

# Conical Tank Level Control with Fractional PID

C. Jáuregui, M. A. Duarte, *Senior Member, IEEE*, R. Oróstica, J. C. Travieso and O. Beytía

**Abstract**— A simulation study of fractional order PID (FOPID) applied to level control in a conic tank is presented in this paper. An improved mathematical model to represent better the nonlinear dynamic of the conic tank is derived first. This new model is then used to design FOPID with tuning parameters optimized using Particle Swarm Optimization (PSO). The results obtained under reference level changes, are compared with those obtained using standard PID controllers with parameters tuned using the Root Locus Method (RLM) and also with PSO. From this comparison it is concluded that PSO tuned controllers present a better behavior as compared with RLM tuned controllers, considering the Integral of the Absolute Error (IAE) index. Among the PSO tuned controllers the FOPI is the one that had the lowest IAE.

**Keywords**— Level control, Conical Tank, PID control, Fractional PID control.

## I. INTRODUCCIÓN

EN GRAN cantidad de procesos industriales existen ciertas variables críticas a controlar. La regulación de flujo, temperatura, presión y nivel, es una tarea de gran importancia en el funcionamiento de muchos de estos procesos. Una de las principales dificultades que presenta el control de estas variables es el tipo de dinámica que gobierna tales sistemas, la que puede ser lineal o no lineal. En el control de nivel en estanques éste es un factor importante a considerar al definir esquemas de control. Existen estanques de base recta ya sea cuadrados o cilíndricos que presentan un escenario más favorable al ser regidos por dinámicas de tipo lineal. Sin embargo, este tipo de estanques no son los más utilizados en la industria, ya que no garantizan un drenaje completo de los fluidos que contienen. Es en esos casos donde se introduce la utilización de estanques cónicos que permiten un mejor drenaje pero agregan una mayor dificultad al poseer una

dinámica no lineal.

Al respecto, existen muchas investigaciones que analizan el control del proceso no lineal de un estanque cónico. Se han propuesto formas de modelación fenomenológica y control con estrategias básicas como PI [1] e incluso se han investigado distintas formas de sintonizar los parámetros de este tipo de controladores [2]. Además, se han desarrollado técnicas IMC (Internal Model Control) [3] y controladores tipo PID basados, en este esquema [4]. Igualmente, para poder enfrentar el problema que conlleva la no linealidad del proceso, se ha recurrido a técnicas más avanzadas de control inteligente, como por ejemplo control predictivo MPC (Model Predictive Control) [5], [6]. Incluso se han introducido técnicas de control de sistemas no lineales tales como Passivity Based Control (PBC) [7]. Por otra parte, la sintonización de los parámetros de un controlador de nivel para estanques cónicos ha empleado técnicas de computación evolutiva, utilizando algoritmos genéticos (AG) para determinar los valores que minimicen una cierta función objetivo [8].

En línea con el desarrollo del presente trabajo, también se han desarrollado estrategias de control fraccionario. En particular se ha investigado en control de PI de orden fraccionario (PIOF) [9] y PID de orden fraccionario (PIDOF) [10], sintonizando sus parámetros mediante reglas heurísticas u optimización no lineal, respectivamente, de acuerdo a especificaciones de control en el dominio de la frecuencia. Sin embargo, los trabajos mencionados anteriormente no consideran el modelo fenomenológico no lineal para los procesos de sintonización de parámetros de los controladores, sino que utilizan linealizaciones en torno a ciertos puntos de operación del estanque, lo que induce falta de información del proceso no lineal en las estrategias de control utilizadas.

En este trabajo se presentan estrategias de control PIDOF aplicadas al control de nivel de un estanque cónico por medio de simulaciones. Para esto se deriva un modelo fenomenológico no lineal mejorado que caracteriza el volumen del estanque de forma más apropiada que la obtenida usando la fórmula clásica del volumen de un cono. Luego, mediante la técnica de optimización por enjambre de partículas (PSO por sus siglas en Inglés Particle Swarm Optimization) se determinan los parámetros óptimos de los controladores que minimizan el índice IAE, utilizando el modelo no lineal, sin simplificaciones o aproximaciones en torno a puntos de operación, de forma que los controladores sean capaces de controlar de manera eficiente en todo el rango de operación, el nivel de líquido del estanque cónico. Además, con fines comparativos, se diseñan controladores PI utilizando la técnica de Lugar Geométrico de las Raíces (LGR) considerando ciertas especificaciones de control.

Este trabajo está organizado como sigue: la Sección II incluye los conceptos generales de los procedimientos empleados, incluyendo los conceptos básicos de Cálculo

---

Este trabajo ha sido desarrollado gracias al apoyo de CONICYT-Chile, a través del Proyecto Fondecyt 1150488 y del Programa de Financiamiento Basal “Centro de Tecnología para la Minería”.

