



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

**MEJORA EN LAS SIMULACIONES DE UN MODELO HIDROGEOLÓGICO
DE BASE FÍSICA MEDIANTE CORRECCIÓN COMPLEMENTARIA
DE SUS ERRORES**

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA,
MENCION RECURSOS Y MEDIO AMBIENTE HÍDRICO

JORGE MAURICIO REYES ALCALDE

PROFESOR GUÍA:
XIMENA VARGAS MESA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
PAULO HERRERA RICCI
JOSÉ FRANCISCO MUÑOZ PARDO

SANTIAGO DE CHILE
2016

RESUMEN DE TESIS PARA OPTAR AL
GRADO DE: Magíster en Ciencias de la Ingeniería
Mención Recursos y Medio Ambiente Hídrico
POR: Jorge Mauricio Reyes Alcalde
PROFESOR GUÍA: Ximena Vargas Mesa

MEJORA EN LAS SIMULACIONES DE UN MODELO HIDROGEOLÓGICO DE BASE FÍSICA MEDIANTE CORRECCIÓN COMPLEMENTARIA DE SUS ERRORES

En el ámbito de la modelación hidrogeológica, los Modelos de Base Física (MBF), como MODFLOW, se han utilizado desde hace décadas como herramienta de evaluación de recursos hídricos subterráneos. Estos modelos intentan replicar los niveles observados utilizando ecuaciones diferenciales parciales que incluyen parámetros que representan propiedades físicas del acuífero y del agua. La estimación de estos parámetros considera que las diferencias producidas entre lo simulado y lo observado (residuos o errores) corresponden a ruido blanco. Sin embargo, dada la complejidad de los medios subterráneos en cuanto a heterogeneidad y anisotropía, en la práctica las simulaciones numéricas presentan normalmente errores no sólo aleatorios sino también sistemáticos. Estos errores, usualmente asociados a problemas en la estimación de los parámetros físicos, pueden tener también otras causas, lo que sumado a la falta de mayor información, dificulta en definitiva una corrección apropiada al MBF.

La cada vez mayor disponibilidad de información medida en terreno, permite explorar herramientas que antes estaban relegadas por la falta de datos observados. En este trabajo se ha desarrollado un procedimiento numérico para tratar con los errores sistemáticos de los MBF, estudiando su estructura temporal y espacial para modelar su comportamiento y corregir los resultados de forma externa y complementaria mediante un proceso que se alimenta de las mismas salidas del MBF y agrupado en un esquema denominado Modelo de Corrección Complementaria (MCC). El enfoque determinístico tradicional con que se estudia la hidrogeología es complementado con el enfoque estocástico de las herramientas utilizadas en el presente trabajo, aprovechando las potencialidades de ambos esquemas, donde las ventajas de uno compensan las limitaciones del otro.

El MCC utiliza elementos de geoestadística para realizar correcciones espaciales y de redes neuronales para correcciones temporales, resultados que posteriormente se integran generando la corrección final. El MCC fue evaluado en el sector acuífero denominado Mapocho Alto, en la zona oriente del valle de Santiago, utilizando el MBF Maipo-Mapocho perteneciente a la Dirección General de Aguas y 54 pozos de observación distribuidos a lo largo de toda la zona.

La aplicación del MCC al MBF muestra disminución en las desviaciones locales, distribución normal de los errores y reducciones en las correlaciones temporales y espaciales de los residuos y por tanto notables mejoras en los resultados respecto del MBF original. En términos globales el error medio absoluto (AME) disminuyó de 17.4 m a 3.4 m, la raíz del error cuadrado medio (RMS) bajó de 25.8 m a 7.2 m y el RMS normalizado (RMSN) se redujo de 7% a menos del 2%. En consecuencia, esta metodología se observa como una interesante posibilidad de actualizar un MBF evitando el trabajo y los costos de intervenir su estructura interna.

A mis hijas... por el tiempo que me cedieron.

Tabla de contenido

1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos	3
1.2.1. Objetivo general	3
1.2.2. Objetivos específicos	3
1.3. Organización del informe	3
2. Marco teórico	5
2.1. Modelación de Base Física (MBF)	5
2.2. Hidrogeología estocástica	6
2.3. Geoestadística en aguas subterráneas	7
2.4. Redes neuronales artificiales (RNA) en aguas subterráneas.....	9
2.5. Metodología aplicada al caso en estudio	10
3. Modelo de Base Física (MBF).....	11
3.1. Descripción	12
3.2. Extensión temporal	16
3.3. MBF definitivo	17
4. Zona de estudio	20
4.1. Sector Mapocho Alto	20
4.2. Hidrogeología	22
4.3. Modelo conceptual.....	26
4.4. Comportamiento de napa.....	29
5. Estadística observada.....	34
5.1. Pozos de observación.....	34
5.2. Relleno de series	37
6. Residuos.....	50
6.1. Series observadas	50
6.2. Series modeladas.....	54
6.3. Series de residuos.....	57
6.3.1 Estructura temporal.....	59
6.3.2 Estructura espacial.....	62
7. Modelo de Corrección Complementaria (MCC).....	64
7.1. MCC Espacial	65

7.2.	MCC Temporal	70
7.3.	Mejoras porcentuales	79
8.	Resultados.....	80
8.1.	Reducción desviaciones	82
8.2.	Reducción estructura temporal	84
8.3.	Reducción estructura espacial.....	87
8.4.	Comentarios	88
9.	Síntesis y conclusiones.....	91
9.1.	Modelo de Base Física (MBF).....	91
9.2.	Zona de estudio	93
9.3.	Estadística observada.....	94
9.4.	Residuos.....	95
9.5.	Modelo de Corrección Complementaria (MCC)	96
9.6.	Resultados	97
9.7.	Conclusiones generales.....	101
10.	Bibliografía.....	102
11.	Anexos.....	105

1. Introducción

El estudio de la hidrogeología cumple este año 160 años, pues su nacimiento se asocia a las publicaciones de Darcy (*The Fountains of the City of Dijon*, Darcy 1856) y Paramelle (*The Art of Discovering Ground Water*, Paramelle 1856). Mientras que la segunda publicación fue básicamente descriptiva, la primera publicación contenía la primera reseña de la ley que gobierna el flujo de agua a través de un medio poroso. Durante los primeros 100 años, la hidrogeología cuantitativa debió asumir el subsuelo homogéneo debido a la utilización de expresiones analíticas simplificadas. Durante los últimos 60 años en cambio, la hidrogeología ha evolucionado enormemente, aceptando e integrando la heterogeneidad propia de los medios subterráneos, obligada en parte por los problemas de flujo de contaminantes a los que se debía dar respuesta.

No obstante lo anterior, en la práctica, la modelación subterránea sigue utilizando el enfoque clásico, siendo esencialmente determinística al utilizar softwares que resuelven, mediante aproximaciones numéricas, las ecuaciones tradicionales de flujo subterráneo basadas en la fórmula de Darcy (Harbaugh and McDonald, 1988). Los softwares de base física como MODFLOW se han extendido como herramienta de modelación y evaluación de recursos hídricos subterráneos, siendo este código el de mayor uso a nivel nacional. La elaboración de un Modelo de Base Física (MBF) requiere variados estudios preliminares de carácter geológicos, hidrológicos e hidrogeológicos, mediante los cuales se genera un modelo conceptual sobre el cual se construye el modelo numérico, procedimiento que posee cierto consenso (SEA, 2012).

Sin embargo, es frecuente encontrar disparidad entre lo simulado y la realidad, no tanto por dificultades numéricas como por la falta de concordancia entre el sistema real y el modelo, dada usualmente por la escasa información en general disponible y a la inherente heterogeneidad de los medios reales (Carrera and Neuman, 1986; Dagan, 2004). El modelador se enfrenta a la necesidad de estimar los parámetros hidráulicos del MBF dados niveles observados (problema inverso), intentando ajustar los niveles calculados a los medidos, en un proceso manual y subjetivo denominado calibración, proceso en el cual, aun siendo exitoso, subsisten errores no sólo aleatorios sino también sistemáticos (Demissie et al., 2008), situación que limita la representatividad de los MBF y obliga a recurrir a otras herramientas si se quiere mejorar la precisión de la modelación subterránea.

En este trabajo se estudian procedimientos numéricos para tratar con los errores sistemáticos de un MBF, estudiando su estructura temporal y espacial para modelar su comportamiento y corregir los resultados de forma externa y complementaria. Dentro de los procedimientos estudiados, destaca la aplicación del enfoque estocástico, el cual reemplaza por un momento el enfoque clásico con que se estudian las aguas subterráneas (Emery, 2007; Renard, 2007; Barra, 2010). No es necesaria de todas formas una definición final sobre cual es el esquema correcto (determinístico o estocástico), pues en este trabajo las correcciones se plantean en forma complementaria y las ventajas de un esquema compensan las limitaciones del otro, aprovechando de esta manera las fortalezas de ambas técnicas (modelaciones física y numérica), generando mejoras en los resultados actuales y en las predicciones.

1.1. Motivación

Existe consenso en la importancia de la modelación de aguas subterráneas ya que permite cuantificar y evaluar los potenciales efectos sobre un acuífero de un determinado proyecto o

actividad. La herramienta de modelación numérica en la actualidad, basada en la teoría tradicional de flujo subterráneo, ha sido ampliamente validada, siendo el software Visual MODFLOW el más utilizado en el medio nacional. Puesto que la modelación subterránea sigue utilizando el enfoque clásico, reemplazando los diferenciales analíticos por aproximaciones numéricas, la mayoría de los modelos numéricos actuales son capaces de representar correctamente sólo los niveles promedio de un sector, suficiente para problemas de flujos regionales, cálculo de disponibilidades y planificación, pero no para una representación más precisa, aún cuando se incluyan adecuadas representaciones de la geometría, condiciones de borde, bombes de pozos, etc, lo que finalmente limita el uso de estos modelos en operaciones.

Sin restar validez al esquema anterior, normalmente en un modelo calibrado subsisten diferencias entre lo simulado y lo observado cuyo origen es variado, pero que se aceptan considerando la inevitable simplificación e incertezas asociadas a este tipo de modelos. Estos errores, que normalmente no son sólo aleatorios sino también sistemáticos (Demissie et al., 2008), tienen un significativo impacto en la capacidad predictiva del modelo de base física. Realizar modificaciones a la estructura de un MBF es un proceso complejo, pues implica intervenir el óptimo parcial que alcanzó la calibración realizada durante su construcción. Normalmente quien detecta las desviaciones del MBF es el usuario y no el programador, por lo que la solución al problema es encargar la elaboración de un nuevo MBF, apelando a la necesidad de una herramienta actualizada, con los costos que esto implica.

Las herramientas y enfoques estocásticos pueden ayudar a mejorar la precisión de la modelación subterránea, al hacerse cargo de la heterogeneidad propia de los medios porosos, sin embargo, no han podido convertirse en la práctica en herramientas de uso masivo (Neuman, 2004; Renard, 2007). Dentro de las razones para lo anterior, destaca la gran cantidad de información (datos observados) que requieren las herramientas estocásticas, normalmente escasa en las aguas subterráneas. Por ejemplo, el acceso a un importante número de registros de niveles de agua subterránea en el sector alto del valle de Santiago, generó la oportunidad para evaluar el potencial de la aplicación de estos procedimientos alternativos y para comprobar que el cambio del enfoque clásico por el de carácter probabilístico de los parámetros, es una alternativa válida para el estudio de las aguas subterráneas.

En el presente trabajo se estudia el potencial de un Modelo de Corrección Complementaria (MCC) numérico aplicado a un Modelo de Base Física (MBF) calibrado, para mejorar sus resultados intentando capturar la estructura del error sistemático, aprovechando de este modo las potencialidades de ambos enfoques complementarios; por un lado el MBF incluye las leyes físicas subyacentes al sistema acuífero, mientras que el MCC compensa las diferencias entre lo simulado por el MBF y lo observado en la realidad. De igual forma, la información ganada modelando el error de un MBF puede ayudar a identificar algunas de las probables causas de base física, posibilitando también una mejora directa en el MBF si el usuario de esta herramienta lo considera pertinente.

Una representación esquemática de la modelación complementaria es presentado en la Figura 1.1. Las tareas específicas incluyen primero un análisis de los errores de las simulaciones del MBF, buscando estructuras internas, para luego calibrar el MCC basado en este análisis residual, permitiendo corregir las predicciones del MBF, tanto en el tiempo como en el espacio.

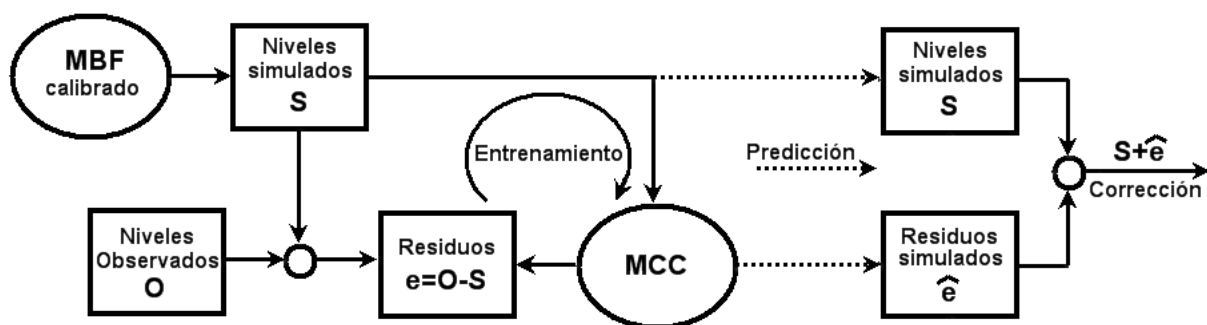


Figura 1.1: Representación esquemática de la modelación complementaria. Los errores de las simulaciones del MBF son estudiados y permiten calibrar el MCC. Finalmente ambos modelos son usados para lograr mejoras en las predicciones.

La corrección complementaria brinda la posibilidad de revalidar un MBF sin intervenirlo, sin siquiera conocer ni cuestionar los motivos del error a corregir, mediante un proceso externo que se alimenta de las salidas del mismo MBF. En un medio donde abundan básicamente sólo MBFs tradicionales, las posibilidades son enormes.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Evaluar la aplicación de métodos complementarios para reducir los errores sistemáticos de las simulaciones de MBF tradicional.

1.2.2. Objetivos específicos

- Actualizar el mejor MBF disponible en el sector hidrogeológico Mapocho Alto, para comparar sus resultados con lo observado e identificar los errores y desviaciones presentes.
- Verificar la existencia de estructura temporal y espacial en los errores anteriores, que pueda ser capturada por un Modelo de Corrección Complementaria (MCC).
- Aplicar el MCC y cuantificar mejoras en los resultados; comprobar si existe reducción en las correlaciones y desviaciones y verificar la existencia de errores mejor distribuidos.

1.3. Organización del informe

El informe de este estudio está dividido en nueve capítulos, los cuales son resumidos a continuación.

En el **Capítulo 1: Introducción**, se detallan la motivación para realizar este trabajo y los objetivos que se persiguen con su desarrollo.

En el **Capítulo 2: Marco teórico**, se describen las fortalezas y limitaciones que posee la Modelación de Base Física tradicional, el estado y características del enfoque estocástico en hidrogeología y una revisión somera a las herramientas específicas a utilizar: Geoestadística y Redes Neuronales Artificiales.

En el **Capítulo 3: Modelo de Base Física (MBF)**, se describe el MBF utilizado, sus características y parámetros generales y los procedimientos utilizados para su actualización.

En el **Capítulo 4: Zona de estudio**, se analiza la zona de estudio desde el punto de vista hidrogeológico, el modelo conceptual aceptado y una revisión de los distintos mecanismos de recarga y descarga que justifican el comportamiento observado de la napa en la zona.

En el **Capítulo 5: Estadística observada**, se muestran la estadística disponible y los procedimientos utilizados para la depuración y especialmente para el relleno de la misma.

En el **Capítulo 6: Residuos**, se estudian las series de errores o residuos obtenidos como diferencia entre lo observado y lo simulado por el MBF, intentando demostrar la existencia de estructura interna que los Modelos de Corrección Complementaria MCC intentarán capturar.

En el **Capítulo 7: Modelo de Corrección Complementaria (MCC)**, se presentan los MCCs Espacial y Temporal, sus fundamentos y primeros resultados por separado.

En el **Capítulo 8: Resultados**, se integran los MCCs Espacial y Temporal, aplicándolos a las series simuladas por el MBF. La comparación de estas series simuladas corregidas con las series observadas genera nuevas series de residuos, para las cuales se verifican reducciones en las desviaciones y en las estructuras temporales y espaciales. Se cuantifica para cada grupo de estudio la mejora alcanzada por el MBF Corregido respecto del MBF original.

En el **Capítulo 9: Síntesis y conclusiones**, se discuten los resultados obtenidos en el trabajo.

2. Marco teórico

El presente capítulo busca dar una breve explicación de las herramientas utilizadas en el estudio, algunas de las cuales no poseen un uso masivo en el ámbito de las aguas subterráneas e incluso obligan a cambiar la forma tradicional de entender la hidrogeología. Las técnicas utilizadas constituyen por sí solas campos muy amplios de investigación, considerando que la aplicación presentada siempre podrá ser mejorada a la luz de estudios más profundos en cada área.

2.1. Modelación de Base Física (MBF)

La modelación hidrogeológica en la actualidad utiliza programas computacionales que resuelven, mediante aproximaciones numéricas, las ecuaciones tradicionales de flujo subterráneo basadas en la fórmula de Darcy (Harbaugh and McDonald, 1988). Estos modelos numéricos están fundamentados en modelos conceptuales, que corresponden a simplificaciones del sistema acuífero real, razón por la cual pueden ser llamados Modelos numéricos de Base Física (MBFs).

En Chile existe un predominio en el uso del código MODFLOW para la elaboración de MBFs tridimensionales, debido a su facilidad de operación y a sus características visuales y de manejo de datos. Esta plataforma ha probado ser adecuada para simular flujo en medios porosos por lo que ha sido utilizado en gran parte de los organismos gubernamentales (SEA, 2012). Si bien el MBF utilizado en el presente trabajo está construido sobre Visual MODFLOW, la metodología de corrección a presentar, en teoría no se restringe sólo a esta programa, pues basta disponer de simulaciones mensuales cualesquiera sea la plataforma que las genere.

El esquema de modelación anterior ha dado en general resultados satisfactorios. Si bien el proceso completo es complejo, extenso y costoso, el resultado obtenido permite contar con un mayor conocimiento del funcionamiento del sistema acuífero modelado y con una herramienta numérica, la cual si es actualizada constantemente, permite realizar simulaciones con mayor grado de confianza y sobre el cual existe la certidumbre de una base física detrás de sus resultados.

No obstante lo anterior, hay consenso también en la inherente complejidad y heterogeneidad de los medios subterráneos reales (Carrera y Neuman, 1986), situación que los modelos tradicionales normalmente no capturan, tanto porque sus objetivos son realizar abstracciones y simplificaciones de la realidad, como por la imposibilidad práctica dada por la usual escasez de información. De esta forma el modelador finaliza su trabajo cuando el modelo ajusta aceptablemente bien tendencias y alguno que otro parámetro global, como error cuadrático medio (RMS) o coeficiente de correlación (r), luego de un proceso manual y subjetivo denominado calibración, obteniendo una herramienta que simula niveles piezométricos, pero a la cual se le permiten, aún desde el inicio, desviaciones locales. Lo anterior limita la representatividad de los Modelos de Base Física tradicionales y obliga a recurrir a otras herramientas si se quiere mejorar la precisión de la modelación subterránea.

De acuerdo a lo anterior, la modelación subterránea es esencialmente determinística y asume como tal a sus parámetros y variables hidrogeológicas, aún cuando existe evidencia de que éstas exhiben un comportamiento estocástico (García, 1990; Emery, 2007; Barra, 2010). A pesar de lo anterior, las herramientas estocásticas no han tenido la misma aplicación en la hidrología subterránea (Neuman, 2004), limitándose a simulaciones tipo Monte-Carlo con un modelo

tradicional ya implementado (Muñoz et al., 2002; Koch and Arlai, 2007) o a estudios sobre transporte de contaminantes en medios heterogéneos (Dagan, 1997, 2004).

Uno de los procedimientos más interesantes desarrollados en los últimos años, y que posibilita un consenso entre ambos enfoques (determinístico y probabilístico), consiste en la corrección de los resultados de un modelo tradicional, de forma externa y complementaria, mediante procedimientos numéricos estocásticos aprovechando de esta manera las ventajas de ambas técnicas de modelación (física y numérica). Acercamientos de esta índole, han mostrado mejoras notables en las simulaciones y predicciones (Demissie et al., 2008; Valocchi et al., 2013; Xu, 2012).

El presente trabajo busca aplicar este enfoque a un modelo existente, cuantificando las mejoras que se pueden lograr y consiguiendo niveles de precisión difíciles de alcanzar en la modelación tradicional. A continuación se describen brevemente los enfoques y herramientas utilizadas en la corrección complementaria.

2.2. Hidrogeología estocástica

Los procesos estocásticos se caracterizan por mostrar, junto a sus tendencias generales, cierta incertidumbre asociada en sus comportamientos (Kac and Logan, 1979). Aquellos estudios que reconocen tal situación consideran a las variables formadas por dos componentes, una determinística, responsable de los patrones de comportamiento generales y otra aleatoria, responsable de las fluctuaciones respecto de la tendencia anterior (Box and Jenkins, 1976). Este enfoque, aplicado a la hidrología, da origen a lo que se conoce como hidrología estocástica (Yevjevich, 1972).

Al hacerse cargo de la incertidumbre del proceso, un modelo estocástico considera la existencia de múltiples alternativas posibles para las series con sus probabilidades asociadas, de las cuales la serie observada constituye sólo una realización.

Utilizar un marco estocástico en hidrogeología implica cambiar el enfoque clásico de las aguas subterráneas, que asume a los parámetros y variables de estado constantes, y considerar la naturaleza probabilística de las mismas. Aparte de todos los supuestos que este enfoque obliga a asumir, es necesaria una gran cantidad de estadística disponible, la cual es una de las principales fortalezas del presente estudio y una de las razones que justificó su desarrollo.

El enfoque estocástico en las aguas subterráneas ha tenido mayores aplicaciones en modelos de transporte que en modelos de flujo, donde la heterogeneidad del medio no parece ser un problema para el flujo total. Si bien el objetivo del presente estudio no tiene relación con problemas de transporte, se considera apropiado el enfoque estocástico, pues se busca mejorar la precisión de la variable nivel estático, lo cual obliga a lidiar con las heterogeneidades y la falta de información que pudieran explicar el comportamiento real de la napa en un punto.

Diversas razones pueden explicar la falta de uso de herramientas estocásticas en aguas subterráneas (Renard, 2007), a diferencia de otros campos relacionados. Por ejemplo, el enfoque estocástico temporal es utilizado en la hidrología superficial, principalmente para simular los procesos de Precipitación - Escorrentía, donde se supone que las variables involucradas poseen una componente determinística, dada por las relaciones físicas presentes, pero también poseen un

residual aleatorio (González, 2002; Sandoval, 1988; Salas, 1983). El enfoque estocástico espacial o geostatística, es utilizado en minería principalmente para la evaluación de recursos y planificación minera, y permite estudiar variables regionalizadas interpretándolas como una realización de una función aleatoria (Emery, 2007; Matheron, 1971).

Dentro del presente estudio se utilizaron herramientas estocásticas temporales y espaciales; en ambos casos se asume a la variable de estado (nivel estático) como una variable aleatoria y a su serie, tanto temporal como espacial, como una realización del proceso.

2.3. Geostatística en aguas subterráneas

La geostatística comenzó a convertirse en una teoría bien establecida con los trabajos de Matheron a comienzos de los años 60 (Renard, 2007). En la actualidad esta ciencia tiene variados campos de aplicación, destacándose la evaluación de recursos naturales, como mineros, forestales, gasíferos, agrícolas, etc (Emery, 2007). Dentro de las aplicaciones de la geostatística las aguas subterráneas no destacan, aunque el propio Matheron, con sus trabajos en la década de 1960, mostró un temprano interés en la aplicación de las teorías estocásticas espaciales para investigar el impacto de la heterogeneidad en el flujo y transporte en medios porosos (Proceedings of the Third International Geostatistics Congress, 1988).

El uso de la Geostatística implica suponer que la variable en estudio $Z(x)$ está regionalizada, es decir, que se extiende en el espacio y que presenta cierta continuidad. Para desarrollar el formalismo probabilístico, es necesario poder determinar, por lo menos parcialmente, la distribución espacial de la función aleatoria a partir de los datos disponibles sobre la variable regionalizada, etapa conocida como inferencia estadística (Emery, 2007). En su forma más general, la inferencia estadística está limitada por dos razones: se dispone de sólo una realización del proceso estocástico y dicha realización se conoce sólo en algunos sitios de muestreo. Para salir del problema, usualmente se recurre a las hipótesis de ergodicidad y estacionareidad.

La ergodicidad establece que promediar sobre el conjunto de realizaciones es equivalente al promedio sobre una realización. En series naturales esta hipótesis está definida sólo teóricamente, siendo prácticamente imposible probarla (Vargas, 2012). La estacionareidad postula que la distribución espacial de la función aleatoria es invariante por traslación, es decir, que las propiedades de un conjunto de datos no dependen de su posición absoluto en el espacio, sino que solamente de sus posiciones relativas, lo que implica las siguientes simplificaciones:

1) Esperanza y varianza constantes en el espacio:

$$E[Z(x)] = m \quad \text{y} \quad \text{var}[Z(x)] = \sigma^2$$

2) Covarianza y semivariograma dependientes sólo de la separación entre los datos (h):

$$C(h) = \text{cov}[Z(x+h), Z(x)] \quad \text{y} \quad \gamma(h) = \frac{1}{2} \text{var}[Z(x+h) - Z(x)]$$

Los valores de una variable regionalizada no son independientes, en el sentido de que un valor observado en un sitio, proporciona información sobre los valores de los sitios vecinos. Los momentos de segundo orden entregan una descripción elemental de la continuidad espacial de la variable. Por lo mismo, el primer paso en un análisis geoestadístico es normalmente la inferencia del semivariograma (SV), es decir, el cálculo del SV experimental (SVE) al cual posteriormente se le ajusta un modelo, es decir, un SV teórico (SVT).

El estimador tradicional del SV para pozos separados una distancia h (Emery, 2007) se define de la siguiente manera:

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i + h) - Z(x_i)] \quad (2.1)$$

donde $N(h)$ es el número de pares de pozos separados por una distancia h .

En la práctica es difícil que los pozos estén separados a distancias regulares, por lo que h se reemplaza por Δh , es decir, se trabaja con rangos (Barra, 2010). La construcción de una matriz de distancias, utilizando las coordenadas y cotas de los puntos, facilita los cálculos.

Puesto que el SVE no puede usarse directamente, pues sólo está definido para ciertas distancias y está sujeto a ciertas aproximaciones debido al número limitado de datos con que fue construido, se ajusta un SVT a los datos experimentales. En este punto se interpreta la continuidad espacial de la variable en estudio.

Existen variados modelos propuestos dentro de los SVTs, de los cuales los más usuales son (Barra, 2010; Emery 2007):

$$\text{Modelo Esférico:} \quad \gamma(h) = \begin{cases} S \cdot \left(\frac{3h}{2a} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right) & \text{si } h \leq a \\ S & \text{si } h > a \end{cases} \quad (2.2.1)$$

$$\text{Modelo Exponencial:} \quad \gamma(h) = S \cdot \left(1 - e^{-\frac{h}{a}} \right) \quad (2.2.2)$$

$$\text{Modelo Gaussiano:} \quad \gamma(h) = S \cdot \left(1 - e^{-\frac{3h^2}{a^2}} \right) \quad (2.2.3)^{2.1}$$

con S : meseta
 h : distancia
 a : alcance o rango

^{2.1}En ambas referencias, la fórmula para el modelo Gaussiano presentaba una diferencia con la usada en el presente estudio $\gamma(h) = S \cdot \left(1 - e^{-\frac{h^2}{a^2}} \right)$, sin embargo se comprobó que la expresión 2.2.3 entrega los resultados correctos.

Luego de ajustado el SVT, se está en condiciones de estimar o predecir el valor de la variable regionalizada en un sector del dominio, a partir de los datos disponibles mediante la interpolación de Kriging. Esta metodología supera a otras técnicas de estimación espacial de valores desconocidos, tales como triangulación o inverso de la distancia, por cuanto, además de asignar pesos de acuerdo a la distancia entre los datos, considera asimismo la estructura espacial subyacente (Barra, 2010).

La estimación de la variable $Z^*(x)$, se obtiene como una combinación lineal de los valores medidos en los pozos de observación $Z_i(x)$, ponderados por los valores del vector columna λ_i según la expresión (2.3).

$$Z^*(x) = \sum_i \lambda_i \cdot Z_i(x) \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.3)$$

Los valores λ_i anteriores deben ser tales que reduzcan el error de estimación o varianza del Kriging, es decir, minimizan la expresión (2.4). Para la obtención de los valores λ_i y μ , que minimizan (2.4), se resuelve la ecuación matricial (2.5), que permite obtener en una sola operación los valores óptimos de los parámetros.

$$\text{var}[Z^*(x) - Z(x)] = \sum_i \lambda_i \cdot \gamma_i + \mu \quad (2.4)$$

$$[\gamma_{ij}] \lambda_i = \gamma_i \quad i, j = 1, 2, 3, \dots \quad (2.5)$$

2.4. Redes neuronales artificiales (RNA) en aguas subterráneas

El origen de la herramienta de redes neuronales artificiales (RNA) normalmente se remonta a 1943 con el trabajo publicado por el médico neurofisiólogo Warren McCulloch y el matemático Walter Pitts, quienes construyeron una red neuronal simple usando circuitos eléctricos para describir cómo debían trabajar las neuronas en el cerebro. Luego de los primeros éxitos, el interés decae por diversos motivos, para comenzar nuevamente en los años 80, momento desde el cual su desarrollo crece notablemente de la mano de la computación, para alcanzar en la actualidad aplicaciones en los más diversos ámbitos, llegando a estar hoy limitada prácticamente sólo por el desarrollo de más y mejor hardware^{2.2}.

De acuerdo al objetivo del presente trabajo, el cual es mejorar los resultados de un Modelo de Base Física MBF, la principal característica de las RNA de no requerir conocer condiciones físicas del problema, no resta validez al resultado, por cuanto todas las leyes físicas se suponen incluidas en el MBF, siendo las RNA un complemento para mejorar la precisión en los resultados (Coppola, 2005). De hecho, lo anterior constituye una ventaja de la herramienta en este caso, pues se está tratando de corregir errores cuyo origen y causa no son claros. Además de no requerir para su funcionamiento, conocer propiedades físicas del problema estudiado (Zarco, 2002), las RNA pueden adaptarse a los cambios recurrentes para detectar patrones en complejos sistemas naturales (Daliakopoulos et al., 2004).

^{2.2}<http://cs.stanford.edu/people/eroberts/courses/soco/projects/neural-networks/History/history1.html>

Existen diferentes arquitecturas de redes neuronales, sin embargo, aceptando la premisa de que en general cualquier función continua de \mathbb{R}^n a \mathbb{R}^m puede ser representada por una red neuronal prealimentada (feedforward) de tres layers, con n elementos en el input, $2n + 1$ en la capa oculta y m elementos en la salida, siendo n y m enteros positivos arbitrarios que representan las dimensiones de los espacios de variables (Kolmogorov's theorem; Nourani, 2008; Krishna, 2007), se comenta sólo este esquema, el cual se muestra esquemáticamente en la Figura 2.1.

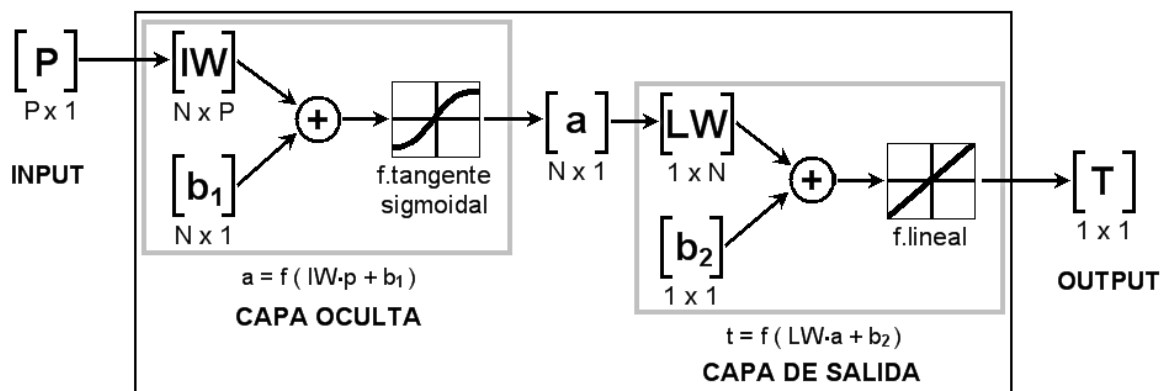


Figura 2.1: Estructura de red neuronal artificial RNA de la forma P-N-1, es decir, P elementos en el input, N elementos en la capa oculta y 1 elemento de salida.

Las funciones de transferencia que se utilizan normalmente son Tangente-Sigmoideal (tansig) para la capa oculta y Lineal (purelin) para la capa de salida, los entrenamientos usuales utilizan algoritmo tipo Levenberg-Marquardt (trainlm) con descenso de gradiente con momentum (learngdm) como función de aprendizaje y como función de desempeño el Error Cuadrático Medio (mse). La mayor parte de estas funciones y algoritmos se incluyen por defecto en el paquete de herramientas Neural Network de Matlab v.2009 al crear una Red Neuronal tipo FeedForward (newff)^{2,3}.

2.5. Metodología aplicada al caso en estudio

El MBF escogido en el presente trabajo es uno de los modelos numéricos más completos desarrollados en la región (ver Cap.3), utilizado ampliamente, validado por la autoridad y demás actores de la cuenca y con un sólido sustento físico dado por el extenso estudio que lo generó (DGA SIT n°62, 2000). No obstante lo anterior, este modelo presenta las limitaciones propias de un MBF descritas anteriormente y que brindan la posibilidad de aplicar un MCC para intentar superarlas.

Dentro del presente estudio, las herramientas estocásticas temporales se utilizaron para implementar un proceso previo de relleno y extensión de series de tiempo de niveles de aguas subterránea (ver Cap.5), el cual resultó satisfactorio y permitió lograr series con hasta el 100% de los registros. La comparación de estas series con las series simuladas por el MBF, permitieron obtener series de residuos (errores), cuyo comportamiento se estudió e intentó corregir mediante un MCC.

^{2,3}Para mayores detalles, consultar Capítulo 5 Backpropagation, Neural Network Toolbox, User's Guide Matlab. Mathworks R2015a online version.

Elementos de geoestadística se utilizaron para detectar la estructura espacial en las series (ver Cap.6) y para corregir sus errores medios ME (ver Cap.7). De esta forma, a partir de información de ME en distintos puntos conocidos, se busca obtener el ME esperado en un punto sin información, para ser capaz de corregir el valor entregado por el MBF en cualquier punto. Los cálculos se realizaron de forma manual mediante planillas de cálculo y macros.

Las RNA se utilizaron para simular el comportamiento de las series en el tiempo (ver Cap.7). Después de sucesivas pruebas se decidió utilizar un esquema FeedForward 6-10-1, el cual entregó los mejores resultados tanto para el periodo de calibración como para el periodo de evaluación^{2.4}. Destaca la alimentación de la red, la cual consiste sólo en series simuladas por el MBF desfasadas, más una serie sinusoidal sintética, es decir, se nutre de datos siempre conocidos al correr previamente el MBF que se pretende corregir.

Finalmente, el MCC opera integrando una corrección espacial, lograda mediante geoestadística y una corrección temporal, conseguida mediante redes neuronales. La serie simulada original entregada por el MBF queda entonces corregida y más cercana a la serie observada, verificándose disminuciones en las desviaciones locales y globales, y reducciones en las estructuras temporales y espaciales.

3. Modelo de Base Física (MBF)

En este capítulo se describe el MBF utilizado en el presente estudio, sus características principales, plataforma, actualizaciones anteriores y la metodología empleada para su actualización al año 2013.

Es importante señalar que todo el proceso descrito no forma parte de la corrección complementaria el cual es el objetivo del presente estudio y fue realizado sólo para acondicionar el MBF y contar con series de niveles de aguas subterránea simuladas temporalmente coincidentes a las series de napa observadas disponibles, no siendo necesario a priori ningún tipo de intervención al MBF si este se encuentra actualizado. Cabe también aclarar que, si bien la zona de estudio final está acotada sólo a un sector específico de la cuenca (ver Cap.4), el MBF fue actualizado en todo su dominio espacial.

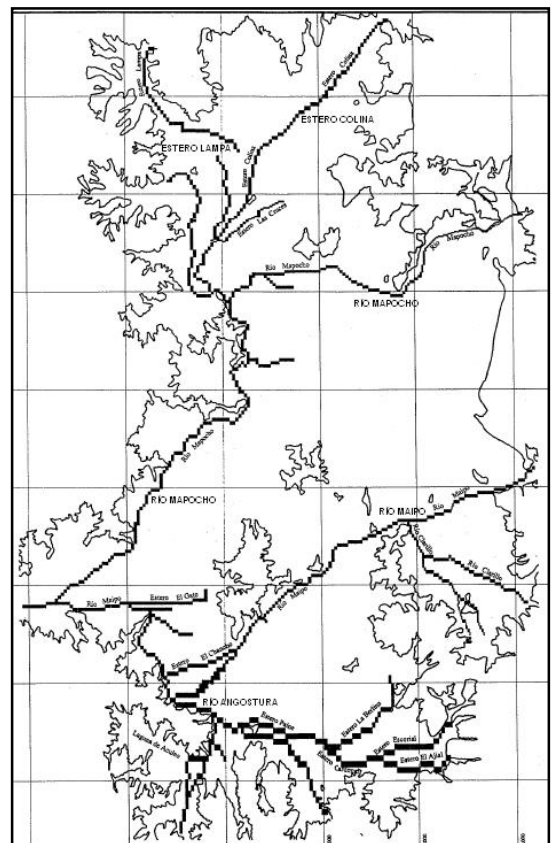


Figura 3.1: Dominio espacial del modelo hidrogeológico Maipo-Mapocho (DGA SIT n°62, 2000).

^{2.4}Se denomina a este periodo como evaluación y tiene que ver con la predicción. No es utilizado en ningún momento de la calibración, por lo que no debe confundirse con la validación. Mayores detalles, consultar Capítulo 7.

3.1. Descripción

En el año 2000 la Dirección General de Aguas DGA, contrató el desarrollo de una herramienta de modelación que permitiese simular de manera integral los recursos superficiales y subterráneos de las cuencas de los ríos Maipo y Mapocho en la Región Metropolitana. La firma Ayala, Cabrera y Asociados Ltda. elaboró para tal efecto el estudio “Modelo de Simulación Hidrológico Operacional cuencas de los ríos Maipo y Mapocho” (DGA SIT n°62, 2000), trabajo en el cual se construyeron modelos numéricos independientes: uno para describir el sistema superficial (modelo hidrológico) y cuatro modelos hidrogeológicos para el sistema subterráneo, los cuales se relacionaban entre sí a través de la recarga del primero hacia los segundos. En la conceptualización y construcción de los modelos subterráneos, se consideró toda la información conocida sobre estratigrafía de pozos, pruebas de bombeo, prospecciones geofísicas, relaciones río-acuífero, etc., por lo que la herramienta desarrollada llegó a contener prácticamente todo el conocimiento hidrogeológico que se tenía en ese entonces del sistema.

El modelo llamado Maipo-Mapocho corresponde al modelo hidrogeológico de mayor extensión y complejidad de los cuatro modelos subterráneos construidos y es el MBF utilizado en el presente trabajo. Esta herramienta numérica fue solicitada al Centro de Información de Recursos Hídricos CIRH de la DGA^{3.1}. Su dominio comprende el denominado valle del Gran Santiago, que corresponde al interfluvio de los ríos Mapocho y Maipo incluyendo los esteros Lampa y Colina por el norte y el río Angostura por el sur, según muestra la Figura 3.1, cubriendo una superficie aproximada de 2300 km².

Diversos estudios (DGA SIT n°62, 2000; DICTUC, 2004; DICTUC, 2009; Schlumberger Water Services, 2013) señalan que en la mayor parte del sistema modelado se tiene un acuífero no confinado de tres estratos, denominados de mayor a menor profundidad A, B y C^{3.2}, con una relativa continuidad espacial (de acuerdo a la escala de modelación), con niveles de agua subterránea que varían entre unos pocos metros en tramos bajos del Maipo y Mapocho, hasta más de 100 m hacia la parte más alta de los ríos. La dirección de flujo subterráneo se aproxima a la de los drenajes principales (ríos y esteros). La principal fuente de recarga en todo el sector modelado está constituida por las recargas de riego, la infiltración desde los cauces y la precipitación directa al acuífero, mientras la recarga subterránea desde las secciones altas de los valles es de un orden de magnitud menor. Respecto de las descargas, las principales corresponden a las recuperaciones de los cauces en el sector de El Monte y a los bombeos desde pozos y norias. Mayores detalles sobre el modelo conceptual del acuífero se pueden consultar en los estudios citados.

Este modelo fue desarrollado en plataforma Visual MODFLOW v2.61, con discretización temporal mensual y representando su dominio mediante 1 capa o estrato en vertical^{3.3}, y 265 filas por 236 columnas en horizontal, totalizando 62.540 celdas de discretización no regular con dimensiones variables en planta entre 100 m y 620 m. Debido a que la mayor concentración de información se presentaba desde 1990 en adelante, se definió como periodo de calibración Ene-90 a Mar-98 (99 periodos).

^{3.1}Solicitud Ley de Transparencia n°8151 del 22/05/14

^{3.2}Unidad A: de granulometría fina, sobreyace al basamento; Unidad B: de granulometría gruesa y media, constituye el acuífero relevante; Unidad C: se presenta de forma discontinua, tiene alto contenido de finos.

^{3.3}Estrato único con propiedades equivalentes a los tres estratos reales.

El modelo hidrogeológico Maipo-Mapocho no ha sufrido grandes cambios a lo largo de su historia, sin embargo, el año 2003 se realizaron modificaciones en la geometría e interconexión entre celdas lo cual mejoró la estabilidad y rapidez de las simulaciones (DICTUC, 2003) las cuales tomaban en un comienzo cerca de 12 horas. El año 2004, con motivo de un litigio entre privados, se realizó una completa actualización al modelo subterráneo en el sector Mapocho Alto (DICTUC, 2004), independizándolo del modelo superficial e incluyendo recargas laterales, modificaciones del basamento y del borde, y una nueva calibración general de todo el dominio, aunque sin extender el periodo original de ésta. El año 2006 la DGA realizó una actualización a las recargas superficiales entregadas por el Modelo Superficial MOS-Maipo (DGA SDT n°235, 2006) y ha utilizado este modelo modificado y con estas últimas recargas para estimar disponibilidades en sectores acuíferos, situación que le otorga carácter oficial a esta herramienta (DGA SIT n°119, 2007). La plataforma del modelo también ha sido actualizada con los años, disponiendo para el presente trabajo del modelo numérico en Visual MODFLOW v4.4 2009.1.

Como características generales de este modelo se pueden indicar:

a) Condiciones de borde (Figura 3.2):

- Bordes impermeables laterales y de fondo correspondientes al contacto roca-relleno.
- Condición de altura conocida utilizada para considerar flujos entrantes y salientes.
- Condición de río utilizada para considerar efectos de recarga y/o afloramientos (excepto sector Mapocho Alto).
- Condición de dren destinada a la estabilización de napas someras.

b) 45 zonas de recargas (Figura 3.3 y Tabla 3.1):

- 28 zonas actualizadas según MOS-Maipo 2006
- 9 zonas idénticas a las originales
- 8 zonas actualizadas según DICTUC 2004

c) 161 zonas de conductividad

d) 38 zonas de almacenamiento

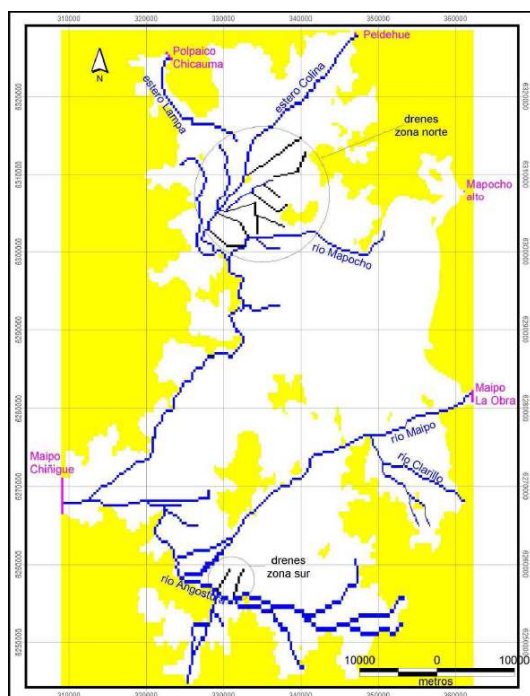


Figura 3.2: Condiciones de borde (DICTUC, 2009).

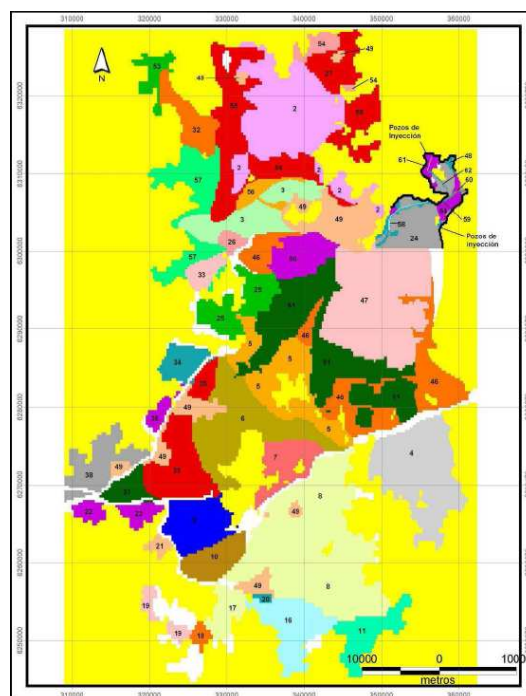


Figura 3.3: Zonas de recarga (DICTUC, 2009).

Tabla 3.1: Recargas y descripción de los sectores de recarga para el modelo hidrogeológico Maipo-Mapocho (DGA SIT n°119, 2007).

Sectores de Recarga Modelo Hidrogeológico	Tipo de Sector	Tipo de Recarga	Recarga Promedio Abr 1960- Mar 1988 mm/año	OBSERVACIONES Fuente del dato
1		sin recarga (auxiliar)	0	
2	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	542.66	Modelo MOS-Maipo 2008
3	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	1696.06	Modelo MOS-Maipo 2008
4	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	1020.04	Modelo MOS-Maipo 2008
5	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	1697.07	Modelo MOS-Maipo 2008
6	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	1356.21	Modelo MOS-Maipo 2008
7	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	412.37	Modelo MOS-Maipo 2008
8	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	1357.25	Modelo MOS-Maipo 2008
9	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	1015.99	Modelo MOS-Maipo 2008
10	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	321.38	Modelo MOS-Maipo 2008
11	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	507.61	Modelo MOS-Maipo 2008
12		sin recarga (auxiliar)	0.00	
13		sin recarga (auxiliar)	0.00	
14		sin recarga (auxiliar)	0.00	
15		sin recarga (auxiliar)	0.00	
16	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	1281.69	Modelo MOS-Maipo 2008
17	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	789.28	Modelo MOS-Maipo 2008
18	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	644.40	Modelo MOS-Maipo 2008
19	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	248.22	Modelo MOS-Maipo 2008
20	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	4190.23	Modelo MOS-Maipo 2008
21	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	3114.35	Modelo MOS-Maipo 2008
22	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	2801.48	Modelo MOS-Maipo 2008
23		sin recarga (auxiliar)	0.00	
24	Urbano	percolacion lluvia-red agua potable	2710.03	Trabajo actualizacion DGA 2004
25	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	1874.14	Modelo MOS-Maipo 2008
26	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	839.64	Modelo MOS-Maipo 2008
27	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	856.23	Modelo MOS-Maipo 2008
28		sin recarga (auxiliar)	0.00	
29		sin recarga (auxiliar)	0.00	
30		sin recarga (auxiliar)	0.00	
31		sin recarga (auxiliar)	0.00	
32	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	1079.66	Modelo MOS-Maipo 2008
33	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	545.58	Modelo MOS-Maipo 2008
34	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	801.80	Modelo MOS-Maipo 2008
35	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	1825.12	Modelo MOS-Maipo 2008
36	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	837.84	Modelo MOS-Maipo 2008
37	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	1218.04	Modelo MOS-Maipo 2008
38	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	1377.92	Modelo MOS-Maipo 2008
39		sin recarga (auxiliar)	0.00	
40		sin recarga (auxiliar)	0.00	
41		sin recarga (auxiliar)	0.00	
42		sin recarga (auxiliar)	0.00	
43		sin recarga (auxiliar)	0.00	
44		sin recarga (auxiliar)	0.00	
45		sin recarga (auxiliar)	0.00	
46	Rural Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	1208.91	Modelo MOS-Maipo 2008
47	Urbano	percolacion lluvia-red agua potable	174.06	idem original
48	Suelo Natural y Riego	percolacion riego -canales- lluvia	101.90	Trabajo actualizacion DGA 2004
49	Urbano	percolacion lluvia-red agua potable	177.68	idem original
50	Urbano	percolacion lluvia-red agua potable	197.39	idem original
51	Urbano	percolacion lluvia-red agua potable	163.80	idem original
52		sin recarga (auxiliar)	0.00	
53	Rural No Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	70.98	idem original
54	Rural No Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	48.77	idem original
55	Rural No Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	63.05	idem original
56	Rural No Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	83.48	idem original
57	Rural No Agrícola	percolacion riego -canales- lluvia	57.44	idem original
58	Río	percolacion de rio	20312.86	Trabajo actualizacion DGA 2004
59	Río	percolacion de rio	57785.26	Trabajo actualizacion DGA 2004
60	Río	percolacion de rio	80216.25	Trabajo actualizacion DGA 2004
61	Río	percolacion de rio	9042.85	Trabajo actualizacion DGA 2004
62	Río	percolacion de rio	5174.96	Trabajo actualizacion DGA 2004
63		sin recarga (auxiliar)	0.00	
64	Viviendas y Jardines	percolacion riego-lluvia	106.60	Trabajo actualizacion DGA 2004

e) 2235 pozos de bombeo^{3.4}, incluyendo los pozos de inyección en el sector Mapocho Alto (Figura 3.4)

f) 531 pozos de observación^{3.4} (Figura 3.5)

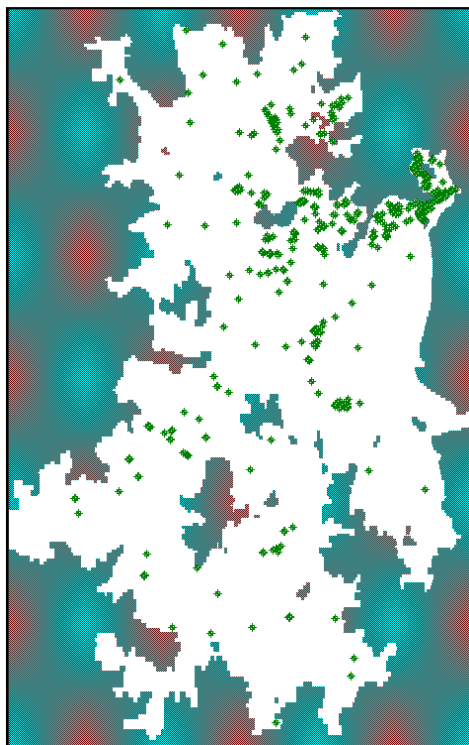


Figura 3.4: Pozos de bombeo.

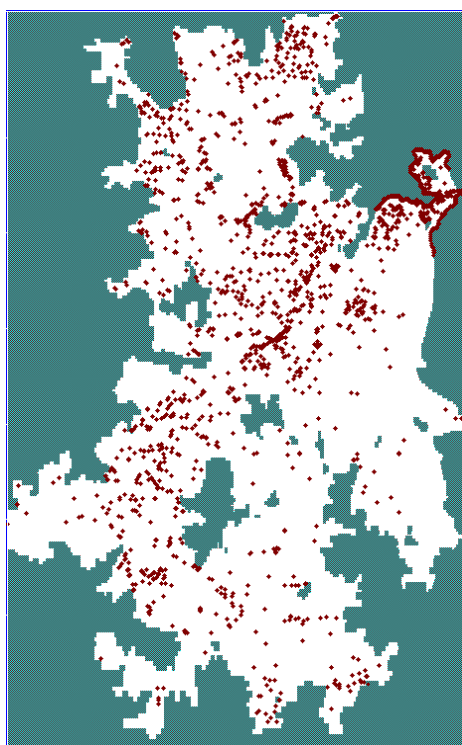


Figura 3.5: Pozos de observación.

Dentro de las actualizaciones nombradas anteriormente, destaca para el presente trabajo, la realizada por DICTUC el año 2004 en el sector Mapocho Alto, pues involucra justamente la zona objeto de este estudio (ver Cap.4). La principal característica observada es la independencia de las recargas de la zona del modelo superficial MOS, recargas que fueron calculadas externamente mediante mediciones y análisis hidráulico-hidrologicos e ingresadas directamente en VMODFLOW. Mención especial merece la eliminación de la condición de río (River)^{3.5} original, la que también fue reemplazada por la condición de recarga (Recharge)^{3.6}. Además de mejoras a la geometría del sector, la actualización consideró los aportes provenientes de cuencas laterales sin medición que drenan sus aguas hacia el valle aportando recursos tanto superficiales como subterráneos^{3.7}.

^{3.4}Versión con incorporación de pozos de Aguas Andinas (en uso y no uso).

^{3.5}Condición de borde usada para simular la influencia de un cuerpo de agua superficial en el flujo subterráneo en función del gradiente hidráulico entre ambos elementos. El valor de la recarga es calculado internamente.

^{3.6}Condición de borde usada para simular una recarga superficial distribuida al sistema subterráneo. A diferencia de la condición anterior, Recharge permite el ingreso directo de la recarga considerada.

^{3.7}A pesar de que esta condición fue incluida en la actualización del año 2004, sólo para el sector Mapocho Alto, existe cierto consenso en la conveniencia de extender este esquema al resto del dominio en una posible actualización futura del MBF, en la cual diversos actores de la cuenca, ya están trabajando (2015).

Este modelo se opera mediante una simulación de 48 años (576 meses) para determinada condición de extracción y asumiendo una recarga dada, conocida como DA5 (o escenario 17) entregada por el modelo superficial (DGA SDT n°235, 2006). De esta forma si se desea conocer el comportamiento del acuífero en el futuro, una opción es establecer como condición inicial los niveles de agua subterránea actuales, suponer que la serie de recargas de 48 años DA5 (1950-1998) se repetirá en forma idéntica y estimar las tendencias en pozos de observación para determinados escenarios de bombeo futuros (DICTUC, 2009; Schlumberger Water Services, 2013). Esta forma de operación del modelo sólo permite conocer una evolución de niveles futuros en 48 años bajo un escenario de recarga histórica, pero no permite la comparación con estadística reciente de niveles observada.

3.2. Extensión temporal

Dado que la estadística observada disponible comienza, dependiendo del pozo de observación, entre los años 1996 y 2003 y se extiende hasta 2013, se debió extender el dominio temporal del MBF, comprendido originalmente entre 1950 y 1998, para realizar las comparaciones deseadas. Recordando que la idea básica de una corrección complementaria es corregir un MBF sin intervenirlo, la extensión temporal fue realizada solamente para disponer de series observadas y simuladas en un periodo temporal común. Por lo anterior, la extensión mantuvo los procedimientos originales cuando fue posible de tal forma de contar con un MBF equivalente al original, pero que realice simulaciones hasta 2013. En Anexo I-A se detallan los diferentes procedimientos utilizados.

La extensión anterior permitió correr el MBF hasta el año 2013, observando comportamientos de niveles según lo esperado en el periodo extendido (1998-2013). En la Figura 3.6 se muestran las series de cotas piezométricas de los pozos de Aguas Andinas n°2120 Vespucio Hualtatas, n°1244 Los Guindos 3 y n°1147 Santa Victoria 2-1, ubicados en las comunas de Vitacura, Buin y Huechuraba respectivamente, mientras que el resto de las series se incluye en Anexo I-E.

Cabe señalar que al no contar con información de niveles para 1950, se utilizó como condición inicial el stress-period 99 de la calibración permanente original, correspondiente a mar-98. Esta condición se ha impuesto en los últimos estudios que han utilizado esta herramienta numérica (DICTUC, 2009; Schlumberger Water Services Ltda, 2013). Si bien este periodo no tiene relación con el inicio de la modelación (abr-50), se estima que el MBF se independiza de esta condición inicial a los 10 años. El MBF extendido demoró aproximadamente 2 horas en entregar sus resultados.

