



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

# AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADA EN EDIFICIOS SOMETIDOS A REGISTROS SÍSMICOS EN CHILE

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA  
INGENIERÍA, MENCIÓN INGENIERÍA SÍSMICA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

BASTIAN IGNACIO GARRIDO KOGAN

PROFESOR GUÍA:  
MAURICIO SARRAZÍN ARELLANO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
PATRICIO BONELLI CANABES  
RUBÉN BOROSCHEK KRAUSKOPF  
FABIÁN ROJAS BARRALES

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por CONICYT

SANTIAGO DE CHILE

2016

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL  
TÍTULO DE:** Ingeniero Civil y grado de Magíster en  
Ciencias de la Ingeniería, mención Ingeniería Sísmica  
**POR:** BASTIAN IGNACIO GARRIDO KOGAN  
**FECHA:** Noviembre 2016  
**PROF. GUÍA:** MAURICIO SARRAZÍN ARELLANO

## **AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADA EN EDIFICIOS SOMETIDOS A REGISTROS SÍSMICOS EN CHILE**

La alta sismicidad en el país ha permitido el desarrollo de nuevas tecnologías de protección sísmicas con el fin de disminuir los riesgos en la vida de las personas y los daños estructurales y no estructurales en los edificios.

Dentro de estos elementos se ha popularizado paulatinamente el uso de Amortiguadores de Masa Sintonizada, debido a su bajo nivel de intervención estructural y arquitectónico, versus otras alternativas como los aisladores basales.

Desafortunadamente el reciente uso de este dispositivo no ha logrado tener un consenso respecto a su eficacia, principalmente debido la falta de uniformidad en la metodología para evaluarla.

El presente trabajo se enfoca en edificios sometidos a registros sísmicos en Chile, para esto se usó una base de dato de 132 registros de aceleración y la evaluación de su eficacia se hizo en función de la reducción porcentual entre la estructura sin y con AMS.

La determinación de los parámetros óptimos de diseño del dispositivo fue determinada previamente por autores suponiendo diferentes modelos matemáticos para caracterizar la aceleración basal.

Estos parámetros se variaron en una vecindad para efectuar un análisis de sensibilidad y determinar cuáles corresponderían a los casos más favorables de reducción para posteriormente, al considerar variaciones en los parámetros, identificar el nuevo comportamiento de la estructura (lineal y no lineal).

La gran cantidad de variables en el problema llevo a la elaboración de una Interfaz Grafica (IG), desarrollada por medio del software Matlab con la herramienta GUIDE, que permitiría obtener resultados de forma más rápida. Se complementó el trabajo de diseño con el software de elementos finitos SAP2000.

El trabajo complementario permitió corroborar el correcto funcionamiento de la IG y determinar los casos desfavorables que generan amplificación en la estructura.

Los resultados en este trabajo permiten determinar la relación entre las variables que contribuyen a un mejor comportamiento del sistema.

Finalmente, para valores de razón de masa menores a 4% y amortiguamientos entre 2% y 5% la reducción porcentual promedio, considerando una desviación estándar menos, es prácticamente nula, por lo que el dispositivo no se considera eficaz para la práctica chilena.



A los que dan todo  
por tener un mejor entorno,  
y a veces la carga  
es muy pesada.  
Fuerza !



# Agradecimientos

A mi familia quienes contribuyeron en mi formacion como persona y siempre estuvieron cuando los necesite, lo que significo tomar el primer paso en este desafio.

A mis amigos Enrique Neira y Carlos Matamala, The Rock (C. Verita, Xalo Roca Molina, Saco Olea, Pancho J, Mitico Victor Ode y Juls!) y Los Cabros (Alfredo Villalobos, Claudio Casafont, Fabian Astudillo, Felipe San Martin, Ignacio Valdevenito, Roberto Ibañez, Tomas Wolf, Pancho Ley y Gato) que me permitieron disfrutar cada dia.

A los profesores del departamento quienes con su ejemplo humano y profesional me motivaron a continuar en este camino.

A Don Mauricio Sarrazin quien confio en mi sin conocerme (quizas aun se arrepiente).

Y en especial a Sonia Dittus mi amor, con quien corri esta dificil carrera hasta la meta. Te amo.

No uso tilde porque no me gusta.

# Tabla de Contenido

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1. Descripción y Evolución de Amortiguadores de Masa Sintonizada</b>	<b>5</b>
1.1. Introducción . . . . .	5
1.2. Hitos Internacionales en Edificios . . . . .	9
1.2.1. Canadá . . . . .	9
1.2.2. China . . . . .	9
1.2.3. Emiratos Árabes Unidos . . . . .	11
1.2.4. Estados Unidos de América . . . . .	12
1.2.5. Japón . . . . .	15
1.2.6. Malasia . . . . .	16
1.2.7. Reino Unido . . . . .	17
1.2.8. Taiwán . . . . .	17
1.2.9. Otras Aplicaciones . . . . .	19
1.3. Desarrollo en Chile . . . . .	20
<b>2. Diseño de Amortiguadores de Masa Sintonizada</b>	<b>26</b>
2.1. Introducción . . . . .	26
2.2. Formulación Matemática . . . . .	27
2.2.1. Determinación de los parámetros óptimos de diseño . . . . .	27
2.2.2. Procedimiento de diseño del AMS . . . . .	38
2.2.3. Estructura principal y AMS con comportamiento no lineal . . . . .	39
<b>3. Metodología</b>	<b>41</b>
3.1. Introducción . . . . .	41
3.2. Criterios de Evaluación . . . . .	43
3.2.1. Resultados Parciales . . . . .	43
3.3. Desarrollo del Modelo . . . . .	44
3.3.1. Interfaz Gráfica . . . . .	45
3.3.2. Modelos en Elementos Finitos . . . . .	48
<b>4. Análisis de Resultados</b>	<b>52</b>
4.1. Resultados Globales . . . . .	52
4.2. Resultados Específicos . . . . .	57
4.2.1. Trabajo en conjunto de SAP2000 e IG . . . . .	58
<b>Conclusión</b>	<b>65</b>

<b>Bibliografía</b>	<b>69</b>
<b>A. Ecuaciones de movimiento utilizando Espacio Estado</b>	<b>74</b>
<b>B. Método Numérico Runge-Kutta Orden 4</b>	<b>81</b>
<b>C. Interfaz Gráfica</b>	<b>84</b>
C.1. Verificación de la metodología de parámetros óptimos: Estructuras de comportamiento lineal . . . . .	86
C.2. Espectro de reducción porcentual de la respuesta . . . . .	87
<b>D. Intervalo de Confianza</b>	<b>88</b>

# Índice de Tablas

1.1. Edificios en Chile con AMS . . . . .	24
3.1. Base de datos de registros sísmicos [51] . . . . .	44

# Índice de Ilustraciones

1.	Esquema de la subducción Chilena. Donde se observa la convergencia de la placa de Nazca con la placa Sudamericana y los principales terremotos que ellas generan: Interplaca, intraplaca de profundidad intermedia, terremotos superficiales corticales y sismos detrás de la fosa. Los terremotos interplaca pueden romper todo el contacto sismogénico o una parte del contacto (Ruiz y Madariaga 2012). . . . .	1
2.	Distribución de pérdidas económicas en edificios de oficinas, hoteles y hospitales, durante los últimos eventos sísmicos (E. Miranda) . . . . .	2
1.1.	Patente H. Frahm . . . . .	5
1.2.	Diversas formas de contenedores de amortiguadores de líquido sintonizado, M. Richard 2007 . . . . .	7
1.3.	(a)ACLS (b) Tanque anti-vuelco Frahm (c) Amortiguador Nutacional en satélite, M. Richard 2007 . . . . .	7
1.4.	One Wall . . . . .	9
1.5.	Rascacielos Superalto; Shanghai World Financial Center, Shanghai Tower y Jin Mao Tower . . . . .	11
1.6.	Burj Al-Arab, Dubai . . . . .	11
1.7.	Citigroup Center, Nueva York . . . . .	12
1.8.	Comcast Center, Filadelfia . . . . .	13
1.9.	John Hancock Tower, Boston . . . . .	13
1.10.	One Rincon Hill Tower . . . . .	14
1.11.	Park Tower . . . . .	14
1.12.	Random House Tower . . . . .	15
1.13.	Trump World Tower . . . . .	15
1.14.	Yokohama Landmark Tower . . . . .	16
1.15.	Shinjuku Park Tower . . . . .	16
1.16.	Torres Petronas, Malasia . . . . .	17
1.17.	One Canada Square . . . . .	17
1.18.	Taipei 101, Disipador de masa tipo péndulo . . . . .	18
1.19.	Edificio Parque Araucano . . . . .	20
1.20.	Edificio Geocentro . . . . .	21
1.21.	Detalles Edificio Geocentro . . . . .	21
1.22.	Jardines de Infante . . . . .	21
1.23.	Las Condes Capital . . . . .	21
1.24.	1K . . . . .	21
1.25.	Centro Plaza . . . . .	22

1.26. Titanium . . . . .	22
1.27. Trilogía Sur . . . . .	22
1.28. Brisas Costa Laguna . . . . .	23
1.29. Incorporación amortiguador viscoso, AMS Parque Araucano . . . . .	23
1.30. AMS CChC . . . . .	24
2.1. Construcción AMS . . . . .	27
2.2. Notación modelo simplificado . . . . .	28
2.3. Puntos P y Q (L. Rozas 2009) . . . . .	32
3.1. Esquema para la evaluación de la Reducción Porcentual . . . . .	43
3.2. Reducción porcentual para diferentes registros sísmicos y periodos. La línea roja representa el promedio y la línea azul el promedio menos la desviación estándar, $\mu = 4\%$ y $\xi_p = 5\%$ . . . . .	44
3.3. Interfaz Gráfica . . . . .	45
3.4. Hipótesis parámetros óptimos de diseño . . . . .	47
3.5. Planta Estructural Edificio Quinta Avenida . . . . .	48
3.6. Modelo Edificio Quinta Avenida SAP2000 . . . . .	48
3.7. Periodos fundamentales con diafragma rígido de piso, estructura no controlada 10 pisos, SAP2000 . . . . .	49
3.8. Periodos fundamentales con diafragma rígido de piso, estructura no controlada 20 pisos, SAP2000 . . . . .	49
3.9. Modelo AMS SAP2000 . . . . .	50
3.10. Incorporación AMS en el Edificio, SAP2000 . . . . .	50
3.11. Periodos fundamentales, Estructura controlada 10 pisos, SAP2000 . . . . .	51
3.12. Periodos fundamentales, Estructura controlada 20 pisos, SAP2000 . . . . .	51
4.1. Reducción porcentual para diferentes registros sísmicos y periodos, línea roja representa el promedio, línea azul el promedio menos la desviación estándar y línea verde el promedio menos dos desviaciones estándar, $\mu = 4\%$ y $\xi_p = 5\%$ , 132 registros . . . . .	52
4.2. Reducción porcentual para diferentes registros sísmicos y periodos, línea roja representa el promedio, línea azul el promedio menos la desviación estándar y línea verde el promedio menos dos desviaciones estándar, $\mu = 4\%$ y $\xi_p = 5\%$ , Tipo de Suelo I, 28 Registros . . . . .	53
4.3. Reducción porcentual para diferentes registros sísmicos y periodos, línea roja representa el promedio, línea azul el promedio menos la desviación estándar y línea verde el promedio menos dos desviaciones estándar, $\mu = 4\%$ y $\xi_p = 5\%$ , Tipo de Suelo II, 76 registros . . . . .	53
4.4. Reducción porcentual para diferentes registros sísmicos y periodos, línea roja representa el promedio, línea azul el promedio menos la desviación estándar y línea verde el promedio menos dos desviaciones estándar, $\mu = 4\%$ y $\xi_p = 5\%$ , Tipo de Suelo III, 26 registros . . . . .	54
4.5. Reducción porcentual para diferentes registros sísmicos y periodos, línea roja representa el promedio, línea azul el promedio menos la desviación estándar y línea verde el promedio menos dos desviaciones estándar, $\mu = 4\%$ y $\xi_p = 5\%$ , Santiago Tipo de Suelo II, 10 registros . . . . .	54

4.6. Reducción porcentual para diferentes registros sísmicos y periodos, línea roja representa el promedio, línea azul el promedio menos la desviación estándar y línea verde el promedio menos dos desviaciones estándar, $\mu = 4\%$ y $\xi_p = 5\%$ , Valparaiso Tipo de Suelo III, 12 registros . . . . .	55
4.7. Variación en la reducción porcentual para diferentes valores de razón de masas y sintonía, $\mu = [4 - 1]\%$ y $\xi_p = 5\%$ . . . . .	56
4.8. Variación en la reducción porcentual para diferentes valores de ductilidad del dispositivo, $\mu = 4\%$ y $\xi_p = 5\%$ . . . . .	56
4.9. Resultados Interfaz Gráfica, Registro 109 . . . . .	58
4.10. Resultados Interfaz Gráfica, Registro 115 . . . . .	58
4.11. Resultados Interfaz Gráfica, Registro 126 . . . . .	59
4.12. Resultados Interfaz Gráfica, Registro 128 . . . . .	59
4.13. Resultados Interfaz Gráfica, Registro 67 . . . . .	59
4.14. Resultados SAP2000, Estructura sin AMS, Registro 109 . . . . .	60
4.15. Resultados SAP2000, Estructura con AMS, Registro 109 . . . . .	60
4.16. Resultados SAP2000, Estructura sin AMS, Registro 115 . . . . .	60
4.17. Resultados SAP2000, Estructura con AMS, Registro 115 . . . . .	60
4.18. Resultados SAP2000, Estructura sin AMS, Registro 126 . . . . .	60
4.19. Resultados SAP2000, Estructura con AMS, Registro 126 . . . . .	60
4.20. Resultados SAP2000, Estructura sin AMS, Registro 128 . . . . .	61
4.21. Resultados SAP2000, Estructura con AMS, Registro 128 . . . . .	61
4.22. Resultados SAP2000, Estructura sin AMS, Registro 67 . . . . .	61
4.23. Resultados SAP2000, Estructura con AMS, Registro 67 . . . . .	61
4.24. Parámetros MinMax, Reducción Porcentual de la Respuesta RMS . . . . .	62
4.25. Reducción Porcentual de la Respuesta Acumulada . . . . .	62
4.26. Reducción Porcentual de la Respuesta Máxima . . . . .	63
4.27. Reducción Porcentual de la Respuesta RMS, configuración 2 . . . . .	63
4.28. Reducción Porcentual de la Respuesta Acumulada, configuración 2 . . . . .	64
4.29. Reducción Porcentual de la Respuesta Máxima, configuración 2 . . . . .	64
4.30. Reducción Porcentual de la Respuesta Máxima, configuración 2, mejor caso respuesta máxima . . . . .	65
4.31. Reducción Porcentual de la Respuesta Máxima, configuración 2, peor caso respuesta máxima . . . . .	65
C.1. Interfaz Grafica . . . . .	84
C.2. IG: Reducción porcentual para un espectro de periodos . . . . .	87
D.1. Dispersión reducción porcentual . . . . .	88
D.2. Histograma reducción porcentual, para un espectro de periodos . . . . .	89
D.3. Dispersión reducción porcentual . . . . .	89

# Introducción

Chile es uno de los países más interesantes para desarrollar estudios en ingeniería sísmica y sismología debido al gran número de eventos sísmicos que ocurren a lo largo de todo el país [32] incluyendo el terremoto de mayor magnitud registrado en la historia universal (Valdivia 1960  $M_w = 9,5$  [26]). Este interés se evidencia en 1940 con la instalación de uno de los primeros acelerógrafos en el mundo en la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile.

La razón de la alta actividad sísmica se debe a la particular ubicación geográfica del país sobre la subducción de dos placas tectónicas (Nazca bajo la Sudamericana, Figura 1), generando sismos interplaca, intraplaca de profundidad intermedia, terremotos superficiales corticales y sismos detrás de la fosa.

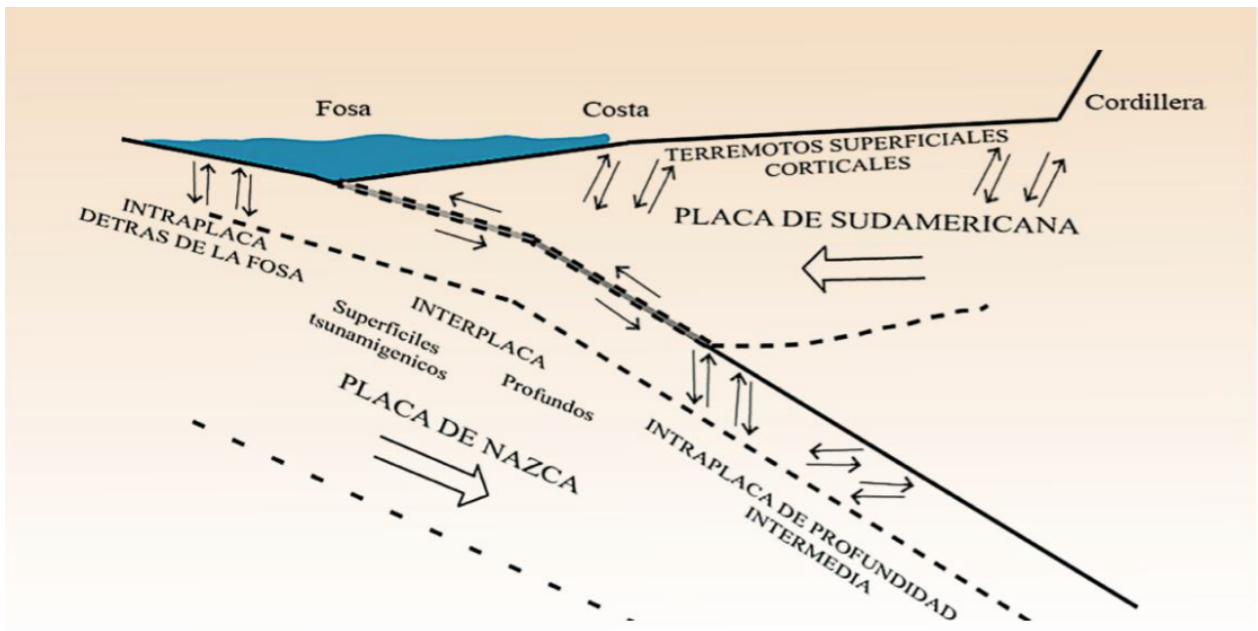


Figura 1: Esquema de la subducción Chilena. Donde se observa la convergencia de la placa de Nazca con la placa Sudamericana y los principales terremotos que ellas generan: Interplaca, intraplaca de profundidad intermedia, terremotos superficiales corticales y sismos detrás de la fosa. Los terremotos interplaca pueden romper todo el contacto sismogénico o una parte del contacto (Ruiz y Madariaga 2012).



En Chile el buen comportamiento de los edificios en los últimos terremotos (1985 Valparaíso, 2007 Tocopilla, 2010 Concepción, 2014 Iquique y 2015 Illapel<sup>1</sup>) podría suponer que la Norma Chilena Oficial *NCh 433 Diseño sísmico de edificios* ha cumplido su alcance, considerando los bajos daños estructurales y pérdidas humanas que se reportaron en dichos eventos. Sin embargo, la necesidad de las personas por aumentar el nivel de confianza y confortabilidad en el uso de edificios (vivienda, trabajo u otros) ha tomado un valor económico dentro de sus decisiones, traducido en la disposición a invertir en medidas de seguridad que permitan, no solamente resguardar sus vidas y disminuir los daños estructurales (variables consideradas en la Norma NCh 433), sino que además los daños generados dentro de éstas sean mínimos, dado que estos son los que generan, actualmente, los mayores gastos económicos Figura 2.

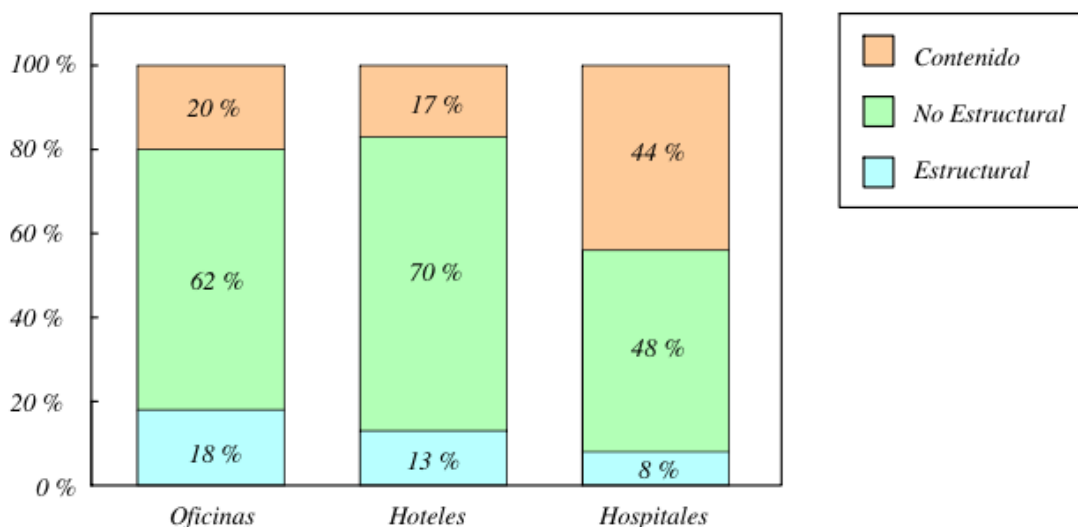


Figura 2: Distribución de pérdidas económicas en edificios de oficinas, hoteles y hospitales, durante los últimos eventos sísmicos (E. Miranda)

Considerando estas exigencias y la normativa que mantiene el nivel de desempeño en los edificios frente a eventos sísmicos; ¿Es posible mejorar el desempeño de forma eficiente (costo/beneficio)? Una respuesta que, eventualmente, podría satisfacer esta pregunta sería la implementación de sistemas de protección sísmica, ya sea aisladores basales o sistemas pasivos de disipación de energía.

Actualmente se han desarrollado normativas que permiten la incorporación de estos sistemas al diseño sismoresistente, como es el caso de *NCh2745: Análisis y diseño de edificios con aislación sísmica*, pero aún no se logra consolidar una norma para sistemas pasivos de disipación de energía<sup>2</sup>, siendo la causa fundamental la falta de consenso respecto a la eficacia<sup>3</sup> de los Amortiguadores de Masa Sintonizada (AMS), es decir, no existe la certeza de que el dispositivo reduzca los desplazamiento en la estructura en la forma que se espera.

Un AMS es un sistema pasivo de control de vibraciones patentado en 1909 por H. Frahm [17], consistente inicialmente en una masa unida a la estructura principal (donde se busca

<sup>1</sup> <http://www.terremotosuchile.cl>

<sup>2</sup> La nueva norma en discusión no incluye los AMS pero sí los disipadores pasivos

<sup>3</sup> En cargas sísmicas, ya que sí se ha verificado para cargas inducidas por el viento [1], [2], [3], [40]

reducir las vibraciones) por medio de un elemento de rigidez conocida. Actualmente, este dispositivo ha evolucionado notablemente alcanzando características de control automático en el tiempo: AMS inteligentes (sistema activo de control).

Por la simpleza del dispositivo (diseño original junto a un amortiguador que vuelve la solución más robusta) ha aumentado considerablemente su oferta (industria nacional <sup>4</sup> e internacional <sup>5</sup>), ya que representa una alternativa de bajo costo de instalación y mantención, considerando que el nivel de intervención estructural y arquitectónico que se debe realizar en las estructuras es mínimo.

A pesar de esto, el uso de AMS en edificios es reciente, es por esto que la metodología empleada en el análisis de su eficacia ha variado como respuesta a sus requerimientos, además de evolucionar en paralelo a los avances computacionales, debido a esto no se ha logrado establecer consenso en relación a la eficacia en el uso de estos dispositivos producto de las diferentes respuestas obtenidas de su desempeño. Esto ha impedido desarrollar una norma que permita incluirlos como sistemas de protección sísmica. En el presente trabajo se desarrolla una metodología que permite determinar la eficacia de los AMS e incorporar estas recomendaciones para su uso en una norma ad-hoc para este tipo de dispositivos.

## Motivación y Objetivos

Bajo este contexto se desarrolla esta investigación llamada **Amortiguadores de masa sintonizada en edificios sometidos a registros sísmicos en Chile**, donde se busca corroborar si estos dispositivos reducen los desplazamientos en los porcentajes esperados y establecer recomendaciones de su diseño.

Objetivos generales:

1. Verificar eficacia de los AMS
2. Establecer las disposiciones exigibles al diseño sísmico de los AMS .

Objetivos específicos:

- Recopilación de Antecedentes
- Revisión Bibliográfica
- Desarrollo Teórico AMS
- Aplicaciones en Chile y el Mundo
- Selección de un edificio típico de la práctica Chilena
- Desarrollo de modelos del edificio seleccionado.

---

<sup>4</sup> RBASOC, SIRVE y VMB

<sup>5</sup> Deicon, Maurer-Soehne entre otros

# Metodología

La verificación de la eficacia se hace en base a una comparación porcentual de las respuestas del último piso (desplazamiento relativo y aceleración absoluta, respuesta máxima, acumulada y valor cuadrático medio,RMS) de una estructura con y sin AMS.

Los modelos de la estructura principal se realizan de forma progresiva considerando diferentes supuestos para la carga sísmica y las propiedades físicas y dinámicas de la estructura principal y el AMS, con el fin de determinar si los modelos simplificados pueden representar una cota a la eficacia de los modelos más sofisticados y de esta forma dar un resultado rápido a la respuesta dinámica de la estructura.

Respecto a la carga sísmica la aceleración basal del suelo se considera: aceleración basal monofrecuencial, aceleración basal ruido blanco y registros de aceleraciones reales.

La estructura principal se modela como edificio de corte de un grado de libertad con y sin amortiguamiento y de comportamiento lineal y no lineal. Posteriormente, se amplía a múltiples grados de libertad (lineal) y, finalmente, se compara con modelos tridimensionales (con acción sísmica en un solo sentido).

Como herramienta se crea una interfaz gráfica a través del software MATLAB que permite a un usuario ingresar las propiedades de la estructura principal y determinar rápidamente, los parámetros de diseño del AMS, la respuesta dinámica (máxima, acumulada y RMS) para 132 registros en estaciones de Chile (PGA mayor a 0.1g)[51], el mejor y peor caso de reducción/ amplificación, intervalo de confianza de la respuesta promedio por medio de inferencia estadística con un nivel de confianza del 95 %, ver gráficamente la reducción en un gráfico de respuesta en el tiempo y los porcentajes de reducción para cada registro sísmico.

