



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECÁNICA

# DISEÑO DE UNA EXTRUSORA PARA FILAMENTO DE IMPRESIÓN 3D

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

**CARLOS ALBERTO GARCÍA ACEVEDO**

PROFESOR GUÍA:  
JUAN CRISTOBAL ZAGAL MONTEALEGRE

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
WILLIAMS RODRIGO CALDERÓN MUÑOZ  
RAMÓN LUIS FREDERICK GONZÁLEZ

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por CONICYT

SANTIAGO DE CHILE  
JUNIO 2015

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL MECÁNICO

POR: CARLOS ALBERTO GARCÍA ACEVEDO

FECHA: JUNIO 2015

PROFESOR GUÍA: JUAN CRISTOBAL ZAGAL MONTEALEGRE

## **DISEÑO DE UNA EXTRUSORA PARA FILAMENTO DE IMPRESIÓN 3D**

Actualmente existen equipos de extrusión de escritorio que producen filamento, pero trabajan sobrecalentando el material. En general los plásticos están destinados sólo a un ciclo térmico, por lo que no existe preocupación por la degradación producida en los plásticos a raíz de temperaturas excesivas.

El propósito general de este trabajo consiste en diseñar una máquina capaz de tratar materiales termoplásticos disminuyendo su degradación, para generar a partir de éstos, un filamento útil para impresoras 3D FDM. Para lo anterior se estudia el comportamiento de una extrusora previamente diseñada y partes fabricadas, para luego definir la geometría general y las variables de diseño adecuadas para representar convenientemente un calefactor para extrusión de filamento.

Una vez definida la forma general del calefactor, se modela a partir de diferencias finitas su campo de temperaturas en operación. Para lograr la solución de las ecuaciones desarrolladas, se programó una aplicación computacional en lenguaje Java, permitiendo su fácil utilización en la mayoría de los sistemas operativos existentes, desplegando la solución del problema sin un equipo computacional avanzado. Este programa resuelve un calefactor específico, con medidas, materiales y estado de operación particular, entregando el campo de temperaturas de todo el equipo.

Posteriormente, se definieron variables de desempeño e índices de desempeño que caracterizan un calefactor en particular y su estado de operación, permitiendo su comparación frente a otros equipos y escenarios.

Los índices de desempeño y el programa previamente desarrollado, se utilizaron para crear una nueva aplicación computacional que modifica variables de diseño y mide desempeño de las variaciones. Con esto, se estudiaron todas las variables geométricas que influyen en la creación del calefactor, para así, definir la forma final del equipo a través de la optimización de dichas variables.

Se finaliza el trabajo con un diseño sencillo, de fácil construcción y optimizado, capaz de trabajar con distintos materiales termoplásticos. Para ello, se utilizan los mismos programas desarrollados para la optimización del diseño, para perfeccionar el funcionamiento para un material en específico.

## DEDICATORIA

---

Me dedico mi memoria como recordatorio de que la vida tiene distintos sabores, y decidir pasarla bien incluso en el trabajo hace que todo valga la pena.

Me dedico esta tesis, recordando extensas jornadas de trabajo, horas de infinitos minutos en que apenas podía continuar, espero recordar esos momentos como prueba de que todo merece un esfuerzo y que lo mejor es el final (e irse).

Me dedico esta memoria, como recordatorio y ejemplo, de no venderme, ser fiel y disfrutar de la carrera que amo desde pendejo, bien ejercida y no como secretaria con grado académico. Pero si me vendo, que sea como prostituta bonita, que sea bien caro, pa' que el cansancio valga la pena.

Me dedico a mí mismo este trabajo, no por lo que se ve, si no por todos los carretes, salidas, reuniones de amigos y buenos momentos que me hicieron disfrutar este proceso.

Me la dedico a mí mismo, porque estoy más feliz que cabro chico con zapatillas con luces, no por el fin, sino por el camino recorrido y el camino por recorrer.

Finalmente, me dedico esta memoria, porque sé que a nadie más le interesa, y honestamente, ahora tampoco me importa, pero eso es lo bonito, estamos todos contentos igual. Un proyecto terminado, es el comienzo de otro nuevo, pero más complicado.

## AGRADECIMIENTOS

---

En primer lugar debo reconocer la importancia de mi familia. Agradecer la oportunidad de tomarme el tiempo para sacarle el máximo de provecho a esta etapa de la vida. La rigurosidad que me gusta de mi personalidad y que puedo desarrollar en los proyectos que amo, se lo debo a mi Madre. Saber cuándo ser responsable, estricto, disciplinado y cuando ser un pendejo alegre y desordenado, es un arte que sólo pude aprender de mi Padre. Mi Hermana siendo niña me enseñó que la vida no debe tomarse tan en serio como se dice, que el relajo dentro de todo lo que se hace es necesario y ayuda a disfrutar la existencia. Sólo puedo decir; gracias mamá, papá y hermana, todo lo bueno se los debo a ustedes... lo malo también, asique aguántenme (ja!).

Agradezco al profesor Juan Cristóbal Zagal por la oportunidad de trabajar en un proyecto de mi interés, haciendo llevadero el proceso final de la carrera. Al profesor Williams Calderón le agradezco la paciencia y los conocimientos que debí aprender antes, y no lo hice hasta alguna de todas las visitas urgidas a su oficina. Al profesor Ramón Frederick le agradezco su mirada práctica de la ingeniería, acercando el conocimiento técnico a problemas reales y tangibles. En general, como alguien que conoció otras realidades del cuadrado Beauchef, agradezco a todos los profesores y funcionarios del departamento, en general todos hacen difícil querer dejar la vida universitaria.

Agradezco profundamente a todos los amigos y personas que se han cruzado en mi camino durante los años de la carrera (y los años bonus). Agradezco las horas compartidas en el gimnasio, bailando, corriendo, entrenando, o simplemente hablando, son muchos los buenos recuerdos.

Extrañaré las desviadas conversaciones con todos los homosexuales del DIMEC, locas de patio desatadas y sidosas (Maraboli, Rivera, Mardones, Marco, Torres, Pichara, Sashota y tantos más), las imbecilidades quedaran por siempre, agradezco los momentos de alegría, las tallas crueles y sin censura, en resumen, todas las carcajadas que amenizaron este periodo.

Agradezco a Strujen y al Pelao por llevarme al mal camino, desviarme de los estudios y hacerme ver la luz estroboscópica de tantos carretes y weveos varios. ¡Gracias Chihuahua!

Por último, y no menos importante, te agradezco Carito por acompañarme fielmente en estos últimos años. Eres responsable en gran parte de muchas cosas que hice, hago y deje de hacer, siempre para mi bien. Has sido un apoyo importante y una luz en una oscuridad que ya recuerdo como el pasado. Me obligaste a ver las cosas de otro modo, y siempre estaré agradecido por eso. Te amo.

# TABLA DE CONTENIDO

---

1	INTRODUCCIÓN .....	1
1.1	Impresión 3D .....	1
1.2	Producir Filamento en Casa .....	2
1.3	Objetivos .....	3
1.4	Alcances .....	3
2	ANTECEDENTES .....	4
2.1	Estado del Arte .....	4
2.1.1	Extrusión en la Industria .....	4
2.1.2	Consejo de Extrusores .....	8
2.1.3	Materiales a Trabajar .....	9
2.1.4	Equipos de Escritorio .....	10
	Lyman Filament Struder .....	10
	Filastruder .....	11
	Filabot .....	12
2.2	Marco Teórico .....	12
2.2.1	Calor .....	12
2.2.2	Conceptos Básicos de Conducción Estacionaria .....	13
2.2.3	Conceptos Básicos de Convección Estacionaria .....	14
2.2.4	Introducción a la Conducción en Estado Transitorio .....	17
2.2.5	Método de Diferencias Finitas .....	19
3	DESARROLLO .....	22
3.1	Equipo Existente .....	22
3.1.1	Puesta en Marcha .....	22
3.1.2	Pruebas .....	24
3.1.3	Resultados Preliminares .....	25
3.2	Diseño del Nuevo Calefactor .....	26
3.2.1	Representación Computacional .....	27
3.2.2	Transferencia de Calor .....	29
3.2.3	Movimiento de Material .....	31
3.2.4	Simulaciones .....	33
3.2.5	Variables de Desempeño .....	35
3.2.6	Programas .....	37

3.2.7	Estudio Propuesto .....	39
4	RESULTADOS Y DISCUSIONES .....	40
4.1	Validación del Programa .....	40
4.2	Influencia de las Variables .....	42
4.3	Diseño Final .....	48
5	CONCLUSIONES .....	50
6	BIBLIOGRAFÍA .....	51

Anexo 1. Aproximaciones por Diferencias Finitas

Anexo 2. Tabla Resumen de Iteraciones de Variables de Diseño

## ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 2-1. Troubleshooting Típicos del Proceso de Extrusión [6] .....	8
Tabla 2-2. Propiedades Generales de Materiales a Extruir [7] [8].....	10
Tabla 2-3. Características Técnicas Principales: FilaStruder v/s FilaBot [10][11].....	12

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 1-1. Esquema del Funcionamiento de Impresión 3D FDM.....	1
Figura 1-2. Estructuras de Soporte de Impresión 3D FDM [1].....	2
Figura 2-1. Instalación de Extrusión Típica .....	4
Figura 2-2. Componentes Principales de una Extrusora [3] .....	5
Figura 2-3. Husillo de Tres Zonas [3] .....	6
Figura 2-4. Distintas Zonas de Mezcla para Husillos [3] .....	6
Figura 2-5. Partes de la Cabeza [5].....	7
Figura 2-6. Lyman Filament Struder [9].....	11
Figura 2-7. Filastruder y Filabot [10][11].....	11
Figura 2-8. Representación de Redes Nodales.....	19
Figura 2-9. Esquema de Indexación de Nodos .....	20
Figura 3-1. Partes Existentes .....	22
Figura 3-2. Primer Montaje del Prototipo Heredado .....	23
Figura 3-3. Montaje Final del Prototipo Heredado.....	23
Figura 3-4. Material Reciclado y Muestra de Pellet .....	25
Figura 3-5. Calefactor Heredado Post Prueba .....	25
Figura 3-6. Termo Resistencia Comercial .....	26
Figura 3-7. Variables que Definen el Calefactor.....	27
Figura 3-8. Simplificación del Modelo Geométrico .....	28
Figura 3-9. Casos Particulares de Transferencia de Calor en el Calefactor.....	29
Figura 3-10. Esquemmatización de los Bordes de la Discretización .....	30
Figura 3-11. Esquemmatización del Flujo de Nodos de Pellet .....	31
Figura 3-12. Plano Perpendicular al Eje Axial; Orden de Flujo de los Nodos.....	32
Figura 3-13. Esquemmatización del Movimiento de los Nodos.....	33
Figura 3-14. Aplicación "Iterador de Variables" .....	38
Figura 3-15. Interfaz de la aplicación .....	38
Figura 4-1. Archivo de Entrada.....	40
Figura 4-2. Archivo de Salida .....	41
Figura 4-3. Resultado de Simulación de Validación .....	41
Figura 4-4. Diseño Final del Calefactor .....	49

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

---

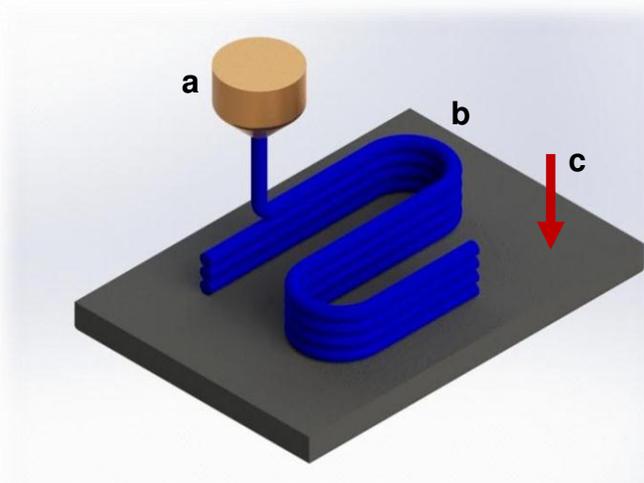
Gráfico 3-1. Temperatura del Calefactor en Función del Tiempo y Voltaje .....	24
Gráfico 4-1. Desempeño del Calefactor Según 'D' .....	43
Gráfico 4-2. Desempeño del Calefactor Según 'D1' .....	43
Gráfico 4-3. Desempeño del Calefactor Según 'D2' .....	44
Gráfico 4-4. Desempeño del Calefactor Según 'Ci' .....	44
Gráfico 4-5. Desempeño del Calefactor Según 'A' .....	44
Gráfico 4-6. Desempeño del Calefactor Según 'L' .....	45
Gráfico 4-7. Desempeño del Calefactor Según 'P' .....	45
Gráfico 4-8. Desempeño del Calefactor Según 'X1' .....	46
Gráfico 4-9. Desempeño del Calefactor Según 'X2' .....	46
Gráfico 4-10. Desempeño del Calefactor Según 'Qv' .....	46
Gráfico 4-11. Desempeño del Calefactor Según 'Tc' .....	47
Gráfico 4-12. Desempeño del Calefactor Según ' $\alpha_{\text{pellet}}$ ' .....	47
Gráfico 4-13. Desempeño del Calefactor Según ' $\alpha_{\text{camisa}}$ ' .....	48

# 1 INTRODUCCIÓN

## 1.1 Impresión 3D

La impresión 3D FDM (“Fused Deposition Modeling”), corresponde a la modelación de cuerpos en tres dimensiones por la adición de algún material fundido. En general, los equipos que realizan esta tarea producen un cambio de fase al material con que trabajan, siendo éstos generalmente termoplásticos, aunque existen prototipos que pueden trabajar con metales de bajo punto de fusión, como el aluminio. Los cuerpos a imprimir son diseñados previamente en algún software de modelación 3D, como SolidEdge, SolidWorks, Catia, Rhinoceros 3D, entre muchos otros.

Figura 1-1. Esquema del Funcionamiento de Impresión 3D FDM



Fuente: Elaboración propia.

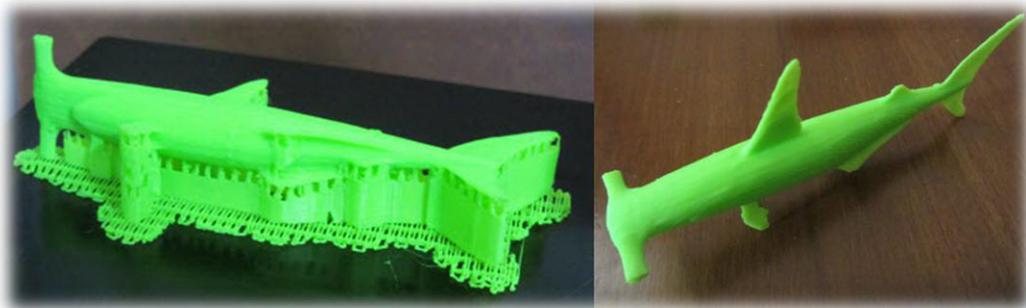
La impresión 3D es un proceso sistemático donde se reproduce la discretización de un cuerpo. En una etapa previa, generalmente en un procesador externo, se transforma el modelo 3D del cuerpo a “construir” en código interpretable por la impresora. Este proceso puede realizarse en un software propio del equipo a utilizar, o en programas destinados a este tipo de procesos, como por ejemplo “Replicator G”, el cual convierte el modelo tridimensional en líneas de código interpretables por el equipo replicador.

En una impresora, la construcción del cuerpo final se realiza repitiendo tantas veces como sea necesario el proceso representado en la Figura 1-1. En una primera etapa (a), el material es fundido y extruido. En conjunto con lo anterior, la extrusora de la impresora se mueve en un plano (etapa b), rellenando con material las zonas necesarias para formar una capa del cuerpo final. Una vez que la capa está completa, la superficie o la extrusora se mueve (etapa c) en una dirección perpendicular al plano de impresión, separando la capa previamente impresa de la extrusora, para volver otra vez a repetir todo el procedimiento, hasta finalizar de esta forma el cuerpo requerido, capa por capa. El material utilizado frecuentemente es suplido en carretes de filamento de 1 [kg], con diámetros entre los 1,75 y 3 [mm].

## 1.2 Producir Filamento en Casa

Una de las principales ventajas de la fabricación digital para obtener piezas funcionales, es la disminución drástica de material utilizado y de desecho. Como muestra la Figura 1-2, para producir una pieza complicada sólo se agregan estructuras de soporte, que permiten la impresión de los planos complejos de la pieza final. La cantidad de soporte es la mínima requerida, y además para producirlos se minimiza la materia prima en ellos, y en comparación con procesos de mecanizado convencional, el material desperdiciado es marginal.

Figura 1-2. Estructuras de Soporte de Impresión 3D FDM [1]



Otra ventaja particular, es que los desechos de impresión 3D FDM son potencialmente reciclables en casa. Las temperaturas necesarias para fundir dichos compuestos son inferiores a las de un horno de cocina común. Este aspecto hace muy atractiva la idea de tratar los materiales sobrantes, que en comparación a los desechos de los procesos de manufactura convencional, no necesitan procesos complejos ni agresivos energéticamente hablando.

La impresión FDM está siguiendo las tendencias de todos los productos tecnológicos; en un comienzo son bienes muy costosos monetariamente hablando, productos complejos y de alto nivel técnico, que con el paso del tiempo, se vuelven comunes, más sencillos y económicos. Al igual que las impresoras de papel, que en sus inicios fueron un bien de lujo y hoy son desechables, el costo importante para el consumidor es el de operación. Se estima que entre los años 2008 y 2011, el aumento de RepRap<sup>1</sup> en uso, pasó de 4 a 2.400 unidades [2]. El costo ha bajado considerablemente, en Chile es posible conseguir kits comerciales de impresoras 3D por menos de 1.000 dólares, si se desea bajar los gastos, utilizando las versiones de acceso libre, es posible disminuir estos costos incluso a la mitad.

Si bien la tendencia de los precios de los equipos es a la baja, el costo de operar las impresoras 3D se ha mantenido relativamente constante. A pesar de que los costos de las materias primas para filamentos son mínimos (bajo los 10 [USD/Kg] en Chile), el filamento como tal en cualquier parte del mundo duplica este costo (28 [USD/kg]), en opciones que técnicamente no son muy convenientes, pues no son procesos complejos, pero sí de cuidados. Además, el proceso de extrusión es un procedimiento que a nivel industrial es sencillo y económico (bajo los 8 [USD/Kg] en Chile).

---

<sup>1</sup> RepRap es la primera impresora 3D FDM de bajo costo y auto replicante, 100% software y hardware de libre acceso para toda la comunidad.

Desde el punto de vista medioambiental, el reciclaje centralizado (puntos de acopio para posterior traslado y tratamiento en plantas especializadas) sólo por conceptos de recolección, transporte y transferencia, aporta gases de efecto invernadero que se agregan a los del proceso global [2]. Por lo que el reciclaje de materiales plásticos para impresión 3D en el hogar, podría reducir estas emisiones y disminuir la huella de carbono del proceso de fabricación digital.

Por todas las razones antes mencionadas, resulta natural pensar en el tratamiento de los residuos de la fabricación digital FDM y la producción del propio filamento, no sólo contrae beneficios medioambientales, económicamente es muy atractivo para los usuarios de estas tecnologías. El presente documento, detalla el desarrollo de una opción de manufactura de filamento para impresión 3D FDM.

### **1.3 Objetivos**

El propósito general de este trabajo consiste diseñar una extrusora para producir filamento para impresión 3D FDM, modelando térmicamente su funcionamiento y optimizando su desempeño.

Para lograr lo anterior, se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Estudiar el comportamiento de una extrusora previamente diseñada; para ello; finalizar su construcción y realizar la puesta en marcha. Estudiar su desempeño y funcionamiento para utilizar dicha experiencia en el desarrollo del nuevo prototipo.
- Definir variables de diseño adecuadas y estudiar su influencia en el desempeño global del equipo.
- Definir variables de referencia que permitan describir y caracterizar el equipo y su desempeño, para comparar así su trabajo versus equipos similares
- Aplicar Modelos de Transferencia de Calor Adecuados
- Diseñar un sistema sencillo, tratando de reducir al máximo los costos, pero sin desmedro de un buen funcionamiento y buena mantenibilidad.

### **1.4 Alcances**

Este trabajo se limita al diseño de la extrusora, no contempla la construcción y ni la prueba del mismo equipo.

## 2 ANTECEDENTES

### 2.1 Estado del Arte

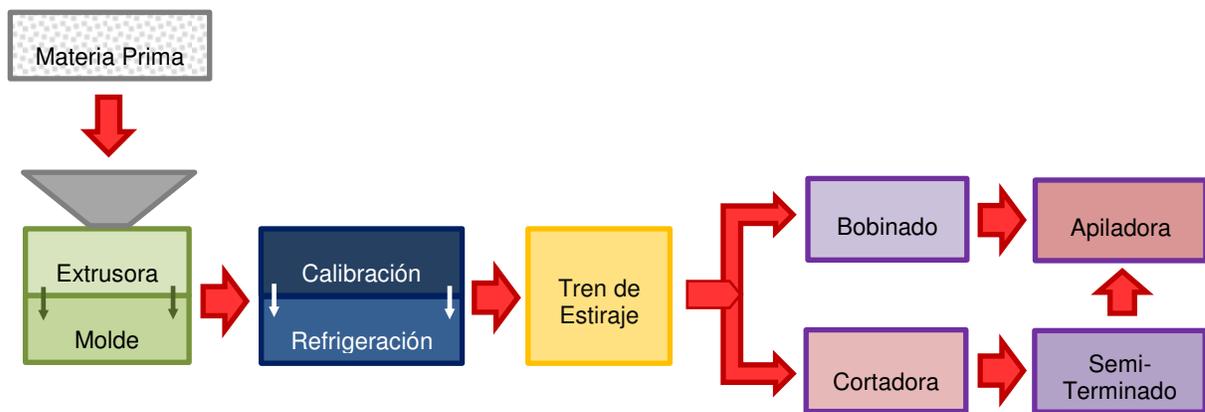
#### 2.1.1 Extrusión en la Industria

En general, los materiales poliméricos termoplásticos permiten una serie de procesos de moldeo, mecanizado y acabado [3]. Principalmente se pueden nombrar los siguientes:

- Extrusión
- Inyección
- Colada
- Prensado
- Calandrado
- Sinterizado

El desarrollo de esta memoria se centrará en la extrusión del plástico. La extrusión es un proceso continuo de varas, tubos, láminas, monofilamentos y formas de perfiles de sección constante. En este proceso, polvos o granos (“pellets”) son alimentados desde una tolva o silo a un tornillo de transporte que funde, mezcla y fuerza el material a través de un orificio que da la forma requerida [4].

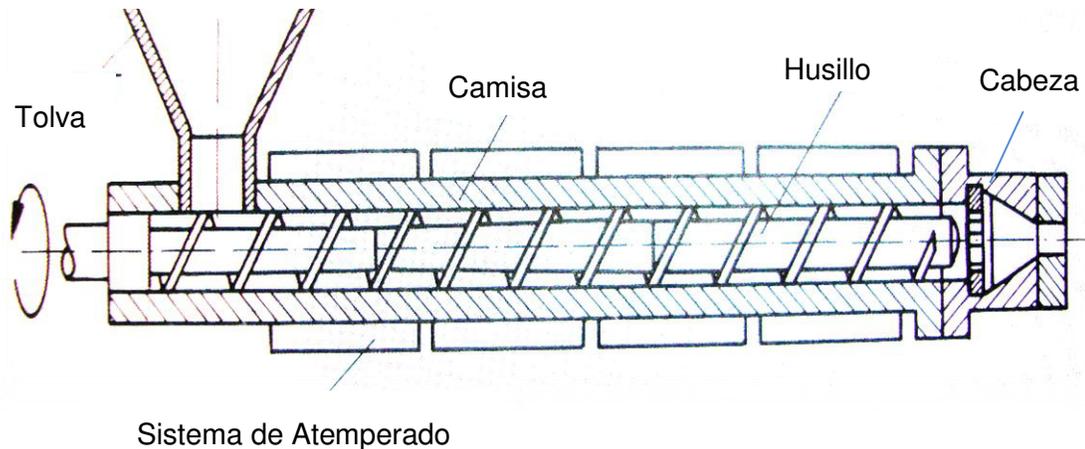
Figura 2-1. Instalación de Extrusión Típica



Fuente: Elaboración propia basado en bibliografía [4].

En general, las instalaciones industriales de extrusión constan de los elementos esquematizados en la Figura 2-1. La instalación final dependerá del objeto a producir. En el presente documento se desarrollará la extrusora propiamente tal, que es una parte común a todas las instalaciones de extrusión y los procesos que se fundamentan sobre ella. Las etapas posteriores cumplen fines económicos e industriales, no son estrictamente necesarias para lograr el producto requerido.

Figura 2-2. Componentes Principales de una Extrusora [3]



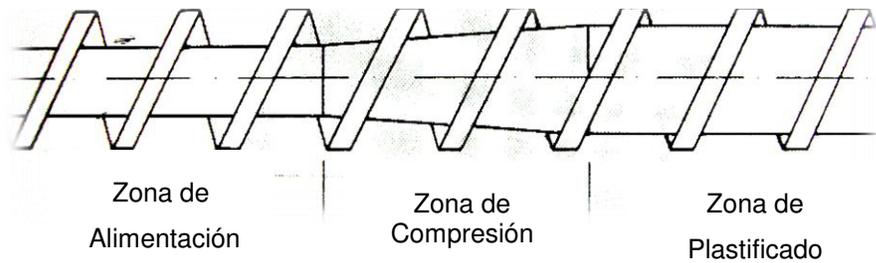
La sección de calibración y refrigeración trabaja en conjunto con el tren de estiraje; al refrigerar y controlar (acelerar) el enfriado de la pieza en conjunto al estirado adecuado, se logra la geometría final deseada y se aumenta la velocidad de producción. Las etapas posteriores dependen del artículo en la línea de fabricación, por ejemplo; si se crean cañerías, será necesaria una etapa de cortado, si se produce hilo de pescar, una sección de bobinado, y ambas necesitarán su empaque (etapa de semi-terminado). Las configuraciones son tan diversas como productos existentes.

La extrusora propiamente tal, es presentada en la Figura 2-2, que muestra una vista en corte de una extrusora estándar, indicando las partes y componentes claves.

Los principales componentes de una extrusora [3], son descritos a continuación.

- A. Tolva:** caja con forma de tronco de pirámide o de cono invertido, la cual almacena temporalmente la materia prima a procesar, es la encargada de alimentar a la extrusora gradualmente con el material a transformar. Generalmente, los materiales no deslizan de manera adecuada, por lo que es usual agregar un sistema de agitación adicional.
  
- B. Husillo:** dentro de una extrusora, corresponde a un tornillo sinfín, cumpliendo varios roles importantes del proceso; carga, transporta, funde y homogeniza el plástico, por lo que se considera la pieza clave del equipo. Existen distintos tipos de husillos, y distintas configuraciones, pero destaca el “Husillo de Tres Zonas”, (Figura 2-3) siendo el más utilizado. Este sinfín de sección variable presenta 3 zonas claras:
  - I. Zona de Alimentación:* comienza la carga y transporte del material, aun en estado sólido.
  - II. Zona de Compresión:* el material es fundido y compactado, gracias a la profundidad decreciente del filete. El cambio de sección ayuda al cambio de fase del plástico, el roce entre partículas y contra el husillo y cilindro produce calor que es aprovechado para el proceso.
  - III. Zona de Plastificado:* (o zona de descarga) el material se homogeniza y se le da la temperatura deseada.