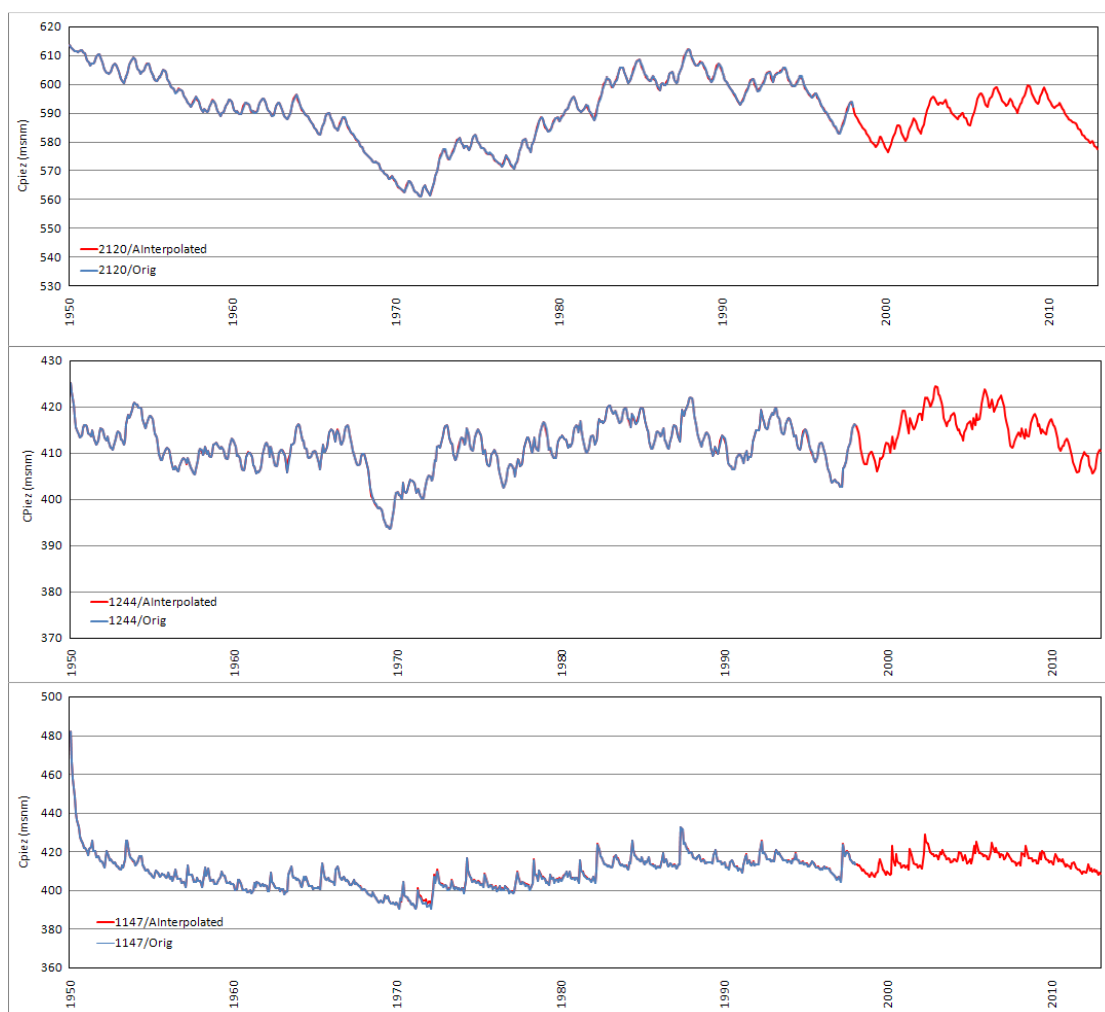


Figura 3.6: Series de cotas piezométricas del periodo original (azul) y extendido (roja) para los pozos de Aguas Andinas n°2120 Vespucio Hualtatas (arriba), n°1244 Los Guindos 3 (centro) y n°1147 Santa Victoria 2-1 (abajo), ubicados en las comunas de Vitacura, Buin y Huechuraba, respectivamente.

3.3. MBF definitivo

El dominio temporal del MBF extendido (1950-2013) resulta excesivo, toda vez que los niveles observados disponibles para contrastar con los resultados del modelo comienzan en la mayoría de los pozos de observación a fines de la década del 90 como se indicó anteriormente. Por lo anterior y dado que la extensión del MBF se considera confiable, se redujo el dominio temporal al periodo 1998-2013, lo cual presenta tres ventajas:

- 1) Se pueden imponer condiciones iniciales apropiadas al disponer de niveles simulados calibrados para mar-98 provenientes de la calibración permanente original.
- 2) Se pueden ingresar bombeos observados en los pozos de Aguas Andinas^{3.8} por cuanto gran parte de los registros comienzan en ese periodo.
- 3) Los resultados para cada simulación se logran en menos tiempo.

^{3.8}Considera Aguas Andinas, Aguas Cordillera y Aguas Manquehue, es decir, Grupo Aguas. Este punto es relevante debido a la importante presencia de pozos del Grupo en el sector Mapocho Alto (ver Cap.4).

Como condición inicial impuesta, se utilizó el stress-period correspondiente a mar-98, el cual coincide con la fecha de inicio del nuevo dominio temporal reducido.

Las producciones de los pozos de Aguas Andinas se ingresaron al MBF para mejorar aún más su representatividad, aprovechando la existencia de estadística registrada en este nuevo periodo. Cabe señalar que en algunos sistemas no fue posible conseguir registros entre los años 1998-2002. Al no tratarse de datos faltantes aislados, sino de periodos completos, se asumió la condición de proceso estocástico para las series de producción mensuales, lo que permitió utilizar procedimientos de extensión o relleno^{3.9} hacia atrás para estas series de tiempo mediante los cuales se consiguió disponer de series completas del periodo necesario. La Figura 3.7 muestra una prueba de normalidad para la serie Talagante-Santa Ana, la cual fue parte del acondicionamiento de la estadística, mientras que la Figura 3.8 muestra las series original observada (azul) y extendida hacia atrás (roja) para las producciones mensuales de una batería de pozos.

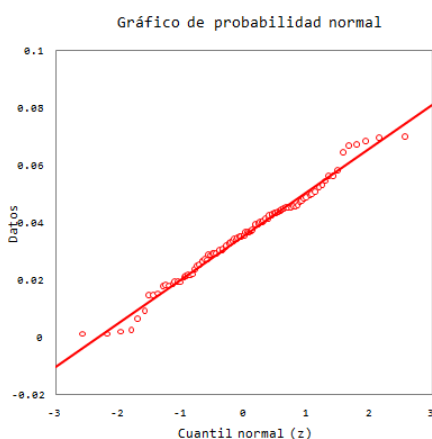


Figura 3.7: Prueba de normalidad, serie de producciones mensuales Talagante-Santa Ana.

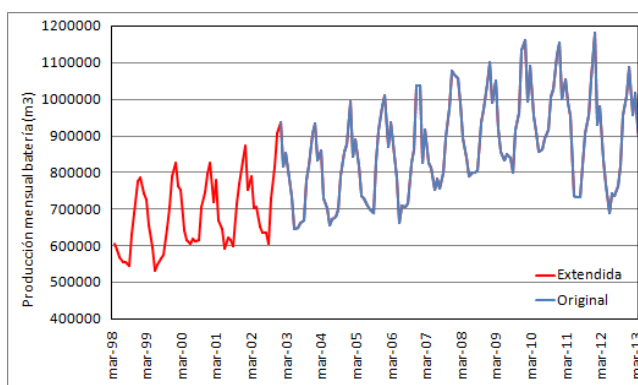
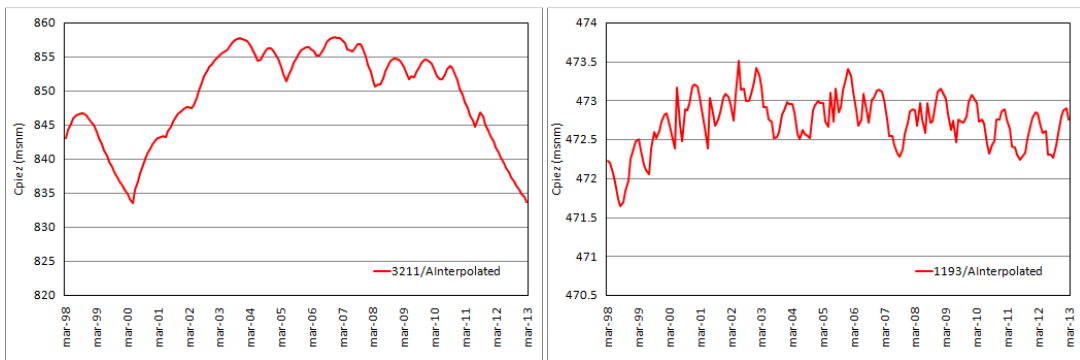


Figura 3.8: Series de producciones mensuales original (azul) y extendida hacia atrás (roja) para la batería de pozos Buin - Paine - Los Guindos - Los Tilos - Pontigo.

El dominio temporal del MBF definitivo comprende 15 años desde mar-98 a mar-13, entregando sus resultados en poco más de 12 minutos. Las figuras 3.9 y 3.10 muestran las series de niveles piezométricos simulados por el MBF para los pozos de Aguas Andinas n°3211 Trapenses 11 y n°1193 Quilicura Poniente 6, ubicados en las comunas de Lo Barnechea y Quilicura respectivamente. El resto de las series se incluye en Anexo I-F, las cuales serán contrastadas con la series de niveles observadas (medidas) disponibles para el mismo periodo en los capítulos siguientes. La Figura 3.11 es una captura del sector acuífero Mapocho Alto (ver Cap.4) con las curvas piezométricas y los flujos subterráneos simulados por MBF acondicionado, y muestra de forma ilustrativa la dinámica de la zona a revisar más detalladamente en el capítulo siguiente.

^{3.9}similares a los utilizados en el relleno de estadística de napa, (ver Cap.5).



Figuras 3.9 (izq) y 3.10 (der): Series de niveles piezométricos simulados por el MBF definitivo para los pozos de Aguas Andinas n°3211 Trapenses 11 y n°1193 Quilicura Poniente 6 respectivamente.

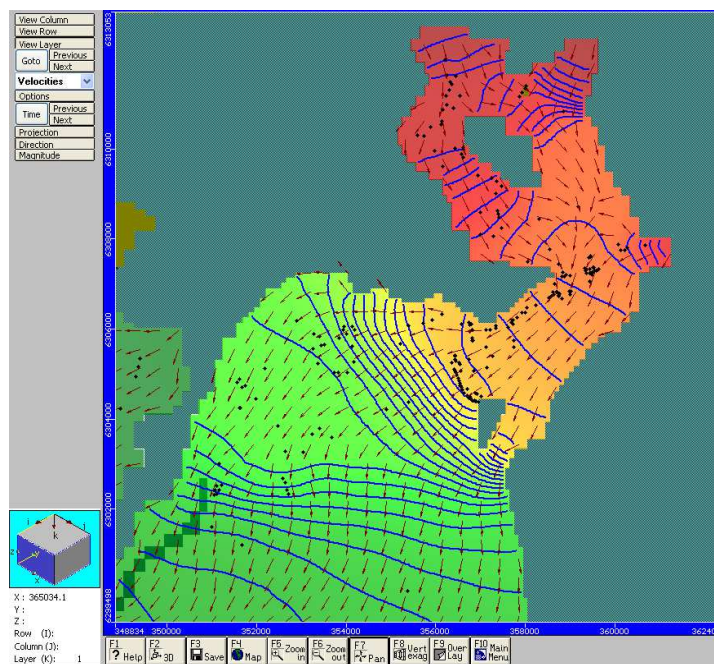


Figura 3.11: Curvas piezométricas y velocidades de flujo simuladas por el MBF acondicionado en el sector Mapocho Alto (ver Cap.4) (captura propia).

4. Zona de estudio

4.1. Sector Mapocho Alto

De acuerdo a la zonificación hidrogeológica oficial de la DGA (DGA SDT n°133, 2002), el acuífero de la región Metropolitana se divide en cinco sistemas: 1) Chacabuco, 2) Colina, 3) Maipo-Mapocho, 4) Puangue y 5) Melipilla, según muestra la Figura 4.1.

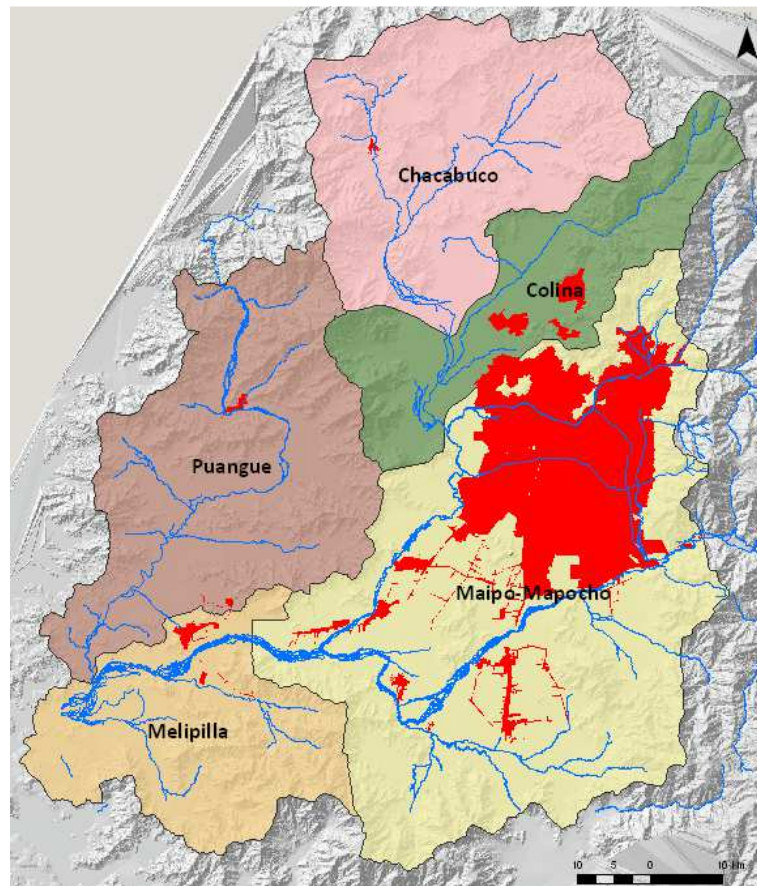


Figura 4.1: Sistemas del acuífero de la Región Metropolitana, según zonificación hidrogeológica DGA 2002.

Dentro del sistema Maipo-Mapocho, en el cual se emplaza la ciudad de Santiago, se reconocen tres sectores, los cuales se destacan en la Figura 4.2, llamados: 1) Santiago Central, asociado fundamentalmente a la cuenca hidrográfica del río Mapocho, 2) Santiago Sur, el cual se desarrolla principalmente en la cuenca hidrográfica del río Maipo y 3) Mapocho Alto, ubicado en la parte superior del valle de Santiago, extendiéndose por parte de las comunas de Lo Barnechea, Vitacura y Las Condes y el cual es además la zona de estudio del presente trabajo.

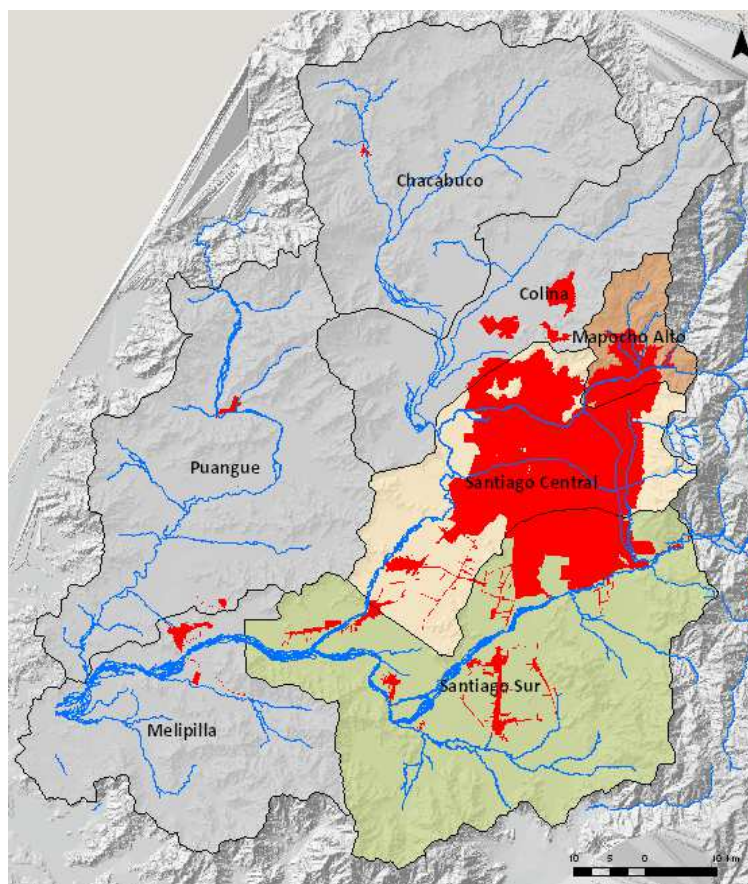


Figura 4.2: Sectores del sistema Maipo-Mapocho, según zonificación hidrogeológica DGA 2002.

El sector Mapocho Alto se divide a su vez en tres subsectores: 1) Las Hualtatas, asociado a los depósitos coluviales y conos de deyección del estero del mismo nombre, 2) Lo Barnechea y 3) Vitacura, ambos asociados principalmente al abanico aluvial del río Mapocho.

Según las captaciones existentes, este sector corresponde a un acuífero principalmente sedimentario teniendo referencias de pozos en roca pero con caudales muy bajos (GeoHidrología, 2007). La zona está influenciada por diferentes cauces, siendo el río Mapocho el más importante y cuyo aporte constituye entre el 65% y 75% de la recarga total del sector, dependiendo del estudio consultado (DICTUC, 1999), (PUC, 1994), (AQUALOGY, 2014).

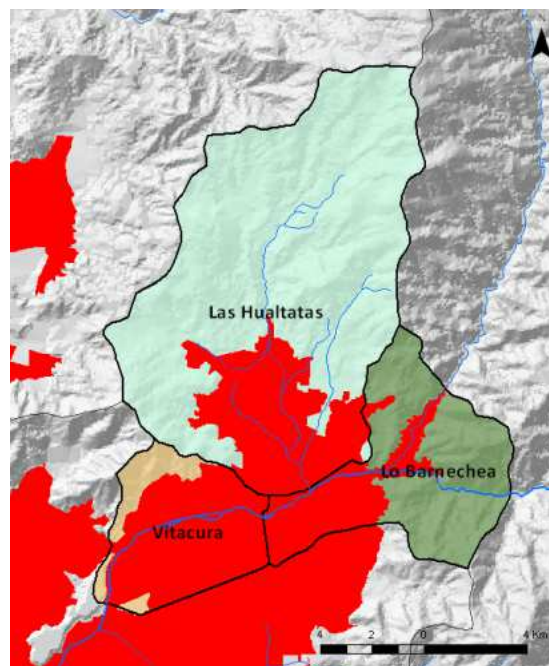


Figura 4.3: Subsectores del sector Mapocho Alto, según zonificación hidrogeológica DGA, 2002.

Dentro de las razones para escoger esta zona en el presente estudio, destacan tres principales:

- 1) Se tiene acceso a una gran cantidad de datos observados, especialmente niveles de agua subterránea, los cuales abarcan prácticamente la totalidad del dominio espacial (ver Cap. 5).
- 2) Se tiene mayor conocimiento hidrogeológico de la zona debido a la gran variedad de estudios realizados desde el periodo de EAPLOC^{4.1} hasta la actualidad (ver puntos siguientes en Cap. 4).
- 3) La actualización del modelo hidrogeológico Maipo-Mapocho del año 2004, apoyada en los estudios anteriores, ha mostrado resultados estables y satisfactorios, considerándose un aporte a la representación de una zona tan intensamente explotada como esta (ver Cap. 3).

4.2. Hidrogeología

Desde el punto de vista hidrogeológico, el acuífero Mapocho Alto se encuentra limitado por los afloramientos del basamento rocoso al norte, este y oeste de la zona de estudio, lo cual es identificable con un análisis de pendientes como muestra la Figura 4.4. El límite sur en cambio se ha definido arbitrariamente, existiendo por tanto comunicación con el sector Santiago Central. La Figura 4.5 muestra los límites definidos en el presente estudio.

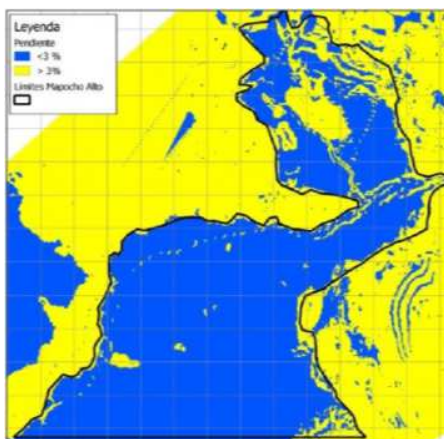


Figura 4.4: Clasificación por pendientes mayores (amarillas) y menores (azules) al 3%. (AQUALOGY, 2014).

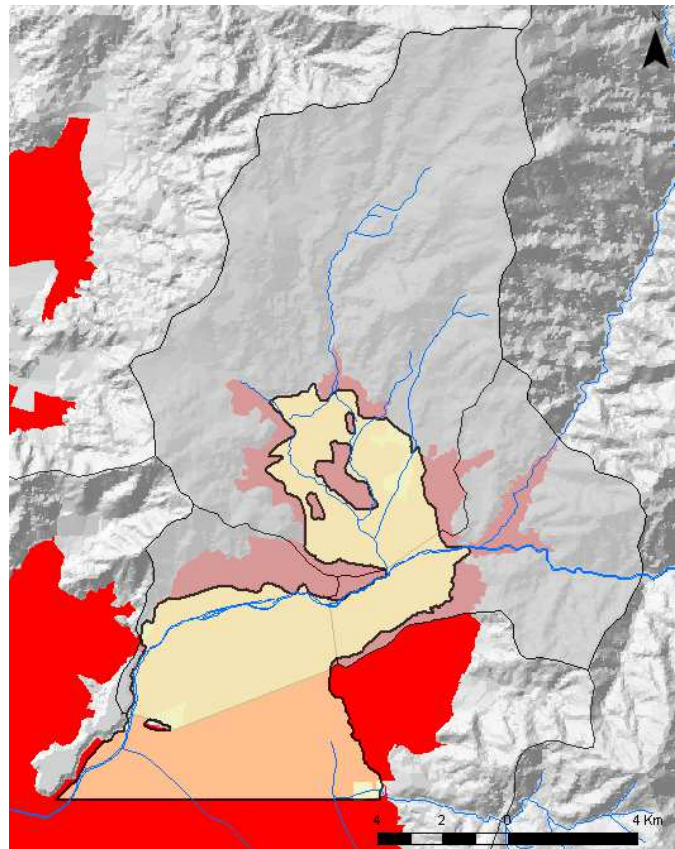


Figura 4.5: límites del acuífero sedimentario Mapocho Alto objeto del presente estudio.

^{4.1}Empresa de Agua Potable Lo Castillo, sanitaria a cuya concesión perteneció la zona en estudio hasta 1999

Superficialmente, el acuífero corresponde a un valle rodeado por elevaciones montañosas de alta pendiente. Las curvas de nivel muestran una leve inclinación descendente con orientación sur en el sector de La Dehesa, cambiando luego a suroeste en la zona más baja como se observa en la Figura 4.6.

El sistema hidrológico superficial está marcado por la presencia del río Mapocho, cauce de mayor importancia y responsable mayoritario del comportamiento estacional general del acuífero debido a la importancia de su recarga; otros cauces superficiales menores son los esteros Hualtatas, Gabino y El Manzano, de los cuales sólo el primero mantiene flujo durante todo el año y otros canales que conducen agua fuera del dominio. La Figura 4.7 muestra diagrama tipo unifilar de la zona.

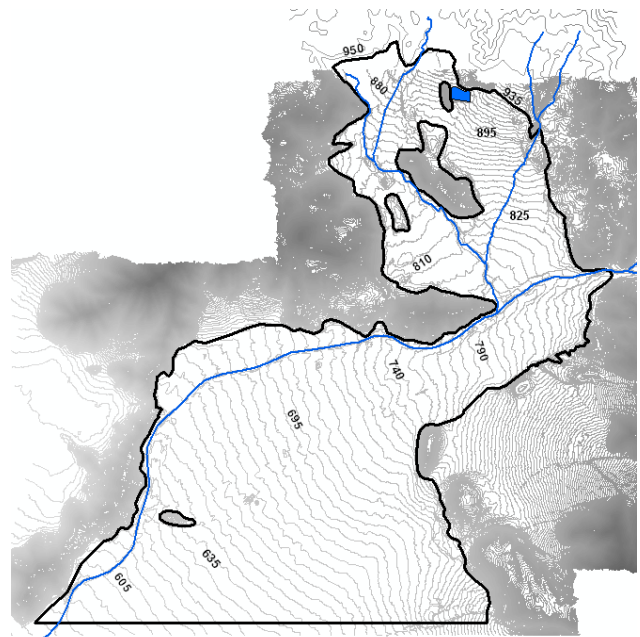


Figura 4.6: Curvas de nivel e hidrología superficial (Modificado de AQUALOGY, 2014).

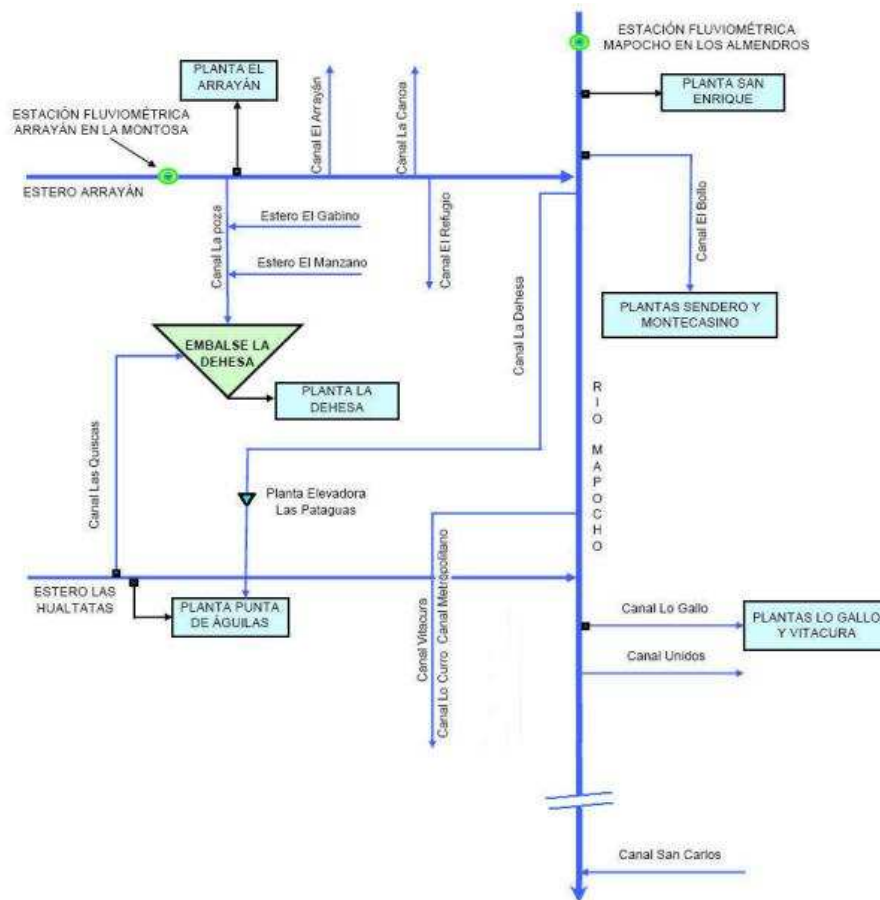


Figura 4.7: Diagrama tipo unifilar del río Mapocho y sus afluentes en la zona del estudio, se destacan además plantas de tratamiento de agua potable PTAS de Aguas Andinas (modificado de DICTUC, 2009).

Otra condición superficial que caracteriza el acuífero en estudio es que más del 80% de su superficie tiene condición urbana (AQUALOGY, 2014), es decir, prácticamente la totalidad del dominio está cubierto por calles y viviendas, llegando a un estado relativamente consolidado, en parte por las dificultades impuestas al crecimiento por las restricciones de espacio que ya se evidenciaban desde 1999 (DICTUC, 1999).

Además, el acuífero estudiado recibe aportes superficiales y subsuperficiales de cuencas laterales no controladas, las cuales poseen características morfológicas propias, reconociéndose 15 ó 16 dependiendo del estudio consultado (AQUALOGY, 2014; DICTUC, 1999).

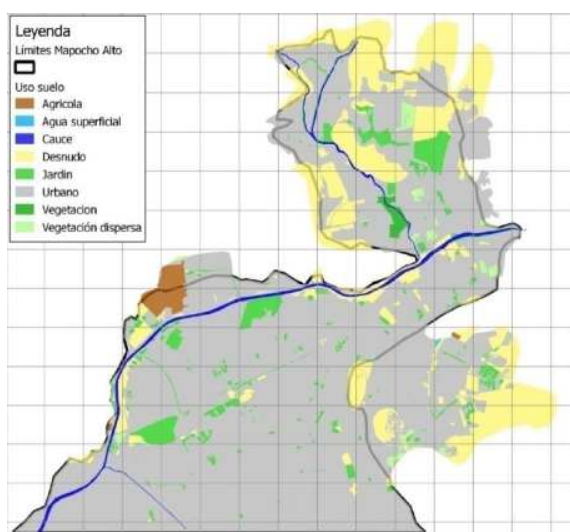


Figura 4.8: Uso de suelo en la actualidad (AQUALOGY, 2014).

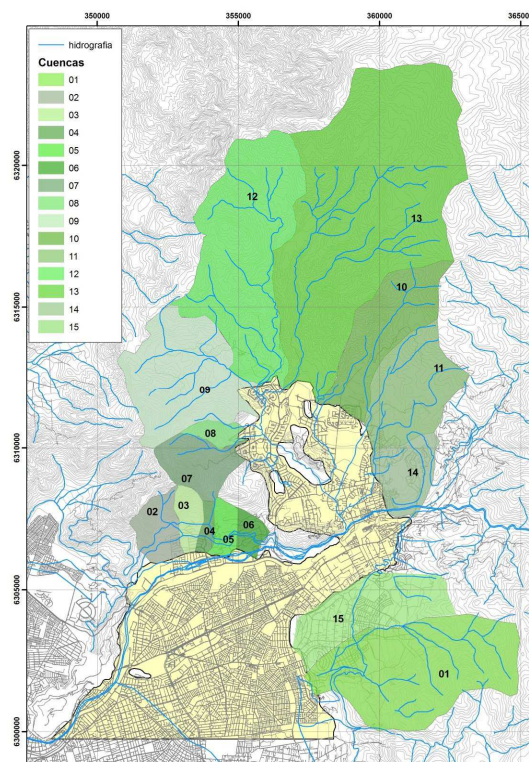


Figura 4.9: Ubicación de cuencas aportantes sin registro (AQUALOGY, 2014).

El límite inferior del acuífero corresponde al basamento, compuesto por rocas volcánicas Andesitas y Riolitas, con intercalaciones de rocas sedimentarias continentales Areniscas, Lutitas y Limonitas, unidades que se agrupan en la denominada Formación Abanico. Además se observa en el área el afloramiento de un conjunto de rocas intrusivas, principalmente en el cerro Manquehue (GeoHidrología, 2007; PUC, 1994; AQUALOGY, 2014; PUC, 1998). Junto a lo anterior, en la Figura 4.10 se puede observar la presencia de una franja de discontinuidad que correspondería al extremo norte de la denominada falla de San Ramón.

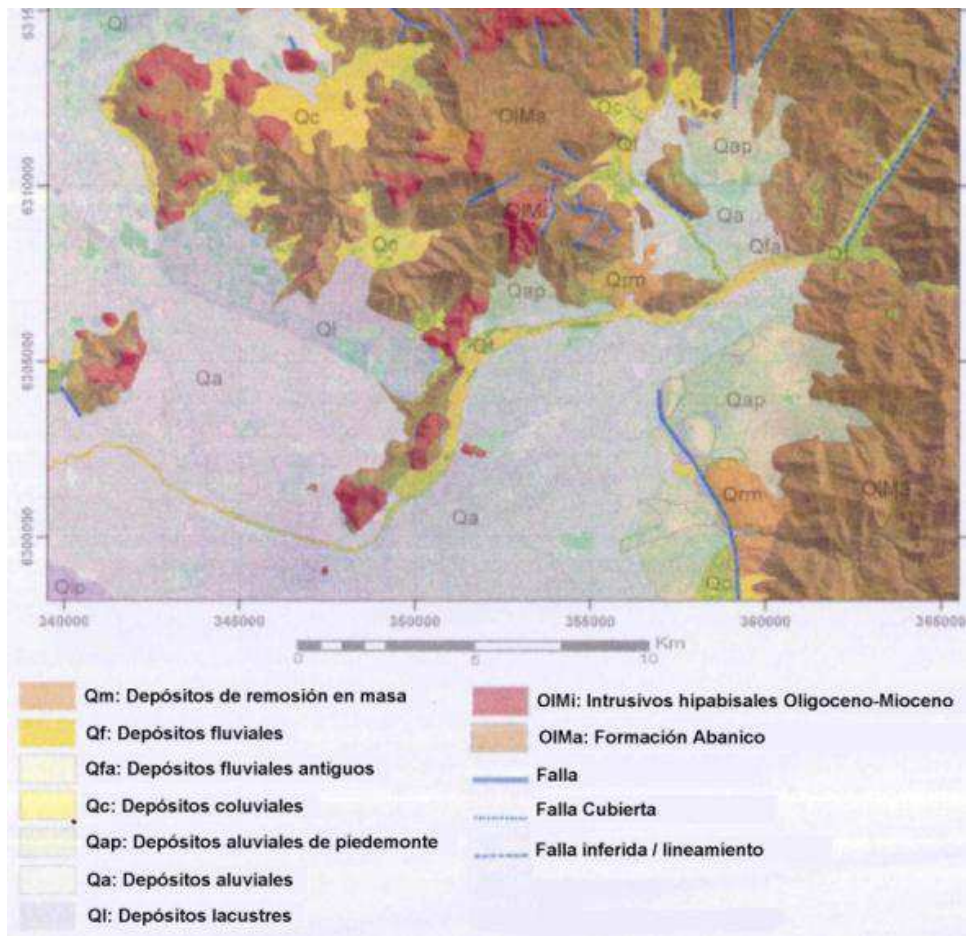


Figura 4.10: Mapa geológico de superficie del área de estudio (GeoHidrología y Montgomery 2007)

Los materiales detríticos no consolidados que cubren el basamento corresponden a 1) depósitos fluviales, 2) aluviales, 3) fluvioglaciares y 4) gravitacionales (AQUALOGY, 2014; GeoHidrología, 2007; PUC, 1998; PUC, 1994), cuya ubicación dentro del dominio se puede apreciar tanto en la Figura 4.10 anterior, como en la Figura 4.11 siguiente.

1) Los depósitos fluviales se han originado por la acción erosiva y deposicional del río Mapocho, y están constituidos por bolones, ripio y gravas en una matriz arenosa con escasa proporción (<40%) de finos. La granulometría de estos depósitos va gradualmente disminuyendo desde aguas arriba hacia aguas abajo, de forma que la matriz tiende a aumentar en volumen y la fracción clástica mayor tiende a presentar mayor proporción de gravas y arenas gruesas (PUC, 1998).

2) Los depósitos aluviales corresponden a los abanicos que cubren los extremos norte y surorientales del área, formados por gravas, arenas y ripios finos con una matriz arenosa media y fina con proporciones de limos y arcillas que superan el 40%. Estos depósitos deben su origen a flujos eventuales, con un transporte relativamente corto y discontinuo. Hacia el sector distal de los abanicos, estos depósitos aluviales engranan con los sedimentos fluviales anteriores (PUC, 1998).

3) Los depósitos fluvioglaciares tienen su origen en la intensa erosión de los depósitos glaciares que se ubicaron hacia las cotas más altas, sumado a la escorrentía sobre estos materiales no

consolidados, por lo que se asocian a intensas corrientes de barro. Poseen granulometría heterogénea (escasa selección), coexistiendo bolones y arcillas en una matriz abundante con altas proporciones de limos y arcillas (>60%). Se suelen encontrar hacia la base del relleno sedimentario, en contacto con el basamento, aunque en algunas ocasiones aflora en superficie (escasa exposición), como por ejemplo el Cerro Calán (AQUALOGY, 2014; PUC, 1998).

4) Los depósitos gravitacionales están constituidos por conos de deyección y escombreras, los primeros emplazados en los sectores distales de algunas quebradas tributarias y las segundas adosadas a los flancos abruptos. La granulometría es heterogénea, donde coexisten desde rípios hasta limos arcillosos y su génesis es primordialmente gravitacional (PUC, 1998).

Mayores detalles sobre la geología del sector, así como perfiles y cortes a lo largo de todo el dominio, se pueden consultar en el capítulo 5 del estudio AQUALOGY (2014) y en el tomo II del estudio PUC (1998).

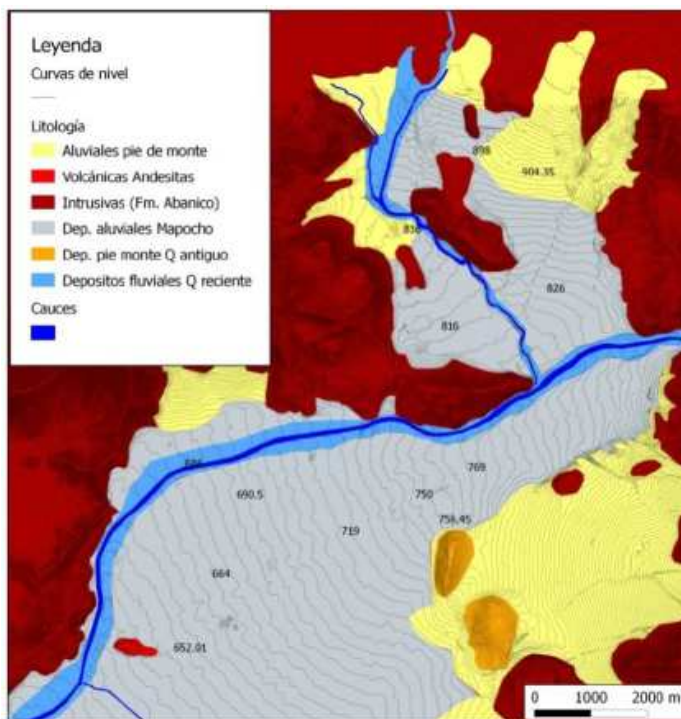


Figura 4.11: Geología de superficie en el acuífero Mapocho Alto (AQUALOGY, 2014).

4.3. Modelo conceptual

Diversos estudios y publicaciones (AQUALOGY, 2014; DICTUC, 2003; Muñoz, Fernández y Escauriza, 2002; DICTUC, 1999; PUC, 1994) han examinado el acuífero Mapocho Alto permitiendo disponer de un modelo conceptual de funcionamiento hidrogeológico de la zona bastante detallado.

La estadística de niveles de aguas subterránea es muy completa toda vez que Aguas Andinas posee una extensa red de monitoreo la cual es controlada mensualmente según su política de control de fuentes. La piezometría se analiza con mayor detalle en el Capítulo 5 siguiente, sin

embargo, se observan napas desde los 2 m de profundidad promedio (Pozo n°3206 Trapenses 6 en La Dehesa), hasta napas a más de 80 m de profundidad promedio (pozo n°2125 Kennedy Tranqueras en la zona media del dominio). Los estudios en general coinciden en que el acuífero puede considerarse de tipo libre (DICTUC, 2009; DGA, 2000, PUC, 1999; PUC, 1994) y el movimiento del flujo subterráneo sigue la dirección de los cauces Hualtatas y Mapocho en las zonas altas y medias-bajas del dominio respectivamente (AQUALOGY, 2014; Muñoz, Fernández y Escariaza, 2002). Además de lo anterior, se ha observado en la zona media del dominio un aumento localizado del gradiente hidráulico que se manifiesta por un acercamiento de las curvas piezométricas contiguas, asociado probablemente a la discontinuidad del basamento detectada en las cercanías del cerro Calán atribuida a la falla de San Ramón en su extremo norte (GeoHidrología, 2007), como se observa en la Figura 4.12 (complementar con Figura 4.10).

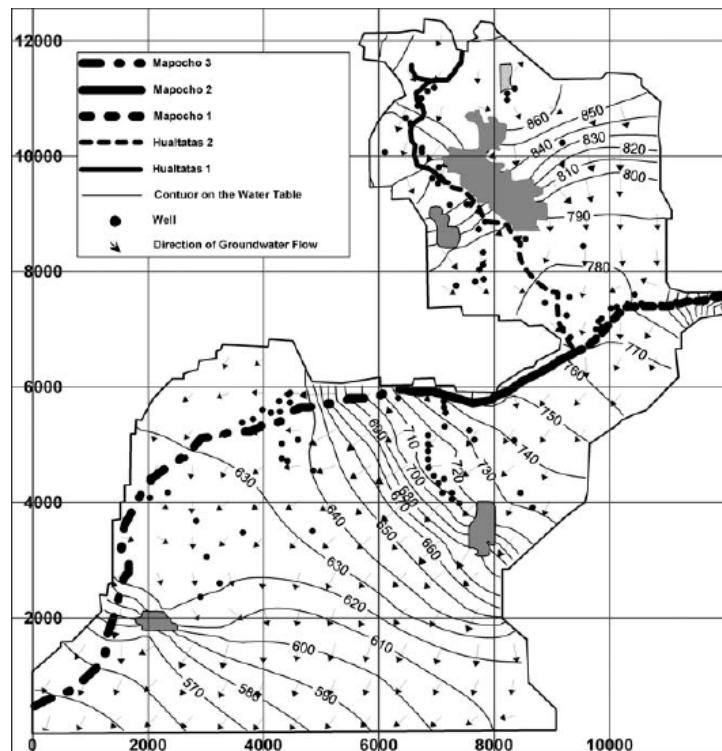


Figura 4.12: Contorno de la superficie libre (Muñoz, Fernández y Escariaza, 2002).

Los parámetros elásticos del acuífero usualmente estudiados, transmisividad (T) y coeficiente de almacenamiento (S), han sido estimados por diferentes procedimientos en estudios anteriores. En estudio PUC (1994) por ejemplo, T fue estimada mediante una expresión propuesta por Muñoz y García (1989) que relaciona T con Qesp, analizando 91 pruebas de gasto. Respecto de S, el estudio indica que al no contar con pruebas de bombeo adecuadas, se supuso un valor uniforme para todo el acuífero, a partir de estudios anteriores. Para el modelo numérico consensuado Maipo-Mapocho propuesto por DICTUC (2003, 2004) y utilizado en el presente trabajo como MBF, las zonificaciones de permeabilidad y almacenamiento fueron resultado de la calibración del modelo en régimen transiente. En estudio AQUALOGY (2014), tanto T como S fueron obtenidos mediante un software que ajustó iterativamente sucesivas curvas teóricas a las curvas experimentales de 63 pruebas de gasto analizadas, valores que luego fueron corregidos durante el proceso de calibración.

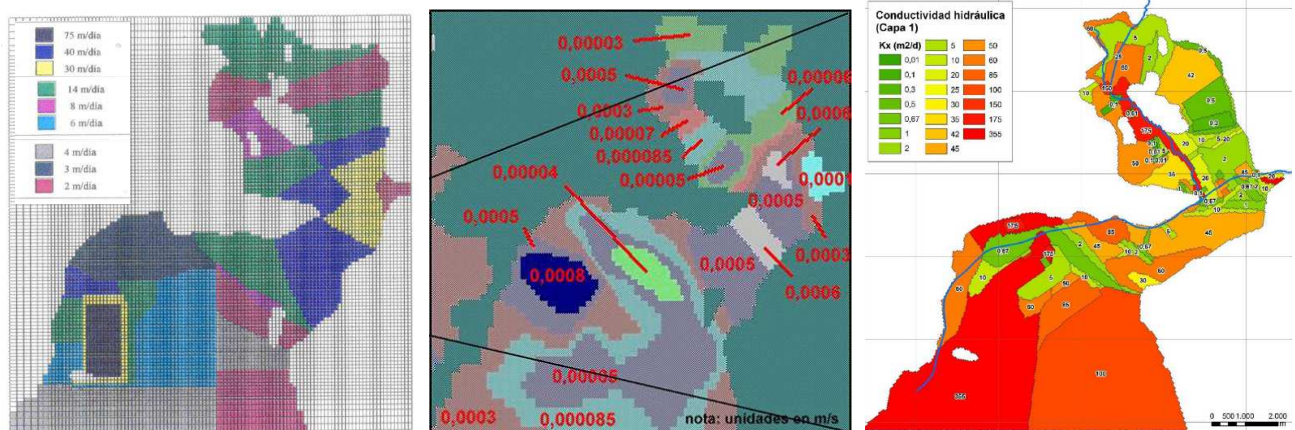


Figura 4.13: Ejemplos de zonificaciones definidas en diversos estudios. (izquierda) Permeabilidades promedio (m/d) obtenidas en estudio PUC (1994). (centro) Conductividad hidráulica (m/s) en el modelo Maipo-Mapocho consensuado, según DICTUC (2003-2004). (derecha) Transmisividades hidráulicas horizontales (m^2/d) obtenidas tras la calibración en régimen transiente por AQUALOGY (2014).

Independiente de que los parámetros hayan sido obtenidos de la literatura, interpretación de pruebas de bombeo o luego de la calibración de un modelo numérico, la revisión anterior pone de manifiesto las limitantes que posee la modelación de base física, en su afán de representar con detalle la complejidad de los medios reales. Se observa como en general los MBFs empiezan a complejizarse con el tiempo, densificando por ejemplo la zonificación de permeabilidades y/o almacenamientos (PUC, 1994, DICTUC, 2003, AQUALOGY, 2014). Lo anterior es una manifestación de la heterogeneidad propia de los medios subterráneos, la cual puede reducir las mediciones a paquetes de información puntuales representativos muchas veces no más que de una pequeña zona alrededor del punto de medida, lo que lleva a cuestionar el sentido de la metodología tradicional y respalda los procedimientos estocásticos como forma de estudiar esta condición.

La modelación de base física debe capturar los procesos sobre los cuales se basa el funcionamiento hidrogeológico del sector, pero el ajuste más fino parece mejor abordarlo con una corrección complementaria numérica y externa al MBF.

Respecto del balance hídrico, existen diversos mecanismos de recarga y descarga para el acuífero analizado, sin embargo los estudios coinciden en que la principal fuente de recarga es la infiltración desde el río Mapocho, mientras que la principal descarga ocurre subterráneamente por el límite sur hacia el sector Santiago Central (DGA, 2000; DICTUC, 1999; DICTUC, 2003; PUC, 1994; AQUALOGY, 2014; Muñoz, Fernández y Escauriaza, 2002).

Se reconocen como parte de la recarga total del acuífero las siguientes vías: infiltración del río Mapocho, infiltración del estero Hualtatas, aportes desde cuencas laterales e infiltración difusa, que incluye precipitación, riego y pérdidas en la red de agua potable^{4.2}. Para la descarga en cambio, se consideran sólo dos mecanismos: bombeos desde pozos y flujo subterráneo de salida sur. La Tabla 4.1 siguiente detalla la contribución de cada una de ellos según los estudios consultados.

^{4.2}No se considera el flujo subterráneo entrante, desde el sector Mapocho Alto, debido a su menor magnitud.

En cuanto a la infiltración de cauces, el estudio DICTUC (1999) se considera el más confiable debido a la detallada descripción de los procedimientos seguidos para la obtención de los parámetros y magnitudes. Igual condición posee este estudio en el ítem recargas laterales, donde el software SEAMOD incluye una adecuada representación de la morfología e hidrología de estas cuencas no controladas. Respecto de la infiltración difusa, el estudio AQUALOGY (2014) aventaja al anterior debido a que trabaja con datos actualizados respecto de usos de suelo y porcentajes de pérdida de AP. Misma situación ocurre con los bombeos, donde este estudio hace una revisión tanto de los pozos de terceros como de Aguas Andinas utilizando bases de datos actualizadas. Para la obtención del flujo de salida sur, ningún estudio destaca sobre otro pues todos utilizan un perfil estimado y la ecuación de Darcy como metodología.

Tabla 4.1: Contribución de mecanismos de recarga y descarga (l/s) considerando todo el acuífero

Estudio	Modelo DGA original AC y Asociados (2000)	DICTUC (1999) Muñoz, Fernández y Escauriaza (2002)	AQUALOGY (2014)	
Río Mapocho	1372	1890	1824	Entradas
Esterio Hualtatas	400	144	227 ^{4.3}	
Cuencas laterales	0	188	193	
Infiltración difusa (Pp, riego, redes AP)	805	229	575	
Total	2577	2450	2819	
Bombeos	S/I ^{4.4}	745	896	Salidas
Flujo subterráneo	S/I ^{4.4}	1750	1700	
Total	S/I ^{4.4}	2495	2596	

4.4. Comportamiento de napa

Es posible profundizar en el funcionamiento del acuífero estudiando con más detalle las series de niveles de agua subterránea de que se dispone, las cuales comienzan en noviembre de 1996. En la Figura 4.14 se observan cuatro pozos ubicados en diferentes partes del dominio cuyas series de cotas piezométricas (msnm) se muestran en la Figura 4.15. Se aprecia el importante gradiente hidráulico entre la zona alta (pozo 2109 San Rafael 1) y baja (pozo 2117 Vespucio Riesco) del dominio; de hecho la máxima diferencia de cota piezométrica entre los pozos ubicados en los extremos es de 285 m aproximadamente^{4.5}.

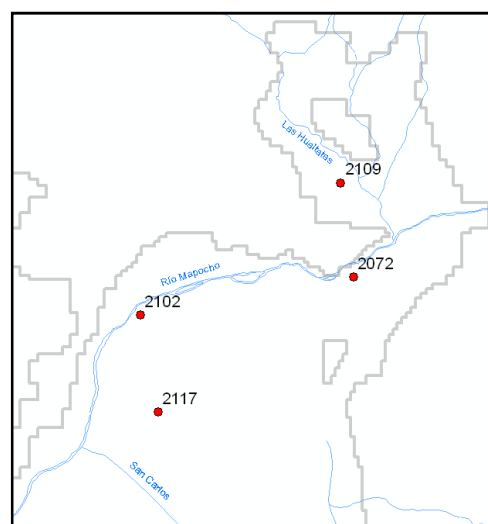


Figura 4.14: Ubicación pozos analizados, cuyas series se muestran en Figura 4.15 siguiente.

^{4.3}Incluye además canales La Dehesa, La Poza y El Bollo.

^{4.4}Sin información. No se logró cuantificar al no disponer del modelo en su forma original; las entradas se obtuvieron desde estudios posteriores.

^{4.5}CP pozo 2058 Los Nogales 1 = 911.03 msnm, CP pozo 1170 Vitacura 3 = 625.87 msnm, diferencia = 285.16 m

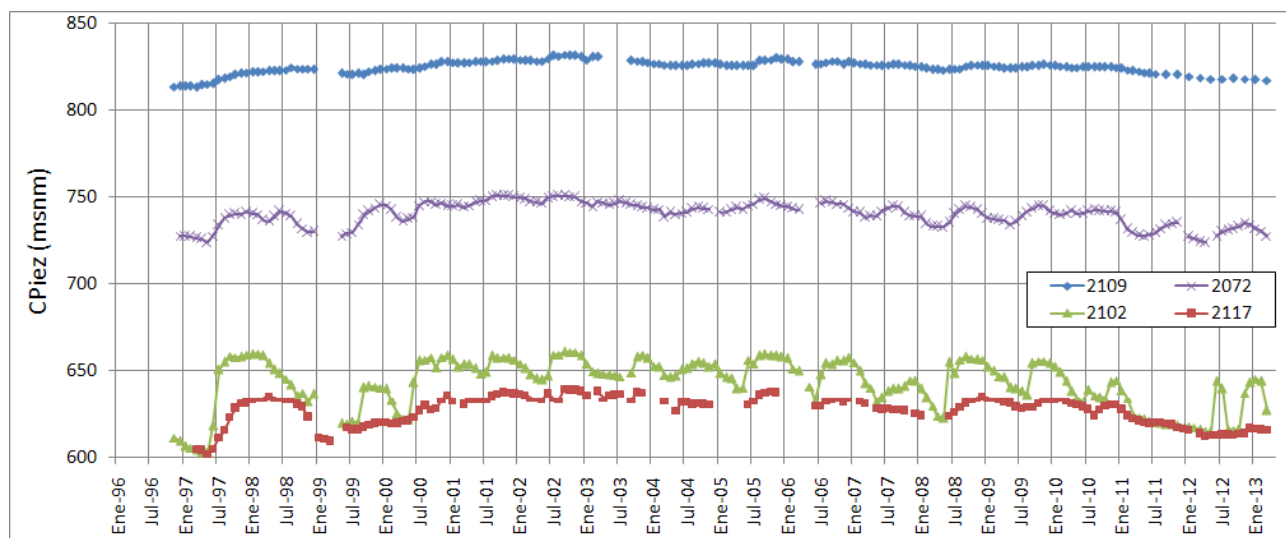


Figura 4.15: Series de cotas piezométricas originales de pozos ubicados en los sectores alto (2109 San Rafael 1), medio (2072 Predecantadores 2) y bajo (2117 Vespucio Riesco y 2102 Luis Carrera) del dominio.

Al orientar el análisis hacia los niveles estáticos^{4.6} (NE), es posible visualizar con mayor detalle las oscilaciones existentes. En una primera inspección a la Figura 4.16 no se observa una tendencia general de ascenso o descenso del nivel de la napa, sino más bien diversos ciclos en los últimos años bajo lo que parece ser un gran ciclo de ascenso (hasta la mitad del periodo) y descenso (2003 en adelante). Destacan las grandes oscilaciones del pozo 2102, el más cercano al río Mapocho, situación que se asocia a la gran influencia que tiene el río en la recarga del sector.

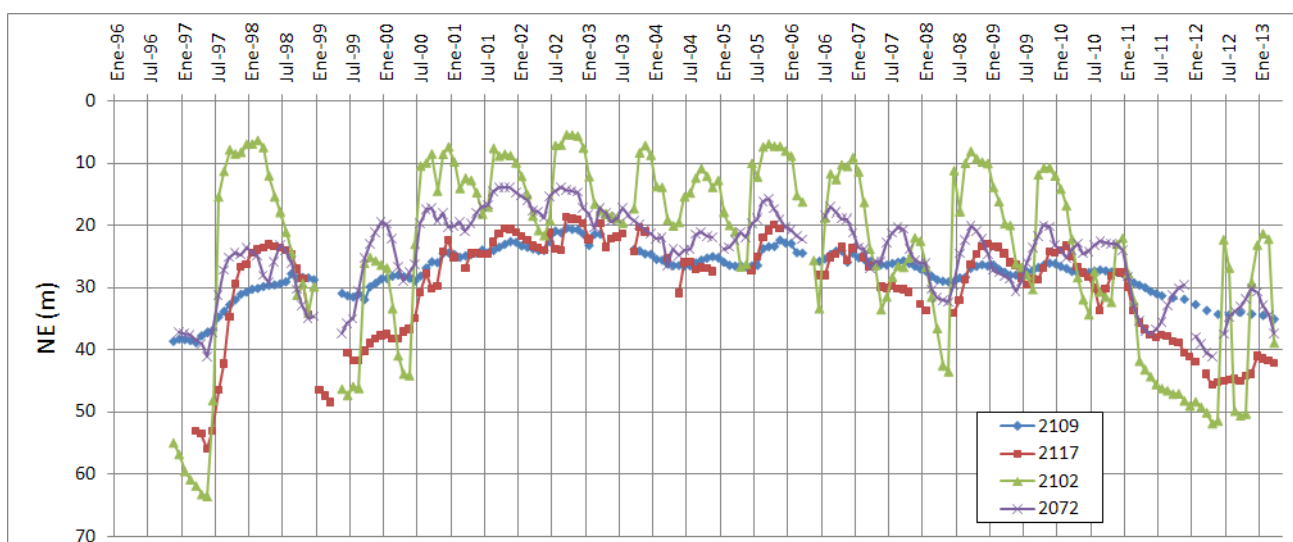


Figura 4.16: Series de NE originales de pozos analizados ubicados según Figura 4.23; el pozo 2102 es el más cercano al río Mapocho.

^{4.6}Nivel estático (NE): profundidad de la napa medida desde el nivel del terreno cuando el pozo se encuentra detenido o se trata de un pozo de observación.

Al hacer un promedio móvil (3 meses) de los pozos 2109, 2072 y 2117, se obtiene la Figura 4.17 que muestra características que permiten apreciar comportamientos históricos. Llama la atención la caída de niveles los años 1997, 1999 y 2011 en adelante, las cuales pueden correlacionarse con las condiciones hidrológicas imperantes esos años, como fueron los años secos 1996, 1998 y el actual periodo seco iniciado el año 2010 y que se prolonga a la fecha de elaboración de este informe (2016). La Figura 4.18 muestra para el mismo periodo, las precipitaciones mensuales en la estación DGA Cerro Calán (C°Calán) y los caudales medios mensuales en la estación DGA Mapocho en Los Almendros (MLA), donde destacan los bajos caudales de deshielo del río Mapocho los años mencionados, lo cual confirma la importancia de este mecanismo en la recarga del acuífero en estudio.

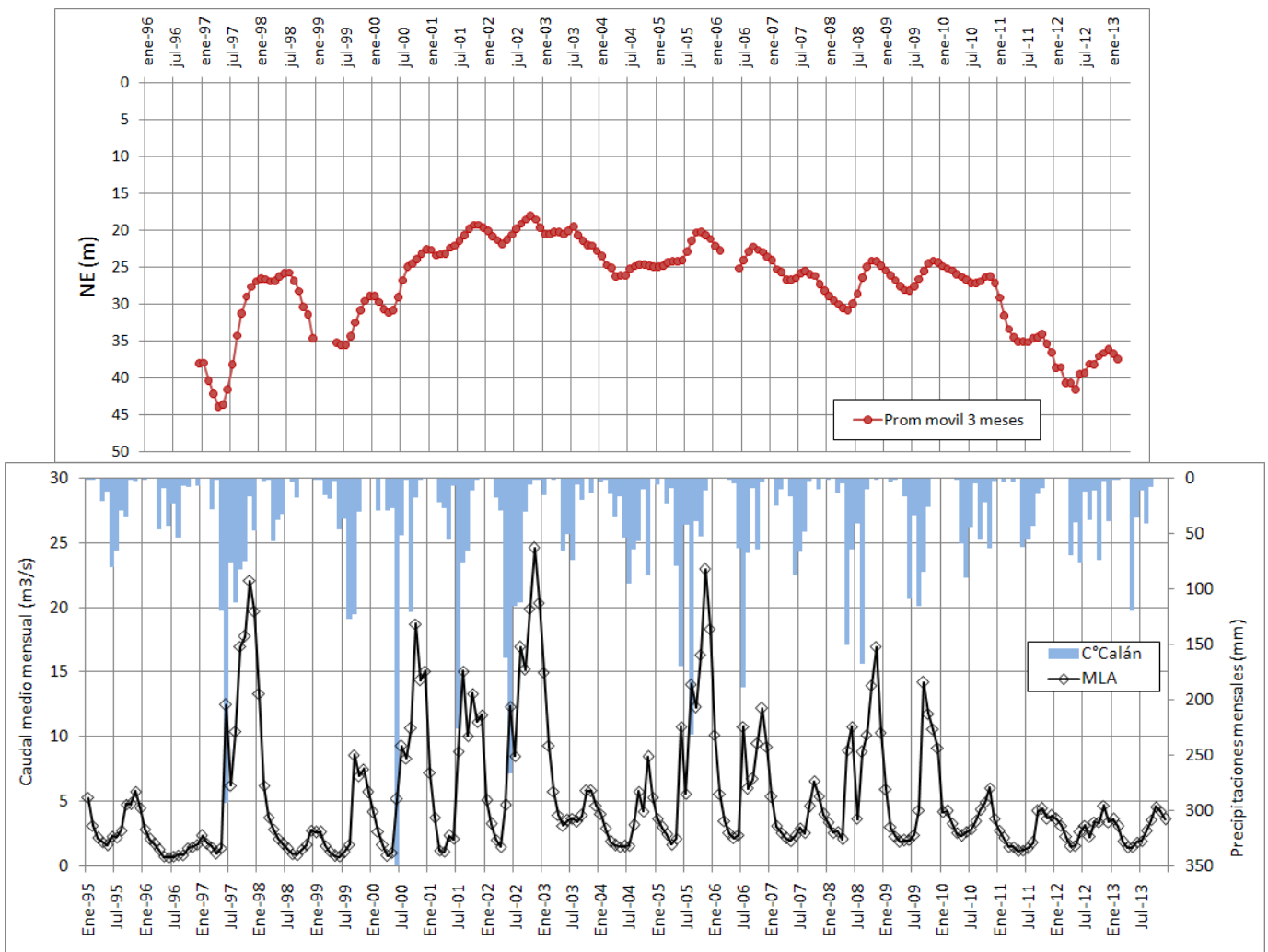


Figura 4.17 (arriba): Serie de promedio móvil (3 meses) de NE de los pozos 2109, 2072 y 2117. Gráfica alineada temporalmente con Figura 4.18.