C. Jáuregui, Departamento de Ingeniería Eléctrica y del Advanced Mining Technology Center, Universidad de Chile, Santiago, Chile, cjauregui@ing.uchile.cl

M. A. Duarte, Departamento de Ingeniería Eléctrica y del Advanced Mining Technology Center, Universidad de Chile, Santiago, Chile, mduartem@ing.uchile.cl

R. Oróstica, Departamento de Ingeniería Eléctrica y del Advanced Mining Technology Center, Universidad de Chile, Santiago, Chile, reorostica@ing.uchile.cl

J. C. Travieso, Departamento de Tecnologías Industriales, Facultad Tecnológica, Universidad de Santiago de Chile, Santiago, Chile, juancarlos.travieso@usach.cl

O. Beytía, Departamento de Tecnologías Industriales, Facultad Tecnológica, Universidad de Santiago de Chile, Santiago, Chile, orlando.beytia@usach.cl

Fraccionario, Control Fraccionario y optimización PSO. En la Sección III se presenta el modelo del estanque cónico y las consideraciones asociadas. Luego, en la Sección IV se muestra el procedimiento de sintonización PI con LGR para fines comparativos. La Sección V presenta el procedimiento de optimización de controladores PID/PIDOF y los resultados gráficos obtenidos. Finalmente, la Sección VI contiene las conclusiones del trabajo.

## II. CONCEPTOS GENERALES

En esta sección se presentan los conceptos básicos sobre las técnicas a utilizar en el estudio. Se plantea la definición básica de los operadores fraccionarios (integral y derivada) y luego se incluyen las estrategias de control a utilizar PI/PID de orden entero y fraccionario. Finalmente, se describen en términos generales la técnica PSO.

### A. Fundamentos de cálculo fraccionario

El cálculo fraccionario es una extensión de los operadores integral y derivada de orden entero al caso de orden real. La integral desde  $a$  hasta  $t$  de orden  $\alpha \in \mathbb{R}$  de la función  $f(\cdot)$  según Riemman-Liouville se define como [11], [12]

$${}_a I_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^t (t - \tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau, \quad \alpha \in \mathbb{R}^+, \quad (1)$$

donde  $\Gamma(\cdot)$  es la función Gama [11].

Respecto a la derivada de orden fraccionario, existen varias definiciones de este operador. Algunas vía extensión de la derivada de orden entero y otras utilizando la definición de la integral fraccionaria según Riemman-Liouville, desde donde surge la derivada según Riemman-Liouville [11], [12]. Sin embargo, la derivada fraccionaria más utilizada para aplicaciones de ingeniería es la establecida por Caputo [11], [12] y está definida por

$$\begin{aligned} {}_a^C D_t^\alpha &= {}_a I_t^{n-\alpha} [D^n f(t)] \\ &= \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_a^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau \end{aligned} \quad (2)$$

donde  $n = \min\{k \in \mathbb{N} / k > \alpha\}$  y  $\alpha \in \mathbb{R}$ . La principal ventaja de esta definición es que considera los valores iniciales de la función  $f(\cdot)$  y sus derivadas de orden entero, lo que puede ser interpretable físicamente.

### B. Control fraccionario PID

Los esquemas de control fraccionario existentes son, principalmente, extensiones de técnicas de control de orden entero.

Una de estas extensiones corresponde al típico controlador PID cuya forma en el caso entero está descrita por [13]

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s. \quad (3)$$

La extensión al caso fraccionario pasa por considerar los órdenes de integración y derivación fraccionarios, quedando definido por [14], [15]

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s^\lambda} + K_d s^\mu, \quad (4)$$

donde  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}^+$ .

### C. Optimización por enjambre de partículas (PSO)

PSO es una técnica de optimización global heurística [16] que pertenece a la categoría de Inteligencia de Enjambre, que a su vez es una sub-categoría de la Computación Evolutiva. Esta técnica permite resolver problemas de optimización mediante el uso de cúmulos o enjambres de partículas, los cuales simulan computacionalmente el comportamiento de grupos sociales en la naturaleza (bandadas, bancos, muchedumbres, etc.) en su proceso de búsqueda de algún beneficio común [17].

En el algoritmo se define una población, donde cada posible solución queda representada por una partícula. Éstas se mueven en el espacio de búsqueda de manera iterativa mientras son influenciadas por aquella partícula que ha hallado la mejor posición global, de acuerdo a una función objetivo predefinido.