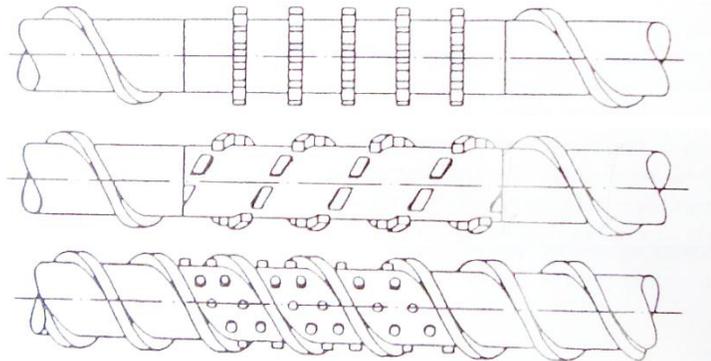
Figura 2-3. Husillo de Tres Zonas [3]



Las extrusoras en general, dependiendo del tipo de husillo, se agrupan en dos categorías principales:

- I. *Extrusora Mono-Husillo*: poseen un cilindro liso en su interior. La presión para superar la resistencia opuesta por el molde se alcanza sólo en la zona de dosificación (inmediatamente anterior a la boquilla, en la cabeza).
- II. *Extrusora de Doble Husillo*: la homogenización del material resulta peor que en las mono-husillos, por lo que se agregan zonas de mezcla (Figura 2-4). Gracias a lo anterior, las extrusoras de alto rendimiento usualmente son de este tipo. Las extrusoras de doble husillo de giro contrario son utilizadas para materiales pulverulentos, dejando un espacio cerrado entre los husillos, gracias a su disposición. Sólo al final del husillo, donde crece la presión, se forma una corriente de escape y el material se funde prácticamente por la acción de la fricción.

Figura 2-4. Distintas Zonas de Mezcla para Husillos [3]



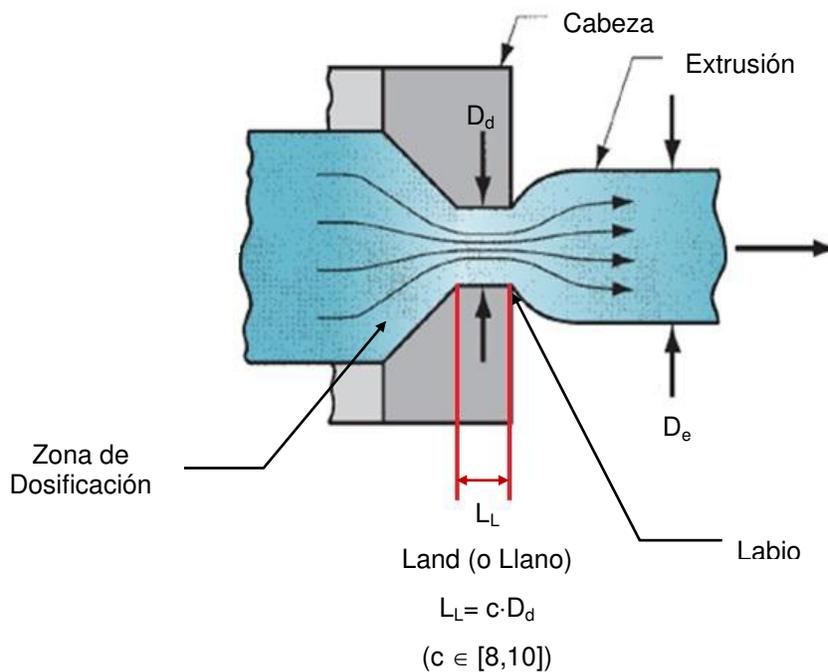
**C. Camisa o Cilindro:** envuelve al husillo, conteniendo el material. Dependiendo del tipo de husillo, existen distintos tipos de cilindros, adaptándose a la configuración del sinfín. Cuando son extrusoras de doble husillo, el cilindro posee ranuras para favorecer el transporte del material.

**D. Sistema de Atemperado:** además del calor generado por la fricción dentro de la máquina, es necesario un aporte externo de calor. Los sistemas pueden ser en una o varias etapas, independientes entre sí, para controlar de mejor manera la temperatura del material.

**E. Cabeza [5]:** también llamada “Dado” o “Matriz”, es la encargada de dar la forma a la extrusión. La geometría y dimensiones de sus partes influyen en las dimensiones finales de la sección transversal del cuerpo extruido, así como la velocidad de extrusión y la temperatura del material. Generalmente la matriz posee una forma similar a la del producto final, pero que prevé la deformación que sufre el material con el cambio de temperatura. Las principales partes de la Cabeza se describen en la Figura 2-5, entre ellas se encuentran:

- I. *Labios*: es la última zona de contacto de la cabeza con el material ya extruido.
- II. *Land*: o Llano o Paramo, es el orificio propiamente tal de la salida del material, tiene un largo  $L_L$  y sección constante. Se mide desde el comienzo de los labios. Distancias largas son utilizadas con materiales fluidos, distancias cortas, con materiales viscosos. El largo promedio va desde 8 a 10 veces el diámetro equivalente ( $D_d$ ) del mismo orificio.

Figura 2-5. Partes de la Cabeza [5]



## 2.1.2 Consejo de Extrusores

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (o O.E.C.D. por sus siglas en inglés), publica constantemente documentos de trabajo, estadísticas, informes, libros y materiales de ayuda y referencia técnica. Existe un volumen de trabajo sobre materiales poliméricos [6], desarrollado por los miembros de la industria del plástico de dicha organización, del cual se extraen las siguientes recomendaciones:

*Las condiciones siguientes son esenciales para una operación de extrusión satisfactoria y de buena calidad:*

- *La presión en la cabeza del extrusor debe ser adaptada para cada material en específico.*
- *El calentamiento debe ser correctamente ajustado.*
- *El husillo debe girar a la velocidad correcta.*
- *El granulado debe tener una distribución de tamaño uniforme.*
- *El plástico debe ser uniformemente vertido dentro de la extrusora (por la tolva).*
- *El producto final usualmente consiste en varias materias primas. El premezclado de esas materias primas no debe ser realizado por la extrusora.*
- *El plástico debe contener la menor humedad posible y no contener sustancias que produzcan gases.*
- *El plástico usualmente es comprimido por el husillo en la extrusora. El proceso de compresión puede ser simplificado cuando operaciones preliminares como gelatinización son realizadas de forma separada en otra extrusora.*
- *En muchos casos es posible precalentar la materia prima. De esta manera, la cantidad de tiempo que el material está en la extrusora es disminuido, lo que significa que el husillo puede girar más rápido y se permite una mayor salida de extruido.*

Además, del mismo documento se extrae una tabla de troubleshooting típicos del proceso, los cuales se presentan en la Tabla 2-1.

Tabla 2-1. Troubleshooting Típicos del Proceso de Extrusión [6]

Naturaleza del Defecto	Causa	Solución
Orificios superficiales, picaduras y ampollas. Superficie áspera y poco atractiva	Humedad en la alimentación. Sobrecalentamiento de la masa.	Precalentar. Liberar presión y gases del husillo. Disminuir la temperatura del cilindro.
La sección extruida no tiene la forma prescrita. Superficie fea, rayada y con nudos.	Temperatura o Presión de formación insuficiente. Velocidad de Salida Irregular.	Aumentar la temperatura y velocidad del husillo. Aumentar el largo de la máquina. Chequear y ajustar la velocidad de salida.

Tabla 2-1. Troubleshooting Típicos del Proceso de Extrusión [6] (Continuación)

Naturaleza del Defecto	Causa	Solución
Superficie mate, con coloraciones oscuras, nudos y orificios superficiales. Poca resistencia.	Temperatura de formación muy alta, el plástico comenzó a descomponerse.	Disminuir la temperatura. Revisar que no se acumule material al interior. Limpiar la extrusora.
Extrusora se detiene.	Calentamiento excesivo. Cilindro muy caliente, plastificación en los bordes, pero sólido en el interior. El husillo gira, y el plástico con él y no avanza.	Mejorar la distribución de calor a lo largo del cilindro y el husillo. Si es necesario, usar una máquina con husillo más largo.
Puntos negros o rayas	El plástico tiende a atraer polvo (electrostáticamente).	Almacenar el material en contenedores sellados. Proteger material en el llenado.
Acabado superficial basto, áspero.	Mezcla insuficiente debido a cilindro corto o husillo errado. Muy baja temperatura en la cabeza. Material húmedo. Fallas en la cabeza.	Mezclar bien con otro husillo o cambiar la velocidad de éste. Elevar la temperatura de la cabeza. Secar material antes de trabajar. Pulir o suavizar la superficie de la cabeza

### 2.1.3 Materiales a Trabajar

En general, una extrusora puede trabajar con cualquier material que tenga su punto de fusión dentro de los rangos de temperatura de trabajo del equipo, así como la viscosidad del material sea proporcional a los esfuerzos que la máquina pueda producir. Por razones netamente experimentales, este trabajo se acota a 3 posibles plásticos: HDPE, PLA y ABS [7] [8], con los cuales se espera representar el amplio espectro de posibilidades.

**ABS:** (Acrilonitrilo Butadieno Estireno) es un termoplástico amorfo con alta resistencia a químicos, a abrasivos e impactos. Muy utilizado en automóviles y electrodomésticos, siendo su uso más conocido el de los juguetes “Lego”. En impresión 3D es de particular interés, pues las primeras generaciones de impresoras domésticas utilizaron este tipo de material. Además, corresponde a uno de los plásticos más complejos de trabajar.

**PLA:** (Poliácido Láctico o Acido Poli-láctico) es un poliéster alifático termoplástico biodegradable, derivado de fuentes renovables como el maíz, tapioca, caña de azúcar y básicamente cualquier tipo de almidón. Se utiliza en implantes médicos, embalaje, fibras y textiles no tejidos, productos de higiene, entre otros. La impresión 3D doméstica actual tiende a su masificación como materia prima.

**HDPE:** (Polietileno de Alta Densidad) es un polietileno, químicamente el plástico más sencillo y común, derivado del petróleo. Destaca del resto de los polietilenos por su relación resistencia-densidad, obtenida por sus pocas ramificaciones. Lo anterior se traduce en fuertes fuerzas intermoleculares, resultando en altos esfuerzos de tracción soportados, respecto a plásticos similares. Se utiliza ampliamente en envases desechables, tuberías de agua potable, juguetes, artículos de protección personal, entre otros.

Tabla 2-2. Propiedades Generales de Materiales a Extruir [7] [8]

Material	Densidad	Conductividad Térmica	Índice de Fluidez	Calor Específico
	[Kg/m <sup>3</sup> ]	[W/(m·K)]	[g/10 min]	[J/(Kg·K)]
ABS	890 - 1.210	0,15 - 0,2	0,1 - 35,0	2132
PLA	1.000 - 1.620	0,13	2,0 - 85,0	1386
HDPE	933 - 1.270	0,288 - 0,48	0,04 - 63	1796
Material	Punto de Fusión	Temperaturas de Trabajo		
	[°C]	Melt [°C]	Nozzle [°C]	Die [°C]
ABS	177 - 185	177 - 274	215 - 274	200 - 250
PLA	110 - 170	45 - 120	171 - 220	190
HDPE	124 - 135	124 - 321	204 - 221	210 - 260

La Tabla 2-2 resume las propiedades principales de los materiales con los que la extrusora podrá trabajar, mostrando rangos promedios para cada ítem, pues existen varios grados (tipos) de cada material y las propiedades difieren entre los grados y fabricantes.

### 2.1.4 Equipos de Escritorio

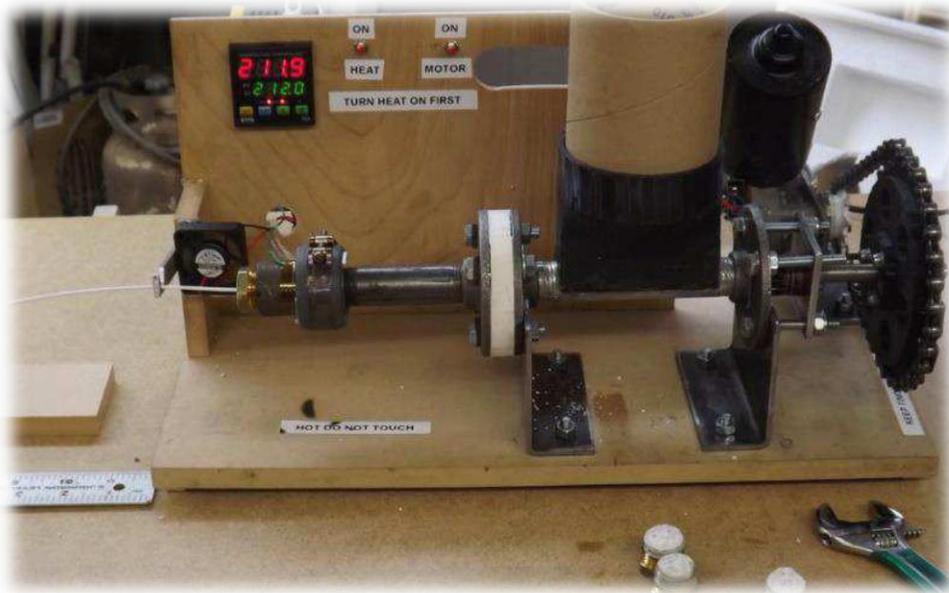
Ya existen equipos que producen filamento para impresión 3D FDM en el hogar, el problema de estos aparatos es que no combaten directamente el problema original; cada fabricante vende su propio pellet para producir el filamento con su equipo, los residuos personales de impresión 3D siguen siendo basura. Actualmente Destacan 2 productos comerciales; FilaBot y FilaStruder, ambas siguiendo los pasos de Hugh Lyman, en papel, ambas máquinas trabajan con reciclado de impresión 3D, bajo muchas advertencias y pasos previos.

#### Lyman Filament Struder

En el año 2012, una competencia abierta al público general; la DFC (“Desktop Factory Competition”), retó a sus participantes a crear una máquina, de software y diseño libre a la comunidad, capaz de producir filamento para las impresoras 3D por menos de USD \$250. El premio de USD \$40.000 fue adjudicado al estadounidense Hugh Lyman, un inventor de 83 años de edad y 17 años de jubilado. La “Lyman Filament Extruder” [9] ya se encuentra en su segunda versión y es posible descargar toda su documentación e instrucciones de diseño y construcción (Figura 2-6), la cual se construye con componentes de HomeDepot, RadioShack y menos de CLP \$150.000. Este equipo es de diseño sencillo, y todas sus piezas son prefabricadas. En Chile, el costo se eleva considerablemente, pues sus componentes, comunes y económicos en U.S.A., en la realidad nacional presentan costos elevados por la importación y exclusividad, y

algunos de los componentes no pueden ser encontrados. Si bien la máquina cumple su objetivo, operarla es un oficio y conseguir buenos resultados es un arte.

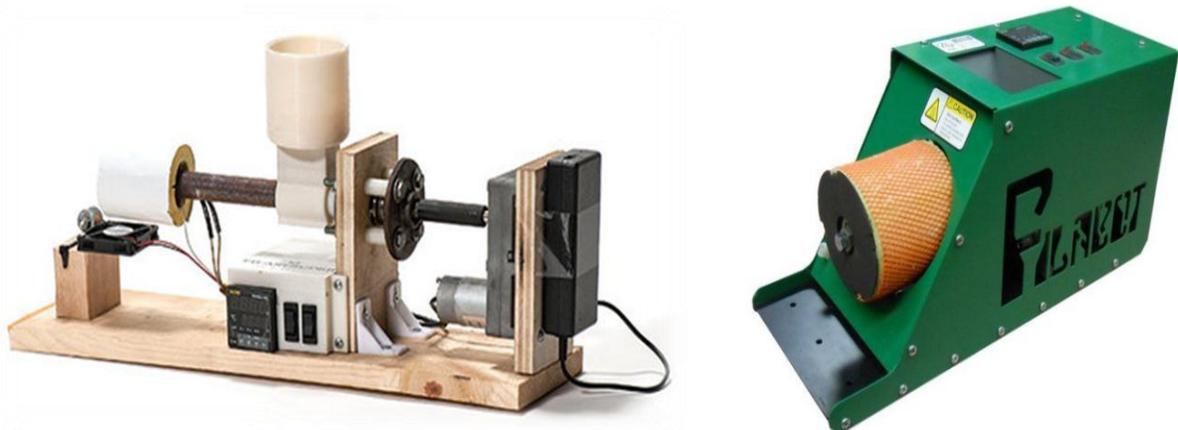
Figura 2-6. Lyman Filament Struder [9].



### Filastruder

La Filastruder [10] es la versión comercial de la Lyman Filament Struder, en un formato DIY ("Do It Yourself") se puede adquirir el kit con todos los elementos e instrucciones de ensamblado. La máquina (Figura 2-7) es sumamente rústica y poco profesional, incluso el ensamblado contempla cinta adhesiva, pero el enfoque es meramente funcional.

Figura 2-7. Filastruder y Filabot [10][11]



## Filabot

La Filabot [11] es la primera extrusora de escritorio comercial, es posible regular la temperatura de extrusión, lo que permite controlar de mejor manera el proceso, siendo la primera máquina con estas características (Figura 2-7). Presenta muchas mejoras de seguridad y estética. Filabot también ofrece un equipo que transforma residuos de impresión 3D en pellet (el “Filabot Reclaimer”), además del servicio de molienda de desechos por correo.

Los equipos antes mencionados permiten usar los desechos domésticos de impresión 3D, pero advierten de su uso y reciclaje. Filastruder advierte de un máximo de 3 reciclajes para un mismo material, el cual recomiendan mezclar con material “virgen” (sin reciclajes previos) cada vez. En estricto rigor, un material termoplástico bien trabajado, debiese tener una cantidad mucho más alta de ciclos de trabajo, pero esto depende de las temperaturas y esfuerzos en los procesos. Los equipos antes descritos trabajan por “fuerza bruta”, no hay un estudio de los materiales ni del proceso, sólo se busca extrudir, no se optimiza ni la tasa de extrusión, ni la calidad de la misma.

Dado lo anterior, se presenta la Tabla 2-3 con las características principales de cada equipo, como base de comparación del equipo a diseñar en este trabajo de memoria.

Tabla 2-3. Características Técnicas Principales: FilaStruder v/s FilaBot [10][11]

		FilaStruder	FilaBot Original
Tasa de Extrusión	[inch/min]	6 - 24	10 - 30
	[mm/min]	152,4 - 609,6	254 - 762
Temperatura de Extrusión	[°C]	215	40 - 350
Potencia	[W]	60	300
Precio (desde)	[USD\$]	299,99	899

## 2.2 Marco Teórico

### 2.2.1 Calor

Desde la Termodinámica, se define un **Sistema** como una parte del universo que se aísla para su estudio. Un **Sistema Aislado** es aquel que no intercambia ni masa ni energía con su entorno; un **Sistema Cerrado** es aquel que intercambia energía, pero no materia con su ambiente; un **Sistema Abierto** es aquel que intercambia masa y energía con su medio. Por otro lado, un sistema puede estar en régimen o estado **Estacionario** cuando no presenta variaciones con el paso del tiempo. Por el contrario, un estado o régimen **Transitorio**, es aquel que varía o depende del tiempo.

El **Calor** es la energía que se transfiere de un cuerpo o sistema a otro, debido a una diferencia de temperatura entre los participantes. La ciencia que estudia la velocidad en que esa energía se transmite es la **Transferencia de Calor**. El Joule (J) es la unidad del Sistema Internacional para medir el calor ( $q$ ), mientras que la velocidad de transferencia de calor ( $\dot{q}$ ), se cuantifica mediante el Watt (W). Existen 3 mecanismos de transferencia de calor; conducción, convección y radiación.

La **Conducción** es el mecanismo por el que partículas adyacentes intercambian energía a través de sus interacciones. En los gases y líquidos la conducción se debe a colisiones y a la difusión de moléculas durante su movimiento aleatorio. En los sólidos, la conducción es resultado de vibraciones moleculares y transporte de energía por medio de electrones libres.

La **Convección** es el modo en que la energía se transfiere por el movimiento de un fluido (gas o líquido). Dependiendo del tipo de movimiento del flujo, la convección se clasifica en convección Forzada, cuando el flujo es causado por medios externos, y convección Natural o Libre, cuando el flujo es resultado de fuerzas de empuje originadas por los cambios de densidad inducidas por el cambio de temperatura en el fluido.

La **Radiación** es la transferencia de energía mediante la emisión de ondas electromagnética (o fotones), como resultado de reconfiguración electrónica de átomos o moléculas. Dado el origen electromagnético, la radiación no requiere un medio para transferir calor.

En condiciones de estado estacionario y en ausencia de cualquier interacción de trabajo, la relación de conservación de energía se traduce a la expresión indicada en la Ecuación 1.

$$\dot{q} = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T \quad \text{Ecuación 1}$$

Donde  $\dot{m}$  corresponde al gasto de masa o **Flujo Másico** expresado en kilogramos por segundo ([kg/s]).  $c_p$  corresponde al **Calor Específico** ([J/(kg·K)]), que es la magnitud física que se define como la cantidad de calor necesario para elevar en una unidad de temperatura, una unidad de masa de dicho material.  $\Delta T$  es la diferencia de temperatura del material estudiado [12].

## 2.2.2 Conceptos Básicos de Conducción Estacionaria

El modelo apropiado que representa la conducción de calor es la **Ley de Fourier**, que indica que el flujo de calor es una cantidad direccional, en particular, la dirección del flujo de calor ( $\dot{q}_x''$ ) es normal hacia la superficie de calor constante (A). La ley de Fourier se representa en la Ecuación 2.

$$\dot{q}_x'' = \frac{\dot{q}_x}{A} = -k \cdot \frac{dT}{dx} \quad \text{Ecuación 2}$$

La **Conductividad Térmica (k)** es una propiedad de transporte que cuantifica la velocidad a la que se transfiere energía mediante el proceso de difusión, o de otro modo, es una medida de la capacidad de un material para conducir calor. La conductividad se define a partir de la ley de Fourier, por la Ecuación 3.

$$k \equiv - \frac{\dot{q}_x''}{\partial T / \partial x} \quad \left[ \frac{W}{m \cdot K} \right] \quad \text{Ecuación 3}$$

A partir de lo anterior, la transferencia total de calor ( $\dot{q}$ ) por conducción de un cuerpo de área transversal  $A$ , entre dos superficies isotérmicas a temperaturas  $T_{s1}$  y  $T_{s2}$ , a distancia entre las superficies isotérmicas  $L$  y conductividad térmica  $k$ , puede expresarse como muestra la Ecuación 4.

$$\dot{q} = \frac{k \cdot A}{L} \cdot (T_{s1} - T_{s2}) \quad \text{Ecuación 4}$$

La **Densidad** ( $\rho$  [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]) de un material es una magnitud escalar que indica la cantidad de masa ( $m$  [ $\text{kg}$ ]) contenida en un volumen ( $V_0$  [ $\text{m}^3$ ]) de dicha sustancia.

La **Capacidad Térmica Volumétrica**,  $\rho \cdot c_p$ , mide el potencial de un material para almacenar energía térmica. Corresponde al producto de la densidad ( $\rho$ ) y el calor específico ( $c_p$ ) de dicho elemento.

A partir de las propiedades anteriormente descritas, se define la **Difusividad Térmica** ( $\alpha$ ), que mide la capacidad de un material para conducir la energía térmica en relación a su capacidad para almacenar calor. Materiales de  $\alpha$  grande responden rápidamente a cambios en su entorno, mientras que, materiales de  $\alpha$  pequeño demoran más tiempo en alcanzar un nuevo equilibrio. La difusividad se define como muestra la Ecuación 5.

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c_p} \quad \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right] \quad \text{Ecuación 5}$$

Para un sistema con simetría axial, se ha resuelto la transferencia de calor de forma analítica y el campo de temperatura resulta como se presenta en la Ecuación 6.

$$T(r) = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_2}\right) + T_{s,2} \quad \text{Ecuación 6}$$

En donde la temperatura para un radio  $r \in [r_1, r_2]$ ,  $T(r)$  depende de la temperatura en la superficie  $T_{s,1}$  que está a un radio  $r_1$  y de la superficie  $T_{s,2}$  que está a un radio  $r_2$  [13].

### 2.2.3 Conceptos Básicos de Convección Estacionaria

Sin importar el tipo de Convección, el modelo adecuado que representa el proceso se conoce como **Ley de Enfriamiento de Newton**, e indica que el flujo de calor por convección ( $\dot{q}''$ ) es proporcional a la diferencia de temperatura entre la superficie sólida ( $T_s$ ) y el fluido ( $T_\infty$ ). La constante de proporcionalidad  $h$  se conoce como **Coefficiente de Convección**. La ley de enfriamiento de Newton se expresa en la Ecuación 7.

$$\dot{q}'' = h \cdot (T_s - T_\infty) \quad \text{Ecuación 7}$$

Dada la naturaleza y complejidad del movimiento de los fluidos, es común representar el flujo de calor total ( $\dot{q}$ ) a partir de un coeficiente promedio de convección ( $\bar{h}$ ) para toda la superficie ( $A$ ) de intercambio de energía entre el sólido a temperatura  $T_s$  y el fluido a

temperatura  $T_{\infty}$ , como se resume en la Ecuación 8.

$$\dot{q} = A \cdot \bar{h} \cdot (T_s - T_{\infty}) \quad \text{Ecuación 8}$$

La determinación del coeficiente promedio de convección es la principal dificultad en la resolución de problemas convectivos. Para determinar  $\bar{h}$  es necesario introducir previamente nuevos conceptos.

Se define la **Capa Límite** como la zona del fluido que es perturbada por la presencia de un sólido. Dependiendo del estudio, puede referirse a la capa límite hidrodinámica, térmica o de concentración. Para la transferencia de calor, son importantes las dos primeras. La capa límite hidrodinámica se caracteriza por la presencia de gradientes de velocidad y esfuerzos cortantes. La capa límite térmica se caracteriza por gradientes de temperatura y transferencia de calor.

Resumiendo, las capas límites influyen en la transferencia de calor dependiendo de su comportamiento, el que puede ser **Laminar**, cuando el movimiento del fluido es absolutamente ordenado o **Turbulenta**, cuando el movimiento del fluido es irregular, con fluctuaciones de velocidad.

El tipo de capa límite da el nombre al tipo de flujo (flujo laminar o turbulento). La determinación del tipo de capa límite resulta fundamental, para ello se utiliza el **Número de Reynolds ( $Re_{L_c}$ )**, que corresponde a un parámetro adimensional que representa la razón de las fuerzas de inercia y viscosas en la capa límite hidrodinámica. El número de Reynolds se define en la Ecuación 9.

$$Re_{L_c} \equiv \frac{V \cdot L_c}{\nu} = \frac{\rho \cdot V \cdot L_c}{\mu} \quad \text{Ecuación 9}$$

En el parámetro adimensional de Reynolds,  $\mu$  corresponde a la **Viscosidad Dinámica**, que es la propiedad de los fluidos en movimiento que relaciona el esfuerzo cortante ( $\tau$ ) del mismo con su gradiente de velocidad. La **Viscosidad Cinemática ( $\nu$ )** es la razón entre la viscosidad dinámica y la densidad del fluido ( $\mu/\rho$ ).  $V$  corresponde a la velocidad en contracorriente del fluido (o velocidad media;  $u_m$ ). Finalmente,  $L_c$  corresponde a la longitud característica para la superficie de interés del problema. Por su definición, se entiende que las fuerzas de inercia dominan en  $Re$  altos (flujo turbulento) y las fuerzas viscosas dominan en  $Re$  bajos (flujo laminar).

