



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

VERIFICACIÓN DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE UN DISIPADOR DE COLUMNA LÍQUIDA
SINTONIZADA BIDIRECCIONAL

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN
CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, MENCIÓN INGENIERÍA SÍSMICA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

MATÍAS ANDRÉS ROJAS LEÓN

PROFESOR GUÍA:
RUBÉN BOROSCHEK KRAUSKOPF

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS
LUIS ROZAS TORRES

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por CONICYT PCHA/Magíster Nacional/2014 - 22141494

SANTIAGO DE CHILE
2015

**RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR AL
TÍTULO DE:** Ingeniero Civil y grado de Magíster en
Ciencias de la Ingeniería, mención Ingeniería Sísmica
POR: Matías Andrés Rojas León
FECHA: Año 2015
PROFESOR GUÍA: Rubén Boroschek Krauskopf

VERIFICACIÓN DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE UN DISIPADOR DE COLUMNA LÍQUIDA SINTONIZADA BIDIRECCIONAL

Gracias a los avances en la tecnología, se ha desarrollado un gran aumento de construcción de edificios altos. Las estructuras altas presentan un bajo amortiguamiento y los daños producidos durante un vibraciones fuertes, como las debidas a ráfagas de viento o a sismos, son causados en buena medida a los elementos no estructurales. Ya se han estudiado diferentes sistemas de control para reducir la respuesta de una estructura, los cuales son los sistemas de aislación sísmica y los disipadores sísmicos. Dentro de estos últimos se encuentran los disipadores sísmicos sintonizados en base a masas sólidas o en base a fluidos.

Los edificios altos son estructuras que debido a su esbeltez y bajo amortiguamiento desarrollan vibraciones que persisten en el tiempo, y ocurren a su vez según las dos direcciones principales de la estructura. Esto último se traduce en una molestia para los ocupantes del edificio y, además, también recae en mayores demandas al contenido y elementos no estructurales. Por lo tanto, el dispositivo de control estructural debe ser tal que pueda reducir las vibraciones en ambas direcciones principales. Al conjugar esta necesidad con la que el sistema de control no debe significar un gasto muy grande en comparación con el del mismo edificio y que tampoco debe ser algo muy complicado de mantener, es que en el artículo “A bidirectional tuned liquid column damper for reducing the seismic response of building” (L. Rozas, R. Boroschek, A. Tamburrino y M. Rojas, 2015) se ha propuesto un nuevo disipador de columna líquida bidireccional (BTLCD, por sus siglas en inglés) para controlar la respuesta sísmica estructural. La configuración del dispositivo hace que actúe como dos disipadores de columna líquida (TLCD) orientados ortogonalmente, requiriendo menos masa de líquido que dicha configuración equivalente. En esta tesis se realiza la verificación analítica y experimental del disipador. El primer paso es obtener las ecuaciones de movimiento suponiendo una estructura primaria de sólo 2 GDL. Luego se obtienen expresiones para los parámetros óptimos de frecuencia y amortiguamiento considerando la excitación como ruido blanco. Finalmente, se diseña un BTLCD para una estructura de laboratorio, la cual se somete a ensayos en sus configuraciones original (sin BTLCD) y con BTLCD, de manera de comparar sus respuestas y esperando verificar la efectividad del BTLCD.

De los resultados experimentales a partir de los ensayos realizados con el disipador solo, se ve que la simplificación de obviar el grado de libertad de torsión funciona bien, obteniéndose frecuencias naturales de oscilación y razones de amortiguamiento experimentales bastante cercanas a lo predicho teóricamente. Por otro lado se aprecia que, en general, al cumplirse la hipótesis principal de que la respuesta de la estructura esté controlada por el primer modo de vibrar en cada dirección, efectivamente se tienen reducciones en la respuesta estructural. Sin embargo, al no darse este comportamiento para la totalidad de los casos, se presume que se el supuesto de no considerar el efecto de la torsión podría tomar mayor importancia. Es por esto que se estima necesario realizar la extensión de la teoría presentada para el caso de este estudio y, por supuesto, contraponer los resultados experimentales de este trabajo más otros que se realicen, con los que predice la teoría que si considera el efecto de la torsión.

Dedicatoria

Con este trabajo se cierra mi paso por la universidad, mi camino recorrido por la educación hasta obtener el título de ingeniero civil y se cierra también un baúl de innumerables recuerdos y anécdotas que me acompañará por siempre, al igual que las personas que durante toda esta vida han estado conmigo y a las que, en distintas etapas de ella, se han ido uniendo a mis raíces; estos párrafos, que sin duda los considero los más importantes que todos lo demás escritos en estas páginas y en cualquiera otra que haya escrito en la vida, son por y para ellos. Mucho más que darles una dedicatoria de un trabajo, les dedico mi vida y les agradezco, con esa fuerza que no se logra expresar ni en palabras ni acciones, el inmenso cariño que siento por ustedes y que rebasa el alma de alegría.

Por supuesto que le dedico esta gloriosa página a mi mamá, cuya felicidad me hace feliz, y sé que mi felicidad la hace feliz a ella. Desde mi punto de vista en estos momentos de la vida, los logros de un hijo, independiente de su índole, son el reflejo del cariño, entrega y esfuerzo de los padres. Quiero decirte mamá, con lo más puro que tengo dentro, que te quiero de corazón y que la sensación que tengas al ver a tu hijo titulado, sé que no será por el hecho mismo y superficial de que ahora soy un profesional, si no que porque he alcanzado una meta grande que yo me propuse en la vida, y te juro que el sólo hecho de atisbar tu emoción en dicha instancia, me hace sentir realizado y con una alegría que no puedo describir. Una vez escuché que nada puede llenar más de dicha a una madre que ver a un hijo feliz; no me cabe duda entonces que la vida se vive buscando la felicidad y que el camino hacia y a través de ella nunca es personal, si no que es tan ancho como un horizonte, pues se va en compañía de todos los seres queridos: familia y amigos.

Familia y amigos... No es sólo que ustedes estén en mi camino de la vida, sino que yo en el de ustedes, y es por eso que pueden contar conmigo siempre. Quisiera nombrarlos uno por uno, sin embargo no se me hace factible, puesto que me extendería en demasía ya que en ese caso me gustaría citar algún pasaje de los momentos juntos. Además, estoy seguro que los aludidos con estas palabras son precisamente quienes no necesitan leerlas, puesto que ya las hemos intercambiado en alguna instancia de la vida o ya hemos compartido momentos que lo han hecho por nosotros, y no necesariamente por ser importantes, sino que por ser verdaderos, transparentes y plenos. Quiero decirles que de alguna u otra forma, para mí, mi familia son como mis amigos, y mis amigos son como mi familia... y son lo más lindo y valioso que puedo tener y son quienes de donde saco la inspiración y motivos para dar uno u otro paso, y espero siempre tener en claro lo que siento en este punto de la vida, estación en la cual nos sentimos con la energía necesaria para hacer cualquier cosa y en la que vemos aún con ojos soñadores lo que queremos hacer de nuestras vidas, al menos como concepto... Vamos a disfrutar la vida! Salgamos, riamos! Cuando estemos ante una decisión difícil, no nos vayamos necesariamente por lo seguro; pensemos de cuál nos arrepentiríamos de no haber tomado cuando seamos mayores, cuál es la que recordaríamos, de cual podríamos aprender algo y podríamos hablar de ello. En definitiva, familia, amigos, ayudémonos a hacer de nuestra vida una que cuando ancianos, al momento de recapitular sobre lo que hemos pasado, sonriamos con alegría y naturaleza.

Agradecimientos

Si bien oficialmente el trabajo de título se considera de índole personal, creo firmemente que no es así, puesto que durante gran parte del desarrollo de éste he tenido recurrir al conocimiento técnico o disposición y tiempo no sólo de los integrantes de mi comisión, si no que también de bastantes otras personas, a las que agradezco de corazón su buena voluntad para prestarme su ayuda, la que muchas veces llegó sin que yo lo pidiera.

De esta forma, naturalmente que le agradezco al profesor Rubén por la entrega de conocimiento tanto en sus clases como en el feedback que recibí durante todo el proceso del trabajo de título. Le agradezco también por sus preguntas que no sólo buscan una respuesta técnica, si no que también enseñar un perfil profesional en la manera de presentar resultados e ideas ante otras personas, tratando de rescatar conceptos muy valorados como lo son la eficiencia y la claridad. Le agradezco la oportunidad de haber confiado en mí para darme una plaza de trabajo profesional y por haberme delegado gran responsabilidad de los cursos en que me designó como profesor auxiliar. Agradezco también al profesor Tamburrino, con el cual tuve dos cursos al comienzo de mi vida universitaria en el departamento de ingeniería civil y puedo decir que sin duda es un gran profesor y que de alguna manera traspasa motivación y el gusto por su especialidad (si no fuese por la determinación que tengo desde mi infancia por ser ingeniero civil estructural, quizá la hidráulica hubiese sido mi camino). Por ello fue un placer reencontrarme con él y con su gran disposición en la etapa cúlmine de mi vida universitaria. Sin duda alguna que agradezco a Luis, quien confió en mí para ayudar a elaborar y terminar todo este trabajo de investigación y, sobre todo para mí, experimental. Dado que en una instancia de la vida no sólo fue mi mentor en la tesis, si no que también compañero de trabajo y debido a su forma de ser (cercana, preocupada y humana), los lazos se afataron, convirtiéndolo en un amigo más.

Como mencioné antes, tuve que realizar mucho trabajo en laboratorio, tanto el laboratorio del primer piso del departamento de civil como en el del MECESUP. Hay mucho trabajo en laboratorio que pasa inadvertido al momento de entregar el documento final de la tesis, tanto así que el tiempo consumido en laboratorio es mayor al gastado en la parte de obtener resultados e iterar en reuniones con los profesores de la comisión para poder entenderlos y explicarlos. Durante todo ese tiempo recibí ayuda de Omar, Mario y Víctor, con quienes también compartí muchos momentos de distensión y conversación. De verdad que les deseo lo mejor pues son grandes personas, y son una de las partes importantes por las que agradezco haber realizado una tesis con trabajo experimental. Agradezco también a Pedro Soto, pues me prestó de su tiempo para ayudar a llevar a cabo los ensayos en las mesas vibratoras. No quiero dejar fuera a las secretarias, en particular a Mariela, Jaque y Paty, a quienes más de algún favor les pedí o tuvimos conversaciones sólo porque sí; gracias por su disposición y por sus sonrisas.

Agradezco, y con gran cariño, a mis compañeros civiles con los que compartí en mi paso por la universidad, puesto que las discusiones sobre temas relativos a la carrera son muchas como para poder recordar cada una, y estoy seguro que ya sea de manera directa o indirecta tuvieron cabida en mi formación. Bajo este alero, también agradezco a todos los profesores con que me relacioné, en particular al profesor Fabián Rojas, quien confió en mí para ser su profesor auxiliar varias veces y a quien acudí en más de una ocasión por motivos académicos o administrativos, mostrando siempre buena disposición y ganas de ayudar.

Tabla de contenido

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Aplicaciones en la práctica de los TLD	8
1.3. Motivación	12
1.4. Objetivo General	12
1.5. Objetivos Específicos	12
2. Estado del Arte: Disipador Líquido Sintonizado	13
2.1. Evolución en el estudio de los TLD	13
2.2. Ecuación de movimiento de un TLCD	17
2.2.1. Caso 1: TLCD de sección uniforme y sin pérdidas de energía	17
2.2.2. Caso 2: TLCD de sección no uniforme y sin pérdidas de energía	19
2.2.3. Caso 3: TLCD de sección no uniforme y fluido real	21
2.2.4. Fuerza sobre la placa orificio	25
3. Disipador de Columna Líquida Sintonizada Bidireccional	27
3.1. Estructura primaria de 2 GDL con BTLCD	29
3.1.1. Ecuación de movimiento	29
3.1.2. Parámetros óptimos de diseño para aceleración basal de tipo ruido blanco y estructura sin amortiguamiento	34
3.1.3. Parámetros óptimos de diseño para aceleración basal de tipo ruido blanco y estructura con amortiguamiento	37
3.2. Estructura primaria de varios grados de libertad	42
3.3. Metodología de diseño	46
4. Parámetros lineales equivalentes para el BTLCD	51
4.1. Coeficiente de pérdida de energía η	51
4.2. Amortiguamiento lineal equivalente del BTLCD ante un movimiento basal aleatorio	56
5. Diseño de un Disipador de Columna Líquida Sintonizada Bidireccional	59
5.1. Introducción	59
5.2. Descripción de la estructura	59
5.3. Propiedades modales de la estructura determinadas teóricamente	61
5.4. Propiedades modales de la estructura determinadas experimentalmente	65
5.5. Diseño del BTLCD	69
6. Resultados experimentales	74
6.1. Ensayos sólo con el BTLCD	74
6.2. Ensayos con la estructura a controlar	79
7. Conclusiones	113

Bibliografía	121
A. Funciones de transferencia	124
A.1. Función de transferencia entre la aceleración basal y la respuesta de desplazamiento de la estructura con BTLCD	124
A.2. Función de transferencia entre la aceleración basal y la respuesta de desplazamiento de la estructura sin BTLCD	127
A.3. Función de transferencia entre la aceleración basal y la respuesta del flujo en el BTLCD . . .	128
B. Análisis del coeficiente de pérdida η en función del número de Reynolds	131
B.1. Coeficiente de pérdida de energía debido a la placa orificio	131
B.2. Coeficiente de pérdida de energía debido a los cambios de dirección del flujo en los codos del BTLCD	133
B.3. Coeficiente de pérdida de energía debido al roce entre el flujo y las paredes del contenedor . .	134

Índice de tablas

5.1. Peso de los niveles de la estructura	60
5.2. Propiedades mecánicas acero SAE 1045	60
5.3. Modos de vibrar teóricos	64
5.4. Acelerómetros utilizados para la identificación de la estructura	66
5.5. Ensayos realizados con la configuración 1 de los sensores	67
5.6. Ensayos realizados con la configuración 2 de los sensores	67
5.7. Ensayos realizados con la configuración 3 de los sensores	67
5.8. Modos de vibrar identificados empíricamente	68
5.9. Parámetros para las direcciones horizontales del BTLCD diseñado	73
5.10. Parámetros para la dirección vertical del BTLCD diseñado	73
6.1. Amortiguamientos promedio para los ensayos de excitación basal presentados	77
6.2. Registros utilizados para analizar el comportamiento de la estructura	79
6.3. Períodos y amortiguamientos identificados para los ensayos con registros sísmicos	107
6.4. Duración del régimen turbulento vs. duración del movimiento fuerte del último nivel	108
7.1. Cumplimiento del supuesto principal vs. funcionamiento del BTLCD	113
7.2. Reducciones promedio de las respuestas en la dirección X	115
7.3. Reducciones promedio de las respuestas en la dirección Y	115
7.4. Períodos y amortiguamientos identificados para Valparaíso 2010 - ensayo 2	117
B.1. Coeficiente de descarga C para números de Reynolds bajos	132
B.2. Coeficiente α para calibrar el coeficiente de pérdida η	133

Índice de figuras

1.1. Funcionamiento de la Aislación Sísmica	3
1.2. Funcionamiento de la Aislación Sísmica en los espectros de respuesta	3
1.3. Tipos de aisladores sísmicos	3
1.4. Efecto del amortiguamiento en una estructura	4
1.5. Ejemplo de un disipador que trabaja al corte	5
1.6. Disipadores del tipo de barras de pandeo restringido	5
1.7. Ejemplo de un disipador con fluido viscoso	5
1.8. Ejemplo de un disipador de tipo conector	6
1.9. Ejemplo de un disipador de muro	6
1.10. Disipador de masa sintonizada en el edificio Taipei 101, Taiwán	7
1.11. TSD implementado en Hotel Shin-Yokohama Prince, Tokio	8
1.12. Shanghai World Financial Center, Shangai	9
1.13. TLCD-PA implementado en el Hotel Sofitel, Tokio	10
1.14. TLCD implementado en el One Wall Centre, Vancouver	11
1.15. TLCD implementado en el Comcast Center, Philadelphia	11
2.1. Esquema de un disipador de columna líquida sintonizada múltiple	16
2.2. “Tuned Liquid Column Ball Damper” de Al-Saif et al.	16
2.3. “Pendulum type Liquid Column Damper” de Sarkar et al.	16
2.4. TLCD de sección uniforme	18
2.5. TLCD de sección no uniforme	19
2.6. Volumen de control en un codo del TLCD	20
2.7. Fuerzas sobre la restricción al flujo debida a la placa orificio	25
3.1. Concepto gráfico del disipador bidireccional a estudiar	27
3.2. Vista esquemática del BTLCD	28
3.3. Estructura primaria de 2 GDL implementada con el BTLCD	29
3.4. Deformada del sistema estructura primaria de 2 GDL con BTLCD	30
3.5. Parámetros óptimos de diseño del BTLCD con $\xi_p = 0$ y $v = 1$	37
3.6. Parámetros óptimos de diseño del BTLCD con $\xi_p = 0$ y $alpha = 0,75$	38
3.7. Valor cuadrático esperado normalizado, $\overline{E}\{u_x^2\}$	38
3.8. Razón de frecuencia óptima, considerando $v = 1$	39
3.9. Razón de amortiguamiento crítico óptimo, considerando $v = 1$	40
3.10. Valores óptimos del valor cuadrático esperado normalizado, considerando $v = 1$	40
3.11. Estructura primaria de N GDL implementada con BTLCD	42
3.12. Algoritmo de diseño de un BTLCD	50
4.1. Volumen de control para analizar fuerzas sobre la placa orificio	51
4.2. Coeficiente de pérdida η calibrado por J.C Wu et al.	55
5.1. Estructura a controlar mediante el uso de un BTLCD	60

5.2. Definición de los grados de libertad para el modelo analítico	61
5.3. Primera configuración de los acelerómetros	67
5.4. Segunda y tercera configuración de los acelerómetros	68
6.1. Ruido blanco filtrado utilizado en los ensayos realizados con la mesa vibradora unidireccional	74
6.2. Función de transferencia teórica vs. experimental	76
6.3. Segundo ruido blanco filtrado utilizado para excitar el BTLCD	76
6.4. Segundo ruido blanco filtrado utilizado para excitar el BTLCD	77
6.5. Amortiguamiento teórico vs. experimental	78
6.6. Aceleración basal y su espectro de potencia, Concepción 2010	79
6.7. Aceleración basal y su espectro de potencia, Constitución 2010	80
6.8. Aceleración basal y su espectro de potencia, Lolleo 2010	80
6.9. Aceleración basal y su espectro de potencia, Maipú 2010	80
6.10. Aceleración basal y su espectro de potencia, Valparaíso 1985	81
6.11. Aceleración basal y su espectro de potencia, Valparaíso 2010	81
6.12. Aceleración basal y su espectro de potencia, El Centro 1940	81
6.13. Aceleración basal y su espectro de potencia, Loma Prieta Gilroy 1989	82
6.14. Aceleración basal y su espectro de potencia, Loma Prieta Yerba Buena 1989	82
6.15. Aceleración basal y su espectro de potencia, Northridge 1994	82
6.16. Espectros potencia y series de tiempo de desplazamiento, Concepción 2010	84
6.17. Espectros de potencia y series de tiempo de desplazamiento, Constitución 2010	85
6.18. Espectros de potencia y series de tiempo de desplazamiento, Lolleo 2010	86
6.19. Espectros de potencia y series de tiempo de desplazamiento, Maipú 2010	87
6.20. Espectros de potencia y series de tiempo de desplazamiento, Valparaíso 1985	88
6.21. Espectros de potencia y series de tiempo de desplazamiento, Valparaíso 2010	89
6.22. Espectros de potencia y series de tiempo de desplazamiento, El Centro 1940	90
6.23. Espectros de potencia y series de tiempo de desplazamiento, Loma Prieta Gilroy 1989	91
6.24. Espectros de potencia y series de tiempo de desplazamiento, Loma Prieta Yerba Buena 1989	92
6.25. Espectros de potencia y series de tiempo de desplazamiento, Northridge 1994	93
6.26. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>X</i> , Concepción 2010	94
6.27. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>Y</i> , Concepción 2010	94
6.28. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>X</i> , Constitución 2010	95
6.29. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>Y</i> , Constitución 2010	95
6.30. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>X</i> , Lolleo 2010	96
6.31. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>Y</i> , Lolleo 2010	96
6.32. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>X</i> , Maipú 2010	97
6.33. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>Y</i> , Maipú 2010	97
6.34. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>X</i> , Valparaíso 1985	98
6.35. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>Y</i> , Valparaíso 1985	98
6.36. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>X</i> , Valparaíso 2010	99
6.37. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>Y</i> , Valparaíso 2010	99
6.38. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>X</i> , El Centro 1940	100
6.39. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>Y</i> , El Centro 1940	100
6.40. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>X</i> , Loma Prieta Gilroy 1989	101
6.41. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>Y</i> , Loma Prieta Gilroy 1989	101
6.42. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>X</i> , Loma Prieta Yerba Buena 1989	102
6.43. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>Y</i> , Loma Prieta Yerba Buena 1989	102
6.44. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>X</i> , Northridge 1994	103
6.45. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección <i>Y</i> , Northridge 1994	103
6.46. Indicador de la reducción de desplazamientos	104

6.47. Indicador de la reducción de velocidades	104
6.48. Indicador de la reducción de aceleraciones	105
6.49. Indicador de la reducción de la intensidad de Arias	105
6.50. Indicador de la reducción del valor cuadrático medio (RMS) de las aceleraciones	106
6.51. Factor \overline{N}	108
6.52. Velocidad de la superficie libre del flujo durante el movimiento fuerte	109
6.53. Coeficiente de pérdida η según fuente y régimen	111
6.54. Comparación de fuerzas disipativas obtenidas con η constante y con η variable	111
6.55. Fuerza disipativa lineal vs. cuadrática	112
7.1. Comparación de espectros de potencia de la aceleración basal en ambos ensayos de Valparaíso 2010	117
7.2. Espectros de potencia y series de tiempo de desplazamiento, Valparaíso 2010 - ensayo 2 . . .	118
7.3. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección X , Valparaíso 2010 - ensayo 2 .	119
7.4. Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección X , Valparaíso 2010 - ensayo 2 .	119

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes

Desde que el hombre existe ha necesitado elaborar construcciones, y no sólo eso, sino que de distinta índole, variando su función desde el objetivo de resguardo del clima hasta para desarrollar algún proceso. Con el paso del tiempo, nuevas tecnologías se han incorporado tanto para ayudar al diseño como para mejorar el desempeño de la estructura. Es así que, naturalmente, en los últimos tiempos y particularmente en las últimas décadas luego de la invención del computador, se ha avanzado considerablemente tanto en el diseño como en la construcción misma de las estructuras. La conjugación de estos métodos ha brindado tal eficiencia en ésta área que sólo en las últimas décadas se ha producido un crecimiento sin precedentes de la población en ciudades, justamente porque éstas han crecido de tal manera que concentran las principales actividades de una sociedad, lo que a su vez atrae cada vez a más gente a vivir en ellas, por lo que su expansión se convierte en un proceso cíclico.

Ahora bien, así como el hombre es sólo un nudo más en el gran entramado que es el mundo (aunque un nudo bastante importante o de gran tamaño, como se quiera ver), sus creaciones también forman parte de dicha matriz, quedando en directa relación con la naturaleza. Aterrizando los conceptos, esta última frase hace referencia a que las estructuras deben ser diseñadas para el sitio en que serán emplazadas y, lamentablemente, muchas de las grandes ciudades se ubican en zonas de riesgo sísmico. La humanidad ha sido testigo en incontables oportunidades del poder destructivo que tiene la Tierra al liberar energía acumulada a través de terremotos, viendo cómo se pierden vidas, se destruyen propiedades y se interrumpen servicios importantes para el funcionamiento de las ciudades.

Entonces, como no se tiene poder sobre la naturaleza, sólo queda estar preparado para sus efectos. De esta manera, los códigos de diseño de las estructuras enfocan sus bases a impedir que la estructura colapse, brindando la posibilidad a la gente de evacuar las instalaciones. No obstante, cada vez cobra más importancia los daños causados a los elementos no estructurales, pues ya han quedado en evidencia los riesgos que ellos conllevan, los cuales son pérdida de vidas, pérdida de bienes e interrupción o pérdida de funciones o servicios [1], además de dificultar aún más la distribución de ayuda a las zonas afectadas por el evento sísmico, una vez que ésta ya ha cesado. Para dimensionar la importancia del daño no estructural, a continuación se da una visión más detallada sobre los riesgos asociados al daño de estos elementos.

El que la gente pueda resultar herida o incluso pueda perder la vida, o las pérdidas económicas debidas a los daños en edificios, o la interrupción de servicios y/o funciones que pueden desarrollarse en las instalaciones de un edificio, son todos riesgos o consecuencias mayoritariamente debidas al daño de los elementos no estructurales o de contenido de una estructura [1, 2, 3, 4]. Naturalmente, todos estos problemas se transforman en nuevas exigencias de diseño de las estructuras, ya que ahora no sólo se busca asegurar la integridad de la estructura (evitar su colapso) para evitar pérdidas de vidas humanas, sino que también la protección

de su contenido y de los elementos no estructurales. Los daños producidos por causa de un sismo, tanto estructurales como no estructurales, tienen tres causas:

- (a) **Fuerzas inerciales.** Como es sabido, las fuerzas inerciales se producen porque la estructura está sujeta al suelo sólo en su base. Como consecuencia de este efecto, es que muebles no sujetos adecuadamente, elementos almacenados en los estantes, equipo de oficina, etc., pueden deslizar, oscilar, chocar con otros objetos o volcarse.
- (b) **Desplazamiento de entrepiso.** Durante un sismo, la estructura se deforma debido al vaivén que dicha sollicitación produce. Es por esto que la mayoría de los componentes arquitectónicos como ventanas, tabiques divisores de distintos materiales (yeso, madera, entre otros), enchapados, etc., sufren daño en caso de estar muy ajustados a la estructura. Si bien se podría pensar en incluir elementos arquitectónicos más rígidos para tratar de evitar estos problemas, tampoco es buena opción. De hecho, se han reportado casos en que elementos no estructurales muy rígidos, como mampostería de relleno o juntas de hormigón, impidieron la deformación lateral de los elementos estructurales y modificaron así su tipo de respuesta a la excitación y, como su diseño fue otro, dichos elementos fallaron.
- (c) **Separación de estructuras adyacentes.** Esto ocurre cuando una estructura cuenta con dos alas. Muchas veces, estas alas se interconectan, por lo que se hace necesario utilizar juntas de separación dejando un espacio entre las alas para evitar que durante un sismo éstas dos choquen. Al hacer esto, se debe tener el cuidado respectivo para que los elementos que pasan por las juntas de separación (tuberías, por ejemplo) o que unen las alas (puentes de conexión), puedan acomodarse a la deformación relativa que ocurre.

Entonces, el objetivo recae en diseñar sistemas de control que sean capaces de disminuir el efecto de las fuerzas inerciales y/o de los desplazamientos relativos, mejorando así el comportamiento de las estructuras frente a la acción de sismos, vientos, peatones, tráfico, etc., los cuales son sollicitaciones que pueden hacer más daño o pueden hacer entrar en resonancia a la estructura (por ejemplo, puentes han entrado en resonancia por causa de peatones o del viento). Si bien estos sistemas de control son tecnologías estudiadas desde hace tiempo, sólo en las últimas décadas han captado mayor interés. Dichos mecanismos pueden ser divididos en tres tipos: **Aisladores Sísmicos, Disipadores Pasivos, Disipadores Activos o Semi-Activos.**

Los aisladores sísmicos son elementos muy flexibles horizontalmente y van posicionados en la base de la estructura. De esta manera se busca desacoplar el movimiento del suelo del de la estructura. Este aumento de flexibilidad horizontal se traduce en un aumento del período fundamental de vibrar de la estructura, alejándola de los períodos excitados con mayor energía en el movimiento del suelo. El funcionamiento de este sistema se grafica en la figura 1.1, en donde se puede ver que para el caso con aislación sísmica, la deformación durante un sismo se produce a nivel de los aisladores, lo que se traduce en muy bajas deformaciones de entre-piso y bajas aceleraciones (figura 1.2). En tanto, la deformación durante un sismo para el caso sin aislación sísmica recae en deformaciones mayores en la estructura (pudiendo ser incluso permanentes), y también se tiene que las aceleraciones del suelo son amplificadas en los pisos superiores.

Dentro de los sistemas de protección sísmica, la aislación es la más utilizada, no obstante no siempre es factible, ya sea porque puede conllevar un costo demasiado elevado por involucrar modificaciones mayores en el proyecto, o simplemente porque la estructura ya se encuentra construida. Además, se sabe que los aisladores elastoméricos amplifican en cierta medida el efecto vertical del sismo, lo que podría en algunos casos ser una limitante para la utilización de dichos elementos [5]. Algunos ejemplos de este tipo de sistema de protección sísmica se presentan en la figura 1.3.

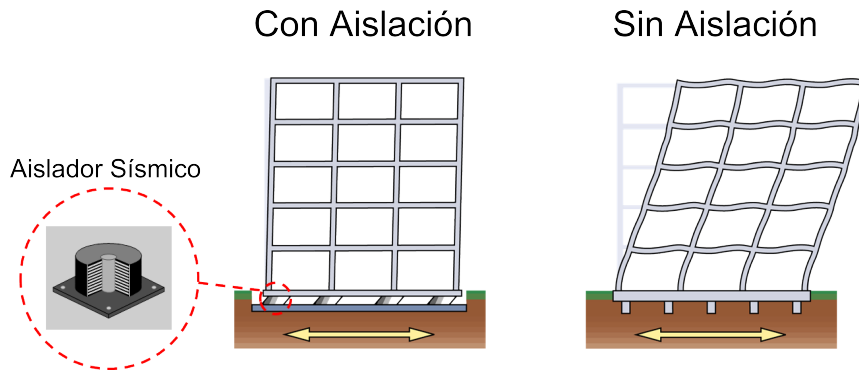


Figura 1.1: *Funcionamiento de la Aislación Sísmica*¹.

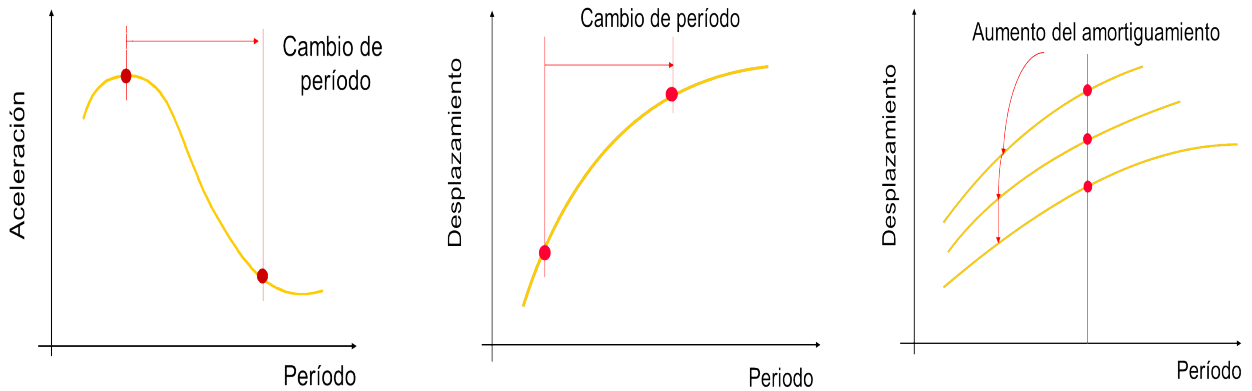


Figura 1.2: *El aumento de flexibilidad implica que el período fundamental de vibrar aumente, por lo que las aceleraciones disminuyen. Aumenta el desplazamiento relativo al suelo, pero los desplazamientos de entre-piso disminuyen mucho, de hecho, la estructura se comporta como un cuerpo rígido. También se aumenta el amortiguamiento de la estructura*¹.



Figura 1.3: *Existen diferentes tipos de aisladores; los hay elastoméricos con y sin núcleo de plomo (imagen izquierda), también están los denominados deslizadores (imagen central) y péndulos friccionales (imagen derecha)*².

¹Las imágenes fueron tomadas de la referencia [6]

²Las imágenes fueron tomadas de *Rubén Boroschek y Asociados* [en línea] <<http://rba-global.com/proyectos/edificio-data-center-claro/>> [consulta: 03 de febrero del 2015], de *Pioneer Courthouse* [en línea] <<http://pioneer courthouse.org/seismic-upgrade.html>> [consulta: 03 de febrero del 2015], y de *Earthquake protection* [en línea] <http://www.earthquakeprotection.com/industrial_offshore_platforms.html> [consulta: 03 de febrero del 2015]

Por otro lado, están los disipadores sísmicos, los que a diferencia de la aislación sísmica (la cual impide la entrada de energía, proveniente del sismo, hacia la estructura), son una vía de escape de la energía que ya ingresó al sistema, evitando así que ocurran daños en el sistema estructural principal, el cual se subentende que es de marcos flexibles (ver figura 1.4). Lo que se logra con la inclusión de estos elementos es un aumento de amortiguamiento, control de desplazamientos y, de llevarse a cabo el proyecto en su etapa de diseño (pues también pueden ser soluciones a posteriori), también se podría obtener una disminución de las secciones de elementos estructurales. Existen diferentes tipos de disipadores de energía:

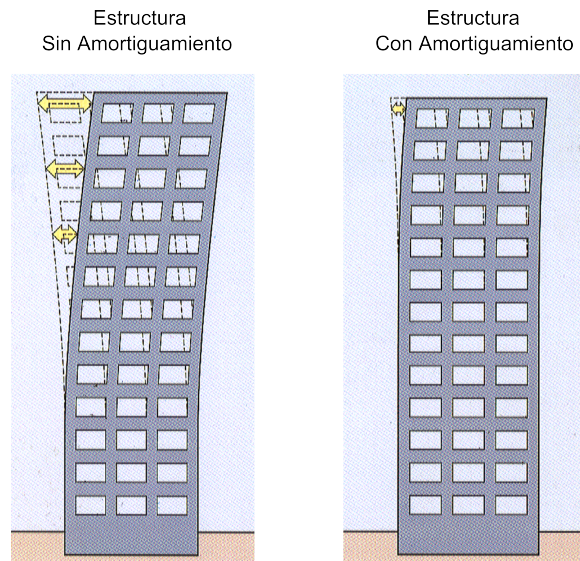


Figura 1.4: Efecto del amortiguamiento en una estructura. A mayor amortiguamiento, disminuyen los desplazamientos de piso y una vez que haya cesado la sollicitación, el movimiento se detiene antes¹.

- (a) **Disipadores Histeréticos.** Son aquellos cuyo funcionamiento depende de los desplazamientos relativos. Son capaces de reducir desplazamientos por aumento de rigidez y disipación histerética. Algunas formas de lograr esto es por deformación plástica (fluencia) o extrusión de metales.
- (b) **Disipadores Viscosos.** En este caso, la operación depende de la velocidad y de la temperatura, logrando reducir desplazamientos por aumento de amortiguamiento. Este resultado se obtiene por la deformación de materiales viscosos o por el paso de fluidos viscosos por un orificio.
- (c) **Disipadores en base a materiales superelásticos o con memoria de forma.**
- (d) **TMD o TLD.** Estas siglas se refieren a “Tuned Mass Damper” (Disipador de Masa Sintonizada) y “Tuned Liquid Damper” (Disipador Líquido Sintonizada), respectivamente. Este sistema (TMD) corresponde a un sistema dinámico secundario que se ubica en la estructura (una masa conectada mediante sistemas resitutivos a la estructura principal) y que tiene un período fundamental sintonizado con el de la estructura, de manera que las vibraciones disminuyen cuando la demanda excita a la estructura en su período fundamental. Por otro lado, los TLD funciona de igual manera, sólo que la masa en cuestión es un líquido (agua, por lo general).

En las figuras 1.5, 1.6, 1.8, 1.7 y 1.9 se muestran algunos ejemplos de dispositivos de disipación. Se puede apreciar que éstos pueden usarse para relajar diferentes tipos de esfuerzos de una estructura.

¹Las imágenes fueron tomadas de la referencia [6]

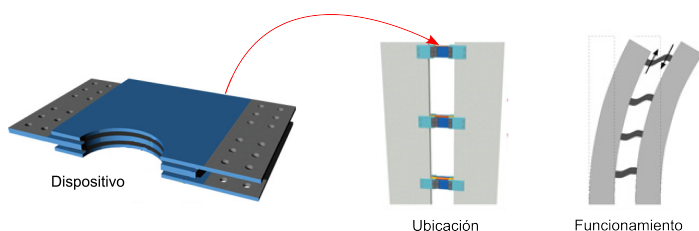


Figura 1.5: Este es un ejemplo de un disipador histerético. En este caso, el dispositivo se compone de placas de acero conectadas con goma de alto amortiguamiento, diseñadas en una configuración que trabaja al corte (vigas cortas)¹.

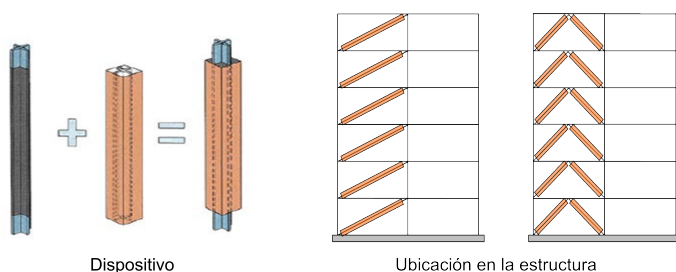


Figura 1.6: Las barras de pandeo restringido también son un tipo de disipador histerético. Funciona con un perfil metálico que va recubierto por hormigón de una manera que permita el acomodo ante deformaciones de compresión (impidiendo el pandeo) o tracción. En países como Japón, Taiwán, Canadá y Estados Unidos existen aplicaciones de este sistema de control².



Figura 1.7: Este es un disipador que funciona en base a émbolos y al movimiento de un fluido viscoso³, siendo por tanto un ejemplo de un disipador de tipo viscoso.

¹Las imágenes fueron tomadas de *Constec Engineer* [en línea] <<http://www.constec.co.jp/en/seismic/seismic01.html>> [consulta: 03 de febrero del 2015]

²Las imágenes fueron tomadas de la referencia [6]

³Las imágenes esquemáticas del dispositivo fueron tomadas de *Lusas* [en línea] <http://www.lusas.com/consultancy/seismic_design_checking.html> [consulta: 03 de febrero del 2015] y de la referencia [6]; las imágenes de las posibles ubicaciones fueron tomadas de *Building civil* [en línea] <<https://buildcivil.wordpress.com/2013/11/25/passive-energy-dissipation-devices/>> [consulta: 03 de febrero del 2015], del *Centro de computación de la Universidad de Chile* [en línea] <<http://www.cec.uchile.cl/~dicesco/aislacion.html>> [consulta: 03 de febrero del 2015] y de *Teratec* [en línea] <<http://www.teratec.ca/category.aspx?catid=11522>> [consulta: 03 de febrero del 2015]

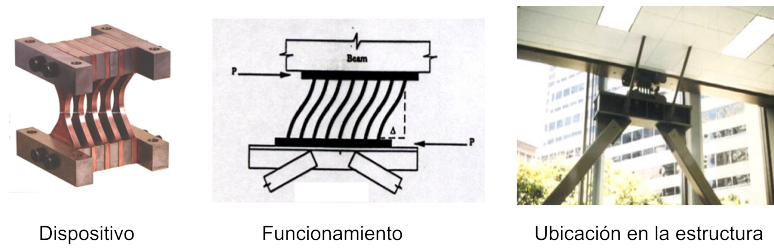


Figura 1.8: *Este es otro ejemplo de un disipador de tipo histerético. En este caso, el dispositivo es un conector metálico, el cual toma los esfuerzos de corte transmitido entre el piso y las diagonales tipo V invertidas¹.*

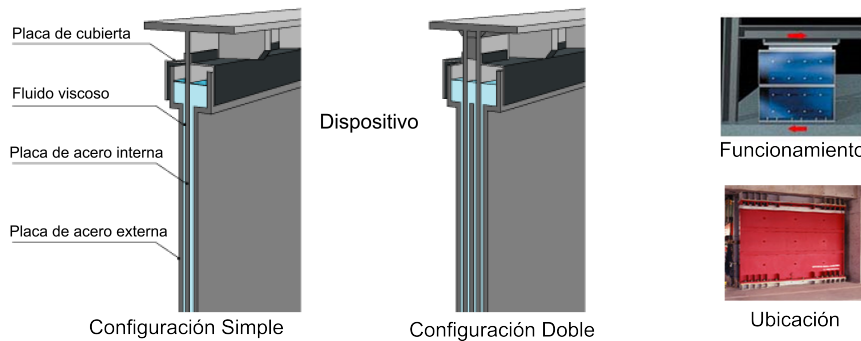


Figura 1.9: *Este es un disipador tipo muro de tipo viscoso. Funciona con un fluido viscoso en un contenedor de acero (conformado por las placas de acero externas), por el cual pasa la placa interna de acero en directa relación con el fluido¹.*

Además de los ejemplos dados y, como ya se mencionó, también están los disipadores de masa sintonizada (TMD) y los disipadores líquidos sintonizados (TLD). En los últimos años, estos se han utilizado con éxito para reducir vibraciones causadas por sismos, vientos, tráfico de autos o peatones, etc. (pues también se han implementado en puentes). En el caso de los TMDs, la masa conectada mediante sistemas resituitivos a la estructura principal (resortes o amortiguadores) se ve obligada a oscilar cuando lo hace la estructura, generando así fuerzas inerciales que son transmitidas a la estructura principal, reduciendo el movimiento de ella. En tanto, los TLD son estanques que contienen líquido (comúnmente, agua), diseñados de manera tal que el movimiento de la masa de fluido contenido dentro del estanque reduzca la respuesta de la estructura. El tipo de geometría del estanque hace distinguir entre los disipadores de estanque líquido sintonizado y los disipadores de columna líquida sintonizada. Los primeros, formados por estanques rectangulares (tipo piscina), hacen uso de la amplitud del movimiento del fluido y del oleaje superficial para disipar energía. Los segundos en cambio (denominados con las siglas en inglés TLCD, “Tuned Liquid Column Damper”), están constituidos por estanques en forma de U, lo que permite que el movimiento de la masa de fluido sea oscilante (tal como ocurre en las mangueras de nivel), por lo que la disipación de energía está dada por la resistencia al movimiento del flujo.

Hasta el momento se ha hablado de disipadores pasivos de energía, pero también están los disipadores activos o semi-activos. La diferencia, es que éstos requieren de energía externa para operar, mas su ventaja es que pueden adaptar sus propiedades según cambia la acción externa que esté solicitando a la estructura. Esto se logra mediante la implementación de sensores que permiten determinar las fuerzas que controlan los dispositivos. En definitiva, al incorporar un sistema de monitoreo y control a un disipador pasivo, se obtiene un disipador activo. Es por esto que uno de los sistemas activos más utilizados es el disipador de masa

¹Las imágenes fueron tomadas de la referencia [6]

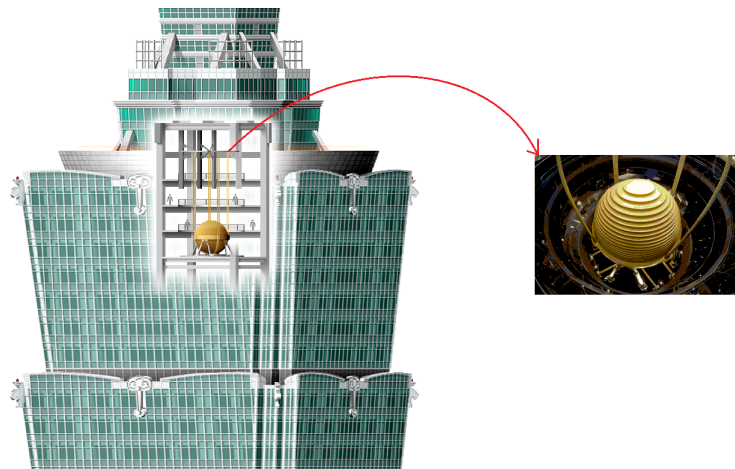


Figura 1.10: *Disipador de masa sintonizada, en el edificio Taipei 101 en Taiwán. Consiste en un péndulo de largo equivalente a 4 pisos del edificio (desde el piso 91 hasta el piso 87)*¹.

sintonizada activo; éste consiste en una masa conectada a la estructura principal mediante actuadores que controlan su oscilación, generando así fuerzas que reducen las vibraciones de la estructura. Otro tipo bastante usado dentro de los disipadores activos, son los de rigidez variable. Estos, por lo general, son diagonales que conectan dos pisos seguidos, pero en uno de sus extremos, la diagonal está conectada a un dispositivo de rigidez variable, y éste es el que se conecta en definitiva a la estructura. Dicho dispositivo de rigidez variable es controlado por un sistema computacional, el cual a su vez monitorea las aceleraciones basales (en caso de estar diseñado para controlar los efectos de un sismo) y en base a las lecturas de éstas, modifica las propiedades del dispositivo de rigidez variable, haciéndolo rígido (lo que convierte a la diagonal en una conexión rígida) o bien, haciéndolo flexible (lo que convierte a la diagonal en una conexión flexible). Cabe mencionar que, en general, los sistemas activos conllevan un costo más bien elevado, debido a la tecnología misma y a la mantención. Es por esta última razón que también están teniendo una amplia aceptación y cada vez mayor uso los disipadores pasivos de energía.

¹La imagen de la izquierda fue tomada de *Wikipedia* [en línea] <https://en.wikipedia.org/wiki/File:Taipei_101_Tuned_Mass_Damper.png> [consulta: 03 de febrero del 2015]; la imagen de la derecha fue tomada de *Design build network* <<http://www.designbuild-network.com/projects/-taipei-101-xinyi-taiwan/-taipei-101-xinyi-taiwan3.html>> [consulta: 03 de febrero del 2015]

1.2. Aplicaciones en la práctica de los TLD

En esta subsección se mostrarán algunos casos de aplicación real de los disipadores líquidos sintonizados. Muchas de las aplicaciones son en Japón y el objetivo es controlar las demandas de viento que sufre la estructura.

1. **Torre de Control del Aeropuerto de Nagasaki.** Este aeropuerto internacional ubicado en la ciudad de Nagasaki, Japón, fue construido en 1974 en una isla de muy poco relieve. La torre de control de tráfico aéreo es una estructura de acero que se levanta sobre una estructura de hormigón de baja altura, lo que le da un altura total de $42 [m]$ sobre el nivel del suelo. En 1987 se instalaron una serie de TLD con geometría cilíndrica para controlar vibraciones en todas direcciones, pues se identificó que la estructura tenía apenas un $0,9\%$ de amortiguamiento en ambas direcciones principales. Se estudió el comportamiento de la estructura con 7 de estos pequeños contenedores cilíndricos, posteriormente con 14, 19 y 25 contenedores, logrando aumentar el amortiguamiento gradualmente hasta llegar a $4,7\%$ [7].
2. **Yokohama Marine Tower.** Esta también es una estructura de acero, de $101 [m]$ de altura y fue construida en 1961. El TLD instalado en 1987 es muy similar al de la Torre de Control del Aeropuerto de Nagasaki; en este caso está constituido por 39 contenedores cilíndricos de acrílico de $0,50 [m]$ de alto cada uno y con un diámetro de $0,49 [m]$. Cada uno sólo contiene $0,21 [m]$ de profundidad de agua, logrando así que la frecuencia de sloshing quede sintonizada con la de la estructura con apenas una razón de masas de aproximadamente 1% . Con la implementación del TLD se logró elevar el amortiguamiento del primer modo traslacional desde $0,6\%$ hasta $4,5\%$ [7].
3. **Shin-Yokohama Prince Hotel.** Esta estructura fue construida en 1992. El edificio es una estructura cilíndrica con una altura total de $149 [m]$ y un diámetro de $38 [m]$. El amortiguamiento original del Shin-Yokohama Prince Hotel fue evaluado en un 1% para sus dos primeros modos traslacionales ortogonales. El TSD se instaló el mismo año en que se construyó y, al igual que los casos anteriores, corresponde a un ensamblado de múltiples contenedores cilíndricos, los que en este caso son de $2 [m]$ de diámetro y toman una altura total de alrededor de $2 [m]$. La eficiencia que logra el dispositivo es de una reducción de hasta un 50% de la respuesta en aceleración para vientos de velocidades de $25 [\frac{m}{s}]$ o más [7].

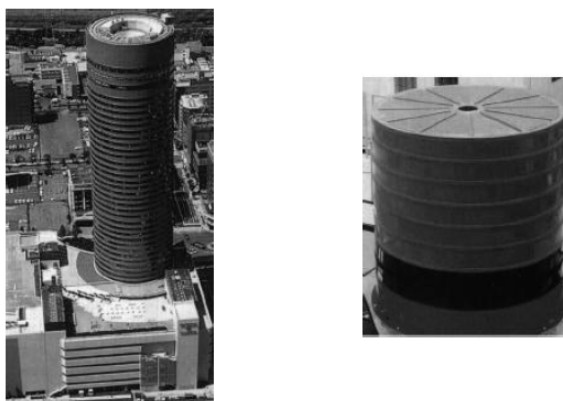


Figura 1.11: En la figura [8] se muestra el Hotel Shin-Yokohama Prince (a la izquierda) en Tokio y una unidad TSD utilizada para reducir vibraciones producidas por vientos (a la derecha)

4. **Torre de Control del Aeropuerto Internacional de Tokio.** La torre de este aeropuerto fue construida en 1992, con una altura de $78 [m]$. En 1993, junto con la finalización de la construcción del aeropuerto, se instaló un disipador sintonizado de sloshing (TSD, por su sigla en inglés. Ver capítulo 2) en la torre. El dispositivo está constituido por 1400 contenedores pequeños (vasijas) cilíndricos de $0,6 [m]$ de diámetro y apenas $0,125 [m]$ de altura. Con la implementación del disipador se logró aumentar

el amortiguamiento de la estructura desde 0,8 % a 3,9 % en la dirección débil, que es la que se quería controlar [7].

5. **Gold Tower.** Otra aplicación de TSD en Japón es este edificio de 158 [m] ubicado en Kagawa. La instalación de 10 [ton] de TSDs hizo que la respuesta de la estructura se redujera entre la mitad y un tercio de la original. En este caso, el dispositivo es un solo gran recipiente cúbico para contener toda el agua [8].
6. **Shanghai World Financial Center.** Este edificio también está equipado con un sistema de control de agua, el cual consiste en ocho unidades TSD ubicadas en el piso 91. Cada uno de los contenedores es de 7,5 [m] de diámetro y hacen en total apenas el 1 % de la masa total de la estructura [8].

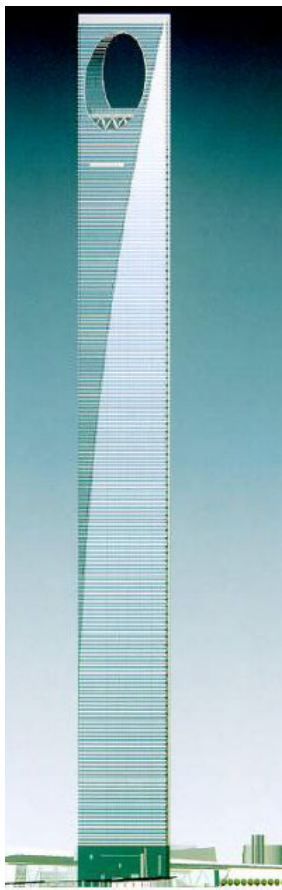


Figura 1.12: En la figura [8] se puede apreciar la esbeltez del Shanghai World Financial Center, por lo que se hace aún más descriptiva la necesidad de un sistema que ayuda a controlar las acciones del viento

7. **Hobart Tower.** Es un edificio ubicado en Tasmania, Australia, de 105 [m] de alto. La antena de esta estructura fue equipada con una suerte de caparazón para que no quede en directa relación con el medio ambiente, pero dicha protección hizo que aumentaran los efectos inducidos por el viento, por lo que fue necesaria la implementación de un sistema de control, el cual consistió de 80 TSD de contenedor cilíndrico [8].
8. **Puente Higashi-Kobe.** Este puente ubicado en la ciudad de Kobe, Japón, es uno de los puentes atirantados más largos del mundo y además, es una de las vías de tránsito más importante del país. En este caso, se utilizaron TLCs para reducir las vibraciones producidas por el viento en las torres del puente.

9. **Hotel Sofitel.** Además de las varias aplicaciones de TSDs, también hay aplicaciones de TLCD, incluyendo algunos con un equipamiento para ajustar el período mediante presión de aire, denominado TLCD-PA. Un sistema así se instaló en el Hotel Sofitel en Tokio, Japón. El funcionamiento de este dispositivo consiste en que cuando el estanque se mueve horizontalmente, el líquido viaja tanto horizontalmente como verticalmente, por lo que en un lado el aire se comprime, mientras que en el otro lado la presión de aire se reduce [8]. Como se puede apreciar en la figura 1.13, se trata de un sistema de control bidireccional, el cual cuenta con 58 [ton] de agua y se ha calculado que 36 [ton] son las que efectivamente entran en la dinámica del disipador.

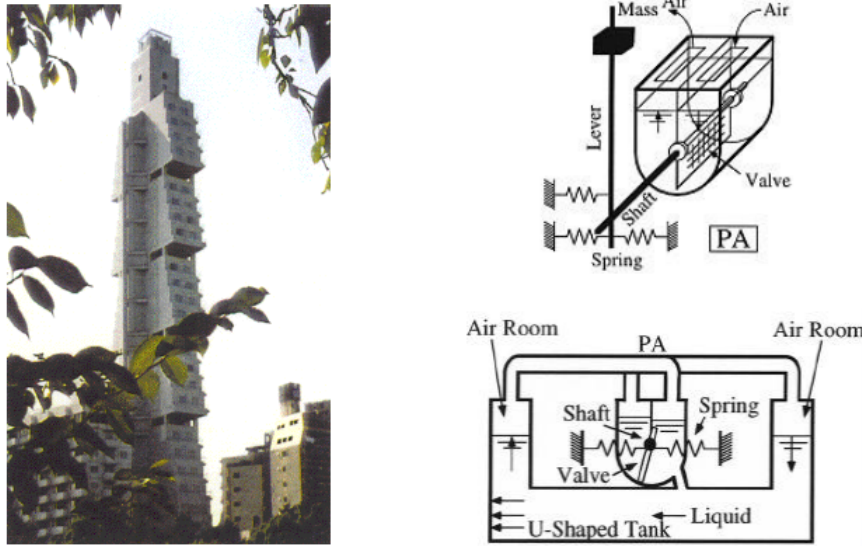


Figura 1.13: *Hotel Sofitel (a la izquierda) y mecanismo de control utilizado (TLCD-PA) para reducir vibraciones producidas por vientos [8].*

10. **Hotel Hyatt.** En este edificio ubicado en Osaka, Japón, también se implementó un disipador de columna líquida sintonizada con ajuste de presión (TLCD-PA).
11. **One Wall Centre.** Este edificio, ubicado en Vancouver, Canadá, tiene 150 [m] de altura y es de gran esbeltez (tiene una razón de base versus altura de 1 : 7). Es por esta razón que el efecto del viento es considerable y se decidió instalar 2 TLCD en la cima de él, de cuatro pisos de altura cada uno y de 200 [m³] de agua aproximadamente. Este sistema no sólo resolvió los problemas estructurales por los cuales fue instalado, sino que también supuso un ahorro de 2 millones de dólares en construcción comparado con otros sistemas de control, como los TMD [9].
12. **Comcast Center.** Este edificio ubicado en Philadelphia, Estados Unidos, tiene 297 [m] de altura y se terminó de construir en el año 2008. Fue necesaria la implementación de un sistema de control para disminuir las vibraciones provocadas por los vientos de la zona, por lo que se implementó un TLCD, el cual es el TLCD uni-axial más grande del mundo, con una masa de agua de 1300 [ton] [9].

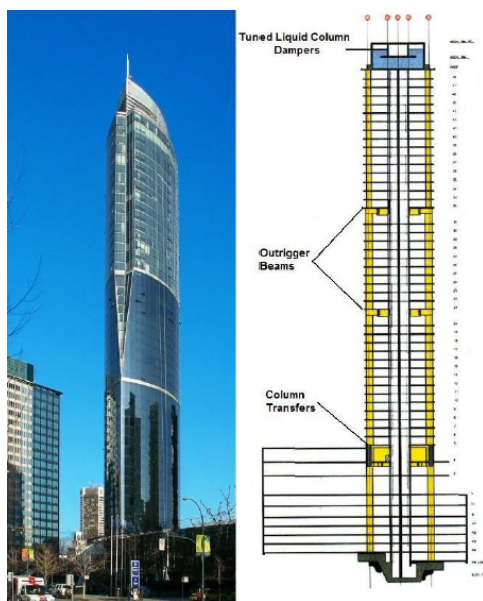


Figura 1.14: En la figura¹ se muestra el edificio One Wall Centre, el sistema estructural y la ubicación del TLCD.

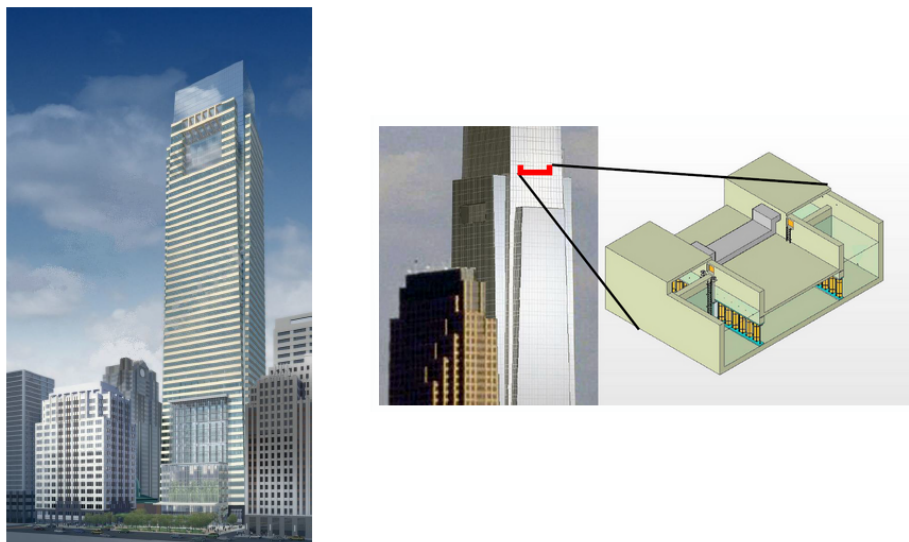


Figura 1.15: En la figura² se muestra el Comcast Center (a la izquierda) y la ubicación del TLCD instalado y un esquema de él (en la imagen de la derecha).

¹La imagen de la izquierda fue tomada de *Emporis* [en línea] <<http://www.emporis.com/buildings/112827/one-wall-centre-vancouver-canada>>[consulta: 16 de febrero del 2015]; la imagen de la derecha fue tomada la revista *Canadian Consulting Engineer* [en línea] <<http://www.canadianconsultingengineer.com/features/buildings-one-wall-centre-mechanical-and-electrical-systems/>> [consulta: 16 de febrero del 2015]

²La imagen de la izquierda fue tomada de *Mark Ulrick Engineers* [en línea] <<http://www.markulrick.com/portfolio-view/comcast-center/>>[consulta: 16 de febrero del 2015]; la imagen de la derecha fue tomada de la página de noticias de ingeniería *L'angolo dell'ingegnere strutturista* [en línea] <<https://strutturisti.wordpress.com/2009/06/07/tipologie-di-difesa-dalle-azioni-sismiche-controllo-attivo-semi-attivo-passivo-ibrido/>> [consulta: 16 de febrero del 2015]

1.3. Motivación

Todo lo que se ha expuesto hasta acá, tanto los problemas que pueden causar el contenido y los elementos no estructurales ante oscilaciones de la estructura y el bajo amortiguamiento que en general tienen los edificios de elevada altura (que son los que más se construyen hoy en día), además de la condición de gran actividad sísmica de Chile debido a estar ubicado a lo largo del encuentro de dos placas tectónicas convergentes, la de Nazca y Sudamericana, han motivado el interés de la ingeniería nacional por investigar y aplicar diversos sistemas de protección sísmica. Y, en particular, también es la motivación de esta investigación, en la cual se estudia el comportamiento de una estructura, sujeta a demandas sísmicas en ambas direcciones, implementada con un disipador de columna líquida sintonizada bidireccional de manera de controlar las vibraciones y el amortiguamiento de la estructura en sus dos direcciones principales. Se ha querido hacer el estudio del disipador bidireccional en base a agua y no a otro material debido a que tiene varios puntos a favor, como es la mayor facilidad para implementarlo en terreno y también porque de esta manera se tendrá un contenedor con agua que puede ser utilizada ante otra emergencia posible, como lo es un incendio.

1.4. Objetivo General

Se desea extender la teoría del Disipador de Columna Líquida Sintonizada (TLCD, por sus siglas en inglés) para lograr validar un diseño de manera analítica y experimentalmente de un Disipador de Columna Líquida Sintonizada Bidireccional (BTLCD, por sus siglas en inglés).

1.5. Objetivos Específicos

Para lograr el estudio propuesto, se llevarán a cabo los siguientes pasos:

- (a) Analizar la teoría para este estudio.
- (b) Diseñar y construir una estructura para realizar los ensayos. Se requiere que tenga comportamiento bidireccional y que pueda permitir ajustes de masa y rigidez.
- (c) Identificar las propiedades modales de la estructura experimentalmente para posteriormente diseñar y construir el Disipador de Columna Líquida Sintonizada Bidireccional.
- (d) Diseñar ensayos sólo con el BTLCD con el fin de determinar sus propiedades físicas y dinámicas de manera experimental, verificando así la teoría con la que éste fue diseñado.
- (e) Someter la estructura ante un set de registros sísmicos previamente seleccionados y escalados adecuadamente de modo de obtener la respuesta de la estructura bajo diferentes tipos de sollicitaciones y de rangos de energía.
- (f) Someter la estructura, con el BTLCD, a los mismos registros sísmicos.
- (g) Procesar los datos y comparar la respuesta estructural en la configuración sin BTLCD y con BTLCD, contraponiendo estos resultados empíricos con los predichos por la teoría y concluir al respecto.

Capítulo 2

Estado del Arte: Disipador Líquido Sintonizado

2.1. Evolución en el estudio de los TLD

El éxito obtenido con el uso de los disipadores de masa sintonizada (TMD) para el control de demandas de viento o peatonales que puedan hacer entrar en resonancia a las estructuras, ha motivado a diferentes investigadores de todo el mundo a indagar nuevas formas de control pasivo para estructuras flexibles y para controlar las vibraciones producidas por acciones sísmicas también. Lo que se busca es crear dispositivos más prácticos de implementar y de buena eficiencia. Entre las alternativas que han cobrado mayor interés en años recientes se encuentran los disipadores líquidos sintonizados (TLD), puesto que poseen el atractivo de su bajo costo y, principalmente, su fácil ajuste a la frecuencia de sintonización, a la vez que brindan la ventaja de tener agua acumulada y disponible para emergencias como el combate de incendios o servir como contenedor de agua potable. Además, experimentalmente se ha visto que el disipador funciona también ante vibraciones pequeñas [9], por lo que el confort de las personas es mayor ante demandas no sólo de sismos de alta magnitud.

Los TLD utilizan el efecto denominado “sloshing” (chapoteo), el que hace referencia a la pérdida de energía debido al movimiento de masas de agua en recipientes tipo estanque, en los cuales la presencia de olas y su golpeteo contra las paredes del contenedor es la vía de liberación de energía del sistema. No obstante, en ese caso sólo una fracción de la masa de líquido participa en la dinámica del sloshing, lo que no sólo constituye una desventaja por ineficiencia, sino también porque la amplitud de las olas puede variar mucho y sobrepasar el nivel bajo el cual se mantiene la linealidad del sistema, por lo que consecuentemente se perdería la sintonización del disipador con la estructura. Por estas razones es que este tipo de dispositivos no son una manera eficiente de reducir las vibraciones de una estructura ante una demanda sísmica. Sin embargo, en 1989, Sakai et al. [10] introdujeron una nueva geometría del contenedor de líquido, la cual consiste en contenedores tipo U, donde el movimiento del agua se produce de forma oscilante (mayormente) y donde las olas generadas son pequeñas y generan un efecto de segundo orden, por lo que el sloshing en este caso no es lo que predomina en la ecuación de movimiento y tampoco determina el amortiguamiento del sistema. Además, al centro del conducto horizontal se ubica una **placa orificio**, la cual contiene una sección menor que la del resto del tubo, provocando una pérdida singular de energía del flujo de líquido, es decir, corresponde al mecanismo de disipación de energía (se supone que se puede obviar las pérdidas de energías causadas por el cambio de dirección del flujo en los codos del disipador o por la interacción entre el flujo y las paredes del contenedor). Los disipadores con este tipo de geometría se denominan TLCD, Tuned Liquid Column Damper (Disipadores de Columna Líquida Sintonizada), diferenciándose de los TSD, Disipadores de Sloshing Sintonizados, los que en conjunto constituyen el grupo denominado TLD, Disipadores Líquidos Sintonizados.

