UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

REGULACIÓN EN PRECIOS E INVERSIÓN BAJO INFORMACIÓN ASIMÉTRICA

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN ECONOMÍA APLICADA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

NICOLÁS INOSTROZA PADILLA

PROFESOR GUÍA:
LEONARDO BASSO SOTZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
JUAN ESCOBAR CASTRO
NICOLÁS FIGUEROA GONZÁLEZ

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por beca CONICYT

SANTIAGO DE CHILE
2015

Resumen

Se estudia un modelo de regulación de monopolios, donde la firma es neutral al riesgo, posee información privada con respecto a la curva de demanda y puede realizar inversiones para reducir su costo marginal. El regulador puede escoger un menú de precios e inversión, junto con poder realizar transferencias desde los consumidores hacia la empresa. Cuando el monopolio evidencia retornos decrecientes a escala en la producción, el planificador puede delegar la decisión de inversión hacia la firma y alcanzar el óptimo social. En presencia de una función de costos con retornos crecientes a escala y contractibilidad de la inversión, la delegación no resulta ser eficiente y deberá ser escogida por el regulador. Se muestra que en este caso, políticas tipo *bunching* no son deseables ni en precios ni en inversión. En particular se concluye que políticas del tipo *tasa-de-retorno*, pueden ser mejoradas ofreciendo menús de tasas de retornos sobre la inversión. Se analiza, además, el caso donde el regulador decide implementar una estructura de precios máximos. Se caracteriza el nivel de inversión y transferencias socialmente óptimas y se muestra que la delegación del nivel de inversión no es deseable. Dado que en este contexto se trabaja con más de un instrumento (precios y transferencias) las restricciones de Compatibilidad de Incentivos Locales no son suficientes para asegurar que el mecanismo encontrado satisface la restricción globalmente. Se demuestra que todos los mecanismos utilizados satisfacen la restricción de Compatibilidad de Incentivos de forma global.

Cuando la inversión no es contractible, como es el caso de *promover el esfuerzo gerencial* o *optimizar la operación*, la mejor política implementable consiste en escoger precios constantes, independientes a la revelación de la firma, y un nivel de transferencias que induzcan al monopolio a querer participar incluso en casos críticos. El resultado anterior sirve para respaldar la idea de utilizar políticas tipo *price caps*. En la práctica, utilización de este tipo de políticas no llevan asociados niveles de transferencias y por lo tanto el precio escogido debe ser suficientemente alto de manera de asegurar la participación por parte de la firma. Se sugiere que agregar esquemas de transferencias inducen mejores niveles de Bienestar Social, por cuanto permiten escoger niveles de precios menores, los que inducen mayores cantidades demandadas y consecuentemente promueven la inversión.

Para mi padre.

Índice general

Índice de figuras

1 Introducción

Durante las últimas décadas se ha observado una divergencia importante entre teoría y práctica referente a la regulación de firmas en posición de monopolio. Por el lado de las prácticas en política regulatoria, amplio ha sido el debate con respecto a las ventajas y distorsiones, en términos de incentivos a la inversión, inducidas por los dos métodos más recurrentes en este campo, *price cap* [PC] y *rate of return* [ROR]. No obstante lo anterior, llama la atención que hasta el día de hoy no existan estudios teóricos de regulación óptima que analicen cómo debería diseñarse una política que induzca el plan que querría implementar un Planificador que toma en cuenta no solo el nivel de precios escogidos por la firma sino también los efectos inducidos sobre el nivel de inversión, en función de maximizar el Bienestar Social.

La pregunta anterior es de gran relevancia por cuanto hace alusión directa al problema emblemático en Economía de proveer bienes y servicios básicos en situaciones donde el mercado tiende a revelarse incapaz de hacerlo de manera eficiente y donde resulta óptimo que sea una única empresa la que se haga cargo de satisfacer la demanda, léase una situación de Monopolio Natural. Los problemas asociados a éste tipo de configuraciones, sin embargo, no son despreciables y han sido tema de estudio desde hace por lo menos medio siglo. Milton Friedman, en su contrversial libro escrito en 1962, *Capitalism and Freedom*, escribió:

"*[...] There is unfortunately no good solution for technical monopoly. There is only a choice among three evils: private unregulated monopoly, private monopoly regulated by the state, and government operation. It seems impossible to state as a general proposition that one of these evils is uniformly preferable to another[...]*"

La mayor dificultad asociada a este tipo de situaciones viene dada por los problemas de asimetría de información y la desalineación de incentivos entre el monopolio y el planificador (problemas de agencia). Cuando un regulador posee información completa con respecto al entorno dentro del cual opera un monopolio, no existen razones para delegar la decisión sobre precios o uso de tecnología hacia la firma, por cuanto esta última tenderá a implementar niveles distintos a los preferidos por el Planificador en función de ver aumentar sus utilidades. Por el contrario, cuando la empresa está mejor informada que el regulador ya sea acerca de sus costos o la demanda que enfrenta, puede volverse útil entregar cierta discreción en la elección de precios e inversión hacia la firma, quien utilizando su mayor nivel de información puede escoger niveles que aumenten el Bienestar Social con respecto a lo que podría hacer el planificador mismo dictando precios y niveles de inversión desde su información limitada.

Es justamente en la línea de inducir a la firma a utilizar su información privada en pos de mejorar el Bienestar Social, que la teoría ha encontrado una fructífera línea de investigación. A partir del tabajo seminal de Myerson (81) sobre *Regulación Óptima*, han surgido una serie de trabajos donde la idea principal es la de ofrecer al monopolio un set de menús de precios y transferencias, de manera de inducirlo a escoger aquel contrato más rentable para él y eficiente desde el punto de vista social.

En términos de *Prácticas Regulatorias*, tal y como se comentaba en un comienzo, dos son los enfoques más utilizados en la actualidad: *Price Caps* [PC] y *Rate-of-Return*[ROR]. El primero en ganar notoriedad internacional fue [ROR], el que ha sido ampliamente utilizado en pasíses como Canadá, Japón y Estados Unidos para regular las tarifas cobradas por empresas asociadas a la provisión de servicios básicos (*utilities*). En breve, este método consiste en ajustar los precios que puede cobrar una firma de manera de asegurarle cierta tasa de retorno sobre la inversión realizada. El precio establecido se puede modificar en el corto plazo de manera de mantener la tasa de retorno suficientemente cerca de la tasa objetivo, sobre todo cuando existen cambios sustanciales en las funciones de costo.

Este enfoque ha dado lugar a un número importante de críticas, pues si bien se reconoce como un primer intento en términos de limitar el poder de mercado ejercido por la empresa, termina en muchos casos distorsionando de manera importante los incentivos de la misma hacia la búsqueda de la eficiencia. Los primeros en realizar un análisis formal en cuanto a las ventajas y desventajas de este esquema de regulación fueron Harvey Averch y Leland Johnson, en 1962, quienes sugirieron que el proceso de maximización de profit realizado por un monopolio bajo una política [ROR] falla en minimizar el costo de producción asociado a cualquier nivel de producto. El tamaño de estas ineficiencias podría ser eventualmente bastante grande y la firma en cuestión podría asegurarse una tasa de retorno incluso vendiendo a menos que costo marginal.

Por el lado de los méritos atribuibles a [ROR], se reconoce que este tipo de regulación genera incentivos a la inversión *observable*. Lo anterior, por cuanto al asegurar una tasa de retorno sobre la inversión hundida, el privado pierde preocupación con respecto a una futura expropiación de ésta. No obstante lo anterior, y en la misma línea de Averch-Johnson, el nivel de inversión puede terminar siendo mucho mayor a lo socialmente eficiente.

Es en respuesta a los problemas inducidos por políticas [ROR] que aparece un nuevo esquema de regulación, [PC]. Bajo este enfoque, los precios permitidos son ajustados cada año de acuerdo a la tasa de inflación, más o menos cierta cantidad predeterminada, sin consideraciones de cambios en las utilidades de la firma. En el Reino Unido, por ejemplo, donde este sistema es ampliamente utilizado, las firmas tienen permitido subir los precios de acuerdo a los cambios en el Índice de Precios del Consumidor (RPI) menos cierta cantidad X asociada a las ganancias esperadas en términos de eficiencia operacional. Dentro de las virtudes asociadas a [PC] sobresale el hecho de que efectivamente reorienta los incentivos de las firmas en términos de inducir esfuerzos a optimizar la operación. Esto es, promueve la inversión *no observable* tal como el *esfuerzo gerencial*. Al mismo tiempo, sin embargo, el monopolio pierde incentivos a realizar fuertes inversiones en tecnología o infraestructura, pues a diferencia del caso anterior, el esquema de precios no se ajusta de manera de asegurar a la firma recuperar sus costos hundidos.

A continuación, se muestra una tabla que muestra los distintas enfoques de regulación utilizados en algunos países de la OECD: Cabe destacar que esta idea general, encontrada en

TABLE 1 AVERAGE INFRASTRUCTURE FIRM BETAS, BY COUNTRY, SECTOR, AND TYPE OF REGULATION, 1990–94

	Electricity		Gas		Combined gas and electricity		Water		Telecoms	
Country	Regulation	Beta	Regulation	Beta	Regulation	Beta	Regulation	Beta	Regulation	Beta
Canada	—	—	—	—	ROR	0.25	—	—	ROR	0.31
Japan	ROR	0.43	—	—	—	—	—	—	ROR	0.62
Sweden	—	—	—	—	—	—	—	—	Price cap	0.50
United Kingdom	—	—	Price cap	0.84	—	—	Price cap	0.67	Price cap	0.87
United States	ROR	0.30	ROR	0.20	ROR	0.25	ROR	0.29	Price cap (AT&T)	0.72
									ROR (others)	0.52

— Not available or not applicable.
Note: The betas are asset betas that control for differences in debt-equity ratios between firms. ROR is rate-of-return regulation.
Source: Oxford Economic Research Associates, "Regulatory Structure and Risk: An International Comparison" (London, 1996).

Figura 1.1: Estructura regulatoria según países y sector

la práctica, de utilizar precios máximos únicos, en comparación a la idea de ofrecer menús de contratos, encontró un respaldo teórico a partir del trabajo de Lewis y Sappington (88). En su invesitgación, los autores concluyen que cuando existe incertidumbre por parte del planificador con respecto a la demanda y los costos marginales son decrecientes, la mejor política de regulación consiste en ofrecer un precio único a ser implementado. El análisis realizado por Lewis y Sappington, sin embargo, no se hace cargo de estudiar los incentivos inducidos por la política de precios únicos sobre el nivel de inversión que podría realizar la firma. De esta manera, no resulta claro hacia dónde debería dirigirse la búsqueda de políticas regulatorias que logren alinear los incentivos del monopolio con los del planificador en términos de eficiencia en la inversión.

El siguiente trabajo es un esfuerzo en la línea de estudiar políticas de regulación óptima de monopolios tomando en cuenta los niveles de inversión inducidos a partir de éstas. En particular, nos concentramos en el problema de regular un monopolio que posee información privada con respecto a la demanda y que puede escoger el nivel de inversión a realizar en términos de mejorar su tecnología. En el desarrollo del análisis nos concentramos en dos casos importantes: aquel donde la inversión realizada es observable y verificable y aquel dónde no lo es. La razón para hacer lo anterior es justamente la de poder entender de qué manera poder tratar las deficiencias asociadas a los enfoques regulatorios PC y ROR o al menos generar un bechmark por el lado de la teoría.

La exposición comienza centrándonos en el caso de un monopolio que evidencia costos marginales no decrecientes. De la misma manera que en el caso análogo estudiado por Lewis y Sappington (88), donde no se considera el nivel de inversión ejercido por la firma, encontramos que en este contexto sí el posible alcanzar el resultado óptimo en términos sociales. Esto es, utilizando mecanismos directos, dónde el planificador pregunta directamente por el nivel de demanda que observa la firma, el monopolio finalmente resuelve, por una parte, que es rentable para él revelar verdaderamente su información y, por otro lado, termina escogiendo un esquemas de precios que igualan el costo marginal y el nivel de inversión óptima socialmente. Lo novedoso del resultado anterior, es que es robusto incluso en aquellos casos donde el nivel de inversión no es observable por el *regulador*. La forma de entender el resultado anterior, es completamente análoga a las intuiciones inducidas por el trabajo realizado por Spence (75). En ella, el autor estudia el caso de un monopolio que debe escoger precios y calidad al mismo tiempo. Para poder comparar los niveles escogidos por la firma, con respecto al óptimo social, Spence habla de dos tipos de distorsiones. La primera de ellas ocurre cuando, dado un precio fijo p_0, los niveles de calidad que ejerce el monopolio son distintos a los que escogería el regulador. El segundo tipo de distorsión corresponde simplemente a las diferencias entre los precios escogidos entre firma y planificador. El autor muestra que cuando el nivel de calidad del producto no tiene efectos directos en la demanda (En rigor, cuando la calidad no afecta la pendiente de la curva de demanda), entonces, el primer tipo de distorsión deja de existir. La extrapolación a nuestros resultados es trivial: Dado que la inversión de la firma solo afecta la tecnología que utiliza y no afecta de manera directa la demanda, no existe luego distorsión entre los niveles de inversión que querría escoger un monopolio con los que escogería un regulador para un nivel de precios fijos.

A continuación procedemos a estudiar el caso más interesante en términos prácticos que corresponde al de un monopolio con costos marginales decrecientes. En presencia de tecnologías de este tipo, aparecen distorsiones claras entre los objetivos que tiene la firma y aquellos del planificador. Para entender lo anterior obsérvese que a medida que la demanda aumenta, el regulador tiene incentivos a reducir el precio a cobrar de manera de converger a costo marginal. Por otro lado, y si el monopolio pudiera escoger arbitrariamente el precio que desea establecer, escogería precios crecientes en el tamaño de la demanda. Es el conflicto anterior entre monopolio y planificador, el que induce el resultado encontrado por [LS] de escoger políticas de precios fijos.

En nuestro caso, donde el nivel de inversión sí es tomado en cuenta, encontramos una divergencia importante en función de la observabilidad del nivel de inversión. Cuando el regulador es capaz de escribir contratos que incorporen el nivel de inversión (inversión observable y verificable), mostramos que políticas regulatorias de tipo *bunching* no resultan eficientes. Para llegar a la conclusión anterior es necesario entender una serie de resultados intermedios, los cuales tienen interés por sí mismos. Para comenzar, se estudia el nivel de inversión socialmente óptima condicional a mantener una estructura de precio único (*bunching*). Pese a que en este contexto sigue siendo válida la intuición mencionada anteriormente, donde se explicaba que planificador y monopolio tienen incentivos a escoger el mismo nivel de inversión para precios fijos, ocurre en este caso que el esquema de transferencias que inducen participación independiente del nivel de demanda terminan siendo excesivamente alto, de manera que el regulador prefiere distorsionar los niveles de inversión a realizar de manera de no expropiar a los consumidores su excedente de manera tan pronunciada.

Por otro lado, cuando el nivel de inversión es fijo, los resultados de Lewis y Sappington (88), nos aseguran que la políticas de precios a escoger debe ser *bunching*. Finalmente, mostramos que la política de inversión óptima a precios *bunching* puede siempre ser dominada por una política de precios decreciente, al menos por tramos, que sigue respetando la condición de compatibilidad de incentivos para el monopolio. De manera que no puede ser posible que una política óptima consista en establecer niveles de precio o inversión fijo. Más aún, en mercados donde el nivel de inversión observable se vuelva importante (por ejemplo, situaciones donde el nivel de infrestructura construida o tecnología adoptada sea de interés), políticas de precio máximo tales como PC o ROR no deberían ser utilizadas. En su lugar, sería preferible ofrecer un menú de precios, inversión y transferencias de manera de poder aprovechar la información privada que posee la firma. Notar que lo anterior induciría que cada menú estaría asociado a tasas de retorno distintas y no fijas como sucede con esquemas ROR.

