



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

**DISEÑO DE ESTRATEGIAS DE CONTROL DIFUSO ROBUSTO ANTE
INCERTIDUMBRE PARAMÉTRICA PARA PLANTAS DE COLECTORES
SOLARES**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL ELÉCTRICO

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA
INGENIERÍA, MENCIÓN ELÉCTRICA

ANTONIO TOMÁS BAYAS ARÉVALO

PROFESORA GUÍA:
DORIS ANDREA SÁEZ HUEICHAPAN

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
RODRIGO ERNESTO PALMA BEHNKE
DANIEL GERÓNIMO SBARBARO HOFER

SANTIAGO DE CHILE

2016

RESUMEN DE TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA ING.,
MENCIÓN ELÉCTRICA Y AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL ELÉCTRICO.
ALUMNO: ANTONIO TOMÁS BAYAS ARÉVALO
PROFESORA GUÍA: DORIS ANDREA SÁEZ HUEICHAPAN
FECHA: MAYO 2016

DISEÑO DE ESTRATEGIAS DE CONTROL DIFUSO ROBUSTO ANTE INCERTIDUMBRE PARAMÉTRICA PARA PLANTAS DE COLECTORES SOLARES

El objetivo principal de esta tesis es diseñar estrategias de control difuso robusto para una planta de colectores solares buscando con esto mejorar el desempeño del proceso y además garantizar de manera teórica la robustez del esquema en términos de su estabilidad.

Los principales desafíos que se deben afrontar al trabajar con este tipo de procesos son su no linealidad y las diferentes perturbaciones que lo afectan. Para abordar estos temas se identifica un modelo difuso Takagi & Sugeno de la planta en cuyas consecuencias se tienen funciones de transferencia de intervalos, las cuales poseen parámetros inciertos cuyos valores pertenecen a un rango conocido.

Para el diseño de los controladores se utiliza la teoría de control robusto paramétrico la cual está basada en el Teorema de Kharitonov y su extensión. La metodología propuesta en este trabajo utiliza este marco matemático para imponer rangos de validez para los parámetros de los controladores a diseñar de manera de garantizar la estabilidad robusta de los esquemas. A su vez, el desempeño de dichos controladores es abordado mediante el uso de optimización por enjambre de partículas (PSO) utilizando criterios como sobrepaso, márgenes de ganancia y fase, entre otros, para encontrar los mejores controladores dentro del rango de estabilidad robusta para cada regla del modelo difuso.

En particular se desarrollan para la planta de colectores un controlador PI difuso robusto, que se sintoniza en base al Teorema Generalizado de Kharitonov, y un controlador difuso robusto por realimentación de estados el cual se diseña utilizando el Teorema de Kharitonov. Para ambos esquemas se obtienen mejores resultados en términos de desempeño y rechazo de perturbaciones al compararlos con un controlador PI convencional. En el caso del PI difuso robusto se obtienen buenos resultados en cuanto a sobrepaso y seguimiento de referencias, mientras que en el controlador por realimentación de estado difuso robusto, pese a tener un mayor sobrepaso al inicio de su operación y un pequeño error de estado estacionario, presenta un mejor rechazo de perturbaciones.

Se presenta también un estudio de estabilidad para modelos de Takagi & Sugeno con incertidumbre paramétrica basado en la resolución de una inecuación matricial derivada de un análisis de Lyapunov. Con esto se demuestra que ambos controladores difusos diseñados son globalmente estables.

Para comparar los esquemas propuestos con un control robusto clásico se diseña un controlador difuso robusto basado en la teoría \mathcal{H}_∞ . Utilizando este enfoque se consigue un mejor rechazo de perturbaciones pero mayores sobrepasos con lo cual se aprecia que los controladores diseñados en este trabajo mejoran este último aspecto.

El aporte principal de esta tesis es la propuesta de nuevos controladores difusos robustos que pueden ser utilizados para sistemas no lineales sometidos a perturbaciones dando garantías de desempeño y estabilidad global. Se destaca también la validación de estas estrategias en un simulador para la planta de colectores solares diseñado con este fin.

Dedicado a mis abuelos...

Agradecimientos

Al escribir estas palabras se me vienen a la mente muchos gratos recuerdos de todo lo que tuvo que ocurrir para llegar a esta instancia. Este trabajo no es más que la expresión de algo que se empezó a gestar hace largos años cuando tomé la decisión de estudiar ingeniería, carrera que por cierto me apasiona inmensamente. Ante esto quisiera dar las gracias, infinitas gracias, a mis padres por apoyarme siempre y en todo momento, por jamás dudar de mis capacidades, por enseñarme tantas cosas de la vida y sobre todo por su enorme amor que cariñosamente me entregan todos los días. Gracias también a mi hermana, tíos y primos que siempre han estado ahí, pendientes y preocupados por mí en este y otros ámbitos de mi vida, para todos ustedes dedico este trabajo.

Quiero agradecer también a todos mis profesores y especialmente a la profesora Doris Sáez por confiar en mí y jugársela siempre porque yo lograra más cosas. Gracias por permitirme la opción de viajar para crecer más como alumno y como persona. Hago una mención especial a Milena también que siempre estuvo pendiente de mí y me ayudó mucho con un montón de trámites, muchas gracias.

Quisiera destacar también en estas breves palabras que me considero una persona muy afortunada por los amigos que tengo. Desde el colegio a la universidad, he hecho amigos que han impactado profundamente en mi vida, que me han acompañado en momentos difíciles, en los momentos alegres y que, en resumen, me han enseñado a ser una mejor persona. Del colegio, grandes amigos como Cristóbal, Roberto, la Pauli, solo por nombrar unos pocos, muchas gracias por seguir ahí como siempre. En la universidad la lista es sinceramente muy larga y me alegro que así sea, no obstante quisiera mencionar algunos.

A los amigos del Laboratorio e Ingeniería Eléctrica en general, Pato, Cristian, Raúl, Cata, Leonel, Rodrigo muchas gracias por acompañarme en este camino, por los consejos, las tardes de estudio, de taca taca y las juntas. A los Renare, Caro y Víctor, gracias por su amistad y buena onda, gracias también por enriquecer harto nuestras conversaciones y ayudarnos a salir del enfoque a veces muy cuadrado de nuestra ingeniería. A los amigos de mechón mil gracias, a la Cami, el Herny y tantos otros que siempre están ahí, grandes amigos.

Finalmente, quisiera expresar mis más sinceros agradecimientos al Instituto Sistemas Complejos de Ingeniería ICM: P-05-004-F y al Solar Energy Research Center (SERC) CONICYT: FBO16, CONICYT - FONDAP/15110019 por su apoyo en la realización de esta tesis. A su vez, agradezco al profesor Igor Škrjanc de la Universidad de Ljubljana por recibirme y ayudarme durante mi estadía en Eslovenia, que fue parte importante de este proceso y al Departamento de Postgrado y Postítulo de la Vicerrectoría de Asuntos Académicos de la Universidad de Chile por el financiamiento de esta estadía.

Tabla de contenido

1. Introducción	1
1.1. Hipótesis	3
1.2. Objetivos	3
1.3. Alcances	4
1.4. Estructura de la tesis	4
2. Identificación de sistemas con incertidumbre paramétrica	6
2.1. Identificación de sistemas	6
2.1.1. Etapas en la identificación de sistemas	7
2.1.2. Tipos de modelos	9
2.1.3. Identificación de modelos difusos	11
2.2. Identificación de sistemas en tiempo continuo	15
2.3. Análisis de estabilidad de sistemas	19
2.3.1. Sistemas Lineales	20
2.3.2. Sistemas No Lineales	21
2.4. Sistemas con incertidumbre paramétrica	23
2.4.1. Intervalos difusos	25
2.4.2. Plantas de intervalos	26
2.5. Discusión	27
3. Diseño de controladores difuso robustos	28
3.1. Control robusto	28
3.1.1. Las normas \mathcal{H}_2 y \mathcal{H}_∞ y su relación con el control robusto	29
3.1.2. Control \mathcal{H}_∞	30
3.2. Control robusto ante incertidumbre paramétrica	33
3.2.1. Teorema de Kharitonov	33
3.2.2. Teorema Generalizado de Kharitonov	35
3.3. Usos del control robusto ante incertidumbre paramétrica y control \mathcal{H}_∞	39
3.4. Control difuso robusto	41
3.5. Diseño propuesto de controladores difuso robustos	43
3.5.1. Identificación de modelos con incertidumbre paramétrica	43
3.5.2. Diseño de control propuesto	44
3.6. Estabilidad en modelos difusos Takagi & Sugeno con incertidumbre paramétrica	46
3.7. Discusión	49
4. Análisis y modelación de la planta de colectores solares	50
4.1. Control avanzado en plantas solares	50
4.2. Descripción del proceso	52
4.3. Modelación de la planta solar	53

4.3.1.	Modelo fenomenológico	54
4.3.2.	Controlador Feedforward	55
4.3.3.	Simulador de la planta de colectores solares	57
4.4.	Identificación difusa en tiempo continuo	58
4.5.	Identificación de intervalos difusos	63
4.6.	Discusión	65
5.	Controladores difuso robustos para la planta de colectores solares	67
5.1.	Bases de evaluación	68
5.1.1.	Escenarios de prueba	68
5.1.2.	Funciones de fitness para el diseño de controladores	71
5.1.3.	Índices de desempeño	72
5.2.	Control proporcional integral difuso robusto	73
5.2.1.	Resultados en escenario 1: día soleado (sin nubes)	76
5.2.2.	Resultados en escenario 2: día nublado	79
5.2.3.	Evaluación de la robustez global de los controladores	82
5.3.	Control difuso robusto por realimentación de estados	84
5.3.1.	Especificaciones de diseño	84
5.3.2.	Resultados en escenario 1: día soleado (sin nubes)	87
5.3.3.	Resultados en escenario 2: día nublado	89
5.3.4.	Evaluación de la robustez global de los controladores por realimentación	92
5.4.	Prueba de controladores ante otro set de datos	93
5.5.	Control difuso \mathcal{H}_∞	94
5.5.1.	Especificaciones de diseño	94
5.5.2.	Resultados en escenario 1: día soleado (sin nubes)	96
5.5.3.	Resultados en escenario 2: día nublado	97
5.6.	Discusión	99
5.7.	Alcances del trabajo a la realidad chilena	102
6.	Conclusiones	104
6.1.	Aportes de la tesis	106
6.2.	Trabajo futuro	106
6.3.	Publicaciones generadas	107
6.4.	Estadía de investigación	107
	Bibliografía	108
7.	Anexos	114
7.1.	Anexo A: Representación de sistemas en variables de estado	114
7.2.	Anexo B: Análisis de controlador difuso robusto por realimentación de estados con acción integral	115
7.3.	Anexo C: Criterio de Routh-Hurwitz en controladores difuso robustos y análisis de estabilidad global	116
7.3.1.	Control PI difuso robusto	116
7.3.2.	Control por realimentación de estados difuso robusto	119
7.4.	Anexo D: Consideraciones de desempeño de sistemas	120
7.5.	Anexo E: Optimización por enjambre de partículas	121
7.6.	Anexo F: Diseño de controladores para sistemas lineales	123
7.6.1.	Diseño por ubicación de polos	123
7.6.2.	Diseño de controladores en frecuencia: Criterio de Nyquist	123
7.7.	Anexo G: Diseño de controlador robusto clásico	124

Índice de tablas

2.1. Criterio Routh-Hurwitz	20
3.1. Porcentaje de datos cubiertos según el valor de β	44
5.1. Parámetros del algoritmo PSO utilizados	73
5.2. Parámetros de los controladores PI difuso robustos	75
5.3. Resultados de los controladores para cada nivel de referencia	77
5.4. Flujo en cada nivel de referencia	78
5.5. Resultados de los controladores ante perturbaciones	81
5.6. Flujo ante perturbaciones	82
5.7. Parámetros de controladores difuso robustos por realimentación de estados	86
5.8. Resultados controladores difuso robustos por realimentación de estados	88
5.9. Flujo en cada nivel de referencia (controladores por realimentación)	89
5.10. Resultados de los controladores por realimentación de estado ante perturbaciones	90
5.11. Acción de control ante perturbaciones (Controlador por realimentación de estados)	92
5.12. Resumen de resultados de validación	93
5.13. Resultados controlador difuso \mathcal{H}_∞ (día soleado)	96
5.14. Flujo inyectado (Controlador \mathcal{H}_∞)	97
5.15. Resumen de ventajas y desventajas de los controladores propuestos	101
7.1. Criterio Routh-Hurwitz para PI difuso robusto	117

Índice de figuras

2.1. Señal APRBS con 7 niveles de amplitud	8
2.2. Proyección de 3 clusters en 2 variables de entrada [1]	15
2.3. Esquema básico de SVF	19
3.1. Esquema de planta sometida a perturbaciones	29
3.2. Sistema perturbado bajo la acción de un controlador $K(s)$	31
3.3. Propuesta de diseño de controladores difuso robustos	46
4.1. Campo de colectores solares [2]	53
4.2. Configuraciones para la implementación de bloque de prealimentación	56
4.3. Simulador de la planta de colectores solares en Simulink	57
4.4. Esquema del proceso que se desea identificar	58
4.5. Diagrama de Bode para la Planta de Colectores Solares	59
4.6. Identificación de planta solar utilizando SVF	59
4.7. Experimento de identificación. Arriba: Señal de entrada. Abajo: Respuesta del sistema	60
4.8. Funciones de pertenencia para la entrada filtrada u_f	62
4.9. Funciones de pertenencia para la salida derivada filtrada \dot{y}_f	62
4.10. Desempeño del Modelo Difuso de la Planta Solar	63
4.11. Intervalo difuso con 95 % de confianza	65
5.1. Esquema general de la implementación de controladores difuso robustos	67
5.2. Desempeño de controlador PI de parámetros fijos	69
5.3. Perfil de radiación solar en día soleado	70
5.4. Perfil de radiación solar en día nublado	70
5.5. Resultados utilizando el enfoque PI difuso robusto	75
5.6. Esquemas PI difuso robustos y control PI clásico	76
5.7. Comparación de flujo de aceite requerido a la bomba por cada controlador	78
5.8. Comparación esquemas difuso robustos y controlador clásico para día con nubes . . .	79
5.9. Acercamiento desempeño de controladores ante perturbaciones. Izquierda: Perturba- ción inicial. Medio: Segunda perturbación. Derecha: Tercera perturbación	80
5.10. Flujo inyectado por la bomba para el caso de día con nubes	81
5.11. Controladores difuso robustos por realimentación de estados en día soleado	87
5.12. Flujo de aceite controladores difuso robustos por realimentación de estados (día soleado)	88
5.13. Desempeño de controladores difuso robustos por realimentación de estados	90
5.14. Flujo de aceite para prueba de controladores difuso robustos por realimentación de estados	91
5.15. Diagrama de Bode para $W_1^{-1}(s)$	94
5.16. Diagrama de Bode para $W_3^{-1}(s)$	95
5.17. Controlador \mathcal{H}_∞ difuso robusto (día soleado)	96

5.18. Flujo de aceite inyectado (día soleado)	97
5.19. Controlador \mathcal{H}_∞ difuso robusto (día nublado)	98
5.20. Flujo de aceite inyectado (día nublado)	98
7.1. Diagrama de bloques para controlador por realimentación de estados y acción integral	115
7.2. Especificaciones de la respuesta transitoria de un sistema [3]	121
7.3. Diagrama de bloques aumentado para control \mathcal{H}_∞	125

1 Introducción

Hoy en día la energía es un tema central en cuanto a su aprovechamiento y sobre todo su obtención. El cambio climático asociado a las emisiones de dióxido de carbono ya está haciendo notar sus consecuencias en el planeta, por lo que la reducción en la generación de estos gases ha sido un compromiso adoptado por varios países entre los que se incluye el nuestro con la suscripción del protocolo de Kioto y la iniciativa MAPS, entre otros [4].

En este contexto, las Energías Renovables No Convencionales (ERNC) han ido adquiriendo cada vez un mayor protagonismo como una forma de obtener energía de forma limpia, desplazando así métodos convencionales basados en la quema de combustibles fósiles [5]. Sin embargo, un problema común a todas las ERNC es la variabilidad que presentan. Esto se traduce en un desafío para muchos investigadores en varios aspectos, dentro de los que destacan la conexión de estas formas de energía a grandes sistemas interconectados con los problemas de estabilidad que ello puede conllevar y la búsqueda y mejora de las tecnologías que permitan aprovechar de manera óptima la energía disponible. Dichas problemáticas se presentan en mayor o menor medida en todas las formas de ERNC, siendo particularmente relevantes en la energía eólica y solar.

La energía solar es uno de los recursos más abundantes del planeta y, junto con ello, la razón directa o indirecta de existencia de varias de las demás formas de energía. Pese a esto, el hecho de que la radiación solar no esté siempre disponible hace que este tipo de energía sea difícil de aprovechar de forma competitiva a menos que se cuente con una estrategia y tecnologías adecuadas para ello. En este último aspecto cabe destacar que existen dos enfoques para capturar la energía solar: de manera directa, esto es, transformando inmediatamente la energía solar en energía eléctrica a través de un proceso fotoeléctrico como es el caso de las celdas fotovoltaicas; o de manera indirecta en las llamadas tecnologías de concentración solar las cuales a grandes rasgos, focalizan la radiación en un punto para producir elevadas temperaturas para luego, a través de un proceso termodinámico, generar vapor u otro producto que posteriormente es utilizado como apoyo en la generación de energía eléctrica de otro proceso [6].

Chile cuenta con una condición única y privilegiada en el mundo para la generación de energía eléctrica mediante la utilización de radiación solar, dada la abundancia de este recurso en el norte del territorio nacional. Estas condiciones, junto con las mejoras tecnológicas, han traído como consecuencia un aumento sustancial en la inversión de plantas de generación eléctrica en base a energía solar y podrían ayudar a transformar al país en un exportador de energía al resto del continente en caso de que sigan avanzando los proyectos de interconexión regionales. Ante este escenario, Chile está llamado a convertirse en un país líder en energía solar y para lograrlo se requiere aprovechar al máximo este recurso mediante el uso de nuevas tecnologías y en particular de técnicas de control de sistemas.

De esta manera, contar con una estrategia de control adecuada es fundamental para trabajar con este tipo de plantas. En efecto, se debe considerar que estos procesos, además de ser no lineales, están sometidos a varias perturbaciones que pueden afectar su desempeño, perturbaciones entre las que destaca la misma radiación solar la cual es al mismo tiempo la principal fuente de energía de estos sistemas. Dado este contexto se han probado numerosos esquemas y estrategias buscando obtener los mejores rendimientos para cada tipo de tecnología. En general técnicas clásicas de control no presentan un comportamiento óptimo por lo que se ha optado por estrategias más avanzadas como control adaptable, control predictivo y control robusto. Este último en particular reviste de gran importancia ya que entrega un marco matemático para diseñar esquemas que puedan operar correctamente aun en ambientes con perturbaciones y, por tanto, representa una alternativa atractiva para ser implementada en una planta solar.

En vista de lo mencionado anteriormente, se desea en este trabajo diseñar una estrategia de control robusto a partir de un modelo que integre la incertidumbre asociada a la operación de una planta de colectores solares, la cual forma parte de las tecnologías de concentración termosolar que actualmente están en operación en Chile. Estos sistemas están compuestos por arreglos de espejos cilindro-parabólicos que concentran la radiación en un tubo por donde circula un aceite térmico que luego es utilizado, por ejemplo, para generar vapor y contribuir en el funcionamiento de una planta de ciclo combinado en la producción de energía eléctrica. El objetivo de control en este sistema es mantener la temperatura del aceite en un nivel deseado para luego hacerlo circular por un intercambiador de calor y almacenarlo. Esto último es una de las principales ventajas de este tipo de procesos ya que permite seguir generando energía aun sin la presencia de radiación por las noches, siendo esto posible gracias a que poseen un estanque de almacenamiento donde se puede retener el aceite calentado.

En el presente trabajo se busca plantear nuevas estrategias difusas robustas para controlar la temperatura del aceite en una planta de colectores solares. Para ello se utilizan datos de una planta localizada en Almería, España, para la cual se ha diseñado un simulador basado en las ecuaciones fenomenológicas que lo rigen. Dicho simulador es utilizado para implementar las diversas estrategias de control difuso robusto que se abordan en esta tesis las cuales buscan mejorar el desempeño de este proceso aun cuando se encuentre sometido a perturbaciones.

El diseño de esta metodología abarca distintas áreas del conocimiento en ingeniería, entre las que destacan la modelación, la elaboración de simulaciones, el uso de teoría de control difuso y algoritmos evolutivos, entre otras, y el resultado que se espera obtener es un controlador adecuado que pueda posteriormente ser utilizado en otras aplicaciones (de ésta u otra índole).

Dicho esto, las hipótesis, los objetivos, alcances y estructura de este trabajo son mencionados en las secciones que se presentan a continuación.

1.1. Hipótesis

En este trabajo se diseñan diversas estrategias de control difuso robusto. Al respecto, se plantean las siguientes hipótesis:

- Es posible establecer modelos difusos con incertidumbre paramétrica a partir del uso de intervalos difusos mediante el método de la covarianza.
- A partir de un modelo difuso que considere incertidumbre paramétrica es posible diseñar un controlador estableciendo condiciones de desempeño y probando matemáticamente su estabilidad.
- El control difuso robusto presenta mejores resultados en términos de rechazo de perturbaciones y seguimiento de referencia en comparación con esquemas clásicos al ser probado en una planta de colectores solares.
- Los esquemas propuestos permitirán un mejor aprovechamiento del recurso solar para el caso de la planta de colectores, siendo una opción atractiva para controlar plantas de energía renovable en general.

1.2. Objetivos

El objetivo principal de la presente tesis es diseñar estrategias de control difuso robusto para controlar la temperatura del aceite en una planta de colectores solares a partir de una caracterización del proceso que considere la incertidumbre asociada a su operación. Se espera con esto mejorar el desempeño del proceso ante perturbaciones, aprovechando así de mejor manera el recurso solar y, a su vez, dar una garantía de la estabilidad del esquema utilizando para ello la teoría de control robusto con enfoque paramétrico.

Para esto, los objetivos específicos pueden enumerarse como sigue:

- Identificar un modelo difuso para el campo de colectores solares que integre en su estructura una caracterización de la incertidumbre y que tome en cuenta la dinámica no lineal del proceso.
- A partir del modelo descrito en el punto anterior, diseñar diferentes estrategias de control difuso robusto que garanticen la estabilidad del proceso y comparar su desempeño.
- Establecer condiciones adecuadas de estabilidad y desempeño para los controladores diseñados.
- Diseñar un simulador dinámico en ambiente MATLAB-Simulink para la planta de colectores solares que permita probar los controladores que se desean implementar.
- Comparar los controladores diseñados con esquemas clásicos de control robusto, en particular aquellos derivados de la teoría \mathcal{H}_∞ .

1.3. Alcances

En este trabajo se presenta el diseño de controladores difuso robustos para el caso particular de una planta de colectores solares. Sin embargo, la estrategia propuesta representa un esquema novedoso de control robusto que puede ser aplicado para cualquier proceso no lineal sometido a perturbaciones cuando estas últimas son caracterizadas en términos de incertidumbre paramétrica. Consecuentemente, la metodología de diseño de estos controladores es un aspecto importante de esta tesis ya que contiene todas las herramientas teóricas que le permiten garantizar la estabilidad robusta y las condiciones de desempeño para el proceso. En este sentido cabe destacar que varias de las etapas del diseño, especialmente en la parte de condiciones de desempeño, pueden ser modificadas o cambiadas en virtud tanto del objetivo que se persiga con el control como del tiempo de cómputo con el que se disponga. De esta manera, por ejemplo, si bien en gran parte de esta tesis se utiliza el algoritmo PSO (optimización por enjambre de partículas) para encontrar los parámetros adecuados para cada controlador, su uso no es restrictivo y otros algoritmos o técnicas pueden ser utilizados.

Con respecto al sujeto de estudio, es decir, la planta de colectores solares, cabe destacar que en este trabajo se ha realizado su modelación de manera independiente, esto es, sin estar integrada a ningún otro proceso productivo de intercambio de calor como puede ser una planta de ciclo combinado. Dado lo anterior, la validez de los resultados de los controladores difuso robustos propuestos se verifica solo para los puntos de operación en que la planta fue modelada y para las perturbaciones que inciden directamente al campo de colectores, en particular la radiación a la cual se ve afectado.

No obstante, lo anterior no implica que los controladores establecidos en este trabajo sean inapropiados para plantas de colectores con procesos productivos integrados. En efecto, dada la metodología planteada en esta tesis, basta realizar una nueva modelación del proceso completo y encontrar nuevos esquemas que se adapten a este nuevo escenario.

1.4. Estructura de la tesis

La presente tesis se organiza de la siguiente manera: en el primer capítulo se presenta la introducción al problema que se desea estudiar, planteando las motivaciones de este trabajo, sus objetivos y alcances.

El segundo capítulo está destinado a la presentación de aspectos generales en el ámbito de la identificación y análisis de estabilidad de sistemas, en particular de modelos difusos, presentando el concepto de procesos con incertidumbre paramétrica y entregando algunas nociones sobre la caracterización de la incertidumbre en base a algunos trabajos publicados en ese ámbito.

Posteriormente, en el Capítulo 3, se exponen los conceptos básicos del control robusto clásico y ante incertidumbre paramétrica, poniendo un énfasis especial en los teoremas involucrados para su análisis matemático. Adicionalmente en esta parte se presenta la propuesta de diseño de los esquemas difuso robustos planteados en esta tesis junto con la teoría de estabilidad para modelos difusos de Takagi & Sugeno ante incertidumbre paramétrica.

El cuarto capítulo se enfoca en el caso de estudio, dado por la planta de colectores solares. Se muestran las ecuaciones fenomenológicas que sirven para modelar el proceso y se presentan algunos aspectos importantes en su operación relacionados básicamente con su dinámica y las perturbaciones

que lo afectan. Seguidamente se presentan los resultados obtenidos de la identificación de modelos difusos en tiempo continuo para esta planta y se encuentran sus intervalos difusos. Se realiza también una breve reseña del simulador desarrollado para este sistema y se expone una revisión bibliográfica que da cuenta de las estrategias de control existentes para esta planta con sus ventajas y desafíos.

En el Capítulo 5 se muestran los principales resultados de esta tesis, obtenidos a partir de la implementación de los controladores difuso robustos sobre la planta de colectores solares. Se estudia el desempeño de estos esquemas para diferentes configuraciones y condiciones ambientales y se analiza su robustez global utilizando el teorema de Lyapunov para este tipo de sistemas. Se diseña también un controlador robusto 'clásico' basado en la teoría \mathcal{H}_∞ con el fin de comparar su desempeño con los esquemas propuestos en esta tesis.

Finalmente en el sexto capítulo se presentan las conclusiones de este trabajo, realizando un contraste entre los objetivos y alcances planteados al inicio de esta tesis. A su vez se destacan los aportes de este estudio y se enumeran algunas líneas de investigación futuras, con miras a profundizar lo expuesto en este trabajo.

2 Identificación de sistemas con incertidumbre paramétrica

El presente capítulo tiene por objetivo mostrar las bases de la identificación de sistemas y, en particular, extender esta metodología al modelamiento de procesos con incertidumbre, lo cual posteriormente sirve como punto de partida para el diseño de los controladores robustos que se plantean en esta tesis.

El capítulo se organiza como sigue: en primer lugar se presentan los aspectos básicos de la identificación de sistemas, haciendo luego un énfasis en la modelación de esquemas difusos de Takagi & Sugeno y la identificación en tiempo continuo, ambos aspectos fundamentales para este trabajo.

Posteriormente se presentan las generalidades en cuanto al análisis de estabilidad de sistemas para finalmente introducir el concepto de sistemas con incertidumbre paramétrica, lo cual se acompaña con una breve revisión bibliográfica sobre modelos de incertidumbre y la teoría de identificación de intervalos de confianza difusos.

2.1. Identificación de sistemas

En ingeniería de control y en diversas áreas de la ciencia, la identificación de sistemas juega un papel fundamental. En efecto, para controlar de manera efectiva una planta se requiere tener un modelo que represente, de la mejor forma posible, el comportamiento del proceso. En este sentido, destacan dos maneras principales de lograr este objetivo: por una parte, el diseño fenomenológico basado en las ecuaciones físicas que rigen un proceso y por otra, los modelos tipo caja negra obtenidos a partir de datos de entrada y salida.

Los modelos basados en la fenomenología usualmente utilizan relaciones físicas conocidas como leyes de conservación (de masa, de energía, entre otras) para describir un proceso. Una de sus ventajas es que permiten visualizar de manera directa los efectos que tienen algunas variables sobre el desempeño del sistema, permitiendo un análisis más profundo en el sentido de las relaciones entre las variables de interés. Sin embargo muchos procesos presentan una dinámica muy compleja, dificultando este tipo de modelación o simplemente haciéndola prohibitiva. A su vez, no siempre se tiene acceso a todos los parámetros necesarios para realizar este tipo de síntesis ni se cuenta con todos los dispositivos de medida para sensar las variables que resulten relevantes.

Una forma bastante utilizada en estos casos de procesos complejos o que no son bien representados a través de ecuaciones físicas son los modelos tipo caja negra (o empíricos), los cuales tienen la

ventaja de no requerir ningún conocimiento previo del sistema más que información sobre sus señales de entrada y salida. La simpleza y flexibilidad en cuanto a su estructura resultan ser características relevantes a la hora de desarrollar estrategias de control mediante este enfoque, considerando que existen diversos esquemas para realizar modelos de ésta índole. Sin embargo, dado que estos modelos son solo ajustes matemáticos, no es posible realizar un análisis en torno a las relaciones que ocurren internamente dentro del proceso. Adicionalmente, este tipo de modelos permite explicar el comportamiento de un sistema solo dentro del rango en el cuál éste fue identificado, siendo inválido en puntos de operación no cubiertos durante la identificación. En vista de lo anterior, toma especial relevancia la señal de entrada que se utilice para identificar el sistema la cual, como se verá posteriormente, debe ser lo suficientemente informativa para obtener un modelo exitoso.

Si bien en el desarrollo de esta tesis se considera el uso de un modelo fenomenológico en la elaboración de un simulador para una planta de colectores solares, el énfasis principal recae en los modelos tipo caja negra, por lo cual las siguientes secciones están dedicadas a describir y entregar ciertas consideraciones para una correcta identificación de sistemas mediante éste método.

2.1.1. Etapas en la identificación de sistemas

La identificación de sistemas es un proceso iterativo que consta de etapas claramente distinguibles entre sí [7]. Dichas etapas no necesariamente se realizan en el orden que se presenta en los párrafos siguientes ya que es común que se pase de una a otra reiteradamente para lograr el mejor desempeño en cada una de ellas. Por otra parte, dependiendo del tipo de modelo que se desea construir, pueden modificarse o agregarse algunos criterios que resulten relevantes. De esta manera, las definiciones que se presentan a continuación son comunes a la mayoría de los modelos que se utilizan en esta tesis. Las distinciones entre modelos lineales y no lineales, particularmente difusos, son abordadas en la sección de clasificación de modelos.

A. Diseño de señal de entrada

Como se mencionó anteriormente, para que un modelo logre representar de buena manera el comportamiento real del proceso en estudio se requiere contar con datos que cubran todos los puntos de operación de la planta y en distintos escenarios [8], lo cual formalmente se conoce como una señal de excitación persistente. En [7] se establece que un buen experimento de identificación requiere de una señal que recorra las frecuencias más relevantes para el proceso, pudiendo ser estas la suma de señales sinusoidales, ruido blanco o de banda limitada, o PRBS (Pseudo Random Binary Signal por sus siglas en inglés) la cual consta de pulsos de distintos tiempos de duración. Este tipo de entrada es una de las más utilizadas para estos propósitos ya que su espectro puede ser aproximado al de un ruido blanco de banda limitada, ampliando así el espectro de frecuencia que se recorre [9].

Una PRBS debe ser diseñada según las características propias del sistema a identificar. En particular interesa conocer los tiempos de respuesta del proceso, en términos de la máxima y mínima frecuencia de interés, para así determinar el orden apropiado que debe tener la PRBS y desarrollar un experimento informativo. A partir de ello, se pueden establecer ciertos parámetros para que la señal posea un largo máximo [7].

Si bien una PRBS permite extraer datos ricos en información de un proceso, ésta puede ser insuficiente si la planta analizada presenta un comportamiento no lineal, siendo válida posiblemente

solo en ciertos puntos de equilibrio del sistema en cuestión. En efecto, si se desea establecer un modelo no lineal a partir de los datos, resulta mejor utilizar una adaptación de éste tipo de señal llamada PRBS de amplitud modulada (APRBS) la cual se diferencia en que esta señal recorre varias amplitudes a diferencia de su contraparte binaria. Esto permite obtener más información sobre los distintos puntos de operación del proceso conservando las características en el espectro de frecuencia mencionadas para la PRBS [8]. Un ejemplo de APRBS se muestra en la Figura 2.1

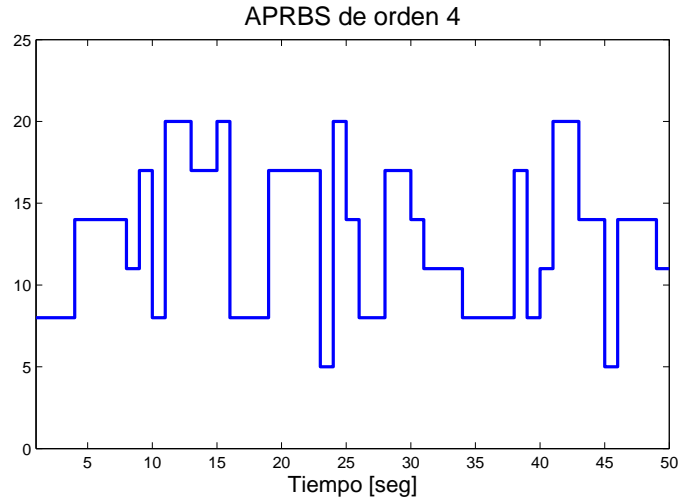


Figura 2.1: Señal APRBS con 7 niveles de amplitud

Una vez obtenidos los datos de entrada y salida estos son separados en tres conjuntos: entrenamiento, test y validación. La función del conjunto de entrenamiento es la identificación del modelo propiamente tal, mientras que los conjuntos de test y validación ayudan a evaluar el desempeño del modelo ante sets de datos independientes, facilitando la elección del mejor esquema según ciertos parámetros de comparación. Usualmente, dado un vector de información, se aparta el 60 % de los datos para ser utilizados en el entrenamiento y un 20 % para cada uno de los conjuntos restantes.

B. Selección de variables relevantes

Cuando se trabaja con modelos en tiempo discreto en esta etapa de la identificación se debe seleccionar la cantidad de retardos, tanto en la variable de entrada como en la de salida, que permitan explicar de mejor manera el comportamiento observado de la planta. Si bien no existe una regla rigurosa al respecto, es recomendable realizar un estudio de correlación entre la salida y las variables candidatas o efectuar un análisis de sensibilidad [10], el cual mediante derivadas permita cuantificar el efecto que tiene sobre el modelo la adición o eliminación de una variable en particular. Métodos heurísticos y conocimiento previo del proceso con el que se trabaja también son alternativas aceptables en esta etapa [1].

Las recomendaciones mencionadas anteriormente son análogas para el caso de identificación en tiempo continuo, con la salvedad de que en dicho análisis se consideran las derivadas temporales de las variables de entrada y salida del proceso como variables candidatas en lugar de los retardos de éstas.

C. Optimización de la estructura del modelo

Esta etapa se centra en modificar iterativamente la estructura del modelo que se está identificando con el fin de mejorar los índices que definen su calidad [10]. Estos cambios usualmente son la adición o eliminación de variables, o reglas en el caso de modelos difusos como se verá en secciones posteriores. Dentro de estos índices destacan los siguientes:

- **Error Cuadrático Medio (RMSE)**

Este parámetro da cuenta del error entre la predicción de un modelo y la salida real del proceso en estudio. Al identificar un sistema se busca entonces que este indicador sea lo más cercano a 0 que sea posible.

Formalmente el RMSE se calcula como:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (2.1)$$

donde y_i es la salida real del proceso e \hat{y}_i es la predicción dada por el modelo. A su vez N es la cantidad total de datos con la que se cuenta.

El error cuadrático medio es una medida muy útil para comparar modelos y se utiliza con frecuencia como función objetivo a minimizar durante el proceso de identificación de éstos.

- **Criterio de Información de Akaike (AIC)**

Este indicador busca reducir el error de predicción con respecto a la salida real del proceso y, al mismo tiempo, penalizar la sobreparametrización del esquema, buscando así modelos de estructura simple que se ajusten de buena forma a los datos. Matemáticamente este índice se calcula como [11]:

$$AIC = \log(RMSE) + \frac{2m}{N} \quad (2.2)$$

donde m es el número de parámetros incluidos en el modelo.

D. Determinación de los parámetros del modelo

En esta etapa se determina el modelo a través de sus parámetros. En efecto, dada una cierta estructura, el objetivo es encontrar los parámetros que acompañan a las variables a partir de la minimización de un funcional. Esta optimización usualmente se realiza mediante el uso del algoritmo de mínimos cuadrados.

2.1.2. Tipos de modelos

Existen diversos tipos de modelos empíricos los cuales, a grandes rasgos, pueden clasificarse en modelos lineales (o lineales en los parámetros) y no lineales. En este trabajo ambos enfoques son

utilizados para describir el comportamiento de una planta de colectores solares, por lo que en las secciones siguientes se realiza una descripción de estos esquemas y cómo identificarlos apropiadamente.

A. Modelos lineales

La identificación de sistemas parte del supuesto de que las plantas se representan a través de procesos estocásticos, es decir, algunas señales con las que se trabaja no son determinísticas y son consideradas como variables aleatorias que cambian en el tiempo. En el caso general, se comienza suponiendo una cierta estructura para el modelo de la planta que se analiza, la cual viene dada por [7]:

$$y(t) = \theta_1 x_1(t) + \theta_2 x_2(t) + \dots + \theta_n x_n(t) + \theta_0 1(t) + w(t) \quad (2.3)$$

donde θ_i son los parámetros del modelo, $x_i(t)$ son las variables relevantes, las cuales pueden ser retardos de la entrada y salida en el caso de modelos discretos o sus derivadas temporales en el caso de tiempo continuo, y $w(t)$ es ruido blanco no medido.

El objetivo de la identificación es estimar los parámetros θ_i de manera de encontrar un modelo que sea una combinación lineal de las variables de entrada $x_i(t)$ y de esta forma obtener una estimación de la salida $y(t)$, denotada como $\hat{y}(t)$, de forma tal que:

$$\hat{y}(t) = \hat{\theta}_1 x_1(t) + \dots + \hat{\theta}_n x_n(t) + \hat{\theta}_0 1(t) \quad (2.4)$$

Escribiendo θ_i y $x_i(t)$ en formato vectorial como:

$$\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n, \theta_0]^T \quad (2.5)$$

$$\varphi(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), 1(t)]^T \quad (2.6)$$

con ello 2.4 queda escrita en una forma compacta como:

$$\hat{y}(t) = \varphi^T(t) \hat{\theta} \quad (2.7)$$

Considerando ahora el error de predicción a un paso:

$$\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t|t-1) \quad (2.8)$$

donde $\hat{y}(t|t-1)$ es la predicción en el instante t dado que se cuenta con la información del sistema hasta $(t-1)$, se desea encontrar el vector óptimo de parámetros $\hat{\theta}$ de forma tal que se minimice el error cuadrático medio de la predicción a un paso. Formalmente el problema de optimización se establece como:

$$J(\hat{\theta}) = \mathbb{E}\{[y(t) - \varphi^T(t) \hat{\theta}]^2\} = \mathbb{E}\{[y(t) - \hat{y}(t|t-1)]^2\} \quad (2.9)$$

La solución a 2.9, conocida como el problema de los Mínimos Cuadrados [7], puede ser encontrada analíticamente mediante el Teorema de la Proyección en Espacios de Producto Interno o a través de la derivación directa de $J(\hat{\theta})$, obteniendo que:

$$\hat{\theta} = [\mathbb{E}\{\varphi(t)\varphi(t)^T\}]^{-1}\mathbb{E}\{\varphi(t)y(t)\} \quad (2.10)$$

Si se considera una ventana de tiempo lo suficientemente grande y que los procesos estocásticos involucrados son ergódicos (sus promedios temporales tienden a sus valores esperados cuando $T \rightarrow \infty$), entonces la expresión en 2.10 puede ser estimada como [7]:

$$\hat{\theta} = \left[\sum_{i=1}^t \varphi(i)\varphi^T(i) \right]^{-1} \sum_{i=1}^t \varphi(i)y(i) \quad (2.11)$$

Cabe destacar en 2.11 que se debe asegurar la existencia del inverso de $\sum_{i=1}^t \varphi(i)\varphi^T(i)$. Esto se cumple siempre y cuando se utilicen señales de excitación persistente como es el caso de señales PRBS y APRBS con la condición de que estas sean diseñadas apropiadamente según la dinámica del proceso a modelar.

B. Modelos no lineales

Dentro de esta categoría destacan los esquemas del tipo redes neuronales [12] y modelos difusos, siendo estos últimos los que presentan mayor interés para esta tesis.

Los modelos no lineales heredan bastante del análisis previo realizado para los modelos lineales en los parámetros. En este sentido, es recurrente encontrar problemas de minimización de predicciones y ajustes de parámetros, sin embargo, la diferencia radica en la estructura y en el modo que tienen estos esquemas para calcular dichas predicciones, dándoles una mayor flexibilidad y precisión a la hora de ajustar el comportamiento no lineal de algunos procesos [8]. Esto conlleva una serie de algoritmos anexos que deben ser ejecutados para optimizar la estructura de estos modelos. El backpropagation, en el caso de las redes neuronales, es un claro ejemplo de ello ya que ajusta los pesos en una red de neuronas que ocupan una función no lineal para aproximar los datos [12].

Por otro lado, los modelos difusos también presentan una serie de procedimientos necesarios para identificar correctamente su estructura. En efecto, dado que las plantas solares son procesos no lineales sometidos a diversas perturbaciones, la modelación difusa resulta de gran interés para este trabajo. En vista de lo anterior, la siguiente sección esta dedicada a analizar las etapas para identificar este tipo de modelos.

2.1.3. Identificación de modelos difusos

La estructura de un modelo difuso se basa en un conjunto de reglas que relacionan las variables de entrada y salida de un sistema en la forma de enunciados de causa-efecto (antecedentes y consecuencias) de la forma [13]:

Si $x_1(t)$ es A_1 y $x_2(t)$ es A_2 y...y $x_n(t)$ es A_n entonces $y(t)$ es B_1

donde A_i y B_i son conjuntos difusos que pueden denotar un conocimiento cualitativo del proceso analizado.

La ventaja de estos modelos es que permiten incorporar el conocimiento experto, muchas veces en términos de variables lingüísticas, al análisis de las relaciones entre las variables del sistema, transformándolo en una gran herramienta para aproximar el comportamiento de sistemas no lineales o en los que es difícil encontrar un modelo físico adecuado [1].

En [1] se establecen 3 tipos de modelos difusos según la estructura de los antecedentes y sus consecuencias:

- **Modelo difuso lingüístico**, estudiado por Zadeh en 1973 [13] y Mamdani en 1977 [14]. En este esquema tanto los antecedentes como las consecuencias son proposiciones difusas, del tipo de información cualitativa. Un ejemplo de regla en esta clase de modelo puede ser:

Si la temperatura es baja entonces la reacción es lenta.

- **Modelo difuso relacional**, estudiado por Pedrycz en 1984 [15] y Yi y Chung en 1993 [16], es una generalización del modelo lingüístico permitiendo que una variable del antecedente pueda relacionarse con varios consecuentes de manera difusa.
- **Modelo difuso de Takagi & Sugeno**, propuesto por Takagi y Sugeno en [17]. En este esquema las consecuencias pueden ser una función explícita de las variables involucradas en el proceso. Por otra parte el antecedente puede constar de variables lingüísticas o simplemente una clasificación matemática de las variables de entrada. Dado que este tipo de modelo es el que se utiliza a lo largo de esta tesis, un análisis sobre su identificación se muestra a continuación detallando los pasos más importantes.

A. Estructura de modelos Takagi & Sugeno

Como se mencionó anteriormente, la estructura de los modelos difusos de Takagi & Sugeno viene dada por un conjunto de reglas con el formato Si-Entonces que tienen como consecuencia una función matemática de las variables involucradas. En el caso general, la i -ésima regla de esta clase de modelos tiene la siguiente forma [17], [18]:

$$R^i : \text{Si } x_1(t) \text{ es } A_1^i \text{ y } x_2(t) \text{ es } A_2^i \text{ y } \dots \text{ y } x_n(t) \text{ es } A_n^i \text{ entonces}$$

$$y_i(t) = f_i(x(t))$$

donde R^i es la i -ésima regla del modelo, $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ es el vector de entradas o premisas del modelo, A_p^i son los conjuntos difusos, caracterizados cada uno por una cierta función de pertenencia, y_i es la consecuencia de la regla i y $f_i(x(t))$ es el i -ésimo modelo local, donde f_i es una función cualquiera que relaciona las premisas, la cual generalmente es lineal.

El modelo opera inicialmente encontrando el grado de pertenencia de cada variable x_p en el instante t para el conjunto difuso A_p^i . Llamando $\mu_i(x_p(t))$ a este grado de pertenencia, se tiene que $\mu_i(x_p(t)) \in [0, 1]$ siendo 0 cuando la variable no pertenece al conjunto y 1 cuando pertenece completamente a él. A continuación se debe calcular el grado de activación de cada regla, denotado $w_i(x(t))$ para la i -ésima regla, definido como:

$$w_i(x(t)) = \text{oper}(\mu_i(x_1(t)), \mu_i(x_2(t)), \dots, \mu_i(x_n(t))) \quad (2.12)$$

donde *oper* denota una operación matemática que puede ser el mínimo o el producto de su argumento.

El grado de activación normalizado para cada regla ($h_i(x(t))$) puede calcularse como:

$$h_i(x(t)) = \frac{w_i(x(t))}{\sum_{i=1}^{N_R} w_i(x(t))} \quad (2.13)$$

donde N_R es el número total de reglas del modelo. Cabe destacar que el grado de activación normalizado cumple con: $h_i(x(t)) > 0$ y $\sum_{i=1}^{N_R} h_i(x(t)) = 1$, donde se considera que para la identificación se cuenta con un vector de N datos.