Después de que Sakai et al. desarrollaran la idea del TLCD para el control de movimiento horizontal,

varias investigaciones han verificado la efectividad de estos sistemas de control para reducir las vibraciones inducidas por demandas de viento, entre las que se encuentran los trabajos de Xu et al. [11], Hitchcock et al. [12, 13], Chang et al. [14], Balendra et al. [15], Min et al. [16] y Felix et al. [17]. En las mencionadas últimas investigaciones, se elaboraron desarrollos teóricos y experimentales que comprobaron el buen comportamiento del disipador, en cuanto a frecuencia de sintonización que se desea alcanzar y amortiguamiento. También, y como es de esperarse, se ha logrado ver que el disipador logra un mejor desempeño (disminuye más las vibraciones) si la razón de sintonización entre la frecuencia de la columna líquida y la estructura y el coeficiente de pérdida generado por la placa orificio son seleccionados óptimamente. Además, Watkins R.D. y [18] y Hitchcock [12, 13] investigaron una generalización del TLCD, la cual corresponde a un contenedor en forma de U que no tiene una sección transversal uniforme, es decir, la sección transversal de la columna vertical es diferente a la sección transversal del conducto horizontal del dispositivo; esta variación se denominó Liquid Column Vibration Absorber (LCVA). Las propiedades que caracterizan a los LCVA son que al no ser uniforme la sección trasversal, permite una mejor adaptabilidad del dispositivo a la arquitectura de la estructura, lo que también brinda una mayor versatilidad para definir sus propiedades de sintonización, ya que la frecuencia natural ya no es sólo función de la longitud de la columna líquida, si no que también de la configuración geométrica de ésta, más específicamente, de la razón entre la sección transversal de la columna vertical y la sección transversal del conducto horizontal. Una década después de haberse introducido el concepto de TLCD con sección no uniforme, Wu et al. presentaron un estudio que analiza los parámetros del mencionado dispositivo para encontrar el diseño óptimo [19], arrojando como uno de los resultados más importantes que un TLCD de sección uniforme es siempre mejor opción bajo la mismas condiciones de amortiguamiento de la estructura y de razón de masas entre el disipador y la estructura.

A medida que aparecían artículos relacionados al buen comportamiento de estos dispositivos líquidos sintonizados para reducir la respuesta estructural ante cargas de viento, se estudió también su efecto ante excitaciones armónicas [20, 21]. Estas investigaciones arrojaron como resultado que las vibraciones de “cabeceo” que sufren las estructuras pueden disminuir bastante si es que se seleccionan adecuadamente las propiedades del TLCD, por lo que cobró importancia el trabajo de Gao et al. [22], ya que éste estaba orientado para ese tipo de acciones. Esto encuentra aplicación práctica principalmente en puentes con luces muy grandes entre una cepa y otra, debido al efecto que pueden ocasionar las ráfagas [20], y en las columnas que soportan las plataformas marinas, debido a la acción de las olas. Posteriormente, comenzaron a aparecer estudios sobre la situación en que la carga de viento contiene energía más bien repartida en un ancho de banda determinado, condición que es supuesta como una excitación de tipo ruido blanco o ruido blanco filtrado. Para estas investigaciones fueron importantes los trabajos enfocados en determinar los parámetros óptimos de los TLCD llevados a cabo por Chang et al. [23] y Chang [24] (para estructuras sin amortiguamiento), Wu et al. [25] (para estructuras con amortiguamiento) y Yalla et al. [26] (para ambos casos). Sin embargo, los resultados obtenidos son limitados puesto que se utilizó una simulación directa en el espacio del tiempo, lo que hizo que el trabajo computacional fuera muy pesado y tomara mucho tiempo, lo que en definitiva no es factible para ser puesto en práctica.

Por otro lado, el hecho de haber aparecido estudios modelando cargas como tipo ruido blanco abrió la puerta a nuevas investigaciones, como las de Xu y Shum [27, 28], en las cuales se analiza el desempeño de múltiples disipadores de columna líquida sintonizada (MTLCD) como medida de control para reducir el efecto de la torsión en estructuras, o investigaciones que ampliaron las demandas para las cuales diseñar estos dispositivos, puesto que muchas veces las acciones sísmicas son modeladas como excitaciones tipo ruido blanco o ruido blanco filtrado. En tanto, Taflanidis et al. estudiaron el desempeño de los TLCD bajo excitaciones de ruido blanco de diferente intensidad, analizando su desempeño dependiendo de la variación de sus parámetros óptimos [29]. Es así que Banerji et al. [30] estudiaron el TLSL como mecanismo de control sísmico para reducir la respuesta de la estructura.

Así es como ha ido centrándose el interés en los TLCD durante estos años. Mientras tanto, y dado que se volvió a mencionar los TLSL, fue natural que éstos se abrieran paso en el estudio del control de vibraciones en dos direcciones ortogonales, ya que los contenedores de este tipo de dispositivos son rectangulares

y, dependiendo de su ancho, van teniendo cada vez un efecto mayor fuera del plano que controlan. Es por eso que en 1997, Soong y Dargush propusieron el uso de un TLSD de geometría rectangular en planta (tipo piscina) para el control de vibraciones de dos modos ortogonales de la estructura [31]. Siguiendo la misma línea, Tait et al. [32] verificaron independencia del efecto del sloshing en las dos direcciones ortogonales, como lo sugirieron Soong y Dargush. Contenedores con otras geometrías fueron propuestos para controlar vibraciones bidireccionales; Zhang et al. propusieron un contenedor de tubos cruzados que trabaja con el efecto del sloshing también [33] y Tamura et al. presentaron un sistema de control bidireccional de vibraciones con una geometría cilíndrica (para edificios con el mismo período fundamental en ambas direcciones) [7]. Heo et al. expusieron otro mecanismo para controlar la respuesta en dos direcciones ortogonales, el cual consiste en un modelo de un TLCD conectado a la estructura primaria mediante un resorte y un amortiguador, los cuales actúan como un TMD en la dirección transversal al TLCD [34]. Más recientemente, Hosseini et al. modelaron numéricamente el comportamiento del líquido dentro de contenedores con geometría cónica y cúbica, estableciendo bajo qué parámetros es más eficiente usar uno u otro [35].

Luego, como el conocimiento se difunde rápido y las innovaciones surgen como ideas que buscan modificar algo ya existente para adaptarse a la necesidad que se pretende cubrir, han proliferado estudios que parecieran tener su motivación en la conjugación de investigaciones anteriores. Por ejemplo, Lee et al. presentaron un nuevo disipador de columna líquida y sloshing [36], el cual consiste en una nueva geometría de contenedor consistente en un TLCD extruido en su ancho, de manera tal que en la dirección transversal al TLCD se obtiene un TLSD. Y no se quedó sólo ahí la investigación, pues también tuvo una parte experimental, en la cual el dispositivo fue sometido a ensayos con mesa vibradora ante excitaciones de ruido blanco con diferentes intensidades para verificar así sus propiedades dinámicas. Más recientemente, en el 2012, se volvieron a estudiar los disipadores de columna líquida sintonizada múltiples, pero en esta ocasión el estudio, llevado a cabo por Ahadi et al., fue destinado a mitigar la respuesta sísmica de las estructuras [37] (ver figura 2.1). Un año después, Novo et al. modelaron numéricamente el comportamiento de los disipadores con sloshing para analizar su comportamiento ante demandas sísmicas, aunque sólo modelaron excitaciones armónicas, dejando al debe simulaciones numéricas extras y también ensayos experimentales [38].

Últimamente se han visto investigaciones que efectivamente presentan ideas innovadoras para modificar e intentar mejorar ciertas características o para adaptar el dispositivo a otras exigencias. Por ejemplo, Debbarma et al. establece que la eficacia de los disipadores se puede reducir si los parámetros de diseño no están sintonizados al modo que se desea suprimir debido a la presencia de la incertidumbre de los mismos parámetros del sistema, por lo que su estudio está enfocado en establecer parámetros óptimos del TLCD ante excitaciones de terremotos estocásticos, concluyendo que en general, los beneficios de implementar la estructura con un TLCD disminuyen en medida que el nivel de incertidumbre aumenta, aunque la eficacia del dispositivo no se elimina completamente, según se presenta en el estudio de Debbarma et al. [39]. Otro estudio con una idea innovadora es el propuesto por Al-Saif et al., el cual está equipado con una bola recubierta de acero en lugar de la placa orificio; se elaboraron ensayos experimentales ante excitaciones armónicas y se notó un mayor poder de control de vibraciones con esta nueva configuración denominada TLCBD (Tuned Liquid Column Ball Damper), debido a que no sólo se disipa energía por una reducción en la sección por donde escurre el flujo, si no también que por el mismo movimiento de la bola [40] (ver figura 2.2). Por otro lado, Sarkar et al. tampoco se quedan atrás si de ideas innovadoras se trata, ya que ellos propusieron un dispositivo denominado PLCD, Pendulum type Liquid Column Damper (Disipador de columna líquida tipo péndulo), el cual funciona como un sistema híbrido, ya que el TLCD está colgando sujeto de un punto de la estructura, por lo que funciona como un TMD tipo péndulo cuyo amortiguamiento está controlado por la placa orificio [41] (ver figura 2.3). Si bien se llevo a cabo un estudio experimental que avaló el modelo analítico y que mostró eficacia del nuevo dispositivo, los resultados no fueron comparados con otro tipo de dispositivos para cuantificar los beneficios de esta nueva configuración.

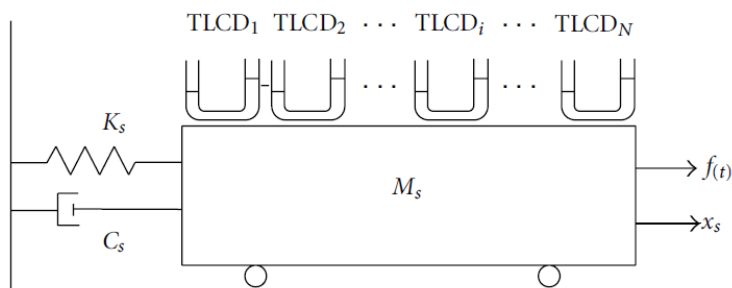


Figura 2.1: *Disipador de columna líquida sintonizada múltiple. Esquema estudiado por Ahadi et al. [37], entre otros.*

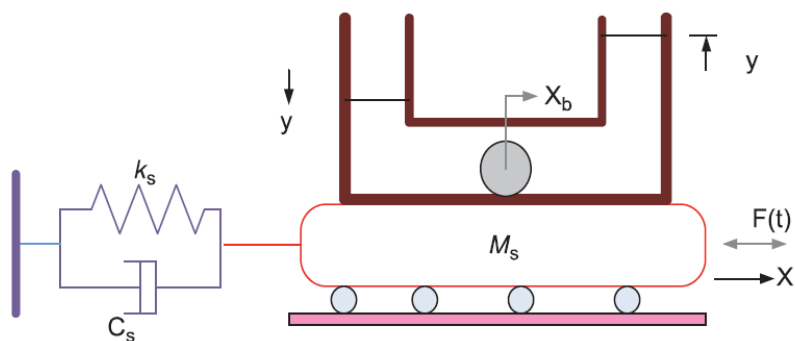


Figura 2.2: *Esquema del dispositivo propuesto por Al-Saif et al., el denominado “Tuned Liquid Column Ball Damper” (TLCBD).*

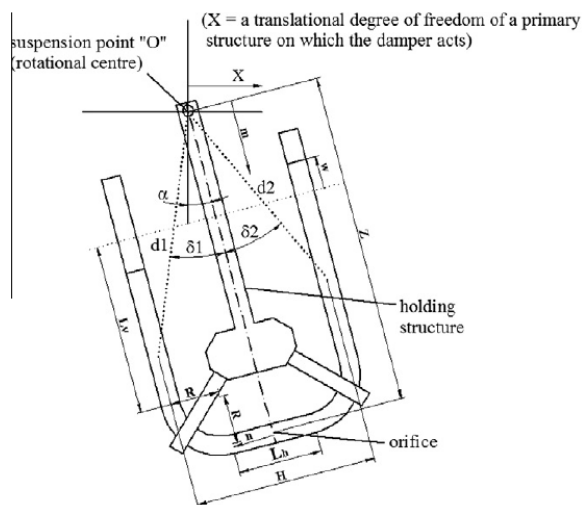


Figura 2.3: *Esquema del dispositivo propuesto por Sarkar et al., el denominado “Pendulum type Liquid Column Damper” (PLCD).*

2.2. Ecuación de movimiento de un TLCD

Aquí se mostrará una forma de desprender los ya conocidos resultados de la ecuación de movimiento del flujo en un TLCD. Es importante saber esto ya que se toma como base para desarrollar la teoría del presente estudio en los capítulos siguientes.

2.2.1. Caso 1: TLCD de sección uniforme y sin pérdidas de energía

Primero se muestra este caso por ser el más simple. Cabe destacar que el hecho de despreciar las pérdidas de energía no afecta los resultados obtenidos de frecuencia natural y, claramente, tampoco a los de rigidez de la columna de líquido. El problema se podría enfrentar haciendo uso de la segunda ecuación de Newton sobre un elemento diferencial de líquido en la dirección de un tubo de flujo, es decir, computando las fuerzas másicas más las fuerzas superficiales e igualándolas al producto de la masa total del líquido por la aceleración del mismo, la cual se expresa como la derivada material de la velocidad del flujo. Sin embargo, hacer este procedimiento de manera genérica (es decir, sobre un elemento diferencial cualquiera y presentando la sumatoria de fuerzas en un sistema de coordenadas general) lleva a obtener las conocidas ecuaciones de Navier-Stokes. Si además se considera que el **flujo es incompresible e irrotacional (o, en lugar de esta última condición, que el fluido es ideal)**, se obtiene la también conocida expresión denominada como ecuación de Euler, la cual se presenta a continuación:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + g \nabla B = 0 \quad (2.1)$$

Donde,

\vec{u} : Velocidad del flujo.

B : Bernoulli, el cual se define como:

$$B = \frac{1}{2g} \vec{u} \cdot \vec{u} + \frac{p}{\gamma} + h \quad (2.2)$$

Donde,

p : Presión termodinámica.

h : Altura desde una cota de referencia (datum).

$\gamma = \rho g$

Si la ecuación (2.1) se integra a lo largo de una línea de corriente entre los puntos 1 y 2, como se muestra en la figura 2.4, se obtiene:

$$\frac{1}{g} \int_{(1)}^{(2)} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} d\vec{r} + B_2 - B_1 = 0 \quad (2.3)$$

Donde, al no haber pérdidas de energía por tratarse de un fluido ideal:

$$B_2 - B_1 = \left(\frac{\dot{u}^2}{2g} + \frac{P_{atm}}{\gamma} + u \right) - \left(\frac{(-\dot{u})^2}{2g} + \frac{P_{atm}}{\gamma} - u \right) = 2u \quad (2.4)$$

Y

$$\frac{1}{g} \int_{(1)}^{(2)} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} d\vec{r} = \frac{\ddot{u}}{g} (L_h + 2L_v) \quad (2.5)$$

Por lo que finalmente, la ecuación de Euler para este caso queda:

$$\frac{\ddot{u}}{g} (L_h + 2L_v) + 2u = 0$$

$$\underbrace{\rho A (L_h + 2L_v)}_{m_f} \ddot{u} + \underbrace{2A\rho g}_{k_f} u = 0 \quad (2.6)$$

Por lo tanto, la ecuación (2.6) corresponde a la ecuación de movimiento del fluido y es posible identificar la masa del sistema m_f y su rigidez k_f . También es posible determinar la frecuencia natural de oscilación del fluido y su periodo:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2g}{L_h + 2L_v}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{L_h + 2L_v}{2g}} \quad (2.7)$$

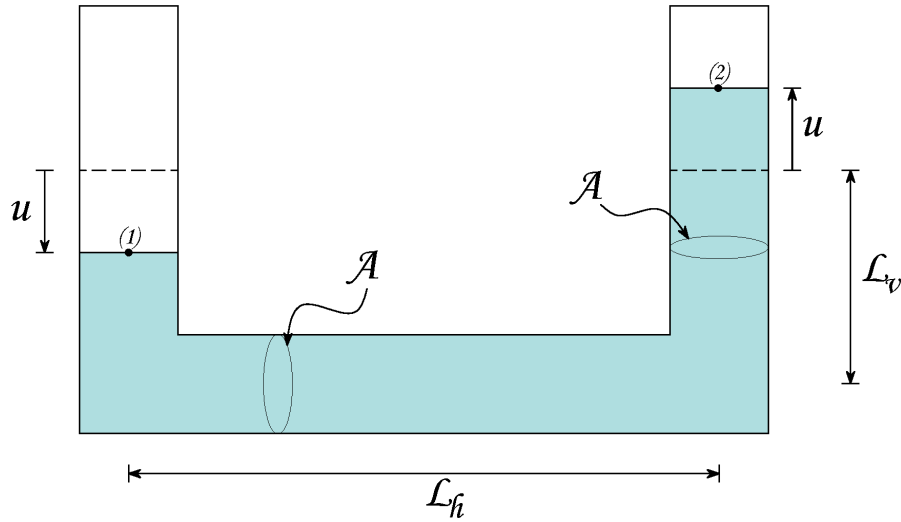


Figura 2.4: TLCD de sección uniforme

Otra forma de obtener este mismo resultado y bajo los mismos supuestos, es utilizando las ecuaciones de Lagrange para un sistema que no presenta pérdidas de energía:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2.8)$$

Donde,

- T : Energía cinética total del sistema
- V : Energía potencial total del sistema
- x : Grado de libertad del sistema

Por lo tanto, se tiene que:

$$T = \frac{1}{2} m_f \dot{u}^2 = \frac{1}{2} \rho A (L_h + 2L_v) \dot{u}^2$$

$$V = \frac{1}{2} k_f u^2 = \frac{1}{2} (2A\rho g) u^2$$

Luego:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{u}} \right) &= \rho A (L_h + 2L_v) \ddot{u} \\ \frac{\partial T}{\partial u} &= 0 \\ \frac{\partial V}{\partial u} &= 2A\rho g u \end{aligned}$$

Entonces, reemplazando en la ecuación (2.8):

$$\rho A (L_h + 2L_v) \ddot{u} + 2A\rho g u = 0 \quad (2.9)$$

Lo que corresponde exactamente al resultado obtenido a partir de la ecuación de Euler. Cabe hacer notar que la expresión que se obtuvo para k_f es independiente de la cantidad de líquido presente en el sistema, es decir, se puede llenar con más líquido el TLCD, pero su rigidez no variará. Por lo tanto, como la rigidez hace referencia a cuánto cuesta deformar o desplazar un elemento, en este caso puede ser entendida como *cuánto cuesta desplazar las superficies libres de líquido desde su posición de equilibrio*. Esta concepción será muy práctica más adelante.

2.2.2. Caso 2: TLCD de sección no uniforme y sin pérdidas de energía

En el caso de un TLCD de sección transversal no uniforme, ver figura 2.5, se tiene que la sección transversal de las columnas verticales son diferentes a la sección transversal del conducto horizontal. Esta condición se traduce en que el desplazamiento de una partícula de líquido dentro de las columnas verticales sea distinto al de una partícula de líquido dentro del conducto horizontal. Esto se explica sencillamente porque en un fluido incompresible, el caudal que entra en un volumen de control debe ser igual al caudal que sale de él. Si se considera el volumen de control mostrado en la figura 2.6, se tiene que:

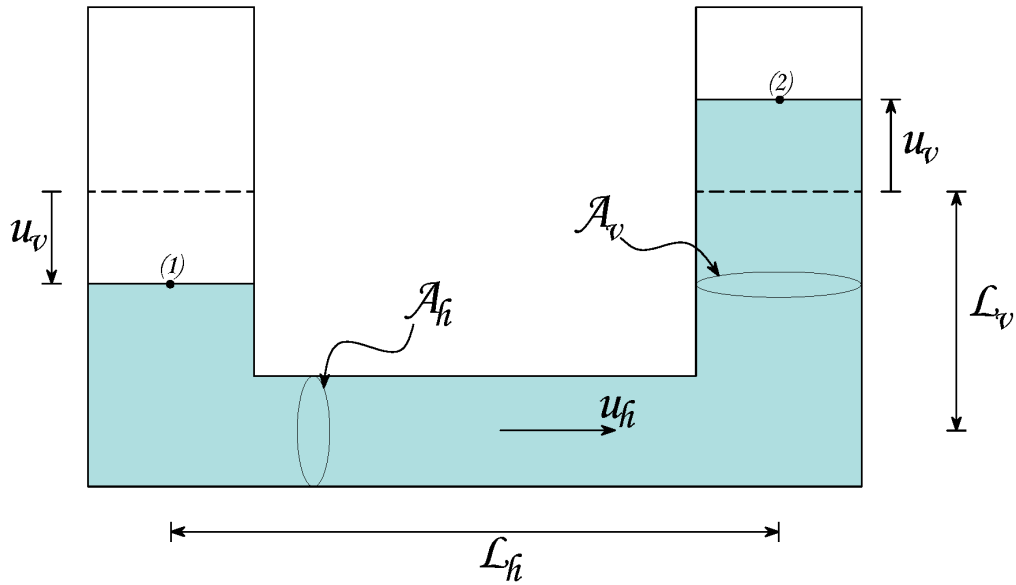


Figura 2.5: TLCD de sección no uniforme

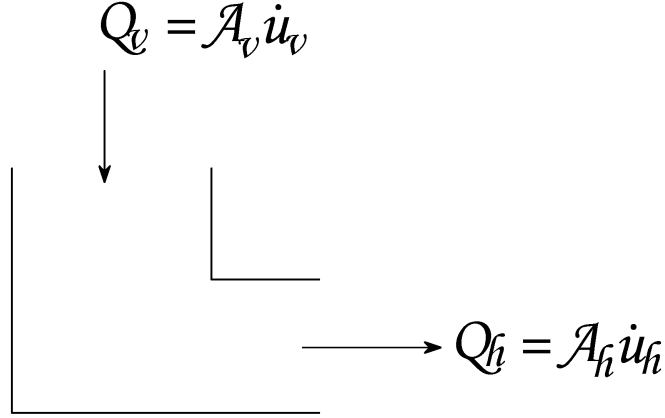


Figura 2.6: Volumen de control en un codo del TLCD, donde el caudal de entrada corresponde al caudal de la columna vertical Q_v y el caudal de salida corresponde al que escurre por el conducto horizontal Q_h .

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{entrada}} &= Q_{\text{salida}} \\
 Q_v &= Q_h \\
 A_v \dot{u}_v &= A_h \dot{u}_h \quad \longrightarrow \quad \dot{u}_h = \frac{A_v}{A_h} \dot{u}_v
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Por lo tanto, manteniendo las consideraciones de ser un flujo incompresible e irrotacional, es posible aplicar nuevamente la ecuación (2.3). Pero antes, es necesario saber que al no haber pérdidas de energía por tratarse de un fluido ideal:

$$B_2 - B_1 = \left(\frac{\dot{u}_v^2}{2g} + \frac{P_{\text{atm}}}{\gamma} + u_v \right) - \left(\frac{(-\dot{u}_v)^2}{2g} + \frac{P_{\text{atm}}}{\gamma} - u_v \right) = 2u_v \tag{2.11}$$

Y

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{g} \int_{(1)}^{(2)} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} d\vec{r} &= \frac{1}{g} \left(\int_0^{L_v} \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} dr + \int_{L_v}^{L_v+L_h} \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} dr + \int_{L_v+L_h}^{2L_v+L_h} \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} dr \right) \\
 &= \frac{1}{g} (\ddot{u}_v L_v + \ddot{u}_h L_h + \ddot{u}_v L_v) \\
 &= \frac{1}{g} \underbrace{\left(2L_v + \frac{A_v}{A_h} L_h \right)}_{L_{ef}} \ddot{u}_v
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Donde L_{ef} hace referencia a la longitud efectiva del TLCD, por analogía al caso anterior (sección uniforme). Ahora sí, reemplazando estas expresiones en la ecuación (2.3) se tiene:

$$\frac{L_{ef}}{g} \ddot{u}_v + 2u_v = 0 \quad \longrightarrow \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2g}{L_{ef}}} \tag{2.13}$$

A continuación, se utilizará el método de Lagrange para obtener este mismo resultado. Para ello es necesario determinar la energía cinética del sistema:

$$\begin{aligned}
 T &= \left(\frac{1}{2} (A_v \rho L_v) \dot{u}_v^2 \right) \cdot 2 + \frac{1}{2} (A_h \rho L_h) \dot{u}_h^2 \\
 &= (A_v \rho L_v) \dot{u}_v^2 + \frac{1}{2} (A_h \rho L_h) \left(\frac{A_v}{A_h} \dot{u}_v \right)^2 \\
 &= \left(A_v \rho L_v + \frac{1}{2} A_h \rho L_h \frac{A_v^2}{A_h^2} \right) \dot{u}_v^2 \\
 &= \frac{\rho A_v}{2} \left(2L_v + \frac{A_v}{A_h} L_h \right) \dot{u}_v^2
 \end{aligned}$$

Y también la energía potencial. Aquí se usará el concepto de rigidez de la manera en que se expuso al final del caso anterior; como las secciones transversales de las superficies libres corresponden en total a $2A_v$, se tiene que:

$$V = \frac{1}{2} (2A_v \rho g) u_v^2 = (A_v \rho g) u_v^2 \quad (2.14)$$

Luego:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_v} \right) &= \rho A_v \left(2L_v + \frac{A_v}{A_h} L_h \right) \ddot{u}_v \\
 \frac{\partial T}{\partial u_v} &= 0 \\
 \frac{\partial V}{\partial u_v} &= (2A_v \rho g) u_v
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, reemplazando estas expresiones en la ecuación de Lagrange (2.8):

$$\begin{aligned}
 \rho A_v \left(2L_v + \frac{A_v}{A_h} L_h \right) \ddot{u}_v + (2A_v \rho g) u_v &= 0 \\
 \left(2L_v + \frac{A_v}{A_h} L_h \right) \ddot{u}_v + (2g) u_v &= 0 \\
 L_{ef} \ddot{u}_v + 2g u_v &= 0
 \end{aligned}$$

Resultado que, efectivamente, coincide con el obtenido con la ecuación de Euler.

2.2.3. Caso 3: TLCD de sección no uniforme y fluido real

Si ahora se considera un fluido real, es decir que sí tiene viscosidad (tanto cinemática como dinámica, claramente), se tendrá que los esfuerzos tangenciales no son nulos, apareciendo gradiente de velocidades debido a la condición de no resbalamiento en las paredes de la tubería (contenedor). Al considerar esfuerzos viscosos, el trabajo asociado a éstos deja de ser nulo, por lo que la ecuación (2.3) deja de ser válida, puesto que se debe considerar las pérdidas de energía debidas a dicho trabajo:

$$\frac{1}{g} \int_{(1)}^{(2)} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} d\vec{r} + \bar{B}_2 - \bar{B}_1 + \Lambda = 0 \quad (2.15)$$

Donde Λ son las pérdidas friccionales que ocurren a lo largo de la tubería y, además, se integran también las denominadas pérdidas singulares de energía, las cuales están asociadas a cambios locales de las condiciones de flujo, en particular, a expansiones o reducciones bruscas del flujo o a cambios repentinos en la dirección de éste. Por lo tanto, la última expresión se puede expresar más detalladamente como:

$$\frac{1}{g} \int_{(1)}^{(2)} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} d\vec{r} + \bar{B}_2 - \bar{B}_1 + \Lambda_f + \Lambda_s = 0 \quad (2.16)$$

Donde Λ_f corresponde sólo a las pérdidas friccionales y Λ_s a las pérdidas singulares. Por otro lado, se hace notar que en éstas últimas ecuaciones se ha expresado el Bernoulli de la sección con una raya encima. Esto se debe a que el Bernoulli que aplica en estas ecuaciones es el **Bernoulli medio de la sección**, definido como:

$$\bar{B} = \alpha \frac{\bar{u}^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + h \quad (2.17)$$

Donde \bar{u} es la velocidad media del flujo en la sección y α es el coeficiente de Coriolis, definidos como:

$$\bar{u} = \frac{1}{S} \int_S u dS \quad (2.18)$$

$$\alpha = \frac{1}{S\bar{u}^3} \int_S u^3 dS \quad (2.19)$$

S corresponde al área de la sección transversal por la cual está escurriendo el fluido. En tanto, el valor de α depende del tipo de escurrimiento. Para el caso de flujos turbulentos se tiene $\alpha \approx 1$ debido a que el perfil de velocidad es más cercano al perfil uniforme, y los esfuerzos viscosos se restringen a una zona confinada muy cercana a la pared [42]. Por lo tanto, suponiendo régimen turbulento y omitiendo la barra para referirse a la velocidad media del flujo en una sección, se tiene:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{g} \int_{(1)}^{(2)} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} d\vec{r} + \bar{B}_2 - \bar{B}_1 + \Lambda_f + \Lambda_s = 0 \\ & \frac{1}{g} \left(\int_0^{L_v} \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} dr + \int_{L_v}^{L_v+L_h} \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} dr + \int_{L_v+L_h}^{2L_v+L_h} \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} dr \right) + \bar{B}_2 - \bar{B}_1 + \Lambda_f + \Lambda_s = 0 \\ & \frac{1}{g} (\ddot{u}_v L_v + \ddot{u}_h L_h + \ddot{u}_v L_v) + \left(\frac{\dot{u}_v^2}{2g} + \frac{P_{atm}}{\gamma} + u_v \right) - \left(\frac{(-\dot{u}_v)^2}{2g} + \frac{P_{atm}}{\gamma} - u_v \right) + \Lambda_f + \Lambda_s = 0 \\ & \frac{1}{g} \underbrace{\left(2L_v + \frac{A_v}{A_h} L_h \right)}_{L_{ef}} \ddot{u}_v + 2u_v + \Lambda_f + \Lambda_s = 0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

Pero, es usual suponer que las pérdidas friccionales ocurren uniformemente distribuidas a lo largo de la tubería. Una manera de estimar las pérdidas friccionales es mediante la ecuación de Darcy-Weisbach [42]:

$$\Lambda_f = \frac{\eta_f L_{ef} \dot{u}^2}{D_{eq} 2g} \quad (2.21)$$

Donde,

η_f : Factor de fricción.

D_{eq} : Diámetro equivalente de la sección (cuando ésta no es circular), definido como:

$$D_{eq} = \frac{4A}{P} \quad (2.22)$$

Donde,

A : Área de la sección.

P : Perímetro mojado.

Así también, las pérdidas singulares de energía se suelen escribir como:

$$\Lambda_s = \sum_i \eta_{s_i} \frac{\dot{u}_i^2}{2g} \quad (2.23)$$

Donde,

η_s : Factor de pérdida singular.

Estos coeficientes de pérdidas se han determinado y calibrado experimentalmente para diferentes tipos de materiales y de flujos. En este caso, se condensarán ambos tipos de pérdidas de energía en un sólo término. Posteriormente, para determinar la pérdida de energía se utilizarán expresiones calibradas experimentalmente para este tipo de problemas, en los que la longitud de la columna de líquido es poca y en donde se encuentra una placa orificio en el medio del conducto horizontal, elemento que se supone como la mayor fuente de pérdida de energía. Por lo tanto, estos procesos de calibración consideran en primera instancia que la única fuente de pérdida de energía se debe a la placa orificio y, posteriormente al comparar resultados experimentales con los teóricos, se hace el ajuste correspondiente. Es por esto que se expresa:

$$\begin{aligned} \Lambda &= \Lambda_f + \Lambda_s \\ &= \frac{\eta_f L_{ef}}{D_{eq}} \frac{\dot{u}^2}{2g} + \sum_i \eta_{s_i} \frac{\dot{u}_i^2}{2g} \\ &= \frac{\eta_f L_{ef}}{D_{eq}} \frac{\dot{u}^2}{2g} + \eta_{codo1} \frac{\dot{u}_v^2}{2g} + \frac{\eta_{pl.orificio}}{2g} \left(\frac{A_v}{A_h} \dot{u}_v \right)^2 + \eta_{codo2} \frac{\dot{u}_v^2}{2g} \\ &\approx \frac{1}{2g} \eta \left(\frac{A_v}{A_h} \right)^2 \dot{u}_v^2 \end{aligned}$$

Donde η es el coeficiente de pérdida de energía que se debe verificar. Por lo tanto, reemplazando esta última expresión en la ecuación (2.20), y denominando $v = A_v/A_h$, se obtiene:

$$\frac{1}{g} L_{ef} \ddot{u}_v + 2u_v + \frac{1}{2g} \eta v^2 \dot{u}_v^2 = 0 \quad (2.24)$$

Si se reordenan términos y se multiplica por $A_v \rho g$, se tiene:

$$(\rho A_v L_{ef}) \ddot{u}_v + \frac{1}{2} \eta \rho A_v v^2 |\dot{u}_v| \dot{u}_v + (2A_v \rho g) u_v = 0 \quad (2.25)$$

Ó, si se quiere expresar en función del desplazamiento horizontal u_h :

$$(\rho A_h L_{ef}) \ddot{u}_h + \frac{1}{2} \eta \rho A_v |\dot{u}_h| \dot{u}_h + (2A_h \rho g) u_h = 0 \quad (2.26)$$

En las ecuaciones (2.25) y (2.26), se utilizó una conocida forma de expresar el cuadrado de una variable cuando se quiere rescatar el sentido de su acción. En este caso, se expresó $|\dot{u}|\dot{u}$ en lugar de \dot{u}^2 , puesto que el flujo puede ir en una u otra dirección, cambiando la dirección de la fuerza que se opone al escurrimiento. Por otro lado, en este caso también es posible utilizar la expresión más general de las ecuaciones de Lagrange, haciendo notar que el GDL elegido es el desplazamiento de la superficie libre de líquido en las columnas verticales del disipador (u_v):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_v} \right) - \frac{\partial T}{\partial u_v} + \frac{\partial V}{\partial u_v} = Q^{(v)} \quad (2.27)$$

Donde

u_v : Grado de libertad con que se ha trabajado.

$Q^{(v)}$: Fuerza no conservativa asociada al GDL u_v

Ya se sabe que los términos asociados con \ddot{u}_v y con u_v se obtienen del lado izquierdo de la ecuación de Lagrange (ya se obtuvo para el caso anterior de estudio). Por lo tanto, es claro que la fuerza no conservativa Q corresponde a la fuerza de disipación relacionada con el cuadrado de la velocidad \dot{u}_v , es decir:

$$Q^{(v)} = -\frac{1}{2}\eta\rho A_v v^2 |\dot{u}_v| \dot{u}_v \quad (2.28)$$

Donde se ha asignado el súper-índice (v) ya que si se desea plantear la ecuación con el GDL del movimiento en los conductos horizontales (u_h) en lugar del GDL del movimiento en las columnas verticales (u_v), se tiene:

$$u_h = \frac{A_v}{A_h} u_v = v \cdot u_v \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial u_h}{\partial u_v} = v$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_v} \right) - \frac{\partial T}{\partial u_v} + \frac{\partial V}{\partial u_v} = Q^{(v)} \quad \longrightarrow \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_h} \cdot \frac{\partial \dot{u}_h}{\partial \dot{u}_v} \right) - \frac{\partial T}{\partial u_h} \cdot \frac{\partial u_h}{\partial u_v} + \frac{\partial V}{\partial u_h} \cdot \frac{\partial u_h}{\partial u_v} = Q^{(v)} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_h} \right) - \frac{\partial T}{\partial u_h} + \frac{\partial V}{\partial u_h} = \frac{Q^{(v)}}{v} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_h} \right) - \frac{\partial T}{\partial u_h} + \frac{\partial V}{\partial u_h} = Q^{(h)} \end{aligned}$$

Es decir, si se utiliza el GDL de movimiento en el conducto horizontal (u_h), la fuerza no conservativa que se debe utilizar para hacer uso de las ecuaciones de Lagrange, es:

$$\begin{aligned} Q^{(h)} &= \frac{Q^{(v)}}{v} \\ &= -\frac{1}{2}\eta\rho A_v v |\dot{u}_v| \dot{u}_v \\ &= -\frac{1}{2}\eta\rho A_v v \frac{1}{v^2} |\dot{u}_h| \dot{u}_h \\ \longrightarrow \quad Q^{(h)} &= -\frac{1}{2}\eta\rho A_h |\dot{u}_h| \dot{u}_h \quad (2.29) \end{aligned}$$

Dado que las pérdidas de energía se aproximaron sólo con el término asociado a la pérdida singular causada por la placa orificio, es claro que esta **fuerza no conservativa disipativa Q corresponde a la fuerza que se genera debido al cambio de velocidad del flujo al pasar por la placa orificio**. Por lo tanto, tanto el concepto como la expresión obtenida para Q_h se puede comprobar mediante el TCM (Teorema de Cantidad de Movimiento).

2.2.4. Fuerza sobre la placa orificio

Como ya se expuso, acá se comprobará que esta fuerza es la obtenida en la ecuación (2.29). Para esto, se aplica el TCM sobre un volumen de control cercano a la placa orificio, tal como lo muestra la figura 2.7.

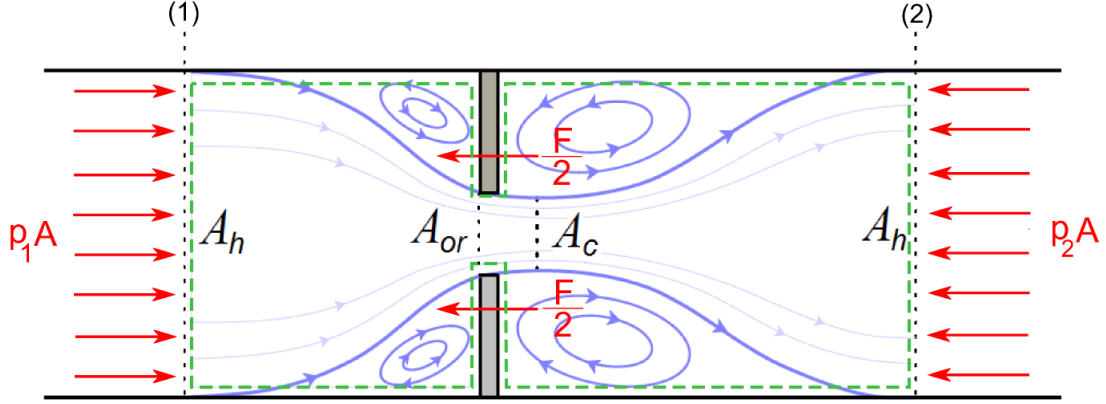


Figura 2.7: Fuerzas sobre la restricción al flujo debida a la placa orificio

El TCM establece que [42]:

$$\beta \rho Q (\vec{u}_2 - \vec{u}_1) = \vec{F}_s + \vec{W} \quad (2.30)$$

Donde

\vec{W} : Componente del peso del volumen de control en la dirección de análisis.

\vec{F}_s : Fuerzas superficiales sobre el volumen de control.

β : Coeficiente de Boussinesq.

$$\beta = \frac{1}{\rho \bar{u}^2 S} \int_S \rho \dot{u}^2 dS \quad (2.31)$$

Pero como ya se ha mencionado, se considera régimen turbulento, por lo que el perfil de velocidades es bastante parecido a uno uniforme, por lo que se usa $\beta \approx 1$. Por lo tanto, aplicando el TCM en la dirección horizontal, se tiene:

$$\rho Q (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) = -F + p_1 A_h - p_2 A_h \quad \longrightarrow \quad F = A_h (p_1 - p_2) \quad (2.32)$$

Donde se usó el hecho que la velocidad en la sección (1) es igual a la velocidad en la sección (2), debido a que ambas tienen la misma sección transversal y el caudal que pasa por ellas es el mismo, al igual que el resto del conducto horizontal ($\dot{u}_1 = \dot{u}_2 = \dot{u}_h$). Por otro lado:

$$\bar{B}_1 = \bar{B}_2 + \Lambda_s \quad (2.33)$$

$$\alpha \frac{\dot{u}_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} = \alpha \frac{\dot{u}_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + \Lambda_s \quad (2.34)$$

$$\longrightarrow \quad \Lambda_s = \frac{1}{\rho g} (p_1 - p_2) \quad (2.35)$$

Donde nuevamente se usó el hecho que $\dot{u}_1 = \dot{u}_2 = \dot{u}_h$. Como se sabe (y como ya se utilizó en la subsección anterior), es usual expresar la pérdida singular como:

$$\Lambda_s = \eta \frac{\dot{u}_h^2}{2g} \quad (2.36)$$

Por lo tanto, igualando estas dos últimas expresiones de Λ_s , se obtiene que:

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \eta \rho \dot{u}_h^2 \quad (2.37)$$

Y, reemplazando ésto en la ecuación (2.32), se llega finalmente a que:

$$F = \frac{1}{2} \eta \rho A_h \dot{u}_h^2 \quad (2.38)$$

Y, para rescatar que esta fuerza cambia de dirección al cambiar de dirección el flujo:

$$F = \frac{1}{2} \eta \rho A_h |\dot{u}_h| \dot{u}_h \quad (2.39)$$

Lo cual es exactamente el mismo resultado expuesto en la ecuación (2.29).

Capítulo 3

Disipador de Columna Líquida Sintonizada Bidireccional

En este capítulo se presenta una revisión detallada del desarrollo teórico elaborado en el artículo “A bidirectional tuned liquid column damper for reducing the seismic response of building” de L. Rozas, R. Boroschek, A. Tamburrino y M. Rojas, 2015) [43], donde se extiende la teoría del disipador de columna líquida unidireccional para lograr el objetivo de reducir vibraciones en dos direcciones ortogonales. La nueva geometría de estanque propuesta tiene como objetivo mantener las conocidas ecuaciones de movimiento de un TLCD en ambas direcciones de análisis y además optimizar la cantidad de líquido (agua) que se utiliza, para ser lo menos invasivo posible con peso extra sobre la estructura a controlar. La figura 3.1 muestra un bosquejo del nuevo “Disipador de Columna Líquida Sintonizada Bidireccional” (**BTLCD**, por sus siglas en inglés; Bidirectional Tuned Liquid Column Damper) que se desea implementar, con la que se puede apreciar la principal hipótesis de este estudio, la cual es que en cada dirección de análisis se tiene, en definitiva, dos TLCD uniaxiales actuando y un efecto mínimo de sloshing. Es eso lo que se quiere verificar, para lo cual se plantearán las ecuaciones correspondientes y se harán los análisis respectivos, tanto teóricos como experimentales, tal cual se expuso en los objetivos en el capítulo 1.

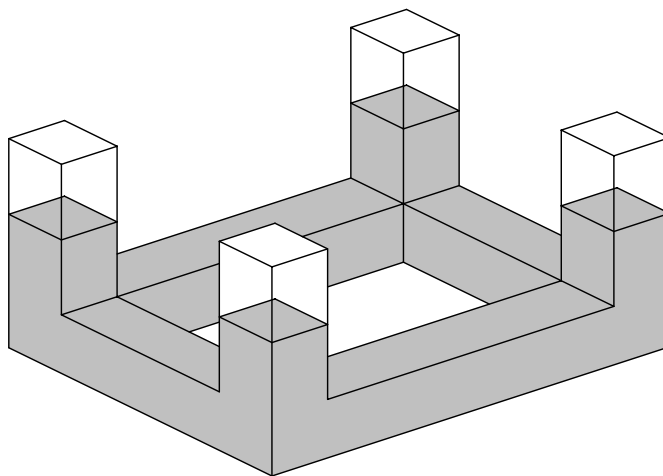


Figura 3.1: *Concepto gráfico del disipador bidireccional a estudiar; Disipador Bidireccional de Columna Líquida Sintonizada, BTLCD (por sus siglas en inglés; Bidirectional Tuned Liquid Column Damper).*

Es claro que en este dispositivo propuesto, ajustar la frecuencia de oscilación en una dirección, determina la frecuencia de oscilación en la dirección ortogonal, puesto que todas las columnas verticales están conectadas

por los conductos horizontales. Como lo que se desea es poder controlar las frecuencias a las cuales se va a sintonizar el dispositivo, se acepta que la sección transversal de las columnas verticales pueda ser diferente a la sección transversal de los conductos horizontales. De esta manera se tiene otra variable que entra en juego al momento de determinar la frecuencia de oscilación de las columnas de líquido [12, 13].

Por otro lado, como es clásico en el caso de los TLCD, en medio de los conductos horizontales se instala una **placa orificio** para controlar el nivel de amortiguamiento del disipador. Dichas placas son una restricción al movimiento del flujo, pues reducen el área transversal del conducto horizontal, produciendo una pérdida de energía de tipo singular. Si bien también hay pérdidas de energía debido a los cambios de dirección del flujo en los codos del dispositivo y también debido a la interacción del líquido con las paredes del contenedor, se supone que son despreciables en comparación con la pérdida de energía producida por las placas orificio.

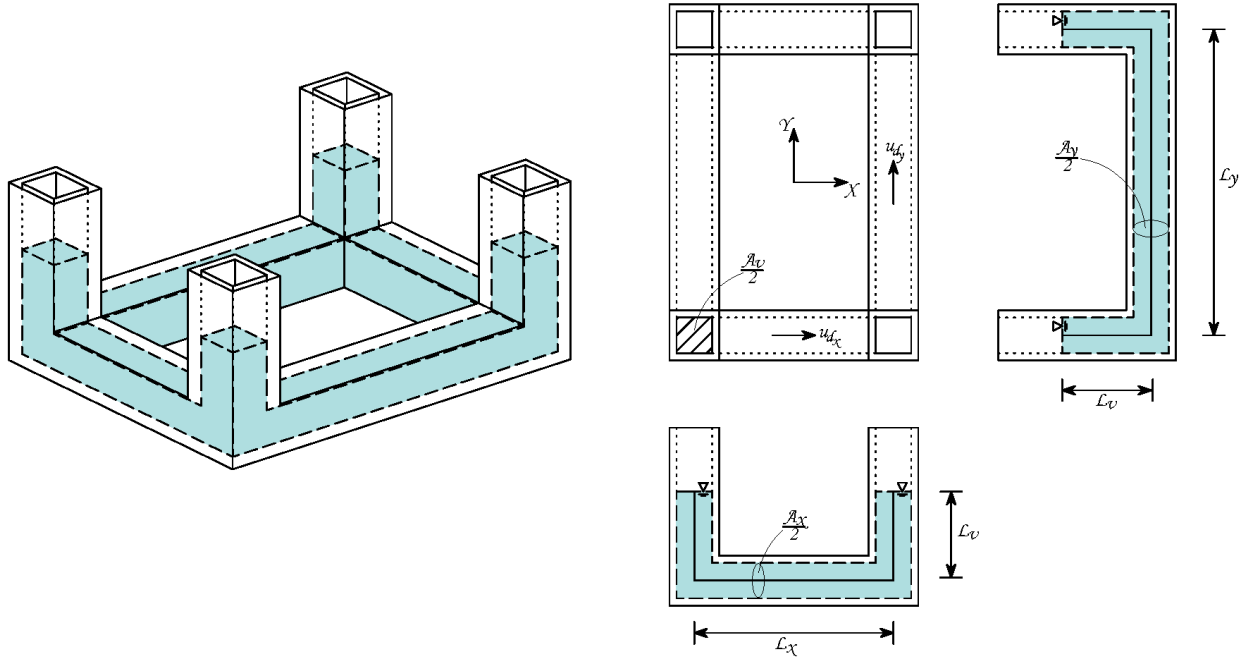


Figura 3.2: Vista esquemática del BTLCD, incluyendo sus principales propiedades geométricas. Notar que en la figura se identifican las secciones transversales como una fracción, además se determina el largo y alto de la columna de agua en cada dirección.

En la figura 3.2 se muestran las principales vistas esquemáticas del dispositivo, señalando cómo se denominará a sus dimensiones principales y a las secciones transversales de las columnas verticales y de los conductos horizontales (notar que en la imagen se especifican como fracción). Se muestra también los grados de libertad escogidos para determinar la ecuación de movimiento del sistema; u_{d_x} representa el movimiento del flujo en el conducto horizontal en la dirección X , mientras que u_{d_y} representa el movimiento del flujo en el conducto horizontal en la dirección Y . En tanto, de la conservación de masa se puede obtener el desplazamiento de la superficie libre de líquido en las columnas verticales, pues:

$$\begin{aligned} Q_v &= Q_x + Q_y \\ \dot{u}_v A_v &= \dot{u}_{d_x} A_x + \dot{u}_{d_y} A_y \end{aligned}$$

Y como el sistema parte del reposo, al integrar y despejar el desplazamiento de la superficie libre de agua, se obtiene la expresión que verifica la conservación de volumen líquido:

$$u_v = \frac{1}{A_v} (u_{d_x} A_x + u_{d_y} A_y) \quad (3.1)$$

Por otro lado, cabe formular la pregunta “si lo que se espera de la geometría elegida para el dispositivo es que se pueda describir el movimiento del fluido con las ecuaciones de un TLCD simple, uno en cada dirección, ¿Por qué no usar dos TLCD independientes, uno en cada dirección?”. Pues bien, si se analiza esta última opción es posible darse cuenta que es una solución no óptima para el problema que se pretende resolver; por ejemplo, si el movimiento de la estructura ocurre sólo en una dirección, es claro que uno de los TLCD acutará, pero el TLCD que está orientado perpendicularmente a dicha dirección no trabajará, sólo será peso extra para el edificio. En cambio, en el mismo caso de análisis, sólo el líquido dentro de los conductos horizontales que están orientados perpendicularmente al movimiento será el que no trabajará. Otra configuración posible es utilizar dos TLCD cruzados, pero el resultado es prácticamente el mismo que usar dos TLCD independientes. Es así que el BTLCD, concebido como cuatro TLCD que comparten sus columnas verticales, muestra ser más eficiente en cuanto a la cantidad de líquido necesaria para actuar.

3.1. Estructura primaria de 2 GDL con BTLCD

3.1.1. Ecuación de movimiento

Antes de establecer las ecuaciones pertinentes a un sistema de N GDL implementado con un BTLCD, se hará lo propio para el caso más sencillo; una estructura de 2 GDL. Se habla de una estructura primaria de 2 GDL pues se desprecia el GDL de torsión, ya que supone que los dos primeros modos de la estructura son traslacionales y los que concentran la respuesta de la estructura, además que teóricamente al estar alineado el centro de masa con el centro de rigidez, no debiese presentarse torsión. Si bien en la práctica el centro de rigidez y el de masa nunca coincidirán, se espera que dicho grado de libertad no tome tanta importancia como para modificar la respuesta de la estructura. Esta es una de las razones por las que se hace interesante verificar experimentalmente el comportamiento del BTLCD al implementarlo en una estructura, tal cual se lleva a cabo más adelante en este estudio.

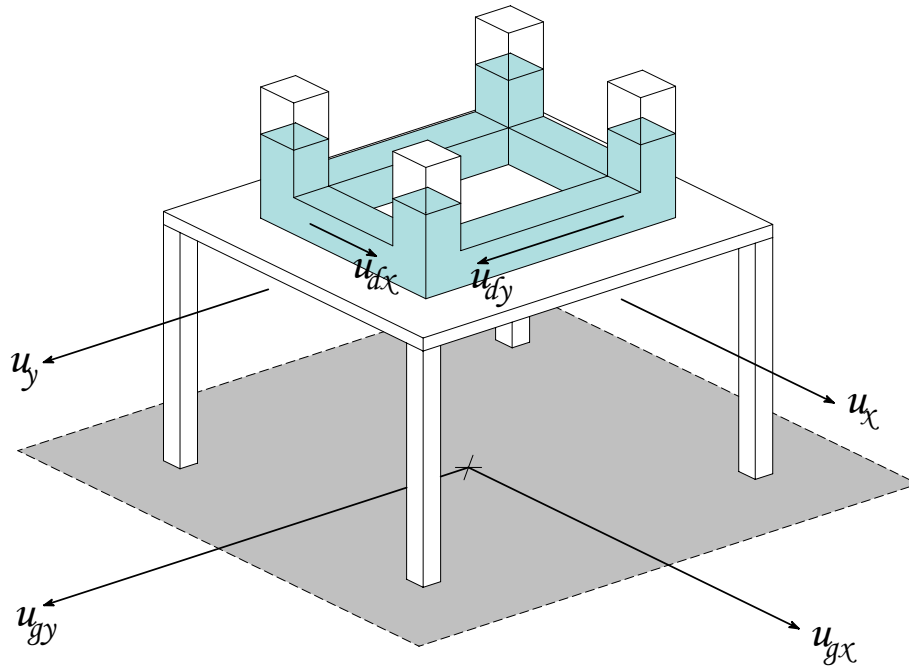


Figura 3.3: Estructura primaria de 2 GDL (se desprecia el GDL de torsión) con el BTLCD encima, para reducir vibraciones.

Como se indicó anteriormente y como se muestra en la figura 3.3, el movimiento del líquido dentro del BTLCD está definido por los GDL u_{dx} y u_{dy} , los cuales, dada la configuración, son relativos al movimiento de la estructura primaria. A su vez, los GDL de la estructura primaria (relativos al suelo) son u_x y u_y , mientras que el movimiento del suelo está determinado por u_{gx} y u_{gy} . Si se consideran las ecuaciones de Lagrange para derivar la ecuación de movimiento del sistema, se debe saber que ellas están definidas por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_i} + \frac{\partial V}{\partial x_i} = Q_i \quad i = 1 \dots n \quad (3.2)$$

Donde,

T : Energía cinética total del sistema

V : Energía potencial total del sistema

x_i : Grado de libertad i-ésimo del sistema

Q_i : Fuerza no conservativa i-ésima del sistema (aquellas que producen pérdida de energía)

n : Número total de grados de libertad del sistema

t : Tiempo

Para escribir las ecuaciones de Lagrange del sistema presentado en la figura 3.3, se supone (sin pérdida de generalidad) una posición deformada como la que se presenta en la figura 3.4. Es claro que el desplazamiento de la masa de agua contenida en los conductos horizontales orientados en la dirección X queda definido directamente por el GDL u_{dx} , y de manera análoga ocurre para el desplazamiento la masa de agua contenida en los conductos horizontales orientados en la dirección Y , el que queda determinado por u_{dy} . En tanto, al no ser (necesariamente) la misma sección transversal entre las columnas verticales y los conductos horizontales, el desplazamiento de las masas de agua contenidas puede ser distinto al de los conductos horizontales. Es por eso que en la figura 3.4 se tuvo cuidado de asignar desplazamientos diferentes a cada columna vertical.

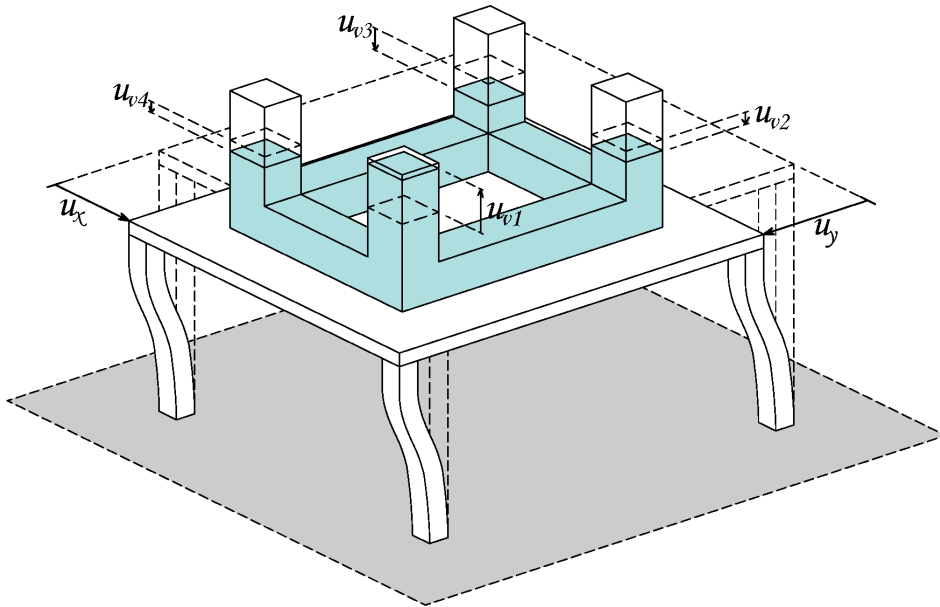


Figura 3.4: Posición deformada (arbitraria y sin pérdida de generalidad) del sistema presentado en la figura 3.3. En base a este esquema es más sencillo computar las ecuaciones de Lagrange.

Claramente, de considerarse el grado de libertad de torsión de la estructura primaria, la deformada del sistema sería diferente. Esto se apreciaría visualmente en la desviación de la superficie libre de líquido respecto a su condición de reposo en las columnas verticales del disipador. No obstante, este estudio se centra en el análisis de estructuras primarias axi-simétricas cuya torsión es despreciable, por lo que los desplazamientos de líquido en las columnas verticales se pueden expresar como:

$$u_{v1} = \frac{1}{A_v} (u_{dx}A_x + u_{dy}A_y) \quad (3.3)$$

$$u_{v2} = \frac{1}{A_v} (u_{dx}A_x - u_{dy}A_y) \quad (3.4)$$

$$u_{v3} = \frac{1}{A_v} (-u_{dx}A_x - u_{dy}A_y) \quad (3.5)$$

$$u_{v4} = \frac{1}{A_v} (-u_{dx}A_x + u_{dy}A_y) \quad (3.6)$$

Teniendo esto en cuenta, ya se puede expresar sin mayores dificultades los términos pertinentes de las ecuaciones de Lagrange. Primero, la energía cinética T queda definida como:

$$\begin{aligned} T = & \left(\frac{1}{2} \frac{m_{hx}}{2} \left[(\dot{u}_{dx} + \dot{u}_x + \dot{u}_{gx})^2 + (\dot{u}_y + \dot{u}_{gy})^2 \right] \right) \cdot 2 \\ & + \left(\frac{1}{2} \frac{m_{hy}}{2} \left[(\dot{u}_{dy} + \dot{u}_y + \dot{u}_{gy})^2 + (\dot{u}_x + \dot{u}_{gx})^2 \right] \right) \cdot 2 \\ & + \frac{1}{2} m_v \left(\dot{u}_{v1}^2 + (\dot{u}_x + \dot{u}_{gx})^2 + (\dot{u}_y + \dot{u}_{gy})^2 \right) \\ & + \frac{1}{2} m_v \left(\dot{u}_{v2}^2 + (\dot{u}_x + \dot{u}_{gx})^2 + (\dot{u}_y + \dot{u}_{gy})^2 \right) \\ & + \frac{1}{2} m_v \left(\dot{u}_{v3}^2 + (\dot{u}_x + \dot{u}_{gx})^2 + (\dot{u}_y + \dot{u}_{gy})^2 \right) \\ & + \frac{1}{2} m_v \left(\dot{u}_{v4}^2 + (\dot{u}_x + \dot{u}_{gx})^2 + (\dot{u}_y + \dot{u}_{gy})^2 \right) \\ & + \frac{1}{2} m_p \left((\dot{u}_x + \dot{u}_{gx})^2 + (\dot{u}_y + \dot{u}_{gy})^2 \right) \\ & + \frac{1}{2} m_u \left((\dot{u}_x + \dot{u}_{gx})^2 + (\dot{u}_y + \dot{u}_{gy})^2 \right) \end{aligned}$$

Donde,

m_{hx} : Masa de líquido contenida en ambos conductos horizontales orientados en la dirección X

m_{hy} : Masa de líquido contenida en ambos conductos horizontales orientados en la dirección Y

m_v : Masa de líquido contenida en una columna vertical

m_p : Masa de la estructura primaria

m_u : Masa del contenedor de líquido

Y como se sabe que las sección transversal de un conducto horizontal en X y en Y son $A_x/2$ y $A_y/2$, respectivamente (figura 3.2), y además de la comparación de las ecuaciones (3.3) y (3.5) y de las ecuaciones (3.4) y (3.6), se tiene que $u_{v1}^2 = u_{v3}^2$ y que $u_{v2}^2 = u_{v4}^2$, la anterior expresión para la energía cinética se puede expresar como:

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} A_x \rho_f L_x \left((\dot{u}_{dx} + \dot{u}_x + \dot{u}_{gx})^2 + (\dot{u}_y + \dot{u}_{gy})^2 \right) \quad (3.7) \\ & + \frac{1}{2} A_y \rho_f L_y \left((\dot{u}_{dy} + \dot{u}_y + \dot{u}_{gy})^2 + (\dot{u}_x + \dot{u}_{gx})^2 \right) \\ & + \frac{1}{2} A_v \rho_f L_v \left(\frac{1}{A_v^2} (\dot{u}_{dx}A_x + \dot{u}_{dy}A_y)^2 + (\dot{u}_x + \dot{u}_{gx})^2 + (\dot{u}_y + \dot{u}_{gy})^2 \right) \\ & + \frac{1}{2} A_v \rho_f L_v \left(\frac{1}{A_v^2} (\dot{u}_{dx}A_x - \dot{u}_{dy}A_y)^2 + (\dot{u}_x + \dot{u}_{gx})^2 + (\dot{u}_y + \dot{u}_{gy})^2 \right) \\ & + \frac{1}{2} (m_p + m_u) \left((\dot{u}_x + \dot{u}_{gx})^2 + (\dot{u}_y + \dot{u}_{gy})^2 \right) \end{aligned}$$

Por otro lado, para computar la energía potencial del sistema V se toma como referencia la posición de equilibrio estático del mismo. Además, si bien se tienen 4 columnas verticales, se puede ver que estas funcionan de a pares, tal como lo muestran las ecuaciones (3.3) a la (3.6), donde se aprecia que lo que sube la superficie libre en la columna 1 es lo que baja la superficie libre en la columna 2, y lo que sube/baja la superficie libre en la columna 2 es lo que baja/sube la superficie libre en la columna 4. Por lo tanto, volviendo a hacer uso del concepto de rigidez denotado en la subsección 2.3.1 del capítulo 2, se tiene que (recordar que el área transversal de una columna vertical es $A_v/2$):

$$V = \frac{1}{2} \left(2 \frac{A_v}{2} \rho_f g \right) \left(\frac{1}{A_v^2} (u_{dx} A_x + u_{dy} A_y)^2 \right) + \frac{1}{2} \left(2 \frac{A_v}{2} \rho_f g \right) \left(\frac{1}{A_v^2} (u_{dx} A_x - u_{dy} A_y)^2 \right) + \frac{1}{2} (K_x u_x^2 + K_y u_y^2)$$

$$V = \frac{1}{2} A_v \rho_f g \left(\frac{1}{A_v^2} (u_{dx} A_x + u_{dy} A_y)^2 + \frac{1}{A_v^2} (u_{dx} A_x - u_{dy} A_y)^2 \right) + \frac{1}{2} (K_x u_x^2 + K_y u_y^2) \quad (3.8)$$

Las fuerzas disipativas no conservativas asociadas a los grados de libertad u_{dx} y u_{dy} del BTLCD son aquellas que producen pérdidas de energía en el sistema, y tal como se explicó en el capítulo anterior para mostrar la ecuación de movimiento que gobierna el comportamiento de un TLCD, esas fuerzas se producen en los cambios de dirección del flujo (es decir, en los codos del BTLCD), también hay pérdida de energía debido al roce (interacción) entre el líquido y las paredes del contenedor y, la fuente de pérdida de energía más importante, la que se debe a la restricción al flujo causada por la brusca reducción de sección ocasionada por la placa orificio ubicada en el centro de los conductos horizontales. Aprovechando la explicación dada en la sección “Ecuación de movimiento de un TLCD” en el capítulo 2, se pueden presentar directamente las fuerzas disipativas no conservativas debidas al movimiento del líquido cuando éste se describe con los GDL de movimiento en los conductos horizontales:

$$Q_{u_{dx}} = -\frac{1}{2} \rho_f \eta_x A_x |\dot{u}_{dx}| \dot{u}_{dx} \quad (3.9)$$

$$Q_{u_{dy}} = -\frac{1}{2} \rho_f \eta_y A_y |\dot{u}_{dy}| \dot{u}_{dy} \quad (3.10)$$

Donde,

η_x : Coeficiente de pérdida en la dirección X

η_y : Coeficiente de pérdida en la dirección Y

Como se puede notar en las ecuaciones (3.9) y (3.10), las fuerzas disipativas presentan una no linealidad, pues dependen del cuadrado de la velocidad del flujo. Para propósitos de implementación (se requiere la mayor simpleza en los métodos pertinentes para llevar a cabo el diseño), **es necesario expresar las fuerzas $Q_{u_{dx}}$ y $Q_{u_{dy}}$ en una forma lineal equivalente**, es decir, se desea buscar o ajustar un coeficiente de proporcionalidad directa entre u_d y Q_{u_d} (se omitieron los sub-índices para mayor generalidad y claridad). Esto último se logra utilizando técnicas de linealización equivalentes estocásticas y se mostrará en detalle en el capítulo 4. Por lo tanto, se supondrá que efectivamente se puede escribir:

$$Q_{u_{dx}} = -c_{dx} \dot{u}_{dx} \quad (3.11)$$

$$Q_{u_{dy}} = -c_{dy} \dot{u}_{dy} \quad (3.12)$$

Donde,

c_{dx} : Coeficiente equivalente de amortiguamiento en la dirección X

c_{dy} : Coeficiente equivalente de amortiguamiento en la dirección Y

Por lo tanto, las fuerzas disipativas no conservativas asociadas la estructura se pueden escribir como:

$$Q_{u_x} = c_{dx} \dot{u}_{dx} - C_x \dot{u}_x \quad (3.13)$$

$$Q_{u_y} = c_{dy} \dot{u}_{dy} - C_y \dot{u}_y \quad (3.14)$$

Donde,

C_x : Coeficiente de amortiguamiento de la estructura primaria en la dirección X

C_y : Coeficiente de amortiguamiento de la estructura primaria en la dirección Y

Entonces, ya se tiene la expresión para la energía cinética T , energía potencial V y para las fuerzas disipativas no conservativas linealizadas asociadas a cada grado de libertad, por lo que es posible sustituirlas en la ecuación (3.2), ec. de Lagrange. Luego de evaluar, ordenar y reducir términos, se obtiene:

$$M_T \ddot{u}_x + C_x \dot{u}_x + K_x u_x = -M_T \ddot{u}_{gx} + c_{dx} \dot{u}_{dx} - m_{hx} \ddot{u}_{dx} \quad (3.15)$$

$$M_T \ddot{u}_y + C_y \dot{u}_y + K_y u_y = -M_T \ddot{u}_{gy} + c_{dy} \dot{u}_{dy} - m_{hy} \ddot{u}_{dy} \quad (3.16)$$

$$m_{ex} \ddot{u}_{dx} + v_x c_{dx} \dot{u}_{dx} + k_{dx} u_{dx} = -m_{hx} v_x (\ddot{u}_{gx} + \ddot{u}_x) \quad (3.17)$$

$$m_{ey} \ddot{u}_{dy} + v_y c_{dy} \dot{u}_{dy} + k_{dy} u_{dy} = -m_{hy} v_y (\ddot{u}_{gy} + \ddot{u}_y) \quad (3.18)$$

Donde,

$M_T = m_p + m_u + m_f$, Masa total del sistema

$m_{hx} = A_x L_x \rho_f$, Masa de líquido dentro de ambos conductos horizontales orientados en la dirección X

$m_{hy} = A_y L_y \rho_f$, Masa de líquido dentro de ambos conductos horizontales orientados en la dirección Y

$v_x = A_v/A_x$, Razón entre el área de la columna vertical y el conducto horizontal en X

$v_y = A_v/A_y$, Razón entre el área de la columna vertical y el conducto horizontal en Y

$m_{ex} = A_x L_{ex} \rho_f$, Masa de líquido efectiva en la dirección X

$m_{ey} = A_y L_{ey} \rho_f$, Masa de líquido efectiva en la dirección Y

$L_{ex} = v_x L_x + 2L_v$, Longitud efectiva de las columnas de líquido en la dirección X

$L_{ey} = v_y L_y + 2L_v$, Longitud efectiva de las columnas de líquido en la dirección Y

$k_{dx} = 2A_x \rho_f g$, Rigidez equivalente al movimiento por parte del líquido en la dirección X

$k_{dy} = 2A_y \rho_f g$, Rigidez equivalente al movimiento por parte del líquido en la dirección Y

Ahora, es posible expresar el sistema de ecuaciones anteriores de la siguiente clásica manera:

$$\alpha_x \ddot{u}_x + 2\alpha_x \omega_{px} \xi_{px} \dot{u}_x + \alpha_x \omega_{px}^2 u_x = -\alpha_x \ddot{u}_{gx} + 2\omega_{dx} \xi_{dx} \mu_x \dot{u}_{dx} - \alpha_x \mu_x \ddot{u}_{dx} \quad (3.19)$$

$$\alpha_y \ddot{u}_y + 2\alpha_y \omega_{py} \xi_{py} \dot{u}_y + \alpha_y \omega_{py}^2 u_y = -\alpha_y \ddot{u}_{gy} + 2\omega_{dy} \xi_{dy} \mu_y \dot{u}_{dy} - \alpha_y \mu_y \ddot{u}_{dy} \quad (3.20)$$

$$\ddot{u}_{dx} + 2v_x \omega_{dx} \xi_{dx} \dot{u}_{dx} + \omega_{dx}^2 u_{dx} = -\alpha_x v_x (\ddot{u}_{gx} + \ddot{u}_x) \quad (3.21)$$

$$\ddot{u}_{dy} + 2v_y \omega_{dy} \xi_{dy} \dot{u}_{dy} + \omega_{dy}^2 u_{dy} = -\alpha_y v_y (\ddot{u}_{gy} + \ddot{u}_y) \quad (3.22)$$

Donde,

ω_{dx} : Frecuencia natural del BTLCD en la dirección X .

