



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

ENFOQUE HÍBRIDO PARA RUTEO DE VEHÍCULOS CON MÚLTIPLES VIAJES, COSTOS DEPENDIENTES DEL TIEMPO Y COLA EN LA BODEGA

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA,
MENCIÓN TRANSPORTE

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

PABLO NICOLÁS SAINTARD TOGNARELLI

PROFESOR GUÍA:
CRISTIÁN CORTÉS CARRILLO
PABLO ANDRÉS REY

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
RICARDO GIESEN ENCINA
ALEJANDRO TIRACHINI HERNÁNDEZ

SANTIAGO DE CHILE
2016

RESUMEN DE LA TESIS PARA ORTAR AL

TÍTULO DE: Ingeniero Civil y grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería
Mención Transporte

POR: Pablo Nicolás Saintard Tognarelli

FECHA: Junio 2016

PROFESOR GUÍA: Cristián Cortés Carrillo

**ENFOQUE HÍBRIDO PARA RUTEO DE VEHÍCULOS CON MÚLTIPLES VIAJES,
COSTOS DEPENDIENTES DEL TIEMPO Y COLA EN LA BODEGA**

Esta tesis tiene como objetivo desarrollar una metodología híbrida para resolver un problema de ruteo de vehículos repartidores de mercadería motivado por un caso práctico de una cadena de supermercados que ofrece un servicio de *e-commerce*. La formulación considera una primera etapa heurística en la que se genera un conjunto diversificado de rutas y una segunda etapa en donde, con un modelo exacto, se selecciona el subconjunto de rutas que minimiza el costo total de ejecución de las rutas. La modelación considera ventanas de tiempo duras para las visitas a los clientes, duración de los viajes dependientes del tiempo, cola en las zonas de carga de la bodega y múltiples viajes por vehículo.

La primera etapa consiste en una heurística *greedy* basada en la propuesta de Ioannou et al. (2001), según la ponderación de tres parámetros, se selecciona el cliente a insertar junto a su posición dentro de la ruta en construcción. Estos parámetros buscan representar el impacto de una inserción tanto en los clientes aún no ruteados, así como sobre los clientes de la ruta en donde se realiza la inserción y el propio impacto para el cliente a insertar. Se emplean diversas estrategias de diversificación para obtener un conjunto variado de rutas.

La segunda etapa, consiste en un modelo exacto con una formulación que emplea como variables las rutas previamente construidas. Dicho modelo considera el proceso de cola que se origina en la bodega cuando más de un vehículo debe ser cargado simultáneamente para realizar un nuevo viaje; este planteamiento supone un máximo de dos viajes por vehículo y una única bodega. Se realiza también una generalización del modelo anterior en el que se permite que los vehículos realicen n viajes y que existan múltiples bodegas.

Para definir una cota inferior al problema resuelto se propone una formulación basada en generación de columnas para resolver el problema con máximo dos viajes y bodega única.

Se plantea un esquema de simulación para definir la calidad de servicio ofrecida a los clientes en caso de emplear la metodología formulada.

Los resultados obtenidos con el modelo mixto presentan ahorros, en comparación a emplear la heurística por sí sola, en gran parte debido a la minimización de la flota. Calculando un promedio de todos los escenarios estudiados, un 75,5% del costo total de la solución se debe a los costos correspondientes al uso de la flota. De aquí la importancia de emplear un modelo que considere todos los procesos involucrados al momento de definir la flota requerida para servir un conjunto de clientes.

Tabla de contenido

1	Introducción	1
2	Revisión Bibliográfica	3
2.1	Comercio electrónico.....	3
2.2	Problema de ruteo de vehículos.....	4
2.2.1	Algoritmos exactos	4
2.2.3	Metaheurísticas.....	8
2.3	Algoritmos para problemas de ruteo de vehículos con múltiples viajes y ventanas de tiempo.....	9
2.3.1	Algoritmos Exactos.....	9
2.3.2	Heurísticas.....	10
2.3.3	Metodologías híbridas.....	12
2.4	Manejo de colas en problemas de ruteo	12
3	Metodología híbrida para ruteo de vehículos	14
3.1	Introducción	14
3.2	Problema a resolver	15
3.3	Heurística, generador de columnas	18
3.3.1	Introducción	18
3.3.2	Heurística de construcción.....	18
3.3.2.1	Determinación de cliente a insertar	18
3.3.2.2	Tipos de inserción	22
3.3.2.3	Cálculo de tiempos de viaje dependiente del tiempo	23
3.3.2.4	Algoritmo <i>greedy</i> : ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y tiempos de viaje dependientes de hora de inicio	26
3.3.3	Procedimientos de diversificación e intensificación	28
3.4	Modelo exacto, problema maestro.....	33
3.4.1	Modelo con bodega única y máximo de 2 viajes por vehículo	33
3.4.2	Modelo generalizado con múltiples bodegas y múltiples viajes por vehículo	39
3.5	Modelo de generación de columnas.....	47
3.5.1	Formulación subproblema.....	48
3.5.2	Estrategia de ejecución	52
4	Estrategia de solución y resultados.....	53
4.1	Introducción	53

4.2 Procedimiento de ejecución	53
4.3 Calibración de parámetros	55
4.3.1 Número de semillas.....	56
4.3.2 Partición de rutas.....	59
4.3.3 Sub conjuntos de clientes	60
4.4 Resultados de algoritmo Generación de columnas.....	61
4.5 Comparación metodología híbrida con heurística pura	67
4.5.1 Resultados.....	67
4.6 Simulación.....	78
4.6.1 Esquema de simulación	79
4.6.2 Resultados ilustrativos de la simulación	82
5 Conclusiones y líneas futuras de investigación	85
Bibliografía	88
Anexos	90

Índice de tablas

Tabla 1: Rutas heurística partición	32
Tabla 2: Características computador empleado.....	56
Tabla 3: Resultados metodología híbrida, variación número de semillas	57
Tabla 4: Semillas según tipo de demanda	57
Tabla 5: Resumen de resultados sin heurística de diversificación inter-ruta.....	59
Tabla 6: Ahorro anual heurística de diversificación	59
Tabla 7: Resumen resultados partición de rutas	60
Tabla 8: Resumen resultados heurística sub conjuntos.....	60
Tabla 9: Resultados Generación de Columnas	62
Tabla 10: Variación en costo según tipo de ventana (V2H y V3H)	63
Tabla 11: Resultados Metodología híbrida.....	64
Tabla 12: Resumen resultados instancia 12 pedidos	65
Tabla 13: Resumen resultados instancia 13 pedidos	65
Tabla 14: Resumen resultados problema entero	66
Tabla 15: Resumen de tiempos problema entero	66
Tabla 16: Resultados instancia 104 clientes, metodología híbrida, configuración 1	67
Tabla 17: Resultados instancia 104 clientes, metodología híbrida, configuración 2	68
Tabla 18: Resultados instancia 104 clientes.....	69
Tabla 19: Resultados instancia 229 clientes.....	71
Tabla 20: Resumen resultados instancia 34 clientes	75
Tabla 21: Resumen resultados instancia 34 clientes, generación de columnas.....	76
Tabla 22: Resumen GAP para cada enfoque, instancia 34 clientes.....	78
Tabla 23: Distribuciones para simulación de la velocidad	81
Tabla 24: Simulaciones instancia de 229 clientes, Promedio de pedidos atrasados, 100 simulaciones.....	83
Tabla 25: Simulaciones instancia 229 clientes, porcentaje de atrasos	83
Tabla 26: Simulaciones instancia 34 cliente, pedidos atrasados	84
Tabla 27: Simulación instancia 34 clientes, porcentaje de atrasos.....	84

Índice de figuras

Figura 1: Esquema metodología híbrida.....	15
Figura 2: Ventanas de tiempo cliente u y j	19
Figura 3: Cliente u antes de j, caso factible	19
Figura 4: Cliente j antes de u, caso factible	20
Figura 5: Cliente u antes de j, caso infactible	20
Figura 6: Cliente j antes de u, caso infactible	20
Figura 7: Adelantar pedidos previos.....	22
Figura 8: Retrasar pedidos posteriores.....	23
Figura 9: Adelantar pedidos previos y retrasar pedidos posteriores.....	23
Figura 10: Desigualdad triangular en tiempos de viaje	25
Figura 11: Intersección espacial de rectángulos	30
Figura 12: Zonificación Santiago	31
Figura 13: Cola en sitios de carga	38
Figura 14: Cola en sitios de carga de bodega d, modelo generalizado.....	45
Figura 15: Instancia M2.....	58
Figura 16: Instancia M1	58
Figura 17: M10, metodología híbrida	68
Figura 18: M10+I, metodología híbrida	69
Figura 19: Solución instancia 104 clientes, heurística.....	70
Figura 20: Solución instancia 229 clientes, metodología híbrida.....	72
Figura 21: Solución instancia 229 clientes, heurística.....	73
Figura 22: Solución instancia 34 clientes, metodología híbrida, 2 viajes	75
Figura 23: Solución instancia 34 clientes, metodología híbrida, múltiples viajes.....	76
Figura 24: Solución instancia 34 clientes, generación de columnas.....	77
Figura 25: Resumen resultados instancia 34 clientes	77
Figura 26: Ejemplo de ruta con 8 clientes	90

Capítulo 1

Introducción

En esta tesis se estudia un problema de ruteo vehicular motivado por el caso real de una cadena de supermercados, en particular de su operación en Santiago de Chile. Este consiste en la distribución de productos asociados a compras realizadas mediante internet por clientes cuyas locaciones de despacho se encuentran distribuidas en la ciudad de Santiago de Chile. Las principales características de este problema son la existencia de una única bodega, costos de viaje dependientes del tiempo, múltiples vehículos que pueden realizar más de un viaje dentro de una jornada y ventanas de tiempo duras para las visitas de los clientes.

La posibilidad de realizar compras por internet, con despacho al destino, tiene diversas ventajas tanto para cliente como oferentes, los cuales, además de verse incentivados a capturar la creciente demanda de solicitudes de compra remotas, se ven beneficiados por una disminución en costos de vitrina, personal de ventas, centros de venta, entre otros.

Sin embargo, desde la perspectiva del productor, surgen nuevas variables de suma relevancia que deben ser consideradas al momento de asimilar e implementar este tipo de avances. La logística se vuelve crítica a medida que la demanda crece. La selección y diseño de rutas, la estrategia empleada para cargar los vehículos, la estructuración interna de la bodega, entre otros. Enfrentar profesionalmente estas nuevas problemáticas es de suma importancia para la rentabilidad de este tipo de negocios.

A modo de establecer el marco teórico en el que se desarrollará esta tesis, se considerará una demanda que especifica, además de los productos, una fecha y una ventana horaria en donde el cliente debe ser visitado.

En base a lo anterior, surge la motivación de diseñar un modelo de ruteo de vehículos, eficiente tanto en términos de costos como también en su tiempo de ejecución. Si bien realizar rutas manualmente, puede ser un proceso rápido, se encuentra limitado en cuanto a calidad, y a medida que crece la demanda se vuelve un proceso cada vez más complejo y con ello la calidad de las rutas se ve aún más deteriorada en comparación a lo que se podría obtener empleando modelos más sofisticados. Por otro lado, resolver esta problemática mediante un modelo exacto que intente capturar todos los procesos y variables propias de este tipo de problemas tomará un tiempo que supera las restricciones propias de una industria que enfrenta una demanda en la que el tiempo entre que un cliente realiza un pedido y este es despachado generalmente es del orden de horas.

En la actualidad el proceso empleado por la empresa es manual. Existe un encargado que divide los pedidos según zona geográfica y luego los asigna a los camiones, los conductores son los encargados de seleccionar el orden en que repartirán los pedidos.

El atractivo de los modelos aplicados a la realidad de la industria nace de las características únicas de cada problema, así como la variedad de opciones y formas posibles de resolución, lo que conlleva una amplia libertad el momento de modelar. Modelos exactos, heurísticas y modelos híbridos representan, cada uno, una amplia gama de posibilidades de implementación y formulación.

El objetivo de esta tesis es diseñar una metodología híbrida que se asimila a una formulación de generación de columnas, en la que el generador de columnas, en este caso rutas, es una heurística, y el problema maestro es un modelo exacto que selecciona el conjunto de rutas que minimiza el costo requerido para realizar la distribución de los productos demandados.

En cuanto a la estructura de esta tesis, se ha dividido en 5 capítulos. El primero busca explicar el problema a resolver, el enfoque de solución que se empleará a lo largo de la tesis y los objetivos generales del estudio. En el capítulo 2 se realiza una revisión bibliográfica de metodologías que resuelven problemas similares, entre estas, modelos exactos, métodos heurísticos y modelos híbridos.

En el capítulo 3 se presenta el modelo desarrollado en esta tesis; se define la heurística generadora de columnas y el modelo exacto que determina la solución final. Se incluye también una sección en donde se presenta un enfoque basado en generación de columnas, cuyo objetivo será obtener una cota inferior al problema que se busca resolver con el modelo híbrido.

En el capítulo 4 se presentan la metodología y algoritmo de resolución del problema en base a los modelos presentados en el capítulo anterior. Se incluyen resultados para diversas instancias y un análisis comparativo con el método heurístico para determinar los beneficios de implementar el modelo exacto como etapa final del modelo de diseño de rutas; también se compara la metodología con un modelo exacto de generación de columnas para un escenario de menor tamaño. En este capítulo se incluye una sección en donde se analiza un esquema de simulación que permite observar el comportamiento de las soluciones propuestas por la metodología basada en escenarios que imitan lo que sucede en la realidad. Se define el proceso empleado para realizar la simulación, así como los resultados obtenidos para diversas instancias de demanda en las que se cuantifica la calidad de servicio ofrecida en base a la cantidad de pedidos en los que no se cumple con la ventana de tiempo de visita solicitada por el cliente.

Finalmente, en el capítulo 5, se reportan las conclusiones de esta tesis. Se discuten también nuevas y prometedoras líneas de estudio que pudiesen mejorar el tiempo de resolución del modelo híbrido, la calidad de sus soluciones, o ambas.

Capítulo 2

Revisión Bibliográfica

En esta sección se realiza un estudio de la literatura relativa al problema a resolver en esta tesis. Comienza con una contextualización del escenario que motiva esta tesis, el comercio electrónico, junto con sus implicancias en mercados que deben incorporar esta nueva modalidad de venta de productos. A continuación se procede a estudiar el problema de ruteo vehicular (VRP). Se analizan documentos en donde se formula el problema básico de ruteo junto con las metodologías de resolución clásicas, entre éstas se estudian 3 grandes categorías; los algoritmos exactos, las heurísticas puras y los métodos híbridos. Luego se profundiza en problemas que incluyen características similares a las del problema a resolver en esta tesis, tales como: múltiples viajes por vehículo, ventanas de tiempo de visita duras, cola para cargar vehículos, costos dependientes del tiempo, entre otras. Esta sección finaliza con la revisión de documentos en donde se estudia el manejo de colas en problemas de ruteo vehicular con múltiples viajes.

2.1 Comercio electrónico

A modo de contextualizar el problema de esta tesis, es relevante mencionar la historia y particularmente el futuro que se apronta en lo referente al comercio electrónico.

Burt y Sparks (2002) analizan el comienzo y desarrollo del comercio electrónico, sus ventajas y desventajas. En este estudio se menciona la dificultad de implementar un sistema de comercio electrónico para empresas que durante todo el transcurso de su historia han comercializado sus productos en tiendas. Dicha adaptación requiere un fuerte proceso de reconfiguración dentro de la logística de la empresa. Se destaca el caso de la exitosa compañía Amazon y se remarcan las fases negativas que han debido sobrellevar en este proceso de adaptación y diseño de un sistema de comercio electrónico rentable.

En Dawson (2001) se indica un listado de características del comercio electrónico:

1. Las empresas que emplean el comercio electrónico operan a través de múltiples canales de marketing.
2. El comercio electrónico abre las puertas a la operación internacional de casi cualquier firma.
3. El foco de atención se torna a las economías de escala organizacionales y/o logísticas por sobre las economías de escala en establecimientos físicos.

4. Empresas que funcionan mediante comercio electrónico emplean la convergencia de información y tecnologías de comunicación como fuente primaria de innovación.
5. La lealtad de los consumidores es el concepto central en el comercio electrónico.

Dentro de las principales fuentes de ahorro se destaca el arriendo de tiendas y sueldos para el personal encargado de ventas. Otra ventaja radica en que muchas veces, en el momento en que se realiza una compra por internet, el oferente no posee el producto, permitiendo que los stocks críticos sean más ajustados, disminuyendo con esto los costos en establecimientos de bodega.

Con respecto a la nueva relevancia de la logística, se presentan dos enfoques que toman las empresas que se embarcan en la adaptación al comercio electrónico. La primera consiste en externalizar los servicios de despacho de productos, y la segunda, trata el caso en que las empresas crean nuevos departamentos que se hacen cargo de todo el proceso posterior a la venta realizada vía internet hasta la llegada del producto al destino escogido por el cliente.

La conexión entre el comercio electrónico y los problemas de ruteo vehicular radica en la importancia que toma la logística cuando empresas ofrecen servicios que incluyen despacho de productos.

2.2 Problema de ruteo de vehículos

El primer estudio en donde se introduce el problema de ruteo de vehículos fue el de Dantzig y Ramzer dan (1959). Con el paso de los años, en innumerables estudios se han analizado varias versiones de este problema, emergiendo una gran cantidad de variantes del problema original debido a las características y restricciones propias que nacen al aplicar modelos de ruteo en instancias reales. Debido a la variedad de particularidades, tanto desde la perspectiva de restricciones derivadas del problema real, como de enfoque de solución, se define “Problema de ruteo de vehículos” como una categoría de modelos que abarca diversas subcategorías. Laporte (2009) en su famoso artículo “Fifty Years of Vehicle Routing”, define categorías de enfoques empleadas para resolver problemas de ruteo; entre estos se mencionan:

2.2.1 Algoritmos exactos

Resuelven el problema de ruteo de vehículos y alcanzan el óptimo dadas las restricciones que se definan. Su ventaja radica en la calidad de las soluciones. Sin embargo, su tiempo de resolución es elevado para instancias de gran tamaño. Los algoritmos exactos se pueden clasificar en las siguientes subcategorías:

- 1) Branch and Bound: En esta categoría existen dos estrategias de ramificación, una es ramificar sobre rutas, lo cual otorga un árbol bastante ancho pero de poca profundidad, y la otra realizar las ramificaciones según los arcos. Ambas

estrategias se ven fuertemente beneficiadas por la implementación de cotas superiores e inferiores para hacer más eficiente el proceso de poda. El primer estudio publicado en donde se emplea esta formulación es Christofides y Eilon, (1969)

- 2) Programación dinámica: Eilon et al. (1971), realizó el primer estudio en donde se empleó este enfoque. La idea, a grandes rasgos, consiste en determinar el costo óptimo de cada una de las rutas posibles y elegir la partición de clientes que minimiza la suma de los costos individuales de cada ruta. Con criterios de dominancia adecuados, se puede mejorar la eficiencia de esta formulación.
- 3) Formulación y algoritmos de flujo de vehículos: en este enfoque se trabaja con un modelo de optimización que emplea como variable el flujo de vehículos sobre un grafo que representa la red real. Laporte y Robert (1985) publican el primer estudio en donde se utiliza esta formulación.
- 4) Algoritmo de flujo de mercancía: esta formulación se asimila a la de flujo de vehículos, sin embargo, se incluye una variable que indica la carga de cada vehículo en cada tramo de su ruta. Esta metodología es introducida en primera instancia por Gavish y Graves (1979). Sin embargo, en dicho estudio no se presentan resultados computacionales. Un estudio más reciente es el de Baldacci et al. (2004) en donde se resuelven con éxito instancias de hasta 135 clientes. En Baldacci et al. (2008) se trata el problema de ruteo vehicular con restricciones de capacidad empleando límites calculados previamente mediante 3 procesos heurísticos. Estos límites permiten acotar el conjunto de rutas a considerar en el problema entero a resolver en la etapa final.
- 5) Formulación y algoritmos *Set Partitioning*: este enfoque selecciona, dado un conjunto de rutas previamente construidas, el subconjunto que minimiza el costo total de ejecución de dichas rutas. Balinski y Quandt (1964) publican el primer estudio que resuelve un problema de ruteo de vehículos con una formulación de *Set Partitioning*. Problemas con esta formulación pueden ser resueltos mediante enfoques basados en generación de columnas (Dayarian et al. 2015; Maghrebi et al. 2015)

En Toth y Vigo (2014), se indica que en la actualidad los modelos exactos son capaces de resolver instancias del orden de 100 clientes definidas en Solomon, (1987). En Baldacci et al. (2012), se analizan diversos modelos exactos para instancias de 100 clientes, el modelo con mejores tiempos de resolución tiene un promedio de tiempo de ejecución de aproximadamente 5.500 segundos para dichas instancias.

2.2.2 Heurísticas

Estos métodos se caracterizan por trabajar con simplificaciones del problema original. En este caso problemas de ruteo vehicular que pueden considerar: múltiples viajes por

vehículo, múltiples centros de despacho, ventanas de tiempo duras, entre otras características clásicas.

Existen diversas formas de simplificar los problemas, ya sea relajando alguna de las restricciones, o proponiendo metodologías de resolución rápidas que intentan acercarse lo más posible al óptimo. Dentro de las heurísticas clásicas se definen las siguientes subcategorías:

- 1) Algoritmo de ahorro: esta heurística, publicada por Clarke y Wright (1964), consiste en generar una ruta para cada cliente de la instancia y luego unir rutas mediante un criterio de ahorro en costo. Cuando no se encuentran más uniones de rutas que minimicen el costo, el algoritmo termina.
- 2) Heurísticas *Set Partitioning*: este enfoque emplea el mismo modelo de optimización que el algoritmo exacto de *Set Partitioning* presentado en la sección anterior; sin embargo, en este caso se utiliza un subconjunto de rutas prometedoras, las que generalmente se denominan pétalos. La construcción de pétalos no se encuentra limitada a seleccionar clientes dentro de un cluster en particular, como lo es en el caso de la categoría que se detalla a continuación. Un ejemplo temprano de esta formulación se encuentra en Gillet y Miller (1974).
- 3) *Cluster* primero, ruteo después: esta metodología considera como primera etapa una separación de clientes en m clusters construidos en base a clientes semilla y la minimización de la distancia entre dicha semilla y el resto de los clientes incluidos en cada cluster. Esto se logra resolviendo un problema generalizado de asignación; luego dentro de cada cluster se resuelve un problema del vendedor viajero. Este enfoque es presentado en Fisher y Jaikumar (1981). En Baker y Sheasby, (1999) se presentan criterios para seleccionar los clientes semilla.
- 4) Ruteo primero, *cluster* después: este enfoque comienza creando una única ruta que visita a todos los clientes sin considerar restricciones de capacidad del vehículo ni límites relativos a la duración de la ruta. Luego dicha ruta se subdivide en rutas factibles en cuanto a capacidad y duración. En Layeb (2015) se propone una heurística que, en base a una matriz de densidad (demanda/distancia) realiza inserciones de clientes en una única ruta que luego subdivide en rutas factibles, las cuales finalmente se someten a procesos de mejora.

En Kucukoglu y Ozturk (2015) se presenta una heurística que resuelve las instancias de Solomon para 100 clientes. En este artículo se obtienen resultados con un gap promedio de 0,88% con respecto al óptimo. El tiempo de ejecución promedio es de 109 segundos.

A continuación se procede a analizar un artículo que se emplea como base y guía para el desarrollo de los procedimientos involucrados en la etapa heurística de la

metodología híbrida propuesta en esta tesis. En Ioannou et al. (2001) se expone una formulación heurística para resolver un problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo. El contexto industrial en el cual se diseña este modelo se define como una bodega central que produce o almacena diversos productos que deben ser repartidos en un tiempo relativamente corto a un conjunto de clientes. Estos se encuentran distribuidos geográficamente en un radio que permite satisfacer su demanda mediante jornadas laborales diarias. Se asume que la demanda es conocida al momento de diseñar las rutas, al igual que los tiempos de viaje entre la bodega y cada cliente, y entre cada par de clientes. A su vez, los intervalos de tiempo en que cada cliente debe ser visitado son conocidos previamente. El proceso diario de repartición sigue los siguientes pasos.

1. Los productos son cargados en los vehículos repartidores.
2. Usando la red vial, los vehículos visitan a los clientes.
3. En cada visita se descarga exactamente la cantidad demandada por el cliente y se realiza el papeleo correspondiente para certificar la visita.
4. Los vehículos continúan hacia el siguiente cliente dentro de la ruta que se encuentran ejecutando.
5. Una vez que todas las entregas han sido realizadas, los vehículos retornan a la bodega para el ciclo de visitas del siguiente día.

La heurística presentada construye rutas de manera glotona (*greedy*) pero en base a un parámetro que busca representar el impacto que tendrá realizar una inserción, tanto en la ruta en construcción, en el propio cliente a ser insertado y en el resto de los clientes que aún no han sido ruteados. El objetivo de esta estrategia es lograr rutas en que las distancias entre clientes sean cortas, manteniendo la flexibilidad para satisfacer la demanda en el horario solicitado por los clientes subsecuentes; es decir, se busca realizar inserciones que restrinjan mínimamente el espacio de soluciones factibles.

En este documento se mencionará en repetidas ocasiones el concepto de ventanas de tiempo, este se refiere al tiempo en que un cliente solicita ser visitado y se encuentra definido por dos parámetros (e_i y l_i) los cuales representan la hora mínima y máxima dentro de las cuales el cliente quiere recibir su pedido.

Las ventanas de tiempo consideradas son de carácter duro, al igual que las restricciones de satisfacción de demanda que, en conjunto, fuerzan que todos los clientes sean visitados dentro de la ventana de tiempo correspondiente. De estas restricciones, se desprende que la flota no puede ser un parámetro fijo. En el artículo se propone un proceso secuencial de construcción de rutas donde se asume que siempre existen vehículos disponibles para crear nuevas rutas.

En Layeb (2015) se propone una heurística para el problema de ruteo vehicular con restricciones de capacidad. El algoritmo presentado se ejecuta en 4 pasos secuenciales: el primero define una matriz de densidad (demanda/distancia), en el segundo paso se construye una única ruta que incluye a todos los clientes. En esta se realizan inserciones de clientes según la máxima densidad disponible dentro de los clientes no ruteados. El tercer paso se encarga de dividir esta única ruta en rutas más pequeñas factibles en cuanto a la capacidad del vehículo. El último paso consiste en un método de mejora del tipo vecino más cercano.

2.2.3 Metaheurísticas

Los métodos de esta categoría, en su mayoría emplean procesos de aleatoriedad para generar parámetros, los cuales influirán directamente en la solución final entregada por estos. Muchos de estos pueden ser clasificados como mecanismos de mejora para rutas construidas con alguno de los algoritmos previamente mencionados. Estos se clasifican en las siguientes subclases:

- 1) *Local Search*: dada una solución inicial del problema de ruteo, este método explora el espacio de soluciones moviéndose en cada iteración desde la solución actual a alguna que se encuentra en su vecindario. Dentro de esta categoría de heurísticas, se definen subcategorías:
 - *Tabu Search* (Glover, 1986)
 - *Simulated annealing* (Kirkpatrick et al. 1983)
 - *Deterministic annealing* (Dueck y Scheurer, 1990)
 - *Variable neighbourhood search* (Mladenovic y Hansen, 1997)
 - *Very large neighbourhood search* (Ergun et al. 2006)
 - *Adaptive large neighbourhood search* (Ropke y Pisinger, 2006)
- 2) *Population Search*: esta metodología trabaja con un conjunto de soluciones denominado población; en cada iteración del algoritmo se extrae un subconjunto de soluciones y se recombinan para crear nuevas soluciones, denominadas descendencia. En caso de que éstas impliquen una mejora, se reemplazarán en la población. Para diversificar el conjunto de soluciones se emplean procesos de mutación a la descendencia previa para poder insertarlo en la población. Existen tres tipos de métodos clásicos que pertenecen a esta categoría.
 - *Evolutionary computation*
 - *Genetic algorithms*
 - *Particle swarm optimization*
- 3) *Learning mechanisms*: este método incluye conceptos de redes neuronales derivadas de la teoría de inteligencia artificial. Estos modelos pueden aprender por la experiencia ajustando sus parámetros iterativamente. En

(Ghaziri, 1991; Schumann y Retzko, 1995; Asta y Ozcan, 2014) se aplica este método a un problema de ruteo de vehículos.

2.3 Algoritmos para problemas de ruteo de vehículos con múltiples viajes y ventanas de tiempo

En esta sección se presentan modelos que resuelven un problema de ruteo con características similares al problema que se plantea y resuelve en esta tesis. En la literatura no se encontraron modelos que resuelvan un problema idéntico al que se estudia en esta tesis dado que, como se establece en la introducción, en esta investigación se considera el proceso de interacción de los vehículos en la bodega en la modelación, además de estar motivado por la realidad de una empresa y sus características específicas. En particular, destaca el hecho de que el modelo debe permitir que los vehículos realicen más de un viaje durante una jornada laboral, además de considerar ventanas duras de tiempo en donde deben ser visitados los clientes.

A continuación, se presentan algoritmos que resuelven problemas similares al problema tratado en esta tesis, los que se clasifican de manera similar a la indicada en la sección previa.

2.3.1 Algoritmos Exactos

En la actualidad existen dos modelos que resuelven de manera exacta un problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y múltiples viajes. El primero, Macedo et al. (2011) emplea un enfoque basado en un modelo de flujo en redes. Dicho modelo recibe como datos de entrada todas las rutas posibles que existen para servir a la totalidad de los clientes; además, cumplen con una restricción en su duración para así no generar rutas cuya duración supere a la de la jornada laboral. Estas rutas también poseen un rango temporal de inicio y término de su viaje.

