



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LA COLISIÓN ENTRE ANILLOS DE VORTICIDAD.

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA
INGENIERÍA MENCIÓN MECÁNICA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERA CIVIL MECÁNICA

TERESITA DE JESÚS REYES CERDA

PROFESOR GUÍA:
RODRIGO HERNÁNDEZ PELLICER

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
JUAN ELICER CORTÉS
RAÚL LABBÉ MORALES

SANTIAGO DE CHILE
ENERO 2016

RESUMEN DE LA TESIS
PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERA CIVIL MECÁNICA
POR: TERESITA REYES CERDA
FECHA: 12 DE DICIEMBRE DE 2015
PROF. GUÍA: SR. RODRIGO HERNÁNDEZ

COLISIÓN DE MÚLTIPLES ANILLOS DE VORTICIDAD EN UNA CONFIGURACIÓN 3D.

El presente trabajo de tesis tiene por objetivo estudiar la generación y posterior colisión de anillos de vorticidad idénticos, en una configuración simétrica de 60° y 120° para tres valores del número de Reynolds. Para esto, se realizan simulaciones computacionales en el software fluent de ANSYS 12.0, en régimen laminar y sin transferencia de calor. Los anillos son generados simulando un mecanismo pistón en una cámara hexagonal donde se impone una función forzante para tres y seis de sus caras dependiendo de la configuración elegida. A partir de tres mallas discretas, que difieren en el número de elementos y en el tipo de estructura del mallado, se lleva a cabo una prueba de malla, donde se evalúa la precisión de los resultados con respecto al tamaño de malla y se elige la más adecuada. Los resultados fueron validados con datos experimentales obtenidos en el laboratorio LEAF-NL.

Una vez generados los anillos, se estudian sus parámetros característicos cuando se desplazan en vuelo libre hacia el centro de la cavidad. Cuando se produce la colisión se estudian las propiedades fluidodinámicas en el centro del volumen de control y se caracterizan las estructuras secundarias generadas. La energía cinética se estudia de forma continua para todo el proceso, para identificar los cambios observados en la colisión.

Para ambas configuraciones el número de Reynolds incide sobre parámetros cinemáticos del proceso como la velocidad de los anillos antes de la colisión y la velocidad de las estructuras formadas posterior a ésta. En tanto que el diámetro del generador influye sobre parámetros geométricos como el diámetro de los anillos antes de la colisión y el tamaño de las estructuras formadas posterior a esta, que también está determinado por el número de anillos participantes. Durante la colisión se observa un fuerte aumento de presión en el centro del volumen de control que disminuye a medida que las estructuras generadas se alejan. En cuanto a la velocidad se observa que tiende a cero en torno al centro especialmente para la configuración de seis anillos en colisión. La energía cinética muestra variaciones asociadas a la disipación por esfuerzos viscosos en el movimiento de los anillos, y a la interacción de estos durante la colisión. La dinámica de la colisión de anillos de vorticidad aborda interesantes propiedades, como la reconexión de tubos de vorticidad que da paso a la formación de nuevas estructuras y la posibilidad de generar puntos de estancamiento en las zonas donde se produce la colisión de los anillos.

Agradecimientos

Quiero agradecer a mis padres por confiar en mí desde siempre, por apoyarme en cada paso que dí y por su constante ejemplo de trabajo y esfuerzo. Por su amor y humildad. A mis hermanos por ser mis compañeros de toda la vida, por todos esos momentos que compartimos juntos que llenaron de amor cada día de mi infancia, por los sobrinos que me han dado que son la luz de nuestra familia. A mi profesor Rodrigo Hernández por su paciencia, sabiduría, y por inspirar en mí el amor por la ciencia. Por todos sus consejos que me permitieron llegar a buenos resultados. A Tan mi compañero de siempre por su amor, su paciencia y grata compañía. A mis compañeros por todos los momentos que pasamos juntos ya sea en lo académico como en lo personal, en especial a los que aun después de la universidad siguen siendo parte de mi vida. A mis abuelos, tíos y primos que fueron muchas veces una distracción en la rutina de la vida universitaria. A mis amigas que a pesar de los años siguen siendo parte importante de mi vida. A mis profesores del colegio por su entrega y orientación. Y a todos los funcionarios que siemore me apoyaron en tantos de los trámites que realizaba cada año . A todos mis profesores que en el aula entregaron mas que conocimientos técnicos, a aquellos que me permitieron convertirme en un profesional con compromiso por el desarrollo de un país mas justo y con igualdad de acceso.

A CONICYT PFCHA/ Beca Nacional de Magíster Convocatoria 2013 22131639

Tabla de Contenido

1	Introducción	1
1.1	Objetivo General	2
1.1.1	Objetivos Específicos	2
1.2	Metodología de trabajo	2
1.3	Alcances	2
1.4	Nomenclatura empleada	3
2	Antecedentes	4
2.1	Generalidades	4
2.2	Parámetros característicos de un anillo de vorticidad	5
2.3	Estudios previos	7
3	Simulación numérica de la generación de anillos	10
3.1	Geometría	10
3.1.1	Condiciones de borde	11
3.2	Mallado	11
3.3	Método numérico	16
4	Validación	18
5	Resultados	24
5.1	Esquema de la colisión	24

5.2	Propiedades de un anillo de vorticidad	24
5.3	Colisión de tres anillos en aire	28
5.3.1	Estructuras de flujo secundarias	29
5.4	Colisión de seis anillos en aire	32
5.4.1	Estructuras de flujo secundarias	32
5.5	Uso potencial como trampa hidrodinámica	34
5.6	Energía de la colisión	44
Bibliografía		48
Anexo A		I
Anexo B		XI
Anexo C		XVIII

Introducción

Un anillo de vorticidad se puede definir como un sistema constituido por un fluido compresible o incompresible que posee cierta tendencia a la rotación en un punto, lo cual es llamado vorticidad. A escala de laboratorio, la generación de anillos de vorticidad es bastante simple, una forma de obtenerlos es mediante el desplazamiento de fluido en un arreglo cilindro pistón a través de un orificio, donde la relación entre el recorrido del pistón y el diámetro del orificio de generación, denominado por [Gharib] como número de formación, determina el tamaño y evolución del anillo. Se han llevado a cabo numerosos estudios para anillos individuales [Shariff] ya sea en dominios abiertos [Hernández] como en dominios cerrados [Stewart] a partir de los cuales se ha caracterizado sus parámetros principales como velocidad autoinducida, circulación, diámetro característico, entre otros. Debido a que los anillos poseen momentum se ha estudiado su interacción con estructuras sólidas [Walker] y con estructuras como la capa límite [Arevalo2]. En la interacción con paredes calientes se han observado mejoras en la transferencia de calor aumentado la eficiencia energética [Arevalo1].

El estudio de la interacción de anillos de vorticidad entre sí se ha abordado en casos muy particulares, el más simple fue desarrollado por [Lim], donde dos anillos idénticos colisionan frontalmente formando pequeños anillos que salen en dirección perpendicular a la dirección de la colisión. En el trabajo de [Chatelain] se producen colisiones de dos anillos en distintos ángulos, y se estudian las estructuras de flujo espacio temporal producidas por eventuales reconexiones de tubos de vorticidad. En un trabajo reciente de [Monsalve] se desarrolló un estudio experimental de la interacción de anillos de vorticidad en una topología tridimensional, donde se observa que los anillos de vorticidad tienen una trayectoria estable antes de tener contacto entre sí y posterior a la colisión, y durante durante el impacto se observa un descenso abrupto de la energía cinética, siendo más pronunciado en los casos en que las velocidades autoinducidas de los anillos son similares. Como se observa la vorticidad esta presente en estructuras de gran complejidad que en su interacción representan un gran desafío ya sea por su participación en fenómenos de difícil entendimiento como por sus potentes aplicaciones.

En el presente trabajo se analizan las estructuras de flujo obtenidas mediante una simulación 3D de la generación y posterior colisión de anillos de vorticidad. Se realiza un análisis de las condiciones fluidodinámicas generadas antes, durante y después de la colisión y se compararan con resultados tanto experimentales como numéricos obtenidos en trabajos recientes.

1.1. Objetivo General

El objetivo general de este trabajo de título es estudiar la dinámica de una colisión entre múltiples anillos de vorticidad.

1.1.1. Objetivos Específicos

- Realizar la simulación fluidodinámica computacional (CFD) de la generación de anillos de vorticidad mediante un mecanismo pistón.
- Simulación de la colisión de anillos de vorticidad en distintas configuraciones.
- Estudio de las propiedades fluidodinámicas de la colisión

1.2. Metodología de trabajo

- Definición de los principales parámetros para generar la geometría y las condiciones de borde a implementar.
- Con la ayuda del software GAMBIT [McKelvey] se construye la geometría del generador de anillos en 3D y se analizan tres tipos de mallas.
- Se generan los anillos para tres valores de Reynolds laminares y para la configuración de tres y seis anillos en colisión.
- Se validan los resultados a partir de datos experimentales, ya sea para los parámetros característicos del anillo en vuelo libre como para la evolución de la energía cinética dentro del volumen de control.
- Se analizan los resultados para los anillos en vuelo libre previo a la colisión, las propiedades fluidodinámicas de esta y los parámetros característicos de las estructuras posterior a la colisión.

1.3. Alcances

- Las simulaciones se realizan en régimen laminar.
- La validación de resultados se realiza a partir de datos obtenidos en el laboratorio LEAF-NL, ya sea para anillos individuales como en configuración de 120°.

1.4. Nomenclatura empleada

x, y, z	Coordenadas en \hat{x}, \hat{y} y \hat{z} [m]
t	Tiempo [s]
\vec{V}	Velocidad [m/s]
V	Módulo de la velocidad [m/s]
u, v, w	Componentes en \hat{x}, \hat{y} y \hat{z} de la velocidad [m/s]
U_0	Velocidad promedio a la salida del generador [m/s]
U_p	Velocidad promedio del pistón del generador [m/s]
ν	Viscosidad cinemática [m^2/s]
$\tilde{\omega}$	Vorticidad [$1/s$]
W	Enstrofia [m^2/s^2]
E_{kin}	Energía cinética [$kg \cdot m^2/s^2$]
\dot{E}_{kin}	Disipación de energía cinética en un fluido incompresible
Γ	Circulación [m^2/s]
Re	Número de Reynolds [$\frac{U_a D}{\nu}$]
\vec{I}	Impulso [kgm/s]
U_a	Velocidad autoinducida de un anillo de vorticidad (instantánea) [m/s]
D	Diámetro característico de un anillo de vorticidad [m]
R	Radio característico de un anillo de vorticidad [m]
a	Radio del núcleo de un anillo de vorticidad [m]
D_n	Diámetro del núcleo [m]
τ	Tiempo característico de la señal del programa de generación [s]
A_s	Amplitud de la señal del programa de generación [$Volts$]
D_0	Diámetro del orificio del generador [m]
t^*	Tiempo adimensional [$t/U D$]
P^*	Presión adimensional [$\frac{P}{0.5\rho U_a^2}$]
P_a	Presión atmosférica [Pa]
ρ	Densidad del fluido

Antecedentes

2.1. Generalidades

Un anillo de vorticidad se puede definir como una región de fluido compresible o incompresible con forma toroidal, que posee cierta tendencia a la rotación en un punto denominado vorticidad (Ec.2.1).

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V} \quad (2.1)$$

Donde \vec{V} es la velocidad.

La vorticidad esta asociada al campo de velocidades generado por el movimiento rotacional de un fluido, no obstante cualquier flujo no uniforme posee cierto grado de vorticidad, por lo tanto el concepto de vorticidad esta mas asociado a los gradientes de velocidad generados en un flujo. A partir de las ecuaciones de balance de masa (Ec.2.2) y momentum (Ec.2.3) asumiendo un fluido incompresible y en ausencia de gravedad, se puede obtener la ecuación de vorticidad Ec.2.1 que gobierna la cinemática de un anillo de vorticidad.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\nabla \cdot \vec{V})\vec{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \vec{V} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} - (\vec{\omega} \cdot \nabla)\vec{V} + (\vec{V} \cdot \nabla)\vec{\omega} = \nu \nabla^2 \vec{\omega} \quad (2.4)$$

Donde el término $\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla)\vec{\omega}$ corresponde a la derivada particular de la vorticidad ($\frac{D\vec{\omega}}{Dt}$), la cual describe el cambio de vorticidad o aceleración angular de una partícula perteneciente al fluido. Producido tanto por inestabilidad ($\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t}$) como por predominio del término convectivo $(\vec{V} \cdot \nabla)\vec{\omega}$. El término $(\vec{\omega} \cdot \nabla)\vec{V}$ describe la variación en módulo o la inclinación de la vorticidad

debido a los gradientes de velocidad. Por último el término del lado derecho, da cuenta de la difusión de la vorticidad por efecto de los esfuerzos viscosos.

2.2. Parámetros característicos de un anillo de vorticidad

Un anillo de vorticidad puede ser caracterizado ya sea por parámetros geométricos como cinemáticos [Shariff] que son:

- Diámetro característico (D)
- Diámetro del núcleo (D_n)
- Velocidad autoinducida (U_a)
- Número de Reynolds (Re)
- Vorticidad ($\bar{\omega}$)
- Circulación (Γ)
- Impulso hidrodinámico (\vec{I})
- Enstrofia (W)

En la figura 1 se muestra una vista 3D de un anillo de vorticidad con velocidad autoinducida U_a y una vista en corte donde se muestran los parámetros geométricos D y D_n .

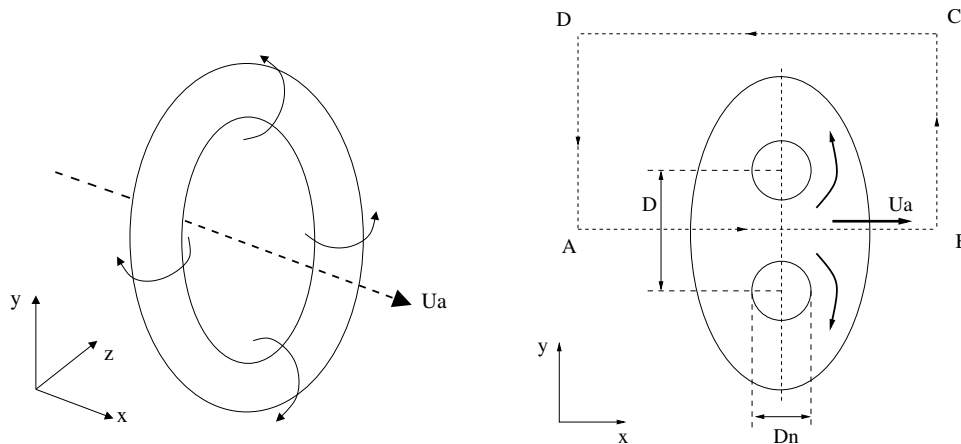


Figura 1: Esquema de un anillo de vorticidad, Vista 3D: velocidad autoinducida U_a . Vista en corte: Diámetro característico D , diámetro del núcleo D_n . La circulación Γ del anillo calculada sobre el contorno A, B, C, D .

Los parámetros geométricos D y D_n , se obtienen a partir del perfil de velocidad de un corte transversal de un anillo (Figura 2.(a)). El cambio de signo de la velocidad corresponde al diámetro característico y la sección donde la velocidad crece y decrece a tasa constante, corresponde al diámetro del núcleo del anillo .

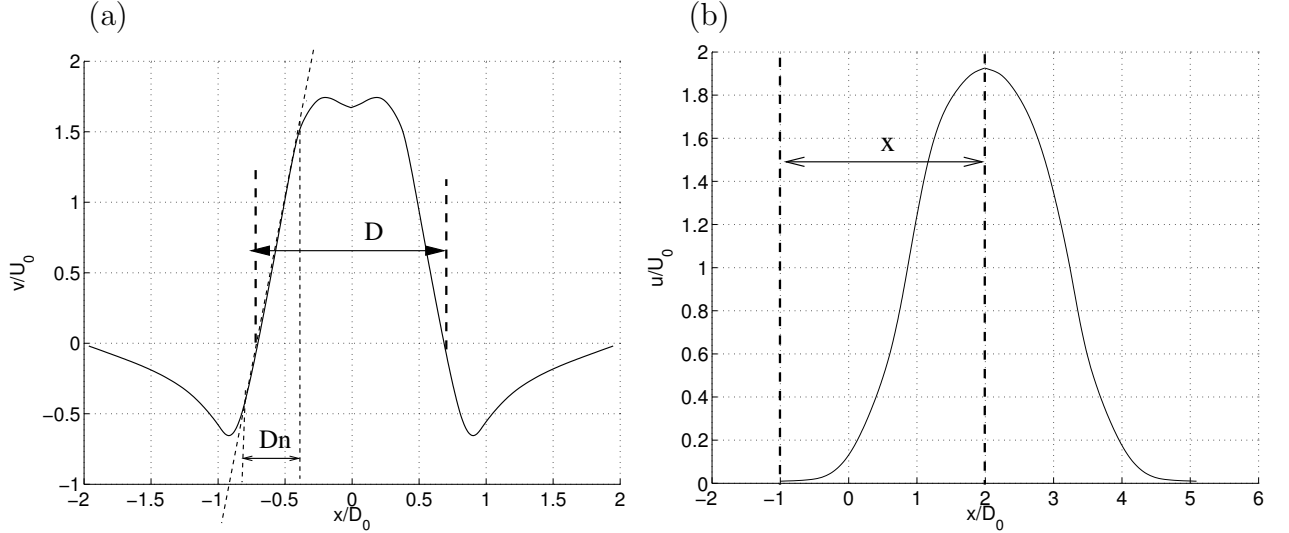


Figura 2: (a) Perfil de velocidad de un anillo de vorticidad en un sistema de referencia fijo. Se aprecia el diámetro del anillo y del núcleo a partir del perfil de velocidad. (b) La velocidad de advección $U_a = \delta x / \delta t$ se calcula con 2 series de velocidad en 2 posiciones del centro del anillo, $\delta x = x_2 - x_1$ entre dos tiempos $\delta t = t_2 - t_1$.

La velocidad autoinducida permite al anillo desplazarse en línea recta de forma autónoma por un tiempo determinado. Se obtiene a partir de dos series de velocidad como la mostrada en la Figura 2.(b), en la que la coordenada x correspondiente al máximo de la curva indica la posición del centro del anillo. Entonces para dos series de velocidad consecutivas donde se tiene (x_2, t_2) y (x_1, t_1) se calcula la velocidad autoinducida como en la ecuación 2.5.

$$U_a = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad (2.5)$$

El número de Reynolds es un número adimensional, que está dado por el cociente entre las fuerzas inerciales y viscosas. En este trabajo es calculado a partir de la velocidad autoinducida, el diámetro del generador y la viscosidad cinemática del fluido, como se muestra en la ecuación 2.6.

$$Re = \frac{U_a D_0}{\nu} \quad (2.6)$$

La circulación se define como la integral de velocidad u sobre un contorno C . Del teorema de Stokes, la circulación sobre este contorno es igual al flujo de vorticidad ω sobre

la superficie A, definida por este contorno (Ec.2.7)[Akhmetov]. En este trabajo la circulación será calculada sobre el contorno ABCD de la figura 1.

$$\Gamma(t) = \oint_C u \cdot d\vec{l} = \iint_A \omega \cdot dA \quad (2.7)$$

El impulso hidrodinámico corresponde al impulso que debe ser aplicado por fuerzas externas para sacar a un fluido del estado de reposo. El impulso para un anillo de vorticidad esta definido por la integral del producto vectorial entre el radio (\vec{r}) y la vorticidad ($\vec{\omega}$) del anillo sobre el volumen V (Ec.2.8).

$$\vec{I} = \frac{1}{2} \int \rho \vec{r} \times \vec{\omega} dV \quad (2.8)$$

La Enstrofia (W) es una magnitud relacionada con la cantidad de energía cinética liberada en un fluido, se calcula a partir de la integral del cuadrado de la vorticidad sobre un volumen dado (Ec.2.9).

$$W = \frac{1}{2} \int \vec{\omega}(t)^2 dV \quad (2.9)$$

La energía cinética total del fluido se puede expresar de acuerdo a la ecuación 2.10 y será evaluada ya sea para el volumen completo como para los planos principales durante todo el proceso.

$$E_k = \frac{1}{2} \rho \int |\vec{v}|^2 dV \quad (2.10)$$

2.3. Estudios previos

Múltiples aristas del estudio de anillos de vorticidad son abordadas en investigaciones pasadas, los mas relevantes para este trabajo de tesis se presentan a continuación:

- La primera revisión bibliográfica importante es el mecanismo físico mediante el cual se generaran los anillos de vorticidad, la técnica mas común es desplazando un fluido a través de una tobera con un ángulo de giro α (Figura 3.(a)). Donde, para $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ se tiene una cavidad cilíndrica con una pared plana ([Glezer]). Mientras que para $\alpha = 2\pi$ se tiene una geometría de tubo. Otro tipo de generador es el de tipo orificio que será implementado en este trabajo de tesis (Figura 3.(b)), [Shariff]. Para una geometría dada, las características del anillo, dependen de la velocidad del pistón U_p , el tiempo

que toma el fluido en desplazarse por el generador, el número de Reynolds del anillo y la razón L/D , donde L es la distancia que recorre el pistón y D es el diámetro de salida.

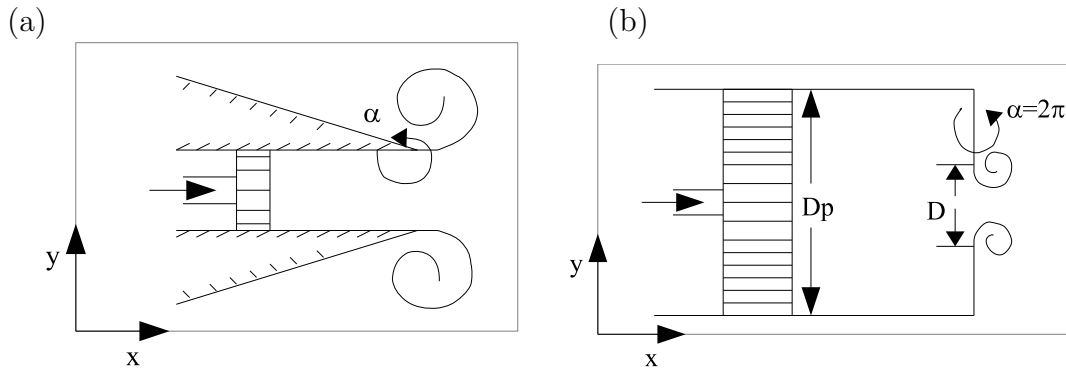


Figura 3: Generadores de anillos de vorticidad (a) Geometría tipo tobera. (b) Geometría tipo orificio. [Shariff]

- Una vez definido el mecanismo de generación, se revisan los parámetros que permiten reconocer y definir las estructuras como anillos propiamente tal. Un parámetro importante a verificar es el perfil de velocidad típico de un anillo de vorticidad como el de la Figura 2, que se debe a una contribución no lineal entre el perfil de velocidad asociado a la rotación en torno a los centros de vorticidad y el perfil de velocidad asociado a la velocidad autoinducida del anillo. Otro parámetro importante es la relación L/D del generador, que según los resultados de [Gharib], para valores de $L/D > 4$ se observa un campo de flujo que consiste en un anillo de vorticidad seguido por un jet y para valores de $L/D < 4$ se obtiene sólo un anillo de vorticidad sin el jet en su cola, como se observa en la figura 4, donde se visualiza la generación de anillos para tres valores de L/D .

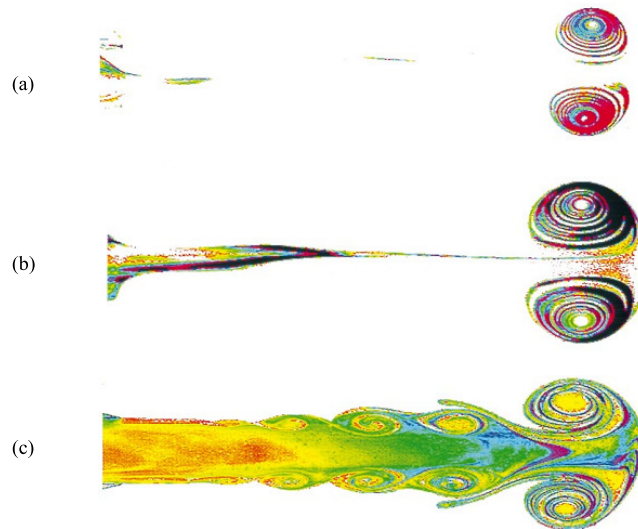


Figura 4: Visualización de anillos de vorticidad para: (a) $L/D = 2$, (b) $L/D = 3.8$ y (c) $L/D = 14.4$ [Gharib].

- Otros antecedentes relevantes son los relativos al proceso de colisión, donde para una configuración dada se observan procesos de reconexión de tubos de vorticidad generando nuevas estructuras como en los trabajos de [Lim], [Takaoka], [Chatelain], [Mansfield] y [Monsalve]. Son los resultados de este último los más relevantes para este trabajo, por la configuración de la colisión, que será implementada en una de las simulaciones (Figura 5) y por las estructuras generadas posterior a ésta, que son tres dipolos de vorticidad (Figura 6.(a)) y dos anillos que salen eyectados en dirección perpendicular a la trayectoria de los anillos previo a la colisión (Figura 6.(b)).

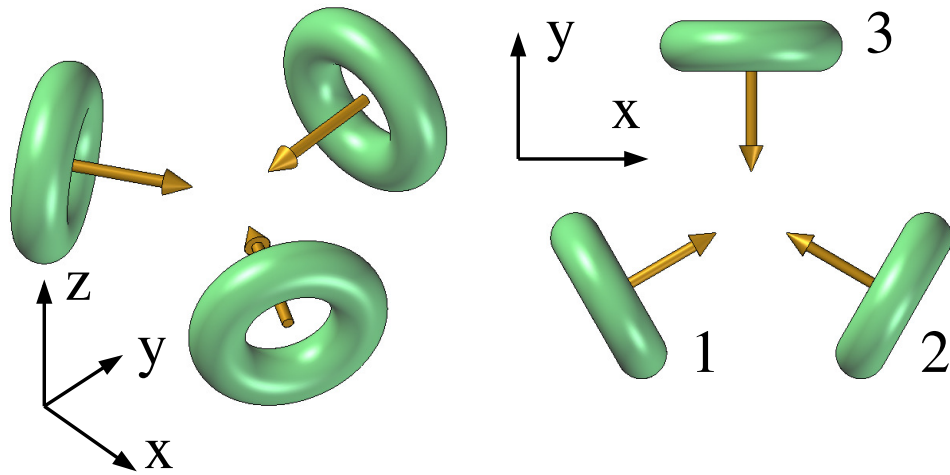
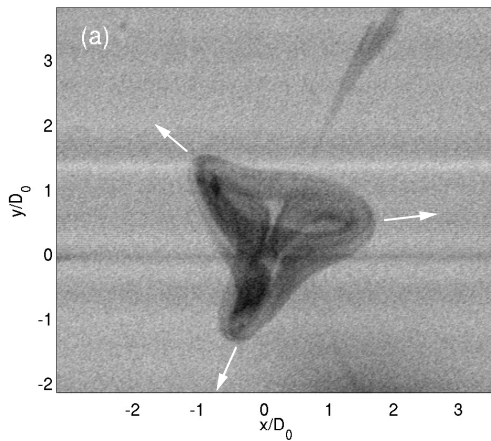


Figura 5: Configuración en 120° de la colisión, implementada por [Monsalve], se observan los anillos desplazándose hacia un punto de colisión central.

(a)



(b)

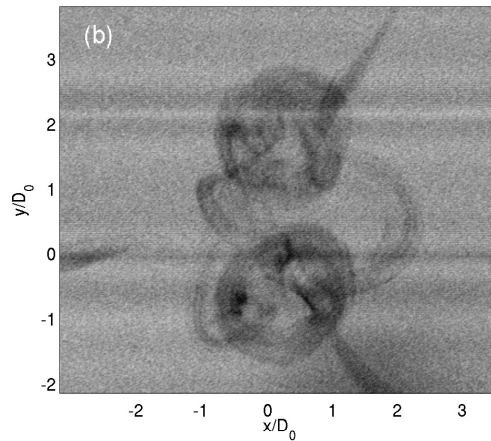


Figura 6: Visualización de anillos de vorticidad con sustancia escalar colorante. En (a) $t = 0.9$ s se observa la eyección de los tubos de vorticidad laterales de los anillos formando los dipolos y en (b) $t = 1.8$ s la eyección de los anillos generados por reconexión de los tubos de vorticidad.[Monsalve]

Simulación numérica de la generación de anillos

3.1. Geometría

El problema consiste en simular la generación de anillos de vorticidad dentro de un dominio hexagonal en el que es posible replicar las condiciones de generación de experimentos recientes [Monsalve] y asegurar la simetría en la colisión de los anillos generados. Las simulaciones consideran las configuraciones mostradas en las figuras 7.(a), (b) y (c), donde se tiene un anillo en vuelo libre y tres en configuración simétrica de 120° cuyos resultados serán utilizados para la validación de la simulación con experimentos recientes y seis anillos en ángulos de 60° de forma de evaluar las diferencias sobre las propiedades de la colisión respectivamente. A partir de estas configuraciones se generan los anillos de vorticidad y por la configuración se logra la colisión simétrica entre estos.

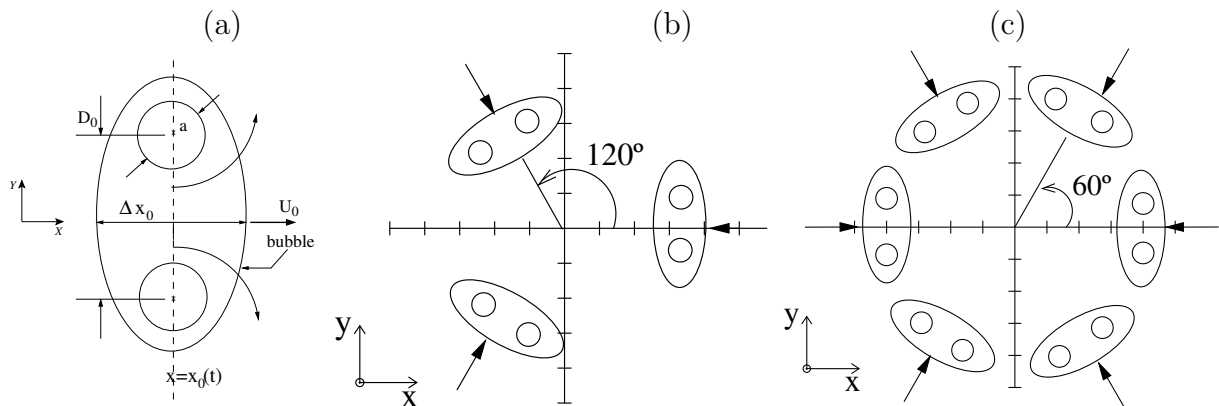


Figura 7: Casos de estudio: (a) Un anillo de vorticidad de diámetro D_0 , diámetro del núcleo a y velocidad autoinducida U_0 , en (b) Tres anillos de vorticidad separados en 120° , y en (c) Seis anillos de vorticidad separados en 60° desplazándose hacia un punto de colisión central

3.1.1. Condiciones de borde

La geometría en la que se generan los anillos posee pequeñas cavidades en sus lados (figura 8.(a)), en las caras exteriores de estas se impone una señal de forzamiento externo $V(t)$ (figura 8.(b)), que controla el desplazamiento del volumen de aire contenido, simulando un mecanismo pistón, de esta forma se desplaza el aire contenido hacia el centro de la geometría a través del orificio del generador (D_0). Los gradientes de velocidad producidos causan el desprendimiento de la capa límite, iniciando el proceso de formación del anillo. Cuando se generan 3 anillos las caras restantes se consideran como paredes lisas y rígidas. La velocidad en cada punto de estas paredes es nula debido a la condición de pared. Las superficies superior e inferior del hexágono se consideran como una salida con condiciones de presión atmosférica.

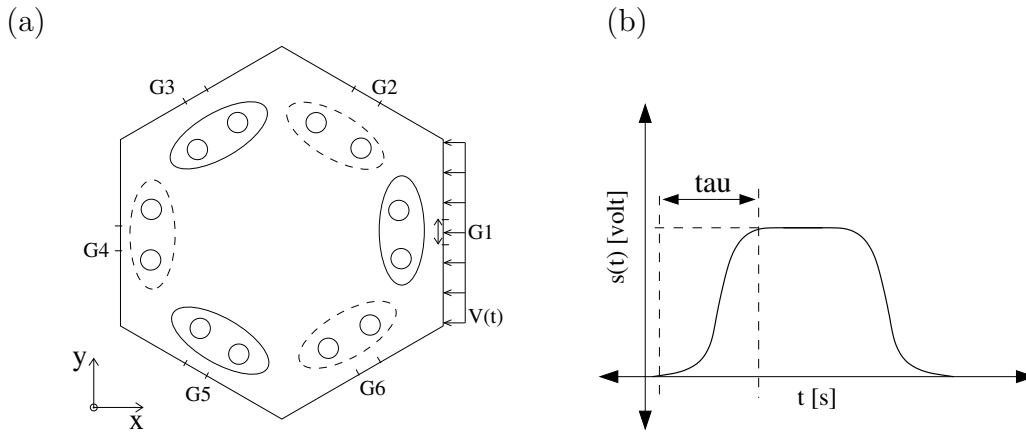


Figura 8: (a) . Vista superior geometría donde se generan los anillos, y donde se propagan hacia un punto de colisión central. Para la configuración en 120° los anillos son creados en los generadores de las caras G1, G4 y G5 y para la configuración en 60° los anillos son creados en los generadores G1 a G6, cuyo orificio de salida tiene diámetro $D_0=15[\text{mm}]$. (b) Función de forzamiento impulsivo de velocidad utilizada para generar los anillos simultáneamente, donde τ es el tiempo de subida.

Las dimensiones de la cámara de generación, se definen de forma tal que las condiciones de borde no afecten el desarrollo del anillo de vorticidad, de esta forma la relación entre el ancho del dominio (W_c) y el diámetro del generador es del orden de $W_c = 10D_0$ como se sugiere en [Monsalve]. De igual forma, para observar el desarrollo de las estructuras generadas producto de la colisión, la profundidad de la cámara de generación es $L_c=20D_0$ y el ancho del generador es $W_g=1.3D_0$.

3.2. Mallado

Para optimizar la relación entre la precisión de los resultados y la carga computacional se realizó una prueba de malla. Con la ayuda del software GAMBIT, se construyen tres mallas discretas 3D de la cámara de generación (1. Fina, 2. Mediana y 3. gruesa), variando

la estructura que se utiliza como guía para el mallado del volumen completo así como el número de elementos de tipo tetraédrico. En la figura 9 se puede observar una representación esquemática de las configuraciones de mallado evaluadas en vistas frontal y lateral respectivamente.

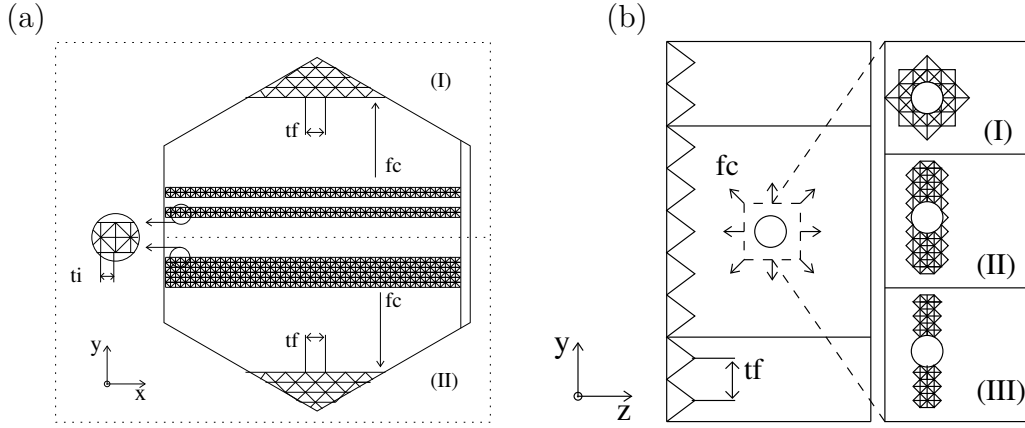


Figura 9: Configuraciones de mallado. En (a) vista frontal de: I. Dos caras y 1 cilindro como guía del mallado, II. Una cara como guía. Y en (b) vista lateral para: I. cilindro, II. 1 cara, III. 2 caras como guía del mallado

Las prestaciones de malla se evalúan mediante el procedimiento de estimación del error en la discretización, recomendado en [ASME]. Este procedimiento consiste en definir un tamaño representativo de celda o malla denominado h (ec.3.1) sobre una línea, área o volumen, dependiendo de la variable a analizar. En nuestro caso se realiza un análisis de volumen y uno lineal. El análisis del mallado en volumen se lleva a cabo para evaluar la precisión de los resultados a nivel global y el análisis lineal se realiza para evaluar la precisión a lo largo del eje transversal del anillo, donde se obtiene el perfil de velocidad característico de este a partir del cual es posible obtener tanto parámetros geométricos como cinemáticos. Los valores de h calculados a partir de la ecuación 3.1 se resumen en la tabla 1, donde el total de volumen considerado para el cálculo de h_{vol} es de $2.25e - 02$ y el largo del tramo en z para el cálculo de h_{lineal} es de $0.101[m]$.

$$h = \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\Delta l_k) \right]^{(1/n)} \quad (3.1)$$

Donde Δl_k es el largo o volumen de la k -ésima celda, N es el número de celdas sobre este tramo o volumen, y n es la dimensión en la que se realiza el análisis.

Se define a su vez el factor de refinamiento de malla $r = \frac{h_{gruesa}}{h_{fina}}$ que, basado en resultados experimentales, debe ser mayor a 1.3. En la tabla 1 se presentan los valores obtenidos para el análisis de mallado en volumen y en una línea.

A partir de los parámetros de malla se calcula el orden aparente del método como se

Malla	Δ_i [m]	α	Δ_f [m]	N_{vol}	h_{vol} [m]	r_{vol}	N_{lineal}	h_{lineal} [m]	r_{lineal}
(1)	0.2 e-3	1.1	10 e-3	6.56 e+5	3.24 e-3	–	387	0.25e-3	–
(2)	0.3 e-3	1.1	10 e-3	2.89 e+5	4.27 e-3	$r_{21}=1.31$	280	0.35e-3	$r_{21}=1.41$
(3)	0.4 e-3	1.2	10 e-3	1.08 e+5	5.92 e-3	$r_{32}=1.38$	213	0.46e-3	$r_{32}=1.31$

Tabla 1: Detalle tipos de mallado con refinamiento progresivo (factor α) de tamaño de elementos Δ_i , Δ_f

muestra en la ecuacion 3.2.

$$p = \frac{1}{\ln(r_{21})} \left| \ln \left| \frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right| + q(p) \right| \quad (3.2)$$

Donde:

$$q(p) = \ln \left(\frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s} \right) \quad (3.3)$$

$$s = 1 \cdot \operatorname{sgn} \left(\frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right) \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{32} &= \phi_3 - \phi_2 \\ \varepsilon_{21} &= \phi_2 - \phi_1 \end{aligned} \quad (3.5)$$

ϕ_i denota la variable analizada en la i-esima malla, que en el caso volumetrico es la integral de vorticidad sobre el volumen completo y en el análisis unidimensional es la velocidad.

Para obtener el valor de p se implementa un método iterativo en el que se establece un valor inicial para la expresión 3.3, a partir del cual se minimiza el error con el valor obtenido por la expresión 3.2.

Luego se calculan los valores extrapolados para la variable evaluada como se muestra en la ecuación 3.6

$$\begin{aligned} e_{ext}^{21} &= \frac{(r_{21}^p \phi_1 - \phi_2)}{(r_{21}^p - 1)} \\ e_{ext}^{32} &= \frac{(r_{32}^p \phi_2 - \phi_3)}{(r_{32}^p - 1)} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Finalmente para evaluar los resultados se definen los errores de estimación, relativo aproximado e_a^{21} (Ec.)3.7, relativo extrapolado e_{ext}^{21} (Ec. 3.8) y el índice de convergencia de

malla GCI_{fine}^{21} (Ec.3.9).

$$e_a^{21} = \left| \frac{\phi_1 - \phi_2}{\phi_1} \right| \quad (3.7)$$

$$e_{ext}^{21} = \left| \frac{\phi_{ext}^2 1 - \phi_1}{\phi_{ext}^2 1} \right| \quad (3.8)$$

$$GCI_{fine}^{21} = \frac{1.25e_a^{21}}{r_{21}^p - 1} \quad (3.9)$$

Los resultados del procedimiento descrito para el análisis del mallado en volumen y en una línea se resumen en las tablas 2 y 3 respectivamente. En ambas tablas se presentan, el valor de la variable (ϕ), obtenido a partir del uso de las mallas fina, media y gruesa (ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3), los valores extrapolados ϕ_{ext}^{21} y ϕ_{ext}^{32} , el índice de convergencia de malla GCI_{fine}^{21} y GCI_{fine}^{32} y el orden aparente del modelo.

En la tabla 2 para el análisis del mallado sobre el volumen se observa que los valores obtenidos por los distintos ya sea por los tres tipos de mallas analizadas, como por la extrapolación representan diferencias relativamente bajas y que en particular el error cometido al utilizar la malla gruesa en vez de la media es $GCI_{32} = 1.52\%$ y el error cometido al utilizar la malla media en vez de la fina es $GCI_{21} = 0.45\%$ es decir el uso de la malla media en vez de la fina implica un error tres veces menor que el uso de la malla gruesa sobre la media, por lo tanto desde el análisis de malla en volumen representa una opción que ofrece precisión en los resultados y una carga computacional razonable.

