



**“ANÁLISIS DE PORTAFOLIO CON EFECTO DE PREDICTIBILIDAD
Y DIVERSIFICACION TEMPORAL,
APROXIMACION CLÁSICA Y BAYESIANA”**

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE
MAGÍSTER EN FINANZAS**

Alumno: María Gabriela Herrera Ávila

Profesor Guía: Erwin Hansen

Santiago, marzo de 2017

Este trabajo está dedicado a Luis Collao Concha, mi viejo.

Agradecimientos

A mi profesor guía Erwin Hansen.

A mis queridos hermanos Marcela y Javier, por su compañía y empuje. A mis amigos Ana María Neira, Francia Maulén, Romina Maejo, Macarena Rosas, Leyla Montano, Waleska Morales y Gabriel Orcos por su apoyo incondicional.

A mis queridos profesores, Verónica Polizzi, Gonzalo Cores, Rodrigo Fuentes, David Caamaño y Eduardo Riesco del Valle por la ser la fuente de inspiración y de curiosidad incesante.

A Frankie.

Tabla de Contenidos

1.	Resumen	6
2.	Introducción	7
3.	Revisión de Literatura	8
4.	Metodología	12
5.	Aplicación.....	13
	Activos del Portafolio.....	14
	Conjunto de predictores de los activos	15
	Perfil de los Activos	16
	Selección de los predictores	21
	Solución desde el Enfoque Clásico	21
	Solución desde el Enfoque Bayesiano.....	23
6.	Resultados	24
	Buy & Hold.....	24
	Rebalanceo.....	27
7.	Discusión y Conclusiones.....	32
	Aspectos a Explorar	35
8.	Bibliografía	36
9.	Anexos.....	37

Índice de Figuras y Tablas

Figura 1: Perfil de activos y frontera de inversión eficiente 1972 a 2011	24
Figura 2: Perfil de activos y frontera de inversión eficiente 2012 a 2015	25
Figura 3: Serie de Tiempo de Activos y Variables Predictivas 1972-2015, Base Mensual.....	33
Figura 4: Media Móvil de 12 meses de los Activos y Variables Predictivas	34
Tabla 1: Estadística descriptiva 1972 a 2011, en base a Frecuencia Mensual	17
Tabla 2: Matriz de Varianzas y Covarianzas 1972-2011, en base a Frecuencia Mensual	18
Tabla 3: Estadística Descriptiva 2012 a 2015, en base a Frecuencia Mensual	19
Tabla 4: Matriz de Varianzas y Covarianzas 2012-2015, en base a Frecuencia Mensual	20
Tabla 5: Resultados Comparados estrategia Buy & Hold, Base Mensual.....	26
Tabla 6: Resultados del Rebalanceo en el año 2013 para T=24 meses, Base Mensual.....	27
Tabla 7: Resultados del Rebalanceo del año 2013 para T=12 meses, Base Mensual	28
Tabla 8: Resultados del Rebalanceo de 2014 con T=12 meses, Base Mensual	29
Tabla 9: Resultados del Rebalanceo de 2014 con T=1 mes, Base Diaria	31
Anexo 1: Posición de los Activos año 2012	37
Anexo 2: Posición de los Activos año 2013	37
Anexo 3: Posición de los Activos año 2014	38
Anexo 4: Posición de los Activos año 2015	38
Anexo 5: Posición de los Activos años 2014-2015.....	39
Anexo 6: Matriz de Varianzas y Covarianzas 1972-2012, Frecuencia Mensual	40
Anexo 7: Matriz Varianzas y Covarianzas 1972-2013, Frecuencia Mensual	41
Anexo 8: Matriz Varianzas y Covarianzas 1972-2014, Frecuencia Mensual	42
Anexo 9: Matriz de Varianzas y Covarianzas 1972-2015, Frecuencia Mensual	43

1. Resumen

Este trabajo estudia el efecto que algunas variables económicas pueden tener a la hora de predecir el comportamiento de los retornos de cierto tipo de activos, en este caso particular, portafolios de acciones diferenciados por tipo de industria del mercado estadounidense. Para realizar este análisis se conjugan variables como perfil de riesgo y horizonte de tiempo del inversionista, y se aplican dos métodos de solución: primero, el Enfoque Clásico que selecciona la ponderación óptima del portafolio total en función del desempeño histórico de los activos, y segundo, un Enfoque Probabilístico o Bayesiano, que considera las distribuciones de probabilidad condicional de los retornos dados los comportamientos de los predictores. Para tal efecto se realizarán las simulaciones necesarias para concluir si la predictibilidad agrega valor a la elección del inversor y/o si los predictores seleccionados son eficaces. Además, se consideran dos estrategias de inversión: Pasiva o *Buy & Hold*, y Activa o con Rebalanceo. El horizonte de análisis va de 1972 a 2015, incluyendo varios ciclos económicos.

El cambio en el comportamiento de los activos, su aumento de volatilidad y otras variables que afectan el método, hacen que no sea posible concluir que la predictibilidad mejora las soluciones al problema del inversionista, pero si se observa que puede ser una herramienta útil a la hora de evaluar horizontes de inversión cortos.

En conclusión, es una herramienta que se debe aplicar con cierto escepticismo.

2. Introducción

Durante las últimas décadas hemos experimentado un crecimiento en la variedad de activos financieros disponibles para inversión, los que se han tornado cada vez más complejos y sofisticados en su composición y comportamiento, como dejó en evidencia la Crisis Financiera de 2008. Por otro lado, dado el aumento de inversores, ya sea retail o institucionales, se plantea la necesidad de conocer el comportamiento de los activos financieros.

Este estudio se enfoca en el análisis del efecto de la predictibilidad en la solución del problema del inversionista en un portafolio compuesto a su vez por 12 portafolios de Estados Unidos clasificados por industria, y su relación con un set de variables que podrían constituirse como predictores del desempeño de los retornos.

El alcance del estudio debe permitir al inversor, decidir si la supuesta predictibilidad constituye una herramienta útil, dado su perfil de aversión al riesgo y horizonte de inversión. En particular se trata de realizar un cuestionamiento práctico en línea con el trabajo de Welch y Goyal¹, quienes analizan el tema con mayor rigurosidad estadística.

Teniendo esto en cuenta, es de interés responder a la cuestión acerca de la adición de valor de la predictibilidad en cuanto a maximizar la riqueza o minimizar el riesgo en distintos horizontes de tiempo. La hipótesis inicial es que no se

¹ WELCH I. y GOYAL A. 2008, A Comprehensive Look at the Empirical Performance of Equity Premium Prediction. The Review of Financial Studies, V21 N4

debería observar diferencia significativa entre la elección de un inversor que aplica predictibilidad y otro que no, dados los antecedentes de la literatura. La hipótesis secundaria es que la inclusión de más de una variable predictiva debería mejorar los resultados.

3. Revisión de Literatura

La búsqueda de variables que permitan predecir los retornos se remonta a los años veinte, pero si se piensa de forma más general, es intuitivo querer contar con herramientas que permitan disminuir la aleatoriedad en los resultados esperados. En consecuencia, existe una amplia variedad de literatura que se pronuncia a favor y en contra de la existencia de la predictibilidad de los retornos por parte de variables económicas.

Este estudio fue motivado en primera instancia por el trabajo de Barberis² quien explora como la elección de un inversionista en el largo plazo es afectada por la predictibilidad, además de incluir componentes de incertidumbre como proyecciones de parámetros de riesgo en la elección. La metodología aplicada consiste en tomar un modelo que predice los retornos en función de una variable económica, que en este caso es la razón dividendo/precio, más un componente de error. La solución al problema del inversionista se enfrenta con estrategia Buy & Hold con horizonte a 10 años y con Rebalanceo Óptimo cada un año incorporando los últimos datos reales, por último, se evalúa el efecto de la

² BARBERIS N., 2000, Investing for the Long Run when Returns Are Predictable, The Journal of Finance, Vol LV, NO.1: 225 – 264

predictibilidad comparando los resultados de un inversionista que atiende al parámetro de incerteza versus uno que considera solo la existencia de la predictibilidad. Este último punto determina la distribución de probabilidades que se va a usar para la solución del problema descrito más adelante en la Ecuación 1. Un inversor indiferente a la incertidumbre considerará un Vector Autorregresivo Gaussiano (VAR) con parámetros fijos que implican imprecisiones en su estimación, en cambio un inversor que considera incertidumbre en el modelo, requerirá realizar una integración sobre los parámetros del VAR, de modo de obtener una distribución, trabajado así sobre probabilidades y no sobre valores fijos, de esta forma queda considerado el factor del riesgo, que cobra mayor importancia en inversiones de largo plazo. Los hallazgos de este trabajo indican que un inversor de largo plazo que aplica la estrategia Buy & Hold y que no considera la incerteza (riesgo) – y si la predictibilidad- tiende a invertir más en activos más riesgosos, debido a que el plazo de inversión induce la reversión a la media haciendo que los activos con mayor retorno aparezcan menos riesgosos de lo que realmente son, haciéndose, por ende, más atractivos, afectado en la misma dirección y con mayor sensibilidad a inversores más aversos al riesgo. Al introducir el parámetro de incertidumbre, la optimización del portafolio se hace menos sensible a la variable predictiva, haciendo que la inversión en activos más riesgosos sea menor en relación al caso sin incertidumbre. El mismo fenómeno se observa en la estrategia con Rebalanceo, pero es mayor mientras más largo sea el horizonte de inversión. En consecuencia, la introducción de incertidumbre

en un modelo con predictibilidad mitiga el atractivo de activos más riesgosos, evitando la sobreinversión en escenarios de inversión de largo plazo.

Inspirado en el modelo de Predictibilidad más Incertidumbre descrito anteriormente, Fugazza y Guindolin³ aplican la metodología para analizar el desempeño de un activo en particular al agregarlo en un portafolio de inversión de largo plazo y determinar si su inclusión mejora el desempeño proyectado (Out of the Sample). El activo particular corresponde a Inversiones Inmobiliarias y el portafolio base consta de Índices Accionarios y Bonos Soberanos de largo plazo. El enfoque, en este caso, consiste en evaluar el escenario Clásico, que considera incertidumbre y no predictibilidad, versus un enfoque Bayesiano, que considera un conjunto de variables económicas predictivas, todo esto para distintos horizontes temporales de inversión. Las conclusiones del estudio indican que el incluir Inversiones Inmobiliarias mejoran el desempeño del portafolio, en mayor medida para un inversor clásico, ya que éste tiende a subestimar el riesgo en relación a un inversor que considera un análisis bayesiano. Y al igual que en el caso anterior, se observa que a mayor horizonte de tiempo, mayor es la inversión en activos más riesgosos.