Figura 4.18 (abajo): Series de precipitación mensual en estación meteorológica Cerro Calán y serie de caudales medios mensuales en estación fluviométrica Mapocho en los Almendros.

No hay que obviar aspectos operacionales dentro del análisis, por cuanto el uso efectivo de la batería de pozos de la zona también tiene cierta influencia en el comportamiento histórico de niveles observados. La Figura 4.19 muestra los volúmenes subterráneos totales producidos por Aguas Cordillera, principal usuario de recursos subterráneos de la zona^{4.7} (GeoHidrología, 2012). Se observa una situación que caracteriza a los sistemas de producción de aguas subterráneas, en términos de aumentos de producción los años secos (1997, 1999 y 2011 en adelante), donde escasea el recurso superficial más económico de obtener, acentuando las caídas de niveles de napa.

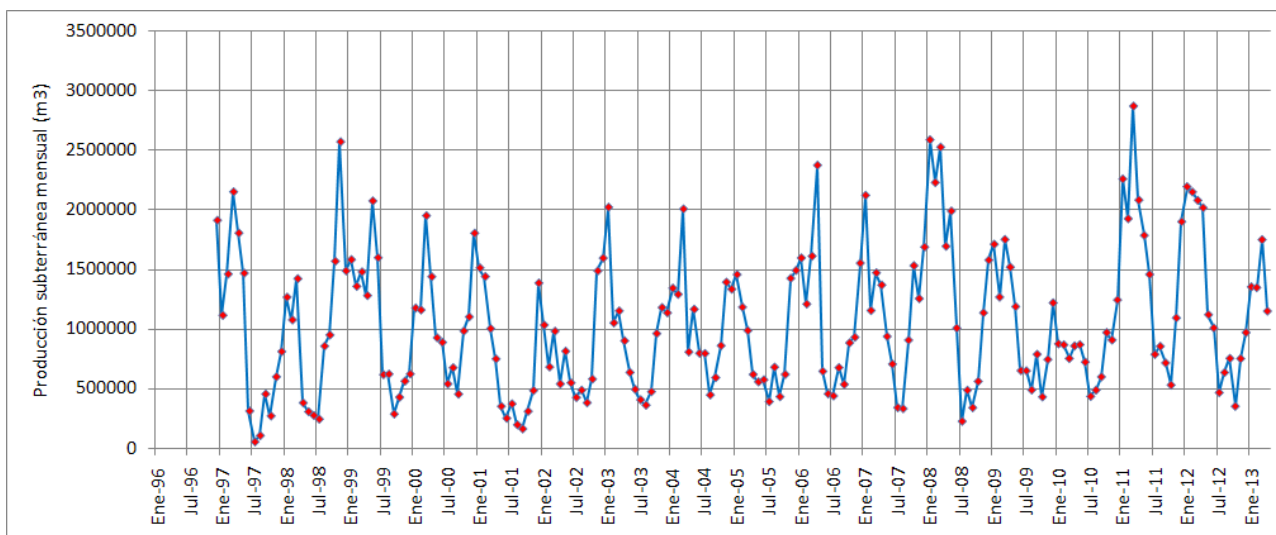


Figura 4.19: Series de producciones subterráneas totales mensuales de pozos pertenecientes a Aguas Cordillera.

Reduciendo la escala temporal del análisis a un año, resulta interesante estudiar el efecto combinado de recarga y extracción. De la Figura 4.17 se observa una estacionalidad anual en la serie de niveles, con peaks normalmente en el periodo sep/oct/nov y estiajes en mar/abr/may. Este ciclo se entiende considerando un balance positivo del sistema en invierno y primavera debido a recargas pluviales y caudales de deshielos respectivamente (Figura 4.18) y menor uso de los pozos. Esta situación se revierte en verano y otoño, donde la recarga se reduce debido a reducción de caudales de deshielo y ausencia de precipitaciones y ocurre un aumento de la producción por demanda estival (Figura 4.19); todo lo anterior se puede visualizar más claramente en la Figura 4.20 donde se observan todas las variables anteriores en los años 2008 y 2009 (las variables están normalizadas por sus respectivos promedios para lograr escalas comparables).

^{4.7}Aguas Cordillera posee aproximadamente el 68% de los derechos de aprovechamiento de aguas subterráneas entregados en el sector acuífero Mapocho Alto.

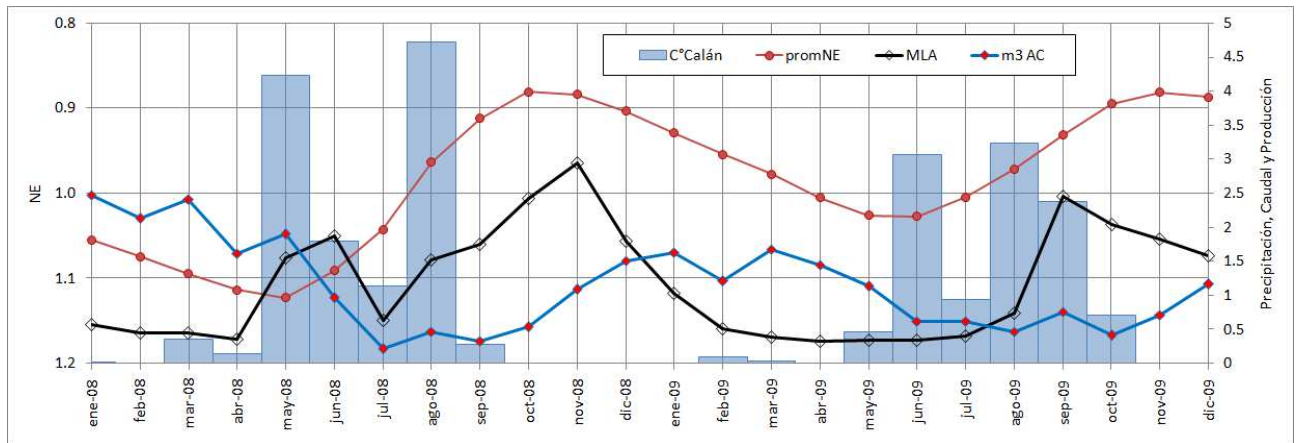


Figura 4.20: Detalle de los años 2008 y 2009 para variables incluidas en las figuras 4.17, 4.18 y 4.19; los valores están normalizados por sus promedios para ser presentados en un mismo gráfico.

5. Estadística observada

5.1. Pozos de observación

En el ámbito de las aguas subterráneas un control de fuentes sistemático y confiable es fundamental para realizar análisis hidrogeológicos más elaborados. La elaboración de herramientas de modelación y análisis en recursos subterráneos, de base física o numérica, requiere normalmente de mucha y variada información.

Una de las razones que posibilitó el presente trabajo fue el acceso a una importante cantidad de estadística de niveles estáticos y dinámicos de pozos, en adelante NE y ND, generada producto de la política de control de fuentes de Aguas Andinas. La empresa posee cerca de 200 pozos en la zona, de los cuales aproximadamente 50 están operativos. La gran mayoría de estos pozos es controlado midiendo mensualmente sus niveles de napa (NE y/o ND), situación que permite monitorear continuamente el comportamiento del acuífero y ha generado además una base de datos importante acerca de la evolución del sector Mapocho Alto en los últimos 15 a 20 años. Tal como se indicó en el Capítulo 3, el periodo estadístico escogido en el presente trabajo fue desde marzo de 1998 a marzo de 2013, justamente por la mayor cantidad de datos disponibles.

La estadística recopilada consistió en NE y ND mensuales (se registran una vez al mes, si el pozo está detenido o en funcionamiento respectivamente). Para el estudio se privilegiaron los NE, los cuales se consideran representan de mejor forma el comportamiento del acuífero, prescindiendo de los ND los cuales reflejan más bien el comportamiento individual del pozo, al estar influenciados por las pérdidas de ingreso al mismo.

De esta forma se seleccionaron 54 pozos de observación, escogidos considerando la extensión de su estadística y su ubicación espacial, intentando abarcar la mayor parte del dominio, de los cuales 51 corresponden a pozos de Aguas Andinas^{5.1} y tres a pozos de observación DGA utilizados en la calibración original del modelo Maipo-Mapocho en esta zona^{5.2}. La Figura 5.1 ilustra la ubicación de los pozos de observación escogidos, incluyendo además todos los pozos de Aguas Andinas y pozos de terceros^{5.3}.

En el Capítulo 4 anterior se señaló que en general el acuífero en estudio puede considerarse de tipo libre y, de acuerdo a esto, se habla indistintamente de nivel de napa, freático o piezométrico al referirse a la profundidad a la que se encuentra el agua subterránea, medida desde el nivel de terreno. Para estudiar flujos y comparar resultados del MBF con datos observados, se utilizan valores respecto de un nivel de referencia común (e.g. nivel del mar), y se habla de cota piezométrica exclusivamente.

^{5.1}Considera Aguas Andinas, Aguas Cordillera y Aguas Manquehue, es decir, el Grupo Aguas.

^{5.2}Los otros 9 pozos de calibración originales están considerados dentro de los 51 pozos de Aguas Andinas. El pozo DGA Country Club fue reemplazado por el pozo DGA Estadio Corfo, ubicado a unos 1000 m al norte, al no contar con estadística del primero en el periodo de análisis.

^{5.3}Según Catastro Público de Aguas 2005, registro de la DGA donde consta toda la información que tenga relación con las aguas; contiene un registro público de derechos de aprovechamiento de aguas.

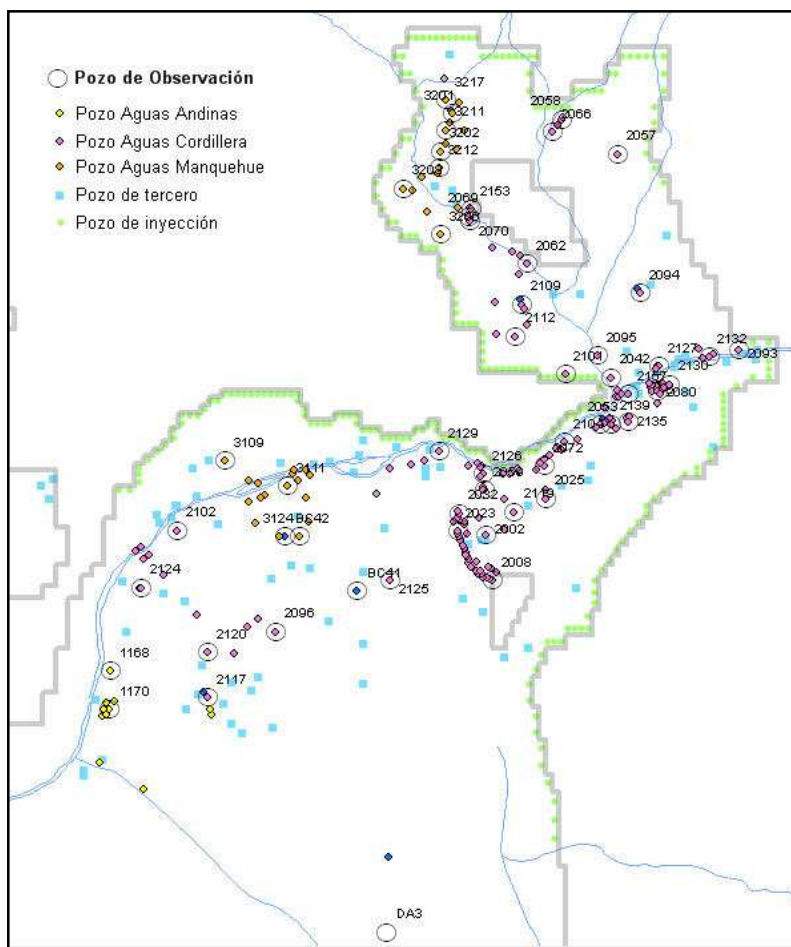


Figura 5.1: Pozos de observación (54) escogidos para análisis de series.

Normalmente una serie de NE no debiese presentar cambios bruscos entre medidas temporales contiguas, salvo que se vea perturbada por factores externos como pozos de bombeo cercanos o proximidad a una gran fuente de recarga variable, como el río Mapocho para el caso en estudio. No obstante lo anterior y según la experiencia del autor con los pozos del sector Mapocho Alto, la gran mayoría de los NE registrados son válidos indicadores del nivel del acuífero; por ejemplo los NE provenientes de pozos de bombeo, medidos cuando el pozo estaba detenido, se consideran válidos, por cuanto los pozos de la zona se caracterizan por recuperar sus niveles rápidamente cuando sus equipos de bombeo dejan de funcionar. También se ha visto que la influencia de un pozo de bombeo es más bien acotada, por lo que los registros de un pozo de observación usualmente no difieren significativamente si el pozo vecino está o no operando^{5.4}. No obstante lo anterior, la mayoría de los pozos seleccionados correspondieron a pozos no operativos y relativamente alejados de las principales baterías de producción subterránea.

^{5.4} Los pozos más cercanos unos de otros son los ubicados en un mismo recinto productivo, sin embargo normalmente se ubican a distancias superiores a 30 m uno del otro por un tema constructivo (espacio de maniobra de máquina perforadora), lo que minimiza la influencia entre ellos.

Luego de la selección de pozos de observación, se procedió a depurar sus series eliminando outliers, entendiendo a estos datos como valores extremos que tienen baja probabilidad de existir en una muestra del tamaño de la disponible. Este análisis fue realizado en varias etapas, la primera de las cuales correspondió a una inspección visual de la serie de tiempo, la cual permitió seleccionar determinados pozos para un análisis cuantitativo. A las series de NE de los pozos seleccionados se les realizó el análisis usual de outliers, eliminando aquellos valores x^t que cumplieran cualquiera de las condiciones siguientes:

$$x^t < \bar{x} - K_N \cdot S_x \quad \text{ó} \quad x^t > \bar{x} + K_N \cdot S_x \quad (5.1)$$

con x^t : NE para el mes t
 \bar{x} : promedio temporal de la serie
 S_x : desviación temporal de la serie

Según la recomendación del U.S.G.S. (1982), para una muestra de $N = 122^{5.5}$ y un grado de confianza de 90%, el parámetro $K_N \approx 3$. La Figura 5.2 muestra la serie original de niveles del pozo 2093 Barnechea 3 donde se destaca un valor anómalo detectado.

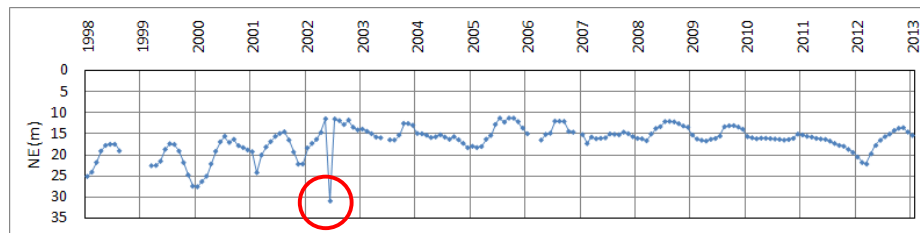
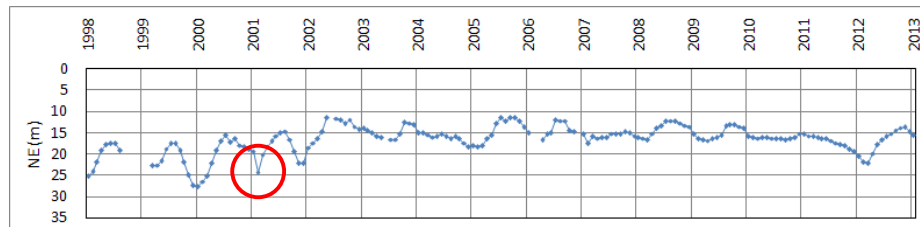


Figura 5.2: Serie de NE original sin depurar; se destaca valor anómalo.

El procedimiento anterior permite eliminar valores que estén fuera de un rango determinado, pero subsisten puntos que pueden pertenecer al intervalo de confianza anterior y sin embargo ser de igual forma anómalos. En series de niveles de napa, se trata de aquellas mediciones que presentan una diferencia inusual con la medición consecutiva siguiente o anterior, pues como se señaló anteriormente, en una serie de NE no es usual encontrar cambios bruscos entre meses consecutivos. Para detectarlas se construyó una nueva serie dada por las diferencias de los niveles (ec. 5.2), serie a la que se le aplicó el mismo procedimiento anterior (ec. 5.1), lo que permitió detectar nuevos valores anómalos, como muestra la Figura 5.3 relativa al mismo pozo mostrado anteriormente.

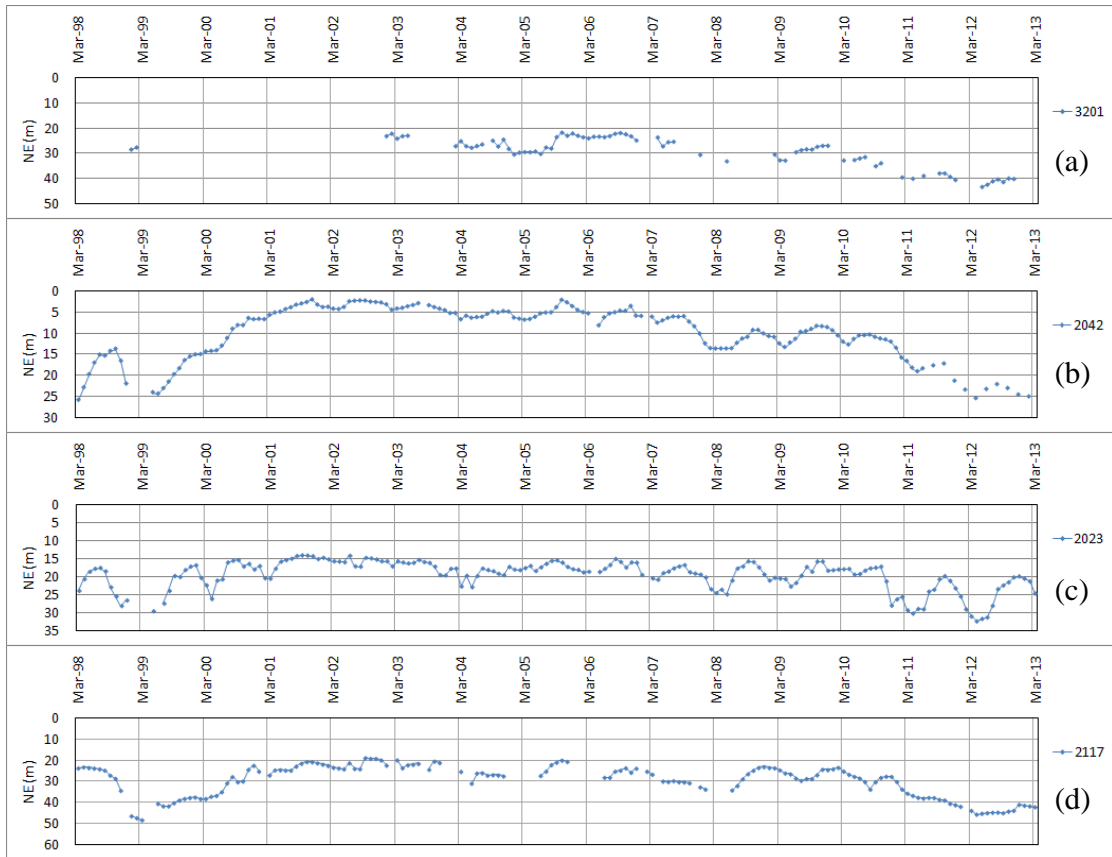
$$y^t = x^t - x^{t-1} \quad (5.2)$$



Figuras 5.3: Serie de NE después de 1° depuración; se destaca nuevo valor anómalo detectado por diferencia de valores consecutivos (ec. 5.2).

^{5.5}La cantidad de datos varía para cada pozo, sin embargo se escogió N como el promedio de datos por pozo considerando los 54 pozos de observación utilizados.

De esta forma se consiguieron series de NE definitivas a usar en el resto del trabajo. Las figuras 5.4a a 5.4d muestran series de niveles estáticos de pozos ubicados en diferentes partes del dominio. Las series para el resto de los pozos se incluyen en Anexo II-A.



Figuras 5.4: Series de NE (a) pozo 3201 Trapenses 1, ubicado en la zona alta del dominio, sector Lo Barnechea; (b) pozo 2042 Las Hualtatas 5, ubicado en la zona media-alta del dominio, cerca de la junta del estero Hualtatas con el río Mapocho; (c) pozo 2023 Rosa Elena Kennedy 10, ubicado en la zona media del dominio, cercano a la intersección de Av. Kennedy con Padre Hurtado; (d) pozo 2117 Vespucio Riesco, ubicado en la zona baja del dominio, cercano a la intersección de Av. Vespucio con Pdte. Riesco.

5.2. Relleno de series

Recordando que el objetivo es comparar las series simuladas por el MBF presentadas en el Capítulo 3 con las series observadas depuradas de los 54 pozos escogidos, se procedió a rellenar la estadística observada de cada pozo. Si bien la metodología a utilizar en los próximos capítulos no requiere de una serie con el 100% de los valores^{5,6}, la decisión de rellenar se tomó por lo siguiente:

1) Se dispone de series con bajo número de datos faltantes. Por ejemplo el 78% de los pozos de observación posee en promedio 72% del periodo con estadística y sólo 7 pozos poseen menos del 40% de sus registros, es decir, el relleno no debería afectar importantemente los estadísticos originales de la muestra.

^{5,6}Ver Capítulo 7 para detalles; las neuronas se entrenan para cada t con pares de valores P y T independientes de los pasos de tiempo contiguos, i.e. no existen inputs para t provenientes de $t-1$.

2) Como ya se ha indicado, el comportamiento de las series de tiempo de NE es más bien suave, lo que reduce las bandas de posibles nuevos valores. La presencia de una red de pozos permite verificar además con pozos cercanos los rellenos realizados, lo que implica menor incertidumbre en el proceso de relleno.

3) Se busca validar un procedimiento de relleno para series de nivel de aguas subterráneas que pueda ser utilizado fuera del contexto del presente trabajo, suponiendo que NE es una variable aleatoria y que su serie de tiempo disponible es una realización de un proceso estocástico, donde la variable se considera formada por dos componentes, una determinística, responsable de los patrones de comportamiento generales y otra aleatoria, responsable de las fluctuaciones respecto de la tendencia anterior.

El proceso de relleno de cada estadística fue controlado verificando que los procedimientos utilizados reflejaran comportamientos propios de series de niveles de napa, evitando por ejemplo cambios bruscos entre meses consecutivos, replicando la estacionalidad anual esperada y respetando comportamientos homogéneos en zonas aledañas. Si bien existen softwares que podrían automatizar estos procesos, en este caso el relleno se realizó manualmente justamente para controlar las características anteriores. De esta forma se consiguió disponer de series completas del periodo necesario para cada pozo de observación escogido. Dado que el relleno es una actividad crítica para el resto del trabajo, a continuación se describen en detalle los procedimientos seguidos, utilizando el pozo 2008 Punta del Este 1 como ejemplo.

En primer lugar se procedió a remover la tendencia observada ajustando una función cuadrática^{5.7} de tendencia general, la cual fue restada a la serie original, según la expresión siguiente:

$$y^t = x^t - p^t \quad (5.3)$$

con x^t serie observada en t
 p^t serie cuadrática de tendencia en t
 y^t serie resultante sin tendencia en t

Esta diferencia se realizó sólo para aquellos t donde existía observación. Como no se disponía del 100% de los datos de la serie original, no se optó por el método de variaciones incrementales $x^t - x^{t-1}$ para remover tendencias. La Figura 5.5a muestra las series original y cuadrática (incluyendo su ecuación) para el pozo 2008 Punta del Este 1, mientras que la Figura 5.5b muestra la nueva serie obtenida por diferencia de las anteriores, la que se observa sin tendencia apreciable y centrada en 0, es decir, $\overline{y^t} = 0$. La serie y^t en este caso, se interpreta como desviaciones del estado de equilibrio de la variable original x^t (NE).

^{5.7}Se escogió la curva de tendencia $f(x) = ax^2+bx+c$, con a, b y c $\neq 0$ por simple observación del comportamiento de las series; salvo dos pozos, a todos les fue removida su tendencia con parábolas de $a > 0$. Para los pozos con más registros observados, los parámetros a, b y c fueron obtenidos automáticamente mediante herramienta tipo solver. Para pozos con menos registros observados, dichos parámetros fueron ajustados manualmente de acuerdo a la parábola de algún pozo cercano ya ajustado.

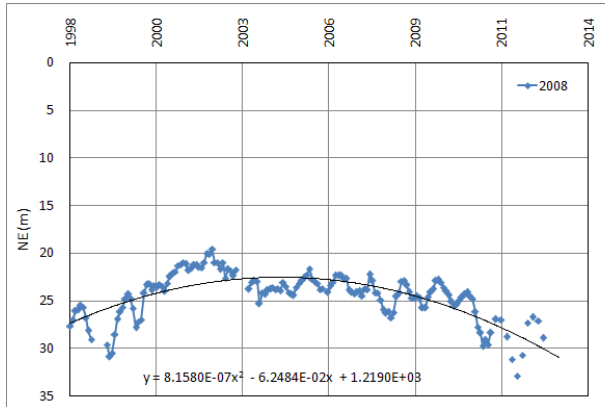


Figura 5.5a: Series observada (pozo 2008) y curva de ajuste de tendencia parabólica $y = ax^2 + bx + c$ con $a > 0$.

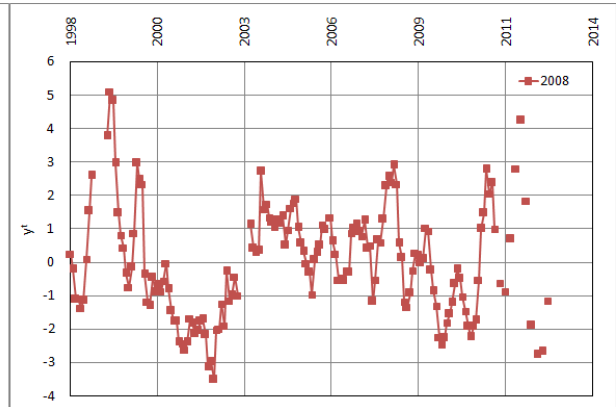


Figura 5.5b: Serie sin tendencia obtenida por la diferencia entre las series de la figura 5.5a e interpretada como desviaciones del estado de equilibrio de NE.

Una forma de verificar que una serie y^t de n elementos es estacionaria, es particionarla en subconjuntos de menor longitud, aumentando esta longitud hasta hacerla igual a n . A cada subconjunto se le calculan las propiedades estadísticas, si estas siempre coinciden, entonces se está en presencia de una serie estacionaria. En general se verifican sólo tres propiedades estadísticas bajo el esquema anterior: promedio, varianza y covarianza, condición que se conoce como estacionariedad débil (Barra, 2010). De esta forma, si el proceso estocástico y^t es débilmente estacionario, se espera que $E(y^t)$ y $\text{var}(y^t)$ sean independientes del tiempo y $\text{Cov}(y^t, y^{t-s})$ dependa sólo del desfase $t - s$ pero no de t ni de s .

La cuantificación de la estructura de la covarianza se verifica mediante la función de autocovarianza. La Figura 5.6a muestra la función de autocovarianza de la serie mostrada en la Figura 5.5b anterior, para 4 particiones (n° de datos 40, 80, 120 y 160) y 4 desfases (lag 0, 1, 3 y 5). Se observa que la estructura de la covarianza no se mantiene estable en el tiempo, es decir, no depende sólo del desfase, lo que demuestra que no se ha conseguido la estacionariedad buscada, necesaria para cumplir con la 1^o hipótesis en el planteamiento de modelos estocásticos (Vargas y Mc Phee, 2012; Miranda, 1989; Salas, 1983; Sandoval, 1988). La Figura 5.6b muestra que sólo el promedio permanece estable, pero no la varianza.

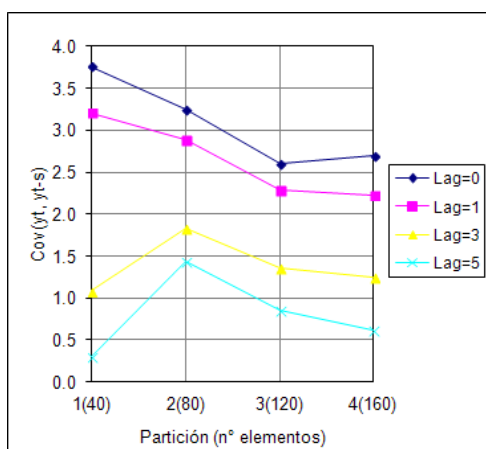


Figura 5.6a: Función de autocovarianza de serie sin normalizar (pozo 2008).

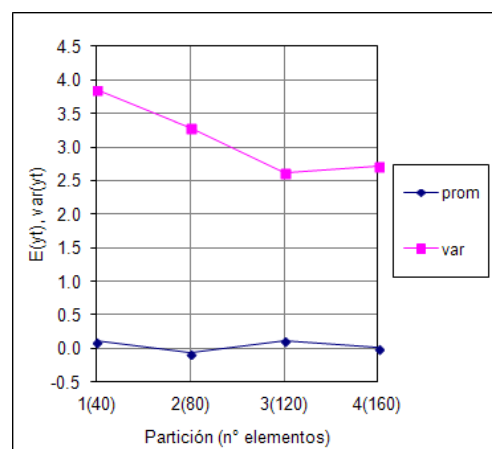


Figura 5.6b: promedio y varianza de serie sin normalizar (pozo 2008).

La serie anteriormente obtenida además no resultó ser normal, por lo cual se procedió a normalizarla mediante la transformada de Box-Cox, cuya expresión es la siguiente:

$$z^t = \frac{(y^t - A)^\lambda}{\lambda} \quad (5.4)$$

donde z^t variable normalizada

$A < \min(y^t)$ constante para hacer $y^t - A > 0$

λ parámetro a determinar. Los mejores resultados se obtuvieron ajustando λ para lograr que la asimetría de z^t tienda a 0.

Utilizando el software Minitab, se realizaron las respectivas pruebas de normalidad a la serie transformada. Se verificó la normalización, por cuanto en el gráfico de probabilidad de la Figura 5.7a, los datos se ajustaron aceptablemente a una línea recta; el programa además calculó el estadístico Anderson-Darling^{5.8} el cual resultó bajo y el valor-p alto, lo cual sugiere que no es posible rechazar la hipótesis nula H_0 que supone una distribución normal $N(\mu, \sigma^2)$ para los datos. El histograma de frecuencias de la Figura 5.7b también muestra la típica forma gaussiana.

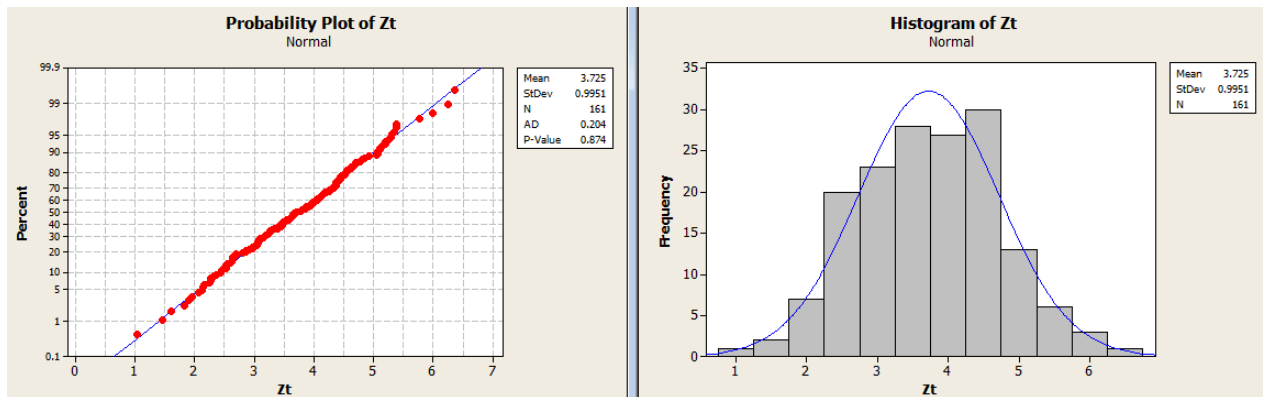


Figura 5.7a: Gráfico de probabilidad de serie normalizada (pozo 2008) y estadígrafos de prueba de normalidad (software Minitab).

Figura 5.7b: Histograma de serie normalizada (pozo 2008) (software Minitab).

La normalización anterior tiene la ventaja además de conseguir la estacionariedad buscada, por cuanto la función de autocovarianza de la serie normalizada, junto con su promedio y varianza, se observan mucho más estables para las mismas 4 particiones utilizadas en la Figura 5.6, como muestran las figuras 5.8a y 5.8b siguientes.

Luego se procedió a estandarizar la serie z^t para lograr un registro $z^t \sim N(0, 1)$, momento en el cual los datos estuvieron preparados para el relleno.

^{5.8}El estadístico Anderson-Darling AD mide que tan bien los datos siguen una distribución en particular. Para un específico set de datos y distribución, un buen ajuste implicará un pequeño valor de este estadístico. Para distribución normal con 95% de significancia el valor crítico es 0.751.

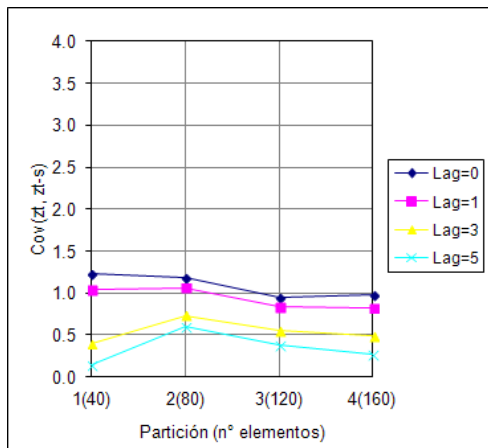


Figura 5.8a: Función de autocovarianza de serie normalizada (pozo 2008).

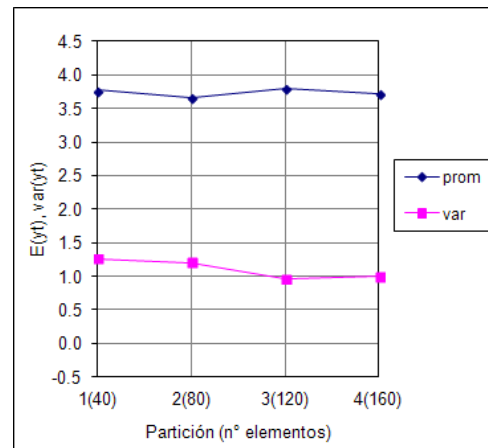


Figura 5.8b: promedio y varianza de serie normalizada (pozo 2008). El promedio diferente a 0 se debe al parámetro A introducido en ec. 5.4.

Dada la dependencia entre datos contiguos temporalmente, comentada anteriormente, no es aconsejable un análisis clásico para el relleno de series de nivel de napa, por lo mismo se consideró al NE como una variable aleatoria y a su serie observada como la realización de un proceso estocástico, utilizando para el relleno herramientas estocásticas sencillas como modelos AR y FT, los cuales mostraron en general buenos resultados y se observan como alternativas interesantes en el tratamiento de niveles observados en aguas subterráneas.

De esta forma, el relleno de datos faltantes se realizó mediante un modelo autorregresivo de primer orden AR(1), que puede ser justificado al analizar las funciones de autocorrelación simple ACF y parcial PACF de z^t cuyos comportamientos mostraron decaimiento exponencial a cero y sólo 1 valor significativo respectivamente (Box & Jenkins, 1976; Miranda, 1989; Salas, 1983), como se puede apreciar en las figuras 5.9a y 5.9b entregadas por Minitab. Lo anterior se apoya además en el hecho intuitivo de que el nivel de la napa para un mes t se espera tenga influencia del nivel de la napa del mes anterior $t-1$, recordando el comportamiento suave que caracteriza a las series de NE. Por la simplicidad del modelo y por la poca claridad en lo que pueden aportar al análisis, no fueron estudiados los comportamientos de las funciones inversas IACF e IPACF.

La elección de un modelo AR(1) cumple también el principio de parsimonia, es decir, adecuada representación de un proceso por medio del menor número posible de términos (Vargas y Mc Phee, 2012; Barra, 2010; Miranda, 1989; Sandoval, 1988; Salas, 1983).

El modelo AR(1) utilizado siguió la siguiente expresión:

$$\hat{z}^t = \phi_1 \cdot z^{t-1} + a^t \quad (5.5)$$

con $z^{t-1} \sim N(0, 1)$ y $a^t \sim N(0, S_a^2)$

donde \hat{z}^t : valor según modelo AR(1) utilizado para relleno.

z^{t-1} : valor observado del periodo anterior (si no existe, es el modelado por el mismo proceso).

ϕ_1 : coeficiente del modelo AR igual a ρ_1 de la ACF (desfase 1), $\phi_1 < 1$.

a^t : ruido aleatorio asociado a la incertidumbre del proceso.

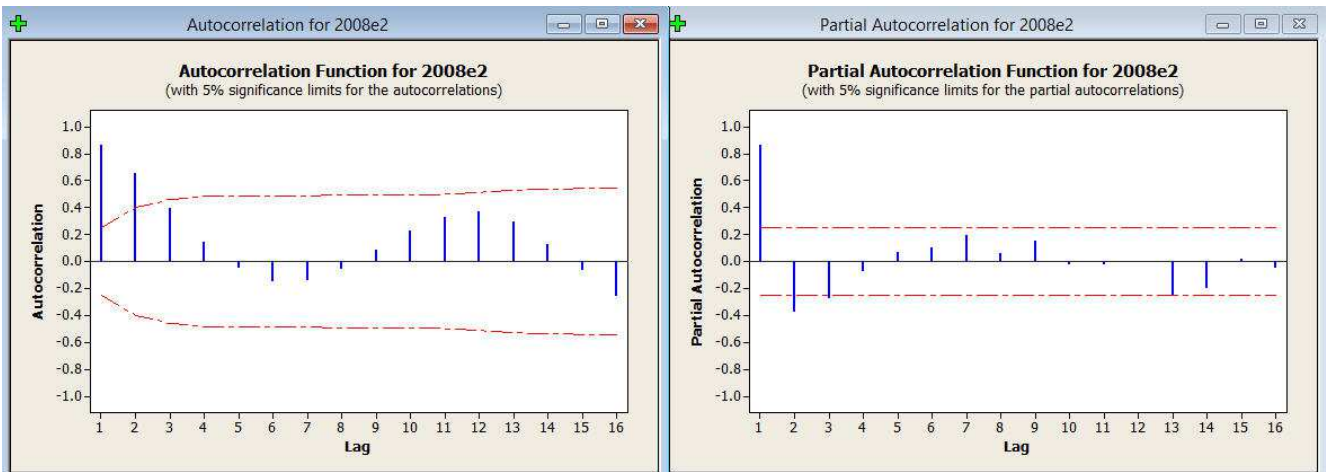


Figura 5.9a: Función de autocorrelación ACF de serie estandarizada z^t (pozo 2008) y bandas de significancia 5% (software Minitab).

Figura 5.9b: Función de autocorrelación parcial PACF de serie estandarizada z^t (pozo 2008) y bandas de significancia 5% (software Minitab).

En el modelo anterior el ruido a^t es una desviación respecto de lo que se espera será el nivel de la napa z^t en función del mes anterior z^{t-1} , lo cual implica que su varianza S_a^2 no tiene relación alguna con la varianza de la serie normalizada-estandarizada, esperándose además un valor mucho más bajo. Utilizando los periodos sin vacíos de la estadística a rellenar z^t , se construyeron promedios móviles de tres meses, comparando estos valores con los de la serie misma, observándose diferencias cuya dispersión es comparable con la dispersión buscada. Se entiende en este caso a la serie de promedios móviles como la oscilación natural producto de la componente determinística de la variable. Las figuras 5.10a y 5.10b ilustran lo anterior en un periodo sin vacíos entre jun-99 y ago-02 del pozo 2008 usado como ejemplo.

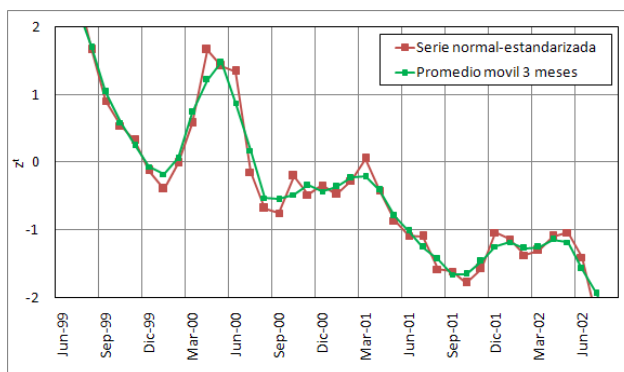


Figura 5.10a: Serie z^t y serie de promedios móviles de 3 meses de z^t (pozo 2008).

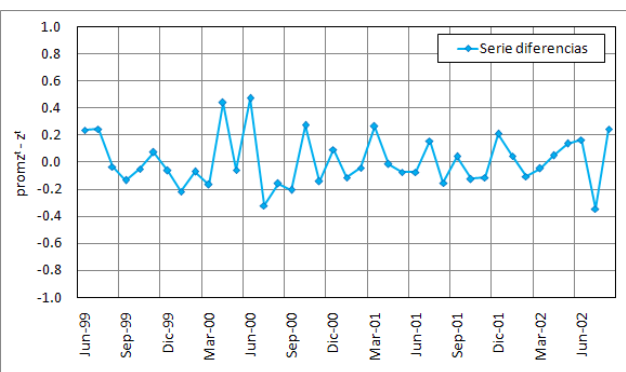


Figura 5.10b: Diferencias entre las series de la figura 5.10a.

Para el pozo estudiado como ejemplo, 2008 Punta del Este 1, el modelo AR(1) utilizado fue el siguiente:

$$\widehat{z}^t = 0.8895 \cdot z^{t-1} + a^t \quad (5.6)$$

con $z^{t-1} \sim N(0, 1)$ y $a^t \sim N(0, 0.202^2)$

Este modelo estocástico genera diferentes salidas en cada corrida. La metodología para escoger una serie en particular consistió en generar muchas series hasta cumplir las 2 restricciones siguientes:

$$1) \sum_t \left| z^t - \widehat{z}^t \right| < E_1 \quad 2) \max_{\forall t} \left(\widehat{z}^t - \widehat{z}^{t-1} \right) < E_2 \quad (5.7)$$

La restricción 1) busca evitar que la serie generada se aleje de la serie a rellenar en aquellos periodos donde existe estadística, es decir, se buscan series parecidas. La restricción 2) busca evitar grandes diferencias entre datos consecutivos, es decir, se busca un comportamiento suave. Los valores E_1 y E_2 se escogieron para cada pozo individualmente. Para el pozo 2008 del ejemplo, los valores escogidos fueron $E_1 = 65$ y $E_2 = 1$. La Tabla 5.1 muestra las series original (normal-estándar), y la serie rellenada, las cuales se grafican además en la Figura 5.11.

Tabla 5.1: Parte de serie z^t original y serie z^t rellenada, pozo 2008. La tabla completa se incluye en anexo respectivo.

nro	Fecha	z^t original	z^t rellenada
1	Mar-98	0.22	0.22
2	Abr-98	-0.04	-0.04
3	May-98	-0.62	-0.62
4	Jun-98	-0.61	-0.61
5	Jul-98	-0.81	-0.81
6	Ago-98	-0.65	-0.65
7	Sep-98	0.13	0.13
8	Oct-98	0.94	0.94
9	Nov-98	1.48	1.48
10	Dic-98		1.37
11	Ene-99		1.32
12	Feb-99		0.74
13	Mar-99		0.97
14	Abr-99		1.25
15	May-99	2.05	2.05
16	Jun-99	2.65	2.65
17	Jul-99	2.53	2.53
18	Ago-99	1.67	1.67
19	Sep-99	0.91	0.91
20	Oct-99	0.54	0.54
21	Nov-99	0.33	0.33

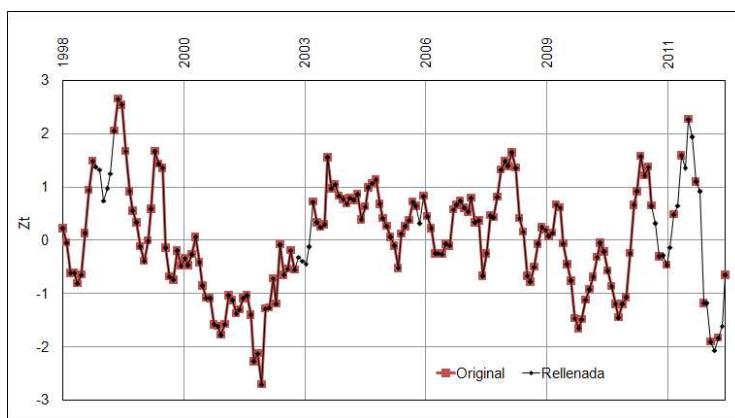
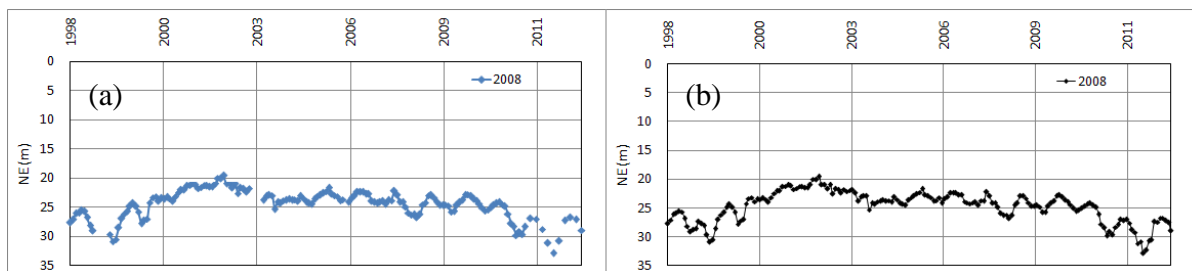


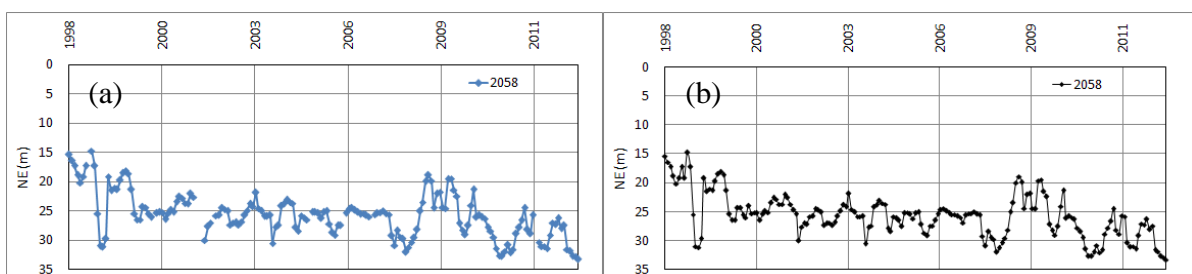
Figura 5.11: Serie z^t original y serie z^t rellenada, pozo 2008.

Finalmente se realizaron los procesos inversos para quitar la estandarización, normalidad y agregar la tendencia para obtener una serie de NE con el 100% de los registros. Las figuras 5.12 a la 5.15 muestran las series de NE original y rellenada para pozos ubicados en diferentes lugares del dominio. El resto de los pozos se pueden consultar en Anexo II-B.

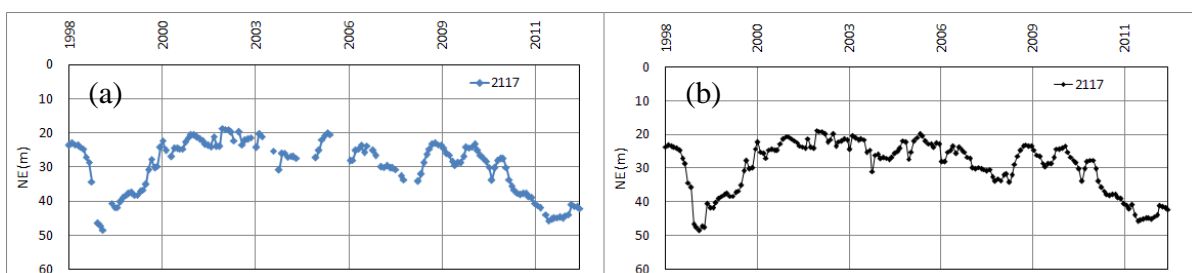
El procedimiento anterior fue utilizado para rellenar lapsos no más extensos que 6 meses, donde no se alcanza a manifestar completamente la estacionalidad anual característica de las series de napa; por lo mismo no fue necesario tratar con la estacionalidad de la serie en todo el proceso.



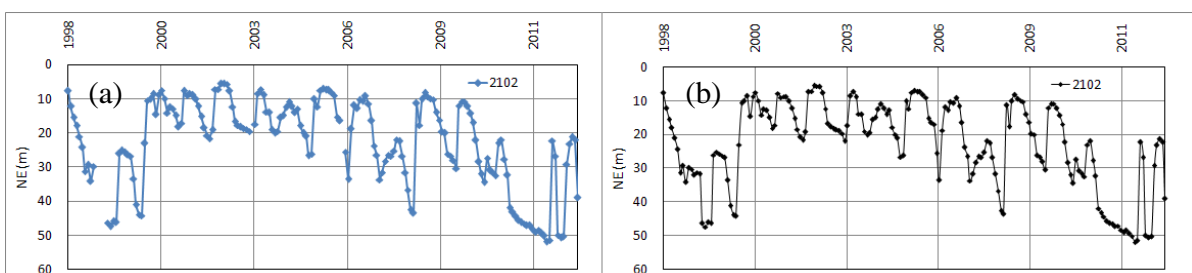
Figuras 5.12a y 5.12b: Serie NE original (izquierda) y rellena (derecha) pozo 2008 Punta del Este 1, ubicado en la zona media del dominio (Av. Las Condes altura del 9200).



Figuras 5.13a y 5.13b: Serie NE original (izquierda) y rellena (derecha) pozo 2058 Los Nogales 1, ubicado en la zona alta del dominio (sector La Dehesa, comuna Lo Barnechea).



Figuras 5.14a y 5.14b: Serie NE original (izquierda) y rellena (derecha) pozo 2117 Vespucio Riesco, ubicado en la zona baja del dominio (cercano a la intersección de Av. Vespucio con Pdte. Riesco).



Figuras 5.15a y 5.15b: Serie NE original (izquierda) y rellena (derecha) pozo 2102 Luis Carrera, ubicado en la zona media del dominio (pozo ubicado a un costado del río Mapocho).

Para el relleno de periodos más extensos, se optó por incorporar algún pozo vecino mediante una Función de Transferencia $FT(r,s,b)$ sin componente autorregresiva ($r = 0$), sin desfase ($b = 0$) y con sólo una variable externa ($s + 1 = 1$) correspondiente a la medición del pozo cercano.

Si un proceso bivariado (x,y) es normal, este puede ser caracterizado únicamente por sus medias μ_x y μ_y y por su matriz de covarianza (Vargas y Mc Phee, 2012; Sandoval, 1988). Por lo anterior todas las series utilizadas en las FTs (variable de salida y variable explicativa) corresponden a desviaciones normalizadas de los estados de equilibrio de las variables originales (NE), es decir, se trabajó con series estacionarias, normales y estándar $x \sim N(0, 1)$ e $y \sim N(0, 1)$.

La simplicidad del modelo propuesto busca nuevamente cumplir con el principio de parsimonia, aunque los parámetros r , s y b escogidos pueden también justificarse como sigue:

1) Dado los extensos periodos a rellenar, la componente autorregresiva no se considera apropiada. Se realizaron algunas pruebas con resultados que no fueron satisfactorios.

2) El desfase escogido se justifica al analizar la función de correlación cruzada CCF, cuyo máximo se alcanza para un lag = 0, según se observa en Figura 5.16, lo cual es consecuente con el comportamiento esperado de la variable NE, especialmente si es estudiada a nivel mensual.

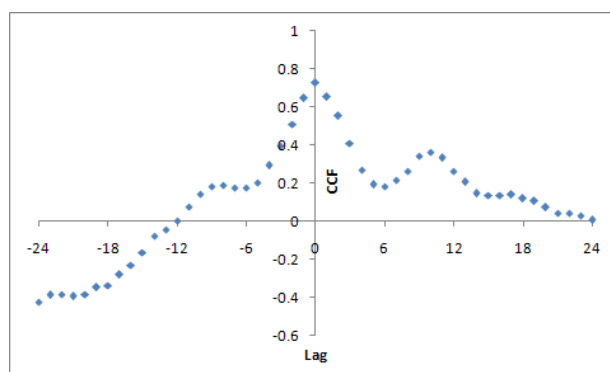


Figura 5.16: Función de Correlación Cruzada CCF entre el pozo 2053 San Francisco 6 y el pozo 2104 Predecantadores 7 (ambas series normalizadas y estandarizadas); se observa el máximo valor de la función para un desfase igual a 0.

Otras pruebas considerando más desfases lag = 0, -1, -2, etc, no mostraron mejores resultados, tendiendo a generar series con mayor dispersión.

3) La elección de sólo un input externo como variable explicativa se justifica por la usual ausencia de registros continuos disponibles, pues normalmente los pozos con observaciones sistemáticas son escasos. No hay que olvidar que este pozo explicativo debe poseer en lo posible el 100% de los registros, si lo anterior no es posible, su registro debe poseer pocos vacíos de tal forma que sea posible su relleno previo con un modelo AR tal como se presentó anteriormente.

Para determinar qué pozo utilizar como variable explicativa en cada caso, se construyó una matriz de correlación cruzada sin desfase entre todas las series, buscando los coeficientes más altos respecto de aquellos pozos que habían sido rellenados previamente mediante modelo AR(1). Se verificó además que el par de pozos seleccionados pertenecieran a una zona acotada, evitando considerar parejas con altas correlaciones pero alejados, entendiendo que esta buena correlación podría no ser producto de razones puramente físicas. La Tabla 5.2 muestra una parte de la matriz de correlación, en tanto que la matriz completa se incluye en Anexo II-C.

Tabla 5.2: parte de matriz^{5,9} de correlación cruzada para serie normales-estándar de NE (desfase 0). La matriz completa se incluye en anexo respectivo.

