



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

ESTIMACIÓN Y PREDICCIÓN DE LA POTENCIA MÁXIMA DISPONIBLE EN  
BATERÍAS DE ION LITIO

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL ELÉCTRICO

CÉSAR ANTONIO DÍAZ TURRA

PROFESOR GUÍA:  
MARCOS ORCHARD CONCHA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
ROBERTO CÁRDENAS DOBSON  
DORIS SAEZ HUEICHAPAN

SANTIAGO DE CHILE  
2016



RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL ELÉCTRICO  
POR: CÉSAR ANTONIO DÍAZ TURRA  
FECHA: DICIEMBRE 2016  
PROF. GUÍA: SR. MARCOS ORCHARD CONCHA

## ESTIMACIÓN Y PREDICCIÓN DE LA POTENCIA MÁXIMA DISPONIBLE EN BATERÍAS DE ION LITIO

La creciente demanda de dispositivos que requieren autonomía han marcado un importante y creciente desarrollo de las baterías. En el contexto de la electromovilidad y el desarrollo sustentable de soluciones que permitan el transporte de personas a través de la ciudad es que resulta trascendental conocer el estado de carga de la batería y poder pronosticar cuando se descargará.

Este trabajo se realiza en el contexto del proyecto de investigación FONDECYT 1140774 y con la colaboración de ELIBATT, Empresa que proporcionó la bicicleta eléctrica utilizada en el estudio.

El objetivo de este trabajo es estimar y pronosticar la potencia máxima disponible en una batería (SoMPA) y posteriormente utilizarlo como variable para pronosticar cuando la batería se descargará, considerando distintos perfiles de uso.

Las metodologías de estimación y pronóstico utilizan como base un esquema desarrollado en [8]. En dicho esquema se modifica principalmente el algoritmo de pronóstico donde se incluye un cálculo off-line de los perfiles de uso, se adiciona una solución para el SoMPA en función del estado de carga y de las restricciones físicas de este problema en particular, se modifica la definición de probabilidad de falla y se realiza el pronóstico de la falla en función del SoMPA y los perfiles de uso. Los datos utilizados se obtuvieron en pruebas en terreno mediante un dispositivo basado en Arduino, el que fue rediseñado y reprogramado con el fin de obtener datos representativos del uso una batería de ión-litio en una bicicleta eléctrica.

Para la etapa de estimación se obtuvo que la metodología utilizada logra estimar el SoC y el Voltaje con errores menores al 5 % en los set de datos utilizados mientras que la estimación del SoMPA es consistente con la potencia medida y el tiempo de falla. Además la metodología utilizada logra un pronóstico del SoMPA que permite estimar el tiempo de falla con errores menores al 12 % considerando una potencia de corte en función de la máxima corriente para cada perfil de uso, es decir, el peor caso de cada perfil.

Se concluye que la metodología de estimación y pronóstico basada en filtro de partículas, logra estimar y pronosticar utilizando el SoMPA como variable crítica y perfiles de uso predefinidos.



*A mi familia y amigos, con mucho cariño.*



# Agradecimientos

Quiero partir agradeciendo a mi familia, en especial a mis padres Blanca y Abraham este trabajo es fruto de todo su esfuerzo que han hecho a lo largo mi vida. También a mi hermano Juan por estar siempre ahí desde cuando se me olvida apagar la luz hasta cuando viajamos a recorrer el Parque Nacional Torres del Paine. A Mis abuelos, en especial a mi Mamá María que me regalona los fines de semana en Hospital, a mi Tía Juanita que no dejaba que me despertaran temprano mis amigos diciendo que tenía que descansar.

A mi profesor guía Marcos Orchard, quién confió en mí, me apoyó en todos los contratiempos que tuve a lo largo de este trabajo y siempre tuvo palabras de apoyo para mí. Al equipo del Laboratorio de Control Avanzado Rubén, Aramis, Francisco, David, Vanessa, Sebastián y Matías quienes me ayudaron a sacar a adelante esta memoria con la toma de datos, dando vueltas en la bicicleta eléctrica, teóricamente y con quienes compartí mi último tiempo en la Universidad.

A mis amigos de Hospital Erick, Edoardo, Guille, Mariela, Ivonne, Pato y Elías que siempre me han dado palabras de apoyo, amistad y confianza. Con quienes he compartido en torno al deporte en “Los tronquitos”, a la música con nuestra banda “PDM” y quienes siempre tuvieron una “Sonrisa y abrazo festivo a cada llegada”.

A la gente del taller Pedalea Beachuef donde armé mi primera bicicleta y aprendí lo valioso de tener un taller comunitario en la facultad, aprender y enseñar por el bien de la comunidad, Además, a promover el uso sustentable de la bicicleta. A mis amigos del Laboratorio de Energía donde pasé muchas tardes de estudio, sueño y juegos. Nicolás, Jorge, Felipe, Bandido, Tomás, Mati, José, Chela, Jaime, Pancho, Tito, Migue, Armijo, Enrique y Dani. Pasé muy buenos momentos con ustedes y espero pasar muchos más. A José Ogalde, pelao gracias por prestarme el Arduino que me permitió poder tomar los datos para este trabajo y por estar ahí durante toda mi estadía en la facultad, a Romina por siempre compartir penas, alegrías, bromas pesadas, consejos y risas. Pía, Christian y Belén gracias por los momentos felices compartidos este ultimo tiempo y ardilla muchas gracias por ayudarme a corregir la tesis. A CHOPAMS por salir Campeones de la Electrocopa 2015, Tomas, Sir Hunt, Mimo, Migue, Barrera, Mauricio y Huaso un gran equipo, a la Oficina de Ingeniería para la Sustentabilidad Claudia, Pablo y Ange aprendí mucho con ustedes en la práctica, a mis amigos de la Sección 7, a los que me acompañaron en la Academia de Física del Instituto Nacional y a mis compañeros con los que fui profesor auxiliar.



# Tabla de Contenido

|   |            |
|---|------------|
| <b>Tabla de Contenido</b>   | <b>ix</b>  |
| <b>Índice de Tablas</b>   | <b>xi</b>  |
| <b>Índice de Ilustraciones</b>  | <b>xii</b> |
| <b>1. Introducción</b>  | <b>1</b>   |
| 1.1. Motivación . . . . .   | 1          |
| 1.2. Alcances y objetivo general . . . . .  | 2          |
| 1.3. Objetivos específicos . . . . .  | 2          |
| 1.4. Estructura de la memoria . . . . .   | 3          |
| <b>2. Marco teórico</b>   | <b>4</b>   |
| 2.1. Celdas y baterías de Ion Litio . . . . .   | 4          |
| 2.2. Modelos en espacio de estado . . . . .   | 5          |
| 2.3. Observadores de estado . . . . .   | 5          |
| 2.4. Inferencia Bayesiana . . . . .   | 6          |
| 2.4.1. Aproximación de Monte Carlo . . . . .  | 8          |
| 2.4.2. Muestreo de importancia . . . . .  | 9          |
| 2.4.3. Muestreo secuencial de importancia . . . . .   | 11         |
| 2.4.4. Inferencia Bayesiana y modelos en espacio de estado . . . . .                                    | 13         |
| 2.5. Filtro de partículas . . . . .   | 14         |
| 2.6. Cadenas de Markov . . . . .  | 15         |
| 2.7. Esquema de pronóstico basado en filtro de partículas para sistemas dinámicos no lineales . . . . . | 16         |
| 2.7.1. Pronóstico a largo plazo: Enfoque básico . . . . .   | 17         |
| 2.7.2. Pronóstico a largo plazo: Enfoque Utilizado . . . . .  | 18         |
| 2.7.3. Estimación y caracterización estadística de la vida útil remanente . . . . .                     | 19         |
| 2.8. Optimización no lineal con restricciones . . . . .   | 19         |
| 2.9. Esquema de estimación y pronóstico de la potencia máxima disponible . . . . .                      | 20         |
| <b>3. Desarrollo e implementación de algoritmos de estimación y pronóstico del SOMPA</b>                | <b>25</b>  |
| 3.1. Caso de estudio - Bicicletas eléctricas - Base de datos . . . . .                                  | 25         |
| 3.1.1. Set de datos #1 - Prueba perfil de uso horizontal . . . . .                                      | 29         |
| 3.1.2. Prueba perfil de uso sobre pendiente . . . . .   | 30         |
| 3.1.3. Set #3 Uso horizontal con falla por potencia . . . . .   | 32         |

|           |   |           |
|-----------|---|-----------|
| 3.2.      | Caracterización de perfiles de uso mediante Cadenas de Markov . . . . . | 33        |
| 3.3.      | Optimización para obtener la máxima potencia disponible . . . . .       | 34        |
| <b>4.</b> | <b>Análisis de Resultados</b>   | <b>38</b> |
| 4.1.      | Resultados - Etapa de estimación . . . . .                              | 38        |
| 4.1.1.    | Resultados Set de datos #1 . . . . .                                    | 39        |
| 4.1.2.    | Resultados Set de datos #2 . . . . .                                    | 40        |
| 4.1.3.    | Resultados Set de datos #3 . . . . .                                    | 42        |
| 4.2.      | Resultados - Algoritmo de pronóstico . . . . .                          | 45        |
| 4.2.1.    | Resultados - Algoritmo de pronóstico Set de datos #1 . . . . .          | 45        |
| 4.2.2.    | Resultados Set de datos #2 . . . . .                                    | 48        |
| 4.2.3.    | Resultados Set de datos #3 . . . . .                                    | 50        |
| <b>5.</b> | <b>Conclusiones</b>   | <b>52</b> |
|           | <b>Bibliografía</b>   | <b>54</b> |

# Índice de Tablas

|  |    |
|--|----|
| 3.1. Restricciones Física. . . . .                       | 35 |
| 3.2. Problema de optimización no lineal . . . . .        | 36 |
| 3.3. Resumen análisis por casos . . . . .                | 37 |
| 4.1. Parámetros de las distribuciones iniciales. . . . . | 38 |
| 4.2. Parámetros de la Ecuación de observación. . . . .   | 38 |

# Índice de Ilustraciones

|   |    |
|---|----|
| 2.1. Esquema de estimación del SoMPA. Fuente: Figura facilitada por Claudio Burgos, Autor principal de [8]. . . . . | 22 |
| 2.2. Esquema de pronóstico del SoMPA. Figura modificada de la Figura 2.1 . . . .                                    | 23 |
| 3.1. Esquema funcional - bicicleta electrica . . . . .  | 26 |
| 3.2. Esquema arreglo de celdas 10s 3p . . . . .   | 27 |
| 3.3. Esquema arduino . . . . .  | 28 |
| 3.4. Ruta Parque O'higgins . . . . .  | 29 |
| 3.5. Altimetría de la ruta en Parque O'higgins . . . . .  | 29 |
| 3.6. Set #1 Datos de sensores de uso en ruta horizontal . . . . .   | 30 |
| 3.7. Ruta en Cerro San Cristobal . . . . .  | 30 |
| 3.8. Altimetría de la ruta en Cerro Sancristobal . . . . .  | 31 |
| 3.9. Set #2 Datos de sensores de uso en ruta con elevación . . . . .  | 31 |
| 3.10. Ruta 2 en Parque O'higgins . . . . .  | 32 |
| 3.11. Altimetría en ruta 2 en Parque O'higgins . . . . .  | 32 |
| 3.12. Set #3 Datos de sensores en ruta 2 en Parque O'higgins . . . . .  | 32 |
| 3.13. Muestras de perfiles de uso . . . . .   | 34 |
| 4.1. Estimación del vector estados Set #1 . . . . .   | 39 |
| 4.2. Resultados estimación Set #1 . . . . .   | 40 |
| 4.3. Estmación del vector de estados Set #2 . . . . .   | 41 |
| 4.4. Resultados estimación Set #2 . . . . .   | 42 |
| 4.5. Estimación del vector de estados Set #3 . . . . .  | 43 |
| 4.6. Resultados estimación Set #3 . . . . .   | 44 |
| 4.7. Pronóstico del vector de estados Set #1 . . . . .  | 46 |
| 4.8. Resultados pronóstico Set #1 . . . . .   | 46 |
| 4.9. Distribución de probabilidad de falla - Set #1 . . . . .   | 47 |
| 4.10. Resultados pronóstico Set #2 . . . . .  | 49 |
| 4.11. Pronóstico del vector de estados Set #2 . . . . .   | 49 |
| 4.12. Pronóstico vector de estados Set #3 . . . . .   | 50 |
| 4.13. Resultados Pronóstico Set #3 . . . . .  | 51 |

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación

En esta memoria se discute la implementación de algoritmos basados en filtro de partículas que permitan la estimación y pronóstico de la potencia máxima disponible en dispositivos de almacenamiento de energía. La memoria se realiza en el contexto del proyecto de investigación FONDECYT 1140774 y con la colaboración de ELIBATT, empresa que proporcionó la bicicleta eléctrica en la que se basó el estudio.

En el contexto energético actual, los dispositivos de almacenamiento de energía (EDS, por sus siglas en ingles) han sido protagonistas en dispositivos electrónicos móviles, dado que son capaces de almacenar energía conectándose a la red y de entregarla sin necesidad de conexión, entregando la capacidad de autonomía y movilidad a los distintos dispositivos electrónicos. En la última década múltiples instituciones públicas y privadas han realizado investigación en torno a soluciones prácticas y sustentables para la movilidad de las personas, la congestión vehicular, los problemas para estacionar y la contaminación producida por los vehículos de combustión interna han desencadenado una creciente investigación, desarrollo e implementación de automóviles eléctricos[25][14], sin embargo, sus altos costos debido principalmente a las baterías y el hecho de que generalmente solo una persona utilice un automóvil con capacidad para cuatro personas, no resuelven el problema del espacio para aparcar en una gran ciudad. A partir de este punto el accesible costo de las bicicletas eléctricas y el reducido espacio que utilizan han fomentado el aumento en la investigación, desarrollo e implementación de las mismas. Una de las principales preocupaciones al momento de utilizar una bicicleta eléctrica en ciudad es si la energía almacenada es capaz de alimentar la bicicleta a lo largo de un recorrido. Los dispositivos de medición del estado de carga (SOC, por sus siglas en ingles) disponibles en el mercado se basan en un ajuste lineal del voltaje lo que provoca una sobre estimación del SOC, lo que conduce a una caída inesperada de este y el posterior apagado el equipo, este evento se denomina como falla. En un análisis un poco más detallado el pronóstico de la vida útil remanente (RUL, por sus siglas en ingles) depende en gran medida del tipo de uso que se le de al dispositivo[26][16], es decir, si se sube una pendiente con la bicicleta eléctrica o se usa sobre terreno llano los tiempos de duración de la batería van a tener una diferencia de mas del doble. Además el hecho de afrontar cues-

tas de corta duración a lo largo del camino puede ocasionar que la potencia requerida para realizar la subida sea menor que la potencia máxima disponible (SoMPA, por sus siglas en ingles) ocasionando una falla, este fenómeno también se puede dar al reiniciar el movimiento después de frenar, en un semáforo por ejemplo. Si bien en el caso de las bicicletas eléctricas no es trascendental conocer el SoMPA dado que se puede seguir pedaleando, en el caso de los automóviles eléctricos es vital realizar una estimación y un pronóstico que garanticen que la batería del vehículo puede suministrar la potencia necesaria para poder recorrer una ruta específica, ya que una sobre estimación de la vida útil remanente puede provocar que el vehículo no pueda continuar en movimiento, sin haber llegado a destino, que es hacia donde apunta esta memoria.

## 1.2. Alcances y objetivo general

El objetivo de esta memoria consiste en implementar algoritmos basados en filtro de partículas que permitan estimar y pronosticar la potencia máxima disponible en dispositivos de almacenamiento de energía, considerando distintos perfiles de uso que caracterizan el consumo de energía en función del uso que le da el usuario. Lo anterior aplicado al problema de la estimación de la vida útil remanente de una batería utilizada en una bicicleta eléctrica. El diseño e implementación de los algoritmos se basa en la solución de un problema de optimización no lineal donde la función a maximizar es la potencia entregada por la batería y las restricciones corresponden a las distintas limitantes físicas presentes en el sistema.

Los datos utilizados en este trabajo se obtienen mediante un dispositivo basado en Arduino que incorpora sensores de corriente, voltaje, temperatura y una tarjeta de memoria que permite almacenar los datos tomados en terreno durante la realización de la memoria.

Dentro del desarrollo de esta memoria no se consideran efectos asociados a variaciones de temperatura durante el uso de la batería ni se considera degradación de la batería. Se asume temperatura y estado de salud constantes.

## 1.3. Objetivos específicos

A continuación se presenta los hitos principales y relevantes que marcaron este trabajo.

- Re-implementar un dispositivo de toma y almacenamiento de datos, tanto en diseño como programación, que permita sensar datos de corriente, voltaje y temperatura que permita la recolección de datos representativos de las variables estudiadas.
- Recolectar datos que representen distintos perfiles de uso y que permitan probar la metodología de estimación y pronóstico del SoMPA
- Modificar un esquema existente de estimación y pronóstico para su uso en un modelo específico de bicicletas eléctricas, de forma on-line y con una caracterización de perfiles de uso off-line.

- Desarrollar algoritmo que permita el pronóstico del SoMPA y su uso como indicador para la vida útil remanente, a partir de la solución del problema de optimización no lineal y de aplicar las limitantes físicas presentes en el problema, así como también, las condiciones de falla para cada perfil de uso.

## 1.4. Estructura de la memoria

La estructura utilizada en este documento para exponer el trabajo realizado es la siguiente:

- **Capítulo 1. Introducción:** Corresponde a la descripción del tema, la motivación de éste los alcances y objetivos del trabajo realizado.
- **Capítulo 2. Marco teórico:** Corresponde a la revisión bibliográfica o antecedentes. En este capítulo se explican los conceptos necesarios para la comprensión y contextualización de la estimación y el pronóstico de fallas basado en filtro de partículas, además, las herramientas para caracterizar estadísticamente los distintos perfiles de uso y la metodología de resolución de problemas de optimización no lineal con restricciones.
- **Capítulo 3. Desarrollo e implementación de algoritmos de estimación y pronóstico del SOMPA:** Se enfoca en mostrar la implementación del dispositivo de toma de datos, los datos obtenidos, la caracterización estadística de los perfiles de uso y la resolución del problema de optimización no lineal para la obtención del SoMPA en función del SOC para el pronóstico de la vida útil remanente de la batería.
- **Capítulo 4. Análisis de Resultados:** Se muestra la configuración utilizada para el filtro de partículas y los resultados obtenidos tanto en estimación como pronóstico.
- **Capítulo 5. Conclusiones:** Se enumeran las conclusiones del trabajo realizado y se proponen trabajos a realizar en el futuro.

# Capítulo 2

## Marco teórico

En este capítulo se muestran las bases de los distintos métodos y conceptos empleados para llevar a cabo la memoria. Esta se realiza en base al conocimiento fenomenológico de dispositivos de almacenamiento de energía, por lo que en la Sección 2.1 se presenta una introducción a los conceptos de batería y celdas.

### 2.1. Celdas y baterías de Ion Litio

Una batería es un dispositivo de almacenamiento de energía que convierte la energía electroquímica, contenida en los materiales que la componen, directamente en energía eléctrica mediante una reacción electroquímica de Oxidación-Reducción (redox). En el caso de un sistema recargable, la batería es recargada utilizando el proceso inverso. Este tipo de reacción involucra la transferencia de electrones de un material a otro a través de un circuito eléctrico. [12]

Si bien el término “Batería” es frecuentemente utilizado, la unidad electroquímica básica que provee una fuente de energía eléctrica mediante una conversión directa de energía química es la “Celda”. Una batería consiste en una o más celdas interconectadas mediante un arreglo en serie, paralelo o ambos, dependiendo del voltaje y capacidad requeridos. [12]

Las celdas constan de 3 componentes principales:

- El ánodo o electrodo negativo – El cual entrega electrones al circuito externo y es oxidado durante la reacción electroquímica
- El cátodo – El cual recibe los electrones desde el circuito externo y es reducido durante la reacción electroquímica.
- El electrolito o conductor iónico – Provee un medio para transferir carga, como iones, dentro de la celda, entre ánodo y cátodo. El electrolito es típicamente un líquido, tal como agua u otros solventes, con un soluto como sales, ácidos o alcalinos para impartir conductividad iónica. Algunas baterías usan electrolitos sólidos, que son conductores iónicos a la temperatura de operación de la celda.