Por otro lado, el **Número de Prandtl ( $Pr$ )** corresponde a la razón de la difusividad de momento ( $\nu$ ) y la difusividad térmica ( $\alpha$ ) del fluido. Este parámetro adimensional proporciona una medida de la efectividad relativa del transporte de momento y energía por difusión, en las capas límites hidrodinámicas y térmicas, respectivamente. El número de Prandtl se define en la Ecuación 10.

$$Pr \equiv \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu \cdot c_p}{k} \quad \text{Ecuación 10}$$

Otro parámetro adimensional importante es el **Número de Grashof ( $Gr$ )**, que es la razón de las fuerzas de empuje y las viscosas que actúan sobre el fluido en la capa

límite hidrodinámica. Este número adimensional se define en la Ecuación 11.

$$Gr_{L_c} \equiv \frac{g \cdot \beta \cdot (T_s - T_\infty) \cdot L_c^3}{\nu^2} \quad \text{Ecuación 11}$$

Donde  $g$  corresponde a la aceleración gravitacional,  $\beta$  corresponde al coeficiente volumétrico de expansión térmica,  $T_s$  corresponde a la temperatura del sólido y  $T_\infty$  corresponde a la temperatura promedio del fluido.

Finalmente, el parámetro adimensional más importante en convección corresponde al **Número de Nusselt (Nu)**, el cual representa el gradiente de temperatura adimensional en la superficie de contacto del sólido y el fluido, por lo que entrega una medida de la transferencia de calor realizada. El número de Nusselt se define en la Ecuación 12.

$$Nu = \frac{h \cdot L_c}{k_f} \quad \text{Ecuación 12}$$

En el presente trabajo sólo se utilizan conceptos de convección libre, por lo que se seguirá en dicha línea. Es importante aclarar que a pesar de tratarse de convección natural y no existir un flujo impuesto, las capas límites no están restringidas a flujo laminar. Como no existe una velocidad impuesta promedio, no es posible discernir por el número de Reynolds qué tipo de capa límite se presenta, por lo que es necesario introducir otro número adimensional. El **Número de Rayleigh (Ra)** entrega una magnitud de la razón de las fuerzas de empuje y viscosa del fluido, permitiendo imponer valores límites para diferenciar flujo laminar y turbulento. El número de Rayleigh corresponde al producto del número de Prandtl y Grashof, y se define en la Ecuación 13.

$$Ra_{L_c} = Pr \cdot Gr_{L_c} = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_s - T_\infty) \cdot L_c^3}{\nu \cdot \alpha} \quad \text{Ecuación 13}$$

En general, se tiene que el número de Nusselt es función de los parámetros de Reynolds, Prandtl y Grashof ( $Nu = f(Re, Pr, Gr)$ ), y su valor puede obtenerse a partir de distintas ecuaciones, para geometrías determinadas y casos particulares. Utilizando un valor promedio del número de Nusselt ( $\overline{Nu}$ ) y reemplazando en la ecuación 12, es posible obtener  $\bar{h}$ , para finalmente calcular la transferencia de calor asociada a convección.

La ecuación recomendada por Churchill y Chu <sup>[13]</sup> para el cálculo del número de Nusselt promedio, para un cilindro horizontal de diámetro  $D$  ( $L_c=D$ ) en convección natural, se presenta en la Ecuación 14.

$$\overline{Nu}_D = \left( 0,6 + \frac{0,387 \cdot Ra_D^{\frac{1}{6}}}{\left[ \left( \frac{0,559}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} + 1 \right]^{\frac{8}{27}}} \right)^2, \quad Ra_D \lesssim 10^{12} \quad \text{Ecuación 14}$$

Si bien existen otras opciones al modelo presentado en la Ecuación 14, ésta resulta la más cómoda y sencilla, aplicable para un rango amplio de valores de Ra. Churchill y Chu también presenta una ecuación para la determinación de Nusselt para placas planas verticales de largo L en convección libre, para todo valor del número de Rayleigh <sup>[14]</sup>, la cual se presenta en la Ecuación 15.

$$\overline{Nu}_L = \left( 0,825 + \frac{0,387 \cdot Ra_L^{\frac{1}{6}}}{\left[ \left( \frac{0,492}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} + 1 \right]^{\frac{8}{27}}} \right)^2 \quad \text{Ecuación 15}$$

Aunque la Ecuación 15 es adecuada, es posible obtener mejor precisión para flujo laminar, lo que impone valor máximo del número de Rayleigh, obteniéndose la Ecuación 16, también para placas planas verticales en convección libre.

$$\overline{Nu}_L = 0,68 + \frac{0,67 \cdot Ra_L^{\frac{1}{4}}}{\left[ \left( \frac{0,492}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} + 1 \right]^{\frac{4}{9}}}, \quad Ra_L \lesssim 10^9 \quad \text{Ecuación 16}$$

Existen casos particulares estudiados para el Número de Nusselt. Por ejemplo, para flujo laminar dentro de un tubo, en un problema de temperatura de pared constante  $Nu_D = 3,66$ . Para un tubo con transferencia de calor constante y flujo laminar  $Nu_D = 4,36$ . Para problemas de convección en interior de tubos, se utiliza la Ecuación 8 para el flujo de calor, pero en vez de utilizar la diferencia de temperaturas entre la pared y el fluido, se utiliza la diferencia media logarítmica [13].

## 2.2.4 Introducción a la Conducción en Estado Transitorio

Hasta ahora sólo se han tratado sistemas estacionarios. Se analizará en esta sección la conducción en estado transitorio, y para ello se presenta la Ecuación 17.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{g} = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{Ecuación 17}$$

La Ecuación 17 corresponde a la forma general, en coordenadas cartesianas, de la **Ecuación de Difusión de Calor**. Esta expresión conocida normalmente como la *Ecuación de Calor*, entrega herramientas básicas para el análisis de conducción de calor. De su solución es posible obtener la distribución de temperaturas en el espacio en función del tiempo. En otras palabras, esta expresión indica que en cualquier punto dentro del medio, para un volumen de control unitario, la rapidez de transferencia de energía por conducción ( $k \cdot \nabla^2 T$ ) más la rapidez de generación volumétrica de energía térmica ( $\dot{g}$ ), debe ser igual a la rapidez de cambio de energía térmica almacenada ( $\rho \cdot c_p \cdot \partial T / \partial t$ ) dentro del volumen. En resumen, la ecuación de calor simplemente expresa conservación de energía.

En general, es posible realizar simplificaciones dependiendo del caso de estudio. Por ejemplo, asumiendo que la conductividad térmica es una propiedad constante y que no existe generación de energía, es posible resumir la ecuación de calor en la Ecuación 18.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{Ecuación 18}$$

Cuando los gradientes de temperatura dentro de un sólido expuesto a convección son pequeños, se utiliza el **Método de la Resistencia Interna Despreciable**, que es la forma más sencilla y conveniente de resolver problemas de conducción transitoria con convección superficial. La esencia de este método es la suposición de que la temperatura dentro del sólido es uniforme en cualquier instante durante el proceso transitorio, lo que se traduce en gradientes insignificantes de temperatura. Esto implica, siguiendo la ley de Fourier, que la conductividad térmica del sólido es muy grande, tendiendo a infinito. Esta condición es claramente irreal, pero a pesar de que nunca se cumplirá de forma exacta, si la resistencia térmica dentro del sólido es muy pequeña en comparación a la transferencia de calor del sólido a su alrededor (convección), la condición inicialmente imposible se cumple con cierto grado de error. Cuando esto ocurre, se soluciona el problema aplicando un balance global de energía en el sólido.

Para desarrollar un criterio adecuado de cuando aplicar o no el método de resistencia interna despreciable, se introduce el **Número de Biot (Bi)**, como un parámetro adimensional de los problemas de conducción que implican efectos de convección superficial. Este parámetro proporciona una medida de la caída (o aumento) de temperatura de un sólido expuesto a un fluido; tal cambio de temperatura depende de la temperatura del fluido y la superficie de dicho sólido. En la Ecuación 19 se define el número de Biot.

$$Bi = \frac{h \cdot L_c}{k} \quad \text{Ecuación 19}$$

El número de Biot también se interpreta como una razón de las resistencias térmicas internas del fluido ( $h$ ) y de las resistencias térmicas internas del sólido ( $k$ ). De lo anterior, se acepta la utilización del método de resistencia interna cuando  $Bi \ll 1$ . En particular se ha impuesto el valor límite de  $Bi < 0.1$ .

Por otro lado, se define el **Número de Fourier (Fo)** como un parámetro de tiempo adimensional que representa la rapidez de conducción de calor ( $k$ ) contra la rapidez de almacenamiento de energía térmica ( $\rho \cdot c_p$ ) de un sólido, dependiendo de un largo característico del problema ( $L_c$ ) para un tiempo dado ( $t$ ). En la Ecuación 20 se define el número de Fourier, el cual se ha desarrollado para facilitar su comprensión.

$$Fo = \frac{\alpha \cdot t}{L_c^2} = \frac{k \cdot t}{\rho \cdot c_p \cdot L_c^2} \quad \text{Ecuación 20}$$

Los números de Fourier y Biot caracterizan los problemas de conducción transitoria. Por sencillez, la Longitud Característica ( $L_c$ ) suele asignarse como la razón entre el volumen

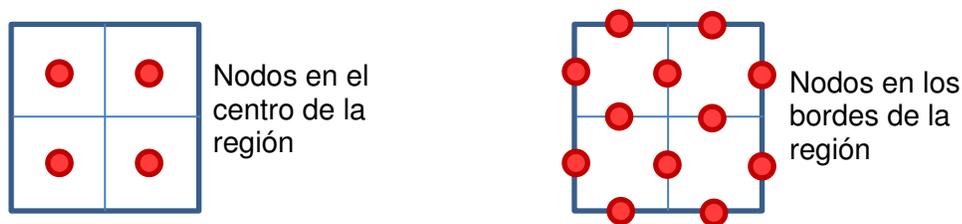
del sólido ( $V_0$ ) y el área de superficie ( $A$ ) expuesta a convección superficial [13].

## 2.2.5 Método de Diferencias Finitas

Las soluciones analíticas de la ecuación de calor, por su dificultad, se restringen a geometrías sencillas. Cuando es compleja este tipo de solución, es necesario recurrir a otras herramientas que permitan el desarrollo del problema. En estos casos, la mejor alternativa es apelar a técnicas numéricas, donde destacan, por su fácil aplicación, las Diferencias Finitas. Este método realiza una discretización del sistema en estudio; a diferencia del método analítico que entrega la solución para cualquier punto del sistema, la discretización solo permite obtener información de los puntos definidos.

La discretización se realiza dividiendo el medio de interés en pequeñas regiones, asignando a cada región un punto en su centro o en el borde. A los puntos de referencia se les llama **Punto Nodal** o simplemente **Nodo**. Al conjunto de nodos que representan el sistema en estudio se le llama **Red Nodal**, **Malla** o **Rejilla**.

Figura 2-8. Representación de Redes Nodales



Fuente: Elaboración propia.

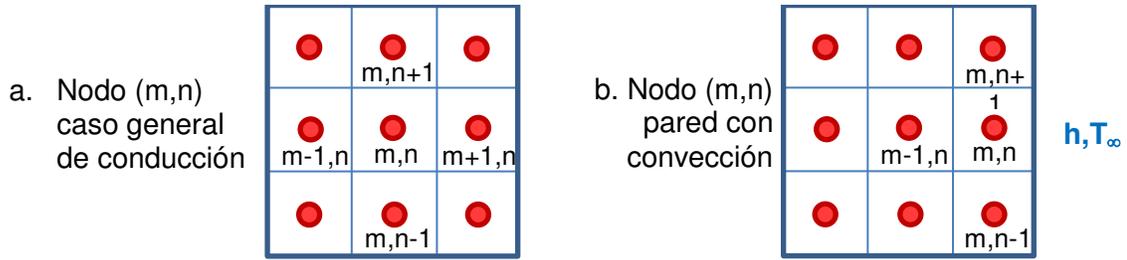
La Figura 2-8 muestra las dos formas de crear la red nodal. Se desarrollará en este trabajo la de nodos en el centro de la región.

Cada nodo recibe una indexación única y representa la temperatura promedio de la región. La precisión de los cálculos dependerá de la cantidad de puntos nodales asignados; si este número es grande (malla fina) es posible conseguir una buena aproximación.

Para cada región se calculará una ecuación de conservación de energía; como se trata de aproximaciones discretas, se utilizan soluciones aproximadas o de Diferencias Finitas. En estricto rigor, la diferencia finita es una expresión matemática que permite aproximar derivadas, pero en lugar de utilizar elementos infinitesimales, ocupa una cantidad finita o discreta.

Por simplicidad se explicará sólo en dos dimensiones. En la Figura 2-9 se muestra un ejemplo de indexación para un sistema donde cada región es de un ancho y alto  $\Delta x$ .

Figura 2-9. Esquema de Indexación de Nodos



Fuente: Elaboración propia.

Utilizando una aproximación de *diferencia central*, es posible encontrar una expresión para las derivadas espaciales, como muestra la Ecuación 21.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_{m,n} \approx \frac{\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{m+\frac{1}{2},n} - \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{m-\frac{1}{2},n}}{\Delta x} \quad \text{Ecuación 21}$$

A su vez, el gradiente de temperatura se expresa a partir de las temperaturas nodales, como muestran las Ecuación 22.

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{m+\frac{1}{2},n} \approx \frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{m-\frac{1}{2},n} \approx \frac{T_{m,n} - T_{m-1,n}}{\Delta x} \quad \text{Ecuación 22}$$

Reemplazando las Ecuaciones 22 en la Ecuación 21, se obtiene la Ecuación 23.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_{m,n} \approx \frac{\frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} - \frac{T_{m,n} - T_{m-1,n}}{\Delta x}}{\Delta x} = \frac{T_{m-1,n} - 2 \cdot T_{m,n} + T_{m+1,n}}{\Delta x^2} \quad \text{Ecuación 23}$$

Por otra parte, es posible representar por diferencia finita la derivada con respecto al tiempo. Se utilizará el superíndice 'p' para identificar un instante particular y  $\Delta t$  para la discretización temporal. De acuerdo a lo anterior se presenta la Ecuación 24.

$$\frac{\partial T}{\partial t} \Big|_{m,n} \approx \frac{T_{m,n}^{p+1} - T_{m,n}^p}{\Delta t} \quad \text{Ecuación 24}$$

Reemplazando adecuadamente la Ecuación 23 y Ecuación 24, más sus símiles dimensionales, en la ecuación de calor simplificada (Ecuación 18), se obtiene la Ecuación 25.

$$\frac{T_{m-1,n}^p - 2 \cdot T_{m,n}^p + T_{m+1,n}^p}{\Delta x^2} + \frac{T_{m,n-1}^p - 2 \cdot T_{m,n}^p + T_{m,n+1}^p}{\Delta y^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{T_{m,n}^{p+1} - T_{m,n}^p}{\Delta t} \quad \text{Ecuación 25}$$

Reordenando términos y utilizando  $\Delta x = \Delta y$ , se obtiene la Ecuación 26

$$T_{m,n}^{p+1} - T_{m,n}^p = \frac{\alpha \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \cdot (T_{m-1,n}^p + T_{m+1,n}^p + T_{m,n-1}^p + T_{m,n+1}^p - 4 \cdot T_{m,n}^p) \quad \text{Ecuación 26}$$

En donde el término  $\alpha \cdot \Delta t / (\Delta x^2)$  puede reemplazarse según la Ecuación 20 (utilizando  $t = \Delta t$ ,  $L_c = \Delta x$ ) como el número de Fourier (Fo). Reagrupando, se obtiene la Ecuación 27.

$$T_{m,n}^{p+1} = Fo \cdot (T_{m-1,n}^p + T_{m+1,n}^p + T_{m,n-1}^p + T_{m,n+1}^p) + (1 - 4 \cdot Fo) \cdot T_{m,n}^p \quad \text{Ecuación 27}$$

De esta forma, para cualquier nodo interior que sea equidistante a sus vecinos, es posible aplicar la Ecuación 27 y obtener su temperatura en un tiempo  $p+1$  a partir de la temperatura de sus vecinos y el mismo nodo en un instante previo ( $p$ ). De lo anterior, la ecuación de calor que es una expresión diferencial exacta, se transformó en una expresión algebraica aproximada.

De la Ecuación 27 se desprende que es posible conocer la temperatura del nodo ( $m,n$ ) en cualquier instante  $p+t$ , si se conoce la condición inicial  $p$ . A los sistemas que utilizan las temperaturas de un instante pasado para calcular la temperatura de un punto en el instante siguiente, se les llama **Método Explícito de Solución**. La Ecuación 27 es explícita, pues las temperaturas nodales desconocidas para el tiempo nuevo se calculan a partir de las temperaturas conocidas del tiempo anterior.

En un problema transitorio, las temperaturas nodales se aproximan de forma continua a los valores finales al aumentar el tiempo (estado estable). Las soluciones explícitas se caracterizan por oscilaciones numéricas inducidas, que en la realidad son físicamente imposibles. Es posible que la oscilación se vuelva inestable y el resultado diverja. Para evitar este problema, el valor de  $\Delta t$  debe mantenerse por debajo de un límite, que depende de  $\Delta x$  y otros parámetros del sistema. Esta dependencia se denomina **Criterio de Estabilidad**, y para los problemas de interés en este trabajo, el criterio se determina requiriendo que el coeficiente que acompaña al nodo de interés en el tiempo anterior, sea mayor o igual que cero [13]. Para la Ecuación 27 el criterio de estabilidad queda como se muestra en la Ecuación 28.

$$1 - 4 \cdot Fo \geq 0 \Rightarrow Fo \leq \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\alpha \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{4 \cdot \alpha} \quad \text{Ecuación 28}$$

Las expresiones de diferencias finitas antes presentadas se obtuvieron desde las matemáticas. No obstante, es posible obtenerlas desde un enfoque físico, aplicando conservación de energía a un volumen de control alrededor de la región nodal. Dichas expresiones se obtienen de aplicar, la Ecuación 29, la cual se define a continuación.

$$\dot{E}_{\text{entrante/saliente}} + \dot{E}_{\text{generada}} = 0 \quad \text{Ecuación 29}$$

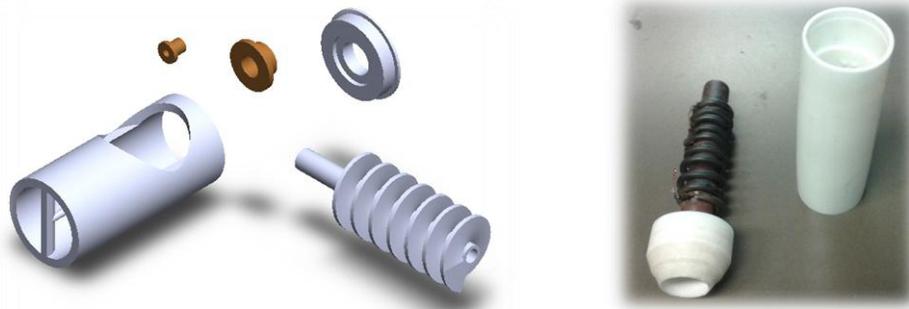
## 3 DESARROLLO

El semestre Otoño 2013, un grupo de alumnos del curso “EI2001-11: Taller de Proyecto” de la FCFM, comenzó la construcción de una extrusora doméstica de filamento para impresión 3D FDM. Por tiempo y complejidad del proyecto, sólo se llegó a la construcción parcial de algunos elementos. El objetivo principal de este trabajo es continuar con dicho prototipo previamente diseñado, y finalizar con un equipo que mejore el desempeño respecto a la competencia en el mercado.

### 3.1 Equipo Existente

Al comienzo del trabajo se contaba con el husillo, camisa, la tapa trasera de la camisa y los soportes de la camisa en acero inoxidable, además de algunos bujes en bronce. También se contaba con un calefactor a medio terminar y una capa aislante, una correa de transmisión y poleas adecuadas para dar tracción al husillo con un motor DC. Algunos de estos elementos se muestran en la Figura 3-1, a la izquierda un modelo CAD 3D de la camisa, el husillo, bujes y tapa, a la derecha el calefactor y parte de los aislantes.

Figura 3-1. Partes Existentes



Fuente: Elaboración propia.

#### 3.1.1 Puesta en Marcha

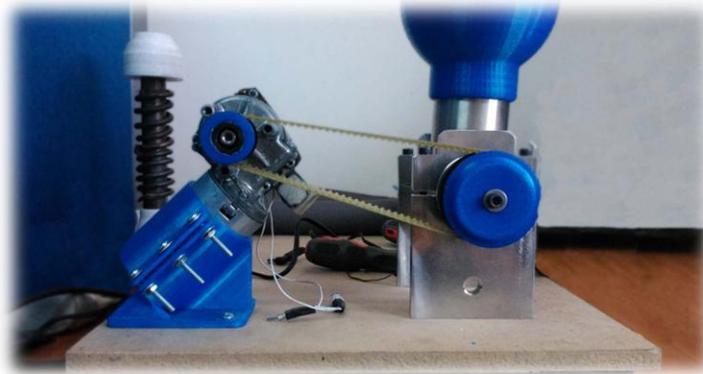
El calefactor corresponde a un tubo de bronce con una resistencia eléctrica enrollado en su cara externa. Para aumentar la transferencia de calor, se agregaron algunos puntos de soldadura al oxígeno con aporte de estaño-plata.

Para la extrusora propiamente tal, se fabricó una pequeña tolva de acero inoxidable para finalizar el diseño heredado. Para unir la tolva y la camisa se optó por soldadura TIG, con la finalidad de minimizar la deformación térmica. No obstante lo anterior, fue necesario volver a cilindrar ambas piezas. Debido a esto, el diámetro interno de la camisa no ajustaba correctamente con el diámetro externo del husillo, por lo que fue ineludible reevaluar su reconstrucción. Analizando costos, resultó conveniente realizar una recuperación del tornillo sinfín existente, agregando un cordón de soldadura en toda la hélice, aumentando así el diámetro externo del husillo. La recuperación terminó

con un mecanizado que le dio las medidas uniformes al tornillo para trabajar con la camisa ya terminada.

Para permitir un primer montaje, se diseñó y fabricó por impresoras 3D FDM un soporte para el motor, una tolva plástica de mayores dimensiones y contenedores para la correa de transmisión, como muestra la Figura 3-2.

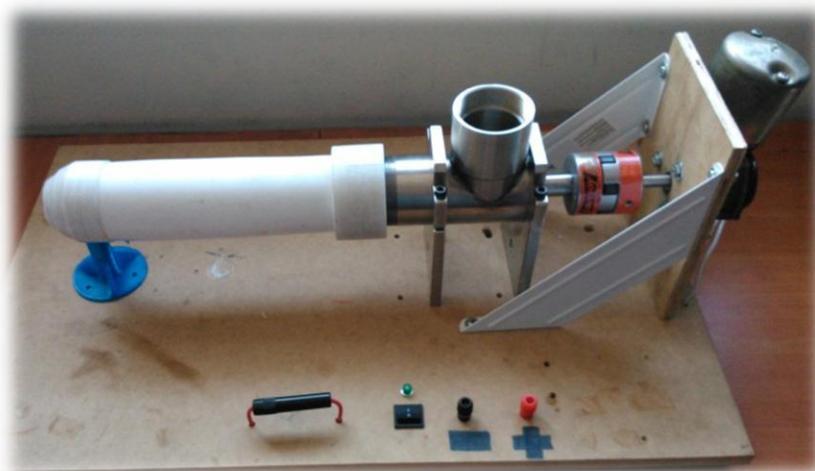
**Figura 3-2. Primer Montaje del Prototipo Heredado**



*Fuente: Elaboración propia.*

Después de realizar pruebas de movimiento de material, fue necesario rediseñar el montaje. Se adquirió y ajustó un acople elastomérico para unir el husillo a un nuevo motor eléctrico DC (24 [V], 10 [A]) y se agregó un soporte para el motor, montando todo sobre una superficie de pruebas. Adicionalmente se añadió un porta fusible como medida de precaución para evitar daños en el motor, conectores eléctricos y un interruptor de emergencia. Lo anterior se aprecia en la Figura 3-3, donde además se muestra el montaje del calefactor con sus aislantes. Este ensamble resultó ser la configuración final del equipo preliminar.

**Figura 3-3. Montaje Final del Prototipo Heredado**

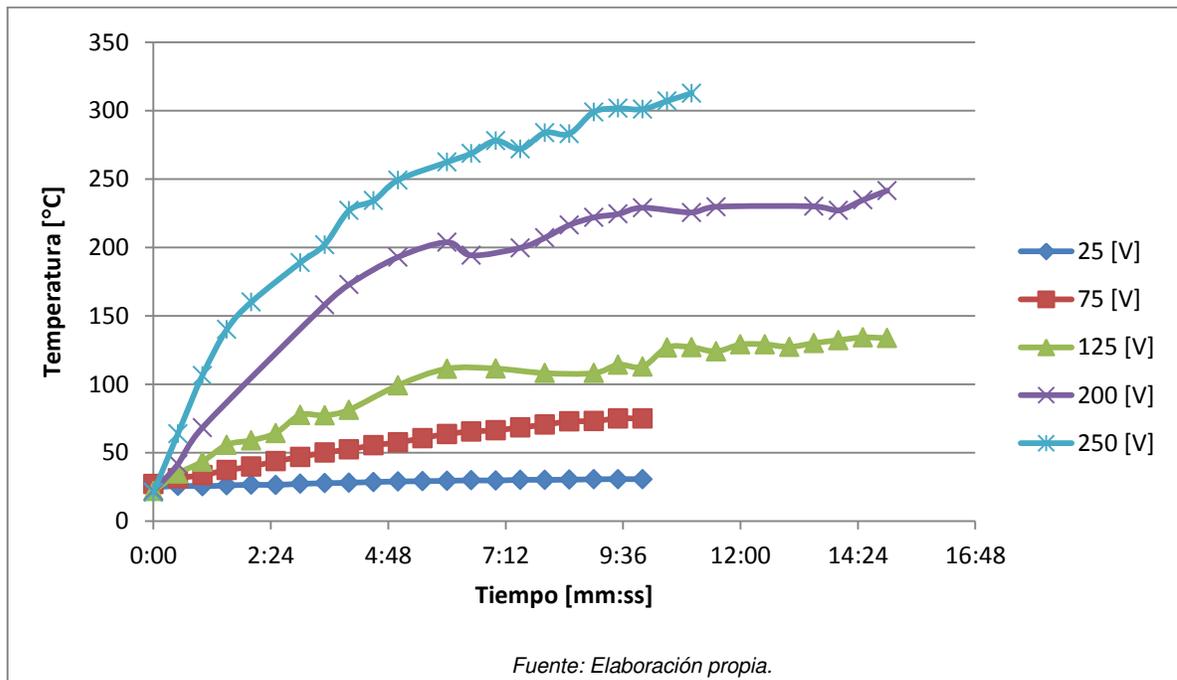


*Fuente: Elaboración propia.*

### 3.1.2 Pruebas

Para evaluar el desempeño del calefactor heredado, pues no se contaba con información técnica salvo que se trataba de una termo-resistencia de 250 [V], se realizó una prueba de calentamiento. Partiendo de temperatura ambiente con un voltaje constante se analizó el cambio de temperatura promedio de las paredes del calefactor. Para variar el voltaje desde la red eléctrica estándar, se utilizó un transformador variable. Durante las pruebas, el calefactor se encontraba vacío y permitiendo convección natural interior y exterior. Los resultados se exponen en el Gráfico 3-1.