Para obtener la solución óptima, este modelo trabaja sobre un grafo acíclico, dirigido y discretizado en el tiempo. Este grafo tiene una estructura lineal en donde los nodos representan instantes de tiempo secuenciales y los arcos representan rutas que van desde un nodo de salida que coincide con su tiempo de inicio y un nodo de entrada que coincide con su tiempo de término. También existen arcos que representan tiempo de espera por parte de los vehículos, lo que puede ocurrir ya sea en bodega o en ruta.

Sobre este grafo se resuelve un problema de flujo a costo mínimo sujeto a que cada cliente debe ser visitado exactamente una vez. Dado que la red se encuentra discretizada en el tiempo, en este estudio se proponen dos metodologías para determinar la discretización temporal del grafo: la primera es discretizar en unidades temporales pequeñas lo que repercute en un gran número de variables para el

problema, debido a que cada ruta generará más arcos que comiencen y terminen en nodos que se encuentran dentro de su rango temporal de inicio y fin. La segunda opción consiste en plantear un problema que itere agregando nodos según los casos que el modelo indica como infactibles dada la discretización empleada.

El segundo modelo exacto que resuelve un problema de ruteo de vehículos con múltiples viajes y ventanas de tiempo, Azi et al. (2009), emplea un enfoque de generación de columnas. En este estudio se torna relevante la ganancia que genera cada cliente dado que se relaja la restricción de satisfacción de demanda. La función objetivo busca minimizar la diferencia entre la distancia total recorrida ponderada por un parámetro α y la ganancia neta de visitar a los clientes.

El problema maestro que proponen los autores considera jornadas laborales como columnas. El subproblema consiste en resolver un problema de flujo a costo mínimo sobre un grafo auxiliar en donde cada nodo representa una ruta factible previamente ingresada como dato.

La solución con la que comienza el algoritmo consiste en una única ruta para la jornada laboral de cada vehículo y cada una de estas con un único cliente, luego, el subproblema indicará qué columnas ingresar al problema maestro sujeto a tener costo reducido sea negativo. En este estudio se indican resultados de instancias que incluyen entre 20 y 50 clientes.

2.3.2 Heurísticas

En cuanto a los métodos heurísticos existen diversos estudios que resuelven un problema de ruteo con múltiples viajes.

A modo de ilustrar se destacan y analizan dos de estos estudios. El primero, Petch y Salhi (2004) trabaja en base a un método que considera cuatro fases secuenciales:

- Fase 1) Construcción de rutas: esta etapa se lleva a cabo mediante una implementación de la propuesta de Yellow (1970), trabajo que se basa en el enfoque de ahorros propuesto por Clarke y Wright (1964). En esta formulación se comienza con una ruta para cada cliente y luego se evalúa unir dos rutas; en el caso que exista un ahorro en la distancia total a recorrer para servir ambos clientes se realiza la unión, y se itera hasta no encontrar pares de rutas que al ser unidas resulten en una disminución en la distancia recorrida.

- Fase 2) Población de rutas: esta fase busca generar una mayor variedad y cantidad de rutas. La metodología consiste en un problema de tipo *tour partitioning*. Se comienza con una ruta que cubre a todos los clientes; luego se recorre radialmente dicha ruta generando rutas más pequeñas que consisten en tramos de la ruta inicial. A medida se va recorriendo la ruta inicial, se suma la carga que implica el pedido de cada uno de los clientes; cuando se alcanza la capacidad del vehículo, se procede a iniciar otra ruta comenzando del ángulo en el que terminó la previa ruta.

- Fase 3) Módulos de mejora: para finalizar el proceso, se proponen diversos métodos que buscan mejorar la calidad de la solución obtenida, entre estos:

- Meiosis: basado en el proceso biológico, este método consiste en dividir las rutas en dos rutas más pequeñas. Se selecciona un cliente como pivote y se realiza la división de la ruta en la posición en que se encuentra dicho cliente. Ambas rutas creadas se unen a la bodega para formar un ciclo cerrado.
- Partición para problema de ruteo de vehículos: en este caso, cada una de las rutas previamente construidas se someten a un proceso posterior de ruteo que busca mejorar la secuencia y los tiempos en que se visitan los clientes dentro de cada ruta.
- Rutinas de mejora para problemas de ruteo de vehículos: en esta sección se proponen dos estrategias de mejora. La primera consiste en generar cambios en la secuencia en que se visitan los clientes dentro de cada ruta, para posteriormente evaluar si existe una disminución en el tiempo de viaje de dicha ruta; la segunda opción evalúa la unión de dos rutas, en caso que el tiempo de viaje total disminuya, se realiza la unión de dichas rutas y se ingresa esta nueva ruta al conjunto final de rutas.
- Fase 4) *Bin packing*: dado el conjunto de rutas creado en las dos fases previas, se procede a resolver diversos problemas de *bin packing* en donde los ítems y pesos son las rutas y los tiempos de viaje respectivamente. Este método se aplica para cada vehículo hasta lograr que todos los clientes sean visitados por exactamente un vehículo. Al finalizar esta etapa, se tiene una solución para el problema de ruteo de vehículos con múltiples viajes.

El segundo artículo (Prins, 2001) resuelve, primero, un problema de ruteo de vehículos con flota heterogénea pero con viajes únicos por vehículo. Esta metodología se basa en la propuesta de Clarke y Wright (1964) pero con una modificación para considerar la flota heterogénea que Prins denomina como “Intentar asignar”; ésta consiste en generar un conjunto de pares que indican como primera variable la carga de una ruta, y como segunda variable la secuencia de clientes visitados; este conjunto incluye todas las rutas previamente construidas siguiendo el procedimiento de Clarke y Wright y una nueva ruta potencial que es la que se encuentra sujeta a evaluación de factibilidad. El conjunto de pares se ordena de mayor a menor según carga y se realiza una asignación sobre la flota de vehículos disponibles, la que se encuentra ordenada de mayor a menor según capacidad. Si existe una asignación factible, se realiza la unión de las dos rutas analizadas.

Esta primera etapa considera la posibilidad de utilizar vehículos ficticios dado que los vehículos no pueden realizar más de un viaje. Para relajar esta restricción, se procede a resolver un problema de *bin packing* en donde cada vehículo representa un contenedor con restricciones de capacidad y tiempo máximo de viaje, y las rutas previamente construidas corresponden a los productos a empacar. Para captar el hecho de que existe una flota heterogénea se resuelve un problema idéntico al de “Intentar asignar”, pero que busca realizar una asignación factible considerando todos los tipos de vehículos disponibles.

2.3.3 Metodologías híbridas

La última de las categorías de métodos para resolver problemas de esta naturaleza corresponde a las técnicas híbridas. Este tipo de enfoque busca aprovechar lo mejor de las soluciones exactas como también de las heurísticas. El objetivo es lograr soluciones de alta calidad en un tiempo acotado; este tipo de enfoques permite resolver instancias de gran tamaño y a su vez entrega soluciones que se acercan, más que las heurísticas puras, a lo obtenido mediante modelos exactos.

Diversos artículos tratan acerca de problemas de ruteo de vehículos mediante enfoques híbridos. Entre estos se puede destacar el estudio realizado por Subramanian et al. (2012), en el que se resuelve un problema con flota heterogénea y viajes únicos por vehículo. El método que se emplea en dicho estudio consiste en una heurística que genera un conjunto de rutas, dentro del cual, mediante un modelo exacto de *set partitioning*, selecciona un subconjunto de rutas que minimiza el costo de ejecución.

Doerner y Schmid (2010) realizan un resumen de los métodos híbridos más destacados en la literatura, mencionan el enfoque de *set partitioning* con el que trabajó Subramanian et al. (2012) y otros estudios como el de Toth y Vigo (2001), Renaud et al. (1996) y Ryan et al. (1993).

Otro conjunto de métodos híbridos son los que se basan en *local branching* (Fischetti y Lodi, 2003; Hansen et al. 2006; Schmid et al. 2010), los cuales resuelven el problema de manera exacta sobre un poliedro acotado que se selecciona mediante una estrategia de ramificación que genera inecuaciones que permiten acceder a un subconjunto de soluciones factibles del poliedro inicial.

También destaca la categoría de métodos híbridos basados en descomposición (De Franceschi et al. 2006; Salari et al. 2010); en ellos, el problema inicial es dividido en diversos subproblemas que pueden ser resueltos de manera exacta en un tiempo acotado gracias al tamaño de cada sub instancia. Esta metodología permite resolver problemas de ruteo de vehículos para instancias de tamaño notoriamente superior a las que pueden ser resueltas con un único modelo exacto.

Si bien el problema de ruteo de vehículos ha sido analizado en diversos y variados estudios, en el caso que considera múltiples viajes, la cantidad de artículos en la literatura es menor. Trabajos que estudien un problema como el que se tratará en esta tesis no se identificaron en la literatura. El problema a resolver cuenta con una particularidad interesante que consiste en que dada la existencia de una única bodega y múltiples viajes, es necesario considerar el proceso de cola de vehículos esperando a ser cargados en la bodega. La dependencia entre rutas que se origina de esta consideración representa un desafío interesante y por ende una motivación para el desarrollo de esta tesis.

2.4 Manejo de colas en problemas de ruteo

La literatura que trata problemas de ruteo con múltiples viajes considerando el proceso de cola originado en los centros de carga es bastante limitada. Un estudio reciente (Rix, 2014) trata un problema de ruteo de vehículos en la industria forestal. El análisis planteado trabaja sobre toda la cadena de suministro de la industria, enfrentando la

problemática de seleccionar los sectores óptimos donde talar, las rutas que emplearán los vehículos transportadores y la instalación de puntos de carga y descarga intermedios.

Se proponen tres formulaciones: la primera, con un enfoque táctico, busca determinar la secuencia en que se talarán diversos sitios en conjunto con el equipo encargado de su tala. Este enfoque se resuelve mediante un modelo de programación lineal entera mixta que considera decisiones relativas al inventario y contratos anuales para vehículos transportadores de carga sujeto a restricciones de satisfacción de demanda y capacidad de los vehículos.

El segundo enfoque considera que la secuencia de sitios a talar está previamente definida y se encarga de sincronizar los vehículos tanto en las bodegas intermedias como en los centros de procesamiento de la madera en un horizonte de tiempo anual. Este problema posee una estructura similar al primer caso, pero su metodología de resolución emplea generación de columnas con un sub-problema que trabaja con variables relacionadas con la programación y ruteo de los vehículos dentro de una jornada laboral.

La tercera óptica se basa en un contexto operativo, por lo que el horizonte de planificación de dicho modelo pasa de ser anual, como en ambos casos anteriores, a mensual. Es en este modelo en el que se incluye explícitamente una restricción que busca representar el proceso de cola que se da en los centros de carga y descarga. A modo de ejemplificar detalladamente la estrategia empleada, se definirán las variables y restricciones asociadas a la representación del proceso de cola.

$$L_{np} \leq C_n \quad \forall n \in N, p \in P$$

con:

L_{np} : número de vehículos cargados o descargados en nodo n en período p

C_n : máximo número de vehículos que se pueden cargar o descargar en un período

La variable L_{np} se desprende de la elección de rutas que realice el modelo. Se observa que el tratamiento de la cola no considera los verdaderos tiempos de cada vehículo en el cual se encuentran disponibles para realizar un nuevo viaje por lo que existen tiempos muertos en que hay vehículos disponibles para comenzar un nuevo viaje dentro del período en cuestión pero deben esperar que dicho período termine para poder dar inicio a su siguiente viaje.

Basado en la revisión realizada, se concluye que si bien el problema de ruteo vehicular ha sido extensamente estudiado en la literatura, modelar el proceso que se da dentro de las bodegas le da una característica especial que no ha sido tratada de esta manera en estudios anteriores. Este proceso consiste en la fila que se origina naturalmente cuando existe una capacidad finita para cargar vehículos y estos pueden realizar más de un viaje dentro de su jornada laboral. Es importante considerar que pueden existir más de un centro de carga dentro de una bodega y a su vez diversas bodegas, sin embargo, en ambos casos la capacidad de carga será finita, dando espacio a que se generen colas de vehículos esperando por ser cargados.

Capítulo 3

Metodología híbrida para ruteo de vehículos

3.1 Introducción

Los modelos de ruteo de vehículos con múltiples viajes descritos en el capítulo 2 presentan estrategias de resolución basadas en modelos exactos, heurísticas puras y metodologías híbridas como la exhibida en esta tesis. Hasta el momento, no existe algún estudio que trate y modele en detalle el proceso de cola que se origina en los centros de carga en problemas de ruteo con múltiples viajes y múltiples bodegas.

Cuando existe la posibilidad de que los vehículos realicen más de un viaje durante su jornada laboral, nace la necesidad de cargar dichos vehículos más de una vez durante la jornada. Cuando el tiempo de carga no es despreciable y los centros de carga son limitados, se genera un proceso de cola.

La solución obtenida al ignorar la cola será compleja de ejecutar en la realidad manteniendo los tiempos propuestos por la modelación debido a que se originarán atrasos en la bodega, los que repercutirán en rutas comenzando tardíamente.

Modelar este proceso busca otorgar robustez práctica a este tipo de modelos de ruteo en los que cada vehículo puede realizar más de un viaje dentro de una jornada.

La metodología propuesta en esta tesis consiste en dos etapas secuenciales que conforman un modelo híbrido de ruteo de vehículos. Esta metodología busca aprovechar las ventajas del mundo de las heurísticas como también de los modelos exactos. Se propone una heurística de tipo *greedy* inspirada en la propuesta de Ioannou et al. (2001) que se encarga de construir rutas, de manera iterativa, para finalmente generar un amplio y diverso conjunto de rutas que luego alimenta un modelo exacto que realiza la selección óptima de rutas para servir a todos los clientes. En esta heurística se consideran tiempos de viaje entre clientes dependientes del tiempo y ventanas de tiempo duras.

La siguiente figura presenta las etapas involucradas en la metodología híbrida. En las secciones 3.3 y 3.4 se explicarán en detalle cada una de estas:

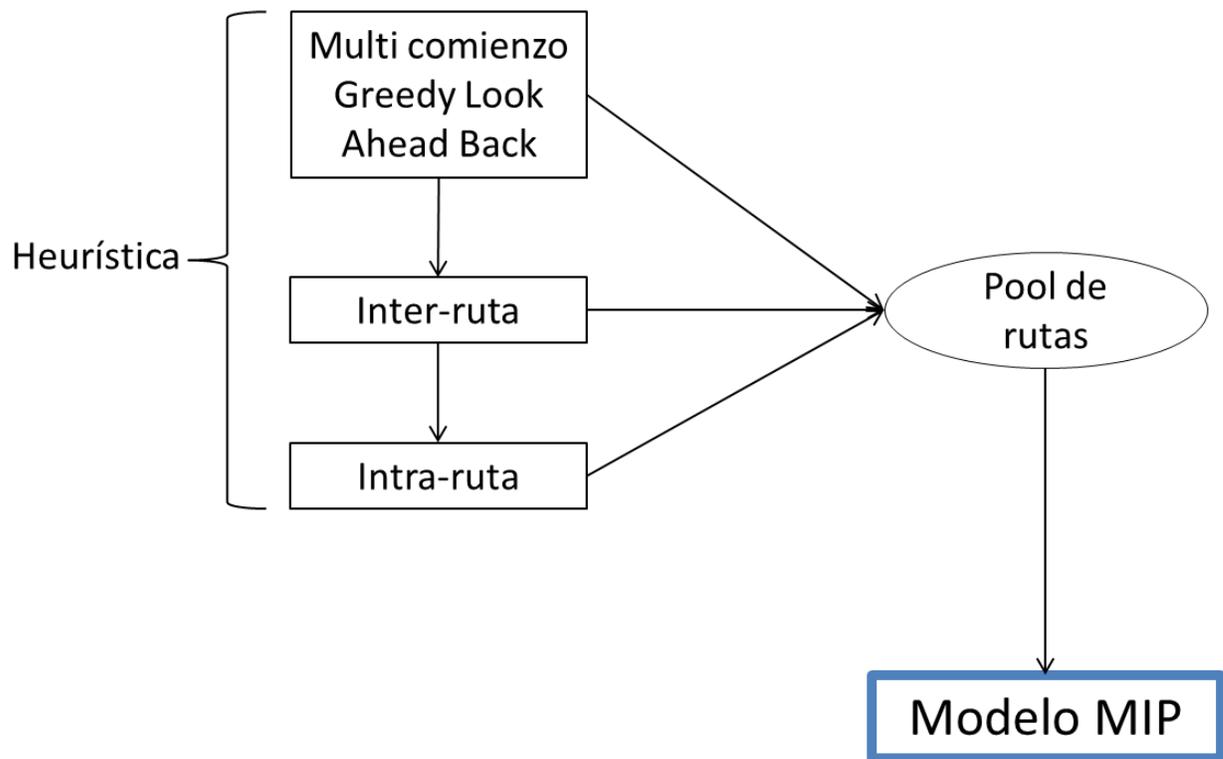


Figura 1: Esquema metodología híbrida

El objetivo final del modelo es minimizar una función de costos que comprende costos fijos por utilización de la flota, en conjunto con un costo variable asociado al uso y la distancia recorrida por cada vehículo. En otras palabras se minimiza tanto el tamaño de flota, así como el costo de ejecutar las rutas seleccionadas.

Se propone una formulación que considera la interacción de los vehículos en el o los centros de carga disponibles. Se analiza el comportamiento de colas que se produce cuando más de un vehículo debe ser cargado simultáneamente para realizar su siguiente viaje. Esta consideración busca robustecer la solución entregada y así permitir que cuando se ejecute la solución propuesta en la realidad, todos los vehículos puedan iniciar sus rutas en el tiempo adecuado.

3.2 Problema a resolver

En esta tesis se enfrenta un problema de ruteo de vehículos con múltiples viajes, costos de viaje dependientes del tiempo, ventanas de tiempo duras, múltiples bodegas y con un horizonte de planificación igual a una jornada laboral.

El problema práctico que motiva este estudio consiste en la realidad de una cadena de supermercados, particularmente su operación en la ciudad de Santiago de Chile. Esta empresa cuenta con un sitio web en donde sus clientes pueden realizar pedidos que serán despachados a la locación que estos indiquen. Los clientes tienen la opción de seleccionar dentro de un conjunto acotado de ventanas de tiempo en la que desean

recibir su pedido, estos indican también la fecha deseada de despacho. En esta tesis se analizarán 3 tipos de ventanas:

1. Ventanas actuales (VACT): Estas corresponden a las ventanas empleadas por la empresa en la actualidad.
 - a) Mañana: 9:00-15:00
 - b) Tarde: 14:00-19:00
 - c) Noche: 20:00-23:00

2. Ventanas de 3 horas (V3H): Se emplea este conjunto de ventanas para evaluar la formulación en un escenario de mayor libertad para los clientes.
 - a) 9:00 a 12:00 hrs.
 - b) 12:00 a 15:00 hrs.
 - c) 15:00 a 18:00 hrs.
 - d) 18:00 a 21:00 hrs
 - e) 21:00 a 23:00 hrs

3. Ventanas de 2 horas (V2H): Se analiza un último conjunto de ventanas más ajustadas.
 - 1) 9:00 a 11:00 hrs.
 - 2) 11:00 a 13:00 hrs.
 - 3) 13:00 a 15:00 hrs.
 - 4) 15:00 a 17:00 hrs.
 - 5) 17:00 a 19:00 hrs.
 - 6) 20:00 a 23:00 hrs.

La compañía opera con una flota homogénea de camiones. Si bien la cantidad de camiones que la compañía posee es limitada, por simplicidad se asume una flota infinita debido a que la empresa tiene la opción de arrendar camiones cuando los requiere.

La capacidad de estos vehículos se mide en cajas, esto debido a que la compañía realiza el empaque de sus productos en cajas de igual tamaño para simplificar la logística en el proceso de carga como también para proteger los productos.

En la actualidad la empresa trabaja con camiones que cuentan con 3 compartimientos internos en los que se puede transportar 3 tipos de carga respectivamente:

- Pedidos secos: Estos consideran todo tipo de productos que no requieren ningún tipo de refrigeración. La capacidad de los vehículos para este tipo de productos es de 80 cajas.
- Pedidos fríos: Estos pedidos incluyen productos que requieren una temperatura inferior a la temperatura ambiente para mantenerse en buen estado. La capacidad de los camiones para estos pedidos es de 24 cajas.

- Pedidos congelados: En estas cajas se ingresan pedidos que requieren mantenerse congelados, la capacidad disponible es de 10 cajas.

El modelo presentado considera una demanda determinística como dato de entrada. Esta se obtiene en base a un simulador calibrado a partir de información real de la cadena de supermercados en cuestión, particularmente de su área de *e-commerce*. Se trabaja con tiempos de carga constantes e iguales para todos los vehículos. Esta última consideración se desprende de la realidad de la empresa, debido a que los pedidos ya se encuentran empacados y ordenados de forma previa a la llegada de los vehículos a la zona de carga, por lo que el supuesto de que dicho tiempo es similar para todos los vehículos es razonable; otro factor determinante que respalda esta consideración es que la mayor cantidad del tiempo de carga de los vehículos se consume en la espera por la generación de las boletas que llevará el chofer, proceso que tiene una duración con varianza prácticamente nula, esta condición se determinó en base a mediciones realizadas en terreno.

Los costos asociados al tiempo de viaje dependen de su tiempo de inicio. Estos tiempos se determinan en base a información relativa a las velocidades por sector de la ciudad según hora del día. Se ignora la variabilidad del tiempo de viaje dentro de una misma zona y rango horario.

Se debe considerar el proceso de cola que se originará en los centros de carga; la modelación debe ser capaz de representar los tiempos en que cada vehículo puede comenzar cada uno de sus viajes.

La solución entregada por el modelo consiste en un conjunto de rutas que visitan exactamente una vez a cada uno de los demandantes así como los subconjuntos de esas rutas que deben servir cada uno de los vehículos seleccionados. Se busca minimizar el costo conjunto de emplear una determinada flota y la distancia que deberán recorrer los vehículos.

3.3 Heurística, generador de columnas

3.3.1 Introducción

Basado en el método propuesto por Ioannou et al. (2001) se desarrolla una heurística que actúa como generador de columnas para el problema híbrido de ruteo de vehículos. Mediante una metodología glotona (*greedy*) se construyen rutas secuencialmente según la minimización de un parámetro de impacto que considera el efecto global de insertar un cliente en la ruta en construcción.

Esta heurística recibe como dato de entrada la demanda diaria de pedidos distribuidos dentro de la ciudad de Santiago. Los tiempos de viaje se asumen determinísticos y dependientes de la hora de inicio del viaje entre cada uno de los clientes de la ruta

3.3.2 Heurística de construcción

El proceso de construcción de rutas ejecutado en esta heurística es de carácter secuencial; es decir, se crean rutas una a una hasta satisfacer la demanda en su totalidad. Para comenzar se genera una ruta (definida en la sección 3.3.2.4), para dar inicio y fin a esta, se insertan dos pedidos automáticamente, que representan el comienzo desde la bodega y el regreso a la misma.

Luego se inserta un cliente semilla, que para esta heurística es un parámetro, con un tiempo de inserción (t_{ins}) igual a:

$$t_{ins} = e_{semilla} + p \cdot (l_{semilla} - e_{semilla}) \quad (1)$$

$e_{semilla}$: cota inferior de ventana de visita para cliente semilla

$l_{semilla}$: cota superior de ventana de visita para cliente semilla

p : posición dentro de la ventana en donde se insertará el cliente

Esta heurística considera a p como un parámetro constante e igual para todas las rutas a crear.

A lo largo de este documento se denominará como semilla al primer cliente que se inserta en la ruta. El criterio de selección a emplear será aleatorio.

3.3.2.1 Determinación de cliente a insertar

Posteriormente a realizar la primera inserción del cliente semilla, se procede a realizar un proceso cíclico en el que se prueban diversas inserciones para cada cliente que aún no ha sido ruteado. En cada iteración se selecciona e inserta el cliente que minimiza una función que representa el impacto de realizar dicha inserción. Dicha función corresponde a la suma ponderada de tres factores que se definen a continuación:

- Impacto propio (IS_u)

Esta variable representa el impacto en la ventana del cliente que se está insertando en la ruta. Lo que se busca medir es la porción de tiempo de la ventana que se está ocupando. Un menor valor de IS_u implica que existe mayor flexibilidad en caso que se deba retrasar el tiempo de llegada a un cliente.

$$IS_u = a_u - e_u \quad (2)$$

con:

a_u : tiempo de llegada a cliente u

e_u : cota inferior de ventana de tiempo de visita a cliente u

- Impacto externo (IU_u)

En la figura 2 se explica esta variable, para esto se consideran los clientes u y j junto con sus ventanas de tiempo. El cliente elegido para ser insertado es u y el cliente j aún no ha sido ruteado. Se asume factibilidad de visitar a j desde u , o en el caso que el cliente j tenga una ventana de tiempo anterior a la de u , se asume la factibilidad de visitar u , partiendo desde j .

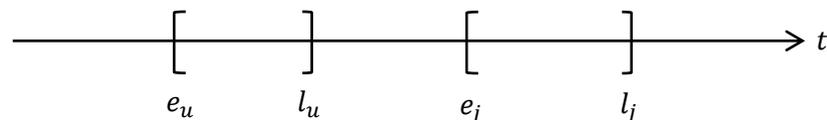


Figura 2: Ventanas de tiempo cliente u y j

Si se consideran las siguientes desigualdades, podemos concluir que existen tres casos posibles:

Sean:

t_{uj} : tiempo de viaje entre cliente i y j

l_u : cota superior de ventana de tiempo de visita de cliente u

e_u : cota inferior de ventana de tiempo de visita de cliente u

$$e_u + t_{uj} \leq l_j \quad (3)$$

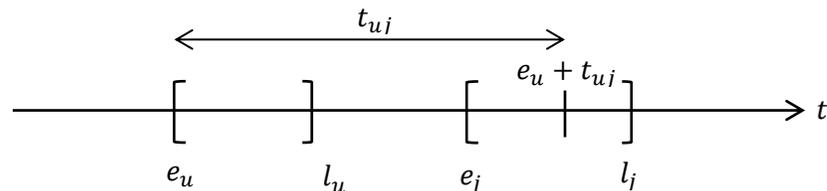


Figura 3: Cliente u antes de j , caso factible

$$e_j + t_{ju} \leq l_u \quad (4)$$

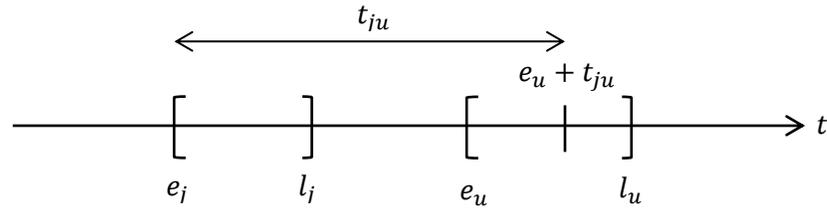


Figura 4: Cliente j antes de u, caso factible

$$e_u + t_{uj} \geq l_j \wedge e_j + t_{ju} \geq l_u \quad (5)$$

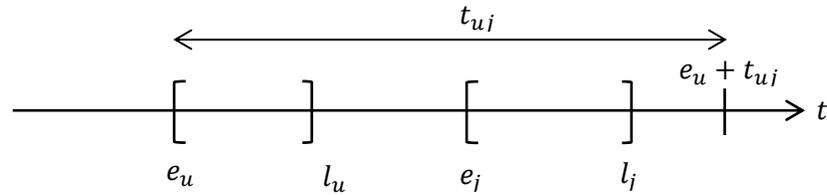


Figura 5: Cliente u antes de j, caso infactible

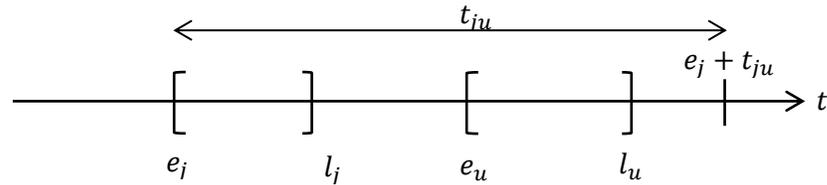


Figura 6: Cliente j antes de u, caso infactible

- 1) Se cumple la desigualdad (3), lo que implica que existe factibilidad de realizar un viaje desde el cliente u hacia el cliente j .
- 2) En el caso que el cliente j tenga una ventana de tiempo anterior de la del cliente u es posible que se cumpla la inecuación (4), en cuyo caso existe factibilidad de realizar un viaje desde j hasta u .
- 3) El escenario planteado en la expresión (5) implica que no se cumplen las desigualdades (3) y (4), debido a que el tiempo de viaje entre clientes supera la cota superior de la ventana del siguiente cliente en la secuencia definida en la ruta. En este caso el cliente j no será considerado al momento de calcular el impacto externo de la inserción del cliente u .

Este factor también captura el hecho de que al buscar realizar inserciones ajustadas se están creando rutas con distancias cortas entre clientes.

Para calcular el impacto externo se emplea la siguiente ecuación:

$$IU_u = \sum_{j \in J - \{u\}} \left\{ \frac{1}{|J|} \right\} \cdot \max[(l_j - e_u - t_{uj}), (l_u - e_j - t_{ju}), 0] \quad (6)$$

con:

J : conjunto de clientes no ruteados que pueden ser visitados despues de u

La ecuación (6) representa el promedio de tiempo de ventana no utilizado de los clientes que no han sido ruteados aún. Se define como el promedio del tiempo entre el final de la ventana de cada cliente menos el tiempo más temprano en que este podría ser visitado; en otras palabras, el factor de impacto externo busca realizar inserciones de clientes de manera ajustada a modo de permitir más flexibilidad en las inserciones subsecuentes.