# Capítulo 1

## Descripción y Evolución de Amortiguadores de Masa Sintonizada

### 1.1. Introducción

Posterior a la revolución industrial *el nivel de vida de las masas y la gente común experimentó un crecimiento sostenido* [33], generando la necesidad paulatina de mejorar el rendimiento y desempeño de los elementos asociados al confort de las personas y al crecimiento económico, siendo este último impulsor del desarrollo de múltiples patentes en diferentes sistemas. En particular, en 1909 H. Frahm [17] patentó <sup>1</sup> un *dispositivo de amortiguamiento de vibraciones* consistente en acoplar una masa a una embarcación a través de un elemento de rigidez característica, con el fin de disminuir el movimiento de balanceo. Pese a que esta filosofía fue propuesta inicialmente para un problema particular, la misma patente expone la posibilidad de implementar este dispositivo en otros sistemas tales como edificios <sup>2</sup>.

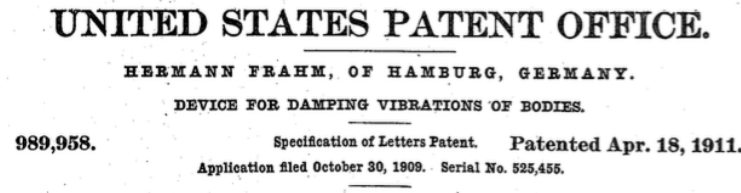


Figura 1.1: Patente H. Frahm

La simpleza del dispositivo satisface un problema acotado para un ajustado rango de operación y el desempeño empeora drásticamente cuando el rango de frecuencia de la excitación varía. Una forma de mejorar este problema y dar una solución más robusta es a través de la incorporación de un amortiguador viscoso entre el dispositivo y la estructura principal.

En 1928 Ormondroyd y Den Hartog [41] desarrollan matemáticamente el análisis dinámico del sistema antes descrito para una aceleración basal monofrecuencial. Luego, los esfuerzos

<sup>1</sup>La patente fue desarrollada por H. Frahm pero la idea remonta a 1883 por Watts [61]

<sup>2</sup>Se menciona la posibilidad de disminuir vibraciones ambientales

fueron puestos en encontrar los parámetros óptimos del dispositivo, es decir, aquellos que minimizan la respuesta máxima de la estructura principal. En 1940 Den Hartog [13] es el primero en encontrar una solución para los parámetros óptimos de sintonización (razón entre las frecuencias del dispositivo y la estructura principal) bajo el supuesto de un sistema principal no amortiguado. Posteriormente, en 1946 J. Brock [8] usando los supuestos y notación de Den Hartog determinó los parámetros de amortiguamiento óptimos para el dispositivo <sup>3</sup>. En 1963 Crandall y Mark [10] analizaron la respuesta de una estructura sometida a perturbaciones basales del tipo ruido blanco, basados en la teoría de vibraciones aleatorias, esto permite ampliar el análisis a diferentes tipo de acciones que se efectúan sobre la estructura principal.

Obtenidos los parámetros óptimos para un sistema de dos grados de libertad (uno representa a la estructura principal y el otro al AMS) el desafío consistía en abarcar cualquier tipo de carga <sup>4</sup> y representar con la menor pérdida de información la estructura real.

De forma simultánea a la investigación del AMS, se estaban desarrollando construcciones verticales cada vez más altas debido a la creación del elevador en 1850, alcanzando diseños de edificios de 10 plantas en 1885 <sup>5</sup> y posteriormente 30 plantas en 1899 <sup>6</sup>, por lo que los esfuerzos se concentraron en proveer soluciones a este nuevo tipo de edificación afectadas principalmente por cargas inducidas por viento y sismo, eventos naturales que producían vibraciones no deseadas dentro de la estructura.

De esta forma en los años 70 William LeMessurier converge ambos desarrollos a través de la implementación del primer amortiguador de masa sintonizada como control de vibraciones inducidas por el viento en el edificio Citicorp Center (luego renombrado Citigroup Center, actualmente llamado 601 Lexington) en Nueva York.

Se desarrollan múltiples trabajos con el fin de corroborar la eficacia de los AMS, para modelos de varios grados de libertad con excitaciones aleatorias [64], [65] obteniendo buenos resultados para modelos que representan cargas de viento [1], [2], [3], [40], con reducciones del 40% en los desplazamientos [3].

Importantes contribuciones en excitaciones aleatorias fueron desarrolladas por Warburton en 1980 [22], 1981 [20], 1982 [21], Randall et al. en 1981 [46], y Tsai y Lin en 1993 [58].

En 1981 A. Kaynia [27] y posteriormente en 1983 J. Sladek [53] usando modelos no lineales, determinan que estos dispositivos no son efectivos frente a cargas sísmicas, incluso este último incluye una nueva función objetivo al problema consistente en optimizar el amortiguamiento de forma tal de maximizar la energía disipada.

A finales de los años 80, siguiendo la línea conceptual de los AMS, surgen dos ideas que permiten mejorar la propuesta: por una parte, se busca aprovechar la masa muerta del AMS al reemplazarla por agua, lo que permite algunos usos alternativos como protección del edificio frente a incendios o abastecimiento de agua potable, esto aumenta el beneficio del

---

<sup>3</sup>Un año después Den Hartog publica en la tercera edición de Mechanical Vibration las notas de J. Brock

<sup>4</sup> Hasta este momento histórico la teoría había sido desarrollada para disminuir las vibraciones en sistemas mecánicos, los cuales podían ser apropiadamente representados por señales monofrecuenciales

<sup>5</sup> Home Insurance Building en Chicago

<sup>6</sup> Park Row Building en New York

sistema y genera resultados similares si es adecuadamente sintonizado. Además, dadas las características del fluido, aumenta el rango de operación del sistema incluso disminuyendo vibraciones ambientales. Estos sistemas, dependiendo de su configuración, se pueden nombrar como Amortiguador Líquido Sintonizado (ALS) o Amortiguador de Columna Líquida Sintonizada. Los contenedores del líquido más comunes tienen forma rectangular, cilíndrica, anular (nutacional/toroidal), cónica, Figura 1.2, y forma de tubo en U<sup>7</sup>, Figura 1.3. Estos contenedores disipan energía por medio de la acción viscosa del fluido y el rompimiento de olas, o por la circulación de éste, donde la disipación es generada al pasar el líquido de una sección a otra a través de un cambio de sección transversal produce las pérdidas.

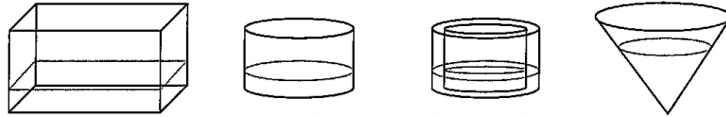


Figura 1.2: Diversas formas de contenedores de amortiguadores de líquido sintonizado, M. Richard 2007

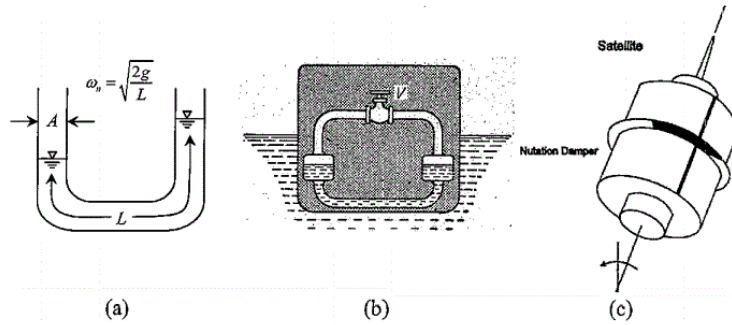


Figura 1.3: (a) ACLS (b) Tanque anti-vuelco Frahm (c) Amortiguador Nutacional en satélite, M. Richard 2007

En 1984 Bauer [7] sugiere el uso de un contenedor rectangular completamente lleno con dos fluidos inmersos para amortiguar la respuesta a través del movimiento en la interface. Posteriormente, en 1988, Fujino et al. [18] estudian el comportamiento de un contenedor rectangular o circular parcialmente lleno con agua. En 1989 Welt y Modi [62] son de los primeros en sugerir el uso de un amortiguador líquido sintonizado para reducir la respuesta durante fuerte vientos o sismos. El contenedor estudiado por Welt y Modi es geoméricamente el mismo que un amortiguador nutacional.

El desempeño de una estructura de un grado de libertad con un amortiguador líquido sintonizado sujeto a excitación sinusoidal fue investigado por Sun en 1991 [56], en conjunto con la aplicación de vibraciones inducidas por el viento de Wakahara et al. en 1989 [60]. Como resultado de los estudios antes mencionados, los amortiguadores líquidos sintonizados han encontrado aplicaciones prácticas en el área de control estructural de vibraciones inducidas por viento. En Vancouver, Canadá, One Wall Centre, fue el primer edificio en el que se instaló un ALS con ese uso en 2001.

<sup>7</sup>EL uso de este sistema también se utilizó en el amortiguamiento del movimiento de barcos y satélites, Figura 1.3

Pese a que se efectuaron mejoras en la determinación de los parámetros óptimos, los problemas de sintonización siempre van a estar presentes debido a la precisión con la que se miden las propiedades de los elementos y la degradación de estos, por esta razón surgió la alternativa de diseñar sistemas de monitoreo estructural que permitieran trabajar en conjunto con los AMS y, de esta forma, diseñar AMS que varíen sus propiedades dinámicas a través de diseños de rigidez variable (semi-activos o Amortiguador de Masa Híbrido) o controlar el movimiento de estos por medio de actuadores (activos).

En 1991 Tanida et al. [57] desarrolla un Amortiguador de Masa Híbrido (AMH) con forma de arco (arch-shape) que ha sido empleado en una variedad de aplicaciones, incluido el control de la respuesta de edificios. Una extensión de AMH en forma de arco es el en forma de V (V-shape, Koike et. al 1994 [28]) el cual tiene la ventaja de ajustar fácilmente el periodo fundamental.

Tres de estos dispositivos fueron instalados en Shinjuku Park Tower, el edificio más grande en Japón en términos de metros cuadrados. Dos AMH de 170 toneladas cada uno (Yamazaki et al. 1992 [14]; Yamazaki et al. 1995 [15]) han sido desarrollados e instalados en Yokohama Landmark Tower, el edificio más alto en Japón.

Posterior a los daños vistos en los terremotos de Ciudad de Mexico (1985) y Loma Prieta (1989) el interés por determinar la eficacia del dispositivo frente a cargas sísmicas, llevo a muchos autores a analizar la respuesta dinámica del sistema usando diferentes registros sísmicos y diferentes configuraciones estructurales. Esto tuvo efectos positivos tales como identificar problemas de sintonización al incurrir la estructura principal en el rango no lineal, o definir que la eficacia es proporcional a la razón de masas. Sin embargo, la variabilidad de los modelos realizados no lograron ser unificados y cada autor respondía a su contexto histórico.

## 1.2. Hitos Internacionales en Edificios

### 1.2.1. Canadá

- One Wall Centre

One Wall Center es un hotel rascacielos de 48 pisos y 157.8 metros de altura, situado en Downtown Vancouver, Columbia Británica, Canadá, diseñado por Perkins y Will. Completado en 2001, fue ganador del reconocimiento Emporis Skyscraper Award por el Mejor Nuevo Rascacielos el mismo año.

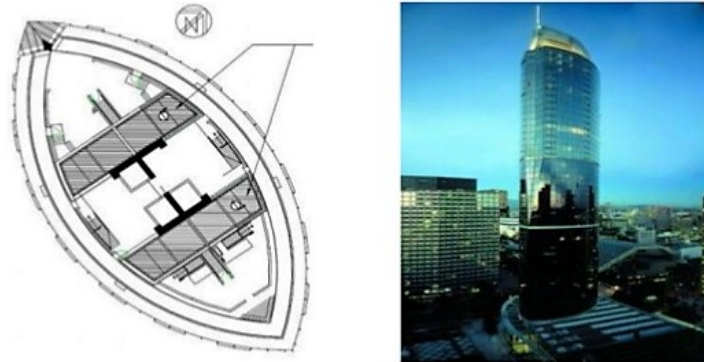


Figura 1.4: One Wall

One wall Center tiene un diseño esbelto (tiene una razón de base versus altura de 1:7); es por esto que el efecto del viento es considerable y se decidió instalar un amortiguador de agua sintonizada en el último nivel, el cual consiste en dos contenedores especiales de 227.300 litros, de cuatro pisos de altura cada uno. Estos contenedores fueron diseñados de forma que la frecuencia armónica del chapoteo del agua dentro de ellos contrarrestara la frecuencia armónica del balanceo, inducido durante fuertes vientos.

### 1.2.2. China

- Shanghai World Financial Center

Shanghai World Financial Center (SWFC) es un rascacielos localizado en Pudong distrito de Shanghai, China. Fue diseñado por Kohn Pedersen Fox y desarrollado por Morí Building Company, con Leslie E. Robertson Associates como ingeniería estructural. El rascacielos contiene oficinas, hoteles, salas de conferencia, miradores y plantas libres para centros comerciales. El Hotel Park Hyatt Shanghai ocupa los pisos 79 al 93, con 174 habitaciones y suites, constituyendo el segundo hotel a más altura del mundo después de Ritz-Carlton, Hong Kong, el cual ocupa los pisos 102 al 118 del International Commerce Centre.



El 14 de septiembre del 2007, el rascacielos llegó a una altura de 492 metros, ubicándolo como el 8vo edificio más alto del mundo y el 4to más alto en China continental. El SWFC abrió al público el 28 de agosto del 2008, con entradas al mirador el 30 de agosto el cual ofrece una vista desde 474 metros sobre el nivel del suelo.

El SWFC ha sido alabado por su diseño y en 2008 fue nombrado por los arquitectos como el Mejor Rascacielos del año. En 2013 el SWFC fue superado en altura por la estructura adyacente, Shanghai Tower, la estructura más alta de China. Juntos, el Shanghai World Financial Center, Shanghai Tower y Jin Mao Tower forman el primer grupo de rascacielos superaltos.

Para proteger el edificio de fuertes vientos, el SWFC contiene bajo los miradores dos amortiguadores de masa sintonizada activos e idénticos, para reducir el balanceo durante tormentas de viento mantiene activas sus propiedades de control, mientras que para terremotos lo desactiva. Este edificio también está equipado con un sistema de control de agua, el cual consiste en ocho unidades TSD ubicadas en el piso 91. Cada uno de los contenedores es de 7,5 metros de diámetro y hacen en total apenas el 1% de la masa total de la estructura.

- Shanghai Tower

Es un rascacielos ubicado en Pudong, Shanghai, diseñado por la firma americana Gensler, en conjunto con el arquitecto Jun Xia, propiedad del consorcio Chino de state-owned companies. Esta estructura tiene 632 metros de altura y 128 pisos, con un total de 380.000 metros cuadrados. Esta construcción escalonada (nueve edificios cilíndricos apilados uno sobre otro), diseñada para una alta eficiencia energética, está provista de múltiples zonas para oficinas, comercio y ocio.

La construcción comenzó en 2008 y finalizó en 2015 (alcanzó su altura máxima en 2013), actualmente es el edificio más alto en China y el segundo más alto en el mundo, superado por Burj Khalifa en Dubai.

El amortiguador de masa sintonizada diseñado para limitar el balanceo en el piso superior de la estructura fue el más grande del mundo al momento de su instalación, con 5 pisos de altura (desde el piso 125 al 130) y 1.000 toneladas de acero, está sobre un sistema de amortiguamiento por medio de corrientes torbellino (eddy current en inglés) compuesto por 100 metros cuadrados de placas de cobre y 125 poderosos imanes, disminuyendo el balanceo por medio de la ley de Lenz (no necesita electricidad adicional ni activadores).



Figura 1.5: Rascacielos Superalto; Shanghai World Financial Center, Shanghai Tower y Jin Mao Tower

### 1.2.3. Emiratos Árabes Unidos

- Burj Al-Arab

El Burj Al Arab es un hotel de lujo (7 estrellas) con una altura de 321 metros, siendo el cuarto hotel más alto de todo el mundo y uno de los edificios hoteleros más representativos. Está situado en el mar, sobre una isla artificial localizada a 270 metros de la playa en el Golfo Pérsico, la cual está conectada a tierra firme mediante una calle.

Desde el principio de su construcción se dieron cuenta que el mástil sería vulnerable a las oscilaciones inducidas por viento, en respuesta se instalaron tres amortiguadores de masa en las secciones superiores del mástil para reducir el balanceo de la estructura.



Figura 1.6: Burj Al-Arab, Dubai

## 1.2.4. Estados Unidos de América

- Citigroup Center, Nueva York

El Citigroup Center, actualmente denominado 601 Lexington Avenue es un rascacielos de oficinas situado en Manhattan, Nueva York. Se construyó en 1977 para albergar la sede del Citibank. Tiene 59 pisos y 279 metros de altura, con 120.000 metros cuadrados de oficinas.

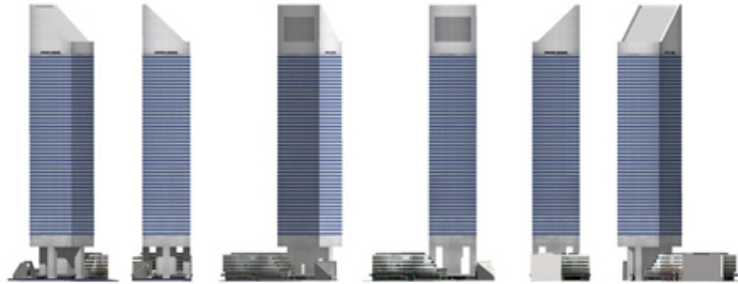


Figura 1.7: Citigroup Center, Nueva York

Fue uno de los primeros edificios en utilizar dispositivos de disipación de energía. Ubicado en la cima de la estructura el dispositivo está compuesto por una masa de 400 toneladas que descansa sobre un sistema de cojinetes que le permiten desplazarse hasta 1.4 metros. De esta manera los máximos desplazamientos experimentados por la torre son reducidos en aproximadamente un 50 %. Esta reducción equivale a incrementar el amortiguamiento crítico de la estructura desde un 1 % original hasta un 4 %. En términos económicos, esto supuso un ahorro de 2.800 toneladas de acero estructural que hubieran sido necesarias para cumplir con los requisitos de desplazamientos máximos alcanzados sin el aporte del AMS.

- Comcast Center, Filadelfia

Es el rascacielos más alto de Filadelfia y el número 19 de los Estados Unidos, con 58 plantas y 297 metros de altura. El edificio cuenta con espacio para tiendas y un restaurant. Diseñado por el arquitecto Robert A. M. Stern para Liberty Property Trust. Para prevenir el balanceo de la estructura frente a cargas de viento, tiene un amortiguador de columna líquida de doble cámara con una capacidad de 1.100 litros, el más grande de norte América.

- John Hancock Tower, Boston

Rascacielos llamado oficialmente Hancock Place, y conocido coloquialmente como The Hancock, tiene 60 pisos y 241 metros de altura situado en la ciudad de Boston. Finalizado en 1976, su diseño envuelve un concepto de rascacielos de cristal minimalista y moderno. El cristal de las ventanas altamente reflectante está tintado ligeramente de azul, lo que resulta en un leve contraste con el cielo en un día claro.

Posteriores revisiones al proyecto original, desarrolladas por I.M. Pei & Partners, demostraron que el edificio no poseía suficientes arriostramientos laterales para asegurar el confort de los ocupantes durante la ocurrencia de vientos de moderada o severa intensidad. Se decidió por tanto incorporar dos AMS de 270 toneladas en cada uno de los extremos del piso 58. Diseñados para trabajar en las direcciones opuestas (este-oeste), estos dispositivos redujeron los desplazamientos de la estructura cerca de un 50 %. Estos sistemas de control son del tipo híbrido, de forma tal que bajo la ocurrencia de fuertes vientos son controlados por dispositivos auxiliares que optimizan sus desplazamientos.

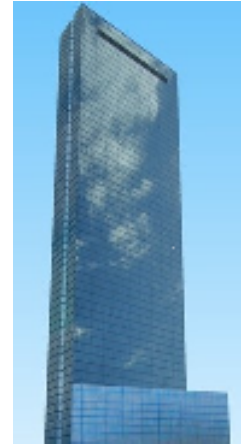


Figura 1.8: Comcast Center, Filadelfia

Figura 1.9: John Hancock Tower, Boston

- One Rincon Hill South Tower, San Francisco

Es un complejo residencial de lujo diseñado por Salomon, Cordwell, Buenz y Asociados, y desarrollado por Urban West Associates. Consiste en dos rascacielos que comparten un podio en común, la Torre Uno del lado Sur es la más alta, con 60 pisos y 195 metros de altura, terminada en 2008, y la Torre Dos del lado Norte un poco más baja con 50 pisos y 165 metros de altura se completó en el año 2014. La Torre Sur tiene ascensores de alta velocidad para transportar de manera más rápida a los residentes. En la parte superior tiene instalado un amortiguador de agua sintonizada con un gran tanque que puede contener hasta 189.259 litros (50.000 galones) pesando 185 toneladas, para soportar los fuertes vientos y sismos. Fue el primer edificio en California en usar un Amortiguador de Columna Líquida Sintonizada.

- Park Tower, Chicago

Fue completado en 2000 y es el 12vo edificio más alto de Chicago y ocupa el lugar número 43 de los Estados Unidos con una altura de 257 metros y 70 pisos (67 para el uso práctico). El edificio ocupa una superficie de 2.601 metros cuadrados, por su pequeño tamaño fue diseñado desde el principio con un amortiguador de masa (es el primer edificio en ser diseñado desde el comienzo con este sistema). Tiene instalado un AMS de 300 toneladas colgado de cuatro cables en el interior de una júa cuadrada.



Figura 1.10: One Rincon Hill Tower



Figura 1.11: Park Tower

- Random House Tower, Nueva York

También conocido como Imperial Park Apartments ubicado en Calle Broadway, Manhattan, Nueva York, tiene 52 pisos y 208 metros de altura, con una superficie de 79.900 metros cuadrados. Diseñado para uso mixto entre oficinas del Random House hasta el piso 27, para luego dar lugar en el resto de los pisos a departamentos de lujo; sin embargo, su numeración parte del 48 hasta el 70 con fines de marketing. Las dos secciones fueron diseñadas por distintos arquitectos, Skidmore Owings & Merrill diseñó la parte de oficinas, que tiene estructura de acero, mientras que Ismael Leyva Architects y Adam D. Tihany diseñaron la parte residencial, que tiene estructura de hormigón. Las dos secciones no se suceden exactamente una a la otra, sino que se construyeron celosías en las plantas 26 y 27 para transmitir la carga. En la parte superior el edificio cuenta con dos AMS líquidos, con capacidad para 265.000 y 379.000 litros, que ayudan a reducir el balanceo de la estructura.

- Trump World Tower, Nueva York

Rascacielos residencial de Manhattan, su construcción comenzó en 1999 y concluyó en 2001, tiene 72 pisos y 262 metros de altura, su fachada son cristales oscuros tintados en bronce. Es la torre residencial más alta construida por Donald Trump. Resalta su particular desafío de relación 11:1 en su aspecto esbelto, por lo que se incluyó en el techo un AMS de 600 toneladas para controlar el movimiento lateral de la estructura.



Figura 1.12: Random House Tower



Figura 1.13: Trump World Tower

### 1.2.5. Japón

- Yokohama Landmark Tower

Diseñado por Hugh Stubbins y Asociados (ahora KlingStubbins) tiene una altura 293.6 metros y 71 pisos, completado en el año 1993, fue el edificio más alto en Japón hasta el año 2012, superado por Abeno Harukas.

El edificio cuenta con un hotel 5 estrellas que ocupa desde el piso 49 al 70, en el piso 71 se encuentra oculto un amortiguador de masas sintonizada activo, con un sistema de amortiguamiento hidráulico y un peso de 340 toneladas.

- Shinjuku Park Tower - Tokyo

Es el segundo rascacielos más alto de Shinjuku, Tokyo. Fue diseñado por Kenzo Tange y finalizó su construcción en 1994. La torre está compuesta por tres bloques; la torre S, que tiene 235 metros de altura y 52 pisos, la torre C que mide 209 metros de alto con 47 pisos y la torre N de 182 metros de altura y 41 pisos. Los pisos desde el 1 al 8 están ocupados por tiendas comerciales, los pisos que van del 9 al 37 se emplean como oficinas y del piso 39 al 52 está ocupado por el hotel de lujo Park Hyatt Tokyo.

Este edificio cuenta con tres disipadores de masa sintonizada tipo péndulo. Cada uno de estos dispositivos, ubicados en el piso 39, están constituidos por una gran masa de 110 toneladas, la cual se apoya sobre rodamientos que permiten que la misma oscile. El ángulo de inclinación es ajustado de manera tal que la masa oscile bajo el mismo período.



do que el edificio. Al sintonizar el período de oscilación del dispositivo con el período natural del edificio, la masa imparte una fuerza inercial que contrarresta el movimiento del edificio producido por el viento o sismo. El sistema funciona de manera híbrida lo que significa que las masas de los dispositivos oscilan libremente. Solo cuando el movimiento del edificio es muy elevado, lo cual ocurre bajo severas tormentas de viento o grandes terremotos, una serie de actuadores controlan los movimientos de las masas para regular de manera óptima su desplazamiento. A pesar de que la ubicación más efectiva del sistema de control es en la cima del edificio, ya que de esta forma se logra controlar de manera más eficiente el modo fundamental de vibrar de la estructura, restricciones arquitectónicas lo hacen impracticable. Aun más, en su actual ubicación, el sistema ha sido capaz de reducir la respuesta de la estructura frente al viento cerca de un 50 %.



Figura 1.14: Yokohama Landmark Tower



Figura 1.15: Shinjuku Park Tower

### 1.2.6. Malasia

- Torres Petronas, Kuala Lumpur

Estas torres gemelas están situadas en Kuala Lumpur, capital de Malasia, fueron los edificios más altos del mundo entre 1998 y 2003, superados luego en 2003 por el edificio Taipei 101 en Taiwán. Actualmente es el un décimo edificio más alto del mundo, sin embargo, son las torres gemelas más altas del mundo. Estas torres cuentan con 88 pisos y 452 metros de altura, diseñadas para un desarrollo mixto compuesto de oficinas, tiendas, instalaciones para entretenimientos y recreación, hoteles, apartamentos e instalaciones para estacionamiento, construidas con hormigón armado, acero y vidrio, se han convertido en el símbolo de Kuala Lumpur y Malasia.

En los piso 41 y 42, a 170 metros de altura se encuentra un centro de distribución de ascensores llamado Sky Lobby, que es donde además se encuentra su famoso puente Skybridge (puente del cielo) que conecta ambas torres. Se instalaron doce amortiguadores en esta estructura, para mejorar el desempeño de las torres y contrarrestar las vibraciones producidas por fuertes vientos.

## 1.2.7. Reino Unido

- One Canada Square

Fue el edificio más alto del Reino Unido desde 1990 hasta 2010, con 50 pisos y 235 metros de alto. Para ser superado en 2012 por el Shard de 309.6 metros de altura. En la planta baja se ubican algunos centros comerciales, pero su principal uso es para oficinas. En la parte superior tiene instalado un péndulo de acero que funciona como AMS, esto compensa el balanceo de la estructura con el viento, pudiendo desplazarse 33 centímetros en las ráfagas más fuertes.



