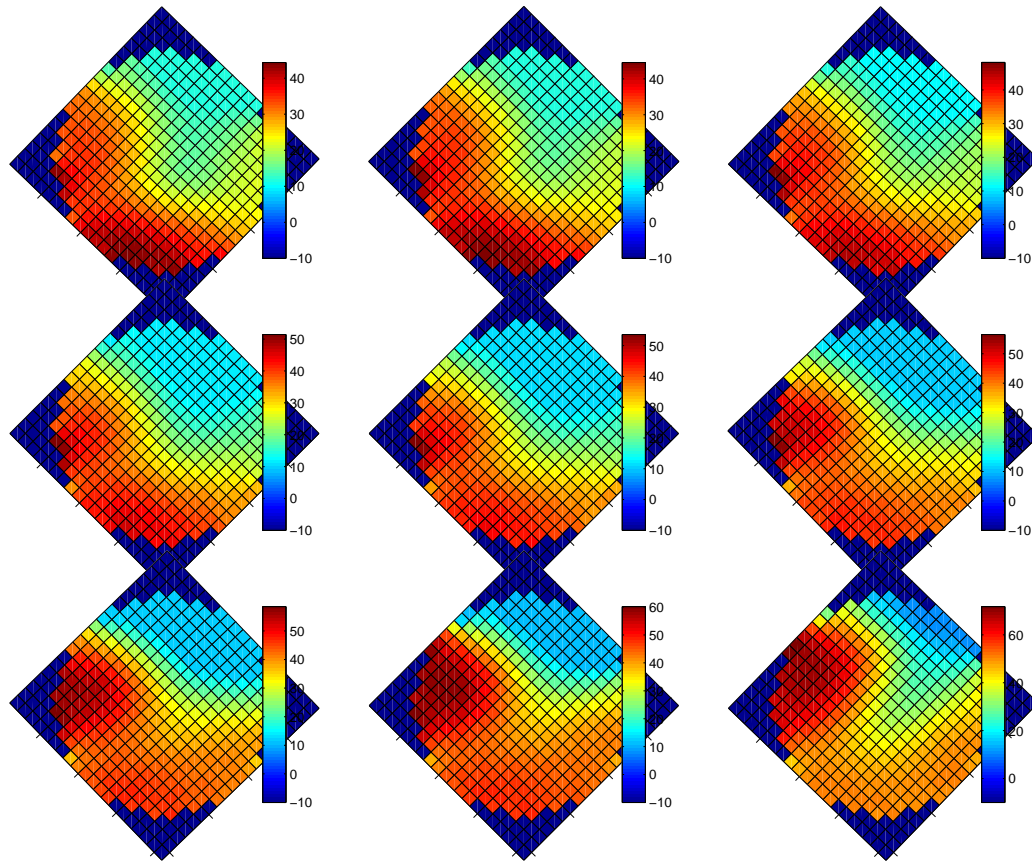


Figura C.24: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°24 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