Finalmente, la salida global del modelo difuso de Takagi & Sugeno se calcula como la suma ponderada de la respuesta de cada modelo local multiplicada por su respectivo grado de activación:

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^{N_R} h_i(x(t)) \cdot y_i(t) \quad (2.14)$$

Esto permite caracterizar de mejor manera las dinámicas no lineales del proceso dado que, según lo que se establece en [19], este tipo de modelos son aproximadores universales.

B. Identificación de modelos de Takagi & Sugeno

La identificación de esta clase de modelos sigue la misma estructura que la presentada en la sección 2.1.1, sin embargo para este esquema existen parámetros adicionales como el número de reglas, la forma de las funciones de pertenencia, entre otros, los cuales pueden ser determinados mediante clustering difuso. A continuación se entregan algunas nociones sobre este algoritmo y su uso en la determinación de los parámetros de los modelos Takagi & Sugeno.

i. Clustering Difuso

Se define como cluster un conjunto de datos que presentan una cierta similitud entre ellos [20]. Esta característica les permite ser utilizados para clasificar u organizar información en diversas aplicaciones. Las técnicas de clustering son denominadas como métodos de aprendizaje no supervisado dado que no requieren de una clasificación a priori de los datos. Esto los hace útiles cuando se posee poco o nulo conocimiento sobre la información que se desea clasificar [1].

Existen 2 tipos de algoritmos para la determinación de clusters: Hard Clustering y Fuzzy Clustering (Clustering Difuso). El primero considera el grado de pertenencia (μ) de un dato de manera binaria, asignando un 1 si el dato pertenece a un determinado cluster y un 0 en caso contrario [20]. Por otra parte, el segundo algoritmo puede ser considerado una generalización del anterior ya que asigna un valor real entre 0 y 1 al grado de pertenencia de un dato, permitiendo que éste pertenezca simultáneamente a más de un cluster con diferentes grados de pertenencia para cada uno de ellos [21].

Dentro de los algoritmos de clustering difuso destacan en particular el Fuzzy c-means (FCM) [20] y aquellos basados en matrices de covarianza difusa (Fuzzy Covariance Matrix), donde uno de los más utilizados es el algoritmo de Gustafson-Kessel [22]. Estos procedimientos se basan en la optimización de la siguiente función de costos:

$$J(Z, U, V) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m \|z_k - v_i\|_A^2 \quad (2.15)$$

donde c es el número de clusters (el cual es fijado previo a la optimización), N es la cantidad de datos, $Z = [z_1, z_2, \dots, z_N]$ es el vector de datos, U es el conjunto de los grados de pertenencia, μ_{ik} es el grado de pertenencia al cluster i del dato k , $V = [v_1, v_2, \dots, v_c]$, $v_i \in \mathbb{R}^n$ es un vector con los centros de los clusters (los cuales deben ser determinados), $D_{ikA}^2 = \|z_k - v_i\|_A^2 = (z_k - v_i)^T A (z_k - v_i)$ es una norma de distancia, A es una matriz positiva definida que induce la norma a utilizar y $m \in [1, \infty)$ es un factor que se ajusta para modificar la difusividad de los clusters obtenidos.

En la expresión 2.15, si se elige la matriz A como la identidad, se inducirá la norma euclideana para encontrar los clusters teniéndose así el algoritmo Fuzzy c-means. Si, por otro lado, se deja la matriz A como parámetro de optimización, se le permite al algoritmo inducir diferentes normas lo cual puede entregar clusters de formas distintas que se adapten mejor a los datos. Este enfoque es abordado en los procedimientos de clustering con matriz de covarianza difusa como el algoritmo de Gustafson-Kessel. En este caso, se encuentra una matriz A_i para cada cluster y, para obtener una solución factible a este problema de optimización, se agrega una restricción a estas matrices llamada restricción de volumen, la cual establece que:

$$|A_i| = \rho_i, \quad \rho_i > 0, \quad \forall i \quad (2.16)$$

Esto permite que la forma del cluster varíe manteniendo su volumen constante.

En este trabajo de tesis se utiliza el algoritmo de Gustafson-Kessel en la identificación de modelos difusos de Takagi & Sugeno dada la mayor flexibilidad y capacidad para clasificar los datos. Tomando el caso de estudio, es decir, el campo de colectores solares, el clustering difuso debe ser capaz de reconocer distintos puntos de operación del proceso de forma tal de asignar a cada uno de ellos una regla.

ii. Número de reglas del modelo

La selección del número de reglas del modelo difuso es un proceso iterativo. Usualmente se asume un número máximo de reglas, que es igual al número de clusters considerados, y luego utilizando clustering difuso se van identificando modelos y calculando índices de desempeño (RMSE) disminuyendo el número de clusters del modelo en cada iteración [10]. La decisión final en cuanto a la cantidad de reglas está ligada a encontrar el menor error cuadrático medio en el conjunto de test, y

a su vez, intentar que el modelo posea el menor número posible de reglas ya que también se busca simplicidad en el esquema.

iii. Identificación de los parámetros de las premisas

El objetivo de esta etapa es encontrar los parámetros que definen a las funciones de pertenencia de cada conjunto difuso. En este caso se asume, para cada conjunto difuso, que estas funciones tienen la forma de una curva gaussiana de parámetros a y b , es decir:

$$\mu(x) = e^{-(x-b)^2/a} \quad (2.17)$$

De esta forma, una vez identificados los clústers a partir de los datos, se realiza una proyección de estos sobre el espacio de las variables de entrada al modelo y sobre dichas proyecciones se ajustan curvas gaussianas para hallar a y b [1]. Un ejemplo sobre esto se muestra en la Figura 2.2:

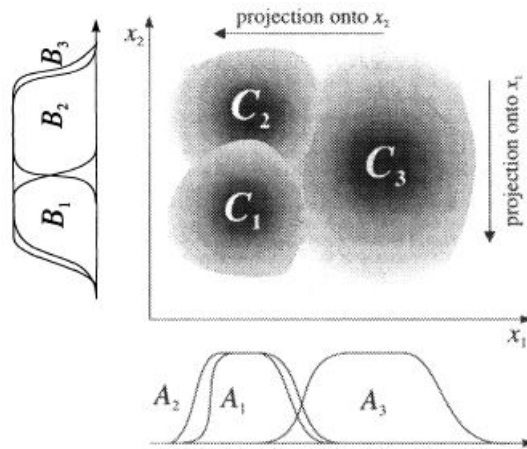


Figura 2.2: Proyección de 3 clusters en 2 variables de entrada [1]

iv. Identificación de los parámetros de las consecuencias

Esta etapa depende del tipo de función escogida como consecuencia de cada regla. Sin embargo es usual que se utilicen modelos lineales en los parámetros por lo cual la forma de identificar estos coeficientes se realiza según el método de mínimos cuadrados explicado en la Sección 2.1.2.

Los aspectos estudiados anteriormente son válidos para la identificación de sistemas difusos de Takagi & Sugeno para tiempo discreto. Sin embargo, dado que en la presente tesis resulta fundamental ocupar modelos en tiempo continuo, se dedica a continuación una sección especial para tratar este tema y validarlo en la identificación de modelos Takagi & Sugeno ocupando los mismos principios analizados en la presente sección.

2.2. Identificación de sistemas en tiempo continuo

En el contexto de la presente tesis, dados los teoremas y herramientas matemáticas que se utilizan, se requiere de la identificación de modelos en tiempo continuo para describir la dinámica de los

procesos a estudiar. En particular el Teorema de Kharitonov, el cual es fundamental para estudiar la estabilidad de plantas de intervalos, es en general válido solo cuando se tienen sistemas descritos en tiempo continuo, con lo cual el estudio de este tipo de identificación y su aplicación a modelos de Takagi & Sugeno reviste de gran importancia para este trabajo.

En general existen varias formas de encontrar modelos de tiempo continuo para una planta. A grandes rasgos, dichas formas pueden clasificarse en dos enfoques: el indirecto, que identifica inicialmente un modelo en tiempo discreto y luego mediante alguna técnica lo transforma a una versión en tiempo continuo; y el directo, el cual identifica el modelo continuo inmediatamente [23]. El problema usualmente con este último enfoque es el tratamiento numérico de las derivadas, las cuales en presencia de ruido pueden diverger.

En [24] son mostrados dos métodos para la identificación de sistemas en tiempo continuo. En primer lugar, el método de Máxima Verosimilitud el cual está basado en la minimización del error entre la salida real del proceso $y(t_k)$ y su estimación $\hat{y}(t_k)$ asumiendo que las perturbaciones que actúan sobre la planta son gaussianas.

En efecto, sea la respuesta simulada del modelo:

$$\hat{y}(t|\theta) = G(s, \theta)u(t) \quad (2.18)$$

donde θ es el vector de parámetros y $G(s, \theta)$ es la función de transferencia que relaciona la entrada $u(t)$ con la salida $y(t)$. Entonces la estimación de los parámetros según el criterio de Máxima Verosimilitud es:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \sum \|y(t_k) - \hat{y}(t_k)\|_{L^{-1}}^2 \quad (2.19)$$

donde L es la matriz de covarianza de la perturbación aditiva.

Este enfoque entrega la solución óptima teórica para la estimación de los parámetros de $G(p, \theta)$, sin embargo en la práctica requiere de la realización de una optimización iterativa utilizando condiciones iniciales para los parámetros que sean cercanas a los reales de manera que el algoritmo converja con mayor rapidez.

El segundo enfoque mencionado en [24] son los Filtros de Variable de Estado (en adelante SVF por *State Variable Filter*), los cuales combinan el método de mínimos cuadrados con filtros de las señales de entrada y salida con el objetivo de identificar θ .

En efecto, sea el sistema a identificar:

$$y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \dots + a_0y(t) = b_{m-1}u^{(m-1)}(t) + \dots + b_0u(t) \quad (2.20)$$

con n y m la n -ésima y la m -ésima derivada respectivamente. Asumiendo que $n \geq m$, si es posible obtener estas derivadas a partir de datos confiables, entonces los parámetros a_i y b_i pueden ser estimados considerando 2.20 como una regresión lineal.

Para manipular las derivadas evitando problemas numéricos se utiliza sobre las señales de entrada

y salida un filtro pasabajo $L(s)$ con al menos n polos. De esta forma las variables $y(t)$ y $u(t)$ quedan transformadas como:

$$\begin{aligned} y_f(t) &= L(s)y(t) \\ u_f(t) &= L(s)u(t) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Notar que en 2.21 se ha utilizado la expresión del filtro en la variable s y en las señales en el tiempo la variable t . Esto es solo por notación para hacer más comprensible el procedimiento.

Las derivadas de estas variables filtradas son obtenidas a partir de los estados del filtro $L(s)$. De esta forma, llamando $z_k(t)$ a $y_f^{(k)}(t)$ y $w_k(t)$ a $u_f^{(k)}(t)$ la expresión 2.20 queda como la siguiente regresión lineal:

$$z_n(t) + a'_{n-1}z_{n-1}(t) + \dots + a'_0z_0(t) = b'_{m-1}w_{m-1}(t) + \dots + b'_0w_0(t) \quad (2.22)$$

cuyos parámetros son exactamente los mismos que en la expresión 2.20 [24]. En efecto, esto se puede demostrar fácilmente, como sigue:

Sea la $G(s, \theta)$ la función de transferencia que define al sistema presentado en 2.20. Entonces se tiene que:

$$G(s, \theta) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0} \quad (2.23)$$

donde $Y(s)$ y $U(s)$ son las transformaciones de Laplace de las señales $y(t)$ y $u(t)$ respectivamente. Calculando ahora la transformada de Laplace de los términos de 2.22 y considerando que:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{z_n(t)\} &= \mathcal{L}\{y_f^{(n)}\} = s^n L(s)Y(s) \\ \mathcal{L}\{w_{m-1}(t)\} &= \mathcal{L}\{u_f^{(m-1)}\} = s^{m-1} L(s)U(s) \end{aligned} \quad (2.24)$$

La expresión 2.22 queda escrita como:

$$s^n L(s)Y(s) + a'_{n-1}s^{n-1}L(s)Y(s) + \dots + a'_0L(s)Y(s) = b'_{m-1}s^{m-1}L(s)U(s) + \dots + b'_0L(s)U(s) \quad (2.25)$$

Como se observa, el filtro $L(s)$ se cancela por aparecer a ambos lados de la ecuación y además se tiene:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b'_{m-1}s^{m-1} + \dots + b'_0}{s^n + a'_{n-1}s^{n-1} + \dots + a'_0} \quad (2.26)$$

Comparando este resultado con 2.23 se concluye que los parámetros a'_i y b'_i son iguales a a_i y b_i respectivamente. \square

Los parámetros de 2.20 pueden ser calculados utilizando mínimos cuadrados de forma similar a lo mostrado en la Sección 2.1.2 de manera que:

$$\hat{\theta} = \left(\sum_j \varphi(t_j) \varphi^T(t_j) \right)^{-1} \sum_j \varphi(t_j) z_n(t_j) \quad (2.27)$$

donde en este caso se considera $\varphi = [z_{n-1}, \dots, z_0, w_{m-1}, \dots, w_0]$.

Tomando en cuenta ahora la elección del filtro $L(s)$, debe notarse que ésta depende de la dinámica que posea el sistema que se desea identificar. En [24] son descritos los siguientes tipos de filtros:

i. Filtro de Variable de Estado Básico SVF

$$L(s) = \left(\frac{\lambda}{s + \lambda} \right)^n \quad (2.28)$$

ii. Función Generalizada del Momento de Poisson

$$L(s) = \left(\frac{\lambda}{s + \lambda} \right)^{n+1} \quad (2.29)$$

iii. Filtro refinado

$$L(s) = \frac{1}{A(s)} \quad (2.30)$$

Para los casos i y ii λ es sintonizado de forma tal que sea unas cuantas veces mayor al ancho de banda del sistema. Por otro lado, en iii se necesita un conocimiento a priori sobre la estructura del denominador de la función de transferencia, transformando el uso de este filtro usualmente en un proceso iterativo.

En la Figura 2.3 se presenta el esquema básico del filtro SVF para la variable de salida del sistema, el caso para la variable de entrada es análogo. Como se observa, las derivadas de las variables filtradas son obtenidas a partir de los estados del filtro, siendo $c_0 = \lambda^n$ y las demás constantes los parámetros del polinomio $(s + \lambda)^n$.

Para el estudio realizado en esta tesis se utiliza este enfoque para la identificación en tiempo continuo dada su simplicidad y eficacia. A su vez, en vista de que presenta varias similitudes con el proceso de modelación de sistemas en tiempo discreto (se resuelve un problema de mínimos cuadrados), este método resulta ventajoso para ser aplicado en la identificación de sistemas difusos en tiempo continuo.

Una vez obtenido un modelo que represente la dinámica del proceso resulta de interés realizar un análisis de estabilidad que permita determinar teóricamente como reacciona el proceso a lazo abierto. Asimismo, este estudio está estrechamente relacionado con el diseño y sintonización de controladores, de manera de poder modificar la dinámica del proceso para un fin determinado.

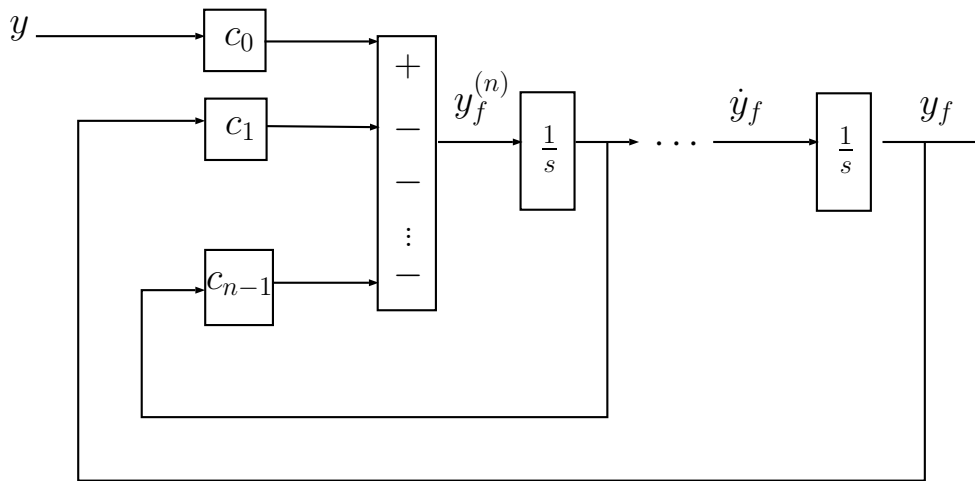


Figura 2.3: Esquema básico de SVF

En vista de la importancia que tiene para esta tesis el análisis de estabilidad en modelos, se dedica la siguiente sección a abordar algunos aspectos de interés en este tema, los cuales posteriormente son utilizados y extendidos para el análisis de estabilidad de sistemas con incertidumbre paramétrica, que es el tema central de este trabajo.

2.3. Análisis de estabilidad de sistemas

La determinación de la estabilidad de un sistema es un estudio que puede ser abordado de diversas maneras dependiendo del tipo de proceso con el que se trabaje. Por un lado es posible encontrar una amplia gama de herramientas matemáticas de análisis en el caso de sistemas lineales, las cuales involucran el estudio de la respuesta en el tiempo y en frecuencia y, por otro, en el caso más general de sistemas no lineales, este análisis se ve más acotado limitándose solo al estudio de funciones de Lyapunov.

La estabilidad de un proceso se define como la capacidad de la salida del sistema de volver a un punto de equilibrio cuando está sujeto a una condición inicial [3], entendiéndose como punto de equilibrio aquel estado en el cual la salida del sistema permanece invariante ante la ausencia de señales de entrada y perturbaciones. Por otra parte, un sistema es inestable si la salida diverge con respecto a dicho estado de equilibrio.

La estabilidad de sistemas es un concepto fundamental en el diseño de controladores para un cierto proceso, en particular, al controlar una planta se desea que el sistema en lazo cerrado sea estable y que todas las señales involucradas en él permanezcan acotadas.

A continuación se presentan algunas herramientas y consideraciones para el estudio de la estabilidad de sistemas los cuales son de utilidad para la presente tesis.

2.3.1. Sistemas Lineales

Para el caso de sistemas lineales e invariantes en el tiempo el análisis de estabilidad se resume a verificar que los polos de la función de transferencia correspondiente se encuentren ubicados en el semiplano izquierdo del plano complejo (parte real negativa). De esta forma si todos los polos de un sistema se encuentran en este semiplano se dirá que el sistema es asintóticamente estable, si uno o más polos tienen su parte real igual a 0 se dirá que el proceso es críticamente estable y presentará un comportamiento oscilatorio en torno a un punto de equilibrio y finalmente si uno o más polos se encuentran en el semiplano derecho el sistema en estudio es inestable [3].

Este criterio es la base de numerosas herramientas para el diseño de controladores. En efecto, lo que se estudia en estos casos es la función de transferencia a lazo cerrado del sistema, y más específicamente, la ecuación característica presente en su denominador. La mayoría de las estrategias de diseño busca ubicar las raíces de esta ecuación característica (polos del sistema bajo control) en valores adecuados que garanticen la estabilidad del esquema completo. Algunas de las formas usuales para diseñar controladores en sistemas lineales, tanto en el dominio del tiempo como de la frecuencia, se enuncian en el Anexo F junto con una descripción.

Por otra parte, para efectos del presente trabajo, resulta de interés abordar el criterio de Routh-Hurwitz ya que permite determinar rangos en la sintonización de parámetros de los controladores que garanticen la estabilidad de un sistema en lazo cerrado. Las generalidades sobre este procedimiento se muestran a continuación.

Criterio de Routh-Hurwitz

Una herramienta muy útil para el estudio de estabilidad de sistemas en tiempo continuo es el criterio de Routh-Hurwitz [3], el cual establece un procedimiento para determinar la cantidad de polos inestables de un sistema a partir del polinomio presente en su denominador.

En efecto, considérese el siguiente polinomio:

$$E(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0$$

Se construye la siguiente tabla a partir de los coeficientes de $E(s)$:

Tabla 2.1: Criterio Routh-Hurwitz

s^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	\dots
s^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	\dots
\dots	α_1	α_2	α_3	\dots
s^1	β_1	β_2	β_3	\dots
s^0	γ_1	\dots	\dots	\dots

donde:

$$\alpha_p = \frac{(a_{n-1} \cdot a_{n-2p}) - (a_n \cdot a_{n-2p-1})}{a_{n-1}}$$

$$\beta_p = \frac{(\alpha_p \cdot a_{n-2p-1}) - (a_{n-1} \cdot \alpha_{p+1})}{\alpha_1}$$

Se tiene que el polinomio $E(s)$ tiene todas sus raíces en el semiplano izquierdo (i.e es estable) si y solo si no existen cambios de signo en la primera columna del criterio (segunda columna en la Tabla 2.1). Además, $E(s)$ posee tantas raíces inestables como cambios de signo ocurran en dicha columna.

Como se puede apreciar, este criterio permite establecer rangos para los parámetros de un controlador de forma tal que se garantice la estabilidad de un esquema de control. Esto resulta de gran interés para la presente tesis ya que como se verá en capítulos posteriores, permite determinar qué valores pueden tomar los coeficientes de un controlador para que los esquemas robustos sean estables ante incertidumbre paramétrica.

2.3.2. Sistemas No Lineales

El análisis de estabilidad para sistemas no lineales se basa principalmente en el uso de los Teoremas de Lyapunov a diferencia de los sistemas lineales que, como fue visto en la parte anterior, cuentan con una extensa teoría y variedad para su estudio.

En 1892 Lyapunov presentó dos métodos para la determinación de la estabilidad de sistemas dinámicos descritos por ecuaciones diferenciales ordinarias [3]. El primer enfoque, a grandes rasgos, estudia la estabilidad a partir de la linealización de un sistema en torno a sus puntos de equilibrio mediante una expansión de Taylor mientras que el segundo, llamado el método directo de Lyapunov, se basa en encontrar una función con ciertas propiedades que garantiza que el sistema no lineal es estable. A continuación se describen ambos enfoques, enfatizando la importancia que tienen para el análisis de esta tesis.

A. Primer método de Lyapunov

Sea el sistema no lineal en variables de estado dado por:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, t) \\ x(t_0) &= x_0\end{aligned}\tag{2.31}$$

con x_0 la condición inicial del sistema. Dada una cierta posición de equilibrio para el sistema x_ε , la expresión 2.31 puede escribirse como:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_\varepsilon} \tilde{x}(t)\tag{2.32}$$

donde $\tilde{x}(t) = x(t) - x_\varepsilon$. Denotando:

$$J(x_\varepsilon) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

Se tiene el siguiente sistema lineal:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = J(x_\varepsilon)\tilde{x}(t) \quad (2.33)$$

El primer método de Lyapunov establece que el sistema presentado en 2.31 es asintóticamente estable si y solo si 2.33 es asintóticamente estable. A su vez si esta última ecuación es inestable se tiene lo mismo para el sistema no lineal original. Finalmente si el sistema en 2.33 solo resulta ser estable, no se puede concluir nada acerca del sistema original, teniendo que estudiarse una expansión de Taylor con términos de orden superior [25].

B. Segundo método de Lyapunov (Método directo)

El concepto detrás de este método es la disipación de energía en un sistema mecánico. En efecto, si un proceso pierde energía a través del tiempo resulta esperable que en algún momento se detenga en un punto de equilibrio. De esta forma el análisis de estabilidad se limita al estudio de una función escalar que da cuenta de esta pérdida de energía en un sistema.

Considerando el mismo sistema planteado en 2.31, el segundo método se enuncia como el siguiente teorema [26]:

Teorema: Método directo de Lyapunov

Sea $V(x)$ una función escalar real no decreciente, continua y con primeras derivadas parciales continuas tal que, en un entorno del origen se cumple que $V(x)$ es positiva definida ($V(x) > 0$) y $\dot{V}(x)$ es semidefinida negativa ($\dot{V}(x) \leq 0$)

Entonces la solución $x(t) = 0$ de 2.31 es estable según Lyapunov. Más aun, si $\dot{V}(x)$ es definida negativa ($\dot{V}(x) < 0$), entonces dicha solución es asintóticamente estable según Lyapunov

Este teorema es ampliamente utilizado para estudiar la estabilidad de sistemas no lineales, sin embargo su desventaja radica en encontrar una función $V(x)$ apropiada para cada sistema a analizar, lo cual no es una tarea sencilla en muchos casos.

C. Estabilidad de modelos difusos de Takagi & Sugeno en tiempo continuo

Dado que en la mayor parte de esta tesis se trabaja con modelos difusos de Takagi & Sugeno aplicados a una planta solar, resulta importante establecer las condiciones necesarias para el estudio de la estabilidad de estos sistemas.

En efecto, dado que en este trabajo se utilizan modelos lineales como consecuencias en cada sistema local, estas funciones pueden ser escritas en variables de estado mediante, por ejemplo, su forma canónica controlable (la cual es abordada en el Anexo A). De esta manera se tiene en cada modelo local un sistema descrito en variables de estado, obteniéndose con esto una forma equivalente de presentar el modelo difuso dado en la Sección 2.1.3 con una salida global dada por:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{N_R} \mu_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (2.34)$$

donde A_i es la matriz de estado del i -ésimo modelo local, B_i el vector de control del i -ésimo modelo local y $\mu_i(z(t))$ es el grado de activación de la regla i [27]. Con esto, para analizar la estabilidad en lazo abierto del modelo bastaría considerar:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{N_R} \mu_i(z(t)) A_i x(t) \quad (2.35)$$

Utilizando el método directo de Lyapunov y escogiendo como función [26]:

$$V(x, t) = x(t)^T P x(t) \quad (2.36)$$

el problema de determinar la estabilidad del modelo se reduce a encontrar una matriz $P > 0$ (positiva definida) tal que:

$$A_i^T P + P A_i < 0, \forall i \in \{1, 2, \dots, N_R\} \quad (2.37)$$

es decir, se debe encontrar una matriz $P > 0$ común a todos los modelos locales y que garantice que se cumpla la expresión dada en 2.37 para todas las reglas del modelo difuso de Takagi & Sugeno.

Esta metodología para el estudio de la estabilidad de modelos difusos es de gran importancia para esta tesis ya que es la base para analizar la estabilidad en los modelos difusos con incertidumbre paramétrica utilizados posteriormente y cuyas generalidades se presentan en la siguiente sección.

2.4. Sistemas con incertidumbre paramétrica

La incertidumbre en la identificación de modelos puede ser explicada principalmente a partir de dos razones: en primer lugar las perturbaciones externas que actúan sobre una planta y que afectan su funcionamiento y, en segundo lugar, por los errores propios de la modelación, considerando que durante el proceso de identificación se ajusta un modelo a partir de un conjunto finito de datos y que existen partes de la dinámica del sistema que no son modeladas. En el caso del campo de colectores solares por ejemplo, la temperatura del aceite que circula en sus tuberías se ve afectada principalmente por las variaciones en la radiación solar, junto con otras condiciones como temperatura ambiente, suciedad en los espejos entre otros. Por otro lado, dado que el proceso es no lineal y que la modelación se realiza en un rango acotado de puntos de operación, el modelo obtenido difícilmente podrá aproximar la dinámica real de la planta en puntos donde no se cuenta con suficientes datos.

Considerando lo expuesto, el grado en que esta incertidumbre afecta el desempeño de los controladores derivados a partir de los modelos identificados dependerá tanto de la calidad de los datos con los que se cuente como de qué tan determinantes son las perturbaciones en la operación del sistema.

Relacionado con lo anterior se tiene el tema del control robusto, el cual es estudiado en secciones posteriores y que trata, a grandes rasgos, del diseño de esquemas que consideren en su formulación la presencia de incertidumbre en un proceso dando ciertas garantías de estabilidad y desempeño.

Se hace necesario entonces modelar la incertidumbre de tal manera que ésta sea incluida en la formulación de un controlador. Este tema ha sido abordado por diversos autores debido a que, como se mencionó previamente, la forma de caracterizar la incertidumbre en un proceso está estrechamente ligada a la estrategia de control (robusto) a utilizar.

Destaca en este sentido el trabajo de Malan et. al [28] donde se muestra el desarrollo de un controlador para una planta lineal para la cual se cuenta solo con datos ruidosos. La propuesta incluye establecer un modelo de incertidumbre a partir de un esquema nominal para el proceso M y unas cotas en frecuencias para la magnitud del error que exista entre dicho esquema y la planta real, denotada por P^ρ . De esta forma se encuentran los parámetros p del modelo M mediante la minimización de la norma \mathcal{H}_∞ para luego encontrar un controlador robusto basado en control por modelo interno (IMC) utilizando nuevamente los conceptos de la teoría \mathcal{H}_∞ . La ventaja de este esquema es que propone una metodología para modelar la incertidumbre y luego aplicar un controlador que no sea tan conservador dado que se utilizan tanto modelos de incertidumbre paramétricos como no paramétricos. Por otro lado una de las desventajas de esta propuesta es que aplica solo a sistemas lineales.

En el ámbito del enfoque paramétrico, existen varias formas de modelación que integran la incertidumbre directamente sobre los coeficientes de una función de transferencia, dando paso a lo que se conoce como plantas de intervalos, que es el enfoque principal que se aplica en esta tesis y cuya estructura se aprecia en 2.47. Al respecto, existen formas interesantes de diseñar sistemas con estas características. En primer lugar se tienen los enfoques que integran la modelación de la incertidumbre dentro del proceso mismo de identificación de sistemas, como es el caso mostrado en [29] donde a la identificación en tiempo continuo se agrega una etapa para encontrar los límites que poseen los parámetros nominales del modelo identificado, dando lugar así a funciones de transferencia de intervalos. Este esquema también se basa en el comportamiento en frecuencia de la planta estableciendo una metodología que permite una identificación óptima de los intervalos para los parámetros garantizando la pertenencia de los modelos a una familia de funciones de transferencia. Por otro lado en [30] se diseña un controlador robusto para un proceso descrito por modelos possibilísticos difusos. En este enfoque, los parámetros inciertos de la función de transferencia de intervalos son números difusos lo cuales poseen una cierta distribución de probabilidades y permiten dar cuenta de los errores de modelación y perturbaciones que afectan a una planta utilizando el enfoque de la lógica difusa. Todas las metodologías mencionadas anteriormente trabajan en base a un modelo como el dado en 2.47.

La definición del tipo de caracterización de la incertidumbre en un proceso es de suma importancia para la elección del tipo de controlador a utilizar, teniéndose así la incertidumbre estructurada, en la que se conocen los límites y propiedades de la incerteza; y la no estructurada en donde las propiedades de esta entrada al sistema no se conocen [31]. Para tratar con cada caso existen técnicas específicas de control robusto, destacando la teoría \mathcal{H}_∞ y \mathcal{H}_2 tanto para incertidumbre estructurada como no estructurada y la teoría de control robusto paramétrico y QFT (Quantitative Feedback Theory) [32] para funciones de intervalos (incertidumbre estructurada).

Para el presente trabajo se ha optado por representar esta incertidumbre a través de la identificación de intervalos difusos de confianza, para lo cual se plantea una metodología que permite determinar los rangos para los coeficientes de las funciones de transferencia de cada regla de un modelo difuso Takagi & Sugeno que se explica a continuación.

2.4.1. Intervalos difusos

El enfoque principal planteado para esta tesis es abordar la incertidumbre asociada a un proceso a través de funciones de transferencia de intervalos, las cuales poseen coeficientes inciertos pero que están acotados en un cierto rango. Como fue mencionado al inicio de la Sección 2.4 existen varias formas de obtener estas funciones, no obstante, dado que se trabaja principalmente con modelos difusos se plantea en esta tesis la utilización de los intervalos difusos de confianza para este fin.

La identificación de intervalos difusos por el método de la covarianza fue propuesta por I. Škrjanc en [18]. El objetivo principal de esta metodología es caracterizar la incertidumbre provocada por los errores de modelación y perturbaciones sobre un proceso de manera de establecer rangos de confianza para la respuesta de una planta representada por un sistema de Takagi & Sugeno.

Para la determinación de estos intervalos se realiza una nueva definición del modelo difuso a partir de lo expuesto en la Sección 2.1.3. En efecto, considerando que los parámetros de las consecuencias del i -ésimo modelo local pueden escribirse como un vector θ_i y que para el vector de premisas z se tiene $\psi_i^T = h_i(z)z^T$ con $h_i(z)$ el grado de activación normalizado de la regla i como fue definido en 2.1.3, entonces la expresión dada en 2.14 queda como:

$$y = \sum_{i=1}^{N_R} \psi_i^T \theta_i = \psi^T \Theta \quad (2.38)$$

donde $\psi^T = [\psi_1^T, \dots, \psi_{N_R}^T]$ y $\Theta = [\theta_1, \dots, \theta_{N_R}]$, lo cual permite escribir y en la forma compacta mostrada en 2.38.

Durante la identificación los parámetros en Θ se definen separadamente en cada regla, por lo que se obtienen N ecuaciones del tipo:

$$e_{i,j} = y_{i,j} - \psi_{i,j}^T \theta_j \quad (2.39)$$

teniéndose que:

$$e_j = y_j - \Psi_j^T \theta_j \quad (2.40)$$

donde $e_{i,j} = h_i(z_j)e_j$, $y_{i,j} = h_i(z_j)y_j$ y $\psi_{i,j}^T = h_i(z_j)z_j^T$, con y_j y z_j como los j -ésimos datos de la salida y las premisas respectivamente. A su vez se tiene que $y_i = [y_{1,i}, \dots, y_{N,i}]^T$ y $\Psi_i^T = [\psi_{1,i}, \dots, \psi_{N,i}]^T$ con N la cantidad de datos en el conjunto de entrenamiento.

Los intervalos de confianza difusos usan la covarianza entre los datos observados y_i y la salida de cada sistema local \hat{y}_i , la cual puede ser calculada como:

$$(\Delta \hat{y}_i)^2 = cov(y_i - \hat{y}_i) = \hat{\sigma}_i^2 I + \hat{\sigma}_i^2 \Psi_i^T (\Psi_i \Psi_i^T)^{-1} \Psi_i \quad (2.41)$$

donde $\hat{\sigma}_i^2 = \mathbb{E}\{e_i e_i^T\}$ es la varianza del ruido del modelo local e $\hat{y}_i = \Psi_i \hat{\theta}_i^T$, donde $\hat{\theta}_i$ son los parámetros nominales obtenidos a partir de la identificación del modelo y:

$$\hat{\sigma}_{\theta_i}^2 = \hat{\sigma}_i^2 (\Psi_i \Psi_i^T)^{-1} \quad (2.42)$$

es la covarianza de los parámetros. Esto implica que dichos parámetros pueden ser considerados una variable aleatoria gaussiana cuya media es el valor nominal (obtenido desde la identificación) y su varianza la expresión dada en la ecuación 2.42. En otras palabras se tiene que:

$$\theta_j \sim \mathcal{N}(\hat{\theta}_j, \hat{\sigma}_{\theta_j}^2) \quad (2.43)$$

Finalmente, para un conjunto de datos los intervalos de confianza inferior y superior quedan dados respectivamente por:

$$\begin{aligned} \underline{f}_i(z_j) &= \psi_{i,j}^T \theta_i - \alpha \Delta \hat{y}_{i,j} \\ \bar{f}_i(z_j) &= \psi_{i,j}^T \theta_i + \alpha \Delta \hat{y}_{i,j} \end{aligned} \quad (2.44)$$

donde el parámetro α debe ser sintonizado dependiendo de la cantidad de datos que se desea cubrir con la banda dada por los intervalos. Con esto, los intervalos inferior y superior para el tiempo t quedan representados como:

$$\begin{aligned} \underline{\hat{y}}(t) &= f^{TS}(z(t)) - \alpha I^{TS}(z(t)) \\ \bar{\hat{y}}(t) &= f^{TS}(z(t)) + \alpha I^{TS}(z(t)) \end{aligned} \quad (2.45)$$

siendo el intervalo difuso de confianza:

$$I^{TS}(z(t)) = \sum_{i=1}^{N_R} h_i(z(t)) \Delta \hat{y}_{t,i} \quad (2.46)$$

A partir de esta definición se busca escribir el modelo difuso original como un esquema que considere la incertidumbre explicada anteriormente en la forma de funciones de transferencia de intervalos. Ante esto, en la siguiente sección se define formalmente una planta con incertidumbre paramétrica y se presenta su relación con los intervalos difusos planteados.

2.4.2. Plantas de intervalos

Un sistema con incertidumbre paramétrica, también conocido como una planta de intervalos, puede ser expresado como un modelo para el cual cada coeficiente en su función de transferencia puede variar en un rango determinado [29]. Esto permite incluir dentro del modelo la incertidumbre asociada tanto a perturbaciones como a errores de modelación que ocurren durante la identificación de los sistemas. Formalmente una función de transferencia de intervalos puede escribirse como:

$$H(s) = \frac{b_m^i s^m + b_{m-1}^i s^{m-1} + \dots + b_1^i s + b_0^i}{a_n^i s^n + a_{n-1}^i s^{n-1} + \dots + a_1^i s + 1} \quad (2.47)$$

donde $b_m^i \in [\underline{b}_m^i, \bar{b}_m^i]$ y $a_n^i \in [\underline{a}_n^i, \bar{a}_n^i]$ para $i \in \{1, 2, \dots, m, \dots, n\}$ son denotados como los parámetros inciertos del sistema.

Este es el enfoque principal que se utiliza en la presente tesis para representar sistemas que presenten algún grado de incerteza en cuanto a su dinámica. En particular, dado que se trabaja con modelos difusos de Takagi & Sugeno con consecuencias lineales, se busca establecer en cada regla una función de transferencia de intervalos que represente de manera difusa el efecto de errores de modelación y perturbaciones que afectan al proceso. Ante esto, se aprovecha la definición dada en 2.43 para la identificación de intervalos difusos. En efecto, la dispersión en la estimación de los parámetros de las consecuencias en cada regla es un buen índice de medida sobre la incertidumbre que existe sobre el modelo, por ende, se aprovecha esto para establecer las funciones de transferencia de intervalos y representar así la planta como un modelo con incertidumbre paramétrica.

A partir de estos modelos se deben derivar entonces controladores que permitan establecer condiciones adecuadas de estabilidad aun cuando se tiene esta incertidumbre asociada al proceso, lo cual es el tema central del control robusto con enfoque paramétrico que se presenta en el siguiente capítulo.

2.5. Discusión

En este capítulo se han abordado los aspectos fundamentales relacionados con la identificación de sistemas en general y su aplicación en particular a modelos difusos de Takagi & Sugeno de tiempo continuo. A su vez, se presentaron conceptos útiles para esta tesis en el tema del análisis de estabilidad de sistemas para luego abordar uno de los enfoques principales de este trabajo, que son los sistemas con incertidumbre paramétrica y, fundamentalmente las funciones de transferencia de intervalos.

La importancia de la identificación de sistemas con incertidumbre paramétrica presentada en este capítulo radica en que permite integrar conceptos como errores de modelación y perturbaciones al modelo que describe la dinámica de un proceso. Estos sistemas posteriormente son útiles para el diseño de controladores robustos que garanticen la estabilidad de una planta sometida a la incertidumbre planteada anteriormente.

Por otra parte, se destacan los análisis de estabilidad tanto para sistemas lineales como no lineales junto con el diseño de controladores para sistemas en general debido a la importancia que tienen en capítulos posteriores en la obtención de controladores robustos y para la demostración de estabilidad en esquemas difusos de Takagi & Sugeno con incertidumbre paramétrica. Como se verá a continuación, varios aspectos del control robusto surgen a partir del uso o extensión de los conceptos abordados en el presente capítulo.

3 Diseño de controladores difuso robustos

Este capítulo tiene como objetivo presentar la propuesta para el diseño de controladores difuso robustos, el cual es el tema central de esta tesis. Para ello se describen una serie de desarrollos matemáticos que permiten estudiar el concepto de estabilidad en sistemas con incertidumbre paramétrica, en particular, aquellos representados por funciones de transferencia de intervalos. Estos conceptos permiten de esta forma extender el análisis de estabilidad convencional al ámbito del control robusto.

La organización de este capítulo inicia con los aspectos generales del control robusto, haciendo posteriormente un énfasis especial en su enfoque paramétrico con uno de los postulados más importantes en este ámbito del estudio de sistemas como es el Teorema de Kharitonov (y su extensión). Luego, se presenta una sección de estado del arte en torno al control robusto de sistemas donde se analizan las principales ventajas y desafíos que presentan estos esquemas.

Finalmente se muestra la metodología propuesta para el diseño de los controladores difuso robustos planteados en esta tesis junto con una extensión de la teoría de estabilidad para modelos Takagi & Sugeno con incertidumbre paramétrica, necesaria para concluir sobre la robustez de los esquemas propuestos.

3.1. Control robusto

Aún cuando se cuenta con un buen conjunto de datos y se realice una buena identificación de un proceso, siempre existe un grado de incertidumbre respecto al modelo encontrado. Esto se traduce en que el comportamiento del esquema no necesariamente es similar al de la planta real cuando se cambia el punto de operación o cuando actúan sobre el sistema perturbaciones de distinto tipo [29]. El problema se complica cuando esta incertidumbre asociada al modelo compromete el desempeño de los controladores llegando incluso a afectar la estabilidad del proceso en conjunto. Ante esto surge el cuestionamiento sobre si el controlador diseñado a partir del modelo es válido o cumple su objetivo en la planta real. Al mismo tiempo, resulta de gran interés poder afirmar si estos sistemas perturbados son estables y en qué rango lo son, de manera de dirigir de mejor forma el diseño de los controladores.

El control robusto plantea una serie de desarrollos matemáticos que permiten incorporar en el diseño de controladores la incertidumbre asociada al modelo [33], teniendo dentro de los enfoques más estudiados el control ante incertidumbre paramétrica [29], basado en los teoremas de Kharitonov,

y el control $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ [31].

La primera estrategia aborda el problema a partir de funciones de transferencia de intervalos como las mostradas en la expresión 2.47. Para ello se cuenta con una serie de postulados matemáticos que permiten su análisis los cuales se ven más adelante en este capítulo.

Por otro lado el control $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ se basa en la minimización de las normas \mathcal{H}_2 y \mathcal{H}_∞ respectivamente de manera de encontrar los parámetros para un controlador en variables de estado que garantice robustez dado un cierto margen. Las generalidades de este último enfoque se muestran a continuación.

3.1.1. Las normas \mathcal{H}_2 y \mathcal{H}_∞ y su relación con el control robusto

Para el estudio de controladores robustos \mathcal{H}_2 y \mathcal{H}_∞ se asume en primer lugar que un proceso puede ser separado en un modelo nominal $G(s)$ y una incertidumbre asociada a él, denotada como $\Delta(s)$ tal como se muestra en la Figura 3.1 [31].

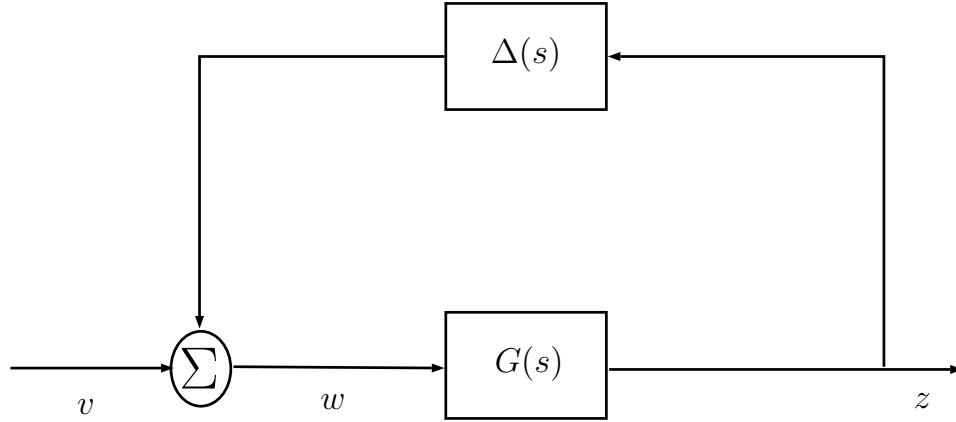


Figura 3.1: Esquema de planta sometida a perturbaciones

donde v y z son la entrada y salida respectivamente del sistema perturbado y w es la entrada al modelo nominal. El objetivo es entonces controlar el sistema propuesto en la Figura 3.1 utilizando un enfoque de espacios \mathcal{H}_∞ o \mathcal{H}_2 .

\mathcal{H}_∞ denota un espacio de Banach de todas las funciones complejas $F : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ que son analíticas y acotadas en el lado derecho del plano complejo y a su vez acotadas en el eje imaginario $j\mathbb{R}$. En este espacio se define la norma \mathcal{H}_∞ como [33]:

$$\|F\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} |F(j\omega)| \quad (3.1)$$

Una forma equivalente de representar esta norma viene dada por:

$$\|F\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}(F(j\omega)) \quad (3.2)$$

donde $\bar{\sigma}(F(j\omega)) = \max \sqrt{\lambda(\overline{F(j\omega)}^T F(j\omega))}$ el mayor valor singular de $F(j\omega)$ y λ denota los valores propios. Esto aplica cuando se trabaja con sistemas MIMO, es decir, de múltiples salidas y entradas. Cuando se trabaja con sistemas de una entrada y una salida (SISO) la norma \mathcal{H}_∞ de una función de transferencia puede entenderse como encontrar el valor máximo en el gráfico de Bode de magnitud para dicha función. Pese a lo anterior, el cálculo analítico de esta norma no es sencillo y usualmente se hace necesario recurrir a algoritmos iterativos para hallar su valor para una función $F(s)$ [31].

Por otro lado \mathcal{H}_2 es el espacio de Hilbert de todas las funciones complejas $F : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ que son analíticas y acotadas en el lado derecho del plano complejo y tales que la siguiente integral es acotada:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \overline{F(j\omega)} F(j\omega) d\omega < \infty \quad (3.3)$$

donde en este caso $\overline{F(\cdot)}$ representa el valor complejo conjugado de la función $F(j\omega)$.