Figura 1.16: Torres Petronas, Malasia



Figura 1.17: One Canada Square

## 1.2.8. Taiwán

- Taipei 101

Aunque en sus planos originales era un edificio de 88 pisos, con unos 400 metros altura, el diseño del Taipei fue modificado para que pudiera ostentar su título de más grande del mundo, y se incrementó a 101 pisos alcanzando los 508 metros de altura.

La forma de diseño del Taipei 101 representa el cubo de arroz que se comercializa en esa ciudad, con una base más pequeña, logrando una simetría escalonada. En total, el edificio está formado por once cubos, cada uno es un módulo de ocho pisos, donde el primero se reserva a los equipos y maquinarias de mantenimiento de cada módulo.

Cuenta con un disipador de masa tipo péndulo para controlar las vibraciones producidas por el viento, ubicado entre los niveles 87 y 92. El dispositivo, diseñado por Motioneering en Canadá, consiste en una gran esfera de 5.5 metros de diámetro y 660 toneladas, formada por 41 placas de acero circulares de diferentes diámetros (de 125 milímetros de espesor) soldadas entre sí, sostenida por cuatro grupos de cables a la



estructura, creando de esta manera un péndulo equivalente al 0.26 % de la masa del edificio. Modificando la longitud libre de los cables es posible ajustar el período de vibrar del sistema para que coincida con el de la torre. De esta forma, cuando el edificio oscila, la masa empuja a través de grandes amortiguadores en la dirección contraria. Como consecuencia de ello parte de la energía suministrada por el viento a la estructura se disipa en forma de calor en los amortiguadores. Además en la punta de la aguja se ubican dos amortiguadores de masa sintonizada adicionales de 6 toneladas cada uno, que ayudan a prevenir el daño de la estructura debido a las fuertes cargas de viento.

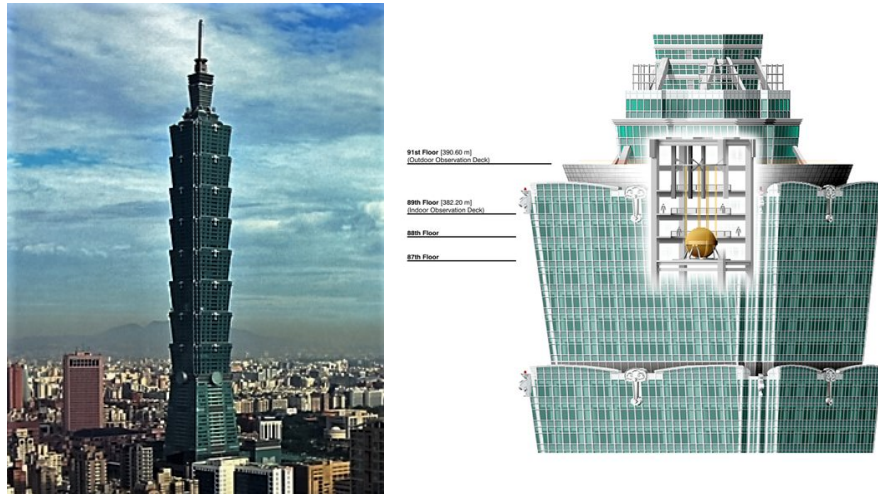


Figura 1.18: Taipei 101, Disipador de masa tipo péndulo

- T&C TOWER

El Tuntex Sky Tower (o T&C Tower) es un rascacielos de 85 pisos ubicado en el distrito de Lingya, Kaohsiung, Taiwán. Su estructura tiene una altura de 347,5 metros, pero considerando la antena llega a los 378 metros.

Este rascacielos construido entre 1994 y 1997, tiene instalado dos amortiguadores de masa sintonizada de 100 toneladas.

## 1.2.9. Otras Aplicaciones

Otros hitos internacionales en el área estructural de uso de Amortiguadores de masas Sintonizada:

### **Alemania**

- Berlin Television Tower (Fernsehturm)
- Chimenea alta en Hannover

### **Estados Unidos**

- Pasarelas peatonales que conectan los Hoteles Bally a Bellagio, Bally a Caesars Palace, y Treasure Island a The Venetian en Las Vegas, NV
- Grand Canyon Skywalk, AZ
- Theme Building en el aeropuerto internacional de Los Angeles, CA

### **Irlanda**

- Dublin Spire en Dublin

### **Japón**

- Puente Akashi Kaikyo
- Tokyo Skytree

### **Reino Unido**

- Puente London Millennium - 'The Wobbly Bridge'

### **Rusia**

- Plataforma costa afuera Sakhalin-I

### 1.3. Desarrollo en Chile

Aproximadamente 100 años después de la primera patente de amortiguador de masa sintonizada por H. Framh y 30 años después de la primera instalación en un edificio a cargo de William LeMessurier, VMB<sup>8</sup> desarrolló el primer amortiguador de masa sintonizada en Chile y Sudamérica<sup>9</sup> en el Edificio Parque Araucano [68],[67].

**Edificio**

Parque Araucano

**Ubicación:**

Presidente Riesco 5335. Las Condes

**Superficie Construida:**

55.000 metros cuadrados

**Constructora :**

Ignacio Hurtado

**Entrega:**

2007



Figura 1.19: Edificio Parque Araucano

Hasta el 27F el interés en protección sísmica en el país era bajo, no había preocupación por parte de los inversionistas en mejorar el desempeño de las estructuras. Posterior al terremoto y producto de los daños estructurales sufridos en edificios del país la inseguridad de las personas por usar edificios en altura aumentó, lo que motivó a las inmobiliarias a invertir en protección sísmica. En este contexto se realizaron las primeras instalaciones de AMS en edificios residenciales, por parte de diferentes inmobiliarias pero con la participación del mismo equipo de ingeniería: SIRVE.

El edificio Geocentro Agustinas de inmobiliaria Aconcagua fue el primer proyecto habitacional en Chile equipado con un sistema AMS desarrollado por ingenieros de SIRVE. Este edificio residencial de 36 pisos y 4 subterráneos tiene un sistema de disipación de energía consistente en dos AMS de aproximadamente 200 toneladas cada uno ubicados en el techo del edificio; cada AMS se apoya sobre cuatro aisladores y cuatro deslizadores <sup>10</sup>.

---

<sup>8</sup>El diseño del sistema de protección sísmica, consistente en dos AMS, fue producto de un proyecto colaborativo entre las empresas VMB y SIRVE, desarrollado en el año 2005. Además, VMB tuvo a su cargo el diseño estructural del edificio y SIRVE actuó como revisor del mismo

<sup>9</sup>Antecedentes previos manifiestan el interés en la eficacia e innovación del dispositivo [6],[16],[45],[54]

<sup>10</sup>Según información del proveedor permite, ante un sismo, una reducción aproximada de 27% en la deformación de la estructura



Figura 1.20: Edificio Geocentro

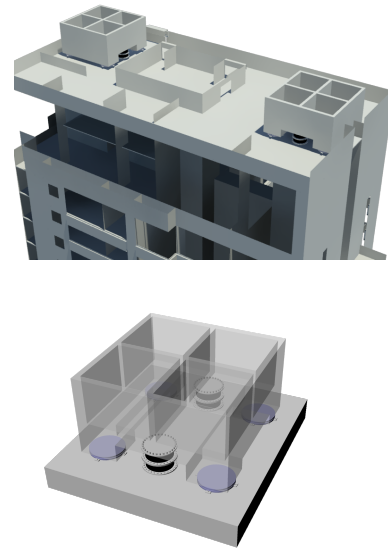


Figura 1.21: Detalles Edificio Geocentro

Por otra parte, Inmobiliaria ARMAS también realizó inversiones en protección sísmica en diferentes proyectos en la ciudad de Santiago: Jardines de Infante, Nuñoa, consistente en dos AMS de aproximadamente 200 toneladas cada uno. Las Condes Capital, Las Condes, dos AMS <sup>11</sup> de 150 toneladas cada uno. Cerro Colorado, Las Condes, con dos AMS de 115 toneladas cada uno y Edificio IK, Las Condes, también con dos AMS.

Estos sistemas son considerados por las inmobiliarias como un valor agregado para los usuarios, formando parte de sus decisiones al momento de invertir en un inmueble.



Figura 1.22: Jardines de Infante



Figura 1.23: Las Condes Capital



Figura 1.24: IK

<sup>11</sup>Sistema que, ante la ocurrencia de un sismo, según el proveedor supone una reducción los desplazamientos relativos entre los pisos en aproximadamente un 37 %.

Por parte de los inversionistas aún se considera elevado el costo asociado a la protección sísmica<sup>12</sup>, pero se espera que tenga resultados similares a las industrias que incorporan sistemas de protección en productos o servicios para aumentar la seguridad de los usuarios, como fue la industria automotriz con los airbag o frenos ABS, en que estos altos estándares de seguridad ya son de dominio popular. Esto es lo que ha ocurrido en países como Japón<sup>13</sup>.

Cabe destacar que la incorporación de estos sistemas es sobre edificios que cumplen los requerimientos de diseño de la NCh433, por lo que no se efectúan disminuciones en la cuantía de fierro del proyecto (solo mejorarían el desempeño), por lo que no reduce los costos.

Tras analizar los resultados del 27F en la zona central, algunas de las inmobiliarias estudiaron la posibilidad de instalar dispositivos sísmicos como aisladores y disipadores sísmicos AMS en edificios fuera de la capital.

Proyectos que los han incorporado son el Edificio Centro Plaza (JJV)<sup>14</sup> de Inmobiliaria Núcleos a cargo de SIRVE y el Edificio Titanium<sup>15</sup>, a cargo de RBA<sup>16</sup>, ambos en Copiapó.

También se incluyen los edificios Trilogía Sur, de 70 metros de altura, realizado por la oficina Santolaya Ingenieros Consultores, con una estructuración en base a muros, que incluye AMS sobre cinco aisladores<sup>17</sup> y Brisas Costa Laguna por RBA.



Figura 1.25: Centro Plaza



Figura 1.26: Titanium



Figura 1.27: Trilogía Sur

---

<sup>12</sup>Entre un 5 % y 10 % del proyecto.

<sup>13</sup>A la fecha cuenta con más de 40 edificios con AMS entre pasivos, semi-activos y activos [23]

<sup>14</sup>Instalación del AMS en 2013 y termino de obra en 2014

<sup>15</sup>Proyecto cancelado

<sup>16</sup>III Muestra de Ingeniería Estructural AICE - Sistema de Protección Sísmica Edificio Titanium Copiapó - Luis Rozas - 2014

<sup>17</sup>III Muestra de Ingeniería Estructural AICE - Edificio con Amortiguador de Masa Sintonizada en Antofagasta - Angélica Scozia, Fabián Rojas y Christian Becerra - 2014.





Figura 1.28: Brisas Costa Laguna

Numerosos trabajos [5], [47], [48], [49], [66], [67], [68] se han realizado académicamente en el país con el fin de dar seguridad frente al uso de este dispositivo y dar a conocer nuevas tecnologías.

También se realizaron mejoras en el AMS instalado en el Edificio Parque Araucano agregando dos disipadores viscosos para dar una mayor robustez al dispositivo. Estos dispositivos fueron fabricados en Italia por FIP Industriale (Sísmica representante en Chile), que también fabricó los amortiguadores de la torre Taipei 101, una de las torres más alta del mundo. La función de estos amortiguadores es ampliar el rango de frecuencias en que el AMS actúa aumentando el ancho de banda.



Figura 1.29: Incorporación amortiguador viscoso, AMS Parque Araucano

Dentro de los proyectos recientes más populares, se encuentra el Edificio de la Cámara Chilena de la Construcción.

**Edificio**

Cámara Chilena De La Construcción  
Péndulo Absorción Anti-Sísmica

**Ubicación:** Av. Apoquindo 6748, Las Condes, Santiago.

**Superficie Construida:**  
55.865 metros cuadrados

**Constructora:**  
FFV + Nahmias

**Entrega:**  
2016



Figura 1.30: AMS CChC

Nombre	Uso	Nº Pisos	Ubicación	Características
Parque Araucano	Oficina	20	Las Condes	2 AMS Peso=160 ton c/u
Geocentro Agustinas	Residencial	36	Santiago	2 AMS Peso=200 ton c/u
Jardines de Infante	Residencial	18	Ñuñoa	2 AMS Peso=200 ton c/u
Las Condes Capital	Residencial	19	Las Condes	2 AMS Peso=150 ton c/u
Cerro Colorado	Residencial	15	Las Condes	2 AMS Peso=115 ton c/u
1K	Residencial	16	Las Condes	2 AMS Peso=no disponible
Parque Araucano	Oficina	20	Las Condes	Amortiguador Viscoso
Centro Plaza	Residencial	16	Copiapo	
Titanium	Oficina	27	Copiapo	2 AMS Peso=300 ton c/u
Trilogia Sur	Residencial	23	Antofagasta	1 AMS Peso=90 ton
Brisas de Costa Laguna	Residencial	23	Antofagasta	2 AMS Peso=no disponible
Cámara Chilena de la Construcción	Oficina	23	Providencia	1 AMS Peso=no disponible

Tabla 1.1: Edificios en Chile con AMS

A pesar del número de edificios con sistemas AMS en el país, no existe una norma nacional que regule la incorporación de sistemas AMS en edificios. Por otra parte algunos trabajos internacionales muestran su ineficacia frente a sismos lo que plantea dudas respecto a su aplicación para tales fines.

Estos temas fueron tratados en el IX Congreso Chileno de Sismología e Ingeniería Sísmica, donde se incluyó, dentro de los tópicos del día, un módulo exclusivo del uso de amortiguadores

de masas sintonizada, donde los esfuerzos se enfocaban más al diseño de nueva tecnología que a la aplicabilidad de ésta al contexto nacional:

157: Balance torsional de estructuras asimétricas no lineales por medio de un amortiguador de masa sintonizado, G. Espinoza, J. L. Almazán, C. Jara

173: Tuned liquid damper with floating roof: a new device to control earthquake-induced vibrations in structures, R. Ruiz, D. Lopez-García, A. Taflanidis

199: A bidirectional tuned liquid column damper for reducing the seismic response of buildings, L. Rozas, R. Boroschek, A. Tamburrino , M. Rojas

201: Development of world's first long-stroke MR damper for a tuned mass building control, R. Zemp, J. C. de la Llera, H. Saldias, F. Weber

209: Ampliación del ancho de banda de un AMS a través de la incorporación de amortiguadores viscosos, L. Breschi, A. Castillo



# Capítulo 2

## Diseño de Amortiguadores de Masa Sintonizada

### 2.1. Introducción

Los primeros estudios de AMS estaban orientados a sistemas mecánicos excitados por señales caracterizadas por funciones monofrecuenciales. Estos sistemas inicialmente se representaron por su masa y rigidez y posteriormente se incorporó el amortiguamiento. Estas propiedades se consideran a nivel global ,ya que cada elemento que constituye la estructura principal posee sus propias propiedades, tal como el AMS.

A medida que el dispositivo se popularizó, alcanzó diferentes usos, como ingeniería aeronáutica y estructural. En éstas la incorporación del estudio de excitaciones aleatorias permitió expandir el uso para fenómenos como turbulencias y vibraciones ambientales.

En el caso de la ingeniería estructural, la aplicación en edificios, se llevó a cabo a través del estudio de sistemas simplificados denominados edificios de corte, consistentes en estructuras conectadas de forma vertical de un grado de libertad por piso (inicialmente edificios de corte de un piso). Esto permitió formular, de forma simplificada, la matemática que caracteriza el movimiento de las estructuras y su desempeño al instalar un AMS como un piso adicional con sus parámetros propios.

Posteriormente, esto se generaliza tanto para la hipótesis de funciones monofrecuenciales como para señales aleatorias, para múltiples grados de libertad, a través de descomposición modal, lo que permite rescatar los resultados obtenidos en dos grados de libertad, al usar las propiedades del modo que se desee controlar como las propiedades globales del sistema.

Para el caso de edificios, el modo que se desea controlar es el que tiene el mayor porcentaje

de participación en el comportamiento de la estructura (modos traslacionales), y de esta forma la ubicación del AMS queda determinada para el piso con los mayores desplazamientos, en general el último, lo que además permite, considerando una masa entre el 1-3 % de la estructura, una menor intervención en la forma del edificio.

Los edificios residenciales que cuentan con estos sistemas usan cubos huecos de hormigón los cuales posteriormente se rellenan con un material más denso (generalmente acero) de forma de controlar el peso del AMS. El cubo de hormigón es montado sobre un sistema que le permita deslizar sobre el techo del edificio. Para esto usan apoyos deslizantes y/o gomas de elastómeros (como las utilizadas en aislación basal), de forma adicional, algunos incluyen amortiguadores viscosos para mejorar la robustez en la disminución de la respuesta.



Figura 2.1: Construcción AMS

## 2.2. Formulación Matemática

La determinación de la rigidez y el amortiguamiento (parámetros de diseño) del AMS se hará en base a los resultados presentados en la tesis de Luis Rozas: *Reducción de la Respuesta Estructural por medio del uso de Disipadores de Masa Sintonizada y Disipadores de Columna Líquida Sintonizada*<sup>1</sup>.

### 2.2.1. Determinación de los parámetros óptimos de diseño

En las posteriores secciones se resume el procedimiento y supuestos más importantes bajo los cuales se determinan los parámetros óptimos de diseño, utilizando el mismo orden del trabajo antes mencionado.

Primero se impone como forzante una aceleración basal monofrecuencial de donde se desprenden los casos:

---

<sup>1</sup>Se recomienda consultar para ver con más detalle el desarrollo matemático

## Estructura principal no amortiguada, AMS no amortiguado

Considerando el sistema de referencia definido por el desplazamiento de la estructura principal respecto al suelo  $u_p$ , el AMS respecto a la estructura principal  $u_d$  y notación de la Figura 2.2 (para el caso no amortiguado), las ecuaciones de movimiento quedan expresadas matricialmente de la siguiente forma:

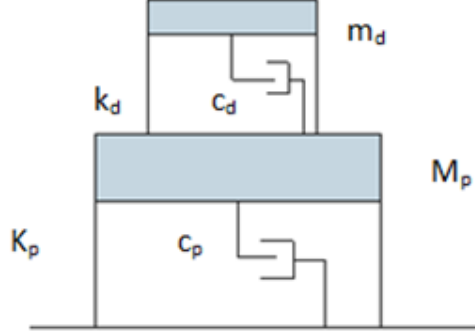


Figura 2.2: Notación modelo simplificado

$$\begin{bmatrix} M_p & 0 \\ 0 & m_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_p + \ddot{u}_s \\ \ddot{u}_p + \ddot{u}_s + \ddot{u}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_p + k_d & -k_d \\ -k_d & k_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_p \\ u_p + u_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

Con  $M_p$  y  $K_p$  masa y rigidez del sistema principal y  $m_d$  y  $k_d$  masa y rigidez del AMS.

De esta forma se definen las propiedades físicas:

Frecuencia natural del sistema principal:

$$\omega_p^2 = \frac{K_p}{M_p} \quad (2.2)$$

Frecuencia natural del AMS:

$$\omega_d^2 = \frac{k_d}{m_d} \quad (2.3)$$

Además, se definen los parámetros adimensionales  $\mu$ ,  $f$  y  $\rho$  con el fin de simplificar expresiones futuras.

Razón de masas entre el AMS y el sistema principal:

$$\mu = \frac{M_p}{m_d} \quad (2.4)$$

Razón entre la frecuencia natural del AMS y la estructura principal:

$$f = \frac{\omega_d}{\omega_p} \quad (2.5)$$

Razón entre la frecuencia de excitación externa y la frecuencia natural del sistema principal

$$\rho = \frac{\Omega}{\omega_p} \quad (2.6)$$

La aceleración basal monofrecuencial puede ser expresada de la forma:

$$\ddot{u}_s(t) = \bar{\ddot{u}}_s \text{sen}(\Omega t) \quad (2.7)$$

Si suponemos adicionalmente la fuerza aplicada a la estructura de la misma forma:

$$p(t) = \bar{p} \text{sen}(\Omega t) \quad (2.8)$$

Se adoptó el mismo supuesto del trabajo de Rozas[48]: *"dado que se trata de un sistema sin amortiguamiento, la respuesta permanente de la estructura primaria y el AMS se pueden suponer como armónicas de frecuencia  $\Omega$  y desfase nulo, de esta forma podemos escribir"*:

$$u_p(t) = \bar{u}_p \text{sen}(\Omega t) \Rightarrow \ddot{u}_p(t) = -\Omega^2 \bar{u}_p \text{sen}(\Omega t) \quad (2.9)$$

$$u_d(t) = \bar{u}_d \text{sen}(\Omega t) \Rightarrow \ddot{u}_d(t) = -\Omega^2 \bar{u}_d \text{sen}(\Omega t) \quad (2.10)$$

Bajo este supuesto es posible, tras un desarrollo algebraico consistente en reemplazar los valores de  $\ddot{u}_s(t)$ ,  $p(t)$ ,  $u_p(t)$  y  $u_d(t)$  en la ecuación de movimiento, determinar un valor de  $\omega_d$  óptimo tal que absorba completamente el movimiento del suelo.

$$\bar{u}_p = \frac{\bar{p}}{K_p} \left( \frac{f^2 - \rho^2}{D_1} \right) - \frac{M_p \bar{\ddot{u}}_s}{K_p} \left( \frac{\omega_d^2 - \frac{\Omega^2}{(1 + \mu)}}{D_1} \right) \quad (2.11)$$

$$\omega_d|_{OPT} = \frac{\Omega}{\sqrt{1 + \mu}} \quad (2.12)$$

$$f_{OPT} = \frac{\omega_d|_{OPT}}{\omega_p} = \frac{\rho}{\sqrt{1 + \mu}} \quad (2.13)$$

La rigidez del AMS debe ser por tanto:

$$k_{OPT} = \omega_d|_{OPT}^2 m_d = \frac{\Omega^2 M_p \mu}{1 + \mu} \quad (2.14)$$

De esta forma se obtiene el primer resultado para diseñar el AMS.

Dado que  $\omega_d|_{OPT}$  es óptimo independientemente del valor de  $\mu$ , la determinación de este valor va a estar definida por  $\max\{\bar{u}_d\}$  como sigue:

$$\mu = \frac{\bar{p}\Omega^2 + \bar{u}_s K_p}{K_p \Omega^2 \max\{\bar{u}_d\} - (\bar{p}\Omega^2 + \bar{u}_s K_p)} \quad (2.15)$$

Conocidos  $\mu$  y  $\Omega$  el valor óptimo para la rigidez del AMS se determina según la ecuación 2.14

## Estructura principal no amortiguada, AMS amortiguado

$$\begin{bmatrix} M_p & 0 \\ 0 & m_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_p + \ddot{u}_s \\ \ddot{u}_p + \ddot{u}_s + \ddot{u}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_d & -c_d \\ -c_d & c_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_p \\ \dot{u}_p + \dot{u}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_p + k_d & -k_d \\ -k_d & k_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_p \\ u_p + u_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

La incorporación de un disipador lineal entre el AMS y el sistema principal permite agregar amortiguamiento al sistema acoplado lo que a su vez permite disipar energía. Esto, además, vuelve la solución más robusta, ya que el desfase incorporado producto del amortiguamiento permite ampliar el ancho de banda de atenuación del dispositivo.

Es conveniente representar este desfase a través de cantidades complejas:

$$\ddot{u}_s(t) = \bar{\ddot{u}}_s e^{i\Omega t}, \quad p(t) = \bar{p} e^{i\Omega t} \quad (2.17)$$

De esta forma la respuesta para régimen permanente se puede expresar de la siguiente manera:

$$u_p(t) = \bar{u}_p e^{i\Omega t}, \quad u_d(t) = \bar{u}_d e^{i\Omega t} \quad (2.18)$$

Al reemplazar las cantidades antes presentadas en las ecuaciones de movimiento se tienen las soluciones del sistema en su forma polar:

$$\bar{u}_p = \frac{\bar{p}}{K_p} H_1 e^{i\delta_1} - \frac{\bar{u}_s M_p}{K_p} H_2 e^{i\delta_2} \quad (2.19)$$

$$\bar{u}_d = \frac{\bar{p}}{k_d} H_3 e^{-i\delta_3} - \frac{\bar{u}_s m_d}{k_d} H_4 e^{-i\delta_3} \quad (2.20)$$

La determinación de los parámetros óptimos viene dada por la reducción de la respuesta sísmica, por lo que basta trabajar sobre el factor de amplificación  $H_2$  ( $\delta_2$  representa la fase):

$$H_2 = \frac{\sqrt{[(1 + \mu)f^2 - \rho^2]^2 + 4\xi_d^2 \rho^2 f^2 (1 + \mu)^2}}{|(1 - \rho^2)(f^2 - \rho^2) - \mu\rho^2 f^2 + i2\xi_d \rho f [1 - \rho^2(1 + \mu)]|} \quad (2.21)$$

Donde  $\xi_d$  es la razón de amortiguamiento crítico del dispositivo.

La variación de  $H_2$  con respecto a  $\rho$  para valores fijos de  $\mu$  y  $f$ , pero para diferentes valores de  $\xi_d$ , permite observar que todas las curvas pasan por los puntos P y Q (Figura 2.3). Como las curvas corresponden a diferentes valores de  $\xi_d$ , la ubicación de los puntos P y Q debe depender solamente de  $\mu$  y  $f$ .