La evolución de las partículas, en el algoritmo básico, viene dada por las ecuaciones

$$\begin{aligned} v_i(k+1) &= v_i(k) + r_1(k)c_1(p_i(k) - x_i(k)) \\ &\quad + r_2(k)c_2(g(k) - x_{i,d}(k)), \end{aligned} \quad (5)$$

$$x_i(k+1) = x_i(k) + v_i(k+1), \quad (6)$$

donde  $v_i(k)$  y  $x_i(k)$  son vectores, con dimensiones del espacio de búsqueda, que representan respectivamente la velocidad y la posición de la partícula  $i \in \{1, 2, \dots, s\}$  en la  $k$ -ésima iteración. Las variables  $p_i(k)$  y  $g(k)$  son vectores con la mejor posición de cada partícula y la del conjunto, respectivamente. Las constantes  $c_1$  y  $c_2$  son los coeficientes de aceleración cognitiva y social, los cuales determinan la influencia de la experiencia individual y colectiva sobre el desempeño de cada partícula. Los términos  $r_1(k)$  y  $r_2(k)$  son números aleatorios uniformemente distribuidos en el intervalo  $[0, 1]$  que representan la aleatoriedad en todo conjunto social.

Para el problema estudiado en este trabajo, PSO se implementa mediante un toolbox de Matlab [19], definiéndose para ello el número de partículas de la población ( $P$ ), la cantidad de iteraciones o generaciones ( $G$ ) que determina la condición de término del algoritmo y una función objetivo ( $f$ ). En cuanto a esta última, se escoge el índice de desempeño IAE (Integral absoluta del error), la cual es definida en la expresión (7). Sin embargo, cabe destacar que se puede utilizar cualquier otro índice sin perder generalidad.

$$IAE = \int |e(t)| dt. \quad (7)$$

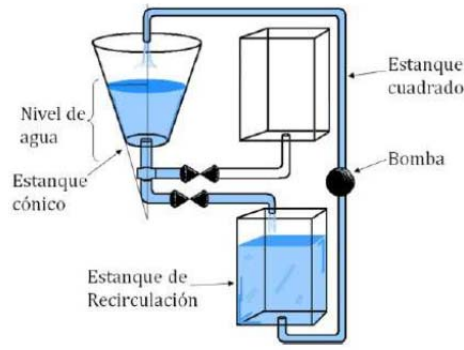


Figura 1. Esquema de estanco cónico.

### III. MODELO DE ESTANQUE CÓNICO

El modelo de estanco cónico está basado en el existente en el Laboratorio de Automática del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Chile. La Fig. 1 muestra un esquema del montaje existente en dichas instalaciones, El agua es impulsada, desde el estanco de recirculación, por una bomba (motor de inducción trifásico) que está asociada a un variador de frecuencia directamente conectado a la red de energía. El agua sale del estanco cónico por una apertura en la base y es conducida por las tuberías hasta el estanco de re-circulación, procurando que la válvula de salida se encuentre en  $45^\circ$ . Por su parte, el nivel de agua es medido a través de un sensor de presión ubicado en el fondo del estanco.

El estanco cumple con la Ley de conservación de masa, la cual, considerando densidad constante del líquido, se puede expresar de la forma

$$\frac{dV}{dt} = F_{in}(t) - F_{out}(t), \quad (8)$$

donde  $V$  representa el volumen ( $cm^3$ ) de agua dentro del estanco, mientras que  $F_{in}$  y  $F_{out}$  representan los flujos ( $cm^3/s$ ) de agua de entrada y salida, respectivamente.

#### A. Caracterización del volumen

En general, el volumen de un cono se puede caracterizar en exclusiva dependencia de la altura del nivel de agua en función del tiempo  $h(t)$  de la forma

$$V(t) = \frac{\pi}{3} \left( \frac{R}{H} \right)^2 h(t)^3, \quad (9)$$

donde los parámetros  $R$  y  $H$  corresponden al radio y la altura total del cono. En particular, las dimensiones del estanco en cuestión son  $R = 34.5 \text{ cm}$  y  $H = 79.8 \text{ cm}$ .

Sin embargo, existen ciertas consideraciones que no permiten que la realidad se ajuste a lo presentado en (9):

- No se considera el volumen de agua que se encuentra en las tuberías de salida.
- La ubicación del sensor deja un margen en la parte inferior del estanco que no es medido.
- El volumen del sensor interfiere en la altura de llenado del estanco.
- Existe una inclinación del montaje con respecto a la vertical, lo que afecta la geometría del estanco.

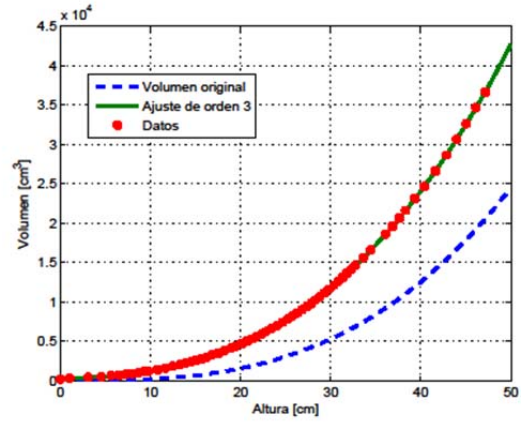


Figura 2. Caracterización del volumen en función de la altura del nivel de agua.

