

Comportamiento Manada en las Administradoras de Fondos de Pensiones

Javiera Vásquez
Departamento de Economía
Universidad de Chile

Diciembre 2004

Resumen

Este trabajo desarrolla un juego estático de información completa para modelar la decisión de inversión de las Administradoras de Fondos de Pensiones. Este modelo simple permite demostrar que la existencia de una penalización de acuerdo al comportamiento relativo (banda de rentabilidad mínima), genera un comportamiento estratégico por parte de ellas, lo que lleva a una imitación en sus carteras de inversión o *comportamiento manada*.

Se testea empíricamente si el efecto manada es sensible a cambios en la exigencia de rentabilidad mínima, encontrando efectivamente que cuando cambia la forma de calcular la banda, más específicamente cuando esta se hace más amplia, el efecto manada disminuye. Para testear esto, se construye un indicador del grado en que las administradoras de fondos de pensiones terminan invirtiendo en el mismo lado del mercado, es decir, comprando y vendiendo las mismas acciones (Lakonishok et.al (1992)). Se propone un nuevo indicador, que llamaremos *Indicador Ponderado de Efecto Manada*, donde la decisión de inversión de cada AFP recibe un peso de acuerdo a su importancia relativa, medida a través del valor de su fondo.

1. Introducción

El principal objetivo de esta Tesis es desarrollar un modelo simple de decisión de inversión de las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP), que permita demostrar que la exigencia de rentabilidad mínima a la que estas instituciones están sujetas, genera un comportamiento manada en sus decisiones de inversión.

Además es necesario testear si el efecto manada observado en este mercado tiene alguna relación con esta exigencia, para lo cual se cuantifica el efecto manada y se analiza su sensibilidad frente a cambios en el cálculo de la rentabilidad mínima.

La importancia de este tema se debe a que empíricamente se ha demostrado que el comportamiento manada trae consecuencias negativas sobre los mercados de activos donde estos recursos se invierten (Brennan (1993), Maug y Naik (1995) y Admati y Pfleiderer (1997)). Esto toma aún mayor importancia considerando que el mercado de capitales chileno es pequeño y en vías de desarrollo, y considerando que los recursos totales administrados por las AFP alcanzan 49.690 millones de dólares, lo que equivale aproximadamente a un 64% del PIB de Chile¹

Las Administradoras de Fondos de Pensiones surgen a partir de la reforma en el Sistema de Pensiones Chileno del año 1981. El principal cambio es que la administración de los fondos es privada y los fondos se depositan en cuentas individuales. Es decir, se pasa de un *sistema de reparto* hasta entonces existente, a un *sistema de capitalización individual*.

Las AFP son reguladas por una entidad autónoma que representa al Estado en el Sistema de Pensiones de AFP, la Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones (SAFP), cuyo objetivo primordial es la vigilancia y control de las administradoras de fondos de pensiones y cuya misión fundamental es: *velar por la seguridad de los ahorros*

¹Boletín Estadístico Asociación Internacional de Organismos de Supervisión de Fondos de Pensiones (Diciembre 2003).

previsionales para la vejez, invalidez y sobrevivencia, pertenecientes a los trabajadores y pensionados chilenos.

Para cumplir con este objetivo la SAFP impone cierto tipo de restricciones, algunas de ellas para dar seguridad y otras para garantizar una buena gestión de las AFP. El primer tipo de regulación exige los porcentajes máximos y mínimos en que los fondos de pensiones se pueden invertir, en los distintos tipos de instrumentos. Y el segundo tipo exige una rentabilidad mínima a cada una de las AFP, la que se obtiene de comparar su rentabilidad con la rentabilidad promedio de todo el sistema de pensiones de AFP. Esta última regulación impone una penalización de acuerdo a desempeño relativo, esta será el tema fundamental de esta Tesis, donde se pretende indagar sobre los efectos de esta regulación sobre el comportamiento de las AFP, es decir, en que grado esta regulación induce a un *comportamiento manada*, lo que se traduce finalmente en un hecho observable llamado *efecto manada*.

El *efecto manada* es el aspecto que observamos cuando existe comportamiento manada en las decisiones de inversión, explícitamente el efecto manada para el desarrollo de este trabajo, se define como el grado en que las AFP terminan comprando y vendiendo las mismas acciones. Por otra parte, el *comportamiento manada* tiene varias posibles causas entre ellas la exigencia de rentabilidad mínima, como por ejemplo, problemas informacionales como la demuestran Banerjee (1992) o estrategia comercial, donde ellas mismas se autoregulan para no desviarse de la rentabilidad promedio. Esta Tesis tiene por objetivo demostrar que el efecto manada y así el comportamiento manada, es sensible a cambios en el cálculo de la rentabilidad mínima, y de esta forma, dilucidar la interrogante sobre si este tipo de regulación tiene efectos en la decisión de inversión de las AFP.

El trabajo se desarrolla de la siguiente forma, en la sección 2 se presentan los principales antecedentes referentes a la exigencia de rentabilidad mínima y sus efectos sobre las inversiones de las AFP. En la sección 3, se presentan los aspectos conceptuales y la

evidencia empírica sobre el comportamiento manada, y sus efectos sobre otros mercados. En la sección 4 se presenta el modelo, el cual es un modelo simple estático de información completa, que permite demostrar como la exigencia de rentabilidad mínima altera el comportamiento óptimo (pareto) de las AFP, lo que se traduce en un comportamiento manada. Para poder testear si el efecto manada es sensible a cambios en la banda de rentabilidad mínima, es necesario medir numéricamente el efecto manada, para esto en la sección 5 se calcula el grado en que las AFP terminan invirtiendo en el mismo lado del mercado, siguiendo la metodología de Lakonishok et. al (1992). Además se propone un nuevo indicador de efecto manada más acorde a la estructura de las Administradoras de Fondos de Pensiones en Chile, *indicador ponderado de efecto manada*. Finalmente, en la sección 6 se presentan las principales conclusiones y extensiones futuras del presente artículo.

2. Antecedentes

El Sistema de Pensiones Chileno actual se encuentra en una etapa de transición, desde un *sistema de reparto* aun *sistema de capitalización individual*.

El Sistema de Pensiones en Chile comienza en el año 1929 con la creación de la Caja del Seguro Obrero, en 1925 se crea la Caja de Empleados Particulares y de Empleados Públicos y Periodistas. A partir de esta fecha y hasta 1979, se fueron creando un sin número de distintas cajas, las que se caracterizaban por se bastante desiguales en sus contribuciones obligatorias, beneficios y requisitos para obtener una pensión. En 1979 todas las cajas son funcionadas en una sólo institución, el Instituto de Normalización Previsional (INP). El sistema de pensiones que regia en este periodo se denomina un sistema de reparto, donde afiliados más jóvenes financian las pensiones de los más viejos o pensionados mediante sus cotizaciones, todo el dinero administrado es depositado en una cuenta común de administración pública.

En el año 1980 se produce la gran reforma al Sistema de Pensiones Chileno, esta reforma es pionera a nivel mundial y ha sido imitada por países como Perú (1993), Argentina (1994), Colombia (1994), Uruguay (1996), Bolivia (1997), México (1997), El Salvador (1998), Costa Rica (2001) y República Dominicana (2003).

Se implementa un sistema de capitalización individual, donde las principales diferencias con el sistema anterior (sistema antiguo) es que cada afiliado financia su propia vejez a través de los fondos acumulados en su cuenta individual, y que la administración de esos fondos está a cargo de instituciones privadas, las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP).

Cada una de las AFP debe administrar distintos fondos los que difieren en los instrumentos financieros que se puede invertir. Hasta Octubre 2002 sólo existían dos Fondos: Tipo 1 y Tipo 2, a partir de esta fecha se extienden a 5 fondos: A, B, C, D y E, ampliando las posibilidades de inversión en activos más riesgosos.

El valor de cada uno de los fondos se expresa en cuotas, donde el valor de las cuotas se determina diariamente sobre la base del valor económico o el de mercado de las inversiones.

Las AFP periodo a periodo deben decidir la forma de invertir el dinero de sus afiliados para obtener una rentabilidad. La rentabilidad nominal mensual de un fondo es el porcentaje de variación del valor promedio de la cuota de un mes del fondo, respecto al valor promedio mensual de la cuota en el mes anterior. La rentabilidad promedio se calcula separadamente para cada tipo de fondo, y corresponde al promedio ponderado de la rentabilidad nominal mensual de todos los fondos de igual tipo, el ponderador se calcula como el valor del fondo con respecto al valor de todos los fondos del mismo tipo.²

Por administrar los fondos las AFP cobran comisiones las que pueden ser fijas o variables, y son libremente determinadas por ellas.

²El ponderador de cada AFP en el promedio no podrá superar a $2/n$, donde n es el número de fondos del mismo tipo. El máximo valor de n a considerar es 14.

Las Administradoras de Fondos de Pensiones son reguladas por una entidad autónoma que representa al Estado en el Sistema de Pensiones de AFP, la Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones, cuyo objetivo primordial es la vigilancia y control de las administradoras de fondos de pensiones y cuya misión fundamental es: *velar por la seguridad de los ahorros previsionales para la vejez, invalidez y sobrevivencia, pertenecientes a los trabajadores y pensionados chilenos.*

Según lo establecido en el decreto de ley 3.500 que regula a las AFP, las inversiones que se efectúen con los recursos de los Fondos de Pensiones tendrán como único objetivo la obtención de una rentabilidad adecuada y seguridad. Para lograr estos objetivos la SAFP impone dos restricciones, la primera da los topes máximos y mínimos que se deben invertir en los instrumentos financieros y la segunda es la exigencia de una rentabilidad mínima.

