



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA CONDICIÓN DE ARRASTRE INCIPIENTE  
GENERADA POR UN FLUJO OSCILATORIO CON SUPERFICIE LIBRE DE UN  
FLUIDO PSEUDOPLÁSTICO

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL

KEVIN BASTIÁN VIDAL BIERMA

PROFESOR GUÍA:  
ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
YARKO NIÑO CAMPOS  
CLAUDIO FALCÓN BEAS

Este trabajo ha sido financiado por FONDECYT a través del proyecto de investigación N°  
1161751

SANTIAGO DE CHILE  
2017



RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL  
POR: KEVIN BASTIÁN VIDAL BIERMA  
FECHA: 2017  
PROF. GUÍA: ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA CONDICIÓN DE ARRASTRE INCIPIENTE  
GENERADA POR UN FLUJO OSCILATORIO CON SUPERFICIE LIBRE DE UN  
FLUIDO PSEUDOPLÁSTICO

El objetivo de esta investigación es presentar resultados experimentales que permitan definir la condición límite para el arrastre de material granular no cohesivo debido a los efectos de un flujo oscilatorio con superficie libre de un fluido tipo Ostwald-de Waele.

Los experimentos se llevaron a cabo en un canal de oleaje, que recrea una corriente de olas uniformes de hasta 2 s de período. Como material granular se utilizaron cuatro granulometrías uniformes de arena de cuarzo y los fluidos usados corresponden a agua y soluciones acuosas de carboximetilcelulosa (CMC). Las soluciones de CMC presentan un comportamiento pseudoplástico para la reología, que se modela por medio de una ley de potencia. Para determinar las características del flujo en las cercanías del lecho, se implementó el método de velocimetría por procesamiento de imágenes PIV y para describir las características de las olas se realizó un procesamiento de imágenes obtenidas a partir de la grabación de videos.

Los principales resultados presentados en la memoria son: (1) la determinación de una curva que define el arrastre incipiente en flujos oscilatorios en función del número de Reynolds de la partícula ( $\mathbb{R}e_p$ ), el número de Keulegan-Carpenter ( $KC$ ) y el número de Froude densimétrico ( $\mathbb{F}r_d^2$ ). Estas se formulan considerando que  $\mathbb{R}e_p \gg 1$  y  $\mathbb{R}e_p \ll 1$ , supuestos que permiten abordar analíticamente el problema. (2) La comparación entre los valores medidos de la velocidad en el fondo mediante PIV y los predichos por la teoría lineal del oleaje para soluciones con CMC. La teoría lineal del oleaje, que permite determinar el campo de velocidades del flujo, trabaja bajo el supuesto de flujo irrotacional y fluidos de baja viscosidad, que es contrario a lo que ocurre con los fluidos pseudoplásticos. Luego, mediante la implementación de PIV es posible ver el grado de ajuste de la teoría con respecto a los valores observados in situ. (3) La comparación de los resultados experimentales frente a los criterios de Komar & Miller (1973) y Goddet (1960) para el arrastre incipiente en flujos oscilatorios. Cuando los resultados se comparan con la relación de Komar & Miller (1973), se observó que la curva propuesta por ambos autores sobrestima la condición límite y no predicen adecuadamente la tendencia de los resultados hallados. Cuando los resultados se evalúan por medio del criterio de Goddet (1960), se observó que los resultados se comportan de acuerdo a lo predicho por este autor, sin embargo, estos se segregan según la reología del fluido. (4) La presentación de dos relaciones experimentales para definir la condición de arrastre incipiente. La primera se obtiene a partir de un ajuste de los datos obtenidos y se presenta en función de los adimensionales  $\mathbb{F}r_d^2$  y  $KC$ . La segunda se formula a partir de los adimensionales  $\Psi$  y  $X_n$ , donde  $\Psi$  es el parámetro definido por Goddet (1960), que representa la proporción entre las fuerzas coulombicas y la fuerza de arrastre del flujo y  $X_n$  es un adimensional que incorpora la reología del fluido.



*"...Porque ninguna buena historia comienza con: estaba comiéndome una ensalada."  
(Charles Bukowski)*



# Agradecimientos

Quiero comenzar por agradecer a mi madre y a mi abuela, mis viejitas, que han dado todo por mí. Todo lo que he logrado ha sido gracias a ustedes, y no tengo más que palabras de amor que brindarles. Este trabajo (aunque entiendan poco y nada cuando les explico) se lo dedico a ellas.

Al profesor Aldo Tamburrino, le estoy enormemente agradecido. No sólo por su apoyo y preocupación como profesor guía, sino que también por todas las oportunidades y nuevos desafíos que me presentó. Este último año como su memorista y auxiliar, fue una muy grata experiencia, que me ayudaron a crecer y a aprender un montón.

Al gran Manuel y a JD el maestrísimo, por ayudarme con la instalación experimental y en todas las locuras que me pedía el profe. A los chicos del laboratorio: al Dieguín, a la Natalia, al Ariel, al Carlos, al Nico, a George de la selva, al Joaquín, por su ayuda, el intercambio de información, sus materiales y la buena onda. A la Jacquie, por su cariño y buena onda, y por preocuparse de mí cuando llegaba en condiciones indignas o se me salían los huesos de la espalda. Le agradezco al profesor Yarko Niño por facilitarme los equipos para poder implementar el PIV. También le pido disculpas por haber perdido la GoPro.

Al curso MA2601, por haber sido una de las mejores experiencias que tuve durante mi estadía en la U.

A mis amigos de Civil, que fueron mis compañeros de aventuras y desmanes universitarios: Peillard, Esteban, Jefecito, Jocy, López, el Ele y el Seba. Al Traslita lo dejo para el final, porque fue él quien me acompañó en este peregrinaje repleto de arena.

Le agradezco a mis amigos de la vida, el Pablito y el Joaquín, mis hermanos, que van conmigo a todas y me soportan todas. Una mención especial al Pablo que nos ayudó a registrar en video las maravillas del arrastre de sedimento.

Al Álvaro, por ser mi gran apoyo durante este último período.

Finalmente, agradezco el financiamiento entregado por FONDECYT a través del proyecto de investigación N°1161751 y a mi hermanito por prestarme su escritorio durante el último mes para terminar mi memoria.

# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Objetivos . . . . .	2
1.2.1. General . . . . .	2
1.2.2. Específicos . . . . .	2
1.3. Contenidos del informe . . . . .	3
<b>2. Antecedentes Generales</b>	<b>4</b>
2.1. Otros estudios experimentales . . . . .	4
2.2. Caracterización del flujo . . . . .	13
2.2.1. Flujo oscilatorio con superficie libre . . . . .	13
2.2.2. El problema de la capa límite . . . . .	17
2.3. Caracterización del fluido . . . . .	21
2.3.1. Clasificación de los fluidos . . . . .	21
2.3.2. Flujo de un fluido pseudoplástico . . . . .	23
2.4. Caracterización del sedimento . . . . .	24
2.5. Arrastre incipiente en flujos oscilatorios . . . . .	25
2.5.1. Equilibrio de fuerzas aplicadas sobre una partícula aislada . . . . .	26
2.5.2. Parámetro tipo Shields . . . . .	27
2.6. Velocimetría por procesamiento de imágenes: PTV-PIV . . . . .	29
2.7. Parámetros adimensionales . . . . .	31
<b>3. Diseño Experimental y Metodología</b>	<b>32</b>
3.1. Diseño experimental . . . . .	32
3.1.1. Sistema generador de oleaje . . . . .	33
3.1.2. Desarenadores y drenajes . . . . .	35
3.1.3. Estructura de soporte . . . . .	35
3.1.4. Trabajo Futuro . . . . .	37
3.2. Metodología Experimental . . . . .	37
3.2.1. Características de los fluidos . . . . .	37
3.2.2. Características de las partículas no cohesivas . . . . .	38
3.2.3. Caracterización del flujo en el fondo mediante PIV . . . . .	39
3.2.4. Características del oleaje . . . . .	41
3.2.5. Procedimiento Experimental . . . . .	42
<b>4. Desarrollo Teórico</b>	<b>46</b>

4.1. Condición de equilibrio de una partícula esférica expuesta sobre el lecho para flujo oscilatorio . . . . .	46
4.2. Condición de equilibrio para $\mathbb{R}e_p \gg 1$ . . . . .	49
4.3. Condición de equilibrio para $\mathbb{R}e_p \ll 1$ . . . . .	55
<b>5. Presentación y Análisis de Resultados</b>	<b>59</b>
5.1. Características del flujo . . . . .	59
5.1.1. Según las características del flujo en el fondo . . . . .	59
5.1.2. Según las características del oleaje . . . . .	61
5.1.3. Comparación entre la velocidad orbital medida con PIV y la predicha por la teoría lineal del oleaje para soluciones con CMC . . . . .	67
5.2. Relación experimental para el arrastre incipiente en flujo oscilatorio . . . . .	71
5.3. Evaluación del arrastre incipiente por medio del criterio para flujos oscilatorios de Komar & Miller (1973) . . . . .	79
5.4. Evaluación del arrastre incipiente por medio del criterio para flujos oscilatorios de Goddet (1960) . . . . .	82
<b>6. Conclusiones</b>	<b>88</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>93</b>
<b>Anexos</b>	<b>98</b>
<b>A. Resultados experimentales y cálculo de errores</b>	<b>99</b>
A.1. Resultados de arrastre incipiente según las características del oleaje . . . . .	99
A.2. Cálculo de errores . . . . .	102
A.3. Resultados de arrastre incipiente según los parámetros del flujo y del fluido .	103
A.4. Resultados de arrastre incipiente según los adimensionales $\mathbb{R}e_w$ , $\mathbb{R}e_p$ y $KC$ .	106
A.5. Resultados de arrastre incipiente según los parámetros de Goddet (1960) y los parámetros modificados de Tamburrino & Vidal (2017) . . . . .	110
A.6. Resultados experimentales con barras de error . . . . .	113



# Índice de Ilustraciones

2.1.	Instalación experimental usada por Bagnold (1946). . . . .	6
2.2.	Vórtices generados durante un ciclo de oscilación. Son los responsables del desplazamiento y crecimiento del rizo, una vez excedida la altura crítica (Bagnold, 1946). . . . .	7
2.3.	Desplazamiento del rizo a lo largo del lecho debido a la presencia de vórtices (Bagnold, 1946). . . . .	8
2.4.	Esquema instalación experimental usada por Pedocchi & García (2009). . . . .	9
2.5.	Esquema instalación experimental: (1) tanque, (2) agua, (3) paleta, (4) sistema mecánico, (5) zona de prueba, (6) partícula de grandes dimensiones, (7) Probeta para medición con ADV. (Voropayev et al., 1999, 1998). . . . .	11
2.6.	Esquema instalación experimental usada por Fredsøe et al. (1999). . . . .	12
2.7.	Esquema instalación experimental usada por Sekiguchi & Sunamura (2004). . . . .	12
2.8.	Esquema conceptual de las características de una ola (Dean & Dalrymple, 1991). . . . .	13
2.9.	Comportamiento de la función tanh en función de la profundidad relativa $kh$ y $h/L$ (Dean & Dalrymple, 1991). . . . .	16
2.10.	Trayectorias de la partícula de agua según el régimen de oleaje (Dean & Dalrymple, 1991) . . . . .	17
2.11.	Diagrama para el factor de fricción bajo una corriente de olas en función de $\mathbb{R}e_w$ y $\frac{A}{k_s}$ (Kamphuis, 1975). . . . .	20
2.12.	Régimen de flujo en función de $\mathbb{R}e_w$ y $\frac{A}{k_s}$ según Kamphuis (1975). . . . .	21
2.13.	Comportamiento reológico de los fluidos. (Chhabra & Richardson, 2008). . . . .	23
3.1.	Esquema longitudinal del canal y sus componentes. . . . .	33
3.2.	Paleta acoplada a un sistema de control mecánico de frecuencia y amplitud variable. . . . .	35
3.3.	Esquema tridimensional del canal. . . . .	36
3.4.	Implementación del PIV. En la imagen, se puede observar el láser sobre el lecho y el haz de luz que este provee. Frente a la región iluminada, se posiciona la cámara que registra el flujo. . . . .	41
3.5.	Zona de prueba durante una rutina experimental. . . . .	44
4.1.	Fuerzas ejercidas sobre una partícula sumergida. . . . .	47
4.2.	Condición de arrastre incipiente en flujo oscilatorio para $\mathbb{R}e_p \gg 1$ en función del número de Reynolds para números de Keulegan-Carpenter fijos. El índice de flujo se supone $n = 0,75$ . . . . .	52