En los dos casos anteriores, a pesar de que se observan resultados diferentes al aplicar o no predictibilidad, los autores reconocen expresamente la baja significancia estadística de los predictores, al respecto existe variada literatura

³ FUGAZZA C., GUINDOLIN M. y NICODAMO G., 2009, Time and Risk Diversification in Real Estate Investments: Assessing the Ex Post Economic Value, Real Estate Economics, Vol 37, 3: 341 – 381

que cuestiona la utilidad real de la predictibilidad, en particular destaca el trabajo realizado por Welch & Goyal¹, en el que realizan test empíricos de correspondencia estadística a las variables más usadas como predictores, algunas de las cuales fueron usadas en este estudio. Los test realizados por los autores son los mismos para todas las variables e incluyen todos los datos disponibles hasta 2006, ensayos *In of the Sample (IS)* y *Out of the Sample (OOS)*. Para el análisis, los autores aplican una regresión de Mínimos Cuadrados Ordinarios y evalúan la significancia a través del Estadístico R^2 . Las evidencias de su estudio indican que la predictibilidad de todas las variables testeadas es “inestable e incluso espúrea” (Welch & Goyal, 2008, pág. 1456). En el caso de los test **IS** la significancia estadística solo aparece débilmente en momento críticos como la Crisis del Petróleo o períodos de tiempo específicos. En el caso de los test **OOS** la significancia estadística es sistemáticamente menor. En todos los casos se concluye también que la significancia estadística de los predictores ha disminuido en los últimos años.

En otra arista, la predictibilidad de los retornos fue estudiada por Campbell⁴ enfocando la relación entre el premio por riesgo y la estructura temporal de las tasas de interés. El autor se enfoca en el periodo de la postguerra a través de varios ciclos económicos y considera activos como acciones, bonos y cash. Sus hallazgos determinan que la predictibilidad de los premios por riesgo en función

⁴ CAMPBELL J., 1985, Stock Returns and the Term Structure, Journal of Financial Economics 18, N°2: 373-399

de la estructura temporal de las tasas de interés es débil, pero si existe una relación negativa entre los retornos esperados y la varianza condicional de los mismos.

Finalmente, Cochrane⁵ realiza un estudio que argumenta en favor de la predictibilidad, planteando que, ya que se observa una variación en el ratio Dividendo/Precio, necesariamente el crecimiento de los dividendos debe ser predecible si es que los retornos no lo son, en otras palabras, debe existir una variable que mueva los precios. En este caso el autor no ignora la débil significancia estadística identificada en trabajos anteriores, si no que se enfoca en la evidencia en contra de su hipótesis nula: la ausencia de predictibilidad en el crecimiento del ratio Dividendo/Precio, encontrando de paso vínculos con la volatilidad de la variables más que con los valores mismos de ellas.

4. Metodología

El objetivo de este estudio es determinar si la predictibilidad es un aspecto que agrega valor a la hora de encontrar soluciones óptimas al problema del inversor y de forma anexa, si es que existen predictores de mejor desempeño relativo.

Para responder a esto, se analizará el problema buscando la solución al problema del inversionista con dos enfoques: (1) un Enfoque Clásico, que considera solo la historia de los activos seleccionados más una variable de incertidumbre en relación a los mismos, y (2) un Enfoque Bayesiano que considera la influencia

⁵ COCHRANE J., 2008, The Dog That Did Not Bark: A Defense of Return Predictability. The Review of Financial Studies, Vol 21, N° 4: 1533-1575.

predictiva de otro tipo de variables, que afectan la solución al variar el tipo de distribución de probabilidad, que en este caso se convierte en una distribución condicional de los retornos, dados los valores de las variables económicas predictivas.

El problema se enfrentará también desde dos estrategias: Buy & Hold y Rebalanceo Anual.

De forma general, el problema a solucionar es maximizar la riqueza del inversionista W , en un horizonte de inversión T , o de otra forma:

$$\max_{\omega_t} E \left[\frac{W_{t+T}^{1-A}}{1-A} \right] \quad (1)$$

Donde

- ω_t es el vector ponderador de los activos del portafolio
- T es el horizonte de inversión
- A es el coeficiente de aversión relativa al riesgo, y siempre $A > 1$
- $W_{t+T} = \omega_1 e^{r_1 T} + \dots + \omega_n e^{r_n T}$, es la riqueza del inversionista al final del horizonte de inversión T , y
- r_i^T , con $i=1, \dots, n$ son los excesos de retornos de cada uno de activos durante el periodo T .

5. Aplicación

El horizonte de estudio va desde Enero de 1972 a Diciembre 2015, y se analizará en dos bloques: desde Enero de 1972 a Diciembre de 2011, que se usará como

base de cálculo del modelo, y desde Enero de 2012 a Diciembre de 2015, que será el tiempo donde se evaluará el comportamiento de las soluciones. Para aplicar la metodología se escogieron los siguientes conjuntos de datos:

Activos del Portafolio

Se ha tomado como base de cálculo la data correspondiente a 12 portafolios de distintas industrias, computada y publicada por Fama & French⁶:

1. Bienes No Durables (**NoDur**): alimentos, tabaco, textiles, juguetes, etc.
2. Bienes Durables (**Durbl**): automóviles, electrodomésticos, muebles, etc.
3. Manufactura (**Manuf**): maquinaria, camiones, aviones, industrias, papeleras.
4. Energía (**Ergy**): productos y extracción de petróleo, gas y carbón
5. Químicos (**Chems**): productos químicos y relacionados
6. Equipamiento para negocios (**BusEq**): computadores, equipos electrónicos, Hardware y Software
7. Telecomunicaciones (**Telcm**): telefonía y transmisión de televisión.
8. Servicios (**Utils**): servicios básicos
9. Ventas (**Shops**): ventas minoristas y mayoristas y algunos servicios al retail.
10. Salud (**Hlth**): servicios médicos, equipamiento de salud y medicamentos
11. Finanzas (**Money**): mercado financiero.

⁶ http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/Data_Library/det_12_ind_port.html

12. Otros (**Other**): minería, construcción, transporte, hotelería y entretenimiento

Conjunto de predictores de los activos

Preliminarmente, se ha escogido el siguiente conjunto de predictores, sin embargo, el test a realizar solo contemplará un máximo de 3 predictores, el criterio de selección se explica más adelante.

1. Serie de la Razón Dividendo por Precio del Índice S&P 500 (**DP**): se calcula como la razón entre la suma de los dividendos pagados acumulados desde $t-12$ dividido por el precio del Índice S&P 500 en el periodo t .
2. Variación de los retornos del Índice S&P 500 (**SP**), en forma de rendimiento logarítmico.
3. Serie de la Inflación de Estados Unidos (**Inflat**), que incorpora todos los bienes (All Urban Consumers)
4. Retornos de los Bonos Soberanos de Largo Plazo de Estados Unidos (**LTG_Bonds**)
5. Term Spread (**T_S**): se calcula como la diferencia entre los rendimientos de la serie de Bonos Soberanos de Largo Plazo de Estados Unidos y la serie de rendimientos de los Bonos Soberanos con vencimiento a 3 meses el mismo país.

Para evaluar la calidad de los predictores, estos se irán incorporando de a uno en la búsqueda de las soluciones óptimas.

Perfil de los Activos

Se dividió el periodo de estudio en dos tramos

- Desde Enero de 1972 a Diciembre de 2011 con un total de 480 observaciones, este periodo incluye varios ciclos económicos y será la base de cálculo de periodo t para calcular las soluciones ω . La estadística descriptiva de este periodo se muestra en la *Tabla 1* y *Tabla 3*
- Desde Enero de 2012 a Diciembre de 2015, periodo de inversión T, en donde se evaluarán las soluciones en ambas estrategias de inversión. La estadística descriptiva de este periodo se muestra en la *Tabla 3* y *Tabla 4*.

1972-2011	NoDur	Durbl	Manuf	Enrgy	Chems	BusEq	Telcm	Utils	Shops	Hlth	Money	Other	DP	SP	Inflat	LTG_Bonds	T_S
Media	2.35%	2.06%	2.25%	2.41%	2.22%	2.18%	2.20%	2.19%	2.22%	2.24%	2.17%	2.02%	-0.07%	0.52%	0.36%	0.76%	-4.66%
σ	18.06%	18.30%	18.17%	17.93%	18.09%	18.47%	18.19%	17.99%	18.38%	18.28%	18.36%	18.33%	4.60%	4.54%	0.34%	3.13%	4.51%
Sharpe	13.0%	11.2%	12.4%	13.5%	12.3%	11.8%	12.1%	12.2%	12.1%	12.3%	11.8%	11.0%					
Correlación	NoDur	Durbl	Manuf	Enrgy	Chems	BusEq	Telcm	Utils	Shops	Hlth	Money	Other	DP	SP	Inflat	LTG_Bonds	T_S
NoDur	1																
Durbl	0.9618	1															
Manuf	0.9810	0.9816	1														
Enrgy	0.9561	0.9359	0.9631	1													
Chems	0.9874	0.9692	0.9886	0.9627	1												
BusEq	0.9504	0.9559	0.9723	0.9320	0.9567	1											
Telcm	0.9739	0.9575	0.9706	0.9481	0.9683	0.9572	1										
Utils	0.9776	0.9434	0.9628	0.9649	0.9692	0.9286	0.9670	1									
Shops	0.9860	0.9715	0.9838	0.9446	0.9809	0.9636	0.9707	0.9603	1								
Hlth	0.9828	0.9459	0.9700	0.9478	0.9783	0.9523	0.9654	0.9644	0.97157	1							
Money	0.9823	0.9711	0.9830	0.9542	0.9805	0.9549	0.9711	0.9678	0.9808	0.9710	1						
Other	0.9812	0.9769	0.9929	0.9608	0.9853	0.9728	0.9722	0.9638	0.9853	0.9717	0.9853	1					
DP	-0.2113	-0.3013	-0.2887	-0.2121	-0.2390	-0.3176	-0.2097	-0.1399	-0.2567	-0.2191	-0.2751	-0.2834	1				
SP	0.2061	0.2930	0.2839	0.2104	0.2339	0.3125	0.2058	0.1353	0.2515	0.2136	0.2697	0.2794	-0.9917	1			
Inflat	-0.1578	-0.1669	-0.1679	-0.1674	-0.1548	-0.1716	-0.1590	-0.1568	-0.1640	-0.1594	-0.1513	-0.1493	0.0628	-0.0344	1		
LTG_Bonds	0.3953	0.3356	0.3507	0.3468	0.3669	0.3356	0.3736	0.4203	0.3721	0.3912	0.3907	0.3598	-0.1296	0.1312	-0.0749	1	
T_S	0.1933	0.2190	0.2102	0.1896	0.2013	0.2053	0.1845	0.1939	0.1997	0.1895	0.1953	0.2007	-0.0717	0.0496	-0.4764	0.0076	1