Debido a lo anterior, se realiza una caracterización del volumen de agua del estanco en función de la altura del nivel de agua, realizando un experimento que involucra la medición de la altura mientras se llena el estanco con volúmenes conocidos de agua.

La Fig. 2 muestra el resultado del experimento en la que se observa los datos obtenidos experimentalmente (puntos rojos) y la diferencia con la curva que entrega la fórmula (9) (línea segmentada azul). Además, se incluye un ajuste polinomial de tercer orden (línea verde) que da cuenta de mejor forma del volumen de agua dentro del estanco

$$V(h) = 0.21h^3 + 5.7h^2 + 17.1h + 290.7. \quad (10)$$

#### B. Flujo de entrada

El flujo de entrada puede ser caracterizado de la forma

$$F_{in}(t) = \alpha_1 f + \alpha_2. \quad (11)$$

donde  $f$  corresponde al porcentaje [0% – 100%] de frecuencia de la red que es entregado en los puertos de salida por el variador de frecuencia y las constantes  $\alpha_1, \alpha_2$  son parámetros a determinar experimentalmente.

Para esto, se fija el flujo de salida en cero  $F_{out} = 0$  y se proceden a estudiar las variaciones volumétricas en función de la frecuencia  $f$ , según la relación entregada por (8).

Como consecuencia del experimento, y mediante un ajuste de primer orden de los datos obtenidos, se determina que  $\alpha_1 = 5.43$  y  $\alpha_2 = -78.23$ .

#### C. Flujo de salida

El flujo de salida de agua puede ser aproximado considerando la Ley de Torricelli de la forma

$$F_{out}(t) = \beta \sqrt{h}, \quad (12)$$

con  $\beta$  una constante empíricamente identificable.

El experimento consiste en fijar el flujo de entrada nulo  $F_{in} = 0$  y realizar mediciones de la descarga de agua del estanco. Con esto se obtiene información respecto a la variación volumétrica y la integral de la evolución de la altura en el tiempo, con lo cual se puede calcular  $\beta$ . De este procedimiento se obtuvo  $\beta = 20.21$ .

Finalmente, considerando la expresión original (8), la parametrización realizada para el volumen (10), las caracterizaciones de flujo mostradas en (11) y (12), y las constantes determinadas, se tiene un modelo dinámico para la altura del nivel de agua, el cual representa tanto los procesos de carga como de descarga, dado por

$$\dot{h} = \frac{5.43f - 78.23 - 20.63\sqrt{h}}{0.65h^2 + 11.4h + 17.1} = g(h, f). \quad (13)$$

Cada una de las consideraciones realizadas y los parámetros ajustados son validados experimentalmente contrastando información real de la planta con simulaciones del modelo bajo las mismas condiciones.

#### IV. SINTONIZACIÓN DEL PI MEDIANTE LGR

Con el fin de tener elementos para comparar con los controladores sintonizados mediante optimización PSO, se determinan controladores PI sintonizados mediante la técnica LGR. Se definen como especificaciones de control un tiempo de establecimiento  $t_s = 150$  [s] y máximo sobrepaso  $MOV = 10\%$ . Para llevar a cabo este procedimiento, se trabaja con linealizaciones de primer orden de Taylor del modelo (13) en torno a distintos puntos de equilibrio (puntos de operación) del sistema. Su representación queda definida por

$$\dot{h} = A(h - h_{op}) + B(f - f_{op}), \quad (14)$$

donde  $A = \frac{\partial g(h,f)}{\partial h} \Big|_{(h_{op}, f_{op})}$  y  $B = \frac{\partial g(h,f)}{\partial f} \Big|_{(h_{op}, f_{op})}$ , siendo  $h_{op}$  y  $f_{op}$  los puntos de operación considerados.

Se siguen dos estrategias; una de ellas corresponde a considerar sólo un controlador para todos los puntos de operación, mientras que la otra consiste en sintonizar diferentes controladores para distintos niveles de operación de la planta en un esquema del estilo “gain scheduling” donde los rangos de cada controlador corresponden a los definidos para su determinación.

##### A. PI global con LGR

En general, el intervalo de operación del estanque comprende  $h \in [15,60]$  [cm]. Por esto, se considera una altura de operación  $h_{op}$ , con su consecuente frecuencia de operación  $f_{op}$ , que se encuentre aproximadamente en la mitad del intervalo señalado.

La Tabla I muestra el punto de operación global escogido, lo que determina una linealización (14) descrita por los parámetros  $A$  y  $B$  allí expuestos.

En consecuencia, considerando las especificaciones de control establecidas, mediante la técnica LGR se obtienen los parámetros de la representación mostrada en (3) del controlador PI global, los cuales se indican en la Tabla II.

##### B. PI por niveles con LGR

En este caso se divide el intervalo global de operación según el nivel de agua en tres rangos: bajo, medio y alto. Para cada uno de ellos se escoge el valor medio como punto de

operación para realizar las linealizaciones (14) y así obtener los controladores mediante LGR.