Los instrumentos financieros en los que las AFP pueden invertir, se pueden clasificar en cuatro grandes categorías según el emisor:

- Instituciones Estatales
- Instituciones Financieras
- Empresas
- Inversión en Extranjero

Con respecto a los límites máximos y mínimos en cada uno de estos instrumentos, la ley establece que las inversiones en instrumentos estatales, en instituciones financieras y empresas no pueden ser inferior al 35 % ni superior al 50 % (cada uno de ellos), y la inversión en el extranjero no puede ser inferior al 10 % ni superior al 20 %. Además existen restricciones cruzadas entre los distintos instrumentos, como por ejemplo que la

inversión en extranjero junto con la inversión en empresas no puede sumar más del 70 %.³

Para garantizar una rentabilidad adecuada y una buena gestión de estas firmas se les exige una rentabilidad mínima. Así la ley establece que las Administradoras de Fondos de Pensiones serán responsables de que la rentabilidad real anualizada de los últimos 36 meses de cada uno de sus fondos no sea menor a la que resulte inferior entre:

- La rentabilidad real anualizada de los últimos 36 meses promedio de todos los fondos del mismo tipo, según corresponda, menos dos puntos porcentuales (Fondo C) o menos 4 puntos porcentuales (Fondo A y B), y
- La rentabilidad real anualizada de los últimos treinta y seis meses promedio de todos los fondos del mismo tipo, según corresponda, menos el valor absoluto del 50 % de dicha rentabilidad.

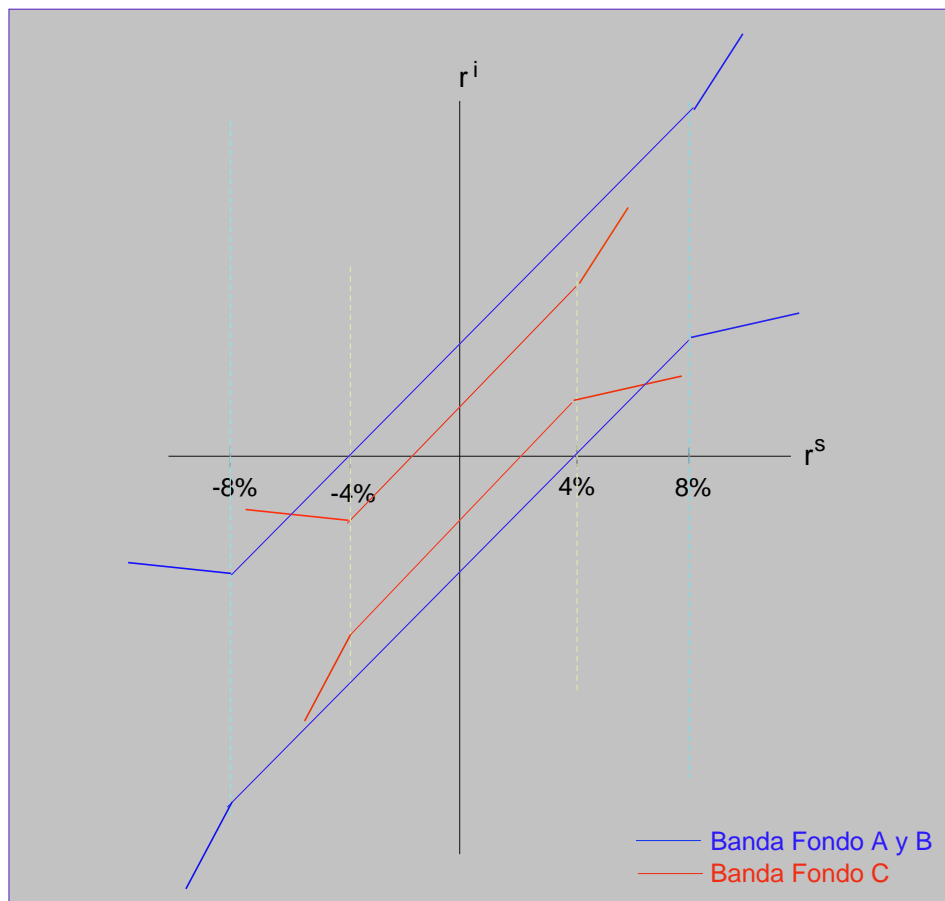
Con el objeto de garantizar la rentabilidad mínima, en cada Fondo existirá una “Reserva de Fluctuaciones de Rentabilidad”, este estará expresado en cuotas del respectivo Fondo de Pensiones, y se formará con los excesos de rentabilidad real anualizada de los últimos 36 meses de un Fondo, que en un mes supere la cantidad que resulte mayor entre:

- La rentabilidad real anualizada de los últimos 36 meses promedio de todos los fondos del mismo tipo, según corresponda, más dos puntos porcentuales (Fondo C) o más 4 puntos porcentuales (Fondo A y B), y
- La rentabilidad real anualizada de los últimos treinta y seis meses promedio de todos los fondos del mismo tipo, según corresponda, más el valor absoluto del 50 % de dicha rentabilidad.

De esta forma, los límites superior e inferior para la rentabilidad obtenida por una AFP definen la Banda de Rentabilidad Mínima.

³Estos valores corresponden a las inversiones del Fondo Tipo 1, obtenidos del Decreto de Ley 3500.

En la siguiente figura podemos apreciar las diferencias entre las bandas del Fondo Tipo C y la banda del Fondo Tipo A y B, para estos últimos fondos la banda es más ancha.



Banda de Rentabilidad Mínima para los Fondos Tipo A, B y C

Además podemos distinguir dos zonas, cuando la rentabilidad promedio del sistema es menor a un 4 % y mayor a un -4 % (Fondo C), esta operando la rentabilidad mínima que se define como menos dos puntos porcentuales de la rentabilidad promedio del sistema y la rentabilidad máxima como la rentabilidad promedio más 2 puntos porcentuales, para rentabilidades promedio mayores al 4 % y menores al -4 % opera la segunda definición de rentabilidad mínima y máxima.

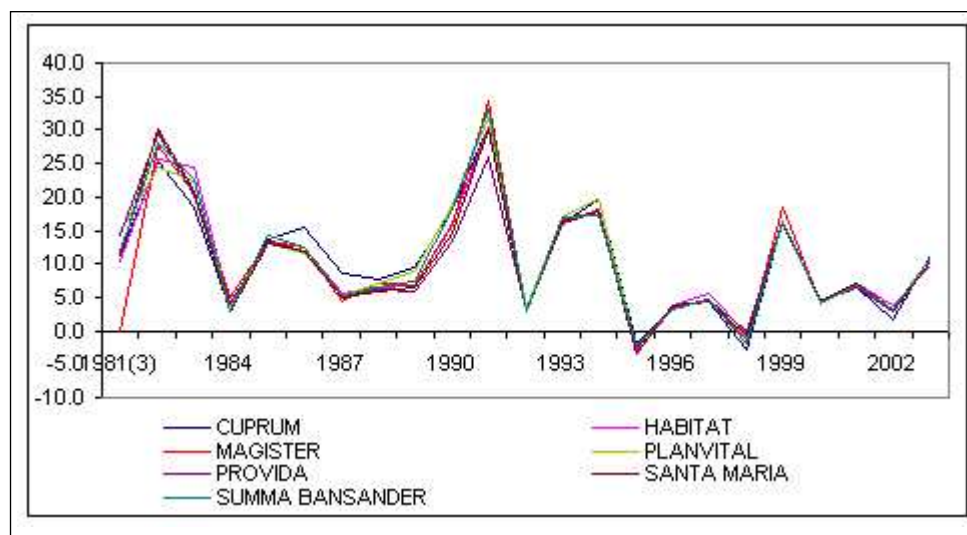
Si alguna de las AFP no cumple con la exigencias de rentabilidad mínima y la diferencia no puede ser cubierta en el plazo establecido, el Estado completará la diferencia y la Administradora de Fondo de Pensiones será liquidada.⁴

La exigencia de rentabilidad mínima genera una penalización de acuerdo al comportamiento relativo, el parámetro de comparación en este caso es la rentabilidad promedio del Sistema de Pensiones de AFP, entonces si una administradora no quiere incurrir en la penalización hará lo que el promedio hace.

Este tipo de comportamiento se conoce como *comportamiento manada* y trae como resultado lo que denomina *efecto manada*, todas las AFP terminan invirtiendo donde mismo y obteniendo las mismas rentabilidades, tal como lo muestra la Figura 1.1.

Figura 1.1

***Rentabilidad Administradoras de Fondos de Pensiones
1981-2002***



⁴En el periodo bajo análisis de este estudio sólo una AFP fue liquidada, AFP Genera en agosto de 1995.