- Impacto interno (IR_u)

Esta variable busca representar el impacto de insertar el cliente u sobre el resto de los clientes previamente insertados en la ruta en construcción. Para determinar el valor de este factor se deben definir previamente los 3 factores que lo componen. Sea u el cliente a insertar entre los clientes i y j de la ruta actual.

- Incremento en el tiempo de viaje: este factor denota el aumento de tiempo en ruta debido al viaje extra que se debe realizar para visitar al cliente u .

$$C_{1u}(i, j) = t_{iu} + t_{uj} - t_{ij} \quad (7)$$

- Retraso en visita a cliente j : este factor indica la diferencia entre el tiempo de llegada al cliente j previa y posteriormente a la inserción del cliente u .

$$C_{2u}(i, j) = (a_u + s_u + t_{uj}) - (a_i + s_i + t_{ij}) \quad (8)$$

con:

s_i : tiempo de servicio de cliente i

- Tiempo no utilizado de ventana de cliente u : este factor representa el tiempo que podría aprovecharse retrasando la llegada al cliente u a modo de lograr mayor holgura para próximas inserciones dentro de la ruta.

$$C_{3u}(i, j) = l_u - (a_i + s_i + t_{iu}) \quad (9)$$

A continuación se define el impacto interno generado por la inserción del cliente u , entre los clientes i y j .

$$IR_u(i, j) = b_1 \cdot c_{1u}(i, j) + b_2 \cdot c_{2u}(i, j) + b_3 \cdot c_{3u}(i, j) \quad (10)$$

con:

$$b_1 + b_2 + b_3 = 1$$

$$b_1, b_2, b_3 \geq 0$$

Luego de definir los tres factores que influyen al momento de seleccionar el cliente a insertar, se puede determinar el valor del impacto con la siguiente ecuación:

$$\text{Impacto}_u(i, j) = b_s \cdot IS_u + b_e \cdot IU_u + b_r \cdot IR_u \quad (11)$$

con:

IS_u : impacto propio de inserción de cliente u

IU_u : impacto externo de inserción de cliente u

IR_u : impacto interno de inserción de cliente u

$$b_s + b_e + b_r = 1$$

$$b_s, b_e, b_r \geq 0$$

u : pedido evaluado

La función de impacto se debe calcular para cada cliente no ruteado en cada una de las posiciones en donde es factible insertarlo.

Los parámetros b_s, b_e, b_r se encuentran sujetos a procesos de calibración y representan la importancia de sus variables correspondientes. A continuación se explican en detalle las variables que determinan el valor del impacto total que implica realizar la inserción de un cliente en la ruta que se está construyendo.

3.3.2.2 Tipos de inserción

En esta sección se procede a explicar el siguiente paso a ejecutar en la heurística constructora de rutas. Dado que ya se definió la metodología con la que se determina el factor que permite seleccionar el cliente a insertar, es necesario indicar cómo se realizará dicha inserción. En la heurística propuesta se analizan tres potenciales inserciones que se ejemplifican a continuación.

- 1) Adelantar pedidos previos: este caso considera una inserción de un cliente u entre los clientes i y j de la secuencia asociada a la ruta que se está construyendo. Para determinar el tiempo de inserción, se toma como fija la hora de llegada al cliente j y luego se determina el tiempo de inserción del cliente u según la siguiente ecuación:

$$a_u = a_j - t_{uj} - s_u \quad (12)$$

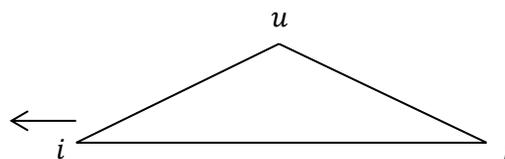


Figura 7: Adelantar pedidos previos

- 2) Retrasar pedidos posteriores: se fija el tiempo del cliente i para luego actualizar el tiempo de llegada para los siguientes clientes de la ruta. La fórmula empleada para determinar el tiempo de inserción del cliente u es la que sigue:

$$a_u = a_i + s_i + t_{iu} \quad (13)$$

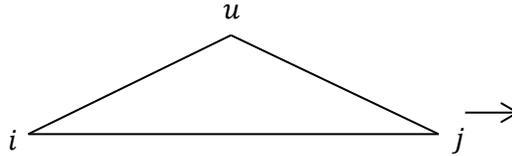


Figura 8: Retrasar pedidos posteriores

- 3) Adelantar pedidos previos y retrasar pedidos posteriores: este caso considera ambos efectos presentados previamente. Se realiza un retraso y un adelanto de igual magnitud e igual a la mitad del tiempo añadido a la ruta debido a la inserción. El proceso de cálculo para el tiempo de inserción se indica a continuación:

$$\Delta t = t_{iu} + s_u + t_{uj} - t_{ij} \quad (14)$$

$$a_u = a_i + s_i - t_{iu} - \frac{\Delta t}{2} \quad (15)$$

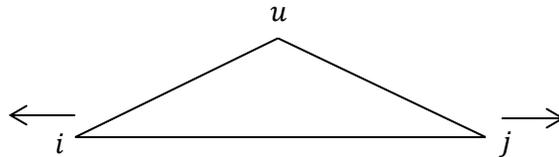


Figura 9: Adelantar pedidos previos y retrasar pedidos posteriores

3.3.2.3 Cálculo de tiempos de viaje dependiente del tiempo

En todas las secciones ya presentadas se ha utilizado como parámetro el tiempo de viaje entre clientes. En esta subsección se explicará en detalle el procedimiento de cálculo de dichos tiempos y en particular su cualidad de dependencia temporal. El objetivo de este atributo es aportar realismo al algoritmo representando el flujo vehicular en una ciudad, tanto en períodos punta como fuera de punta.

Se cuenta con información de velocidades promedio en la ciudad de Santiago según hora del día. En base a dicha información, se calibran parámetros que permiten determinar la velocidad en cada una de las zonas empleadas por el algoritmo. Para obtener el tiempo de viaje entre clientes se emplea la siguiente fórmula:

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (16)$$

$$t_{ij}(h) = \frac{d_{ij} \cdot \alpha_i}{V(h, z)} \quad (17)$$

con:

x_i : latitud corregida de cliente i

y_i : longitud corregida de cliente i

α_i : factor de ajuste: hora en que se está calculando el tiempo de viaje

$V(h, z)$: velocidad en hora h y zona z

Tanto latitud como longitud se encuentran corregidas, esto debido a que el valor medido en grados no corresponde a la fórmula empleada de distancia en el plano bidimensional.

Para determinar la velocidad se recurre a una matriz en donde se define la velocidad promedio por intervalos horarios.

El factor de ajuste α_i captura el cambio de unidades correspondiente, en conjunto con la amplificación de la distancia recta considerada entre clientes.

Existen dos escenarios en los que se requiere determinar el tiempo de viaje entre dos clientes. El primero se origina cuando se conoce el tiempo de inicio del viaje, lo que se observa en el caso 2 de la sección anterior. Si se desea determinar el tiempo de viaje desde un cliente i a un cliente j , y se conoce el tiempo de llegada al cliente i (a_i), el tiempo de viaje se calcula según la siguiente ecuación:

$$t_{ij} = \frac{d_{ij} \cdot \alpha_i}{V(a_i + s_i)} \quad (18)$$

El segundo caso requiere de un cálculo más elaborado. Acá, se conoce el tiempo de llegada al cliente j , por lo que para determinar el tiempo de viaje entre el cliente i y j , es necesario realizar un proceso iterativo que permita captar correctamente los tiempos de viaje dependientes de su hora de inicio propios del algoritmo. Cabe destacar que el método empleado en la fórmula (17), utiliza como parámetro temporal para determinar la velocidad de viaje entre dos clientes, el tiempo de inicio de dicho viaje.

A continuación se indica el proceso empleado para determinar el tiempo de viaje:

- 1) Se establece $n = 0$
- 2) Se define el tiempo de viaje entre i y j empleando como tiempo de inicio del viaje, el tiempo en el que se realiza la visita a j , (a_j).

$$t_{ij}^n = t_{ij}(a_j) \quad (19)$$

3) Se calcula el tiempo de llegada al cliente i , (a_i).

$$a_i = a_j - t_{ij}^n - s_i \quad (20)$$

4) Se determina el tiempo de viaje entre i y j comenzando en tiempo a_i .

$$t_{ij}^{n+1} = t_{ij}(a_i + s_i) \quad (21)$$

5) Si $t_{ij}^n = t_{ij}^{n-1}$ terminar y retornar $t_{ij} = t_{ij}^n$, si no $n = n + 1$ y asignar $t_{ij}^n = t_{ij}^{n+1}$ y regresar al paso (3).

Desigualdad triangular

Existe un escenario importante de mencionar que se origina cuando la desigualdad triangular en los tiempos de viaje no se cumple. Esto sucede debido a que el tiempo de viaje se está determinando según la hora de inicio de dicho viaje, y es posible que durante el transcurso del viaje la velocidad según hora cambie de tramo, suceso que no sería captado con el algoritmo propuesto. En la siguiente figura se ilustra la situación recién descrita.

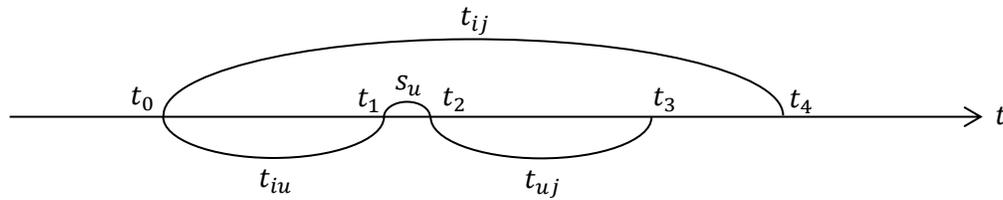


Figura 10: Desigualdad triangular en tiempos de viaje

En este caso se observa que de insertar al nuevo cliente u entre i y j , se produce un ahorro en el tiempo total necesario para llegar al cliente j . Este comportamiento no representa la realidad, debido a que una inserción entre dos clientes siempre debe repercutir en un aumento en el tiempo total para visitar al cliente posterior a la inserción. Los escenarios en que no se cumple la desigualdad triangular en los tiempos de viaje (considerando s_u) se observan cuando entre el tiempo de inicio del viaje entre i y j existe un cambio en el rango horario de las velocidades. Cabe destacar que el tiempo de servicio del cliente u hace que el ahorro neto de tiempo sea menos probable. En el caso ejemplificado en la figura anterior existe un cambio de rango entre t_0 y t_2 que implica un aumento en la velocidad, fenómeno que no es captado al momento de determinar el tiempo de viaje entre i y j , t_{ij} . Sin embargo, dicho cambio de velocidad es captado al momento de calcular el tiempo de viaje entre u y j , t_{uj} .

Para resolver el problema recién planteado se propone que, en casos en que no se cumpla la desigualdad triangular en los tiempos de viaje, el tiempo de viaje entre i y j se calcule como el promedio entre el tiempo de viaje entre dichos clientes con tiempo de inicio igual a $a_i + s_i$ y el valor del mismo tiempo de viaje pero con tiempo de inicio igual

a a_j (que en el caso de la figura serían iguales a t_0 y t_4 respectivamente). La idea es considerar el tiempo de viaje que se daría en ambos rangos de velocidad y utilizar el promedio de dichos tiempos.

La fórmula empleada para determinar el tiempo de viaje en estos casos es la que sigue:

$$t_{ij} = \frac{t_{ij}(a_i + s_i) + t_{ij}(a_j)}{2} \quad (22)$$

En el caso que en a_j las velocidades sean mayores que en $a_i + s_i$, $t_{ij}(a_j)$ será menor que $t_{ij}(a_i + s_i)$, lo que implica que $t_{ij}(a_j) < t_{ij} < t_{ij}(a_i + s_i)$. Esto hará menos probable el no cumplimiento de la desigualdad triangular al realizar una inserción.

3.3.2.4 Algoritmo *greedy*: ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y tiempos de viaje dependientes de hora de inicio

En primera instancia y para contextualizar el algoritmo empleado se presenta la estructura de clases computacionales empleadas. Se considera relevante dado que esta información permite aclarar las ideas que a continuación se expondrán.

La codificación de las funciones de la heurística fue programada en lenguaje C++, empleando un enfoque orientado a objetos. En lo que sigue se indican las principales clases definidas en conjunto con sus principales atributos.

- Clase Pedido: Representa la unidad básica de la demanda simulada mediante la metodología explicada en la sección 3.2.

- Día de despacho: este es un parámetro que se desprende de la simulación de la demanda y representa el día en que el cliente solicita que los productos que compró sean entregados en su domicilio.
- Dirección (latitud y longitud): este atributo define las coordenadas del lugar de despacho indicado por el cliente al momento de realizar el pedido desde la plataforma de *e-commerce*.
- Pedido medido en cajas: la simulación de demanda se realiza en base a pedidos cuya unidad de medición son cajas de tres tipos: de productos secos, de productos de mercadería general y de productos fríos.
- Hora de inicio y hora de fin de la ventana de tiempo para ser visitado: el cliente el momento de realizar su pedido indica la ventana de tiempo en que desea que su pedido sea despachado. Existe un conjunto predefinido de ventanas de tiempo de donde cada cliente debe seleccionar la que más se ajuste a sus necesidades.

- Tiempo de servicio: este atributo consiste en el tiempo que va a demorar un vehículo en desocuparse desde que llega a la dirección del pedido hasta que retoma su viaje hasta el próximo cliente o bodega.
- Hora efectiva de visita: define la hora, dentro de la ventana temporal asociada al pedido del cliente, en la que se realizará la visita.
- Tiempo de espera: representa el tiempo que el vehículo deberá esperar previo a visitar al cliente en caso de llegar a la dirección antes de la cota inferior de la ventana de tiempo en que el cliente solicitó ser visitado.

- Clase Ruta: esta clase es la responsable de definir la secuencia de clientes a visitar por un camión durante un viaje.

- Hora de inicio: este atributo define la hora en que el vehículo sale de la bodega para comenzar su viaje.
- Hora de final: representa la hora en que el vehículo regresa a la bodega luego de visitar a todos los clientes de la ruta.
- Duración: Tiempo total en que el vehículo se encuentra en movimiento.
- Vector de uso de capacidad: define la capacidad por tipo de caja, que será ocupada en el vehículo para satisfacer la demanda de todos los clientes incluidos en la ruta.

En base a las dos clases recién detalladas, se desarrolla el código computacional que permite ejecutar la heurística generadora de rutas.

A continuación se explican los pasos que definen el proceso de construcción de rutas:

- 1) Creación de un objeto ruta e inserción de nodos inicio y fin. Estos nodos representan la salida de la bodega y el regreso a ella.
- 2) Inserción del cliente semilla en un tiempo igual al indicado en ecuación (5).
- 3) Cálculo de impacto según ecuación (6) para todos los clientes no ruteados para la posterior inserción del cliente en la posición que minimiza el valor del impacto.
- 4) Se repite el paso 3 hasta:
 - a. Alcanzar la capacidad del vehículo asignado a la ruta en construcción.
 - i. Se vuelve al paso 1.
 - b. Se han ruteado todos los clientes.
 - i. El algoritmo termina.

Esta heurística entrega como resultado un conjunto de rutas en las que se visita exactamente una vez a cada cliente y la demanda se satisface completamente dentro de las ventanas solicitadas por los clientes. La solución también considera los tiempos de viaje dependientes del tiempo. Esta metodología considera una iteración del modelo, comenzado desde una única semilla. Esta heurística puede ser ejecutada comenzado de diferentes semillas para luego seleccionar la solución de mínimo costo. El objetivo de emplear múltiples semillas busca minimizar el impacto e influencia en el resultado

final del criterio utilizado para seleccionar el primer cliente a insertar. Dado que la primera inserción no responde al cliente con menor impacto, debido a que no existe información suficiente para el cálculo de este, la solución que entrega la metodología se encuentra fuertemente influenciada por dicha elección.

Cabe destacar que en esta tesis se presenta un modelo mixto que emplea como generador de columnas esta heurística, tal como se explicará en detalle más adelante en la sección 3.4. No obstante, la heurística por si misma permite obtener soluciones al problema planteado con la única diferencia de no considerar múltiples viajes por vehículo. Cuando se utiliza la heurística como generador de columnas, se realiza el mismo procedimiento planteado previamente con la diferencia de que, en el caso de emplear más de una semilla, todas las rutas elaboradas por el modelo se agregan a un conjunto de rutas. Este conjunto de rutas no cumple con la condición de que cada cliente esté incluido sólo en una de tales rutas, pudiendo en este caso algún cliente estar contenido en más de una ruta. Esto busca otorgar variedad al conjunto de rutas con el que luego trabajará el modelo exacto.

3.3.3 Procedimientos de diversificación e intensificación

En esta sección se presentan dos categorías de heurísticas empleadas para aumentar la eficiencia de las rutas diseñadas en la etapa previa, como también para diversificar el conjunto de rutas que alimentará al modelo exacto. El objetivo consiste tanto en verificar intercambios de clientes entre rutas que permita minimizar el costo conjunto de ambas, como también analizar el reordenamiento interno de las rutas a modo de optimizar su ejecución.

3.3.3.1 Procedimientos de Diversificación

Inter-ruta

Esta primera heurística busca diversificar el conjunto de rutas. Recibe como datos de entrada las rutas creadas por la heurística de construcción presentada previamente. Se analizarán separadamente los casos en que se emplea esta heurística para obtener una solución final al problema (Mejora), y el caso en que se emplea para alimentar el conjunto de rutas que luego representará el universo de opciones con el que trabajará el modelo exacto (Diversificación).

- **Mejora:** Se analiza el caso en que se desea que la heurística retorne una solución factible al problema de ruteo. Esta heurística recibe un par de rutas y prueba todos los intercambios posibles de clientes entre las rutas, con el objetivo de realizar los cambios factibles que disminuyan el largo total de la suma de ambas rutas en cuestión.

A continuación se indican los pasos que corresponden a una iteración de esta heurística. Sean r_a y r_b las rutas sujetas a la mejora inter-ruta, l_a^0 y l_b^0 sus largos correspondientes, y c_a y c_b su cantidad de clientes respectiva:

- 1) Establecer $n = 1, m = 1$
- 2) Seleccionar el cliente n de r_a y probar el intercambio de dicho cliente con el cliente m de r_b
 - Si el cambio es infactible, actualizar $m = m + 1$
 - Si $m > c_b$, actualizar $n = n + 1$
 - Si $n > c_a$, terminar
 - Si no, establecer $m = 1$ y volver al paso (2)
 - Si no, volver al paso (2)
 - Si el cambio es factible continuar con el paso (3)
- 3) Calcular el nuevo largo de las rutas l_a^1 y l_b^1
 - Si $l_a^1 + l_b^1 < l_a^0 + l_b^0$, realizar el cambio y establecer $l_a^0 = l_a^1, l_b^0 = l_b^1, n = n + 1$ y $m = 1$.
 - Si $n > c_a$, terminar
 - Si no, volver al paso (2)
 - Si $l_a^1 + l_b^1 \geq l_a^0 + l_b^0$, actualizar $m = m + 1$
 - Si $m > c_b$, actualizar $n = n + 1$
 - Si $n > c_a$, terminar
 - Si no, establecer $m = 1$ y volver al paso(2)
 - Si no, volver al paso (2)

- **Diversificación:** En este caso el objetivo es generar una gran cantidad de rutas de entre las cuales, el modelo exacto sea capaz de seleccionar. La primera diferencia con respecto al proceso presentado en el caso anterior es la condición de los largos de la ruta. En este caso, se relaja dicha condición dejando únicamente la restricción de factibilidad de la inserción. Otro cambio a dicho método es que cuando se encuentra una inserción factible, no se realiza el cambio en las rutas existente, si no que se crean dos nuevas rutas con la secuencia de clientes considerando el intercambio; esto para generar una mayor cantidad de rutas dado que las condiciones son menos exigentes que en el caso anterior.

Cabe destacar que esta heurística no se aplica a todos los pares posibles de rutas entregados por la heurística de construcción. Los pares de rutas que se someten a este proceso deben cumplir con un conjunto de criterios que se explican a continuación.

- 1) **Intersección espacial:** Sean dos rutas, r_a de color azul y r_b de color naranja. En base a las coordenadas de los clientes de cada ruta, se puede definir un rectángulo mínimo donde cada una de las rutas quede inscrita como se muestra en la siguiente figura.

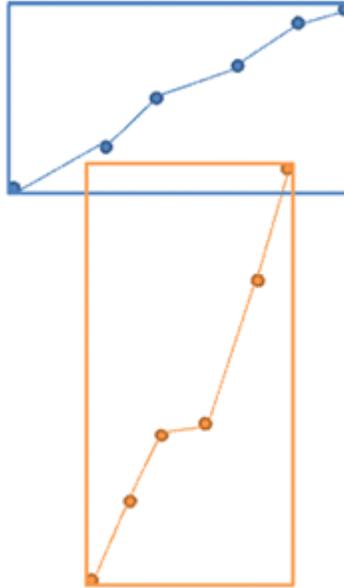


Figura 11: Intersección espacial de rectángulos

- 2) **Distancia entre centros geométricos:** Otra condición que se le impone a los pares de rutas es que la distancia entre los centros geométricos de cada una, no supere una distancia predefinida. Las coordenadas del centro geométrico de cada ruta se determinan como el promedio de la latitud y longitud de todos los clientes incluidos en ellas sin contar la bodega. El parámetro definido como distancia máxima se encuentra sujeto a un proceso de calibración que consiste en generar una discretización de la distancia máxima que podría existir entre los centros de gravedad de dos rutas. Luego, se ejecuta el código de la heurística pura para obtener una solución imponiendo que la distancia entre los centros geométricos sea menor a (d):

$$d = P_d \cdot Distancia_{max} \quad (23)$$

con:

d : cota superior para la distancia entre los centros geométricos

P_d : proporción de la distancia máxima a emplear como cota

D_{max} : diagonal de la zonificación utilizada

Se itera comenzando con $P_d = 1$ y disminuyéndolo hasta que la solución empeore. Cuando esto sucede, se terminan las iteraciones y se rescata el menor valor de P_d que permite obtener una solución igual a aquella obtenida cuando P_d valía 1.

La distancia máxima posible previamente mencionada corresponde a la diagonal que une la esquina superior derecha con la esquina inferior izquierda dentro de

la zonificación empleada. En la siguiente figura se muestra la zonificación propuesta para la ciudad de Santiago de Chile.

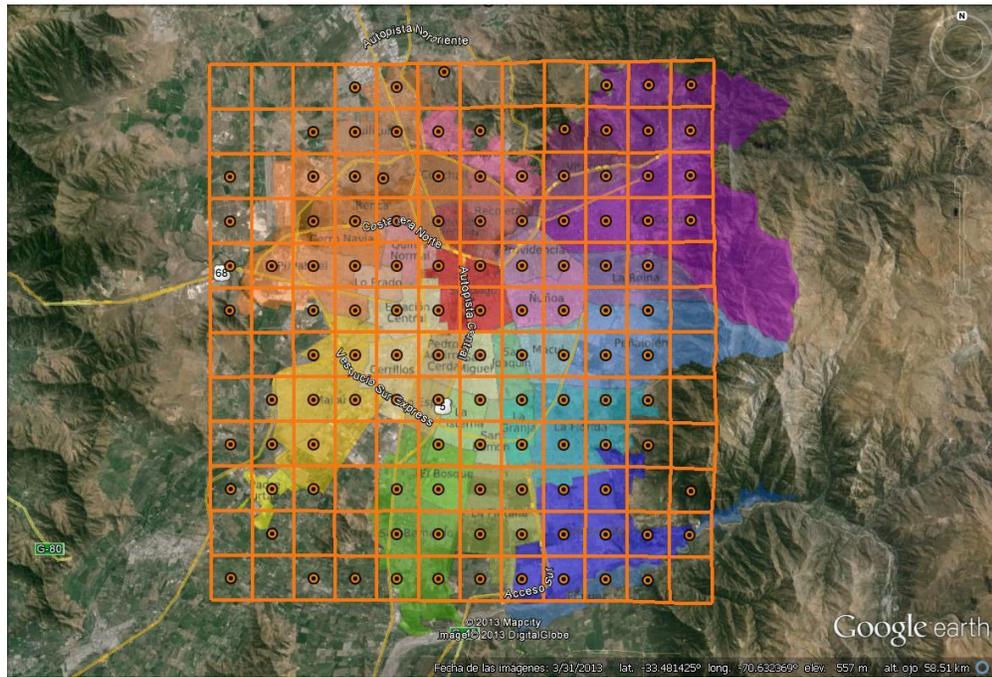


Figura 12: Zonificación Santiago

3) **Ventanas contenidas:** Se define una ventana temporal para cada una de las rutas, determinada por el tiempo de visita al primer cliente como cota inferior, y como cota superior el tiempo en que se visita al último cliente de la ruta. La condición que deben cumplir ambas rutas se indica a continuación:

Sean las rutas r_a y r_b candidatas a la heurística inter-ruta recién presentada. Si la cota inferior y superior de las ventanas de las rutas r_a y r_b , son (e_a, l_a) y (e_b, l_b) respectivamente, entonces r_a y r_b serán sujetas a la heurística si y solo si:

$$(e_a < e_b \wedge l_a > l_b) \wedge (e_a > e_b \wedge l_a < l_b) \quad (24)$$

La ecuación (24) indica que se debe cumplir ya sea que la ventana de r_a esté contenida dentro de la ventana de r_b , o bien el caso opuesto.

Todo par de rutas que cumpla con los tres criterios recién indicados serán sujetas al proceso de la heurística inter-ruta.

Partición de rutas

Esta heurística tiene por objetivo darle variedad en cuanto a cantidad de clientes por ruta al conjunto de rutas que se está construyendo. La metodología empleada consiste en dividir una ruta en dos partes tantas veces como se pueda sin modificar su secuencia de clientes.

Sea una ruta que visita, en el orden presentado, a los clientes 4,13,129,y 85 . La heurística de partición creará los siguientes pares de rutas para añadir al conjunto final:

Par	Ruta 1 [clientes]	Ruta 2 [clientes]
1	4	13, 129, 85
2	4, 13	129, 85
3	4, 13, 129	85

Tabla 1: Rutas heurística partición

A cada una de las rutas creadas se les agrega como primera y última visita el pedido que representa a la bodega. Además, para otorgar variedad en cuánto a tiempo, se generan dos rutas por cada una de las rutas recién creadas mediante la partición, donde dichas dos rutas mantienen la misma secuencia de clientes pero donde el tiempo de visita a los clientes es distinto. En el primer caso se mantiene para todos los clientes un tiempo de visita igual al de la ruta original. En el segundo caso se calcula el tiempo más temprano en que se puede comenzar la ejecución de la ruta y con esto se actualizan los tiempos de visita de todos los clientes de la ruta.

3.3.3.2 Heurísticas intra-ruta | Intensificación

Reordenamiento de clientes

Esta heurística es la última en ejecutarse y se puede aplicar a todas las rutas generadas previamente. Su objetivo es disminuir el costo individual de cada una de las rutas construidas mediante las heurísticas de construcción, diversificación e intensificación.

En esta heurística se realiza un cambio de orden en la secuencia de clientes de la ruta bajo análisis. La metodología consiste en probar todos los cambios de secuencia posibles y ejecutar el cambio que genere el mayor beneficio. Este beneficio se determina como la duración de la ruta final menos la duración de la ruta inicial. En caso de no existir beneficios positivos para ninguna modificación en la secuencia de cliente, no se realiza ningún cambio.

A diferencia de la heurística de diversificación, esta heurística intra-ruta se aplica del mismo modo para los casos de “heurística pura” como de “generador de rutas”.

- **Heurística pura:** en este caso la mejora que implique un mayor beneficio será implementada en la ruta que se encuentra siendo evaluada. Esto permite mantener la factibilidad de la solución final.
- **Generador de rutas:** la diferencia con respecto al caso inter-ruta radica en que incluir al conjunto de rutas que recibirá el modelo exacto, dos rutas con los mismos clientes pero con distinto costo, es ineficiente. El modelo exacto siempre seleccionará la ruta con menor costo cuando estas visiten al mismo conjunto de

clientes. Si bien es posible que una ruta de mayor duración permita realizar una posterior selección de rutas final de menor costo, se descarta esta opción a modo de no contaminar el conjunto final con rutas que provoquen problemas de simetría en la resolución del problema exacto.

3.4 Modelo exacto, problema maestro

3.4.1 Modelo con bodega única y máximo de 2 viajes por vehículo

En esta sección se presenta el modelo exacto para resolver el problema establecido en la sección 3.2. En una primera instancia se mostrará el modelo empleado para resolver el problema particular que motivó este estudio, que debe enfrenta una empresa de venta al por menor, particularmente para sus operaciones *e-commerce* en la ciudad de Santiago. Se estudiará el caso base con un máximo de 2 viajes por vehículo y una única bodega. Con información de esta compañía se realizan las calibraciones y ajustes necesarios para obtener un modelo que represente la realidad de la empresa.

La idea tras este modelo es emplear el conjunto de rutas generadas por la heurística y seleccionar la mejor forma de agruparlas a modo de minimizar la flota empleada mediante la realización de más de un viaje por vehículo. Esta condición de más de un viaje por vehículo genera una complejidad particular en el proceso de carga de los vehículos, la cual debe enfrentarse en la formulación y posterior solución del modelo.

Cuando dos vehículos deben ser cargados para su segundo viaje, naturalmente se da origen a un proceso de cola debido a que los sitios de carga dentro de una bodega son limitados; en base a esto, el tiempo en que un vehículo está listo para realizar su segundo viaje no se puede inferir sin considerar la posición de éste en la cola de vehículos que esperan ser cargados.