Tabla 1: Estadística descriptiva 1972 a 2011, en base a Frecuencia Mensual

VAR COV 1972-2011	NoDur	Durbl	Manuf	Enrgy	Chems	BusEq	Telcm	Utils	Shops	Hlth	Money	Other	DP	SP	Inflat	TG_Bond	T_S
NoDur	3.2625%																
Durbl	3.1800%	3.3504%															
Manuf	3.2202%	3.2651%	3.3024%														
Enrgy	3.0962%	3.0713%	3.1376%	3.2141%													
Chems	3.2264%	3.2093%	3.2501%	3.1224%	3.2728%												
BusEq	3.1703%	3.2315%	3.2633%	3.0857%	3.1965%	3.4109%											
Telcm	3.2000%	3.1882%	3.2086%	3.0922%	3.1867%	3.2159%	3.3094%										
Utils	3.1771%	3.1070%	3.1481%	3.1123%	3.1548%	3.0856%	3.1651%	3.2373%									
Shops	3.2736%	3.2686%	3.2861%	3.1126%	3.2618%	3.2711%	3.2460%	3.1760%	3.3786%								
Hlth	3.2455%	3.1655%	3.2228%	3.1066%	3.2359%	3.2154%	3.2109%	3.1724%	3.2651%	3.3427%							
Money	3.2578%	3.2637%	3.2799%	3.1408%	3.2567%	3.2381%	3.2435%	3.1970%	3.3098%	3.2594%	3.3710%						
Other	3.2483%	3.2773%	3.3068%	3.1568%	3.2670%	3.2926%	3.2414%	3.1782%	3.3194%	3.2560%	3.3155%	3.3590%					
DP	-0.1756%	-0.2537%	-0.2413%	-0.1749%	-0.1989%	-0.2698%	-0.1755%	-0.1158%	-0.2170%	-0.1843%	-0.2324%	-0.2389%	0.2116%				
SP	0.1691%	0.2436%	0.2343%	0.1713%	0.1922%	0.2621%	0.1701%	0.1106%	0.2099%	0.1774%	0.2249%	0.2326%	-0.2072%	0.2063%			
Inflat	-0.0097%	-0.0104%	-0.0104%	-0.0102%	-0.0096%	-0.0108%	-0.0099%	-0.0096%	-0.0103%	-0.0099%	-0.0095%	-0.0093%	0.0010%	-0.0005%	0.0012%		
LTG_Bonds	0.2235%	0.1923%	0.1995%	0.1946%	0.2077%	0.1940%	0.2127%	0.2367%	0.2141%	0.2238%	0.2245%	0.2064%	-0.0187%	0.0186%	-0.0008%	0.0979%	
T_S	0.1575%	0.1808%	0.1723%	0.1533%	0.1643%	0.1711%	0.1514%	0.1574%	0.1656%	0.1563%	0.1617%	0.1659%	-0.0149%	0.0102%	-0.0073%	0.0011%	0.2035%

Tabla 2: Matriz de Varianzas y Covarianzas 1972-2011, en base a Frecuencia Mensual

2012-2015	NoDur	Durbl	Manuf	Enrgy	Chems	BusEq	Telcm	Utils	Shops	Hlth	Money	Other	DP	SP	Inflat	LTG_Bonds	T_S
Media	-5.32%	-5.13%	-5.49%	-6.58%	-5.58%	-5.18%	-5.19%	-5.95%	-5.10%	-4.77%	-4.90%	-5.39%	0.02%	1.01%	0.10%	0.27%	0.28%
σ	49.27%	48.05%	49.90%	50.00%	50.02%	49.99%	50.46%	50.44%	49.75%	50.07%	49.82%	50.13%	3.11%	3.08%	0.22%	2.78%	2.80%
Sharpe	-10.8%	-10.7%	-11.0%	-13.2%	-11.1%	-10.4%	-10.3%	-11.8%	-10.3%	-9.5%	-9.8%	-10.8%					
Correlación	NoDur	Durbl	Manuf	Enrgy	Chems	BusEq	Telcm	Utils	Shops	Hlth	Money	Other	DP	SP	Inflat	LTG_Bonds	T_S
NoDur	1																
Durbl	0.9957	1															
Manuf	0.9982	0.9987	1														
Enrgy	0.9956	0.9954	0.9975	1													
Chems	0.9990	0.9975	0.9994	0.9975	1												
BusEq	0.9983	0.9974	0.9991	0.9965	0.9991	1											
Telcm	0.9990	0.9959	0.9983	0.9968	0.9989	0.9985	1										
Utils	0.9981	0.9939	0.9963	0.9946	0.9969	0.9956	0.9972	1									
Shops	0.9993	0.9971	0.9988	0.9953	0.9991	0.9986	0.9987	0.9974	1								
Hlth	0.9986	0.9962	0.9984	0.9954	0.9987	0.9983	0.9985	0.9975	0.999011	1							
Money	0.9978	0.9979	0.9990	0.9964	0.9987	0.9988	0.9982	0.9957	0.9986	0.9981	1						
Other	0.9990	0.9975	0.9994	0.9970	0.9994	0.9990	0.9989	0.9972	0.9993	0.9989	0.9991	1					
DP	0.0345	0.0154	0.0174	0.0141	0.0208	0.0155	0.0252	0.0529	0.0304	0.0248	0.0150	0.0230	1				
SP	-0.0137	0.0092	0.0052	0.0088	0.0014	0.0057	-0.0034	-0.0316	-0.0090	-0.0031	0.0072	-0.0013	-0.9950	1			
Inflat	-0.1791	-0.1811	-0.1841	-0.1882	-0.1890	-0.1893	-0.1830	-0.1650	-0.1836	-0.1772	-0.1835	-0.1835	0.1019	-0.1014	1		
LTG_Bonds	0.0054	-0.0251	-0.0198	-0.0319	-0.0114	-0.0175	-0.0086	0.0342	-0.0004	0.0008	-0.0373	-0.0123	0.3291	-0.3302	0.0746	1	
T_S	0.0378	0.0439	0.0437	0.0533	0.0465	0.0510	0.0410	0.0200	0.0407	0.0362	0.0414	0.0466	-0.1111	0.1142	-0.4464	-0.0520	1

Tabla 3: Estadística Descriptiva 2012 a 2015, en base a Frecuencia Mensual

Var Cov2012-2015	NoDur	Durbl	Manuf	Enrgy	Chems	BusEq	Telcm	Utils	Shops	Hlth	Money	Other	DP	SP	Inflat	TG_Bond	T_S
NoDur	25.0776%																
Durbl	24.9062%	24.9522%															
Manuf	24.9450%	24.8945%	24.9025%														
Enrgy	24.9307%	24.8639%	24.8908%	25.0048%													
Chems	25.0223%	24.9229%	24.9462%	24.9495%	25.0190%												
BusEq	24.9890%	24.9058%	24.9229%	24.9089%	24.9793%	24.9868%											
Telcm	25.2436%	25.1027%	25.1381%	25.1511%	25.2123%	25.1848%	25.4617%										
Utils	25.2109%	25.0420%	25.0768%	25.0866%	25.1499%	25.1020%	25.3806%	25.4403%									
Shops	24.8945%	24.7762%	24.7934%	24.7572%	24.8592%	24.8323%	25.0687%	25.0260%	24.7460%								
Hlth	25.0373%	24.9145%	24.9445%	24.9218%	25.0124%	24.9852%	25.2264%	25.1914%	24.8824%	25.0691%							
Money	24.8938%	24.8331%	24.8363%	24.8211%	24.8870%	24.8721%	25.0925%	25.0181%	24.7477%	24.8971%	24.8182%						
Other	25.0803%	24.9803%	25.0034%	24.9933%	25.0624%	25.0360%	25.2696%	25.2149%	24.9207%	25.0729%	24.9519%	25.1338%					
DP	0.0537%	0.0239%	0.0271%	0.0220%	0.0323%	0.0241%	0.0396%	0.0830%	0.0471%	0.0387%	0.0233%	0.0358%	0.0968%				
SP	-0.0212%	0.0141%	0.0080%	0.0136%	0.0021%	0.0087%	-0.0052%	-0.0491%	-0.0138%	-0.0048%	0.0110%	-0.0020%	-0.0952%	0.0947%			
Inflat	-0.0198%	-0.0200%	-0.0203%	-0.0208%	-0.0209%	-0.0209%	-0.0204%	-0.0184%	-0.0202%	-0.0196%	-0.0202%	-0.0203%	0.0007%	-0.0007%	0.0005%		
LTG_Bonds	0.0076%	-0.0349%	-0.0275%	-0.0444%	-0.0158%	-0.0243%	-0.0120%	0.0479%	-0.0006%	0.0011%	-0.0516%	-0.0172%	0.0284%	-0.0282%	0.0005%	0.0772%	
T_S	0.0530%	0.0615%	0.0611%	0.0747%	0.0652%	0.0715%	0.0580%	0.0282%	0.0567%	0.0508%	0.0578%	0.0654%	-0.0097%	0.0098%	-0.0028%	-0.0041%	0.0785%

Tabla 4: Matriz de Varianzas y Covarianzas 2012-2015, en base a Frecuencia Mensual

Selección de los predictores

La efectividad de los predictores debe ser vista con una mirada crítica. En la literatura revisada se plantea que no todas las variables económicas funcionan como predictores y a la eficacia de cada variable ha sido cuestionada, en particular destaca el trabajo de Welch y Goyal¹. Siguiendo el análisis del trabajo mencionado, más la observación de la correlación de las variables en el periodo estudiado, se han seleccionado los siguientes predictores (1) Razón Dividendo Precio (**DP**), (2) Variación del Índice S&P 500 (**SP**) y (3) Retorno de los Bonos Soberanos de Largo Plazo de Estados Unidos (**LTG_Bonds**). Si bien el enfoque de Welch y Goyal¹ implica el análisis estadístico de los retornos simulados versus los reales dentro y fuera de la muestra, el análisis de este estudio deja pendiente esa cuestión.