ϕ	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_{ext}^{21}	ϕ_{ext}^{32}	GCI_{fine}^{21}	GCI_{fine}^{32}	p
N_1, N_2, N_3 (e5)	6.56	2.89	1.08	—	—	—	—	—
$\int \omega dV$	0.027	0.027	0.026	0.027	0.027	0.447	1.521	4.445

Tabla 2: Resultados de análisis del error de estimación debido a discretización en volumen del tipo de malla para la variable $\phi = \int \omega dV [(1/s)(m^3)]$

Del análisis lineal se muestran solo 11 de los 201 puntos analizados sobre el eje z en la tabla 3. Bajo cada columna se muestran los promedios de los datos analizados sobre el tramo del eje z. A partir de los resultados de este análisis se observa que el error cometido al utilizar la malla gruesa en vez de la media es $GCI_{32} = 3.29\%$ y el error cometido al utilizar la malla media en vez de la fina es $GCI_{21} = 2.53\%$. En los gráficos de la figura 10 se muestra el perfil de velocidad axial, a partir de los valores obtenidos por la malla fina, media y gruesa (Figura 10.a) y los valores de ϕ extrapolados con la barras de error asociados al índice de convergencia (Figura 10.b), se observan diferencias mínimas entre los tipos de malla y el perfil obtenido por los valores extrapolados muestran un buen ajuste sobre los valores originales, al tiempo que los errores dados por GCI_{21} son levemente notorios sobre el perfil analizado.

z	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_{ext}^{21}	ϕ_{ext}^{32}	GCI_{fine}^{21}	GCI_{fine}^{32}	p
N_1, N_2, N_3	387	280	213	—	—	—	—	—
-0.042	0.019	0.020	0.018	0.019	0.020	0.426	2.941	4.090
-0.032	0.048	0.046	0.049	0.050	0.042	4.982	5.102	1.795
-0.022	0.177	0.177	0.165	0.177	0.177	0.004	0.356	3.793
-0.012	0.435	0.492	0.472	0.402	0.507	9.417	3.809	3.125
-0.002	4.845	4.753	4.718	4.925	4.792	2.060	1.017	2.362
0	4.831	4.750	4.757	4.839	4.749	0.205	0.027	4.480
0.002	4.843	4.758	4.737	4.879	4.770	0.925	0.304	3.757
0.012	0.421	0.449	0.462	0.385	0.428	10.773	5.845	1.758
0.022	0.142	0.158	0.156	0.139	0.159	2.533	0.469	4.884
0.032	0.048	0.049	0.044	0.047	0.052	1.957	7.936	3.667
0.042	0.019	0.020	0.019	0.019	0.020	0.097	1.025	3.231
mean	—	—	—	—	—	2.53 %	3.29 %	3.26

Tabla 3: Resultados de análisis del error de estimación debido a discretización lineal del tipo de malla para la variable ϕ que en este caso corresponde a la velocidad en $[m/s]$

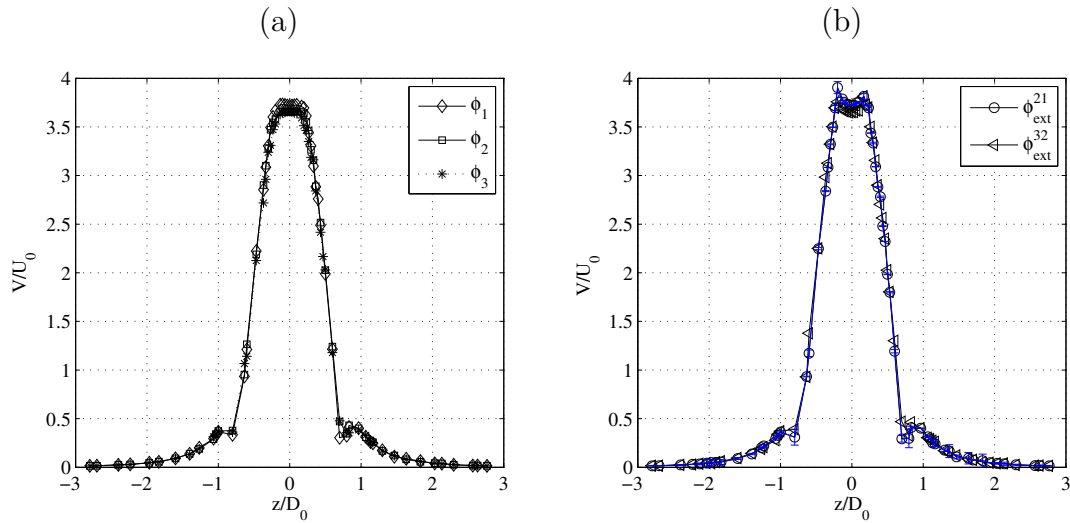


Figura 10: Perfil de velocidad de un anillo cuando se encuentra a una distancia D_0 del generador, para (a) Valores obtenidos de las mallas Fina (1),media (2) y gruesa(3) y (b) Valores extrapolados con las barras de error calculadas a partir del indice de malla fina GCI_{21}

Del análisis de malla se concluye que para optimizar la carga computacional y asegurar una adecuada precisión en los resultados, se va a utilizar la malla de tamaño medio, ya que por un lado presenta un error mas bajo en la estimación de las variables y la carga computacional asociada es aproximadamente 40 % mas baja que la necesaria en el caso de la malla fina.

3.3. Método numérico

Las ecuaciones del modelo se resuelven utilizando el código CFD FLUENT del paquete ANSYS 12.0. El solver utilizado en los cálculos es uno basado en la presión, y se establece una formulación implícita de las ecuaciones que permiten modelar el fenómeno en un régimen laminar, transiente y sin transferencia de calor (fluido a temperatura y condiciones ambientales).

El algoritmo utilizado para la corrección del campo de velocidades es el algoritmo SIM-PLEC, que es una corrección del algoritmo SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Ecuations). La corrección consiste en implementar la aproximación de las ecuaciones Ec.3.11, sobre las ecuaciones de corrección de la velocidad de SIMPLE, Ec.3.10, como resultado se obtienen las ecuaciones de velocidad corregidas 3.12 del algoritmo SIMPLEC, donde u y v son las componentes de velocidad en los ejes x e y respectivamente, a_p es un coeficiente central, a_{nb} es un coeficiente de celdas vecinas y los términos $(p'_P - p'_E)$ y $(p'_P - p'_N)$ son las fuerzas de presión actuando sobre Δy y Δx respectivamente. [Patankar].

$$\begin{aligned} a_e u'_e &= \sum_{nb} a_{nb} u'_{nb} + \Delta y (p'_P - p'_E) \\ a_e v'_e &= \sum_{nb} a_{nb} v'_{nb} + \Delta x (p'_P - p'_N) \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \sum_{nb} a_{nb} u'_{nb} &\sim u'_e \sum_{nb} a_{nb} \\ \sum_{nb} a_{nb} v'_{nb} &\sim v'_e \sum_{nb} a_{nb} \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \left(a_e - \sum_{nb} a_{nb} \right) u'_e &= \Delta y (p'_P - p'_E) \\ \left(a_e - \sum_{nb} a_{nb} \right) v'_e &= \Delta x (p'_P - p'_N) \end{aligned} \quad (3.12)$$

El criterio de convergencia es tal que el residuo máximo sea inferior a 10^{-4} para las ecuaciones de momentum y continuidad, Ec.3.13, donde v es la velocidad, a_p es un coeficiente central, a_{nb} es un coeficiente de celdas vecinas y b es la contribución de la parte constante del termino fuente.

$$\begin{aligned} R^{vp} &= \sum_{cellsP} \left| \sum_{nb} a_{nb} v_{nb} + b - a_P v_P \right| \\ R^c &= \sum_{cellsP} |\dot{\rho}| \end{aligned} \quad (3.13)$$

En la discretización temporal de 1^{er} orden, el paso de tiempo elegido es $\Delta t = 10^{-3}$ [s]. El número de iteraciones por paso de tiempo es variable pues está sujeto al criterio de convergencia. La elección del paso de tiempo asegura una buena resolución temporal de forma de percibir los gradientes de velocidad a la salida del generador durante los instantes en que se está formando un anillo de vorticidad. Cada simulación numérica se extiende por 2 [s] de tiempo real que equivalen a 2 días de cálculo en un cluster Dell de 24 procesadores. Una descripción detallada de las ecuaciones gobernantes y otros aspectos de la simulación pueden encontrarse en la documentación del código [Ansys].

Validación

El proceso de validación se realiza en base a resultados experimentales obtenidos en trabajos anteriores para un anillo de vorticidad en vuelo libre y para tres anillos en colisión. El parámetro inicial a partir del que se validan los resultados es el perfil de velocidad sobre el eje transversal de un anillo. Debido a que en experimentos anteriores se ha utilizado anemometría de hilo caliente para medir la velocidad del anillo y este método permite reportar sólo la magnitud de la velocidad se presentan los perfiles de la magnitud de velocidad a través del eje transversal de los anillos para establecer un criterio común de comparación.

En las figuras 11.(a) y 11.(b) se muestra el perfil de velocidad de un anillo de vorticidad obtenido en experimentos llevados a cabo por [Arevalo1], cuando el anillo se encuentra a distancias $2D_0$ y $3D_0$ respectivamente. En las figuras 12.a y 12.b se presenta un análisis similar pero para uno de los anillos de la configuración de tres anillos y por último en las figuras 13.a y 13.b para un anillo en la configuración de 6 anillos en colisión. En los tres casos se tiene un perfil correspondiente al perfil típico de un anillo de vorticidad que se debe a una contribución no lineal entre el perfil de velocidad asociado a la rotación en torno a los centros de vorticidad y el perfil de velocidad asociado a la velocidad autoinducida del anillo. Tanto en resultados experimentales como en la presente simulación se observa que la amplitud de la velocidad disminuye a medida que el anillo se aleja del generador y que el número de Reynolds influye de forma proporcional sobre la amplitud de la velocidad. Las diferencias en la amplitud del perfil en el eje y se deben principalmente a la presencia de los múltiples anillos en los casos estudiados en el presente trabajo que provoca que el anillo se expanda y se frene, tal como se observa en el trabajo de [Arevalo2].

Los parámetros geométricos de un anillo de vorticidad se pueden obtener a partir del perfil de velocidad sobre el eje transversal del mismo, donde los valores mínimos y máximos de la curva permiten obtener el diámetro del anillo y del núcleo como se muestra en la figura 14.(b).

Los resultados de la evolución del radio del anillo obtenidos en el presente trabajo y en resultados experimentales presentados por [Hernández] se muestran en las figuras 15.a y 15.b respectivamente. En ambos casos se observa una tendencia de crecimiento lineal e independencia de la velocidad de los anillos. Las diferencias en la magnitud del radio de los anillos están determinadas por parámetros del generador como su diámetro. Y la diferencia en tiem-

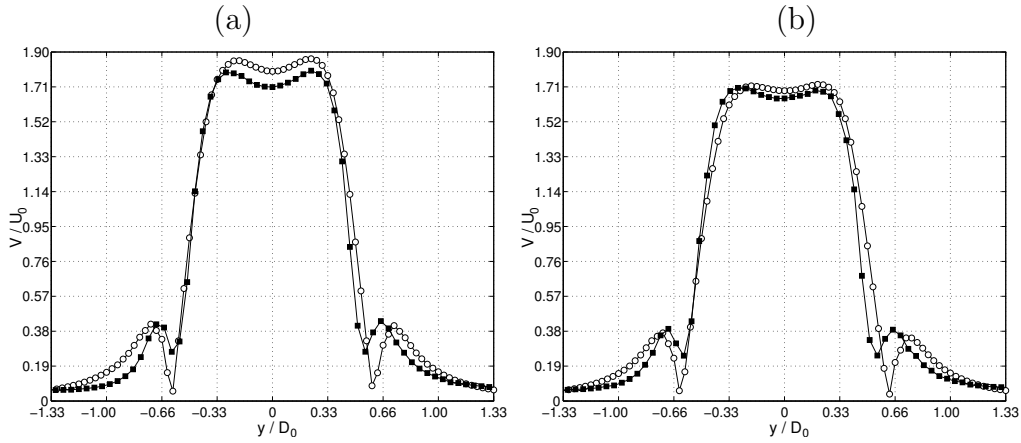


Figura 11: Perfil velocidad de un anillo a distancias (a) $2D_0$ y (b) $3D_0$ de la salida del generador, obtenidos a partir de experimentos llevados a cabo por [Arevalo1]

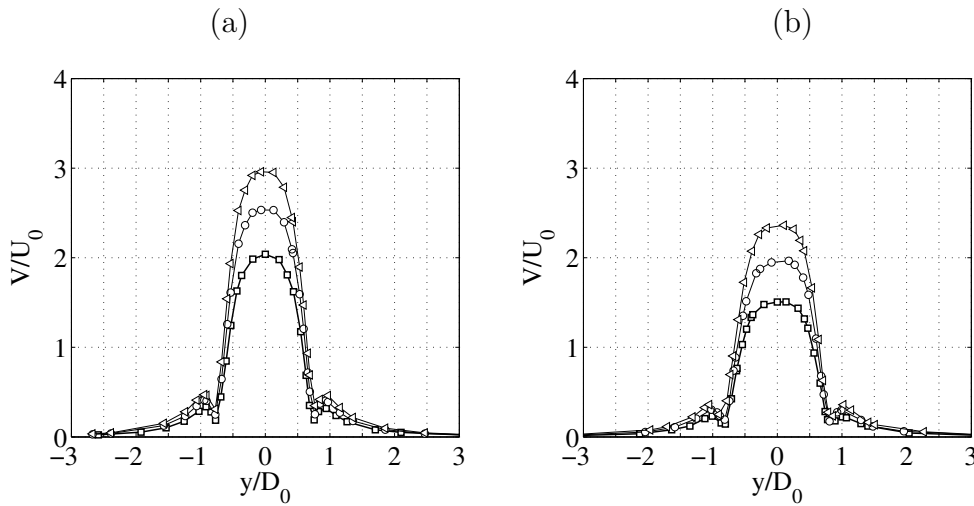


Figura 12: Perfil de velocidad de un anillo a distancias (a) $2D_0$ y (b) $3D_0$ de la salida del generador, en la configuración de tres anillos en colisión

po de medición queda determinada por la velocidad de los anillos.

En los gráficos de las figuras 16.a y 16.b se muestra la evolución de la circulación luego de la formación, obtenidos en la presente simulación numérica y en experimentos llevados a cabo por [Hernández], respectivamente. Se observa para ambos casos que la circulación tiende a decaer con el tiempo o la distancia al generador, esto se debe principalmente a efectos viscosos sobre el anillo. Se observa a su vez que la circulación tiende a amplificarse con el número de Reynolds.

Si bien el estudio de anillos de vorticidad en colisión simétrica es escaso, la revisión se realiza en base a resultados recientes obtenidos por [Monsalve], donde se estudia el perfil de velocidad sobre el eje z de las estructuras de vorticidad secundarias, cuando se encuentran

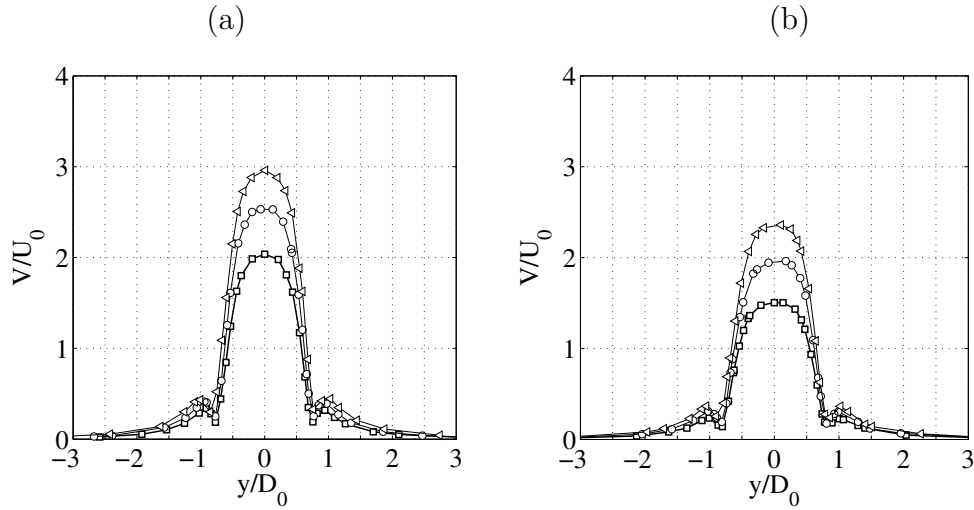


Figura 13: Perfil velocidad de un anillo a distancias (a) $2D_0$ y (b) $3D_0$ de la salida del generador, en la configuración de seis anillos en colisión

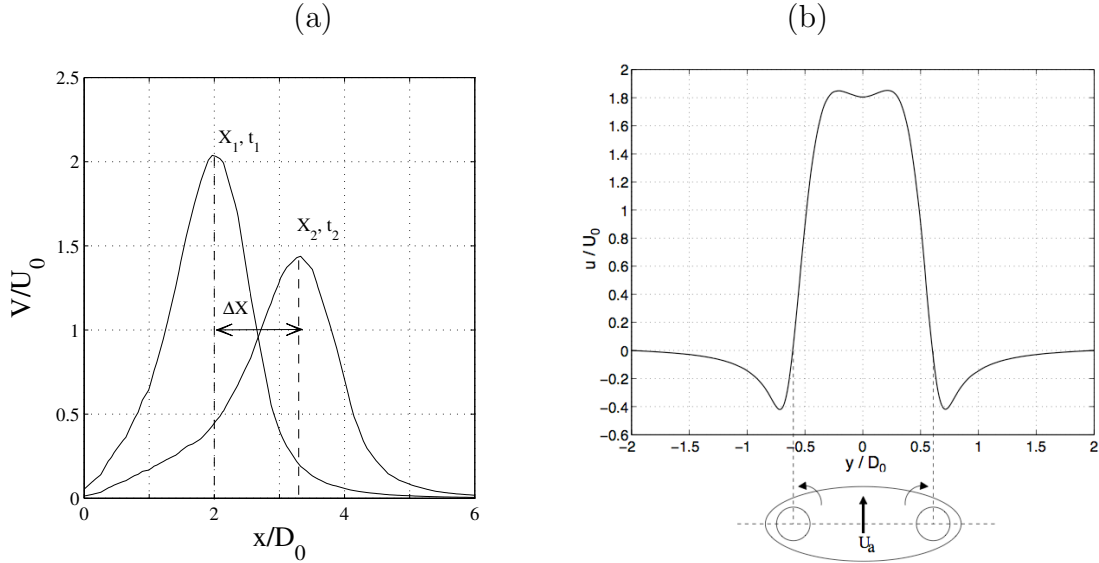


Figura 14: (a) Series de velocidad a partir de las que se determina la posición del anillo en un tiempo dado y por tanto la velocidad autoinducida de este (b) Perfil de velocidad de un anillo de vorticidad en un sistema de referencia fijo. Se aprecia el diámetro del anillo y del núcleo a partir del perfil de velocidad.

a distancias D_0 , $2D_0$ y $3D_0$ del centro (Figura 17). Los resultados de un análisis similar realizado en este trabajo se muestran en la figura 18, donde se presentan los isocontornos de velocidad y a su derecha el perfil de velocidad sobre los ejes σ_1 y σ_2 . En σ_1 y σ_2 se observa un mismo perfil pero invertido ya que desde el semeje negativo sobre σ_1 se tiene el perfil correspondiente al dipolo de vorticidad que se está formando, en cambio sobre σ_2 se tiene un corte transversal del anillo que participa de la colisión. Se observa que a medida que los anillos se van juntando el perfil de velocidad tiende a ser simétrico formando el anillo que resulta de la colisión y que la amplitud de la velocidad sobre esta estructura va disminuyendo

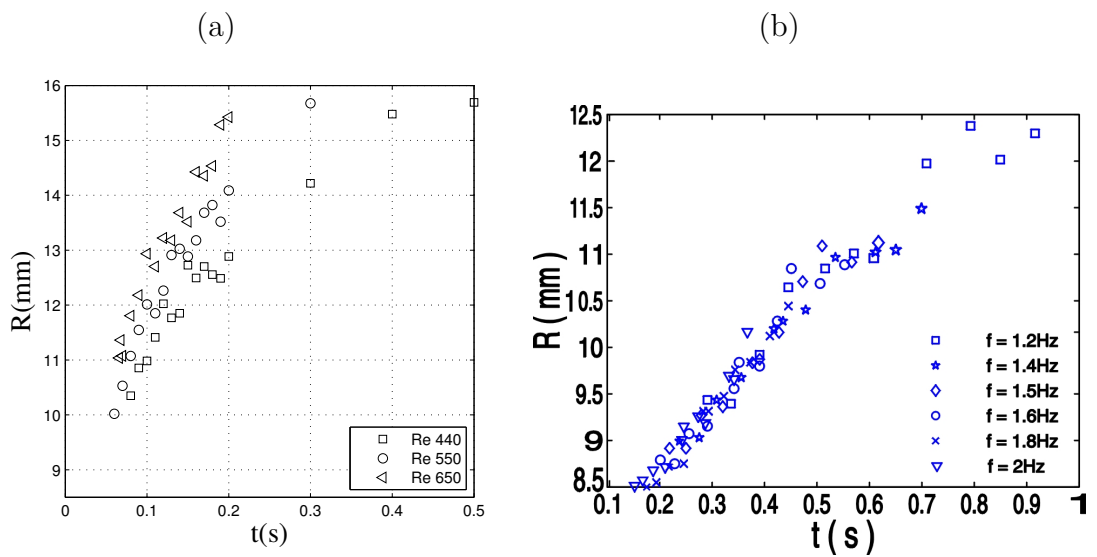


Figura 15: Evolución del radio del anillo, cuando se desplaza en vuelo libre. Resultados obtenidos a partir de (a) Simulación numérica, y (b) Experimentos llevados a cabo por [Hernández]

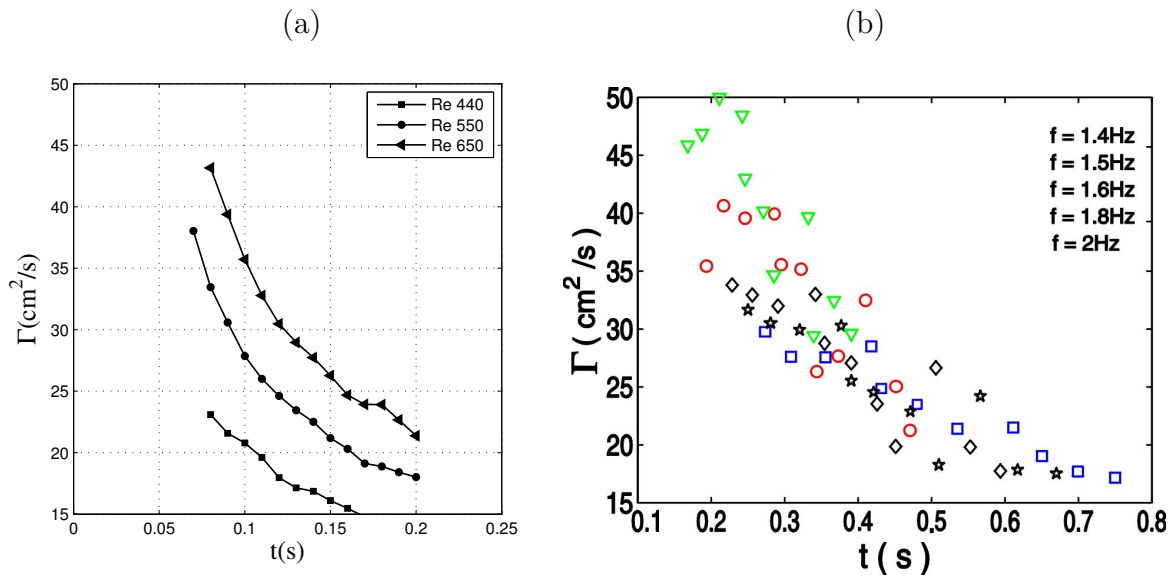


Figura 16: Evolución de la circulación del anillo, cuando se desplaza en vuelo libre. Resultados obtenidos a partir de (a) Simulación numérica, y (b) Experimentos llevados a cabo por [Hernández]

producto de pérdidas viscosas y cinemáticas del proceso.

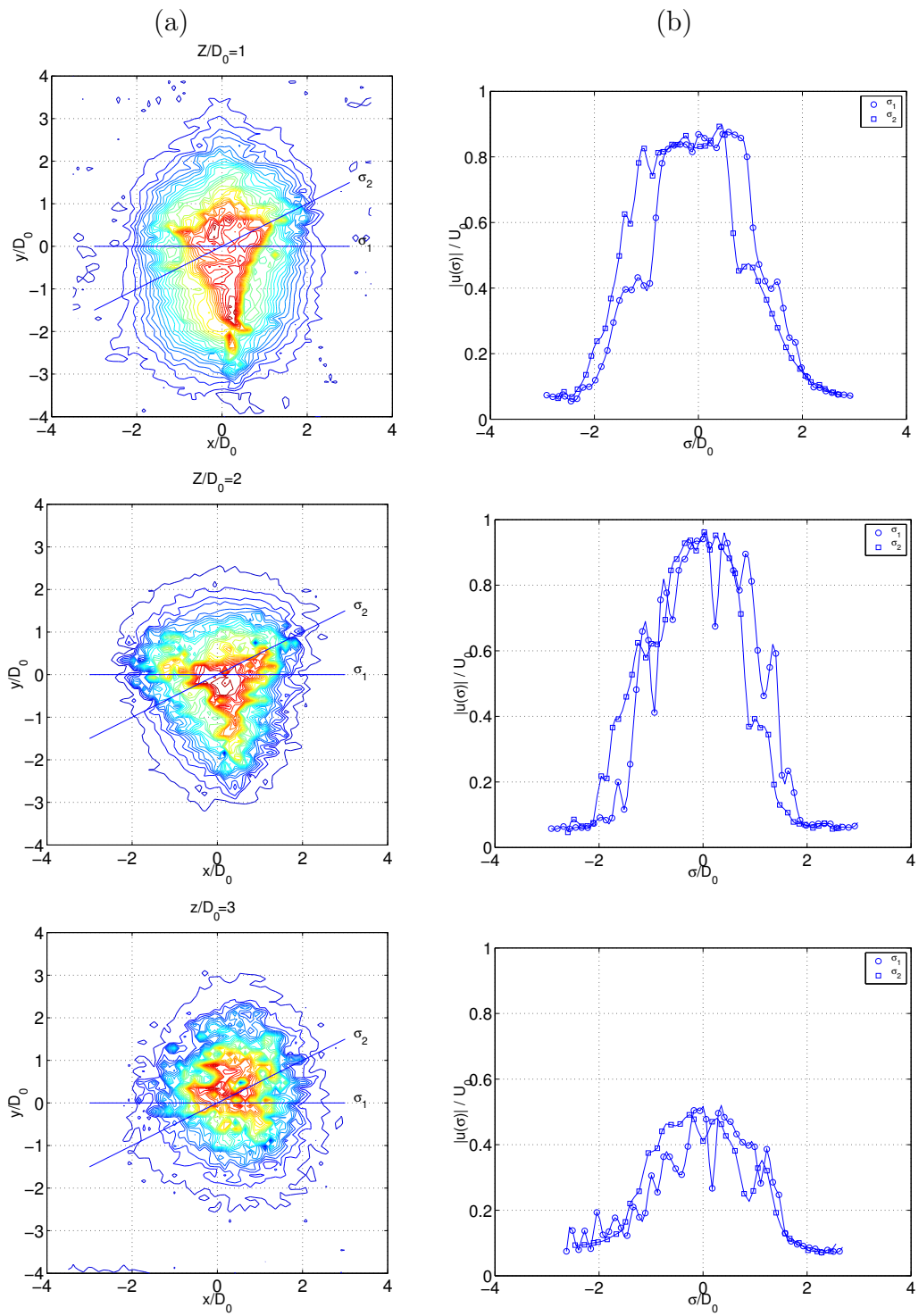


Figura 17: Perfil de velocidad sobre el eje z de las estructuras de vorticidad secundarias, cuando se encuentran a distancias D_0 , $2D_0$ y $3D_0$ del centro.. Resultados obtenidos a partir de experimentos llevados a cabo por [Monsalve]

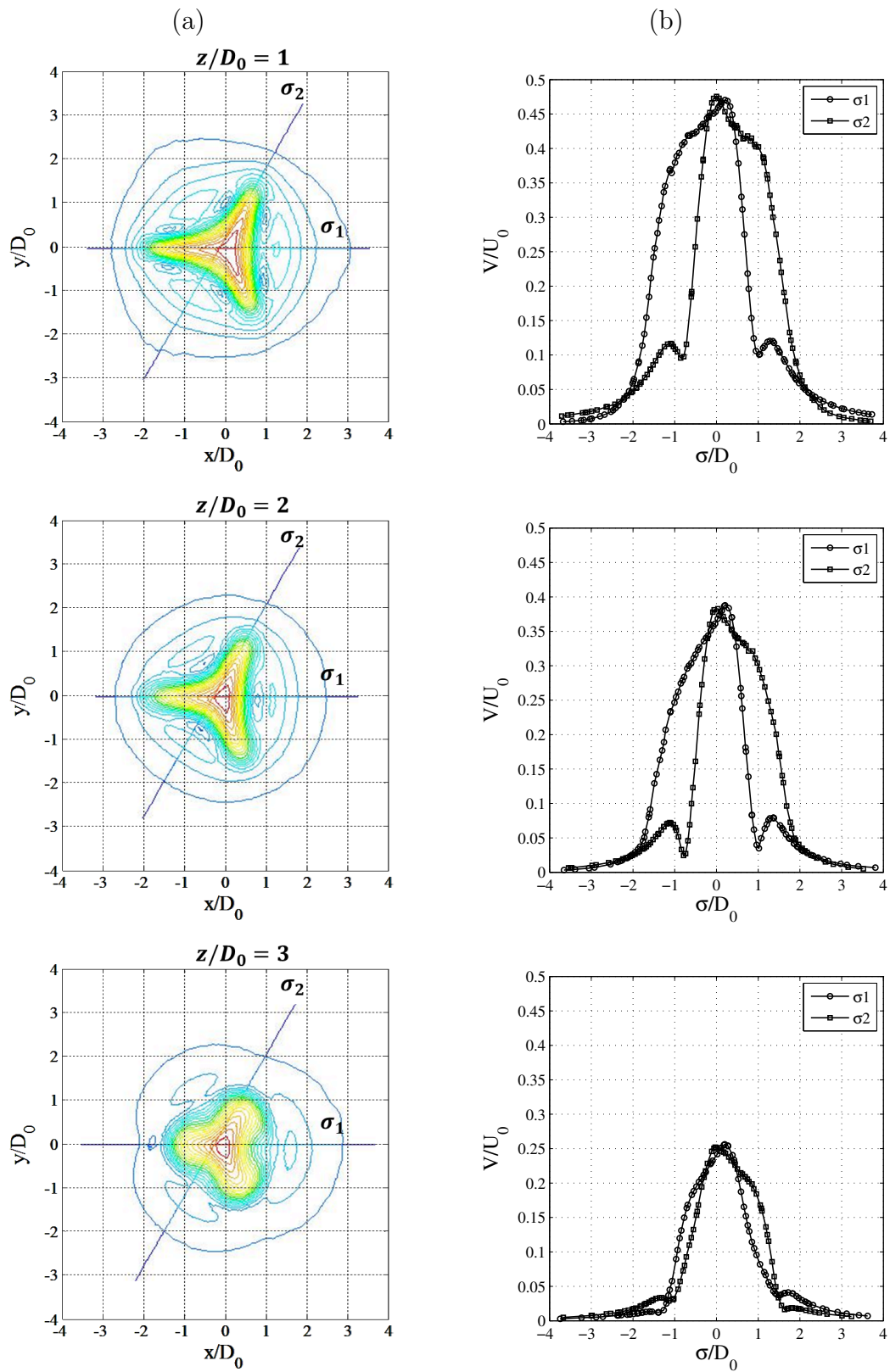


Figura 18: Perfilde velocidad sobre el eje z de las estructuras de vorticidad secundarias, cuando se encuentran a distancias D_0 , $2D_0$ y $3D_0$ del centro.. Resultados obtenidos a partir de Simulacion numerica

Resultados

5.1. Esquema de la colisión

La colisión de los anillos de vorticidad es posible gracias a la generación de un anillo de diámetro D_0 y velocidad U_a como el que se muestra en la figura 19.(a), en las caras de un generador hexagonal que permite garantizar la simetría en la colisión (figura 19.(b)). Este tipo de geometría permite garantizar la simetría en la colisión. Los anillos se generan en las caras G1, G3 y G5 para la colisión de tres anillos (3A) y en las caras G1 a G6 para la colisión de seis anillos (6A) y luego se propagan en línea recta hasta que empieza el contacto entre sí formándose nuevas estructuras que serán analizadas en cada caso.

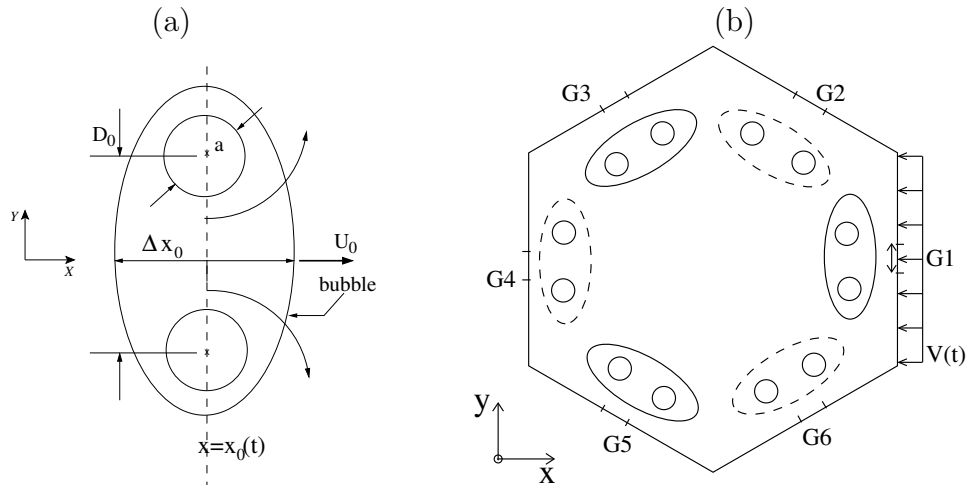


Figura 19: (a) Corte transversal de un anillo de vorticidad con sus parámetros característicos. (b) Esquema de la generación de anillos que se propagan hacia un punto común donde se produce la colisión

5.2. Propiedades de un anillo de vorticidad

Una vez generados, los anillos de vorticidad evolucionan como un anillo en vuelo libre y pueden ser caracterizados de acuerdo a su diámetro característico, velocidad autoinducida,

perfil de velocidad, y circulación. En las figuras 20.a y 20.b se muestra la evolución del diámetro característico del anillo, para las configuraciones de tres y seis anillos respectivamente, cuando se desplazan hacia el centro de colisión, se observa que el valor del diámetro es el mismo y evoluciona linealmente para ambas configuraciones. El número de Reynolds no tiene una influencia relevante sobre este parámetro, sino que depende principalmente del diámetro del generador.

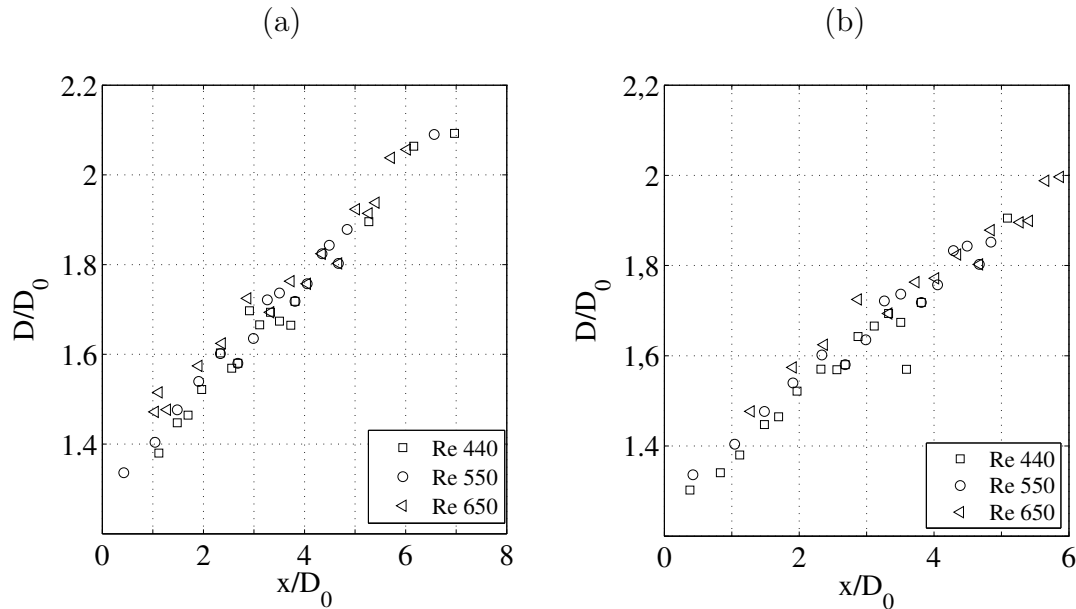


Figura 20: Evolución del diámetro característico versus la posición del anillo, cuando se desplaza en vuelo libre hacia el centro, para (a) Tres anillos en colisión y (b) Seis anillos en colisión

En las figuras 21.a y 21.b se muestra la evolución de la velocidad autoinducida de los anillos, para las configuraciones de tres (3A) y seis anillos (6A) respectivamente. Se observa que la velocidad del anillo decae a medida que este acerca al centro de colisión para ambas configuraciones, y que a mayor número de Reynolds mayor es la amplitud de la velocidad. A pesar de la similitud en los resultados, se observa que a medida que los anillos se aproximan hacia el centro, la velocidad de estos es mas baja en la configuración de 60° que en la de 120° , debido a que el volumen de aire contenido en el centro de la colisión es mayor, por tanto al ser confinado ejerce una reacción opuesta sobre los anillos frenándolos.

Para la caracterización del anillo de vorticidad por medio de su perfil de velocidad y vorticidad se calcula el valor absoluto de esta a través del eje transversal del anillo, este análisis se lleva a cabo con el fin de comparar los resultados con los reportados en experimentos anteriores que fueron medidos con anemómetro de hilo caliente el que es capaz de medir el módulo de la velocidad. En las figuras 22.a, 22.b y 22.c, se muestra el perfil de velocidad de uno de los anillos de la configuración de 120° , cuando este se encuentra a una distancia de D_0 , $2D_0$ y $3D_0$ del generador. Se observa que la amplitud de la velocidad disminuye a medida que el anillo se aleja del generador y que el número de Reynolds influye de forma proporcional sobre la amplitud de la velocidad en cada punto de medido. El mismo análisis

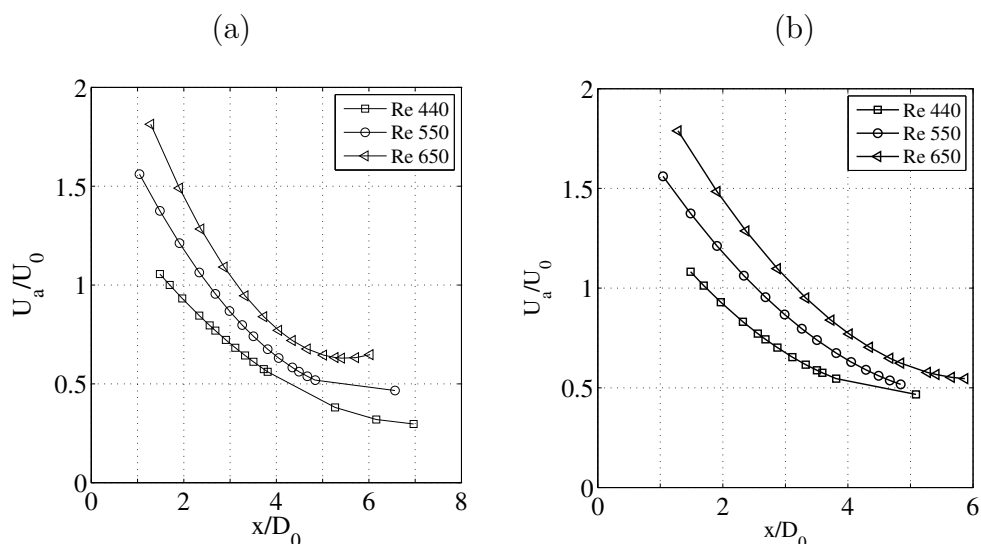


Figura 21: Evolución de la velocidad autoinducida versus la posición del anillo cuando se desplaza hacia el centro de la colisión para (a) Tres anillos y (b) Seis anillos en colisión

para uno de los anillos de la configuración de seis anillos se muestra en las figuras 23.a, 23.b y 23.c, donde es posible observar que la magnitud de la velocidad en los tres puntos medidos es la misma que en la configuración de tres anillos. Es decir a una distancia $3D_0$ la presencia de 3 anillos en la configuración de 60° aún no influye sobre el perfil de velocidad de estos.

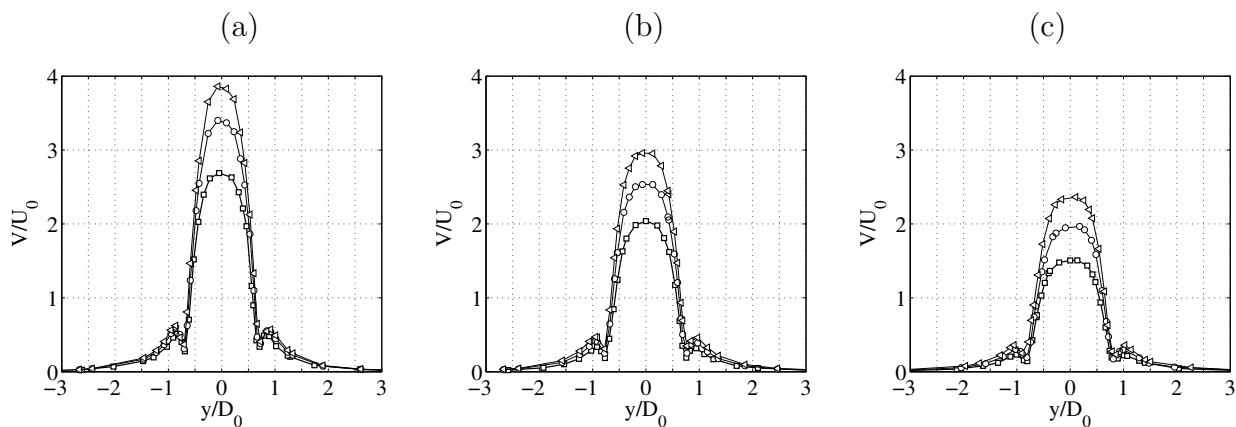


Figura 22: [3A] Perfil del módulo de la velocidad (\vec{V}) de un anillo a distancias (a) D_0 , (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ de la salida del generador, en la configuración de tres anillos en colisión

En la figuras 24.a, 24.b y 24.c se muestra el perfil de vorticidad de un anillo, a una distancia D_0 , $2D_0$ y $3D_0$ del generador, para la configuración de 3 anillos en colisión y en las figuras 25.a, 25.b y 25.c se muestra el mismo parámetro para la configuración de 6 anillos en colisión. Se observa para ambos casos que la amplitud de la vorticidad disminuye a medida que el anillo se aleja del generador y que el número de Reynolds influye de forma proporcional sobre ésta. Al comparar los resultados de las figuras 24 y 25 es posible notar que presentan

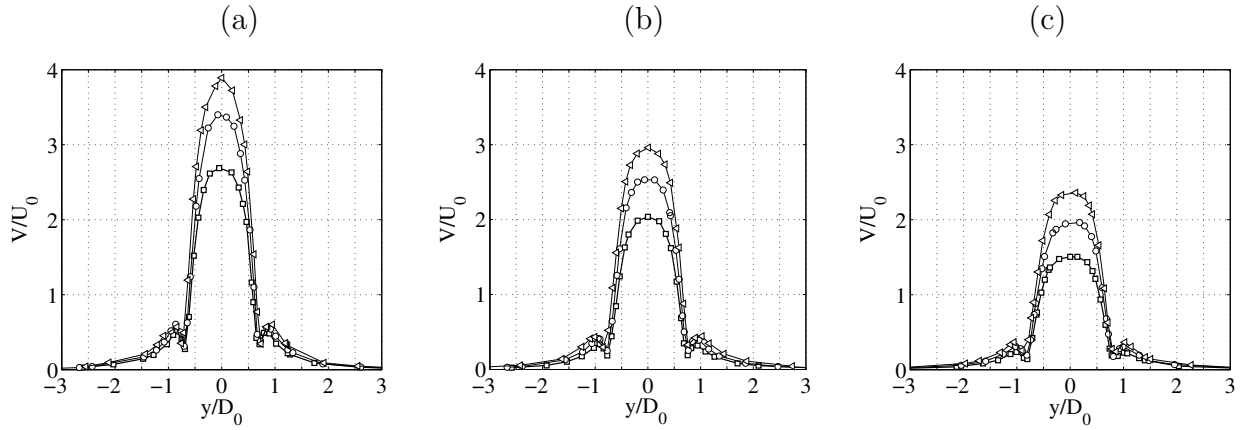


Figura 23: [6A] Perfil del módulo de la velocidad (\vec{V}) de un anillo a distancias (a) D_0 , (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ de la salida del generador, en la configuración de seis anillos en colisión

valores de vorticidad bastante similares por tanto no es posible establecer una influencia del número de anillos en colisión sobre este parámetro.