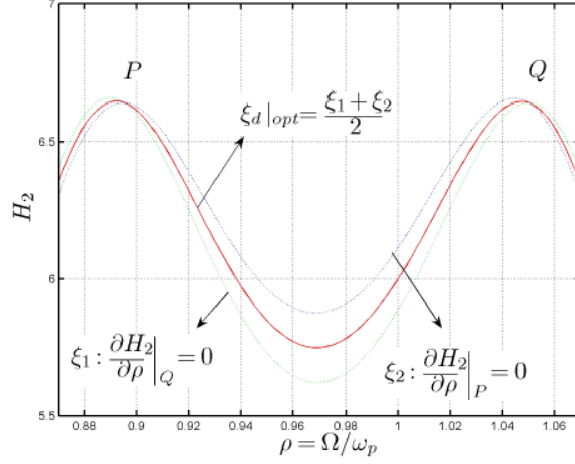


Figura 2.3: Puntos P y Q (L. Rozas 2009)

$$H_2 = \sqrt{\frac{a_1^2 + \xi_d^2 a_2^2}{a_3^2 + \xi_d^2 a_4^2}} = \left| \frac{a_2}{a_4} \right| \sqrt{\frac{a_1^2/a_2^2 + \xi_d^2}{a_3^2/a_4^2 + \xi_d^2}} \quad (2.22)$$

La expresión anterior es independiente de  $\xi_d$  si se satisface:

$$\left| \frac{a_1}{a_2} \right| = \left| \frac{a_3}{a_4} \right| \Leftrightarrow \left| \frac{(1 + \mu)f^2 - \rho^2}{2\rho f(1 + \mu)} \right| = \left| \frac{(1 - \rho^2)(f^2 - \rho^2) - \mu f^2 \rho^2}{2\rho f(1 - \rho^2(1 + \mu))} \right| \quad (2.23)$$

Para establecer las condiciones óptimas de diseño del AMS se impone  $f$  de manera tal que los valores de  $H_2$  en los puntos P y Q coincidan<sup>2</sup>.

$$H_2|_P = H_2|_Q = \left| \frac{a_2}{a_4} \right|_{P,Q} \Rightarrow \frac{1 + \mu}{|1 - \rho_P^2(1 + \mu)|} = \frac{1 + \mu}{|1 - \rho_Q^2(1 + \mu)|} \quad (2.24)$$

De esta forma, al identificar  $\rho_P$  y  $\rho_Q$  como raíces de la ecuación 2.23, e imponer las condiciones de igual factor de amplificación, se obtiene el valor óptimo para  $f$ :

$$f|_{OPT} = \frac{\sqrt{1 - 0,5\mu}}{1 + \mu} \quad (2.25)$$

Independiente del valor de  $\xi_d$  que se elija el valor de  $H_2$  será el mismo tanto para  $\rho_P$  y  $\rho_Q$ , por lo tanto una forma de establecer un valor para  $\xi_d$  es imponer que estos valores sean máximos, lo que permite limitar el valor de amplificación y evitar que se dispare para otros valores de  $\rho$ . Esto se expresa matemáticamente como:

<sup>2</sup>Es importante notar que esta condición no minimiza la respuesta máxima, solo permite agregar una ecuación extra para resolver el problema

$$\left. \frac{\partial H_2}{\partial \rho} \right|_P = 0 \quad \vee \quad \left. \frac{\partial H_2}{\partial \rho} \right|_Q = 0 \quad (2.26)$$

La condición anterior esta evaluada en  $f = f|_{OPT}$  y no se satisface, necesariamente, de forma simultánea para el mismo valor de  $\xi_d$ , por lo que se determina por separado para P y Q y posteriormente se promedia [8], obteniendose:

$$\xi_d|_{OPT} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)(1-0,5\mu)}} \quad (2.27)$$



## Estructura principal amortiguada, AMS amortiguado

En progresión hacia un modelo más fiel a la realidad, se modela la estructura principal con amortiguamiento. Al igual que el caso anterior el AMS será definido por medio de un disipador lineal, de esta forma la ecuación de movimiento queda expresada en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} M_p & 0 \\ 0 & m_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_p + \ddot{u}_s \\ \ddot{u}_p + \ddot{u}_s + \ddot{u}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_p + c_d & -c_d \\ -c_d & c_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_p \\ \dot{u}_p + \dot{u}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_p + k_d & -k_d \\ -k_d & k_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_p \\ u_p + u_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.28)$$

De esta forma la respuesta del sistema queda determinada en su forma polar:

$$\bar{u}_p = \frac{\bar{p}}{K_p} H_5 e^{i\delta_5} - \frac{\bar{u}_s M_p}{K_p} H_6 e^{i\delta_6} \quad (2.29)$$

$$\bar{u}_d = \frac{\bar{p}}{k_d} H_7 e^{-i\delta_7} - \frac{\bar{u}_s m_d}{k_d} H_8 e^{-i\delta_8} \quad (2.30)$$

Siguiendo la metodología de la sección anterior, se busca reducir la amplificación en  $H_6$

$$H_6 = \frac{\sqrt{[(1 + \mu)f^2 - \rho^2]^2 + 4\xi_d^2 \rho^2 f^2 (1 + \mu)^2}}{|D_3|} \quad (2.31)$$

Con:

$$|D_3| = \{[(1 - \rho^2)(f^2 - \rho^2) - f^2 \rho^2 \mu - 4\xi_p \xi_d f \rho^2]^2 + 4[\xi_p \rho(f^2 - \rho^2) + \xi_d f \rho(1 - \rho^2(1 + \mu))]\}^{0,5} \quad (2.32)$$

En este caso, al representar gráficamente  $H_6$  vs  $\rho$ , el amortiguamiento crítico del sistema principal genera un desplazamiento en las curvas de amplificación para diferentes valores de  $\xi_d$ , generando una vecindad en torno a los puntos donde previamente se cruzaban las curvas, por lo que no es posible seguir la misma metodología.

Dado que este caso no permite generar las condiciones para resolver el problema de forma analítica, se resuelve de forma numérica, encontrando los valores de  $f$  y  $\xi_d$  que minimizan el máximo valor de  $H_6$  asociado a la respuesta de interés. Estos valores encontrados corresponden a los óptimos de 2.33.

$$\min_f \left\{ \min_{\xi_d} \left\{ \max_{\rho} \{H_6(\rho, \xi_d, f)\} \right\} \right\} \quad (2.33)$$

Las expresiones que determinan los parámetros óptimos para este caso, fueron determinadas por Hsiang-Chuan Tsai y Guan-Cheng Lin [58]. La parametrización de las curvas que mejor se aproximan a los parámetros óptimos, tiene como restricción satisfacer los resultados antes expresados por Den Hartog y J. Brock para estructuras no amortiguadas. Además se considera el caso  $\mu \rightarrow 0$  para satisfacer matemáticamente una función en  $\mu$ .

Esta última condición se satisface al imponer que *el valor óptimo de la frecuencia natural de oscilación del dispositivo sea la frecuencia de resonancia para el desplazamiento, o sea,  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi_p^2}$ , siendo  $\omega_n$  la frecuencia natural de oscilación del sistema principal.*

De esta manera:

$$f|_{OPT} = (f|_{OPT}(\mu \rightarrow 0) + f|_{OPT}(\xi_p = 0) - 1) + \Delta f \quad (2.34)$$

$$\xi_d|_{OPT} = \xi_d|_{OPT}(\xi_p = 0) + \Delta\xi_d \quad (2.35)$$

Los términos  $\Delta f$  y  $\Delta\xi_d$  representan la diferencia entre las restricciones y los valores obtenidos mediante análisis numérico. Finalmente se obtienen las expresiones 2.36 y 2.37:

$$f|_{OPT} = \left( \frac{\sqrt{1 - 0,5\mu}}{1 + \mu} + \sqrt{1 - 2\xi_p^2} - 1 \right) - (2,375 - 1,034\sqrt{\mu} - 0,426\mu)\xi_p\sqrt{\mu} - \dots \quad (2.36)$$

$$\dots - (3,370 - 16,903\sqrt{\mu} + 20,496\mu)\xi_p^2\sqrt{\mu}$$

$$\xi_d|_{OPT} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)(1 - 0,5\mu)}} + (0,151\xi - 0,170\xi_p^2) + (0,163\xi + 4,980\xi_p^2)\mu \quad (2.37)$$

## Estructura principal amortiguada, AMS amortiguado

Supongamos que la aceleración de la base esta caracterizada como un proceso aleatorio estacionario tipo ruido blanco. En este caso la función de auto correlación para la aceleración de suelo se encuentra dada por:

$$R_{\ddot{u}_s}(\tau) = \ddot{u}_{so} \cdot \delta(\tau) \quad (2.38)$$

En donde  $\ddot{u}_{so}$  es la intensidad del espectro de potencia del movimiento del suelo, y  $\delta(\tau)$  corresponde a la función delta de Dirac. La densidad espectral, en tanto, está dada por:

$$S_{\ddot{u}_s}(\tau) = \ddot{u}_{so} \quad (2.39)$$

Se puede escribir el valor cuadrático medio del desplazamiento del sistema principal de la siguiente forma:

$$E\{u_p^2\} = \frac{\ddot{u}_{so}}{\omega_p^3} \int_{-\infty}^{\infty} |H_6(\rho)e^{i\delta_6(\rho)}|^2 d\rho \quad (2.40)$$

Para ello expresamos el factor de amplificación dinámica de la siguiente forma:

$$H_6(\rho)e^{i\delta_6(\rho)} = \frac{B_2\rho^2 + iB_1\rho + B_0}{A_4\rho^4 + iA_3\rho^3 + A_2\rho^2 + iA_1\rho + A_0} \quad (2.41)$$

En donde:

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= f^2 \\ A_1 &= 2f(\xi_p f + \xi_d) \\ A_2 &= -(1 + f^2(1 + \mu) + 4\xi_p \xi_d f) \\ A_3 &= -2(\xi_p + \xi_d f(1 + \mu)) \\ A_4 &= 1 \\ B_0 &= f^2(1 + \mu) \\ B_1 &= 2f\xi_d(1 + \mu) \\ B_2 &= -1 \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

Definido el factor de amplificación como fracción se tiene la solución de la integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |H_6(\rho)e^{i\delta_6(\rho)}|^2 d\rho = \frac{\pi[(\frac{B_0^2}{A_0})(A_2A_3 - A_1A_4) - A_3(B_1^2 + 2B_0B_2) + A_1B_2^2]}{A_1(A_2A_3 - A_1A_4) - A_0A_3^2} \quad (2.43)$$

La función objetivo a minimizar es la razón entre el valor medio cuadrático del desplazamiento de la estructura primaria con el dispositivo instalado y el valor cuadrático medio del desplazamiento de la estructura sin el dispositivo [?]:

$$\bar{E}\{u_p^2\} = \frac{E\{u_p^2\}}{E\{u_p^{*2}\}} \quad (2.44)$$

con

$$E\{u_p^{*2}\} = \int_{-\infty}^{\infty} |H_{u_p^* \ddot{u}_s}(\omega)|^2 S_{\ddot{u}_s}(\omega) d\omega \quad (2.45)$$

Donde  $H_{u_p^* \ddot{u}_s}(\omega)$  es la función de transferencia desplazamiento-aceleración de base del sistema principal, cuyo valor se muestra a continuación:

$$H_{u_p^* \ddot{u}_s}(\rho) = \frac{1}{\omega_p^2[(1 - \rho^2) + 2i\xi_p\rho]} \quad (2.46)$$

Definida y determinada la función objetivo se buscan los valores de  $f$  y  $\xi_d$ , parámetros de diseño, que minimizan el valor de la función objetivo. Estos valores se encontraron para un set de valores de fijos de  $\mu$  y  $\xi_p$ .

Para calibrar expresiones para  $f$  y  $\xi_d$ , se utilizaron los resultados obtenidos por G.B. Warburton [21] para estructuras no amortiguadas sujetas a aceleración de base caracterizada como ruido blanco como condiciones de borde:

$$f|_{OPT}(\xi_p = 0) = \frac{\sqrt{1 - \mu/2}}{1 + \mu} \quad (2.47)$$

$$x_{id}|_{OPT}(\xi_p = 0) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu(1 - \mu/4)}{(1 + /mu)(1 - \mu/2)}} \quad (2.48)$$

Usando el procedimiento de la sección anterior, se define un polinomio cuadrático en  $\xi_p$  y en  $\sqrt{\mu}$ , dado el comportamiento de la función objetivo al mover estos valores fijos.

Se obtiene así las expresiones 2.49 y 2.50:

$$f|_{OPT} = \frac{\sqrt{1 - \mu/2}}{1 + \mu} + (1,419\mu + 0,577\sqrt{\mu} - 1,977)\xi_p^2 + \dots \quad (2.49)$$

$$\dots + (1,468\mu + 2,712\sqrt{\mu} - 0,005)\xi_p$$

$$\xi_d|_{OPT} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu(1 - \mu/4)}{(1 + \mu)(1 - \mu/2)}} \quad (2.50)$$

### 2.2.2. Procedimiento de diseño del AMS

El procedimiento de diseño del AMS se puede resumir en los pasos mostrados a continuación:

1. Establecer los máximos desplazamientos admisibles para el dispositivo.
2. A partir de los valores anteriores, determinar la razón de masas  $\mu$ . Seleccionar el mayor valor de  $\mu$ .
3. Determinar  $f|_{OPT}$
4.  $\omega_d|_{OPT} = f|_{OPT}\omega_p$
5.  $k_d = m_d\omega_d^2 = \mu K_p f^2|_{OPT}$
6. Determinar el valor para  $\xi_d|_{OPT}$
7.  $c_d = 2m_d\omega_d\xi_d|_{OPT} = 2\mu f|_{OPT}M_p\omega_p\xi_d|_{OPT}$

### 2.2.3. Estructura principal y AMS con comportamiento no lineal

En la realidad el comportamiento del edificio generalmente es elástico, pero durante fuertes movimientos existen algunas variaciones de periodo, o el material usado para definir la conectividad entre el dispositivo es no lineal. Para caracterizar este fenómeno se usará el modelo de histéresis de Bouc-Wen. Para ello consideremos la ecuación de movimiento de un sistema de un grado de libertad.

Consideremos, en particular, el segundo caso, es decir, cuando se presenta una no linealidad en la unión con el dispositivo. La ecuación de movimiento queda representada por:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + F(t) = f(t) \quad (2.51)$$

Donde,  $m$  representa la masa,  $u(t)$  es el desplazamiento,  $c$  el coeficiente de amortiguamiento viscoso lineal,  $F(t)$  la fuerza restitutiva y  $f(t)$  la forzante o excitación externa.

De acuerdo al modelo de Bouc-Wen, la fuerza restitutiva se expresa como:

$$F(t) = ak_i u(t) + (1 - a)k_i z(t) \quad (2.52)$$

Donde  $a = \frac{k_f}{k_i}$  es la razón entre la rigidez post fluencia  $k_f$  y la rigidez en el rango elástico  $k_i = \frac{F_y}{u_y}$ ,  $F_y$  corresponde a la fuerza que produce la fluencia,  $u_y$  es el desplazamiento en el cual comienza a fluir el material, y  $z(t)$  un parámetro histerético no observable (usualmente llamado desplazamiento histerético) que obedece a la siguiente ecuación diferencial no lineal, con condiciones iniciales nulas ( $z(0) = 0$ ), y dimensiones de largo:

$$\dot{z}(t) = A\dot{u}(t) - \beta|\dot{u}(t)||z(t)|^{n-1}z(t) - \gamma\dot{u}(t)|z(t)|^n \quad (2.53)$$

Reordenando:

$$\dot{z}(t) = \dot{u}(t) \{A - [\beta \text{signo}(z(t)\dot{u}(t)) + \gamma] |z(t)|^n\} \quad (2.54)$$

Donde  $\text{signo}$  denota la función  $\text{signo}$ , y  $A, \beta > 0$ ,  $\gamma$  y  $n$  son cantidades adimensionales que controlan el comportamiento del modelo (para  $n = \infty$  se recupera la histéresis elastoplástica)[63].

Los parámetros  $A$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  controlan el tamaño y forma de la curva histerética, el parámetro exponencial  $n$  controla la suavidad de la curva, para pequeños valores la transición entre la rama elástica y la post-elástica se suaviza, mientras que para valores grandes se vuelve abrupta. El límite elástico queda definido por la expresión:

$$z_0 = \sqrt[n]{\frac{A}{\beta + \gamma}} \quad (2.55)$$

Las ecuaciones de movimiento de la estructura principal y el sistema acoplado quedan definidas matricialmente como:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M_p & 0 \\ 0 & m_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_p + \ddot{u}_s \\ \ddot{u}_p + \ddot{u}_s + \ddot{u}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_p & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_p \\ \dot{u}_p + \dot{u}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_p + ak_i & -ak_i \\ -ak_i & ak_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_p \\ u_p + u_d \end{Bmatrix} + \dots \\ \dots + \begin{bmatrix} (1-a)k_i & -(1-a)k_i \\ -(1-a)k_i & (1-a)k_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_p \\ z_p + z_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.56)$$

Dado que  $z(t)$  corresponde a una ecuación no lineal, la determinación de la solución para  $u_p$  y  $u_d$  se realizará por medio de métodos numéricos (Ver Anexo B).

# Capítulo 3

## Metodología

### 3.1. Introducción

Para verificar la efectividad del amortiguador de masa sintonizada (AMS) se han optimizado en la literatura principalmente dos funciones objetivo. La primera consiste en disminuir los desplazamientos (control de vibraciones) asociados a la respuesta máxima de la estructura. La corroboración de esto se ha realizado extensamente en la literatura a través de la razón de desplazamiento máximo de piso y la desviación entre pisos. Este tipo de función está directamente relacionada con el confort de las personas [9], [25] y también con los esfuerzos desarrollados por la estructura, lo que permitiría eventualmente disminuir costos en la construcción, como es el caso de Italia, donde se alcanzaron reducciones del orden del 40% [43] junto a daños producto de grandes desplazamientos. Relacionado con el último punto se establece la segunda función objetivo la cual busca disminuir el daño acumulado en la estructura producto de ciclos de fatiga relacionados con el promedio histerético de energía disipada [34], [42].

En la actualidad, la función objetivo bajo la cual se desea evaluar la eficacia de los amortiguadores de masas sintonizada (AMS) no está normada en ningún país, por lo que los estudios académicos y proveedores del dispositivo solo se preocupan de resolver problemas específicos asociados a la reducción de un tipo respuesta (máxima, acumulada y RMS entre otras) del movimiento.

Por otra parte, la forma en la que se mide la respuesta de la forzante (viento, sismo, ambiental, etc) no es homogénea entre los autores, utilizando diferentes números de registros sísmicos (forzante de interés) y diferentes formas de agrupar estos registros y las respectivas respuestas que estos producen [38].

Con respecto a la formulación matemática, se señalan a continuación algunos trabajos [37] que consideran modelar la forzante por medio de señales analíticas:



- Armónico (Abe 1996),
- Armónico de duración finita (Tsai 1995),
- Ruido Blanco con funciones de modulación en el tiempo (Sinha and Igusa 1995);

O procesos estocásticos:

- Ruido Blanco (Wirsching and Campbell 1974),
- Kanai-Tajimi - Ruido Blanco Coloreado (Chen and Wu 2001, Hoang et al. 2008),
- Proceso evolutivo (Jangid 2004, Leung et al. 2008).

En el caso de sismos reales, se tienen diferencias en la cantidad de registros utilizados. Algunos ejemplos se encuentran a continuación:

Un registro:

- Mexico City (Villaverde and Koyama 1993, Bernal 1996, Jara and Aguiniga 1996, Pinkaew et al. 2003),
- Taft (Gupta and Chandrasekaran 1969, Jagadish et al. 1979),
- El Centro (Sladek and Klingner 1983, Lin et al. 2001);

Dos registros:

- Mexico City y Loma Prieta (Villaverde and Koyama 1993),
- Mexico City y El Centro (Rana and Soong 1998),
- Mexico City de eventos distintos (Soto-Brito and Ruiz 1999),
- Mexico City y Bangkok (Lukkunaprasit and Wanitkorkul 2001),
- El Centro y Imperial Valley (Park and Reed 2001),
- El Centro y Kern Country (Abdullah et al. 2001),
- Kobe y Chi-Chi (Wang and Lin 2005),
- Kobe y Northridge (Wong 2008);

O un grupo acotado de registros

- 3 registros (Villaverde 1985),
- 4 registros (Tsai 1995),
- 5 registros (Lin et al. 1999).

Por otra parte, algunos estudios sí consideran un número representativo de registros:

- 12 registros (Taniguchi et al. 2008) ,
- 13 registros (Chen and Wu 2001) ,
- 18 registros (Pourzeynali and Zarif 2008) ,
- 48 registros (Kaynia et al. 1981),
- 52 registros (Sadek et al. 1997).

## 3.2. Criterios de Evaluación

Pese a las diferentes metodologías para evaluar la eficacia del dispositivo, el resultado fundamental obtenido para cada registro está representado por una evaluación porcentual de la reducción de la respuesta, es decir:

$$R = \frac{R_p - R_d}{R_p} \cdot 100\% \quad (3.1)$$

$R_p$  = Respuesta sin dispositivo

$R_d$  = Respuesta con dispositivo

$R_p$  va a depender del registro usado y de las propiedades físicas y dinámicas de la estructura principal, simplificadas en su periodo fundamental y amortiguamiento. Por otra parte,  $R_d$  va a depender de las propiedades antes mencionadas y de las que caracterizan al AMS, es decir, su masa (normalizada respecto a la masa de la estructura principal), periodo fundamental y amortiguamiento, los cuales, a su vez y tal como se vio en secciones anteriores, dependen de las propiedades de la estructura principal.

Esquemáticamente esto se visualiza en la Figura 3.1:

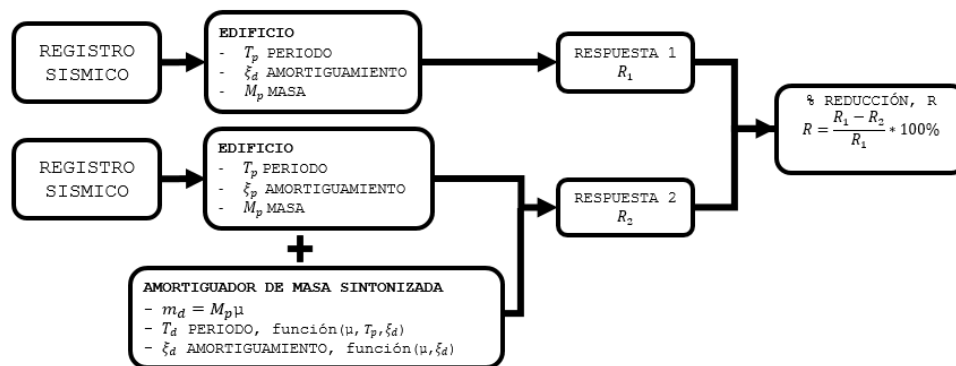


Figura 3.1: Esquema para la evaluación de la Reducción Porcentual

### 3.2.1. Resultados Parciales

Al obtener la reducción porcentual muchos autores realizan conclusiones para cada registro o para un acotado número de ellos; por otra parte, al considerar más registros se utiliza el promedio de las reducciones o el percentil 95. El primer caso no considera la gran dispersión en los valores, tal como se ve en la Figura 3.2.

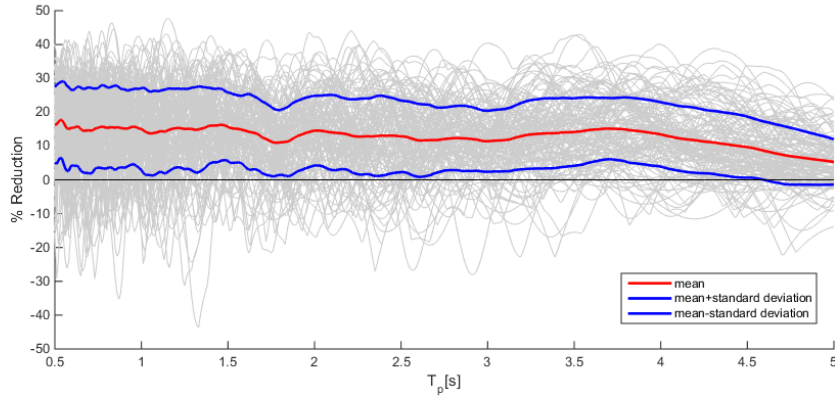


Figura 3.2: Reducción porcentual para diferentes registros sísmicos y periodos. La línea roja representa el promedio y la línea azul el promedio menos la desviación estándar,  $\mu = 4\%$  y  $\xi_p = 5\%$

Las curvas de la Figura 3.2 varían según los valores de  $\mu$  y  $\xi_p$  y los supuestos utilizados para determinar los parámetros de diseño (Ver Anexo C.2).

En la figura 3.2 se utilizó la base de datos de la tabla 3.1:

Terremoto	Fecha	N° Registros	$M_w$	Tipo	Epicentro		Profundidad [km]
					Latitud [ $^{\circ}S$ ]	Longitud [ $^{\circ}W$ ]	
Valparaíso	03-03-1990	44	8.0	Interplaca	33.240	71.850	33.0
Punitaqui	15-10-1997	4	7.1	Intraplaca	30.773	71.315	56.0
Ocoña	23-06-2001	10	8.4	Interplaca	17.280	72.710	29.6
Tarapacá	13-06-2005	24	7.8	Intraplaca	19.896	69.125	108.0
Tocopilla	14-11-2007	14	7.7	Interplaca	22.314	70.078	47.7
Maule	27-02-2010	36	8.8	Interplaca	36.290	73.239	30.0

Tabla 3.1: Base de datos de registros sísmicos [51]

### 3.3. Desarrollo del Modelo

El modelo fue desarrollado en 4 etapas de forma que permitiera representar el desarrollo histórico del dispositivo AMS. Dentro de este proceso fueron necesarios 2 programas distintos, tal como se resume a continuación:

1. Estructuras de comportamiento lineal y no lineal 2D, Software Matlab
2. Estructuras de comportamiento lineal, Software SAP2000

El uso de herramientas computacionales permitió esclarecer algunas creencias que se tienen del dispositivo, evidenciando bajo qué casos su efectividad es mayor.

### 3.3.1. Interfaz Gráfica

Considerando la gran cantidad de casos que se debe evaluar para lograr un consenso, fue necesario generar una Interfaz Gráfica (IG) (ver Anexo C) que permitiera a cualquier usuario comparar diferentes casos de análisis, con diferentes hipótesis, ya que pese a tener resultados en un amplio rango de espectro de periodos, en ocasiones se requiere refinar rápidamente el análisis para periodos puntuales.

La IG fue desarrollada por medio de la herramienta *GUIDE* del software *MATLAB* la respuesta lineal fue determinada por el método Espacio Estado (ver Anexo A) y la respuesta no lineal por el método numérico Runge Kutta de orden 4 (ver Anexo B). En la figura 3.3 es posible ver su estructuración:

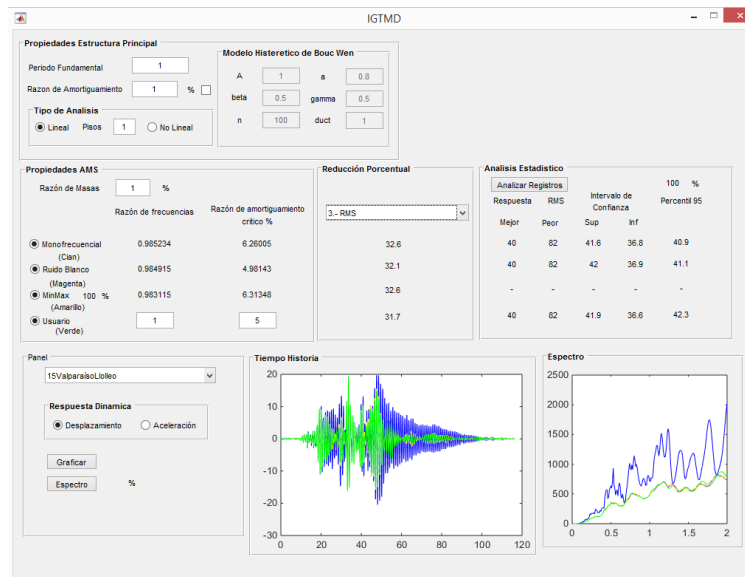


Figura 3.3: Interfaz Gráfica

Si consideramos estructuras que siguen un comportamiento lineal elástico, la forma más sencilla de analizar el problema corresponde a sistemas de un grado de libertad, los cuales se definen con un periodo fundamental y un amortiguamiento, dado que son estructuras lineales y elásticas y se está interesado en la reducción. Se trabaja con una reducción porcentual, lo que permite utilizar una masa unitaria sin alterar los resultados (esto también se satisface para cualquier escalamiento lineal de los registros).