Existen distintos tipos de baterías considerando los materiales de los cuales están constituidas, incluyendo Plomo – Ácido, Niquel – Metal y Baterías basadas en Lítio. Las Celdas de Ion – Lítio tiene un alto voltaje ( $4[V]$ ), una alta capacidad específica ( $3,86[Ah \cdot g^{-1}]$ ) y una baja densidad de energía ( $150[Wh \cdot kg^{-1}]$ ), no presenta efecto memoria, tiene una baja frecuencia de auto descarga y permite muchos ciclos de descarga [21].

Para representar una batería y obtener información a partir de su comportamiento fenomenológico a nivel de algoritmo, se utilizan un modelos en espacio de estado, los cuales serán detallados en la siguiente sección.

## 2.2. Modelos en espacio de estado

Un modelo en espacio de estado es una forma de representar un proceso estocástico. Intuitivamente el modelo de espacio estado de un sistema es probablemente la forma más común de representar matemáticamente un sistema físico, usualmente se utiliza un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias donde las variables fundamentales del sistema de ecuaciones se denominan “Variables de estado”. Las variables de estados se relacionan con las entradas y ruidos de proceso. Las variables que puedes ser medidas y se tiene acceso de forma directa son las salidas del sistema y se relacionan con los estados mediante una ecuación algebraica llamada ecuación de observación. En otras palabras, el modelo espacio estado se define como:

$$\hat{x} = A(x, u, w) \tag{2.1}$$

$$y = C(x, u, v) \tag{2.2}$$

Donde la primera ecuación es el sistema de ecuaciones diferenciales asociado al proceso modelado, donde “ $x$ ” es el vector que contiene las variables de estado, “ $u$ ” es la entrada del sistema y “ $w$ ” es el ruido o perturbación de proceso. La segunda ecuación es la ecuación de observación donde “ $y$ ” es el vector que contiene las salidas o mediciones,  $A$  y  $C$  son funciones que relacionan la dinámica de evolución de las variables de estado y la relación de los estados con las salidas.[5]

Los modelos en espacio de estado otorgan la posibilidad de estimar parámetros que no pueden ser medidos de forma directa, mediante el uso de observadores de estado. Estos son descritos en la Sección 2.3

## 2.3. Observadores de estado

Los estados representan las variables fundamentales que describen un proceso y éstos pueden ser medidos o no. En el caso que no puedan ser medidos se puede implementar un observador de estado, que permite estimar el valor del estado en función de las mediciones disponibles y del modelo espacio estado utilizado. En el caso de modelos estocásticos se han desarrollado distintos métodos que permiten la estimación del vector de estados dependiendo

del modelo del proceso utilizado. En el caso de un sistema lineal con ruidos blancos Gaussianos y aditivos se habla de procesador bayesiano lineal o Filtro de Kalman (KF). Sin embargo dado que muchos de los procesos son no lineales o de ruido no gaussiano se han desarrollado diversos esquemas y algoritmos de estimación, entre los cuales es necesario mencionar el Filtro de Kalman Extendido (EKF) que mantiene la restricción de ruido Gaussiano aditivo pero permitiendo abordar problemas no lineales a través de técnicas de linealización y el Filtro de Kalman Unscented (UKF) que presenta una forma más adecuada de trabajar los sistemas no lineales que el EKF, manteniendo las mismas hipótesis pero utilizando un conjunto mínimo de valores representativos para los estados con el fin de caracterizar las distribuciones de probabilidad Gaussianas. Finalmente se tiene el Filtro de Partículas que permite la estimación de variables de estados en sistemas no lineales y con ruidos cuyas distribuciones son no Gaussianas utilizando partículas que aproximan la distribución del vector aleatorio de estado.[24]

En la sección 2.4 se muestra la solución teórica óptima para el problema de la estimación del vector de estado de un sistema.

## 2.4. Inferencia Bayesiana

El problema de inferencia bayesiana se define como el proceso de estimación de la densidad de probabilidad a posteriori del estado de un sistema considerando las mediciones disponibles del mismo [6]. En el contexto de este trabajo se utiliza un modelo estocástico no lineal con ruidos no necesariamente Gaussianos, utilizando observaciones con presencia de ruido.

Para esto se definen los siguientes conjuntos  $X_t = \{x(0), \dots, x(t)\}$  e  $Y_t = \{y(0), \dots, y(t)\}$ , donde se considera  $X_t$  corresponde al set de variables aleatorias discretas, parámetros de interés o estados e  $Y_t$  como el set de medidas u observaciones obtenidas del proceso.

Se busca estimar  $X_t$  dadas todas las mediciones disponibles  $Y_t$  mediante la construcción de su distribución a posteriori  $P(X_t|Y_t)$ , asumiendo conocida la distribución inicial del estado  $P(x(0))$ . Para esto se hace uso de la siguiente relación conocida como “Regla de Bayes”:

$$P(a|b) = \frac{P(b|a)P(a)}{P(b)} \quad (2.3)$$

Donde:

- $P(a)$ : distribución de probabilidad a priori del vector de estado  $x$ .
- $P(b)$ : es el factor de normalización y corresponde a las mediciones.
- $P(b|a)$ : es la función de verosimilitud.

Utilizando la “Regla de Bayes” en el problema de inferencia bayesiana se tiene la siguiente relación entre las distribuciones:

$$P(X_t|Y_t) = \frac{P(Y_t|X_t)P(X_t)}{P(Y_t)} \quad (2.4)$$

Separando  $P(Y_t)$  en  $P(y(t), Y_{t-1})$

$$P(X_t|Y_t) = \frac{P(y(t), Y_{t-1}|X_t)P(X_t)}{P(y(t), Y_{t-1})} \quad (2.5)$$

Utilizando las siguientes propiedades asociadas a la probabilidad conjunta,

$$P(a, b|c) = P(a|b, c) \cdot P(b|c) \quad (2.6)$$

$$P(a, b) = P(a|b) \cdot P(b) \quad (2.7)$$

Se tiene

$$P(X_t|Y_t) = \frac{P(y(t)|Y_{t-1})P(Y_{t-1}|X_t)P(X_t)}{P(y(t)|Y_{t-1})P(Y_{t-1})} \quad (2.8)$$

Aplicando la regla de Bayer en el término  $P(Y_{t-1}|X_t)$  se tiene,

$$P(X_t|Y_t) = \frac{P(y(t)|Y_{t-1}, X_t)P(X_t|Y_{t-1})P(Y_{t-1})P(X_t)}{P(y(t)|Y_{t-1})P(Y_{t-1})P(X_t)} \quad (2.9)$$

Simplificando términos semejantes

$$P(X_t|Y_t) = \frac{P(y(t)|Y_{t-1}, X_t)P(X_t|Y_{t-1})}{P(y(t)|Y_{t-1})} \quad (2.10)$$

Asumiendo que las observaciones son independientes, y por lo tanto  $P(y(t)|Y_{t-1}, X_t)$ , se tiene finalmente:

$$P(X_t|Y_t) = \frac{P(y(t), X_t)P(X_t|Y_{t-1})}{P(y(t)|Y_{t-1})} \quad (2.11)$$

Existe solución teórica para el problema de inferencia Bayesiana, pero puede que las integrales no tengan solución analítica. En el caso de trabajar con modelos lineales y ruidos gaussianos es posible obtener el óptimo analítico para la distribución a posteriori (En el sentido del error cuadrático medio). Esta expresión es conocida como el Filtro de Kalman, en el caso de trabajar con un modelo de espacio estado no lineal y ruidos con distribuciones no necesariamente Gaussianos se pueden utilizar métodos aproximados como el Filtro Extendido

de Kalman, el Filtro de Kalman Unscented o el método secuencial de Monte Carlo también conocido como Filtro de Partículas.

En las siguientes Subsecciones 2.4.1 a 2.4.4, se presentan métodos de muestreo que serán utilizados para la definición del algoritmo de Filtro de Partículas. En particular la aproximación que a continuación se presenta permite inferir la función de distribución de probabilidad de un set de muestras aleatorias, concepto base del Filtro.

### 2.4.1. Aproximación de Monte Carlo

En el ámbito de procesamiento de señales es importante obtener algunos estadísticos de señales medidas, aleatorias o de parámetros. Por ejemplo, si se tiene una función  $f(x)$  y una distribución de probabilidad  $P(x)$  entonces una forma típica de medir su rendimiento “en promedio” es a través de la esperanza.

$$E\{f(x)\} = \int f(x)P(x)dx \quad (2.12)$$

Para resolver esta integral, en vez de usar métodos de integración numérica se utilizará una técnica alternativa conocida como integración de Monte Carlo. La idea principal de la aproximación de Monte Carlo consiste en representar la función de distribución de probabilidad como un set de muestras aleatorias en lugar de una función analítica específica[22]. Si el número de muestras se hace tender a infinito entonces se tiene una representación equivalente de la distribución, permitiendo el cálculo de momentos directamente.

La integración de Monte Carlo toma muestras directamente de la distribución requerida y forma promedios de la muestra para aproximar la distribución buscada. Así se puede evaluar la integral tomando muestras  $\{x(i)\}$  de  $P(x)$  asumiendo que el muestreo es perfecto entonces se tiene un estimador o una distribución empírica dada por la Ecuación 2.13 donde  $\delta$  corresponde a la función delta de Dirac.

$$\hat{P}(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x - x(i)) \quad (2.13)$$

Se tiene entonces una distribución de pesos  $\frac{1}{N}$  y variable aleatoria  $x(i)$ . Entonces sustituyendo la distribución en la integral, se tiene:

$$E\{f(x)\} \approx \int f(x)\hat{P}(x)dx = \int f(x)\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x - x(i)) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x(i)) = \hat{f} \quad (2.14)$$

Donde se obtiene  $\hat{f}$ , conocida como la aproximación de Monte Carlo.

Para poder aplicar la aproximación de Monte Carlo es necesario conocer la función de distribución de probabilidad, sin embargo, esto no es posible en la mayoría de las aplicaciones prácticas. [2] por lo cual para poder obtener una aproximación de la función de distribución de probabilidad se utiliza el Muestreo de importancia, el que se detalla en la Sección 2.4.2.

## 2.4.2. Muestreo de importancia

El muestreo de importancia corresponde a una generalización de la aproximación de Monte Carlo a partir de:

$$I = \int_x g(x)dx = \int_x \left( \frac{g(x)}{q(x)} \right) \times q(x)dx \quad (2.15)$$

Con,

$$\int q(x)dx = 1 \quad (2.16)$$

Donde  $q(x)$  corresponde a la distribución de importancia desde donde es muestreada la distribución objetivo  $g(x)$ , no uniformemente dando mayor importancia a algunos valores de  $g(x)$  que a otros [10]. Se dice que el soporte de  $q(x)$  cubre  $g(x)$ , así la integral puede ser estimada por:

- Tomar  $N$  muestras de  $q(x)$

$$q(x) : x(i) \rightarrow q(x) \quad (2.17)$$

$$\hat{q}(x) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x - x(i)) \quad (2.18)$$

- Calcular la muestra promedio

$$I = E \left\{ \frac{g(x)}{q(x)} \right\} \approx \int_x \left( \frac{g(x)}{q(x)} \right) \times \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x - x(i)) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{g(x)}{q(x)} \quad (2.19)$$

El muestreo de importancia se basa en escoger una distribución de importancia,  $q(x)$ , que aproxime la distribución objetivo lo mejor posible. Este es el factor principal que afecta el desempeño de esta metodología.

Usando el concepto del muestreo por importancia podemos aproximar la distribución a posteriori con una función en un soporte finito discreto. Ya que, en general, no es posible muestrear directamente la distribución a posteriori, por lo que se utiliza el concepto de muestreo de importancia acoplado con una distribución fácil de muestrear,  $q(X_t|Y_t)$ . Esta elección es crucial para el diseño en la metodología de muestreo de importancia bayesiano.

Así la metodología para el cálculo de la esperanza de la función  $g(x)$  con respecto a la distribución  $P(X_t|Y_t)$  esta dada por:

$$E(g(X_t)) = \int g(X_t) \times P(X_t|Y_t) dX_t \quad (2.20)$$

Donde  $P(x(t)|Y_t)$  corresponde a la distribución a posteriori, utilizando la aproximación de Monte Carlo se tendría que muestrear directamente la distribución y entonces calcular directamente el estadístico requerido. En este caso para el cálculo del estadístico se hará uso del muestreo de importancia, por lo tanto se propone una distribución  $q(X_t|Y_t)$  fácil de muestrear. Con lo que se tiene:

$$\hat{g}(x) = E(g(x)) = \int g(X_t) \times \left[ \frac{P(X_t|Y_t)}{q(X_t|Y_t)} \right] \cdot q(X_t|Y_t) dX_t \quad (2.21)$$

Ahora aplicando la Regla de Bayes se puede definir la siguiente función de peso, sin normalizar, como:

$$W(t) = \frac{P(X_t|Y_t)}{q(X_t|Y_t)} = \frac{P(Y_t|X_t)P(X_t)}{q(X_t|Y_t)} \quad (2.22)$$

Sustituyendo se tiene:

$$\hat{g}(t) = \int g(X_t) \cdot \left[ \frac{W(t)}{P(Y_t)} \right] \cdot q(X_t|Y_t) dX_t \quad (2.23)$$

La distribución asociada a las mediciones es muy difícil de estimar, sin embargo, puede ser eliminada de esta expresión reemplazándola por la probabilidad total e insertando la distribución de importancia, con lo que queda:

$$\hat{g}(t) = \frac{E_q \{W(t) \cdot g(X_t)\}}{E_q \{W(t)\}} \quad (2.24)$$

Quedando solo esperanzas con respecto a la distribución de importancia propuesta, así tomando muestras de la distribución importancia propuesta  $X_t$  y usando la aproximación de Monte Carlo se obtiene un importante el resultado deseado.

Entonces muestreando la distribución de importancia se obtiene:

$$\hat{g}(X_t|Y_t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(X_t - X_t(i)) \quad (2.25)$$

Aplicando la propiedad de desplazamiento del Delta de Dirac y definiendo los pesos normalizados como:

$$w_i = \frac{W_i(t)}{\sum_{i=1}^N W_i(t)} \quad (2.26)$$

Se obtiene finalmente:

$$\hat{g}(t) \approx \sum_{i=1}^N w_i(t) \cdot g(X_t(i)) \quad (2.27)$$

Este estimador es sesgado siendo una relación de dos estimadores pero se puede demostrar que asintóticamente converge al verdadero estadístico y el teorema central del límite se mantiene. Así cuando el número de muestras incrementa, un estimador razonable es:

$$\hat{P}(X_t|Y_t) \approx \sum_{i=1}^N w_i(t) \cdot \delta(X_t - X_t(i)) \quad (2.28)$$

El cuál es el objetivo de la estimación Bayesiana.[6]

El muestreo de importancia provee una solución tipo “Batch”, sin embargo para hacer uso de este concepto en aplicaciones on-line se requiere un enfoque secuencial. Para esto en la Sección 2.4.3 se describe el Muestreo secuencial de importancia.

### 2.4.3. Muestreo secuencial de importancia

En el muestreo secuencial de importancia la distribución de importancia puede ser modificada con el fin de proporcionar una estimación secuencial de la distribución objetivo a posteriori. Esto es, se tiene la distribución a priori  $\hat{P}(X_{t-1}|Y_{t-1})$  y los pesos asociados  $w(t-1)$  y, al tomar una nueva muestra se realiza el cálculo de los nuevos pesos  $w(t)$  y se actualiza el estimador para obtener la distribución a posteriori  $\hat{P}(X_t|Y_t)$ . Esto significa que para poder obtener el nuevo set de muestras  $X_t(i) \sim q(X_t|Y_t)$  se debe usar el set de muestras previo,  $X_{t-1}(i) \sim q(X_{t-1}|Y_{t-1})$ , con este enfoque la distribución de importancia  $q(X_t|Y_t)$  debe admitir una distribución marginal  $q(X_{t-1}|Y_{t-1})$  para lo cual, aplicando una Factorización de Bayes se obtiene la siguiente solución secuencial:

$$q(X_t|Y_t) = q(X_{t-1}|Y_{t-1}) \cdot q(x(t)|X_{t-1}, Y_{t-1}) \quad (2.29)$$

Recordando la solución bayesiana tipo “Batch” para la estimación de la distribución a posteriori,

$$P(X_t|Y_t) = \frac{P(y(t)|x(t))P(x(t)|x(t-1))}{P(y(t)|Y_{t-1})} \cdot P(X_{t-1}|Y_{t-1}) \quad (2.30)$$

Donde se tiene que el denominador solo corresponde a la evidencia y tiene un carácter de “normalizador” y no depende de  $X_t$ , se tiene:

$$P(X_t|Y_t) \propto P(y(t)|x(t)) \cdot P(x(t)|x(t-1)) \cdot P(X_{t-1}|Y_{t-1}) \quad (2.31)$$

Sustituyendo esta expresión para la relación de los pesos a posteriori, se tiene:

$$W(t) = \frac{P(X_t|Y_t)}{q(X_t|Y_t)} = P(y(t)|x(t)) \cdot \frac{P(x(t)|x(t-1))}{q(x(t)|X_{t-1}, Y_t)} \cdot \frac{P(X_{t-1}|Y_{t-1})}{q(X_{t-1}|Y_{t-1})} \quad (2.32)$$

Lo que se puede re escribir como:

$$W(t) = W(t-1) \cdot \frac{P(y(t)|x(t)) \cdot P(x(t)|x(t-1))}{q(x(t)|X_{t-1}, Y_t)} \quad (2.33)$$

Con lo que se obtiene una relación que permite una actualización secuencial de los pesos, con estos resultados se puede formular el algoritmo de muestreo secuencial de importancia:

1. Escoger las muestras de la distribución de importancia:

$$x_i(t) \sim q(x(t)|X_{t-1}, Y_t) \quad (2.34)$$

2. Determinar las distribuciones condicionales requeridas:

$$P(x_i(t)|x(t-1)), P(y(t)|x_i(t)) \quad (2.35)$$

3. Calcular los pesos sin normalizar  $W_i(t)$ , con:

$$x(t) \rightarrow x_i(t) \quad (2.36)$$

4. Normalizar los pesos, calcular  $w_i$ .
5. Estimar la distribución a posteriori:

$$\hat{P}(X_t|Y_t) = \sum_{i=1}^N w_i(t) \delta(x(t) - x_i(t)) \quad (2.37)$$

Una vez se realiza la actualización, la distribución a posteriori de los estadísticos se obtiene directamente.

Una forma de utilizar la información que conlleva un modelo fenomenológico en espacio de estado, es a través de la probabilidad de transición de estado y la probabilidad de verosimilitud. En la Sección 2.4.4 se muestra la relación entre un modelo en espacio de estados y estas probabilidades.

