



**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**

MODELACIÓN DEL RIESGO PENSIÓN Y APLICACIONES

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN ECONOMÍA APLICADA

NICOLÁS ANDRÉS TORREALBA ARANCIBIA

PROFESORA GUÍA:
ALEJANDRA MIZALA SALCES

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
OLGA FUENTES CONTRERAS
MATTIA MAKOVEC

SANTIAGO DE CHILE
2015

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR AL
GRADO DE: Magíster en Economía Aplicada
POR: Nicolás Andrés Torrealba Arancibia
FECHA: 28/07/2015
PROFESORA GUÍA: Alejandra Mizala Salces

MODELACIÓN DEL RIESGO PENSIÓN Y APLICACIONES

El presente trabajo muestra los distintos riesgos que puede enfrentar un afiliado al sistema previsional chileno. Para luego plantear la importancia de medir estos riesgos de manera integral a través del riesgo de pensión. Teniendo en cuenta la naturaleza de largo plazo de los fondos de pensiones, se sugiere que este riesgo debe medirse y evaluarse bajo la perspectiva del ciclo de vida del afiliado. Recomendando como variable de interés para medirlo, la tasa de reemplazo del afiliado al momento de pensionarse. El objetivo de este trabajo es determinar una metodología apropiada para medir el riesgo de pensión, y desarrollar un modelo adecuado para su medición. Se presenta además una aplicación del modelo definido, sobre el riesgo en la toma de decisiones, presente en el riesgo de pensión.

Se propone un modelo de riesgo pensión, como un proceso de simulación de Montecarlo, donde se simula la participación de afiliado durante su etapa activa en el sistema previsional. Considera el riesgo en la toma de decisiones a través de la edad de afiliación, la edad de retiro y la estrategia de inversión del afiliado; el riesgo de capital humano a través de una simulación de las cotizaciones del individuo en su cuenta individual; el riesgo financiero o de mercado a través de una simulación de las rentabilidades percibidas en cada período; y el riesgo de reinversión a través del cálculo de una anualidad con el saldo acumulado a la edad de retiro. Esto permite simular una distribución de probabilidad para el valor de una pensión y de una tasa de reemplazo.

Se aplica este modelo para medir el efecto de un cambio en variables asociadas al riesgo en la toma de decisiones, sobre la función de distribución de la tasa de reemplazo. Los resultados muestran que la edad de afiliación y la edad de retiro tienen un efecto significativo sobre la tasa de reemplazo, aumentando la media de la distribución, así como su desviación estándar, con valores hacia la derecha de la misma. Un análisis sobre las estrategias de inversión de los afiliados muestran un *trade-off* entre una mayor tasa de reemplazo media y un mayor riesgo o probabilidad de obtener tasas de reemplazo bajas. Donde las estrategias de “ciclo de vida” –que van disminuyendo la exposición al riesgo en el tiempo– presentan mejores resultados en este *trade-off*. Por último, se encuentra que un aumento del ahorro voluntario tiene resultados favorables, similares a aquellos encontrados ante un cambio en las edades de afiliación y retiro.

En síntesis, este trabajo logra desarrollar un modelo para medir el riesgo de pensión, que incorpora de manera efectiva los distintos riesgos que enfrenta el afiliado. Y tiene un alto potencial de análisis en la riqueza de información que entregan sus resultados.

TABLA DE CONTENIDO

	Página
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1	
RIESGOS Y REVISIÓN DE LITERATURA	3
1.1. Riesgos en un Sistema Previsional	3
1.2. Modelo de Riesgo Pensión	5
1.2.1. Riesgo de Capital Humano	5
1.2.2. Riesgo Financiero	5
1.2.3. Riesgo de Toma de Decisiones	7
1.2.4. Riesgo de Expectativa de Vida	7
1.2.5. Resumen	8
1.3. Riesgo Pensión en la Literatura	8
1.3.1. Riesgos Previsionales	8
1.3.2. Riesgo Pensión	9
1.3.3. Modelo de Riesgo Pensión	10
1.3.4. Resumen	11
CAPÍTULO 2	
MODELO DE RIESGO PENSIÓN	13
2.1. Descripción Conceptual de Modelo	13
2.2. Estructura del Modelo	14
2.3. Módulos de Parámetros y Bases de Datos	15
2.3.1. Módulo de Perfiles de Remuneración	16
2.3.2. Módulo de Perfiles de Probabilidad de Cotizar	19
2.3.3. Módulo de Mapeo de Fondos	20
2.3.4. Módulo de Parámetros de Rentabilidad y Otros	22
2.3.5. Módulo de Estrategias de Inversión	25
2.4. Módulos de Procesos y de Simulación	27
2.4.1. Módulo de <i>Setup</i>	27
2.4.2. Módulo de Base de Resultados	27
2.4.3. Módulo de Riesgo en la Toma de Decisiones: Edad de Afiliación y Edad de Retiro	28
2.4.4. Módulo de Carga de Parámetros	28
2.4.5. Módulo de Acumulación de Saldo Inicial	28
2.4.6. Módulo de Simulación de Montecarlo	29
2.4.7. Módulo de Riesgo Financiero: Simulación de Rentabilidad	30
2.4.7.1 Análisis de Simulación de Rentabilidad	32
2.4.8. Módulo de Riesgo en la Toma de Decisiones: Estrategias de Inversión	34
2.4.9. Módulo de Riesgo de Capital Humano: Probabilidad de Cotizar	35

2.4.9.1	Análisis de Simulación de Cotización	36
2.4.10.	Módulo de Riesgo de Capital Humano: Perfil de Remuneración	37
2.4.10.1	Análisis de Simulación de Remuneración ...	38
2.4.11.	Módulo de Variables para Tasas de Reemplazo	40
2.4.12.	Módulo de Riesgo de Anuitización	41
2.4.13.	Módulo de Acumulación de Saldo Final	42
2.4.14.	Módulo de Cálculo de Pensión	43
2.4.15.	Módulo de Resultados de Simulación de Montecarlo	44
2.4.16.	Módulo de Resultados Final	44
2.5.	Primer Resultado de Simulación: <i>Benchmark</i>	44
2.5.1.	Distribución de Pensión	44
2.5.2.	Distribución de Tasa de Reemplazo (TR)	46
CAPÍTULO 3		
APLICACIÓN: RIESGO EN LA TOMA DE DECISIONES		50
3.1.	Análisis de Edad de Afiliación	50
3.2.	Análisis de Edad de Retiro	55
3.3.	Análisis de Estrategias de Inversión	59
3.3.1.	Asignación por Omisión Mujer	60
3.3.2.	Estrategias Pasivas	62
3.3.3.	Inverso Ciclo de Vida	67
3.3.4.	Ciclo de Vida	70
3.3.5.	Resumen de Estrategias	73
3.3.5.1	Efecto en Índice de Riesgo Pensión del Pilar Solidario	76
3.4.	Análisis de Ahorro Voluntario	79
CONCLUSIONES		83
BIBLIOGRAFÍA		85
ANEXOS		86
Anexo A: Modelo de Acumulación de Saldo Inicial		86
Anexo B: Cálculo del Capital Necesario Unitario (CNU)		90

ÍNDICE DE CUADROS

		Página
Cuadro 1.1.	Rentabilidad Real Mensual por Tipo de Fondo Período Diciembre 2002 a Diciembre 2014	7
Cuadro 2.1.	Estructura Modelo de Riesgo Pensión	15
Cuadro 2.2.	Límites de Inversión Estructurales	21
Cuadro 2.3.	Mapeo de Fondos del Esquema de Multifondos	22
Cuadro 2.4.	Media y Desviación Estándar Mensual por Escenario	22
Cuadro 2.5.	Media y Desviación Estándar Anualizada	23
Cuadro 2.6.	Matrices de Correlación por Escenario	24
Cuadro 2.7.	Media y Desviación Estándar de Parámetros	25
Cuadro 2.8.	Asignación por Omisión y Restricciones de Acceso	26
Cuadro 2.9.	Media de Rentabilidad Real Mensual Anualizada	32
Cuadro 2.10.	Desviación Estándar de Rentabilidad Real Mensual Anualizada	33
Cuadro 2.11.	Estadística Descriptiva de Distribución de Pensión	46
Cuadro 2.12.	Media y Desviación Estándar de Tasas de Reemplazo	47
Cuadro 2.13.	Estadística Descriptiva de Distribución de Tasa de Reemplazo	48
Cuadro 3.1.	Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para una Mujer	51
Cuadro 3.2.	Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para un Hombre	52
Cuadro 3.3.	Probabilidad de TR3 menor o igual a 1 y TR3 media	54
Cuadro 3.4.	Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para una Mujer	55
Cuadro 3.5.	Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para un Hombre	56
Cuadro 3.6.	Probabilidad de TR3 menor o igual a 1 y TR3 media	59
Cuadro 3.7.	Estadística Descriptiva de Distribución de TR3	61
Cuadro 3.8.	Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para una Mujer	63
Cuadro 3.9.	Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para un Hombre	63
Cuadro 3.10.	Probabilidad de TR3 menor o igual a 0,75 y TR3 media	66
Cuadro 3.11.	Probabilidad de TR3 menor o igual a 1 y TR3 media	67
Cuadro 3.12.	Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para una Mujer	68
Cuadro 3.13.	Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para un Hombre	68
Cuadro 3.14.	Probabilidad de TR3 menor o igual a 0,75 y TR3 media	70
Cuadro 3.15.	Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para una Mujer	71
Cuadro 3.16.	Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para un Hombre	71
Cuadro 3.17.	Probabilidad de TR3 menor o igual a 0,75 y TR3 media	73

Cuadro 3.18.	Índice de Riesgo Pensión con Percentil 25 según Ponderación	74
Cuadro 3.19.	Índice de Riesgo Pensión con Percentil 10 según Ponderación	75
Cuadro 3.20.	Índice de Riesgo Pensión y <i>Ranking</i> según Estrategia	75
Cuadro 3.21.	Estadística Descriptiva de Pensión con efecto del Pilar Solidario	77
Cuadro 3.22.	Índice de Riesgo Pensión y Ranking según Estrategia, con Pilar Solidario	78
Cuadro 3.23.	Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para una Mujer	80
Cuadro 3.24.	Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para un Hombre	80

ÍNDICE DE GRÁFICOS

		Página
Gráfico 1.1.	Rentabilidad Real Mensual por Tipo de Fondo	6
Gráfico 2.1.	Número de cotizantes por tramos de edad e ingreso imponible	17
Gráfico 2.2.	Perfil de Remuneración Hombres	18
Gráfico 2.3.	Perfil de Remuneración Mujeres	18
Gráfico 2.4.	Perfil de Probabilidad de Cotizar Hombres	20
Gráfico 2.5.	Perfil de Probabilidad de Cotizar Mujeres	20
Gráfico 2.6.	Porcentaje de Meses con Crisis Financiera en Simulación	34
Gráfico 2.7.	Comparación de Probabilidad de Cotizar	37
Gráfico 2.8.	Distribución de Última Remuneración de Simulación	40
Gráfico 2.9.	Distribución de Pensión para Mujer y Hombre	45
Gráfico 2.10.	Distribución de Tasa de Reemplazo (TR3) para Mujer y Hombre	48
Gráfico 3.1.	Plano Riesgo-Retorno de TR3 según Edad de Afiliación	52
Gráfico 3.2.	Distribución de TR3 para una Mujer según Edad de Afiliación	53
Gráfico 3.3.	Distribución de TR3 para un Hombre según Edad de Afiliación	54
Gráfico 3.4.	Plano Riesgo-Retorno de TR3 según Edad de Retiro	57
Gráfico 3.5.	Distribución de TR3 para una Mujer según Edad de Retiro	58
Gráfico 3.6.	Distribución de TR3 para un Hombre según Edad de Retiro	58
Gráfico 3.7.	Distribución de TR3 para una Mujer según Tipo de Estrategia	61
Gráfico 3.8.	Plano Riesgo-Retorno de TR3 según Estrategia de Inversión	64
Gráfico 3.9.	Distribución de TR3 para una Mujer según Estrategia	65
Gráfico 3.10.	Distribución de TR3 para un Hombre según Estrategia	66
Gráfico 3.11.	Distribución de TR3 para una Mujer según Estrategia	69
Gráfico 3.12.	Distribución de TR3 para un Hombre según Estrategia	69
Gráfico 3.13.	Distribución de TR3 para una Mujer según Estrategia	72
Gráfico 3.14.	Distribución de TR3 para un Hombre según Estrategia	72
Gráfico 3.15.	Distribución de pensión con efecto del Pilar Solidario	78
Gráfico 3.16.	Distribución de TR3 para una Mujer según Tasa de Cotización	81
Gráfico 3.17.	Distribución de TR3 para un Hombre según Tasa de Cotización	81

INTRODUCCIÓN

En un sistema de pensiones existen diversos riesgos que pueden afectar a los afiliados en la obtención de una pensión adecuada para su etapa de retiro. En el caso de los sistemas de contribución definida de capitalización individual, los riesgos de inversión y longevidad son asumidos por los afiliados, así como también los riesgos asociados al mercado laboral. También existe riesgo asociado a la toma de decisiones, que depende de la capacidad de los individuos de tomar decisiones informadas y de estar conscientes de las consecuencias. Por último, existe también el riesgo de reinversión en el caso de comprar una anualidad.

El sistema previsional chileno contempla como pilar principal el de contribución definida, siendo de carácter obligatorio. Existe además un pilar voluntario que permite a los afiliados aumentar los ahorros para su jubilación. Respecto de las inversiones, éste ofrece cinco tipos de fondos, incluyendo una estrategia de inversión por defecto, así como restricciones de acceso a los fondos de mayor riesgo al final de la etapa activa de los afiliados. En la etapa de jubilación, las personas deben decidir la edad de jubilación, así como la modalidad de pensión.

Por otra parte, se observa que los afiliados poseen características que pueden acentuar estos riesgos. Analizando la Encuesta de Protección Social (EPS 2009) se observa, por ejemplo, que un 80% de los afiliados desconoce cómo se calculan las pensiones; y un 64% de los afiliados no sabe en qué tipo de fondo se encuentran sus ahorros previsionales. Los afiliados muestran además un bajo nivel de educación financiera. También existe inercia en la toma de decisiones. Respecto del mercado laboral, existe un alto porcentaje de trabajadores independientes y trabajadores con contratos a plazo fijo, con un alto riesgo de sufrir desempleo.

Esto pone de manifiesto la relevancia de establecer claramente cuáles son los riesgos que enfrentan los afiliados del sistema previsional. En este sentido, tomando en cuenta la naturaleza de largo plazo de los fondos de pensiones y los riesgos asociados a la pensión mencionados anteriormente, podemos decir que el riesgo de pensión debe medirse y evaluarse bajo una perspectiva de ciclo de vida del afiliado. Consistente con esto, la variable objetivo que mejor representa la situación del afiliado al momento de pensionarse es la tasa de reemplazo.

El objetivo general de este trabajo es determinar una metodología adecuada para medir el riesgo de pensión y desarrollar un modelo que permita medir este riesgo. Para esto es necesario reconocer la naturaleza de largo plazo del sistema, y así definir una metodología adecuada para representar cada uno de los riesgos considerados en el riesgo de pensión.

En términos específicos, esto consiste en la definición metodológica de todos los riesgos que se deben considerar para medir correctamente el riesgo de pensión presente en el sistema previsional. El modelo debe considerar el riesgo en la toma de decisiones, en particular la edad de afiliación, la edad de retiro y la estrategia de inversión del afiliados;

el riesgo de capital humano, que se refiere a la oportunidad, continuidad y monto de las cotizaciones; el riesgo financiero o de mercado, que afecta la rentabilidad y la volatilidad de los ahorros acumulados; y el riesgo de reinversión, que ocurre cuando se compra una anualidad. De este modo, los objetivos específicos consideran, además, la aplicación práctica del modelo de forma de poder evaluar el efecto sobre el sistema previsional de alguna política que afecte a uno o más de los riesgos señalados.

En términos metodológicos, el diseño del modelo consiste en un código en el programa Stata®. Éste se puede definir como un modelo de Simulación de Montecarlo, donde el ejercicio consiste en simular la participación de un individuo en el sistema previsional durante su etapa activa. Esto es, desde la afiliación en el sistema, hasta el retiro o pensión del mismo. El modelo tiene un proceso determinístico para la edad de afiliación y de retiro; un proceso estocástico para simular la rentabilidad de cada tipo de fondo, junto con un proceso determinístico de la estrategia de inversión sobre estos fondos; y un proceso estocástico para simular las cotizaciones del individuo en su cuenta individual. Con esto se obtiene una simulación del saldo acumulado a la edad de retiro; un proceso estocástico de tasa de interés, necesario para simular un valor de pensión. Finalmente, el modelo calcula una medida de tasa de reemplazo con información de remuneraciones generada dentro del modelo.

Las fuentes de información necesarias para la calibración del modelo consideran una base de datos con el número de afiliados y de cotizantes en el sistema previsional, diferenciados por género y tramos de edad. Esta información se utiliza para definir perfiles de remuneración y de probabilidad de cotizar. Por otro lado, considera información sobre la rentabilidad histórica de los cinco tipos de fondos del esquema de Multifondos. Así como información sobre los límites de inversión de estos fondos en clases de activos. Esta información se utiliza para definir una serie de parámetros necesarios para poder simular un proceso estocástico de rentabilidad.

El capítulo 1 entrega una descripción comprensiva de todos los riesgos presentes en un sistema previsional, para luego identificar aquellos que se deben considerar en la definición del riesgo de pensión, por último presenta una revisión de la literatura y sitúa este trabajo en ella. El capítulo 2 presenta la metodología utilizada para configuración del modelo de riesgo pensión, incluyendo la preparación de los datos necesarios para su calibración con sus fuentes de información respectivas, así como el detalle de los distintos procesos que simulan los riesgos contemplados dentro del modelo. El capítulo 3 utiliza el modelo para evaluar el efecto de uno de los riesgos considerados en el modelo sobre el riesgo de pensión.

CAPITULO 1

RIESGOS Y REVISIÓN DE LITERATURA

En este capítulo se presentan los riesgos que es posible identificar en un sistema previsional de capitalización individual. Para luego mostrar la relación de estos riesgos con la conformación de un Modelo de Riesgo Pensión. A partir de esto se realiza una descripción más comprensiva de aquellos riesgos que se incluyen en este Modelo. Finalmente se revisa la literatura y se sitúa este trabajo en ella.

1.1. RIESGOS EN UN SISTEMA PREVISIONAL

Los sistemas previsionales tienen una serie de riesgos que afectan a sus afiliados en las distintas etapas de participación en el sistema. Estos pueden diferir dependiendo de si se trata de un sistema de beneficio definido o de contribución definida. En el caso de un sistema previsional de contribución definida, de capitalización individual (como es el caso de Chile), se pueden identificar una serie de riesgos para los afiliados.¹

Así, desde el momento que un individuo se afilia al sistema previsional, existe el Riesgo de Capital Humano (o Riesgo asociado a las Cotizaciones). Que se refiere al monto de las cotizaciones del individuo en su cuenta de capitalización individual, su densidad y la oportunidad en el tiempo en el cual éstas se realizan.

Por otra parte, existe también el Riesgo Financiero o de Mercado, el que tiene relación con la rentabilidad esperada y la volatilidad, que enfrentan los ahorros acumulados en la cuenta de capitalización individual de los afiliados, producto de las inversiones realizadas por las entidades que administran estos ahorros. Esto último se relaciona también con la existencia de un Riesgo Fiduciario, vinculado a la administración de los ahorros por parte de terceros. Por último existe también asociado al mercado financiero el Riesgo de Anuitización (o Riesgo de Reinversión), que se da cuando es necesario convertir los ahorros acumulados al final de la etapa activa en una Pensión por Renta Vitalicia.

Existe además el Riesgo asociado a las Operaciones, el cual se puede encontrar a lo largo de toda la cadena de procesos para generar una pensión. Desde el pago de las cotizaciones por parte del empleador, pasando por la inversión de los ahorros por parte de la administradora, hasta el pago oportuno de la pensión al afiliado, entre otros. Estos riesgos son especialmente importantes, debido a la poca capacidad de monitoreo por parte de los afiliados. Lo que hace necesario que sea el regulador quien vele por estos riesgos.

Se puede señalar también la existencia de Riesgo asociado a la Solvencia de las Instituciones. En el caso de las administradoras de fondos, no existe este riesgo en el sentido de que las cuentas de los afiliados están separadas del patrimonio de las administradoras, sin embargo, este riesgo sí puede afectar los procesos de gestión de estas últimas. Por otro lado, en el caso de una Renta Vitalicia contratada con una

¹ La identificación de riesgos presentada en este capítulo se basa en el documento de [2] Berstein, Fuentes y Torrealba. (2010), de la Superintendencia de Pensiones.

Compañía de Seguros de Vida, sí existe riesgo que puede afectar el pago de dicho beneficio. Esto último pone de manifiesto también este riesgo para el caso del Estado, si es que existen garantías estatales sobre las Compañías de Seguros de Vida. Del mismo modo que el Estado también puede ser un partícipe directo, ante la existencia de un pilar del sistema con financiamiento Estatal.

También es muy importante el Riesgo asociado a la Toma de Decisiones. Este riesgo se refiere directamente a los afiliados, y a su capacidad de tomar decisiones informadas y conscientes de las consecuencias. En muchos casos estas decisiones están condicionadas por factores externos al sistema previsional, limitando así el espectro de posibilidades de los afiliados. En primer lugar podemos mencionar la decisión sobre la Edad de Afiliación al sistema, que está vinculada a la entrada al mercado laboral por parte del afiliado. Luego está la Elección de una AFP², que administre sus ahorros. También está la decisión de tener Ahorro Voluntario. El afiliado debe además decidir qué Estrategia de inversión seguir para sus ahorros, esto -en el caso de Chile- dentro del esquema de Multifondos³. Finalmente, debe decidir la Edad de Retiro o Pensión del sistema, lo que se relaciona con la necesidad de mantener un nivel de consumo en el tiempo. Si el afiliado ha ahorrado una cantidad suficiente de dinero, tiene la posibilidad de elegir la Modalidad de Pensión que desea recibir. Se trata por tanto de una gran cantidad de decisiones que deben tomar los afiliados durante su participación en el sistema previsional, muchas de las cuales requieren de información y conocimientos específicos, lo que dificulta las decisiones. Esto pone de manifiesto la importancia de este riesgo, el cual constituye el foco de este trabajo.

Finalmente, tenemos el Riesgo asociado a la Expectativa de Vida. Esto se refiere a que, por lo general, en un sistema previsional, variables como la tasa de contribución y la edad de legal para pensionarse están en general fijas. Y ante un aumento en la expectativa de vida de la población, que se traduce en una actualización de las tablas de mortalidad utilizadas en el cálculo de las pensiones, un afiliado puede terminar recibiendo una pensión menor a la esperada al momento de empezar a contribuir. Adicionalmente, dependiendo de la modalidad de pensión seleccionada, este riesgo se puede separar en dos partes, por un lado, el la opción de Retiro Programado, existe el Riesgo de Longevidad, que se refiere al hecho de sobrevivir a los ahorros acumulados y terminar dependiendo de pensiones mínimas. En el caso de optar por Renta Vitalicia, existe el Riesgo de Mortalidad, o deceso temprano, habiendo entregado la propiedad de los fondos ahorrados a una compañía de seguros de vida y no poder heredarlos.

De este modo, tenemos que los afiliados al sistema previsional enfrentan diversos riesgos, durante distintas etapas de su vida, y todos ellos afectan de alguna manera la obtención de una pensión, y una tasa de reemplazo adecuada para los afiliados. Debido a esto se hace necesario analizar estos riesgos desde una perspectiva integral, que reconozca la interacción de estos riesgos. Así, si se quiere definir una medida de Riesgo Pensión, se debe hacer desde el punto de vista del ciclo de vida del afiliado, esto

² Administradora de Fondos de Pensiones.

³ El sistema de Multifondos (creado por la Ley N° 19.795, de fecha 28 de febrero de 2002), corresponde a la administración de 5 Fondos de Pensiones por parte de cada AFP. Estos Tipos de Fondos se diferencian a partir de la proporción de su portafolio invertida en títulos de renta variable, lo que significa diferentes niveles de riesgo y rentabilidad entre dichos Tipos de Fondos.

es, con una visión de largo plazo, que debería considerar desde la afiliación al sistema previsional, hasta la obtención de una pensión. Debido a esta visión de largo plazo, se considera la tasa de reemplazo como una medida adecuada para la medición del Riesgo Pensión.

1.2. MODELO DE RIESGO PENSIÓN

Una alternativa para medir el riesgo pensión es a través de la modelación; para esto es necesario identificar aquellos riesgos que se quieren incluir dentro del concepto de riesgo pensión, y caracterizarlos lo mejor posible para que reflejen adecuadamente su impacto sobre la obtención de la tasa de reemplazo.

En este trabajo se hace una propuesta sobre cómo modelar el riesgo pensión, definiendo qué riesgos incluir, y de qué forma modelar cada uno de éstos. Esto representa solamente una primera aproximación al problema de medir el riesgo pensión, y tiene como finalidad mostrar en términos generales la estructura que debería tener un modelo de riesgo pensión.

1.2.1. Riesgo de Capital Humano

El primer riesgo que debería considerar el riesgo pensión es el Riesgo de Capital Humano. En un sistema previsional, este riesgo incide en las cotizaciones de los afiliados, las que están relacionadas con la participación de los afiliados en el mercado laboral. De este modo, es importante señalar que existen muchas características que pueden afectar esta participación, como género, edad, nivel educacional, sector socioeconómico, etc. Asimismo, las distintas formas de participación en el mercado laboral también afectan las cotizaciones; así tenemos que en el caso de las mujeres, éstas no cotizan principalmente por estar fuera de la fuerza laboral. Mientras que en el caso de los hombres, éstos no cotizan principalmente por estar trabajando como independientes o desempleados.

Para poder incorporar este riesgo en un concepto de riesgo pensión, hay que entender la importancia de las cotizaciones desde una perspectiva de ciclo de vida. Así, es necesario entender que las cotizaciones realizadas al inicio de la vida laboral tienen mayor valor debido al efecto que tiene sobre el ahorro el interés compuesto que se genera durante un largo período de tiempo. Una alternativa para modelar el riesgo de capital humano es construir perfiles de remuneraciones y de probabilidad de cotizar, que en forma conjunta permiten modelar las propiedades de oportunidad, continuidad y monto de las cotizaciones.

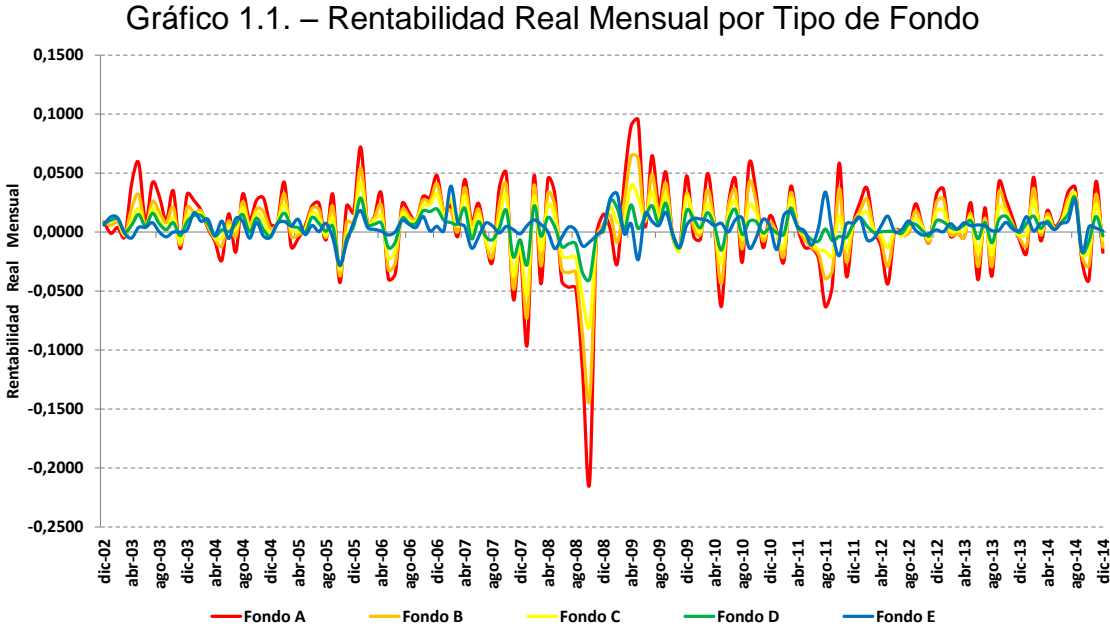
1.2.2. Riesgo Financiero

El segundo riesgo que debería considerar el riesgo pensión es el Riesgo Financiero o de Mercado. En este caso, es necesario entender este riesgo desde el punto de vista del sistema previsional que se desea modelar. En el caso chileno, la inversión de los recursos ahorrados por los afiliados la realizan terceros, entidades llamadas Administradoras de Fondos de Pensiones (AFPs).

Respecto de las inversiones, el sistema previsional considera una serie de límites de inversión. Existen límites estructurales fijados por Ley, y límites más específicos como regulación secundaria. En el caso de los límites estructurales, existe un límite máximo para instrumentos estatales, inversión extranjera global, inversión en instrumentos de mayor riesgo relativo, entre otros. Existe además un límite máximo en renta variable, definido por tipo de fondo, lo que da origen al esquema de Multifondos del sistema. El supuesto de este esquema es que las carteras con mayor proporción en renta variable tienen un mayor retorno y riesgo esperado.

Por otra parte, existe un mecanismo de rentabilidad mínima en términos relativos a la rentabilidad promedio del sistema. Donde, si una AFP cae por debajo de la rentabilidad mínima, debe poner recursos propios para compensar la diferencia respecto del promedio del sistema. Estos recursos deben provenir de una reserva denominada Encaje, que corresponde al uno por ciento del valor total administrado por la AFP, y que forma parte del patrimonio de la misma. El Encaje debe ser invertido en los mismos instrumentos que los fondos de pensiones administrados.

De este modo, el riesgo financiero para el afiliado está dado por la rentabilidad del esquema de Multifondos; específicamente, la rentabilidad real mensual por tipo de fondo. El siguiente gráfico muestra cómo se ha comportado esta rentabilidad desde la creación del esquema de Multifondos en el año 2002, hasta el año 2014. Se puede apreciar que, efectivamente los fondos con una mayor proporción invertida en renta variable, tienen un mayor retorno y riesgo esperado. El siguiente cuadro muestra estas estadísticas para este mismo período. Este resultado permite suponer que las inversiones de las AFPs se ajustan en cierta medida a los límites de inversión establecidos por Ley.



Fuente: elaboración propia con datos de www.spensiones.cl.

Cuadro 1.1. – Rentabilidad Real Mensual por Tipo de Fondo
Período Diciembre 2002 a Diciembre 2014

		Fondo A	Fondo B	Fondo C	Fondo D	Fondo E
Mensual	Media	0,63%	0,52%	0,48%	0,42%	0,38%
	Desv. Est.	3,78%	2,72%	1,82%	1,12%	0,96%
Anualizada	Media	7,61%	6,20%	5,73%	5,05%	4,53%
	Desv. Est.	13,11%	9,41%	6,29%	3,88%	3,31%

Fuente: elaboración propia con datos de www.spensiones.cl.

Para modelar el riesgo financiero, una alternativa es enfocarse en los límites de inversión, y buscar de este modo modelar el comportamiento de clases de activos, que componen las carteras de inversión para cada tipo de fondo del esquema de Multifondos. Esta alternativa permite replicar las correlaciones que se observan entre los distintos tipos de fondos. Estas clases de activos se deben modelar como procesos estocásticos, buscando que éstos se comporten, idealmente, como las rentabilidades observadas en el gráfico anterior.

Adicionalmente, la modelación de clases de activos permite incorporar de un modo sencillo en el riesgo pensión, el Riesgo de Anuitización. En este trabajo se considera como modalidad de pensión una renta vitalicia, por lo que el riesgo de anuitización, o de reinversión, está presente. Para modelar este riesgo, una alternativa es utilizar la información histórica sobre tasas implícitas en las rentas vitalicias para definir un proceso estocástico.

1.2.3. Riesgo de Toma de Decisiones

Se puede argumentar que no es imprescindible incluir el Riesgo en la Toma de Decisiones en la definición de riesgo pensión. Sin embargo, sí es necesario incluir sus componentes como procesos determinísticos dentro del riesgo pensión. Esto es así debido a la naturaleza vinculada al ciclo de vida y el largo plazo del riesgo pensión. La modelación del riesgo pensión requiere una edad de afiliación, una estrategia de inversión, una edad de retiro y una modalidad de pensión para su estructura.

En este trabajo se busca, sin embargo, medir el impacto de algunas de estas variables en el riesgo pensión. Es por esto que el ejercicio consiste simplemente en hacer variar, entre distintas mediciones del riesgo pensión, aquellas variables de interés. En este caso: (1) Edad de Afiliación, (2) Edad de Retiro, (3) Estrategia de Inversión, y (4) Ahorro Voluntario, este último a través de un cambio en la Tasa de Cotización.

1.2.4. Riesgo de Expectativa de Vida

En este trabajo se fija la modalidad de pensión como una renta vitalicia. Al mismo tiempo que el enfoque del análisis se concentra en la tasa de reemplazo obtenida al momento de pensionarse. Debido a esto, el Riesgo de Expectativa de Vida no se considera dentro del riesgo pensión como riesgo de longevidad o de mortalidad. Este riesgo se incluye dentro de la definición de riesgo pensión debido a que la expectativa de vida de la población sí afecta el cálculo de las pensiones, por medio de la actualización de tablas

de mortalidad, como se mencionó en la sección anterior. Este riesgo no se modela, sin embargo sí se incluye en la estructura de la definición del riesgo pensión.

1.2.5. Resumen

En esta sección se presentaron aquellos riesgos -dentro de todos los riesgos presentes en un sistema previsional- que se deberían considerar en la definición del riesgo pensión. Es importante señalar que, dada la forma en que se pretende modelar el riesgo pensión en este trabajo, eventualmente es posible incorporar todos los riesgos señalados en la primera sección de este capítulo. Sin embargo, esto no se hace debido a que no son necesarios para una definición de riesgo pensión desde una perspectiva de ciclo de vida e incrementarían la complejidad del cálculo, no siendo el foco de la investigación.