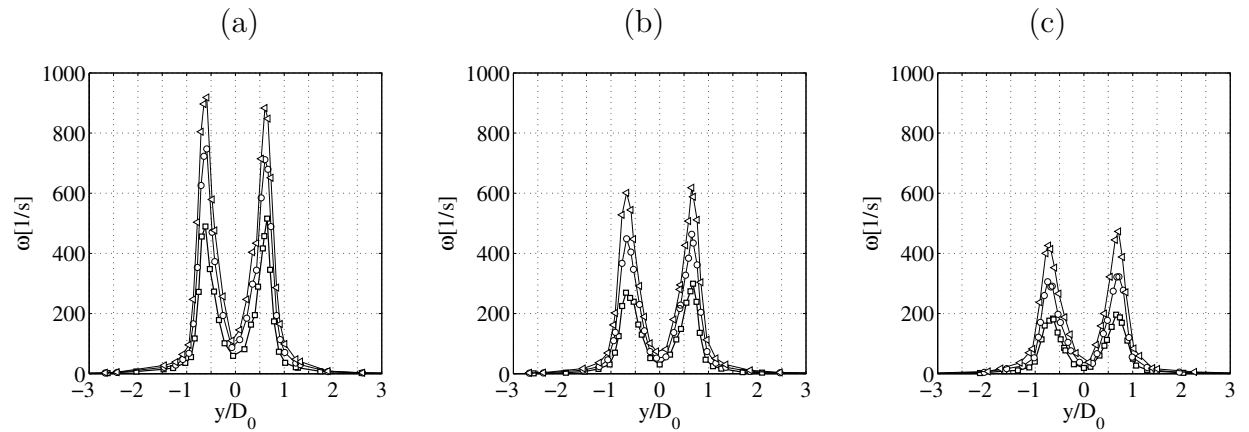


Figura 24: [3A] Perfil del módulo de la vorticidad ($\vec{\omega}$) de un anillo a distancias (a) D_0 , (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ de la salida del generador, en la configuración de tres anillos en colisión

En la figura 27.a y 27.b se muestra la evolución de la circulación sobre el anillo de vorticidad calculada de acuerdo a la ecuación 5.1, sobre dos circuitos Γ_1 que considera el anillo definido a una distancia $AD_0 = D_0$ del centro del mismo y Γ_2 que considera el contorno que cubre toda la estructura de vorticidad observada, tanto el anillo como la estela que lo sigue, para la configuración de 3 y 6 anillos, como se ilustra en la figura 26. Cabe señalar que de acuerdo a análisis previos realizados por [Hernández] el circuito Γ_2 es el que maximiza la circulación. Se puede notar durante el proceso de formación del anillo, correspondiente a la zona de crecimiento lineal, que la circulación es la misma para ambos circuitos debido a que en ese caso la contribución es únicamente de parte del anillo. Luego de la formación la circulación calculada sobre el circuito Γ_2 es mayor que la del circuito Γ_1 debido a que el circuito definido por Γ_2 considera la circulación contenida en el anillo y la estela. Finalmente

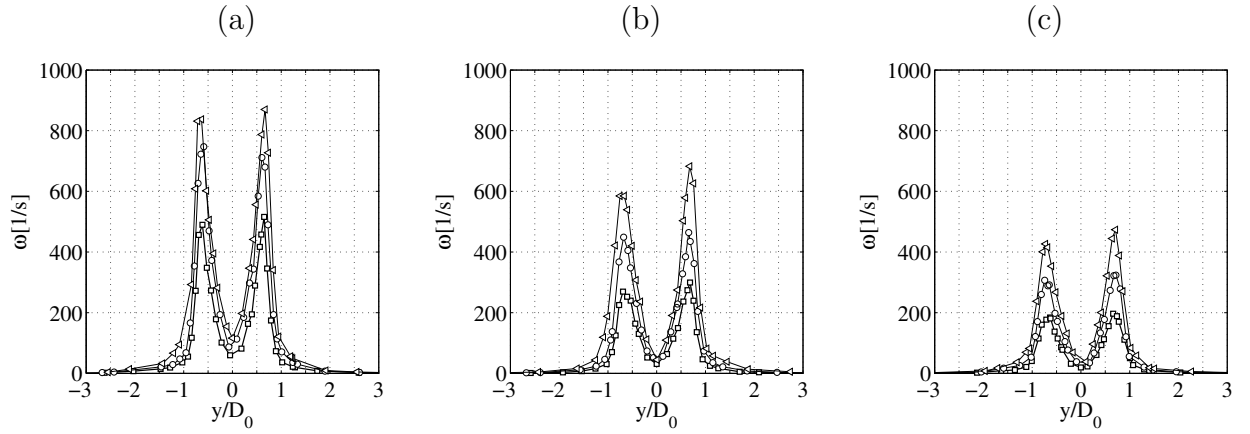


Figura 25: [6A] Perfil del módulo de la vorticidad ($\bar{\omega}$) de un anillo a distancias (a) D_0 , (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ de la salida del generador, en la configuración de seis anillos en colisión

se observa que la circulación de un anillo de vorticidad se amplifica en función del número de Reynolds.

$$\Gamma(t) = \oint_C \mathbf{u} \cdot d\vec{l} = \iint_A \boldsymbol{\omega} \cdot d\mathbf{A} \quad (5.1)$$

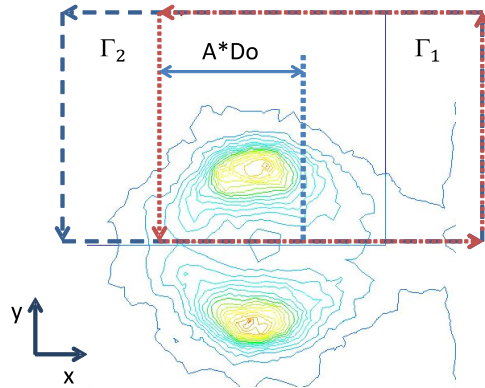


Figura 26: Contornos establecidos para el cálculo de la circulación durante la formación. En rojo el contorno Γ_1 y en azul el contorno Γ_2 .

5.3. Colisión de tres anillos en aire

En la figura 28 se muestra la progresión temporal de la colisión entre tres anillos de vorticidad idénticos. Una vez terminado el proceso de formación, se desplazan en línea recta hacia el punto de colisión ($0.05 < t < 0.4$ [s]). El diámetro característico aumenta mientras que la velocidad de advección, circulación y energía cinética disminuyen progresivamente. Para

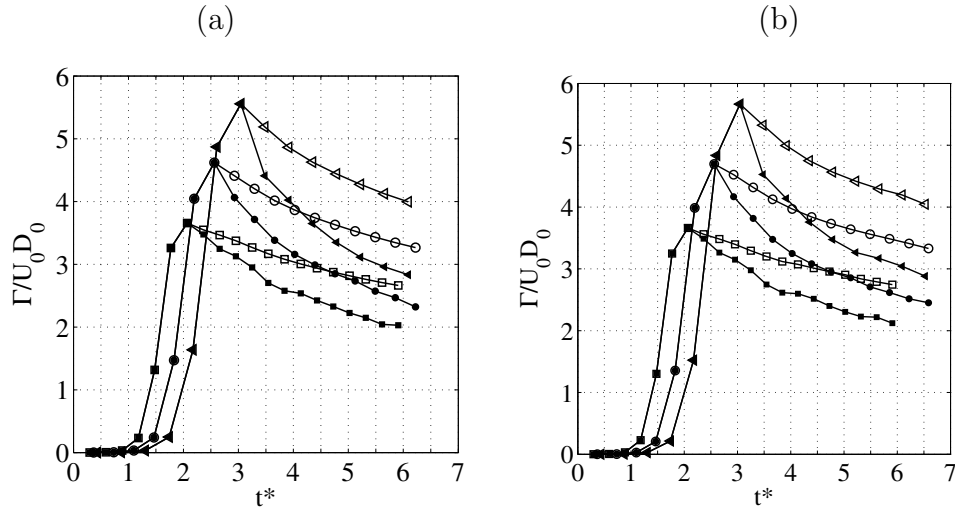


Figura 27: Evolución de la circulación durante la formación. Calculada sobre los contornos: Γ_1 donde: Re 440 -■-, Re 550 -●-, Re 650 -▲- y Γ_2 , donde: Re 440 -□-, Re 550 -○- y Re 650 -◄-. Para las configuraciones de (a) Tres anillos y (b) Seis anillos en colisión

$0.6 < t < 1.2$ [s] los tubos laterales de vorticidad de los anillos hacen contacto, y debido a que poseen vorticidad de signo opuesto, se acoplan generando dipolos de vorticidad que se mueven en sentido contrario a los anillos originales, produciendo una expansión de la estructura final de vorticidad [Lim]. Luego de la reconexión de los tubos laterales se observa la reconexión de los tubos de vorticidad superiores de los anillos producto del contacto entre sí, dando lugar a dos anillos que salen eyectados en dirección perpendicular a la dirección de la colisión. Estos anillos pueden ser caracterizados de la misma forma que los anillos de vorticidad previo a la colisión.

5.3.1. Estructuras de flujo secundarias

Una vez que los anillos de vorticidad se han desplazado una distancia de $7D_0$ del generador, se produce el primer contacto entre ellos por medio de los tubos laterales de estos, formando estructuras denominadas dipolos de vorticidad y posteriormente dos anillos que salen eyectados en dirección perpendicular a la colisión como se observa en la figura 29.

En la figura 30.a se observa el perfil del módulo de la velocidad a través del eje transversal de un dipolo de vorticidad, cuando este se encuentra a una distancia $1D_0$ del centro de colisión, se puede notar que a medida que el número de Reynolds crece, el módulo de la velocidad aumenta y que las dimensiones de los dipolos formados son independiente del valor de este último, ya que la posición del máximo y mínimos locales es aproximadamente la misma para las tres curvas..

En las figuras 30.b y 30.c se muestra el perfil de las componentes de velocidad u en x y v en y , se observa que hay predominancia de la componente de velocidad v que determina la

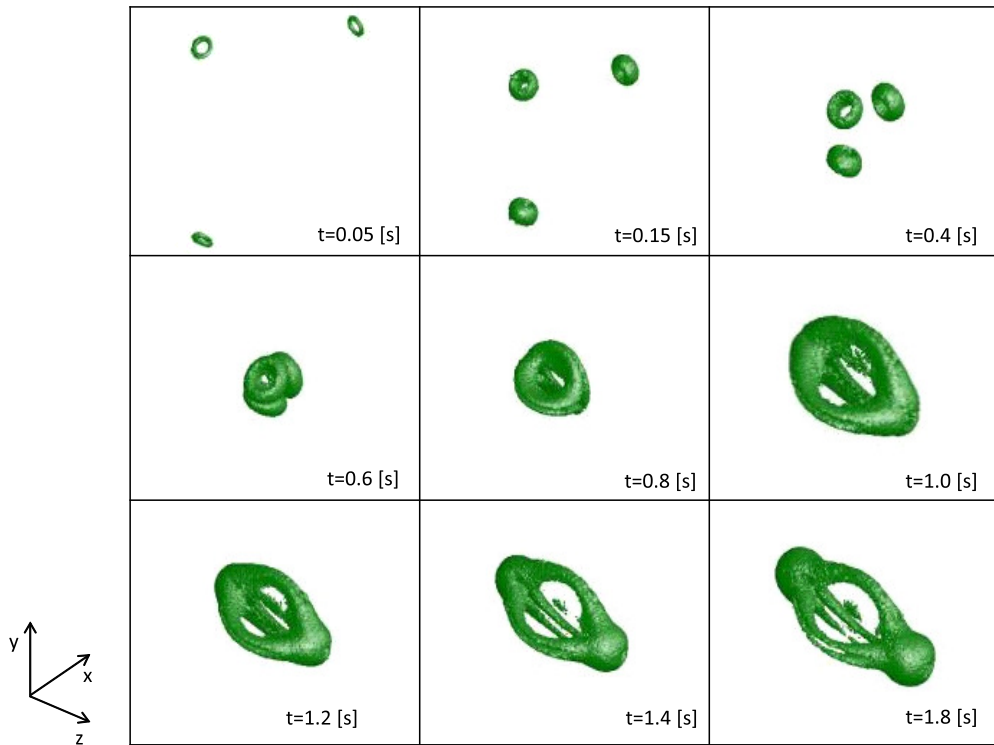


Figura 28: Evolución de las isosuperficies de vorticidad equivalentes la 30% de la vorticidad máxima. Donde $Re=440$ para los anillos previo a la colisión de tres anillos

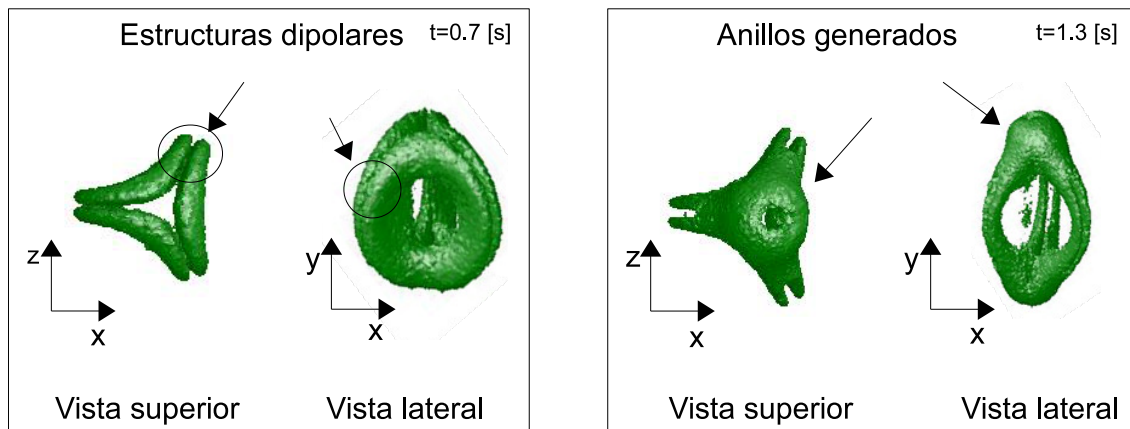


Figura 29: Estructuras secundarias producto de la colisión para anillos de vorticidad donde el número de Reynolds es $Re=440$, las isosuperficies de vorticidad equivalentes al 30% de la vorticidad máxima muestran para $t=0.7[s]$ la formación de los dipolos de vorticidad y para $t= 1.3[s]$ los anillos formados que salen en dirección perpendicular a la colisión.

dirección de movimiento del dipolo. En la figura 31.a se muestra la evolución de la posición del dipolo de vorticidad sobre un tiempo adimensional (t^*), en la figura 31.b se muestra la velocidad de estos mismos, se observa que a mayor número de Reynolds mayor es la velocidad con que salen eyectados los dipolos de vorticidad.

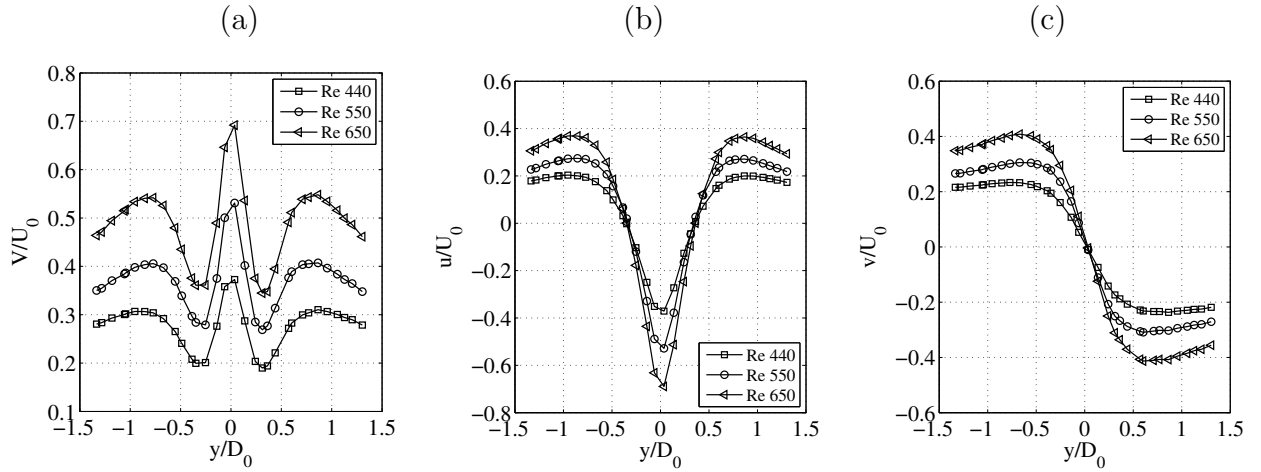


Figura 30: Perfil de velocidad a través del eje transversal de un dipolo de vorticidad. (a) Magnitud de la velocidad. (b) Componente en el eje x. (c) Componente en el eje y

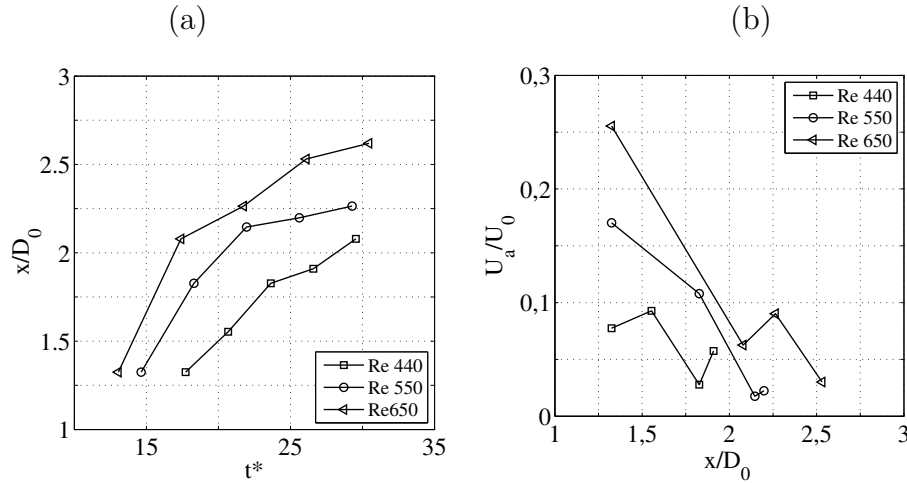


Figura 31: (a) Evolución de la posición de uno de los dipolos de vorticidad versus el tiempo $t^* = t \frac{U_0}{D_0}$. (b) Evolución de la velocidad de uno de los dipolos versus la posición.

Una vez formados los dipolos de vorticidad, comienza la reconexión de los tubos superiores de los anillos, formando dos anillos que salen eyectados sobre el eje z, la forma inicial de estos anillos es triangular debido a la configuración de la colisión y a medida que los anillos se alejan del centro de colisión van tomando forma circular, estos anillos pueden ser caracterizados por su diámetro y posición a lo largo del eje z, que se muestran en las figuras 32.a y 32.b, se observa que los anillos se expanden a medida que se alejan del punto de colisión y que a mayor número de Reynolds mayor es la pendiente de la posición de los anillos versus el tiempo y por tanto es mayor la velocidad con que salen eyectados, lo que muestra que los anillos formados se comportan como tal.

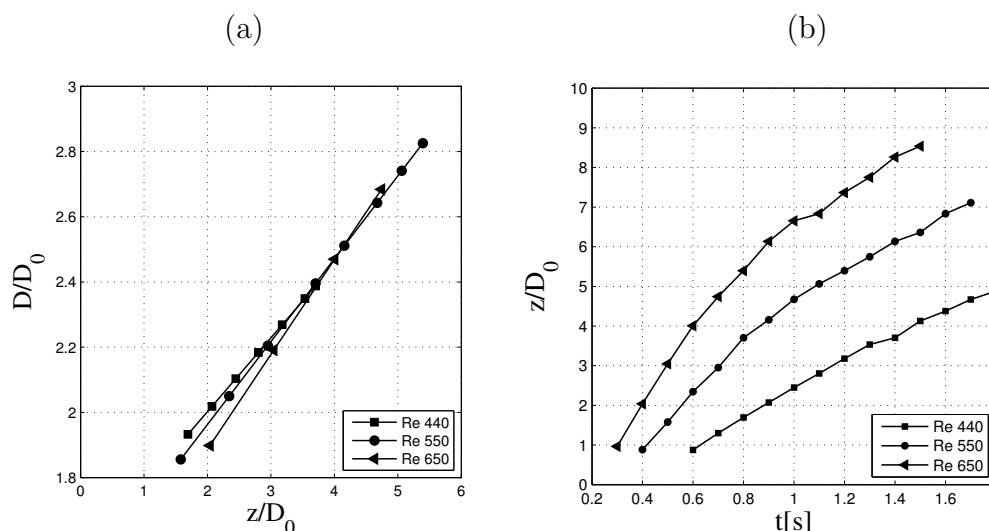


Figura 32: [3A] (a) Evolución del diámetro versus la posición de los anillos formados producto de la colisión, en la configuración de tres anillos de vorticidad, (b) Evolución de la posición de los anillos de vorticidad formados luego de la colisión versus el tiempo a lo largo del eje z

5.4. Colisión de seis anillos en aire

En la figura 33 se muestra la progresión temporal de la colisión entre seis anillos de vorticidad idénticos. Tal como en el caso de tres anillos, una vez terminado el proceso de formación, los anillos se desplazan en línea recta hacia el punto de colisión ($0.05 < t < 0.4$ [s]) donde se observa un aumento del diámetro característico y la velocidad de advección, en tanto la circulación y energía cinética disminuyen progresivamente, como se verá mas adelante. Para $0.6 < t < 1.2$ [s] los tubos laterales de vorticidad de los anillos hacen contacto reconectándose levemente sin embargo no se observa la generación de dipolos de vorticidad. De forma similar al caso de tres anillos colisionando se observa la reconexión de los tubos de vorticidad superiores de los anillos producto del contacto entre sí, dando lugar a dos anillos que salen eyectados en dirección perpendicular a la dirección de la colisión.

5.4.1. Estructuras de flujo secundarias

Tal como se puede ver en el diagrama de la colisión la reconexión de los tubos de vorticidad laterales es mas débil que en el caso de tres anillos colisionando, por lo que no se observa la generación de dipolos de vorticidad. Respecto a la reconexión de los tubos de vorticidad superiores se observa la formación de dos anillos de vorticidad que salen eyectados en dirección perpendicular a la dirección de la colisión. La forma inicial de los anillos esta determinada por la configuración de los anillos que colisionan, así en principio los anillos formados son hexagonales para luego evolucionar a una forma circular tal como se observa en la vista frontal de la figura 34, para $t=0.7$ [s] y $t=1.3$ [s] respectivamente.

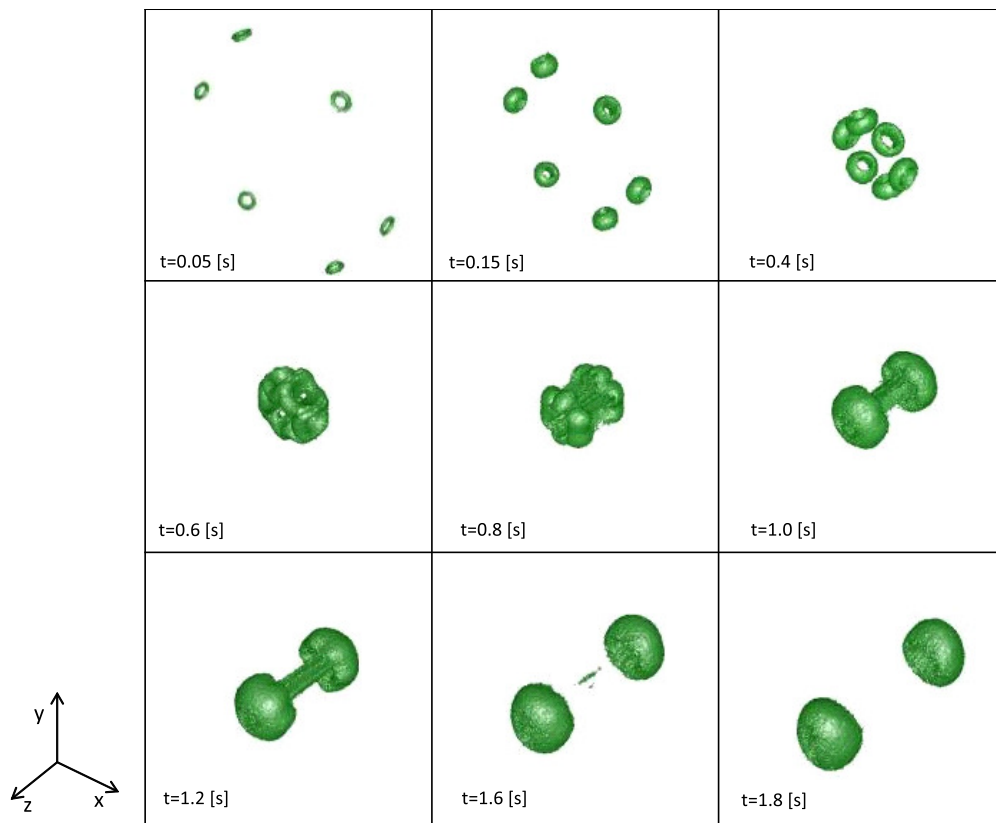


Figura 33: Evolución de las isosuperficies de vorticidad, equivalentes la 30% de la vorticidad máxima. Donde $Re=440$ para los anillos previo a la colisión de seis anillos

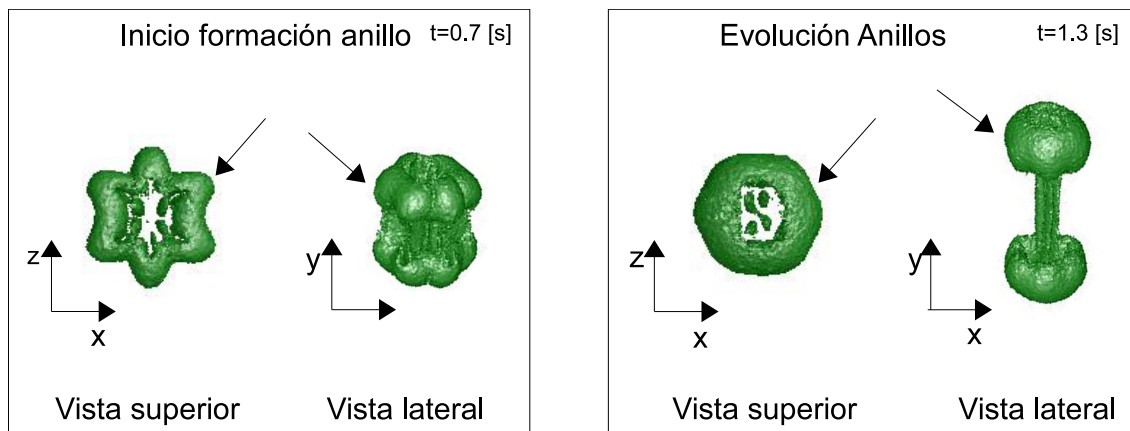


Figura 34: Estructuras secundarias producto de la colisión para anillos de vorticidad donde el número de Reynolds es $Re=440$, las isosuperficies de vorticidad equivalentes al 30% de la vorticidad máxima muestran para $t=0.7$ [s] el comienzo de la formación de los anillos de vorticidad y para $t= 1.3$ [s] la evolución de estos cuando salen eyectados en dirección perpendicular a la colisión.

En las figuras 35.a y 35.b se muestra la evolución del diámetro y la posición en el tiempo de los anillos generados posterior a la colisión. Se observa que el diámetro de los anillos aumenta linealmente y que equivale aproximadamente al doble del diámetro de los

anillos formados en el caso de la colisión de tres anillos. De la gráfica de posición se observa que los anillos disminuyen su velocidad a medida que se alejan del punto de colisión y que su magnitud es inferior a la velocidad de los anillos obtenidos en la colisión de tres. Se puede notar que el diámetro de los anillos es independiente del número de Reynolds y que en cambio la amplitud de la velocidad aumenta para números de Reynolds mas altos.

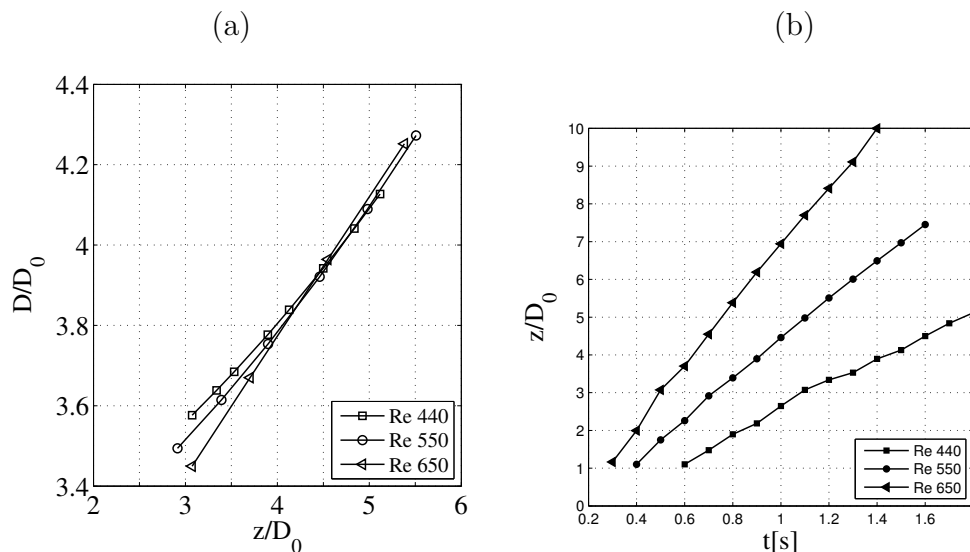


Figura 35: [6A] (a) Evolución del diámetro y (b) Velocidad autoinducida, versus la posición de los anillos formados producto de la colisión, en la configuración de seis anillos de vorticidad

5.5. Uso potencial como trampa hidrodinámica

El concepto de trampa hidrodinámica estudiado proviene del trabajo de [Tanyeri] quien en un dispositivo de microfluidos híbrido con una geometría de canales en cruz, induce dos flujos de entrada que convergen en el cruce del canal desde direcciones opuestas formando dos corrientes de salida divergentes. La geometría crea un flujo que contiene un punto de estancamiento o punto de velocidad cero, en el centro de la unión del canal, figura 36.

Considerando este concepto se estudian los estados de presión y velocidad en el centro del volumen de control para determinar si se presentan condiciones similares a las referidas a este tipo de trampa hidrodinámica. Entonces para el caso de 3 anillos de vorticidad en colisión, cuando los anillos formados se encuentran a una distancia D_0 , $2D_0$, y $3D_0$ del centro, como se muestra en la vista lateral de la figura 37, se grafica la evolución de la presión a través del eje x (figuras 38.a, 38.b y 38.c). Se observa un máximo alrededor del centro de colisión y dos mínimos locales, que indican, en el semieje negativo, la presencia de un dipolo de vorticidad que se esta formando y en el semieje positivo el centro del anillo proveniente del primer generador (vista frontal figura 37). Se observa que la magnitud de la presión en el centro de colisión a través del eje x disminuye a medida que las estructuras formadas se alejan del punto de colisión.

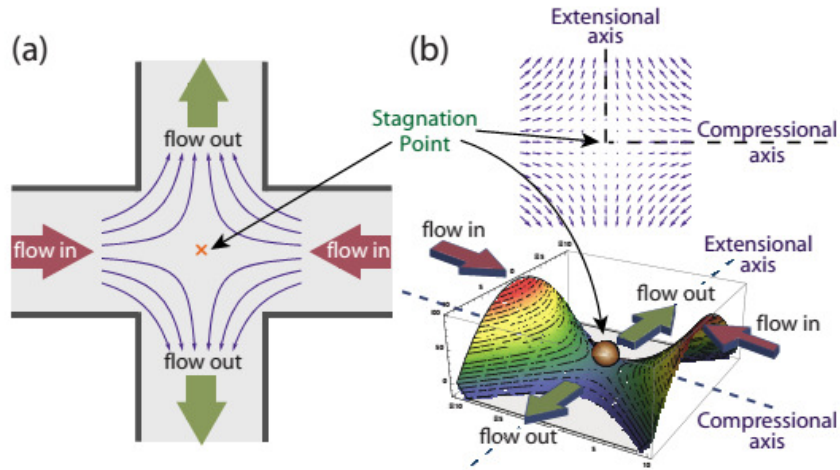


Figura 36: (a) Trampa hidrodinámica creada por un campo de flujo extensional en la unión de dos microcanales perpendiculares (b) Arriba el campo de velocidad y abajo el pozo potencial para una partícula en un campo de flujo de la unión de un microcanal

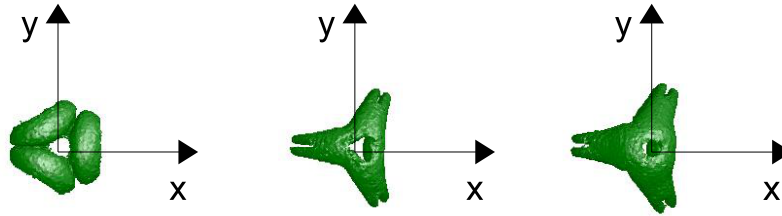
En la figuras 39.a, 39.b y 39.c se muestra la evolución de la presión a través del eje y , donde se observa un máximo en el centro de colisión y dos mínimos locales que indican la posición de los brazos de los anillos que comienzan a reconectarse para formar dipolos de vorticidad. Se observa que la magnitud de la presión en el centro de colisión a través del eje y y disminuye a medida que las estructuras formadas se alejan del punto de colisión.

En la figuras 40.a, 40.b y 40.c se muestra la evolución de la presión a través del eje z . Tanto desde el semieje positivo como negativo se observa la presencia de dos máximos locales que se corresponden con los tubos superiores de los anillos que empiezan a reconectarse para formar los anillos que posteriormente saldrán eyectados por el eje z . En el centro de colisión se observa un máximo de presión que disminuye a medida que las estructuras formadas se alejan del punto de colision.

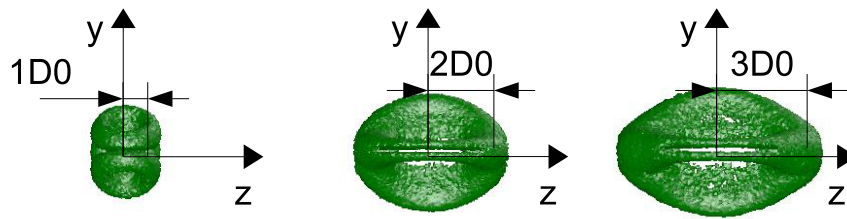
Para el caso de 6 anillos de vorticidad en colisión, se realiza el mismo análisis de la presión sobre los ejes x , y y z , cuando los anillos formados se encuentran a una distancia D_0 , $2D_0$, y $3D_0$ del centro, como se muestra en la vista lateral de la figura 41. En los gráficos de presión a través del eje x (figuras 42.a, 42.b y 42.c), se observa un máximo de presión alrededor del centro de colisión y dos mínimos locales, que representan el centro de los anillos provenientes de los generadores que están sobre el eje x (vista frontal figura 41). Se observa que la magnitud de la presión en el centro de colisión a través del eje x disminuye a medida que las estructuras formadas se alejan del punto de colisión.

En las figuras 42.a, 42.b y 42.c se muestra la presión a través del eje x , para la colision de 6 anillos de vorticidad, cuando los anillos formados se encuentran a una distancia D_0 , $2D_0$, y $3D_0$ del centro de colisión. En las figuras se observa un máximo de presión alrededor del centro de colisión y dos mínimos locales, que representan el centro de los anillos provenientes de los generadores que están sobre el eje x . Se observa que la magnitud de la presión en

Vista Frontal



Vista Lateral



0.6 [s]

0.9 [s]

1.1 [s]

Figura 37: [3A] Vistas frontal y lateral de los anillos de vorticidad en colisión, cuando se encuentran a distancias $1D_0$, $2D_0$, y $3D_0$ del centro

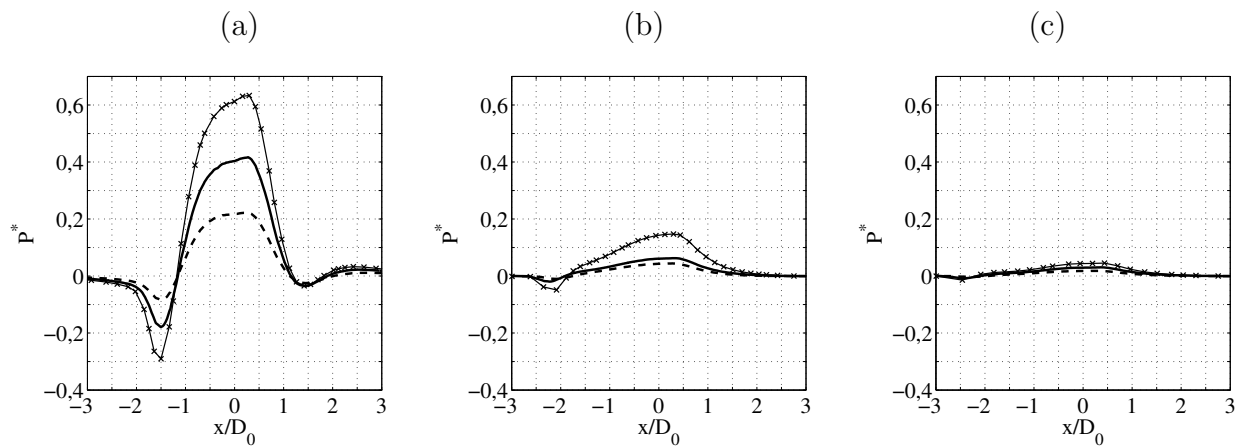


Figura 38: [3A] Perfil de presión a través del eje x , cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias de (a) D_0 , (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de tres anillos de vorticidad en colisión, donde $P^* = \frac{P}{0.5\rho U_a^2}$

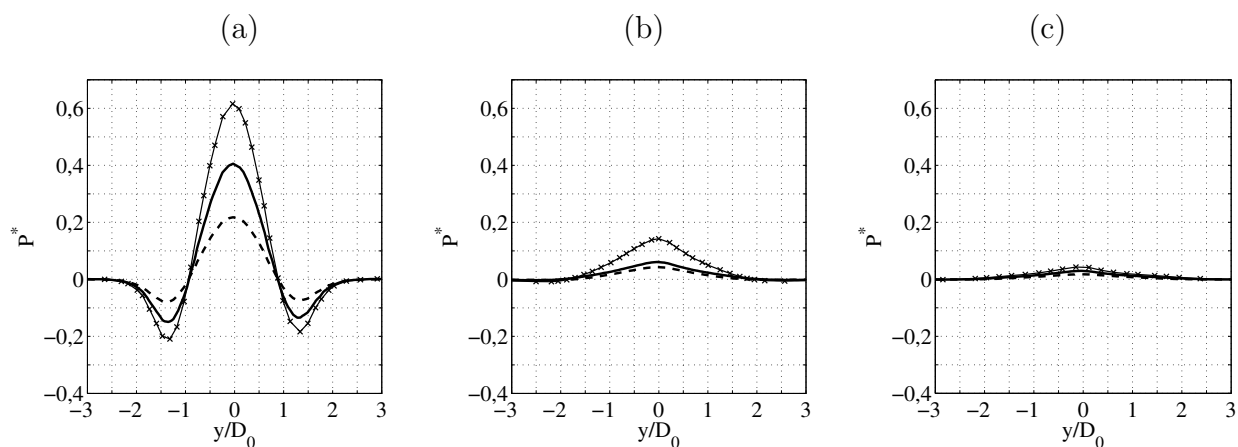


Figura 39: [3A] Perfil de presión a través del eje y , cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias de (a) D_0 , (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de tres anillos de vorticidad

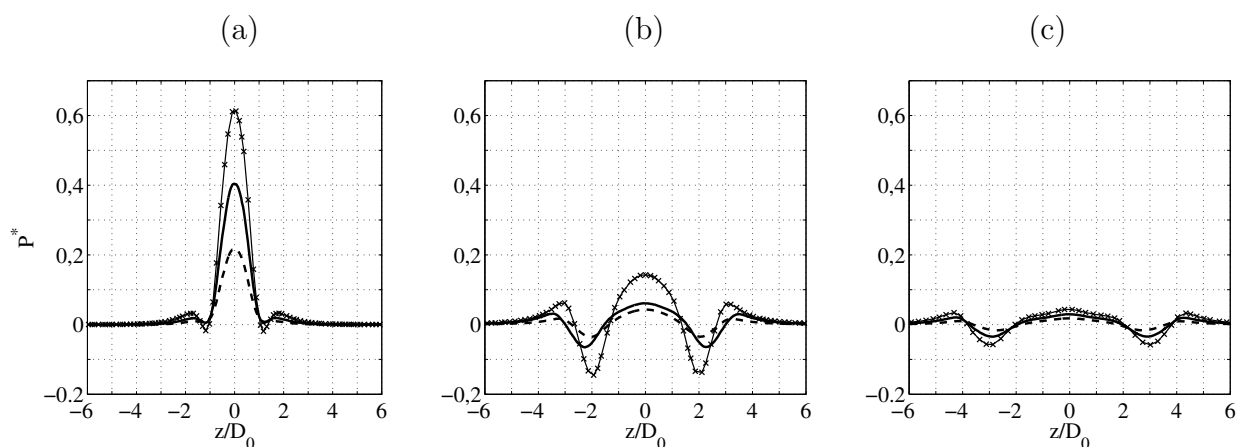
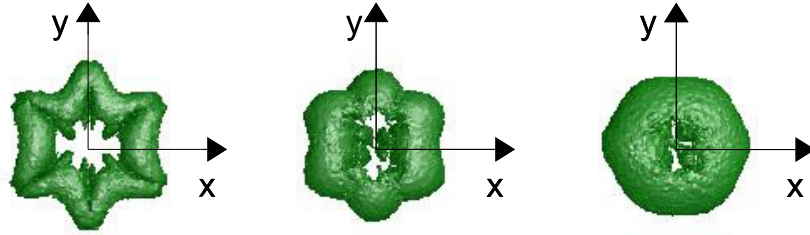


Figura 40: [3A] Perfil de presión a través del eje z , cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) D_0 , (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de tres anillos de vorticidad en colisión

el centro de colisión a través del eje x disminuye a medida que las estructuras formadas se alejan del punto de colisión.

En la figuras 43.a, 43.b y 43.c se muestra la evolución de la presión a través del eje y , para la colisión de 6 anillos de vorticidad. Se observa un máximo en el centro de colisión y dos mínimos locales que indican las zonas donde comienza la reconexión de los anillos de la zona superior e inferior del generador. Se observa que la magnitud de la presión en el centro de colisión a través del eje y disminuye a medida que las estructuras formadas se alejan del punto de colisión, y que el tamaño de la zona de alta presión es mayor que en el caso de la colisión de tres anillos.