Pozo	2002	2008	2023	2025	2032	2042	2053	2057	2058	2059	2062	2066	2069	2070	2072	2080	2093	2094	2095	2096	2101	2102	2104	2109	2112	2117	2119	Relleno
2002		0.90	0.93	0.88	0.82	0.71	0.80	0.14	-0.14	0.76	0.62	0.14	0.15	0.33	0.89	0.79	0.40	0.33	0.70	0.53	0.66	0.60	0.87	0.59	0.60	0.53	0.85	2023
2008	0.90		0.84	0.93	0.70	0.79	0.71	0.28	-0.01	0.64	0.72	0.18	0.26	0.46	0.87	0.83	0.48	0.43	0.78	0.65	0.76	0.60	0.88	0.73	0.74	0.60	0.88	AR
2023	0.93	0.84		0.83	0.86	0.61	0.76	0.17	0.15	0.78	0.50	0.25	0.17	0.38	0.85	0.75	0.39	0.31	0.57	0.47	0.49	0.55	0.82	0.46	0.45	0.49	0.82	AR
2025	0.88	0.93	0.83		0.68	0.76	0.77	0.10	-0.26	0.56	0.62	0.14	0.07	0.31	0.86	0.87	0.44	0.42	0.75	0.59	0.79	0.61	0.89	0.67	0.71	0.49	0.91	2008
2032	0.82	0.70	0.86	0.68		0.58	0.77	0.22	0.15	0.84	0.42	0.29	0.20	0.49	0.78	0.66	0.30	0.23	0.61	0.43	0.37	0.56	0.72	0.43	0.36	0.50	0.55	2023
2042	0.71	0.79	0.61	0.76	0.58		0.68	0.28	0.01	0.45	0.79	0.24	0.19	0.44	0.75	0.90	0.37	0.54	0.91	0.63	0.89	0.46	0.81	0.80	0.80	0.65	0.78	AR
2053	0.80	0.71	0.76	0.77	0.77	0.68		0.02	0.11	0.74	0.53	0.38	0.00	0.36	0.72	0.78	0.23	0.30	0.68	0.43	0.46	0.66	0.74	0.47	0.41	0.58	0.58	2104
2057	0.14	0.28	0.17	0.10	0.22	0.28	0.02		0.16	0.17	0.52	-0.03	0.70	0.53	0.13	0.23	0.42	0.22	0.38	0.65	0.23	0.29	0.18	0.57	0.61	0.60	-0.02	2095
2058	-0.14	-0.01	0.15	-0.26	0.15	0.01	0.11	0.16		0.02	0.00	0.44	0.16	0.31	0.10	0.05	0.07	-0.08	-0.01	0.00	-0.22	0.10	0.02	-0.06	-0.21	0.25	-0.04	AR
2059	0.76	0.64	0.78	0.56	0.84	0.45	0.74	0.17	0.02		0.37	0.36	0.15	0.37	0.75	0.61	0.28	0.34	0.45	0.34	0.30	0.44	0.68	0.28	0.26	0.42	0.61	2126
2062	0.62	0.72	0.50	0.62	0.42	0.79	0.53	0.52	0.00	0.37		0.08	0.41	0.55	0.66	0.76	0.47	0.42	0.87	0.76	0.87	0.48	0.69	0.90	0.87	0.64	0.65	AR
2066	0.14	0.18	0.25	0.14	0.29	0.24	0.38	-0.03	0.44	0.36	0.08		-0.11	0.06	0.34	0.23	0.02	0.21	0.17	-0.03	-0.16	0.10	0.34	0.05	-0.02	0.34	0.18	2058
2069	0.15	0.26	0.17	0.07	0.20	0.19	0.00	0.70	0.16	0.15	0.41	-0.11		0.72	0.14	0.20	0.55	0.18	0.25	0.55	0.15	0.26	0.17	0.42	0.40	0.43	0.00	2070
2070	0.33	0.46	0.38	0.31	0.49	0.44	0.36	0.53	0.31	0.37	0.55	0.06	0.72		0.36	0.47	0.43	0.31	0.54	0.54	0.39	0.40	0.37	0.51	0.45	0.56	0.26	2062
2072	0.89	0.87	0.85	0.86	0.78	0.75	0.72	0.13	0.10	0.75	0.66	0.34	0.14	0.36		0.81	0.34	0.34	0.72	0.51	0.66	0.61	0.94	0.62	0.60	0.57	0.87	AR
2080	0.79	0.83	0.75	0.87	0.66	0.90	0.78	0.23	0.05	0.61	0.76	0.23	0.20	0.47	0.81		0.37	0.48	0.84	0.63	0.78	0.57	0.88	0.76	0.73	0.58	0.83	2132
2093	0.40	0.48	0.39	0.44	0.30	0.37	0.23	0.42	0.07	0.28	0.47	0.02	0.55	0.43	0.34	0.37		0.28	0.37	0.54	0.27	0.54	0.39	0.43	0.44	0.39	0.37	AR
2094	0.33	0.43	0.31	0.42	0.23	0.54	0.30	0.22	-0.08	0.34	0.42	0.21	0.18	0.31	0.34	0.48	0.28		0.56	0.44	0.57	0.32	0.36	0.43	0.58	0.49	0.39	AR
2095	0.70	0.78	0.57	0.75	0.61	0.91	0.68	0.38	-0.01	0.45	0.87	0.17	0.25	0.54	0.72	0.84	0.37	0.56		0.70	0.94	0.45	0.76	0.87	0.82	0.65	0.74	AR
2096	0.53	0.65	0.47	0.59	0.43	0.63	0.43	0.65	0.00	0.34	0.76	-0.03	0.55	0.54	0.51	0.63	0.54	0.44	0.70		0.59	0.63	0.52	0.80	0.80	0.85	0.46	2120
2101	0.66	0.76	0.49	0.79	0.37	0.89	0.46	0.23	-0.22	0.30	0.87	-0.16	0.15	0.39	0.66	0.78	0.27	0.57	0.94	0.59		0.43	0.74	0.88	0.82	0.50	0.80	2095
2102	0.60	0.60	0.55	0.61	0.56	0.46	0.66	0.29	0.10	0.44	0.48	0.10	0.26	0.40	0.61	0.57	0.54	0.32	0.45	0.63	0.43		0.58	0.44	0.44	0.59	0.54	AR
2104	0.87	0.88	0.82	0.89	0.72	0.81	0.74	0.18	0.02	0.68	0.69	0.34	0.17	0.37	0.94	0.88	0.39	0.36	0.76	0.52	0.74	0.58		0.69	0.68	0.53	0.88	AR
2109	0.59	0.73	0.46	0.67	0.43	0.80	0.47	0.57	-0.06	0.28	0.90	0.05	0.42	0.51	0.62	0.76	0.43	0.43	0.87	0.80	0.88	0.44	0.69		0.94	0.65	0.64	AR
2112	0.60	0.74	0.45	0.71	0.36	0.80	0.41	0.61	-0.21	0.26	0.87	-0.02	0.40	0.45	0.60	0.73	0.44	0.58	0.82	0.80	0.82	0.44	0.68	0.94		0.71	0.62	2109
2117	0.53	0.60	0.49	0.49	0.50	0.65	0.58	0.60	0.25	0.42	0.64	0.34	0.43	0.56	0.57	0.58	0.39	0.49	0.65	0.85	0.50	0.59	0.53	0.65	0.71		0.46	AR
2119	0.85	0.88	0.82	0.91	0.55	0.78	0.58	-0.02	-0.04	0.61	0.65	0.18	0.00	0.26	0.87	0.83	0.37	0.39	0.74	0.46	0.80	0.54	0.88	0.64	0.62	0.46		AR

El modelo FT(0,0,0) utilizado siguió la siguiente expresión:

$$\hat{z}^t = \omega_0 \cdot v^t + a^t \quad (5.8)$$

con $v^t \sim N(0, 1)$ y $a^t \sim N(0, S_a^2)$

donde \hat{z}^t : valor según modelo FT utilizado para relleno

v^t : valor observado del mismo periodo de pozo vecino (variable explicativa)

ω_0 : coeficiente del modelo FT igual a ρ_0 de la CCF (desfase 0, series normales-estándar)

a^t : ruido aleatorio asociado a la incertidumbre del proceso

El tratamiento al ruido a^t fue similar a lo explicado para los modelos AR, en términos de representar una desviación respecto de lo que se espera será el nivel de la napa z^t en función del la medida del pozo vecino el mismo mes v^t . Por ejemplo, para el relleno del pozo 3201 Los Trapenses 1 (z^t), que utilizó como variable explicativa al pozo cercano 3217 Los Trapenses 17 (v^t), el modelo FT(0,0,0) utilizado fue el siguiente:

$$\hat{z}^t = 0.8938 \cdot v^t + a^t \quad (5.9)$$

Con $v^t \sim N(0, 1)$ y $a^t \sim N(0, 0.2^2)$

^{5,9}Esta matriz utiliza todas las series normalizadas y estandarizadas, pues son éstas las que se usan finalmente en el modelo FT. Existe una matriz similar pero construida con las series de NE originales (ver Tabla 6.1, Cap. 6), la cual se utilizó adicionalmente como referencia para determinar los pozos vecinos más apropiados para rellenar.

Para escoger una serie en particular de las diferentes salidas que genera el modelo, se utilizó la misma metodología descrita en los modelos AR, en términos de cumplir las dos restricciones indicadas (ec. 5.7). Para el pozo 3201 del ejemplo, los valores límites fueron $E_1 = 40$ y $E_2 = 1.7$. La Tabla 5.3 muestra ambas series originales (normal-estándar), y la serie rellenada, las cuales se grafican además en la Figura 5.17.

Tabla 5.3: Parte de serie z^t original (pozo 3201), serie v^t explicativa (pozo 3217) y serie z^t rellenada (pozo 3201). La tabla completa se incluye en anexo respectivo.

Fecha	z^t original	v^t explicativa	z^t rellenada
sep-01		-0,61	-0,71
oct-01		-0,96	-1,02
nov-01		-1,36	-1,00
dic-01		-1,09	-1,08
ene-02		-0,38	-0,27
feb-02		-0,39	-0,49
mar-02		-0,55	-0,70
abr-02		-0,58	-0,74
may-02		-0,52	-0,17
jun-02		-1,22	-1,00
jul-02		-1,38	-1,01
ago-02		-1,73	-1,38
sep-02		-1,54	-1,40
oct-02		-1,64	-1,11
nov-02		-1,54	-1,29
dic-02		-1,14	-1,09
ene-03	-1,07	-0,84	-1,07
feb-03	-1,55	-1,52	-1,55
mar-03	-0,55	-1,36	-0,55
abr-03	-0,95	-1,32	-0,95
may-03	-1,00	-1,23	-1,00
jun-03		-0,91	-1,28
jul-03		-1,01	-0,72
ago-03		-1,06	-0,74
sep-03		-0,13	-0,16
oct-03		-0,28	-0,09
nov-03		0,11	-0,02

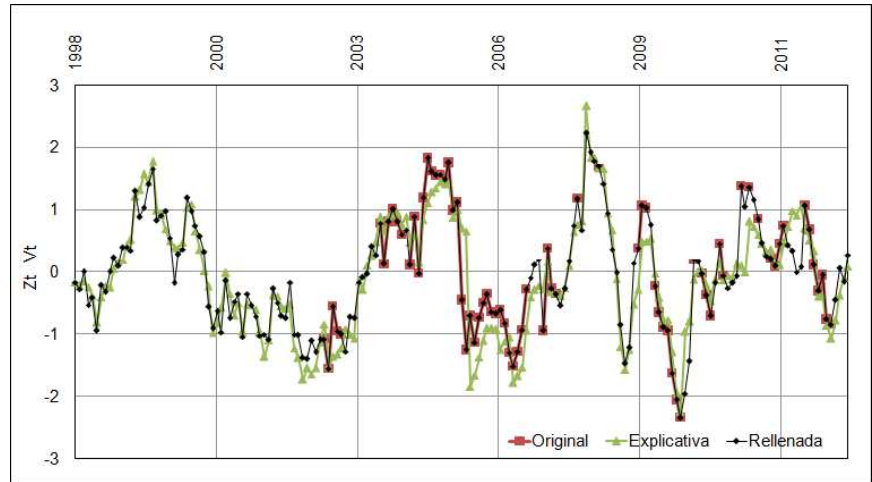


Figura 5.17: Serie z^t original (pozo 3201), serie v^t explicativa (pozo 3217) y serie z^t rellenada (pozo 3201).

Cabe destacar que el ejemplo anterior y en todos los pozos donde se utilizó esta metodología de relleno, la FT fue usada sólo para los periodos sin información más extensos, volviendo a los modelos AR cuando el lapso a rellenar era menor a 6 meses.

Antes de realizar los procesos inversos para quitar estandarización, normalidad y agregar la tendencia para obtener las series finales de NE, se realizaron verificaciones para comprobar que las series rellenadas anteriores no difieren significativamente de las series originales^{5.10}. Para lo anterior se aplicaron test de igualdad de medias y de varianzas.

En ambas comprobaciones la hipótesis nula supone que ambas series (muestras), poseen igual media e igual varianza, mientras que la hipótesis alternativa supone lo contrario.

^{5.10}Lo anterior no se consideró necesario en los rellenos mediante AR por tratarse en general de series con pocos vacíos, es decir, no parece necesario realizar test estadísticos para confirmar la hipótesis nula.

La igualdad de medias se verificó con una prueba t-student, considerando muestras independientes, población normal (las series son normales-estándar) y varianzas poblacionales desconocidas e iguales (pues se supone provienen del mismo proceso).

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

Tabla 5.4: Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales.

	Variable 1	Variable 2
Media	5.181E-17	-0.01975039
Varianza	1	0.8034404
Observaciones	75	181
Varianza agrupada	0.8607058	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	254	
Estadístico t	0.15502378	
P(T<t) una cola	0.43846284	
Valor crítico de t (una cola)	1.65087479	
P(T<t) dos colas	0.87692569	
Valor crítico de t (dos colas)	1.96934748	

Se muestran a la izquierda los resultados para el pozo 3201, obtenidos desde el complemento Excel respectivo. Se observa al valor absoluto del estadístico t menor al valor crítico de dos colas (prueba bilateral, ya que la diferencia de medias puede ser positiva o negativa), lo que permite aceptar la hipótesis nula. De los 36 pozos analizados, todos cumplieron el test.

La igualdad de varianzas se verificó con una prueba F de Fisher, considerando población normal (las series son normales-estándar).

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

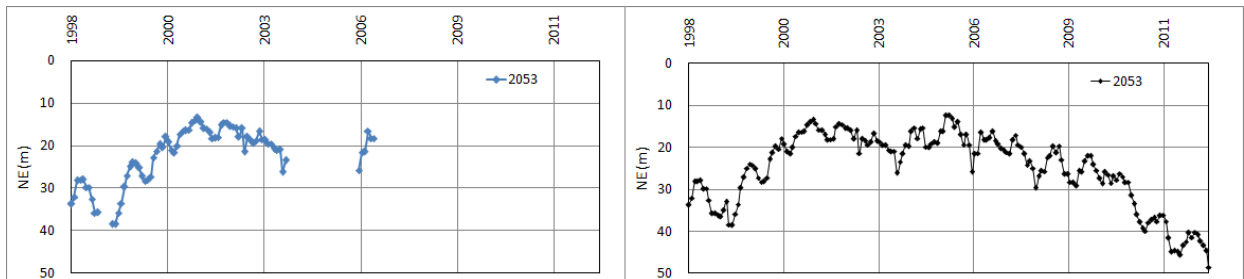
$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Tabla 5.5: Prueba F para varianzas de dos muestras.

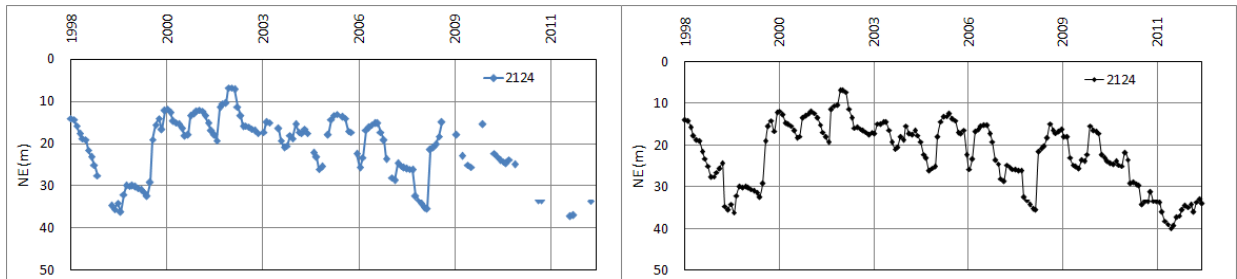
	Variable 1	Variable 2
Media	5.181E-17	-0.01975039
Varianza	1	0.8034404
Observaciones	75	181
Grados de libertad	74	180
F	1.24464739	
P(F<=f) una cola	0.12266962	
Valor crítico para F (una cola)	1.36384388	

Se muestran a la derecha los resultados para el mismo pozo anterior, obtenidos desde el complemento Excel respectivo. Se observa al estadístico F menor al valor crítico de una cola (prueba unilateral, imponiendo $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$), lo que permite aceptar la hipótesis nula. De los 36 pozos analizados, 31 cumplieron el test. Las verificaciones se incluyen en Anexo II-D.

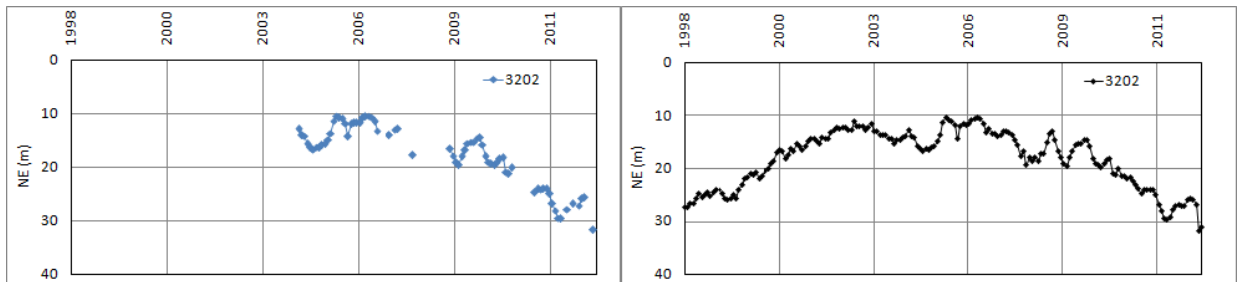
Luego de efectuadas las verificaciones se realizaron los procesos inversos para quitar estandarización, normalidad y agregar la tendencia para obtener las series finales de NE con el 100% de los registros. Las figuras 5.18 a la 5.20 muestran las series de NE original y rellenada para pozos ubicados en diferentes lugares del dominio. Recordar que el resto de los pozos se pueden consultar en Anexo II-B.



Figuras 5.18a y 5.18b: Serie NE original (izquierda) y rellenada (derecha) pozo 2053 San Francisco 6, ubicado en la zona media del dominio (Av. Las Condes antes de llegar a Raúl Labbé).



Figuras 5.19a y 5.19b: Serie NE original (izquierda) y rellenada (derecha) pozo 2124 Costanera 4, ubicado en la zona baja del dominio (Av. Nueva Costanera con Isabel Montt, cerca del extremo norte del Parque Bicentenario de la I.M. de Vitacura).



Figuras 5.20a y 5.20b: Serie NE original (izquierda) y rellenada (derecha) pozo 3202 Los Trapenses 2, ubicado en la zona alta del dominio (Una cuadra al poniente del camino Los Trapenses, altura del 4600 en Lo Barnechea).

6. Residuos

6.1. Series observadas

En el Capítulo 5 se presentaron las series de niveles estáticos observados disponibles, las cuales fueron depuradas y posteriormente rellenas, lo cual permitió contar con registros mensuales completos en el periodo mar-98 a mar-13, en adelante, series observadas.

Se realizaron análisis cruzados con las series observadas con el objetivo de detectar zonas con comportamiento homogéneo, para todas las cuales se buscó una razón física que las justifique. Mediante la matriz de correlación cruzada^{6.1} de la Tabla 6.1, es posible identificar comportamientos comunes, correlaciones que fueron además contrastadas con las respectivas ubicaciones de los pozos dentro del dominio, para evitar relacionar pozos por motivos puramente numéricos y sin una razón física aparente. Por sobre la presencia de una correlación generalizada, atribuida a la acotada extensión del dominio, se diferenciaron 5 sectores con comportamientos específicos, los cuales se muestran en la Figura 6.1 y cuyos nombres fueron definidos por el autor.

Tabla 6.1: Parte de matriz de correlación cruzada para series de cota piezométrica observada (desfase 0). Se incluyen colores para facilitar la visualización de las correlaciones. La matriz completa se incluye en Anexo III-A.

Pozo	2002	2008	2023	2025	2032	2042	2053	2057	2058	2059	2062	2066	2069	2070	2072	2080	2093	2094	2095	2096	2101	2102	2104	2109	2112	2117	2119
2002		0.92	0.96	0.91	0.92	0.80	0.84	0.63	0.16	0.84	0.73	0.05	0.38	0.44	0.93	0.83	0.38	0.65	0.78	0.72	0.76	0.74	0.92	0.77	0.76	0.74	0.91
2008	0.92		0.90	0.98	0.86	0.91	0.91	0.72	0.09	0.78	0.81	-0.05	0.44	0.46	0.94	0.91	0.48	0.79	0.91	0.82	0.90	0.78	0.94	0.89	0.89	0.83	0.95
2023	0.96	0.90		0.88	0.94	0.77	0.82	0.61	0.21	0.85	0.69	0.07	0.38	0.43	0.92	0.81	0.40	0.63	0.75	0.69	0.73	0.72	0.89	0.72	0.71	0.72	0.89
2025	0.91	0.98	0.88		0.84	0.92	0.92	0.74	0.11	0.75	0.81	-0.02	0.36	0.41	0.94	0.92	0.43	0.79	0.91	0.81	0.90	0.78	0.94	0.89	0.89	0.82	0.96
2032	0.92	0.86	0.94	0.84		0.74	0.80	0.58	0.22	0.87	0.65	0.09	0.37	0.43	0.88	0.77	0.39	0.60	0.73	0.68	0.70	0.71	0.85	0.69	0.68	0.72	0.84
2042	0.80	0.91	0.77	0.92	0.74		0.94	0.78	0.06	0.66	0.82	-0.08	0.39	0.38	0.87	0.97	0.47	0.90	0.98	0.82	0.98	0.71	0.90	0.93	0.95	0.86	0.90
2053	0.84	0.91	0.82	0.92	0.80	0.94		0.85	0.22	0.73	0.86	-0.01	0.38	0.42	0.92	0.97	0.36	0.84	0.95	0.78	0.93	0.76	0.93	0.91	0.90	0.82	0.88
2057	0.63	0.72	0.61	0.74	0.58	0.78	0.85		0.37	0.53	0.92	-0.02	0.45	0.53	0.74	0.83	0.10	0.76	0.84	0.73	0.81	0.64	0.76	0.86	0.82	0.70	0.66
2058	0.16	0.09	0.21	0.11	0.22	0.06	0.22	0.37		0.19	0.33	0.46	0.30	0.48	0.21	0.17	-0.22	0.05	0.10	0.20	0.04	0.23	0.18	0.15	0.06	0.25	0.06
2059	0.84	0.78	0.85	0.75	0.87	0.66	0.73	0.53	0.19		0.61	0.08	0.38	0.43	0.83	0.69	0.36	0.56	0.66	0.60	0.63	0.66	0.79	0.61	0.59	0.65	0.77
2062	0.73	0.81	0.69	0.81	0.65	0.82	0.86	0.92	0.33	0.61		0.05	0.53	0.64	0.84	0.86	0.19	0.71	0.87	0.84	0.84	0.71	0.85	0.92	0.88	0.77	0.76
2066	0.05	-0.05	0.07	-0.02	0.09	-0.08	-0.01	-0.02	0.46	0.08	0.05		-0.08	0.12	0.10	-0.02	-0.29	-0.18	-0.13	-0.05	-0.17	-0.01	0.08	-0.09	-0.12	0.08	-0.01
2069	0.38	0.44	0.38	0.36	0.37	0.39	0.38	0.45	0.30	0.38	0.53	-0.08		0.84	0.40	0.41	0.45	0.39	0.43	0.63	0.41	0.46	0.40	0.50	0.48	0.53	0.32
2070	0.44	0.46	0.43	0.41	0.43	0.38	0.42	0.53	0.48	0.43	0.64	0.12	0.84		0.48	0.43	0.20	0.29	0.44	0.62	0.40	0.49	0.48	0.53	0.46	0.50	0.35
2072	0.93	0.94	0.92	0.94	0.88	0.87	0.92	0.74	0.21	0.83	0.84	0.10	0.40	0.48		0.91	0.35	0.71	0.87	0.77	0.85	0.78	0.99	0.86	0.83	0.79	0.94
2080	0.83	0.91	0.81	0.92	0.77	0.97	0.97	0.83	0.17	0.69	0.86	-0.02	0.41	0.43	0.91		0.41	0.86	0.96	0.78	0.95	0.72	0.93	0.92	0.92	0.81	0.90
2093	0.38	0.48	0.40	0.43	0.39	0.47	0.36	0.10	-0.22	0.36	0.19	-0.29	0.45	0.20	0.35	0.41		0.44	0.43	0.44	0.46	0.45	0.37	0.39	0.45	0.45	0.45
2094	0.65	0.79	0.63	0.79	0.60	0.90	0.84	0.76	0.05	0.56	0.71	-0.18	0.39	0.29	0.71	0.86	0.44		0.90	0.71	0.90	0.62	0.74	0.83	0.84	0.77	0.76
2095	0.78	0.91	0.75	0.91	0.73	0.98	0.95	0.84	0.10	0.66	0.87	-0.13	0.43	0.44	0.87	0.96	0.43	0.90		0.84	0.99	0.71	0.89	0.96	0.95	0.85	0.88
2096	0.72	0.82	0.69	0.81	0.68	0.82	0.78	0.73	0.20	0.60	0.84	-0.05	0.63	0.62	0.77	0.78	0.44	0.71	0.84		0.81	0.77	0.78	0.90	0.88	0.91	0.74
2101	0.76	0.90	0.73	0.90	0.70	0.98	0.93	0.81	0.04	0.63	0.84	-0.17	0.41	0.40	0.85	0.95	0.46	0.90	0.99	0.81		0.69	0.87	0.95	0.95	0.82	0.88
2102	0.74	0.78	0.72	0.78	0.71	0.71	0.76	0.64	0.23	0.66	0.71	-0.01	0.46	0.49	0.78	0.72	0.45	0.62	0.71	0.77	0.69		0.77	0.72	0.72	0.78	0.73
2104	0.92	0.94	0.89	0.94	0.85	0.90	0.93	0.76	0.18	0.79	0.85	0.08	0.40	0.48	0.99	0.93	0.37	0.74	0.89	0.78	0.87	0.77		0.88	0.87	0.79	0.94
2109	0.77	0.89	0.72	0.89	0.69	0.93	0.91	0.86	0.15	0.61	0.92	-0.09	0.50	0.53	0.86	0.92	0.39	0.83	0.96	0.90	0.95	0.72	0.88		0.98	0.85	0.85
2112	0.76	0.89	0.71	0.89	0.68	0.95	0.90	0.82	0.06	0.59	0.88	-0.12	0.48	0.46	0.83	0.92	0.45	0.84	0.95	0.88	0.95	0.72	0.87	0.98		0.86	0.84
2117	0.74	0.83	0.72	0.82	0.72	0.86	0.82	0.70	0.25	0.65	0.77	0.08	0.53	0.50	0.79	0.81	0.45	0.77	0.85	0.91	0.82	0.78	0.79	0.85	0.86		0.76
2119	0.91	0.95	0.89	0.96	0.84	0.90	0.88	0.66	0.06	0.77	0.76	-0.01	0.32	0.35	0.94	0.90	0.45	0.76	0.88	0.74	0.88	0.73	0.94	0.85	0.84	0.76	

^{6.1}Las series fueron normalizadas por sus promedios, es decir, $\sum_t CPiez^t = 0$. La condición anterior no modifica los resultados de la matriz, sin embargo facilita la comparación visual entre series.

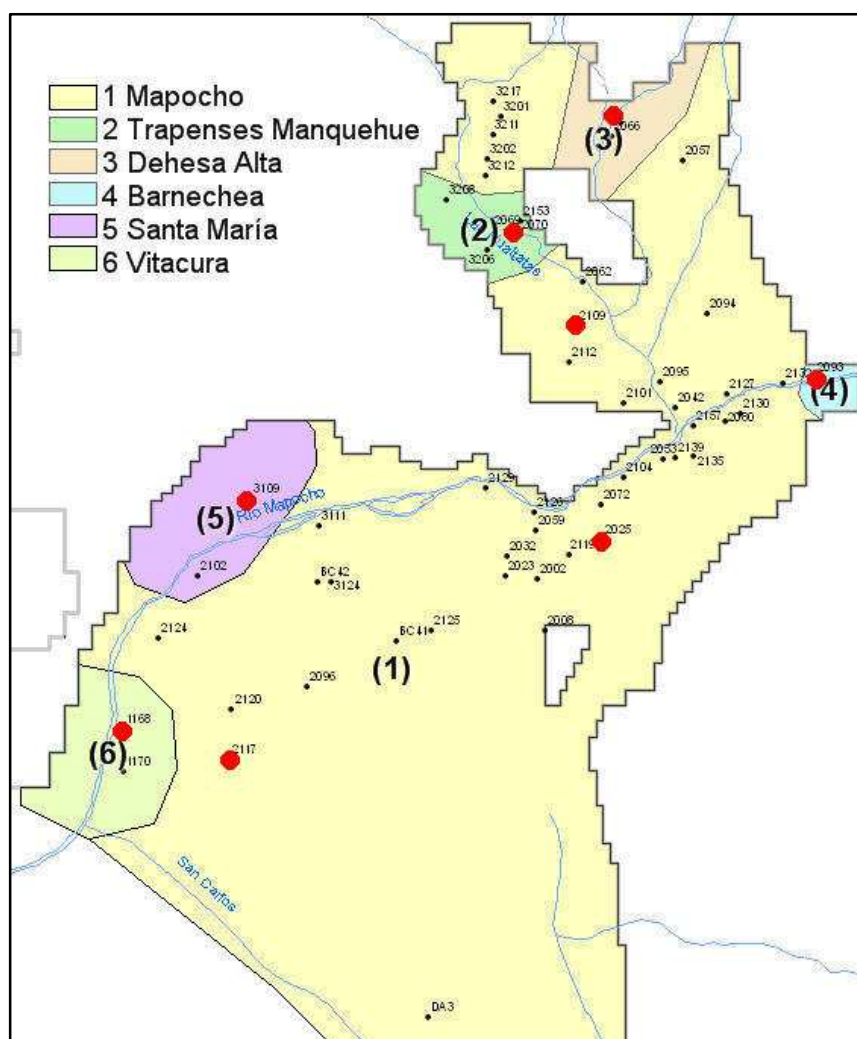


Figura 6.1: Zonas de comportamiento homogéneo detectadas para series de cotas piezométricas observadas. Se destacan los pozos cuyas series de muestran en las figuras siguientes.

No es objetivo de este trabajo una revisión exhaustiva del comportamiento hidrogeológico del sector, sin embargo es posible asociar cada zona homogénea identificada a una(s) condicionante(s) principal(es) responsable(s) de su comportamiento, entendiendo que probablemente todas las zonas estén afectadas en parte por todas las condicionantes en distinto grado.

La zona generalizada de comportamiento común denominada Mapocho (zona 1), tendría como principales influencias la hidrología superficial, en especial del río Mapocho, y en menor medida del estero Hualtatas y cauces menores sumada a la influencia que ejercería la explotación estacional de los pozos del sector, como fue comentado en la última parte del Capítulo 4. La Figura 6.2 muestra series de niveles de pozos ubicados en las zonas alta, media y baja del dominio dentro de la zona homogénea 1 observándose comportamientos comunes, situación que justifica asociarlos a una única zona.

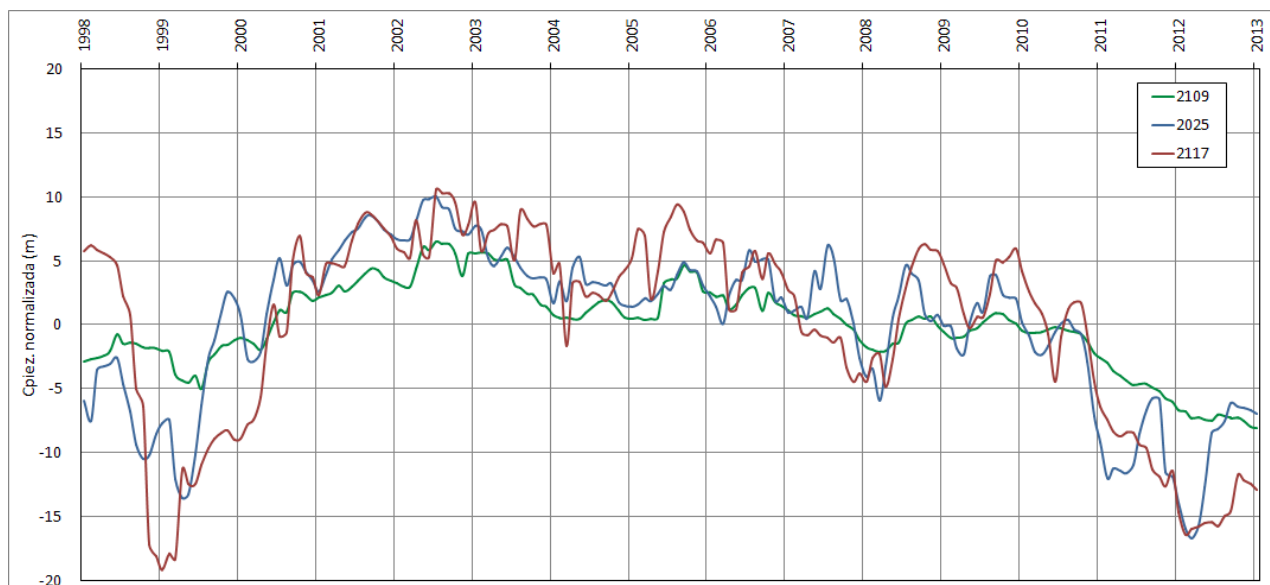


Figura 6.2: Series de cotas piezométricas normalizadas por sus promedios ($\bar{x} = 0$) de tres pozos ubicados en diferentes sectores de la zona homogénea 1. Pozo 2109 San Rafael 1, ubicado en sector La Dehesa (sector alto), Pozo 2025 Lo Fontecilla, ubicado en sector Tabancura (sector medio) y Pozo 2117 Vespucio Riesco, ubicado en sector Américo Vespucio Norte (sector bajo).

En la zona alta, es posible distinguir dos sectores con comportamientos específicos diferentes, los cuales se han identificado con los números 2 y 3. En el sector denominado Trapenses-Manquehue (zona 2), se observa una menor oscilación de niveles la cual estaría explicada por la presencia del cerro Del Medio y la reportada existencia de un peralte localizado del basamento (AQUALOGY, 2014; PUC, 1998). Por otro lado, en el sector denominado Dehesa Alta (zona 3), se observan comportamientos y tendencias diferentes al resto del dominio, probablemente debido a la presencia estabilizadora del tranque La Dehesa de Aguas Andinas y sus posibles filtraciones subterráneas. La Figura 6.3 muestra series de niveles de 2 pozos pertenecientes a los sectores anteriormente descritos, en la que además se incluye un tercer pozo perteneciente a la pequeña zona denominada Barnechea (zona 4), la cual mostraría el comportamiento del acuífero del río Mapocho antes de entrar al valle y aún no influenciada por el flujo subterráneo del sector La Dehesa.

En la zona baja del dominio se distingue el sector denominado Santa María (zona 5), cuyas grandes oscilaciones en los niveles de napa estarían influenciadas por las oscilaciones usuales del río Mapocho, sin el efecto estabilizador del flujo regional debido a una disminución del espesor del acuífero. Por último se observa un sector denominado Vitacura (zona 6), el cual es una pequeña vecindad de comportamiento singular, donde la presencia del cerro San Luis y un probable peralte del basamento, antes de la llegada del canal San Carlos al río Mapocho, explicarían la ausencia observada de oscilaciones importantes. La Figura 6.4 muestra series de niveles de dos pozos pertenecientes a los sectores recién descritos.

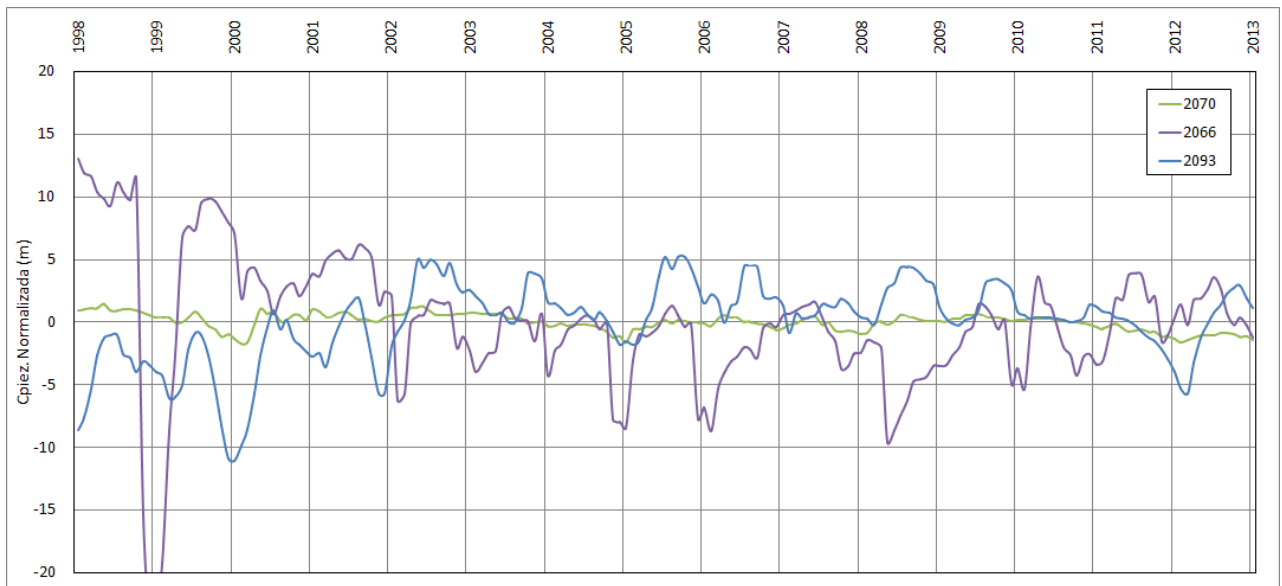


Figura 6.3: Series de cotas piezométricas normalizadas por sus promedios ($\bar{x} = 0$) de tres pozos ubicados en zonas homogéneas 2, 3 y 4. Pozo 2070 Parque Hermoso 3, ubicado en sector La Dehesa a un costado del estero Hualtatas y del cerro Del Medio (zona 2), pozo 2066 Los Nogales 3, ubicado aguas abajo del tranque La Dehesa de Aguas Andinas (zona 3) y pozo 2093 Barnechea 3, ubicado a un costado del río Mapocho a 650 m aguas abajo del puente San Enrique (zona 4).

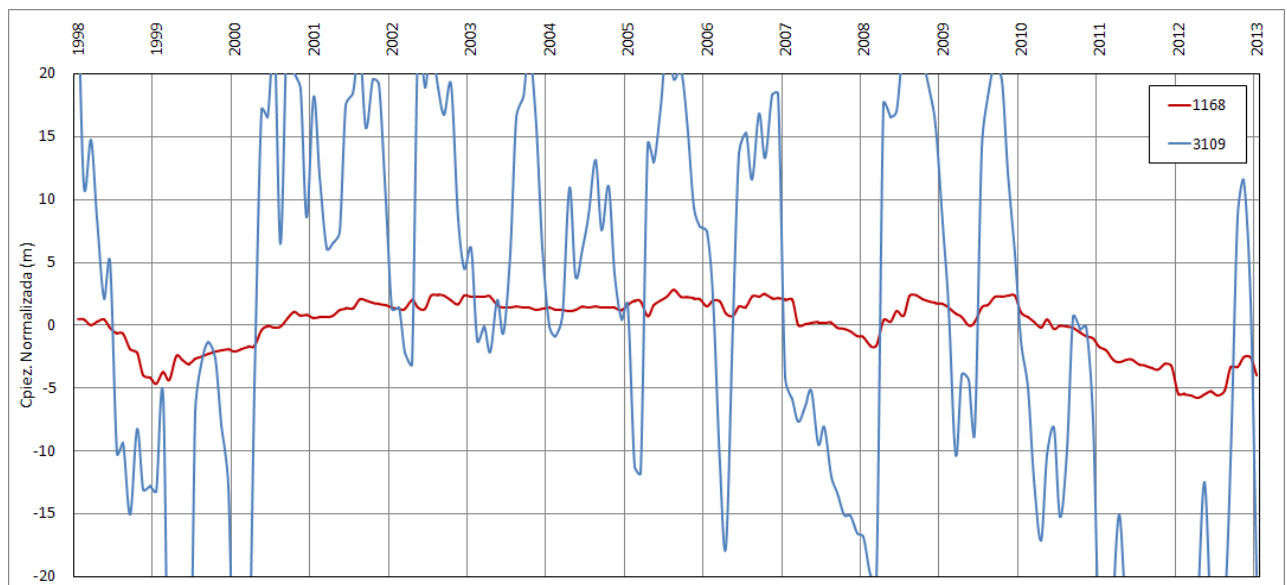


Figura 6.4: Series de cotas piezométricas normalizadas por sus promedios ($\bar{x} = 0$) de dos pozos ubicados en zonas homogéneas 5 y 6. Pozo 3109 Santa María 9, ubicado en el sector Santa María de Manquehue en la ribera derecha del río Mapocho (zona 5) y pozo 1168 Vitacura 1, ubicado en medio del Parque Bicentenario en la comuna de Vitacura (zona 6). Se observa una gran diferencia de oscilaciones para dos pozos ubicados a metros del río Mapocho.

Los análisis de las series de niveles de los pozos de observación DGA considerados en los capítulos anteriores, BC41 Kennedy 6774, BC42 Manizales 1980 y DA3 Country Club, este último reemplazado por Estadio Corfo, tuvieron diferentes resultados. Los dos primeros mostraron series que no pudieron correlacionarse en forma aceptable con el resto de los pozos,

por lo que se decidió no considerarlos. Notar en la Figura 6.1 que ambos pozos BC41 y BC42 están muy cerca de los pozos 3124 Santa María 24 y 2125 Kennedy Tranqueras de Aguas Andinas respectivamente, cuyos registros se consideran más confiables, por lo que sus eliminaciones no afectan la caracterización del lugar. Por otro lado el pozo DA3 mostró una buena correlación con la zona 1, siendo además el único pozo disponible en esa zona baja del dominio.

6.2. Series modeladas

En el Capítulo 3 se presentaron las series de cotas piezométricas simuladas por MBF actualizado, en adelante series simuladas.

Similar análisis al realizado a las series observadas, se efectuó a estas series simuladas^{6.2}, verificando una mayor correlación global, lo que demuestra una mayor “suavidad espacial” en los resultados, característica propia de la modelación hidrogeológica tradicional. La Tabla 6.2 muestra parte de matriz de correlación cruzada para series de cota piezométrica simulada por el MBF.

Tabla 6.2: Parte de matriz de correlación cruzada para series de cota piezométrica simulada por MBF (desfase 0). Se incluyen colores para facilitar la visualización de las correlaciones. La matriz completa se incluye en Anexo III-B.

Pozo	2002	2008	2023	2025	2032	2042	2053	2057	2058	2059	2062	2066	2069	2070	2072	2080	2093	2094	2095	2096	2101	2102	2104	2109	2112	2117	2119
2002		1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	0.88	0.84	1.00	0.97	0.86	0.91	0.92	0.99	0.98	0.83	0.99	0.99	0.96	1.00	0.97	0.99	0.98	0.97	0.96	1.00
2008	1.00		1.00	0.99	1.00	0.98	0.97	0.90	0.86	0.99	0.96	0.88	0.91	0.91	0.98	0.97	0.80	0.98	0.98	0.97	0.99	0.97	0.98	0.98	0.98	0.96	1.00
2023	1.00	1.00		1.00	1.00	0.98	0.98	0.89	0.85	1.00	0.97	0.87	0.91	0.92	0.99	0.98	0.82	0.99	0.99	0.97	1.00	0.97	0.99	0.98	0.97	0.96	1.00
2025	1.00	0.99	1.00		1.00	0.99	0.99	0.87	0.82	1.00	0.97	0.85	0.92	0.92	1.00	0.99	0.86	1.00	1.00	0.96	1.00	0.97	1.00	0.97	0.96	0.95	1.00
2032	1.00	1.00	1.00	1.00		0.99	0.99	0.87	0.83	1.00	0.97	0.86	0.92	0.92	1.00	0.99	0.85	0.99	0.99	0.96	1.00	0.97	0.99	0.97	0.96	0.96	1.00
2042	0.99	0.98	0.98	0.99	0.99		1.00	0.83	0.78	0.99	0.96	0.81	0.91	0.92	1.00	1.00	0.90	1.00	1.00	0.94	0.99	0.95	1.00	0.95	0.93	0.93	0.99
2053	0.99	0.97	0.98	0.99	0.99	1.00		0.83	0.79	1.00	0.96	0.81	0.91	0.92	1.00	1.00	0.91	1.00	1.00	0.94	0.99	0.96	1.00	0.95	0.93	0.94	0.99
2057	0.88	0.90	0.89	0.87	0.87	0.83	0.83		0.97	0.86	0.88	0.97	0.85	0.86	0.85	0.81	0.59	0.85	0.84	0.88	0.88	0.86	0.83	0.93	0.94	0.87	0.87
2058	0.84	0.86	0.85	0.82	0.83	0.78	0.79	0.97		0.82	0.87	1.00	0.86	0.86	0.81	0.77	0.56	0.80	0.80	0.85	0.84	0.82	0.79	0.92	0.93	0.83	0.83
2059	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	0.86	0.82		0.97	0.84	0.92	0.92	1.00	0.99	0.87	1.00	1.00	0.96	1.00	0.97	1.00	0.97	0.96	0.95	1.00
2062	0.97	0.96	0.97	0.97	0.97	0.96	0.96	0.88	0.87	0.97		0.89	0.97	0.98	0.97	0.95	0.82	0.96	0.97	0.90	0.97	0.91	0.96	0.98	0.97	0.89	0.97
2066	0.86	0.88	0.87	0.85	0.86	0.81	0.81	0.97	1.00	0.84	0.89		0.87	0.88	0.83	0.80	0.59	0.83	0.83	0.87	0.86	0.84	0.82	0.94	0.95	0.85	0.86
2069	0.91	0.91	0.91	0.92	0.92	0.91	0.91	0.85	0.86	0.92	0.97	0.87		1.00	0.92	0.90	0.78	0.91	0.92	0.81	0.92	0.83	0.91	0.94	0.91	0.80	0.92
2070	0.92	0.91	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.86	0.86	0.92	0.98	0.88	1.00		0.92	0.91	0.78	0.92	0.92	0.82	0.93	0.83	0.92	0.94	0.92	0.81	0.92
2072	0.99	0.98	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	0.85	0.81	1.00	0.97	0.83	0.92	0.92		1.00	0.88	1.00	1.00	0.95	0.99	0.96	1.00	0.96	0.95	0.94	1.00
2080	0.98	0.97	0.98	0.99	0.99	1.00	1.00	0.81	0.77	0.99	0.95	0.80	0.90	0.91	1.00		0.92	1.00	1.00	0.93	0.99	0.95	1.00	0.94	0.92	0.93	0.99
2093	0.83	0.80	0.82	0.86	0.85	0.90	0.91	0.59	0.56	0.87	0.82	0.59	0.78	0.78	0.88	0.92		0.88	0.89	0.78	0.85	0.83	0.90	0.76	0.73	0.79	0.85
2094	0.99	0.98	0.99	1.00	0.99	1.00	1.00	0.85	0.80	1.00	0.96	0.83	0.91	0.92	1.00	1.00	0.88		1.00	0.94	1.00	0.96	1.00	0.96	0.95	0.94	0.99
2095	0.99	0.98	0.99	1.00	0.99	1.00	1.00	0.84	0.80	1.00	0.97	0.83	0.92	0.92	1.00	1.00	0.89	1.00		0.94	1.00	0.95	1.00	0.96	0.94	0.94	0.99
2096	0.96	0.97	0.97	0.96	0.96	0.94	0.94	0.88	0.85	0.96	0.90	0.87	0.81	0.82	0.95	0.93	0.78	0.94	0.94		0.95	0.99	0.94	0.94	0.95	1.00	0.96
2101	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	0.88	0.84	1.00	0.97	0.86	0.92	0.93	0.99	0.99	0.85	1.00	1.00	0.95		0.96	0.99	0.98	0.97	0.95	1.00
2102	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.95	0.96	0.86	0.82	0.97	0.91	0.84	0.83	0.83	0.96	0.95	0.83	0.96	0.95	0.99	0.96		0.96	0.93	0.93	1.00	0.97
2104	0.99	0.98	0.99	1.00	0.99	1.00	1.00	0.83	0.79	1.00	0.96	0.82	0.91	0.92	1.00	1.00	0.90	1.00	1.00	0.94	0.99	0.96		0.95	0.94	0.94	0.99
2109	0.98	0.98	0.98	0.97	0.97	0.95	0.95	0.93	0.92	0.97	0.98	0.94	0.94	0.94	0.96	0.94	0.76	0.96	0.96	0.94	0.98	0.93	0.95		1.00	0.93	0.97
2112	0.97	0.98	0.97	0.96	0.96	0.93	0.93	0.94	0.93	0.96	0.97	0.95	0.91	0.92	0.95	0.92	0.73	0.95	0.94	0.95	0.97	0.93	0.94	1.00		0.94	0.96
2117	0.96	0.96	0.96	0.95	0.96	0.93	0.94	0.87	0.83	0.95	0.89	0.85	0.80	0.81	0.94	0.93	0.79	0.94	0.94	1.00	0.95	1.00	0.94	0.93	0.94		0.95
2119	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	0.87	0.83	1.00	0.97	0.86	0.92	0.92	1.00	0.99	0.85	0.99	0.99	0.96	1.00	0.97	0.99	0.97	0.96	0.95	

La situación de alta correlación global dada por la suavidad espacial de las series simuladas, constituye una demostración de la oportunidad que posee el MCC presentado en este trabajo, pues se verifica que la modelación tradicional de base física no es capaz de capturar buena parte de los mecanismos involucrados en la hidrogeología de la zona modelada.

^{6.2}Las series también fueron normalizadas por sus promedios, es decir, $\sum_t CPiez^t = 0$.

A pesar de la correlación global, fue posible detectar algunas zonas homogéneas las cuales se muestran en la Figura 6.5, sin embargo, llama la atención la aparición de una nueva zona homogénea (zona 5) ubicada en el extremo sur del dominio, generada por la baja correlación del pozo DA3 con el resto de los pozos. Esta zona baja quedó fuera de los límites de la actualización 2004, por lo que la serie de niveles simulados del pozo DA3 representaría el comportamiento del MBF original del año 2000 (ver Capítulo 3). Las figuras 6.6 y 6.7 muestran series para pozos ubicados en las zonas detectadas.

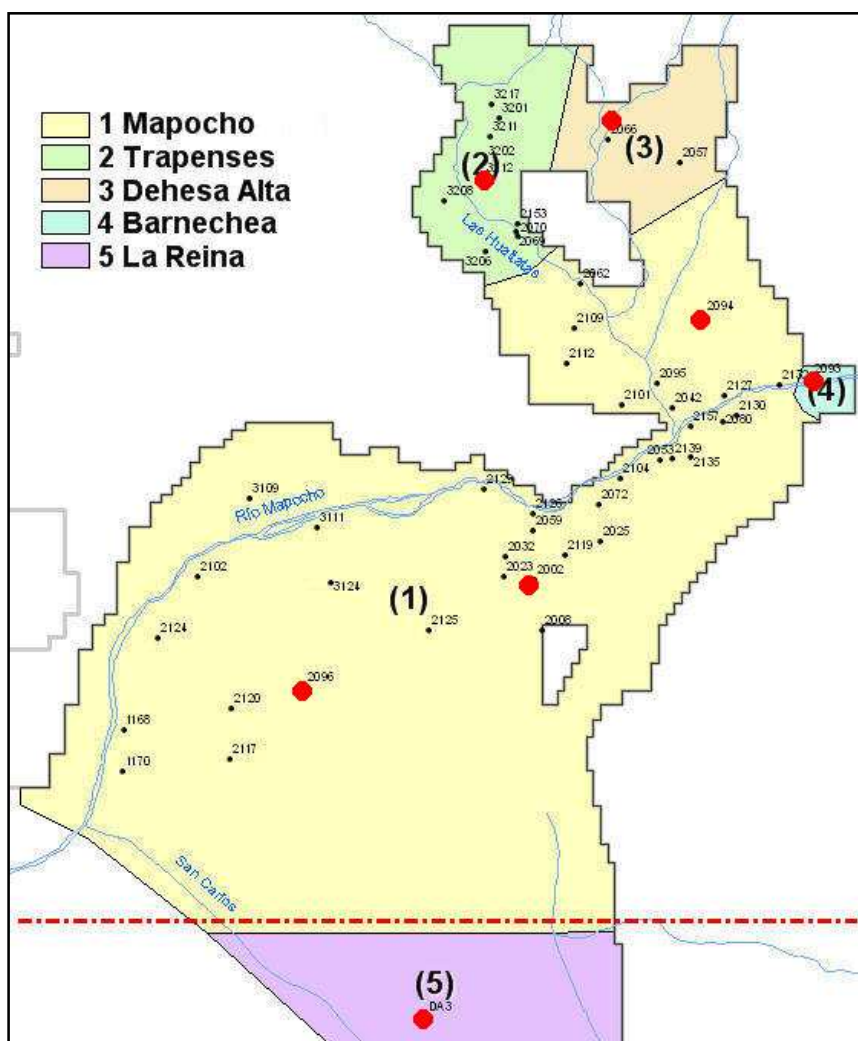


Figura 6.5: Zonas de comportamiento homogéneo para series simuladas por el MBF. La línea segmentada roja indica el límite de la actualización 2004 (ver Capítulo 3). Se destacan los pozos que se muestran en las figuras siguientes.

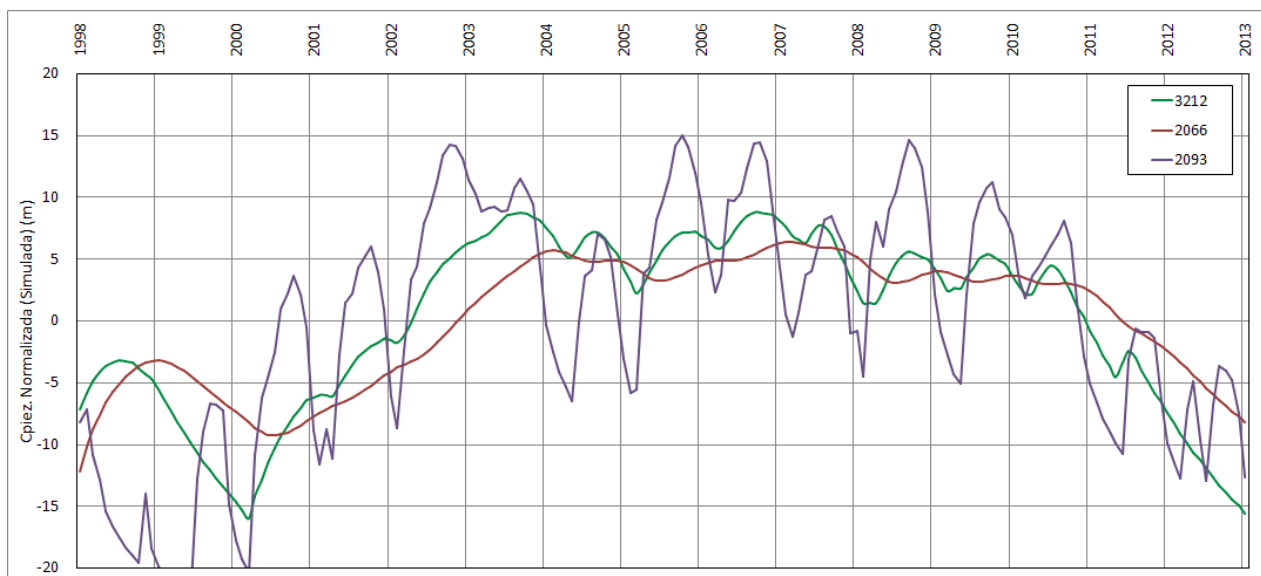


Figura 6.6: Series de cotas piezométricas normalizadas por sus promedios ($\bar{x} = 0$) de tres pozos ubicados en zonas homogéneas 2, 3 y 4. Pozo 3212 Los Trapenses 12, ubicado una cuadra al poniente del camino Los Trapenses, altura del 5000 (zona 2), pozo 2066 Los Nogales 3, ubicado aguas abajo del Tranque La Dehesa de Aguas Andinas (zona 3) y pozo 2093 Barnechea 3, ubicado a un costado del río Mapocho a 650 m aguas abajo del puente San Enrique (zona 4).

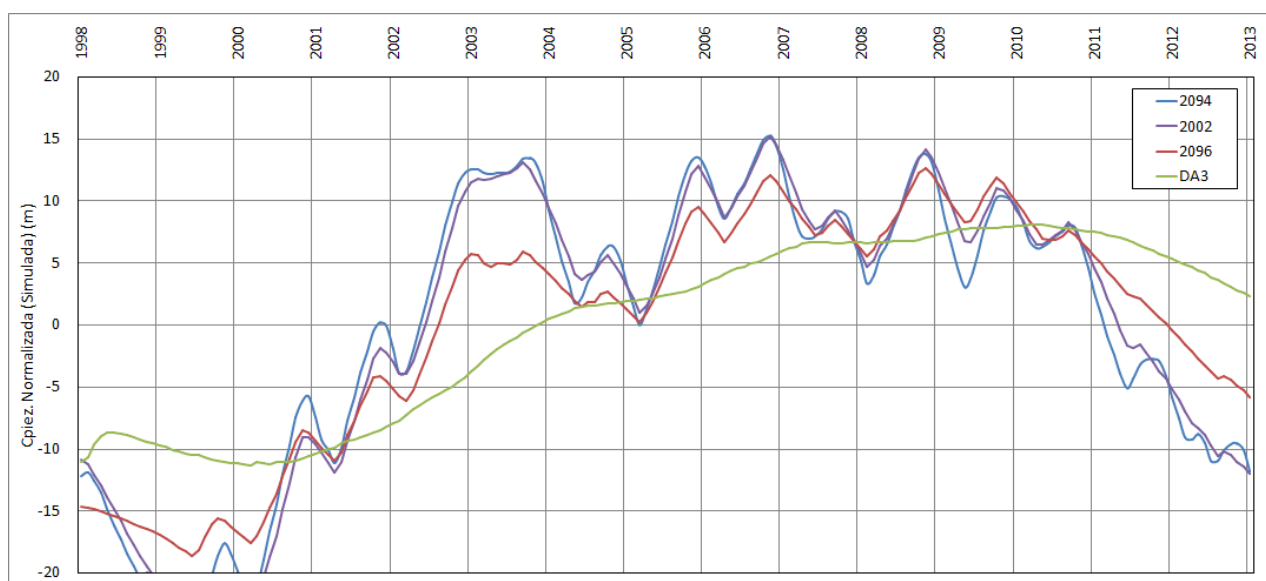


Figura 6.7: Series de cotas piezométricas normalizadas por sus promedios ($\bar{x} = 0$) de tres pozos ubicados en la zona homogénea 1 y un pozo ubicado en la zona homogénea 5. Pozo 2094 El Gabino, ubicado en la calle homónima de la comuna de La Dehesa (zona 1 sector alto), pozo 2002 Llavería 1, ubicado en la calle homónima de la comuna de Las Condes (zona 1 sector medio), pozo 2096 Kennedy Manquehue, ubicado en la Av. Kennedy a un costado del Parque Arauco (zona 1 sector bajo) y pozo DA3 Estadio Corfo (se dispone sólo de sus coordenadas, no se conoce su ubicación precisa; destaca la diferencia de comportamiento respecto del resto), (zona 5).

6.3. Series de residuos

Las series de residuos son las más importantes para el presente trabajo, por cuanto se trata de las series que se intentarán reproducir con el MCC, según el fundamento de esta técnica detallada en el Capítulo 2.

Las series de residuos corresponden a la diferencia entre las series de niveles observadas y sus correspondientes series de niveles simuladas por el MBF, por lo que también pueden ser llamadas series de errores. Para cada mes-año t se utilizó la expresión (6.1) siguiente:

$$e_i^t = O_i^t - S_i^t \quad \forall t \quad (6.1)$$

donde: e_i^t serie de residuos (o errores) para el pozo i

O_i^t serie de cotas piezométricas observadas para el pozo i

S_i^t serie de cotas piezométricas simuladas por el MBF para el pozo i .

Como ejemplo, las figuras 6.8a, 6.8b y 6.8c muestran las series de cotas piezométricas observadas y simuladas (eje principal) y de residuos (eje secundario) para tres pozos ubicados en los sectores alto, medio y bajo del dominio. El resto de los pozos se incluye en Anexo IV-A.