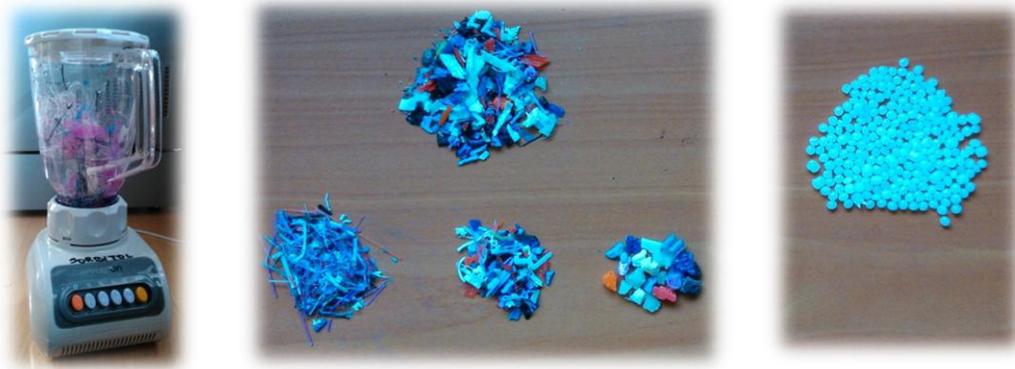
Gráfico 3-1. Temperatura del Calefactor en Función del Tiempo y Voltaje



Antes de probar la extrusión efectiva de plástico, se realizaron pruebas de movimiento de material. Se trataron piezas de desecho de impresión 3D FDM, moliéndolas con una “juguera” de alta potencia. Para evitar problemas de temperatura, debido al roce y las colisiones, la tarea de molienda se realizó con agua, lo que además permitió aumentar la capacidad de picado. Posteriormente, se utilizaron tamices de distintas medidas para así obtener distintos tamaños de granos del material molido.

En el centro-arriba de la Figura 3-4 es posible observar el producto de la molienda, mientras que en el centro-debajo de la misma, se presentan distintas muestras representativas de material, separadas por granulometría. Por otro lado, a la derecha de la Figura 3-4 se muestra el pellet estándar de HDPE, materia prima típica de la extrusión convencional.

Figura 3-4. Material Reciclado y Muestra de Pellet



Fuente: Elaboración propia.

El material reciclado, en todas sus presentaciones, trababa el husillo con la camisa, haciendo que la correa “saltará” y perdiera tracción. Esto motivó el cambio desde el primer montaje hasta el montaje final con la unión elastomérica.

La prueba definitiva correspondió a la extrusión de filamento con pellet de HDPE; se utilizó este pellet con la finalidad de evitar trabas innecesarias. Se realizó una prueba con el calefactor a 200 [V], esperando conseguir una temperatura de 200 [°C]. Después de unos minutos de calentamiento del calefactor, se encendió el motor, probando con fusibles de 2,5; 4,0; 8,0; 10 y 15 [A], siempre a 24 [V], pero en todos los casos el motor se trancó. Se logró extruir una pequeña cantidad de material, aportando con tracción humana al giro del husillo, antes de que los aislantes (Teflón) se deformaran por la temperatura del calefactor. Lo anterior se presenta en la Figura 3-5, donde también se muestra que el pellet efectivamente cambió de fase en su totalidad.

Figura 3-5. Calefactor Heredado Post Prueba



Fuente: Elaboración propia.

### 3.1.3 Resultados Preliminares

La camisa debe servir de soporte y contención del husillo, y el tornillo no puede pivotarse, como sucede en el caso del diseño previo, pues esto genera diferencias entre los centros de la camisa y el husillo, dejando espacio para que pequeñas fibras de material reciclado se introduzcan y terminen trabando el mecanismo. Por esta razón, la

prueba final se realizó con pellet de HDPE, pues su geometría no permite este problema.

La viscosidad del material fundido es muy alta, por lo que el calefactor debe ser lo más corto posible, para evitar pérdidas de presión por el largo del mismo.

Los aislantes deben ser capaces de proporcionar una buena contención de la energía calórica, además de trabajar en contacto directo con superficies a altas temperaturas.

El motor cuenta con mayor velocidad de la necesaria, lo que podría aprovecharse para utilizar un sistema multiplicador de fuerza, para conseguir así mayor torque en el husillo.

### 3.2 Diseño del Nuevo Calefactor

Debido a la experiencia con el primer prototipo, la información recabada en los antecedentes y la falta de justificación técnica de los extrusores comerciales y típicos de impresión 3D, se decidió modelar el comportamiento de un extrusor, para así obtener un diseño optimizado y justificado técnicamente. Actualmente, los equipos sólo trabajan sobrecalentando el material, de la misma forma en que se hace en la industria tradicional, en donde aún no se recicla masivamente, y la degradación producida en los materiales por temperaturas excesivas no es un problema, pues todos los plásticos sólo están destinados a un ciclo térmico.

Ya que se cuenta con un mecanismo de transporte de material, el que no es ideal, pero si útil. El nuevo calefactor utiliza parte del prototipo heredado, pero puede ser modificado fácilmente.

El primer paso es definir las geometrías posibles, por lo que se analizaron sistemas existentes y las posibilidades en la realidad nacional. La forma más cómoda de entregar o aportar calor, para los objetivos de este trabajo, es la de resistencias eléctricas, y puesto que su geometría afecta el diseño, se realizó un sencillo y rápido estudio de mercado. Las termo-resistencias comerciales útiles para esta aplicación, de fácil acceso y menor costo, corresponden a collares como el presentado en la Figura 3-6, siendo el de ésta imagen el de menor medida encontrado ( $\varnothing_{\text{interior}}$  24 [mm] x 50 [mm], 200 [W], 220 [V]).

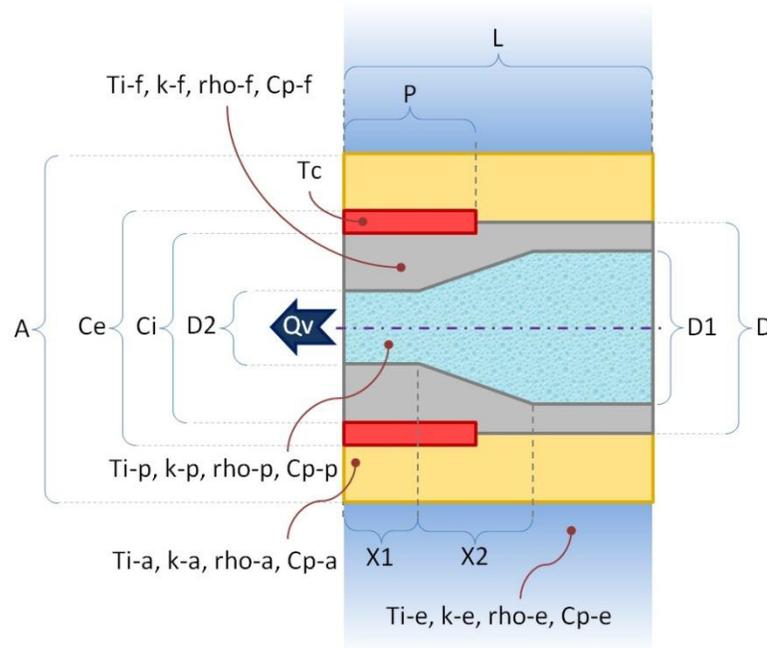
Figura 3-6. Termo Resistencia Comercial



Fuente: Elaboración propia.

Teniendo en cuenta las limitantes, se decidió definir la geometría del calefactor a partir de 16 variables que influyen en su funcionamiento y desempeño. Estas variables se presentan de forma esquemática en la Figura 3-7, donde se muestra un corte diametral de la estructura idealizada. En el centro se encuentra el pellet o plástico a tratar, siguiendo en dirección radial se encuentra en gris el material que actúa como camisa de la extrusora, en rojo el calefactor, en amarillo un aislante y finalmente en azul el aire ambiente.

Figura 3-7. Variables que Definen el Calefactor



Fuente: Elaboración propia.

En la definición conceptual del calefactor, intervienen diez variables geométricas, una variable para el flujo de material a extruir ( $Q_v$ ), una variable determinante de la transferencia de calor (temperatura del calefactor;  $T_c$ ) y tres sub grupos de variables dependientes de los materiales utilizados ( $\rho$ ,  $k$ ,  $c_p$ ), tanto en la estructura, como en el plástico a fundir. También son de importancia las propiedades del aire que rodea al calefactor, como las temperaturas iniciales de todos los componentes y materiales.

Desde este punto, cuando se utilice el término “calefactor”, se estará refiriendo a un equipo con la geometría y variables que se indican en la Figura 3-7.

### 3.2.1 Representación Computacional

Existen distintos programas computacionales que realizan estudios de transferencia de calor en sólidos y fluidos. No obstante, el caso en estudio es un proceso particular; se mueven partículas sólidas, que en conjunto parecen un fluido, pero no lo son. En los softwares existentes es posible analizar sólidos, líquidos, fluidos con partículas, pero no el problema presentado. Además, se espera fundir el material siendo lo menos agresivo

posible, tratando de utilizar el mínimo de temperatura, para así cuidar la vida útil de los plásticos tratados.

El objetivo de optimizar el diseño, fuerza a comparar desempeños de diferentes extrusores en estudio. Para esto, es inevitable estudiar distintas geometrías, o en el caso presentado, modificar las variables que intervienen y analizar los cambios en el servicio. Algunos softwares comerciales permiten variaciones de algún parámetro, pero en este caso se tienen más de quince variables. Los softwares no presentan un uso intuitivo y son programas que requieren entrenamiento y práctica.

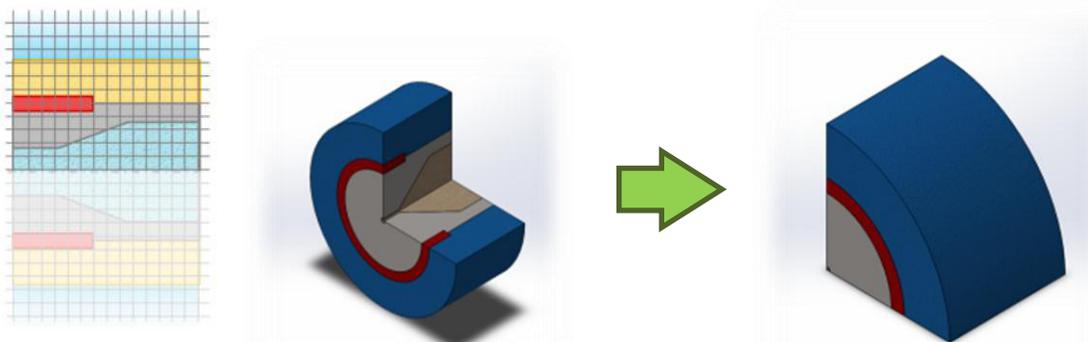
Dado que la solución teórica al problema es compleja, se decidió realizar el estudio a partir de diferencias finitas y aprovechar herramientas computacionales para permitir variaciones de las variables, sin necesidad de cálculo humano. Se prefirió invertir el tiempo en el estudio de las ecuaciones que gobiernan los procesos físicos, algunas simplificaciones y aproximaciones, por sobre el aprendizaje de software desconocidos.

Se prefirió el lenguaje de programación Java, por el conocimiento que el estudiante posee sobre él, su sencillez, su orientación a objetos y el control sobre el computador que puede ser logrado.

Se creó el objeto “Estudio”, que representa geoméricamente a un calefactor particular con medidas definidas para cada una de las variables descritas en la Figura 3-7. Adicionalmente, este objeto contiene variables de simulación, como el paso temporal  $\Delta t$  y el paso espacial  $\Delta x$ . De esta manera es posible contener en una variable computacional, toda la información relativa a una geometría particular, aplicar funciones o tareas sobre ellas y comparar con otras variables del tipo “Estudio”.

Una de las formas más sencillas y rápidas de mantener información computacional, son los arreglos, que básicamente son una matriz que puede ser definida en las dimensiones que se deseen. Dado que se pretende representar un cuerpo, se utilizará una matriz de 3 dimensiones. Como la indexación de una matriz es idéntica al tratamiento de coordenadas cartesianas, se decidió trabajar en dicho sistema de coordenadas. Aprovechando la simetría axial del problema, y para ahorrar espacio en memoria, sólo se trabajará representando un cuarto del calefactor, tal como muestra la Figura 3-8. En esta imagen se esquematiza la discretización del calefactor, de modo de facilitar su comprensión.

Figura 3-8. Simplificación del Modelo Geométrico



Fuente: Elaboración propia.

### 3.2.2 Transferencia de Calor

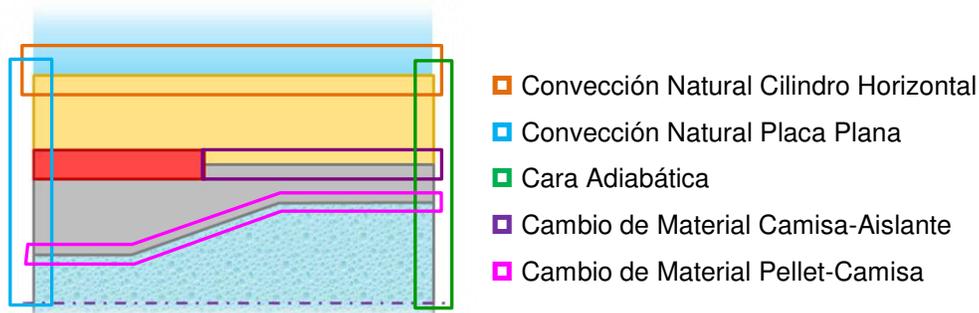
Para desarrollar el problema, se utilizará un método de diferencias finitas explícito, donde las condiciones iniciales se entregan en el set de variables iniciales de un calefactor, representado en un objeto Estudio. El aporte energético se presentará como una condición de borde, donde los elementos que componen el calefactor tendrán siempre la temperatura impuesta  $T_c$ . El calefactor se modelará entonces, como un cilindro expuesto a convección natural, la tapa del cilindro por donde ingresa el pellet se considerará adiabática, mientras que la cara de salida del pellet se modelará como una cara plana vertical con convección natural. Esta suposición proporciona más pérdida energética de la que realmente puede lograrse, pues en el prototipo final pretende aislarse también la cara de salida; no obstante, se consideró apropiado dejarlo de esta forma como un margen de seguridad respecto a la energía que se pierde, para obtener siempre en las simulaciones un caso peor al esperado en la realidad.

Para lograr la simulación de transferencia de calor, se seguirá el siguiente procedimiento:

- I. Resolución de Casos Particulares:
  - a. Convección Natural de Pared externa del cilindro (Aislante-Aire)
  - b. Convección Natural de Pared de Salida (Materiales-Aire)
  - c. Cara Adiabática de Entrada
  - d. Cambio de Material (Pellet-Camisa y Camisa-Aislante)
- II. Solución del Caso General de Conducción

Los casos particulares se esquematizan en la Figura 3-9.

Figura 3-9. Casos Particulares de Transferencia de Calor en el Calefactor



Fuente: Elaboración propia.

La solución de los casos particulares en diferencias finitas, se obtiene de la aplicación de las ecuaciones de conducción (Ecuación 4), convección (Ecuación 8) y de conservación de energía (Ecuación 29); se utilizarán para lograr una expresión equivalente a la ecuación simplificada de calor (Ecuación 18), reemplazando las expresiones para los números de Biot (Ecuación 19) y Fourier (Ecuación 20) según corresponda. Al desarrollar de forma equivalente a la presentada en las Ecuaciones 21 a 28, se pueden obtener los valores críticos de estabilidad en cada caso.

A diferencia de los estudios presentados en los antecedentes, en este trabajo deben desarrollarse las diferencias finitas para 3 dimensiones. El Anexo 1 muestra un resumen de las aproximaciones de diferencias finitas desarrolladas para la solución computacional de este trabajo, con un despeje resumido de la ecuación, el criterio de estabilidad, y una representación conceptual explicativa de cada caso. Los índices  $m$ ,  $n$  y  $o$  hacen referencia a los ejes  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  respectivamente, y se ejemplifican en la Figura 3-10.

En resumen, la temperatura de cada nodo dependerá de las propiedades de los materiales existentes y las temperaturas en el tiempo anterior. Al despejar, aparecen en la solución de cada nodo los números de Biot, Fourier y en algunos casos, las conductividades térmicas de los materiales que interactúan con el nodo en estudio.

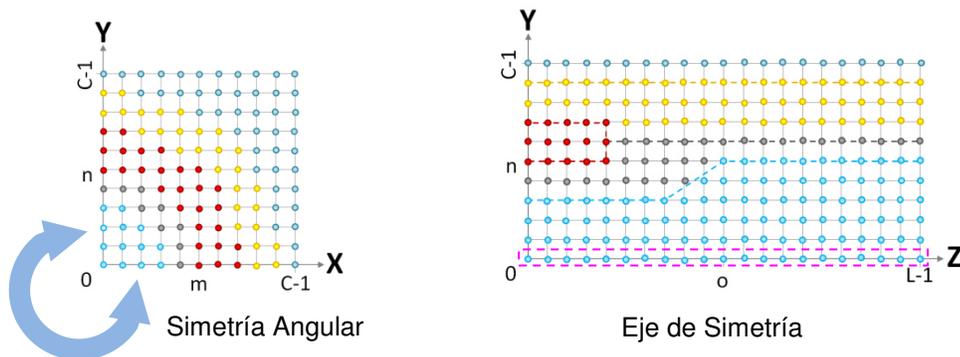
Para los casos con convección, es necesario calcular en cada iteración un valor del coeficiente convectivo promedio ( $\bar{h}$ ), a partir de las temperaturas promedio en dicho instante de las superficie en interacción ( $T_s$ ). Para lo anterior, se calcula la temperatura promedio de todos los nodos involucrados en dicha superficie.

Para calcular el  $\bar{h}$  del manto del cilindro, se utilizó la Ecuación 14, para obtener así un valor promedio del número de Nusselt, donde el largo característico corresponde al diámetro externo del calefactor (variable 'A' de la Figura 3-7). Con el valor de  $\bar{N}u$  se despeja  $\bar{h}$  desde la Ecuación 12, él que será utilizado en todos los nodos del manto en dicho instante.

Para calcular el  $\bar{h}$  de la cara de salida, se realizó el mismo procedimiento para todos los materiales. En la parte donde hay pellet, si existe un flujo impuesto en la simulación ( $Q_v > 0$ ), no se calcula una pérdida por convección y se asume una pared adiabática, pues se supone que el pellet está en movimiento y saldrá del sistema. Para los cálculos de  $\bar{N}u$  de la camisa y el aislante en la pared de salida, se utiliza la Ecuación 16 cuando el número de Rayleigh lo permita; en caso contrario, se calcula a partir de la Ecuación 15. Como se utiliza una aproximación de una placa plana vertical, el largo característico para deducir  $\bar{N}u$  se calcula como el largo promedio de la corona circular de cada material. La temperatura promedio de cada componente, se calcula de la misma forma que en el manto, pero con los nodos de la pared que corresponda.

Como existe simetría axial en los nodos de los bordes de la discretización (ejes  $X$  e  $Y$ ), como muestra la Figura 3-10 en el plano  $XY$  de referencia, los vecinos del nodo  $(m,0,o)$

Figura 3-10. Esquematación de los Bordes de la Discretización



Fuente: Elaboración propia.

serán entonces los puntos  $(m-1,0,o)$ ,  $(m+1,0,o)$ ,  $(m,0,o+1)$ ,  $(m,0,o-1)$ ,  $(m,1,o)$  y  $(0,n,o)$ , cumpliendo de esta forma, la simetría impuesta. De la misma forma, los puntos del eje de simetría (eje Z) que son del tipo  $(0,0,o)$ , presentan vecinos de la siguiente forma:  $(0,0,o-1)$ ,  $(0,0,o+1)$ ,  $(1,0,o)$ ,  $(1,0,o)$ ,  $(0,1,o)$ ,  $(0,1,o)$ . Se han repetido a propósito los puntos  $(1,0,o)$ ,  $(0,1,o)$ , pues cada nodo debe tener 6 vecinos; en este caso, por la simetría impuesta, los vecinos en los eje X e Y corresponden al mismo punto 2 veces; uno para cada sentido.

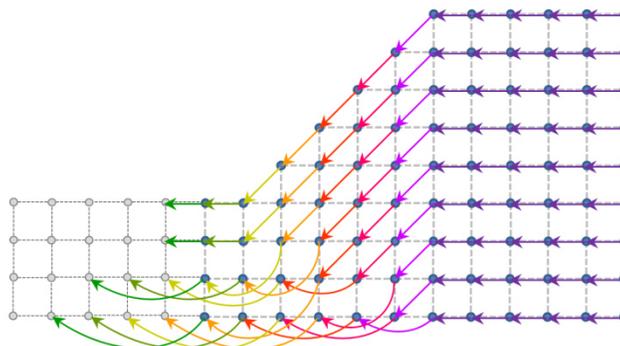
### 3.2.3 Movimiento de Material

La parte más compleja del problema corresponde al movimiento del material. En estricto rigor, se tiene un sólido avanzando, por lo que el problema se simplificará a una discretización del “flujo” y se aplicarán ecuaciones de conducción. Después de cada iteración de calor, sin avanzar en el tiempo (para el mismo  $\Delta t$ ), se desplazará un volumen proporcional de pellet. Así, en cada paso de discretización temporal, cada partícula o nodo de pellet tendrá el aporte energético que le corresponde, y luego se desplazará a su nueva posición en dirección a la cara de salida, donde volverá a recibir un aporte calórico en el nuevo tiempo.

El material nuevo que entra al calefactor empuja al material viejo (con mayor temperatura), produciendo que el material que estaba en el calefactor salga. Se analizará la transferencia de calor hasta que las temperaturas dentro del calefactor y la temperatura del plástico que sale, converjan a algún valor con cierto nivel de precisión. En estricto rigor, basta con comparar las diferencias de temperatura de cada nodo del material que sale entre dos instantes de tiempo (entre dos iteraciones), pero también se analizará parte de los nodos del calefactor, para así asegurar un buen resultado.

Cuando el calefactor se simplifica a un tubo, el desplazamiento del material es sencillo; todos los puntos de la matriz nodal que representan pellet se mueven como un bloque, dejando el espacio para el material nuevo y sacando un bloque con la geometría del tubo. El problema ocurre cuando existe una reducción. Como el material en las aplicaciones existentes se mueve a velocidades muy bajas (0.1 [kg/hr] en el caso más rápido), se asume un movimiento “laminar” del “flujo”, pero como no es un fluido, simplemente se impone un movimiento ordenado.

Figura 3-11. Esquematización del Flujo de Nodos de Pellet



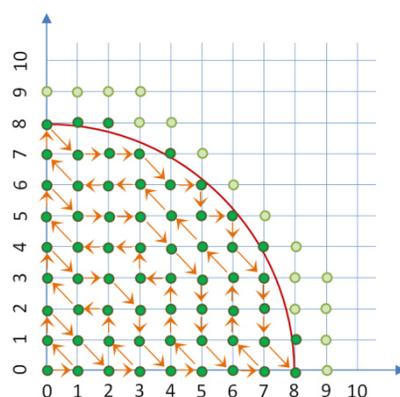
Fuente: Elaboración propia.

Para el movimiento de los nodos se asume un “perfil de velocidad”: los puntos del centro son los que pueden ganar mayor rapidez (se desplazan más posiciones), mientras que a medida que se avanza en la dirección radial, los puntos son más lentos. Lo anterior se esquematiza en la Figura 3-11.

En la Figura 3-11, se muestran en azul los puntos nodales que representan el pellet en el calefactor, mientras que en gris se observan las posiciones posibles que ocupan los nodos al salir del calefactor. Cada color de las flechas representa una posición o un plano XY desplazándose. Por ejemplo, los planos de entrada (en morado) se muestran todos en el mismo color, pues se mueven de la misma forma, como un bloque.

Como el problema es en 3 dimensiones, también es necesario aplicar la norma al movimiento en los planos XY, los cuales se esquematizan en la Figura 3-12.

**Figura 3-12. Plano Perpendicular al Eje Axial; Orden de Flujo de los Nodos**

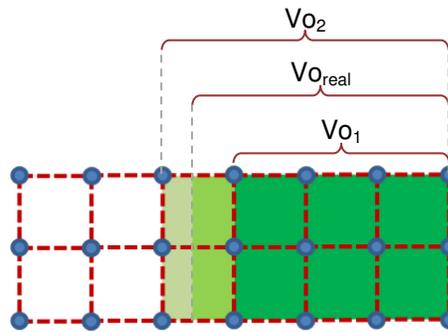


*Fuente: Elaboración propia.*

En resumen, el movimiento del pellet se realiza siguiendo siempre el mismo procedimiento. Los puntos de un plano XY de origen se mueven hasta los puntos de un plano XY de destino, utilizando nodos desde el anillo exterior hacia el centro del plano, llenando las posiciones externas del plano de destino, hasta completarlo. Cuando esto ocurre, si en el nuevo plano de destino hay más puntos disponibles que los puntos a mover desde el origen, entonces se comienza a llenar espacios desde el centro del plano de origen, ocupando ubicaciones del centro del nuevo plano de destino. Cuando hay más puntos disponibles de origen que de destino, siempre se llena de afuera hacia adentro.

Cabe destacar, que dado que el movimiento se realiza discretizado tanto en sus variables espaciales como en sus variables temporales, no se cumple necesariamente que un volumen desplazado sea exactamente el que correspondería para dicho paso temporal. Por esta razón, se calculan 2 movimientos de nodos, que mueven dos volúmenes distintos ( $V_{o1}$  y  $V_{o2}$ ), pero que son correlativos según la discretización espacial, encajonando el volumen real ( $V_{o_{real}}$ ) de simulación. Generalmente se utiliza el movimiento asociado al volumen  $V_{o1}$ , pero existe un volumen de error ( $V_{o_{real}} - V_{o1}$ ) asociado a dicho movimiento, el cual se va acumulando tras cada iteración. Cuando este error alcanza al volumen  $V_{o2}$ , se utiliza el movimiento calculado para dicho volumen  $V_{o2}$ . De esta forma, en promedio, la iteración cumple el flujo impuesto. Lo anterior, se esquematiza en la Figura 3-13.

Figura 3-13. Esquematación del Movimiento de los Nodos



Fuente: Elaboración propia.

### 3.2.4 Simulaciones

Una vez analizado como se realiza la simulación de transferencia de calor y flujo, se puede explicar cómo trabaja un objeto Estudio. En la práctica se crearon 2 clases computacionales; **Estudio**, que contiene parámetros geométricos y de discretización, y **Estudio2**, que es una clase heredada de Estudio (contiene los mismos elementos, las mismas funciones) que además gestiona la simulación y el registro de datos de simulación. En estricto rigor, sólo se trabaja con Estudio2, y Estudio2 trabaja internamente con Estudio. El primer paso es crear una variable, esto se hace de la siguiente forma:

```
Estudio2 E = new Estudio2(M,P,Qv,dx,tM,dt,Ta,Tc,N,Path,D,eps,eps2,tg);
```

Donde **M** corresponde a un arreglo (vector) de 10 elementos y contiene las variables geométricas representadas en la Figura 3-7 en milímetros. **P** es una matriz de 3x4, que contiene las propiedades de los materiales en la forma  $P[i][j]$ , donde  $i$  representa a un material;  $i=0$  para el pellet,  $i=1$  para la camisa e  $i=2$  para el aislante, mientras que el índice  $j$  representa una propiedad del material  $i$ , donde  $j=0$  es la temperatura inicial ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $j=1$  la conductividad térmica ( $[\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})]$ ),  $j=2$  densidad ( $[\text{kg}/\text{m}^3]$ ) y  $j=3$  representa el calor específico ( $[\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})]$ ). **Qv** representa el flujo másico del material ( $[\text{kg}/\text{hr}]$ ). **dx** representa el paso para la discretización espacial en milímetros (cada nodo es un cubo de arista  $dx$ ). **tM** representa el tiempo máximo de simulación en segundos. **dt** es el paso para la discretización temporal en segundos. **Ta** corresponde a la temperatura ambiente del aire que rodea al calefactor ( $^{\circ}\text{C}$ ). **Tc** representa la temperatura del calefactor ( $^{\circ}\text{C}$ ). **N** es el nombre del estudio. **Path** es la ruta donde se guardarán archivos de procesamiento. **D** es un número entero que indica la cantidad de decimales de precisión para cálculos preliminares. **eps** corresponde a un número decimal que representa la precisión exigida dentro del calefactor, y constituye la diferencia máxima entre 2 tiempos de control para definir el estudio válido. **eps2** representa el mismo concepto que eps, pero para los puntos de material que salen del calefactor. **tg** es el tiempo de registro en segundos y representa cada cuanto tiempo se guardan los datos del calefactor.