TABLA I  
PUNTOS DE OPERACIÓN Y PARÁMETROS DE LINEALIZACIÓN DEL MODELO

Nivel	Intervalo[cm]	$h_{op}$ [cm]	$f_{op}$ [%]	$A$	$B$
Global	[15-60]	40	38.42	-0.0011	0.0036
Bajo	[15-30]	22.5	32.42	-0.0036	0.0090
Medio	[30-45]	37.5	37.66	-0.0012	0.0040
Alto	[45-60]	52.5	41.92	-0.0006	0.0022

TABLA II  
PARÁMETROS DE CONTROLADORES PI SINTONIZADOS MEDIANTE LGR

Nivel	$K_p$	$K_i$	$K_d$
Global	14.17	0.54	-
Bajo	5.39	0.22	-
Medio	12.67	0.49	-
Alto	23.57	0.89	-

TABLA III  
SEÑAL DE REFERENCIA ESTÁNDAR PARA PRUEBA DE CONTROLADORES

$t$	[0-400]	[400-800]	[800-1200]
$r(t)$	22.5	37.5	52.5
$t$	[1200-1600]	[1600-2000]	[2000-2400]
$r(t)$	37.5	22.5	15

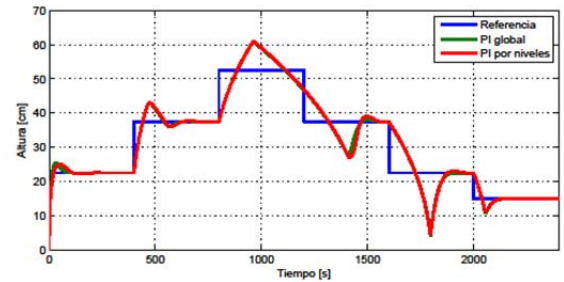


Figura 3. Resultados de control utilizando controladores sintonizados mediante LGR.

La Tabla I resume los tres casos mencionados, indicando el intervalo, los puntos de operación asociados, y las linealizaciones caracterizadas por los parámetros  $A$  y  $B$  mostrados para la expresión (14).

Luego, aplicando la técnica LGR sobre los modelos linealizados descritos y considerando las especificaciones de control establecidas, se obtienen los parámetros de los controladores PI correspondientes a la caracterización (3), los que son mostrados en la Tabla II.

##### C. Resultados PI con LGR

Para someter a prueba a los controladores descritos en esta sección, se diseña una prueba con una señal de referencia estándar que se mueva por todo el intervalo de operación abarcando todos los niveles de altura de agua en el estanque. La Tabla III muestra los valores que toma la señal de referencia  $r(t)$  en función del tiempo. Las simulaciones son realizadas utilizando Matlab-Simulink; los resultados se muestran en la Fig. 3. De dicha Figura se aprecian sobrepasos (en los

procesos de carga) y bajopasos (en los proceso de descarga) en todos los punto de operación.

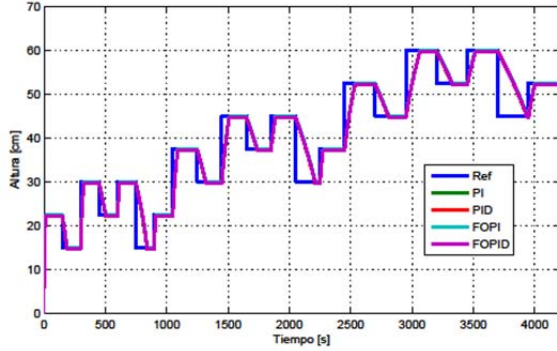


Figura 4. Diseño de prueba de optimización con resultado óptimo de controladores PI/PID/PIOD/PIDOF.

## V. SINTONIZACIÓN PID/PIDOF CON PSO

En esta sección se muestra el proceso de optimización de controladores mediante la utilización de PSO. Se proponen controladores de orden entero PI/PID, y de orden fraccionario PIOF/PIDOF.

### A. Procedimiento de optimización

Para la utilización de PSO se escoge una configuración de forma que se garantice convergencia de los parámetros de los controladores a los valores correspondientes. De partida, se observa que considerando una cantidad de generaciones  $G = 50$  se obtiene absoluta convergencia en todos los casos. Según lo establecido en [21], dada la dimensionalidad del problema de optimización, es adecuado considerar una cantidad de partículas definida por  $P = 30$ . La función objetivo para la optimización es IAE.

Además, se escoge un rango inicial de los valores de los parámetros para facilitar el proceso de búsqueda y convergencia. Respecto a las ganancias  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  del algoritmo, el rango inicial es escogido heurísticamente y no es estricto; es decir, pueden resultar valores fuera de este rango como consecuencia del proceso de optimización. Sin embargo, los rangos para los órdenes de integración y derivación en PIOF/PIDOF si son estrictos y constituyen restricciones del proceso de optimización, ya que se observa experimentalmente que otros valores llevan a la divergencia de ciertas señales del proceso de control. En consecuencia, se escogen los siguientes rangos:  $K_p \in [50 - 100]$ ,  $K_i, K_d \in [0 - 5]$ ,  $\lambda \in [0.75 - 1]$  y  $\mu \in [0 - 0.25]$ .