ω_{dy} : Frecuencia natural del BTLCD en la dirección Y .

ω_{px} : Frecuencia natural de la estructura primaria con su misma rigidez original en la dirección X , pero con una masa igual a la del sistema completo.

ω_{py} : Frecuencia natural de la estructura primaria con su misma rigidez original en la dirección Y , pero con una masa igual a la del sistema completo.

ξ_{dx} : Razón de amortiguamiento crítico del BTLCD en la dirección X .

ξ_{dy} : Razón de amortiguamiento crítico del BTLCD en la dirección Y .

ξ_{px} : Razón de amortiguamiento crítico de la estructura primaria con su misma rigidez original en la dirección X , pero con una masa igual a la del sistema completo.

ξ_{py} : Razón de amortiguamiento crítico de la estructura primaria con su misma rigidez original en la dirección Y , pero con una masa igual a la del sistema completo.

α_x : Razón entre la longitud del líquido dentro del conducto horizontal y la longitud efectiva de líquido, en la dirección X .

α_y : Razón entre la longitud del líquido dentro del conducto horizontal y la longitud efectiva de líquido, en la dirección Y .

μ_x : Razón de masas entre el líquido dentro de los conductos horizontales orientados en X y la masa total.

μ_y : Razón de masas entre el líquido dentro de los conductos horizontales orientados en Y y la masa total.

A continuación, los recién presentados términos se detallan con sus respectivas ecuaciones de definición:

$$\begin{aligned}\omega_{dx} &= \sqrt{\frac{2g}{L_{ex}}} & \omega_{dy} &= \sqrt{\frac{2g}{L_{ey}}} & \omega_{px} &= \sqrt{\frac{K_x}{M_T}} & \omega_{py} &= \sqrt{\frac{K_y}{M_T}} \\ \xi_{dx} &= \frac{c_{dx}}{2m_{ex}\omega_{dx}} & \xi_{dy} &= \frac{c_{dy}}{2m_{ey}\omega_{dy}} & \xi_{px} &= \frac{C_x}{2M_T\omega_{px}} & \xi_{py} &= \frac{C_y}{2M_T\omega_{py}} \\ \alpha_x &= \frac{L_x}{L_{ex}} & \alpha_y &= \frac{L_y}{L_{ey}} & \mu_x &= \frac{m_{hx}}{M_T} & \mu_y &= \frac{m_{hy}}{M_T}\end{aligned}$$

Se introducen también los términos ζ_x y ζ_y , los cuales no son otra cosa que los factores de forma del dispositivo en la dirección X e Y , respectivamente:

$$\zeta_x = \frac{L_x}{L_x + 2L_v} \quad \zeta_y = \frac{L_y}{L_y + 2L_v}$$

Estos parámetros se pueden relacionar con los ya definidos factores α y v (se obvian los sub-índices para mayor claridad):

$$\alpha_x = \frac{\zeta_x}{\zeta_x(v_x - 1) + 1} \quad \alpha_y = \frac{\zeta_y}{\zeta_y(v_y - 1) + 1} \quad (3.23)$$

De la ecuación (3.23) se puede notar que cuando $v = 1$, se tiene $\alpha = \zeta$, lo que quiere decir que cuando la sección transversal se mantiene constante entre los conductos horizontales y las columnas verticales, la razón entre las longitudes en los conductos horizontales vs la longitud efectiva, equivale al factor de forma del dispositivo. Otra cosa que se puede ver es que como se cumple que $\zeta < 1$, entonces se verifica la desigualdad $\alpha \cdot v < 1$. Por otro lado, retomando la definición de la razón de masas de líquido en los conductos horizontales y la masa total del sistema (μ_x y μ_y) e incorporando la definición de la razón entre el total de masa de líquido que se mueve en cada dirección y la masa total del sistema (μ_{fx} y μ_{fy}):

$$\mu_{fx} = \frac{(A_x L_x + 2A_v L_v) \rho_f}{M_T} \quad \mu_{fy} = \frac{(A_y L_y + 2A_v L_v) \rho_f}{M_T} \quad (3.24)$$

se pueden reescribir los factores μ_x y μ_y de la siguiente manera:

$$\mu_x = \left(\frac{\alpha_x}{\alpha_x(1 - v_x^2) + v_x} \right) \mu_{fx} \quad \mu_y = \left(\frac{\alpha_y}{\alpha_y(1 - v_y^2) + v_y} \right) \mu_{fy} \quad (3.25)$$

3.1.2. Parámetros óptimos de diseño para aceleración basal de tipo ruido blanco y estructura sin amortiguamiento

Como se ha mencionado ya, el propósito de implementar el BTLCD en una estructura es reducir la respuesta de ella cuando ambos juntos (estructura y disipador) están sujetos a una aceleración basal. El objetivo entonces es encontrar los parámetros óptimos del dispositivo (frecuencias naturales de oscilación y razones de amortiguamiento críticos) de manera tal de minimizar la respuesta de la estructura primaria que se está controlando. Para llevar a cabo esto teóricamente, se supondrá que la aceleración basal puede ser representada como un ruido blanco.

Si se analiza el sistema de ecuaciones compuesto por las expresiones (3.19) a la (3.22), se puede notar que se trata de un sistema desacoplado para las direcciones X e Y . Se aprovechará esto para hacer el análisis sólo en la dirección X , ya que el análisis respectivo en la dirección Y es totalmente análogo. Comenzando entonces, y considerando que la aceleración basal es un ruido blanco de tipo Gaussiano, cuyo espectro de densidad de potencia es constante y se denominará por \ddot{u}_{go} . Estableciendo que la respuesta de la estructura es un proceso estocástico de tipo estacionario $\{u_x(t)\}$, es posible definir su valor cuadrático medio como lo establece la teoría [44]:

$$E \{u_x^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{u_x}(\omega) d\omega \quad (3.26)$$

Donde $S_{u_x}(\omega)$ es el espectro de densidad de potencia de la respuesta de la estructura. También, por otro lado, se sabe que al aplicar la transformada de Fourier a una ecuación de movimiento, ésta se puede representar en el espacio de la frecuencia como:

$$U_x(\omega) = H_{u_x}(\omega) U_{gx}(\omega) \quad (3.27)$$

Donde $U_x(\omega)$ es la transformada de Fourier de la respuesta de la estructura, $\ddot{U}_{gx}(\omega)$ es la transformada de Fourier de la aceleración basal y $H_{u_x}(\omega)$ es una función de transferencia que depende de los parámetros del sistema. Sabiendo que se puede obtener el espectro de densidad de potencia de la respuesta de la estructura y de la aceleración basal al multiplicar sus transformadas de Fourier por sus respectivos complejos conjugados, ocurre lo siguiente:

$$\begin{aligned} U_x(\omega) \overline{U_x(\omega)} &= (H_{u_x}(\omega) U_{gx}(\omega)) (\overline{H_{u_x}(\omega) U_{gx}(\omega)}) \\ |U_x(\omega)|^2 &= |H_{u_x}(\omega)|^2 |U_{gx}(\omega)|^2 \\ S_{u_x}(\omega) &= |H_{u_x}(\omega)|^2 S_{\ddot{u}_{gx}}(\omega) \end{aligned} \quad (3.28)$$

Entonces, al reemplazar la ecuación (3.28) en la ecuación (3.26) y además aplica que $S_{\ddot{u}_{gx}}(\omega) = \ddot{u}_{go}$, se obtiene:

$$\begin{aligned} E \{u_x^2\} &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{u_x}(\omega) d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} |H_{u_x}(\omega)|^2 S_{\ddot{u}_{gx}}(\omega) d\omega \\ &= \ddot{u}_{go} \int_{-\infty}^{\infty} |H_{u_x}(\omega)|^2 d\omega \end{aligned} \quad (3.29)$$

Entonces, lo que se debe hacer a continuación es obtener la función de transferencia $H_x(\omega)$. Esto se puede lograr haciendo un correcto manejo de las ecuaciones (3.19) y (3.21). Una manera es aplicar la transformada de Fourier a la ecuación (3.21) y despejar la transformada de la aceleración del flujo en la dirección de análisis (X), luego aplicar la transformada de Fourier a la ecuación (3.19) y reemplazar en ésta la expresión obtenida para la transformada de Fourier de la aceleración del flujo en X . Luego de hacer un manejo y ordenamiento de las variables, se logra determinar la función de transferencia de la siguiente manera:

$$H_{u_x}(\beta_x) = \frac{1}{\omega_{px}^2} \cdot \frac{B_{2x}\beta_x^2 + iB_{1x}\beta_x + B_{0x}}{A_{4x}\beta_x^4 + iA_{3x}\beta_x^3 + A_{2x}\beta_x^2 + iA_{1x}\beta_x + A_{0x}} \quad (3.30)$$

Donde se introdujo β_x como una variable adimensional para referirse a la frecuencia de excitación, y las variables A_i y B_i están definidas por los parámetros del sistema y por otra nueva variable introducida denominada f_x :

$$\begin{aligned}
 \beta_x &= \frac{\omega}{\omega_{px}} \\
 f_x &= \frac{\omega_{dx}}{\omega_{px}} \\
 A_{0_x} &= f_x^2 \\
 A_{1_x} &= 2f_x (f_x \xi_{px} + v_x \xi_{dx}) \\
 A_{2_x} &= - (1 + f_x^2 + 4\xi_{px} \xi_{dx} v_x f_x) \\
 A_{3_x} &= -2 (\xi_{px} + \xi_{dx} v_x f_x (1 + \mu_x)) \\
 A_{4_x} &= 1 - \alpha_x \mu_x v_x \\
 B_{0_x} &= -f_x^2 \\
 B_{1_x} &= -2f_x \xi_{dx} v_x (1 + \mu_x) \\
 B_{2_x} &= 1 - \alpha_x \mu_x v_x
 \end{aligned}$$

Cabe mencionar que si se desea ver más en detalle el manejo de las ecuaciones, se puede consultar el apéndice A de este trabajo. Luego, siguiendo con el hilo del desarrollo del artículo ‘A bidirectional tuned liquid column damper for reducing the seismic response of building’ [43], la integral de la ecuación (3.29) se puede evaluar haciendo uso de expresiones ya trabajadas para este tipo de fracciones de polinomios complejos [44, 9], obteniéndose:

$$E \{u_x^2\} = \frac{\pi \ddot{u}_{go}}{\omega_{px}^3} \cdot \frac{\left(\frac{B_{0_x}^2}{A_{0_x}}\right) (A_{2_x} A_{3_x} - A_{1_x} A_{4_x}) - A_{3_x} (B_{1_x}^2 + 2B_{0_x} B_{2_x}) + A_{1_x} B_{2_x}^2}{A_{1_x} (A_{2_x} A_{3_x} - A_{1_x} A_{4_x}) - A_{0_x} A_{3_x}^2} \quad (3.31)$$

Entonces, de la última ecuación se puede ver que el valor cuadrático promedio de la respuesta de la estructura ante una excitación de tipo ruido blanco es función, en definitiva, de las variables μ , ξ_p , α , v , ξ_d y f , además de la misma excitación (se han omitido los sub-índices para hablar de manera genérica respecto a la respuesta y comportamiento de la estructura en las direcciones ortogonales X e Y , ya que como se mencionó, el desarrollo de las ecuaciones es análogo para ambas direcciones). De estas variables, el amortiguamiento de la estructura ξ_p es un parámetro de entrada, ya que el posicionar el dispositivo apenas modificará las propiedades de la estructura primaria. Por otro lado, μ , α y v son parámetros que se pueden decidir en una etapa previa en el diseño del BTLCD o ser acomodados de manera que el dispositivo esté efectivamente sintonizado con la estructura. Además, sobre estas últimas variables también es mandatorio el hecho que el valor óptimo de v es 1 [19] y que a mayor valor de ζ ($\zeta = \alpha$ cuando $v = 1$), es decir que mientras más cerca de 1 se esté, se tendrá mayor reducción en la respuesta de la estructura primaria [19, 9]. Esto se traduce en que un dispositivo con sección transversal uniforme ($A_x = A_y = A_v$) y con la mayor longitud horizontal posible, es siempre lo preferido y, aunque no siempre es posible lograr esas condiciones debido a la misma arquitectura de la estructura, se debe tener en cuenta que es lo deseado y se debe intentar que el diseño se acerque a ello, tratando de disminuir lo menos posible el factor de forma ζ . Esto hace que queden sólo dos parámetros a ser determinados: la razón de frecuencias f y el amortiguamiento del dispositivo ξ_d . Los valores óptimos de estas variables se pueden obtener mediante la minimización de $E \{u_x^2\}$. Esto se logra derivando la ecuación (3.31) respecto a f y a ξ_d . No obstante, las expresiones se vuelven intrabajables, por lo que **recién aquí se considera (en primera instancia) una estructura primaria no amortiguada**. Las expresiones obtenidas son:

$$f|_{OPT} = \sqrt{\frac{2\mu\alpha v [\mu(1 - \alpha v(2 + \mu)) + 1 - \frac{3}{2}\alpha v] + 2\alpha v - \mu}{(1 + \mu) [2\mu\alpha v (\mu + \frac{3}{2}) + 2\alpha v - \mu]}} \quad (3.32)$$

$$\xi_d|_{OPT} = \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{\mu [4\mu^2\alpha v (\alpha v (\mu + 2) - 1) + 6\mu\alpha v (\frac{5}{6}\alpha v - 1) + \mu - 4\alpha v]}{[2\mu\alpha v (\mu + \frac{3}{2}) + 2\alpha v - \mu] [2\mu^2\alpha v (\alpha v (\mu + 2) - 1) + 2\mu\alpha v (\frac{3}{2}\alpha v - 1) - 2\alpha v + \mu]}} \quad (3.33)$$

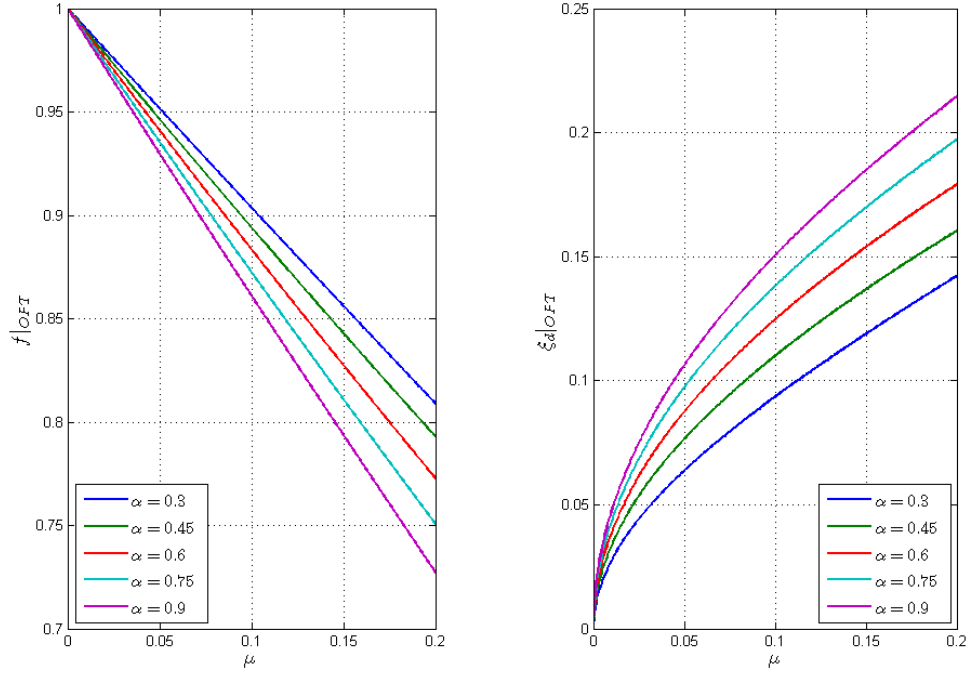


Figura 3.5: *Parámetros óptimos de diseño para el disipador bidireccional ante un proceso aleatorio tipo ruido blanco, considerando la estructura primaria sin amortiguamiento y $v = 1$. Las curvas son obtenidas a partir de las ecuaciones 3.32 y 3.33.*

Para entender mejor el comportamiento de $f|_{OPT}$ y $\xi_d|_{OPT}$, las figuras 3.5 y 3.6 muestran el comportamiento de dichos parámetros al variar α y v , respectivamente. A partir de las figuras se puede apreciar que a mayor razón de masas μ , menor es la razón de frecuencias óptima y mayor es el amortiguamiento óptimo. También se puede ver que cuando $\mu \rightarrow 0$, entonces $f|_{OPT} \rightarrow 1$, lo que quiere decir que la frecuencia natural de oscilación del disipador debe ser igual a la de la estructura que se desea controlar, lo cual es lo esperado. También se observa que dado un determinado μ , la frecuencia óptima disminuye al aumentar α y/o v . En tanto, el amortiguamiento óptimo del dispositivo aumenta si α aumenta y/o si v disminuye.

3.1.3. Parámetros óptimos de diseño para aceleración basal de tipo ruido blanco y estructura con amortiguamiento

Si ya en el caso con estructura primaria sin amortiguamiento las expresiones obtenidas al derivar la ecuación (3.31) eran difícil de manejar, esto se vuelve mucho más complicado al considerar el amortiguamiento de la estructura. En lugar de hacer un manejo teórico de las ecuaciones, en el artículo ‘A bidirectional tuned liquid column damper for reducing the seismic response of building’ se lleva a cabo un proceso de optimización numérica. En esta oportunidad, el parámetro a ser minimizado es el **valor cuadrático esperado normalizado**, definido como:

$$\bar{E} \{u_x^2\} = \frac{E \{u_x^2\}}{E^* \{u_x^2\}} \quad (3.34)$$

Donde $E^* \{u_x^2\}$ es el valor cuadrático esperado del desplazamiento de la estructura con la misma rigidez y amortiguamiento de la estructura a ser controlada, pero con una masa equivalente a la del sistema total M_T , es decir (se puede consultar el apéndice A para mayor detalle):

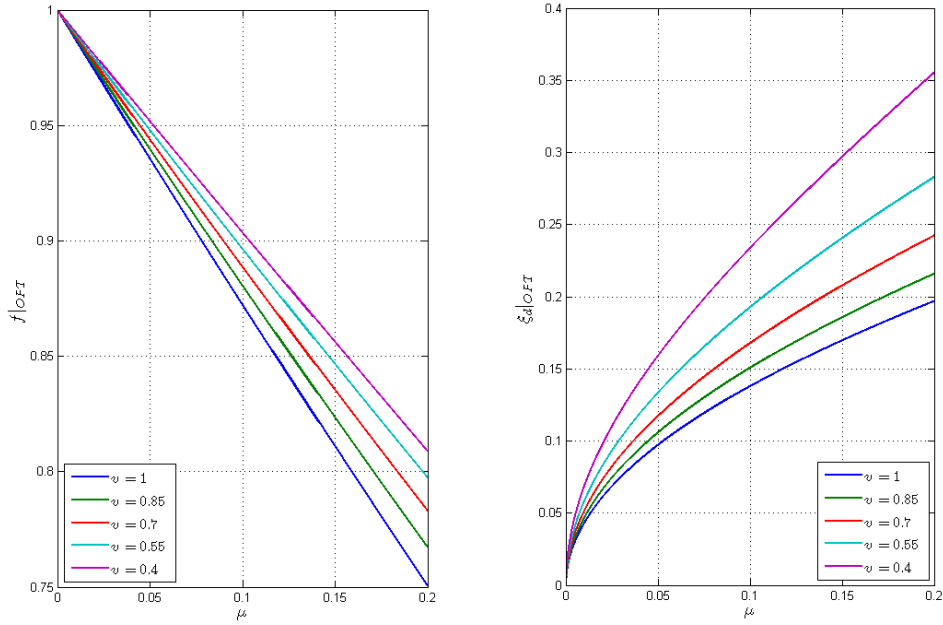


Figura 3.6: Parámetros óptimos de diseño para el disipador bidireccional ante un proceso aleatorio tipo ruido blanco, considerando la estructura primaria sin amortiguamiento y $\alpha = 0,75$

$$E^* \{u_x^2\} = \frac{\pi \ddot{u}_{gx}}{2\xi_p \omega_p^3} \quad (3.35)$$

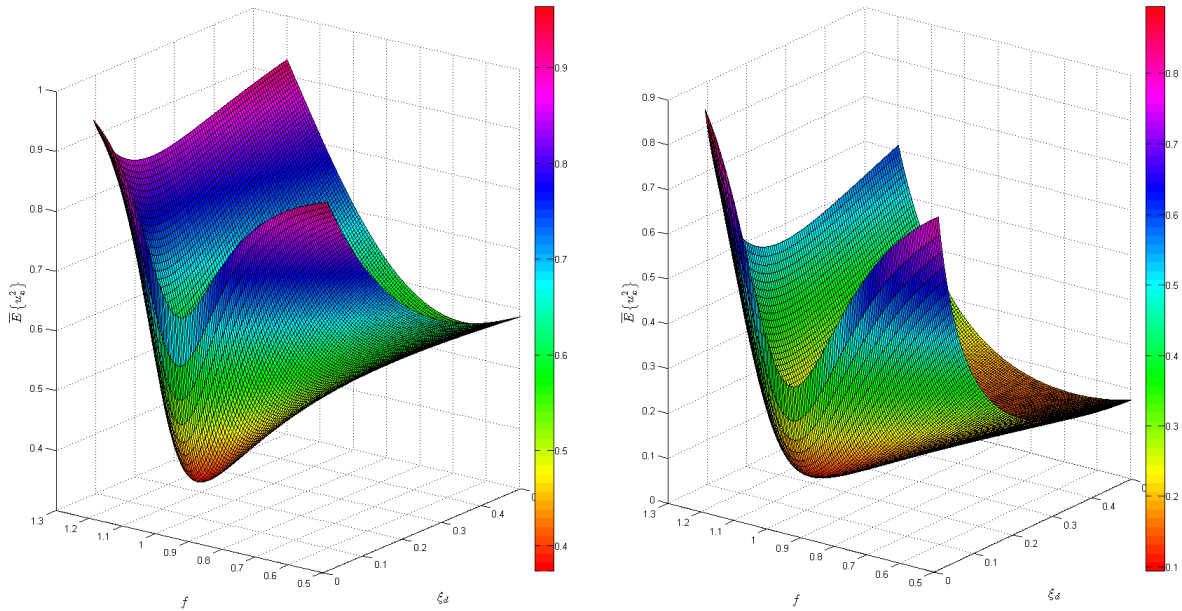


Figura 3.7: Se muestra el valor cuadrático esperado normalizado $\overline{E} \{u_x^2\}$ en función de los parámetros de diseño f y ξ_d . Para el gráfico de la izquierda se fijó $\mu = 0,03$, $\xi_p = 0,02$ y $\nu = 1$. Para el gráfico de la derecha se fijó $\mu = 0,05$, $\xi_p = 0,005$ y $\nu = 1$.

En la figura 3.7 se grafica el valor cuadrático esperado normalizado para dos configuraciones distintas

para mostrar cómo varía $\overline{E}\{u_x^2\}$ dependiendo de f y ξ_d , dejando explícito el hecho que efectivamente existe un mínimo para una combinación particular de valores de f y ξ_d , siendo entonces esos valores los óptimos del problema y los que se desea encontrar. El objetivo entonces es obtener expresiones que permitan la obtención de estos parámetros de manera directa, es decir, sin tener que incurrir en definir tantas variables y resolver ecuaciones. Para ello, el proceso de optimización numérica se realiza considerando los siguientes rangos de los parámetros de entrada: $0,001 \leq \mu \leq 0,15$; $0,4 \leq \alpha \leq 0,95$; $0,005 \leq \xi_p \leq 0,1$ y $v = 1$. Con estos rangos se asegura cubrir la mayoría de los casos que ocurren en la práctica.

Como ya se mencionó en el caso anterior (estructura primaria sin amortiguamiento), se realiza la optimización sólo respecto a f y ξ_d , lo que quiere decir que en este caso es necesario hacer un barrido por diferentes valores de v , α , ξ_p y μ para los cuales computar $\overline{E}\{u_x^2\}$ y dejarlo sólo en función de f y ξ_d , de manera que luego de realizar la optimización numérica para cada configuración, se obtiene un trío de puntos $(f|_{OPT}, \xi_d|_{OPT}, \overline{E}\{u_x^2\}|_{OPT})$. Si se rescata ésta triada para cada una de todas las configuraciones analizadas, es posible representar los resultados de la manera en que se hace en las figuras 3.8, 3.9 y 3.10, las cuales muestran todo el rango analizado de razón de masas μ y algunas de las configuraciones de $\alpha = \zeta$ (pues $v = 1$) y ξ_p . En los gráficos de las figuras 3.8 y 3.9 se incluyó el resultado de valores óptimos de f y ξ_d cuando la estructura primaria no tiene amortiguamiento.

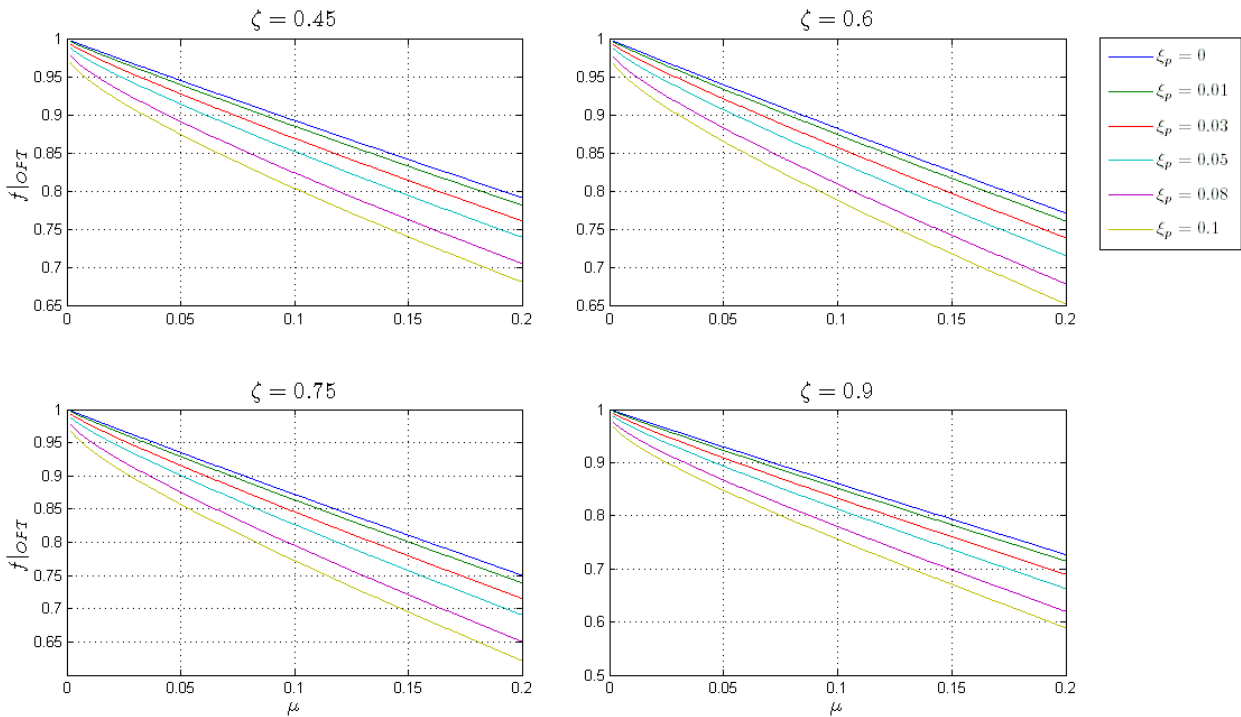


Figura 3.8: Razón de frecuencia óptima, considerando $v = 1$.

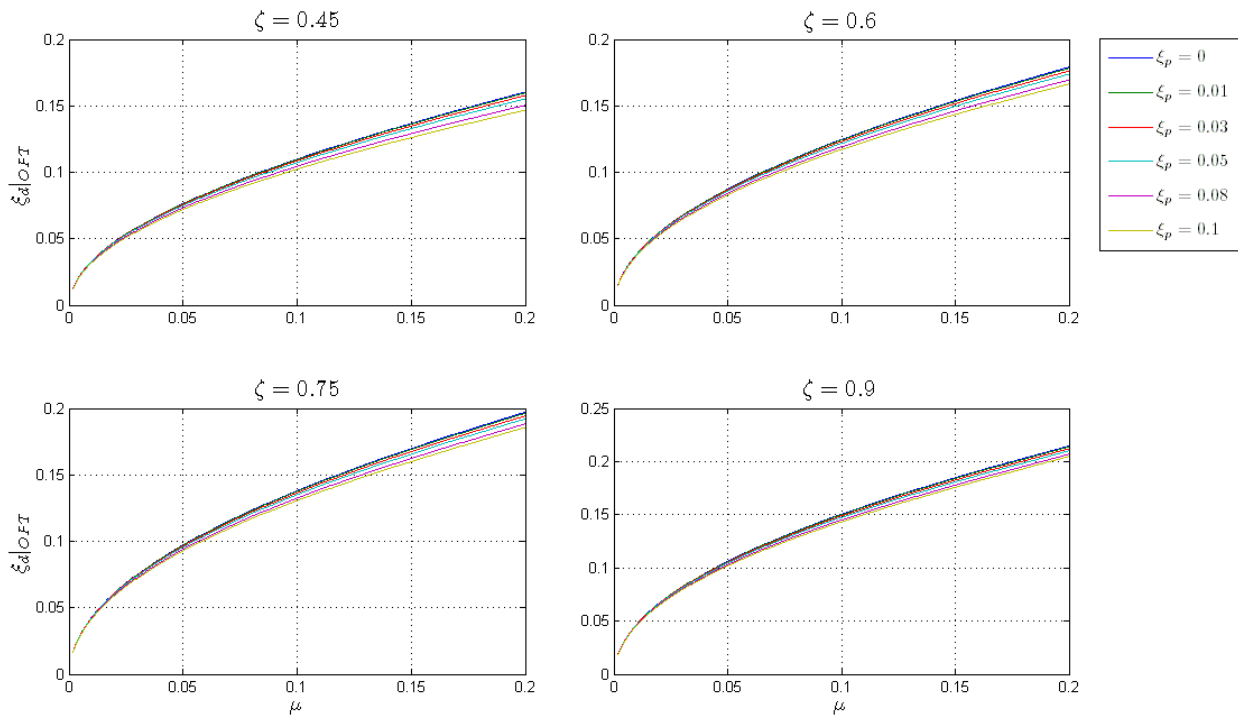


Figura 3.9: Razón de amortiguamiento crítico óptimo, considerando $v = 1$.

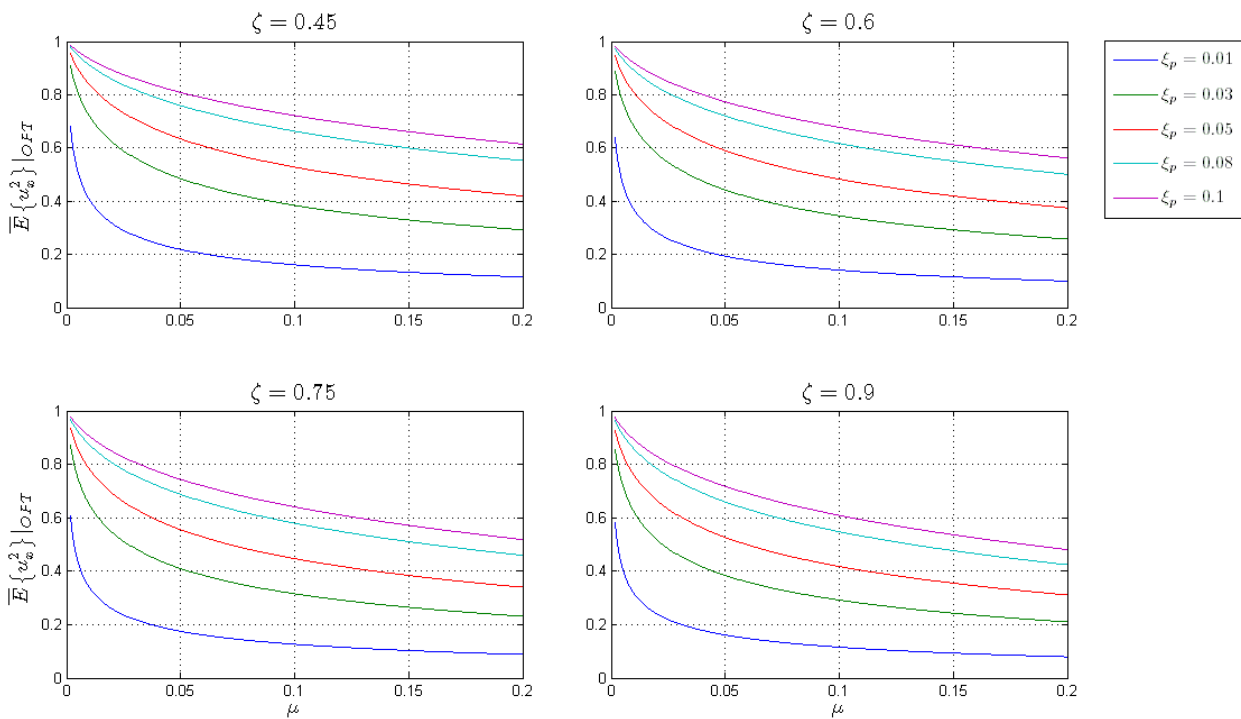


Figura 3.10: Valores óptimos (mínimos) del valor cuadrático esperado normalizado, considerando $v = 1$.

Entonces, ahora que se sabe cómo varía la razón de frecuencias óptima y el amortiguamiento óptimo del BTLCD respecto a los parámetros μ , ξ_p y α (recordar que $\zeta = \alpha$ pues se asumió $\nu = 1$), se proponen expresiones analíticas para determinar dichos parámetros sin necesidad de ocupar gráficas o tablas, permitiendo así que el proceso de diseño pueda ser más mecánico. Antes de proponer una expresión, se hace notar el hecho que al poner atención a los valores de las razones de frecuencias para $\mu \rightarrow 0$ y analizar su dependencia con ξ_p , se obtiene que ella queda determinada por $\sqrt{1 - 2\xi_p^2}$. Luego de saber esto, las expresiones propuestas son:

$$f|_{opt} = f|_{opt}(\xi_p = 0) + \sqrt{1 - 2\xi_p^2} - 1 + \Delta f \quad (3.36)$$

$$\xi_d|_{opt} = \xi_d|_{opt}(\xi_p = 0) - \Delta\xi_d \quad (3.37)$$

En la ecuación (3.36), el primer término corresponde a la razón de frecuencias óptima considerando la estructura primaria sin amortiguamiento, el segundo término es la razón de frecuencias óptima cuando $\mu \rightarrow 0$, el -1 se usa para calibrar el resultado cuando efectivamente se considera una estructura sin amortiguamiento, y el término Δf es la diferencia entre los términos anteriores y la razón de frecuencias óptima obtenida mediante la optimización numérica (la que sí considera amortiguamiento en la estructura primaria). El término $\Delta\xi_d$ en la ecuación (3.37), naturalmente, es la diferencia entre el amortiguamiento óptimo considerando la estructura sin amortiguamiento, $\xi_d|_{opt}(\xi_p = 0)$, y el amortiguamiento óptimo obtenido mediante la optimización numérica. Es posible hacer gráficos de Δf y $\Delta\xi_d$ de manera numérica, al igual que se hizo para $f|_{opt}$, $\xi_d|_{opt}$ y $\overline{E}\{u_x^2\}$ en las figuras anteriores. Al ver dichos gráficos, se propone un ajuste con una curva de potencia para Δf y $\Delta\xi_d$ (se mostrará la manera de proceder sólo para Δf , ya que para $\Delta\xi_d$ es totalmente análogo):

$$\Delta f = a_1 \mu^{a_2} \quad (3.38)$$

Entonces, si se sigue analizando con los mismos valores de factores de forma ζ y amortiguamiento de la estructura primaria ξ_p utilizados en las figuras anteriores, por cada factor de forma se obtienen 5 ajustes de curva de potencia; una por cada ξ_p considerado. Entonces, se tendrán cinco valores de a_1 y cinco valores de a_2 . No obstante, si se considera un mismo factor de forma y una razón de masas dada, la razón de frecuencias óptima pareciera variar linealmente. Esto hace proponer que a_1 sea la que varíe linealmente en función de ξ_p ; al hacerlo se llega no sólo a que la relación es lineal, si no que proporcional, es decir, para un factor de forma dado, $a_1 = cte_1 \cdot \xi_p$. Sin embargo, al considerar diferentes factores de forma, esta constante cambia, por lo que ahora se propone una relación lineal entre la cte_1 y el factor de forma (representado por α , pues se ha trabajado con $\nu = 1$), arrojando como resultado que $cte_1 = 1,2\alpha + 1,285$. De la misma manera se procede con la constante a_2 , la cual al presentar mayor variación dado un factor de forma fijo, hace que se proponga un ajuste polinómico de ella respecto a ξ_p , obteniéndose $a_2 = cte_2 \xi_p^2 + cte_3 \xi_p + cte_4$. Ahora bien, de nuevo, los valores de cte_2 , cte_3 y cte_4 son fijos para un determinado factor de forma, pero cambian al considerarse otro valor para el factor de forma. Esto lleva a analizar la dependencia de cada una de estas constantes con el factor de forma, obteniéndose que la relación es lineal. Finalmente, la ecuación propuesta (3.38) queda definida como:

$$\Delta f = (1,2\alpha + 1,285) \xi_p \mu^{(2,346 - 0,793\alpha)\xi_p^2 + (0,67\alpha - 1,492)\xi_p + 0,466} \quad (3.39)$$

Al proceder de igual forma para determinar $\Delta\xi_d$, se obtiene:

$$\Delta\xi_d = (0,557 - 0,235\alpha) \xi_p \mu^{(8,955\alpha - 31,243)\xi_p^2 + (1,738 - 0,782\alpha)\xi_p + 0,953 - 0,169\alpha} \quad (3.40)$$

Cabe destacar que las ecuaciones (3.39) y (3.40) se ajustan bien a las curvas que representan, pero lo hacen bien dentro de los rangos de estudio enunciados previamente. De todas formas, dichos rangos se repiten a continuación: $0,001 \leq \mu \leq 0,15$; $0,4 \leq \alpha \leq 0,95$; $0,005 \leq \xi_p \leq 0,1$ y $\nu = 1$.

3.2. Estructura primaria de varios grados de libertad

Luego de haber hecho el desarrollo teórico para una estructura de 2 GDL (despreciando la torsión), corresponde extender la aplicación del BTLCD para una estructura de varios GDL, como se esquematiza en la figura 3.11. La ecuación de movimiento se puede obtener nuevamente mediante las ecuaciones de Lagrange, las cuales en notación vectorial se escriben así:

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial T}{\partial \dot{u}} \right\} - \left\{ \frac{\partial T}{\partial u} \right\} + \left\{ \frac{\partial V}{\partial u} \right\} = \{Q\} \quad (3.41)$$

Donde,

$\{u\}$: Vector de grados de libertad del sistema entero, es decir, estructura primaria y BTLCD

T : Energía cinética del sistema

V : Energía potencial del sistema

$\{Q\}$: Vector que contiene las fuerzas no conservativas del sistema

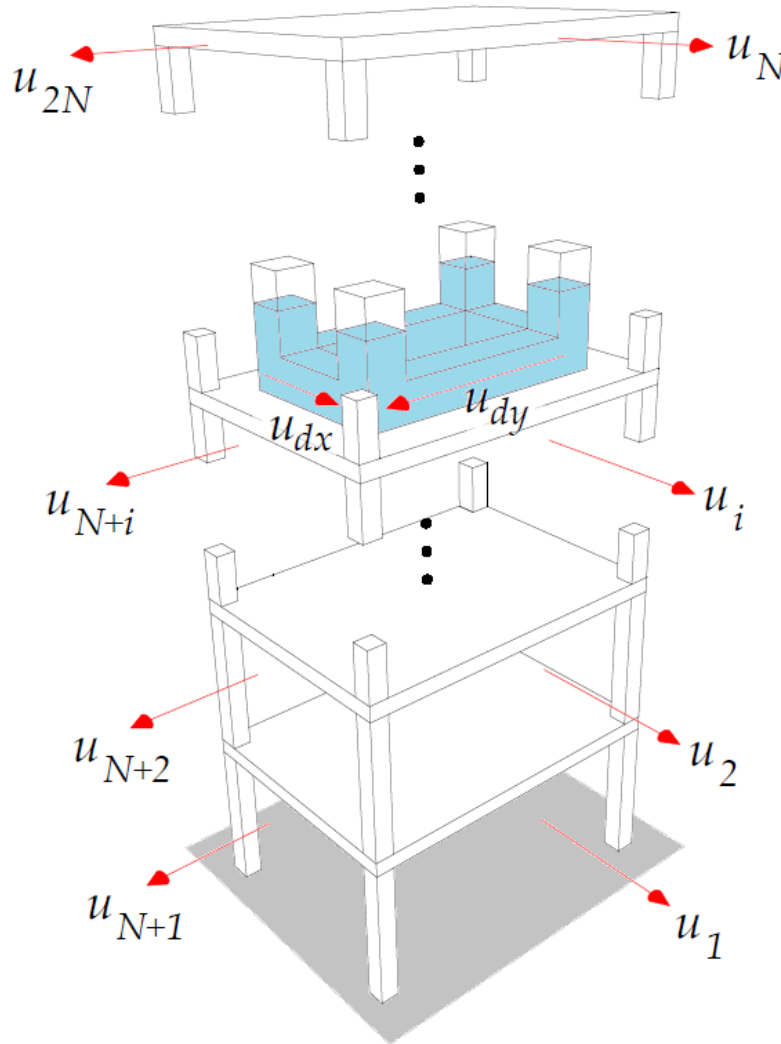


Figura 3.11: Estructura primaria de N GDL implementada con el BTLCD para reducir vibraciones.

En este caso, se tienen $2N + 2$ grados de libertad y, por lo tanto, $2N + 2$ ecuaciones de movimiento, donde N es el número de pisos de la estructura (sin contar la base). Si el dispositivo está ubicado en un piso cualquiera i , la expresión para la energía cinética T está dada por:

$$\begin{aligned}
 T = & \frac{1}{2} (\{ \dot{u}_p \} + [r] \{ \dot{u}_g \})^T [\overline{M}_p] (\{ u_p \} + [r] \{ u_g \}) \\
 & + \frac{1}{2} A_x \rho_f L_x \left((\dot{u}_{dx} + \dot{u}_i + \dot{u}_{gx})^2 + (\dot{u}_{N+i} + \dot{u}_{gy})^2 \right) \\
 & + \frac{1}{2} A_y \rho_f L_y \left((\dot{u}_{dy} + \dot{u}_{N+i} + \dot{u}_{gy})^2 + (\dot{u}_i + \dot{u}_{gx})^2 \right) \\
 & + \frac{1}{2} A_v \rho_f L_v \left(\frac{1}{A_v^2} (\dot{u}_{dx} A_x + \dot{u}_{dy} A_y)^2 + (\dot{u}_i + \dot{u}_{gx})^2 + (\dot{u}_{N+i} + \dot{u}_{gy})^2 \right) \\
 & + \frac{1}{2} A_v \rho_f L_v \left(\frac{1}{A_v^2} (\dot{u}_{dx} A_x - \dot{u}_{dy} A_y)^2 + (\dot{u}_i + \dot{u}_{gx})^2 + (\dot{u}_{N+i} + \dot{u}_{gy})^2 \right)
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

Donde,

$\{ u_p \}$: Vector que contiene los GDL sólo de la estructura primaria

$\{ u_g \} = \{ u_{gx}, u_{gy} \}^T$: Vector que contiene los GDL del suelo

$[r]$: Matriz de influencia de $\{ u_p \}$

Cabe destacar que el valor de la masa del i -ésimo piso considerada en la matriz $[M_p]$ debe contar con la masa del contenedor m_u , es decir, $[M_p]_{i,i} = [M_p]_{N+i,N+i} = m_{p_i} + m_u$. También es bueno hacer notar que la ecuación (3.42) no es más que la extensión de la expresión (3.7). De la misma manera, se presenta la energía potencial del sistema para esta estructura de varios GDL:

$$V = \frac{1}{2} \{ u_p \}^T [K_p] \{ u_p \} + \frac{1}{2} A_v \rho_f g \left(\frac{1}{A_v^2} (u_{dx} A_x + u_{dy} A_y)^2 + \frac{1}{A_v^2} (u_{dx} A_x - u_{dy} A_y)^2 \right) \tag{3.43}$$

Donde,

$[L_p]$: Matriz de rigidez de la estructura primaria

Las fuerzas disipativas no conservativas asociadas a los grados de libertad de la estructura primaria son:

$$Q_j = - [C_p] \{ \dot{u}_p \} + [L] \begin{bmatrix} c_{dx} & 0 \\ 0 & c_{dy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_{dx} \\ \dot{u}_{dy} \end{Bmatrix} \quad j = 1 \dots 2N \tag{3.44}$$

Donde,

$[L]$: Matriz de $2N \times 2$ que define la ubicación del BTLCD. Entendiendo que el disipador está en el i -ésimo piso, $[L]$ se define como:

$$[L]_{j,k} = \begin{cases} 1 & \text{si } (j, k) = (i, 1) \text{ ó } (j, k) = (i + N, 2) \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

En tanto, las fuerzas disipativas no conservativas asociadas a los grados de libertad del disipador son:

$$Q_{2N+1} = -c_{dx} \dot{u}_{dx} \tag{3.45}$$

$$Q_{2N+2} = -c_{dy} \dot{u}_{dy} \tag{3.46}$$

Las últimas expresiones para T , V y $\{ Q \}$ se sustituyen en la expresión (3.41), ecuaciones de Lagrange, obteniéndose:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} [\overline{M}_p] & [M_{pd}] \\ [M_{pd}]^T & \begin{bmatrix} m_{ex} & 0 \\ 0 & m_{ey} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}_p\} \\ \ddot{u}_{dx} \\ \ddot{u}_{dy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_p] & [C_{pd}] \\ [0] & \begin{bmatrix} v_x c_{dx} & 0 \\ 0 & v_y c_{dy} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}_p\} \\ \dot{u}_{dx} \\ \dot{u}_{dy} \end{Bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} [K_p] & [0] \\ [0]^T & \begin{bmatrix} k_{dx} & 0 \\ 0 & k_{dy} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_p\} \\ u_{dx} \\ u_{dy} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} [\overline{M}_p] & [M_{pd}] \\ [M_{pd}]^T & \begin{bmatrix} m_{ex} & 0 \\ 0 & m_{ey} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [r] \\ [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{gx} \\ \ddot{u}_{gy} \end{Bmatrix} \quad (3.47)
 \end{aligned}$$

Donde

$$[\overline{M}_p] = [M_p] + [L] [M_{uf}] [L]^T \quad (3.48)$$

$$[M_{uf}] = \begin{bmatrix} m_u + m_f & 0 \\ 0 & m_u + m_f \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

$$[M_{pd}] = [L] \begin{bmatrix} m_{hx} & 0 \\ 0 & m_{hy} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

De las últimas dos ecuaciones del sistema de ecuaciones (3.47) se puede ver que el movimiento del líquido dentro del BTLCD no cambia respecto al anterior caso estudiado:

$$m_{ex} \ddot{u}_{dx} + v_x c_{dx} \dot{u}_{dx} + k_{dx} u_{dx} = -m_{hx} v_x (\ddot{u}_{gx} + \ddot{u}_i) \quad (3.51)$$

$$m_{ey} \ddot{u}_{dy} + v_y c_{dy} \dot{u}_{dy} + k_{dy} u_{dy} = -m_{hy} v_y (\ddot{u}_{gy} + \ddot{u}_{i+N}) \quad (3.52)$$

Por otra parte, las primeras $2N$ ecuaciones del sistema (3.47) se pueden expresar de forma matricial e independiente de las últimas dos:

$$[\overline{M}_p] \{\ddot{u}_p\} + [M_{pd}] \{\ddot{u}_d\} + [C_p] \{\dot{u}_p\} + [C_{pd}] \{\dot{u}_d\} + [K_p] \{u_p\} = -[\overline{M}_p] [r] \{\ddot{u}_g\}$$

$$[M_p] \{\ddot{u}_p\} + [M_{pd}] \{\ddot{u}_d\} + [C_p] \{\dot{u}_p\} + [C_{pd}] \{\dot{u}_d\} + [K_p] \{u_p\} = -[M_p] [r] \{\ddot{u}_g\} - [L] [M_{uf}] [L]^T (\{\ddot{u}_p\} + [r] \{\ddot{u}_g\})$$

Reordenando términos y haciendo el conocido cambio de variables $\{u_p\} = [\phi] \{y\}$ sólo al lado izquierdo de la ecuación reordenada, y luego pre-multiplicando la ecuación matricial por $[\phi]^T$:

$$\begin{aligned}
 [M_p] \{\ddot{u}_p\} + [C_p] \{\dot{u}_p\} + [K_p] \{u_p\} &= -[M_p] [r] \{\ddot{u}_g\} - [L] [M_{uf}] [L]^T (\{\ddot{u}_p\} + [r] \{\ddot{u}_g\}) - [M_{pd}] \{\ddot{u}_d\} - [C_{pd}] \{\dot{u}_d\} \\
 [M_m] \{\ddot{y}_p\} + [C_m] \{\dot{y}_p\} + [K_m] \{y_p\} &= -[\phi]^T [M_p] [r] \{\ddot{u}_g\} - [\phi]^T [L] [M_{uf}] [L]^T (\{\ddot{u}_p\} + [r] \{\ddot{u}_g\}) - [\phi]^T [M_{pd}] \{\ddot{u}_d\} \\
 &\quad - [\phi]^T [C_{pd}] \{\dot{u}_d\}
 \end{aligned}$$

Donde,

$$[M_m] = [\phi]^T [M_p] [\phi]: \text{Matriz de masa modal de la estructura primaria}$$

$$[C_m] = [\phi]^T [C_p] [\phi]: \text{Matriz de amortiguamiento modal de la estructura primaria}$$

$$[K_m] = [\phi]^T [K_p] [\phi]: \text{Matriz de rigidez modal de la estructura primaria}$$

Si se supone que la matriz de amortiguamiento de la estructura primaria es clásica, es posible expresar la ecuación correspondiente al grado de libertad j del sistema como:

$$\begin{aligned}
 M_{m_j} \ddot{y}_{p_j} + C_{m_j} \dot{y}_{p_j} + K_{m_j} y_{p_j} &= - \sum_{k=1}^{2N} \phi_{k,j} M_{p_k} \ddot{u}_{g_k} - [\phi]^T [L] [M_{uf}] [L]^T (\{\ddot{u}_p\} + [r] \{\ddot{u}_g\}) \\
 &\quad - \sum_{k=1}^{2N} \phi_{k,j} [(M_{pd_{k,1}} \ddot{u}_{dx} + M_{pd_{k,2}} \ddot{u}_{dy}) + (C_{pd_{k,1}} \dot{u}_{dx} + C_{pd_{k,2}} \dot{u}_{dy})] \quad (3.53)
 \end{aligned}$$

Pero, se sabe que:

$$\begin{aligned}
 [L][M_{uf}][L]^T]_{k,l} &= \begin{cases} m_u + m_f & \text{si } k = l = i \text{ ó } k = l = i + N \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \\
 [M_{pd}]_{k,l} &= \begin{cases} m_{hx} & \text{si } (k, l) = (i, 1) \\ m_{hy} & \text{si } (k, l) = (i + N, 2) \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \\
 [C_{pd}]_{k,l} &= \begin{cases} c_{dx} & \text{si } (k, l) = (i, 1) \\ c_{dy} & \text{si } (k, l) = (i + N, 2) \\ 0 & \text{si no} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Donde cabe recordar que se ha supuesto que el disipador está ubicado en el i -ésimo piso. Luego de ésto, la última ecuación se puede reducir si se consideran todos los sumandos nulos de las sumatorias:

$$\begin{aligned}
 M_{m_j} \ddot{y}_{p_j} + C_{m_j} \dot{y}_{p_j} + K_{m_j} y_{p_j} = & - \sum_{k=1}^{2N} \phi_{k,j} M_{p_k} \ddot{u}_{g_k} - \phi_{i,j} (m_u + m_f) (\ddot{u}_i + \ddot{u}_{gx}) - \phi_{i+N,j} (m_u + m_f) (\ddot{u}_{i+N} + \ddot{u}_{gy}) \\
 & - \phi_{i,j} (m_{hx} \ddot{u}_{dx} + c_{dx} \dot{u}_{dx}) - \phi_{i+N,j} (m_{hy} \ddot{u}_{dy} + c_{dy} \dot{u}_{dy})
 \end{aligned}$$

Juntando términos:

$$\begin{aligned}
 M_{m_j} \ddot{y}_{p_j} + C_{m_j} \dot{y}_{p_j} + K_{m_j} y_{p_j} = & - \sum_{k=1}^{2N} \phi_{k,j} M_{p_k} \ddot{u}_{g_k} - \phi_{i,j} [(m_u + m_f) (\ddot{u}_i + \ddot{u}_{gx}) + m_{hx} \ddot{u}_{dx} + c_{dx} \dot{u}_{dx}] \\
 & - \phi_{i+N,j} [(m_u + m_f) (\ddot{u}_{i+N} + \ddot{u}_{gy}) + m_{hy} \ddot{u}_{dy} + c_{dy} \dot{u}_{dy}] \quad (3.54)
 \end{aligned}$$

Lo que se desea, es controlar las vibraciones de dos modos ortogonales simultáneamente. **Suponiendo que los modos a controlar son ampliamente representativos de la respuesta estructural**, es posible aproximar el desplazamiento del i -ésimo piso como:

$$u_i \approx \phi_{i,r} y_{p_r} \qquad u_{i+N} \approx \phi_{i+N,s} y_{p_s} \quad (3.55)$$

Donde r y s son los modos a controlar en la dirección X e Y , respectivamente. Además, como estos modos son perpendiculares entre sí, la forma modal $\{\phi_r\}$ será prácticamente nula en los términos asociados a los grados de libertad en la dirección Y , es decir, $\phi_{k,r} \approx 0$ con $k = i + N \dots 2N$. De la misma forma, ocurre lo mismo para la forma modal s , es decir, $\phi_{k,s} \approx 0$ con $k = 1 \dots N$. Teniendo esto en cuenta y reemplazando las expresiones aproximadas (3.55) en la ecuación (3.54), es posible encontrar expresiones aproximadas para definir el movimiento del i -ésimo piso en ambas direcciones:

$$\begin{aligned}
 \frac{M_{m_r}}{\phi_{i,r}} \ddot{u}_i + \frac{C_{m_r}}{\phi_{i,r}} \dot{u}_i + \frac{K_{m_r}}{\phi_{i,r}} u_i = & - \sum_{k=1}^{2N} \phi_{k,r} M_{p_k} \ddot{u}_{g_k} - \phi_{i,r} [(m_u + m_f) (\ddot{u}_i + \ddot{u}_{gx}) + m_{hx} \ddot{u}_{dx} + c_{dx} \dot{u}_{dx}] \\
 & - \underbrace{\phi_{i+N,r} [(m_u + m_f) (\ddot{u}_{i+N} + \ddot{u}_{gx}) + m_{hx} \ddot{u}_{dx} + c_{dx} \dot{u}_{dx}]}_{\approx 0, \text{ pues } \phi_{i+N,r} \text{ se asume nulo}} \quad (3.56)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{M_{m_r}}{\phi_{i,r}^2} + m_u + m_f \right) \ddot{u}_i + \frac{C_{m_r}}{\phi_{i,r}^2} \dot{u}_i + \frac{K_{m_r}}{\phi_{i,r}^2} u_i &= -\frac{1}{\phi_{i,r}} \left(\sum_{k=1}^{2N} \phi_{k,r} M_{p_k} \right) \ddot{u}_{gx} - (m_u + m_f) \ddot{u}_{gx} - m_{hx} \ddot{u}_{dx} + c_{dx} \dot{u}_{dx} \\ (\tilde{m}_r + m_f + m_u) \ddot{u}_i + \tilde{c}_r \dot{u}_i + \tilde{k}_r u_i &= -(\Gamma_r + m_u + m_f) \ddot{u}_{gx} - m_{hx} \ddot{u}_{dx} + c_{dx} \dot{u}_{dx} \end{aligned} \quad (3.57)$$

Donde,

$$\tilde{m}_r = \frac{M_{m_r}}{\phi_{i,r}^2} \quad \tilde{c}_r = \frac{C_{m_r}}{\phi_{i,r}^2} \quad \tilde{k}_r = \frac{K_{m_r}}{\phi_{i,r}^2} \quad \Gamma_r = \frac{1}{\phi_{i,r}} \sum_{k=1}^{2N} \phi_{k,r} M_{p_k} \quad (3.58)$$

Procediendo de la misma manera para el grado de libertad u_{i+N} , se obtiene el resultado análogo:

$$(\tilde{m}_s + m_f + m_u) \ddot{u}_{i+N} + \tilde{c}_s \dot{u}_{i+N} + \tilde{k}_s u_{i+N} = -(\Gamma_s + m_u + m_f) \ddot{u}_{gy} - m_{hy} \ddot{u}_{dy} + c_{dy} \dot{u}_{dy} \quad (3.59)$$

Donde,

$$\tilde{m}_s = \frac{M_{m_r}}{\phi_{i+N,s}^2} \quad \tilde{c}_s = \frac{C_{m_r}}{\phi_{i+N,s}^2} \quad \tilde{k}_s = \frac{K_{m_r}}{\phi_{i+N,s}^2} \quad \Gamma_s = \frac{1}{\phi_{i+N,s}} \sum_{k=1}^{2N} \phi_{k,s} M_{p_k} \quad (3.60)$$

Las ecuaciones (3.57) y (3.59) tienen la misma forma que las ecuaciones (3.15) y (3.16), por lo que se concluye que el problema de varios GDL se ha convertido en uno equivalente de 2 GDL ortogonales. Por lo tanto, estas últimas definiciones para \tilde{m} , \tilde{c} y \tilde{k} no son otra cosa sino la masa, amortiguamiento y rigidez del sistema equivalente de un piso. Además, permiten deducir un resultado importante; la ubicación óptima del BTLCD es en aquel piso donde el desplazamiento modal del modo a controlar es mayor. Esto se da porque de esa forma, la masa equivalente del sistema de 1 GDL se reduce al mínimo posible, lo que recae en que la razón de masas del dispositivo y la estructura equivalente (μ) pueda ser mayor, lo que en definitiva permite una mayor reducción de las vibraciones, tal como lo muestran los gráficos obtenidos cuando se analizó la implementación del dispositivo en una estructura de un piso. Por lo tanto, para propósitos de diseño, una estructura de varios GDL puede ser reducida a una de solo 2 GDL ortogonales, siendo posible utilizar los parámetros óptimos propuestos en la sección anterior.

3.3. Metodología de diseño

Para resumir los conceptos descritos hasta el momento en el sentido práctico que se requiere en ingeniería, es que en esta sección se da un completo conjunto de ecuaciones que permitirán llevar a cabo el diseño de un BTLCD que permitirá controlar los primeros dos modos traslacionales perpendiculares de una estructura.