4.3.	Condición de arrastre incipiente en flujo oscilatorio para $\mathbb{R}e_p \gg 1$ en función del número de Reynolds para para distintos índices de flujo. Cada color representa un valor fijo del número de Keulegan-Carpenter siendo: (1) negro: $KC = 10$ , (2) rojo: $KC = 50$ , (3) azul: $KC = 100$ , (4) verde: $KC = 150$ y (5) magenta: $KC = 50$ . . . . .	53
4.4.	Condición de arrastre incipiente en flujo oscilatorio para $\mathbb{R}e_p \gg 1$ en función del número de Keulegan-Carpenter para números de Reynolds fijos. El índice de flujo se supone $n = 0,75$ . . . . .	54
4.5.	Condición de arrastre incipiente en flujo oscilatorio para $\mathbb{R}e_p \ll 1$ en función del número de Reynolds para números de Keulegan-Carpenter fijos. . . . .	57
4.6.	Condición de arrastre incipiente en flujo oscilatorio para $\mathbb{R}e_p \ll 1$ en función del número de Keulegan-Carpenter para números de Reynolds fijos. . . . .	58
5.1.	Período de la ola en función de la altura de flujo $h$ y la amplitud de la paleta $R_{paleta}$ para el conjunto de experimentos de W1. . . . .	62
5.2.	Período de la ola en función de la altura de flujo $h$ y la amplitud de la paleta $R_{paleta}$ para el conjunto de experimentos de W2. . . . .	63
5.3.	Período de la ola en función de la altura de flujo $h$ y la amplitud de la paleta $R_{paleta}$ para el conjunto de experimentos de PL1. . . . .	63
5.4.	Período de la ola en función de la altura de flujo $h$ y la amplitud de la paleta $R_{paleta}$ para el conjunto de experimentos de PL2. . . . .	64
5.5.	Período de la ola en función de la altura de flujo $h$ y la amplitud de la paleta $R_{paleta}$ para el conjunto de experimentos de PL3. . . . .	64
5.6.	Período de la ola en función de la altura de flujo $h$ y la amplitud de la paleta $R_{paleta}$ para el conjunto de experimentos de PL4. . . . .	65
5.7.	Período de la ola en función de la altura de flujo $h$ y la amplitud de la paleta $R_{paleta}$ para el conjunto de experimentos de PL5. . . . .	65
5.8.	Período de la ola en función de la altura de flujo $h$ y la amplitud de la paleta $R_{paleta}$ para el conjunto de experimentos de PL6. . . . .	66
5.9.	Período de la ola en función de la altura de flujo $h$ y la amplitud de la paleta $R_{paleta}$ para el conjunto de experimentos de PL7. . . . .	66
5.10.	Período de la ola en función de la altura de flujo $h$ y la amplitud de la paleta $R_{paleta}$ para el conjunto de experimentos de PL8. . . . .	67
5.11.	Comparación entre la velocidad orbital medida con PIV y la calculada mediante la teoría lineal del oleaje para los experimentos de PL4. . . . .	68
5.12.	Comparación entre la velocidad orbital medida con PIV y la calculada mediante la teoría lineal del oleaje para los experimentos de PL5. . . . .	68
5.13.	Comparación entre la velocidad orbital medida con PIV y la calculada mediante la teoría lineal del oleaje para los experimentos de PL6. . . . .	69
5.14.	Comparación entre la velocidad orbital medida con PIV y la calculada mediante la teoría lineal del oleaje para los experimentos de PL7. . . . .	69
5.15.	Comparación entre la velocidad orbital medida con PIV y la calculada mediante la teoría lineal del oleaje para los experimentos de PL8. . . . .	70
5.16.	Resultados para el arrastre incipiente a presentados en función de $Fr_d^2$ y $KC$ . Los colores indican el rango en el que se encuentra el valor del número de Reynolds de la partícula del registro experimental. La especificación de colores y rangos de $\mathbb{R}e_p$ se detalla en la Tabla 5.4. . . . .	72

5.17. Resultados para el arrastre incipiente para el agua, presentados en función de $Fr_d^2$ y $KC$ . Los colores indican el rango en el que se encuentra el valor del número de Reynolds de la partícula del registro experimental. Las curvas que se presentan corresponden a la ecuación para el rango $Re_p \gg 1$ predicha en el Capítulo 4 para $n = 1$ . La especificación de colores y rangos de $Re_p$ se detalla en la Tabla 5.5. . . . .	74
5.18. Resultados para el arrastre incipiente para soluciones con CMC, presentados en función de $Fr_d^2$ y $KC$ . Los colores indican el rango en el que se encuentra el valor del número de Reynolds de la partícula del registro experimental. Las curvas que se presentan corresponden a la ecuación para el rango $Re_p \ll 1$ predicha en el Capítulo 4. La especificación de colores y rangos de $Re_p$ se detalla en la Tabla 5.6. . . . .	75
5.19. Condición de arrastre incipiente en función de $Fr_d^2$ y $KC$ . La curva superpuesta corresponde a la ecuación 5.1. Los colores indican el rango en el que se encuentra el valor del número de Reynolds de la partícula del registro experimental. La especificación de colores y rangos de $Re_p$ se detalla en la Tabla 5.4. . . . .	78
5.20. Resultados de arrastre incipiente para los experimentos con diámetro de partícula $D_s < 0,5$ mm, según el criterio de Komar & Miller (1973). La curva superpuesta corresponde a la ecuación 5.4. Los colores que se muestran, indican que el valor del número de Reynolds de la partícula que toma el dato experimental se encuentra dentro del rango indicado en la Tabla 5.4. . . . .	80
5.21. Resultados de arrastre incipiente para los experimentos con diámetro de partícula $D_s < 0,5$ mm, según el criterio de Komar & Miller (1973). La curva superpuesta corresponde a la ecuación 5.4. Los colores que se muestran, indican que el valor del número de Reynolds de la partícula que toma el dato experimental se encuentra dentro del rango indicado en la Tabla 5.4. . . . .	81
5.22. Resultados de arrastre incipiente de acuerdo a los parámetros adimensionales de Goddet (1960). . . . .	85
5.23. Resultados de arrastre incipiente de acuerdo a los parámetros de Tamburrino & Vidal (2017). . . . .	86
5.24. Condición de arrastre incipiente de acuerdo a los parámetros de Tamburrino & Vidal (2017). La recta corresponde a la ecuación 5.8. . . . .	87
A.1. Resultados para el arrastre incipiente a presentados en función de $Fr_d^2$ y $KC$ . Sobre los datos experimentales se presentan los errores $\sigma_{Fr_d^2}$ y $\sigma_{KC}$ asociados. . . . .	114
A.2. Resultados de arrastre incipiente de acuerdo a los parámetros adimensionales de Goddet (1960). Sobre los datos experimentales se presentan los errores $\sigma_\Psi$ y $\sigma_X$ asociados. . . . .	115

# Índice de Tablas

2.1.	Régimen de oleaje según $\frac{h}{L}$ . . . . .	16
2.2.	Valores de $\alpha, p$ y $n$ para la condición límite para el primer movimiento de los granos presentados en el estudio de Losada y Desiré (1988). . . . .	26
2.3.	Cuadro comparativo entre sistemas PIV y PTV. . . . .	30
3.1.	Soluciones utilizadas y sus características. . . . .	38
3.2.	Material no cohesivo utilizado. . . . .	39
3.3.	Conjunto de experimentos agrupados según reología y diámetro de partículas. . . . .	43
5.1.	Rango de las parámetros adimensionales $\mathbb{R}e_w$ , $\mathbb{R}e_p$ y $KC$ para las distintas condiciones experimentales. En la columna adyacente a cada adimensional, se presenta el máximo error absoluto $\Delta$ asociado a cada conjunto de experimentos. . . . .	60
5.2.	Rango de las características del oleaje definidos por su altura $H$ , longitud $L$ , período $T$ , altura de flujo $h$ y amplitud de oscilación de la paleta $R_{paleta}$ para las distintas condiciones experimentales. . . . .	61
5.3.	Mínimo y máximo error absoluto asociados al cálculo de la velocidad orbital por medio de la teoría lineal del oleaje cuando se compara con los registros realizados mediante PIV. . . . .	70
5.4.	Escala de colores de la Figura 5.16. Cada uno representa un rango diferente para el adimensional $\mathbb{R}e_p$ . . . . .	73
5.5.	Escala de colores de la Figura 5.17. Cada uno representa un rango diferente para el adimensional $\mathbb{R}e_p$ . . . . .	76
5.6.	Escala de colores de la Figura 5.18. Cada uno representa un rango diferente para el adimensional $\mathbb{R}e_p$ . . . . .	76
A.1.	Resultados de arrastre incipiente según las características del oleaje . . . . .	99
A.2.	Resultados de arrastre incipiente según los parámetros del flujo y del fluido . . . . .	103
A.3.	Resultados de arrastre incipiente según los adimensionales $\mathbb{R}e_w$ , $\mathbb{R}e_p$ y $KC$ . . . . .	106
A.4.	Resultados de arrastre incipiente según los parámetros de Goddet (1960) y los parámetros modificados de Tamburrino & Vidal (2017) . . . . .	110

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación

La propagación de una corriente de oleaje a través de un medio fluido sobre un lecho de sólidos granulares genera una velocidad en el fondo que, cuando alcanza un valor crítico, el esfuerzo de corte asociado permite vencer las fuerzas de gravedad y dar inicio al movimiento de los granos. A medida que esta velocidad aumenta, el lecho se deforma y sobre su superficie se originan lo que se conoce como ondas sedimentarias, que son el resultado de la interacción conjunta del sedimento, el flujo y el propio lecho. Debido al número de variables involucradas, abordar el problema desde una perspectiva analítica resulta tremendamente complejo y, debido a esto los estudios que se reportan lo hacen principalmente desde un enfoque empírico.

Si nos referimos a estudios experimentales con lecho granular móvil, se debe mencionar los primeros trabajos presentados por Hunt (1882), Darwin (1883) y Ayrton (1910), quienes analizan el efecto de flujos oscilatorios sobre lechos deformables. Las instalaciones experimentales utilizadas eran pequeñas y, comúnmente, constituidas por estanques con lechos de arenas sometidos a corrientes oscilatorias inducidas por medio de forzamientos periódicos ejercidos sobre el lecho. Estos autores presentan resultados descriptivos acerca de los rizos que se forman sobre un lecho arena cuando este se encuentra sometido a la oscilación del flujo.

Los primeros resultados cualitativos fueron presentados por Bagnold (1946) quien desarrolló sus experimentos en un tanque oscilatorio, dispositivo constituido por una bandeja con arena sumergida en un estanque con agua, donde la oscilación sobre el lecho se genera por medio del movimiento periódico de la bandeja que contiene el material granular. Bagnold (1946) describe cualitativamente las características de los rizos que se generan sobre la superficie del lecho como resultado de la oscilación del flujo, analiza el mecanismo de formación que da origen a estas morfologías y estudia su evolución para distintas condiciones de flujo. Además, presenta la primera relación para definir el arrastre incipiente de material no cohesivo. Posteriormente, se ha presentado una gran cantidad de investigaciones afines, que utilizan otro tipo de instalaciones experimentales, entre las que se destacan: mesas oscilatorias (Manohar, 1955), canales de oleaje (Dingler & Inman, 1977; Sekiguchi & Sunamura,

2004; Voropayev et al., 1999, 1998; Yalin & Russel, 1962) y túneles de agua (O'Donoghue & Wright, 2004; Pedocchi & García, 2009).

Todos los estudios que abordan el arrastre de sedimento debido a flujos oscilatorios utilizan agua como medio fluido, pero no existen investigaciones que enfrenten este problema cuando el fluido es no newtoniano.

Lo que se propone en esta investigación, es estudiar el arrastre incipiente de material cuando el fondo está constituido por partículas no cohesivas y el fluido es pseudoplástico. Esta última consideración, permite incorporar la reología como variable del problema y extender los resultados existentes hacia los fluidos no newtonianos.

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. General

La investigación tiene como objetivo estudiar experimentalmente la condición límite para el arrastre incipiente de partículas sólidas no cohesivas debido al efecto de un flujo oscilatorio con superficie libre de un fluido pseudoplástico. Las partículas utilizadas corresponden a arena de cuarzo de granulometría uniforme y los fluidos pseudoplásticos se preparan a partir de soluciones en agua de carboximetilcelulosa (CMC).