Al crear el objeto Estudio2, sólo se guardan las variables. El procesamiento comienza al aplicar la función “estabilidad(...)”, la que simplemente evalúa los criterios de estabilidad

impuestos por las ecuaciones de diferencias finitas calculadas en el anexo 1; si se cumplen todos los criterios de estabilidad, la función retorna un valor booleano positivo/verdadero. Esta función se aplica como se muestra a continuación:

```
boolean estabilidad = E.estabilidad(TA) ;
```

La variable **estabilidad** es un valor 'true' si se cumplen todos los criterios de estabilidad o 'false' si algún criterio no se cumple. **TA** corresponde a un objeto que muestra el procesamiento por pantalla.

Para calcular la estabilidad en los casos donde interviene Fourier y las conductividades térmicas de los materiales, los valores se calculan directamente. En los casos donde interviene Biot, se calcula un  $h_{\text{crítico}}$  correspondiente al peor escenario a partir de la Ecuación 4, 6, 8 y 14. Este  $h_{\text{crítico}}$  sólo puede ser calculando en iteraciones progresivas junto con un valor de  $T_{\text{pared-externa}}$  aproximado, asumiendo un cilindro largo horizontal, con una temperatura de pared interior **Tc** y temperatura ambiente **Ta**. El valor de  $h_{\text{crítico}}$  se define cuando se logra una convergencia de **D** decimales entre 2 iteraciones sucesivas. Para calcular el  $h_{\text{crítico, salida}}$  de la pared de salida, se asume la temperatura **Tc** para todos los casos. Los valores críticos de los coeficientes de convección calculados, son sobre estimados, y se realizó de esta manera para dar un margen de seguridad a favor de la estabilidad de la simulación.

Una vez que la estabilidad ha sido comprobada, y sólo si la estabilidad se cumple bajo los criterios explicados previamente, se aplica la función "iniciar(...)", de la siguiente forma:

```
boolean inicio = E.iniciar(TA, LA) ;
```

La variable **inicio** es un valor 'true' si todos los procesos se cumplieron correctamente, y 'false' si algún subproceso falló. La variable **TA** es un objeto que muestra en pantalla un resumen del proceso que se está llevando a cabo a medida que se calcula, mientras que la variable **LA** es un objeto que muestra en tiempo real el estado exacto del procesamiento (estos objetos sólo sirven de guía y feedback al programador, útiles para detectar errores de programación). La función iniciar realiza muchos procesos consecutivos, avanzando al siguiente sólo si se cumplió correctamente el anterior. Los procesos realizados por iniciar son:

- I. Discretización Espacial y Creación de Malla
- II. Asignación de Condiciones Iniciales y Materiales
- III. Cálculo de Rutas de Movimiento del Material
- IV. Análisis de Tipo de Simulación

En la variable E (Estudio), se representa la malla como 2 matrices de 3 dimensiones, una que indica el tipo de material y otra con las temperaturas promedio, ambas manteniendo información (en cada variable) de cada nodo. Es necesario el conocimiento del material de cada nodo y sus vecinos para aplicar la aproximación de diferencias finitas que corresponde.

Las condiciones iniciales dependen exclusivamente de las temperaturas entregadas en la creación del Estudio. Además, se calcula sólo una vez qué tipo de aproximación por diferencias finitas debe aplicarse a cada nodo. También se calcula sólo una vez la ruta que describe cada nodo del pellet en su movimiento (si  $Q_v > 0$ ). Cuando se han calculado

el tipo de aproximación de diferencia finita para cada caso particular y los movimientos, se guardan en disco duro archivos con dicha información.

Finalmente, se calcula la factibilidad de mantener en memoria RAM toda la información de los casos particulares de transferencia de calor y los movimientos, para así realizar la simulación en un menor tiempo. De ser posible el cálculo en RAM de la transferencia de calor y el movimiento, las simulaciones resultan significativamente más rápidas que su procesamiento por archivo. Automáticamente la simulación analiza la capacidad del computador y los datos de la simulación para definir si la transferencia de calor se hace en RAM; de ser posible, analiza si el movimiento del pellet también es soportado. En el peor escenario, la transferencia de calor y el movimiento se hacen por medio de lectura de archivos. A medida que la discretización espacial es más pequeña, se consume mayor memoria RAM y es posible que sea necesario recurrir a los archivos en el disco duro, pero permite que cualquier computador pueda resolver el problema. No es necesario un clúster de cálculo, pero compensa esta flexibilidad con mayor tiempo de procesamiento.

Cuando el objeto Estudio se ha inicializado, y este proceso finaliza con todos sus procesos exitosos, es posible comenzar efectivamente la simulación del problema. Lo anterior se realiza mediante la función “simular(...)”, que se aplica de la siguiente forma:

```
boolean simulacion = E.simular(TA);
```

La variable **simulacion** indica si el procesamiento se realizó sin problemas cuando es ‘true’, o si existió algún error si es ‘false’. Todos los problemas son reportados en el objeto TA, al igual que en las funciones anteriores.

La función simular realiza en cada tiempo, desde  $t=0$  hasta  $t=tM$ , el mismo procedimiento, y cuando termina cada paso, suma  $dt$  a la variable tiempo  $t$  de la simulación. Los procesos que la función “simular(...)” realiza son:

- I. Aplicación de Diferencias Finitas para la Transferencia de Calor.
- II. Movimiento del Pellet.
- III. Guardar estado de la matriz de temperatura si corresponde.
- IV. Analizar Convergencia

Si en alguna iteración se cumple el criterio de convergencia, automáticamente se termina el procesamiento, se calculan índices de desempeño y se muestran resultados en el objeto TA, retornando finalmente el valor ‘true’.

### 3.2.5 Variables de Desempeño

Para poder definir cuando un calefactor es mejor que otro, se vuelve necesario precisar como compararlos. Para ello, los objetos Estudio2 al finalizar una iteración calculan una serie de valores de desempeño, los que posteriormente se normalizan para producir índices de desempeño que permiten comprar el servicio de calefactores de distintas geometrías y condiciones de operación.

Las variables de desempeño son:

- a) **Desviación Estándar de la Temperatura ( $\sigma$ ):** se calcula la desviación estándar de la temperatura de los nodos que salen del calefactor una vez alcanzada la convergencia. Si el flujo es cero ( $Q_v=0$ ), se calcula la desviación de la cara de salida del pellet. Se utiliza este valor para definir qué tan uniforme es el calentamiento del plástico. Un alto gradiente obliga a sobrecalentar el plástico en algunas zonas para lograr la temperatura promedio deseada.
- b) **Flujo Másico ( $\dot{m}$ ):** corresponde directamente al valor de  $Q_v$ . En el proceso de extrusión interesa producir la mayor cantidad de filamento posible, por lo que se espera que este parámetro tenga un valor elevado. En el mercado, la competencia logra en el mejor caso una producción de 0,1 [kg/hr].
- c) **Eficiencia Energética ( $\eta$ ):** es la razón entre la energía total entregada al pellet (calculada según la Ecuación 1) y la energía total aportada al sistema (entregada al pellet y al ambiente por convección). Este valor entrega una medida de que tan bien está diseñado el equipo y que tan bien será usado el recurso energético durante su operación.
- d) **Materiales Utilizados ( $m$ ):** corresponde a la masa total del equipo y es una forma de introducir el aspecto económico en el diseño. Se calcula a partir de las propiedades de los materiales ingresados y las medidas correspondientes.

A partir de las variables descritas anteriormente, es posible definir índices de desempeño como sigue:

- a) **Índice de Temperatura (IT):** la mayor temperatura de trabajo de los plásticos utilizados es de 260 [°C]. Por un margen de seguridad de 15%, se deja en 300 [°C] el valor máximo posible de diferencia de temperatura entre nodos de pellet. Como en este trabajo se pretende cuidar la vida útil del material, se limita su temperatura a su máxima temperatura de trabajo, idealmente sólo trabajar a la temperatura de fusión (bajo la temperatura máxima de trabajo), por ello se normaliza la desviación estándar con el valor de 300 [°C]. Así se define IT en la siguiente expresión:

$$IT = 1 - \frac{\sigma}{\sigma_{\max}} = 1 - \frac{\sigma}{300} \quad IT \in [-\infty, 1] \approx IT \in [0, 1]$$

- b) **Índice de Flujo (IF):** Dado que se espera mejorar el valor máximo en los equipos existentes, el cual corresponde a 0,1 [kg/hr], se normaliza el flujo másico con un valor de 2 [kg/hr], un límite superior ambicioso y casi imposible para un equipo de escritorio. Considerando 0,1 [kg/hr] como un desempeño aceptable, se aplica una función exponencial para dejar en este flujo un valor aproximado de 0,5 del índice IF, además de minimizar el valor de IF cuando algún flujo se escape de los límites esperados. Por todo lo anterior, el índice IF se define como:

$$IF = \left( \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{\max}} \right)^{0,2} = \left( \frac{\dot{m}}{2} \right)^{0,2} \quad IF \in [0, \infty] \approx IF \in [0, 1]$$

- c) **Índice de Eficiencia Energética (IE)**: dado que la variable  $\eta$  ya se encuentra normalizada, este índice corresponde directamente a la misma variable. Por esto, se define IE como:

$$IE = \eta \quad IE \in [0,1]$$

- d) **Índice de Masa (IM)**: dado que se cuenta con la termoresistencia ( $\varnothing_{\text{ext}} 30$  [mm]) a utilizar, el volumen aproximado del equipo está acotado radialmente. Sobreestimando la masa máxima del calefactor como un cilindro macizo de acero de 50 [mm] de diámetro y 200 [mm] de largo (3,142 [kg]), se utiliza una masa de 3 [kg] para normalizar este valor. De esta forma se define IM como:

$$IM = 1 - \frac{m}{m_{\text{max}}} = 1 - \frac{m}{3} \quad IM \in [-\infty, 1] \approx IM \in [0,1]$$

A partir de los índices de desempeño anteriores, se define el **Índice Global de Desempeño (IG)**, que relaciona según su importancia los distintos parámetros que se consideraron significativos para medir la prestación de un calefactor. Se define IG de la siguiente forma:

$$IG = 0,5 \cdot IT + 0,25 \cdot IF + 0,15 \cdot IE + 0,10 \cdot IM \quad IG \in [0,1]$$

Si bien los índices de desempeño pueden alcanzar teóricamente límites irreales (infinitos), el valor que entregaría el índice global (IG) aun permitirá comparar si un calefactor si es mejor o peor que otro. Cabe destacar que la probabilidad que el prototipo final se escape a estos rangos es nula.

### 3.2.6 Programas

Para cumplir los objetivos del trabajo, se desarrolló una aplicación que sirve de interprete entre el usuario y un objeto Estudio2. Dado que se programó en java, esta aplicación puede ser utilizada en cualquier computador y casi cualquier sistema operativo. Sólo se necesita tener instalada la JVM (Java Virtual Machine), un ejecutable que se encuentra por defecto en Windows desde su versión XP. La JVM es gratis para todos los sistemas operativos existentes, y utilizado por todos los navegadores web.

Este programa consiste en una interfaz amigable con el usuario que permite definir todos los parámetros para realizar una simulación. La interfaz se muestra en la Figura 3-15.

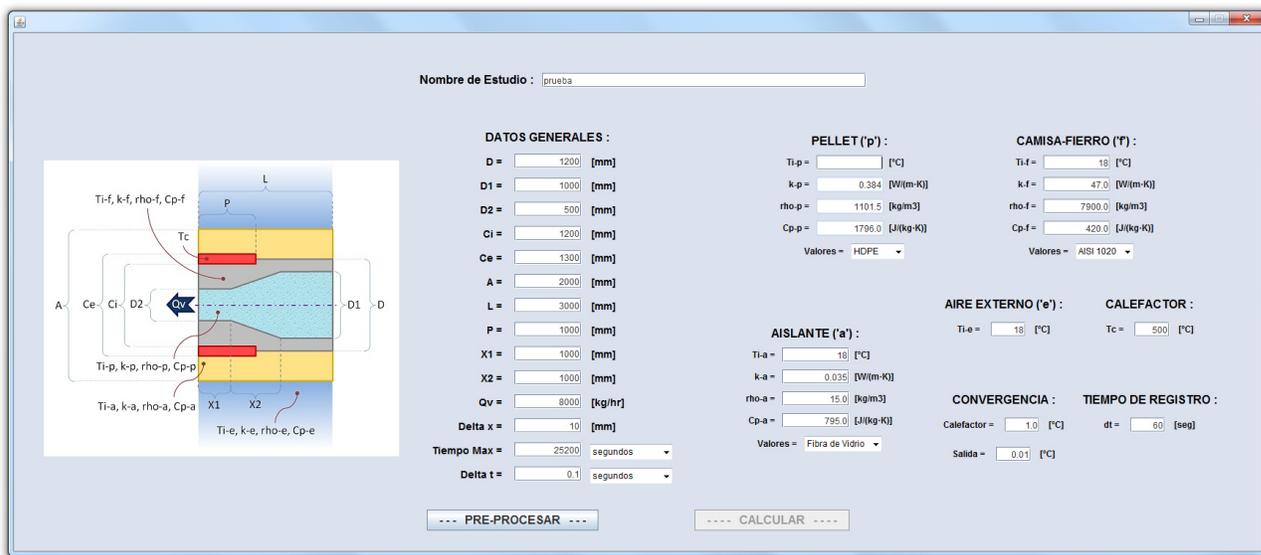
Este programa trae guardados algunos materiales (con sus propiedades) para cada componente, además de permitir agregar alguno nuevo, guía paso a paso y permite corregir cuando es necesario.

Esta aplicación se desarrolló como una herramienta de depuración del código, pero resulta útil para realizar una simulación de alguna geometría particular acorde al diseño impuesto en este trabajo. El botón “Pre-Procesar” llama a la función “iniciar(...)”, mientras que el botón “Calcular” (activado solamente si la función iniciar(...) finaliza positivamente) realiza la simulación en sí. Mientras trabaja, surgen ventanas emergentes que indican el estado de procesamiento del programa. Cuando finaliza la

función iniciar(...), se muestra una ventana con una representación geométrica del calefactor que se está simulando.

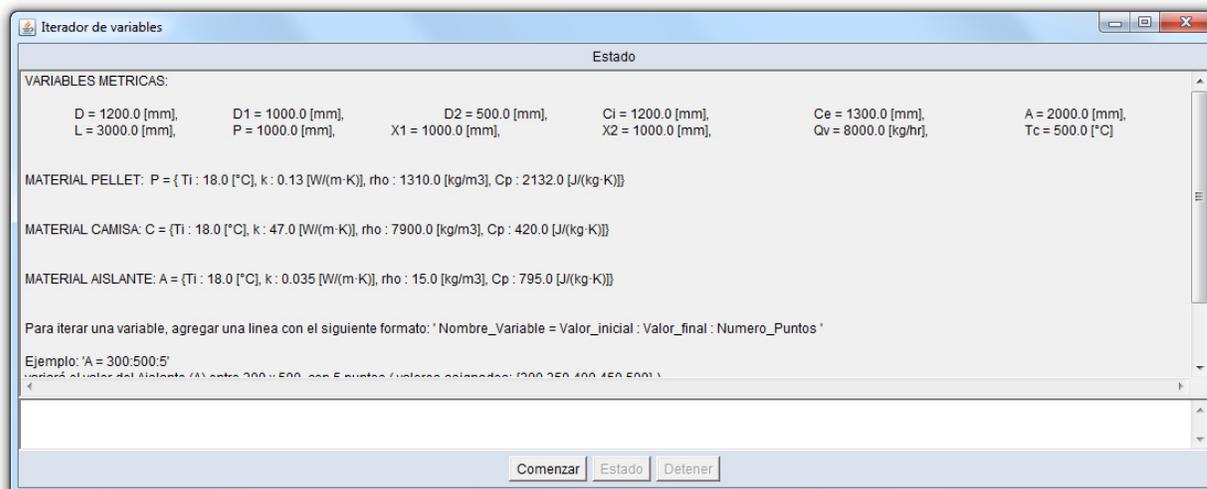
Además de la interfaz presentada, se desarrolló otra aplicación sencilla, que permite modificar una variable de diseño dentro de un rango definido, para comparar así el desempeño del calefactor al cambiar sólo dicho valor. Permite hacer cambios sobre todas las variables de diseño, pero siempre sobre el set original ingresado, alterando la variable designada cada vez. Los resultados son entregados en un archivo de texto, mostrando en cada línea el nombre de la variable que modificó, el valor, los valores de desempeño obtenidos y el índice global de desempeño. Esta aplicación "iteradora" de variables se muestra en la Figura 3-14.

Figura 3-15. Interfaz de la aplicación



Fuente: Elaboración propia.

Figura 3-14. Aplicación "Iterador de Variables"



Fuente: Elaboración propia.

### 3.2.7 Estudio Propuesto

Se debe aclarar que las variables Estudio2 realizan una simulación de conducción de calor en estado transitorio, pero al utilizar las iteraciones hasta lograr una convergencia en todos los puntos de la malla, en particular del material que sale del calefactor, se llega por medio de esta herramienta al estado estacionario.

Se utilizó el programa iterador de variables para estudiar la forma en que cada variable de diseño afecta el comportamiento del calefactor. Con estos resultados es posible definir el rango de las medidas finales del calefactor definitivo.

Se diseñará el calefactor para operar con los plásticos definidos previamente, durante la operación del equipo será posible variar el flujo másico ( $Q_v$ ), y la temperatura del calefactor ( $T_c$ ), por lo que utilizando las aplicaciones desarrolladas en este trabajo, se podrá encontrar un punto óptimo de estas variable para trabajar con otros materiales. Dado que el tiempo de procesamiento depende de  $\Delta t$  y  $\Delta x$ , y  $\Delta t = f(\Delta x)$ , para simular el comportamiento de los calefactores al variar alguna de sus variables, se utilizaron medidas que permitieran un tiempo razonable de cálculo en computadores estándar, trabajando proporcionalmente todas las variables. Esto podría hacer que los índices de desempeño, definidos para comparar posibles equipos (geometrías reales), sobrepasarán el valor esperado. Por lo anterior, los resultados logrados serán normalizados de acuerdo a los valores obtenidos en todas las simulaciones para todas las variables, lo que además será de utilidad para comprobar si la definición de los índices fue la adecuada.

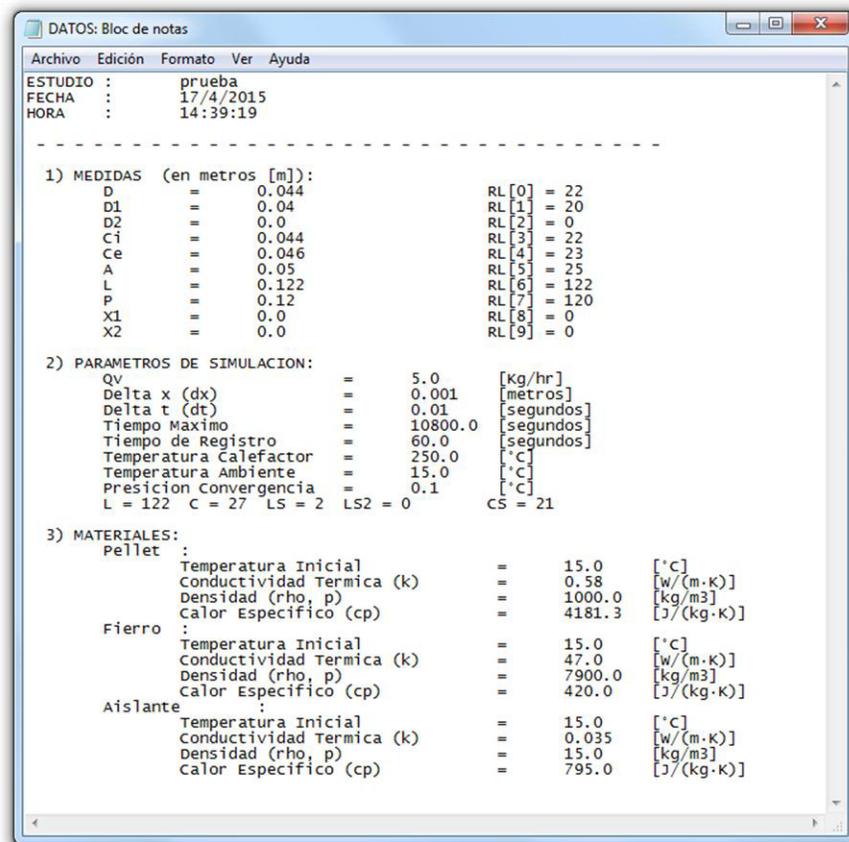
# 4 RESULTADOS Y DISCUSIONES

## 4.1 Validación del Programa

Saber si el código es confiable o no, es el paso previo a su utilización con otros fines. Para ello se realizó un experimento sencillo donde se resolvió teóricamente una geometría simple y se comparó con una simulación del programa para el mismo problema.

Se decidió calcular la transferencia de calor de una cañería de acero (SAE 1020) con un flujo de agua en su interior. Se utilizó la interfaz gráfica programada con los valores registrados en la Figura 4-1.

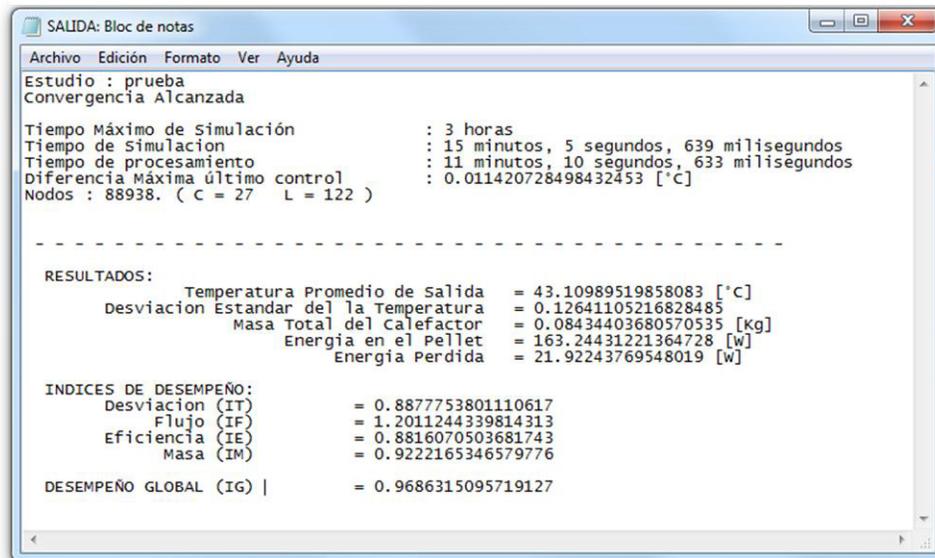
Figura 4-1. Archivo de Entrada



Fuente: Elaboración propia.

El programa necesita una diferencia entre el largo del calefactor y el largo de la camisa. El calefactor se considera de 120 [mm] de largo por lo que el largo del tubo se asigna a 122 [mm]. En la Figura 4-2 se muestran los resultados obtenidos en la simulación de prueba.

Figura 4-2. Archivo de Salida

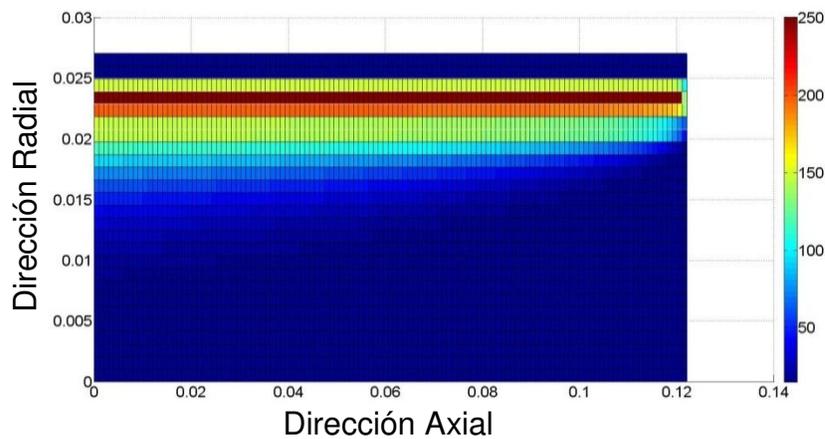


Fuente: Elaboración propia.

Tanto la Figura 4-1 como la Figura 4-2 son archivos que el programa genera durante su procesamiento. La primera muestra un resumen de los parámetros ingresados, creando el archivo antes de iterar, mientras que la segunda figura muestra un archivo de salida que resume los resultados obtenidos en la simulación.

Al resolver teóricamente la misma geometría, asumiendo que es un problema de temperatura de pared constante y flujo laminar, utilizando las ecuaciones presentadas previamente, se tiene que la temperatura promedio de salida del agua es de 45,66 [°C]. Por otro lado, el programa arrojó un resultado de 43,1 [°C]. Esta diferencia en las temperaturas se atribuye al hecho de que se utilizó una malla grande y un paso temporal elevado, por lo que la diferencia presentada se puede reducir fácilmente.

Figura 4-3. Resultado de Simulación de Validación



Fuente: Elaboración propia.

Adicionalmente, en la simulación existe un pequeño tramo de cañería sin calefactor, lo que no fue considerado en el cálculo teórico, donde la variación de 2 milímetros en el largo se traduce en 0,5 [°C] de diferencia en la temperatura promedio de salida.

La Figura 4-3 es resultado de un programa en Matlab que procesa los datos de salida del programa en Java, que muestra la evolución temporal de las temperaturas del calefactor hasta su punto de convergencia. Esta imagen muestra el instante en que se alcanza el estado estacionario, además de ser una prueba gráfica de la efectividad de los algoritmos realizados, pues muestra la capa límite térmica e hidrodinámica.