## 2.4.4. Inferencia Bayesiana y modelos en espacio de estado

La estimación Bayesiana asociada a los modelos en espacio de estado se basan en la extracción de variables no observadas o de dinámica oculta desde las mediciones ruidosas disponibles. Un vector de estado que cumple con la propiedad Markoviana, ver la Sección 2.6, con distribución inicial  $P(x(0))$ , se propaga temporalmente el vector de estado en función de la distribución de la probabilidad de transición ,  $P(x(t)|x(t-1))$ , mientras las medidas condicionalmente independientes evolucionan de acuerdo a la distribución de verosimilitud,  $P(y(t)|x(t))$ . La dinámica de la variables de estado en el tiempo  $t$  es obtenida a través de la probabilidad de transición basada en el estado previo (Propiedad Markoviana), y el conocimiento de la probabilidad condicional subyacente. Una vez propagado al tiempo  $t$ , la dinámica de las variables de estado es usada para actualizar el vector de estado en base a probabilidad de verosimilitud y la nueva medida  $y(t)$ . Existe una equivalencia implícita entre las distribuciones de las probabilidad de transición y los modelos de transición de los estados y las mediciones [7][6] . Como se muestra en la Ecuación 2.38 la estimación del estado puede ser representado mediante la ecuación:

$$\hat{x}(t) = A(x(t-1), u(t-1), w(t-1)) \quad (2.38)$$

$$y(t) = C(x(t), u(t), v(t)) \quad (2.39)$$

Aquí  $A(\cdot)$  es la función de dinámica no lineal (o lineal) de transición del vector de estado y  $C(\cdot)$  es la correspondiente función de medición. Las probabilidades condicionales de transición, dentro de un esquema Bayesiano, son completamente especificadas por estas funciones y las distribuciones de los ruidos asociados  $P(w(t-1))$  y  $P(v(t))$  [7] . Así se tiene la siguiente equivalencia:

$$\hat{x}(t) = A(x(t-1), u(t-1), w(t-1)) \Rightarrow P(x(t)|x(t-1)) \Leftrightarrow A(x(t)|x(t-1)) \quad (2.40)$$

$$y(t) = C(x(t), u(t), v(t)) \Rightarrow P(y(t)|x(t)) \Leftrightarrow C(y(t)|x(t)) \quad (2.41)$$

Por lo tanto, el modelo espacio estado en conjunto con los estadísticos de los ruidos y las distribuciones a priori definen la representación Bayesiana probabilista del modelo de propagación que define la evolución de los estados y mediciones a través de las probabilidades de transición.

Considerando lo expuesto en la Sección 2.4 y sus subsecciones se tienen las bases para poder definir el Filtro de Partículas y sus características. Este método es la base de los esquemas de estimación y pronostico del SoMPA, se detalla en la Sección 2.5

## 2.5. Filtro de partículas

El filtro de partículas es un método secuencial de Monte Carlo que implementa la estimación recursiva de distribuciones de probabilidad usando los conceptos de “Muestreo de importancia” y la aproximación de distribuciones de probabilidad con muestras discretas aleatorias. La idea es representar la distribución  $P(X_t|Y_t)$  utilizando un set de  $N_p$  muestras (partículas)  $x_i(t), W_i(t); i = 1, \dots, N_p$  elegidas aleatoriamente y cada partícula tiene un peso asociado [2][11][10] [17]. Cuando el número de partículas de muestras se hace muy grande la representación de Monte Carlo llega a ser una representación equivalente a la representación analítica de la distribución a posteriori. Esta es una alternativa al filtro de Kalman para problemas no lineales. En el filtro de partículas las partículas son muestras de un estado desconocido y los pesos son sus masas de probabilidad asociadas estimados utilizando la recursión Bayesiana. Un estimador de la distribución a posteriori es,

$$\hat{P}(X_t|Y_t) = \sum_{i=1}^N w_i(t) \delta(x(t) - x_i(t)) \quad (2.42)$$

El proceso de actualización de los pesos se realiza aplicando el algoritmo de remuestreo secuencial de importancia (SIR) en dos etapas:

- Muestreo secuencial de importancia (SIS)

Como se mostró en las secciones previas el muestreo secuencial de importancia permite tomar muestras de una distribución alternativa llamada distribución de importancia, y propone la siguiente actualización de pesos para cada partícula.

$$W(t) = W(t-1) \cdot \frac{P(y(t)|x(t)) \cdot P(x(t)|x(t-1))}{q(x(t)|X_{t-1}, Y_t)} \quad (2.43)$$

Definiendo también los pesos normalizados como:

$$w_i = \frac{W_i(t)}{\sum_{i=1}^N W_i(t)} \quad (2.44)$$

- Remuestreo

En el esquema del muestreo secuencial de importancia la varianza de los pesos de las partículas tiende a incrementarse a medida que pasa el tiempo. Más aún, es probable que la masa se concentre en unas pocas partículas empobreciendo la muestra, este problema es conocido como degeneración de la muestra, este problema es evitado incluyendo una etapa de remuestreo.

Una forma de medir la degeneración es a través del tamaño efectivo de la muestra, se define matemáticamente como:

$$\hat{N}_{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N_p} W_i^2(t)} \quad (2.45)$$

La etapa de remuestreo, toma muestras de la población utilizando probabilidades proporcionales a los pesos de las partículas y sólo es aplicado si el tamaño efectivo de la muestra es menor a un límite pre fijado.

$$\hat{N}_{eff} \leq N_{threshold} \quad (2.46)$$

Durante la etapa de estimación, el Filtro de Partículas utiliza las mediciones de los datos y el modelo para poder estimar los estados del sistema, por el contrario, en la etapa de pronóstico no se tienen mediciones de datos, es por esto que se vuelve gravitante caracterizar estadísticamente los distintos perfiles de uso con que opera el dispositivo y utilizar las caracterizaciones como entrada para la etapa de pronóstico. Un método que permite caracterizar estadísticamente los perfiles de uso es la caracterización estadística a través de cadenas de Markov, este se presentan en la siguiente sección.

## 2.6. Cadenas de Markov

Una cadena de Markov de tiempo discreto es una secuencia de variables aleatorias  $X_1, \dots, X_N$  caracterizada por la propiedad de Markov. La propiedad de Markov corresponde a que la distribución de probabilidad del estado próximo  $X_{N+1}$  depende sólo del estado actual  $X_N$  y no depende de estados previos  $X_{N-1}, \dots, X_1$  [18]. Lo que formalizado matemáticamente se escribe como:

$$P(X_{N+1} = x_{n+1} | X_1 = x_1, \dots, X_N = x_N) = P(X_{N+1} = x_{n+1} | X_N = x_N). \quad (2.47)$$

Sea  $S = \{s_1, \dots, s_r\}$  el conjunto de los estados posibles para una cadena de Markov, la cadena de Markov pasa de un estado a otro mediante una “transición de estado”, las transiciones de estados tienen probabilidades asociadas llamadas “probabilidades de transición”, donde la probabilidad de transición desde el estado  $s_i$  al  $s_j$  se denota a  $p_{i,j}$ , como se muestra a continuación:

$$p_{i,j} = P(X_N = s_j | X_{N-1} = s_i). \quad (2.48)$$

Las probabilidades de transición pueden ser representadas mediante una matriz de transición de estado donde cada posición  $i, j$  de la Matriz  $P$  corresponde a la probabilidad de transición de estado  $p_{i,j}$ , por ejemplo para una cadena de Markov con 3 estados su matriz de transición  $P$  estaría dada por:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{pmatrix}. \quad (2.49)$$

En [18] se muestra que los estados pertenecientes a una cadena de Markov se pueden definir mediante el uso de k-means, asumiendo un número de centroides predeterminado.

Es de esperar que mientras mayor sea el número de estados, la cadena represente de mejor forma un perfil de corriente. Sin embargo, a medida que aumenta el número de estados, la cantidad de observaciones por estado disminuye, por lo que se ve afectada la calidad de la estimación de las probabilidades de transición. Para verificar que la calidad de la estimación sea la necesaria se presentan dos cotas para la probabilidad de que el estimador  $\hat{p}_{i,j}$  difiera de  $p_{i,j}$  en  $c$ .

$$P\{|\hat{p}_{i,j} - p_{i,j}| > t\} \leq \frac{1}{4nt^2}. \quad (2.50)$$

$$P\{|\hat{p}_{i,j} - p_{i,j}| > t\} \leq 2\exp(-2nt^2). \quad (2.51)$$

Donde  $\hat{p}_{i,j}$  corresponde al estimador de máxima verosimilitud para  $p_{i,j}$  y se define como:

$$\hat{p}_{i,j} = \frac{n_{i,j}}{\sum_{j=1}^N n_{i,j}} \quad (2.52)$$

Las Ecuaciones 2.50 y 2.51 representan cotas para la probabilidad de que el estimador de  $P_{i,j}$  difiera de su valor real en una cantidad mayor o igual a  $t$ . Para determinar el número máximo de estados que posee una cadena de Markov se escoge un valor de  $t \in (0, 1)$  junto con un escalar  $p^* \in (0, 1)$ , que corresponden a parámetros de diseño, estos parámetros están relacionados mediante la desigualdad mostrada en la Ecuación 2.53. Donde  $p^*$  representa la máxima probabilidad que se está dispuesto a aceptar para que el estimador  $\hat{p}_{i,j}$  difiera de su valor real  $p_{i,j}$  en un valor mayor o igual a  $t$ .

$$P\{|\hat{p}_{i,j} - p_{i,j}| > t\} \leq p^*. \quad (2.53)$$

Con esto queda definido un método que permite caracterizar perfiles de uso y, por lo tanto, implementar la etapa de pronóstico. En la siguiente sección se muestra el esquema base utilizado para la etapa de pronóstico.

## 2.7. Esquema de pronóstico basado en filtro de partículas para sistemas dinámicos no lineales

Un esquema de pronóstico de fallas tiene como objetivo estimar la vida útil remanente (RUL) de un componente que presenta algún modo de falla, tomando como condiciones iniciales las entregadas por la etapa de estimación del estado del componente.

Para esto se requiere contar con la presencia de al menos una característica que indique la dimensión o magnitud del evento crítico. No obstante, si se posee más de una característica, siempre es posible combinarlas con el propósito de obtener una sola señal. Luego, mediante la

utilización de un modelo de espacio estado, es posible modelar el comportamiento a lo largo del horizonte de predicción de dicha característica

Para la generación de predicciones a largo plazo, se considera una predicción a m-pasos para la distribución condicional del estado  $\hat{P}(x_i(t + \tau)|\hat{x}_i(t + \tau - 1))$  la cual describe la distribución del estado en  $t + \tau$ , ( $\tau = 1, \dots, m$ ) cuando  $\hat{x}(t + \tau - 1)$  es utilizado como condición inicial. Asumiendo que los pesos de las partículas son una buena representación de la PDF del estado en el tiempo  $k$ , entonces es posible aproximar la PDF del estado en el tiempo  $k + \tau$ , utilizando la ley de las probabilidades totales y los pesos de las partículas en el tiempo  $t + \tau$  como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\hat{P}(x(t + \tau)|\hat{X}_{t+\tau-1}) \approx \sum_{i=1}^N w_i(t + \tau - 1) \cdot \hat{P}(x_i(t + \tau)|\hat{x}_i(t + \tau - 1)) \quad (2.54)$$

Debido a que el problema planteado es un problema de pronóstico, los pesos no pueden ser actualizados en función de las medidas adquiridas del proceso. Esta consideración es tomada en cuenta al evaluar la ecuación propuesta, donde el peso de cada una de las partículas debe ser modificada en cada paso de pronóstico para incluir el hecho de que el ruido de proceso y las no linealidades pueden cambiar la forma de la PDF en cada paso. Parte del problema de pronóstico consiste en buscar aproximaciones fiables donde el esquema de pronóstico no dependa de la adquisición de mediciones del proceso.

Para superar estas dificultades se presentan dos enfoques que has sido desarrolladas en[19] y [20] . El primer enfoque usa el valor de las partículas obtenido en la etapa de filtrado como condición inicial para generar predicciones a m-pasos del valor esperado de la PDF del estado. El segundo enfoque considera un remuestro de la PDF del estado pronosticada.

### 2.7.1. Pronóstico a largo plazo: Enfoque básico

En este primer enfoque, el pronóstico de la evolución en el tiempo de cada partícula es realizado tomando sucesivamente la esperanza de la ecuación de actualización del modelo para cada instante de tiempo futuro. Es decir, se considera como condición inicial el vector de estado  $\hat{x}(t)$  y se propagan las partículas a través del modelo de transición de estado, como se muestra en:

$$\hat{x}_i(t + \tau) = E[f_{t+\tau}(\hat{x}_i(t + \tau - 1), \tilde{w}(t + \tau))] \quad (2.55)$$

Aunque la ventaja de este enfoque está en la simpleza de su implementación en términos computacionales, este método presenta problemas al asumir que la esperanza es suficiente para extender las trayectorias de  $\hat{x}_i(t + \tau)$  mientras que los pesos de las partículas son propagadas sin cambios. Más aún, este enfoque no toma en cuenta fuentes de incertezas o perturbaciones presentes en aplicaciones prácticas.

## 2.7.2. Pronóstico a largo plazo: Enfoque Utilizado

El enfoque utilizado en este trabajo corresponde a un esquema de pronóstico basado en el filtro de partículas regularizado, donde en vez de recalcular los pesos de las partículas, propone representar la incertidumbre futura a través del remuestreo de la población de partículas del vector de estado  $\hat{x}(t)$  y generar una nueva población de  $N$  partículas pasando a través de una aproximación continua de los ruidos de proceso.

Este enfoque considera una aproximación del ruido de proceso asociado a cada partícula, donde  $K(\cdot)$  es un kernel de función de densidad de probabilidad, el cual puede corresponder a la PDF del ruido de proceso, un kernel gaussiano o una versión re escalada del el Kernel de Epanechnikov, con un ancho de banda  $h_{opt}$ . En este trabajo se utilizó el Kernel de Epanechnikov, como se muestra a continuación:

$$\hat{P}(x(t+\tau)|\hat{X}_{t+\tau-1}) \approx \sum_{i=1}^N w_i(t+\tau-1) \cdot K_h(\hat{x}(t+\tau-1) - E[\hat{x}_i(t+\tau) - \hat{x}_i(t+\tau-1)]) \quad (2.56)$$

$$K(x) = \begin{cases} \left(\frac{n_x+2}{2C_{n_x}}\right) \cdot (1 - \|x\|^2) \in \|x\| < 1 \\ 0 \notin \|x\| < 1 \end{cases} \quad (2.57)$$

$$h_{opt} = A \cdot N^{-\frac{1}{n_x+4}} \quad (2.58)$$

$$A = (8C_{n_x}^{-1} \cdot (n_x + 4) \cdot (2\sqrt{\pi})^{n_x})^{\frac{1}{n_x+4}} \quad (2.59)$$

Donde,  $C_{n_x}$  corresponde al volumen de la esfera unitaria en  $\mathbb{R}^{n_x}$ . Este método propone una solución computacionalmente abordable basada en asumir que los ruidos de procesos son no correlacionados y en el uso de Kernels de transición para describir la función de distribución de probabilidad del estado antes del paso de remuestreo. Para representar la incertidumbre en la estimación de  $\hat{P}(x(t+\tau)|\hat{X}_{t+\tau-1})$  este método genera una nueva población de partículas de pesos equivalentes para el instante  $t = 1, \dots, m.$ , mediante un proceso de remuestreo inverso. Por lo tanto, la información sobre la distribución del estado esta daba por la posición de las partículas en vez de su peso.

Un paso adicional que se considera para evitar perder la diversidad de la población de partículas consiste en asumir que la matriz de covarianza del vector de estados  $\hat{S}(t+\tau)$  es igual a la matriz de covarianza empírica de  $\hat{x}_{t+\tau}$  y que se dispone de un conjunto de partículas con una distribución de pesos uniformes para la estimación de  $\hat{x}_{t+\tau-1}$ .

Considerando todo lo antes mencionado, el algoritmo de regularización queda como:

- Remuestreo de la transformada inversa modificado. For  $i = 1, \dots, N_s$   $w_i(t+\tau) = 1/N$
- Cálculo de  $\hat{S}_{t+\tau}$ , la matriz de covarianza empírica de  $\{E\{x_i(t+\tau)|\hat{x}_i(t+\tau-1)\}, w_i(t+\tau)\}_{i=1, \dots, N_s}$

- Calcular  $\hat{D}_{t+\tau}$  como :  $\hat{D}_{t+\tau}\hat{D}_{t+\tau}^T = \hat{S}_{t+\tau}$
- For  $i = 1, \dots, N$  draw  $\varepsilon_i$  sin  $K$  asignar  $\hat{x}_i^*(t + \tau) = \hat{x}_i(t + \tau) + h_{opt}\hat{D}_{t+\tau}\varepsilon_i$

Con esto queda definido un algoritmo que permite la propagación de los estados en el tiempo. En la siguiente sección se muestra la definición de probabilidad de falla presentada en [1]. La probabilidad de falla permite el pronóstico del tiempo en el cual se puede producir una falla y con esto, estimar la vida útil remanente de la batería.

### 2.7.3. Estimación y caracterización estadística de la vida útil remanente

La función de distribución de probabilidad pronosticada a lo largo del horizonte de pronóstico contiene información crítica sobre la probabilidad de falla con respecto al tiempo. Para representar esta información se utiliza la esperanza de las distribuciones y intervalos de confianza de un 95%. La función de distribución de probabilidad de falla depende del pronóstico del vector de estados y de conocimiento empírico del sistema abordado. Este conocimiento empírico del sistema es incorporado, usualmente, a través de condiciones límites para los principales indicadores de falla.

La definición de probabilidad de falla utilizada en este trabajo se presenta en [1] y se muestra en la Ecuación:

$$P(F(t)) = P(F(t)|H_{t-1})P(H_{t-1}) \quad (2.60)$$

Donde  $P(F(t))$  corresponde a la probabilidad de que el sistema falle en el instante  $t$ ,  $P(F(t)|H_{t-1})$  corresponde a la probabilidad de fallar en el instante  $t$  dado que el sistema ha estado sano desde el instante inicial hasta el instante  $t$  y  $P(H_{t-1})$  corresponde a la probabilidad de que el sistema ha estado sano desde el instante inicial hasta el instante  $t$ . La probabilidad condicional de falla puede ser definida mediante condiciones límites de uso, las cuales pueden ser definidas mediante información empírica o mediante la experiencia de los operadores.

Para hacer uso de la probabilidad de falla se utiliza como variable de decisión el SoMPA, la potencia máxima disponible, esta se obtiene a partir de la solución analítica del problema de optimización no lineal presentado en la Sección 3.3. En la siguiente sección se muestra la metodología utilizada para resolver este problema de optimización no lineal.

## 2.8. Optimización no lineal con restricciones

Los candidatos a solución óptima de un problema de optimización no lineal (PPNL) con restricciones deben cumplir ciertas condiciones necesarias y suficientes. Estas condiciones son

las llamadas condiciones de Karush Kuhn Tucker (CKKT o KKT).

Dado el problema:

$$\text{Función Objetivo } f(x_1, \dots, x_n) \quad (2.61)$$

$$\text{Sujeto a } h_i(x_1, \dots, x_n) = 0, i = 1, \dots, m \quad (2.62)$$

$$\text{Sujeto a } g_i(x_1, \dots, x_n) \leq 0, j = 1, \dots, p \quad (2.63)$$

Con  $f, h_i, g_i : A \rightarrow \mathbf{R}$  Funciones de clase  $C_1$  en  $A$ , donde  $A \subset \mathbf{R}$  es un conjunto abierto. Entonces  $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*) \in A$  es un punto de Karush Kuhn Tucker para el problema, si y sólo si,  $\exists \lambda, \dots, \lambda_m, u_1, \dots, u_p \in \mathbf{R}$  de forma que se cumplan las siguientes condiciones:

- Condición estacionaria

$$\nabla f(x_1^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla h_i(x_1^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^p u_i \nabla g_i(x_1^*, \dots, x_n^*) = 0 \quad (2.64)$$

- Condición de factibilidad

$$h_i(x_1^*, \dots, x_n^*) = 0, \quad i = 1, \dots, m \quad (2.65)$$

$$g_i(x_1^*, \dots, x_n^*) \leq 0, \quad i = 1, \dots, p \quad (2.66)$$

- Condición de holgura

$$u_i \cdot g_i(x_1^*, \dots, x_n^*) = 0, \quad i = 1, \dots, p \quad (2.67)$$

- Condición de signo

$$u_j \geq 0 \quad (2.68)$$

Los valores  $\lambda, \dots, \lambda_m, u_1, \dots, u_p$  son llamados multiplicadores y existe uno or cada restricción del problema, cada multiplicador  $\lambda_i$  está asociado con una restricción de igualdad  $h_i = 0$ , con  $i = 1, \dots, m$  mientras que cada multiplicador  $u_j$  está relacionado con una restricción de desigualdad  $g_j \leq 0$ , con  $j = 1, \dots, p$ .