### 1.2.2. Específicos

La investigación tiene como objetivos específicos:

- i) Diseño, construcción y puesta en marcha de un canal de oleaje que permita estudiar el arrastre de material granular no cohesivo debido a un flujo oscilatorio de fluidos no newtonianos. La instalación fue construida y emplazada en las dependencias del Laboratorio de Hidráulica Francisco Javier Domínguez del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile. La puesta en marcha contempló el definir las condiciones de operación del montaje experimental, la implementación del sistema de procesamiento de imágenes por velocimetría PIV y de un método de caracterización del oleaje mediante videos.
- ii) Desarrollo y registro de experimentos que permitan determinar cuál es la condición límite para el arrastre incipiente de partículas sólidas no cohesivas debido al efecto de flujos oscilatorios incorporando la reología del fluido como una variable del problema.
- iii) Comparar cómo se comportan los resultados experimentales frente a otros estudios de arrastre incipiente.
- iv) Obtener relaciones que permitan caracterizar la condición de arrastre incipiente para flujos oscilatorios cuando el fluido es pseudoplástico.

### 1.3. Contenidos del informe

El informe de memoria de título consta de un resumen y cinco capítulos, cuyo contenido se detalla a continuación:

- i) **Resumen:** Se expone el tema de memoria de título y los principales resultados.
- ii) **Introducción:** Se presenta la motivación del tema de memoria, cuál es el marco en el que se desarrolla y cuáles son los objetivos generales y específicos del trabajo realizado.
- iii) **Antecedentes Generales:** Se exponen los principales antecedentes utilizados para el desarrollo de esta memoria. En particular, se presenta un compilado de estudios experimentales y las características de las instalaciones experimentales utilizadas, el marco teórico en el que se encuadra el problema a estudiar, otros criterios para definir el arrastre incipiente en flujos oscilatorios y los parámetros adimensionales empleados para el análisis de los resultados.
- iv) **Diseño Experimental y Metodología:** Se describen las características y modo de operación de la instalación creada para esta investigación. Además, se presentan los sedimentos y fluidos utilizados durante el trabajo experimental, y se detallan los sistemas de medición utilizados para el registro de datos, así como la metodología de trabajo para cada experimento.
- v) **Desarrollo Teórico:** Se propone un criterio para definir el arrastre incipiente de material no cohesivo en flujos oscilatorios, obtenido a partir del equilibrio de fuerzas sobre una partícula aislada que reposa sobre el lecho. Los resultados se presentan en función del número de Reynolds de la partícula,  $Re_p$ , el número de Keulegan-Carpenter,  $KC$  y el número de Froude densimétrico,  $Fr_d^2$ .
- vi) **Presentación y Análisis de Resultados:** Se exhiben los resultados de arrastre incipiente determinados durante el trabajo experimental, los cuales se comparan frente los criterios de Komar & Miller (1973), Goddet (1960) y las ecuaciones presentadas en esta memoria. Además, se presentan dos relaciones experimentales obtenidas a partir del ajuste de los datos y se comparan las velocidades medidas por medio de PIV frente a las predichas por la teoría lineal del oleaje para soluciones con CMC.
- vii) **Conclusiones:** Se presentan los resultados más importantes del trabajo experimental y teórico realizado.

# Capítulo 2

## Antecedentes Generales

### 2.1. Otros estudios experimentales

En la literatura se reporta una gran variedad de instalaciones experimentales que han sido utilizadas con el fin de recrear los efectos de flujos oscilatorios sobre lechos deformables. Según Miller & Komar (1980), la instalación ideal sería aquella capaz de generar las condiciones de oleaje en un rango continuo de períodos suficientemente amplio, de modo que se puedan reproducir aquellas halladas en la naturaleza. Un aparato con tales características parece irreproducible. Sin embargo, dependiendo del tamaño del montaje y del método utilizado para recrear las condiciones que permitan la oscilación del flujo, es posible obtener un sistema que se aproxime a las condiciones halladas comúnmente en los ambientes naturales.

Con este propósito, las instalaciones reportadas se pueden clasificar en tres tipos: estanques oscilatorios, túneles de agua y canales de oleaje. Cada una presenta sus ventajas y desventajas, que se discutirán a partir de una breve revisión bibliográfica de distintas investigaciones afines.

Los primeros trabajos realizados en estanques oscilatorios corresponden a los estudios de Hunt (1882), quien a partir de observaciones en los sectores costeros, postuló que las formas de fondo podrían generarse en un lecho de arena debido a una ligera oscilación del agua. Con propósito de lo anterior, construyó un modelo constituido por un tanque de dimensiones  $2,743 \times 0,914 \times 0,3048 \text{ m}^3$  donde se disponía el lecho y sobre éste, agua. Como material granular se utilizó arena de playa, que se distribuía sobre todo el fondo y, además, se apilaba en el extremo en el que las olas generadas rompían, con el fin de servir como disipador. En el extremo donde se generaba el desplazamiento de agua, no se apilaba arena. La cantidad de material granular utilizada variaba según la altura de agua empleada. Las olas se generaron mediante desplazamientos verticales de un objeto que se sumergía en el agua. Como agente forzante, se empleó una pieza en forma de V que era manipulada manualmente, y un bloque de madera de sección circular controlado por una máquina de vapor. En sus experimentos, Hunt observó que las formas se generaban debido al efecto del paso de una corriente de oleaje y a la agitación del agua en el centro del tanque. Hunt presenta cinco casos donde se forman rápidamente rizos en el fondo de arena, de distintas alturas y separación entre crestas. En su análisis, no se ahonda en las características de las formas generadas para un conjunto de

condiciones dadas ni tampoco se aborda los mecanismos de formación.

Un año más tarde, Darwin (1883) presenta sus estudios sobre la formación de rizos en un lecho de arena. Sus observaciones fueron realizadas en un tanque cilíndrico de zinc de 60,96 cm y 20,32 cm de diámetro y con una profundidad de 22,86 cm, dispuesto sobre una mesa horizontal. Al interior del tanque se esparcía arena fina hasta completar una altura de alrededor de 2,54 cm y posteriormente se vertía agua hasta completar una altura aproximada de 6,35 cm. El recipiente era libre de rotar en torno a su eje vertical mediante una manilla, este ejercicio generaba la oscilación del cuerpo de agua en reposo, modelada como un movimiento puramente armónico. En primera instancia, luego de algunos intentos, Darwin pudo apreciar que para ciertas frecuencias de oscilación no se formaban rizos y si existían, estos no eran regulares. Sin embargo, a medida que la frecuencia aumentaba, rápidamente aparecían rizos que se distribuían radialmente a lo largo del recipiente, cuya amplitud crecía a medida aumentaba la frecuencia. De igual manera, pudo apreciar que si la frecuencia de oscilación presentaba irregularidades a lo largo de un experimento, un segundo conjunto de rizos era formado debido a las irregularidades del movimiento. En sus experimentos, se registró la altura y la longitud de los rizos formados para un total de 14 experiencias. En cada una de ellas se varió la amplitud y la frecuencia del movimiento, en un rango de 2.54 a 17.78 cm de amplitud y 52 a 85 ciclos por minuto de frecuencia. De estos resultados observó que la longitud de onda de los rizos era directamente proporcional a la máxima velocidad del agua relativa al fondo de arena durante un ciclo y que no existía formación de rizos si es que no se alcanzaba una velocidad límite. Darwin también analizó los mecanismos de formación de estas ondulaciones al observar que las deformaciones generadas por la corriente inducida por el movimiento oscilatorio comenzaban a hacerse mayores debido al movimiento de los granos de los costados laterales que parecían elevarse y aglutinarse en la cúspide hasta generar una forma con una cierta pendiente. Él conjeturó que esto se debía a la presencia de vórtices que suspendían a los granos, cuya hipótesis corroboró al estudiar la trayectoria de la partícula de agua, por medio de la visualización de una gota de tinta inyectada en el fondo del estanque.

Algunos años más tarde, Ayrton (1910) presentó un estudio descriptivo de la generación de formas de fondo al interior de un tanque de agua con un lecho de arena en el fondo, centrándose en el origen y el mecanismo de formación. Con este propósito utilizó distintos tanques de dimensiones desde 10,16 x 7,62 x 5,08  $cm^3$  hasta 111,76 x 45,72 x 45,72  $cm^3$ . La oscilación era generada mediante la aplicación de un ligero movimiento horizontal que agitaba el agua en reposo, o bien, mediante el movimiento del fondo de arena. En su artículo, ella identifica que, bajo la presencia de una pequeña deformación en el lecho de arena, esta da aparición a otra de prácticamente la misma forma a su lado, y lo atribuye a la presencia de vórtices al igual que los estudios de Darwin. Sin embargo, los vórtices hallados en sus estudios eran diferentes a los de Darwin, puesto que estos tenían un eje horizontal y su forma era similar a una espiral. Estos vórtices levantaban arena desde la base del rizo hacia la cúspide y removían granos desde la cúspide hacia un lado. Estos fueron denominados como “Vórtices Onduladores” y en el resto de su artículo analiza de manera descriptiva, las características de estas estructuras, sus efectos en la formación de rizos y la propagación de estos a lo largo del lecho.

Bagnold (1946) presenta los primeros resultados cualitativos respecto a la formación de formas de fondo bajo los efectos de un flujo oscilatorio. Estos fueron realizados en entre

octubre de 1944 y febrero de 1945. La instalación preparada por este autor estaba conformada por una bandeja que contenía material suelto, y que se encontraba suspendida desde un pivote anclado al piso. Esta se sumergía en un tanque lleno de agua y por medio de un motor se hacía oscilar al interior del tanque, dando como resultado a un movimiento oscilatorio sobre el material granular, como se presenta en la Figura 2.1.

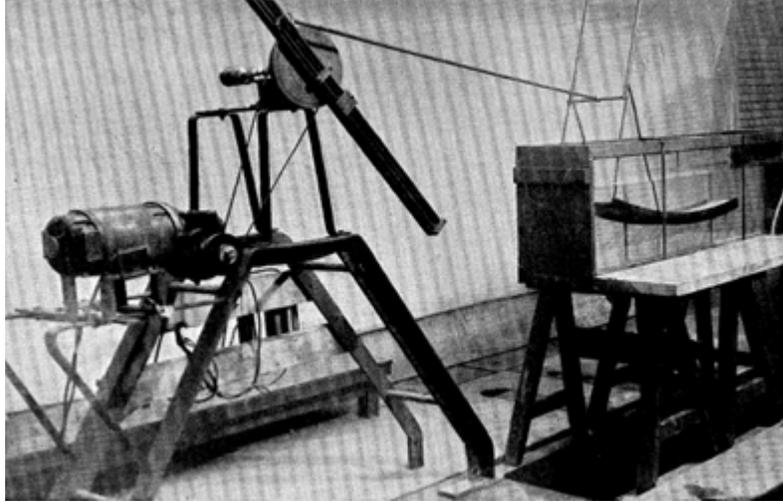


Figura 2.1: Instalación experimental usada por Bagnold (1946).

El mecanismo anterior, permitía variar la frecuencia y la amplitud de la oscilación, y al igual que en los estudios anteriores, se modela como un movimiento puramente armónico. Para un rango de semi-amplitudes entre 0.5 cm a 25 cm, se realizó una serie de experimentos donde se registró la altura de los rizos formados y la longitud de estos medida de cresta a cresta, para distintos valores de la velocidad angular, entre la velocidad más pequeña para la que el lecho comenzaba a moverse sobre el fondo hasta el punto en el que la aceleración de la oscilación alcanzaba el valor  $\mu g \frac{\rho_s - \rho}{\rho_s}$ , que corresponde al valor donde la masa completa de arena comienza a deslizarse sobre la bandeja, donde  $\mu$  y  $\rho$  son la viscosidad y densidad del fluido, respectivamente.  $D_s$  y  $\rho_s$  son el diámetro y la densidad del grano. Tres tipos de material no cohesivo fueron utilizados con el propósito de variar el diámetro y la densidad de la partícula: arena de cuarzo ( $D_s = 0,08; 0,036; 0,016; 0,009\text{cm}$ ,  $\rho_s = 2,65 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ ), acero ( $D_s = 0,06; 0,036 \text{ cm}$ ,  $\rho_s = 7,9 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ ) y carbón ( $D_s = 0,25; 0,036 \text{ cm}$ ,  $\rho_s = 1,3 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ ). En su estudio, presenta la existencia de a lo menos dos tipos de rizos; el primer grupo fue denominado como “Rolling-grain ripple” y son aquellos que se forman cuando se alcanza la velocidad crítica de arrastre. Lo anterior genera un movimiento oscilatorio de los granos en torno a su posición inicial, permitiéndoles desplazarse en una trayectoria de “ida y vuelta”, pero sin abandonar la superficie. En un principio, el movimiento de los primeros granos se distribuye aleatoriamente, pero a medida que el tiempo avanza, estos se distribuyen de forma organizada a lo largo de las secciones transversales, generando una pequeña ondulación rígida de apenas unos pocos granos de altura, que comienza a crecer a medida que se completan ciclos de oscilación. La ondulación crece hasta lograr una altura constante, donde el movimiento de los granos queda confinado y limitado entre un extremo y otro de la cúspide del rizo. Cuando la altura del rizo formado, excede una altura crítica, la ondulación se vuelve inestable, y el mecanismo de formación predominante se debe a los vórtices que se generan a los costados laterales de las ondulaciones, este tipo de forma se denomina “Vortex Ripple”, y se origina debido a la

presencia de vórtices que suspenden el material granular hacia la cúspide, y permiten que este se desplace desde el punto más alto hacia otra ondulación, y en consecuencia, el rizo comienza a crecer y a desplazarse. En las Figuras 2.2 y 2.3, se exhiben los resultados para este tipo de rizados presentados por Bagnold. La Figura 2.2, es una vista frontal de los rizados, donde se aprecia la forma de los vórtices responsables de su desplazamiento para un ciclo completo de oscilación. La Figura 2.3, es una vista en planta donde se observa el desplazamiento a lo largo del lecho de arena.