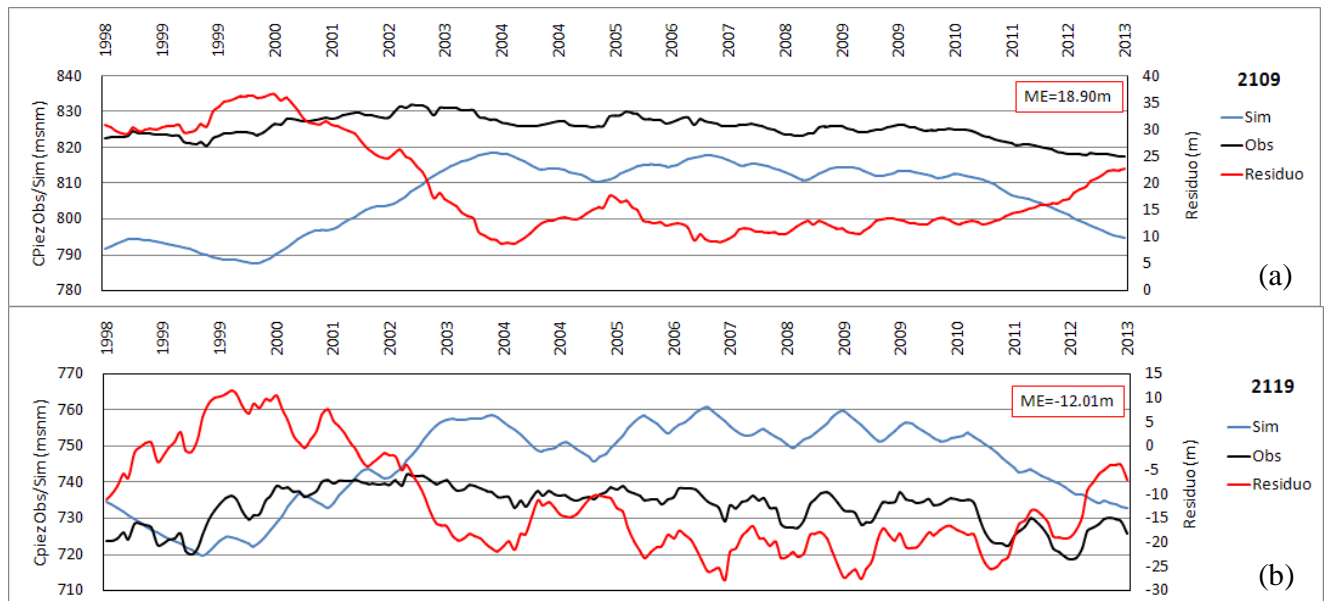


Figura 6.8: Series de cotas piezométricas observadas, simuladas y de residuos (a) pozo 2109 San Rafael 1, ubicado en el sector alto del dominio, (b) pozo 2119 Tabancura 1, ubicado en la parte media del dominio. Se incluyen los errores medios (ME) de ambas serie de residuos.

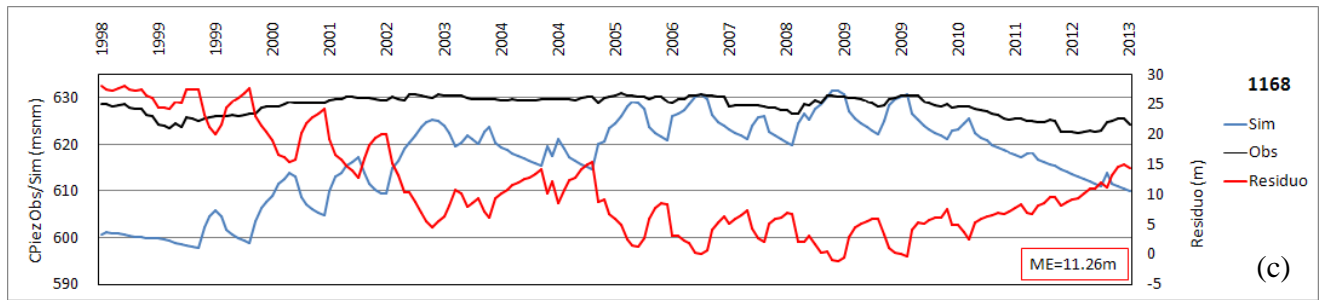


Figura 6.8 (continuación): Series de cotas piezométricas observadas, simuladas y de residuos (c) pozo 1168 Vitacura 1, ubicado en el sector bajo del dominio. Se incluye el error medio (ME) de la serie de residuos.

Uno de los primeros resultados de interés es la magnitud del error medio (ME), valores que al ser graficados espacialmente permiten construir curvas de isodiferencias como las mostradas en la Figura 6.10 de la página siguiente. Se observa como en la zona alta (Dehesa), el MBF tiende a subestimar las cotas piezométricas reales (diferencia positiva), situación especialmente notoria en la zona Dehesa Alta debida probablemente a la inexistencia del tranque La Dehesa de Aguas Andinas dentro de la representación de esa zona en el MBF. En la zona media hay una pequeña sobreestimación del MBF (diferencia negativa), que se acentúa más abajo debido probablemente a la no representación dentro del MBF de la discontinuidad geológica indicada anteriormente en Capítulo 4. Finaliza el MBF con una nueva subestimación de niveles (diferencia positiva) antes de salir del dominio de la modelación. El error medio global resultó igual a 17.4 m.

La Figura 6.9 muestra la función de distribución acumulada (CDF) para el error medio absoluto (AME) de los residuos para los 52 pozos de observación individuales, donde se observan importantes desviaciones de lo simulado por el MBF respecto a lo observado. Comparado con el AME global de 17.4 m, existen pozos con desviaciones locales apreciables. Se espera que el MCC logre desplazar esta curva hacia la izquierda, generando menores residuos.

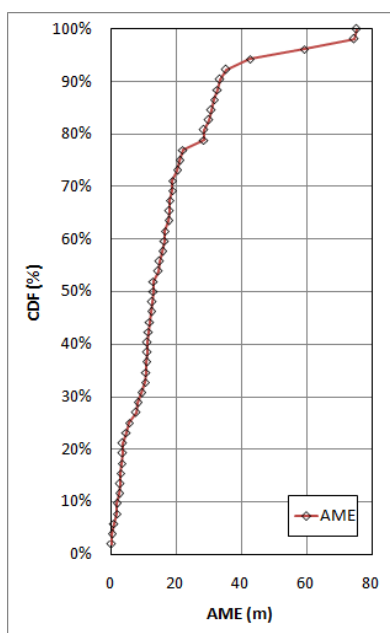


Figura 6.9: Función de distribución acumulada (CDF) para el error medio absoluto (AME) de los residuos para pozos individuales. Se observan importantes desviaciones de la simulado por el MBF respecto de lo observado.

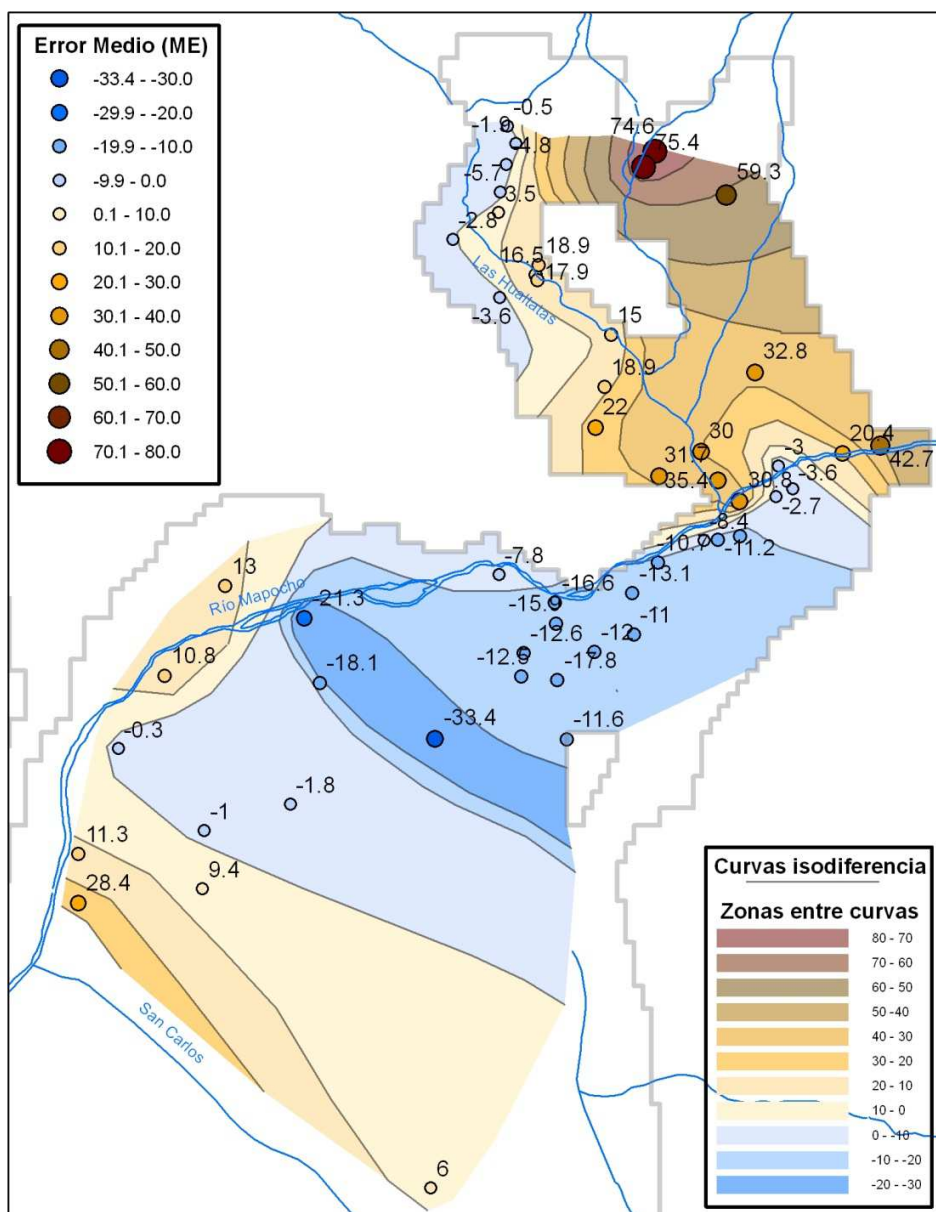


Figura 6.10: Error medio (ME) (m) en pozos de observación y curvas de isodiferencia de residuo (m). Para mayor claridad, se colorearon las zonas entre las curvas.

6.3.1 Estructura temporal

Para modelar estas series de residuos es necesario descubrir las estructuras internas temporales y espaciales que posee cada una (Demissie, 2008; Xu, 2012; Valocchi, 2013). Una serie completamente aleatoria no es posible de pronosticar (Barra, 2012), por tanto es necesario verificar la complejidad de la series de residuos obtenidas para lo cual se realizaron diversos procedimientos.

Como primer paso se verificó la normalidad de la serie de residuos, pues se espera que los errores de un MBF calibrado estén normalmente distribuidos (SEA, 2012; Xu, 2012; MODFLOW User's manual 2007). Las figuras 6.11a y 6.11b siguientes, obtenidas del software Minitab, muestran

que las series de residuos de los pozos 2117 Vespucio Riesco y 2025 Lo Fontecilla, ubicados en diferentes zonas del dominio, no se distribuyen normalmente. El estadístico Anderson-Darling (AD) resultó mayor al valor crítico^{6.3} y el valor-p menor a 0.05, lo cual implica rechazar la hipótesis nula H_0 que supone una distribución normal $N(\mu, \sigma^2)$ para los datos. Las gráficas para el resto de los pozos se incluyen en Anexo IV-B.

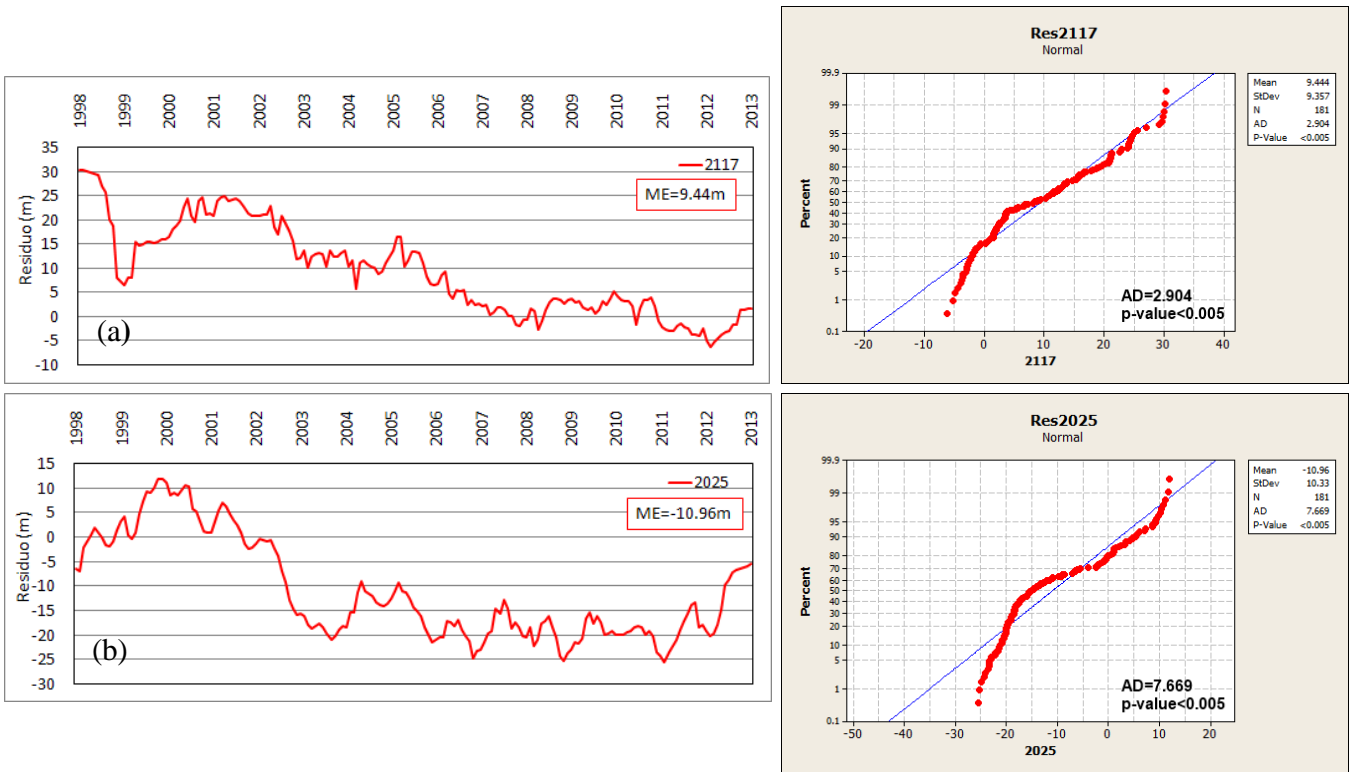


Figura 6.11a y 6.11b: Series de residuos (izquierda) y sus respectivas pruebas de normalidad rechazadas (derecha), para (a) pozo 2117 Vespucio Riesco y (b) pozo 2025 Lo Fontecilla.

Estructuras temporales se verificaron mediante funciones de autocorrelación simples (ACF), las cuales no decaen rápidamente a cero como se esperaría para series no correlacionadas temporalmente. Las figuras 6.12a y 6.12b muestran las ACF para los mismos pozos de las figuras 6.11. La correlación temporal también es examinada mediante el estadístico Durbin-Watson^{6.4} (DW), el cual relaciona los residuos en los tiempos t y $t-1$ (e^t y e^{t-1}). El estadístico DW presenta valores menores a 0.5 lo cual es indicativo de correlación temporal positiva. Las gráficas y estadísticos para el resto de los pozos se incluyen en Anexo IV-C.

^{6.3}El estadístico Anderson-Darling (AD) mide que tan bien los datos siguen una distribución en particular. Para un específico set de datos y distribución, un buen ajuste implicará un pequeño valor de este estadístico (ver Cap.5). Para distribución normal con 95% de confianza el valor crítico es 0.751.

^{6.4}Estadístico Durbin-Watson, $DW = \frac{\sum (e^t - e^{t-1})^2}{\sum (e^t)^2}$. $DW=2$ indica ausencia de correlación temporal, $DW < 2$ indica correlación positiva. En la práctica con $DW < 0.5$ se asume que existe dependencia temporal.

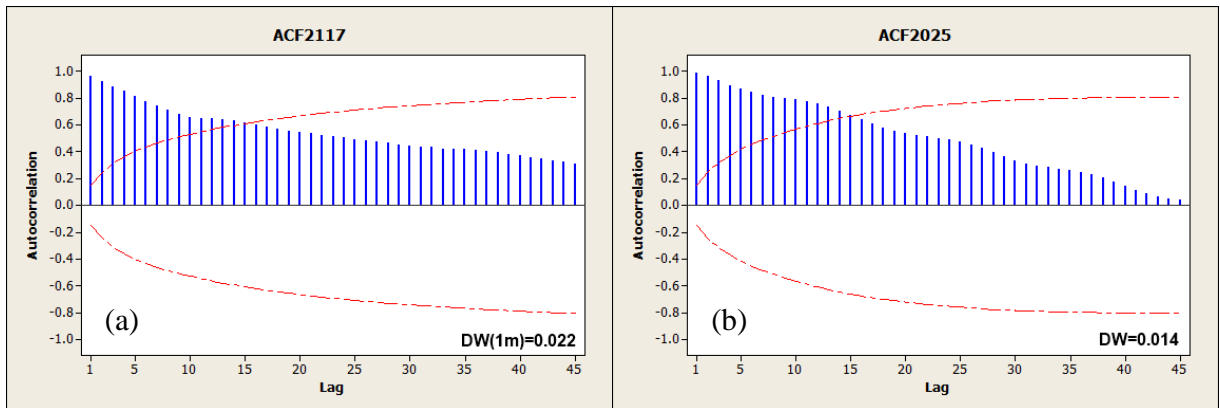


Figura 6.12a y 6.12b: Función de autocorrelación simple (ACF) de residuos con bandas de significancia 5% (software Minitab) y estadístico Durbin-Watson (DW) para mismos pozos de las figuras 6.11.

Las figuras 6.13a y 6.13b muestran las funciones de distribución acumulada (CDF) para los estadísticos AD y DW. Se espera que el MCC logre desplazar la curva (a) hacia la izquierda y la (b) hacia la derecha, generando residuos más cercanos a una distribución normal y con mayor independencia temporal.

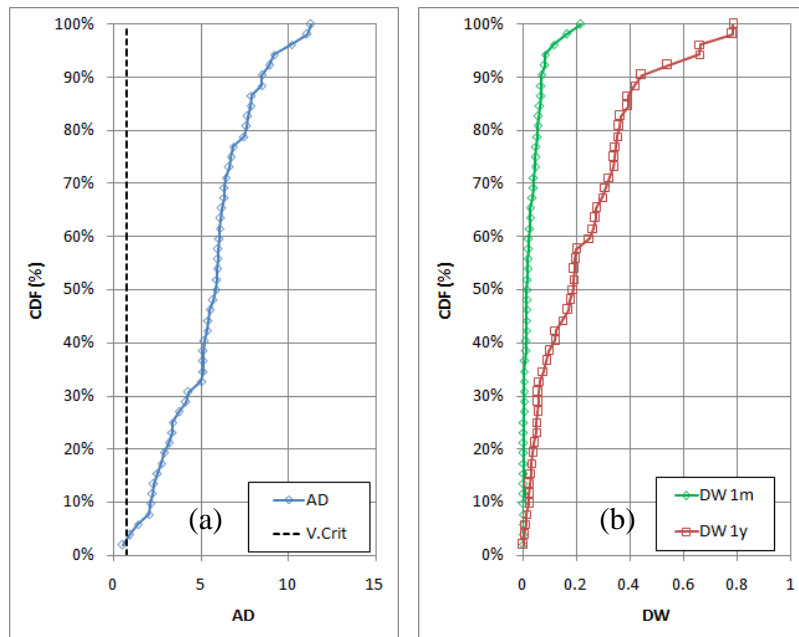


Figura 6.13a y 6.13b: CDF para los estadísticos AD (a) y DW (b) de los residuos para pozos individuales. En (a) se observa que sólo 1 pozo superó el test de normalidad. En (b) se observan dependencias temporales ($DW < 0.5$) para todos los pozos a nivel mensual y para la gran mayoría a nivel anual.

6.3.2 Estructura espacial

Como se ha visto hasta el momento, las series estudiadas poseen fluctuaciones que no parece adecuado representar mediante un enfoque determinístico. En el Capítulo 2 se señaló que la geoestadística, considera a las variables regionalizadas interpretándolas como una realización de una función aleatoria (Emery, 2007; García, 1990; Matheron, 1971), lo cual la hace indicada para aplicarla al estudio espacial de las series de residuos.

El estudio cuantitativo del análisis geoestadístico, se evaluó a través del semivariograma (SV), descrito en el Capítulo 2. Como primer paso fue necesaria la construcción de la matriz de distancias respectivas, para lo cual se utilizaron las coordenadas (x, y, z) de los 52 pozos de observación seleccionados en el Capítulo 5. La Tabla 6.3 muestra una parte de esta matriz.

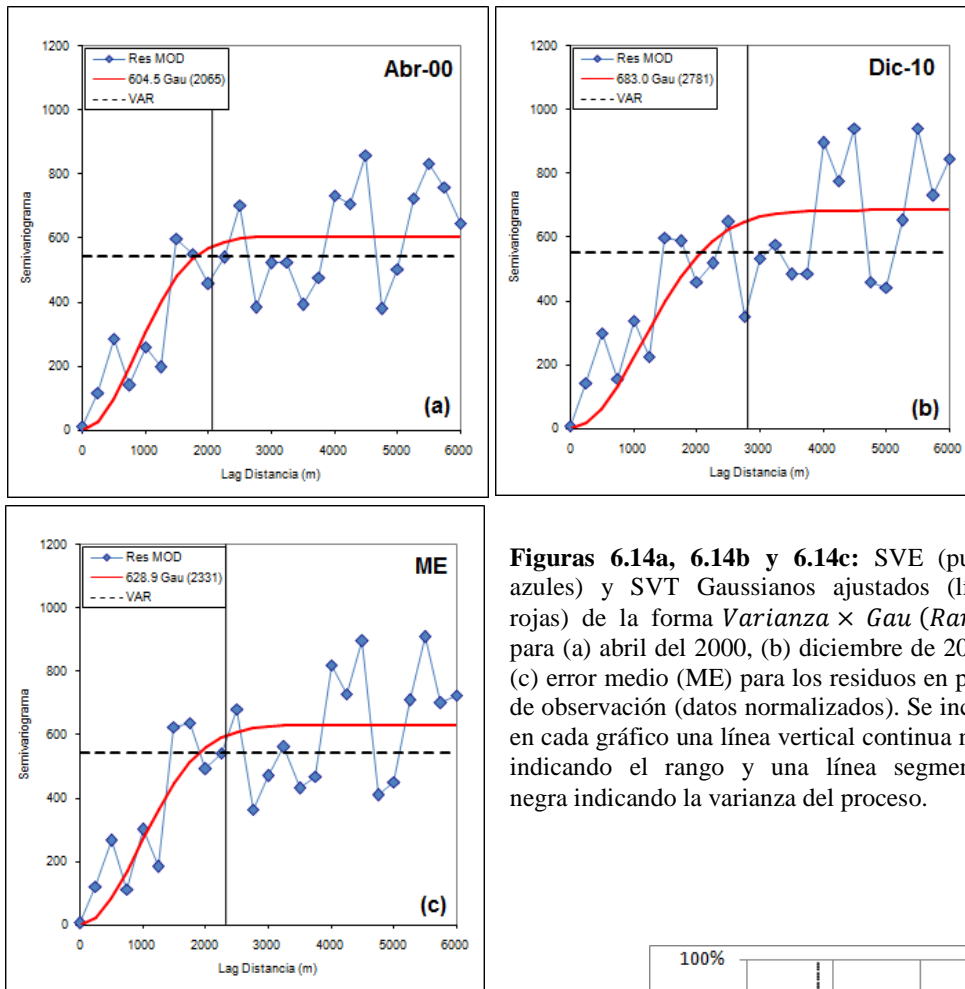
Tabla 6.3: Parte de matriz de distancias para pozos de observación. La matriz completa se incluye en Anexo IV-D.

Pozo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	
LLAVERIA1	1	0	710	431	1053	517	3042	2404	6100	6387	673	4150	6178	4821	4754	1362	3390	4738	4342	3201	3499	2706	4664	1837	3527	3034	4888	550
PUNTA DEL ESTE 1	2	710	0	922	1470	1146	3556	2866	6732	7059	1379	4829	6853	5527	5459	1898	3802	5097	4893	3763	3377	3308	4837	2358	4206	3716	4678	1086
ROSA ELENA KENNEDY 10	3	431	922	0	1421	277	3294	2703	6212	6434	751	4193	6219	4772	4707	1645	3702	5066	4551	3413	3137	2885	4236	2110	3576	3083	4549	911
LO FONTECILLA	4	1053	1470	1421	0	1327	2088	1398	5337	5748	930	3572	5555	4431	4361	495	2357	3690	3432	2314	4547	1908	5590	905	2964	2503	5941	511
LO MATTAS	5	517	1146	277	1327	0	3087	2527	5949	6161	524	3920	5945	4495	4430	1474	3530	4901	4320	3186	3300	2647	4268	1925	3304	2812	4726	839
LAS HUALTATAS 5	6	3042	3556	3294	2088	3087	0	731	3390	3980	2563	2144	3823	3262	3196	1681	722	1972	1356	393	6369	700	6965	1207	1744	1582	7805	2510
SAN FRANCISCO 6	7	2404	2866	2703	1398	2527	731	0	4109	4657	2012	2678	4489	3733	3664	1058	1003	2377	2084	1050	5826	930	6601	606	2170	1858	7249	1858
ESTANQUE LA DEHESA	8	6100	6732	6212	5337	5949	3390	4109	0	998	5475	2153	1038	2456	2459	4859	3632	3489	2132	3065	8897	3433	8779	4439	2699	3168	10321	5647
LOS NOGALES 1	9	6387	7059	6434	5748	6161	3980	4657	998	0	5730	2242	231	2039	2070	5256	4350	4402	2883	3613	8881	3859	8524	4885	2862	3356	10272	5988
VITACURA 0	10	673	1379	751	930	524	2563	2012	5475	5730	0	3489	5518	4148	4081	971	3015	4389	3802	2665	3818	2134	4690	1408	2868	2374	5248	562
LAS PATAGUAS 2	11	4150	4829	4193	3572	3920	2144	2678	2153	2242	3489	0	2029	1144	1084	3078	2748	3456	1764	1753	6751	1772	6669	2761	623	1116	8171	3769
LOS NOGALES 3	12	6178	6853	6219	5555	5945	3823	4489	1038	231	5518	2029	0	1811	1841	5062	4220	4337	2772	3450	8651	3674	8296	4699	2651	3144	10042	5786
PARQUE HERMOSO 2	13	4821	5527	4772	4431	4495	3262	3733	2456	2039	4148	1144	1811	0	71	3951	3888	4566	2849	2877	6929	2804	6486	3713	1563	1948	8293	4531
PARQUE HERMOSO 3	14	4754	5459	4707	4361	4430	3196	3664	2459	2070	4081	1084	1841	71	0	3881	3825	4514	2799	2812	6880	2735	6455	3643	1494	1878	8247	4462
PREDECANTADORES 2	15	1362	1898	1645	495	1474	1681	1058	4859	5256	971	3078	5062	3951	3881	0	2059	3427	2999	1866	4771	1426	5637	475	2472	2016	6191	830
SAN ANTONIO 6	16	3390	3802	3702	2357	3530	722	1003	3632	4350	3015	2748	4220	3888	3825	2059	0	1376	1499	1042	6829	1415	7566	1608	2421	2299	8250	2840
BARNECHEA 3	17	4738	5097	5066	3690	4901	1972	2377	3489	4402	4389	3456	4337	4566	4514	3427	1376	0	1724	2130	8198	2651	8924	2983	3346	3387	9614	4188
EL GABINO	18	4342	4893	4551	3432	4320	1356	2084	2132	2883	3802	1764	2772	2849	2799	2999	1499	1724	0	1141	7532	1677	7878	2535	1792	2001	8976	3827
EL ROBLE	19	3201	3763	3413	2314	3186	393	1050	3065	3613	2665	1753	3450	2877	2812	1866	1042	2130	1141	0	6425	575	6900	1410	1381	1285	7868	2691
KENNEDY MANQUEHUE	20	3499	3377	3137	4547	3300	6369	5826	8897	8881	3818	6751	8651	6929	6880	4771	6829	8198	7532	6425	0	5861	2133	5225	6204	5758	1445	4037
LOS SAUCES	21	2706	3308	2885	1908	2647	700	930	3433	3859	2134	1772	3674	2804	2735	1426	1415	2651	1677	575	5861	0	6330	1027	1241	950	7305	2224
LUIS CARRERA	22	4664	4837	4236	5590	4268	6965	6601	8779	8524	4690	6669	8296	6486	6455	5637	7566	8924	7878	6900	2133	6330	0	6009	6248	5904	2568	5107
PREDECANTADORES 7	23	1837	2358	2110	905	1925	1207	606	4439	4885	1408	2761	4699	3713	3643	475	1608	2983	2535	1410	5225	1027	6009	0	2180	1767	6651	1303
SAN RAFAEL 1	24	3527	4206	3576	2964	3304	1744	2170	2699	2862	2868	623	2651	1563	1494	2472	2421	3346	1792	1381	6204	1241	6248	2180	0	494	7634	3148
SAN RAFAEL 4	25	3034	3716	3083	2503	2812	1582	1858	3168	3356	2374	1116	3144	1948	1878	2016	2299	3387	2001	1285	5758	950	5904	1767	494	0	7194	2664
VESPUCIO RIESCO	26	4888	4678	4549	5941	4726	7805	7249	10321	10272	5248	8171	10042	8293	8247	6191	8250	9614	8976	7868	1445	7305	2568	6651	7634	7194	0	5434
TABANCURA 1	27	550	1086	911	511	839	2510	1858	5647	5988	562	3769	5786	4531	4462	830	2840	4188	3827	2691	4037	2224	5107	1303	3148	2664	5434	0

Las figuras 6.14a, 6.14b y 6.14c muestran semivariogramas experimentales (SVE)^{6.5} para los residuos para dos fechas cualquiera dentro del dominio temporal (abr-00 y dic-10) y para el error medio (ME). Se ajustaron semivariogramas teóricos (SVT) Gaussianos los cuales se incluyen en las mismas figuras anteriores junto a sus parámetros en la forma $Varianza \times Gau(Rango)$. Los rangos observados en los SVT, 2065 m (abr-00), 2781 m (dic-10) y 2331 m (ME), mucho mayores a 817 m correspondiente a la distancia promedio^{6.6} entre los pozos de observación, sugieren la presencia de correlaciones espaciales.

^{6.5}Los SVEs utilizados consideraron $\Delta h = 250$ m.

^{6.6}Es el promedio global de los promedios entre las 3 menores distancias a cada pozo.



Figuras 6.14a, 6.14b y 6.14c: SVE (puntos azules) y SVT Gaussianos ajustados (líneas rojas) de la forma $Varianza \times Gau(Rango)$ para (a) abril del 2000, (b) diciembre de 2010 y (c) error medio (ME) para los residuos en pozos de observación (datos normalizados). Se incluye en cada gráfico una línea vertical continua negra indicando el rango y una línea segmentada negra indicando la varianza del proceso.

La Figura 6.15 muestra la función de distribución acumulada (CDF) (en % de pasos de tiempo) para los rangos de los SVT Gaussianos ajustados. Se observa a todos los periodos de tiempo con rangos mayores a la distancia media entre pozos, lo cual indica presencia de correlación espacial en todo el dominio temporal, cuyo motivo principal sería la suavidad que los resultados de las series simuladas por el MBF le traspasó a las series de residuos. En Anexo IV-E se incluye archivo que genera los SVE y SVT que se deseen.

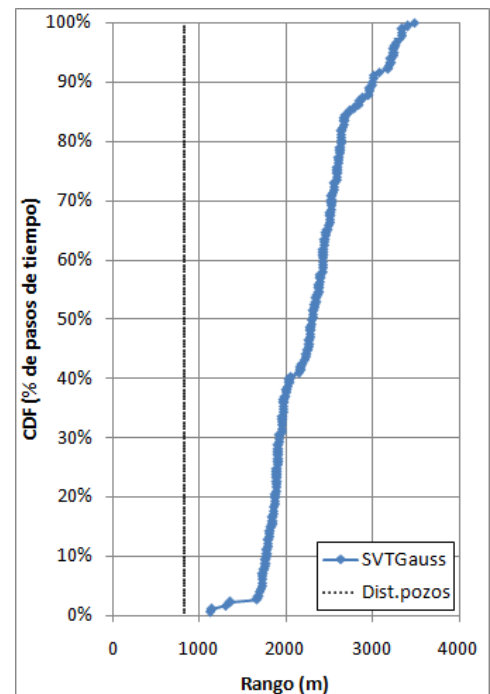


Figura 6.15: CDF para los rangos de los SVT Gaussianos ajustados a todo el dominio temporal. Se observan rangos siempre mayores a la distancia promedio entre pozos.

7. Modelo de Corrección Complementaria (MCC)

El Modelo de Corrección Complementaria (MCC) busca mejorar los resultados de la modelación subterránea corrigiendo las diferencias observadas (residuos) entre las simulaciones de un Modelo de Base Física (MBF) y la realidad observada.

Concretamente se busca reproducir matemáticamente los residuos mediante modelación externa para agregar esta nueva serie generada a la cota piezométrica simulada por el MBF, consiguiendo obtener un valor final más cercano a la cota piezométrica observada. La lógica general del proceso para cada pozo i y tiempo t es la siguiente:

- 1) Del Capítulo 6 se sabe que $e_i^t = O_i^t - S_i^t \quad \forall t$ por tanto $O_i^t = S_i^t + e_i^t$.
donde: e_i^t serie de residuos, O_i^t serie observada y S_i^t serie simulada por el MBF
- 2) Se estudian los e_i^t y mediante MCC se generan nuevos residuos \hat{e}_i^t tal que $e_i^t - \hat{e}_i^t \rightarrow 0$.
- 3) Se suman estos nuevos residuos a la serie simulada, obteniendo una nueva serie simulada corregida $\hat{S}_i^t = S_i^t + \hat{e}_i^t$.
- 4) Se espera que la serie simulada corregida sea más cercana a la serie observada $O_i^t - \hat{S}_i^t \rightarrow 0$.

Una representación esquemática del proceso anterior descrito es presentado en la Figura 7.1.

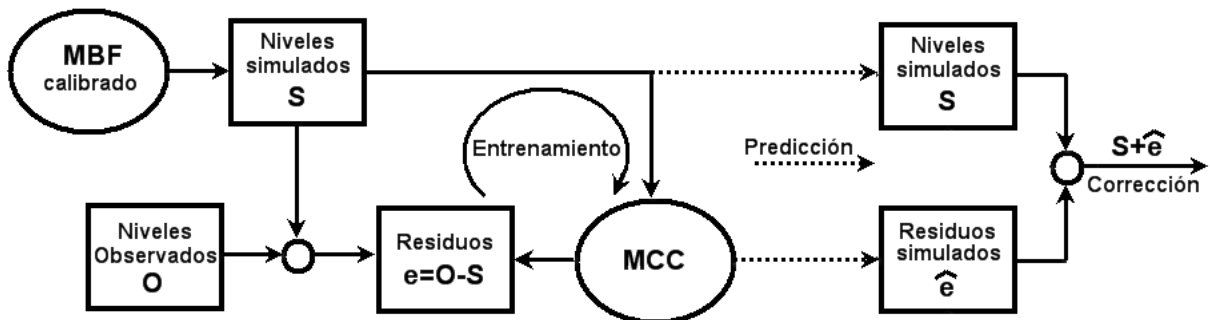


Figura 7.1: Representación esquemática del proceso de modelación complementaria.

De todo el periodo disponible para cada serie de 181 datos (mar-98 a mar-13, en total 15 años), se destinaron los primeros 121 datos a la calibración del MCC (mar-98 a mar-08, 10 años) reservando 60 datos (abr-08 a mar-13, 5 años) para evaluar el comportamiento del MCC ante nueva data, considerando a este periodo como un pronóstico cuyos datos son desconocidos. Puesto que algunos procedimientos implican el ajuste de la series por sus promedios para lograr medias iguales a 0 u otros utilizan magnitudes como el error medio (ME), dichas magnitudes medias corresponderán exclusivamente al 1er periodo de calibración, prescindiendo de la información extra que pudiera entregar el 2do periodo de evaluación^{7.1}, pues este se supone desconocido durante la construcción del MCC.

^{7.1}No confundir este periodo con la validación. El periodo de evaluación tiene que ver con la predicción y no es utilizado en ningún momento para la calibración o validación del MCC.

Las herramientas utilizadas en el MCC fueron diferentes para el ámbito espacial y para el ámbito temporal, de forma que en adelante se hablará de MCC Espacial y MCC Temporal, partes que se integran finalmente para formar el MCC.

7.1. MCC Espacial

Utilizando la información procedente de determinados pozos de observación, el MCC Espacial busca la construcción de un modelo posicional, es decir, un modelo que entregue información detallada en todo el espacio del dominio para un tiempo o periodo dado. Bajo este esquema, se fijó como objetivo para el MCC Espacial, reproducir el error medio de cada pozo (ME del residuo, ver Cap. 6) para el periodo de calibración completo, dejando al MCC Temporal la modelación detallada en el tiempo dentro del mismo periodo.

Cabe destacar que, además de considerar en la elaboración del MCC Espacial sólo el periodo de calibración, se utilizaron sólo 31 de los 52 pozos de observación con información (60%)^{7.2}, reservando el resto para evaluar el comportamiento del MCC ante datos espaciales desconocidos. La Figura 7.2 muestra la ubicación tanto de los pozos utilizados como de los pozos reservados.

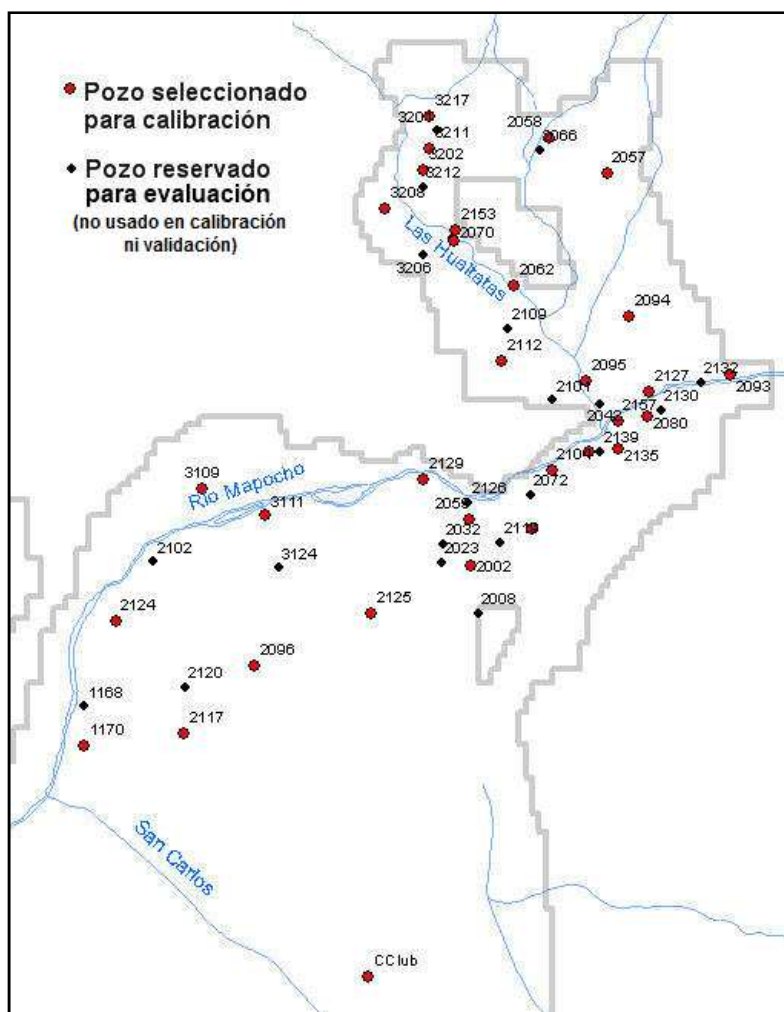


Figura 7.2: Ubicación de pozos destinados a calibración del MCC Espacial y de pozos reservados para evaluación del mismo (pozos no usados en calibración ni validación).

^{7.2}El criterio de selección buscó abarcar la mayor superficie posible dentro del dominio.

Para el desarrollo del MCC Espacial se decidió utilizar herramientas de geoestadística, ciencia que permite justamente la construcción de un modelo posicional y por tanto idónea para aplicarla al estudio espacial de las series de residuos. A continuación se detallan los resultados obtenidos, no profundizando en los procedimientos teóricos, los cuales fueron detallados en el Capítulo 2. Se debe recordar que la geoestadística considera a los datos disponibles, en este caso el ME, como una realización de una función aleatoria ME(X).

Con las coordenadas de los 31 pozos seleccionados se construyó la respectiva matriz de distancias (Tabla 7.1). Con la matriz anterior y utilizando los ME de los pozos, se obtuvo un semivariograma experimental (SVE). A este SVE le fue ajustado un semivariograma teórico (SVT) Gaussiano^{7.3}, estando en estos momentos en condiciones de analizar estructuralmente la función aleatoria residuo ME(X). La Figura 7.3 muestra los SVE y SVT, mientras que la expresión para este último se indica en expresión ec. 7.1.

Tabla 7.1: Matriz de distancias (m) para los 31 pozos escogidos para la elaboración del MCC Espacial.

	pozo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
LLAVERIA1	1	0	1053	2404	6100	6387	673	4150	4754	3390	4738	4342	3201	3499	1837	3034	4888	5278	1611	3653	1434	2758	4930	3030	4102	3095	5836	5379	6153	6604	6277	6212
LO FONTECILLA	2	1053	0	1398	5337	5748	990	3572	4361	2357	3690	3432	2314	4547	905	2503	5941	6267	2662	2640	1754	1719	4529	2022	4885	3917	5492	5163	5785	6221	7326	6994
SAN FRANCISCO -6	3	2404	1398	0	4109	4657	2012	2678	3664	1003	2377	2084	1050	5826	606	1858	7249	7380	3968	1249	2468	431	3808	627	5710	4836	4792	4654	5041	5440	8589	8344
ESTANQUE LA DEHESA	4	6100	5337	4109	0	998	5475	2153	2459	3632	3489	2132	3065	8897	4439	3168	10321	9766	7325	3274	5256	4058	2381	3643	7549	7103	2689	3293	2640	2723	11401	12299
LOS NOGALES -1	5	6387	5748	4657	998	0	5730	2242	2070	4350	4402	2883	3613	8881	4885	3356	10272	9535	7450	4014	5358	4686	1935	4281	7259	6939	1901	2619	1771	1772	11254	12592
VITACURA -0	6	673	990	2012	5475	5730	0	3489	4081	3015	4389	3802	2665	3818	1408	2374	5248	5408	1986	3233	895	2414	4257	2616	3956	2993	5167	4723	5482	5933	6577	6864
LAS PATAGUAS2	7	4150	3572	2678	2153	2242	3489	0	1084	2748	3456	1764	1753	6751	2761	1116	8171	7641	5232	2522	3144	2842	1190	2501	5467	4963	2147	2195	2374	2764	9252	10351
PARQUE HERMOSO3	8	4754	4361	3664	2459	2070	4081	1084	0	3825	4514	2799	2812	6880	3643	1878	8247	7466	5579	3606	3525	3875	177	3557	5192	4882	1140	1120	1424	1864	9193	10850
SAN ANTONIO -6	9	3390	2357	1003	3632	4350	3015	2748	3825	0	1376	1499	1042	6829	1608	2299	8250	8366	4967	368	3421	639	3938	439	6629	5790	4884	4909	5083	5434	9592	9173
BARNECHEA3	10	4738	3690	2377	3489	4402	4389	3456	4514	1376	0	1724	2130	8198	2983	3387	9614	9737	6329	1236	4780	1985	4584	1796	7954	7142	5425	5635	5553	5825	10965	10303
EL GABINO	11	4342	3432	2084	2132	2883	3802	1764	2799	1499	1724	0	1141	7532	2535	2001	8976	8780	5775	1144	3873	1957	2863	1545	6781	6098	3706	3919	3846	4141	10212	10418
EL ROBLE	12	3201	2314	1050	3065	3613	2665	1753	2812	1042	2130	1141	0	6425	1410	1285	7868	7764	4644	932	2807	1106	2935	748	5869	5110	3900	3880	4121	4497	9133	9308
KENNEDY MANQUEHUE	13	3499	4547	5826	8897	8881	3818	6751	6880	6829	8198	7532	6425	0	5225	5758	1445	2145	1887	7051	3684	6215	7045	6434	2704	2209	7684	6978	8017	8454	2779	4851
PREDECANTADORES 7	14	1837	905	606	4439	4885	1408	2761	3643	1608	2983	2535	1410	5225	0	1767	6651	6778	3374	1832	1894	1022	3802	1211	5146	4253	4783	4545	5057	5480	7985	7898
SAN RAFAEL4	15	3034	2503	1858	3168	3356	2374	1116	1878	2299	3387	2001	1285	5758	1767	0	7194	6831	4159	2216	2091	2148	2039	1925	4784	4138	3017	2804	3297	3726	8346	9237
VESPUCIO RIESCO	16	4888	5941	7249	10321	10272	5248	8171	8247	8250	9614	8976	7868	1445	6651	7194	0	1939	3285	8481	5127	7629	8407	7861	3604	3425	8994	8261	9323	9751	1486	4469
COSTANERA4	17	5278	6267	7380	9766	9535	5408	7641	7466	8366	9737	8780	7764	2145	6778	6831	1939	0	3764	8525	4969	7800	7606	7941	2312	2694	8015	7234	8326	8718	1898	6400
KENNEDY TRANQUERAS	18	1611	2662	3968	7325	7450	1986	5232	5579	4967	6329	5775	4644	1887	3374	4159	3285	3764	0	5206	2092	4345	5754	4585	3084	2110	6538	5933	6871	7325	4666	5331
RAUL LABBE -3	19	3653	2640	1249	3274	4014	3233	2522	3606	368	1236	1144	932	7051	1832	2216	8481	8525	5206	0	3559	954	3708	624	6719	5913	4634	4708	4819	5155	9801	9513
LOTEO CALVO	20	1434	1754	2468	5256	5358	895	3144	3525	3421	4780	3873	2807	3684	1894	2091	5127	4969	2092	3559	0	2898	3702	2988	3252	2370	4543	4017	4870	5325	6339	7326
PUENTE NUEVO -3	21	2758	1719	431	4058	4686	2414	2842	3875	639	1985	1957	1106	6215	1022	2148	7629	7800	4345	954	2898	0	4008	415	6140	5265	4984	4906	5215	5597	8984	8560
VALLE CORDILLERA	22	4930	4529	3808	2381	1935	4257	1190	177	3938	4584	2863	2935	7045	3802	2039	8407	7606	5754	3708	3702	4008	0	3682	5324	5035	985	1067	1258	1694	9342	11026
LAS HUALTATAS -7	23	3030	2022	627	3643	4281	2616	2501	3557	439	1796	1545	748	6434	1211	1925	7861	7941	4585	624	2988	415	3682	0	6191	5355	4648	4615	4868	5239	9190	8935
Santa María 9	24	4102	4885	5710	7549	7259	3956	5467	5192	6629	7954	6781	5869	2704	5146	4784	3604	2312	3084	6719	3252	6140	5324	6191	0	1016	5704	4923	6015	6408	4154	7552
Santa María 11	25	3095	3917	4836	7103	6939	2993	4963	4882	5790	7142	6098	5110	2209	4253	4138	3425	2694	2110	5913	2370	5265	5035	5355	1016	0	5574	4836	5902	6327	4316	6923
La Dehesa 2	26	5836	5492	4792	2689	1901	5167	2147	1140	4884	5425	3706	3900	7684	4783	3017	8994	8015	6538	4634	4543	4984	985	4648	5704	5574	0	796	334	787	9820	11852
La Dehesa 8	27	5379	5163	4654	3293	2619	4723	2195	1120	4909	5635	3919	3880	6978	4545	2804	8261	7234	5933	4708	4017	4906	1067	4615	4923	4836	796	0	1093	1495	9052	11263
La Dehesa 11	28	6153	5785	5041	2640	1771	5482	2374	1424	5083	5553	3846	4121	8017	5057	3297	9323	8326	6871	4819	4870	5215	1258	4868	6015	5902	334	1093	0	456	10139	12182
La Dehesa 17	29	6604	6221	5440	2723	1772	5933	2764	1864	5434	5825	4141	4497	8454	5480	3726	9751	8718	7325	5155	5325	5597	1694	5239	6408	6327	787	1495	456	0	10544	12638
VITACURA -3	30	6277	7326	8589	11401	11254	6577	9252	9193	9592	10965	10212	9133	2779	7985	8346	1486	1898	4666	9801	6339	8984	9342	9190	4154	4316	9820	9052	10139	10544	0	5378
Country Club	31	6212	6994	8344	12299	12592	6864	10351	10850	9173	10303	10418	9308	4851	7898	9237	4469	6400	5331	9513	7326	8560	11026	8935	7552	6923	11852	11263	12182	12638	5378	0

^{7.3} Además se ajustaron SVTs Esférico y Exponencial, sin embargo, el SVT Gaussiano presentó la mínima varianza del error absoluto para todo el dominio espacial ($0\text{ m} < h < 11250\text{ m}$).

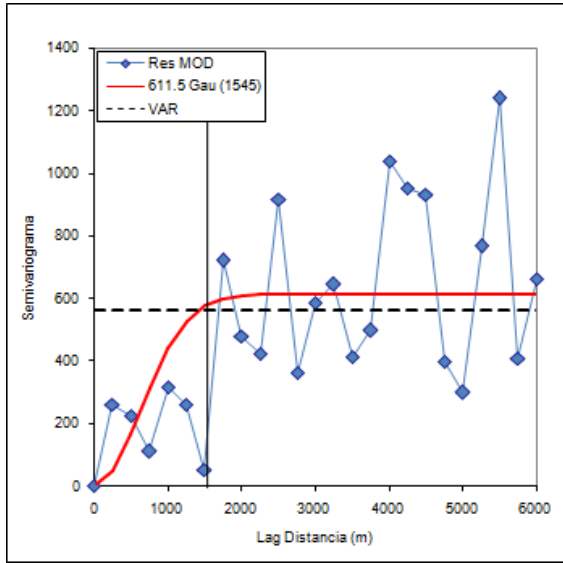


Figura 7.3: Semivariograma experimental SVE (puntos azules, $\Delta h = 250$ m) y semivariograma teórico SVT Gaussiano ajustado (línea roja) de la forma $Varianza \times Gau (Rango)$ para el error medio (ME) de los residuos de los pozos seleccionados en el periodo de calibración (mar-98 a mar-08). Se incluye una línea vertical continua negra indicando el rango (1545 m, recordar que la distancia promedio entre pozos es de 817 m de Cap. 6) y una línea segmentada negra indicando la Varianza del proceso.

SVT Gaussiano ajustado:

$$\gamma(h) = 611.5 \cdot \left(1 - e^{-\frac{3h^2}{1545^2}}\right) \quad (7.1)$$

$h \equiv$ separación entre pozos (lag)

Mediante el SVT Gaussiano ajustado anterior y aplicando el método de Kriging, se busca estimar el valor de la variable aleatoria residuo $ME(X)$ en cualquier punto del dominio. Según se señaló en el Capítulo 2, la interpolación de Kriging supera a otras técnicas de estimación espacial de valores desconocidos como Triangulación o Inverso de la distancia, por cuanto, además de asignar pesos de acuerdo a la distancia entre los datos, considera asimismo la estructura espacial subyacente (Barra, 2010).

Mediante planilla excel incluida en Anexo V-A, se resolvió la ecuación matricial (ec. 7.2), que reduce la varianza y permite obtener el vector columna λ_i mediante el cual se efectúa una estimación del Error Medio del residuo $ME^*(X)$, como una combinación lineal de los valores medidos en los pozos de observación $ME(X)$, según la expresión ec. 7.3.

$$\left[\gamma_{ij} \right] \lambda_i = \gamma_i \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, 31 \quad (7.2)$$

$$ME^*(X) = \sum_i \lambda_i \cdot ME_i(X) \quad i = 1, 2, 3, \dots, 31 \quad (7.3)$$

Tabla 7.2: Matriz $[y_{ij}]^{7,4}$ utilizada por la metodología de Kriging. Se observa como los valores tienden a la meseta del SVT Gaussiano (611.5) cuando la distancia entre pozos supera el rango (1545 m).

Pozo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31				
1	0.0	459.8	611.1	611.5	611.5	265.6	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	588.1	611.5	565.4	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0		
2	459.8	0.0	559.1	611.5	611.5	405.1	611.5	611.5	611.0	611.5	611.5	610.8	611.5	393.1	611.3	611.5	611.5	611.5	611.5	611.4	598.7	596.6	611.5	607.9	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0			
3	611.1	559.1	0.0	611.5	611.5	607.8	611.5	611.5	438.9	611.0	608.9	458.7	611.5	226.1	603.5	611.5	611.5	611.5	611.5	525.4	611.2	127.2	611.5	238.4	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0			
4	611.5	611.5	611.5	0.0	436.6	611.5	609.7	611.2	611.5	611.5	609.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.0	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.4	611.5	611.5	611.5	1.0			
5	611.5	611.5	611.5	436.6	0.0	611.5	610.4	608.7	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0			
6	265.6	405.1	607.8	611.5	611.5	0.0	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	560.9	611.0	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	388.2	611.1	611.5	611.4	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0			
7	611.5	611.5	611.5	609.7	610.4	611.5	0.0	472.0	611.5	611.5	599.3	598.7	611.5	611.5	483.7	611.5	611.5	611.5	611.5	611.3	611.5	611.5	508.3	611.3	611.5	611.5	611.5	609.7	610.1	611.0	611.5	611.5	1.0		
8	611.5	611.5	611.5	608.7	611.5	472.0	0.0	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0		
9	611.5	611.0	438.9	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	0.0	554.9	575.3	455.1	611.5	587.8	610.7	611.5	611.5	611.5	611.5	95.7	611.5	245.7	611.5	131.6	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0		
10	611.5	611.5	611.0	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	554.9	0.0	596.9	609.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	521.8	611.5	607.2	611.5	600.9	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0		
11	611.5	611.5	608.9	609.5	611.5	611.5	599.3	611.5	575.3	596.9	0.0	492.4	611.5	611.3	607.6	611.5	611.5	611.5	611.5	493.6	611.5	606.6	611.5	581.1	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0		
12	611.5	610.8	458.7	611.5	611.5	611.5	598.7	611.5	455.1	609.5	492.4	0.0	611.5	561.2	534.8	611.5	611.5	611.5	611.5	406.4	611.5	480.0	611.5	308.8	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0		
13	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	0.0	611.5	611.5	567.2	609.7	604.6	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0		
14	602.7	393.1	226.1	611.5	611.5	560.9	611.5	611.5	587.8	611.5	611.3	561.2	611.5	0.0	599.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0		
15	611.5	611.3	603.5	611.5	611.5	611.0	483.7	604.3	610.7	611.5	607.6	534.8	611.5	599.5	0.0	611.5	611.5	611.5	611.5	610.3	609.0	609.7	608.2	605.7	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0		
16	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	567.2	611.5	611.5	0.0	606.1	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0		
17	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	609.7	611.5	611.5	606.1	0.0	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0	
18	588.1	611.5	611.5	611.5	611.5	607.2	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	0.0	611.5	609.0	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0	
19	611.5	611.4	525.4	611.5	611.5	611.5	611.5	611.3	611.5	95.7	521.8	493.6	406.4	611.5	602.5	610.3	611.5	611.5	611.5	0.0	611.5	416.7	611.5	236.9	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0	
20	565.4	598.7	611.2	611.5	611.5	388.2	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0	
21	611.5	596.6	127.2	611.5	611.5	611.1	611.5	611.5	245.7	607.2	606.6	480.0	611.5	446.8	609.7	611.5	611.5	611.5	611.5	416.7	611.5	0.0	611.5	118.8	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0
22	611.5	611.5	611.5	611.0	606.0	611.5	508.3	23.6	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	0.0	611.5	611.5	611.5	431.1	465.2	528.0	594.9	611.5	611.5	611.5	1.0		
23	611.5	607.9	238.4	611.5	611.5	611.4	611.3	611.5	131.6	600.9	581.1	308.8	611.5	514.8	605.7	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	236.9	611.5	118.8	611.5	0.0	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0	
24	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0	
25	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.0	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	444.2	0.0	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0	
26	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	605.0	611.5	609.7	492.2	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0	
27	611.5	611.5	611.5	611.5	611.4	611.5	610.1	485.3	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0	
28	611.5	611.5	611.5	611.4	599.7	611.5	611.0	563.8	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0	
29	611.5	611.5	611.5	611.5	599.7	611.5	611.5	603.8	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0
30	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0
31	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	611.5	1.0
	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

Lambda 1	0.499648
Lambda 2	-0.176334
Lambda 3	-0.016791
Lambda 4	0.002527
Lambda 5	0.002446
Lambda 6	0.445285
Lambda 7	0.002463
Lambda 8	0.001261
Lambda 9	-0.001267
Lambda 10	0.002873
Lambda 11	0.002325
Lambda 12	0.002400
Lambda 13	0.002469
Lambda 14	0.038039
Lambda 15	0.001153
Lambda 16	0.002847
Lambda 17	0.003175
Lambda 18	0.048740
Lambda 19	0.002838
Lambda 20	0.107367
Lambda 21	0.012810
Lambda 22	0.000797
Lambda 23	-0.004006
Lambda 24	0.002579
Lambda 25	0.002412
Lambda 26	0.000680
Lambda 27	0.002413
Lambda 28	-0.000546
Lambda 29	0.003121
Lambda 30	0.003032
Lambda 31	0.003244
Mu	1.983632

Tabla 7.3 (izquierda): ejemplo de vector columna λ_i para estimación de ME en el pozo 2032 Lo Matta 5. Notar como los coeficientes Lambda 1 y Lambda 6 tiene los mayores valores al tratarse de los pozos de observación más cercanos, 2002 Llavería 1 y 2059 Vitacura 0 respectivamente.

^{7.4}La última fila tiene relación con la condición de insesgo, la cual obliga a <

La interpolación de Kriging tiene la ventaja de estimar valores sólo en ubicaciones intermedias, pues en los puntos de observación el valor resultante por definición es igual al buscado, por lo que el error local es cero. La Figura 7.4 muestra los ME modelados por este procedimiento para los 21 pozos reservados para evaluación, es decir, no utilizados en la calibración.