## 2.9. Esquema de estimación y pronóstico de la potencia máxima disponible

El esquema de estimación utilizado es el desarrollado en [8], en este se desarrolla un algoritmo de estimación del SoMPA para baterías de plomo ácido. Por otro lado, para desarrollar el esquema de pronóstico se utiliza como base el algoritmo presentado en la Sección 2.7, este algoritmo proporcionado por el Profesor Guía, Dr. Marcos Orchard [20].

En la estimación y el posterior pronóstico se utiliza el modelo de mostrado en la Ecuación 2.69 que representa una variación del modelo utilizado originalmente en [20], esta modificación se muestra y explica en [24].

$$x_1(t+1) = x_1 + w_1(t) \quad (2.69)$$

$$x_2(t+1) = x_2(t) + w_2(t) - \left( v_l + (v_0 - v_l)e^{\gamma(x_2(t)-1)} + \alpha \cdot v_l(x_2(t) - 1) + (1 - \alpha) \cdot v_l(e^{-\beta} - e^{-\beta\sqrt{x_2(t)}}) - i(t)x_1(t) \right) \cdot i(t) \cdot \Delta t \cdot E_{crit}^{-1}$$

$$v(t) = v_l + (v_0 - v_l)e^{\gamma(x_2(t)-1)} + \alpha \cdot v_l(x_2(t) - 1) + (1 - \alpha) \cdot v_l(e^{-\beta} - e^{-\beta\sqrt{x_2(t)}}) - i(t)x_1(t) + \eta(t)$$

Donde  $w_1(t)$  y  $w_2(t)$  corresponden a los ruidos de proceso asociados a la resistencia interna y al estado de carga respectivamente,  $\eta(t)$  corresponde al ruido de observación y  $\alpha, \beta, \gamma, v_l$  y  $v_0$  corresponden a los parámetros asociados a la ecuación de observación, los cuales dependen de la celda o el arreglo de celdas de ion-litio utilizadas, en [9] se muestra como obtener estos parámetros.

El esquema base del algoritmo de estimación se presenta en la Figura 2.1. A continuación se detalla el proceso.

- *Extracción de datos y estimación de voltaje:* se toman las mediciones de voltaje y corriente de la batería. Con la medición de la corriente y los valores de los estados se obtiene un voltaje estimado a través del modelo mostrado en la Ecuación 2.69.
- *Filtro de Partículas:* compara el voltaje medido con el voltaje estimado para ajustar los pesos de las partículas, y con esto modificar la distribución de partículas de cada estado utilizando la metodología mostrada en Sección 2.5. Esto permite obtener una aproximación discreta de la función de densidad de probabilidad de los estados y con estas obtener una estimación de los mismos a través de la esperanza de cada distribución.
- *Obtención del SoMPA:* se utilizan las partículas de cada estado para obtener una aproximación de la función de densidad de probabilidad del SoMPA a través de la Ecuación 3.17, desde donde se puede obtener una estimación de la potencia máxima disponible utilizando la esperanza de la distribución.

Este proceso se repite en cada iteración del algoritmo hasta que la potencia alcance el valor de corte.

El algoritmo de pronóstico permite estimar la vida útil remanente de la batería, es decir, cuanto tiempo de uso queda. Al contrario que en el caso de estimación, aquí no se tienen mediciones de variables como voltaje y corriente. Por lo que para poder realizar el pronóstico se realiza un análisis previo de los distintos perfiles de uso que tiene la batería y se caracterizan estadísticamente mediante cadenas de Markov, como se muestra en la Sección 2.6.

Esta caracterización estadística permite obtener un vector de consumo de corriente de forma aleatoria basado en los distintos perfiles de uso y con esto obtener un voltaje estimado.

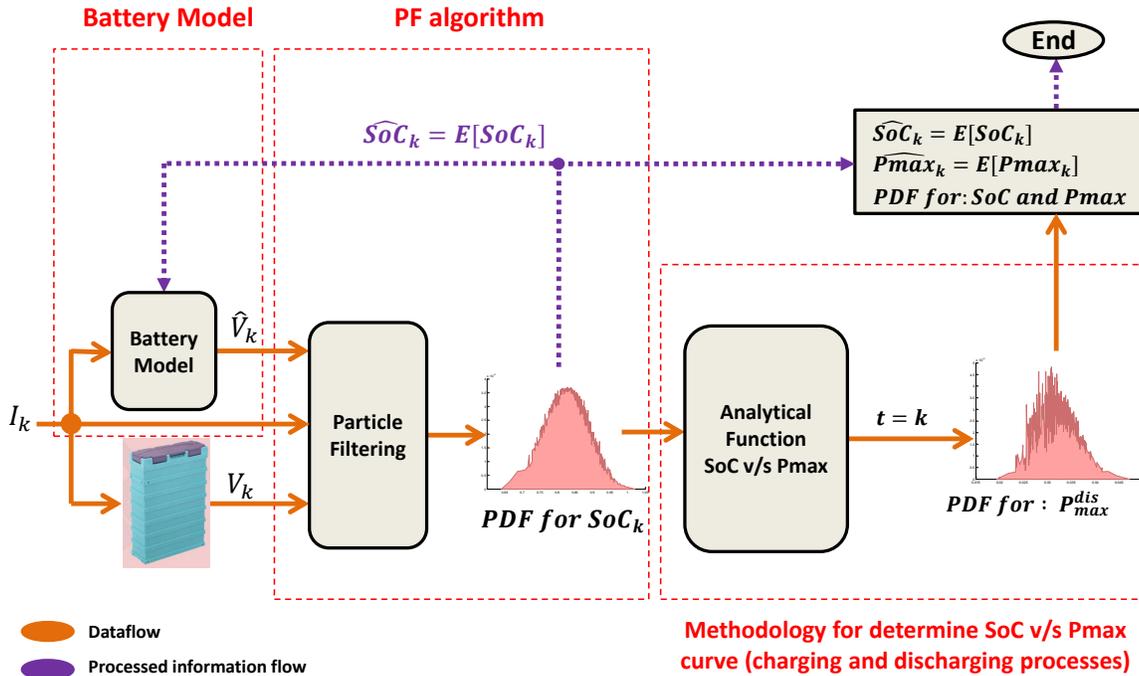


Figura 2.1: Esquema de estimación del SoMPA. Fuente: Figura facilitada por Claudio Burgos, Autor principal de [8].

El esquema del algoritmo de pronóstico se muestra en la Figura 2.2, este algoritmo se detalla a continuación para un instante de tiempo arbitrario:

- *Elección de perfil de uso:* se elige un perfil de uso el que define la magnitud del consumo futuro, es decir, la corriente que entrega la batería, a través de realizaciones de la cadena de Markov que representa este perfil.
- *Estimación del voltaje:* utilizando la corriente y los valores de los estados se realiza una estimación del voltaje utilizando la Ecuación 2.69.
- *Filtro de partículas en pronóstico:* se utiliza el esquema de pronóstico basado en filtro de partículas mostrado en la Sección 2.7, lo que permite obtener una aproximación de la función de densidad de probabilidad de los estados y, con esto, obtener una estimación a partir de la esperanza.
- *Obtención del SoMPA:* se utilizan las partículas de cada estado y cada tiempo futuro para obtener una aproximación de la función de densidad de probabilidad del SoMPA en función del tiempo, utilizando la Ecuación 3.17, desde donde se obtiene un pronóstico de la potencia máxima disponible utilizando la esperanza de la distribución.

- *Pronóstico del tiempo de falla*: a partir del conjunto de partículas del SoMPA propagadas a través del tiempo se estima un tiempo de falla, para esto se define una potencia de corte en función del perfil de uso escogido y, utilizando la definición de probabilidad de falla mostrada en la Sección 2.7.3 se obtiene una aproximación de la función de densidad de probabilidad del tiempo de falla, desde donde se puede estimar el tiempo de falla a través de un estimador de la esperanza.

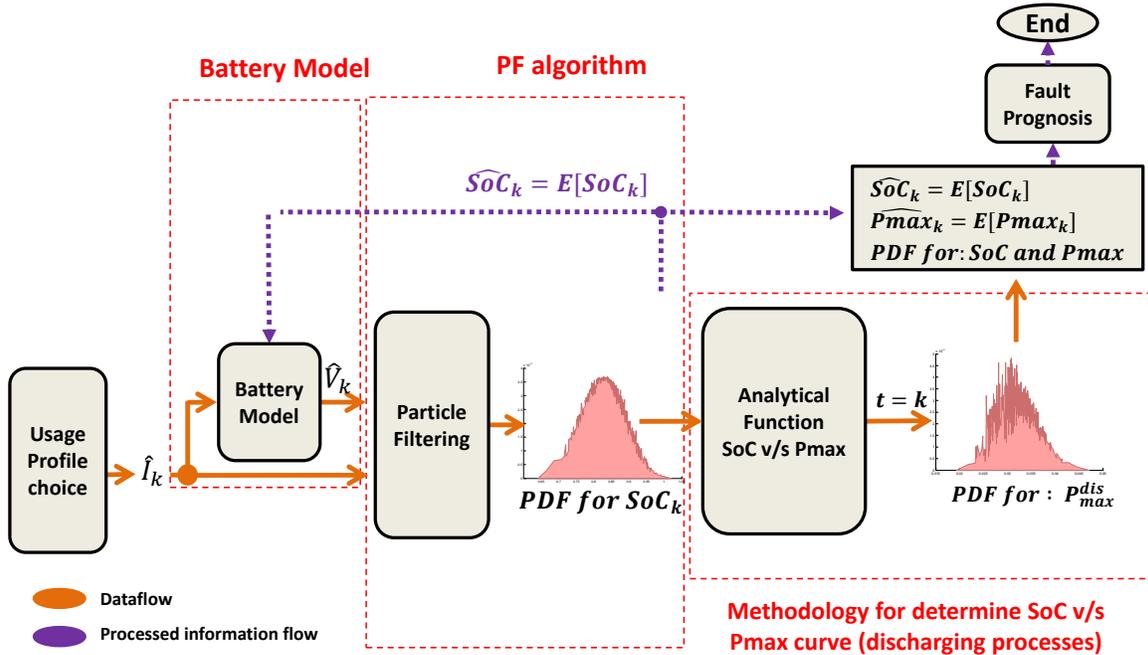


Figura 2.2: Esquema de pronóstico del SoMPA. Figura modificada de la Figura 2.1

Con el filtro de partículas base, se construye un esquema de estimación y pronóstico de la potencia máxima disponible con un enfoque hacia el desarrollo futuro de dispositivos que permitan su uso on-line. Se modifica el esquema de pronóstico debido a que en el esquema base el perfil de uso de la batería se obtiene a partir del consumo del dispositivo en una ventana de tiempo anterior al instante en el que se realiza el pronóstico, lo cual, no representa necesariamente el uso que tendrá en el horizonte de predicción, por ejemplo, si una bicicleta se utiliza principalmente en un terreno llano donde la corriente suministrada por la batería se mantiene relativamente constante, y luego, al realizar el pronóstico el usuario sube una pendiente el consumo de corriente aumenta considerable por lo cual el pronóstico fallaría sobrestimando la vida útil remanente.

En este trabajo se propone un análisis previo de los perfiles de uso y condicionar su elección mediante variables que el usuario pueda identificar. En el caso de las bicicleta eléctricas se puede condicionar la elección de distintos perfiles con la pendiente de la ruta en la cual se

desplaza, por lo cual, el usuario al realizar el pronóstico y teniendo un conocimiento previo de la ruta, podría elegir el perfil de uso que más se asemeja a su uso futuro. Además, se puede integrar a la decisión de qué perfil escoger el uso de distintas aplicaciones móviles que permitan el análisis previo del recorrido escogido por el usuario, y por tanto, poder agregar información en el pronóstico. Con el cálculo off-line de los perfiles de uso, se disminuye el tiempo de procesamiento del algoritmo, pues sólo se utilizan los perfiles pre-definidos.

En el próximo capítulo se muestra la implementación del dispositivo que se utilizó para tomar los datos, la caracterización estadística de los perfiles de uso y la solución del problema de optimización no lineal que permite encontrar una relación entre los estados del modelo presentado en la Ecuación 2.69 y el SoMPA.

# Capítulo 3

## Desarrollo e implementación de algoritmos de estimación y pronóstico del SOMPA

### 3.1. Caso de estudio - Bicicletas eléctricas - Base de datos

Para llevar a cabo este estudio se generó una base de datos provenientes de pruebas realizadas en terreno con una bicicleta eléctrica, la cual fue facilitada por la empresa ELIBATT. En la Figura 3.1 se muestra un esquema funcional de los componentes presentes en la bicicleta eléctrica donde el sistema se ha dividido en cinco zonas, E-bike, Batería, Controlador, Regulador y Dispositivo de almacenamiento de datos.

A continuación se describen las funciones de cada uno de los componentes del sistema.

**E-Bike** : Son los componentes de la bicicleta eléctrica.

- *Acelerador*: consiste en un sensor de efector hall que envía una señal entre  $0[V]$  y  $5[V]$  al controlador para acelerar, si este se presiona por un tiempo mayor a 5 segundos entonces la bicicleta toma velocidad constante (cruce).
- *Freno mecánico-eléctrico*: consiste en un sensor adherido al freno tipo V-Brake, el cual al activar la manilla de freno genera un cese en la alimentación al motor.
- *Control-Display*: cuenta con un medidor de SOC basado en voltaje, el cual mide el tensión de la batería a través del controlador. Permite el encendido y apagado del sistema.
- *Motor DC*: tipo brushless de  $36[V]$  y de  $250[W_{rms}]$  de potencia.

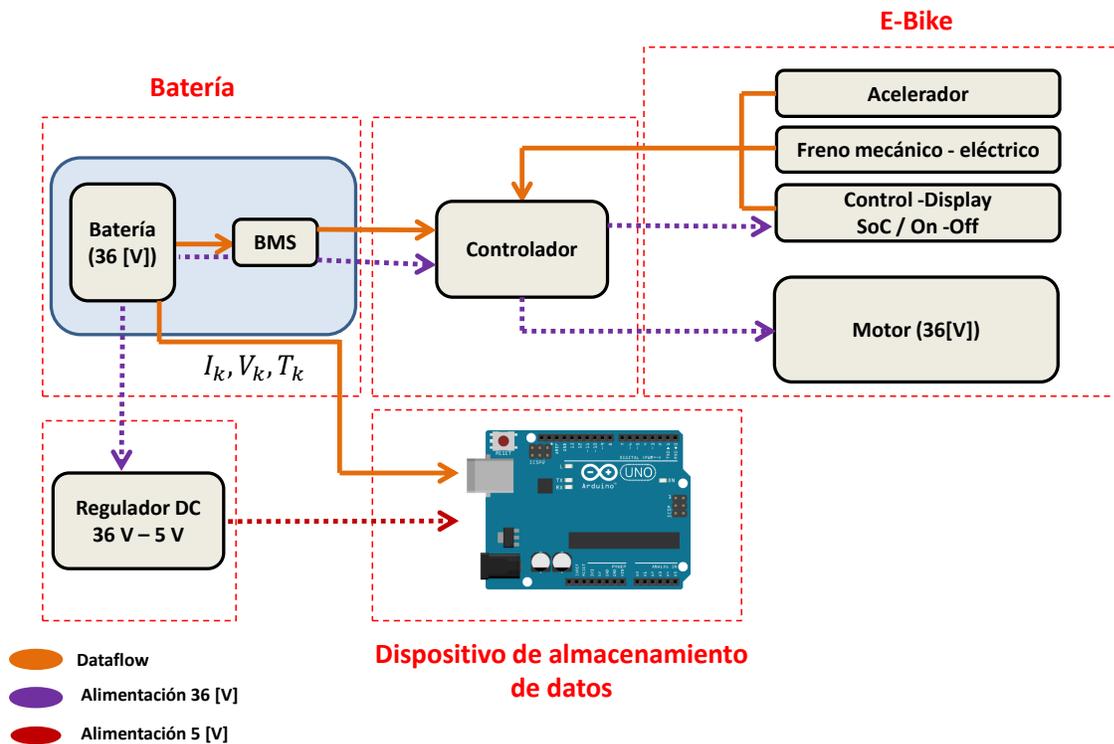


Figura 3.1: Esquema funcional - bicicleta eléctrica

## Batería

- *Pack de batería:* es un arreglo de 10 tríos de celdas en serie (Figura 3.2), donde cada celda corresponde a una ICR26650 4000mAh 3,7V, lo que genera en su conjunto una batería de 37[V] y 12[Ah].
- *BMS (Battery management system):* entre sus funciones destaca; asegurar el uso óptimo de la energía a la bicicleta eléctrica, evitar el riesgo de daños sobre la batería, balancear el voltaje entre cada trío de celdas presente en el pack durante la carga de la batería. Posee un umbral mínimo de corte de 33[V] y un máximo de 42[V], y con una corriente máxima de 15[A]. Cabe destacar que el BMS mide el voltaje en cada trío de celdas, en caso de que al menos uno de estos baje de los 3,3[V] se produce el corte en el suministro de energía, pudiendo provocar que el voltaje de corte del pack de baterías aumente a medida que se degradan las celdas.

**Controlador:** es el encargado de recibir la información de los sensores descritos en E-bike y conforme a esto administrar la energía entregada al motor, funciona con una tensión mínima de 31[V] y una corriente máxima de 10[A].

**Regulador de voltaje:** permite bajar el voltaje de 36[V] a 5[V] y alimentar el dispositivo de almacenamiento de datos y sus sensores.

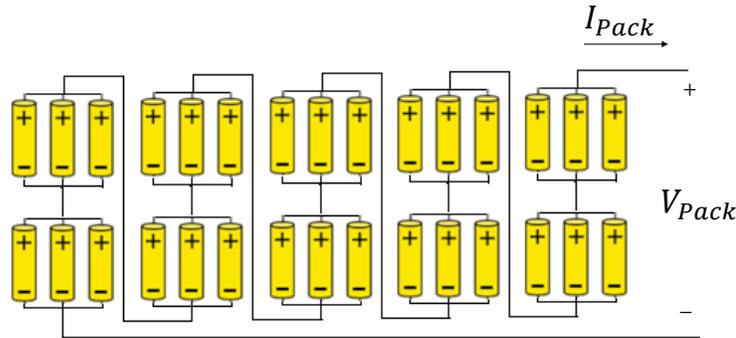


Figura 3.2: Esquema arreglo de celdas 10s 3p

### Dispositivo:

Para obtener los datos se re-implementó el dispositivo de almacenamiento de datos debido a que el dispositivo original presentaba fallas recurrentes y en un proceso de reparación quedó inutilizable. El nuevo dispositivo está conformado por los siguientes componentes:

- *Arduino Uno* : placa de desarrollo basada en el microcontrolador ATmega32, posee 14 pines de entrada/salida digital y 6 pines de entrada analógica.
- *Sensor de corriente* : usa el circuito integrado ACS712 que ofrece una medición analógica de carácter lineal, tiene un rango de medición de  $-15[A]$  a  $15[A]$  y un voltaje de salida entre  $0[V]$  y  $5[V]$ .
- *Sensor de voltaje* : la placa arduino uno posee sensores de voltaje en cada entrada analógica, sin embargo, su rango de medición es de  $0[V]$  a  $5[V]$  por lo cual, se implementa un divisor de voltaje para la tensión de la batería y así poder escalar la medición de la tensión. Se usa una resistencia de  $10K[\Omega]$  y una de  $470K[\omega]$ .
- *Sensor de temperatura* : sensor digital basado en el circuito integrado LM35 posee una sensibilidad de  $0,5[^\circ C]$ .
- *Lector de tarjeta de memoria* : se integra lector de tarjeta de memoria para almacenar los datos proveniente de los sensores.