En la investigación de Bagnold se reporta que la altura de los rizados varía según la raíz cuadrada del diámetro del grano, independiente de la velocidad crítica y la densidad de éste, para amplitudes de movimiento que fueran mayores que esta altura. Para valores menores de amplitud, la altura del rizo disminuía según disminuía la amplitud. Además, se presentan mediciones del coeficiente de arrastre para flujos oscilatorios y se presenta la primera relación empírica que permite definir la condición límite para que exista movimiento del material no cohesivo.

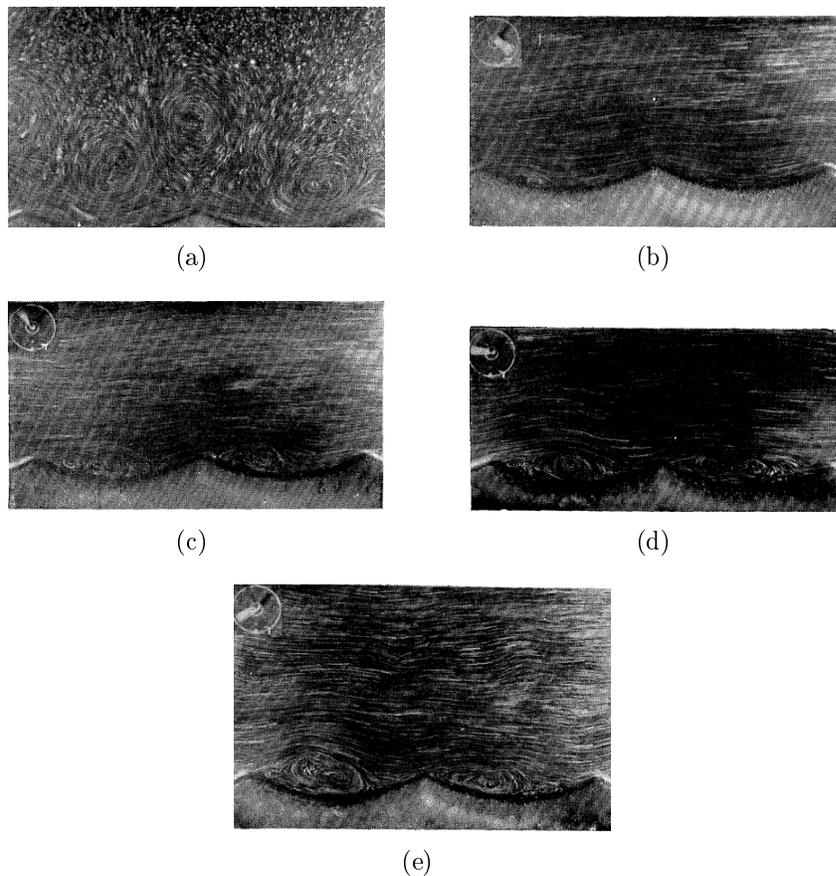


Figura 2.2: Vórtices generados durante un ciclo de oscilación. Son los responsables del desplazamiento y crecimiento del rizo, una vez excedida la altura crítica (Bagnold, 1946).

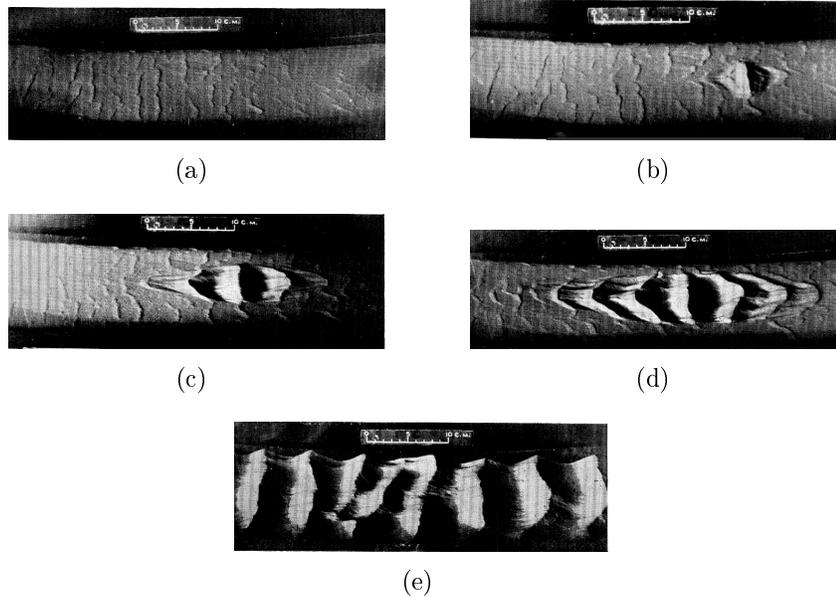


Figura 2.3: Desplazamiento del rizo a lo largo del lecho debido a la presencia de vórtices (Bagnold, 1946).

Los túneles de agua consisten en conductos horizontales cerrados conectados por dos estanques verticales. Al interior de este montaje, el fluido se encuentra confinado, y el movimiento oscilatorio se genera por medio de desplazamientos verticales alternados entre los estanques. Carstens & Nelson (1967) estudiaron la evolución de las dunas generadas en flujos oscilatorios desde una condición de lecho plano. Para lo anterior utilizaron un tubo en U que tenía una sección horizontal de dimensiones 3,05 m de largo, 0,305 m alto y 1,21 m ancho. La sección central se encontraba deprimida con el fin de generar un contenedor para el material granular, que constituía un lecho de 1,83 m de largo y 10,2 cm de alto dispuesto a todo lo ancho del tubo. Esta sección fue construida en plástico transparente de manera de poder realizar observación visual. Las ramas verticales del tubo en U, confeccionadas de acero, eran de 0,35 m de alto con una sección transversal prismática cuadrada de 1,21 m. La oscilación se generaba por medio de desplazamientos del fluido confinado en una de las ramas verticales tubo. Lo anterior se llevó a cabo mediante un sistema mecánico que permitía variar la amplitud de oscilación para un período fijo de  $T = 3,54$  s. Los rangos de amplitudes reportados varían entre los 11 y los 19 cm y como material granular se utilizó arena de Ottawa ( $d_s = 0,585$  mm,  $\rho_s = 2,62 \frac{gr}{cm^3}$ ) y esferas de vidrio ( $D_s = 0,297$  mm,  $\rho_s = 2,47 \frac{gr}{cm^3}$ ). En este estudio se señala la existencia de dos tipos de rizos, los “Rolling-grain ripples” y “Vortex-ripples”, denotados como rizos y dunas, respectivamente. Aquellas catalogadas como rizos son las que aperecen espontáneamente cuando la amplitud del movimiento del fluido es la suficiente para generar el desplazamiento de los granos. Corresponden a una forma de fondo transicional, pues, su formación induce la aparición de vórtices que generan disturbios locales en el flujo y que permiten el desarrollo y desplazamiento de las dunas.

Lofquist (1977), con el fin de estudiar los efectos de un lecho permeable sobre un flujo de corriente oscilatoria, construyó un sistema consistente en tubo en U, similar al de Carstens y Nelson, sin embargo, uno de los estanques fue reemplazado por un tanque cilíndrico de diámetro interno de 31 cm. La sección de prueba se construyó de un material que permitía

la observación visual y tenía una longitud total de 252,9 cm de largo por 20,8 cm de ancho, donde se contenía fluido confinado a una altura constante de 29,8 cm y un lecho de arena de 25,8 cm. La oscilación del fluido se generaba por medio de un sistema mecánico donde un pistón controlado por un motor de 3/4 hp generaba desplazamientos verticales positivos de la rama cilíndrica del tubo. La principal característica de este montaje radica en que permitía variar el período en un rango de 3 a 25 segundos, mientras que la amplitud de oscilación estaba limitada a un valor máximo de 50 cm.

Pedocchi & García (2009) en sus estudios asociados a la morfología de las formas de fondo debido a flujos oscilatorios, presentan el “Large Oscillatory Water-Sediment Tunnel” (LOWST), que fue diseñado para estudiar el transporte de sedimento y los fenómenos relacionados a una corriente de oleaje similar a las halladas en las costas. El LOWST (ver Figura 2.4) tiene un largo de 15 m y una sección de prueba de 12,5 m de longitud. El área transversal de la sección horizontal es de  $1,2 \times 0,8 \text{ m}^2$ , donde la mitad de la altura (0,6 m) es completamente llenada con arena silicatada. El movimiento oscilatorio se genera a partir de tres pistones que se deslizan al interior de un tanque cilíndrico (rama vertical) con una amplitud máxima nominal de 2,1 m. El período mínimo de la oscilación es de 2 segundos y se reportan períodos hasta los 18 segundos. A diferencia de otras instalaciones, esta constaba con dos bombas centrífugas que permitían la superposición de una corriente unidireccional al movimiento oscilatorio del flujo. Lo anterior se realizó mediante una tubería de PVC de 0.36 m de diámetro que se conectaba directamente a las bombas. Al inicio y al comienzo del túnel, se dispusieron difusores de modo de uniformar el flujo en la zona de carga y descarga y trampas de arena, con el fin de retener el material acarreado por el flujo.

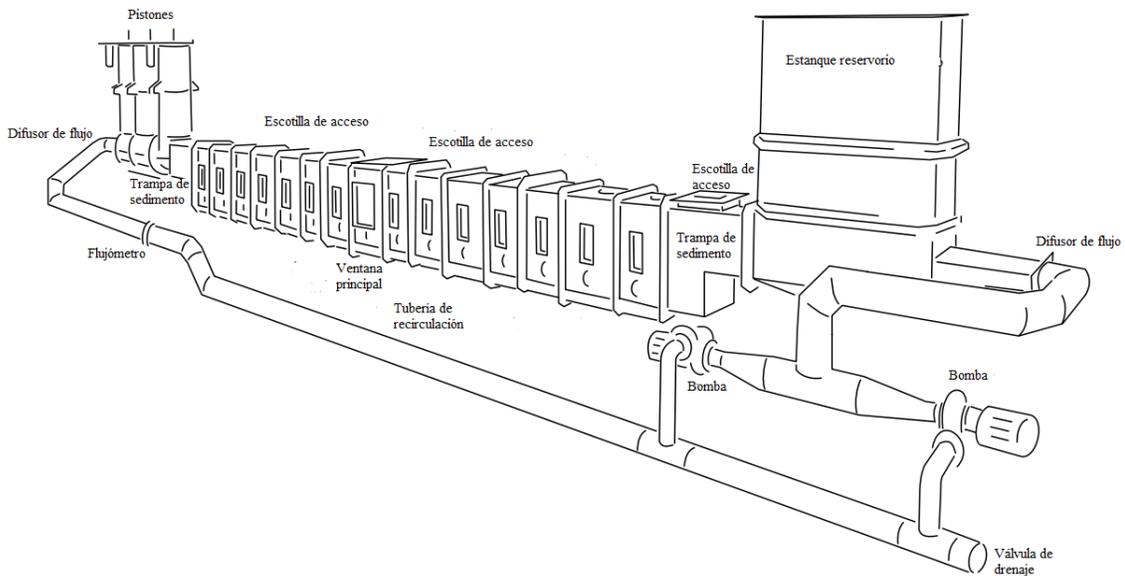


Figura 2.4: Esquema instalación experimental usada por Pedocchi & García (2009).