Vista Frontal



Vista Lateral

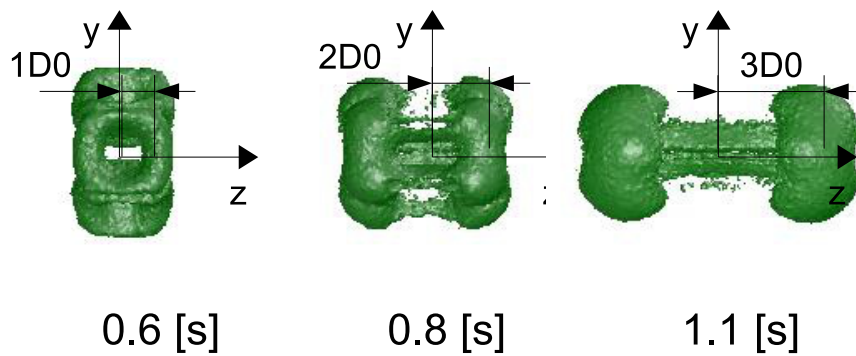


Figura 41: [6A] Vistas frontal y lateral de los anillos de vorticidad en colisión, cuando se encuentran a distancias D_0 , $2D_0$, y $3D_0$ del centro

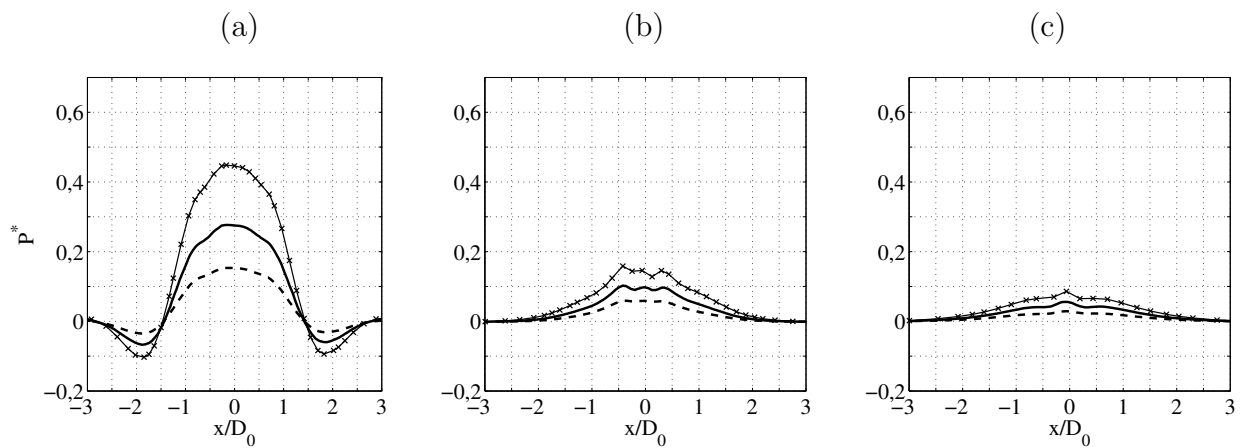


Figura 42: [6A] Perfil de presión a través del eje x , cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) D_0 , (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de seis anillos de vorticidad en colisión

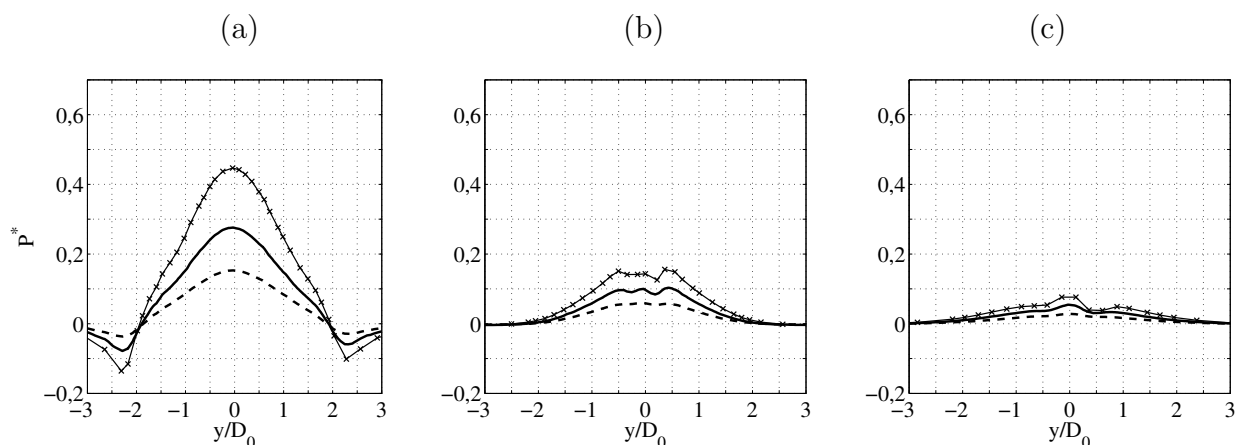


Figura 43: [6A] Perfil de presión a través del eje y , cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) D_0 , (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro sobre el eje z , para la configuración de seis anillos de vorticidad en colisión

En la figuras 44.a, 44.b y 44.c se muestra la evolución de la presión a través del eje z , donde se observa un máximo en el centro de colisión y dos mínimos locales, que representan el centro del anillo que se esta formando para salir eyectado en la dirección peependicular a la colisión. Se observa que la magnitud de la presión en el centro de colisión a través del eje z disminuye a medida que las estructuras formadas se alejan del punto de colisión.

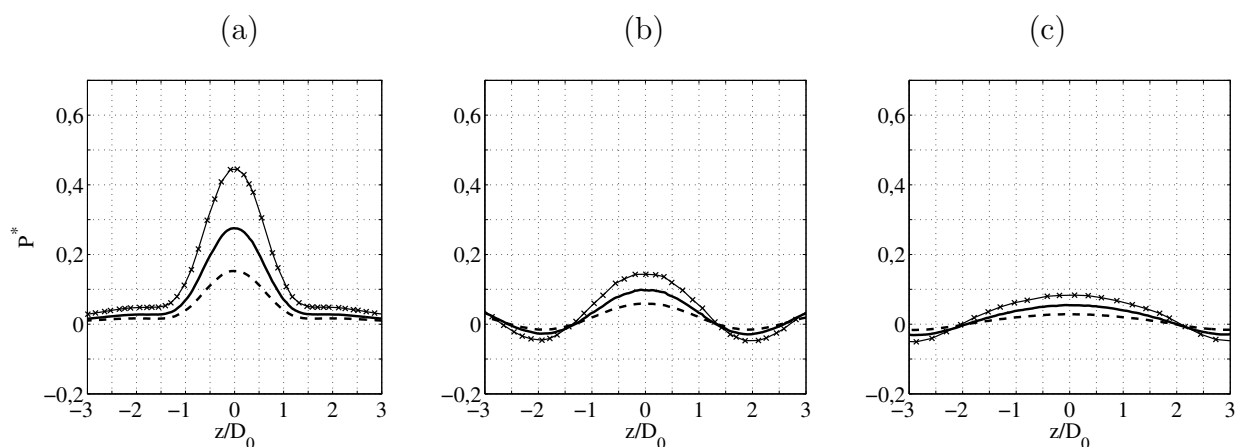


Figura 44: [6A] Perfil de presión a través del eje z , cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) D_0 , (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de seis anillos de vorticidad en colisión

Para evaluar la posible trampa hidrodinámica se obtienen las distancias entre los mínimos locales de las curvas de presión cuando los anillos se encuentran a una distancia D_0 del generador, se establece esta distancia como el tamaño de la trampa y los resultados obtenidos se resumen en las Tablas 4 y 5. De los resultados se concluye que el tamaño de la zona de alta presión es mayor en el caso de la colisión de 6 anillos que en el caso de 3 , para las 3

direcciones, debido a la configuración inicial de los anillos, que determina que se encuentren cuando han recorrido menor distancia que en el caso de 3 anillos en colisión.

Re	x/D_0	x [mm]	y/D_0	y [mm]	z/D_0	z [mm]
$Re_1 = 440$	2.9	44.1	2.8	41.3	2.5	37.1
$Re_2 = 550$	2.9	44.0	2.7	39.8	2.4	35.2
$Re_3 = 650$	2.9	44.1	2.7	39.8	2.3	35.1

Tabla 4: Tamaño de la trampa hidrodinámica, configuración de tres anillos en colisión. Cuando las estructuras formadas se encuentran a una distancia D_0 del centro

Re	x/D_0	x [mm]	y/D_0	y [mm]	z/D_0	z [mm]
$Re_1 = 440$	3.7	56.5	4.6	69.1	3.2	47.2
$Re_2 = 550$	3.7	56.5	4.6	69.1	3.2	48.8
$Re_3 = 650$	3.7	56.5	4.6	69.1	3.2	52.9

Tabla 5: Tamaño de la trampa hidrodinámica, configuración de seis anillos en colisión. Cuando las estructuras formadas se encuentran a una distancia D_0 del centro

Con respecto al análisis de velocidad, se evalúan los valores de las componentes respectivas en cada eje cuando los anillos resultantes se encuentran a distancias de D_0 , $2D_0$ y $3D_0$ del centro de colisión. En las figuras 45.a, 45.b, 45.c se muestra la componente en \hat{x} de la velocidad para la configuración de tres anillos en colisión. Se observan dos mínimos locales asimétricos, que indican, por la izquierda la dirección de un dipolo de vorticidad que se está formando y por la derecha el movimiento del anillo proveniente del generador G_1 , ambos en dirección negativa sobre el eje x . Se observa que hacia el centro de colisión la velocidad disminuye para volverse levemente positiva y que a medida que los anillos generados se alejan del centro de colisión la velocidad disminuye.

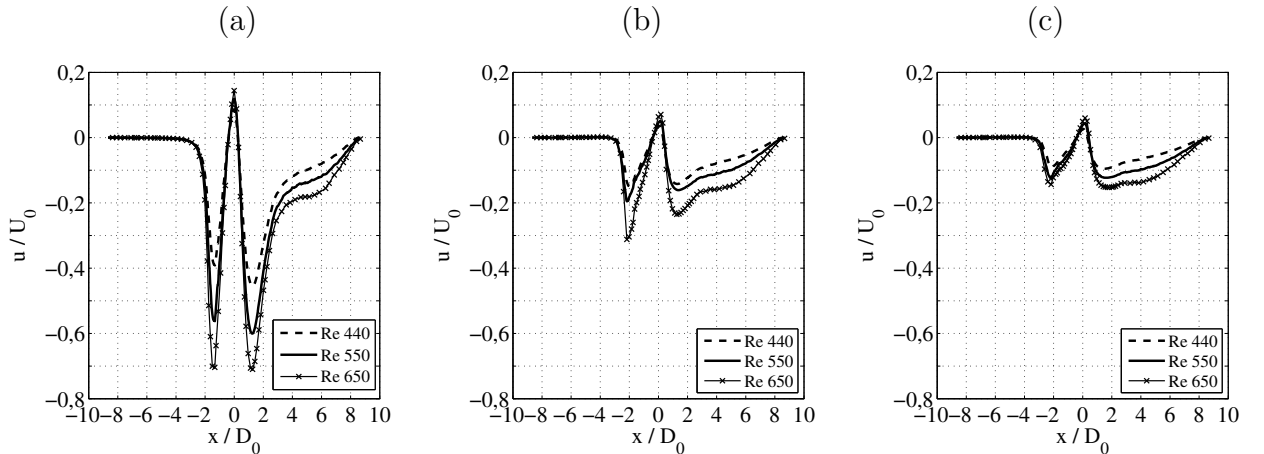


Figura 45: [3A] Componente en \hat{x} de la velocidad, cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) D_0 , (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de tres anillos de vorticidad en colisión

En las figuras 46.a, 46.b, 46.c se muestra la componente en \hat{y} de la velocidad para la configuración de tres anillos en colisión. Se observa por la izquierda, un máximo correspondiente a uno de los brazos del anillo que se mueve en dirección positiva sobre el eje y y por el lado derecho se observa un mínimo de la misma magnitud que corresponde a uno de los brazos del anillo que se mueve en sentido negativo sobre el eje y . Se observa que hacia el centro de colisión la velocidad es cero y que la velocidad disminuye a medida que los anillos generados se alejan del centro de colisión.

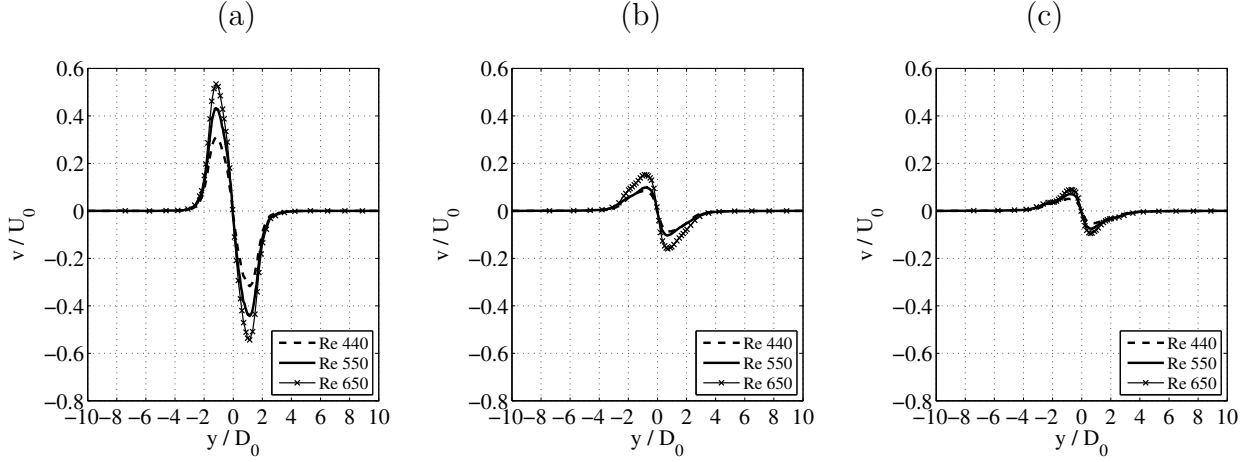


Figura 46: [3A] Componente en \hat{y} de la velocidad, cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) D_0 , (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de tres anillos de vorticidad en colisión

En las figuras 47.a, 47.b, 47.c se muestra la componente en \hat{z} de la velocidad para la configuración de tres anillos en colisión. Se observa por la izquierda, un mínimo correspondiente a uno de los anillos generados que sale dirección negativa sobre el eje z y por el lado derecho un máximo de la misma magnitud que corresponde al anillo generado que sale en dirección positiva sobre el eje z . Las figuras muestran que la velocidad sobre el eje z no cambia cuando los anillos generados se encuentran a $2D_0$ del generador, esto debido a que los anillos aun se encuentran adquiriendo energía cinética de parte de los anillos que colisionan. En cambio como se ve en 47.c cuando los anillos generados se encuentran a $3D_0$ del generador su velocidad disminuye lo cual es concordante con lo revisado para un anillo en vuelo libre.

En las figuras 48.a, 48.b, 48.c se muestra la componente en \hat{x} de la velocidad, para la configuración de seis anillos en colisión, cuando los anillos resultantes se encuentran a D_0 , $2D_0$ y $3D_0$ del centro de colisión. Se observa un máximo en el semieje negativo correspondiente al anillo generado en dirección positiva sobre x y en el semieje positivo un mínimo correspondiente al anillo generado en dirección negativa sobre el mismo eje. En el centro de colisión la velocidad tiende a cero con pequeñas inestabilidades que se van disipando a medida que los anillos resultantes se alejan del centro de colisión.

En las figuras 49.a, 49.b, 49.c se muestra la componente en \hat{y} de la velocidad, para la configuración de seis anillos en colisión, cuando los anillos resultantes se encuentran a D_0 , $2D_0$ y $3D_0$ del centro de colisión. En los extremos del eje es posible observar un máximo y

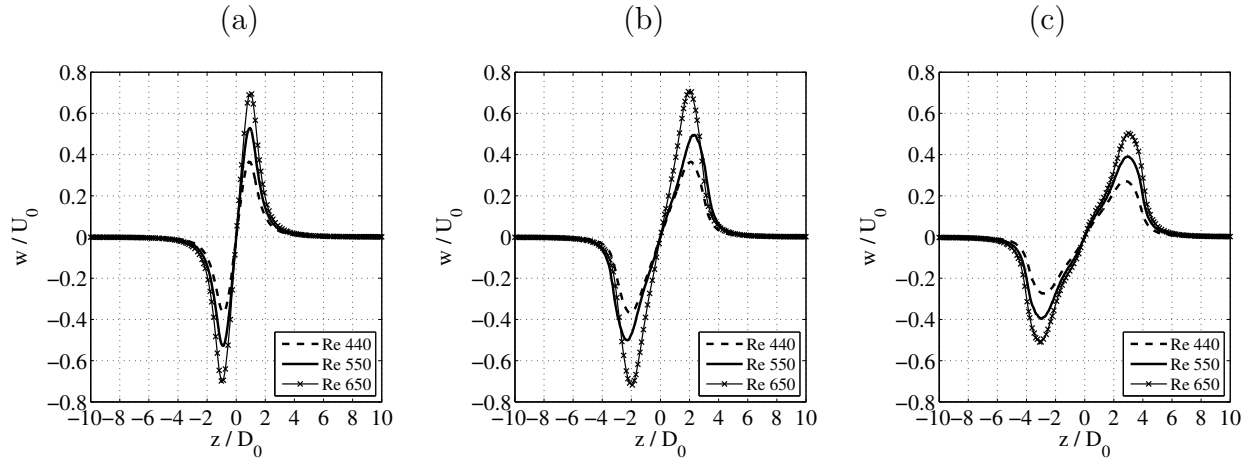


Figura 47: [3A] Componente en \hat{z} de la velocidad, cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) D_0 , (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de tres anillos de vorticidad en colisión

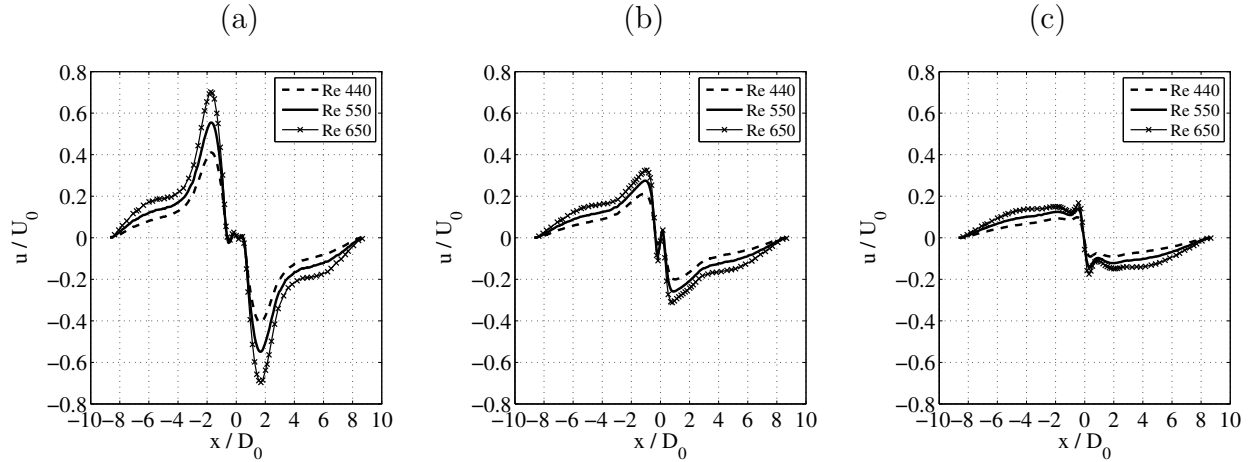


Figura 48: [6A] Componente en \hat{x} de la velocidad, cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) D_0 , (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de seis anillos de vorticidad en colisión

un mínimo local que indican el movimiento de los tubos laterales de los pares de anillos provenientes de la zona superior e inferior del generador, las variaciones de velocidad observadas alrededor del centro de colisión se deben a la influencia de todos los anillos sobre la masa de aire contenida en la zona.

En las figuras 50.a, 50.b, 50.c se muestra la componente en \hat{z} de la velocidad, para la configuración de seis anillos en colisión, cuando los anillos resultantes se encuentran a D_0 , $2D_0$ y $3D_0$ del centro de colisión. En el semieje negativo se observa un mínimo correspondiente a uno de los anillos generados que sale dirección negativa sobre el eje z y en el semieje positivo se tiene un máximo de la misma magnitud que corresponde al anillo generado que

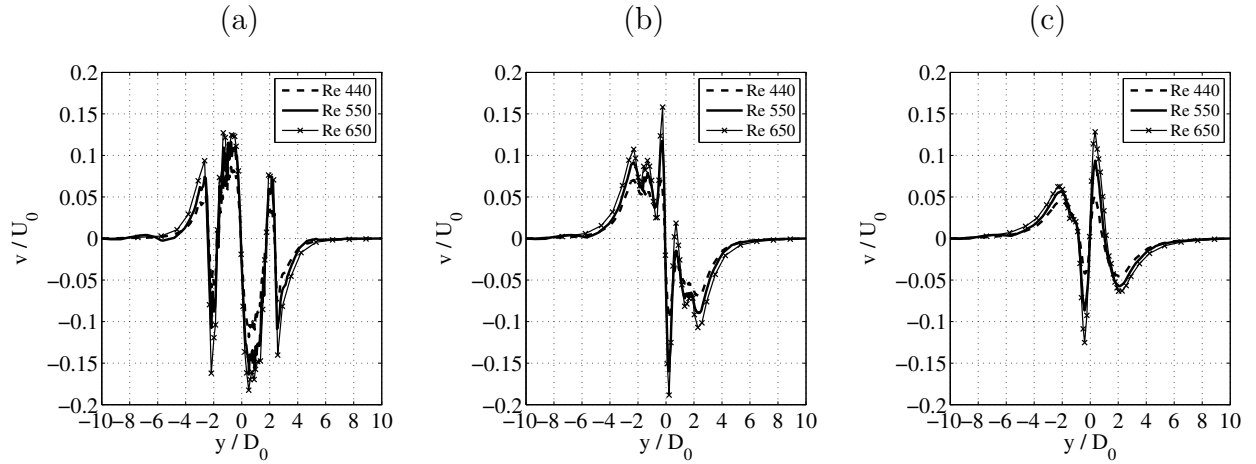


Figura 49: [6A] Componente en \hat{y} de la velocidad, cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) $1D_0$, (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de seis anillos de vorticidad en colisión

sale en dirección positiva sobre el eje z . Las figuras muestran que la velocidad sobre el eje z aumenta cuando los anillos generados se encuentran a $2D_0$ del generador, esto debido a que los anillos aun se encuentran adquiriendo energía cinética de parte de los anillos que colisionan. En cambio como se ve en 50.c que cuando los anillos generados se encuentran a $3D_0$ del generador su velocidad disminuye lo cual es concordante con lo revisado para un anillo en vuelo libre. Se observa que en torno al centro de colisión la velocidad tiende a cero.

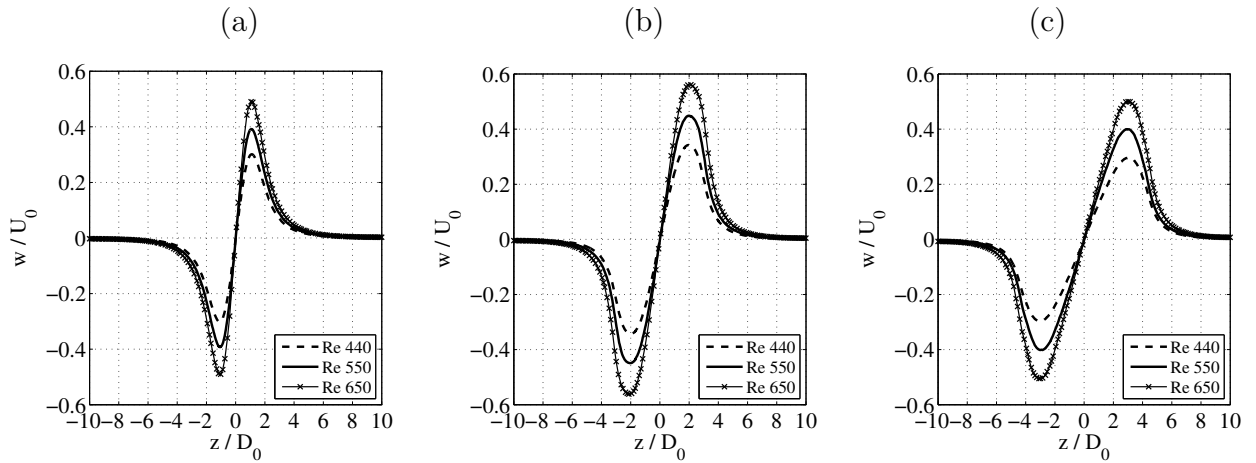


Figura 50: [6A] Componente en \hat{z} de la velocidad, cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) D_0 , (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de seis anillos de vorticidad en colisión

5.6. Energía de la colisión

La energía cinética se calcula de acuerdo a la expresión de la ecuación 5.3 para todo el volumen de control en tres instantes del proceso, (figuras 52 y 51), el primero cuando los anillos se encuentran completamente formados y se desplazan en vuelo libre hacia el centro, el segundo durante el proceso de colisión y el tercero después de la colisión cuando ya se han formado las estructuras secundarias producto de esta.

$$E_{cin} = \frac{1}{2}\rho \int |\vec{V}(t)|^2 dV \quad (5.2)$$

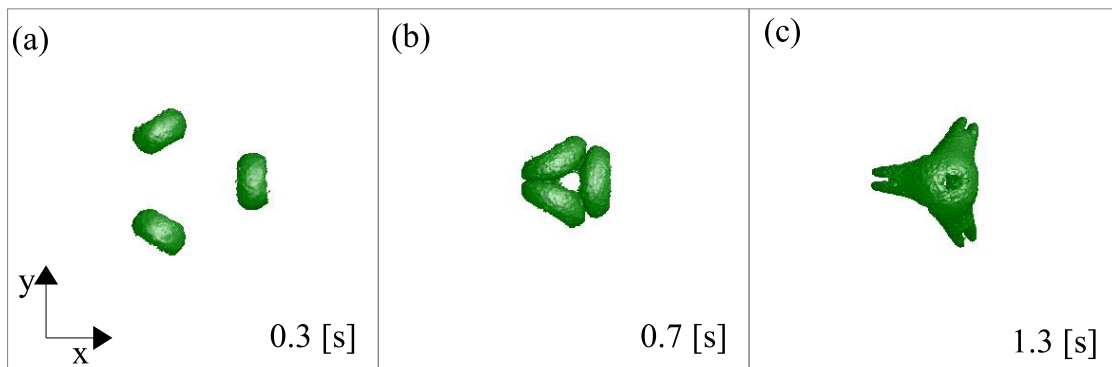


Figura 51: Isosuperficies de vorticidad al 30% del máximo, para el cálculo de la energía cinética, en la configuración de tres anillos: (a) Antes de la colisión, (b) En colisión y (c) Después de la colisión

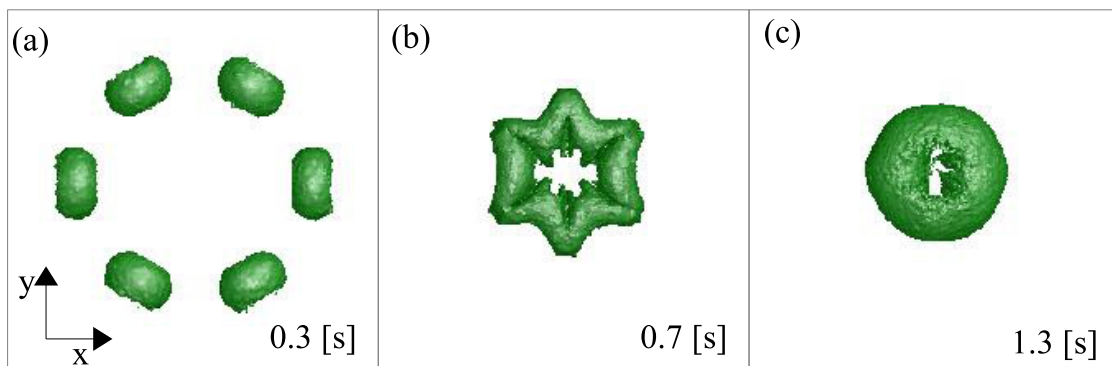


Figura 52: Isosuperficies de vorticidad al 30% del máximo, para el cálculo de la energía cinética, en la configuración de seis anillos: (a) Antes de la colisión, (b) En colisión y (c) Después de la colisión

En la tabla 6 se muestran los resultados del cálculo de la energía cinética para las configuraciones de tres y seis anillos, se observa un fuerte decaimiento tanto en la colisión como posterior a esta, y que la razón entre la energía cinética entre tres anillos y seis anillos va disminuyendo desde 0.5 hasta 0.2, lo que se explica debido a que en un principio, cuando los anillos de vorticidad se desplazan en vuelo libre, el decaimiento de energía cinética por

efectos viscosos es igual en ambos casos, pero luego de esto durante y posterior a la colisión se producen fenómenos de reconexión dónde la formación de dipolos de vorticidad adquiere gran relevancia como fuente disipación de energía, debido a que es el proceso distintivo entre la colisión de tres y seis anillos .

Tipo de colisión	E_k Prec [J]	E_k Col [J]	E_k Post [J]
Colisión 3 anillos	3.31e-06	1.19e-06	4.12e-07
Colisión 6 anillos	6.51e-06	2.66e-06	1.68e-06

Tabla 6: Valor de la energía cinética antes, durante y después de la colisión para ambas configuraciones

Los resultados de la tabla 6 permiten evaluar la evolución de la energía cinética a nivel general y en ellos no es posible percibir las variaciones en torno al proceso de colisión. Por tanto se evalúa una alternativa disponible en el software FLUENT, expresada en la ecuación (Ecuación 5.3), que consiste en integrar la velocidad dentro de una isosuperficie de vorticidad, en adelante Ω , que esta definida por las curvas de isovorticidad al 30 % del máximo en cada instante. Si bien esta expresión esta centrada en el flujo de velocidad que atraviesa una superficie determinada, permite realizar un seguimiento de las variaciones percibidas durante los procesos revisados.

$$A = \int_{\Omega} |\vec{V}(t)| dS \quad (5.3)$$

Las curvas obtenidas por medio de este cálculo se muestran en las figuras 53 y 54 para la configuración de tres y seis anillos respectivamente, donde es posible identificar distintos tramos dentro del proceso. El primero durante el proceso de formación de los anillos donde el flujo de velocidad dentro de la superficie aumenta linealmente alcanzando un máximo global, proceso que es similar en ambas configuraciones pero de distinta magnitud, ya que en el caso de seis anillos el valor de la expresión es el doble del alcanzado en la formación de tres anillos. Luego en el segundo tramo se observa una caída del flujo de velocidad en la isosuperficie, que se produce a medida que los anillos se desplazan hacia el centro de colisión, se observa que a mayor numero de Reynolds menor es el tiempo de decaimiento durante este tramo y que en el caso de los seis anillos el decaimiento es mas lento que el de tres anillos de vorticidad y más continuo en el proceso . Después de este tramo se observa un aumento del valor de velocidad sobre la isosuperficie que se produce cuando empiezan a interactuar entre sí hasta alcanzar un máximo, después del cual se observa un decaimiento debido a la pérdida ocasionada por el movimiento de las estructuras formadas posterior a la colisión. A grandes rasgos se puede observar que las variaciones del flujo de velocidad en la superficie, en el caso de seis anillos son menos pronunciadas que en el caso de tres anillos y esto se explica debido al impacto de la formación de distintas estructuras en cada colisión.

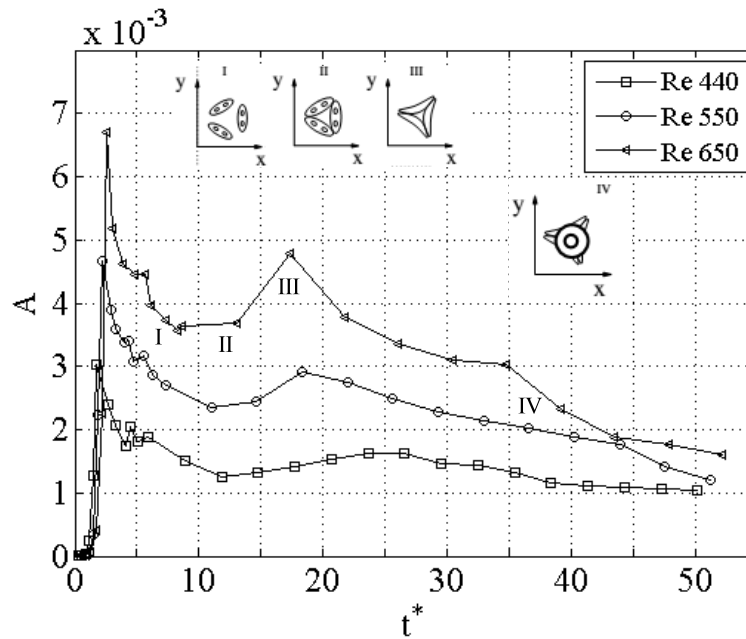


Figura 53: [3A] Diagramas de estados del proceso para la colisión de tres anillos de vorticidad, donde I: Proceso en que el anillo se desplaza en vuelo libre hacia el centro del volumen de control, II: Primer contacto entre los anillos de vorticidad, III: Formación de estructuras secundarias y eyección de estas en dirección perpendicular a la colisión.

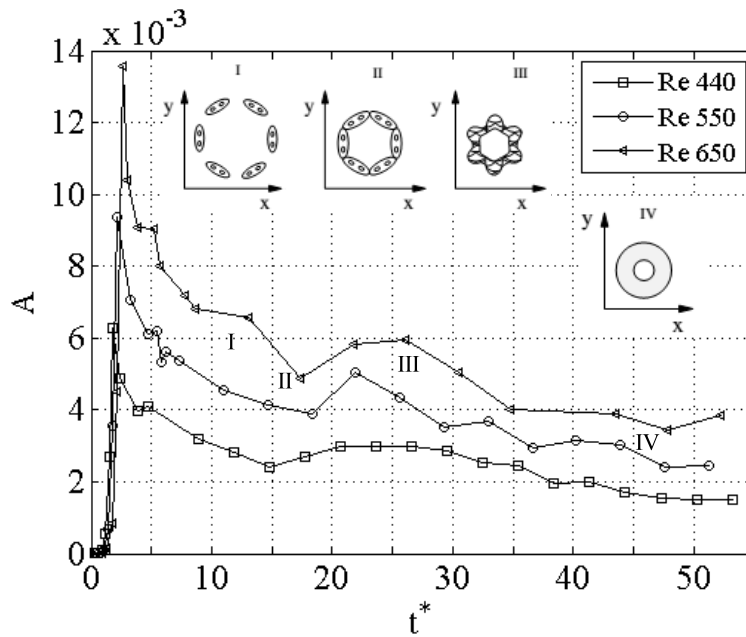


Figura 54: [6A] Diagramas de estados del proceso para la colisión de seis anillos de vorticidad, donde I: corresponde al periodo en que el anillo se desplaza en vuelo libre hacia el centro de colisión, II: Primer contacto entre los anillos de vorticidad, III: Formación de estructuras secundarias y IV: Eyección de estas en dirección perpendicular a la colisión.

Conclusiones

- Se generan anillos de vorticidad y se validan sus parámetros característicos de acuerdo a lo revisado en la bibliografía.
- Se logra inducir la colisión simétrica de anillos de vorticidad en la configuración de 3 y 6 anillos.
- Se observan fenómenos de reconexión durante el proceso de colisión, generando estructuras secundarias que en la configuración de tres anillos son resultan ser 3 dipolos de vorticidad y 2 anillos y en el caso de 6 anillos en colisión son sólo dos anillos.
- Se observó que el tamaño de la zona de alta presión en el centro del volumen de control cuando ocurre la colisión es mayor en el caso de seis anillos en colisión debido a que el contacto entre ellos se produce antes que en el caso de tres anillos en colisión.
- Se observó que la magnitud de la presión y por tanto la fuerza de la trampa en el centro se va debilitando a medida que las estructuras generadas se alejan del centro de colisión.
- Alrededor de la zona central del volumen de control se observa que la velocidad tiende a cero en todos los casos, lo que es un indicio claro de un punto de estancamiento y por tanto de una trampa hidrodinámica.
- La evolución de la energía cinética cuando los anillos se desplazan en vuelo libre descende a una tasa distinta a la tasa de decaimiento posterior a la colisión y también depende de los fenómenos de reconexión involucrados, así para la colisión de tres anillos de vorticidad se observa un mayor decaimiento producto de la formación de dipolos de vorticidad que es la estructura de vorticidad secundaria distintiva entre las dos configuraciones estudiadas.

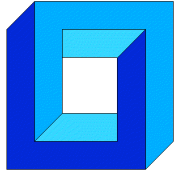
Bibliografía

- [Akhmetov] D.G Akhmetov, “Vortex Rings ”, Springer Science and Business Media, 2009.
- [Ansys] Ansys, “Monitoring residuals ”,User’s Guide Fluent Inc , 2006.
- [Arevalo2] G. Arévalo, R. Hernández, C. Nicot and F. Plaza, “ Particle image velocimetry measurements of vortex rings head-on collision with a heated vertical plate ”, Phys. Fluids, vol. 22, pp. 053604, 2010.
- [Arevalo1] G. Arévalo, R. Hernández, C. Nicot and F. Plaza, “Vortex ring head-on collision with a heated vertical plate ”, Phys. Fluids, vol. 19, pp. 083603, 2007.
- [ASME] ASME, “Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications ”, Journal of Fluids Engineering. , vol. 130, pp.078001-078001-4, 2008.
- [Chatelain] P. Chatelain, D. Kivotides and A. Leonard, “ Reconnection of colliding vortex rings ”, Phys. Rev. Lett., vol. 90, pp. 054501, 2003.
- [Gharib] M. Gharib, E. Rambod and K. Shariff, “A universal time scale for vortex ring formation” , J. Fluid. Mech, vol. 360, pp. 121-140, 1998.
- [Glezer] A. Glezer, “The formation of vortex ring ” , Phys. Fluids, vol. 31, pp. 3532 - 3542, 1988.
- [Hernández] R. Hernández, B. Cibert and C. Bechét, “Experiments with vortex rings in air ”, Europhys. Lett., vol.75, pp. 743 - 749, 2006.
- [Lim] T. Lim and T. Nickels, “Instability and reconnection in the head-on collision of two vortex rings ”, Nature, vol. 357, pp. 225 - 227, 1992.
- [Mansfield] J. Mansfield, O. Knio and C. Meneveau, “ Dynamic LES of colliding vortex rings using a 3D vortex method ”, Journal of Computational Physics, vol.152, pp. 305 - 345, 1999.
- [McKelvey] McKelvey, Richard D., McLennan, Andrew M., and Turocy, Theodore L. (2014). Gambit: Software Tools for Game Theory, Version 14.1.0. <http://www.gambit-project.org>.
- [Monsalve] R. Hernández and E. Monsalve, “Experimental observation of the collision of three vortex rings ”, Fluid Dynamics Research, vol. 5, pp.035513, 2015.
- [Patankar] S. Patankar, “Numerical heat transfer and fluid flow ”, CRC Press, 1980.

- [Shariff] K. Shariff and A. Leonard, "Vortex Rings", *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol.24, pp. 235 - 279, 1992.
- [Stewart] K. Stewart and P. Vlachos, "Vortex rings in radially confined domains", *Exp. Fluids*, vol. 53, pp. 1033 - 1044, 2012.
- [Takaoka] S. Kida, M. Takaoka, F. Hussain, "Reconnection of two vortex rings", *Phys. Fluids*, vol.1, pp. 630 - 632, 1989.
- [Tanyeri] M. Tanyeri, E.M. Johnson-Chavarria, and Charles M. Schroeder, "Hydrodynamic Trap for Single Particles and Cells", *Applied Physics Letters* vol.96, 224101, 2010.
- [Walker] J. Walker and C. Smith, "The impact of a vortex ring on a wall", *J. Fluid Mech.*, vol.181, pp. 99 - 140, 1987.

Anexo A

El siguiente documento corresponde a un artículo publicado en los cuadernos de la Sociedad Chilena de Mecánica Computacional, como parte de la participación en las Jornadas de Mecánica Computacional 2014, organizadas por la Universidad de Talca y la sociedad Chilena de Mecánica Computacional, cuyo contenido considera parte de los resultados logrados en el presente trabajo de tesis.



“COLISIÓN DE TRES ANILLOS DE VORTICIDAD”

T. Reyes, R. H. Hernández

LEAF-NL- Depto. de Ingeniería Mecánica
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile
Beauchef 850 - Santiago - CHILE
e-mail : rohernan@ing.uchile.cl

RESUMEN

We investigate here symmetric 3D collisions between identical vortex rings in air, in order to create self-bounded regions that keep the flow vorticity and fluid fluctuations spatially confined without the need of solid boundaries. We were motivated by the spatiotemporal flow structure [1] produced by merging of vortex tubes when the rings make contact at angles greater than the critical angle between typical side by side collisions [2]. This collisions can restrain the ring interaction to a small spatial region where the associated kinetic energy will be dissipated in short time scales enhancing local mixing on a zone where the fluid was initially at rest. We have performed 3D, unsteady numerical simulations solving the Navier Stokes equations for the generation [3] and subsequent collision of 3 vortex rings conducted in a Dell parallel computing cluster. We studied the fluid dynamics of the collision varying both the ring diameter and translation speed during the ring collisions. The results show that the diameter of the ring increases in pre-collision instants, and the translation speed decreases in agreement with recent works[5, 7]. The vortical flow structure observed during collision depends on the number of colliding rings.

1. INTRODUCCIÓN

Existen numerosos trabajos conducentes a caracterizar la generación y dinámica de anillos de vorticidad individuales [4]. Sin embargo, son escasos los estudios sobre la interacción y colisión entre múltiples anillos de vorticidad. Por esa razón, y como punto de partida, el objetivo de este trabajo es investigar, a través de simulaciones numéricas, la dinámica de una colisión simétrica entre tres anillos vorticiales, así como la formación de estructuras post-colisión. Existen variados mecanismos de generación de anillos de vorticidad, aunque el más común [3] se basa en el desplazamiento de fluido en un arreglo cilindro-pistón, donde el tamaño y evolución de un vórtice dependen del recorrido del pistón y del diámetro del orificio de generación. Este método es implementado en las simulaciones numéricas de este trabajo. En [6] se desarrolla un completo estudio de la dinámica de vórtices, caracterizando las propiedades fundamentales de un anillo de vorticidad.

Se han desarrollado a su vez trabajos tanto experimentales como numéricos orientados a estudiar la interacción de anillos de vorticidad entre sí y con otras estructuras, trabajos originados principalmente para la comprensión de la física de la turbulencia. En esa línea, en [1] se realizó

una simulación numérica de la interacción de dos anillos de vorticidad colisionando bajo distintas condiciones iniciales, donde la reconexión de los tubos de vorticidad está asociada con una gran disipación de energía cinética, que además afecta otras propiedades del flujo. En [5, 8], se implementó un método experimental para estudiar la colisión de dos anillos de vorticidad, observándose fuertes cambios de la energía cinética del sistema durante la colisión, producto de la disipación viscosa asociada a los gradientes de velocidad cerca de los anillos. En [9] se realiza la simulación numérica del impacto 3D de dos anillos de vorticidad, donde logra observarse un impacto axial con resultados similares a los obtenidos en [5]. En esa misma dirección, este trabajo aborda el problema de la colisión simétrica 3D, entre tres anillos de vorticidad idénticos, que se resuelve realizando una simulación numérica laminar, transiente, y en tres dimensiones cuyo fluido de trabajo es aire.