Cuando la inversión resulta ser, en cambio, no observable por parte del planificador, encontramos que la política óptima a implementar consiste en un esquema de precio único. El nivel de inversión adoptado por el monopolio, sin embargo, coincide con el nivel socialmente eficiente en términos asignativos. De esta manera, nuestros resultados en este caso terminan siendo consonantes con las ideas antes mencionadas sobre los beneficios asociados a prácticas regulatorias tipo PC, por cuanto, un esquema de precio fijo efectivamente promueve el nivel de inversión eficiente cuando esta no es observable.

2 Revisión Literatura

A partir del trabajo seminal realizado por Myerson(81)[15], sobre regulacón óptima bajo asimetrías de información, numerosos han sido los aportes asociados a encontrar políticas regulatorias eficientes para firmas en posición de monopolio en contextos de información incompleta.

La teoría, en general, se ha centrado en dos clases de problema: aquella donde existen asimetrías de información con respecto a la función de costos del monopolio y aquella donde la información privada de la firma viene por el lado de la demanda. A continuación se revisan algunos de los trabajos más inportante de cada tipo.

Por el lado de modelos que consideren asimetrías de información con respecto a la función de costos, el primer trabajo realizado en esta línea corresponde a Baron & Myerson (82) [4]. En él, los autores asumen una firma con costo marginal constante pero desconocido. La política óptima implementable, en un contexto como éste, difiere del Óptimo Social, por cuanto el regulador debe dejar rentas informacionales a firmas eficientes y distorsiona el nivel de precios que debe cobrar un monopolio con costos marginales mayores, de manera de hacer disminuir las rentas que obtiene un monopolio con bajos costos marginales cuando éste tiene incentivos a revelar verdaderamente su tipo.

En un *setting* idéntico al anterior, pero donde además se incorpora la existencia de costos fijos, Lewis & Sappington (89)[11] muestran que si estos costos son información privada del monopolio, pero se relacionan inversamente con el tamaño de los costos marginales, aparece un problema de *Countervailing Incentives*. Esto es, los incentivos a revelar costos marginales mayores se ve reducido por cuanto ésto inducirá transferencias menores dado que los costos fijos a compensar son menores. Finalmente, muestran que para ciertas realizaciones de los costos marginales (no valores extremos) es posible inducir el óptimo social.

Por su parte, Laffont & Tirole (86) [9] estudian un modelo donde el costo marginal constante realizado por la firma es conocido, pero el nivel de esfuerzo realizado para obtenerlo no lo es. En su trabajo, los autores encuentran que es posible escoger precios de manera de igualar el costo marginal, pero el nivel de costo inducido será mayor al socialmente deseado para la firma de esfuerzo costoso. Además, será necesario realizar transferencias de manera que la firma dotada de esfuerzo barato obtenga rentas y decida revelar su información.

Por el lado de modelos que incorporan información privada en demanda, el trabajo más conocido corresponde al realizado por a Lewis & Sappington (88)[10]. En é, se muestra que cuando un monopolio posee una tecnología con retornos decrecientes a escala, el óptimo social es alcanzable via mecanismos directos que induzcan a revelar verdaderamente la información. Por el contraio, cuando los costos marginales resultan ser decrecientes, los autores muestran que la mejor política implementable corresponde a una de *bunching* en precios. El resultado anterior proviene del conflicto entre los objetivos del planificador quien desea implementar un esquema de precios decrecientes en la intensividad de la demanda y las restricciones de compatibilidad de incentivos de la firma que lo obligan a escoger una política de precios crecientes.

Lewis & Sappington (92)[12], en un siguiente trabajo, asumen un modelo similar al anterior, donde ahora la firma debe decidir el nivel de calidad del producto a realizar y ésta es contractible. Los autores encuentran que en presencia de costos marginales crecientes, el mecanismo óptimo implementable logra alcanzar el óptimo social y en cierto sentido generalizan parte del resultado encontrado en su paper anterior [10].

Finalmente, es importante mencionar que la naturaleza del problema que se plantea en este trabajo induce trabajar con mecanismos multi-instrumentos. Esto es, el planificador además de escoger precios y transferencias, debe tomar decisiones de inversión. En presencia de mecanismos como éste, las caracterizaciones usuales de los problemas generan problemas, por cuanto ya no es necesariamente cierto que restricciones de compatibilidad de incentivos locales sean globalmente satisfechas. Matthews & Moore (87) [14] encuentran condiciones necesarias para que un mecenismo localmente compatible en incentivos cumpla además las restricciones de manera global.

3 Modelo

Se intenta resolver el problema que enfrenta un planificador que desea regular a un monopolista que actúa en un marco de información incompleta. El monopolio es neutral al riesgo, posee información privada con respecto a la demanda y cuenta con la posibilidad de invertir en tecnología para bajar sus costos marginales. Se estudian los casos donde esta inversión es contractible (observable y verificable) y cuando no lo es. El primer caso puede pensarse como un monopolio que invierte en infraestructura o en la adopción de nuevas tecnologías. El segundo caso, en cambio, hace alusión a inversiones que no son visibles para el regulador como, por ejemplo, promover el esfuerzo gerencial. Para modelar información asimétrica en la demanda, se asume que las cantidades que demandan los consumidores dependen del precio p escogido por la firma y de un parámetro θ que es conocido solo por el monopolista, pero que tiene distribución conocida $F(\cdot)$.

$$Q = Q(p, \theta),\ \theta \in [\theta^-, \theta^+]$$

$$\theta \sim F[\theta^-, \theta^+]$$

Supuesto 3.1

$$Q_\theta(p, \theta) > 0\ \ (\forall (p, \theta)) \tag{3.1}$$

En este sentido, θ representa una medida de lo intensiva que es la demanda. En una primera etapa, no se realizan supuestos adicionales con respecto a la forma en que θ afecta la curva de demanda. En la Sección 3.3, se realiza la simplificación de que θ induce cambios paralelos de la función de demanda, en función de facilitar los cálculos.

El regulador intentará maximizar una suma ponderada entre el *Excedente de los Consumidores* y el *Profit* del monopolio, ofreciéndole a este último un *menú* de precios, inversiones y transferencias, dependiendo del parámetro θ que decida revelar. La función de costos de la firma depende de las cantidades producidas y de la inversión realizada:

$$C = C(Q, I)$$

Se toman los siguientes supuestos naturales con respecto a la forma funcional de los costos $C(\cdot, \cdot)$:

Supuesto 3.2

$$C_I(Q, I), C_{QI}(Q, I) \leq 0\ \forall (Q, I) \tag{3.2}$$

$$C_{II}(Q, I), C_{QII}(Q, I \geq 0\ \forall (Q, I) \tag{3.3}$$

Esto es, que los costos y costos marginales no crecen con la Inversión y que la reducción en costos y costo marginal, al aumentar la Inversión, ocurre a tasas decrecientes.

Por último, y de manera que el problema no induzca una solución donde no ocurren transacciones, asumimos que se tiene la propiedad siguiente:

Supuesto 3.3

$$1 - C_{QQ}(Q, I)Q_p(p, \theta) > 0 \; \forall (Q, I, p, \theta) \tag{3.4}$$

Es decir, que la pendiente de la función de demanda inversa es más pronunciada que la de los costos marginales y por lo tanto es socialmente eficiente que ocurran transacciones.

Como se comentaba en un principio, el planificador intenta maximizar el *Bienestar Social*, definido como una suma ponderada del *Excedente de los Consumidores* y el *Profit* de la firma.

$$SW \equiv CS + \alpha\pi \text{ con } \alpha \in [0, 1)$$

La razón por la cual se decide excluir explícitamente el caso donde $\alpha = 1$ es pues en este contexto se permitirá que el regulador utilice transferencias directas desde los consumidores hacia la firma. Cuando $\alpha < 1$, estas transferencias sí resultan importantes en términos sociales, por cuanto en el saldo hacen disminuir el *Excedente Total*.

Realizamos las siguientes definiciones que nos serán utiles para poder caracterizar la forma en que se aborda el problema:

Definición 3.4 *Un Mecanismo de Revelación Directo consiste en un mapping* $\boldsymbol{x} : \Theta \to \mathbb{R}^2_+ \times \mathbb{R}$ *de la forma* $\boldsymbol{x}(\theta) = (p(\theta), I(\theta), T(\theta))$ *para cualquier* $\theta \in \Theta$*. El regulador ofrece trasnferencias* $T(\hat{\theta})$ *y escoge los niveles de precio e inversión* $p(\hat{\theta})$ *y* $I(\hat{\theta})$*, cuando la firma revela observar* $\hat{\theta} \in \Theta$

De esta manera, el planificador pregunta directamente por el parámetro desconocido al monopolio y escoge un esquema de precios, inversión y tranferencia, $(p(\theta), I(\theta), T(\theta))_{\theta\in\Theta}$, de acuerdo a la información revelada.Nótese que siempre se puede pensar en *mecanismos* más complejos que el descrito anteriormente. En efecto, defínase M como el espacio de mensajes ofrecidos al monopolio en un *mecanismo* general. El mensaje puede ser tan complejo como se quiera. Condicional en haber recibido un mensaje m por parte de la firma, el planificador escoge el precio $\hat{p}(m)$ y la inversión $\hat{I}(m)$ y provee transferencias $\hat{T}(m)$.

Definición 3.5 *Un mecanismo consiste en un espacio de mensajes* M *y un mapping* $\hat{\boldsymbol{x}} : M \to \mathbb{R}^2_+ \times \mathbb{R}$ *de la forma* $\hat{\boldsymbol{x}}(m) = (\hat{p}(m), \hat{I}(m), \hat{T}(m))$ *para todo* $m \in M$

Cuando una firma de tipo θ se ve enfrentada un *mecanismo* como éste, decide óptimamente enviar un mensaje $m^\star(\theta)$ definido como:

$$m^\star(\theta) = \underset{m(\theta)}{\text{Argmax}}\, \pi(\hat{p}(m(\theta)), \hat{I}(m(\theta)), \hat{T}(m(\theta)))$$

Por consiguiente, un *mecanismo* $(M, \hat{\mathbf{x}}(\cdot))$ induce una *regla de asignación* asociada a θ,

$\mathbf{a}(\theta) = \hat{p}(m^\star(\theta)), \hat{I}^\star(m(\theta)), \hat{T}^\star(m(\theta)) \in \mathbb{R}^2_+ \times \mathbb{R}$ que corresponde a las decisiones que escogerá el planificador cuando decide utilizar el *mecanismo* $(M, \hat{\mathbf{x}}(\cdot))$ y el monopolio estratégicamente escoge los mensajes que debe enviar.

De acuerdo al conocido *Principio de la Revelación*, sabemos que cualquiera sea la asignación $\mathbf{a}(\theta)$ inducida por un mecanismo $(M, \hat{\mathbf{x}}(\cdot))$, ésta puede ser obtenida utilizando *Mecanismos de Revelación Directos* que induzcan a la firma a decir la verdad con respecto a su tipo θ.

De lo anterior, no hay pérdida de generalidad en concentrarse en *mecanismos directos* de la forma $\mathbf{x}(\theta) = (p(\theta), I(\theta), T(\theta)) \in \mathbb{R}^2_+ \times \mathbb{R}$ mientras estos induzcan a la firma a revelar verdaderamente su información.

En consecuencia, el profit que recibe el monopolista cuando revela su verdadero parámetro θ viene dado por:

$$\pi(p(\theta), I(\theta), T(\theta), \theta) = p(\theta)Q(p(\theta), \theta) - C(Q(p(\theta), \theta), I(\theta)) - I(\theta) + T(\theta) \tag{3.5}$$

Mientras que en el caso que decidiese reportar un parámetro distinto al verdadero, induciría una función de *Profit* de la forma:

$$\pi(\hat{\theta}|\theta) \equiv p(\hat{\theta})Q(p(\hat{\theta}), \theta) - C(Q(p(\hat{\theta}), \theta), I(\hat{\theta})) - I(\hat{\theta}) + T(\hat{\theta}) \tag{3.6}$$

De esta manera, el problema que debe resolver el planificador puede definirse de la siguiente manera:

Definición 3.6 *El problema que resuelve el regulador, que denominaremos como [PR], viene dado por:*

$$\begin{aligned}
\underset{p(\theta),T(\theta),I(\theta)}{Max} \quad & SW = \int_{\theta^-}^{\theta^+} [S(Q(p(\theta), \theta)) - T(\theta) + \alpha\pi(p(\theta), I(\theta), T(\theta), \theta)]dF(\theta) \\
\textit{subject to} \quad & \pi(\theta|\theta) = \underset{\hat{\theta}}{Max}\ \pi(\hat{\theta}|\theta) \\
& \pi(\theta|\theta) \geq 0,\ \theta \in [\theta^-, \theta^+]
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Esto es, el planificador maximiza el *Excedente Total Esperado*, sujeto a la restricción de que el monopolio vea como rentable la alternativa de revelar verdaderamente su información (*Compatibilidad de Incentivos*) y que cuando lo haga, induzca un nivel de *Profit* mayor que 0 y por lo tanto tenga incentivos a realmente participar del mecanismo (*Participación Voluntaria*).

En sección siguiente, caracterizamos la solución óptima a [PR] cuando se levanta la restricción de *Compatibilidad de Incentivos*. Esto es, la mejor política posible en un mundo donde no existen asimetrías de información.

3.1. Política First Best

En el siguiente apartado definimos la solución que elegiría un regulador en el caso de tener información completa con respecto a la función de demanda y la capacidad de hacer respetar el nivel de inversión escogido para la firma.

Definición 3.7 *Denominaremos como política First Best [FB], a la solución del problema de maximización punto a punto del Bienestar Social sujeto a la condición de Participación Voluntaria:*

$$\begin{array}{ll} \underset{p(\theta),T(\theta),I(\theta)}{Max} & SW^{\theta} \equiv S(Q(p(\theta),\theta)) - T(\theta) + \alpha\pi(p(\theta),I(\theta),T(\theta),\theta) \\ \textit{subject to} & \textit{(IR)}\ \pi(\theta|\theta) \geq 0,\ \theta \in [\theta^-,\theta^+] \end{array} \tag{3.8}$$

La definición anterior nos ayudará en lo sucesivo, por cuanto corresponde a un punto de comparación para el análisis de las distintas políticas inducidas por la regulación escogida por el planificador en contextos donde exitan asimetrías de información. El siguiente lema caracteriza la solución a [FB]. Se muestra, en particular, que cuando se cumplen ciertas condiciones de concavidad de la función de *Profit*, se alcanza una única solución interior que satisface las condicones estándar en contextos de competencia perfecta. Esto es, la firma escoge precios e inversión de forma de igualar su beneficio marginal contra su costo marginal. Las transferencias, finalmente, inducen que que el *Profit* de la firma se anule en el óptimo.

Lema 3.8 *La política definida por:*

$$\begin{array}{l} p^*(\theta) = C_Q(Q(p^*(\theta),\theta),I^*(\theta)) \\ T^*(\theta) = C(Q(p^*(\theta),\theta),I^*(\theta)) + I^*(\theta) - p^*(\theta)Q(p^*(\theta),\theta) \\ I^*(\theta) : -C_I(Q(p^*(\theta),\theta),I^*(\theta)) = 1 \end{array} \tag{3.9}$$

$$(\forall\alpha \in [0,1))\,(\forall\theta \in [\theta^-,\theta^+])$$

Corresponde a la política «First Best» cuando se verifica:

$$1 - \frac{(C_{QQ}C_{II} - C_{QI}^2)}{C_{II}}Q_p > 0 \tag{3.10}$$

Demostración. Es fácil ver que $(p^*(\theta), I^*(\theta), T^*(\theta))$ resuelven las Condiciones de Primer Orden del *problema del regulador*.