Solución desde el Enfoque Clásico

El Enfoque Clásico implica encontrar una solución considerando solo la historia de los retornos de los activos del portafolio. Para esto es necesario modelar la distribución de los retornos, en este caso se aplica el procedimiento de VAR aplicado de forma similar por Barberis y Fugazza³, el cual consiste en simular una proyección de los excesos de retornos de los activos creando una distribución de probabilidad multivariable, de modo que la Ecuación (1), se resuelve considerando que el vector de excesos de retornos puede representarse como:

$$r_t = \mu + \Phi r_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2)$$

Donde

- ε_t iid $N(0, \sigma)$, o ruido blanco
- Φ es una matriz factor de los retornos anteriores
- μ es la media de los excesos de retornos.

Con esta definición se simplifica la expresión para la esperanza de los retornos:

$$E(r_t) = \mu + \Phi r_{t-1}$$

De este modo la Ecuación (1) puede reescribirse como:

$$\max_{\omega_t} \frac{1}{N} \left[\frac{W_{t+T}^{1-A}}{1-A} \right] \quad (3)$$

Donde los excesos de retornos que componen W son simulados a través de una distribución de probabilidad creada a partir de los retornos históricos más una variable aleatoria, esta solución corresponde al caso base del análisis para evaluar la influencia de la predictibilidad en la selección de la ponderación óptima de un portafolio. Luego la solución se traduce encontrar los valores del vector ω que satisfagan (3). Las soluciones esquina se han evitado, de modo se debe invertir al menos en 2 de los 12 activos disponibles. Por último, se han considerado dos valores para el coeficiente de aversión relativa al riesgo para observar las sensibilidades, $A=5$ y 20 .

Solución desde el Enfoque Bayesiano

En este caso la solución al problema del inversionista incluye nuevas variables al VAR, de modo que lo planteado en la Ecuación (2) puede reescribirse como:

$$z_t = \mu + \Phi z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4)$$

Donde $z_t = [r_t^1 \ r_t^2 \ \dots \ r_t^n \ x_t]$ y x_t representa al vector de variables económicas capaces de predecir el comportamiento de los excesos de retornos r_t . De este modo la probabilidad de ocurrencia de un valor para los retornos, ya no solo está definido por la historia propia, sino también por la probabilidad condicional de la ocurrencia de una cierta variable económica o predictor x_t . Así, el problema del inversionista puede reescribirse como:

$$\max_{\omega_t} \int \left[\frac{W_{t+T}^{1-A}}{1-A} \right] p(z_{t,T}) dz_{t,T} \quad (5)$$

Luego, para resolver este problema, se requiere encontrar la distribución de probabilidad $p(z_{t,T})$, que ya se ha transformado en condicional. Esto implica simular, por un lado, tales distribuciones de probabilidad además de las soluciones del vector ω , en este caso el número de valores posible para cada distribución es $N=100.000$. Además, para cada set de datos y horizontes de tiempo se han calculado 12 soluciones. Para más detalles se sugiere revisar el trabajo de Fugazza y Guindolin³.

Para ambos enfoques se analizan las siguientes estrategias de inversión.

Estrategia Buy & Hold: con la data 1972 a 2011, se considera la obtención de soluciones para la mantención de T=48 meses, hasta diciembre de 2015.

Estrategia con Rebalanceo: se realiza recálculo del problema del inversionista al cierre del año 2013 y 2014, con horizontes de inversión de 24, 12 y 1 meses.

6. Resultados

Buy & Hold

Gráficamente, la posición de Retornos y Volatilidad de los activos desde 1972 a 2011 se muestra en la *Figura 1*, en tanto los resultados para 2012 a 2015 se muestran en la *Figura 2*.

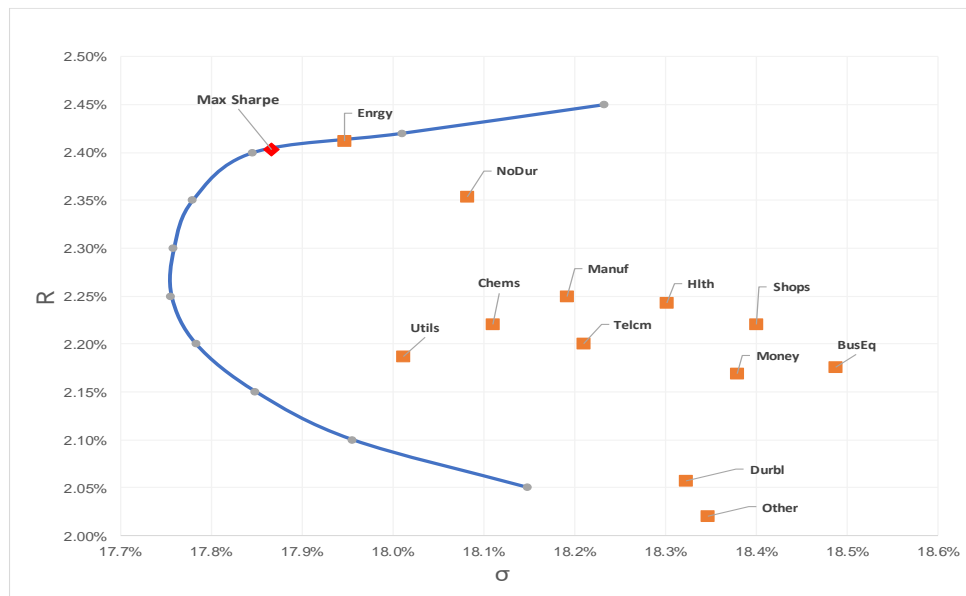


Figura 1: Perfil de activos y frontera de inversión eficiente 1972 a 2011



Figura 2: Perfil de activos y frontera de inversión eficiente 2012 a 2015

Lo primero que queda en evidencia es el cambio en el orden de magnitud de retornos y volatilidad entre ambos períodos: mientras el primero muestra retornos positivos y volatilidad en el rango del 18%, el segundo solo exhibe pérdidas y volatilidades mayores al doble del primer periodo, lo que anticipa que las soluciones obtenidas en todos los casos conducirán a pérdidas y que la estrategia Buy & Hold no es la mejor, dado el brusco cambio de comportamiento de los activos.

Para discernir acerca del desempeño de una solución, se debe comparar la diferencia de la riqueza W , obtenida con algún conjunto de predictores y la riqueza obtenida aplicando el Enfoque Clásico. La *Tabla 5* muestra el resultado comparado de todas las metodologías aplicadas para esta estrategia para $T=48$ meses.

Enfoque	Clasico sin Aleatoriedad		Clasico con Aleatoriedad		Bayesiano 1 Predictor		Bayesiano 2 Predictores		Bayesiano 3 Predictores	
Coef. Aversión al Riesgo	5	20	5	20	5	20	5	20	5	20
R	2.387%	2.387%	2.231%	2.260%	13.343%	2.264%	2.325%	2.308%	2.340%	2.321%
σ	17.892%	17.892%	17.909%	17.847%	100.000%	17.855%	17.796%	17.810%	17.805%	17.813%
ω										
NoDur	1.000%	1.000%	0.035%	2.238%	0.030%	0.061%	0.158%	0.251%	7.651%	0.181%
Durbl	1.000%	1.000%	8.430%	9.020%	6.754%	12.034%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
Manuf	1.000%	1.000%	3.735%	4.439%	2.183%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
Enrgy	89.000%	89.000%	23.736%	34.118%	39.712%	43.768%	62.563%	49.812%	60.621%	58.042%
Chems	1.000%	1.000%	9.473%	0.000%	10.396%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
BusEq	1.000%	1.000%	17.446%	14.441%	12.353%	23.220%	9.557%	0.002%	0.000%	8.921%
Telcm	1.000%	1.000%	15.763%	20.210%	6.074%	2.625%	13.508%	35.132%	28.609%	27.024%
Utils	1.000%	1.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	12.398%	7.139%	3.120%	0.000%
Shops	1.000%	1.000%	0.000%	0.000%	8.216%	0.295%	0.000%	0.000%	0.000%	5.358%
Hlth	1.000%	1.000%	0.000%	4.536%	0.456%	0.000%	0.000%	7.664%	0.000%	0.000%
Money	1.000%	1.000%	21.381%	10.998%	13.825%	17.997%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
Other	1.000%	1.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	1.815%	0.000%	0.000%	0.474%
Desempeño 2012-2015										
R	-6.436%	-6.436%	-5.499%	-5.622%	-5.734%	-5.736%	-6.157%	-5.903%	-6.065%	-5.991%
σ	50.520%	50.520%	50.505%	50.540%	50.453%	50.444%	50.597%	50.678%	50.638%	50.597%
Riqueza W	93.768%	93.768%	94.652%	94.535%	94.430%	94.428%	94.031%	94.270%	94.117%	94.187%

Tabla 5: Resultados Comparados estrategia Buy & Hold, Base Mensual

En este caso, por única vez se ha calculado el enfoque clásico sin considerar aleatoriedad, luego, es notorio que, en el primer caso, la solución es la misma para ambos perfiles de riesgo y correspondiente a una solución esquina, influenciada por la posición del portafolio **Enrgy**, durante el primer periodo, ya que se presenta como el activo de mayor rentabilidad y menor volatilidad a la vez, lo que lo hace preferible para cualquier perfil de aversión al riesgo. En el segundo conjunto de datos, en el que se agrega aleatoriedad a los datos históricos, este activo sigue concentrando la mayor proporción de inversión, pero el efecto es claramente suavizado por el factor de la incertidumbre, que logra mayor diversificación de la cartera.

En cuando a la adición de los parámetros de predictibilidad, se puede observar que al menos la serie de **DP** mantiene los resultados de W dentro del rango del caso base, sin embargo, la adición de la serie **SP** mostraría una disminución en el

desempeño de la solución, al mostrar menor riqueza y mayor volatilidad. En tanto la adición de **LTG_Bonds** parece no tener influencia significativa en la riqueza W , pero si en la concentración de los ponderadores de los activos. Sin embargo, es importante señalar que todos estos efectos podrían deberse al efecto de la aleatoriedad, al igual que los resultados inconsistentes en cuanto a la aversión al riesgo, ya que en casi todos los casos a mayor aversión los resultados muestran mayor volatilidad.

Rebalanceo

Primero, se considera un horizonte de inversión de $T=24$ meses, y se compara con el resultado acumulado de los años 2014 y 2015, los resultados se presentan en la

Tabla 6.