Para una correcta definición del riesgo pensión desde el punto de vista del ciclo de vida del afiliado, los riesgos más importantes son aquellos que pueden experimentar variabilidad a lo largo del ciclo de vida. De este modo, se considera que el riesgo de capital humano y el riesgo financiero son los riesgos más relevantes dentro del riesgo pensión. El riesgo de anuitización también tiene importancia, debido a su naturaleza estocástica.

Asimismo, los otros riesgos considerados dentro del concepto de riesgo en la toma de decisiones, son importantes en la definición del riesgo pensión desde el punto de vista del ciclo de vida, puesto que permiten darle una estructura a la modelación del riesgo pensión.

1.3. RIESGO PENSIÓN EN LA LITERATURA

En esta sección se hace una revisión de la literatura, la cual se divide en tres temas: (a) riesgos previsionales, (b) riesgo de pensión y (c) modelación de riesgo de pensión. Esta revisión se va a limitar a mostrar como distintos autores miden cada uno de estos temas. Este enfoque es adecuado ya que permite situar este trabajo dentro de la literatura.

1.3.1. Riesgos Previsionales

Al considerar el enfoque de los riesgos previsionales, [11] Walker (2009) considera los riesgos desde la perspectiva del ciclo de vida, identificando cinco áreas de riesgo: trabajo, inversión, reinversión, longevidad y quiebra. El área Trabajo se refiere al nivel de salarios y densidad de contribuciones; Inversión se refiere al nivel y volatilidad de los retornos en la etapa de acumulación; Reinversión se refiere al nivel de tasas al jubilarse o la existencia de instrumentos de renta fija de largo plazo; Longevidad se refiere a sobrevivir a los ahorros acumulados; y Quiebra se refiere al caso de las rentas vitalicias en las compañías de seguros de vida.

Por otra parte, [10] Viceira (2010) considera los riesgos como resultado de las decisiones individuales en el mercado laboral y el mercado financiero. Por ejemplo, el trabajo en el sector informal produce una baja densidad de cotizaciones y una continuidad irregular a lo largo del ciclo de vida. El riesgo financiero se refiere a la diversificación de las carteras de inversión y la existencia de estrategias de inversión por defecto. El riesgo de

reinversión se menciona respecto de los inversionistas de largo plazo. Por último, respecto de las decisiones, se mencionan las bajas tasas de contribución, la inercia en las decisiones de inversión, y la baja diversificación. Mencionando que estas cosas están afectadas por características como bajos ingresos y bajo nivel educacional.

Continuando, [2] Berstein, Fuentes y Torrealba (2010) consideran una descripción comprensiva de los riesgos relevantes en un sistema de contribución definida de capitalización individual, desde una perspectiva integral. Se hace mención a una cantidad considerable de riesgos. Riesgo asociado al trabajo como la oportunidad, continuidad y el monto de las cotizaciones; Riesgo financiero como rentabilidad y volatilidad de las inversiones, el riesgo fiduciario y el riesgo de reinversión en la compra de anualidades; riesgos asociados a las operaciones y la solvencia de las instituciones; Riesgo asociado a la toma de decisiones como la capacidad de tomar decisiones informadas y conscientes de las consecuencias; y Riesgo asociado a la expectativa de vida como el aumento de la longevidad de la población.

Por último, un artículo de [1] BBVA Research (2011) considera los riesgos desde una perspectiva de largo plazo, como aquellas situaciones que escapan del control de los individuos, como estados de la naturaleza. En el mercado del trabajo, está el desempleo involuntario y la informalidad, que afectan la densidad de cotizaciones; En el mercado financiero, para el caso de los sistemas de contribución definida, el riesgo de inversión recae en los trabajadores, afectando la rentabilidad acumulada; En el caso de la compra de una renta vitalicia, el riesgo de tasas o de reinversión afecta el valor de los ahorros acumulados, y por ende la pensión; Se considera el riesgo de longevidad como sobrevivir a los ahorros acumulados. Por último, a pesar del enfoque del artículo, se mencionan riesgo en las decisiones individuales, como la edad de ingreso al mercado laboral, la permanencia en el mercado del trabajo, efectuar cotizaciones en el caso de los trabajadores independientes, y la edad de retiro.

Este análisis nos muestra que existe variedad al momento de presentar la idea de riesgos previsionales. Sin embargo, al momento de describir los riesgos individuales considerados, se observa un mayor grado de consenso respecto de lo que cada uno de éstos significa, y las consecuencias de los mismos para los individuos afiliados al sistema previsional.

1.3.2. Riesgo de Pensión

Esta sección muestra como distintos autores miden lo que en este trabajo se denomina riesgo de pensión. En primer lugar, [5] Poterba, Rauh, Venti y Wise (2009) consideran como variable la distribución de la riqueza acumulada al momento del retiro, además de la utilidad esperada de dicha riqueza, medida con una función de utilidad CRRA⁴. Esta distribución depende de perfiles históricos de ingresos y contribuciones, además de series de retornos históricos para tres clases de activos. Esta medición se hace en el contexto de evaluación de estrategias de inversión.

⁴ Por sus siglas en inglés *Constant Relative Risk Aversion*. Aversión al Riesgo Relativo Constante.

De manera similar, [10] Viceira (2010) también considera la distribución de la riqueza bajo diferentes diseños de fondos. Donde en este caso la distribución depende de un perfil de ingresos de ciclo de vida de afiliados, y de una estimación de riesgo y retorno de cuatro clases de activos consideradas en los fondos.

De manera alternativa, [11] Walker (2009) considera como variable de medición la distribución de la tasa de reemplazo, definida como el ratio entre la pensión y una medida de salario promedio. Esta variable está influenciada directamente por los riesgos en el trabajo, la inversión y la reinversión. Al respecto, el autor señala que las pensiones pueden terminar siendo “altas” o “bajas” dependiendo tanto de las contribuciones como de los retornos obtenidos, y que enfocarse en la tasa de reemplazo es una forma de separar los efectos de las decisiones de inversión del de las contribuciones.

Asimismo, [2] Berstein, Fuentes y Torrealba (2010) también consideran como variable la distribución de la tasa de reemplazo, definida como el ratio entre la pensión y una medida de salario relevante. Esto, bajo la perspectiva del ciclo de vida del afiliado. Esta variable incluye todas las fuentes de riesgo relevantes: densidad de cotizaciones (desempleo), inversión y reinversión (anualidad).

Por último, el artículo de [1] BBVA Research (2011) también propone como variable relevante la variabilidad de la tasa de reemplazo esperada. La cual está afectada por factores distintos de las decisiones de los afiliados. Aunque también tiene una dimensión individual. Aquí se plantea que la tasa de reemplazo aísla diferencias en el monto de las pensiones que no responden a la estructura del sistema previsional, sino a la del mercado del trabajo.

1.3.3. Modelo de Riesgo de Pensión

Finalmente, al considerar el aspecto más técnico que significa la idea de cómo modelar el riesgo de pensión. [5] Poterba, Rauh, Venti y Wise (2009) realizan una modelación en el contexto de evaluación de estrategias de inversión. Utilizan información de una encuesta con 1.400 historias –con factores de expansión– de ingresos y contribuciones en planes 401k en Estados Unidos. Con esta información determinan el ahorro hasta los 28 años de edad, y luego realizan simulaciones para el período entre los 28 y los 63 años, en cada caso. Consideran tres clases de activos: acciones corporativas, bonos de gobierno de largo plazo, y bonos indexados a inflación de largo plazo. Para cada historia se realizan 200.000 simulaciones de retornos, con información histórica entre 1926 y 2002, sacando datos reales de retornos con reemplazo, y del mismo año para todas las series (correlación contemporánea). Con esto se reconstruye la riqueza acumulada al momento del retiro y su utilidad esperada. Los resultados se presentan en la forma de la media y los percentiles 1, 10, 50 y 90 para la riqueza acumulada; y la media para la utilidad esperada, para grados de aversión al riesgo de 0, 1, 2 y 4. Estos resultados se presentan para nueve estrategias de inversión y para tres niveles educacionales.

Luego, [10] Viceira (2010) también realiza una modelación en el contexto de evaluación de estrategias de inversión. Utiliza un perfil estimado de ingresos, con forma de U invertida para simular las contribuciones. A este perfil le incorpora un shock permanente y otro transitorio. Considera cuatro clases de activos: renta variable nacional y extranjera,

y bonos indexados y nominales. Los retornos de estas clases de activos se asumen no correlacionados en el tiempo y con una distribución log-normal, lo que quiere decir que los retornos son no predecibles, o con reversión a la media. Con esta información realiza simulaciones, desde el momento de afiliación hasta el retiro, que permiten obtener la distribución del saldo acumulado al retiro y una medida del salario final. Los resultados se presentan como la media y la desviación estándar del ratio entre el saldo acumulado y el salario final. Posteriormente se incorpora información sobre expectativa de vida para obtener una estimación de tasa de reemplazo. Los resultados se presentan para dieciséis estrategias de inversión, y para tres alternativas de simulación del perfil de ingresos.

Por otro lado, [11] Walker (2009) realiza una modelación en el contexto de análisis de clases de activos y estrategias de inversión. Considera un horizonte de simulación de 20 años, después de transcurridos 20 años de afiliación. Al inicio del horizonte de simulación establece una distribución de la riqueza en un 35% como “valor presente de las cotizaciones futuras” y un 65% como “riqueza financiera”. A partir de este punto realiza una simulación para siete clases de activos, para obtener la distribución de la tasa de reemplazo medida como el ratio entre la pensión y el salario final. Los resultados se presentan en la forma de la relación riesgo-retorno de la tasa de reemplazo, para las siete clases de activos consideradas. Además de la gráfica de la función de distribución de la tasa de reemplazo para tres estrategias de inversión, considerando las métricas de la media, desviación estándar y percentil 10 de dichas distribuciones.

Por último, [2] Berstein, Fuentes y Torrealba (2010) realizan una modelación en el contexto de análisis de estrategias de inversión. Estiman perfiles de ingresos y probabilidad de cotizar con un modelo de datos de panel con efectos aleatorios a partir historias de cotizaciones de afiliados. Consideran cinco clases de activos: renta variable nacional y extranjera, renta fija nacional y extranjera, e intermediación financiera. Estas clases de activos se simulan como procesos con reversión a la media y correlación contemporánea. Con esta información se realiza una simulación de acumulación de saldo, para un hombre desde la afiliación a los 25 años, hasta el retiro a los 65 años. Luego se calcula una pensión por renta vitalicia con una simulación de la tasa de interés relevante. Por último se calcula la tasa de reemplazo entre la pensión y el salario promedio de los últimos tres años. Esta modelación se realiza como una simulación de Montecarlo, 10.000 veces, para obtener la función de distribución de la tasa de reemplazo. Los resultados se presentan como la gráfica de la función de distribución de la tasa de reemplazo, junto con las métricas de la media, desviación estándar y la probabilidad de que la tasa de reemplazo sea inferior o igual a 50%. Los resultados se presentan para seis estrategias de inversión.

1.3.4. Resumen

En este trabajo, para el caso de los riesgos previsionales, se hace un esfuerzo por reconocer todos los riesgos presentes en un sistema de capitalización individual de contribución definida. Buscando explicar cómo cada uno de estos riesgos afecta a los afiliados al sistema previsional. Mientras que para la idea de riesgo de pensión, la define como la función de distribución de la tasa de reemplazo, la cual considera el riesgo de capital humano, el riesgo financiero, el riesgo de anuitización, el riesgo en la toma de decisiones y el riesgo de expectativa de vida.

De esta forma, en relación a la idea de modelar el riesgo pensión, este trabajo considera perfiles de ingreso y probabilidad de cotizar para simular riesgo de capital humano como un proceso estocástico; una serie de parámetros estimados para simular riesgo financiero como un proceso browniano geométrico con saltos difusos; un proceso estocástico de tasas para riesgo de anuitización; y una serie de procesos determinísticos para el riesgo en la toma de decisiones y de expectativa de vida. Estos últimos procesos determinísticos tienen como finalidad darle estructura a la modelación. Considera el modelo de simulación de Montecarlo, desde la afiliación hasta la edad de retiro, para la acumulación de saldo y luego el cálculo de una pensión y tasa de reemplazo.

Los resultados se presentan como la gráfica de la distribución de la tasa de reemplazo, junto con una serie de medidas como la media, desviación estándar, coeficientes de asimetría y curtosis y los percentiles 25, 50 y 75. Todo esto con el fin de entender la naturaleza de la distribución. Por último realiza una propuesta para el cálculo de un Índice de riesgo pensión a partir de datos de la distribución.

Con esto, este trabajo hace un esfuerzo primero por describir todos los riesgos que enfrentan los afiliados, para luego identificar aquellos riesgos que se deberían incluir en el riesgo pensión, medido éste como la distribución de la tasa de reemplazo. Por último realiza una propuesta concreta acerca de cómo se puede modelar este riesgo pensión, el principal aporte consiste en darle una forma a dicho modelo, en el entendido que los detalles de fondo del mismo son un aspecto que siempre puede ser mejorado.

CAPITULO 2 MODELO DE RIESGO PENSIÓN

En este capítulo se presenta la metodología utilizada para la configuración del Modelo de Riesgo Pensión. Se describirá la estructura y los detalles del código creado en el programa Stata®⁵, para el funcionamiento del Modelo. Asimismo, se describirá la preparación de datos necesarios para el modelo, con sus fuentes de información respectivas. Finalmente, se detallarán los distintos procesos considerados para simular todos los riesgos contemplados dentro del Modelo.

2.1. DESCRIPCIÓN CONCEPTUAL DEL MODELO

Para tener una idea clara del Modelo, primero se hará una descripción conceptual del mismo, de este modo se tendrá un entendimiento más intuitivo de las distintas partes que componen el Modelo, facilitando su comprensión.

El Modelo de Riesgo Pensión se puede definir como un modelo de Simulación de Montecarlo⁶, donde el ejercicio consiste en simular la participación de un individuo en el sistema previsional, durante su etapa activa. Esto es, desde la afiliación en el sistema, hasta el retiro o pensión del mismo. De este modo, el ejercicio considera: la edad de afiliación, una simulación de las cotizaciones del individuo en su cuenta individual; una simulación de las rentabilidades percibidas en cada período; y la edad de retiro. Se obtiene así una estimación del saldo acumulado a la edad de retiro, lo que permite simular un valor de pensión y de tasa de reemplazo respecto de alguna medida de remuneración generada dentro del modelo.

Esta simulación se realiza N veces. Algunos de los pasos considerados, como por ejemplo la simulación de rentabilidad, corresponden a procesos estocásticos. De este modo el Modelo queda definido como un modelo de Simulación de Montecarlo. Es importante señalar que el modelo considera algunos pasos, como por ejemplo la edad de afiliación, como procesos determinísticos. Esto quiere decir que su valor se mantiene constante respecto de las N simulaciones. El objetivo de esto es poder darle al modelo la estructura necesaria para representar la participación de un individuo en el sistema previsional.

Al quedar definido el Modelo de esta forma, como resultado de simular N veces esta participación de un individuo en el sistema previsional se obtiene una distribución de probabilidad del resultado de la simulación (por ejemplo: la pensión a la edad de retiro). Donde esta distribución es el resultado de los distintos procesos estocásticos considerados en el modelo.

Finalmente, para hacer análisis con los resultados del modelo. Se pueden hacer variar los parámetros que definen tanto los procesos estocásticos, como determinísticos, entre

⁵ <http://www.stata.com/>

⁶ Para mayor información, ver <http://es.wikipedia.org/wiki/Método_de_Montecarlo>.

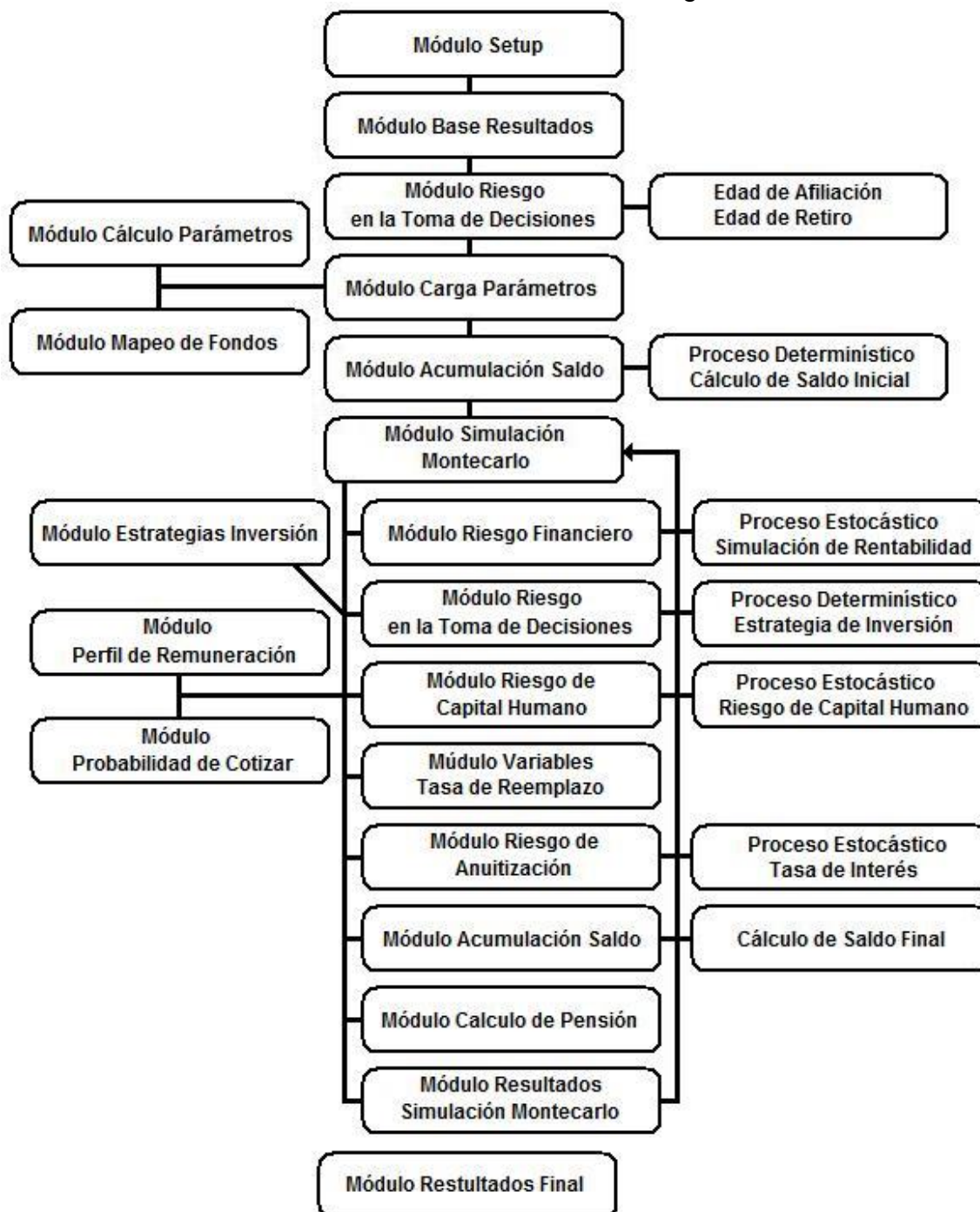
distintas simulaciones de Montecarlo. Para luego comparar las distribuciones que resulten en cada caso.

2.2. ESTRUCTURA DEL MODELO

Este Modelo se puede describir como un conjunto de módulos y sub-módulos que realizan distintos procesos relacionados con el ejercicio de simulación que caracteriza el Modelo. Algunos módulos son procesos independientes que generan parámetros y series de datos necesarios para la simulación. Mientras que otros módulos operan en forma secuencial, definiendo así el ejercicio de simulación.

El siguiente cuadro 2.1. muestra la estructura de módulos del Modelo:

Cuadro 2.1. – Estructura Modelo de Riesgo Pensión



Fuente: elaboración propia.

2.3. MÓDULOS DE PARÁMETROS Y BASES DE DATOS

En esta sección se describirán aquellos módulos que son independientes al proceso de simulación del Modelo. En estos módulos se calculan los parámetros necesarios para la simulación, así como las bases de datos con información como estrategias de inversión

y perfiles de remuneración. Por esta razón, estos módulos se deben ejecutar previamente, respecto del inicio del proceso de simulación del Modelo.

2.3.1. Módulo de Perfiles de Remuneración

Una de las series de información más importantes del Modelo es aquella relacionada con el ingreso que percibe el individuo a lo largo de su vida. Esta información se utiliza para determinar el nivel de las cotizaciones que realiza el individuo en cada período dentro de la simulación.

La evidencia empírica nos ha mostrado que, en general, el perfil de remuneraciones a lo largo del ciclo de vida toma la forma de una U invertida. Donde el ingreso en los primeros años de la vida laboral es más bajo, y se va incrementando con el tiempo, alcanza un valor máximo en algún punto intermedio, y luego empieza a decrecer en los últimos años de vida laboral.

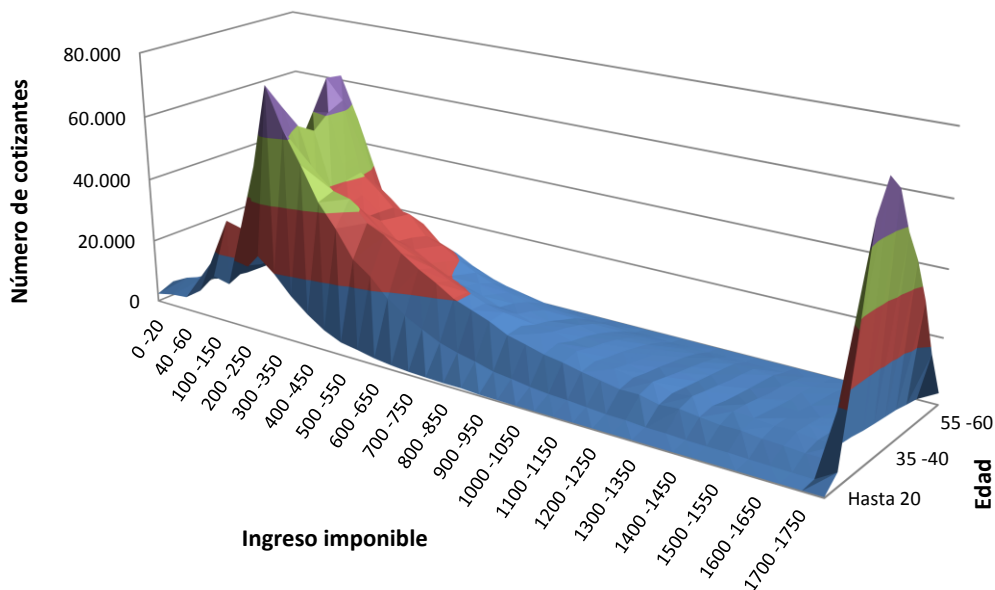
Es importante señalar en este punto que, dado que el sistema previsional en Chile es obligatorio para los trabajadores dependientes⁷, presenta una importante heterogeneidad en los perfiles de remuneración de sus afiliados. De este modo, lo ideal es poder contar con información a nivel de individuos, sobre su historia laboral. Con el fin de poder estimar perfiles de remuneración diferenciados, al menos por género y nivel educacional.

En este trabajo, sin embargo, se utiliza información agregada a Diciembre de 2014, sobre el ingreso imponible de los afiliados que cotizan en el sistema, de distintos tramos de edad, diferenciando por género. Si bien esta no es la fuente de información ideal, sí permite estimar perfiles de remuneración que representan el promedio del sistema. No obstante lo anterior, existe una marcada bimodalidad en la distribución de los afiliados que cotizan, de acuerdo a su ingreso imponible. Esto se puede apreciar en el gráfico 2.1, donde un grupo importante de cotizantes se concentra en torno a un ingreso imponible de \$275.000. Mientras que otro grupo de cotizantes se concentra en ingresos mayores a \$1.700.000⁸. Dada esta situación, en este trabajo se opta por utilizar, arbitrariamente, información de los cotizantes con ingreso imponible del primer tramo hasta \$850.000, que representaría la situación del primero gran grupo de cotizantes. De este modo, tenemos una serie de información cuyo orden de magnitud es consistente con los resultados que uno podría obtener al estimar perfiles de remuneración con información a nivel de individuos. El objetivo de este trabajo es testear la capacidad del Modelo para representar la participación en el sistema previsional chileno, y sensibilizarlo respecto de aquellas variables asociadas a la toma de decisiones, por tanto esta alternativa de información es suficiente para este objetivo.

⁷ Actualmente, el sistema se encuentra en un período de transición para incorporar a los trabajadores independientes en el sistema de cotizaciones obligatorias. Para mayor información ver [8] Superintendencia de Pensiones “El Sistema Chileno de Pensiones Séptima Edición”, Capítulo III.

⁸ Ambos valores en pesos de diciembre de 2014.

Gráfico 2.1. – Número de cotizantes por tramos de edad e ingreso imponible

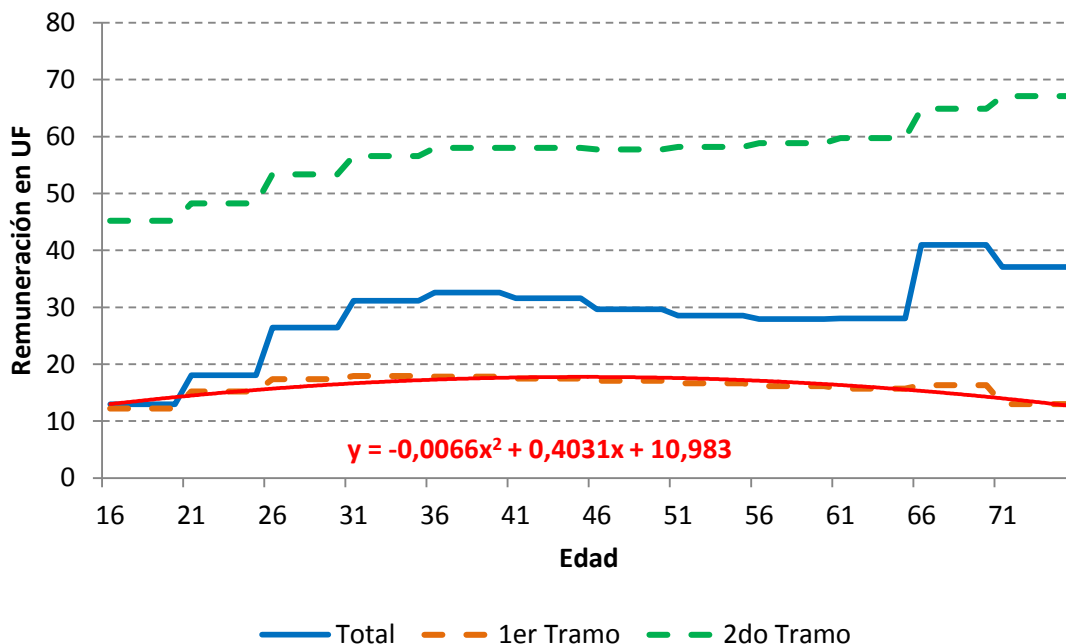


Fuente: elaboración propia con datos de www.spensiones.cl.

Utilizando esta información agregada del primer tramo, se calcula el ingreso promedio, para distintos tramos de edad. Y luego se ajusta una función cuadrática sobre esta información, con el fin de obtener un perfil de remuneración suavizado.

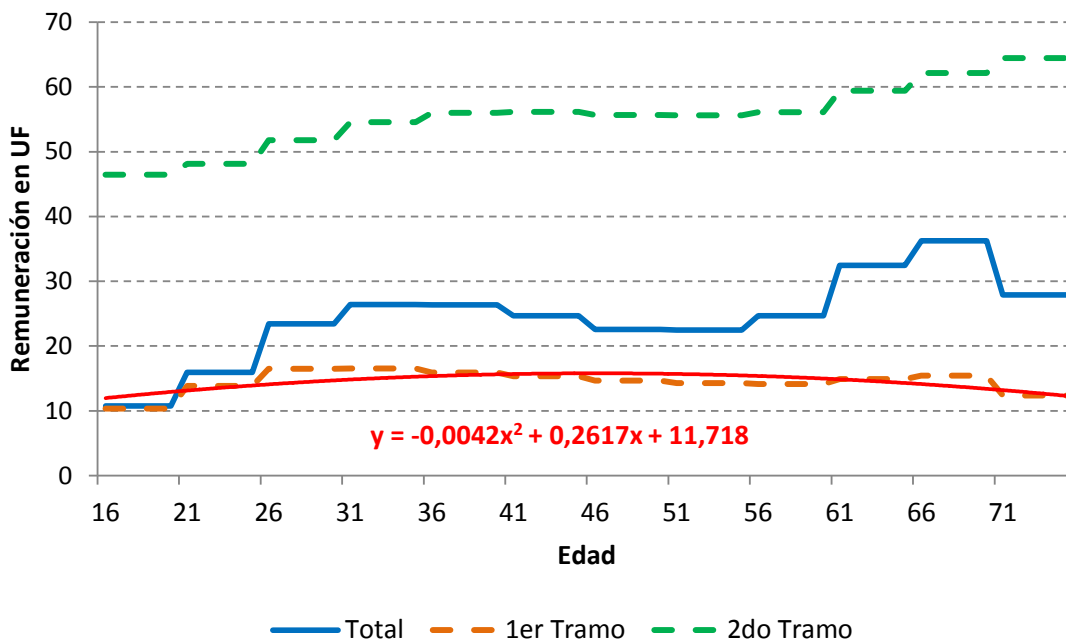
Los gráficos 2.2. y 2.3. muestran los perfiles de remuneración obtenidos, para hombres y mujeres, respectivamente. Se puede apreciar aquí que los perfiles obtenidos para el primer tramo de cotizantes son más bien planos, con una leve concavidad. La remuneración promedio del perfil en el caso de los hombres es de 16,07 UF, mientras que en caso de las mujeres es de 14,53 UF.

Gráfico 2.2. – Perfil de Remuneración Hombres



Fuente: elaboración propia con datos de www.spensiones.cl.

Gráfico 2.3. – Perfil de Remuneración Mujeres



Fuente: elaboración propia con datos de www.spensiones.cl.

Así, en este módulo se estiman los perfiles de remuneración, que luego serán utilizados en el proceso de simulación del Modelo.

2.3.2. Módulo de Perfiles de Probabilidad de Cotizar

Estrechamente relacionada con el perfil de remuneración, está la probabilidad de cotizar en cada período. En efecto, además del nivel de las cotizaciones –determinado por el nivel de las remuneraciones- también es muy importante la oportunidad y la continuidad de las cotizaciones. La oportunidad se refiere al momento en el tiempo, dentro del ciclo de vida, en el cual ocurren las cotizaciones. Y la continuidad se refiere a lagunas de cotizaciones, producto de distintas razones relacionadas con el mercado laboral, como por ejemplo desempleo, trabajo informal o trabajo como independiente.

En este caso se observa también que el perfil de probabilidad de cotizar a lo largo del ciclo de vida toma la forma de una U invertida. Esto muestra la estrecha relación entre el nivel de las remuneraciones y la estabilidad de las mismas, explicada en este caso por la probabilidad de cotizar.

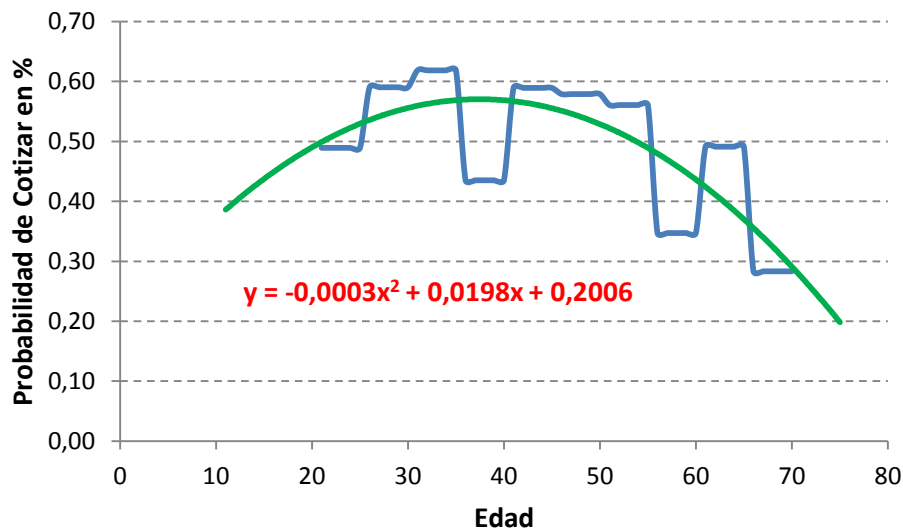
Esta información, al estar vinculada a la información de remuneraciones, se debe estimar en forma conjunta con la anterior. Así, el escenario ideal es contar con información individual sobre la historia laboral de las personas afiliadas al sistema previsional. Y de este modo poder estimar perfiles de probabilidad de cotizar diferenciados, al menos, por género y nivel educacional.

Sin embargo, al igual que en el caso de los perfiles de remuneración, en este trabajo se utiliza información agregada a Diciembre de 2014, sobre el número de afiliados al sistema previsional, y el número de afiliados que cotizan en el sistema, diferenciados por género y tramos de edad. Con esta información se calcula una probabilidad de cotizar agregada a nivel de sistema. Cabe señalar que para la información de afiliados al sistema previsional no es posible diferenciar en dos tramos según su ingreso imponible, por lo que para estos perfiles estimados se utiliza el total de afiliados al sistema. Si bien, este grupo es distinto y mayor al considerado en los perfiles de remuneración, aún entrega resultados cuyo orden de magnitud es consistente con los resultados que uno podría obtener al estimar la probabilidad de cotizar con información a nivel de individuos.

Es importante señalar que esta probabilidad captura todas las razones por las cuales un afiliado al sistema podría dejar de cotizar, ello porque se estima a partir de información del sistema previsional. La desventaja es que no permite distinguir estas razones. Con los valores de probabilidad de cotizar para cada tramo de edad, se ajusta una función cuadrática sobre dicha información, para obtener un perfil de probabilidad de cotizar suavizado.