Ahora bien, para asegurarnos de que se trata efectivamente de un máximo, se deben verificar las Condiciones de Segundo Orden. En este caso, necesitamos verificar que el *Hessiano* de la función de objetivo evaluada en el óptimo corresponde a una *matriz definida negativa.*

En efecto, veamos que:

$$H(SW^{\theta})(p^*(\theta),I^*(\theta),T^*(\theta)) = \begin{pmatrix} Q_p(1 - C_{QQ}Q_p) & -C_{QI}Q_p \\ -C_{QI}Q_p & -C_{II} \end{pmatrix}$$

Luego, para que la *matriz hessiana* sea *definida negativa* debe ocurrir que el primer preferente superior es negativo y el segundo positivo. Esto es:

$$Q_p(1 - C_{QQ}Q_p) < 0$$

$$Q_p(1 - C_{QQ}Q_p) * (-C_{II}) - C_{QI}^2 Q_p^2 > 0$$

La primera condición se tiene trivialmente de los supuestos realizados sobre $Q(p, \theta)$ y $C(Q, I)$. La segunda condición, en cambio, puede reescribirse como:

$$1 - \frac{(C_{QQ}C_{II} - C_{QI}^2)}{C_{II}} Q_p > 0$$

Lo que prueba el Lema. □

En adelante, asumiremos que estamos trabajando con funciones de costos como la asumida en el lema 3.8.

Corolario 3.9 *La política [FB] es válida para cualquier función de costos convexa. Lo anterior, se desprende del hecho que cualquier función convexa debe cumplir:*

$$C_{QQ}C_{II} - C_{QI}^2 \geq 0$$

Luego, es fácil verificar que se tiene:

$$(C_{QQ}C_{II} - C_{QI}^2)Q_p^2 > C_{II}Q_p$$

Aplicando el lema 3.8 se prueba la observación.

Corolario 3.10 *La política de precios $p^*(\theta)$ asociada a [FB], será decreciente en θ cuando los costos marginales sean decrecientes.*

Para ver lo anterior, basta tomar derivadas en las Condiciones de Primer Orden que definen la política [FB]. Se encuentra que:

$$\frac{dp}{d\theta} = \frac{Q_\theta(\frac{C_{QQ}C_{II} - C_{QI}^2}{C_{II}})}{1 - (\frac{C_{QQ}C_{II} - C_{QI}^2}{C_{II}})Q_p} \tag{3.11}$$

Luego, a partir del lema 3.8, se sabe que el denominador del RHS debe ser estrictamente positivo, mientras que el numerador es negativo de acuerdo a los supuestos 3.1, 3.2.

Nótese que cuando los Costos Marginales son crecientes (ie, $C_{QQ} > 0$), el signo de $p'(\theta)$ no está necesariamente definido. En presencia de una función de Costos convexas, es claro que $p'(\theta) > 0$, por cuanto se debe tener que $C_{QQ}C_{II} - C_{QI}^2 > 0$ lo que asegura el resultado. Sin embargo, es posible que la última inecuación se revierta, en cuyo caso la política óptima de precios queda decreciente en θ.

3.2. Costos Marginales No Decrecientes

A continuación se muestra que la política [FB] es implementable en presencia información incompleta y *hidden action*, cuando los Costos Marginales no decrecen con el nivel de producto de la firma. El resultado anterior resulta ser independiente de la verificabilidad del nivel de inversión realizado por el monopolista. La intuición del resultado anterior es análoga al resultado encontrado por [Spence, 75]. En este trabajo, el autor estudia el caso de un monopolio que debe escoger precios y calidad al mismo tiempo. Para poder comparar los niveles escogidos por la firma, con respecto al óptimo social, Spence habla de dos tipos de distorsiones. La primera de ellas ocurre cuando, dado un precio fijo p_0, los niveles de calidad que establece el monopolio son distintos a los que escogería el regulador. El segundo tipo de distorsión corresponde simplemente a las diferencias entre los precios escogidos entre firma y planificador. El autor muestra que cuando la calidad del producto no tiene efectos directos en la curva de demanda, entonces, el primer tipo de distorsión deja de existir. La extrapolación a nuestros resultados es trivial: Dado que la inversión de la firma sólo afecta la tecnología que utiliza y no afecta de manera directa la demanda, no existe distorsión entre los niveles de inversión que querría escoger un monopolio con los que escogería un regulador para un nivel de precios fijos.

Proposición 3.11 *La política [FB] es implementable cuando se evidencian costos marginales crecientes y el nivel de inversión no es verificable.*

Demostración. Definamos:

$$\bar{I}(\theta, \hat{\theta}) : 1 + C_I(Q(p(\theta), \theta), \bar{I}(\theta, \hat{\theta})) = 0 \tag{3.12}$$

como el nivel de inversión que escogería el monopolio, cuando se ha establecido la política de precios $p(\cdot)$ y ha decidido reportar un valor $\hat{\theta}$. Obsérvese que si el monopolista decide revelar verdaderamente su tipo, $\bar{I}(\theta, \hat{\theta} = \theta)$ corresponde exactamente al nivel de inversión que el regulador escogería si éste fuera verificable.

Definimos la siguiente política como el candidato natural a resolver el problema del regulador para el caso de inversión no verificable:

$$\begin{aligned} p^*(\theta) &= C_Q(Q(p^*(\theta), \theta), \bar{I}(\theta, \theta)) \\ T^*(\theta) &= C(Q(p^*(\theta), \theta), \bar{I}(\theta, \theta)) + \bar{I}(\theta, \theta) - p^*(\theta)Q(p^*(\theta), \theta) \end{aligned} \tag{3.13}$$

$$(\forall \alpha \in [0, 1)) \, (\forall \theta \in [\theta^-, \theta^+])$$

Esto es, el regulador escoge precios y transferencias idénticas a las que escogería en un mundo con información completa. La clave para entender la intuición anterior es la siguiente: El planificador adelanta que la firma cuando resulta ser de tipo θ, tendrá eventualmente incentivos a revelar ser de un tipo distinto, $\hat{\theta}$, y por consiguiente realizará un nivel de inversión de acuerdo a $\bar{I}(\theta, \hat{\theta})$. Si resulta ser efectivo que el monopolio tiene interés en revelar verdaderamente su tipo, θ, luego naturalmente escogerá el mismo nivel de inversión que hubiese implementado el regulador si hubiese podido escribir un contrato sobre ella. Vericamos a continuación que es Compatible en Incentivos para el monopolista revelar su verdadero tipo.

En efecto, el profit de la firma cuando observa θ y decide reportar $\hat{\theta}$ viene dado por:

$$\pi(\hat{\theta}|\theta) = p(\hat{\theta})Q(p(\hat{\theta}),\theta) - C(Q(p(\hat{\theta}),\theta),\bar{I}(\theta,\hat{\theta})) - \bar{I}(\theta,\hat{\theta}) + T(\hat{\theta})$$

Es fácil verificar que la Condición de Primer Orden es satisfecha:

$$\pi_{\hat{\theta}}(\theta,\theta) = 0$$

La Condición de Segundo Orden a su vez queda:

$$\pi_{\hat{\theta}\hat{\theta}}(\theta,\theta) = -Q_\theta \left(1 - C_{QQ}(Q(p(\theta),\theta),\bar{I}(\theta,\theta))Q_P(p(\theta),\theta)\right) p'(\theta) - \bar{I}_\theta(\theta,\theta)C_{QI}(Q(p(\theta),\theta),\bar{I}(\theta,\theta))Q_P(p(\theta),\theta)$$

Derivando implícitamente en la definición de $\bar{I}(\hat{\theta},\theta)$ se obtiene:

$$\bar{I}_\theta(\theta,\theta) = -Q_\theta \frac{C_{QI}(Q(p(\hat{\theta}),\theta),\bar{I}(\hat{\theta},\theta))}{C_{II}(Q(p(\hat{\theta}),\theta),\bar{I}(\hat{\theta},\theta))}$$

Finalmente, agrupando términos y relajando la notación, mientras no exista confusión, se obtiene:

$$\pi_{\hat{\theta}\hat{\theta}}(\theta,\theta) = -Q_\theta \left(1 - \left(\frac{C_{QQ}C_{II} - C_{QI}^2}{C_{II}}\right) Q_P\right) < 0$$

Donde la última inecuación se desprende del supuesto 3.9 que asegura que la función de Profit del Monopolio es cóncava en θ. De esta manera, incluso cuando el regulador no puede escoger el nivel de Inversión adecuado, el monopolista termina replicando el plan óptimo cuando los precios y transferencias han sido bien escogidos. Consecuentemente, la política propuesta induce las mismas asignaciones que una política [FB]. □

Corolario 3.12 *Si la Inversión es contractible, la política [FB] también es implementable.*

Un resultado inmediato de la proposición anterior, es que cuando el regulador sí posee la facultad de elegir y hacer respetar el nivel de inversión escogido, la política [FB] resulta ser fácilmente implementable.

Por último, obsérvese que la política de precios en función del parámetro θ podría resultar eventualmente decreciente. Este caso ocurre cuando $C_{QQ} > 0$ y $C_{QQ}C_{II} - C_{QI}^2 < 0$ (ver corolario 3.10). La razón por la cual podría obtenerse un resultado de esta forma, es que una firma que observa una mayor demanda escoge, finalmente, niveles mayores de inversión para reducir su costo marginal. Si el efecto de la inversión reduce de manera importante los costos marginales, entonces los precios que escoge el regulador serán decrecientes en el tamaño de la demanda.

Este último resultado, se aleja de las predicciones hechas por Lewis & Sappington, quienes encontraban que en presencia de costos marginales crecientes, la política óptima de precios resultaba ser estrictamente creciente en la intensividad de la demanda. De ahí la importancia de incorporar al análisis los niveles de inversión a ejecutar por la firma. Nótese que, aunque implícito en la demostración, esta política de precios decrecientes sí logra ser Compatible en Incentivos para la firma.

3.3. Costos Marginales No Crecientes

En el siguiente apartado se estudia el problema que surje cuando los costos marginales son decrecientes. A diferencia del caso anterior, cuando la función de costos marginales es creciente, la contractibilidad del nivel de inversión condiciona fuertemente los resultados. En particular, se verá que en ausencia de esta propiedad, la mejor política factible induce *bunching* en precios (resultado análogo al de [Lewis & Sappington, 88]). En contraposición, cuando las características de la inversión sí permiten escribir un contrato, se muestra que las políticas tipo *bunching* ya sea en precios o en inversión no alcanzan el óptimo factible.

3.3.1. Inversión Contractible

Asumimos que el nivel de inversión que realiza el monopolista es observable y verificable ante la ley, por lo que es posible escribir un contrato sobre él. Demostramos a continuación que la política [FB] no es implementable en este contexto. El resultado anterior será la consecuencia directa de la caracterización de políticas que respeten la *Compatibilidad de Incentivos* (CI).

Lema 3.13 *Para que una política cualquiera* $(p(\theta), I(\theta), T(\theta))$ *sea Compatible en Incentivos, debe satisfacer las siguientes 2 condiciones:*

$$\frac{dp}{d\theta}(Q + pQ_p - C_Q Q_p) - \frac{dI}{d\theta}(1 + C_I) + \frac{dT}{d\theta} = 0 \tag{3.14}$$

$$\frac{dp}{d\theta}(Q_\theta(1 - C_{QQ}Q_p) + Q_{p\theta}(p - C_Q)) - \frac{dI}{d\theta}C_{IQ}Q_\theta \geq 0 \tag{3.15}$$

DEMOSTRACIÓN. El pago que recibe el monopolista cuando observa ser de tipo θ y decide revelar $\hat{\theta}$, se escribe como:

$$\pi(\hat{\theta}, \theta) \equiv p(\hat{\theta})Q(p(\hat{\theta}), \theta) - C(Q(p(\hat{\theta}), \theta), I(\hat{\theta})) - I(\hat{\theta}) + T(\hat{\theta})$$

Luego, para que exista (CI), se debe verificar que[1]:$\forall\theta \in [\theta^+, \theta^-]$

$$\pi_1(\theta, \theta) = 0$$

$$\pi_{11}(\theta, \theta) \leq 0$$

Tomando la *Condición de Primer Orden* y tomando derivadas con respecto a θ se obtiene:

$$\pi_{11}(\theta, \theta) + \pi_{12}(\theta, \theta) = 0$$

De esta manera podemos reescribir la *Condición de Segundo Orden* como sigue:

$$\pi_{12}(\theta, \theta) \geq 0 \ \forall\theta \in [\theta_-, \theta_+] \tag{3.16}$$

Haciendo el álgebra respectiva, el resultado se encuentra directamente. □

[1] Se impone que el contrato satisfaga solamente Compatibilidad de Incentivos Local. En el capítulo 4, se muestra que las soluciones encontradas efectivamente satisfacen las restricciones de Compatibilidad de Incentivos Global

Una conclusión importante aprendida del lema anterior, es que en contextos donde se considera el nivel de inversión escogido por el regulador, las Condiciones de Segundo Orden asociadas a la restricción de Compatibilidad de Incentivos, en adelante (CSO-CI), no imposibilitan la eventualidad de una política de precios decrecientes en θ. Esta lección ya había sido obtenida en el capítulo anterior, donde se mostraba que en aquellos casos donde la política [FB] con costos marginales crecientes inducía un esquema de precios decrecientes, esta última política respetaba la condición de Compatibilidad de Incentivos. La pregunta natural que nos hacemos, entonces, es si ¿es posible que en el caso de costos marginales decrecientes, la política [FB] (que inducirá una estructura de precios decrecientes en θ de acuerdo al corolario 3.10) sea implementable?. Mostramos en el siguiente lema, que esto nunca ocurre.

Lema 3.14 *Cualquier política que imponga $p(\theta) = C_Q(Q(p(\theta), \theta), I(\theta))$ no podrá cumplir la Compatibilidad de Incentivos cuando existen costos marginales decrecientes.*

Demostración. Para mostrar lo anterior, basta ver que cuando la política de precios consiste en igualar el costo marginal, se obtiene:

$$\frac{dp}{d\theta} = \frac{C_{QQ}Q_\theta + C_{QI}\frac{dI}{d\theta}}{1 - C_{QQ}Q_p} \tag{3.17}$$

Evaluando este resultado en la (CSO), se encuentra el resultado:

$$\pi_{12} = C_{QQ}Q_\theta^2 \leq 0 \tag{3.18}$$

□

De esta manera, el hecho de tener costos marginales decrecientes imposibilita poder implementar el precio de competencia perfecta. En particular, obsérvese que la política [FB] no será factible tampoco.

En el caso de Lewis & Sappington, los autores encuentran que en presencia de costos marginales decrecientes, la política óptima socialmente de precios y transferencias es una donde el esquema de precios es *bunching*. La razón detrás del resultado anterior viene del conflicto que existe entre los objetivos del regulador, quien tiene interés en escoger una política de precios decrecientes y la restricción de Compatibilidad de Incentivos, que lo obliga a escoger esquemas crecientes en θ.

El resultado de precios *bunching*, encontrado por Lewis & Sappington, ha sido utilizado recurrentemente para defender, desde el lado de la teoría, las prácticas regulatorias tipo [PC] y [ROR], las cuales consisten, efectivamente, en fijar precios máximos fijos independiente del nivel de demanda evidenciado por la firma.

En lo sucesivo, mostramos que cuando se toma en cuenta el nivel de inversión que puede escoger una firma, y ésta decisión es contractible, la idea de escoger precios fijos (constantes en θ) deja de ser eficiente en términos sociales. Más aún, los niveles de inversión que escogería un planificador en este contexto, tampoco pueden inducir políticas tipo *bunching*. La demostración de la idea anterior, se realiza en varias etapas: Primeramente, recordamos que cuando el nivel de inversión es *bunching*, la política óptima de precios, necesariamente, resulta ser *bunching*. En una segunda etapa, caracterizamos la política óptima de inversión a precios fijos. Mostramos que esta política de inversión siempre presentará tramos crecientes en θ. Finalmente, mostramos que un política de precios *bunching* e inversión óptima condicional en este esquema de precios, siempre puede ser mejorada por una política decreciente en precios. De esta manera, no podrá ser cierto que los precios o inversión sean *bunching* en ningún caso.