La norma para este espacio queda dada por:

$$\|F\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{F(j\omega)} F(j\omega) d\omega} \quad (3.4)$$

Es importante notar que si se considera $F = g(t)$ con $g(t)$ la respuesta al impulso del sistema, la ecuación 3.4 queda dada por:

$$\sqrt{\int_0^{\infty} g(t)^2 dt}$$

lo cual corresponde a la norma \mathcal{H}_2 de la función de transferencia desde w a z . Este resultado es interesante pues permite resolver el control robusto \mathcal{H}_2 desde el punto de vista de un problema LQR (Linear Quadratic Regulator).

En el ámbito del control robusto el objetivo se centra, para ambos espacios de funciones, en diseñar un controlador para el modelo nominal $G(s)$ tal que se minimice la norma correspondiente. Un punto importante a destacar es que, a diferencia del control óptimo en que la incertidumbre es conocida y está previamente acotada, el control \mathcal{H}_2 y \mathcal{H}_∞ no requiere del conocimiento de una cota para las perturbaciones. En su lugar el diseño busca lograr el mayor rango de tolerancia posible para la incertidumbre [31].

En el marco de este trabajo, las pruebas de control robusto clásico se centran en el estudio de controladores \mathcal{H}_∞ , en particular, se busca diseñar controladores difusos a partir de esta estrategia y compararlo con los enfoques planteados en esta tesis. Dada esta situación en la siguiente sección se detallan los conceptos asociados a este esquema.

3.1.2. Control \mathcal{H}_∞

Considerando el esquema presentado en la Figura 3.1 se debe estimar la cota superior de la incertidumbre $\Delta(s)$ de manera que el sistema continúe siendo estable. Esto resulta importante de

responder ya que de ello depende la robustez del esquema que se desea plantear. Ante esto, el siguiente teorema entrega alguna noción para este concepto.

Teorema de la Ganancia Pequeña [31]

Sea $G(s)$ una función de transferencia propia y racional en \mathbb{R} . Asuma que $\|G\|_\infty < \gamma$ para algún $\gamma > 0$. Entonces el sistema perturbado a lazo cerrado es estable para todas las funciones de transferencia reales, propias y estables $\Delta(s)$ tales que $\|\Delta\|_\infty \leq 1/\gamma$

Si la condición establecida en el teorema anterior se cumple entonces la estabilidad robusta queda garantizada. Lo que queda por definir es el diseño de un controlador que logre esta estabilidad robusta para los mayores límites de incertidumbre posible. Para ello se modifica el esquema de la Figura 3.1 añadiéndole ahora un bloque de control dado por $K(s)$.

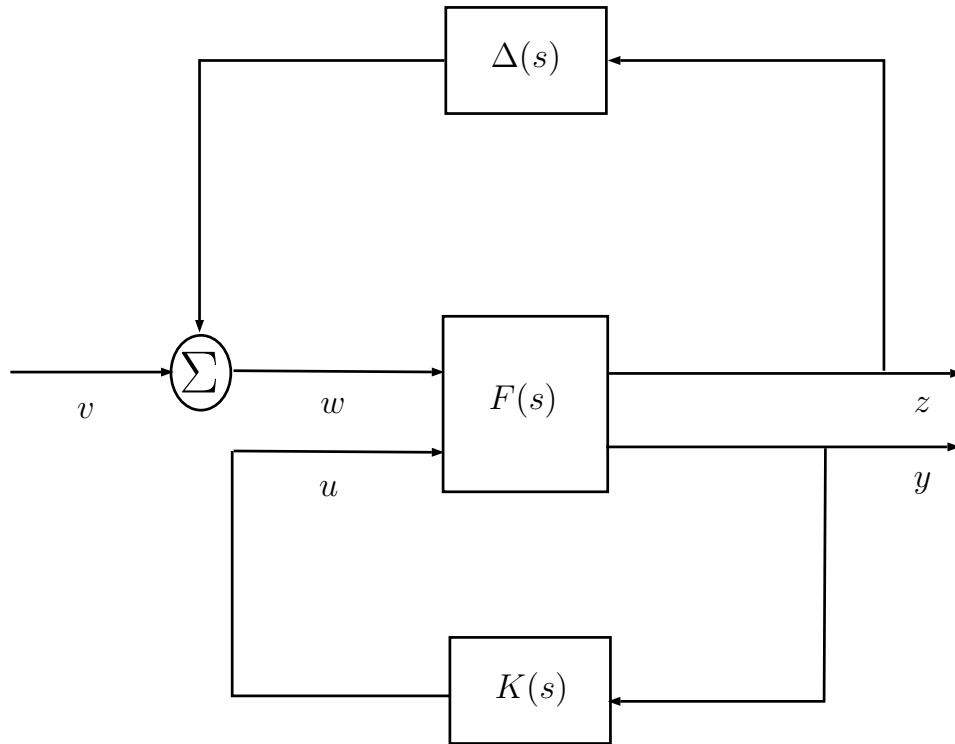


Figura 3.2: Sistema perturbado bajo la acción de un controlador $K(s)$

Este diagrama es conocido como diagrama de bloques de dos puertos y puede ser fomulado matemáticamente de la siguiente forma [31]:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= Ax + B_1w + B_2u \\
 z &= C_1x + D_{11}w + D_{12}u \\
 y &= C_2x + D_{21}w + D_{22}u
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

Siendo a su vez la realización de $F(s)$ denotada como:

$$F(s) = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11}(s) & F_{12}(s) \\ F_{21}(s) & F_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

donde $F_{11}(s) = C_1(sI - A)^{-1}B_1 + D_{11}$ es la función de transferencia desde w a z , $F_{12}(s) = C_1(sI - A)^{-1}B_2 + D_{12}$ es la función desde u a z , $F_{21}(s) = C_2(sI - A)^{-1}B_1 + D_{21}$ es la función desde w a y , y $F_{22}(s) = C_2(sI - A)^{-1}B_2 + D_{22}$ es la función de transferencia desde u a y . Con esto, se puede obtener la función de transferencia del sistema bajo control $G(s)$ utilizando un controlador $K(s)$. En efecto se tiene:

$$\begin{bmatrix} Z(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11}(s) & F_{12}(s) \\ F_{21}(s) & F_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W(s) \\ U(s) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

por lo que es posible escribir:

$$\begin{aligned} Z(s) &= F_{11}(s)W(s) + F_{12}(s)U(s) \\ Y(s) &= F_{21}(s)W(s) + F_{22}(s)U(s) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Dado que se utiliza la ley de control $U(s) = K(s)Y(s)$, si se reemplaza en las ecuaciones anteriores es posible encontrar luego de un desarrollo algebraico que:

$$U(s) = K(s)(I - F_{22}(s)K(s))^{-1}F_{21}(s)W(s) \quad (3.9)$$

y además:

$$Z(s) = (F_{11}(s) + F_{12}(s)K(s)(I - F_{22}(s)K(s))^{-1}F_{21}(s))W(s) \quad (3.10)$$

con lo cual se tiene que la función de transferencia del sistema bajo control desde w a z está dada por:

$$G(s) = F_{11}(s) + F_{12}(s)K(s)(I - F_{22}(s)K(s))^{-1}F_{21}(s) \quad (3.11)$$

Un requerimiento básico para $K(s)$ es que éste debe estabilizar internamente el sistema controlado, lo cual a su vez necesita que el par (A, B_1) sea estabilizable y (A, C_2) sea detectable, esto significa que deben existir L_1 y L_2 tales que $A + B_2L_1$ y $A + L_2C_2$ sean estables. Si esto se cumple entonces todos los controladores $K(s)$ que estabilizan internamente el sistema pueden ser escritos de la forma [31]:

$$K(s) = M_{11}(s) + M_{12}(s)Q(s)(I - M_{22}(s)Q(s))^{-1}M_{21}(s) \quad (3.12)$$

donde $Q(s)$ es cualquier función de transferencia propia en \mathbb{R} tal que $Q(s) \in \mathcal{H}_\infty$ con $M_{ij}(s)$ definido como:

$$\begin{bmatrix} M_{11}(s) & M_{12}(s) \\ M_{21}(s) & M_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_2L_1 + L_2C_2 + L_2D_{22}L_1 & -L_2 & B_2 + L_2D_{22} \\ & L_1 & 0 & I \\ & -(C_2 + D_{22}L_1) & I & -D_{22} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

A partir de lo anterior se puede definir el problema de control \mathcal{H}_∞ para la planta en 3.6 dado una constante γ como encontrar todos los controladores $K(s)$, si es que existen, tales que $K(s)$ estabilice internamente el sistema controlado y además la función de transferencia $G(s)$ desde w a z posea una norma en \mathcal{H}_∞ tal que $\|G\|_\infty < \gamma$. Dichos controladores existen si las soluciones de la siguientes ecuaciones de Ricatti:

$$\begin{aligned} A^T S_1 + S_1 A + S_1(\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) S_1 + C_1^T C_1 &= 0 \\ A S_1 + S_1 A^T + S_1(\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2) S_1 + B_1 B_1^T &= 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

cumplen con $S_1 > 0, S_2 > 0$ y que el radio espectral de $S_1 S_2$, $\rho(S_1 S_2) = \max|\lambda(S_1 S_2)| < \gamma^2$.

Con esto, es posible encontrar un controlador \mathcal{H}_∞ tal que estabilice robustamente la planta en estudio. Dado que, como se mencionó con anterioridad, la solución de este problema es usualmente un proceso iterativo, en el presente trabajo se encuentran este tipo de controladores robustos utilizando un algoritmo de bisección el cual itera sobre los valores de γ . Con ello se pretende determinar controladores difusos \mathcal{H}_∞ que permitan ser un punto de comparación entre los esquemas planteados en esta tesis, a saber, controladores difuso robustos ante incertidumbre paramétrica, cuyos aspectos básicos se tratan en la siguiente sección.

3.2. Control robusto ante incertidumbre paramétrica

A diferencia del control \mathcal{H}_∞ presentado en la Sección 3.1 el cual por lo general trabaja con incertidumbre no estructurada, el control robusto paramétrico se basa en encontrar estrategias para controlar sistemas descritos a partir de funciones de transferencia de intervalos (como la mostrada en 2.47). El principal desafío en este caso es encontrar las condiciones para las cuales una planta de intervalos sea estable, considerando que este tipo de caracterización genera una familia infinita de funciones de transferencia que deben ser analizadas. Ante esto, una serie de teoremas y demostraciones matemáticas se hacen necesarias para abordar el problema de la estabilidad de esta clase de procesos, los cuales se muestran a continuación.

3.2.1. Teorema de Kharitonov

Uno de los resultados más importantes en el estudio de la robustez ante incertidumbre paramétrica es el teorema de Kharitonov. En éste se establece que, sin importar el orden del polinomio de intervalos a analizar, la estabilidad de toda la familia de polinomios se reduce al estudio de estabilidad de solo 4 polinomios especiales. Este teorema es la base de varios resultados relacionados con el análisis de sistemas y el diseño de controladores. El teorema se enuncia como sigue:

Teorema de Kharitonov [29]

Considérese una familia de polinomios $\Delta(s)$ dada por el siguiente polinomio de intervalos:

$$\delta(s) = \delta_0 + \delta_1 s + \delta_2 s^2 + \dots + \delta_n s^n \quad (3.15)$$

donde los coeficientes están acotados en los rangos:

$$\delta_i \in [\underline{\delta}_i, \bar{\delta}_i] \quad (3.16)$$

Todos los polinomios en la familia $\Delta(s)$ son Hurwitz (estables) si y sólo si los siguientes polinomios extremos son Hurwitz

$$\begin{aligned} K^1(s) &= \underline{\delta}_0 + \underline{\delta}_1 s + \bar{\delta}_2 s^2 + \bar{\delta}_3 s^3 + \underline{\delta}_4 s^4 + \underline{\delta}_5 s^5 \dots, \\ K^2(s) &= \underline{\delta}_0 + \bar{\delta}_1 s + \bar{\delta}_2 s^2 + \underline{\delta}_3 s^3 + \underline{\delta}_4 s^4 + \bar{\delta}_5 s^5 \dots, \\ K^3(s) &= \bar{\delta}_0 + \underline{\delta}_1 s + \underline{\delta}_2 s^2 + \bar{\delta}_3 s^3 + \bar{\delta}_4 s^4 + \underline{\delta}_5 s^5 \dots, \\ K^4(s) &= \bar{\delta}_0 + \bar{\delta}_1 s + \underline{\delta}_2 s^2 + \underline{\delta}_3 s^3 + \bar{\delta}_4 s^4 + \bar{\delta}_5 s^5 \dots, \end{aligned} \quad (3.17)$$

Una observación importante sobre este teorema es que su resultado es válido siempre y cuando los parámetros de $\delta(s)$ varíen de forma independiente entre sí.

Control Robusto basado en el Teorema de Kharitonov

Dado que el Teorema de Kharitonov es más bien una herramienta de análisis de sistemas y no de diseño (a diferencia, por ejemplo, del criterio de Routh-Hurwitz u otros estudiados en el Capítulo 2) la elaboración de controladores se ve restringida a ciertos casos particulares.

A modo de ejemplo y para ilustrar estos casos se considera el sistema propuesto en [31]:

$$G(s, p) = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_{n-1} s^{n-1}}{p_0 + p_1 s + \dots + p_{n-1} s^{n-1} + s^n} \quad (3.18)$$

Utilizando la forma canónica controlable del sistema (veáse Anexo A) es posible escribir la realización en variables de estado de 3.18 como:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ -p_0 & -p_1 & \dots & -p_{n-1} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (3.19)$$

La ecuación característica en lazo abierto de este sistema corresponde al denominador de 3.18 con $p_i \in [\underline{p}_i, \bar{p}_i]$, $j = \{1, 2, \dots, n-1\}$, es decir se tiene una función de transferencia de intervalos. Si

la ecuación a lazo abierto no es robustamente estable lo que se debería buscar es una realimentación de estado:

$$u(t) = -Lx(t) = -[l_0 \quad l_1 \quad \cdots \quad l_{n-1}] x(t) \quad (3.20)$$

de forma tal que la ecuación característica del sistema a lazo cerrado quede dada por:

$$E(s) = (p_0 + l_0) + (p_1 + l_1)s + \cdots + (p_{n-1} + l_{n-1})s^{n-1} + s^n \quad (3.21)$$

Luego, la sintonización de la ganancia L que asegure la estabilidad robusta pasa por verificar la estabilidad de los polinomios de Kharitonov de la ecuación característica, es decir:

$$\begin{aligned} K^1(s) &= (l_0 + \underline{p}_0) + (l_1 + \underline{p}_1)s + (l_2 + \bar{p}_2)s^2 + (l_3 + \bar{p}_3)s^3 + (l_4 + \underline{p}_4)s^4 + \cdots \\ K^2(s) &= (l_0 + \underline{p}_0) + (l_1 + \bar{p}_1)s + (l_2 + \bar{p}_2)s^2 + (l_3 + \underline{p}_3)s^3 + (l_4 + \underline{p}_4)s^4 + \cdots \\ K^3(s) &= (l_0 + \bar{p}_0) + (l_1 + \underline{p}_1)s + (l_2 + \underline{p}_2)s^2 + (l_3 + \bar{p}_3)s^3 + (l_4 + \bar{p}_4)s^4 + \cdots \\ K^4(s) &= (l_0 + \bar{p}_0) + (l_1 + \bar{p}_1)s + (l_2 + \underline{p}_2)s^2 + (l_3 + \underline{p}_3)s^3 + (l_4 + \bar{p}_4)s^4 + \cdots \end{aligned} \quad (3.22)$$

El vector L siempre existe [31], solo basta que las ganancias l_j tomen un valor lo suficientemente grande. Sin embargo, valores excesivamente elevados pueden generar un comportamiento indeseado en el sistema por lo cual durante el diseño se deben tratar de encontrar magnitudes lo suficientemente grandes para asegurar la estabilidad robusta pero que a su vez entreguen un desempeño aceptable para la planta.

Ante lo expuesto anteriormente surge el cuestionamiento sobre si la teoría derivada por Kharitonov puede ser utilizada en otros controladores diferentes a aquel por realimentación de estados. En general, como se verá en la siguiente sección, esto no es posible y se hace necesaria una extensión del teorema planteado como se muestra a continuación.

3.2.2. Teorema Generalizado de Kharitonov

El teorema descrito en la Sección 3.2.1 es un excelente método para el análisis de estabilidad paramétrica de sistemas pero, salvo algunos casos particulares como el análisis de sistemas en variables de estado, no es una buena herramienta para el diseño de controladores. Para ilustrar esta problemática, considérese una planta con incertidumbre paramétrica dada por la siguiente función de transferencia de intervalos:

$$H(s) = \frac{\theta_1 s + \theta_2}{\theta_3 s^2 + \theta_4 s + 1} \quad (3.23)$$

donde los parámetros $\theta_j \in [\underline{\theta}_j, \bar{\theta}_j]$ para $j \in \{1, 2, 3, 4\}$.

Si se requiriera del diseño de un controlador robusto para $H(s)$ el problema se reduciría a encontrar la función de transferencia a lazo cerrado $G(s)$ garantizando su estabilidad.

Tomando como ejemplo un controlador Proporcional (de parámetro K_P) la función de transferencia a lazo cerrado vendría dada por:

$$G(s) = \frac{K_P(\theta_1 s + \theta_2)}{\theta_3 s^3 + (K_P \theta_1 + \theta_4)s + K_P \theta_2 + 1} \quad (3.24)$$

Con esto, el diseño del controlador y la estabilidad del sistema pasa por analizar mediante el teorema de Kharitonov el polinomio característico de $G(s)$, el cual en este caso es un polinomio de intervalos como el descrito en la Sección 3.2.1.

Si ahora en cambio se considera un controlador Proporcional Integral (de parámetros K_P y K_I) se tiene que la función de transferencia a lazo cerrado es:

$$G(s) = \frac{K_P \theta_1 s^2 + (K_P \theta_2 + K_I \theta_1)s + K_I \theta_2}{\theta_3 s^3 + (\theta_4 + K_P \theta_1)s^2 + (K_P \theta_2 + K_I \theta_1 + 1)s + K_I \theta_2} \quad (3.25)$$

Sin embargo el denominador de la ecuación a lazo cerrado en 3.25 es de la forma:

$$E(s) = as^3 + bs^2 + cs + d \quad (3.26)$$

con a, b, c, d parámetros inciertos acotados. El problema que se puede observar en 3.26 es que estos parámetros son dependientes entre sí. Por ejemplo θ_1 aparece tanto en b como en c con lo cual $E(s)$ es un polinomio de intervalos cuyos parámetros no varían de manera independiente (al cambiar θ_1 varían b y c simultáneamente), haciendo inválido el uso del teorema de Kharitonov para el estudio de estabilidad en este caso.

Dado este problema se requiere del uso de una extensión al teorema original la cual fue presentada por Chapellat y Bhattacharyya en 1989 [34, 29] y que se conoce como el Teorema Generalizado de Kharitonov.

Para el planteamiento formal de este teorema se describen las definiciones necesarias para comprender los alcances de esta proposición.

A. Definiciones previas

El problema abordado por el Teorema Generalizado de Kharitonov es garantizar la estabilidad de un sistema a lazo cerrado dado un controlador $C(s)$ de parámetros fijos y una planta $H(s)$ cuyos parámetros varían de forma independiente. Formalmente se tiene:

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{m(s)}{n(s)} \\ H(s) &= \frac{p(s)}{q(s)} \end{aligned} \quad (3.27)$$

donde $p(s)$ y $q(s)$ son polinomios de intervalos con coeficientes acotados como en la expresión 3.15. Cada uno de estos polinomios de intervalos genera una familia denotada respectivamente como $\mathbf{p}(s)$

y $\mathbf{q}(s)$ las cuales están conformadas por la combinación infinita de todos los polinomios. Estas dos familias a su vez generan una familia de funciones de transferencia para $H(s)$ denotada como:

$$\mathbf{H}(s) = \frac{\mathbf{p}(s)}{\mathbf{q}(s)} \quad (3.28)$$

A partir de esto se tienen las siguientes definiciones [29],[34],[35]:

- **Conjunto de polinomios de Kharitonov**

Se define el conjunto de polinomios de Kharitonov para los polinomios de intervalos $p(s)$ y $q(s)$ de la misma forma como fueron definidos en la Sección 3.2.1:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{\mathbf{p}} &= \{K_{\mathbf{p}}^1, K_{\mathbf{p}}^2, K_{\mathbf{p}}^3, K_{\mathbf{p}}^4\} \\ \mathcal{K}_{\mathbf{q}} &= \{K_{\mathbf{q}}^1, K_{\mathbf{q}}^2, K_{\mathbf{q}}^3, K_{\mathbf{q}}^4\} \end{aligned} \quad (3.29)$$

- **Línea de segmento entre polinomios**

Sean $\delta_1(s)$ y $\delta_2(s)$ dos polinomios. La línea de segmento que los une se define como la familia de polinomios de un parámetro dada por la siguiente expresión:

$$[\delta_1(s), \delta_2(s)] := \{\delta_\lambda(s) : \lambda \in [0, 1]\}$$

con

$$\delta_\lambda(s) = \lambda\delta_1(s) + (1 - \lambda)\delta_2(s) \quad (3.30)$$

Se dice que la línea de segmento $\delta_\lambda(s)$ es estable si y solo si todos los polinomios de dicho segmento son estables.

- **Segmentos de Kharitonov**

Son definidos como la línea de segmento entre los cuatro polinomios de Kharitonov de un polinomio de intervalos. En efecto, sea $\delta(s)$ un polinomio de intervalos, su conjunto de segmentos de Kharitonov se denota como:

$$\mathcal{S}_\delta(s) = \{[K_\delta^1, K_\delta^2], [K_\delta^1, K_\delta^3], [K_\delta^2, K_\delta^4], [K_\delta^3, K_\delta^4]\} \quad (3.31)$$

- **Sistemas extremos y sistemas de Kharitonov**

Los sistemas extremos de la familia $\mathbf{H}(s)$ son definidos utilizando la notación dada en 3.28 como el siguiente conjunto:

$$\mathbf{H}_E(s) := \frac{\mathcal{K}_p}{\mathcal{S}_q} \bigcup \frac{\mathcal{S}_p}{\mathcal{K}_q} \quad (3.32)$$

por otra parte los sistemas de Kharitonov se definen como:

$$\mathbf{H}_K(s) := \frac{\mathcal{K}_p}{\mathcal{K}_q} \quad (3.33)$$

Con esto ya es posible enunciar el Teorema Generalizado de Kharitonov.

B. Enunciado del Teorema

Teorema Generalizado de Kharitonov [29, 34]

I. El controlador $C(s)$ estabiliza a la familia de funciones de transferencia $\mathbf{H}(s)$ si y solo si $C(s)$ estabiliza cada uno de los segmentos en $\mathbf{H}_E(s)$.

II. (Condición de Vértice): Más aun, si el numerador y el denominador de $C(s)$ son de la forma:

$$s^t(as + b)U(s)Q(s) \quad (3.34)$$

con $t \geq 0$ un número entero arbitrario, a y b números reales arbitrarios, $U(s)$ un polinomio anti-Hurwitz y $Q(s)$ un polinomio par o impar, entonces es suficiente que $C(s)$ estabilice el conjunto finito $\mathbf{H}_K(s)$ para asegurar la estabilidad del sistema.

Dado que la condición de vértice permite trabajar con un número finito y fijo de polinomios es bastante interesante aplicar esquemas de control que la cumplan. En efecto, los controladores PI satisfacen esta condición de manera que, tomando nuevamente la función de transferencia del sistema de ejemplo (expresión 3.23) se determinan en primer lugar los polinomios de Kharitonov tanto para el polinomio numerador como denominador, obteniéndose lo siguiente:

Conjunto \mathcal{K}_p (Numerador): $\mathbf{p}(s) = \theta_1 s + \theta_2$

$$K_p^1 : \underline{\theta}_2 + \underline{\theta}_1 s$$

$$K_p^2 : \underline{\theta}_2 + \bar{\theta}_1 s$$

$$K_p^3 : \bar{\theta}_2 + \underline{\theta}_1 s$$

$$K_p^4 : \bar{\theta}_2 + \bar{\theta}_1 s$$

Conjunto \mathcal{K}_q (Denominador): $\mathbf{q}(s) = \theta_3 s^2 + \theta_4 s + 1$

$$K_q^1 : 1 + \underline{\theta}_4 s + \bar{\theta}_3 s^2$$

$$K_q^2 : 1 + \bar{\theta}_4 s + \bar{\theta}_3 s^2$$

$$K_q^3 : 1 + \underline{\theta}_4 s + \underline{\theta}_3 s^2$$

$$K_q^4 : 1 + \bar{\theta}_4 s + \underline{\theta}_3 s^2$$

Con esto el conjunto de sistemas de Kharitonov $\mathbf{H}_K(s)$ está conformado por la combinación de los elementos de $\mathcal{K}_p(s)$ y $\mathcal{K}_q(s)$ y dado que se tienen 4 polinomios en cada conjunto, se debe analizar la estabilidad de $4 \times 4 = 16$ funciones de transferencia a lazo cerrado. Para ello se puede utilizar el criterio de Routh-Hurwitz de manera de poder determinar las condiciones que deben cumplir las constantes K_p y K_i que garanticen la estabilidad robusta de esta función de transferencia de intervalos.

En el caso de un controlador PD también se cumple la condición de vértice por lo que el análisis para encontrar las condiciones en sus parámetros que garanticen la estabilidad robusta del esquema son similares a las presentadas para el controlador PI.

Por otra parte, si se considerara controlar la planta mediante un controlador PID, el análisis debe efectuarse ocupando el primer enunciado del Teorema Generalizado de Kharitonov ya que la función de transferencia de dicho controlador no cumple con la condición de vértice. Dado esto, se debe analizar el conjunto de segmentos $\mathbf{H}_E(s)$ el cual es infinito. Sin embargo existen herramientas matemáticas y métodos para abordar este problema, los cuales son estudiados en [29] y [36].

En vista de las ventajas del enfoque presentado y del control robusto en general, se han desarrollado varios trabajos en torno a estas estrategias buscando mejorar el desempeño de procesos que posean cierto grado de incerteza tanto en su modelo como en las perturbaciones que lo afectan. Por ello, en la siguiente sección se realiza una revisión de algunas de estas investigaciones y su importancia para la presente tesis.

3.3. Usos del control robusto ante incertidumbre paramétrica y control \mathcal{H}_∞

El control robusto ante incertidumbre paramétrica está basado fundamentalmente en el teorema desarrollado por Kharitonov en [37] y su extensión propuesta por Chapellat y Bhattacharyya en [34] (Teorema Generalizado de Kharitonov). La idea detrás de ambos teoremas es garantizar la estabilidad de una familia de polinomios, lo cual evidentemente puede ser extendido a controlar un proceso descrito por una función de transferencia de intervalos. Desde la publicación del trabajo de Kharitonov en 1979 se han estudiado varias formas de control robusto que aprovechan o tratan ampliar este resultado, siendo uno de los principales focos de atención la extensión de este teorema a sistemas de tiempo discreto, ya que el original solo es válido en tiempo continuo. En éste ámbito destaca el trabajo de J. Cieslik [38] en el cual se demuestra que para sistemas discretos de orden $n \leq 3$ se puede probar la estabilidad de la familia de polinomios si se garantiza la estabilidad de los 2^n polinomios extremos generados. Para $n > 3$ este resultado no se mantiene, lo cual queda de manifiesto con un contra ejemplo mostrado en la misma publicación. Por otro lado, una versión del teorema que funciona para cualquier orden del polinomio discreto es propuesta en [39], sin embargo no posee la simpleza del teorema original haciéndose más compleja y requiriendo mayores análisis a medida que aumenta el orden del polinomio.

En el ámbito del control, el teorema de Kharitonov ha sido utilizado exitosamente en la demostración de estabilidad en algunos procesos descritos por funciones de transferencia de intervalos. En [40] por ejemplo, se muestra una metodología general para encontrar un compensador que garantice la estabilidad robusta de un sistema con incertidumbre paramétrica. Por otro lado en [41] se muestra el desarrollo de un controlador PID robusto para una grúa. Si bien el esquema obtiene buenos resul-

tados, la estabilidad de esta propuesta no está garantizada ya que, según la descripción que se da de la planta, en los polinomios de intervalos obtenidos se pueden apreciar variaciones simultáneas de los parámetros lo cual invalida el uso del teorema de Kharitonov en esta aplicación. La extensión de este teorema debería ser utilizada en esos casos. Sin embargo se muestra una propuesta interesante para combinar el uso de esta teoría con el diseño de controladores a partir de la minimización de funciones de costo que incluyan índices de desempeño. Destaca también el trabajo de I. Škrjanc en [42] donde se diseña un algoritmo de seguimiento de trayectoria para un cohete no tripulado basado en el control de su ángulo de cabeceo. Dada la función de transferencia de este proceso, la cual posee parámetros inciertos que varían en un cierto intervalo, se diseña un controlador utilizando el Teorema de Kharitonov y el criterio de Routh-Hurwitz para encontrar los rangos en que el controlador es válido.

Otros trabajos utilizan el teorema Generalizado de Kharitonov como el que se presenta en [43], donde se aplica esto al diseño de un controlador para sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO). A su vez en [44] y [45] se ocupa la extensión del Teorema de Kharitonov en el estudio de sistemas eléctricos de potencia, en particular en el diseño de un control robusto para el regulador automático de voltaje en un generador. En [35] Hušek aborda el problema de control robusto ante incertidumbre paramétrica caracterizando un proceso lineal como una función de transferencia de intervalos para luego encontrar controladores PI y PD que satisfagan especificaciones en el ámbito de la frecuencia. El modelo de la planta es considerado como una distribución de posibilidades (como las mostradas en el trabajo de Bondia [30]) y las especificaciones en lazo cerrado son dadas como un conjunto difuso de márgenes de ganancia y fase. La virtud de este trabajo radica en el uso de las condiciones dadas por el Teorema Generalizado Kharitonov para garantizar la estabilidad robusta de los controladores propuestos y además el uso de gráficos para visualizar las condiciones en los márgenes de ganancia y fase.

Por el lado del control robusto clásico, la teoría \mathcal{H}_∞ es una de las opciones más utilizadas para diseñar esquemas que garanticen estabilidad ante incertidumbre. En este sentido, la literatura reporta varios trabajos que combinan este enfoque con otras estrategias conocidas como la programación de ganancias (Gain Scheduling) en [46], donde se prueba este esquema en el control del eje de cabeceo de una aeronave, o el control multivariable en [47] donde se busca mejorar el desempeño en frecuencia de un proceso MIMO descrito en variables de estado afectado por varias perturbaciones teniendo como objetivo la resolución del problema de sensibilidad mixta, esto es, un compromiso entre mejorar el desempeño ante perturbaciones y al mismo tiempo garantizar un buen seguimiento de referencias. En ambas investigaciones se trabaja con incertidumbre no estructurada, es decir, no se conoce a priori la magnitud de las perturbaciones.

La teoría de observadores robustos basados en el enfoque \mathcal{H}_∞ también ha recibido cierta atención en los trabajos revisados. Por ejemplo en [48] se utiliza un observador de este estilo en la estimación del estado de carga de una batería. La razón de utilizar un observador robusto en este caso radica en la dificultad de poder estimar el estado de carga de una batería en tiempo real dada la gran cantidad de procesos electroquímicos complejos que ocurren dentro de ella. Esto agrega incertidumbre en los parámetros que son estimados y por ello la teoría \mathcal{H}_∞ surge como una alternativa para tratar con este problema. Por otra parte en [49] se muestra una forma de parametrizar todos los controladores \mathcal{H}_∞ de orden reducido (menor o igual a la planta que se desea controlar) a partir de una mejora en las condiciones de existencia de estos esquemas, la cual se basa originalmente en la solución de una ecuación de Ricatti. Se demuestra en este trabajo que dichos controladores tienen una parte que posee la misma estructura de un observador, por lo cual se utiliza para estimar los estados de un modelo de orden reducido de la planta en estudio.

Finalmente, como noción también de control robusto, se mencionan algunas aplicaciones del control QFT (*Quantitative Feedback Theory*), el cual fue propuesto en [32] por Horowitz en 1982. Este enfoque se basa en el diseño de un filtro que se coloca antes de la entrada a la planta y un compensador por realimentación. La función del filtro es adecuar la respuesta en lazo cerrado del sistema a un comportamiento definido a priori por el diseñador, mientras que el compensador se encarga de atenuar los efectos producidos por las perturbaciones y posibles errores de modelación. Dentro de las aplicaciones de este tipo de esquemas destaca su uso como controlador y detector de fallas en un proceso como se muestra en [50]. En dicho trabajo se utiliza este enfoque para controlar un sistema de estanques interconectados para el cual ocurre una falla en uno de los sensores que miden las variables de interés. La robustez del controlador queda garantizada en su diseño, el cual considera restricciones en el comportamiento en frecuencia en lazo cerrado del sistema. Enfoques más clásicos como ubicación de polos junto a QFT también han sido utilizados con éxito en algunos procesos como se muestra en [51] donde se prueba este esquema para el control de un sistema de vuelo, el cual se ve afectado por una serie de perturbaciones que son expresadas según los distintos puntos de operación del proceso. La ventaja de utilizar un controlador de este tipo es que permite trabajar con plantas de múltiples salidas y múltiples entradas, derivando un esquema de estructura sencilla y que toma en cuenta la incertidumbre en el modelo propuesto.

Hasta el momento se han revisado referencias que aplican esquemas de control robusto a partir de modelos lineales lo cual es aceptable considerando que parte de la incertidumbre con la que se trabaja proviene de errores de modelación. Sin embargo, para la representación del comportamiento de la mayoría de los procesos un modelo lineal puede resultar insuficiente y, por ende, deben utilizarse otros enfoques de identificación que permitan modelar de mejor manera las no linealidades de la planta. En virtud de lo anterior se presentan en la siguiente sección algunos trabajos realizados en el ámbito del control robusto no lineal, más específicamente el que se aplica a modelos difusos, los cuales como se vio en la Sección 2.1.3, son una forma de modelamiento no lineal de un proceso.

3.4. Control difuso robusto

En 1993 Wang y Mendel [19] mediante el teorema de Stone-Weierstrass lograron demostrar que un modelo difuso de Takagi & Sugeno puede ser usado para aproximar cualquier función real. Dada esta condición de aproximador universal, la identificación de modelos difusos ha sido ampliamente utilizada tanto para representar el comportamiento de plantas no lineales como para derivar controladores que se adecúen de mejor manera a la dinámica de estos procesos. En este sentido el control robusto no ha sido la excepción, teniéndose varios trabajos que explotan esta capacidad de los esquemas difusos para modelar diferentes puntos de operación de la planta y mejorar el comportamiento de las variables de interés de un proceso. En particular el control \mathcal{H}_∞ ha recibido bastante atención en este aspecto como lo muestran las investigaciones realizadas por Cao, Rees y Feng donde se estudia el diseño de un controlador difuso que utiliza la teoría \mathcal{H}_∞ tanto para un esquema en tiempo discreto [52] como en tiempo continuo [53]. En el primer trabajo mencionado se diseña un modelo a partir de información lingüística e incertidumbre en los parámetros del sistema para el cual se encuentra un controlador por realimentación de estados. Esta ganancia es determinada a partir de un algoritmo que considera el problema de control \mathcal{H}_∞ y que a su vez garantiza la estabilidad global del esquema propuesto. Por otra parte, el segundo trabajo presenta un desarrollo similar, esta vez para modelos en tiempo continuo de Takagi & Sugeno.

La tendencia en este campo ha ido avanzando en el sentido de encontrar controladores difuso

robustos cada vez más generales en cuanto a la formulación de los sistemas en estudio, donde principalmente se busca establecer condiciones necesarias y suficientes para la existencia y estabilidad de dichos esquemas. En este aspecto destaca el trabajo de Chen et al. [54] el cual propone una estrategia de control \mathcal{H}_∞ para un modelo Takagi & Sugeno con retardos en el estado y en la entrada al proceso, donde dichos retardos presentan una incertidumbre acotada y variante en el tiempo. El aporte de esta investigación está en proporcionar las condiciones suficientes para la existencia del controlador \mathcal{H}_∞ a través del desarrollo de una LMI, siendo a su vez una mejora a trabajos anteriores que solo consideran retardos en la entrada o en el estado (no ambos simultáneamente), como lo mostrado por Yeh et al. en [55].

En el ámbito del control robusto ante incertidumbre paramétrica también existen varios trabajos que aprovechan la capacidad de los modelos difusos de representar tanto la incertidumbre como los distintos puntos de operación del proceso. Destaca en este sentido, en ambos temas, el trabajo presentado por Tao y Taur en [56] donde se propone un controlador PID difuso con un modelo de la planta basado en funciones de transferencia de intervalos para la cual los límites de los coeficientes son obtenidos a partir de información lingüística del proceso. El desafío en este caso es lograr representar numéricamente la incertidumbre expresada como conocimiento experto, lo cual se logra mediante el uso de conjuntos difusos. A su vez, el controlador es diseñado de forma tal que el polinomio característico en lazo cerrado de la planta sea estable según el teorema de Kharitonov, para lo cual se utiliza simultáneamente el criterio de Routh-Hurwitz. Este último aspecto es interesante ya que permite establecer condiciones de validez para los parámetros del controlador, de manera que se garantice la estabilidad robusta del esquema.

Por el lado de los modelos difusos de Takagi & Sugeno también se han propuesto controladores robustos ante incertidumbre paramétrica. En [57], Ho et al. plantea el diseño de un controlador difuso a partir de optimización tal que permita la estabilización robusta de la incertidumbre paramétrica y la minimización de una función de costos cuadrática, usualmente que involucre algún índice de desempeño para el proceso. Sin embargo, si bien se consiguen buenos resultados con este enfoque, no se presenta un análisis detallado de la estabilidad global del controlador ya que no se considera la incertidumbre paramétrica en el análisis de estabilidad de Lyapunov, entregándose solamente un estudio de la estabilidad del modelo nominal. Este último punto es de gran importancia para establecer la robustez global de un controlador difuso robusto de tipo Takagi & Sugeno y es abordado en [26] por Chadli y Borne, donde se plantea un teorema que garantiza la estabilidad de modelos difusos con incertidumbre paramétrica a través de la resolución de una LMI. Similarmente en [58], Park et al. propone un control por realimentación de estados Takagi & Sugeno difuso robusto para el cual se garantiza estabilidad global a través de condiciones de Lyapunov siempre que la incertidumbre esté acotada dentro de ciertos márgenes.

Considerando todo lo expresado anteriormente, el objetivo de esta tesis es elaborar y probar una estrategia de diseño de controladores difusos que sean robustos ante incertidumbre paramétrica. En particular se desea que dichos controladores sean estables, tanto local como globalmente y a su vez permitan un buen desempeño para el proceso en que sean utilizados.

A partir de estos antecedentes, se presenta en la siguiente sección la propuesta de diseño para controladores difuso robustos ante incertidumbre paramétrica, lo cual es el tema central de este trabajo.

3.5. Diseño propuesto de controladores difuso robustos

Una vez que se realiza el análisis de los modelos locales a partir del Teorema Generalizado de Kharitonov (Sección 3.2.2) y se establecen las condiciones para los parámetros del controlador que garantizan la estabilidad, se debe sintonizar un esquema que satisfaga dichas condiciones y además permita un buen desempeño en la respuesta del sistema. Este último objetivo puede interpretarse en términos de establecer ciertos parámetros de interés como son el sobrepaso de la salida, el tiempo de estabilización y el rechazo de perturbaciones, o criterios en el ámbito de la frecuencia como margen de ganancia y de fase entre otros.

La propuesta para el diseño de controladores que satisfagan las condiciones antes mencionadas considera modelos difusos de Takagi & Sugeno en tiempo continuo, identificados según la metodología abordada en el Capítulo 2 y los conceptos mostrados de SVF. Posteriormente se determinan los intervalos difusos asociados a este modelo para lograr caracterizar el sistema con incertidumbre mediante funciones de transferencia de intervalos y, finalmente, utilizando los teoremas enunciados previamente, se busca el mejor controlador según un cierto criterio establecido.

A continuación se muestra la metodología para el diseño de controladores difuso robustos en el caso general.

3.5.1. Identificación de modelos con incertidumbre paramétrica

Como fue mencionado anteriormente, el análisis comienza realizando un experimento de identificación en tiempo continuo de la planta que se desea controlar. Resulta importante en esta etapa contar con datos que recorran varios puntos de operación del proceso y que a su vez se encuentren sometidos a las perturbaciones que usualmente lo afectan. Para el caso de la planta de colectores solares, dicho experimento debiese ser llevado a cabo considerando diferentes niveles de temperatura del aceite ante diversos escenarios de radiación solar, de forma tal de abarcar la mayor cantidad de información posible sobre el sistema.

Luego de esto, se identifica un modelo difuso Takagi & Sugeno de N reglas para el sistema, teniéndose de esta forma N modelos locales en tiempo continuo.

La caracterización de la incertidumbre asociada a este esquema se realiza mediante el uso de intervalos difusos (ver Sección 2.4.1). Utilizando la covarianza de los parámetros de las consecuencias $\hat{\sigma}_{\theta_i}$ es posible integrar al modelo original las perturbaciones y los errores de modelación en la forma de incertidumbre paramétrica. En efecto, en cada regla es posible escribir los límites de cada parámetro del modelo difuso como:

$$\begin{aligned}\underline{\theta}_i &= \theta_i - \beta \hat{\sigma}_{\theta_i} \\ \bar{\theta}_i &= \theta_i + \beta \hat{\sigma}_{\theta_i}\end{aligned}\tag{3.35}$$

donde β es un término que debe ser sintonizado según el porcentaje de datos que cubre el intervalo. Dado que se considera una distribución gaussiana en la estimación de parámetros (expresión 2.43) se tiene la siguiente tabla para β :

β	Datos cubiertos
1	68.2 %
2	95.4 %
3	99.7 %

Tabla 3.1: Porcentaje de datos cubiertos según el valor de β

Una vez establecido el grado de confianza del intervalo (cantidad de datos cubiertos), es posible determinar las funciones de transferencia de intervalos de cada modelo local del esquema difuso de Takagi & Sugeno. De esta manera, para cada regla i se define una familia de funciones de transferencia $\mathbf{H}^i(s)$ de la forma:

$$\mathbf{H}^i(s) = \frac{b_m^i s^m + b_{m-1}^i s^{m-1} + \dots + b_1^i s + b_0^i}{a_n^i s^n + a_{n-1}^i s^{n-1} + \dots + a_1^i s + 1} \quad (3.36)$$

donde $b_m^i \in [\underline{b}_m^i, \bar{b}_m^i]$ y $a_n^i \in [\underline{a}_n^i, \bar{a}_n^i]$ para $i \in \{1, 2, \dots, m, \dots, n\}$ son denotados como los parámetros inciertos del sistema, con $n > m$.

Con esto ya se ha caracterizado la planta de forma tal que su modelo incorpora la incertidumbre que lo afecta. La siguiente etapa es entonces encontrar un controlador adecuado para este sistema.

3.5.2. Diseño de control propuesto

i. Determinación de rangos para estabilidad robusta

Una vez encontradas las funciones de transferencia de intervalos para cada regla del modelo difuso se debe sintonizar un controlador para cada una de ellas que satisfaga las condiciones de estabilidad robusta utilizando el Teorema Generalizado de Kharitonov. Si el controlador $C(s)$ propuesto cumple con la condición de vértice del teorema, se debe determinar el conjunto de Kharitonov $\mathbf{H}_K(s)$ para el sistema en lazo abierto y posteriormente, para cada elemento del conjunto, desarrollar las funciones de transferencia a lazo cerrado resultantes obteniéndose un set de ecuaciones características en cada regla. Finalmente mediante la aplicación del método de Routh-Hurwitz se deben encontrar las condiciones para los parámetros del controlador que cumplan con estabilizar cada uno de los polinomios de dicho conjunto. El resultado de esta etapa son los rangos en los cuales es posible ubicar los coeficientes del controlador de manera de que las funciones de transferencia de intervalos de cada regla del modelo difuso sean estables.

ii. Condiciones de desempeño

Aplicar condiciones de desempeño para las funciones de transferencia de intervalos resulta complejo debido a que sus parámetros no son fijos. En vista de esto se hace necesario contar con alguna forma de caracterizar una familia de funciones de transferencia $\mathbf{H}^i(s)$ de la mejor manera posible a través de algunas funciones de coeficientes fijos. Lo que se propone en este sentido es encontrar las funciones de borde de cada familia, definidas como todas las combinaciones posibles de funciones de transferencia que se puedan escribir utilizando los valores superiores e inferiores de sus parámetros inciertos. Con esto si una función de transferencia de intervalos posee U parámetros inciertos se tendrán 2^U funciones de borde que analizar. El siguiente ejemplo ayuda a comprender este concepto.

Sea la función de transferencia de intervalos:

$$H(s) = \frac{\theta_1}{s + \theta_2}$$

tal que $\theta_1 \in [2, 5]$ y $\theta_2 \in [3, 8]$. Dado que en este caso se tienen 2 parámetros inciertos se pueden encontrar 4 funciones de borde las cuales son:

$$H_1(s) = \frac{2}{s + 3}$$

$$H_2(s) = \frac{5}{s + 3}$$

$$H_3(s) = \frac{2}{s + 8}$$

$$H_4(s) = \frac{5}{s + 8}$$

Una vez obtenidas las funciones de borde en cada regla se procede a encontrar un controlador para cada una de ellas que garantice ciertas condiciones de desempeño (como sobrepaso, margen de ganancia, etc.) utilizando algún método convencional como la ubicación de polos o algoritmos de optimización como PSO, teniendo en cuenta que la restricción que se debe imponer es que los parámetros del controlador encontrados estén dentro de los límites de estabilidad robusta establecidos en la etapa anterior.

Luego se prueban los controladores obtenidos para cada función con las funciones restantes, escogiendo aquel que garantice el mejor desempeño para todas las funciones de borde. A partir de ello se tiene un controlador por cada regla, lo cual configura el controlador difuso robusto.

Para resumir la metodología descrita se presenta en la Figura 3.3 un diagrama de flujo con los aspectos más importantes de ésta. Nótese que la parte destacada en verde (lado izquierdo del diagrama) corresponde a criterios de desempeño de los controladores a diseñar mientras que el lado derecho, en azul, toma en cuenta la estabilidad robusta de los esquemas. Con esto, la propuesta de diseño intenta abarcar los dos objetivos principales de esta tesis.