Este tipo de comportamiento tiene consecuencias negativas sobre los mercado de capitales, tal como demuestran Brennan (1993), Maug y Naik (1995) y Admati y Pfleiderer (1997). Considerando que el mercado de capitales chileno es menos profundo y desarrollado que el de Estados Unidos, y teniendo en cuenta que los fondos que administran las AFP equivalen a un 64 % del PIB de Chile, los efectos adversos del comportamiento manada sobre el mercado de capitales son mayores aún.

Además otra problema es la invalidación de la rentabilidad como una variable importante que permita comparar las AFP a la hora de elegir por alguna de ellas. A pesar de esto, la rentabilidad es una de las cualidades que las administradoras de fondos de pensiones utilizan para hacer marketing. Esto simplemente, porque todas en un periodo corto logran ser *la primera* en rentabilidad, sin embargo las diferencias son ínfimas. Esto en la práctica no nos permite distinguir o calificar a una administradora de fondos de pensiones simplemente viendo cual ha sido su rentabilidad.

Una pregunta razonable es si esta igualdad en las rentabilidades se debe a que existe imitación o a que es la mayor rentabilidad que se puede obtener dadas las condiciones de mercado.

Los fondos mutuos tienen un sistema bastante parecido, pero a diferencia de las AFP no tienen este castigo por comportamiento relativo. Si la varianza en las rentabilidades de los fondos mutuos es baja al igual que la de las AFP, ya no es claro que las rentabilidades similares se deban a la exigencia de rentabilidad mínima.

La desviación standard de los fondos mutuos en renta fija de corto plazo es de 1.76 en el año 2000 y 1.21 en el año 2001, y la de los fondos mutuos de renta fija de mediano y largo plazo es de 3.07 y 5.15 para los mismos años. Esta desviación standard resulta ser bastante alta si la comparamos con la de las AFP, las que en promedio tienen una desviación estándar de 0.8 en sus rentabilidades para los años 1990-2002, y de 0.3 en el

año 2000 y 0.2 en el 2001.⁵

Todos los antecedentes presentados, nos llevan a la pregunta desarrollada en el presente trabajo.

Existe una regulación para garantizar un comportamiento adecuado de las AFP, que las obliga a no desviarse mucho de la rentabilidad promedio. Esta regulación implica la existencia de una penalización de acuerdo a comportamiento relativo, la que genera el comportamiento y efecto manada. El efecto manada se observa en las rentabilidades de las AFP, entonces ¿es la exigencia de rentabilidad mínima quien empíricamente provoca este efecto manada?.

3. Aspectos Conceptuales y Evidencia Empírica

Uno de los primeros trabajos que busca explicar y modelar la existencia de *comportamiento manada* es Banerjee (1992), en este modelo los individuos deben decidir secuencialmente si invertir o no en un activo dada la información (señal) que tienen, y habiendo observado la decisión del individuo que juega antes que él. Como los individuos no saben si la decisión de su antecesor proviene de una señal correcta, y ante la posibilidad de que su propia señal sea incorrecta y no pueda obtener la rentabilidad positiva del activo, los individuos omiten su propia información y siguen el comportamiento de los que actúan antes que él.

Este trabajo modela el *comportamiento manada* que surge de decisiones secuenciales en un contexto de información incompleta sobre las señales del mercado. El principal resultado es que el equilibrio es ineficiente socialmente, existe una externalidad informacional, es decir, el *comportamiento manada* hace que los individuos ignoren su propia información y esta no pueda ser transmitida al próximo jugador, al final del juego la información agregada es menor.

⁵Información obtenida de la Superintendencia de Valores y Seguros y de la Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones.

Brennan (1993) desarrolla un modelo estático con dos tipos de inversionistas: uno que enfrenta un problema de agencia al administrar recursos que no le pertenecen y otro que es el parámetro de comparación para el inversionista anterior. Se analizan los efectos sobre el equilibrio en un modelo de precios de activos en este contexto. Se encuentra que el comportamiento del primer inversionista es distorsionado por la presencia de una compensación relativa que lo compara con el segundo inversionista, y como consecuencia las carteras de inversión son ineficientes. Resultados similares son obtenidos por Roll(1992).

Maug y Naik (1995) consideran un inversionista (agente) averso al riesgo, cuyo salario depende positivamente de sus propios resultados y negativamente de los resultados obtenidos por el parámetro de comparación (consideran un índice accionario). El inversionista con quien es comparado el agente realiza sus decisiones de inversión primero, luego el agente habiendo observado esto debe decidir cuanto invertir en el activo riesgoso. De esta forma, el agente se ve obligado a imitar la estrategia del inversionista con quien va a ser comparado, incluso cuando esto significa ignorar su propia información. El principal resultado es que el *comportamiento manada* o imitación generada por este tipo de contrato es eficiente dado el problema de agencia existente, lo denominan eficiencia restringida, restringida a problemas de riesgo moral y selección de riesgos.

Arrau y Chumacero (1998) desarrollan un modelo dinámico de selección de cartera por parte de las Administradoras de Fondos de Pensiones Chilenas para explicar la relación entre el tamaño de estas y sus rentabilidades. Sus principales conclusiones son que las administradoras grandes enfrentan con mayor limitación por las restricciones legales de la cartera y se ven perjudicados por la poca liquidez del mercado. Los fondos pequeños enfrentan una restricción adicional de tener que imitar las estrategias de inversión de los fondos más grandes, para no desviarse de la restricción promedio. Empíricamente se encuentra que el tamaño del fondo tiene alta importancia en determinar la rentabilidad. Otro resultado interesante es que la selección de cartera de las más pequeñas es causada

por la cartera de la más grandes.

Lakonishok J., Shleifer A. y Vishny R. (1992) construyen un indicador para medir el grado en que los Fondos de Pensiones en estados unidos terminan invirtiendo en el mismo lado del mercado, sus resultados son que la imitación es bastante pequeña incluso cuando sólo se miran las acciones más grandes. El efecto manada encontrado por estos autores es de un 2.7%, lo que significa que un 2.7% de los Fondos de Pensiones en Estados Unidos terminan invirtiendo en un mismo lado del mercado, más de lo que haría bajo una hipótesis nula de no comportamiento manada.

Grinblatt M., Titman S. y Wermers R. (1995) replican el indicador de Lakonichok et.al para fondos mutuos en estados unidos obteniendo básicamente el mismo resultado, el indicador de efecto manada encontrado por estos autores es de un 2.5%. Además separan entre imitación en la compra de acciones e imitación en la venta de acciones, donde se encuentra un mayor grado de imitación en la venta de acciones.

De esta forma, existe una amplia literatura sobre las posibles causas del comportamiento manada, por un problema informacional como demuestra Banerjee (1992), por la comparación de un agente con un parámetro lo que obliga a este agente a seguir lo que el parámetro hace o simplemente por una estrategia comercial.

La gran diferencia con lo que hasta ahora se ha modelado teóricamente, es que en estos artículos el parámetro de comparación se ha considerado como exógeno. En los modelos de precios de activos desarrollados por Brennan (1993) y Maug and Naik (1995) el parámetro de comparación es un índice accionario. Sin embargo, para el problema que resuelven las AFP el parámetro de comparación es endógeno a su decisión (la rentabilidad promedio del sistema de AFP), esto nos obliga a modelar la decisión de inversión de las AFP utilizando teoría de juegos.

Por otra parte, para testear empíricamente si el grado de efecto manada cambia ante cambios en la forma de obtener la rentabilidad mínima, es necesario tener alguna medida del efecto manada. Para esto, se utilizará la metodología de Lakonishok et.al (1992) y Grinblatt et.al (1995). Además se adaptará el indicador de efecto manada desarrollados por estos autores, a las características propias del Sistema de AFP en Chile, construyendo lo que denominaremos *Indicador Ponderado de Efecto Manada*, donde la decisión de inversión de cada AFP es ponderada por su peso relativo medido a través del valor de su fondo.

4. El Modelo

Comenzaremos con una versión simplificada del modelo donde solo existen dos AFP y dos activos: uno riesgoso y uno libre de riesgo.

La AFP i tiene una función de utilidad CARA (aversión al riesgo absoluta constante), con parámetro de aversión al riesgo ρ , que por el momento supondremos igual para las dos:

$$U(W_i) = -\frac{1}{\rho} \cdot e^{-\rho W_i} \quad (1)$$

donde W_i es la *riqueza* de la AFP i , la que esta compuesta por el valor del fondo ($v f_i$) y la rentabilidad lograda en el periodo de referencia (r_i). De esta forma,

$$W_i = v f_i (1 + r_i) \quad (2)$$

Supondremos que a la AFP le da utilidad su riqueza medida de esta forma por dos razones, primero si aumenta su riqueza esta aumentando el valor del fondo y con esto su participación en el calculo de la rentabilidad promedio del sistema de pensiones, lo que disminuye su restricción por la exigencia de la rentabilidad mínima y segundo, implícitamente al aumentar su riqueza esta aumentando su rentabilidad, esto le interesa ya que de esta forma puede atraer más afiliados y así, obtener mayores ingresos por comisiones y aumentar el valor del fondo.