Lema 3.15 *Si se escoge una política tipo bunching para la inversión, entonces, las políticas de precio y transferencias óptimas también han de ser bunching*

Demostración. Ver [Lewis &Sappington, 88]. □

Definición 3.16 *Denominaremos como Problema de Inversión del Regulador[PIR] a la maximización punto a punto del problema de optimización del Bienestar Social cuando la política de precios es bunching:* $p(\theta) = p_0 \ \ (\forall \theta \in [\theta^-, \theta^+])$

$$\begin{aligned}
&\underset{T(\theta),I(\theta)}{Max}\, SW^\theta \equiv S(Q(p_0,\theta)) - T(\theta) + \alpha\pi(p_0, I(\theta), T(\theta), \theta)\\
&\textit{sujeto a}\\
&\textit{(PV)}\ \pi(\theta|\theta) \geq 0,\ \theta \in [\theta^-, \theta^+]\\
&\textit{(CI)}\ \pi(\theta|\theta) \geq \pi(\tilde{\theta}|\theta),\ \left(\forall(\tilde{\theta},\theta) \in [\theta^-, \theta^+]^2\right)
\end{aligned} \tag{3.19}$$

La definición anterior corresponde al problema que enfrenta un planificador que debe escoger el nivel de inversión a realizar por el monopolio, condicional en utilizar un esquema de precios *bunching*. Para volver el problema un poco más tratable, utilizamos técnicas estándar en el área del Diseño de Mecanismos (ver Myerson 81), para caracterizar [PIR].

Lema 3.17 *Si se escoge una política tipo bunching para precios,* $p(\theta) = p_0 \ \ (\forall \theta \in [\theta^-, \theta^+])$, *entonces el problema que resuleve el regulador [PIR] puede escribirse como:*

$$\begin{aligned}
&\underset{I_0(\theta),\pi(\theta^*)}{Max} \quad \psi(p_0, I_0(\theta), \theta) - (1-\alpha)\left(\int_{\theta^*}^{\theta^+} Q_\theta(p_0 - C_Q)\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}dF(\theta) - \int_{\theta^-}^{\theta^*} Q_\theta(p_0 - C_Q)\frac{F(\theta)}{f(\theta)}dF(\theta) + \pi(\theta^*)\right)\\
&\textit{subject to} \quad \textit{(IC-2OC)}\ \frac{dI_0}{d\theta} \geq 0,\ \theta \in [\theta^-, \theta^+]
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Donde

$$\theta^* :\ p_0 = C_Q(Q(p_0,\theta^*), I_0(\theta^*)) \tag{3.21}$$

$$\psi(p_0, I_0(\theta), \theta) \equiv \int_{\theta^-}^{\theta^+} [V(Q(p_0,\theta)) - C(Q(p_0,\theta), I_0(\theta)) - I_0(\theta)]dF(\theta) \tag{3.22}$$

Demostración. Ver Anexos 6.1 □

A continuación se muestra uno de los resultados más importantes de este trabajo. El teorema 3.18 caracteriza la solución al problema [PIR], mostrando en particular que, condicional en utilizar una estructura de precios *bunching*, la política de óptima de inversión siempre presenta tramos estrictamente crecientes en θ, desterrando de paso la posibilidad de niveles de inversión constante. Más aún, se muestra que el problema de dimensión infinita enfrentado por el regulador, [PIR], puede ser transformado en uno de maximización en una única variable, lo que simplica de manera importante la tarea.

Además, se mostrará que el resultado encontrado tiene interés por sí mismo. Para ver lo anterior, nótese que si el planificador no tuviese que comprometerse a realizar transferencias hacia el monopolio, terminaría escogiendo el mismo nivel de inversión que efectuaría una firma para un precio p_0 fijo dado. Esto es, escogería un nivel de inversión de acuerdo al criterio de igualar Beneficio Marginal con Costo Marginal:

$$I_\star(\theta; p_0) : 1 + C_I(Q(p_0, \theta), I_\star(\theta; p_0)) = 0 \tag{3.23}$$

Sin embargo, y tal como se mostrará más adelante, el hecho de tener que hacer transferencias hacia el monopolio que induzcan (PV) y (CI), terminan induciendo al planificador a distorsionar la política de inversión de manera de no expropiar a los consumidores su Excedente (vía las transferencias que deben realizar) de manera tan pronunciada.

Teorema 3.18 *El problema infinito-dimensional asociado a [PIR], de encontrar una política óptima $(I_0(\theta), T_0(\theta))$ cuando la política de precios es bunching, puede ser caracterizado como un problema de optimización de una variable.*

Demostración. Escojamos un valor $\theta^* \in [\theta^-, \theta^*]$ de manera arbitraria y definamos $I^*(p_0, \theta^*)$ tal que:

$$I^\star(\theta; p_0) : p_0 = C_Q(Q(p_0, \theta^*), I^*(p_0, \theta^*)) \tag{3.24}$$

como el valor que debe tomar la inversión para igualar la política de precios a los costos marginales. Definamos a continuación $A(\theta^*, p_0)$ como la familia de todas las políticas de inversión, $I(\cdot)$, que cumplen con la condición $p_0 = C_Q(Q(p_0, \theta^*), I(\theta^*))$:

$$A(\theta^*, p_0) \equiv \{I : \Theta \to \Re_+ : I \text{es creciente débilmente} \wedge I(\theta^*) = I^*(p_0)\} \tag{3.25}$$

De esta manera, para valores fijos de p_0 y θ^*, se buscará la mejor política de Inversión $I_0(\theta) \in A(\theta^*, p_0)$, en términos de resolver la caracterización de [PIR] realizada en el lema 3.13. Esto es:

$$\begin{aligned} I_0(\,\cdot\,; p_0, \theta^*) \in & \operatorname*{ArgMax}_{I(\theta)} \left(-C(Q(p_0, \theta), I(\theta)) - I(\theta)\right) + (1-\alpha) Q_\theta (p_0 - C_Q) \left(\frac{F(\theta)}{f(\theta)} \delta_{[\theta < \theta^*]} - \frac{1 - F(\theta)}{f(\theta)} \delta_{[\theta > \theta^*]} \right) \\ & \text{sujeto a } \; I_0^*(\,\cdot\,; p_0, \theta^*) \in A(\theta^*, p_0) \end{aligned} \tag{3.26}$$

Veamos que para $\theta < \theta^*$ y en ausencia de la restricción (IC-2OC) la política de inversión óptima, que denominaremos $I^-(\theta; p_0)$, se caracterizará por:

$$I^-(\theta; p_0) : \; 1 + C_I = -(1-\alpha) \frac{F(\theta)}{f(\theta)} C_{QI} Q_\theta \tag{3.27}$$

De la misma manera, definimos $I^+(\theta; p_0)$ como la política óptima para el Problema de Inversión del Regulador [PIR] relajado cuando $\theta > \theta^*$:

$$I^+(\theta; p_0) : \; 1 + C_I = (1-\alpha)\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)} C_{QI} Q_\theta \tag{3.28}$$

Mostraremos que ambas políticas son crecientes en θ.

En efecto, es fácil ver que:

$$\frac{dI^-}{d\theta} = \frac{-Q_\theta C_{QI}[(1-\alpha)\frac{d}{d\theta}\left(\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\right) + 1]}{C_{II} + (1-\alpha)\left(\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\right) Q_\theta C_{QII}} \tag{3.29}$$

Donde, tanto numerador como denominador son estrictamente positivos de acuerdo a los supuestos de concavidad, lo que muestra la monotonía estricta de $I^-(\cdot; p_0)$. Veamos además que:

$$\frac{dI^+}{d\theta} = \frac{-Q_\theta C_{QI}[-(1-\alpha)\frac{d}{d\theta}\left(\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right) + 1]}{C_{II} - (1-\alpha)\left(\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right) Q_\theta C_{QII}} \tag{3.30}$$

En la expresión anterior es trivial ver que el numerador es estrictamente positivo. El denominador en tanto es positivo mientras el problema de maximización del regulador para precios fijos [PIR] relajado, sea cóncavo para el nivel de inversión. En lo que sigue, se probarán las siguientes dos propiedades:

$$I^-(\theta^-; p_0) < I^+(\theta^+; p_0) \tag{3.31}$$

$$I^-(\theta; p_0) > I^+(\theta; p_0) \;\; \left(\forall \theta \in [\theta^-, \theta^+]\right) \tag{3.32}$$

Gráficamente, lo anterior significa: Para probar la primera propiedad, definamos la sigu-

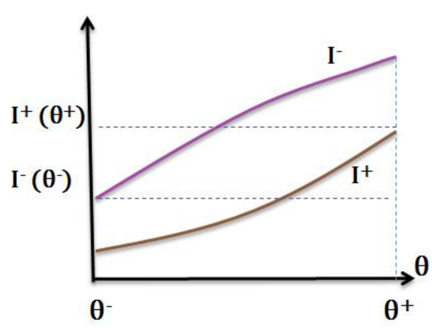

Figura 3.1: Caracterización $I^-(\theta; p_0)$, $I^-(\theta; p_0)$

iente función:

$$\Omega(\theta, I) \equiv 1 + C_I(Q(p_0, \theta), I) \tag{3.33}$$

Es fácil ver que Ω es estrictamente creciente en I y estrictamente decreciente en θ. En efecto,

$$\Omega_I = C_{II} > 0$$

$$\Omega_\theta = C_{QI} Q_\theta < 0$$

De esta manera, necesariamente se tendrá que:

$$\Omega(\theta^-, I^+(\theta^+, p_0)) > \Omega(\theta^+, I^+(\theta^+, p_0)) = 0$$

Lo que implica que:

$$\Omega(\theta^-, I^+(\theta^+, p_0)) > \Omega(\theta^-, I^-(\theta^-, p_0)) = 0$$

Como $\Omega(\theta, \cdot\,)$ es creciente en en el nivel de inversión I, se concluye que:

$$I^-(\theta^-; p_0) < I^+(\theta^+, p_0)$$

Veamos ahora la segunda propiedad. Para ello definamos:

$$\phi(I; \theta) \equiv 1 + C_I(Q(p_0, \theta), I) \tag{3.34}$$

Claramente ϕ es una función estrictamente creciente en I. Dado que para $\theta \in [\theta^-, \theta^*]$ cualquiera, siempre se tiene que:

$$-(1-\alpha)\frac{F(\theta)}{f(\theta)} C_{QI} Q_\theta < (1-\alpha)\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)} C_{QI} Q_\theta$$

Resulta claro que

$$I^-(\theta; p_0) > I^+(\theta; p_0) \ \ \big(\forall \theta \in [\theta^-, \theta^+]\big)$$

Para poder caracterizar la solución a [PIR] es necesario hacer una nueva definición. Definamos como $\tilde{I}(\theta; p_0)$ el nivel de Inversión necesario para igualar el nivel de precios p_0 a los costos marginales:

$$\tilde{I}(\theta; p_0): \ p_0 = C_Q(Q(p_0, \theta), \tilde{I}(\theta; p_0)) \tag{3.35}$$

Veremos que $\tilde{I}(\theta; p_0)$ es fuertemente decreciente en θ. En efecto, derivando implícitamente se encuentra:

$$\frac{d\tilde{I}}{d\theta} = -\frac{C_{QQ} Q_\theta}{C_{QI}} < 0 \tag{3.36}$$

Distinguiremos 5 casos de análisis dependiendo de las distintas configuraciones que pueden tomar las funciones $I^-(\theta; p_0), I^+(\theta; p_0), \tilde{I}(\theta; p_0)$. Se mostrará que para θ^* dado, se podrá caracterizar el nivel de inversión óptimo $I_0(\,\cdot\,; p_0, \theta^*)$ de acuerdo a:

$$I_0(\theta; \theta^*, p_0): \begin{cases} 1 + C_I = -(1-\alpha)\frac{F(\theta)}{f(\theta)} C_{QI} Q_\theta & \text{si } \theta \in [\theta^-, \hat{\theta}^-] \\ I_0(\theta) = I^*(p_0) & \text{si } \theta \in [\hat{\theta}^-, \hat{\theta}^+] \\ 1 + C_I = (1-\alpha)\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)} C_{QI} Q_\theta & \text{si } \theta \in [\hat{\theta}^+, \theta^+] \end{cases} \tag{3.37}$$

Donde $(\hat{\theta}^-(p_0, \theta^*), \hat{\theta}^+(p_0, \theta^*))$ satisfacen

$$I^-(\hat{\theta}^-; p_0) = I^+(\hat{\theta}^+; p_0) = \tilde{I}(\theta^*; p_0) \tag{3.38}$$

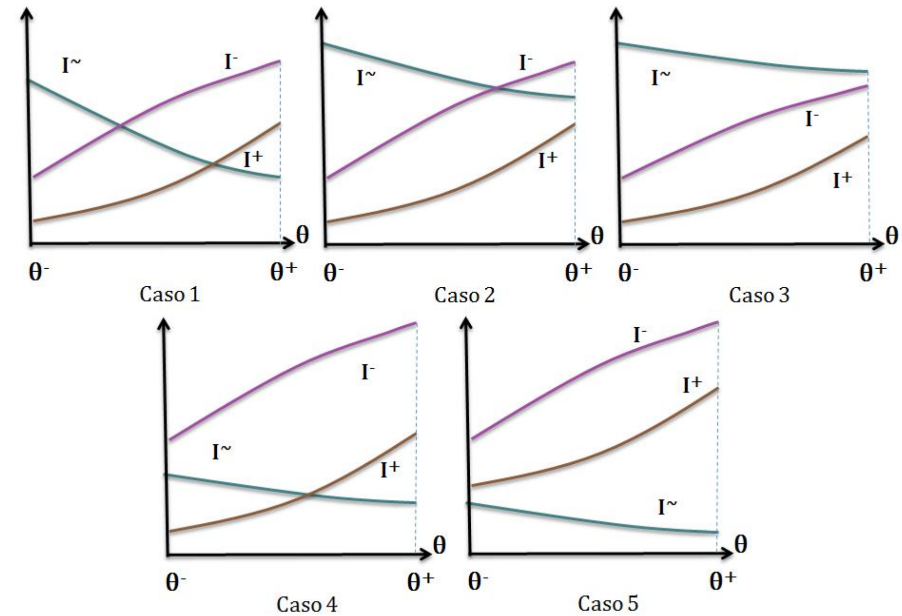

Figura 3.2: Casos posible para Inversión

A continuación se procede a demostrar el resultado anterior para el *Caso 1*. La forma de proceder para el resto de los Casos es completamente análoga. Suponemos que:

$$\tilde{I}(\theta^+; p_0) < I^+(\theta^+; p_0) \tag{3.39}$$

$$\tilde{I}(\theta^-; p_0) > I^-(\theta^-; p_0) \tag{3.40}$$

Ver Caso 1 en figura 3.2. Para valores fijos de θ^*, la política óptima de inversión a precios constantes p_0, $I_0(\theta; \theta^*, p_0)$, quedará descrito como en la figura 3.3: La demostración se muestra en el lema 6.2, ubicado en el Apéndice. Finalmente, para encontrar la solución a [PIR], $I_0^*(\theta; p_0)$, basta optimizar en θ^*. Se muestra en Apéndices que solo es necesario considerar valores para $\theta^* \in [\sigma^-(p_0), \sigma^+(p_0)]$, definidos de acuerdo a:

$$\tilde{I}(\sigma^-(p_0); p_0) = I^-(\sigma^-(p_0); p_0) \tag{3.41}$$

$$\tilde{I}(\sigma^+(p_0); p_0) = I^+(\sigma^+(p_0); p_0) \tag{3.42}$$

De esta manera, se ha transformado el problema inicial [PIR], en uno de una sola variable que consiste en optimizar sobre $\theta^* \in [\sigma^-(p_0), \sigma^+(p_0)]$. Lo que termina la prueba del resultado. $\square$

Obsérvese que independiente del valor óptimo que se pueda encontrar para θ^* (incluso en aquellos casos donde la solución sea esquina), la política óptima de inversión a precios fijos, $I_0(\cdot, p_0)$, siempre presentará tramos estrictamente crecientes. Es esta última propiedad la que nos permitirá desterrar la posibilidad de políticas de precios o inversión constantes en θ.