Enfoque	Clasico con Aleatoriedad		Bayesiano 1 Predictor		Bayesiano 2 Predictores		Bayesiano 3 Predictores	
	5	20	5	20	5	20	5	20
Coef. Aversión al Riesgo								
ω								
NoDur	0.193%	0.061%	0.030%	0.067%	0.000%	2.637%	0.060%	0.151%
Durbl	5.485%	15.428%	0.303%	6.347%	0.000%	1.105%	0.000%	13.154%
Manuf	0.000%	7.617%	0.908%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
Enrgy	24.202%	17.027%	40.772%	32.073%	41.811%	36.949%	61.892%	57.210%
Chems	0.920%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
BusEq	21.471%	17.759%	19.377%	8.908%	13.458%	0.926%	15.486%	14.271%
Telcm	14.672%	10.753%	9.945%	15.371%	25.658%	41.560%	17.639%	5.278%
Utils	0.000%	0.000%	0.000%	2.021%	0.000%	3.259%	0.000%	0.000%
Shops	0.000%	0.000%	0.165%	0.000%	0.000%	4.873%	0.000%	0.000%
Hlth	4.795%	0.000%	0.381%	1.638%	0.038%	5.777%	0.000%	2.130%
Money	28.262%	30.308%	28.119%	33.573%	19.035%	2.915%	4.923%	7.805%
Other	0.000%	1.047%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
Desempeño 2014-2015								
R	-4.776%	-4.762%	-5.086%	-4.991%	-5.171%	-5.130%	-5.517%	-5.435%
σ	57.827%	57.726%	57.831%	57.792%	57.991%	58.096%	58.016%	57.819%
Riqueza W	95.339%	95.352%	95.046%	95.136%	94.964%	95.003%	94.637%	94.714%

Tabla 6: Resultados del Rebalanceo en el año 2013 para $T=24$ meses, Base Mensual

En este caso, al incorporar dos años de datos a la base de cálculo mejora el resultado respecto a la base inicial, sin embargo, la mejor solución, o aquella que maximiza la riqueza, sigue siendo la del Enfoque Clásico con aleatoriedad. En este caso, el agregar las variables predictoras parece no mejorar el resultado, y la que se acerca más a la mejor solución sigue siendo aquella que solo considera a la serie DP. Sin embargo, la distancia entre el desempeño de las soluciones con y sin predictibilidad es mucho menor que en el primer caso (T=48).

Luego, se considera el mismo periodo como base de cálculo, pero solo se proyecta el resultado del año 2014, es decir T=12 meses, los resultados se presentan en la *Tabla 7*.

Enfoque	Clasico con Aleatoriedad		Bayesiano 1 Predictor		Bayesiano 2 Predictores		Bayesiano 3 Predictores	
Coef. Aversión al Riesgo	5	20	5	20	5	20	5	20
ω								
NoDur	0.000%	0.264%	0.000%	0.036%	0.000%	0.158%	0.000%	1.892%
Durbl	3.373%	15.211%	3.195%	12.768%	0.894%	1.365%	3.691%	8.803%
Manuf	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	1.074%
Enrgy	36.282%	20.278%	43.633%	24.904%	38.518%	34.794%	38.928%	17.115%
Chems	1.011%	0.897%	3.032%	0.101%	0.000%	5.776%	0.000%	0.000%
BusEq	19.777%	18.668%	19.315%	15.137%	12.568%	22.546%	18.846%	28.479%
Telcm	6.296%	10.361%	4.532%	12.966%	22.535%	9.904%	14.200%	13.579%
Utils	0.217%	4.047%	0.652%	0.022%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
Shops	0.443%	2.136%	0.000%	0.044%	0.000%	0.000%	0.994%	0.816%
Hlth	0.398%	2.029%	0.000%	0.040%	0.389%	0.000%	2.472%	2.811%
Money	32.202%	23.674%	25.642%	33.982%	25.096%	25.457%	20.870%	25.432%
Other	0.000%	2.435%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
Desempeño 2014								
R	7.376%	7.689%	7.237%	7.527%	7.247%	7.391%	7.308%	7.752%
σ	29.116%	29.092%	29.150%	29.015%	29.279%	29.243%	29.249%	29.239%
Riqueza W	107.660%	107.996%	107.511%	107.822%	107.521%	107.676%	107.587%	108.064%

Tabla 7: Resultados del Rebalanceo del año 2013 para T=12 meses, Base Mensual

En este caso, se observa la primera mejora de una solución con respecto al caso base, en el caso del uso de los tres predictores y A=20. También es notorio que la distancia entre las soluciones con predictores y el caso base disminuyen, en otras palabras, si bien no se observa una evidente mejora en las soluciones, al menos el menor horizonte de tiempo mejora el desempeño de la predictibilidad.

A continuación, se realiza un rebalanceo a fines del año 2014, es decir ahora contamos con 504 datos para proyectar 12. Los resultados se muestran en la *Tabla 8*.

Enfoque	Clasico con Aleatoriedad		Bayesiano 1 Predictor		Bayesiano 2 Predictores		Bayesiano 3 Predictores	
Coef. Aversión al Riesgo	5	20	5	20	5	20	5	20
ω								
NoDur	0.000%	0.077%	0.000%	0.077%	0.000%	0.031%	0.000%	4.293%
Durbl	3.358%	15.829%	4.843%	9.353%	0.201%	5.317%	0.445%	4.717%
Manuf	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
Enrgy	29.992%	22.626%	19.995%	30.126%	39.244%	16.087%	37.920%	40.019%
Chems	2.835%	0.000%	0.000%	0.284%	0.000%	2.507%	0.000%	3.288%
BusEq	27.816%	18.686%	21.227%	14.762%	23.624%	26.273%	11.464%	9.509%
Telcm	6.080%	11.881%	9.208%	17.368%	16.399%	5.213%	11.253%	25.770%
Utils	0.000%	0.000%	0.000%	0.517%	0.000%	2.021%	0.000%	0.000%
Shops	0.000%	6.294%	0.339%	0.831%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
Hlth	0.000%	6.120%	0.000%	0.844%	0.000%	15.635%	0.966%	5.594%
Money	29.919%	18.487%	44.388%	25.839%	20.532%	26.917%	37.952%	6.810%
Other	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
Desempeño 2015								
R	-17.249%	-17.173%	-17.082%	-17.339%	-17.419%	-16.984%	-17.410%	-17.502%
σ	76.152%	76.077%	76.097%	76.225%	76.318%	75.945%	76.151%	76.359%
Riqueza W	84.160%	84.223%	84.300%	84.084%	84.017%	84.383%	84.025%	83.948%

Tabla 8: Resultados del Rebalanceo de 2014 con T=12 meses, Base Mensual

En este caso, la distancia entre las soluciones es aún menor, debido al efecto de incorporar 12 meses más del comportamiento más reciente de los activos, y además se observa más de una mejor solución que en el caso base: 1 Predictor y A=5, 2 Predictores y A=20, y 3 Predictores y A=20.

Finalmente se ha realizado un último ensayo con $T=1$, cuyos resultados se muestran en la *Tabla 9*. En este caso, la mejor solución se observa en el caso en que se aplican 2 predictores, y se observa claramente una mayor diversificación propuesta para inversores más aversos al riesgo. Otro aspecto interesante es la solución con alta concentración en un activo que ofrece el modelo con 3 predictores en el caso de un inversor poco averso al riesgo. Llama atención que la adición de Bonos Soberanos de Largo Plazo como variable predictiva pueden inducir tal cambio de asignación.

Enfoque	Clasico con Aletoriedad		Bayesiano 1 Predictor		Bayesiano 2 Predictores		Bayesiano 3 Predictores	
Coef. Aversión al Riesgo	5	20	5	20	5	20	5	20
ω								
NoDur	0.000%	2.421%	0.000%	2.573%	0.000%	5.232%	0.000%	2.346%
Durbl	0.000%	11.195%	0.000%	7.001%	0.000%	5.325%	0.000%	10.682%
Manuf	0.000%	0.000%	0.000%	1.684%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
Enrgy	0.000%	29.885%	0.000%	29.525%	0.000%	35.182%	0.000%	33.064%
Chems	0.000%	1.517%	0.000%	1.055%	0.000%	1.651%	0.000%	1.954%
BusEq	58.648%	25.953%	60.884%	27.384%	55.354%	29.677%	15.138%	18.313%
Telcm	19.376%	20.225%	14.976%	22.912%	25.945%	17.827%	1.008%	18.851%
Utils	0.000%	1.019%	0.000%	0.596%	0.000%	0.737%	0.000%	1.196%
Shops	0.000%	0.506%	0.000%	1.973%	0.000%	0.606%	0.000%	0.786%
Hlth	0.000%	1.486%	0.000%	2.153%	0.000%	0.240%	0.000%	2.764%
Money	21.976%	5.794%	24.139%	3.145%	18.701%	3.522%	83.854%	10.043%
Other	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
Desempeño Enero 2015								
R	-0.075%	-0.099%	-0.076%	-0.085%	-0.072%	-0.085%	-0.246%	-0.112%
σ	1.138%	1.242%	1.163%	1.222%	1.102%	1.282%	1.383%	1.275%
Riqueza W	99.925%	99.902%	99.924%	99.915%	99.928%	99.915%	99.755%	99.888%

Tabla 9: Resultados del Rebalanceo de 2014 con T=1 mes, Base Diaria

7. Discusión y Conclusiones

A la luz de los resultados obtenidos en este estudio en particular, no es posible concluir que la predictibilidad mejora el desempeño de las soluciones al problema del inversionista en el largo plazo, esto puede deberse al hecho de que el modelo incorpora de manera importante el parámetro de incerteza. Por lo tanto, se verifica la hipótesis principal.

Por otro lado, la adición de más de una variable predictiva no arroja resultados significativamente diferentes, por lo que se descarta la segunda hipótesis. De hecho, puede que incluso alguna variable le reste valor al modelo al agregar más parámetros de incertidumbre en escenarios de baja correlación y covarianza.

Lo que sí se puede concluir, es que el desempeño de la predictibilidad mejora al disminuir el horizonte de tiempo de inversión.

La naturaleza de los datos también posee características interesantes: tal como se observa en las *Tabla 1* y *Tabla 3*, existe una alta correlación relativa entre los activos en relación a la que existe con los predictores, esta distancia aumenta en el segundo periodo de análisis, donde el aumento de la volatilidad y la baja en los retornos va acompañado de una disminución del módulo de la correlación entre activos y predictores. Al observar también las *Tabla 2* y *Tabla 4* se aprecia como las covarianzas de los activos se distancian notablemente de los predictores, indicando que estamos viendo un periodo con un comportamiento diferente al de 1972 a 2011.