2. NOMENCLATURA

x, y, z	Coordenadas en $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ [m]
t, t^*	Tiempo [s], tiempo adimensional
\vec{V}, V	Velocidad y su módulo [m/s]
u, v, w	Componentes en \hat{x}, \hat{y} y \hat{z} de la velocidad [m/s]
P	Presión [Pa]
ρ, ν	Densidad [kg/m^3], Viscosidad cinemática [m^2/s]
$\vec{\omega}, W$	Vorticidad [1/s], Enstrofia [m^2/s^2]
E_{cin}	Energía cinética [kgm^2/s^2]
Γ, \vec{I}	Circulación [m^2/s], Impulso [Ns]
U_a	Velocidad autoinducida de un anillo de vorticidad, [m/s]
R, D	Radio y diámetro característico de un anillo de vorticidad [m]
a, D_n	Radio y diámetro del núcleo de un anillo de vorticidad [m]
D_0	Diámetro del orificio del generador [m]
V_0	Pulso de velocidad inicial en generador de vórtices [m/s].
Re	Número de Reynolds de un anillo, $Re = \left(\frac{U_a D_0}{\nu}\right)$

3. FORMULACIÓN

El dominio que se estableció para estudiar el fenómeno corresponde a una cámara hexagonal en la que es posible replicar las condiciones de generación de experimentos recientes [5] y asegurar la simetría en la colisión de los anillos de vorticidad. Estas estructuras se pueden definir como una región de fluido compresible o incompresible que posee cierta tendencia a la rotación en un punto, denominado vorticidad, que se representa como $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V}$ cuya dinámica está gobernada por la ecuación 3. Debido al impulso físico que lo genera, un anillo de vorticidad posee velocidad autoinducida, U_a , que le permite desplazarse en línea recta dentro de un medio fluido. En la Figura 1 se puede observar una vista tri y bidimensional de un anillo de vorticidad, donde D es el diámetro característico y D_n es el diámetro del núcleo característico que concentra la región de vorticidad.

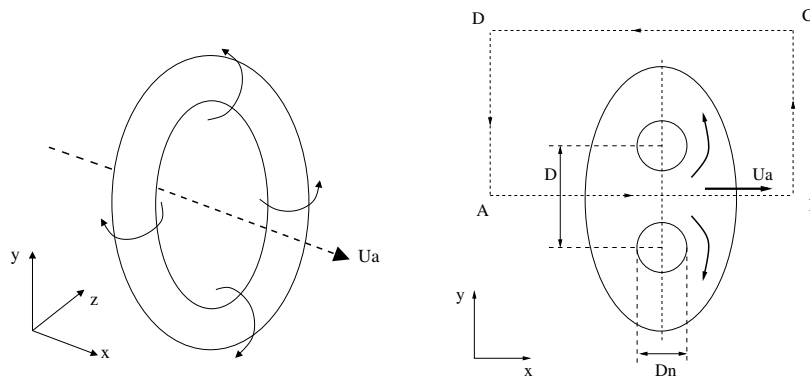


Figura 1: Esquema de un anillo de vorticidad, Vista 3D: velocidad autoinducida U_a . Vista en corte: Diámetro característico D , diámetro del núcleo D_n . La circulación Γ del anillo se puede calcular sobre el contorno A, B, C, D .

La cámara de generación de los anillos posee pequeñas cavidades en tres de sus lados (ver figura 2.a). En las caras exteriores de estas cavidades se impone una señal de forzamiento externo $V(t)$ que controla el desplazamiento del volumen de aire contenido, simulando un mecanismo pistón (figura 2.c). De esta forma se desplaza el aire contenido hacia el centro de la cámara a través del orificio del generador (D_0). Los gradientes de velocidad producidos causan el desprendimiento de la capa límite, iniciando el proceso de formación del anillo. Las dimensiones de la cámara de generación (ver figura 2b), se definen de forma tal que las condiciones de borde no afecten el desarrollo del anillo de vorticidad, de manera que la relación entre el ancho del dominio (W_c) y el diámetro del generador sea del orden de $W_c = 10D_0$ como se sugiere en [8]. De igual forma, para observar el desarrollo de las estructuras generadas producto de la colisión, la profundidad de la cámara de generación es $L_c = 20D_0$ y el ancho del generador es $W_g = 1,3D_0$.

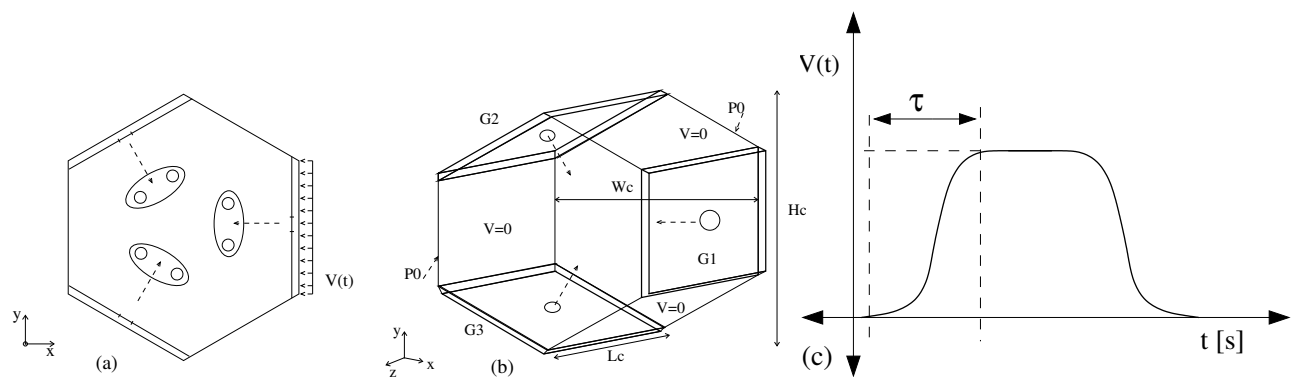


Figura 2: Esquema de la cámara de generación. (a) Vista superior de la cámara y los tres anillos propagándose hacia un punto de colisión central. (b) Los anillos son creados en los generadores ubicados en las caras G1, G2, G3 cuyo orificio de salida tiene diámetro $D_0=15$ [mm]. (c) Función de forzamiento impulsivo de velocidad utilizada para generar los tres anillos simultáneamente, donde τ es el tiempo de subida.

Para un fluido incompresible, Newtoniano, en ausencia de gravedad, las ecuaciones que gobiernan el problema son la ecuación de conservación de masa,

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$$

así como las ecuaciones de Navier-Stokes,

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (2)$$

La dinámica de los anillos de vorticidad también se puede describir a través de la ecuación de vorticidad, que se obtiene tomando el rotor de la ecuación de Navier-Stokes (2) y que se escribe,

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{V} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{\omega} = \nu \nabla^2 \vec{\omega} \quad (3)$$

Donde el término $\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{\omega}$ corresponde a la derivada particular de la vorticidad ($\frac{D\vec{\omega}}{Dt}$). El término $(\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{V}$ describe la advección de la vorticidad producto de los gradientes del campo de velocidad, y el término del lado derecho, da cuenta de la difusión de la vorticidad por efecto de los esfuerzos viscosos. Además de las propiedades señaladas los anillos de vorticidad pueden ser caracterizados por otros observables que se resumen en la tabla 1:

Nombre	Expresión	Nombre	Expresión
Energía cinética	$E_{cin} = \frac{1}{2} \rho \int \vec{V}(t) ^2 dV$	Circulación	$\Gamma = \oint_{\zeta} \vec{V} \cdot d\vec{l}$
Impulso hidrodinámico	$\vec{I} = \frac{1}{2} \rho \int \vec{r} \times \vec{\omega} dV$	Enstrofía	$W = \frac{1}{2} \int \vec{\omega}^2 dV$

Tabla 1: Observables característicos de un Anillo de vorticidad.

4. MÉTODO NUMÉRICO

Las ecuaciones del modelo se resuelven utilizando el código CFD FLUENT del paquete ANSYS 12.0. El solver utilizado en los cálculos es uno basado en la presión, y se establece una formulación implícita de las ecuaciones que permiten modelar el fenómeno en un régimen laminar, transiente y sin transferencia de calor (fluido a temperatura y condiciones ambientales). Se utiliza el esquema SIMPLEC para la corrección del campo de velocidades y el criterio de convergencia es tal que el residuo máximo es inferior a 10^{-4} para las ecuaciones de momentum y continuidad. En la discretización temporal de 1^{er} orden, el paso de tiempo elegido es $\Delta t = 10^{-3}$ [s]. El número de iteraciones por paso de tiempo es variable pues está sujeto al criterio de convergencia. La elección del paso de tiempo asegura una buena resolución temporal de forma de percibir los gradientes de velocidad a la salida del generador durante los instantes en que se está formando un anillo de vorticidad. Cada simulación numérica se extiende por 2 [s] de tiempo real que equivalen a 2 días de cálculo en un cluster Dell de 24 procesadores. Una descripción detallada de las ecuaciones gobernantes y otros aspectos de la simulación pueden encontrarse en la documentación del código [11]. Para optimizar la relación entre la precisión de los resultados y la carga computacional se realizó una prueba de malla. Con la ayuda del software GAMBIT, se construyen tres mallas discretas 3D de la cámara de generación, variando la estructura que se utiliza como guía para el mallado del volumen completo así como el número de elementos de tipo tetraédrico. En la figura 3 se puede observar una representación esquemática de las configuraciones de mallado evaluadas en vistas frontal y lateral respectivamente.

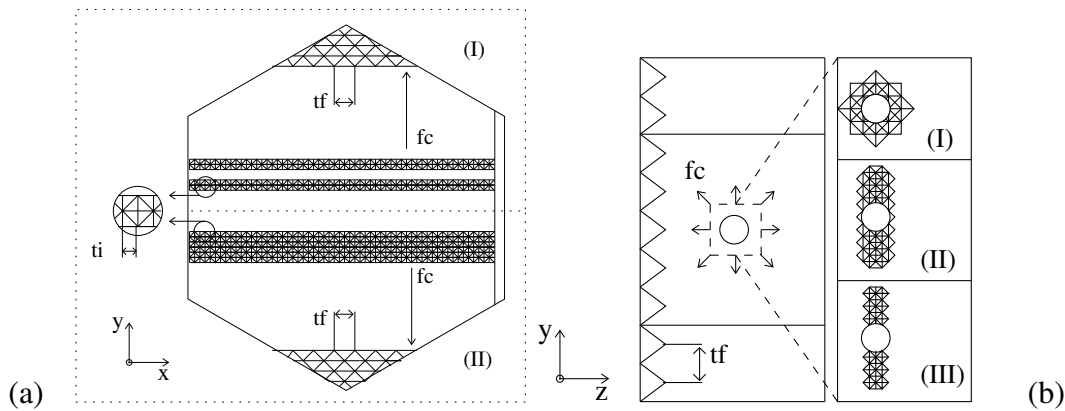


Figura 3: Configuraciones de mallado. En (a) vista frontal de: I. Dos caras y 1 cilindro como guía del mallado, II. Una cara como guía. Y en (b) vista lateral para: I. cilindro, II. 1 cara, III. 2 caras como guía del mallado

A partir de la geometría base y tipo de discretización, se utiliza un factor de crecimiento lineal (α) de los elementos, que permite mallar todo el volumen pero aumentando la resolución espacial en la zona donde transita el anillo de vorticidad y así poder resolver los gradientes de velocidad y determinar con mayor precisión la evolución del anillo (ver Tabla 2)

Malla	Δ_i [mm]	α	Δ_f [mm]	Nodos	D [mm]	D_n [mm]	U_a [m/s]
Fina	0.5	1.1	10	5.32×10^5	26.87	4.59	0.61
Mediana	0.5	1.1	10	5.30×10^5	26.16	4.31	0.65
Gruesa	0.5	1.2	10	3.21×10^5	26.54	4.58	0.63

Tabla 2: Detalle tipos de mallado con refinamiento progresivo (factor α) de tamaño de elementos Δ_i, Δ_f

Para comparar las prestaciones de las mallas, se evalúa el promedio del diámetro característico (D), Diámetro del núcleo (D_n), y velocidad de advección de los anillos (U_a), desde un tiempo $t_i = 0,06[s]$ hasta $t_f = 0,15[s]$. Tal como se observa en la Figura 4, los parámetros geométricos (D y D_n) fueron obtenidos a partir del perfil de velocidad de un corte transversal del anillo, donde la distancia entre máximos y mínimos locales permite obtener las dimensiones buscadas, y la velocidad de advección (U_a) se obtuvo partir de la diferencia entre los máximos consecutivos del perfil de velocidad en el eje x de un anillo (ver Figura 4). Para la prueba de malla el valor de la constante de la función mostrada en la figura 2.b es mayor que el que se va a ocupar en las simulaciones definitivas de forma tal de minimizar el tiempo de simulación.

Los resultados de la prueba de malla se resumen en la tabla 2. Se observa que para la configuración adoptada, la malla gruesa entrega una precisión razonable y una carga computacional relativamente más baja (40% menor) Para generar simultáneamente los tres vórtices, se impone una condición de velocidad uniforme en tres de las caras del generador (figura 2.b) bajo la forma de impulso temporal (figura 2.b). Las caras restantes se consideran como paredes lisas y rígidas. La velocidad en cada punto de estas paredes es nula debido a la condición de pared. Las superficies superior e inferior del hexágono se consideran como una salida con condiciones de presión atmosférica.

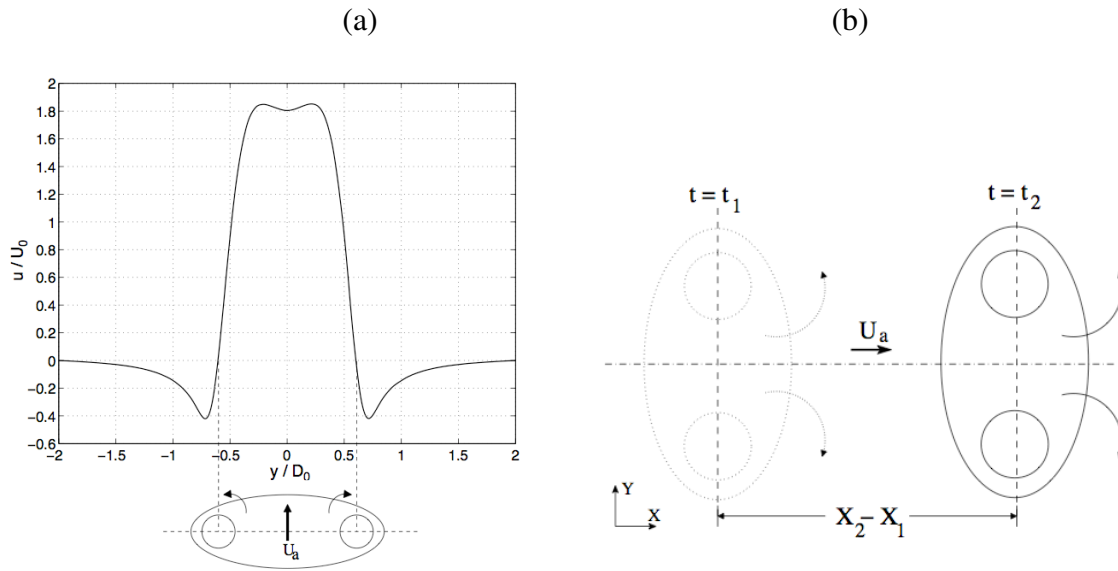


Figura 4: (a) Perfil de velocidad de un anillo de vorticidad en un sistema de referencia fijo. Se aprecia el diámetro del anillo y del núcleo a partir del perfil de velocidad. (b) La velocidad de advección $U_a = \delta x / \delta t$ se calcula con 2 series de velocidad en 2 posiciones del centro del anillo, $\delta x = x_2 - x_1$ entre dos tiempos $\delta t = t_2 - t_1$.

5. RESULTADOS

En la figura 5 se observa el desprendimiento de la capa límite durante el proceso de formación del anillo. La vorticidad durante el proceso de desprendimiento de la capa límite es acumulada en las paredes del orificio del generador, se desprende de éste y pasa a formar parte del núcleo del anillo de vorticidad recién creado. Posteriormente, el diámetro característico del anillo varía linealmente en el tiempo.

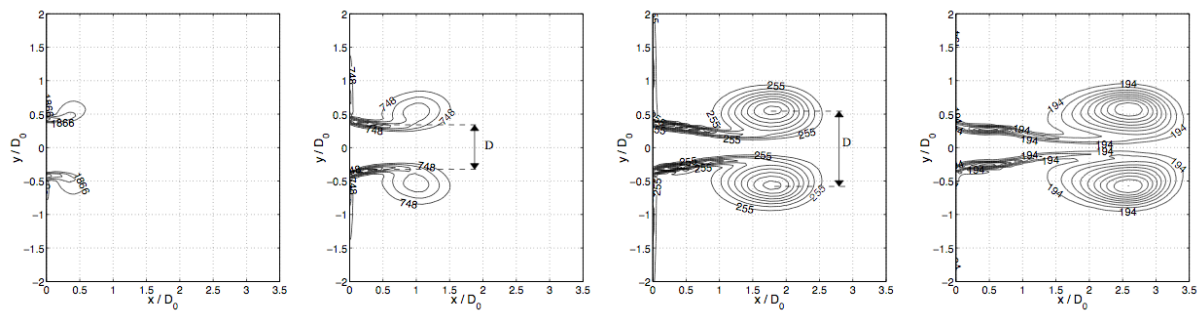


Figura 5: Secuencia temporal de isocontornos de vorticidad que muestran el desprendimiento de la capa límite durante la formación de un anillo de vorticidad

Es posible evaluar la circulación, Γ del anillo, integrando la velocidad a lo largo del circuito cerrado A, B, C, D de la figura 2. En la figura 6 se observa un rápido aumento de Γ producto de la creación de vorticidad en las paredes del generador durante el desplazamiento del fluido por la cavidad externa del hexágono a través del orificio del generador. Se observa también el fenómeno denominado pinch-off, momento en que el anillo alcanza el máximo de velocidad autoinducida U_a y su circulación deja de aumentar como se aprecia en la figura 6 (b).

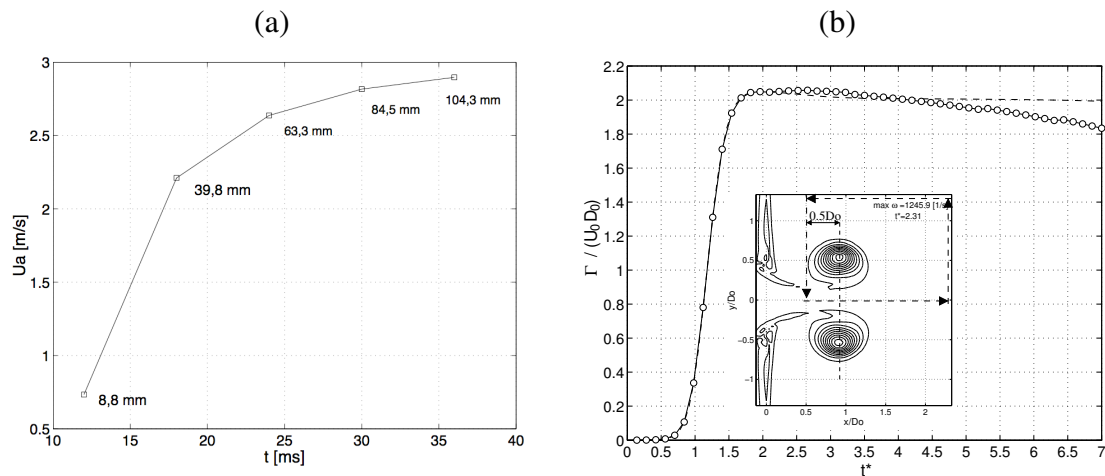


Figura 6: (a) Velocidad autoinducida versus tiempo a distintas distancias del orificio de salida. (b) Circulación en función del tiempo adimensional $t^* = t * U_a / D_0$, durante el proceso de formación del anillo ($0 < x < 1.5 D_0$).

La figura 7 muestra la progresión temporal de la colisión entre tres anillos de vorticidad idénticos. Una vez terminado el proceso de formación, se desplazan en línea recta hacia el punto de colisión ($0.05 < t < 0.4$ [s]). El diámetro característico crece mientras que la velocidad de advección, circulación y energía cinética disminuyen progresivamente (ver tabla 3).

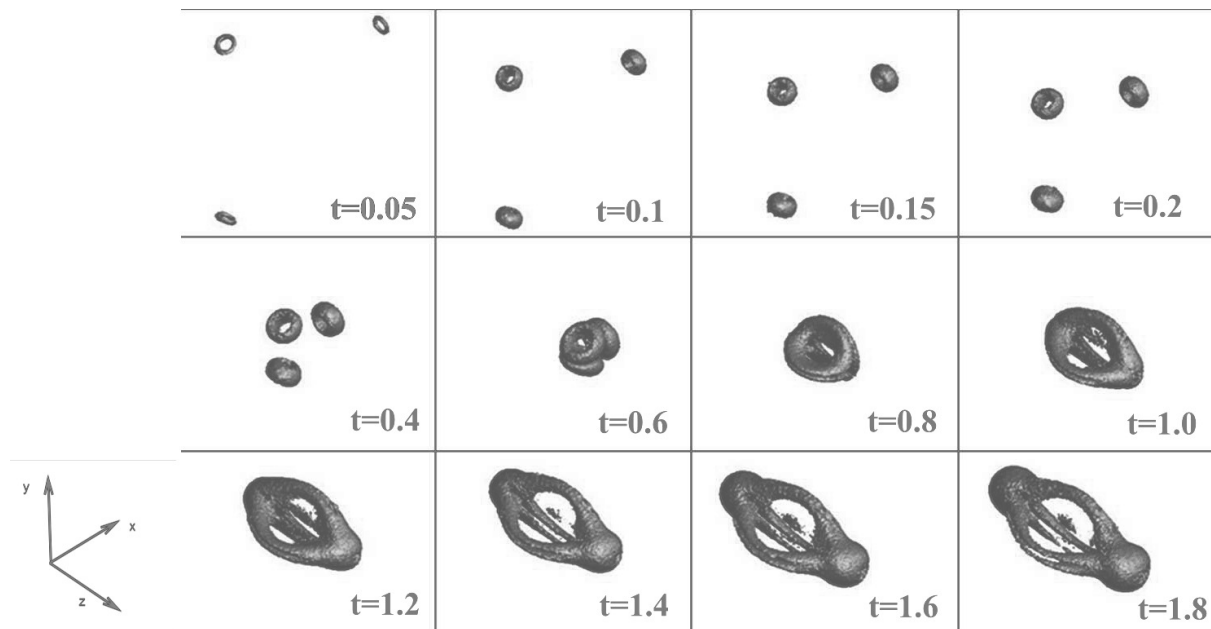


Figura 7: Evolución de los isocontornos de vorticidad, equivalentes la 30% de la vorticidad maxima. Donde $Re=510$ para los anillos previo a la colisión

Para $0.6 < t < 1.2$ [s] los tubos laterales de vorticidad de los anillos hacen contacto, y debido a que poseen vorticidad de signo opuesto, se acoplan generando dipolos de vorticidad que se mueven en sentido contrario a los anillos originales, produciendo una expansión de la estructura final de vorticidad [10]. En la figura 8.c se observa un corte transversal de un dipolo de vorticidad, y en la figura 8.a y 8.b el perfil de velocidad y vorticidad respectivamente, obtenidos en el eje del corte A:A. Tanto la velocidad como la vorticidad, tienen una distribución bastante simétrica a lo largo del eje transversal.

	Previo a la colisión				Posterior a la colisión			
Tiempo [s]	$t = 0.1$	$t = 0.2$	$t = 0.3$	$t = 0.4$	$t = 1.3$	$t = 1.4$	$t = 1.5$	$t = 1.6$
D [cm]	2.20	2.60	2.80	3.10	4.10	4.20	4.11	4.28
U_a [cm/s]	31.8	21.9	13.4	12.1	2.5	6.4	3.7	4.4
Γ [cm^2/s]	217	162	129	108	52	49	45	43

Tabla 3: Evolución parámetros característicos en instantes previos y posteriores a la colisión

Luego de la reconexión de los tubos laterales se observa la reconexión de los tubos de vorticidad superiores de los anillos producto del contacto entre sí, dando lugar a dos anillos resultantes que salen eyectados en dirección perpendicular a la dirección de la colisión. Estos anillos pueden ser caracterizados de la misma forma que los anillos de vorticidad previo a la colisión (tabla 3).

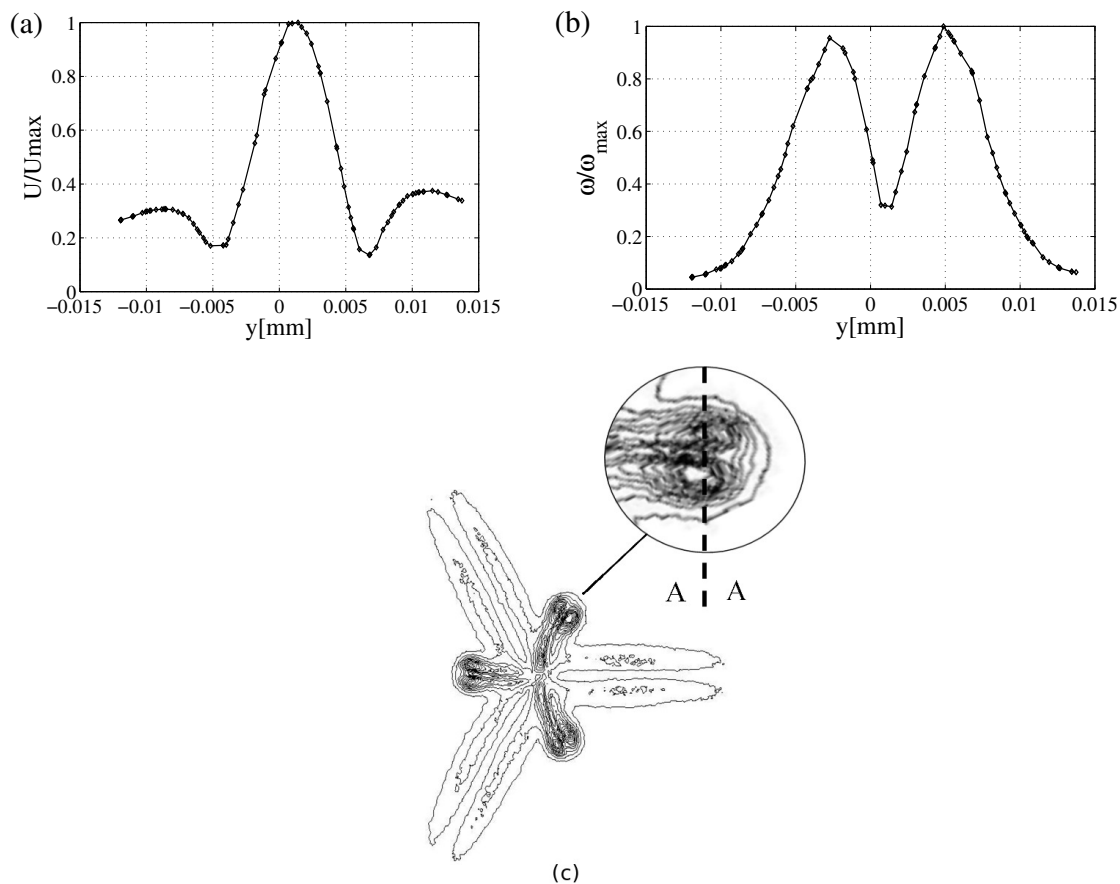


Figura 8: (a) Perfil de velocidad y (b) perfil de vorticidad en el eje del corte A:A (c) Isocontornos de vorticidad.

Comparando los datos obtenidos para los instantes previos a la colisión $t \leq 0.4$ [s] y posterior al proceso de reconexión, se observa una disminución importante, tanto en la circulación, como en la energía cinética del anillo. La circulación para $t = 0.4$ [s] es dos veces mas grande que la circulación en $t = 1.3$ [s]. Se debe destacar que la estructura formada durante el proceso de colisión carece de simetría por lo que no es posible realizar un análisis análogo al del anillo en instantes previos a la colisión.

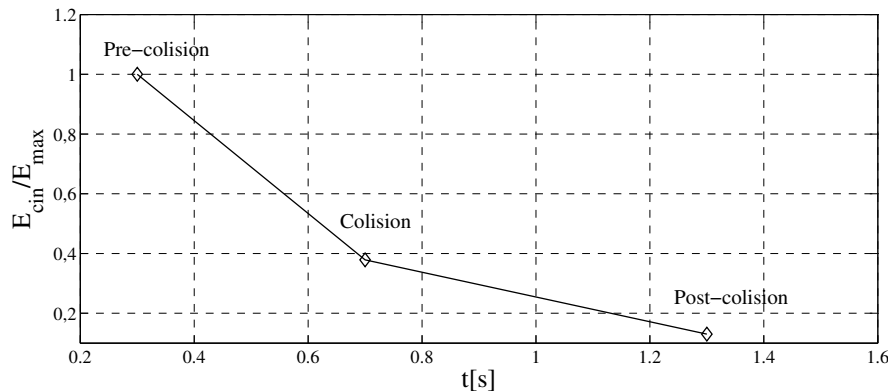


Figura 9: Evolución de la energía cinética durante todo el proceso de colisión

Un análisis del campo de velocidad en todo el volumen para tres instantes del proceso, entregó la evolución de la energía cinética $E_{cin}(t)$ durante la colisión. En la figura 9 se observa una fuerte disminución de la energía cinética producto de la colisión. La interacción entre los tres anillos de vorticidad produce una estructura laminar bastante compleja a expensas de la energía inicial del sistema.

6. CONCLUSIONES

Se realizó la simulación numérica 3D, transiente y laminar, de la interacción y colisión simultánea entre tres anillos de vorticidad. Los anillos se desplazan en una trayectoria estable hacia el punto de colisión. El proceso de colisión comienza con la fuerte interacción entre los tubos laterales de vorticidad de los anillos cercanos, creando una estructura de vorticidad compleja durante el proceso. Previo a la colisión, la velocidad de advección y la circulación de los anillos disminuye progresivamente, mientras que el diámetro aumenta. Posterior a la colisión, es posible observar la formación de nuevas estructuras en forma de dipolos de vorticidad, pero también, producto del acoplamiento de los tubos de vorticidad, se producen dos anillos que se mueven en dirección opuestas y perpendiculares al plano de colisión con baja velocidad autoinducida.

Agradecimientos

A CONICYT PFCHA/ Beca Nacional de Magister Convocatoria 2013 22131639.

REFERENCIAS

- [1] P. Chatelain D. Kivotides and A. Leonard, Phys. Rev. Lett. 90, 054501 (2003)
- [2] T. Fohl and J.S. Turner, Phys. Fluids 18, 433 (1975).
- [3] M. Gharib, E. Rambod and K. Shariff, J. Fluid Mech., 360, pp. 121-140 (1998).
- [4] R. H. Hernández, B. Cibert and C. Bechét, Europhysics Letters, 75, pp. 743-749 (2006)
- [5] G. Arévalo, R.H. Hernandez, C. Nicot and F. Plaza, Phys. Fluids 19, 083603 (2007).
- [6] P.G. Saffman, Vortex Dynamics. Cambridge University Press,(1992).
- [7] J. Russell, J. Donnelly, Theor. Comput. Fluid Dyn. 24:433435 (2010).
- [8] E. Monsalve, Tesis de Magister, Universidad de Chile. (2012).
- [9] J. Astudillo Memoria de Título, Ingeniería Mecánica, Universidad de Chile. (2008)
- [10] T.T. Lim and T.B. Nickels, Nature. Rev. Lett. 357, pp.225-227 (1992)
- [11] ANSYS Inc. ANSYS FLUENT 12 Theory Guide, 2009.

Anexo B

El siguiente documento corresponde al artículo presentado en el Congreso Chileno de Ingeniería Mecánica 2015, organizado por el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Técnica Federico Santa María, cuyo contenido considera parte de los resultados logrados en el presente trabajo de tesis.

Symmetric Collisions of Multiple Vortex Rings

T. Reyes^a, R. H. Hernández^{a,*}, J. C. Elicer^a

^a Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Chile, Beaucheff 851, Casilla 2777, Santiago, Chile

*E-mail Autor: rohernan@ing.uchile.cl

Resumen

We investigate symmetric 3D collisions between identical vortex rings in air, in order to create self-bounded regions that keep the flow vorticity and fluid fluctuations spatially confined without the need of solid boundaries. We were motivated by the spatiotemporal flow structure [1] produced by merging of vortex tubes when the rings make contact at angles greater than the critical angle between typical side by side collisions [2]. This collisions can restrain the ring interaction to a small spatial region where the associated kinetic energy will be dissipated in short time scales enhancing local mixing on a zone where the fluid was initially at rest. We have performed 3D, unsteady numerical simulations solving the Navier Stokes equations for the generation [3] and subsequent collision of 3 and 6 vortex rings conducted in a Dell parallel computing cluster. We studied the fluid dynamics of the collision varying the translation speed during the ring collisions. The results show that the diameter of the ring increases in pre-collision instants, and the translation speed decreases in agreement with works [4-5]. During the collision, the pressure in the geometric center is greater in the case of three rings and instead, the size of this zone increases for the case of six colliding rings. The resulting vortical flow structure observed during collision depends on the number of colliding rings. In the three ring case the reconnection of both top and bottom portions of the vorticity tubes of each vortex ring generates three dipoles and two rings leaving the collision zone [6]. However, the collision of six rings generates only two secondary thick rings. During free-flight ring motion, a decay of the kinetic energy is produced by typical viscous effects, but during the collision, a local kinetic energy increase is produced by the formation of secondary vortex structures. We discuss the role of self-bounded vorticity regions of this kind in premixed combustion experiments.

Keywords: laminar flow, vorticity, vortex dynamics, vortex rings, instabilities.

1. Introducción

Existen numerosos trabajos conducentes a caracterizar la generación y dinámica de anillos de vorticidad individuales [7]. Sin embargo, son escasos los estudios sobre la interacción y colisión entre múltiples anillos de vorticidad, ya que si bien se han reportado trabajos para dos anillos en configuración axial, sólo se ha reportado un trabajo experimental para tres anillos [6]. Por esa razón, y como punto de partida, el objetivo de este trabajo es investigar, a través de simulaciones numéricas, la dinámica de una colisión simétrica entre tres y seis anillos de vorticidad, así como la formación de estructuras post-colisión. Existen variados mecanismos de generación de

anillos de vorticidad, aunque el más común [3] se basa en el desplazamiento de fluido en un arreglo cilindro-pistón, donde el tamaño y evolución de un vórtice dependen del recorrido del pistón y del diámetro del orificio de generación. Este método es implementado en las simulaciones numéricas de este trabajo. En [8] se desarrolla un completo estudio de la dinámica de vorticidad, caracterizando las propiedades fundamentales de un anillo.

Se han desarrollado a su vez trabajos tanto experimentales como numéricos orientados a estudiar la interacción de anillos de vorticidad entre sí y con otras estructuras, trabajos originados principalmente para la comprensión de la física de turbulencia. En esa línea, en [1] se realizó una simulación numérica de la interacción de dos

anillos de vorticidad colisionando bajo distintas condiciones iniciales, donde la reconexión de los tubos de vorticidad está asociada con una gran disipación de energía cinética, que además afecta otras propiedades del flujo. En [4-6], se implementó un método experimental para estudiar la colisión de dos anillos de vorticidad, observándose fuertes cambios de la energía cinética del sistema durante la colisión, producto de la disipación viscosa asociada a los gradientes de velocidad cerca de los anillos. En [9] se realiza la simulación numérica del impacto 3D de dos anillos de vorticidad, donde se observa un impacto axial con resultados similares a los obtenidos en [4]. En esa misma dirección, este trabajo aborda el problema de la colisión simétrica, entre tres y seis anillos de vorticidad idénticos, mediante simulación numérica laminar, transiente, y sin transferencia de calor cuyo fluido de trabajo es aire.

2. Descripción del trabajo realizado

2.1 Formulación

El dominio que se estableció para estudiar el fenómeno corresponde a una cámara hexagonal (con un fluido de viscosidad cinemática ν) en la que es posible replicar las condiciones de generación de experimentos recientes [4-6] y asegurar la simetría en la colisión de anillos de vorticidad. En estas estructuras compactas la vorticidad $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V}$ está distribuida en el corazón del anillo (toroidal), cuya dinámica está gobernada por la ecuación 1.

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{V} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{\omega} = \nu \nabla^2 \vec{\omega} \quad (1)$$

Debido al impulso físico que lo genera, un anillo de vorticidad posee velocidad autoinducida, U_a , que le permite desplazarse en línea recta dentro de un medio fluido. En la Figura 1 se puede observar una vista tri y bidimensional de un anillo de vorticidad, cuyos parámetros característicos son: D , diámetro característico, D_n , diámetro del núcleo característico que concentra la región de vorticidad, circulación calculada de acuerdo a la Ecuación 3 sobre el contorno ABCD de la figura 1 y la energía cinética (Ecuación 2).

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \rho \int |\vec{V}(t)|^2 dV \quad (2)$$

$$\Gamma = \oint_{ABCD} \vec{V} \cdot d\vec{l} \quad (3)$$

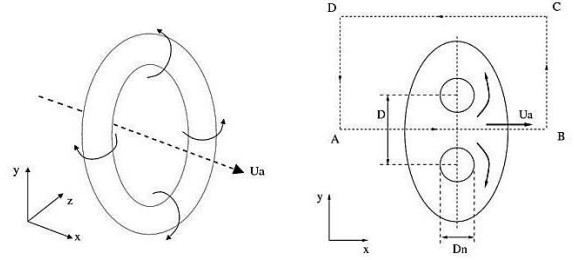


Fig. 1: Esquema de un anillo de vorticidad con sus dimensiones.

La geometría en la que se generan los anillos posee pequeñas cavidades en sus lados Figura 2. En las caras exteriores de estas cavidades se impone una señal de forzamiento externo $V(t)$ que controla el desplazamiento del volumen de aire contenido, simulando un mecanismo pistón. De esta forma se desplaza el aire contenido hacia el centro de la cámara a través del orificio del generador D_0 . Los gradientes de velocidad producidos causan el desprendimiento de la capa límite, iniciando el proceso de formación del anillo. Las dimensiones de la cámara de generación, se definen de forma tal que las condiciones de borde no afecten el desarrollo del anillo, de manera que la relación entre el ancho del dominio (W_c) y el diámetro del generador (D_0) sea del orden de $W_c = 10D_0$ como se sugiere en [6].

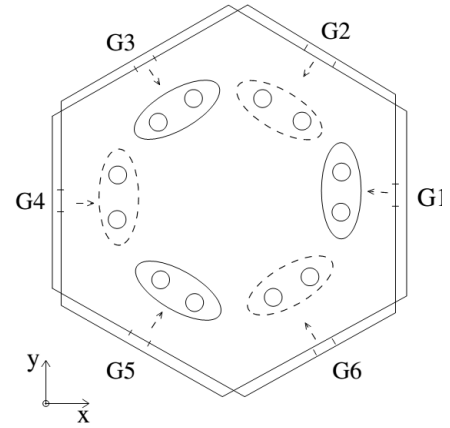


Figura 2: Esquema de la cámara de generación. Los anillos son creados en los generadores ubicados en las caras G1, a G6 cuyo orificio de salida tiene diámetro $D_0 = 15$ [mm].

Las ecuaciones del modelo se resuelven utilizando el código CFD FLUENT del paquete ANSYS 12.0. El solver utilizado en los cálculos es uno basado en la presión, y se establece una formulación implícita de las ecuaciones que permiten modelar el fenómeno en un régimen laminar, transiente y sin transferencia de calor (fluido a temperatura y condiciones ambientales). Se utiliza el esquema

SIMPLEC para la corrección del campo de velocidades y el criterio de convergencia es tal que el residuo máximo es inferior a 10^{-4} para las ecuaciones de momentum y continuidad. En la discretización temporal de primer orden, el paso de tiempo elegido es $\Delta t = 10^{-3}$ [s]. El número de iteraciones por paso de tiempo es variable pues está sujeto al criterio de convergencia. La elección del paso de tiempo asegura una buena resolución temporal de forma de percibir los gradientes de velocidad a la salida del generador durante los instantes en que se está formando un anillo de vorticidad. Cada simulación numérica se extiende por 2 [s] de tiempo real que equivalen a 2 días de cálculo en un cluster Dell de 24 procesadores. Una descripción detallada de las ecuaciones gobernantes y otros aspectos de la simulación pueden encontrarse en la documentación del código [10]. Para optimizar la relación entre la precisión de los resultados y la carga computacional se realizó una prueba de malla. Con la ayuda del software GAMBIT, se construyen tres mallas discretas 3D de la cámara de generación, variando la estructura que se utiliza como guía para el mallado del volumen completo así como el número de elementos de tipo tetraédrico. Las prestaciones de malla se evalúan mediante el procedimiento de estimación del error en la discretización, recomendado en [11]. Del análisis de malla se concluye que para optimizar la carga computacional y asegurar una adecuada precisión en los resultados, se utiliza la malla de mediana, ya que por un lado presenta un error más bajo en la estimación de las variables y la carga computacional asociada es aproximadamente 40 % más baja que la necesaria en el caso de la malla.

3. Descripción de los resultados de la investigación

3.1. Resultados para un anillo

En la Figura 3 se observa el desprendimiento de la capa límite durante el proceso de formación del anillo. La vorticidad durante el proceso de desprendimiento de la capa límite es acumulada en las paredes del orificio del generador, se desprende de éste y pasa a formar parte del núcleo del anillo de vorticidad recién creado. Posteriormente, el diámetro característico del anillo varía linealmente en el tiempo.

Se evalúa la circulación del anillo integrando la velocidad a lo largo del circuito cerrado ABCD de la Figura 1. En la Figura 4 los resultados muestran un rápido aumento de la circulación producto de la creación de vorticidad en las paredes del generador durante el desplazamiento del fluido por la cavidad externa del hexágono a través del orificio del generador. Se observa también el fenómeno denominado pinch-off, momento en

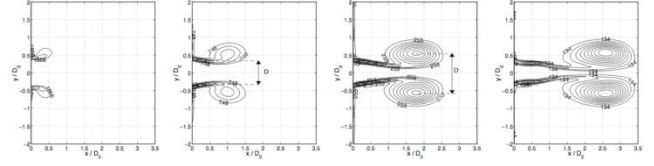


Figura 3: Secuencia temporal de isocontornos de vorticidad que muestran el desprendimiento de la capa límite durante la formación de un anillo de vorticidad

que el anillo alcanza el máximo de velocidad autoinducida U_a y su circulación deja de aumentar.

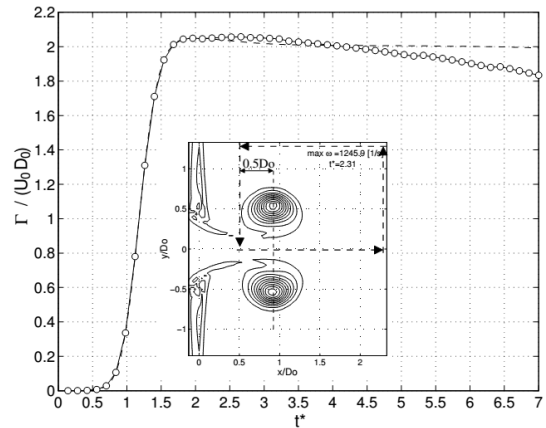


Figura 4: Circulación en función del tiempo adimensional $t^* = tU_a/D_0$, durante el proceso de formación del anillo.

3.2. Resultados de la colisión de tres y seis anillos de vorticidad

La Figura 5 muestra la progresión temporal de la colisión entre tres anillos de vorticidad idénticos cuyo número de Reynolds está definido por $Re = U_a D_0 / \nu$. Una vez terminado el proceso de formación, se desplazan en línea recta hacia el punto de colisión ($0.05 < t < 0.4$ [s]). El diámetro característico crece mientras que la velocidad de advección, circulación y energía cinética disminuyen progresivamente. Para ($0.6 < t < 1.2$ [s]) los tubos laterales de vorticidad de los anillos hacen contacto, y debido a que poseen vorticidad de signo opuesto, se acoplan generando dipolos de vorticidad que se mueven en sentido contrario a los anillos originales, produciendo una expansión de la estructura final de vorticidad. Luego de la reconexión de los tubos laterales se observa la reconexión de los tubos de vorticidad superiores de los anillos producto del contacto entre sí, dando lugar a dos anillos resultantes que salen eyectados en dirección perpendicular a la dirección de la colisión. Estos anillos pueden ser caracterizados de la misma forma que los anillos de vorticidad previo a la colisión ya sea por sus parámetros geométricos como diámetro característico y por sus parámetros cinemáticos

como su velocidad de advección, que se muestran en las Figuras 6 y 7 respectivamente.