Una característica importante de la política $I_0(\cdot, p_0)$ encontrada en el teorema anterior, es que esta difiere de la política de inversión óptima $I_\star(\cdot; p_0)$ que escogería el monopolio

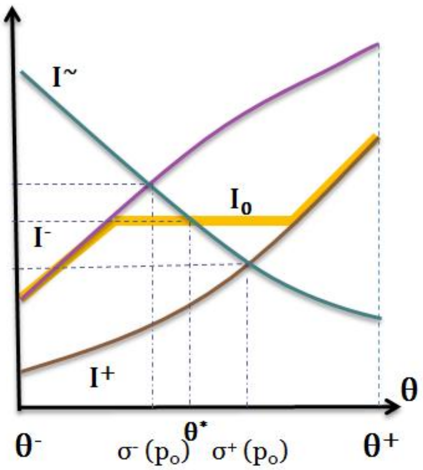

Figura 3.3: Política Óptima $I_0(\theta;\theta^*,p_0)$ Caso 1

si tuviera libertad para hacerlo, o que escogería el mismo planificador en el caso donde no tuviese que realizar transferencias hacia la firma. Este tipo de distorsiones no es rara en el área del Diseño de Mecanismos. Recuérdese, por ejemplo, el tipo de asignación que escoge un rematador cuando intenta maximizar beneficios (Myerson 81). El principal óptimamente decide distorsionar el mecanismo de remate de segundo precio incluyendo un precio de reserva que eventualmente puede inducir a una situación donde no ocurre intercambio, aun cuando es eficiente en términos sociales que éste ocurra.

Para observar lo anterior, considérese el mecanismo descrito por $(p_0, I_\star(\cdot;p_0), T_\star(\cdot;p_0))$, donde $T_\star(\cdot;p_0)$ corresponden a las transferencias que inducen (CI) en un contexto de precio *bunching* p_0 y un nivel de inversión $I_\star(\cdot;p_0)$. Nótese que a partir de la Condición de Primer Orden de la restricción de Compatibilidad de Incentivos (ver 3.13), se obtiene que el nivel de transferencias debe ser constante en θ. En efecto:

$$\frac{dT_\star(\theta;p_0)}{d\theta} = 0 \tag{3.43}$$

Luego, el nivel de transferencias asociados al mecanismo antes descrito, ha de ser suficientemente alto de forma de asegurar que el monopolio de tipo crítico θ^* decida participar del mecanismo. El hecho de que las trasnferencias en este contexto sean de tipo *bunching*, termina siendo excesivamente caro para el planificador, por cuanto con probabilidad 1 terminará asignando rentas informacionales al monopolio.

Veamos que en el caso de la política inducida por $(p_0, I_0(\cdot;p_0), T_0(\cdot;p_0))$, encontrada a partir del resultado del teorema 3.18, la esperanza de las transferencias asociadas, será siempre menor que el caso anterior. En efecto:

Sea $\theta < \hat{\theta}^-$, esto es un valor de θ donde la política óptima de inversión $I_0(\cdot;p_0)$ coincide con $I^-(\cdot;p_0)$. Veamos que las transferencias asociadas a esta política deben satisfacer:

$$\frac{dT_0(\theta;p_0)}{d\theta} = (1+C_I)\frac{dI_0(\theta;p_0)}{d\theta} = (1+C_I)\frac{dI^-(\theta;p_0)}{d\theta} \tag{3.44}$$

Tal como se mostró anteriormente, se sabe que:

$$\frac{dI^-(\theta;p_0)}{d\theta} > 0$$

Por otro lado, de la definición de $I^-(\cdot;p_0)$, sabemos que:

$$1 + C_I = -(1-\alpha)\frac{F(\theta)}{f(\theta)}C_{QI}Q_\theta > 0$$

De donde concluímos que:

$$\frac{dT_0(\theta;p_0)}{d\theta} > 0 \ (\forall\theta < \hat{\theta}^-) \tag{3.45}$$

De la misma manera, se puede demostrar que:

$$\frac{dT_0(\theta;p_0)}{d\theta} > 0 \ (\forall\theta > \hat{\theta}^+) \tag{3.46}$$

Finalmente, resta observar que para cualquier valor de θ en $[\hat{\theta}^-, \hat{\theta}^+]$, $T_0(\theta;p_0)$ necesariamente debe ser constante, por cuanto en este intervalo las políticas de precios e inversión son ambas *bunching*. Supóngase, luego, que el valor de θ^* *optimizado*, bajo $((p_0, I_0(\theta;p_0), T_0(\theta;p_0))$, coincide con aquel valor asociado al tipo crítico inducido por la política $(p_0, I_\star(\theta;p_0), T_\star(\theta;p_0)$. Se debe tener, entonces, que $T_0(\theta;p_0) \leq T_\star(\theta;p_0)\ \forall\theta \in \Theta$, con igualdad para valores de θ en $[\hat{\theta}^-, \hat{\theta}^+]$. Es decir, las *Transferencias Esperadas* asociadas al mecanismo óptimo bajo un esquema de precios *bunching*, son menores que las inducidas por el mecanismo eficiente en términos asignativos $((p_0, I_\star(\theta;p_0), T_\star(\theta;p_0)))$. El argumento anterior, asume que ambas políticas inducen el mismo valor para el tipo crítico θ^*. Esto, en general, no será el caso, pero ayuda a entender el hecho de que el regulador tenga incentivos a distorsionar el nivel de Inversión asignativamente eficiente, por cuanto la restricción de compatibilidad de incentivos asociadas induce un esquema de transferencias que resultan ser muy caras para él.

Además de lo anterior, nótese que el resultado obtenido a partir del teorema 3.18, tiene implicancias claras en términos de prácticas regulatorias. En efecto, considérese el caso de regulaciones tipo [ROR]. Esto es, esquemas de precios fijos que aseguren una cierta tasa de retorno sobre la inversión. Obsérvese que cuando se fuerza al planificador a utilizar políticas de precio *bunching*, la mejor solución implementable, esto es $(p_0, I_0(\cdot;p_0), T_0(\cdot;p_0))$, define implícitamente un continuo de contratos, cada uno asociado a tasas de retorno distinta. Para ver lo anterior, basta notar que para cierto valor de θ dado, la tasa de retorno bruta sobre la inversión puede medirse como:

$$ROR(\theta) \equiv \frac{\pi(\theta)}{I_0(\theta;p_0)} \tag{3.47}$$

Por consiguiente, y como una forma de interpretar el resultado inducido por el teorema 3.18, hemos aprendido que un regulador siempre puede hacerlo mejor, en términos sociales, ofreciendo un menú de tasas de retorno sobre la inversión en comparación a la alternativa utilizada en la práctica de establecer un único contrato.

En la misma línea, de analizar las repercusiones de utilizar políticas regulatorias de precios máximos, mostramos que la elección arbitraria de un nivel de precios fijos p_0, induce consecuencias importante en términos de inversión. En particular, se encuentra que cuando un regulador decide aumentar el nivel de precios que el monopolio puede establecer, el nivel de inversión contractible a realizar termina siendo menor para cualquier realización de θ.

Proposición 3.19 *La política de inversión que soluciona **[PIR]**, $I_0(\cdot;p_0)$, es decreciente en p_0*

Demostración. Ver apéndices 6.2.1 □

De esta manera y dado que $I_\star(\theta;p_0)$ también es decreciente en p_0, que la elección del nivel de precios mayores reducirá el nivel de inversión en ambos casos, aquel donde la inversión es contractible y cuando no lo es, por lo que debe ser hecho con mucho cuidado. En particular, nótese que un regulador que decide asegurar la participación de una firma a través de la elección de p_0 suficientemente alto y decide no realizar transferencias, está induciendo niveles ineficientes de inversión. Sustitutuir precios altos por transferencias resulta ser beneficioso, por cuanto se inducen cantidades demandadas mayores, lo que aumenta el excedente de los consumidores y a su vez incentiva al monopolio a invertir.

Una lección importante aprendida del teorema 3.18 es que independiente de cuál sea el Caso en cuestión, la política óptima en Inversión, cuando la estructura de precios es *bunching*, siempre presentará tramos estrictamente crecientes. Este aspecto fundamental de la política óptima de inversión a precios fijos $I_0(\theta;p_0)$, es la que nos permitirá demostrar que la política óptima implementable jamás podrá consistir en precios o inversiones tipo *bunching*.

Proposición 3.20 *Una política bunching en precios, no puede ser solución al problema que resuelve el regulador **[RP]**.*

Demostración. Mostraré a continuación que las políticas de la forma $(p_0, I_0(\cdot\,;p_0))$ no pueden ser óptimas. En efecto, se mostrará que existe una política alternativa $(p^\varepsilon(\cdot\,;p_0), I_0(\cdot\,;p_0))$ que es capaz de aumentar el SW. Supongamos que $\hat{\theta}^+ < \theta^+$ (Cuando esto no es cierto, necesariamente se tendrá que $\hat{\theta}^- > \theta^-$, en cuyo caso la demostración es análoga).Definamos luego:

$$p^\varepsilon(\theta;p_0) = \begin{cases} p_0 & \theta \in [\theta^-, Max\{\hat{\theta}^+,\tilde{\theta}\}] \\ p_0 - \varepsilon(\theta - Max\{\hat{\theta}^+,\tilde{\theta}\}) & \theta \in [Max\{\hat{\theta}^+,\tilde{\theta}\},\theta^+] \end{cases}$$

Donde $\tilde{\theta}$ es tal que:

$$\tilde{\theta}:\ \tilde{\theta}Q(p_0,\tilde{\theta}) = \int_{\hat{\theta}^+}^{\theta^+} Q(p_0,s)ds$$

En adelante, nos referiremos a las funciones $p^\varepsilon(\theta;p_0)$ y $I_0(\theta;p_0)$ como $p^\varepsilon(\theta)$ y $I^\varepsilon(\theta)$ respectivamente, para facilitar la lectura. Se hace notar que $\left(\forall\theta \in [\theta^-, Max\{\hat{\theta}^+,\tilde{\theta}\}]\right)$ $(p^\varepsilon(\theta), I^\varepsilon(\theta))$ y $(p_0, I_0(\theta))$ coinciden. Por lo que la factibilidad está asegurada en este intervalo. Para probar que la solución es factible en todo el espacio $[\theta^-,\theta^+]$, se procede como sigue: La *Condición de Primer Orden* de **(CI)** se obtiene a partir de imponer un esquema de transferencias que siga la siguiente regla:

$$\frac{dT^\varepsilon}{d\theta}=(1+C_I)\frac{dI_0}{d\theta}+\varepsilon(Q+Q_p(p^\varepsilon-C_Q))$$

Lo que puede escribirse de manera equivalente como:

$$T^\varepsilon(\theta)=T^\varepsilon(Max\{\hat{\theta}^+,\tilde{\theta}\})+\int_{Max\{\hat{\theta}^+,\tilde{\theta}\}}^{\theta}[(1+C_I)\frac{dI_0}{d\theta}+\varepsilon(Q+Q_P(p^\varepsilon-C_Q))]ds$$

Es decir, una vez que se impone la Compatibilidad de Incentivos, la «forma» de las Transferecias queda absolutamente determinada por la política de Precios e Inversión. La *Condición de Segundo Orden*, a su vez, puede escribirse como sigue:

$$\pi_{12}=\frac{dp^\varepsilon}{d\theta}\pi_{p\theta}+\frac{dI_0}{d\theta}\pi_{I\theta}\geq 0$$

Dado que $\frac{dI_0}{d\theta},\pi_{p\theta},\pi_{I\theta}>0$ y que se trata de funciones continuas en $\varepsilon\geq 0$, basta tomar ε suficientemente pequeño para obtener la desigualdad. Para probar la **(IR)** se debe observar que:

$$\pi'(\theta)=Q_\theta(p^\varepsilon-C_Q)$$

De donde se observa que el valor crítico para que exista (PV) es

$$\theta^*:p^\varepsilon(\theta^*)=C_Q(Q(p^\varepsilon(\theta^*),\theta^*),I_0(\theta^*))$$

Lo anterior significa que las transferencias deben ser escogidas de manera que $\pi(\theta^*)=0$. Por último se observa que $\forall\theta\in[Max\{\hat{\theta}^+,\tilde{\theta}\},\theta^+]$ se tiene que $lim_{\varepsilon\to 0}\pi'(\theta)>0$, lo que combinado con la continuidad de todas las funciones hasta acá utilizadas, asegura el resultado cuando ε es suficientemente pequeño. Finalmente, para evaluar si esta política mejora el SW, comparada a la política $(p_0,I_0(\theta))$, se probará que

$$lim_{\varepsilon\to 0}\frac{dSW_\varepsilon^\theta}{d\varepsilon}>0$$

Obsérvese entonces que:

$$SW_\varepsilon^\theta=\int_0^{Q(p^\varepsilon(\theta),\theta)}P(z,\theta)dz-p^\varepsilon(\theta)Q(p^\varepsilon(\theta),\theta)-T^\varepsilon(\theta)+\alpha[p^\varepsilon(\theta)Q(p^\varepsilon(\theta),\theta)-C(Q(p^\varepsilon(\theta),\theta),I^\varepsilon(\theta))-I^\varepsilon(\theta)+T^\varepsilon(\theta)]$$

Luego, tomando derivadas con respecto a ε se encuentra:

$$\frac{dSW_\varepsilon^\theta}{d\varepsilon}=-\frac{dp^\varepsilon}{d\varepsilon}[(1-\alpha)Q-\alpha Q_p(p^\varepsilon-C_Q)]-(1-\alpha)\frac{dT^\varepsilon}{d\varepsilon}$$

Finalmente, haciendo tender $\varepsilon\to 0$, se obtiene:

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{dT^\varepsilon}{d\varepsilon}=\int_{Max\{\hat{\theta}^+,\tilde{\theta}\}}^{\theta}[Q+Q_p(p_0-C_Q)-\theta C_{QI}Q_p\frac{dI_0}{d\theta}]ds$$

De donde se encuentra que:

$$\frac{dSW_{\varepsilon}^{\theta}}{d\varepsilon} = \theta[(1-\alpha)Q - \alpha Q_p(p_0 - C_Q)] + (1-\alpha)\int_{Max\{\hat{\theta}^+,\tilde{\theta}\}}^{\theta}[\theta C_{QI}Q_p\frac{dI}{d\theta} - Q - Q_p(p_0 - C_Q)]ds$$

Lo que podemos reescribir como sigue:

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{dSW_{\varepsilon}^{\theta}}{d\varepsilon} = -\theta\alpha Q_p(p_0 - C_Q) + (1-\alpha)\int_{Max\{\hat{\theta}^+,\tilde{\theta}\}}^{\theta}[\theta C_{QI}Q_p\frac{dI}{d\theta} - Q_p(p_0 - C_Q)]ds + (1-\alpha)\left(\theta Q - \int_{Max\{\hat{\theta}^+,\tilde{\theta}\}}^{\theta} Q(p_0,s)ds\right)$$

El primer sumando resulta ser claramente positivo dado que $Q_p < 0$, el segundo sumando, a su vez, también resulta ser positivo pues se trata de una integral sobre términos siempre positivos. Mostraremos que la resta de los dos últimos términos siempre será positiva.