La frecuencia de muestreo escogida corresponde a 1 [Hz], debido a que los algoritmos ya implementados que se utilizaron como base para esta memoria utilizan esta frecuencia. En la figura 3.3 se muestra un esquemático de las conexiones entre los sensores de corriente, Voltaje y Temperatura (SC, Divisor de voltaje y ST), además del lector de tarjeta de memoria.

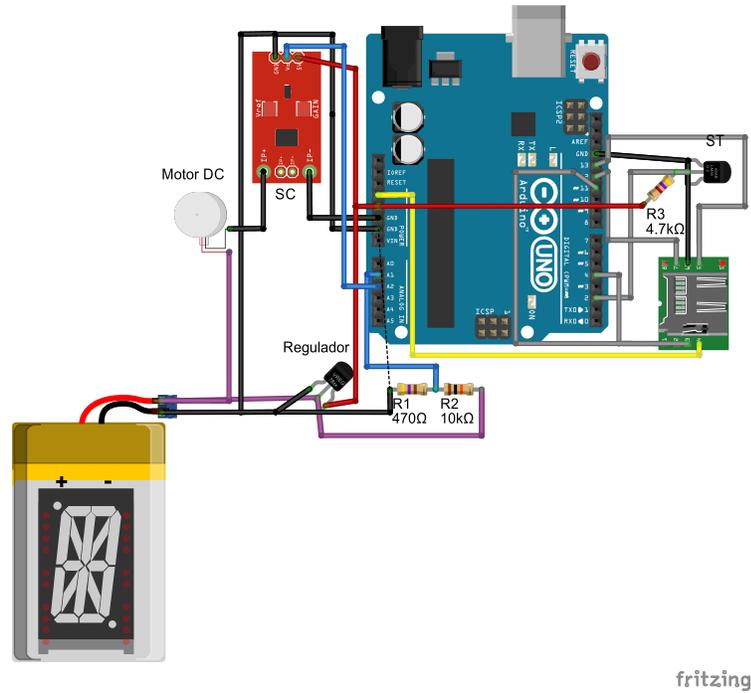


Figura 3.3: Esquema arduino

Los principales cambios implementados en esta nueva versión fueron quitar el GPS presente, debido a que no se encontraba funcional y se reemplazó con el uso del GPS de un SmartPhone a través de la aplicación STRAVA. Se mejoró la frecuencia de muestreo y la calidad de las muestras, aprovechando la tasa de muestreo del Arduino  $< 1[kHz]$  lo que sumado al tiempo utilizado para realizar el procesamiento y almacenamiento de los datos, permitió en 1 segundo tomar 10 datos por cada sensor y utilizar el promedio de estos 10 datos como la muestra que toma cada sensor en cada periodo.

Los datos de corriente y voltaje permiten realizar la estimación y pronóstico, mientras los datos de temperatura entregan la oportunidad para estudiar la relación entre la temperatura de operación, la resistencia interna, el estado de salud entre otros indicadores y no son utilizados en esta memoria.

Se realizaron distintas pruebas con el fin de caracterizar el perfil de uso de la Bicicleta eléctrica, se idearon pruebas para su uso continuo sobre una superficie horizontal y su uso sobre pendientes pronunciadas. Las pruebas se realizaron en las cercanías de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile, en el Parque O'Higgins y en el Cerro San Cristóbal. Los datos obtenidos de tensión, corriente y temperatura corresponden a los de la batería presente en la E-Bike. Además, se registró la posición, velocidad y altimetría a través Strava.

### 3.1.1. Set de datos #1 - Prueba perfil de uso horizontal

Para obtener el perfil de uso sobre una superficie horizontal se utilizó la bicicleta con la batería cargada completamente hasta que se alcanzó el voltaje de corte del BMS. La ruta utilizada corresponde a la elipse del Parque O'higgins la prueba tuvo una duración de 2 horas y 11 minutos. la ruta seguida a través del GPS se muestra en la Figura 3.4 mientras que la altimetría de la misma se muestra en la Figura 3.5. El recorrido total constó de 29,3 KM y un desnivel máximo de 6 metros.

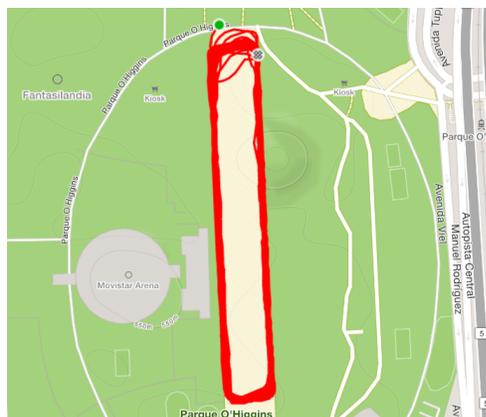


Figura 3.4: Ruta Parque O'higgins

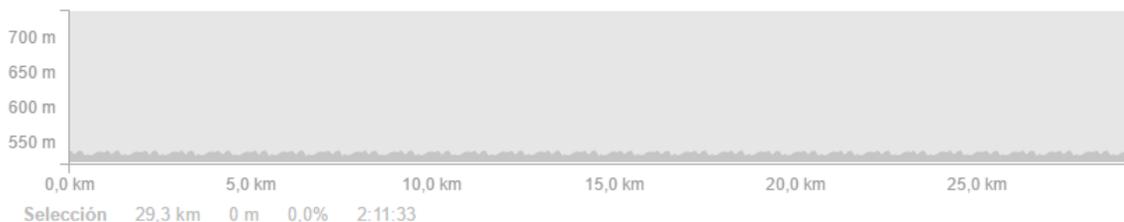


Figura 3.5: Altimetría de la ruta en Parque O'higgins

Los datos obtenidos mediante los sensores presentes en el dispositivo se muestran en las Figuras 3.6a, 3.6b donde se observa que existe una periodicidad en la morfología de los gráficos obtenidos de aproximadamente 4 minutos y 20 segundos, este es el tiempo que tarda la bicicleta en dar una vuelta completa a la elipse del Parque O'higgins en total se dieron 29 vueltas. Las diferencias de altura en presentes en cada vuelta se ven reflejas en las fluctuaciones de la corriente y por lo tanto también en el voltaje. También se observa un impulso de corriente al inicio de la toma de datos, esto se debe a que al iniciar el movimiento de la bicicleta se requiere una mayor potencia para romper la inercia, esto se repite al final de la toma de datos, donde se intenta volver a hacer andar la bicicleta pero debido a que el voltaje ya se encuentra demasiado bajo cada vez que se intenta reutilizar se apaga el sistema debido a que se alcanza el voltaje de seguridad de 33,0[V].

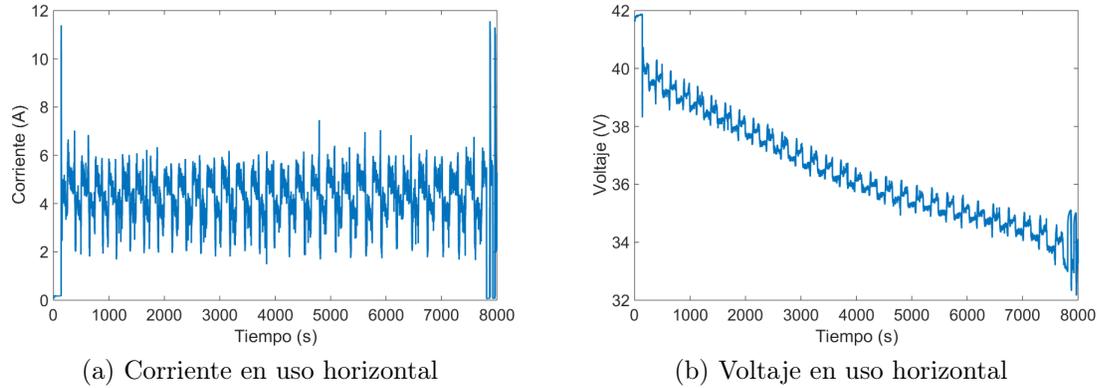


Figura 3.6: Set #1 Datos de sensores de uso en ruta horizontal

### 3.1.2. Prueba perfil de uso sobre pendiente

Para obtener datos de uso de la bicicleta en una ruta con pendiente se utilizó la bicicleta en el Cerro San Cristóbal realizando el ascenso completo desde la entrada por la calle Pío noño hasta el mirador que se encuentra en la Cumbre. En la Figura 3.7 se muestra en azul la ruta seguida por el GPS mientras se realiza la toma de datos. La altimetría de la ruta se muestra en la Figura 3.8 donde se muestra que el total de la distancia recorrida es de  $4,3[Km]$  con un desnivel de 223 m, un desnivel de 5,1% y un tiempo de recorrido de 23 minutos.

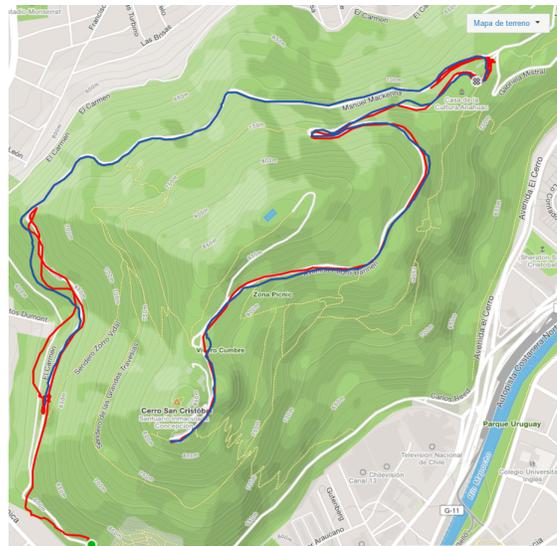


Figura 3.7: Ruta en Cerro San Cristobal

En los datos obtenidos por los sensores se aprecia que la corriente tiene principalmente un rango de variación entre  $8[A]$  y  $11,5[A]$  cuando se sube una pendiente, también se muestran datos entre el tiempo  $500[s]$  y  $750[s]$  donde debido a que la pendiente de la ruta se vuelve horizontal la magnitud de la corriente se vuelve similar a la mostrada en la Figura 3.6a. Cercano al tiempo  $1080[s]$  se aprecia que la corriente se vuelve  $0[A]$  durante un par de segundos, esto es debido a que el usuario se detuvo durante la prueba, finalmente la prueba termina en la cumbre. Cabe destacar que al intentar una segunda subida la bicicleta eléctrica

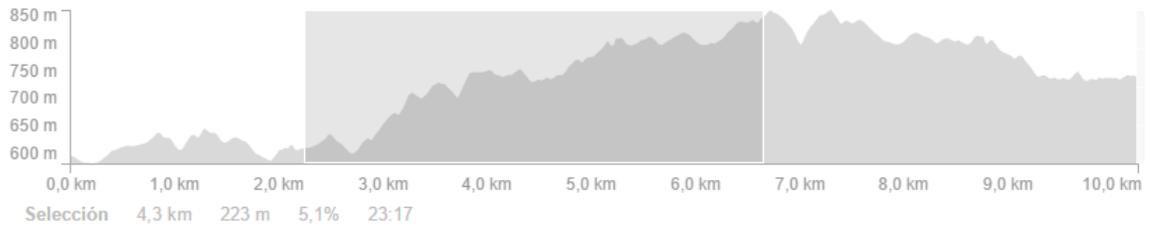
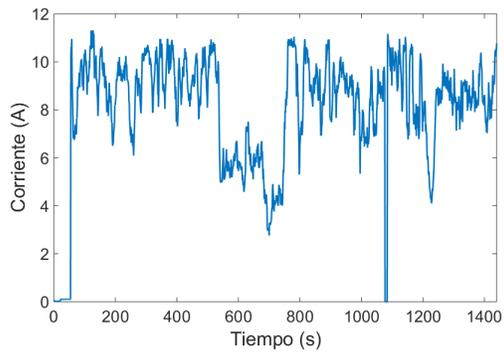
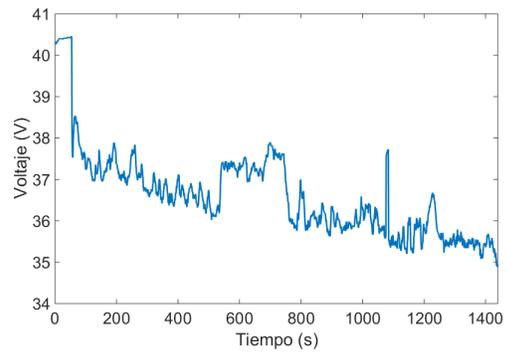


Figura 3.8: Altimetría de la ruta en Cerro San Cristobal

se apagó debido a un sobrecalentamiento del controlador, como consecuencia de su constante operación en torno a su corriente límite de operación nominal  $10[A]$ .



(a) Corriente en uso sobre pendiente



(b) Voltaje en uso sobre pendiente

Figura 3.9: Set #2 Datos de sensores de uso en ruta con elevación

### 3.1.3. Set #3 Uso horizontal con falla por potencia

En la obtención de los datos del Set #3 se recorrió el Parque O'higgins realizando una ruta similar a la ruta presentada en el caso del Set #1, pero luego de 1 hora 40 minutos de uso se realizó el ascenso de una pequeña pendiente, en la Figura 3.10 se muestra con una línea roja a la derecha de las vueltas en la elipse del Parque, la cuesta tuvo una inclinación máxima de un 4% como se muestra en la Figura 3.11.

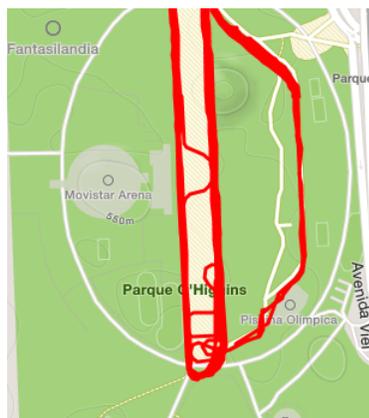


Figura 3.10: Ruta 2 en Parque O'higgins

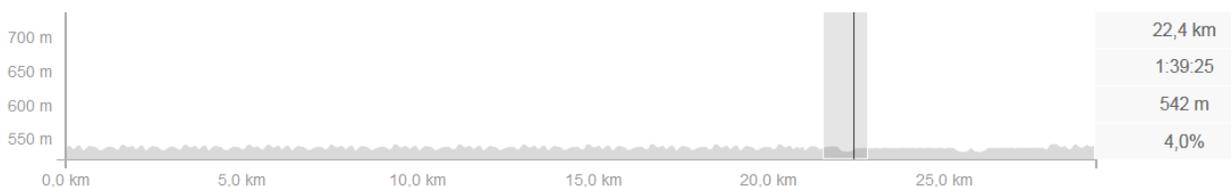


Figura 3.11: Altimetría en ruta 2 en Parque O'higgins

Al realizar el ascenso de la pendiente se realizó un consumo elevado de potencia, producto de esto el voltaje disminuyó al punto de alcanzar el voltaje de corte ocurriendo una falla, los datos de corriente y voltaje tomados en esta prueba se muestran en las Figuras 3.12a y 3.12b

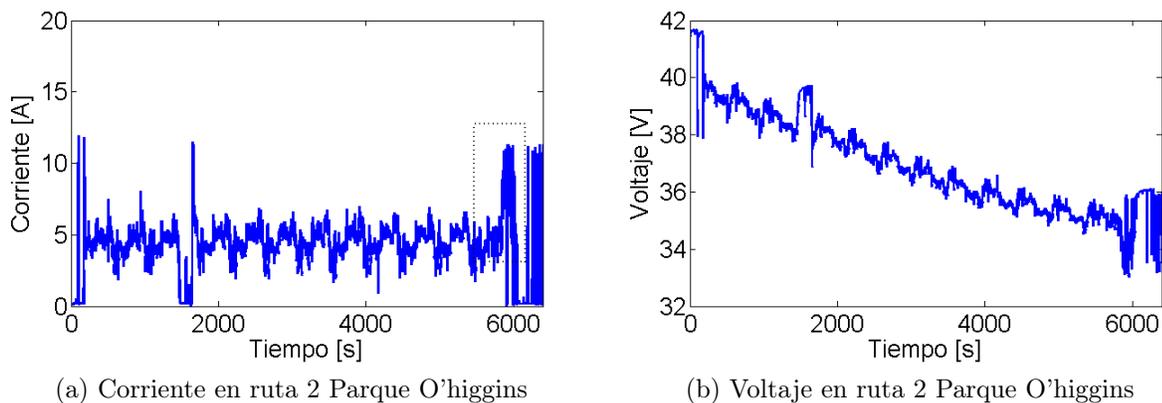


Figura 3.12: Set #3 Datos de sensores en ruta 2 en Parque O'higgins

## 3.2. Caracterización de perfiles de uso mediante Cadenas de Markov

Para poder obtener una caracterización de los perfiles de uso mostrados en la Sección 3.1 se utiliza la metodología mostrada en la Sección 2.6 que se basa en [18]. Para la caracterización de los perfiles de uso se utiliza una cadena de Markov de primer orden. La metodología presentada fue aplicada a los conjuntos de datos Set #1, Set #2 y Set #3, mostrados en las Secciones 3.1.1, 3.1.2 y 3.1.3. Debido a que la caracterización del perfil de uso se realiza de forma off-line se utiliza el arreglo completo, en el caso del Set #1, y en el caso del Set #2 se elimina una sección de datos, comprendidos entre los tiempos 530[s] y 760[s] debido a que en este intervalo se observa un comportamiento de perfil horizontal, como se muestra en la Figura 3.8, la altimetría en torno al kilómetro 4 no presenta variaciones significativas de altura lo que provoca que el consumo de corriente en ese segmento sea del orden de un perfil de uso horizontal como el mostrado en la Figura 3.6a.

Con estas consideraciones se procede a calcular la matriz de transición de estados,  $P_i$  y los centroides,  $C_i$  que representan los estados de cada perfil de uso.

En ambas caracterizaciones se utiliza la cantidad dos estados, esto como resultado de la metodología presentada en [18], donde se propone una reducción de la cantidad de estados hasta que los datos permitan una estimación razonable de cada probabilidad de transición de estado. Al intentar utilizar tres estados el número de transiciones entre algunos estados era 0 o no permitía proporcionar una cota razonable para la estimación de las probabilidades de transición.

En el caso del perfil de uso horizontal se utilizó un factor  $t = 0,08$  con lo que se obtuvo una cota máxima de  $p^* = 0,10$ , obteniendo:

$$P_h = \begin{pmatrix} 0,991 & 0,0072 \\ 0,0088 & 0,992 \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

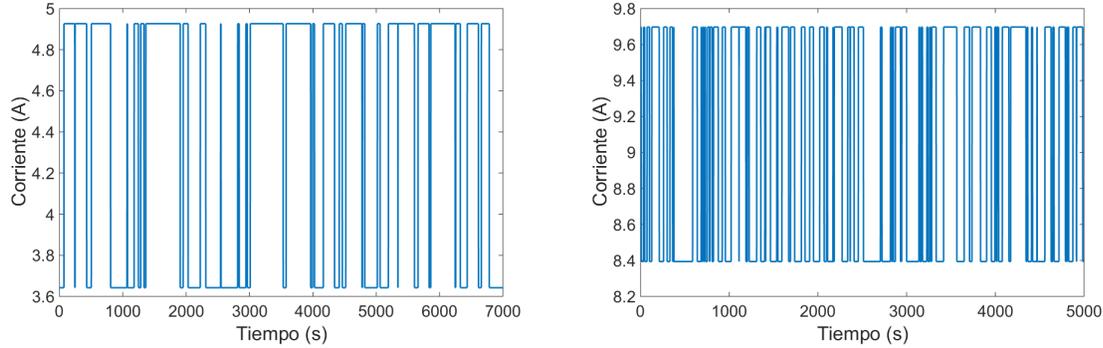
$$C_h = (3,6422 \quad 4,9258). \quad (3.2)$$

Por otro lado en el caso del perfil de uso en una pendiente agresiva se utilizó un factor  $t = 0,08$  con lo que se obtuvo una cota superior de  $p^* = 0,223$ , obteniendo:

$$P_p = \begin{pmatrix} 0,978 & 0,0263 \\ 0,0219 & 0,973 \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

$$C_p = (9,7024 \quad 8,3991). \quad (3.4)$$

En la Figura 3.13 se muestran una realización de cada cadena que representa cada perfil de uso.