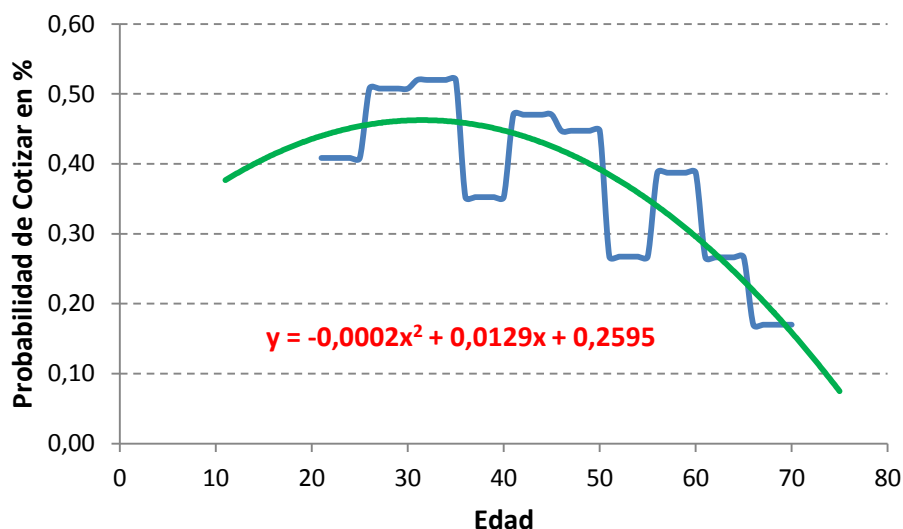
Los gráficos 2.4. y 2.5. muestran los perfiles obtenidos para hombres y mujeres respectivamente. En este caso los perfiles obtenidos son bastante similares entre hombre y mujeres. Sin embargo, el perfil para hombres tiene un nivel un poco mayor. Si consideramos el ciclo de vida entre los 18 y los 65 años, tenemos que la probabilidad promedio del perfil de hombres es de 53% para los hombre y de 41% para las mujeres.

Gráfico 2.4. – Perfil de Probabilidad de Cotizar Hombres



Fuente: elaboración propia con datos de www.spensiones.cl.

Gráfico 2.5. – Perfil de Probabilidad de Cotizar Mujeres



Fuente: elaboración propia con datos de www.spensiones.cl.

Los perfiles de probabilidad de cotizar estimados en este módulo se utilizan luego en el proceso de simulación del Modelo.

2.3.3. Módulo de Mapeo de Fondos

El mapeo de los fondos del esquema de Multifondos se refiere a la representación de cada uno de los cinco fondos del sistema previsional a partir de un promedio ponderado de una serie de clases de activos. Una alternativa para hacer esto es utilizar información de la composición de cada fondo por clases de activos, disponible en la página Web de la Superintendencia de Pensiones. [2] Bernstein et.al. (2010) utilizan esta metodología para realizar un mapeo del esquema de Multifondos a partir de cinco clases de activos.

En este trabajo se utilizará un criterio ligeramente diferente. El objetivo en este caso es definir un mapeo de los fondos que dé cuenta de los criterios de límites de inversión existentes en el sistema previsional chileno⁹. Específicamente, los límites de inversión en Renta Variable y los límites de Inversión en el Extranjero. Estos límites se consideran estructurales, y están fijados por Ley. El siguiente cuadro muestra la estructura de estos límites.

Cuadro 2.2. – Límites de Inversión Estructurales

Renta Variable	Fondo A		Fondo B		Fondo C		Fondo D		Fondo E	
Límite Mínimo	40%		25%		15%		5%		-	
Límite Máximo	80%		60%		40%		20%		5%	
	Fondo A > Fondo B > Fondo C > Fondo D > Fondo E									
Inversión Extranjera	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx
Límite Máximo	45%	100%	40%	90%	30%	75%	20%	45%	15%	35%

Fuente: www.spensiones.cl.

La inversión en Renta Variable posee un límite mínimo y máximo por Fondo. Donde además se debe respetar que el porcentaje de inversión en renta variable sea mayor en los fondos considerados de mayor riesgo (Fondo A) y menor en los fondos considerados más conservadores (Fondo E). Por otro lado, la Inversión en el Extranjero posee solamente un límite máximo. En este caso la Ley define un rango para este límite y es el Banco Central de Chile el que define el valor concreto del límite máximo para cada Fondo dentro de estos rangos.

En este trabajo se eligieron cuatro clases de activos para representar el esquema de Multifondos, las cuales tienen relación con los límites de inversión definidos anteriormente. Las cuatro clases de activos son: (a) Renta Variable Nacional; (b) Renta Variable Extranjera; (c) Renta Fija Nacional; y (d) Renta Fija Extranjera. Aquí, la idea es utilizar el límite máximo en renta variable como referencia para determinar el mapeo de los fondos. El objetivo detrás de este criterio es reconocer el concepto de riesgo-retorno considerado en la definición del esquema de Multifondos. Donde se espera que los fondos más riesgosos tengan a la vez un mayor retorno. Mientras que los fondos más conservadores tengan un menor retorno asociado.

Para poder distinguir entre renta nacional y extranjera, dentro de la renta variable, así como también para hacer la misma distinción en el caso de la renta fija, se utiliza información de las carteras de inversión agregada, por tipo de fondo, disponible en la página Web de la Superintendencia de Pensiones. Esta información permite calibrar el criterio que considera los límites de inversión, para obtener un mapeo de fondos que represente de mejor manera el esquema de Multifondos.

El siguiente cuadro muestra las ponderaciones obtenidas para cada clase de activo, en cada tipo de fondo. Así como también el total para renta variable y para inversión extranjera.

⁹ Para mayor información sobre los criterios ver [9] Superintendencia de Pensiones “Régimen de Inversión de los Fondos de Pensiones”.

Cuadro 2.3. – Mapeo de Fondos del Esquema de Multifondos

	Fondo A	Fondo B	Fondo C	Fondo D	Fondo E
Renta Variable Nacional	20%	20%	20%	10%	1%
Renta Variable Extranjera	60%	40%	20%	10%	4%
Renta Fija Nacional	10%	25%	40%	60%	93%
Renta Fija Extranjera	10%	15%	20%	20%	2%
Total Renta Variable	80%	60%	40%	20%	5%
Total Inversión Extranjera	70%	55%	40%	30%	6%

Fuente: elaboración propia.

El mapeo definido en el cuadro anterior se utilizará luego en el proceso de simulación del Modelo.

2.3.4. Módulo de Parámetros de Rentabilidad y Otros

Para presentar este módulo primero es necesario hacer una breve introducción a algunos de los procesos que conforman el Modelo de Riesgo Pensión que tienen relación con los parámetros que se definen en este módulo. Estos procesos serán definidos en detalle más adelante.

Los parámetros más importantes tienen relación con el riesgo financiero. En este Modelo, el riesgo financiero se simula a través de un proceso browniano geométrico con saltos difusos. Este proceso requiere información sobre media y desviación estándar, para cada una de las clases de activos que se simulan. Estos parámetros se definen para dos escenarios, denominados (a) normal, y (b) crisis. Donde este último requiere además la definición de una probabilidad de ocurrencia del mismo.

Es importante señalar acá, que la definición de estos parámetros es una de las partes más débiles de este trabajo. Esto es así debido a los valores se definen de modo arbitrario, considerando solamente algunos criterios y mi experiencia en el sistema previsional. La calibración de estos parámetros puede resultar sumamente compleja, y el objetivo en este caso simplemente es definir valores que generen resultados razonables dentro del Modelo. De todos modos, los resultados del Modelo respecto de esta información, se contrastarán con información financiera del esquema de Multifondos, con el fin de validar la definición de estos parámetros.

El siguiente cuadro muestra los valores definidos para la media y la desviación estándar mensual, para los dos escenarios considerados en el Modelo. Cabe recordar que la periodicidad de simulación del Modelo es mensual.

Cuadro 2.4. – Media y Desviación Estándar Mensual por Escenario

	Escenario Normal		Escenario Crisis	
	Media	Des. Est.	Media	Des. Est.
Renta Variable Nacional	0,76%	6,99%	-3,81%	9,03%
Renta Variable Extranjera	0,67%	5,66%	-3,33%	4,62%
Renta Fija Nacional	0,38%	1,42%	0,00%	0,82%
Renta Fija Extranjera	0,31%	1,11%	1,57%	1,81%

Fuente: elaboración propia.

Acá se puede apreciar uno de los criterios considerados en la definición de estos parámetros. Donde en el escenario normal se observa que mientras mayor es el retorno (media), mayor es el riesgo o volatilidad (desviación estándar). Por otro lado, para definir los valores en el escenario crisis se dio más relevancia a la experiencia observada en el sistema previsional. El objetivo en este último caso es definir valores que den cuenta del riesgo que presenta la inversión en renta variable.

El otro parámetro considerado en el proceso del riesgo financiero es la probabilidad de ocurrencia del escenario en crisis. Cabe señalar que la ocurrencia de una crisis sigue cierta estructura. El ejercicio de simulación tiene una periodicidad mensual, sin embargo, la probabilidad de ocurrencia de una crisis es anual. De este modo, se descompone el horizonte de simulación en años, y se verifica la ocurrencia de una crisis en cada año de simulación. Y luego se aplica la información de crisis a los doce meses de aquellos años donde ocurra una crisis. En este trabajo se utilizará una probabilidad de ocurrencia de una crisis de 2,5% anual¹⁰.

Considerando la información de media y desviación estándar bajo los dos escenarios, más la información sobre probabilidad de ocurrencia de crisis, se puede estimar la media y la desviación estándar anualizada para cada clase de activo, de acuerdo al proceso de simulación del riesgo financiero.

El siguiente cuadro muestra esta información para el Modelo. Estos valores se definieron de acuerdo a la experiencia observada en el sistema previsional, y luego se utilizó la estructura del proceso de simulación del riesgo financiero para descomponer esta información en los parámetros definidos en el cuadro 2.4 anterior. Se observa que en este caso se consideró el criterio de mayor retorno, mayor volatilidad.

Cuadro 2.5. – Media y Desviación Estándar Anualizada

	Media	Des. Est.
Renta Variable Nacional	8,00%	25,00%
Renta Variable Extranjera	7,00%	20,00%
Renta Fija Nacional	4,50%	5,00%
Renta Fija Extranjera	4,25%	4,00%

Fuente: elaboración propia.

Por otra parte, el proceso de simulación del riesgo financiero requiere adicionalmente la definición de shocks para los dos escenarios considerados en el Modelo. Se definen shocks para cada una de las clases de activos, los cuales se correlacionan utilizando la metodología de Descomposición de Cholesky, que será definida más adelante.

De este modo, el Modelo requiere la definición de dos matrices de correlación, para los dos escenarios considerados. En esta parte es necesario introducir más parámetros relacionados con otros procesos de simulación del Modelo. Esto es así debido a que se considera la posibilidad de que distintos procesos estén vinculados con cierta correlación. Por lo que es necesario definir una matriz ampliada, que considere estos procesos.

¹⁰ Este valor se obtiene al considerar como supuesto del modelo que la probabilidad de una crisis es de 1 año cada 40 años. Este supuesto es consistente con observación de datos históricos.

El modelo contiene dos procesos que se pueden vincular con el riesgo financiero. El primero es del riesgo de capital humano, que sigue la metodología utilizada por [3] Cocco, Gomes y Maenhout (2005) y [10] Viceira (2010). Bajo esta metodología, la remuneración mensual está compuesta por la suma de un componente determinístico, que se calibra con los perfiles de remuneración definidos en la sección 2.2.1., más la suma de dos componentes aleatorios, uno transitorio y otro permanente. Estos dos últimos shocks se incluyen en las matrices de correlación, aunque se considera correlacionar solamente uno.

El otro proceso vinculado con el riesgo financiero, es aquel del riesgo de anuitización. Este proceso está definido simplemente por una tasa de interés obtenida de una distribución normal, la cual se calibra con información del sistema previsional. El componente aleatorio que determina el valor de tasa de interés dentro de esta distribución normal se correlaciona con una de las clases de activos. Por lo tanto se incluye también en las matrices de correlación.

El siguiente cuadro muestra las matrices de correlación definidas en este trabajo. Los cuatro primeros componentes corresponden a las cuatro clases de activos definidas anteriormente. Los siguientes dos componentes corresponden a los shocks del riesgo de capital humano. Y el último componente corresponde al riesgo de anuitización. Es importante señalar que los valores definidos en estas matrices son arbitrarios y se basan principalmente en mi experiencia en el trabajo de temas relacionados con el sistema previsional.

El objetivo en este caso es dar cuenta de la relación entre las clases de activos observados empíricamente. Además se define un 50% de correlación entre el shock permanente del riesgo de capital humano y la renta variable nacional. Y un 80% de correlación entre la tasa de interés del riesgo de anuitización y la renta fija nacional. Estos valores no cambian en función de los dos escenarios considerados en el Modelo.

Cuadro 2.6. – Matrices de Correlación por Escenario

<i>Normal</i>	RVN	RVE	RFN	RFE	SP_RCA	ST_RCA	TIRV
RVN	1,00						
RVE	0,60	1,00					
RFN	0,05	0,04	1,00				
RFE	-0,50	-0,40	0,30	1,00			
SP_RCA	0,50	0,00	0,00	0,00	1,00		
ST_RCA	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	
TIRV	0,00	0,00	0,80	0,00	0,00	0,00	1,00
<i>Crisis</i>	RVN	RVE	RFN	RFE	SP_RCA	ST_RCA	TIRV
RVN	1,00						
RVE	0,75	1,00					
RFN	-0,10	-0,35	1,00				
RFE	-0,55	-0,30	-0,01	1,00			
SP_RCA	0,50	0,00	0,00	0,00	1,00		
ST_RCA	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	
TIRV	0,00	0,00	0,80	0,00	0,00	0,00	1,00

Fuente: elaboración propia.

Es importante señalar en este punto que, para poder utilizar la información de correlaciones en el Modelo de Riesgo Pensión, se utiliza la metodología de Descomposición de Cholesky¹¹. Por lo tanto, en este módulo se calcula la matriz triangular inferior de cada una de las matrices de correlación y se almacena para su posterior uso en el Modelo.

Finalmente, en este módulo de parámetros se definen la media y la desviación estándar de los tres últimos componentes de las matrices de correlación, los cuales se han definidos brevemente en los párrafos anteriores.

El siguiente cuadro muestra los valores definidos en cada caso. Para la volatilidad de los shocks del riesgo de capital humano se definen los mismos valores utilizados por [10] Viceira (2010), que corresponden a un 10,95% y un 13,89% anual, para los shocks permanente y transitorio, respectivamente. Cabe recordar que en este Modelo la periodicidad es mensual, por lo que se ajustan las volatilidades consistentemente. Por otro lado, para el riesgo de anuitización se utiliza información histórica de la Tasa Implícita de Rentas Vitalicias disponible en la página Web de la Superintendencia de Pensiones.

Cuadro 2.7. – Media y Desviación Estándar de Parámetros

	Media	Des. Est.
Shock Permanente Riesgo de Capital Humano	0,00%	3,16%
Shock Transitorio Riesgo de Capital Humano	0,00%	4,01%
Tasa Implícita de Rentas Vitalicias	4,56%	0,80%

Fuente: elaboración propia.

El uso de todos los parámetros definidos en este módulo de definirá en detalle más adelante, cuando se explique cada uno de los procesos que conforman el Modelo de Riesgo Pensión.

2.3.5. Módulo de Estrategias de Inversión

En este módulo se determinan las bases de datos que caracterizan la elección de fondos en cada período, del afiliado dentro de la simulación del Modelo. El esquema de Multifondos del sistema previsional chileno cuenta con cinco tipos de fondo diferenciados principalmente por su porcentaje en renta variable. Las estrategias de inversión definen mes a mes en qué fondos están invertidos los recursos en la cuenta de capitalización individual del afiliado.

Cabe señalar que el sistema previsional permite tener los recursos invertidos en hasta dos tipos de fondos de manera simultánea, lo que se denomina Separación de Saldo.

¹¹ La factorización o descomposición de Cholesky dice que una matriz A simétrica definida positiva puede ser descompuesta como el producto de una matriz triangular inferior L y la traspuesta de la matriz triangular inferior L^* .

Esta descomposición se utiliza en el método de Montecarlo para simular sistemas con variables múltiples correlacionadas: la matriz de correlación entre variables es descompuesta, para obtener la triangular inferior L . Aplicando ésta a un vector de ruidos simulados incorrelacionados, u produce un vector Lu con las propiedades de correlación del sistema a ser modelado.

Fuente: <http://es.wikipedia.org/wiki/Factorización_de_Cholesky>.

Así, en este módulo se define una secuencia de uno o dos fondos en cada mes de simulación, utilizando la edad definida en meses como referencia. Cuando la cuenta de capitalización individual se encuentra en un solo fondo, esto quiere decir que el 100% de los recursos se encuentran en ese fondo. Y cuando existe separación de saldo, se definen los dos fondos considerados, informando además el porcentaje invertido en cada fondo, también por un total de 100%.

Las estrategias de inversión es uno de los elementos considerados como Riesgo en la Toma de Decisiones. Por cuanto la elección de fondos es una opción voluntaria para los afiliados. Es importante señalar, sin embargo, que cuando un afiliado no elige en qué fondo mantener el saldo de su cuenta de capitalización individual, al momento de afiliarse al sistema previsional, entonces el sistema determina una estrategia de inversión denominada Asignación por Defecto o por Omisión.

Asimismo, es necesario mencionar que el sistema previsional restringe el acceso a los fondos de mayor riesgo a los afiliados que se encuentran próximos a la edad de retiro del sistema.

El siguiente cuadro muestra la asignación por omisión y las restricciones de acceso para hombres y mujeres afiliados al sistema previsional. Se puede apreciar que la asignación por omisión presenta una estrategia decreciente en el tiempo respecto del riesgo, por cuanto parte en el fondo B, considerado riesgoso, para luego pasar a los fondos C y D, considerados moderado y conservador, respectivamente. Por otro lado, se observa que las restricciones de acceso limitan el acceso al fondo A, más riesgoso, para los afiliados 10 años antes de la edad legal de retiro; así como también limitan el acceso a los fondos A y B a los afiliados pensionados bajo la modalidad de retiro programado¹².

Cuadro 2.8. – Asignación por Omisión y Restricciones de Acceso

Hombres		35 o menos	36 a 55	56 y más	Pensionados
Mujeres		35 o menos	36 a 50	51 y más	Pensionadas
Opciones de Inversión	Fondo A	O	O	X	X
	Fondo B	O Omisión	O	O	X
	Fondo C	O	O Omisión	O	O
	Fondo D	O	O	O Omisión	O Omisión
	Fondo E	O	O	O	O
X	No disponible para la categoría de afiliado				
O	Autorizado a elegir				
O Omisión	Asignación automática				

Fuente: Superintendencia de Pensiones.

Debido a que las estrategias de inversión serán analizadas como una forma de riesgo en la toma de decisiones, es que se considerarán muchas estrategias de inversión diferentes. Es por esto que en esta sección no se definirán cada una de ellas. Sino que

¹² Cuando un afiliado se pensiona bajo la modalidad de retiro programado, éste mantiene la propiedad del saldo acumulado en su cuenta de capitalización individual. Así, los recursos siguen invertidos bajo el esquema de Multifondos del sistema previsional.

éstas serán definidas más adelante, cuando se haga el análisis respectivo con las mismas.

2.4. MÓDULOS DE PROCESOS Y DE SIMULACIÓN

En esta sección se definen el resto de los módulos que conforman el Modelo de Riesgo Pensión. Estos módulos operan en forma secuencial y definen así el proceso de simulación del Modelo. Algunos módulos tienen una función meramente operacional, respecto del código diseñado en el programa Stata®. Mientras que otros módulos caracterizan aspectos del sistema previsional, definiendo así el proceso de simulación.

Para cada módulo se hará una descripción lo más detallada posible en relación al código, y en aquellos módulos con un fundamento teórico se incluirá la descripción correspondiente. Asimismo, en aquellos módulos que caractericen un aspecto particular de la simulación, se incluirán resultados de sub-simulaciones, de dichos procesos. Esto con el fin de poder testear empíricamente el desempeño del modelo en aspectos particulares de la simulación, que luego se integran para obtener los resultados finales del Modelo.

2.4.1. Módulo de *Setup*

El objetivo de este módulo es técnico y tiene como finalidad definir aspectos como capacidad de memoria y otras características del programa Stata®, necesarias para el correcto funcionamiento del código del Modelo.

Adicionalmente se definen los parámetros de partida del subprograma CNU. Este programa replica el cálculo del Capital Necesario Unitario, que se utiliza para calcular el monto de pensión a partir del saldo acumulado¹³. El detalle de esta fórmula se definirá más adelante, en el Módulo de Cálculo de Pensión. Sin embargo, se puede señalar que esta fórmula utiliza información de Tablas de Mortalidad y Estructuras de Tasas de Interés. En este módulo de *Setup* se cargan las matrices con esta información, para luego ser utilizadas en el Módulo de Cálculo de Pensión.

2.4.2. Módulo de Base de Resultados

En este módulo se crea una base de datos para almacenar los resultados de las N iteraciones que conforman la Simulación de Montecarlo. La base de datos no contiene información en este momento, sino que solamente las variables finales del Modelo de Riesgo Pensión. Luego, cuando se inicia el proceso iterativo, los resultados se van almacenando en esta base de datos a medida que finalizan cada una de las N simulaciones.

Las variables de resultados consideradas en este Modelo son: (a)-(g) siete medidas de remuneración que se pueden utilizar para calcular tasas de reemplazo, las que serán definidas en detalle en el Módulo de Variables para Tasa de Reemplazo; (h) el Saldo acumulado a la edad de retiro; (i) la Tasa implícita de renta vitalicia obtenida en el último

¹³ Este programa se basa en el Anexo VII de la [7] Circular N° 1626 de la Superintendencia de Pensiones.

mes del horizonte de simulación; y (j) la Pensión de referencia que se obtiene con las variables (h) e (i).

La base de datos creada en este módulo se ordena posteriormente en el Módulo de Resultados Final, como se describirá más adelante.

2.4.3. Módulo de Riesgo en la Toma de Decisiones: Edad de Afiliación y Edad de Retiro

Este módulo es de naturaleza teórica, y tiene como objetivo ayudar al Modelo a dar forma a la simulación, para replicar la participación en el sistema previsional.

Define un proceso determinístico tan simple como asignar una edad en años para la afiliación al sistema y una edad para el retiro o pensión del sistema. Esta información se utiliza más adelante en el Módulo de Simulación de Montecarlo, para definir el horizonte de simulación del Modelo, que está en meses. Adicionalmente, esta información se puede utilizar en el Módulo de Acumulación de Saldo Inicial, si corresponde. El detalle de este último proceso se explicará más adelante, en el módulo correspondiente. La información de edad de afiliación y edad de retiro se almacena bajo el formato de variables locales para su posterior uso en el código del Modelo.

En este punto es útil señalar que el sistema previsional no posee una edad mínima de afiliación al sistema, solamente la obligatoriedad de afiliación para los trabajadores dependientes. Por otro lado, la edad legal de retiro para los hombres es a los 65 años de edad, y para las mujeres de 60 años de edad. De todas formas, las personas pueden anticipar su retiro bajo ciertas condiciones ¹⁴, y pueden postergar su retiro voluntariamente.

2.4.4. Módulo de Carga de Parámetros

En este módulo se ejecuta un código que almacena en la memoria del programa la información preparada en los módulos descritos en las secciones 2.3.3 y 2.3.4. Bajo el formato de variables locales se guarda la información de probabilidad de crisis, así como la información de media y desviación estándar descrita en los cuadros 2.4 y 2.7. Por otro lado, la información de correlaciones descrita en el cuadro 2.6, de la cual se obtienen las matrices triangular inferior de acuerdo a la descomposición de Cholesky, se almacena bajo el formato de matrices. Por último, la información de mapeo de fondos descrita en el cuadro 2.3 también se almacena bajo el formato de matrices en el programa Stata®.

Toda esta información se utiliza posteriormente en distintos módulos. El detalle de estos procesos será descrito más adelante en los módulos correspondientes.

2.4.5. Módulo de Acumulación de Saldo Inicial

Este módulo permite definir un valor para el saldo en el primer mes de simulación del Modelo. Para esto considera dos modalidades: la primera consiste simplemente en

¹⁴ Para mayor información ver [8] Superintendencia de Pensiones “El Sistema Chileno de Pensiones Séptima Edición”, Capítulo III, sección 4.

asignar un valor arbitrario en UF. Mientras que la segunda modalidad ejecuta un sub-programa que calcula un valor a partir de una serie de parámetros, con la opción “calcular”.

El objetivo de este módulo es habilitar una aplicación muy particular del Modelo, la que consiste en diferir la edad de afiliación al sistema previsional, con la edad a la cual se inicia la simulación del Modelo de Riesgo Pensión. Esta aplicación permite analizar el efecto en la distribución de probabilidad, de distintos horizontes de simulación, bajo un mismo escenario de edad de afiliación y edad de retiro.

Por ejemplo, un individuo se afilia a los 25 años y se pensiona a los 65 años. Si la edad de inicio de simulación es a los 25 años (la misma edad que la afiliación), el saldo inicial es cero, y el horizonte de simulación son 40 años. Mientras que si se define la edad de inicio de simulación a los 35 años (10 años después de la afiliación), es razonable pensar que el individuo ha acumulado un saldo en su cuenta de capitalización individual durante dicho período. En este caso, este módulo permite calcular un valor para este saldo inicial, por ejemplo 192 UF, y en este caso, el horizonte de simulación son 30 años.

Debido a que el sub-programa de este módulo presenta una complejidad similar a la del Modelo de Riesgo Pensión y su resultado, que es un *input* para el Modelo, es solamente un valor en UF, es que se ha decidido incluir una descripción detallada del mismo bajo el formato de Anexo, para no descontinuar la descripción del Modelo principal. Para mayor información ver Anexo 1.

2.4.6. Módulo de Simulación de Montecarlo

Este módulo introduce el proceso iterativo de simulación del Modelo, por lo que los siguientes módulos hasta el final de este capítulo realizan sus procesos en secuencia, la cual se repite luego N veces.

Para que este Modelo tenga la capacidad de reproducir un mismo resultado en dos simulaciones con exactamente los mismos parámetros, es necesario fijar una “semilla” en el código del programa. Esto debe hacerse antes de iniciar el proceso iterativo, de lo contrario serían las iteraciones las que serían todas idénticas. En este caso se fija el número 142857 como semilla del Modelo¹⁵.

En este módulo se inicia el comando secuencial *forvalue*¹⁶, desde 1 hasta N . Ejecutando repetidamente el código que va desde este módulo hasta el Módulo de Resultados de Simulación de Montecarlo.

Por último en este módulo se define el horizonte en meses, de simulación del Modelo, utilizando la información de edad inicio de simulación y edad de retiro o pensión, de acuerdo a la siguiente fórmula:

¹⁵ El número que se elija no tiene relevancia. Se eligió este número por sus particulares propiedades. Se trata de un número cíclico, que al ser multiplicado por los números 2 al 6, el resultado es un número con los mismos guarismos del número original, pero en diferente orden.

¹⁶ Este comando ejecuta repetidamente, todos los comandos que se encuentren entre los paréntesis del comando *forvalue*. Por un número de veces indicado en la línea del comando.

$$\text{horizonte} = T = (\text{edad_ret} - \text{edad_ini}) \times 12 + 1 \quad (2.1)$$

2.4.7. Módulo de Riesgo Financiero: Simulación de Rentabilidad

En este módulo se realizan una serie de procesos que permiten obtener una simulación de series de rentabilidad real mensual correlacionadas, para cada uno de los cinco tipos de fondo del esquema de Multifondos del sistema previsional.

El objetivo de este módulo es poder simular series de rentabilidad para un grupo de clases de activos, de acuerdo a un Proceso Browniano Geométrico con Saltos Difusos, para luego ponderar estas series para obtener rentabilidad para cada tipo de fondo del esquema de Multifondos.

Para lograr esto, en primer lugar, se simulan shocks aleatorios, los que luego se correlacionan utilizando la metodología de Descomposición de Cholesky. Luego se identifican períodos de crisis financiera, utilizando la metodología de Saltos Difusos. Con esta información se pueden simular las series de rentabilidad para las clases de activos de acuerdo al Proceso Browniano. Y finalmente se utiliza el mapeo de fondos para ponderar estas clases de activos y obtener una simulación de cada tipo de fondo.

Para el primer proceso, de shocks correlacionados, en primer lugar se generan series de ruido blanco, para cada clase de activo, de acuerdo a la siguiente fórmula¹⁷:

$$\text{random}_t^{C,K} = \text{invnormal}(\text{uniform}_t(\cdot)) \sim N(0,1) \quad (2.2)$$

Donde C representa cada una de las clases de activos, K identifica los períodos “Normal” y “Crisis”. Donde $t = 1, \dots, T$. La función $\text{uniform}_t(\cdot)$ genera números aleatorios entre 0 y 1, el cero inclusive, siguiendo una Función Uniforme, luego estos números aleatorios se utilizan en la función $\text{invnormal}(p)$, que es la inversa de una función de distribución normal estándar, con probabilidad p . Obteniendo así shocks de ruido blanco.

Posteriormente, estos shocks se correlacionan utilizando la matrices triangular inferior de Cholesky, definidas como $CH_{V \times V}^K$, obtenidas de las matrices definidas en el Cuadro 2.6. Donde V es el número de clases de activos más tres (3) variables adicionales. Para esto es necesario transformar la información de los shocks en matrices, definidas como $\eta_{T \times V}^K$, para luego aplicar la siguiente fórmula:

$$\begin{aligned} \eta_{V \times T}^K &= \text{transpuesta}(\eta_{T \times V}^K) \\ E_{V \times T}^K &= CH_{V \times V}^K \times \eta_{V \times T}^K \\ E_{T \times V}^K &= \text{transpuesta}(E_{V \times T}^K) \end{aligned} \quad (2.3)$$

¹⁷ Adicionalmente se generan, para los dos escenarios, series de ruido blanco para tres variables adicionales. Estas corresponden a dos shocks para simular el perfil de remuneración estocástico, en el riesgo de capital humano: y un shock para el proceso estocástico de tasa de interés, en el riesgo de anuitización.

Donde $E'_{T \times V}^K$ contiene, luego de este proceso, series de shocks correlacionados, para ser utilizados en la simulación de clases de activos en períodos Normal y Crisis. Estas últimas matrices se transforman luego en series de datos para seguir con el proceso de simulación¹⁸.

El segundo proceso de este módulo busca definir los períodos de crisis financiera, dentro del horizonte de simulación del Modelo, utilizando la probabilidad de ocurrencia de crisis, λ . Para esto se utiliza las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned} S &= \text{edad_ret} - \text{edad_ini} \quad (2.4) \\ \text{random}_s &= \text{uniform}_s(\cdot) \\ \text{id}_s &= 1(\text{random}_s \leq \lambda) \\ AC &= \{s \subseteq [1, \dots, S] / \text{id}_s = 1\} \\ MC_t &= 1(t = (s \times 12) - 12 + q / \forall s \in AC, q = 1, \dots, 12) \end{aligned}$$

En este caso, S es el horizonte de simulación en años, donde $s = 1, \dots, S$. Por otro lado, $1(\cdot)$ es una función indicadora que toma valor 1 si se cumple la condición en paréntesis y 0 si no. Y AC es un conjunto de números que identifican las “posiciones” o años, en los cuales hay una crisis. Por último, MC_t representa los meses con crisis, con $t = 1, \dots, T$, esto es, el horizonte en meses de la simulación. Esta última variable se utilizará luego en el proceso Browniano Geométrico, para simular los Saltos Difusos.

El tercer proceso de este módulo es la simulación de rentabilidad real mensual para cada una de las clases de activos. Para esto se utiliza la siguiente fórmula:

$$rrm_{i,t} = \mu_i^N + \sigma_i^N \times e_{i,t}^N + MC_t \times [\mu_i^C + \sigma_i^C \times e_{i,t}^C] \quad (2.5)$$

Donde $rrm_{i,t}$ es la rentabilidad real mensual de la clase de activo i en el mes t , con $t = 1, \dots, T$; μ_i^N y μ_i^C son las medias en escenarios normal y crisis de la clase de activo i , respectivamente; σ_i^N y σ_i^C son las desviaciones estándar en escenarios normal y crisis de la clase de activo i , respectivamente. La información de medias y desviación estándar está definida en el Cuadro 2.4; $e_{i,t}^N$ y $e_{i,t}^C$ son los shocks correlacionados definidos previamente en este módulo; y MC_t toma valor 1 en aquellos meses con crisis financiera.

El último proceso de este módulo tiene como finalidad obtener series de rentabilidad real mensual para cada tipo de fondo del esquema de Multifondos, utilizando la información de rentabilidad por clases de activos. Para esto es necesario transformar la información de rentabilidad por clases de activos en una matriz. Adicionalmente, se utiliza la información de mapeo de fondos del Cuadro 2.3 de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$RF_{T \times F} = RC_{T \times C} \times P_{C \times F} \quad (2.6)$$

Donde T es el horizonte de simulación, F es el número de tipos de fondos y C es el número de clases de activos. $RC_{T \times C}$ es la matriz de rentabilidad por clases de activos, $P_{C \times F}$ es la

¹⁸ Cabe señalar que todas las variables intermedias consideradas en los procesos se eliminan. Dejando solamente aquella información que será utilizada más adelante.

matriz de ponderadores y $RF_{T \times F}$ es la matriz de rentabilidad por tipos de fondos. Esta última matriz se transforma luego en series de datos para seguir con el proceso de simulación.

2.4.7.1. Análisis de Simulación de Rentabilidad

En esta parte del Modelo podemos hacer una pausa para analizar la capacidad de simulación de éste módulo. Esto es importante, debido a que los parámetros utilizados son en su mayor parte arbitrarios, y es relevante contrastar la simulación con información histórica de rentabilidad real mensual de los cinco tipos de fondos del esquema de Multifondos.