En efecto, definamos

$$\Omega(\theta) \equiv \theta Q(p_0,\theta) - \int_{\hat{\theta}^+}^{\theta} Q(p_0,s)ds$$

Es claro ver que $\Omega(\theta)$ es una función estrictamente creciente:

$$\Omega'(\theta) = \theta Q_\theta + Q - Q = \theta Q_\theta > 0$$

Veamos entonces que:

$$\Omega(\theta^+) = \theta^+ Q(p_0,\theta^+) - \int_{\hat{\theta}^+}^{\theta^+} Q(p_0,s)ds$$

Donde,

$$\Omega(\theta^+) > \theta^+ Q(p_0,\theta^+) - Q(p_0,\theta^+)(\theta^+ - \hat{\theta}^+) = \hat{\theta}^+ Q(p_0,\theta^+) > 0$$

La primera inecuación viene del hecho que $Q_\theta > 0$. De esta forma, y dado que $\Omega(\theta)$ es una función continua y estrictamente creciente en θ, por Teorema del Valor Intermedio,$\tilde{\theta}$ tal que $\Omega(\tilde{\theta}) = 0$ existe y es único. Finalmente, basta ver que:

$$(1-\alpha)\left(\theta Q(p_0,\theta) - \int_{Max\{\tilde{\theta},\hat{\theta}^+\}}^{\theta} Q(p_0,s)ds\right) > (1-\alpha)\Omega(\theta) \geq 0 \; (\forall\theta \in [Max\{\tilde{\theta},\hat{\theta^+}\}])$$

De esta manera hemos probado que $(p_0, I_0(\cdot\,;p_0))$ es fácilmente dominable por desviaciones de la forma $(p^\varepsilon(\cdot\,;p_0), I_0(\cdot\,;p_0))$. Luego, resulta claro que $(p_0, I_0(\theta))$ no puede corresponder a una estrategia óptima para el planificador. □

Corolario 3.21 *En presencia de Información Incompleta en la Demanda, un monopolio que exhibe Costos Marginales Decrecientes y cuya Inversión en reducción de Costos Marginales es Contractible, no debería ser regulado con políticas tipo bunching ni en el nivel de Inversión ni en los Precios.*

Demostración. A partir del lema 3.15, se sabe que cuando se impone una política *bunching* en el nivel de Inversión, óptimamente se deberá escoger una política *bunching* en Precios. Utilizando el resultado de la proposición 3.20 se obtiene el resultado. □

3.3.2. Inversión No Contractible

Cuando el nivel de inversión que realiza el monopolio no es observable y verificable, resulta imposible escribir contratos sobre $I(\theta)$. De esta manera, el regulador dispone simplemente de dos instrumentos ($\{p(\theta), T(\theta)\}_{\theta\in\Theta}$). Veremos que cuando éste es el caso, la mejor política implementable induce *bunching* en precios.

Lema 3.22 *Cualquier política Compatible en Incentivos no puede utilizar una estructura de precios $p(\cdot)$ con tramos estrictamente decrecientes*

Demostración. De manera análoga a la utilizada en el lema 3.13, la Condición de Segundo Orden requiere satisfacer localmente:

$$\pi_{1,2}(\theta, \theta) = Q_\theta(1 - C_{QQ}Q_P)\frac{dp}{d\theta} \geq 0$$

Dado que $Q_\theta(1 - C_{QQ})Q_P > 0$, se obtiene el resultado. □

Proposición 3.23 *La mejor política implementable cuando la Inversión no es contractible y los costos marginales son no crecientes corresponde a un bunching en precios.*

Demostración. Ver apéndices 6.3 □

4 Compatibilidad de Incentivos Global

El objetivo de este apartado es encontrar condiciones suficientes para poder caracterizar pol'iticas Compatibles Globalmente en Incentivos [CGI]. En el desarrollo del capítulo anterior se ha asumido de manera implícita que las restricciones Locales de Compatibilidad de Incentivos [LCI] son suficientes para asegurar [CGI]. Demostramos a continuación que el supuesto anterior es efectivamente cierto. Se seguirá el an'alisis de Mathews & Moore (87) [14].

Supóngase que el conjunto de tipos del monopolista es un compacto $\Theta \subset \mathbb{R}_+$. La labor del planner será la de escoger un set de contratos $\{\mathbf{x}(\theta)\}_{\theta\in\Theta}$, donde $\mathbf{x}(\theta) = (P(\theta), I(\theta), T(\theta))$ representa el precio, nivel de inversión y transferencia elegida para el monopolista que decide reportar ser de tipo $\theta \in \Theta$.

Definición 4.1 *Un set de contratos $\{\boldsymbol{x}(\theta)\}_{\theta\in\Theta}$ se dirá **Globalmente Compatible en Incentivos** [CGI], si verifica:*

$$\pi(\boldsymbol{x}(\theta), \theta) \geq \pi(\boldsymbol{x}(\bar{\theta}), \theta) \ \forall \bar{\theta} \in \Theta \tag{4.1}$$

La definición anterior no debiese ser confundida con las condiciones locales usualmente utilizadas en la práctica.

Definición 4.2 *Un set de contratos $\{\boldsymbol{x}(\theta)\}_{\theta\in\Theta}$ se dirá **Localmente Compatible en Incentivos**[CLI], si verifica:*

$$(\exists \varepsilon > 0) : \pi(\boldsymbol{x}(\theta), \theta) \geq \pi(\boldsymbol{x}(\bar{\theta}), \theta) \ \forall \bar{\theta} \in B(\theta, \varepsilon) \tag{4.2}$$

En general, buscar un conjunto de contratos que satisfaga [CGI] es bastante poco tratable. En su lugar, se suele buscar contratos que cumplan [CLI] y que cumplan a su vez un conjunto de propiedades que induzcan (CGI).

Definición 4.3 *Un set de contratos $\{\boldsymbol{x}(\theta)\}_{\theta\in\Theta}$ satisface la propiedad **Single-Crossing Property of Utility Curves [SCPUC]** si ningún par de curvas de utilidad $\pi(\boldsymbol{x}(\theta_1), \cdot), \pi(\boldsymbol{x}(\theta_2), \cdot)$ se cruza en más de un punto. Esta intersección puede darse en cualquier punto dentro de Θ*

OBS: [SCPUC] no debe ser confundida con la famosa propiedad de *Single-Crossing* de las Curvas de Indiferencia. Se hablará más adelante de la relación de ambas.

Lema 4.4 *Un set de contratos* $\{\boldsymbol{x}(\theta)\}_{\theta\in\Theta}$ *que satisface [CLI] y [SCPUC] necesariamente satisface [CGI]*

Demostración. Ver Matthews & Moore (97)[14] □

En lo sucesivo, buscamos encontrar propiedades que induzcan [SCPUC] de una manera más tratable.

Definición 4.5 *Un set de contratos* $\{\boldsymbol{x}(\theta)\}_{\theta\in\Theta}$ *se dirá que cumple la propiedad de* ***Marginal Rate of Substitution Ordering [MRSO]****, si verifica que:*

$$-\frac{\pi_P(\boldsymbol{x}(\cdot),\theta)}{\pi_T(\boldsymbol{x}(\cdot),\theta)}, -\frac{\pi_I(\boldsymbol{x}(\cdot),\theta)}{\pi_T(\boldsymbol{x}(\cdot),\theta)} \text{ son crecientes en } \theta \tag{4.3}$$

Es importante notar que la propiedad anterior ha sido escrita en función de las características del problema tratado en este documento. En particular, se ha supuesto que los mecanismos de los cuales dispone el Planificador, además de Transferencias, son dos: Precios e Inversión. Cuando se trabaja, en cambio, con mecanismos con un solo instrumento además de Transferencias ("Mono-instrumentos"de aquí en adelante), la definición anterior coincide con lo que común se conoce como Single **Crossing Property of Indiference Curves** [SCPIC].

Lema 4.6 *Un set de contratos "Mono-instrumento"de la forma* $\{z(\theta), T(\theta)\}_{\theta\in\Theta}$ *que satisfaga [MRSO] y [CLI] necesariamente satisface [CGI].*

Demostración. Ver Fudenberg & Tirole (91) [6]. □

Es interesante notar entonces que, en particular, cuando en el capítulo anterior se aborda problemas con Inversión No Contractible, y que por lo tanto inducen al Planificador a regular usando "Mono-instrumentos", las condiciones locales de Compatibilidad de Incentivos, son suficientes para asegurar [CGI].

Nos resta encontrar alguna propiedad que nos permita asegurar [GCI] a partir de imponer restricciones locales. El análisis se hará para mecanismos de dos instrumentos, pero puede extenderse a $n \in \mathbb{N}$ sin problemas.

Definición 4.7 *Un set de contratos* $\{\boldsymbol{x}(\theta)\}_{\theta\in\Theta}$ *se dirá que cumple la propiedad de* ***Attribute Ordering [AO]****, si se verifica que para cualquier* $\theta < \bar{\theta}$*,*

$$P(\theta) \leq P(\bar{\theta}),\ I(\theta) \leq I(\bar{\theta}) \tag{4.4}$$

Lema 4.8 *Un set de contratos* $\{\boldsymbol{x}_1, ..., \boldsymbol{x}_n\}$ *que satisface a la vez [MRSO] y [AO], necesariamente satisface [SCPUC].*

Demostración. Supongamos $\pi(\mathbf{x}(\theta_i), \cdot)$ intersecta a $\pi(\mathbf{x}(\theta_j), \cdot)$ en θ_0. Mostraremos que no puede haber otro punto de intersección de estas dos *Curvas de Utilidad* y por lo tanto [SCPUC] es satisfecha.

Definamos $T(P,I)$ como el nivel de transferencias necesarias para que un monopolista de tipo θ_0 alcance el nivel de utilidad que alcanza bajo los contratos $\mathbf{x}(\theta_i)$ o $\mathbf{x}(\theta_i)$:

$$\pi(P,I,b(P,I);\theta_0) = \pi(\mathbf{x}(\theta_i);\theta_0) = \pi(\mathbf{x}(\theta_j);\theta_0) \tag{4.5}$$

Donde se tiene que $T(P(\theta_i),I(\theta_i)) = T(\theta_j)$ y $T(P(\theta_j),I(\theta_j)) = T(\theta_j)$. Notar que esta función existe y es diferenciable de acuerdo al *Teorema de la Función Implícita*. Observemos además que (derivando implícitamente) se debe tener que:

$$T_h(P,I) = -\frac{\pi_h(P,I,b(P,I),\theta_0)}{\pi_T(P,I,b(P,I),\theta_0)} \text{ con } h = P, I \tag{4.6}$$

Definamos la siguiente parametrización:

$$\mathbf{a}(t) = t(P(\theta_j),I(\theta_j)) + (1-t)(P(\theta_i),I(\theta_i)) \; t \in [0,1] \tag{4.7}$$

$$\mathbf{x}(t) = (a(t), b(a(t))) \; t \in [0,1] \tag{4.8}$$

Luego, podemos asegurar que:

$$\pi(\mathbf{x}(\theta_j);\theta) - \pi(\mathbf{x}(\theta_i);\theta) = \int_0^1 \left(\sum_{h=P,I} [\pi_h(\mathbf{x}(t),\theta) + \pi_T(\mathbf{x}(t),\theta) T_h(\mathbf{a}(t))][\mathbf{a}(1)_h - \mathbf{a}(0)_h] \right) dt \tag{4.9}$$

O de manera equivalente:

$$\pi(\mathbf{x}(\theta_j);\theta) - \pi(\mathbf{x}(\theta_i);\theta) = \int_0^1 \left(\pi_T(\mathbf{x}(t),\theta) \sum_{h=P,I} \left(\frac{\pi_h(\mathbf{x}(t),\theta)}{\pi_T(\mathbf{x}(t),\theta)} - \frac{\pi_h(\mathbf{x}(t),\theta_0)}{\pi_T(\mathbf{x}(t),\theta_0)} \right) (\mathbf{a}(1)_h - \mathbf{a}(0)_h) \right) dt \tag{4.10}$$

Donde [AO] asegura que $\mathbf{a}(1)_h - \mathbf{a}(0)_h > 0$ y [MRSO] que

$$\frac{\pi_h(\mathbf{x}(t),\theta)}{\pi_T(\mathbf{x}(t),\theta)} - \frac{\pi_h(\mathbf{x}(t),\theta_0)}{\pi_T(\mathbf{x}(t),\theta_0)} > 0 \; (\forall \theta > \theta_0) \tag{4.11}$$

Lo que muestra que las Curvas de Utilidad $\pi(\mathbf{x}(\theta_j);\theta)$ y $\pi(\mathbf{x}(\theta_i);\theta)$ no pueden volver a cruzarse para $\theta > \theta_0$. La demostración es análoga para $\theta < \theta_0$. □

De esta manera para poder asegurar que un set de contratos (”Multi-instrumentos”) satisface [CGI], es suficiente probar que se cumplen [CLI], [MRSO] y [AO]. En general, hemos buscado mecanismos que satisfacen (CLI). Las condiciones de (MRSO) son satisfechas trivialmente por los supuestos realizados. Sin embargo, la solución al problema de Inversión Contractible con Costos Marginales Decrecientes no satisface [AO]. Esto es, la solución al problema debería satisfacer que tanto precios como inversión son crecientes con θ. De otra manera, no podemos asegurar que se satisface [CGI].

4.1. Inversión Contractible, Costos Marginales Decrecientes y mecanismos [CGI]

En el capítulo anterior, se mostró que en presencia de Inversión Contractible y Costos Marginales Decrecientes, la política *bunching* en precios no podía ser óptima de acuerdo a un argumento variacional. La política $\{p^\varepsilon(\theta), I_0(\theta), T^\varepsilon(\theta)\}$ utilizada para mejorar el nivel de *Bienestar Social* satisfacía fue construída de manera de satisfacer al menos localmente las restricciones de Compatibilidad de Incentivos. En el siguiente apartado, mostramos que $\{p^\varepsilon(\theta), I_0(\theta), T^\varepsilon(\theta)\}$ además satisface [CGI]. De esta manera, podemos asegurar que la mejor política que satisface [CGI] no puede ser *bunching*.

Dada una política *bunching* en precios $p(\theta) = p_0 \ \ (\forall\theta \in \Theta)$ y la mejor política de Inversión condicional al *bunching* en precios $I_0(\theta; p_0)$. Nuestro objetivo será demostrar que es posible mejorar el *Bienestar Social* escogiendo una $\varepsilon-$desviación de la política anterior $[p^\varepsilon(\theta; p_0), I_0(\theta; p_0)]$ que sea Globalmente Compatible en Incentivos.

Se define:

$$p^\varepsilon(\theta; p_0) = \begin{cases} p_0 & \text{si } \theta \leq \theta^+ \\ p_0 + \varepsilon(\theta - \theta^+) & \text{si } \theta > \theta^+ \end{cases} \tag{4.12}$$

Mientras no exista espacio para la confusión, se referirá a $p^\varepsilon(\theta; p_0)$ y $I_0(\theta; p_0)$ como $p^\varepsilon(\theta)$ y $I_0(\theta)$ respectivamente. Gráficamente lo anterior se puede ver como:

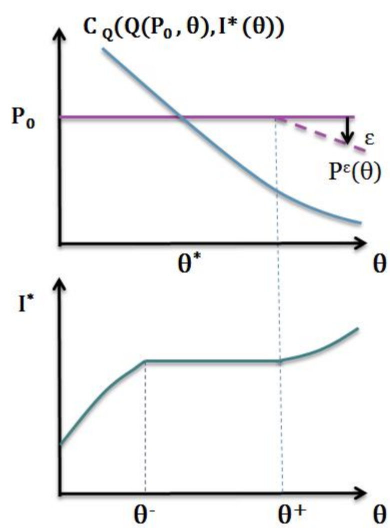

Figura 4.1: Esquema políticas $p^\varepsilon(\cdot)$, $I_0(\theta; p_0)$

De acuerdo a lo desarrollado en el capítulo anterior, basta mostrar que la nueva política satisface [CGI] para inducir el resultado. Nótese que en el intervarlo $[\hat{\theta}^-, \hat{\theta}^+]$ Precios, Inversión y Transferencia resultan ser todos *bunching*, luego, las Curvas de Utilidad $\pi(\mathbf{x}(\theta), \cdot)$ coinciden en todos los puntos y por lo tanto no se cumple (SCPUC).La forma de proceder será una generalización intuitiva al desarrollo de [Mathews & Moore].

Definición 4.9 *Un set de contratos* $\{[p(\theta), I(\theta), T(\theta)] : \theta \in \Theta\}$ *satisface la propiedad* ***Single Crossing de Curvas de Utilidad Generalizada (SCCUG)*** *si ningún par de curvas de utilidad* $\pi(x(\hat{\theta}_i);\cdot), \pi(x(\hat{\theta}_j);\cdot)$ *con* $\hat{\theta}_i \in \Theta$; $\hat{\theta}_j \in \Theta - [\theta^-, \theta^+]$ *se cruza en más de un punto. Esta intersección puede darse en cualquier punto en* Θ.