De esta forma se tiene parametrizada una estructura simplificada donde se desea usar el AMS. Para dar un resultado más realista es posible definir dentro de la IG edificios de corte de más de un piso, y también es posible definir un comportamiento cíclico a la estructura a través del modelo histerético de Bouc Wen (no de forma simultánea al caso anterior). Dado que el modelo permite variaciones en la rigidez del sistema principal, el análisis es no lineal.

Estas mejoras en la elaboración del modelo permiten analizar variaciones en la sintonía del AMS con la estructura principal, en el primer caso la variación en la razón de masa

efectiva (masa del AMS respecto a la asociada al primer modo) y la flexibilidad de los modos superiores influyen en la respuesta del modo que se desea evaluar [31]. En el segundo caso el modelo histerético permite evaluar variación en la rigidez de la estructura al sobrepasar el límite elástico 2.55<sup>1</sup>.

Posteriormente, es necesario definir los parámetros del AMS, estos son tal como se vio en la formulación matemática: razón de masas, sintonía (razón de frecuencias), amortiguamiento crítico.

En general no se utiliza una metodología para determinar la razón de masas<sup>2</sup>, pero usualmente se emplean valores bajo el 5%<sup>3</sup>. Valores muy bajos de  $\mu$  resultan en desplazamientos muy grandes del amortiguador.

Los valores de sintonía y amortiguamiento crítico del AMS van a depender de las hipótesis usadas, en este estudio se utilizaron 2:

- Aceleración basal monofrecuencial [58]
- Aceleración basal tipo Ruido Blanco [48]

Y los valores antes definidos:

- Razón de amortiguamiento crítico de la estructura principal  $\xi_p$
- Razón de masas  $\mu$

Se agregaron 2 opciones extra en la IG para darle más robustez al análisis

- MinMax: parámetros que minimizan la respuesta RMS del desplazamiento de techo.
- Usuario: valores definidos por el usuario de la IG.

Esto permite mayor flexibilidad en la comparación de métodos y emplear valores de uso práctico en el mercado (pensando en el proceso constructivo) al ingresar valores de forma manual versus los valores teóricos.

Tener la posibilidad de variar los valores del AMS permite hacer un análisis de sensibilidad y evaluar el comportamiento dinámico del sistema.

De esta forma, se tienen finalmente 4 métodos distintos para evaluar la reducción en la respuesta, lo que se muestra en la Figura 3.4:

---

<sup>1</sup>Mejoras en la IG serían incorporar degradación permanente y análisis no lineal para varios grados de libertad.

<sup>2</sup>Salvo [31]

<sup>3</sup>Existen soluciones particulares donde se usan porcentajes mayores como pisos extras [39]

Propiedades AMS		
Razón de Masas	<input type="text" value="1"/>	%
	Razón de frecuencias	Razón de amortiguamiento crítico %
<input checked="" type="radio"/> Monofrecuencial (Cian)	0.985234	6.26005
<input checked="" type="radio"/> Ruido Blanco (Magenta)	0.984915	4.98143
<input checked="" type="radio"/> MinMax 100 % (Amarillo)	0.983115	6.31348
<input checked="" type="radio"/> Usuario (Verde)	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="5"/>

Figura 3.4: Hipótesis parámetros óptimos de diseño

Para cada caso (salvo MinMax) se determina el mejor y peor caso de reducción para todos los tipos de respuesta. Además se determina bajo un método estadístico (ver D)) un intervalo de confianza en donde se encuentra el porcentaje de reducción **promedio** con un nivel de confianza del 95% y el valor para el percentil 95 ([37]).

Para esto se usó una base de datos de 132 registros sísmicos en diferentes estaciones en Chile con  $M_W$  mayor a 7.0 y PGA mayor a 0.1g (Tabla 3.1).

De esta manera es posible comparar las diferentes formas de determinar los parámetros óptimos de diseño del AMS y, dependiendo del tipo de respuesta, los valores promedio de reducción para la estructura seleccionada.

Finalmente, dependiendo si se ingresa un escalar o un vector en el periodo fundamental, es posible ver gráficamente la respuesta dinámica (desplazamiento o aceleración) en un gráfico en el tiempo de la estructura principal con y sin AMS según el método elegido Figura 3.4 para un registro seleccionado y ver el espectro respectivo, o la reducción porcentual para un espectro de periodos Figura 3.2, respectivamente. Así es posible analizar la eficacia frente a distintos eventos sísmicos.

### 3.3.2. Modelos en Elementos Finitos

Para realizar una doble verificación de los resultados, se desarrollaron dos modelos tridimensionales de elementos finitos de alturas distintas de un mismo edificio hipotético, basado en la planta de un edificio real (ver Figura 3.5), Edificio Quinta Avenida, San Miguel.

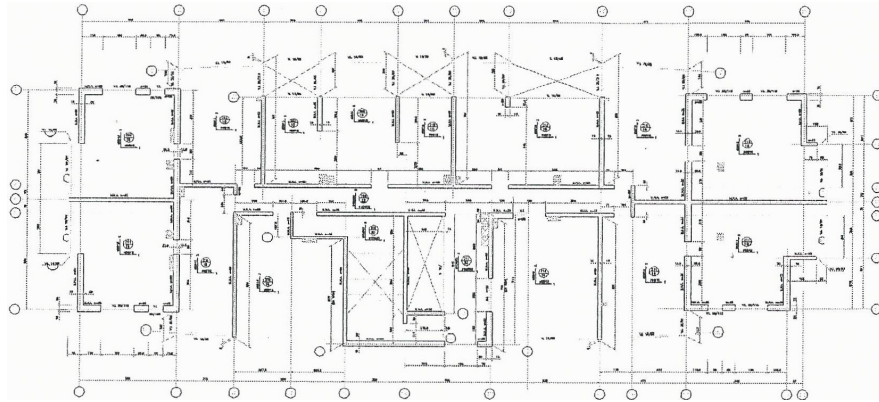


Figura 3.5: Planta Estructural Edificio Quinta Avenida

Los modelos fueron desarrollados en el software *SAP2000* y corresponden a un edificio de 10 y 20 pisos<sup>4</sup>, ver Figura 3.6. Los muros y losas fueron definidos por elementos shell thin con espesores de 20 y 15 centímetros respectivamente, material H30 ( $f'_c = 25\text{Mpa}$ ). Las vigas fueron definidas por elementos frame con espesores de 15 centímetros. La altura es variable dependiendo del caso.

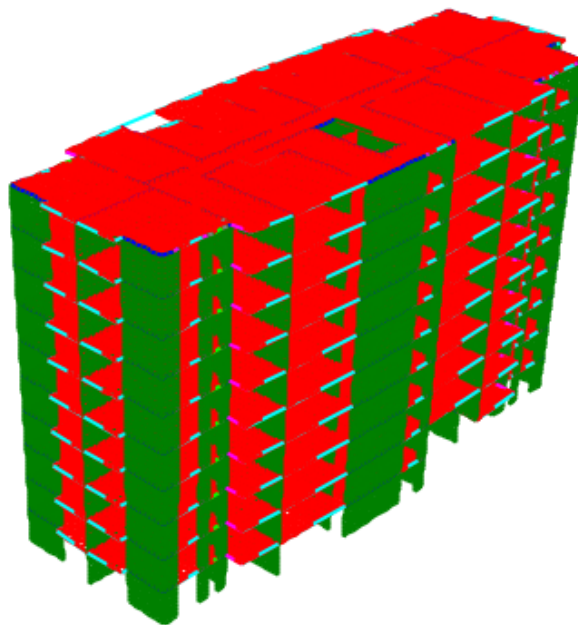


Figura 3.6: Modelo Edificio Quinta Avenida SAP2000

---

<sup>4</sup>edificio real tiene 22 pisos

Posteriormente, se agrego un diafragma rígido por piso, esto rigidizó la estructura pero permitió disminuir los tiempos de cálculo computacional. Los periodos de los modelo se pueden ver en las Figuras 3.7 3.8.

OutputCase	StepType Text	StepNum Unitless	Period Sec	UX Unitless	UY Unitless
MODAL	Mode	1	0,338023	0,001	0,044
MODAL	Mode	2	0,289103	0	0,642
MODAL	Mode	3	0,228787	0,741	0
MODAL	Mode	4	0,086163	0	0,024
MODAL	Mode	5	0,078421	0	0,132
MODAL	Mode	6	0,070257	0,119	0,004
MODAL	Mode	7	0,068297	0,021	0,011
MODAL	Mode	8	0,064497	0	0,001
MODAL	Mode	9	0,062254	0,002	0
MODAL	Mode	10	0,061742	0	0,003

Figura 3.7: Periodos fundamentales con diafragma rígido de piso, estructura no controlada 10 pisos, SAP2000

OutputCase	StepType Text	StepNum Unitless	Period Sec	UX Unitless	UY Unitless	UZ Unitless
MODAL	Mode	1	0,909557	0	0,053	0
MODAL	Mode	2	0,82493	0	0,619	0
MODAL	Mode	3	0,534235	0,737	0	0
MODAL	Mode	4	0,23557	0	0,008	0
MODAL	Mode	5	0,206515	0	0,168	0,001
MODAL	Mode	6	0,163082	0,132	0	0
MODAL	Mode	7	0,107729	0	0,003	0,001
MODAL	Mode	8	0,103322	0	0,001	0,716
MODAL	Mode	9	0,09449	0	0,049	0,017
MODAL	Mode	10	0,091134	0,008	0	0,008

Figura 3.8: Periodos fundamentales con diafragma rígido de piso, estructura no controlada 20 pisos, SAP2000

Con los valores del periodo fundamental, se modeló un AMS como un elemento shell de densidad igual al acero, es decir,  $7850[kg/m^3]$  esta consideración se tomó para ser consistente con la descripción de cubos de hormigón huecos (sin tapa) con elementos de acero en su interior para regular su masa (descrito en secciones anteriores), las propiedades de rigidez y



amortiguamiento fueron dadas a través de elementos link, teniendo cuidado de que éstas son por elemento, es decir, las propiedades del AMS dependerán de la cantidad de elementos link usados en su conexión.

Las propiedades del elemento se determinaron usando la IG, tomando el periodo fundamental del análisis modal en el modelo de elementos finitos en la dirección que se busca controlar y seleccionando un tipo de hipótesis Figura 3.4. La razón de masas se determinó en base a una masa fija de AMS propuesto de volumen  $18[m^3]$  (base cuadrada de  $9m^2$  y altura  $2m$ ) y al peso de la estructura (reacción basal de peso muerto de la estructura sin AMS).

Para verificar las propiedades del dispositivo se modeló inicialmente como estructura aislada, y luego sobre una losa apoyada, como se ve en la figura 3.9:

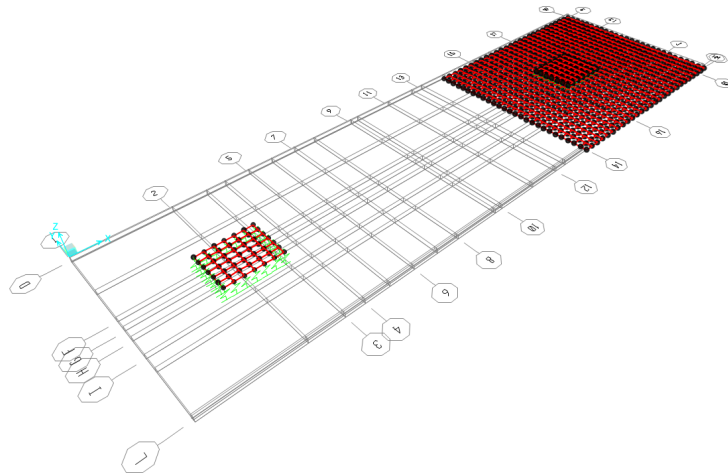


Figura 3.9: Modelo AMS SAP2000

Verificadas las propiedades del dispositivo, se conecto con la losa del último piso, Figura 3.10:

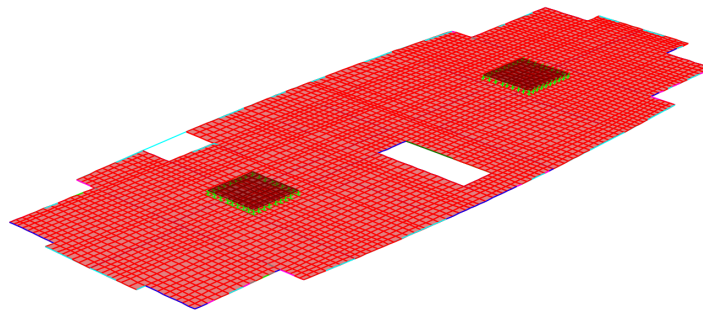


Figura 3.10: Incorporación AMS en el Edificio, SAP2000

Los periodos del modelo con la incorporación del dispositivo se pueden ver en las Figuras 3.11 y 3.12.

Modal Participating Mass Ratios

File View Format-Filter-Sort Select Options

Units: As Noted Modal Participating Mass Ratios

Filter:

	OutputCase	StepType Text	StepNum Unitless	Period Sec	UX Unitless	UY Unitless
▶	MODAL	Mode	1	0,423055	0,001	0,11
	MODAL	Mode	2	0,395652	0	0,202
	MODAL	Mode	3	0,372643	0,177	0
	MODAL	Mode	4	0,351439	0,006	0
	MODAL	Mode	5	0,291712	0	0,005
	MODAL	Mode	6	0,259579	0	0,351
	MODAL	Mode	7	0,256229	0	0,025
	MODAL	Mode	8	0,251156	0,001	0,014
	MODAL	Mode	9	0,21617	0,576	0
	MODAL	Mode	10	0,085636	0	0,022

Record: << < 1 > >> Add Tables... Done

Figura 3.11: Periodos fundamentales, Estructura controlada 10 pisos, SAP2000

Modal Participating Mass Ratios

File View Format-Filter-Sort Select Options

Units: As Noted Modal Participating Mass Ratios

Filter:

	OutputCase	StepType Text	StepNum Unitless	Period Sec	UX Unitless	UY Unitless	UZ Unitless
▶	MODAL	Mode	1	1,055425	0	0,149	0
	MODAL	Mode	2	1,003061	0	0,172	0
	MODAL	Mode	3	0,936763	0,081	0	0
	MODAL	Mode	4	0,798887	0	0,008	0
	MODAL	Mode	5	0,743235	0	0,355	0
	MODAL	Mode	6	0,522707	0,665	0	0
	MODAL	Mode	7	0,234545	0	0,007	0
	MODAL	Mode	8	0,205884	0	0,162	0,001
	MODAL	Mode	9	0,162195	0,127	0	0
	MODAL	Mode	10	0,107506	0	0,003	0,008

Record: << < 1 > >> of 10 Add Tables... Done

Figura 3.12: Periodos fundamentales, Estructura controlada 20 pisos, SAP2000

# Capítulo 4

## Análisis de Resultados

Los resultados pueden ser divididos en 2 grupos:

1. Resultados Globales: Se evalúa un amplio rango de valores de periodo para valores fijos de algunas propiedades del dispositivo y la estructura.
2. Resultados Específicos: Se fija un tipo de estructura y se varían los parámetros del dispositivo.

### 4.1. Resultados Globales

En promedio, se tiene una reducción porcentual positiva<sup>1</sup> de la respuesta tanto para la hipótesis de aceleración basal monofrecuencial como para ruido blanco, presentando prácticamente los mismos resultados en promedio, pero con una mayor dispersión en el segundo.

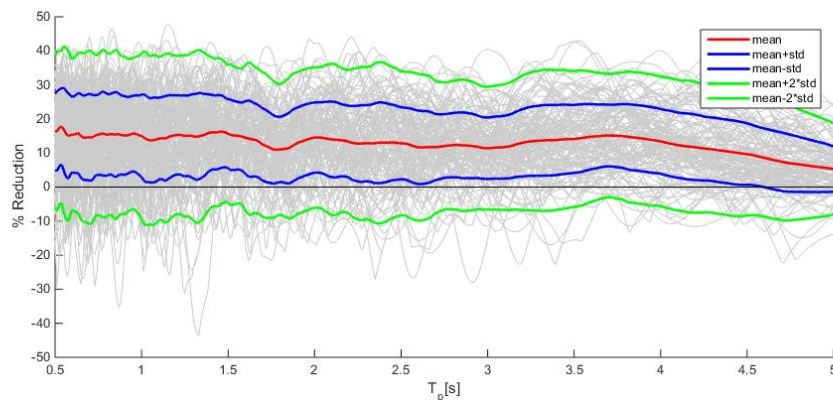


Figura 4.1: Reducción porcentual para diferentes registros sísmicos y periodos, línea roja representa el promedio, línea azul el promedio menos la desviación estándar y línea verde el promedio menos dos desviaciones estándar,  $\mu = 4\%$  y  $\xi_p = 5\%$ , 132 registros

<sup>1</sup>En caso de tomar el 67% de los casos, es decir el promedio menos una desviación estándar, se ve que la reducción es prácticamente nula. Esto se debe considerar al momento de diseñar.

Indudablemente existe una gran dispersión en los datos debido a las múltiples variables asociadas tales como: tipo de sismo , tipo de suelo y distancia al epicentro de la estación que registró el evento, entre otros.

Al agrupar los registros por alguna de estas características se tienen los siguientes resultados:

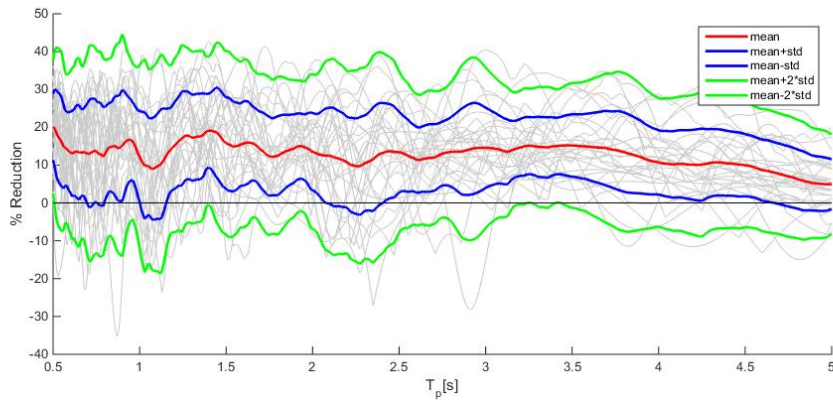


Figura 4.2: Reducción porcentual para diferentes registros sísmicos y periodos, línea roja representa el promedio, línea azul el promedio menos la desviación estándar y línea verde el promedio menos dos desviaciones estándar,  $\mu = 4\%$  y  $\xi_p = 5\%$ , Tipo de Suelo I, 28 Registros

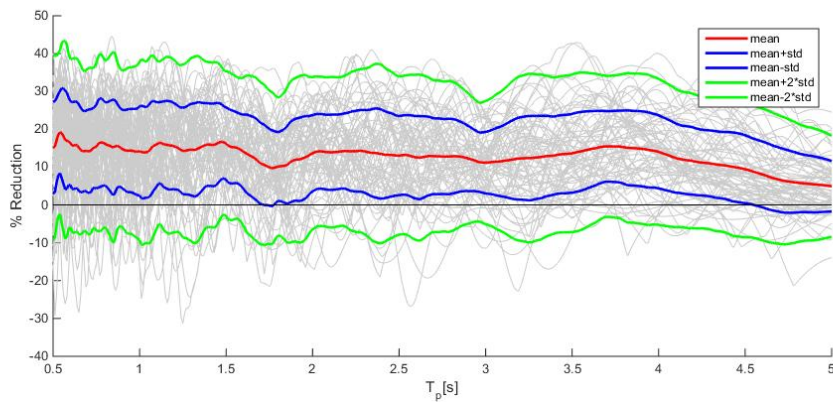


Figura 4.3: Reducción porcentual para diferentes registros sísmicos y periodos, línea roja representa el promedio, línea azul el promedio menos la desviación estándar y línea verde el promedio menos dos desviaciones estándar,  $\mu = 4\%$  y  $\xi_p = 5\%$ , Tipo de Suelo II, 76 registros

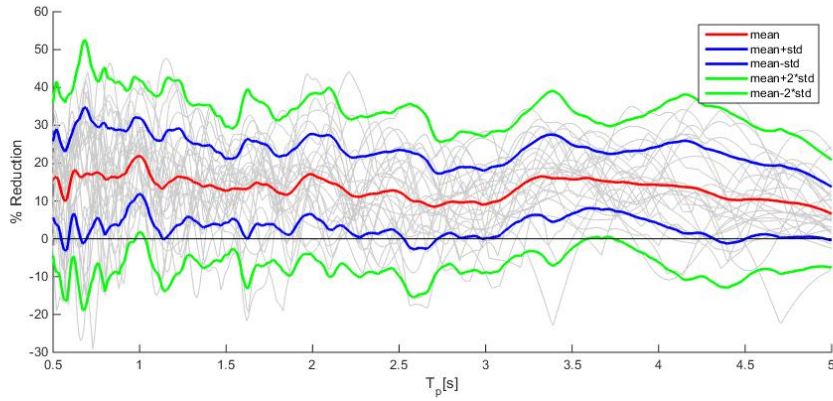


Figura 4.4: Reducción porcentual para diferentes registros sísmicos y periodos, línea roja representa el promedio, línea azul el promedio menos la desviación estándar y línea verde el promedio menos dos desviaciones estándar,  $\mu = 4\%$  y  $\xi_p = 5\%$ , Tipo de Suelo III, 26 registros

Finalmente se realizó un filtro más detallado y se seleccionaron dos localidades: Santiago y Valparaiso. Se usaron las estaciones mas cercanas a ellas que tuviesen la misma clasificación de suelo, en este caso II y III respectivamente. Los resultados se muestran en las Figuras 4.5 y 4.6

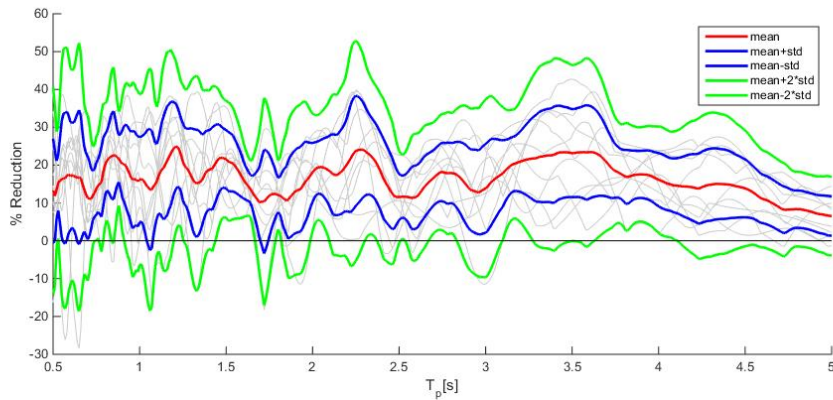


Figura 4.5: Reducción porcentual para diferentes registros sísmicos y periodos, línea roja representa el promedio, línea azul el promedio menos la desviación estándar y línea verde el promedio menos dos desviaciones estándar,  $\mu = 4\%$  y  $\xi_p = 5\%$ , Santiago Tipo de Suelo II, 10 registros

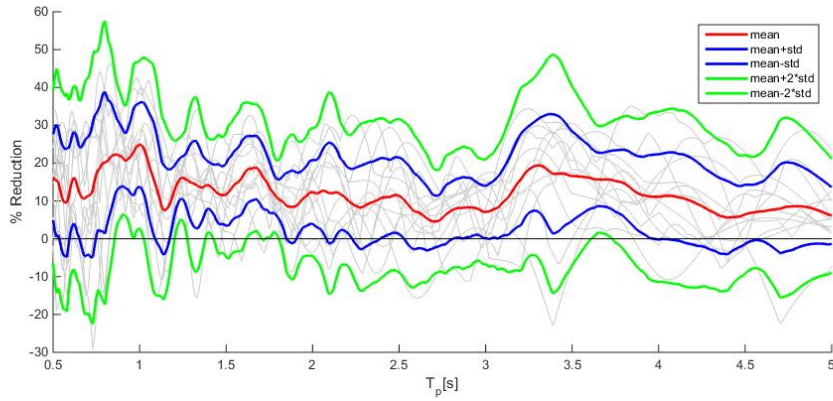


Figura 4.6: Reducción porcentual para diferentes registros sísmicos y periodos, línea roja representa el promedio, línea azul el promedio menos la desviación estándar y línea verde el promedio menos dos desviaciones estándar,  $\mu = 4\%$  y  $\xi_p = 5\%$ , Valparaíso Tipo de Suelo III, 12 registros

En todos los casos se tiene en promedio una reducción porcentual positiva, pero al analizar los casos desfavorables su efectividad baja considerablemente.

Esta condición mejora o empeora dependiendo de los valores que tomen algunos de los parámetros antes estudiados.

En la Figura 4.7 se aprecian claramente 4 grupos, cada grupo tiene 3 líneas que presentan la reducción porcentual promedio para un valor fijo de  $\mu$  y parámetros óptimos de diseño (línea superior del grupo) junto a una variación en la sintonía (razón de frecuencias) de  $\pm 5\%$  (dos líneas restantes).

Al variar la razón de masas se observa que la reducción porcentual promedio<sup>2</sup> varía proporcionalmente (variación no lineal). Por otra parte al alejarse de los parámetros óptimos, tanto al aumentar como disminuir la sintonía del dispositivo respecto a la estructura principal, se obtienen valores más bajos de reducción; esto se cumple independiente del valor de  $\mu$ , tal como se ve en la Figura 4.7.

---

<sup>2</sup>Para una presentación más clara de los resultados, se mostrarán las variaciones de la reducción porcentual promedio, siempre teniendo en cuenta que existe una dispersión en los datos.

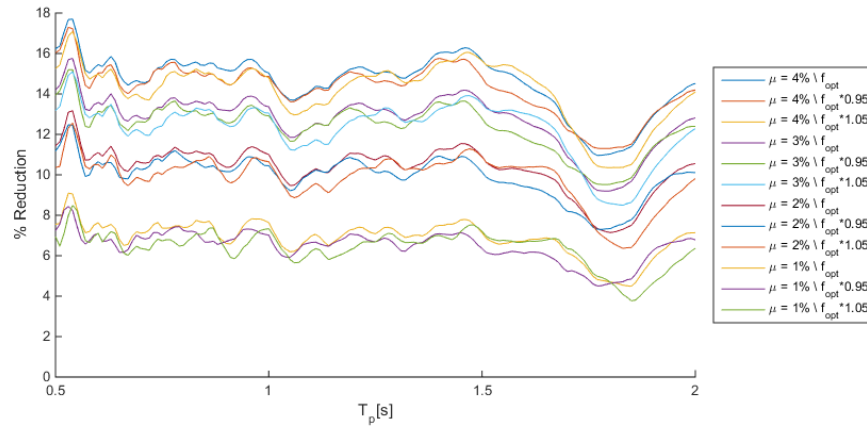


Figura 4.7: Variación en la reducción porcentual para diferentes valores de razón de masas y sintonía,  $\mu = [4 - 1]\%$  y  $\xi_p = 5\%$

Como se mencionó en secciones anteriores, este aumento está limitado por restricciones constructivas, ya sea en el diseño de la losa que sostiene el dispositivo o los desplazamientos máximos que pueda tener, ya que al disminuir la masa del dispositivo aumenta el desplazamiento de éste.