Para hacer dicho análisis se ha diseñado un Modelo de Rentabilidad, que replica los procesos de base para resultados, carga de parámetros y simulación de Montecarlo, para poder reproducir los procesos de este Módulo de Simulación de Rentabilidad. Adicionalmente reproduce el proceso del Módulo de Estrategias de Inversión, posterior a este, para obtener una simulación de rentabilidad, de una estrategia de inversión bajo el esquema de Multifondos. Este Modelo de Rentabilidad almacena información sobre: (a) la probabilidad efectiva de ocurrencia de crisis; (b) la media de la rentabilidad de la estrategia de inversión, a lo largo del horizonte de simulación; y (c) la desviación estándar de la rentabilidad de la estrategia de inversión, a lo largo del horizonte de simulación.

Utilizando este Modelo, se pueden simular estrategias de inversión para cada uno de los cinco tipos de fondos, esto es, se mantienen en un único tipo de fondo durante todo el período de simulación. De este modo se obtiene un resultado de media y desviación estándar por tipo de fondo, que se puede comparar con información histórica.

El siguiente cuadro muestra la información para la media de la rentabilidad real mensual anualizada. La información histórica corresponde al período diciembre 2002 a diciembre 2014. Mientras que la información simulada corresponde al promedio de $N = 10.000$ simulaciones, para la media del horizonte de simulación de $T = 481$ meses. Más un intervalo de confianza al 95%¹⁹.

Cuadro 2.9. –Media de Rentabilidad Real Mensual Anualizada

	Histórica	Simulada	Intervalo Confianza 95%	
Fondo A	7,61%	6,67%	1,67%	11,61%
Fondo B	6,20%	6,16%	2,45%	9,84%
Fondo C	5,73%	5,64%	3,05%	8,19%
Fondo D	5,05%	5,04%	3,51%	6,58%
Fondo E	4,53%	4,63%	3,16%	6,11%

Fuente: Elaboración propia y www.spensiones.cl

Acá se puede apreciar que los órdenes de magnitud son consistentes entre la información histórica y la simulada, aunque la información histórica tiene valores más altos. Se puede

¹⁹ Esto es, se simula la rentabilidad por tipo de fondo por un periodo de 40 años y se calcula la rentabilidad promedio del período. Esto se hace 10.000 veces y luego se obtiene un estimador para la media, y un intervalo de confianza al 95%.

ver además, que el promedio de rentabilidad histórica presenta mayor dispersión entre los cinco tipos de fondos, que la información simulada. Una explicación de esto se encuentra en el Mapeo de fondos, a partir de cuatro clases de activos. Al ser este mapeo un caso simplificado, respecto de la capacidad de diversificación real entre los fondos de pensiones, resulta en que la combinación de estas clases de activos en los cinco tipos de fondos, genere una relación más estrecha entre éstos. Por último, los intervalos de confianza, para la media simulada, muestran que los fondos de mayor riesgo (Fondo A) presentan una alta dispersión, la cual disminuye significativamente en los fondos más conservadores (Fondo E).

El siguiente cuadro muestra la información para la desviación estándar de la rentabilidad real mensual anualizada²⁰. La información tiene el mismo origen que el caso del Cuadro 2.9, anterior.

Cuadro 2.10. –Desviación Estándar de Rentabilidad Real Mensual Anualizada

	Histórica	Simulada	Intervalo Confianza 95%	
Fondo A	13,11%	15,25%	14,21%	16,36%
Fondo B	9,41%	11,47%	10,69%	12,32%
Fondo C	6,29%	8,02%	7,47%	8,61%
Fondo D	3,88%	4,96%	4,64%	5,49%
Fondo E	3,31%	4,75%	4,45%	5,06%

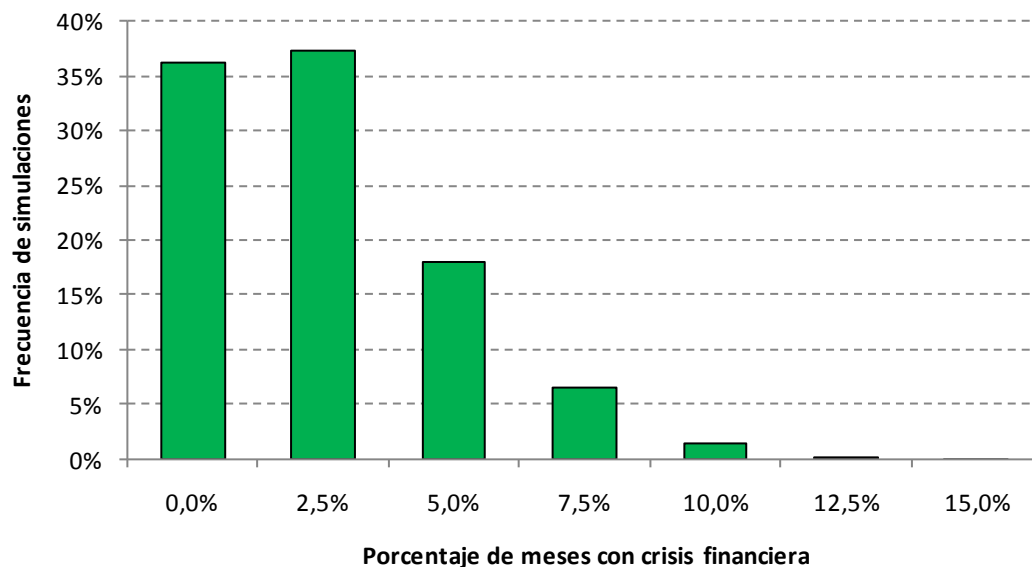
Fuente: Elaboración propia y www.spensiones.cl

En este cuadro se puede apreciar que la volatilidad se ajusta bastante bien en cada tipo de fondo, entre la información histórica y la simulada. Aunque la información simulada tiene valores más altos. Este resultado es importante, por cuanto el objetivo del Modelo de Riesgo Pensión es poder reflejar lo mejor posible los distintos riesgos que enfrentan los afiliados al sistema previsional. Y la volatilidad de los fondos del esquema de Multifondos es un aspecto importante en el Riesgo Financiero. En este caso, los intervalos de confianza están mucho más ajustados, debido a que la simulación de volatilidad es más estable entre distintas iteraciones del proceso de simulación.

Finalmente, un último elemento que se puede analizar con este Modelo de Rentabilidad es la probabilidad efectiva de ocurrencia de crisis dentro del proceso de simulación. Recordemos que los meses con crisis financiera, dentro del horizonte de simulación, se definen de acuerdo a las ecuaciones descritas en (2.4). Este modelo calcula el ratio de meses con crisis, sobre el total de meses del horizonte de simulación. Este cálculo se hace para cada iteración del proceso de simulación. Obteniendo de esta forma una distribución de probabilidad de dicho ratio. El siguiente gráfico muestra el resultado de este análisis.

²⁰ Es importante señalar acá que la volatilidad es para datos mensuales, la cual está anualizada para efectos de presentar la información. Esto es distinto de la volatilidad de datos anuales.

Gráfico 2.6. – Porcentaje de Meses con Crisis Financiera en Simulación



Fuente: elaboración propia.

Acá se puede apreciar que en la mayoría de las iteraciones de la simulación, el porcentaje de meses con crisis financiera es 2,5% y 0%²¹. En este ejemplo, con 40 años de simulación, un 2,5% corresponde a 1 año de crisis. Estos dos porcentajes tienen una frecuencia de 37,28% y 36,26%, respectivamente. La frecuencia cae significativamente para iteraciones con un porcentaje de meses con crisis desde 5% hacia arriba. Con un porcentaje acumulado de 26,45%, para todos estos porcentajes. El porcentaje máximo obtenido en esta simulación corresponde a 15% (6 años) con una frecuencia de tan solo 0,03%. El promedio ponderado de todos estos porcentajes es de 2,52%, que es consistente con el 2,5% utilizado para este proceso de simulación.

2.4.8. Módulo de Riesgo en la Toma de Decisiones: Estrategias de Inversión

En este módulo se determina cuál será la estrategia de inversión a lo largo del período de simulación. Esto significa definir en qué fondo estarán asignados los recursos ahorrados en cada mes. Para esto se importa la información definida en la sección 2.3.5, en el Módulo de Estrategias de Inversión. Esto implica que la estrategia de inversión es un proceso exógeno a la simulación del Modelo.

La estrategia de inversión está definida respecto de la edad en meses del individuo. Por lo que es necesario definir esta variable a partir de la información de edad de inicio de simulación:

$$edadmeses_t = edad_ini \times 12 + t \quad (2.7)$$

²¹ Técnicamente, los porcentajes obtenidos para el número de meses con crisis es marginalmente inferiores a los señalados, esto debido a que en la simulación se incluye un mes adicional, al final, que corresponde a la edad en que el individuo se pensiona del sistema.

Donde $t = 1, \dots, T$. Esta variable queda definida de esta forma como la edad en meses desde el primer mes luego de cumplida la edad de inicio de simulación.

La información que se importa corresponde a cuatro variables: (a) primer tipo de fondo; (b) ponderador de primer tipo de fondo; (c) segundo tipo de fondo; y (d) ponderador de segundo tipo de fondo. Cabe señalar que el saldo puede estar invertido en uno o dos fondos. Cuando es un solo fondo, el ponderador del primer tipo de fondo es 100%.

La información de las letras a y c corresponde al tipo de fondo, por lo que es necesario crear dos variables que representen la rentabilidad de dichos fondos en cada mes. Para esto se utiliza la información de la matriz $RF_{T \times F}$ descrita en la ecuación (2.6) anterior. Con estas nuevas variables se crea una variable que las pondera, de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$rrm_t = \alpha_{1,t} \times rrm_{1,t} + \alpha_{2,t} \times rrm_{2,t} \quad (2.8)$$

Donde $\alpha_{1,t}$ y $\alpha_{2,t}$ son los ponderadores del primer y segundo tipo de fondo asignado, respectivamente, en cada mes t , con $\alpha_{1,t} + \alpha_{2,t} = 1$; y $rrm_{1,t}$ y $rrm_{2,t}$ es la rentabilidad del primer y segundo tipo de fondo asignado, respectivamente, en cada mes t ; y rrm_t es la rentabilidad real mensual de la estrategia de inversión en cada mes t .

2.4.9. Módulo de Riesgo de Capital Humano: Probabilidad de Cotizar

En este módulo se utiliza la información de perfiles de probabilidad de cotizar, definida en la sección 2.3.2, en el Módulo con el mismo nombre. Con estos perfiles se determina una cotización efectiva (cotiza o no cotiza) en cada mes del horizonte de simulación del Modelo.

El perfil de probabilidad de cotizar está definido respecto de la edad en meses del individuo, por lo que en este caso también se utiliza la variable $edadmeses_t$, definida en la ecuación (2.7) anterior. La información que se importa corresponde a la variable $prob_cot_t$, con la probabilidad de cotizar en cada edad en meses, a lo largo del horizonte de simulación.

Para determinar la cotización efectiva en cada mes, se genera primero una variable aleatoria $random_t$, utilizando la función $uniform_t(\cdot)$, que genera números aleatorios entre 0 y 1, el cero inclusive, siguiendo una Función de Distribución Uniforme. Para luego utilizar esta variable de acuerdo a la siguiente fórmula

$$\begin{aligned} random_t &= uniform_t(\cdot) \\ cotiza_t &= 1(random_t \leq prob_cot_t) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Donde $1(\cdot)$ es una función indicadora que toma valor 1 si se cumple la condición en paréntesis y 0 si no. De este modo se obtiene una variable dicotómica que representa la cotización efectiva en cada mes.

2.4.9.1. Análisis de Simulación de Cotización

En esta parte es importante analizar cómo se comporta la variable $cotiza_t$, y verificar si reproduce adecuadamente la información del perfil de probabilidad de cotizar, $prob_cot_t$. Esto se debe a que la densidad de cotizaciones es un aspecto importante del proceso de simulación del Modelo de Riesgo Pensión. Y una variable dicotómica podría no replicar adecuadamente la información del perfil de probabilidad de cotizar.

Para hacer este análisis se ha diseñado un Modelo de Probabilidad, que replica los procesos de base para resultados y simulación de Montecarlo, para poder reproducir el proceso de este Módulo de Simulación de Probabilidad de Cotizar. Este Modelo almacena información sobre: (a) la densidad de cotizaciones simulada a lo largo del horizonte de simulación; y (b) la historia de cotizaciones a lo largo del horizonte de simulación.

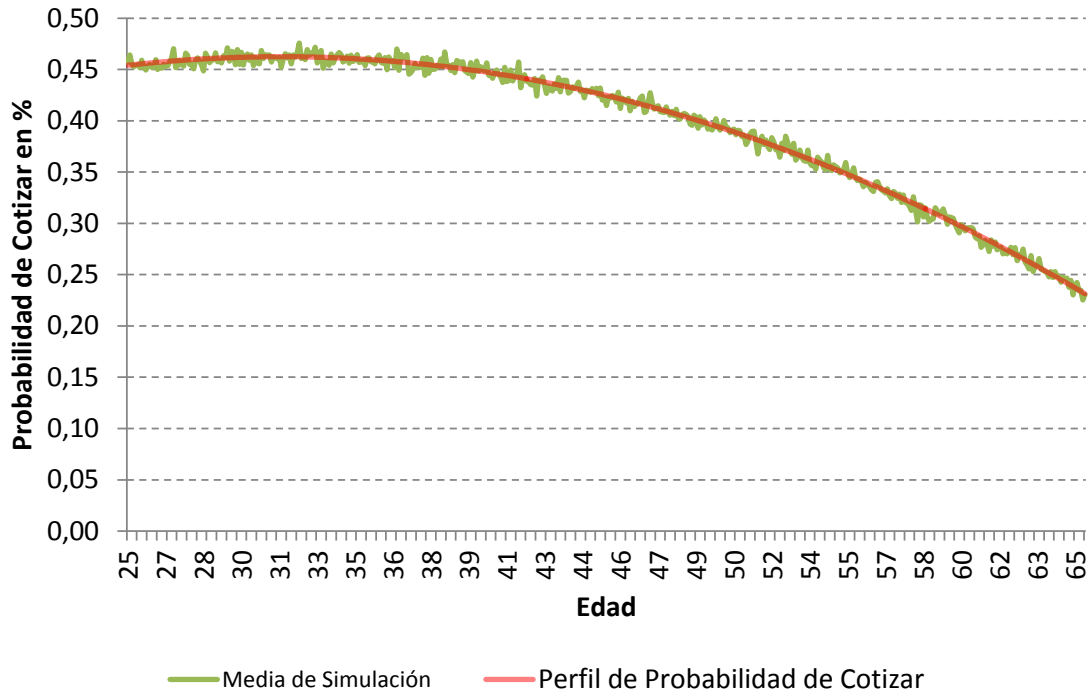
Para testear este modelo se utilizará la información de perfil de probabilidad de cotizar de mujeres, definido en la sección 2.3.2, en el Módulo de perfiles de probabilidad de cotizar. La simulación considera un número $N = 10.000$ de iteraciones, y un horizonte de simulación de $T = 481$ meses, para una mujer entre los 25 y los 65 años.

El siguiente gráfico muestra el perfil de probabilidad de cotizar, junto con un perfil construido promediando para cada edad-mes las cotizaciones efectivas, entre las 10.000 iteraciones de la simulación. De este modo se tiene una medida del ajuste de la información simulada, respecto del origen de dicha información. Se puede apreciar que la información simulada se comporta relativamente igual, en términos promedio, que el perfil de probabilidad de cotización.

Otro análisis que es posible hacer es calcular la densidad de cotizaciones a lo largo del horizonte de simulación, para cada una de las 10.000 simulaciones, y compararlo con la densidad ponderada del perfil de probabilidad de cotizar. De este modo tenemos que, este último tiene una densidad de 39,72%²². Mientras que la densidad de las simulaciones es en promedio de 39,68%, con un intervalo de confianza al 95% de (35,34%; 44,07%). Este resultado muestra que a nivel de iteraciones individuales, la simulación de cotizaciones se ajusta adecuadamente a la información del perfil de probabilidad de cotizar.

²² Cabe recordar que en este análisis se utiliza el perfil entre los 25 y los 65 años de edad.

Gráfico 2.7. – Comparación de Probabilidad de Cotizar



Fuente: elaboración propia.

2.4.10. Módulo de Riesgo de Capital Humano: Perfil de Remuneración

En este módulo se utiliza la información de perfiles de remuneración, definidos en la sección 2.3.1, en el Módulo con el mismo nombre. Junto con los parámetros de riesgo de capital humano, definidos en la sección 2.3.4, en el Cuadro 2.7. Con esta información se determina un perfil de remuneración estocástico, a lo largo del horizonte de simulación del Modelo.

La información del perfil de remuneración está definida respecto de la edad en meses del individuo, por lo que en este caso también se utiliza la variable $edadmeses_t$, definida en la ecuación (2.7) anterior. La información que utiliza corresponde a la variable $remun_t$, con la remuneración en cada edad en meses, a lo largo del horizonte de simulación.

Para determinar el perfil de remuneración estocástico, primero es necesario definir un shock permanente y un shock transitorio, que caracterizan el proceso a definir. Para esto se utilizan dos shocks que fueron definidos en la sección 2.4.7., cuando se aplicó la metodología de Descomposición de Cholesky para correlacionar series de shocks.

Para el Shock Permanente, se aplican las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned}
 e_t^{1,K} &= \mu_j + e_{j,t}^K \times \sigma_j & (2.10) \\
 e_t^1 &= (1 - MC_t) \times e_t^{1,N} + MC_t \times e_t^{1,C} \\
 v_t &= v_{t-1} + e_t^1 \quad \forall t = 2, \dots, T. \quad v_1 = 0
 \end{aligned}$$

Donde K representa los escenarios “Normal” y “Crisis”; y j identifica en este caso los shocks aleatorios correlacionados para la definición del Shock Permanente. Mientras que μ_j y σ_j definen la media y la desviación estándar para este caso, donde se observa que no varían entre los dos escenarios. Y $e_{j,t}^K$ representa los shocks correlacionados identificados por j . Estos shocks para los dos escenarios se combinan luego utilizando la variable MC_t definida en las ecuaciones (2.4). Por último, se define el shock permanente, v_t .

Por otro lado, el Shock Transitorio se define de acuerdo a lo siguiente:

$$\begin{aligned} e_t^{2,K} &= \mu_j + e_{j,t}^K \times \sigma_j & (2.11) \\ e_t &= e_t^2 = (1 - MC_t) \times e_t^{2,N} + MC_t \times e_t^{2,C} \end{aligned}$$

Donde K representa los escenarios “Normal” y “Crisis”; y j identifica en este caso los shocks aleatorios correlacionados para la definición del Shock Transitorio. Mientras que μ_j y σ_j definen la media y la desviación estándar para este caso, donde se observa que tampoco varían entre los dos escenarios. Y $e_{j,t}^K$ representa los shocks correlacionados identificados por j . En este caso, el shock transitorio, e_t , se obtiene directamente de la combinación de los shocks para los dos escenarios, utilizando la variable MC_t .

Finalmente, se determina el perfil de remuneración estocástico combinando la información del perfil de remuneración con los shocks de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$\begin{aligned} rem_est_t &= remun_t + v_t + e_t & (2.12) \\ rem_est_t &= 0 \quad \text{si } rem_est_t < 0 \end{aligned}$$

Donde rem_est_t representa el perfil de remuneración estocástico, el cual considera una restricción de no negatividad, para efectos prácticos de la simulación del Modelo.

2.4.10.1. Análisis de Simulación de Remuneración

En esta parte es importante analizar la variable rem_est_t , y ver cómo se comporta respecto de la variable $remun_t$, al incorporarle los shocks permanente y transitorio, v_t y e_t , respectivamente. Esto es importante debido a que la información de remuneración es uno de los aspectos más importantes del proceso de simulación del Modelo de Riesgo Pensión.

Para hacer este análisis se ha diseñado un Modelo de Remuneración, que replica los procesos de base para resultados; carga de parámetros; simulación de Montecarlo; además de los procesos de shocks correlacionados y definición de períodos de crisis, del módulo de riesgo financiero. Junto con replicar este Módulo de Simulación de Remuneración. Este Modelo almacena información sobre: (a) la media y la desviación estándar del perfil de remuneración estocástico; (b) el perfil de remuneración estocástico, a lo largo del horizonte de simulación; y (c) la suma de errores al cuadrado entre el perfil de remuneración y el perfil de remuneración estocástico.

Para probar este modelo se utilizará la información del perfil de remuneración de hombres, definido en la sección 2.3.1, en el Módulo de perfiles de remuneración. Más los parámetros necesarios de la sección 2.3.4, en el Módulo de parámetros. La simulación considera además un número $N = 10.000$ de iteraciones, y un horizonte de simulación de $T = 481$ meses, para un hombre entre los 25 y los 65 años.

Un análisis que se puede hacer con el resultado de la simulación, es comparar los primeros dos momentos (media y desviación estándar) del perfil de remuneración, con los perfiles de remuneración estocásticos de las 10.000 simulaciones. Para el caso del perfil de remuneración, la media es de 17,00 UF, y la desviación estándar es de 0,67 UF²³. Mientras que para el caso de las simulaciones de perfiles de remuneración estocástica, el promedio de las medias de los perfiles es de 17,00 UF, con un intervalo de confianza al 95% de (16,22; 17,68). Mientras que el promedio de las desviaciones estándar es de 0,72 UF, con un intervalo de confianza al 95% de (0,51; 0,94). Esto muestra que la información simulada se comporta de manera similar al perfil de remuneración, y que su variabilidad, por tratarse de un proceso estocástico es moderada.

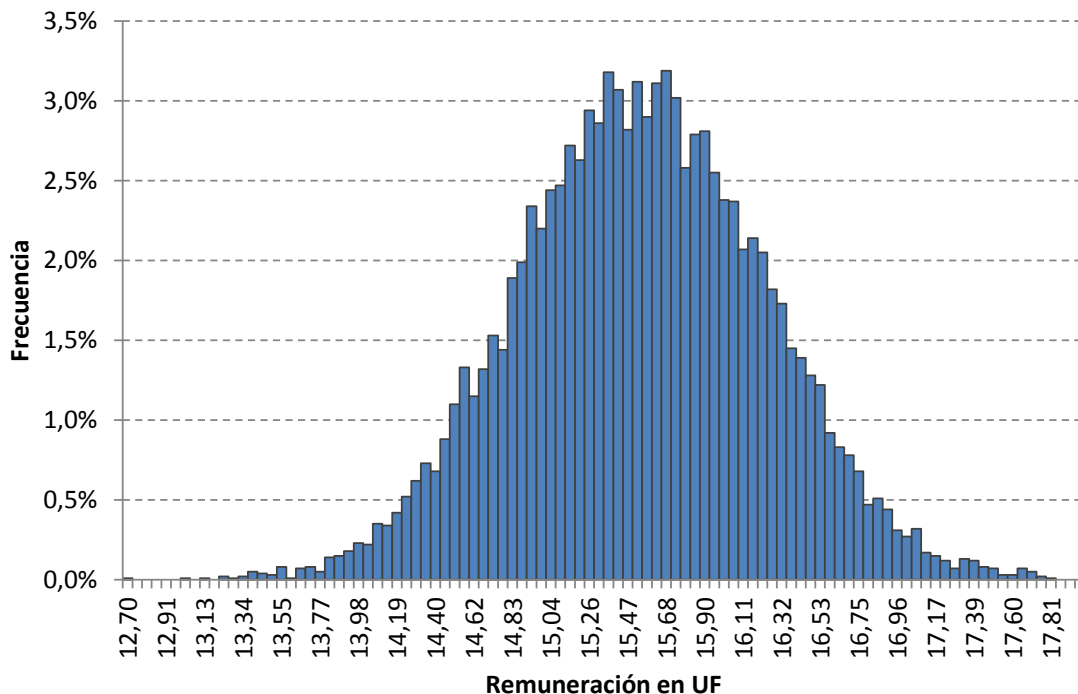
Otro análisis que tiene relevancia en este caso es ver la distribución de la remuneración del último período de simulación²⁴. Esto se debe a que el perfil de remuneración estocástico tiene un shock permanente, que puede afectar la trayectoria del perfil de manera significativa hacia el final del horizonte de simulación.

El siguiente gráfico muestra la distribución de este parámetro. Acá se puede apreciar que la última remuneración a lo largo de las $N = 10.000$ simulaciones, sigue una Distribución Normal. Con una media de 15,51 UF y una desviación estándar de 0,68 UF. El intervalo de confianza al 95% para este último valor de remuneración es (14,18; 16,85). Esta información es consistente con el último valor del perfil de remuneración determinístico, que es 15,52 UF.

²³ Cabe recordar que en este análisis se utiliza el perfil entre los 25 y los 65 años de edad.

²⁴ Cabe recordar que en este análisis el último mes de simulación corresponde al primer mes luego de cumplidos los 65 años. Que en edad en meses corresponde a 781.

Gráfico 2.8. – Distribución de Última Remuneración de Simulación



Fuente: elaboración propia.

Estos resultados muestran que este parámetro presenta un nivel de volatilidad moderado. Sin embargo, es considerable al medirlo en pesos. Si utilizamos el valor de la UF al 31 de diciembre de 2014, de \$24.627,10, tenemos que la diferencia entre los extremos del intervalo de confianza, de 2,67 UF, nos muestra que la última remuneración puede variar en \$67.754, que es un monto considerable cuando se utiliza luego para compararlo con valores de pensión.

2.4.11. Módulo de Variables para Tasas de Reemplazo

En este módulo se definen siete (7) métricas diferentes para representar el ingreso laboral que percibe el individuo durante la simulación. Con el objetivo de utilizarlas luego para calcular Tasas de Reemplazo. Cabe recordar que la tasa de reemplazo es el cociente entre la pensión y una medida de ingreso laboral, y permite tener una idea de la transición en términos de ingresos para el consumo, que representa el paso de una vida activa, con un ingreso laboral, a una vida pasiva, con un ingreso de pensión.

Las medidas de ingreso laboral definidas en este caso son las siguientes:

1. Promedio de Perfil de remuneración estocástico.

$$remun^1 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T rem_est_t \quad (2.13)$$

2. Variable $remun^1$ ponderada por Cotización efectiva.

$$remun^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (rem_est_t \times cotiza_t) \quad (2.14)$$

3. Variable $remun^1$ ponderada por Probabilidad de cotizar.

$$remun^3 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (rem_est_t \times prob_cot_t) \quad (2.15)$$

4. Promedio últimos tres años de Perfil de remuneración estocástico.

$$remun^4 = \frac{1}{36} \sum_{t=T-35}^T rem_est_t \quad (2.16)$$

5. Variable $remun^4$ ponderada por Cotización efectiva.

$$remun^5 = \frac{1}{36} \sum_{t=T-35}^T (rem_est_t \times cotiza_t) \quad (2.17)$$

6. Variable $remun^4$ ponderada por Probabilidad de cotizar.

$$remun^6 = \frac{1}{36} \sum_{t=T-35}^T (rem_est_t \times prob_cot_t) \quad (2.18)$$

7. Último valor de Perfil de remuneración estocástico

$$remun^7 = rem_est_T \quad (2.19)$$

Cabe señalar, que para efectos del código, en este módulo solamente se generan las variables que representan el argumento dentro de las sumatorias, para cada una de estas definiciones. El proceso de promediar estos argumentos se realiza en un módulo posterior. Proceso que será descrito en su momento.

2.4.12. Módulo de Riesgo de Anuitización

Este módulo consiste simplemente en simular un proceso estocástico para una tasa de interés, la cual se utiliza luego en el cálculo de la pensión, al final del horizonte de simulación. Cabe señalar que lo que se simula es la Tasa Implícita de Rentas Vitalicias, que corresponde a la tasa media, de la información de tasas que utilizan las Compañías de Seguros para calcular sus ofertas de pensión bajo la modalidad de Rentas Vitalicias.

El proceso de este módulo consiste en simular una serie de información que se distribuye bajo una Función de Distribución Normal, con media y desviación estándar definidas en la sección 2.3.4. en el Cuadro 2.7. Con un shock aleatorio, bajo dos escenarios, definido en la sección 2.4.7., cuando se aplicó la metodología de Descomposición de Cholesky para correlacionar series de shocks. Para esto se aplican las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned} e_t^{3,K} &= \mu_l + e_{l,t}^K \times \sigma_l \quad (2.20) \\ tasa_rv_t &= e_t^3 = (1 - MC_t) \times e_t^{3,N} + MC_t \times e_t^{3,C} \end{aligned}$$

Donde K representa los escenarios “Normal” y “Crisis”; y l identifica en este caso los shocks aleatorios correlacionados para la definición de la Tasa Implícita de Rentas Vitalicias. Donde μ_l y σ_l definen la media y la desviación estándar para este caso, donde se observa que estos no varían entre los dos escenarios. Y $e_{l,t}^K$ representa los shocks correlacionados identificados por l . Estos shocks para los dos escenarios se combinan luego utilizando la variable MC_t definida en las ecuaciones (2.4). Determinando de esta forma la serie de información para la Tasa, $tasa_rv_t$.

Cabe señalar que el proceso de cálculo de la pensión considera solamente un valor de Tasa de Interés. En este caso se utiliza el último valor de esta serie, que corresponde a $tasa_{rv_T}$, al final del horizonte de simulación, T .

2.4.13. Módulo de Acumulación de Saldo Final

El objetivo de este módulo es obtener una medida del saldo acumulado a lo largo del horizonte de simulación del Modelo, hasta el último mes T . Para esto es necesario hacer una serie de operaciones con la información disponible hasta ahora, y definida en los módulos anteriores. Esto es: (a) rrm_t , la rentabilidad real mensual de la estrategia de inversión en cada mes t ; definida en la sección 2.4.8., a partir de la sección 2.4.7.; (b) $cotiza_t$, la cotización efectiva en cada mes t , definida en la sección 2.4.9.; y (c) rem_{est_t} , la remuneración estocástica en cada mes t , definida en la sección 2.4.10.

En primer lugar, se utiliza la información de rentabilidad para obtener la rentabilidad acumulada en cada período, hasta el fin del horizonte de simulación, T . Para esto se puede utilizar la siguiente fórmula:

$$\begin{aligned} \ln_{rrm}_t &= \ln(1 + rrm_t) & (2.21) \\ \text{sum_ln_rrm}_t^T &= \sum_{k=t}^T \ln_{rrm}_k, \text{ para } t = 1, \dots, T \\ rrm_acum_t^T &= \exp(\text{sum_ln_rrm}_t^T) - 1 \end{aligned}$$

Así, la variable $rrm_acum_t^T$ contiene una medida de rentabilidad acumulada desde el mes t , hasta el final del horizonte de simulación, T . Esta información se combina con las contribuciones de cada período, las cuales están definidas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{contribucion}_t &= rem_{est_t} \times cotiza_t \times tasa_{cot} & (2.22) \\ \text{contribucion}'_1 &= \text{contribucion}_1 + \text{saldo_ini} \end{aligned}$$

Aquí se incluye la variable $tasa_{cot}$, que corresponde a la tasa de cotización. Cabe recordar que la tasa de cotización obligatoria es 10%, que será el valor utilizado para esta variable en este estudio. Adicionalmente, a la contribución del primer mes del horizonte de simulación, se le suma la variable saldo_ini , que contiene una medida de saldo inicial, de acuerdo a lo definido en la sección 2.4.5. Luego, cada contribución en t se combina con la rentabilidad acumulada desde $t + 1$ hasta T . Esto es así porque se asume que la cotización se realiza el último día de cada mes t , y por lo tanto percibe rentabilidad desde el mes $t + 1$ en adelante. Esto queda expresado en la siguiente fórmula:

$$\begin{aligned} \text{fraccion_saldo}_t &= \text{contribucion}_t \times (1 + rrm_acum_{t+1}^T), \text{ para } t = 1, \dots, T - 1 \\ \text{fraccion_saldo}_t &= \text{contribucion}_t, \text{ para } t = T & (2.23) \end{aligned}$$

Se observa que la última contribución en el mes T no percibe rentabilidad, ya que el horizonte de simulación termina en T , y dicha contribución percibiría rentabilidad desde el mes $T + 1$ en adelante.

Finalmente, se calcula el saldo acumulado por todo el período de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$saldo = \sum_{t=1}^T fraccion_saldo_t \quad (2.24)$$

Es importante señalar en este punto, que un último paso se realiza en un módulo aparte, denominado “Módulo de *Collapse* de Variables”. Esta pequeña distinción es de carácter técnico, y se debe a que, además del cálculo del saldo final, este módulo finaliza el cálculo de las variables para tasa de reemplazo, como fue señalado al final de la sección 2.4.11. Debido a que el uso del comando “*collapse*” afecta más de un resultado del modelo se decidió colocarlo en un módulo particular.

2.4.14. Módulo de Cálculo de Pensión

El último paso de la simulación del Modelo de Riesgo Pensión es el cálculo de la pensión. Para esto, primero es necesario calcular el Capital Necesario Unitario (CNU), que se puede interpretar como una medida del número de años para los cuales debe alcanzar el saldo acumulado, en la forma de una pensión. Este CNU sigue una fórmula compleja que considera la expectativa de vida del individuo, y una medida de tasa de interés, utilizando Tablas de Mortalidad además de una tasa de interés (o estructura de tasas) a la cual se podrían invertir los recursos durante los años de sobrevivencia.

Este módulo utiliza un programa llamado “*cnu*” que replica el cálculo del CNU para uno de los casos más simples de éste. Para una descripción de la fórmula considerada en este Modelo, ver el Anexo 2. Este programa utiliza la variable $tasa_rv_T$, más la información de género y edad de retiro del individuo en la simulación, para calcular un valor de CNU, que llamaremos *cnu*.

Con esta información, este Modelo considera el cálculo de una pensión bajo la modalidad de Renta Vitalicia. Esto es consistente con el uso de información de la Tasa Implícita de Rentas Vitalicias para el cálculo del CNU. Adicionalmente, en el caso de una Renta Vitalicia, se considera descontar del saldo acumulado un monto que se destinará luego como Cuota Mortuoria. Por simplicidad, en este Modelo se utiliza un valor fijo de 15 UF para este efecto. De esta forma, el cálculo de la pensión utiliza la siguiente fórmula:

$$pension = \frac{saldo - 15}{cnu \times 12} \quad (2.25)$$

Donde *pension* corresponde a la pensión mensual que recibe el individuo en la simulación del Modelo. Esto es así debido a que el CNU determina una medida de pensión anual, y la fórmula está dividida por 12.