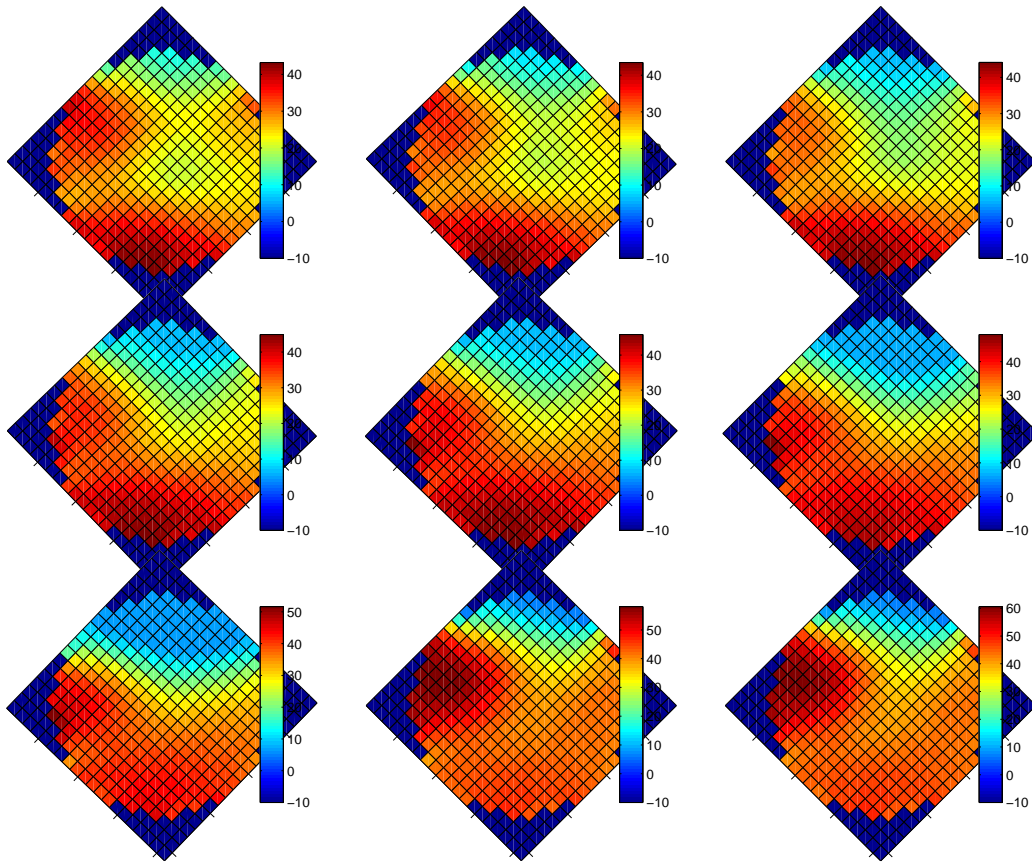


Figura C.25: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°25 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.

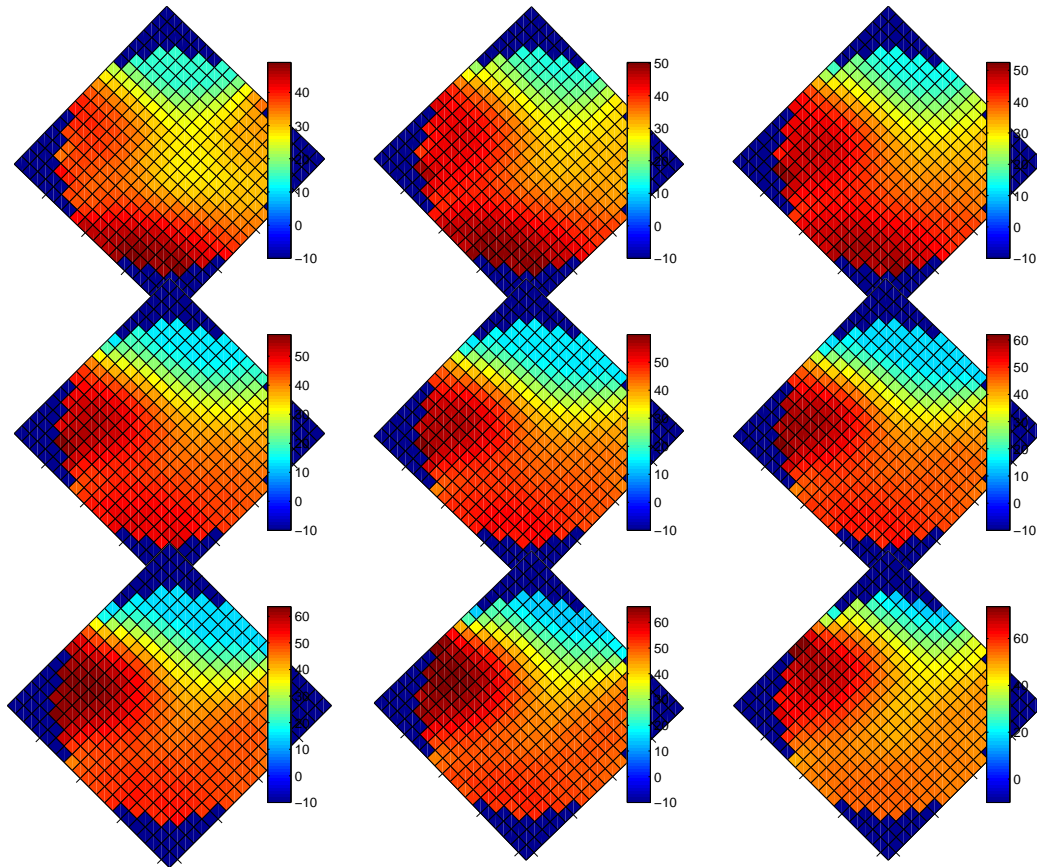


Figura C.26: Imágen Tomográfica de distribución de concentración en la sección transversal de la tubería para Mezcla N°26 para los caudales Q1 a Q9. La posición del perfil asociado a cada caudal es Q1(1,1), Q2(1,2), Q3(1,3), Q4(2,1), Q5(2,2), Q6(2,3), Q7(3,1), Q8(3,2), Q9(3,3). El valor -10 de concentración es simplemente para diferenciar los bordes de la imagen tomográfica.