La gran ventaja del uso de estanques oscilatorios y de túneles de agua radica en que se pueden recrear períodos de oscilación similares a los hallados en la naturaleza, comúnmente del orden de  $T = 10 \text{ s}$  (Miller & Komar, 1980). Davies & Wilkinson (1977), señalan que a pesar de poder reproducir los períodos del oleaje natural, debido a que el movimiento se modela como puramente armónico no reproduce la no uniformidad del campo de velocidades

y las variaciones verticales de éste, que al contrario de las olas del océano, en este tipo de instalaciones se encuentra ausente. Además, en este mismo estudio, se señala que la mesa oscilatoria, la fuerza de arrastre (que es proporcional al gradiente de presiones del flujo en la dirección horizontal  $\frac{\partial p}{\partial x}$ ) es reemplazada por la oscilación propia del lecho. Es decir, la inercia de los granos al ser arrastrados puede opacar a los efectos hidrodinámicos del flujo.

Los canales de oleaje son instalaciones constituidas por un tanque que contiene un fluido abierto a la atmósfera, donde en uno de sus extremos se genera la oscilación por medio de algún mecanismo que varía según el autor. El resultado de esta instalación corresponde a una corriente formada por ondas viajeras que se mueven en una sola dirección.

Yalin & Russel (1962) realizaron un estudio concerniente a la cantidad de números adimensionales que son necesarios para caracterizar un flujo bidimensional en las cercanías del fondo que permita el movimiento del material granular no cohesivo y su transporte. En general, concluyen que se requieren a lo menos cuatro parámetros que dependen de las propiedades del fluido y del sedimento así como de las características mecánicas del flujo que se genera en el fondo. Con este fin, realizaron mediciones experimentales en un canal de oleaje que permitió realizar un análisis de similitud entre las formas de fondo y las características del flujo oscilatorio entre un modelo y prototipo. En su artículo no se da mayor detalle respecto a las características del canal o respecto al sistema mecánico utilizado para generar la corriente de olas.

Voropayev et al. (1999, 1998) estudiaron experimentalmente el movimiento aislado de partículas de grandes dimensiones debido al movimiento oscilatorio inducido por la presencia de una corriente estacionaria de ondas (Voropayev et al., 1998). Posteriormente, estudiaron el desarrollo de formas de fondo y los efectos que tiene la presencia de un dique cilíndrico sobre el lecho (Voropayev et al., 1999). Su investigación se desarrolló en un tanque de agua de sección rectangular de 366 cm de largo, 122 cm de alto y 61 cm de ancho. Para su construcción se empleó acrílico de 2,54 cm de espesor. Para efectos experimentales se utilizó una altura de agua entre 60 y 80 cm. Se utilizó un lecho de 15 cm de espesor constituido por arena de cuarzo de dos diámetros distintos, 0,04 y 0,1 cm, respectivamente. Las ondas en el tanque fueron generadas por una paleta vertical instalada en uno de sus extremos. Esta se encontraba rotulada al fondo del canal y en su extremo superior era controlada por medio de un motor mecánico que permite variar la amplitud y la frecuencia de oscilación, como se aprecia en la Figura 2.5.

El forzamiento de la paleta, permite la aparición de una corriente periódica de ondas. Cuando las ondas alcanzan el final del tanque, éstas tienen una reflexión cercana al 100 % sin presentar una pérdida significativa de amplitud y se propagan en la dirección opuesta con la misma frecuencia. La superposición de esta corriente progresiva de ondas genera un patrón de ondas estacionarias que se modela mediante la teoría lineal de oleaje clásica (ver Sección 2.2).

Con el fin de generar un flujo periódico y laminar en la porción central del tanque, Voropayev et al. (1999, 1998) se fijaron una frecuencia de 2,27 Hz y la amplitud de oscilación se varió en un rango entre 6 a 30 cm. Este valor para la frecuencia y el rango de amplitudes se determinó mediante observaciones experimentales que permitieran recrear las condiciones deseadas. Para un valor de amplitud mayor a 30 cm, se halló que el flujo se volvía inestable y

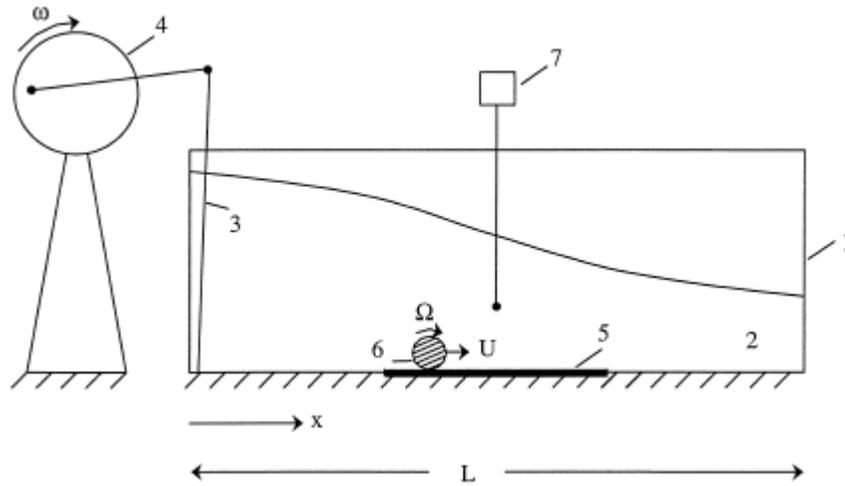


Figura 2.5: Esquema instalación experimental: (1) tanque, (2) agua, (3) paleta, (4) sistema mecánico, (5) zona de prueba, (6) partícula de grandes dimensiones, (7) Probeta para medición con ADV. (Voropayev et al., 1999, 1998).

con evidentes efectos de turbulencia, mientras que para un rango menor a este valor para una frecuencia dada, el flujo era estable y laminar. Para controlar el régimen de flujo, se midieron las componentes verticales y horizontales del flujo en un punto fijo del tanque por medio de un ADV (Acoustic Doppler Velocimeter). Instrumento utilizado para medir las variaciones temporales en el campo de velocidades en un punto del espacio. El instrumento tenía un bajo nivel de ruido de 0,2 cm/s, un volumen de medición de 0,12 cm<sup>3</sup> y una tasa de registro de datos de 25 Hz. Para registrar el desplazamiento de los diques y la aparición de formas de fondo, se utilizó una cámara SVHS de alta resolución que registra datos a una frecuencia estándar de 30 cuadros por segundo con un tiempo de exposición de 1/250 s.

Fredsøe et al. (1999) estudiaron las características mecánicas del flujo generado por la acción combinada del oleaje y una corriente unidireccional, en la región de la capa límite, cuando el fondo se encuentra rizado. Los experimentos se llevaron a cabo en un canal de 0,6 m de ancho, 0,8 m de profundidad y 28 m de largo. El fondo del canal fue dispuesto con arena con formas de fondo de 3,5 cm de alto y de 22 cm de longitud de onda. Las ondas eran generadas por un pistón localizado en uno de los extremos del canal que desplazaba un volumen de agua y generaba una corriente de oleaje. En su extremo opuesto, se halla una playa con pendiente 1/19 y un amortiguador con el fin de reducir los efectos de la reflexión de las ondas. A diferencia de otras instalaciones, este canal permite la inyección de una corriente unidireccional que se superpone a los efectos de las olas (ver Figura 2.6), sin embargo, no se detalla más respecto a las características del sistema de recirculación.

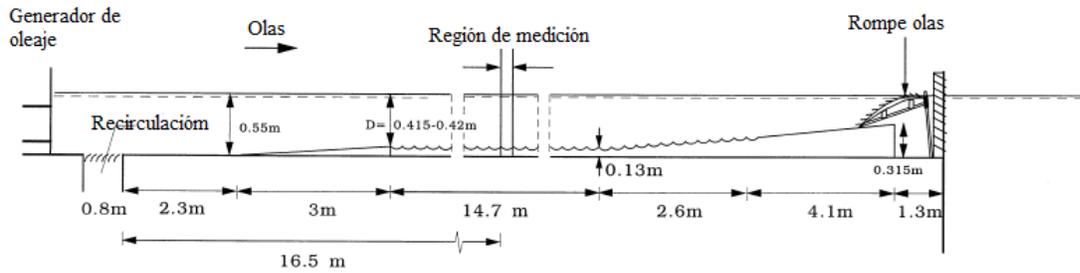


Figura 2.6: Esquema instalación experimental usada por Fredsøe et al. (1999).

Sekiguchi & Sunamura (2004) realizaron estudios experimentales sobre la condición límite para la aparición de rizos debido a los efectos de un flujo asimétrico sobre un lecho que presenta una condición inicial distinta a la del lecho plano. El propósito de este experimento era reproducir condiciones físicas similares a las existentes en los sectores cercanos a la costa de las playas. La instalación utilizada corresponde a un canal de 14 metro de largo, 50 cm de profundidad y 25 cm de ancho. En un extremo del canal se equipó un pistón que generaba el oleaje y en el otro se instaló una playa fija de pendiente 1/20 que poseía una delgada capa de guijarros con el fin de reducir la reflexión de las ondas. Con este mismo propósito, se localizó un amortiguador del oleaje en el sector donde se localizaba el pistón. En una porción del canal, se dispuso un lecho de arena de 3 m de largo y 3 cm de espesor a todo lo ancho del canal (ver Figura 2.7). Tres tipos de lechos fueron utilizados con el fin de apreciar los efectos en la aparición de formas debido a alteraciones topográficas locales: un lecho completamente plano y otros dos con una pequeña perturbación local. Para recrear este fondo, se utilizaron tres arenas de cuarzo bien graduadas con diámetros medios de 0,21, 0,38 y 0,54 mm, respectivamente. La altura de aguas utilizada varió en un rango de 20 a 30 cm y se mantenía constante a lo largo de cada experimento. El período de las olas varió entre 1 a 3,5 segundos y la altura de la onda en un rango de 1,7 a 13 cm. Mediante combinaciones de estos parámetros, se realizaron aproximadamente 250 experimentos. En cada uno se registraba el efecto de 30 minutos de una corriente de olas pasando sobre un lecho deformable. Las formas generadas y su desplazamiento fueron controladas mediante fotografías, tomadas cada cierto intervalo de tiempo, mediante una cámara de video. En su experimento se confirmó que el umbral para la formación de rizos disminuye cuando aumenta la perturbación topográfica del lecho, y que a medida que la perturbación topográfica aumenta, su efecto sobre el umbral se hace cada vez menor.

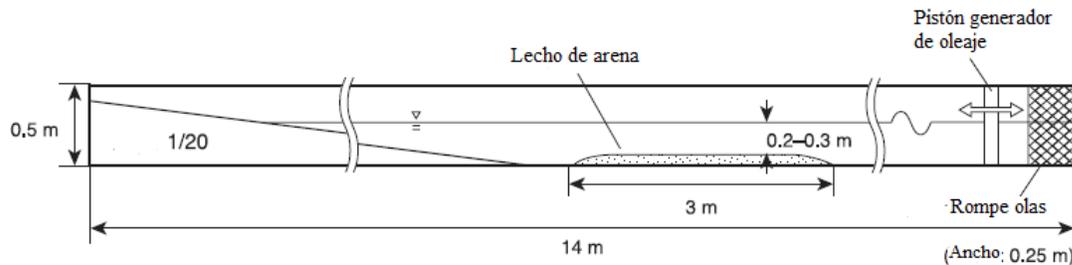


Figura 2.7: Esquema instalación experimental usada por Sekiguchi & Sunamura (2004).

Muchos otros estudios experimentales se han llevado a cabo en canales de oleaje. La principal ventaja de estas instalaciones subyace en que las olas que generan son similares al oleaje

natural que sea de un período similar y, en consecuencia, los campos de velocidades y de presión pueden ser reproducidos de una forma más precisa. Sin embargo, la principal desventaja radica en que las olas generadas artificialmente se encuentran limitadas a períodos que varían de 1 a 6 segundos, que es menor a lo requerido para reproducir las que se encuentran en ambientes naturales, donde es requerido períodos de 10 a 15 s. Esta limitación está impuesta por el largo del canal, donde la longitud máxima se encuentra condicionada por la mayor longitud de onda capaz de ser recreada. En general, para aumentar el rango de análisis en los experimentos que se desarrollan en este tipo de montaje, se debe aumentar las dimensiones del canal con respecto a otro tipo de instalaciones.