Cada AFP i debe escoger la fracción del fondo que invierte en el activo riesgoso λ_i (siendo $1-\lambda_i$ la fracción invertida en el activo libre de riesgo), considerando como dada la decisión óptima de la otra AFP (λ_j^*). De esta forma, se modela la decisión de inversión de cada AFP como un *juego estático de información completa*, este juego debe realizarse en forma simultanea porque no existe ninguna razón para que una AFP tome una decisión sobre (λ) y no cambie esta decisión cuando vea actuar a la otra AFP, las decisiones de inversión se pueden cambiar con facilidad, esto hace imposible modelar este problema como un juego dinámico. Además asumiremos que cada AFP conoce la función objetivo de la otra AFP, de esta forma se tiene información completa.

A cada AFP le interesa que la probabilidad de no cumplir con la exigencia de rentabilidad mínima sea lo suficientemente baja, llamemos esta probabilidad α , de esta forma cada AFP i enfrenta la siguiente restricción:

$$Pr(r^s - r_i > \beta) = \alpha \quad (3)$$

donde β es la desviación de la rentabilidad promedio del sistema (r^s) máxima permitida por la ley. Se define la rentabilidad de la AFP i (r_i) como:

$$r_i = \lambda_i r^R + (1 - \lambda_i) r^L \quad (4)$$

donde r^R es la rentabilidad del activo riesgoso, el que tiene una distribución normal con media μ_R y varianza σ_R^2 , y r^L es la rentabilidad del activo libre de riesgo. La rentabilidad del sistema de pensiones r^s es el promedio ponderado de las rentabilidades de las AFP:

$$r^s = \theta_i r^i + (1 - \theta_i) r^j \quad (5)$$

donde θ_i es el ponderador de la AFP i en el promedio, que se determina de acuerdo al valor del fondo de la AFP con respecto al valor de todos los fondos de igual tipo,

$$\theta_i = \frac{vf_i}{\sum_{i=1}^2 vf_i}$$

Entonces el problema que debe resolver la AFP i es:

$$\begin{aligned} & \underset{\lambda_i}{\text{máx}} E \{U(W_i)\} \\ \text{s.a. : } & Pr(r^s - r_i > \beta) = \alpha \end{aligned} \quad (6)$$

Utilizando (2) y (4) tenemos que la riqueza de la AFP i (W_i) es:

$$vf_i(1 + \lambda_i r^R + (1 - \lambda_i)r^L)$$

Como r^R tiene una distribución normal con media μ_R y varianza σ_R^2 , entonces W_i tiene una distribución normal con media $vf_i(1 + \lambda_i\mu_R + (1 - \lambda_i)r^L)$ y varianza $vf_i^2\lambda_i^2\sigma_R^2$.

La AFP i debe resolver un problema de media y varianza, para el caso particular de una función de utilidad CARA con coeficiente de aversión al riesgo ρ la $E[U(W_i)]$ es: ⁶

$$vf_i(1 + \lambda_i\mu_R + (1 - \lambda_i)r^L) - 0,5\rho vf_i^2\lambda_i^2\sigma_R^2 \quad (7)$$

Usando las ecuaciones (3), (4) y (5) se puede re-escribir la probabilidad de no cumplir con la exigencia de rentabilidad mínima de la siguiente forma (ver Apéndice A):

$$Pr(r^s - r_i > \beta) = 1 - F\left(\frac{1}{\sigma_R}\left(\frac{\beta}{(1 - \theta_i)(\lambda_j - \lambda_i)} + r^L - \mu_R\right)\right) = \alpha \quad (8)$$

⁶Dada las características de la función de utilidad y las propiedades de la distribución normal tenemos que:

$$\begin{aligned} E[U(W_i)] &= E\left[-\frac{1}{\rho} \cdot e^{-\rho \cdot W_i}\right] \\ &= -\frac{1}{\rho} \cdot e^{-\rho E[W_i] + 0,5\rho^2 V[W_i]} \\ &= -\frac{1}{\rho} \cdot e^{-\rho vf_i(1 + \lambda_i\mu_R + (1 - \lambda_i)r^L) + 0,5\rho^2 vf_i^2\lambda_i^2\sigma_R^2} \end{aligned}$$

Maximizar la expresión anterior es equivalente a maximizar:

$$vf_i(1 + \lambda_i\mu_R + (1 - \lambda_i)r^L) - 0,5\rho vf_i^2\lambda_i^2\sigma_R^2$$

donde $F(\cdot)$ es la función de distribución acumulada de una normal estandarizada.

Utilizando (7) y (8) en (6) el problema que debe resolver la AFP i , dada la elección óptima por parte de la AFP j (λ_j^*) es:

$$\max_{\lambda_i} \left\{ v f_i (1 + \lambda_i \mu_R + (1 - \lambda_i) r^L) - 0,5 \rho (v f_i)^2 \lambda_i^2 \sigma_R^2 - \eta \cdot \left[1 - F \left(\frac{1}{\sigma_R} \left(\frac{\beta}{(1 - \theta_i)(\lambda_j^* - \lambda_i)} + r^L - \mu_R \right) \right) - \alpha \right] \right\}$$

donde η es el multiplicador de lagrange, y representa la valoración o precio sombra de no cumplir con la restricción de rentabilidad mínima, por lo tanto representa la penalización a la que esta expuesta la administradora de fondos de pensiones.

La condición de primer orden de este problema es:

$$v f_i (\mu_R - r^L) - \rho (v f_i)^2 \sigma_R^2 \lambda_i + \eta \cdot f(\cdot) \cdot \left(\frac{\beta}{\sigma_R (1 - \theta_i) (\lambda_j^* - \lambda_i)^2} \right) = 0 \quad (9)$$

donde $f(\cdot)$ es la función de densidad normal estandarizada.

La condición de segundo orden es:

$$-\rho (v f_i)^2 \sigma_R^2 + \eta \cdot f'(\cdot) \cdot \left(\frac{\beta}{\sigma_R (1 - \theta_i) (\lambda_j^* - \lambda_i)^2} \right)^2 + \eta \cdot f(\cdot) \cdot \left(\frac{2\beta}{\sigma_R (1 - \theta_i) (\lambda_j^* - \lambda_i)^3} \right) \quad (10)$$

La condición de segundo orden debe ser negativa, para que efectivamente estemos resolviendo el problema anterior. El primer término es negativo, el segundo y tercer término pueden ser negativos o positivos dependiendo de la relación entre λ_i y λ_j y de los valores de los otros parámetros, pero en la medida que el segundo término sea positivo el tercer término será positivo y viceversa, de esta forma el término que predomina en la condición de segundo orden es el primer término de la ecuación (10), el que garantiza

que esta sea negativa.

A partir de la ecuación (9) puedo obtener la pendiente de la función de reacción $\lambda_i=f(\lambda_j)$:

$$\frac{\partial \lambda_j}{\partial \lambda_i} = \frac{-\rho(vf_i)^2\sigma_R^2 + \eta \cdot f'(\cdot) \cdot \left(\frac{\beta}{\sigma_R(1-\theta_i)(\lambda_j^*-\lambda_i)^2}\right)^2 + \eta \cdot f(\cdot) \cdot \left(\frac{2\beta}{\sigma_R(1-\theta_i)(\lambda_j^*-\lambda_i)^3}\right)}{\eta \cdot f'(\cdot) \cdot \left(\frac{\beta}{\sigma_R(1-\theta_i)(\lambda_j^*-\lambda_i)^2}\right)^2 + \eta \cdot f(\cdot) \cdot \left(\frac{2\beta}{\sigma_R(1-\theta_i)(\lambda_j^*-\lambda_i)^3}\right)} \quad (11)$$

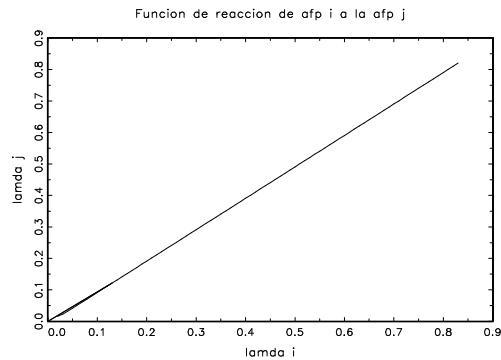
Si la condición de segundo orden se cumple la función de reacción tendrá pendiente positiva y mayor a uno.

La función de reacción de la AFP i a lo que hace la AFP j, en términos de la fracción del fondo que es invertido en el activo riesgoso ($\lambda_i=f(\lambda_j)$) no puede ser obtenida analíticamente, por lo que se resuelve numéricamente. Para esto, se toman los siguientes valores para los parámetros del modelo⁷:

Parámetros		Valor
Penalización	η	10000
Valor del Fondo	vf	10
Desvío de la rentabilidad promedio	β	0.02
Media rentabilidad activo riesgoso	μ_R	0.3
Rentabilidad Activo libre de riesgo	r^L	0.03
Varianza activo riesgoso	σ_R^2	0.9
Ponderador promedio	θ	0.5
Coefficiente de Aversión al riesgo	ρ	2

⁷Los valores correspondientes al valor de fondo y penalización, se escogieron de forma tal que la relación entre ellos represente un castigo significativo por desviarse de la rentabilidad promedio. El valor de β corresponde a lo establecido por el decreto de ley 3.500 para los Fondos Tipo C, los valores de rentabilidad y varianza del activo riesgoso se obtienen como valores promedios de estos indicadores para el IGPA de los últimos 10 años y el valor del retorno del activo libre de riesgo se obtiene a partir de la tasa promedio pagada por los pagarés reajustables del Banco Central de Chile en los últimos 10 años.