En los Anexos 6 a 9 se aprecia cómo evoluciona el distanciamiento entre la Covarianza de activos y predictores desde los años 2012 a 2015.

En la *Figura 3* se aprecia gráficamente la diferencia de comportamiento que existe entre el período que corresponde a la base de cálculo (1972-2011), y el período de análisis de respuesta (2012-2015), es evidente la diferencia entre las volatilidades de los intervalos de tiempo ya que las del último período son el doble del periodo inicial, en tanto los retornos disminuyen considerablemente. Siendo así, es de esperar que el modelo predictivo falle, ya que, si bien los datos base incluyen altas volatilidades, solo aparecen con baja frecuencia, en relación a la volatilidad real 2012-2015.

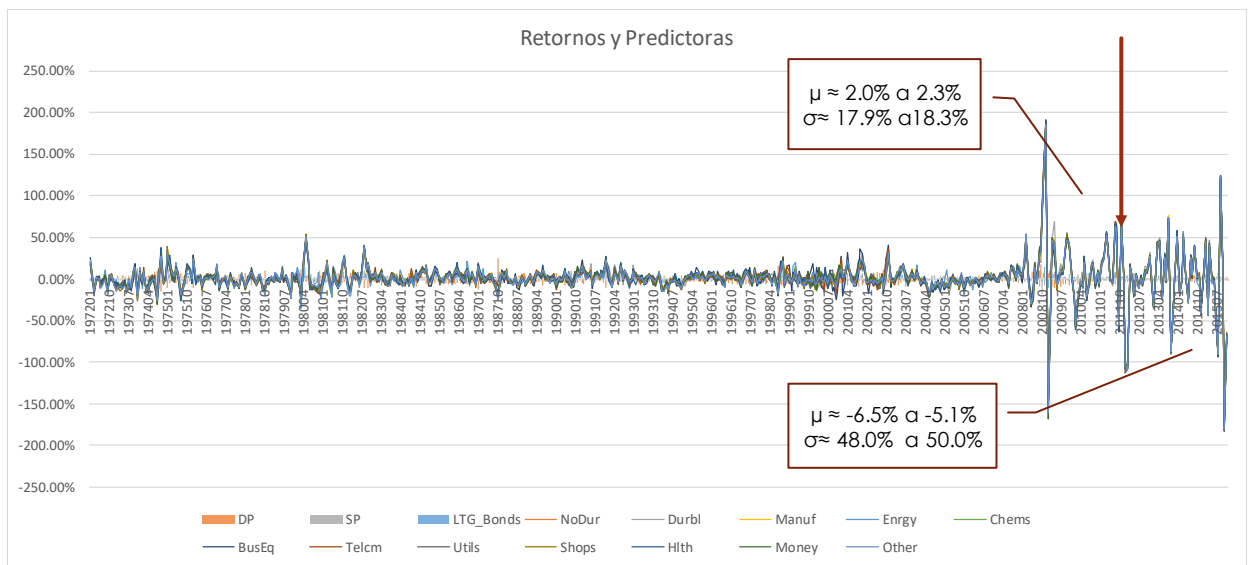


Figura 3: Serie de Tiempo de Activos y Variables Predictivas 1972-2015, Base Mensual

Otra particularidad de los datos es la autocorrelación positiva entre los activos que se mantiene a través de todo el período de observación, en tanto la correlación entre activos y variables predictivas disminuye notablemente entre ambos periodos, tal como se observa en la *Figura 4*. Desde de 1972 a 2015 la correlación entre los activos se mantiene en rangos superiores al 94%, en tanto la Covarianza aumenta alrededor de 8 veces desde el periodo de base al periodo de respuesta. En tanto la Correlación y Covarianza de los activos y cada una de las Variables Predictoras disminuye más de 100 veces entre un periodo y otro.

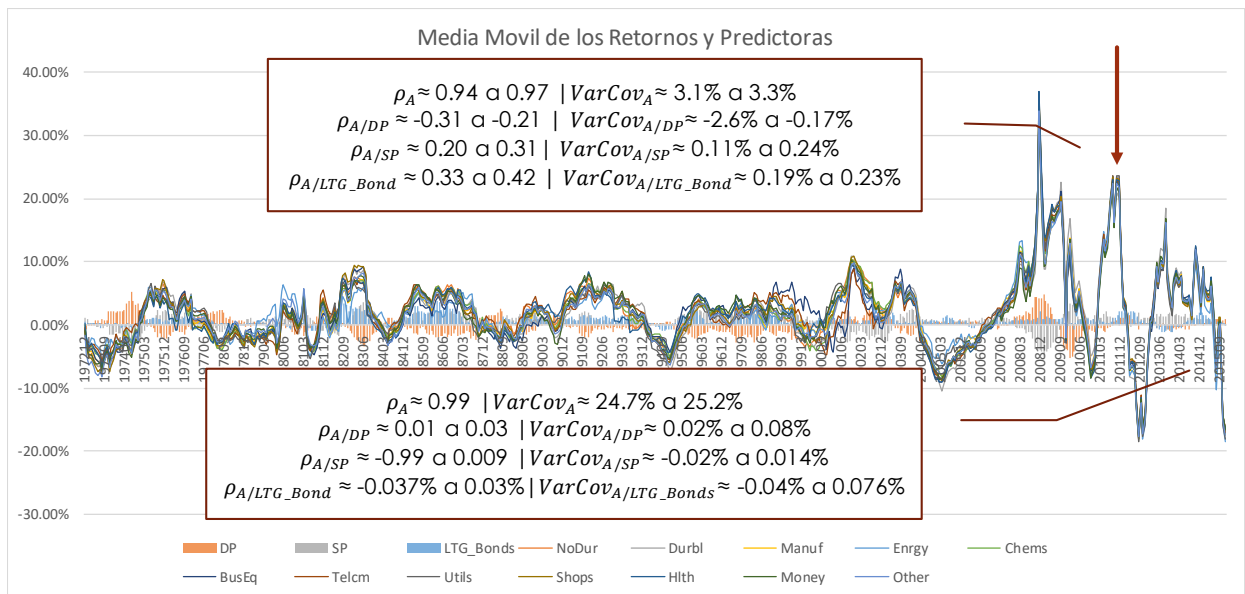


Figura 4: Media Móvil de 12 meses de los Activos y Variables Predictivas

Por otro lado, la existencia de un activo predominante en la base de cálculo, concentra en él una gran ponderación de inversión, en contraste con el desempeño de los últimos periodos, ver evolución de **Enrgy** desde *Figura 1* a *Figura 2*.

Aspectos a Explorar

Dada la naturaleza de los datos, es sensato pensar en dividir los periodos de análisis, al menos en aquellos en las volatilidades de las variables presenten cambios bruscos o sigan ciclos económicos diferentes, esto ayudaría a evitar acumular *momentum* en variables que puedan afectar la optimización del portafolio. Incluso se puede investigar el límite de horizonte de inversión para el cual la predictibilidad pierde efectividad.

En línea con lo anterior, también es interesante explorar la predictibilidad que puede aportar la volatilidad de los predictores, más que su valor intrínseco, la literatura parece apoyar la existencia de una relación estadística más fuerte que la encontrada en este tipo de análisis.

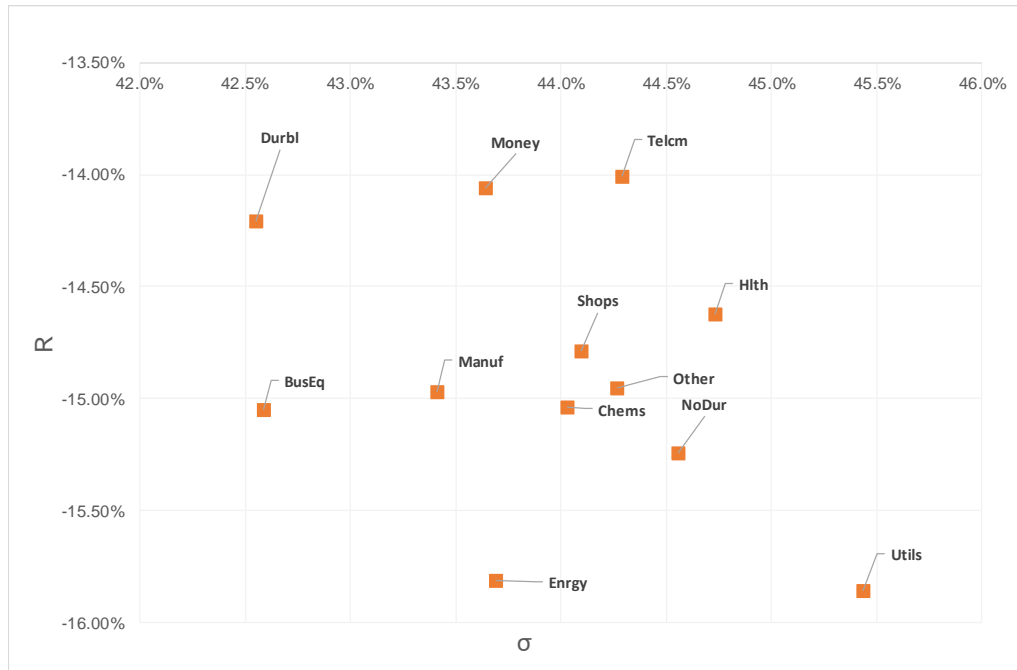
Asimismo, y dado que se no se puede concluir que la adición de variables predictivas mejora el resultado del modelo, se considera que es interesante invertir tiempo en la selección de las mismas, explorando relaciones de correlación y covarianza entre ellas y los retornos que se quieran predecir.

Por último, y dado el resultado del rebalanceo con $T=1$ mes, es llamativo explorar el desempeño de variable predictivas en forma individual y en pares, para profundizar en la adición de valor de ellas en escala comparativa.