El procedimiento de optimización consiste en realizar simulaciones iterativamente utilizando los controladores en un lazo cerrado siguiendo la señal de referencia. Esta referencia debe abarcar todo el rango de funcionamiento, tanto en carga como en descarga de agua del estanque. De esta forma, se consideran las distintas dinámicas del proceso en cada rango debido a la no linealidad del sistema.

La Fig. 4 muestra el diseño de la señal de referencia utilizada para el procedimiento de sintonización, la cual abarca todos los niveles de operación considerando procedimientos de carga y descarga del estanque, aumentando y disminuyendo la señal de referencia para el nivel, respectivamente. Además,

se incluyen los resultados al control de nivel cuando se usan cada uno de los controladores óptimamente sintonizados sobre la referencia construida para la prueba de optimización.

TABLA IV  
RESULTADO ÓPTIMO DE PARÁMETROS DE CONTROLADORES E ÍNDICE IAE

Controlador	$K_p$	$K_i (10^3)$	$\lambda$	$K_d$	$\mu$	IAE ( $10^3$ )
PI	197.31	3.52	-	-	-	9.37
PID	107.25	0.09	-	4.44	-	9.65
PIOF	276.97	0.17	0.81	-	-	9.23
PIDOF	122.46	0.10	0.86	3.62	0.18	9.55

TABLA V  
ÍNDICE DE DESEMPEÑO IAE PARA CONTROLADORES EN SIMULACIÓN

Índices	PI LGR		PSO			
	Global	Niveles	PI	PID	PIOF	PIDOF
IAE ( $10^3$ )	6.35	6.62	4.02	4.23	3.93	4.17

### B. Resultados PID/PIDOF con optimización PSO

Como resultado del proceso de optimización explicado previamente e ilustrado en la Fig. 4, se obtienen los parámetros correspondientes a los controladores PI y PID regidos por la expresión (3), y lo controladores PIOF y PIDOF descritos por (4). Estos parámetros óptimos se muestran en la Tabla IV. Además, se incluye el valor del índice IAE obtenido para cada uno de los casos. De la Tabla IV se desprende que el mejor desempeño lo tiene el controlador PIOF, según el mencionado índice de desempeño.

Para poner a prueba los controladores determinados, se realizan simulaciones utilizando Matlab-Simulink. Para los operadores fraccionarios de las estrategias de control fraccionario, se utiliza el toolbox para Matlab Ninteger [18]. La Fig. 5 muestra el resultado de la simulación de cada uno de los controladores optimizados por PSO, utilizando una señal de referencia estándar según lo mostrado en la Tabla III. A la izquierda se muestra el desarrollo global de la prueba, mientras que a la derecha se observan una ampliación de las respuestas de simulación para cada uno de los escalones aplicados, donde se aprecia convergencia muy lenta. De ella se puede observar que el mejor desempeño lo presenta el PIOF. La Tabla V resume los valores del índice de desempeño IAE en las pruebas ilustradas en las Figs. 3 y 5.

## VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado un estudio por simulaciones de estrategias de control PID de orden entero y fraccionario, aplicados al control de nivel de un estanque cónico. Luego de introducir un nuevo modelo para el estanque, que representa de mejor manera la dinámica no lineal de la planta, se procedió a diseñar controladores PID y PIDOF con parámetros optimizados empleando la técnica PSO. Los resultados obtenidos para diferentes puntos de operación, aplicando cambios de tipo escalón en la referencia de nivel, fueron comparados con controladores PID de orden entero, cuyos parámetros fueron sintonizados usando la técnica del LGR.