El primer paso del procedimiento de diseño es estimar las razones de masas y los factores de forma del dispositivo. En una situación real son varios los parámetros que condicionan la selección de éstos parámetros: por ejemplo, restricciones al peso máximo que se puede añadir a la estructura determinarán un límite para las razones de masas y el espacio y límites arquitectónicos podrán forzar a buscar factores de forma más bajos (como se mencionó en el capítulo 2, un factor de forma más grande hace que el dispositivo sea más eficiente). No obstante, es posible utilizar las gráficas de la figura 3.10 para estimar la razón de masa en función de la reducción del valor cuadrático esperado de la respuesta modal a controlar bajo una excitación de tipo ruido blanco. Este criterio sólo da una estimación de la reducción en la respuesta estructural, puesto que bajo sollicitaciones sísmicas la reducción de la respuesta estructural suele ser menor, además que sólo se está controlando la respuesta de un modo en cada dirección. Una vez que las razones de masas μ_x y μ_y y que uno de los factores de masa del dispositivo (dígase ζ_y) han sido definidos (el factor de forma en la dirección Y está directamente relacionado con la elección de los anteriores parámetros y, por lo tanto, no puede ser seleccionado de forma independiente), se puede calcular la masa de líquido en la dirección Y como:

$$m_{fy} = \frac{\mu_x \mu_y (M_{x_{eq}} - M_{y_{eq}}) + \mu_y (M_{y_{eq}} + m_u)}{\zeta_y (1 - \mu_x) - \mu_y} \quad (3.61)$$

En la ecuación (3.61) se asume que la razón de áreas en la dirección Y es 1 ($v_y = 1$), condición que es la óptima para este parámetro (tal como se citara en el capítulo 2 [25]). Además, se llama $M_{x_{eq}} = \tilde{m}_r$ y $M_{y_{eq}} = \tilde{m}_s$, donde r y s son los modos en la dirección X e Y a controlar, respectivamente. La masa total de líquido en la dirección X se calcula como:

$$m_{fx} = \frac{1}{1 - \mu_x} [m_{fy} (\zeta_y (\mu_x - 1) + 1) + \mu_x (M_{x_{eq}} + m_u)] \quad (3.62)$$

El líquido total dentro del dispositivo se puede estimar para fines de diseño como:

$$m_f = m_{fx} + \zeta_y m_{fy} \quad (3.63)$$

Por otro lado, la razón de frecuencia óptima en la dirección Y , $f_y|_{opt}$, se puede obtener a partir de la ecuación (3.36), ya que el parámetro α_y se conoce según la ecuación (3.23) y se da por hecho que el amortiguamiento de la estructura (tanto ξ_{px} como ξ_{py}) ya ha sido determinado o bien, pudiera ser considerado despreciable dependiendo del tipo de estructura. Luego, la frecuencia natural de oscilación en la dirección Y del BTLCD queda determinada como $\omega_{dy} = f_y|_{opt} \omega_{py}$. Con esto, las dimensiones del BTLCD en la dirección Y quedan completamente definidas. Las expresiones para la longitud total de la columna líquida L_{Ty} , la longitud horizontal de la columna líquida L_{hy} , y el área transversal A_y (dado que se asumió para esta dirección que $v_y = 1$) se obtienen como:

$$L_{Ty} = \frac{2g}{\omega_{dy}^2} \quad (3.64)$$

$$L_{hy} = \zeta_y L_{Ty} \quad (3.65)$$

$$L_v = \frac{1}{2} (L_{Ty} - L_{hy}) \quad (3.66)$$

$$A_y = \frac{m_{fy}}{L_{Ty} \rho_f} \quad (3.67)$$

Hasta acá, las características del BTLCD en la dirección Y han sido definidas completamente. Para proceder con el diseño en la dirección X se supondrá inicialmente que la frecuencia de oscilar en esta dirección es igual a la frecuencia de oscilar de la dirección Y , es decir, $f_x^0 = f_y|_{opt}$. La frecuencia natural de oscilación en la dirección X se obtiene como $\omega_{dx} = f_x^0 \omega_{px}$ y la longitud efectiva en la dirección X se determina como:

$$L_{ex} = \frac{2g}{\omega_{dx}^2} \quad (3.68)$$

Notar que en la última ecuación se hace referencia a la longitud efectiva y no a la longitud total, ya que la razón de áreas v_x no necesariamente es 1). No obstante, por otro lado se tienen las siguientes expresiones para la longitud efectiva y para la masa de líquido en X :

$$L_{ex} = 2L_v + v_x L_{hx} \quad (3.69)$$

$$m_{fx} = \rho_f \left(2A_v L_v + \frac{A_v}{v_x} L_{hx} \right) \quad (3.70)$$

Éstas dos ecuaciones conforman un sistema a partir del cual es posible dar con expresiones para la longitud horizontal de la columna líquida y para el la razón de áreas en la dirección X (recordar que $A_v = A_y$ puesto que $v_y = 1$):

$$L_{hx} = \sqrt{\left(\frac{L_{ex} - 2L_v}{A_v} \right) \left(\frac{m_{fx}}{\rho_f} - 2A_v L_v \right)} \quad (3.71)$$

$$v_x = \frac{L_{ex} - 2L_v}{L_{hx}} \quad (3.72)$$

Y luego, por definición:

$$\zeta_x = \frac{L_{hx}}{L_{Tx}} \quad (3.73)$$

$$L_{Tx} = L_{hx} + 2L_v \quad (3.74)$$

El factor de forma α_x se puede obtener ahora con la ecuación (3.23). Por otro lado, y como se mencionó antes, el factor de forma en la dirección X depende de los valores inicialmente seleccionados para μ_x , μ_y y ζ_y , y no puede ser seleccionado de forma independiente. Se llega a esta conclusión al considerar que una vez asignados los valores de μ_y y ζ_y , se tiene determinado el valor de la longitud vertical de la columna líquida. Además, la longitud total de la columna líquida en la dirección X , L_{Tx} , depende de la razón de masa en esta dirección, μ_x , y de la razón de frecuencia f_x . Por lo tanto, la razón entre la longitud horizontal de la columna líquida en la dirección X está definida por estos parámetros.

Todos los parámetros obtenidos hasta acá en la dirección X dependen del valor inicialmente supuesto para la razón de frecuencias en X , el cual fue elegido considerándolo igual que la razón óptima de frecuencias para la dirección Y . Ahora se está en condiciones de calcular la razón de frecuencias en X a partir de la ecuación (3.36), encontrándose así el valor para f_x^1 :

$$f_x^1 = f|_{opt}(\mu_x, \alpha_x, v_x, \xi_{px}) \quad (3.75)$$

Y como se puede notar, el valor de f_x^1 no necesariamente será igual al de f_x^0 , por lo tanto, el proceso de diseño del BTLCD es un proceso iterativo, el cual finalizará cuando el error entre estos valores sea menor al de una tolerancia definida previamente, es decir, $|f_x^i - f_x^{i-1}| < tol$. En definitiva, ese proceso iterativo lleva a que en la dirección X también se obtenga el valor de razón de frecuencias óptimo: $f_x|_{opt} = f_x^i$. Este procedimiento tiene la gracia de converger muy rápido debido a que las razones de masa en X e Y son generalmente bajas y similares.

Antes de concluir el diseño, es importante garantizar que al máximo desplazamiento de la superficie libre de líquido en las columnas verticales no sobrepasará el máximo desplazamiento permitido L_{max} , el cual queda definido como $L_{max} = L_v - h$, donde h es la altura de las secciones transversales de los conductos horizontales. Debido a que la sección transversal de las columnas verticales es igual a la sección transversal de los conductos horizontales en Y , se deriva que la sección transversal en la dirección X debe ser cuadrada, quedando sólo a definir el ancho de la sección transversal en la dirección Y , w_y . Las ecuaciones son:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}A_x &= h^2 \\ \frac{1}{2}A_y &= \frac{1}{2}A_v = h \cdot w_y \end{aligned}$$

Por lo que se tiene que:

$$h = \frac{1}{2}\sqrt{2A_x} \quad (3.76)$$

$$w_y = \frac{1}{2}v_x\sqrt{2A_x} \quad (3.77)$$

Por lo que el máximo desplazamiento permitido para la superficie libre de líquido es:

$$L_{max} = L_v - \frac{1}{4}\sqrt{2A_x} \quad (3.78)$$

Por otro lado, el máximo desplazamiento de la superficie libre de líquido se puede obtener directamente de un análisis de respuesta en el tiempo ó, como forma alternativa, se puede estimar la desviación estándar del desplazamiento de la superficie libre de líquido a partir de los valores medios cuadráticos esperados del desplazamiento del líquido en los conductos horizontales en X y Y :

$$\sigma_{u_v} = \frac{1}{A_v} \left(A_x \sqrt{E \{u_{dx}^2\}} + A_y \sqrt{E \{u_{dy}^2\}} \right) \quad (3.79)$$

Luego, mediante el uso de un factor de seguridad $k \geq 1$, se estima un desplazamiento máximo esperado:

$$u_{v_{\max}} = k \cdot \sigma_{u_v} \quad (3.80)$$

Para luego imponer la condición ya mencionada:

$$L_{\max} - u_{v_{\max}} > 0 \quad (3.81)$$

Una vez finalizado el procedimiento iterativo, se deben definir las razones de amortiguamiento óptimas del BTLCD (ξ_{dx} y ξ_{dy}) a partir de la ecuación (3.37). Luego, es posible saber con qué coeficiente de pérdida se logran obtener dichos amortiguamientos gracias a la ecuaciones:

$$\eta_x = \sqrt{2\pi} \frac{m_{ex} \omega_{dx} \xi_{dx} |_{opt}}{A_x v_x^2 \rho_f \sigma_{\dot{u}_{dx}} |_{opt}} \quad (3.82)$$

$$\eta_y = \sqrt{2\pi} \frac{m_{ey} \omega_{dy} \xi_{dy} |_{opt}}{A_y v_y^2 \rho_f \sigma_{\dot{u}_{dy}} |_{opt}} \quad (3.83)$$

La derivación de estas ecuaciones se detalla en el siguiente capítulo, pues son producto del proceso de linealización para la expresión de la fuerza disipativa debida al paso del flujo por la placa orificio. Finalmente, para lograr materializar los coeficientes de pérdida, es necesario aplicar la ecuaciones (3.84) y (3.85) y despejar ψ para conocer la razón de bloqueo que debe imponer la placa orificio al flujo:

$$\eta_x = \frac{(-0,6\psi_x + 2,1\psi_x^{-0,1})^{1,6}}{(1 - \psi_x)^2} \quad (3.84)$$

$$\eta_y = \frac{(-0,6\psi_y + 2,1\psi_y^{-0,1})^{1,6}}{(1 - \psi_y)^2} \quad (3.85)$$

Esta ecuación también se explica en el siguiente capítulo. Finalmente, todo el proceso de diseño del BTLCD se presenta compactamente en el diagrama de flujo de la figura 3.12.

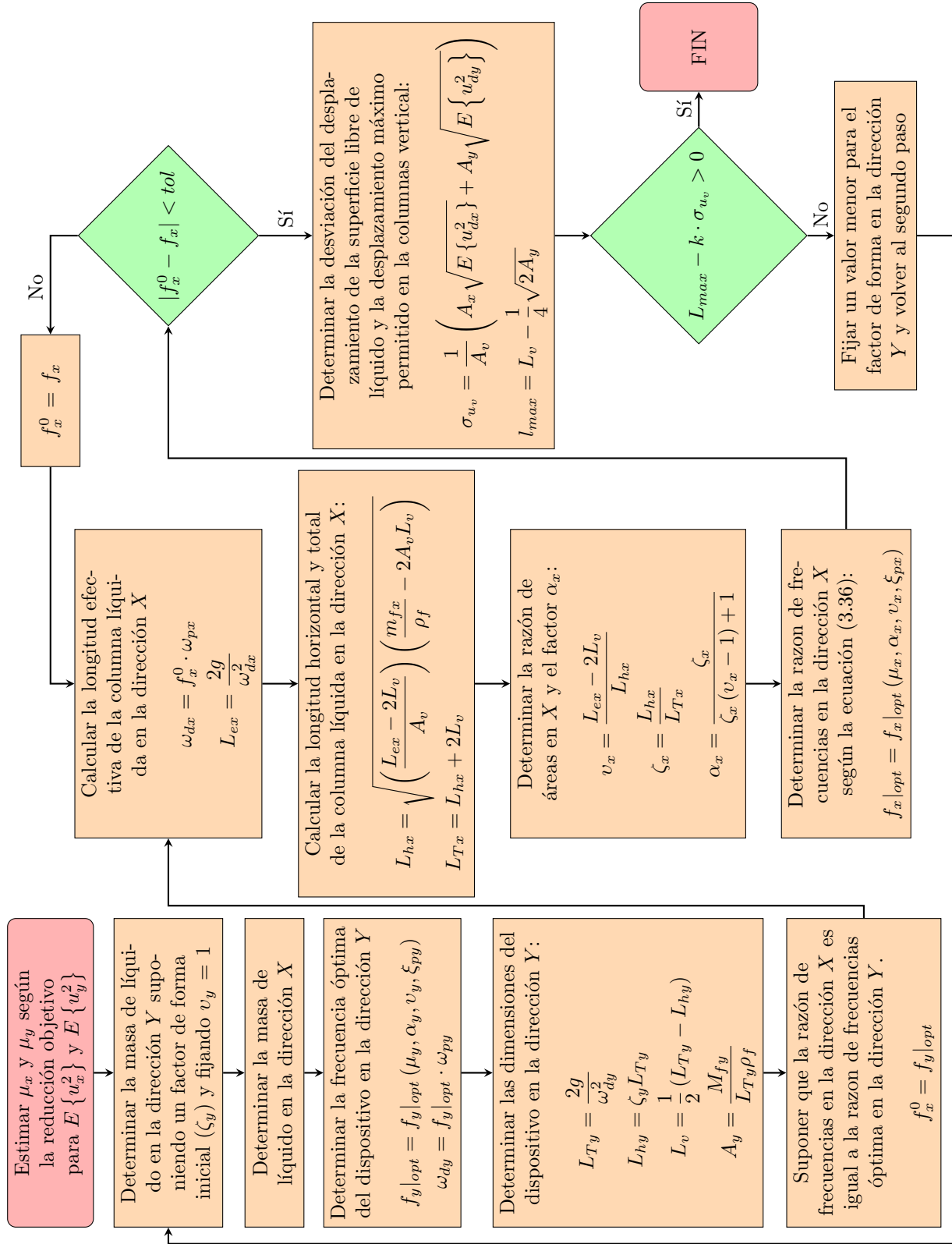


Figura 3.12: Diagrama de flujo del algoritmo para el proceso de diseño de un BTLCD.

Capítulo 4

Parámetros lineales equivalentes para el BTLCD

4.1. Coeficiente de pérdida de energía η

En el capítulo anterior se hizo uso de la expresión (enunciada en el capítulo 2) de la fuerza disipativa debida al paso del flujo por la restricción dada por la placa orificio. No obstante, para el desarrollo de la teoría de ahí en adelante, se utilizó una forma lineal equivalente de dicha fuerza disipativa. En este capítulo se explica la obtención de dicho parámetro, considerando (por simpleza) un TLCDC unidireccional, ya que para obtener los valores para el BTLCD sólo basta multiplicar por 2, puesto que la configuración de éste termina siendo dos disipadores unidireccionales trabajando simultáneamente en cada dirección.

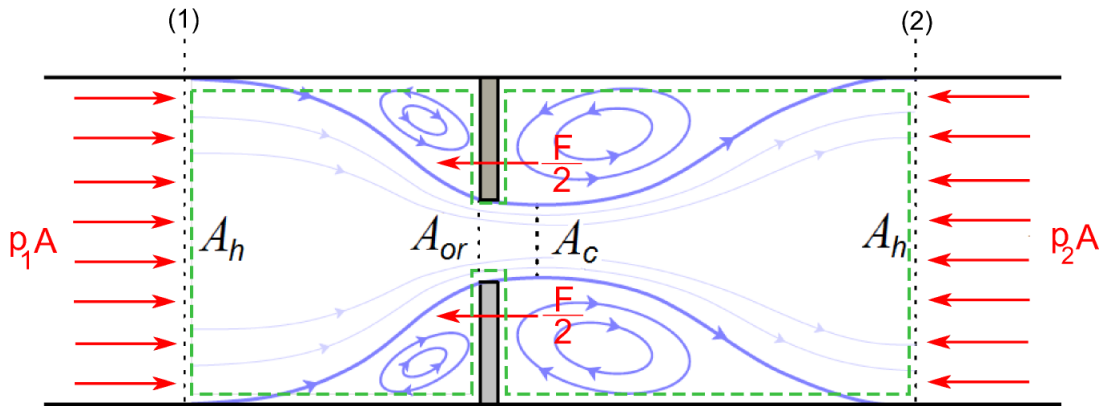


Figura 4.1: Volumen de control tomado en la última sección del capítulo 2 para obtener la expresión (4.1).

Tal cual se expresó en el capítulo 2, la fuerza disipativa está dada por:

$$F = \frac{1}{2} \eta \rho A_h |\dot{u}_h| \dot{u}_h \quad (4.1)$$

Si bien en la última sección de dicho capítulo se obtuvo ese resultado sólo considerando como fuerza que se opone al flujo la debida al paso de éste por la placa orificio (figura 4.1), es posible notar, a partir de la deducción de la expresión aproximada para las pérdidas de energía Λ realizada en el “Caso 3: TLCDC de sección no uniforme y fluido real”:

$$\begin{aligned}
 \Lambda &= \Lambda_f + \Lambda_s \\
 &= \frac{fL_{ef}}{D_{eq}} \frac{\dot{u}^2}{2g} + \sum_i \eta_{s_i} \frac{\dot{u}^2}{2g} \\
 &= \frac{\eta_f L_{ef}}{D_{eq}} \frac{\dot{u}^2}{2g} + \eta_{codo1} \frac{\dot{u}_v^2}{2g} + \frac{\eta_{pl.orificio}}{2g} \left(\frac{A_v}{A_h} \dot{u}_v \right)^2 + \eta_{codo2} \frac{\dot{u}_v^2}{2g} \\
 &\approx \frac{1}{2g} \eta \left(\frac{A_v}{A_h} \right)^2 \dot{u}_v^2
 \end{aligned}$$

que el coeficiente final utilizado η puede ser visto como un parámetro que represente o que considere el efecto de todos los tipos de pérdidas presentes en el sistema, es decir, las de fricción, las de cambio de dirección en los codos y la debida a la placa orificio. De hecho, en este estudio, para relacionar el área de bloqueo de la placa orificio con el coeficiente de pérdida η de la ecuación (4.1), se utiliza el trabajo de Jong-Cheng Wu et al. [25], en el cual se presenta una ecuación teórica que relaciona la razón de bloqueo de la placa orificio con el coeficiente de pérdida, utilizando como fuerza disipativa la ecuación (4.1). Esta ecuación teórica se calibra a posteriori utilizando resultados experimentales que, inherentemente, consideran no sólo la pérdida singular de energía debida a la placa orificio, sino que también la pérdida debida a las fuerzas de fricción y de cambio de dirección en los codos del disipador. Los resultados corregidos de dicho estudio muestran que efectivamente la forma de la curva “razón de bloqueo vs. coeficiente de pérdida” es bastante parecida a la predicha teóricamente y que la influencia de la fricción y las pérdidas de energía en los codos influyen de manera más importante para razones de bloqueo pequeñas, lo cual es de esperarse, pues razones de bloqueo bajas significan que la placa orificio cada vez permite el paso de mayor parte del flujo, por lo que la pérdida de energía asociada a la placa orificio comienza a hacerse cada vez más comparable a la pérdida de energía asociada a las otras fuentes de disipación ya nombradas. Todo esto está representado gráficamente en la figura 4.2, donde la razón de bloqueo ψ se define, naturalmente, como:

$$\psi = \frac{A_h - A_{or}}{A_h} = 1 - \frac{A_{or}}{A_h} \quad (4.2)$$

Para ayudar a comprender mejor estos resultados, es necesario entender el comportamiento de las fuerzas disipativas asociadas no sólo a la placa orificio, sino que también a las de fricción y a las debidas a los cambios de dirección en los codos. Si bien la última gráfica muestra η sólo en función de la razón de bloqueo ψ , se tiene que en realidad el coeficiente de pérdida también depende del espesor y biselado de la placa orificio, además del régimen del flujo y el tipo de material (esto último si se consideran las pérdidas friccionales también).

Es posible encontrar variadas expresiones para el coeficiente de pérdida cuando éstas son causadas por singularidades. Hooper propone la siguiente:

$$\eta = \frac{a}{Re} + \eta_\infty \quad (4.3)$$

Donde,

a : Constante.

Re : Número de Reynolds.

η_∞ : Coef. de pérdida para **flujo turbulento**:

$$\eta_\infty = \left(1 - \frac{A_c}{A_h} \right)^2 \quad (4.4)$$

Donde,

A_c : Área de la vena contracta.

A_h : Área del conducto horizontal.

El área de la vena contracta se liga al área del orificio antecesor mediante un coeficiente de contracción c_c : $A_c = c_c A_{or}$. Usualmente, a y η_∞ se determinan experimentalmente para considerar efectos difíciles de incorporar analíticamente, tales como la forma del orificio, terminaciones del biselado, espesor de la placa, etc. En general, los valores de a son del orden de $10^2 - 10^3$, mientras que η_∞ está en el rango 0,5 - 1 [9]. Se opta por la expresión propuesta por Hooper puesto que es extendible a cualquier tipo de singularidad (no sólo debidas a placas orificio, si no que también a codos, por ejemplo) modificando los valores de a y η_∞ . Por lo tanto, condensando las pérdidas en los codos y en las placas orificios en un solo término, se tiene:

$$\eta_s = \left(\frac{a}{Re} + \eta_\infty \right) + 2 \left(\frac{a_c}{Re} + \eta_c \right) \quad (4.5)$$

Donde el primer término corresponde al coeficiente de pérdida debido a la placa orificio y el segundo término corresponde a las pérdidas en los codos del dissipador. Ahora, es importante entender el comportamiento de η_s en términos del número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho D \dot{u}}{\mu} = \frac{D \dot{u}}{\nu} \quad (4.6)$$

Donde,

ρ : Densidad del fluido.

μ : Viscosidad dinámica del fluido.

ν : Viscosidad cinemática del fluido.

\dot{u} : Velocidad del flujo.

D : Diámetro de la tubería o su diámetro equivalente (en caso de no tener una sección transversal circular).

Además, Reynolds logró diferenciar tres tipos de regímenes posibles para los flujos y relacionarlos con el número de Reynolds de la siguiente manera:

- $Re \leq 2000$ \longrightarrow Flujo laminar
- $2000 < Re < 3500$ \longrightarrow Flujo en transición
- $3500 \leq Re$ \longrightarrow Flujo turbulento

Analizando ahora la ecuación (4.5) y recordando que el orden de magnitud de las constantes a y a_c es de $10^2 - 10^3$, es claro que **para números de Reynolds muy bajos**, las fracciones a/Re y a_c/Re toman mucho más peso que η_∞ y que η_c . En este caso, viendo la definición del número de Reynolds en la ecuación (4.6), es posible notar que η_s **se hace inversamente proporcional a la velocidad del flujo**, es decir $\eta_s \propto 1/\dot{u}$ y, por consiguiente, reemplazando η_s en la ecuación (4.1), se obtiene que la **fuerza disipativa es directamente proporcional a la velocidad**, $F \propto \dot{u}$. Ese es un extremo, **el otro extremo se da cuando se considera valores de número de Reynolds altos** (régimen turbulento); en este caso, los valores que toman peso en la ecuación (4.5) son η_∞ y η_c , los cuales no dependen de las características del fluido ni del flujo, sólo de la geometría (razón de bloqueo), es decir, **el coeficiente de pérdida η_s se hace constante**, por lo que al reemplazarlo en la ecuación (4.1), se tiene que **la fuerza disipativa es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad del flujo**, $F \propto \dot{u}^2$.

Hasta el momento sólo se ha analizado el comportamiento de la fuerza disipativa debida a las pérdidas singulares del sistema. Lo interesante es que se ve el mismo comportamiento al considerar la fuente de pérdida de energía debida a la fricción. Para flujos laminares, el factor de fricción está dado por [45]:

$$f_{lam} = \frac{c}{Re} \quad (4.7)$$

Donde c es una constante que depende de la geometría; para un ducto de sección transversal circular, se tiene que $c = 64$, mientras que para uno de sección transversal cuadrada, $c \approx 56$ [45]. Por lo tanto, se ve que **para régimen laminar el coeficiente de pérdida de fricción es inversamente proporcional al número de Reynolds** y, por ende, lo es respecto a la velocidad del flujo, por lo que resulta que la **fuerza disipativa debida al roce es directamente proporcional a la velocidad del flujo**, $F_f \propto \dot{u}$.

En tanto, para régimen turbulento, se tiene que el factor de fricción depende también de la rugosidad de la tubería, la que se caracteriza por la altura típica de la aspereza de la tubería, ϵ , definiéndose tres tipos de paredes hidrodinámicas [42]:

- **Pared hidrodinámicamente lisa:** cuando la altura típica de la aspereza es menor que el espesor de la subcapa viscosa.

$$\frac{1}{\sqrt{f_{turb}}} = 2 \log_{10} \left(\frac{Re \sqrt{f_{turb}}}{2,51} \right) \quad (4.8)$$

Una aproximación válida para cuando $Re < 10^5$, es la determinada por Blasius:

$$f_{turb} = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} \quad (4.9)$$

- **Pared hidrodinámicamente rugosa:** cuando las asperezas impiden la formación de la subcapa viscosa (altura típica de la aspereza es mayor que el espesor de la subcapa viscosa).

$$\frac{1}{\sqrt{f_{turb}}} = 2 \log_{10} \left(3,7 \frac{D}{\epsilon} \right) \quad (4.10)$$

- **Pared hidrodinámicamente en transición lisa-rugosa:** cuando las asperezas destruyen parcialmente la subcapa viscosa, pero no cubren totalmente la zona donde los esfuerzos viscosos son importantes.

$$\frac{1}{\sqrt{f_{turb}}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\epsilon}{3,7D} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f_{turb}}} \right) \quad (4.11)$$

Notar que según estas definiciones, el coeficiente de fricción f resulta ser sólo función del número de Reynolds en caso de que la tubería sea de pared hidrodinámicamente lisa, teniéndose que $f \propto 1/\dot{u}^{0,25}$ y que, por lo tanto, la fuerza debida a la fricción se comporte como $F_f \propto \dot{u}^{1,75}$. En tanto, cuando se tiene que la pared es hidrodinámicamente rugosa, el coeficiente de fricción es sólo función de la aspereza relativa ϵ/D , por lo que f es constante en este caso, lo que implica que la fuerza de fricción sea proporcional al cuadrado de la velocidad del flujo, $F_f \propto \dot{u}^2$. Por otra parte, la ecuación que describe el flujo en la pared en transición, cumple con ambos límites en caso que Re tienda a infinito para recuperar el límite rugoso, o en caso que la aspereza tienda a cero para recuperar el límite liso. En otras palabras, **para régimen turbulento se tiene que la fuerza de fricción varía su proporcionalidad con la velocidad del flujo entre $F_f \propto \dot{u}^{1,75}$ a $F_f \propto \dot{u}^2$** . Por lo tanto, condensando todos los coeficientes de pérdida en uno solo, se tiene:

$$\eta = \left(\frac{a}{Re} + \eta_{\infty} \right) + 2 \left(\frac{a_c}{Re} + \eta_c \right) + f \frac{L_t}{D_{eq}} \quad (4.12)$$

El cual, dado lo ya expuesto, sigue teniendo dos comportamientos extremos: $\eta \propto 1/\dot{u}$ para valores del número de Reynolds muy bajos (flujo laminar) y $\eta \approx cte$ para valores del número de Reynolds altos (flujo turbulento), lo que resulta en que los extremos de la fuerza disipativa total sea proporcional a la velocidad del flujo en el primer caso (flujo laminar), $F \propto \dot{u}$, o sea proporcional al cuadrado de la velocidad del flujo para el segundo caso (flujo turbulento), $F \propto \dot{u}^2$. Entonces, retomando el trabajo de J.-C. Wu et al., se destaca que

ellos propusieron una función teórica para el coeficiente de pérdida considerando que el régimen del flujo es turbulento y tomando en cuenta sólo la pérdida singular debida a la placa orificio, para a posteriori corregirla experimentalmente ya que los otros efectos son más complicados de describir teóricamente y sabiendo que no sería difícil puesto que el comportamiento de la curva seguiría la misma dependencia respecto a la velocidad del flujo. Es así que se construyó la curva calibrada mostrada en la figura 4.2, cuya función (como es de esperarse) depende sólo de la geometría; de la razón de bloqueo:

$$\eta = \frac{(-0,6\psi + 2,1\psi^{-0,1})^{1,6}}{(1 - \psi)^2} \quad (4.13)$$

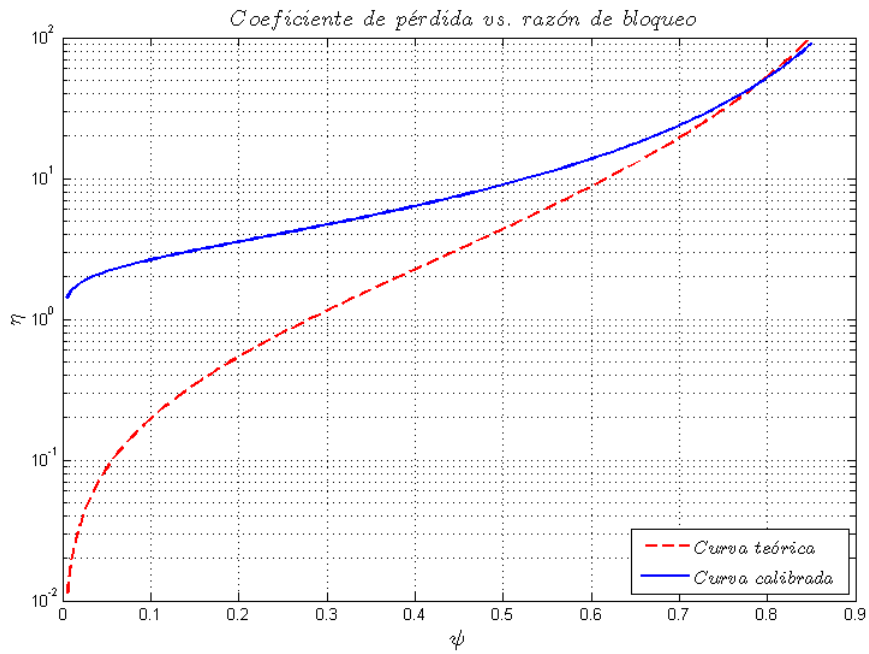


Figura 4.2: Coeficiente de pérdida η para un TLCD unidireccional en función de la razón de bloqueo ψ , estudio realizado por Jong-Cheng Wu et al. [25]

4.2. Amortiguamiento lineal equivalente del BTLCD ante un movimiento basal aleatorio

Uno de los métodos más utilizado para determinar propiedades lineales equivalentes a un sistema no lineal, es el desarrollado, independientemente, por Kasakov, Booton y Caughey, denominado “método de linealización estadística” (también conocido como método de linealización equivalente o linealización estocástica) [46]. En este método, la ecuación de movimiento no lineal es reemplazada por una ecuación de movimiento lineal equivalente y, para que ésta sea una representación adecuada del sistema original, se exige la condición que la diferencia entre ambos sistemas sea pequeña según algún criterio estadístico. En la práctica, el criterio más utilizado es la minimización de la media cuadrática de la diferencia entre ambos sistemas (el no lineal y el lineal equivalente) [9].

En este caso, la no linealidad proviene de la fuerza disipativa del sistema. En el capítulo 2 se ha dejado en claro que la expresión no lineal para dicho término es (se omiten los sub-índices direccionales para evitar confusiones, pues el procedimiento y los resultados son los mismos tanto para la dirección X como para la dirección Y):

$$F_{NL} = \frac{1}{2}\rho_f\eta A_h|\dot{u}_d|\dot{u}_d = C_{NL}|\dot{u}_d|\dot{u}_d \quad (4.14)$$

Donde se llamó C_{NL} al factor constante (pues ya se dijo que se asumiría régimen turbulento) $C_{NL} = \frac{1}{2}\rho_f\eta A_h$. Por otro lado, se tiene que la fuerza disipativa lineal equivalente se expresa como:

$$F_L = c_d\dot{u}_d \quad (4.15)$$

Por lo tanto, es claro que el parámetro lineal equivalente que se busca determinar es c_d . Además, la diferencia (o error) entre la fuerza disipativa no lineal y su equivalente lineal, se escribe como:

$$\epsilon = C_{NL}|\dot{u}_d|\dot{u}_d - c_d\dot{u}_d \quad (4.16)$$

Luego, la esperanza media cuadrática queda definido como:

$$E\{\epsilon^2\} = E\{(C_{NL}|\dot{u}_d|\dot{u}_d - c_d\dot{u}_d)^2\} = E\{C_{NL}^2\dot{u}_d^4\} - 2c_dE\{C_{NL}|\dot{u}_d|\dot{u}_d^2\} + c_d^2E\{\dot{u}_d^2\} \quad (4.17)$$

Luego, según el criterio elegido para disminuir la diferencia entre el sistema lineal equivalente y el sistema no lineal original, se debe encontrar el parámetro lineal equivalente (c_d) que minimice esta última expresión, por lo tanto:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E\{\epsilon^2\}}{\partial c_d} = 0 & \quad \longrightarrow \quad -2E\{C_{NL}|\dot{u}_d|\dot{u}_d^2\} + 2c_dE\{\dot{u}_d^2\} = 0 \\ & \quad \longrightarrow \quad c_d = \frac{E\{C_{NL}|\dot{u}_d|\dot{u}_d^2\}}{E\{\dot{u}_d^2\}} \end{aligned} \quad (4.18)$$

A partir de la ecuación (4.18) se puede notar que para lograr tener una expresión teórica para el parámetro lineal equivalente c_d , es necesario conocer la función de densidad de probabilidad del sistema no lineal y la del sistema lineal. Por lo general, dichas funciones son desconocidas y, por lo tanto, son supuestas. El método de linealización estocástica aquí utilizado lo que hace es suponer que ambos sistemas se rigen bajo la misma función de densidad de probabilidad y, además, que la excitación externa corresponde a un proceso Gaussiano (o de distribución normal) de promedio nulo, por lo que la respuesta del sistema también es un proceso Gaussiano de promedio nulo [44] (este método entrega resultados bastante precisos cuando el sistema no posee no linealidades fuertes). Dados los supuestos de éste método, se tiene:

$$\begin{aligned}
 E \{ C_{NL} | \dot{u}_d | \dot{u}_d^2 \} &= \int_{-\infty}^{\infty} C_{NL} | \dot{u}_d | \dot{u}_d^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\dot{u}_d}^2}} e^{-\frac{\dot{u}_d^2}{2\sigma_{\dot{u}_d}^2}} d\dot{u}_d \\
 &= \frac{2\sigma_{\dot{u}_d} C_{NL}}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \dot{u}_d^3 \frac{1}{\sigma_{\dot{u}_d}^2} e^{-\frac{\dot{u}_d^2}{2\sigma_{\dot{u}_d}^2}} d\dot{u}_d
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

A continuación se resuelve la integral de esta última ecuación:

$$\begin{aligned}
 \int_0^{\infty} \frac{\dot{u}_d^3}{\sigma_{\dot{u}_d}^2} e^{-\frac{\dot{u}_d^2}{2\sigma_{\dot{u}_d}^2}} d\dot{u}_d &= \int_0^{\infty} \left(-2\dot{u}_d e^{-\frac{\dot{u}_d^2}{2\sigma_{\dot{u}_d}^2}} + \frac{\dot{u}_d^3}{\sigma_{\dot{u}_d}^2} e^{-\frac{\dot{u}_d^2}{2\sigma_{\dot{u}_d}^2}} d\dot{u}_d + 2\dot{u}_d e^{-\frac{\dot{u}_d^2}{2\sigma_{\dot{u}_d}^2}} \right) d\dot{u}_d \\
 &= \int_0^{\infty} \left(-2\dot{u}_d e^{-\frac{\dot{u}_d^2}{2\sigma_{\dot{u}_d}^2}} + (\dot{u}_d^2 + 2\sigma_{\dot{u}_d}^2) \frac{\dot{u}_d}{\sigma_{\dot{u}_d}^2} e^{-\frac{\dot{u}_d^2}{2\sigma_{\dot{u}_d}^2}} \right) d\dot{u}_d \\
 &= -(\dot{u}_d^2 + 2\sigma_{\dot{u}_d}^2) e^{-\frac{\dot{u}_d^2}{2\sigma_{\dot{u}_d}^2}} \Big|_0^{\infty} \\
 &= 2\sigma_{\dot{u}_d}^2
 \end{aligned}$$

Reemplazando este resultado en la ecuación (4.19), se obtiene:

$$E \{ C_{NL} | \dot{u}_d | \dot{u}_d^2 \} = \frac{4\sigma_{\dot{u}_d}^3 C_{NL}}{\sqrt{2\pi}} \tag{4.20}$$

Además, por tratarse de una función de densidad de probabilidad gaussiana de media nula, se tiene que $E \{ \dot{u}_d^2 \} = \sigma_{\dot{u}_d}^2$, por lo que al reemplazar esto, el valor de C_{NL} y la expresión (4.20) en la ecuación (4.18), se obtiene:

$$c_d = \frac{2\eta\rho_f A_h \sigma_{\dot{u}_d}}{\sqrt{2\pi}} \tag{4.21}$$

Por otro lado, de las definiciones de los parámetros presentados para el sistema de ecuaciones compuesto por las expresiones (3.19) a la (3.22), en el capítulo 3, se sabe que:

$$c_d = 2m_e \omega_d \xi_d \tag{4.22}$$

Entonces, si se reemplaza la expresión para c_d expuesta en la ecuación (4.21) en esta última ecuación y luego se despeja el coeficiente de pérdida de energía η , se tiene:

$$\eta = \sqrt{2\pi} \frac{m_e \omega_d \xi_d}{\rho_f A_h \sigma_{\dot{u}_d}} \tag{4.23}$$

Y si se evalúa en particular para los parámetros óptimos de diseño del sistema, se obtiene finalmente:

$$\eta|_{opt} = \sqrt{2\pi} \frac{m_e \omega_d |_{opt} \xi_d |_{opt}}{\rho_f A_h \sigma_{\dot{u}_d} |_{opt}} \tag{4.24}$$

Hasta acá, y para recalcar, se ha procedido de igual forma a si el dispositivo se tratase de un solo disipador unidireccional (TLCD). Pero lo que se estudia acá es el comportamiento del BTLCD, el cual en cada dirección trabaja con dos disipadores unidireccionales. Por tanto, la última ecuación se debería relacionar la mitad de la masa efectiva, la mitad de la sección transversal (pues se definió la sección transversal de cada conducto horizontal como $A/2$, omitiendo el sub-índice direccional), la mitad del amortiguamiento y, finalmente, la mitad del coeficiente de pérdida. De esta manera sí se estaría trabajando con parámetros de un solo disipador unidireccional. Sin embargo, al incluir todos estos factores en la última ecuación, se puede ver que éstos se anulan entre sí y la ecuación queda idéntica.

Por otro lado, si bien la linealización se hace sobre el parámetro c_d , lo que recae en un amortiguamiento lineal equivalente, lo que se hace es proceder a la inversa y, una vez definidos los parámetros óptimos del sistema, utilizar la última expresión obtenida para determinar el coeficiente de pérdida de energía óptimo, el que se usa a su vez en la ecuación (4.13) para determinar la razón de bloqueo óptimo y, así, saber el área de paso que debe tener la placa orificio para lograr el amortiguamiento óptimo. No obstante, para eso es necesario poder estimar entonces el valor de $\sigma_{\dot{u}_d}$, pero si se asume que la aceleración basal es un proceso estocástico tipo ruido blanco Gaussiano, cuyo Espectro de Densidad de Potencia es constante y se denomina por \ddot{u}_{go} , se tiene que:

$$\sigma_{\dot{u}_d}^2 = \frac{\pi \ddot{u}_{go}}{\omega_p} \frac{A_1 C_1^2 - A_3 C_0^2}{A_1 (A_2 A_3 - A_1 A_4) - A_0 A_3^2} \quad (4.25)$$

Donde

$$\begin{aligned} A_0 &= f^2 \\ A_1 &= 2f (f\xi_p + v\xi_d) \\ A_2 &= -(1 + f^2 + 4\xi_p\xi_dvf) \\ A_3 &= -2(\xi_p + \xi_dvf(1 + \mu)) \\ A_4 &= 1 - \alpha\mu v \\ C_0 &= -\alpha v \\ C_1 &= -2\alpha v\xi_p \end{aligned}$$

Se puede notar que las variables A_i , $i \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$, son exactamente las mismas que se definieron en el capítulo anterior con la función de transferencia entre la aceleración basal y la respuesta de la estructura. Para ver más en detalle la obtención de esta expresión, se puede consultar el apéndice A.

Capítulo 5

Diseño de un Disipador de Columna Líquida Sintonizada Bidireccional

5.1. Introducción

Para mostrar con mayor detalle el procedimiento de diseño que se propone en este trabajo se elabora un experimento de laboratorio, para lo que se diseña y construye una estructura que posteriormente se somete a una serie de registros de aceleraciones con dos configuraciones: sin uso de disipador y con uso de disipador. El objetivo de ello es verificar la reducción en la respuesta de la estructura.

El disipador se diseña para controlar la respuesta de los dos primeros modos de esta estructura (primeros dos modos de desplazamiento puro y ortogonales entre sí), la cual tiene 3 GDL por piso: dos de desplazamiento y uno de giro (torsión).

5.2. Descripción de la estructura

La estructura con la cual se realizarán los ensayos (ver figura 5.1) tiene una altura total de $2,09[m]$, pesa $270[kgf]$ y es de 3 pisos, cada uno de ellos consistente por una parrilla de dimensiones $1,2[m] \times 1,0[m]$ en planta, conformada por perfiles de acero tipo cajón $50 \times 30 \times 3$ y planchas de acero de $600[mm] \times 600[mm]$ (6 planchas para el piso superior, 6 en el piso intermedio y 7 en el piso inferior), las cuales controlan la masa de cada piso. Estos pisos descansan sobre cuatro columnas dispuestas en las esquinas de las parrillas. En el piso inferior, cada una de estas columnas corresponde a una barra estructural $\phi 10$, mientras que en los dos pisos superiores la sección cambia a $\phi 8$.

Además, a modo de poder controlar la rigidez en una dirección (desde ahora en adelante, dirección X), la estructura tiene dispuestas unas diagonales tipo chevron, el cual no alcanza a conectar dos pisos seguidos. La función de este chevron es poder rigidizar esta dirección de análisis mediante la inclusión de resortes. De esta manera, en la etapa de diseño se convergió a una configuración de cantidad de planchas y de resortes por piso de manera tal que los períodos teóricos de los dos primeros modos de vibrar fueran bastante diferentes entre sí. Esto recae en que el BTLCD diseñado no va a tener las mismas dimensiones en uno y otro sentido, dando más generalidad al procedimiento de diseño.

En la tabla 5.1 se detalla el peso de cada nivel, mientras que en la tabla 5.2 se detallan las propiedades mecánicas del acero SAE 1045, calidad correspondiente a columnas de la estructura.



Figura 5.1: Estructura a controlar mediante el uso de un BTLCD

Tabla 5.1: *Peso de los niveles de la estructura*

Nivel	Peso [kgf]
Superior	88,3
Intermedio	86,4
Inferior	94,9
Total	269.6

Tabla 5.2: *Propiedades mecánicas acero SAE 1045*

Propiedad	Unidad	Valor
Densidad a 20°C, ρ	[kg/m ³]	7860
Módulo de Elasticidad, E	[GPa]	200
Tensión de Fluencia, f_y	[kgf/cm ²]	4400

5.3. Propiedades modales de la estructura determinadas teóricamente

La figura 5.2 muestra la definición de los GDL y los ejes globales X e Y. Se recalca que la dirección X corresponde a la cual están orientadas los resortes de la estructura.

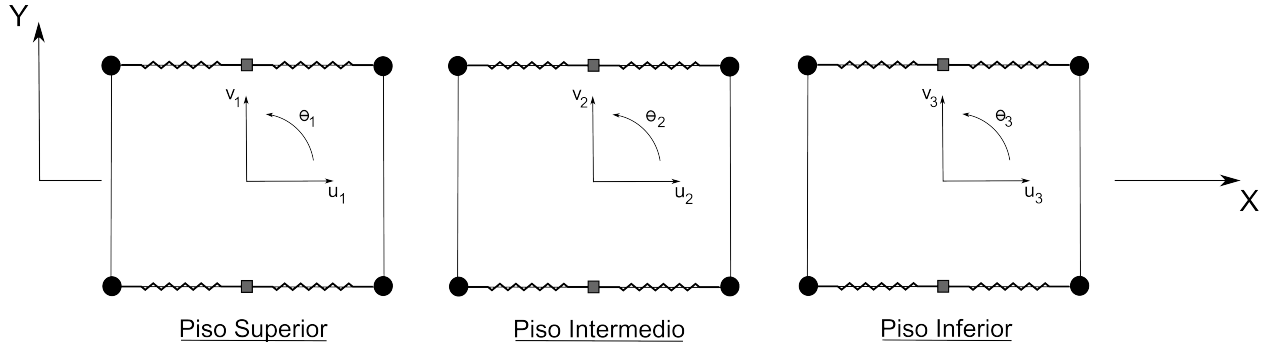


Figura 5.2: Definición de los grados de libertad para el modelo analítico

La matriz de masa del sistema es:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_1}{12}(a^2 + b^2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{m_2}{12}(a^2 + b^2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{m_3}{12}(a^2 + b^2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9,001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9,001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,715 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8,809 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8,809 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,678 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9,675 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9,675 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,843 \end{bmatrix}$$

Donde m_1 , m_2 y m_3 corresponde a la masa del piso superior, intermedio e inferior, respectivamente. Por otro lado, para calcular la matriz de rigidez es necesario definir algunos parámetros previamente. Se denomina K_{c1} , K_{c2} y K_{c3} a la rigidez de una columna del piso superior, intermedio e inferior, respectivamente. Se considera que los extremos de las columnas están empotrados y se determina su rigidez a partir del módulo de elasticidad del material y de las dimensiones del elemento, se tiene:

$$K_{c1} = 228 \left[\frac{kgf}{m} \right] \quad K_{c2} = 228 \left[\frac{kgf}{m} \right] \quad K_{c3} = 556 \left[\frac{kgf}{m} \right]$$

Además, se llama K_{rx} y K_{ry} a la rigidez de cada “conjunto de resortes” en la dirección X e Y, respectivamente. Se refiere por “conjunto de resortes” a los resortes que trabajan uniendo a una columna con el

Donde $F_{V1} = -88,3 [kgf]$, $F_{V2} = -174,7 [kgf]$ y $F_{V3} = -269,6 [kgf]$ es la carga vertical acumulada sobre las columnas del piso superior, intermedio e inferior respectivamente, mientras que $L_{c1} = 0,6 [m]$, $L_{c2} = 0,6 [m]$ y $L_{c3} = 0,6 [m]$ son las longitudes de las columnas del piso superior, intermedio e inferior, respectivamente (las que en este caso, son todas iguales). Por lo tanto:

$$[K_G] = \begin{bmatrix} -176,6 & 0 & 0 & 176,6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -176,6 & 0 & 0 & 176,6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -133,5 & 0 & 0 & 133,5 & 0 & 0 & 0 \\ 176,6 & 0 & 0 & -526,0 & 0 & 0 & 349,4 & 0 & 0 \\ 0 & 176,6 & 0 & 0 & -526,0 & 0 & 0 & 349,4 & 0 \\ 0 & 0 & 133,5 & 0 & 0 & -397,7 & 0 & 0 & 264,2 \\ 0 & 0 & 0 & 349,4 & 0 & 0 & -888,7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 349,4 & 0 & 0 & -888,7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 264,2 & 0 & 0 & -671,9 \end{bmatrix}$$

Finalmente, la matriz de rigidez de la estructura es:

$$[K] = [K_L] + [K_G] = \begin{bmatrix} 1754,2 & 0 & 0 & -1754,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 963,9 & 0 & 0 & -963,9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 784,3 & 0 & 0 & -730,3 & 0 & 0 & 0 \\ -1754,2 & 0 & 0 & 3335,5 & 0 & 0 & -1581,3 & 0 & 0 \\ 0 & -963,9 & 0 & 0 & 1754,9 & 0 & 0 & -791,0 & 0 \\ 0 & 0 & -730,3 & 0 & 0 & 1383,9 & 0 & 0 & -599,6 \\ 0 & 0 & 0 & -1581,3 & 0 & 0 & 4286,0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -791,0 & 0 & 0 & 2705,4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -599,6 & 0 & 0 & 1860,3 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Con las matrices de masa y de rigidez ya computadas, es posible obtener las propiedades modales de la estructura a partir del análisis de valores y vectores propios. Esta información se presenta en las siguientes tablas.

Tabla 5.3: *Modos predichos con el modelo teórico de la estructura*

Modo	Frecuencia [Hz]	Período [s]	Movimiento
1	0,810	1,234	Traslacional en Y
2	1,072	0,933	Traslacional en X
3	1,805	0,554	Torsional
4	2,303	0,434	Traslacional en Y
5	2,951	0,339	Traslacional en X
6	2,980	0,336	Traslacional en Y
7	3,987	0,251	Traslacional en X
8	4,507	0,222	Torsional
9	5,870	0,170	Torsional

5.4. Propiedades modales de la estructura determinadas experimentalmente

Aunque es posible obtener teóricamente las propiedades dinámicas de una estructura, éstas nunca calzan perfectamente con las propiedades reales de ella, simplemente porque son muchas las variables que entran en juego y se hacen suposiciones o estimaciones sobre varias de ellas, ya sea al considerarlas (material lineal, homogéneo, isotrópico, etc.) o no (temperatura ambiente, humedad, etc.). Entonces, se hace indispensable identificar las propiedades modales de la estructura de manera empírica, para así permitir realizar el diseño del BTLCD con los datos de entrada más fidedignos posibles.

En general, se utilizarán tres métodos de identificación:

- **Espectro de Densidad de Potencia (PSD)**. Se le conoce como PSD por su sigla en inglés (Power Spectral Density). Es un método de identificación que trabaja en el espacio de las frecuencias y que distingue las principales frecuencias que construyen la señal que se está procesando. Si la señal procesada se trata de la respuesta de un sistema dinámico, dichas frecuencias identificadas corresponden a las frecuencias modales. En caso de que el sistema cuente con dos o más modos con frecuencias muy cercanas, el método PSD no podrá brindar esa información. Además, en cuanto a las formas modales y amortiguamientos modales, se obtienen resultados muy aproximados, por lo que siempre conviene confiar en otras formas de identificación para estos parámetros.
- **Eigensystem Realisation Algorithm (ERA)**. Este método funciona en el espacio del tiempo pues trabaja sobre la expresión de la ecuación de movimiento en la forma conocida como “*Espacio Estado*”. A diferencia del PSD, éste método no sólo identifica confiablemente los períodos modales (inverso de la frecuencia), si no también los amortiguamientos y formas modales. Es importante hacer notar que este método es aplicable ante excitaciones de tipo impacto o pullback, por lo que al momento de brindar como dato de entrada una señal, ella debe ser la respuesta en oscilación libre del sistema que se pretende identificar.
- **Multivariable Output-Error State sPace (MOESP)**. Este método también trabaja en el espacio del tiempo y lo hace de forma parecida a ERA. La principal diferencia es que este método recibe como dato de entrada la excitación del sistema, por lo que puede ser utilizado para identificar la respuesta de un sistema bajo sollicitaciones prolongadas en el tiempo (como sismos, por ejemplo).

Para efectos de identificar las propiedades de la estructura, se realizaron sólo ensayos de tipo impacto y pullback. Para hacer más clara la identificación de los modos de la estructura, al realizar la configuración inicial de los pullback o al efectuar el impacto, se buscó excitar las formas modales predichas por el modelo teórico (tabla 5.3).

Dado que en un edificio de corte (como es el caso de esta estructura de laboratorio) no es difícil excitar los dos primeros modos perpendiculares entre sí, se puede llevar una estimación rápida (aunque un tanto robusta) del período que se está observando mediante el uso de un cronómetro: sencillamente se cuentan los ciclos que se observaron en un determinado tiempo y se obtiene la frecuencia estimada como $f \approx$ número de ciclos/tiempo, medida en Hertz [Hz]. Se destaca este procedimiento, ya que su realización al momento de elaborar los ensayos permitió saber que la estructura era más flexible que lo previsto por la teoría, a pesar de haber incorporado la no linealidad geométrica. Entonces, a modo de incluir otro factor de seguridad para los ensayos que se realizarán posteriormente en la mesa vibradora, se optó por quitarle peso a la estructura, disminuyendo así el factor de utilización de las columnas. Fue así que se llegó a utilizar una configuración con 6 planchas de acero en el nivel superior, 6 planchas en el nivel intermedio y 7 planchas en el nivel inferior para brindar la masa de piso a cada nivel, ya que originalmente se había considerado utilizar 10 planchas en el nivel superior, 9 en el nivel intermedio y 11 en el nivel inferior. Ante esta diferencia entre lo predicho por la teoría y lo que se logró ver en una primera instancia experimental, se procedió a validar el modelo analítico con otra herramienta; se generó el modelo de la estructura en ETABS. Los resultados arrojados por ETABS, sin considerar

el efecto P-Delta, son los mismos que los obtenidos con las matrices de masa y de rigidez lineal expuestas previamente (sin considerar la matriz de rigidez geométrica). Luego, al incorporar el efecto P-Delta con el análisis “Non-iterative based on mass” en ETABS, se obtienen los mismos resultados que con las matrices de masa y rigidez (ahora sí considerando la matriz de rigidez geométrica). Sin embargo, y como ya se mencionó, dichos resultados teóricos predicen un comportamiento más rígido que el visto experimentalmente. Esto, sumado a imperfecciones en la verticalidad de los empalmes de las columnas en los diferentes niveles, hace suponer que la estructura se comporta más flexible debido a un efecto de pandeo local que no está siendo capturado con los modelos analíticos. De hecho, al considerar en ETABS el análisis “Iterative based on load cases” con un factor 1 para el peso muerto (peso propio), ya se obtienen resultados más cercanos a lo real. Esto se da porque este análisis se lleva a cabo elemento por elemento, a diferencia del análisis anterior (el cual computa la carga a partir de la masa en cada nivel), razón por la que rescata de mejor manera lo que sucede en la realidad con la estructura. En definitiva, luego de identificar empíricamente los períodos de la estructura, se pretende calibrar el modelo analítico mediante un factor de ponderación de la matriz de rigidez lineal, el cual será menor a la unidad, por lo que hará que el modelo represente una estructura más flexible. Se resuelve a priori aplicar un factor reductor a la matriz de rigidez lineal y no un factor mayorador a la matriz de rigidez geométrica, puesto que la incertidumbre en los parámetros del material y en la configuración de los elementos (módulo de elasticidad y magnitud de la deformación inicial de los elementos, principalmente) es mucho mayor que el peso en cada nivel. En otras palabras, la incertidumbre es mayor en la matriz de rigidez lineal que en las matrices de masa y de rigidez geométrica (la cual depende del peso y de las dimensiones de la estructura).

Una vez hecha esta modificación a la estructura, se procedió a registrar con acelerómetros unidireccionales de tipo capacitivo (ver tabla 5.4) la respuesta de la estructura ante una serie de excitaciones en cada dirección principal. Estos sensores captan y guardan las aceleraciones con una frecuencia de muestreo establecida en $200[Hz]$ (200 muestras por segundo), lo cual es apropiado para problemas dinámicos, como es el que se trata en este caso. Los instrumentos utilizados registran voltaje en unidades de $[Volts]$, pero cada uno de ellos cuenta con su constante de calibración para poder traspasar las lecturas a aceleraciones medidas en g (gravedad), tal como se muestra en la tabla 5.4. Cabe destacar que estos sensores miden aceleraciones perpendiculares a su plano.

Tabla 5.4: *Acelerómetros utilizados para la identificación de la estructura*

Número Asignado	Código	Constante $[mV/g]$
1	2002309	1003
2	2002310	993
3	2002311	986
4	2003776	995

Para lograr capturar de la mejor manera posible las propiedades dinámicas de la estructura, se utilizan tres configuraciones diferentes de los acelerómetros presentados en la tabla 5.4, las cuales se muestran en las figuras 5.3 y 5.4. Notar que se realizan ensayos destinados a excitar el modo torsional de la estructura para poder identificarlo, es por eso también que las configuraciones presentan un par de acelerómetros en un mismo nivel y ubicados en extremos opuestos.

Antes de comenzar con el procesamiento mismo de las señales capturadas, éstas son filtradas para evitar al máximo posible la inclusión de ruido que pueda entorpecer el trabajo. Esto se hace luego de obtener el PSD de las señales sin filtrar, donde se aprecia que ya sobre los $5[Hz]$ no se identifican frecuencias predominantes en la respuesta estructural. Es por esto que se aplica un filtro pasa bajo de orden 6 con una frecuencia de corte $f_c = 6[Hz]$, produciendo así señales más limpias a las cuales poder aplicar el método ERA para identificar períodos, amortiguamientos y formas modales.

Tabla 5.5: *Ensayos realizados con la configuración 1 de los sensores*

Nombre Ensayo	Descripción
DATA1	Impacto al centro del piso superior en dirección Y
DATA2	Impacto al centro del piso intermedio en dirección Y
DATA3	Impacto al centro del piso inferior en dirección Y
DATA4	Impacto torsional en el piso superior
DATA5	Impacto torsional en el piso intermedio
DATA6	Impacto torsional en el piso inferior
DATA7	Pullback para excitar el primer modo traslacional en dirección Y
DATA8	Pullback para excitar el segundo modo traslacional en dirección Y
DATA9	Impacto torsional aleatorio

Tabla 5.6: *Ensayos realizados con la configuración 2 de los sensores*

Nombre Ensayo	Descripción
DATA10	Impacto al centro del piso superior en dirección X
DATA11	Impacto al centro del piso intermedio en dirección X
DATA12	Impacto al centro del piso inferior en dirección X
DATA13	Impacto torsional en el piso superior
DATA14	Impacto torsional en el piso intermedio
DATA15	Impacto torsional en el piso inferior
DATA16	Pullback para excitar el primer modo traslacional en dirección X
DATA17	Pullback para excitar el segundo modo traslacional en dirección X

Tabla 5.7: *Ensayos realizados con la configuración 3 de los sensores*

Nombre Ensayo	Descripción
DATA18	Pullback torsional en el piso superior
DATA19	Pullback torsional en el piso intermedio
DATA20	Pullback torsional en el piso inferior

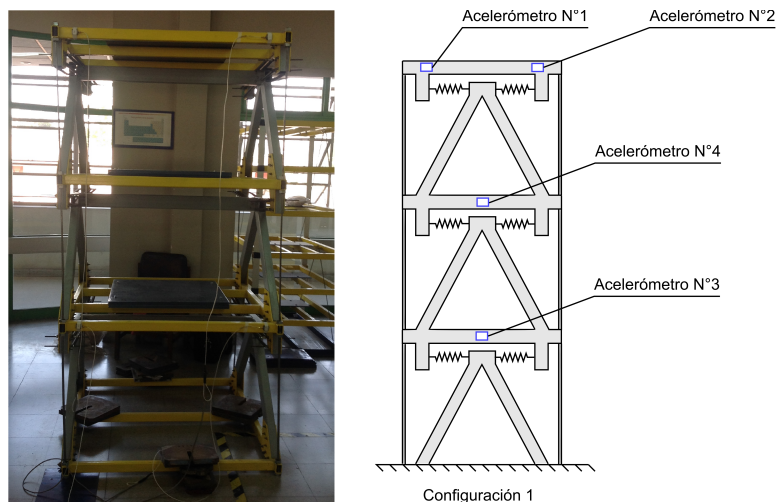


Figura 5.3: *Primera configuración de los acelerómetros. Notar que los sensores se ubican en el marco orientado en la dirección X (imagen de la derecha), por lo que miden aceleraciones en el eje Y (imagen de la izquierda).*

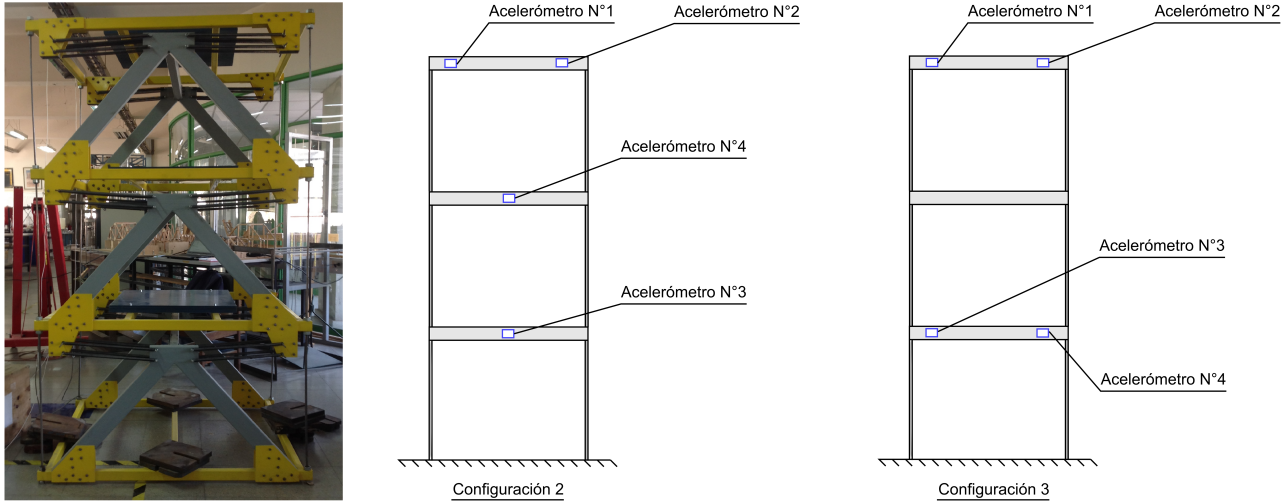


Figura 5.4: Segunda y tercera configuración de los acelerómetros. Notar que los sensores se ubican en el marco orientado en la dirección Y (imagen de la derecha), por lo que miden aceleraciones en el eje X (imagen de la izquierda).

Luego de realizada la identificación para todos estos ensayos y teniendo en consideración la diferente configuración de los acelerómetros, es posible identificar 7 modos de la estructura con su período, amortiguamiento y movimiento predominante. Estos resultados se presentan en la tabla 5.8.

Tabla 5.8: Modos identificados empíricamente

Modo	Frecuencia [Hz]	Período [s]	Movimiento
1	0,659	1,517	Traslacional en Y
2	0,908	1,101	Traslacional en X
3	1,220	0,820	Torsional
4	1,972	0,507	Traslacional en Y
5	2,506	0,399	Traslacional en Y
6	2,538	0,394	Traslacional en X
7	3,247	0,308	Traslacional en X

Comparando los resultados predichos por el modelo teórico con los obtenidos experimentalmente, es posible observar una clara diferencia, siendo mayores los períodos empíricos de la estructura. Esto se atribuye a condiciones de la estructura que la afectaron incrementando su flexibilidad, como el hecho que los empalmes entre columnas a nivel de cada piso no están rectos, induciendo una deformación inicial en la columnas. También es posible que el módulo de elasticidad del acero de las barras sea un tanto menor al especificado debido a las variaciones propias del tratamiento que se les da a estos materiales. No obstante, lo importante es haber medido experimentalmente las propiedades dinámicas de la estructura para diseñar según ellas el disipador bidireccional con que se controlarán sus dos principales modos de vibrar.

5.5. Diseño del BTLCD

Hasta ahora se ha trabajado en extenso sobre la estructura en sí, con la meticulosidad pertinente para lograr dar correctamente con sus propiedades modales reales. Esto se utiliza para calibrar el modelo teórico, haciendo calzar los períodos modales con los empíricos, dándole mayor importancia a los primeros modos ya que ellos son los modos escogidos para controlar con el BTLCD y así reducir la respuesta dinámica de la estructura, puesto que el primero y segundo modo de la estructura son los que más participación tienen en el comportamiento de ella ante las excitaciones de interés; demandas sísmicas.

Luego, como los modos a controlar son los dos primeros modos traslacionales perpendiculares, es claro que la ubicación óptima del BTLCD para tener un mayor impacto sobre la respuesta de la estructura, es en el nivel superior, puesto que es el que presenta el mayor desplazamiento modal para cada uno de los modos a ser controlados.

Lo que se hace ahora es definir los datos de entrada necesarios para realizar el proceso presentado en el algoritmo de la figura 3.12 presentado en la sección 3,3 del capítulo 3, cuyo objetivo es encontrar las propiedades dinámicas y dimensiones del disipador. Todos los parámetros nombrados a continuación ya fueron presentados y explicados en el mismo capítulo 3, por lo que en esta oportunidad serán abordados de manera más concisa.