Notar que $\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j$ son valores reveleados por el monopolista que no tienen por qué corresponder al verdadero tipo de éste.

Una *curva de utilidad* corresponde a la curva generada por los profit del monopolista cuando éste decide revelar ser de cierto tipo $\hat{\theta}$ en función de su verdadero tipo. La propiedad [SCCGU] asegura que cualquier par de *curvas de utilidad* se cruza a lo más en un punto a excepción de aquellos pares generados por revelaciones dentro de $[\theta^-, \theta^+]$ cuyas gráficas coinciden en cada punto (para todas estas revelaciones se implementa el mismo contrato pues Precios e Inersión son *bunching* en este intervalo).

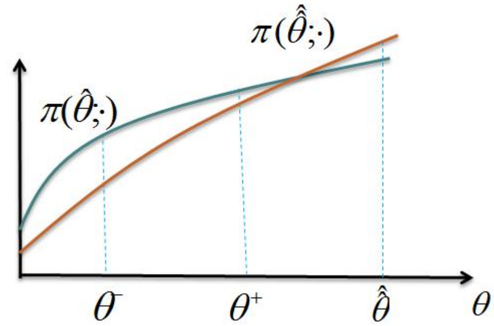

Figura 4.2: Curvas de Utilidad que satisfacen [SCUCG]

Proposición 4.10 *El set de contratos* $[p^\varepsilon(\theta), I_0(\theta), T^\varepsilon(\theta)]$ *satisface [SCCUG].*

Demostración. **CASO 1:** $\hat{\theta}_i \in [\theta^-, \theta^+]$ y $\hat{\theta}_j > \theta^+$ Supongamos $\pi(\mathbf{x}(\hat{\theta}_i), \cdot)$ intersecta a $\pi(\mathbf{x}(\hat{\theta}_j), \cdot)$ en θ_0 con $\hat{\theta}_i \in [\theta^-, \theta^+]$ y $\hat{\theta}_j > \theta^+$. Mostraremos que no puede haber otro punto de intersección de estas dos *curvas de utilidad* y por lo tanto [SCCUG] es satisfecha.

Definamos $T(P, I)$ de la misma forma que antes, como el nivel de transferencias necesarias para que un monopolista de tipo θ_0 alcance el nivel de utilidad que alcanza bajo los contratos $\mathbf{x}(\hat{\theta}_i)$ o $\mathbf{x}(\hat{\theta}_j)$ y procediendo de manera completamente análoga, se puede establecer que:

$$\pi(\mathbf{x}(\hat{\theta}_j);\theta) - \pi(\mathbf{x}(\hat{\theta}_i);\theta) = \int_0^1 \left(\sum_{h=P,I} \left(\pi_h(\hat{\mathbf{x}}(t), \theta) - \pi_h(\hat{\mathbf{x}}(t), \theta_0)\right) \left(\mathbf{a}(1)_h - \mathbf{a}(0)_h\right) \right) dt$$

Esto es:

$$\begin{aligned} \pi(\mathbf{x}(\hat{\theta}_j);\theta) - \pi(\mathbf{x}(\hat{\theta}_i);\theta) = \int_0^1 & \left([\pi_P(\hat{\mathbf{x}}(t), \theta) - \pi_P(\hat{\mathbf{x}}(t), \theta_0)][p^\varepsilon(\hat{\theta}_j) - p^\varepsilon(\hat{\theta}_i)] \right) \\ & + \left([\pi_I(\hat{\mathbf{x}}(t), \theta) - \pi_I(\hat{\mathbf{x}}(t), \theta_0)][I_0(\hat{\theta}_j) - I_0(\hat{\theta}_i)] \right) dt \end{aligned} \tag{4.13}$$

Supongamos finalmente que $\theta > \theta_0$ (La demostración para el caso $\theta < \theta_0$ es análoga). Dado que hemos asumido que $\pi_{P\theta}(p, I, T; \theta), \pi_{I\theta}(p, I, T; \theta) > 0$ $(\forall p, I, T, \theta)$ se debe verificar que:

$$\pi_P(\hat{\mathbf{x}}(t), \theta) - \pi_P(\hat{\mathbf{x}}(t), \theta_0) > 0 \ \forall t \in [0, 1]$$
$$\pi_I(\hat{\mathbf{x}}(t), \theta) - \pi_I(\hat{\mathbf{x}}(t), \theta_0) > 0 \ \forall t \in [0, 1]$$

Dado que $p^\varepsilon(\hat{\theta}_j) - p^\varepsilon(\hat{\theta}_i)$ necesariamente está acotado inferiormente por $-\varepsilon[\bar{\theta} - \theta^+]$, basta escoger un valor suficientemente pequeño para ε de manera que el integrando sea siempre positivo:

$$[\pi_P(\hat{\mathbf{x}}(t), \theta) - \pi_P(\hat{\mathbf{x}}(t), \theta_0)][p^\varepsilon(\hat{\theta}_j) - p^\varepsilon(\hat{\theta}_i)] + [\pi_I(\hat{\mathbf{x}}(t), \theta) - \pi_I(\hat{\mathbf{x}}(t), \theta_0)][I^\varepsilon(\hat{\theta}_j) - I^\varepsilon(\hat{\theta}_i)] \geq 0 \ (\forall t \in [0, 1]) \tag{4.14}$$

Lo que prueba que:

$$\pi(\mathbf{x}(\hat{\theta}_j); \theta) - \pi(\mathbf{x}(\hat{\theta}_i); \theta) > 0 \ (\forall \theta > \theta_0) \tag{4.15}$$

De manera análoga, se prueba que:

$$(\mathbf{x}(\hat{\theta}_j); \theta) - \pi(\mathbf{x}(\hat{\theta}_i); \theta) < 0 \ (\forall \theta < \theta_0) \tag{4.16}$$

De esta manera, $\pi(\mathbf{x}(\hat{\theta}_i); \cdot)$ solo puede cortar a $\pi(\mathbf{x}(\hat{\theta}_j); \cdot)$ en un solo punto (θ_0).

CASO 2: $\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j \in \Theta - [\theta^-, \theta^+]$ La demostración es una consecuencia trivial de [Mathews & Moore]. □

Proposición 4.11 *Compatibilidad Local de Incentivos [CLI] y Single Crossing de Utility Curves Generalizada [SCCUG] son dos condiciones suficientes para que el mecanismo* $[p^\varepsilon(\theta), I^\varepsilon(\theta), T^\varepsilon(\theta)]$ *satisfaga [CGI]*

Demostración. Supongamos el monopolista observa ser de tipo $\hat{\theta}_i \in [\theta^-, \theta^+]$, veremos que no existe un desvío rentable en $[\theta^+, \bar{\theta}]$. En efecto, supongamos por contradicción que:

$$\Theta^+ \equiv \left(\underset{\hat{\theta} \in \Theta}{Argmax} \ \pi(\mathbf{x}(\hat{\theta}); \hat{\theta}_i) \right) \cap (\theta^+, \bar{\theta}] \neq \emptyset$$

Definamos como $\hat{\theta}_j$ al menor elemento en Θ^+. Esto es, la menor de las revelaciones que maximiza la utilidad del monopolio. Suponemos que el monopolista obtiene estrictamente un mayor nivel de utilidad revelando ser de tipo $\hat{\theta}_j$ que su verdadero tipo $\hat{\theta}_i$. Dado que el mecanismo satisface [CLI], un monopolio de tipo $\hat{\theta}_j$ observa que revelar su verdadero tipo le entrega mayor nivel de utilidad que cualquier otra revelación en un vecindario de $\hat{\theta}_j$, $\delta(\hat{\theta}_j)$. Escojamos $\theta^d < \hat{\theta}_j \in \delta(\hat{\theta}_j) - [\underline{\theta}, \theta^+]$ tal que $\pi(\mathbf{x}(\theta^d); \hat{\theta}_j) < \pi(\mathbf{x}(\hat{\theta}_i); \hat{\theta}_j)$. Luego es fácil ver que $\pi(\mathbf{x}(\theta^d); \cdot)$ cruza dos veces a $\pi(\mathbf{x}(\hat{\theta}_j); \cdot)$ lo que contradice [SCCUG]. □

5 Conclusiones

En este trabajo se estudia un modelo de regulación de monopolios en presencia de asimetrías de información con respecto a la demanda y la posibilidad de poder realizar inversiones para reducir los costos marginales. Se entrega un análisis teórico de regulación óptima con la idea de poder acortar la brecha, existente hoy en día, entre práctica y teoría con respecto a las políticas a implementar por un regulador que busca maximizar el Bienestar Social.

Se encuentra que cuando el monopolio evidecia retornos decrecientes a escala en la producción, es eficiente delegar la decisión de inversión hacia el monopolio quien escogerá el mismo nivel de ésta que hubiese escogido el planificador. Se muestra, además, que dependiendo de la forma funcional de los costos de la firma, la política de precios puede eventualmente ser decreciente en la intensividad de la demanda.

En el caso de monopolios con funciones de costo marginal decreciente, en cambio, se encuentra que la delegación del nivel de inversión no resulta ser eficiente. Esto es, cuando el planificador puede escribir contratos con respecto al nivel de inversión a realizar, termina escogiendo niveles distintos a los que escogería la firma si tuviera completa discreción. Algunos ejemplos de tipos de inversiones que cumplen con la característica de contractibilidad pueden ser, por ejemplo, la construcción de infraestructura o la adopción de nuevas tecnologías. Mostramos que cuando la inversión es contractible, políticas de precio *bunching* no pueden ser óptimas. Más aún, incluso en el caso en que el planificador decidiese hacer uso de políticas de precio máximo, se encuentra que la decisión sobre el nivel de inversión no debería quedar en manos del monopolio. El resultado anterior es de interés, por cuanto representa una crítica al uso de políticas como escoger precios máximos de manera de asegurar cierta *tasa-de-retorno* sobre la inversión. En particular, se encuentra que siempre será mejor ofrecer a la firma menús de tasas de retorno sobre la inversión y realizar transferencias de acuerdo a ellas. En este sentido, se plantea la idea de sustituir precios mayores con esquemas de transferencias, de manera de inducir un aumento de las cantidades demandadas e inducir niveles mayores de inversión.

Por otro lado, cuando la decisión de inversión no es contractible, como son los casos de esfuerzos en mejorar la performance gerencial o el resultado operacional, encontramos que la mejor política implementable es ofrecer una estructura de precios y transferencias *bunching*. El argumento anterior, similar al hecho por Lewis & Sappington (88) [10] quienes no consideran en su modelo las inversiones reaalizadas por la firma, respalda la idea de utilizar políticas *price caps* en contextos donde la inversión no es contractible. Al igual que en el caso anterior, se hace hincapié en la idea de hacer uso de transferencias en contextos de regulación, por cuanto son instrumentos útiles para sustituir la elección de precios mayores, inducir cantidades demandadas mayores y finalmente promever la inversión por parte de la firma.

Posibles extensiones del modelo son, por una parte, estudiar políticas de regulación óptima en contextos donde existe varias empresas asociadas a la producción, y no solo una, para entender de qué manera deben proveerse los incentivos para promover el nivel de inversión. Por otra parte, suena interesante poder estudiar modelos que incorporen el aspecto dinámico de las decisiones, sobretodo pues en general las decisiones de inversión por parte de los monopolios son proyectos de largo plazo.

Bibliografía

[1] I. Alexander, C. Mayer, and H. Weeds. Regulatory structure and risk: an international comparison. *prepared for The World Bank*, 1996.

[2] M. Armstrong and R. Porter. *Handbook of industrial organization*, volume 3. North Holland, 2007.

[3] H. Averch and L. Johnson. Behavior of the firm under regulatory constraint. *The American Economic Review*, 52(5):1052–1069, 1962.

[4] D. P Baron and R. Myerson. Regulating a monopolist with unknown costs. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 911–930, 1982.

[5] R. Braeutigam and J. Panzar. Effects of the change from rate-of-return to price-cap regulation. *The American Economic Review*, 83(2):191–198, 1993.

[6] D. Fudenberg and J. Tirole. *Game theory. 1991.* MIT Press, 1991.

[7] R. Guesnerie and J. Laffont. A complete solution to a class of principal-agent problems with an application to the control of a self-managed firm. *Journal of Public Economics*, 25(3):329–369, 1984.

[8] J. Laffont and D. Martimort. *The theory of incentives: the principal-agent model.* Princeton University Press, 2001.

[9] J. Laffont and J. Tirole. Using cost observation to regulate firms. *The Journal of Political Economy*, pages 614–641, 1986.

[10] T. Lewis and D. Sappington. Regulating a monopolist with unknown demand. *The American Economic Review*, pages 986–998, 1988.

[11] T. Lewis and D. Sappington. Countervailing incentives in agency problems. *Journal of economic theory*, 49(2):294–313, 1989.

[12] T. Lewis and D. Sappington. Incentives for conservation and quality-improvement by public utilities. *The American Economic Review*, pages 1321–1340, 1992.

[13] G. Maggi and A. Rodriguez-Clare. On countervailing incentives. *Journal of Economic Theory*, 66(1):238–263, 1995.

[14] S. Matthews and J. Moore. Monopoly provision of quality and warranties: An exploration in the theory of multidimensional screening. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 441–467, 1987.

[15] R. Myerson. Optimal auction design. *Mathematics of operations research*, 6(1):58–73, 1981.

[16] A. Spence. Monopoly, quality, and regulation. *The Bell Journal of Economics*, pages 417–429, 1975.

6 Apéndices

6.1. Prueba Lema 3.17

Si se escoge una política tipo *bunching* para precios, $p(\theta) = p_0 \ (\forall \theta \in [\theta^-, \theta^+])$, entonces el problema que resuleve el regulador [PIR] puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \underset{I_0(\theta),\pi(\theta^*)}{\text{Max}} \quad & \psi(p_0, I_0(\theta), \theta) - (1-\alpha)\left(\int_{\theta^*}^{\theta^+} Q_\theta(p_0 - C_Q)\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}dF(\theta) - \int_{\theta^-}^{\theta^*} Q_\theta(p_0 - C_Q)\frac{F(\theta)}{f(\theta)}dF(\theta) + \pi(\theta^*)\right) \\ \text{subject to} \quad & \text{(IC-2OC)} \ \frac{dI_0}{d\theta} \geq 0, \ \theta \in [\theta^-, \theta^+] \end{aligned} \tag{6.1}$$

Donde

$$\theta^* : \ p_0 = C_Q(Q(p_0, \theta^*), I_0(\theta^*)) \tag{6.2}$$

$$\psi(p_0, I_0(\theta), \theta) \equiv \int_{\theta^-}^{\theta^+} [V(Q(p_0, \theta)) - C(Q(p_0, \theta), I_0(\theta)) - I_0(\theta)]dF(\theta) \tag{6.3}$$

Demostración. El Bienestar Social para un valor de θ fijo puede escribirse de la siguiente manera:

$$SW^\theta = S(Q(p_0, \theta)) - C(Q(p_0, \theta), I_0(\theta)) - I_0(\theta) - (1-\alpha)\pi(\theta)$$

Para obtener el resultado basta examinar $\mathbb{E}\{\pi(\theta)\}$. Utilizando el Teorema de la Envolvente sobre la definición de $\pi(\cdot)$ se obtiene:

$$\pi'(\theta) = Q_\theta \left(p_0 - C_Q(Q(p_0, \theta), I(\theta))\right)$$

De donde es posible obtener las siguientes 2 ecuaciones:

$$\pi(\theta) = \pi(\theta^*) - \int_{\theta}^{\theta^*} Q_\theta(p_0 - C_Q)ds \ \ (\forall \theta < \theta^*)$$

$$\pi(\theta) = \pi(\theta^*) + \int_{\theta^*}^{\theta} Q_\theta(p_0 - C_Q)ds \ \ (\forall \theta > \theta^*)$$

Reemplazando estas expresiones en:

$$\mathbb{E}\{\pi(\theta)\} = \int_{\theta^-}^{\theta^*} \pi(\theta)dF(\theta) + \int_{\theta^*}^{\theta^+} \pi(\theta)dF(\theta)$$