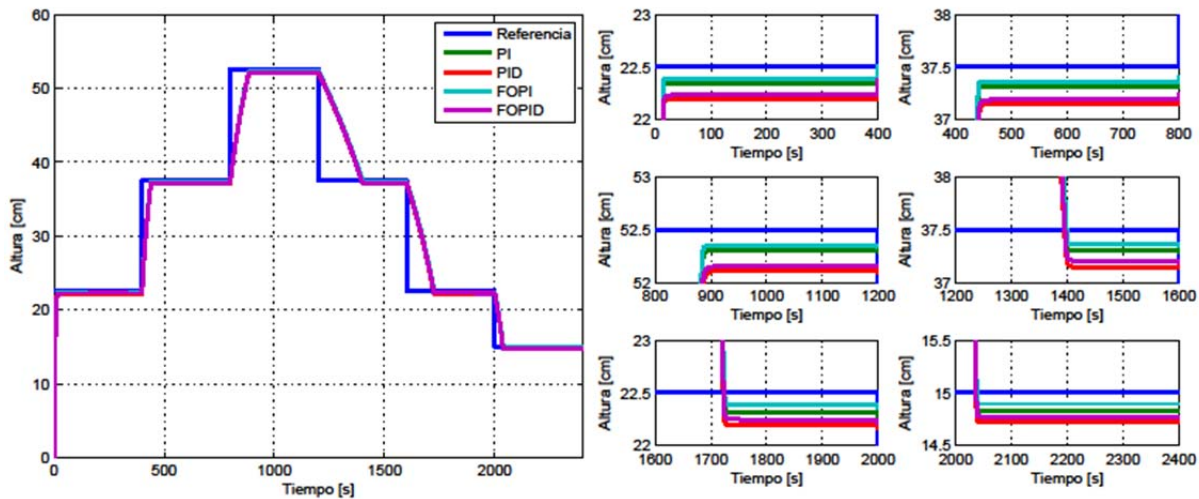


Figura 5. Resultados em simulación utilizando PI/PID/PIOF/PIDOF com PSO.

De los resultados obtenidos por simulación, se puede concluir que la sintonización de parámetros de controladores PID y PIDOF mediante PSO, presenta ventajas respecto a la sintonización por LGR. La utilización de la sintonización por LGR emplea representaciones lineales del sistema, lo que genera una pérdida de información de la dinámica no lineal del estanque cónico, mientras que en el caso de sintonización con PSO se utiliza explícitamente el modelo no lineal derivado de la física que rige el estanque cónico. Cada uno de los controladores sintonizados mediante PSO presenta un comportamiento considerablemente mejor que sus equivalentes sintonizados mediante LGR, lo que se puede verificar cuantitativamente en la Tabla V. Sin embargo, entre los distintos controladores sintonizados mediante PSO, no existe una diferencia notoria en sus resultados de control. En la Fig. 5 se observa que todos son capaces de seguir la referencia establecida sin sobrepasos en el proceso de carga (ni bajopasos en la descarga), pero con una diferencia del orden de milímetros respecto a la referencia lo que no corresponde a un error en estado estacionario sino que se produce debido a la lenta convergencia provocada por las pequeñas magnitudes de las constantes de integración de los controladores, tanto enteros como fraccionarios.

Respecto a la sintonización PSO, a través del índice IAE se puede establecer cuantitativamente, que los controladores tipo PI, tanto de orden entero como de orden fraccionario, presentan mejor desempeño que sus respectivas versiones PID. Ahora bien, entre todos los controladores sintonizados óptimamente, el que presenta mejor desempeño corresponde a PEOF. Complementariamente, se puede investigar la influencia de la técnica de optimización utilizada, tal como se realiza en [20] al probar técnicas como SQP y AG en contraste con PSO. El paso siguiente en este estudio es la verificación experimental de las estrategias analizadas mediante simulaciones. Esto permitirá evaluar bajo condiciones reales el comportamiento de las estrategias óptimamente diseñadas mediante PSO y concluir si las estrategias fraccionarias aún son la que presentan el mejor comportamiento.

## AGRADECIMIENTOS

El proyecto ha sido desarrollado gracias al apoyo de CONICYT-Chile, a través del Proyecto Fondecyt 1150488 y del Programa de Financiamiento Basal “Centro de Tecnología para la Minería” FB0809.

## REFERENCIAS

- [1] P. Aravind, M. Valluvan, S. Ranganathan, *Modelling and Simulation of Non Linear Tank*, International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering, vol. 2, issue 2, pp. 842-849, Feb. 2013.
- [2] N. Gireesh, G. Sreenivasulu, *Comparison of PI Controller Performances for a Conical Tank Process using different tuning methods*, International Conference on Advances in Electrical Engineering, Jan. 2014.
- [3] D. A. Vijula, K. Vivetha, K. Gandhimathi, T. Praveena, *Model based Controller Design for Conical Tank System*, International Journal of Computer Applications, vol. 85, no. 12, pp. 8-11, Jan. 2014.
- [4] T. Rajesh, S. Arun jayakar, S. G. Siddharth, *Design and Implementation Of IMC Based PID Controller for Conical Tank Level Control Process*, International Journal of Innovative Research in Electrical, Electronics, Instrumentation and Control Engineering, vol. 2, issue 9, Sep. 2014.
- [5] S. Warier, S. Venkatesh, *Design of Controllers based on MPC for a Conical Tank System*, International Conference On Advances In Engineering, Science and Management, March 2012.
- [6] H. Kala, P. Aravind, M. Valluvan, *Comparative Analysis of Different Controller for Nonlinear Level Control Process*, IEEE Conference on Information and Communication Technologies, 2013.
- [7] P. Chandrasekar, L. Ponnusamy, *Passivity Based Level Controller Design applied to a Nonlinear SISO System*.
- [8] R. Valarmathi, P. R. Theerthagiri, S. Rakeshkumar, *Design and Analysis of Genetic Algorithm Based Controllers for Non Linear Liquid Tank System*, IEEE International Conference On Advances In Engineering, Science and Management, March 2013.
- [9] D. Marshiana, P. Thirusakthimurugan, *Fractional Order PI Controller for Nonlinear Systems*, International Conference on Control, Instrumentation, Communication and Computational Technologies, 2014.
- [10] S. Janarthanan, K.N. Thirukkuralakani, S. Vijayachitra, *Performance Analysis of Non-Integer Order PID Controller for Liquid Level Control of Conical Tank System*, International Conference on Information Communication and Embedded Systems, 2014.
- [11] A. Loverro, *Fractional Calculus: History, definitions and Applications for the Engineer*, Department of Aerospace and Mechanical Engineering, University of Notre Dame, Notre Dame, IN 46556, USA, 2004.
- [12] M. von Borries, *Estudio y Simulación de Sistemas Adaptables Fraccionarios*, M.S. thesis, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Santiago, Chile, 2012.