Para esta parametrización se resuelve el problema de elección de λ_i para distintos valores de λ_j . A partir de esto se obtiene la siguiente función de reacción⁸:



Como podemos ver la la función de reacción tiene pendiente positiva, si la AFP j aumenta el monto invertido en el activo riesgoso la AFP i también lo hará. Este resultado nos permite afirmar la existencia de comportamiento manada provocado por la restricción de rentabilidad mínima. Como la evaluación de la gestión de las AFP se hace comparándolas con el promedio, siempre querrán hacer lo que las demás hacen y cualquier decisión que una tome será imitada por la otra de forma de mantener una rentabilidad similar.

De igual forma podemos analizar como se comporta la fracción invertida en activo riesgoso cuando varían los otro parámetros del modelo⁹:

$$\lambda_i = \lambda_i \left(\underset{-}{\eta}, \underset{+}{vf}, \underset{+}{\mu_R}, \underset{-}{r^L}, \underset{-}{\sigma_R^2}, \underset{+}{\theta}, \underset{-}{\rho}, \underset{+}{\lambda_j} \right) \quad (12)$$

⁸Para resolver numéricamente este problema utilizó un programa de diseño propio en gauss. Además se resolvió el problema para distintas parametrizaciones obteniendo en todos los casos el mismo resultado.

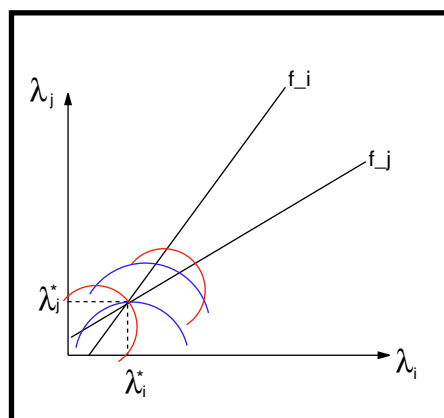
⁹Este análisis se obtiene en forma numérica tomando distintos valores para los parámetros de interés.

Mientras mayor es la penalización por desviarse del promedio menor es la fracción invertida en el activo riesgoso. A mayor valor de fondo, mayor inversión en el activo riesgoso, esto porque cuando la AFP tiene un fondo mayor aumenta su participación en el promedio y tiene mayor libertad para actuar, al estar menos restringido por la exigencia de rentabilidad mínima. Con respecto a los momentos del activo riesgoso se obtiene algo razonable: mientras mayor es el retorno esperado del activo mayor es la inversión y mientras mayor es su volatilidad menor es la inversión. Y por último, mientras mayor es el coeficiente de aversión al riesgo invierte una menos cantidad en el activo riesgoso.

La existencia de un equilibrio no esta garantizada. De manera informal podemos decir que para encontrar un equilibrio necesitamos que las funciones de reacción sean continuas y que se cumpla que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_j}{\partial \lambda_i} &> 1 \quad \text{para AFP } i \\ \frac{\partial \lambda_j}{\partial \lambda_i} &< 1 \quad \text{para AFP } j \\ \lambda_i &> 0 \\ \lambda_j &> 0 \end{aligned}$$

Si estas condiciones se cumplen tenemos un equilibrio de Nash $(\lambda_i^*, \lambda_j^*)$, el que se puede representar gráficamente de la siguiente forma:



Equilibrio de Nash

Para derivar la forma de las curvas de isobeneficio se debe diferenciar por completo la función de beneficio esperado y obtener $\frac{\partial \lambda_j}{\partial \lambda_i}$:

$$\begin{aligned} \mu_R \cdot d\lambda_i - \rho v f_i^2 \sigma_R^2 \cdot d\lambda_i + \eta f(\cdot) \left[\frac{-\beta}{(1-\theta_i)(\lambda_j - \lambda_i)^2 \sigma_R} \cdot (d\lambda_j - d\lambda_i) \right] &= 0 \\ \Rightarrow \frac{\partial \lambda_j}{\partial \lambda_i} &= 1 + \frac{(\mu_R - \rho v f_i^2 \sigma_R^2) \cdot (1-\theta_i)(\lambda_j - \lambda_i)^2 \sigma_R}{\eta f(\cdot) \beta} \end{aligned}$$

Además las curvas de isobeneficio decrecen hacia arriba, ya que un valor fijo de λ_i mientras mayor es el valor de λ_j , en valor esperado una mayor rentabilidad para j y por lo tanto, para una mayor posibilidad de que la AFP i no cumpla con la restricción de rentabilidad mínima, esto se puede ver algebraicamente mediante la derivada del beneficio esperado de i ($E(\text{beneficio}_i)$) con respecto a λ_j :

$$\frac{\partial E(\text{beneficio}_i)}{\partial \lambda_j} = \eta \cdot f(\cdot) \cdot \frac{-\alpha}{(1-\theta_i)(\lambda_j - \lambda_i)^2} < 0$$

Al igual que para encontrar las funciones de reacción podemos resolver el equilibrio numéricamente, para la parametrización antes considerada. El sistema no-lineal a resolver con respecto a λ_i^* y λ_j^* es el siguiente (Ver Apéndice B):

$$v f_i (\mu_R - r^L) - \rho (v f_i)^2 \sigma_R^2 \lambda_i^* + \eta \cdot f \left(\frac{1}{\sigma_R} \left(\frac{\beta}{(1-\theta_i)(\lambda_j^* - \lambda_i^*)} + r^L - \mu_R \right) \right) \cdot \left(\frac{\beta}{\sigma_R (1-\theta_i)(\lambda_j^* - \lambda_i^*)^2} \right) = 0 \quad (13)$$

$$v f_j (\mu_R - r^L) - \rho (v f_j)^2 \sigma_R^2 \lambda_j^* + \eta \cdot f \left(\frac{1}{\sigma_R} \left(\frac{\beta}{\theta_i(\lambda_i^* - \lambda_j^*)} + r^L - \mu_R \right) \right) \cdot \left(\frac{\beta}{\sigma_R \theta_i (\lambda_i^* - \lambda_j^*)^2} \right) = 0 \quad (14)$$

Si asumimos simetría en las AFP, es decir, que ambas tienen igual tamaño de fondo y por lo tanto el ponderador es 0.5, se obtienen los siguientes valores de equilibrio:

$$\lambda_i^* = 0.017 \quad \lambda_j^* = 0.017$$

Se puede resolver el mismo problema, pero asumiendo distintos grados de asimetría entre las AFP:

v_{fi}	v_{fj}	θ_i	λ_i^*	λ_j^*
10	11	0.476	0.017	0.015
10	12	0.45	0.017	0.014
10	13	0.434	0.017	0.013
10	14	0.42	0.017	0.012

Como podemos ver el equilibrio encontrado tiende a ser asimétrico en la medida que las AFP sean asimétricas, mientras mayor sea el tamaño de la AFP, esta invertirá menos en activos riesgosos. La mejor reacción de la AFP más grande es invertir menos en el activo riesgoso, ya que sabe que la función de reacción de la otra AFP tiene pendiente positiva y si ella invierte menos la otra también lo hará y la restricción de rentabilidad mínima se cumplirá.

El *Comportamiento Manada* no significa que en equilibrio todas las AFP tengan que invertir exactamente la misma cantidad en el activo riesgoso, significa que cambios en comportamiento de una son imitados por las otras, esta es su mejor respuesta dado el problema que enfrenta. Es decir, para que exista *Comportamiento Manada* solo es necesario que las funciones de reacción tengan pendiente positiva y no que en equilibrio todos estén haciendo lo mismo.

5. Cuantificación del Efecto Manada

5.1. Indicador Efecto Manada (Lakonishok, Shleifer y Vishny (1992))

En esta sección se construye un indicador del grado de efecto manada en 3 de los 5 tipos de fondos de pensiones que actualmente operan en el Chile. Es decir, el grado en que las AFP terminan comprando y vendiendo las mismas acciones.

Para construir este indicador, se utilizaron datos de la diversificación de cartera de los fondos en acciones¹⁰. La razón de porque se decide medir efecto manada en la decisión de cartera en acciones es primero, porque las acciones tiene mayor liquidez y mayor flexibilidad de transacción por lo tanto es más fácil decidir moverse de una acción a otra de acuerdo a la estrategia que se esta siguiendo, por ejemplo, comportamiento manada. Y segundo, porque existen limites de inversión que impone la Superintendencia de AFP en los distintos tipos de activos que se puede invertir, de esta forma si se tratara de medir comportamiento manada a niveles más agregados, lo más probable es que se encuentre que todas las AFP tienen una distribución similar en sus carteras de inversión, pero esto no necesariamente significa que se están imitando entre ellas, puede ser y de hecho lo es, que todas se ubiquen en el límite máximo de inversión permitido por la ley¹¹.

Se utilizarán datos de las acciones compradas y vendidas por cada una de las AFP para medir el efecto manada, esta información tiene frecuencia mensual, desde Enero 1995 hasta febrero 2004 para el Fondo Tipo C, y desde Octubre del 2002 a Febrero del 2004 para los Fondos Tipo A y B.