(a) Realización de la cadena de Markov de uso horizontal (b) Realización de la cadena de Markov de uso en pendiente

Figura 3.13: Muestras de perfiles de uso

Con esto se tienen caracterizados los distintos perfiles de corriente que se presentan en el caso estudiado y, por lo tanto, se tiene una de las entradas principales para el algoritmo de pronóstico. En la siguiente sección se deriva la relación existente entre los estados del modelo presentado en la Ecuación 2.69 y el SoMPA, a través de la solución de un problema de optimización no lineal.

### 3.3. Optimización para obtener la máxima potencia disponible

En esta sección se expone la metodología utilizada para obtener la potencia máxima disponible en un dispositivo de almacenamiento de energía a través de una solución analítica.

Como se muestra en la sección 3.1 la bicicleta eléctrica presenta entre sus componentes un controlador y un BMS, teniendo como consecuencia limitaciones en los rangos de operación de voltaje y corriente, los cuales serán restricciones en el problema de optimización no lineal planteado en esta sección.

El controlador, cuyas especificaciones se muestran en la Sección 3.1, consta de un voltaje de operación mínimo de  $31V$ , y una corriente máxima nominal de operación de  $10A$ , sin embargo se han realizado mediciones en operación encontrando una corriente máxima de funcionamiento  $11,5A$ , por tanto esta será utilizada para los próximos cálculos.

El BMS monitoriza el voltaje, corriente y temperatura, el cual en caso de encontrar parámetros fuera del rango de operación, activa los relés desconectando la batería. En caso de sobrepasar los límites definidos pueden ocurrir las siguientes consecuencias[3]:

- *Voltaje máximo*: probabilidad de incendio o explosión de la batería.
- *Voltaje mínimo*: puede ocasionar pérdida irreversible de la capacidad y disminuir la vida útil de la batería.

- *Corriente máxima*: es posible superar este parámetro durante un tiempo acotado antes de que se desconecte la batería. Este lapso depende de la resistencia térmica de la batería y de la temperatura ambiental, mientras mayor sea el delta con el cual es superada la corriente máxima menor será lapso de tiempo.

En la Tabla 3.1 se despliegan el conjunto de restricciones antes mencionadas.

| VARIABLES | RANGOS DE OPERACIÓN        |
|-----------|----------------------------|
| Voltaje   | $33,0 < V \leq 42,0[V]$    |
| Corriente | $0[A] \leq I \leq 11,5[A]$ |

Tabla 3.1: Restricciones Física.  
Definiendo  $V_s = 33,0[V]$ ,  $I_s = 11,5[A]$  e  $I_0 = 0[A]$

Dicho esto, se considera la ecuación de observación perteneciente en el sistema de ecuaciones mostrado en 2.69 :

$$v(t) = v_l + (v_0 - v_l)e^{\gamma(x_2(t)-1)} + \alpha \cdot v_l(x_2(t) - 1) + (1 - \alpha) \cdot v_l(e^{-\beta} - e^{-\beta\sqrt{x_2(t)}}) - i(t)x_1(t)$$

Definiendo:

$$v_{oc}(t) = v_l + (v_0 - v_l)e^{\gamma(x_2(t)-1)} + \alpha \cdot v_l(x_2(t) - 1) + (1 - \alpha) \cdot v_l(e^{-\beta} - e^{-\beta\sqrt{x_2(t)}})$$

Se tiene:

$$v(t) = v_{oc}(SoC(t)) - i(t) \cdot R_{int} \quad (3.5)$$

La metodología de trabajo que permite obtener una estimación del SoMPA para procesos de descarga consiste en, resolver un problema de optimización no lineal considerando las restricciones físicas que presenta cada aplicación en particular.

Siguiendo la metodología presentada en la Sección 2.8 se obtiene la función objetivo al multiplicar la ecuación 3.5 por  $i(t)$ :

$$P(t) = v_{oc}(SoC(t)) \cdot i(t) - i^2(t) \cdot R_{int} \quad (3.6)$$

Utilizando el valor de  $V(t)$  de ecuación 3.5 en la restricción inferior  $V_s < V(t)$ , se puede modificar de la siguiente forma:

$$V_s < V(t) \quad (3.7)$$

$$V_s < v_{oc}(SoC(t)) - i(t) \cdot R_{int} \quad (3.8)$$

$$I(t) + \frac{V_s - v_{oc}(SoC(t))}{R_{int}} < 0 \quad (3.9)$$

Con lo que finalmente la formalización del problema de optimización no lineal como sigue:

|  |
|--|
| $\begin{aligned} &Max[v_{oc}(SoC(t)) \cdot i(t) - i^2(t) \cdot R_{int}] \\ &Sujeto a \\ &g_1 : I(t) < I_s \\ &g_2 : 0 \leq I(t) \\ &g_3 : I(t) + \frac{V_s - v_{oc}(SoC(t))}{R_{int}} < 0 \end{aligned}$ |
|--|

Tabla 3.2: Problema de optimización no lineal

Para abordar es problema mostrado en la tabla 3.2 se utilizan las condiciones de Karush Kuhn Tucker, metodología mostrada en la Sección 2.8. Considerando  $f$  como la función objetivo a maximizar y aplicando la condición estacionaria de KKT se tiene:

$$\nabla f + \sum_{i=1}^3 u_i \nabla g_i = 0 \quad (3.10)$$

El Lagrangiano del problema de optimización queda descrito como:

$$L(I, u_1, u_2, u_3) = -V_{oc}(SoC(t))I(t) - R_{int}I(t)^2 + u_1(I(t) - I_s) - u_2I(t) + u_3 \left( I(t) + \frac{V_s - v_{oc}(SoC(t))}{R_{int}} \right) \quad (3.11)$$

Donde  $u_1, u_2$  y  $u_3$  son los multiplicadores de Lagrange. La condición estacionaria queda como:

$$\frac{\delta L(I, u_1, u_2, u_3)}{\delta I} = -V_{oc}(SoC(t)) - 2R_{int}I(t) + u_1 - u_2 + u_3 = 0 \quad (3.12)$$

Aplicando la Condición de Holgura se tienen las siguientes ecuaciones:

$$u_1(I(t) - I_s) = 0 \quad (3.13)$$

$$-u_2I(t) = 0 \quad (3.14)$$

$$u_3 \left( I(t) + \frac{V_s - V_{oc}(SoC(t))}{R_{int}} \right) = 0 \quad (3.15)$$

Se realiza un análisis por casos, considerando la condición de signo y la condición de holgura para obtener  $I^*$ . El resultado de este análisis se presenta en la Tabla 3.3.

| Puntos factibles                                      | Condiciones                 | Condiciones de KKT |
|---|-----------------------------|--------------------|
| $I^* = I_s$   | $u_1 > 0$ y $u_2 = u_3 = 0$ | Se cumplen         |
| $I = 0$   | $u_2 > 0$ y $u_1 = u_3 = 0$ | No se cumplen      |
| $I^* (SoC(t)) = \frac{v_{oc}(SoC(t)) - V_s}{R_{int}}$ | $u_3 > 0$ y $u_1 = u_2 = 0$ | Se cumplen         |

Tabla 3.3: Resumen análisis por casos

Aplicando la condición estacionaria y la de signo, se obtiene que:

$$I_{max} = \begin{cases} I_s & \text{Si } V_{oc}(SoC) > 2R_{int}I_s \\ \frac{v_{oc}(SoC(t)) - V_s}{R_{int}} & \text{Si } 2V_s > V_{oc}(SoC(t)) \end{cases} \quad (3.16)$$

Finalmente al reemplazar la el valor de  $I^*$  en la función objetivo y simplificando, se tiene:

$$SoMPA(SoC) = \begin{cases} v_{oc}(SoC(t)) \cdot I_s - I_s^2 \cdot R_{int} & \text{Si } V_{oc}(SoC) > 2R_{int}I_s \\ V_s \cdot \frac{v_{oc}(SoC(t)) - V_s}{R_{int}} & \text{Si } 2V_s > V_{oc}(SoC(t)) \end{cases} \quad (3.17)$$

Es directo de los datos que las desigualdades mostradas en la Ecuación 3.17 se cumplen siempre, por lo tanto, se escoge la solución no trivial para el desarrollo de este trabajo.

Con los temas tratados en este capítulo se definen los conjuntos de datos a utilizar, los perfiles de uso extraídos de los datos y se obtiene la relación entre los estados del modelo utilizado y el SoMPA. En la siguiente sección se muestran los resultados obtenidos de los algoritmos de estimación y pronóstico en base a lo desarrollado en este capítulo.

# Capítulo 4

## Análisis de Resultados

En este Capitulo se presentan los principales resultados obtenidos tanto en la etapa de estimación como en la de pronóstico. Se asume que la condición inicial para cada estado esta dada por una distribución inicial Gaussiana, es decir,  $x_1(0) \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$  y  $x_2(0) \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ . En la Tabla 4.1 se muestra el valores de estos parámetros. Desde estas distribuciones se extrae una población de  $N_p = 50$  partículas por estado las que representan las condiciones iniciales respectivas, además, cada partícula  $i$  posee un peso inicial  $w_i = 1/N_p$  asociado.

| Parámetros | Valores |
|------------|---------|
| $\mu_1$    | 0,275   |
| $\mu_2$    | 0,85    |
| $\sigma_1$ | 0,05    |
| $\sigma_2$ | 0,15    |

Tabla 4.1: Parámetros de las distribuciones iniciales.

Los parámetros asociados a  $x_1(0)$  fueron determinados experimentalmente utilizando la metodología presentada en [13] , mientras que los parámetros de  $x_2(0)$  fueron escogidos heurísticamente.

Por otro lado los parámetros utilizados en la Ecuación de observación 2.69 se muestran en la Tabla 4.2 y se obtuvieron mediante el procedimiento presentado en [9] .

| $\alpha$ | $\beta$ | $\gamma$ | $v_0$   | $v_l$   | $E_{critico}$ | $w_1$  | $w_2$  | $\eta$ |
|----------|---------|----------|---------|---------|---------------|--------|--------|--------|
| -0,0935  | 11,0176 | 0,7727   | 40,7759 | 25,6820 | 1279900       | 0,0007 | 0,0003 | 0,95   |

Tabla 4.2: Parámetros de la Ecuación de observación.

### 4.1. Resultados - Etapa de estimación

Los resultados de la etapa de estimación se presentan por *Set* de datos los cuales fueron presentados en la Sección 3.1. Para cada *Set* se muestran los resultados de la estimación del

vector de estados  $[x_1(t), x_2(t)]$ , el Voltaje  $v(t)$  estimado mediante la ecuación de observación, la corriente máxima disponible y el SOMPA. En los gráficos de resultados se muestra la esperanza de la distribución de partículas y el intervalo de confianza del 95 %, esto con el fin de mostrar de forma representativa y acotada la distribución de partículas.

#### 4.1.1. Resultados Set de datos #1

Como se mencionó en la Sección 3.1.1 el Set #1 corresponde a un uso de la bicicleta eléctrica en una superficie sin inclinación. En la Figura 4.1 se muestra, por un lado, la estimación del módulo de la resistencia interna en función del tiempo, se observa que el valor estimado varía entre  $0,2[\Omega]$  y  $0,25[\Omega]$ , además se observa que la magnitud presenta un aumento y posteriormente una disminución entre los tiempos  $2500s$  y  $6000s$ , este fenómeno se explicará en la Sección 4.1.2. Por otro lado, en la Figura 4.1b se muestra la comparación entre la estimación del SOC y el valor del SOC de referencia, donde se asume que la batería está cargada al 100 % cuando comenzó a ser utilizada (Esto fue considerado al realizar la prueba). Se obtuvo un  $MSE = 0,00018$  lo que aprecia con la coincidencia gráfica entre las curvas.

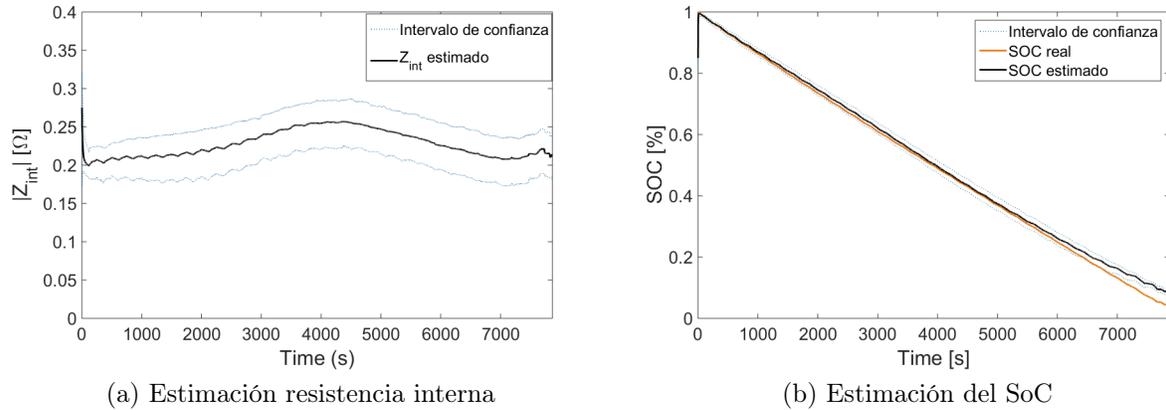


Figura 4.1: Estimación del vector estados Set #1

En Figura 4.2a se muestra el voltaje estimado, el voltaje medido y el voltaje de corte del dispositivo. Se obtuvo una estimación con un  $MSE = 0,0013$  con respecto al voltaje medido, lo que se ve representado en la coincidencia visual de las curvas. Por otro lado en las Figuras 4.2b y 4.2c se muestra que tanto la corriente máxima disponible como el SOMPA tienen una esperanza mayor a la corriente máxima del dispositivo y la potencia de corte respectivamente, durante los primeros 6500 segundos, luego de esto si la potencia requerida por el dispositivo dependiendo del uso que se le da al dispositivo, es decir, la magnitud del consumo de corriente, se define la potencia de corte. La potencia de corte se define como la corriente máxima del perfil de uso multiplicado por el voltaje de corte. Así cuando la distribución de partículas del SOMPA sobrepasen ese umbral, aumenta la probabilidad del falla.

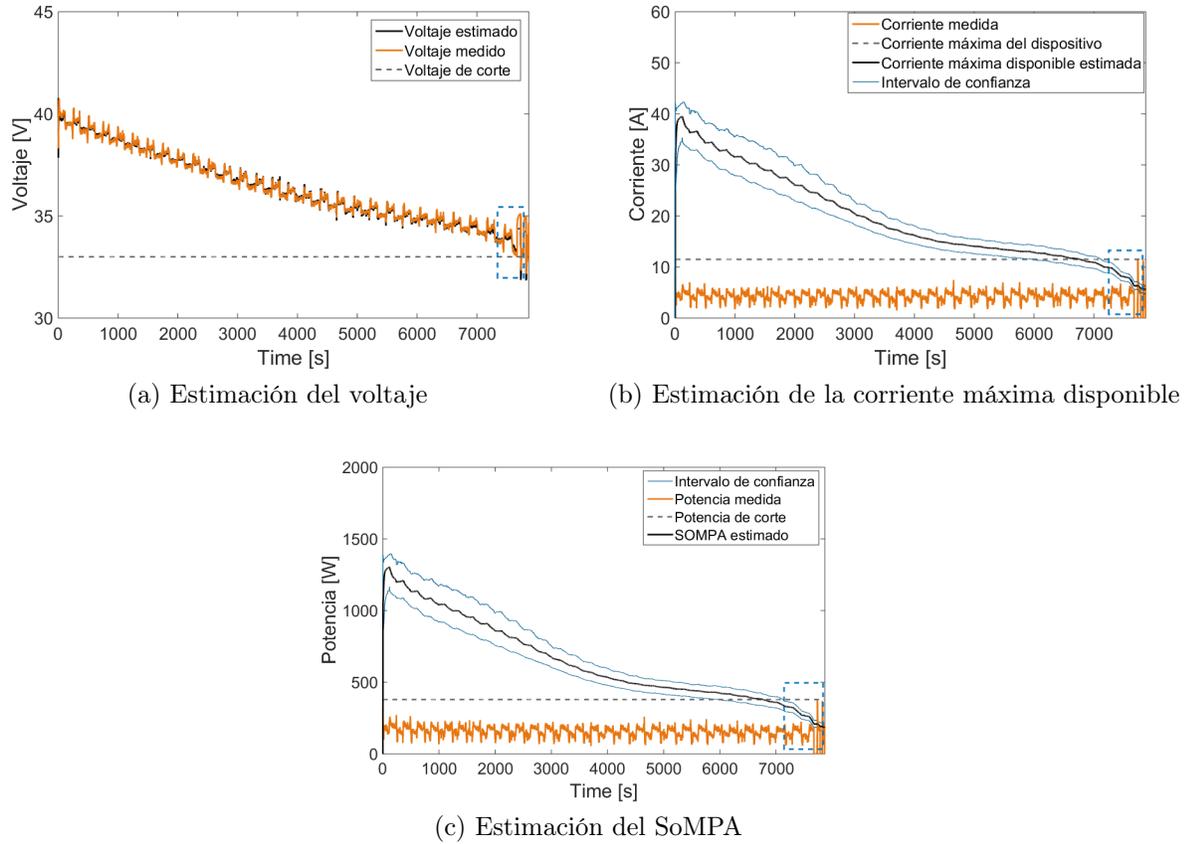


Figura 4.2: Resultados estimación Set #1

#### 4.1.2. Resultados Set de datos #2

En la Sección 3.1.2 se mencionó que los datos del Set #2 son de un perfil de uso agresivo, pues la bicicleta se utiliza mayoritariamente sobre una pendiente. Los resultados de este set de datos se presentan en la Figura 4.3 y 4.4.

En la Figura 4.3a se muestra la estimación del módulo de la resistencia interna en función del tiempo, se observa que el valor estimado se mantiene entre  $0,25[\Omega]$  y  $0,275[\Omega]$  y no presenta el aumento en el valor del modulo de la resistencia que aparece en la Figura 4.1a del Set #1, esto debido a que la Ecuación 2.69 aproxima linealmente la zona central del voltaje de circuito abierto.

En la Figura 4.1b se muestra la comparación entre la estimación del SOC y el valor del SOC de referencia, donde se asume que la batería está cargada al 91 % cuando comenzó a ser utilizada, esto debido a que como se observa en la Figura 3.7, la bicicleta fue utilizada para subir durante aproximadamente 8 minutos antes de que se tomara la prueba. La estimación de la variación del SOC real inicial se realizó a través del algoritmo de pronóstico utilizando el perfil de uso agresivo y considerando la resistencia interna constante con un valor igual al promedio en el tiempo de la esperanza de la estimación de la resistencia interna. Con esto se obtuvo un  $MSE = 0,00032$  lo que aprecia con la coincidencia gráfica entre las curvas.