Este modelo recibe como datos de entrada un amplio conjunto de rutas, donde cada cliente aparece en la secuencia de visitas de varias de estas rutas. Estas rutas captan el hecho de que los tiempos de viaje son dependientes del tiempo, por lo cual el modelo se limita a emplear estas estructuras como parámetros fijos durante su ejecución.

A fin de representar fielmente el funcionamiento de la empresa, se modela la bodega como un espacio físico con diversos sitios de carga. Todos los vehículos pueden ser cargados en todos los sitios de carga y estos sitios de carga son los lugares en donde se ingresan las cajas correspondientes a los pedidos que servirá cada vehículo durante el transcurso de la ruta que se prepara a ejecutar. Se asume que la cola responde a un proceso FIFO (*First In, First Out*); esto es, los vehículos se ordenan en la fila para ser cargados según el tiempo en que regresan a la bodega luego de su primer viaje. Cabe destacar que esta cola aplica únicamente para los vehículos que realizan un segundo viaje dentro de su jornada laboral, lo que no es obligatorio.

El resultado entregado por este modelo consiste en un conjunto de rutas en las que cada cliente es visitado una única vez y dentro de la ventana de tiempo que ha solicitado. También se define qué camión ejecutará qué ruta. Además, se permite que un camión realice 0, 1 o 2 rutas durante la jornada laboral.

A continuación se indican las principales consideraciones del modelo propuesto:

- Los vehículos pueden realizar un máximo de dos viajes durante una jornada laboral: esta consideración surge de la realidad del funcionamiento de la empresa, donde se ejecuta la mayoría de las rutas en dos grandes ventanas de tiempo, mañana y tarde.
- Flota homogénea: el modelo considera que todos los vehículos empleados para realizar las visitas poseen las mismas características, entre estas: capacidad, velocidad y consumo de combustible.
- Tiempo de carga en bodega igual y constante para todos los vehículos: esto se desprende de que el tiempo de carga es en gran parte el tiempo necesario para generar las boletas que llevará el camión, tiempo que es prácticamente igual para todos los vehículos. Esto se debe a que los pedidos ya se encuentran dentro de sus cajas correspondientes y el proceso de carga consiste únicamente en ingresar las cajas al vehículo. Dicho tiempo, si bien es variable dependiendo de la cantidad de cajas, es despreciable en comparación al tiempo empleado en la generación de las boletas.
- Se debe considerar el proceso de cola que se origina en la bodega cuando dos vehículos deben ser cargados simultáneamente para su segundo viaje.
- Existe una única bodega en donde comienzan y terminan las rutas todas las rutas.
- Todos los clientes deben ser visitados exactamente una vez.
- Las ventanas de tiempo son de carácter duro.

En lo que sigue se presenta el modelo de optimización con sus parámetros, variables, restricciones y función objetivo.

- **Conjuntos:**

L : conjunto de viaje posibles, $L = \{1,2\}$.

I : conjunto de pedidos.

V : conjunto de vehículos.

LS : conjunto de sitios de carga.

R : conjunto de rutas.

- **Parámetros:**

- 1) δ_{ir} : 1 si cliente i pertenece a la ruta r , 0 si no.
- 2) σ_r : tiempo de inicio de ruta r .
- 3) ε_r : tiempo de fin de ruta r .
- 4) l_r : largo de ruta r .
- 5) λ : tiempo de carga en la bodega.
- 6) D : número de centros de carga.
- 7) CV : costo de usar un vehículo.
- 8) r_0 : ruta sin clientes y costo cero.
- 9) α : costo monetario por unidad de distancia recorrida.
- 10) e_{max} : máxima hora en que los vehículos pueden terminar un viaje.
- 11) ρ : costo fijo por ejecutar una ruta (peajes).

- **Variables:**

- 1) X_{vrk} : binaria, vale 1 si el vehículo v ejecuta la ruta r en su viaje k , 0 si no.
- 2) s_{vk} : tiempo de inicio de viaje k de vehículo v .
- 3) e_{vk} : tiempo de fin de viaje k de vehículo v .
- 4) f_v : tiempo en que el vehículo v está listo para realizar su segundo viaje.
- 5) g_v : binaria, vale 1 si el vehículo v realiza un segundo viaje, 0 si no.
- 6) h_{wv} : binaria, vale 1 si más de D vehículos entre el vehículo w y v realizan un segundo viaje.

- **Función objetivo:**

$$\text{Min } \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \sum_{k=1}^2 (\alpha \cdot l_r + \rho) \cdot X_{vrk} + \sum_{v \in V} CV \cdot (1 - X_{vr_0 1}) \quad (25)$$

La función objetivo busca minimizar el costo compuesto entre el uso de los vehículos según la distancia a recorrer en cada una de las rutas seleccionadas y el costo fijo que se desprende de la utilización de cada uno de los vehículos. En el primer término se realiza una suma sobre todos los vehículos y las rutas posibles para los viajes 1 y 2. El segundo término permite determinar si un vehículo será utilizado o no basándose en la ruta r_0 definida en los parámetros del modelo. Esta ruta se asigna a los vehículos que no serán utilizados y, como se verá a continuación en la definición de las restricciones, si un vehículo es asignado a ejecutar la ruta r_0 en su primer viaje implica que dicho vehículo no puede ser empleado para realizar un segundo viaje.

- **Restricciones:**

$$\sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \sum_{k=1}^2 \delta_{ir} \cdot X_{vrk} = 1 \quad \forall i \in I \quad (26)$$

Este conjunto de restricciones son las encargadas de forzar que todos los clientes sean visitados por exactamente un vehículo. Dicho vehículo realizará la entrega del pedido realizado por el cliente dentro de la ventana de tiempo solicitada.

$$\sum_{r \in R} X_{vr1} = 1 \quad \forall v \in V \quad (27)$$

En estas restricciones se obliga a todo vehículo realizar el primer viaje. Se debe recordar que existe una ruta con costo cero la que podría ser asignada a todos los camiones que no sea necesario emplear para satisfacer la demanda de los clientes en las horas solicitadas.

$$\sum_{r \in R \setminus r_0} X_{vr2} = g_v \quad \forall v \in V \quad (28)$$

Estas restricciones permiten definir el valor de la variable g_v . En tales expresiones se expresa que la suma de la variable correspondiente a la ejecución de las rutas sobre todo el universo de rutas posibles menos la ruta vacía, en el segundo viaje del vehículo v debe ser igual a g_v . Con esto, dado que g_v es una variable binaria, también se está restringiendo a que el vehículo v realice a lo más 1 segundo viaje durante la jornada de trabajo.

$$\sum_{r \in R} \sigma_r \cdot X_{vrk} = s_{vk} \quad \forall v \in V, k = 1, 2 \quad (29)$$

Estas restricciones son las encargadas de traspasar el tiempo de inicio de una ruta al vehículo asignado a ejecutarla. De las restricciones (2) y (3) se desprende que un vehículo puede servir a lo más una ruta en cada uno de esos viajes, por ende del lado izquierdo de la restricción se activará a lo más 1 variable X_{vrk} , lo cual repercutirá en que el tiempo de inicio del vehículo v en su viaje k , sea igual al de la ruta que se le ha asignado.

$$\sum_{r \in R} \varepsilon_r \cdot X_{vrk} = e_{vk} \quad \forall v \in V, k = 1, 2 \quad (30)$$

Estas restricciones son idénticas a las previas con la diferencia que se está definiendo el tiempo en que el vehículo v finaliza su viaje k .

$$X_{vr_0,1} + g_v \leq 1 \quad \forall v \in V \quad (31)$$

Estas restricciones son las encargadas de prohibir que un vehículo que se le haya asignado la ruta vacía, r_0 , sea seleccionado para realizar un segundo viaje. Es decir, si $X_{vr_0,1} = 1$ para el vehículo v , implica que $g_v = 0$, lo que implica, según (28), que $\sum_{r \in R \setminus r_0} X_{vr2} = 0$.

$$e_{v-1,1} \leq e_{v1} \quad \forall v \in V, v \neq 1 \quad (32)$$

Estas restricciones se emplean con la intención de minimizar los problemas en cuanto a tiempo de ejecución del modelo que puedan originarse debido a la simetría inherente al hecho de que todos los vehículos poseen las mismas características. Con estas restricciones se está forzando, sin restringir el poliedro de soluciones, que los vehículos regresen a la bodega ordenados según su numeración; es decir, el vehículo 1 regresará a la bodega antes que el vehículo 2, y así sucesivamente.

$$e_{v1} + \lambda \leq f_v \quad \forall v \in V \quad (33)$$

En estas restricciones se plantea que el tiempo en que está listo un vehículo para realizar su segundo viaje debe ser mayor al tiempo en que termina su primer viaje más el tiempo que demora cargar nuevamente el vehículo. Se observa que esta restricción será activa para el primer vehículo en llegar a la cola, o para cualquier vehículo que regrese a la bodega y se encuentre con que no hay vehículos en la cola en dicho momento.

$$e_{max} \cdot (1 - g_v) + s_{v2} \geq f_v \quad \forall v \in V \quad (34)$$

El término $e_{max} \cdot (1 - g_v)$ actúa como una M grande en estas restricciones. Cuando el vehículo v no realiza un segundo viaje ($g_v = 0$), se tiene que $e_{max} + s_{v2} \geq f_v$, lo que siempre se va a cumplir dado que e_{max} es un parámetro que indica el tiempo máximo en que un vehículo puede regresar a la bodega. En el caso que el vehículo v realice un segundo viaje, se tiene que $s_{v2} \geq f_v$, es decir, un vehículo puede comenzar su segundo viaje en un tiempo mayor o igual en que esté listo para realizar dicho viaje.

$$\sum_{u=w}^{v-1} g_u - D + 1 \leq |V| \cdot h_{wv} \quad \forall v, w \in V, w < v \quad (35)$$

Estas restricciones están definidas para un par de vehículos v, w con $w < v$. El primer término, $\sum_{u=w}^{v-1} g_u$, define el número de vehículos, entre w y v que realizan un segundo viaje, y por ende deben ser considerados en el proceso de cola. Dado que esta asume un proceso FIFO, estas restricciones plantean que si entre ambos vehículos hay al menos $D + 1$ vehículos que realizan un segundo viaje, la variable

h_{wv} debe valer 1. La variable h_{wv} permite saber si el vehículo v debe considerar al vehículo w al momento de ubicarse en la fila.

En la siguiente figura se ilustra un escenario en que es necesario que el vehículo 9 tenga en consideración al vehículo 3.

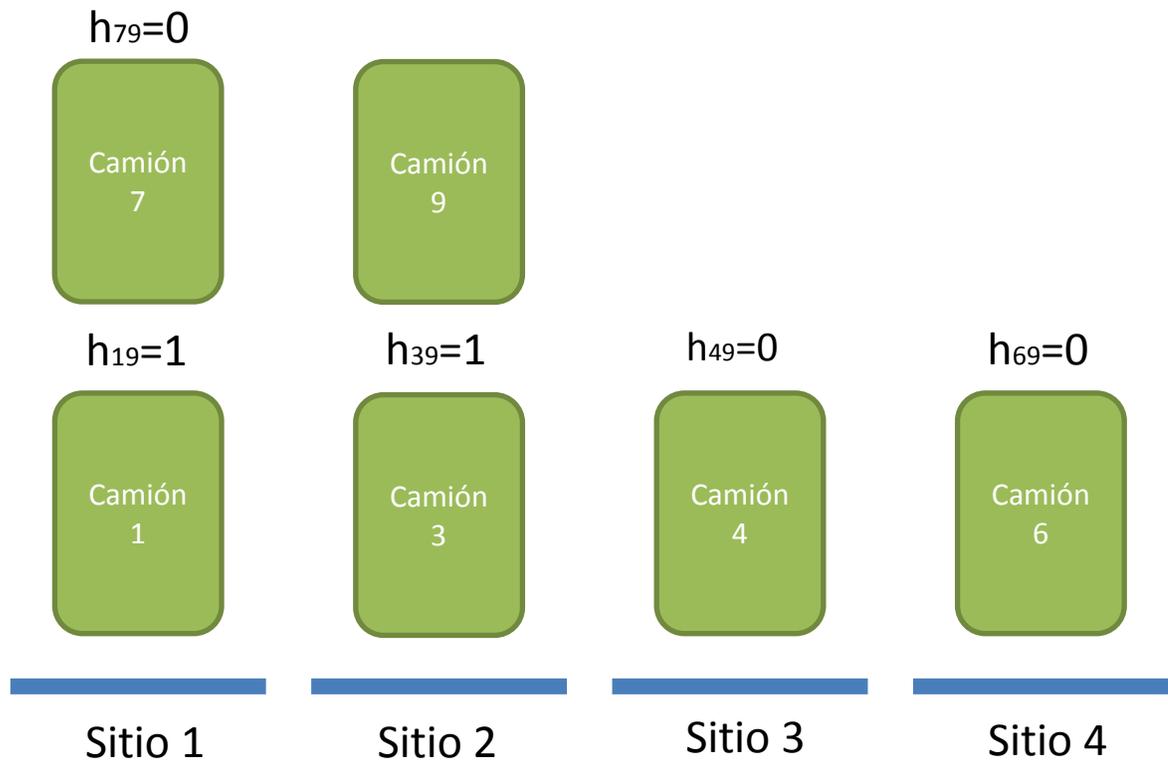


Figura 13: Cola en sitios de carga

La situación ejemplificada corresponde al momento en que el vehículo 9 regresa a la bodega luego de su primer viaje y se une a la cola para ser cargado para su segunda ruta a ejecutar.

Se observa que los vehículos 1,3,4,6 y 7 también están preparándose para su segundo viaje. En este caso hay dos variables h_{i9} activas, las correspondientes a los vehículos 1 y 3.

Se distingue que el camión 9, siguiendo el criterio FIFO, se ubica en la cola del sitio 2, detrás del vehículo 3. De esto se desprende que la variable h_{39} debe valer 1. Si bien no se requiere que la variable h_{19} sea igual a 1, dado que el camión 9 no debe preocuparse del vehículo 1 al momento de ubicarse en la cola, la formulación fuerza a que dicha variable tome ese valor.

Lo relevante en este caso, es que la única restricción que se activará al momento de estudiar el proceso de cola será la relativa al vehículo 3, debido a que lo supuestos de ordenación en cola FIFO y tiempos de carga de los vehículos constantes, implican que el vehículo 3 siempre estará listo para realizar su segundo viaje luego de que lo esté el vehículo 1.

$$D \cdot h_{wv} \leq \sum_{u=w}^{v-1} g_u \quad \forall v, w \in V, w < v \quad (36)$$

Estas restricciones trabajan en conjunto con las restricciones definidas en (35) y su objetivo es obligar que el vehículo v no tome en cuenta vehículos que se encuentran en una cola que no influye en la cola en que este se ubicará. La restricción indica que si entre el vehículo v y w existe una cantidad de vehículos menor al número de sitios de carga, el vehículo v está en una cola que no debe tomar en cuenta lo que sucede con el vehículo w .

$$f_w + \lambda - (e_{max} + \lambda) \cdot (3 - g_v - g_w - h_{wv}) \leq f_v \quad \forall v, w \in V, w < v \quad (37)$$

Este conjunto de restricciones se escriben para indicar la secuencialidad de los vehículos en cada una de las colas.

El término $(e_{max} + \lambda) \cdot (3 - g_v - g_w - h_{wv})$ será igual a cero siempre y cuando los camiones v y w realicen un segundo viaje y a su vez el camión v deba tomar en cuenta al vehículo w . En caso que alguna de estas condiciones no se cumpla, se tendrá el término $(e_{max} + \lambda)$ como parte de la ecuación; este actuará como un M grande que relajará la restricción no permitiendo que esta se active.

Cuando la restricción se activa, se estará forzando a que el vehículo v tenga una diferencia con respecto al vehículo w en los tiempos en que están listos para realizar un segundo viaje de λ , que es el tiempo en que demora ser cargado el vehículo w .

3.4.2 Modelo generalizado con múltiples bodegas y múltiples viajes por vehículo

En esta sección se presenta una generalización del modelo presentado en la subsección anterior. Se busca relajar la condición de bodegas únicas y aumentar el máximo número de viajes permitido por vehículo en cada jornada.

La modelación empleada mantiene el mismo enfoque del caso de bodega única y máximo de 2 viajes, sin embargo, es necesario agregar nuevas variables debido a que la posibilidad de que un vehículo realice más de 2 viajes hace imposible realizar seguimiento al orden en que los vehículos regresarán a las bodegas. Se mantiene la restricción (32) del modelo anterior, pero al no saber a qué bodega regresa cada

vehículo la cola generada en cada bodega no se puede determinar con el conjunto de variables y restricciones del modelo anterior.

En este modelo no se puede emplear como unidad de la cola un vehículo únicamente. En este escenario es necesario individualizar los vehículos en un viaje en particular; es decir, un par ordenado (vehículo, viaje). En otras palabras, en el caso anterior las colas estaban compuestas por vehículos y en el caso que se presenta en esta sección las colas están compuestas por vehículos para un viaje en particular.

A modo de cumplir con la continuidad de flujo de vehículos en las bodegas, es necesario crear diversos conjuntos de rutas diferenciados según la bodega en que comienzan y la bodega en que terminan.

Los principales cambios al modelo original se presentan a continuación:

- Se agrega una variable binaria que indica si un vehículo v en su viaje k regresa a la bodega d antes que el vehículo w en su viaje l .
- Se emplea una variable que indica la cantidad de vehículos que llegan a una bodega d antes que un vehículo v en su viaje k .
- Se agrega el sub índice d para diferenciar la bodega a la que se está referenciando.

A continuación se presenta la estructura del modelo generalizado.

- **Conjuntos:**

R_d : conjunto de rutas que comienzan en bodega d .

R^d : conjunto de rutas que terminan en bodega d .

I : conjunto de clientes.

V : conjunto de vehículos.

D : conjunto de bodegas.

L : conjunto de posibles viajes a realizar $L = \{1, 2, \dots, n\}$.

- **Parámetros:**

- 1) δ_{ir} : 1 si cliente i pertenece a la ruta r , 0 si no.
- 2) σ_r : tiempo de inicio de ruta r .
- 3) ε_r : tiempo de fin de ruta r .
- 4) l_r : largo de ruta r .
- 5) λ : tiempo de carga en la bodega.
- 6) D : número de centros de carga.

- 7) CV : costo de usar un vehículo.
- 8) r_0 : ruta sin clientes y costo cero.
- 9) α : costo monetario por unidad de distancia recorrida.
- 10) e_{max} : máxima hora en que los vehículos pueden terminar un viaje.
- 11) n : máximo número de viajes por vehículo.
- 12) ρ : costo fijo por ejecutar una ruta.

- **Variabes:**

- 1) X_{vrk} : binaria, vale 1 si el vehículo v ejecuta la ruta r en su viaje k , 0 si no.
- 2) s_{vk} : tiempo de inicio de viaje k de vehículo v .
- 3) e_{vk} : tiempo de fin de viaje k de vehículo v .
- 4) f_{vk} : tiempo en que vehículo v está listo para realizar su viaje k
- 5) g_{vkd} : binaria, vale 1 si el vehículo v realiza su viaje k comenzando desde bodega d , 0 si no.
- 6) $h_{vkv'ld}$: binaria, vale 1 si más de LS vehículos entre v en su viaje k y v' en su viaje l realizan otro viaje y deben ser cargados en la bodega d , 0 si no.
- 7) $B_{vkv'ld}$: binaria, vale 1 si vehículo v' en su viaje l regresa a la bodega d antes que vehículo v en su viaje k .
- 8) VB_{vkd} : número de vehículos que retornan a la bodega d para realizar otro viaje antes que el vehículo v en su viaje k .

- **Función Objetivo**

$$\text{Min} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \sum_{k=1}^n (\alpha \cdot l_r + \rho) \cdot X_{vrk} + \sum_{v \in V} CV \cdot (1 - X_{vr_0 1}) \quad (38)$$

La función objetivo busca minimizar la distancia total de las rutas seleccionadas en conjunto con el costo fijo por emplear los vehículos. La única diferencia con respecto al caso de 2 viajes es la sumatoria del número de viajes que en vez de terminar en 2, llega a n .

- **Restricciones**

$$\sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \sum_{k=1}^n \delta_{ir} \cdot X_{vrk} = 1 \quad \forall i \in I \quad (39)$$

Estas restricciones se encargan de forzar que todos los clientes sean visitados exactamente una vez. Se consideran todos los viajes de todos los vehículos.

$$\sum_{r \in R} X_{vr1} = 1 \quad \forall v \in V \quad (40)$$

En estas restricciones se obliga a todos los camiones a realizar el primer viaje; es importante recordar que en caso que el vehículo no se utilice, existe la posibilidad de seleccionar la ruta r_0 , la cual tiene costo nulo.

$$\sum_{r \in R_d} X_{vrk} = g_{vkd} \quad \forall v \in V, k \in K, d \in D \quad (41)$$

Estas restricciones definen el valor de la variable g_{vkd} . La variable tomará el valor de 1 siempre y cuando exista una ruta seleccionada para ser ejecutada por el vehículo v en su viaje k y comenzando desde la bodega d . g_{vkd} al ser binaria restringe también que a lo más se puede seleccionar una ruta por viaje para cada vehículo.

$$\sum_{r \in R} \sigma_r \cdot X_{vrk} = s_{vk} \quad \forall v \in V, k \in K \quad (42)$$

Estas restricciones son diseñadas para traspasar el tiempo de inicio de una ruta al vehículo asignado a ejecutarla. De las restricciones (40) y (41) se desprende que un vehículo puede servir a lo más una ruta en cada uno de esos viajes, por ende del lado izquierdo de la restricción se activará a lo más 1 variable X_{vrk} , lo cual repercutirá en que el tiempo de inicio del vehículo v en su viaje k , sea igual al de la ruta que se le ha asignado.

$$\sum_{r \in R} \varepsilon_r \cdot X_{vrk} = e_{vk} \quad \forall v \in V, k \in K \quad (43)$$

Estas restricciones son idénticas a las definidas en (42) con la diferencia de que éstas se emplean para definir el tiempo de fin del viaje realizado por el vehículo en cuestión.

$$B_{vkv'l d} \geq \frac{e_{vk} - e_{v'l}}{e_{max}} - (2 - g_{v'l+1d} - g_{vk+1d}) \quad \forall v, v' \in V; k, l \in L, d \in D \quad (44)$$

Para explicar estas restricciones se analizarán dos partes de estas expresiones por separado. Primero se tiene el término $\frac{e_{vk} - e_{v'l}}{e_{max}}$, cuyo valor será positivo o negativo dependiendo del tiempo en que los vehículo v y v' finalicen sus viajes k y l respectivamente, debido a que como la resta se encuentra dividida por e_{max} , se desprende que el valor del término completo se encontrará entre -1 y 1 . El segundo término, $(2 - g_{v'l+1d} - g_{vk+1d})$ puede tomar tres valores, $(2, 1$ y $0)$ dependiendo de si

los vehículos v y v' realizan o no sus viajes k y l . En los casos que el segundo término tome los valores 1 o 2 el lado derecho de la restricción respectiva tendrá valores menores o iguales a 0, lo que implica que la variable $B_{vkv'ld}$ no se encuentra restringida. En otras palabras, la restricción para v, v' será activa siempre que ambos vehículos realicen su viaje respectivo y además el vehículo v' regrese a la bodega d antes que el vehículo v . En ese caso el lado izquierdo de la restricción estará en el tramo (0,1) lo que forzará a la variable $B_{vkv'ld}$ a tomar el valor 1. Esto se interpreta como que el vehículo v' en su viaje l influye en la cola que enfrentará el vehículo v en su viaje k al momento de llegar a la bodega d .

$$B_{vkv'ld} \leq g_{vkd} \quad \forall v, v' \in V; k, l \in L, d \in D \quad (45)$$

Estas restricciones se encargan de forzar que la variable $B_{vkv'ld}$ tome el valor 0 cuando el vehículo v no realiza el viaje k . Se busca forzar dicha condición debido a que el vehículo no enfrentará un proceso de cola en su viaje k debido a que no lo realizará, por ende ningún vehículo debe ser considerado.

$$B_{vkv'ld} \leq g_{v'ld} \quad \forall v, v' \in V; k, l \in L, d \in D \quad (46)$$

Estas restricciones buscan forzar que la variable $B_{vkv'ld}$ valga 0 cuando el vehículo v' no realice su viaje l . Esto se debe a que es imposible que un vehículo que no realice un viaje influya en la cola que enfrentará otro al momento de esperar ser cargado.

$$B_{vkv'ld} + B_{jlvkd} \leq (g_{vkd} + g_{jld})/2 \quad \forall v, j \in V; k, l \in L, d \in D \quad (47)$$

El último caso a verificar por estas restricciones es cuando ambos vehículos, v y v' realizan respectivamente los viajes k y l . En este caso se fuerza que una de las variables $B_{vkv'ld}$ y B_{jlvkd} valga 1 y la otra deba tomar el valor 0. En el caso que uno o ambos vehículos no realicen su viaje respectivo se fuerza que ambas variables, $B_{vkv'ld}$ y B_{jlvkd} , valgan 0.

$$VB_{vkd} = \sum_{j \in K, l \in \{0,1,\dots,n\}} B_{vkv'ld} \quad \forall v \in V, k \in V, d \in D \quad (48)$$

Estas restricciones se emplean a modo de simplificar la notación de las próximas restricciones. El valor de VB_{vkd} indica la cantidad de vehículos que llegaron a la bodega d para realizar otro viaje antes que el vehículo v en su viaje k .

$$\sum_{d \in D} g_{v2d} \leq 1 - X_{vr_0} \quad \forall v \in V \quad (49)$$

En estas restricciones se plantea que si el vehículo v emplea la ruta r_0 en su primer viaje, no puede realizar un segundo viaje. En otras palabras, si $X_{vr_0} = 1$, entonces $\sum_{d \in D} g_{v2d} = 0$, lo que según (41) implica que $\sum_{r \in R_d} X_{vrk} = 0$.

$$g_{vkd} \leq \sum_{r \in R^d} X_{vrk-1} \quad \forall v \in V, k \in K, d \in D \quad (50)$$

Con estas restricciones se busca representar la continuidad de los viajes realizados por cada uno de los vehículos. Si un vehículo v no realiza su viaje $k - 1$, entonces no podrá realizar el viaje k . Si $\sum_{r \in R^d} X_{vrk-1} = 0$, entonces $g_{vkd} = 0$, lo que implica, según (41), que $\sum_{r \in R^d} X_{vrk} = 0$.

$$e_{v-1,1} \leq e_{v1} \quad \forall v \in V, v \neq 1 \quad (51)$$

Estas restricciones se emplean con la intención de minimizar los problemas en cuanto a tiempo de ejecución del modelo que puedan originarse debido a la simetría inherente al hecho de que todos los vehículos poseen las mismas características. Con estas restricciones se está forzando, sin restringir el poliedro de soluciones, que los vehículos regresen a la bodega luego de su primer viaje ordenados según su numeración, es decir, el vehículo 1 regresará a la bodega antes que el vehículo 2, y así sucesivamente.

$$X_{v-1r_0k} \leq X_{vr_0k} \quad \forall v \in V, v \neq 1 \quad (52)$$

Estas restricciones se emplean para resolver problemas de simetría debido a que para el modelo no hay diferencia en dejar de utilizar un vehículo con respecto a otro. Estas restricciones fuerzan a que los vehículos de mayor subíndice sean los primeros que se decidirá no emplear en caso que la solución no requiera toda la flota.

$$e_{vk} + \lambda \leq f_{vk+1} \quad \forall v \in V, k \in K \quad (53)$$

En estas restricciones se define que el tiempo en que un vehículo está listo para realizar otro viaje debe ser mayor al tiempo en que termina su viaje anterior más el tiempo que se demora en ser cargado.

$$e_{max} \cdot (1 - \sum_{d \in D} g_{vkd}) + s_{vk} \geq f_{vk} \quad \forall v \in V, k \in V, d \in D \quad (54)$$

Estas restricciones plantean que, en caso que el vehículo v realice su viaje k , el tiempo en que comience dicho viaje debe ser mayor o igual al tiempo en que se encuentre listo para realizarlo. En caso que no se realice dicho viaje la restricción nunca estará activa.

$$VB_{vkd} - VB_{v'ld} - LS + 1 \leq (|V| \cdot n) \cdot h_{vkv'ld} \quad \forall v, v' \in V; k, l \in L; d \in D \quad (55)$$

Estas restricciones tienen como objetivo forzar que la variable $h_{vkv'ld}$ tome el valor de 1 en los casos en que es necesario que el vehículo v en su viaje k tome en cuenta al vehículo v' en su viaje l al momento de esperar para ser cargado en la bodega d . $VB_{vkd} - VB_{v'ld}$ representa la cantidad de vehículos que pasan por la

bodega d para comenzar otro viaje entre los vehículos v y v' en sus viajes k y l . Si dicha resta es mayor o igual a la cantidad de sitios de carga (LS) de la bodega d significa que el vehículo v en su viaje k debe tomar en cuenta al vehículo v' en su viaje l .

En la siguiente figura se ejemplifica la situación que buscan representar las restricciones en (55).