Otro problema de sintonización viene dado por la incursión en el rango no lineal, tanto de la estructura como del dispositivo. Esto se puede deber a las propiedades inherentes de los materiales o a la degradación de estos. En la Figura 4.8 es posible ver que esta desintonización (incursión en el rango no lineal del dispositivo) afecta negativamente la reducción porcentual promedio de la respuesta, la obtención de estas curvas fue el resultado de imponer un desplazamiento equivalente a dos y tres veces el límite elástico Figura 4.8 en el modelo histerético de Bouc Wen.

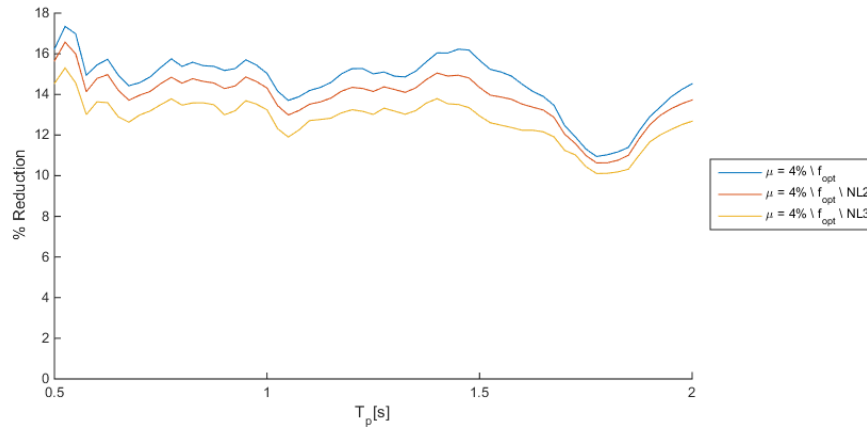


Figura 4.8: Variación en la reducción porcentual para diferentes valores de ductilidad del dispositivo,  $\mu = 4\%$  y  $\xi_p = 5\%$

## 4.2. Resultados Específicos

En esta sección se utilizó la Interfaz Gráfica (IG), y se realizó dos tipos de análisis de sensibilidad:

- Análisis Costo-Beneficio
- Análisis Preventivo

El primer análisis permite determinar la variación en el desempeño del dispositivo al variar alguna propiedad de este. Esta variación viene dada por el criterio del diseñador: Modificar el amortiguamiento, masa y/o rigidez del dispositivo.

En caso de que se desee evaluar el desempeño del AMS para diferentes valores de sintonía y/o amortiguamiento, solo basta agregar valores en la opción USUARIO. Esto permite analizar valores que tengan un sentido constructivo/comercial al momento de diseñar, lo que va a depender del nivel de precisión con que se cuente para cada parte del dispositivo.

Estas variaciones traen un costo económico asociado, pero también reflejan beneficios/-pérdidas los cuales quedan a disposición de quien invierte.

El análisis preventivo permite anteponerse frente a algunos problemas en los cambios de las propiedades de la estructura principal, tales como degradación de la rigidez o error en la determinación de estas, por ejemplo: sobre-dimensionar el amortiguamiento de la estructura.

En ambos casos la metodología es la misma: primero, suponer que no existen error en la medición de las propiedades de la estructura principal y obtener los parámetros óptimos del AMS (modelo ideal).

En la actualidad se puede tener confianza en la precisión de estos valores debido al buen control de calidad. Por esta razón, en cuanto a las propiedades del dispositivo lo que se busca evaluar es maximizar el beneficio más que ser conservador debido a la incerteza.

Luego, si se desea saber como influyen diferentes errores en la determinación de parámetros basta modificar estos valores en la IG para determinar su influencia. Para esto supondremos que las propiedades no están directamente relacionadas, por tanto se modifica una variable y el resto se mantiene constante<sup>3</sup>.

De esta forma es posible variar el periodo (variaciones en la rigidez o la masa de la estructura principal), razón de amortiguamiento, razón de masa (masa de la estructura principal) e identificar su efecto en la respuesta del sistema.

---

<sup>3</sup>Esto no es del todo cierto, ya que muchas veces la pérdida de rigidez en una estructura conlleva disipación de energía, y por tanto, modificación en el amortiguamiento de ésta.



## 4.2.1. Trabajo en conjunto de SAP2000 e IG

La implementación de la IG se complementó con los resultados obtenidos en el modelo de elementos finitos. Se consideró el periodo fundamental de traslación en la dirección Y, tanto para la estructura de 10 pisos como para la de 20,  $T_{py10} = 0,2891[s]$  y  $T_{py20} = 0,8249[s]$  respectivamente.

Se seleccionaron tres registros sísmicos para el edificio de 10 pisos y dos para el de 20, que generaran diferentes tipos de respuesta en la estructura al incorporar un AMS según los resultados de la IG. Los registros seleccionados fueron:

- 109: Terremoto del Maule, Estación Papudo
- 115: Terremoto del Maule, Estación Santiago Maipu
- 126: Terremoto del Maule, Estación Valparaíso UTFSM
- 128: Terremoto del Maule, Estación Valparaíso El Almendral
- 67: Terremoto de Tarapacá, Estación El Loa

Estos registros se seleccionaron observando la respuesta en la interfaz gráfica y considerando porcentajes de reducción positivos y negativos respectivamente:

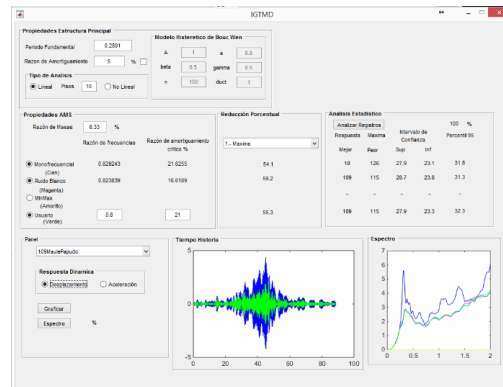


Figura 4.9: Resultados Interfaz Gráfica, Registro 109

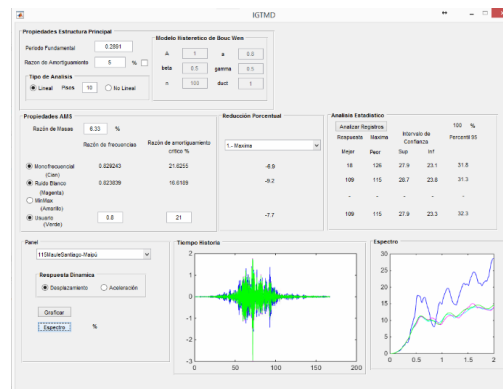


Figura 4.10: Resultados Interfaz Gráfica, Registro 115

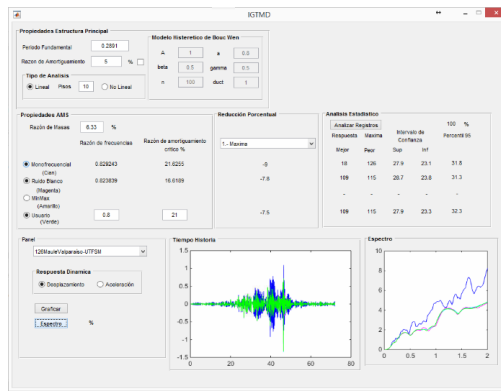


Figura 4.11: Resultados Interfaz Gráfica, Registro 126

En el primer sismo los resultados esperados señalan una reducción de 55.3 %. En el segundo caso a una amplificación de 7.7 % y en el tercer caso una a amplificación de 7.5 %

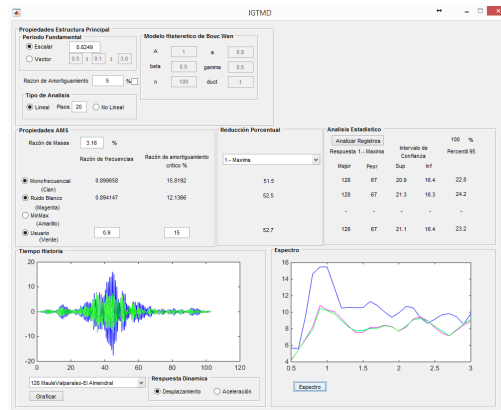


Figura 4.12: Resultados Interfaz Gráfica, Registro 128

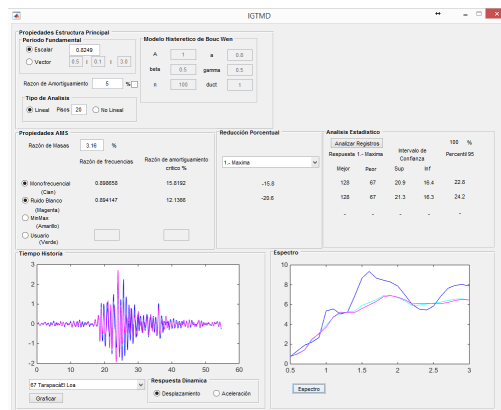


Figura 4.13: Resultados Interfaz Gráfica, Registro 67

En el primer sismo los resultados esperados señalan una reducción de 54.9 % y en el segundo caso una a amplificación de 21.8 %

Los resultados en el modelo de elementos finitos se muestran a continuación:

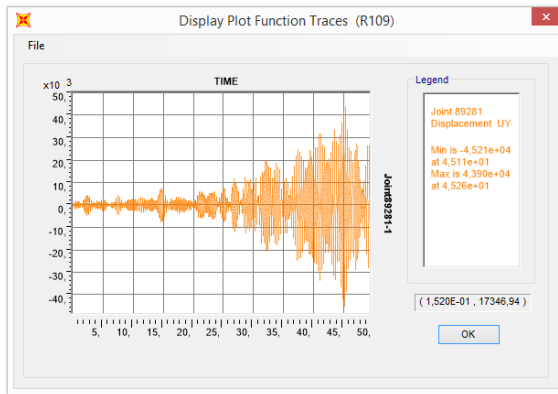


Figura 4.14: Resultados SAP2000, Estructura sin AMS, Registro 109

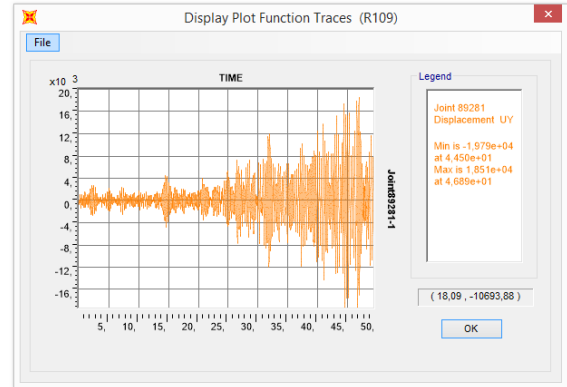


Figura 4.15: Resultados SAP2000, Estructura con AMS, Registro 109

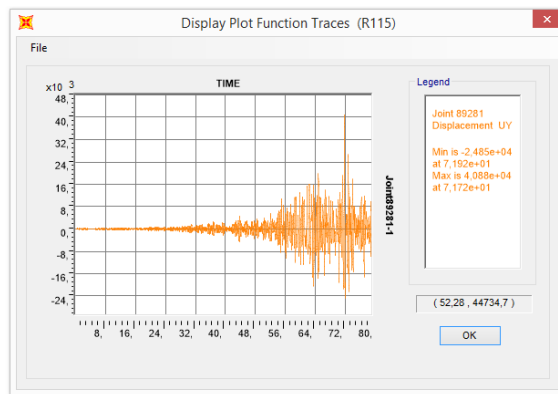


Figura 4.16: Resultados SAP2000, Estructura sin AMS, Registro 115

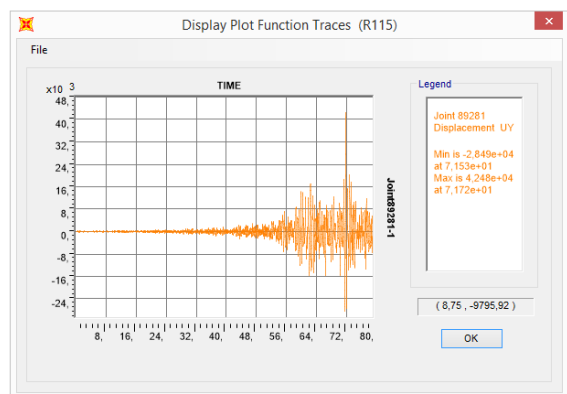


Figura 4.17: Resultados SAP2000, Estructura con AMS, Registro 115

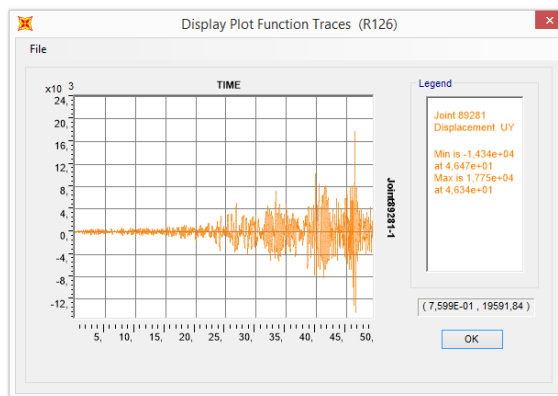


Figura 4.18: Resultados SAP2000, Estructura sin AMS, Registro 126

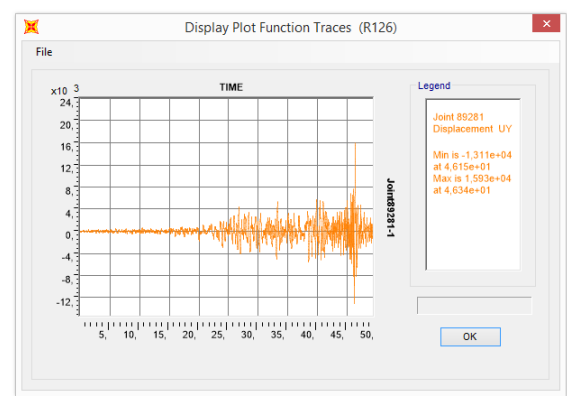


Figura 4.19: Resultados SAP2000, Estructura con AMS, Registro 126

En el primer caso hay una reducción porcentual de la respuesta de un 56.2%, el segundo caso tiene una amplificación de 4% y el tercer caso una reducción de 10%.

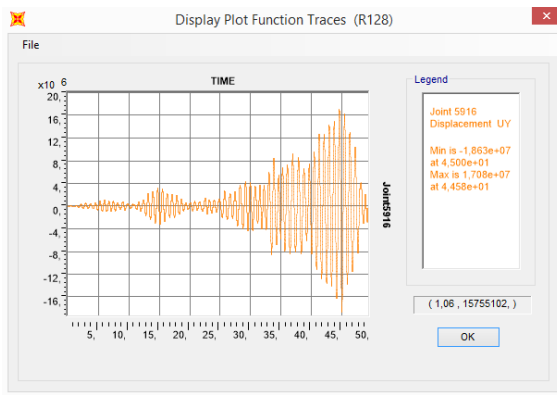


Figura 4.20: Resultados SAP2000, Estructura sin AMS, Registro 128

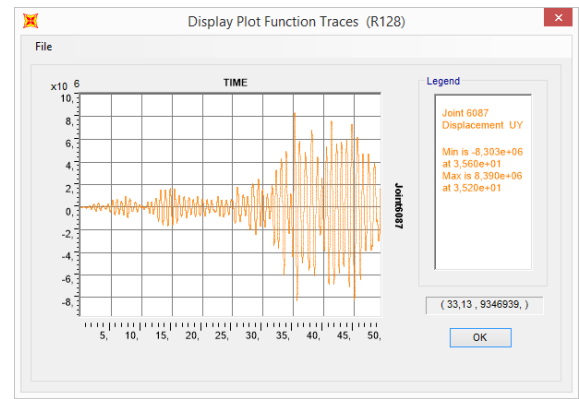


Figura 4.21: Resultados SAP2000, Estructura con AMS, Registro 128

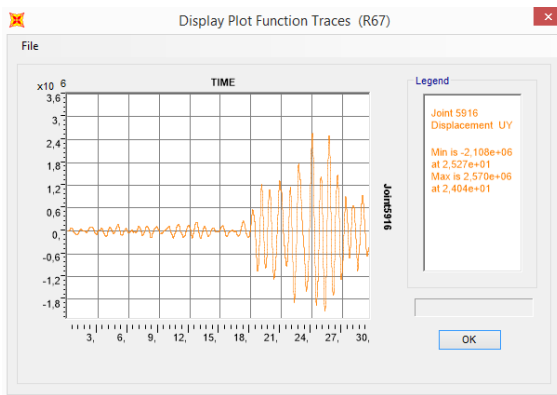


Figura 4.22: Resultados SAP2000, Estructura sin AMS, Registro 67

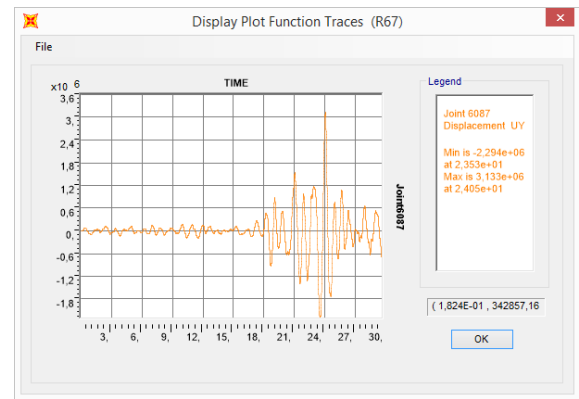


Figura 4.23: Resultados SAP2000, Estructura con AMS, Registro 67

En el primer caso hay una reducción porcentual de la respuesta de un 52.5 % y el segundo caso una amplificación de 20.6 %.

Los análisis previos son alterados por singularidades en la respuesta, por lo que es necesario estudiar la respuesta en su totalidad. Cuando se busca disminuir la respuesta RMS, la opción MinMax permite determinar los parámetros de diseño en torno a una vecindad de los parámetros óptimos por medio de una evaluación numérica. Se muestran los resultados para los parámetros óptimos bajo la hipótesis de aceleración monofrecuencial y minmax.

Es posible estudiar los efectos de minimizar la respuesta máxima sobre la respuesta completa. Primero se define una estructura cualquiera y se determinan los parámetros óptimos. Posteriormente, se determinan los mejores y peores casos de reducción.

Para el mejor caso de reducción se determinan los parámetros que minimizan la respuesta RMS por medio de la opción MinMax, ya que este tipo de respuesta refleja la información de todo el movimiento.

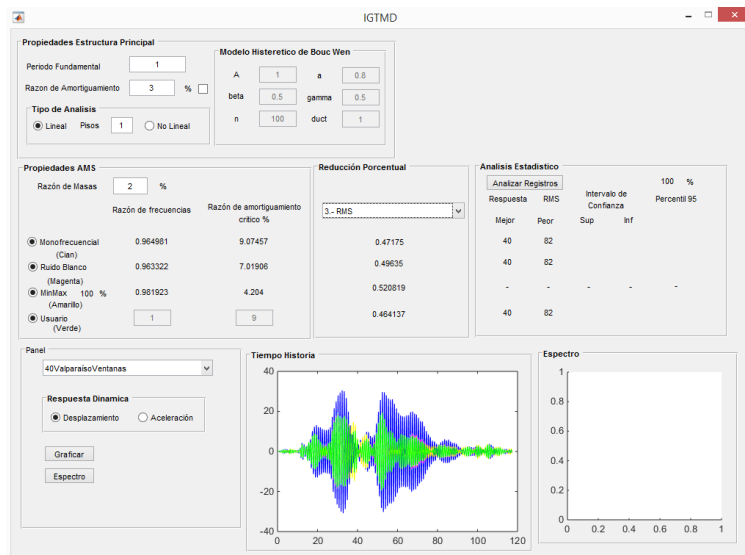


Figura 4.24: Parámetros MinMax, Reducción Porcentual de la Respuesta RMS

Se verifica efectivamente que los valores determinados generan la mayor reducción de la respuesta. Por otra parte, se ve el mismo comportamiento que en la respuesta RMS al analizar la respuesta acumulada. Es beneficioso este resultado pues computacionalmente es menos pesado determinar la respuesta acumulada que la respuesta RMS.

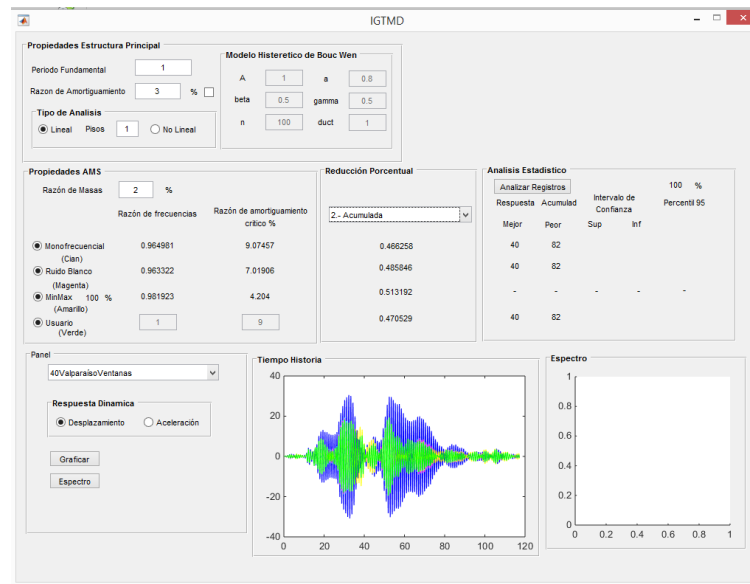


Figura 4.25: Reducción Porcentual de la Respuesta Acumulada

En ambos casos el más favorable se da para el mismo registro. Incluso para la configuración dada, se tiene que el mejor caso de reducción de la respuesta máxima es para el mismo registro

Figura 4.26:

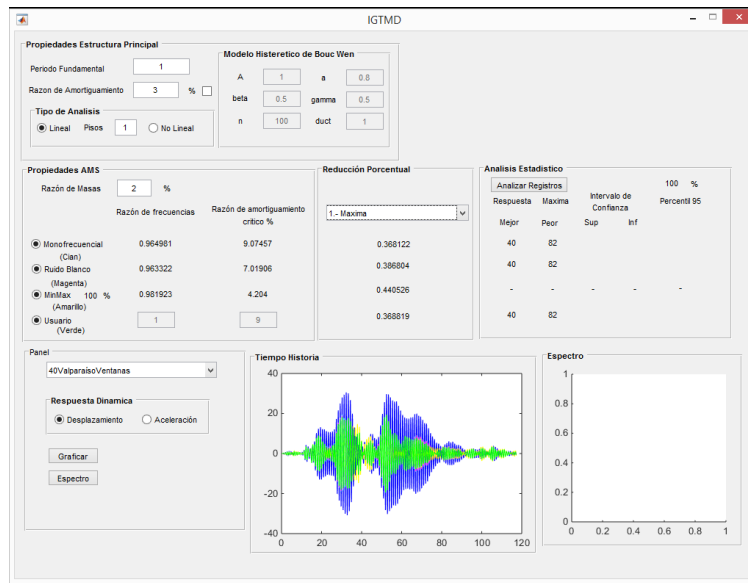


Figura 4.26: Reducción Porcentual de la Respuesta Máxima

Esto no siempre ocurre, al seleccionar una nueva configuración se da nuevamente que las respuestas RMS y Acumulada presentan reducciones proporcionales para las opciones seleccionadas, pero para la respuesta máxima se obtiene para registros diferentes Figura 4.27:

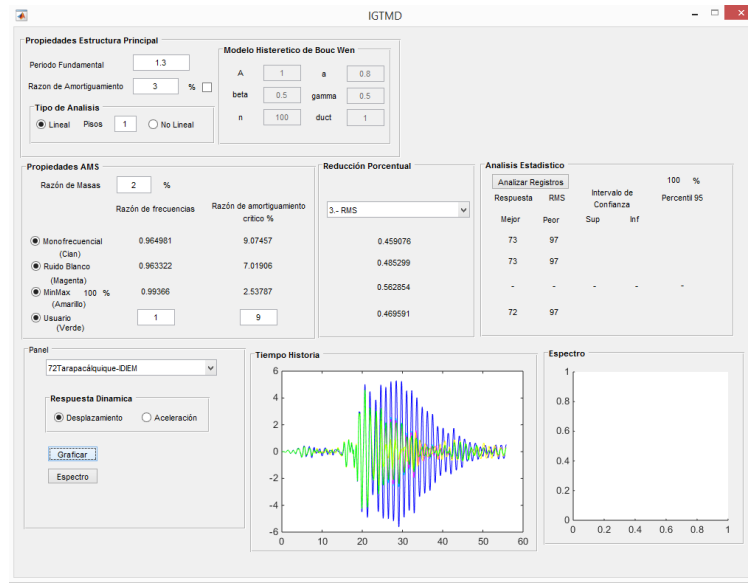


Figura 4.27: Reducción Porcentual de la Respuesta RMS, configuración 2

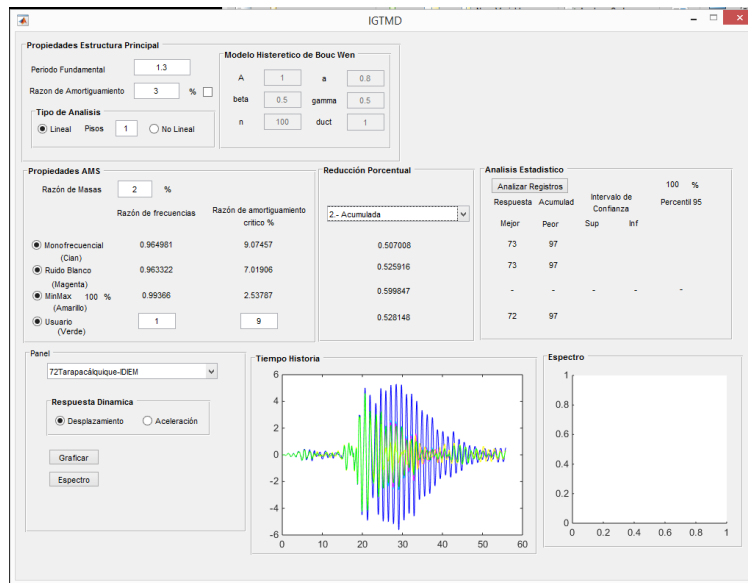


Figura 4.28: Reducción Porcentual de la Respuesta Acumulada, configuración 2

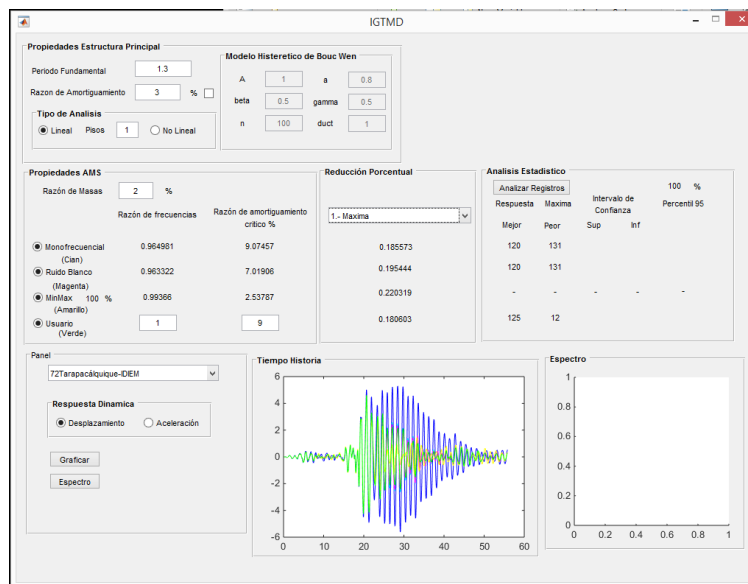


Figura 4.29: Reducción Porcentual de la Respuesta Máxima, configuración 2

De todas formas, al verificar los valores de reducción para los mejores casos de la respuesta máxima, los parámetros MinMax tienen reducciones similares a las correspondientes a los parámetros óptimos:

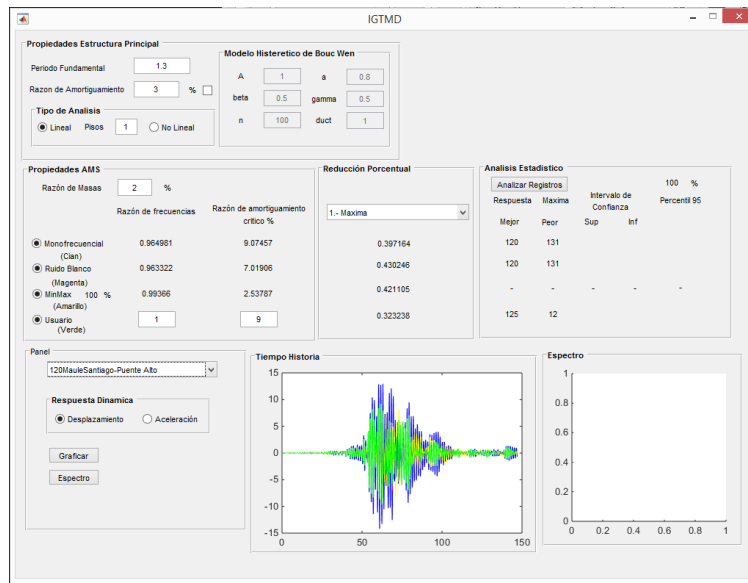


Figura 4.30: Reducción Porcentual de la Respuesta Máxima, configuración 2, mejor caso respuesta máxima

El problema en el uso de los parámetros MinMax como parámetros de diseño, es que amplificaciones en la respuesta máxima, son mayores respecto a los parámetros óptimos.