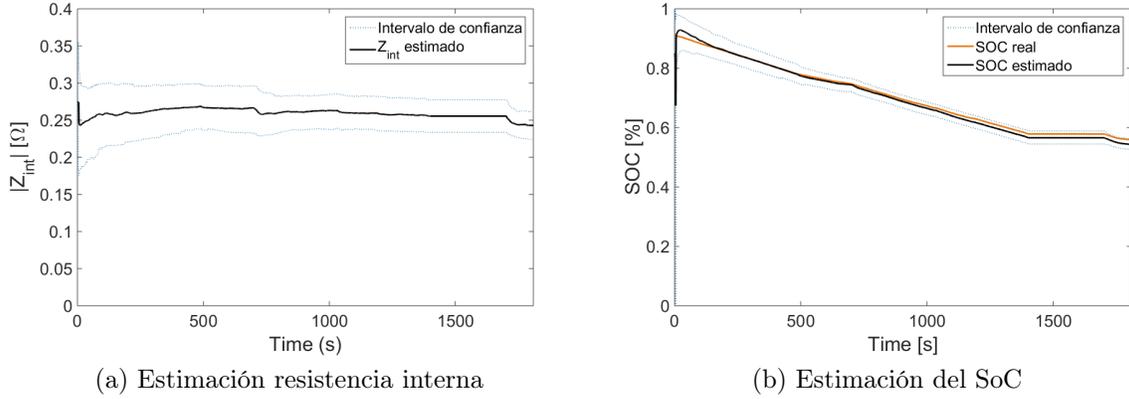
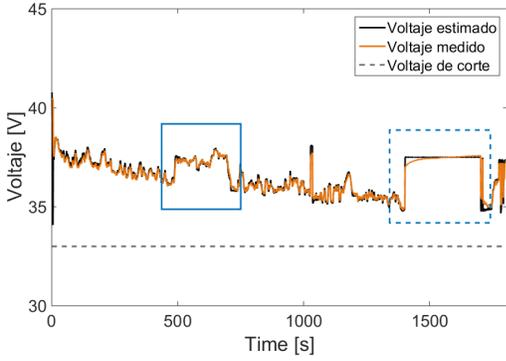
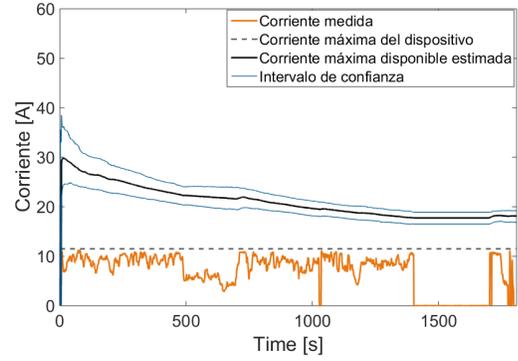


Figura 4.3: Estimación del vector de estados Set #2

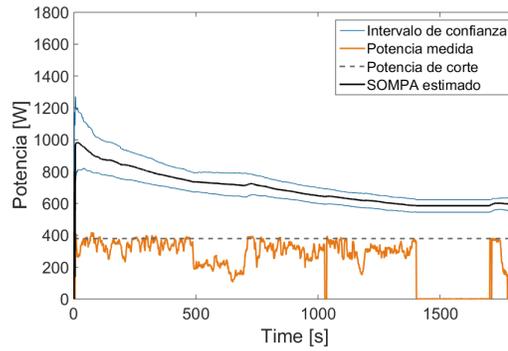
En Figura 4.4a se muestra el voltaje estimado, el voltaje medido y el voltaje de corte del dispositivo. Se obtuvo una estimación con un  $MSE = 0,0071$  con respecto al voltaje medido, donde además se aprecia que la calidad de la estimación no se ve afectada por el cambio en el perfil de uso que se le a la bicicleta, como se muestra en el rectángulo de línea continua, donde se aprecia el efecto de la disminución de la magnitud de la corriente demandada. Sin embargo en el caso de que la bicicleta permanezca sin moverse por un tiempo prolongado, la tensión en la batería presenta un efecto capacitivo de la resistencia interna de la batería [4], como se muestra en el recuadro de línea entrecortada. El aumento en la magnitud del voltaje afectaba la estimación del SOC ya que la ecuación de observación al ver un aumento de voltaje lo relaciona con un aumento del SOC (Carga de la batería), por lo cual se decidió que en el caso de que la corriente sea nula en  $t = k$ , se detenga la estimación y se propague el vector de estado previo ( $t = k - 1$ ). Por otro lado en las Figuras 4.4b y 4.4c se muestra que tanto la corriente máxima disponible como el SOMPA tienen una esperanza mayor a la corriente máxima del dispositivo y la potencia de corte respectivamente, durante toda la prueba. Esto es debido a que el SOC no bajó del 50%, producto de que la prueba no pudo continuar debido a que el controlador se sobre calentó a causa de su uso prolongado en la corriente máxima de su rango de operación



(a) Estimación del voltaje



(b) Estimación de la corriente máxima disponible



(c) Estimación del SoMPA

Figura 4.4: Resultados estimación Set #2

### 4.1.3. Resultados Set de datos #3

En la Sección 3.1.3 se presenta el Set #3, corresponde a una prueba donde mayoritariamente se utiliza la bicicleta sobre un terreno plano y en cierto punto se sube una pendiente, lo que provoca que opere el BMS y la bicicleta deje de funcionar. En la Figura 4.5 se muestra, por un lado, la estimación del módulo de la resistencia interna en función del tiempo, se observa que el valor estimado se mantiene entre entre  $0,22[\Omega]$  y  $0,26[\Omega]$ , se observa nuevamente el problema en la estimación debido a la aproximación utilizada en la Ecuación de observación. Por otro lado, en la Figura 4.5b se muestra la comparación entre la estimación del SOC y el valor del SOC de referencia, donde se asume que la batería está cargada al 100% cuando comenzó a ser utilizada, esto se verificó antes de realizar la prueba. Se aprecia que el algoritmo de filtro de partículas logra corregir la condición inicial errónea y logra un seguimiento del SOC real con un  $MSE = 0,00099$  lo que aprecia con la coincidencia gráfica entre las curvas.

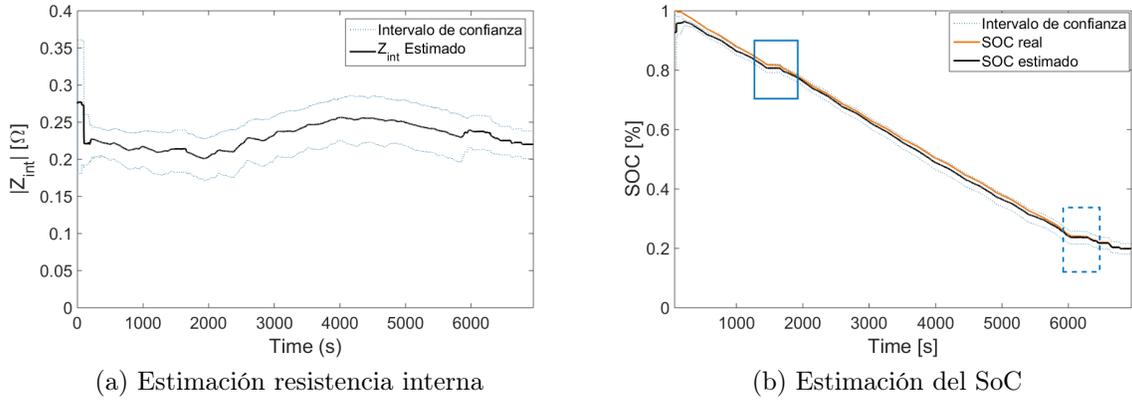
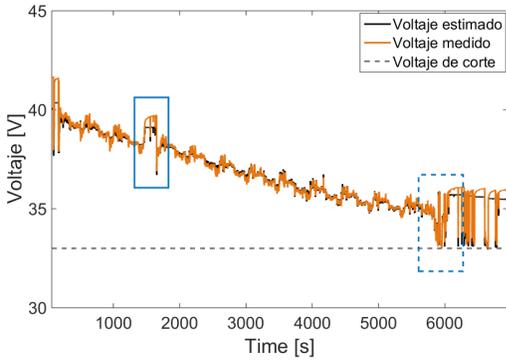
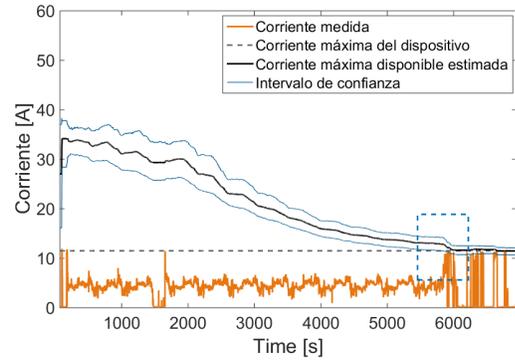


Figura 4.5: Estimación del vector de estados Set #3

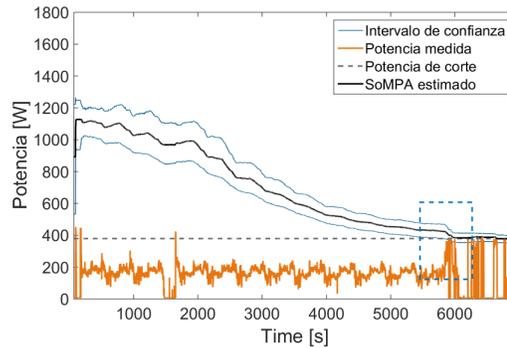
En Figura 4.6a se muestra el voltaje estimado, el voltaje medido y el voltaje de corte del dispositivo. Se obtuvo una estimación con un  $MSE = 0,0088$  con respecto al voltaje medido, además, en el rectángulo de línea sólida se aprecia el caso discutido en la Sección 4.1.2 en la Figura 4.4a, lo cual no afecta la estimación del el vector de estados, como se muestra en los recuadros de línea sólida y entre cortada mostrados en la Figura 4.5a y 4.5b. Por otro lado en las Figuras 4.6b y 4.6c se muestra que tanto la corriente máxima disponible como el SOMPA cuando las mediciones alcanzan las distribuciones de partículas que definen la Corriente máxima disponible y el SOMPA respectivamente, se presenta el corte de suministro de energía deteniendo el dispositivo. Los que se aprecia en los recuadros de línea entrecortada.



(a) Estimación del voltaje



(b) Estimación de la corriente máxima disponible



(c) Estimación del SoMPA

Figura 4.6: Resultados estimación Set #3

De acuerdo a los resultados mostrados en la etapa de estimación, se tiene que el algoritmo de estimación logra estimar correctamente el estado de carga, esto se aprecia visualmente, al comparar con el SOC de referencia en las Figuras 4.1b, 4.3b y 4.5b. Lo mismo ocurre en el caso de la estimación del voltaje mostrado en las Figuras 4.2a, 4.4a y 4.6a. En el caso de la resistencia interna no se tiene una referencia tomada en tiempo real con la cual comparar, sin embargo, esta se mantuvo en torno a  $0,275[\Omega]$  que fue el valor obtenido mediante la metodología presentada en [13]. En el caso del SoMPA tampoco existe un SoMPA de referencia con el cual comparar, no obstante, en las Figuras 4.2c, 4.6c y 4.4c se observa que cuando el gráfico de potencia medida (en naranja) intersecta el intervalo de confianza del SoMPA se produce una falla, lo que se marca con un recuadro de línea entrecortada en cada gráfico. Este comportamiento era esperable debido a que el dispositivo pide más de la potencia máxima disponible estimada, con esto se comprueba que el algoritmo logra estimar el SoMPA en estos sets de datos.

## 4.2. Resultados - Algoritmo de pronóstico

En esta sección se presentan los resultados obtenidos mediante el algoritmo de pronóstico presentado en la Sección 2.9. Se utilizó la misma configuración para el filtro de partículas que en el algoritmo de estimación. Como punto de partida se utiliza el conjunto de partículas que representan las distribuciones de los estados estimados en el instante de tiempo en el que se inicia el pronóstico (Mitad de la cantidad de datos). Además se considera un consumo de corriente que depende del perfil de uso que el usuario pretende dar al dispositivo.

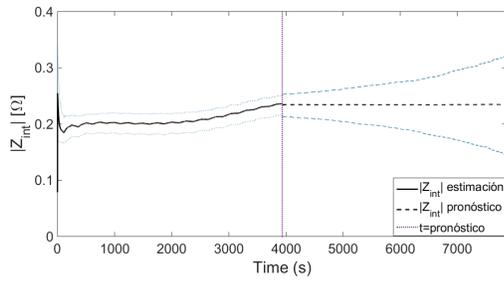
Como se mostró en la Sección 3.1 se consideran dos perfiles de uso, donde cada perfil de uso tiene distintas condiciones de falla, estas se describen a continuación:

- *Perfil de uso horizontal* : en este perfil de uso se trabajó con 2 condiciones de corte las que se basan en la corriente máxima al momento de alcanzar la tensión de corte:
  - *Corriente máxima 6[A]*: considera los datos de corriente mostrados en la Figura 3.6a, durante el uso horizontal la corriente máxima es de aproximadamente 6[A]. Por lo que se asume una condición de corte por potencia de  $P_{corte_1} = 6 \cdot 33 = 198$  [W].
  - *Corriente máxima 11,5[A]*: considera los datos de corriente mostrados en la Figura 3.12a, durante el uso horizontal la corriente máxima es de aproximadamente 6[A], sin embargo, en el zona marcada con un rectángulo de línea entrecortada la corriente alcanza los 11,5[A]. Esto debido a que en esta parte del recorrido se transitó por un segmento con una pendiente mayor al 3%. Por lo que se asume una condición de corte por potencia de  $P_{corte_2} = 11,5 \cdot 33 = 379,5$  [W], donde se considera el peor caso como condición de corte.
- *Perfil de uso en pendiente* : como se muestra en la Figura 3.9a, durante el uso en pendiente la corriente máxima es de aproximadamente 11,5[A]. Por lo que se asume una condición de corte por potencia de  $P_{corte_2} = 11,5 \cdot 33 = 379,5$  [W].

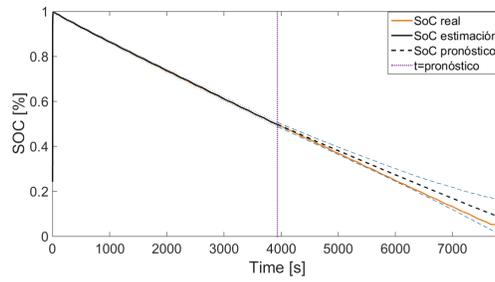
Se consideran 25 realizaciones del algoritmo de pronóstico. Finalmente se utiliza el concepto de probabilidad de falla mostrado en la Sección 2.7, aplicado al SoMPA utilizando las condiciones de corte mencionadas anteriormente. Con esto se obtiene la distribución de probabilidad de falla en función del tiempo y se utiliza la esperanza de la distribución como estimador del tiempo de falla.

### 4.2.1. Resultados - Algoritmo de pronóstico Set de datos #1

En la Figura 4.7 se muestra el resultado del algoritmo de pronóstico. El tiempo en el que se realizó el pronóstico fue  $t = 3975$ [s], se muestra con una línea vertical punteada de color morado. En las Figuras 4.7a se muestra el pronóstico de la resistencia interna, se observa que la esperanza de la distribución se mantiene constante mientras el “ancho de banda” aumenta a medida que avanza el horizonte de pronóstico, esto se debe al aumento de la incertidumbre. En la Figura 4.7b se muestra el pronóstico del estado de carga de la batería se observa que el algoritmo de pronóstico logra pronosticar el SOC con un  $MSE=0.00029$ .



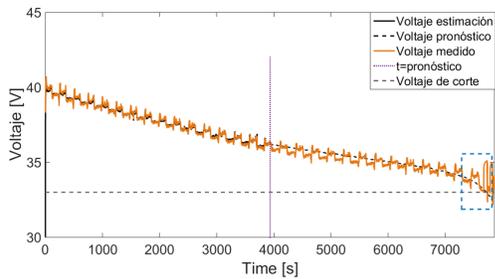
(a) Estimación resistencia interna



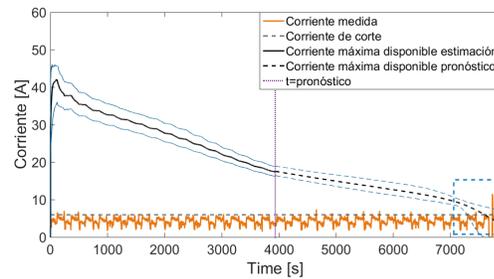
(b) Estimación del SoC

Figura 4.7: Pronóstico del vector de estados Set #1

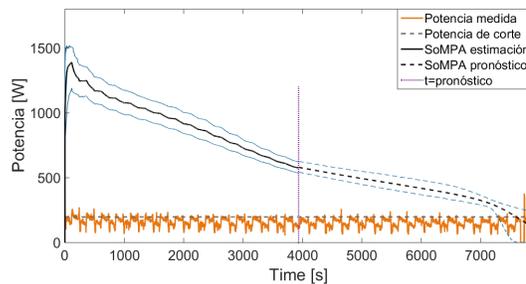
En la Figura 4.8c se muestra el pronóstico de voltaje, corriente máxima disponible y SoMPA. En la Figura 4.8a se muestra que el voltaje pronosticado logra seguir la tendencia del voltaje medido, sin embargo, las oscilaciones del voltaje medido debido a la diferencia de pendiente en el terreno no pueden ser pronosticadas, no obstante, como se muestra en el recuadro de línea entrecortada el voltaje pronosticado y el medido coinciden al alcanzar el voltaje de corte. En las Figuras 4.8b y 4.8c se muestra el pronóstico de la corriente máxima disponible y del SoMPA, el algoritmo logra seguir la tendencia mostrada en la etapa de estimación, además, se observa que tanto en el caso de la corriente como en la potencia cuando las mediciones alcanzan el valor estimado del SoMPA y de la corriente máxima disponible, el voltaje alcanza el voltaje de corte y el dispositivo falla.



(a) Estimación del voltaje



(b) Estimación de la corriente máxima disponible



(c) Estimación del SoMPA

Figura 4.8: Resultados pronóstico Set #1

En la Figura 4.9 se muestra un gráfico de doble eje Y, en el eje izquierdo se muestra la potencia medida con respecto al tiempo y en el eje derecho la distribución de la probabilidad de falla con respecto al tiempo. Se muestra que el tiempo estimado de falla es de  $t_e = 7262$  mientras que el tiempo real de falla es de  $t_r = 7674$ , son lo que se tiene una diferencia en el tiempo de falla de  $412s$ , si lo normalizamos por el horizonte de predicción se obtiene un error porcentual de  $11,14\%$  esta diferencia se debe a que para el cálculo de la probabilidad de falla se considera como corriente de falla la máxima del perfil ( $6[A]$ ) y este es el peor caso del perfil de uso por lo que la distribución de probabilidad de falla se ve adelantada, con respecto a considerar como condición de falla la corriente promedio del perfil de uso.