- Masa modal efectiva del primer modo en la dirección débil (modo 1):

$$\tilde{m}_{y_1} = \frac{M_{m_{y_1}}}{\phi_{y_{1,1}}^2} = \frac{1[kg]}{0,087^2} = 131,5[kg] \quad (5.2)$$

- Masa modal efectiva del primer modo en la dirección fuerte (modo 2):

$$\tilde{m}_{x_1} = \frac{M_{m_{x_1}}}{\phi_{x_{1,1}}^2} = \frac{1[kg]}{0,085^2} = 138,4[kg] \quad (5.3)$$

- Rigidez modal efectiva del primer modo en la dirección débil (modo 1):

$$\tilde{k}_{y_1} = \frac{k_{m_{y_1}}}{\phi_{y_{1,1}}^2} = \left(\frac{2\pi}{T_{y_1}}\right)^2 \cdot \tilde{m}_{y_1} = \left(\frac{2\pi}{1,517[s]}\right)^2 \cdot 131,5[kg] = 2255,9 \left[\frac{N}{m}\right] \quad (5.4)$$

- Rigidez modal efectiva del primer modo en la dirección fuerte (modo 2):

$$\tilde{k}_{x_1} = \frac{k_{m_{x_1}}}{\phi_{x_{1,1}}^2} = \left(\frac{2\pi}{T_{x_1}}\right)^2 \cdot \tilde{m}_{x_1} = \left(\frac{2\pi}{1,101[s]}\right)^2 \cdot 138,4[kg] = 4507,3 \left[\frac{N}{m}\right] \quad (5.5)$$

De aquí en adelante, el proceso de diseño se lleva a cabo según lo indicado en el ya referenciado algoritmo de diseño:

1. Para estimar las razones de masa μ_x y μ_y se puede utilizar como parámetro de referencia el valor de respuesta media cuadrática normalizado $\bar{E}[u_x^2]$, ver figura 3.10. Antes de definir valores tentativos para las razones de masa, se induce información del siguiente paso en el proceso de diseño, en el cual se toma como valor inicial de la iteración un factor de forma de $\zeta_y = 0,8$ en la dirección débil. Es claro que el factor de forma en la dirección fuerte (X) será menor que el de la dirección débil (Y) y, además, por cada nueva iteración que se deba realizar sobre la dirección Y , se disminuirá el factor de forma ζ_y . Por lo tanto, considerando lo recién expuesto y las razones de amortiguamiento identificadas, 2,5 % en la dirección X y 1,10 % en la dirección Y , es que partir de las gráficas para $\zeta = 0,6$ y $\zeta = 0,75$ se estiman valores de $\mu_x = 0,21$ y $\mu_y = 0,26$ para alcanzar una reducción cercana al 70 % en la respuesta cuadrática media.

2. Se toma un valor inicial del factor de forma de $\zeta_y = 0,8$, de manera tal de que el TLCD actuante en esta dirección sea de una longitud que permita acomodar un TLCD en la dirección ortogonal. Renombrando $M_{x_{eq}} = \tilde{m}_{x_1}$ y $M_{y_{eq}} = \tilde{m}_{y_1}$, de la ecuación (3.61) se tiene que $m_{f_y} = 4,62[kg]$ (donde la masa del recipiente BTLCD se ha estimado en $3[kg]$).

3. La masa total de líquido en la dirección X se puede calcular a partir de la ecuación (3.62); $m_{f_x} = 4,06[kg]$. Por lo tanto, la masa total de líquido dentro del dispositivo se estima con la ecuación (3.63):

$$m_f = m_{f_x} + \zeta_y m_{f_y} = 7,76[kg] \quad (5.6)$$

4. La razón de frecuencia óptima puede ser calculada con los parámetros obtenidos en los siguientes pasos. Primero, de la ecuación (3.32) se determina el valor de la razón entre la frecuencia modal del dispositivo y la frecuencia de la estructura (asumiendo que el efecto de incorporar masa extra, debido al BTLCD, no afecta considerablemente) $f_y|_{opt}(\xi_p = 0) = 0,965$. Luego, de la ecuación (3.39) se obtiene $\Delta f_y = 0,0112$ para finalmente, de la ecuación (3.36), obtener el valor de la razón de frecuencia óptima: $f_y|_{opt} = 0,976$. La masa total del sistema en la dirección Y es entonces:

$$M_{T_y} = \tilde{m}_{y_1} + m_u + m_f = 131,5[kg] + 3[kg] + 7,76[kg] = 142,26[kg] \quad (5.7)$$

Con esto, el valor de ω_{py} es:

$$\omega_{py} = \sqrt{\frac{\tilde{k}_{y_1}}{M_{T_y}}} = \sqrt{\frac{2255,9 [N/m]}{142,26 [kg]}} = 3,982[rad/s] \quad (5.8)$$

Por lo tanto, la frecuencia modal óptima del disipador en la dirección Y es:

$$\omega_{dy} = f_y|_{OPT} \cdot \omega_{py} = 3,886[rad/s] \quad (5.9)$$

5. Como se mencionó previamente, el valor óptimo de v es 1. Luego, para la dirección Y se fija $v_y = 1$. Esto conlleva a que la longitud total de la columna líquida sea igual a la longitud efectiva de líquido en esta dirección, es decir, aplicar la ecuación (3.64):

$$L_{T_y} = L_{ex} = \frac{2g}{\omega_{dx}^2} = \frac{2 \cdot 9,81[m/s^2]}{(3,886[rad/s])^2} = 1,3[m] \quad (5.10)$$

6. Las dimensiones del BTLCD en la dirección Y ya se pueden calcular. Con la ecuación (3.65), la longitud horizontal de la columna líquida en esta dirección es:

$$L_{hy} = \zeta_y L_{T_y} = 0,8 \cdot 1,3[m] = 1,04[m] \quad (5.11)$$

Con la ecuación (3.66) se logra obtener la longitud vertical de la columna líquida:

$$L_v = \frac{1}{2} (L_{T_y} - L_{hy}) = \frac{1}{2} (1,3[m] - 1,04[m]) = 0,13[m] \quad (5.12)$$

La sección transversal, tanto en el conducto horizontal como en la columna vertical (debido a que $v_y = 1$), se obtiene con la ecuación (3.67):

$$A_y = \frac{m_{f_y}}{L_{T_y} \rho_f} = \frac{4,62[kg]}{1,3[m] \cdot 1000 [kg/m^3]} = 0,0036 [m^2] \quad (5.13)$$

7. El primer paso en la iteración sobre los parámetros asociados a la dirección de análisis X es suponer que la razón de frecuencia en esta dirección es igual a la razón de frecuencia obtenida para la dirección Y , es decir: $f_x^0 = f_y|_{OPT} = 0,976$. Por lo tanto, la masa total del sistema en la dirección X es:

$$M_{Tx} = \tilde{m}_{x_1} + m_u + m_f = 138,4[kg] + 3[kg] + 7,76[kg] = 149,16[kg] \quad (5.14)$$

Así, el valor de ω_{px} es:

$$\omega_{px} = \sqrt{\frac{\tilde{k}_{x_1}}{M_{Tx}}} = \sqrt{\frac{4507,3 [N/m]}{149,16 [kg]}} = 5,497[rad/s] \quad (5.15)$$

Por lo tanto, la frecuencia modal de oscilación para la dirección X es:

$$\omega_{dx}^0 = f_x^0 \cdot \omega_{px} = 0,976 \cdot 5,497[rad/s] = 5,364[rad/s] \quad (5.16)$$

Con esto, es posible determinar la longitud efectiva de la columna líquida en la dirección X mediante la ecuación (3.69):

$$L_{ex} = \frac{2g}{\omega_{dx}^2} = \frac{2 \cdot 9,81[m/s^2]}{(5,364[rad/s])^2} = 0,682[m] \quad (5.17)$$

8. La longitud horizontal del BTLCD en la dirección X se puede calcular a partir de la ecuación (3.71), donde:

$$L_{hx} = \sqrt{\left(\frac{L_{ex} - 2L_v}{A_v}\right) \left(\frac{m_{fx}}{\rho_f} - 2A_v L_v\right)} \quad (5.18)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{0,682[m] - 2 \cdot 0,13[m]}{0,0036[m^2]}\right) \left(\frac{4,06[kg]}{1000[kg/m^3]} - 2 \cdot 0,0036[m^2] \cdot 0,13[m]\right)} \quad (5.19)$$

$$= 0,610[m] \quad (5.20)$$

Por lo tanto, ahora haciendo uso de la ecuación (3.74), la longitud total de la columna líquida en X es:

$$L_{Tx} = L_{hx} + 2L_v = 0,610[m] + 2 \cdot 0,13[m] = 0,870[m] \quad (5.21)$$

9. Aplicando la ecuación (3.72), la razón de área en la dirección X es:

$$v_x = \frac{L_{ey} - 2L_v}{L_{hy}} = \frac{0,682[m] - 2 \cdot 0,13[m]}{0,610[m]} = 0,692 \quad (5.22)$$

En tanto, con la ecuación (3.73), el factor de forma en esta dirección es:

$$\zeta_x = \frac{L_{hx}}{L_{Tx}} = \frac{0,610[m]}{0,870[m]} = 0,701 \quad (5.23)$$

Y la razón entre la longitud de la columna líquida dentro de los conductos horizontales vs la longitud efectiva de la columna líquida en esta dirección es:

$$\alpha_x = \frac{\zeta_x}{\zeta_x (v_x - 1) + 1} = \frac{0,701}{0,701 \cdot (0,692 - 1) + 1} = 0,894 \quad (5.24)$$

10. Ya siendo conocidos los parámetros adimensionales del BTLCD en la dirección X , puede ser calculada la razón de frecuencias a partir de la ecuación (3.36) (se requiere obtener antes el valor de $f_x|_{OPT}$ ($\xi_p = 0$) y Δf_x), lo que lleva a $f_x = 0,979$. Comparando este valor con la razón de frecuencia supuesta en el paso 6 de este procedimiento, se llega a la conclusión que la diferencia corresponde a un 0,33 %, lo que refleja la rápida convergencia del procedimiento de diseño.

En este caso, se utiliza una tolerancia de 0,1 % para la iteración en la dirección X , por lo que es necesario sólo una iteración más para cumplir con el criterio impuesto. Esta nueva iteración modifica levemente las dimensiones del disipador en la dirección X :

- Largo total de la columna líquida: $L_{Tx} = 0,866[m]$
- Razón de áreas: $v_x = 0,689$
- Área transversal de los conductos horizontales: $A_x = \frac{A_v}{v_x} = 0,0052[m^2]$
- Factor de forma: $\zeta_x = 0,7$

Con estos resultados, es posible obtener la altura de la sección transversal de los conductos horizontales, la cual es independiente de la dirección de análisis:

$$h = \frac{1}{2}\sqrt{2A_x} = 0,051[m] \quad (5.25)$$

Por lo tanto, ahora se puede evaluar la máxima longitud permitida para asegurar que la columna vertical siempre tenga líquido:

$$L_{max} = L_v - \frac{h}{2} = 0,13[m] - \frac{0,051[m]}{2} = 0,105[m] \quad (5.26)$$

Acá es necesario considerar otro criterio de cumplimiento de diseño: Por decisión de diseño, se ha establecido como requerimiento de seguridad que la longitud máxima permitida no sea menor que 0,13[m], ya que con este es suficiente para asegurar que en los ensayos que se realicen, el nivel de agua se mantenga siempre dentro de la columna vertical.

Cuando este último criterio no se satisface, el procedimiento de diseño debe ser realizado de nuevo desde su primer paso, claro que se debe comenzar con un factor de forma para la dirección Y menor al cual con que se hizo el primer intento. Si se disminuye el valor original de ζ_y en un 2 %, el procedimiento converge después de tres iteraciones del algoritmo completo (y cada una de dichas iteraciones comprende dos iteraciones asociadas a los parámetros de la dirección X). Los resultados finales son resumidos en las tablas 5.9 y 5.10.

Tabla 5.9: *Parámetros para las direcciones horizontales del BTLCD*

Parámetro	Dirección X	Dirección Y
Razón de masas, μ	0,021	0,026
Razón de áreas, ν	0,655	1,000
Factor de Forma	0,628	0,753
Masa de la columna líquida, m_f [kg]	4,357	4,925
$\alpha = \frac{L_h}{L_{eff}}$	0,802	0,753
Frecuencia natural del nuevo sistema, ω_p [rad/s]	5,492	3,978
Razón óptima de frecuencias, $f _{OPT}$	0,980	0,976
Frecuencia natural del disipador, ω_d [rad/s]	5,383	3,884
Longitud efectiva, L_{eff} [m]	0,543	0,979
Longitud horizontal, L_h [m]	0,543	0,979
Longitud total, L_T [m]	0,864	1,301
Área transversal, A [m ²]	0,0029	0,0019
Ancho de la sección transversal, w [m]	0,054	0,035
Altura de la sección transversal, h [m]	0,054	0,054

Tabla 5.10: *Parámetros para la dirección vertical del BTLCD*

Parámetro	Valor
Longitud vertical de la columna líquida, L_v [m]	0,161
Área transversal, A_v [m ²]	0,0019
Desplazamiento máximo permitido de la superficie libre, L_{max} [m]	0,134

Capítulo 6

Resultados experimentales

6.1. Ensayos sólo con el BTLCD

Luego de haber construido el BTLCD diseñado en el capítulo anterior, se procedió a hacer pruebas experimentales para verificar sus propiedades dinámicas. Los primeros ensayos se realizaron en la mesa vibradora unidireccional del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile. En ellos se utilizó un registro de ruido blanco filtrado, (no obstante éste fue reproducido de la manera que se muestra en la figura 6.1) que excitó al dispositivo orientado en diferentes ángulos. Al posicionarse el BTLCD directamente sobre la mesa vibradora, es claro que las ecuaciones (3.21) y (3.22) pasan a ser (omitiendo los sub-índices direccionales):

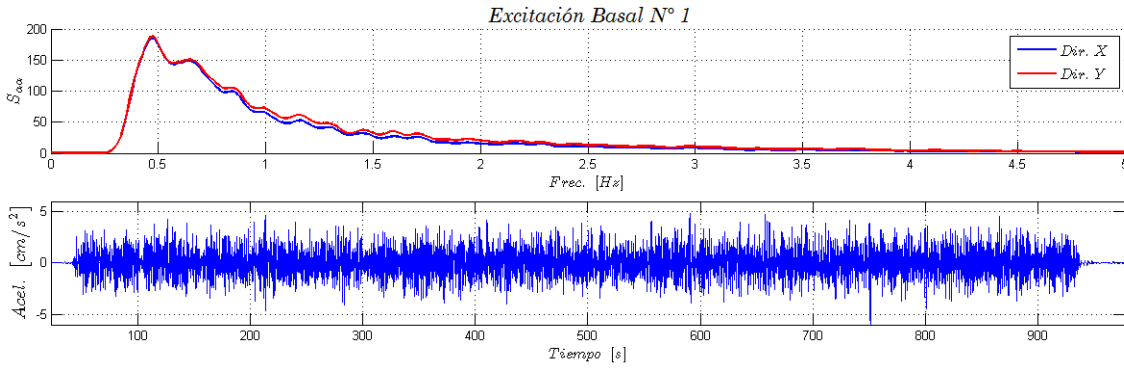


Figura 6.1: *Excitación basal utilizada en los ensayos realizados con la mesa vibradora unidireccional.*

$$\ddot{u}_d + 2v\omega_d\xi_d\dot{u}_d + \omega_d^2 u_d = -\alpha v\ddot{u}_g \quad (6.1)$$

Si posteriormente se aplica la transformada de Fourier a esta última expresión, es posible definir la función de transferencia entre la aceleración basal y el desplazamiento del flujo en el conducto horizontal de la siguiente manera:

$$H_d(\omega) = \frac{U_d(\omega)}{\ddot{U}_g(\omega)} = \frac{-\alpha v}{\omega_d^2 - \omega^2 + i2v\xi_d\omega_d\omega} \quad (6.2)$$

La función de transferencia entre el desplazamiento vertical de la superficie libre de líquido en las columnas verticales del BTLCD y la aceleración basal se puede obtener a partir de la conservación de caudales para un fluido incompresible:

$$u_z(t) = \pm \frac{u_{dx}(t)}{v_x} \pm \frac{u_{dy}(t)}{v_y} \quad (6.3)$$

$$\rightarrow U_z(\omega) = \pm \frac{H_{dx}(\omega)\ddot{U}_{gx}(\omega)}{v_x} \pm \frac{H_{dy}(\omega)\ddot{U}_{gy}(\omega)}{v_y} \quad (6.4)$$

La ecuación (6.4) puede ser re-escrita para el caso del ensayo en la mesa vibradora unidireccional ya que las aceleraciones basales en las direcciones X e Y (direcciones principales del BTLCD) son una descomposición de la aceleración generada por la mesa vibradora:

$$U_z(\omega) = \left(\pm \frac{\sin(\theta)}{v_x} H_{dx}(\omega) \pm \frac{\cos(\theta)}{v_y} H_{dy}(\omega) \right) \ddot{U}_g(\omega) \quad (6.5)$$

donde θ es el ángulo entre la dirección Y del BTLCD y la dirección de movimiento de la mesa vibradora. Es claro que los signos \pm hacen referencia a los distintos desplazamientos que tienen las superficies libres de líquido en las cuatro diferentes columnas verticales del BTLCD. Entonces, la **función de transferencia entre el desplazamiento vertical de la superficie libre de líquido en las columnas verticales del BTLCD y la aceleración basal de la mesa unidireccional** queda definida como:

$$H_z(\omega) = \pm \frac{\sin(\theta)}{v_x} H_{dx}(\omega) \pm \frac{\cos(\theta)}{v_y} H_{dy}(\omega) \quad (6.6)$$

En la figura 6.2 se muestra la comparación entre la función de transferencia obtenida a partir de la ecuación(6.6) y la obtenida experimentalmente. Es posible notar una pequeña diferencia entre lo medido experimentalmente y lo predicho teóricamente para el caso en que la orientación del BTLCD respecto a la mesa vibradora es de 30° y de 45° . Un hecho que no es capturado por la deducción teórica de la función de transferencia es que al entrar en funcionamiento las columnas líquidas en una dirección, se ve modificada la cantidad de fluido (agua en este caso) de las columnas líquidas en la otra dirección. Pero, si ambas direcciones fuesen excitadas con la misma energía, sería difícil decir a priori que las columnas líquidas de una dirección perjudicarán el rendimiento de las columnas en el otro sentido. No obstante, si el movimiento conlleva más energía asociada a una frecuencia de oscilación, es posible esperar que la columna líquida que controlan la oscilación asociada a la otra frecuencia natural, disminuya en cierto grado su eficiencia. Esto puede ser lo que ocurrió en los ensayos realizados para obtener las funciones de transferencia mostradas en la ya mencionada figura 6.2. Este efecto no se apreciaría para la orientación del BTLCD en 60° puesto que en este caso es la dirección de la columnas líquidas que controlan la frecuencia mayor las que están más alineadas en la dirección del movimiento de la mesa vibradora, por lo que la descomposición vectorial del movimiento compensaría el hecho que el movimiento de la mesa inyecta más energía de excitación en la primera frecuencia natural del sistema. No obstante lo anterior, se puede notar un bastante buen ajuste de la teoría a lo experimental, lo cual no sólo habla sobre una buena predicción de la respuesta en el tiempo, sino que también de un buen ajuste en el amortiguamiento estimado.

Por otra parte, para validar la ecuación (4.23) se identifica experimentalmente el amortiguamiento en X y en Y para diferentes rangos de tiempo a partir de la respuesta del movimiento de la superficie libre de líquido en el ensayo con la mesa vibradora unidireccional y el BTLCD orientado en 90 y en 0 . Posteriormente, y a modo de tener una mayor cantidad de puntos para hacer más representativa la muestra, se realizaron dos ensayos más de ruido blanco filtrado (ver figuras 6.3 y 6.4) para identificar el amortiguamiento para diferentes rangos de tiempo de la respuesta ante dichas excitaciones.

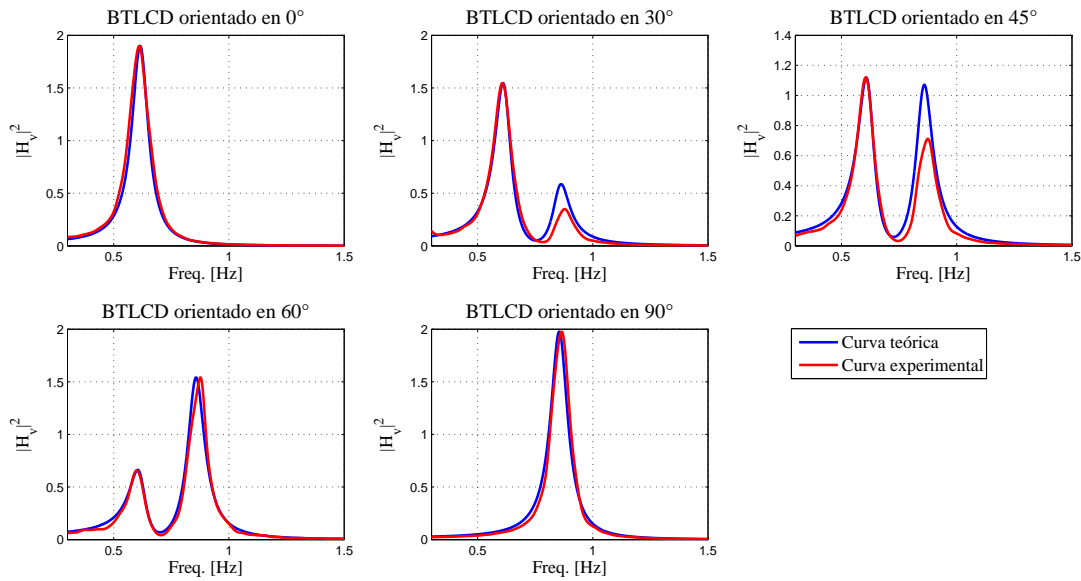


Figura 6.2: Comparación entre la función de transferencia obtenida experimentalmente y la predicha por la teoría para los ensayos en la mesa vibradora unidireccional.

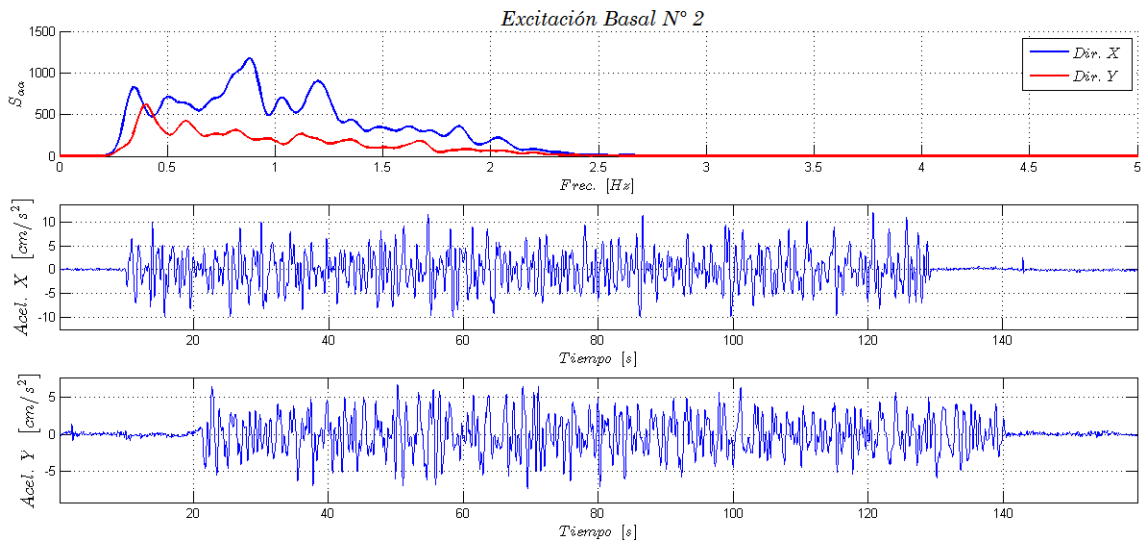


Figura 6.3: Segundo registro basal tipo ruido blanco filtrado utilizado para identificar propiedades dinámicas del BTLCD

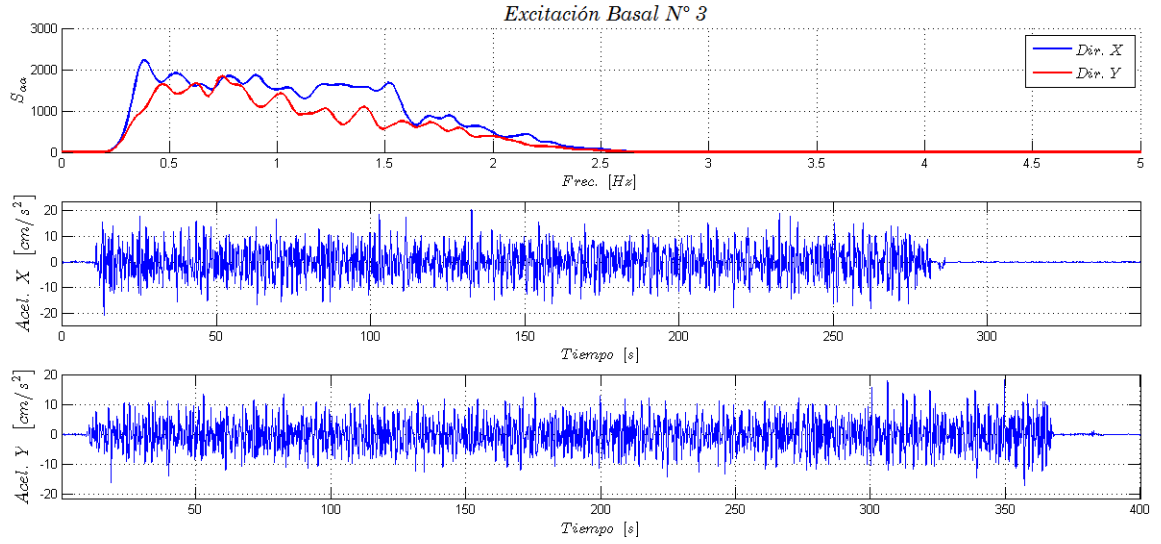


Figura 6.4: Tercer registro basal tipo ruido blanco filtrado utilizado para identificar propiedades dinámicas del BTLCD

Los resultados que comparan la identificación experimental del amortiguamiento con los predichos por la teoría a partir de la ecuación (4.23) se presentan en la figura 6.5. Es pertinente aclarar que, dado el proceso de diseño, se conoce la masa de líquido efectiva en ambas direcciones m_{ex} y m_{ey} , las frecuencias de oscilación del disipador ω_{dx} y ω_{dy} , la densidad del fluido (agua) ρ_f , la sección transversal de los conductos horizontales A_{hx} y A_{hy} y también, gracias al estudio experimental de J.C Wu et al. [25], se conoce el coeficiente de pérdida η_x y η_y . Por lo tanto, la ecuación (4.23) se ocupa para conocer el amortiguamiento que se espera tener ante distintas excitaciones, caracterizándolas sólo por la desviación estándar de la velocidad del flujo dentro de los conductos horizontales del dispositivo. En la mencionada figura se puede ver un buen ajuste promedio entre lo experimental y lo teórico. Los resultados en la dirección X presentan una mayor dispersión y, para velocidades mayores, el valor promedio de lo medido experimentalmente queda un tanto por encima de lo predicho por la ecuación (4.23), lo que se puede atribuir al cambio de sección que hay entre la columna vertical y el conducto horizontal en esta dirección. No obstante, esto no hace que la curva teórica deje de ser representativa, ya que los valores siguen siendo bastante cercanos, tal como lo dice la tabla 6.1, donde se presentan los valores promedio de amortiguamiento por ensayo.

Tabla 6.1: Amortiguamientos promedio para los ensayos de excitación basal presentados

Ensayo	Dirección X				Dirección Y			
	$E \{ \ddot{u}_{gx}^2 \}$ [cm^2/s^4]	ξ_{teo} [%]	ξ_{exp} [%]	$E \{ \ddot{u}_{gy}^2 \}$ [cm^2/s^4]	ξ_{teo} [%]	ξ_{exp} [%]		
Exc. Basal 1	1,48	4,38	4,41	1,68	6,72	6,70		
Exc. Basal 2	14,12	6,74	7,21	6,43	7,88	8,12		
Exc. Basal 3	33,11	9,51	10,45	22,46	13,26	13,09		

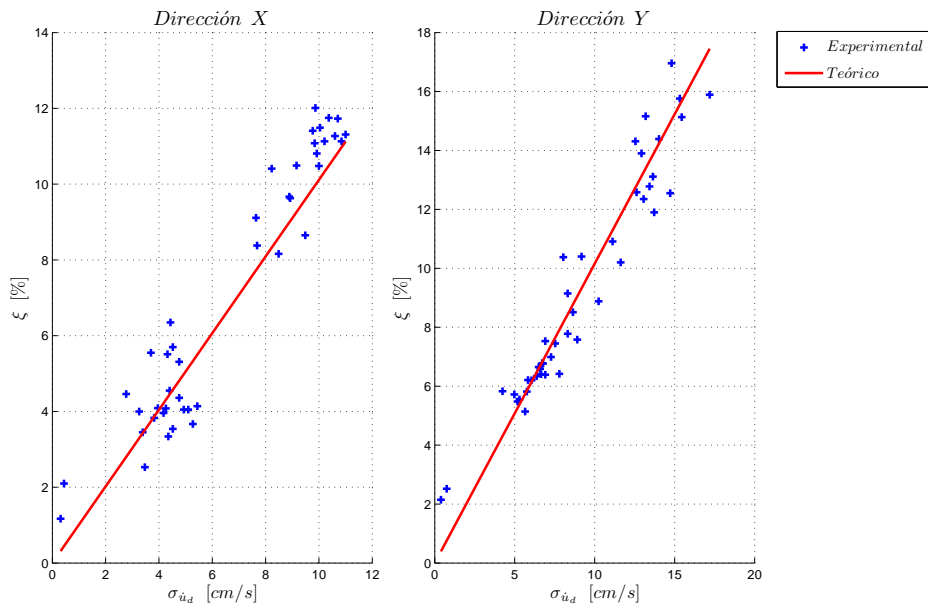


Figura 6.5: Amortiguamiento identificado experimentalmente versus el amortiguamiento obtenido con la ecuación (4.23)

6.2. Ensayos con la estructura a controlar

Una vez analizadas y verificadas las propiedades dinámicas del BTLCD, se procede a realizar ensayos con registros sísmicos a la estructura en su configuración sin BTLCD y con BTLCD, con objeto de comparar la respuesta estructural, esperando verificar reducciones en la configuración que implementa al disipador. Los registros sísmicos, indicados en la tabla 6.2, son aplicados en la base del modelo con la ayuda de la mesa de vibrar tridimensional del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile. La respuesta de la estructura se registra por medio de acelerómetros, disponiéndose dos de ellos por nivel (uno en cada dirección principal) para el caso de la base, del piso inferior y del piso intermedio, y cuatro de ellos en el piso superior (dos por cada dirección principal, de manera de ser redundante para poder capturar efectos de torsión).

Tabla 6.2: Registros utilizados para analizar el comportamiento de la estructura

Nro.	Terremoto	Estación	Canales	Escala [%]
1	Maule 2010	Concepción Centro	L, T	4,5
2	Maule 2010	Constitución	L, T	10
3	Maule 2010	Llolleo	L, T	20
4	Maule 2010	Maipú	EW, NS	21
5	Valparaíso 1985	Valparaíso, UTFSM	70, 160	40
6	Maule 2010	Valparaíso, UTFSM	L, T	60
7	El Centro 1940	El Centro Terminal Substation	EW, NS	22
8	Loma Prieta 1989	Gilroy 3	0, 90	15
9	Loma Prieta 198	Yerba Buena Island	0, 90	15
10	Northridge 1994	Arleta - Nordhoff Ave Fire Station	EW, NS	40

El espectro de potencia de las aceleraciones de los registros reproducidos por la mesa vibradora se determinan a partir de la aceleración medida por los acelerómetros ubicados en la base de la estructura. Esto se grafica en las figuras 6.6 a la 6.15.

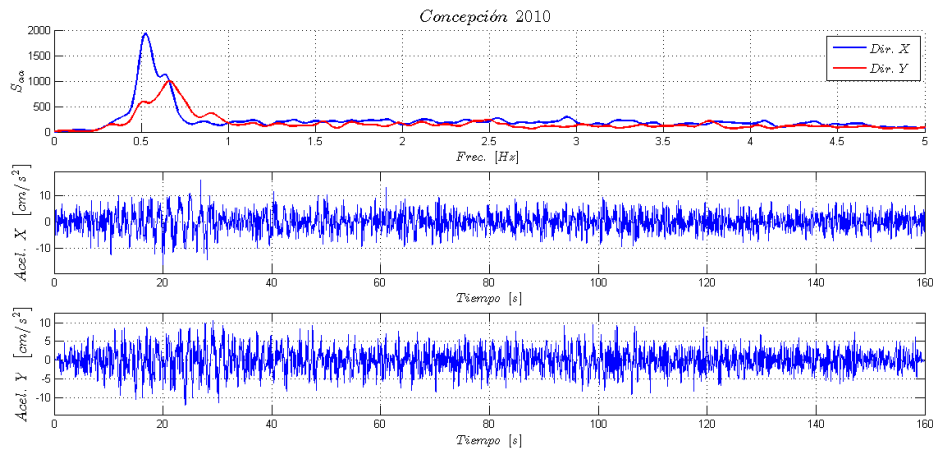


Figura 6.6: Aceleración basal y su espectro de potencia, Concepción 2010

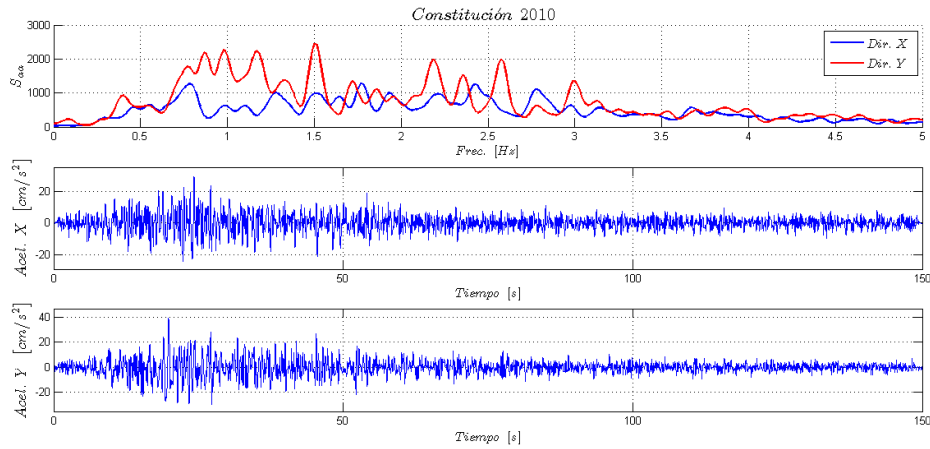


Figura 6.7: Aceleración basal y su espectro de potencia, Constitución 2010

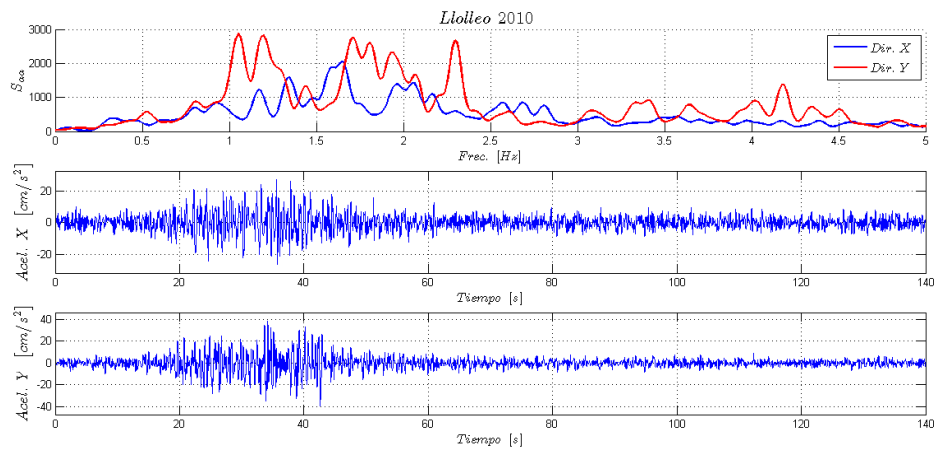


Figura 6.8: Aceleración basal y su espectro de potencia, Lolleo 2010

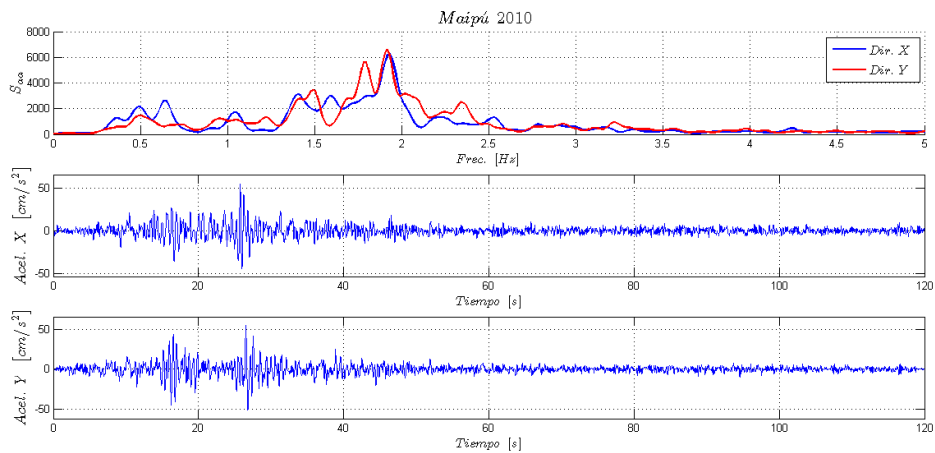


Figura 6.9: Aceleración basal y su espectro de potencia, Maipú 2010

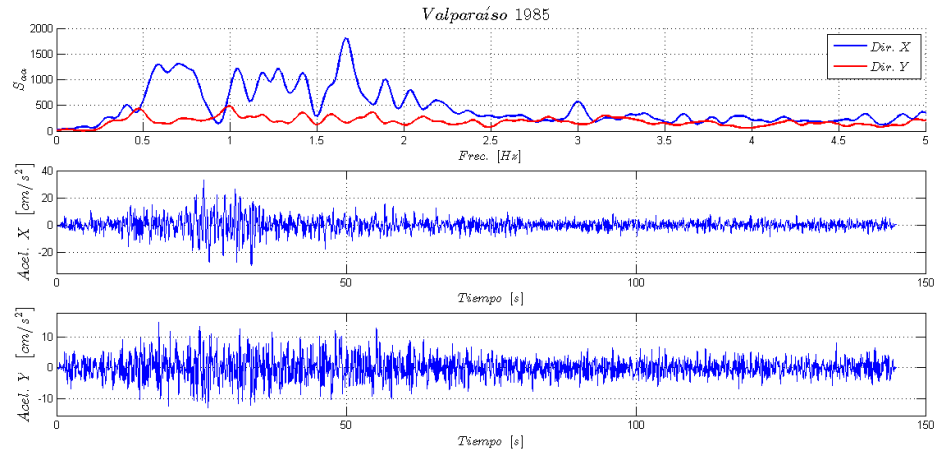


Figura 6.10: Aceleración basal y su espectro de potencia, Valparaíso 1985

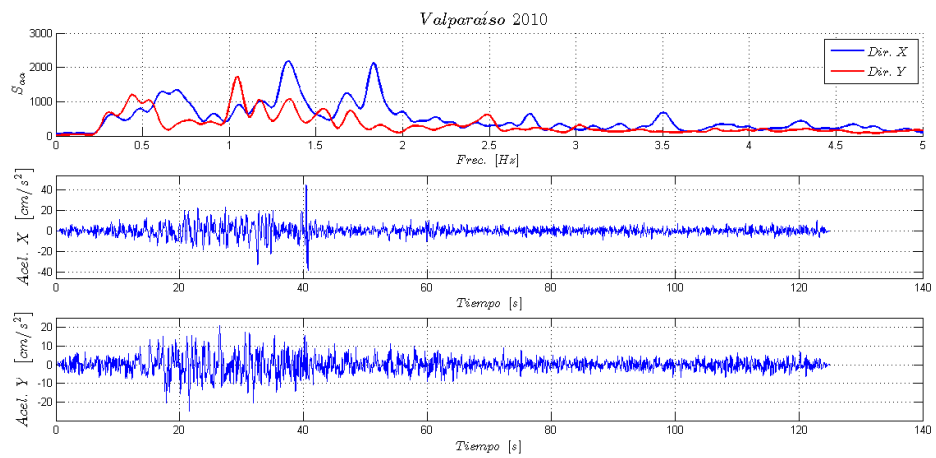


Figura 6.11: Aceleración basal y su espectro de potencia, Valparaíso 2010

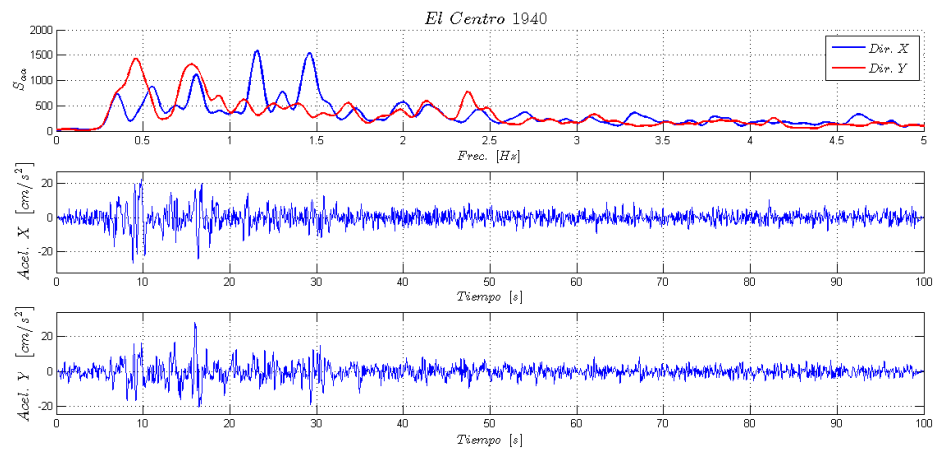


Figura 6.12: Aceleración basal y su espectro de potencia, El Centro 1940

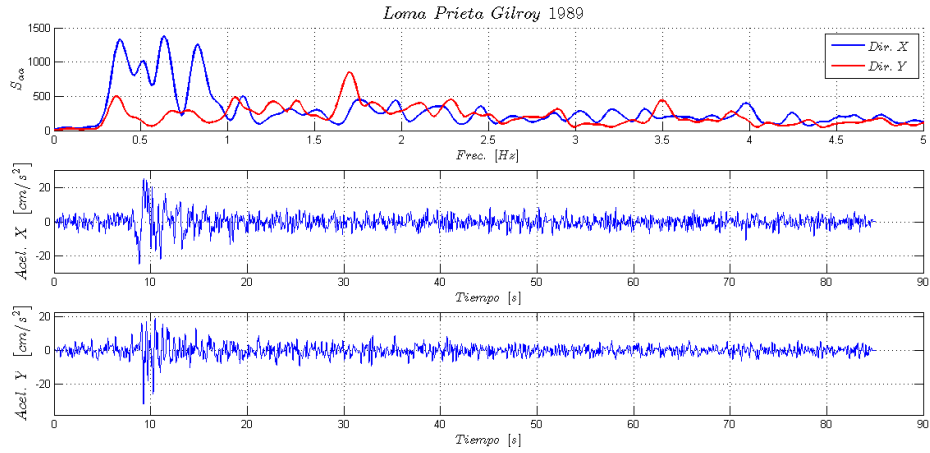


Figura 6.13: Aceleración basal y su espectro de potencia, Loma Prieta Gilroy 1989

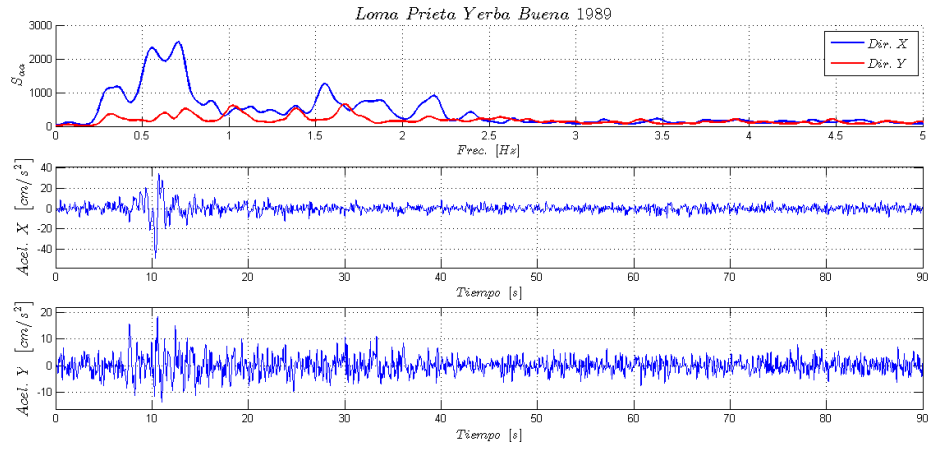


Figura 6.14: Aceleración basal y su espectro de potencia, Loma Prieta Yerba Buena 1989

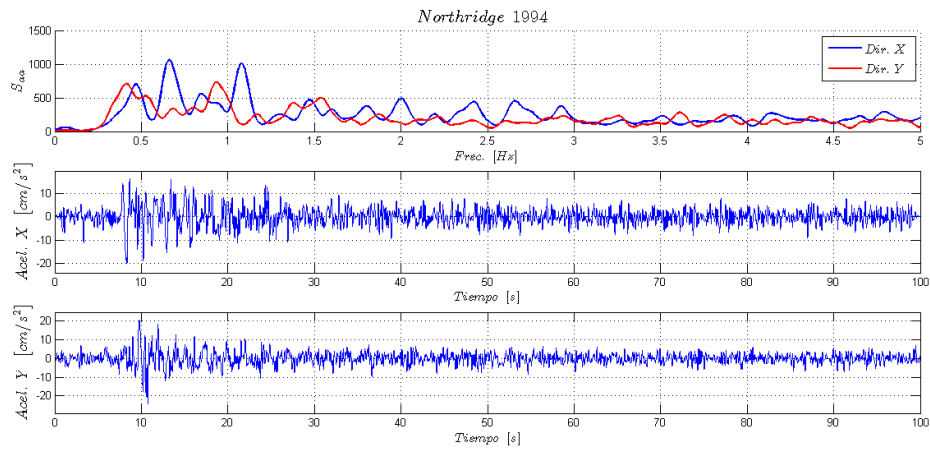


Figura 6.15: Aceleración basal y su espectro de potencia, Northridge 1994

Como se induce del primer párrafo de esta sección, la estructura se somete dos veces a cada uno de estos registros sísmicos; primero en su configuración original y posteriormente en la configuración con el BTLCD implementado. Para comparar la respuesta estructural, se evalúan los siguientes parámetros:

- (a) Máximo desplazamiento, velocidad y aceleración de cada nivel y en cada dirección.
- (b) Intensidad de Arias y Root Mean Square (RMS).
- (c) Amortiguamiento identificado experimentalmente para cada modo controlado.
- (d) Duración del movimiento fuerte

Para obtener la duración de movimiento fuerte se utiliza el criterio de Trifunac y Brady [9], el cual establece que para un registro de aceleraciones, el movimiento fuerte está determinado por el intervalo durante el cual se concentra entre el 5% y el 95% del aporte de la integral del cuadrado de las aceleraciones de dicho registro ($\int a^2 dt$). El valor de la duración del movimiento fuerte de cada registro se utiliza también para obtener el RMS. Por otra parte, la identificación del amortiguamiento modal del sistema se lleva a cabo mediante el método MOESP, el cual ya se introdujo en el capítulo 5.

Las figuras 6.16 a la 6.25 muestran la respuesta de desplazamiento en el tiempo en ambas direcciones del piso superior de la estructura y el espectro de potencia obtenido con el registro de aceleraciones. Como se sabe del capítulo 5, el nivel superior está instrumentado con dos acelerómetros para lograr capturar los efectos de la torsión; por lo tanto, los espectros de potencia de aceleraciones del nivel superior que se presentan en las siguientes figuras, son efectivamente calculados a partir de uno de dichos acelerómetros en cada dirección de análisis (es decir, no se calcula el promedio de aceleraciones registradas por cada par de acelerómetros dispuestos en cada dirección, pues ello iría en contra de lograr identificar la presencia de torsión). Además, en las figuras se establece inmediatamente la comparación entre la configuración de la estructura sin BTLCD y con BTLCD, donde ya se puede notar casos en los que el dispositivo efectivamente sirve para controlar la respuesta estructural en al menos una dirección y otros casos donde no hay efecto o bien, su desempeño perjudica el comportamiento de la estructura. No obstante, cabe hacer notar de los espectros de potencia que en casi todos los ensayos sísmicos, la respuesta estructural está dada en gran parte por modos superiores, siendo éste uno de los factores principales por la que el desempeño del BTLCD no es lo esperado, puesto que uno de los supuestos en la teoría es que la respuesta de la estructura original (sin BTLCD) está controlada por los dos primeros modos de vibrar ortogonales entre sí, siendo despreciable el aporte de los modos superiores. Este supuesto se cumple bien para la respuesta ante el registro de Concepción 2010, Northridge 1994 y para la respuesta en la dirección X de los registros de Valparaíso 1985, El Centro 1940, Loma Prieta Gilroy 1989 y Loma Prieta Yerba Buena 1989. Llama la atención el caso de la respuesta ante el registro de Valparaíso 2010, ya que se ve que para el caso de la configuración sin BTLCD la respuesta en ambas direcciones efectivamente está controlada por el primer modo de vibrar en cada dirección y, sin embargo, al implementar el BTLCD se ve que sólo en la dirección X se obtiene una reducción en la energía, mientras que en la dirección Y la respuesta queda prácticamente idéntica. Por otra parte, hay casos en los que el primer modo de vibrar es el más importante la respuesta estructural, pero no se puede despreciar la participación de un modo superior en ella, puesto que también se ve que está presenta de manera notoria en la respuesta y, a pesar de ello, el BTLCD hace efecto reduciendo la respuesta; este es el caso de la dirección X en Constitución 2010 y Lolleo 2010. También se ven situaciones en las que el primer modo no es el que controla la respuesta estructural pero al implementar el BTLCD de todas formas se aprecia una reducción en su participación, como lo es el caso de la dirección Y en Valparaíso 1985 y Loma Prieta Gilroy 1989. Para desarrollar un análisis más acabado, en las figuras 6.26 a la 6.45 se establece gráficas de comparación de las respuestas máximas por piso.

Espectros de potencia y desplazamiento del nivel superior, Concepción 2010

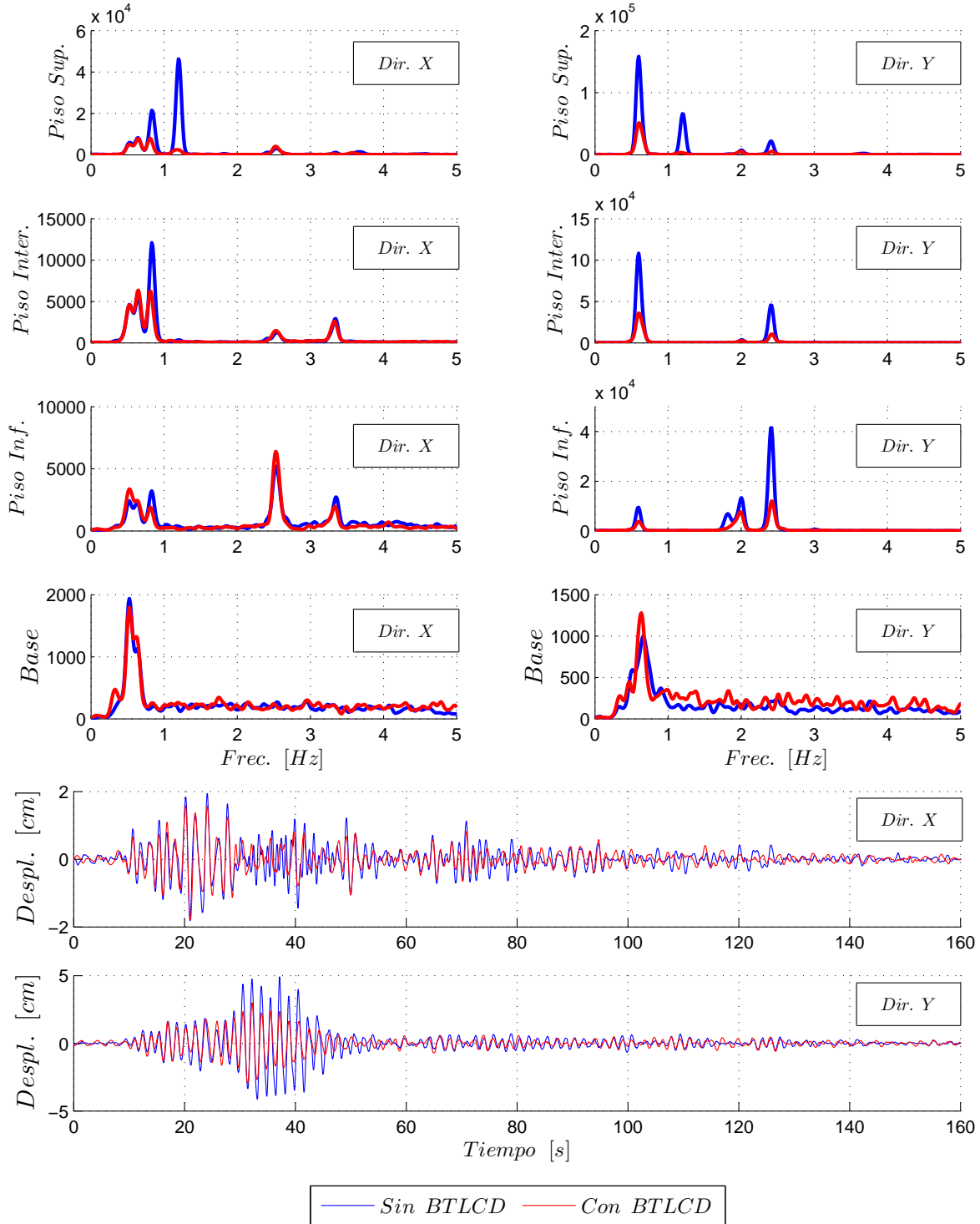


Figura 6.16: *Espectros de potencia de aceleraciones de todos los niveles y series de tiempo de desplazamiento sólo del nivel superior, Concepción 2010.*

Espectros de potencia y desplazamiento del nivel superior, Constitución 2010

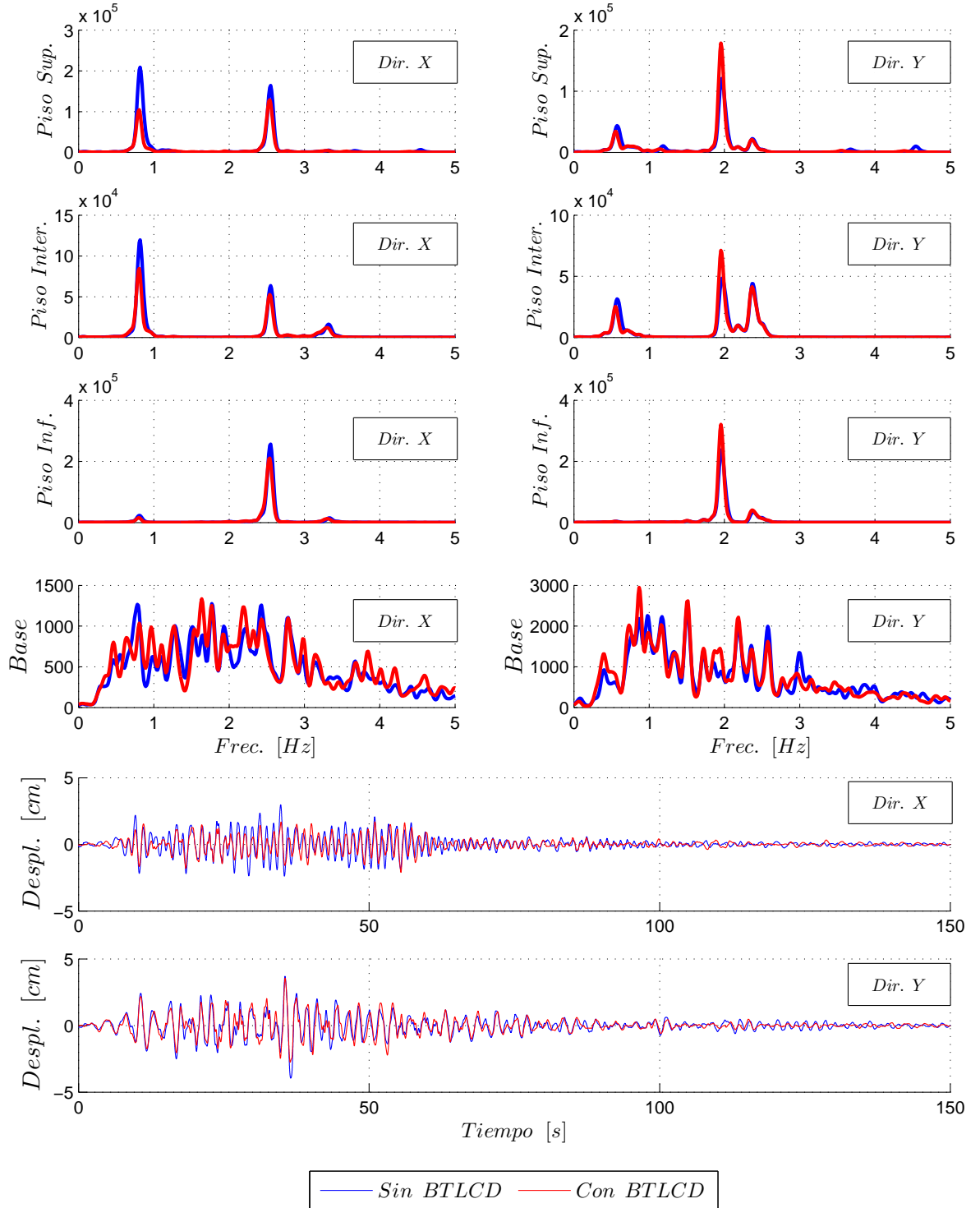


Figura 6.17: *Espectros de potencia de aceleraciones de todos los niveles y series de tiempo de desplazamiento sólo del nivel superior, Constitución 2010.*

Espectros de potencia y desplazamiento del nivel superior, Lolloo 2010

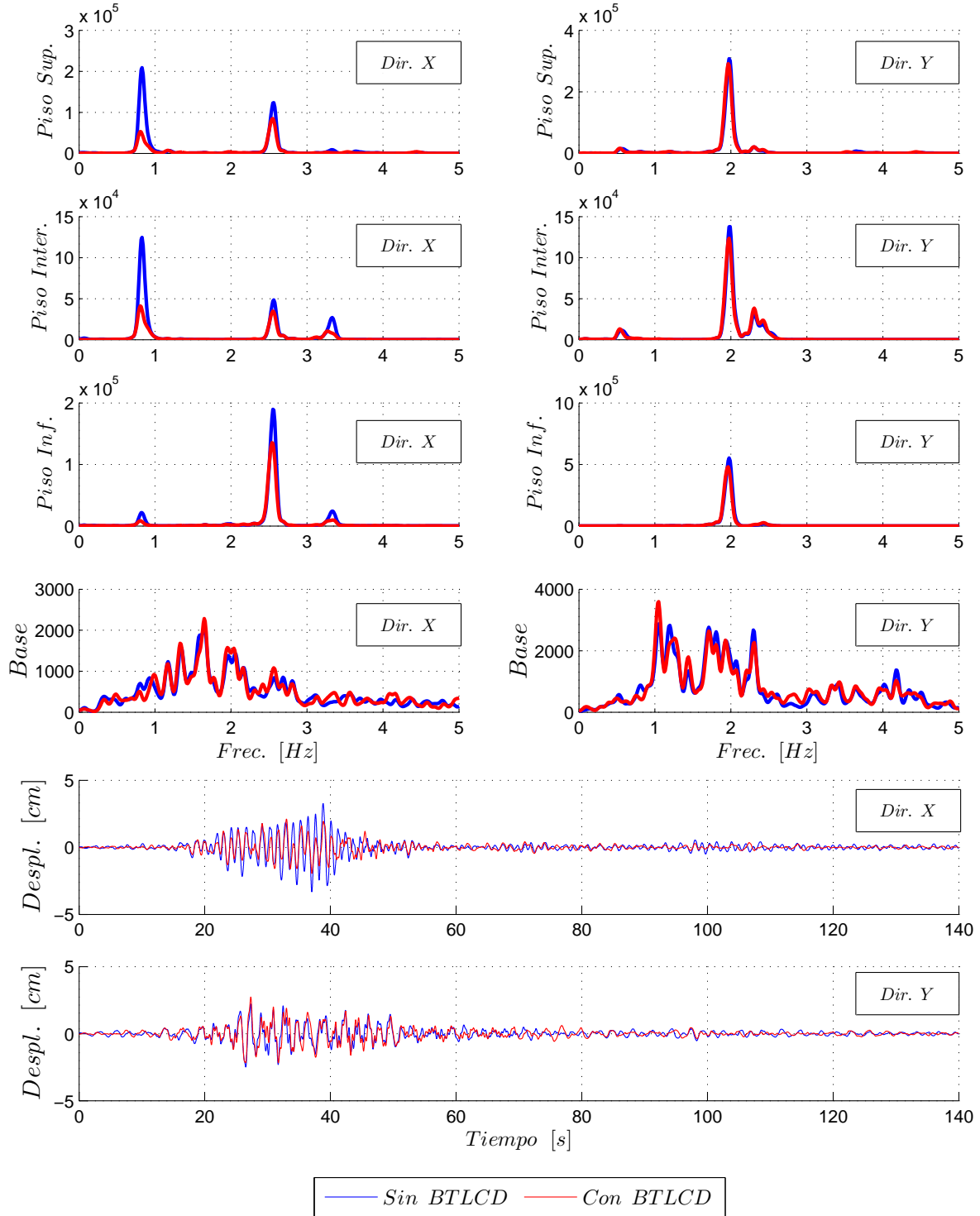


Figura 6.18: Espectros de potencia de aceleraciones de todos los niveles y series de tiempo de desplazamiento sólo del nivel superior, Lolloo 2010.