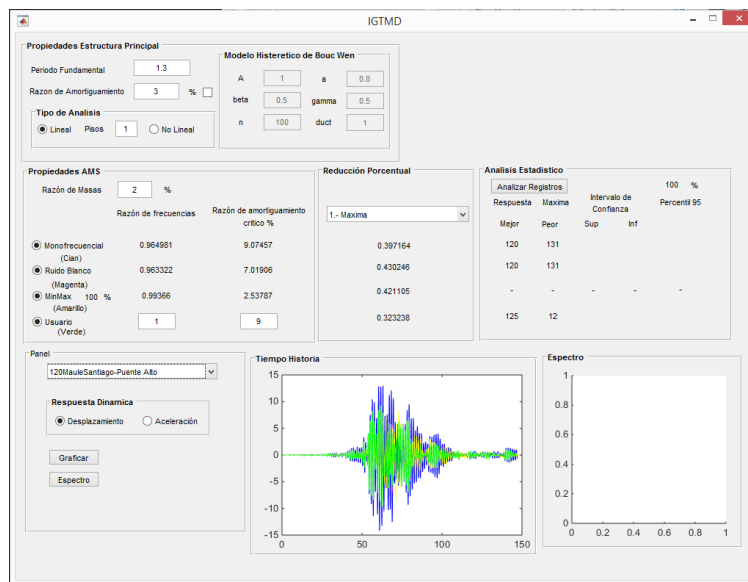


Figura 4.31: Reducción Porcentual de la Respuesta Máxima, configuración 2, peor caso respuesta máxima



# Conclusión

Un estudio teórico ha sido presentado para determinar la efectividad en el uso de dispositivos AMS como sistema de protección sísmica en edificios. Para esto, se estudió la respuesta de una estructura simplificada en edificios de corte sometidos a una base de datos de 132 registros sísmicos en diferentes zonas del país. Los registros sísmicos poseen magnitud mayor a  $M_w=7$  y PGA mayor a 0.1g.

Los parámetros de diseño (frecuencia y razón de amortiguamiento crítico) del AMS fueron determinados como los parámetros óptimos que disminuyen la respuesta máxima, asociados a una representación matemática (señal monofrecuencia o aleatoria tipo ruido blanco) de la aceleración basal. Para este modelo, se considero la variación de los siguientes parámetros: razón de masas, cambio en la sintonía, y respuesta no lineal de la estructura.

Las siguientes conclusiones surgen de este estudio:

- Considerando sintonía y amortiguamiento óptimos, existe una gran dispersión en los resultados de la reducción porcentual, dependiendo del registro de aceleración utilizado. Se puede observar que para todos los valores de periodo hay casos donde los efectos del AMS amplifican la respuesta en vez de reducirla.
- La reducción porcentual promedio, para una razón de masas de 4 %, es aproximadamente 15 % para periodos bajos. Para periodos sobre 4 segundos disminuye a la mitad.
- Si se considera el promedio menos una desviación estándar, la reducción porcentual es casi nula.
- El promedio de la reducción porcentual depende altamente de la razón de masas. Para  $\mu = 4\%$  es cercana a 15 %, mientras que para  $\mu = 1\%$  es solamente 1 %
- El comportamiento antes mencionado se repite en los casos que se usó un subconjunto de registros, clasificados según tipo de suelo y localidad. La cantidad de registros influye en la dispersión de los resultados, pero no se aprecian grandes diferencias en la reducción porcentual promedio. Al comparar los resultados obtenidos para la localidad de Valparaíso se observan mayores amplificaciones (porcentaje de reducción negativo) que las registras en Santiago.
- Si la sintonía del AMS está entre el 95 % y el 105 % del valor óptimo, la desintonía no es relevante (la variación porcentual del porcentaje de reducción es de 1 %). Esto es equivalente a variaciones en la masa de la estructura principal o la rigidez entre 90 % y 110 %.
- La influencia de la respuesta no lineal de la estructura (deformación plástica) reduce la

efectividad del AMS. Para el caso de  $\mu = 4\%$ , dependiendo de los valores de ductilidad la respuesta baja de 18 % a 16 %.

- En promedio, el efecto del AMS en la reducción porcentual de la respuesta de edificios, es equivalente a considerar la estructura sin AMS pero con su razón de amortiguamiento aproximadamente como el 85 % del promedio entre la razón de amortiguamiento de la estructura principal y la razón de amortiguamiento óptimo del AMS. Sin embargo, esto solo se cumple en promedio, ya que existen casos de amplificación que no cumplen esta regla.
- Una interfaz gráfica (IG) fue desarrollada por medio del software MATLAB usando la herramienta GUIDE, que permite ayudar en el análisis de un edificio de corte de múltiples grados de libertad equipado con un AMS. Se implementaron todos los registros de la base de datos, para estudiar cualquier configuración de estructura y AMS. La función objetivo puede ser: desplazamiento máximo, RMS y respuesta acumulada. En adición, es posible obtener los mejores y peores casos de reducción porcentual de las respuestas antes mencionadas y el intervalo de confianza que contiene la reducción porcentual promedio de toda la base de datos. Por medio del uso de la IG se observó que los casos donde la respuesta estructural se amplifica con el uso un AMS (reducción negativa) son aquellos en los cuales el espectro de respuesta tiene un valle (mínima curva convexa). Este hecho puede ser explicado considerando que la incorporación de un AMS divide el modo fundamental en dos modos de menor y mayor periodo y, de esta forma los valores son mayores en el espectro.

Al contrastar los resultados de la IG con los obtenidos en el modelo de elementos finitos, se lograron predicciones en el comportamiento de este, permitiendo detectar rápidamente aquellos registros en los cuales la estructura presenta amplificación, desafortunadamente los resultados no son precisos por lo que es necesario calibrar la IG.

El modelo simplificado usado en la interfaz gráfica considera igual rigidez y amortiguamiento en todos los pisos. Esta situación no se da en los edificios debido al aumento de la fuerza axial en los muros inferiores donde se tienen espesores mayores y, por tanto, mayor rigidez.

Por otra parte, las opciones usadas habitualmente de amortiguamiento en los software comerciales consideran a este proporcional a la matriz de rigidez y masa, que no es necesariamente el mismo en el modelo simplificado.

Esto se ve reflejado al momento de contrastar los resultados de la IG y el modelo de elementos finitos; por esta razón se recomienda usar la IG como un análisis preliminar, que permita ahorrar tiempo computacional y posteriormente usar estos resultados para tener mayor precisión en un modelo más completo (elementos finitos).

El desarrollo de la IG, permite mejorar la trazabilidad en las líneas de investigación permitiendo manejar una mayor cantidad de información y una interpretación más rápida de los resultados tanto para el usuario como para el programador. En la actualidad la presentación de gráficos se hace muy limitante considerando la gran cantidad de variables que contemplan los problemas, transformando un gran número de gráficos en una sola IG.

No se determinó un criterio respecto a la carga muerta adicional por elementos secundarios

o la sobrecarga en el edificio. Eventualmente este criterio debería ser considerado si se desea incorporar las recomendaciones en una norma de diseño.

Futuros trabajos en la misma línea de investigación deberían considerar efectos bidireccionales, degradación del material en el modelo de Bouc Wen, múltiples grados de libertad en el análisis no lineal y efectos de direccionalidad del sismo.

Sería conveniente mejorar la descripción de los elementos de protección sísmica por parte de las inmobiliarias para reconocer los proyectos y mejorar los documentos técnicos disponibles respecto a los elementos de protección sísmica [12].

# Bibliografía

- [1] Tower's cables handle wind, water tank damps it, 1971.
- [2] Lead hula hoops stabilize antenna, 1976.
- [3] Tuned mass dampers steady sway of skyscrapers in wind, 1977.
- [4] Francisco Lopez Almansa y Jesus Carrera Alex H. Barbat, Jose Rodellar. Cálculo de la respuesta dinámica de estructuras mediante un procedimiento de estado. *Revista internacional de métodos numéricos para cálculo y diseño en ingeniería*, 3:243–261, 1987.
- [5] Eduardo Aliante. Control de efectos torsionales en un edificio asimétrico de hormigón armado con amortiguadores de masas sintonizados. Master's thesis, Universidad Austral de Chile.
- [6] Daniel Ambrosini, Guadalupe Cuitiño, and Jorge Rebeco. Eficiencia de amortiguadores de masa sintonizados en estructuras sismorresistentes. *Mecánica Computacional*, XXIII:447–462, November 2004.
- [7] H. F. Bauer. Oscillations of immiscible liquids in a rectangular damper for excited structures. *J. Sound and Vibration.*, 93(1):117–133, 1984.
- [8] J. E. Brock. A note on the damped vibration absorber. *Journal of Applied Mechanics*, 68(A-284), 1946.
- [9] F.K. Chang. Human response to motion in tall building. *American Society of Civil Engineers, Journal Of The Structure Division*, pages 1259–1272, 1973.
- [10] Stephen H. Crandall and William D. Mark. Random vibration in mechanical systems. *Academic Press.*, 1963.
- [11] Ricardo D. Bassotti Cristian O. Baya. Influencia de la variación de las masas de amortiguadores de masa sintonizada en la respuesta estructural ante acción sísmica. *Mecánica Computacional*, 33:1459–1469, 2014.
- [12] Corporación de Desarrollo Tecnológico. Protección sísmica de estructuras - sistemas de aislamiento sísmico y disipación de energía. *Documento Técnico*, 29:1577–1595, 2012.
- [13] J.P. Den Hartog. *Mechanical Vibrations*. McGRAW-HILL BOOK COMPANY, INC.,

1934.

- [14] Yamazaki. S. et al. Tuned active dampers installed in the minato mirai (mm) 21 landmark tower in yokohama. *J. Wind Engrg. and Aerodynamics*, pages 1937–1948, 1992.
- [15] Yamazaki. S. et al. Full scale investigation of performance of tuned active dampers installed in landmark tower in yokohama. *Proc. Int. Wind Engrg. Con*, pages 1631–1642, 1995.
- [16] Balthazar J.M. Felix J.L.P. and R.M.L.R.F. On tuned liquid column dampers mounted on a structural frame under a non-ideal excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 282(3-5):1285–1292, 2005.
- [17] H. Frahm. Devices for damping vibrations of bodies. *US Patent*, pages 989, 958, 1909.
- [18] Pacheco B. M. Chaiseri P. Fujino, Y. and L. M. Sun. Parametric studies on tuned liquid damper (tld) using circular containers by free oscillation experiments. *Struct. Engrg.lEarthquake Engrg.*, 5(2):381s–391s, 1988.
- [19] T. K. Caughey A. G. Chassiakos R. O. Claus S. F. Masri R. E. Skelton T. T. Soong B. F. Spencer G. W. Housner, L. A. Bergman and J. T. P. Yao. Structural control: Past, present, and future. *Journal of Engineering Mechanics*, 123:897–971, 1997.
- [20] Warburton G.B. Optimum absorber parameters for minimizing vibration response. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 9:251–262, 1981.
- [21] Warburton G.B. Optimum absorber parameters for various combinations of response reductions parameters. *EARTHQUAKE ENGINEERING AND STRUCTURAL DYNAMICS*, 10:381–401, 1982.
- [22] Warburton G.B. and Ayorinde E.O. Optimum absorber parameters for simple systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 8:197–217, 1980.
- [23] Adeli H. Gutierrez Soto, M. Tuned mass dampers. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 20:419–431, 2013.
- [24] Cao H. and Li Q.S. New control strategies for active tuned mass damper systems. *Computers and Structures*, pages 2341–2350, 2004.
- [25] R. J. Hansen, J. W. Reed, and E. H. Vanmarcke. Human response to wind-induced motion of the buildings. *American Society of Civil Engineers, Journal Of The Structure Division*, pages 1589–1605, 1973.
- [26] H. Kanamori. Importance of historical seismograms for geophysical research. pages 16–33, 1988.
- [27] A. M. Kaynia, D. Veneziano, and J. M. Biggs. Seismic effectiveness of tuned mass dampers. *Journal of the Structural Divisiom, ASCE*, 107(ST8):1465–1484, 1981.

- [28] Murata T. Tanida K. Kobori T. Ishii K. Koike, Y. and Y. Takenaka. Development of v-shaped hybrid mass damper and its application to high-rise buildings. *Proc., First World Conf. on Struct. Control*, pages 3–12, 1994.
- [29] S. Krenk. Frequency analysis of the tuned mass damper. *Journal of Applied Mechanics - Transactions of the ASME*, 72:936–942, 2005.
- [30] S. Krenk and J. Hogsberg. Equal modal damping design for a family of resonant vibration control formats. *Journal of Vibration and Control*, 19-9:1294–1315, 2013.
- [31] S. Krenk and J. Hogsberg. Tuned mass absorber on a flexible structure. *Journal of Sound and Vibration*, 333:1577–1595, 2014.
- [32] C. Lomnitz. Major earthquakes and tsunamis in chile during the period 1535 to 1955. *Geologische Rundschau*, 59(3):938–960, 1970.
- [33] Robert E. Lucas. Lectures on economic growth. *Cambridge: Harvard University Press*, pages 109–110, 2002.
- [34] P. Lukkunaprasit and A. Wanitkorkul. Inelastic buildings with tuned mass dampers under moderate ground motions from distant earthquakes. *EARTHQUAKE ENGINEERING AND STRUCTURAL DYNAMICS*, pages 537–551, 2001.
- [35] K. Majchern and Z. Wójcicki. Kinematically excited parametric vibration of a tall building model with a tmd—part 1: Numerical analyses. *Archives of civil and mechanical engineering*, 14:204–217, 2014.
- [36] K. Majchern, Z. Wójcicki, J. Grosel, W. Pakos, and W. Sawicki. Kinematically excited parametric vibration of a tall building model with a tmd—part 2: Experimental analyses. *Archives of civil and mechanical engineering*, 14:218–229, 2014.
- [37] E. Matta. Performance of tuned mass dampers against near-field earthquakes. *Structural Engineering and Mechanics*, 39:621–642, 2011.
- [38] E. Matta. Effectiveness of tuned mass dampers against ground motion pulses. *Journal Of Structural Engineering ASCE*, 139:188–198, 2013.
- [39] E. Matta and A. De Stefano. Seismic performance of pendulum and translational roof-garden tmds. *Mech Syst Signal Process*, 23:908–921, 2013.
- [40] R. J McNamara. Tuned mass dampers for buildings. *Journal of the Structural Divisiom, ASCE*, 103(ST9):1985–1998, 1977.
- [41] J. Ormondroyd and J.P. Den Hartog. Theory of the dynamic vibration absorber. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 50:9–22, 1928.
- [42] Lukkunaprasit T. Pinkaew, T. and P. Chatupote. Seismic effectiveness of tuned mass dampers for damage reduction of structures. *Engineering Structures*, (25):39–46, 2003.

- [43] T. Pinkaew and Y. Fujino. Effectiveness of semi-active tuned mass dampers under harmonic excitation. *Engineering Structures*, pages 850–856, 2001.
- [44] S. Pourzeynali, S. Salimi, and H. Eimani Kalesar. Robust multi-objective optimization design of tmd control device to reduce tall building responses against earthquake excitations using genetic algorithms. *Scientia Iranica*, pages 207–221, 2013.
- [45] Villaverde R. and Koyoama L. Damped resonant appendages to increase inherent damping in buildings. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 22:491–507, 1993.
- [46] S.E Halsted D.M ad Taylor D.L. Randall. Optimum vibration absorbers for linear damped systems. *J. Mech. Design, ASME*, 103:908–913, 1981.
- [47] Matias Rojas. Verificación de la respuesta sísmica de un disipador de columna líquida sintonizada bidireccional. Master’s thesis, Universidad de Chile.
- [48] Luis Rozas. Reducción de la respuesta estructural por medio del uso de disipadores de masa sintonizada y disipadores de columna líquida sintonizada. Master’s thesis, Universidad de Chile.
- [49] Rafael Ruiz. Amortiguador líquido sintonizado con techo flotante. Master’s thesis, Pontificie Universidad Catolica de Chile.
- [50] Fahim Sadek, Bijam Mohraz, Andrew W. Taylor, and Ryley M.Chung. A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic applications. *EARTHQUAKE ENGINEERING AND STRUCTURAL DYNAMICS*, 26:617–635, 1997.
- [51] Alexis Sáez. Evaluación del método de análisis modal espectral para edificios con sistemas pasivos de disipación de energía usando registros sísmicos chilenos. Master’s thesis, Universidad de Chile.
- [52] J. Salvi and E. Rizzi. Optimum tuning of tuned mass dampers for frame structures under earthquake excitation. *Structural Control and Health Monitoring*, 22-4:707–725, 2015.
- [53] JOHN R. SLADEK and RICHARD E. KLINGNER. Effect of tuned-mass dampers on seismic response. *J. STRUCT. ENG.*, 109:2004–2009, 1983.
- [54] R. Soto-Brito and S. Ruiz. Influence of ground motion intensity on the effectiveness of tuned mass dampers. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 28:1255–1271, 1999.
- [55] Jan Høgsberg Steen Krenk. Tuned mass absorbers on damped structures under random load. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 23-4:408–415, 2009.
- [56] L. M. Sun. Semi-analytical modeling of the tuned liquid damper with emphasis on damping of liquid sloshing. *PhD dissertation, Univ. of Tokyo*, 1991.
- [57] Koike Y. Mutaguchi K. Tanida, K. and N. Uno. Development of hybrid active-passive

- damper. *Active and Passive Damping, 2 PVP*, 211:21–26, 1991.
- [58] Hsiang-Chuan Tsai and Guan-Cheng Lin. Optimum tuned-mass dampers for minimizing steady-state response of support-excited and damped systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 22-11:957–973, 1993.
- [59] Baber T.T. and Wen Y.K. Random vibrations of hysteretic degrading systems. *Journal of Engineering Mechanics. American Society of Civil Engineers*, 107(6):1069–1089, 1981.
- [60] Ohya T. Wakahara, T. and K. Fujii. Suppression of windinduced vibration of a tall building using tuned liquid damper. *Proc.Symp. on Serviceability of Build*, 1989.
- [61] P. Watts. On a method of reducing the rolling of ship at sea. *Transactions of the Institute of Naval Architects*, 24:165–190, 1883.
- [62] F. Welt and V. J. Modi. Vibration damping through liquid sloshing: part i-a nonlinear analysis. *Proc.Diagnosics. Vehicle Dyn. and Spec. Topics. ASME. Des. Engrg. Div.*, 18(5):149–156, 1989.
- [63] Y. K. Wen. Method for random vibration of hysteretic systems. *Journal of Engineering Mechanics. American Society of Civil Engineers*, 102(2):249–263, 1976.
- [64] K. B. Wiesner. Tuned mass dampers to reduce building wind motion. *ASCE Convention and Exposition, held at Boston, Mass.*, 1979.
- [65] P. H. Wirsching and G. W. Campbell. Minimal structural response under random excitation using the vibration absorber. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, pages 303–312, 1974.
- [66] Sergio Yefi. Estudio de la eficacia en los amortiguadores de masas sintonizada en la respuesta sísmica de edificios estructurados en base a marcos de hormigon armado. Master’s thesis, Universidad Austral de Chile.
- [67] Roschke P. Zemp R, de la Llera JC. Tall building vibration control using a tm-mr damper assembly. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 40:339–354, 2011.
- [68] Roschke P. Zemp R, de la Llera JC. Tall building vibration control using a tm-mr damper assembly: experimental results and implementation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 40:257–271, 2011.



# Apéndice A

## Ecuaciones de movimiento utilizando Espacio Estado

Este apéndice está desarrollado en base a los apuntes del curso CI7213-1 Dinámica Avanzada de Estructuras, del Departamento de Ingeniería Civil, de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile. El desarrollo también está contenido en el trabajo de Alex H. Barbat (1987) [4].

### ECUACIONES BÁSICAS

Para un sistema de nGDL la ecuación de movimiento es:

$$[M]\{\ddot{v}(t)\} + [C]\{\dot{v}(t)\} + [K]\{v(t)\} = [S]\{P(t)\}$$

Definiendo:

$$\{z(t)\} = \begin{Bmatrix} \{v(t)\} \\ \{\dot{v}(t)\} \end{Bmatrix}$$

Reemplazando en la ecuación de movimiento:

$$\{\dot{z}(t)\} = [A]\{z(t)\} + \{F(t)\}$$

Con:

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \quad \{F(t)\} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ -[M]^{-1}\{P(t)\} \end{Bmatrix}$$

Entonces:

$$\begin{Bmatrix} \{\dot{v}(t)\} \\ \{\ddot{v}(t)\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{v(t)\} \\ \{\dot{v}(t)\} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{0\} \\ -[M]^{-1}\{P(t)\} \end{Bmatrix}$$

Esta forma se llama espacio estado.

La solución de una ecuación de primer orden se puede obtener de la siguiente manera:

$$\dot{Z}(t) = aZ(t) + f(t)$$

Multiplicando por una exponencial

$$[\dot{Z}(t) - aZ(t) = f(t)]e^{-at}$$

Es fácil ver que

$$e^{-at}\dot{Z}(t) - ae^{-at}Z(t) = \frac{d}{dt}(e^{-at}Z(t))$$

Y por tanto

$$\frac{d}{dt}(e^{-at}Z(t)) = f(t)e^{-at}$$

Integrando entre  $t_0$  y  $t$

$$Z(t)e^{-at} - Z(t_0)e^{-at} = \int_{t_0}^t f(s)e^{-as} ds$$

Multiplicando por  $e^{at}$

$$Z(t) = Z(t_0)e^{a(t-t_0)} + \int_{t_0}^t f(s)e^{a(t-s)} ds$$

Se puede demostrar que la solución para varios grados de libertad, para  $t_0$  es:

$$\{z(t)\} = \{z(t_0)\}e^{[A](t-t_0)} + e^{[A]t} \int_{t_0}^t \{F(s)\}e^{-[A]s} ds$$

Con condiciones iniciales dadas por:

$$\{z(t_0)\} = \{z_0\} = \begin{Bmatrix} \{v_0\} \\ \{\dot{v}_0\} \end{Bmatrix}$$

Si  $\{z(t_0)\} = \{0\}$  entonces para  $t = 0 \rightarrow \int_0^0 (e^{-[A]s} \{F(s)\}) ds = 0$  ;

En el caso de vibracion libre:

$$\{z(t)\} = \{z(t_0)\} e^{[A](t-t_0)} + \underbrace{e^{[A]t} \int_{t_0}^t \{F(s)\} e^{-[A]s} ds}_0$$

$$\{z(t)\} = \{z(t_0)\} e^{[A](t-t_0)}$$

## CÁLCULO DE LA EXPONENCIAL DE UNA MATRIZ

Usando una serie de Mac Laurin :

$$e^{[A]t} = [I] + [A]t + \frac{1}{2!}[At]^2 + \frac{1}{3!}[At]^3 + \dots$$

Notar que para una matriz diagonal bajo esta expansión tendríamos:

$$\begin{aligned} \exp \begin{bmatrix} \lambda_1 t & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_{2n} t \end{bmatrix} &= [I] + \begin{bmatrix} \lambda_1 t & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_{2n} t \end{bmatrix} + \frac{1}{2!} \begin{bmatrix} (\lambda_1 t)^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & (\lambda_{2n} t)^2 \end{bmatrix} + \dots \\ \Rightarrow \exp \begin{bmatrix} \lambda_1 t & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_{2n} t \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & e^{\lambda_{2n} t} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Es posible establecer un procedimiento rápido para que converja la serie. El procedimiento se llama "*scaling and squaring*".

$$e^{[A]t} = \left( e^{[A]\frac{t}{m}} \right)^m$$

y por tanto

$$e^{[A]\frac{t}{m}} = [I] + [A]t + \frac{1}{2!}[A]^2 \left(\frac{t}{m}\right)^2 + \frac{1}{3!}[A]^3 \left(\frac{t}{m}\right)^3 + \dots$$

Luego elevamos a  $m$  la cantidad resultante  $e^{[A]\frac{t}{m}}$ . Este converge muy rápido particularmente si  $t = \Delta t$  es un número pequeño.