De este modo finaliza el proceso de simulación de Montecarlo del Modelo de Riesgo Pensión. Solamente restan algunos procesos que buscan ordenar la información generada por el Modelo.

2.4.15. Módulo de Resultados de Simulación de Montecarlo

El objetivo de este módulo es ordenar la información de resultados del Modelo. Esta información se va almacenando sistemáticamente en la Base de Resultados que fue creada en la sección 2.4.2. para este fin. Cada vez que finaliza una iteración del Modelo, los resultados se añaden a esta base de datos. Esto ocurre hasta que finalizan las N iteraciones del Modelo.

La información que se almacena corresponde a las siguientes variables: (a) una variable que identifica a qué iteración corresponden los resultados; las variables (b) $remun^1$; (c) $remun^2$; (d) $remun^3$; (e) $remun^4$; (f) $remun^5$; (g) $remun^6$; y (h) $remun^7$; (i) la variable $saldo$ con el saldo acumulado al final del horizonte de simulación; (j) la variable $tasa_{rv_T}$ con la tasa utilizada para el cálculo del CNU; y por último (k) la variable $pension$ con la pensión de la simulación.

2.4.16. Módulo de Resultados Final

Finalmente, una vez finalizado el proceso iterativo de la Simulación de Montecarlo. Este último módulo ordena la Base de Resultados descrita en la sección 2.4.15. anterior. En este módulo simplemente se elimina una fila sin información, utilizada para crear esta base de datos en la sección 2.4.2, y luego se ordenan los resultados de acuerdo a la iteración en que fueron generados.

2.5. PRIMER RESULTADO DE SIMULACIÓN: *BENCHMARK*

Una vez definido en su totalidad el Modelo de Riesgo Pensión, es posible simular los primeros resultados. En este caso se harán dos simulaciones que servirán como referencia o *benchmark* para el análisis sobre Riesgo en la Toma de Decisiones, que se hará en el capítulo siguiente.

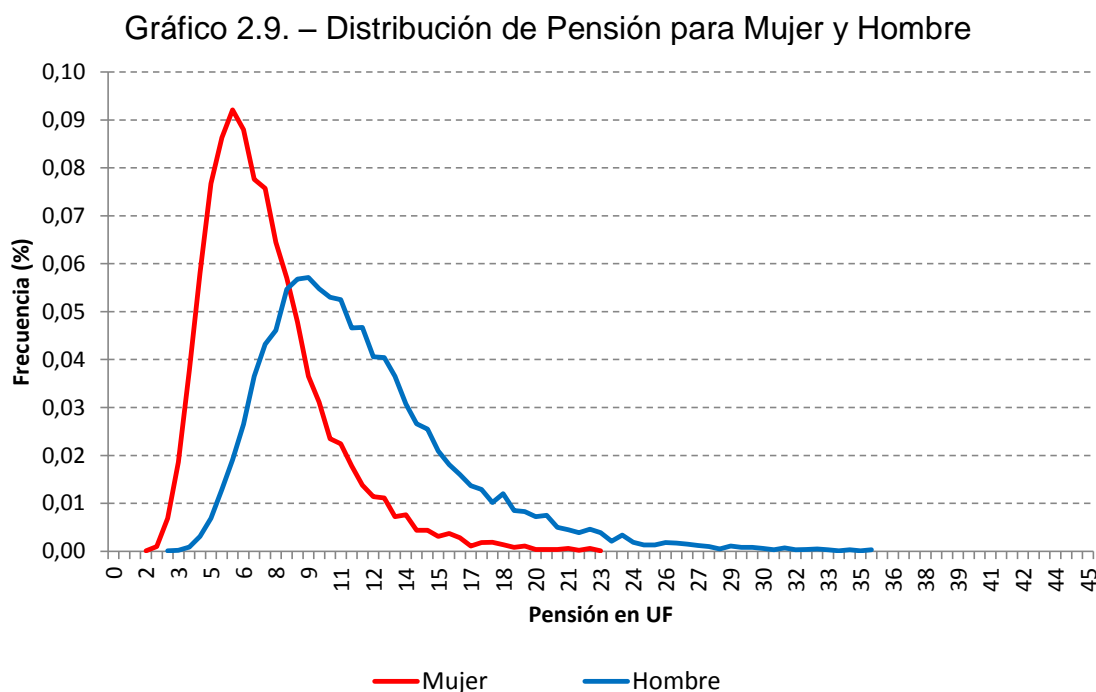
Así, se realizará una simulación para un hombre y otra para una mujer, en ambos casos el horizonte de simulación serán 40 años, desde los 25 hasta los 65 años. Se utilizarán los perfiles de remuneración y probabilidad de cotizar según el género. Además, se utilizará la información de rentabilidad como ha sido definida en las secciones anteriores. Mientras que para la estrategia de inversión, se utilizará la Asignación por Omisión para hombre, en ambas simulaciones. Esto es así por los años del horizonte de simulación. El número de iteraciones será de $N = 10.000$.

Es importante señalar en este punto que la edad legal de retiro para las mujeres es a los 60 años, mientras que para los hombres es a los 65 años. En este caso se simula para ambos hasta los 65, debido a que este punto será parte del análisis del próximo capítulo. Por lo que, para tener un *benchmark* adecuado, en este caso el horizonte es el mismo para hombres y mujeres.

2.5.1. Distribución de Pensión

El siguiente gráfico muestra la Distribución de Probabilidad de la pensión simulada con el Modelo, para una Mujer y un Hombre. Lo primero que se puede apreciar es que las

distribuciones tienen forma de campana, aunque no simétrica, presentando mayor masa hacia la izquierda de la distribución. Adicionalmente, se puede observar que la distribución para la Mujer está más a la izquierda, esto quiere decir que tiene menores valores de pensión.



Fuente: elaboración propia.

El siguiente cuadro presenta la estadística resumen de las dos distribuciones. Acá se puede apreciar que la pensión media es considerablemente más alta para un hombre que para una mujer. Mientras que la desviación estándar es menor en el caso de la mujer. Esto último se debe a que estas distribuciones son estrictamente positivas, y los menores valores de pensión para las mujeres inciden en una concentración de la distribución.

Si analizamos más en detalle estas distribuciones, podemos ver que el coeficiente de asimetría es positivo en ambos casos, aunque ligeramente mayor en el caso de la mujer. Esto quiere decir que las distribuciones son asimétricas positivas, esto es, hay valores más separados de la media a la derecha. Por otro lado, si analizamos el coeficiente de curtosis, observamos que este también es positivo para ambas distribuciones, siendo también ligeramente mayor para la mujer. Esto quiere decir que las distribuciones son leptocúrticas, es decir, con un grado de concentración en torno a la media mayor que en el caso de una distribución normal.

Es interesante notar que el análisis del tercer y cuarto momento de las distribuciones (asimetría y curtosis) no permite encontrar mayores diferencias entre las distribuciones, esto significa que basta con el primer y segundo momento (media y varianza) para poder hacer una comparación entre distribuciones. El tercer y cuarto momento nos permiten tener una idea de cómo se comportan las distribuciones de pensión del Modelo, teniendo como referencia una distribución normal.

Cuadro 2.11. –Estadística Descriptiva de Distribución de Pensión

	Mujer	Hombre
Media	6,79	11,15
Desviación Estándar	2,85	4,53
Coef. de Asimetría	1,48	1,46
Coef. de Curtosis	3,98	3,87
Percentil 25	4,80	8,00
Percentil 50	6,21	10,27
Percentil 75	8,09	13,23

Fuente: Elaboración propia.

Por último podemos analizar los percentiles de las distribuciones. Acá se puede ver que el percentil 25 está mucho más próximo a la media en la distribución de la mujer, que en el caso de la distribución del hombre. También se observa que el percentil 50 está un poco por debajo de la media en ambos casos. Esto quiere decir que más de la mitad de los casos está por debajo de la media. Por último vemos que el percentil 75 también está relativamente cerca por sobre la media. Esto último nos muestra que la cola de la derecha, si bien se aleja de la media de manera considerable, representa un porcentaje bajo de la distribución, en ambos casos.

En este punto, se puede argumentar que la diferencia que se observa entre la distribución de la mujer y del hombre, se explica principalmente por dos factores. El primero es el riesgo de capital humano, donde en el caso de la mujer, los perfiles de remuneración y probabilidad de cotizar son inferiores a los del hombre. Esto afecta significativamente la capacidad de ahorro, lo que impacta directamente en el resultado de pensión. El segundo factor, que es más difícil de dimensionar, se refiere al cálculo de la pensión con el CNU. Esto es así debido a que las mujeres tienen una mayor expectativa de vida que los hombres, y esto se refleja en las tablas de mortalidad consideradas para cada género. Al tener una mayor expectativa de vida, el saldo acumulado se divide en un mayor número de períodos de pensión, lo que significa una menor pensión.

2.5.2. Distribución de Tasa de Reemplazo (TR)

Una forma de “corregir” en parte las diferencias producidas por el riesgo de capital humano es calcular Tasas de Reemplazo, a partir de la información de pensión, junto con información de alguna medida de remuneración. Para esto se utilizan las variables definidas en la sección 2.4.11. De esta forma se ajusta el monto de la pensión, con una medida de las contribuciones que la determinaron.

La tasa de reemplazo tiene una interpretación económica, como el porcentaje de ingreso que se tiene al pasar del período laboral activo al pasivo. Esto busca dar una idea de cómo se vería modificado el consumo del individuo al pensionarse.

El siguiente cuadro muestra la media y la desviación estándar para siete medidas de tasa de reemplazo, para un hombre y una mujer. Las primeras tres definiciones consideran el perfil de remuneración estocástico completo de la simulación. Donde la segunda y tercera definiciones ponderan éste por la cotización efectiva y la probabilidad de cotizar en cada edad en meses, respectivamente. Tenemos que la TR1 es aproximadamente 45% para

una mujer y 65% para un hombre. Y que aumenta considerablemente al considerar la densidad de cotizaciones. La TR2 y TR3 son similares en este caso, con aproximadamente 110% para una mujer y 125% para un hombre. Esta sería la comparación más consistente, por cuanto considera el perfil completo de contribuciones (remuneración con probabilidad de cotizar).

Cuadro 2.12. –Media y Desviación Estándar de Tasas de Reemplazo

	TR 1	TR 2	TR 3	TR 4	TR 5	TR 6	TR 7
	Mujer						
Media	0,4450	1,1186	1,1194	0,4665	2,0541	1,8586	0,4736
Desv. Est.	0,1844	0,4588	0,4645	0,1904	1,2107	0,7585	0,1930
	Hombre						
Media	0,6549	1,2564	1,2573	0,7028	1,8934	1,8038	0,7168
Desv. Est.	0,2624	0,4993	0,5042	0,2773	0,8948	0,7118	0,2825

Fuente: Elaboración propia.

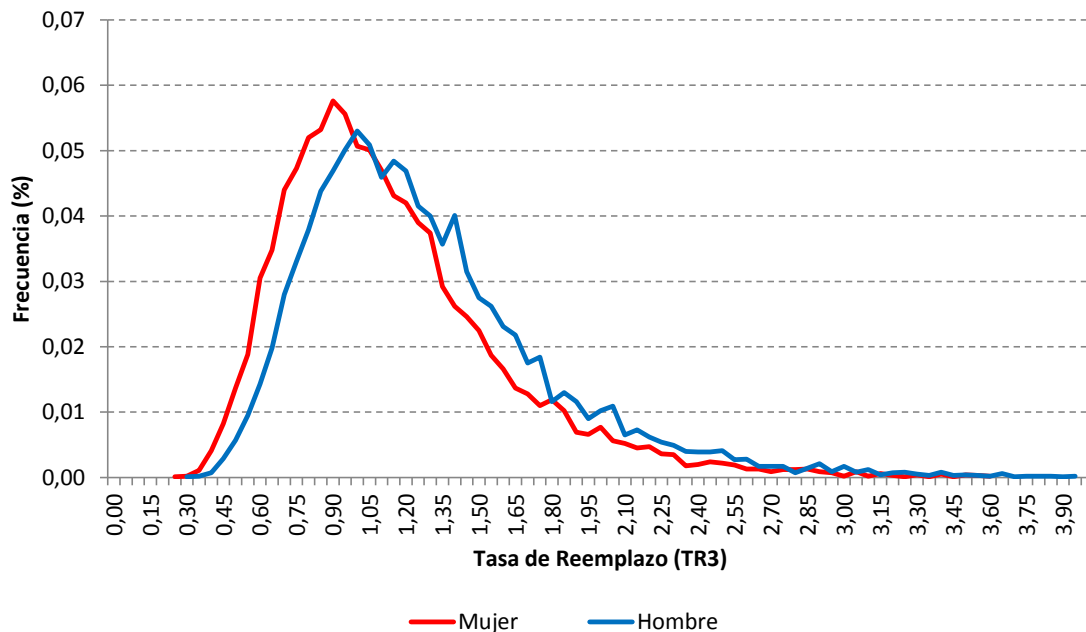
Las definiciones cuarta a sexta son similares a las tres primeras, con la diferencia que sólo consideran los últimos tres años de la simulación. Acá la TR4 para la mujer es similar a la TR1, con aproximadamente 45%, mientras que la TR4 para el hombre es ligeramente superior a la TR1, con aproximadamente 70%. La TR5 y TR6 son considerablemente mayores para ambos géneros, sobretodo en el caso de la mujer. Esto se debe a que la densidad de cotización es considerablemente baja hacia el final del horizonte de simulación. En la TR5 el problema es que el promedio de los últimos tres años considera los meses sin cotización como cero, distorsionando el concepto; mientras que en la TR6 la ponderación por la probabilidad de cotizar es más consistente, aunque aún entrega un resultado promedio demasiado bajo.

Finalmente, la TR7 considera solamente la última remuneración estocástica de la simulación. Mostrando resultados similares a la TR4, con aproximadamente un 47% para la mujer y un 71% para el hombre.

Para proseguir con el análisis de la distribución de las tasas de reemplazo, se ha decidido utilizar la TR3, que pondera el perfil de remuneración estocástico con la probabilidad de cotizar en cada edad en meses. Esta definición presenta un resultado similar a la TR2, que pondera por la cotización efectiva, lo que refleja mejor el proceso de simulación del Modelo. Sin embargo la TR3 tiene una interpretación económica más intuitiva, por cuanto la TR2 considera los meses sin cotización como cero en el promedio del perfil, y esto aún no es claro cómo interpretarlo.

El siguiente gráfico muestra las distribuciones de la TR3 para un hombre y una mujer. Acá se observa una similitud mucho mayor que en el caso de las distribuciones de pensión. Cabe recordar que las dos simulaciones consideran el mismo horizonte de simulación, así como la misma estrategia de inversión. Solamente la distribución para la mujer está ligeramente más a la izquierda que la del hombre.

Gráfico 2.10. – Distribución de Tasa de Reemplazo (TR3) para Mujer y Hombre



Fuente: elaboración propia.

El siguiente cuadro muestra la estadística descriptiva de las distribuciones. Acá, la tasa de reemplazo promedio es aproximadamente 13% menor para la mujer que para el hombre. Así como también la desviación estándar de la tasa de reemplazo es aproximadamente un 3,5% menor para la mujer.

Los coeficientes de asimetría y curtosis muestran un resultado similar entre las dos distribuciones, al mismo tiempo que es similar al de las distribuciones de pensión. Esto muestra que la simulación de tasas de reemplazo se comporta de manera similar a la simulación de pensión, con valores más separados de la media hacia la derecha, y con un grado de concentración en torno a la media mayor que en el caso de una distribución normal.

Cuadro 2.13. – Estadística Descriptiva de Distribución de Tasa de Reemplazo

	Mujer	Hombre
Media	1,1194	1,2573
Desviación Estándar	0,4645	0,5042
Coef. de Asimetría	1,47	1,45
Coef. de Curtosis	3,90	3,83
Percentil 25	0,7961	0,9073
Percentil 50	1,0278	1,1604
Percentil 75	1,3328	1,4905

Fuente: Elaboración propia.

Por último, el análisis de los percentiles de las distribuciones nos muestra que más de un 50% de la distribución está por debajo de la media. Mientras que los valores extremos hacia la derecha de las distribuciones, representan un porcentaje relativamente bajo de éstas.

Con éste análisis finaliza la descripción del Modelo de Riesgo Pensión. Los resultados obtenidos servirán como referencia para el análisis que se hará en el siguiente capítulo sobre Riesgo en la Toma de Decisiones. El objetivo es ver el efecto en la distribución de las tasas de reemplazo, de modificar la edad de afiliación al sistema, la edad de retiro, las estrategias de inversión y el ahorro voluntario (a través de la tasa de cotización).

CAPITULO 3

APLICACIÓN: RIESGO EN LA TOMA DE DECISIONES

En este capítulo se utiliza el Modelo de Riesgo Pensión para evaluar el Riesgo en la Toma de Decisiones. Las variables relacionadas a este riesgo, que se analizan en este caso son: (a) la edad de afiliación al sistema previsional; (b) la edad de retiro o pensión del sistema; (c) la estrategia de inversión, bajo el esquema de Multifondos, que sigue el individuo durante su participación en el sistema previsional; y (d) el ahorro voluntario que puede realizar el individuo, en este caso medido a través de la tasa de cotización obligatoria.

Debido a que en este trabajo se incluye el género como parte del análisis, es que se utilizará como medida de resultado una tasa de reemplazo que haga comparables los resultados entre mujeres y hombres. El objetivo es obtener comparaciones cuantitativas, en términos de tasa de reemplazo del impacto de modificar cada una de las variables que se relacionan con el Riesgo en la Toma de Decisiones en el Sistema Previsional. Para esto se utilizará la tercera definición de tasa de reemplazo, de la sección 2.4.11. (en adelante, TR3).

3.1. ANÁLISIS DE EDAD DE AFILIACIÓN

La primera variable de análisis sobre Riesgo en la Toma de Decisiones es la Edad de Afiliación. En este caso, se asume que este paso está vinculado con el inicio del período de actividad laboral del individuo. A partir de la edad de afiliación el individuo comienza a cotizar en su cuenta de capitalización individual acumulando saldo para su futura pensión. Las cotizaciones se determinan en función de los perfiles de remuneración y probabilidad de cotizar descritos anteriormente.

Por otro lado, respecto de la rentabilidad que percibe el individuo. Este análisis considera como estrategia de inversión la Asignación por Omisión del Sistema Previsional, descrito en el Cuadro 2.8. La rentabilidad en cada período se determina de acuerdo a los parámetros de rentabilidad descritos anteriormente.

De este modo, partiendo de la simulación definida como *benchmark* en la sección 2.5, que considera un horizonte de simulación de 40 años, desde los 25 hasta los 65 años, por un lado se analizará disminuir la edad de afiliación, a los 16 y 20 años, y por otro lado se analizará aumentar la edad de afiliación, a los 30 y 35 años. Al mantener constante la edad de retiro, esto hace que el horizonte de simulación cambie en cada caso.

El siguiente cuadro muestra los resultados de simulación para una mujer, según la edad de afiliación. La información corresponde a estadística descriptiva de la distribución de la TR3, en cada caso. Al analizar la media, se puede apreciar que un cambio en la edad de afiliación tiene un efecto importante en la tasa de reemplazo. Es interesante observar además que mientras menor es la media, también disminuye de manera importante la volatilidad de la distribución. En principio, uno puede considerar que una disminución en la volatilidad es un buen resultado, sin embargo, en este caso, esto ocurre por una

concentración de los resultados en valores bajos de tasa de reemplazo, lo que es un resultado desfavorable.

Cuadro 3.1. –Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para una Mujer

Edad de Afiliación	Mujer				
	16	20	25	30	35
Media	1,9031	1,5171	1,1194	0,7998	0,5623
Desviación Estándar	0,9328	0,6993	0,4645	0,2837	0,1773
Coef. de Asimetría	1,81	1,82	1,47	1,15	1,06
Coef. de Curtosis	6,23	7,64	3,90	2,33	2,56
Percentil 25	1,2647	1,0409	0,7961	0,5969	0,4352
Percentil 50	1,7060	1,3731	1,0278	0,7483	0,5347
Percentil 75	2,3103	1,8249	1,3328	0,9514	0,6599

Fuente: Elaboración propia.

Se puede apreciar también, que un cambio en la edad de afiliación afecta lo suficiente la distribución de tasa de reemplazo para mostrar diferencias en los coeficientes de asimetría y de curtosis. Respecto de la asimetría, se observa que mientras más tarde se afilia el individuo, la asimetría positiva que caracteriza estas distribuciones disminuye, aproximando su forma a la de una distribución normal. Asimismo, se observa también que a mayor edad de afiliación, el coeficiente de curtosis también disminuye, esto es, la forma leptocúrtica que caracteriza estas distribuciones disminuye, aproximando también por esta dimensión su forma a la de una distribución normal.

Finalmente, al analizar los percentiles de las distribuciones, se observa que éstas mantienen la propiedad de tener más un 50% de la distribución por debajo de la media, en cada caso. Sin embargo, se observa que esta característica disminuye a medida que aumenta la edad de afiliación. Asimismo, la diferencia entre el percentil 50 y los percentiles 25 y 75 tiende a igualarse a medida que aumenta la edad de afiliación. Esto último es consistente con los resultados de asimetría descritos anteriormente.

El siguiente cuadro muestra la misma estadística descriptiva para el caso de un hombre. Un análisis de esta información muestra una interpretación equivalente a la del caso de una mujer. Cabe señalar solamente que los valores de tasa de reemplazo media para un hombre son ligeramente mayores que para el caso de una mujer. Así como también la volatilidad de la tasa de reemplazo es ligeramente mayor en cada caso, respecto de los resultados para una mujer.

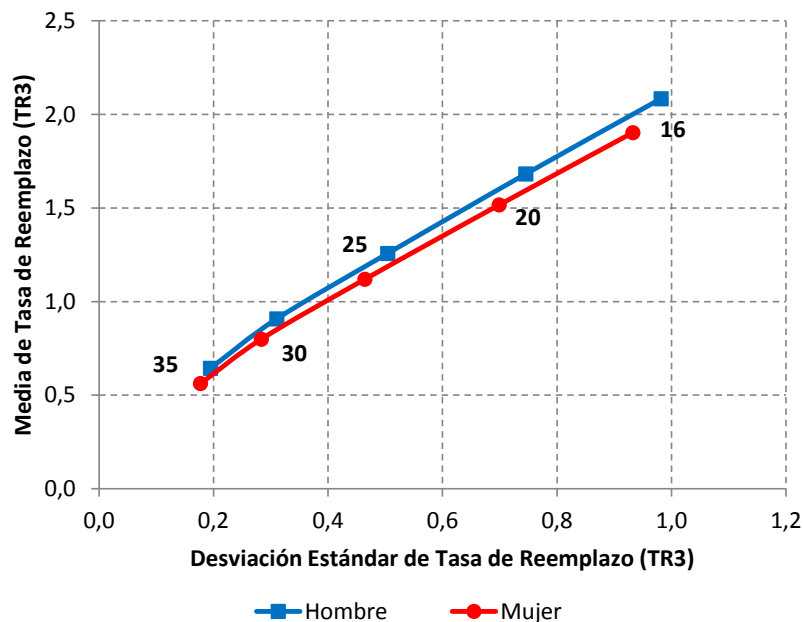
Cuadro 3.2. –Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para un Hombre

Edad de Afiliación	Hombre				
	16	20	25	30	35
Media	2,0841	1,6822	1,2573	0,9082	0,6449
Desviación Estándar	0,9820	0,7457	0,5042	0,3106	0,1950
Coef. de Asimetría	1,77	1,75	1,45	1,14	1,04
Coef. de Curtosis	6,06	6,98	3,83	2,37	2,39
Percentil 25	1,4091	1,1699	0,9073	0,6890	0,5062
Percentil 50	1,8816	1,5330	1,1604	0,8523	0,6145
Percentil 75	2,5222	2,0149	1,4905	1,0710	0,7543

Fuente: Elaboración propia.

Otra forma de analizar las propiedades de las distribuciones consideradas en este análisis, es utilizar el plano riesgo-retorno para hacer una comparación. El siguiente gráfico muestra los resultados para una mujer y un hombre, según la edad de afiliación, en cada caso.

Gráfico 3.1. – Plano Riesgo-Retorno de TR3 según Edad de Afiliación

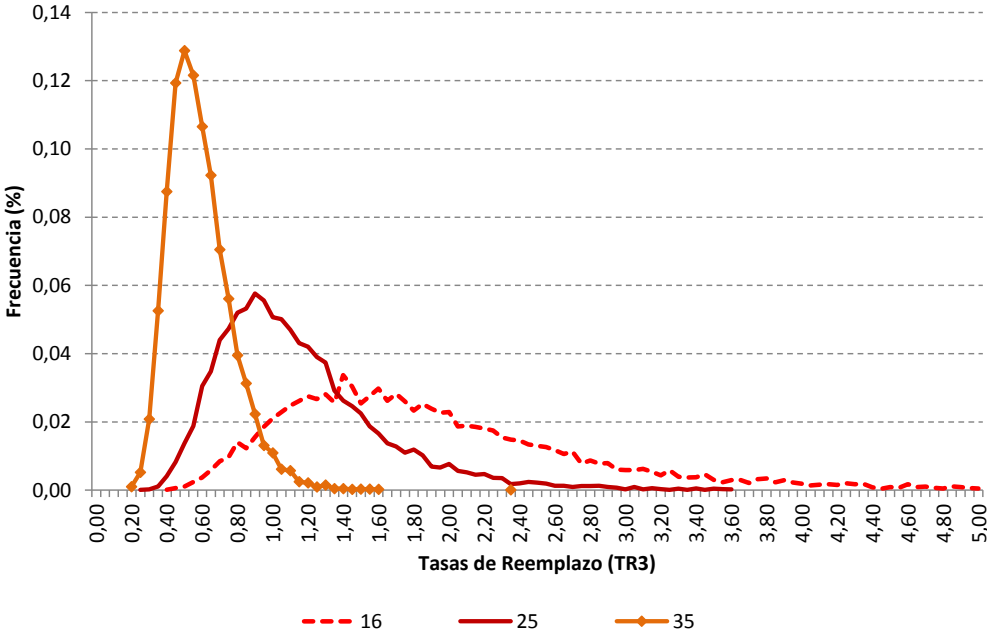


Fuente: elaboración propia.

Partiendo el análisis desde la edad de afiliación más alta, se puede apreciar que a medida que la edad de afiliación es menor se observa un aumento creciente tanto en la media como en la desviación estándar de las distribuciones de tasas de reemplazo. Donde este efecto es mayor para el caso de un hombre. Una interpretación de este efecto creciente está dada por el riesgo de mercado. A medida que disminuye la edad de afiliación, el horizonte de simulación es mayor, esto aumenta el espectro de posibles resultados en rentabilidad, lo que incide directamente en las tasas de reemplazo. Respecto del mayor efecto en el caso de un hombre, una interpretación está dada por el riesgo de capital humano, donde un hombre tiene mayor capacidad de acumular saldo por medio de las cotizaciones.

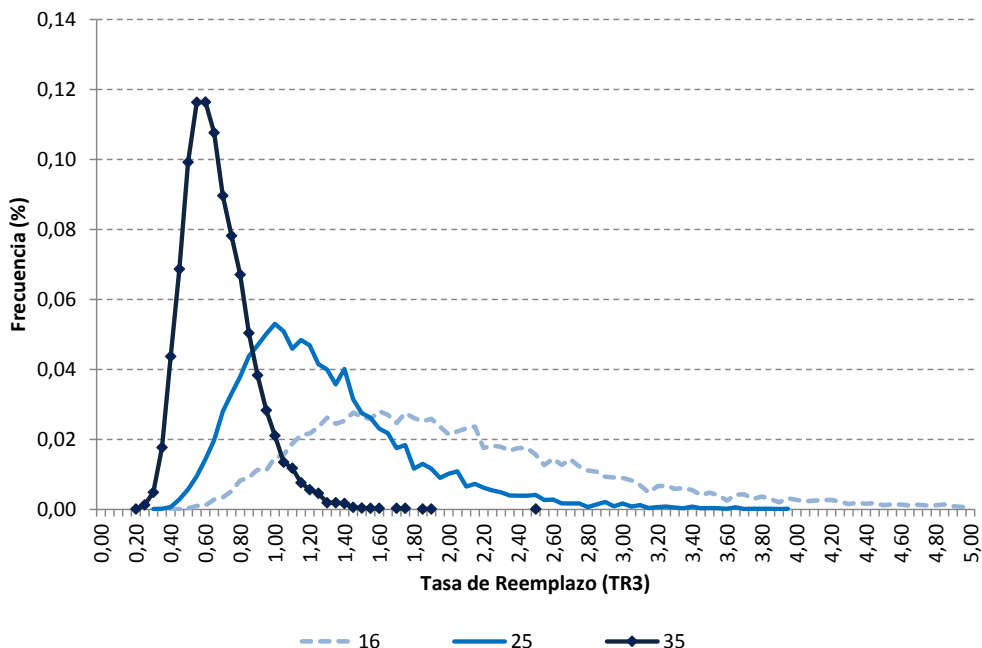
Para finalizar el análisis de edad de afiliación, los siguientes gráficos muestran las distribuciones de tasas de reemplazo para el caso del *benchmark* (afiliación a los 25 años) y los dos casos extremos del análisis (afiliación a los 16 y los 35 años), para una mujer y un hombre, respectivamente. Acá se observa que no hay mayores diferencias en la forma de las distribuciones, entre una mujer y un hombre. Por otro lado, sí se observan importantes diferencias al comparar las distribuciones con distinta edad de afiliación. Este resultado es consistente con la estadística descriptiva analizada anteriormente.

Gráfico 3.2. – Distribución de TR3 para una Mujer según Edad de Afiliación



Fuente: elaboración propia.

Gráfico 3.3. – Distribución de TR3 para un Hombre según Edad de Afiliación



Fuente: elaboración propia.

Acá se puede observar cómo se concentran de manera significativa las distribuciones hacia la izquierda a medida que aumenta la edad de afiliación. Esto permite apreciar que, en este caso, la disminución en la volatilidad de las distribuciones tiene una connotación negativa. Una forma de ver esto es calcular, por ejemplo, la probabilidad de que la tasa de reemplazo sea igual o menor a cierto valor dado. Esto entrega una medida del riesgo asociado a variar la edad de afiliación al sistema.

El siguiente cuadro muestra la probabilidad de que la tasa de reemplazo sea menor o igual a 1, para cada una de las distribuciones de los dos gráficos anteriores. Se incluye además la tasa de reemplazo media bajo dicha probabilidad. Se puede apreciar el impacto de un aumento en la edad de afiliación, con un aumento importante en esta probabilidad, al mismo tiempo que la tasa de reemplazo media es mucho más bajo cuando mayor es la probabilidad.

Cuadro 3.3. – Probabilidad de TR3 menor o igual a 1 y TR3 media

Edad de Afiliación	16	25	35
Mujer			
Probabilidad	11,33%	47,19%	97,93%
TR Media	0,8195	0,7646	0,5502
Hombre			
Probabilidad	6,85%	34,60%	95,89%
TR Media	0,8425	0,8019	0,6180

Fuente: Elaboración propia.

Es importante señalar, a modo de reflexión final, que la afiliación está vinculada con el inicio de actividad laboral por parte del individuo. En este sentido, un individuo puede postergar su afiliación al prolongar sus estudios (universidad, postgrado), lo que está

positivamente correlacionado con una mejora en los perfiles de remuneración y probabilidad de cotizar. Este efecto no está capturado en este análisis, por cuanto éste utiliza un único perfil para cada género.

3.2. ANÁLISIS DE EDAD DE RETIRO

La segunda variable de análisis relacionada con el Riesgo en la Toma de Decisiones es la edad de retiro o pensión del sistema previsional. Cabe recordar que el sistema previsional considera como edad legal de retiro los 60 años para las mujeres y los 65 años para los hombres. Sin embargo, bajo ciertas condiciones es posible adelantar la edad de retiro. Al mismo tiempo es posible postergar la edad de retiro sin ninguna condición. En general, se puede considerar que la decisión de pensionarse se relaciona con la necesidad de mantener un nivel de consumo determinado.

De modo similar al caso de la edad de afiliación, este análisis considera la información de los perfiles de remuneración y probabilidad de cotizar descritos anteriormente en el capítulo 2. Asimismo, también considera como estrategia de inversión la Asignación por Omisión del Sistema Previsional, descrito en el Cuadro 2.8.

Así, partiendo de la simulación definida como *benchmark* en la sección 2.5, con un horizonte de simulación de 40 años, desde los 25 hasta los 65 años, por un lado se analizará disminuir la edad de retiro, a los 50, 55 y 60 años, y por otro lado se analizará aumentar la edad de retiro, a los 70 y 75 años. Al mantener constante la edad de afiliación, esto hace que el horizonte de simulación cambie en cada caso.

El siguiente cuadro muestra los resultados de simulación para una mujer, según la edad de retiro. La información corresponde a estadística descriptiva de la distribución de la TR3, en cada caso. Al analizar la media, se puede apreciar que un cambio en la edad de retiro tiene un enorme efecto en la tasa de reemplazo, con un aumento exponencial en la tasa de reemplazo a medida que aumenta la edad de retiro. Es importante señalar que este aumento en la media viene acompañado de un aumento importante en la volatilidad de los resultados.

Cuadro 3.4. –Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para una Mujer

Edad de Retiro	Mujer					
	50	55	60	65	70	75
Media	0,3076	0,4741	0,7266	1,1194	1,7599	2,8912
Desviación Estándar	0,1103	0,1803	0,2866	0,4645	0,7445	1,2269
Coef. de Asimetría	1,24	1,49	1,26	1,47	1,60	1,62
Coef. de Curtosis	2,91	7,29	2,67	3,90	5,19	6,65
Percentil 25	0,2294	0,3468	0,5245	0,7961	1,2457	2,0363
Percentil 50	0,2880	0,4409	0,6707	1,0278	1,6195	2,6511
Percentil 75	0,3647	0,5689	0,8722	1,3328	2,1060	3,4794

Fuente: Elaboración propia.