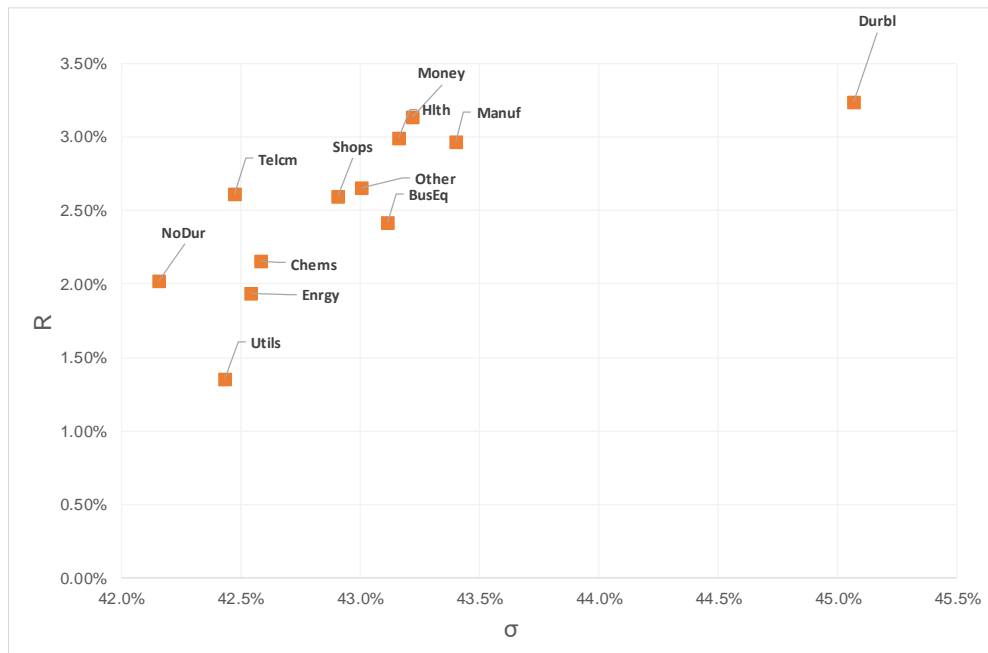
8. Bibliografía

- CAMPBELL J., 1985, Stock Returns and the Term Structure, Journal of Financial Economics 18, N°2: 373-399
- COCHRANE J., 2008, The Dog That Did Not Bark: A Defense of Return Predictability. The Review of Financial Studies, Vol 21, N° 4: 1533-1575.
- BARBERIS N., 2000, Investing for the Long Run when Returns Are Predictable, The Journal of Finance, Vol LV, NO.1: 225 – 264
- FUGAZZA C., GUINDOLIN M. y NICODAMO G., 2009, Time and Risk Diversification in Real Estate Investments: Assessing the Ex Post Economic Value, Real Estate Economics, Vol 37, 3: 341 – 381.
- FAMA E. y FRENCH K. 2017. 12 Industries Portfolios [en línea]. <
http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html>
[Consulta 20 de marzo, 2017]
- WELCH I. y GOYAL A. 2008, A Comprehensive Look at the Empirical Performance of Equity Premium Prediction. The Review of Financial Studies, V21 N4.
- EQUITY PREMIUM dataset <http://www.bus.emory.edu/agoyal/Research.html>

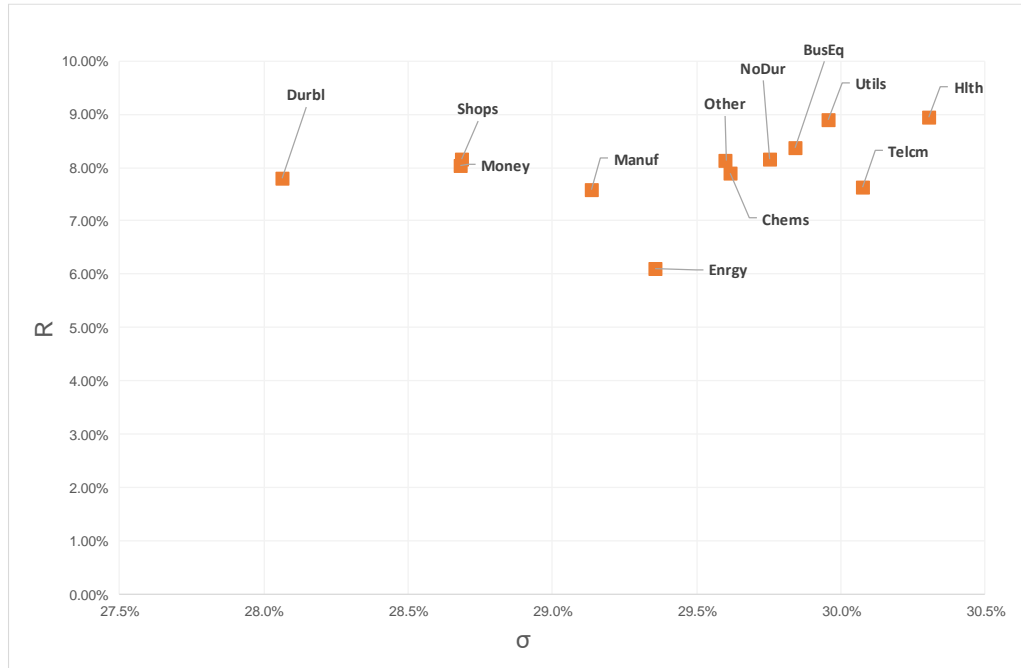
9. Anexos



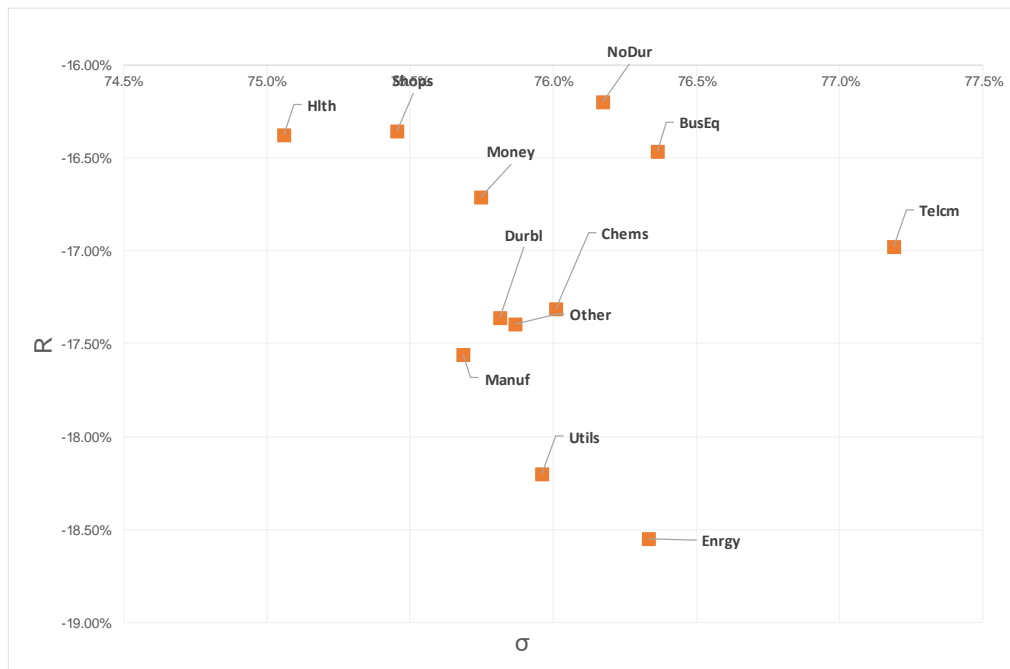
Anexo 1: Posición de los Activos año 2012



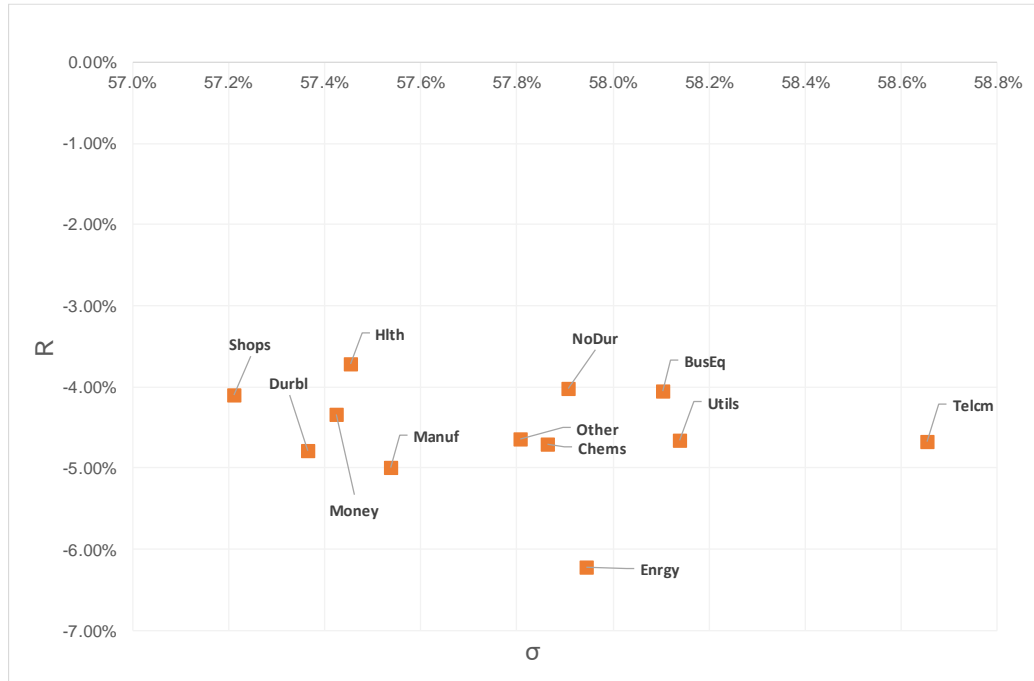
Anexo 2: Posición de los Activos año 2013