## 2.2. Caracterización del flujo

### 2.2.1. Flujo oscilatorio con superficie libre

Cuando se observa un cuerpo de agua abierto a la atmósfera, comúnmente se pueden apreciar olas en su superficie. Este efecto es el resultado de la perturbación del medio debido a la aplicación de un forzante externo, por ejemplo el viento, que tiende a deformar el fluido contra la acción de la gravedad y las fuerzas de tensión superficial.

El oleaje corresponde a un tipo de onda, donde se entiende por onda a la propagación de una perturbación entre dos puntos en un medio en equilibrio, implicando transporte de energía sin transporte de materia.

Las características relevantes para describir estas ondas son su longitud y su altura, así como la profundidad del medio por el que se desplazan. Cualquier otro parámetro puede ser determinado teóricamente a partir de estos datos. En la Figura 2.8, se exhibe un esquema conceptual de la propagación de una onda bi-dimensional a lo largo del eje  $x$ .

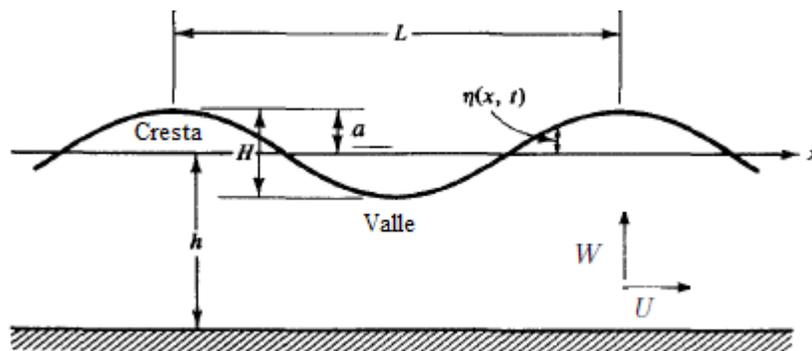


Figura 2.8: Esquema conceptual de las características de una ola (Dean & Dalrymple, 1991).

donde:

- $H$ : Altura de onda
- $a = \frac{H}{2}$ : Amplitud de la onda

- $h$ : Profundidad de agua
- $L$ : Longitud de onda
- $U$ : Componente horizontal de la velocidad
- $W$ : Componente vertical de la velocidad

Para describir el campo de velocidades inducido por la perturbación del medio, se supone válida la Teoría Lineal del Oleaje (TLO). Bajo los supuestos de fluido ideal e incompresible, y flujo irrotacional, la teoría predice que una onda progresiva de altura  $H$ , longitud  $L$  y período  $T$ , que viaja en la dirección  $x$  a través de un medio bidimensional de profundidad constante  $h$ , está asociada a una función potencial  $\Phi$ , tal que:

$$\nabla\Phi = u \quad (2.1)$$

El campo de velocidades satisface la ecuación de continuidad

$$\nabla u = 0 \quad (2.2)$$

y en consecuencia,

$$\nabla \cdot \nabla\Phi = 0 \quad (2.3)$$

Con lo que se obtiene que la función potencial  $\Phi$  satisface la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.4)$$

Para una onda bidimensional que se propaga en la dirección  $x$ , las condiciones de borde del problema están dadas por:

- a) Condición de borde de fondo: al suponer un fondo plano y horizontal, se puede aplicar una condición de flujo nulo dada por:

$$-\frac{\partial\Phi}{\partial z} \quad z = 0 \quad (2.5)$$

- b) Condición cinemática de la superficie libre: que aborda el hecho de que las partículas de fluido que se encuentran en la superficie permanecen en ella y está dada por:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z} = \frac{\partial\eta}{\partial t} - \frac{\partial\Phi}{\partial x} \frac{\partial\eta}{\partial x} \quad z = h + \eta(x, t) \quad (2.6)$$

donde  $\eta(x, t)$  es la amplitud de la onda en función del espacio y el tiempo.

- c) Condición dinámica de la superficie libre: que responde a la conservación de energía por medio de la ecuación de Bernoulli y está dada por:

$$-\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right)^2 \right] + g\eta = C(t) \quad z = h + \eta(x, t) \quad (2.7)$$

donde  $g$  es la aceleración de gravedad.

d) Condición de periodicidad lateral: que se origina al suponer que la onda se propaga a través de un medio infinitamente largo y como resultado, existe periodicidad en el tiempo y en el espacio, y se representa por:

$$\Phi(x, t) = \Phi(x + L, t) \quad ; \quad \Phi(x, t) = \Phi(x, t + T) \quad (2.8)$$

donde  $L$  es la longitud de onda y  $T$  es su período.

Así entonces, la resolución de la ecuación 2.4 sujeta a las condiciones presentadas, permite determinar la función potencial  $\Phi$  que es igual a:

$$\Phi = \frac{gH \cosh(kz)}{\omega \cosh(kh)} \cos(kx - \omega t) \quad (2.9)$$

donde  $k = \frac{2\pi}{L}$  es el número de onda,  $t$  es el tiempo,  $z$  es el eje vertical positivo hacia arriba medido desde el fondo y  $\omega$  es la frecuencia angular. Reemplazando 2.9 en 2.6, es posible hallar una relación entre la frecuencia y el número de onda, conocida como la relación de dispersión de Airy dada por:

$$\omega^2 = gk \tanh(kh) \quad (2.10)$$

La componente horizontal y vertical del campo de velocidades están dadas por:

$$U = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad ; \quad W = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (2.11)$$

Luego, en el fondo en  $z = 0$ , se tiene que:

$$U = \frac{H\omega \sin(kx - \omega t)}{2 \sinh(kh)} \quad ; \quad W = 0 \quad ; \quad z = 0 \quad (2.12)$$

resultado que se deduce a partir de las ecuaciones 2.9, 2.10 y 2.11. Lo anterior concluye que al bajo el supuesto de flujo irrotacional, el campo de velocidades define una condición de velocidad no nula en el fondo. A partir de la ecuación 2.12, es posible notar que en las cercanías del fondo, el máximo desplazamiento de la partícula de agua durante una oscilación está limitado entre  $-\frac{H}{2} \frac{\omega}{\sinh(kh)}$  y  $\frac{H}{2} \frac{\omega}{\sinh(kh)}$ . Luego, se define como diámetro orbital,  $d_0$ , al desplazamiento máximo de la partícula de fluido en el fondo, dado por la relación:

$$d_0 = 2A \quad (2.13)$$

donde  $A = \frac{1}{2} \frac{H}{\sinh(kh)}$  es la máxima semi-excursión de la partícula de fluido. Así, se define como la velocidad orbital máxima en las cercanías del fondo,  $U_m$ , a la relación:

$$U_m = \frac{\omega d_0}{2} = \omega A \quad (2.14)$$

Debido a que el cuerpo principal del fluido en movimiento es aproximadamente irrotacional y los efectos viscosos están usualmente concentrados en las cercanías del fondo, muchos autores han utilizado la TLO como una buena caracterización del flujo fuera de la capa límite. El oleaje puede desarrollarse en tres regiones, dependiendo del valor que adopte el adimensional  $h/L$  (o en términos de  $kh$ ), como se resume en la Tabla 2.1. Estas regiones quedan definidas por el comportamiento de la función  $\tanh$  de la relación 2.10, dependiendo del valor de  $kh$ . Este resultado se exhibe en la Figura 2.9.

Tabla 2.1: Régimen de oleaje según  $\frac{h}{L}$ .

Aguas someras	$\frac{h}{L} \leq 0,05$
Aguas intermedias	$0,05 < \frac{h}{L} < 0,5$
Aguas profundas	$\frac{h}{L} \geq 0,5$

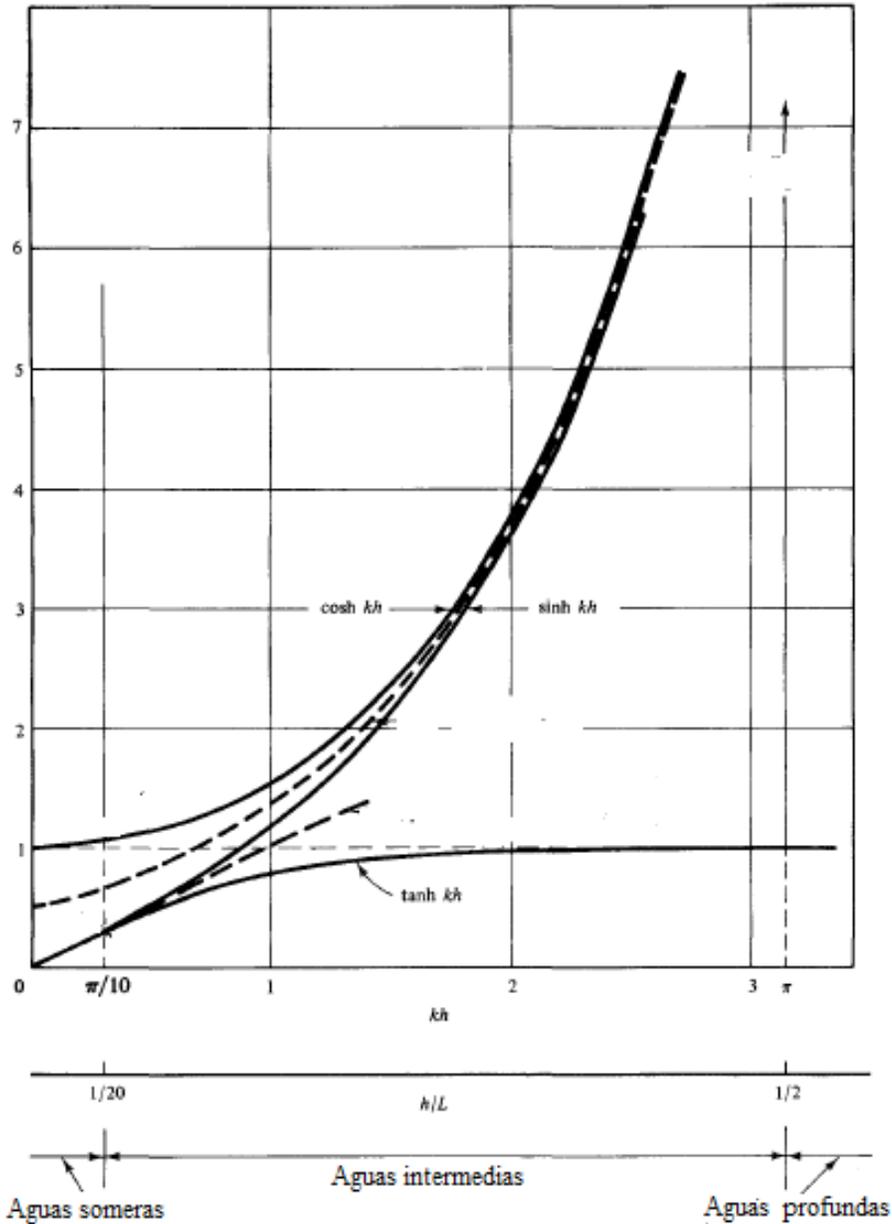


Figura 2.9: Comportamiento de la función  $\tanh$  en función de la profundidad relativa  $kh$  y  $h/L$  (Dean & Dalrymple, 1991).

Cuando se está en la región de aguas profundas, la partícula de agua en movimiento describe una órbita circular donde el diámetro decrece exponencialmente con la profundidad  $h$ , y en consecuencia, el desplazamiento de la partícula de agua es nulo en el fondo. En el caso de aguas intermedias las trayectorias quedan descritas por órbitas elípticas, donde tanto el semi eje mayor como el eje menor decrecen con la profundidad. En el fondo, el semi eje menor se vuelve cero mientras que el semi eje mayor es distinto de cero. Por último, en la región de aguas someras, las trayectorias quedan descritas por una órbita elíptica donde el semi eje mayor se mantiene constante y el semi eje menor decrece a medida que se descende en el nivel de aguas. En la Figura 2.10, se presenta un resumen esquemático de este comportamiento.