Al analizar el coeficiente de asimetría se puede apreciar que estas distribuciones presentan asimetría positiva o a la derecha. Donde este efecto aumenta a medida que aumenta la edad de retiro, esto quiere decir que las distribuciones tienen valores más a

la derecha de la media en cada caso. Este es un resultado favorable, por cuanto la mayor volatilidad de dichas distribuciones presenta más resultados de mayores tasas de reemplazo. Por otro lado, se observa que el coeficiente de curtosis no muestra una tendencia respecto de la edad de retiro, aunque todas las distribuciones tienen una composición leptocúrtica, o con un grado de concentración en la media mayor que el de una distribución normal.

Por último, al analizar los percentiles de las distribuciones se observa que éstas tienen un porcentaje mayor al 50% a la izquierda de la media, aunque este efecto es relativamente bajo. Este resultado contrasta con la asimetría hacia la derecha de las distribuciones, lo que muestra una caracterización muy particular de estas distribuciones de tasa de reemplazo. Por otro lado, al comparar la diferencia entre el percentil 50 y los percentiles 25 y 75 se puede apreciar que a medida que aumenta la edad de retiro, las distribuciones tienden a aumentar los valores extremos hacia la derecha, este resultado es consistente con la asimetría de las distribuciones.

El siguiente cuadro muestra la estadística descriptiva para el caso de un hombre. Esta información presenta las mismas características descritas anteriormente para el caso de una mujer. Cabe señalar en este caso que los valores promedio de tasa de reemplazo son ligeramente mayores para el caso de un hombre.

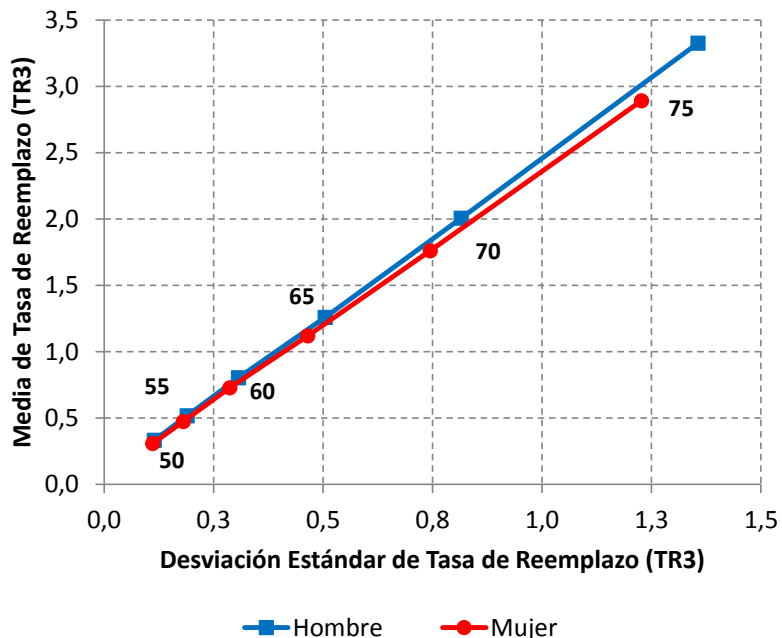
Cuadro 3.5. –Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para un Hombre

Edad de Retiro	Hombre					
	50	55	60	65	70	75
Media	0,3315	0,5167	0,8039	1,2573	2,0058	3,3244
Desviación Estándar	0,1140	0,1895	0,3063	0,5042	0,8148	1,3561
Coef. de Asimetría	1,20	1,41	1,25	1,45	1,52	1,54
Coef. de Curtosis	2,68	5,84	2,69	3,83	4,53	5,89
Percentil 25	0,2505	0,3833	0,5864	0,9073	1,4380	2,3765
Percentil 50	0,3115	0,4820	0,7478	1,1604	1,8517	3,0635
Percentil 75	0,3911	0,6169	0,9577	1,4905	2,3891	3,9918

Fuente: Elaboración propia.

Una alternativa más intuitiva para analizar las propiedades de las distribuciones consiste en utilizar el plano riesgo-retorno para graficar la información. El siguiente gráfico muestra los resultados para una mujer y un hombre, según la edad de retiro, en cada caso.

Gráfico 3.4. – Plano Riesgo-Retorno de TR3 según Edad de Retiro

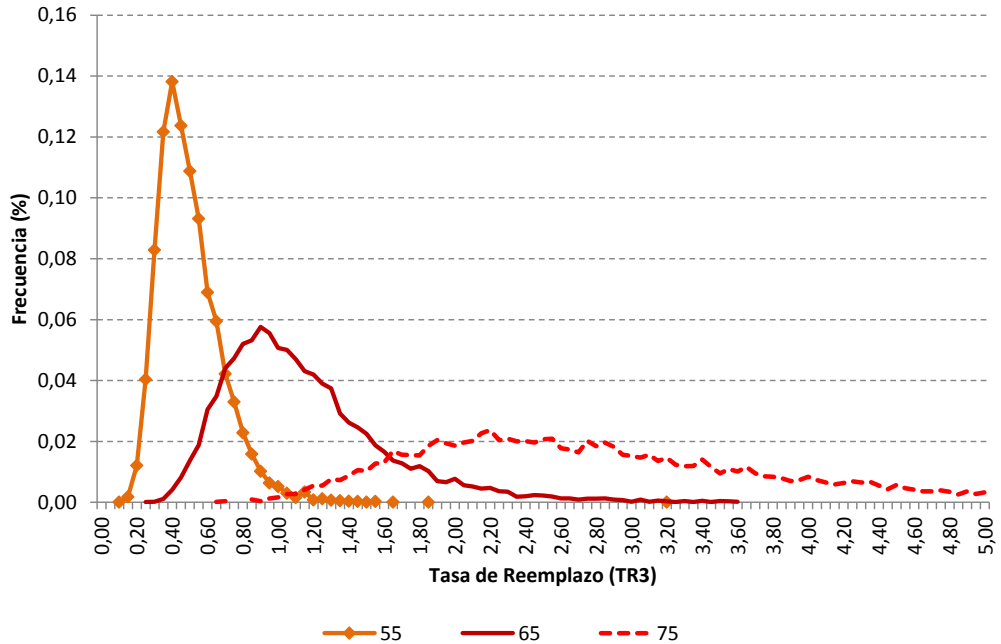


Fuente: elaboración propia.

Partiendo desde la edad de retiro más baja, se puede apreciar que a medida que aumenta la edad de retiro tanto la media como la desviación estándar aumentan en forma creciente; este aumento es mayor para el caso de un hombre. Una interpretación de este efecto creciente está dada por el riesgo de longevidad. A medida que aumenta la edad de retiro se debe pagar un número menor de pensiones, donde el valor esperado de las pensiones futuras es menor en cada caso debido a la menor expectativa de vida de las edades mayores. Este efecto es mayor en el caso del hombre, por cuanto las mujeres presentan una mayor expectativa de vida.

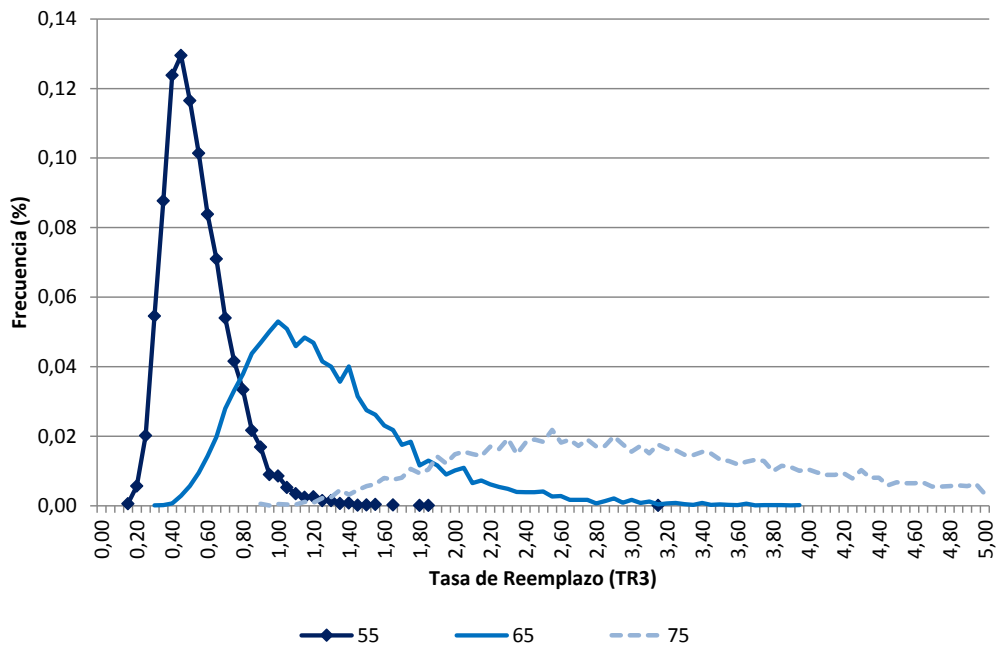
Por último, los siguientes gráficos muestran las distribuciones de tasas de reemplazo para el caso del *benchmark* (retiro a los 65 años) y dos escenarios alternativos (retiro a los 55 y los 75 años), para una mujer y un hombre, respectivamente. De modo similar al análisis de edad de afiliación, se observa que no hay mayores diferencias en la forma de las distribuciones entre hombres y mujeres. Mientras que dentro de cada género, existen importantes diferencias al comparar respecto de la edad de retiro.

Gráfico 3.5. – Distribución de TR3 para una Mujer según Edad de Retiro



Fuente: elaboración propia.

Gráfico 3.6. – Distribución de TR3 para un Hombre según Edad de Retiro



Fuente: elaboración propia.

Se observa cómo aumenta la media y la volatilidad de las distribuciones cuando aumenta la edad de retiro. Es importante destacar en este caso, que las distribuciones se desplazan hacia la derecha, esto es, la cola izquierda de las distribuciones está más a la derecha a medida que aumenta la edad de retiro. Este es un resultado favorable, por

cuanto la mayor volatilidad está compensada por mayores valores de tasas de reemplazo.

Para ver este efecto de desplazamiento de las distribuciones más en detalle, podemos ver el siguiente cuadro que muestra la probabilidad de que la tasa de reemplazo sea menor o igual a 1, para cada una de las distribuciones de los dos gráficos anteriores. Se incluye además la tasa de reemplazo media bajo dicha probabilidad. Se observa que el aumento en la edad de retiro genera una drástica caída en la probabilidad de obtener valores de tasa de reemplazo bajos (menores a 1), donde estos valores son mejores cuando menor es la probabilidad.

Cuadro 3.6. –Probabilidad de TR3 menor o igual a 1 y TR3 media

Edad de Retiro	55	65	75
	Mujer		
Probabilidad	98,73%	47,19%	0,48%
TR Media	0,4651	0,7646	0,8832
	Hombre		
Probabilidad	98,01%	34,60%	0,13%
TR Media	0,5034	0,8019	0,9041

Fuente: Elaboración propia.

Es importante señalar que la edad de retiro no necesariamente es una decisión libre, de los afiliados al sistema previsional. La decisión de pensionarse está más condicionada a la necesidad de percibir un ingreso que a un objetivo de obtener una mayor pensión. Sin embargo, es importante destacar este impacto de la edad de retiro en la pensión, por cuanto permite a aquellos afiliados que sí pueden optar por postergar su edad de retiro, hacerlo con el beneficio que esto conlleva.

3.3. ANÁLISIS DE ESTRATEGIAS DE INVERSIÓN

Otra variable relacionada con el Riesgo en la Toma de Decisiones que se analiza en este trabajo es la estrategia de inversión que sigue el individuo a lo largo de período de afiliación activa en el sistema previsional. Esta estrategia se refiere al fondo o fondos (se puede estar en hasta dos fondos al mismo tiempo) dentro del esquema de Multifondos en el cual el individuo mantiene el saldo de su cuenta de capitalización individual, en cada mes desde la afiliación hasta el retiro o pensión del sistema. Cabe recordar que el esquema de Multifondos cuenta con cinco (5) tipos de fondo que se diferencian básicamente por el nivel de riesgo-retorno de cada uno, partiendo desde el Fondo A – más riesgoso, hasta el Fondo E – más conservador.

En este análisis se considera la información de los perfiles de remuneración y probabilidad de cotizar descritos anteriormente en el capítulo 2. En casi todos los casos se considera que la edad de afiliación es a los 25 años y la edad de retiro es a los 65 años, tanto para hombre como mujeres. Esto determina un horizonte de simulación de 40 años.

Utilizando como referencia principal del análisis la estrategia de inversión de Asignación por Omisión²⁵, utilizada en el caso *benchmark*, este análisis evalúa cuatro categorías de estrategias: (a) en primer lugar analiza el caso particular de la estrategia de asignación por omisión para mujeres, desplazando para ellos el horizonte de simulación desde los 20 a los 60 años; (b) luego analiza para ambos géneros estrategias pasivas que se mantienen durante todo el horizonte de simulación en un único fondo; (c) después analiza estrategias que podríamos llamar “inverso de ciclo de vida”, ya que parten desde un fondo conservador y van cambiando hacia fondos más riesgosos; y (d) por último analiza el caso de estrategias de ciclo de vida, que parten desde un fondo riesgoso y van cambiando hacia fondos más conservadores.

3.3.1. Estrategia de Asignación por Omisión Mujer

Debido a que el resto del análisis de este trabajo se concentra en el horizonte de simulación entre los 25 y los 65 años, utilizando como referencia la Asignación por Omisión para hombres, es que se hace necesario evaluar cuál es el efecto que tiene la estrategia de Asignación por Omisión para mujeres. El Cuadro 2.8 muestra las estrategias para ambos géneros. Acá se observa que la diferencia en la estrategia para mujeres es que ésta comienza a cambiar hacia los fondos más conservadores 5 años antes que la estrategia de hombres. Esto se debe básicamente a que ambas estrategias están diseñadas considerando la edad legal de retiro, de 60 años para las mujeres y 65 años para los hombres.

En esta sección analizamos la estrategia para mujeres, en un horizonte entre los 20 y los 60 años. Este horizonte es consistente con la estrategia a analizar, al mismo tiempo que mantiene la duración de 40 años del *benchmark*. Cabe notar que esta distinción va a significar que una suma de factores afectará la comparación. Sin embargo, parece pertinente hacer este análisis por cuanto la estrategia para mujeres es una realidad, y es razonable compararla con la posibilidad de que una mujer siga la estrategia de un hombre.

El siguiente cuadro muestra la estadística descriptiva para dos distribuciones de tasa de reemplazo. La primera corresponde a la estrategia utilizada en esta sección, de asignación por omisión tipo mujer. Mientras que la segunda corresponde a la estrategia *benchmark* para una mujer, que considera la estrategia de asignación por omisión tipo hombre. Se observa que la estrategia tipo mujer presenta una tasa de reemplazo media significativamente menor que la tipo hombre, al mismo tiempo que presenta también una menor volatilidad de la tasa de reemplazo. Este resultado de riesgo-retorno es consistente con lo demás resultados observados en la distribución de la tasa de reemplazo.

²⁵ Dado que la simulación es desde los 25 hasta los 65 años, se considera el análisis para ambos géneros con la estrategia de Asignación por Omisión para un hombre.

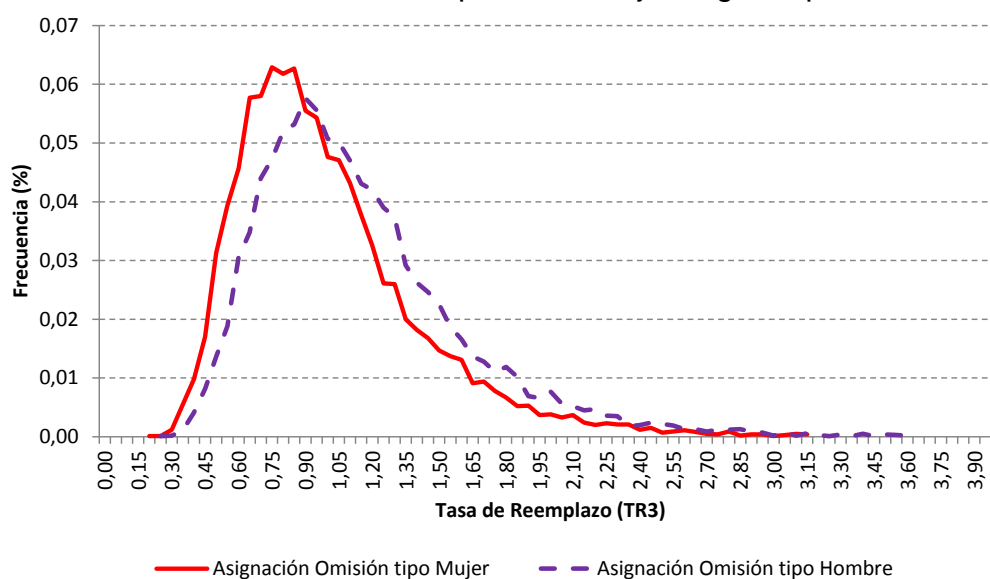
Cuadro 3.7. – Estadística Descriptiva de Distribución de TR3

Estrategia por Omisión	Mujer	
	Tipo Mujer	Tipo Hombre
Media	0,9791	1,1194
Desviación Estándar	0,4212	0,4645
Coef. de Asimetría	1,55	1,47
Coef. de Curtosis	4,28	3,90
Percentil 25	0,6878	0,7961
Percentil 50	0,8923	1,0278
Percentil 75	1,1696	1,3328

Fuente: Elaboración propia.

Los coeficientes de asimetría y curtosis son similares para ambas distribuciones. Mostrando que las distribuciones son asimétricas positivas y leptocúrticas. Adicionalmente, los percentiles muestran que las distribuciones tienen un porcentaje mayor al 50% a la izquierda de la media. El siguiente gráfico muestra las distribuciones analizadas en esta sección, que confirman los resultados descritos.

Gráfico 3.7. – Distribución de TR3 para una Mujer según Tipo de Estrategia



Fuente: elaboración propia.

Es importante recordar en este punto los distintos factores que inciden en cada una de las distribuciones y que explicarían las diferencias en éstas. En primer lugar, la estrategia tipo para la mujer considera un horizonte entre los 20 y los 60 años, éste horizonte presenta una media de remuneraciones ligeramente menor que el caso de la estrategia tipo para el hombre, donde el horizonte es entre los 25 y los 65 años. Este efecto hace que la media de la distribución tipo mujer sea menor.

Por otro lado, la edad de retiro en la estrategia tipo mujer es a los 60 años, mientras que en la estrategia tipo hombre es a los 65. Esto hace que la pensión obtenida en el primer caso sea considerablemente menor, por cuanto tiene que considerar 5 años adicionales

de pago de pensión. Este efecto también hace que la media de la distribución tipo mujer sea menor.

Por último están las estrategias de inversión. En base a los horizontes de simulación considerados, la estrategia tipo mujer está 15 años en el Fondo B, 15 años en el Fondo C y 10 años en el Fondo D. Mientras que la estrategia tipo hombre está 10 años en el Fondo B, 20 años en el Fondo C y 10 años en el Fondo D. Esto se puede interpretar como que la estrategia tipo mujer es más agresiva por cuánto permanece más tiempo en el Fondo B y menos en el Fondo C. Este efecto hace que el riesgo-retorno de la distribución tipo mujer sea mayor.

Es muy importante destacar en este punto que la interpretación de estas estrategias de inversión está fuertemente condicionada por los horizontes considerados en cada caso. En particular, la edad de afiliación al sistema es una variable que está más relacionada con el nivel educacional y las posibilidades del mercado laboral, que con una estrategia de inversión del sistema previsional.

Así, dado que la distribución tipo mujer presenta un menor riesgo-retorno, se puede argumentar que los efectos de remuneración y edad de retiro son mayores que el efecto de estrategia de inversión. Es importante destacar que este es solo una forma de comparar las estrategias de inversión de asignación por omisión, dentro de muchas posibilidades. Y solo permite tener una primera impresión al respecto.

3.3.2. Estrategias de Inversión Pasivas

En esta sección se analizan un tipo de estrategias que se caracterizan por mantenerse en un único fondo del esquema de Multifondos durante todo el período de afiliación activa. Este tipo de estrategias se puede denominar estrategias pasivas. El análisis considera una estrategia por cada uno de los cinco (5) tipos de fondos del esquema de Multifondos. Cabe señalar sin embargo, que la estrategia que sigue el Fondo A tiene una corrección hacia el Fondo B para los últimos 10 años antes de la edad de retiro, debido a la restricción de acceso al Fondo A en el sistema previsional.

El análisis considera la información de los perfiles de remuneración y probabilidad de cotizar descritos anteriormente en el capítulo 2. Asimismo, también considera el análisis para un hombre y una mujer entre los 25 y los 65 años²⁶.

El siguiente cuadro muestra los resultados de simulación para una mujer según la estrategia de inversión. Se incluye información de las cinco estrategias pasivas además de la información de la estrategia de asignación por omisión. Acá se puede apreciar claramente el ordenamiento en el plano riesgo-retorno de cada una de las estrategias pasivas. Donde las estrategias en los fondos más riesgosos (Fondo A) tiene una media más alta, al mismo tiempo que una volatilidad más alta. A medida que la estrategia considera un fondo cada vez más conservador (hasta Fondo E) disminuye la tasa de

²⁶ Cabe señalar que la restricción de acceso al Fondo A parte a los 56 años para los hombre y a los 51 años para las mujeres. En este análisis se considera la edad de restricción de los hombres, para ambos géneros, en la estrategia pasiva del Fondo A.

reemplazo media, así como también disminuye la volatilidad. Es importante destacar que los cambios en volatilidad son considerables entre estrategias, donde la volatilidad de la estrategia en el Fondo A es más de 5 veces la volatilidad de la estrategia en el Fondo E.

Cuadro 3.8. –Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para una Mujer

Estrategia	Mujer					
	AB	B	C	D	E	Omisión
Media	1,4688	1,3362	1,1416	0,9610	0,8570	1,1194
Desviación Estándar	1,1792	0,8699	0,4976	0,2595	0,2200	0,4645
Coef. de Asimetría	2,82	2,18	1,46	0,95	0,88	1,47
Coef. de Curtosis	14,58	8,65	3,79	1,68	1,50	3,90
Percentil 25	0,7197	0,7550	0,7949	0,7784	0,7004	0,7961
Percentil 50	1,1286	1,1113	1,0434	0,9236	0,8292	1,0278
Percentil 75	1,8029	1,6475	1,3775	1,1074	0,9801	1,3328

Fuente: Elaboración propia.

Al observar los coeficientes de asimetría y curtosis, se tiene que todas las distribuciones son asimétricas positivas y leptocúrticas. Donde existe una importante variabilidad en los valores de estos componentes. El análisis de los percentiles muestra que las estrategias más riesgosas presentan una cola derecha mucho más larga que las estrategias más conservadoras, con la media mucho más alejada del percentil 50.

El siguiente cuadro muestra los resultados para el caso de un hombre. Se puede apreciar que las distribuciones en este caso presentan un comportamiento equivalente al caso de una mujer. Cabe notar que en el caso de un hombre los valores de media son mayores, mientras que la volatilidad es solo ligeramente mayor.

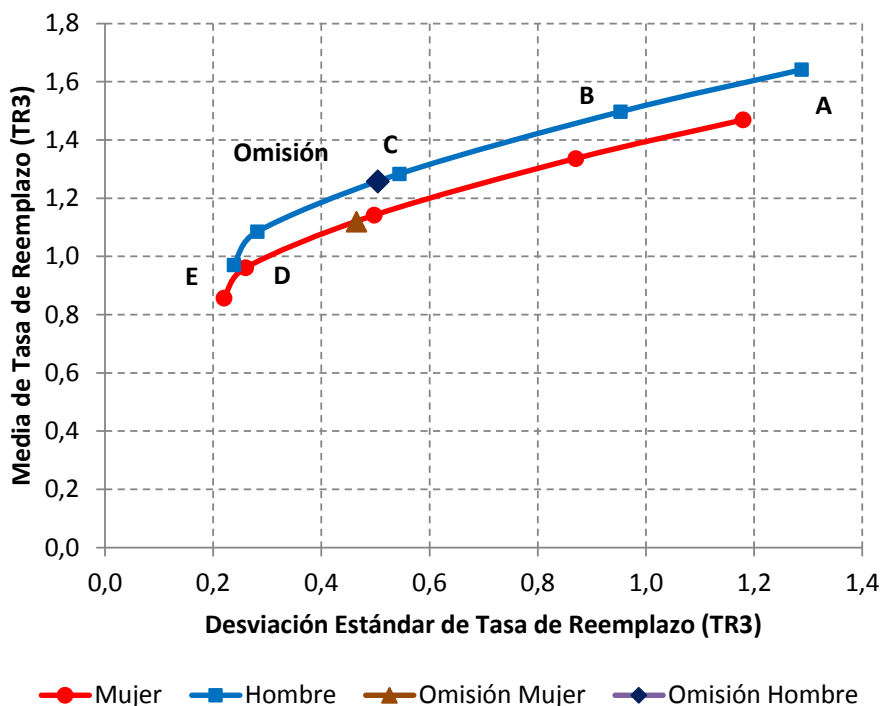
Cuadro 3.9. –Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para un Hombre

Estrategia	Hombre					
	AB	B	C	D	E	Omisión
Media	1,6412	1,4971	1,2834	1,0848	0,9703	1,2573
Desviación Estándar	1,2879	0,9529	0,5440	0,2812	0,2381	0,5042
Coef. de Asimetría	2,81	2,16	1,44	0,93	0,86	1,45
Coef. de Curtosis	14,70	8,53	3,70	1,67	1,45	3,83
Percentil 25	0,8210	0,8581	0,9044	0,8872	0,8008	0,9073
Percentil 50	1,2709	1,2508	1,1770	1,0475	0,9405	1,1604
Percentil 75	2,0165	1,8401	1,5425	1,2421	1,1051	1,4905

Fuente: Elaboración propia.

El siguiente gráfico muestra la información de las distribuciones en el plano riesgo-retorno, para todas las estrategias analizadas, para ambos géneros.

Gráfico 3.8. – Plano Riesgo-Retorno de TR3 según Estrategia de Inversión



Fuente: elaboración propia.

Esta información permite tener una impresión más clara del ordenamiento de las estrategias pasivas. Este resultado permite interpretar el esquema de Multifondos como una frontera eficiente de inversión, donde el individuo puede elegir la relación riesgo-retorno que mejor se ajuste a sus preferencias.

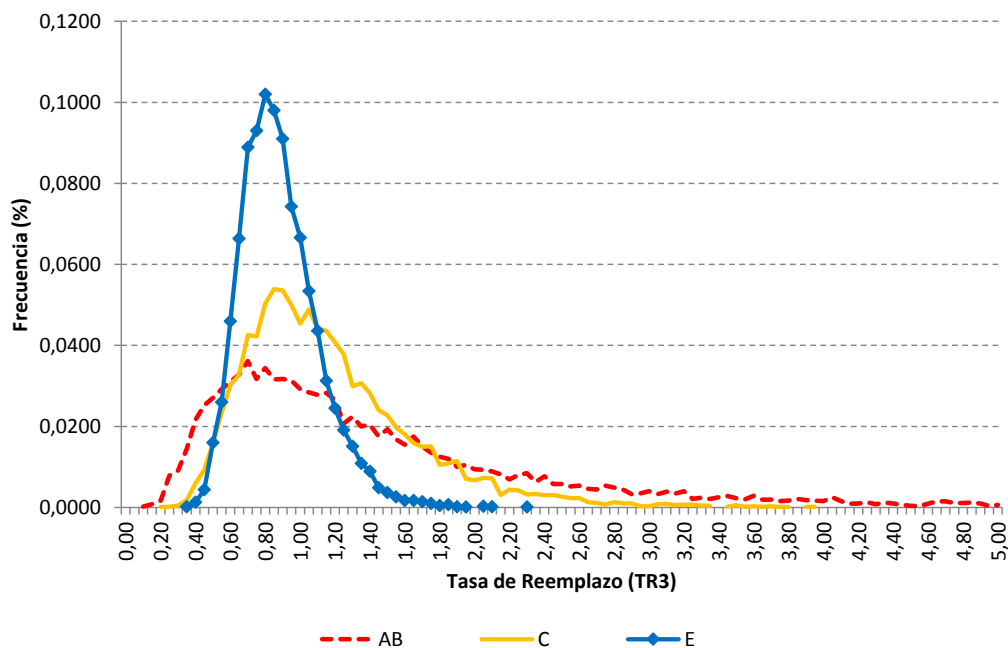
Se observan diferencias significativas entre las estrategias desde el Fondo A hasta el Fondo D. Sin embargo, se observa luego una convergencia entre el Fondo D y el Fondo E. Una interpretación de este resultado es que, en términos de tasa de reemplazo, las estrategias demasiado conservadoras alcanzan un beneficio mínimo, caracterizado por una distribución con baja media y una muy baja volatilidad (las probabilidades se concentran).

Se incluye en este gráfico la información de las estrategias de Asignación por Omisión. Se observa que éstas se ubican ligeramente por debajo de la estrategia pasiva del Fondo C. Este es un resultado interesante, por cuando el Fondo C representa el punto medio en las alternativas del esquema de Multifondos. Este resultado se considera positivo, por cuanto la estrategia de Asignación por Omisión presenta una mejor protección frente al riesgo de mercado que la estrategia pasiva del Fondo C. Esto se debe a que la estrategia de Asignación por Omisión considera los últimos años en el Fondo D, que está menos expuesto a los efectos de una crisis financiera.

Los siguientes gráficos muestran las distribuciones de tasas de reemplazo para las estrategias pasivas de los Fondos AB, C y E, para mujeres y hombres, respectivamente. Acá se puede apreciar la diferencia en la forma de las distribuciones, observada en los coeficientes de asimetría y curtosis. También se observa como los fondos más riesgosos

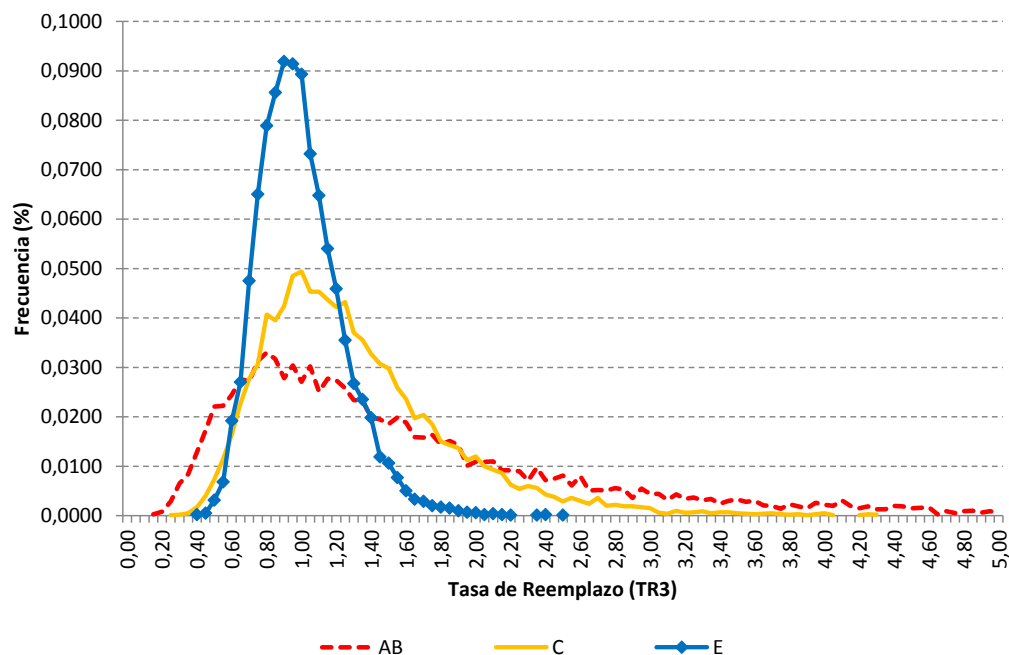
presentan una cola derecha más larga, aunque con una probabilidad decreciente. Asimismo, a medida que aumenta el riesgo, la probabilidad de obtener tasas de reemplazo más bajas también aumenta considerablemente. Este es un resultado importante, por cuanto las estrategias de inversión deberían tener como finalidad tratar de mitigar este riesgo.

Gráfico 3.9. – Distribución de TR3 para una Mujer según Estrategia



Fuente: elaboración propia.

Gráfico 3.10. – Distribución de TR3 para un Hombre según Estrategia



Fuente: elaboración propia.

El siguiente cuadro muestra la probabilidad de que la tasa de reemplazo sea menor o igual a 0,75, para cada una de las distribuciones de los dos gráficos anteriores. Se incluye además la tasa de reemplazo media bajo dicha probabilidad. Se observa un efecto interesante, donde a medida que se pasa de una estrategia riesgosa a una estrategia más conservadora, la probabilidad primero disminuye para luego volver a aumentar. Esto se explica por el grado de concentración de las estrategias más conservadoras. Es importante destacar, sin embargo, que la tasa de reemplazo media si presenta una tendencia creciente a medida que disminuye el riesgo de la estrategia.

Cuadro 3.10. – Probabilidad de TR3 menor o igual a 0,75 y TR3 media

Estrategia Pasiva	AB	C	E
	Mujer		
Probabilidad	26,89%	20,47%	34,22%
TR Media	0,5291	0,6059	0,6409
	Hombre		
Probabilidad	20,38%	12,27%	16,93%
TR Media	0,5495	0,6244	0,6662

Fuente: Elaboración propia.

El siguiente cuadro muestra una tasa de reemplazo objetivo más alta, tasa de reemplazo menor o igual a 1. Acá se observa que a medida que la estrategia de inversión es más conservadora, mayor es la probabilidad de que la tasa de reemplazo esté bajo este valor. Sin embargo, en este caso también la tasa de reemplazo media que se tendría bajo ese escenario es mayor mientras más conservadora sea la estrategia.

Cuadro 3.11. –Probabilidad de TR3 menor o igual a 1 y TR3 media

Estrategia Pasiva	AB	C	E
	Mujer		
Probabilidad	42,71%	45,80%	77,41%
TR Media	0,6562	0,7531	0,7654
	Hombre		
Probabilidad	35,38%	34,32%	60,64%
TR Media	0,6857	0,7895	0,8190

Fuente: Elaboración propia.