## 4.2 Influencia de las Variables

Para conocer como varía el desempeño de un calefactor, se simularon distintos valores para cada variable de diseño y se compararon los resultados entre sí. Dada la cantidad de variables y simulaciones que debieron realizarse, se utilizaron medidas en órdenes de magnitud distintas al prototipo aspirado, pero todas en proporciones similares. Esto se realiza, pues la estabilidad de la simulación depende tanto del  $\Delta x$  como del  $\Delta t$ , y además, se sabe que  $\Delta t = f(\Delta x)$ . Si se realizan simulaciones con las medidas a las que se aspira diseñar, todas trabajarían con  $\Delta x$  muy pequeños, y esto obligaría a utilizar  $\Delta t$  aún más reducidos. Como referencia, para los materiales trabajados, al utilizar una discretización de  $\Delta x = 1[\text{mm}] = 0,001[\text{m}]$ , el  $\Delta t$  máximo permitido para cumplir estabilidad es de  $\Delta t_{\text{max}} = 0,0019 [\text{seg}]$ , realizando más de 500 iteraciones para avanzar sólo 1 segundo de simulación. Por esto, se trabajó con los siguientes valores:

D = 1,2 [m]	D1 = 1 [m]	D2 = 0,5 [m]	Ci = 1,2 [m]
Ce = 1,3 [m]	A = 2 [m]	L = 1 [m]	P = 1 [m]
X1 = 1 [m]	X2 = 1 [m]	Qv = 8000 [kg/hr]	Tc = 500 [°C]
$\Delta x = 0.01 [\text{m}]$	$\Delta t = 0.1 [\text{seg}]$	tM = 6 [hr]	Ti = 18 [°C]
tg = 60 [seg]	eps = 1 [°C]	eps2 = 0.01 [°C]	DES = 10

Los resultados de las simulaciones se condensan en el Anexo 2. A continuación se muestra un par de gráficos para cada variable de diseño y su influencia en el desempeño. A la izquierda, el Índice Global (IG) entregado por el programa, y a la derecha, el índice Global Normalizado (IGN). Para calcular IGN, se normalizó cada variable de desempeño ( $\sigma$ ,  $\dot{m}$ ,  $\eta$ ,  $m$ ) a partir de los valores máximos y mínimos alcanzados por cada variable en todas las simulaciones, generando índices de desempeño normalizados (ITn, IFn, IEn, IMn), a partir de los cuales se calculó IGN.

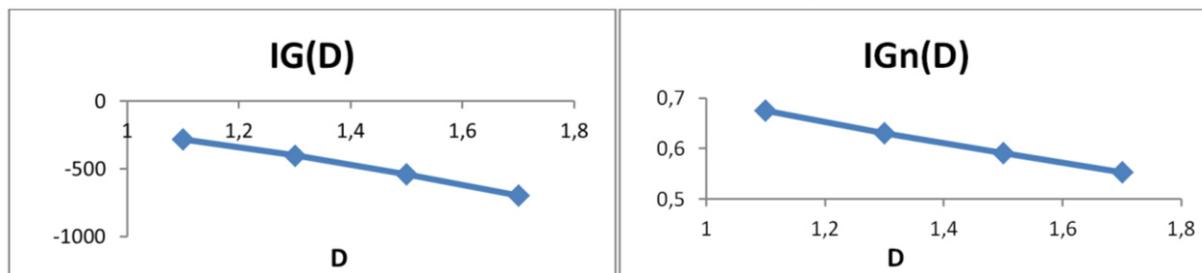
Siempre se mantuvo un valor constante  $Ce-Ci = 0,1 [\text{m}]$ . No se varió  $Ce$  pues en la práctica los calefactores de collar tienen espesor fijo dependiente de su diámetro.

Se variaron los materiales del pellet y camisa, el material aislante no se varió, pues la fibra de vidrio cumple todos los requerimientos y otros materiales capaces de cumplir su función superan groseramente su costo.

En algunos casos, cuando fue requerido, se muestran líneas de tendencia para ejemplificar el comportamiento descrito.

El Gráfico 4-1 muestra cómo varía el desempeño global de un calefactor al variar el diámetro externo de la camisa 'D'. Se muestra claramente una baja en el servicio al aumentar el diámetro. Se probaron valores de D inferiores y superiores a los diámetros internos y externos del calefactor, para estudiar de esta forma que geometría favorece la transferencia de calor al plástico. En resumen, el espesor de pared y el diámetro mínimo, al igual que en un tubo con flujo interno, será la configuración que maximice la prestación de un calefactor.

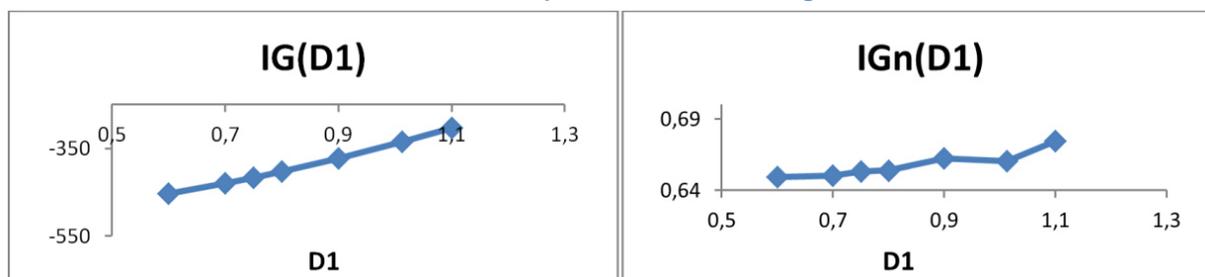
Gráfico 4-1. Desempeño del Calefactor Según 'D'



Fuente: Elaboración propia.

El Gráfico 4-2 indica que cuando aumenta el diámetro de entrada 'D1' del calefactor, su eficacia aumenta. Esto puede apreciarse claramente del índice global directamente obtenido de las simulaciones, su valor normalizado también muestra el mismo comportamiento, pero de forma más sutil. Este resultado contradice la lógica de los intercambiadores de calor, pero se recuerda que en este trabajo importa más el cómo se calienta, que cuánto se calienta el material. Dado que se trabaja con materiales que se consideran buenos aislantes térmicos, a mayor diámetro de entrada existe mayor material al cual se puede entregar calor en la misma unidad de tiempo, permitiendo que el gradiente de temperatura resulte menor, lo que aporta mayor valor al índice de desempeño.

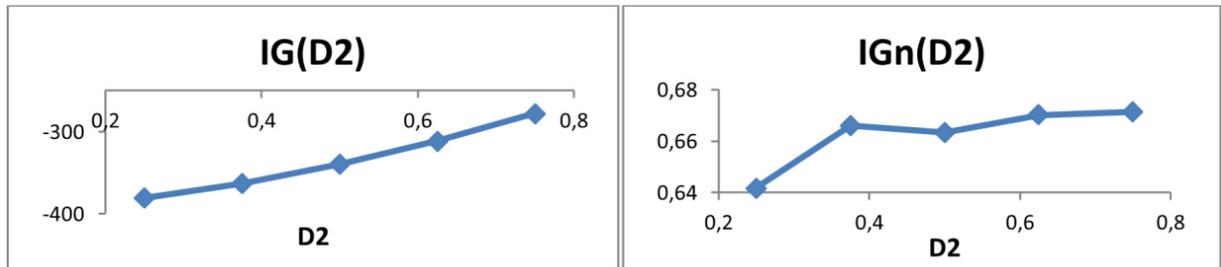
Gráfico 4-2. Desempeño del Calefactor Según 'D1'



Fuente: Elaboración propia.

El Gráfico 4-3 expone la evolución de IG según la variación del diámetro de salida 'D2' del calefactor. Al igual que D1, D2 contradice el comportamiento esperado por las mismas razones que D1. En el valor de IG se aprecia un crecimiento exponencial, mientras que en su normalización se obtiene un crecimiento aproximable a una función logarítmica.

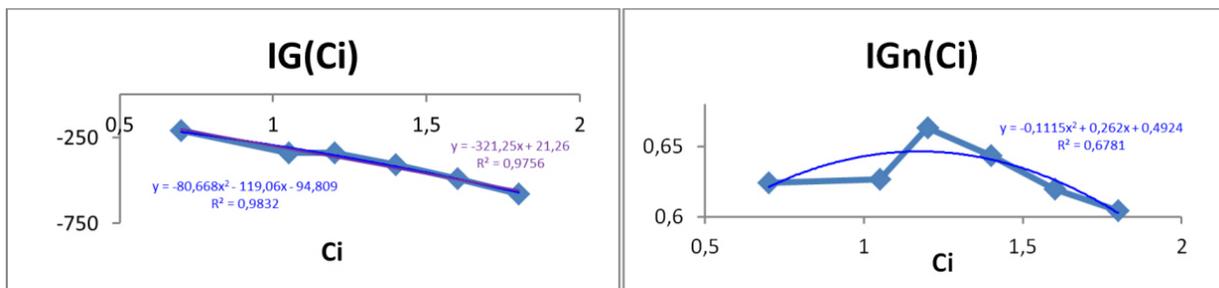
Gráfico 4-3. Desempeño del Calefactor Según 'D2'



Fuente: Elaboración propia.

El Gráfico 4-4 presenta la eficacia de un calefactor cuando cambia el diámetro interior del componente que entrega calor 'Ci'. Esta variable entrega un comportamiento cuadrático al desempeño cuando su valor cambia entorno al diámetro de la camisa D. Ci muy pequeños entregan mayor calor, pero disparan el gradiente de temperatura, Ci mayores requieren mayor material y disminuyen su eficiencia.

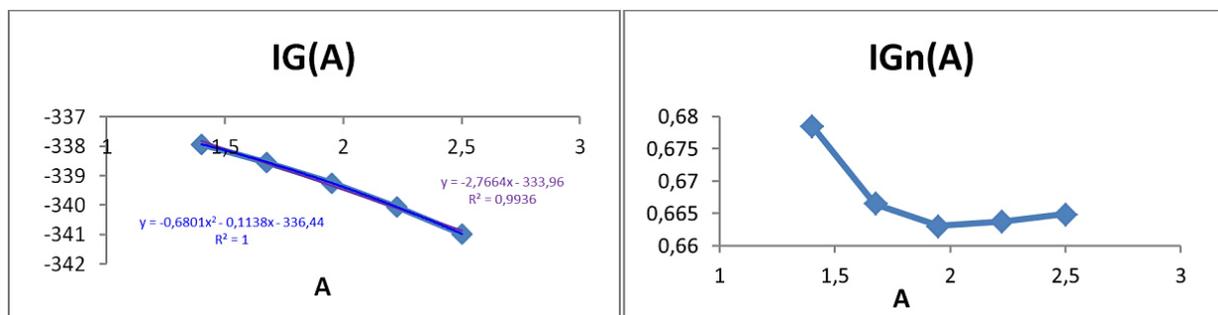
Gráfico 4-4. Desempeño del Calefactor Según 'Ci'



Fuente: Elaboración propia.

El Gráfico 4-5 indica que el desempeño del calefactor dependiente del diámetro externo del aislante 'A' tiene un mínimo. A muy pequeños aumentan su desempeño global minimizando el material utilizado y también disminuyendo el gradiente de temperatura en el pellet por pérdidas energéticas hacia el exterior, contando con menor energía para entregar al plástico. Se busca un IG máximo, pero maximizando todos los aspectos, por lo que el valor ideal será un valor de A alto, reduciendo el problema al ejercicio típico del cálculo de espesor de aislante que minimice las pérdidas.

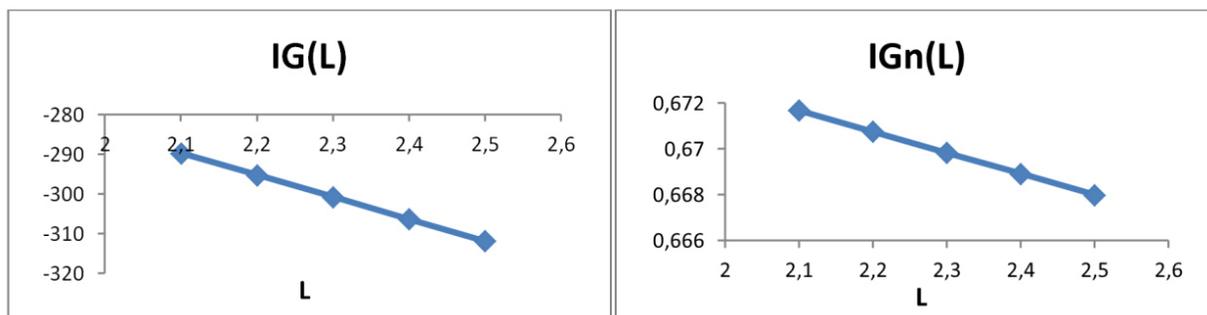
Gráfico 4-5. Desempeño del Calefactor Según 'A'



Fuente: Elaboración propia.

El Gráfico 4-6 señala clara y categóricamente que la capacidad del calefactor disminuye cuando aumenta su largo total 'L'. Esto ocurre porque se asume un flujo laminar dentro del calefactor, y el gradiente de temperatura aumenta por la naturaleza aislante de los plásticos a extruír. Por ello, a medida que aumenta L, se tiene mayor tiempo para que las caras externas del pellet aumente su temperatura, como no es buen conductor, aumentan las diferencias de temperatura dentro del plástico, disminuyendo el valor del índice global.

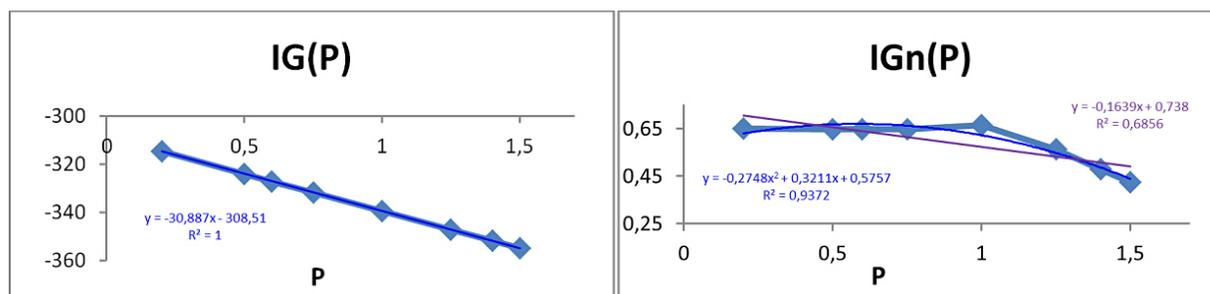
Gráfico 4-6. Desempeño del Calefactor Según 'L'



Fuente: Elaboración propia.

El Gráfico 4-7 nota un sutil comportamiento cuadrático de IG cuando varía el largo 'P' del elemento caliente del calefactor. Se aprecia un valor máximo cuando P toma un valor cercano al largo de la zona de salida 'X2', para luego disminuir su prestación a medida que aumenta el valor de P, por las mismas razones del comportamiento del Gráfico 4-6.

Gráfico 4-7. Desempeño del Calefactor Según 'P'

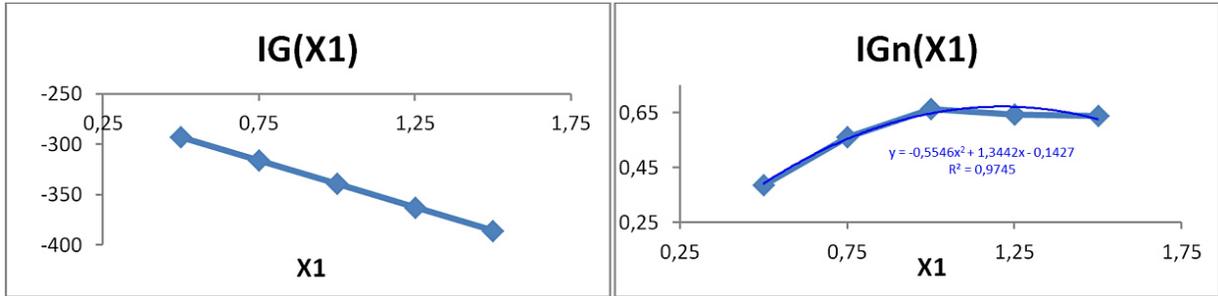


Fuente: Elaboración propia.

El Gráfico 4-8 muestra la evolución del desempeño global del calefactor cuando varía el largo de la zona de entrada 'X1'. El valor ideal de X1 es un largo similar al largo de salida X2. Los valores bajos de IG con P mínimos se explican por la reducción de eficiencia energética que implica una mayor zona caliente, la disminución de IG al aumentar X1 se explican por las mismas razones que el Gráfico 4-6.

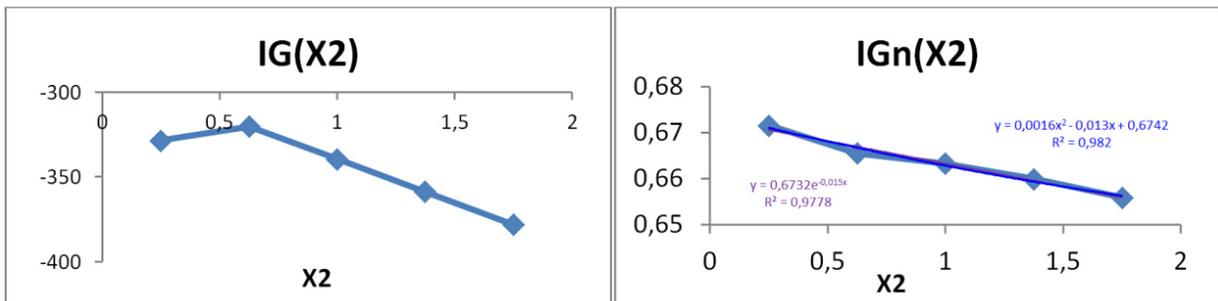
El Gráfico 4-9 indica que la eficacia del calefactor disminuye al aumentar el largo de la zona de salida 'X2'. Las razones son las mismas que explican el comportamiento del Gráfico 4-6. Si bien existe una tendencia cuadrática, la interpretación y la aplicación práctica fuerzan que el comportamiento se describa estrictamente decreciente.

Gráfico 4-8. Desempeño del Calefactor Según 'X1'



Fuente: Elaboración propia.

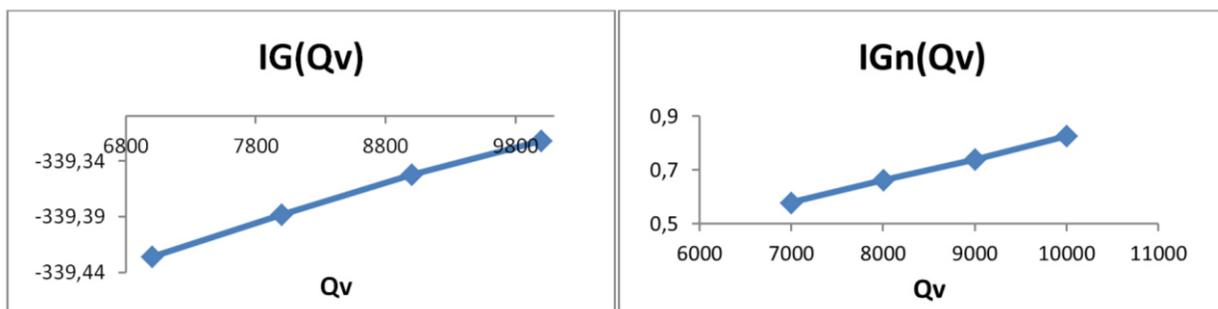
Gráfico 4-9. Desempeño del Calefactor Según 'X2'



Fuente: Elaboración propia.

El Gráfico 4-10 señala claramente un aumento en la prestación del calefactor al aumentar el flujo de extrusión 'Qv'. Esto se explica porque a menor tiempo de exposición del pellet la superficie caliente, su perfil de térmico disminuye su rango de temperaturas. Recordamos nuevamente que en este trabajo tiene mayor importancia la forma en que se entrega energía que la cantidad misma entregada.

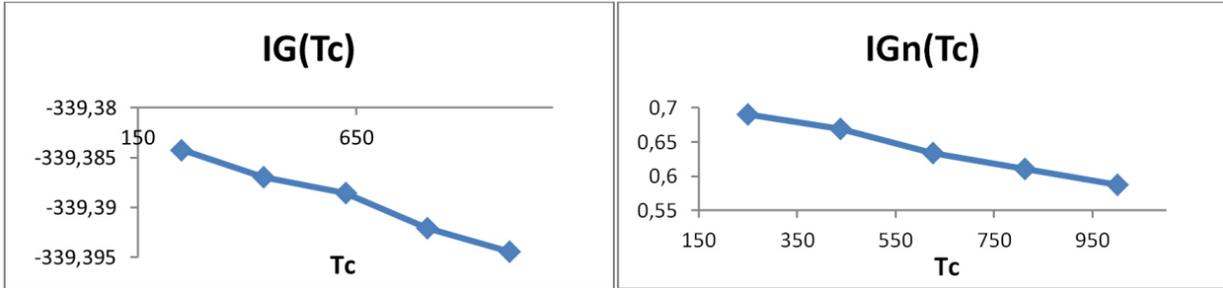
Gráfico 4-10. Desempeño del Calefactor Según 'Qv'



Fuente: Elaboración propia.

El Gráfico 4-11 nota la evolución decreciente del desempeño del calefactor cuando aumenta la temperatura 'Tc' del elemento que aporta energía al sistema. Esto se explica directamente del hecho de que al aumentar la temperatura, aumenta el gradiente interno de temperatura del plástico, y por la definición de IG, disminuye su medida de eficacia del equipo.

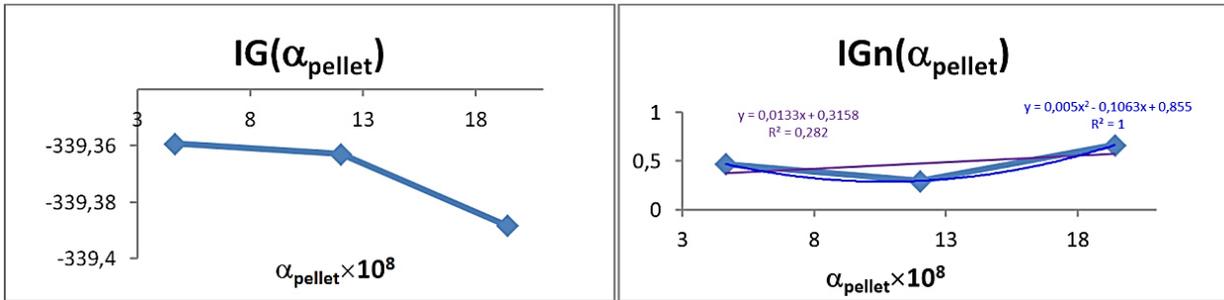
Gráfico 4-11. Desempeño del Calefactor Según 'Tc'



Fuente: Elaboración propia.

El Gráfico 4-12 resume el comportamiento del calefactor cuando varían las propiedades térmicas, del plástico a extruír, que influyen en el desempeño del equipo, estas propiedades se resumen en la difusividad térmica del plástico ' $\alpha_{\text{pellet}}$ '. En general, desde la teoría, podemos asumir que el desempeño aumenta con el incremento de  $\alpha_{\text{pellet}}$ , pero en la práctica, para los valores de los plásticos utilizados (en orden de las abscisas, PLA, HDPE y ABS respectivamente), existe un mínimo para el HDPE. Este resultado es sólo de referencia, pues el equipo debe trabajar con cualquier plástico en un rango de temperaturas que permitan los componentes.

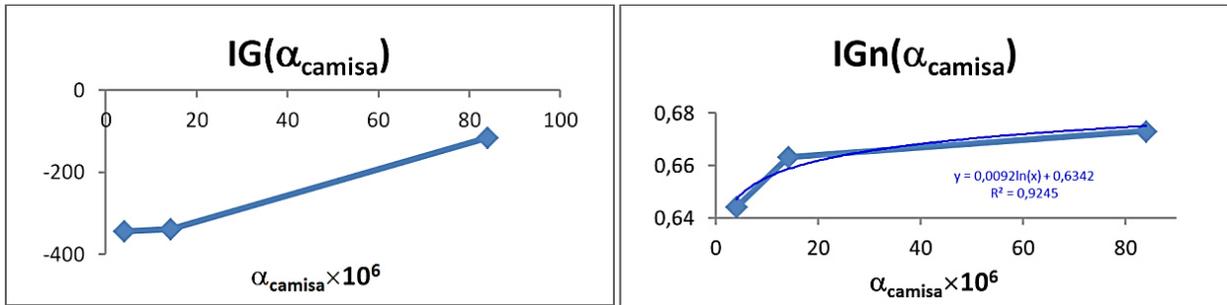
Gráfico 4-12. Desempeño del Calefactor Según ' $\alpha_{\text{pellet}}$ '



Fuente: Elaboración propia.

El Gráfico 4-13 presenta la evolución de IG al variar el material que conforma la camisa ' $\alpha_{\text{camisa}}$ ', las propiedades térmicas de interés se resumen en la difusividad térmica, que en el orden de abscisas corresponde a AISI-304, AISI-1020 y Aluminio respectivamente. Se estudiaron materiales que pudiesen conformar la camisa, se excluyó el bronce por su baja resistencia mecánica y su similitud térmica al AISI-1020. En resumen, el desempeño del calefactor mejora al aumentar  $\alpha_{\text{camisa}}$ , demostrando un comportamiento logarítmico de acuerdo esta variable. Si bien  $\alpha_{\text{camisa}}$  del aluminio es mejor que el del AISI-1030, la dilatación térmica es casi el doble, la resistencia mecánica es inferior y el costo también favorece al acero, por lo que el AISI-1020 resulta el favorito para su utilización en la estructura.

Gráfico 4-13. Desempeño del Calefactor Según ' $\alpha_{camisa}$ '



Fuente: Elaboración propia.

### 4.3 Diseño Final

Definir completamente el calefactor sólo es posible si se limita el material a utilizar. Por otra parte, se espera que el equipo diseñado sea flexible en su utilización, para producir filamento estándar con los materiales tratados en este trabajo.

Por lo anterior, se definirá el calefactor de tal forma que pueda adaptarse según la necesidad, por esto, se dejan libres las variables de la temperatura del calefactor ( $T_c$ ), el flujo de material ( $Q_v$ ) y el material mismo a ser extruido ( $\alpha_{pellet}$ ). Los valores de  $Q_v$  y  $T_c$  pueden ser calculados a partir de los programas desarrollados en esta memoria, una vez definido el material a procesar, el cual entregará el valor  $\alpha_{pellet}$ .

Existen variables que pueden ser inmediatamente definidas. Desde la realidad nacional comercial obtenemos las medidas de la fuente de energía,  $C_i = 25$  [mm],  $C_e = 30$  [mm],  $P = 50$  [mm]. Sabemos la medida del filamento requerido, y debido a la baja dilatación térmica presentada por los plásticos en general, fijamos el valor  $D_2 = 1,75$  [mm].

Por seguridad del usuario y debido al bajo costo de la fibra de vidrio, se calcula el diámetro externo del aislante que asegura una temperatura de pared inferior a los 40 [°C]. Utilizando el valor de  $C_e$  previamente definido y asumiendo una temperatura de operación de la fuente caliente de 600 [°C] (sobrestimado por seguridad), se define un valor  $A = 220$  [mm].

Desde la experiencia de la industria tradicional (Figura 2-5), podemos obtener un rango acertado para el diámetro de salida, sabiendo que  $X_1 \in [8 \cdot D_2, 10 \cdot D_2]$ . El Gráfico 4-9 indica que este valor debe ser mínimo, por lo que se impone  $X_1 = 8 \cdot D_2 = 14$  [mm].

A partir de los resultados obtenidos en las iteraciones, es posible definir el resto de las variables geométricas del calefactor.

Del Gráfico 4-6 se tiene que  $L$  debe ser pequeño, como  $P$  está definido por la termo resistencia, dejamos  $L = P = 50$  [mm].

Dado que  $L = P$ ,  $D$  queda completamente definido por  $C_i$ , por lo que  $D = C_i = 25$  [mm].