Se utilizaron sólo las acciones que preferentemente se mantenían en la bolsa la mayor parte del periodo de tiempo considerado. Así, para obtener el indicador de comportamiento manada en el Fondo C se utilizaron 57 acciones, en el Fondo B 88 acciones y en el Fondo A 82 acciones.

Siguiendo a Lakonishok, Shleifer y Vishny (1992), se construye un indicador del grado de comportamiento manada de las AFP, que mide el grado en que estas tienden a terminar invirtiendo en el mismo lado del mercado, este indicador se construye para cada acción y cada mes.

¹⁰Información obtenida de los Boletines Estadísticos de la Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones.

¹¹Bernstein y Chumacero (2003).

La medida de efecto manada se define de la siguiente manera:

$$H(i, t) = \left| \frac{B(i, t)}{B(i, t) + S(i, t)} - p(t) \right| - E \left[\left| \frac{B(i, t)}{B(i, t) + S(i, t)} - p(t) \right| \right] \quad (15)$$

donde $B(i, t)$ es el número de AFP's que incrementan su tenencia de la acción i en el periodo t , $S(i, t)$ es el número de AFP's que disminuyen su tenencia de la acción i en el periodo t , $p(t)$ es la probabilidad de que una AFP cualquiera decida comprar una acción (acción promedio) en el periodo t , es decir, es la proporción esperada de AFP que compran acciones en el momento t relativa al total de AFP activas. Las AFP's activas son las que compran o venden, puede que algunas decidan no cambiar la cantidad de acciones que poseen.

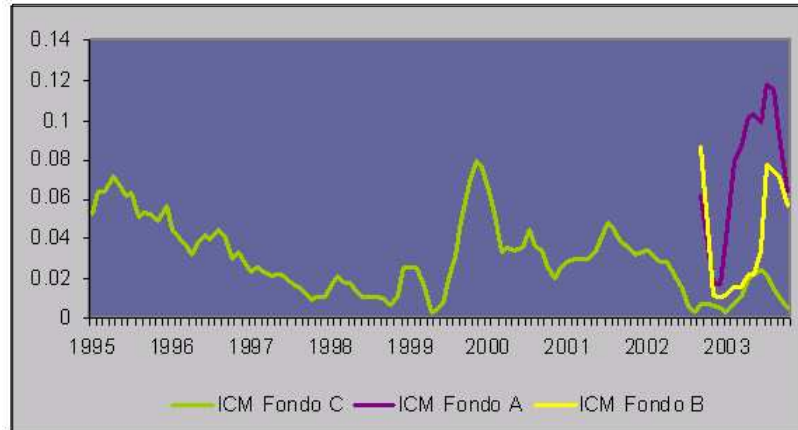
El segundo término de la ecuación (15) es un factor de ajuste que representa el valor de $\left| \frac{B(i, t)}{B(i, t) + S(i, t)} - p(t) \right|$ bajo la hipótesis nula de no existencia de efecto manada, este término siempre será positivo dado que esta en valor absoluto. Este término se incluye para que el indicador $H(i, t)$ sea igual a cero si empíricamente no existe efecto manada, y mayor a cero en caso contrario.

Para ilustrar esta medida de efecto manada, asumamos que en un mes cualquiera, cuando agregamos a través de las acciones y a través de las AFP, la mitad de los cambios de la cartera de acciones son incrementos, y la otra mitad de los cambios son disminución en la tenencia de acciones. Consideremos un primer caso en donde la mitad de las AFP aumentan su tenencia de la mayoría de las acciones, y la otra mitad disminuye su tenencia de acciones. En esta caso, no existe imitación. Ahora supongamos que el 70 % de las AFP aumentan su tenencia de la mayoría de las acciones y un 30 % de las AFP la disminuye. En este caso para la mayoría de las acciones, las AFP terminan en el mismo lado del mercado, y por lo tanto, podemos concluir que existe imitación.

La evolución histórica de este indicador de efecto manada se puede apreciar en la Figura 5.1:

Figura 5.1

**Indicador de Efecto Manada en los Fondos A, B y C
1995-2004**



En la tabla 1 se encuentra la media y mediana de $H(i, t)$ a través de las acciones y el tiempo, para los fondos A, B y C :

Tabla 1: Efecto Manada en Fondos A, B y C.

	Fondo A	Fondo B	Fondo C
Media	0.072	0.046	0.030
Mediana	0.08	0.015	0.025

Vemos que en promedio las Administradoras de Fondos de Pensiones muestran una mayor tendencia a la imitación en aquellos fondos donde tienen mayor libertad para invertir en acciones.¹² Que en promedio el fondo A tenga una medida de comportamiento manada de 0.072 significa que un 7.2% de las AFP invierten en el mismo lado del mercado o también los podemos interpretar de la siguiente manera: si p , la probabilidad de incrementar la tenencia de acciones, es 50% entonces un 57.2% de las AFP están cambiando su tenencia de la acción promedio en una dirección y un 42.8% en la dirección opuesta.

¹²Las diferencias entre los Fondos A, B y C es que en este mismo orden al primero se le permite invertir un mayor porcentaje de su fondo en acciones que el segundo y el tercero.

El valor de 3% de comportamiento manada en el Fondo C es similar al 2.7% encontrado por Lakonishok et.al en los fondos de pensiones de estados unidos y levemente mayor al 2.5% encontrado por Grinblatt et.al (1995) para los Fondos Mutuos en estados unidos.

Este grado de comportamiento manada es bastante pequeño y lejos de lo que a priori uno espera encontrar. Una razón de porque este valor puede ser pequeño es que en ciertas acciones sólo uno o dos AFP las mantienen. De esta forma, se calcula $H(i, t)$, pero para las acciones donde al menos habían 3 AFP activas y al menos 5 AFP activas. Los resultados son los siguientes:

Tabla 2: Efecto Manada en Fondos A, B y C.

Promedio de todas las acciones, sólo acciones donde más de 3 AFP están activas,
sólo acciones donde más de 5 AFP están activas.

Acciones	(Media)		
	Fondo A	Fondo B	Fondo C
Todas	0.072	0.046	0.030
Más de 3 AFP activas	0.34	0.28	0.20
Más de 5 AFP activas	0.45	0.40	0.30

Como se espera el grado de efecto manada encontrado es significativamente mayor, cuando consideramos sólo las acciones más grande (donde al menos cierto número de AFP están activas). Sin embargo, se mantiene la tendencia de mayor imitación en los fondos con mayor libertad para invertir en acciones.

Siguiendo a Grinblatt et.al, se puede separar en dos tipos de efecto manada: imitación en comprar e imitación en vender. Una acción en un momento del tiempo tiene imitación en la compra, si es comprada más de lo que se espera, es decir, cuando $B(i)/(B(i)+S(i)) > p$, de forma similar una acción tendrá imitación en la venta cuando se compra menos de lo que se espera, es decir, cuando $B(i)/(B(i) + S(i)) < p$, de esto se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 3: Efecto Manada en Fondos A, B y C.
 Separado por imitación en compra e imitación en venta.

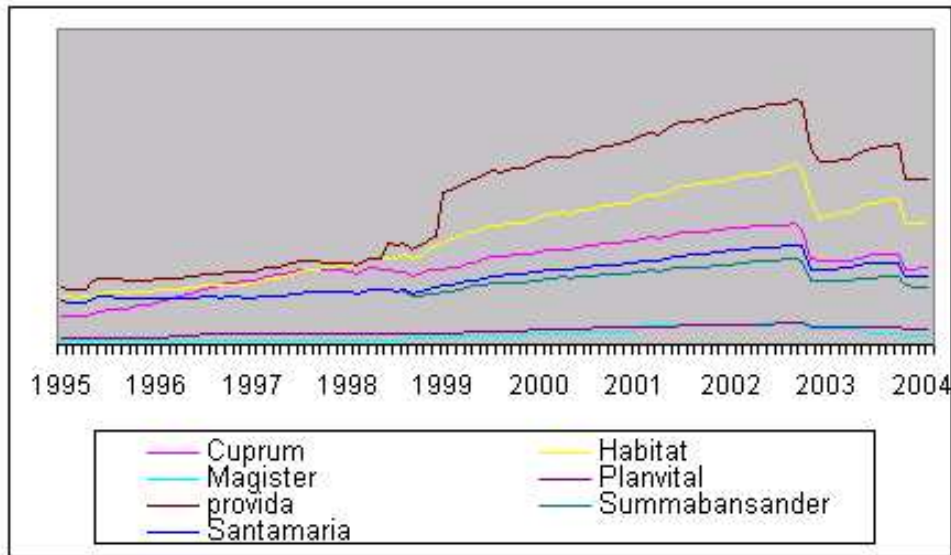
Acciones	(Media)		
	Fondo A	Fondo B	Fondo C
Imitación en compra	0.13	0.11	0.12
Imitación en venta	0.04	0.02	0.0

Como podemos observar existe un mayor efecto manada en la compra de acciones que en la venta, contrario a lo encontrado por Grinblatt et.al, además en el caso de imitación en la compra se encuentra que esta es mayor en el fondo C que en el B, contraria a la tendencia antes mostrada.