Es importante destacar que el análisis de estas estrategias de inversión pasivas permite tener un mejor conocimiento del esquema de Multifondos. Sin embargo, no se recomienda seguir una estrategia de este tipo como afiliado al sistema previsional. Esto se debe a que el esquema de Multifondos está diseñado para que los afiliados puedan cambiar sus preferencias de riesgo-retorno a lo largo del ciclo de vida de afiliación activa.

3.3.3. Estrategias Inverso de Ciclo de Vida

Se llama estrategias de Ciclo de Vida a aquellas estrategias que presentan una tendencia decreciente en el tiempo respecto del riesgo de sus inversiones. De este modo, una estrategia Inverso de Ciclo de Vida presenta una tendencia creciente en el tiempo en relación al riesgo. En el caso del sistema previsional, con su esquema de Multifondos, estas estrategias corresponden a aquellas que parten en un fondo más conservador y evolucionan hacia un fondo más riesgoso. Debido a que se observa en la literatura como se favorecen las estrategias de Ciclo de Vida, se hace relevante analizar las propiedades de su inverso, y constatar si éstas son más o menos deseables.

En esta sección se definen tres estrategias para el análisis: (1) Una estrategia dicotómica, que considera la primera mitad del horizonte de simulación en el Fondo E, para luego pasar drásticamente hacia el Fondo A, para la segunda mitad del horizonte.²⁷; (2) Una estrategia que replica la estrategia de Asignación por Omisión, pero invirtiendo el primer y el último Tipo de Fondo. Esto es, parte en el Fondo D, para pasar luego a los Fondos C y B; y (3) Una estrategia lineal, que puede estar en un único Fondo, o en dos Fondos simultáneamente durante su mayor parte durante la estrategia, parte en el Fondo E y cambia año a año gradualmente hacia los fondos más riesgosos hasta terminar en el Fondo A²⁸.

El análisis considera la información de los perfiles de remuneración y probabilidad de cotizar descritos anteriormente en el capítulo 2. Asimismo, también considera el análisis para un hombre y una mujer entre los 25 y los 65 años.

El siguiente cuadro muestra los resultados de simulación para una mujer, según la estrategia de inversión. Los resultados muestran medias y desviaciones relativamente

²⁷ Cabe recordar que existe una restricción de acceso al Fondo A para los últimos 10 años antes de pensionarse. Por lo que todas las estrategias que terminen en el Fondo A se corrigen hacia el Fondo B para este período final.

²⁸ En esta estrategia también se hace una corrección por la restricción de acceso al Fondo A para los últimos 10 años. Por esto, la estrategia alcanza el Fondo A 15 años antes del retiro, para luego cambiar hacia el Fondo B durante 5 años y finalmente permanecer en el Fondo B por 10 años.

altas. Mayores a las obtenidas en la estrategia *benchmark* y similares a los resultados para las estrategias pasivas de los Fondos B y C (ver Cuadro 3.8). Este resultado indicaría que éste tipo de estrategias son relativamente riesgosas, dentro del espectro de posibilidades del esquema de Multifondos.

Cuadro 3.12. –Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para una Mujer

Estrategia	Mujer		
	EAB	Inv Om	Lin EAB
Media	1,2009	1,1562	1,3139
Desviación Estándar	0,7676	0,5638	0,8868
Coef. de Asimetría	2,12	1,58	2,21
Coef. de Curtosis	7,83	4,48	8,35
Percentil 25	0,6829	0,7618	0,7259
Percentil 50	1,0102	1,0357	1,0785
Percentil 75	1,4976	1,4205	1,6374

Fuente: Elaboración propia.

El análisis de los coeficientes de asimetría y curtosis muestra la misma tendencia observada en todos los análisis anteriores. Las distribuciones son asimétricas positivas y leptocúrticas. El análisis de los percentiles también muestra la tendencia donde las distribuciones tienen un porcentaje mayor al 50% a la izquierda de la media de las distribuciones.

El siguiente cuadro muestra la estadística descriptiva para el caso de un hombre. La interpretación de los resultados es equivalente, persiste la tendencia de medias y desviaciones más altas en este caso.

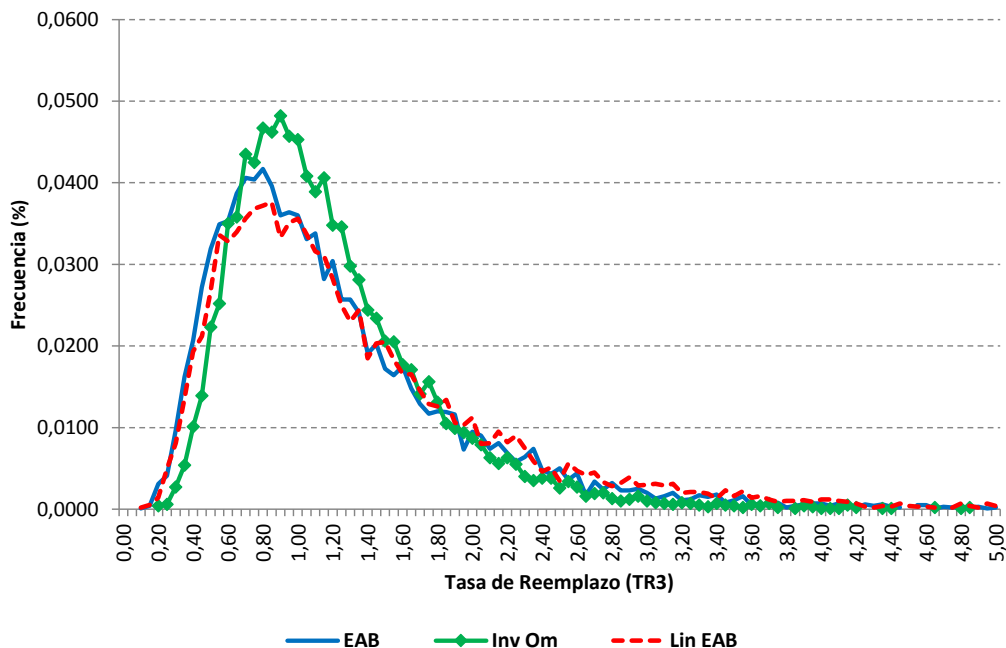
Cuadro 3.13. –Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para un Hombre

Estrategia	Hombre		
	EAB	Inv Om	Lin EAB
Media	1,3525	1,3012	1,4748
Desviación Estándar	0,8471	0,6204	0,9747
Coef. de Asimetría	2,10	1,56	2,18
Coef. de Curtosis	7,66	4,34	8,10
Percentil 25	0,7830	0,8700	0,8253
Percentil 50	1,1420	1,1715	1,2186
Percentil 75	1,6787	1,5865	1,8284

Fuente: Elaboración propia.

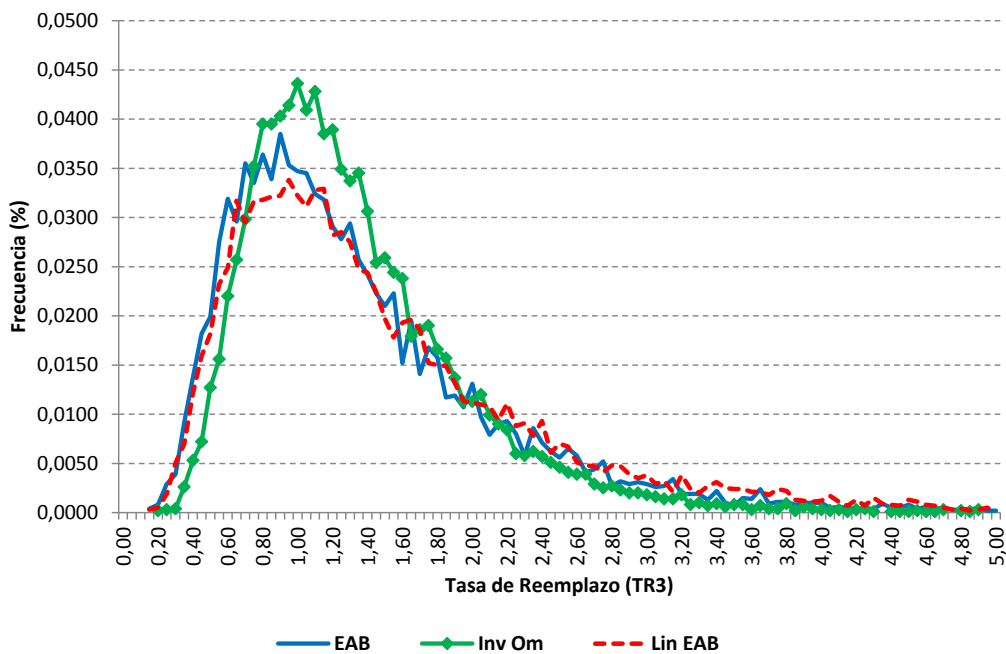
Los siguientes gráficos muestran las distribuciones de tasas de reemplazo para las tres estrategias consideradas en esta sección, para mujeres y hombres, respectivamente. Se observa que todas las distribuciones se comportan de manera similar. Con una ligera diferencia en el caso de la estrategia de Inverso de Asignación por Omisión, con una distribución más concentrada en la media, y por lo tanto con ambas colas con menor densidad. Esto es consistente con la desviación estándar observada. Los resultados para mujeres y hombres son equivalentes.

Gráfico 3.11. – Distribución de TR3 para una Mujer según Estrategia



Fuente: elaboración propia.

Gráfico 3.12. – Distribución de TR3 para un Hombre según Estrategia



Fuente: elaboración propia.

El siguiente cuadro muestra la probabilidad de que la tasa de reemplazo sea menor o igual a 0,75 para cada una de las distribuciones de los dos gráficos anteriores. Se incluye además la tasa de reemplazo media bajo dicha probabilidad, esta información nos permite tener una idea de la magnitud de la diferencia en la cola izquierda entre las distribuciones. Acá se puede observar que las dos estrategias que incluyen los fondos E

y A tienen una probabilidad más alta y una tasa de reemplazo media bajo dicha probabilidad más baja, que la estrategia de Inverso de Asignación por Omisión.

Cuadro 3.14. –Probabilidad de TR3 menor o igual a 0,75 y TR3 media

Estrategia	EAB	Inv Om	Lin EAB
Mujer			
Probabilidad	30,32%	23,74%	26,87%
TR Media	0,5396	0,5855	0,5416
Hombre			
Probabilidad	22,70%	15,70%	20,19%
TR Media	0,5589	0,6037	0,5624

Fuente: Elaboración propia.

A modo de comparación con la estrategia *benchmark* (Asignación por Omisión), tenemos que la estrategia mejor comportada en el cuadro anterior, aún tiene una probabilidad más alta y una tasa media más baja que la estrategia *benchmark*. La cual, bajo una tasa objetivo de 0,75 tiene una probabilidad de 20,28% y una tasa media bajo dicha probabilidad de 0,6180, para una mujer y de 12,43% y 0,6375 para el caso de un hombre. Este resultado nos muestra que las estrategias de Inverso de Ciclo de Vida (al menos las descritas en este análisis) tienden a mostrar un mayor riesgo de obtener tasas de reemplazo más bajas que la estrategia de Ciclo de Vida definida como Asignación por Omisión.

3.3.4. Estrategias de Ciclo de Vida

Las estrategias de Ciclo de Vida son aquellas que tienen una tendencia decreciente en el tiempo, respecto de su exposición al riesgo. En este trabajo, suponemos *a priori* que este tipo de estrategias es preferible respecto de las demás formas de estrategias analizadas anteriormente. En este trabajo entendemos por características preferibles en una estrategia de inversión básicamente dos aspectos. En primer lugar que la estrategia muestra una baja probabilidad de obtener tasas de reemplazo relativamente bajas. Y en segundo lugar que la media de tasa de reemplazo de la estrategia sea relativamente alta.

En esta sección se definen tres estrategias para el análisis: (1) Una estrategia dicotómica, que considera la primera mitad del horizonte de simulación en el Fondo A, para luego pasar gradualmente, durante 5 años hacia el Fondo E, para la segunda mitad del horizonte; (2) La estrategia *benchmark*, definida como Asignación por Omisión; y (3) Una estrategia lineal, que puede estar en un único Fondo, o en dos Fondos simultáneamente durante su mayor parte durante la estrategia, parte en el Fondo A y cambia año a año gradualmente hacia los fondos más conservadores hasta el Fondo E.

El análisis considera la información de los perfiles de remuneración y probabilidad de cotizar descritos anteriormente en el capítulo 2. Asimismo, también considera el análisis para un hombre y una mujer entre los 25 y los 65 años.

El siguiente cuadro muestra los resultados de simulación para una mujer, según la estrategia de inversión. Se puede apreciar que las estrategias seleccionadas presentan medias muy similares, con una diferencia algo mayor en las volatilidades. Cabe notar que

las estrategias no están ordenadas en su relación riesgo-retorno, por cuanto la estrategia de Asignación por Omisión tiene la media más alta, pero no la volatilidad más alta.

Cuadro 3.15. –Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para una Mujer

Estrategia	Mujer		
	AE	As Om	Lin AE
Media	1,0723	1,1194	1,0508
Desviación Estándar	0,5399	0,4645	0,3908
Coef. de Asimetría	1,95	1,47	1,37
Coef. de Curtosis	6,56	3,90	3,30
Percentil 25	0,7085	0,7961	0,7794
Percentil 50	0,9466	1,0278	0,9772
Percentil 75	1,2805	1,3328	1,2341

Fuente: Elaboración propia.

Al observar los coeficientes de asimetría y curtosis vemos que las distribuciones son asimétricas positivas y leptocúrticas. Por otro lado, el análisis de los percentiles muestra que las distribuciones están relativamente concentradas, con un porcentaje mayor al 50% a la izquierda de la media y con una cola derecha relativamente más larga que la cola izquierda.

El siguiente cuadro muestra los resultados de la simulación para el caso de un hombre. Se observa el mismo efecto de no ordenamiento de las estrategias en el plano riesgo-retorno. En este caso, las medias son mayores que en el caso de las mujeres, mientras que las desviaciones aumentan en una proporción relativamente menor, respecto del caso de las mujeres.

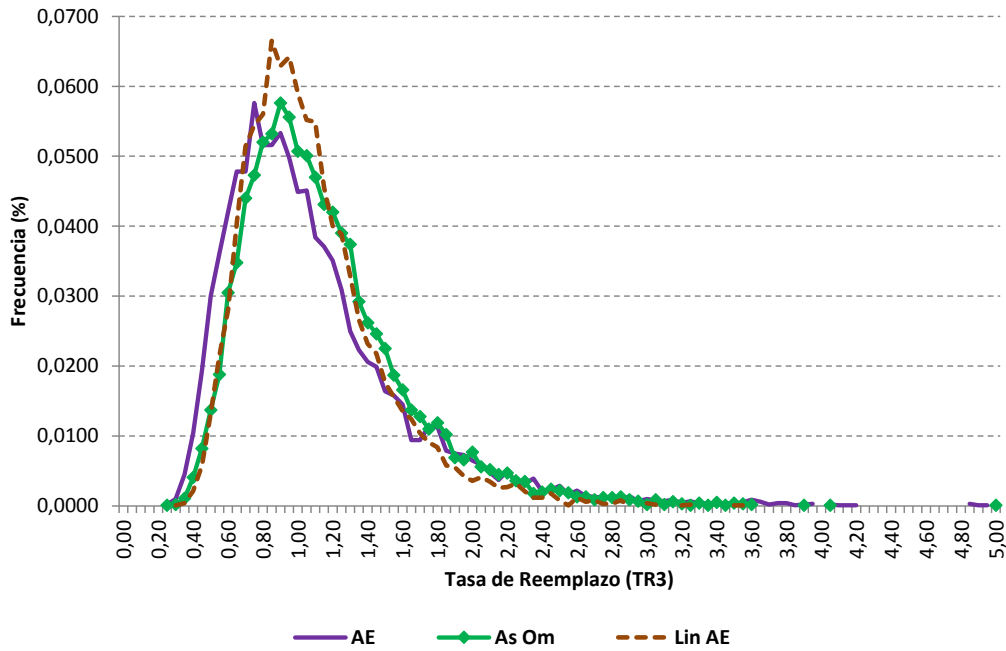
Cuadro 3.16. –Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para un Hombre

Estrategia	Hombre		
	AE	As Om	Lin AE
Media	1,2027	1,2573	1,1808
Desviación Estándar	0,5823	0,5042	0,4218
Coef. de Asimetría	1,94	1,45	1,36
Coef. de Curtosis	6,71	3,83	3,32
Percentil 25	0,8102	0,9073	0,8894
Percentil 50	1,0672	1,1604	1,1048
Percentil 75	1,4314	1,4905	1,3797

Fuente: Elaboración propia.

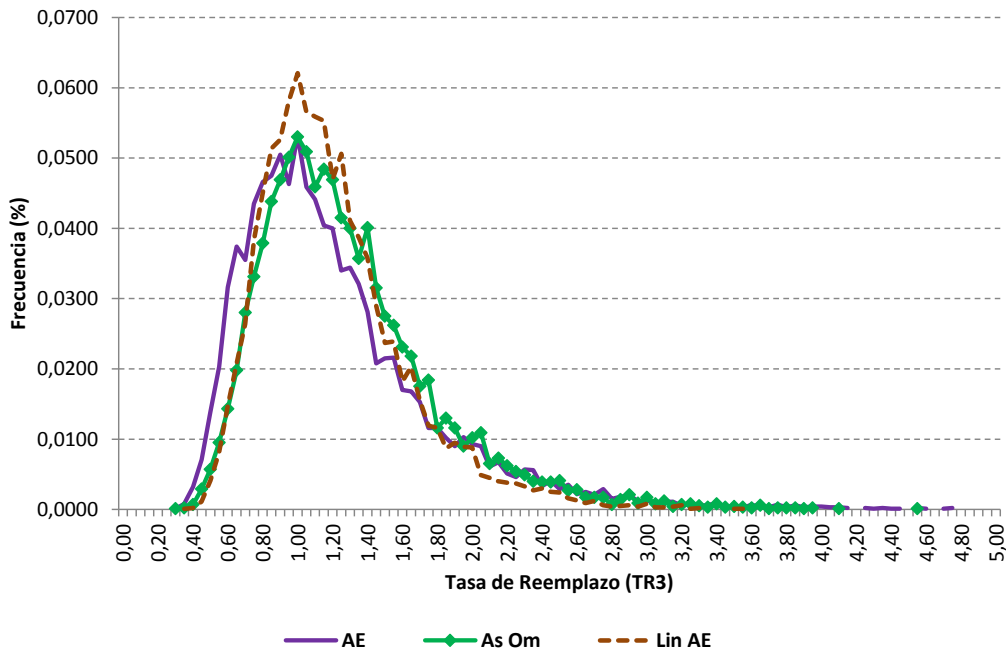
Los siguientes gráficos muestran las distribuciones de tasas de reemplazo para las tres estrategias definidas, para mujeres y hombres, respectivamente. Se observa que las distribuciones son similares en términos generales. Donde la estrategia dicotómica entre los Fondos A y E está un poco más a la izquierda que las otras dos estrategias. Por otro lado, la estrategia lineal entre los Fondos A y E está más concentrada y con ambas colas más cortas, que las otras dos estrategias. Este análisis es válido tanto para mujeres como para hombres. Estos resultados indicarían que de las estrategias seleccionadas la de Asignación por Omisión es preferida, esto es así dado que tiene la media más alta y su cola izquierda está igual o más a la derecha que la de las otras estrategias.

Gráfico 3.13. – Distribución de TR3 para una Mujer según Estrategia



Fuente: elaboración propia.

Gráfico 3.14. – Distribución de TR3 para un Hombre según Estrategia



Fuente: elaboración propia.

El siguiente cuadro muestra la probabilidad de que la tasa de reemplazo sea menor o igual a 0,75, para cada una de las distribuciones de los dos gráficos anteriores. Se incluye además la tasa de reemplazo media bajo dicha probabilidad. Este resultado confirma que la estrategia dicotómica entre los Fondos A y E posee una mayor probabilidad de tener

tasas de reemplazo más bajas. Por otro lado, el resultado entre las otras dos estrategias es algo ambiguo por cuanto la probabilidad es ligeramente menor para la estrategia de Asignación por Omisión, pero la tasa media es ligeramente mayor para la estrategia lineal desde el Fondo A al E.

Cuadro 3.17. –Probabilidad de TR3 menor o igual a 0,75 y TR3 media

Estrategia	AE	As Om	Lin AE
Mujer			
Probabilidad	29,66%	20,28%	21,73%
TR Media	0,5912	0,6180	0,6289
Hombre			
Probabilidad	19,33%	11,43%	11,39%
TR Media	0,6157	0,6375	0,6499

Fuente: Elaboración propia.

Con esta sección termina el análisis de diferentes tipos de estrategias. A partir de estos resultados es posible hacer una comparación más profunda entre los diferentes tipos, con el fin de determinar si las estrategias de Ciclo de Vida poseen características que son preferibles para los afiliados al sistema previsional.

3.3.5. Resumen de Estrategias

Una vez presentadas todas las estrategias de inversión consideradas en este trabajo, es posible intentar hacer una comparación integral entre estrategias. Para esto es necesario definir un criterio de comparación. Como se mencionó anteriormente, decimos que una buena estrategia de inversión es aquella que, por un lado, tiene una tasa de reemplazo media relativamente alta, y por otro lado, el riesgo de obtener tasas de reemplazo bajas es relativamente menor.

A modo de ejercicio, y como primera aproximación a este problema, en este trabajo se define un Índice de Riesgo Pensión como un promedio ponderado entre la media de la distribución de probabilidad de la tasa de reemplazo y la media de la cola izquierda de la misma distribución hasta un percentil definido previamente. La siguiente fórmula muestra la composición del Índice.

$$IRP_i = \mu_i \times (1 - p) + \mu_i^q \times p \quad (3.1)$$

Donde IRP_i es el Índice de Riesgo Pensión de la estrategia i , μ_i es la media de la distribución de la tasa de reemplazo de la estrategia i , μ_i^q es la media de la cola izquierda, hasta el percentil q , de la distribución de la tasa de reemplazo de la estrategia i , y $p \in (0,1)$.

Para determinar el percentil y la ponderación de estos dos factores emplearemos un criterio arbitrario para su calibración, utilizando el grupo de estrategias pasivas. El argumento detrás de este criterio se basa en que todas las estrategias potenciales comparten una calibración común en los parámetros de las clases de activos utilizados para la simulación de rentabilidad del esquema de Multifondos. De este modo se puede

argumentar que los resultados obtenidos en las estrategias pasivas representan el espectro dentro del cual se encuentran las estrategias potenciales.

Cabe señalar que se observa una correlación positiva entre una mayor tasa de reemplazo media y una cola izquierda de la distribución más hacia la izquierda. Debido a esto se dará preferencia a una estrategia de inversión intermedia, que compensa el riesgo de obtener tasas de reemplazo demasiado bajas con una menor tasa de reemplazo media de la distribución. Así, el criterio para la calibración del Índice de Riesgo Pensión busca dar preferencia a una estrategia como la del Fondo C, respecto de la del fondo E, por el hecho de tener una media de la distribución relativamente más alta. Asimismo, el criterio dará preferencia a la misma estrategia del Fondo C, respecto de la del Fondo A, por tener una cola izquierda relativamente más a la derecha.

Como primera aproximación a la calibración del Índice, se considera el Percentil 25 como punto de corte para la cola izquierda de la distribución considerada en el promedio ponderado del Índice. El siguiente cuadro muestra los resultados obtenidos para el Índice, para ambos géneros, para cada una de las estrategias pasivas, para distintos valores del ponderador del Índice. Acá se observa que cuando la media de la cola izquierda se pondera poco, el Índice ordena las estrategias prefiriendo aquellas de mayor riesgo, dado que éstas tienen una mayor media de la distribución. Y a medida que se da mayor ponderación a la media de la cola izquierda, los valores del Índice se van acercando entre estrategias. Cuando la ponderación de la media de la cola izquierda es considerablemente alta (80%), se observa un cambio en el ordenamiento de las estrategias dado el Índice. Este es el criterio, definido anteriormente, el que el Índice debe reflejar al comparar estrategias.

Cuadro 3.18. –Índice de Riesgo Pensión con Percentil 25 según Ponderación

		Mujer								
% Per. 25		10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
Estrategia	AB	1,3733	1,2778	1,1823	1,0867	0,9912	0,8957	0,8002	0,7047	0,6092
	B	1,2582	1,1803	1,1023	1,0243	0,9464	0,8684	0,7904	0,7125	0,6345
	C	1,0910	1,0405	0,9899	0,9394	0,8888	0,8383	0,7878	0,7372	0,6867
	D	0,9322	0,9034	0,8746	0,8458	0,8170	0,7881	0,7593	0,7305	0,7017
	E	0,8323	0,8075	0,7828	0,7581	0,7334	0,7086	0,6839	0,6592	0,6344
		Hombre								
% Per. 25		10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
Estrategia	AB	1,5364	1,4316	1,3268	1,2219	1,1171	1,0123	0,9074	0,8026	0,6978
	B	1,4113	1,3255	1,2398	1,1540	1,0682	0,9825	0,8967	0,8109	0,7251
	C	1,2279	1,1725	1,1170	1,0616	1,0061	0,9506	0,8952	0,8397	0,7843
	D	1,0536	1,0223	0,9910	0,9597	0,9284	0,8972	0,8659	0,8346	0,8033
	E	0,9435	0,9166	0,8898	0,8630	0,8361	0,8093	0,7825	0,7556	0,7288

Fuente: Elaboración propia.

Debido a que la ponderación de la media de cola izquierda es considerablemente alta, para lograr el efecto deseado en el Índice, se hace la prueba de utilizar un percentil más bajo, para definir el corte de la cola izquierda, con el fin de obtener el efecto deseado en el Índice, dando una mayor ponderación a la media de la distribución. Así, el siguiente cuadro muestra los mismos resultados del cuadro anterior, en este caso se utiliza el Percentil 10 como punto de corte para la cola izquierda de la distribución. Acá se puede apreciar que el efecto deseado en el Índice también se alcanza con una ponderación de

la media de la cola izquierda relativamente alta (70%), aunque menor que en el caso anterior.

Cuadro 3.19. –Índice de Riesgo Pensión con Percentil 10 según Ponderación

		Mujer								
% Per. 10		10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
Estrategia	AB	1,3591	1,2495	1,1398	1,0302	0,9205	0,8108	0,7012	0,5915	0,4819
	B	1,2444	1,1526	1,0608	0,9690	0,8772	0,7854	0,6936	0,6018	0,5101
	C	1,0795	1,0173	0,9552	0,8931	0,8310	0,7689	0,7068	0,6447	0,5826
	D	0,9242	0,8874	0,8506	0,8139	0,7771	0,7403	0,7035	0,6667	0,6299
	E	0,8253	0,7936	0,7619	0,7302	0,6985	0,6669	0,6352	0,6035	0,5718

		Hombre								
% Per. 10		10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
Estrategia	AB	1,5205	1,3999	1,2792	1,1585	1,0378	0,9171	0,7964	0,6757	0,5550
	B	1,3959	1,2946	1,1934	1,0921	0,9909	0,8897	0,7884	0,6872	0,5860
	C	1,2151	1,1467	1,0784	1,0101	0,9417	0,8734	0,8051	0,7367	0,6684
	D	1,0448	1,0047	0,9647	0,9246	0,8845	0,8445	0,8044	0,7643	0,7243
	E	0,9358	0,9014	0,8669	0,8324	0,7979	0,7635	0,7290	0,6945	0,6601

Fuente: Elaboración propia.

Se observa que un cambio considerable en el punto de corte, desde el percentil 25 hasta el percentil 10, solo genera un cambio relativamente menor en la ponderación de la media de la cola izquierda en el cálculo del Índice (desde 80% hasta 70%). Por esta razón en este ejemplo se opta por utilizar los primeros resultados para la definición del Índice, el cual queda expresado en la siguiente fórmula:

$$IRP_i = \mu_i \times 0,2 + \mu_i^{25} \times 0,8 \quad (3.2)$$

Con el Índice calibrado de esta forma, es posible aplicar su fórmula al resto de las estrategias definidas en este trabajo. El siguiente cuadro muestra los valores del Índice, para todas las estrategias, para ambos géneros. Se incluye además un *ranking* entre todas las estrategias, en base al Índice. Cabe señalar que el *ranking* es el mismo para ambos géneros.

Cuadro 3.20. –Índice de Riesgo Pensión y *Ranking* según Estrategia

Estrategia	Mujer	Hombre	Ranking
AB	0,7047	0,8026	7°
B	0,7125	0,8109	5°
C	0,7372	0,8397	2°
D	0,7305	0,8346	3°
E	0,6592	0,7556	10°
EAB	0,6415	0,7329	11°
Inv Om	0,7065	0,8043	6°
Lin EAB	0,6843	0,7796	8°
AE	0,6669	0,7631	9°
As Om	0,7418	0,8461	1°
Lin AE	0,7275	0,8309	4°

Fuente: Elaboración propia.

Estos resultados muestran que el Índice asigna la primera posición a la estrategia de ciclo de vida de Asignación por Omisión. Este resultado se puede interpretar como que dicha estrategia cumple con el criterio de ser una estrategia balanceada, entre los dos factores considerados en el Índice.

Por otro lado, al analizar el *ranking* del grupo de estrategias de inverso de ciclo de vida, se puede apreciar que estas están ordenadas de manera consistente. Esto se refiere básicamente al análisis de las medias de las distribuciones (cuadros 3.12 y 3.13) y a la posición de las colas izquierdas de las distribuciones (gráficos 3.11 y 3.12). Este mismo resultado de ordenamiento consistente se mantiene para el grupo de estrategias de ciclo de vida (cuadros 3.15 y 3.16; y gráficos 3.13 y 3.14).

El único sub-*ranking* que no parece seguir este criterio es el del grupo de estrategias pasivas, el que a partir de la estrategia intermedia del Fondo C, va alternando el ordenamiento entre las estrategias más conservadoras y más riesgosas, dentro del grupo. Dado que este grupo se utilizó para la calibración del Índice no es posible hacer una interpretación de este ordenamiento observado.

3.3.5.1. Efecto en Índice de Riesgo Pensión del Pilar Solidario

El Índice de Riesgo Pensión, con su análisis global sobre el grupo de estrategias de inversión, permite evaluar otras medidas, distintas de aquellas relacionadas con la toma de decisiones, como por ejemplo la existencia del Pilar Solidario, en particular del Aporte Previsional Solidario (APS) de vejez, que es el beneficio financiado por el Estado, para quienes hayan cotizado al Sistema de Pensiones contributivo, al que pueden acceder las personas que tengan una pensión base mayor que cero e inferior o igual a la Pensión Máxima con Aporte Solidario (PMAS) y reúnan los requisitos de edad, focalización y residencia que señala la Ley N° 20.255.

En este estudio, la pensión base es equivalente a la Pensión Autofinanciada de Referencia (PAFE), que se calcula como una renta vitalicia inmediata, sin condiciones especiales de cobertura, utilizando la tasa de interés promedio implícita en las rentas vitalicias de vejez o invalidez, según corresponda, de los últimos seis meses.

Luego, para determinar el beneficio del Pilar Solidario dentro de este modelo, se debe calcular el Complemento Solidario (CS) y sumarlo a la PAFE. El CS es un cálculo matemático que se utiliza para determinar el APS de vejez. El CS se obtiene restando de la pensión básica solidaria de vejez, el producto obtenido de multiplicar el factor de ajuste por la pensión base²⁹.

Matemáticamente el CS corresponde a la siguiente fórmula:

$$CS = \begin{cases} PBS - \left(\frac{PBS}{PMAS} \times PBase \right) & \text{si } 0 \leq PBase < PMAS \\ 0 & \text{si } PMAS \leq PBase \end{cases} \quad (3.3)$$

²⁹ Las distintas definiciones señaladas provienen de la Superintendencia de Pensiones.

Donde *PBase* corresponde a la pensión base, o PAFE en este estudio. *PBS* es la Pensión Básica Solidaria, en este caso de vejez, cuyo monto mensual es de \$85.964 a partir del primero de julio de 2014 (equivalente a 3,58 UF). Mientras que la *PMAS* tiene un valor de \$279.427 a partir del primero de julio de 2014 (equivalente a 11,63 UF).

Para tener una primera idea del efecto del Pilar Solidario sobre el modelo de riesgo pensión, el siguiente cuadro muestra su efecto sobre la pensión de la simulación *benchmark* de este estudio, tanto para una mujer como para un hombre. Acá se puede observar que el Pilar Solidario tiene un efecto mayor sobre la pensión de una mujer, aumentando más la media y disminuyendo más la volatilidad, que en el caso de un hombre. Asimismo, se observa en ambos casos que el efecto del Pilar Solidario sobre la distribución de la pensión afecta moderadamente el coeficiente de asimetría y de manera significativa el coeficiente de curtosis. En este último caso aumentando aún más la concentración de casos en torno a la media de la distribución

Cuadro 3.21. – Estadística Descriptiva de Pensión con efecto del Pilar Solidario

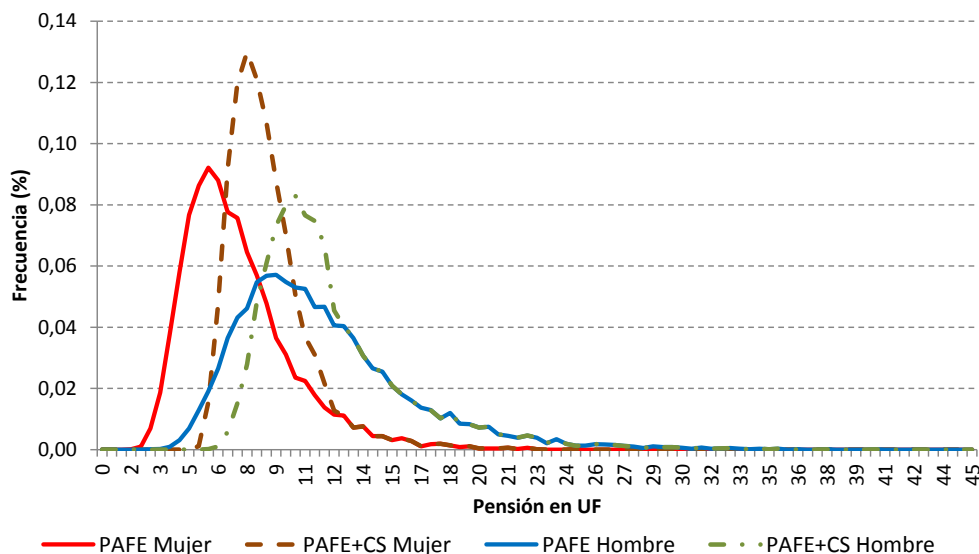
	Mujer		Hombre	
	PAFE	PAFE+CS	PAFE	PAFE+CS
Media	6,79	8,33	11,15	11,77
Desviación Estándar	2,85	2,16	4,53	4,04
Coef. de Asimetría	1,48	2,09	1,46	1,94
Coef. de Curtosis	3,98	8,53	3,87	6,08
Percentil 25	4,80	6,90	8,00	9,12
Percentil 50	6,21	7,88	10,27	10,69
Percentil 75	8,09	9,18	13,23	13,23

Fuente: Elaboración propia.