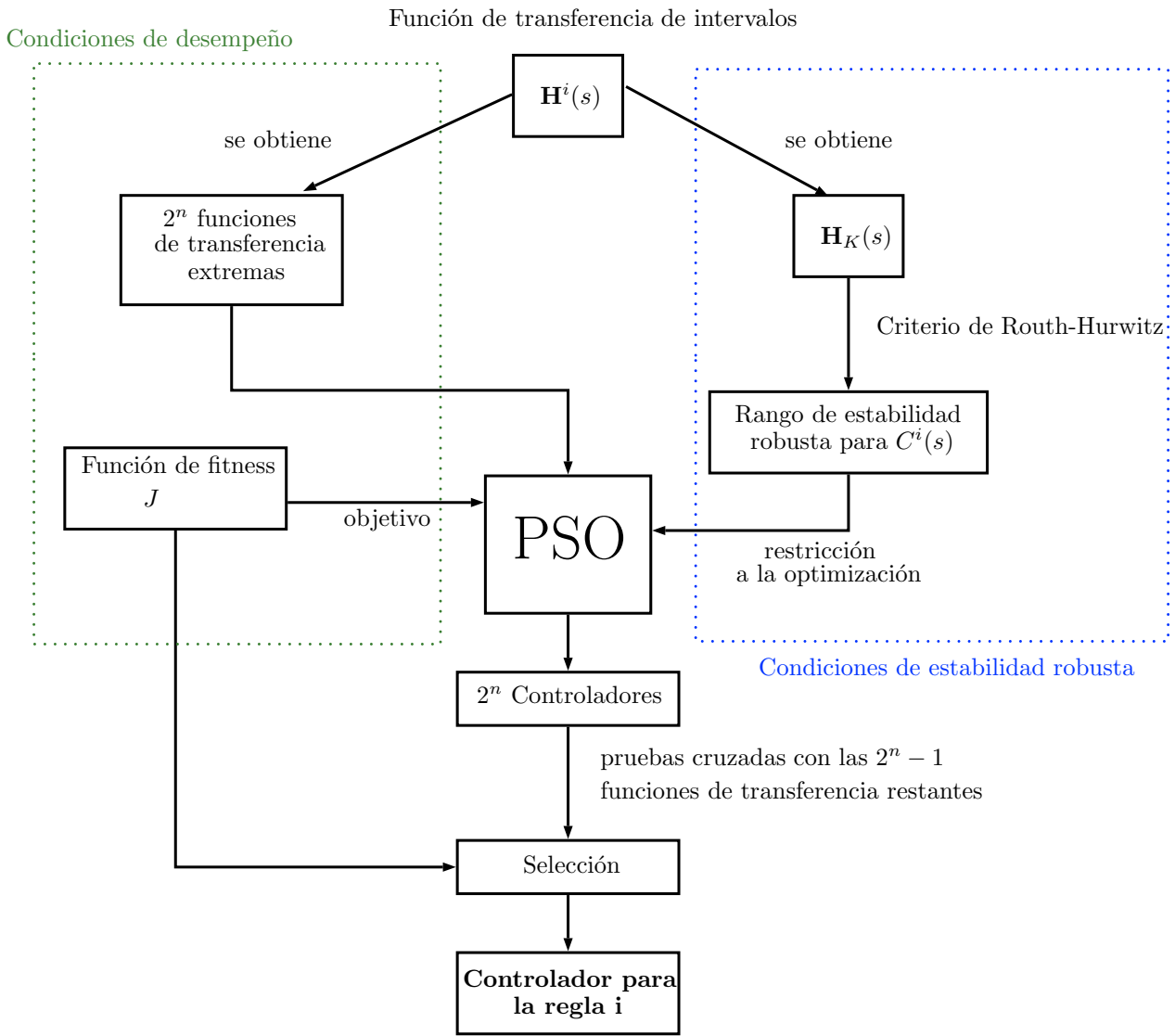


Figura 3.3: Propuesta de diseño de controladores difuso robustos

La metodología propuesta garantiza que los controladores derivados son robustamente estables localmente, es decir, los modelos en lazo cerrado de cada regla cumplen con las condiciones de Kharitonov. Sin embargo, dado que se trabaja con un esquema difuso, para concluir sobre la estabilidad global de esta propuesta se debe hacer uso de un análisis de Lyapunov que permita garantizar que la suma ponderada de estos modelos locales sigue siendo estable. Dicho análisis se realiza en la siguiente sección.

3.6. Estabilidad en modelos difusos Takagi & Sugeno con incertidumbre paramétrica

En la Sección 3.5 se presentó el procedimiento propuesto para diseñar un controlador difuso robusto de manera de asegurar la estabilidad de los modelos locales, descritos como funciones de transferencia de intervalos, en el esquema de Takagi & Sugeno. Para concluir ahora sobre la robustez

general del controlador difuso se debe analizar la salida global del modelo.

Dado que en este caso se trabaja con funciones de transferencia que no son fijas, el desarrollo para demostrar estabilidad en modelos de Takagi & Sugeno estudiado en el Capítulo 2 (Sección 2.3) es insuficiente. Sin embargo puede ser usado como base para extender este resultado a matrices con parámetros inciertos mediante algunos teoremas y planteamientos matemáticos.

El objetivo es realizar un análisis de estabilidad para el esquema en lazo cerrado, por lo tanto se considera un modelo difuso de Takagi & Sugeno con las mismas premisas pero cuyas consecuencias son las funciones de transferencia a lazo cerrado en cada regla incluyendo el controlador.

El análisis de estabilidad comienza tomando como modelo nominal el esquema Takagi & Sugeno identificado originalmente (previo a la identificación de intervalos). Se busca entonces una representación en variables de estado de forma de poder aplicar el Teorema de Lyapunov sobre éste, por lo que se requiere que en cada regla se tenga un modelo de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{i0}(t) &= A_{i0}x_{i0}(t) + B_{i0}u(t) \\ y_{i0}(t) &= C_{i0}x_{i0}(t)\end{aligned}\tag{3.37}$$

donde el subíndice $i0$ indica el modelo nominal local de la regla i -ésima. Este traspaso a variables de estado se puede realizar utilizando la forma canónica controlable del sistema a partir de sus funciones de transferencia (véase Anexo A).

Dado el procedimiento de diseño de los controladores planteado en la Sección 3.5 todos los sistemas locales de intervalos son estables y en particular los sistemas nominales lo son. Por lo tanto la matriz A_{i0} posee sus valores propios en el lado izquierdo del plano complejo para $i = 1, 2, \dots, N$.

La estabilidad global del sistema nominal puede ser probada utilizando el procedimiento mostrado en el Capítulo 2, buscando una matriz P definida positiva tal que:

$$A_{i0}^T P + P A_{i0} < 0\tag{3.38}$$

Como se mencionó anteriormente este análisis es insuficiente para demostrar la estabilidad del sistema con incertidumbre paramétrica ya que solo entrega información sobre la estabilidad de solo un miembro de la familia de funciones de transferencia (la nominal). Resulta necesario entonces caracterizar la incertidumbre de una forma adecuada para ingresarla al análisis. Esto se logra definiendo matrices de intervalos caracterizadas fundamentalmente por una matriz superior y otra inferior.

Las matrices superiores e inferiores son obtenidas a partir de los parámetros inciertos de cada modelo y pueden ser escritas respectivamente como:

$$\bar{A}_i = \begin{bmatrix} \bar{a}_{i11} & \cdots & \bar{a}_{i1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{a}_{in1} & \cdots & \bar{a}_{inn} \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}_i = \begin{bmatrix} \underline{a}_{i11} & \cdots & \underline{a}_{i1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{a}_{in1} & \cdots & \underline{a}_{inn} \end{bmatrix}$$

Con esto es posible definir una matriz de intervalos $\hat{A}_i \in [\underline{A}_i, \bar{A}_i]$ con:

$$\hat{A}_i = A_{i0} + \sum_{v=1}^n \sum_{w=1}^n e_v \hat{f}_{ivw} e_w^T, |\hat{f}_{ivw}| \leq \delta_{ivw}^A, \delta_{ivw}^A = \frac{\bar{a}_{ivw} - \underline{a}_{ivw}}{2} \quad (3.39)$$

donde se tiene que:

$$A_{i0} = \frac{1}{2}(\bar{A}_i + \underline{A}_i)$$

$$e_v = [0, 0, \dots, 1, \dots, 0]^T$$

en e_v el número 1 se ubica en el v -ésimo elemento.

A partir de estas definiciones, el sistema con incertidumbre paramétrica es asintóticamente estable si existe una matriz definida positiva P tal que:

$$\hat{A}_i^T P + P \hat{A}_i < 0 \quad (3.40)$$

para todo $i \in \{1, 2, \dots, N\}$

El siguiente teorema propone las condiciones de estabilidad robusta en la forma de inecuaciones matriciales.

Teorema: Estabilidad de Sistemas Difusos con Incertidumbre de Intervalos[26].

Asuma que existen matrices $P > 0$ y $V_{iA} = \text{diag}(\lambda_{i11}, \dots, \lambda_{i1n}, \dots, \lambda_{in1}, \dots, \lambda_{inn}) > 0$ las cuales cumplen con el siguiente LMI para todo $i \in \{1, 2, \dots, N\}$:

$$\begin{bmatrix} P A_{i0}^T + A_{i0} P + E \Delta_i^A F V_{iA} F \Delta_i^A E^T & P E \\ * & -V_{iA} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.41)$$

donde:

$$\Delta_i^A = \text{diag}(\delta_{i11}^A, \dots, \delta_{in1}^A, \delta_{i12}^A, \dots, \delta_{i1n}^A, \dots, \delta_{inn}^A)$$

$E = (I_n, I_n, \dots, I_n)$ n veces, con I_n la identidad de $n \times n$

* es $(PE)^T$

y F es una matriz de permutación tal que:

$$F V_{iA} F = \text{diag}(\lambda_{i11}, \dots, \lambda_{in1}, \lambda_{i12}, \dots, \lambda_{i1n}, \dots, \lambda_{inn})$$

entonces el modelo en estudio es asintóticamente estable.

Si el controlador encontrado satisface las condiciones previamente establecidas, se puede concluir que el esquema propuesto es robustamente estable para el sistema analizado.

3.7. Discusión

En este capítulo se han presentado los conceptos fundamentales en torno a la teoría de control robusto tanto \mathcal{H}_∞ como con enfoque paramétrico, siendo este último el que presenta mayor importancia para esta tesis ya que a partir de él se diseñan los controladores difusos propuestos. Al respecto, cabe destacar que ambos enfoques consideran la incertidumbre de formas distintas, en particular, el control \mathcal{H}_∞ trabaja en el espacio de las funciones de transferencia minimizando su máxima ganancia mientras que el control robusto paramétrico presenta un concepto más bien basado en la geometría, como queda manifestado en los Teoremas de Kharitonov y su aplicación a las funciones de transferencia de intervalos.

Por otro lado, se destaca en este capítulo la presentación de la propuesta de diseño para los controladores difuso robustos, la cual considera plantas de intervalos en cada regla de un modelo difuso de Takagi & Sugeno y la obtención de un controlador para cada una de ellas. Se hace un énfasis especial en esta metodología en integrar los objetivos principales planteados para esta tesis, a saber, la obtención de controladores que posean un buen desempeño en cuanto a ciertos índices y que al mismo tiempo posean la cualidad de ser robustos ante las perturbaciones e incertidumbre en general ocasionada por el modelo que se utiliza para representar la planta en estudio. En este último punto se resalta también la extensión del análisis de Lyapunov para sistemas difusos de Takagi & Sugeno con incertidumbre paramétrica, lo cual es un aporte importante para garantizar la estabilidad global de los esquemas propuestos.

A continuación se presenta el caso de estudio para el cual son aplicados los conceptos estudiados en este capítulo, el cual corresponde a una planta de colectores solares.

4 Análisis y modelación de la planta de colectores solares

El caso de estudio que se aborda en esta tesis es una planta de colectores solares, la cual es un sistema termosolar que concentra la radiación solar mediante espejos para la generación de energía (térmica y/o eléctrica). El objetivo de estos procesos es controlar la temperatura de un fluido que circula a través de un circuito de tuberías mediante la manipulación del flujo que es inyectado al campo de colectores.

En este capítulo se presentan los aspectos fundamentales en la modelación de esta planta haciendo un énfasis especial en los desafíos que se presentan al momento de operar esta clase de sistemas. A su vez se muestran algunas consideraciones relevantes relacionadas con el simulador que fue desarrollado para analizar su comportamiento y se realiza una revisión de varios trabajos relacionados con el control de estos procesos.

4.1. Control avanzado en plantas solares

En esta sección se revisa la bibliografía relacionada con el control de la planta de colectores descrita en [59], destacando los principales aportes de estos trabajos y su relación con la presente tesis.

Dado que la energía proveniente del Sol presenta variaciones estacionales y diarias, y que el proceso en sí se ve afectado por diversas perturbaciones, los controladores clásicos no siempre son la mejor alternativa para lograr un buen aprovechamiento del recurso renovable. Ante esta situación, diversos autores han implementado en la planta solar una amplia gama de estrategias de control que buscan atacar este problema de una forma más eficiente, siendo muchos de estos trabajos referenciados en [60] y [61], donde se muestra una reseña de los estudios realizados en el campo de colectores solares.

En vista de la dinámica no lineal de este proceso, diversas estrategias de control avanzado han sido seleccionadas para su implementación en la planta de colectores solares. En este ámbito destacan los esquemas de control adaptable, el cual toma en cuenta las variaciones que ocurren en el sistema debido a perturbaciones modificando sus parámetros consecuentemente. El controlador PI autoajustable presentado en [62] por Camacho et al. es un ejemplo de este tipo de esquemas, el cual aplica este enfoque de manera simple y efectiva. Por su parte en [63] se presenta esta estrategia combinada con un control predictivo, la cual posee la ventaja de utilizar un modelo simplificado de la planta cuyos parámetros son identificados robustamente en tiempo real.

El control óptimo (LQG) también ha sido aplicado en la planta de colectores solares [64]. En efecto, la adición de restricciones en la acción de control (representada como el flujo de aceite bombeado al campo de colectores) es una opción atractiva cuando se requiere maximizar la generación total de energía. Sin embargo se debe hacer énfasis en que el esquema propuesto en este trabajo es bastante sensible a la incertidumbre por lo que surge la necesidad de identificar un modelo lineal que se aproxime con la mayor precisión posible al comportamiento real de la planta. Por otra parte en [65] este enfoque (LQG) ha sido implementado para encontrar un control robusto con un desempeño aceptable para diferentes puntos de operación, lo cual es una característica deseable considerando las perturbaciones y dinámica del sistema como se ha mencionado anteriormente.

El hecho de añadir restricciones a diferentes aspectos de la operación de la planta de colectores solares ha motivado también el uso de la teoría de control predictivo combinado con diversos enfoques. Una muestra de ello se da en [66], donde se utiliza una red neuronal para representar el comportamiento del proceso mientras un controlador predictivo no lineal basado en este modelo es implementado para controlarlo considerando esquemas adaptables indirectos (con estimación online de parámetros) y esquemas no adaptables. Por otro lado en [67] Torrico et al. presenta una estrategia de control predictivo robusto basada en la estructura de un compensador de tiempo muerto (predictor de Smith) el cual permite trabajar con los retardos presentes en la planta de colectores y sus perturbaciones.

Los modelos y controladores basados en la lógica difusa han sido desarrollados para este proceso debido a su capacidad de capturar la dinámica no lineal de los sistemas, como fue mencionado en capítulos anteriores. Esquemas de tipo Mamdani, es decir, que ocupan conocimiento experto del proceso en términos de variables lingüísticas, han sido aplicados a la planta solar en [68] y [69] con buenos resultados. En [68] se ocupa un conjunto de reglas basadas en conocimiento experto de la planta para caracterizar la salida del sistema y la señal de control, mientras que en [69] se utiliza un controlador PI incremental para la señal de entrada. Ambos enfoques simplifican el tratamiento de la dinámica no lineal del proceso. Esquemas difusos, pero de mayor complejidad también han sido considerados como se muestra en [70] donde se diseña un controlador predictivo a partir de una optimización difusa. En este caso una caracterización difusa de restricciones y objetivos de control basado en el conocimiento experto del operador de la planta es analizada. Modelos y controladores difusos del tipo Takagi & Sugeno también han sido propuestos para este sistema como en el caso presentado por Morales et al. en [71] donde se utiliza este tipo de modelos para diseñar un controlador predictivo a nivel supervisor, es decir, considerando como sistema a identificar la planta de colectores solares junto a un controlador clásico que actúa sobre ella.

Finalmente, en el ámbito del control robusto también existen desarrollos a destacar. En [72] Corchero et al. implementan un controlador \mathcal{H}_∞ en el campo de colectores solares, planteando el problema desde la sensibilidad mixta, es decir, buscando maximizar tanto el rechazo de perturbaciones como el seguimiento de referencias. En este trabajo sin embargo se utiliza un modelo ARX bastante simple para representar todo el comportamiento del proceso lo cual, pese a la condición robusta del controlador propuesto, puede afectar el desempeño del esquema. Por otro lado Cirre et al. propone en [73] el uso de la teoría QFT (descrita en la Sección 3.3.1) para controlar la planta de colectores asegurando así un buen desempeño y la robustez del esquema. En este caso el modelo seleccionado para el proceso es un sistema de segundo orden en tiempo continuo con una frecuencia natural y ganancia DC inciertas pero acotadas en un cierto intervalo. Nuevamente es posible observar que se utiliza un modelo lineal para aproximar el comportamiento de la planta lo cual puede agregar mucha incertidumbre en términos de errores de modelación perjudicando el comportamiento del controlador en cuanto a las perturbaciones que lo afectan.

Como se puede apreciar en los trabajos analizados, existe una gran gama de desarrollos relacionados con la planta de colectores solares. Pese a ello, aspectos como el modelamiento de la incertidumbre en este proceso a través de identificación difusa de Takagi & Sugeno no han sido abordados. A su vez, si bien existen varios trabajos que buscan un desempeño robusto de la planta a través de los controladores derivados en ellos, este tópico no ha sido cubierto completamente en términos del control robusto paramétrico ni tampoco con el enfoque de control difuso robusto propuesto en esta tesis. Ante esto cabe destacar el aporte que significa diseñar los controladores que se proponen en este trabajo y validar su uso en la planta de colectores solares.

En lo siguiente se presenta una descripción del funcionamiento de la planta de colectores solares junto con aspectos importantes relacionados con la identificación de ésta y la caracterización de su incertidumbre.

4.2. Descripción del proceso

A diferencia de las tecnologías fotovoltaicas como los paneles solares, que transforman la energía solar directamente en energía eléctrica a partir de procesos fotoeléctricos, las plantas de colectores solares caen en la clasificación de tecnologías de concentración solar, las cuales se caracterizan por ser usadas como una forma indirecta de producir energía eléctrica a través de procesos termodinámicos. En ese sentido, una planta de colectores solares parabólicos está conformada por una serie de espejos cilindro-parabólicos los cuales concentran la radiación solar sobre un tubo receptor, calentando el fluido que circula a través de él. Este fluido puede transmitir la energía térmica mediante un intercambiador de calor produciendo vapor, el cual es turbinado en una planta de ciclo combinado para la generación de electricidad, o puede ser utilizado para generar calor en otro proceso.

En esta tesis se considera la planta de colectores solares de Almería, la cual es la base del simulador desarrollado y que consta de 480 colectores (espejos) distribuidos en 20 filas que conforman 10 circuitos paralelos, cada uno de una longitud de 172 metros en los cuales los 142 metros iniciales corresponden a la zona activa de la planta y los 30 metros restantes a la zona pasiva, entendiéndose por zona activa aquella sección que recibe radiación solar y donde actúan los espejos parabólicos mientras que la parte pasiva es aquella que no recibe radiación solar y donde además el coeficiente de pérdidas de calor es mucho menor.

El fluido usado para transportar la energía térmica en este proceso es Santotherm 55 el cual es un aceite sintético que permite trabajar con temperaturas superiores a los 300 [°C] sin descomponerse. Posee una baja conductividad térmica y su densidad es altamente dependiente de la temperatura como se verá en las secciones posteriores.

El aceite térmico que circula por los tubos receptores, situados en la línea focal de los espejos, proviene de la parte inferior de un tanque de almacenamiento, en donde dicho aceite se encuentra térmicamente estratificado de forma natural (efecto termoclino). Como forma de sintetizar lo expresado anteriormente, la Figura 4.1 muestra un esquema de las partes principales de este sistema.

Desde el punto de vista de control, la variable manipulada de este sistema es el flujo de aceite impulsado por la bomba mientras que la variable controlada es la temperatura del fluido al final del circuito. Por otro lado las principales perturbaciones que actúan sobre esta planta son la radiación solar $I(t)$, la temperatura de entrada al campo de colectores $T_{in}(t)$ y la temperatura ambiente $T_{amb}(t)$.

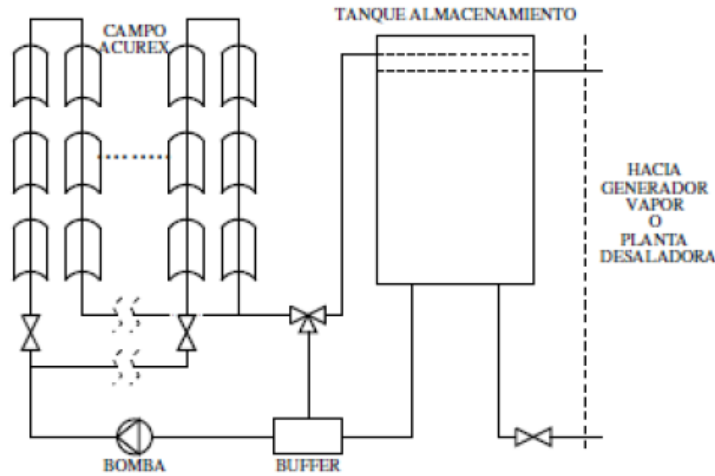


Figura 4.1: Campo de colectores solares [2]

Cabe destacar que la principal fuente de energía de este proceso es la radiación solar, la cual evidentemente no es una variable que se pueda manipular. Este último aspecto representa un gran desafío ya que se debe encontrar una estrategia de control adecuada que permita aprovechar de la mejor forma posible la radiación con la que se dispone, siendo esto importante tanto en lo ambiental como en lo económico. En efecto, dado que usualmente las plantas de colectores solares son utilizadas como complemento para la generación de vapor en procesos de ciclo combinado, toda la producción de vapor proveniente del campo representa un ahorro en el combustible que normalmente sería necesario utilizar en una planta de ciclo combinado sin esta tecnología. Por lo tanto, esto se traduce en una reducción de gases emitidos a la atmósfera y un ahorro económico al reducir el uso del combustible.

A continuación se presentan los temas fundamentales en la modelación de una planta de colectores solares, los cuales tienen gran importancia en el diseño del simulador para representar su dinámica.

4.3. Modelación de la planta solar

La literatura relacionada con el diseño de modelos para la planta solar es extensa y depende generalmente del tipo de controlador que se desee utilizar sobre el proceso. En este sentido destaca el modelo fenomenológico derivado por Ricardo Carmona en [59], el cual queda determinado por un sistema de ecuaciones en derivadas parciales. Sin embargo se han desarrollado otros modelos que son simplificaciones del anterior como el bilineal presentado en [85] para el desarrollo de un control adaptable no lineal, o el modelo de resonancias en [6], el cual es de tipo caja gris, es decir, presenta parámetros que deben ser ajustados a los datos pero el esquema tiene una interpretación física.

Para este trabajo y en particular para el desarrollo del simulador, se ha optado por utilizar el modelo fenomenológico del campo de colectores solares pues es el que representa de manera más fiel la dinámica no lineal del proceso. Por lo tanto, a continuación se presentan los aspectos más importantes de esta modelación.

4.3.1. Modelo fenomenológico

Para el planteamiento del modelo fenomenológico de la planta de colectores solares, se destacan los siguientes supuestos [6]:

- El flujo de calor incidente en cada intervalo se considera radialmente uniforme e igual al flujo medio.
- La variación radial de la temperatura en las paredes del tubo de absorción se considera despreciable ya que son paredes finas de buena conductividad térmica.
- El flujo de aceite y la irradiación son funciones del tiempo y en cada instante son las mismas para cada elemento irradiado (fluido incompresible).
- La conducción axial de calor en las paredes del tubo y en el fluido se consideran despreciables.

Tomando en consideración los puntos anteriores, las ecuaciones que sirven como base para simular la planta colectores solares provienen de establecer balances energéticos entre los distintos elementos que interactúan, siendo estos expresadas como [6]:

$$\begin{aligned}\rho_m c_m A_m \frac{\partial T_m}{\partial t} &= I \eta_0 D - H_l G (T_m - T_{amb}) - L H_t (T_m - T_f) \\ \rho_f c_f A_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + \rho_f c_f \dot{V} \frac{\partial T_f}{\partial x} &= L H_t (T_m - T_f)\end{aligned}\quad (4.1)$$

donde los subíndices m y f corresponden al metal (de la tubería) y el fluido respectivamente y además ρ es la densidad, c es la capacidad térmica, A es el área de sección transversal, T es la temperatura de salida, T_{amb} es la temperatura ambiente, η_0 es la eficiencia óptica de los espejos y D su apertura, G es el diámetro de las tuberías, I es la radiación solar, L es el diámetro interno de las tuberías, H_l es el coeficiente de pérdida termal total, H_t es el coeficiente de transferencia convectiva de calor al interior de la tubería, \dot{V} es el flujo volumétrico (HTF: heat transfer fluid) y las variables t, x representan el tiempo y el espacio respectivamente. Cabe destacar que todas las variables descritas son funciones del tiempo y del espacio, siendo de especial interés $T_f(end, t)$, es decir la temperatura del aceite en el segmento final de las tuberías, ya que es la variable que se desea controlar en este sistema.

Las expresiones dadas en 4.1 se utilizan para simular la zona activa de la planta. Las expresiones que describen el comportamiento pasivo son similares salvo que la radiación solar es nula.

El modelo 4.1 simula la distribución de la temperatura tanto en el tubo de absorción como en el fluido HTC a lo largo de todo el circuito de tuberías dado un punto en el espacio y un cierto instante de tiempo. A su vez se debe considerar que tanto el aceite como las paredes de los tubos están diseñados a partir de materiales destinados a mejorar el desempeño del sistema. En efecto, para el caso del HTF se tiene un fluido especial que cambia tanto su densidad ρ_f como su capacidad térmica c_f en función de la temperatura. Esto es útil para su almacenamiento en el tanque de recirculación y mientras opera la planta de colectores. Las expresiones matemáticas que dan cuenta de esta relación para ρ_f y c_f respectivamente son:

$$\rho_f(T_f(x, t)) = 903 - 0.672 \cdot T_f(x, t) \text{ [kg/m}^3\text{]}\quad (4.2)$$

$$c_f(T_f(x, t)) = 1820 + 3.478 \cdot T_f(x, t) \text{ [J/(kg}^\circ\text{C)]}\quad (4.3)$$

las cuales son obtenidas a partir de ajustes de datos entregados por el fabricante.

Por otro lado el coeficiente de transferencia convectiva de calor al interior de la tubería H_t puede ser expresado como una función del flujo \dot{V} como $H_t = H_v \dot{V}^{0.8}$ considerando:

$$H_v(T_f(x, t)) = 2.17 \cdot 10^6 - 5.01 \cdot 10^4 T_f + 4.53 \cdot 10^2 T_f^2 - 1.64 T_f^3 + 2.1 \cdot 10^{-3} T_f^4 \quad (4.4)$$

Finalmente el coeficiente de pérdida térmica global H_l se calcula a partir de pruebas realizadas en la planta ACUREX teniéndose que:

$$H_l = 0.00249 \Delta \bar{T} - 0.06133 [W/(m^2 \text{ } ^\circ C)] \quad (4.5)$$

donde $\Delta \bar{T}$ es una diferencia de temperaturas que considera el promedio entre las temperaturas de entrada y salida al campo de colectores solares y la temperatura ambiente. Es decir:

$$\Delta \bar{T} = \frac{T_f(\text{end}, t) - T_{in}}{2} - T_{amb} \quad (4.6)$$

donde T_{in} es la temperatura del aceite que ingresa al campo de colectores solares, es decir $T_{in} = T_f(1, t)$. En lo que sigue se denotará por simplicidad $T_f(\text{end}, t) = T_f$ para denotar la variable controlada del sistema (temperatura del aceite al final de su recorrido por el campo).

4.3.2. Controlador Feedforward

A partir de la expresión 4.1 es posible constatar que la salida del proceso se ve afectada por perturbaciones ambientales como la radiación solar, temperatura ambiente y temperatura del aceite de entrada al campo de colectores. En vista de esta situación, la acción de la variable de entrada al campo de colectores solares (flujo de aceite, \dot{V}) por sí sola puede resultar insuficiente para llevar el proceso a un punto de operación fijo en régimen permanente. En efecto, si se considerara un flujo constante de aceite como entrada al campo de colectores se observaría que la temperatura del aceite al final de la tubería seguiría una curva similar al perfil de radiación. Esto es un inconveniente si se desea identificar un modelo a partir de datos de la planta solar ya que la respuesta del sistema estaría más afectada por perturbaciones que por la acción de control misma.

Dado que las perturbaciones mencionadas anteriormente son medibles, se propone la construcción de un bloque de prealimentación (feedforward) que ocupe esta información para neutralizar estos cambios y lograr establecer las correcciones necesarias al flujo de aceite para que la temperatura de salida permanezca en un cierto punto de operación [6].

Los controladores feedforward son bastante utilizados en la industria para corregir los efectos causados por perturbaciones medibles que actúan externamente a un proceso. Para el caso de la planta solar, el bloque de prealimentación podría considerar factores como el día solar y juliano, la temperatura de referencia, temperatura de entrada y temperatura de ambiente sumados a la radiación solar existente en el momento, de forma tal de poder tomar una determinación del flujo de aceite que se le debe exigir a la bomba que suministre al sistema para cumplir con la referencia establecida, como es el controlador propuesto en [59]. Por otro lado, otros esquemas más sencillos

son presentados en [62] donde el algoritmo considera solo la radiación solar directa, la temperatura de entrada y la temperatura de salida al campo de colectores mediante la relación:

$$(T_f - T_{in})\dot{V} = 0.7869I - 0.485(T_f - 151.5) - 80.7 \quad (4.7)$$

donde no se ha considerado la temperatura ambiente porque su impacto en la salida no es muy notorio y durante la mayoría de los experimentos tiene una variación despreciable con respecto a las otras temperaturas involucradas.

Existen dos enfoques para agregar el bloque de prealimentación al esquema de control: la compensación en paralelo y la compensación en serie. Ambos son presentados en la Figura 4.2.

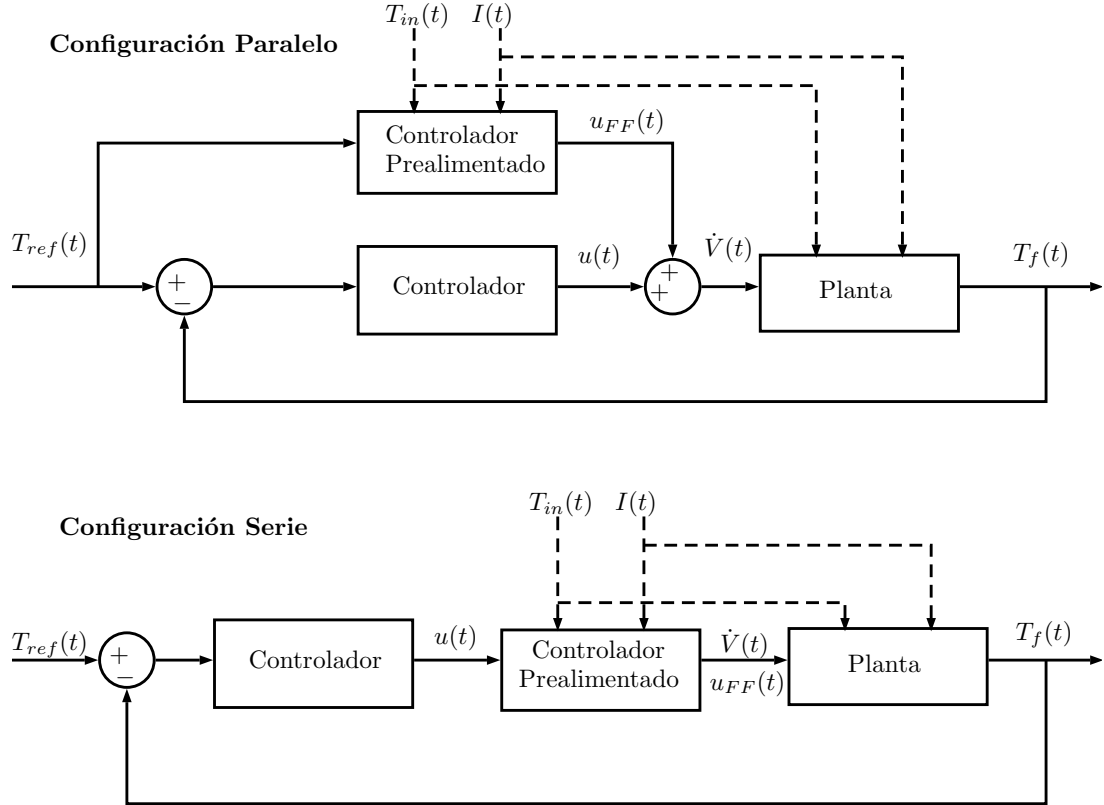


Figura 4.2: Configuraciones para la implementación de bloque de prealimentación

En el caso de la compensación en paralelo la salida del bloque de prealimentación, considerando la expresión en 4.7, viene dada por:

$$u_{FF} = \frac{0.7869I - 0.485(T_{ref} - 151.5) - 80.7}{T_{ref} - T_{in}} \quad (4.8)$$

donde T_{ref} representa la temperatura de referencia para el aceite que sale del campo de colectores.

Por otra parte para la compensación serie se tiene la siguiente expresión para la salida del bloque:

$$u_{FF} = \frac{0.7869I - 0.485(u - 151.5) - 80.7}{u - T_{in}} \quad (4.9)$$

donde u representa en este caso una temperatura de referencia para el controlador feedforward, que en adelante se denotará T_{ref} , y u_{FF} es igual al flujo de aceite que se le exige suministrar a la bomba.

Al comparar ambos enfoques de control prealimentado, se tiene que la compensación serie presenta menos oscilaciones en el flujo de HTF que en el caso de compensación paralela y además, puede ser considerado como parte de la planta. El modelo resultante tiene una ganancia aproximadamente unitaria y las linealidades estáticas son canceladas [6].

En vista de lo anterior, para este trabajo se ha optado por ocupar la configuración serie del bloque de prealimentación ya que ha sido ampliamente utilizada en experimentos realizados en la planta solar.

4.3.3. Simulador de la planta de colectores solares

Como se ha establecido en las secciones previas, las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de un campo de colectores solares son un conjunto de expresiones complejas que involucran varias variables que en muchos casos están acopladas y son altamente dependientes unas de otras. Es por esto que para tratar con este sistema y llevar a cabo las pruebas se diseña un simulador en ambiente MATLAB/Simulink basado en las ecuaciones vistas en la Sección 4.3.2. Dicho simulador se elabora a partir de trabajos como [59] y además de otra plantilla diseñada previamente y cuya información se encuentra en [2].

Como se muestra en la Figura 4.3 el esquema construido consta de tres partes: el bloque de prealimentación descrito en la Sección 4.3.2, la planta de colectores solares la cual es representada por un subsistema que calcula para cada intervalo de tiempo y espacio las temperaturas del aceite y del tubo metálico; y finalmente un bloque que simula el comportamiento de la bomba. Este último elemento se modela como un sistema de segundo orden cuya entrada es el flujo demandado a la bomba y su salida es el flujo que efectivamente se obtiene de ella. La razón para hacer esto es que el motor no reacciona instantáneamente a las órdenes recibidas desde el controlador feedforward, presentando algunos retardos que finalmente suavizan su respuesta.

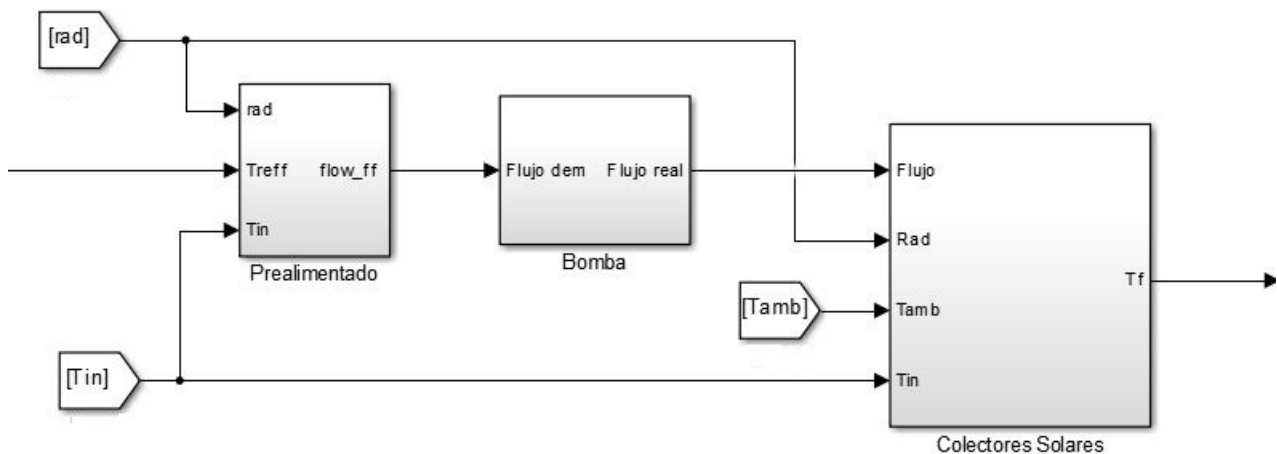


Figura 4.3: Simulador de la planta de colectores solares en Simulink

Finalmente, para resolver el sistema de ecuaciones no lineal de parámetros distribuidos presentado

en 4.1, se utiliza el método de diferencias finitas en intervalos de 0.25 segundos y segmentos de 1 metro de longitud.

A continuación este simulador es utilizado para realizar tanto la identificación del sistema como para probar diversas estrategias de control y comparar su desempeño.

4.4. Identificación difusa en tiempo continuo

El sistema que se desea identificar es el conjunto formado por la planta solar y el bloque de prealimentación (Feedforward) como se muestra en la Figura 4.4. Esto se debe a los buenos resultados que se obtiene utilizando este enfoque, como queda demostrado en diversos trabajos como por ejemplo en [63] y [74], entre otros.

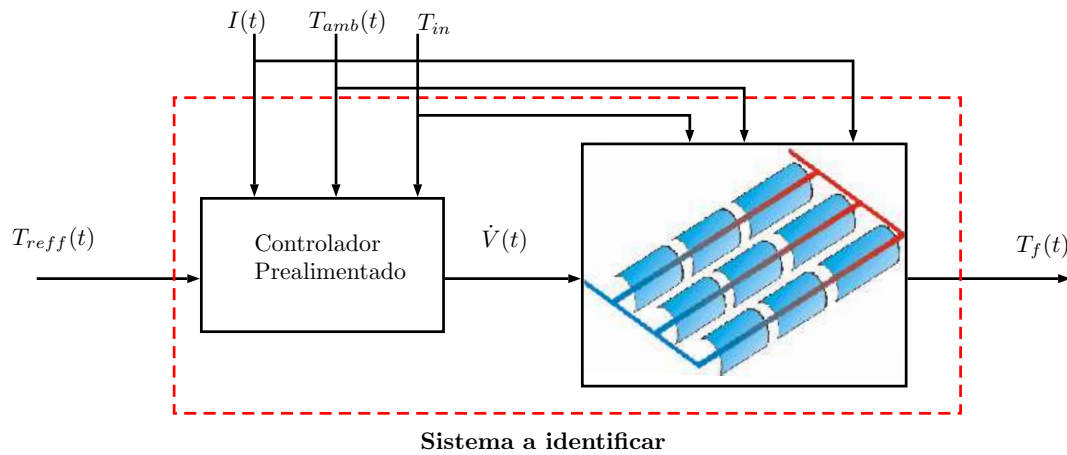


Figura 4.4: Esquema del proceso que se desea identificar

Para realizar la identificación de un modelo Takagi & Sugeno en tiempo continuo utilizando SVF, como fue descrito en la Sección 2.2, se requiere conocer el ancho de banda aproximado del proceso de manera de poder sintonizar adecuadamente el parámetro λ del filtro mostrado en la expresión 2.28. Para ello, se realizan varias pruebas sobre el simulador de la planta de colectores solares utilizando entradas a distintas frecuencias, de modo de establecer su diagrama de Bode.

En vista de que la planta presenta un comportamiento no lineal, esta prueba se realiza en puntos de operación significativos para este estudio abarcándose con esto de mejor forma la dinámica del proceso. En particular se consideran rangos de operación bajo, medio y alto (para las pruebas realizadas), con lo cual se obtiene el diagrama de Bode mostrado en la Figura 4.5.

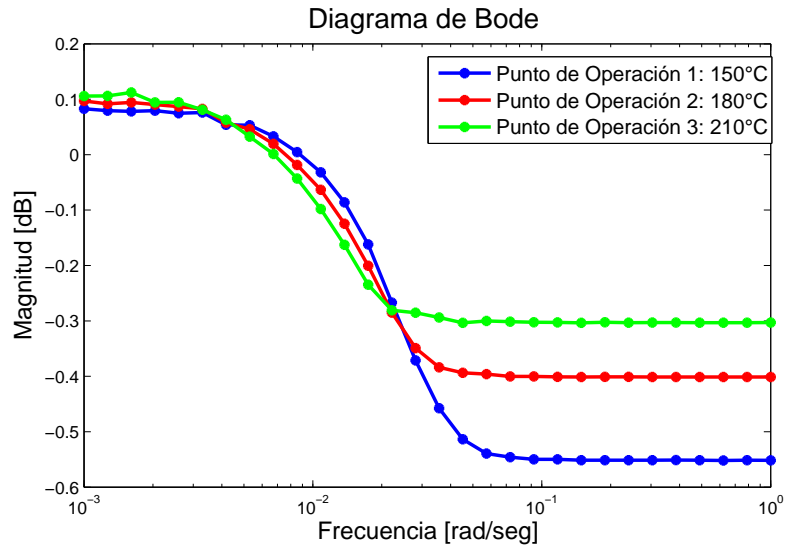


Figura 4.5: Diagrama de Bode para la Planta de Colectores Solares

A partir de la Figura 4.5 es posible notar que el mayor ancho de banda del sistema ocurre cuando la planta opera a $150[^\circ C]$. Este ancho de banda corresponde aproximadamente a $b = 0.11[rad/seg]$.

A su vez, como fue mencionado anteriormente, la planta presenta el comportamiento de un sistema de bajo orden. Dado esto para el experimento de identificación el mayor orden de las derivadas consideradas es $n = 2$. Finalmente, el parámetro λ es sintonizado como 2 veces el ancho de banda con lo cual el filtro $L(s)$ queda dado por:

$$L(s) = \left(\frac{0.22}{s + 0.22} \right)^2 \quad (4.10)$$

Considerando el método descrito en la Sección 2.2 el esquema para la identificación se construye según lo mostrado por la Figura 4.6:

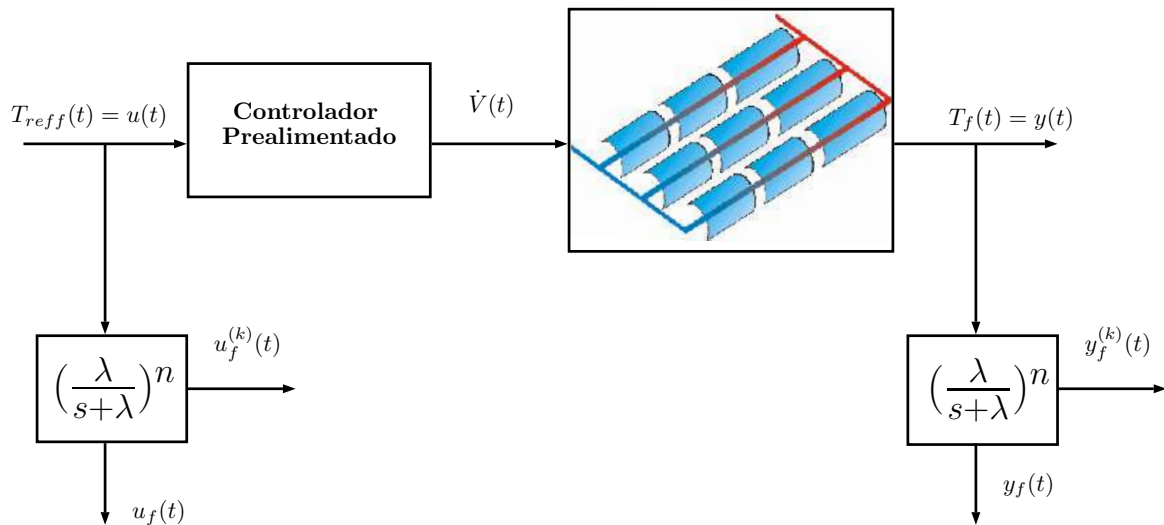


Figura 4.6: Identificación de planta solar utilizando SVF

Como se observa en el esquema anterior la variable manipulada del sistema a identificar es la temperatura de referencia al bloque de prealimentación $T_{ref}(t)$ y la variable que se desea controlar es la temperatura del aceite al final del campo de colectores, descrita como $T_f(t)$ en el diagrama anterior.

Una vez establecidos los parámetros del filtro se procede a diseñar una señal de entrada de forma tal que el experimento de identificación sea informativo. Para ello se utilizan los conceptos presentados en la Sección 2.1. Dado lo anterior se determinan las frecuencias máxima y mínima del sistema de forma tal que la señal de identificación obtenga datos suficientes de los transientes y estados estacionarios del proceso. Para la planta solar, en su condición de sistema lento, se tiene que dichas frecuencias vienen dadas por $f_{max} = 1/3200[Hz]$ y $f_{min} = 1/3600[Hz]$, lo cual sumado a un tiempo de muestreo de 39 segundos entrega un orden para la APRBS a utilizar aproximadamente igual a 3.

A su vez, para abarcar varios puntos de operación, se modula dicha APRBS en 6 niveles entre $150[^\circ C]$ y $210[^\circ C]$. El set de datos obtenidos con estas especificaciones se muestra en la Figura 4.7.