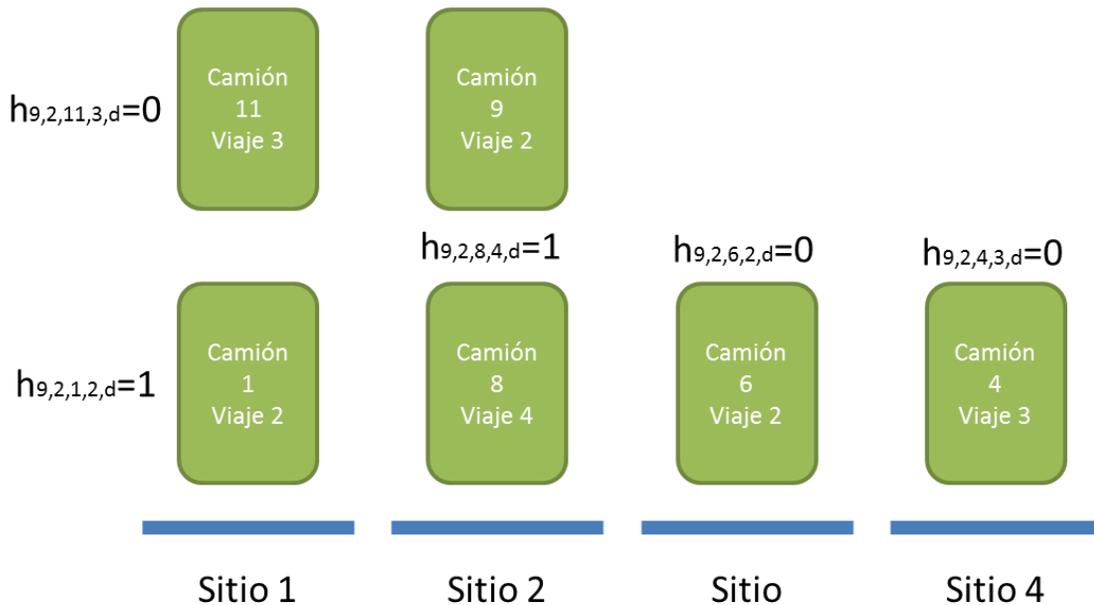


Figura 14: Cola en sitios de carga de bodega d , modelo generalizado

En esta figura se presentan las colas que se podrían dar en una bodega tipo. Se observa que el vehículo 9 luego de terminar su viaje 1 se acerca a la bodega para ubicarse en la fila del sitio 2 de la bodega en cuestión. Se observa que existen dos variables h activas, la primera, $h_{9,2,1,2,d}$ indica que debido a que el camión 1 en su viaje 2 llegó antes a la bodega que el vehículo 9 en su viaje 2, además se cumple que la cantidad de vehículos que llegaron entre ambos es superior a la cantidad de sitios de carga, lo mismo sucede con el camión 8 en su viaje 4 ($h_{9,2,8,4,d}$). Es importante destacar que si bien el vehículo 1 en su viaje 2 no influye en la cola donde se ubica el vehículo 9 en su viaje 2, la restricción más dura será la impuesta con respecto al vehículo 8 en su viaje 4 debido a que los vehículos se ubican en las colas de manera ordenada siguiendo un proceso FIFO.

$$|V| \cdot n \cdot (h_{vkv'ld} - 1) \leq (VB_{vkd} - VB_{v'ld}) - LS$$

$$\forall v, v' \in V; k, l \in L; d \in D \quad (56)$$

En estas restricciones se busca forzar que la variable $h_{vkv'ld}$ valga 0 cuando el vehículo v' en su viaje l no influye en el proceso de cola que enfrentará el vehículo v en su viaje k . Si la diferencia entre VB_{vkd} y $VB_{v'ld}$ es menor a LS entonces el lado derecho de la restricción será negativo lo que forzará que $h_{vkv'ld} = 0$. En caso que entre los vehículos v en su viaje k y v' en su viaje l existan menos vehículos que la cantidad de sitios de carga, entonces los vehículos se encontrarán en distintas colas, por ende v en su viaje k no debe considerar a v' en su viaje l al momento de caracterizar el proceso de cola que enfrentará.

$$f_{v'l} + \lambda - (e_{max} + \lambda) \cdot (3 - g_{vkd} - g_{v'ld} - h_{vkv'ld}) \leq f_{vk}$$

$$\forall v, v' \in V; k, l \in L; d \in D \quad (57)$$

Estas restricciones se hacen cargo de imponer la secuencia temporal que los vehículos deben respetar a modo de considerar el proceso de cola que se origina debido a que las bodegas tienen una capacidad de carga finita. En el caso que el vehículo v realice su viaje k ($g_{vkd} = 1$), que el vehículo v' realice su viaje l ($g_{v'ld} = 1$) y que el vehículo v en su viaje k deba tomar en cuenta al vehículo v' en su viaje l ($h_{vkv'ld} = 1$), se desprende que $f_{v'l} + \lambda \leq f_{vk}$, lo que quiere decir que el vehículo v estará listo para realizar su viaje k luego de que el vehículo v' se encuentre listo para realizar su viaje l más el tiempo necesario para ingresar la carga correspondiente a la ruta que ejecutará.

En el caso que no se cumpla alguna de las tres condiciones planteadas en el párrafo anterior la restricción no será activa.

3.5 Modelo de generación de columnas

En esta sección se presenta otro enfoque para resolver el problema estudiado. Se propone un modelo clásico de generación de columnas en el que, a diferencia de la metodología híbrida recién presentada, existe un proceso iterativo en que se agregan secuencialmente rutas al problema maestro hasta no tener la opción de agregar rutas con costo reducido negativo al problema maestro. Se plantea un modelo exacto como subproblema que se encarga de construir nuevas rutas con costo reducidos negativos las cuales alimentan al problema maestro, que en este caso es el modelo presentado en la sección 3.4.1 con sus variables enteras relajadas.

Para modelar el subproblema primero se definirán las variables duales en el problema maestro que luego representarán los factores de la función objetivo en los subproblemas. A continuación se indican las restricciones del problema maestro que involucran las variables que se emplearán en los subproblemas.

$$\begin{array}{ll}
 1) \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \sum_{k=1}^2 \delta_{ir} \cdot X_{vrk} = 1 & \forall i \in I \rightarrow \xi_i \\
 2) \sum_{r \in R} X_{vr1} = 1 & \forall v \in V \rightarrow \beta_v \\
 3) \sum_{r \in R \setminus r_0} X_{vr2} - g_v = 0 & \forall v \in V \rightarrow \gamma_v \\
 4) \sum_{r \in R} \sigma_r \cdot X_{vrk} - s_{vk} = 0 & \forall v \in V, k = 1,2 \rightarrow \theta_{vk} \\
 5) \sum_{r \in R} \varepsilon_r \cdot X_{vrk} - e_{vk} = 0 & \forall v \in V, k = 1,2 \rightarrow \varphi_{vk}
 \end{array}$$

Luego de definidas las variables duales del problema maestro (a la derecha de las restricciones anteriores) se puede formular el subproblema. Se observa que existe un subproblema por cada par (v, k) , sin embargo, la única diferencia en la formulación se da en la función objetivo dependiendo de a qué viaje (1 ó 2) corresponde el subproblema en cuestión. Es relevante mencionar que este enfoque resuelve el nodo raíz del problema, considerando e insertando columnas con costo reducido negativo para su formulación, esto significa que no realiza un análisis global de todas las rutas que podrían disminuir el costo final. En otras palabras, esta estrategia no asegura la obtención del óptimo global al problema.

3.5.1 Formulación subproblema

- **Conjuntos:**

I : conjunto de clientes.

V : conjunto de vehículos.

- **Parámetros:**

- 1) CV : costo de usar un vehículo.
- 2) α : costo monetario por unidad de distancia recorrida.
- 3) e_{max} : máxima hora en que los vehículos pueden terminar un viaje.
- 4) E_{max} : tiempo de espera máximo.
- 5) ρ : costo fijo por ejecutar una ruta (peajes).
- 6) C_s : capacidad de pedidos tipo seco del vehículo.
- 7) C_f : capacidad de pedidos tipo frío del vehículo.
- 8) C_c : capacidad de pedidos tipo congelado del vehículo.
- 9) D_{s_i} : demanda de pedidos tipo seco del cliente i .
- 10) D_{f_i} : demanda de pedidos tipo frío del cliente i .
- 11) D_{c_i} : demanda de pedidos tipo congelado del cliente i .
- 12) d_{ij} : distancia entre cliente i y j .
- 13) t_{ij} : tiempo de viaje entre cliente i y j .
- 14) t_{s_i} : tiempo de servicio en cliente i .
- 15) J_{max} : máxima duración en tiempo de la ruta.
- 16) $early_i$: cota inferior de ventana de tiempo para visitar a cliente i .
- 17) $late_i$: cota superior de ventana de tiempo para visitar a cliente i .

- **Variabes:**

- 1) δ_i : binaria, vale 1 si el cliente i se agrega a la ruta en construcción, 0 si no.
- 2) X_{ij} : binaria, vale 1 si se visita al cliente i e inmediatamente después al cliente j , 0 si no.
- 3) T_i : tiempo de llegada al cliente i .
- 4) T_{ini} : tiempo en que el vehículo sale de la bodega.
- 5) T_{fin} : tiempo en que el vehículo regresa a la bodega.
- 6) E_i : tiempo de espera previo a la visita al cliente i .
- 7) L : largo de la ruta construcción.

Sea v el vehículo para el que se está formulando el subproblema; a continuación se muestra la función objetivo para los subproblemas formulados para el primer y segundo viaje respectivamente. Se definen dos objetos que representan respectivamente a la bodega en el momento en que el vehículo comienza la ruta ($bodega_{ini}$) y otro para representar el regreso a la misma al finalizar la ruta en construcción ($bodega_{fin}$).

- **Función Objetivo (Primer viaje)**

$$Min L \cdot \alpha + \rho - \left\{ \sum_i \xi_i \cdot \delta_i + \beta_v + \theta_{v1} \cdot T_{bodega_{ini}} + \varphi_{v1} \cdot T_{bodega_{fin}} \right\} \quad (58)$$

- **Función Objetivo (Segundo viaje)**

$$Min L \cdot \alpha + \rho - \left\{ \sum_i \xi_i \cdot \delta_i + \gamma_v + \theta_{v2} \cdot T_{bodega_{ini}} + \varphi_{v2} \cdot T_{bodega_{fin}} \right\} \quad (59)$$

- **Restricciones**

$$\sum_{i \in I} \delta_i \cdot D_{s_i} \leq C_s \quad (60)$$

En esta restricción se restringe la cantidad de pedidos tipo seco que se pueden ingresar en el vehículo.

$$\sum_{i \in I} \delta_i \cdot D_{f_i} \leq C_f \quad (61)$$

En esta restricción se restringe la cantidad de pedidos tipo frío que se pueden ingresar en el vehículo.

$$\sum_{i \in I} \delta_i \cdot D_{c_i} \leq C_c \quad (62)$$

En esta restricción se restringe la cantidad de pedidos tipo congelado que se pueden ingresar en el vehículo.

$$\sum_{i \in I} X_{ij} = \delta_j \quad \forall j \in I \quad (63)$$

En estas restricciones se define la variable δ_j . Se plantea que si existe algún viaje desde un cliente i hasta j , entonces δ_j debe valer 1.

$$\sum_{i \in I \setminus \{i \neq k\}} X_{ik} = \sum_{j \in I \setminus \{j \neq k\}} X_{kj} \quad \forall k \in I \quad (64)$$

Estas son las restricciones de continuidad de los tramos de la ruta que se está construyendo. Si voy desde algún cliente i a un cliente k , entonces debo ir desde el cliente k a un cliente j .

$$E_i \leq E_{max} \quad \forall i \in I \quad (65)$$

Se define un tiempo de espera máximo igual para todos los clientes.

$$L = \sum_{i, j \in I} d_{ij} \cdot X_{ij} \quad (66)$$

En esta restricción se define la distancia total recorrida por la ruta en construcción.

$$T_j \geq T_i + t_{ij} + t_{s_i} + E_i - e_{max} \cdot (1 - X_{ij}) \quad \forall i, j \in I \quad i \neq j \quad (67)$$

Estas restricciones funcionan en conjunto con (68). Ambas fuerzan que en el caso que se realice un viaje entre los cliente i y j , el tiempo en que se visita al cliente j sea igual al tiempo de visita del cliente i más el tiempo de servicio y de espera de este más el tiempo de viaje entre i y j . En esta restricción se restringe inferiormente el tiempo de visita del cliente j .

$$T_j \leq T_i + t_{ij} + t_{s_i} + E_i + e_{max} \cdot (1 - X_{ij}) \quad \forall i, j \in I \quad i \neq j \quad (68)$$

Como se mencionó en el párrafo anterior estas restricciones trabajan en conjunto con (67). Acá se acota superiormente el tiempo de visita del cliente j .

$$T_i \leq e_{max} \quad \forall i \in I \quad (69)$$

En estas restricciones se define la hora más tardía en la que puede ser visitado un cliente.

$$T_{bodega_{fin}} - T_{bodega_{ini}} \leq J_{max} \quad (70)$$

Se define un máximo de duración de la jornada por lo que las rutas deben tener una duración inferior a dicho valor. En esta restricción la duración de la ruta se define como el tiempo en que el vehículo regresa a la bodega menos el tiempo en que salió inicialmente de ella.

$$\sum_{j \in I} X_{bodega_{ini},j} = 1 \quad (71)$$

En esta restricción se fuerza que la ruta comience en la bodega de inicio.

$$\sum_{i \in I} X_{i,bodega_{inicio}} = 0 \quad (72)$$

Esta restricción prohíbe que se realice un viaje que termine en la bodega de inicio.

$$\sum_{i \in I} X_{i,bodega_{fin}} = 1 \quad (73)$$

Esta restricción fuerza que la ruta en construcción termine en la bodega final.

$$\sum_{j \in I} X_{bodega_{fin},j} = 0 \quad (74)$$

Esta restricción prohíbe que se realicen viajes comenzando desde la bodega final.

$$early_i - e_{max} \cdot (1 - \delta_i) \leq T_i \quad \forall i \in I \quad (75)$$

En estas restricciones se fuerza que, en caso que el cliente i sea parte de la ruta en construcción, el tiempo de visita del cliente i sea mayor a la cota inferior de su ventana de tiempo de visita.

$$late_i + e_{max} \cdot (1 - \delta_i) \geq T_i \quad \forall i \in I \quad (76)$$

En estas restricciones se define la cota superior para el tiempo de visita del cliente i . En el caso que la ruta en construcción visite al cliente i , se debe cumplir que el tiempo de visita a dicho cliente sea menor a la cota superior de la ventana de tiempo de visita de este.

3.5.2 Estrategia de ejecución

En esta sección se detalla el procedimiento llevado a cabo para realizar las ejecuciones del modelo de generación de columnas recién presentado. Inicialmente se implementó la forma más natural de ejecutar la generación de columnas, estrategia que se ilustra en el siguiente pseudo código.

- 1) Resolución de problema maestro relajado.
- 2) Resolución de todos los subproblemas para todo par (v, k)
 - a. Si el costo reducido de un subproblema es negativo, entonces ingresar dicha ruta al conjunto final de rutas y regresar al paso (1).
 - b. Si el costo reducido es positivo, continuar al siguiente subproblema.
 - c. Si el costo reducido de todos los subproblemas es positivo, entonces pasar al paso (3).
- 3) Resolución del problema maestro entero para obtener la solución final del problema.

A modo de disminuir el tiempo de ejecución del modelo de generación de columnas se propone una segunda estrategia de ejecución.

- 1) Resolución de relajación del problema maestro.
- 2) Resolución de los subproblemas para todos los pares (v, k) con un gap límite de 30% y un tiempo de resolución máximo de 100 segundos. (La condición que se cumpla primero hará que finalice la ejecución del subproblema).
 - a. Si el costo reducido es negativo, entonces se ingresa la ruta construída al conjunto final de rutas y se prosigue al siguiente subproblema.
 - b. Si el costo reducido es positivo, se ejecuta el mismo subproblema sin límite de gap ni de tiempo de ejecución. Si en dicho subproblema se alcanza un costo reducido negativo, entonces se agrega dicha ruta al conjunto final de rutas.
 - c. Si todos los subproblemas sin límite de gap ni de tiempo de ejecución alcanzan costos reducidos positivos, proceder al paso (3).
 - d. Luego de ejecutar todos los subproblemas, si existe al menos un subproblema que encuentre una ruta con costo reducido negativo, regresar a paso (1).
- 3) Resolución del problema maestro entero para obtener la solución final del problema. Cabe destacar que esta solución no representa el óptimo del problema debido a que la generación de columnas resuelve únicamente el nodo raíz.

Capítulo 4

Estrategia de solución y resultados

4.1 Introducción

En esta sección se realizarán ejecuciones del modelo híbrido. Se busca estudiar el comportamiento del modelo en cuanto a calidad, tiempo de ejecución y su respuesta frente a diversos escenarios de demanda. También se analizarán distintas configuraciones de la heurística; ya sea emplear todos los módulos de diversificación de rutas diseñados o un subconjunto de estos dependiendo del tamaño de instancia de demanda a resolver.

También se realizarán comparaciones del modelo híbrido con el caso inicial que motiva esta tesis que consideraba solamente la etapa heurística. A su vez, se realizará la comparación del modelo presentado con un modelo exacto de generación de columnas (*benchmark*) para de esta forma determinar objetivamente el rendimiento (tiempo de ejecución y función objetivo) de la metodología propuesta.

A modo de estudiar la robustez de las soluciones, se empleará un esquema de simulación calibrado según información real. Se pretende determinar la cantidad de pedidos atrasados que se desprenden de la ejecución de cada una de las metodologías presentadas y con esto comparar la calidad de servicio que otorgan al cliente.

4.2 Procedimiento de ejecución

En esta sección se explicará el procedimiento utilizado para encontrar la solución al problema de ruteo vehicular con múltiples viajes y cola en bodega según la metodología híbrida presentada previamente.

Se comenzará detallando los pasos a ejecutar para definir una instancia del problema.

1. Definir la demanda a satisfacer por las rutas que se construirán. Para esto se requiere determinar el tipo de ventana de tiempo que tendrán los pedidos (VACT, V3H o V2H), luego se procede a simular la demanda, proceso que se describe en la sección 4.6.1. Esto permite conocer la cantidad de pedidos, su ventana de tiempo, sus coordenadas, el tiempo de servicio y su demanda según categoría de productos (seco, frío o congelado).
2. Determinar el número de bodegas junto con las coordenadas de cada una.

3. Especificar el número de centros de carga que habrá por bodega.
4. Definir el tamaño de la flota y la capacidad según tipo de carga de los vehículos.
5. Determinar el tiempo de carga en bodega.

A continuación se detallarán las opciones disponibles a nivel de configuración de la heurística. En el caso de instancias de gran tamaño, se deberá limitar la cantidad de rutas creadas por la heurística a modo de controlar los tiempos de ejecución y mantenerlos en un rango inferior a las 6 horas. Para instancias de menor tamaño será posible darle más libertad y flexibilidad a la heurística para que genere una mayor cantidad de rutas que aquellas que hubiera creado con las restricciones impuestas a la heurística en caso de las instancias de mayor tamaño. A continuación se indican los pasos secuenciales que considera la heurística, en conjunto con la descripción y opciones de configuraciones asociadas a cada uno:

- **Semillas heurística de construcción:** Se puede determinar el número de semillas desde las que se ejecutará la heurística de construcción. Cada una de las corridas creará un conjunto de rutas que constituyen una solución factible al problema. Mientras más semillas se empleen, más diversificado será el número de rutas final; sin embargo, si se emplean muchas semillas, las heurísticas de diversificación posteriores crearán una cantidad muy elevada de rutas lo que repercutirá en que la segunda etapa del modelo híbrido (modelo exacto) aumente considerablemente en cuanto a tiempo de ejecución.
- **Corridas de heurística de construcción en sub-conjuntos de clientes:** Esta configuración es similar a la recién mencionada. Se puede seleccionar la cantidad de subconjuntos en los que se dividirá la totalidad de la demanda para luego, en cada uno de estos, ejecutar la heurística de construcción. Esto busca generar un conjunto más diverso de rutas, debido a que la selección de semillas aleatorias del paso anterior no es suficiente como estrategia de diversificación cuando la distribución espacial y temporal de clientes fuerza la creación de rutas similares independientemente de su cliente inicial (semilla).
- **Selección de pares de rutas candidatas a heurística inter-ruta:** Tal como se mencionó en la sección 3.3.3, existen 3 criterios que permiten seleccionar los pares de rutas candidatas a la heurística de diversificación inter-ruta:
 - 1) Intersección paralelepípedo de máxima latitud y longitud: para este caso no existen opciones de configuración, los pares de ruta seleccionados siempre cumplirán con esta condición.
 - 2) Ventanas de tiempo contenidas: al igual que en el punto 1) esta consideración siempre será activa para los pares de rutas a definir.
 - 3) Máxima distancia entre centros de gravedad: este atributo corresponde a un parámetro y se puede modificar a modo de crear una mayor o menor cantidad de pares de rutas como candidatas a análisis inter-ruta.

- **Heurística de diversificación inter-ruta:** esta heurística se puede emplear a modo de generar una mayor cantidad de rutas; se ejecuta sobre los pares de rutas definidos en la etapa anterior. Es posible deshabilitar esta etapa de la heurística.
- **Partición de rutas:** esta es una opción que puede activarse o desactivarse en las ejecuciones de la heurística. Su objetivo es generar rutas con todo tipo de longitudes en cuanto a cantidad de clientes que visitan. El objetivo de generar estas rutas es ampliar el poliedro de soluciones factibles del modelo exacto.

El código de esta heurística se encuentra en lenguaje C++ (versión 10.0); sin embargo, el modelo exacto se encuentra programado en Python. Para compatibilizar ambos lenguajes se obtiene como salida de la etapa heurística un conjunto de archivos de texto en donde se inicializan las variables que representan las rutas creadas, para luego ser leídos por el código del modelo exacto en Python (versión 2.7).

Estos archivos son leídos por el modelo exacto, generando la instancia de rutas disponibles para seleccionar. Finalmente, se obtiene una solución factible al problema que considera la cola que se origina en la bodega, los tiempos de viaje dependientes del tiempo, ventanas de tiempo duras, múltiples bodegas y múltiples viajes por vehículo.

4.3 Calibración de parámetros

En esta sección se estudia el comportamiento de la metodología híbrida en función de las diferentes configuraciones posibles para la etapa heurística. Se analizarán 2 tipos de instancias de manera exploratoria a modo de obtener la configuración de parámetros recomendable para cada una:

- Grande: Aproximadamente 250 clientes.
- Mediana: Aproximadamente 100 clientes.

Las instancias se obtienen en base a la etapa de generación de demanda detallada en la sección 3.2 de este documento. Se emplea una distribución Poisson para representar la cantidad de pedidos que llegan según día y hora. Para definir el tamaño de las instancias, se ajusta el parámetro asociado a la cantidad de ocurrencias esperadas en un intervalo dado (λ). En el caso de demandas cuyo orden de magnitud es de aproximadamente 250 clientes, se emplea la tasa (λ) estimada para simular el caso real definido según la data disponible. Para la demanda de orden de magnitud de 100 clientes, se emplea una tasa (λ) correspondiente al 40% de la usada para instancias grandes. Cabe destacar que ambos tipos de instancias se generan de manera independiente y aleatoria, por lo que los pedidos que las componen no comparten clientes necesariamente.

A modo de organizar el análisis, se definirán de manera ordenada los parámetros recomendados. Primero se definirá, por tipo de escenario, el número de semillas recomendadas fijando el resto de las variables y luego, fijando el número de semillas, se procederá a definir las subsecuentes variables. En todos los escenarios a estudiar se emplea la heurística de mejora intra-ruta.

La estructura de costos empleada es la que sigue:

$$\alpha = 230,66 \left[\frac{CLP}{Km} \right]$$

$$\rho = 10.000 [CLP]$$

$$CV = 90.000 [CLP]$$

Estos costos se desprenden de información real de la compañía de supermercados que inicialmente motivó este estudio. α representa el costo en combustible utilizado por kilómetro recorrido (por simplicidad se desprecian efectos de la velocidad en el consumo de combustible), ρ corresponde al gasto promedio en peajes que debe cancelar un camión al realizar una ruta y CV es el costo de emplear un vehículo y corresponde a la depreciación del vehículo junto con el gasto prorrateado de su compra.

Se empleará el modelo de 2 viajes y una única bodega a fin de entregar recomendaciones para la configuración del modelo aplicado al problema real que motiva esta tesis.

Las ejecuciones se llevan a cabo a un computador de escritorio con las siguientes características:

Procesador	Intel(R) Core™ i5-3450 CPU “ 3,10GHz
RAM	4 GB
Disco	500 GB, 7200 rpm
Sistema Operativo	Windows 7 Professional 64 bits

Tabla 2: Características computador empleado

4.3.1 Número de semillas

A continuación se presenta una tabla con los resultados obtenidos para tres conjuntos de demanda de tipo grande y tres de tipo mediana. Se modificó el número de semillas empleadas y se ejecutaron ambas etapas de la metodología híbrida. No se empleó la heurística de trozos de rutas, tampoco la de ejecutar la heurística de construcción desde sub conjuntos de clientes. La distancia entre los centros geométricos de las rutas para seleccionar los pares tampoco se limitó. En la segunda etapa de la metodología híbrida se empleó el modelo exacto con un máximo de 2 viajes por vehículo y bodega única.

En la siguiente tabla se muestran las corridas ejecutadas, las columnas indican el nombre de la instancia (Nombre), el número de pedidos (N° de cliente), la cantidad de

ejecuciones de la heurística de construcción (Semillas), la cantidad de variables del modelo de optimización de la segunda etapa de la metodología híbrida (Variables), el tiempo conjunto de ambas etapas (Tiempo) y finalmente la función objetivo (Costo).

Nombre	N° de clientes	Semillas	Variables	Tiempo [min]	Costo [CLP]
G1	252	1	45.240	17,4	\$2.713.870
	252	2	167.272	229,9	\$2.687.560
	252	3	255.672	--- *	--- *
G2	262	1	46.806	14,78	\$2.694.101
	262	2	145.812	379,5	\$2.693.915
	262	3	245.684	--- *	--- *
G3	265	1	63.858	19,5	\$2.788.852
	265	2	216.746	909,7	\$2.788.015
	265	3	325.672	--- *	--- *
M1	104	1	7.310	3,6	\$1.164.472
	104	2	27.550	8,9	\$1.164.472
	104	3	65.110	29,3	\$1.081.543
	104	4	87.748	--- *	--- *
M2	115	1	13.108	3,2	\$1.369.071
	115	2	33.750	8,6	\$1.178.757
	115	3	75.150	13,6	\$1.178.757
	115	4	137.390	46,3	\$1.178.757
M3	117	1	10.870	5,1	\$1.377.536
	117	2	49.430	10,3	\$1.299.042
	117	3	95.348	--- *	--- *
	117	4	156.824	--- *	--- *

Tabla 3: Resultados metodología híbrida, variación número de semillas

(*) Los escenarios que no presentan tiempo ni costo son los que el modelo exacto no pudo resolver antes de agotar la memoria RAM del computador empleado. Cabe destacar que los costos reportados no consideran las externalidades negativas propias de la cantidad de kilómetros recorridos como serían la congestión, contaminación, aumento de riesgo de accidentes, ruido, entre otros.

En el caso de escenarios de demanda tipo grande se observa que el modelo nunca logró terminar su ejecución cuando se emplearon 3 semillas. En el caso de las demandas de tipo mediano, se observan 2 de los 3 casos analizados en donde se logra obtener una solución empleando 3 semillas. Sin embargo, en uno de estos casos se obtiene la misma solución que se alcanza al emplear 2 semillas. En base a lo anterior se determina usar 2 semillas para las siguientes ejecuciones en escenarios de demanda de tipo grande y mediana.

Tipo de demanda	Semillas recomendadas
Grande	2
Mediana	2

Tabla 4: Semillas según tipo de demanda

A continuación se muestran gráficos de tiempo y costo versus número de semillas de algunos de los escenarios ejecutados.

El siguiente gráfico muestra las curvas de costo y tiempo según número de semillas empleadas para el escenario de demanda de 115 pedidos (M2).

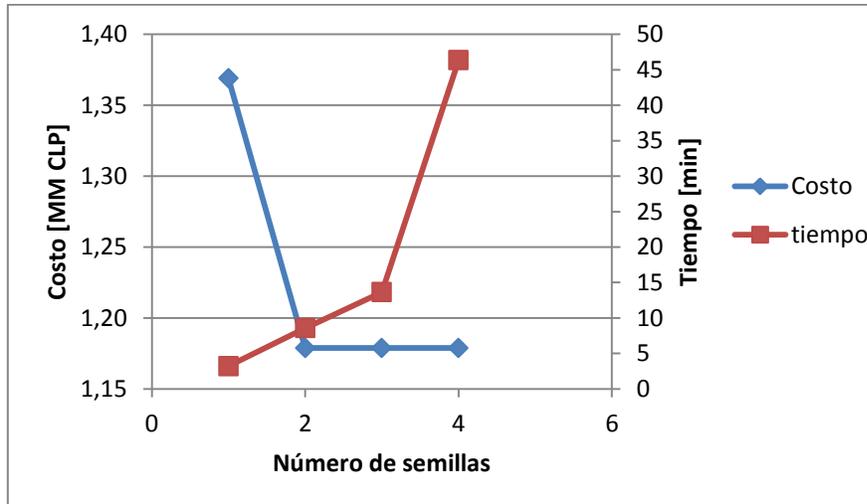


Figura 15: Instancia M2

En el gráfico de la figura 15, se observa que con 2 semillas se obtiene el mismo costo que empleando 3 o 4 semillas. El tiempo crece linealmente desde 1 hasta 3 semillas, sin embargo, en la cuarta semilla el crecimiento en el tiempo de ejecución es mayor. En este caso lo recomendable es emplear 2 semillas.