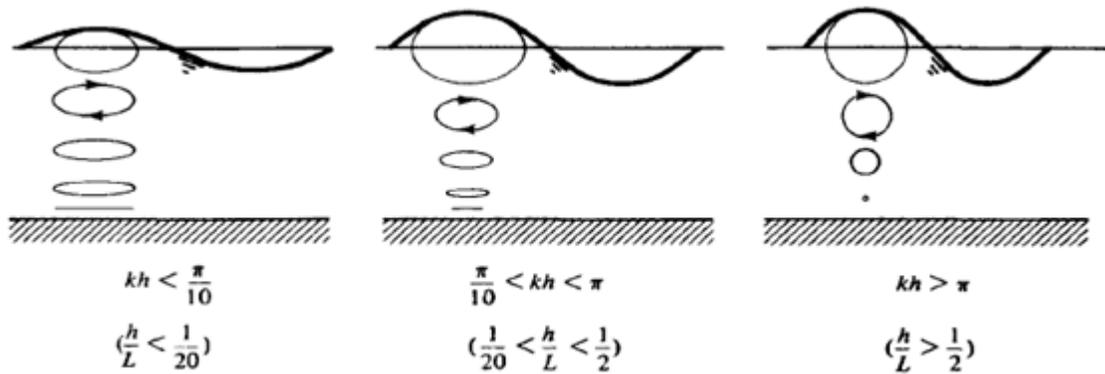


Figura 2.10: Trayectorias de la partícula de agua según el régimen de oleaje (Dean & Dalrymple, 1991)

### 2.2.2. El problema de la capa límite

La TLO es una buena aproximación para caracterizar espacial y temporalmente el campo de velocidades del flujo, cuando el oleaje viaja sobre un fondo plano, rígido e impermeable y la viscosidad del fluido es lo suficientemente pequeña, como por ejemplo la del agua. Bajo estos supuestos, en la sección anterior se mostró que se originan velocidades no nulas en el fondo (ecuación 2.12), resultado contrario a lo apreciado en la práctica. De hecho, para el caso de un flujo unidireccional de un fluido real, la velocidad en el fondo es igual a cero. Lo anterior se atribuye a efectos viscosos no despreciables del fluido concentrados en una región en las cercanías del fondo. Además, se debe considerar que, en la naturaleza, el fondo del escurrimiento corresponde a un lecho deformable, permeable y rugoso, como es el caso de los fondos marinos y el de este experimento. Estos efectos resultan en cambios locales en la cinemática del oleaje, y por lo tanto, no pueden ser despreciados.

## Desarrollo de una capa límite laminar

La ecuación que gobierna el flujo, para una ola de un fluido real de viscosidad  $\nu$ , está dada por las ecuaciones de Navier-Stokes, mostradas en su forma linealizada:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right) \quad (2.16)$$

Si las ecuaciones 2.15 y 2.16 se expresan en términos de los adimensionales:

$$x = \frac{x'}{k} ; \quad z = \frac{z'}{k} ; \quad t = \frac{t'}{\omega} ; \quad U = a\omega U' ; \quad W = a\omega W' ; \quad p = \rho g a p'$$

donde  $a$  es la amplitud de la onda, se tiene que la ecuación de flujo en la dirección  $x$  se escribe como sigue:

$$\frac{\partial U'}{\partial t'} = -\frac{gk}{\omega^2} \frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{\nu k^2}{\omega} \left( \frac{\partial^2 U'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 U'}{\partial z'^2} \right) \quad (2.17)$$

Para regiones fuera del fondo, el término  $\frac{\nu k^2}{\omega}$ , que es el inverso del número de Reynolds, es del orden de  $10^{-7}$  a  $10^{-8}$ , y por lo tanto, puede ser despreciado, lo que permite concluir la condición 2.12. Sin embargo, esta condición no se aprecia en la práctica, y debe ser modificada según:

$$U = 0 ; \quad W = 0 ; \quad z = 0 \quad (2.18)$$

Así, una capa límite oscilatoria de cierto espesor  $\delta$  existe, y dentro de una pequeña región, la velocidad  $U$  cambia radicalmente con la altura. De esta manera, el eje vertical se ajusta según el adimensional  $z = z'\delta$ , y la ecuación en la dirección  $x$ , se modifica como se presenta a continuación:

$$\frac{\partial U'}{\partial t'} = -\frac{gk}{\omega^2} \frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{\nu k^2}{\omega} \frac{\partial^2 U'}{\partial x'^2} + \frac{\nu}{\omega \delta^2} \frac{\partial^2 U'}{\partial z'^2} \quad (2.19)$$

En la ecuación 2.19, el término viscoso  $\frac{\nu}{\omega \delta^2}$  se vuelve un término de primer orden. Además, se desprende que:

$$\delta \sim \sqrt{\frac{\nu}{\omega}}$$

o bien,

$$\delta \sim \sqrt{\nu T}$$

Por ejemplo, para una onda que se desplaza por el agua con un período de 5 segundos, el espesor de la capa límite es  $\delta \sim 1$  mm.

En consecuencia, bajo el supuesto la existencia de una capa límite lo suficientemente pequeña con respecto al nivel de aguas, la ecuación 2.12 puede ser reescrita como una condición de borde en la región exterior justo fuera de la capa límite, como sigue:

$$U_\infty = \frac{H}{2} \frac{\omega}{\sinh(kh)} \sin(kx - \omega t) \quad ; \quad z = \delta \quad (2.20)$$

Dentro de la capa límite la altura  $h$  no juega un rol importante, bajo el supuesto de  $\delta \ll h$ , sin embargo, en el caso de régimen de aguas someras, la altura de agua puede limitar su espesor. Además, se supone que dentro de esta región la distribución de presiones es la misma que la que existe en la región irrotacional. Considerando que  $\frac{\partial W}{\partial z} \ll \frac{\partial U}{\partial z}$ , la ecuación de movimiento en la dirección  $x$  para la componente horizontal del flujo  $U$  queda dada por:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \quad (2.21)$$

Cuya solución de primer orden, queda representada por:

$$U = U_{\infty_{max}} [\sin(kx - \omega t) - e^{-\beta z} \sin(kx - \omega t - \beta z)] \quad (2.22)$$

donde  $\beta = \sqrt{\frac{\omega}{2\nu}}$  es el shear wave number y  $U_{\infty_{max}} = \frac{H\omega}{2\sinh(kh)}$ . El primer término de la ecuación 2.22, corresponde al flujo inducido por las olas, mientras que el segundo es el asociado a la corrección por la capa límite y que se aproxima a cero fuera de ella.

El esfuerzo de corte aplicado sobre el fondo se puede obtener por medio de la relación para fluidos newtonianos:

$$\tau_0 = \rho\nu \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z=0}$$

y en consecuencia,

$$\tau_0 = \rho \sqrt{\frac{\nu}{\omega}} \frac{H\omega}{2\sinh(kh)} \cos(kx - \omega t - \frac{\pi}{4}) \quad (2.23)$$

Una forma convencional de representar el esfuerzo de corte en el fondo en un flujo oscilatorio fue propuesta por Jonsson (1966), donde este se expresa en función del factor de fricción de ondas  $f_w$  por medio de la relación

$$\tau_0 = \frac{\rho}{2} f_w U_m |U_m| \quad (2.24)$$

donde  $U_m = U_{\infty_{max}}$  y corresponde a la máxima velocidad orbital justo fuera de la capa límite. Igualando las relaciones 2.23 y 2.24, se obtien una expresión para el factor de fricción en flujos oscilatorios en régimen laminar dada por:

$$f_w = \frac{2}{\sqrt{\text{Re}_w}} \quad (2.25)$$

donde  $Re_w$  es el número de Reynolds del flujo oscilatorio definido como:

$$Re_w = \frac{U_m A}{\nu} \quad (2.26)$$

donde  $A$  está dado por la ecuación 2.14.

Kamphuis (1975), a partir de sus estudios experimentales realizados en un túnel de agua, presentó un diagrama que permite determinar el factor de fricción en función del número de Reynolds  $Re_w$  y la rugosidad relativa  $\frac{A}{k_s}$ , donde  $k_s = 2D_s$  es el parámetro de rugosidad de Nikuradse, con  $D_s$  un diámetro característico del material granular. Estos resultados se exhiben a continuación en las Figuras 2.11 y 2.12.

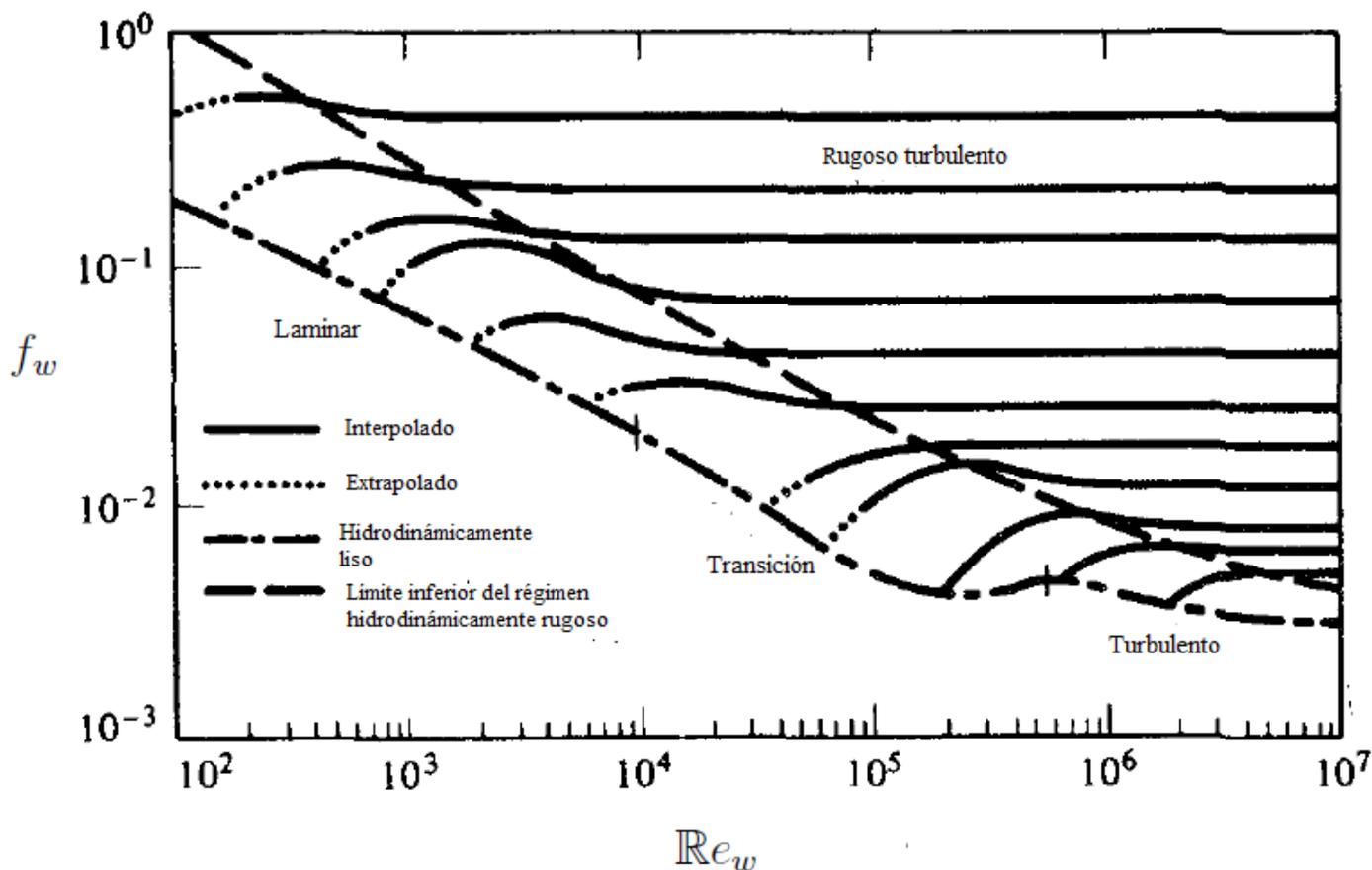


Figura 2.11: Diagrama para el factor de fricción bajo una corriente de olas en función de  $Re_w$  y  $\frac{A}{k_s}$  (Kamphuis, 1975).