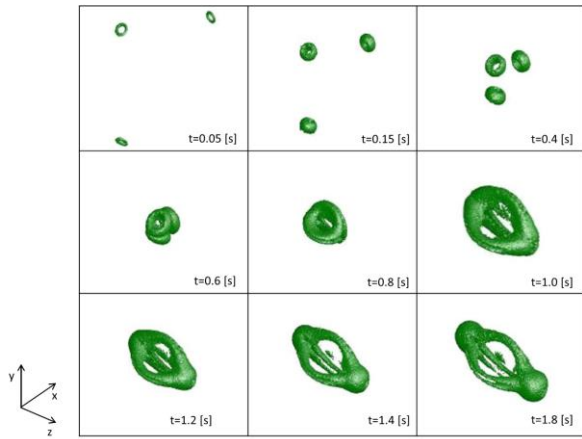


Figura 5: [3R] Evolución de los isocontornos de vorticidad, equivalentes la 30% de la vorticidad máxima. Donde $Re=440$ para los anillos previo a la colisión de tres anillos.

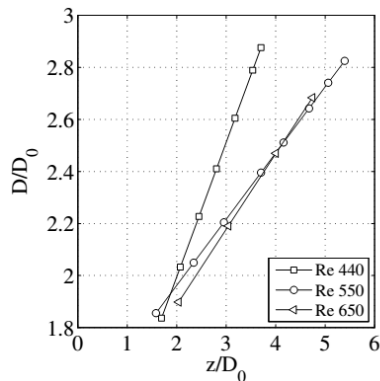


Figura 6: [3R] Diametro del anillo resultante posterior a la colisión de tres anillos de vorticidad

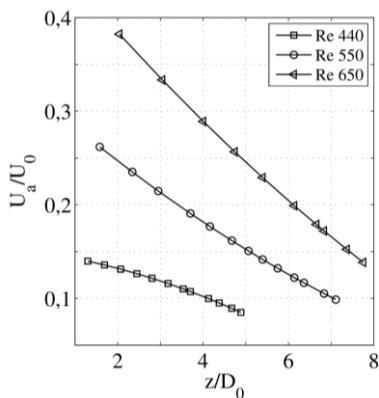


Figura 7: [3R] Velocidad autoinducida de los anillos resultantes en la colisión de tres anillos de vorticidad.

La progresión temporal de la colisión entre seis anillos de vorticidad se presenta en la Figura 8, donde tal como en el caso de tres anillos, una vez terminado el proceso de formación, los anillos se desplazan en línea recta hacia el punto de colisión ($0.05 < t < 0.4$ [s]) donde se observa un aumento del diámetro característico y la velocidad de advección, en tanto la circulación y energía cinética disminuyen progresivamente. Para ($0.6 < t < 1.2$ [s]) los tubos laterales de vorticidad de los anillos hacen contacto reconectándose levemente sin embargo no se observa la generación de dipolos de vorticidad. De forma similar al caso de tres anillos colisionando se observa la reconexión de los tubos de vorticidad superiores de los anillos producto del contacto entre sí, dando lugar a dos anillos que salen eyectados en dirección perpendicular a la dirección de la colisión.

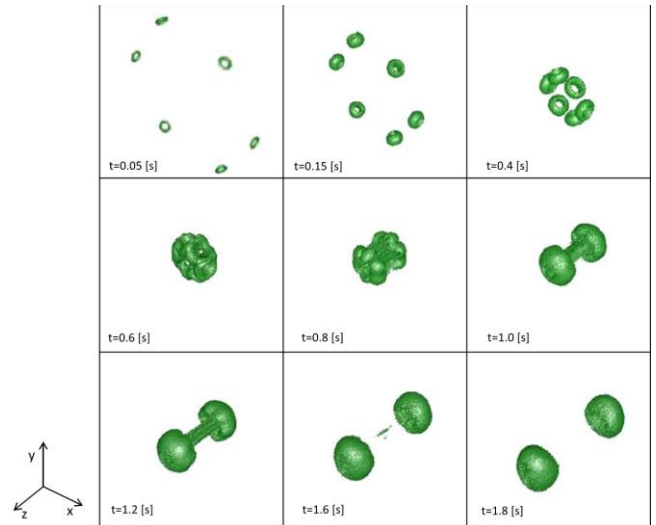


Figura 8: [6R] Evolución de los isocontornos de vorticidad, equivalentes la 30% de la vorticidad máxima. Donde $Re=440$ para los anillos previo a la colisión de seis anillos.

En las figuras 9 y 10 se presenta la evolución del diámetro característico y de la velocidad autoinducida de los anillos creados posterior a la colisión de seis anillos de vorticidad. Al comparar la magnitud de los valores reportados para la colisión de tres anillos se observa que el anillo creado en la colisión de seis es mas grande debido los seis anillos se encuentran entre sí cuando han recorrido una menor distancia desde el generador. Se observa también que la velocidad con que salen eyectados los anillos en la colisión de tres es mayor que en el caso de los anillos creados por la colisión de seis anillos de vorticidad, y posterior a esto los cambios en la velocidad en los anillos creados en la colisión de tres son mayores que los reportados para los anillos formados en la colisión de seis anillos.

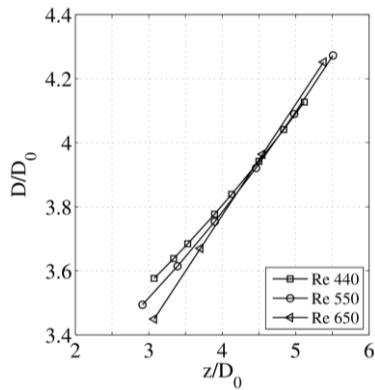


Figura 9: [6R] Diámetro del anillo resultante posterior a la colisión de seis anillos de vorticidad

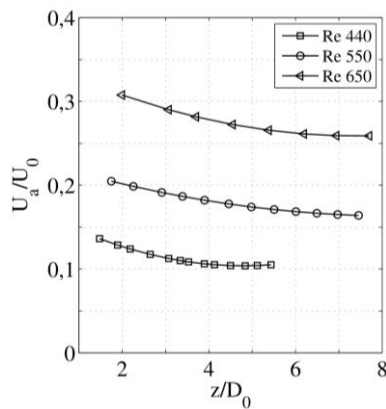


Figura 10: [6R] Velocidad autoinducida del anillo resultante posterior a la colisión de seis anillos de vorticidad

Un análisis del campo de velocidad en todo el volumen de control para tres instantes del proceso, entregó la evolución de la energía cinética E_{cin} cuando los anillos se desplazan en vuelo libre hacia el centro de colisión (Precolisión), cuando se produce el contacto entre los anillos (Colisión) y cuando las estructuras generadas en la colisión se alejan del centro evolucionando en vuelo libre (Post-colisión) tal como se muestra en las Figuras 11 y 12 para el caso de tres y seis anillos respectivamente. En la tabla 1 se resumen los valores obtenidos, allí es posible observar que, en principio, la energía cinética para la configuración de tres anillos de vorticidad corresponde a la mitad de la energía para seis anillos, sin embargo a medida que avanza el proceso esta relación se va haciendo mas pequeña debido a que los procesos de reconexión que se producen en cada caso son distintos y por lo tanto representan distintas magnitudes de disipación siendo mas marcada la disipación asociada a la formación de dipolos de vorticidad en la configuración de tres anillos. Posterior a la colisión la disipación viscosa producida por el desplazamiento en vuelo libre de los anillos es una de las razones por las que se presentan diferencias ya que en el caso de seis anillos de

vorticidad se observa una superficie mayor del anillo en contacto con sus vecinos (mayor proximidad), por tanto son mayores las zonas donde se produce disipación de energía cinética por fricción viscosa durante el movimiento natural de los anillos. Los ángulos de contacto son mayores en el caso de 6 anillos impidiendo así la eyección dipolar [2].

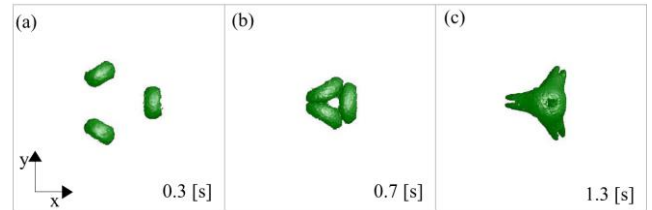


Figura 11: [3R] Isosuperficies de vorticidad al 30 % del máximo, para el cálculo de la energía cinética, en la configuración de tres anillos: (a) Antes de la colisión, (b) En colisión y (c) Después de la colisión.

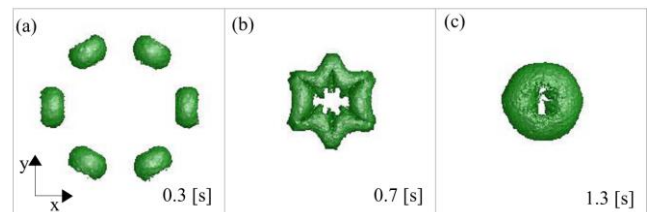


Figura 12: [6R] Isosuperficies de vorticidad al 30 % del máximo, para el cálculo de la energía cinética, en la configuración de seis anillos: (a) Antes de la colisión, (b) En colisión y (c) Después de la colisión.

Tabla 1: Resultados para el cálculo de la energía cinética (J)

Tipo	Pre. Col	Colisión	Post. Col
3 anillos	3.31e-06	1.19e-06	4.12e-07
6 anillos	6.51e-06	2.66e-06	1.68e-06

4. Conclusiones

Se realizó la simulación numérica 3D, transiente y laminar, de la interacción y colisión simultánea entre tres y seis anillos de vorticidad. Una vez que los anillos se han generado se desplazan en una trayectoria estable hacia el punto de colisión. El proceso de colisión comienza con una fuerte interacción entre los tubos laterales de vorticidad de los anillos cercanos, creando una estructura de vorticidad compleja durante el proceso. Previa a la colisión, la velocidad de advección y la circulación de los anillos disminuye progresivamente, mientras que el diámetro aumenta. Posterior a la colisión, es posible

observar la formación de nuevas estructuras en forma de dipolos de vorticidad, pero también, producto del acoplamiento de los tubos de vorticidad, se observa la generación de dos anillos que se mueven en dirección opuesta y perpendicular al plano de colisión con baja velocidad autoinducida.

La evolución de la energía cinética cuando los anillos se desplazan en vuelo libre es concordante con lo revisado en la bibliografía y en la colisión se observan alzas de energía provocadas por la eyección de las estructuras de flujo secundarias.

Agradecimientos

Trabajo financiado por CONICYT PFCHA/ Beca Nacional de Magister Convocatoria 2013 22131639.

Referencias

- [1] P. Chatelain D. Kivotides and A. Leonard, Reconnection of colliding vortex rings, *Phys. Rev. Lett.* 90, 054501, (2003).
- [2] T. Fohl and J. S. Turner, Colliding vortex rings, *Phys. Fluids* 18, 433-436, (1975).
- [3] M. Gharib, E. Rambod and K. Shariff, *J. Fluid Mech.*, 360, 121-140, (1998)
- [4] G. Arévalo, R. H. Hernández, C. Nicot and F. Plaza, vortex ring head-on collision with a heated vertical plate, *Phys. Fluids* 19, 083603, (2007).
- [5] R. J. Donnelly, Dynamics of vortex rings in viscous fluids, *Theor. Comput. Fluid Dyn.* 24, 433-435, (2010).
- [6] R. H. Hernández and E. Monsalve, Experimental observation of the collision of three vortex rings, *Fluid Dyn. Res.*, 47, 035513 (2015).
- [7] R. H. Hernández, B. Cibert and C. Beché, *Europhysics Letters*, 75, pp. 743-749 (2006).
- [8] P.G. Saffman, *Vortex Dynamics*. Cambridge University Press,(1992).
- [9] J. Astudillo, Memoria de Título, Ingeniería Mecánica, Universidad de Chile. (2008)
- [10] ANSYS Inc. ANSYS FLUENT 12 Theory Guide, 2009.
- [11] Fluids Engineering Division of ASME, Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications, Vol. 130, No. 7. (July 2008),

Anexo C

El siguiente documento corresponde a la versión preliminar del artículo a presentar en la revista Fluid Dynamic Research.

Numerical simulation of the symmetrical collision of multiple vortex rings

T. Reyes and R. H. Hernández¹ ‡

¹ LEAF-NL, Department of Mechanical Engineering, Universidad de Chile, Casilla 2777, Santiago, Chile

Abstract.

We investigate using numerical simulations the motion, interaction and simultaneous collision between many initially stable vortex rings arranged symmetrically in two initial configurations, making an angle of 120 or 60 degrees between their straight path lines. We report results with laminar vortex rings in air obtained through numerical simulations of the ring velocity, pressure and vorticity fields, both in free flight and during the entire collision. The preserved collision symmetries leading to the weak kinematic activity in the central collision zone for 6 rings is a first step into the development of an intermittent hydrodynamic trap for small and lightweight particles. Each collision was studied for different Reynolds numbers ranging from

Keywords: vortex rings, vortex dynamics, instabilities

‡ Corresponding author: rohernan@ing.uchile.cl

1. Introduction

El objetivo de este trabajo fue producir colisiones simétricas entre tres y seis anillos de vorticidad a fin de crear una región espacial autoconfinada para mantener el flujo de vorticidad y fructuaciones de fluido sin la necesidad de bordes sólidos. Para nuestro conocimiento, investigaciones anteriores han determinado los rasgos característicos de las estructuras de flujo cuando tres anillos colisionan simultáneamente, sin embargo la la colisión frontal y lateral entre dos anillos de vorticidad recibió gran atención en el pasado (Fohl & Turner 1975, Oshima 1977) y en (Kida et al. 1991, Kambe et al. 1993). En el presente trabajo estamos interesados en las estructuras de flujo espacio temporal producidas por eventuales reconexiones de tubos de vorticidad (Chatelain et al. 2003) cuando los anillos hacen contacto a ángulos mas grandes que el ángulo crítico

Esta idea hace sentido porque los anillos de vorticidad son estructuras que se autopropagan, fáciles de crear y bastante reproducibles cuando trabajan en régimen estable (Widnall & Sullivan 1973, Widnall & Tsai 1977). A bajos números de Reynolds ($Re < 600$, basados en la velocidad y diámetro del anillo) los anillos de vorticidad son laminar y estables, manteniendo su forma circular. En estas condiciones los anillos se pueden mover en linea recta y es posible lograr que estos se propaguen en un espacio definido con el fin de realizar medidas locales en tal región. A escala de laboratorio, es bastante simple crear un anillo de vorticidad empujando rápidamente una pequeña cantidad de fluido a través de un orificio, y esta simplicidad para crear estas fascinantes estructuras explica, en parte, la gran cantidad de artículos producto de investigaciones presente en la bibliografía (ver por ejemplo el revisión de (Shariff & Leonard 1992)), sin embargo colisiones simétricas que incluyen un mayor número de anillos nos son reportadas en la bibliografía.

Las propiedades y el comportamiento de un anillo de vorticidad individual, han sido reportados recientemente en dominios cerrados (Stewart & Vlachos 2012). Algunas propiedades de un anillo de vorticidad como la circulación o el diámetro versus el tiempo, difieren de situaciones donde el anillos se mueve libremente en un dominio abierto (Hernández et al. 2006). Como los anillos tienen momentum, se ha reportado en la literatura su interacción con bordes sólidos (Walker & Smith 1987) y con otras estructuras de fluido clásicas como la capa límite (Arévalo et al. 2010). En particular la colisión de un anillo de vorticidad con una pared caliente aumenta la transferencia de calor, mejorando la eficiencia del sistema (Arévalo et al. 2007). Otro concepto importante es el rol de los anillos en la turbulencia (Hwang & Eaton 2004). La interacción de anillos de vorticidad de múltiples tamaños, y el hecho de que pueden reconectarse fácilmente cuando colisionan, nos lleva a preguntarnos acerca de cómo cuenta el espectro de energía para la variedad de escalas de largo producidas por la colisión de anillos de alta energía cinética (Chatelain et al. 2003).

La versión mas simple de la colisión de anillos de vorticidad se encuentra en la colisión axial entre dos anillos de vorticidad similares donde luego de la reconexión se forman anillos mas pequeños, llenando el espectro de energía con pequeñas escalas (Lim & Nickels 1992). La colisión entre dos anillos de vorticidad puede ser muy fácil, incluso con anillos de distinto tamaño, circulación o velocidad autoinducida (Arévalo 2010).

Sin embargo, para obtener escalas más pequeñas después de una colisión, hay que aumentar el número de reconexiones y una posibilidad sería la de aumentar la fuerza del anillo, pero probablemente provocando inestabilidades en él (Widnall & Tsai 1977).

Una alternativa es realizar colisiones controladas entre muchos anillos estables (con pequeños números de Reynolds) organizados en configuraciones simples con el fin de forzar la vinculación de tubos de vorticidad específicos y reconectarlos durante la colisión (Arévalo 2010).

En el presente trabajo nosotros reportamos simulaciones numéricas en aire, con tres y seis anillos de vorticidad laminares colisionando simultáneamente. Estos son lanzados por generadores de vórtices localizados en los vértices de hexágonos imaginarios, dirigidos hacia el centro donde ocurre la colisión. Estábamos motivados por la producción de fructuaciones de velocidad y vorticidad locales restringidas a una región espacial autolimitada y sin la necesidad de bordes sólidos .

2. Problem formulation

Un anillo de vorticidad se define como una región de fluida compacta que posee vorticidad $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V}$ donde \vec{V} es el campo de velocidad en un punto. Debido al impulso físico que lo genera, un anillo de vorticidad posee velocidad autoinducida, U_a , que le permite desplazarse en línea recta dentro de un medio fluido. En la Figura 1.(a) se puede observar una vista en corte de un anillo de vorticidad, donde D_0 es el diámetro característico y a es el diámetro del núcleo característico que concentra la región de vorticidad. Además de las propiedades señaladas, los anillos de vorticidad pueden ser caracterizados por su energía cinética (Ecuación 1) y por su circulación (Ecuación 2).

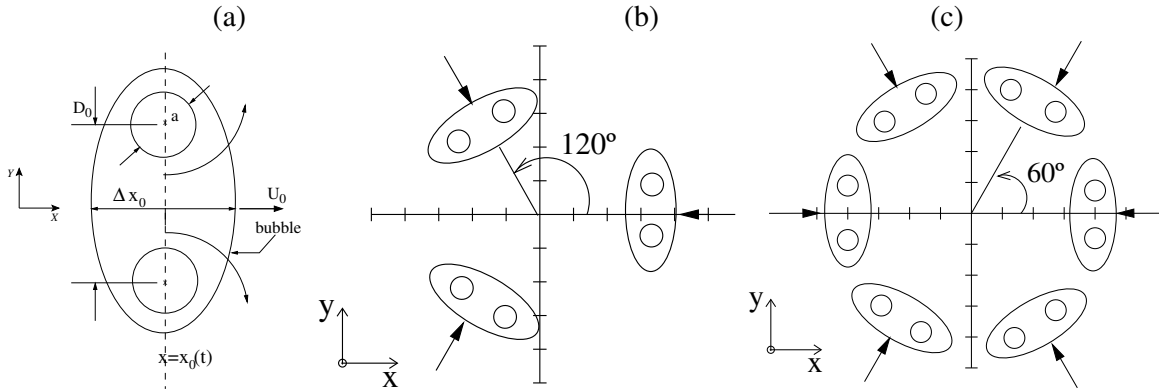


Figure 1. Casos de estudio: (a) Un anillo de vorticidad de diámetro D_0 , diámetro del núcleo a y velocidad autoinducida U_0 , en (b) Tres anillos de vorticidad separados en 120° , y en (c) Seis anillos de vorticidad separados en 60° desplazándose hacia un punto de colisión central

$$E_{cin} = \frac{1}{2}\rho \int |\vec{V}(t)|^2 dx dy dz \quad (1)$$

$$\Gamma = \oint_{\zeta} \vec{V} \cdot d\vec{l} \quad (2)$$

El problema consiste en simular la generación de anillos de vorticidad dentro de un dominio hexagonal en el que es posible replicar las condiciones de generación de experimentos recientes (Arévalo et al. 2007) y asegurar la simetría en la colisión de los anillos generados.

La geometría en la que se generan los anillos posee pequeñas cavidades en sus lados, en las caras exteriores de estas se impone una señal de forzamiento externo $V(t)$ que controla el desplazamiento del volumen de aire contenido, simulando un mecanismo pistón, de esta forma se desplaza el aire contenido hacia el centro de la geometría a través del orificio del generador (D_0). Los gradientes de

velocidad producidos causan el desprendimiento de la capa límite, iniciando el proceso de formación del anillo. Las dimensiones de la cámara de generación, se definen de forma tal que las condiciones de borde no afecten el desarrollo del anillo de vorticidad, de esta forma la relación entre el ancho del dominio (W_c) y el diámetro del generador es del orden de $W_c = 10D_0$ como se sugiere en (?). De igual forma, para observar el desarrollo de las estructuras generadas producto de la colisión, la profundidad de la cámara de generación es $L_c=20D_0$ y el ancho del generador es $W_g = 1.3D_0$.

2.1. Governing equations

Para un fluido Newtoniano, incompresible y en ausencia de gravedad, las ecuaciones que gobiernan el problema son la ecuación de conservación de masa (3) y la ecuación de Navier Stokes para el momentum (4).

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (4)$$

La dinámica de los anillos de vorticidad también se puede describir a través de la ecuación de vorticidad, que se obtiene tomando el rotor de la ecuación de Navier-Stokes (4) y que se escribe,

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{V} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{\omega} = \nu \nabla^2 \vec{\omega} \quad (5)$$

Donde el término $\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{\omega}$ corresponde a la derivada particular de la vorticidad ($\frac{D\vec{\omega}}{Dt}$). El término $(\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{V}$ describe la advección de la vorticidad producto de los gradientes del campo de velocidad, y el término del lado derecho, da cuenta de la difusión de la vorticidad por efecto de los esfuerzos viscosos.

2.2. Boundary conditions

Para generar los anillos de vorticidad de forma simultánea se impone una condición de velocidad uniforme ($V(t)$), bajo la forma de impulso temporal como el que se ilustra en la figura 2.a en las caras G1, G3 y G5 de la figura 2.b para el caso de tres anillos y en las caras G1 a G6 en el caso de seis anillos en colisión. Las caras restantes se consideran como paredes lisas y rígidas, y la velocidad en cada punto de estas paredes es nula debido a la condición de pared. Las superficies superior e inferior de la cámara de generación se consideran como una salida con condiciones de presión atmosférica P_a .

Boundary conditions in the computational domain for 3 rings are:

$$\left\{ \begin{array}{ll} G1, G3, G5 & \rightarrow u_x = u_y = u_p(t), u_z = 0 \\ G2, G4, G6 & \rightarrow u_x = u_y = u_z = 0 \\ z = -0.15, z = 0.15 & \rightarrow P_z = P_a \end{array} \right. \quad (6)$$

Boundary conditions in the computational domain for 6 rings are:

$$\left\{ \begin{array}{ll} G1 - G6 & \rightarrow u_x = u_y = u_p(t), u_z = 0 \\ z = -0.15, z = 0.15 & \rightarrow P_z = P_a \end{array} \right. \quad (7)$$

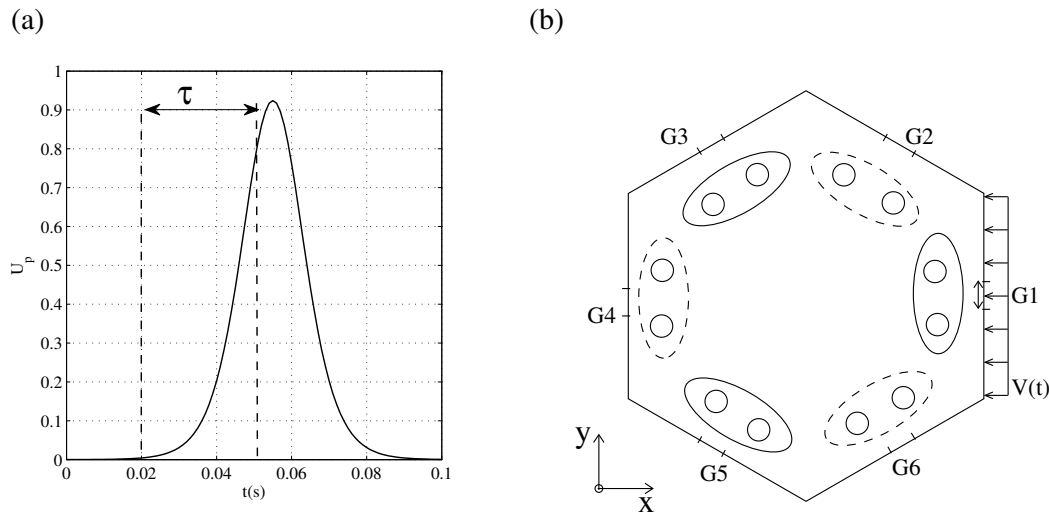


Figure 2. (a) Función de forzamiento impulsivo de velocidad utilizada para generar los anillos, donde τ es el tiempo de subida, (b) Esquema de las condiciones de borde impuestas para la generación de anillos de vorticidad, los anillos son creados en las caras G1, G4 y G5 para la colisión de tres anillos y en los generadores G1 a G6 para la colisión de seis, cuyo orificio de salida tiene diámetro $D_0=15$ [mm].

3. Numerical details

Las ecuaciones del modelo se resuelven utilizando el código CFD FLUENT del paquete ANSYS 12.0. El solver utilizado en los cálculos es uno basado en la presión, y se establece una formulación implícita de las ecuaciones que permiten modelar el fenómeno en un régimen laminar, transiente y sin transferencia de calor (fluido a temperatura y condiciones ambientales). Se utiliza el esquema SIMPLEC para la corrección del campo de velocidades y el criterio de convergencia es tal que el residuo máximo es inferior a 10^{-4} para las ecuaciones de momentum y continuidad. En la discretización temporal de 1^{er} orden, el paso de tiempo elegido es $\Delta t = 10^{-3}$ [s]. El número de iteraciones por paso de tiempo es variable pues está sujeto al criterio de convergencia. La elección del paso de tiempo asegura una buena resolución temporal de forma de percibir los gradientes de velocidad a la salida del generador durante los instantes en que se está formando un anillo de vorticidad. Cada simulación numérica se extiende por 2 [s] de tiempo real que equivalen a 2 días de cálculo en un cluster Dell de 24 procesadores. Una descripción detallada de las ecuaciones gobernantes y otros aspectos de la simulación pueden encontrarse en la documentación del código (?).

Para optimizar la relación entre la precisión de los resultados y la carga computacional se realizó un estudio de malla. Con la ayuda del software GAMBIT, se construyen tres mallas discretas 3D de la cámara de generación (1. Fina, 2. Mediana y 3. gruesa), variando la estructura que se usa como guía para el mallado del volumen completo así como el número de elementos de tipo tetraédrico. A partir de una geometría base y tipo de discretización, se utiliza un factor de crecimiento lineal α de los elementos, que permite mallar todo el volumen pero aumentando la resolución espacial en la zona donde transita el anillo de vorticidad para resolver los gradientes de velocidad y determinar con mayor precisión la evolución del anillo. Las prestaciones de malla se evalúan mediante el procedimiento de estimación del error en la discretización, recomendado en (?). Este procedimiento consiste en definir un tamaño representativo de celda o malla denominado h (ec.8) sobre una línea, área o volumen,

dependiendo de la variable a analizar. En nuestro caso se realiza un análisis de volumen y uno lineal. El análisis del mallado en volumen se lleva a cabo para evaluar la precisión de los resultados a nivel global y el análisis lineal se realiza para evaluar la precisión a lo largo del eje transversal del anillo, donde se obtiene el perfil de velocidad característico de este a partir del cual es posible obtener tanto parámetros geométricos como cinemáticos. Los valores de h calculados a partir de la ecuación 8 se resumen en la tabla 1, donde el total de volumen considerado para el cálculo de h_{vol} es de $2.25e - 02$ y el largo del tramo en z para el cálculo de h_{lineal} es de $0.101[m]$.

$$h = \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\Delta l_k) \right]^{(1/n)} \quad (8)$$

Donde Δl_k es el largo o volumen de la k -ésima celda, N es el número de celdas sobre este tramo o volumen, y n es la dimensión en la que se realiza el análisis.

Se define a su vez el factor de refinamiento de malla $r = \frac{h_{gruesa}}{h_{fina}}$ que, basado en resultados experimentales, debe ser mayor a 1.3. En la tabla 1 se presentan los valores obtenidos para el análisis de mallado en volumen y en una línea.

Malla	$\Delta_i [m]$	α	$\Delta_f [m]$	N_{vol}	$h_{vol} [m]$	r_{vol}	N_{lineal}	$h_{lineal} [m]$	r_{lineal}
(1)	0.2 e-3	1.1	10 e-3	6.56 e+5	3.24 e-3	–	387	0.25e-3	–
(2)	0.3 e-3	1.1	10 e-3	2.89 e+5	4.27 e-3	$r_{21}=1.31$	280	0.35e-3	$r_{21}=1.41$
(3)	0.4 e-3	1.2	10 e-3	1.08 e+5	5.92 e-3	$r_{32}=1.38$	213	0.46e-3	$r_{32}=1.31$

Table 1. Detalle tipos de mallado con refinamiento progresivo (factor α) de tamaño de elementos Δ_i , Δ_f

A partir de los parámetros de malla se calcula el orden aparente del método como se muestra en la ecuación 9.

$$p = \frac{1}{\ln(r_{21})} \left| \ln \left| \frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right| + q(p) \right| \quad (9)$$

Donde:

$$q(p) = \ln \left(\frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s} \right) \quad (10)$$

$$s = 1 \cdot \text{sgn} \left(\frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{32} &= \phi_3 - \phi_2 \\ \varepsilon_{21} &= \phi_2 - \phi_1 \end{aligned} \quad (12)$$

ϕ_i denota la variable analizada en la i -ésima malla, que en el caso volumétrico es la integral de vorticidad sobre el volumen completo y en el análisis unidimensional es la velocidad.

Para obtener el valor de p se implementa un método iterativo en el que se establece un valor inicial para la expresión 10, a partir del cual se minimiza el error con el valor obtenido por la expresión 9.

Luego se calculan los valores extrapolados para la variable evaluada como se muestra en la ecuación 13

$$\begin{aligned} e_{ext}^{21} &= \frac{(r_{21}^p \phi_1 - \phi_2)}{(r_{21}^p - 1)} \\ e_{ext}^{32} &= \frac{(r_{32}^p \phi_2 - \phi_3)}{(r_{32}^p - 1)} \end{aligned} \quad (13)$$

Finalmente para evaluar los resultados se definen los errores de estimación, relativo aproximado e_a^{21} (Ec.)14, relativo extrapolado e_{ext}^{21} (Ec. 15) y el índice de convergencia de malla GCI_{fine}^{21} (Ec.16).

$$e_a^{21} = \left| \frac{\phi_1 - \phi_2}{\phi_1} \right| \tag{14}$$

$$e_{ext}^{21} = \left| \frac{\phi_{ext}^2 1 - \phi_1}{\phi_{ext}^2 1} \right| \tag{15}$$

$$GCI_{fine}^{21} = \frac{1.25e_a^{21}}{r_{21}^p - 1} \tag{16}$$

Los resultados del procedimiento descrito para el análisis del mallado en volumen y en una línea se resumen en las tablas 2 y 3 respectivamente. En ambas tablas se presentan, el valor de la variable (ϕ), obtenido a partir del uso de las mallas fina, media y gruesa (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3), los valores extrapolados ϕ_{ext}^{21} y ϕ_{ext}^{32} , el índice de convergencia de malla GCI_{fine}^{21} y GCI_{fine}^{32} y el orden aparente del modelo.

En la tabla 2 para el análisis del mallado sobre el volumen se observa que los valores obtenidos por los distintos ya sea por los tres tipos de mallas analizadas, como por la extrapolacion representan diferencias relativamente bajas y que en particular el error cometido al utilizar la malla gruesa en vez de la media es $GCI_{32} = 1.52\%$ y el error cometido al utilizar la malla media en vez de la fina es $GCI_{21} = 0.45\%$ es decir el uso de la malla media en vez de la fina implica un error tres veces menor que el uso de la malla gruesa sobre la media, por lo tanto desde el análisis de malla en volumen representa una opción que ofrece precisión en los resultados y una carga computacional razonable.

ϕ	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_{ext}^{21}	ϕ_{ext}^{32}	GCI_{fine}^{21}	GCI_{fine}^{32}	p
$N_1, N_2, N_3 (e5)$	6.56	2.89	1.08	–	–	–	–	–
$\int \omega dV$	0.027	0.027	0.026	0.027	0.027	0.447	1.521	4.445

Table 2. Resultados de análisis del error de estimación debido a discretización en volumen del tipo de malla para la variable $\phi = \int \omega dV [(1/s)(m^3)]$

Del análisis lineal se muestran solo 11 de los 201 puntos analizados sobre el eje z en la tabla 3. Bajo cada columna se muestran los promedios de los datos analizados sobre el tramo del eje z. A partir de los resultados de este análisis se observa que el error cometido al utilizar la malla gruesa en vez de la media es $GCI_{32} = 3.29\%$ y el error cometido al utilizar la malla media en vez de la fina es $GCI_{21} = 2.53\%$. En los gráficos de la figura 3 se muestra el perfil de velocidad axial, a partir de los valores obtenidos por la malla fina, media y gruesa (Figura 3.a) y los valores de ϕ extrapolados con la barras de error asociados al índice de convergencia (Figura 3.b), se observan diferencias minimas entre los tipos de malla y el perfil obtenido por los valores extrapolados muestran un buen ajuste sobre los valores originales, al tiempo que los errores dados por GCI_{21} son levemente notorios sobre el perfil analizado.

Del análisis de malla se concluye que para optimizar la carga computacional y asegurar una adecuada precisión en los resultados, se va a utilizar la malla de tamaño medio, ya que por un lado presenta un error mas bajo en la estimación de las variables y la carga computacional asociada es aproximadamente 40% mas baja que la necesaria en el caso de la malla fina.

z	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_{ext}^{21}	ϕ_{ext}^{32}	GCI_{fine}^{21}	GCI_{fine}^{32}	p
N_1, N_2, N_3	387	280	213	—	—	—	—	—
-0.042	0.019	0.020	0.018	0.019	0.020	0.426	2.941	4.090
-0.032	0.048	0.046	0.049	0.050	0.042	4.982	5.102	1.795
-0.022	0.177	0.177	0.165	0.177	0.177	0.004	0.356	3.793
-0.012	0.435	0.492	0.472	0.402	0.507	9.417	3.809	3.125
-0.002	4.845	4.753	4.718	4.925	4.792	2.060	1.017	2.362
0	4.831	4.750	4.757	4.839	4.749	0.205	0.027	4.480
0.002	4.843	4.758	4.737	4.879	4.770	0.925	0.304	3.757
0.012	0.421	0.449	0.462	0.385	0.428	10.773	5.845	1.758
0.022	0.142	0.158	0.156	0.139	0.159	2.533	0.469	4.884
0.032	0.048	0.049	0.044	0.047	0.052	1.957	7.936	3.667
0.042	0.019	0.020	0.019	0.019	0.020	0.097	1.025	3.231
mean	—	—	—	—	—	2.53%	3.29%	3.26

Table 3. Resultados de análisis del error de estimación debido a discretización lineal del tipo de malla para la variable ϕ que en este caso corresponde a la velocidad en [m/s])

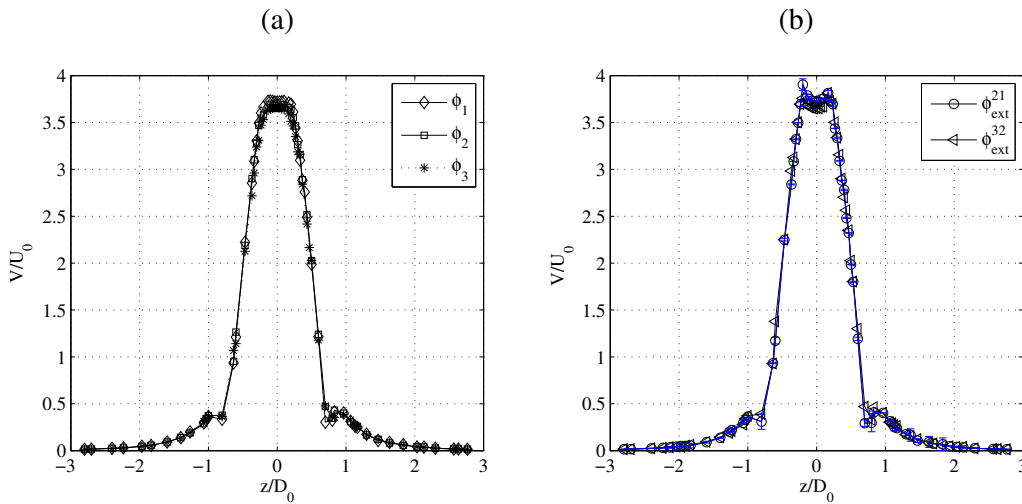


Figure 3. Perfil de velocidad de un anillo cuando se encuentra a una distancia $1D_0$ del generador, para (a) Valores obtenidos de las mallas Fina (1), media (2) y gruesa(3) y (b) Valores extrapolados con las barras de error calculadas a partir del índice de malla fina GCI_{21}

4. Results

4.1. Esquema de la colisión

En la figura 4 se muestra la progresión temporal de la colisión entre tres anillos de vorticidad idénticos. Una vez terminado el proceso de formación, se desplazan en línea recta hacia el punto de colisión ($0.05 < t < 0.4$ [s]). El diámetro característico aumenta mientras que la velocidad de advección, circulación y energía cinética disminuyen progresivamente. Para $0.6 < t < 1.2$ [s] los tubos laterales de vorticidad de los anillos hacen contacto, y debido a que poseen vorticidad de signo

opuesto, se acoplan generando dipolos de vorticidad que se mueven en sentido contrario a los anillos originales, produciendo una expansión de la estructura final de vorticidad (Lim & Nickels 1992) . Luego de la reconexión de los tubos laterales se observa la reconexión de los tubos de vorticidad superiores de los anillos producto del contacto entre sí, dando lugar a dos anillos que salen eyectados en dirección perpendicular a la dirección de la colisión. Estos anillos pueden ser caracterizados de la misma forma que los anillos de vorticidad previo a la colisión.

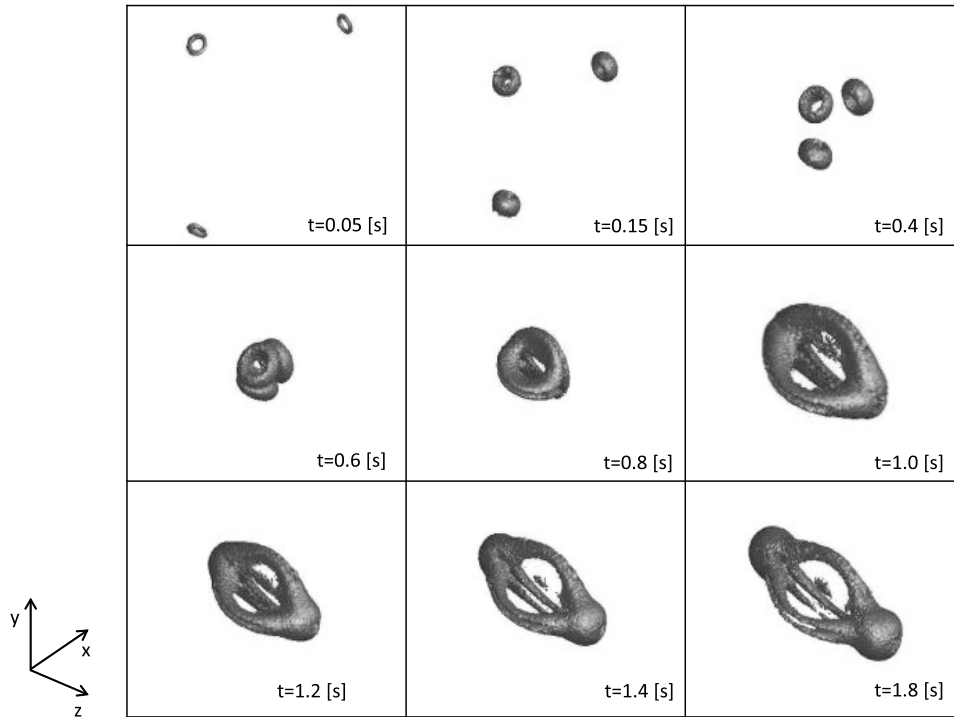


Figure 4. Evolución de las isosuperficies de vorticidad equivalentes la 30% de la vorticidad máxima. Donde $Re=440$ para los anillos previo a la colisión de tres anillos

En la figura 5 se muestra la progresión temporal de la colisión entre seis anillos de vorticidad idénticos. Tal como en el caso de tres anillos, una vez terminado el proceso de formación, los anillos se desplazan en línea recta hacia el punto de colisión ($0.05 < t < 0.4$ [s]) observándose un aumento del diámetro característico y la velocidad de advección, en tanto la circulación y energía cinética disminuyen progresivamente. Para $0.6 < t < 1.2$ [s] los tubos laterales de vorticidad de los anillos hacen contacto reconectándose levemente sin embargo no se observa la generación de dipolos de vorticidad. De forma similar al caso de tres anillos colisionando se observa la reconexión de los tubos de vorticidad superiores de los anillos producto del contacto entre sí, dando lugar a dos anillos que salen eyectados en dirección perpendicular a la dirección de la colisión.