A continuación, en la figura 16 se muestra el gráfico correspondiente al escenario de demanda de 104 pedidos (M1).

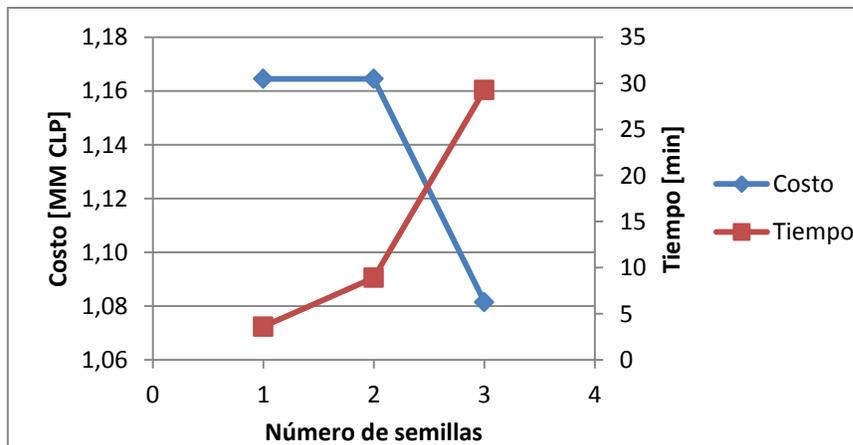


Figura 16: Instancia M1

En este escenario se observa que el costo final de la solución seleccionada se mantiene constante para los casos donde se emplean 1 y 2 semillas; para el caso de 3

semillas se observa una disminución en el costo junto con un aumento en el tiempo de ejecución. En este caso lo recomendable sería emplear 3 semillas.

En lo que sigue se estudian los mismos escenarios de demanda de la tabla 3 pero descartando el uso de la heurística de diversificación inter-ruta. Para cada demanda se analizará el comportamiento de la solución en el caso del modelo que pudo correr con más semillas, con lo que se busca determinar el beneficio de emplear la heurística de diversificación inter-ruta presentada en la sección 3.3.3.1.

Nombre	N° de clientes	Semillas	Tiempo [min]	Costo [CLP]	% Aumento en costo
G3	265	2	16,7	\$2.728.145	1,4
G2	262	2	16,7	\$2.739.314	1,7
G1	252	2	17,8	\$2.825.203	5,1
M3	117	3	2,8	\$1.355.175	4,3
M2	115	4	3,0	\$1.262.848	6,1
M1	104	3	3,3	\$1.154.562	7,8

Tabla 5: Resumen de resultados sin heurística de diversificación inter-ruta

De los resultados aquí presentados se desprende que emplear la heurística de diversificación inter-ruta repercute en un conjunto de rutas más variado y con esto un poliedro de soluciones más amplio para el modelo de optimización. Si bien se observa que el ahorro en costo producto de emplear dicha heurística no es muy elevado porcentualmente, con el objetivo de minimizar la flota es recomendable emplear esta heurística de diversificación. Particularmente en 4 de los 6 escenarios analizados se redujo la flota requerida en 1 vehículo.

En la siguiente tabla se presenta el ahorro potencial que se obtendría anualmente si se consideran representativos los resultados obtenidos para el caso particular de un día indicado en la tabla 5.

Nombre	Ahorro anual [CLP]
G3	\$ 11.916.537
G2	\$ 14.529.321
G1	\$ 44.954.630
M3	\$ 18.181.028
M2	\$ 24.034.523
M1	\$ 28.097.421

Tabla 6: Ahorro anual heurística de diversificación

4.3.2 Partición de rutas

Ya definido el parámetro correspondiente al número de semillas según tipo de instancia, se procede a verificar el impacto en la solución en caso de usar o no la heurística que divide en subrutas las rutas creadas previamente. El detalle se encuentra explicado en la subsección 3.3.3.2 de este documento. Se estudiará el impacto de dicha

configuración de la heurística para instancias de tamaño medio para así tener mayor libertad en cuanto a la cantidad de rutas generadas, manteniendo siempre la factibilidad de realizar la ejecución del problema entero en un tiempo de resolución acotado. Se emplearán dos semillas en la primera etapa de construcción de rutas *Greedy*. Se estudiarán 3 escenarios elaborados aleatoriamente y se evaluará la diferencia en tiempo y resultado final en el caso de utilizar o no la heurística de partición de rutas; en ambos casos se usará la heurística de diversificación inter-ruta. Cabe destacar que la única configuración extra de la heurística empleada es la de partición de rutas. Los escenarios analizados utilizan ventanas tipo VACT. Se emplean nuevos escenarios a modo de no sesgar el análisis debido a características particular de alguno de los escenarios empleados previamente.

Nombre	Número de clientes	Con partición de Rutas			Sin partición de Rutas		
		F.O. [CLP]	Variables	Tiempo [seg]	F.O. [CLP]	Variables	Tiempo [seg]
M4	110	\$1.269.144	9.378	1.065	\$1.269.144	738	155
M5	101	\$1.158.742	10.845	1.083	\$1.158.742	945	152
M6	97	\$1.151.848	10.065	2.868	\$1.152.184	885	143

Tabla 7: Resumen resultados partición de rutas

En la tabla 7 se observa que en los escenarios M4 y M5, la función objetivo no mejora al emplear la heurística de partición de rutas, notando que el tiempo de ejecución de ambos escenarios aumenta considerablemente. En el escenario M6 se observa una disminución en el costo final, la cual es de un 0,03% a costa de un tiempo de ejecución que se amplifica por un factor de 20. En base a esta información, en lo que sigue de este documento no se empleará la heurística de partición de rutas.

4.3.3 Sub conjuntos de clientes

En esta sección se estudiará el impacto en cuanto a valor de la solución como en tiempo de ejecución del modelo híbrido, al considerar la opción de dividir la demanda en subconjuntos de pedidos, para luego dentro de cada uno de ellos ejecutar la heurística de construcción *greedy*. El objetivo de esta configuración es otorgar una mayor variedad al conjunto final de rutas construido. Los escenarios que se presentan a continuación consideran el uso de 2 semillas aleatorias para las primeras ejecuciones del modelo *greedy* sobre la totalidad de los clientes y también 2 semillas aleatorias seleccionadas desde cada uno de los subconjuntos de pedidos analizados.

Nombre	Número de clientes	Con Sub Conjuntos			Sin Sub Conjuntos		
		F.O. [CLP]	Variables	Tiempo [seg]	F.O. [CLP]	Variables	Tiempo [seg]
M7	104	\$963.849	2.150	2	\$964.337	1.190	2
M8	97	\$1.059.022	2.150	2	\$1.059.022	1.150	1
M9	92	\$948.027	2.030	3	\$948.027	1.150	2

Tabla 8: Resumen resultados heurística sub conjuntos

Se observa que uno de los 3 escenarios analizados presenta una disminución en el costo final al emplear la heurística de diversificación, la cual divide la demanda en subconjuntos de clientes para ejecutar la heurística de construcción *greedy* independientemente en cada uno de estos. En los tres escenarios analizados, se crea un total de 46, 46, 43 rutas respectivamente al emplear la heurística; este acotado número de rutas justifica la dificultad que tiene el modelo para encontrar un conjunto de rutas distinto a alguna solución de los *greedy* ejecutados. Dado que se genera una cantidad limitada de rutas nuevas, es recomendable emplear esta heurística en conjunto con otras configuraciones que permitan construir un conjunto final con mayor cantidad de rutas.

La motivación para desarrollar esta heurística se basa en el comportamiento de la heurística de construcción *greedy* empleada. Mediante ejecuciones exploratorias de este método, se observó que las inserciones basadas en la minimización del factor de impacto explicado en la sección 3.3, tenía como consecuencia que, aun cambiando la semilla de inicio de manera aleatoria, la segunda inserción generalmente repetía la secuencia de clientes creada cuando se empleaba otra semilla. En otras palabras, el modelo tenía una estructura de rutas con alta probabilidad de ser seleccionada, lo que limita la variabilidad que se desea para el conjunto final de rutas.

4.4 Resultados de algoritmo Generación de columnas

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para las ejecuciones del modelo formulado como generación de columnas. Se emplea la estrategia presentada en la sección 3.5.2. En una primera instancia se limita el tiempo de corrida de los subproblemas y se plantea una cota para el gap, que de ser superada, provoca que se termine la ejecución del subproblema en ejecución. Cuando no se logran encontrar rutas con costo reducido negativo se procede a relajar estas condiciones dejando que los subproblemas se ejecuten hasta alcanzar el óptimo.

Dada la magnitud del problema que se busca resolver, se hará una evaluación del tamaño de instancia que la generación de columnas es capaz de solucionar en un tiempo de corrida inferior a 10 horas de ejecución.

En lo que sigue se presenta un resumen de las instancias estudiadas de manera exploratoria:

- 1) Instancia de 13 clientes: esta instancia se creó empleando la etapa de generación de demanda de la heurística presentada en las secciones anteriores. Se limitó la tasa de la distribución Poisson (λ) que representa la cantidad de pedidos a un 5% de la tasa estimada con la información real. Con esto se obtuvo una demanda que consiste en 13 pedidos. La primera solución factible que se le entrega al problema maestro relajado consiste en una primera ejecución del

modelo *greedy* presentado en la sección 3.3 con una única semilla. La solución inicial entregada al modelo de generación de columnas tiene un costo total de \$238.266 pesos y consiste en 3 rutas que pueden ser servidas por 2 vehículos. En lo que sigue se resumen los resultados de la ejecución del modelo con generación de columnas:

- Función objetivo de la última relajación lineal de problema maestro ejecutada: \$141.335 CLP.
- Variables: 910
- Restricciones: 77
- Función objetivo del problema maestro entero: \$236.110 CLP
- La solución consiste en 3 rutas servidas por 2 vehículos.
- El tiempo de ejecución es de 2,7 horas.

2) Instancia de 45 pedidos: al igual que en el caso anterior esta demanda se construyó empleando la estrategia de generación de demanda de la sección 3.3. Se acotó el parámetro λ a un 15% de la tasa oficial con lo que se obtuvo una demanda de 45 pedidos distribuidos espacialmente en las zonas de Santiago y temporalmente a lo largo de una jornada laboral de un día. Del mismo modo que en el caso anterior, la solución inicial se obtuvo en base a una iteración desde una única semilla del algoritmo de construcción de rutas *Greedy*. Se ejecutó la generación de columnas; sin embargo, luego de 70 horas el modelo aún no había finalizado. El tiempo de ejecución de cada subproblema cuando no se empleaba un límite de gap ni de tiempo de ejecución superaba las 4 horas. Se chequearon dos instancias más, particularmente una de 47 y una de 49 clientes, ambas superando la barrera de las 10 horas por lo que se determinó que una demanda de esta magnitud supera la capacidad de resolución del modelo de generación de columnas propuesto.

En lo que sigue se presenta un resumen de cuatro escenarios de tamaño pequeño (menos de 15 clientes) ejecutados tanto con el modelo de generación de columnas, como también con la metodología híbrida. En el segundo caso, dado que se trata de demandas pequeñas, se emplearon tantas semillas como clientes existen en la instancia. Se emplearon dos tipos de ventana de tiempo de visita para los clientes en la etapa de construcción de rutas (V2H y V3H):

Escenario	FO maestro entero [CLP]	Solución maestro relajado [CLP]	Tiempo [seg]	Rutas usadas	Camiones usados	Variables
12c_V3H	\$219.895	\$129.895	4.793	2	2	14.622
12c_V2H	\$254.249	\$207.289	425	4	2	1.782
13c_V3H	\$222.205	\$132.205	222	2	2	1.934
13c_V2H	\$239.099	\$194.099	19	3	2	934

Tabla 9: Resultados Generación de Columnas

En la Tabla 9 se presentan los resultados del modelo de generación de columnas obtenidos para 4 instancias de demanda, no se reutiliza la instancia empleada para realizar el análisis exploratorio mencionado previamente. La codificación empleada para los nombres de cada uno de los escenarios es la siguiente:

- 12c_V3H: Instancia con 12 clientes y ventanas de tiempo para los pedidos de 3 horas.
- 12c_V2H: Instancia con 12 clientes y ventanas de tiempo para los pedidos de 2 horas.
- 13c_V3H: Instancia con 13 clientes y ventanas de tiempo para los pedidos de 3 horas.
- 13c_V2H: Instancia con 13 clientes y ventanas de tiempo para los pedidos de 2 horas.

Las instancias con la misma cantidad de pedidos contienen los mismos clientes. Es decir la única diferencia entre los escenarios 12c_V3H y 12c_V2H son las ventanas de tiempo.

Se observa que en todos los casos se emplean 2 vehículos; sin embargo la cantidad de rutas ejecutadas varía entre 2 y 4 por escenario. En ambos pares de escenarios según cantidad de clientes, se cumple que los pedidos con ventanas de tiempo de 2 horas repercuten en un mayor costo para la solución final.

En la tabla 10 se resumen los porcentajes de aumento en costo según tipo de ventana con respecto al escenario con ventanas de 3 horas.

Escenario	F.O. maestro entero [CLP]	% Aumento en costo c/r a V3H	F.O. maestro relajado [CLP]	% Aumento en costo c/r a V3H
12c_V3H	\$219.895	---	\$129.895	---
12c_V2H	\$254.249	15,6	\$207.289	59,6
13c_V3H	\$222.205	---	\$132.205	---
13c_V2H	\$239.099	7,6	\$194.099	46,8

Tabla 10: Variación en costo según tipo de ventana (V2H y V3H)

En la tabla 10 también se puede observar la diferencia de costo entre el último problema maestro relajado ejecutado y el consecuente problema entero resuelto. En los escenarios con ventanas de tiempo 3 horas, se presenta la mayor diferencia en costo, la que en ambos casos es de \$90.000, lo que implica que la relajación del problema permite minimizar la flota en un vehículo. Esta diferencia equivale a un 41% en promedio para ambos escenarios. Para el caso de ventanas de tiempo de 2 horas, la diferencia es porcentualmente menor, alcanzando un 18% en promedio en los dos escenarios.

Resultados enfoque híbrido

A continuación, en tabla 11 se presentan los resultados obtenidos con la metodología híbrida. Se estudian las mismas instancias de demandas que en el caso de generación de columnas incluyendo dos casos adicionales, en los cuales se modifica la configuración de la heurística de construcción. A continuación, se explica la codificación de los dos nuevos escenarios agregados:

- 12c_V2H_PR_S3: escenario con 12 clientes y ventanas de 2 horas (V2H). Se emplea la heurística de diversificación de Partición de rutas (PR) y además se divide aleatoriamente la demanda en 3 subconjuntos de pedidos a los que se les aplica independientemente la heurística de construcción *Greedy*.
- 13c_V2H_PR_S3: escenario con 13 clientes y ventanas de 2 horas (V2H). Se emplea la heurística de diversificación de Partición de rutas (PR) y además se divide aleatoriamente la demanda en 3 subconjuntos de pedidos a los que se les aplica independientemente la heurística de construcción *Greedy*.

Se analizan estos dos escenarios para observar la posibilidad de hacer competitivo en cuanto a costo los escenarios con ventanas de tiempo menores (V2H) en comparación al caso que emplea ventanas de mayor tamaño (V3H). Se implementan (PR y S3) con el objetivo de otorgar variedad al conjunto de rutas final y así obtener una disminución en el costo final.

Escenario	Semillas	Rutas creadas	Tiempo heurística [seg]	Tiempo maestro [seg]	F.O. maestro [CLP]	Rutas usadas	Camiones usados	Variables
12c_V3H	12	274	84	1	\$237.671	3	2	1.671
12c_V2H	12	1.771	168	2	\$343.771	4	3	10.653
12c_V2H_PR_S3	12	4.757	598	2	\$343.771	4	3	28.569
13c_V3H	13	65	71	1	\$240.836	3	2	417
13c_V2H	13	74	51	1	\$346.786	4	3	471
13c_V2H_PR_S3	13	2.354	284	1	\$346.015	4	3	9.459

Tabla 11: Resultados Metodología híbrida

Al igual que en el caso de Generación de Columnas se cumple que, para una misma cantidad de pedidos, los escenarios con ventanas de tiempo de 2 horas son más costosos que los de 3 horas. Sin embargo, en este caso la diferencia en costos es notoriamente mayor. Se puede observar también que, particularmente en el caso de 13 clientes, el escenario que considera la configuración de la heurística que emplea la partición de rutas y los subconjuntos de clientes (13c_V2H_PR_S3) presenta un pequeño ahorro con respecto a su instancia correspondiente pero sin emplear dichas configuraciones (13c_V2H). El beneficio porcentual de dicha configuración en la función objetivo es de un 0,2%, pero a costa de un tiempo de ejecución que aumenta de 471 segundos a 9.459 segundos.

Si analizamos en detalle los escenarios de demanda de 12 clientes, se pueden observar los resultados que se resumen en la tabla 12:

Escenario	F.O. maestro [CLP]	Camiones usados
12c_V3H	\$237.671	2
12c_V2H	\$343.771	3
12c_V2H_PR_S3	\$343.771	3

Tabla 12: Resumen resultados instancia 12 pedidos

En la tabla 12 se observa un aumento relativo de \$106.100 (44,6%) del costo en el escenario con ventanas de 2 horas con respecto al de 3 horas. Este aumento se debe a que la heurística no construyó un conjunto de rutas con la suficiente variedad en cuanto a hora de inicio y fin de las rutas para poder concatenar viajes en un mismo vehículo, lo que redundó en que se tuvo que emplear un vehículo adicional en el escenario con ventanas de tiempo de 2 horas. Es importante destacar que incluir, en la etapa de construcción de rutas, la configuración que considera partición de rutas y ejecución de la metodología *greedy* en subconjuntos de clientes, no tuvo impacto en una disminución en el costo de la solución final. El tiempo de ejecución aumentó debido a la mayor cantidad de rutas con las que trabajó el modelo exacto, sin embargo, el costo final no disminuyó en comparación al caso en que no consideraba las heurísticas de diversificación de partición de rutas y de subconjuntos de clientes.

En la siguiente tabla se resumen los resultados para la instancia de 13 clientes.

Escenario	F.O. maestro [CLP]	Camiones usados
13c_V3H	\$240.836	2
13c_V2H	\$346.786	3
13c_V2H_PR_S3	\$346.015	3

Tabla 13: Resumen resultados instancia 13 pedidos

Se observa, al igual que en el caso de 12 pedidos, que para el escenario con ventanas de 2 horas, el modelo requiere emplear un vehículo más, lo que repercute en un costo notoriamente superior al escenario en que los pedidos tienen ventanas de tiempo de 3 horas.

A continuación se presenta una tabla en donde se muestra la comparación entre los resultados obtenidos para el modelo con generación de columnas y la metodología híbrida para las instancias en común.

Escenario	F.O. Generación de columnas entero [CLP]	F.O. Metodología Híbrida [CLP]	% Aumento del costo con respecto a Generación de columnas entero
12c_V3H	\$219.895	\$237.671	8,1
12c_V2H	\$254.249	\$343.771	35,2
13c_V3H	\$222.205	\$240.836	8,4
13c_V2H	\$239.099	\$346.786	45,0

Tabla 14: Resumen resultados problema entero

Se observa que en los 4 escenarios analizados la estrategia que emplea generación de columnas presenta un costo menor. En el caso de las instancias con ventanas de tiempo de 3 horas, la diferencia es del orden de un 8% y la diferencia corresponde a una disminución en la cantidad de kilómetros recorridos por las rutas elaboradas en la generación de columnas. En los escenarios con ventanas de tiempo de 2 horas la diferencia entre los escenarios es mayor, con un promedio de diferencia de costo de un 40%. Esto se debe a que la metodología híbrida emplea un vehículo adicional en ambos casos.

Es destacable que en el escenario 12c_V2H la diferencia entre el costo de las soluciones es de \$89.522 pesos (costo de emplear un vehículo adicional es de \$90.000), lo que implica que, si bien se emplea un vehículo adicional, la metodología elige un conjunto de ruta que recorren una distancia menor que el caso resuelto con generación de columnas. En otras palabras, la generación de columnas emplea rutas menos eficientes que la metodología híbrida con tal de minimizar la flota.

En el escenario 13c_V2H la diferencia es de \$107.687 pesos, lo que implica que la metodología híbrida, además de emplear un vehículo adicional, selecciona un conjunto de rutas que recorren una distancia superior.

La tabla 15 resume los tiempos de ejecución de cada uno de los escenarios según las dos metodologías de resolución empleadas.

Escenario	Tiempo ejecución Generación de columnas Entero [seg]	Tiempo ejecución Metodología Híbrida Entero [seg]
12c_V3H	4.793	85
12c_V2H	425	170
13c_V3H	222	74
13c_V2H	19	55

Tabla 15: Resumen de tiempos problema entero

Se puede observar que existe una gran variabilidad en los tiempos de ejecución de la generación de columnas. La tendencia es que el tiempo de ejecución en el caso de la generación de columnas sea superior a la metodología híbrida. Esta tendencia se fortalece a medida que crece la cantidad de pedidos en la instancia estudiada. Como se mencionó en la sección 4.4, la generación de columnas no termina antes de 10 horas para instancias de aproximadamente 45 clientes.

4.5 Comparación metodología híbrida con heurística pura

En esta sección se realizará un análisis comparativo entre la metodología híbrida y la heurística pura presentada anteriormente. Se determinará el beneficio potencial de emplear la segunda etapa de la metodología para seleccionar una solución dentro de un conjunto variado de rutas creadas con la etapa heurística.

Se comparan ambas metodologías en cuanto a resultados y tiempo de ejecución. En el caso de la heurística se emplea una semilla seleccionada de manera aleatoria y se realiza la unión de rutas manualmente, considerando el tiempo de carga de los vehículos en la bodega.

4.5.1 Resultados

4.5.1.1 Modelo 2 viajes y una única bodega

En esta subsección se presentan los resultados obtenidos para diversos escenarios de demanda, empleando como estrategia de resolución la metodología híbrida. Se realiza una comparación básica con la solución entregada al emplear una semilla aleatoria en la etapa heurística.

Escenario de demanda mediana

El primer escenario a analizar cuenta con 104 pedidos distribuidos en ventanas de tiempo tipo VACT.

Se emplean dos configuraciones de la heurística, las que permiten obtener dos soluciones al problema. En la primera (denominada M10) se emplean 3 semillas aleatorias para la etapa de construcción de rutas, luego se subdividen los pedidos en tres subconjuntos según ventana de tiempo solicitada por el cliente. Dentro de cada uno de estos sub grupos se ejecuta el algoritmo *greedy* con 3 semillas seleccionadas aleatoriamente dentro del grupo respectivo. Esto resulta en la creación de 66 rutas en un tiempo de 343 segundos. Dicho conjunto de rutas es luego entregado como dato de entrada al modelo exacto, el cual luego de 2 segundos entrega como solución un conjunto de 8 rutas, con un costo total de ejecución de \$979.072 pesos.

Para el modelo exacto se emplea un tiempo de carga en bodega de 1 hora y se considera un único centro de carga en la bodega.

A continuación se presenta una tabla con un resumen de los datos correspondientes a la ejecución recién analizada.

Número de rutas	Tiempo heurística [s]	Tiempo modelo exacto [s]	Rutas usadas	Vehículos usados	Costo [CLP]
66	343	2	11	8	\$979.072

Tabla 16: Resultados instancia 104 clientes, metodología híbrida, configuración 1

En la figura 17 se observan las rutas ejecutadas por cada vehículo. En este se muestran las rutas como líneas horizontales en donde la abscisa corresponde a la hora de inicio y fin de los viajes y la ordenada se emplea para identificar a los vehículos. También se incluye en color rojo una línea que representa el largo de la cola en la bodega. En esta se consideran tanto los vehículos esperando para ser cargados como los vehículos que se encuentran en proceso de carga.

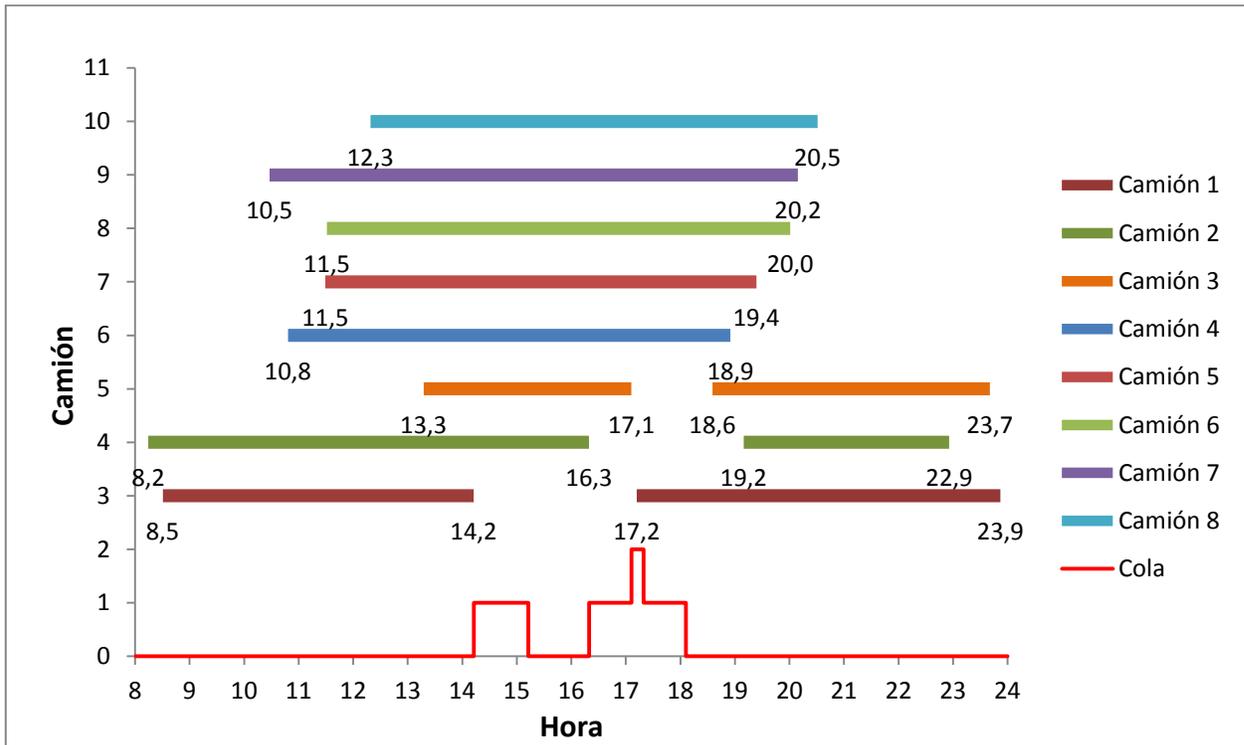


Figura 17: M10, metodología híbrida

Se observa que tres vehículos realizan un segundo viaje. La cola alcanza su máximo cuando el vehículo 3 regresa a la bodega para ser cargado y se ubica detrás del vehículo 2 que se encuentra en proceso de carga en ese momento. Se asume que cuando los vehículos regresan a la bodega inmediatamente se ubican en la cola.

La segunda configuración de la heurística empleada para la primera etapa de la metodología es idéntica a la anterior pero se le agrega la heurística de diversificación inter-ruta para aumentar la variedad y cantidad de rutas que luego recibirá el modelo exacto (denominada M10+I).

Los resultados obtenidos se resumen en la tabla 17.

Número de rutas	Tiempo heurística [s]	Tiempo modelo exacto [s]	Rutas usadas	Vehículos usados	Costo [CLP]
490	621	36	11	8	\$978.224

Tabla 17: Resultados instancia 104 clientes, metodología híbrida, configuración 2

Se observa una solución bastante similar a la obtenida en M10; la principal diferencia se debe a que se seleccionan dos rutas nuevas creadas por la heurística de diversificación inter-ruta, lo que resulta en una disminución del costo de 848 pesos (0,09%).

En la siguiente figura se muestran las rutas seleccionadas con la metodología híbrida para el caso M10+I.

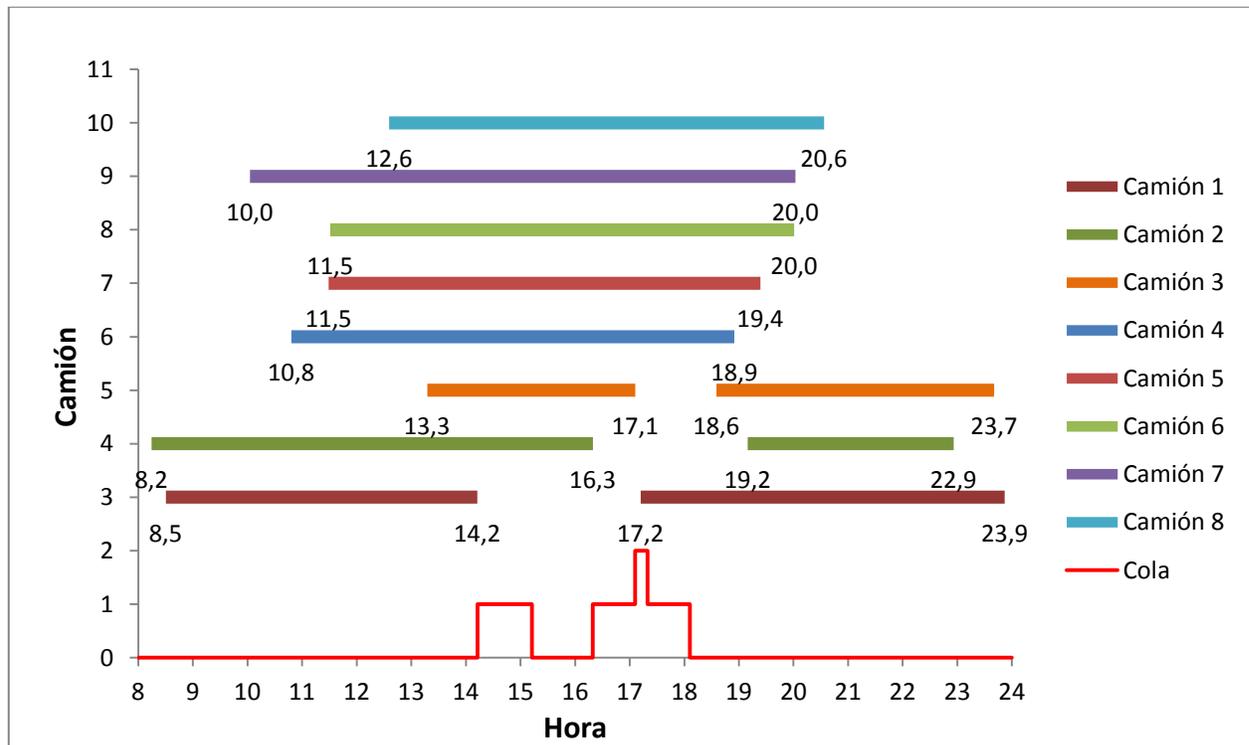


Figura 18: M10+I, metodología híbrida

Si se compara con la figura 17, se observa una pequeña diferencia en los tiempos de inicio y fin de las rutas ejecutadas por los camiones 7 y 8.