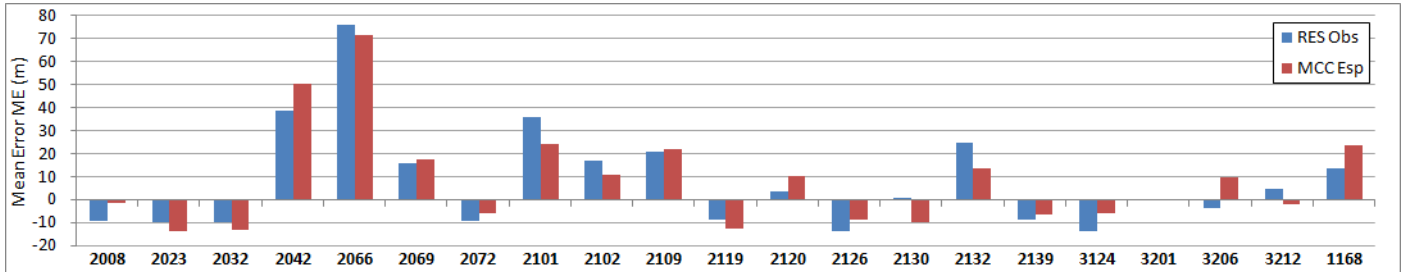
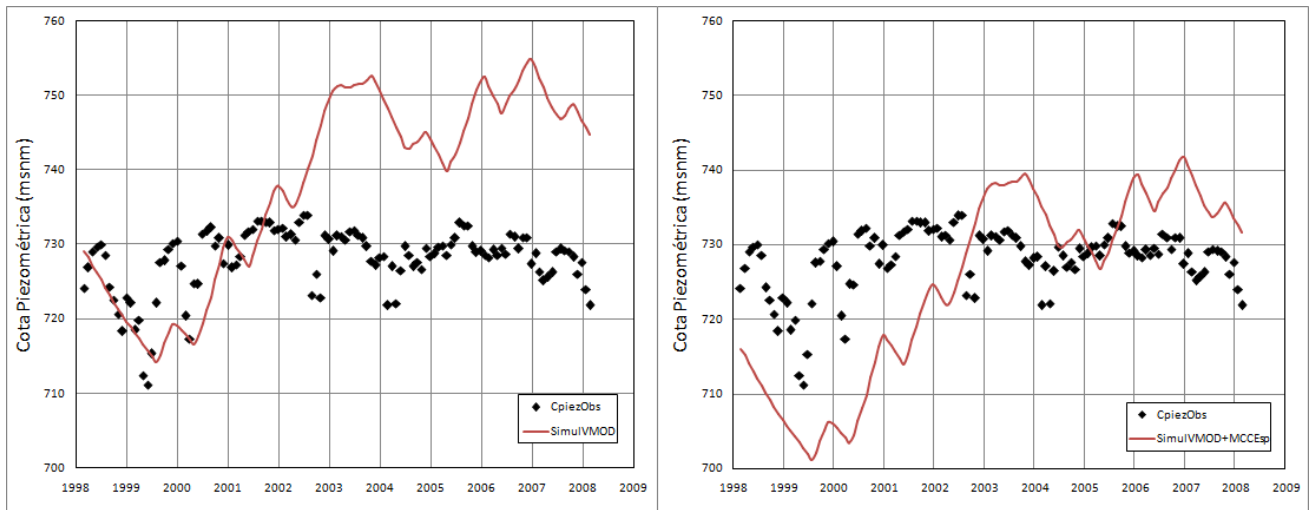


Figura 7.4: Errores medios ME observados y simulados según modelo geoestadístico en 21 pozos reservados para evaluación.

De esta forma, al ingresar la ubicación del punto deseado (x,y,z), el modelo entregará el valor que debe sumarse a la serie simulada para reducir su ME. Como ejemplo, las figuras siguientes muestran al pozo 2032 Lo Matta 5, donde su ME (serie residuo = serie observada – serie simulada) pasó de un valor inicial de -10.0 m (figura 7.5a) a un valor de 3.2 m (figura 7.5b).



Figuras 7.5a y 7.5b: Cotas piezométricas observadas (puntos negros) y simuladas (línea café) del pozo 2032 Lo Matta 5 en el periodo de calibración. A la izquierda (a) se observa la situación original (ME = -10.0 m), mientras que a la derecha (b) se observa la aplicación del MCC Espacial (ME = 3.2 m).

La elección de un periodo de calibración (mar-98 a mar-08) y uno de evaluación (abr-08 a mar-13), así como pozos destinados a calibración (31) y pozos de evaluación (21) genera cuatro grupos de resultados:

- 1) Pozos de calibración en periodo de calibración (calibración C)
- 2) Pozos de calibración en periodo de evaluación (predicción temporal PT)
- 3) Pozos de evaluación en periodo de calibración (predicción espacial PE)
- 4) Pozos de evaluación en periodo de evaluación (predicción espacio-temporal PET)

La Tabla 7.4 compara los resultados del MBF + MCC Espacial respecto del MBF sin corrección original, según cada grupo definido anteriormente, utilizando como parámetro de comparación el promedio del error medio absoluto (AME), observándose mejoras en todas las categorías. Se utiliza el AME por sobre el RMS, dado que lo que busca el MCC Espacial es justamente reducir el ME, sin modificar a la serie de tiempo en si.

Tabla 7.4: Mejora del MBF corregido respecto del MBF original como reducción del AME según grupo. (C: calibración, PT: predicción temporal, PE: predicción espacial, PET: predicción espacio-temporal)

Modelo	AME promedio (m)			
	Grupo C	Grupo PT	Grupo PE	Grupo PET
MBF	18.4	16.2	19.5	17.4
MBF + MCC Esp	0.0	6.3	9.5	9.3

La sola aplicación del MCC Espacial al MBF, reduce el AME global de 17.4 m (ver Cap.6) a 4.4 m (grupos de la tabla anterior como un todo). La estadística completa se incluye en Anexo V-B. El siguiente paso es mejorar aún más la serie simulada por el MBF, intentando replicar el comportamiento observado en el tiempo, para lo cual se utilizará el MCC Temporal, el cual se detalla a continuación.

7.2. MCC Temporal

Para modelar temporalmente las series se escogió la herramienta de redes neuronales artificiales (RNA), dada su capacidad para adaptarse a cambios recurrentes y detectar patrones en complejos sistemas naturales. No es objetivo de este trabajo profundizar sobre las diversas arquitecturas posibles que mejor podrían representar el fenómeno buscado, por lo que se decidió utilizar un típico esquema tipo FeedForward, con una capa oculta y entrenamiento tipo Backpropagation, reconocido por presentar un buen desempeño y precisión de pronósticos (Daliakopoulos, Coulibaly & Tsanis, 2004), aprovechando además la facilidad que otorga el paquete de herramientas Neural Network de Matlab v.2009.

La Figura 7.6 siguiente ilustra la estructura descrita anteriormente. Se observan la capa de entrada (input), la capa oculta (Hidden Layer) y la capa de salida (Output Layer) que permiten, a partir de P variables de entrada y N neuronas ocultas, obtener un valor de salida. Las funciones de transferencia utilizadas fueron Tangente-Sigmoidal (tansig) para la capa oculta y Lineal (purelin) para la capa de salida, los entrenamientos utilizaron algoritmo tipo Levenberg-Marquardt (trainlm) con descenso de gradiente con momentum (learngdm) como función de aprendizaje y como función de desempeño se utilizó MSE (mse). La mayor parte de estas funciones y algoritmos se incluyen por defecto en Matlab al crear una red neuronal tipo FeedForward (newff)^{7.5}.

^{7.5}Para mayores detalles, consultar Capítulo 5 Backpropagation, Neural Network Toolbox, User's Guide Matlab. Mathworks R2015a online version.

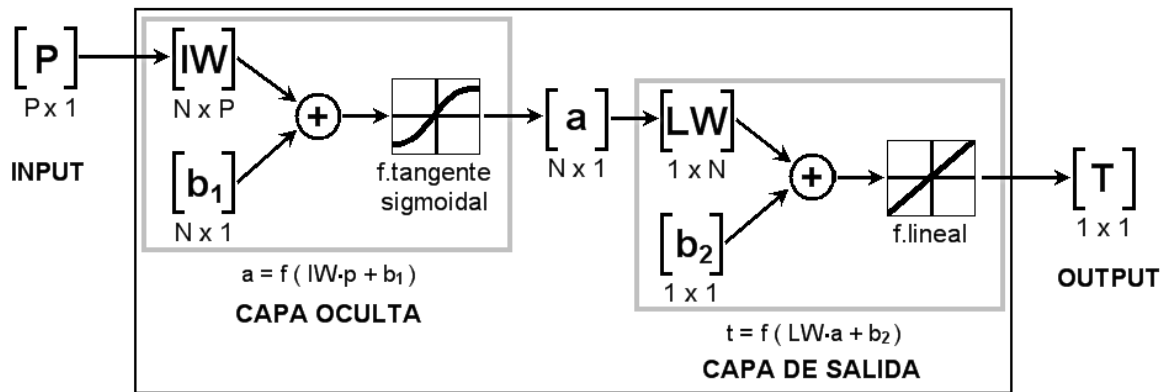


Figura 7.6: Estructura de Red Neuronal Artificial RNA de la forma P-N-1, es decir, P elementos en el input, N elementos en la capa oculta y 1 elemento de salida.

Se debe señalar que las RN utilizan todas las series (inputs y targets) ajustadas a media 0, pues se entiende que el MCC Espacial anterior redujo previamente los ME idealmente a 0. Para lograr el ajuste anterior se utilizó el promedio sólo del periodo de calibración (único grupo de datos conocido durante la construcción del MCC Temporal), valor que no fue modificado en el periodo de evaluación^{7.6}.

Se escogieron inicialmente dos inputs para alimentar la estructura neuronal: (1) la serie simulada por el MBF y (2) una serie sinusoidal sintética. La serie objetivo (target) es la serie de residuos. Para la calibración de las RN se utilizaron los mismos 31 pozos usados para la construcción del MCC Espacial (Figura 7.2), considerando para ello sólo el periodo mar-98 a mar-08, reservando el resto (abr-08 a mar-13) para una evaluación posterior. A continuación se justifica la elección de cada input escogido.

Input (1): Por ejemplo, en aquellos pozos cuyas series observadas no presentan oscilaciones importantes, la serie de residuos resulta con un comportamiento similar a la serie simulada, aunque simétrica según el eje horizontal. Lo anterior explica la utilización de la misma serie simulada ponderada por -1 como primer input. La figura 7.7 ilustra lo anterior.

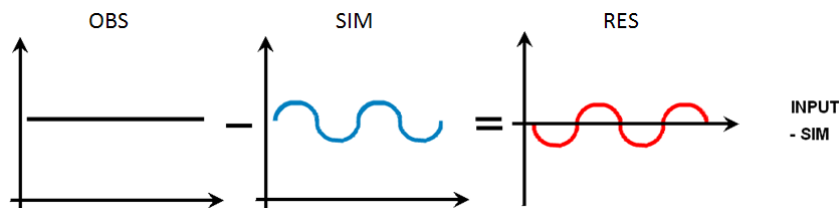


Figura 7.7: Al comparar una serie observada estable con una serie simulada oscilante, la serie de residuo resulta simétrica según el eje x respecto a la serie simulada: Se considera como input a la serie simulada ponderada por -1.

^{7.6}Esto implica que los datos del periodo de evaluación fueron ajustados (para lograr media 0) con el promedio del periodo de calibración. Debe recordarse que el 2do periodo se supone desconocido cuando se construye el MCC, además que un cambio de promedio en este 2do periodo produce un salto artificial en las series de tiempo en el paso de un periodo al otro (mar-08 → abr-08).

La situación teórica anterior se demuestra en forma práctica con el pozo 2119 Tabancura 1 ubicado en la zona media del dominio. La Figura 7.8 siguiente incluye en la gráfica superior las series observada (negro), simulada (azul) y la serie de residuo que generan (rojo), en la gráfica del medio se eliminó la serie observada para mayor claridad y en la gráfica inferior se reemplazó la serie simulada por su respectiva serie simétrica según el eje x. Se observa como ambas series finales muestran un comportamiento similar, situación que es aprovechada como input en el MCC Temporal.

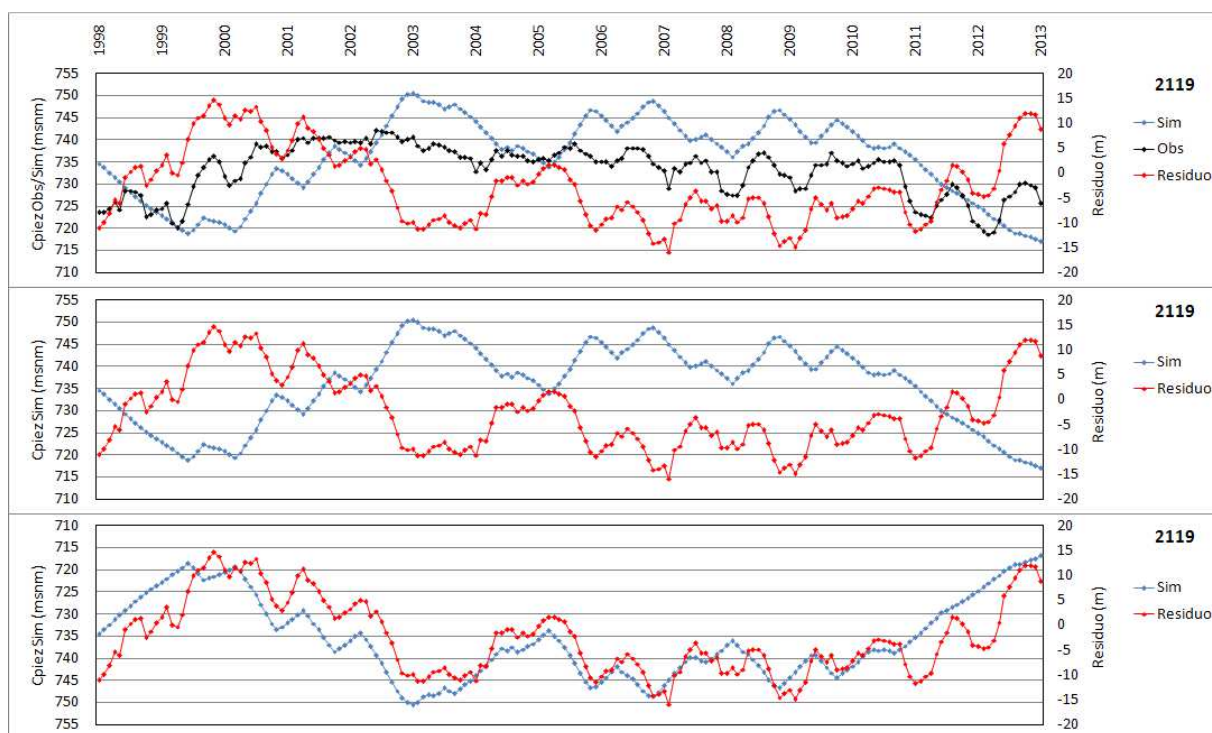


Figura 7.8: Series observada (negro), simulada (azul) y de residuo (rojo) del pozo n°2119 Tabancura 1 (gráfica superior). Al eliminar la serie observada (gráfica de en medio) y reemplazar la serie simulada por su simétrica respecto de x (gráfica inferior), se observan 2 series con comportamientos similares, lo que permite aprovechar a una (simulada simétrica) como input para modelar a la otra (residuo).

Input (2): Por otro lado, en aquellos pozos cuyas series simuladas no tenían oscilaciones importantes, la serie de residuos presenta un comportamiento similar a la serie observada. Puesto que en el contexto de un pronóstico, no es posible disponer de la serie observada, el input considerado en este caso fue una serie sinusoidal sintética (periodo $T=12$ meses)^{7.7} que recoja el carácter estacional típico de las oscilaciones de los niveles de napa, no capturado por el MBF. La Figura 7.9 ilustra lo anterior.

^{7.7}La serie sinusoidal previamente fue ajustada (temporalmente) mediante correlación con la serie observada. Esto es necesario para ubicar los valles y los montes de la sinusoidal donde corresponda a cada pozo.

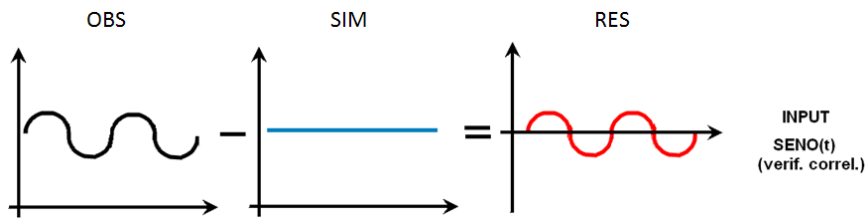


Figura 7.9: Al comparar una serie observada estacional con una serie simulada estable, la serie de residuo resulta similar a la serie observada. Puesto que en un pronóstico no se dispone de la serie observada, se considera como input una serie sinusoidal ($T=12$ meses, valores máximo y mínimo 1 y -1, respectivamente) que representa la oscilación estacional típica de las series de napa.

La estacionalidad anual de la napa es una condición ya presentada en los capítulos anteriores. La Figura 7.10 siguiente muestra funciones de autocorrelación simple (ACF) para un gran número de pozos de observación, donde se observa con claridad la estacionalidad anual mencionada, manifestada como oscilaciones de la ACF en torno a los desfases 12, 24 y 36 meses. Lo anterior es aprovechado como input en el MCC Temporal.

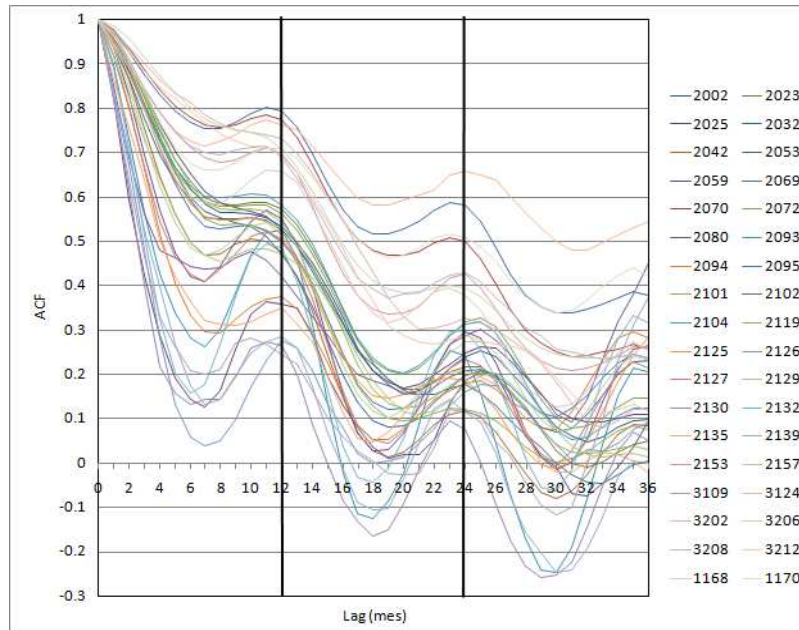


Figura 7.10: Funciones de autocorrelación simple (ACF) para pozos de observación. Se destaca la estacionalidad anual presente como oscilaciones en torno a desfases (lags) de 12, 24 y 36 meses.

Los primeros resultados utilizando sólo los dos inputs anteriores no fueron satisfactorios, lo que obligó a la búsqueda de nuevos inputs que mejoraran los ajustes. Sin embargo, se considera que los dos inputs seleccionados permiten abarcar todas las posibilidades probables (serie observada estable frente a serie simulada variable y serie observada variable frente a serie simulada estable), por lo que se decidió no buscar inputs diferentes, sino estudiar el efecto de un desfase en la misma serie simulada ya escogida.

Al estudiar la función de correlación cruzada (CCF), mostrada en la Figura 7.11, entre las series de residuo (target) y simulada simétrica (input 1), se observan valores máximos hasta un lag -12 (incluso mayores al lag 0 esperado), es decir, no sólo la serie simulada del mes (lag 0) tendría relación con la serie de residuo, sino también la serie simulada de los meses anteriores, situación físicamente posible de justificar. En base a este resultado, se decidió incluir como nuevos inputs, series simuladas pero desfasadas en 2, 4, 6 y 12 meses.

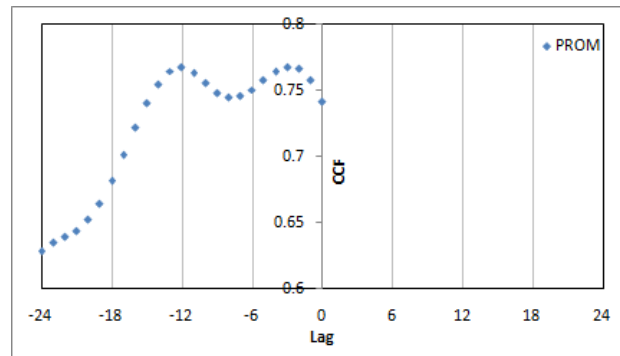


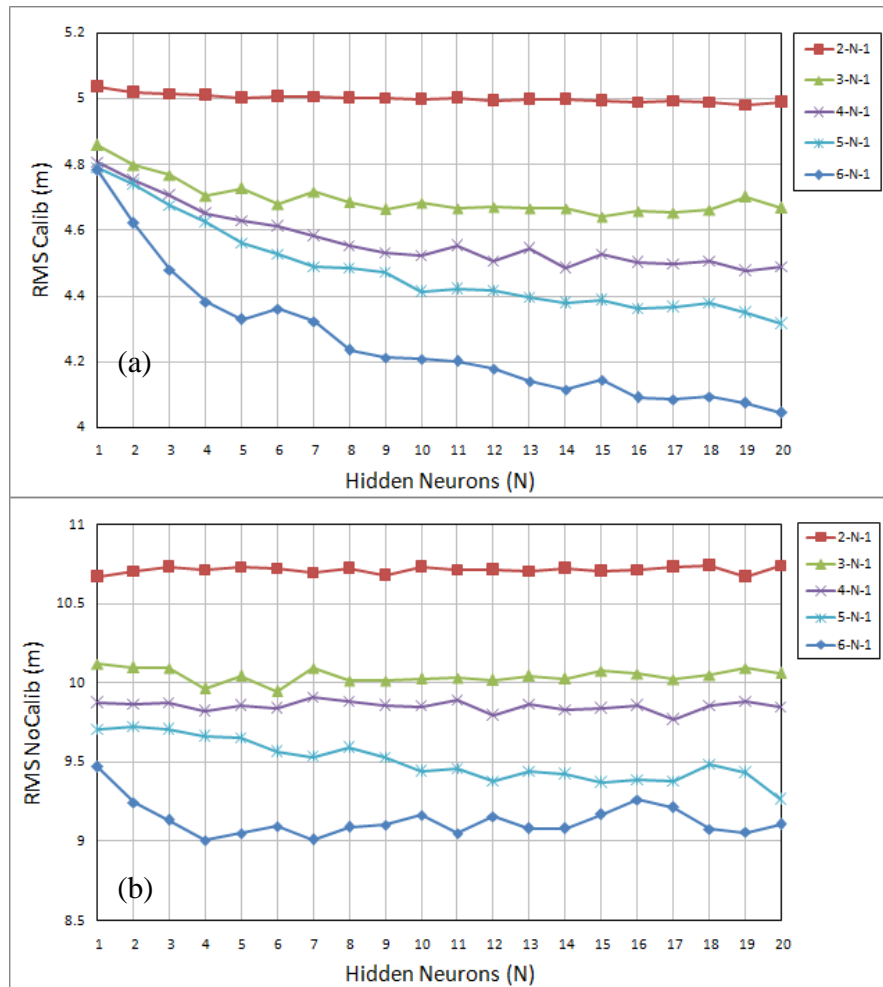
Figura 7.11: Función de correlación cruzada CCF promedio para todos los pozos usados para calibración de las RN. Se observan valores máximos hasta un desfase igual a -12. No se incluyen resultados para desfases positivos pues se entiende que en un contexto de pronóstico, sólo es posible contar con información pasada.

Se realizaron diversas iteraciones para determinar el número final de inputs considerados. En estas pruebas se consideraron por separado los periodos destinados a calibración (mar-98 a mar-08, 10 años) y evaluación (abr-08 a mar-13, 5 años) y como parámetro evaluador se utilizó el RMS^{7.8}. En estas iteraciones se aprovechó además de determinar la cantidad óptima N de neuronas ocultas HN (Hidden Neurons) en la capa oculta HL (Hidden Layer). Las figuras 7.12a y 7.12b muestran para los periodos de calibración y evaluación respectivamente, el parámetro RMS promedio (15 iteraciones por cada valor de N) en función de la cantidad N de neuronas ocultas para redes con 2 a 6 inputs, siendo:

- 2 inputs: serie simulada (lag 0) + serie sinusoidal sintética (esquema inicial).
- 3 inputs: series simuladas (lag 0 y lag-2) + serie sinusoidal sintética.
- 4 inputs: series simuladas (lag 0, lag-2 y lag-4) + serie sinusoidal sintética.
- 5 inputs: series simuladas (lag 0, lag-2, lag-4 y lag-6) + serie sinusoidal sintética.
- 6 inputs: series simuladas (lag 0, lag-2, lag-4, lag-6 y lag-12) + serie sinusoidal sintética.

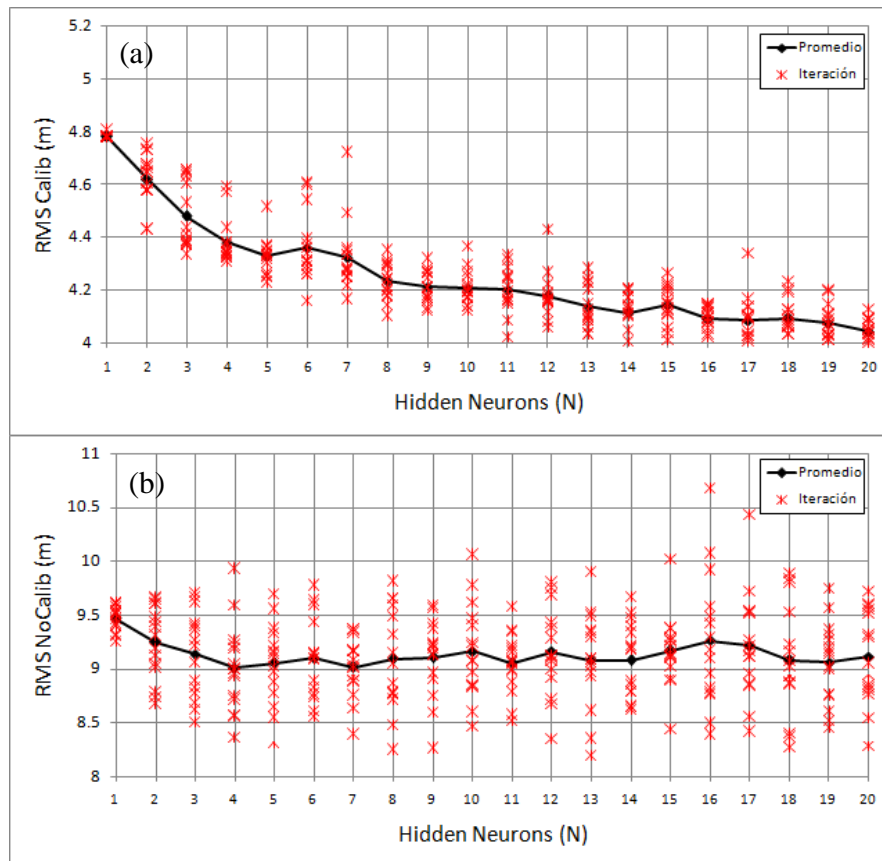
Como se observa en las figuras siguientes, los mínimos valores de RMS se consiguen con un esquema de 6 inputs (6-N-1), para ambos periodos: calibración y evaluación.

^{7.8}Compara la serie de residuo de media 0, con su correspondiente serie generada por las RN.



Figuras 7.12a y 7.12b: RMS promedio (15 iteraciones) en función del número de neuronas (N) en la capa oculta para esquemas de RN de 2 a 6 inputs (P-N-1, significa P inputs, N neuronas ocultas y 1 salida). Arriba (a) se muestra el periodo de calibración y abajo (b) el periodo reservado para evaluación. Para ambos periodos se observan los menores valores de RMS para esquemas con 6 inputs (6-N-1).

Una vez escogido el número de inputs, el análisis anterior también permitió la determinación de la cantidad óptima N de neuronas ocultas HN en la capa oculta HL. Las figuras 7.13a y 7.13b muestran para el esquema 6-N-1, además del promedio, los resultados de las 15 iteraciones que lo componen. Para el 1er periodo (calibración) se observa que mejoras en el RMS tienden a ser menos significativas para $N > 9$, mientras que en el 2do periodo (evaluación) los valores de RMS tienden a mantenerse e incluso a aumentar levemente para $N > 7$. Se decidió adoptar el valor $N=10$, resultando finalmente un esquema de RN de la forma 6-10-1.



Figuras 7.13a y 7.13b: RMS promedio y 15 iteraciones en función del número de neuronas (N) en la capa oculta para un esquema de RN 6-N-1. Arriba (a) se muestra el periodo de calibración, donde para $N > 9$ las mejoras en el RMS se hacen menos significativas. Abajo (b) se muestra el periodo reservado para evaluación, donde los valores de RMS tienden a mantenerse e incluso a aumentar levemente para $N > 7$.

Se procedió entonces a calibrar un esquema de redes neuronales tipo 6-10-1 intentando conseguir bajos valores de RMS en el periodo de calibración (el periodo de evaluación se supone desconocido). Se presentan en Tabla 7.5 los vectores y matrices conseguidos (IW , LW , b_1 y b_2 , ver Figura 7.6), los cuales componen una RN única^{7,9}, la cual además se incluye en Anexo V-C digital como archivo .mat de Matlab.

Las figuras 7.14a, 7.14b y 7.14c muestran series de residuo modelado por el esquema RNA comparados con la serie de residuo observado (target), para los periodos de calibración y evaluación, para pozos ubicados en diferentes partes del dominio.

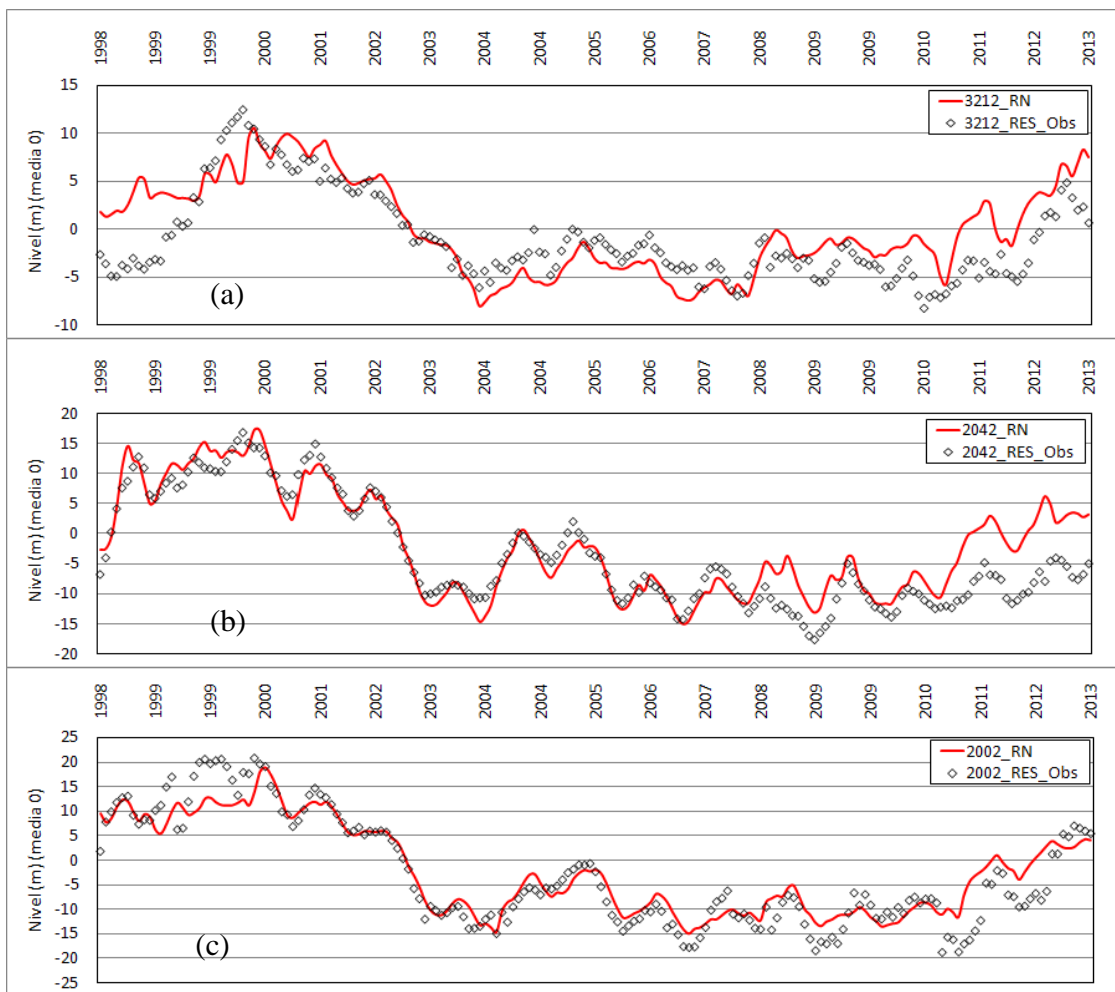
^{7,9}La decisión de utilizar para la calibración de las redes neuronales los mismos 31 pozos usados en el MCC Espacial (distribuidos en toda la extensión del dominio) permitió al procedimiento numérico capturar comportamientos desde las distintas zonas homogéneas definidas en el Capítulo 6, obteniéndose buenos resultados con un único modelo y no siendo necesaria la elaboración de modelos por zonas como se pensó en un comienzo.

Tabla 7.5: Matrices de pesos IW{1,1} Input Weight Matrix y LW{2,1} Layer Weight Matrix y vectores bias para cada capa b{1} y b{2}, obtenidos con la función net. de Matlab.

IW						b1			
3.13558473	0.38865137	-0.91394393	-4.38404003	-0.46317863	-0.88942801	-4.28151193			
-0.21680336	-4.74741594	5.80385061	0.36744262	-1.09294328	1.55778197	3.11559611			
3.492159	1.02581782	-0.70835182	-0.52437035	-2.95862282	-0.2046452	0.0618822			
-6.84809255	7.99587914	1.66054728	-2.56016847	-0.57008052	0.48292531	-0.61210814			
6.43338858	2.32190978	-3.0178344	-1.81396989	-0.04349851	-1.6302235	-2.52493352			
2.25827436	-1.86427242	-0.65168906	1.31102058	-0.5803019	1.94662073	-0.13873155			
-3.564368	-0.88419094	0.7949968	0.38560745	2.74458599	0.24133983	-0.16300692			
-3.72168279	0.08954037	0.85354125	5.46315894	-2.94138174	2.88172722	-5.43758047			
-6.2076288	4.54024538	-1.10830564	0.40655241	-3.6975062	1.20725728	-2.55817794			
-5.76388273	2.56117332	-3.21843192	-2.76748499	-0.67093438	-0.30442442	-5.26618978			

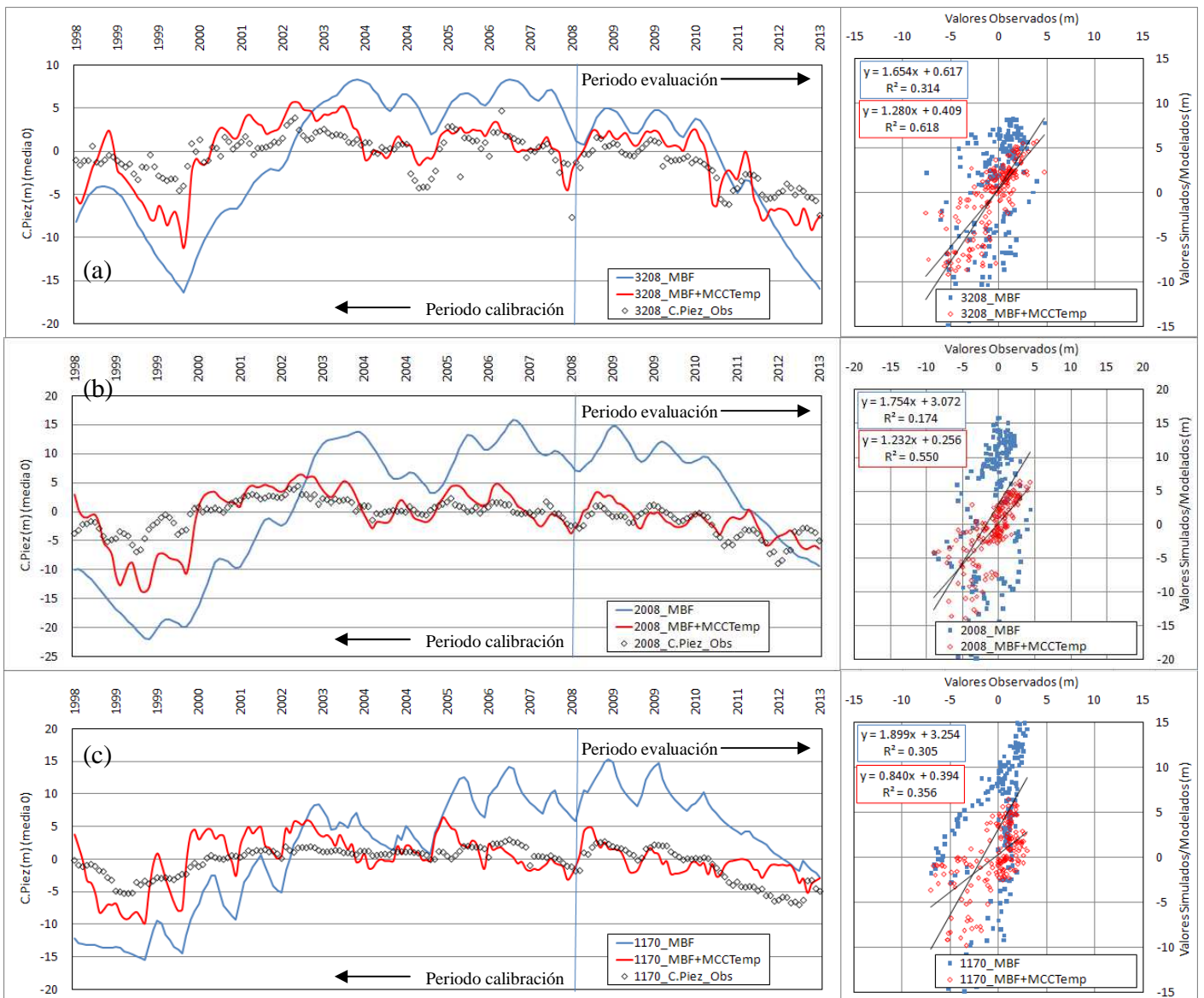
LW									
1.60854859	2.12155041	-2.4154366	0.13144408	0.18417356	0.05308623	-2.47794486	1.05359352	-0.05746808	-0.06762587

b2
0.54323971



Figuras 7.14a, 7.14b y 7.14c: Serie de residuo observado media 0 (punto 6.3, Capítulo 6) y serie de residuo modelado media 0 por RNA (esquema 6-10-1) para: (a) pozo 3212 Trapenses 12, ubicado en la parte alta del dominio, (b) pozo 2042 Las Hualtatas 5, ubicado en la parte media-alta del dominio y (c) pozo 2002 Llavería 1, ubicado en la parte media del dominio.

Una vez conseguido lo anterior, se sumaron estos residuos modelados a la series simuladas por el MBF, obteniendo una nueva serie simulada corregida por el MCC Temporal, ambas de media cero. Las figuras 7.15a, 7.15b y 7.15c muestran los resultados para 3 pozos ubicados en diferentes partes del dominio. El resto de los resultados se incluye en Anexo V-D. Junto a las gráficas anteriores, a la derecha de cada serie se incluyen gráficas tipo observados vs simulados, donde se puede ver que el MBF + MCC Temporal genera valores más cercanos a los observados (rectas con pendientes más cercanas a 1), con menores desviaciones (coeficientes de posición más cercanos a 0) y con menor dispersión (coeficientes R^2 mayores), que los que generan los resultados del MBF original.



Figuras 7.15a, 7.15b y 7.15c: Serie de niveles observados (media cero), simulados por el MBF y corregidos MBF + MCC Temporal, para pozo 3208 Trapenses 8 (parte alta del dominio), (b) Pozo 2008 Punta del Este 1 (parte media del dominio) y (c) Pozo 1170 Vitacura 3 (parte baja del dominio).

La elección de un periodo de calibración (mar-98 a mar-08) y uno de evaluación (abr-08 a mar-13), así como pozos destinados a calibración (31) y pozos de evaluación (21) genera 4 grupos de resultados:

- 1) Pozos de calibración en periodo de calibración (calibración C)
- 2) Pozos de calibración en periodo de evaluación (predicción temporal PT)
- 3) Pozos de evaluación en periodo de calibración (predicción espacial PE)
- 4) Pozos de evaluación en periodo de evaluación (predicción espacio-temporal PET)

La Tabla 7.6 compara los resultados del MBF + MCC Temporal respecto del MBF sin corrección original, según cada grupo definido anteriormente, utilizando como parámetro de comparación el promedio de la raíz del error cuadrado medio (RMS), observándose mejoras en todas las categorías. Se utiliza el RMS esta vez por sobre el AME, dado que lo que busca el MCC Temporal es modificar la forma de la serie de tiempo en si.

Tabla 7.6: Mejora del MBF corregido respecto del MBF original como reducción del RMS según grupo. (C: calibración, PT: predicción temporal, PE: predicción espacial, PET: predicción espacio-temporal).

Modelo	RMS (m)			
	Grupo C	Grupo PT	Grupo PE	Grupo PET
MBF	9.0	11.1	9.5	10.4
MBF+MCC Temp	3.8	7.5	4.2	6.5

El procedimiento final es la unificación de ambos Modelos de Corrección Complementaria (MCC), Espacial y Temporal, para obtención de los resultados definitivos y la cuantificación de la mejora obtenida en forma global, lo cual será abordado en el capítulo siguiente.

7.3. Mejoras porcentuales

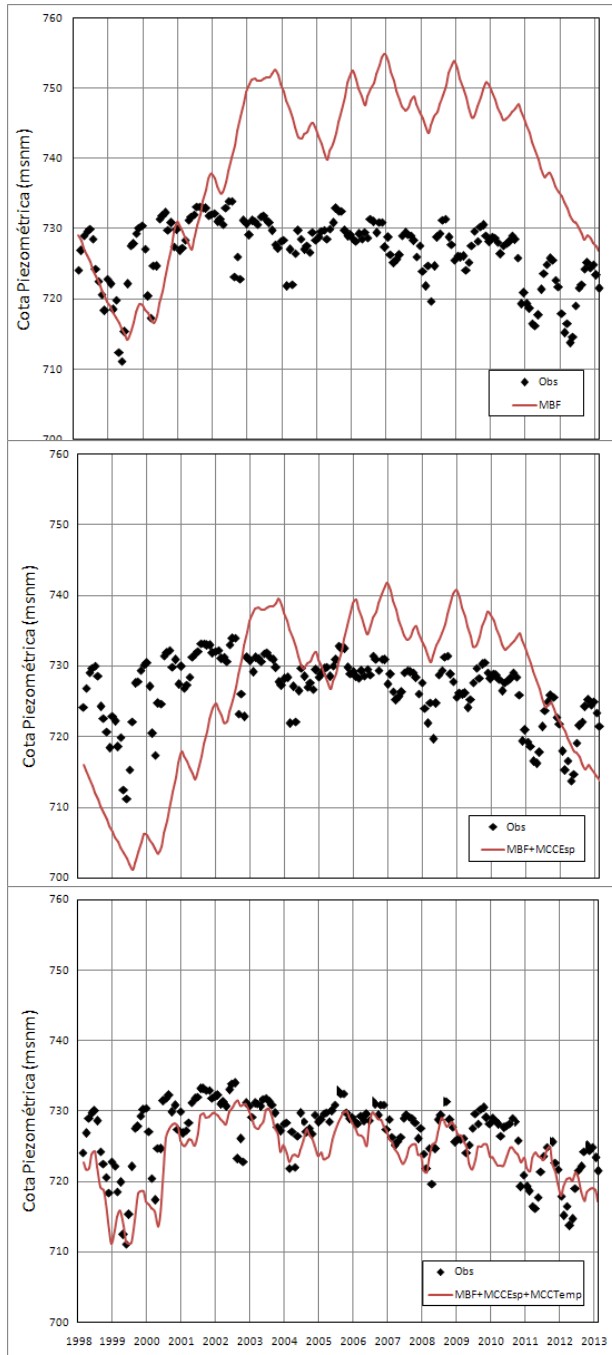
La Tabla 7.7 resume las mejoras porcentuales que muestra el MBF con corrección complementaria respecto del MBF original, como reducción del AME (MCC Espacial, Tabla 7.4) ó del RMS (MCC Temporal, Tabla 7.6). Considerando ambos MCC, la mayor mejora la presenta como era de esperar el grupo C, seguido del PE, luego PT y finalmente PET.

Tabla 7.7: Mejora del MBF corregido respecto del MBF original como reducción del AME (MCC Espacial) ó RMS (MCC Temporal) según grupo. (C: calibración, PT: predicción temporal, PE: predicción espacial, PET: predicción espacio-temporal).

Modelo	Mejora porcentual en AME (m) ó RMS (m)			
	Grupo C	Grupo PT	Grupo PE	Grupo PET
MBF+MCC Esp	100%	61%	51%	46%
MBF+MCC Temp	58%	33%	56%	38%

8. Resultados

Los resultados de ambos modelos Espacial y Temporal presentados en el capítulo anterior, fueron sumados a las series simuladas como proceso final de corrección, buscando de esta forma mejorar los resultados del Modelo de Base Física (MBF). Se enfatiza lo indicado en el Capítulo 7 anterior, sobre que el MCC Espacial reproduce el error medio (ME) como valor único y el MCC Temporal reproduce la serie de residuos con media 0, por lo tanto la integración de ambos genera el modelo de corrección complementaria (MCC) final.



Como ejemplo se muestran las figuras 8.1a, 8.1b y 8.1c siguientes, correspondientes a la aplicación sucesiva de los MCC al pozo 2032 Lo Matta 5, perteneciente a la parte media del dominio.

Figura 8.1a: Serie de cotas piezométricas observadas (Obs) y simuladas por el MBF original (MBF).

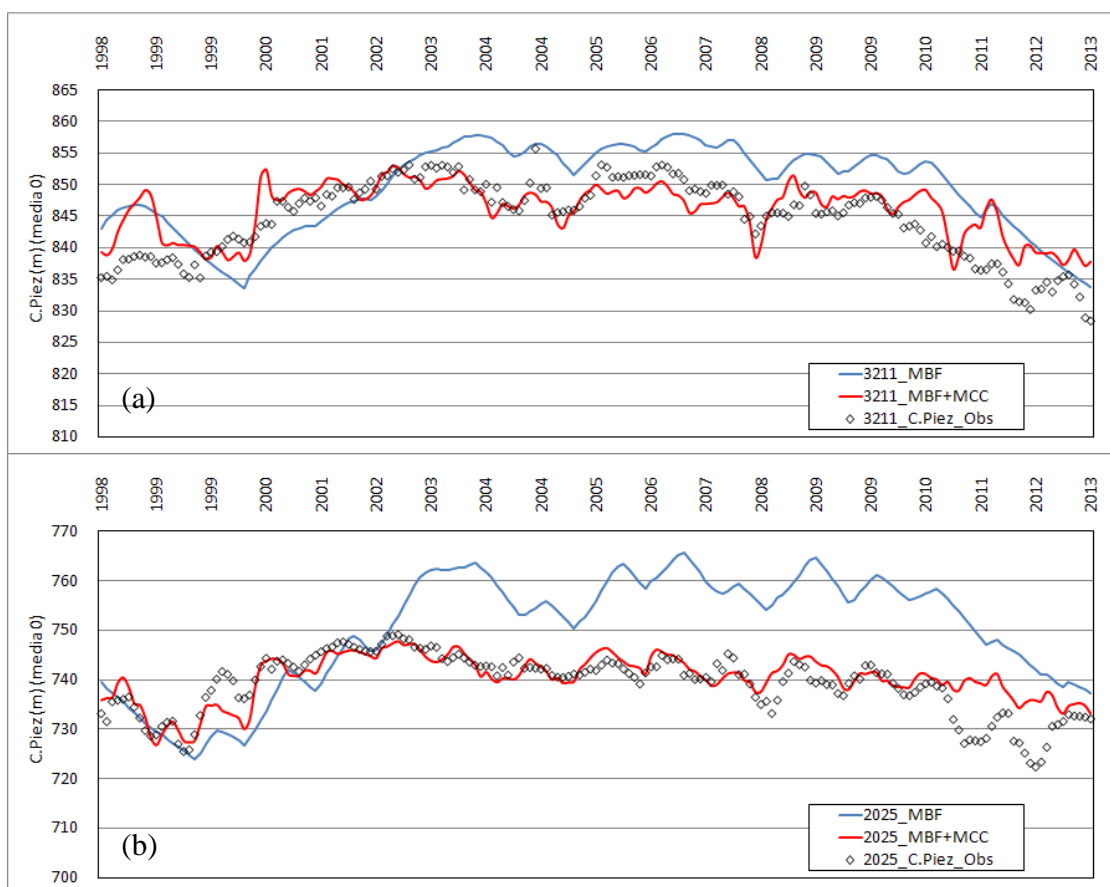
Figura 8.1b: Serie de cotas piezométricas observadas (Obs) y simuladas por el MBF corregido por MCC Espacial (MBF+MCCEsp); para este pozo, el MCC Espacial entregó un ME simulado igual a -13.2 m, valor que fue sumado a la serie simulada original de la figura 8.1a (MBF). Dicha corrección es la misma mostrada en figura 7.4b del Capítulo 7.

Figura 8.1c: Serie de cotas piezométricas observadas (Obs) y simuladas por el MBF corregido por MCC Espacial y MCC Temporal (MBF+MCCEsp+MCCTemp); el MCC Temporal entregó una serie de residuo simulada con media 0, la que fue sumada a la serie simulada de la figura 8.1b anterior (MBF+MCCEsp) para generar el resultado final de la corrección complementaria.

Estas nuevas series simuladas corregidas pueden ser a su vez comparadas con la series observadas generando nuevas series de residuos, igual al proceso realizado en Capítulo 6, los cuales se espera presenten menores desviaciones y ausencia de estructuras espaciales y temporales, acercando al MBF corregido a una mejor representación de la realidad.

En este capítulo se muestra que la aplicación del MCC presenta mejoras en todos los grupos de estudio analizados (calibración C, predicción Espacial PE, predicción temporal PT y predicción espacio-temporal PET), cuantificadas mediante diversos parámetros y pruebas. No obstante lo anterior, fueron igualmente observadas algunas desviaciones que merecen atención, las cuales fueron analizadas con el objetivo de explicar su presencia y sugerir una forma preliminar de abordarlas en estudios similares posteriores.

Las figuras 8.2a, 8.2b y 8.2c siguientes contrastan las series simuladas por el MBF y MBF corregido con las series observadas en terreno, para 3 pozos ubicados en diferentes partes del dominio como ejemplos. En todos los casos se observa cualitativamente un mejor ajuste del modelo corregido (MBF+MCC) respecto del modelo original (MBF). El resto de los resultados se incluye en Anexo V-E.



Figuras 8.2a y 8.2b: Comparación de series simuladas por el MBF (línea azul), simulada por el MBF corregido (línea roja) y observada (puntos borde negro) para: (a) Pozo 3211 Los Trapenses 11, ubicado en la zona alta del dominio y (b) Pozo 2025 Lo Fontecilla, ubicado en la zona media del dominio. Continúa en página siguiente.

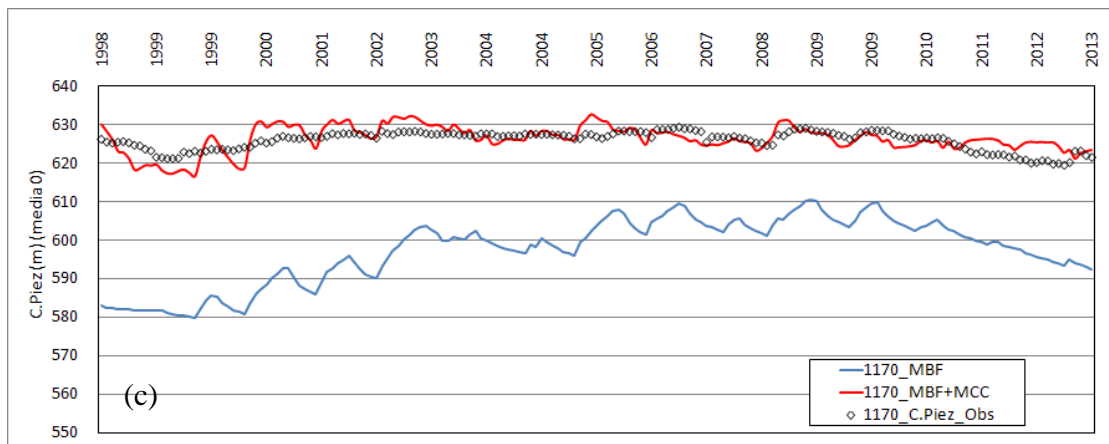


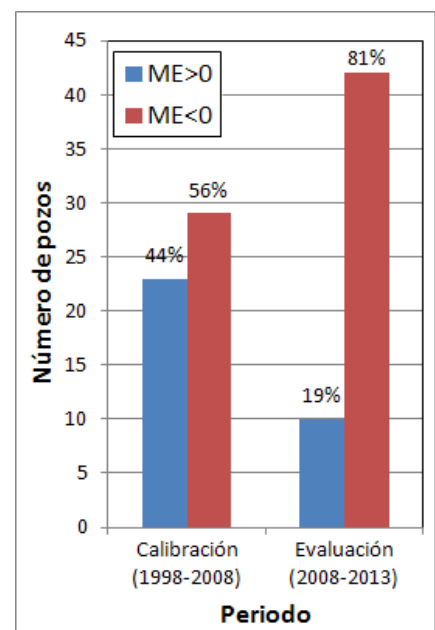
Figura 8.2c (continuación): Comparación de series simuladas por el MBF (línea azul), simulada por el MBF corregido (línea roja) y observada (puntos borde negro) para: (c) Pozo 1170 Vitacura 3, ubicado en la zona baja del dominio.

8.1. Reducción desviaciones

Al revisar las series de residuos uno de los primeros resultados estudiados es la magnitud del ME. Al graficar espacialmente los ME de los nuevos residuos, luego de aplicada la corrección complementaria, y construir curvas de isodiferencias, de manera similar a lo realizado en el Capítulo 6, no se observan grandes desviaciones ni una estructura especialmente definida. Se sugiere comparar la Figura 8.4 de la página siguiente con la Figura 6.10 del Capítulo 6 para una observación más clara. No obstante lo anterior, llama la atención el mayor número de ME negativos a lo largo de todo el dominio, es decir, en la mayoría de los pozos la cota piezométrica observada resulta en promedio menor a la cota piezométrica simulada corregida^{8.1}.

Al revisar los resultados de los distintos pozos, se observa que las cotas simuladas corregidas tienden normalmente a ser mayores a las observadas en el periodo final de la estadística (2010 – 2013), coincidente con el periodo de sequía que comenzó ese año y que se prolonga hasta la fecha de elaboración de este informe. En la Figura 8.3 se comprueba lo anterior, al contabilizar los pozos con ME > 0 y ME < 0, para el periodo de calibración (1998 – 2008) y evaluación (2008 – 2013), por separado. La mayor cantidad de ME negativos observados en la Figura 8.4, se explica entonces por el periodo de evaluación, fenómeno que se discute con más detalle en la páginas siguientes.

Figura 8.3: Cantidad de pozos con ME>0 y ME<0 para los periodos de calibración y evaluación.



^{8.1}Recordar del Capítulo 6 la expresión para el residuo: $e_i^t = O_i^t - S_i^t \quad \forall i, t$

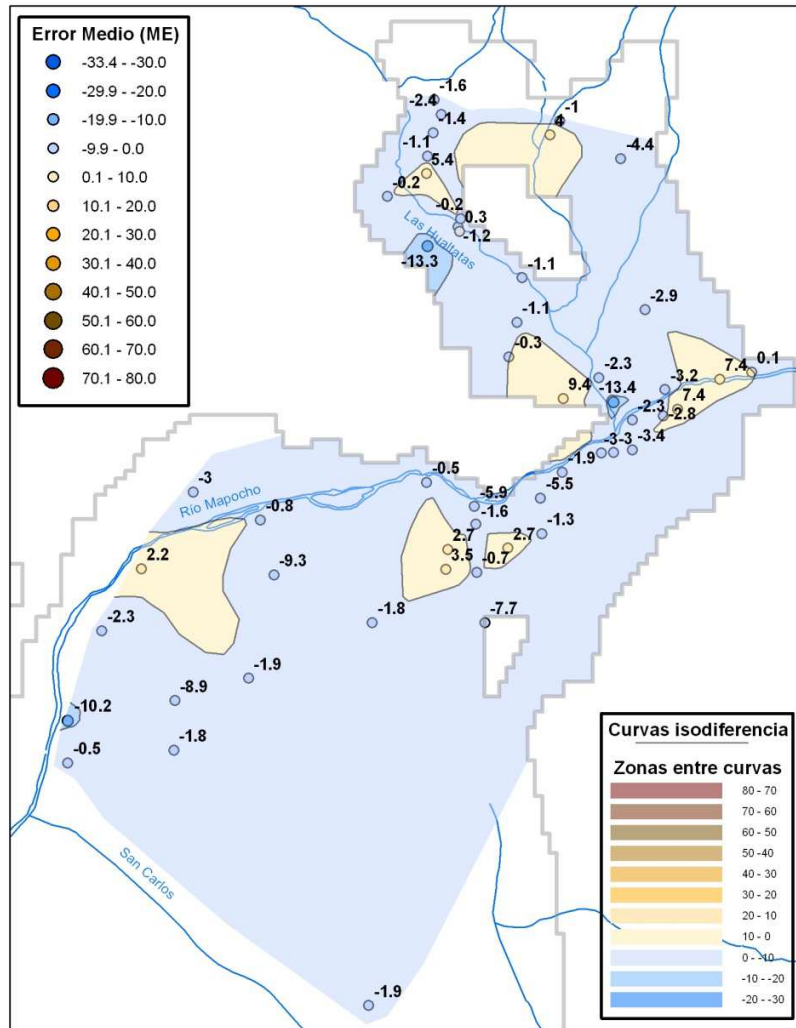
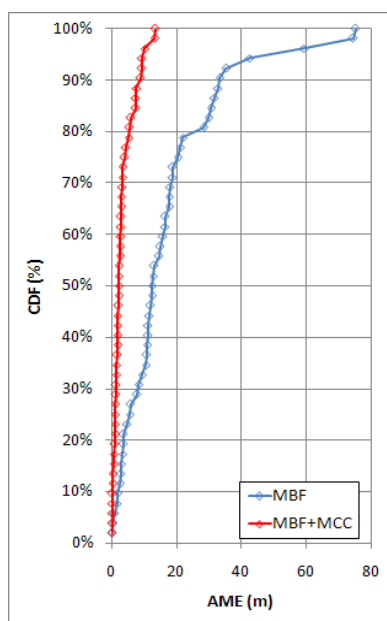


Figura 8.4: Error medio (m) en pozos de observación y curvas de isodiferencia de residuo (m) luego de la aplicación de MCC. Se conservaron las simbologías y escalas de la Figura 6.10 del Capítulo 6, para evidenciar la reducción del rango (valor máx – valor mín).