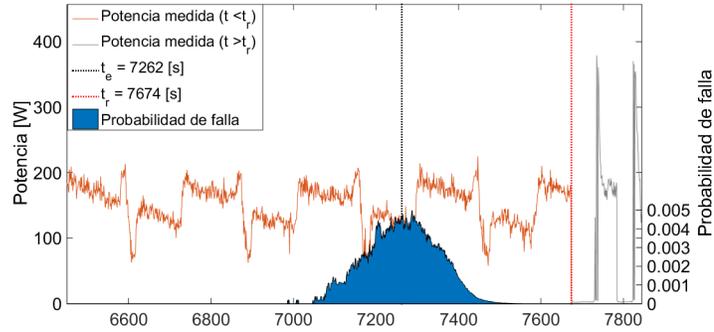
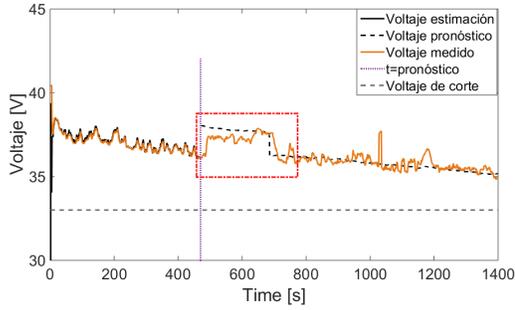


Figura 4.9: Distribución de probabilidad de falla - Set #1

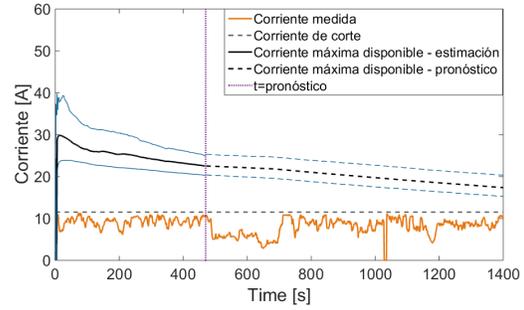
## 4.2.2. Resultados Set de datos #2

En la Figura 4.10 se muestra el resultado del algoritmo de pronóstico en el Set #2. El tiempo en el que se realizó el pronóstico fue  $t = 472[s]$ , se escogió este tiempo para mostrar la capacidad de pronóstico frente al cambio de perfiles de uso, como se muestra en la Figura 4.10b con una línea vertical punteada de color morado. El consumo de corriente disminuye por bajo de los 6 [A] esto debido a que en esta parte del recorrido la ruta es horizontal, hasta el tiempo  $t = 712[s]$  donde se ve que el consumo de corriente vuelve a aumentar producto de que la ruta seguida presenta una pendiente significativa. Si consideramos que para realizar el pronóstico conocemos aproximadamente el tiempo que se va a estar consumiendo corriente con uno u otro perfil de uso, entonces se puede realizar el pronóstico combinando estos perfiles. En la Figura 4.10a se muestra el resultado del voltaje pronosticado considerando el cambio del perfil de uso, en el recuadro de línea roja entrecortada se observa que el algoritmo logra un seguimiento del voltaje medido y además es capaz de seguir el cambio de un perfil de uso liviano a uno agresivo.

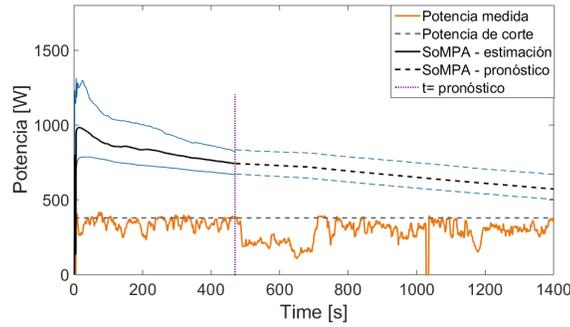
Por otro lado, en las Figuras 4.10b y 4.10c se muestra el pronóstico de la corriente máxima disponible y el SoMPA donde se aprecia que la esperanza de estas distribuciones son en promedio menor que en el caso de el Set #1 (Figura 4.8c) donde el SoMPA se mantiene sobre los 1000 [w] hasta el tiempo  $t = 2000[s]$ . En este caso se obtiene que el SoMPA parte desde los 1000[W], esta diferencia se debe a que los perfiles de uso son distintos lo que afecta la estimación de la resistencia interna, debido a que su evolución está basada puramente en evolución artificial, en el set 1 la resistencia interna se estima en  $0,2[\Omega]$  mientras que en el Set #2 (Figura 4.11a) se estima por 0,275. Esta diferencia se ve reflejada en la estimación y pronóstico del SoMPA y de la corriente máxima disponible.



(a) Estimación del voltaje



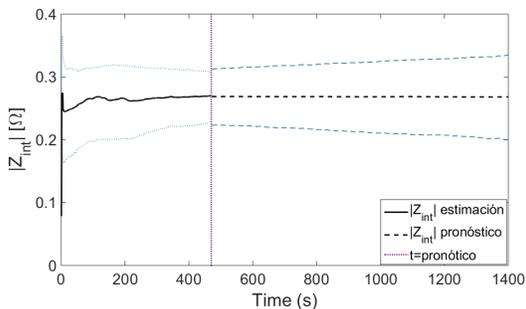
(b) Estimación de la corriente máxima disponible



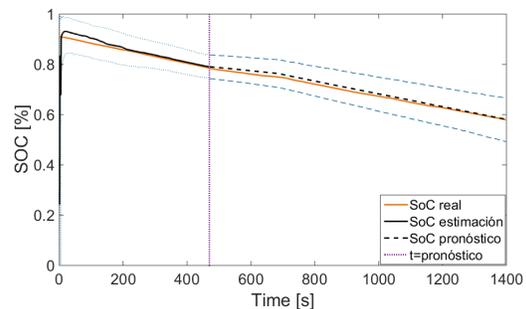
(c) Estimación del SoMPA

Figura 4.10: Resultados pronóstico Set #2

En las Figuras 4.11a se muestra el pronóstico de la resistencia interna, se observa que la esperanza de la distribución se mantiene constante mientras el “ancho de banda” se observa que aumenta, visualmente menos que en el Set #1, sin embargo esto se debe a que la escala de tiempo utilizada es distinta. En la Figura 4.11b se muestra el pronóstico del estado de carga de la batería, se observa que el algoritmo de pronóstico logra pronosticar el SOC con un  $MSE=0.00016$  y además logra seguir los cambios de pendiente debido a los cambios en el perfil de uso.



(a) Estimación resistencia interna



(b) Estimación del SoC

Figura 4.11: Pronóstico del vector de estados Set #2

### 4.2.3. Resultados Set de datos #3

En la Figura 4.12 se muestra el resultado del algoritmo de pronóstico. El tiempo en el que se realizó el pronóstico fue  $t = 3475[s]$ , se muestra con una línea vertical punteada de color morado. En las Figuras 4.7a se muestra el pronóstico de la resistencia interna, se observa que la esperanza de la distribución se mantiene constante mientras el ancho de banda aumenta a medida que avanza el horizonte de pronóstico, esto se debe al aumento de la incertidumbre. En la Figura 4.7b se muestra el pronóstico del estado de carga de la batería se observa que el algoritmo de pronóstico logra pronosticar el SOC con un  $MSE=0.0019$ .

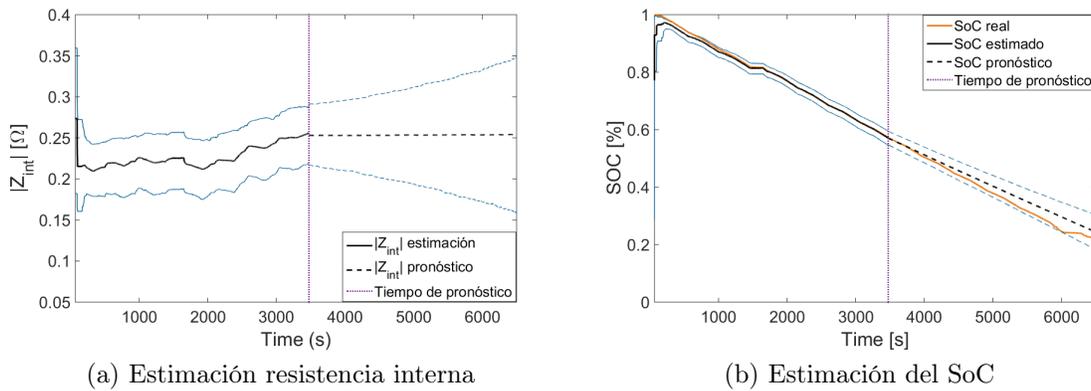
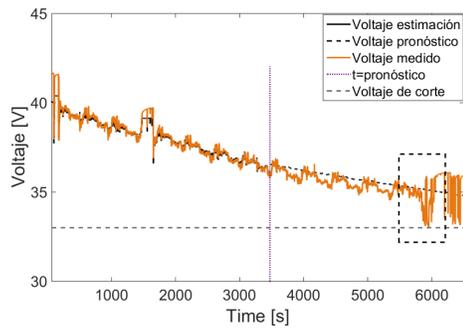


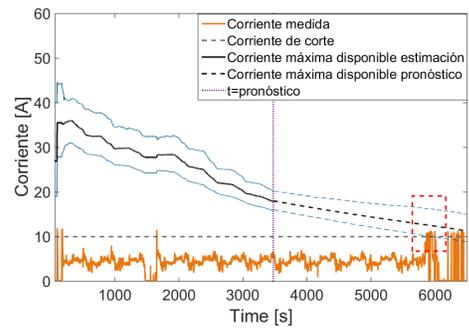
Figura 4.12: Pronóstico vector de estados Set #3

En la Figura 4.13a se muestra la el pronóstico del Voltaje se muestra que el pronóstico sigue la tendencia del Voltaje medido, además, como se muestra en el recuadro de línea negra entrecortada, hay una caída de voltaje lo que provoca una falla pero el voltaje pronosticado no es capaz de prever esa disminución de Voltaje, sin embargo, como se muestra en las Figuras 4.13b y 4.13c en los recuadros de línea entrecortada, el aumento del consumo de corriente alcanza la distribución de partículas que representan la corriente máxima disponible y el SoMPA.

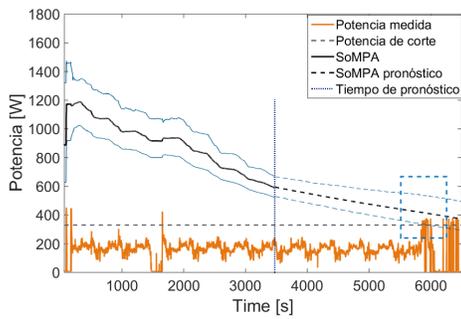
En la Figura 4.13d se muestra un gráfico de doble eje Y, en el eje izquierdo se muestra la potencia medida con respecto al tiempo y en el eje derecho la distribución de la probabilidad de falla con respecto al tiempo. Se muestra que el tiempo estimado de falla es de  $t_e = 5820[s]$  mientras que el tiempo real de falla es de  $t_r = 5911[s]$ , son lo que se tiene una diferencia en el tiempo de falla de  $91[s]$ , si lo normalizamos por el horizonte de predicción se obtiene un error porcentual de  $3,75\%$  esta diferencia se debe a que para el cálculo de la probabilidad de falla se considera como corriente de falla la máxima del perfil ( $11,5[A]$ ) y este es el peor caso del perfil de uso por lo que la distribución de probabilidad de falla se ve adelantada, con respecto a considerar como condición de falla la corriente promedio del perfil de uso.



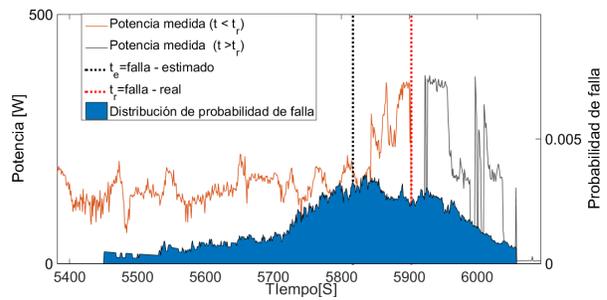
(a) Estimación del voltaje



(b) Estimación de la corriente máxima disponible



(c) Estimación del SoMPA



(d) Probabilidad de falla

Figura 4.13: Resultados Pronóstico Set #3

# Capítulo 5

## Conclusiones

Las conclusiones obtenidas a partir de esta memoria se fundamentan en la dependencia del uso de los dispositivos de medición utilizados, su calibración, el ajuste de los parámetros del Filtro de Partículas, y el uso de un determinado set de datos.

La re-implementación del dispositivo de medición basado en Arduino permitió obtener datos representativos de las variables corriente, voltaje y temperatura, valores que fueron medidos durante su uso en terreno. La utilización del sistema GPS a través de la aplicación Strava se convirtió en una fuente de apoyo para pre-definir los perfiles óptimos para el usuario según la pendiente de la ruta a recorrer.

### **Algoritmo de estimación.**

Al realizar el análisis comparativo de los resultados de la estimación con los tres set de datos, se obtuvo que la resistencia interna presentaba una variación de un 27 % entre cada uno de los set de datos, lo cual provoca variaciones en la estimación del SOMPA. La variabilidad presente se debe a la nula fenomenología por la ecuación de transición de estado correspondiente a la resistencia interna, lo que incrementa la incertidumbre de la estimación de su módulo.

Para disminuir la incertidumbre es posible implementar un modelo que relacione la resistencia interna con variables como el SoC, Corriente y temperatura, lo que aumentaría la cantidad de información, y con ello el tiempo de cálculo, lo cual podría ser una desventaja en caso de que se implemente una aplicación on-line.

### **Algoritmo de pronóstico.**

Al considerar los cambios en el perfil de uso del Set #2 se obtiene un error de 2 % del SOC estimado con el de referencia, mientras que el voltaje presenta un comportamiento similar entre su estimación y su valor medido. Tanto para el Set #1 como para el Set #3 se tiene un perfil de uso constante, presentando un 11,14 % y un 3,75 % respectivamente, en la estimación del tiempo de falla.

Para calcular el tiempo de falla se utilizó la condición de potencia correspondiente al peor

caso de cada perfil de uso, por lo que los tiempos de falla son subestimados. En el caso del Set #3 el evento que ocasionó la falla fue de naturaleza aleatoria, provocando la diferencia de 11,14% entre la estimación de la falla y el tiempo real de falla, sin embargo, si este no hubiese ocurrido se habría ampliado aún más la diferencia debido a que en este caso se considera como caso crítico una corriente de  $11,5[A]$ . Para el Set #1 no ocurre el evento de la cuesta y esto hace que la corriente demandada no supere los  $6[A]$ , definiéndose esta como la máxima corriente del perfil a utilizar. En este caso el agotamiento de la batería se debió al decaimiento natural del voltaje, generando una diferencia de un 3,75%, pues el perfil de uso utilizado para el pronóstico es similar al perfil por el cual ocurrió la falla. En caso de haber utilizado la condición de corte del Set #3 ( $11,5[A]$ ) el error de pronóstico sería del orden del 50% y por lo tanto no sería representativo.

Es importante mencionar que el esquema de pronóstico presentado utiliza una definición de probabilidad de falla en función de la potencia máxima disponible, logrando así pronosticar la vida útil remanente para los Sets de datos considerados en este trabajo, teniendo en cuenta los distintos perfiles de uso y sus respectivas restricciones.

Finalmente se propone como trabajo futuro la integración entre una aplicación móvil como Strava[23] para bicicletas eléctricas o Waze[15] en el caso de automóviles eléctricos, para seleccionar previamente la ruta a seguir y con ello obtener la altimetría del camino, de modo de agregar información al algoritmo de pronóstico en forma de perfil de uso, mejorando así la calidad del pronóstico.

# Bibliografía

- [1] D. Acuña. Manejo de incertidumbre ante pérdida parcial o total de datos en algoritmos basados en métodos secuenciales de monte carlo y nueva definición de probabilidad de falla en el contexto de monitoreo en línea. Master's thesis, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Santiago, Chile, 2016.
- [2] M. S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, and T. Clapp. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-gaussian bayesian tracking. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(2):174–188, Feb 2002.
- [3] H. Bergveld. *Battery Management Systes Desing by Modeling*. PhD thesis, Universiteit Twente, Nederland, 2001.
- [4] C. Burgos. Estimación del estado de carga para un banco de baterías en modelación difusa y filtro extendido de kalman. Master's thesis, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Santiago, Chile, 2013.
- [5] James V. Candy. *Model-Based Signal Processing*. A JOHN WILEY & SONS, INC., 2006.
- [6] James V. Candy. *Nonlinear Statistical Signal Processin: A Particle Filtering Approach*. A JOHN WILEY & SONS, INC., 2007.
- [7] James V. Candy. *Bayesian Signal Processing: Classical, Modern, and Particle Filtering Methods*. A JOHN WILEY & SONS, INC., 2009.
- [8] Mehrdad Kazerani Roberto Cárdenas Doris Sáez Claudio Burgos-Mellado, Marcos E. Orchard. Particle-filtering-based estimation of maximum available power state in lithium-ion batteries. *Applied Energy*, 161:349–363, 2015.
- [9] Marcos E. Orchard Member IEEE Ricardo S. Rabié Matías A. Cerda Benjamín E. Olivares Jorge F. Silva Member IEEE Pablo A. Espinoza Daniel A. Pola, Hugo F. Navarrete and Aramis Pérez. Particle-filtering-based discharge time prognosis for lithium-ion batteries with a statistical characterization of use profiles. *IEEE TRANSACTIONS ON RELIABILITY*, 64:710–720, 2015.
- [10] A. Doucet, S. Godsill, and C. Andrieu. On sequential monte carlo sampling methods for bayesian filtering. *Statistics and Computing*, 10:197–208, 2000.

- [11] A. Doucet and A. Johansen. A tutorial on particle filtering and smoothing: Fifteen years later, December 2008. V1.1.
- [12] David Linden and Thomas Reddy. *Handbook of Batteries*. McGraw-Hill, 3rd edition, 2002.
- [13] W.G. Hurley M. Coleman, C.K. Lee. An improved battery characterization method using a two-pulse load test. *IEEE TRANSACTIONS ON ENERGY CONVERSION*, 23:708–713, 2008.
- [14] Nissan Technology Magazine. Why did nissan develop a battery? [http://www.nissan-global.com/EN/TECHNOLOGY/MAGAZINE/ev\\_battery.html](http://www.nissan-global.com/EN/TECHNOLOGY/MAGAZINE/ev_battery.html), Published: Feb. 2012 Visited: Oct. 2013.
- [15] Waze Mobile. Aplicación de tráfico y navegación. [www.waze.com](http://www.waze.com), 2006-2016.
- [16] J. Moreira, C. Nascimento, and L. Rodrigues. Health monitoring and remaining useful life estimation of lithium-ion aeronautical batteries. *IEEE*, 2012.
- [17] Matthias Mühlich. Particle filters an overview. <http://bi.snu.ac.kr/Courses/g-ai10f/Chapter%204%20PF%20Suppl1%202%20-%20Muhelich%202003.pdf>, Published: 2003 Visited: Oct. 2013.
- [18] H. Navarrete. Caracterización estadística del perfil de uso de baterías para el pronóstico del estado de carga. Master’s thesis, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Santiago, Chile, 2014.
- [19] B. Olivares, M. Cerda, M. Orchard, and J. Silva. Particle-filtering-based prognosis framework for energy storage devices with a statistical characterization of state-of-health regeneration phenomena. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 62:364–376, February 2013.
- [20] M. Orchard and G. Vachtsevanos. A particle-filtering approach for on-line fault diagnosis and failure prognosis. *Transactions of the Institute of Measurement and Control* 2009, 31:221–246, 2009.
- [21] D. Pola. An improved prognosis strategy with temperature dependent state-space model for the analysis of the state of health and state of charge in lithium-ion batteries. Master’s thesis, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Santiago, Chile, 2014.
- [22] Protter and Philip. *Stochastic Integration and Differential Equations*. Springer, 1990.
- [23] Inc Strava. Red social de atletas, datos de gps. [www.strava.com](http://www.strava.com), 2016.
- [24] C. Tampier. Análisis comparativo de técnicas avanzadas de estimación bayesiana aplicado al pronóstico del tiempo de descarga de celdas de ion-litio. Master’s thesis, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Santiago, Chile, 2014.

- [25] United States Advanced Battery Consortium. *Electric Vehicle Battery Test Procedures*, revision 2 edition, January 1996.
- [26] H. Wei, N. Williard, M. Osterman, and M. Pecht. Remaining useful performance analysis of batteries. *IEEE Conference on Prognostics and Health Management (PHM)*, pages 1–6, 2011.