A continuación se presentan los resultados obtenidos para la misma instancia, pero ejecutando únicamente una semilla de la heurística (“Heurística” en la tabla 18). Se emplea el modelo exacto para determinar la mínima cantidad de vehículos con las que se puede ejecutar la solución propuesta por la heurística. Se incluyen también los resultados de la metodología híbrida para ambas configuraciones a modo de hacer explícitas sus diferencias.

Modelo	Número de rutas	Tiempo heurística [s]	Tiempo modelo exacto [s]	Rutas usadas	Vehículos usados	Costo [CLP]
Heurística	10	90	2	10	9	\$1.054.472
M10	66	343	2	11	8	\$979.072
M10+I	490	621	36	11	8	\$978.224

Tabla 18: Resultados instancia 104 clientes

En el caso de la heurística se observa un aumento en la flota requerida para realizar la distribución de los 104 pedidos. Si bien se emplea una ruta menos que con las otras dos estrategias, es necesario emplear un vehículo adicional para realizar la ejecución de las rutas seleccionadas, lo que trae como consecuencia un aumento en el costo de \$75.399,9 CLP (7,7%) con respecto a M10. En comparación a la ejecución de la metodología híbrida para M10+I, el aumento en costo corresponde a \$76.248,7 CLP (7,8%).

En la siguiente figura se presentan las rutas correspondientes a la ejecución de la heurística.

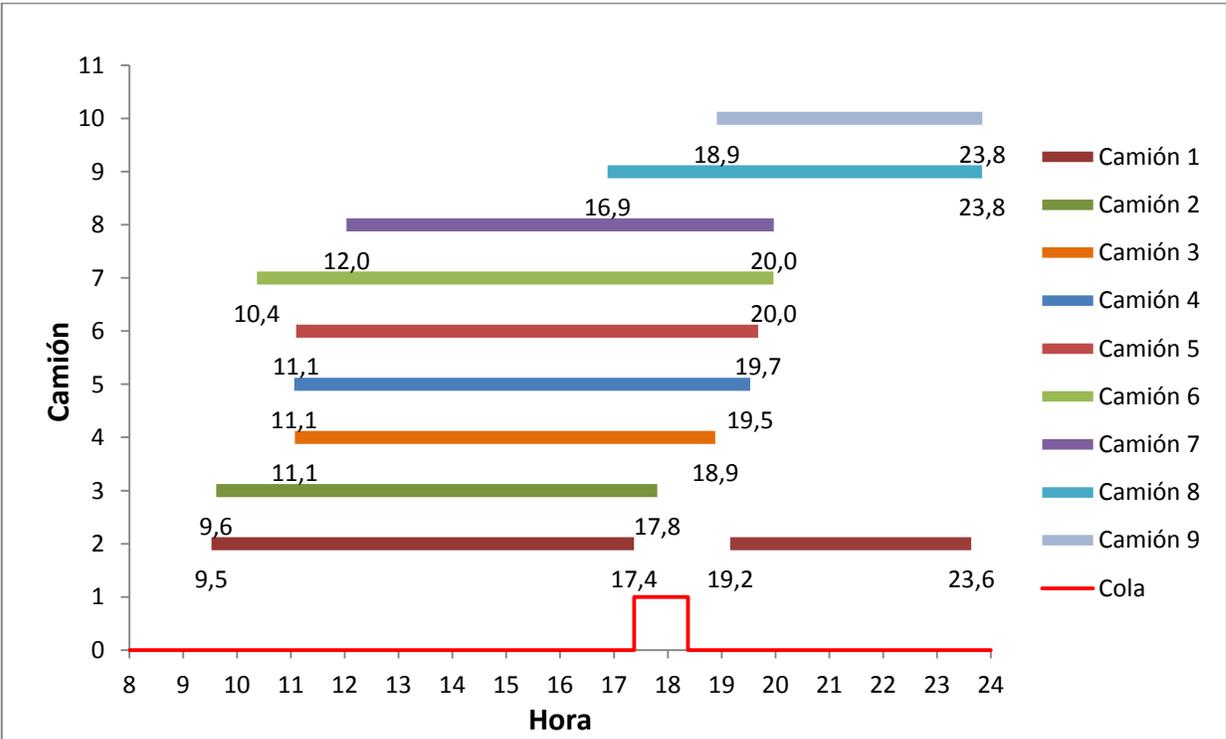


Figura 19: Solución instancia 104 clientes, heurística

En esta figura se observa que la estructura de rutas creadas no permite que más de un vehículo realice un segundo viaje. Dado lo anterior, se desprende el aumento en el costo con respecto a las dos soluciones presentadas previamente.

Escenario de demanda alta

A continuación se realizará un análisis equivalente al realizado previamente pero con un escenario de demanda de mayor tamaño. En este se cuenta con 229 pedidos distribuidos en ventanas de 3 horas (V3H):

La configuración de la heurística empleada para generar el conjunto de rutas que luego recibirá el modelo entero emplea 2 semillas aleatorias para la ejecución del algoritmo greedy sobre la totalidad de los pedidos; luego se divide la demanda en 5 grupos según

ventana de tiempo de los pedidos y dentro de cada uno de estos se ejecuta la heurística de construcción *greedy* empleando 2 semillas seleccionadas aleatoriamente. Se ejecuta también la heurística de diversificación inter-ruta y se limita la distancia entre los centros de gravedad de las rutas candidatas a un 10% de la diagonal que conecta los extremos Sur-Oeste y Nor-Este de la zonificación empleada; a su vez la distancia entre clientes que se evaluará intercambiar entre rutas también se limita a un 10% de la diagonal recién mencionada.

En la siguiente tabla se resumen los resultados obtenidos para dicha instancia de demanda con la metodología híbrida y la heurística básica. Al igual que en el caso de los escenarios de demanda más pequeña, se emplea el modelo exacto para realizar la unión de las rutas de la solución entregada por la heurística. Es importante destacar que esta última consideración no transforma a la heurística en un método híbrido debido a que la unión de rutas se podría realizar manualmente.

Modelo	Número de rutas	Tiempo heurística [s]	Tiempo modelo exacto [s]	Rutas usadas	Vehículos usados	Costo [CLP]
Heurística	30	217	3	30	24	\$2.900.364
Metodología Híbrida	710	1.081	145	30	23	\$2.827.018

Tabla 19: Resultados instancia 229 clientes

En este escenario se observa que la mayor parte del tiempo se consume en la ejecución de la heurística encargada de crear los datos de entrada para el modelo exacto. Se puede ver que la metodología híbrida permite seleccionar un conjunto de rutas que puede ser ejecutado por una flota menor que aquella proveniente del caso resuelto con la heurística. Al utilizar la metodología híbrida se obtiene un ahorro de \$73.345,8 pesos (2,6%).

En lo que sigue se presentan las figuras para ambas soluciones:

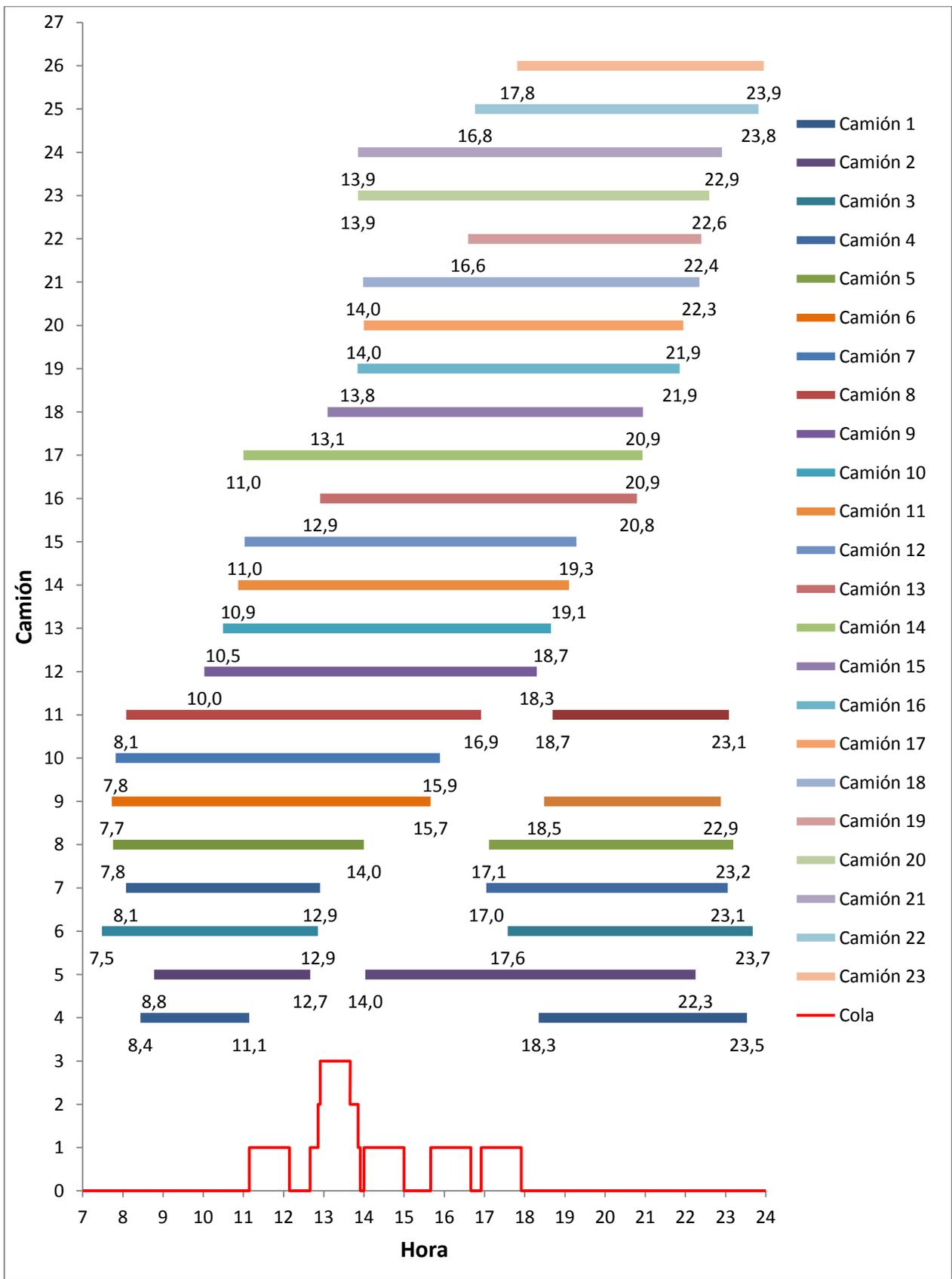


Figura 20: Solución instancia 229 clientes, metodología híbrida

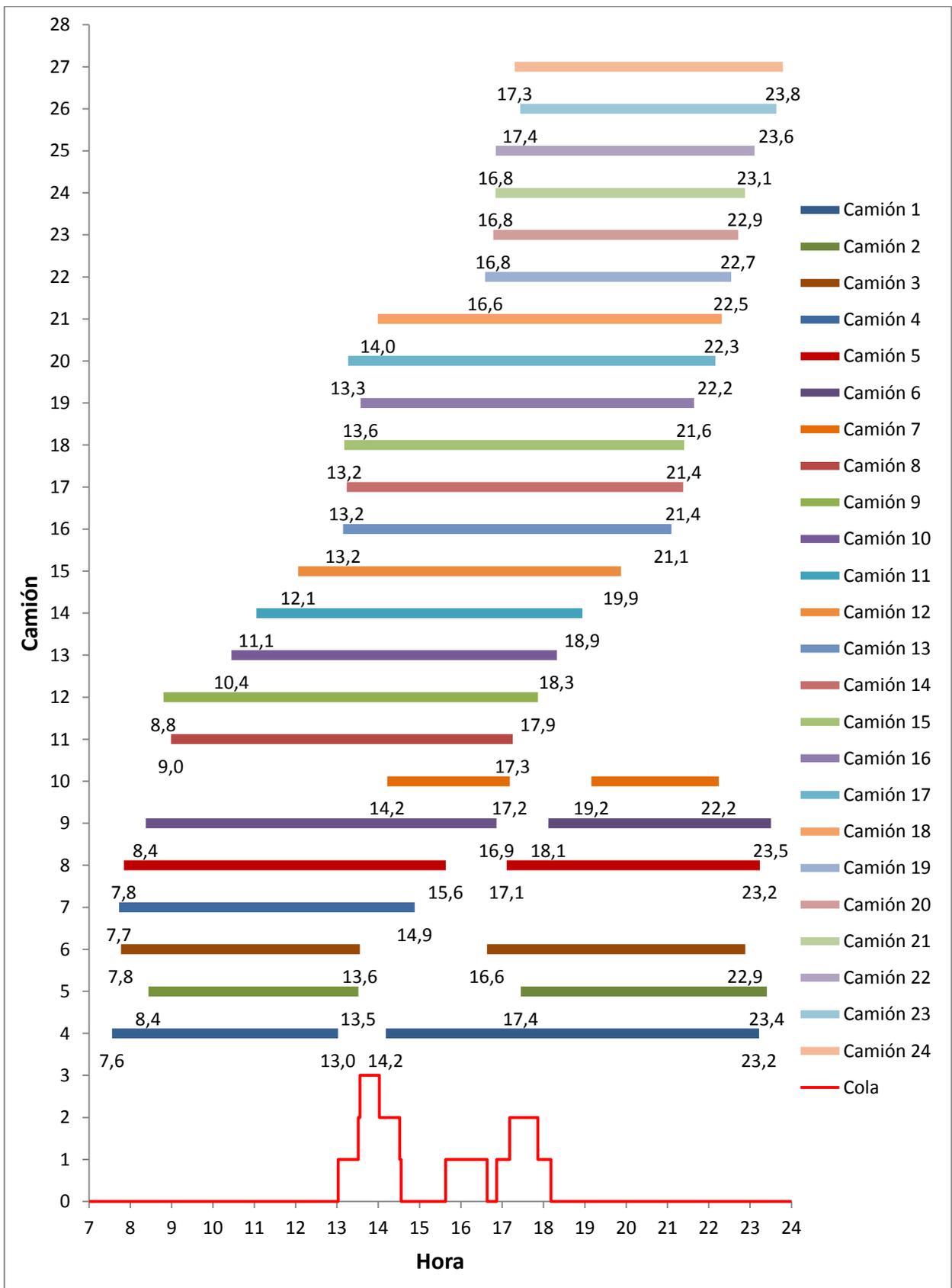


Figura 21: Solución instancia 229 clientes, heurística

En estas figuras se observa que la solución de la metodología contiene 7 vehículos realizando 2 viajes, a diferencia del caso resuelto con la heurística en la que son 6. Existe una diferencia de flota de una unidad superior en el caso de la heurística. Es posible detectar que el máximo de la cola, en ambos casos, se da cercano a las 13:00 horas del día, hora en que la mayoría de los vehículos regresan luego de su primer viaje.

4.5.1.2 Modelo con múltiples viajes y múltiples bodegas

En esta sección se analizan algunos resultados obtenidos empleando la metodología híbrida pero utilizando como segunda etapa el modelo exacto generalizado. Este modelo permite que los vehículos realicen n viajes, como también se relaja la restricción de bodega única. Debido a que es posible que existan múltiples bodegas, se debieron realizar modificaciones a la heurística de construcción para captar dicha consideración. El modelo sigue recibiendo como dato de entrada rutas previamente creadas, las cuales definen su bodega de inicio y fin.

La complejidad que se le agrega al modelo como consecuencia de la generalización hace que no se puedan emplear restricciones que explotan el hecho de que los vehículos no podían realizar más de 2 viajes. Entre estas está la restricción utilizada para resolver el problema de simetría que fuerza el orden de regreso de los vehículos luego de su primer viaje; si bien esta restricción se mantiene en la formulación, los problemas de simetría que se desprenden de la ejecución de viajes posteriores no se resuelven. La forma de definir la cola en la bodega se complejiza debido a que antes era suficiente saber qué vehículos realizan un segundo viaje para determinar su posición en la cola. Ahora, dado que se pueden realizar múltiples viajes, esta suposición no es válida y se requiere emplear una variable extra que permita conocer el orden de los vehículos en cualquiera de sus viajes.

A continuación se presenta el análisis correspondiente a una instancia de 34 clientes con ventanas de tiempo de 2 horas (V2H):

A modo de explorar el comportamiento del modelo en instancias con características variadas, se emplea una capacidad de carga disminuida de los camiones:

- Capacidad cajas tipo Seco: 30
- Capacidad cajas tipo Frío: 10
- Capacidad cajas tipo Congelado: 4

Se utilizan 4 semillas aleatorias para la ejecución de la heurística de construcción de rutas *greedy* aplicada sobre la totalidad de los pedidos de la jornada. Luego, se divide la demanda según hora de visita solicitada por el cliente y dentro de cada uno de estos grupos se seleccionan 4 semillas aleatorias para ejecutar el algoritmo *greedy*. Se

ejecuta también la heurística de diversificación inter-ruta y se limita la distancia entre los centros de gravedad de las rutas candidatas a un 10% de la diagonal que conecta los extremos Sur-Oeste y Nor-Este de la zonificación empleada. A su vez, la distancia entre clientes que se evalúa intercambiar entre rutas también se limita a un 10% de la diagonal.

A continuación se presenta una tabla con el resumen de los resultados obtenidos empleando la metodología híbrida considerando el modelo con múltiples viajes y el con 2 viajes.

Modelo	Número de rutas	Tiempo heurística [s]	Tiempo modelo exacto [s]	Rutas usadas	Vehículos usados	Costo [CLP]
Metodología Híbrida Múltiples viajes	437	32	7	8	4	\$524.598
Metodología Híbrida Modelo 2 viajes	437	32	2	8	5	\$614.598

Tabla 20: Resumen resultados instancia 34 clientes

De los resultados se desprende una diferencia en costo de \$90.000 pesos, lo que equivale al costo de emplear un vehículo extra en la ejecución de las rutas. De esto se puede interpretar que ambas soluciones emplean las mismas rutas pero el hecho de permitir que se realicen múltiples viajes por vehículo da espacio a reducir la flota en un vehículo.

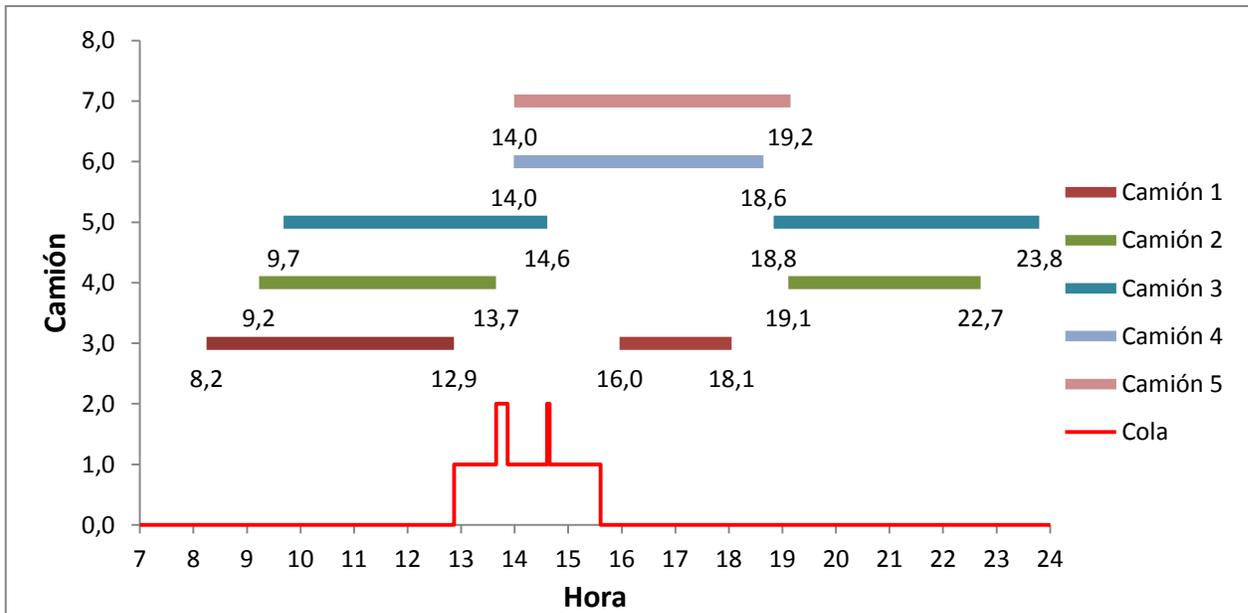


Figura 22: Solución instancia 34 clientes, metodología híbrida, 2 viajes

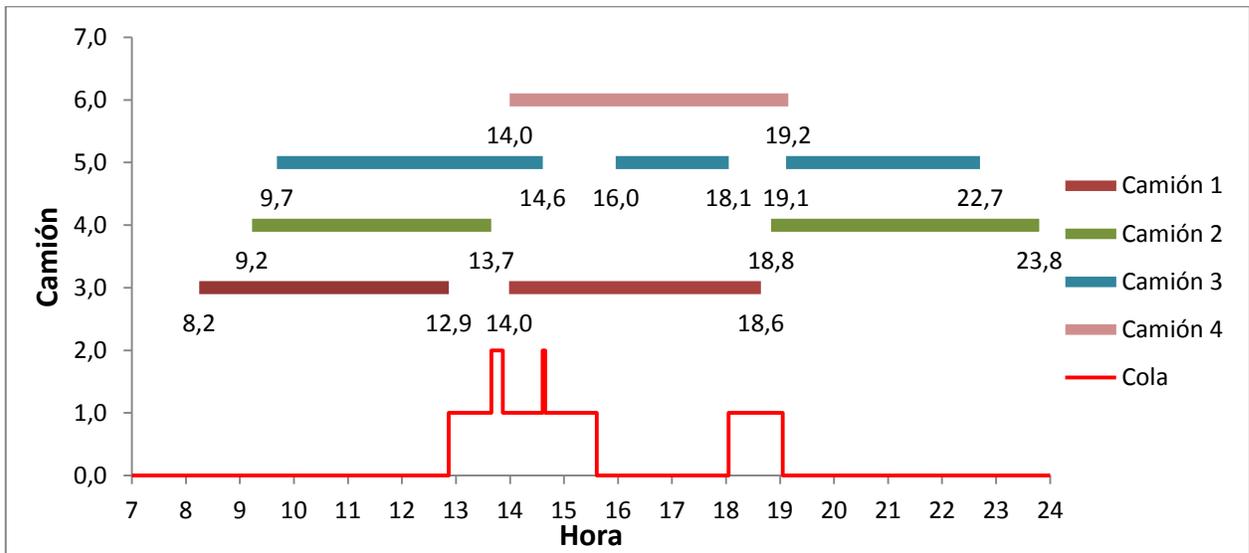


Figura 23: Solución instancia 34 clientes, metodología híbrida, múltiples viajes

En las figuras 22 y 23 se observa que la segunda ruta ejecutada por el camión 1 en el escenario resuelto con el modelo que considera un máximo de 2 viajes por vehículo, es ahora ejecutada por el vehículo 3, en conjunto con dos rutas más.

A modo de obtener una cota inferior referencial al problema planteado, se ejecuta el modelo de generación de columnas para la misma instancia de demanda. Esta cota es de carácter referencial debido a que la generación de columnas no asegura la obtención del óptimo del problema global.

La solución obtenida se indica en la siguiente tabla:

Modelo	Tiempo [s]	Rutas usadas	Vehículos usados	F.O. problema entero [CLP]	F.O. ultima relajación [CLP]
Generación de columnas	24.036	7	5	\$608.394	\$408.881

Tabla 21: Resumen resultados instancia 34 clientes, generación de columnas

En lo que sigue se presenta la figura con las rutas creadas y seleccionadas por la generación de columnas. Es importante mencionar que de las 7 rutas seleccionadas por el modelo, solo una de estas pertenece a la solución inicial obtenida mediante la heurística. En particular, la ruta seleccionada es la primera ruta creada por el proceso glotón de la heurística, lo que se condice con lo esperable en el comportamiento de algoritmos con estructura glotona en que las primeras rutas son de mejor calidad que las que se crean al final.

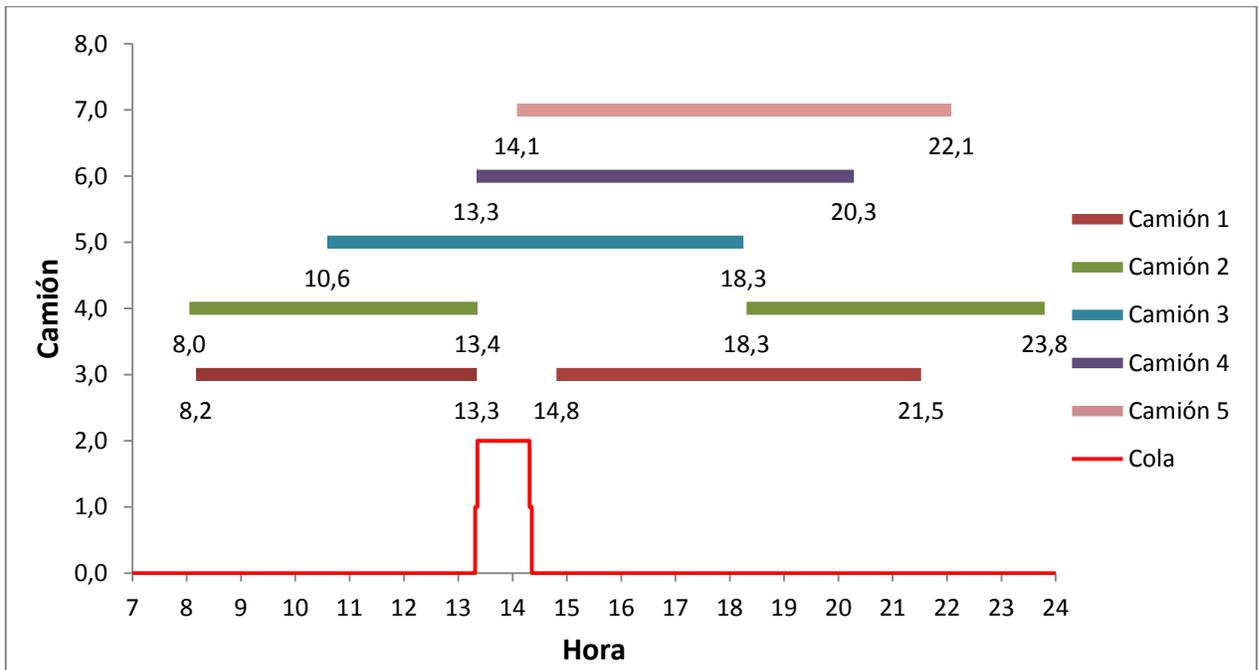


Figura 24: Solución instancia 34 clientes, generación de columnas

Cabe destacar que la generación de columnas está aplicada al modelo con 2 viajes por vehículo. Al igual que en los casos anteriores el máximo de la cola se da cercano a las 13:00 horas del día.

En la figura 25 se presenta un gráfico que resume los resultados obtenidos para la instancia de 34 clientes con todos los enfoques empleados.

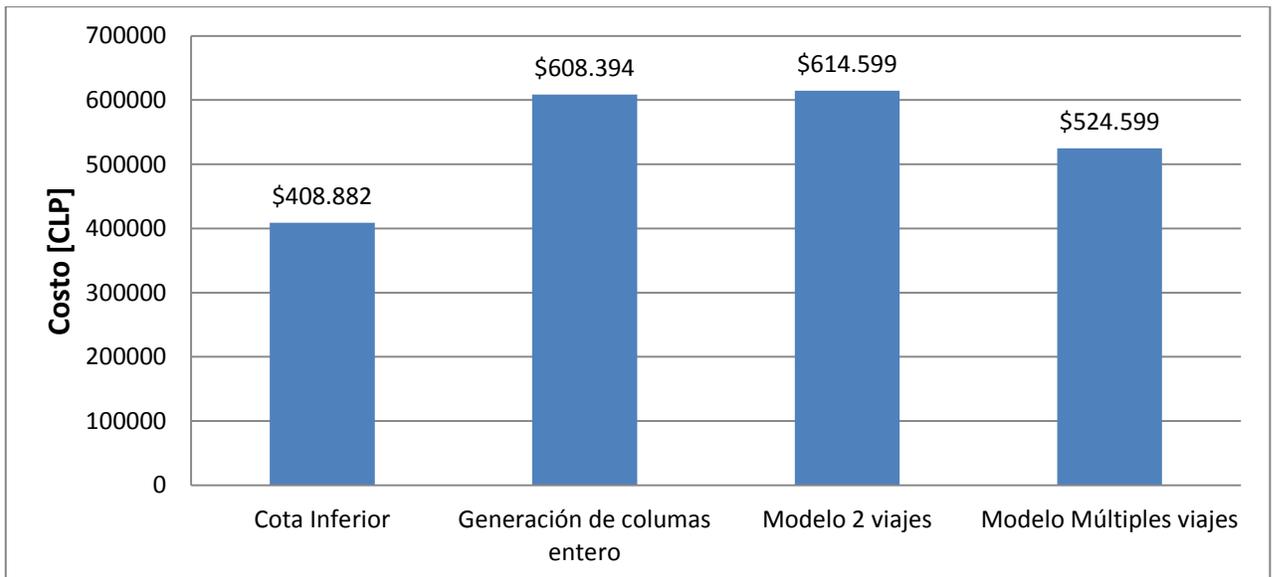


Figura 25: Resumen resultados instancia 34 clientes

En la siguiente tabla se presenta el *gap* que existe entre los 3 enfoques en comparación a la cota inferior obtenida en base a la última ejecución del problema maestro relajado en la generación de columnas.