Espectros de potencia y desplazamiento del nivel superior, Maipú 2010

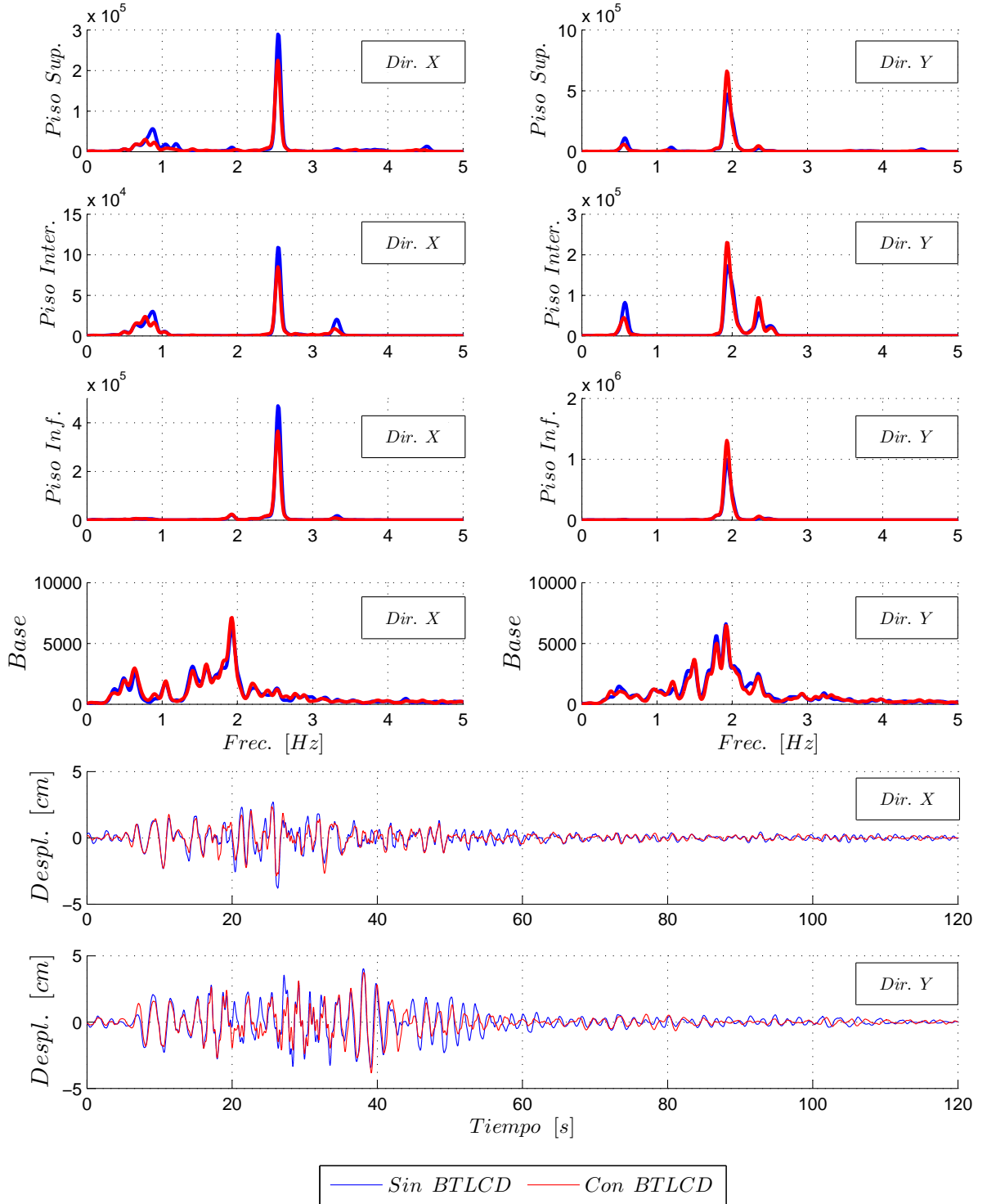


Figura 6.19: *Espectros de potencia de aceleraciones de todos los niveles y series de tiempo de desplazamiento sólo del nivel superior, Maipú 2010.*

Espectros de potencia y desplazamiento del nivel superior, Valparaíso 1985

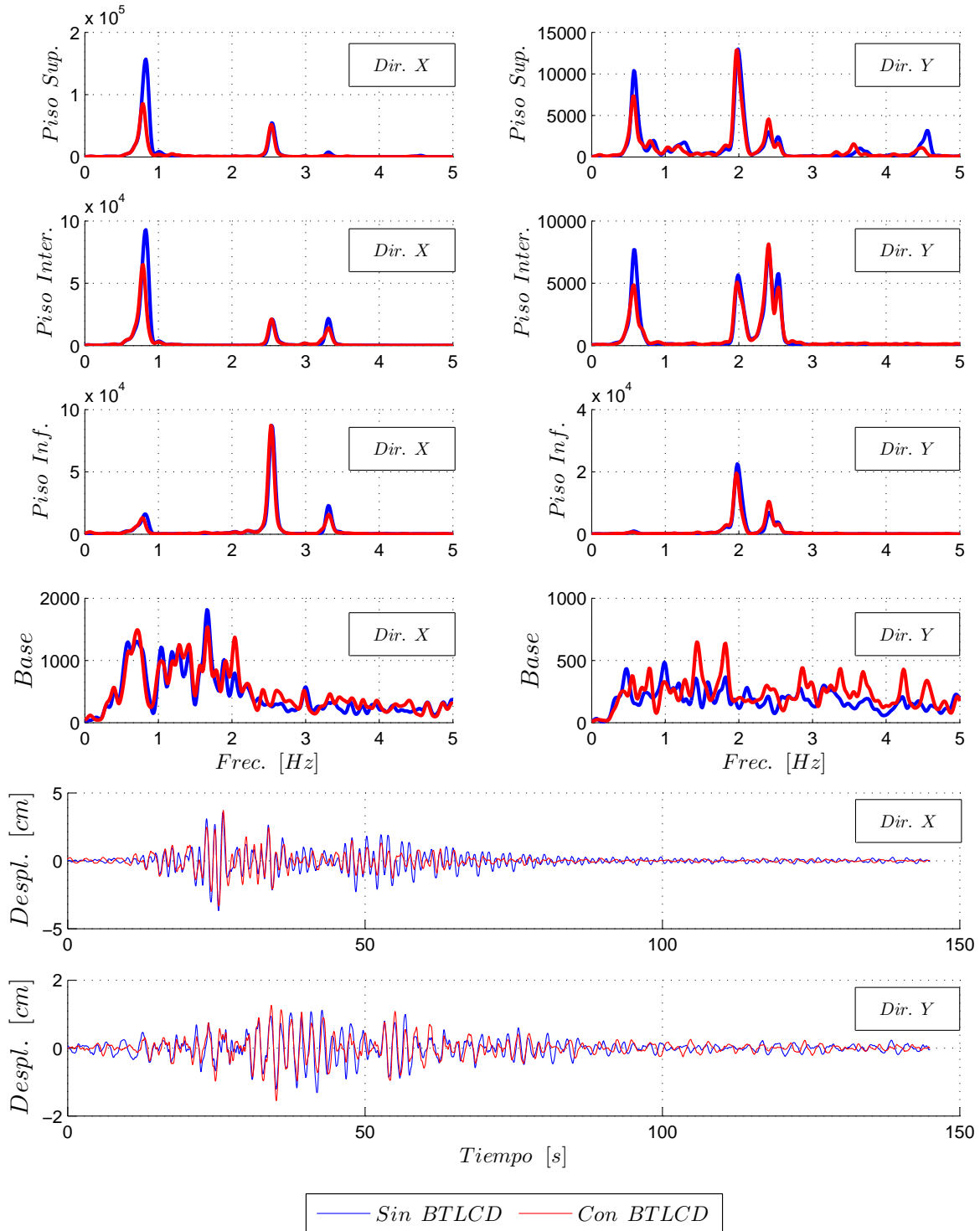


Figura 6.20: Espectros de potencia de aceleraciones de todos los niveles y series de tiempo de desplazamiento sólo del nivel superior, Valparaíso 1985.

Espectros de potencia y desplazamiento del nivel superior, Valparaíso 2010

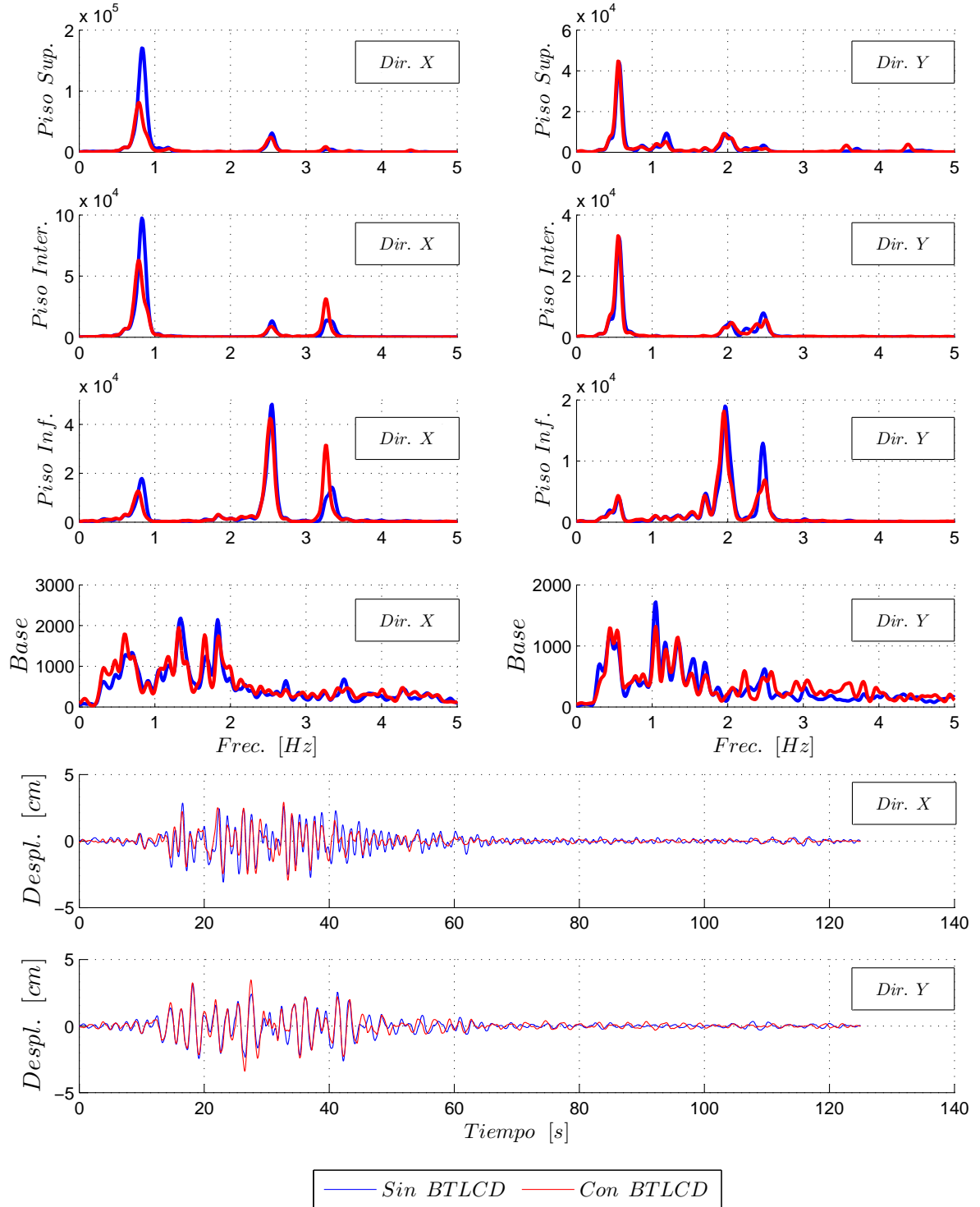


Figura 6.21: *Espectros de potencia de aceleraciones de todos los niveles y series de tiempo de desplazamiento sólo del nivel superior, Valparaíso 2010.*

Espectros de potencia y desplazamiento del nivel superior, El Centro 1940

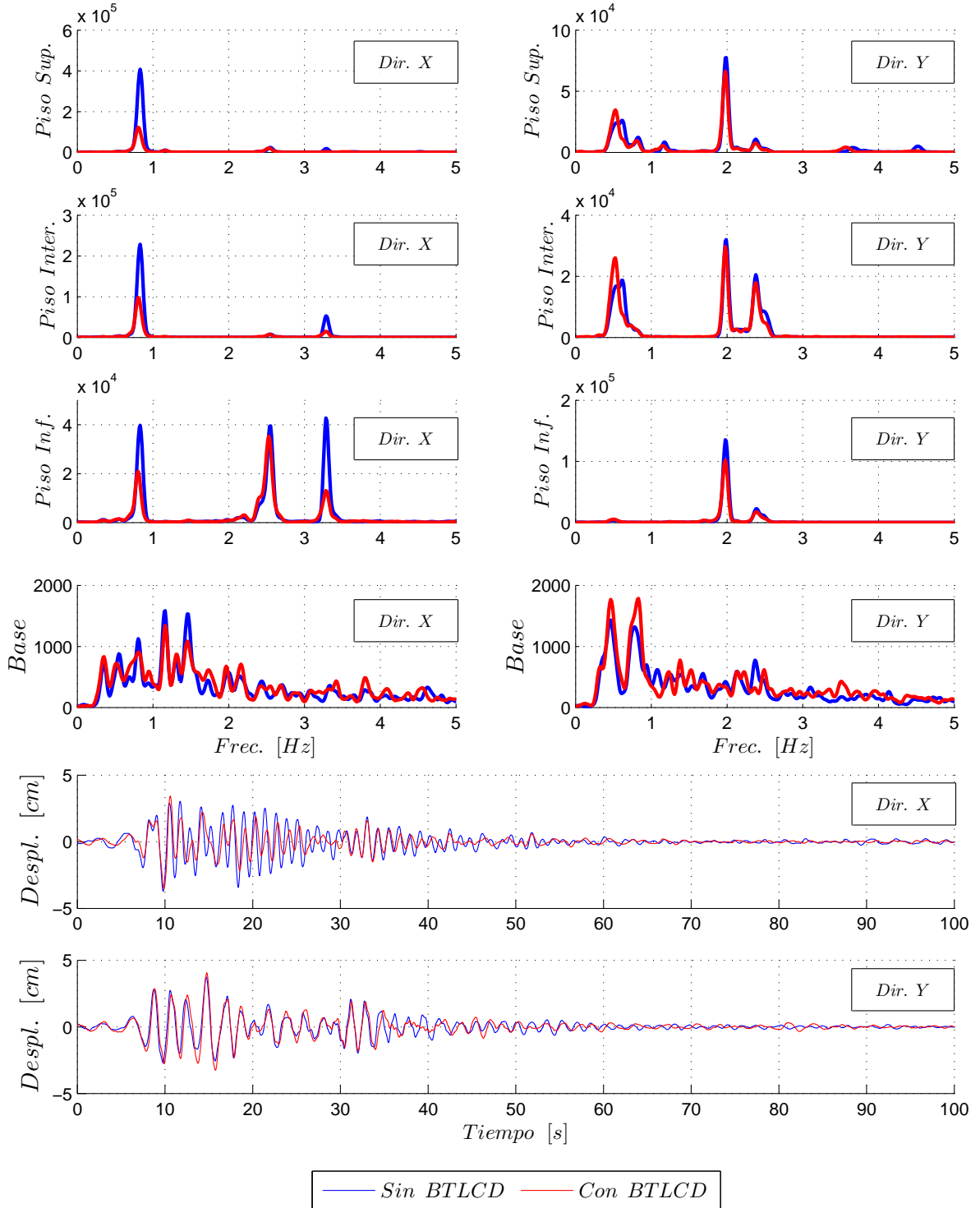


Figura 6.22: Espectros de potencia de aceleraciones de todos los niveles y series de tiempo de desplazamiento sólo del nivel superior, El Centro 1940.

Espectros de potencia y desplazamiento del nivel superior, Loma Prieta Gilroy 1989

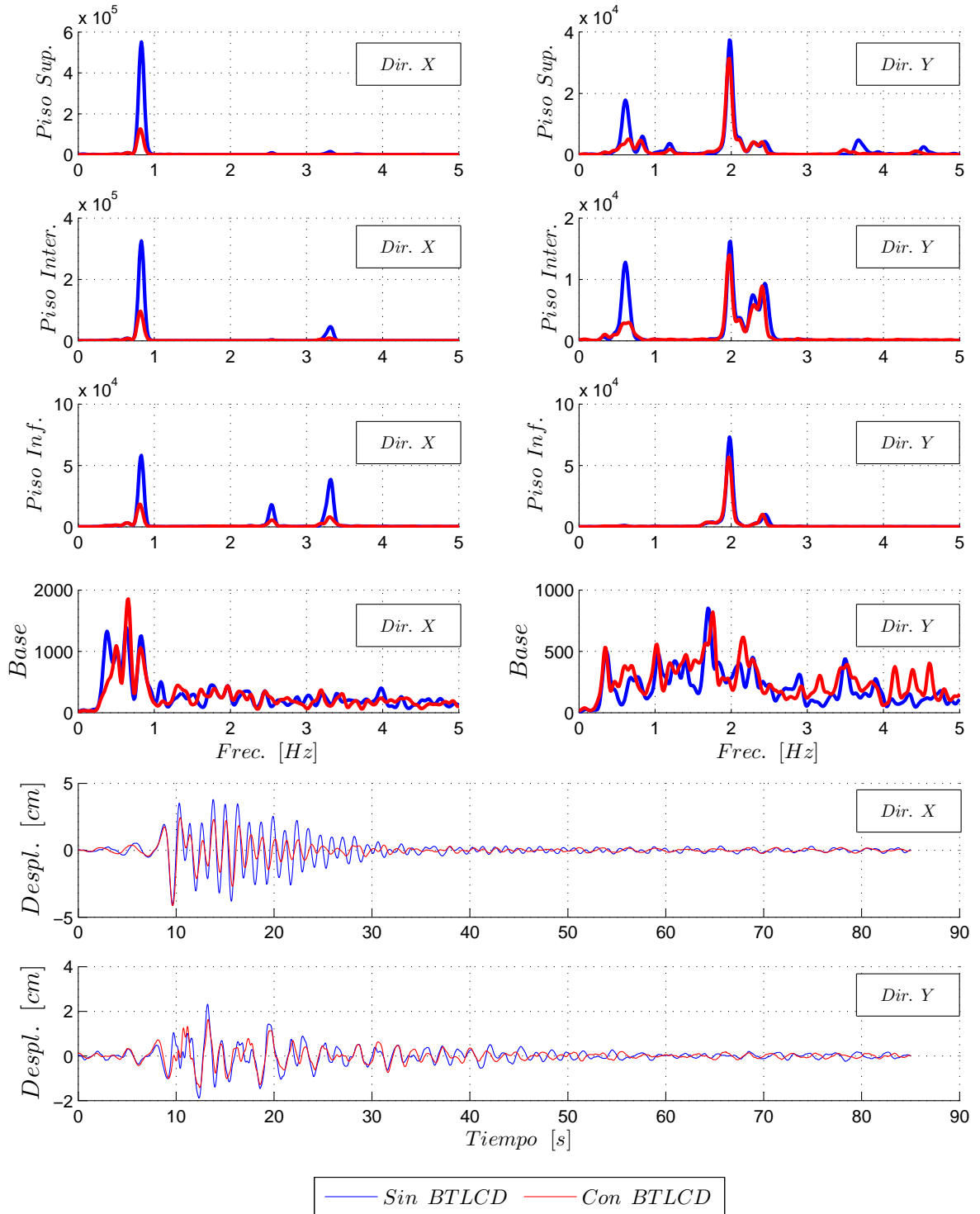


Figura 6.23: *Espectros de potencia de aceleraciones de todos los niveles y series de tiempo de desplazamiento sólo del nivel superior, Loma Prieta Gilroy 1989.*

Espectros de potencia y desplazamiento del nivel superior, Loma Prieta Yerba Buena 1989

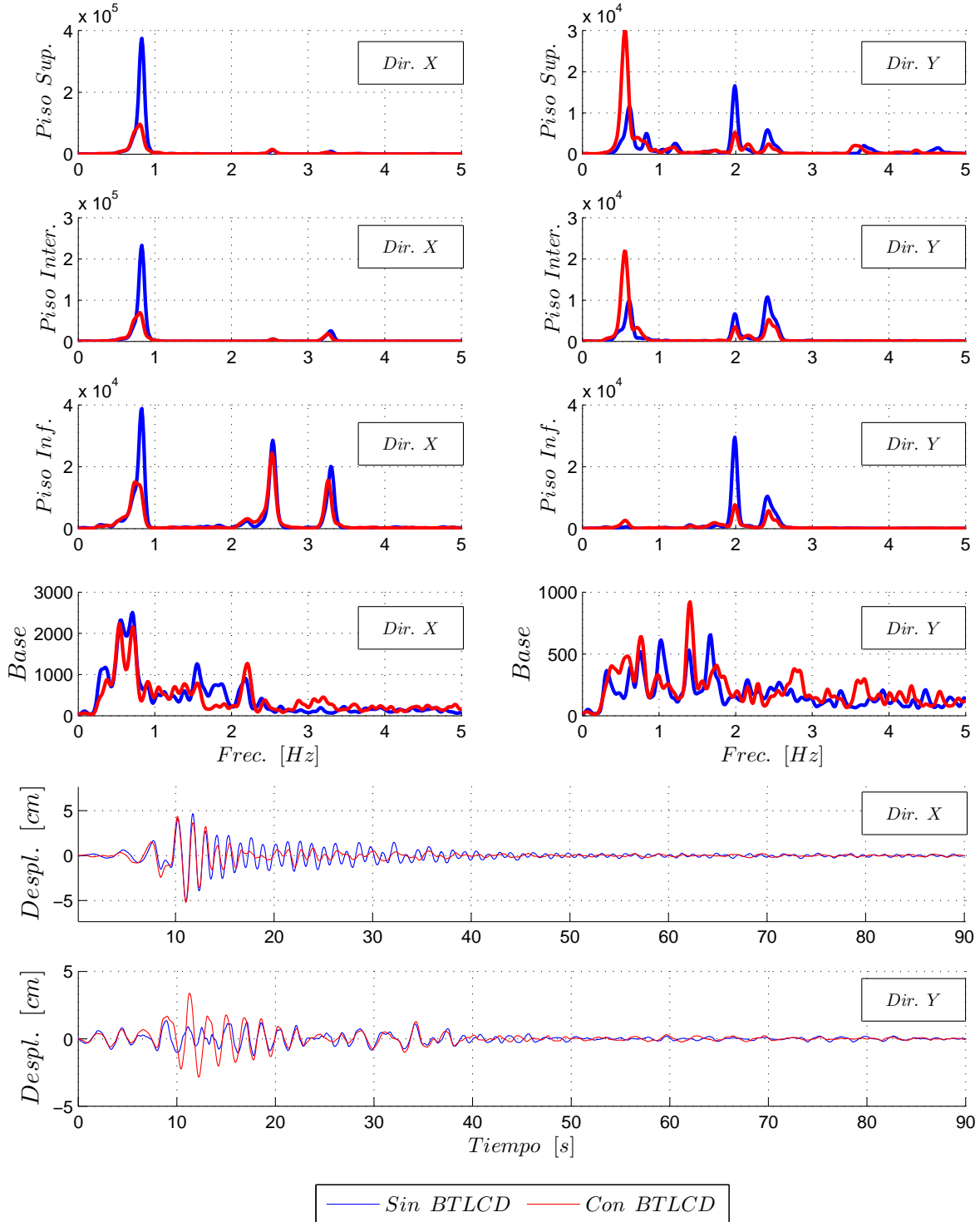


Figura 6.24: *Espectros de potencia de aceleraciones de todos los niveles y series de tiempo de desplazamiento sólo del nivel superior, Loma Prieta YerbaBuena 1989.*

Espectros de potencia y desplazamiento del nivel superior, Northridge 1994

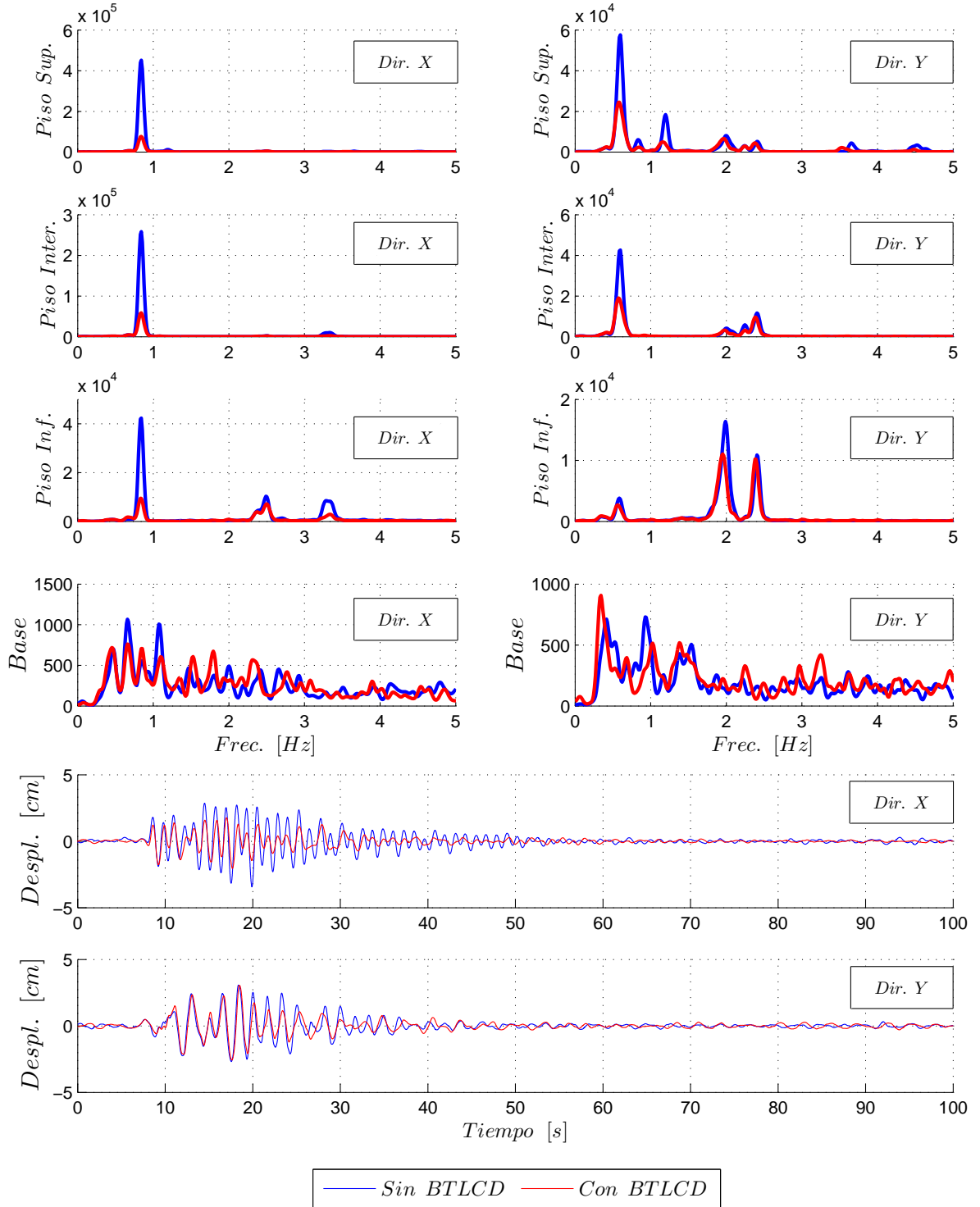


Figura 6.25: Espectros de potencia de aceleraciones de todos los niveles y series de tiempo de desplazamiento sólo del nivel superior, Northridge 1994.

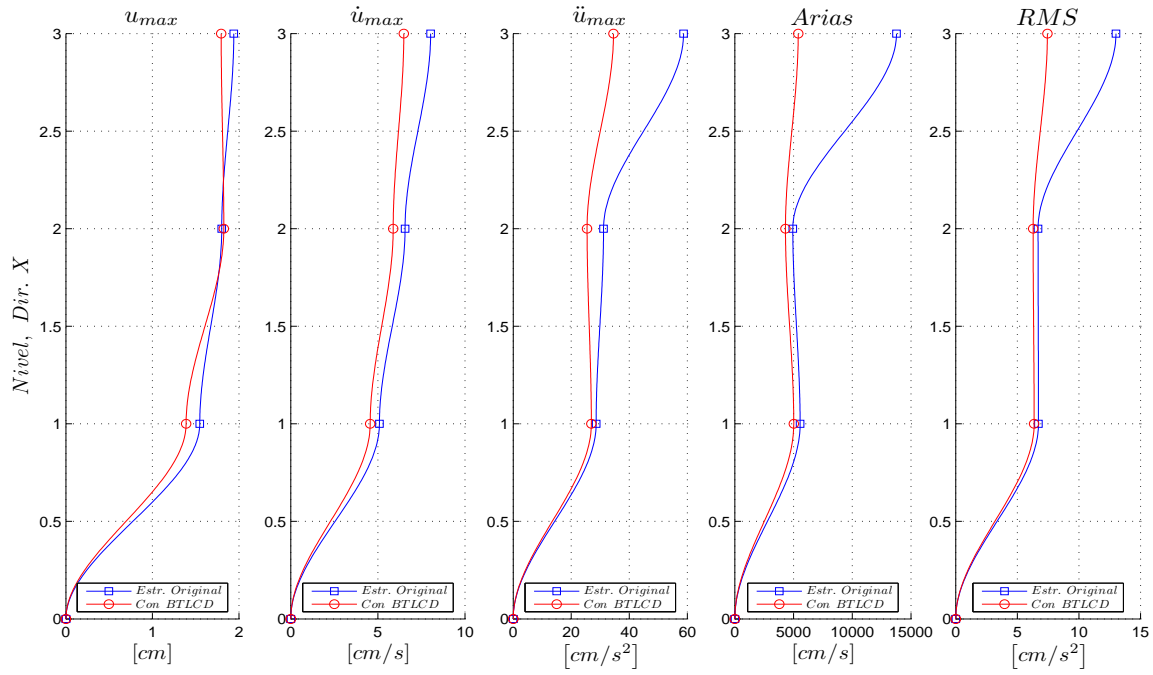


Figura 6.26: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección X, Concepción 2010.

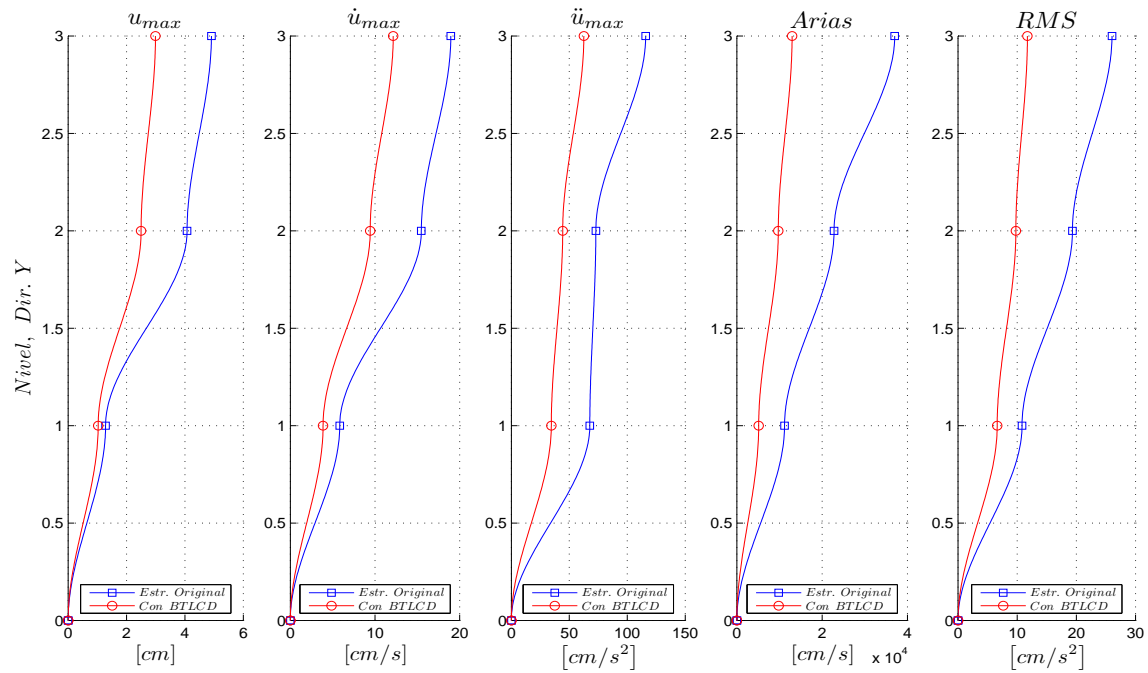


Figura 6.27: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección Y, Concepción 2010.

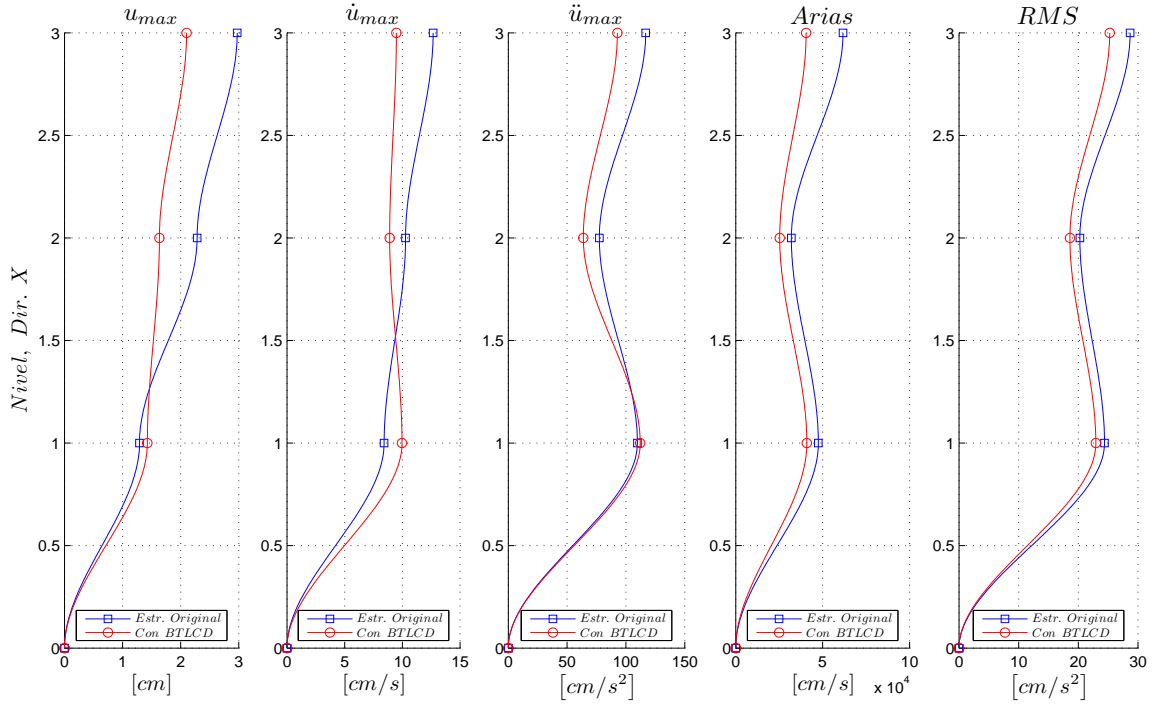


Figura 6.28: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección X, Constitución 2010.

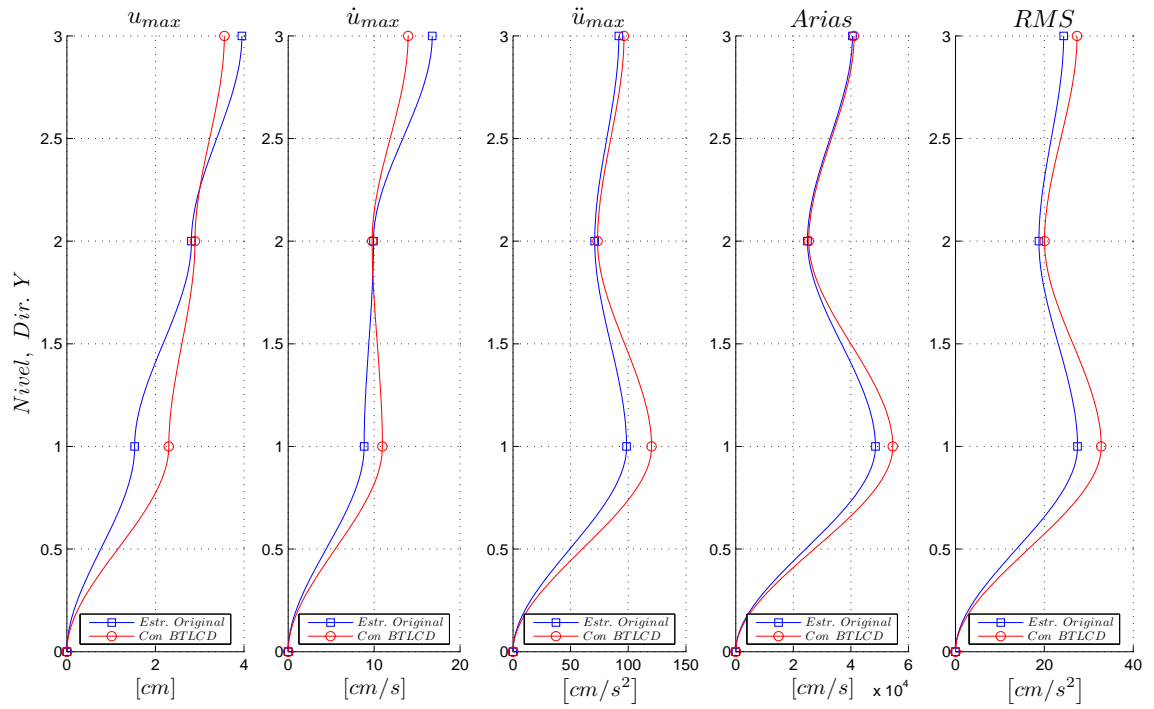


Figura 6.29: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección Y, Constitución 2010.

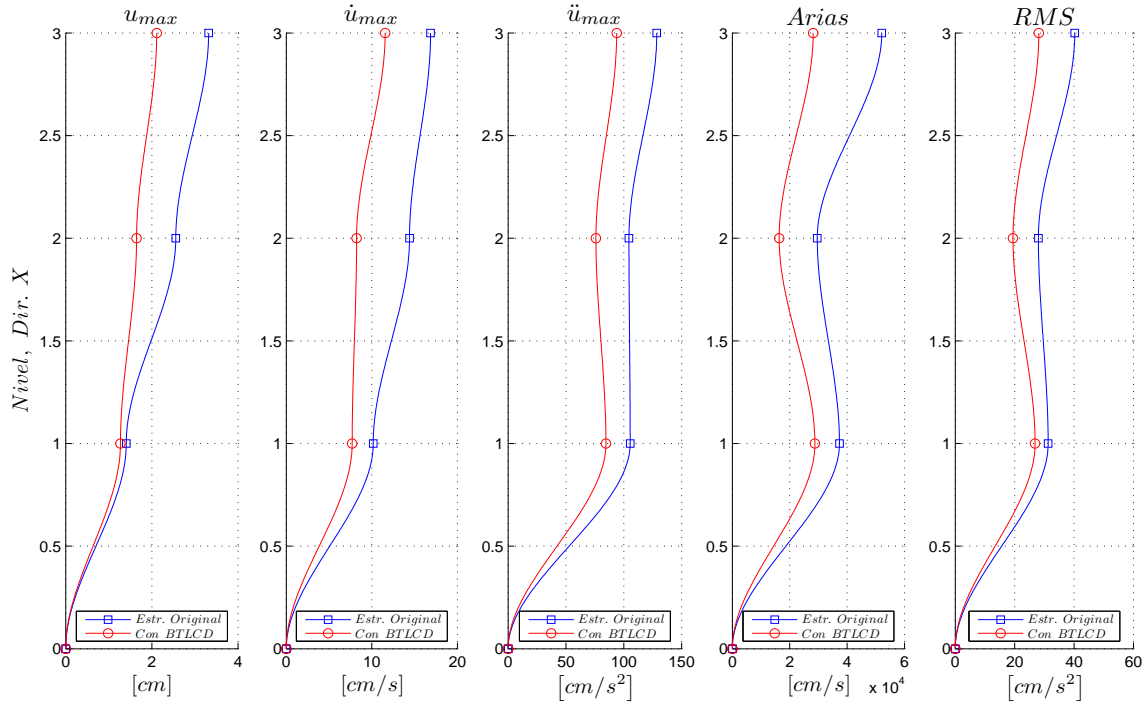


Figura 6.30: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección X, Lollole 2010.

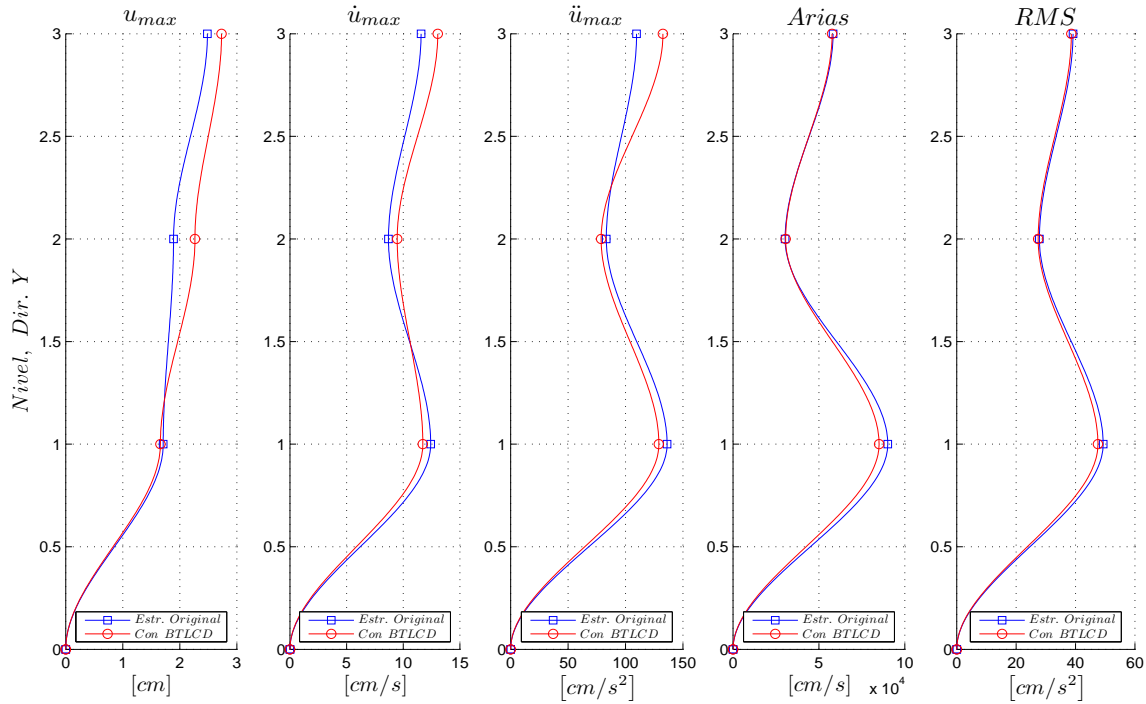


Figura 6.31: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección Y, Lollole 2010.

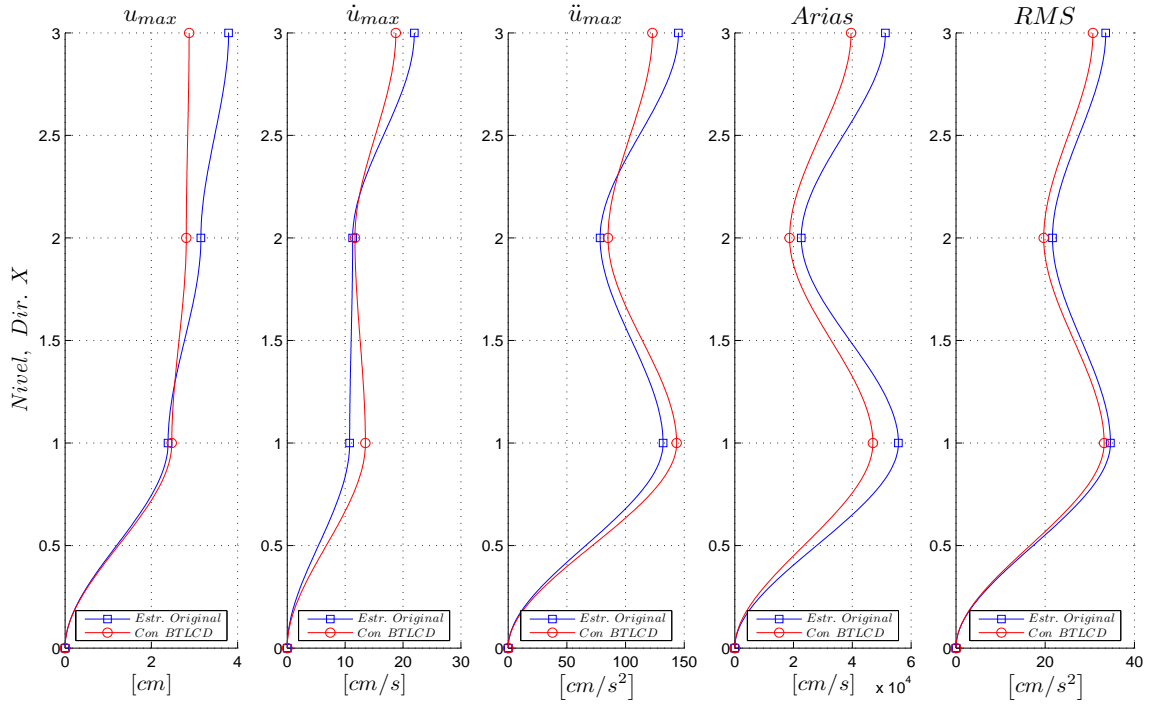


Figura 6.32: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección X, Maipú 2010.

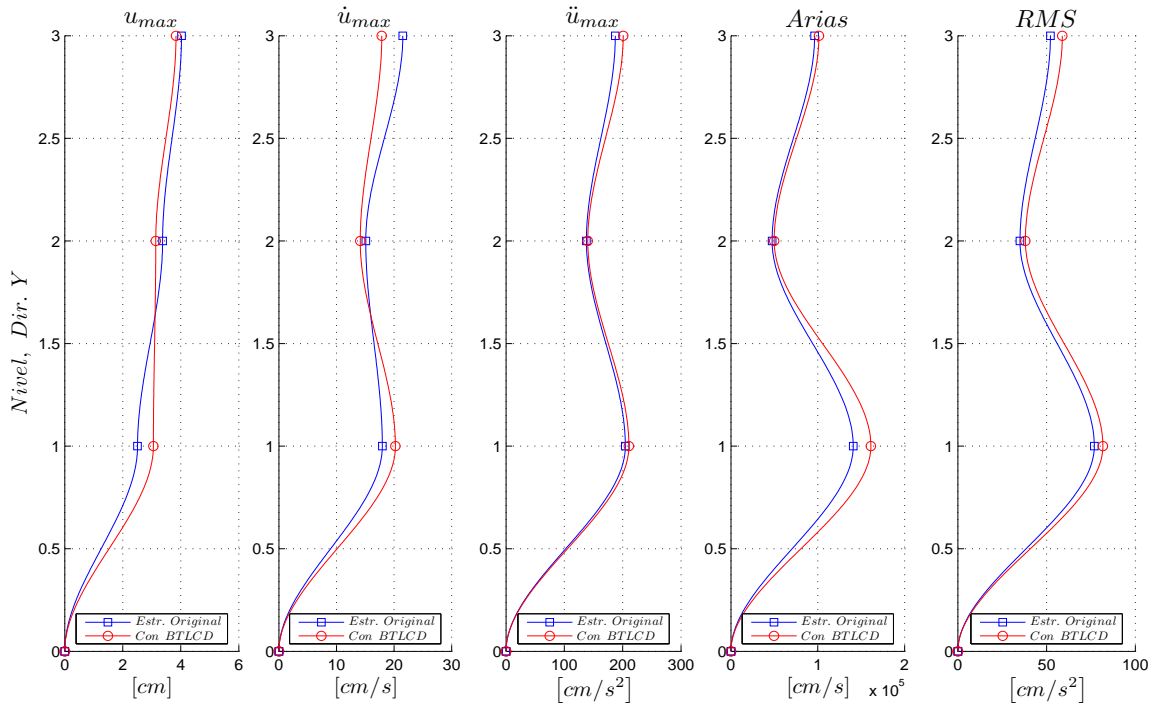


Figura 6.33: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección Y, Maipú 2010.

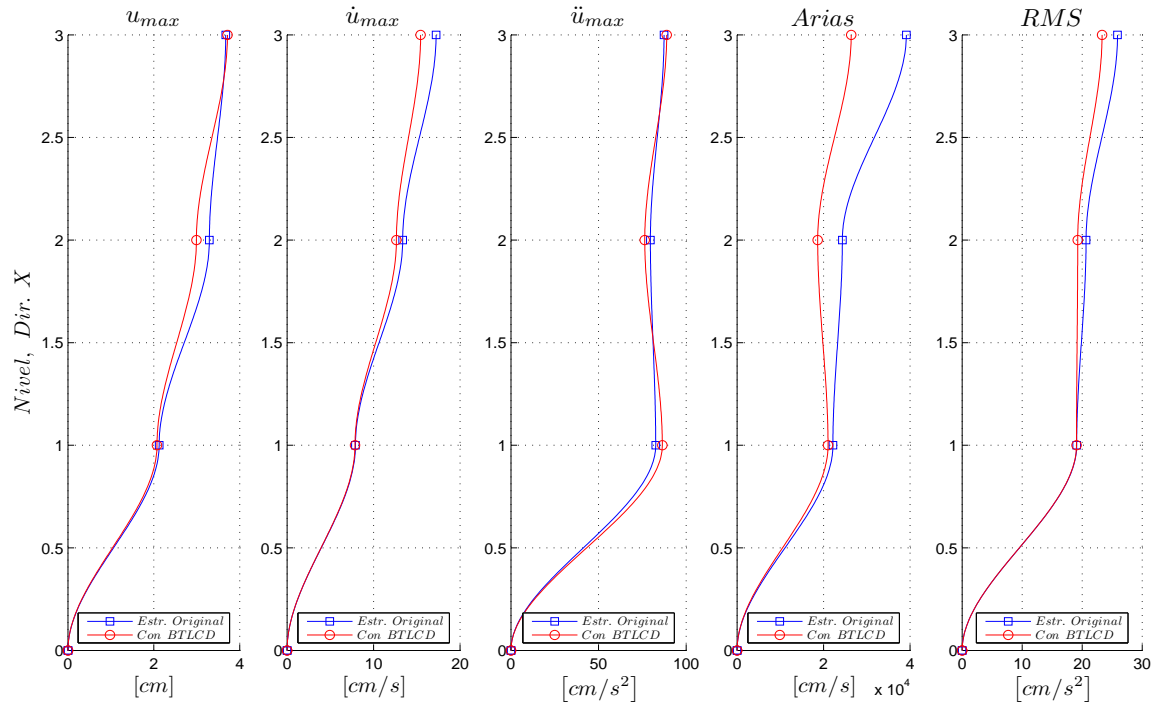


Figura 6.34: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección X, Valparaíso 1985.

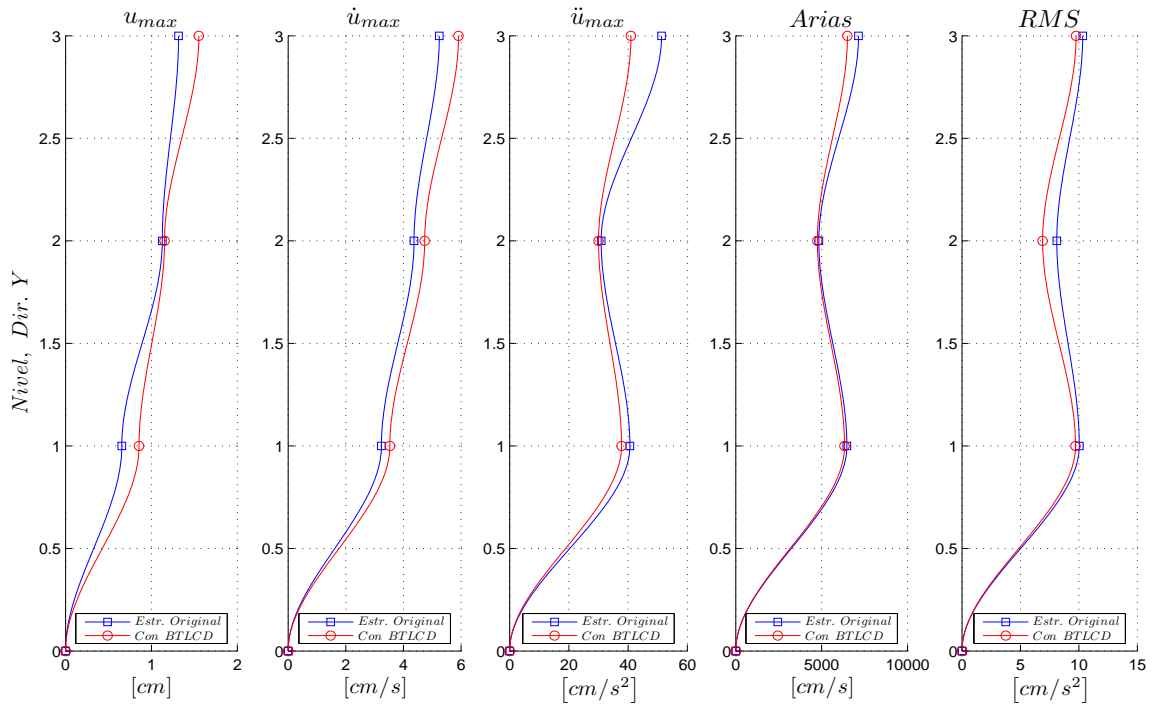


Figura 6.35: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección Y, Valparaíso 1985.

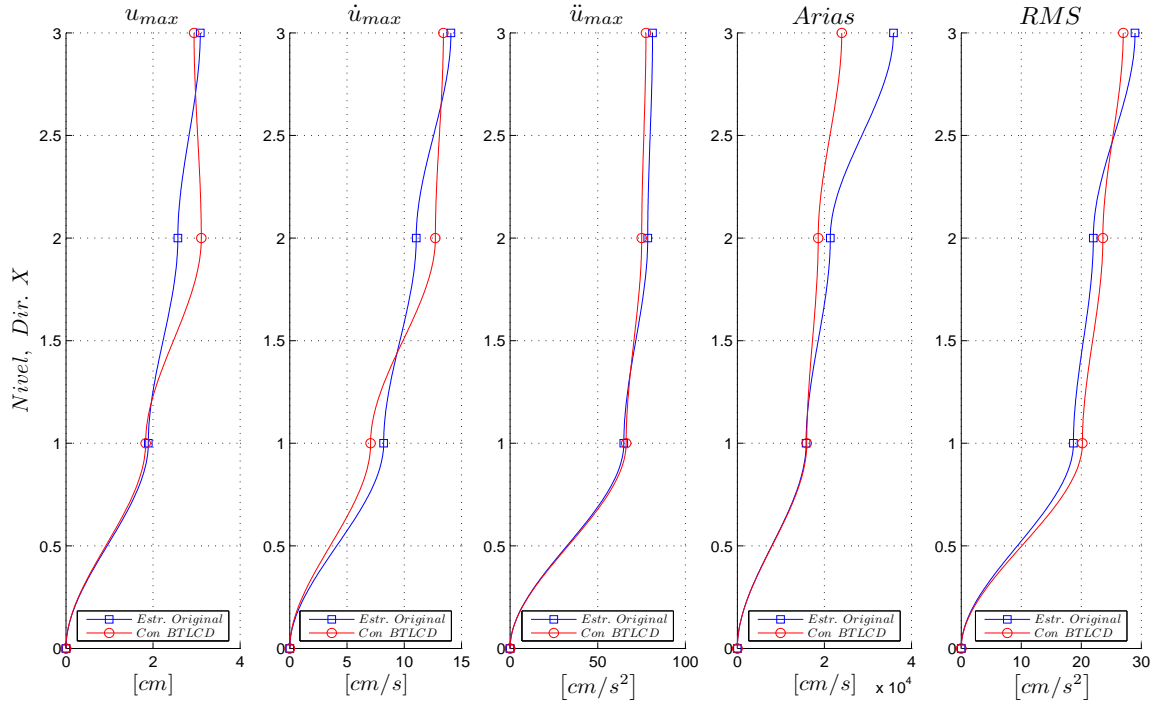


Figura 6.36: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección X, Valparaíso 2010.

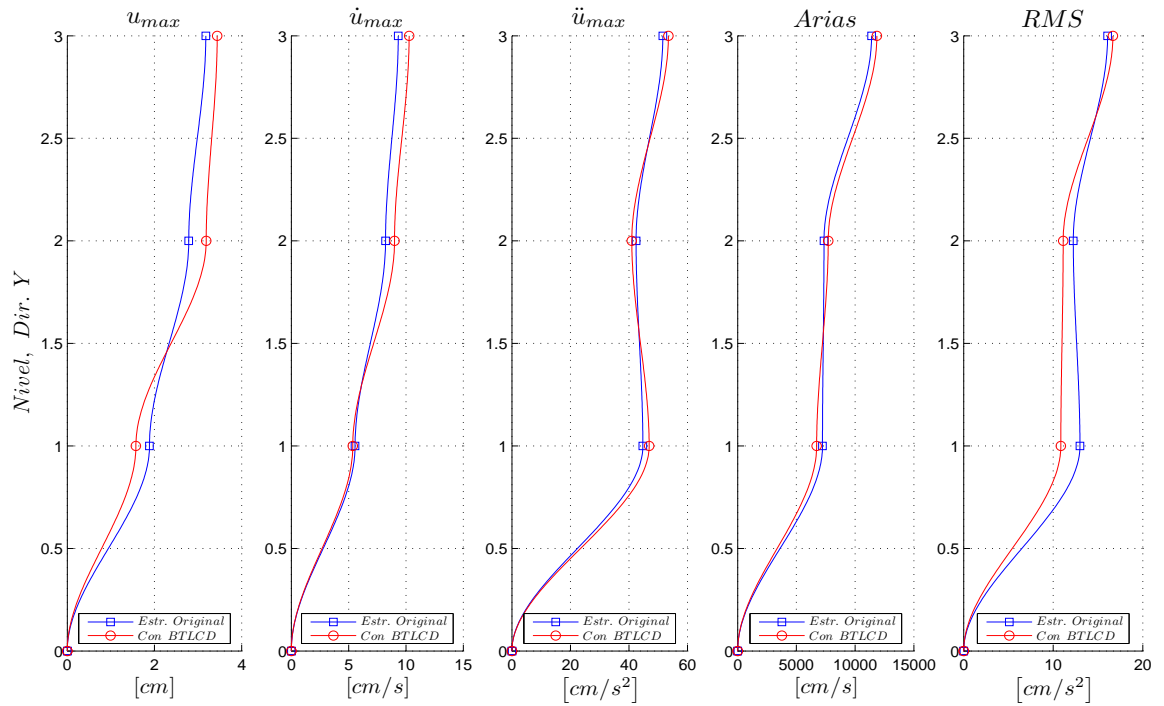


Figura 6.37: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección Y, Valparaíso 2010.

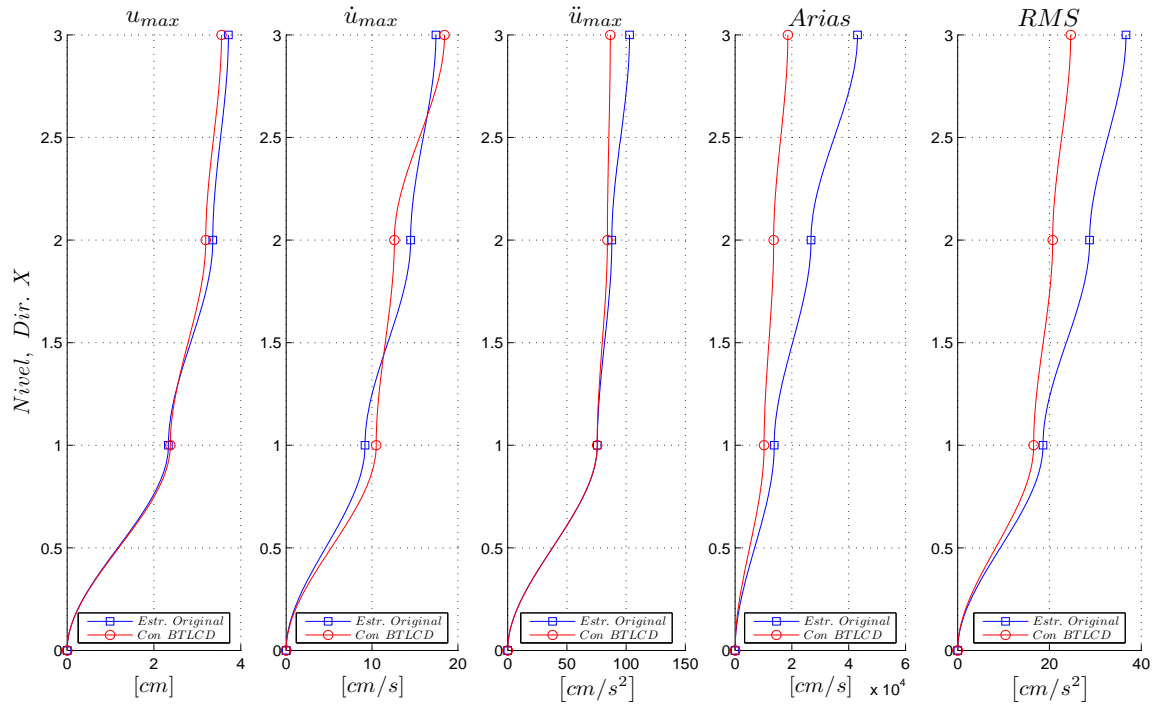


Figura 6.38: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección X, El Centro 1940.

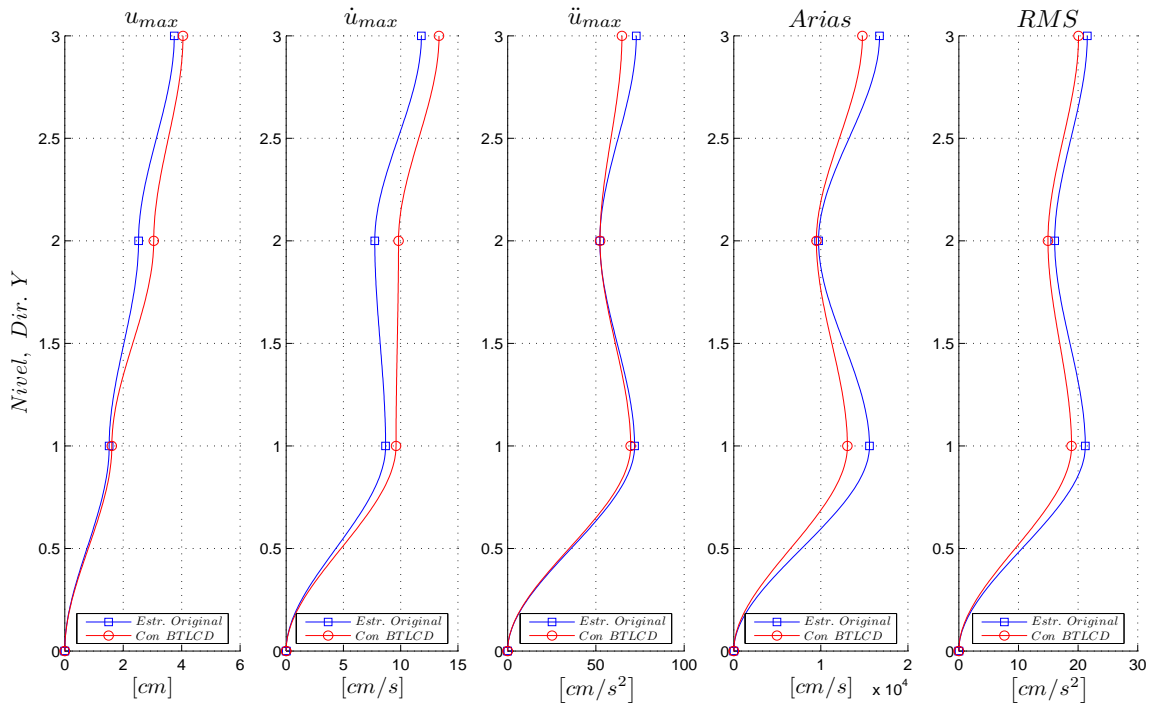


Figura 6.39: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección Y, El Centro 1940.

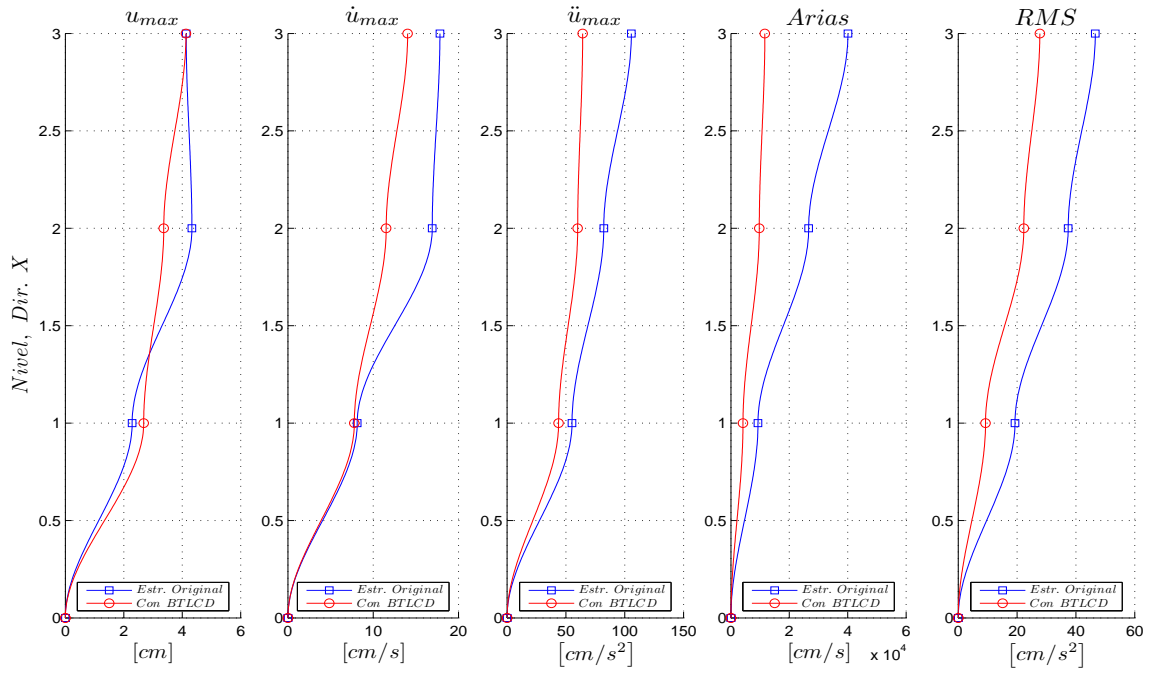


Figura 6.40: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección X, Loma Prieta Gilroy 1989.