4.2. Single ring properties in air

La velocidad autoinducida de los anillos se determina a partir de la ecuación 17, donde X_1 y X_2 se obtienen a partir de las series de velocidad de la figura 6.(a) en los tiempos t_1, t_2 . En las figuras 7.a y 7.b se muestra la evolución de la velocidad autoinducida para un anillo de vorticidad en las configuraciones de tres y seis anillos respectivamente. Se observa que la velocidad del anillo decae

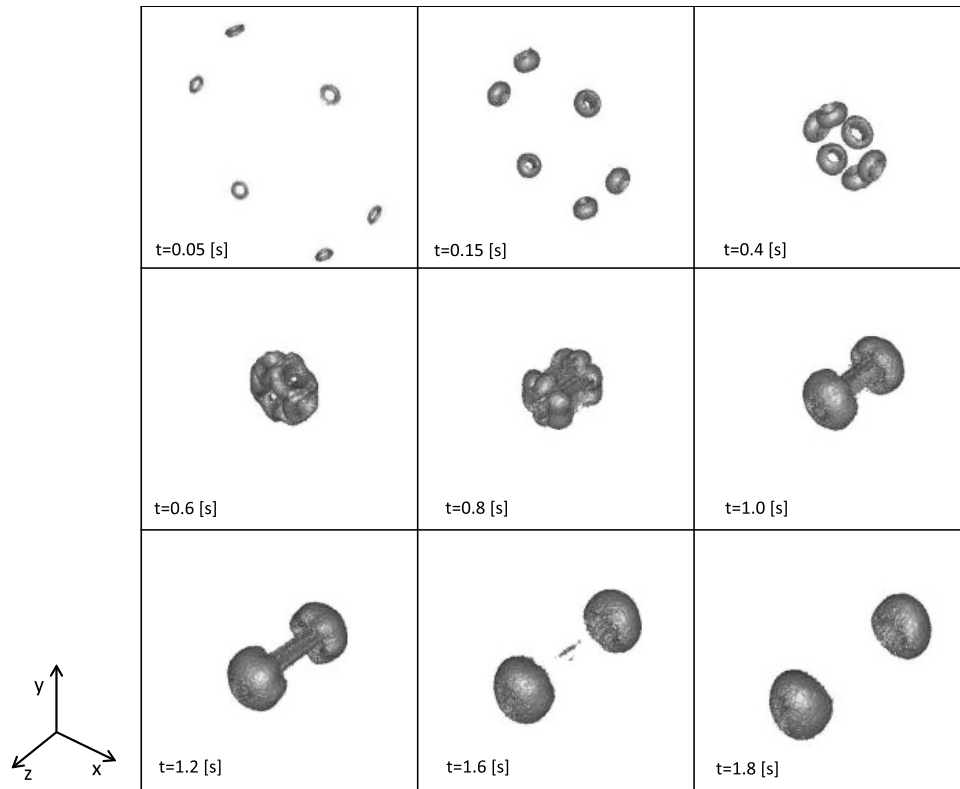


Figure 5. Evolución de las isosuperficies de vorticidad, equivalentes la 30% de la vorticidad máxima. Donde $Re=440$ para los anillos previo a la colisión de seis anillos

de forma cuadrática a medida que este acerca al centro de colisión para ambas configuraciones, y que a mayor número de Reynolds mayor es la amplitud de la velocidad. A pesar de la similitud en los resultados, se observa que la velocidad de los anillos en la configuración de seis es mas baja que la de tres anillos en colision, a medida que se aproximan, debido a que en esta configuracion el volumen de aire contenido en el centro de la colisión es mayor, por tanto al ser confinado ejerce una reacción opuesta sobre los anillos ralentizandolos.

$$U_a = \frac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1} \tag{17}$$

Los parametros geometricos de un anillo de vorticidad se pueden obtener a partir del perfil de velocidad sobre el eje transversal del mismo como se muestra en la figura 6.(b).

Los resultados de la evolución del radio del anillo obtenidos en el presente trabajo y en resultados experimentales presentados por (Hernández et al. 2006) se muestran en las figuras 8.a y 8.b respectivamente. En ambos casos se observa una tendencia de crecimiento lineal e independencia de la velocidad de los anillos. Las diferencias en la magnitud del radio de los anillos están determinadas por parámetros del generador como su diámetro. Y la diferencia en tiempo de medición queda determinada por la velocidad de los anillos.

En las figuras 9.(a) y 9.(b) se muestra el perfil de velocidad de un anillo de vorticidad obtenido en experimentos llevados a cabo por (Arévalo et al. 2007), cuando el anillo se encuentra a distancias $2D_0$ y $3D_0$ respectivamente. En las figuras 10.a, 10.b y 10.c, se muestra el perfil de velocidad de uno de los anillos de la configuración de tres anillos, cuando se encuentra a una distancia de $1D_0$, $2D_0$ y $3D_0$ del generador. El mismo análisis para uno de los anillos de la configuración de seis se muestra en las

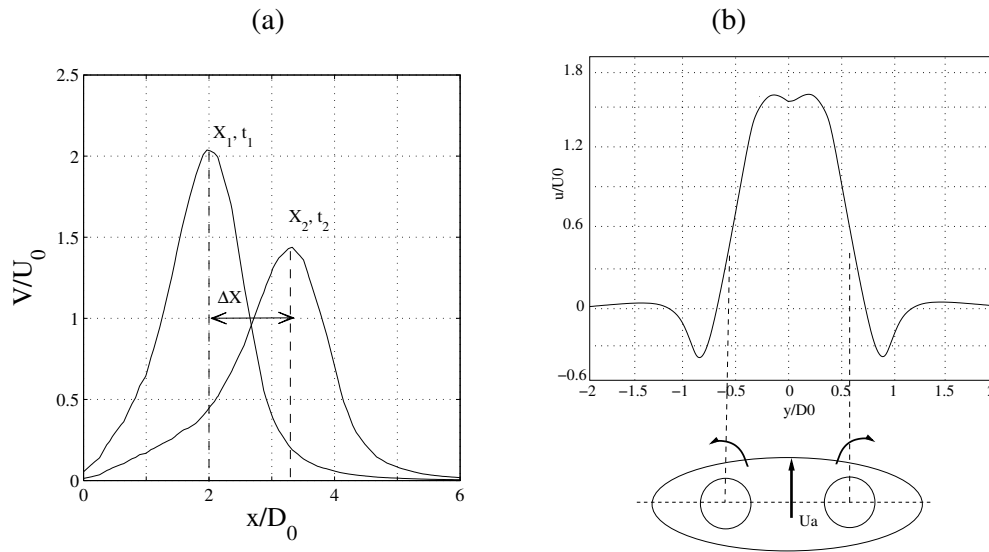


Figure 6. (a) Series de velocidad a partir de las que se determina la posición del anillo en un tiempo dado y por tanto la velocidad autoinducida de este (b) Perfil de velocidad de un anillo de vorticidad en un sistema de referencia fijo. Se aprecia el diámetro del anillo y del núcleo a partir del perfil de velocidad.

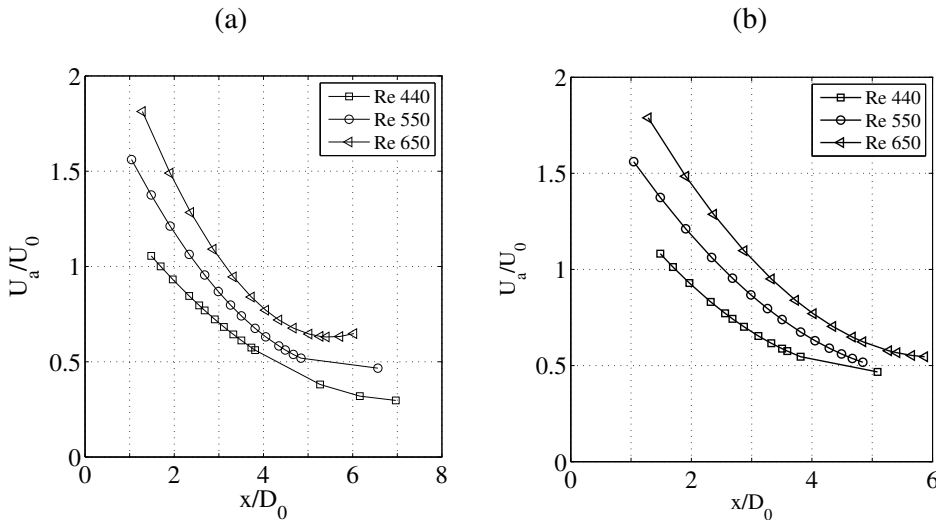


Figure 7. Evolución de la velocidad autoinducida versus la posición del anillo cuando se desplaza hacia el centro de la colisión para (a) Tres anillos y (b) Seis anillos en colisión

figuras 11.a, 11.b y 11.c, donde es posible observar que la magnitud de la velocidad en los tres puntos analizados es la misma que en la configuración de tres anillos. Tanto en resultados experimentales como en la presente simulación se observa que la amplitud de la velocidad disminuye a medida que el anillo se aleja del generador y que el número de Reynolds influye de forma proporcional sobre la amplitud de la velocidad. Las diferencias en la amplitud del perfil sobre el eje se deben principalmente a la presencia de los múltiples anillos en los casos estudiados en el presente trabajo que hacen que el anillo se expanda y se frene, tal como se observa en el trabajo de (Arévalo 2010). En los tres casos se tiene un perfil correspondiente al perfil típico de un anillo de vorticidad que se debe a una contribución no lineal entre el perfil de velocidad asociado a la rotación en torno a los centros de vorticidad y el

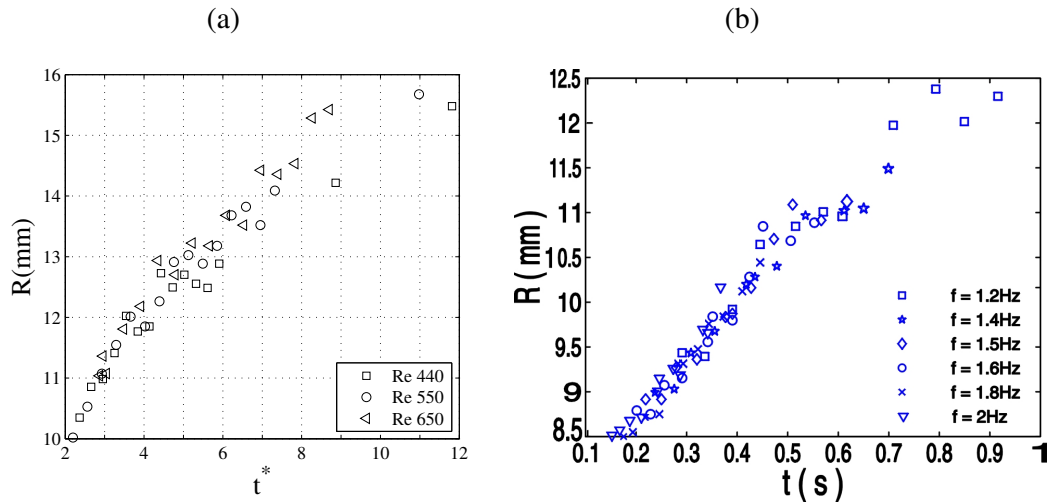


Figure 8. Evolucion del radio del anillo, cuando se desplaza en vuelo libre. Resultados obtenidos a partir de (a) Simulación numérica, y (b) Experimentos llevados a cabo por (Hernández et al. 2006)

perfil de velocidad asociado a la velocidad autoinducida del anillo.

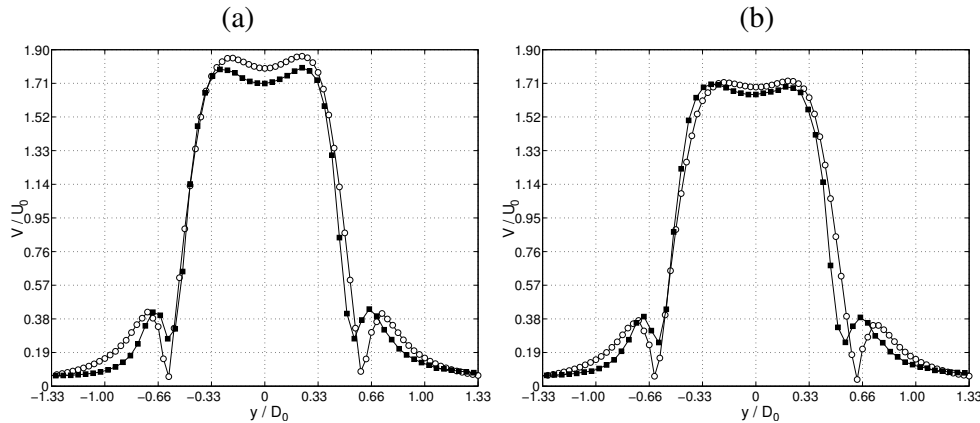


Figure 9. Perfil velocidad de un anillo a distancias (a) $2D_0$ y (b) $3D_0$ de la salida del generador, obtenidos a partir de experimentos llevados a cabo por (Arévalo et al. 2007)

En la figuras 12.a, 12.b y 12.c se muestra el perfil de vorticidad de un anillo, a una distancia $1D_0$, $2D_0$ y $3D_0$ del generador, para la configuración de 3 anillos en colision y en las figuras 13.a, 13.b y 13.c se muestra el mismo parametro para la configuración de 6 anillos en colisión.. Se observa para ambos casos que la amplitud de la vorticidad disminuye a medida que el anillo se aleja del generador y que el número de Reynolds influye de forma proporcional sobre esta. Al comparar los resultados de las figuras 12 y 13 es posible notar que presentan valores de vorticidad bastante similares por tanto no es posible establecer una influencia del numero de anillos en colisión sobre este parámetro.

En los gráficos de las figuras 14.a y 14.b se muestra la evolución de la circulación luego de la formación, obtenidos en la presente simulación numérica y en experimentos llevados a cabo por (Hernández et al. 2006), respectivamente. Se observa para ambos casos que la circulación tiende a decaer con el tiempo o la distancia al generador, esto se debe principalmente a efectos viscosos sobre

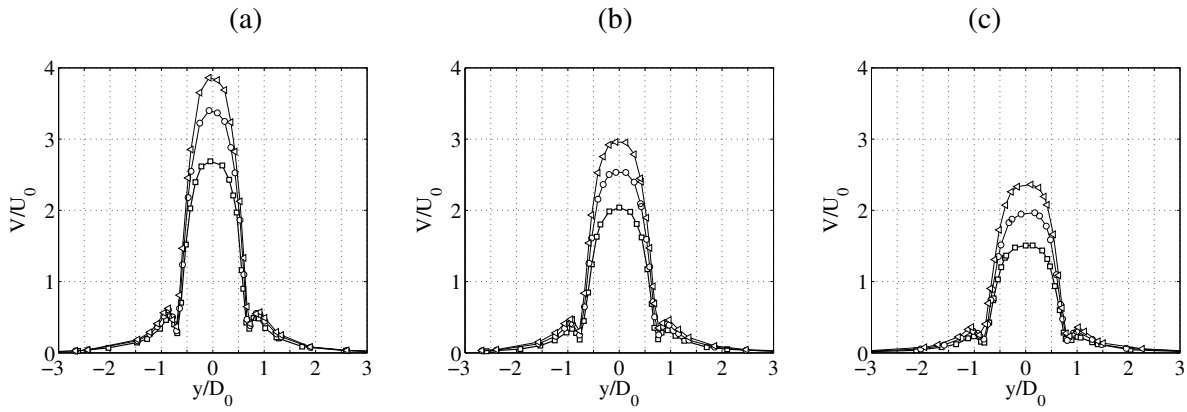


Figure 10. Perfil de velocidad de un anillo a distancias (a) $1D_0$, (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ de la salida del generador, en la configuración de tres anillos en colisión

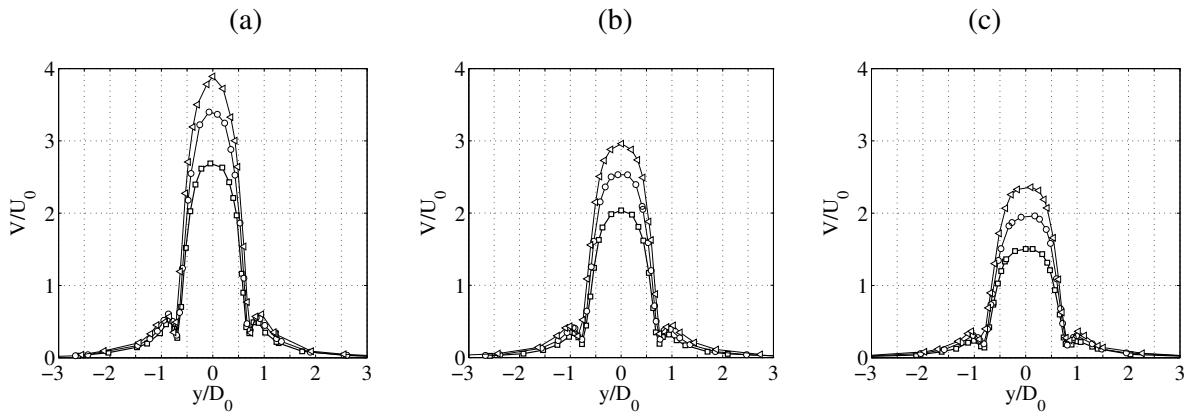


Figure 11. Perfil velocidad de un anillo a distancias (a) $1D_0$, (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ de la salida del generador, en la configuración de seis anillos en colisión

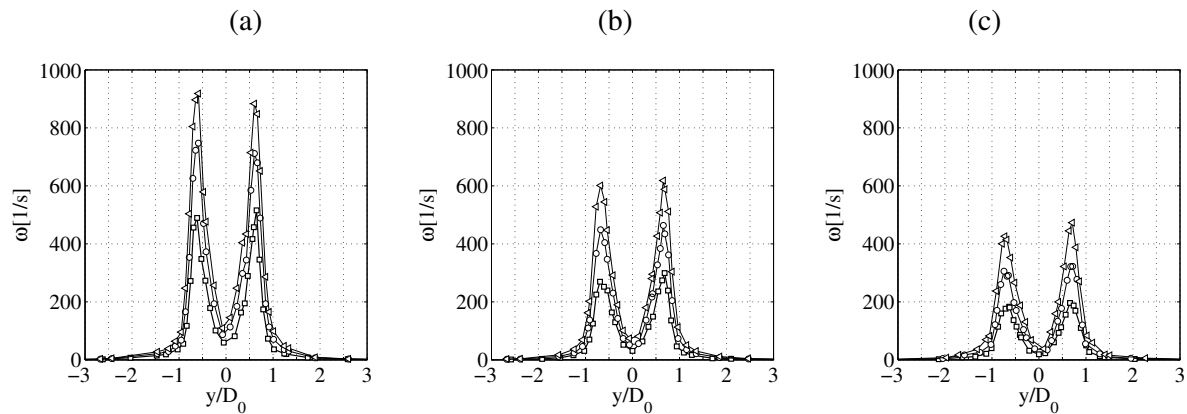


Figure 12. Perfil de vorticidad de un anillo a distancias (a) $1D_0$, (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ de la salida del generador, en la configuración de tres anillos en colisión

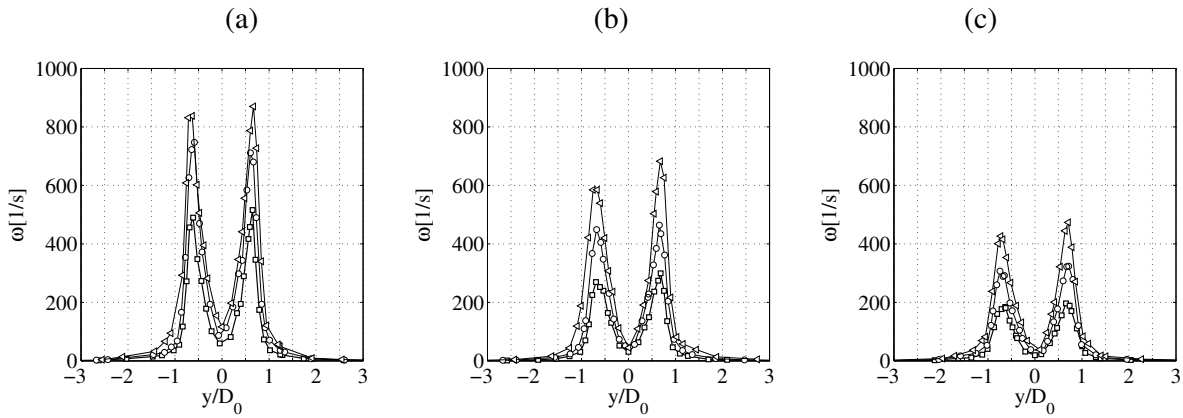


Figure 13. Perfil de vorticidad de un anillo a distancias (a) $1D_0$, (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ de la salida del generador, en la configuración de seis anillos en colisión

el anillo. Se observa a su vez que la circulación tiende a amplificarse con el numero de Reynolds.

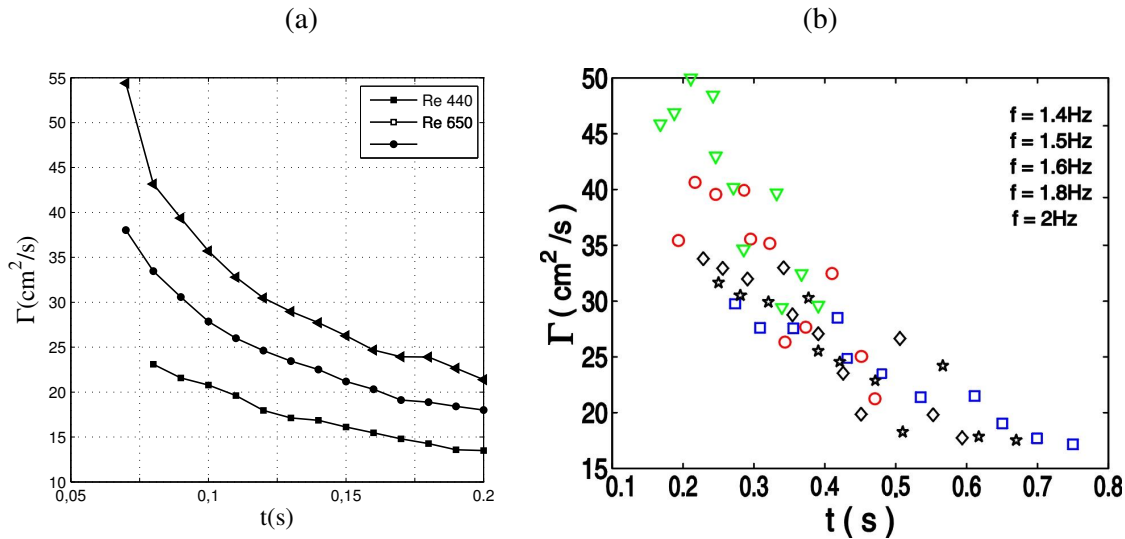


Figure 14. Evolucion de la circulacion del anillo, cuando se desplaza en vuelo libre. Resultados obtenidos a partir de (a) Simulacion numerica, y (b) Experimentos llevados a cabo por (Hernández et al. 2006)

4.3. Collision between 3 rings in air

4.4. Secondary flow structures

Una vez que los anillos de vorticidad se han desplazado una distancia de $7D_0$ del generador, se produce el primer contacto entre ellos por medio de los tubos laterales de estos, formando estructuras denominadas dipolos de vorticidad. En la figura 15.a se observa el perfil del módulo de la velocidad a través del eje transversal de un dipolo, cuando este se encuentra a una distancia $1D_0$ del centro de colisión, se puede notar que a medida que el número de Reynolds crece, el módulo de la velocidad

aumenta y que las dimensiones de los dipolos formados son independiente del valor de este último, ya que la posición del máximo y mínimos locales es aproximadamente la misma para las tres curvas..

En las figuras 15.b y 15.c se muestra el perfil de las componentes de velocidad v_x y v_y , se observa que hay predominancia de la componente de velocidad v_x que determina la dirección de movimiento del dipolo. En la figura 16.a se muestra la evolución de la posición del dipolo de vorticidad desde que se genera, donde se observa que el numero de Reynolds y en la figura 16.b se muestra la velocidad de estos mismos, se observa que a mayor número de Reynolds mayor es la velocidad con que salen eyectados los dipolos de vorticidad.

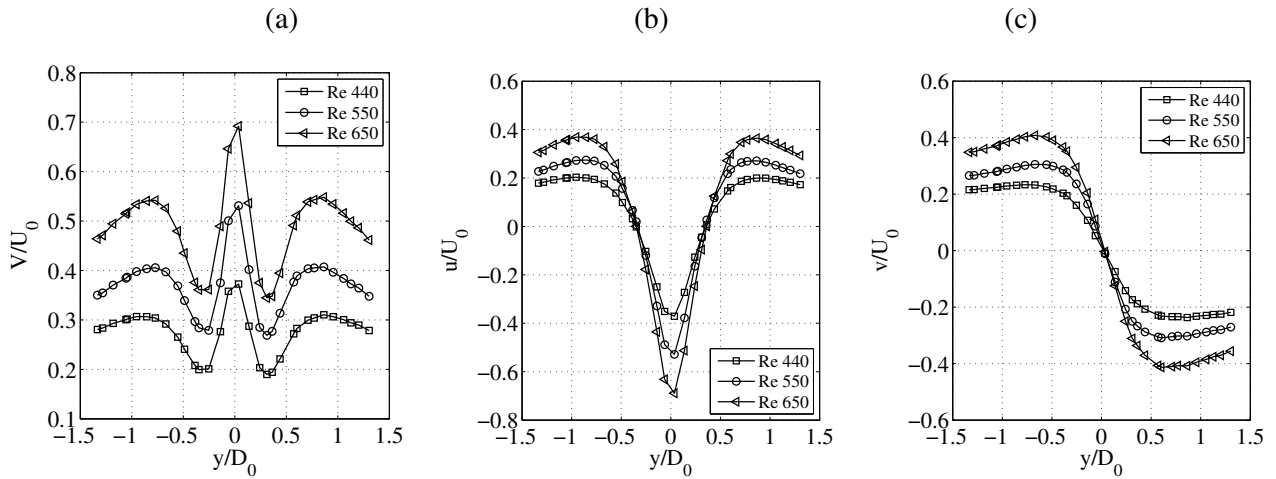


Figure 15. Perfil de velocidad a través del eje transversal de un dipolo de vorticidad. (a) Magnitud de la velocidad. (b) Componente en el eje x. (c) Componente en el eje y

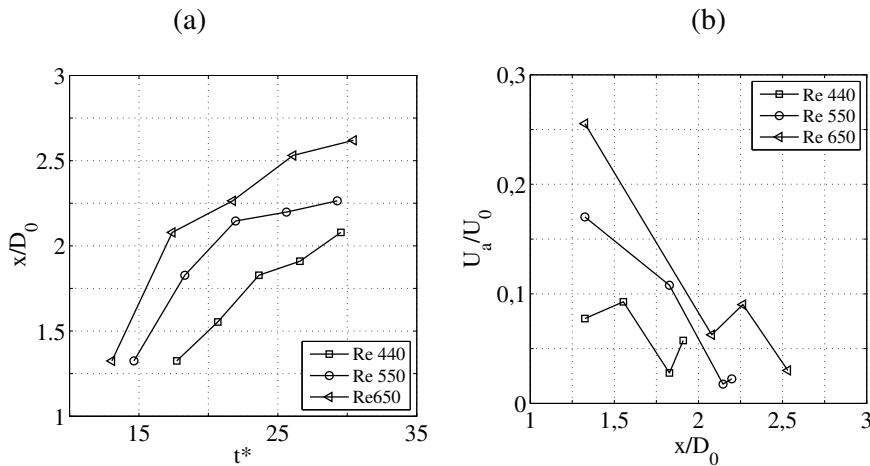


Figure 16. (a)Evolución de la posición de uno de los dipolos de vorticidad versus el tiempo. (b) Evolución de la velocidad de uno de los dipolos versus la posición.

Una vez formados los dipolos de vorticidad, comienza la reconexión de los tubos superiores de los anillos, formando dos anillos que salen eyectados sobre el eje z, la forma inicial de estos anillos es triangular debido a la configuración de la colisión y a medida que los anillos se alejan del centro

de van tomando forma circular, estos anillos pueden ser caracterizados por su diámetro y velocidad autoinducida, que se muestran en las figuras 17.a y 17.b, dónde se observa que los anillos se expanden a medida que se alejan del punto de colisión y que a mayor número de Reynolds mayor es la velocidad con que salen eyectados.

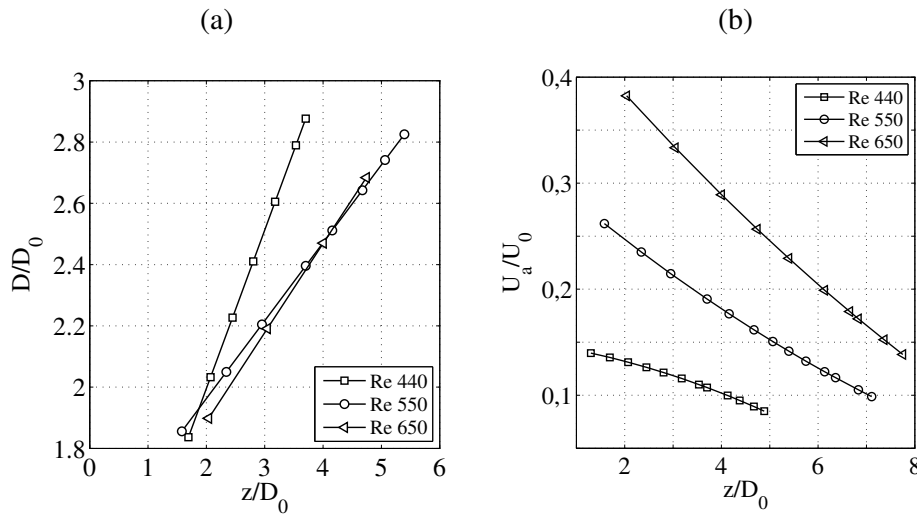


Figure 17. (a) Evolución del diámetro y (b) Velocidad autoinducida , versus la posición de los anillos formados producto de la colisión, en la configuración de tres anillos de vorticidad

Si bien el estudio de anillos de vorticidad en colisión simétrica es escaso, la validación se realiza en base a resultados recientes obtenidos por (?). Donde se estudia el perfil de velocidad sobre el eje z de las estructuras de vorticidad secundarias, cuando se encuentran a distancias $1D_0$, $2D_0$ y $3D_0$ del centro. Los resultados del mismo análisis obtenidos en este trabajo se muestran en la figura 18, donde se presentan los isocontornos de velocidad y a su derecha el perfil de velocidad sobre los ejes σ_1 y σ_2 . Se observa un perfil simétrico para la velocidad sobre σ_1 y σ_2

4.5. Collision between 3 rings in air

4.6. Secondary flow structures

Tal como se puede ver en el diagrama de la colisión la reconexión de los tubos de vorticidad laterales es mas débil que en el caso de tres anillos colisionando, por lo que no se observa la generación de dipolos de vorticidad. Con respecto a la reconexión de los tubos de vorticidad superiores se observa la formación de dos anillos de vorticidad que salen eyectados en dirección perpendicular a la dirección de la colisión. La forma inicial de los anillos esta determinada por la configuración de los anillos que colisionan por tanto los anillos formados son hexagonales en un principio para luego evolucionar a una forma circular. En las figuras 20.a y 20.b se muestra la evolución del diámetro y la velocidad de los anillos generados posterior a la colisión. Se observa que el diámetro de los anillos aumenta linealmente y que equivale aproximadamente al doble del diámetro de los anillos formados en el caso de la colisión de tres. Se observa que los anillos disminuyen su velocidad a medida que se alejan del punto de colisión y que su magnitud es inferior a la velocidad de los anillos obtenidos en la colisión de tres. Se puede notar que el diámetro de los anillos es independiente del número de Reynolds y que en cambio la amplitud de la velocidad aumenta para números de Reynolds mas altos.

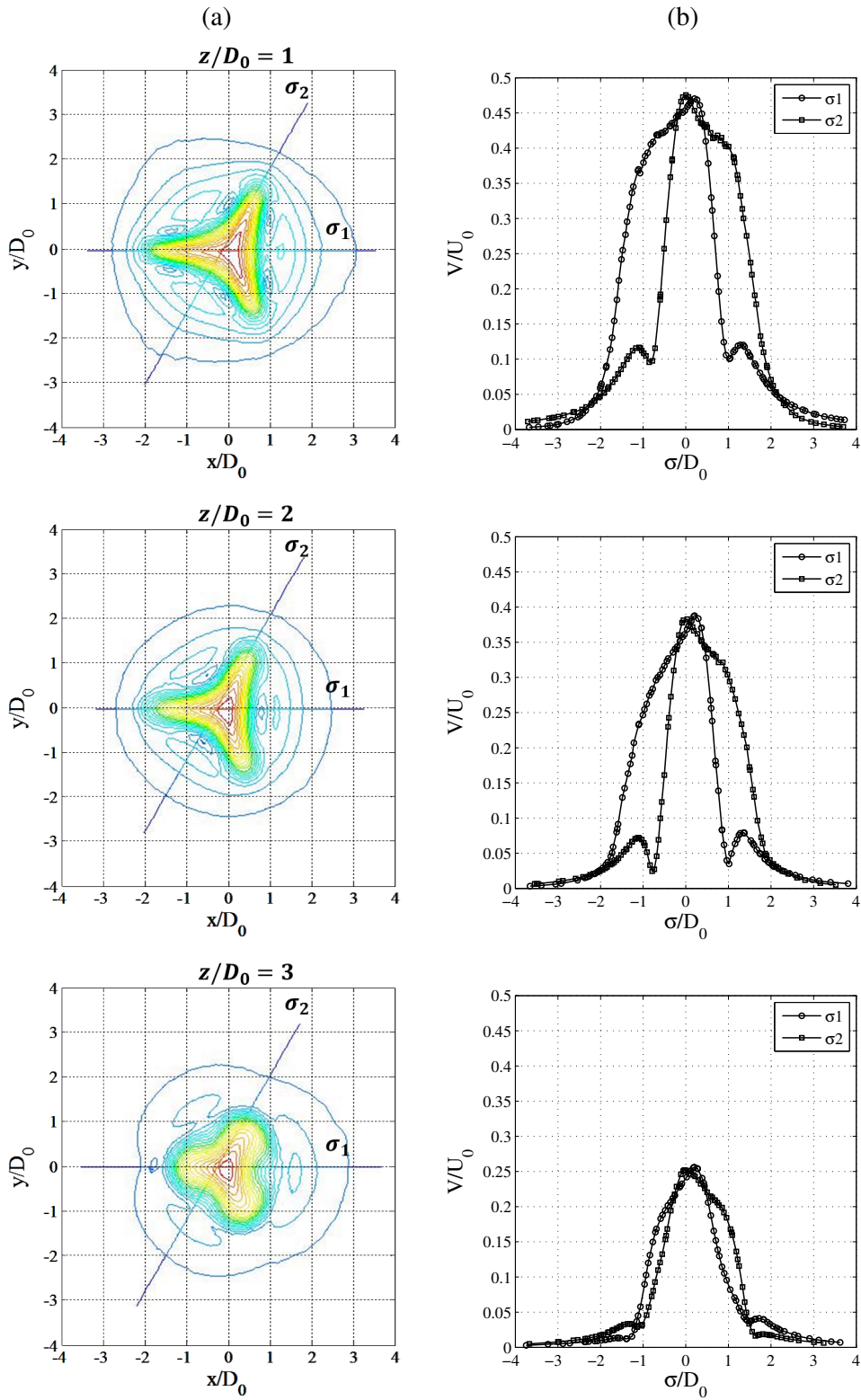


Figure 18. Perfil de velocidad sobre el eje z de las estructuras de vorticidad secundarias, cuando se encuentran a distancias $1D_0$, $2D_0$ y $3D_0$ del centro.. Resultados obtenidos a partir de Simulacion numerica

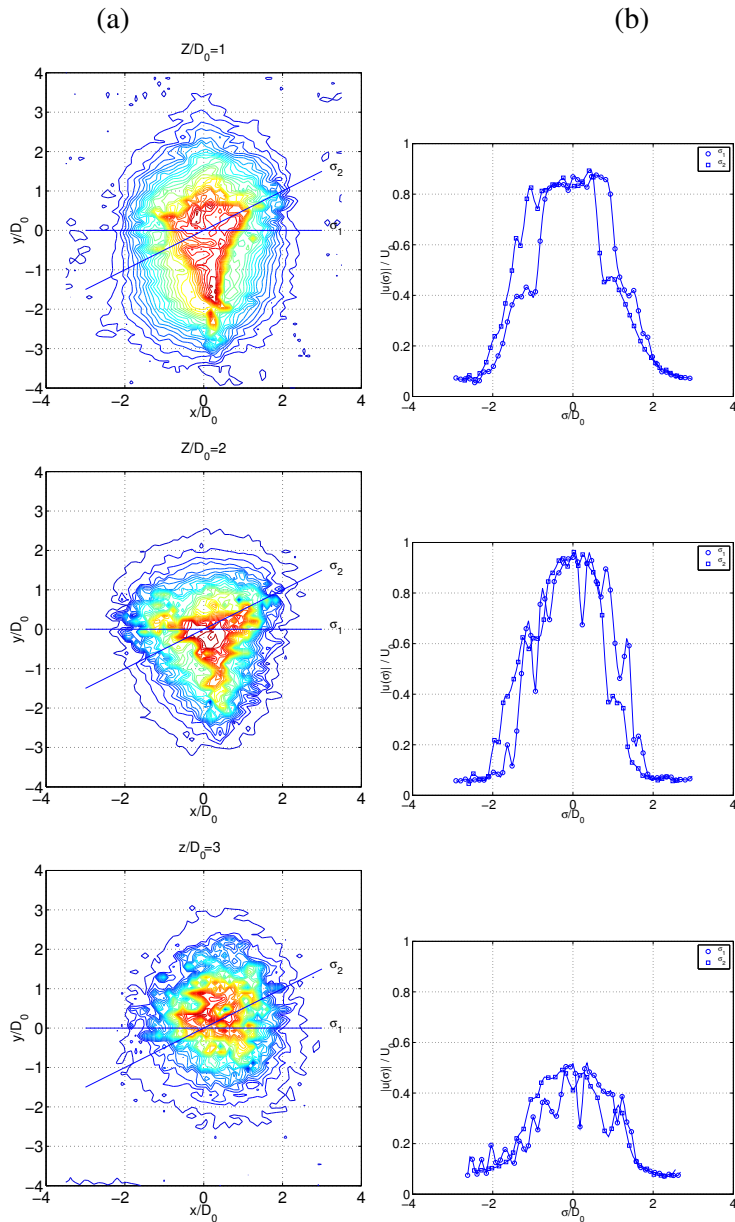


Figure 19. Perfil de velocidad sobre el eje z de las estructuras de vorticidad secundarias, cuando se encuentran a distancias $1D_0$, $2D_0$ y $3D_0$ del centro.. Resultados obtenidos a partir de experimentos llevados a cabo por (?)

4.7. Uso potencial: trampa hidrodinamica

Para evaluar un uso potencial como trampa hidrodinámica se analiza la presión y velocidad el centro del volumen de control. Primero se revisa la evolución de la presión y velocidad cuando los anillos se desplazan hacia el centro de colisión que se muestra en las figuras 21 y 22 para los casos de tres y seis anillos respectivamente. En ambos casos se observa un aumento en la presión en el centro del volumen de control a medida que los anillos se acercan entre sí. La forma de la curva de presión en el centro para el caso de tres es menos simétrica que en el caso de seis anillos debido a que en este último el aporte es de dos anillos como se puede observar en el gráfico de velocidad de la figura 22.

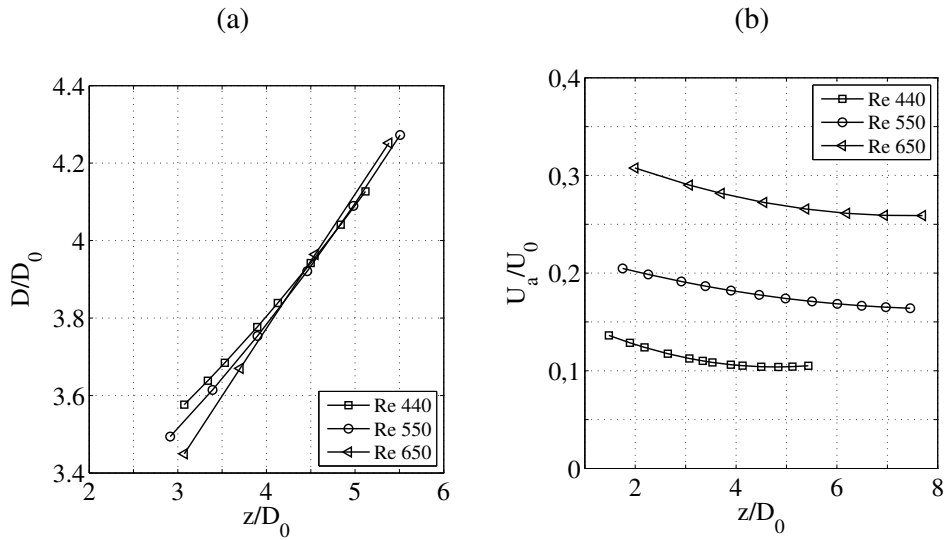


Figure 20. (a) Evolución del diámetro y (b) Velocidad autoinducida , versus la posición de los anillos formados producto de la colisión, en la configuración de seis anillos de vorticidad

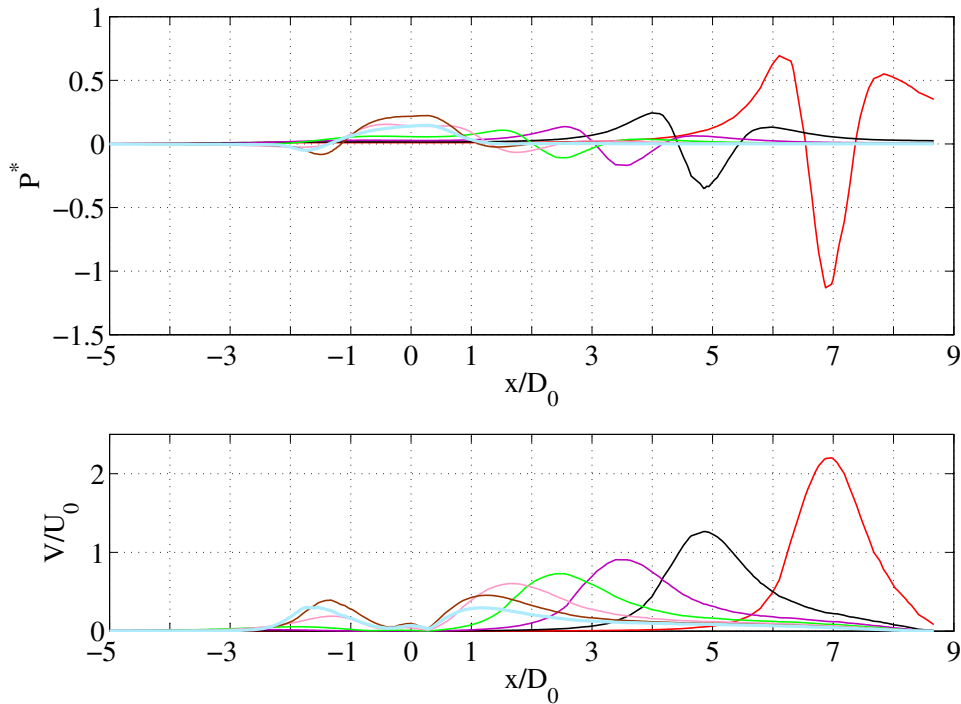


Figure 21. Evolución de la presión y velocidad a través del eje de simetría para el caso de tres anillos desplazándose hacia el centro de colisión

En las figuras 23.a, 23.b y 23.c se muestra la presión a través del eje x , para la colisión de 3 anillos de vorticidad, cuando los anillos formados se encuentran a una distancia $1D_0$, $2D_0$, y $3D_0$ del centro de colisión. En las figuras se observa un máximo alrededor del centro de colisión y dos mínimos locales, que indican, en el semieje negativo, la presencia de un dipolo de vorticidad que se está formando y en el semieje positivo el centro del anillo proveniente del primer generador. Se

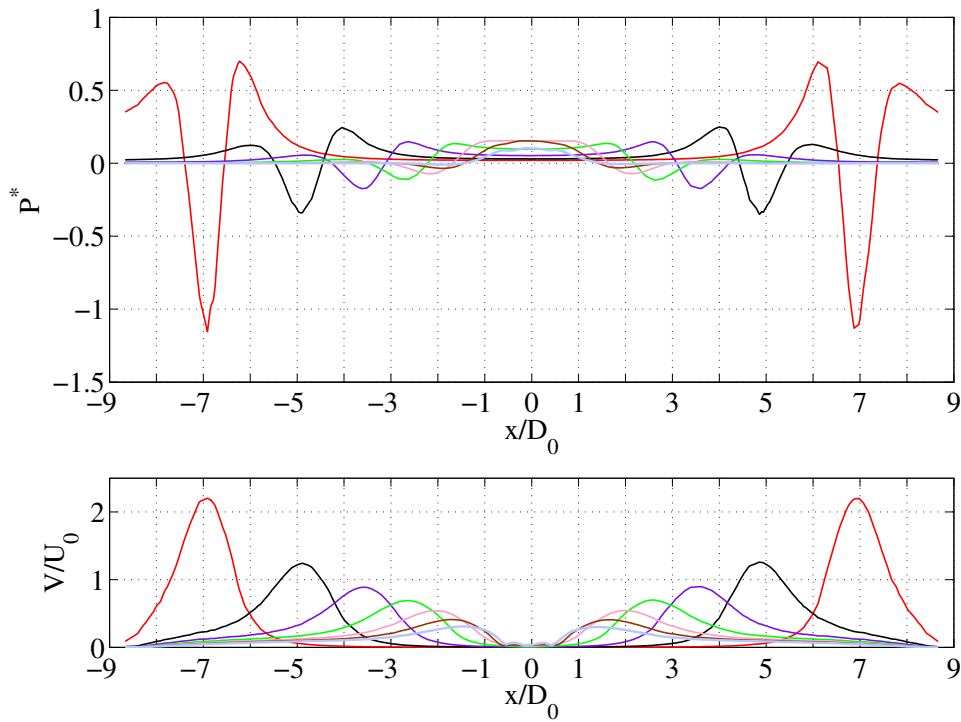


Figure 22. Evolución de la presión y velocidad a través del eje de simetría para el caso de seis anillos desplazándose hacia el centro de colisión

observa que la magnitud de la presión en el centro de colisión a través del eje x disminuye a medida que las estructuras formadas se alejan del punto de colisión.