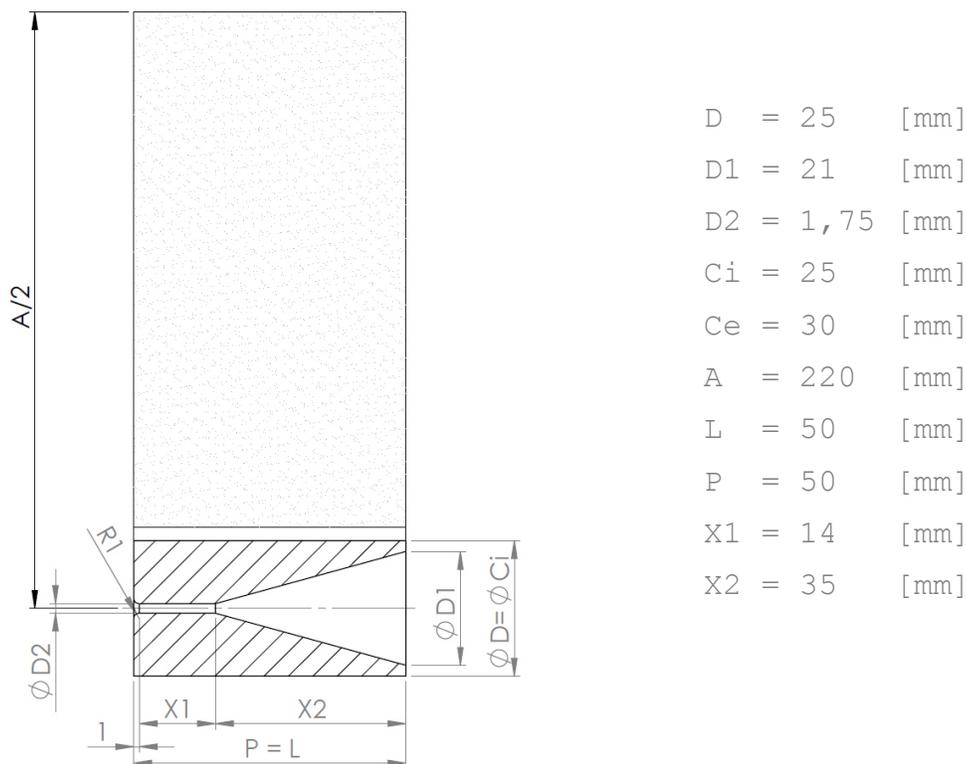
A partir del Gráfico 4-2 se tiene que  $D_1$  debe ser máximo, como dicho valor está limitado por  $D$ , imponemos  $D_1 = 21$  [mm], dejando una pared delgada de 2 [mm] que puede ser mecanizado con cualquier torno.

Finalmente, sólo falta la variable X2. Del Gráfico 4-9 se tiene que el valor de X2 debe ser mínimo, lo cual se correlaciona con las geometrías típicas de la industria tradicional, en donde el cambio de fase es producido principalmente por la presión impuesta por el husillo. Los equipos existentes cuentan con un valor de X2 reducido, lo que explica la alta potencia eléctrica requerida para su funcionamiento (Tabla 2-3), a pesar de que la potencia térmica requerida es sumamente baja (inferior los 10 [W], calculable directamente de la Ecuación 1). Por este hecho, y dado que todas las variables de longitud (X1, X2, y L) deben ser minimizadas, es que se decide minimizar L-(X1+X2), para reducir de esta forma la presión requerida para la extrusión, supliendo térmicamente esta energía. Para lograrlo simplemente se aumenta el valor de X2. Esto aumenta la superficie de transferencia de calor, aumentando la relación de unidad de área de camisa por unidad de área de pellet. Esto también reduce la presión necesaria para forzar el plástico a través del calefactor. De acuerdo a las medidas disponibles, se fija el valor  $X2 = 35$  [mm].

Además, debido a recomendaciones de la industria tradicional, se agrega un redondeado de 1 [m] de radio en la salida del plástico, zona llamada 'labio'.

El resumen de las variables geométricas del calefactor se presenta en la Figura 4-4, un plano en corte del calefactor diseñado en este trabajo.

Figura 4-4. Diseño Final del Calefactor



Fuente: Elaboración propia.

## 5 CONCLUSIONES

De acuerdo al trabajo desarrollado y a partir de los resultados obtenidos, se puede concluir que:

- De la puesta en marcha del equipo previamente diseñado y parcialmente construido, se desprende fácilmente que el calefactor y la extrusora debe minimizar el largo. La viscosidad de los termoplásticos es alta y el torque necesario para su movilización aumentara con el largo del equipo.
- El modelamiento teórico del calefactor y las herramientas utilizadas para dicho propósito resultaron satisfactorias, validándose a sí mismas al comparar sus resultados con los obtenidos para un problema de solución conocida.
- Tanto las variables como los índices de desempeño resultaron convenientes para lograr una comparación satisfactoria entre calefactores de distinta geometría, lo cual se sustenta en los resultados de las iteraciones expuestas.
- El equipo diseñado depende de los programas desarrollados para su buen funcionamiento, y en conjunto, resultan una herramienta poderosa.
- El calefactor diseñado es de fácil construcción y costo relativamente bajo. La puesta en marcha es sencilla y no necesita más elementos que los descritos en este trabajo para operar.

A partir de los resultados, y analizando en retrospectiva, se desprenden algunas proyecciones:

- El husillo no puede estar pivoteado a la camisa, pues esto causa diferencias de centro y facilita la obstrucción del equipo, esta mejora permitiría la utilización de material reciclado.
- Resultaría adecuado agregar una variable de diseño e índice de desempeño que relacione la temperatura objetivo del plástico a estruir con la temperatura alcanzada efectivamente durante la extrusión. Esta variable no es necesaria para diseñar el equipo, pero sería de ayuda para ajustar su funcionamiento a un material específico.
- La máquina puede mejorar su desempeño si se integran las partes calefactoras y movilizadoras de material en un equipo.
- La herramienta diseñada no sólo puede ser usada para producir el filamento estándar, también puede utilizarse para crear y estudiar nuevos filamentos de materiales compuestos que potencien la Impresión 3D como método de manufactura general y también como punto de partida para nuevas tecnologías.

## 6 BIBLIOGRAFÍA

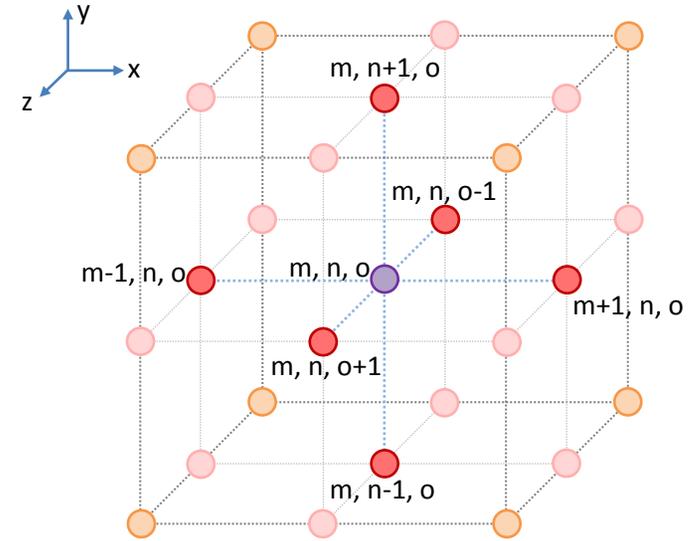
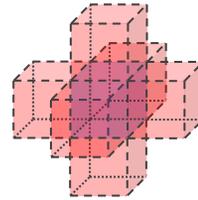
- [1] MENEZES, Deelip. Testing the limit of the cube. [en línea]. <<http://www.deelip.com/?p=7594>>. [consulta: 4 Mayo 2015].
- [2] Baechler, C., DeVuono, M., & Pearce, J. M. (2013). Distributed recycling of waste polymer into RepRap feedstock. *Rapid Prototyping Journal*, 19(2), 118-125.
- [3] Introducción a la Tecnología de los Plásticos por Walter Michaeli, Helmut Greif, Hans Kaufmann y Franz-Josef Vossebürger. Barcelona, Hanser Editorial, 1992. Pág. 95 y Cap. 11.
- [4] MILBY, Robert V. *Plastics Technology*, New York, McGraw-Hill, 1973. Pág. 405.
- [5] PATTON, William J. *PLASTICS TECHNOLOGY: Theory, Design and Manufacture*, Reston, Virginia, Reston Publishing Company, 1976. Cap. 12.
- [6] O.E.C.D. Organization for Economic Co-operation and Development. *Working of Plastics; Manual*. O.E.C.D. Publications, 1964. pp. 84-89.
- [7] MARK, James E. *Polymer Data Handbook*, Nueva York, Oxford University Press, 1999.
- [8] Automation Creation, Inc., Mat Web, Material Property Data [Web en línea], <<http://www.matweb.com>>. [Consulta: 19/06/2014]
- [9] LYMAN, Hug. Lyman Filament Struder II [en línea], <<http://www.thingiverse.com/thing:34653>>. [Consulta: 10/07/2014]
- [10] Filastruder [en línea], <<http://www.filastruder.com>>. [Consulta: 10/07/2014]
- [11] Filabot [en línea], <<http://www.filabot.com>>. [Consulta: 10/07/2014]
- [12] ÇENGEL, Yanus A. *Transferencia de Calor*, segunda edición, México D.F., McGraw-Hill Interamericana, 2004, Cap. 1.
- [13] INCROPERA, Frank P. y DeWit, David P. *Fundamentos de Transferencia de Calor*. 4ª Ed. México, Prentice Hall, 1999. 912 p.

**ANEXO 1**  
**APROXIMACIONES POR DIFERENCIAS**  
**FINITAS**

## Conducción

$$\dot{E}_{\text{entrante}} + \dot{E}_{\text{generada}} = \dot{E}_{\text{almacenada}} \quad \dot{E}_{\text{gen}} = 0 \quad \dot{E}_{\text{alm}} = \rho \cdot c_p \cdot \Delta X^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right)$$

$$\dot{E}_{\text{entrante}} = \sum \dot{q}_{\text{vecinos}} \quad \dot{q}_{\text{vecino}} = k \cdot \text{Area} \cdot \left( \frac{T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) = k \cdot \Delta x \cdot (T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p)$$



$$\rho \cdot c_p \cdot \Delta X^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) = k \cdot \Delta x \cdot [(T_{m-1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p) + (T_{m+1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p) + (T_{m,n-1,o}^p - T_{m,n,o}^p) + (T_{m,n+1,o}^p - T_{m,n,o}^p) + (T_{m,n,o-1}^p - T_{m,n,o}^p) + (T_{m,n,o+1}^p - T_{m,n,o}^p)]$$

$$\frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} = \frac{k \cdot \Delta x}{\rho \cdot c_p \cdot \Delta X^3} \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m+1,n,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p - 6 \cdot T_{m,n,o}^p)$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p = Fo \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m+1,n,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p - 6 \cdot T_{m,n,o}^p)$$

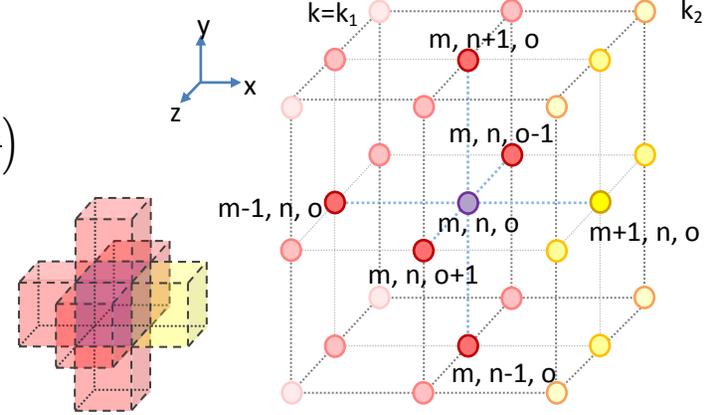
$$T_{m,n,o}^{p+1} = Fo \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m+1,n,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p) + (1 - 6 \cdot Fo) \cdot T_{m,n,o}^p$$

$$\text{Estabilidad: } Fo \leq \frac{1}{6}$$

## Conducción Cambio de Material

$$\dot{E}_{\text{entrante}} + \dot{E}_{\text{generada}} = \dot{E}_{\text{almacenada}} \quad \dot{E}_{\text{gen}} = 0 \quad \dot{E}_{\text{alm}} = \rho \cdot c_p \cdot \Delta X^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right)$$

$$\dot{E}_{\text{entrante}} = \sum \dot{q}_{\text{vecinos}} \quad \dot{q}_{\text{vecino}} = k \cdot \text{Area} \cdot \left( \frac{T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right)$$



$$\begin{aligned} \rho \cdot c_p \cdot \Delta X^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) \\ = k \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m-1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k_2 \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m+1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n+1,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n-1,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k \\ \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o-1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o+1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) \end{aligned}$$

$$\rho \cdot c_p \cdot \Delta X^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) = k \cdot \Delta X \cdot \left[ T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p - 5 \cdot T_{m,n,o}^p + \frac{k_2}{k} \cdot (T_{m+1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p) \right]$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p = Fo \cdot \left[ T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p + \frac{k_2}{k} \cdot T_{m+1,n,o}^p \right] - 5 \cdot Fo \cdot T_{m,n,o}^p - \frac{k_2}{k} \cdot Fo \cdot T_{m,n,o}^p$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} = Fo \cdot \left( T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p + \frac{k_2}{k} \cdot T_{m+1,n,o}^p \right) + \left[ 1 - Fo \cdot \left( 5 + \frac{k_2}{k} \right) \right] \cdot T_{m,n,o}^p$$

$$\text{Estabilidad: } Fo \leq \frac{k}{5 \cdot k + k_2}$$

## Conducción Cambio Material Arista

$$\dot{E}_{\text{entrante}} + \dot{E}_{\text{generada}} = \dot{E}_{\text{almacenada}} \quad \dot{E}_{\text{gen}} = 0 \quad \dot{E}_{\text{alm}} = \rho \cdot c_p \cdot \Delta X^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right)$$

$$\dot{E}_{\text{entrante}} = \sum \dot{q}_{\text{vecinos}} \quad \dot{q}_{\text{vecino}} = k \cdot \text{Area} \cdot \left( \frac{T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right)$$

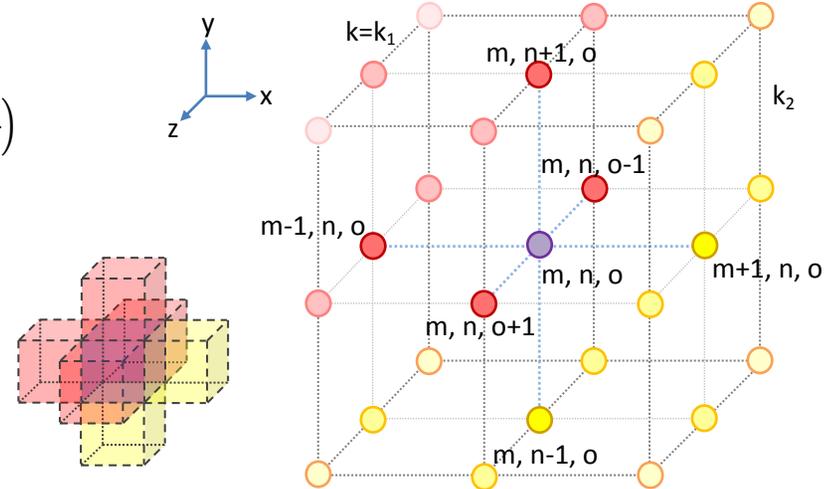
$$\begin{aligned} \rho \cdot c_p \cdot \Delta X^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) &= k \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m-1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k_2 \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m+1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k \cdot \Delta X^2 \\ &\cdot \left( \frac{T_{m,n+1,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k_2 \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n-1,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k \cdot \Delta X^2 \\ &\cdot \left( \frac{T_{m,n,o-1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o+1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) \end{aligned}$$

$$\rho \cdot c_p \cdot \Delta X^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) = k \cdot \Delta X \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p - 4 \cdot T_{m,n,o}^p) + k_2 \cdot \Delta X \cdot (T_{m+1,n,o}^p + T_{m,n-1,o}^p - 2 \cdot T_{m,n,o}^p)$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p = Fo \cdot \left[ T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p - 4 \cdot T_{m,n,o}^p + \frac{k_2}{k} \cdot (T_{m+1,n,o}^p + T_{m,n-1,o}^p - 2 \cdot T_{m,n,o}^p) \right]$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} = Fo \cdot \left[ T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p + \frac{k_2}{k} \cdot (T_{m+1,n,o}^p + T_{m,n-1,o}^p) \right] + \left[ 1 - 2 \cdot Fo \cdot \left( 2 + \frac{k_2}{k} \right) \right] \cdot T_{m,n,o}^p$$

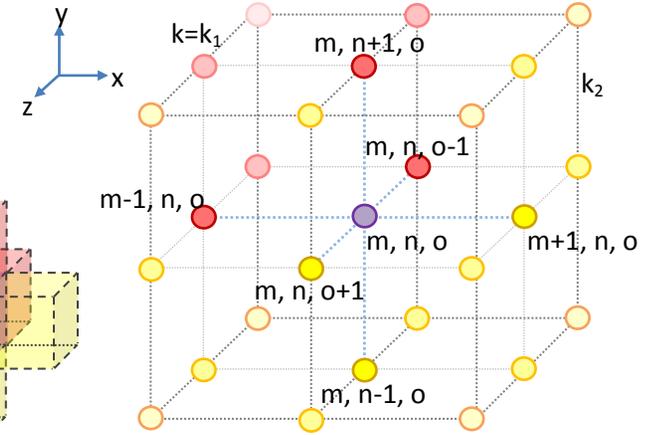
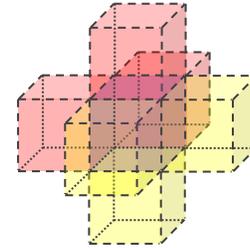
$$\text{Estabilidad: } Fo \leq \frac{k}{2 \cdot (2 \cdot k + k_2)}$$



## Cambio Material Esquina

$$\dot{E}_{\text{entrante}} + \dot{E}_{\text{generada}} = \dot{E}_{\text{almacenada}} \quad \dot{E}_{\text{gen}} = 0 \quad \dot{E}_{\text{alm}} = \rho \cdot c_p \cdot \Delta X^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right)$$

$$\dot{E}_{\text{entrante}} = \sum \dot{q}_{\text{vecinos}} \quad \dot{q}_{\text{vecino}} = k \cdot \text{Area} \cdot \left( \frac{T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right)$$



$$\begin{aligned} \rho \cdot c_p \cdot \Delta X^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) \\ = k \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m-1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k_2 \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m+1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k \cdot \Delta X^2 \\ \cdot \left( \frac{T_{m,n+1,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k_2 \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n-1,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o-1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) \\ + k_2 \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o+1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) \end{aligned}$$

$$\rho \cdot c_p \cdot \Delta X^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) = k \cdot \Delta X \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p - 3 \cdot T_{m,n,o}^p) + k_2 \cdot \Delta X \cdot (T_{m+1,n,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o+1}^p - 3 \cdot T_{m,n,o}^p)$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} = Fo \cdot \left[ T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + \frac{k_2}{k} \cdot (T_{m+1,n,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o+1}^p) \right] + T_{m,n,o}^p - 3 \cdot Fo \cdot T_{m,n,o}^p - 3 \cdot Fo \cdot \frac{k_2}{k} \cdot T_{m,n,o}^p$$

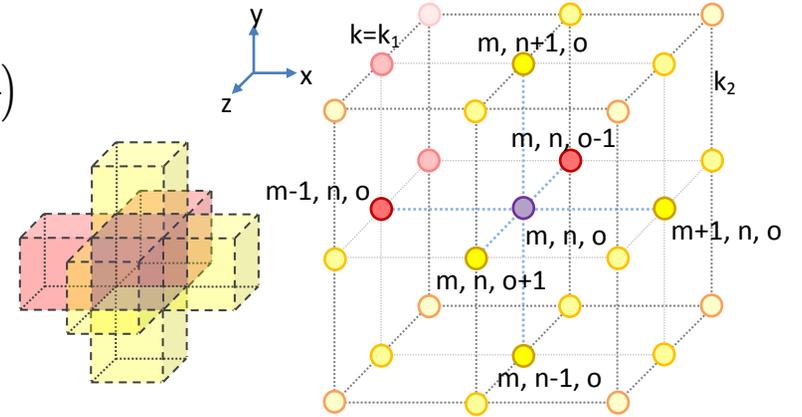
$$T_{m,n,o}^{p+1} = Fo \cdot \left[ T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + \frac{k_2}{k} \cdot (T_{m+1,n,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o+1}^p) \right] + \left[ 1 - 3 \cdot Fo \cdot \left( 1 + \frac{k_2}{k} \right) \right] \cdot T_{m,n,o}^p$$

$$\text{Estabilidad: } Fo \leq \frac{k}{3 \cdot (k + k_2)}$$

## Cambio Material Línea

$$\dot{E}_{\text{entrante}} + \dot{E}_{\text{generada}} = \dot{E}_{\text{almacenada}} \quad \dot{E}_{\text{gen}} = 0 \quad \dot{E}_{\text{alm}} = \rho \cdot c_p \cdot \Delta X^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right)$$

$$\dot{E}_{\text{entrante}} = \sum \dot{q}_{\text{vecinos}} \quad \dot{q}_{\text{vecino}} = k \cdot \text{Area} \cdot \left( \frac{T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta X} \right)$$



$$\begin{aligned} & \rho \cdot c_p \cdot \Delta X^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) \\ &= k \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m-1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta X} \right) + k_2 \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m+1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta X} \right) + k_2 \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n+1,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta X} \right) + k_2 \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n-1,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta X} \right) + k \\ & \quad \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o-1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta X} \right) + k_2 \cdot \Delta X^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o+1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta X} \right) \end{aligned}$$

$$\rho \cdot c_p \cdot \Delta X^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) = k \cdot \Delta X \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n,o-1}^p - 2 \cdot T_{m,n,o}^p) + k_2 \cdot \Delta X \cdot (T_{m+1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o+1}^p - 4 \cdot T_{m,n,o}^p)$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p = Fo \cdot \left[ (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n,o-1}^p - 2 \cdot T_{m,n,o}^p) + \frac{k_2}{k} \cdot (T_{m+1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o+1}^p - 4 \cdot T_{m,n,o}^p) \right]$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} = Fo \cdot \left[ T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + \frac{k_2}{k} \cdot (T_{m+1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o+1}^p) \right] + \left[ 1 - 2 \cdot Fo \cdot \left( 1 + 2 \cdot \frac{k_2}{k} \right) \right] \cdot T_{m,n,o}^p$$

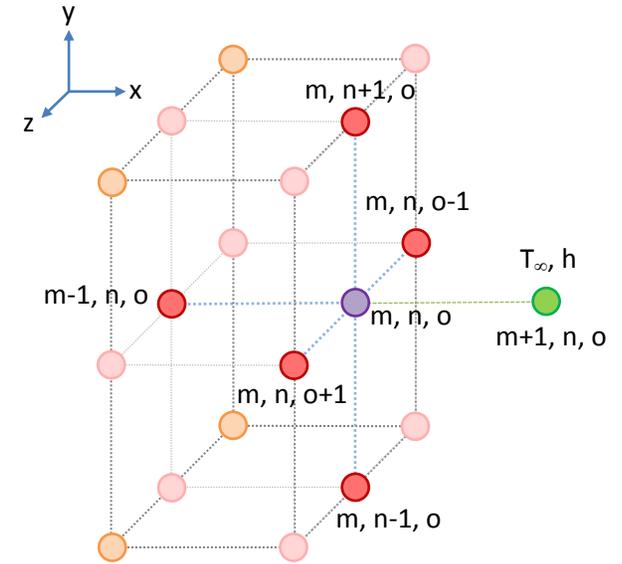
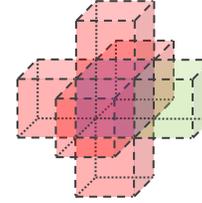
$$\text{Estabilidad: } Fo \leq \frac{k}{2 \cdot (k + 2 \cdot k_2)}$$

## Pared Convección

$$\dot{E}_{\text{entrante}} + \dot{E}_{\text{generada}} = \dot{E}_{\text{almacenada}} \quad \dot{E}_{\text{gen}} = 0 \quad \dot{E}_{\text{alm}} = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\Delta x^3}{2} \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right)$$

$$\dot{E}_{\text{entrante}} = \sum \dot{q}_{\text{vecinos}} \quad \dot{q}_{\text{vecino}} = k \cdot \text{Area} \cdot \left( \frac{T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right)$$

$$\dot{q}_{\text{vecino}} = h \cdot \text{Area} \cdot (T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p)$$



$$\begin{aligned} \rho \cdot c_p \cdot \Delta x^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) &= k \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m-1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{\infty}^p - T_{m,n,o}^p) + k \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n+1,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n-1,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) \\ &\quad + k \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o-1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o+1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) \end{aligned}$$

$$\rho \cdot c_p \cdot \Delta x^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) = k \cdot \Delta x \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p - 5 \cdot T_{m,n,o}^p) + h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{\infty}^p - T_{m,n,o}^p)$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p = Fo \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p) - 5 \cdot Fo \cdot T_{m,n,o}^p + Bi \cdot Fo \cdot (T_{\infty}^p - T_{m,n,o}^p)$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} = Fo \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p + Bi \cdot T_{\infty}^p) + [1 - Fo \cdot (5 + Bi)] \cdot T_{m,n,o}^p$$

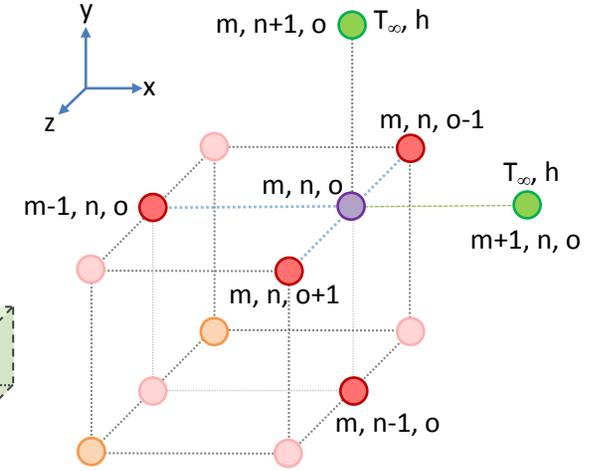
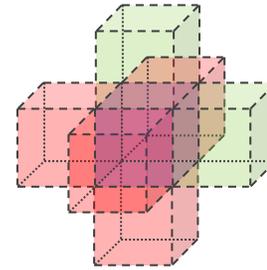
$$\text{Estabilidad: } Fo \cdot (5 + Bi) \leq 1$$

## Convección Arista

$$\dot{E}_{\text{entrante}} + \dot{E}_{\text{generada}} = \dot{E}_{\text{almacenada}} \quad \dot{E}_{\text{gen}} = 0 \quad \dot{E}_{\text{alm}} = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\Delta x^3}{4} \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right)$$

$$\dot{E}_{\text{entrante}} = \sum \dot{q}_{\text{vecinos}} \quad \dot{q}_{\text{vecino}} = k \cdot \text{Area} \cdot \left( \frac{T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right)$$

$$\dot{q}_{\text{vecino}} = h \cdot \text{Area} \cdot (T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p)$$



$$\begin{aligned} & \rho \cdot c_p \cdot \Delta x^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) \\ &= k \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m-1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{m+1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p) + h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{m,n+1,o}^p - T_{m,n,o}^p) + k \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n-1,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k \cdot \Delta x^2 \\ & \cdot \left( \frac{T_{m,n,o-1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o+1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) \\ & \rho \cdot c_p \cdot \Delta x^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) = k \cdot \Delta x \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p - 4 \cdot T_{m,n,o}^p) + 2 \cdot h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{\infty}^p - T_{m,n,o}^p) \end{aligned}$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} = Fo \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p + 2 \cdot Fo \cdot T_{\infty}^p) + T_{m,n,o}^p - 4 \cdot Fo \cdot T_{m,n,o}^p - 2 \cdot Fo \cdot Bi \cdot T_{m,n,o}^p$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} = Fo \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p + 2 \cdot Bi \cdot T_{\infty}^p) + [1 - 2 \cdot Fo \cdot (2 + Bi)] \cdot T_{m,n,o}^p$$