5.2. Indicador Ponderado de Efecto Manada

En el indicador de efecto manada computado anteriormente, cada AFP recibe igual peso su cálculo. Por ejemplo, que Provida compra una acción de Enersis tiene exactamente la misma importancia o valor en el indicador que si Magister compra una acción de Enersis. Claramente la estructura del mercado de las AFP nos hace poner en duda este supuesto, ya que existen AFP muy grandes y AFP muy pequeñas, sobre todo en los años 1995-1998 donde existían aproximadamente 15 AFP. Además recordemos que la rentabilidad promedio del sistema, con la que cada una de ellas es comparada, se calcula con ponderadores que dependen del tamaño de cada AFP.

Figura 5.2
Valor Fondo de Pensión Tipo C por AFP
1995-2004



La idea es transformar el indicador de efecto manada de Lakonishok, Shleifer y Vishny (1992) por alguno que considere que las AFP de mayor tamaño tienen mayor influencia en las decisiones de inversión de las más pequeñas.

Recordemos que $B(i, t)$ era la cantidad de AFP que compran la acción i en el instante t . De esta forma, se puede escribir como una sumatoria de variables dicotómicas:

$$B(i, t) = \sum_{j=1}^N b_j(i, t)$$

donde:

$$b_j(i, t) = \begin{cases} 1 & \text{AFP } j \text{ compra la acción } i \text{ en } t \\ 0 & \text{sino} \end{cases} \quad (16)$$

De igual forma, la cantidad de AFP que venden la acción i en el instante t , se puede expresar de la siguiente manera:

$$S(i, t) = \sum_{j=1}^N s_j(i, t)$$

donde:

$$s_j(i, t) = \begin{cases} 1 & \text{AFP } j \text{ vende la acción } i \text{ en } t \\ 0 & \text{sino} \end{cases} \quad (17)$$

El *índice ponderado de efecto manada*, se obtendrá de la misma forma expresada en (15), sólo que cada variable dicotómica $b_j(i, t)$ o $s_j(i, t)$ será ponderada por la importancia relativa de cada AFP. Los ponderadores se calculan para cada instante t de la siguiente forma:

$$\gamma_{j,t} = \frac{VF_{j,t}}{\min_j \{VF_{j,t}\}}$$

Entonces definamos $BP(i, t)$ como el número ponderado de AFP que compran la acción i en el instante t :

$$BP(i, t) = \sum_{j=1}^N \gamma_j \cdot b_j(i, t)$$

y $SP(i, t)$ como el número ponderado de AFP que venden la acción i en el instante t :

$$SP(i, t) = \sum_{j=1}^N \gamma_j \cdot s_j(i, t)$$

De esta forma, el *índice ponderado de efecto manada* es:

$$P(i, t) = \left| \frac{BP(i, t)}{BP(i, t) + SP(i, t)} - p(t) \right| - E \left[\left| \frac{BP(i, t)}{BP(i, t) + SP(i, t)} - p(t) \right| \right] \quad (18)$$

Tabla 4: Efecto Manada Ponderado del Fondo C.

	Media	Mediana
Indicador Efecto Manada	0.030	0.025
Indicador Ponderado Efecto Manada	0.100	0.091

Este nuevo indicador nos muestra que existe un efecto manada de 10 %, bastante mayor a lo encontrado sin ponderar por la importancia de cada AFP, lo que es determinante en el comportamiento de ellas, ya que la rentabilidad promedio del sistema se calcula de acuerdo a la importancia relativa de cada AFP.

5.3. Finalmente...¿Es la exigencia de rentabilidad mínima la que genera Comportamiento Manada?

Recordemos que el efecto manada es un resultado, que se puede dar por ejemplo porque existe comportamiento manada, por estrategia comercial de las AFP's, porque el mercado les permite obtener esta rentabilidad como máximo, etc... Hasta ahora se ha demostrado empíricamente que existe un efecto manada, es decir, las AFP terminan invirtiendo en las mismas acciones, lo que genera rentabilidades extremadamente similares. Sin embargo, no se ha demostrado la relación entre este resultado y la exigencia de rentabilidad mínima.

Para testear comportamiento manada, veremos que sucede con el indicador de efecto manada computado anteriormente, cuando la exigencia de rentabilidad mínima cambia.¹³

El Indicador Ponderado de Efecto Manada fue computado desde Enero 1995 a Febrero 2004, en este periodo se produjo un cambio en la Banda de Rentabilidad Mínima (Noviembre 1999):

- Se amplía el ancho de banda cuando la rentabilidad promedio es menor al un -4 % real.
- Para el cálculo de la rentabilidad promedio se consideran 36 meses, hasta entonces

¹³Desde 1981 a la fecha se ha cambiado 5 veces la forma de cálculo de la Banda de Rentabilidad Mínima. Valdés, Salvador (2002). "Políticas y Mercados de Pensiones", Capítulo 14. Ediciones Universidad Católica de Chile.

se utilizaba el promedio de 12 meses.

De esta forma, se estima un modelo ANOVA para testear si existe una diferencia significativa entre el promedio del Indicador Ponderado de Efecto Manada (IPEM) entre 1995 y Noviembre de 1999, y el de Diciembre 1999 hasta Febrero 2004. Los resultados se presentan en la Tabla 5.

Tabla 5: Estimación Modelo ANOVA.

	Parámetro	p-value
Indicador Ponderado de Efecto Manada (Fondo C) frente a un cambio en la Banda de Rentabilidad Mínima Noviembre 1999		
Constante	0.09	0.000
Variable Dicotómica (Nov. 1999)	0.017	0.060

De esta forma, el valor esperado del IPEM entre Enero 1995 y Noviembre de 1999 es 11 %, el que resulta ser mayor al valor esperado del IPEM de 9 % entre Diciembre 1999 y Febrero 2004. La diferencia de aproximadamente 2 % resulta ser estadísticamente significativa con un 94 % de confianza.

Este resultado es bastante lógico, recordemos que unos de los cambios implementados a la banda fue calcular una rentabilidad promedio de 36 meses, esto hace menos restrictiva la exigencia de rentabilidad mínima, lo que se traduce en un menor comportamiento manada y por lo tanto, en observar un menor efecto manada.

6. Conclusiones

Las exigencias de rentabilidad mínima a las Administradoras de Fondos de Pensiones, generan una penalización por comportamiento relativo, esta forma de controlar la buena gestión de las AFP, genera que al momento de decidir como invertir estas omitan muchas veces su propia información y sigan el comportamiento de las otras AFP, de esta forma no se desvían de la rentabilidad promedio y no se ven expuestas a la posibilidad

de una quiebra.

El *Comportamiento Manada* hace que las rentabilidades entre AFP tengan muy poca varianza y no sea posible ver que AFP lo esta haciendo mejor que la otra. Esto es relevante dado que la carta de presentación de las AFP es la rentabilidad que ellos logran, sin embargo, este no es un buen indicador para que un consumidor tome su decisión de que AFP elegir. Todas ellas logran tener la mejor rentabilidad en algún momento del tiempo, sin embargo las diferencias con las rentabilidades logradas por las otras AFP es mínima.

De esta forma, a la hora de elegir una AFP se debería sugerir mirar otro tipo de variables como son las comisiones que cobran, donde existen grandes diferencias sobre todo en las comisiones fijas, por ejemplo planvital cobra \$1000 de comisión fija y 2.6 % de comisión variable y cuprum cobra \$0 de comisión fija y 2.5 % de comisión variable. Lo que significa que para una persona con un sueldo imponible de \$200.000 en planvital le están cobrando un equivalente en comisión variable de 3.1 % de su sueldo, lo que es bastante superior al 2.5 % de estaría pagando en cuprum.

En este trabajo se desarrollo un modelo simple estático para mostrar que la restricción de rentabilidad mínima genera que la decisión de inversión de una AFP dependa de la decisión tomada por la otra AFP, es decir, se produce imitación o comportamiento manada en las decisiones de cartera de las administradoras de fondos de pensiones.

Para medir esto empíricamente se estudia las decisiones de inversión en acciones transadas en la Bolsa de Santiago en los Fondos Tipo A, B y C, donde las diferencias entre ellos es la libertad para invertir en este tipo de activos, el Fondo A es el que tiene mayor libertad y el Fondo C el que tiene menos libertad. Se construye una medida de comportamiento manada que mide el grado en que las AFP terminan invirtiendo en el mismo lado del mercado.

Los principales resultados son con respecto al indicador de efecto manada son: cuando agregamos para todas las acciones y promediamos en el tiempo el grado de comportamiento manada es de un 3% lo que es bastante parecido a lo encontrado por otros autores para los fondos de pensiones y fondos mutuos de Estados Unidos, lo que significa que un 3% de las AFP terminan transando acciones en el mismo lado del mercado. Si calculamos este indicador para las acciones más grandes, donde más de 3 AFP están activas (compran o venden) y donde más de 5 AFP están activas, este indicador aumenta sustancialmente. Donde se encuentra que entre el 20% y 45% de las AFP invierten en el mismo lado del mercado. Al separar entre comportamiento manada en la compra de acciones y en la venta de acciones, se encuentra que este es mucho más fuerte en el lado de compra de acciones.

Se propone un nuevo *indicador ponderado de efecto manada*, donde cada AFP recibe un peso de acuerdo al valor de su fondo, así las AFP más grandes se consideran más importantes que las más pequeñas. Este indicador nos permite concluir cuando agregamos para todos las acciones, que un 10% de las AFP terminan invirtiendo en el mismo lado del mercado en comparación a una situación donde no existe efecto manada.