La Figura 8.5 muestra funciones de distribución acumulada (CDF) para el error medio absoluto (AME) de los residuos del MBF original y MBF corregido por MCC para los 52 pozos de observación individuales. Se observa que la curva correspondiente al modelo corregido se ha desplazado claramente hacia la izquierda mostrando menores desviaciones respecto de la curva asociada al modelo original. De la misma forma, el AME global bajó desde 17.4 m a 3.4 m, observándose además que la mayoría de los pozos (71%) tiene un AME menor al AME global, indicando desviaciones locales menores.

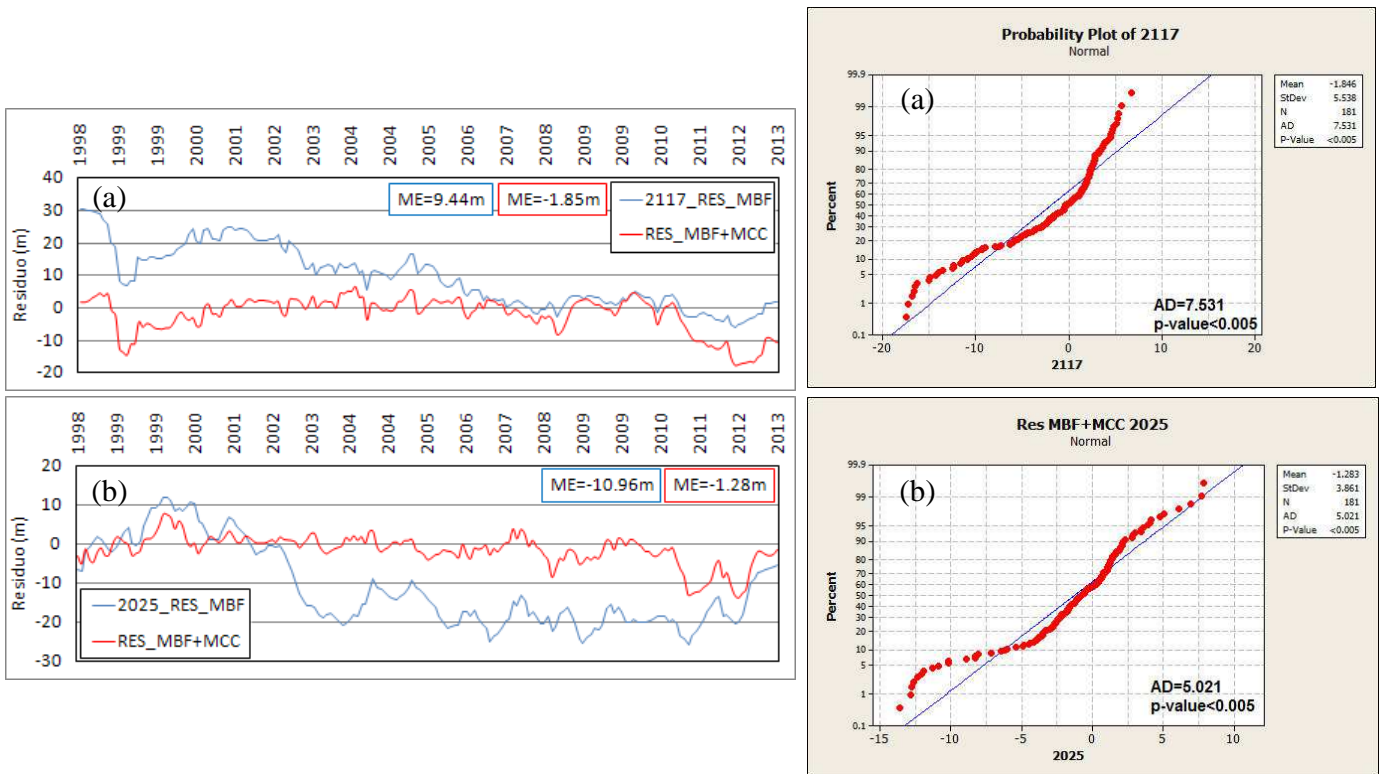
Figura 8.5: Funciones de distribución acumulada (CDF) para el error medio absoluto (AME) de los residuos del MBF original y MBF corregido por MCC para los 52 pozos individuales de observación; se observa la curva MBF+MCC desplazada claramente hacia la izquierda respecto de la curva MBF, indicando menores desviaciones respecto a lo observado.

8.2. Reducción estructura temporal

En el Capítulo 6 se verificó la presencia de estructuras temporales en los residuos generados por el MBF original. Además, luego de hacer los respectivos test de ajuste, se rechazó la hipótesis nula H_0 que supone una distribución normal $N(\mu, \sigma^2)$ para los errores.

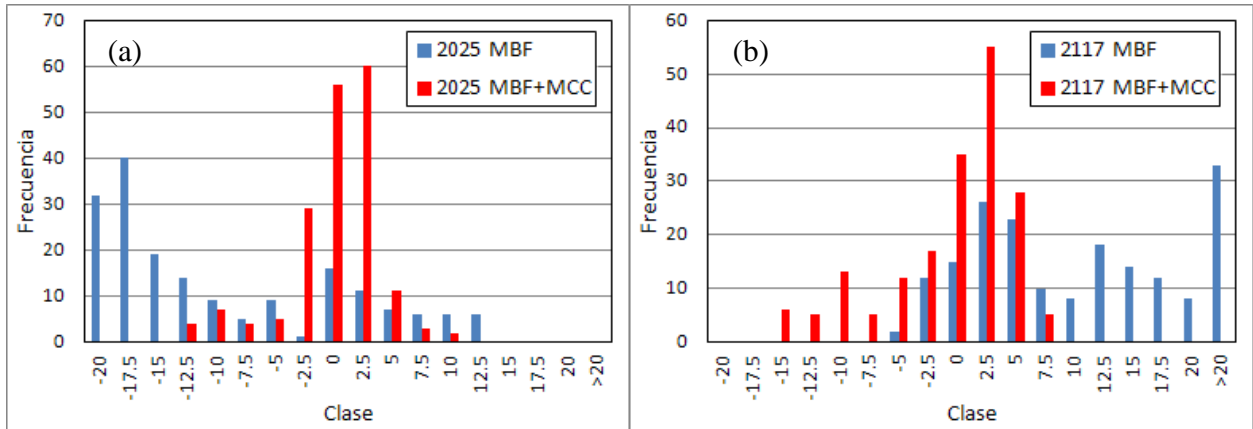
Al revisar las series de nuevos residuos generados por el MBF corregido se observa una menor dispersión de los datos. La desviación estándar bajó de 9.4 m a 5.1 m como promedio para los 52 pozos. Respecto a la normalidad, los test siguen sin permitir aceptar la hipótesis nula, es decir, no se puede asumir normalidad en los errores, sin embargo el estadístico Anderson-Darling AD (ver Capítulos 5 y 6), redujo su valor promedio de 5.6 a 4.0, aunque aún bastante lejos del valor límite 0.751 con un 95% significancia, para considerar que los datos siguen una distribución normal.

Las figuras 8.6a y 8.6b comparan las series de residuos de los pozos 2117 Vespucio Riesco y 2025 Lo Fontecilla, para el MBF original y MBF corregido, equivalentes a figuras 6.12a y 6.12b del Capítulo 6, incluyendo además sus respectivos gráficos de normalidad. Las gráficas para el resto de los pozos se incluyen en Anexo VI-A.



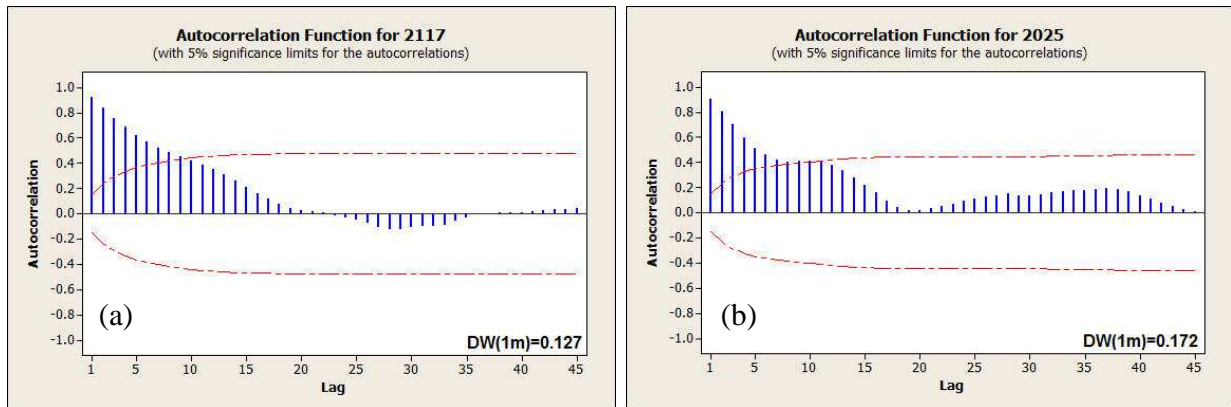
Figuras 8.6a y 8.6b: Series de residuos (izquierda) y sus respectivas pruebas de normalidad rechazadas (derecha), para (a) pozo 2117 Vespucio Riesco y (b) pozo 2025 Lo Fontecilla. Se observan series con menor dispersión, sin embargo, los test de normalidad no fueron superados.

No obstante lo anterior, al comparar los histogramas de frecuencias (figuras 8.7a y 8.7b) de los mismos pozos anteriores, se observan residuos mejor distribuidos en el MBF corregido, afectando a la normalidad nuevamente el periodo de evaluación (2008-2013), con diferencias negativas mayores a las esperadas.

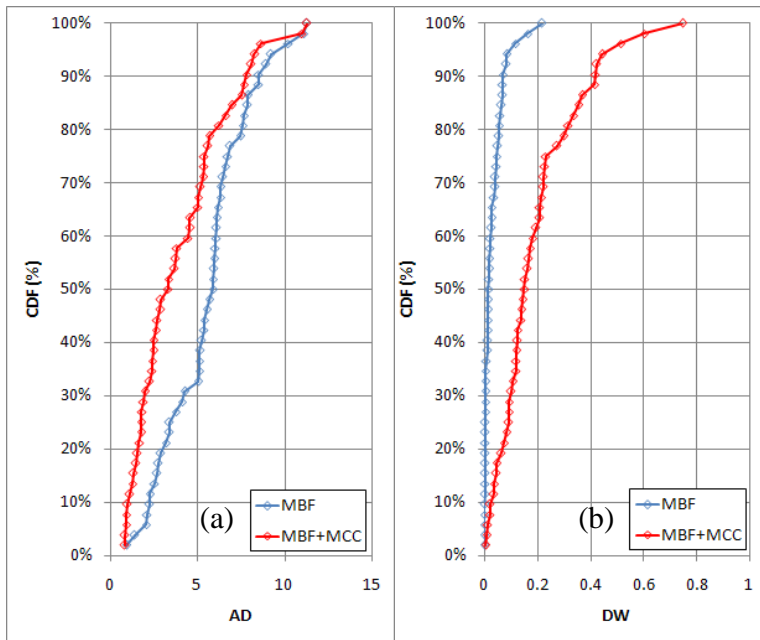


Figuras 8.7a y 8.7b: Histogramas de residuos para modelos original (MBF) y corregido (MBF+MCC). Se observa mejor distribución en los residuos generados por el modelo corregido.

La presencia de estructuras temporales se verificó mediante funciones de autocorrelación simples (ACF), las cuales decaen más rápidamente a cero (figuras 8.8a y 8.8b) que las mismas ACF del modelo original (figuras 6.12a y 6.12b, Capítulo 6) lo que se interpreta como una reducción en la correlación temporal. Dicha correlación también es examinada mediante el estadístico DW (ver Capítulo 6). Los residuos del modelo corregido presentan estadísticos Durbin-Watson (DW) (lag 1 mes) con valores mayores a los mismos del modelo original, lo cual confirma una reducción en la correlación temporal, sin embargo, la mayoría de los valores sigue siendo menor a 0.5, lo cual es indicativo de que persiste una cierta correlación temporal positiva. El resto de los pozos se incluyen en Anexo VI-B.



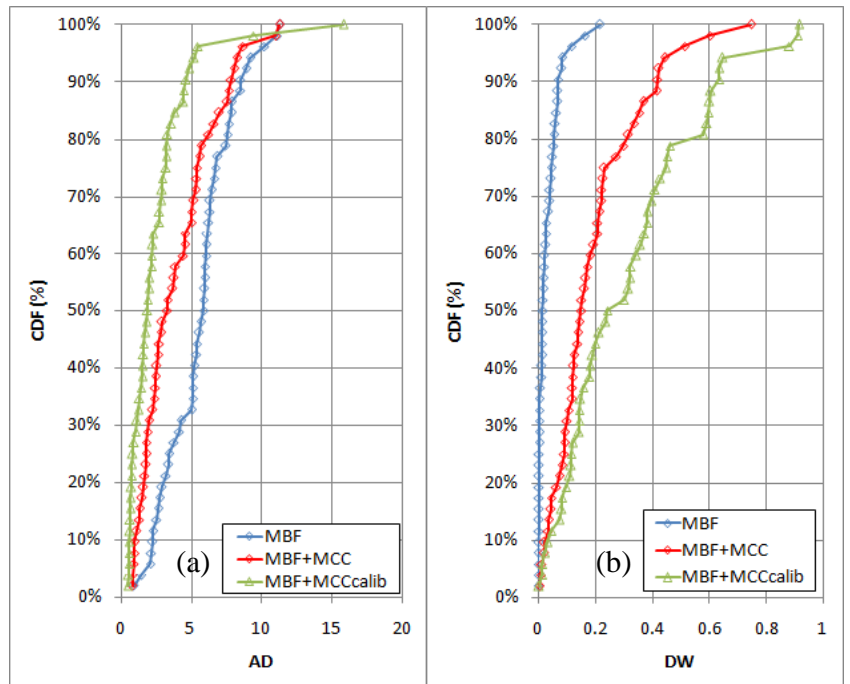
Figuras 8.8a y 8.8b: Funciones de autocorrelación simple (ACF) de residuos con bandas de significancia 5% (software Minitab) y estadístico Durbin-Watson (DW) para mismos pozos de figuras 8.7. En ambos pozos se verifica un aumento del estadístico (ver figuras 6.12a y 6.12b, Cap.6), aunque aún se mantiene menor a 0.5.



Las figuras 8.9a y 8.9b muestran, para los 52 pozos de observación individuales, comparaciones entre las funciones de distribución acumulada (CDF) de los estadísticos AD y DW, para los modelos original (MBF) y corregido (MBF+MCC). Tal como se esperaba, los MCC lograron desplazar las curvas hacia la izquierda (a) y derecha (b), generando residuos más cercanos a una distribución normal y con mayor independencia temporal.

Figuras 8.9a y 8.9b: CDF para los estadísticos AD (a) y DW (b) de los residuos para pozos individuales. En ambas figuras, las curvas se desplazaron, indicando residuos más cercanos a una distribución normal y con mayor independencia temporal.

Si bien las figuras anteriores muestran para el MBF corregido curvas claramente desplazadas respecto del MBF original, la mejora no parece en principio importante, en especial en la Figura 8.9a. Nuevamente, el periodo de evaluación (2008-2013) afecta los resultados, entregando valores que alejan a la serie de nuevos residuos de la normalidad esperada y aumentan las correlaciones temporales. Las figuras 8.10a y 8.10b incluyen una tercera curva similar a las anteriores pero considerando sólo el periodo de calibración (1998-2008), verificando mejoras.



Figuras 8.10a y 8.10b: CDF para los estadísticos AD (a) y DW (b) de los residuos para pozos individuales. Las curvas verdes representan sólo el periodo de calibración (1998-2008), lo que demuestra que el periodo de evaluación (2008-2013) afecta negativamente los resultados, alejando a los residuos de una distribución normal y reduciendo la independencia temporal.

8.3. Reducción estructura espacial

El análisis de estructuras espaciales fue abordado en el Capítulo 6 mediante geostatística. A los semivariogramas experimentales (SVE) de los nuevos residuos (MBF corregido), les fueron ajustados semivariogramas teóricos (SVT) Gaussianos, comprobando la existencia de rangos mucho menores a los obtenidos en similar análisis del MBF original, y menores también a la distancia promedio entre los pozos de observación, indicativo de ausencia de correlación espacial.

Las figuras 8.11a, 8.11b y 8.11c muestran SVEs para los nuevos residuos para dos fechas cualquiera dentro del dominio temporal (abr-00 y dic-10) y para el error medio (ME), las cuales son comparables a las figuras 6.14a, 6.14b y 6.14c del Capítulo 6. Se ajustaron SVT Gaussianos los cuales se incluyen en las figuras anteriores junto a sus parámetros en la forma *Varianza* × *Gau* (*Rango*). Destaca la reducción en el valor de las mesetas de los SVT, en respuesta a la reducción de la varianza del proceso y más importante aún, los rangos mostrados en los SVT, 330.2 m, 503.5 m y 399.5 m, son esta vez menores a 817m correspondiente a la distancia promedio entre los pozos de observación (ver 6.3.2 en Cap.6), lo cual sugiere la ausencia de correlaciones espaciales. En Anexo VI-C se incluye archivo que genera los SVE y SVT que se deseen.

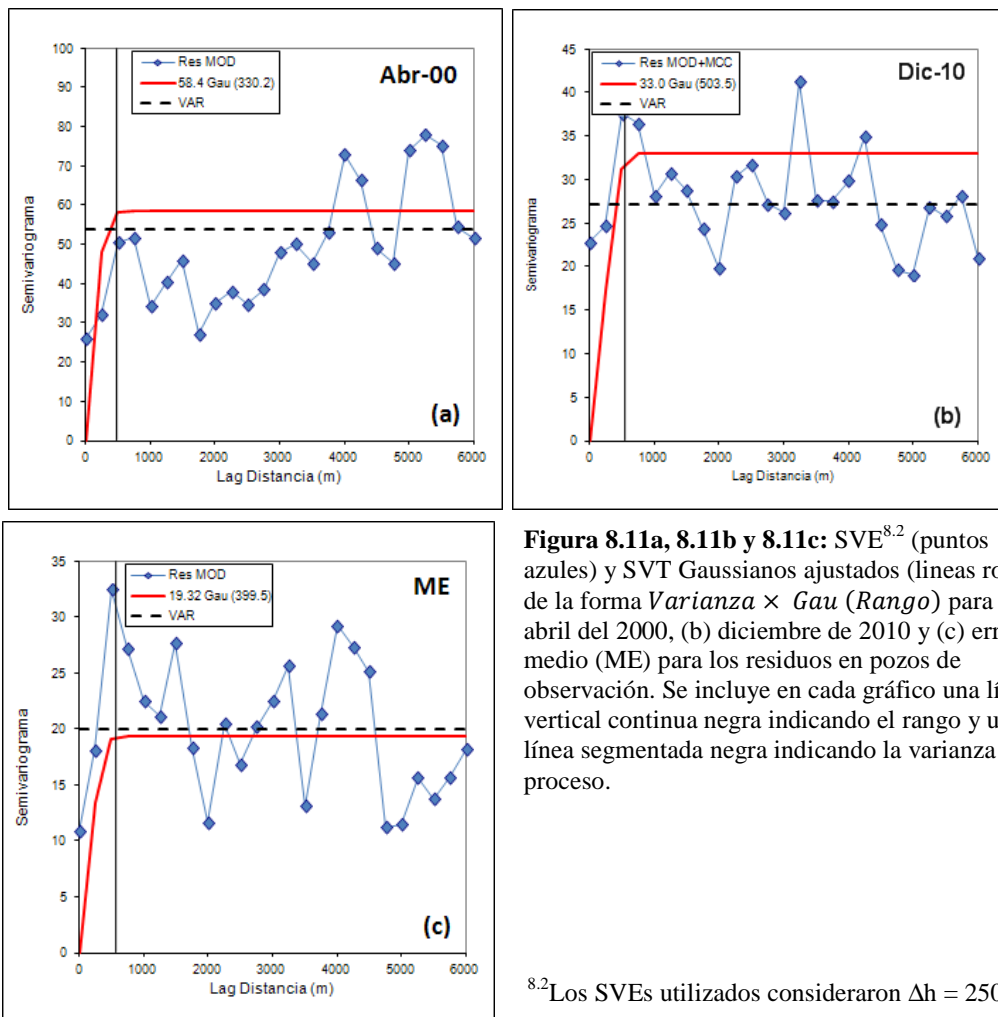
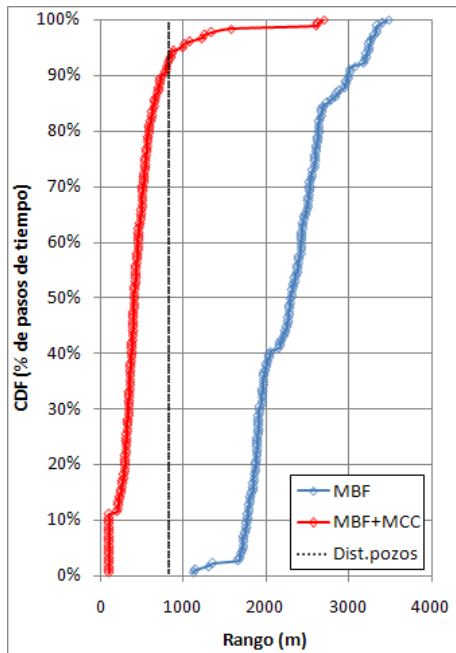


Figura 8.11a, 8.11b y 8.11c: SVE^{8.2} (puntos azules) y SVT Gaussianos ajustados (líneas rojas) de la forma *Varianza* × *Gau* (*Rango*) para (a) abril del 2000, (b) diciembre de 2010 y (c) error medio (ME) para los residuos en pozos de observación. Se incluye en cada gráfico una línea vertical continua negra indicando el rango y una línea segmentada negra indicando la varianza del proceso.

^{8.2}Los SVEs utilizados consideraron $\Delta h = 250m$



Por último, la Figura 8.12 muestra funciones de distribución acumulada (CDF), en % de pasos de tiempo, para los rangos de los SVT Gaussianos ajustados, tanto del MBF original (MBF) como del MBF corregido (MBF+MCC). Se observa que en el modelo corregido, cerca del 95% del tiempo, los rangos de los SVT resultan menores a la distancia media entre pozos, lo cual indica ausencia de correlación espacial en prácticamente todo el dominio temporal, es decir, los resultados mostrados en las figuras 8.11a y 8.11b correspondientes a abr-00 y dic-10, no son excepcionales y reflejan el comportamiento de casi todo el periodo.

Figura 8.12: CDF para los rangos de los SVT Gaussianos ajustados a todo el dominio temporal. A diferencia del MBF, el MBF+MCC muestra rangos menores a la distancia promedio entre pozos el 95% del tiempo.

Se pudo verificar que los mayores rangos obtenidos, responsables del 5% que supera la distancia promedio entre pozos, corresponden nuevamente al periodo de evaluación, específicamente a un periodo del año 2012. Este aumento de correlación espacial (aumento de rango en SVTs) se entiende como otra forma en que se manifiestan las dificultades del MCC en este periodo de evaluación.

8.4. Comentarios

Mediante análisis de los nuevos residuos generados, en este capítulo se mostró como la aplicación de la corrección complementaria genera reducción de desviaciones y estructuras temporales y espaciales en las nuevas series simuladas. La Tabla 8.1 resume las mejoras como reducción del AME y RMS respectivamente, para cada grupo de estudio (C, PT, PE y PET).

Tabla 8.1: Mejora del MBF corregido respecto del MBF original como reducción del AME (a) y RMS (b) según grupo de estudio. (C: calibración, PT: predicción temporal, PE: predicción espacial, PET: predicción espacio-temporal)

(a) AME (m)				
Modelo	Grupo C	Grupo PT	Grupo PE	Grupo PET
MBF	18.4	19.5	16.2	17.4
MBF+MCC	0.3	5.1	6.2	6.1
Mejora	99%	74%	62%	65%
(b) RMS (m)				
Modelo	Grupo C	Grupo PT	Grupo PE	Grupo PET
MBF	22.0	20.6	20.0	18.8
MBF+MCC	3.8	7.5	7.9	8.4
Mejora	83%	64%	61%	55%

De los resultados anteriores destaca la notable mejora en los pozos de calibración en el periodo de calibración (grupo C), lo que sugiere al momento de construir MCCs, la conveniencia de incluir todos los pozos de los que se posea información y realizar calibraciones periódicamente.

Los mismos pozos anteriores, pero en el periodo de evaluación (grupo PT) presentaron el segundo mejor resultado. Probablemente esto se deba en gran parte al MCC Espacial, que dejó a estos pozos de calibración con $ME \approx 0$, pues en cambio el MCC Temporal mostró algunos resultados con desviaciones en este periodo de evaluación, efecto ya detectado en los puntos anteriores. Para pozos conocidos, esta sería la mejora conseguida en un pronóstico (74% AME y 64% RMS).

El grupo de predicción espacial (grupo PE) incluye desde el comienzo una desviación del ME dada por el mejor resultado posible del MCC Espacial, pero normalmente con una diferencia distinta de cero. Lo anterior indudablemente constituye una desventaja inicial para este grupo, la cual se compensa sólo en parte con el MCC Temporal. De todas formas, una mejora de más del 60% para este grupo de puntos totalmente desconocidos al MCC, se considera aceptable.

La menor mejora se consiguió en los pozos no usados para calibrar ninguno de los dos MCC, ni espacial ni temporal, es decir, el grupo PET. Este grupo recoge los errores de ambos MCC y por tanto normalmente resulta el de menor desempeño. No obstante lo anterior, se observan mejoras cercanas al 60%.

Idealmente la aplicación de un MCC a un MBF implicará un gran grupo C, con toda la información disponible, además de un grupo PT, correspondiente a una simulación futura de los mismos pozos anteriores. Los grupos PE y PET debiesen corresponder sólo a un pequeño grupo de puntos exploratorios, de los cuales se quiera saber su evolución actual y futura.

Respecto del MCC propiamente tal, destacan dos aspectos a considerar para posibles nuevas aplicaciones de esta metodología:

1) En este trabajo, la elección de los pozos de calibración para el MCC Espacial se basó únicamente en el criterio de “abarcarse la mayor superficie posible dentro del dominio” (punto 7.1, Cap.7), es decir, se intentó abarcar los pozos periféricos y en el interior se realizó una elección de pozos distribuidos en forma relativamente homogénea. Se piensa que este criterio debiese ser reemplazado por una elección en base a un análisis de las curvas de isodiferencia (Fig 6.10, Cap.6), pues la cercanía de dos pozos no siempre es sinónimo de redundancia de información, por ejemplo cuando existe un gradiente importante de las curvas entre ellos. En una nueva aplicación, las curvas de isodiferencia deberían indicar qué pozos escoger y/o dónde sería necesaria una medición extra, para mejorar los resultados del MCC Espacial en un determinado sector.

2) La revisión de resultados puso de manifiesto algunos inconvenientes que tuvo el MCC Temporal en el periodo de evaluación (2008-2013), el cual coincidió con un periodo de inusual sequía iniciado el 2010 y que se prolonga hasta la fecha de elaboración de este trabajo. La condición hidrológica anterior provocó bajas excepcionales de niveles de napa en prácticamente todos los sectores del dominio, algunas de las cuales el MCC Temporal no representó adecuadamente, lo que se tradujo en series de residuos con tendencia a valores negativos, recordar que $e_i^t = O_i^t - S_i^t$, donde: e_i^t serie de residuos, O_i^t serie observada y S_i^t serie

simulada por el MBF. Esto pone de manifiesto la necesidad de contar con periodos de calibración lo más extensos posibles y que idealmente incluyan periodos extremos, tanto húmedos como secos. Otra opción, ante la normal falta de datos disponibles, sería incluir un nuevo input en el MCC Temporal, que sea capaz de corregir los pronósticos según se desee: supuesto pronóstico de periodo seco, normal o húmedo.

Las reducciones en los indicadores AME y RMS generadas por la aplicación del MCC al MBF, resultado de las correcciones a los errores del MBF original, sin importar el motivo responsable, demuestra que la posibilidad de revalidar un MBF de manera externa y complementaria sin intervenir su estructura, es una opción real y una oportunidad sencilla de mejorar en forma importante la precisión de la modelación hidrogeológica tradicional.

9. Síntesis y conclusiones

El desarrollo del presente trabajo permitió comprobar que la modelación subterránea determinística puede ser complementada con herramientas estocásticas para mejorar los resultados de sus simulaciones. Este esquema constituye una opción simple para aprovechar el mejoramiento en la adquisición de mediciones de terreno, tanto en cantidad como en calidad, que se ha experimentado en los últimos años.

Los fenómenos físicos sobre los cuales se sustenta la modelación de base física le otorgan una validez que no se cuestiona en el presente trabajo, sin embargo, es innegable que la simplificación que comúnmente utilizan les resta precisión a sus resultados. Para mejorar esto no es recomendable complejizar el Modelo de Base Física (MBF), pues aunque se capturen todos los procesos involucrados, se manifiesta en última instancia la heterogeneidad propia de los medios subterráneos, condición que imposibilita su representación física.

La corrección complementaria constituye una respuesta sencilla al problema anterior, por cuanto abandona la interpretación física y se enfrenta al problema intentando corregir los errores sin importar su origen, limitándose a mejorar las simulaciones de acuerdo a lo observado y con el respaldo físico detrás incluido en el MBF a corregir. El Modelo de Corrección Complementaria (MCC) presentado en este trabajo, interpreta a la variable de estado de nivel de la napa como la realización de un proceso estocástico, lo que le permite tratar con la heterogeneidad del medio al incluir la aleatoriedad como parte de la variable de nivel estático (NE).

A continuación se entregan comentarios y conclusiones sobre cada parte del trabajo, de acuerdo al orden como fueron presentadas en el presente informe.

9.1. Modelo de Base Física (MBF)

Un MCC no es un modelo numérico capaz de simular por sí solo la hidrología subterránea, sino que requiere de los resultados previos de un MBF para generar los propios y corregir los originales. Un MCC busca mejorar los resultados de un MBF, razón por la cual se requiere la existencia de este último previo a la aplicación del primero.

El MBF escogido en el presente trabajo es uno de los modelos numéricos más completos desarrollados en la región, utilizado ampliamente, validado por la autoridad y demás actores de la cuenca y con un sólido sustento físico dado por el extenso estudio que lo generó (DGA SIT n°62, 2000). Además de lo anterior, este MBF presentaba dos características que lo hacían apropiado para este estudio:

- 1) posee una actualización justamente en la zona de interés (sector Mapocho Alto) que mejoró notablemente sus resultados, es decir, impone una mayor exigencia al MCC.
- 2) su dominio temporal (1950-1998) no permitía comparar sus simulaciones directamente con la estadística observada disponible (1998-2013), limitando sus resultados a balances y disponibilidades.

Las series de recarga, que deben ingresarse al MBF, provenían de un modelo superficial llamado MOS (Modelo de simulación de la Operación del Sistema), creado con motivo del mismo estudio del año 2000. En las referencias consultadas no se pudo comprobar alguna actualización oficial

de este modelo superficial, situación que probablemente sea el motivo por el cual el dominio temporal del MBF nunca fue modificado. La actualización del sector Mapocho Alto que se aplicó al MBF el año 2004, tampoco modificó el dominio temporal, aún cuando independizó sus recargas del MOS.

Dado que la estadística observada disponible en el presente estudio abarca el periodo 1998-2013, fue necesario un proceso de actualización del MBF, cuyo dominio temporal cubre el periodo 1950-1998. Recordando que la idea básica de una corrección complementaria es corregir un MBF sin intervenirlo, la extensión temporal fue realizada solamente para disponer de series observadas y simuladas en un periodo temporal común. Por lo anterior, la extensión mantuvo los procedimientos originales cuando fue posible de tal forma de contar con un MBF equivalente al original, pero que realice simulaciones hasta 2013. Una vez finalizado, el proceso de actualización permitió comparar válidamente las simulaciones del MBF con los datos observados disponibles.

Es necesario recordar que si un MBF está actualizado, no es necesario el proceso de actualización anterior y la aplicación del MCC se puede realizar directamente. La Figura 9.1 muestra una captura para el sector Mapocho Alto en ambiente VMODFLOW del modelo actualizado.

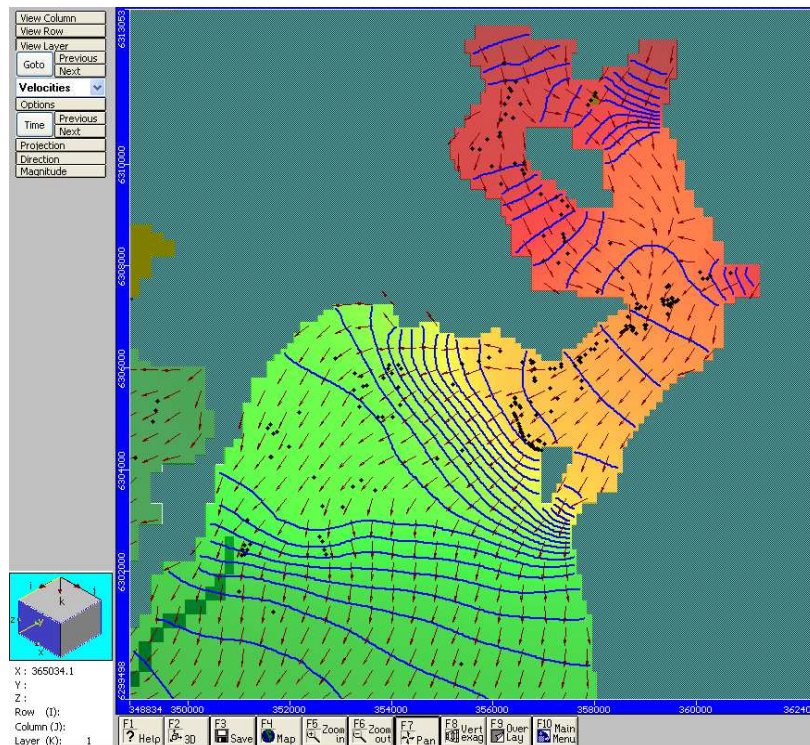


Figura 9.1: Curvas piezométricas y velocidades de flujo simuladas por el MBF actualizado en el sector Mapocho Alto.

9.2. Zona de estudio

Si bien el MBF actualizado abarca toda la cuenca del río Maipo, se escogió un sector más acotado para la aplicación del MCC, básicamente por contar con mayor información en esta zona. El sector escogido, denominado Mapocho Alto, corresponde a un acuífero sedimentario de tipo libre, rodeado por formaciones montañosas, salvo en su extremo sur, con un basamento ubicado a profundidades variables con valores predominantes entre 50 m y 200 m y marcado por la presencia del río Mapocho y su régimen hidrológico (ver Cap. 4).

Este sector resultó interesante para la modelación subterránea y aún más para la aplicación experimental del MCC, dado que se trata de una zona con un importante dinamismo hidrogeológico, pues existe una alta explotación subterránea de 900 l/s aprox. como promedio anual, ocurren recargas estacionales localizadas dadas por el río Mapocho que aporta cerca del 70% del total, su superficie está urbanizada en un 85% aprox. y muestra oscilaciones importantes del nivel de la napa, hasta de 30 m dentro del año, todo en un área más bien reducida de 70 km² aprox. La Figura 9.2 muestra en forma referencial la ubicación de la zona de estudio, mientras que la Figura 9.3 incluye los límites definidos del acuífero, los pozos existentes, los cauces principales y las formaciones predominantes.

Figura 9.2: Ubicación referencial del sector en estudio.

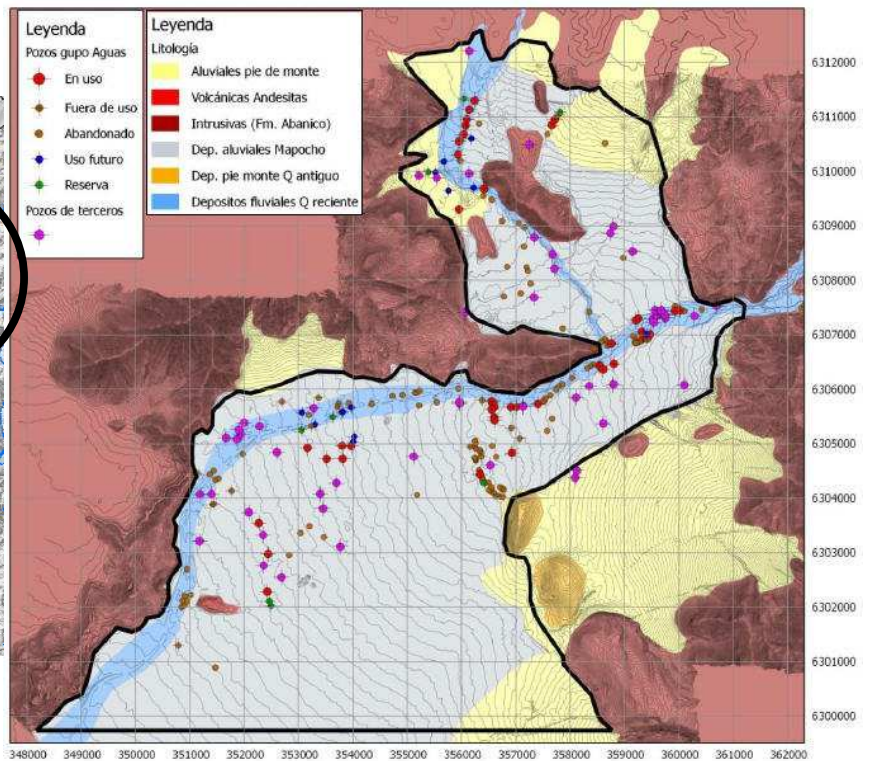
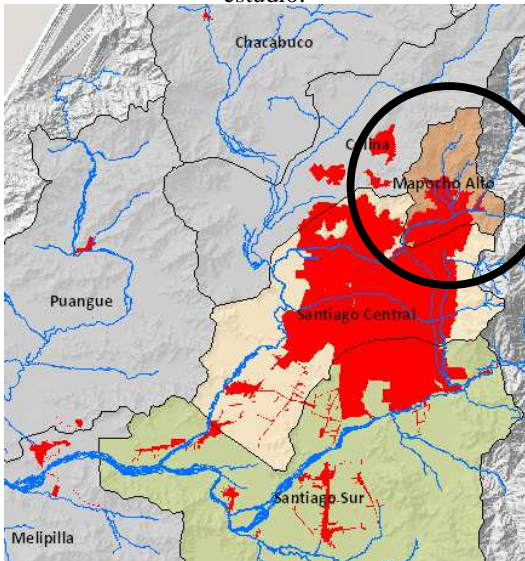


Figura 9.3: Sector Mapocho Alto; se observan el límite definido del acuífero, los pozos y cauces existentes y las formaciones principales (modificada de AQUALOGY, 2014).

Integrando estadística de producción de pozos, precipitaciones registradas, caudales de ríos y esteros y un modelo conceptual consensuado de la zona, fue posible justificar el comportamiento estacional de los niveles de agua subterránea, no observándose una tendencia general de ascenso o descenso del nivel de la napa, sino más bien diversos ciclos en los últimos años posibles de correlacionar con periodos húmedos y secos observadas en la región.

No obstante lo anterior, para la aplicación del MCC, en teoría sólo es indispensable contar con estadística de niveles, no siendo necesario un conocimiento mayor sobre el funcionamiento del acuífero a modelar. En el contexto usual de aplicación de un MCC, todos los procesos físicos se suponen incorporados en el MBF respectivo, por lo que las diferencias que persisten se corrigen numéricamente. En este sentido el estudio detallado del acuífero realizado en el presente trabajo, permitió evaluar posibles condiciones físicas no incorporadas en el MBF, que explicarían las discrepancias entre sus resultados y la estadística observada. Sin embargo, estas no fueron consideradas en la elaboración del MCC.

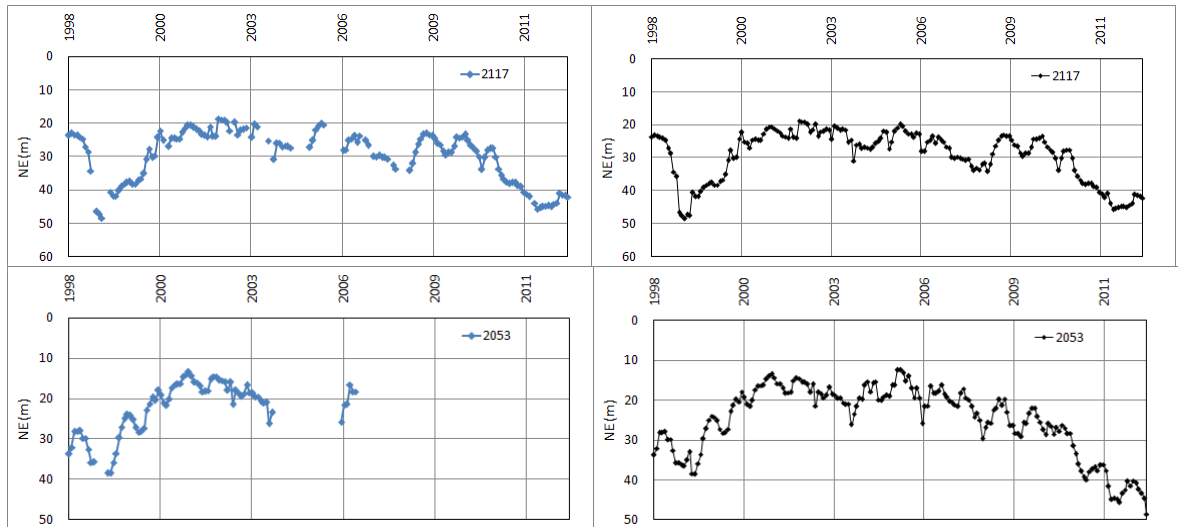
9.3. Estadística observada

Es evidente insistir en la importancia de la medición de niveles y, en especial, en su permanencia en el tiempo, pues las observaciones de largo plazo son las que permiten realizar análisis más completos. Para el presente estudio, la frecuencia mensual de los datos fue suficiente. En principio, un aumento en la frecuencia de medición (semanal, diaria, horaria, etc) no parece que permita obtener mejor información. Mayores frecuencias de medición pueden ser necesarias para estudiar efectos locales de carácter operacionales asociados a transientes, como partidas y paradas de pozos, efectos que de todas formas la modelación de base física tradicional no es capaz de capturar hasta que alcanzan el equilibrio, escapando al análisis buscado en el presente estudio.

Normalmente, una de las primeras etapas en los estudios hidrológicos es la depuración y relleno de estadística disponible, actividad menos frecuente en los estudios hidrogeológicos, tanto por no ser imprescindible para la construcción de modelos tradicionales de base física, como también por la escasez normal de datos. Dado que en el presente estudio se hace uso en forma intensiva de la estadística, y considerando además la excepcional cantidad de datos disponibles, se realizó un proceso de depuración y relleno que permitió obtener series completas, como muestran las figuras 9.4a y 9.4b y, más importante aún, validar un procedimiento de depuración y relleno que se basa en las características propias de los niveles de agua subterránea.

Una característica básica de toda serie de niveles estáticos (NE) es su suavidad, en el sentido de no presentar variaciones importantes entre datos consecutivos, a no ser por causa de factores externos, ajenos al comportamiento natural del acuífero estudiado y de carácter más bien local, que invalidan por tanto su condición de registro natural. Esta cualidad ayudó a identificar que un análisis usual de outliers no es suficiente para eliminar todos los datos anómalos, presentándose en este estudio un complemento para dicha depuración inicial.

Dada la evidente dependencia entre datos contiguos temporalmente, no es aconsejable un análisis clásico para el estudio de series de nivel de napa, por lo mismo se consideró al NE como una variable aleatoria y a su serie observada como la realización de un proceso estocástico, utilizando para el relleno herramientas sencillas como modelos AR y FT, los cuales mostraron, en general, buenos resultados por lo que se consideran alternativas interesantes para el relleno de información y tratamiento de niveles observados en aguas subterráneas.



Figuras 9.4a y 9.4b: Ejemplos de series de niveles de napa observadas (izquierda) y rellenadas (derecha) para pozo con pocos registros faltantes (arriba) y pozo con mayor cantidad de vacíos en su estadística (abajo).

9.4. Residuos

El análisis de residuos confirmó el supuesto inicial sobre que los errores de un MBF generalmente no son sólo aleatorios, sino también sistemáticos. Mediante este análisis, fue posible detectar estructura tanto espacial como temporal en las series de residuos, condición necesaria para la aplicación de corrección complementaria. Errores con una distribución normal de media cero y varianza comparable con el error de observación, no son buenos candidatos para la aplicación de un MCC. A continuación se describen las principales características detectadas.

Se observaron series cuyo error medio absoluto (AME) fue muy superior al AME global, lo cual es indicativo de desviaciones locales apreciables, de las cuales, las principales se explican por condiciones físicas existentes no incluidas dentro en el MBF.

De los 52 pozos de observación, las series de residuos de 51 de ellos no superaron el test de normalidad, aún cuando se espera que los errores de un MBF calibrado estén normalmente distribuidos.

Se verificó la existencia de estructura temporal en las series de residuos mediante funciones de autocorrelación simples (ACF), las cuales no decayeron rápidamente a cero como se esperaría para series no correlacionadas temporalmente, según puede observarse en la Figura 9.5. El estadístico utilizado para cuantificar dicha estructura, indicó para todos los pozos, presencia de correlación temporal positiva.

Estructuras espaciales fueron detectadas mediante análisis geoestadístico. Los semivariogramas teóricos SVT ajustados a los semivariogramas experimentales SVE observados, presentaron rangos mucho mayores a la distancia promedio entre los pozos de observación de 817 m, como se muestra en la Figura 9.6, situación que sugiere la presencia de correlación espacial. Esta situación se observó para todo el dominio temporal (mar-98 a dic-13).

A pesar de contar con un MBF mejorado en la zona, gracias a la actualización del año 2004 y calibrado, con un RMSN global de 7%, el análisis de los errores demostró en forma concluyente que éstos no pueden considerarse ruido blanco, por lo que su estructura puede ser capturada numéricamente por un MCC. El análisis anterior es indispensable antes de intentar la aplicación de una corrección complementaria, pues previene al MCC de un sobreajuste a errores aleatorios.

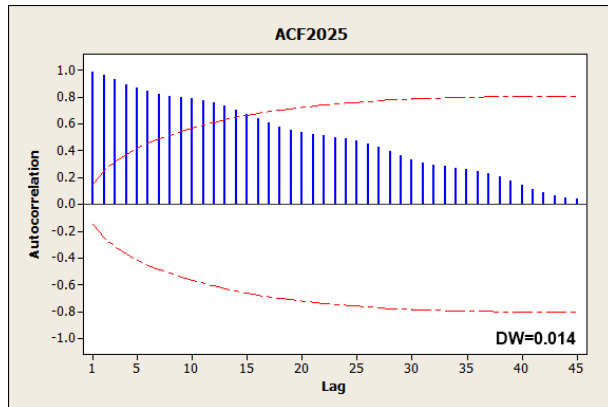


Figura 9.5: Función de autocorrelación simple (ACF) de residuos que no decae rápidamente y estadístico Durbin-Watson (DW) pequeño, ambas condiciones indican la presencia de estructura temporal presente.

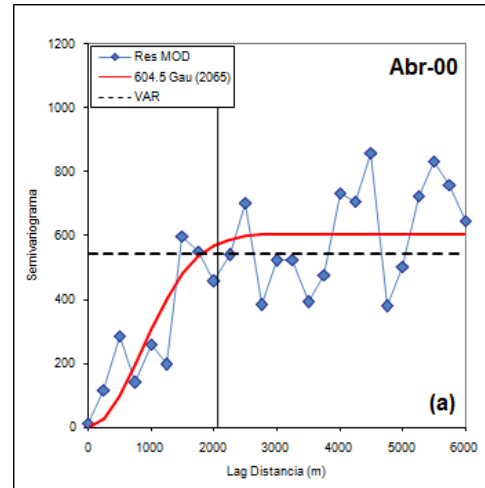


Figura 9.6: SVE (puntos azules) y SVT Gaussiano ajustado (línea roja) de la forma $Varianza \times Gau (Rango)$, para abril del año 2000, para los residuos en pozos de observación. El rango (línea vertical continua negra), con un valor superior a la distancia promedio entre pozos (817 m), indica presencia de estructura espacial.

9.5. Modelo de Corrección Complementaria (MCC)

El objetivo del MCC es reproducir numéricamente las series de residuos obtenidas para luego removerlas de las simulaciones del MBF mediante adición simple y acercar, por tanto, dichas simulaciones a lo observado.

Una representación esquemática de la modelación complementaria es presentado en la Figura 9.7. Las tareas específicas incluyen primero un análisis de los errores de las simulaciones del MBF, buscando estructuras internas, para luego calibrar el MCC basado en este análisis residual, permitiendo corregir las predicciones del MBF, tanto en el tiempo como en el espacio.

El MCC presentado se compone de dos partes, denominadas MCC Espacial y MCC Temporal, que se aplican sucesivamente. Se decidió la aplicación separada para maximizar el potencial de cada herramienta dentro de su campo de acción y para entender de mejor forma sus fortalezas y debilidades. En el ámbito espacial, se utilizaron elementos de geoestadística y en el temporal, estructuras de redes neuronales artificiales (RNA).

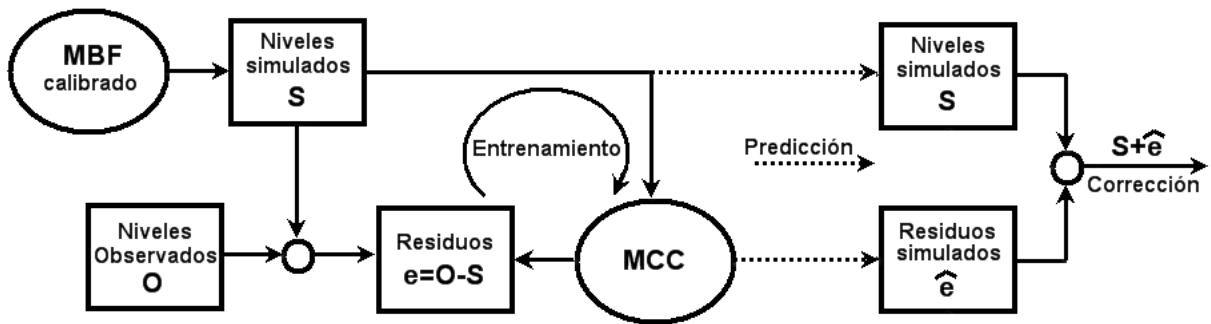


Figura 9.7: Representación esquemática de la modelación complementaria. Los errores de las simulaciones del MBF son estudiados y permiten calibrar el MCC. Finalmente ambos modelos son usados para lograr mejoras en las predicciones.

Pensando en que una serie de residuos típica puede separarse en un error medio (ME) (sobre t) y una serie de tiempo centrada en 0, el MCC Espacial opera reproduciendo el ME y el MCC Temporal reproduce la curva en el tiempo, por lo que la aplicación conjunta de ambos MCC genera una serie de residuos simulada similar a la serie de residuos original.

Para evaluar el comportamiento del MCC en pronósticos, se reservaron datos conocidos, tanto espacialmente como temporalmente, no utilizándolos para las calibraciones. El MCC Espacial fue calibrado con los ME sólo de 31 pozos de los 52 disponibles, mientras que el MCC Temporal fue calibrado utilizando, para los mismos 31 pozos, sólo los primeros 10 años de estadística (1998-2008) de los 15 disponibles (1998-2013). Por tanto, la información se dividió en datos de calibración (31 pozos y el periodo 1998-2008) y datos de evaluación (21 pozos y el periodo 2008-2013), lo que generó 4 grupos de estudio:

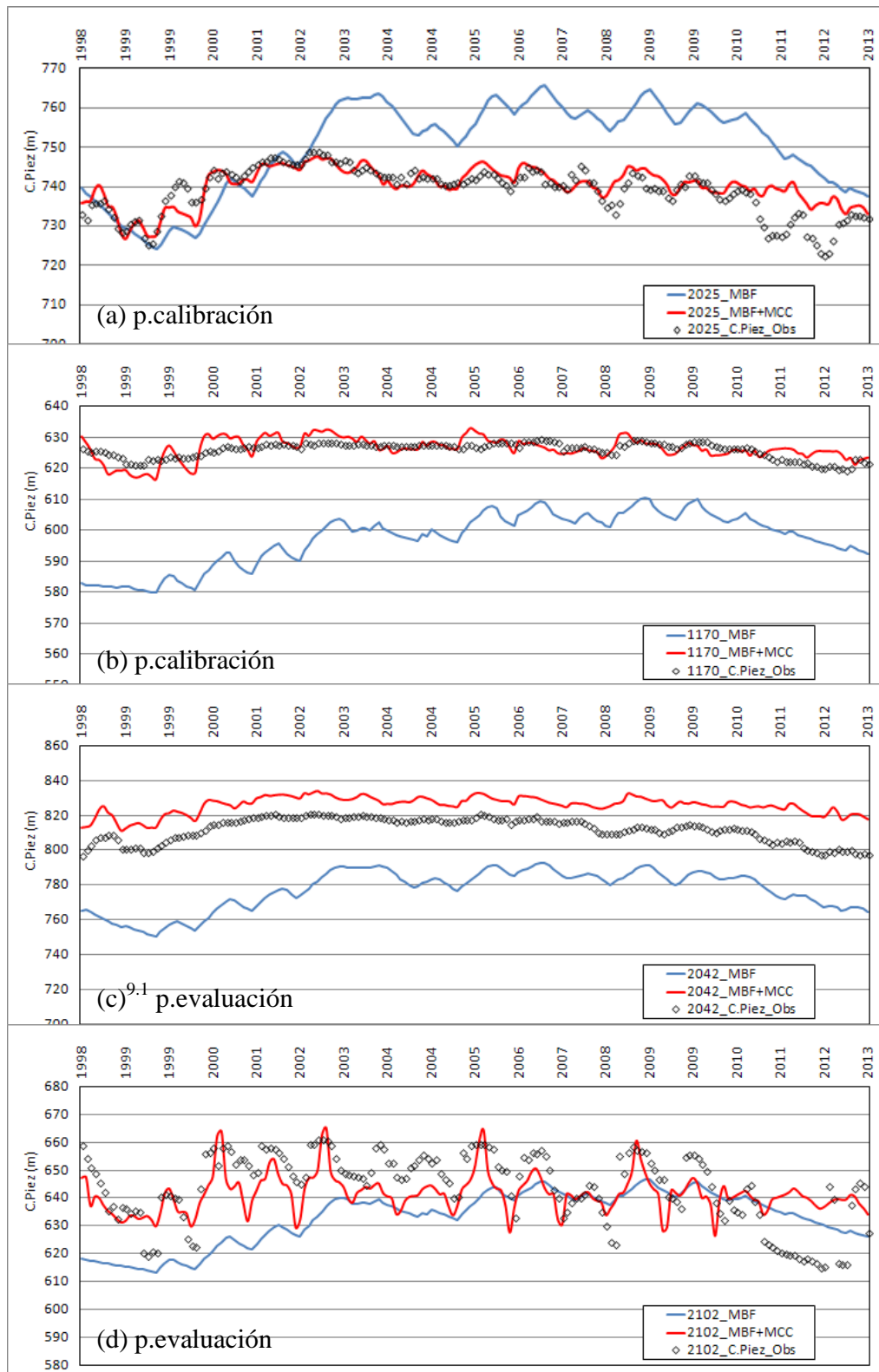
- 1) Pozos de calibración en periodo de calibración (grupo C, calibración)
- 2) Pozos de calibración en periodo de evaluación (grupo PT, predicción temporal)
- 3) Pozos de evaluación en periodo de calibración (grupo PE, predicción espacial)
- 4) Pozos de evaluación en periodo de evaluación (grupo PET, predicción espacio-temporal)

Se verificaron mejoras en todos los grupos, comparando los resultados del MBF original respecto del MBF corregido (Espacial y Temporal), destacando igualmente la validación de ambas herramientas (geoestadística y redes neuronales) en el contexto de la modelación de aguas subterráneas.

9.6. Resultados

Luego de verificar ambos MCC por separado, la evaluación final correspondió a la integración de ambos modelos. Respecto de los resultados, se destacan 3 puntos:

- 1) La inspección visual de las series muestra cualitativamente mejoras del MBF corregido (MBF+MCC) respecto del MBF original (MBF), con series del modelo corregido más cercanas a lo observado, como se aprecia en las figuras siguientes.



Figuras 9.8: Comparación de series simuladas por el MBF original (línea azul), simulada por el MBF corregido (línea roja) y observada (puntos borde negro), para: (a) y (b) pozos utilizados en las calibraciones (grupos C y PT) y (c) y (d) pozos no utilizados en las calibraciones (grupos PE y PET) ubicados en diferentes partes del dominio.

^{9.1}La figura (c) es un ejemplo de una desviación en los resultados debido al MCC Espacial, que en este caso modeló el ME con un error de 10 m aproximadamente respecto del ME observado (ver pozo 2042 en Fig 7.4, Cap.7).

2) Cuantitativamente, se verificó que los nuevos residuos generados (diferencia entre lo observado y el MBF corregido por MCC) presentan menores desviaciones global y locales, distribución normal y reducciones en las correlaciones temporales y espaciales, acercándose a las características de una serie sin estructura. Las figuras siguientes ilustran lo anterior, comparando los residuos originales con los nuevos.