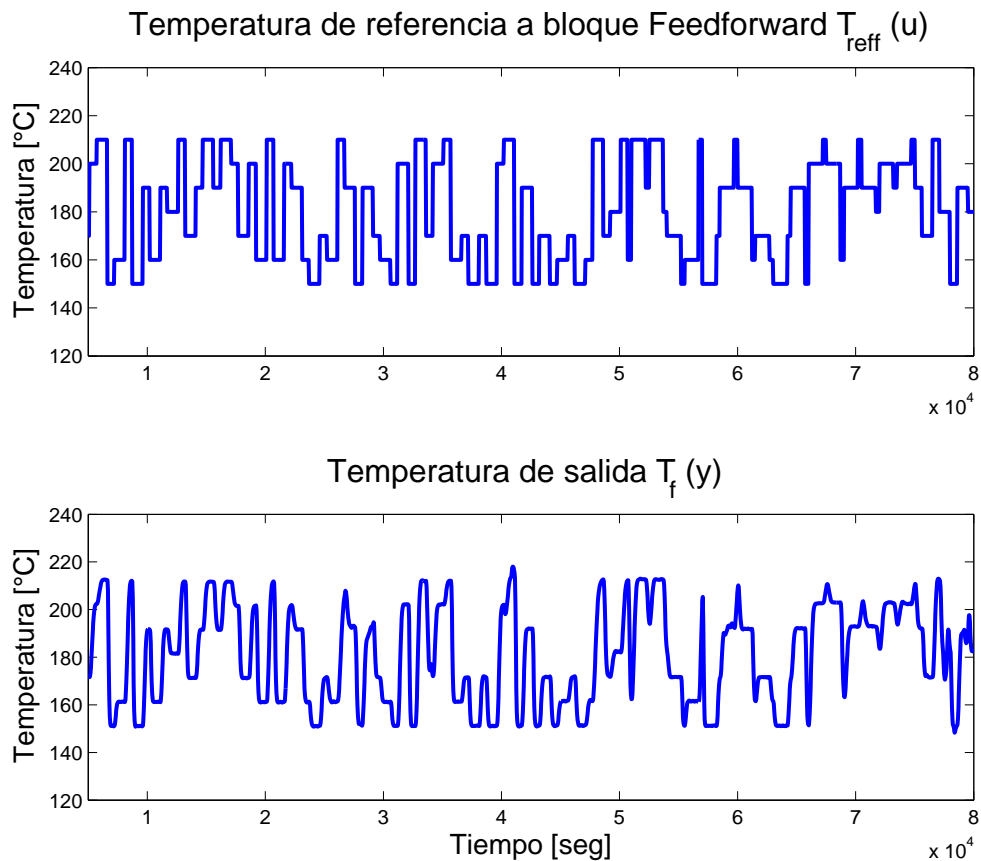


Figura 4.7: Experimento de identificación. Arriba: Señal de entrada. Abajo: Respuesta del sistema

Los datos mostrados en la Figura 4.7 son utilizados para identificar modelos difusos y lineales, y en particular, son usadas las señales extraídas a partir del filtro $L(s)$ mostrado en 4.10.

De esta forma, para el caso de la identificación difusa, se consideran clusters para las derivadas filtradas tanto de la salida como de la entrada ($y_f^{(n)}$ y $u_f^{(n)}$ respectivamente), obteniéndose con ello

las premisas para cada regla del modelo Takagi & Sugeno.

Por otro lado, las consecuencias de los modelos locales quedan escritas, en general, de la siguiente forma:

$$y_f(t) = -\theta_1 \dot{y}_f(t) - \dots - \theta_n y_f^{(n)}(t) + \theta_{n+1} u_f(t) + \dots + \theta_{n+m-1} u_f^{(n)}(t) \quad (4.11)$$

o en términos de funciones de transferencia:

$$H(s) = \frac{\theta_{n+m-1} s^m + \dots + \theta_{n+1}}{\theta_n s^n + \dots + \theta_1 s + 1} \quad (4.12)$$

Después del proceso de identificación se selecciona el mejor modelo en términos del error cuadrático medio (MSE) de cada uno de ellos a partir del conjunto de test.

Utilizando el procedimiento de optimización de estructura descrito en el Capítulo 2 se tiene que para el caso de la planta solar el modelo seleccionado resulta ser uno de 4 reglas en las cuales se tiene un sistema de primer orden, es decir:

R^i : Si $\dot{y}_f(t)$ es A_1^i y $u_f(t)$ es B_2^i entonces:

$$H^i(s) = \frac{\theta_2^i}{\theta_1^i s + 1} \quad (4.13)$$

para $i \in \{1, 2, 3, 4\}$, donde $y_f(t)$ corresponde en este caso a la temperatura de salida del aceite (T_f en su versión filtrada) y $u_f(t)$ a la temperatura de referencia para el bloque feedforward (T_{ref} también filtrada).

Entonces el modelo difuso con las funciones de pertenencia de cada regla que se muestran en las Figuras 4.8 y 4.9 es:

R^1 : Si $\dot{y}_f(t)$ es A_1^1 y $u_f(t)$ es B_2^1 entonces:

$$H^1(s) = \frac{1.0113}{135.1766s + 1}$$

R^2 : Si $\dot{y}_f(t)$ es A_1^2 y $u_f(t)$ es B_2^2 entonces:

$$H^2(s) = \frac{1.0242}{81.8418s + 1}$$

R^3 : Si $\dot{y}_f(t)$ es A_1^3 y $u_f(t)$ es B_2^3 entonces:

$$H^3(s) = \frac{0.9924}{164.5447s + 1}$$

R^4 : Si $\dot{y}_f(t)$ es A_1^4 y $u_f(t)$ es B_2^4 entonces:

$$H^4(s) = \frac{1.0119}{118.0959s + 1} \quad (4.14)$$

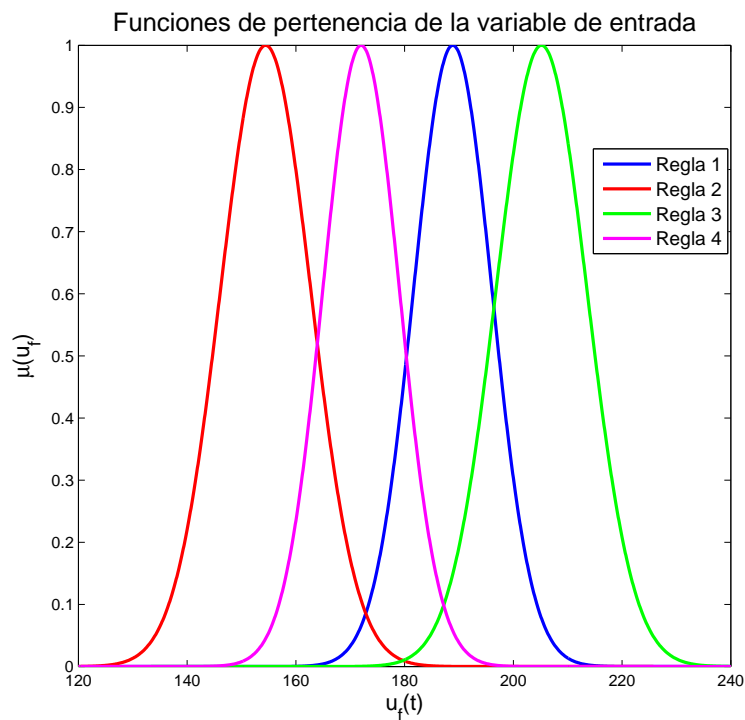


Figura 4.8: Funciones de pertenencia para la entrada filtrada u_f

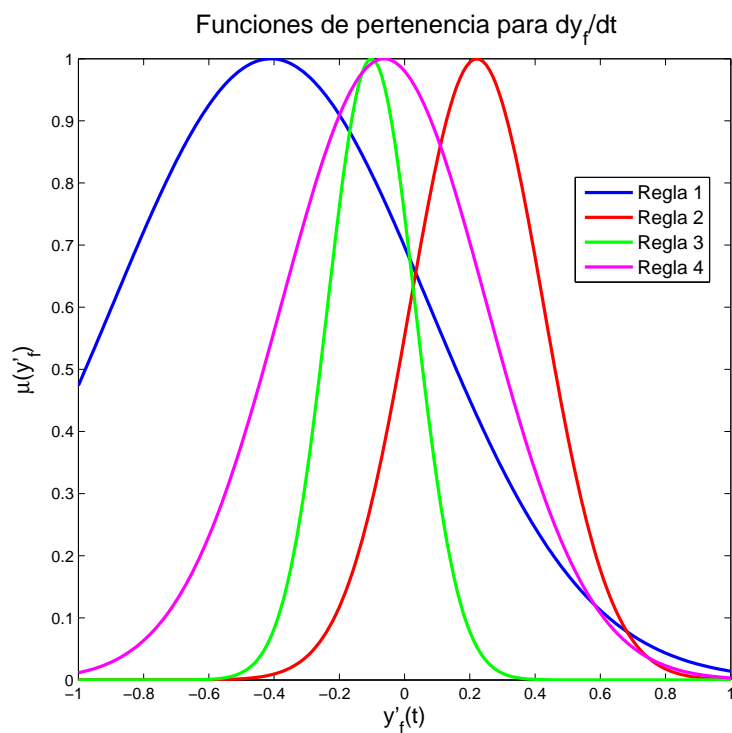


Figura 4.9: Funciones de pertenencia para la salida derivada filtrada \dot{y}_f

Se puede distinguir con facilidad, sobre todo en la Figura 4.8, que los puntos de operación del sistema en términos de la entrada fueron identificados con precisión según el experimento de

identificación realizado. A su vez del gráfico en la Figura 4.9 puede apreciarse que el sistema es lento ya que la derivada de la temperatura de salida presenta valores más cercanos a cero.

El desempeño del modelo identificado en el conjunto de validación se puede apreciar en la Figura 4.10:

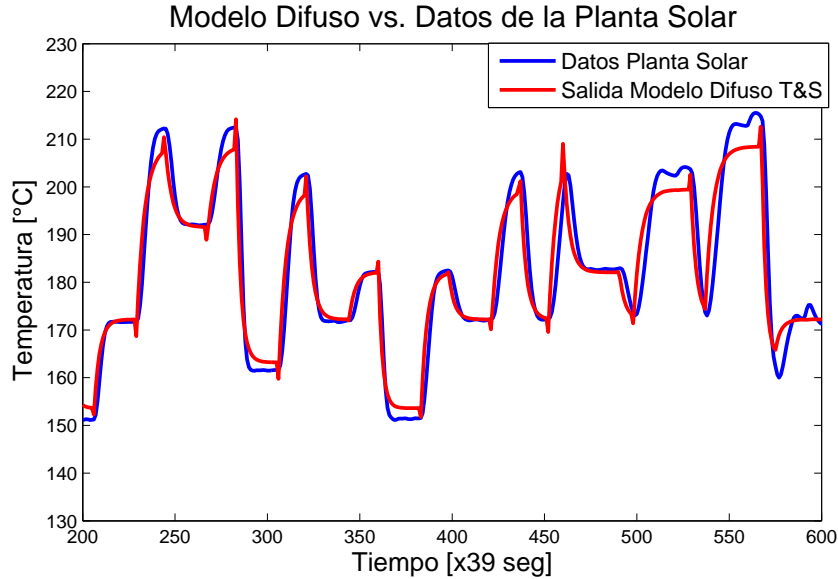


Figura 4.10: Desempeño del Modelo Difuso de la Planta Solar

Al respecto se observa que el modelo logra una buena representación del comportamiento de la planta real. En efecto, el error entre la respuesta original y la simulada es pequeño teniéndose un RMSE de entrenamiento de $4.8394[^\circ C]$ y uno de validación de $5.1641[^\circ C]$.

Para comparar el desempeño del esquema difuso presentado se identifica un modelo lineal utilizando SVF, para el cual se obtiene la siguiente función de transferencia:

$$H(s) = \frac{0.001}{s^2 + 0.1353s + 0.001} \quad (4.15)$$

El RMSE del conjunto de validación de este esquema resulta ser de $6.374[^\circ C]$, superior a los $5.1641[^\circ C]$ obtenidos al utilizar el modelo difuso identificado anteriormente, con lo cual se concluye sobre la ventaja de utilizar esquemas difusos para representar la dinámica de la planta de colectores solares.

A continuación, para representar la incertidumbre asociada a la identificación y perturbaciones de la planta solar, se presenta la identificación de intervalos difusos para el proceso.

4.5. Identificación de intervalos difusos

Como fue mencionado anteriormente la incertidumbre en un modelo puede ser explicada fundamentalmente por las perturbaciones que lo afectan y los errores propios del proceso de identificación.

En el caso de la planta de colectores solares la principal perturbación que actúa es la radiación solar, la cuál varía a lo largo del día debido al movimiento natural del Sol sobre el cielo y a las condiciones meteorológicas. Otros factores involucrados son la temperatura del aceite que ingresa al proceso y la temperatura ambiente. Todas estas perturbaciones actúan durante el funcionamiento de la planta y están presentes durante su identificación.

Para tomar en cuenta estos elementos en la modelación del proceso se utiliza una identificación de intervalos difusos utilizando el método de la covarianza [18]. De esta forma, según lo visto en el Capítulo 2, se encuentra un intervalo de confianza del 95 % para la temperatura de salida del aceite.

Utilizando como referencia la Tabla 3.1, un intervalo de confianza al 95 % implica que $\beta = 2$. Con esto es posible escribir el modelo de la planta solar como un esquema Takagi & Sugeno con funciones de transferencia de intervalos. Los parámetros de este modelo son, para cada regla:

R^1 : Si $\dot{y}_f(t)$ es A_1^1 y $u_f(t)$ es B_2^1 entonces:

$$H^1(s) = \frac{\theta_2^1}{\theta_1^1 s + 1}$$

$$\theta_1^1 \in [126.7, 143.7], \theta_2^1 \in [1.009, 1.014]$$

R^2 : Si $\dot{y}_f(t)$ es A_1^2 y $u_f(t)$ es B_2^2 entonces:

$$H^2(s) = \frac{\theta_2^2}{\theta_1^2 s + 1}$$

$$\theta_1^2 \in [77.83, 85.86], \theta_2^2 \in [1.022, 1.027]$$

R^3 : Si $\dot{y}_f(t)$ es A_1^3 y $u_f(t)$ es B_2^3 entonces:

$$H^3(s) = \frac{\theta_2^3}{\theta_1^3 s + 1}$$

$$\theta_1^3 \in [156.3, 172.8], \theta_2^3 \in [0.9897, 0.995]$$

R^4 : Si $\dot{y}_f(t)$ es A_1^4 y $u_f(t)$ es B_2^4 entonces:

$$H^4(s) = \frac{\theta_2^4}{\theta_1^4 s + 4}$$

$$\theta_1^4 \in [111.7, 124.5], \theta_2^4 \in [1.01, 1.014] \quad (4.16)$$

Los resultados de la implementación de estos intervalos son mostrados en la Figura 4.11:

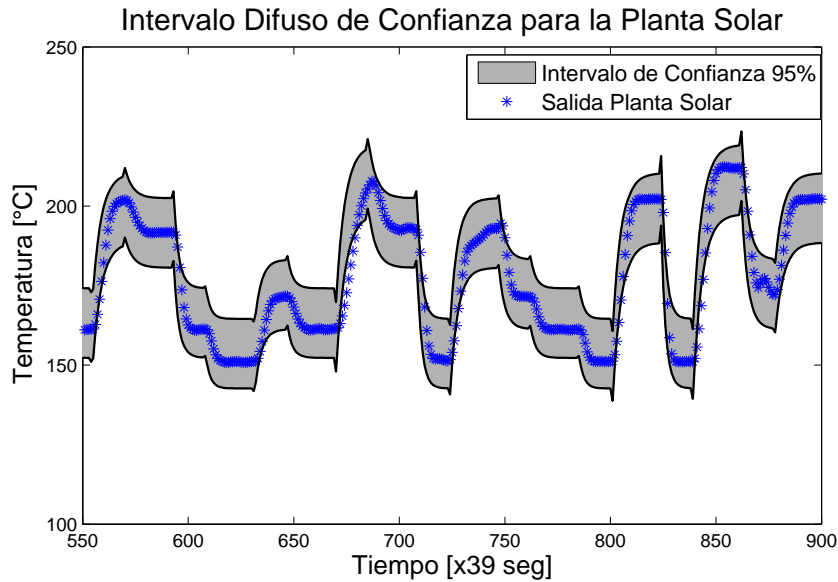


Figura 4.11: Intervalo difuso con 95 % de confianza

Como se aprecia en el gráfico anterior, los intervalos cubren la mayor parte de los datos utilizados en su identificación. Cabe destacar que mientras mayor sea la probabilidad de cobertura exigida más amplios serán los intervalos, lo cual a su vez determinará mayores rangos para los coeficientes de las funciones de transferencia en cada regla del modelo difuso al aumentar el valor de β .

4.6. Discusión

En este capítulo se han revisado varios conceptos relacionados con la operación de una planta de colectores solares. A partir de trabajos existentes en la literatura sobre este sistema, se puede concluir que la dinámica no lineal del proceso y las perturbaciones a las que se ve sometido muchas veces hacen insuficiente la acción de controladores convencionales cuando se intenta obtener el mejor desempeño posible en el control de la temperatura del aceite de la planta. A su vez, se hace necesario contar con un modelo adecuado del proceso que permita tomar en cuenta las dinámicas no lineales que presenta, repercutiendo esto último también en el diseño de los controladores, en vista de que muchas veces estos son derivados a partir de un modelo de la planta.

En este sentido, se ha optado en este capítulo por abordar la dinámica no lineal del campo de colectores solares a través de un modelo difuso de Takagi & Sugeno, el cual como se se ha podido observar, alcanza una mejor representación del comportamiento del proceso al compararlo con un modelo lineal en términos de RMSE, pese a que la planta en sí pueda ser representada como un modelo lineal al añadir un controlador por prealimentación [6]. Esto se debe a que el comportamiento lineal referido es válido solo en ciertos puntos de equilibrio, por lo que al cambiar constantemente la operación durante las pruebas de identificación se pierde dicha condición, más aún si se consideran las perturbaciones que afectan al proceso durante estas pruebas.

La incertidumbre se agrega al modelo utilizando una identificación de intervalos difusos de confianza, lo cual permite escribir las consecuencias de cada regla del esquema de Takagi & Sugeno en funciones de transferencia de intervalos, integrando el efecto de las perturbaciones y errores de modelación al modelo que se tiene del proceso. En el caso de la planta de colectores solares, se

han obtenido intervalos difusos con confianza del 95 % lo cual se manifiesta en parámetros inciertos tanto en el numerador como en el denominador de las funciones de transferencia. Al respecto, se tiene que los rangos más amplios se presentan en los polos de dichas funciones, lo cual puede afectar los márgenes de estabilidad del proceso al considerar los esquemas en lazo cerrado.

El motivo de utilizar este tipo de representación en la planta de colectores solares se justifica en la cantidad de perturbaciones que afectan el desempeño de este proceso y en su dinámica no lineal que no siempre queda bien representada por el modelo identificado. Ante ello, resulta importante caracterizar esta incertidumbre de manera de integrarla posteriormente al desarrollo de controladores.

Dado lo anterior, en el siguiente capítulo se describe el diseño de controladores difusos a partir de estos modelos que garanticen la robustez y un buen desempeño para el proceso.

5 Controladores difuso robustos para la planta de colectores solares

En este capítulo se desarrollan los controladores difuso robustos para la planta solar planteados en el Capítulo 3.

A partir del modelo con incertidumbre paramétrica dado en 4.16 se diseña un controlador difuso que garantice estabilidad robusta mediante el uso de los Teoremas de Kharitonov descritos en el Capítulo 3 y que a su vez asegure un desempeño adecuado a partir del cumplimiento de ciertos criterios. El diagrama de bloques que da cuenta de la implementación de estos esquemas se muestra en la Figura 5.1.

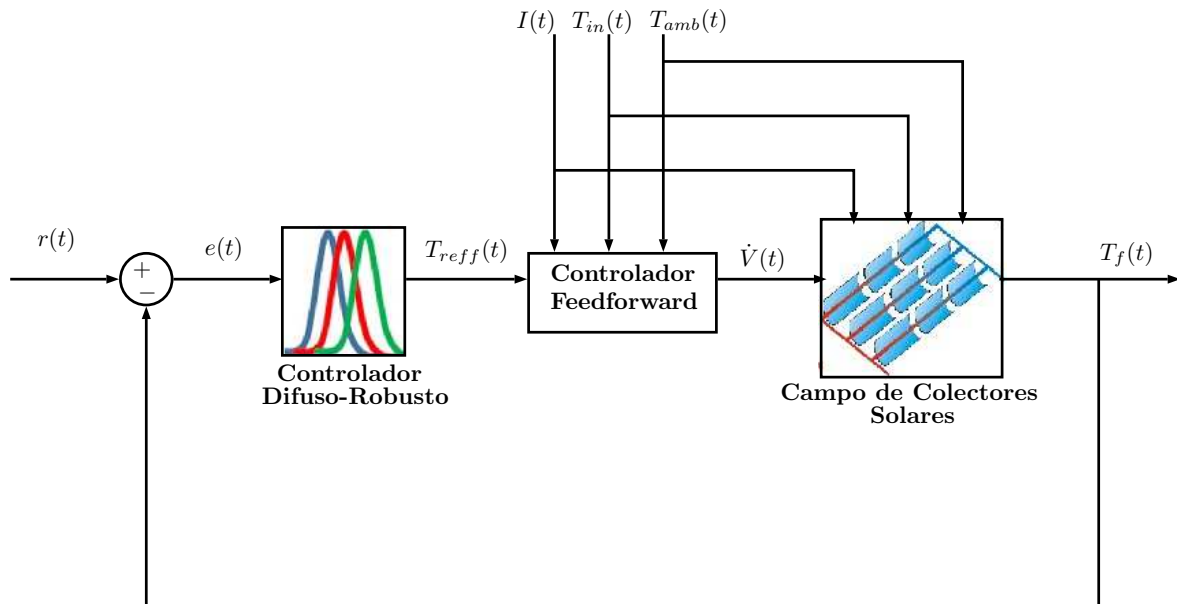


Figura 5.1: Esquema general de la implementación de controladores difuso robustos

Se presentan en este capítulo diversas estrategias ante distintas condiciones de radiación solar y se discuten sus resultados al compararlos tanto con un controlador PI de parámetros fijos, obtenido a partir del modelo lineal dado en 4.15, como un controlador robusto clásico derivado de la teoría \mathcal{H}_∞ .

Este capítulo se organiza como sigue: en primer lugar se exponen las bases con las que son evaluados los controladores propuestos en este trabajo. Seguidamente se presenta el primer enfoque de estudio, que es el controlador PI difuso robusto y posteriormente un esquema por realimentación

de estados difuso robusto. Luego, se muestra el desarrollo del controlador \mathcal{H}_∞ para finalmente concluir con una discusión en base a los resultados obtenidos.

5.1. Bases de evaluación

A continuación se presentan los aspectos más importantes a considerar en las pruebas desarrolladas para los controladores difuso robustos propuestos. Estas condiciones sirven como base para comparar el desempeño de los distintos esquemas presentados en esta tesis y permiten establecer conclusiones en torno a su funcionamiento ante diversos escenarios.

5.1.1. Escenarios de prueba

Como fue mencionado anteriormente, el objetivo principal de este capítulo es estudiar el desempeño de los controladores difuso robustos propuestos en esta tesis usando como caso de prueba el control de temperatura de aceite en una planta de colectores solares.

Como punto de partida para este análisis se desarrolla un controlador proporcional integral clásico, de parámetros fijos, a partir del modelo lineal identificado en 4.15. Utilizando el método de ubicación de polos mediante el lugar geométrico de las raíces e imponiendo un tiempo de estabilización bajo (1000 segundos en este caso), se deriva el siguiente controlador PI:

$$C(s) = \frac{0.4181s + 0.0065079}{s} \quad (5.1)$$

El desempeño del controlador propuesto se observa en la Figura 5.2 donde se observa que el controlador cumple con tener un tiempo de estabilización cercano a los 1000 segundos, sin embargo el sobrepaso presentado aumenta a medida que se incrementa la referencia establecida. Esto puede deberse a la no linealidad de la planta y, en efecto, motiva el uso de otros esquemas como los modelos difusos de Takagi & Sugeno para abarcar de mejor manera estos puntos de operación.

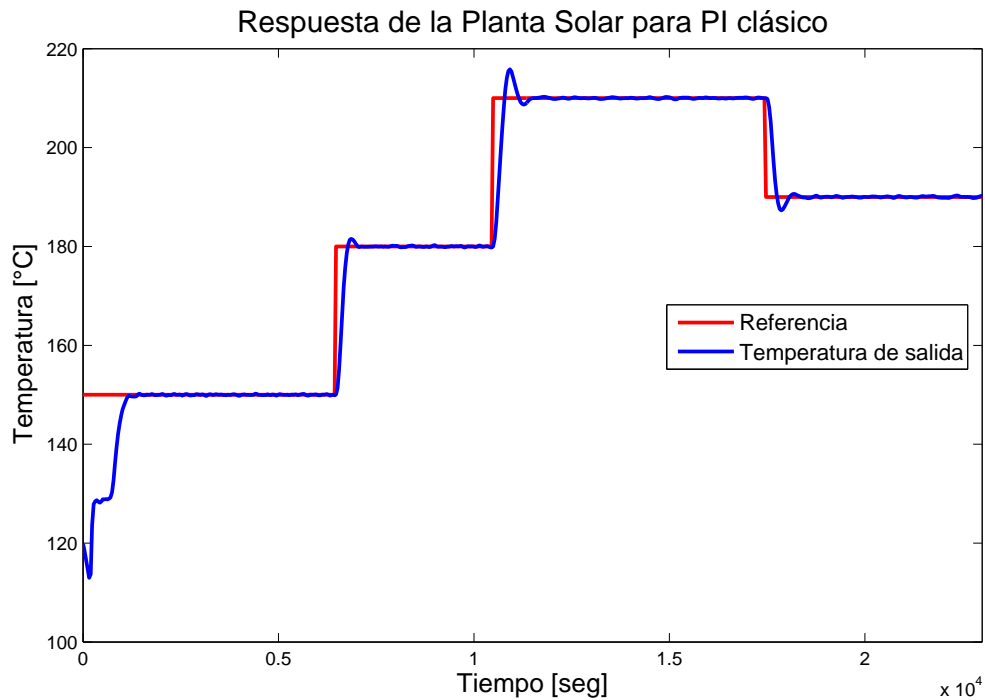


Figura 5.2: Desempeño de controlador PI de parámetros fijos

A su vez cabe destacar que el desempeño mostrado en la Figura 5.2 corresponde a la acción de la planta durante un día sin nubes, por ende la incertidumbre asociada a este modelo se relaciona, en este caso, solo con los errores de ajuste de dicho esquema. Esto último motiva la utilización de diferentes condiciones meteorológicas para evaluar las características de los controladores propuestos en este capítulo. En este sentido, para las pruebas en cuestión se ha optado por ocupar dos escenarios de radiación solar:

En primer lugar, un día soleado sin la presencia de nubes, cuyo perfil de radiación se ilustra en la Figura 5.3.

El objetivo de las pruebas utilizando el perfil de la Figura 5.3 consiste en evaluar el desempeño del controlador en cuanto a su seguimiento de referencias. Por ello en este escenario se ocupan escalones como referencia de temperatura para el proceso.

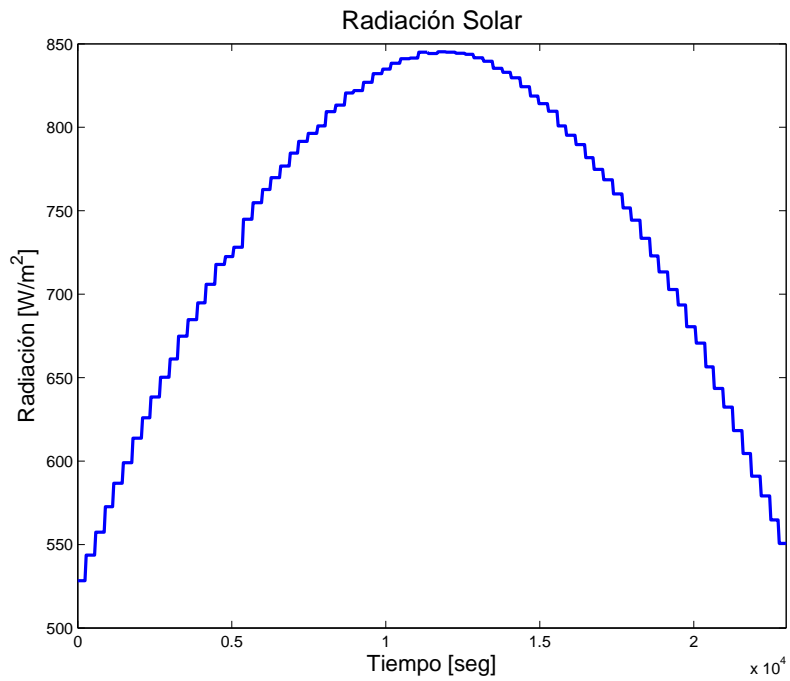


Figura 5.3: Perfil de radiación solar en día soleado

Por otro lado, el segundo escenario propuesto corresponde a un día parcialmente nublado, esto es, con la presencia de nubes pasajeras que disminuyen la radiación solar durante periodos de tiempo de diferente prolongación. El perfil utilizado en este caso se muestra en la Figura 5.4.

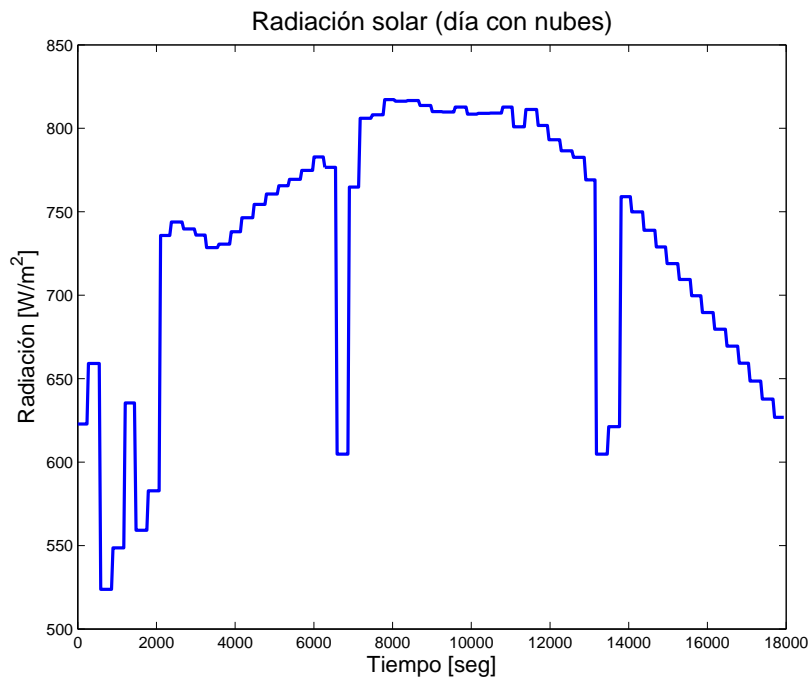


Figura 5.4: Perfil de radiación solar en día nublado

La motivación para realizar pruebas utilizando el perfil de la Figura 5.4 está en medir el impacto que tienen las perturbaciones sobre el proceso en el desempeño de los controladores propuestos. Para ello en este escenario se hace uso de una señal de referencia constante en 180 [°C] para la temperatura de aceite, lo cual para estas pruebas se considera un punto de operación medio. A su vez en este perfil se pueden apreciar 3 perturbaciones, la primera al inicio de la muestra, la siguiente ocurre en el instante 6552 [seg] y la tercera en el instante 13140 [seg]. Para los análisis que se muestran en las pruebas dichas perturbaciones son rotuladas como Perturbación 1,2 y 3 respectivamente.

Otro aspecto relevante para las pruebas a realizar son las condiciones de desempeño que se desea establecer con los controladores a implementar. Esta temática es abordada en la siguiente sección que trata sobre las funciones de fitness para el diseño de controladores.

5.1.2. Funciones de fitness para el diseño de controladores

Como se describe en la Sección 3.5.2, el diseño de controladores difuso robustos que se plantea en este trabajo permite la selección de criterios para su desempeño, manifestándose esto último en la función de fitness que se utiliza en la optimización mediante PSO. Ante esto, resulta de interés realizar evaluaciones variando este criterio de forma de analizar sus resultados y concluir en cómo esto afecta al funcionamiento y robustez de la planta. Dicho esto, las funciones de fitness a utilizar en este estudio son:

$$J_1 = 0.001 \cdot t_s + 50 \cdot M_p \quad (5.2)$$

$$J_2 = M_p - 0.01 \cdot P_m \quad (5.3)$$

$$J_3 = M_p - 0.01 \cdot G_m \quad (5.4)$$

donde M_p representa el sobrepaso de la respuesta, t_s su tiempo de estabilización, el cual se considera cuando la respuesta del sistema alcanza la banda del 2 % del nivel de referencia establecido; P_m el margen de fase y G_m el margen de ganancia.

El motivo de incluir el sobrepaso en todas las propuestas de fitness se basa en la relación de este índice con la temperatura del aceite y, más específicamente, con sus propiedades, ya que disminuir las variaciones frecuentes en la temperatura de este fluido contribuye a alargar su vida útil. Similarmente, los sobrepasos también se traducen en variaciones en el flujo de aceite inyectado por la bomba al campo de colectores solares, lo cual repercute directamente en la energía de control utilizada en estos esquemas. A su vez, variaciones rápidas en intervalos cortos del flujo inyectado puede perjudicar el desempeño de la bomba a largo plazo.

Las razones del uso de la función J_1 radican en que su objetivo es encontrar un controlador que satisfaga condiciones en el tiempo y que son bastante deseables en cualquier esquema de control. Si bien siempre existe un compromiso entre ambos índices (sobrepaso y tiempo de estabilización), resulta interesante evaluar con esta propuesta un controlador que encuentre el óptimo para ambos, ponderando en mayor medida el sobrepaso por su relación con la temperatura del aceite, mencionada anteriormente.

Por otro lado, la selección de la función J_2 responde a obtener controladores robustos ante incertidumbre en fase, dado que según se ha dispuesto en esta función de fitness, se busca maximizar dicho índice. En este caso se esperaría obtener mejores resultados en el rechazo de perturbaciones

que afecten la estabilidad de fase de este sistema. Razones análogas, esta vez en el ámbito de la ganancia, se tienen para el uso de la función J_3 .

En cuanto a las ponderaciones elegidas en 5.2, se tiene que éstas responden a que la planta es bastante lenta, por lo que los tiempos de estabilización, medidos en segundos, son de elevada magnitud comparados con la sobreoscilación, la cual se mueve en un rango medido en porcentaje que sería bastante indeseable que superara más allá del 40 %.

Similarmente en 5.3 y 5.4 se tiene que el margen de fase y de ganancia están medidos en grados sexagesimales y decibels respectivamente. Como se desea maximizar estos márgenes, pudiendo incluso llegar a ser infinitos, se los pondera con un valor bajo lo cual a su vez otorga más peso al índice de sobrepaso en la optimización.

Todo lo expresado anteriormente se aplica en el diseño de controladores difuso robustos PI y por realimentación de estados los cuales son presentados en las secciones siguientes.

A su vez, en la parte final de este capítulo se presenta el diseño de un controlador difuso robusto derivado de la teoría \mathcal{H}_∞ el cual se utiliza para comparar los controladores mencionados anteriormente.

5.1.3. Índices de desempeño

A medida que se realizan las pruebas se presentan en tablas una serie de índices de funcionamiento que facilitan la comparación entre los distintos esquemas propuestos. Dentro de los más importantes destacan el sobrepaso y tiempo de estabilización por las razones explicadas anteriormente, pero también otros índices como el tiempo de subida t_r y los valores promedio y desviaciones estándar tanto de la temperatura de salida del aceite T_f como el flujo de este fluido inyectado por la bomba al campo de colectores solares \dot{V} . Cabe hacer énfasis en este último punto ya que, como se ha explicado en el Capítulo 4, la variable manipulada del sistema en estudio no es el flujo de aceite sino la temperatura de referencia al bloque de prealimentación, denotada por T_{ref} . Sin embargo, dado que esta variable no tiene ninguna implicancia física, resulta más informativo realizar los análisis sobre \dot{V} ya que es finalmente esta variable la que tiene injerencia sobre el comportamiento de la planta en términos de su control.

Dicho esto, los valores promedio de \dot{V} y su desviación estándar dan cuenta de la energía de control utilizada y las variaciones en el flujo respectivamente, lo cual permite analizar su desempeño ante distintos esquemas de control. Por otro lado estos valores, en el caso de T_f , permiten visualizar qué tan cerca está en promedio la respuesta del sistema a los valores deseados.

Para una definición detallada de los índices de desempeño utilizados en el análisis de sistemas ver el Anexo D.

A partir de las condiciones expresadas en esta sección se presenta a continuación el análisis de los controladores propuestos en este trabajo, comenzando con el control PI difuso robusto.

5.2. Control proporcional integral difuso robusto

Según lo descrito en la Sección 3.2.2 los controladores PI satisfacen la condición de vértice, por lo tanto la aplicación del Teorema Generalizado de Kharitonov se reduce a verificar un conjunto finito de polinomios dados por $\mathbf{H}_K(s)$. En este caso se buscan condiciones para los parámetros K_p y K_i del controlador de manera que se garantice la estabilidad robusta de los modelos locales en cada regla (considerando sus ecuaciones características a lazo cerrado).

Utilizando el método de Routh-Hurwitz es posible encontrar que para que el modelo presentado en las ecuaciones 4.13 y 4.16 sea estable se debe cumplir para cada regla que:

$$\begin{aligned} K_i^i &> 0 \\ K_p^i &> -\frac{1}{\theta_2^i} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Considerando que el único parámetro incierto en la ecuación 5.5 es θ_2^i , para establecer la estabilidad de cada polinomio característico en $\mathbf{H}_K(s)$ basta con seleccionar el límite superior de θ_2^i . En el Anexo C se muestran los elementos de $\mathbf{H}_K(s)$ para este desarrollo junto con el análisis detallado del procedimiento de Routh-Hurwitz presentado en 5.5.

Las condiciones de robustez presentadas en 5.5 son utilizadas como restricciones para el algoritmo de optimización PSO el cual se aplica a cada uno de los sistemas de borde de este modelo, que en este caso son cuatro por regla. En vista que las variables de decisión para el presente problema son K_p^i y K_i^i se utilizan partículas de dos dimensiones junto con los parámetros mostrados en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1: Parámetros del algoritmo PSO utilizados

Parámetro PSO	Valor
Velocidad máxima de las partículas (v_{max})	50
Número de iteraciones (n_{iter})	20
Tamaño del enjambre (n_{part})	20
Factor de inercia inicial (ω_i)	0.7
Factor de inercia final (ω_f)	0.4
Coefficiente cognitivo (c_1)	1.5
Coefficiente social (c_2)	1.5

A partir de la Tabla 5.1 y utilizando la información dada en el Anexo E, se tiene que los parámetros del algoritmo utilizados en este caso favorecen un barrido inicial rápido por el espacio de solución, reflejado en el factor de inercia inicial, lo cual permite una búsqueda global que luego disminuye para favorecer la búsqueda local de cada partícula. Por otro lado la equivalencia entre el coeficiente cognitivo y social propicia que se pondere de igual forma la información propia de cada partícula y la del enjambre en su totalidad y posibilita una mejor búsqueda dada las condiciones de las funciones objetivo a tratar.

Para mayor información sobre los parámetros presentados en la Tabla 5.1, en el Anexo E es posible encontrar las especificaciones sobre el funcionamiento del algoritmo PSO.

A modo de ejemplo, se presenta en los siguientes párrafos el análisis detallado al utilizar la función de fitness J_1 . Los estudios generales, es decir, según las bases de evaluación presentadas en la Sección 5.1, se muestran en las subsecciones posteriores.

Dicho esto, de acuerdo a la metodología presentada en la Sección 3.5.2 y utilizando la función de fitness J_1 presentada en la expresión 5.2, se deben encontrar los controladores para cada sistema de borde en cada regla del modelo difuso que optimice dicha función.

Según el método descrito en el Capítulo 3, una vez sintonizados dichos controladores para cada sistema de borde se realizan pruebas cruzadas y se selecciona el mejor controlador para cada regla en términos de la función objetivo dada en este caso por la ecuación 5.2. El resultado de este método de control robusto PI entrega las siguientes reglas difusas (control PI difuso):

$$R^1 : \text{Si } \dot{y}_f(t) \text{ es } A_1^1 \text{ y } u_f(t) \text{ es } B_2^1 \text{ entonces:}$$

$$C^1(s) = \frac{s + 0.0085}{s}$$

$$R^2 : \text{Si } \dot{y}_f(t) \text{ es } A_1^2 \text{ y } u_f(t) \text{ es } B_2^2 \text{ entonces:}$$

$$C^2(s) = \frac{s + 0.0126}{s}$$

$$R^3 : \text{Si } \dot{y}_f(t) \text{ es } A_1^3 \text{ y } u_f(t) \text{ es } B_2^3 \text{ entonces:}$$

$$C^3(s) = \frac{s + 0.007}{s}$$

$$R^4 : \text{Si } \dot{y}_f(t) \text{ es } A_1^4 \text{ y } u_f(t) \text{ es } B_2^4 \text{ entonces:}$$

$$C^4(s) = \frac{0.9329s + 0.0088}{s} \tag{5.6}$$

El resultado de este esquema para un día sin la presencia de nubes se muestra en la Figura 5.5:

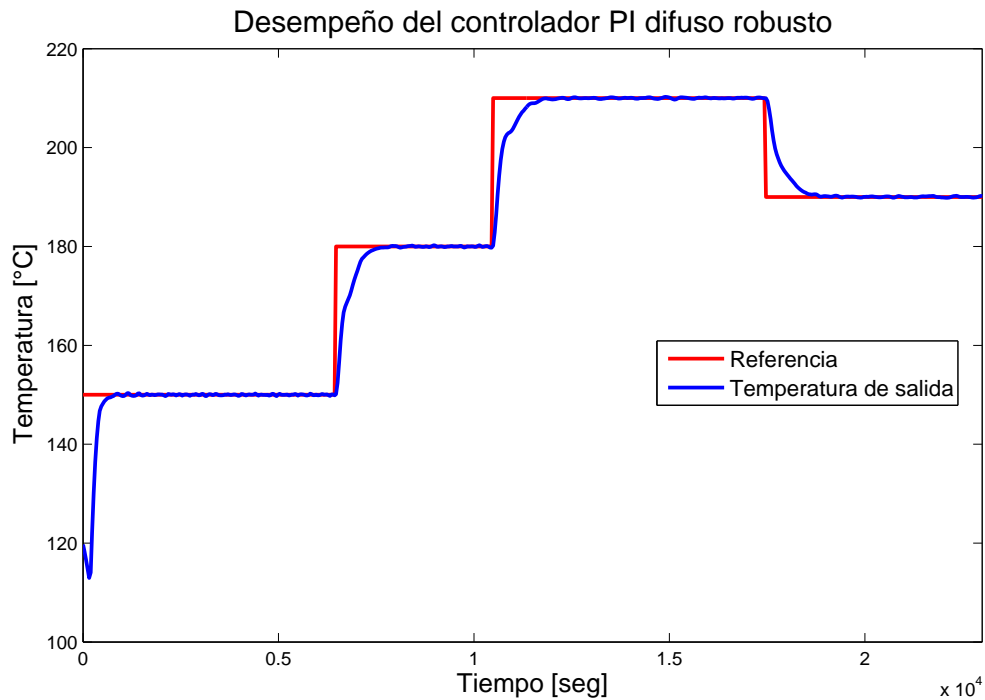


Figura 5.5: Resultados utilizando el enfoque PI difuso robusto

Como se puede apreciar en la figura, la señal de referencia utilizada en este caso toma en cuenta las variaciones diarias de la radiación solar de manera de aprovechar de una forma más eficiente la energía que entrega, teniéndose valores más altos cuando la radiación es mayor. Se observa además que el controlador posee un bajo sobrepaso y tiempo de estabilización, cumpliendo con los objetivos propuestos en la función de fitness J_1 . Estos y los demás índices de desempeño son resumidos más adelante en la Tabla 5.3.

Para las funciones J_2 y J_3 se realiza un análisis análogo al realizado anteriormente para J_1 . Dado esto, en la Tabla 5.2 se resumen los parámetros de los controladores derivados con cada función de fitness.

Tabla 5.2: Parámetros de los controladores PI difuso robustos

Controlador	Regla	K_p	K_i
J_1	1	1	0.0085
	2	1	0.0126
	3	1	0.007
	4	0.9329	0.0088
J_2	1	0.7789	0.0072
	2	0.9537	0.0127
	3	1	0.0077
	4	0.9751	0.0102
J_3	1	0.9972	0.0027
	2	1	0.007
	3	1	0.0026
	4	0.9958	0.0067

A continuación se compara y analiza el desempeño de los controladores de la Tabla 5.2 junto al control PI clásico derivado en la Sección 5.1 ante los escenarios de radiación planteados con anterioridad en la sección de bases de evaluación.

5.2.1. Resultados en escenario 1: día soleado (sin nubes)

En este caso se tiene una radiación solar que solo se ve afectada por el movimiento del Sol en el cielo como fue mostrado en a Figura 5.3, de donde se obtienen los datos para esta simulación.

Con estas condiciones se busca evaluar el desempeño de los controladores en cuanto a su seguimiento de referencia. De esta forma, los resultados para los esquemas presentados en la Tabla 5.2 se muestran en las Figuras 5.6 y 5.7.