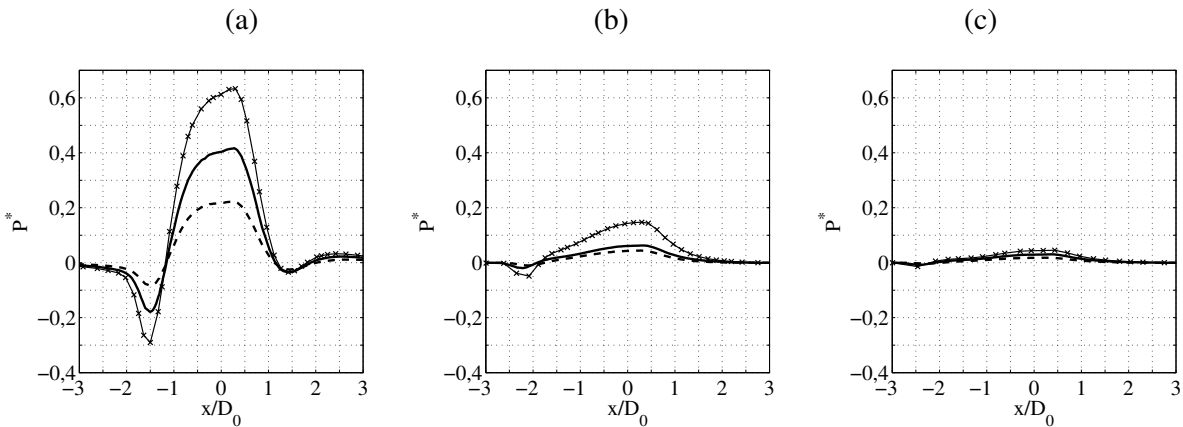


Figure 23. Perfil de presión a través del eje x, cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias de (a) $1D_0$, (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de tres anillos de vorticidad en colisión

En la figuras 24.a, 24.b y 24.c se muestra la evolución de la presión a través del eje y, donde se observa un máximo en el centro de colisión y dos mínimos locales que indican la posición de los brazos de los anillos que comienzan a reconectarse para formar dipolos de vorticidad. Se observa que la magnitud de la presión en el centro de colisión a través del eje y disminuye a medida que las

estructuras formadas se alejan del punto de colisión.

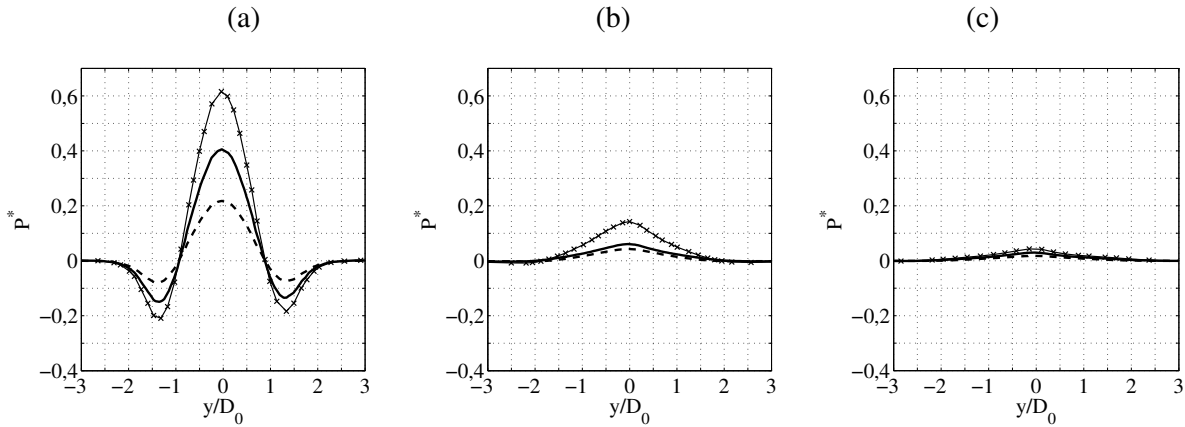


Figure 24. Perfil de presión a través del eje y , cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias de (a) $1D_0$, (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de tres anillos de vorticidad.

En las figuras 25.a, 25.b y 25.c se muestra la evolución de la presión a través del eje z . Tanto desde el semieje positivo como negativo se observa la presencia de dos máximos locales que se corresponden con los tubos superiores de los anillos que empiezan a reconectarse para formar los anillos que posteriormente saldrán eyectados por el eje z . En el centro de colisión se observa un máximo de presión que disminuye a medida que las estructuras formadas se alejan del punto de colisión.

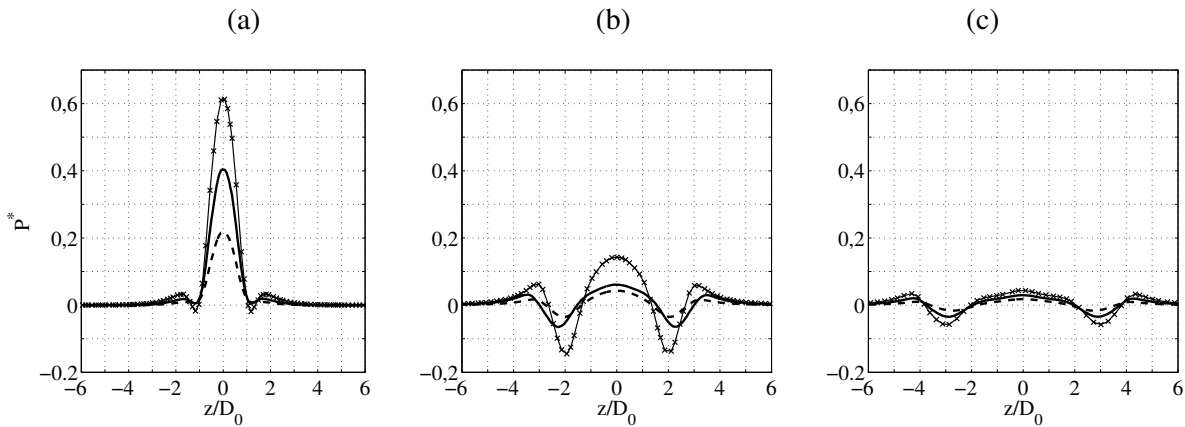


Figure 25. Perfil de presión a través del eje z , cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) $1D_0$, (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de tres anillos de vorticidad en colisión

En las figuras 26.a, 26.b y 26.c se muestra la presión a través del eje x , para la colisión de 6 anillos de vorticidad, cuando los anillos formados se encuentran a una distancia $1D_0$, $2D_0$, y $3D_0$ del centro de colisión. En las figuras se observa un máximo de presión alrededor del centro de colisión y dos mínimos locales, que representan el centro de los anillos provenientes de los generadores que están sobre el eje x . Se observa que la magnitud de la presión en el centro de colisión a través del eje x disminuye a medida que las estructuras formadas se alejan del punto de colisión.

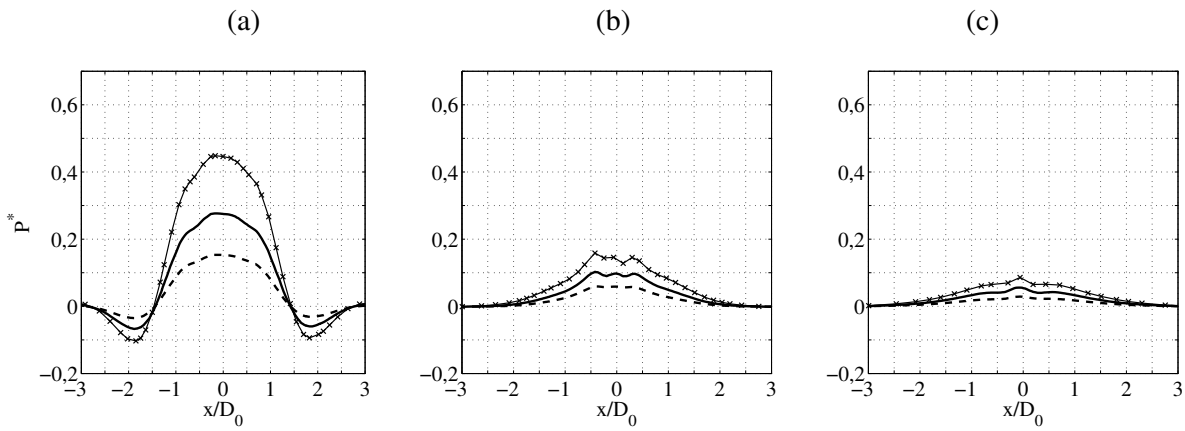


Figure 26. Perfil de presión a través del eje x, cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) $1D_0$, (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de seis anillos de vorticidad en colisión

En la figuras 27.a, 27.b y 27.c se muestra la evolución de la presión a través del eje y, para la colisión de 6 anillos de vorticidad. Se observa un máximo en el centro de colisión y dos mínimos locales que indican las zonas donde comienza la reconexión de los anillos de la zona superior e inferior del generador. Se observa que la magnitud de la presión en el centro de colisión a través del eje y disminuye a medida que las estructuras formadas se alejan del punto de colisión, y que el tamaño de la zona de alta presión es mayor que en el caso de la colisión de tres anillos.

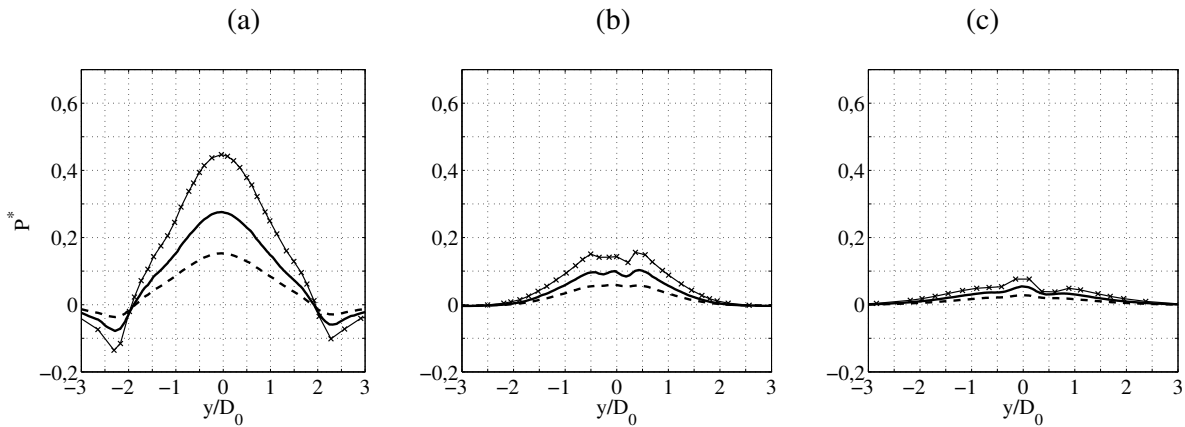


Figure 27. Perfil de presión a través del eje y, cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) $1D_0$, (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro sobre el eje z, para la configuración de seis anillos de vorticidad en colisión

En la figuras 28.a, 28.b y 28.c se muestra la evolución de la presión a través del eje z, donde se observa un máximo en el centro de colisión y dos mínimos locales, que representan el centro del anillo que se esta formando para salir eyectado en la dirección peependicular a la colisión. Se observa que la magnitud de la presión en el centro de colisión a través del eje Z disminuye a medida que las estructuras formadas se alejan del punto de colisión.

Para evaluar la posible trampa hidrodinámica se obtienen las distancias entre los mínimos locales

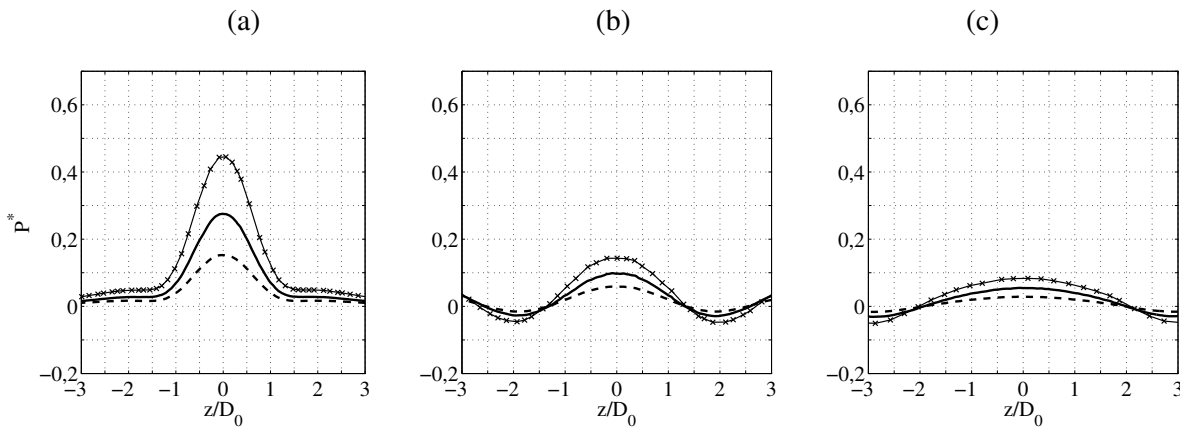


Figure 28. Perfil de presión a través del eje z , cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) $1D_0$, (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de seis anillos de vorticidad en colisión

de las curvas de presión cuando los anillos resultantes se encuentran a una distancia $1D_0$ del centro de colisión, se establece esta distancia como el tamaño de la trampa y los resultados obtenidos se resumen en las Tablas 4 y 5. De los resultados se concluye que el tamaño de la zona de alta presión es mayor en el caso de la colisión de 6 anillos que en el caso de 3, en las 3 direcciones, debido a la configuración inicial de los anillos, que determina que se encuentren cuando han recorrido menor distancia que en el caso de 3 anillos en colisión. Los resultados muestran también que la trampa evaluada no presenta simetría sobre los ejes analizados.

Re	x/D_0	$x[\text{mm}]$	y/D_0	$y[\text{mm}]$	z/D_0	$z[\text{mm}]$
Re_1	2.94	44.06	2.75	41.32	2.47	37.12
Re_2	2.94	44.06	2.65	39.82	2.35	35.23
Re_2	2.95	44.19	2.65	39.81	2.34	35.11

Table 4. Tamaño de la trampa hidrodinámica, configuración de tres anillos en colisión. Cuando los anillos formados se encuentran a una distancia $1D_0$ del centro de colisión

Con respecto al análisis de velocidad, se evalúan los valores de las componentes respectivas en cada eje cuando los anillos resultantes se encuentran a distancias de $1D_0$, $2D_0$ y $3D_0$ del centro de colisión. En las figuras 29.a, 29.b, 29.c se muestra la componente en \hat{x} de la velocidad para la configuración de tres anillos en colisión. Se observan dos mínimos locales asimétricos, que indican, por la izquierda la dirección de un dipolo de vorticidad que se está formando y por la derecha el movimiento del anillo proveniente del generador G_1 , ambos en dirección negativa sobre el eje x . Se

Re	x/D_0	$x[\text{mm}]$	y/D_0	$y[\text{mm}]$	z/D_0	$z[\text{mm}]$
Re_1	3.77	56.5	4.61	69.17	3.15	47.26
Re_2	3.77	56.5	4.60	69.17	3.15	48.79
Re_2	3.77	56.5	4.61	69.17	3.15	52.87

Table 5. Tamaño de la trampa hidrodinámica, configuración de seis anillos en colisión. Cuando los anillos formados se encuentran a una distancia $1D_0$ del centro

observa que hacia el centro de colisión la velocidad disminuye para volverse levemente positiva y que a medida que los anillos generados se alejan del centro de colisión la velocidad disminuye.

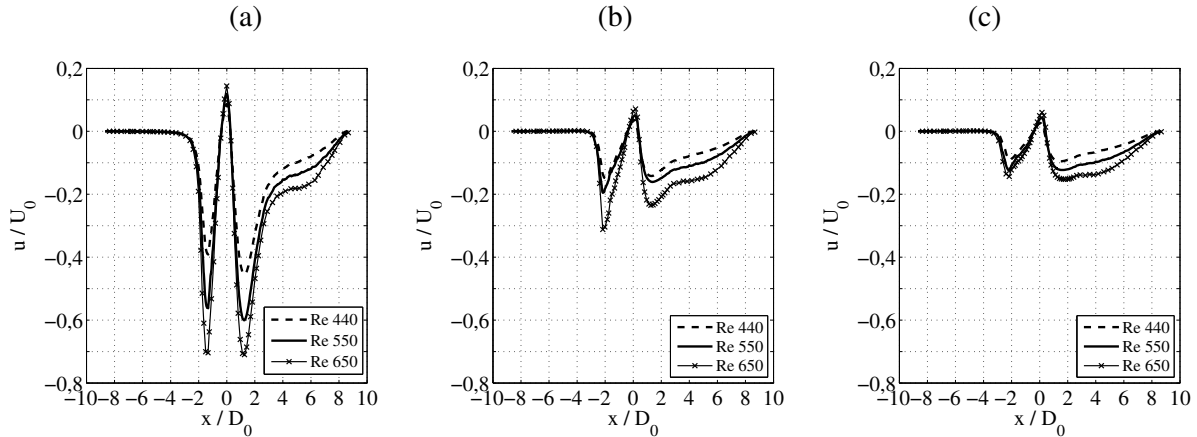


Figure 29. Componente en \hat{x} de la velocidad, cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) $1D_0$, (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de tres anillos de vorticidad en colisión

En las figuras 30.a, 30.b, 30.c se muestra la componente en \hat{y} de la velocidad para la configuración de tres anillos en colisión. Se observa por la izquierda, un máximo correspondiente a uno de los brazos del anillo que se mueve en dirección positiva sobre el eje y y por el lado derecho se observa un mínimo de la misma magnitud que corresponde a uno de los brazos del anillo que se mueve en sentido negativo sobre el eje y . Se observa que hacia el centro de colisión la velocidad es cero y que la velocidad disminuye a medida que los anillos generados se alejan del centro de colisión.

En las figuras 31.a, 31.b, 31.c se muestra la componente en \hat{z} de la velocidad para la configuración de tres anillos en colisión. Se observa por la izquierda, un mínimo correspondiente a uno de los anillos generados que sale dirección negativa sobre el eje z y por el lado derecho un máximo de la misma magnitud que corresponde al anillo generado que sale en dirección positiva sobre el eje z . Las figuras muestran que la velocidad sobre el eje z no cambia cuando los anillos generados se encuentran a $2D_0$ del generador, esto debido a que los anillos aun se encuentran adquiriendo energía cinética de parte de los anillos que colisionan. En cambio como se ve en 31.c cuando los anillos generados se encuentran a $3D_0$ del generador su velocidad disminuye lo cual es concordante con lo revisado para un anillo en vuelo libre.

En las figuras 32.a, 32.b, 32.c se muestra la componente en \hat{x} de la velocidad, para la configuración de seis anillos en colisión, cuando los anillos resultantes se encuentran a $1D_0$, $2D_0$ y $3D_0$ del centro de colisión. Se observa un máximo en el semieje negativo correspondiente al anillo generado en dirección positiva sobre x y en el semieje positivo un mínimo correspondiente al anillo

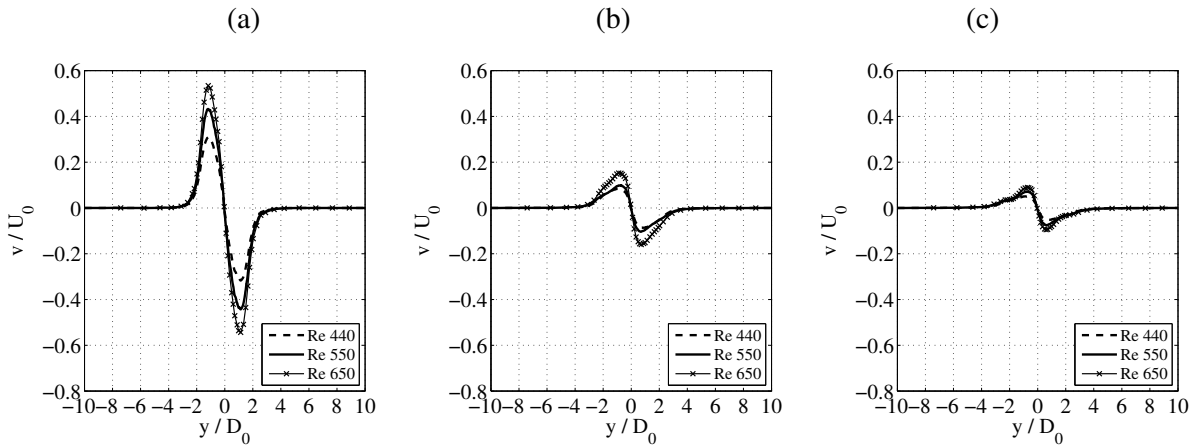


Figure 30. Componente en \hat{y} de la velocidad, cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) $1D_0$, (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de tres anillos de vorticidad en colisión

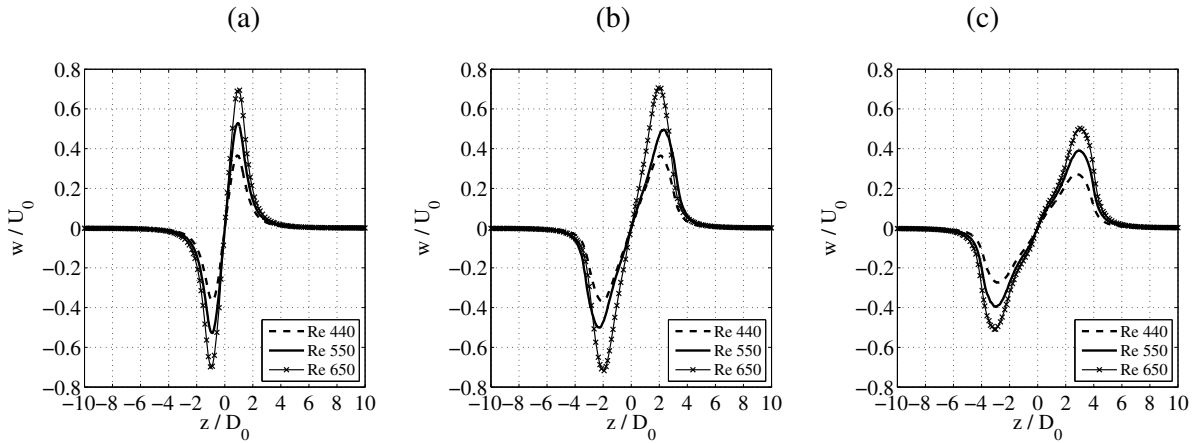


Figure 31. Componente en \hat{z} de la velocidad, cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) $1D_0$, (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de tres anillos de vorticidad en colisión

generado en dirección negativa sobre el mismo eje. En el centro de colisión la velocidad tiende a cero con pequeñas inestabilidades que se van disipando a medida que los anillos resultantes se alejan del centro de colisión.

En las figuras 33.a, 33.b, 33.c se muestra la componente en \hat{y} de la velocidad, para la configuración de seis anillos en colisión, cuando los anillos resultantes se encuentran a $1D_0$, $2D_0$ y $3D_0$ del centro de colisión. En los extremos del eje es posible observar un máximo y un mínimo local que indican el movimiento de los tubos laterales de los pares de anillos provenientes de la zona superior e inferior del generador, las variaciones de velocidad observadas alrededor del centro de colisión se deben a la influencia de todos los anillos sobre la masa de aire contenida en la zona.

En las figuras 34.a, 34.b, 34.c se muestra la componente en \hat{z} de la velocidad, para la configuración de seis anillos en colisión, cuando los anillos resultantes se encuentran a $1D_0$, $2D_0$

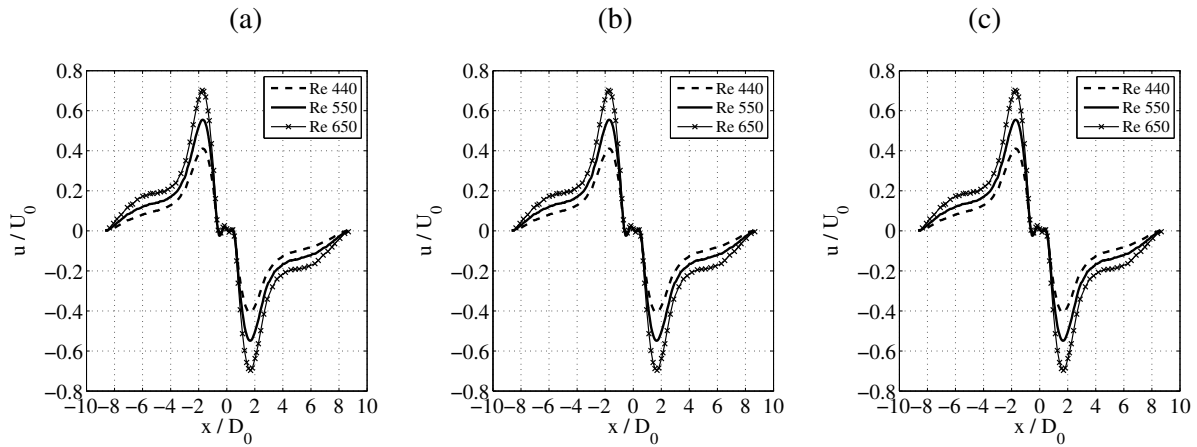


Figure 32. Componente en \hat{x} de la velocidad, cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) $1D_0$, (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de seis anillos de vorticidad en colisión

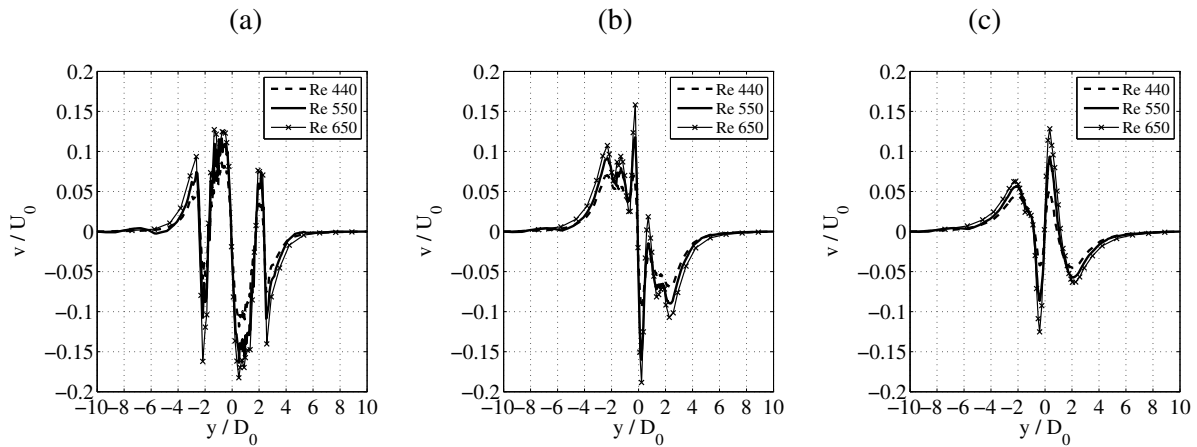


Figure 33. Componente en \hat{y} de la velocidad, cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) $1D_0$, (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de seis anillos de vorticidad en colisión

y $3D_0$ del centro de colisión. En el semieje negativo se observa un mínimo correspondiente a uno de los anillos generados que sale dirección negativa sobre el eje z y en el semieje positivo se tiene un máximo de la misma magnitud que corresponde al anillo generado que sale en dirección positiva sobre el eje z. Las figuras muestran que la velocidad sobre el eje z aumenta cuando los anillos generados se encuentran a $2D_0$ del generador, esto debido a que los anillos aun se encuentran adquiriendo energía cinética de parte de los anillos que colisionan. En cambio como se ve en 34.c que cuando los anillos generados se encuentran a $3D_0$ del generador su velocidad disminuye lo cual es concordante con lo revisado para un anillo en vuelo libre. Se observa que en torno al centro de colisión la velocidad tiende a cero.

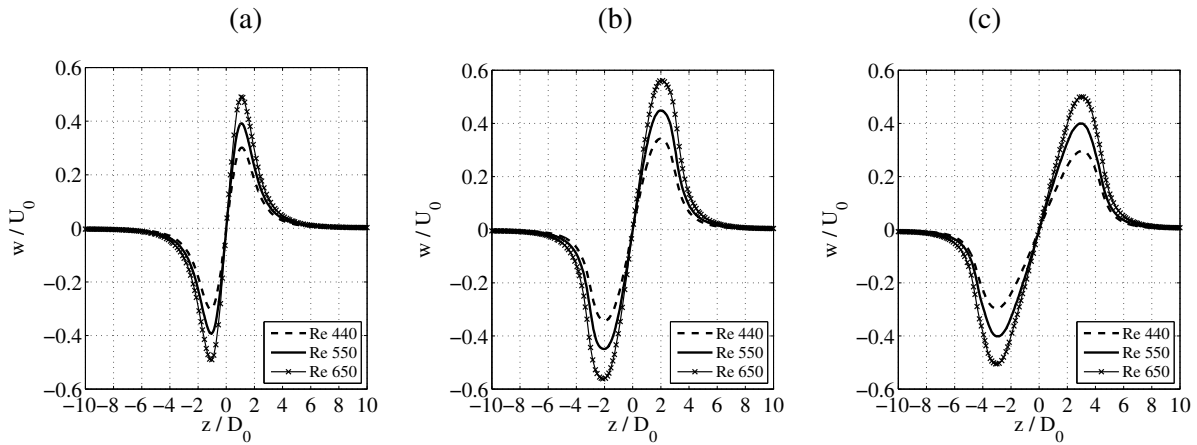


Figure 34. Componente en \hat{z} de la velocidad, cuando los anillos formados en la colisión se encuentran a distancias (a) $1D_0$, (b) $2D_0$ y (c) $3D_0$ del centro, para la configuración de seis anillos de vorticidad en colisión

4.8. Collision energy

Se calcula la energía cinética de acuerdo a la expresión de la ecuación 19 en todo el volumen de control para tres instantes del proceso. El primero cuando los anillos se encuentran completamente formados y se desplazan el vuelo libre hacia el centro (Prec), el segundo durante el proceso de colisión (Col) y el tercero después de la colisión cuando ya se han formado las estructuras secundarias producto de esta (Post). En la tabla 6 se muestran los resultados para el cálculo de la energía cinética en todo el volumen de control para la configuración de tres y seis anillos, se observa un fuerte decaimiento tanto en la colisión como posterior a esta y que la magnitud de la energía de la configuración de seis anillos es aproximadamente el doble de la observada en la configuración de tres.

$$E_{cin} = \frac{1}{2}\rho \int |\vec{V}(t)|^2 dV \quad (18)$$

Tipo de colisión	E_k Prec [J]	E_k Col [J]	E_k Post [J]
Colisión 3 anillos	3.31e-06	1.19e-06	4.12e-07
Colisión 6 anillos	6.51e-06	2.66e-06	1.68e-06

Table 6. Energía cinética antes, durante y después de la colisión para ambas configuraciones

Los resultados de la tabla 6 permiten evaluar la evolución de la energía cinética solo a nivel general y en ellos no es posible percibir las variaciones de energía en torno al proceso de colisión. Por tanto se implementa una forma alternativa para el cálculo de la energía cinética (Ecuación 19), que consiste en integrar la velocidad dentro de una isosuperficie de vorticidad, en adelante Ω , que esta definida por las curvas de isovorticidad al 30% del máximo en cada instante.

$$E = \int_{\Omega} |\vec{V}(t)| dS \quad (19)$$

Las curvas de energía obtenidas por medio de este cálculo se muestran en las figuras 35.a y 35.b para la configuración de tres y seis anillos respectivamente, donde es posible identificar distintos

tramos dentro del proceso, que se esquematizan en las figuras 36 y 37. El primer tramo (I) corresponde al proceso de formación de los anillos donde la energía aumenta linealmente alcanzando un máximo global. Luego en el segundo tramo (II) se observa una caída en la energía, que se produce a medida que los anillos se desplazan hacia el centro de colisión, se observa que a mayor número de Reynolds menor es el tiempo de decaimiento de la energía durante este tramo. Después de este tramo se observa un aumento de la energía de los anillos (III) que se produce cuando los anillos empiezan a interactuar entre ellos hasta alcanzar un máximo (IV) que coincide con la eyección de los anillos resultantes, para finalmente descender a medida que los anillos se desplazan en vuelo libre (V).

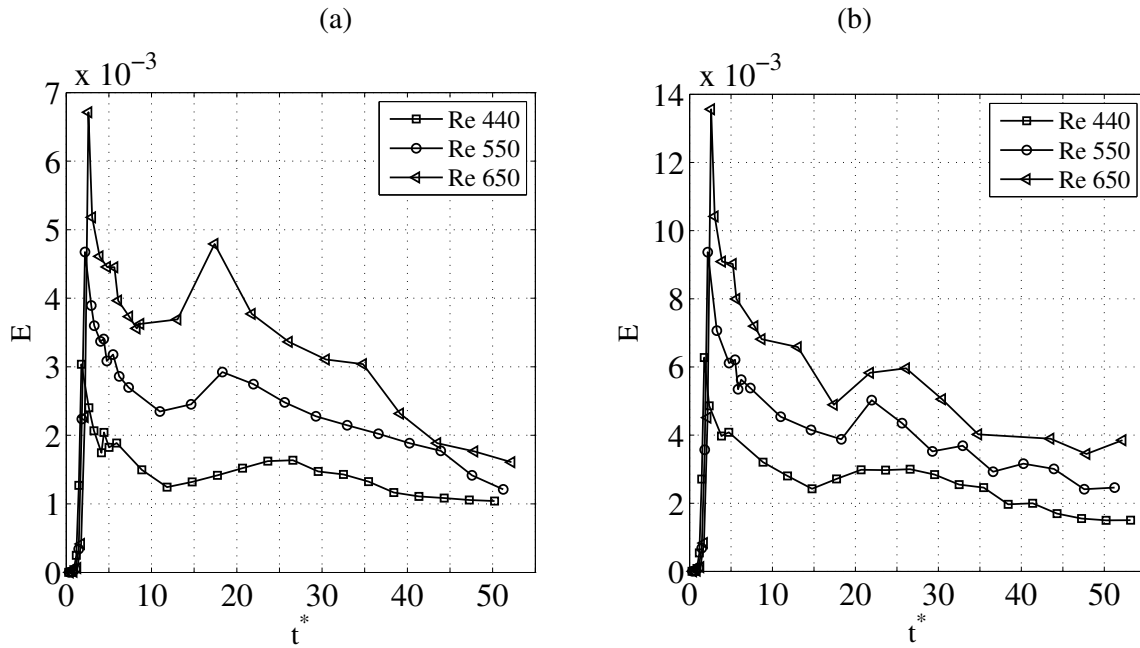


Figure 35. Evolución de la energía cinética, calculada sobre las isosuperficies de vorticidad al 30% del máximo. Para las configuraciones de (a) Tres anillos y (b) Seis anillos de vorticidad en colisión

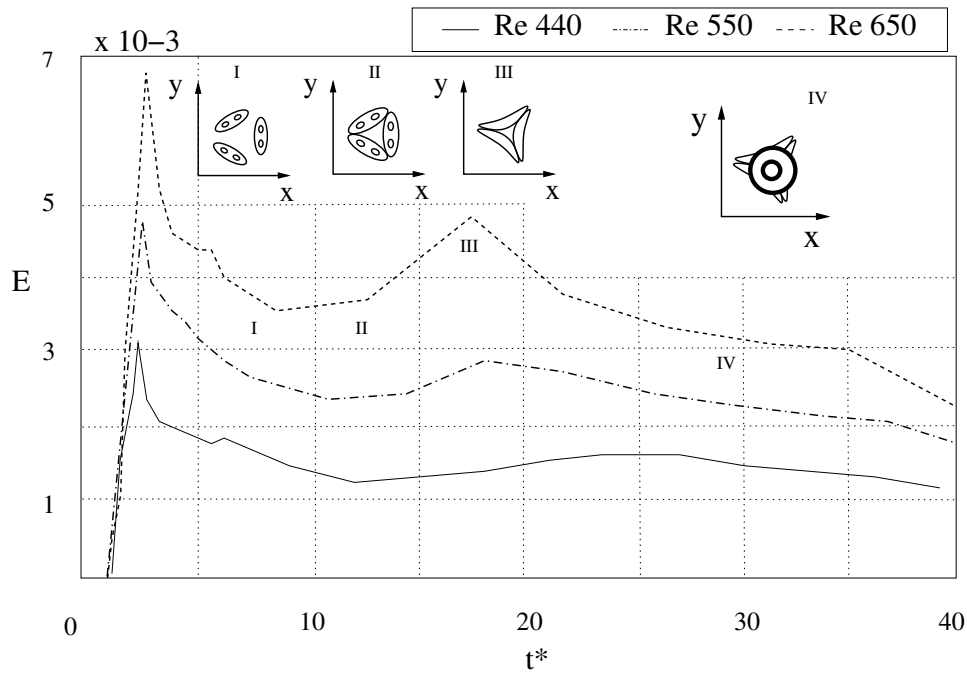


Figure 36. Diagramas de estados en el gráfico de energía cinética para la colisión de tres anillos de vorticidad, donde I: corresponde al periodo en que el anillo se desplaza en vuelo libre hacia el centro de colisión, II: Primer contacto entre los anillos de vorticidad, III: Formación de estructuras secundarias y IV: Eyección de estas en dirección perpendicular a la colisión,

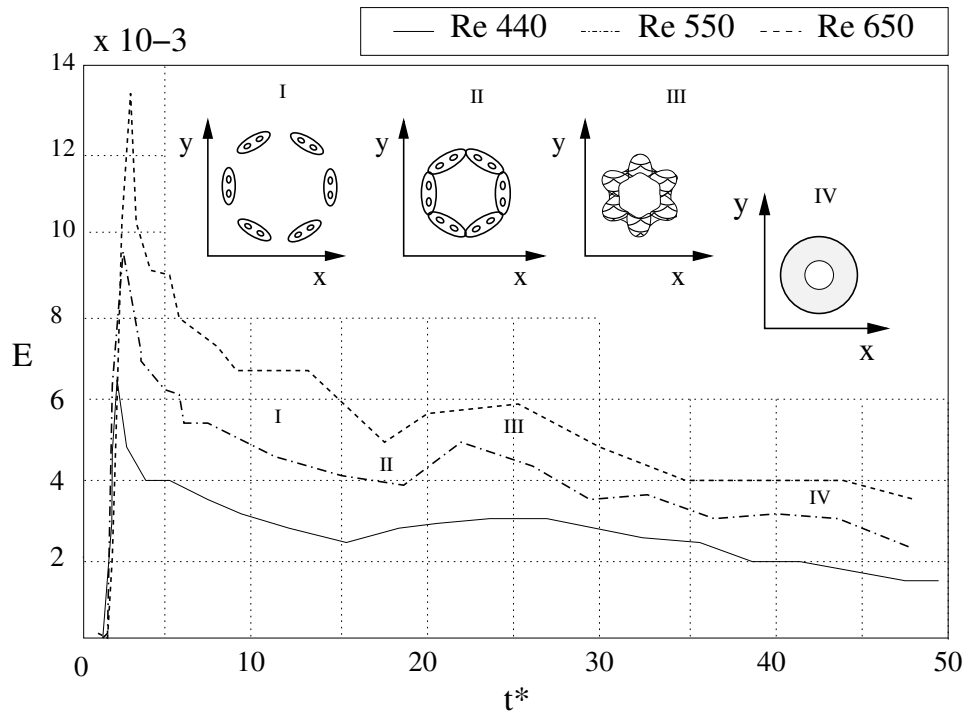


Figure 37. Diagramas de estados en el gráfico de energía cinética para la colisión de seis anillos de vorticidad, donde I: corresponde al periodo en que el anillo se desplaza en vuelo libre hacia el centro de colisión, II: Primer contacto entre los anillos de vorticidad, III: Formación de estructuras secundarias y IV: Eyección de estas en dirección perpendicular a la colisión,

5. Conclusions

- Se generan anillos de vorticidad y se validan sus parámetros característicos de acuerdo a lo revisado en la bibliografía.
- Se logra inducir la colisión simétrica de anillos de vorticidad en la configuración de 3 y 6 anillos.
- Se observan fenómenos de reconexión durante el proceso de colisión, generando estructuras secundarias que en la configuración de tres anillos son resultan ser 3 dipolos de vorticidad y 2 anillos y en el caso de 6 anillos en colisión son sólo dos anillos.
- La evolución de la energía cinética cuando los anillos se desplazan en vuelo libre desciende de forma cuadrática, concordante con lo revisado en la bibliografía y en la colisión se observan alzas de energía que provocadas por la eyección de las estructuras de flujo secundarias.

Acknowledgements: A CONICYT PFCHA/ Beca Nacional de Magister Convocatoria 2013 22131639 and Fondecyt Grant N° 1085020 is gratefully acknowledged.

Arévalo G 2010 Experimental study on the interaction between vortex rings in a 3D topology PhD thesis Universidad de Chile, Santiago, Chile.

Arévalo G, Hernández R H, Nicot C & Plaza F 2007 *Phys. Fluids* **19**, 083603.

Arévalo G, Hernández R H, Nicot C & Plaza F 2010 *Phys. Fluids* **22**, 053604.

Chatelain P, Kivotides D & Leonard A 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90**, 054501.

Fohl T & Turner J S 1975 *Phys. Fluids* **18**, 433–436.

Hernández R H, Cibert B & Beché C 2006 *Europhys. Lett.* **75**, 743–749.

Hwang W & Eaton J K 2004 *Exp. Fluids* **36**, 444–454.

Kambe T, Minota T & Takaota M 1993 *Phys. Rev. E* **48**, 1866–1881.

Kida S, Takaoka M & Hussain F 1991 *J. Fluid Mech.* **230**, 583–646.

Lim T & Nickels T 1992 *Nature* **357**, 225–227.

Oshima Y 1977 *J. Phys. Soc. Jpn* **44**, 328–331.

Shariff K & Leonard A 1992 *Ann. Rev. Fluid Mech* **24**, 235–279.

Stewart K C & Vlachos P P 2012 *Exp. Fluids* **53**, 1033–1044.

Walker J & Smith C 1987 *J. Fluid Mech.* **181**, 99–140.

Widnall S E & Sullivan J P 1973 *Proc. R. Soc. Lond. A.* **332**, 335–353.

Widnall S E & Tsai C Y 1977 *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* **287**, 273–305.