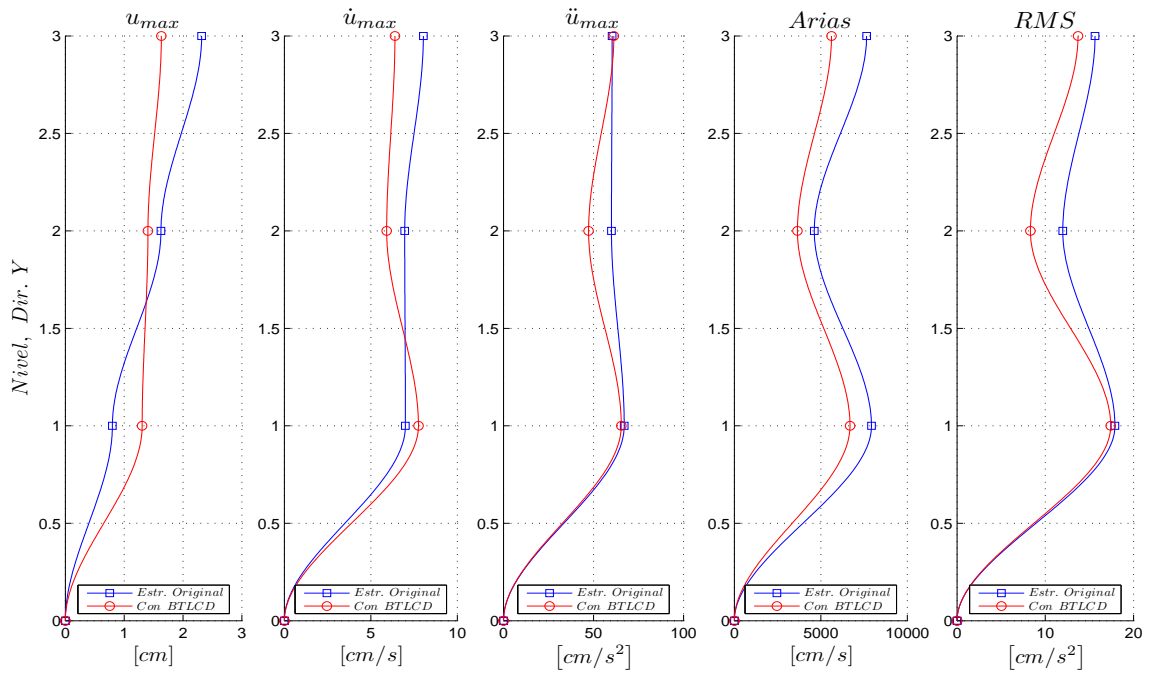


Figura 6.41: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección Y, Loma Prieta Gilroy 1989.

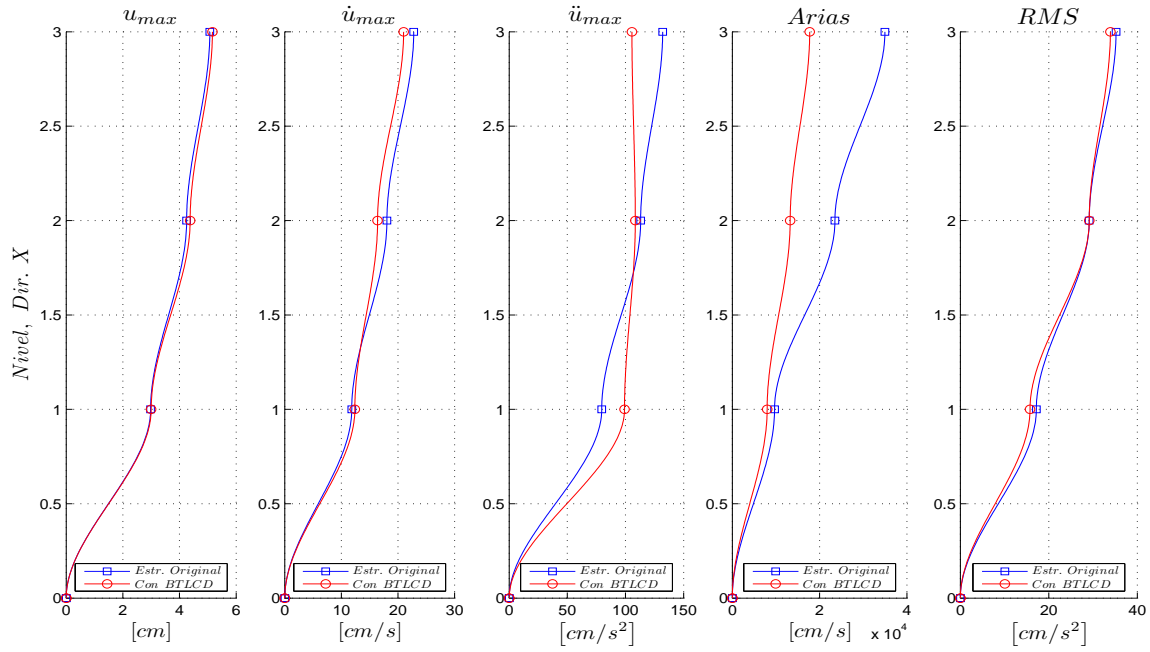


Figura 6.42: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección X, Loma Prieta Yerba Buena 1989.

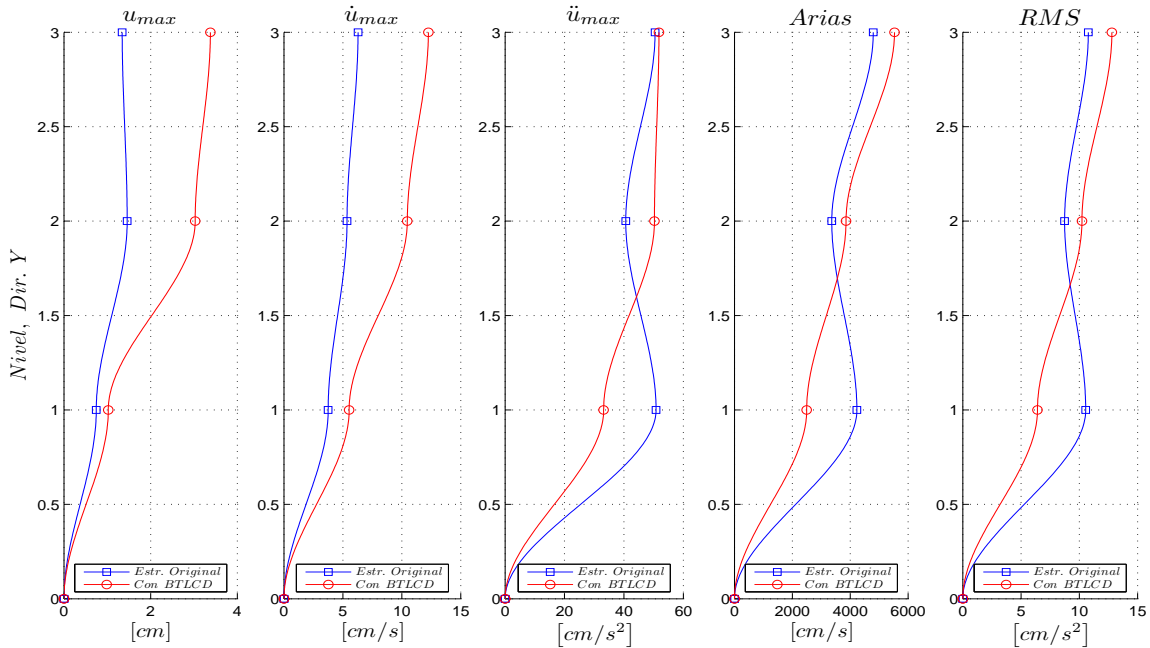


Figura 6.43: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección Y, Loma Prieta Yerba Buena 1989.

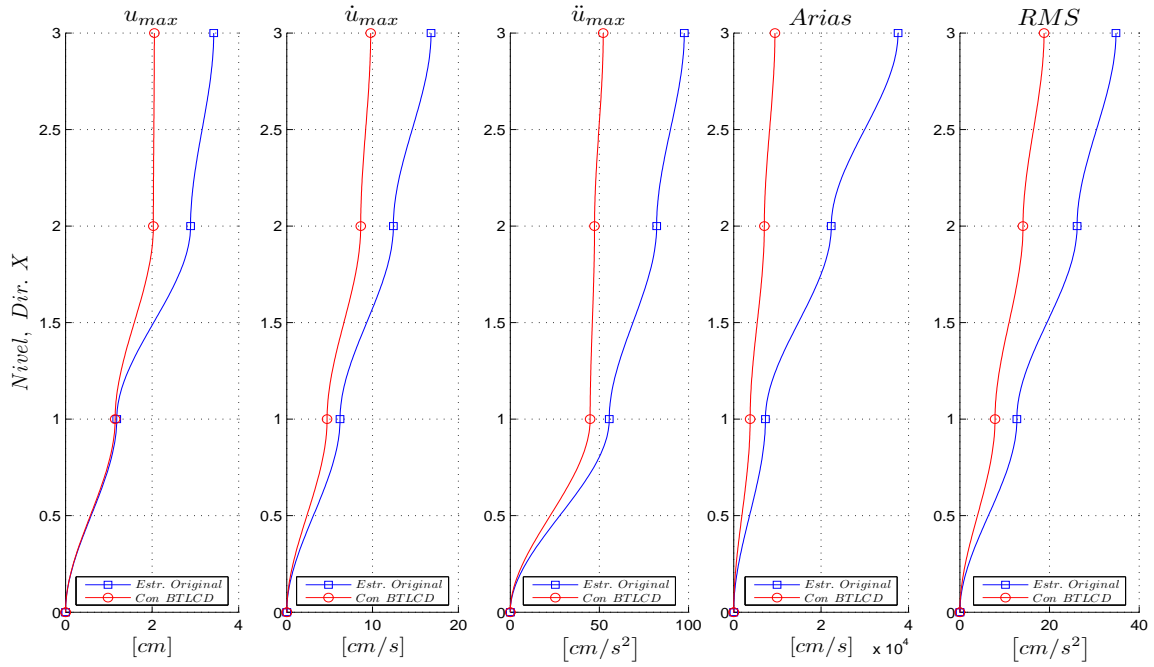


Figura 6.44: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección X, Northridge 1994.

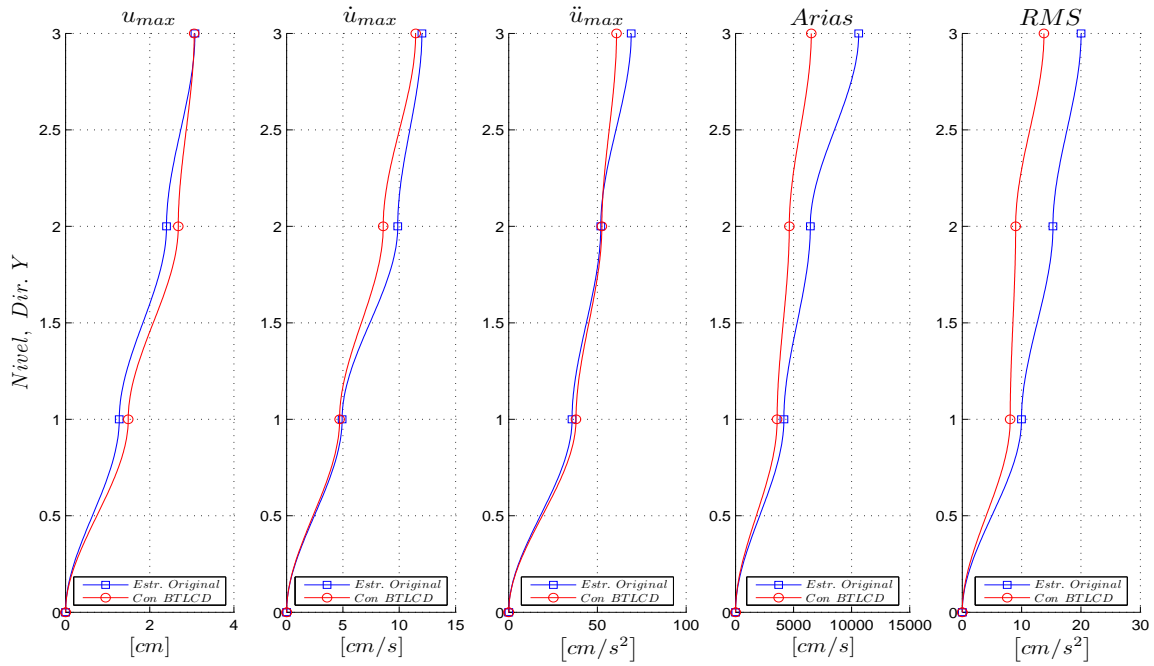


Figura 6.45: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección Y, Northridge 1994.

A modo de compactar la comparación de las respuesta estructural en su configuración con y sin BTLCD, las figuras 6.46 a la 6.50 muestran en términos relativos la suma de las máximas respuestas de todos los niveles de los diferentes parámetros que ya se han evaluado en las figuras anteriores.

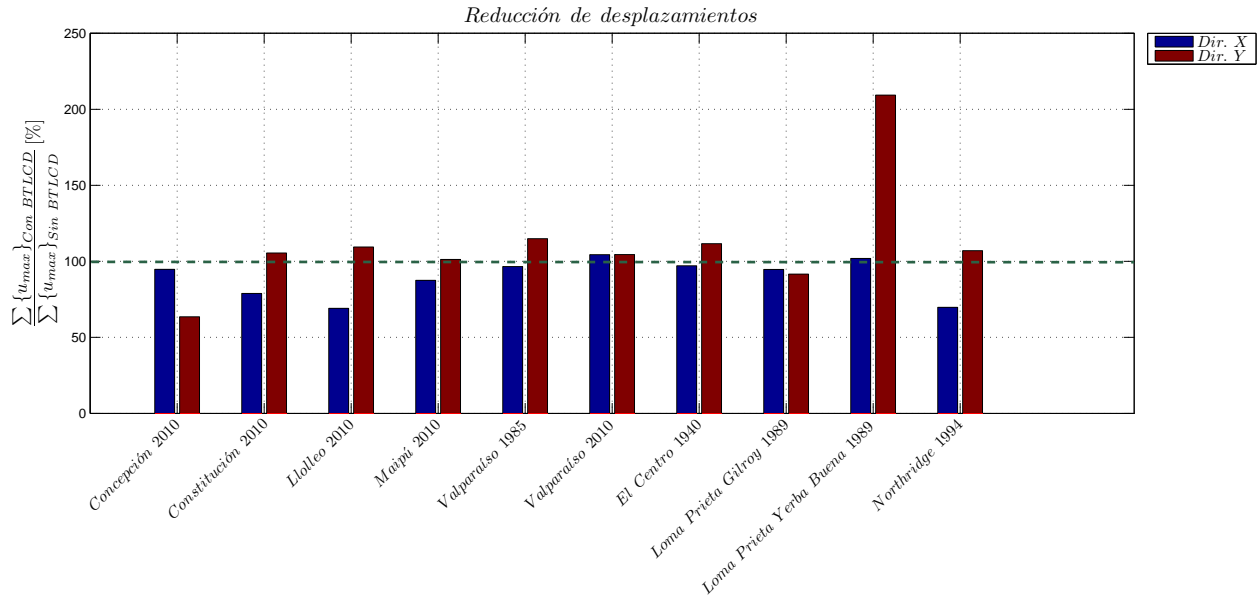


Figura 6.46: Cuociente entre la suma de los máximos desplazamientos de cada piso de la estructura sin BTLCD respecto a la suma de los máximos desplazamientos por piso de la estructura con BTLCD.

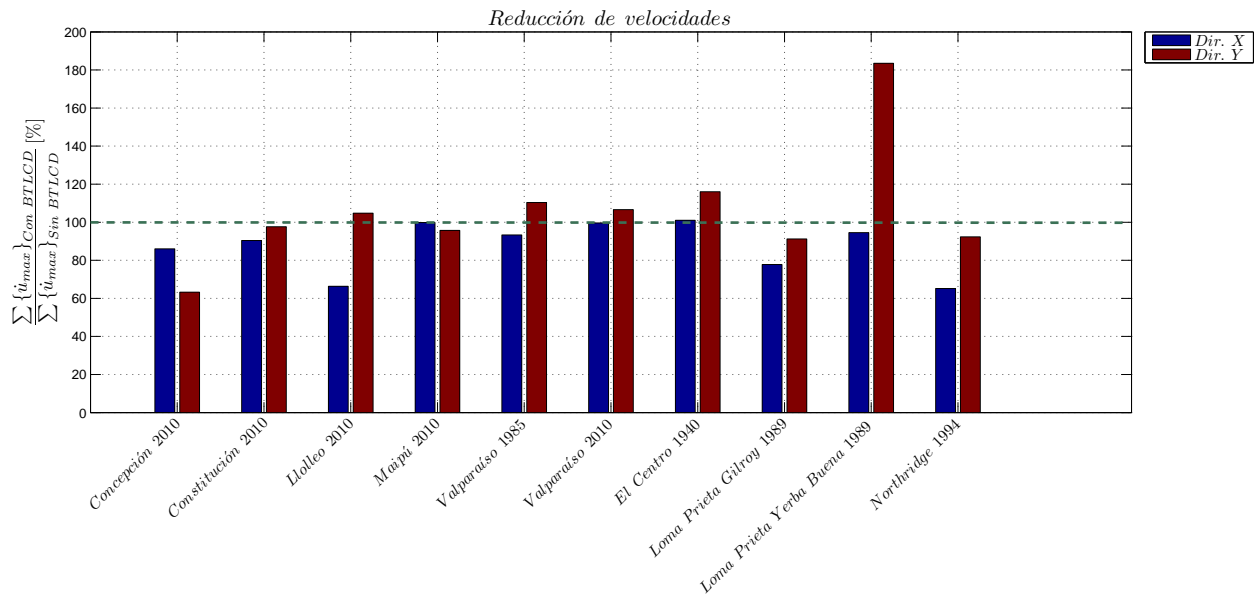


Figura 6.47: Cuociente entre la suma de las máximas velocidades de cada piso de la estructura sin BTLCD respecto a la suma de las máximas velocidades por piso de la estructura con BTLCD.

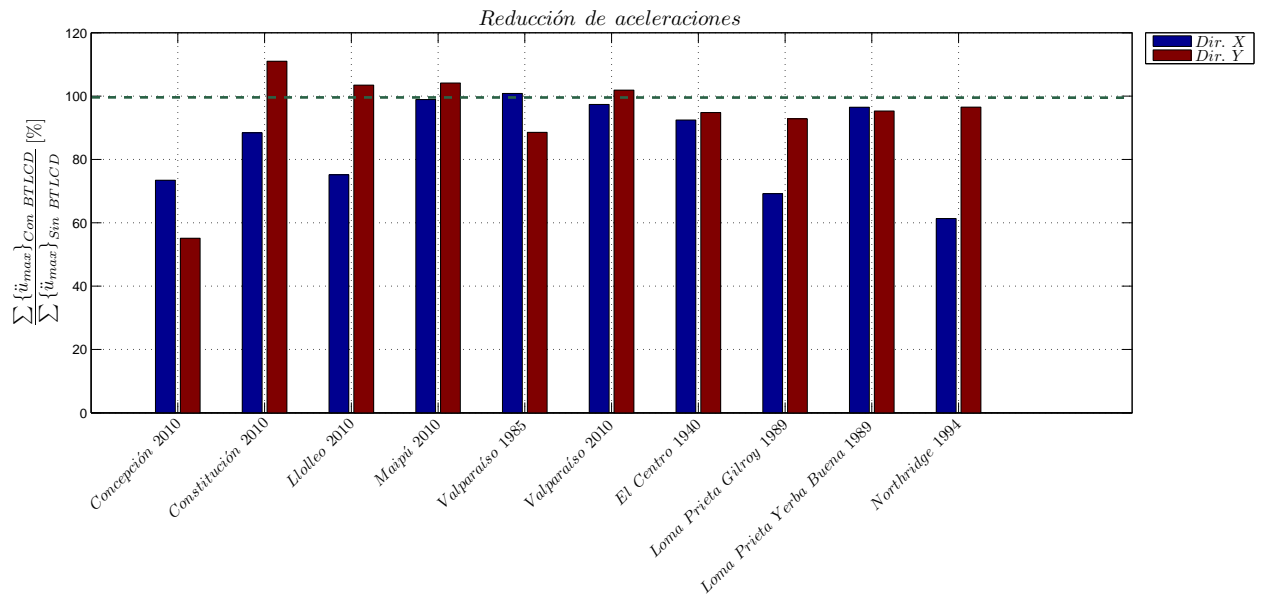


Figura 6.48: Cuociente entre la suma de las máximas aceleraciones de cada piso de la estructura sin BTLCD respecto a la suma de las máximas aceleraciones por piso de la estructura con BTLCD.

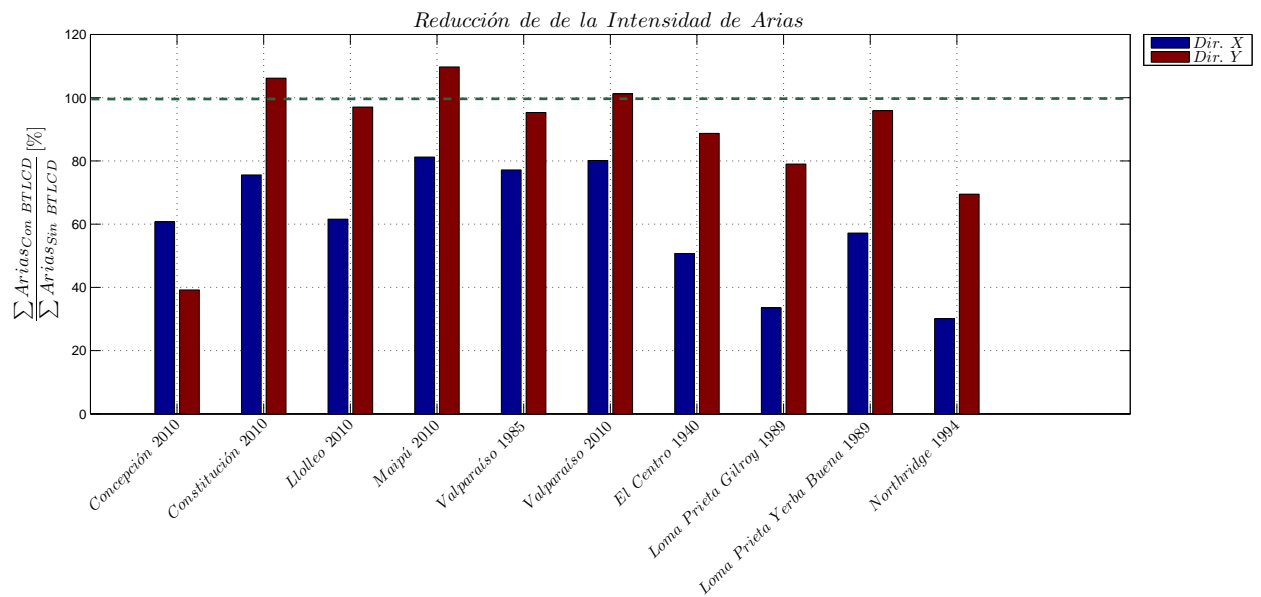


Figura 6.49: Cuociente entre la suma de la intensidad de Arias de cada piso de la estructura sin BTLCD respecto a la suma de la intensidad de Arias por piso de la estructura con BTLCD.

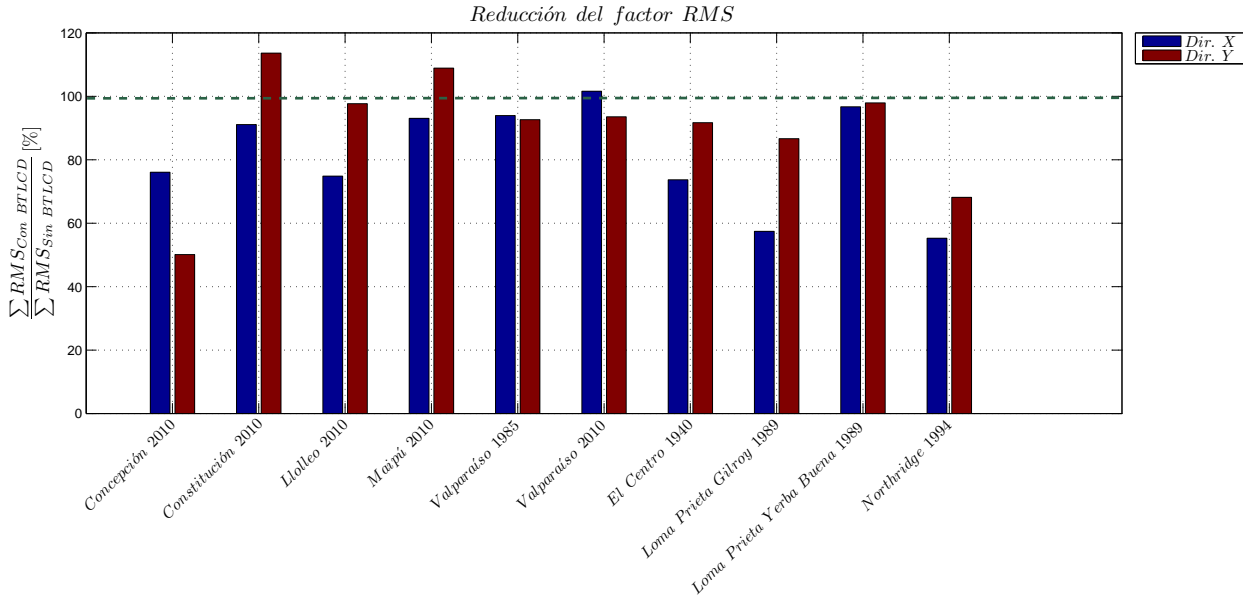


Figura 6.50: Cuociente entre la suma del RMS de cada piso de la estructura sin BTLCD respecto a la suma del RMS por piso de la estructura con BTLCD.

Estas últimas gráficas resumen lo establecido en las comparaciones previas; que sólo en los ensayos con los registros de Concepción 2010 y Northridge 1994 se obtuvieron reducciones en ambas direcciones y en todos los parámetros evaluados. En los demás casos, y como se ha mencionado, se observan mejoras en la respuesta en aquellos ensayos donde los primeros modos tienen más participación en la respuesta global de la estructura, salvo por el caso de la dirección Y en el registro de Valparaíso 2010. Por otro lado, también se aplicó el método de identificación MOESP para estos ensayos, de manera de obtener medidas experimentales (en el espacio del tiempo) de los períodos y amortiguamientos modales, los cuales se entregan en la tabla 6.3. En ella puede apreciarse un incremento del amortiguamiento del orden del doble para ambos modos controlados. También se ve que los períodos aumentan, y si bien se procuró que la estructura sin BTLCD tuviera una masa equivalente a la configuración con BTLCD, el hecho de tratarse de un fluido con movimiento puede haber ayudado a este comportamiento.

Además de llevar a cabo la identificación de la estructura, es indispensable analizar una de las condiciones más importantes que deben cumplirse para que los disipadores sintonizados tengan efecto en la estructura que controlan, la cual es la capacidad para que los mencionados dispositivos de control estructural entren en su estado de resonancia. Ante excitaciones cuya duración de movimiento fuerte es muy pequeña, esta condición no se lograría [9]. Para analizar si los registros con los que se elaboraron los ensayos de laboratorio permiten que el dispositivo entre en resonancia, se define el siguiente parámetro:

$$\bar{N} = \frac{N_c T_n}{t_s} \quad (6.7)$$

Donde,

N_c : Número de ciclos de oscilación requeridos para que la estructura alcance el 90% de la máxima amplitud de oscilación en estado de resonancia.

T_n : Período natural de oscilación de la estructura.

t_s : Duración del movimiento fuerte de la excitación basal de la estructura.

Tabla 6.3: *Períodos y amortiguamientos identificados con MOESP para los ensayos con registros sísmicos*

Registro	Sin BTLCD				Con BTLCD			
	T_x [s]	T_y [s]	ξ_x [%]	ξ_y [%]	T_x [s]	T_y [s]	ξ_x [%]	ξ_y [%]
Concepción 2010	1,218	1,672	2,49	1,69	1,252	1,718	2,96	3,69
Constitución 2010	1,188	1,706	1,45	2,85	1,225	1,669	3,05	7,04
Llolleo 2010	1,196	1,695	1,29	3,93	1,216	1,765	2,99	4,34
Maipú 2010	1,199	1,700	1,14	2,49	1,211	1,788	2,10	4,54
Valparaíso 1985	1,915	1,711	1,90	1,09	1,225	1,729	3,10	3,82
Valparaíso 2010	1,193	1,713	1,39	3,36	1,221	1,721	2,30	6,08
El Centro 1940	1,197	1,703	1,95	3,23	1,227	1,755	2,36	4,66
Loma Prieta Gilroy 1989	1,200	1,721	1,81	1,29	1,225	1,841	3,01	8,29
Loma Prieta Yerba Buena 1989	1,197	1,698	1,52	2,99	1,225	1,820	2,46	3,36
Northridge 1994	1,191	1,689	1,13	1,70	1,217	1,706	3,26	2,31
Promedio	1,197	1,701	1,61	2,46	1,224	1,751	2,76	4,81
Máximo	1,218	1,721	2,49	3,93	1,252	1,841	3,26	8,29
Mínimo	1,188	1,672	1,13	1,09	1,211	1,669	2,10	2,31
Desviación Estándar	0,008	0,014	0,43	0,97	0,011	0,053	0,41	1,81

Según la definición de \bar{N} , ecuación (6.7), es claro que mientras este parámetro tome valores menores, mayor será la duración de movimiento fuerte respecto al tiempo necesario para que la estructura alcance el 90% de la máxima amplitud en estado de resonancia, es decir, el dispositivo dispondrá de un mayor tiempo para alcanzar su estado de resonancia, lo que se traduce en un mejor desempeño del mismo. En caso contrario (que el valor de \bar{N} aumente), ocurrirá que el dispositivo no contará con tiempo suficiente para entrar en resonancia y lograr la sintonización, reduciendo su efectividad. Por otro lado, no es difícil saber la razón entre la amplitud de oscilación para un sistema de un grado de libertad, después de transcurridos N ciclos, u_N , respecto a la máxima amplitud en estado de resonancia, u_0 , es:

$$\frac{|u_N|}{u_0} = 1 - e^{-2\pi\xi N} \tag{6.8}$$

Por lo tanto, si se considera que $u_N = 0,9u_0$ y se utilizan los valores de amortiguamiento definidos en la tabla 6.3, es posible determinar a partir de la ecuación (6.8) los valores de N para cada ensayo y para cada dirección de análisis. Dichos valores no son otra cosa que el mismo N_c , por tanto, además de conocer experimentalmente la duración de movimiento fuerte del movimiento basal en cada dirección para cada ensayo, es posible determinar los valores de \bar{N} , los cuales son graficados en la figura 6.51. En ella se desprende que todos los valores son pequeños, de hecho, el tiempo requerido para alcanzar el 90% de la máxima amplitud de resonancia no alcanza a representar el 20% en caso alguno, por lo que se concluye que el dispositivo tuvo tiempo suficiente en todos los ensayos para entrar en funcionamiento.

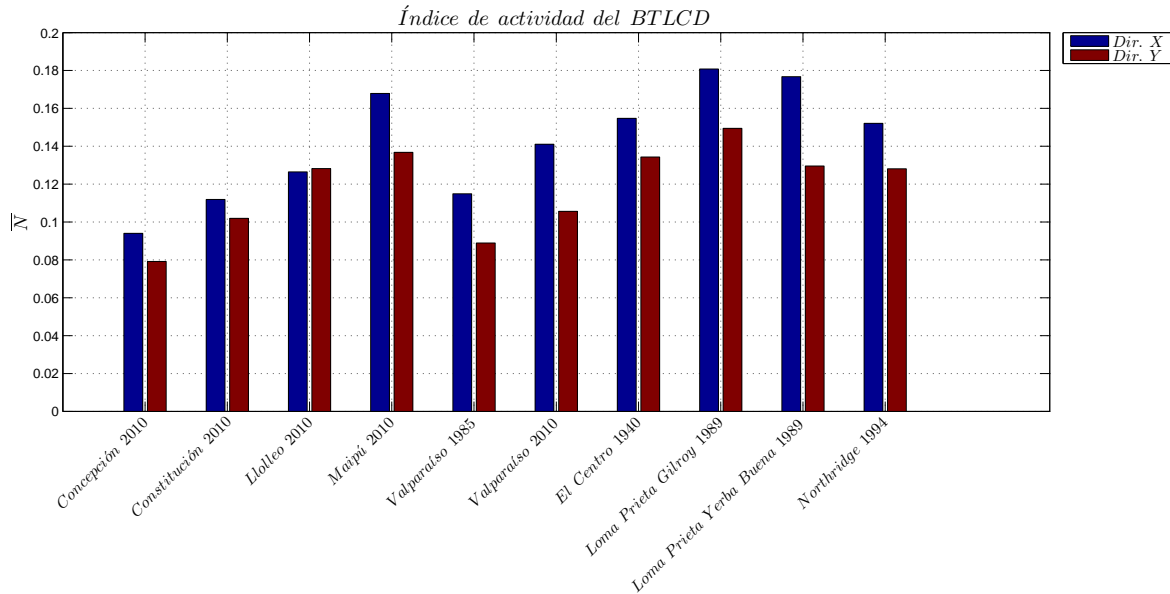


Figura 6.51: Factor \bar{N} que indica si el BTLCD trabaja en la dirección de análisis.

Ahora se procede a analizar el desempeño del BTLCD. El primer parámetro a estudiar es la velocidad del flujo, ya que como se ha establecido en el capítulo 4 se ha supuesto que la mayor parte del tiempo se tiene que el régimen del flujo es turbulento y que por lo tanto la fuerza opuesta por la placa orificio, y los efectos de fricción y de cambio de dirección del flujo en los codos, es proporcional al cuadrado de la velocidad.

En la figura 6.52 se muestra la velocidad del flujo medida en la superficie libre del líquido (en las columnas verticales del BTLCD). Las líneas rojas punteadas son la velocidad límite por sobre la cual el flujo se encuentra en régimen turbulento. La comparación que se muestra en la figura se hace sólo para el tiempo en que el último piso se encuentra en su etapa de movimiento fuerte. Además, para definir mejor este punto de análisis, se define el parámetro \bar{T} , el cual determina cuánta parte del tiempo del movimiento fuerte estuvo el flujo en régimen turbulento.

$$\bar{T} = \frac{t_{turb}}{t_{mov\ fuerte}} \quad (6.9)$$

Tabla 6.4: Duración del régimen turbulento vs. duración del movimiento fuerte del último nivel

Registro	t_{turb} [s]	$t_{mov\ fuerte}$ [s]	\bar{T} [%]
Concepción 2010	26,1	101,5	25,7
Constitución 2010	44,7	67,0	66,7
Llolleo 2010	21,6	55,9	38,6
Maipú 2010	27,2	42,8	63,4
Valparaíso 1985	34,6	62,7	55,2
Valparaíso 2010	23,2	45,9	50,4
El Centro 1940	24,2	36,8	65,9
Loma Prieta Gilroy 1989	14,8	23,6	62,7
Loma Prieta Yerba Buena 1989	14,2	23,6	60,3
Northridge 1994	16,9	34,5	49,1

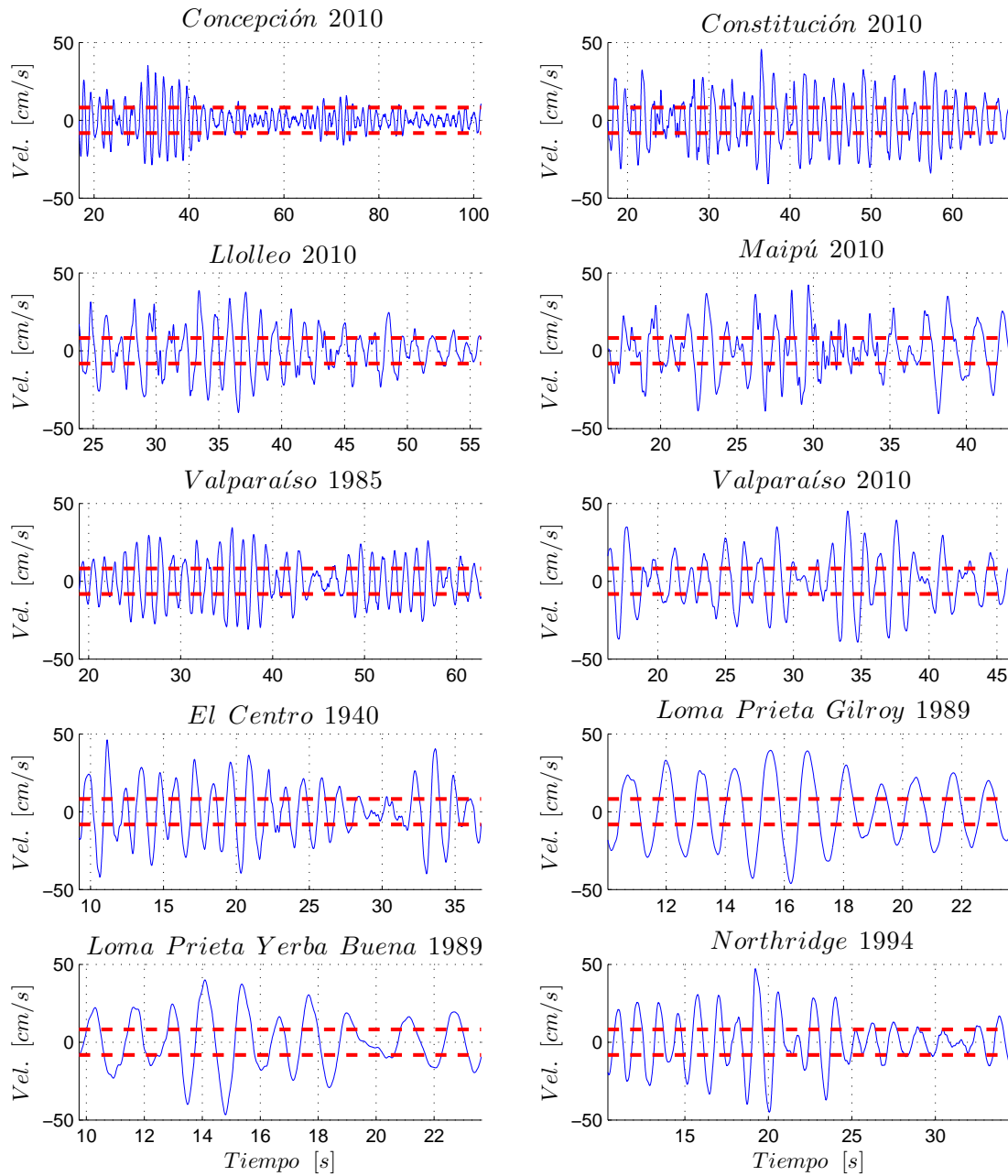


Figura 6.52: Se muestra la velocidad de la superficie libre del flujo en las columnas verticales del BTLCD durante el movimiento fuerte del último piso. Las líneas rojas punteadas corresponden a la velocidad por sobre la cual el flujo está en régimen turbulento.

Por lo tanto, de la figura 6.52 y de la tabla 6.4 se puede ver que en la mayoría de los casos se tiene que el tiempo en que el flujo está en régimen turbulento, sobrepasa el 50 % del tiempo de movimiento fuerte del último piso de la estructura. No obstante, llama la atención que para ensayos como el de Concepción 2010 o

Northridge 1994 se tenga un valor bajo del parámetro \bar{T} , puesto que resultados anteriores mostraron que el BTLCD efectivamente hizo reducir la respuesta estructural en ambas direcciones para estos casos. Entonces, si bien fue un supuesto en la teoría el considerar que el flujo se encontrara en régimen turbulento durante parte importante del movimiento, cabe analizar la influencia de esta condición en los resultados obtenidos. Si no se considera que el régimen es turbulento la mayor parte del tiempo, entonces no se debe considerar un coeficiente de pérdida de energía constante, según el análisis hecho en el capítulo 4. La figura 6.53 muestra cómo varía el coeficiente de pérdida η dependiendo del tipo de régimen en que esté el flujo, es decir, dependiendo de su número de Reynolds. Para hacer este análisis se recurrió a diversas fuentes bibliográficas para encontrar expresiones para el coeficiente de pérdida debido a las diferentes fuentes de pérdida de energía que tiene el flujo en este caso, como lo son los codos del dispositivo, la placa orificio y la pérdida de energía debida a la fricción con las paredes del contenedor (para ver en detalle las expresiones con la cual se generaron las curvas de este gráfico, consultar el apéndice B de este trabajo). En los gráficos de la figura 6.53 también se incluyó el coeficiente de pérdida para régimen turbulento determinado a partir de la expresión de J.C Wu [25], la cual fue analizada en el capítulo 4.

Ahora, naturalmente, corresponde comparar las fuerzas disipativas del flujo ocupando ambas expresiones para el coeficiente de pérdida; el coeficiente variable (que depende del número de Reynolds o, en otras palabras, de la velocidad del flujo) y el coeficiente de pérdida constante para régimen turbulento. Este análisis se muestra en la figura 6.54, donde se puede apreciar a simple vista que la forma de la curva obtenida con el coeficiente de pérdida variable es la misma que la curva obtenida con el coeficiente de pérdida fijo. De hecho, los gráficos incluyen una tercera curva (con línea punteada), la cual corresponde a la misma curva para la fuerza dada con el coeficiente de pérdida variable, pero amplificada por un escalar, de manera de mostrar gráficamente que prácticamente no hay diferencias entre ambas curvas salvo por un valor constante. En otras palabras, el régimen laminar (que es donde más se podrían marcar diferencias según el gráfico 6.53) se da para velocidades del flujo tan bajas, que los valores entre ambas curvas siguen siendo parecidos. Todo esto ayuda a explicar por qué los amortiguamientos medidos experimentalmente para velocidades bajas se siguen ajustando relativamente bien a la curva analítica en la figura 6.5. Por lo tanto, dado que el comportamiento de la fuerza disipativa obtenida con ambos tipos de coeficiente de pérdida es el mismo en su forma y sabiendo que el coeficiente de pérdida constante utilizado se tomó del estudio de Wu [25] (en el cual la expresión analítica fue ajustada después de elaborar ensayos experimentales para el mismo tipo de contenedores con forma de U invertida y construidos con acrílico) y que los amortiguamientos experimentales se ajustan bien a lo analítico con las expresiones de dicho trabajo experimental, se toma dicho valor de η como el más cercano al que puede estar ocurriendo en la realidad de los ensayos realizados para este trabajo de tesis.

Finalmente, falta analizar cómo se comporta la aproximación lineal de la fuerza disipativa que se planteó en el capítulo 4. La figura 6.55 compara la expresión lineal con la fuerza disipativa con el ya visto comportamiento cuadrático. Es importante notar la comparación dentro del rango delimitado con líneas punteadas negras, pues ellas corresponden al promedio (de los diez ensayos) de las desviaciones estándar de las velocidades del flujo respecto al promedio de dicho parámetro medido durante el movimiento fuerte del último piso. De este gráfico se puede estimar que, dentro del rango delimitado por las líneas punteadas negras, el área bajo la curva cuadrática es bastante parecida al área bajo la curva lineal, lo cual termina justificando lo aceptable que se ajusta el amortiguamiento lineal equivalente al amortiguamiento medido experimentalmente.

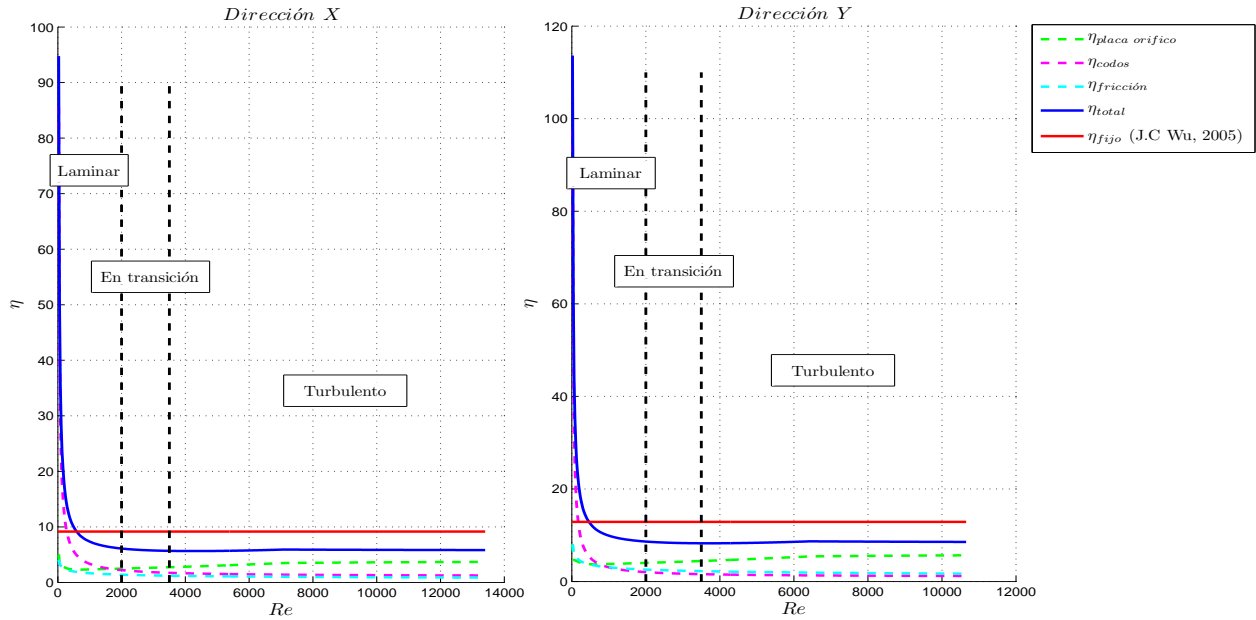


Figura 6.53: Se muestra el coeficiente de pérdida según la fuente de pérdida de energía (placa orificio, codos y fricción) y también la suma de ellos, además de como varían con el régimen del flujo (para ver en detalle las expresiones con la cual se generaron las curvas de este gráfico, consultar el apéndice B de este trabajo).

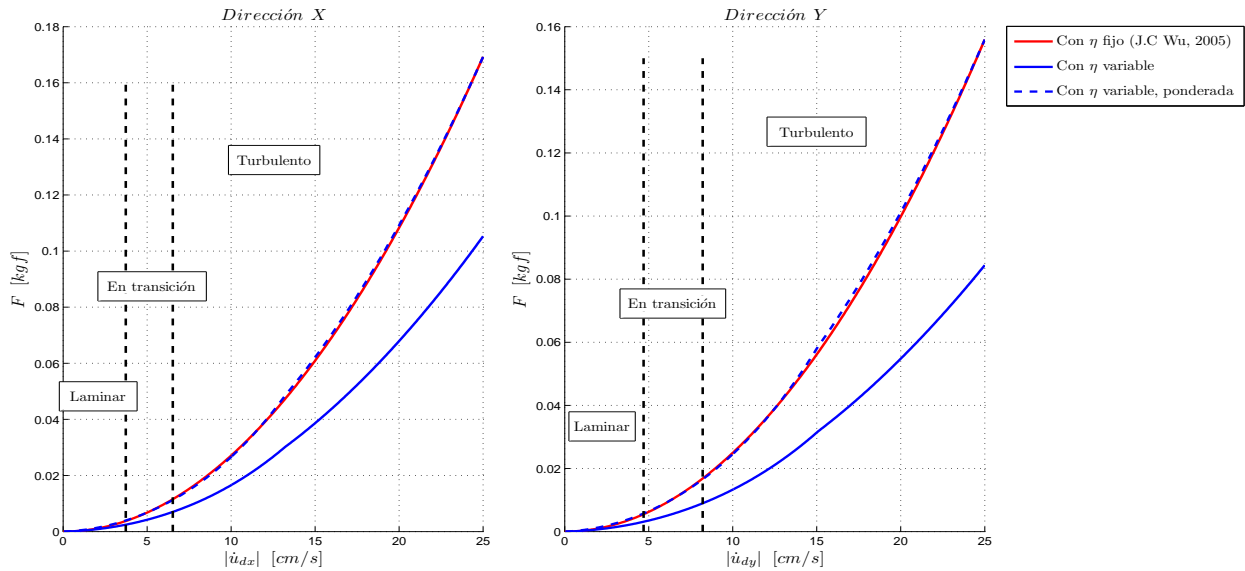


Figura 6.54: Se compara la fuerza disipativa obtenida a partir del coeficiente de pérdida constante para régimen turbulento según J.C Wu [25] y la fuerza disipativa obtenida con coeficiente de pérdida variable mostrado en la figura 6.53 (cuyas expresiones se pueden consultar en el apéndice B). Se muestra en línea punteada la misma curva computada con el coeficiente variable, pero ponderada por una constante, de manera de ver gráficamente lo parecidas que son en su forma ambas curvas.

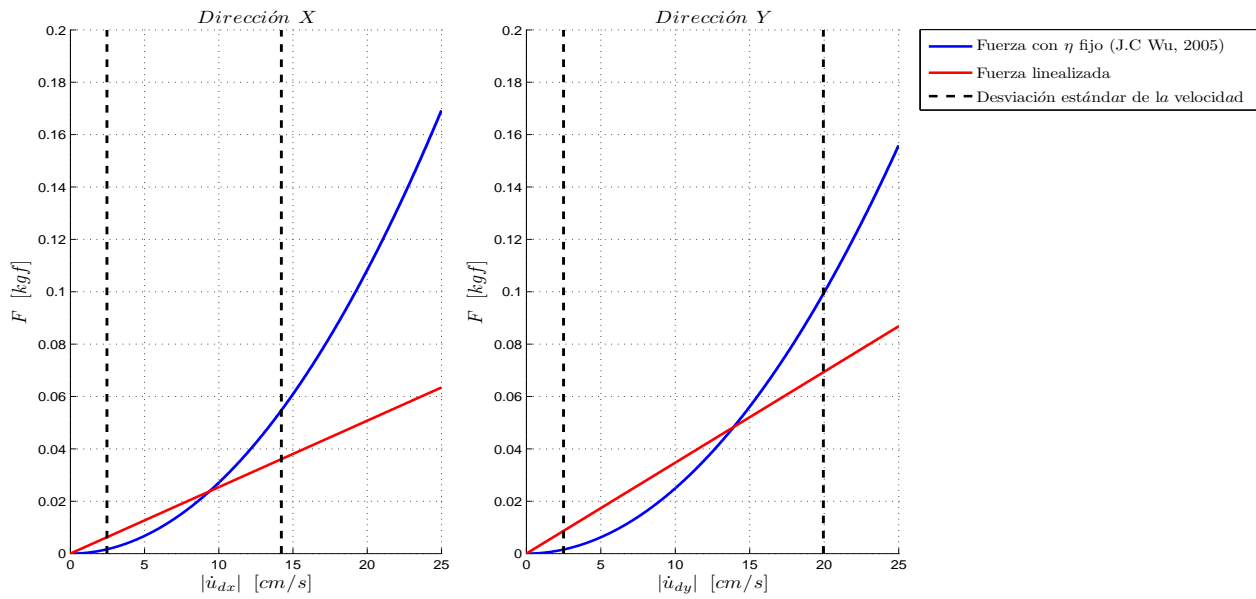


Figura 6.55: Se compara la fuerza disipativa linealizada con la fuerza disipativa de orden cuadrático dentro de los valores de velocidades de flujo que más se midieron durante el movimiento fuerte del último piso en los ensayos realizados (desviación estándar de las velocidades medidas en todos los ensayos).

Capítulo 7

Conclusiones

A partir de los resultados presentados en el capítulo anterior, se observa lo siguiente:

- (a) Según lo que muestran las figuras 6.16 a la 6.25, todos los casos en que se cumple el supuesto que la respuesta direccional esté controlada mayormente por el primer modo de vibrar en dicha dirección, salvo en el ensayo de Valparaíso 2010, se obtiene una reducción de la respuesta estructural gracias al BTLCD. Este supuesto no se cumple del todo para los casos de la dirección X en el ensayo con el registro de Constitución 2010, dirección X en el ensayo con el registro de Lollole 2010 y de la dirección Y en el ensayo con el registro de Loma Prieta Gilroy 2010, no obstante se captan reducciones tras la implementación del dispositivo antisísmico. En la tabla 7.1 se resume si la respuesta estructural cumple con el supuesto de estar controlada por el primer modo de vibrar en cada dirección (lo cual se desprende directamente de los espectros de densidad de potencia de las respuestas de aceleración medidas durante los ensayos) y se compara con el hecho de si el BTLCD trabajó o no ayudando a la reducción de la respuesta estructural (lo cual también se analiza a partir de los espectros de potencia, identificando si se redujo o se amplificó la energía asociada a la primera frecuencia natural de oscilación en cada dirección de análisis. Los demás gráficas y resultados sirven para cuantificar lo que se aprecia en primera instancia en los mencionados espectros).

Tabla 7.1: *Cumplimiento del supuesto principal vs. funcionamiento del BTLCD*

Registro	¿Se cumple supuesto?		¿Funciona el BTLCD?	
	Dir. X	Dir. Y	Dir. X	Dir. Y
Concepción 2010	Sí	Sí	Sí	Sí
Constitución 2010	No	No	Sí	No
Lollole 2010	No	No	Sí	No
Maipú 2010	No	No	No	No
Valparaíso 1985	Sí	No	Sí	No
Valparaíso 2010	Sí	Sí	Sí	No
El Centro 1940	Sí	No	Sí	No
Loma Prieta Gilroy 1989	Sí	No	Sí	Sí
Loma Prieta Yerba Buena 1989	Sí	No	Sí	No
Northridge 1994	Sí	Sí	Sí	Sí

- (b) A partir de la figura 6.46 y considerando los casos en los que sí se cumple el supuesto de que la respuesta direccional esté controlada por el primer modo de vibrar, se tiene que la reducción promedio de las máximas deformaciones desarrolladas es del 5,8% en la dirección X y del 8,3% en la dirección Y . En tanto, si se consideran los casos en los que efectivamente el BTLCD trabajó ayudando a la reducción de la respuesta (esto es, incluyendo la respuesta en la dirección X de los ensayos de Constitución 2010

y Llolleo 2010, la respuesta en la dirección Y del ensayo de Loma Prieta Gilroy 1989 y excluyendo la respuesta en la dirección Y del ensayo de Valparaíso 2010), se tiene que la reducción promedio de las máximas deformaciones desarrolladas es ahora del 13,3 % en la dirección X y del 12,6 % en la dirección Y .

- (c) A partir de la figura 6.47 y considerando los casos en los que sí se cumple el supuesto de que la respuesta direccional esté controlada por el primer modo de vibrar, se tiene que la reducción promedio de las máximas velocidades desarrolladas es del 11,8 % en la dirección X y del 12,6 % en la dirección Y . En tanto, si se consideran los casos en los que efectivamente el BTLCD trabajó ayudando a la reducción de la respuesta (esto es, incluyendo la respuesta en la dirección X de los ensayos de Constitución 2010 y Llolleo 2010, la respuesta en la dirección Y del ensayo de Loma Prieta Gilroy 1989 y excluyendo la respuesta en la dirección Y del ensayo de Valparaíso 2010), se tiene que la reducción promedio de las máximas velocidades desarrolladas es ahora del 14,0 % en la dirección X y del 17,7 % en la dirección Y .
- (d) A partir de la figura 6.48 y considerando los casos en los que sí se cumple el supuesto de que la respuesta direccional esté controlada por el primer modo de vibrar, se tiene que la reducción promedio de las máximas aceleraciones desarrolladas es del 15,6 % en la dirección X y del 15,5 % en la dirección Y . En tanto, si se consideran los casos en los que efectivamente el BTLCD trabajó ayudando a la reducción de la respuesta (esto es, incluyendo la respuesta en la dirección X de los ensayos de Constitución 2010 y Llolleo 2010, la respuesta en la dirección Y del ensayo de Loma Prieta Gilroy 1989 y excluyendo la respuesta en la dirección Y del ensayo de Valparaíso 2010), se tiene que la reducción promedio de las máximas aceleraciones desarrolladas es ahora del 16,2 % en la dirección X y del 18,5 % en la dirección Y .
- (e) A partir de la figura 6.49 y considerando los casos en los que sí se cumple el supuesto de que la respuesta direccional esté controlada por el primer modo de vibrar, se tiene que la reducción promedio de las intensidades de Arias desarrolladas es del 44,4 % en la dirección X y del 30,0 % en la dirección Y . En tanto, si se consideran los casos en los que efectivamente el BTLCD trabajó ayudando a la reducción de la respuesta (esto es, incluyendo la respuesta en la dirección X de los ensayos de Constitución 2010 y Llolleo 2010, la respuesta en la dirección Y del ensayo de Loma Prieta Gilroy 1989 y excluyendo la respuesta en la dirección Y del ensayo de Valparaíso 2010), se tiene que la reducción promedio de las intensidades de Arias desarrolladas es ahora del 41,5 % en la dirección X y del 37,4 % en la dirección Y .
- (f) A partir de la figura 6.50 y considerando los casos en los que sí se cumple el supuesto de que la respuesta direccional esté controlada por el primer modo de vibrar, se tiene que la reducción promedio de la aceleración media cuadrática desarrollada es del 20,8 % en la dirección X y del 29,4 % en la dirección Y . En tanto, si se consideran los casos en los que efectivamente el BTLCD trabajó ayudando a la reducción de la respuesta (esto es, incluyendo la respuesta en la dirección X de los ensayos de Constitución 2010 y Llolleo 2010, la respuesta en la dirección Y del ensayo de Loma Prieta Gilroy 1989 y excluyendo la respuesta en la dirección Y del ensayo de Valparaíso 2010), se tiene que la reducción promedio de la aceleración media cuadrática desarrollada es ahora del 20,0 % en la dirección X y del 31,7 % en la dirección Y .
- (g) A partir de la tabla 6.3 y considerando los casos en los que sí se cumple el supuesto de que la respuesta direccional esté controlada por el primer modo de vibrar, se tiene que el amortiguamiento promedio del primer modo aumenta un 60 % en la dirección X y un 79 % en la dirección Y . En tanto, si se consideran los casos en los que efectivamente el BTLCD trabajó ayudando a la reducción de la respuesta (esto es, incluyendo la respuesta en la dirección X de los ensayos de Constitución 2010 y Llolleo 2010, la respuesta en la dirección Y del ensayo de Loma Prieta Gilroy 1989 y excluyendo la respuesta en la dirección Y del ensayo de Valparaíso 2010), se tiene que el amortiguamiento promedio del primer modo aumenta un 71 % en la dirección X y del 206 % en la dirección Y . Se da una explicación a parte para lo que ocurre en el caso de la dirección Y en el ensayo de Valparaíso 2010, ya que en la figura 6.21

se puede ver que las respuestas son prácticamente iguales, pero para el caso sin BTLCD se obtiene un amortiguamiento del 3,36 %, mientras que para el caso con BTLCD se obtiene un amortiguamiento del 6,08 % (ver tabla 6.3). Si bien es difícil encontrar una respuesta directamente de la figura 6.37 o de las figuras 6.46, 6.47, 6.48, 6.49 y 6.50, en la tabla 7.3 se puede ver que al incorporar el BTLCD, se obtuvo pequeñas amplificaciones en las respuestas de desplazamiento, velocidad, aceleración y de la intensidad de Arias, sin embargo el valor cuadrático medio de la aceleración se redujo, lo que dice que a pesar de las pequeñas amplificaciones en las aceleraciones, éstas están más concentradas en torno al valor promedio. En otras palabras, luego de alcanzar aceleraciones altas, el BTLCD hace que éstas bajen más rápidamente a valores más cercanos al promedio, lo que puede explicar un aumento de amortiguamiento, aunque nunca uno como el que aquí ocurre, el cual es casi el doble. Tras analizar en detalle la obtención de este resultado y no poder llegar a puerto con una explicación de peso, se hace pertinente volver a realizar este ensayo y aprovechar la instancia para ampliar la batería de registros con los cuales se ensayó la estructura, de manera de poder generalizar más las características del dispositivo en estudio o para poder identificar nuevas posibles irregularidades no esperadas.

- (h) Según las figuras 6.16 a la 6.25, se puede deducir que fue en el ensayo de Concepción 2010 y Northridge 1994 en donde la presencia de torsión en la respuesta estructural tuvo una participación notoria. Aún así, en ambos casos el BTLCD logró actuar, incrementar el amortiguamiento del sistema y reducir la respuesta de la estructura ante la excitación.

Tabla 7.2: Reducciones promedio de las respuestas en la dirección X

Registro	Dirección X				
	Despl. [%]	Vel. [%]	Acel. [%]	Arias [%]	RMS [%]
Concepción 2010	5,3	14,0	26,6	39,3	23,9
Constitución 2010	21,1	9,6	11,6	24,4	8,9
Llolleo 2010	30,9	33,7	24,9	38,4	25,2
Maipú 2010	12,5	0,2	1,1	18,8	7,0
Valparaíso 1985	3,4	6,7	-0,8	22,9	6,1
Valparaíso 2010	-4,4	0,4	2,6	19,9	-1,6
El Centro 1940	3,0	-1,0	7,5	49,3	26,3
Loma Prieta Gilroy 1989	5,3	22,2	30,8	66,5	42,6
Loma Prieta Yerba Buena 1989	-1,9	5,5	3,5	42,8	3,3
Northridge 1994	30,3	34,8	38,7	69,9	44,7

Tabla 7.3: Reducciones promedio de las respuestas en la dirección Y

Registro	Dirección Y				
	Despl. [%]	Vel. [%]	Acel. [%]	Arias [%]	RMS [%]
Concepción 2010	36,5	36,8	44,9	60,8	49,9
Constitución 2010	-5,5	2,3	-11,0	-6,2	-13,6
Llolleo 2010	-9,4	-4,7	-3,4	3,0	2,3
Maipú 2010	-1,2	4,3	-4,1	-9,7	-8,9
Valparaíso 1985	-14,9	-10,3	11,4	4,7	7,4
Valparaíso 2010	-4,5	-6,6	-1,9	-1,2	6,5
El Centro 1940	-11,6	-16,0	5,2	11,3	8,3
Loma Prieta Gilroy 1989	8,4	8,8	7,2	21,0	8,3
Loma Prieta Yerba Buena 1989	-109,4	-83,5	4,7	4,1	2,1
Northridge 1994	-7,0	7,7	3,5	30,5	31,9

Los puntos (a) al (f) se puede obtener a partir de las tablas 7.2 y 7.3, donde se muestra en detalle las reducciones promedio de las respuestas de piso (en conjunto) en cada dirección para cada ensayo realizado

(los valores con signo negativo denotan amplificaciones de la respuesta). Si se analizan los resultados de las reducciones logradas tras la inclusión del dispositivo para amortiguar la respuesta estructural del modelo de laboratorio, es posible ver que en general se obtienen mayores reducciones en la dirección X respecto a la dirección Y . No obstante, esto no es por algún alcance de la teoría o del proceso de diseño, si no que porque en la mayoría de los ensayos de laboratorio realizados, se tiene que el movimiento basal logró excitar los modos superiores en la dirección Y de manera relevante, de manera tal que la hipótesis de que la respuesta de la estructura esté controlada por el primer modo de vibrar traslacional en la dirección de análisis, se ve afectada y no se cumple de la manera en que sí ocurre en la mayoría de los casos en la dirección X (ver tabla 7.1).

Por otro lado, se analiza la eficacia del dispositivo. De la interpretación de \bar{N} , se sabe que el tiempo requerido para alcanzar el 90 % de la máxima amplitud de resonancia no alcanza a representar el 20 % en caso alguno (ver figura 6.51), por lo que se concluye que el dispositivo tuvo tiempo suficiente en todos los ensayos para entrar en funcionamiento, siempre y cuando la frecuencia predominante en el movimiento fuerte sea la del primer modo de vibrar. Otro supuesto realizado en la teoría, fue el de asumir que si bien el flujo dentro del BTLCD es oscilante, la mayor parte del tiempo se tendría que el flujo estaría en régimen turbulento mientras ocurra el movimiento fuerte que excita directamente al disipador (es decir, mientras ocurra el movimiento fuerte del nivel superior). No obstante, a partir de la figura 6.52 y de la tabla 6.4, se tiene que en general, la razón entre la duración en que el flujo está en régimen turbulento respecto a la duración del movimiento fuerte del nivel superior es del orden del 60 %. Incluso ocurre que para el caso de Concepción 2010 se tiene que esta razón apenas alcanza un 25,7 %, pero los resultados muestran que para este ensayo, el BTLCD fue donde mejor trabajó para obtener reducciones. Cabe cuestionarse qué tan importante fue el mencionado supuesto de asumir régimen turbulento. Si se analiza el comportamiento con el flujo pasando por los tres tipos de regímenes, el coeficiente de pérdida ya no se puede suponer constante, notándose una marcada variación para número de Reynolds bajos, ver figura 6.53. Sin embargo, al utilizar un coeficiente de pérdida que varía con el número de Reynolds, se tiene que la fuerza disipativa producida por el flujo casi no varía en su forma respecto a la condición de haber considerado un coeficiente de pérdida constante, ver figura 6.54, de hecho sólo basta con ponderar una curva por una constante para reproducir la otra. Entonces, dado que el coeficiente de pérdida propuesto por Wu et al. (2005) fue calibrado en base a ensayos experimentales donde el flujo efectivamente fue puesto bajo oscilación (es decir, que también pasó por los tres regímenes) y que además en este caso se obtuvo que los amortiguamientos experimentales se ajustan a los predichos teóricamente, se toma como verdadero el coeficiente obtenido mediante la expresión propuesta por Wu et al. (2005). Y para cerrar esto, la figura 6.55 muestra que la linealización propuesta funciona bien dentro del rango de velocidades que predomina en los ensayos realizados, ya que el área bajo la curva lineal y la no lineal son bastante parecidas (entendiendo que esto no cambiaría si en el eje de las abscisas se ploteara el desplazamiento en lugar de la velocidad del flujo), lo cual justifica también el ajuste de los amortiguamientos experimentales a los teóricos y la dispersión que hay en ello.