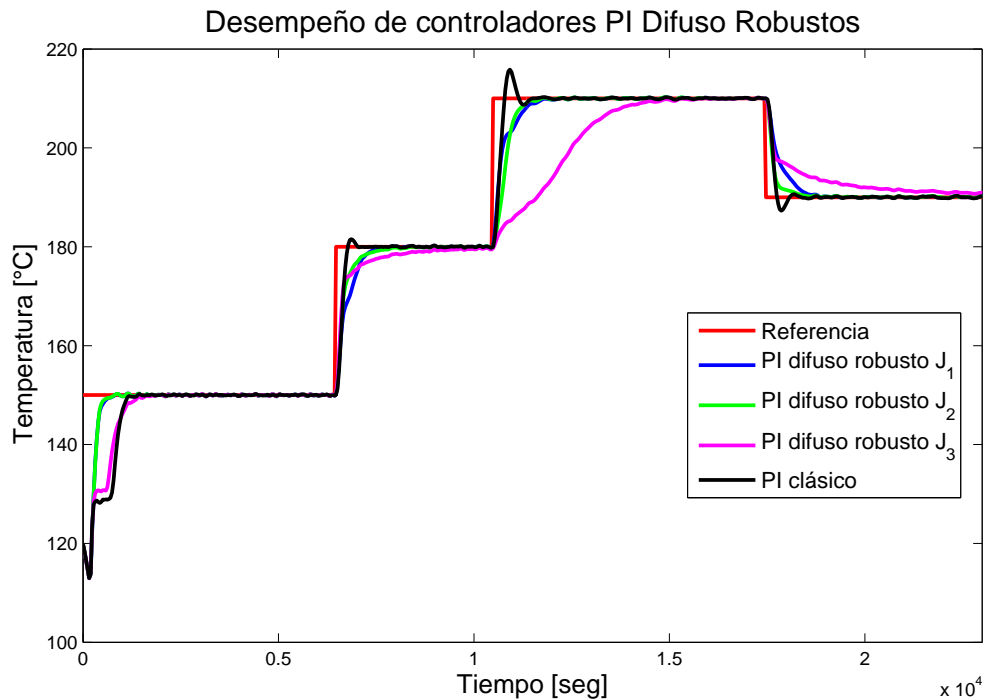


Figura 5.6: Esquemas PI difuso robustos y control PI clásico

A partir de la Figura 5.6 se aprecia que los controladores difuso robustos propuestos presentan comportamientos diferentes según el propósito para el que se los diseñó. En este sentido, podría concluirse que los controladores J_1 y J_2 son los más apropiados para el seguimiento de referencias en el caso particular de la planta solar ya que presentan un bajo sobrepaso y un tiempo de estabilización pequeño para la mayoría de los niveles. Por otro lado el controlador J_3 es bastante más lento pero garantiza una sobreoscilación nula en todos los niveles lo cual puede ser una característica deseable en otros procesos. Los índices de desempeño para cada nivel de la señal de referencia propuesta son resumidos en la Tabla 5.3, donde es posible apreciar que en términos de sobrepaso los controladores difuso robustos son superiores al esquema clásico estudiado en la Sección 5.2.

Tabla 5.3: Resultados de los controladores para cada nivel de referencia

Controlador	Referencia [$^{\circ}C$]	M_p	t_s [seg]	t_r [seg]	\bar{T}_f [$^{\circ}C$]	$std(T_f)$ [$^{\circ}C$]
J_1	150	1 %	663	819	148.24	6.92
	180	0.33 %	1014	1365	177.76	5.64
	210	0 %	1210	1370	208.71	4.29
	190	0 %	1330	1410	191.26	3.53
J_2	150	1 %	624	819	148.25	6.92
	180	0 %	1209	1599	178.09	5.10
	210	0.66 %	940	1290	208.51	5.25
	190	0 %	980	1410	190.79	2.88
J_3	150	0 %	1404	1638	146.80	8.05
	180	0 %	2535	–	177.35	4.70
	210	0 %	4020	4450	203.01	9.20
	190	0 %	>5970	–	192.87	3.14
PI clásico	150	0.66 %	1131	1404	146.53	8.61
	180	5 %	546	351	178.78	5.27
	210	19.33 %	940	350	209.37	4.28
	190	13.5 %	820	350	190.56	3.16

A partir de la Tabla 5.3 se destaca que efectivamente en la mayoría de los casos se obtiene una menor dispersión en la temperatura del aceite al utilizar los controladores difuso robustos, lo cual es un comportamiento deseable en este sistema. Por otro lado si bien los valores promedios de la salida son menores a los presentados por el PI clásico, esta diferencia no es muy grande al compararlo con los esquemas propuestos.

La importancia de una sobreoscilación pequeña radica, como fue mencionado anteriormente, en evitar que el fluido varíe frecuentemente su temperatura ya que estos cambios pueden afectar la vida útil y propiedades del aceite. Relacionado con lo anterior, es deseable que la bomba que inyecta el fluido al campo de colectores no varíe frecuentemente y de manera brusca su velocidad, ya que ello puede traducirse en un desgaste de dicha bomba. En virtud de esto último, en la Figura 5.7 se muestra el flujo de HTF impulsado por la bomba para los distintos esquemas de control planteados anteriormente. Se observa en este caso que el controlador J_3 en el inicio de su funcionamiento posee una mayor cantidad de cambios de flujo, sin embargo posterior a eso las transiciones son más suaves debido a que reacciona con mayor lentitud. También es posible notar que el controlador PI clásico presenta oscilaciones en el flujo durante las transiciones de nivel, que es justamente el comportamiento que se desea evitar o minimizar. Esto se demuestra cuantitativamente en los resultados que se muestran en la Tabla 5.4.

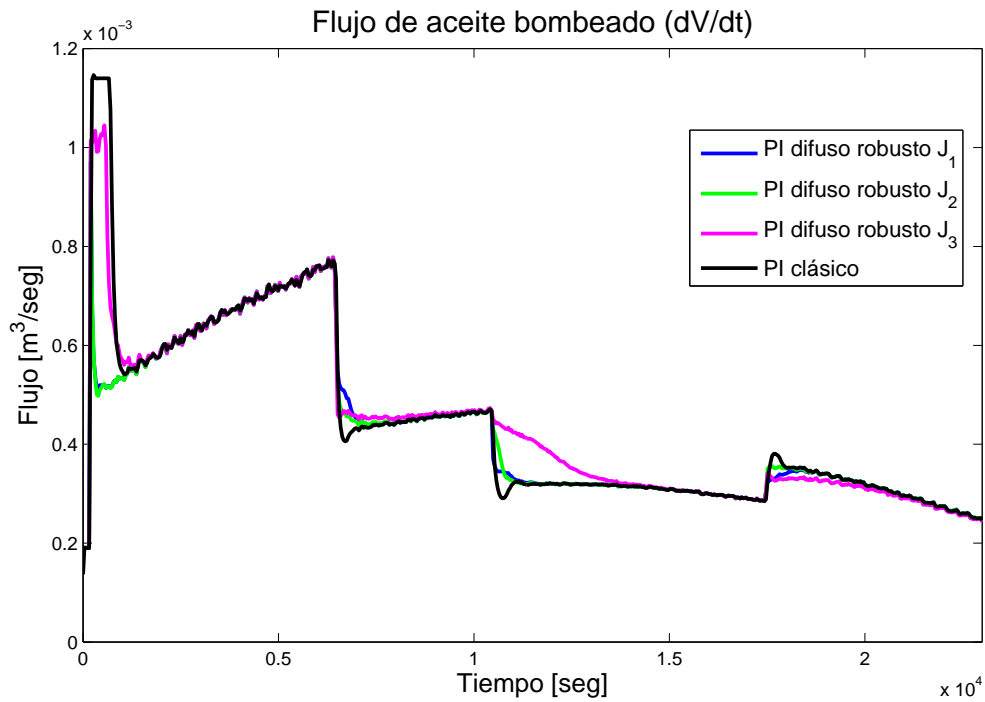


Figura 5.7: Comparación de flujo de aceite requerido a la bomba por cada controlador

Tabla 5.4: Flujo en cada nivel de referencia

Controlador	Referencia [$^{\circ}C$]	$\bar{V} [m^3/s] \cdot 10^{-4}$	$std(\dot{V}) [m^3/s] \cdot 10^{-4}$
J_1	150	6.34	1.12
	180	4.59	0.272
	210	3.12	0.145
	190	3.02	0.344
J_2	150	6.34	1.12
	180	4.56	0.224
	210	3.13	0.207
	190	3.04	0.367
J_3	150	6.72	1.37
	180	4.61	0.189
	210	3.38	0.467
	190	2.95	0.311
PI clásico	150	6.85	1.69
	180	4.51	0.334
	210	3.10	0.141
	190	3.05	0.386

A partir de la Tabla 5.4 se puede concluir que los esquemas PI difuso robustos obtienen mejores resultados ya que presentan desviaciones estándar menores para casi todos los niveles de referencia estudiados, lo cual se traduce en menores variaciones en el flujo de aceite inyectado por la bomba.

En cuanto a la energía de control, entendida como los flujos inyectados en promedio al campo de

colectores, se tiene que el menor gasto lo realizan los controladores difusos robustos presentados. Ante esto se debe tener presente que, dadas las propiedades del aceite, un mayor flujo se traduce en menores temperaturas de salida. No obstante lo anterior, es destacable que pese a esto los controladores difuso robustos presenten en promedio una menor exigencia de flujo hacia la bomba.

5.2.2. Resultados en escenario 2: día nublado

En este caso la radiación solar considerada presenta, además de la variación diaria normal, la aparición de nubes que repentinamente disminuyen la cantidad de radiación que llega al proceso como fue mostrado en la Figura 5.4, la cual constituye el set de datos utilizados para estas simulaciones.

El desempeño de los controladores de la Tabla 5.2 en esta situación se observa en la Figura 5.8. Además en la Figura 5.9 se muestran acercamientos a los puntos de interés para evaluar de mejor forma la respuesta de estos esquemas. Finalmente en la Tabla 5.5 se entregan los resultados cuantitativos para realizar el análisis.

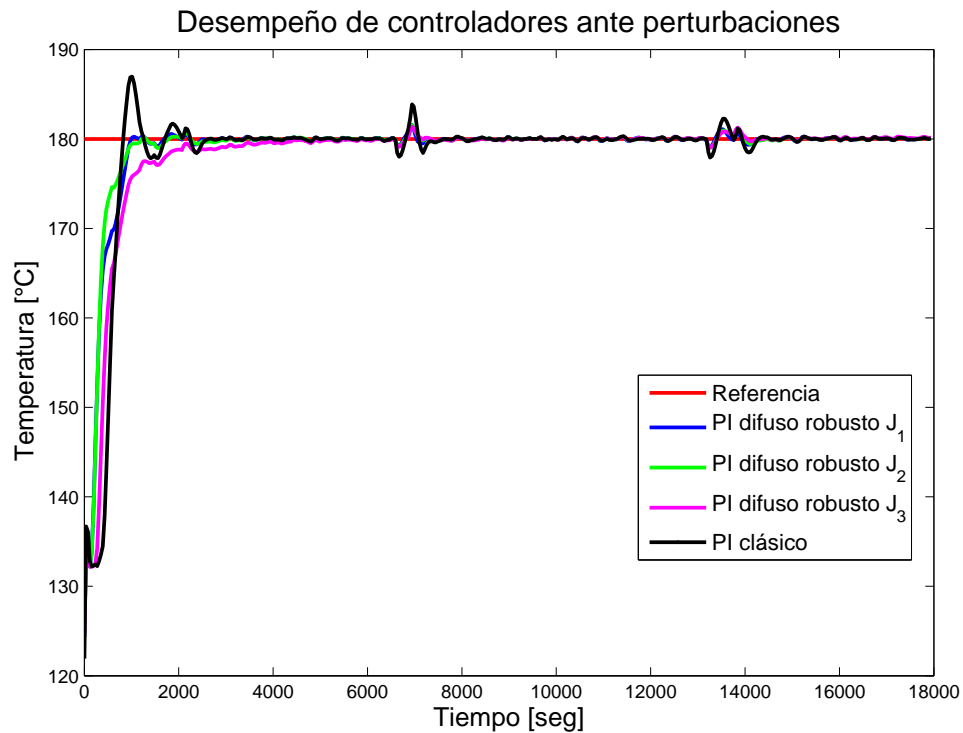


Figura 5.8: Comparación esquemas difuso robustos y controlador clásico para día con nubes

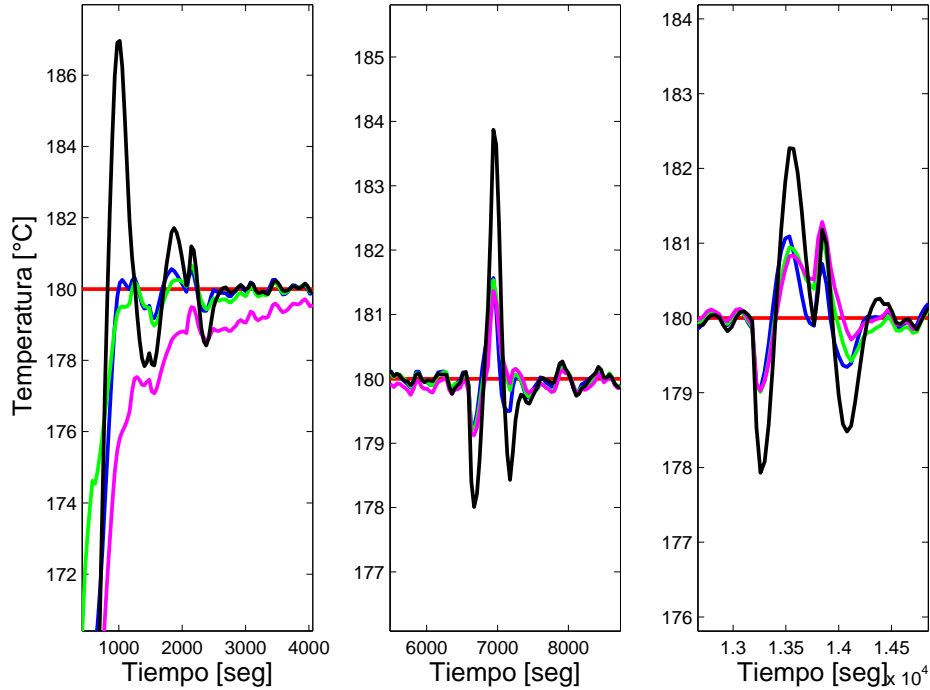


Figura 5.9: Acercamiento desempeño de controladores ante perturbaciones. Izquierda: Perturbación inicial. Medio: Segunda perturbación. Derecha: Tercera perturbación

Según lo que se puede apreciar en las Figuras 5.8 y 5.9 el controlador J_3 es el que obtiene el mejor desempeño en esta situación, ya que para este escenario resulta provechoso su comportamiento lento. En efecto, se obtienen mejores valores de sobreoscilación ante perturbaciones al utilizar este controlador, el cual al mismo tiempo presenta un tiempo de estabilización menor.

Por otro lado, el control PI clásico si bien es más rápido (en términos de tiempo de subida t_r) presenta mayores sobrepasos y tiempos de estabilización ante las perturbaciones. Los otros controladores difuso robustos muestran de todas maneras un comportamiento aceptable, con mejores tiempos de estabilización y sobreoscilaciones. Los valores que respaldan este análisis se muestran en la siguiente tabla.

En la Tabla 5.5 no se considera un tiempo de subida para las perturbaciones 2 y 3 ya que este parámetro es válido solo cuando existe un cambio en el nivel de referencia. A su vez, durante la perturbación 3 no se considera un tiempo de estabilización para los controladores difuso robustos ya que la respuesta siempre se encuentra dentro de un rango del 2% con respecto a la condición inicial y la referencia. Se destaca también en esta tabla que las menores variaciones de la temperatura de salida (reflejadas en el la desviación estándar de T_f) son menores en el caso de los controladores difuso robustos propuestos.

Como fue mencionado anteriormente, el controlador J_3 tiene un buen comportamiento según lo observado en las Figuras 5.8 y 5.9, sin embargo a partir de los datos entregados por la Tabla 5.5 se puede inferir que el controlador J_2 también posee un buen desempeño en general. Esto indica que ante perturbaciones, los esquemas derivados a partir de índices de robustez (margen de fase y de ganancia para J_2 y J_3 respectivamente) presentan mejores comportamientos que aquellos obtenidos de la optimización de variables en el tiempo (en particular, t_s) lo cual da cuenta de las virtudes

Tabla 5.5: Resultados de los controladores ante perturbaciones

Controlador	Perturbación	M_p	t_s [seg]	t_r [seg]	\bar{T}_f [°C]	$std(T_f)$ [°C]
J_1	1	0.5 %	936	1014	171.50	14.90
	2	2.66 %	429	—	180.07	0.693
	3	1.83 %	—	—	180.03	0.626
J_2	1	0.33 %	936	1209	172.20	14.87
	2	2,33 %	468	—	180.16	0.665
	3	1.83 %	—	—	180.14	0.656
J_3	1	0 %	2067	5187	167.55	16.46
	2	1.5 %	429	—	180.10	0.650
	3	1.96 %	—	—	180.23	0.636
PI clásico	1	11.66 %	2418	858	168.57	19.76
	2	6.66 %	663	—	180.13	1.85
	3	3.83 %	980	—	179.99	1.35

de estos controladores ante perturbaciones que, según se puede deducir, afectan a la planta en lazo cerrado tanto en su componente de fase como de ganancia.

Finalmente en la Figura 5.10 se muestra el flujo de aceite inyectado al campo de colectores solares al utilizar los esquemas presentados.

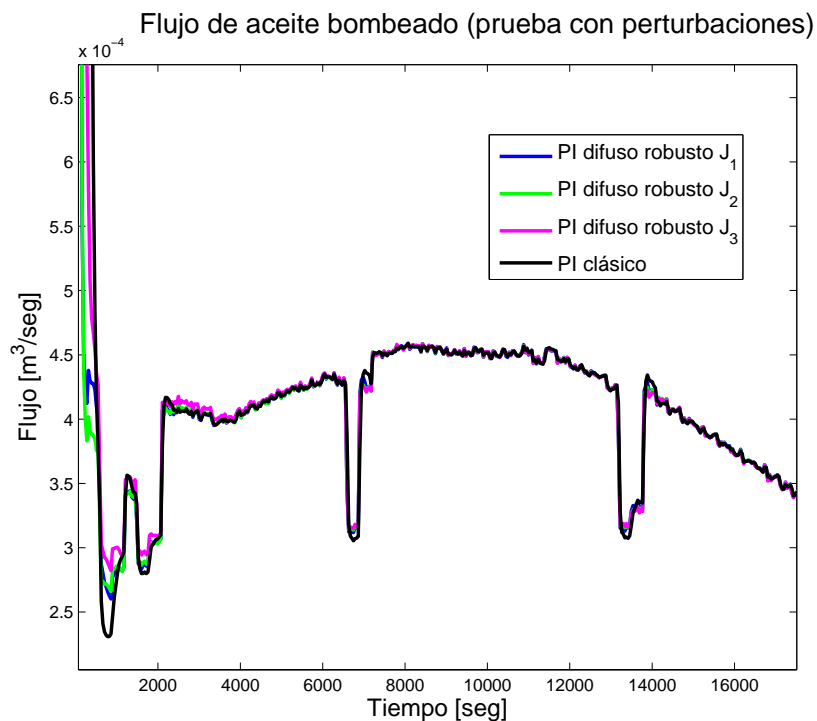


Figura 5.10: Flujo inyectado por la bomba para el caso de día con nubes

Como se observa del gráfico anterior, se obtiene un comportamiento más suave utilizando un controlador difuso robusto, en particular aquel encontrado a partir de la función objetivo J_3 como también se puede inferir de la Tabla 5.6.

Tabla 5.6: Flujo ante perturbaciones

Controlador	Perturbación	$\bar{V}[m^3/s] \cdot 10^{-4}$	$std(\dot{V})[m^3/s] \cdot 10^{-4}$
J_1	1	3.88	2.04
	2	3.80	0.589
	3	3.64	0.489
J_2	1	3.84	2.05
	2	3.80	0.574
	3	3.64	0.487
J_3	1	4.40	2.59
	2	3.80	0.567
	3	3.63	0.478
PI clásico	1	4.57	3.04
	2	3.81	0.617
	3	3.64	0.514

Dentro de los aspectos a destacar de la Tabla 5.6 cabe mencionar la menor desviación estándar del flujo inyectado (es decir menor cantidad de cambios de velocidad en la bomba) en el caso de los controladores PI difuso robusto y nuevamente la menor energía de control utilizada en promedio en el caso de los controladores PI difuso robustos. Ambos índices son esperables en vista del comportamiento más oscilatorio y de mayores sobrepasos al utilizar el controlador PI clásico.

Para concluir el análisis de estos controladores se presenta en la siguiente sección el estudio de estabilidad global de los esquemas PI difuso robustos evaluados en la planta de colectores solares.

5.2.3. Evaluación de la robustez global de los controladores

El objetivo en esta etapa es verificar que los controladores con los parámetros establecidos previamente generen un modelo global que es robustamente estable. Para ello se toman las ecuaciones en lazo cerrado de los modelos locales con sus respectivos controladores y se escriben en variables de estado de forma de poder utilizar los conceptos abordados en el Capítulo 3 (Sección 3.6).

En la presente sección se analiza en detalle el procedimiento de verificación de estabilidad para el controlador difuso robusto encontrado al utilizar la función objetivo J_1 . Sin embargo, el desarrollo para los controladores restantes es análogo y solo varían las matrices involucradas por lo que dichos cálculos son mostrados en el Anexo C.

Con esto presente para el controlador J_1 y utilizando la notación del Teorema de estabilidad de sistemas difusos con incertidumbre de intervalos se tiene que los modelos nominales en variables de estado son, en cada regla:

$$R^1 : A_{10} = \begin{bmatrix} -0.0149 & -6.3842 \cdot 10^{-5} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R^2 : A_{20} = \begin{bmatrix} -0.0247 & -1.58 \cdot 10^{-4} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R^3 : A_{30} = \begin{bmatrix} -0.0121 & -4.196 \cdot 10^{-5} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R^4 : A_{40} = \begin{bmatrix} -0.0165 & -7.5 \cdot 10^{-5} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

donde se ha ocupado la forma canónica controlable para obtener las matrices. Ocupando la ecuación 2.37 y eligiendo $P = I_{2 \times 2}$ es posible establecer que el modelo nominal utilizando este controlador es estable.

Continuando con la notación del teorema, se escriben las matrices Δ_i^A para cada regla como:

$$R^1 : \Delta_1^A = \begin{bmatrix} 9.18 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.86 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R^2 : \Delta_2^A = \begin{bmatrix} 0.0012 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.35 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R^3 : \Delta_3^A = \begin{bmatrix} 5.95 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R^4 : \Delta_4^A = \begin{bmatrix} 8.79 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.92 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Dado que en este caso se trabaja con matrices de orden $n = 2$ la matriz E y la matriz de permutación F quedan dadas respectivamente por:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

A partir de estos datos y utilizando una matriz positiva definida:

$$P = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

y $V_{1A} = V_{2A} = V_{3A} = V_{4A} = \text{diag}(10^3, 10^3, 10^3, 10^3)$, la inecuación matricial planteada en la ecuación 3.41 se cumple, concluyéndose que el controlador difuso robusto J_1 propuesto es robustamente estable.

En el Anexo C se realiza el mismo desarrollo para los controladores J_2 y J_3 encontrándose que también ambos son robustamente estables.

Finalizado el análisis para los controladores PI se presenta a continuación el segundo enfoque de control difuso robusto planteado en esta tesis el cual corresponde a un controlador por realimentación de estados.

5.3. Control difuso robusto por realimentación de estados

En esta sección se presenta el diseño de un controlador difuso robusto para la planta solar según lo planteado en la Sección 3.2.1, es decir en este caso se requiere solo del uso del Teorema de Kharitonov y no de su generalización.

5.3.1. Especificaciones de diseño

A partir del modelo identificado dado en 4.13, se tiene que el sistema en variables de estado es en cada regla:

$$\begin{aligned} R^i : \text{ Si } \dot{y}_f(t) \text{ es } A_1^i \text{ y } u_f(t) \text{ es } B_2^i \text{ entonces:} \\ \dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u_i(t) \\ y_i(t) = C_i x_i(t) \end{aligned} \quad (5.12)$$

donde en esta realización se ha utilizado la salida del sistema como estado y por ende $C_i = 1$ para todo $i = \{1, 2, 3, 4\}$

En vista que dicho modelo es de orden 1, la matriz A_i resulta ser un escalar. Los valores superiores e inferiores para cada regla del modelo difuso se muestran a continuación:

$$\begin{aligned} R^1 : A_1 &\in [-0.0079, -0.0070] \\ B_1 &\in [0.0071, 0.0080] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R^2 : A_2 &\in [-0.0128, -0.0116] \\ B_2 &\in [0.0120, 0.0132] \end{aligned}$$

$$R^3 : A_3 \in [-0.0064, -0.0058]$$

$$B_3 \in [0.00581, 0.00639]$$

$$R^4 : A_4 \in [-0.0090, -0.0080]$$

$$B_4 \in [0.0081, 0.0091] \quad (5.13)$$

En este caso los polinomios de Kharitonov para cada regla son solo dos, ya que hay un único parámetro incierto en la matriz A . Como cada modelo local es de primer orden se debe encontrar una constante l_0^i que garantice que ambos polinomios sean estables. Luego, según 3.20 y dado que en este caso no se usa la forma canónica controlable, la expresión en 3.21 sufre una modificación, obteniendo el siguiente polinomio en lazo cerrado para cada regla:

$$E^i(s) = (b^i l_0^i + p_0^i) + s \quad (5.14)$$

donde p_0^i es el polo a lazo abierto del sistema en la regla i y b^i el parámetro incierto obtenido de B_i . Dada la simpleza del modelo en esta ocasión no es necesario aplicar Routh-Hurwitz, basta considerar $l_0^i > -p_0^i/\bar{b}^i$ para que se cumplan las condiciones de estabilidad robusta dadas por el Teorema de Kharitonov.

Dado que este tipo de controladores están diseñados para estabilizar un sistema (función de regulador) se debe modificar la ley de control planteada en 3.20 y agregarle una constante N de forma tal que el esquema propuesto pueda seguir una referencia. Con esto la ley de control a utilizar en cada regla del modelo queda representada por:

$$u_i(t) = -L_i x_i(t) + N_i r(t) \quad (5.15)$$

donde N_i es una constante que se ajusta para cada regla según:

$$N_i = \frac{-1}{C_i(A_i - L_i B_i)^{-1} B_i} \quad (5.16)$$

Cabe destacar que la adición de esta constante a la ley de control no afecta la ecuación característica dada en 5.14. En efecto, considerando la ley de control dada en 5.15 y reemplazándola en un sistema cualquiera descrito en variables de estado se tendrá:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A - BL)x(t) + BNr(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned}$$

Calculando ahora las transformadas de Laplace para encontrar la función de transferencia entre $r(t)$ e $y(t)$ se tiene:

$$(sI - A + BL)X(s) = BNR(s)$$

Asumiendo que el sistema es controlable y considerando que $Y(s) = CX(s)$ se concluye que $C(sI - A + BL)^{-1}BN$ es la función de transferencia del sistema a lazo cerrado y, como se puede observar, su ecuación característica $(sI - A + BL)^{-1}$ queda dependiente solo del valor de L \square .

Si bien el hecho de añadir la constante N_i a cada regla permite que el regulador pueda seguir una referencia, se debe destacar que el controlador propuesto no posee una acción integral por lo que puede presentar errores permanentes en el seguimiento. En efecto, como se aprecia en 5.16 la sintonización de la constante N_i depende tanto de A como de B los cuales, dada la descripción que se realiza del modelo, son parámetros inciertos del sistema y están acotados por un valor inferior y otro superior. Tomando en cuenta que para el cálculo de N_i se utilizan los valores nominales de A y B existe una incertidumbre no modelada en esta constante que afectará en menor o mayor medida la capacidad de seguimiento de referencias del esquema propuesto. Por otro lado la estructura y la forma de operar del modelo difuso, la cual pondera las salidas de cada regla, puede contribuir tanto a dispersar como a compensar dichos errores provocando que el sistema presente un error permanente de diversas magnitudes dependiendo la referencia en la cual se esté operando.

En el Anexo B se propone un análisis para derivar un controlador por realimentación de estados incluyendo un integrador. En dicha sección se puede apreciar que si bien se siguen pasos similares al diseño de los controladores mostrados, la forma en cómo están definidos los controladores por realimentación de estados con acción integral hacen necesaria la inclusión de un observador de estado, lo cual requiere de un estudio adicional.

Continuando con el controlador que se estudia en la presente sección, el procedimiento para sintonizar el esquema es mediante PSO de manera análoga a lo mostrado para el controlador difuso robusto PI, usándose los mismos parámetros mostrados en la Tabla 5.1. A su vez, se utilizan las mismas funciones de fitness mostradas en 5.2, 5.3 y 5.4. Con esto los parámetros de los controladores encontrados se resumen en la Tabla 5.7.

Tabla 5.7: Parámetros de controladores difuso robustos por realimentación de estados

Controlador	Regla	L_i	N_i
J_1	1	0.7901	1.7789
	2	0.7850	1.7664
	3	0.7916	1.7978
	4	0.7900	1.7783
J_2	1	0.9864	1.9753
	2	0.9790	1.9628
	3	0.9790	1.9941
	4	0.9862	1.9747
J_3	1	0.6837	1.6726
	2	0.4376	1.6601
	3	0.6193	1.6915
	4	0.6960	1.6720

A partir de esto se realizan las pruebas para los escenarios de radiación de manera análoga a lo mostrado para el PI difuso robusto.

5.3.2. Resultados en escenario 1: día soleado (sin nubes)

En esta sección se utilizan nuevamente los datos de radiación mostrados en la Figura 5.3. Los resultados para el seguimiento de referencias de los controladores presentados en la Tabla 5.7 se muestran en la Figura 5.11.

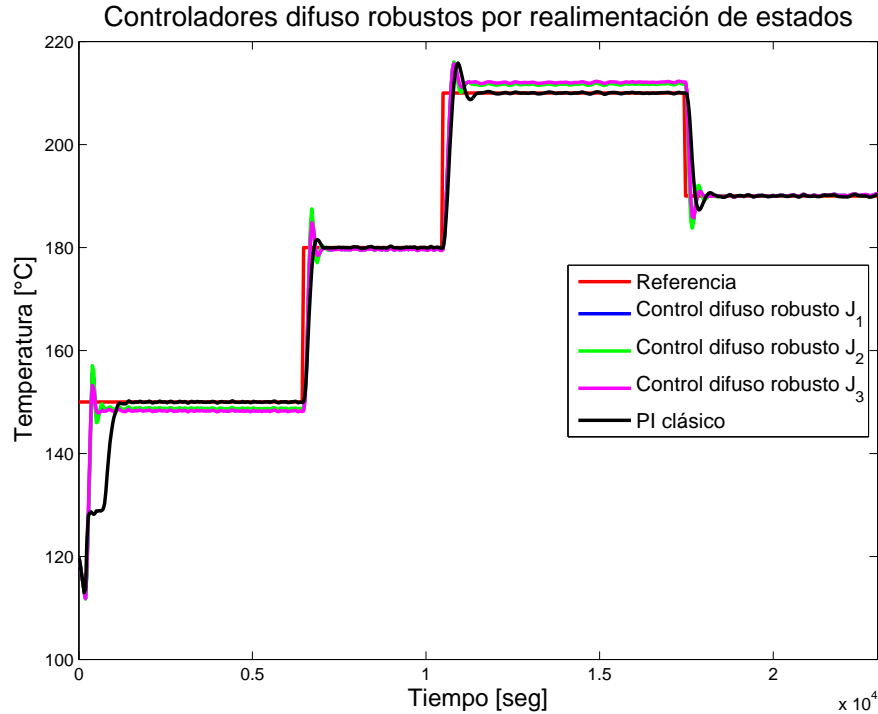


Figura 5.11: Controladores difuso robustos por realimentación de estados en día soleado

Se observa en la Figura 5.11 que los controladores propuestos tienen un comportamiento similar entre sí. Destaca también, como fue explicado anteriormente, que en algunos puntos de operación estos esquemas presentan un error permanente en el seguimiento de referencia. En particular, en la referencia de 150[°C] se tiene un error que va entre 1 y 1.5[°C], para la referencia de 180 [°C] este error no supera los 0.5[°C], en 210 [°C] oscila entre los 2[°C] y en 190 [°C] este error es nulo.

La Tabla 5.8 resume los resultados obtenidos con los esquemas probados y se los compara con el controlador PI clásico derivado en 5.1.

A partir de la Tabla 5.8 se puede observar que los controladores por realimentación de estado presentan en general un mayor sobrepaso al compararlos con el esquema clásico. Esto se debe principalmente a que los controladores por realimentación ponderan en gran magnitud el error que existe al cambiar la referencia lo cual entrega elevadas acciones de control iniciales. Pese a ello, una de las virtudes de estos controladores es su bajo tiempo de subida t_r y que presentan en general una baja dispersión en la temperatura del aceite. Por lo demás, la tabla analizada reafirma la presencia de un error de seguimiento en todos los niveles excepto en los 190[°C] lo cual puede observarse en los valores medios de T_f . Cabe destacar también que producto de este error para algunos niveles no se considera un tiempo de estabilización ya que la respuesta nunca alcanza a entrar a la banda del 2% entre la condición inicial y referencia.

Tabla 5.8: Resultados controladores difuso robustos por realimentación de estados

Controlador	Referencia [$^{\circ}C$]	M_p	t_s [seg]	t_r [seg]	\bar{T}_f [$^{\circ}C$]	$std(T_f)$ [$^{\circ}C$]
J_1	150	18.66 %	—	351	147.11	6.85
	180	19.66 %	507	195	178.75	5.01
	210	19.66 %	—	220	211.23	4.09
	190	24.5 %	550	160	190.37	2.65
J_2	150	23.66 %	663	351	147.22	6.94
	180	25 %	468	195	178.81	5.03
	210	20 %	—	220	211.06	4.06
	190	31.5 %	670	160	190.32	2.59
J_3	150	8.33 %	—	351	146.80	6.72
	180	16 %	507	195	178.69	5.06
	210	19 %	—	220	211.42	4.12
	190	21 %	550	160	190.41	2.71
PI clásico	150	0.66 %	1131	1404	146.53	8.61
	180	5 %	546	351	178.78	5.27
	210	19.33 %	940	350	209.37	4.28
	190	13.5 %	820	350	190.56	3.16

En el ámbito del flujo impulsado al campo de colectores solares se muestran los resultados en la Figura 5.12 y la Tabla 5.9.

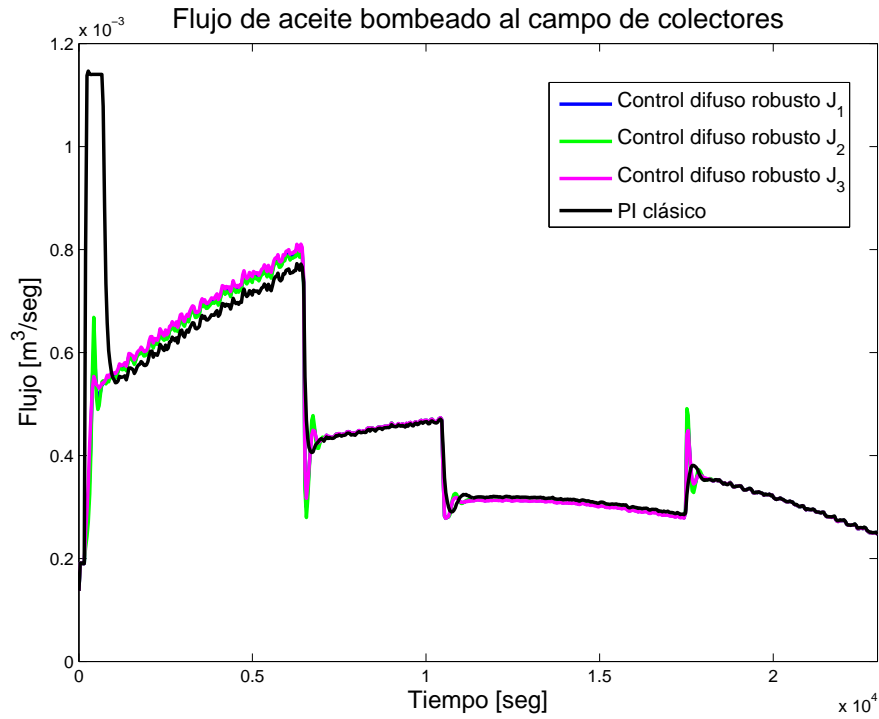


Figura 5.12: Flujo de aceite controladores difuso robustos por realimentación de estados (día soleado)

Tabla 5.9: Flujo en cada nivel de referencia (controladores por realimentación)

Controlador	Referencia [$^{\circ}C$]	$\bar{V}[m^3/s] \cdot 10^{-4}$	$std(\dot{V})[m^3/s] \cdot 10^{-4}$
J_1	150	6.47	1.28
	180	4.50	0.381
	210	3.03	0.121
	190	3.06	0.418
J_2	150	6.44	1.30
	180	4.49	0.400
	210	3.04	0.122
	190	3.06	0.429
J_3	150	6.54	1.28
	180	4.50	0.375
	210	3.02	0.120
	190	3.06	0.413
PI clásico	150	6.85	1.69
	180	4.51	0.334
	210	3.10	0.141
	190	3.05	0.386

Tanto la Figura 5.12 como la Tabla 5.9 permiten observar que los controladores robustos derivados son similares. Al respecto, se tiene que para algunos niveles los esquemas difuso robustos presentan menores dispersiones en comparación al PI clásico. Por el lado de los flujos promedio inyectados al campo de colectores se tiene que esto se ve afectado por el error de seguimiento en algunos niveles, lo cual invalida los análisis que se puedan hacer en ese sentido.

La razón de obtener controladores difuso robustos de comportamientos similares puede deberse a los pocos grados de libertad que tiene el algoritmo en este caso, ya que solo se cuenta con un parámetro de diseño (la constante L en cada regla) para garantizar condiciones relativamente parecidas. Dado esto, los resultados difieren solo en magnitudes pequeñas.

5.3.3. Resultados en escenario 2: día nublado

En esta parte se realizan pruebas para un día nublado, según los datos mostrados en la Figura 5.4, para una referencia constante de $180[^{\circ}C]$ de forma tal de posibilitar la comparación de los esquemas propuestos ante las perturbaciones que afectan el proceso.

Los resultados utilizando los controladores presentados en la Tabla 5.7 se observan en la Figura 5.13.

Desempeño de controladores por realimentación de estado ante perturbaciones

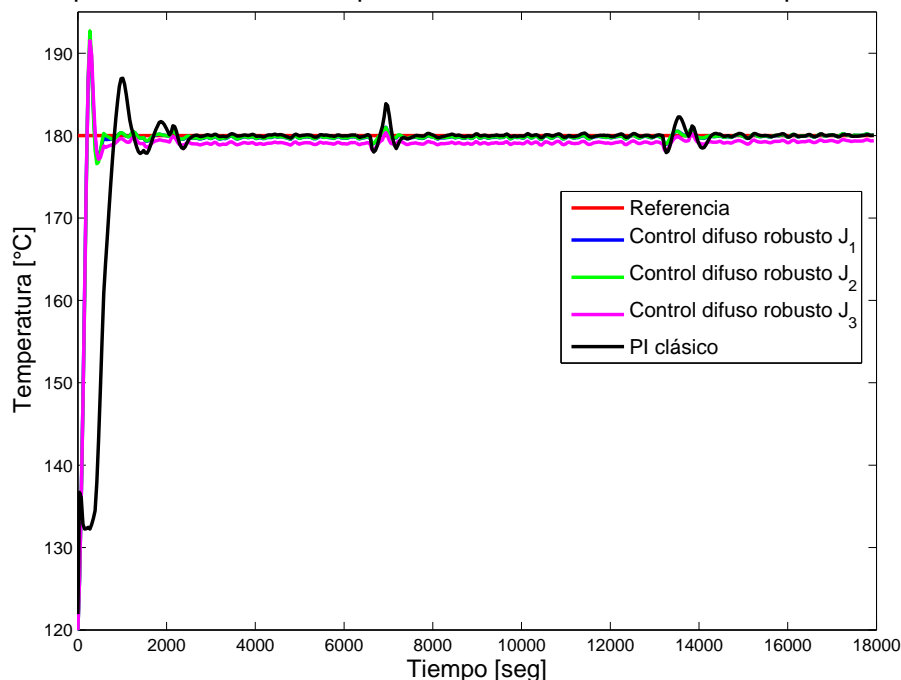


Figura 5.13: Desempeño de controladores difuso robustos por realimentación de estados

A partir del gráfico anterior es posible notar nuevamente que los resultados son similares entre los controladores robustos propuestos. A su vez, en el caso del esquema J_3 se puede apreciar un error permanente de aproximadamente 1°C , mientras que en el de los otros dos este está entre los 0.4°C . Por otro lado, los controladores presentan un elevado sobrepaso en la primera perturbación, esto es causado principalmente por la forma en que opera el esquema por realimentación de estados, el cual pondera excesivamente el error inicial cuando comienza a operar como se mencionó en la Sección 5.3.2. Sin embargo estos esquemas a diferencia de los controladores PI logran una atenuación considerable de las perturbaciones 2 y 3. Los resultados de esta prueba se muestran en la Tabla 5.10.

Tabla 5.10: Resultados de los controladores por realimentación de estado ante perturbaciones

Controlador	Perturbación	M_p	$t_s[\text{seg}]$	$t_r[\text{seg}]$	$\bar{T}_f[{}^{\circ}\text{C}]$	$std(T_f)[{}^{\circ}\text{C}]$
J_1	1	18.5 %	546	180	176.77	14.67
	2	1.66 %	—	—	179.41	3.81
	3	1.5 %	—	—	179.73	2.64
J_2	1	21.16 %	520	180	176.63	14.80
	2	1.66 %	—	—	179.35	3.87
	3	1.5 %	—	—	179.72	2.68
J_3	1	19.16 %	702	180	176.59	14.72
	2	0.66 %	—	—	178.92	3.86
	3	0.33 %	—	—	179.14	2.66
PI clásico	1	11.66 %	2418	858	168.57	19.76
	2	6.66 %	663	—	180.13	1.85
	3	3.83 %	980	—	179.99	1.35

En la Tabla 5.10 nuevamente para las perturbaciones 2 y 3 se tiene que el sobrepaso es tan bajo que la respuesta siempre se mantiene en la banda del 2% con respecto a la condición inicial y la referencia. Destaca también el hecho de que los tiempos de subida de los controladores propuestos sea bastante inferior al compararlo con el PI clásico. Esto también puede deberse a la alta ponderación inicial que otorga el esquema a la señal de entrada cuando comienza a operar.

A su vez, es interesante observar que pese a que este esquema no es muy apropiado para el seguimiento de referencias presenta algunas características que pueden hacerlo atractivo para otras aplicaciones. En particular, comparando estos resultados con los mostrados en la Tabla 5.5 se puede ver que los índices de sobrepaso y tiempo de estabilización son mejores a los obtenidos utilizando un PI difuso robusto. Esto puede deberse a que por lo general la inclusión de la acción integradora en un controlador contribuye a disminuir la estabilidad del esquema.

Para finalizar, se muestran en la Figura 5.14 los flujos de aceite inyectados por la bomba para lograr el desempeño analizado.

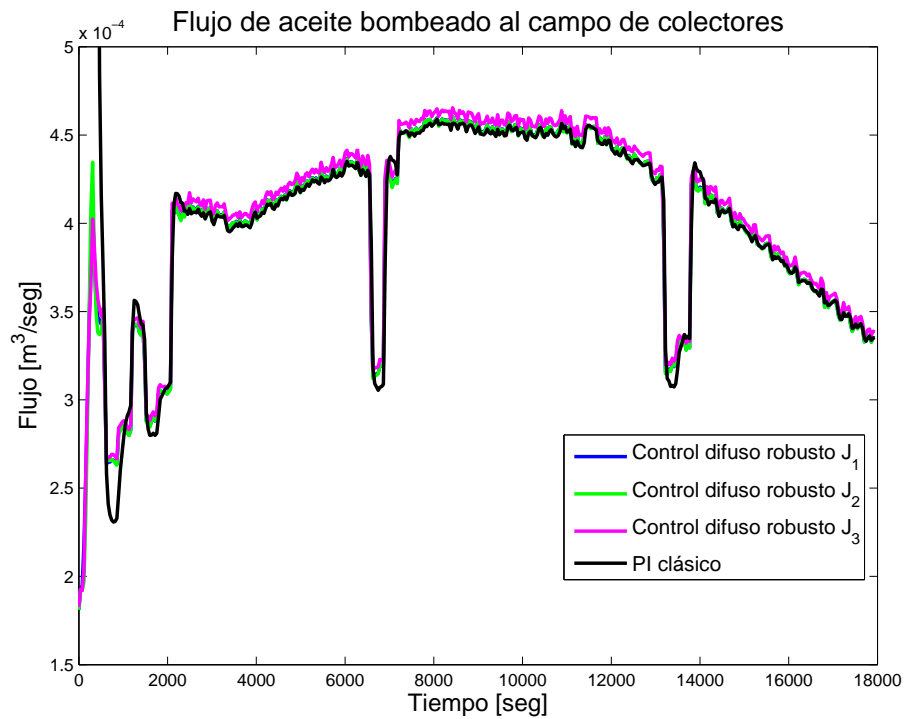


Figura 5.14: Flujo de aceite para prueba de controladores difuso robustos por realimentación de estados

Como se puede apreciar no existe gran diferencia entre los flujos para los controladores derivados. Por otra parte, pese a tener un mayor sobrepaso al principio de su operación esto no se manifiesta de forma tan evidente en esta variable (como en el caso de la Figura 5.10) debido a que un menor flujo se traduce en mayor temperatura del aceite, dadas las características del HTF. Esto se puede comprobar en la Tabla 5.11 donde se observa que el controlador J_3 es el que presenta menos variaciones de flujo al tener una desviación estándar de \dot{V} menor.

Tabla 5.11: Acción de control ante perturbaciones (Controlador por realimentación de estados)

Controlador	Perturbación	$\bar{V}[m^3/s] \cdot 10^{-4}$	$std(\dot{V})[m^3/s] \cdot 10^{-4}$
J_1	1	3.03	0.745
	2	3.81	0.618
	3	3.64	0.493
J_2	1	3.04	0.795
	2	3.81	0.644
	3	3.64	0.503
J_3	1	3.04	0.720
	2	3.85	0.611
	3	3.67	0.494
PI clásico	1	4.57	3.04
	2	3.81	0.617
	3	3.64	0.514

En la Tabla 5.11 se puede apreciar que en general la dispersión del flujo es menor para los controladores difuso robustos propuestos en comparación con el PI clásico. Esto guarda relación con el hecho de que los esquemas difuso robustos establecidos no cuentan con una acción integral lo cual permite disminuir en cierta medida las oscilaciones en torno a la referencia.