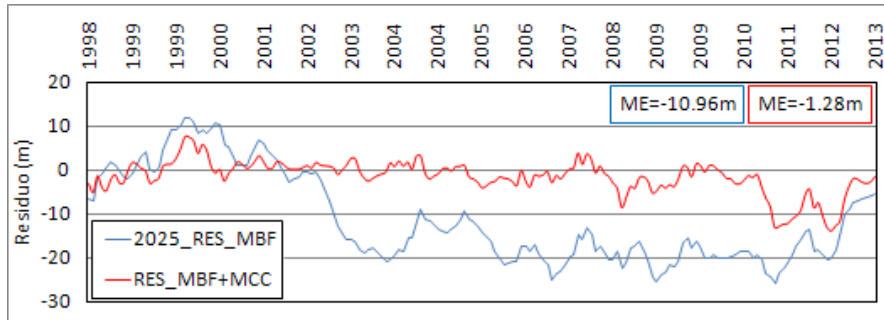


Figura 9.9: Las series de residuos del MBF corregido (curva roja) presentan menor ME que las mismas del MBF original (curva azul), es decir, se reducen las desviaciones locales.

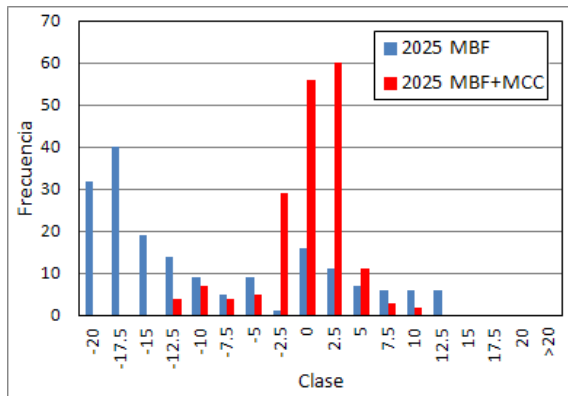


Figura 9.10: El Histograma de residuos del MBF corregido (barras rojas) se asemeja a una distribución normal en comparación al mismo para el MBF original (barras azules).

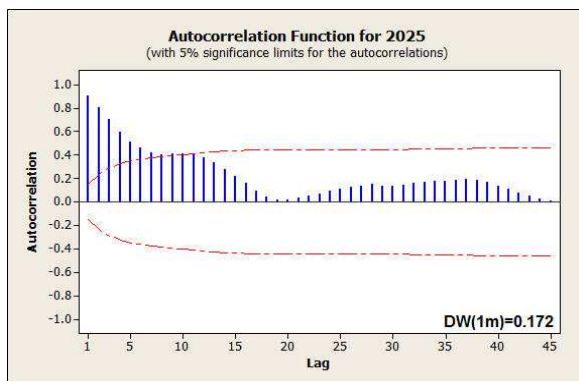


Figura 9.11: La ACF de residuos del MBF corregido decae más rápidamente que la misma del MBF original (ver Fig 9.5), es decir, se reducen las correlaciones temporales.

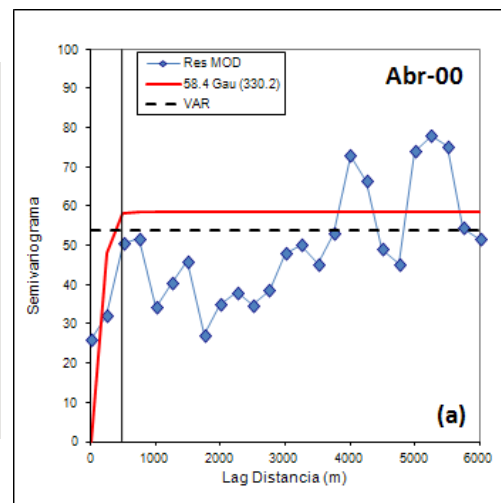


Figura 9.12: El SVT Gaussiano ajustado (línea roja) al SVE (puntos azules) para los residuos del MBF corregido (abril del año 2000) muestra un rango (línea vertical continua negra) menor al mismo para el MBF original (ver Fig 9.6), y menor a la distancia promedio entre pozos, indicando una reducción de la correlación espacial.

3) Se verificaron mejoras en todos los grupos de estudio (C, PT, PE y PET), obteniendo reducciones tanto en el error medio absoluto (AME) como en la raíz del error cuadrático medio (RMS), logrando las mayores reducciones en el grupo C (99% y 83%, respectivamente) y las menores en el grupo PET (65% y 55%, respectivamente).

La Tabla 9.1 resume las mejoras globales del MBF corregido respecto del MBF original. Se incluyó, además de los parámetros nombrados anteriormente, el RMS normalizado $RMSN^{9.2}$, el cual disminuyó desde un típico valor aceptable en la modelación tradicional del 7% a un valor raramente alcanzable en dicho ámbito, menor a un 2%.

Tabla 9.1: Mejora global del MBF corregido (MBF+MCC) respecto del MBF original como reducción del AME, RMS y RMSN

Modelo	AME (m)	RMS (m)	RMSN (%)
MBF	17.4	25.8	7.0
MBF+MCC	3.4	7.2	1.9

No obstante los buenos indicadores anteriores, se reconocen algunos problemas en los resultados para los últimos años, donde el MCC Temporal tuvo dificultades para reproducir los residuos y, por tanto, corregir los resultados del MBF. Como se observa en las figura 9.9a a 9.9d, desde el 2010 en adelante, inicio de la denominada megasequía 2010-2015 ((CR)², 2015), el MBF+MCC no sigue tan fielmente la serie observada, como sí lo hizo en el periodo anterior. Este último periodo posee dos características relevantes: 1) no formó parte de la calibración, es decir, en rigor se trata de un pronóstico y, 2) refleja una situación hidrológica excepcional no esperada previamente.

Lo anterior pone de manifiesto la necesidad de contar con periodos de calibración lo más extensos posibles y que idealmente incluyan periodos extremos, tanto húmedos como secos, para que el modelo sea capaz de representarlos aún cuando no hayan sido parte de su calibración. Otra opción, ante la normal falta de datos disponibles, sería incluir un nuevo input en el MCC Temporal, que sea capaz de corregir las simulaciones según se desee, ante pronósticos seco, normal o húmedo. Esta posibilidad se evaluó en un comienzo, pero se abandonó suponiendo que cualquier condición física debía estar incluida en el MBF respectivo.

Finalmente, destaca el hecho de haber conseguido la construcción de un modelo único espacial y temporal para todo el sector de estudio. Aún cuando se observan pozos con comportamientos muy variados a lo largo del dominio, lo cual hizo suponer en un principio la necesidad de modelos específicos por cada zona homogénea, el MCC construido logró capturar las distintas dinámicas observadas y no se detectaron grandes diferencias en su desempeño en el espacio.

$$^{9.2}\text{RMS Normalizado } RMSN = \frac{RMS}{(X_{obs})_{m\acute{a}x} - (X_{obs})_{m\acute{i}n}}$$

9.7. Conclusiones generales

La modelación numérica subterránea de base física tiene límites de precisión que se deben reconocer y es necesario aceptar para intentar mejorarlos. Más efectivo que complejizar el mismo modelo físico, es conveniente explorar otras herramientas complementarias. Lo anterior tiene estrecha relación con la heterogeneidad propia de los medios subterráneos, sobre la cual existe consenso y que ya ha motivado estudios complementarios a la modelación clásica, especialmente en el ámbito del transporte de contaminantes.

La cada vez mayor disponibilidad de datos permite el uso de herramientas que antes no eran posibles de utilizar por la alta demanda de información que requieren. El uso de la estadística observada sólo para calibrar modelos tradicionales, dista mucho de un aprovechamiento cabal de los datos y obliga a los modeladores a aplicar técnicas más elaboradas y capaces de extraer más información desde los registros medidos.

Para el caso en estudio, la modelación complementaria entregó buenos resultados, mejorando notablemente los indicadores, sin embargo, su aplicación a otros sectores, con sus respectivos MBFs, permitirá comprobar su verdadero potencial. Quedan algunas interrogantes no abordadas en este estudio, dudas específicas y otras más generales como:

- ¿hasta qué punto un MCC puede mejorar un MBF con mal ajuste?, ¿en qué momento es mejor rehacer el MBF?
- ¿cómo se pueden corregir las celdas secas de las simulaciones de un MBF, mediante un MCC que se alimenta de estos mismos resultados?
- ¿es conveniente utilizar otros inputs en el MCC además de sólo las simulaciones del MBF?
- ¿cómo se ve afectado el desempeño del MCC cuando existen pocos datos espaciales y/o temporales?
- ¿cuáles podrían ser otras herramientas numéricas, más apropiadas que la geoestadística y las redes neuronales para un MCC?

Independiente de las interrogantes o de las herramientas numéricas utilizadas, existe confianza en que la modelación complementaria constituye un aporte a la modelación de base física tradicional, no pretendiendo reemplazarla de modo alguno, sino complementarla para alcanzar mayor precisión en los resultados y de esta forma contribuir al avance de la modelación operacional de aguas subterráneas.

10. Bibliografía

- AQUALOGY** (2014). Modelo de Simulación Hidrogeológico Operacional Mapocho Alto.
- Ayala, Cabrera y Asociados Ltda** (2000). Modelo de Simulación Hidrológico Operacional, cuencas de los ríos Maipo y Mapocho, Depto. de Estudios y Planificación DGA, S.I.T. n°62.
- Barra L** (2010). Apuntes del curso Gestión Operacional de Aguas Subterráneas, CI66K. Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.
- Barra L** (2012). No linealidad y sistemas caóticos en recursos hídricos. Tesis para optar al grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería, mención Recursos Hídricos y Medio Ambiente, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile. (documento inédito).
- Bouwer H** (1969). Theory of seepage from open channels. *Advances in Hydrosience* (1969) 5:121-172.
- Box G & Jenkins G** (1976). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Holden Day, San Francisco.
- Carrera J y Neuman S** (1986). El problema inverso de la hidrología subterránea: estado del arte y método de solución. *Revista internacional de métodos numéricos para cálculo y diseño en ingeniería*, vol.2, 1, 3-25.
- Center for Climate and Resilience Research (CR)²** (2015). Informe a la Nación La megasequía 2010-2015: Una lección para el futuro. Nov 2015.
- Coppola et al.** (2005) A neural network model for predicting aquifer water elevation. *Groundwater*, 43, 231-241.
- Coulibaly P, Anctil F, Aravena R & Bobée B.** (2001). Artificial neural network modeling of water table depth fluctuations. *Water Resources Research*, 885-896.
- Dagan G** (2011). An Overview of Stochastic Modeling of Groundwater Flow and Transport: From Theory to Applications. *EOS Transactions American Geophysical Union* 83: 621-626.
- Dagan G, Neuman S** (1997). *Subsurface Flow and Transport: a stochastic approach*. International Hydrology Series. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
- Daliakopoulos I, Coulibaly P & Tsanis I** (2004). Groundwater level forecasting using artificial neural networks. *Journal of Hydrology*, 229-240.
- Darcy H** (1856). *The Public Fountains of the City of Dijon*. Dalmont, Paris
- Demissie Y, Valocchi A, Minsker B, Bailey B** (2008). Integrating a calibrated groundwater flow model with error-correcting data-driven models to improve predictions. *Journal of Hydrology* (2009) 364: 257-271.
- Departamento de Administración de Recursos Hídricos DGA** (2002). Informe de Zonificación Hidrogeológica para las Regiones Metropolitana y V, DGA, S.D.T. n°133.
- Departamento de Administración de Recursos Hídricos DGA** (2007). Evaluación de la explotación máxima sustentable del acuífero Santiago Sur “Modelación Hidrogeológica de las cuencas Maipo Mapocho”, DGA S.I.T. n°119.
- Departamento de Estudios y Planificación DGA** (2006). Modelación superficial para la cuenca de los ríos Maipo Mapocho -Estimación de la recarga para escenario Actual 2005-, DGA S.D.T. n°235.
- Departamento de Ingeniería Hidráulica y Ambiental PUC** (1994). Modelación del Sistema de Agua Subterránea de los acuíferos de La Dehesa, Lo Barnechea y Las Condes.
- Departamento de Ingeniería Hidráulica y Ambiental PUC** (1998). Geología de los acuíferos del sector oriente del río Mapocho.
- DICTUC** (1999). Estudio Hidrológico de Fuentes Superficiales y Subterráneas de Aguas Cordillera S.A.
- DICTUC** (2003). Análisis de efectos de pozos Libardón sobre pozos de empresas del Grupo Aguas, Minutas técnicas n°4, n°5 y n°7.
- DICTUC** (2004). Estudio Hidrológico de Fuentes Superficiales y Subterráneas del Grupo Aguas, Informe Complementario – Documento 1.
- DICTUC** (2009). Estudio Hidrológico de Fuentes Superficiales y Subterráneas del Grupo Aguas, Capítulo 4 Disponibilidad en Fuentes Subterráneas.

- Emery X** (2007). Apuntes del curso Geoestadística, MI68A. Departamento de Ingeniería de Minas, Universidad de Chile.
- García R** (1990). Estimación y simulación geoestadística de parámetros hidrogeológicos y efectos en la ecuación de escurrimiento. Tesis para optar al grado de Ingeniero Civil Matemático. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile.
- GeoHidrología Consultores** (2012). Actualización Catastro de Derechos de Agua de los sectores acuíferos Chicureo y Mapocho Alto.
- GeoHidrología, Errol L. Montgomery & Associates** (2007). Evaluación de Recursos Subterráneos en roca fracturada, sectores Mapocho Alto, Chicureo y Chamisero, Región Metropolitana.
- González C** (2002). Generación sintética de caudales medios mensuales usando modelos arma no óptimo. Memoria para optar al Título de Ingeniero Civil. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile.
- Harbaugh A, McDonald M** (1988). A Modular Three-Dimensional Finite-Difference Ground-Water Flow Model (Book6, Chap2). U. S. Geological Survey Techniques of Water-Resources Investigation.
- Hudson M, Hagan M, Demuth H** (2015). Neural Network Toolbox, User's Guide Matlab. Mathworks R2015a online version. https://www.mathworks.com/help/pdf_doc/nnet/nnet Ug.pdf
- Kac M, Logan J** (1979). Fluctuation Phenomena. Eds. E. W. Montroll & J. L. Lebowitz, North-Holland, Amsterdam.
- Koch M, Arlai P** (2007). Deterministic and stochastic modeling of groundwater flow and solute transport in the heavily-stressed Bangkok coastal aquifer, Thailand, and investigation of optimal management strategies for possible aquifer restoration. Department of Geotechnology and Engineering Hydrology, University of Kassel, Germany.
- Krishna B, Satyaji Y & Vijaya T** (2007). Modelling groundwater levels in an urban coastal aquifer using artificial neural networks. Hydrological Processes, Volume 22, Issue 8, pages 1180–1188, 15 April 2008.
- Matheron J** (1971). The theory of regionalized variables, and its applications. Fasc. No. 5, Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- Miranda J** (1989). Experimentación con modelos ARMA en la generación estocástica de caudales. Tesis para optar al grado de Ingeniero Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile.
- Mohanty S, Jha M, Kumar A, Sudheer K** (2010) Artificial Neural Network Modeling for groundwater level forecasting in a river island of eastern India. Water Resources Management July 2010, Volume 24, Issue 9, pp 1845-1865.
- Muñoz J, Fernández B, Escauriaza C** (2002). Evaluation of Groundwater availability and sustainable extraction rate for the Upper Santiago Valley, Chile. Hydrogeology Journal (2003) 11: 687-700.
- Neuman S** (2004). Stochastic groundwater models in practice. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment (2004) 18: 268-270.
- Nourani V, Mogaddam A & Nadiri A** (2008). An ANN-based model for spatiotemporal groundwater level forecasting. Hydrological Processes, Volume 22, Issue 26, pages 5054–5066, 30 December 2008.
- Paramelle J** (1856). The art of discovering groundwater. Paris, France
- Proceedings of the Third International Geostatistics Congress** (1988), Avignon, France. Matheron, 1966, 1967, 1968, 1984 y 1988.
- Renard P** (2007). Stochastic Hydrogeology: what professionals really need?. Ground Water (2007) 45: 531-541.
- Salas J** (1983). Selección de modelos ARIMA para series de tiempo hidrológicas. Tesis para optar al grado de Ingeniero Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile.
- Samani N, Gohari-Moghadam M & Safavi A** (2007). A simple neural network model for the determination of aquifer parameters. Journal of Hydrology, 1-11.
- Sandoval G** (1988). Simulación del proceso lluvia-escurrimiento a través de Modelos de Función de Transferencia. Memoria para optar al Título de Ingeniero Civil. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile.
- Schlumberger Water Services Ltda** (2013). Estudio de disponibilidad en fuentes subterráneas Grupo Aguas.
- Servicio de Evaluación Ambiental, Gobierno de Chile** (2012). Guía para el uso de Modelos de aguas subterráneas en el SEIA.

- U.S.G.S.** (1982). Guidelines for determining flood flow frequency, Bulletin #17B of the Hydrology Subcommittee.
- Valocchi A, Xu T, Choi J, Amir E** (2013). Use of machine learning methods to reduce predictive error of groundwater models. National Groundwater Association (2014) 52: 448-460.
- Varas E, Bois P** (1998). Hidrología probabilística. 1a. ed. Ediciones Universidad Católica de Chile, Santiago.
- Vargas X, Mc Phee J** (2012). Apuntes del curso Análisis Hidrológico y Evaluación de Recursos Hídricos Avanzados, CI71C. Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.
- Xu T** (2012). Use of data-driven models to improve prediction of physically based groundwater models. Thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science in Civil Engineering. Graduate College, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Yevjevich V** (1972). Stochastic Processes in Hydrology. Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, U.S.A.
- Zarco et al.** (2002). Drainmod y un enfoque de redes neuronales artificiales para predecir fluctuaciones del nivel freático. Ingeniería Hidráulica en México, XVII, 65-75.

11. Anexos

Anexo I-A Metodología de extensión temporal del MBF

Dado que la estadística observada disponible comienza, dependiendo del pozo de observación, entre los años 1996 y 2003 y se extiende hasta 2013, se debió extender el dominio temporal del MBF, comprendido originalmente entre 1950 y 1998, para realizar las comparaciones deseadas. Recordando que la idea básica de una corrección complementaria es corregir un MBF sin intervenirlo, la extensión temporal fue realizada solamente para disponer de series observadas y simuladas en un periodo temporal común. Por lo anterior la extensión mantuvo los procedimientos originales cuando fue posible de tal forma de contar con un MBF equivalente al original pero que realice simulaciones hasta 2013. A continuación se detallan los diferentes procedimientos utilizados.

- a) En términos espaciales el MBF no fue modificado.
- b) No fueron modificados los parámetros elásticos (K y S).
- c) Las condiciones de borde constante, río y drenes fueron extendidas conservando el mismo valor constante original.

Los tres puntos anteriores obedecen a la intención de no modificar el MBF sino sólo extenderlo temporalmente sin cuestionar su validez. La extensión del punto c) se realizó directamente en la condición respectiva de la sección Input de VMODFLOW.

- d) Las zonas de recarga dependientes del modelo superficial MOS-Maipo 2006 (Tabla 3.1 del informe), se extendieron mediante correlaciones múltiples con estadística observada de fácil acceso.

En este punto no se siguió el procedimiento original, pues no fue posible contar con el modelo superficial MOS-Maipo 2006 que generó las 28 series de recarga requeridas. Se optó por realizar correlaciones múltiples utilizando 4 variables independientes con estadística observada mensual: 1) caudales río Mapocho en Los Almendros, 2) caudales río Maipo en El Manzano, 3) precipitación y 4) temperatura, ambas en estación meteorológica Quinta Normal^{A.1}. Se lograron relaciones tipo:

$$R_i^t = \sum_{k=1}^{k=4} [c_{ik} \cdot X_k^t] \quad (\text{A.1})$$

donde: R_i^t recarga del sector i el mes-año t
 c_{ik} coeficiente de regresión del sector i para la variable independiente k
 X_k^t variable independiente k para el mes-año t.

Se observó una tendencia creciente no explicada en todas las series históricas de R_i por lo que, previo a las correlaciones, se removieron tendencias tanto de R_i como de sus respectivos inputs X_k , las cuales fueron agregadas al final del proceso.

^{A.1} Aunque la unidad de la recarga es mm/año (predefinida en VMODFLOW), su frecuencia es mensual al igual que todas las variables involucradas

A modo de ajuste adicional se decidió no sobrepasar valores máximos y mínimos históricos, según:

$$R_i^t = \begin{cases} R_{i \text{ máx}} & \text{si } R_i^t > R_{i \text{ máx}} \\ R_{i \text{ mín}} & \text{si } R_i^t < R_{i \text{ mín}} \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

Finalmente, se impuso a las nuevas series 1998-2013 varianzas σ_{ext}^2 similares a las de las series históricas precedentes σ^2 , condición lograda variando manualmente el coeficiente α en la expresión siguiente, siempre respetando (ec. A.2):

$$R_i^t = \begin{cases} R_i^t \cdot (1 + \alpha) & \text{para } R_i^t > \mu_{ext} \\ R_i^t \cdot (1 - \alpha) & \text{para } R_i^t < \mu_{ext} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Se obtiene de esta forma una serie de recargas para el periodo 1998-2013 que tiene similar tendencia y varianza que la serie original.

Debido a que el procedimiento utilizado constituye un modelo en sí mismo, los ajustes se realizaron dividiendo la serie del periodo original (564 valores) en 70% para calibración y 30% para validación, verificando los ajustes mediante el error cuadrático medio (RMS), error cuadrático medio normalizado (RMSN^{A.2}), coeficiente de correlación (r) e histogramas de calibración residual.

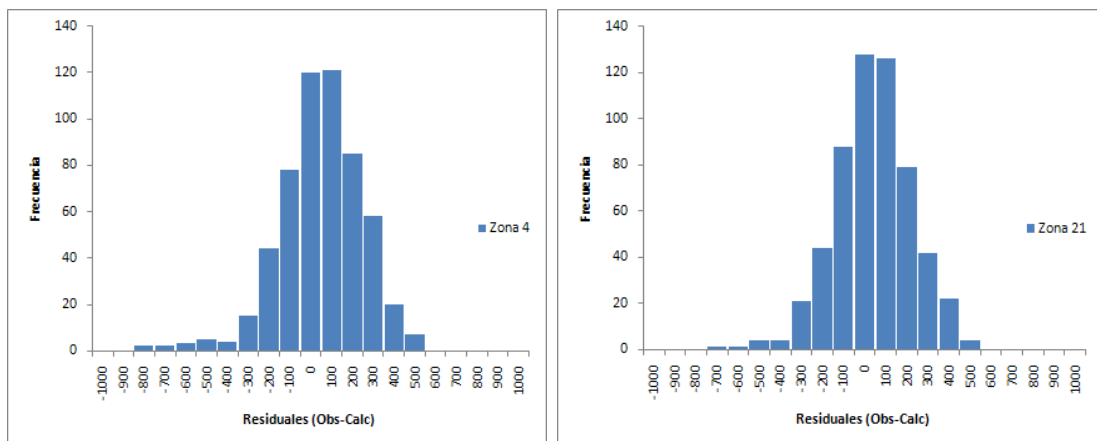
Para las 28 zonas en ambos grupos (calibración y validación), los parámetros RMSN resultaron menores a 10%, los coeficientes r cercanos a 0.9 y los histogramas en su mayoría siguiendo una distribución gaussiana, como muestran las figuras A.1 y A.2, todo lo cual sugiere un ajuste aceptable.

1) Calibración:

$$\text{RMS}_{\text{MEDIO}} = 272.7 \text{ (mm/año)} \quad \text{RMSN}_{\text{MEDIO}} = 9.4\% \quad r_{\text{MEDIO}} = 0.894$$

2) Validación:

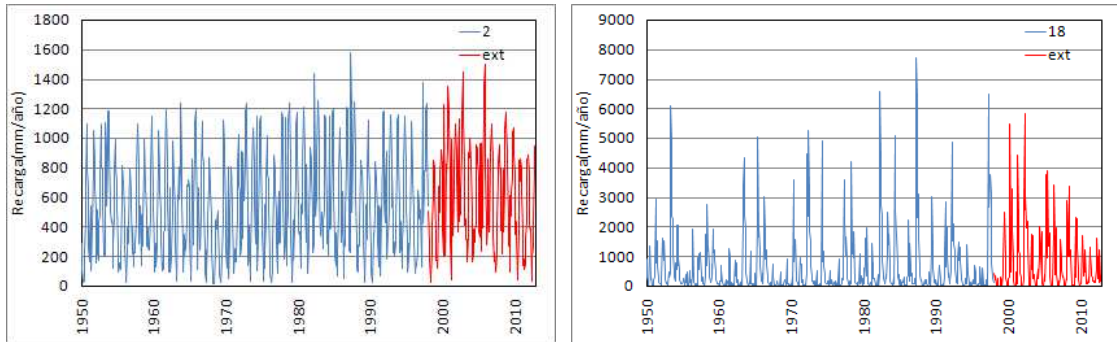
$$\text{RMS}_{\text{MEDIO}} = 268.9 \text{ (mm/año)} \quad \text{RMSN}_{\text{MEDIO}} = 9.0\% \quad r_{\text{MEDIO}} = 0.915$$



Figuras A.1 (izq) y A.2 (der): Histogramas de calibración residual para las zonas de recarga 4 y 21 respectivamente.

$$\text{RMSN Normalizado}^{\text{A.2}} = \frac{\text{RMS}}{(X_{\text{obs}})_{\text{máx}} - (X_{\text{obs}})_{\text{mín}}}$$

Como ejemplo, las figuras A.3 y A.4 muestran la estadística original (azul) y su extensión (rojo) para las zonas de recarga 2 y 18 respectivamente, mientras que el resto de las series (originales y extendidas), así como las correlaciones y ajustes, se incluyen en Anexo I-B.



Figuras A.3 (izq) y A.4 (der): Series de recarga original (azul) y extendida (roja) para las zonas de recarga 2 y 18 respectivamente.

e) Las zonas de recarga idénticas a las originales (Tabla 3.1 del informe) se extendieron mediante correlación simple con la precipitación en Quinta Normal.

En un comienzo las zonas de recarga de este punto se tratarían de igual forma a lo indicado en el punto d) anterior, sin embargo, sus series mostraron claras correlaciones con la precipitación mensual en Quinta Normal, como puede observarse en la Figura A.5, por lo que estas series fueron extendidas con relaciones más simples del tipo:

$$R_i^t = c_i \cdot X^t \quad (A.4)$$

con: X^t precipitación en Quinta Normal para el mes-año t
 c_i coeficiente de regresión del sector i .

Como era de esperar, los indicadores RMS y RMSN resultaron mucho menores a los presentados en el punto d) anterior, mientras que los coeficientes r alcanzaron valores muy cercanos a 1. Dado estos resultados no se consideró necesario estudiar los residuos mediante histogramas.

1) Calibración:

$$\text{RMS}_{\text{MEDIO}} = 7.8 \text{ (mm/año)} \quad \text{RMSN}_{\text{MEDIO}} = 1.1\% \quad r_{\text{MEDIO}} = 0.997$$

2) Validación:

$$\text{RMS}_{\text{MEDIO}} = 11.8 \text{ (mm/año)} \quad \text{RMSN}_{\text{MEDIO}} = 1.3\% \quad r_{\text{MEDIO}} = 0.995$$

La Figura A.6 muestra la estadística original (azul) y su extensión (rojo) para la zona de recarga 50, mientras que el resto de las series (originales y extendidas) así como las correlaciones y ajustes se incluyen en Anexo I-B.

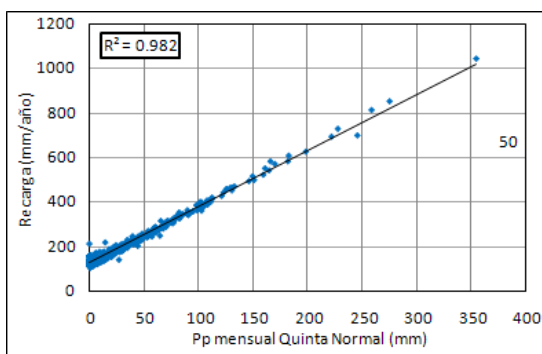


Figura A.5: Correlación entre serie de recarga de la zona 50 y precipitación en Quinta Normal.

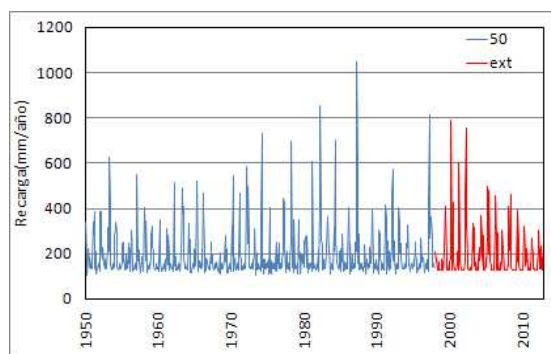


Figura A.6: Series de recarga original (azul) y extendida (roja) para la zona de recarga 50.

f) Los aportes de las cuencas laterales no controladas (sector Mapocho Alto), se extendieron replicando la metodología original mediante el modelo de simulación hidrológica estacional SEAMOD.

Debido a que no se dispone de medición en estas cuencas, sus aportes fueron obtenidos originalmente utilizando un modelo hidrológico llamado SEAMOD (Colorado State University) (DICTUC, 1999), el cual utiliza series observadas de precipitación y temperatura en Quinta Normal y características morfológicas de las cuencas. Para la extensión temporal realizada, se corrió nuevamente el modelo hidrológico, actualizando sus inputs y manteniendo las características físicas e hidrológicas de las cuencas^{A.3}.

Se modelaron los aportes subterráneos de estas cuencas utilizando 239 pozos de inyección por todo el borde del sector Mapocho Alto. En la extensión realizada no fue modificado ni el número ni la ubicación de los pozos de inyección asociados. La Figura A.7 y Tabla A.1 muestran las ubicaciones y características morfológicas más relevantes de las 16 cuencas no controladas incluidas en la actualización 2004.

Tabla A.1: Características generales de las cuencas aportantes sin registro.

Cuenca	Área Km ²	Long. cauce Km	Altura mín msnm	Altura máx msnm	Pend. media m/m
Manquehue-Mapocho	9,5	1,3	750	1635	0,68
Manquehue-Dehesa 1	6,1	3,0	850	1635	0,26
Manquehue-Dehesa 2	2,8	0,9	900	1324	0,47
Q. El carrizo	13,9	5,0	900	1452	0,11
Q. Oscura	23,0	10,0	900	2106	0,12
Esteros las Hualtatas	44,1	13,2	950	2898	0,15
Q. Oreganillo	3,5	2,9	1000	1756	0,26
Q. El Manzano Bajo	1,8	2,1	980	1450	0,22
Q. El Manzano	6,0	3,4	1100	2327	0,36
Q. El Peumo	5,5	3,0	975	1865	0,30
Q. Garín	3,8	5,0	925	1696	0,15
Q. Arrayán bajo	17,3	3,2	850	2030	0,37
Q. Mapocho bajo	13,8	3,1	850	1868	0,33
Q. Rincón Chico	5,7	1,5	875	1626	0,50
Q. Grande	18,3	6,0	850	2200	0,23
Q. San Ramón	35,8	11,3	750	3253	0,22

^{A.3}Se corrigió un pequeño error detectado en el ingreso al SEAMOD para la cuenca Hualtatas

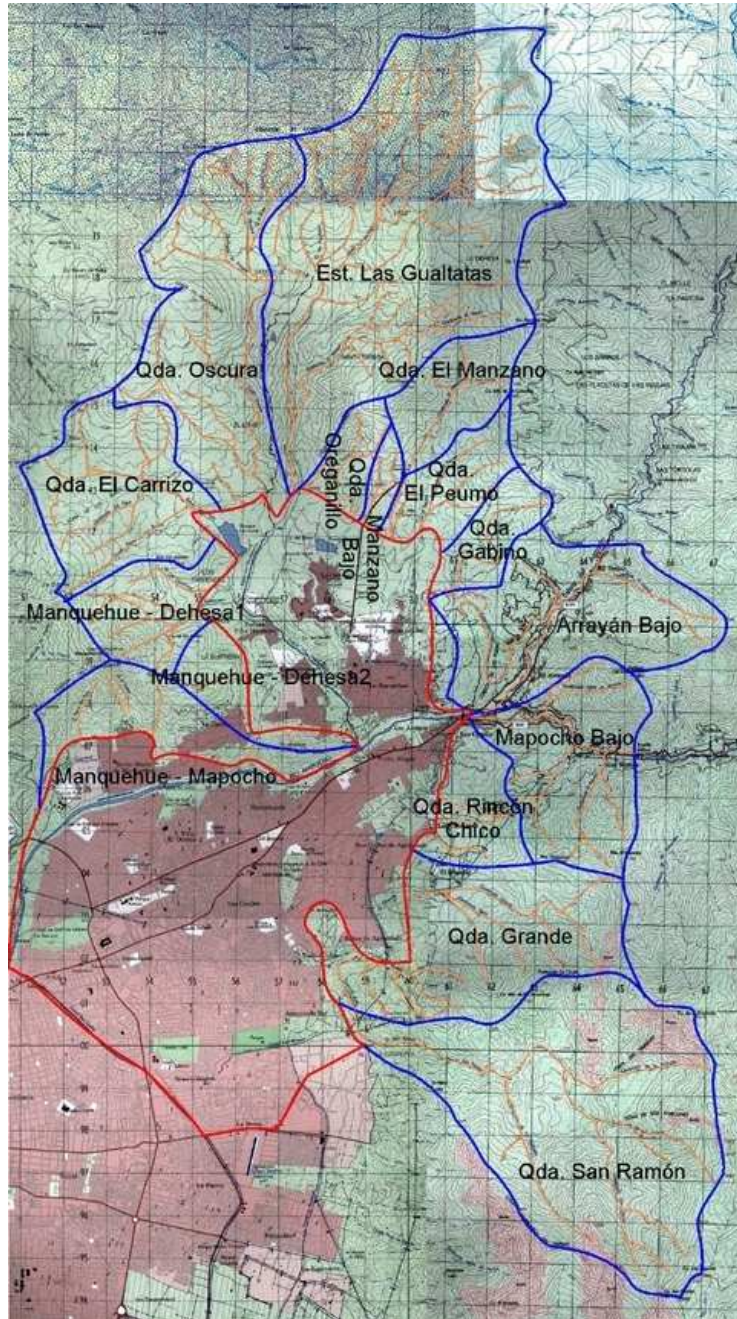


Figura A.7: Ubicación de cuencas aportantes sin registro (DICTUC, 1999).

De esta forma se lograron series de recargas para el periodo 1998-2013 asociadas a los aportes de las cuencas laterales no controladas, las cuales fueron ingresadas directamente en la condición Pump Wells de la sección Input de VMODFLOW y que además se incluyen en Anexo I-B. Como ejemplo, la Figura A.8 muestra la estadística original (azul) y su extensión (rojo) para la cuenca no controlada Manquehue-Mapocho.

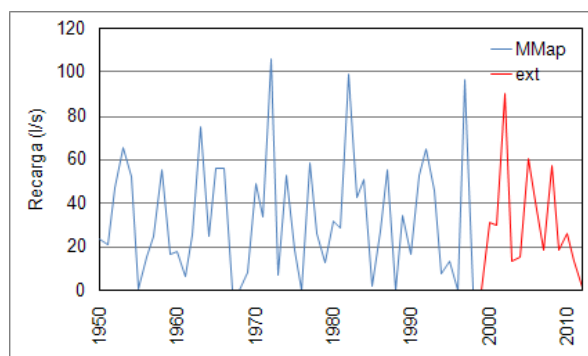


Figura A.8: Series de recarga original (azul) y extendida (roja) para la cuenca no controlada Manquehue-Mapocho.

Cabe destacar que en el estudio original de 1999 (DICTUC, 1999) para las cuencas de mayor altitud (Hualtatas y San Ramón), se realizó un procedimiento adicional de corrección de precipitaciones por nieve, el cual fue repetido en el presente estudio con relativo éxito^{A.4}. Para mayor detalle sobre el procedimiento, se recomienda consultar la referencia indicada.

g) Las recargas debidas al río Mapocho y estero Hualtatas (sector Mapocho Alto) se extendieron replicando la metodología original, integrando estadística fluviométrica observada, SEAMOD, balance por tramos según unifilar, relación de Manning y una expresión de recarga.

Estos cinco sectores de recarga constituyen en conjunto el 81% de la recarga total ingresada al modelo vía las 45 zonas de recargas (puntos d), e) y g) anteriores). Debido a esto se intentó respetar su elaborado procedimiento original.

La Figura A.9 muestra un diagrama esquemático tipo unifilar para el río Mapocho y estero Hualtatas donde se identifican: los tramos en que se dividieron los cauces (dos en Hualtatas y tres en Mapocho), los aportes externos (de cabecera e intermedios), los traspasos entre tramos y las recargas finales. El esquema anterior fue propuesto en estudio anterior para Aguas Cordillera (DICTUC, 1999) e integra una representación espacial aproximada del sector con condiciones hidráulicas medidas y estimadas (permeabilidades, pendientes, anchos, etc), lo que generó la división presentada. La Tabla A.2 resume las principales características de cada tramo, cuyas secciones transversales se consideraron circulares en la relación de Manning para el escurrimiento uniforme asumido.

Tabla A.2: Características hidráulicas de tramos estero Hualtatas y río Mapocho.

Tramo	Código	Largo (m)	Radio (m)	Pendiente	Manning	K _v (m/día)	Coef. Bouwer
Hualtatas 1	HUA1	3000	20	0.060	0.04	1.23	1.0
Hualtatas 2	HUA2	6100	30	0.013	0.04	0.71	1.0
Mapocho 1	MAP1	2800	50	0.015	0.04	6.5	0.4
Mapocho 2	MAP2	3000	50	0.026	0.03	6.4	0.4
Mapocho 3	MAP3	10900	50	0.008	0.026	1.8	0.4

^{A.4} Los resultados corregidos por nieve para flujos superficiales resultaron mucho mayores a lo esperado, sin haber podido determinar la razón. Por otro lado los valores corregidos por nieve para flujos subterráneos resultaron según lo esperado. Por lo anterior para la extensión superficial (aporte externo HUA1 punto g) siguiente) se utilizó el modelo original sin corrección por nieve, mientras que para la extensión subterránea (pozos de inyección respectivos) se utilizó la estadística generada por el modelo corregido por nieve.

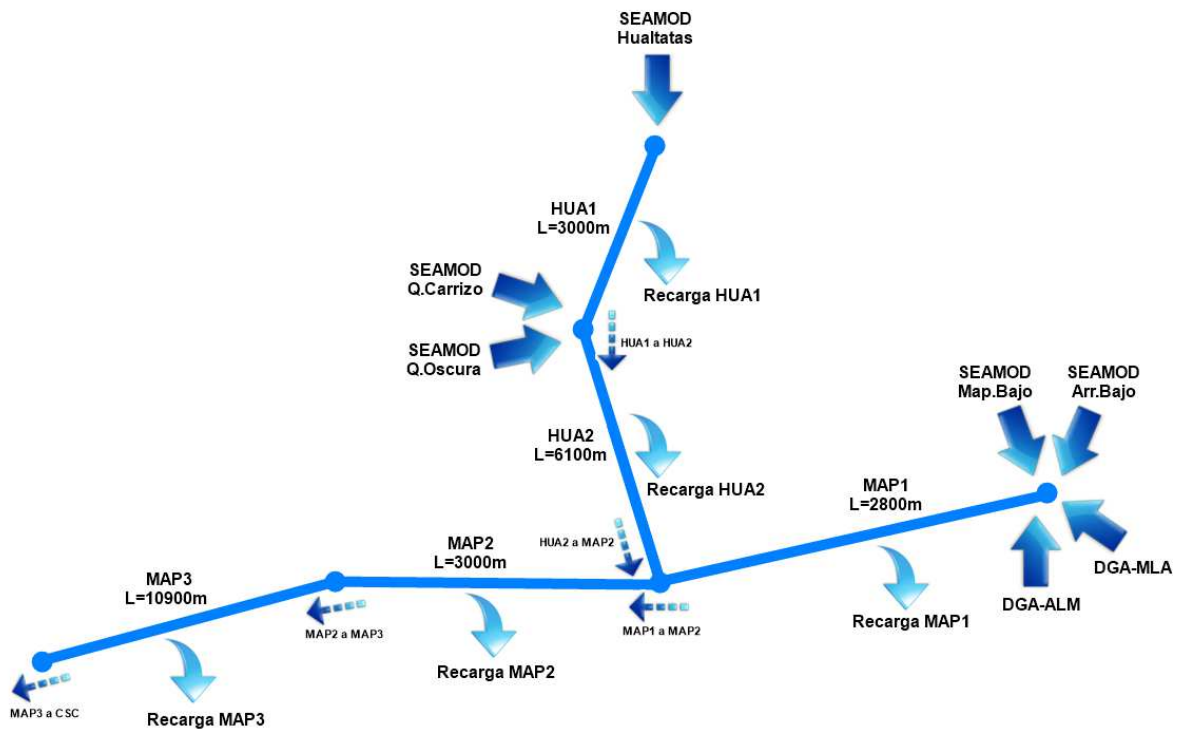


Figura A.9: Esquema tipo unifilar del río Mapocho y estero Hualtatas, se destacan los tramos definidos, aportes externos, traslados entre tramos y recargas de cada uno.

Los ingresos externos al estero Hualtatas corresponden a los flujos superficiales sintéticos mensuales obtenidos desde SEAMOD detallados en punto f) anterior e incluidos en Anexo I-B. Para el tramo HUA1 el ingreso corresponde a la serie generada estero Hualtatas (EH), mientras que para el tramo HUA2 corresponde a las series generadas quebrada Oscura (QO) y quebrada Carrillo (QC). Los ingresos externos al río Mapocho ocurren sólo en su tramo inicial MAP1 y corresponden a las series generadas por SEAMOD para las cuencas Mapocho Bajo (MB) y Arrayán Bajo (AB), más los aportes medidos en las estaciones fluviométricas de la DGA, Mapocho en los Almendros (MLA) y Arrayán en La Montosa (ALM).

Se realizaron balances en cada tramo considerando los ingresos anteriores, detracciones por derechos constituidos según un análisis simplificado detallado en Tabla A.3 y escurrimiento uniforme, para obtener finalmente series mensuales de recarga por tramo según la expresión siguiente propuesta por Bouwer (Bouwer, 1969). Para mayores detalles, consultar la referencia (DICTUC, 1999).

$$R_{imn}^t = (\alpha \cdot k \cdot L)_{mn} \cdot b_{mn}^t \quad (A.5)$$

con R_{imn}^t recarga del sector i debido al cauce m en su tramo n para el mes-año t .

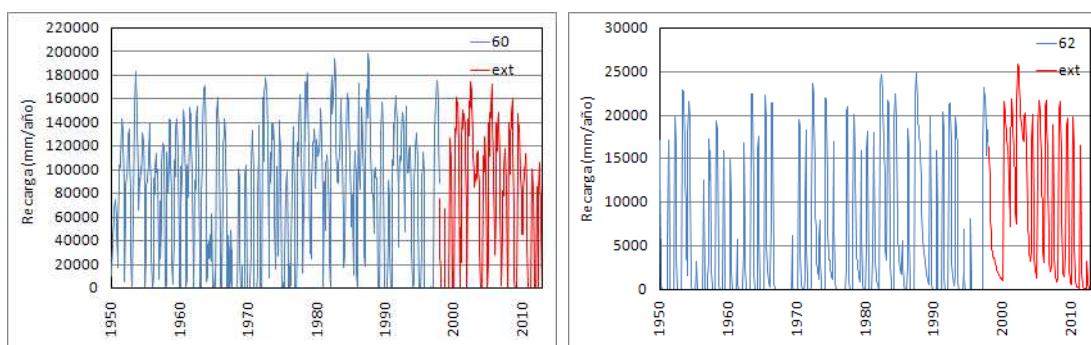
$(\alpha \cdot k \cdot L)_{mn}$ coeficiente de Bouwer, permeabilidad vertical y largo del cauce m en su tramo n .

b_{mn}^t ancho del cauce m en su tramo n según Manning para el mes-año t asumiendo sección circular.

Tabla A.3: Derechos de aprovechamiento superficiales y detracciones en estero Hualtatas y río Mapocho.

Tramo	Usuario	Detracción	Observaciones
HUA1	AC y AM	200 l/s	Se considera la posibilidad de captar 150 l/s por canal Las Quiscas para planta La Dehesa (AC) y 50 l/s para planta Punta de Águila (AM). Aguas Cordillera y Aguas Manquehue poseen el 100% de los derechos en este estero. Los caudales considerados son referenciales pues ambas plantas se abastecen principalmente desde otras fuentes. Estudio original DICTUC 1999 consideraba 300l/s
HUA2	-	0l/s	Estudio original DICTUC 1999 consideraba 100 l/s captados por Aguas Manquehue desde quebradas El Carrizo (50 l/s) y Oscura (50 l/s) para planta Punta de Águila; actualmente esto no ocurre por lo no fue considerado.
MAP1	Ver hoja DERECHOS en Anexo I-C		En este tramo se consideraron los derechos consuntivos permanentes (AP y Riego) y eventuales de la 1° sección del río Mapocho asociados al tramo MAP1. Se consideraron además los derechos consuntivos permanentes (AP y Riego) y eventuales del estero Arrayán. Ambos listados fueron actualizados y corregidos respecto de lo contenido en estudio original DICTUC 1999.
MAP2	Ver hoja DERECHOS en Anexo I-C		En este tramo se consideraron los derechos consuntivos permanentes (AP y Riego) y eventuales de la 1° sección del río Mapocho asociados al tramo MAP2. Los valores fueron actualizados y corregidos respecto de lo contenido en estudio original DICTUC 1999.
MAP3	-	0 l/s	Inexistencia de detracciones por derechos en el tramo, al igual que en estudio original DICTUC 1999.

Las figuras A.10 y A.11 muestran la estadística original (azul) y su extensión (rojo) para las zonas de recarga 60 y 62 asociadas al río Mapocho en su primer tramo (MAP1) y al estero Hualtatas en su segundo tramo (HUA2), respectivamente. El resto de las series (originales y extendidas) así como las correlaciones y ajustes se incluyen en Anexo I-B.



Figuras A.10 (izq) y A.11 (der): Series de recarga original (azul) y extendida (roja) para las zonas de recarga 60 y 62, asociadas al río Mapocho (MAP1) y estero Hualtatas (HUA2) respectivamente

Los resultados anteriores constituyen valores de recarga que parecen en principio erróneos debido a su magnitud, por lo mismo es necesario justificarlos para evitar desconfianza en los procedimientos. En primer lugar las recargas están respaldadas en estudio DGA desde dónde se obtuvo el MBF (DGA SIT n°119, 2007), cuyos resultados promedio se presentaron en Tabla 3.1 del informe, y donde pueden observarse montos de hasta 80.000 mm/año (zona recarga n°60). En segundo lugar se debe recordar que los procedimientos seguidos pretendieron sólo extender las series de recarga, sin cuestionar el MBF que se quiere corregir, tal como se planteó desde un comienzo en el presente estudio. Finalmente, al relacionar las recargas (mm/año) con sus respectivas áreas (km²) es posible obtener valores en l/s que dan otra perspectiva al resultado. Por ejemplo, una recarga de 3000 mm/año sobre una superficie de 6.5 km² implica una recarga de 620 l/s, excesivo para una recarga sólo por precipitación, pero no para las filtraciones de un sector de riego con sus canales, como correspondería por ejemplo al sector n°21 de la Tabla 3.1; el río Mapocho muestra recargas promedio de 20000, 55000 y 80000 mm/año (sectores n°58, 59

y 60, Tabla 3.1), las que ponderadas por sus áreas (0.9, 0.3 y 0.3 km²) generan una recarga total de 1800 l/s, valor similar a los propuestos en variados estudios como la recarga del río Mapocho en la zona de Mapocho Alto. Como ejemplo, se presenta la Tabla A.4 que incluye balances globales para este sector.

Tabla A.4: Contribución de diferentes mecanismos de recarga (l/s) en diversos estudios, considerando todo el acuífero Mapocho Alto

Estudio	Modelo DGA original AC y Asociados (2000)	DICTUC (1999) Muñoz, Fernández y Escauriaza (2002)	AQUALOGY (2014)	Entradas
Río Mapocho	1372	1890	1824	
Estero Hualtatas	400	144	227	
Cuencas laterales	0	188	193	
Infiltración difusa (Pp, riego, redes AP)	805	229	575	
Total	2577	2450	2819	

h) Los sectores asociados a percolación por riego, lluvia, canales y red de agua potable, asociados a la actualización DGA 2004 (Tabla 3.1 del informe) fueron extendidos repitiendo el patrón anual definido originalmente.

En estudio para Aguas Cordillera (DICTUC, 1999) se realizó un detallado análisis que permitió obtener recargas unitarias mensuales por tipo de uso de suelo, las cuales se asociaron a los tres sectores que muestran esta condición en el sector Mapocho Alto. La Figura A.12 muestra la serie de recarga original (azul) y extendida (roja) para la zona de recarga 24. Una vez finalizados los puntos d), e), g) y h) anteriores, sus series fueron ingresadas a VMODFLOW modificando el archivo .VMP respectivo.

i) Los caudales de pozos de terceros^{A.5} se extendieron manteniendo el mismo valor original asociado a su caudal de derecho y al factor de uso previsible en función de su uso (agua potable, riego o industrial).

Cabe destacar que la extracción de estos pozos corresponde a la demanda comprometida por la autoridad (en pozos de terceros) al mes de diciembre de 2005 (DGA SIT n°119, 2006; Schlumberger Water Services, 2013).

j) Los caudales de pozos de Aguas Andinas se extendieron repitiendo el mismo patrón anual original ingresado en el modelo.

El patrón ingresado corresponde al registro de bombeo observado el año 2012 para cada pozo (Schlumberger Water Services, 2013). La Figura A.13 muestra como ejemplo, las series original (azul) y extendida (roja) para el pozo 1013 Santa Corina 3, ubicado en el sistema Antonio Varas Bajo de Aguas Andinas.

Los tres puntos anteriores h), i) y j) buscan mantener la estructura original del MBF sólo extendiendo temporalmente sus inputs. Las series de los puntos i) y j) anteriores fueron ingresadas directamente en la condición Pump Wells de la sección Input de VMODFLOW y además se incluyen en Anexo I-D.

^{A.5}Pozos no pertenecientes a Aguas Andinas.

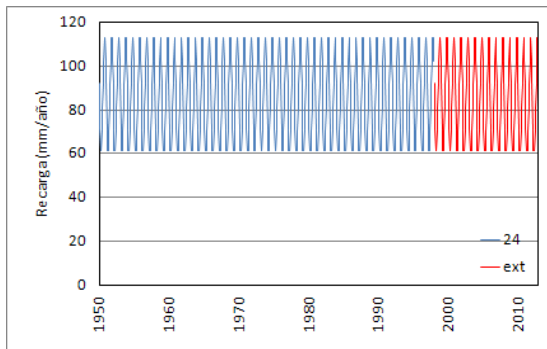


Figura A.12: Serie de recarga original (azul) y extendida (roja) para la zona de recarga 24.

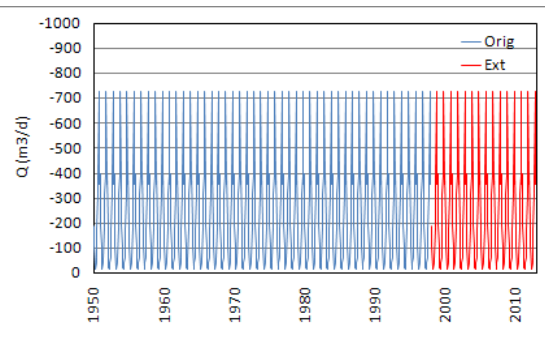
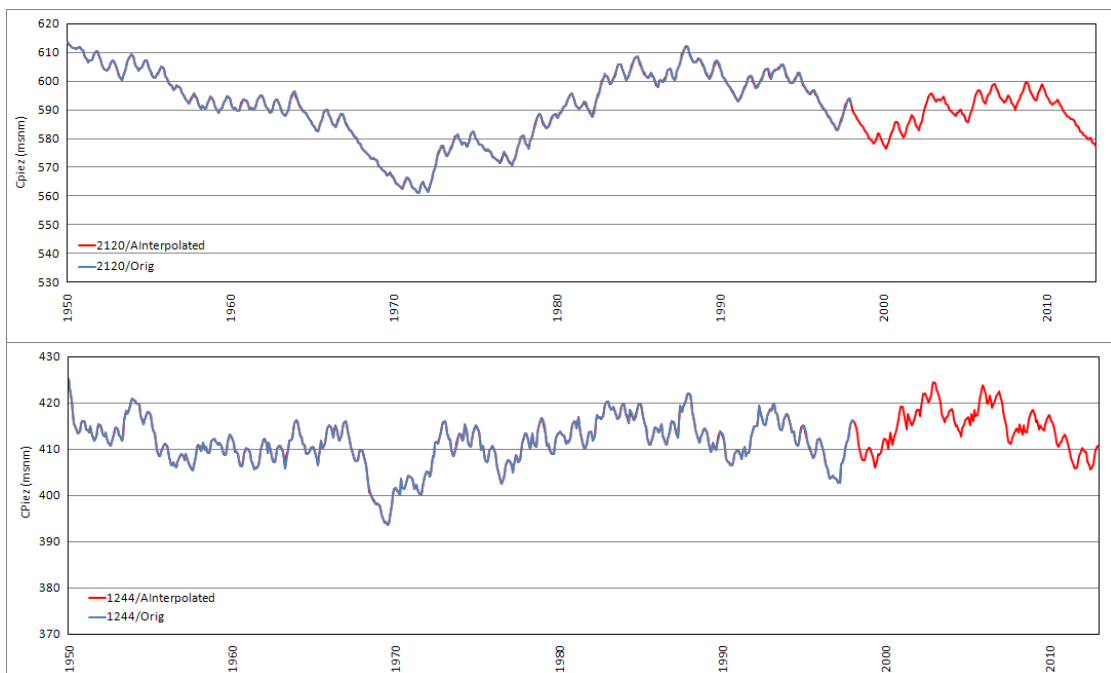


Figura A.13: Serie de bombeo original (azul) y extendida (roja) para el pozo 1013 Santa Corina 3 de Aguas Andinas.

La extensión anterior permitió correr el MBF hasta el año 2013, observando comportamientos de niveles según lo esperado en el periodo extendido (1998-2013). En la Figura A.14 se muestran las series de cotas piezométricas de los pozos de Aguas Andinas n°2120 Vespucio Hualtatas, n°1244 Los Guindos 3 y n°1147 Santa Victoria 2-1, ubicados en las comunas de Vitacura, Buin y Huechuraba respectivamente.



Figuras A.14a y A.14b: Series de cotas piezométricas del periodo original (azul) y extendido (roja) para los pozos de Aguas Andinas n°2120 Vespucio Hualtatas (arriba) y n°1244 Los Guindos 3 (abajo), ubicados en las comunas de Vitacura y Buin respectivamente.

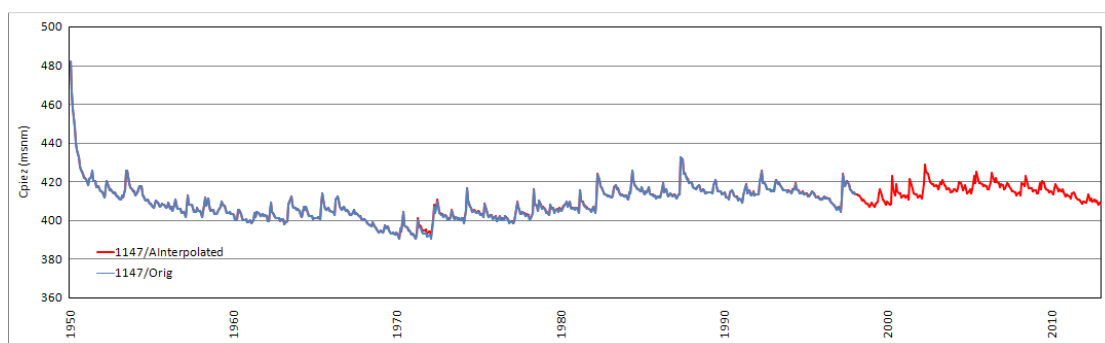


Figura A.14c continuación: Series de cotas piezométricas del periodo original (azul) y extendido (roja) para el pozo de Aguas Andinas n°1147 Santa Victoria 2-1, ubicado en la comuna de Huechuraba.

- Anexo I-B** Series de recarga originales y extendidas (archivo digital)
- Anexo I-C** Derechos de aguas río Mapocho (1° sección) y Estero Arrayán (archivo digital)
- Anexo I-D** Series de caudales de pozos originales y extendidas (archivo digital)
- Anexo I-E** Series de cotas piezométricas simuladas por el MBF extendido (archivo digital)
- Anexo I-F** Series de cotas piezométricas simuladas por el MBF definitivo (archivo digital)
- Anexo II-A** Series de niveles estáticos observados depuradas (archivo digital)
- Anexo II-B** Series de niveles estáticos observados rellenadas (archivo digital)
- Anexo II-C** Matriz de correlación cruzada sin desfase entre series de niveles estáticos (archivo digital)
- Anexo II-D** Tests de igualdad de medias y varianzas para series de niveles estáticos rellenadas (archivo digital)
- Anexo III-A** Matriz de correlación cruzada sin desfase entre series de cotas piezométricas observadas (archivo digital)
- Anexo III-B** Matriz de correlación cruzada sin desfase entre series de cotas piezométricas simuladas por el MBF (archivo digital)
- Anexo IV-A** Series de cotas piezométricas observadas, simuladas y de residuo (archivo digital)
- Anexo IV-B** Test de normalidad de series de residuos (archivo digital)
- Anexo IV-C** Funciones de Autocorrelación Simple de series de residuos (archivo digital)
- Anexo IV-D** Matriz de distancias para pozos de observación (archivo digital)

Anexo IV-E Semivariogramas experimentales y teóricos Gaussianos ajustados para residuos (archivo digital)

Anexo V-A Interpolación de Kriging para el Error Medio del residuo (archivo digital)

Anexo V-B Series de cotas piezométricas corregidas por MCC Espacial (archivo digital)

Anexo V-C Red neuronal artificial única para series de residuo de media cero (archivo digital Matlab)

Anexo V-D Series de cotas piezométricas de media cero corregidas por MCC Temporal (archivo digital)

Anexo V-E Series de cotas piezométricas observadas, simuladas y corregidas finales (archivo digital)

Anexo VI-A Test de normalidad de series de residuos finales (archivo digital)

Anexo VI-B Funciones de Autocorrelación Simple de series de residuos finales (archivo digital)

Anexo VI-C Semivariogramas experimentales y teóricos Gaussianos ajustados para residuos finales (archivo digital)

Todos los anexos digitales y otros archivos creados con motivo de este trabajo están disponibles en el siguiente link:

https://www.mediafire.com/folder/kgxln93i0x7w/TesisMsc_JReyesA_2016