- [13] J. Zhong, *PID Controller Tuning: A Short Tutorial*, Mechanical Engineering, Purdue University, 2006.
- [14] B. Vinagre, C. Monje, *Introducción al Control Fraccionario*, Departamento de Electrónica e Ingeniería Electromecánica, Escuela de Ingenierías Industriales, Universidad de Extremadura, Badajoz, España, 2006.
- [15] I. Podlubny, *Fractional-Order Systems and Fractional Order Controllers*, Department of Control Engineering, B.E.R.G. Faculty, University of Technology B. Nemcovej 3, 04200 Kosice, Slovakia, 1994.
- [16] J. Kennedy, R. Eberhart. *Particle Swarm Optimization*. IEEE International Conference on Neural Networks (ICNN'95) 95:1942-1948, 1995.
- [17] R. Ordoñez, *Aplicación de la Técnica PSO a la Determinación de Funciones de Lyapunov Cuadráticas Comunes y a Sistemas Adaptables basados en Modelos de Error*. PhD Thesis, Departamento de Ingeniería Eléctrica- Universidad De Chile, 2012.
- [18] D. Valerio, *Toolbox ninteger for Matlab*, version 2.3, Sept. 2005.
- [19] Sam, *Another Particle Swarm Toolbox*, version 1.31, Abril 2014.
- [20] M. Ortiz-Quisbert, M. Duarte-Mermoud, F. Milla, R. Castro-Linares, *Optimal Fractional Order Adaptive Controllers for AVR Applications*, submitted to Frontiers of Information Technology and Electronic Engineering, August 2015.
- [21] R.H. Ordoñez-Hurtado, M.A. Duarte-Mermoud, *Finding Common Quadratic Lyapunov Functions for Switched Linear Systems using Particle Swarm Optimization*, International Journal of Control, vol. 85, no. 1, pp. 12-15, January 2012.



**Cristian Jáuregui Salinas**, born May 25 of 1990 in Santiago, Chile, develops his M. Sc. degree studies in Electrical Engineering Department at Universidad de Chile, where he obtains the Electrical Engineer degree. He has worked on system control projects as a fuzzy controller implementation over a dust collector system and diesel-electric locomotive modeling.

His principal investigation interest areas are modeling of systems, advanced control strategies implementation and fractional control scheme studies, all over both linear and nonlinear systems.



**Manuel A. Duarte-Mermoud**, received the degree of Civil Electrical Engineer from the University of Chile in 1977 and the M.Sc., M.Phil. and the Ph.D. degrees, all in Electrical Engineering, from Yale University in 1985, 1986 and 1988 respectively. Currently, he is a Professor at the Electrical Engineering Department of the University of Chile. His main research interests are in robust adaptive control (linear/nonlinear and integer/fractional systems), system identification, signal processing and pattern recognition. He is focused on applications to energy, mining and wine industry, sensory systems and electrical machines and drives.



**Rodrigo Oróstica Navarrete** is a Civil Electrical Engineer student from University of Chile. His academic interests include system identification, implementation of control strategies and digital system.



**Juan Carlos Travieso Torres** has 20 years of experience. He holds the degrees of PhD, MSc, and Electrical Engineer. He has the credential of PMP, granted by the Project Management Institute. Currently he is a professor at University of Santiago, Chile, focused in the robust adaptive control, the variable speed drivers, and applications. He has also worked as deputy Project Engineering Manager in a Mega Project in Bechtel; acting Project Manager and Engineering Manager at BHP Billiton; Commissioning and Field Engineering Manager at SNC-Lavalin.



**Orlando Beyfía Cancino** holds the degree of Technologist in Automation from the University of Santiago, Chile. He works at the IAC Company, mainly focused in performing automation engineering projects, considering the areas of instrumentation and control system. He has experience programming, adjusting and applying robust adaptive control strategies to process plants.