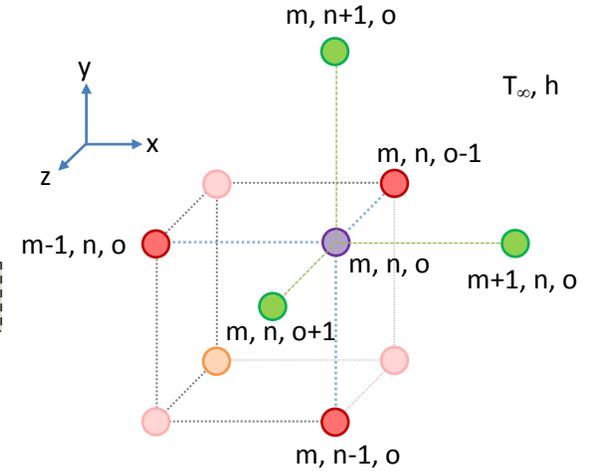
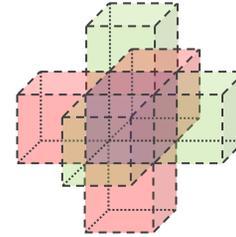
$$\text{Estabilidad: } Fo \cdot (2 + Bi) \leq \frac{1}{2}$$

## Convección Esquina

$$\dot{E}_{\text{entrante}} + \dot{E}_{\text{generada}} = \dot{E}_{\text{almacenada}} \quad \dot{E}_{\text{gen}} = 0 \quad \dot{E}_{\text{alm}} = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\Delta x^3}{8} \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right)$$

$$\dot{E}_{\text{entrante}} = \sum \dot{q}_{\text{vecinos}} \quad \dot{q}_{\text{vecino}} = k \cdot \text{Area} \cdot \left( \frac{T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right)$$

$$\dot{q}_{\text{vecino}} = h \cdot \text{Area} \cdot (T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p)$$



$$\begin{aligned} & \rho \cdot c_p \cdot \Delta x^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) \\ &= k \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m-1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{m+1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p) + h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{m,n+1,o}^p - T_{m,n,o}^p) + k \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n-1,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k \cdot \Delta x^2 \\ & \cdot \left( \frac{T_{m,n,o-1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{m,n,o+1}^p - T_{m,n,o}^p) \\ & \rho \cdot c_p \cdot \Delta x^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) = k \cdot \Delta x \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p - 3 \cdot T_{m,n,o}^p) + 3 \cdot h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{\infty}^p - T_{m,n,o}^p) \\ & T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p = Fo \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p - 3 \cdot T_{m,n,o}^p) + 3 \cdot Fo \cdot Bi \cdot (T_{\infty}^p - T_{m,n,o}^p) \end{aligned}$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} = Fo \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + 3 \cdot Bi \cdot T_{\infty}^p) + [1 - 3 \cdot Fo \cdot (1 + Bi)] \cdot T_{m,n,o}^p$$

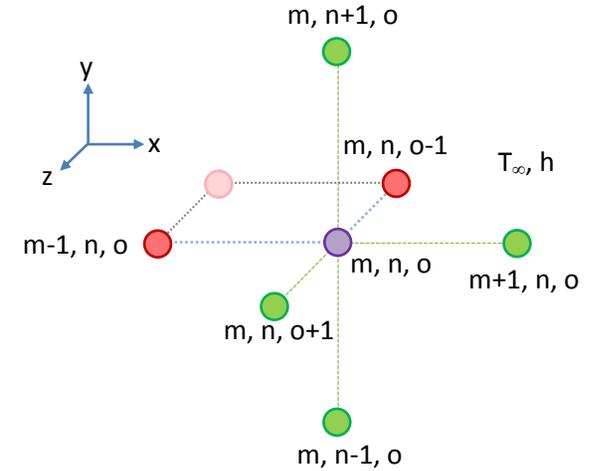
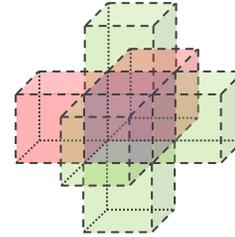
$$\text{Estabilidad: } Fo \cdot (1 + Bi) \leq \frac{1}{3}$$

## Convección Línea

$$\dot{E}_{\text{entrante}} + \dot{E}_{\text{generada}} = \dot{E}_{\text{almacenada}} \quad \dot{E}_{\text{gen}} = 0 \quad \dot{E}_{\text{alm}} = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\Delta x^3}{8} \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right)$$

$$\dot{E}_{\text{entrante}} = \sum \dot{q}_{\text{vecinos}} \quad \dot{q}_{\text{vecino}} = k \cdot \text{Area} \cdot \left( \frac{T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right)$$

$$\dot{q}_{\text{vecino}} = h \cdot \text{Area} \cdot (T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p)$$



$$\begin{aligned} \rho \cdot c_p \cdot \Delta x^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) \\ = k \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m-1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{m+1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p) + h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{m,n+1,o}^p - T_{m,n,o}^p) + h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{m,n-1,o}^p - T_{m,n,o}^p) + k \cdot \Delta x^2 \\ \cdot \left( \frac{T_{m,n,o-1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{m,n,o+1}^p - T_{m,n,o}^p) \end{aligned}$$

$$\rho \cdot c_p \cdot \Delta x^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) = k \cdot \Delta x \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n,o-1}^p - 2 \cdot T_{m,n,o}^p) + h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{m+1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o+1}^p - 4 \cdot T_{m,n,o}^p)$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p = Fo \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n,o-1}^p - 2 \cdot T_{m,n,o}^p) + Fo \cdot Bi \cdot (4 \cdot T_{\infty} - 4 \cdot T_{m,n,o}^p)$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} = Fo \cdot [T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + 4 \cdot Bi \cdot T_{\infty}] + [1 - 2 \cdot Fo \cdot (1 + 2 \cdot Bi)] \cdot T_{m,n,o}^p$$

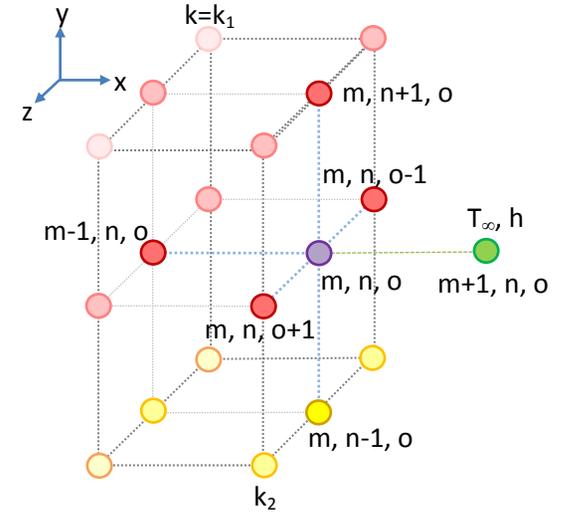
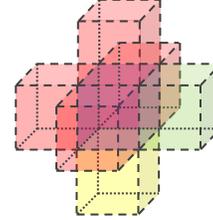
$$\text{Estabilidad: } Fo \cdot (1 + 2 \cdot Bi) \leq \frac{1}{2}$$

## Convección Cambio Material

$$\dot{E}_{\text{entrante}} + \dot{E}_{\text{generada}} = \dot{E}_{\text{almacenada}} \quad \dot{E}_{\text{gen}} = 0 \quad \dot{E}_{\text{alm}} = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\Delta x^3}{8} \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right)$$

$$\dot{E}_{\text{entrante}} = \sum \dot{q}_{\text{vecinos}} \quad \dot{q}_{\text{vecino}} = k \cdot \text{Area} \cdot \left( \frac{T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right)$$

$$\dot{q}_{\text{vecino}} = h \cdot \text{Area} \cdot (T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p)$$



$$\begin{aligned} \rho \cdot c_p \cdot \Delta x^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) \\ = k \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m-1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{m+1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p) + k \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n+1,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k_2 \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n-1,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k \\ \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o-1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o+1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \cdot c_p \cdot \Delta x^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) \\ = k \cdot \Delta x \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p - 4 \cdot T_{m,n,o}^p) + h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{m+1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p) + k_2 \cdot \Delta x \cdot (T_{m,n-1,o}^p - T_{m,n,o}^p) \end{aligned}$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p = Fo \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p - 4 \cdot T_{m,n,o}^p) + Fo \cdot Bi \cdot (T_{m+1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p) + Fo \cdot \frac{k_2}{k} \cdot (T_{m,n-1,o}^p - T_{m,n,o}^p)$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} = Fo \cdot \left[ T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p + Bi \cdot T_{m+1,n,o}^p + \frac{k_2}{k} \cdot T_{m,n-1,o}^p \right] + \left[ 1 - Fo \cdot \left( 4 + Bi + \frac{k_2}{k} \right) \right] \cdot T_{m,n,o}^p$$

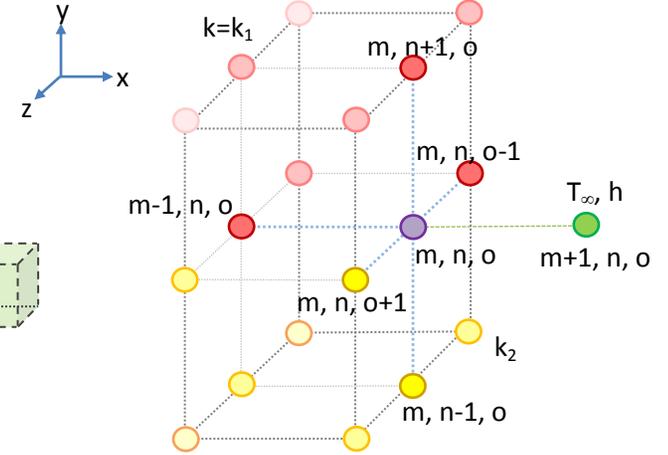
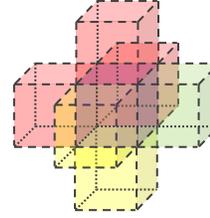
$$\text{Estabilidad: } Fo \cdot \left( 4 + Bi + \frac{k_2}{k} \right) \leq 1$$

## Convección Cambio Material Esquina

$$\dot{E}_{\text{entrante}} + \dot{E}_{\text{generada}} = \dot{E}_{\text{almacenada}} \quad \dot{E}_{\text{gen}} = 0 \quad \dot{E}_{\text{alm}} = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\Delta x^3}{8} \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right)$$

$$\dot{E}_{\text{entrante}} = \sum \dot{q}_{\text{vecinos}} \quad \dot{q}_{\text{vecino}} = k \cdot \text{Area} \cdot \left( \frac{T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right)$$

$$\dot{q}_{\text{vecino}} = h \cdot \text{Area} \cdot (T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p)$$



$$\begin{aligned} \rho \cdot c_p \cdot \Delta x^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) \\ = k \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m-1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{m+1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p) + k \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n+1,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k_2 \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n-1,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k \\ \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o-1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k_2 \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o+1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \cdot c_p \cdot \Delta x^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) \\ = k \cdot \Delta x \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p - 3 \cdot T_{m,n,o}^p) + h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{m+1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p) + k_2 \cdot \Delta x \cdot (T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o+1}^p - 2 \cdot T_{m,n,o}^p) \end{aligned}$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p = Fo \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p - 3 \cdot T_{m,n,o}^p) + Fo \cdot Bi \cdot (T_{m+1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p) + Fo \cdot \frac{k_2}{k} \cdot (T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o+1}^p - 2 \cdot T_{m,n,o}^p)$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} = Fo \cdot \left[ T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + Bi \cdot T_{m+1,n,o}^p + \frac{k_2}{k} \cdot (T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o+1}^p) \right] + \left[ 1 - Fo \cdot \left( 3 + Bi + 2 \cdot \frac{k_2}{k} \right) \right] \cdot T_{m,n,o}^p$$

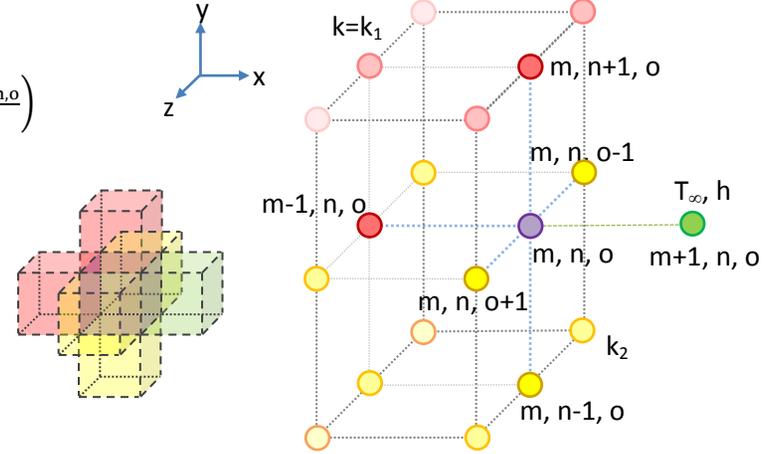
$$\text{Estabilidad: } Fo \cdot \left( 3 + Bi + 2 \cdot \frac{k_2}{k} \right) \leq 1$$

## Convección Cambio Material Línea

$$\dot{E}_{\text{entrante}} + \dot{E}_{\text{generada}} = \dot{E}_{\text{almacenada}} \quad \dot{E}_{\text{gen}} = 0 \quad \dot{E}_{\text{alm}} = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\Delta x^3}{8} \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right)$$

$$\dot{E}_{\text{entrante}} = \sum \dot{q}_{\text{vecinos}} \quad \dot{q}_{\text{vecino}} = k \cdot \text{Area} \cdot \left( \frac{T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right)$$

$$\dot{q}_{\text{vecino}} = h \cdot \text{Area} \cdot (T_{\text{vecino}}^p - T_{m,n,o}^p)$$



$$\begin{aligned} \rho \cdot c_p \cdot \Delta x^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) \\ = k \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m-1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{m+1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p) + k \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n+1,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k_2 \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n-1,o}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k_2 \\ \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o-1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) + k_2 \cdot \Delta x^2 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o+1}^p - T_{m,n,o}^p}{\Delta x} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \cdot c_p \cdot \Delta x^3 \cdot \left( \frac{T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p}{\Delta t} \right) \\ = k \cdot \Delta x \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p - 2 \cdot T_{m,n,o}^p) + h \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{m+1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p) + k_2 \cdot \Delta x^2 \cdot (T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p - 3 \cdot T_{m,n,o}^p) \end{aligned}$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p = Fo \cdot (T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p - 2 \cdot T_{m,n,o}^p) + Fo \cdot Bi \cdot (T_{m+1,n,o}^p - T_{m,n,o}^p) + Fo \cdot \frac{k_2}{k} \cdot (T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p - 3 \cdot T_{m,n,o}^p)$$

$$T_{m,n,o}^{p+1} = Fo \cdot \left[ T_{m-1,n,o}^p + T_{m,n+1,o}^p + Bi \cdot T_{m+1,n,o}^p + \frac{k_2}{k} \cdot (T_{m,n-1,o}^p + T_{m,n,o-1}^p + T_{m,n,o+1}^p) \right] + \left[ 1 - Fo \cdot \left( 2 + Bi + 3 \cdot \frac{k_2}{k} \right) \right] \cdot T_{m,n,o}^p$$

$$\text{Estabilidad: } Fo \cdot \left( 2 + Bi + 3 \cdot \frac{k_2}{k} \right) \leq 1$$

**ANEXO 2.**  
**TABLA RESUMEN DE ITERACIONES DE**  
**VARIABLES DE DISEÑO**

Sim	Var	Valor	Tps	Tpsn	IT	ITn	IM	IMn	IE	IEn	IF	IFn	IG	IGn
1	D	1,1	18,635	4,192E-03	0,993866454	0,9518661	-2842,77	0,714	0,27243	0,29373	5,253	0,333	-282,426	0,67474197
2	D	1,3	20,452	1,619E-02	0,978658694	0,8324858	-4031,80	0,510	0,49040	0,52883	5,253	0,333	-401,304	0,6299122
3	D	1,5	21,322	2,194E-02	0,971634737	0,7773481	-5419,00	0,272	0,56509	0,60938	5,253	0,333	-540,017	0,59062065
4	D	1,7	21,854	2,545E-02	0,967437486	0,7443999	-7004,38	0,000	0,59929	0,64627	5,253	0,333	-698,551	0,55247324
5	D1	0,6	18,596	3,934E-03	0,994368291	0,9558055	-4554,17	0,420	0,28593	0,30829	5,253	0,333	-453,564	0,64952702
6	D1	0,7	18,818	5,397E-03	0,991882319	0,9362907	-4318,39	0,461	0,32629	0,35182	5,253	0,333	-429,981	0,65034523
7	D1	0,75	18,745	4,920E-03	0,992519912	0,9412958	-4188,10	0,483	0,31349	0,33801	5,253	0,333	-416,953	0,65301247
8	D1	0,8	19,229	8,112E-03	0,989029413	0,9138955	-4049,53	0,507	0,38934	0,41982	5,253	0,333	-403,086	0,65396223
9	D1	0,9	19,056	6,971E-03	0,990416782	0,9247863	-3747,57	0,559	0,37512	0,40448	5,253	0,333	-372,892	0,66228851
10	D1	1,0125	19,316	8,687E-03	0,988148024	0,9069766	-3368,31	0,624	0,37912	0,40880	5,253	0,333	-334,967	0,66053942
11	D1	1,1	19,295	8,549E-03	0,988641577	0,910851	-3044,37	0,680	0,41920	0,45202	5,253	0,333	-302,567	0,67451967
12	D2	0,25	18,041	2,672E-04	0,999666453	0,9973958	-3826,16	0,545	0,03321	0,03571	5,253	0,333	-380,798	0,64192906
13	D2	0,375	18,850	5,610E-03	0,993137766	0,9461459	-3645,19	0,576	0,32172	0,34688	5,253	0,333	-362,661	0,6660856
14	D2	0,5	19,142	7,537E-03	0,989512001	0,9176838	-3412,52	0,616	0,36768	0,39646	5,253	0,333	-339,388	0,66328347
15	D2	0,625	19,466	9,682E-03	0,986895369	0,8971434	-3128,14	0,665	0,44355	0,47830	5,253	0,333	-310,940	0,67016897
16	D2	0,75	19,517	1,002E-02	0,985231909	0,8840853	-2792,05	0,723	0,45661	0,49237	5,253	0,333	-277,331	0,67151919
17	Ci	0,7	22,688	3,096E-02	0,957294058	0,6647744	-2112,01	0,840	0,77030	0,83072	5,253	0,333	-209,294	0,62428598
19	Ci	1,2	19,142	7,537E-03	0,989512001	0,9176838	-3412,52	0,616	0,36768	0,39646	5,253	0,333	-339,388	0,66328347
20	Ci	1,4	18,445	2,936E-03	0,995766615	0,9667822	-4106,12	0,497	0,16625	0,17921	5,253	0,333	-408,776	0,64334212
21	Ci	1,6	18,002	1,406E-05	0,999975552	0,9998222	-4898,80	0,361	0,00136	0,00136	5,253	0,333	-488,067	0,61958138
22	Ci	1,8	18,000	0,000E+00	0,999998203	1	-5790,58	0,208	0,00010	0,00000	5,253	0,333	-577,244	0,60416323

Sim	Var	Valor	Tps	Tpsn	IT	ITn	IM	IMn	IE	IE n	IF	IFn	IG	IGn
23	A	1,4	19,139	7,518E-03	0,989537219	0,9178818	-3398,10	0,619	0,46000	0,49603	5,253	0,333	-337,933	0,67856567
24	A	1,675	19,141	7,536E-03	0,989512577	0,9176883	-3404,07	0,618	0,38643	0,41668	5,253	0,333	-338,541	0,66646459
25	A	1,95	19,142	7,537E-03	0,989512001	0,9176838	-3411,12	0,617	0,36618	0,39485	5,253	0,333	-339,249	0,66306588
26	A	2,225	19,142	7,537E-03	0,989512001	0,9176838	-3419,24	0,615	0,37140	0,40048	5,253	0,333	-340,060	0,66377082
27	A	2,5	19,142	7,537E-03	0,989512001	0,9176838	-3428,42	0,614	0,37930	0,40899	5,253	0,333	-340,977	0,6648901
28	L	2,1	19,153	7,611E-03	0,989434708	0,9170771	-2915,68	0,702	0,36880	0,39766	5,253	0,333	-289,705	0,67168718
29	L	2,2	19,147	7,573E-03	0,989473853	0,9173843	-2970,88	0,692	0,36798	0,39678	5,253	0,333	-295,225	0,67076092
30	L	2,3	19,144	7,554E-03	0,989493773	0,9175407	-3026,09	0,683	0,36768	0,39646	5,253	0,333	-300,746	0,66984339
31	L	2,4	19,143	7,545E-03	0,989503627	0,9176181	-3081,29	0,673	0,36761	0,39638	5,253	0,333	-306,266	0,66892323
32	L	2,5	19,142	7,540E-03	0,989508334	0,917655	-3136,50	0,664	0,36762	0,39639	5,253	0,333	-311,786	0,66799579
33	P	0,2	18,002	1,206E-05	0,999953291	0,9996474	-3164,80	0,659	0,00170	0,00173	5,253	0,333	-314,667	0,64930655
34	P	0,5	18,005	3,515E-05	0,999888628	0,9991398	-3257,69	0,643	0,00457	0,00482	5,253	0,333	-323,956	0,64792206
35	P	0,6	18,007	4,535E-05	0,999866536	0,9989664	-3288,66	0,638	0,00585	0,00620	5,253	0,333	-327,052	0,64751085
36	P	0,75	18,013	8,464E-05	0,999806467	0,9984949	-3335,11	0,630	0,01074	0,01148	5,253	0,333	-331,696	0,64727019
37	P	1	19,142	7,537E-03	0,989512001	0,9176838	-3412,52	0,616	0,36768	0,39646	5,253	0,333	-339,388	0,66328347
38	P	1,25	23,795	3,826E-02	0,951180314	0,6167818	-3489,93	0,603	0,68872	0,74272	5,253	0,333	-347,101	0,56344403
39	P	1,4	26,902	5,878E-02	0,92690143	0,4261937	-3536,37	0,595	0,76837	0,82864	5,253	0,333	-351,745	0,48023977
40	P	1,5	28,919	7,210E-02	0,911505432	0,3053359	-3567,34	0,590	0,80046	0,86324	5,253	0,333	-354,845	0,42447022
41	X1	0,5	29,869	7,838E-02	0,897988952	0,1992321	-2947,17	0,696	0,81511	0,87905	5,253	0,333	-292,832	0,3844317
42	X1	0,75	23,877	3,880E-02	0,948983566	0,5995375	-3179,84	0,656	0,69286	0,74719	5,253	0,333	-316,092	0,5608133
43	X1	1	19,142	7,537E-03	0,989512001	0,9176838	-3412,52	0,616	0,36768	0,39646	5,253	0,333	-339,388	0,66328347
44	X1	1,25	18,015	9,677E-05	0,999769234	0,9982026	-3645,19	0,576	0,01224	0,01310	5,253	0,333	-362,704	0,64204569
45	X1	1,5	18,011	7,112E-05	0,999799381	0,9984393	-3877,86	0,537	0,00906	0,00966	5,253	0,333	-385,972	0,63765634

Sim	Var	Valor	Tps	Tpsn	IT	ITn	IM	IMn	IE	IE n	IF	IFn	IG	IGN
46	X2	0,25	18,845	5,581E-03	0,993419574	0,9483581	-3302,64	0,635	0,31277	0,33723	5,253	0,333	-328,407	0,67162247
47	X2	0,625	19,407	9,291E-03	0,987929209	0,905259	-3218,62	0,650	0,39928	0,43054	5,253	0,333	-319,995	0,66551089
48	X2	1	19,142	7,537E-03	0,989512001	0,9176838	-3412,52	0,616	0,36768	0,39646	5,253	0,333	-339,388	0,66328347
49	X2	1,375	19,101	7,269E-03	0,989488116	0,9174963	-3606,41	0,583	0,36827	0,39710	5,253	0,333	-358,778	0,65995877
50	X2	1,75	19,091	7,200E-03	0,989400404	0,9168078	-3800,31	0,550	0,36604	0,39470	5,253	0,333	-378,168	0,65592647
51	Qv	7000	19,083	7,149E-03	0,990191169	0,9230152	-3412,52	0,616	0,34482	0,37181	5,115	0,000	-339,426	0,57891829
52	Qv	8000	19,142	7,537E-03	0,989512001	0,9176838	-3412,52	0,616	0,36768	0,39646	5,253	0,333	-339,388	0,66328347
53	Qv	9000	19,596	1,054E-02	0,985540803	0,8865101	-3412,52	0,616	0,41289	0,44523	5,378	0,667	-339,352	0,73834503
54	Qv	10000	19,488	9,828E-03	0,98624697	0,8920535	-3412,52	0,616	0,42159	0,45461	5,493	1,000	-339,322	0,82585772
55	Tc	250	18,408	2,692E-03	0,996129817	0,9696333	-3412,52	0,616	0,37350	0,40274	5,253	0,333	-339,384	0,69020051
56	Tc	437,5	18,993	6,559E-03	0,990871959	0,9283594	-3412,52	0,616	0,37294	0,40213	5,253	0,333	-339,387	0,66947224
57	Tc	625	20,147	1,418E-02	0,98097048	0,8506333	-3412,52	0,616	0,39511	0,42605	5,253	0,333	-339,389	0,63419642
58	Tc	812,5	20,811	1,856E-02	0,975092361	0,8044903	-3412,52	0,616	0,39141	0,42205	5,253	0,333	-339,392	0,6105255
59	Tc	1000	21,474	2,294E-02	0,969214248	0,7583474	-3412,52	0,616	0,39510	0,42603	5,253	0,333	-339,394	0,58805157
60	Pellet	4,65E-08	51,008	2,180E-01	0,922469395	0,3914025	-3412,52	0,616	0,78562	0,84724	5,253	0,333	-339,359	0,46775957
61	Pellet	1,20E-07	169,439	1,000E+00	0,872608915	0	-3412,52	0,616	0,92725	1,00000	5,253	0,333	-339,363	0,29497281
62	Pellet	1,94E-07	19,142	7,537E-03	0,989512001	0,9176838	-3412,52	0,616	0,36768	0,39646	5,253	0,333	-339,388	0,66328347
63	Camisa	4,00E-06	18,000	3,937E-07	0,99999748	0,9999943	-3455,50	0,609	0,00024	0,00015	5,253	0,333	-343,737	0,64425405
64	Camisa	1,42E-05	19,142	7,537E-03	0,989512001	0,9176838	-3412,52	0,616	0,36768	0,39646	5,253	0,333	-339,388	0,66328347
65	Camisa	8,40E-05	21,121	2,061E-02	0,973678749	0,7933935	-1177,17	1,000	0,57570	0,62083	5,253	0,333	-115,830	0,67315426