Enfoque	Costo [CLP]	% gap
Cota Inferior	\$408.882	---
Generación de columnas entero	\$608.394	48,8
Modelo 2 viajes	\$614.599	50,3
Modelo Múltiples viajes	\$524.599	28,3

Tabla 22: Resumen GAP para cada enfoque, instancia 34 clientes

Se observa que el problema resuelto permitiendo que existan más de dos viajes por vehículo es el que presenta menor *gap* con respecto a la cota inferior obtenida con la generación de columnas. La solución del problema maestro entero y la solución obtenida con el modelo con máximo de 2 viajes por vehículo presentan un costo similar; en ambas se emplea la misma cantidad de vehículos, sin embargo, la generación de columnas emplea una ruta menos debido a que en sus iteraciones construye rutas de mayor longitud permitiendo juntar pedidos en un mismo viaje de manera de hacer más eficiente el ruteo. Esto considerando que la bodega se encuentra alejada del centro de gravedad de donde se generan los pedidos, lo que hace rentable minimizar la cantidad de rutas ejecutadas.

4.6 Simulación

Si bien desde un punto de vista de la optimización, la minimización de costos es el objetivo principal, se debe considerar la aplicabilidad de las soluciones otorgadas por los modelos en escenarios reales. Conocer el comportamiento efectivo, de soluciones definidas mediante modelos, es de suma importancia para poder determinar la verdadera utilidad de un modelo que busca resolver un problema real. Para determinar el comportamiento de las soluciones en un escenario no determinista, se propone un esquema de simulación que busca representar mediante distribuciones de probabilidad la variabilidad propia de diversos procesos que influyen directamente en la ejecución en terreno de las rutas propuestas.

En esta sección se emplea un simulador desarrollado previamente a esta tesis. Se busca caracterizar de manera objetiva la robustez de las soluciones entregadas por la metodología aquí propuesta.

Esta sección se divide en 2 subsecciones: la primera, en la que se presenta y detalla el funcionamiento de la metodología de simulación empleada, y la segunda, en donde se analizan resultados empíricos obtenidos con la metodología híbrida propuesta en esta tesis.

4.6.1 Esquema de simulación

El esquema de simulación empleado consiste en 3 etapas que se ejecutan secuencialmente:

1. Generación de demanda
2. Diseño y selección de rutas
3. Ejecución de rutas seleccionadas

La primera etapa consiste en la creación de la demanda para definir las instancias a analizar. Esta busca representar el comportamiento y distribución de la demanda real existente en la información de pedidos que considera un lapso de tiempo desde el mes de Septiembre del año 2012 hasta el mes de Agosto del año 2013.

En los siguientes párrafos se explicará el proceso y metodología empleados en la simulación de la demanda, la que busca ser una fiel representación de la demanda real que enfrenta una compañía que realiza distribución de productos dentro de la ciudad de Santiago.

Se emplea una zonificación que divide a Santiago en 144 zonas. Dentro de cada una de estas zonas, se asignan pedidos según distribuciones de probabilidad calibradas en base a la información disponible. La dirección en donde se ubican los pedidos corresponde a direcciones reales de residencias que realizaron pedidos entre las fechas de las que se posee información. La asignación de direcciones a pedidos se realiza de manera aleatoria.

La demanda consiste en pedidos que pueden ser asignados en las 3 categorías presentadas en la sección 3.2: secos, fríos y congelados.

Para estimar la demanda, se asume que la cantidad de pedidos que llegan a la plataforma de internet siguen una distribución Poisson. En base a la información empírica de demanda, se estiman valores para la demanda diaria que se ajusta a las oscilaciones existentes, tanto a nivel horario como según día específico de la semana.

Como estrategia de simulación se emplea el método propuesto por Banks y Carson (1984), el cual se explica a continuación.

Dado que la cantidad de pedidos que recibe la plataforma sigue una distribución Poisson, se desprende que el intervalo entre pedidos responde a una distribución exponencial. Luego, para que lleguen n pedidos en una unidad temporal se debe cumplir que:

$$A_1 + A_2 + \dots + A_n \leq 1 < A_1 + \dots + A_n + A_{n+1} \quad (77)$$

con:

A_i : Intervalo exponencial entre llegada $i - 1$ e i

Empleando la ecuación utilizada para simular variables exponenciales:

$$A_i = -\frac{1}{\alpha} \ln(R_i) \quad (78)$$

R_i : Variable uniforme entre 0 y 1

α : Tasa de llegada de pedidos

Se puede plantear la desigualdad (77) como sigue:

$$\sum_{i=1}^n -\frac{1}{\alpha} \ln(R_i) \leq 1 < \sum_{i=1}^{n+1} -\frac{1}{\alpha} \ln(R_i) \quad (79)$$

Multiplicando por $-\alpha$, y usando el hecho de que la suma de logaritmos es el logaritmo del producto, y finalmente aplicando la exponencial se llega a:

$$\prod_{i=1}^n R_i \geq e^{-\alpha} > \prod_{i=1}^{n+1} R_i \quad (80)$$

Luego para llevar a cabo la simulación, se realiza el siguiente procedimiento:

- 1) Establecer $n = 0$, $P = 1$
- 2) Generar un número aleatorio R_{n+1} entre 0 y 1 y reemplazar $P = P \cdot R_{n+1}$
- 3) Si $P < e^{-\alpha}$, aceptar $N = n$. Si no, rechazar el n actual y aumentar n en 1 y volver al paso 2.

La segunda etapa es donde se determina el conjunto de rutas y la flota responsable de ejecutarlas. Para el esquema de simulación el método empleado para definir dichas rutas no modifica su proceso de ejecución. En esta tesis se realiza la simulación considerando en esta etapa el uso de la metodología híbrida con el modelo de optimización para el caso de 2 viajes y para el caso de múltiples viajes.

La tercera etapa consiste en la ejecución de las rutas definidas en la solución otorgada por lo modelos aquí empleados. En esta etapa se le da estocasticidad a diversos parámetros del modelo que representan procesos no determinísticos en la realidad de la ejecución de un ruteo. A continuación se detallan cada uno de los parámetros a los que se les relajó la condición de determinísticos junto con la estrategia empleada para representar su variación:

- Tiempos de viaje: es claro que este parámetro debe considerar mucha incertidumbre. Si bien en la modelación se considera una variación en los tiempos de viaje según zona y hora de inicio, finalmente se emplean tiempos determinísticos en el ruteo. En la simulación se emplea un factor de ajuste que

multiplica el tiempo de viaje determinístico recién mencionado, el cual sigue diversos tipos de distribución de probabilidad. Dependiendo de la zona desde donde se origina el viaje, se estiman las siguientes distribuciones teóricas:

- Uniforme
- Lognormal
- Exponencial
- Triangular

Estas distribuciones se definen en base a verificaciones exploratorias en las que se compara el resultado de la distribución usada con la información disponible. Se calibran manualmente los parámetros respectivos para lograr el mejor ajuste posible. En la siguiente tabla se indican las distribuciones empleadas para 4 macro zonas de la ciudad junto con la probabilidad de ocurrencia que se les asignó. Se indican tanto la media como la varianza de cada una de las distribuciones empleadas.

Zona	Probabilidad	Distribución	Desviación estandar	Media	Coefficiente de variación
Las Condes	0,88	Exponencial	0,66	0,66	1,00
	0,12	Uniforme	1,58	2,97	0,53
Vitacura	0,83	Uniforme	0,28	0,50	0,57
	0,17	Uniforme	1,80	3,18	0,57
Providencia	0,80	Lognormal	7,68	1,23	6,26
	0,20	Uniforme	0,29	3,50	0,08
Resto	0,89	Triangular	0,43	0,62	0,70
	0,11	Uniforme	1,04	4,70	0,22

Tabla 23: Distribuciones para simulación de la velocidad

- Tiempo de carga en bodega: si bien en la modelación se emplea un parámetro determinístico para representar el tiempo de carga en bodega debido a que la magnitud de su varianza es pequeña, considerar variabilidad en dicho parámetro permitirá representar de mejor manera lo que sucede en la bodega. Este tiempo está compuesto por el tiempo de carga de las cajas dentro del vehículo y el tiempo que este debe esperar que se impriman las boletas correspondientes a los pedidos a despachar.
 - Carga: distribución uniforme calibrada independientemente para rutas despachadas antes de las 14:00 del día, entre 14:00 y 20:00 y entre 20:00 y 23:00.
 - Espera de boletas: distribución uniforme calibrada independientemente para rutas despachadas antes de las 14:00 del día, entre 14:00 y 20:00 y entre 20:00 y 23:00.

La estocasticidad impuesta en estos parámetros hace que la ejecución de las rutas no sea idéntica a lo propuesto por el modelo; esto provoca que no siempre se cumpla con

las ventanas de tiempo de visita solicitada por los clientes. La simulación busca estimar la cantidad de pedidos atrasados para cada conjunto de rutas que se tenga como solución del problema de ruteo. Cabe destacar que el proceso de atraso en las rutas depende principalmente de dos factores: el primero, el tiempo de viaje entre clientes el cual modifica los tiempos de visita de cada cliente de la ruta, y el segundo, que consiste en el atraso propio de rutas que no pueden comenzar a la hora indicada por la planificación debido a que no existen vehículos disponibles.

En lo que sigue se explica cómo se maneja el uso de los vehículos en la bodega y particularmente el mecanismo empleado para modelar el proceso de cola que se da cuando los vehículos regresan a la bodega.

Para simular el comportamiento de los vehículos en la bodega, se propone modelar dos colas. Una para vehículos que no han sido usados y otra para vehículos que ya han realizado su primer viaje.

En una primera instancia se encuentra toda la flota ubicada en la cola de vehículos que no han sido usados y la cola de vehículos ya utilizados se encuentra vacía. El algoritmo de selección de vehículos se detalla en la siguiente secuencia de pasos:

- 1) Se ordenan las rutas planificadas por el modelo en orden ascendente según tiempo de inicio.
- 2) Se selecciona la primera ruta y se le asigna al primer vehículo de la cola de vehículos ya utilizados; si dicha cola se encuentra vacía, se emplea un vehículo de la cola de vehículos nuevos. Si ya no quedan más rutas para ejecutar, el algoritmo finaliza dado que ya se ha simulado la solución.
- 3) Cuando regresa, dicho vehículo se ubica en la cola de vehículos que ya han sido utilizados.
- 4) Se elimina la ruta seleccionada del listado de rutas y se regresa al punto 2).

Este algoritmo se ejecuta repetidas veces para obtener un reporte final que incluye:

- Costo efectivo de la ejecución de la solución.
- Tiempo total.
- Total de pedidos atrasados.
- Pedidos atrasados más de 10 minutos.
- Pedidos atrasados más de 30 minutos.
- Pedidos atrasados más de 60 minutos.

4.6.2 Resultados ilustrativos de la simulación

En esta sección se realiza un análisis de las soluciones entregadas por la metodología híbrida desde un punto de vista de calidad de servicio para los clientes. La calidad de

servicio se determina desde una óptica basada en la cantidad de pedidos que presentan retrasos con respecto a la ventana de tiempo solicitada por el cliente.

Con estos resultados, se determinará la robustez de las soluciones entregadas por la metodología y se estudiarán estrategias para aumentar la calidad de las soluciones en cuanto a su ajuste y aplicabilidad en escenarios reales.

En una primera instancia se analizará el escenario de 229 clientes y ventanas de 3 horas estudiado en la sección 4.5.1.1. Se simulan las rutas seleccionadas por el modelo exacto, se emplea la flota recomendada por el modelo, luego se chequea la variación en la calidad de servicio en el caso de emplear un vehículo menos y un vehículo más que lo recomendado.

Se cuantifica la cantidad promedio de pedidos atrasados en total, así como la cantidad de pedidos con un atraso superior a los 10, 30 y 60 minutos. La flota según la metodología híbrida es de 23 vehículos. Se realizan 100 simulaciones y se obtienen los siguientes promedios para los indicadores mencionados (tabla 24).

Flota	Total atrasos	Atrasos 10	Atrasados 30	Atrasados 60
22	11,07	9,85	7,98	5,92
23	8,82	7,55	5,92	4,33
24	8,51	7,55	5,91	4,06

Tabla 24: Simulaciones instancia de 229 clientes, Promedio de pedidos atrasados, 100 simulaciones.

Se observa que el hecho de aumentar la flota en un vehículo no mejora notablemente la calidad de servicio otorgada. La interpretación que se le da a este resultado es el hecho de que los atrasos no se deben a falta de vehículo, si no a que los viajes programados son muy ajustados en cuanto a tiempo.

Se puede observar que el caso en que se disminuye la flota, el aumento en los atrasos es considerable. Dado que el conjunto de rutas programadas por la metodología híbrida realiza el mejor ajuste posible con el fin de minimizar la flota, disminuirla repercute en que la programación no se puede ejecutar y esto, sumado con los atrasos internos que se originan en las rutas, provoca un deterioro en la calidad de servicio.

A continuación se presenta la misma tabla pero considerando porcentajes de pedidos atrasados con respecto a los 229 pedidos totales (tabla 25).

Flota	% Total atrasos	% Atrasos 10	% Atrasos 30	% Atrasos 60
22	4,8	4,3	3,5	2,6
23	3,9	3,3	2,6	1,9
24	3,7	3,3	2,6	1,8

Tabla 25: Simulaciones instancia 229 clientes, porcentaje de atrasos

En lo que sigue se presenta la simulación de la instancia de 34 clientes; se analizará la diferencia al emplear la flota recomendada por el modelo de múltiples viajes y el modelo con un máximo de 2 viajes.

Modelo	Flota	Total atrasos	Atrasos 10	Atrasados 30	Atrasados 60
2 viajes	5	2,98	2,66	2,00	1,43
Múltiples viajes	4	6,97	6,34	5,43	4,12

Tabla 26: Simulaciones instancia 34 cliente, pedidos atrasados

Se observa que el escenario resuelto considerando múltiples viajes, si bien permite minimizar en un vehículo la flota requerida, posee una estructura de viajes más ajustada, lo que redunda en una mayor cantidad de atrasos cuando se considera estocasticidad en los procesos.

Modelo	Flota	% Total atrasos	% Atrasos 10	% Atrasos 30	% Atrasos 60
2 viajes	5	8,8	7,8	5,9	4,2
Múltiples viajes	4	20,5	18,6	16,0	12,1

Tabla 27: Simulación instancia 34 clientes, porcentaje de atrasos

Los atrasos en el caso de la instancia que considera múltiples viajes son aproximadamente de un quinto de los pedidos.

Capítulo 5

Conclusiones y líneas futuras de investigación

Se logra desarrollar un modelo de optimización mixta que permite, dado un conjunto de rutas, seleccionar el subconjunto de ellas que minimiza el costo de su ejecución. Se proponen dos formulaciones: la primera, que responde a la resolución de un problema práctico basado en la realidad de una empresa que considera un máximo de 2 viajes por vehículo y una única bodega, y la segunda, una generalización del modelo anterior que permite múltiples viajes y múltiples bodegas. Se propone también como métrica de comparación (*benchmark*) un modelo de generación de columnas que trabaja con la relajación lineal del modelo original y otorga una cota inferior al problema de ruteo de vehículos con múltiples viajes y bodegas, tiempos de viaje dependiente del tiempo y tratamiento de la cola en la bodega.

En los tres casos recién mencionados los modelos son capaces de definir con detalle el comportamiento de los vehículos cuando regresan a la bodega y se aprontan a realizar un siguiente viaje. Considerar el proceso que se da en la bodega al momento de seleccionar las rutas a ejecutar por los vehículos hace más compleja la ejecución del modelo debido a que se genera una interdependencia entre las rutas seleccionadas. De existir capacidad infinita de carga, la dificultad del modelo disminuiría considerablemente debido a que la interdependencia entre rutas se vería acotada únicamente al caso en que un vehículo realiza más de un viaje, a diferencia del caso anterior en que la interdependencia es de carácter global.

También se implementa una estrategia de simulación que permite determinar el comportamiento de las soluciones propuestas en un escenario que imita lo que sucede en la realidad.

Esta investigación comienza de la base de una heurística previamente desarrollada, a la cual se le realizan diversas modificaciones para emplearla como generador de columnas para la metodología híbrida.

Se observa que en los escenarios estudiados, el ahorro, en comparación a emplear la heurística por sí sola, se desprende en gran parte debido a la minimización de la flota requerida para realizar la distribución de todos los pedidos. La información empleada considera un costo diario de usar un vehículo de \$90.000 CLP y un costo por kilómetro recorrido de \$230,66 CLP, esto se ve reflejado en que, calculando un promedio de todos los escenarios estudiados, un 75,5% del costo total de la solución se debe a los costos correspondientes al uso de la flota. De aquí la importancia de emplear un modelo que considere todos los procesos involucrados al momento de definir la flota requerida para servir un conjunto de clientes.

Emplear sistemáticamente modelos que permitan minimizar la flota requerida da espacio a una empresa para reducir costos de arriendo o adquisición de flota, además de gastos administrativos y de manejo de flota.

Es importante mencionar que las características espaciales de las instancias estudiadas limitan los beneficios que podrían desprenderse de emplear un modelo como el propuesto. La bodega se encuentra ubicada en la zona Sur Poniente de la ciudad de Santiago y los pedidos tienen una tendencia clara a pertenecer a la zona Oriente de la ciudad; esto deriva en que aunque una ruta visite únicamente a un cliente, su largo tanto en kilómetros como en duración será elevado y la varianza en el tiempo de viaje también será elevada. La consecuencia directa es la complejidad de encontrar pares de rutas que puedan ser ejecutadas por un mismo vehículo durante una jornada laboral. Se evaluó disminuir la capacidad de los vehículos para así facilitar al modelo a seleccionar una mayor cantidad de segundos viajes. Sin embargo, la ubicación de la bodega fue predominante y la cantidad de segundos viajes no aumentó sustancialmente.

En el caso de la segunda etapa de la metodología híbrida con el modelo generalizado, se emplearon ventanas de tiempo más pequeñas (V2H) junto con una capacidad menor en los vehículos para lograr que en la etapa heurística se crearan rutas de menor duración, y por lo mismo mayor flexibilidad para ser agrupadas dentro de las jornadas de los vehículos. Como se muestra en la sección de resultados, se logró que el modelo seleccionara tres viajes para un mismo vehículo logrando minimizar la flota en una unidad por sobre lo que se logró con el modelo de 2 viajes.

La simulación permite ver que en un escenario real, con la variabilidad reportada en la sección 4.6.1, y con una demanda de 229 pedidos, se logra ofrecer una calidad de servicio con una cantidad de pedidos atrasados inferior al 5%. En instancias con ventanas de tiempo más estrechas, la situación cambia y la cantidad de pedidos atrasados aumenta alcanzando un 20% en el caso del modelo con múltiples viajes. Este modelo logra una mejor coordinación de las rutas, lo que repercute en que los tiempos sean más ajustados. Luego, para poder cumplir con la planificación, es necesario contar con poca variabilidad en los procesos involucrados en la ejecución simulada de las rutas o incluir dentro de la formulación tiempos de holgura que absorban parte de las variaciones estocásticas propias de todos los procesos involucrados en la ejecución de las rutas.

La relajación lineal del problema, resuelta mediante generación de columnas, permite conocer una cota inferior al problema que considera un máximo de 2 viajes por vehículo. Se obtiene un promedio de diferencia entre el costo obtenido con la metodología híbrida y la generación de columnas de un 18% para ventanas de tiempo de 3 horas y un 68% para ventanas de tiempo de 2 horas. Es relevante mencionar que la generación de columnas resuelve la relajación lineal del problema por lo que no se puede asumir que el costo obtenido con tal método sea factible con el problema entero.

Existen diversas áreas en las que se podrían realizar modificaciones para mejorar el rendimiento de la metodología híbrida aquí presentada. Como primera área se podría modificar la primera etapa heurística de construcción de rutas. Dado que esta tesis nace y se desarrolla sobre una heurística previamente elaborada que entrega soluciones factibles al problema, el conjunto de rutas entregado al modelo exacto está conformado

por diversos subconjuntos de rutas que conforman soluciones factibles al problema global. Si bien existen diversas heurísticas que trabajan sobre este primer conjunto de rutas elaborado por la heurística de construcción *greedy*, con el fin de otorgar variedad al conjunto final de rutas, desligarse por completo de las primeras soluciones demostró ser un proceso complejo. En base a lo anterior, se propone el desarrollo de una heurística que cree conjuntos de rutas variados sin la necesidad de construir soluciones factibles al problema global; existe la posibilidad de realizar un proceso iterativo tipo generación de columnas en que dicha heurística se nutra de la información entregada por el modelo exacto en cada iteración y elabore rutas con costo reducido negativo en un tiempo menor al obtenido con el problema entero utilizado como subproblema en el enfoque de generación de columnas presentado en esta tesis.

Como línea futura de investigación se propone el desarrollo de un algoritmo Branch and Price para conocer la verdadera cota inferior del problema. Este algoritmo en conjunto con el desarrollo de un subproblema heurístico eficiente en cuanto a tiempo de ejecución representa un escenario ideal para fortalecer la metodología aquí presentada.

Bibliografía

A. Subramanian, P.H. Vaz Penna, E. Uchoa y L. Satoru. *A hybrid algorithm for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem*. European Journal of Operational Research, 221:285–295, 2012.

C. Prins. *Efficient Heuristics for the Heterogeneous Fleet Multitrip VRP with Application to a Large-Scale Real Case*. Journal of Mathematical Modelling and Algorithms, 1: 135–150, 2002.

D.M. Ryan, C. Hjorring y C. Glover. *Extensions of the petal method for the vehicle routing*. The Journal of the Operational Research Society, 44(3):289-296, 1993.

G. Ioannou, M. Kritikos y G. Prastacos. *A Greedy Look-Ahead Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Time Windows*. The Journal of the Operational Research Society, 52(5):523-537, 2001.

I. Dayarian, T. Crainic, M. Gendreau y W. Rei. *A column generation approach for a multi.attribute vehicle routing problem*. European Journal of Operational Research, 241(3):888-906, 2015

I. Kucukoglu, N. Ozturk. *An advanced hybrid meta-heuristic algorithm for the vehicle routing problem with backhauls and time windows*. Computers & Industrial Engineering, 86:60-68, 2015

J. Banks y J. Carson. (1984). *Discrete-event system simulation*. Prentice Hall, New Jersey.

J. Renaud, F.F. Boctor y G. Laporte. *An improved petal heuristic for the vehicle routing problem*. The Journal of the Operational Research Society. 47(2):329-336, 1996.

J. Rix, (2014). *Transportation optimization in tactical and operational wood procurement planning*. Tesis Doctorado no publicada. Escuela Politécnica de Montreal

K.F. Doerner y V. Schmid. *Survey: Matheuristics for Rich Vehicle Routing Problems*. Lecture Notes in Computer Science, 6373: 206-221, 2010.

M. Fischetti y A. Lodi. *Local branching*. Mathematical Programming, 98(1-3):23-47, 2003.

M. Maghrebi, V. Periaraj, T. Waller y C. Sammut. *Column Generation-Based Approach for Solving Large-Scale Ready Mixed Concrete Delivery Dispatching Problems*. Computer-Aided Civil Infrastructure Engineering, 31(2):145-159, 2016

M. Salari, P. Toth y A. Tramontani. *An ILP improvement procedure for the open vehicle routing problem*. Computers & Operations Research, 37(12):2106-2120, 2010.

- M. Solomon, *Algorithms for the vehicle-routing and scheduling problems with time window constraint*. Operations Research, 35(2):254-65, 1987.
- N. Azi, M. Gendreau y J.Y. Potvin. *An exact algorithm for a vehicle routing problem with time windows and multiple use of vehicles*. European Journal of Operational Research, 202:756–763, 2010.
- P. Hansen, N. Mladenovic y D. Urosevic. *Variable neighborhood search and local branching*. Computers & Operation Research, 33(10):3034-3045, 2006.
- P. Toth y D. Vigo. *An overview of vehicle routing problems*. The Vehicle Routing Problem. 1-26, 2001.
- P. Toth y D. Vigo. (2014). *Vehicle Routing. Problems, Methods and Applications*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.
- R. Baldacci, N. Christofides y A. Mingozzi. *An exact algorithm for the vehicle routing problem based on the set partitioning formulation with additional cuts*. Mathematical Programming, 115(2):351-385, 2008
- R. Baldacci, A. Mingozzi, R. Roberti. *Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problema under capacity and time window constraints*. European Journal of Operational Research, 218:1-6. 2012
- R. De Franceschi, M. Fischetti y P. Toth. *A new ILP-based refinement heuristic for vehicle routing problems*. Mathematical Programming, 105(2-3): 471-499, 2006.
- R. Macedo, C. Alves, J.M. Valério de Carvalho, F. Clutiaux y S. Hanafi. *Solving the vehicle routing problem with time windows and multiple routes exactly using a pseudo-polynomial model*. European Journal of Operational Research, 214:536–545, 2011.
- R.J. Petch y S. Salhi. *A multi-phase constructive heuristic for the vehicle routing problem with multiple trips*. Discrete Applied Mathematics, 133:69 – 92, 2004.
- S. Asta y E. Ozcan. *An apprenticeship learning hyper-heuristic for vehicle routing in HyFlex*. Evolving and Autonomous Learning Systems, 2014.
- S. Ropke y D. Pisinger. *An Adaptive Large Neighborhood Search Heuristic for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows*. Transportation Science, 40(4):455-472, 2006.
- V. Schmid, K.F. Doerner, R.F. Hartl y J.J Salazar-Gonzales. *Hybridization of very large neighborhood search for ready-mixed concrete delivery problems*. Computers & Operation Research, 37(3):559-574, 2010.

Anexos

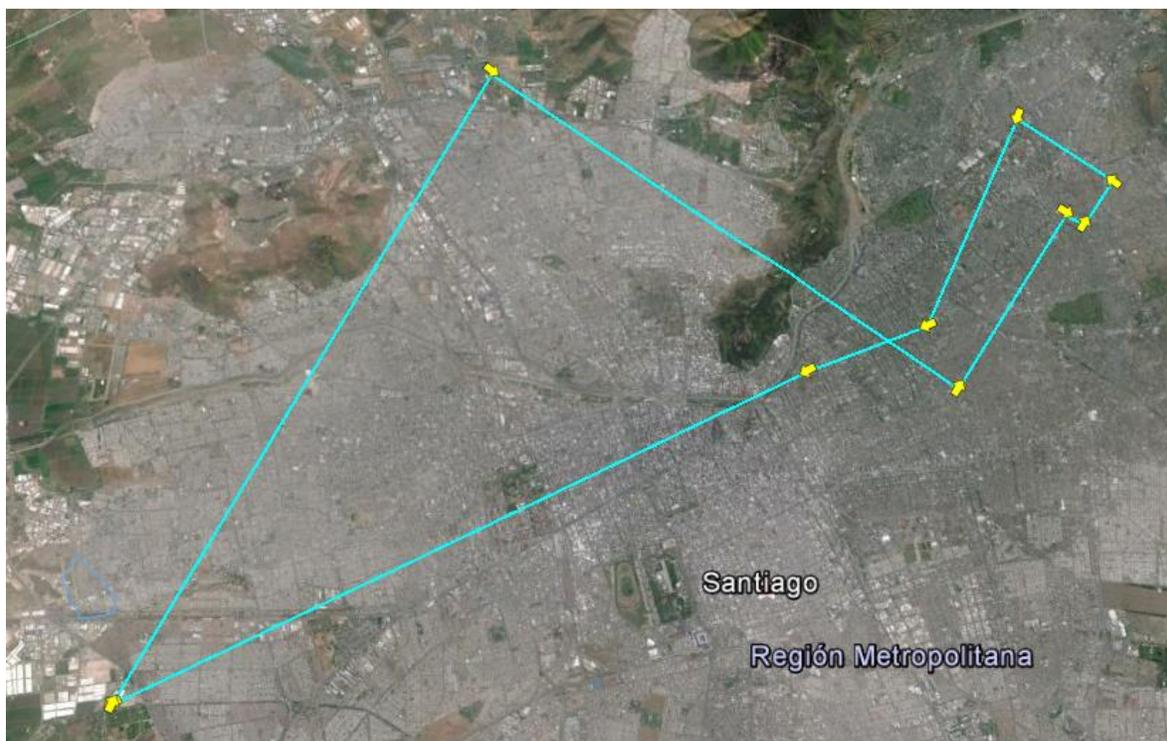


Figura 26: Ejemplo de ruta con 8 clientes