Finalmente, se destaca que en líneas generales el BTLCD se comportó de acuerdo a lo esperado y produjo reducciones a pesar que la estructura presentase un aumento en sus períodos fundamentales ante las excitaciones sísmicas respecto a los ensayos de tipo pullback con los cuales se identificó en principio las propiedades dinámicas del modelo. Esto recae en un pequeño grado de desintonización que puede aminorar la eficiencia del BTLCD, aunque es posible disminuir esto mediante el aumento de la masa de líquido dentro del contenedor. Por otro lado, el caso particular del ensayo de Valparaíso 2010, donde sí se cumplió el supuesto de que la respuesta estructural estuviese controlada por el primer modo de vibrar, pero no se obtuvieron reducciones en la respuesta, hace que se mantenga la cautela respecto a una conclusión sobre este dispositivo en estudio. Una hipótesis para que el disipador no funcionara en la dirección Y y sí lo hiciese en la dirección X es que el dispositivo se haya quedado sin agua para el movimiento efectivo de la columna líquida en la dirección Y mientras ocurría la activación de la columna líquida en la dirección X . Sin embargo, esto no pasa más allá de ser una especulación. Además no se debe olvidar que en este mismo caso ocurre que a pesar que la respuesta en la dirección Y casi no cambió, se indentificó experimentalmente un aumento de amortiguamiento de casi el doble. Por tanto, tal como se mencionó antes, una manera de entender mejor lo que pasa es realizar más ensayos con el BTLCD y además, ocupar los mismos registros y la misma estructura para hacer ensayos

pero con dos disipadores equivalentes e independientes para la dirección X e Y . Se espera que los análisis de los resultados que se obtengan de dichos experimentos sean esclarecedores y permitan concluir de manera contundente respecto al funcionamiento del BTLCD.

En este caso, se optó por rehacer el ensayo con el registro de Valparaíso 2010, cuya comparación de espectros de potencia de aceleración y desplazamiento del nivel superior se ve en la figura 7.2, las respuestas máximas por piso se muestran en las figuras 7.3 y 7.4. En tanto, de la identificación ejecutada con MOESP se desprende que el amortiguamiento en la dirección X tiene un aumento de 66 %, mientras que en la dirección Y el amortiguamiento se incrementa un 184 %. Estos resultados de la identificación se presentan en la tabla 7.4.

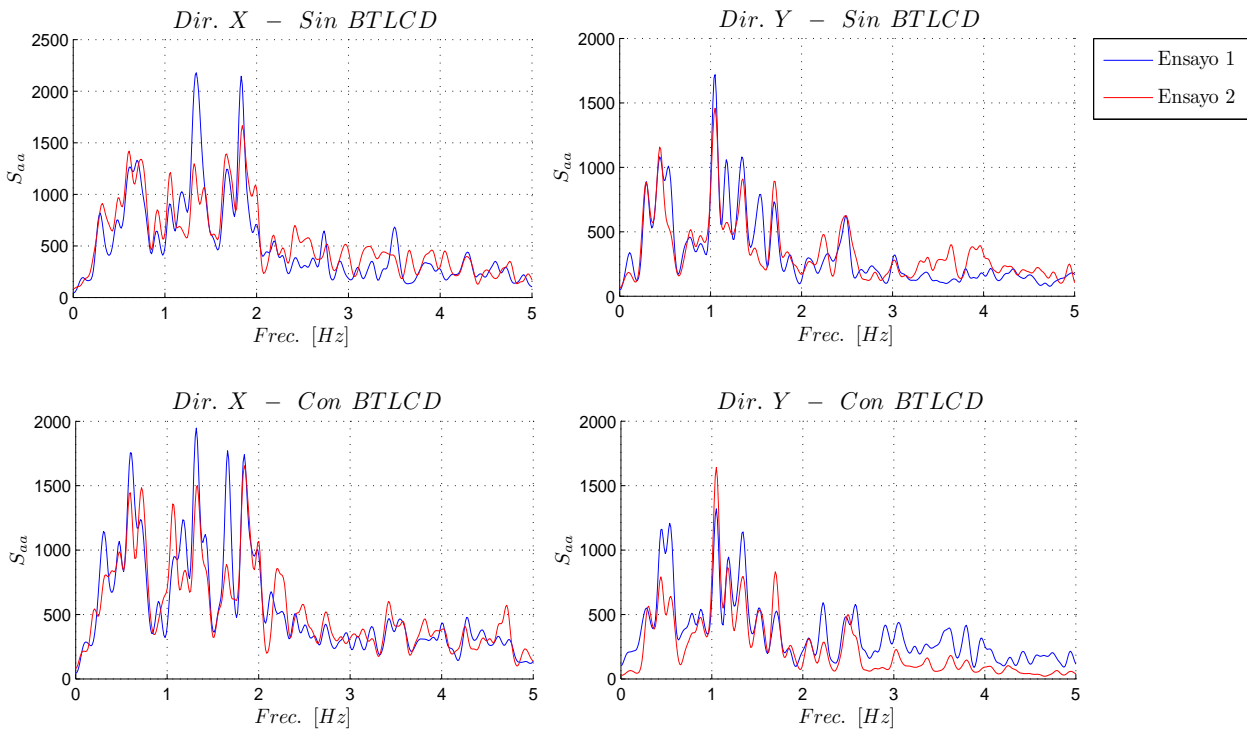


Figura 7.1: Comparación de espectros de potencia de la aceleración basal en ambos ensayos de Valparaíso 2010

Tabla 7.4: Períodos y amortiguamientos identificados con MOESP para Valparaíso 2010 - ensayo 2

Registro	Sin BTLCD				Con BTLCD			
	T_x [s]	T_y [s]	ξ_x [%]	ξ_y [%]	T_x [s]	T_y [s]	ξ_x [%]	ξ_y [%]
Valparaíso 2010 - ensayo 2	1,194	1,620	1,66	2,27	1,193	1,596	2,76	6,46

Espectros de potencia y desplazamiento del nivel superior, Valparaíso 2010 – ensayo 2

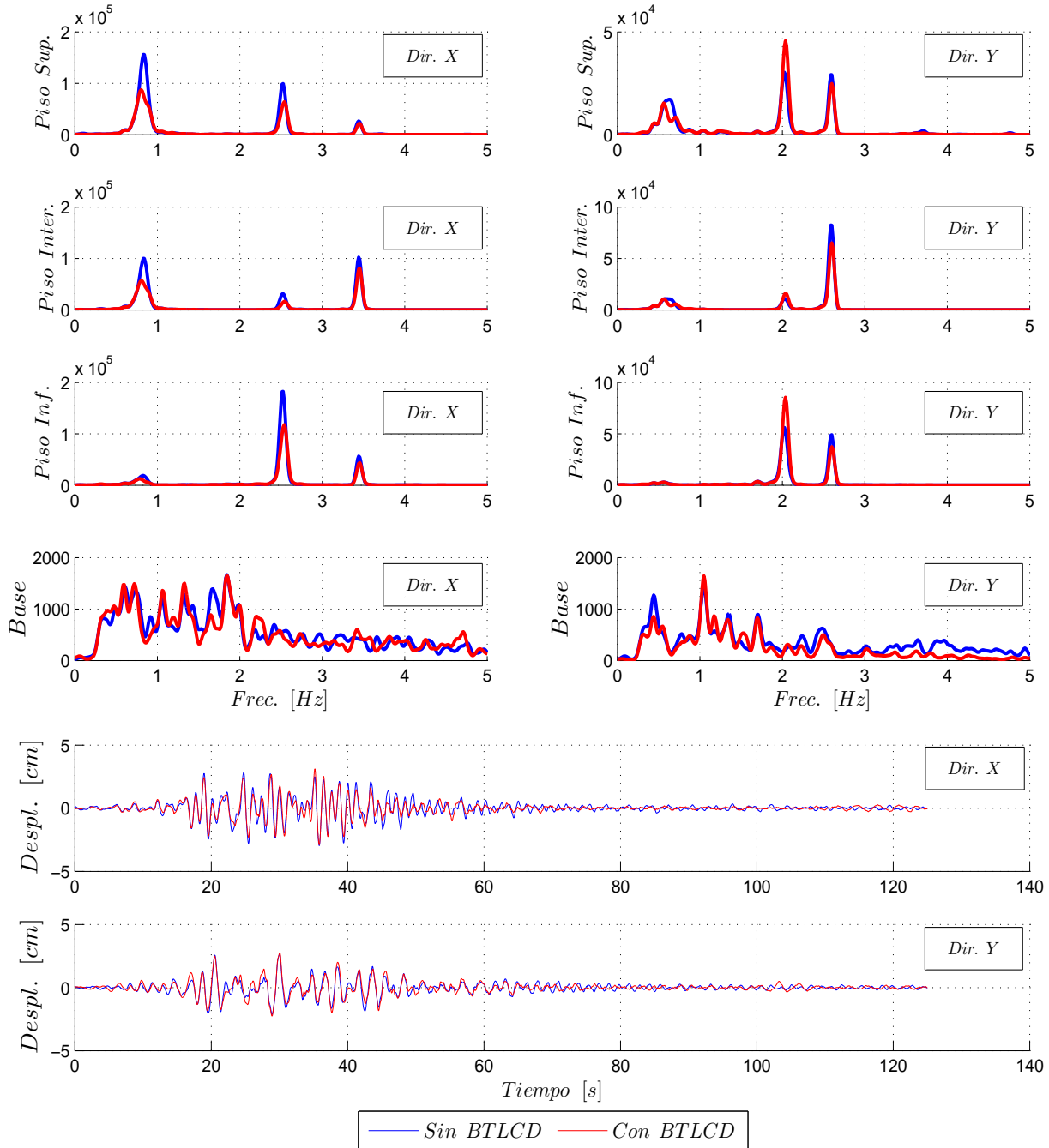


Figura 7.2: *Espectros de potencia y series de tiempo de desplazamiento, Valparaíso 2010 - ensayo 2.*

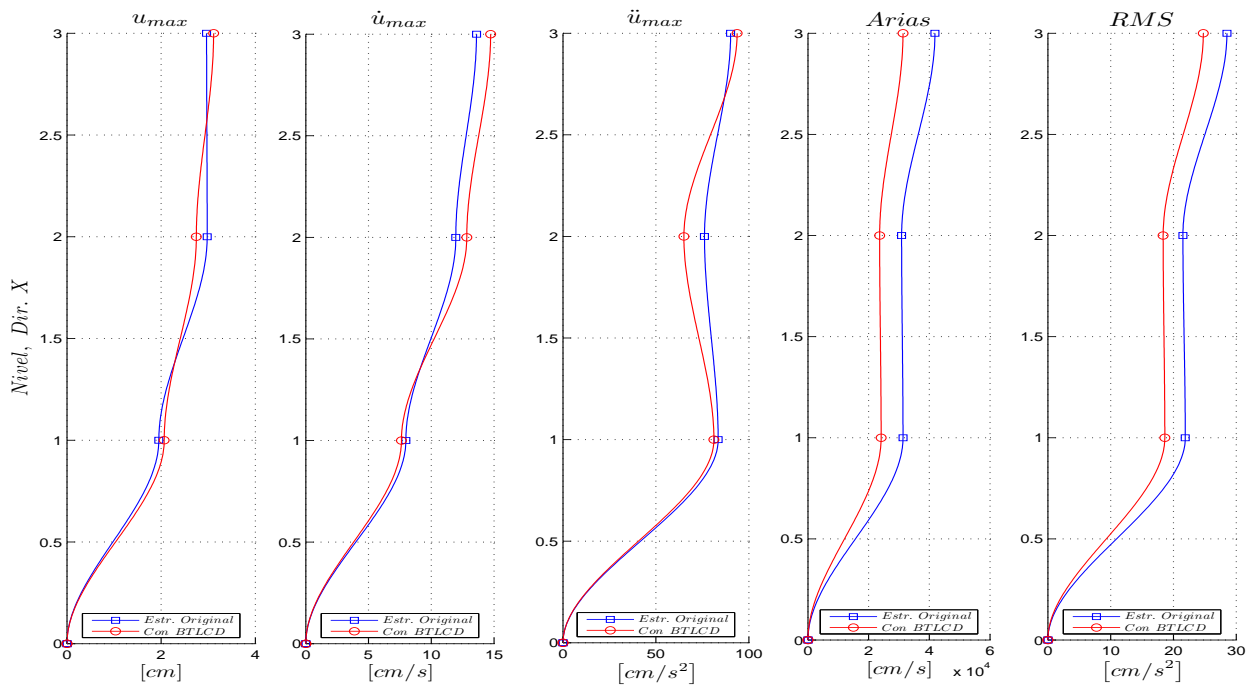


Figura 7.3: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección X, Valparaíso 2010 - ensayo 2.

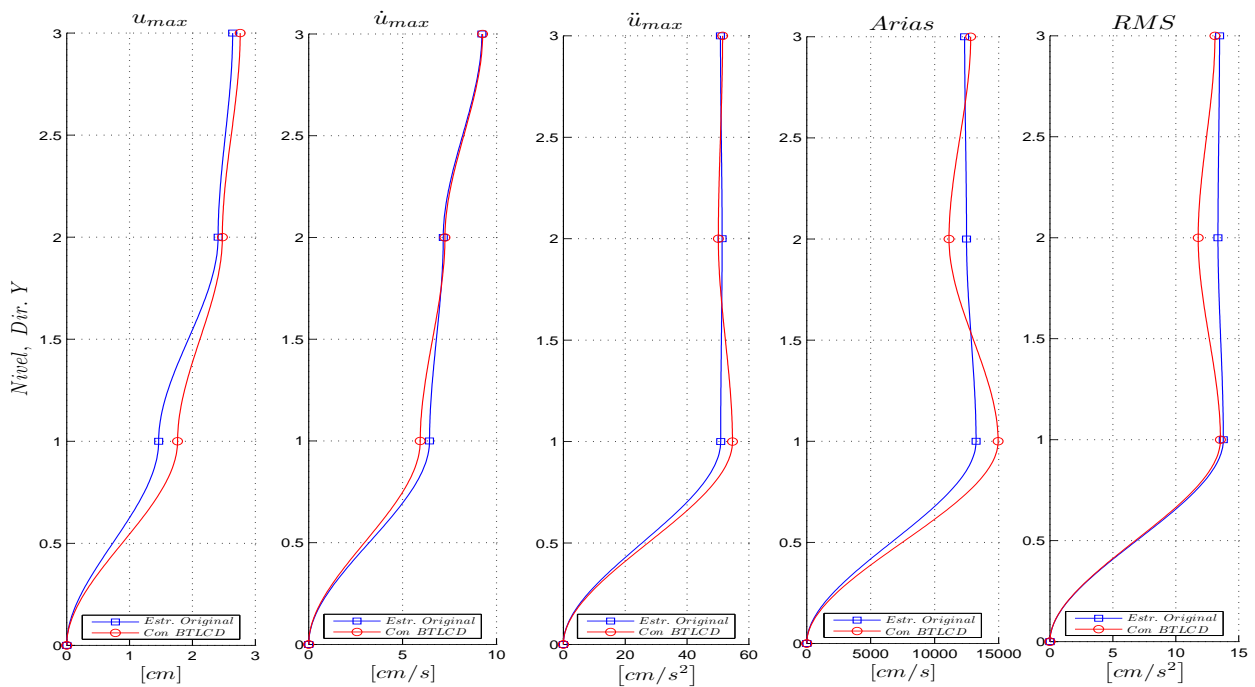


Figura 7.4: Respuestas máximas, intensidad de Arias y RMS en dirección X, Valparaíso 2010 - ensayo 2.

Este ensayo se volvió a hacer debido a que los resultados arrojados mostraban un comportamiento no esperado y de difícil explicación o interpretación. Entonces, lo primero que se hace es comparar los resultados obtenidos de este segundo ensayo con los del primer ensayo de Valparaíso 2010, cuyos resultados son los expuestos en el capítulo 6. De esta comparación, se ve que la respuesta en la dirección X es ligeramente diferente, pues en el segundo ensayo se tiene que los modos superiores cobran más importancia en la respuesta, pero el comportamiento es prácticamente el mismo, lográndose una reducción del aporte a la respuesta del primer modo muy similar en ambos casos. En tanto, al comparar las respuestas en la dirección Y , se ve que las estas son totalmente diferentes; en el caso del primer ensayo se tiene que la respuesta en los niveles intermedio y superior está dada prácticamente sólo por el primer modo, mientras que la del nivel inferior está controlada por modos superiores. Por otro lado, en el caso del segundo ensayo, se tiene que la respuesta de todos los niveles está controlada fuertemente por modos superiores. Esta diferencia se puede explicar porque el movimiento a nivel basal fue un tanto diferente para ambos ensayos (lo cual se debe al funcionamiento de la mesa vibradora), ver figura 7.1, lo que sumado a la gran flexibilidad de la estructura (y por ende la facilidad que se tiene para excitar no sólo el primer modo, si no que los modos superiores también), recayó en que en el segundo ensayo la energía recibida por el nivel inferior en su rango de frecuencias del primer modo no fuera suficiente para excitarlo, no lográndose una intensificación importante de la respuesta de dicho modo hacia los niveles superiores. Entonces, respecto al primer ensayo de comparación de Valparaíso 2010 que se pretendía esclarecer con este segundo ensayo de comparación, lamentablemente no se puede concluir al respecto, puesto que la excitación basal no reprodujo exactamente las mismas condiciones para la estructura. No obstante a esto, y como ya se dijo, sigue siendo interesante rehacer los ensayos con una configuración equivalente de disipadores independientes entre sí y dispuestos para reducir la respuesta en las diferentes direcciones principales de la estructura. De esta manera será posible lograr un mejor entendimiento del comportamiento del sistema de disipación bidireccional analizado en este trabajo, y se espera que se pueda establecer para qué casos sí funciona un BTLCD como sistema de control de vibraciones o si, en definitiva, no es una alternativa viable para reducir la respuesta estructural cuando la excitación de la estructura es un sismo.

Bibliografía

- [1] Federal Emergency Management Agency. Reducing the risks of nonstructural earthquake damage: A practical guide. *FEMA E-74*, 4, 2012.
- [2] R. Reitherman, T. Sabol, R. Bachman, D. Bellet, R. Bogen, D. Cheu, P. Coleman, J. Denney, M. Durkin, C. Fitch, R. Fleming, W. Gates, B. Goodno, M. Halling, and R. Hess. Nonstructural Damage. *Earthquake Spectra*, 11, No. S2:453–513, 1995.
- [3] D. Ding, C. Arnold, H. Lagorio, S. Tobriner, S. Rihal, R. Mangum, G. Hezmalhalch, M. Green, A. Watson, D. Mah, B. Metro, J. Podany, and R. Sharpe. Loma prieta earthquake reconnaissance report: Architecture, building contents, and building systems. *Earthquake Spectra*, 6, No. S1:339–377, 1990.
- [4] Miranda E. 2012.
- [5] Sarrazin M. Moroni M.O, Boroschek R. Dynamic Characteristic of a Long Span Seismic Isolated Bridge. *Earthquake Structures*, 25:1479–1490, 2003.
- [6] M.O. Moroni and M. Sarrazin. Seminario: sistemas pasivos de proteccion sismica. *Departamento de Ingenieria Civil, Universidad de Chile*.
- [7] Y. Tamura, K. Fujii, T. Ohtsuki, T. Wakahara, and R. Kohsaka. Effectiveness of tuned liquid dampers under wind excitation. *Engineering Structures*, 17(9):609–621, 1995.
- [8] Ahsan Kareem, Tracy Kijewski, and Yukio Tamura. Mitigation of Motions of Tall Buildings with Specific Examples of Recent Applications. 1999.
- [9] Luis Rozas and Rubén Boroschek. Reducción de la Respuesta Estructural por Medio del uso de Disipadores de Masa Sintonizada y Disipadores de Columna Líquida Sintonizada. Master’s thesis, Universidad de Chile, 2009.
- [10] F. Sakai, S. Takaeda, and T. Tamaki. Tuned liquid column damper: new type for suppression of building vibrations. *Proceedings of the International Conference on Highrise Buildings, Nanjing, China*, pages 926–931, 1989.
- [11] Xu Y.L, Samali B., and Kwok K.C.S. Control of along-wind response of structures by mass and liquid dampers. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 118(1):20–39, 1992.
- [12] Hitchcock P.A, Kwok K.C.S, Watkins R.D, and Samali B. Characteristics of liquid column vibration absorbers - i. *Engineering Structures*, 19(2):126–134, 1997.
- [13] Hitchcock P.A, Kwok K.C.S, Watkins R.D, and Samali B. Characteristics of liquid column vibration absorbers - ii. *Engineering Structures*, 19(2):135–144, 1997.
- [14] C.C. Chang and M. Gu. Suppression of vortex-excited vibration of tall buildings using tuned liquid dampers. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 83:225–237, 1999.

-
- [15] Balendra T., Wang C.M., and Rakesh G. Effectiveness of tlcd on various structural systems. *Engineering Structures*, 21(4):291–305, 1999.
- [16] Min K.W., Kim H.S., Lee S.H, Kim H., and Ahn S.K. Performance evaluation of tuned liquid column dampers for response control of a 76-story benchmark building. *Engineering Structures*, 27(7):1101–1112, 2005.
- [17] Felix J.L.P., Balthazar J.M., and R.M.L.R.F. Brasil. On tuned liquid column dampers mounted on a structural frame uunder a non-ideal excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 282(3-5):1285–1292, 2005.
- [18] Watkins R.D. Tests on a liquid column vibration absorber for tall structures. *Proceedings of the international conference on steel and aluminium structures*, 1991.
- [19] J.C. Wu, C.H. Chang, and Y.Y. Lin. Optimal designs for non-uniform tuned liquid column dampers in horizontal motion. *Journal of Sound and Vibration*, 326:104–122, 2009.
- [20] Xue S.D., Ko J.M., and Xu Y.L. Tuned liquid columnd damper for suppressing pitching motion of structures. *Engineering Structures*, 23(11):1538–1551, 2000.
- [21] Wu J.C., Wang Y.P., Lee C.L., Liao P.H., and Chen Y.H. Wind-induced initeration of a non-uniform tuned liquid column damper and a structure in pitching motion. *Engineering Structures*, 30(12):3555–3565, 2008.
- [22] H. Gao, K.C.S. Kwok, and B. Samali. Optimization of tuned liquid column damper. *Engineering Structures*, 29(6):476–486, 1997.
- [23] C.C. Chang and C.T. Hsu. Control performance of liquid column vibration absorbers. *Engineering Structures*, 20(7):580–586, 1998.
- [24] C.C. Chang. Mass dampers and their optimal design for building vibration control. *Engineering Structures*, 21:454–469, 1999.
- [25] J.C. Wu, M.H. Shih, Y.Y. Lin, and Y.C. Shen. Design guidelines for tuned liquid column damper for structures responding to wind. *Engineering Structures*, 27(13):1893–1905, 2005.
- [26] S. Yalla and A. Kareem. Optimum absorber parameters for tuned liquid column dampers. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 126(8):906–915, 2000.
- [27] Xu Y.L. and Shum K.M. Multiple-tuned liquid column dampers for torsional vibration control of structures: experimental investigation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 31(4):977–991, 2003.
- [28] Xu Y.L. and Shum K.M. Multiple-tuned liquid column dampers for torsional vibration control of structures: theoretical investigation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 32(1):309–328, 2003.
- [29] A.A. Taflanidis, D.C. Angelides, and G.C. Manos. Optimal design and performance of liquid column mass dampers for rotational vibration control of structures under white noise excitation. *Engineering Structures*, 27:524–534, 2005.
- [30] P. Banerji, M. Murudi, A.H. Shah, and N. Popplewell. Tuned liquid dampers for controlling earthquake response of structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 29:587–602, 2000.
- [31] T.T. Soong and G.F. Dargush. Passive energy dissipation systems in structural engineering. *John Wiley and Sons, USA*, 1997.

- [32] M.J. Tait, N. Isyumov, and A.A. El Damatty. Performance of tuned liquid dampers. *Engineering Mechanics*, 134(5):417–427, 2008.
- [33] X.T. Zhang, R.C. Zhang, and Y.L. Xu. Analysis on control of flow-induced vibration by tuned liquid damper with crossed-tube-like containers. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 50:351–360, 1993.
- [34] J.S. Heo, S.K. Lee, E. Park, S.H. Lee, K.W. Min, H. Kim, J. Jo, and B.H. Cho. Performance test of a tuned liquid damper mass damper for reducing bidirectional responses of building structures. *Structural Design of Tall and Special Buildings*, 18:789–805, 2009.
- [35] S.S. Hosseini, A.K. Ghorbani-Tanha, and M. Rahimian. Performance of tuned liquid dampers with different tank geometries for vibration control of structures. *World Conference on Earthquake Engineering*, 2012.
- [36] S.K. Lee, K.W. Min, and H.R. Lee. Parameter identification of new bidirectional tuned liquid column and sloshing dampers. *Journal of Sound and Vibration*, 330:1312–1327, 2011.
- [37] P. Ahadi, M. Mohebbi, and K. Shakeri. Using optimal multiple tuned liquid column dampers for mitigating the seismic response of structures. *ISRN Civil Engineering*, 2012, 2012.
- [38] T. Novo, H. Varum, F. Teixeira-Dias, H. Rodrigues, M. Falcao Silva, A. Campos Costa, and L. Guerreiro. Tuned liquid dampers simulation for earthquake response control of buildings. *Bull Earthquake Engineering*, 12:1007–1024, 2013.
- [39] R. Debbarma, S. Chakraborty, and S.K. Ghosh. Optimum design of tuned liquid column dampers under stochastic earthquake load considering uncertain bounded system parameters. *International Journal of Mechanical Sciences*, 52:1385–1393, 2010.
- [40] K.A. Al-Saif, K.A. Aldakkan, and M.A. Foda. Modified liquid column damper for vibration control of structures. *International Journal of Mechanical Sciences*, 53:505–512, 2011.
- [41] A. Sarkar and O.T. Gudmestad. Pendulum type liquid column damper (plcd) for controlling vibrations of a structure - theoretical and experimental study. *Engineering Structures*, 49:221–233, 2013.
- [42] Aldo Tamburrino Tavantzis. Apuntes de mecánica de fluidos. *Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile*.
- [43] L. Rozas, R. Boroschek, A. Tamburrino, and M. Rojas. A bidirectional tuned liquid column damper for reducing the seismic response of buildings. *Structural Control and Health Monitoring*, 22(11), 2015.
- [44] Stephen H. Crandall and William D. Mark. *Random Vibration in Mechanical Systems*. Academic Press, 1963.
- [45] White F.M. *Viscous Fluid Flow*. McGraw-Hill, 1991.
- [46] Finn Ruedinger. *Modelling and Estimation of Damping in Non-linear Random Vibration*. PhD thesis, Technical University of Denmark, 2002.
- [47] Robert D. Blevins. *Applied Fluid Dynamics Handbook*. Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1984.
- [48] S. A. Alpay F. E. B. Nigro, A. B. Strong. A numerical study of the laminar viscous incompressible flow through a pipe orifice. *J. Fluids Engineering*, 100:467–472, 1978.

Apéndice A

Funciones de transferencia

A.1. Función de transferencia entre la aceleración basal y la respuesta de desplazamiento de la estructura con BTLCD

A continuación se mostrará el detalle algebraico desarrollado para obtener la expresión de la ecuación 3.30. El análisis se realiza sólo para la dirección X , ya que para la dirección Y es totalmente análogo, por lo que basta sólo reemplazar los sub-índices direccionales en el resultado. Lo primero que se hace es aplicar la transformada de Fourier a la ecuación (3.19):

$$(-\omega^2\alpha_x + 2i\alpha_x\omega_{px}\xi_{px}\omega + \alpha_x\omega_{px}^2)U_x(\omega) = -\alpha_x\ddot{U}_{gx}(\omega) + \left(\frac{2\omega_{dx}\xi_{dx}\mu_x}{i\omega} - \alpha_x\mu_x\right)\ddot{U}_{dx}(\omega) \quad (\text{A.1})$$

Luego, se aplica la transformada de Fourier a la ecuación (3.21) y se despeja $\ddot{U}_{dx}(\omega)$:

$$\begin{aligned} \ddot{U}_{dx}(\omega) + 2v_x\omega_{dx}\xi_{dx}\ddot{U}_{dx}(\omega) + \omega_{dx}^2U_{dx}(\omega) &= -\alpha_xv_x\left(\ddot{U}_{gx}(\omega) + \ddot{U}_x(\omega)\right) \\ \ddot{U}_{dx}(\omega) + \frac{2v_x\omega_{dx}\xi_{dx}}{i\omega}\ddot{U}_{dx}(\omega) - \frac{\omega_{dx}^2}{\omega^2}\ddot{U}_{dx}(\omega) &= -\alpha_xv_x\left(\ddot{U}_{gx}(\omega) - \omega^2U_x(\omega)\right) \\ \ddot{U}_{dx}(\omega) &= \frac{-i\alpha_xv_x\omega^2}{i\omega^2 + 2v_x\omega_{dx}\xi_{dx}\omega - i\omega_{dx}^2}\left(\ddot{U}_{gx}(\omega) - \omega^2U_x(\omega)\right) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Ahora, la expresión (A.2) se reemplaza en la ecuación (A.1):

$$\begin{aligned} (-\omega^2\alpha_x + 2i\alpha_x\omega_{px}\xi_{px}\omega + \alpha_x\omega_{px}^2)U_x &= -\alpha_x\ddot{U}_{gx} + \left(\frac{2\omega_{dx}\xi_{dx}\mu_x - i\omega\alpha_x\mu_x}{i\omega}\right)\left(\frac{-i\alpha_xv_x\omega^2}{i\omega^2 + 2v_x\omega_{dx}\xi_{dx}\omega - i\omega_{dx}^2}\right)\left(\ddot{U}_{gx} - \omega^2U_x\right) \\ (-\omega^2\alpha_x + 2i\alpha_x\omega_{px}\xi_{px}\omega + \alpha_x\omega_{px}^2)U_x &= -\alpha_x\ddot{U}_{gx} + \frac{(i\omega\alpha_x\mu_x - 2\omega_{dx}\xi_{dx}\mu_x)\alpha_xv_x\omega}{i(\omega^2 - \omega_{dx}^2) + 2v_x\omega_{dx}\xi_{dx}\omega}\left(\ddot{U}_{gx} - \omega^2U_x\right) \\ \left(-\omega^2\alpha_x + 2i\alpha_x\omega_{px}\xi_{px}\omega + \alpha_x\omega_{px}^2 + \frac{(i\omega\alpha_x\mu_x - 2\omega_{dx}\xi_{dx}\mu_x)\alpha_xv_x\omega^3}{i(\omega^2 - \omega_{dx}^2) + 2v_x\omega_{dx}\xi_{dx}\omega}\right)U_x &= \left(\frac{(i\omega\alpha_x\mu_x - 2\omega_{dx}\xi_{dx}\mu_x)\alpha_xv_x\omega}{i(\omega^2 - \omega_{dx}^2) + 2v_x\omega_{dx}\xi_{dx}\omega} - \alpha_x\right)\ddot{U}_{gx} \end{aligned}$$

Es claro que de esta última expresión, ya es posible establecer la relación entre $U_x(\omega)$ y $\ddot{U}_{gx}(\omega)$ mediante la búsqueda función de transferencia:

$$U_x(\omega) = H_{u_x}(\omega) \ddot{U}_{gx}(\omega)$$

Donde:

$$\begin{aligned} H_{u_x}(\omega) &= \frac{\frac{(i\omega\alpha_x\mu_x - 2\omega_{dx}\xi_{dx}\mu_x)\alpha_x v_x \omega}{i(\omega^2 - \omega_{dx}^2) + 2v_x\omega_{dx}\xi_{dx}\omega} - \alpha_x}{-\omega^2\alpha_x + 2i\alpha_x\omega_{px}\xi_{px}\omega + \alpha_x\omega_{px}^2 + \frac{(i\omega\alpha_x\mu_x - 2\omega_{dx}\xi_{dx}\mu_x)\alpha_x v_x \omega^3}{i(\omega^2 - \omega_{dx}^2) + 2v_x\omega_{dx}\xi_{dx}\omega}} \\ &= \frac{\overbrace{(i\omega\alpha_x\mu_x - 2\omega_{dx}\xi_{dx}\mu_x)\alpha_x v_x \omega - \alpha_x [i(\omega^2 - \omega_{dx}^2) + 2v_x\omega_{dx}\xi_{dx}\omega]}^N}{\underbrace{(-\omega^2\alpha_x + 2i\alpha_x\omega_{px}\xi_{px}\omega + \alpha_x\omega_{px}^2) [i(\omega^2 - \omega_{dx}^2) + 2v_x\omega_{dx}\xi_{dx}\omega] + (i\omega\alpha_x\mu_x - 2\omega_{dx}\xi_{dx}\mu_x)\alpha_x v_x \omega^3}_D} \end{aligned}$$

Donde N y D es la manera corta de llamar al numerador y denominador de la fracción en cuestión. El siguiente paso es hacer las multiplicaciones correspondientes y ordenar los términos de N y D para expresarlos en la forma clásica de un polinomio. Haciéndolo primero para el numerador:

$$\begin{aligned} N &= i\omega^2\alpha_x^2\mu_x v_x - 2\omega_{dx}\xi_{dx}\mu_x\alpha_x v_x \omega - i\alpha_x\omega_x^2 + i\alpha_x\omega_{dx}^2 - 2\alpha_x v_x\omega_{dx}\xi_{dx}\omega \\ &= -i\alpha_x(1 - \alpha_x\mu_x v_x)\omega^2 - [2\alpha_x v_x\xi_{dx}\omega_{dx}(1 + \mu_x)]\omega + i\alpha_x\omega_{dx}^2 \end{aligned}$$

Y ahora con el denominador:

$$\begin{aligned} D &= -i\omega^2\alpha_x(\omega^2 - \omega_{dx}^2) + i\alpha_x\omega_{px}^2(\omega^2 - \omega_{dx}^2) - 2\alpha_x\omega_{px}\xi_{px}\omega(\omega^2 - \omega_{dx}^2) - 2\alpha_x v_x\omega_{dx}\xi_{dx}\omega^3 \\ &\quad + 2\alpha_x v_x\omega_{dx}\omega_{px}^2\xi_{dx}\omega + 4i\alpha_x v_x\omega_{dx}\omega_{px}\xi_{dx}\xi_{px}\omega^2 + i\alpha_x^2\mu_x v_x\omega^4 - 2\alpha_x v_x\omega_{dx}\xi_{dx}\mu_x\omega^3 \\ &= -i\alpha_x(1 - \alpha_x\mu_x v_x)\omega^4 + (-2\alpha_x\omega_{px}\xi_{px} - 2\alpha_x v_x\omega_{dx}\xi_{dx} - 2\alpha_x v_x\omega_{dx}\xi_{dx}\mu_x)\omega^3 \\ &\quad + i(\alpha_x\omega_{dx}^2 + \alpha_x\omega_{px}^2 + 4\alpha_x v_x\omega_{dx}\omega_{px}\xi_{dx}\xi_{px})\omega^2 + (2\alpha_x\omega_{dx}^2\omega_{px}\xi_{px} + 2\alpha_x v_x\omega_{dx}\omega_{px}^2\xi_{dx})\omega - i\alpha_x\omega_{px}^2\omega_{dx}^2 \end{aligned}$$

Ahora, tanto el numerador N como el denominador D se dividen por el factor $-i\alpha_x\omega_{px}^4$:

$$\begin{aligned} \frac{N}{-i\alpha_x\omega_{px}^4} &= \frac{1}{\omega_{px}^2} \left[(1 - \alpha_x\mu_x v_x) \frac{\omega^2}{\omega_{px}^2} - \left[2i v_x \xi_{dx} \frac{\omega_{dx}}{\omega_{px}} (1 + \mu_x) \right] \frac{\omega}{\omega_{px}} - \frac{\omega_{dx}^2}{\omega_{px}^2} \right] \\ \frac{D}{-i\alpha_x\omega_{px}^4} &= (1 - \alpha_x\mu_x v_x) \frac{\omega^4}{\omega_{px}^4} - 2i \left(\xi_{px} + v_x \xi_{dx} \frac{\omega_{dx}}{\omega_{px}} + v_x \xi_{dx} \mu_x \frac{\omega_{dx}}{\omega_{px}} \right) \frac{\omega^3}{\omega_{px}^3} \\ &\quad + \left(-\frac{\omega_{dx}^2}{\omega_{px}^2} - 1 - 4v_x \xi_{dx} \xi_{px} \frac{\omega_{dx}}{\omega_{px}} \right) \frac{\omega^2}{\omega_{px}^2} + 2i \left(\xi_{px} \frac{\omega_{dx}^2}{\omega_{px}^2} + v_x \xi_{dx} \frac{\omega_{dx}}{\omega_{px}} \right) \frac{\omega}{\omega_{px}} + \frac{\omega_{dx}^2}{\omega_{px}^2} \end{aligned}$$

Es aquí donde se define la razón de frecuencias f_x , que relaciona la frecuencia natural de oscilación del disipador en la dirección X con la frecuencia natural de oscilación de la estructura en la dirección X . Se define también la variable adimensional β_x , la cual relaciona la frecuencia de excitación ω con la frecuencia natural de oscilación de la estructura en la dirección X :

$$f_x = \frac{\omega_{dx}}{\omega_{px}} \qquad \beta_x = \frac{\omega}{\omega_{px}} \qquad (\text{A.3})$$

Con estas definiciones, las últimas expresiones que involucran al numerador N y al denominador D quedan como:

$$\frac{N}{-i\alpha_x\omega_{px}^4} = \frac{1}{\omega_{px}^2} [(1 - \alpha_x\mu_x\nu_x)\beta_x^2 + i[-2f_x\xi_{dx}\nu_x(1 + \mu_x)]\beta_x - f_x^2]$$

$$\begin{aligned} \frac{D}{-i\alpha_x\omega_{px}^4} &= (1 - \alpha_x\mu_x\nu_x)\beta_x^4 + i[-2(\xi_{px} + \xi_{dx}\nu_x f_x(1 + \mu_x))]\beta_x^3 \\ &+ [-(1 + f_x^2 + 4\xi_{px}\xi_{dx}\nu_x f_x)]\beta_x^2 + i[2f_x(\xi_{px}f_x + \nu_x\xi_{dx})]\beta_x + f_x^2 \end{aligned}$$

Para ser más conciso en la escritura, los coeficientes de los polinomios recién mostrados quedarán definidos como:

$$\begin{aligned} A_{0_x} &= f_x^2 \\ A_{1_x} &= 2f_x(f_x\xi_{px} + \nu_x\xi_{dx}) \\ A_{2_x} &= -(1 + f_x^2 + 4\xi_{px}\xi_{dx}\nu_x f_x) \\ A_{3_x} &= -2(\xi_{px} + \xi_{dx}\nu_x f_x(1 + \mu_x)) \\ A_{4_x} &= 1 - \alpha_x\mu_x\nu_x \\ B_{0_x} &= -f_x^2 \\ B_{1_x} &= -2f_x\xi_{dx}\nu_x(1 + \mu_x) \\ B_{2_x} &= 1 - \alpha_x\mu_x\nu_x \end{aligned}$$

Con lo cual, se tiene que:

$$\frac{N}{-i\alpha_x\omega_{px}^4} = \frac{1}{\omega_{px}^2} [B_{2_x}\beta_x^2 + iB_{1_x}\beta_x + B_{0_x}]$$

$$\frac{D}{-i\alpha_x\omega_{px}^4} = A_{4_x}\beta_x^4 + iA_{3_x}\beta_x^3 + A_{2_x}\beta_x^2 + iA_{1_x}\beta_x + A_{0_x}$$

De esta manera, retomando la definición de la función de transferencia, se tiene:

$$\begin{aligned} H_{u_x} &= \frac{N}{D} \\ &= \frac{\frac{N}{-i\alpha_x\omega_{px}^4}}{\frac{D}{-i\alpha_x\omega_{px}^4}} \\ &= \frac{1}{\omega_{px}^2} \cdot \frac{B_{2_x}\beta_x^2 + iB_{1_x}\beta_x + B_{0_x}}{A_{4_x}\beta_x^4 + iA_{3_x}\beta_x^3 + A_{2_x}\beta_x^2 + iA_{1_x}\beta_x + A_{0_x}} \end{aligned}$$

Por otra parte, en la expresión (3.29) la función de transferencia está en función de ω , es decir, $H_{u_x}(\omega)$. Por lo tanto, al hacer el cambio de variable $\omega = \beta_x\omega_{px}$, se tiene:

$$\begin{aligned} E\{u_x^2\} &= \ddot{u}_{go} \int_{-\infty}^{\infty} |H_{u_x}(\omega)|^2 d\omega \\ &= \ddot{u}_{go} \int_{-\infty}^{\infty} |H_{u_x}(\beta_x)|^2 \omega_{px} d\beta_x \\ &= \frac{\ddot{u}_{go}}{\omega_{px}^3} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{B_{2_x}\beta_x^2 + iB_{1_x}\beta_x + B_{0_x}}{A_{4_x}\beta_x^4 + iA_{3_x}\beta_x^3 + A_{2_x}\beta_x^2 + iA_{1_x}\beta_x + A_{0_x}} \right|^2 d\beta_x \end{aligned}$$

La integral de esta última expresión se puede encontrar resuelta en la literatura [44], obteniéndose finalmente el resultado enunciado en la ecuación (3.31) del capítulo 3, es decir:

$$E \{u_x^2\} = \frac{\pi \ddot{u}_{go}}{\omega_{px}^3} \cdot \frac{\left(\frac{B_{0x}^2}{A_{0x}}\right) (A_{2x} A_{3x} - A_{1x} A_{4x}) - A_{3x} (B_{1x}^2 + 2B_{0x} B_{2x}) + A_{1x} B_{2x}^2}{A_{1x} (A_{2x} A_{3x} - A_{1x} A_{4x}) - A_{0x} A_{3x}^2} \quad (\text{A.4})$$

A.2. Función de transferencia entre la aceleración basal y la respuesta de desplazamiento de la estructura sin BTLCD

La ecuación de movimiento en la dirección X de la estructura de 2 GDL sin habersele implementado el BTLCD, es:

$$M_T \ddot{u}_x + C_x \dot{u}_x + K_x u_x = -M_T \ddot{u}_{gx}$$

Si a esta ecuación se le aplica la transformada de Fourier, se obtiene:

$$(-\omega^2 M_T + i\omega C_x + K_x) U_x(\omega) = -M_T \ddot{U}_{gx}(\omega)$$

Por lo tanto, la función de transferencia entre la respuesta de la estructura y la aceleración basal en la dirección X será:

$$\begin{aligned} H_{u_x}^* &= \frac{-M_T}{-\omega^2 M_T + i\omega C_x + K_x} \\ &= \frac{-1}{-\omega^2 + 2i\omega \xi_{px} \omega_{px} + \omega_{px}^2} \\ &= \frac{1}{\omega_{px}^2} \cdot \frac{-1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{px}^2} + 2i\xi_{px} \frac{\omega}{\omega_{px}}} \\ &= \frac{1}{\omega_{px}^2} \cdot \frac{-1}{1 - \beta_x^2 + 2i\xi_{px} \beta_x} \end{aligned}$$

Para ver la expresión anterior más claramente como una fracción de polinomios, es que se escribe como:

$$H_{u_x}^* = \frac{1}{\omega_{px}^2} \cdot \frac{F_{0x}}{-G_{2x} \beta_x^2 + iG_{1x} \beta_x + G_{0x}}$$

Con:

$$\begin{aligned} F_{0x} &= -1 \\ G_{0x} &= 1 \\ G_{1x} &= 2\xi_{px} \\ G_{2x} &= 1 \end{aligned}$$

Cabe notar que la definición de β_x es la misma de la sección anterior. Luego, la respuesta cuadrática esperada del desplazamiento de la estructura sin BTLCD en la dirección X queda definido como:

$$\begin{aligned}
 E^* \{u_x\} &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{u_x^*}(\omega) d\omega \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} |H_{u_x^*}(\omega)|^2 |\ddot{U}_{gx}(\omega)|^2 d\omega \\
 &= \ddot{u}_{gx} \int_{-\infty}^{\infty} |H_{u_x^*}(\omega)|^2 d\omega \\
 &= \ddot{u}_{gx} \int_{-\infty}^{\infty} |H_{u_x^*}(\beta_x)|^2 \omega_{px} d\beta_x \\
 &= \frac{\ddot{u}_{gx}}{\omega_{px}^3} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{F_{0_x}}{-G_{2_x}\beta_x^2 + iG_{1_x}\beta_x + G_{0_x}} \right|^2 d\beta_x
 \end{aligned}$$

Y, por la misma referencia anterior [44], la integral de la última expresión se conoce y se reemplaza:

$$\begin{aligned}
 E^* \{u_x\} &= \frac{\ddot{u}_{gx}}{\omega_{px}^3} \cdot \pi \frac{\frac{F_{0_x}^2}{G_{0_x}} \cdot G_{2_x}}{G_{1_x} G_{2_x}} \\
 &= \frac{\pi \ddot{u}_{gx}}{2\xi_{px} \omega_{px}^3}
 \end{aligned}$$

A.3. Función de transferencia entre la aceleración basal y la respuesta del flujo en el BTLCD

Esta vez, se desea obtener la función de transferencia entre la aceleración basal y la respuesta de desplazamiento del flujo dentro del BTLCD y también la función de transferencia entre la aceleración basal y la respuesta de velocidad del flujo dentro del BTLCD. Esto conducirá a tener una expresión para la respuesta cuadrática esperada del desplazamiento del flujo y también para la respuesta cuadrática esperada de la velocidad del flujo, parámetro al cual se hace referencia al final del capítulo 4. Primero, y al igual que la sección A.1 de este apéndice, se toma la transformada de Fourier de las ecuaciones (3.19) y (3.21), con la diferencia que se dejan en función de $U_{dx}(\omega)$ en lugar de $\ddot{U}_{dx}(\omega)$. Por lo tanto, para las mencionadas ecuaciones, se tiene respectivamente:

$$(-\omega^2 \alpha_x + 2i\alpha_x \omega_{px} \xi_{px} \omega + \alpha_x \omega_{px}^2) U_x(\omega) = -\alpha_x \ddot{U}_{gx}(\omega) + (2i\omega_{dx} \xi_{dx} \mu_x \omega + \alpha_x \mu_x \omega^2) U_{dx}(\omega) \quad (\text{A.5})$$

$$(-\omega^2 + 2iv_x \omega_{dx} \xi_{dx} \omega + \omega_{dx}^2) U_{dx}(\omega) = -\alpha_x v_x (\ddot{U}_{gx}(\omega) - \omega^2 U_x(\omega)) \quad (\text{A.6})$$

Si ahora se despeja $U_x(\omega)$ de las ecuaciones (A.5) y (A.6) y se iguala, se tiene que:

$$\frac{(-\omega^2 + 2iv_x \omega_{dx} \xi_{dx} \omega + \omega_{dx}^2) U_{dx} + \alpha_x v_x \ddot{U}_{gx}}{\alpha_x v_x \omega^2} = \frac{-\alpha_x \ddot{U}_{gx} + (2i\omega_{dx} \xi_{dx} \mu_x \omega + \alpha_x \mu_x \omega^2) U_{dx}}{(-\alpha_x \omega^2 + 2i\alpha_x \omega_{px} \xi_{px} \omega + \alpha_x \omega_{px}^2)}$$

Por lo tanto, juntando términos y factorizando:

$$\begin{aligned}
 & [(-\omega^2 + 2iv_x \omega_{dx} \xi_{dx} \omega + \omega_{dx}^2) (-\alpha_x \omega^2 + 2i\alpha_x \omega_{px} \xi_{px} \omega + \alpha_x \omega_{px}^2) - (2i\alpha_x v_x \omega_{dx} \xi_{dx} \mu_x \omega + \alpha_x \mu_x \omega^4)] U_{dx} \\
 & = [-\alpha_x v_x (-\alpha_x \omega^2 + 2i\alpha_x \omega_{px} \xi_{px} \omega + \alpha_x \omega_{px}^2) - \alpha_x^2 v_x \omega^2] \ddot{U}_{gx}
 \end{aligned}$$

Como la función de transferencia entre la aceleración basal y el desplazamiento del flujo en la dirección X es tal que $U_{dx}(\omega) = H_{u_{dx}}(\omega) \ddot{U}_{gx}(\omega)$, se identifica entonces:

$$H_{u_{dx}} = \frac{-\alpha_x v_x (-\alpha_x \omega^2 + 2i\alpha_x \omega_{px} \xi_{px} \omega + \alpha_x \omega_{px}^2) - \alpha_x^2 v_x \omega^2}{(-\omega^2 + 2iv_x \omega_{dx} \xi_{dx} \omega + \omega_{dx}^2) (-\alpha_x \omega^2 + 2i\alpha_x \omega_{px} \xi_{px} \omega + \alpha_x \omega_{px}^2) - (2i\alpha_x v_x \omega_{dx} \xi_{dx} \mu_x \omega + \alpha_x \mu_x \omega^4)}$$

Si se multiplica el numerador y el denominador de esta última expresión por $-i$ y se ordenan un poco los términos, se obtiene:

$$H_{u_{dx}} = \frac{(-2\alpha_x^2 v_x \omega_{px} \xi_{px}) \omega + i\alpha_x^2 v_x \omega_{px}^2}{(-\omega^2 \alpha_x + 2i\alpha_x \omega_{px} \xi_{px} \omega + \alpha_x \omega_{px}^2) [i(\omega^2 - \omega_{dx}^2) + 2v_x \omega_{dx} \xi_{dx} \omega] + (i\omega \alpha_x \mu_x - 2\omega_{dx} \xi_{dx} \mu_x) \alpha_x v_x \omega^3}$$

Donde es posible notar que el denominador es exactamente igual al denominador de la función de transferencia H_{u_x} de la sección A.1 (ver definición del denominador D). Por lo tanto, si el numerador y denominador de la última expresión se multiplica por $-1/i\alpha_x \omega_{px}^4$ y se aplican las definiciones de f_x y β_x , ver (A.3), se deriva que:

$$\begin{aligned} \frac{(-2\alpha_x^2 v_x \omega_{px} \xi_{px}) \omega + i\alpha_x^2 v_x \omega_{px}^2}{-i\alpha_x \omega_{px}^4} &= \frac{i(-2\alpha_x v_x \xi_{px}) \beta_x - \alpha_x v_x}{\omega_{px}^2} \\ &= \frac{iC_{1_x} \beta_x + C_{0_x}}{\omega_{px}^2} \end{aligned}$$

$$\frac{D}{-i\alpha_x \omega_{px}^4} = A_{4_x} \beta_x^4 + iA_{3_x} \beta_x^3 + A_{2_x} \beta_x^2 + iA_{1_x} \beta_x + A_{0_x}$$

Donde las constantes A_{0_x} , A_{1_x} , A_{2_x} , A_{3_x} y A_{4_x} son las mismas que se definieron en la sección A.1 puesto que se trata del mismo denominador D . Mientras que las constantes C_{0_x} y C_{1_x} se definen como:

$$\begin{aligned} C_{0_x} &= -\alpha_x v_x \\ C_{1_x} &= -2\alpha_x v_x \xi_{px} \end{aligned}$$

Por lo tanto, en definitiva, la función de transferencia $H_{u_{dx}}$ se expresa como:

$$H_{u_{dx}} = \frac{1}{\omega_{px}^2} \cdot \frac{C_{1_x} \beta_x + C_{0_x}}{A_{4_x} \beta_x^4 + iA_{3_x} \beta_x^3 + A_{2_x} \beta_x^2 + iA_{1_x} \beta_x + A_{0_x}} \quad (\text{A.7})$$

Luego, la respuesta cuadrática esperada del desplazamiento del flujo en la dirección X es:

$$\begin{aligned} E\{u_{dx}\} &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{u_{dx}}(\omega) d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} |H_{u_{dx}}(\omega)|^2 |\ddot{U}_{gx}(\omega)|^2 d\omega \\ &= \ddot{u}_{gx} \int_{-\infty}^{\infty} |H_{u_{dx}}(\omega)|^2 d\omega \\ &= \ddot{u}_{gx} \int_{-\infty}^{\infty} |H_{u_{dx}}(\beta_x)|^2 \omega_{px} d\beta_x \\ &= \frac{\ddot{u}_{gx}}{\omega_{px}^3} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{C_{1_x} \beta_x + C_{0_x}}{A_{4_x} \beta_x^4 + iA_{3_x} \beta_x^3 + A_{2_x} \beta_x^2 + iA_{1_x} \beta_x + A_{0_x}} \right|^2 d\beta_x \\ &= \frac{\pi \ddot{u}_{gx}}{\omega_{px}^3} \cdot \frac{C_{0_x}^2 (A_{2_x} A_{3_x} - A_{1_x} A_{4_x}) - A_{3_x} C_{1_x}^2}{A_{1_x} (A_{2_x} A_{3_x} - A_{1_x} A_{4_x}) - A_{0_x} A_{3_x}^2} \end{aligned}$$

Por otro lado, se puede conocer rápidamente la función de transferencia entre la aceleración basal y la respuesta de velocidad del flujo en la dirección X debido a que:

$$\begin{aligned} U_{dx}(\omega) = H_{u_{dx}}(\omega) \ddot{U}_{gx}(\omega) \quad \text{y} \quad \dot{U}_{dx}(\omega) = i\omega U_{dx}(\omega) &\longrightarrow \dot{U}_{dx}(\omega) = i\omega H_{u_{dx}}(\omega) \ddot{U}_{gx}(\omega) \\ &\longrightarrow H_{\dot{u}_{dx}}(\omega) = i\omega H_{u_{dx}}(\omega) \end{aligned}$$

Entonces:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\dot{u}_{dx}}^2 &= E \{ \dot{u}_{dx} \} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\dot{u}_{dx}}(\omega) d\omega \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} |H_{\dot{u}_{dx}}(\omega)|^2 |\ddot{U}_{gx}(\omega)|^2 d\omega \\
 &= \ddot{u}_{gx} \int_{-\infty}^{\infty} |H_{\dot{u}_{dx}}(\omega)|^2 d\omega \\
 &= \ddot{u}_{gx} \int_{-\infty}^{\infty} |i\omega H_{u_{dx}}(\omega)|^2 d\omega \\
 &= \ddot{u}_{gx} \int_{-\infty}^{\infty} |\omega H_{u_{dx}}(\omega)|^2 d\omega \\
 &= \ddot{u}_{gx} \int_{-\infty}^{\infty} |\omega_{px} \beta_x H_{u_{dx}}(\beta_x)|^2 \omega_{px} d\beta_x \\
 &= \ddot{u}_{gx} \int_{-\infty}^{\infty} |\beta_x H_{u_{dx}}(\beta_x)|^2 \omega_{px}^3 d\beta_x \\
 &= \frac{\ddot{u}_{gx}}{\omega_{px}} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{C_{1x} \beta_x^2 + C_{0x} \beta_x}{A_{4x} \beta_x^4 + iA_{3x} \beta_x^3 + A_{2x} \beta_x^2 + iA_{1x} \beta_x + A_{0x}} \right|^2 d\beta_x \\
 &= \frac{\pi \ddot{u}_{gx}}{\omega_{px}} \cdot \frac{A_{1x} C_{1x}^2 - A_{3x} C_{0x}}{A_{1x} (A_{2x} A_{3x} - A_{1x} A_{4x}) - A_{0x} A_{3x}^2}
 \end{aligned}$$

Donde, nuevamente, las integrales de los polinomios complejos fueron resueltas gracias a la literatura [44].

Apéndice B

Análisis del coeficiente de pérdida η en función del número de Reynolds

El coeficiente de pérdida η se debe a tres fuentes diferentes de pérdida de energía, la que se debe a las placas orificio, la debida al brusco cambio de dirección del movimiento del flujo en los codos del dispositivo y la debida al roce entre el líquido y las paredes del contenedor. Por tanto, para analizar como varía el coeficiente de pérdida según el tipo de régimen del flujo (es decir, según el número de Reynolds), se estudiará el comportamiento del coeficiente η para cada una de estas fuentes de pérdida de energía.

B.1. Coeficiente de pérdida de energía debido a la placa orificio

En su libro “Applied fluid dynamics handbook”, Robert D. Blevins [47] establece que la velocidad del flujo a través de la placa orificio está dada por (la notación de la expresión fue adaptada a la notación de este trabajo):

$$\dot{u}_{po} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{d_{eq}}{D_{eq}}\right)^4}} \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (\text{B.1})$$

Donde,

ρ : Densidad del líquido.

Δp : Diferencia de presión estática entre aguas arriba y aguas abajo de la placa orificio.

\dot{u}_{po} : Velocidad del flujo en su paso por la placa orificio.

D_{eq} : Diámetro equivalente del ducto.

d_{eq} : Diámetro equivalente de la sección implementada con la placa orificio.

Blevins también dice que la expresión (B.1) por lo general sobreestima la velocidad, por lo que, basado en datos experimentales, se definió un coeficiente de descarga como $C = vel. real/vel. ideal$. Al incluir dicho factor C en la ecuación (B.1), se obtiene:

$$\dot{u}_{po} = \frac{C}{\sqrt{1 - \left(\frac{d_{eq}}{D_{eq}}\right)^4}} \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (\text{B.2})$$

Resultados experimentales dicen que el coeficiente de descarga C raramente varía fuera del rango $0,59 < C < 0,65$ para una placa orificio rectangular. Además, se dice que cuando se cumple que:

$$\begin{aligned} Re_{po} &> 10^4 \\ 0,20 &< \frac{d_{eq}}{D_{eq}} < 0,75 \\ 5 [cm] &< D_{eq} < 50 [cm] \end{aligned} \quad (B.3)$$

la Organización Internacional de Estándares y la Sociedad Americana de Ingenieros Mecánicos recomiendan la siguiente expresión:

$$C = 0,5959 + 0,0312\kappa^{2,1} - 0,1840\kappa^8 + \frac{0,09L_1\kappa^4}{D(1-\kappa^4)} - 0,0337\frac{L_2}{D_{eq}}\kappa^3 + 91,71\kappa^{2,5}Re^{-0,75} \quad (B.4)$$

Donde,

L_1 : Distancia desde la sección de toma de presión aguas arriba hasta la cara aguas arriba de la placa orificio.

L_2 : Distancia desde la sección de toma de presión aguas abajo hasta la cara aguas abajo de la placa orificio.

$\kappa = \frac{d_{eq}}{D_{eq}}$: Razón de diámetros equivalentes.

$Re = \frac{\dot{u}_d D_{eq}}{\nu}$: Razón de diámetros equivalentes.

$Re_{po} = \frac{\dot{u}_{po} D_{eq}}{\nu}$: Razón de diámetros equivalentes.

Cabe hacer notar la diferencia entre el Reynolds de las condiciones, el cual se obtiene a partir de la velocidad en la sección con la placa orificio (Re_{po}), y el Reynolds en la ecuación (B.4), donde se debe computar haciendo uso de la velocidad en la sección sin restricción del ducto (Re). Por otra parte, como se verá más adelante, las condiciones (B.3) se cumplen bien para la dirección X y los parámetros en la dirección Y quedan fuera, pero justo en el límite. Sin embargo, como lo que se desea hacer es una evaluación para saber si el comportamiento estimado con las ecuaciones del capítulo 4 están funcionando de forma aceptable, se permite utilizar la expresión (B.4) también para la dirección Y . Además, como lo que interesa en esta sección es determinar el coeficiente de pérdida debido a la placa orificio, se supone que las tomas de presión son del tipo “flange tap” (es decir, que están muy cercanas a la placa orificio), por lo que se tiene que $L_1 = 0$ y $L_2 = 0$.

Ahora falta determinar el coeficiente de descarga para valores del número de Reynolds menores a 10^4 . En esta parte, Blevins [47] hace referencia al trabajo de Nigro et al. [48] y presenta la siguiente tabla con la cual es posible encontrar valores para el rango de interés de este estudio:

Tabla B.1: Coeficiente de descarga C para números de Reynolds bajos

d_{eq}/D_{eq} \ Re_{po}	10	60	100	500	10^3	10^4	10^5	10^6
0,3	0,47	0,64	0,67	0,72	0,70	0,60	0,60	0,60
0,5	0,46	0,66	0,69	0,74	0,72	0,61	0,60	0,60
0,7	0,42	0,67	0,72	0,81	0,83	0,65	0,61	0,60

Finalmente, Blevins dice que el coeficiente de pérdida de energía del flujo debido a la placa orificio está dado por:

$$\eta_{po} = \frac{\alpha}{C^2} \left(\frac{D_{eq}}{d_{eq}} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{d_{eq}}{D_{eq}} \right)^4 \right] \quad (\text{B.5})$$

Donde α se obtiene de la siguiente tabla:

Tabla B.2: *Coefficiente α (H.S. Bean (1971), citado por Blevins (1978) [47])*

d_{eq}/D_{eq}	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
α	0,93	0,89	0,82	0,74	0,63	0,53	0,38	0,22

En el caso del disipador construido para este estudio, se tiene que los parámetros de interés para esta fuente de pérdida de energía toman los siguientes valores:

$$\begin{aligned} D_{eqx} &= 5,4 [cm] & D_{eqy} &= 4,3 [cm] \\ d_{eqx} &= 3,8 [cm] & d_{eqy} &= 2,7 [cm] \\ \kappa_x &= 0,708 [cm] & \kappa_y &= 0,643 [cm] \\ \alpha_x &= 0,530 [cm] & \alpha_y &= 0,587 [cm] \end{aligned}$$

Es con estos valores y con la expresión (B.4) y la tabla B.1 que se construyen las curvas de color verde en los gráficos de la figura 6.53.

B.2. Coeficiente de pérdida de energía debido a los cambios de dirección del flujo en los codos del BTLCD

Pra flujos con números de Reynolds bajos, Hooper (1992) propone utilizar un coeficiente de pérdida singular dado por:

$$\eta_{cd} = \frac{K_1}{Re} + \frac{K_\infty}{1 + \frac{1}{D_{eq}}} \quad (\text{B.6})$$

Donde K_1 y K_∞ corresponden a coeficientes evaluados para $Re = 1$ y número de Reynolds muy grande, respectivamente. El diámetro D_{eq} de la tubería debe expresarse en pulgadas. En la referencia donde se encuentra esta información [42] se encuentra una tabla donde se describe la fuente de pérdida energía y se entregan los valores de K_1 y K_∞ . Para codos de 90° se utilizan los parámetros con mayor valor, puesto que un codo sin curvatura (como son los del BTLCD construido) no figura en la mencionada tabla. Por lo tanto, los valores utilizados en la ecuación (B.6), y con los cuales se construyen las curvas de color amarillos en los gráficos de la figura 6.53, son:

$$K_1 = 800 \qquad K_\infty = 0,40 \qquad D_{eqx} = 2,11'' \qquad D_{eqy} = 1,68''$$

Cabe mencionar que en la tabla tampoco figuran los valores para placas orificio, razón por la cual se recurrió a otra referencia (la ya mencionada en la sección anterior) para determinar el coeficiente de pérdida asociada a dicha fuente de pérdida de energía.

B.3. Coeficiente de pérdida de energía debido al roce entre el flujo y las paredes del contenedor

El coeficiente de pérdida de energía dada por esta fuente está determinado por:

$$\eta_f = f \cdot \frac{L_T}{D_{eq}} \quad (\text{B.7})$$

Donde f es el factor de fricción, L_T es la longitud total del ducto por el cual está escurriendo el flujo (es decir, es la longitud de la columna líquida) y D_{eq} es el ya definido diámetro equivalente de la sección. Como se estableció en el capítulo 4, y considerando que las paredes del contenedor es hidrodinámicamente lisa para el flujo y su subcapa viscosa debido a que el material con el que se construyó el BTLCD es acrílico, se tiene que:

- Para régimen laminar: $f = \frac{64}{Re}$
- Para régimen turbulento y pared hidrodinámicamente lisa: $f = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$

Donde cabe recordar que la segunda expresión es válida para $Re < 10^5$. Para los números de Reynolds que entren en la categoría de régimen en transición, se calcula un factor de fricción f mediante una interpolación lineal entre el valor límite de régimen laminar - régimen en transición y el valor límite entre régimen en transición - régimen turbulento. Por lo tanto, para este caso, además de las ecuaciones ya dadas, hace falta recordar que $L_{Tx} = 86,5 [cm]$ y $L_{Ty} = 130 [cm]$, datos con los cuales es posible construir las curvas de color celeste en los gráficos de la figura 6.53.