Con este último indicador, se testea su sensibilidad al cambio en la banda de rentabilidad mínima de Noviembre 1999, los resultados son que efectivamente al hacer menos restrictiva la exigencia de rentabilidad mínima, el efecto manada es menor.

De esta forma, se demuestra en forma teórica y empírica que la exigencia de rentabilidad mínima modifica el comportamiento óptimo de las AFP, generando comportamiento manada.

Este trabajo constituye un primer paso en dilucidar si la exigencia de rentabilidad mínima tiene efectos sobre las AFP, existen algunos temas pendientes los que constituyen futuras investigaciones. Entre ellos, analizar que pasa en países como Perú donde

no existe este tipo de regulación y hacer un análisis de los cambios bienestar provocados por la exigencia de rentabilidad mínima.

Bibliografía

- [1] Admati, A. and P. Pfleiderer (1997), *Does it All Add Up? Benchmark and the Compensation of Active Portfolio Managers.*, Journal of Business, Vol. 70, 323-50.
- [2] Arrau, P. and R. Chumacero (1998), *Tamaño de los Fondos de Pensiones en Chile y su Desempeño Financiero.*, Cuadernos de Economía, No. 105, 205-35.
- [3] Banerjee, A. V. (1992), *A Simple Model of Herd Behavior*, Quarterly Journal of Economics 108, 797-817.
- [4] Bernstein, S. and Chumacero, R. (2003) *Quantifying the Cost of Investment Limits for Chilean Pension Funds.*
- [5] Bikhchandani S. and S. Sharma (2001). *Herd Behavior in Financial Markets*, IMF Staff Papers, Vol. 47. No. 3. Fondo Monetario Internacional.
- [6] Brennan, M. (1993), *Agency and asset Pricing*, Working Paper No. 172-93. London Business School, U.K.
- [7] Decreto de Ley 3500, Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones.
- [8] Gibbons, R. (1997), *Un primer Curso de Teoría de Juegos.*
- [9] Grinblatt, M., Titman S. and Wermers R. (1995), *Momentum Investment Strategies, Portfolio Performance, and Herding: A Study of Mutual Fund Behavior.*
- [10] Lakonishok, J., Shleifer, A. and Vishny, R. (1992), *The impact of institutional trading on stock prices.*

[11] Maug, E. and N. Naik (1995), *Herding and Delegated Portfolio Management: The Impact of Relative Performance Evaluation on Asset Allocation*. (Unpublished; London Business School, U.K.).

[12] Roll, Richard (1992), *A Mean/Variance Analysis of Tracking Error*, *Journal of Portfolio Management*, summer, 13-22.

[13] Valdés, Salvador (2002). "Políticas y Mercados de Pensiones", Capítulo 14. Ediciones Universidad Católica de Chile.

Apéndice A

A cada una de las AFP se les exige una rentabilidad mínima, la que se define como la rentabilidad promedio del sistema menos β puntos porcentuales, entonces la probabilidad de no cumplir con esta exigencia se define como:

$$Pr(r^s - r_i > \beta) = 1 - Pr(r^s - r_i < \beta)$$

Utilizando la expresión de la rentabilidad del sistema y la rentabilidad de la AFP i:

$$\begin{aligned} r^s &= \theta_i r_i + (1 - \theta_i) r_j \\ r_i &= \lambda_i r^R + (1 - \lambda_i) r^L \end{aligned}$$

tenemos que:

$$\begin{aligned} Pr(r^s - r_i < \beta) &= Pr(\theta_i r_i + (1 - \theta_i) r_j - r_i < \beta) \\ &= Pr((\theta_i - 1) \cdot r_i + (1 - \theta_i) \cdot r_j < \beta) \\ &= Pr((1 - \theta_i)(r^R - r^L)(\lambda_j - \lambda_i) < \beta) \\ &= Pr\left(r^R < \frac{\beta}{(1 - \theta_i)(\lambda_j - \lambda_i)} + r^L\right) \end{aligned}$$

Como $r^R \sim N(\mu_R, \sigma_R^2)$, podemos restar la media y dividir por la desviación estándar la expresión anterior, de forma de estandarizar:

$$\begin{aligned} Pr(r^s - r_i < \beta) &= Pr\left(\frac{r^R - \mu_R}{\sigma_R} < \frac{1}{\sigma_R} \left(\frac{\beta}{(1 - \theta_i)(\lambda_j - \lambda_i)} + r^L - \mu_R\right)\right) \\ &= F\left(\frac{1}{\sigma_R} \left(\frac{\beta}{(1 - \theta_i)(\lambda_j - \lambda_i)} + r^L - \mu_R\right)\right) \end{aligned}$$

De esta forma:

$$Pr(r^s - r_i > \beta) = 1 - F\left(\frac{1}{\sigma_R} \left(\frac{\beta}{(1 - \theta_i)(\lambda_j - \lambda_i)} + r^L - \mu_R\right)\right)$$

Apéndice B

Cada una de las AFP debe maximizar su utilidad considerando la penalización por el no cumplimiento de la restricción de rentabilidad mínima. Así la AFP i debe resolver el siguiente problema:

$$\max_{\lambda_i} \left\{ v f_i (1 + \lambda_i \mu_R + (1 - \lambda_i) r^L) - 0,5 \rho (v f_i)^2 \lambda_i^2 \sigma_R^2 - \eta \cdot \left[1 - F \left(\frac{1}{\sigma_R} \left(\frac{\beta}{(1 - \theta_i)(\lambda_j^* - \lambda_i)} + r^L - \mu_R \right) \right) \right] \right\}$$

Las condiciones de primer y segundo orden son:

$$v f_i (\mu_R - r^L) - \rho (v f_i)^2 \sigma_R^2 \lambda_i + \eta \cdot f \left(\frac{1}{\sigma_R} \left(\frac{\beta}{(1 - \theta_i)(\lambda_j^* - \lambda_i)} + r^L - \mu_R \right) \right) \cdot \left(\frac{\beta}{\sigma_R (1 - \theta_i)(\lambda_j^* - \lambda_i)^2} \right) = 0 \quad (19)$$

$$-\rho (V F_i)^2 \sigma_R^2 + \eta \cdot f'(\cdot) \cdot \left(\frac{\beta}{\sigma_R (1 - \theta_i)(\lambda_j^* - \lambda_i)^2} \right)^2 + \eta \cdot f(\cdot) \cdot \left(\frac{2\beta}{\sigma_R (1 - \theta_i)(\lambda_j^* - \lambda_i)^3} \right) \quad (20)$$

De igual forma la AFP j debe resolver el siguiente problema:

$$\max_{\lambda_j} \left\{ v f_j (1 + \lambda_j \mu_R + (1 - \lambda_j) r^L) - 0,5 \rho (v f_j)^2 \lambda_j^2 \sigma_R^2 - \eta \cdot \left[1 - F \left(\frac{1}{\sigma_R} \left(\frac{\beta}{\theta_i (\lambda_i^* - \lambda_j)} + r^L - \mu_R \right) \right) \right] \right\}$$

Las condiciones de primer y segundo orden son:

$$v f_j (\mu_R - r^L) - \rho (v f_j)^2 \sigma_R^2 \lambda_j + \eta \cdot f \left(\frac{1}{\sigma_R} \left(\frac{\beta}{\theta_i (\lambda_i^* - \lambda_j)} + r^L - \mu_R \right) \right) \cdot \left(\frac{\beta}{\sigma_R \theta_i (\lambda_i^* - \lambda_j)^2} \right) = 0 \quad (21)$$

$$-\rho (V F_j)^2 \sigma_R^2 + \eta \cdot f'(\cdot) \cdot \left(\frac{\beta}{\sigma_R \theta_i (\lambda_i^* - \lambda_j)^2} \right)^2 + \eta \cdot f(\cdot) \cdot \left(\frac{2\beta}{\sigma_R \theta_i (\lambda_i^* - \lambda_j)^3} \right) \quad (22)$$

En las ecuaciones (16) y (18) se encuentran las funciones de reacción de la AFP i y la AFP j respectivamente. El equilibrio de Nash esta dado por los valores de λ_i^* y λ_j^* que resuelven el siguiente sistema de ecuaciones no lineal:

$$v f_i (\mu_R - r^L) - \rho (v f_i)^2 \sigma_R^2 \lambda_i^* + \eta \cdot f \left(\frac{1}{\sigma_R} \left(\frac{\beta}{(1 - \theta_i)(\lambda_j^* - \lambda_i^*)} + r^L - \mu_R \right) \right) \cdot \left(\frac{\beta}{\sigma_R (1 - \theta_i)(\lambda_j^* - \lambda_i^*)^2} \right) = 0 \quad (23)$$

$$v f_j (\mu_R - r^L) - \rho (v f_j)^2 \sigma_R^2 \lambda_j^* + \eta \cdot f \left(\frac{1}{\sigma_R} \left(\frac{\beta}{\theta_i (\lambda_i^* - \lambda_j^*)} + r^L - \mu_R \right) \right) \cdot \left(\frac{\beta}{\sigma_R \theta_i (\lambda_i^* - \lambda_j^*)^2} \right) = 0 \quad (24)$$