Se obtiene,

$$\mathbb{E}\{\pi(\theta)\} = \int_{\theta^-}^{\theta^*} \left(\pi(\theta^*) - \int_{\theta}^{\theta^*} Q_\theta(p_0 - C_Q)ds\right) f(\theta)d\theta + \int_{\theta^*}^{\theta^+} \left(\pi(\theta^*) + \int_{\theta^*}^{\theta} Q_\theta(p_0 - C_Q)ds\right) f(\theta)d\theta$$

Resolviendo y haciendo usa del Lema de Fubini, se concluye que:

$$\mathbb{E}\{\pi(\theta)\} = \pi(\theta^*) - \int_{\theta^-}^{\theta^*} Q_\theta(p_0 - C_Q)\frac{F(s)}{f(s)}dF(s) + \int_{\theta^*}^{\theta^+} Q_\theta(p_0 - C_Q)\frac{1-F(s)}{f(s)}dF(s)$$

Finalmente, definiendo:

$$\psi(p_0, I_0(\theta), \theta) \equiv \int_{\theta^-}^{\theta^+} [S(Q(p_0,\theta)) - C(Q(p_0,\theta), I_0(\theta)) - I_0(\theta)]dF(\theta)$$

Se puede expresar la Esperanza del Bienestar Social como:

$$\mathbb{E}\{SW^\theta\} = \psi(p_0, I_0(\theta), \theta) - (1-\alpha)\left(\pi(\theta^*) - \int_{\theta^-}^{\theta^*} Q_\theta(p_0 - C_Q)\frac{F(s)}{f(s)}dF(s) + \int_{\theta^*}^{\theta^+} Q_\theta(p_0 - C_Q)\frac{1-F(s)}{f(s)}dF(s)\right)$$

Por último, basta notar que el resultado anterior es independiente del valor escogido para θ^*. Decido escoger θ^* de manera tal que:

$$p_0 = C_Q(Q(p_0, \theta^*), I_0(\theta^*))$$

Lo que facilitará el resto de demostraciones. □

6.2. Optimalidad de $I_0(\theta; p_0, \theta^*)$

Lema 6.1 *La política $I_0(\cdot; p_0, \theta^*)$ definida por:*

$$I_0(\theta; \theta^*, p_0) : \begin{cases} 1 + C_I = -(1-\alpha)\frac{F(\theta)}{f(\theta)}C_{QI}Q_\theta & si\ \theta \in [\theta^-, \hat{\theta}^-] \\ I_0(\theta) = I^*(p_0) & si\ \theta \in [\hat{\theta}^-, \hat{\theta}^+] \\ 1 + C_I = (1-\alpha)\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}C_{QI}Q_\theta & si\ \theta \in [\hat{\theta}^+, \theta^+] \end{cases}$$

Con $(\hat{\theta}^-(p_0, \theta^*), \hat{\theta}^+(p_0, \theta^*))$ definidos de manera que:

$$I^-(\theta^-; p_0) = I^+(\theta^+; p_0) = \tilde{I}(\theta^*; p_0)$$

Resuelve el problema de maximizar el Bienestar Social, condicional en p_0 y θ^*. Esto es:

$$I_0(\cdot; p_0, \theta^*) \in \underset{I^d(\cdot)\in A(p_0,\theta^*)}{Argmax}\ SW(p_0, I^d(\cdot))$$

Demostración. Sea $I^d(\cdot; p_0, \theta^*) \in A(p_0, \theta^*)$ una política de inversión arbitraria. De la definición de $A(p_0, \theta^*)$, sabemos que $I^d(\cdot; p_0, \theta^*)$ debe satisfacer:

$$I^d(\theta^*; p_0, \theta^*) = \tilde{I}(\theta^*; p_0)$$

$$\frac{dI^d(\theta; p_0, \theta^*)}{d\theta} > 0$$

Tomamos el caso donde se cumplen simultáneamente:

$$I^d(\theta; p_0, \theta^*) < I_0(\theta; p_0, \theta^*) \ \forall \theta \in \hat{\Theta}^- \subseteq [\theta^-, \theta^*]$$

$$I^d(\theta; p_0, \theta^*) > I_0(\theta; p_0, \theta^*) \ \forall \theta \in \hat{\Theta}^+ \subseteq [\theta^-, \theta^*]$$

El resto de los casos son completamente análogos. Defínase, a continuación, la siguiente política auxiliar:

$$I^\varepsilon(\cdot; p_0, \theta^*) = (1-\varepsilon) I_0(\cdot; p_0, \theta^*) + \varepsilon I^d(\cdot; p_0, \theta^*) \ \ (\forall \theta \in \Theta)$$

Esto es, $I^\varepsilon(\cdot; p_0, \theta^*)$ corresponde a una combinación convexa entre $I_0(\cdot; p_0, \theta^*)$ y $I^\varepsilon(\cdot; p_0, \theta^*)$, con parámetro ε. Mostraremos que $\frac{dSW(p_0, I^\varepsilon(\cdot))}{d\varepsilon} > 0$ para cualquier valor de ε, lo que inducirá naturalemente el resultado. En efecto:

$$\begin{aligned} \frac{dSW(p_0, I^\varepsilon(\cdot))}{d\varepsilon} = &- \left(\int_{\hat{\theta}^-}^{\theta^*} \left((1 + C_I) + (1-\alpha) Q_\theta C_{QI} \frac{F(\theta)}{f(\theta)} \right) \frac{dI^\varepsilon(\theta)}{d\varepsilon} dF(\theta) \right) \\ &- \left(\int_{\theta^*}^{\hat{\theta}^+} \left((1 + C_I) - (1-\alpha) Q_\theta C_{QI} \frac{1 - F(\theta)}{f(\theta)} \right) \frac{dI^\varepsilon(\theta)}{d\varepsilon} dF(\theta) \right) \end{aligned} \tag{6.4}$$

Lo que puede reescribirse como:

$$\begin{aligned} \frac{dSW(p_0, I^\varepsilon(\cdot))}{d\varepsilon} = &- \left(\int_{\hat{\theta}^-}^{\theta^*} \left((1 + C_I(Q(p_0), \theta), I^\varepsilon(\theta; p_0, \theta^*)) - (1 + C_I(Q(p_0), \theta), I^-(\theta; p_0)) \right) \frac{dI^\varepsilon(\theta)}{d\varepsilon} dF(\theta) \right) \\ &- \left(\int_{\theta^*}^{\hat{\theta}^+} \left((1 + C_I(Q(p_0), \theta), I^\varepsilon(\theta; p_0, \theta^*)) - (1 + C_I(Q(p_0), \theta), I^+(\theta; p_0)) \right) \frac{dI^\varepsilon(\theta)}{d\varepsilon} dF(\theta) \right) \end{aligned} \tag{6.5}$$

Obsérvese, entonces, que:

$$(\forall \theta < \theta^*) \, I^\varepsilon(\theta; p_0, \theta^*) < I^-(\theta; p_0) \tag{6.6}$$

$$(\forall \theta > \theta^*) \, I^\varepsilon(\theta; p_0, \theta^*) > I^+(\theta; p_0) \tag{6.7}$$

Dado que la función $I :\to 1 + C_I$ es una función estrictamente creciente, se concluye que:

$$(\forall \theta < \theta^*) \ \ 1 + C_I(Q(p_0), \theta), I^\varepsilon(\theta; p_0, \theta^*) < 1 + C_I(Q(p_0), \theta), I^-(\theta; p_0) \tag{6.8}$$

$$(\forall \theta > \theta^*) \ \ 1 + C_I(Q(p_0), \theta), I^\varepsilon(\theta; p_0, \theta^*) > 1 + C_I(Q(p_0), \theta), I^+(\theta; p_0) \tag{6.9}$$

Por último, basta notar que:

$$\frac{dI^{\varepsilon}(\theta;p_0,\theta^*)}{d\varepsilon} = I^d(\theta;p_0,\theta^*) - I_0(\theta;p_0,\theta^*) = \begin{cases} < 0 & \forall\theta < \theta^* \\ > 0 & \forall\theta > \theta^* \end{cases} \tag{6.10}$$

Reemplazando las 3 últimas expresiones en 6.5, se obtiene que:

$$\frac{dSW(p_0, I^{\varepsilon}(\theta))}{d\varepsilon} > 0 \; \forall\varepsilon \in [0,1] \tag{6.11}$$

Finalmente, utilizando el *Teorema Fundamental del Cálculo*, se concluye que la política $I^d(\theta;p_0,\theta^*)$, induce niveles menores de *Bienestar Social* que la política $I_0(\theta;p_0,\theta^*)$ □

6.2.1. Prueba Proposición 3.19

DEMOSTRACIÓN. Definamos la siguiente función:

$$I_0^*(\theta;p_0,I^*) = \begin{cases} I^-(\theta;p_0) & \forall\theta : I^-(\theta;p_0) < I^* \\ I^* & \forall\theta : I^-(\theta;p_0) > I^* \wedge I^+(\theta;p_0) < I^* \\ I^-(\theta;p_0) & \forall\theta : I^+(\theta;p_0) > I^* \end{cases} \tag{6.12}$$

donde I^* representa el nivel de inversión donde se hace *ironing*. Luego, el resultado del 3.18, nos permite asegurar que:

$$I_0(\theta;p_0) = I_0^*(\theta;p_0,\hat{I}^*) \tag{6.13}$$

Cuando $\hat{I}^*$ resuelve:

$$\begin{aligned}\hat{I}^* \in \underset{I^*}{\text{ArgMax}}\, SW \equiv & \int_{\theta^-}^{\theta^+} [V(Q(p_0,\theta)) - C(Q(p_0,\theta), I_0(\theta), I^*, p_0) - I_0(\theta, I^*, p_0)]dF(\theta) \\ & - (1-\alpha)\left(\int_{\theta^*(p_0,I^*)}^{\theta^+} Q_\theta(p_0 - C_Q)\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}dF(\theta) - \int_{\theta^-}^{\theta^*(p_0,I^*)} Q_\theta(p_0 - C_Q)\frac{F(\theta)}{f(\theta)}dF(\theta)\right)\end{aligned} \tag{6.14}$$

Mostraremos que la solución al problema anterior, $\hat{I}^*$, es estrictamente decreciente en p_0, lo que inducirá naturalmente el resultado. Para realizar lo anterior, bastará probar que el *Bienestar Social* $SW = SW(p_0, I^*)$ presenta *Diferencias Decrecientes* en (p_0, I^*). En efecto, haciendo un poco de álgebra se encuentra:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 SW}{\partial p_0 \partial I^*} = & \underbrace{-\frac{d}{dp_0}\left(\int_{\theta^-}^{\theta^*(p_0,I^*)} \left((1+C_I) + (1-\alpha)Q_\theta C_{QI}\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\right)\frac{dI_0}{dI^*}dF(\theta)\right)}_{A} \\ & \underbrace{+\frac{d}{dp_0}\left(\int_{\theta^*(p_0,I^*)}^{\theta^+} \left(-(1+C_I) + (1-\alpha)Q_\theta C_{QI}\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\right)\frac{dI_0}{dI^*}dF(\theta)\right)}_{B}\end{aligned}$$

De donde:

$$A = -\left(\int_{\theta^-}^{\theta^*(p_0,I^*)}\left(\underbrace{\left(C_{QI}Q_P + \left(C_{II} + (1-\alpha)C_{QII}Q_\theta\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\right)\frac{dI_0}{dp_0}\right)\frac{dI_0}{dI^*}}_{A_1} + \underbrace{\Psi(\theta,p_0,I^*)\frac{d^2I_0^*}{dI^*dp_0}}_{A_2}\right)dF(\theta)\right)$$
$$-\underbrace{\left((1+C_I) + (1-\alpha)Q_\theta C_{QI}\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\right)\frac{dI_0^*}{dI^*}\frac{d\theta^*}{dp_0}}_{A_3}$$

Para poder dar signo a la expresión anterior es necesario constatar algunos resultados. Definamos $(\hat{\hat{\theta}}^-, \hat{\hat{\theta}}^+)$ de la siguiente manera:

$$\hat{\hat{\theta}}^- : I^-(\hat{\hat{\theta}}^-; p_0) = I^* \tag{6.15}$$

$$\hat{\hat{\theta}}^+ : I^+(\hat{\hat{\theta}}^+; p_0) = I^* \tag{6.16}$$

Es fácil ver que:

$$\frac{dI_0^*}{dp_0} = \begin{cases} \frac{dI^-}{dp_0}(\theta; p_0) & \forall\theta < \hat{\hat{\theta}}^- \\ 0 & \forall\theta \in [\hat{\hat{\theta}}^-, \hat{\hat{\theta}}^+] \\ \frac{dI^+}{dp_0}(\theta; p_0) & \forall\theta > \hat{\hat{\theta}}^+ \end{cases} \tag{6.17}$$

$$\frac{dI_0^*}{dI^*} = \begin{cases} 0 & \forall\theta < \hat{\hat{\theta}}^- \\ 1 & \forall\theta \in [\hat{\hat{\theta}}^-, \hat{\hat{\theta}}^+] \\ 0 & \forall\theta > \hat{\hat{\theta}}^+ \end{cases} \tag{6.18}$$

Utilizando los valores para las derivadas anteriores encontrados más arriba, se obtiene lo siguiente:

$$A_1 = C_{QI}Q_P\left(\forall\theta \in [\hat{\hat{\theta}}^-, \theta^*]\right)$$

Además es trivial notar que:

$$\frac{d^2I_0}{dI^*dp_0} = 0\left(\forall\theta \in [\theta^-, \theta^*]\right) \tag{6.19}$$

De donde se encuentra:

$$A_2 = 0\left(\forall\theta \in [\theta^-, \theta^*]\right)$$

De esta manera, se tiene que:

$$A = -\int_{\hat{\hat{\theta}}^-}^{\theta^*} C_{QI}Q_P dF(\theta) - \left((1+C_I) + (1-\alpha)Q_\theta C_{QI}\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\right)\frac{dI_0^*}{dI^*}\frac{d\theta^*}{dp_0}$$

De manera completamente análoga, se puede encontrar:

$$B = -\int_{\theta^*}^{\hat{\hat{\theta}}^+} C_{QI}Q_P dF(\theta)\left((1+C_I) - (1-\alpha)Q_\theta C_{QI}\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right)\frac{dI_0^*}{dI^*}\frac{d\theta^*}{dp_0}$$

Se concluye por consiguiente que:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 SW}{\partial p_0 \partial I^*} = A + B = -\int_{\hat{\hat{\theta}}-}^{\hat{\hat{\theta}}+} C_{QI} Q_P dF(\theta) - \left((1-\alpha) Q_\theta C_{QI} \frac{F(\theta)}{f(\theta)} \frac{dI_0^*}{dI^*} \frac{d\theta^*}{dp_0}\right) \\ - \left((1-\alpha) Q_\theta C_{QI} \frac{1-F(\theta)}{f(\theta)} \frac{dI_0^*}{dI^*} \frac{d\theta^*}{dp_0}\right)\end{aligned} \tag{6.20}$$

Dado que

$$\frac{d\theta^*}{dp_0} < 0 \tag{6.21}$$

Se obtiene que el *Bienestar Social*, SW, presenta *Diferencias Decrecientes* en (p_0, I^*):

$$\frac{\partial^2 SW}{\partial p_0 \partial I^*} < 0$$

Utilizando el **Teorema de Topkis**, es directo concluir que $\hat{I}^*$ es decreciente en p_0. Lo que induce naturalmente el resultado buscado. □

6.3. Prueba Proposición 3.23

Demostración. Considérese una política de precios creciente cualquiera $p(\theta)$. Definimos la siguiente $\varepsilon-$desviación:

$$p^\varepsilon(\theta) = (1-\varepsilon)p(\theta) + \varepsilon p(\theta^*) \tag{6.22}$$

El resultado se obtiene trivialmente de observar que:

$$\frac{\partial SW}{\partial \varepsilon} > 0 \ \forall \varepsilon \in [0,1] \tag{6.23}$$

□