Anexo 3: Posición de los Activos año 2014



Anexo 4: Posición de los Activos año 2015



Anexo 5: Posición de los Activos años 2014-2015

Var Cov 1972-2012	NoDur	Durbl	Manuf	Enrgy	Chems	BusEq	Telcm	Utils	Shops	Hlth	Money	Other	DP	SP	Inflat	TG_Bond	T_S
NoDur	3.7005%																
Durbl	3.5896%	3.7364%															
Manuf	3.6446%	3.6635%	3.7136%														
Enrgy	3.5304%	3.4784%	3.5585%	3.6415%													
Chems	3.6581%	3.6140%	3.6685%	3.5502%	3.6973%												
BusEq	3.5882%	3.6211%	3.6668%	3.4995%	3.6080%	3.8037%											
Telcm	3.6306%	3.5893%	3.6249%	3.5187%	3.6109%	3.6241%	3.7298%										
Utils	3.6268%	3.5276%	3.5836%	3.5565%	3.5979%	3.5139%	3.6070%	3.6974%									
Shops	3.7041%	3.6706%	3.7026%	3.5396%	3.6860%	3.6801%	3.6685%	3.6184%	3.7998%								
Hlth	3.6821%	3.5745%	3.6461%	3.5395%	3.6661%	3.6311%	3.6403%	3.6207%	3.6943%	3.7761%							
Money	3.6791%	3.6598%	3.6890%	3.5594%	3.6726%	3.6403%	3.6572%	3.6293%	3.7238%	3.6800%	3.7772%						
Other	3.6802%	3.6812%	3.7247%	3.5845%	3.6924%	3.7025%	3.6655%	3.6217%	3.7430%	3.6871%	3.7312%	3.7838%					
DP	-0.1601%	-0.2371%	-0.2252%	-0.1610%	-0.1835%	-0.2540%	-0.1602%	-0.1010%	-0.2008%	-0.1691%	-0.2172%	-0.2225%	0.2087%				
SP	0.1512%	0.2251%	0.2160%	0.1548%	0.1745%	0.2439%	0.1525%	0.0932%	0.1914%	0.1598%	0.2076%	0.2138%	-0.2042%	0.2034%			
Inflat	-0.0087%	-0.0094%	-0.0094%	-0.0092%	-0.0086%	-0.0099%	-0.0090%	-0.0086%	-0.0093%	-0.0090%	-0.0086%	-0.0084%	0.0010%	-0.0006%	0.0012%		
LTG_Bonds	0.2216%	0.1893%	0.1971%	0.1922%	0.2056%	0.1914%	0.2108%	0.2350%	0.2121%	0.2215%	0.2203%	0.2041%	-0.0168%	0.0166%	-0.0008%	0.0974%	
T_S	0.1272%	0.1514%	0.1422%	0.1227%	0.1343%	0.1414%	0.1236%	0.1264%	0.1358%	0.1274%	0.1332%	0.1369%	-0.0141%	0.0106%	-0.0075%	0.0005%	0.2069%

Anexo 6: Matriz de Varianzas y Covarianzas 1972-2012, Frecuencia Mensual

Var Cov 1972-2013	NoDur	Durbl	Manuf	Enrgy	Chems	BusEq	Telcm	Utils	Shops	Hlth	Money	Other	DP	SP	Inflat	.TG_Bond	T_S
NoDur	4.0002%																
Durbl	3.9175%	4.0912%															
Manuf	3.9562%	4.0031%	4.0366%														
Enrgy	3.8368%	3.8133%	3.8765%	3.9497%													
Chems	3.9622%	3.9463%	3.9842%	3.8608%	4.0051%												
BusEq	3.8983%	3.9588%	3.9878%	3.8161%	3.9224%	4.1190%											
Telcm	3.9348%	3.9205%	3.9401%	3.8282%	3.9190%	3.9365%	4.0348%										
Utils	3.9305%	3.8582%	3.8980%	3.8639%	3.9053%	3.8272%	3.9140%	4.0023%									
Shops	4.0102%	4.0050%	4.0207%	3.8531%	3.9968%	3.9957%	3.9785%	3.9283%	4.1112%								
Hlth	3.9909%	3.9134%	3.9678%	3.8554%	3.9797%	3.9500%	3.9531%	3.9329%	4.0106%	4.0931%							
Money	3.9881%	3.9978%	4.0105%	3.8754%	3.9864%	3.9600%	3.9697%	3.9406%	4.0397%	3.9994%	4.0954%						
Other	3.9874%	4.0162%	4.0435%	3.8983%	4.0039%	4.0187%	3.9761%	3.9317%	4.0563%	4.0041%	4.0479%	4.0975%					
DP	-0.1561%	-0.2314%	-0.2201%	-0.1572%	-0.1792%	-0.2478%	-0.1563%	-0.0982%	-0.1963%	-0.1657%	-0.2124%	-0.2175%	0.2055%				
SP	0.1489%	0.2215%	0.2127%	0.1526%	0.1719%	0.2395%	0.1504%	0.0921%	0.1887%	0.1584%	0.2048%	0.2107%	-0.2011%	0.2005%			
Inflat	-0.0088%	-0.0097%	-0.0096%	-0.0094%	-0.0088%	-0.0100%	-0.0091%	-0.0087%	-0.0095%	-0.0092%	-0.0088%	-0.0086%	0.0010%	-0.0006%	0.0012%		
LTG_Bonds	0.2146%	0.1810%	0.1892%	0.1847%	0.1983%	0.1839%	0.2038%	0.2284%	0.2044%	0.2133%	0.2113%	0.1960%	-0.0159%	0.0155%	-0.0006%	0.0973%	
T_S	0.1276%	0.1535%	0.1439%	0.1237%	0.1353%	0.1429%	0.1245%	0.1258%	0.1373%	0.1293%	0.1356%	0.1386%	-0.0152%	0.0122%	-0.0075%	-0.0012%	0.2061%

Anexo 7: Matriz Varianzas y Covarianzas 1972-2013, Frecuencia Mensual

Var Cov 1972-2014	NoDur	Durbl	Manuf	Enrgy	Chems	BusEq	Telcm	Utils	Shops	Hlth	Money	Other	DP	SP	Inflat	.TG_Bond	T_S
NoDur	4.1047%																
Durbl	4.0118%	4.1724%															
Manuf	4.0568%	4.0918%	4.1312%														
Enrgy	3.9364%	3.9031%	3.9717%	4.0455%													
Chems	4.0662%	4.0392%	4.0832%	3.9597%	4.1073%												
BusEq	4.0056%	4.0536%	4.0886%	3.9171%	4.0282%	4.2230%											
Telcm	4.0416%	4.0161%	4.0423%	3.9299%	4.0252%	4.0447%	4.1415%										
Utils	4.0376%	3.9566%	4.0020%	3.9656%	4.0120%	3.9378%	4.0226%	4.1122%									
Shops	4.1074%	4.0913%	4.1131%	3.9449%	4.0933%	4.0942%	4.0776%	4.0285%	4.2001%								
Hlth	4.0992%	4.0128%	4.0726%	3.9584%	4.0874%	4.0613%	4.0640%	4.0452%	4.1120%	4.2051%							
Money	4.0855%	4.0837%	4.1031%	3.9676%	4.0829%	4.0593%	4.0691%	4.0410%	4.1295%	4.1012%	4.1843%						
Other	4.0915%	4.1080%	4.1416%	3.9962%	4.1065%	4.1229%	4.0816%	4.0386%	4.1521%	4.1120%	4.1437%	4.1986%					
DP	-0.1424%	-0.2169%	-0.2051%	-0.1432%	-0.1646%	-0.2314%	-0.1419%	-0.0855%	-0.1819%	-0.1513%	-0.1971%	-0.2022%	0.2024%				
SP	0.1364%	0.2083%	0.1988%	0.1396%	0.1585%	0.2243%	0.1371%	0.0807%	0.1754%	0.1452%	0.1906%	0.1965%	-0.1982%	0.1975%			
Inflat	-0.0088%	-0.0095%	-0.0095%	-0.0091%	-0.0087%	-0.0099%	-0.0090%	-0.0086%	-0.0094%	-0.0091%	-0.0087%	-0.0085%	0.0010%	-0.0006%	0.0011%		
LTG_Bonds	0.2123%	0.1802%	0.1876%	0.1823%	0.1965%	0.1826%	0.2017%	0.2267%	0.2025%	0.2117%	0.2091%	0.1944%	-0.0156%	0.0154%	-0.0007%	0.0962%	
T_S	0.1261%	0.1512%	0.1412%	0.1195%	0.1335%	0.1413%	0.1223%	0.1247%	0.1359%	0.1284%	0.1338%	0.1370%	-0.0148%	0.0125%	-0.0077%	-0.0001%	0.2102%

Anexo 8: Matriz Varianzas y Covarianzas 1972-2014, Frecuencia Mensual

Var Cov 1972-2015	NoDur	Durbl	Manuf	Enrgy	Chems	BusEq	Telcm	Utils	Shops	Hlth	Money	Other	DP	SP	Inflat	.TG_Bond	T_S
NoDur	5.2944%																
Durbl	5.2007%	5.3569%															
Manuf	5.2443%	5.2774%	5.3156%														
Enrgy	5.1381%	5.1059%	5.1727%	5.2619%													
Chems	5.2573%	5.2296%	5.2723%	5.1646%	5.2999%												
BusEq	5.2005%	5.2456%	5.2794%	5.1243%	5.2242%	5.4170%											
Telcm	5.2508%	5.2243%	5.2495%	5.1525%	5.2366%	5.2579%	5.3683%										
Utils	5.2318%	5.1495%	5.1938%	5.1705%	5.2069%	5.1365%	5.2344%	5.3106%									
Shops	5.2856%	5.2674%	5.2881%	5.1347%	5.2724%	5.2757%	5.2746%	5.2116%	5.3654%								
Hlth	5.2710%	5.1843%	5.2424%	5.1419%	5.2607%	5.2371%	5.2551%	5.2212%	5.2727%	5.3584%							
Money	5.2695%	5.2665%	5.2848%	5.1643%	5.2686%	5.2478%	5.2729%	5.2283%	5.3015%	5.2674%	5.3620%						
Other	5.2800%	5.2943%	5.3267%	5.1970%	5.2961%	5.3144%	5.2892%	5.2314%	5.3280%	5.2823%	5.3258%	5.3840%					
DP	-0.1553%	-0.2290%	-0.2175%	-0.1577%	-0.1785%	-0.2437%	-0.1565%	-0.0984%	-0.1936%	-0.1646%	-0.2097%	-0.2145%	0.2012%				
SP	0.1487%	0.2198%	0.2106%	0.1533%	0.1718%	0.2361%	0.1511%	0.0928%	0.1866%	0.1580%	0.2026%	0.2082%	-0.1970%	0.1963%			
Inflat	-0.0090%	-0.0098%	-0.0097%	-0.0093%	-0.0089%	-0.0102%	-0.0093%	-0.0087%	-0.0096%	-0.0093%	-0.0089%	-0.0088%	0.0009%	-0.0007%	0.0012%		
LTG_Bonds	0.2069%	0.1745%	0.1820%	0.1765%	0.1906%	0.1771%	0.1952%	0.2228%	0.1975%	0.2064%	0.2023%	0.1890%	-0.0144%	0.0142%	-0.0006%	0.0963%	
T_S	0.1167%	0.1406%	0.1306%	0.1095%	0.1235%	0.1320%	0.1128%	0.1125%	0.1258%	0.1181%	0.1234%	0.1266%	-0.0140%	0.0121%	-0.0080%	-0.0014%	0.2123%

Anexo 9: Matriz de Varianzas y Covarianzas 1972-2015, Frecuencia Mensual