El siguiente gráfico muestra las distribuciones de pensiones para una mujer y un hombre, con y sin el efecto del Pilar Solidario. Acá se observa como el complemento solidario aumenta la concentración de las distribuciones, por cuanto afecta solamente la cola izquierda de las mismas. El efecto en el caso de una mujer es considerablemente mayor, esto se explica porque la distribución se encuentra mayoritariamente por debajo de la PMAS, y por lo tanto sujeta al Pilar Solidario.

Luego de esta mirada general del Pilar Solidario y su efecto en la pensión, dentro del modelo de riesgo pensión, podemos ver su efecto en el Índice de Riesgo Pensión y el *ranking* de las estrategias presentadas en este trabajo.

Gráfico 3.15. – Distribución de pensión con efecto del Pilar Solidario



Fuente: elaboración propia.

El siguiente cuadro muestra el *ranking* de estrategias considerando el Pilar Solidario dentro del cálculo del Índice de Riesgo Pensión. En este caso el *ranking* es un poco diferente entre una mujer y un hombre

Cuadro 3.22. –Índice de Riesgo Pensión y *Ranking* según Estrategia, con Pilar Solidario

Estrategia	Mujer	Hombre	Rank Mujer	Rank Hombre
AB	1,0976	0,9961	4°	3°
B	1,0958	0,9923	6°	4°
C	1,1056	0,9987	2°	2°
D	1,0980	0,9851	3°	6°
E	1,0470	0,9277	10°	11°
EAB	1,0424	0,9316	11°	10°
Inv Om	1,0847	0,9759	7°	7°
Lin EAB	1,0761	0,9702	8°	8°
AE	1,0565	0,9437	9°	9°
As Om	1,1086	1,0016	1°	1°
Lin AE	1,0976	0,9875	4°	5°

Fuente: Elaboración propia.

Se observa que la estrategia de Asignación por Omisión sigue siendo preferida. Al mismo tiempo que los grupos de estrategias, tanto de inverso de ciclo de vida, como de ciclo de vida, siguen estando ordenadas de manera consistente. La diferencia producto del Pilar Solidario se observa en las estrategias más riesgosas, donde se tiene que para el caso de una mujer la estrategia AB sube tres posiciones en el *ranking*, desplazando las estrategias que la antecedían. Mientras que en el caso de un hombre, la estrategia AB sube cuatro posiciones, y la estrategia B sube una posición. En resumen, el análisis muestra que el Pilar Solidario mejora la situación de las estrategias más riesgosas. Ya que afecta solamente la cola izquierda de las distribuciones, y las estrategias riesgosas se benefician de esto, manteniendo los valores más altos de la cola derecha. Este efecto,

sin embargo, no supera la preferencia por estrategias más balanceadas, como la de Asignación por omisión.

Con estos resultados finaliza la sección 3.3 de análisis de estrategias de inversión. En resumen, los resultados muestran que las estrategias de ciclo de vida tienen el potencial de ser el criterio adecuado para la definición de estrategias dentro del sistema previsional. Asimismo, los resultados muestran el potencial de la información disponible en las distribuciones de la tasa de reemplazo, para la definición de criterios de comparación de estrategias, dando como un ejemplo de esto el Índice de Riesgo Pensión definido.

3.4. ANÁLISIS DE AHORRO VOLUNTARIO

La última variable de análisis relacionada con el Riesgo en la Toma de Decisiones que se revisa en este trabajo es la opción de realizar Ahorro Voluntario. Si bien el sistema previsional contempla diversas formas de incrementar el ahorro, en este trabajo, por simplicidad, se simulará un aumento en la tasa de cotización obligatoria, como si este aumento reflejara la opción de un afiliado de incrementar su ahorro en el sistema de capitalización.

Del mismo modo que en los casos anteriores, este análisis considera la información de los perfiles de remuneración y probabilidad de cotizar descritos anteriormente en el capítulo 2. Asimismo, también considera como estrategia de inversión la Asignación por Omisión del Sistema Previsional, descrito en el Cuadro 2.8.

Así, partiendo de la simulación definida como *benchmark*, con un horizonte de simulación de 40 años, desde los 25 hasta los 65 años, se analizará el efecto de aumentar la tasa de cotización desde un 10% hasta un 11% y un 15%. Para ver su efecto en la distribución de la tasa de reemplazo definida como TR3.

El siguiente cuadro muestra los resultados de simulación para una mujer, según la tasa de cotización. Se puede observar que un aumento en la tasa de cotización hace aumentar tanto la media como la desviación estándar de las distribuciones. El aumento en la media es aproximadamente un 10% cuando la tasa de cotización aumenta en 1%, y aproximadamente un 50% cuando la tasa de cotización aumenta en 5%.

Un resultado curioso es que tanto el coeficiente de asimetría como de curtosis no presentan variación cuando cambia la tasa de cotización, al menos en el orden de magnitud presentado en este análisis. Se mantiene la propiedad de las distribuciones como asimétricas positivas y leptocúrticas. Por otra parte, el análisis de los percentiles muestra que las distribuciones tienen un porcentaje mayor al 50% a la izquierda de la media, y que la cola derecha es relativamente más larga que la cola izquierda. Se observa que esta última mejora su condición al aumentar la tasa de cotización.

Cuadro 3.23. –Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para una Mujer

Estrategia	Mujer		
	10%	11%	15%
Media	1,1194	1,2328	1,6863
Desviación Estándar	0,4645	0,5110	0,6969
Coef. de Asimetría	1,47	1,47	1,47
Coef. de Curtosis	3,90	3,90	3,90
Percentil 25	0,7961	0,8770	1,2012
Percentil 50	1,0278	1,1318	1,5484
Percentil 75	1,3328	1,4674	2,0063

Fuente: Elaboración propia.

El siguiente cuadro muestra los resultados de la simulación para el caso de un hombre. Se observan los mismo resultados de aumento en la media y la desviación estándar de las distribuciones, aunque en este caso con valores más altos en ambos casos. Aunque se mantiene el aumento en la media en términos porcentuales, respecto del aumento en la tasa de cotización. También se mantienen los mismos resultados para los coeficientes de asimetría y curtosis, y para el análisis de los percentiles de las distribuciones.

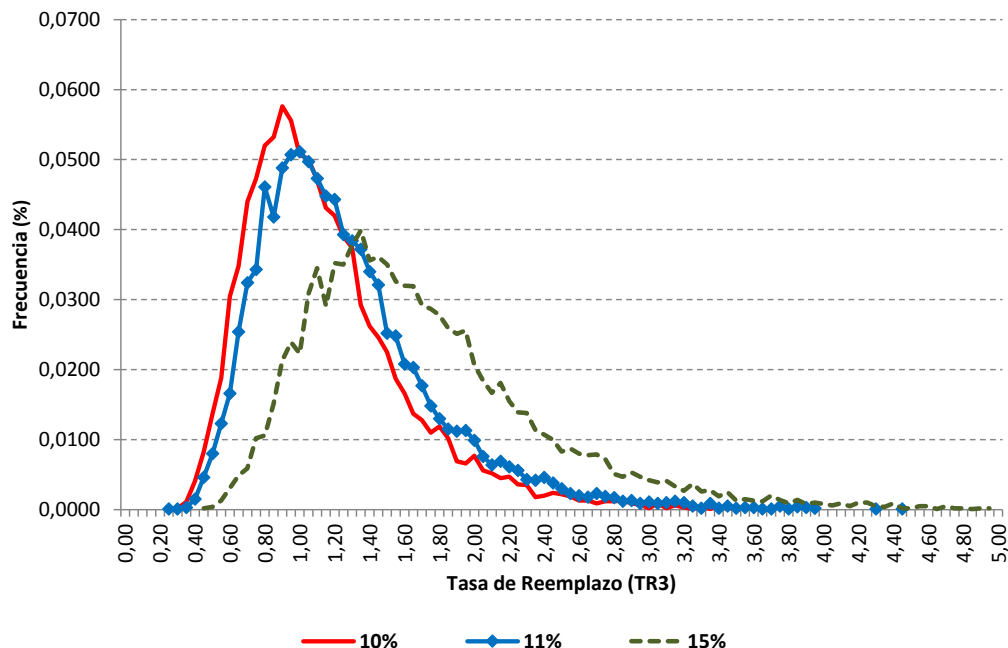
Cuadro 3.24. –Estadística Descriptiva de Distribución de TR3 para un Hombre

Estrategia	Hombre		
	10%	11%	15%
Media	1,2573	1,3842	1,8917
Desviación Estándar	0,5042	0,5546	0,7563
Coef. de Asimetría	1,45	1,45	1,45
Coef. de Curtosis	3,83	3,83	3,83
Percentil 25	0,9073	0,9991	1,3667
Percentil 50	1,1604	1,2775	1,7465
Percentil 75	1,4905	1,6406	2,2413

Fuente: Elaboración propia.

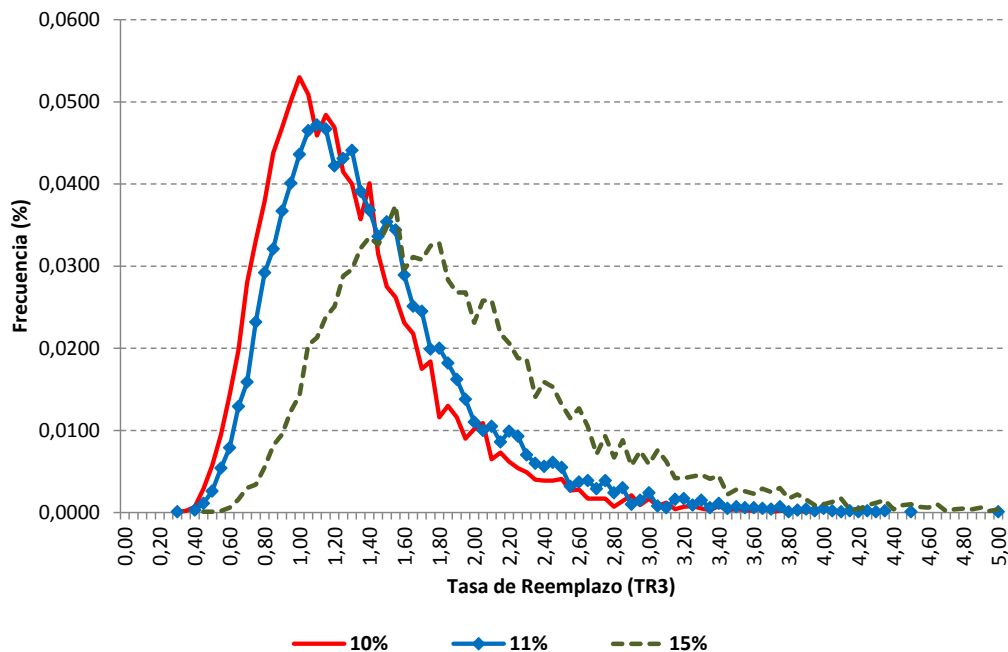
Los siguientes gráficos muestran las distribuciones de tasas de reemplazo para las distintas tasas de cotización definidas, para mujeres y hombres, respectivamente. Aquí se observa que un aumento en la tasa de cotización mejora en todo sentido la distribución de la tasa de reemplazo. Esto es, el área de la distribución se desplaza hacia la derecha, aumentando la probabilidad de tasas de reemplazo más altas. Este análisis es válido tanto para mujeres como para hombres.

Gráfico 3.16. – Distribución de TR3 para una Mujer según Tasa de Cotización



Fuente: elaboración propia.

Gráfico 3.17. – Distribución de TR3 para un Hombre según Tasa de Cotización



Fuente: elaboración propia.

Estos resultados muestran que aumentar la tasa de cotización, o alguna forma de Ahorro Voluntario, solo genera beneficios para los afiliados. Aunque este es más bien un resultado esperado para un cambio de esta variable en el modelo. Cabe recordar que la decisión de realizar Ahorro Voluntario representa un *trade off* entre consumo presente y consumo futuro. Por cuanto los afiliados dejan de percibir una parte de su ingreso

presente, para aumentar de esta forma su pensión. Una decisión de este tipo dependerá de las preferencias de consumo en el tiempo de los afiliados.

CONCLUSIONES

Este trabajo describe los riesgos presentes en un sistema previsional, intentando medir estos riesgos a través de un único riesgo denominado riesgo de pensión. A partir de esto se propone modelar este riesgo y ver la posibilidad de utilizar este modelo para evaluar políticas públicas que puedan afectar el riesgo de pensión. Para esto se identificaron los riesgos que deberían ser incluidos en el riesgo pensión, describiendo la importancia y la naturaleza de cada uno de ellos.

En este trabajo ha sido posible describir en forma detallada la estructura del modelo de riesgo pensión, definiendo en términos simples y a la vez técnicos, cada uno de los elementos necesarios para la modelación del riesgo pensión. Este resultado es importante por cuanto constituye uno de los primeros esfuerzos en la literatura por mostrar de un modo detallado la modelación del riesgo pensión.

Una de las debilidades de la metodología presentada en este trabajo es el acceso a fuentes de información y su posterior uso para la calibración del modelo. Este es un aspecto que debe ser revisado y mejorado en trabajos posteriores. No obstante, al analizar la capacidad de simulación de los distintos procesos involucrados en la simulación del riesgo pensión, utilizando los sub-modelos diseñados para esto, se tiene que los distintos procesos se ajustan de manera adecuada a los parámetros de simulación.

En definitiva este trabajo propone un modelo para medir el riesgo pensión, en este sentido los esfuerzos se concentran en analizar todos los riesgos presentes en un sistema previsional, y a partir de allí definir cuáles de aquellos riesgos deberían incluirse en la idea de riesgo pensión, profundizando en la metodología apropiada para medir adecuadamente este riesgo.

El modelo construido entrega información muy relevante, a través de la función de distribución de la tasa de reemplazo, lo que permite evaluar diversas políticas públicas sobre el sistema previsional.

Al utilizar el modelo para analizar el efecto de un cambio en la edad de afiliación sobre la distribución de la tasa de reemplazo el resultado es significativo. Se encuentran aumentos importantes en la tasa de reemplazo media ante una afiliación más temprana. Lo que está acompañado por un aumento en la desviación estándar de la tasa de reemplazo, este resultado se considera positivo por cuanto se refiere a valores más altos de tasa de reemplazo. Este resultado se explica principalmente por el efecto de la rentabilidad acumulada sobre las cotizaciones tempranas, lo que pone de manifiesto la relevancia de educar a las personas acerca de la importancia del ahorro previsional incluso desde la edad escolar.

Por su parte, al analizar el efecto de un cambio en la edad de retiro, los resultados son aún más significativos. Un aumento en la edad de retiro tiene un efecto exponencial de aumento en la tasa de reemplazo media, con un resultado sobre la desviación estándar equivalente al encontrado en el caso de la edad de afiliación. Estos resultados se explican

principalmente por el cambio en el saldo acumulado al momento del retiro, junto con el cambio en el número de años de pensión que debe financiar dicho saldo. Esto refuerza aún más la importancia de la educación previsional de los afiliados que están cercanos a pensionarse, colocando la edad de retiro como una de las variables más críticas de decisión.

Al analizar el efecto de la estrategia de inversión que sigue el afiliado a lo largo del ciclo de vida, se encuentra que existe un *trade-off* entre una mayor tasa de reemplazo media y un mayor riesgo o probabilidad de obtener tasas de reemplazo bajas. Al profundizar sobre este aspecto, se encuentra que las estrategias de ciclo de vida presentan mejores resultados que otras estrategias respecto de este *trade-off*.

Esto último se puede contrastar con los resultados que encuentran otros autores, incluidos en la revisión de literatura, respecto de las estrategias de inversión. [5] Poterba, Rauh, Venti y Wise (2009) encuentra que la distribución de la riqueza al momento del retiro, asociada con estrategias de ciclo de vida es parecida a aquella de estrategias que no varían según la edad, y que mantienen una proporción en acciones igual al promedio de dicha proporción en las estrategias de ciclo de vida. [10] Viceira (2010) señala que se deberían ofrecer dos tipos de estrategias de ciclo de vida, una más agresiva y otra más conservadora en relación a la asignación de acciones, para dar cuenta de la heterogeneidad en la tolerancia al riesgo o de las características del capital humano entre los participantes del sistema. [2] Berstein, Fuentes y Torrealba (2010) dicen también encuentran que las estrategias de ciclo de vida presentan mejores resultados en términos de riesgo pensión. Lo que es consistente con la idea de reducir la volatilidad de los ahorros al acercarse la edad de retiro, para mitigar el riesgo de una potencial pérdida que no sería posible revertir.

Por último, al analizar el efecto de realizar ahorro voluntario, medido por simplicidad como un aumento en la tasa de cotización obligatoria, se encuentra un resultado favorable, similar al observado con la edad de retiro. Cabe recordar que realizar ahorro voluntario representa un *trade-off* entre consumo presente y futuro, por lo que se debe educar a los afiliados sobre la importancia de tener una situación razonable en la tercera edad, para tomar esta decisión.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] BBVA RESEARCH. 2011. *Riesgo de Pensión en los Sistemas de Pensiones*. Disponible en <<http://www.bbvaresearch.com>>.
- [2] BERSTEIN, S., FUENTES, O. and TORREALBA, N. 2010. *In an Individually Funded Pension System: How Can Risks Be Mitigated?* Documento de Trabajo N°36, Superintendencia de Pensiones, Santiago.
- [3] COCCO, J., GOMEZ, F. and MAENHOUT, P. 2005. *Consumption and Portfolio Choice over the Life Cycle*. The Review of Financial Studies 18: 491–533.
- [4] NGWIRA, B. and GERRARD, R. 2006. *Stochastic pension fund control in the presence of Poisson jumps*. Insurance: Mathematics and Economics 40, 283–292.
- [5] POTERBA, J., RAUH, J., VENTI, S. and WISE, D. 2009. *Lifecycle Asset Allocation Strategies and the Distribution of 401(k) Retirement Wealth*. In University of Chicago Press. *Developments in the Economics of Aging*. P. 15-50.
- [6] SUBSECRETARIA DE PREVISION SOCIAL 2009. *Encuesta de Protección Social (EPS)*. Disponible en <<http://www.roteccionsocial.cl>>.
- [7] SUPERINTENDENCIA DE PENSIONES 2009. *Circular N° 1626 Sobre Otorgamiento de los Beneficios Previsionales*. Disponible en <<http://www.spensiones.cl>>.
- [8] SUPERINTENDENCIA DE PENSIONES 2010. *El Sistema Chileno de Pensiones Séptima Edición*. Disponible en <www.spensiones.cl>.
- [9] SUPERINTENDENCIA DE PENSIONES 2011. *Régimen de Inversión de los Fondos de Pensiones*. Resolución N°5, del 18 de enero de 2011. Disponible en <<http://www.spensiones.cl>>.
- [10] VICEIRA, L. 2010. *Pension Fund Design in Developing Economies*. In The World Bank. *Evaluating the Financial Performance of Pension Funds*. Chapter 7, p. 215.
- [11] WALKER, E. 2009. *Riesgo y Pensiones*. En Federación Internacional de Administradoras de Fondos de Pensiones. *Inversiones y Pensiones en los Sistemas de Capitalización*. Capítulo 2, p. 65.

ANEXOS

Anexo A: Modelo de Acumulación de Saldo Inicial

Este modelo se puede interpretar como una versión simplificada del Modelo de Riesgo Pensión. Donde las principales diferencias con este último son, en primer lugar, que este modelo solamente llega hasta la etapa de acumulación de saldo por un período determinado; y en segundo lugar, que este modelo utiliza solamente procesos determinísticos. Esto último resulta en que este modelo obtiene una única solución a partir de la información inicial, y no una función de distribución de probabilidad, como en el caso del Modelo de Riesgo Pensión.

A continuación se presentan las secciones de código que definen este sub-programa, para el cálculo de un saldo acumulado.

1.1. Parámetros de Simulación

Este modelo considera la siguiente información como *inputs* de entrada: (a) Media y desviación estándar de clases de activos para simular rentabilidad. Corresponde a la información presentada en el Cuadro 2.4, así como también la probabilidad de ocurrencia de crisis; (b) Ponderadores para mapeo de fondos a partir de clases de activos. Corresponde a la información presentada en el Cuadro 2.3; (c) Género, se utiliza para distinguir perfiles de remuneración y probabilidad de cotizar; (d) Nivel educacional, también se utiliza para distinguir perfiles de remuneración y probabilidad de cotizar³⁰; (e) Edad de afiliación, determina el inicio del horizonte de simulación de este sub-programa; (f) edad de inicio de simulación, corresponde al fin del horizonte de simulación de este sub-programa, y al inicio del horizonte de simulación del Modelo de Riesgo Pensión; (g) Un código que permite identificar un perfil de remuneración determinado; (h) Un código que permite identificar un perfil de probabilidad de cotizar determinado; (i) Un código que permite distinguir una estrategia de inversión determinada³¹; (j) Un perfil de remuneración de acuerdo a la información de las letras *c*, *d* y *g*³²; (k) Un perfil de probabilidad de cotizar de acuerdo a la información de las letras *c*, *d*, y *h*³³; y (l) Una estrategia de inversión de acuerdo a la información de la letra *i*.

1.2. Output de Simulación

Este sub-programa entrega como resultado un valor de saldo acumulado por un período determinado. Teóricamente, este período está comprendido entre la edad de afiliación y la edad en que se inicia la simulación del Modelo de Riesgo Pensión.

1.3. Carga de Parámetros

³⁰ En este trabajo esta opción no se utiliza, ya que se construyeron perfiles de remuneración y probabilidad de cotizar distinguiendo solamente por género. Sin embargo la opción sigue estando disponible en el código.

³¹ Ver sección 2.3.5.

³² En este trabajo se utilizan los perfiles descritos en la sección 2.3.1.

³³ En este trabajo se utilizan los perfiles descritos en la sección 2.3.2.

El primer paso de este modelo consiste en cargar la información de media y desviación estándar de las clases de activos, tanto para período normal como crisis³⁴, así como también la probabilidad de ocurrencia de crisis. Toda esta información se deja bajo el formato de variables locales en el programa.

Luego se carga la información de ponderadores para realizar el mapeo de los fondos del esquema de Multifondos, a partir de las clases de activos. Esta información se deja bajo el formato de matrices en el programa.

1.4. Horizonte de Simulación

A partir de la información de edad de afiliación y edad de inicio de simulación, se determina un horizonte de simulación en meses a partir de la siguiente fórmula:

$$\text{horizonte} = T = (\text{edad_ini} - \text{edad_afi}) \times 12 + 1 \quad (\text{a1.1})$$

1.4. Caracterización de Rentabilidad Mensual

Para obtener una medida de la rentabilidad mensual de cada uno de los cinco tipos de fondos del esquema de Multifondos³⁵, en primer lugar se obtiene una medida de rentabilidad para cada clase de activo³⁶. Esto se hace a partir de información de media y desviación estándar para un escenario normal y uno de crisis, más una probabilidad de ocurrencia de crisis, de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$rrm_{i,t} = \mu_i^N + \sigma_i^N \times \phi^{-1}(p) + \lambda \times [\mu_i^C + \sigma_i^C \times \phi^{-1}(p)] \quad (\text{a1.2})$$

Donde $rrm_{i,t}$ es la rentabilidad real mensual de la clase de activo i en el mes t , con $t = 1, \dots, T$; μ_i^N y μ_i^C son las medias en escenarios normal y crisis de la clase de activo i , respectivamente; σ_i^N y σ_i^C son las desviaciones estándar en escenarios normal y crisis de la clase de activo i , respectivamente; λ es la probabilidad de ocurrencia de una crisis; y $\phi^{-1}(p)$ es la inversa de una función de distribución normal estándar, con probabilidad p .

En este modelo, como todos los parámetros a excepción de p son fijos, para obtener un resultado determinístico se fija $p = 0,5$. De este modo se obtiene un único valor de rentabilidad para cada clase de activo.

Luego, se utiliza la rentabilidad por clases de activos para obtener la rentabilidad por tipo de fondo utilizando la matriz de ponderadores. Para esto es necesario transformar la información de rentabilidad por clases de activos en una matriz, para luego aplicar la siguiente fórmula:

³⁴ Ver sección 2.3.4.

³⁵ Los cinco tipos de fondos son: Fondo A – Más Riesgoso, Fondo B –Riesgoso, Fondo C – Intermedio, Fondo D – Conservador, y Fondo E – Más Conservador.

³⁶ En este trabajo se consideran las siguientes clases de activos: Renta Variable Nacional, Renta Variable Extranjera, Renta Fija Nacional y Renta Fija Extranjera.

$$RF_{T \times F} = RC_{T \times C} \times P_{C \times F} \quad (a1.3)$$

Donde T es el horizonte de simulación, F es el número de tipos de fondos y C es el número de clases de activos. $RC_{T \times C}$ es la matriz de rentabilidad por clases de activos, $P_{C \times F}$ es la matriz de ponderadores y $RF_{T \times F}$ es la matriz de rentabilidad por tipos de fondos. Esta última matriz se transforma luego en series de datos para seguir con el proceso de simulación.

1.5. Rentabilidad de Estrategia de Inversión

Ahora es necesario determinar cuál será la estrategia de inversión a lo largo del período de simulación. Esto es, en que fondo estarán asignados los recursos ahorrados en cada mes. Para esto es necesario importar la información de estrategia de inversión, que se encuentra almacenada en un archivo externo.

La estrategia de inversión se identifica a través de un código, si bien además ésta ha sido diseñada considerando género y restricciones de acceso a los fondos. La estrategia de inversión está definida respecto de la edad en meses del individuo. Por lo que es necesario definir esta variable:

$$edadmeses_t = edad_afi \times 12 + t \quad (a1.4)$$

Donde $t = 1, \dots, T$. Esta variable queda definida de esta forma como la edad en meses desde el primer mes luego de cumplida la edad de afiliación.

La información que se importa corresponde a cuatro variables: (a) primer tipo de fondo; (b) ponderador de primer tipo de fondo; (c) segundo tipo de fondo; y (d) ponderador de segundo tipo de fondo. Cabe señalar que el saldo puede estar invertido en uno o dos fondos. Cuando es un solo fondo, el ponderador del primer tipo de fondo es 100%.

La información de las letras a y c corresponde al tipo de fondo, por lo que es necesario crear dos variables que representen la rentabilidad de dichos fondos en cada mes. Para esto se utiliza la información de la matriz $RF_{T \times F}$ descrita anteriormente. Con estas nuevas variables se crea una variable que las pondera, de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$rrm_t = \alpha_{1,t} \times rrm_{1,t} + \alpha_{2,t} \times rrm_{2,t} \quad (a1.5)$$

Donde $\alpha_{1,t}$ y $\alpha_{2,t}$ son los ponderadores del primer y segundo tipo de fondo asignado, respectivamente, en cada mes t , con $\alpha_{1,t} + \alpha_{2,t} = 1$; y $rrm_{1,t}$ y $rrm_{2,t}$ es la rentabilidad del primer y segundo tipo de fondo asignado, respectivamente, en cada mes t ; y rrm_t es la rentabilidad real mensual de la estrategia de inversión en cada mes t .

1.6. Perfil de Contribución

En esta sección simplemente se importa la información de remuneración y probabilidad de cotizar. Estos perfiles están definidos según género, nivel educacional y un código

particular a cada perfil³⁷. Y de modo similar a la estrategia de inversión, estos dos perfiles también están definidos respecto de la edad en meses del individuo. Así, se utiliza la misma variable definida en la ecuación (1.4) para importar las variables $remun_t$ y $prob_cot_t$. Estos perfiles definen una única trayectoria, esto es, determinística, a lo largo del horizonte de simulación del modelo. Esta información se utilizará posteriormente para calcular el saldo acumulado.

1.7. Saldo Acumulado

Para obtener el saldo acumulado en el período de simulación es necesario hacer una serie de operaciones con la información disponible hasta ahora. Esto es: (a) rrm_t , la rentabilidad real mensual de la estrategia de inversión en cada mes t ; (b) $remun_t$, la remuneración en cada mes t ; y (c) $prob_cot_t$, la probabilidad de cotizar en cada mes t .

En primer lugar se utiliza la información de rentabilidad para obtener la rentabilidad acumulada en cada período, hasta el fin del horizonte de simulación, T . Para esto se puede utilizar la siguiente fórmula:

$$\begin{aligned} \ln_rrm_t &= \ln(1 + rrm_t) & (a1.6) \\ \text{sum_ln_rrm}_t^T &= \sum_{k=t}^T \ln_rrm_k, \text{ para } t = 1, \dots, T \\ rrm_acum_t^T &= \exp(\text{sum_ln_rrm}_t^T) - 1 \end{aligned}$$

Así, la variable $rrm_acum_t^T$ contiene una medida de rentabilidad acumulada desde cada mes t , hasta el final del horizonte de simulación, T . Esta información se combina con las contribuciones de cada período, las cuales están definidas de la siguiente forma:

$$\text{contribucion}_t = remun_t \times prob_cot_t \times 0,1 \quad (a1.7)$$

Aquí se observa que la tasa de cotización en este caso es de 10%. Luego, cada contribución en t se combina con la rentabilidad acumulada desde $t + 1$ hasta T . Esto es así porque se asume que la cotización se realiza el último día de cada mes t , y por lo tanto percibe rentabilidad desde el mes $t + 1$ en adelante. Esto queda expresado en la siguiente fórmula:

$$\begin{aligned} \text{fraccion_saldo}_t &= \text{contribucion}_t \times (1 + rrm_acum_{t+1}^T), \text{ para } t = 1, \dots, T - 1 \\ \text{fraccion_saldo}_t &= \text{contribucion}_t, \text{ para } t = T \end{aligned} \quad (a1.8)$$

Se observa que la última contribución en el mes T no percibe rentabilidad, ya que el horizonte de simulación termina en T , y dicha contribución percibiría rentabilidad desde el mes $T + 1$ en adelante. Finalmente, se calcula el saldo acumulado por todo el período de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$\begin{aligned} \text{saldo} &= \sum_{t=1}^T \text{fraccion_saldo}_t & (a1.9) \\ \text{saldo_ini} &= \text{redondear}(\text{saldo} \times 100) \div 100 \end{aligned}$$

³⁷ En este trabajo no se considera la distinción por nivel educacional de los perfiles.

Se realiza un último paso, con la función `redondear(·)`, que deja la parte entera del argumento en paréntesis. De esta fórmula se desprende que se deja la variable *saldo_ini* como un número con dos decimales. Esto es así ya que dicha variable está expresada en UF.

De este modo finaliza el Modelo de Acumulación de Saldo Inicial.

Anexo B: Cálculo del Capital Necesario Unitario (CNU)

Esta descripción se basa en la [7] Circular N° 1626, de la Superintendencia de Pensiones. El Modelo de Riesgo Pensión considera el cálculo de CNU para el caso de una persona pensionada por Vejez, sin cónyuge. La siguiente fórmula define el CNU para este caso:

$$CNU = \sum_{t=0}^w \left(\frac{l_{x+t}/l_x}{(1+i_t)^t} \right) - \frac{11}{24} \quad (a2.1)$$

Donde x es la edad del pensionado; w representa el final de la Tabla de Mortalidad utilizada; donde t mide los períodos en años, desde la edad del pensionado hasta el final de la Tabla de Mortalidad; i_t representa la tasa de interés; y l_x representa el número de personas vivas a la edad x de acuerdo a la Tabla de Mortalidad que corresponda.

En este Modelo, la información de tasa de interés, i_t , se obtiene de la Tasa Implícita de Renta Vitalicia, definida en la sección 2.4.12., e identificada por la variable $tasa_{rv_T}$. Esto quiere decir que en este caso se utiliza una tasa constante.

Por otro lado, la información de número de personas vivas, l_x , que se obtiene de la Tabla de Mortalidad, debe pasar primero por un proceso de cálculo. Esto se debe a que la Tabla de Mortalidad contiene información sobre la Probabilidad de fallecimiento q_x , a cada edad x , más un Factor de actualización AA_x , que se utiliza para corregir la información de q_x , entre el año de la Tabla de Mortalidad, y los años correspondientes en la fórmula (a2.1).

De este modo, para calcular el vector con información de l_x , primero se actualiza la información de q_x . Para esto se debe aplicar la siguiente fórmula:

$$q_{x+t}^* = q_{x+t} \times (1 - AA_{x+t})^{(R-S+t)} \quad (a2.2)$$

Donde $t = 0, \dots, w$, que junto con la edad x del individuo, determinan el tamaño del vector de variables a calcular. R corresponde al año en el cuál se calcula el CNU y S corresponde al año de la Tabla de Mortalidad. Se puede apreciar que q_{x+t}^* se va actualizando a medida que avanza t .

Finalmente l_x se calcula de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$\begin{aligned} l_{x+t} &= l_x = 100.000 \quad \text{para } t = 0 & (a2.3) \\ d_{x+t} &= q_{x+t}^* \times l_{x+t} \\ l_{x+t} &= l_{x+t-1} - d_{x+t-1} \quad \text{para } t = 1, \dots, w \end{aligned}$$

Donde se fija un valor inicial para el primer l_x , con el cual se calcula el primer d_{x+t} , que corresponde al número de fallecidos a la edad x . Luego se va calculando l_{x+t} y d_{x+t} en forma secuencial, con la información del período anterior.

Una vez definido el vector con toda la información de número de personas vidas a cada edad, junto con la información de tasa de interés, es posible calcular el CNU de acuerdo a la fórmula inicial.