Concluidos los análisis para los controladores difuso robustos por realimentación de estados, se presenta en la siguiente sección el estudio de su robustez global.

5.3.4. Evaluación de la robustez global de los controladores por realimentación

Al igual que en el caso del PI difuso robusto, se debe realizar un análisis sobre la estabilidad global del controlador para concluir sobre su robustez. Similar a lo hecho en la Sección 5.2.3 se muestra el procedimiento de verificación solo para el controlador J_1 dejando el estudio de los otros controladores al Anexo B.

La aplicación del teorema presentado en la Sección 3.6 es más sencilla en este caso en vista de que el sistema en lazo cerrado es de orden $n = 1$. Esto se explica por el hecho de que añadir un controlador por realimentación de estados como el que fue presentado no altera el orden original de la planta. Ante esto muchas de las matrices necesarias en el teorema se transforman en escalares. En efecto, para este caso particular se tiene que:

$$E = F = 1 \tag{5.17}$$

y para cada regla del controlador J_1 :

$$R^1 : \Delta_1^A = 8.2367 \cdot 10^{-4}$$

$$R^2 : \Delta_2^A = 0.0011$$

$$\begin{aligned}
R^3 : \Delta_3^A &= 5.3515 \cdot 10^{-4} \\
R^4 : \Delta_4^A &= 8.1547 \cdot 10^{-4}
\end{aligned}
\tag{5.18}$$

Escribiendo entonces la inecuación matricial propuesta en el teorema y escogiendo $P = 1$ y $V_{1A} = V_{2A} = V_{3A} = V_{4A} = 100$ se llega a una matriz que es definida negativa. Por lo tanto el esquema propuesto resulta ser robustamente estable.

Similarmente, en el Anexo B se demuestra que los controladores difuso robustos por realimentación de estados dados por J_2 y J_3 también son estables.

5.4. Prueba de controladores ante otro set de datos

Para validar la robustez y desempeño de los controladores diseñados se realizan pruebas para perfiles de radiación solar correspondientes a 100 días distintos, con presencia de nubosidad y sin ella. Para estas pruebas se considera una referencia constante en 180 [$^{\circ}C$] utilizándose los controladores J_2 tanto para el esquema difuso robusto PI como el de realimentación de estados ya que comparativamente demuestran tener mejores desempeños. A su vez, para contrastar resultados se verifica el comportamiento del controlador PI clásico dado por la expresión 5.1.

La Tabla 5.12 resume las estadísticas relevantes para esta prueba considerando la implementación de estas tres estrategias para los 100 días considerados. Una vez más se consideran como índices relevantes los valores medios tanto de la entrada como de la salida, los cuales dan cuenta de la energía de control y el seguimiento de referencia respectivamente; y las desviaciones estándar de estas variables, relacionadas con las variaciones que ocurren en ellas.

Tabla 5.12: Resumen de resultados de validación

Controlador	Temperatura [$^{\circ}C$]		Flujo [m^3/s] $\cdot 10^{-4}$	
	\bar{T}_f	$std(T_f)$	\dot{V}	$std(\dot{V})$
PI difuso robusto	179.9936	1.1111	3.8874	1.1636
Realimentación de estados difusa robusta	179.5800	0.9486	3.9130	1.1732
PI clásico	179.9908	1.3451	3.9878	1.1645

Se puede observar nuevamente a partir de la Tabla 5.12 que los controladores diseñados presentan en general mejores desempeños que un esquema clásico. En particular el PI difuso robusto exhibe un mejor seguimiento de la referencia con menores variaciones en la salida, como se muestra en los valores de la desviación estándar de la temperatura del aceite. Este último aspecto es superior en el controlador por realimentación de estados denotando un mejor rechazo de perturbaciones, sin embargo, como fue mencionado anteriormente presenta una menor calidad de seguimiento de referencia debido a un leve error en régimen permanente. Por el lado de la acción de control los valores obtenidos confirman los resultados presentados en secciones anteriores teniéndose menores flujos en los esquemas difuso robustos propuestos.

Para concluir las pruebas de controladores se presenta en la siguiente sección un esquema difuso \mathcal{H}_{∞} el cual sirve para comparar los controladores difuso robustos planteados en esta tesis.

5.5. Control difuso \mathcal{H}_∞

5.5.1. Especificaciones de diseño

En esta parte se propone encontrar un controlador difuso robusto mediante el diseño de un esquema \mathcal{H}_∞ para cada función de transferencia local en el modelo Takagi & Sugeno de la planta solar. En particular, se busca resolver el problema de sensibilidad mixta de la forma planteada en el Anexo G. De esta manera, y siguiendo las especificaciones que se enuncian en dicha sección se selecciona, para el modelo de la planta solar, $W_1(s)$ y $W_3(s)$ como las siguientes funciones:

$$W_1(s) = \frac{s + 0.1}{s + 0.0001} \quad (5.19)$$

$$W_3(s) = \frac{s + 1}{s + 100} \quad (5.20)$$

Con esto, según la ecuación 7.34 se busca que los diagramas de la función de sensibilidad y sensibilidad complementaria presenten un comportamiento similar a lo mostrado en la Figura 5.15 y 5.16.

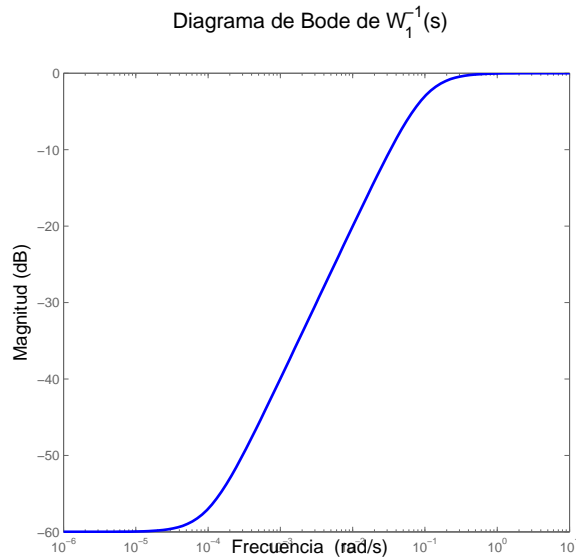


Figura 5.15: Diagrama de Bode para $W_1^{-1}(s)$

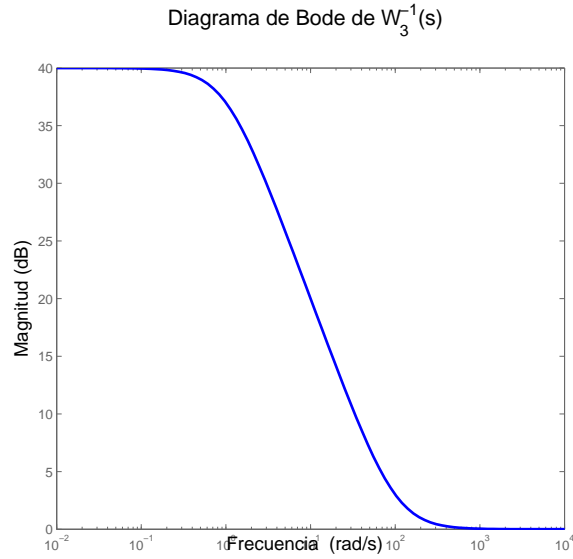


Figura 5.16: Diagrama de Bode para $W_3^{-1}(s)$

Según se puede inferir de la Figura 5.15 se ha seleccionado $W_1(s)$ de forma tal que la función de sensibilidad $S(s)$, relacionada con el rechazo de perturbaciones, presente una alta atenuación en las frecuencias del orden de los $10^{-3}[\text{rad/seg}]$ que es la banda donde generalmente se dan los cambios en la radiación solar al pasar una nube. Por otro lado, según se observa en la Figura 5.16 en la elección de $W_3(s)$, relacionada con el seguimiento de referencias (función de sensibilidad complementaria $T(s)$), se busca mayor atenuación en frecuencias por sobre los $100[\text{rad/seg}]$ para asegurar en lo posible una respuesta más lenta.

A partir de esto, el control difuso \mathcal{H}_∞ tiene las siguientes reglas:

$$R^1 : \text{Si } \dot{y}_f(t) \text{ es } A_1^1 \text{ y } u_f(t) \text{ es } B_2^1 \text{ entonces:}$$

$$C^1(s) = \frac{1.88 \cdot 10^4 s^2 + 1.88 \cdot 10^6 s + 1.39 \cdot 10^4}{s^3 + 1510s^2 + 1.4 \cdot 10^5 + 13.98}$$

$$R^2 : \text{Si } \dot{y}_f(t) \text{ es } A_1^2 \text{ y } u_f(t) \text{ es } B_2^2 \text{ entonces:}$$

$$C^2(s) = \frac{1.85 \cdot 10^4 s^2 + 1.85 \cdot 10^6 s + 2.26 \cdot 10^4}{s^3 + 2422s^2 + 2.31 \cdot 10^5 + 23.03}$$

$$R^3 : \text{Si } \dot{y}_f(t) \text{ es } A_1^3 \text{ y } u_f(t) \text{ es } B_2^3 \text{ entonces:}$$

$$C^3(s) = \frac{1.9 \cdot 10^4 s^2 + 1.9 \cdot 10^6 s + 1.15 \cdot 10^4}{s^3 + 1247s^2 + 1.147 \cdot 10^5 + 11.38}$$

$$R^4 : \text{Si } \dot{y}_f(t) \text{ es } A_1^4 \text{ y } u_f(t) \text{ es } B_2^4 \text{ entonces:}$$

$$C^4(s) = \frac{1.872 \cdot 10^4 s^2 + 1.873 \cdot 10^6 s + 1.58 \cdot 10^4}{s^3 + 1707s^2 + 1.6 \cdot 10^5 s + 15.93} \quad (5.21)$$

Para todos los esquemas encontrados se tiene que $\gamma = 1.005$.

5.5.2. Resultados en escenario 1: día soleado (sin nubes)

Al igual que para los controladores difuso robustos planteados, se realiza un análisis similar para el controlador \mathcal{H}_∞ comenzando con una prueba para un día soleado. Los resultados utilizando el esquema planteado en 5.21 se muestran en la Figura 5.17 y la Tabla 5.13.

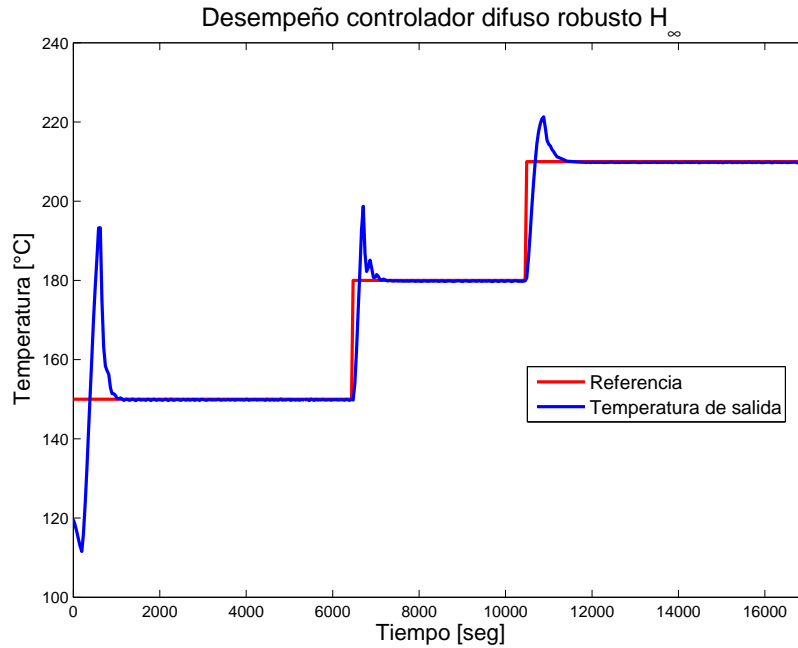


Figura 5.17: Controlador \mathcal{H}_∞ difuso robusto (día soleado)

Tabla 5.13: Resultados controlador difuso \mathcal{H}_∞ (día soleado)

Controlador	Referencia [°C]	M_p	t_s [seg]	t_r [seg]	\bar{T}_f [°C]	$std(T_f)$ [°C]
\mathcal{H}_∞	150	144.33 %	1014	390	149.62	10.06
	180	62.33 %	663	234	179.64	5.00
	210	37.66 %	860	240	209.76	3.76

Según se aprecia en la Tabla 5.13 el controlador propuesto presenta un elevado sobrepaso en particular al inicio de su operación. Esto puede deberse a que, si bien se diseña el esquema para responder de manera más lenta siempre existe un compromiso entre las funciones $S(s)$ y $T(s)$, lo cual queda de manifiesto al notar que la suma de ambas, por definición, siempre es igual a 1. Por lo tanto como se le ha dado alto énfasis al rechazo de perturbaciones (es decir a $S(s)$) el segundo objetivo, que es el seguimiento, se ve perjudicado.

Por otro lado al comparar el resto de los índices con los controladores difuso robusto PI y por realimentación de estado se tiene que estos son similares, pese a que en promedio el controlador \mathcal{H}_∞ alcanza la referencia de temperatura más rápido. A su vez, la dispersión en la respuesta, también similar a los esquemas propuestos, es causada fundamentalmente por los elevados sobrepasos.

El flujo de aceite en este caso se muestra en la Figura 5.18.

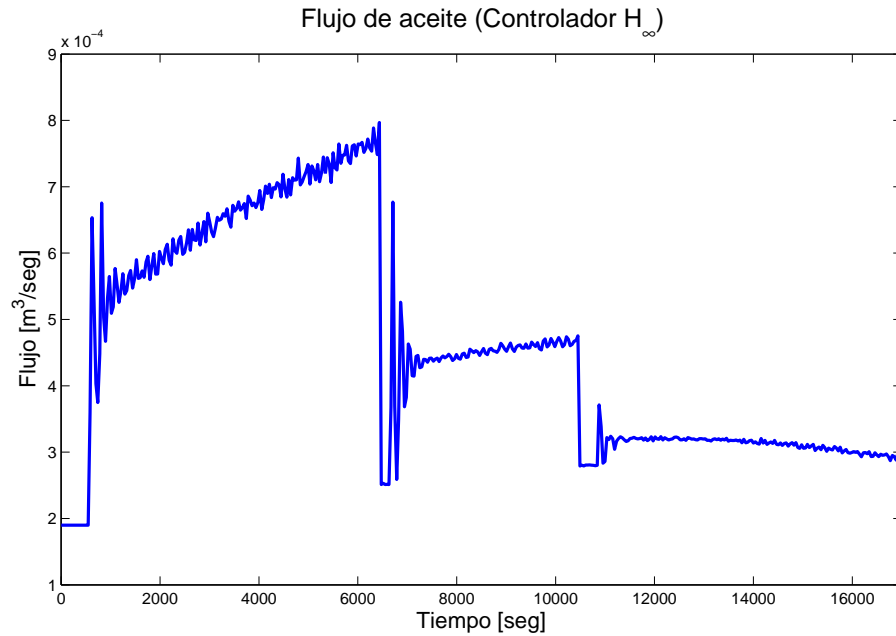


Figura 5.18: Flujo de aceite inyectado (día soleado)

Se aprecia en la Figura 5.18 que el controlador reacciona rápidamente para evitar el efecto de las perturbaciones lo cual se traduce en cambios rápidos del flujo inyectado. Cuantitativamente esto se puede observar en la Tabla 5.14.

Tabla 5.14: Flujo inyectado (Controlador \mathcal{H}_∞)

Controlador	Referencia [$^{\circ}C$]	$\bar{V} [m^3/s] \cdot 10^{-4}$	$std(\dot{V}) [m^3/s] \cdot 10^{-4}$
\mathcal{H}_∞	150	6.10	1.54
	180	4.40	0.568
	210	3.08	0.138

Al comparar los resultados de la Tabla 5.14 con los obtenidos al utilizar los controladores difuso robustos planteados en este trabajo, se puede corroborar que el esquema \mathcal{H}_∞ presenta una mayor dispersión en cuanto al flujo inyectado, lo cual se entiende como una variación más frecuente en la velocidad de la bomba, como se pudo apreciar visualmente en la Figura 5.18.

5.5.3. Resultados en escenario 2: día nublado

El desempeño de este controlador para un día nublado se puede observar en la Figura 5.19

A partir del gráfico mostrado en la Figura 5.19 es posible notar que este esquema presenta un gran sobrepaso, el cual es de 39.96 %. No obstante, el rechazo de perturbaciones de este controlador es mejor que el mostrado por los esquemas de control ante incertidumbre paramétrica propuestos en esta tesis. Esto se debe probablemente a la fuerte acción derivativa presente en las ecuaciones de 5.21 lo cual le permite anticiparse rápidamente a las perturbaciones, a causa del énfasis que se

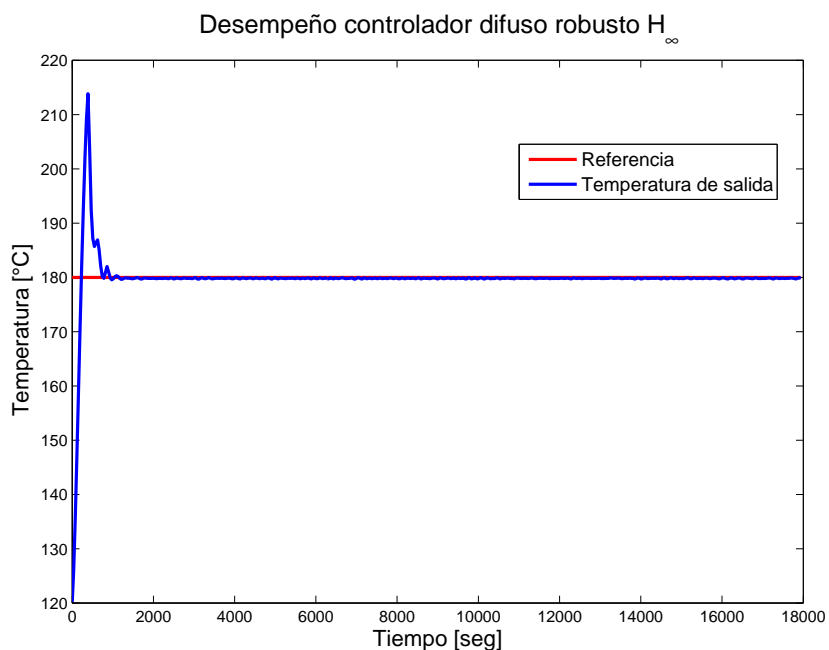


Figura 5.19: Controlador \mathcal{H}_∞ difuso robusto (día nublado)

le ha dado a la función $S(s)$ como fue mencionado anteriormente. Sin embargo, esto puede traer algunos problemas numéricos en la implementación del controlador. En efecto, durante la simulación del desempeño de este esquema se necesitó utilizar un paso muy pequeño de integración para que la acción de control no divergiera teniendo esto como consecuencia pruebas mucho más lentas en el caso de la simulación.

La acción de control para este esquema se muestra en la Figura 5.20

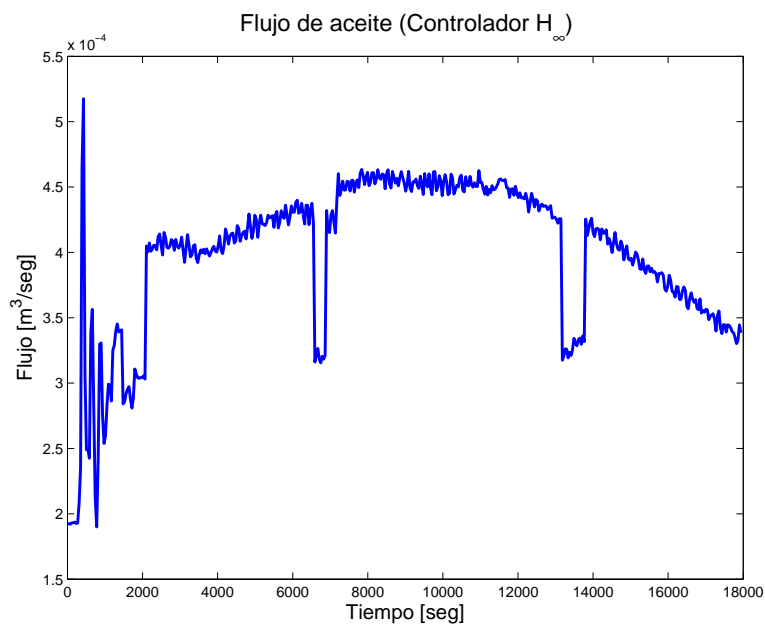


Figura 5.20: Flujo de aceite inyectado (día nublado)

A partir de este gráfico es posible notar que el controlador propuesto exige a la bomba que varíe el flujo inyectado con más rapidez en comparación con los otros esquemas estudiados. Esto se traduce en un mayor rechazo a perturbaciones pero demanda un mayor trabajo por parte de la bomba.

5.6. Discusión

En este capítulo se han presentado tres enfoques para el diseño de controladores difuso robustos los cuales en particular son aplicados a una planta de colectores solares. A partir de los resultados obtenidos se puede concluir que los esquemas propuestos controlan de manera adecuada el proceso, minimizando los sobrepasos durante los cambios de referencia y rechazando de mejor manera las perturbaciones en comparación con un controlador PI clásico.

En el caso del esquema PI difuso robusto se han podido observar distintos comportamientos según el objetivo de control propuesto, el cual queda en el criterio (función de fitness) a utilizar en la optimización de los parámetros del esquema. En este sentido destacan con buenos resultados los controladores J_1 y J_2 que toman en cuenta tiempo de estabilización y margen de fase respectivamente. En efecto, dado que ambos índices poseen un compromiso con el sobrepaso (considerado también en ambas funciones) la optimización logra encontrar los parámetros para los controladores que garantizan un equilibrio entre los objetivos establecidos. Por otro lado, el controlador J_3 al considerar sobreoscilación y margen de ganancia simultáneamente, obtiene un comportamiento bastante más lento. En efecto al observar los parámetros del esquema PI difuso obtenido con esta función de fitness se puede apreciar que los coeficientes para la constante integral son más bajos en comparación a los otros controladores del mismo tipo (PI difuso robustos). Esto tiene sentido ya que un elevado margen de ganancia implica que el sistema a lazo cerrado posee un rango mayor de estabilidad ante cambios de ganancia grandes, por ejemplo en perturbaciones que lo afectan o variaciones en los parámetros que definen el modelo. Ello sumado a la condición de sobrepaso genera controladores muy conservadores en cuanto a estabilidad en ganancia lo cual se traduce en los comportamientos lentos observados para este esquema.

Al comparar el desempeño de los controladores PI difuso robustos con aquellos por realimentación de estados la ventaja más clara que se puede observar es que estos últimos poseen un mejor rechazo de perturbaciones. El motivo principal de esto radica en la ausencia de una acción integral, la cual al agregar un polo en el origen del plano complejo propicia una disminución en los márgenes de estabilidad del sistema. La desventaja evidente de esto es el problema de error en estado estacionario que tiene este esquema al seguir referencias. En efecto, pese a agregarse un coeficiente de compensación al controlador por realimentación de estados difuso robusto, se pueden presentar de todas formas errores en estado estacionario. Por otro lado, se tienen comportamientos similares para los esquemas diseñados utilizando este enfoque, lo cual se debe fundamentalmente a que los controladores por realimentación de estados propuestos en este capítulo poseen solo un grado de libertad en su construcción (el vector de ganancias L), lo cual dificulta la realización de objetivos simultáneos. Esto tiene como consecuencia la obtención de esquemas similares en cuanto a resultados.

En el ámbito de la energía de control, entendiéndose ésta como los flujos de aceite impulsados por la bomba que alimenta al campo de colectores solares, se ha podido observar también que en términos generales los controladores difuso robustos propuestos presentan mejores resultados que esquemas convencionales. En particular, la dispersión de esta variable, entendida como la cantidad de cambios de flujo, resulta ser menor en la mayoría de los casos. Esto, como fue mencionado a lo largo de este capítulo, tiene gran importancia si se considera que el flujo se relaciona con la temperatura del aceite

y que las variaciones constantes de esta pueden afectar la vida útil del fluido. A su vez, es deseable que la bomba no esté permanentemente variando bruscamente su velocidad ya que podría causarle daños, por lo tanto también se logra una conclusión positiva en este aspecto.

Se han comparado a su vez los controladores difuso robustos con un enfoque 'clásico' de control difuso robusto como es la teoría \mathcal{H}_∞ . La diferencia de estos con los esquemas de incertidumbre paramétrica radica justamente en la forma en la cual se considera la incertidumbre: mientras los controladores propuestos basados en los teoremas de Kharitonov presentan un modelo de incertidumbre estructurada en la forma de funciones de transferencia de intervalos, el control \mathcal{H}_∞ asume solamente que existe incertidumbre y encuentra un controlador que garantiza que para cierta magnitud de dicha incertidumbre el esquema sea estable.

Según los resultados obtenidos en las pruebas, el controlador difuso \mathcal{H}_∞ presenta un mejor rechazo de perturbaciones pero exhibe altos sobrepasos y exige más trabajo a la bomba, probablemente por la componente derivativa que aparece en sus funciones de transferencia. Este tipo de comportamiento puede, en efecto, ser replicado por un esquema obtenido a partir de la teoría de incertidumbre paramétrica si se consideran controladores tipo PD o PID. No obstante, aunque el controlador PD satisface la condición de vértice, no es un esquema apropiado para el seguimiento de referencias y por ende no se implementó en la planta solar. Por otra parte un controlador PID podría ser más idóneo para el proceso (dado que cumpliría con ambas funciones: rechazo de perturbaciones y seguimiento de referencias) pero al no cumplir la condición de vértice requiere de un análisis adicional para probar su estabilidad, por lo cual su diseño e implementación quedan propuestos como un trabajo posterior a esta tesis.

Como comentarios finales cabe destacar que los controladores difuso robustos planteados en esta tesis son estables dada una cierta incertidumbre modelada a partir de intervalos difusos. Sin embargo es imposible simular todas las posibles perturbaciones que pueden existir en la operación de un proceso, es más, si el modelo es obtenido a partir de datos empíricos no se puede garantizar que el esquema sea robusto fuera de los rangos de operación para los cuales el modelo fue identificado. Por otro lado, la determinación de los intervalos para los parámetros inciertos depende del porcentaje de datos cubierto. Se puede observar a partir de la definición de los intervalos difusos que a medida que se considere más incertidumbre se tendrán intervalos más grandes lo cual tiene una repercusión directa en los límites que deben tener los parámetros del controlador para garantizar la estabilidad robusta, haciéndolos en este caso más conservadores.

Para concluir con esta parte se muestra en la Tabla 5.15 un resumen cualitativo de los controladores propuestos en esta tesis y su comparación con el esquema de control robusto clásico, haciendo énfasis en sus ventajas y desventajas tanto en términos generales como para el caso específico de la planta de colectores solares en estudio.

Tabla 5.15: Resumen de ventajas y desventajas de los controladores propuestos

Controlador	Ventajas	Desventajas
<p>Controladores difuso robustos ante incertidumbre paramétrica (en general)</p>	<ul style="list-style-type: none"> -Incluye la incertidumbre asociada al modelo como parámetros inciertos. -Permite trabajar de mejor manera con plantas no lineales. -Al usar PSO (u otro algoritmo) entrega la flexibilidad de trabajar con diversos objetivos de control. -La metodología de diseño puede ser utilizada tanto para modelos fenomenológicos como modelos tipo caja negra. 	<ul style="list-style-type: none"> - La estabilidad global debe ser verificada con una LMI que para sistemas de orden elevado puede ser difícil de resolver. -Si no se trabaja con controladores que cumplan la condición de vértice (por ejemplo un PID) se deben utilizar métodos adicionales para la verificación de la estabilidad robusta.
<p>Control PI difuso robusto</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Permite un mejor seguimiento de referencias. - Cumple condición de vértice, por lo tanto se debe probar la estabilidad de un número finito de polinomios (máximo 16). - Para el caso de la planta solar presenta mejores índices de sobrepaso en comparación con un esquema clásico. 	<ul style="list-style-type: none"> - Como todo control PI, la inclusión de la acción integral disminuye los márgenes de estabilidad del esquema.
<p>Control difuso robusto por realimentación de estados.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Requiere solo del uso del teorema de Kharitonov (máximo 4 polinomios a analizar). -Conceptualmente es más sencillo. 	<ul style="list-style-type: none"> - Para la planta solar presenta un gran sobrepaso. -Necesidad de representar el sistema en variables de estado (puede ser necesario incluir observador, lo cual cambia el análisis de estabilidad). - Pese a poder ajustarse para seguimiento de referencias, puede presentar error permanente

Controlador	Ventajas	Desventajas
Control difuso \mathcal{H}_∞	<ul style="list-style-type: none"> - No requiere una caracterización explícita de la incertidumbre asociada al proceso. - En el caso de la planta solar presenta un buen rechazo de perturbaciones. - Permite establecer como objetivo de control que el sistema presente un diagrama de Bode previamente establecido. - Análisis de estabilidad en el caso de controladores difusos se realiza de la forma usual (más simple). 	<ul style="list-style-type: none"> - El cálculo de la norma infinito es un proceso iterativo y usualmente es lento. - En la planta solar presenta un elevado sobrepaso. - En el caso analizado, el controlador aumenta mucho el orden del sistema en lazo cerrado, lo que puede causar problemas numéricos cuando es implementado.

5.7. Alcances del trabajo a la realidad chilena

Según los datos entregados por SERC Chile [75], el norte de nuestro país posee uno de los mejores índices de radiación solar a nivel mundial. Esto sumado a la claridad de los cielos (índice anual de claridad de aproximadamente 0.7) lo transforman en un lugar idóneo para la explotación de este recurso en materia energética tanto en la producción misma de energía como en el apoyo directo a la industria, como puede ser por ejemplo, algunos procesos en faenas mineras.

Estos antecedentes, junto con los nuevos lineamientos planteados en la Estrategia Nacional de Energía [76] han fomentado un aumento sustancial de la inversión en plantas fotovoltaicas y tecnologías de concentración solar. En este último enfoque destaca el proyecto Atacama 1, de Abengoa Solar, el cual consiste en una planta termosolar de torre central (110 MW) y paneles fotovoltaicos (100 MW), la cual evitará la emisión de alrededor de 870 mil toneladas anuales de CO_2 a la atmósfera. El proyecto se localiza en María Elena, Región de Antofagasta y actualmente se encuentra en construcción. Otro proyecto en la misma línea es Copiapó Solar que se estima aportará 260 MW al SING cuando comience a operar en 2019.

Con respecto a plantas de colectores solares cilindroparábolicos como la estudiada en esta tesis, se tiene en Chile el caso de la Minera El Tesoro, la cual incorporó esta tecnología en el proceso productivo de la extracción de cobre, más específicamente en la etapa de electro obtención de los cátodos de cobre. Según datos entregados por Abengoa Solar [77], empresa encargada del diseño de esta planta, la instalación ahorra más del 50 % anual del combustible utilizado tradicionalmente en el proceso reduciendo la emisión de CO_2 a la atmósfera en 10.000 toneladas anuales. La planta cuenta con estanques de almacenamiento térmico, que le permiten seguir operando durante la noche, totalizando una entrega anual de energía cercana a los 24845 MWh térmicos.

En cuanto a proyectos de generación eléctrica mediante el uso de campos de colectores solares, se tiene en Chile la planta termosolar Pedro de Valdivia, cuya construcción ya fue aprobada y que contará con cuatro turbinas de vapor de 90 MW cada una [79]. Este sistema ocupará sales fundidas como fluido de transferencia de calor y se localizará en la comuna de María Elena, desde donde inyectará energía al SING.

Dada la gran cantidad de radiación solar y claridad de los cielos del norte de Chile, con escasa presencia de nubes, la aparición de perturbaciones como las mostradas en este trabajo son bastante inferiores. A su vez, los niveles de radiación presentes en la zona norte del país permitirían a las plantas operar en niveles de temperatura significativamente mayores a los utilizados en esta tesis. No obstante lo anterior, el carácter no lineal de estas plantas y las perturbaciones que significan el hecho de estar integrada a un proceso de intercambio de calor, por ejemplo, el caso de la producción de vapor para las turbinas; o la suciedad de los espejos, hacen igualmente necesaria la implementación de controladores capaces de mantener ciertos estándares de funcionamiento, incidiendo esto último directamente en la eficiencia de los procesos mencionados. En efecto, como se observa de los resultados obtenidos en este trabajo, la implementación de un controlador que considera las perturbaciones en su diseño incide en los flujos de aceite inyectados al campo de colectores lo cual conlleva un ahorro de energía en la operación de la bomba y una consecuente disminución de los consumos propios. A su vez los bajos sobrepasos en la temperatura de este fluido permiten mantener niveles constantes de referencia de manera más eficaz.

Por otra parte, para campos de colectores solares integrados a plantas de ciclo combinado, se muestra en [78] que el uso de estrategias de control avanzado como la mostrada en esta tesis reduce el uso de combustible hacia el quemador auxiliar encargado de la producción de vapor en este tipo de plantas, reduciendo con esto costos y emisiones de gases de efecto invernadero.

6 Conclusiones

En este trabajo se han desarrollado distintas estrategias de control difuso robusto para una planta de colectores solares, proponiendo una metodología de diseño que involucra tanto el desempeño de estos controladores ante perturbaciones como la estabilidad robusta de estos esquemas. Para ello se ha elaborado un simulador de la planta de colectores solares en ambiente MATLAB-Simulink basado en las ecuaciones fenomenológicas del proceso, de manera de poder analizar el funcionamiento de cada uno de los esquemas difuso robustos propuestos y compararlos con otros enfoques de control, en particular el control robusto clásico basado en la teoría \mathcal{H}_∞ .

El objetivo de encontrar mejores estrategias de control para la planta solar radica en la necesidad de aprovechar de manera más eficiente la radiación solar disponible. Esto a su vez se traduce en una disminución del uso de combustibles fósiles y por ende una reducción en la emisión de gases contaminantes a la atmósfera los cuales son parámetros de interés tanto ambiental como económico. Los desafíos asociados a la planta de colectores solares vienen dados por las perturbaciones presentes en el proceso, el comportamiento no lineal del mismo y la variabilidad del recurso solar, el cual pese a ser la principal fuente de energía del sistema no es una variable que se pueda controlar.

Ante lo anterior, en esta tesis se ha representado el campo de colectores solares a través de un modelo difuso de Takagi & Sugeno que considera en sus consecuencias funciones de transferencia de intervalos, abarcando de esta forma la dinámica no lineal del proceso y simultáneamente integrando las perturbaciones e incertidumbre a dicho modelo. Las ventajas de adoptar este tipo de esquema radica en la posibilidad de derivar controladores que se adapten de mejor forma al comportamiento de la planta en especial bajo perturbaciones. En efecto, se ha podido observar que un controlador lineal de parámetros fijos presenta respuestas diferentes en términos de sobrepaso y tiempo de estabilización según el punto de operación considerado a diferencia de un controlador difuso, el cual es capaz de identificar diferentes condiciones de operación del proceso y entregar una acción de control acorde a ellas. Los controladores difuso robustos presentados en esta tesis tienen entonces la ventaja de ser más apropiados para procesos no lineales con perturbaciones y a su vez dar garantías teóricas sobre la estabilidad ante estas condiciones.

Basado en los resultados mostrados en este trabajo es posible concluir que los controladores propuestos presentan un comportamiento adecuado para la planta de colectores solares en comparación con alternativas convencionales, en especial esquemas derivados de modelos lineales, mostrando un mejor desempeño ante perturbaciones y en términos de sobrepaso y tiempo de estabilización para distintos puntos de operación. Este último aspecto resulta relevante si se considera que en el diseño de los esquemas difuso robustos se deben respetar las condiciones dadas por los Teoremas de Khritonov, lo cual puede agregar cierto conservadurismo en la sintonización de controladores al establecer restricciones en sus parámetros. Por otro lado, al comparar el desempeño con un control robusto como el \mathcal{H}_∞ , los controladores difuso robustos propuestos en esta tesis presentan mejores resultados

en términos de sobrepaso pero se ven superados en el ámbito del rechazo a perturbaciones. Esto último puede deberse a que los esquemas \mathcal{H}_∞ obtenidos presentan una alta componente derivativa en su estructura, pero tienen como desventaja que poseen unas funciones de transferencia de orden elevado que dificultan su simulación y posible implementación en procesos reales. Una mejora en el sentido de rechazo a perturbaciones podría obtenerse utilizando controladores difuso robustos PID ocupando la misma metodología propuesta en este trabajo, realizando un análisis más detallado para asegurar la estabilidad robusta en vista de que los esquemas PID no cumplen con la condición de vértice dada en el Teorema Generalizado de Kharitonov.

La metodología de diseño propuesta para los esquemas difuso robustos planteados posee la virtud de ser flexible a varios cambios dependiendo tanto del objetivo que se busque al controlar la planta como de su dinámica, pudiendo agregarse condiciones tanto en el dominio del tiempo como de la frecuencia. Si bien la opción de escoger un criterio (función de fitness) es la prueba más clara de esta característica, se debe notar que la selección del algoritmo de optimización a utilizar también puede modificarse, optando por otros métodos evolutivos, algoritmos convencionales o simplemente sintonización clásica por ubicación de polos, lugar geométrico de las raíces, entre otros. A su vez el criterio de selección de controladores, el cual se basa en encontrar un controlador para cada uno de los sistemas extremos y elegir el mejor, puede ser cambiado por otro enfoque, por ejemplo, que utilice menos funciones de transferencia o descarte aquellas para las cuales los parámetros inciertos varíen poco en comparación con los restantes. Con esto podría disminuirse el tiempo de cómputo del algoritmo y abarcar otros objetivos.

En el ámbito de los controladores difuso robustos diseñados en esta tesis se ha trabajado con dos enfoques: control por realimentación de estados y control PI, lo cual también da cuenta de las variantes que tiene la metodología propuesta. Dentro de las diferencias más notorias entre ambos enfoques está en que el primero requiere del uso del Teorema de Kharitonov y el segundo una extensión o generalización de este postulado. Las implicancias de esto están en el número de polinomios característicos a analizar: mientras los controladores difusos por realimentación de estado requieren el análisis de a lo más 4 polinomios por regla, en el caso del PI este número puede llegar a un máximo de 16 dependiendo del orden del sistema en estudio. Esto puede derivar en condiciones más conservadoras para los parámetros del controlador en vista de que se debe garantizar la estabilidad de un mayor número de polinomios.

También en esta tesis se ha abordado el tema de la estabilidad global de los controladores difusos propuestos. Ante la caracterización del proceso como funciones de transferencia con incertidumbre paramétrica, se tiene que los métodos convencionales de estudio de estabilidad para esquemas difusos de Takagi & Sugeno son insuficientes y por ende se requiere de un análisis más elaborado. Esto se logra utilizando como base el teorema de Lyapunov junto a otras definiciones para caracterizar la incertidumbre y resolviendo una inecuación matricial. Si bien la complejidad de esta inecuación aumenta a medida que crece el orden del sistema en estudio, es una herramienta útil para concluir sobre la estabilidad de los esquemas propuestos, dando un respaldo teórico de la robustez de los controladores diseñados.

En conclusión, en esta tesis se han diseñado novedosamente controladores robustos para la planta solar que permiten un buen comportamiento de ésta, proponiendo una metodología que aborda tanto su desempeño ante perturbaciones como su estabilidad robusta.

6.1. Aportes de la tesis

Dentro de los principales aportes que se entregan en esta tesis se destaca la síntesis de un controlador difuso robusto ante incertidumbre paramétrica y la metodología para diseñarlo, lo cual es un enfoque novedoso en el ámbito de los esquemas de este estilo considerando que este problema ha sido abordado más desde el marco de la teoría \mathcal{H}_∞ , o simplemente desde modelos lineales. A su vez se ha recopilado una serie de teoremas y postulados que permiten analizar y establecer la robustez del esquema a nivel local y global, lo cual es fundamental considerando que se ha trabajado con modelos y controladores difusos. De esta forma, los esquemas aquí propuestos pueden ser utilizados para cualquier proceso afectado o no por perturbaciones, lineal o no lineal, para el cual resulte provechoso ser representado mediante un modelo difuso.

Por el lado de la planta solar, uno de los aportes más significativos fue la elaboración de un nuevo simulador para representar su comportamiento y poder realizar pruebas de distintos esquemas de control sobre él. Además, la aplicación exitosa de los controladores difuso robustos sobre este proceso contribuye a validar estas estrategias para ser utilizadas en otros procesos como fue mencionado anteriormente.

Finalmente cabe destacar como contribución al estudio de estos esquemas los distintos archivos de código y simuladores elaborados a lo largo de esta tesis, los cuales pueden ser utilizados como base para extender los resultados aquí expuestos. En particular cabe mencionar las modificaciones realizadas a los toolbox ya existentes de diseño de modelos Takagi & Sugeno e intervalos difusos, los cuales fueron adaptados para realizar identificación en tiempo continuo.

6.2. Trabajo futuro

A partir del trabajo realizado se pueden establecer varias líneas de investigación para mejorar el desempeño de los controladores difuso robustos aquí expuestos y profundizar el análisis presentado. A continuación se muestran los temas más relevantes al respecto:

- Diseño de controladores PID difuso robustos los cuales, como fue mencionado en el desarrollo de esta tesis, no cumplen con la condición de vértice expuesta en el Teorema Generalizado de Kharitonov y por tanto requieren de un análisis adicional para garantizar su estabilidad robusta. En este sentido puede ser interesante aplicar el análisis de estabilidad de segmentos mostrado en [29] o la metodología para el diseño de PID robustos ante incertidumbre paramétrica presentado en [36]. Esto permitiría mejorar algunos aspectos de desempeño como el rechazo a perturbaciones y márgenes de estabilidad.
- Aplicación de los controladores propuestos a modelos difusos basados en ecuaciones fenomenológicas, en especial para aquellos procesos en los cuales se conoce que ciertos parámetros físicos varían entre un intervalo dado. Un ejemplo de esto podría ser el análisis del lanzamiento de un cohete, el cual varía su masa a medida que quema combustible alterando así su dinámica. Se podrían utilizar entonces estos controladores tanto para garantizar la estabilidad robusta de este sistema como para la obtención de algunos objetivos de desempeño mediante la metodología presentada en este trabajo.
- Evaluación del desempeño de los controladores propuestos para el campo de colectores sola-

res funcionando en serie con otro proceso productivo, como puede ser, una planta de ciclo combinado o proceso minero.

- En vista de que los modelos en tiempo discreto son ampliamente utilizados tanto en la industria como en investigación, una línea de trabajo futuro puede ser replicar estos resultados para sistemas descritos en estas condiciones. El desafío es, claramente, buscar un respaldo teórico de la robustez de los esquemas propuestos para modelos en tiempo discreto.
- Para los modelos en variables de estado se debe estudiar cómo influye la adición de un observador en la metodología de diseño propuesta y analizar las condiciones que deben cumplirse para seguir garantizando la estabilidad robusta de los esquemas. Esto puede adquirir gran relevancia en sistemas de orden elevado y cuyos estados no puedan ser determinados directamente a través de mediciones, así como también controladores por realimentación de estados con acción integral.
- Se pueden plantear otras formas de representar la incertidumbre paramétrica en lugar de los intervalos difusos, en particular, aquellas planteadas en [56] donde se usa información lingüística para establecer los intervalos de los parámetros. También se puede incluir la metodología propuesta en [30] donde se utilizan modelos probabilísticos difusos para encontrar las funciones de transferencia de intervalos.

6.3. Publicaciones generadas

- A. Bayas, D. Sáez, I. Škrjanc “Design of fuzzy robust control strategies under parametric uncertainty for a solar power plant,” En preparación para ser enviado a la revista *Applied Soft Computing*.
- G. Andonovski, A. Bayas, D. Sáez, S. Blažič and I. Škrjanc, “Robust evolving cloud-based control for the distributed solar collector field,” *IEEE World Congress on Computational Intelligence*, July 2016. (Aceptado)
- G. Sierra, L. Gutiérrez and A. Bayas “Application of genetic algorithm and particle swarm optimization to a predictive control strategy for a continuous stirred-tank reactor”, Escuela de Verano en Inteligencia Computacional (EVIC) 2014.

6.4. Estadía de investigación

En el marco de esta tesis se realizó una estadía de investigación en la Universidad de Ljubljana, Eslovenia, bajo la supervisión del profesor Igor Škrjanc, y gracias al apoyo del SERC (Solar Energy Research Center) y el Departamento de Postgrado y Postítulo de la Vicerrectoría de Asuntos Académicos de la Universidad de Chile. El tema abordado durante esta visita de dos meses fue el diseño de controladores difuso robustos a partir de una caracterización de la incertidumbre de sistemas basada en la teoría de intervalos difusos, propuesta por el profesor Škrjanc en [18]. A su vez, se realizaron avances importantes en la temática de identificación de sistemas en tiempo continuo lo cual fue un aporte fundamental para el desarrollo de esta tesis y, adicionalmente, se generó una colaboración con el grupo de investigación a cargo del profesor para la publicación de un trabajo en torno a la planta de colectores solares.

Bibliografía

- [1] R. Babuška, *Fuzzy modeling for control*. Springer Science & Business Media, 2012, vol. 12.
- [2] M. Berenguel, E. Camacho, and F. Rubio, *Simulation software package for the ACUREX field*, Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática Universidad de Sevilla, Spain, 1994.
- [3] K. Ogata, *Ingeniería de control moderna*, ser. Pearson educación. Pearson Educación, 2003.
- [4] (2016) MAPS Internacional. [Online]. Available: <http://www.mapschile.cl/maps-internacional/>
- [5] United Nations Environment Programme, “Global trends in renewable energy 2015,” Frankfurt School - UNEP Centre, Tech. Rep., 2015.
- [6] E. Camacho, M. Berenguel, F. Rubio, and D. Martínez, *Control of Solar Energy Systems*. Springer, 2012.
- [7] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*. Pearson Education, 1998.
- [8] O. Nelles, *Nonlinear System Identification: From Classical Approaches to Neural Networks and Fuzzy Models*. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [9] “Battery parameter identification with pseudo random binary sequence excitation (prbs),” *Journal of Power Sources*, vol. 196, no. 22, pp. 9398 – 9406, 2011.
- [10] D. Saez and R. Zuniga, “Cluster optimization for Takagi & Sugeno fuzzy models and its application to a combined cycle power plant boiler,” in *American Control Conference, 2004. Proceedings of the 2004*, vol. 2, June 2004, pp. 1776–1781 vol.2.
- [11] H. Akaike, “A new look at the statistical model identification,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 19, no. 6, pp. 716–723, Dec 1974.
- [12] M. Norgaard, O. Ravn, and N. K. Poulsen, “NNSYSID and NNCTRL tools for system identification and control with neural networks,” *Computing & Control Engineering Journal*, vol. 12, no. 1, pp. 29–36, 2001.
- [13] L. A. Zadeh, “Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. SMC-3, no. 1, pp. 28–44, Jan 1973.
- [14] E. H. Mamdani, “Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant,” *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, vol. 121, no. 12, pp. 1585–1588, December 1974.
- [15] W. Pedrycz, “An identification algorithm in fuzzy relational systems,” *Fuzzy sets and systems*, vol. 13, no. 2, pp. 153–167, 1984.