**Nota:** el software *Matlab* tiene la rutina interna  $expm(A)$  para los cálculos de la exponencial de una matriz

## SOLUCIÓN NÚMERICA DISCRETA

Para obtener una solución numérica evaluamos entre dos tiempos consecutivos  $t_0 = t_k$  y  $t = t_{k+1}$  y llamamos  $\{z_{k+1}\} = \{z(t = t_k)\}$ , entonces:

$$\{z_{k+1}\} = \{z_k\}e^{[A](t_{k+1}-t_k)} + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \{F(s)\}e^{[A](t_{k+1}-s)}ds$$

Tomando  $t_{k+1} - t_k = \Delta t$  como constante. Podemos resolver de varias maneras, las más comunes están en base a supuestos sobre la forma de la acción externa:

1.  $\{F(s)\}$  como serie de Delta de Dirac
2.  $\{F(s)\}$  constante entre dos pasos consecutivos

### Excitación Considerada como Delta Dirac.

En este caso tenemos:

$$\{F(s)\} = \delta(s - t_k) \underbrace{\{F_k\}\Delta t}_{\int P(t)dt} \quad t_k < s < t_{k+1}$$

Tomando en cuenta las propiedades de Delta de Dirac

$$\{z_{k+1}\} = \{z_k\}e^{[A]\Delta t} + e^{[A]t_{k+1}} \int_{t_k}^{t_{k+1}} (e^{[A](-s)}\{F_k\}\delta(s - t_k)\Delta t)ds$$

$$\{z_{k+1}\} = \{z_k\}e^{[A]\Delta t} + e^{[A]t_{k+1}} \left[ \int_{t_k}^{t_{k+1}} (e^{[A](-s)}\delta(s - t_k))ds \right] \{F_k\}\Delta t$$

$$\{z_{k+1}\} = \{z_k\}e^{[A]\Delta t} + e^{[A]t_{k+1}}e^{[A](-t_k)}\{F_k\}\Delta t$$

$$\{z_{k+1}\} = (e^{[A]\Delta t}) \{z_k\} + (e^{[A]\Delta t} \Delta t) \{F_k\}$$

Si llamamos:  $[A_d] = e^{[A]\Delta t}$  y  $[B_{dD}] = (e^{[A]\Delta t} \Delta t)$

$$\{z_{k+1}\} = [A_d]\{z_k\} + [B_{dD}]\{F_k\} \quad (\text{Hart \& Wong})$$

La expresión es una transformada lineal invariante en el tiempo (LTITR). Resolviendo paso a paso obtenemos  $\{z(t)\}, \{v(t)\}, \{\dot{v}(t)\}$ . Usando la ecuación de equilibrio es posible obtener  $\{\ddot{v}(t)\}$  como:

$$\{\ddot{v}(t)\} = [M]^{-1}\{P(t)\} - [M]^{-1}[C]\{\dot{v}(t)\} - [M]^{-1}[K]\{v(t)\}$$

## Excitación Constante

En este caso  $\{F_k\}$  es constante entre el paso  $k$  y  $k + 1$ . Así:

$$\{z_{k+1}\} = \{z_k\}e^{[A]\Delta t} + e^{[A]t_{k+1}} \int_{t_k}^{t_{k+1}} (e^{[A](-s)}\{F_k\})ds$$

Como  $\{F_k\}$  es constante:

$$\{z_{k+1}\} = \{z_k\}e^{[A]\Delta t} + e^{[A]t_{k+1}} \left[ \int_{t_k}^{t_{k+1}} (e^{[A](-s)})ds \right] \{F_k\}$$

$$\{z_{k+1}\} = \{z_k\}e^{[A]\Delta t} \underbrace{-}_{-s} [A]^{-1} e^{[A]t_{k+1}} (e^{-[A]t_{k+1}} - e^{-[A]t_k}) \{F_k\}$$

$$\{z_{k+1}\} = \{z_k\}e^{[A]\Delta t} + [A]^{-1} (e^{[A]\Delta t} - [I]) \{F_k\}$$

Si  $[A_d] = e^{[A]\Delta t}$  y  $[B_d] = [A]^{-1} (e^{[A]\Delta t} - [I])$  tenemos:

$$\{z_{k+1}\} = [A_d]z_k + [B_d]\{F_k\}$$

# Apéndice B

## Método Numérico Runge-Kutta Orden 4

Uno de los métodos más utilizados para resolver numéricamente problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias con condiciones iniciales es el método de **Runge-Kutta de cuarto orden (RK4)**, el cual proporciona un pequeño margen de error con respecto a la solución real del problema y es fácilmente programable en un software para realizar las iteraciones necesarias.

El método de Runge-Kutta se utiliza para resolver ecuaciones diferenciales de la forma explícita:

$$\begin{cases} \frac{dy(x)}{dx} = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

o en su forma implícita:

$$f(x, y, \frac{dy}{dx}) = 0 \quad \text{con } y(x_0) = y_0 \quad (\text{B.2})$$

Y es sumamente útil para casos en los que la solución no puede hallarse por los métodos convencionales (como separación de variables). Hay variaciones en el método de Runge-Kutta de cuarto orden pero el más utilizado es el método en el cual se elige un tamaño de paso  $h$  y un número máximo de iteraciones  $n$ .

El método RK4 para este problema esta dado por la siguiente ecuación:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}[k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4] \quad (\text{B.3})$$

Para  $i = 0, \dots, n - 1$ . La solución se da a lo largo del intervalo  $(x_0, x_0 + h_n)$



Donde:

$$k_1 = h \cdot f(x_i, y_i) \quad (\text{B.4})$$

$$k_2 = h \cdot f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2}\right) \quad (\text{B.5})$$

$$k_3 = h \cdot f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_2}{2}\right) \quad (\text{B.6})$$

$$k_4 = h \cdot f(x_i + h, y_i + k_3) \quad (\text{B.7})$$

Así, el siguiente valor ( $y_{i+1}$ ) es determinado por el presente valor ( $y_i$ ) más el producto del tamaño del intervalo ( $h$ ) por una pendiente estimada. La pendiente es un promedio ponderado de pendientes:

$k_1$  es la pendiente al principio del intervalo;

$k_2$  es la pendiente en el punto medio del intervalo, usando  $k_1$  para determinar el valor de  $y$  en el punto  $x_i + \frac{h}{2}$ .

$k_3$  es otra vez la pendiente del punto medio, pero ahora usando  $k_2$  para determinar el valor de  $y$

$k_4$  es la pendiente al final del intervalo, con el valor de  $y$  determinado por  $k_3$

Promediando las cuatro pendientes, se le asigna mayor peso a las pendientes en el punto medio:

$$\text{pendiente} = \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6} \quad (\text{B.8})$$

En el problema original se busca la solución a un sistema acoplado de orden 2, de esta forma el problema queda planteado como sigue:

$$\begin{aligned}
& \left\{ \begin{array}{l} \frac{du_d}{dt} \\ \frac{du_p}{dt} \\ \frac{d\dot{u}_d}{dt} \\ \frac{d\dot{u}_p}{dt} \\ \frac{dz_d}{dt} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{u}_d \\ \dot{u}_p \\ -\frac{ak_i u_d + (1-a)k_i z_d}{m_d} - \ddot{u}_p - \ddot{u}_s \\ -\frac{ak_i u_d + (1-a)k_i z_d + C\dot{u} + K_p u_p}{M_p} - \ddot{u}_s \\ \dot{u}_d \{A - [\beta \text{signo}(z_d \dot{u}_d) + \gamma] |z_d|^n\} \end{array} \right\} \quad (\text{B.9}) \\
& \left\{ \begin{array}{l} u_d(t_0) \\ u_p(t_0) \\ \dot{u}_d(t_0) \\ \dot{u}_p(t_0) \\ z_d(t_0) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}
\end{aligned}$$

# Apéndice C

## Interfaz Gráfica

La interfaz gráfica fue desarrollada por medio de la herramienta *GUIDE* del software *MATLAB*. Está estructurada evitando la redundancia, es decir, cada resultado se obtiene independiente de otro lo que permite que sea fácil de modificar mientras se obtienen resultados.

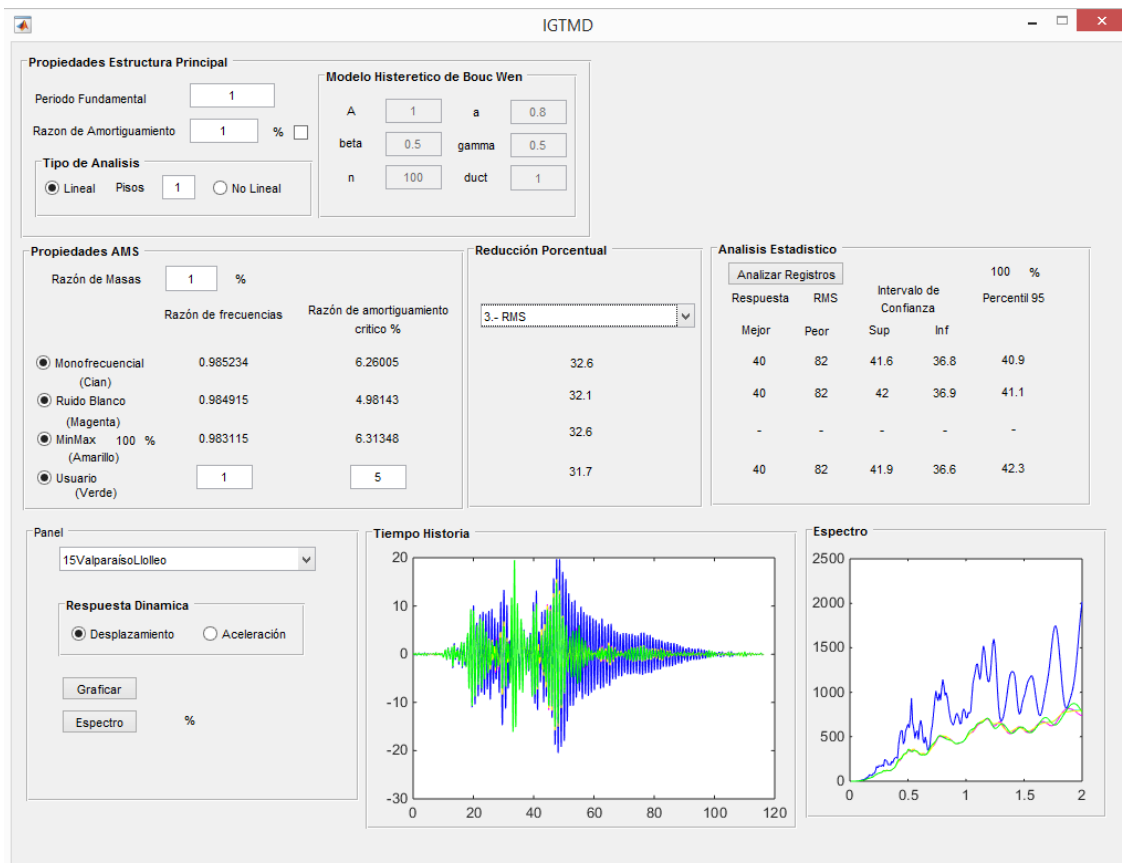


Figura C.1: Interfaz Grafica

De esta forma la interfaz se divide en *paneles* con diferentes funciones, principalmente

guardar, procesar y mostrar información.

La función de cada panel se describe a continuación:

- **Propiedades Estructura Principal:** Es fundamental completar este panel para los futuros análisis.
  1. **Periodo Fundamental:** Periodo asociado al modo de mayor masa traslacional en la dirección que se busca reducir los desplazamientos.
  2. **Razón de amortiguamiento:** Razón de amortiguamiento asociada al periodo antes ingresado (valor en porcentaje)
  3. **Tipo de Analisis:** Seleccionar entre las opciones
    - **Lineal:** Se utiliza una rigidez constante. Es posible ingresar el número de pisos de la estructura principal
    - **No Lineal:** Esta opción solo permite estructuras de un grado de libertad. La rigidez varía dependiendo de los parámetros ingresados en el modelo de Bouc Wen ( $A, \alpha, \beta, \gamma$  y  $n$  2.2.3). Además, es posible definir un nivel aproximado de ductilidad.
- **Propiedades AMS:** En este panel es posible definir hasta 4 set de parámetros de diseño para el dispositivo (*opciones*).
  1. **Razón de Masas:** Valor definido por la división entre la masa del AMS y la masa de la estructura principal. En el caso de estructuras de múltiples grados de libertad, este valor de determina internamente respecto a la masa del modo principal.
  2. **Monofrecuencial:** Entrega los valores de razón de frecuencias y razón de amortiguamiento para las ecuaciones 2.36 y 2.37, respectivamente
  3. **Ruido Blanco:** Entrega los valores de razón de frecuencias y razón de amortiguamiento para las ecuaciones 2.49 y 2.50, respectivamente
  4. **MinMax:** Para seleccionar esta opción es necesario tener definido previamente un registro sísmico de la pestaña desplegable. Entrega los valores de razón de frecuencias y razón de amortiguamiento que minimizan la respuesta RMS.
  5. **Usuario:** Permite ingresar valores de razón de frecuencias y razón de amortiguamiento.
- **Reducción Porcentual:** El funcionamiento de este panel requiere la selección previa de alguna opción en **Propiedades AMS** y un registro sísmico. Dentro de este panel hay una pestaña desplegable que permite seleccionar el tipo de respuesta que se desea estudiar: Máxima, Acumulada, RMS. Los valores entregados representan la reducción (o amplificación) porcentual de la respuesta para las opciones seleccionadas previamente.
- **Análisis Estadístico:** El funcionamiento de este panel requiere la selección previa de alguna opción en **Propiedades AMS**, salvo MinMax (ya que en este caso los valores se determinan para cada sismo, se busca trabajar con parámetros genéricos). Los resultados entregados en este panel son los seleccionados en la pestaña desplegable del panel **Reducción Porcentual**. Dado que el proceso va a depender de la capacidad del computador del usuario, se incorporó un contador de progreso en porcentaje.
  1. **Analizar Registros:** Al apretar este botón se calcula la respuesta para la estructura definida en el panel **Propiedades Estructura Principal** con un AMS

definido en **Propiedades AMS**, para cada sismo de la base de datos, los resultados son expuestos en las columnas siguientes (consistente con el tipo de respuesta seleccionado en **Reducción Porcentual**):

2. **Mejor/Peor**: Muestra el numero del registro bajo el cual se observa el mejor/peor caso de reducción de la respuesta. (en el peor caso incluso pueden darse amplificaciones)
  3. **Sup/Inf**: Muestra el valor del intervalo de confianza en el cual se encuentra el promedio de la reducción porcentual de la respuesta, considerando el procedimiento de la sección X.
  4. **Percentil 95**: Se determina la respuesta usando la base de datos para la estructura (**Propiedades Estructura Principal**) con y sin dispositivo (**Propiedades AMS**). Se ordenan de forma creciente e independiente ambos resultados y se determina la reducción porcentual considerando los valores sobre el 95 % de los casos (los mas bajos del 5 % mas alto).
- **Graficar**: No requiere selección previa de alguna opción en **Propiedades AMS**. Al seleccionar un registro sísmico en la pestaña desplegable gráfica la respuesta dinámica seleccionada (desplazamiento por defecto) en el tiempo, para la estructura sin dispositivo y todas las opciones de **Propiedades AMS** seleccionadas.

Para refinar el análisis es posible graficar el espectro asociado a la respuesta seleccionada (también graficará para la estructura sin dispositivo y todas las opciones de **Propiedades AMS**).

## C.1. Verificación de la metodología de parámetros óptimos: Estructuras de comportamiento lineal

Las estructuras consideradas en esta sección están caracterizadas por 3 parámetros: Masa, Rigidez y Amortiguamiento, considerándolos constantes en el tiempo en el análisis lineal.

Otra consideración importante en esta sección es que los elementos son puntuales, es decir, no serán relevantes las dimensiones de las estructuras.

Bajo estos supuestos, lo que se busca es verificar la metodología usada en la obtención los parámetros óptimos de diseño que permitan reducir la respuesta sísmica para una estructura principal con un AMS:

- Análisis Lineal
  - Monofrecuencial
    1. Estructura primaria no amortiguada, AMS no amortiguado
    2. Estructura primaria no amortiguada, AMS amortiguado
    3. Estructura primaria amortiguada, AMS amortiguado
  - Ruido Blanco
    4. Estructura primaria amortiguada, AMS amortiguado

Por medio de la opción USUARIO definir las variaciones en el espectro para diferentes valores de razón de masa, sintonía y razón de amortiguamiento crítico. Para esto es necesario definir registros de aceleración basal monofrecuencial y procesos aleatorio ruido blanco.

## C.2. Espectro de reducción porcentual de la respuesta

Esta sección se elaboro en una version posterior de la IG que permitiera evaluar los porcentajes de reducción para un rango amplio de periodos, esto permite analizar vecindades del periodo de estudio (intervalos pequeños, con pequeños incrementos) y análisis globales (intervalos grande con grandes incrementos).

Para la ejecución de esta sección es necesario definir un vector en el panel **Propiedades Estructura Principal - Periodo Fundamental**.

La grafica se ejecuta en el espacio definido para la respuesta en el tiempo y ademas permite ver la reducción para un sismo determinado para todo el espectro de periodos definido Figura C.2.

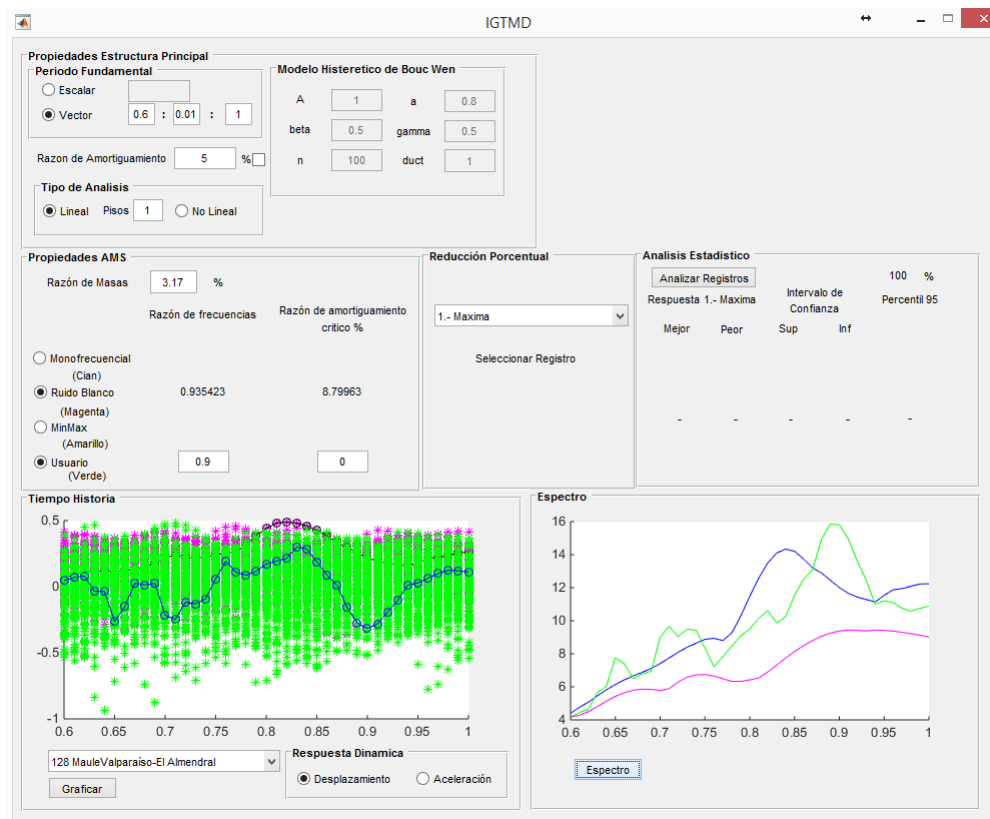


Figura C.2: IG: Reducción porcentual para un espectro de periodos

# Apéndice D

## Intervalo de Confianza

Dentro de los estudios realizados para determinar la efectividad de los AMS, algunos autores utilizan como referencia el promedio de la función objetivo utilizada.

Este resultado no considera la dispersión de las respuestas, por lo que no refleja los casos más favorables/desfavorables D.1.

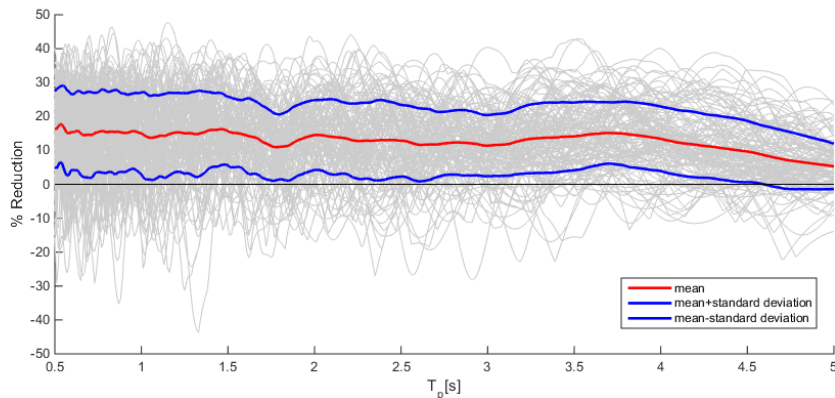


Figura D.1: Dispersión reducción porcentual

Al ver la frecuencia con que se tienen estos casos favorables y desfavorables, se aprecia que tienen la forma de una distribución normal.

No se supone una distribución normal, dada la naturaleza de los sismos, pero para un número suficientemente grande de registros es posible seguir la siguiente metodología:

Se busca determinar un intervalo  $[a, b]$  que en relación al parámetro  $c$  a estimar, satisfaga:

$$P(a < c < b) = 1 - \alpha \quad (D.1)$$

Con  $1 - \alpha$ <sup>1</sup> un valor prefijado denominado nivel de confianza el cual representa la *confianza*

---

<sup>1</sup>  $\alpha$  representa la probabilidad de error

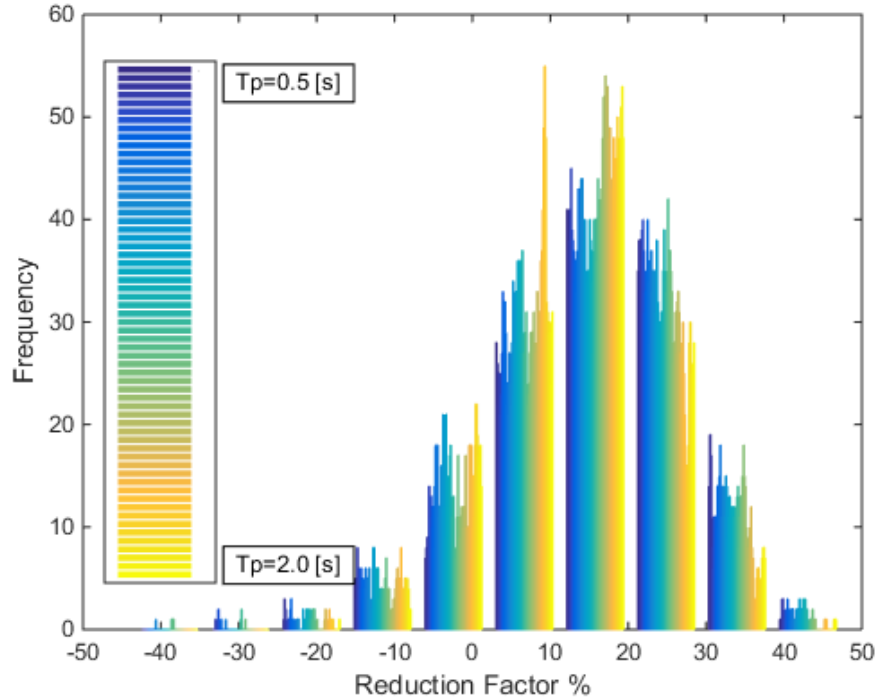


Figura D.2: Histograma reducción porcentual, para un espectro de periodos

TIPO DE POBLACIÓN	¿VARIANZA CONOCIDA?	TAMAÑO MUESTRAL	INTERVALO CON M.A.S.
NORMAL	SI	CUALQUIERA	$\rho \left( \bar{x} - \lambda_{\alpha/2} \frac{\sigma}{2\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \lambda_{\alpha/2} \frac{\sigma}{2\sqrt{n}} \right) = 1 - \alpha$
	NO	N>30	$\rho \left( \bar{x} - \lambda_{\alpha/2} \frac{\sigma}{2\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \lambda_{\alpha/2} \frac{\sigma}{2\sqrt{n}} \right) = 1 - \alpha$
		N<30	$\rho \left( \bar{x} - t_{\alpha/2} \frac{s}{2\sqrt{n-1}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\alpha/2} \frac{s}{2\sqrt{n-1}} \right) = 1 - \alpha$
NO NORMAL	SI	N>20	$\rho \left( \bar{x} - \lambda_{\alpha/2} \frac{\sigma}{2\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \lambda_{\alpha/2} \frac{\sigma}{2\sqrt{n}} \right) \geq 1 - \alpha$
		N<20	$\rho \left( \bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n\alpha}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n\alpha}} \right) = 1 - \alpha$
	NO	N>50	$\rho \left( \bar{x} - \lambda_{\alpha/2} \frac{\sigma}{2\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \lambda_{\alpha/2} \frac{\sigma}{2\sqrt{n}} \right) = 1 - \alpha$
		N<50	Sin solución

Figura D.3: Dispersión reducción porcentual

en la determinación del intervalo, por esta razón se toman valores altos: 0.9,0.95,0.99

Cuanto mayor sea el nivel de confianza, mayor será el intervalo y por tanto la estimación será menos precisa.



Dentro de una distribución existen infinitos intervalos que satisfacen la condición D.1, pero nuevamente un intervalo más amplio es menos preciso, por lo que se busca el que tenga la menor amplitud.

En este sentido, es sencillo ver que si la distribución es simétrica y unimodal, de todos los intervalos isoprobables, el de menor amplitud (que coincidirá con el de mayor densidad media de probabilidad) es el intervalo centrado en la media. De acuerdo con esto, si la distribución que consideramos es simétrica la determinación del intervalo de estimación es relativamente sencilla.

La construcción de intervalos específicos depende de las características de la población (normal o no, etc.), de los parámetros o combinaciones de parámetros a los que se les construye (media, varianza, proporción, coeficiente de correlación, diferencias de medias, ...), tamaño muestral y parámetros poblacionales conocidos.

Para la construcción del intervalo de confianza, se considera desconocida la distribución asociada a la reducción porcentual de la respuesta y también se supone desconocida la varianza de la muestra.

Considerando una muestra mayor que 50 el intervalo de confianza queda definido según la probabilidad D.2:

$$P\left(\bar{x} - \lambda_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \lambda_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \quad (D.2)$$

Donde  $\bar{x}$  y  $\sigma$  es el promedio y desviación estandar de las  $n$  muestras respectivamente,  $\lambda_{\alpha/2}$  es el valor que toma una distribución normal para un valor de  $\alpha/2$ , con  $\alpha$  definido como significancia (habitualmente se toman los valores 1 %, 5 % y 10 %). Se toma el valor  $\alpha/2$  para que la probabilidad tenga un intervalo simétrico respecto al promedio, es decir, se deja  $\alpha/2$  a cada lado de la distribución.