- [16] S. Y. Yi and M. J. Chung, "Identification of fuzzy relational model and its application to control," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 59, no. 1, pp. 25–33, 1993.
- [17] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, vol. SMC-15, no. 1, pp. 116–132, Jan 1985.
- [18] I. Škrjanc, "Fuzzy confidence interval for pH titration curve," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 35, no. 8, pp. 4083 – 4090, 2011.
- [19] L. X. Wang and J. M. Mendel, "Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least-squares learning," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 3, no. 5, pp. 807–814, Sep 1992.
- [20] J. C. Bezdek, C. Coray, R. Gunderson, and J. Watson, "Detection and characterization of cluster substructure i. linear structure: Fuzzy c-lines," *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 40, no. 2, pp. 339–357, 1981.
- [21] E. H. Ruspini, "Numerical methods for fuzzy clustering," *Information Sciences*, vol. 2, no. 3, pp. 319–350, 1970.
- [22] D. E. Gustafson and W. C. Kessel, "Fuzzy clustering with a fuzzy covariance matrix," in *Decision and Control including the 17th Symposium on Adaptive Processes, 1978 IEEE Conference on*, Jan 1978, pp. 761–766.
- [23] G. P. Rao and H. Unbehauen, "Identification of continuous-time systems," *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, vol. 153, no. 2, pp. 185–220, March 2006.
- [24] L. Ljung, "Experiments with identification of continuous time models," 2009.
- [25] W. Levine, *The Control Handbook*, ser. Electrical Engineering Handbook. Taylor & Francis, 1996.
- [26] M. Chadli and P. Borne, *Multiple Models Approach in Automation: Takagi-Sugeno Fuzzy Systems*, ser. ISTE. Wiley, 2012.
- [27] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability analysis and design of fuzzy control systems," *Fuzzy sets and systems*, vol. 45, no. 2, pp. 135–156, 1992.
- [28] S. Malan, A. Milanese, D. Regruto, and M. Taragna, "Robust control from data via uncertainty model sets identification," in *Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on*, vol. 3, 2001, pp. 2686–2691 vol.3.
- [29] S. Bhattacharyya, H. Chapellat, and L. Keel, *Robust Control: The Parametric Approach*, ser. Prentice-Hall information and system sciences series. Prentice Hall PTR, 1995.
- [30] J. Bondia, A. Sala, J. Pico, and M. A. Sainz, "Controller design under fuzzy pole-placement specifications: An interval arithmetic approach," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 14, no. 6, pp. 822–836, Dec 2006.
- [31] F. Lin, *Robust Control Design: An Optimal Control Approach*, ser. RSP. Wiley, 2007.
- [32] I. Horowitz, "Quantitative feedback theory," *IEE Proceedings D - Control Theory and Applications*, vol. 129, no. 6, pp. 215–226, November 1982.

- [33] K. Zhou and J. C. Doyle, *Essentials of robust control*. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 1998, vol. 180.
- [34] H. Chapellat and S. Bhattacharyya, “A generalization of Kharitonov’s theorem; robust stability of interval plants,” *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 34, no. 3, pp. 306–311, March 1989.
- [35] P. Hušek, “PI and PD controller design for fuzzy gain and phase margin specifications,” *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, vol. 7, no. 5(A), pp. 2371–2387, 2011.
- [36] A. Datta, M. Ho, and S. Bhattacharyya, *Structure and Synthesis of PID Controllers*, ser. Advances in Industrial Control. Springer London, 2013.
- [37] V. Kharitonov, “Asymptotic stability of an equilibrium position of a family of systems of linear differential equations,” *Differential Equations*, vol. 14, pp. 1483–1485, 1979.
- [38] J. Cieslik, “On possibilities of the extension of Kharitonov’s stability test for interval polynomials to the discrete-time case,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 32, no. 3, pp. 237–238, Mar 1987.
- [39] M. Mansour, F. Kraus, and B. D. O. Anderson, “Strong Kharitonov theorem for discrete systems,” in *Decision and Control, 1988., Proceedings of the 27th IEEE Conference on*, Dec 1988, pp. 106–111 vol.1.
- [40] D. Gu, “Robust control of uncertain plant using Kharitonov’s theorem,” in *Decision and Control, 1992., Proceedings of the 31st IEEE Conference on*, 1992, pp. 352–354 vol.1.
- [41] M. I. Solihin, Wahyudi, A. Legowo, and R. Akmeliawati, “Robust PID anti-swing control of automatic gantry crane based on Kharitonov’s stability,” in *2009 4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, May 2009, pp. 275–280.
- [42] I. Škrjanc, “Pitch angle control of unmanned air vehicle with uncertain system parameters,” *J. Intell. Robotics Syst.*, vol. 47, no. 3, pp. 285–297, Nov. 2006.
- [43] B. Shafai, M. Monaco, and M. Milanese, “Robust control synthesis using generalized Kharitonov’s theorem,” in *Decision and Control, 1992., Proceedings of the 31st IEEE Conference on*, 1992, pp. 659–661 vol.1.
- [44] M. A. Pai and P. W. Sauer, “A framework for application of generalized Kharitonov’s theorem in the robust stability analysis of power systems,” in *Decision and Control, 1989., Proceedings of the 28th IEEE Conference on*, Dec 1989, pp. 1818–1821 vol.2.
- [45] E. Khutoryansky and M. A. Pai, “Parametric robust stability of power systems using generalized Kharitonov’s theorem,” in *Decision and Control, 1997., Proceedings of the 36th IEEE Conference on*, vol. 4, Dec 1997, pp. 3097–3099 vol.4.
- [46] R. A. Nichols, R. T. Reichert, and W. J. Rugh, “Gain scheduling for H-infinity controllers: a flight control example,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 1, no. 2, pp. 69–79, Jun 1993.
- [47] H. Imanari, Y. Morimatsu, K. Sekiguchi, H. Ezure, R. Matuoka, A. Tokuda, and H. Otake, “Looper H-infinity control for hot-strip mills,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 33, no. 3, pp. 790–796, May 1997.

- [48] L. Xue, J. Jiuchun, Z. Caiping, Z. Weige, and S. Bingxiang, "Effects analysis of model parameters uncertainties on battery SOC estimation using H-infinity observer," in *2014 IEEE 23rd International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, June 2014, pp. 1647–1653.
- [49] T. Iwasaki and R. E. Skelton, "All fixed-order H infinity controllers: observer-based structure and covariance bounds," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, no. 3, pp. 512–516, Mar 1995.
- [50] S. M. M. Alavi and M. Saif, "A QFT-based decentralized design approach for integrated fault detection and control," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 20, no. 5, pp. 1366–1375, Sept 2012.
- [51] S. F. Wu, W. Wei, and M. J. Grimble, "Robust MIMO control-system design using eigenstructure assignment and QFT," *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, vol. 151, no. 2, pp. 198–209, March 2004.
- [52] S. G. Cao, N. W. Rees, and G. Feng, "H infinity control of uncertain dynamical fuzzy discrete-time systems," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, vol. 31, no. 5, pp. 802–812, Oct 2001.
- [53] G. Feng, S. G. Cao, N. W. Rees, C. M. Cheng, and J. Ma, "H infinity control of continuous time fuzzy dynamic systems," in *Fuzzy Systems, 1997., Proceedings of the Sixth IEEE International Conference on*, vol. 2, Jul 1997, pp. 1141–1146 vol.2.
- [54] B. Chen, X. Liu, C. Lin, and K. Liu, "Robust control of Takagi–Sugeno fuzzy systems with state and input time delays," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 160, no. 4, pp. 403 – 422, 2009, theme: Systems Engineering.
- [55] K. Yeh, C.-Y. Chen, and C.-W. Chen, "Robustness design of time-delay fuzzy systems using fuzzy Lyapunov method," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 205, no. 2, pp. 568 – 577, 2008, special Issue on Advanced Intelligent Computing Theory and Methodology in Applied Mathematics and Computation.
- [56] C. W. Tao and J. S. Taur, "Robust fuzzy control for a plant with fuzzy linear model," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 13, no. 1, pp. 30–41, Feb 2005.
- [57] W. H. Ho, J. T. Tsai, and J. H. Chou, "Robust-stable and quadratic-optimal control for TS-fuzzy-model-based control systems with elemental parametric uncertainties," *IET Control Theory Applications*, vol. 1, no. 3, pp. 731–742, May 2007.
- [58] C. W. Park and Y. W. Cho, "Robust fuzzy feedback linearisation controllers for Takagi-Sugeno fuzzy models with parametric uncertainties," *IET Control Theory Applications*, vol. 1, no. 5, pp. 1242–1254, Sept 2007.
- [59] R. Carmona Contreras, "Análisis, Modelado, y control de un campo de colectores solares distribuidos con sistema de seguimiento en un eje," Ph.D. dissertation, Universidad de Sevilla, España, 1985.
- [60] E. Camacho, F. Rubio, M. Berenguel, and L. Valenzuela, "A survey on control schemes for distributed solar collector fields. Part I: Modeling and basic control approaches," *Solar Energy*, vol. 81, no. 10, pp. 1240 – 1251, 2007.
- [61] —, "A survey on control schemes for distributed solar collector fields. Part II: Advanced control approaches," *Solar Energy*, vol. 81, no. 10, pp. 1252 – 1272, 2007.

- [62] E. F. Camacho, F. R. Rubio, and F. M. Hughes, “Self-tuning control of a solar power plant with a distributed collector field,” *IEEE Control Systems*, vol. 12, no. 2, pp. 72–78, April 1992.
- [63] E. Camacho, M. Berenguel, and C. Bordons, “Adaptive generalized predictive control of a distributed collector field,” *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, vol. 2, no. 4, pp. 462–467, Dec 1994.
- [64] E. F. Camacho, M. Berenguel, and F. R. Rubio, *Advanced Control of Solar Plants*. Springer-Verlag London, 1997.
- [65] F. Rubio and M. López, *Control Adaptativo y Robusto*, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla, Spain, 1996.
- [66] P. Gil, J. Henriques, A. Cardoso, P. Carvalho, and A. Dourado, “Affine neural network-based predictive control applied to a distributed solar collector field,” *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, vol. 22, no. 2, pp. 585–596, March 2014.
- [67] B. Torrico, L. Roca, J. Normey-Rico, J. Guzmán, and L. Yebra, “Robust nonlinear predictive control applied to a solar collector field in a solar desalination plant,” *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, vol. 18, no. 6, pp. 1430–1439, Nov 2010.
- [68] F. Rubio, M. Berenguel, and E. Camacho, “Fuzzy logic control of a solar power plant,” *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 3, no. 4, 1995.
- [69] M. Berenguel, E. Camacho, F. Rubio, and P. Luk, “Incremental fuzzy PI control of a solar power plant,” *Control Theory and Applications, IEE Proceedings -*, vol. 144, no. 6, pp. 596–604, 1997.
- [70] A. Flores, D. Saez, J. Araya, M. Berenguel, and A. Cipriano, “Fuzzy predictive control of a solar power plant,” *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 13, no. 1, pp. 58–68, Feb 2005.
- [71] R. Morales, F. Valencia, D. Sáez, and M. Lacalle, “Supervisory fuzzy predictive control for a concentrated solar power plant,” *{IFAC} Proceedings Volumes*, vol. 47, no. 3, pp. 1459–1464, 2014, 19th {IFAC} World Congress.
- [72] M. A. Corchero, M. G. Ortega, and F. R. Rubio, “Robust H-infinity control applied to a solar plant,” *16th World Congress International Federation of Automatic Control*, July 2005.
- [73] C. M. Cirre, J. C. Moreno, M. Berenguel, and J. L. Guzmán, “Robust control of solar plants with distributed collectors,” in *IFAC International Symposium on Dynamics and Control of Process Systems, DYCOPS*, 2010.
- [74] A. L. Cardoso, J. Henriques, and A. Dourado, “Fuzzy supervisor and feedforward control of a solar power plant using accessible disturbances,” in *Control Conference (ECC), 1999 European*, Aug 1999, pp. 1711–1716.
- [75] S. Chile. (2015) Memoria 2013-2014 SERC Chile. [Online]. Available: http://serc.cl/wp-content/uploads/2015/01/Memoria_Serc2013-141.pdf
- [76] G. de Chile. (2012) Estrategia Nacional de Energía 2012-2030. [Online]. Available: http://portal.mma.gob.cl/wp-content/uploads/2014/10/3_Estrategia-Nacional-de-Energia-2012-2030_Energia-para-el-Futuro.pdf
- [77] Abengoa. (2016) Áreas de actividad en energía solar. [Online]. Available: <http://www.abengoa.cl/web/es/areas-de-actividad/energia-solar/abengoa-solar/>

- [78] C. V. Ponce, D. Sáez, C. Bordons, and A. Núñez, “Dynamic simulator and model predictive control of an integrated solar combined cycle plant,” *Energy*, vol. 109, pp. 974 – 986, 2016.
- [79] Editec. (2015) Tecnología de concentración solar da sus primeros pasos en Chile. [Online]. Available: <http://www.revistaei.cl/informes-tecnicos/tecnologia-de-concentracion-solar-da-primeros-pasos-en-chile/>
- [80] Y. del Valle, G. K. Venayagamoorthy, S. Mohagheghi, J. C. Hernandez, and R. G. Harley, “Particle swarm optimization: Basic concepts, variants and applications in power systems,” *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 12, no. 2, pp. 171–195, April 2008.
- [81] R. Ordonez-Hurtado and M. A. Duarte-Mermoud, “Finding common quadratic Lyapunov functions for switched linear systems using particle swarm optimisation,” *International Journal of Control*, vol. 85, no. 1, pp. 12–25, 2012.
- [82] S. Elmetennani and T. Laleg-Kirati, “Fuzzy universal model approximator for distributed solar collector field control,” in *Proceedings of UKACC 10th International Conference on Control Loughborough University*, July 2014, pp. 203–208.
- [83] C. Cirre, J. Moreno, M. Berenguel, and J. Guzmán, “Robust control of solar plants with distributed collectors,” in *Proceedings of 9th International Symposium on Dynamics and Control Process Systems*, Oude Valk College, Belgium, July 2010.
- [84] M. Ortega, F. Rubio, and M. Berenguel, “An H^∞ controller for a solar power plant,” in *Proceedings of the IASTED International Conference on Control*, Cancùn, México, May 1997.
- [85] M. Barão, J. Lemos, and R. Silva, “Reduced complexity adaptive nonlinear control of a distributed collector solar field,” *Journal of Process Control*, vol. 12, no. 1, pp. 131 – 141, 2002.

7 Anexos

7.1. Anexo A: Representación de sistemas en variables de estado

En algunos pasajes de la presente tesis se requiere trabajar con representación de sistemas en variables de estado, ya sea con fines de controlar la planta o investigar su estabilidad mediante los métodos de Lyapunov. Si bien existen varias formas de lograr traspasar los sistemas desde funciones de transferencia a variables de estado en el presente trabajo esto se realiza de forma exclusiva utilizando la forma canónica controlable y, por esta razón, se dedica esta sección a entregar una breve noción sobre este tema.

Dada una función de transferencia:

$$G(s) = \frac{n_1 s^m + n_2 s^{m-1} + \dots + n_m s + n_{m+1}}{s^n + d_1 s^{n-1} + \dots + d_{n-1} s + d_n} \quad (7.1)$$

con $n > m$, es decir, la función $G(s)$ debe ser estrictamente propia. La forma canónica controlable viene dada por:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -d_n & -d_{n-1} & \dots & d_2 & d_1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [n_1 \quad n_2 \quad \dots \quad n_m \quad n_{m+1}] x(t) \quad (7.2)$$

La propiedad de esta representación es que cualquier sistema escrito de esta forma siempre es controlable, es decir la matriz de controlabilidad dada por:

$$C = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (7.3)$$

es de rango completo.

7.2. Anexo B: Análisis de controlador difuso robusto por realimentación de estados con acción integral

Ante la posibilidad de que exista un error permanente en el controlador presentado en la Sección 5.3, se propone añadir una acción integral al esquema. Esto se logra agregando un estado al sistema original (z) con lo cual se obtiene el siguiente sistema en cada regla:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= A_i x_i(t) + B_i u_i(t) \\ \dot{z}_i(t) &= r(t) - y_i(t) \\ y_i(t) &= [C_i \ 0] [x_i(t) \ z_i(t)]^T \end{aligned} \quad (7.4)$$

donde $r(t)$ es la referencia que se desea que el sistema siga.

La ley de control para cada regla es en este caso la siguiente:

$$u_i(t) = -L_i x_i(t) + k_i^i z(t) \quad (7.5)$$

donde k_i^i representa la constante integral para la i -ésima regla en estudio. En la Figura 7.1 se muestra el diagrama de bloques que se debe construir a partir de lo expresado anteriormente.

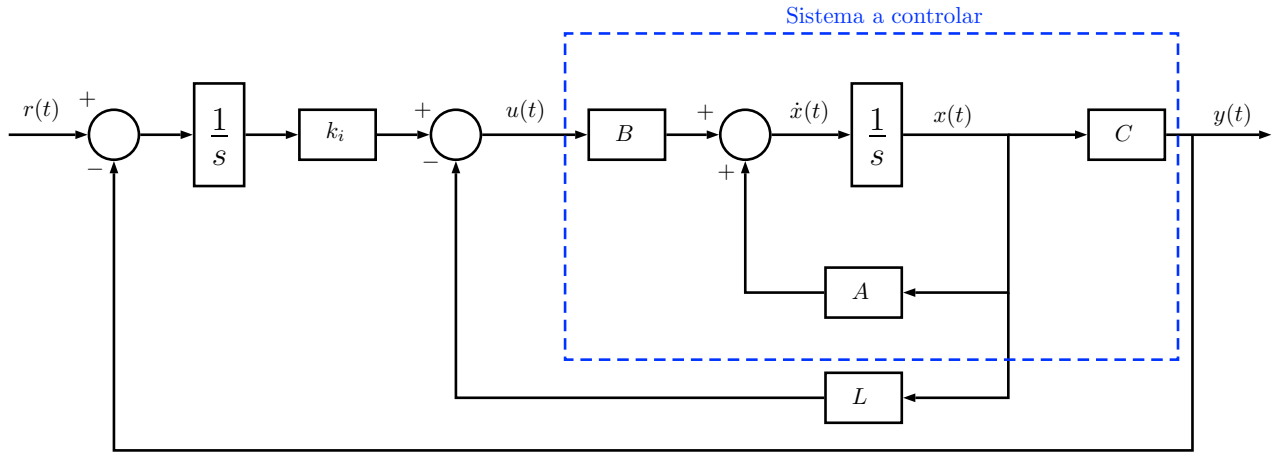


Figura 7.1: Diagrama de bloques para controlador por realimentación de estados y acción integral

Dado que el sistema es de orden $n = 1$ la función de transferencia del sistema controlado según 7.5 es, para cada regla:

$$G_i(s) = \frac{C_i B_i k_i^i}{s^2 - (A_i - B_i L_i) s + C_i B_i k_i^i} \quad (7.6)$$

A partir de la expresión dada en 7.6 se pueden hacer algunas observaciones relevantes en cuanto al estudio de la robustez del sistema. En efecto, cabe destacar que si se considera una realización del sistema donde la salida es el estado (como la utilizada en la Sección 5.3) se tendría que A_i

y B_i son los parámetros inciertos del sistema, pero B_i aparece en dos términos de la ecuación característica de $G_i(s)$, por lo tanto esto impediría la aplicación del Teorema de Kharitonov como se vio durante el diseño de controladores difuso-robustos por realimentación de estados. Dada esta situación, convendría el uso del Teorema Generalizado de Kharitonov para explorar soluciones en este sentido.

Por otra parte nótese que si se selecciona la forma canónica controlable para representar el sistema, B_i pasa a ser igual a 1 para todas las reglas dejando como parámetro incierto a C_i , el cual aparece solo una vez en la ecuación característica de la expresión 7.6. Esto permitiría utilizar el Teorema de Kharitonov para encontrar las condiciones de estabilidad del esquema a lazo cerrado. No obstante, al utilizar la forma canónica controlable el estado del sistema deja de ser su salida transformándose en una ponderación de ésta, es decir, un estado ficticio que debe ser estimado mediante alguna estrategia de observación adecuada. Por lo tanto, si se optase por representar el sistema en su forma canónica controlable se debería incluir en el esquema de control el diseño de un observador. Esto evidentemente alteraría de alguna forma los parámetros en las matrices involucradas en el esquema por lo que debería hacerse un análisis adicional en cuanto al tema de la estabilidad robusta según el enfoque paramétrico.

7.3. Anexo C: Criterio de Routh-Hurwitz en controladores difuso robustos y análisis de estabilidad global

En esta sección se muestra de manera más detallada el desarrollo realizado para obtener las condiciones de los parámetros de los controladores difuso-robustos que garantizan estabilidad por medio del criterio de Routh-Hurwitz. Además se muestra el análisis de estabilidad de los esquemas encontrados a partir de las funciones de fitness J_2 y J_3 .

Para lo que sigue, recuérdese que se trabaja con modelos lineales de primer orden en cada una de las reglas del modelo difuso encontrado para la planta de colectores solares, es decir se tiene en general:

$$H(s) = \frac{\theta_2}{\theta_1 s + 1} \quad (7.7)$$

en cada regla.

7.3.1. Control PI difuso robusto

i. Desarrollo del criterio de Routh-Hurwitz y su uso con el Teorema Generalizado de Kharitonov

La función de transferencia de un controlador proporcional integral viene dada por:

$$C(s) = \frac{K_p s + K_i}{s} \quad (7.8)$$

donde K_p y K_i son las constantes proporcional e integral respectivamente. Combinando las expresiones dadas en 7.7 y 7.8 se construye la función de transferencia en lazo cerrado del sistema bajo control:

$$G(s) = \frac{K_p\theta_2 s + K_i\theta_2}{\theta_1 s^2 + (K_p\theta_2 + 1)s + K_i\theta_2} \quad (7.9)$$

A partir de la ecuación característica de 7.9 se construye la siguiente tabla para el criterio de Routh-Hurwitz:

Tabla 7.1: Criterio Routh-Hurwitz para PI difuso robusto

$$\begin{array}{c|cc} s^2 & \theta_1 & K_i\theta_2 \\ s^1 & (K_p\theta_2 + 1) & 0 \\ s^0 & \alpha_1 & 0 \end{array}$$

Según lo estudiado en la Sección 2.3, α_1 se calcula como:

$$\alpha_1 = K_i\theta_2 \quad (7.10)$$

Con esto, se debe tener que todas las expresiones en la primera columna de la Tabla 7.1 deben ser mayores a 0 (no deben haber cambios de signo). Esto se traduce en las siguientes condiciones:

$K_i\theta_2 > 0 \iff I > 0$, ya que θ_2 no cambia de signo

$$K_p\theta_2 + 1 > 0 \iff K_p > -\frac{1}{\theta_2} \quad (7.11)$$

Nótese que si θ_2 fuese un parámetro incierto que está acotado entre un número negativo y otro positivo no existe un controlador PI que satisfaga este requerimiento, con lo cual no se podría garantizar la estabilidad robusta de este esquema.

Con el fin de utilizar el Teorema Generalizado de Kharitonov se encuentran los polinomios homónimos para el numerador y denominador de las funciones de transferencia de cada regla. En efecto, utilizando la notación dada en 3.29 se tiene:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{\mathbf{p}} &= \{\underline{\theta}_2, \bar{\theta}_2\} \\ \mathcal{K}_{\mathbf{q}} &= \{1 + \underline{\theta}_1, 1 + \bar{\theta}_1\} \end{aligned} \quad (7.12)$$

Por lo tanto el conjunto $\mathbf{H}_K(s)$ de sistemas de Kharitonov que se debe estabilizar con $C(s)$ es:

$$\mathbf{H}_K(s) : \left\{ \frac{\underline{\theta}_2}{\underline{\theta}_1 + 1}, \frac{\bar{\theta}_2}{\underline{\theta}_1 + 1}, \frac{\underline{\theta}_2}{\bar{\theta}_1 + 1}, \frac{\bar{\theta}_2}{\bar{\theta}_1 + 1} \right\} \quad (7.13)$$

A partir de este punto se pueden usar las condiciones dadas en 7.11 como restricciones al algoritmo de optimización PSO para que encuentre el mejor controlador en cada regla del sistema.

ii. Análisis de estabilidad robusta global de los controladores

El desarrollo de esta etapa para el controlador J_1 fue mostrado como ejemplo en la Sección 5.2.3. Para los controladores restantes el análisis es similar, comenzado primero con la definición de las matrices Δ_1^A para cada regla, las cuales son obtenidas a partir de los parámetros inciertos del proceso en lazo cerrado. Así, para el controlador J_2 se tiene:

$$\begin{aligned}
 R^1 : \Delta_1^A &= \begin{bmatrix} 8.18 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.26 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 R^2 : \Delta_2^A &= \begin{bmatrix} 0.0012 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.4 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 R^3 : \Delta_3^A &= \begin{bmatrix} 5.95 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.02 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 R^4 : \Delta_4^A &= \begin{bmatrix} 8.98 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4.57 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{7.14}
 \end{aligned}$$

Dado que el orden del sistema en lazo cerrado es igual al considerado para el controlador J_1 las matrices E y F a utilizar son las mismas que se muestran en las expresiones 5.9 y 5.10 respectivamente. Para demostrar estabilidad basta escoger nuevamente:

$$P = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

y $V_{1A} = V_{2A} = V_{3A} = V_{4A} = \text{diag}(10^3, 10^3, 10^3, 10^3)$. Con esto se tiene que la LMI propuesta en la expresión 3.41 posee todos sus valores propios de valor negativo en las 4 reglas, es decir, es definida negativa.

Para J_3 se tiene:

$$R^1 : \Delta_1^A = \begin{bmatrix} 9.17 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.21 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
R^2 : \Delta_2^A &= \begin{bmatrix} 0.0012 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4.1 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
R^3 : \Delta_3^A &= \begin{bmatrix} 5.95 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.45 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
R^4 : \Delta_4^A &= \begin{bmatrix} 9.07 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.01 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{7.15}
\end{aligned}$$

La estabilidad global del esquema se puede demostrar utilizando la misma matriz P y V_{iA} . Con esto se tiene que todos los controladores propuestos son robustamente estables.

7.3.2. Control por realimentación de estados difuso robusto

Como se mencionó en el Capítulo 5 el análisis de Routh-Hurwitz para este sistema en particular no requiere de la elaboración de la tabla utilizada en el diseño del controlador PI difuso robusto. Esto se debe a que el estudio se realiza a una planta de primer orden y es directo encontrar las condiciones de estabilidad para sistemas de este tipo. Considerando lo anterior, en esta parte se estudia solo la estabilidad global de los controladores difuso-robustos J_2 y J_3 .

De manera similar a lo realizado para el controlador J_1 en la Sección 5.3.4 se encuentran las matrices Δ_i^A las cuales, al ser la planta de primer orden, corresponden solo a un escalar. De esta forma para J_2 se tiene:

$$\begin{aligned}
R^1 : \Delta_1^A &= 9.1258 \cdot 10^{-4} \\
R^2 : \Delta_2^A &= 0.0012 \\
R^3 : \Delta_3^A &= 5.8921 \cdot 10^{-4} \\
R^4 : \Delta_4^A &= 9.0350 \cdot 10^{-4} \tag{7.16}
\end{aligned}$$

En este caso $E = F = 1$, luego, nuevamente utilizando $P = 1$ y $V_{1A} = V_{2A} = V_{3A} = V_{4A} = 100$ se concluye que el LMI propuesto en el teorema 3.41 es definido negativo para todas las reglas, concluyéndose que el controlador J_2 es robustamente estable.

Por otro lado para J_3 se tiene:

$$\begin{aligned}
R^1 : \Delta_1^A &= 7.7553 \cdot 10^{-4} \\
R^2 : \Delta_2^A &= 8.5563 \cdot 10^{-4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R^3 : \Delta_3^A &= 4.8543 \cdot 10^{-4} \\
R^4 : \Delta_4^A &= 7.7332 \cdot 10^{-4}
\end{aligned}
\tag{7.17}$$

Escogiendo las mismas matrices mencionadas anteriormente se llega, por el teorema, a que el sistema controlador por J_3 es robustamente estable.

7.4. Anexo D: Consideraciones de desempeño de sistemas

A lo largo de este trabajo se deben comparar, en términos de desempeño, un gran número de controladores. En este sentido se hace necesario establecer algunos criterios que ayuden a discernir si un esquema es mejor que otro, entendiendo claramente los objetivos para el cual el controlador es diseñado y la dinámica propia del sistema en el cual es implementado. Ante esto, una forma usual de evaluar controladores es en base a su respuesta transitoria, es decir, en cómo evoluciona la salida de una planta controlada en sus primeros instantes.

Las especificaciones más comunes para la respuesta transitoria de un sistema de control son [3]:

- **Tiempo de retardo** (t_d): se define como el tiempo requerido para que la respuesta alcance por primera vez la mitad de su valor final.
- **Tiempo de subida** (t_r): es el tiempo requerido para que la respuesta pase del 10 al 90 % de su valor final. Si el sistema es subamortiguado usualmente se considera desde 0 a 100 %.
- **Tiempo pico** (t_p): es el tiempo necesario para alcanzar el primer máximo de sobrepaso en la respuesta del sistema.
- **Sobrepaso o sobreelongación** (M_p): es una cantidad expresada como porcentaje que representa la máxima excursión de la respuesta del sistema a partir de la unidad. Se define mediante la siguiente expresión:

$$M_p = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} \cdot 100 \%
\tag{7.18}$$

- **Tiempo de asentamiento o de estabilización** (t_s): se define como el tiempo que se requiere para que la curva de respuesta alcance un rango alrededor del valor final del tamaño especificado por un porcentaje absoluto del valor final, usualmente 2 % o 5 %.

En la Figura 7.2 se pueden apreciar los parámetros descritos anteriormente.

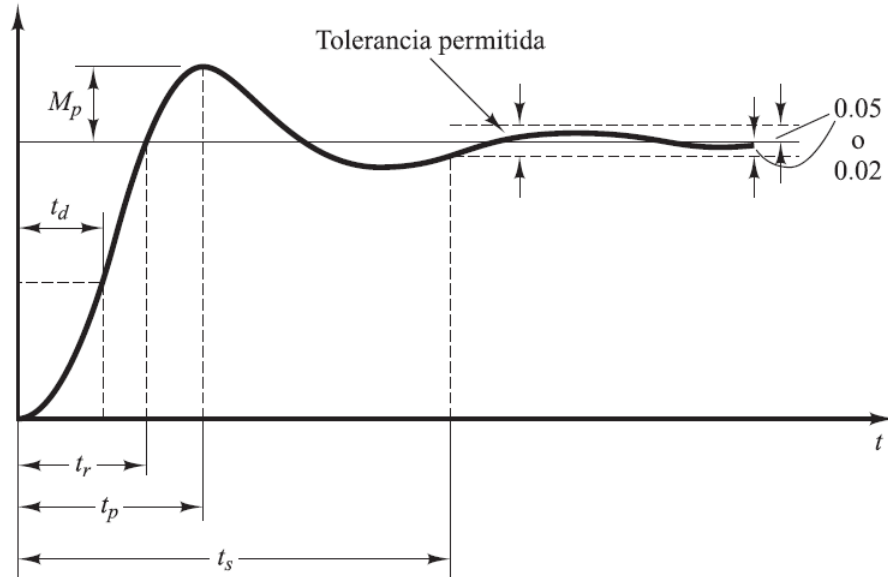


Figura 7.2: Especificaciones de la respuesta transitoria de un sistema [3]

7.5. Anexo E: Optimización por enjambre de partículas

En el ámbito del control de sistemas se debe hacer uso frecuentemente de algoritmos de optimización con el fin de encontrar los mejores esquemas para un cierto proceso o para tomar en cuenta ciertas restricciones de la planta. Pese a esto, es común que al tratar con plantas no lineales o problemas no convexos los algoritmos convencionales no logren encontrar soluciones satisfactorias en un tiempo razonable. Ante esto surgen como alternativa los llamados algoritmos evolutivos, los cuales a grandes rasgos, se basan en algún concepto derivado de la naturaleza para plantear una estrategia heurística de búsqueda de solución al problema de optimización.

Dentro de estos algoritmos destaca la Optimización por Enjambre de Partículas, en inglés “*Particle Swarm Optimization*” (PSO). Este algoritmo está basado en el comportamiento de grupos sociales de la naturaleza, como por ejemplo bandadas de aves, enjambres de abejas, cardúmenes o incluso el comportamiento social humano, en su proceso de búsqueda de algún beneficio común [81].

La lógica existente detrás del algoritmo de PSO es que la población de partículas, cada una posible solución del problema de optimización, evoluciona de manera iterativa siguiendo ciertas reglas que emulan movimiento en un espacio λ -dimensional, donde λ es el número de incógnitas en el problema de optimización, con el fin de determinar la mejor solución/posición considerando una cierta función objetivo. Cada una de las partículas se mueve acorde a la información pasada existente en el proceso de evolución; por una parte tienden a seguir a la partícula que haya obtenido la mejor solución, pero también consideran la información de la mejor solución que cada una haya encontrado, dicho de otra forma, el algoritmo ocupa una información social, dada por el resto del enjambre y una información propia que maneja cada partícula. A diferencia de otras técnicas de computación evolutiva, PSO no considera en su algoritmo combinación o mutación entre las partículas del enjambre, como es el caso de Algoritmos Genéticos, sino que mantiene siempre lo mejor de su experiencia evolutiva [80].

Lo dicho anteriormente se resume en las siguientes ecuaciones, las cuales dan cuenta de cómo

evoluciona cada partícula con una posición x_{ij} dentro del espacio de solución con una velocidad v_{ij} :

$$v_{ij}(k+1) = \omega v_{ij}(k) + c_1 \varphi_1(k) (pbest_{ij}(k) - x_{ij}(k)) + c_2 \varphi_2(k) (gbest_j(k) - x_{ij}(k)), \quad (7.19)$$

$$x_{ij}(k+1) = x_{ij}(k) + v_{ij}(k+1), \quad (7.20)$$

a partir de esto se tiene que ω es conocido como el factor de inercia, c_1 como constante cognitiva y c_2 como constante social, todos factores de sensibilidad del algoritmo que permiten modificar factores asociados a la convergencia del proceso. Además, φ_1 y φ_2 son funciones aleatorias de distribución uniforme tales que $\varphi_1(k), \varphi_2(k) \in [0, 1]$, las cuales permiten mantener un cierto grado de diversidad en el enjambre para evitar convergencia a mínimos locales y no a la solución global del problema de optimización. Para entender de forma global el funcionamiento del proceso de optimización, a continuación se detallan las etapas básicas del algoritmo:

1. **Inicialización.** Se definen los vectores de posición y velocidad inicial de cada partícula $\{x_i(0), v_i(0)\}$ de forma aleatoria. Además, se definen los vectores de mejor posición individual ($pbest_i$) y global ($gbest$) según

$$\{pbest_i(0) = x_i(0)\}_{i=1}^s, \quad (7.21)$$

$$gbest(0) = \operatorname{argmin}\{f(pbest_i(0))\}_{i=1}^s. \quad (7.22)$$

2. **Búsqueda.** Se cumple con la k -ésima iteración siguiendo los pasos:

- Se determinan los valores aleatorios de φ_1 y φ_2 para actualizar las velocidades de las partículas según (7.19).
- Se actualizan los vectores posición según (7.20).
- Se actualizan los vectores de mejor posición de cada partícula de la forma

$$\{pbest_i(k+1) = \operatorname{argmin}\{f(x_i(k)), f(pbest_i(k))\}\}_{i=1}^s. \quad (7.23)$$

- Se actualiza el vector de mejor posición global

$$gbest(k+1) = \operatorname{argmin}\{f(pbest_i(k+1))\}_{i=1}^s. \quad (7.24)$$

3. **Finalización.** Se vuelve al paso 2. mientras no se cumpla un cierto criterio de término.

Como criterio de término usualmente se utiliza un número máximo de iteraciones, como es el caso de este trabajo. Por otro lado, la selección de los parámetros del algoritmo responde al énfasis que se le quiera dar en el sentido de beneficiar una búsqueda global de la solución o una búsqueda local (en una vecindad más acotada).

En el desarrollo de esta tesis se utiliza PSO para encontrar los parámetros de los controladores difuso-robustos que se proponen, de manera que se optimicen ciertos criterios como márgenes de ganancia y fase. Dada la naturaleza y la cantidad de problemas que se deben resolver el uso de PSO queda justificado, ya que permite encontrar soluciones de manera más rápida y efectiva.

7.6. Anexo F: Diseño de controladores para sistemas lineales

En esta sección se presentan algunas estrategias clásicas de diseño de controladores para sistemas lineales, las cuales pueden ser utilizadas en la metodología propuesta para los controladores difuso robustos planteados en esta tesis.

7.6.1. Diseño por ubicación de polos

En este caso se busca un controlador $C(s)$ tal que la función de transferencia a lazo cerrado posea unos polos previamente definidos. Evidentemente los polinomios del sistema deben cumplir ciertos requisitos para garantizar la existencia de dicho controlador $C(s)$. En efecto sean:

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{L(s)}{P(s)} \\ H(s) &= \frac{B(s)}{A(s)} \end{aligned} \quad (7.25)$$

un controlador y una planta SISO (una entrada y una salida) respectivamente. Si $B(s)$ y $A(s)$ son coprimos (no existe ningún polinomio de grado mayor a 1 que los divida simultáneamente) de grados n y $n - 1$ respectivamente, entonces existen polinomios $L(s)$ y $P(s)$ tal que la solución para la expresión:

$$A_{lc}(s) = A(s)L(s) + B(s)P(s) \quad (7.26)$$

existe con $A_{lc}(s)$ un polinomio de grado $2n - 1$ arbitrario. Notar que en la expresión 7.26 $A_{lc}(s)$ representa la ecuación característica del esquema a lazo cerrado.

7.6.2. Diseño de controladores en frecuencia: Criterio de Nyquist

El criterio de Nyquist se basa en el Teorema de Cauchy el cual postula lo siguiente:

Si un contorno Γ_s en el plano s (plano complejo) rodea Z ceros y P polos de la función de transferencia $F(s)$ y no pasa a través de ningún polo o cero de $F(s)$ cuando el recorrido es en la dirección del movimiento del reloj a lo largo del contorno, entonces el contorno correspondiente Γ_f en el plano $F(s)$ rodea al origen de dicho plano $N = Z - P$ veces en la misma dirección.

Para el análisis de estabilidad y diseño de controladores se toma $F(s)$ como la ecuación característica a lazo cerrado del sistema y se elige un contorno que cubra completamente el semiplano derecho del plano s (plano inestable) estudiándose luego su correspondencia en el plano Γ_f . Dado que la ecuación característica viene dada por:

$$F(s) = 1 + C(s)H(s) \quad (7.27)$$

El análisis se realiza con un cambio de variables dado por:

$$F'(s) = F(s) - 1 \quad (7.28)$$

Con esto, se estudian los rodeos que ocurren en el punto $(-1, 0)$ en el plano Γ_f teniéndose que el sistema realimentado es estable si y solo si el número de estos rodeos en el sentido contrario al movimiento del reloj es igual al número de polos de $C(s)H(s)$ con partes reales positivas.

El criterio de Nyquist entrega a su vez algunos parámetros importantes sobre la estabilidad del sistema como son los márgenes de ganancia y de fase.

El margen de ganancia se define como el inverso multiplicativo de $|K_p H(j\omega)|$ para la frecuencia ω en la que la fase del sistema es igual a 180° , donde K_p es una ganancia proporcional (i.e considerando un controlador Proporcional). El margen de ganancia define el factor por el cuál habría que multiplicar la ganancia del sistema para que el contorno en el diagrama en el plano Γ_f pase por el punto $(-1, 0)$.

El margen de fase por otro lado se define como el ángulo en el que se debe girar el contorno Γ_f para que el punto de magnitud unitaria $|K_p H(j\omega)| = 1$ pase por el punto $(-1, 0)$.

7.7. Anexo G: Diseño de controlador robusto clásico

Como fue visto en el Capítulo 3, el control \mathcal{H}_∞ es considerado una de las formas 'clásicas' de control robusto y ha sido implementado exitosamente en varios procesos. Ante esto, resulta de interés utilizarlo como punto de comparación para realizar una evaluación de los controladores propuestos en la Sección 3.5.2.

La propuesta de diseño para estos esquemas involucra la resolución, para cada regla del modelo difuso derivado, del problema de sensibilidad mixta el cual considera el diagrama de bloques presentado en la Figura 7.3.

En la Figura 7.3 se ha utilizado el esquema de bloques de 2 puertos planteado en la Sección 3.1. Se destaca que el proceso denotado como planta aumentada (en verde) posee 2 entradas dadas por la referencia $u_1(t)$ y la acción de control sobre la planta $u_2(t)$ (en azul). Por otro lado las salidas de interés en esta representación son en el error y versiones filtradas de esta misma señal y la salida del proceso (en rojo).

El problema de sensibilidad mixta se resume en la siguiente especificación en la norma infinito:

$$\|T_{y_1 u_1}(s)\|_\infty \leq 1 \quad (7.29)$$

donde $T_{y_1 u_1}(s)$ es la función de transferencia desde $u_1(t)$ a $y_1(t)$ descrita como:

$$T_{y_1 u_1}(s) = \begin{bmatrix} W_1(s)S(s) \\ W_3(s)T(s) \end{bmatrix} \quad (7.30)$$

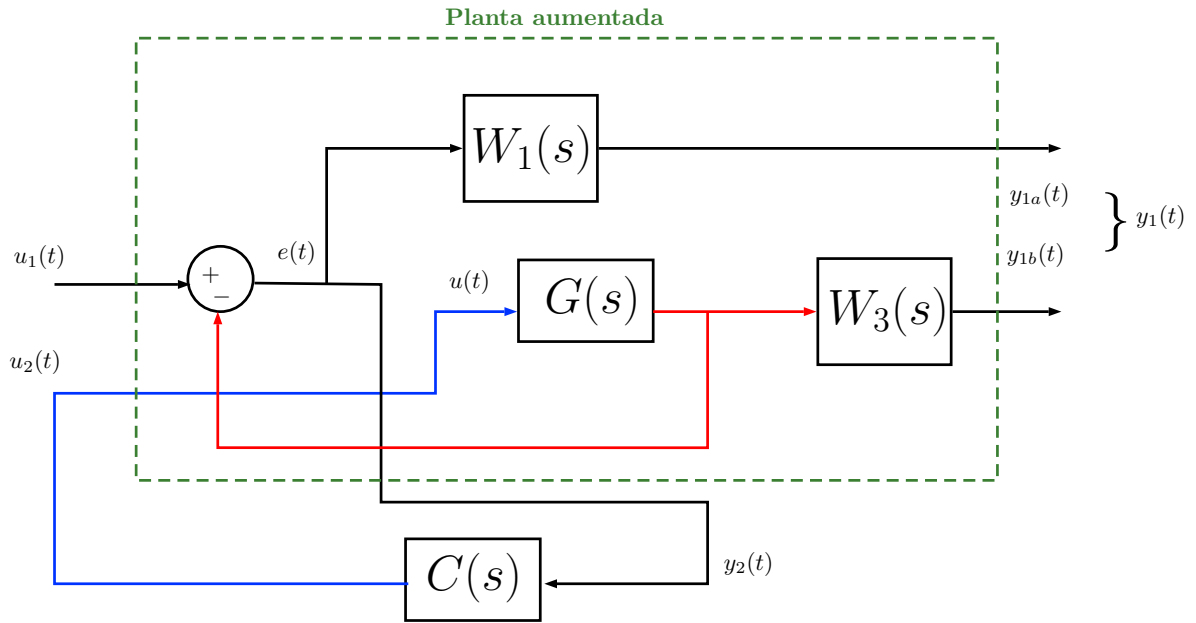


Figura 7.3: Diagrama de bloques aumentado para control \mathcal{H}_∞

con $S(s)$ y $T(s)$ las funciones de sensibilidad y sensibilidad complementaria respectivamente, definidas como:

$$S(s) = \frac{1}{1 + C(s)G(s)} \quad (7.31)$$

$$T(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} \quad (7.32)$$

Considerando que $S(s)$ guarda relación con el rechazo de perturbaciones y $T(s)$ con el desempeño en el seguimiento de referencias, este problema puede considerarse como una optimización de ambos factores ponderados por las funciones $W_1(s)$ y $W_3(s)$.

Recordando el teorema de ganancia pequeña mostrado en la Sección 3.1 se puede escribir:

$$\begin{aligned} \|W_1(s)S(s)\|_\infty &\leq \gamma \\ \|W_3(s)T(s)\|_\infty &\leq \gamma \end{aligned} \quad (7.33)$$

luego:

$$\begin{aligned} \|S(s)\|_\infty &\leq \gamma \|W_1^{-1}(s)\|_\infty \\ \|T(s)\|_\infty &\leq \gamma \|W_3^{-1}(s)\|_\infty \end{aligned} \quad (7.34)$$

Dado que $W_1(s)$ y $W_3(s)$ son parámetros de diseño, se las puede escoger de forma tal que la norma infinito de $S(s)$ y $T(s)$ presenten un valor deseado. Para resolver este problema se hace uso de funciones preestablecidas en MATLAB lo cual permite comparar de manera más sencilla este esquema con los controladores difuso robustos presentados en esta tesis.