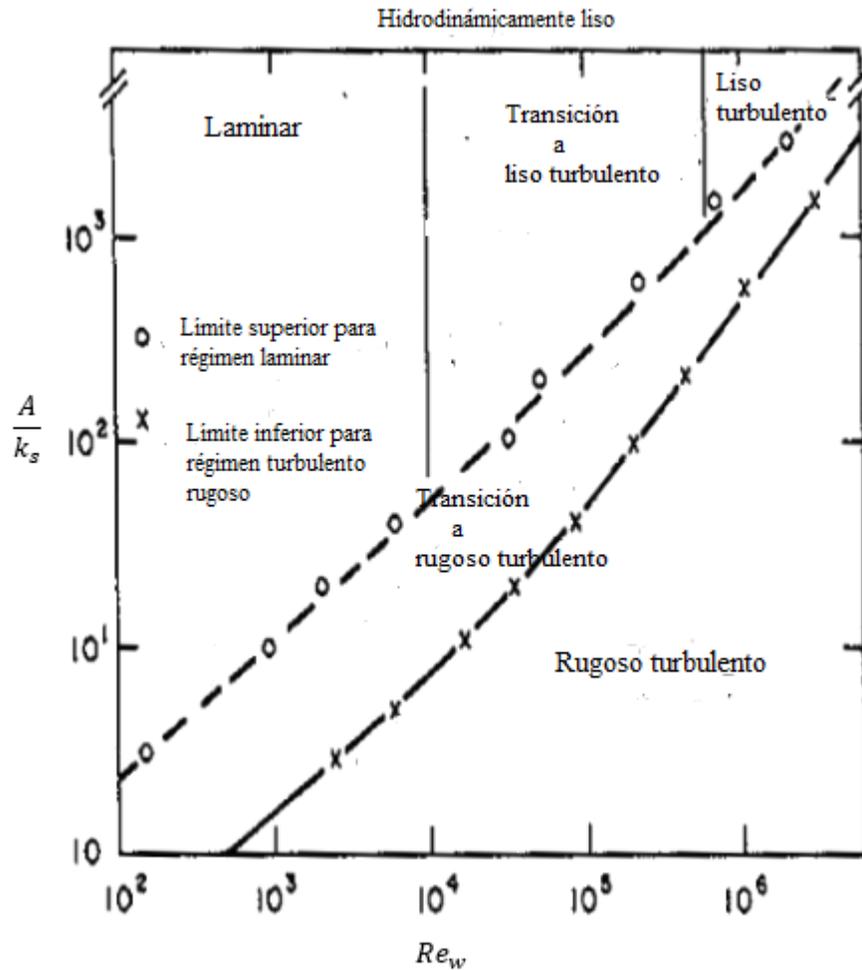


Figura 2.12: Régimen de flujo en función de  $Re_w$  y  $\frac{A}{k_s}$  según Kamphuis (1975).

## 2.3. Caracterización del fluido

### 2.3.1. Clasificación de los fluidos

El fluido se puede clasificar en dos grandes grupos dependiendo de su comportamiento reológico. El primero de estos grupos corresponde a los fluidos *newtonianos*, que son aquellos para los que esfuerzo de corte  $\tau$  es proporcional a la deformación angular  $\dot{\gamma}$ , es decir, se satisface una relación lineal entre ambos de la forma

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (2.27)$$

donde el coeficiente de proporcionalidad  $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido. Los fluidos *no-newtonianos* son aquellos en que la relación entre el esfuerzo de corte y la tasa de deformación angular es no lineal, o bien, aquellos donde se debe exceder cierto esfuerzo de corte umbral para fluir. Este grupo está constituido por los fluidos plásticos, pseudoplásticos y dilatantes. Los fluidos *plásticos* son aquellos que no comienzan a fluir hasta que se sobrepasa un esfuerzo de corte umbral  $\tau_f$ . Si una vez excedido el valor límite para la fluencia, se recupera una

proporcionalidad entre el esfuerzo de corte y la tasa de deformación angular, el fluido se denomina *plástico de Bingham*. Los fluidos *pseudoplásticos* y *dilatantes*, al contrario de los fluidos plásticos, no presentan un esfuerzo de corte umbral para comenzar a deformarse, sin embargo, su viscosidad medida varía según la velocidad de deformación del fluido. En el caso de los pseudoplásticos, la viscosidad decrece a medida que aumenta la tasa de deformación, alcanzando valores altos para bajas tasas de deformación y decrece con el incremento de esta última hasta alcanzar un valor asintótico constante. Cuando el fluido es dilatante, la viscosidad medida aumenta acorde aumenta la tasa de deformación angular.

Para determinar cuál será el comportamiento del fluido frente a la acción de un esfuerzo de corte, es preciso realizar un ensayo reológico mediante tratamiento experimental. Este ensayo se realiza en un equipo conocido como reómetro. El comportamiento resultante de este ensayo, puede describirse mediante distintos modelos matemáticos que relacionan el esfuerzo de corte y la tasa de deformación angular resultante. El primer modelo se utiliza para describir a los fluidos pseudoplásticos y dilatantes, y corresponde a la *ley de potencia*. Este modelo considera que el esfuerzo de corte se relaciona con la deformación acorde a la siguiente expresión:

$$\tau = K\dot{\gamma}^n \quad (2.28)$$

donde  $K$  es el *índice de consistencia* y  $n$  es el *índice de flujo*. Ambos coeficientes se determinan experimentalmente.

Cuando el fluido no newtoniano es plástico, es usual utilizar el Modelo de **Herschel-Bulkley**. Este último, se basa en el modelo de la ley de Potencia, e incorpora el efecto del esfuerzo de corte umbral requerido para iniciar la deformación del fluido por medio de la relación:

$$\tau = \left( K\dot{\gamma}^{n-1} + \frac{\tau_f}{\dot{\gamma}} \right) \quad \tau \geq \tau_f \quad (2.29)$$

y

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \tau \leq \tau_f \quad (2.30)$$

donde  $\tau_f$  es el esfuerzo de corte umbral.

En la Figura 2.13, se resume el comportamiento reológico de los fluidos. Cuando el índice flujo es  $n = 1$  el fluido es Newtoniano. Cuando el fluido es pseudoplástico  $n < 1$  y cuando es dilatante  $n > 1$ . Los resultados presentados suponen que el flujo se encuentra en estado estacionario.

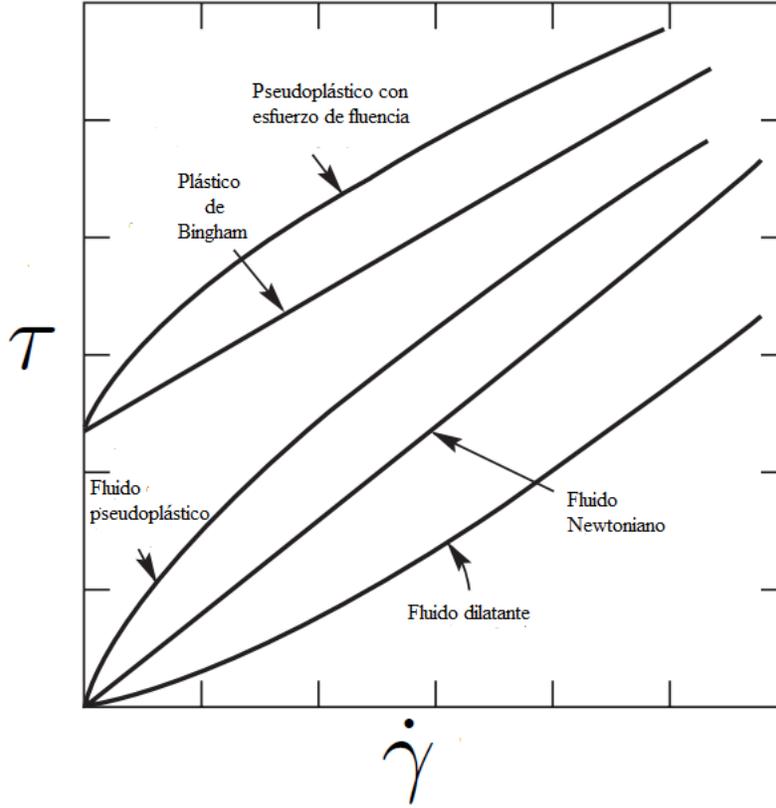


Figura 2.13: Comportamiento reológico de los fluidos. (Chhabra & Richardson, 2008).

### 2.3.2. Flujo de un fluido pseudoplástico

Acorde a los estudios de Chhabra & Richardson (2008) los fluidos pseudoplásticos se caracterizan por tener grandes valores de la viscosidad, y como consecuencia, generalmente presentan flujos laminares.

El esfuerzo de corte en el fondo viene dado por

$$\tau_0 = K \left( \frac{du}{dy} \right)^n \Big|_0$$

donde es posible definir una viscosidad efectiva en el fondo dada por  $\mu_{eff0} = K \left( \frac{du}{dy} \right)^{n-1} \Big|_0$ . Para flujo uniforme de un fluido que se puede representar mediante una ley de potencia, la viscosidad efectiva se obtiene mediante la relación de Kozicki et al. (1966) dada por:

$$\mu_{eff} = FK \left( \frac{U}{d} \right)^{n-1} \quad (2.31)$$

donde  $U$  y  $d$  son la velocidad media y una longitud característica del flujo, respectivamente, y  $F$  es una función del índice de flujo  $n$  y que depende la geometría de la sección de

escurrimiento. Para canales abiertos, la viscosidad dinámica efectiva está dada por:

$$\mu_{eff} = \frac{1}{3} \left( \frac{2n+1}{n} \right)^n K \left( \frac{U}{h} \right)^{n-1} \quad (2.32)$$

donde  $U$  es la velocidad media del flujo y  $h$  es la profundidad de aguas. Tamburrino et al. (2016) estudiaron el arrastre incipiente de material granular no cohesivo en flujos unidireccionales de fluidos pseudoplásticos, y a partir de la relación de Kozicki, definen una viscosidad efectiva para la partícula dada por:

$$\mu_{eff} = K \left( \frac{U}{D_s} \right)^{n-1} \quad (2.33)$$

donde se supone que la función del índice de flujo  $F$  es igual a 1 y la longitud característica  $d$  es reemplazada por el diámetro de la partícula  $D_s$ . Con propósitos de esta investigación, la velocidad media del flujo  $U$  será reemplazada por la velocidad orbital máxima en las cercanías del fondo  $U_m$ , parámetro que define la condición límite para el arrastre de material no cohesivo, como se detalla en la Sección 2.5. Así entonces, la viscosidad efectiva  $\mu_{eff}$  se escribe como:

$$\mu_{eff} = K \left( \frac{U_m}{D_s} \right)^{n-1} \quad (2.34)$$

y en consecuencia, recordando que la viscosidad dinámica del fluido se relaciona con la viscosidad cinemática por medio de  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ , donde  $\rho$  es la densidad del fluido, se tiene que la viscosidad cinemática efectiva es igual a:

$$\nu_{eff} = \frac{K}{\rho} \left( \frac{U_m}{D_s} \right)^{n-1} \quad (2.35)$$

## 2.4. Caracterización del sedimento

El término sedimento comúnmente se asocia a las partículas sólidas precedentes de los cuerpos rocosos o del suelo, y que son transportadas por un flujo de agua o por los vientos. El acarreo de este material finalmente termina en su deposición, ya sea sobre el fondo de los mismos cauces, o bien, en el fondo de lagunas y océanos. El material depositado interactúa con el fluido, resultando en cambios de la ley de resistencia hidráulica, debido al cambio en la rugosidad del fondo, y en deformaciones del lecho o transporte del sedimento como consecuencia de la fuerza de arrastre que genera el flujo sobre las partículas sólidas. Los sedimentos hallados en entornos naturales varían en su forma, tamaño y densidad; y desde el enfoque en la resistencia que oponen a ser acarreados y el comportamiento que adoptan al ser desplazados por la corriente de un flujo, se distinguen principalmente dos grupos: cohesivo y no cohesivo. Sin embargo, existe sedimento que puede presentar un comportamiento mixto, es decir, presentan cohesión y fricción interna simultáneamente. El sedimento no cohesivo, comúnmente denominado granular, está constituido por material grueso o partículas sueltas, como es el caso de las arenas y gravas. Debido a su tamaño, las fuerzas de cohesión entre partículas de origen electroquímico debido a la interacción sólido-fluido, son despreciables

frente a la fuerza de gravedad, que es la que predomina por sobre cualquier otra para este tipo de material. Lo anterior significa que el peso de los granos es la principal fuerza de resistencia ante el arrastre y sustentación que el flujo ejerce sobre la partícula. Al disminuir o cesar el flujo, éstas se detienen, caen y se depositan. Por lo tanto, el empuje que debe ejercer un flujo de agua para mover o transportar tales partículas es función del peso de cada una de ellas. Por otra parte, los materiales cohesivos, son aquellos constituidos por partículas muy finas, que se mantienen unidas entre sí producto de fuerzas de cohesión de origen electroquímico que se oponen a que las partículas sean desprendidas entre sí. Lo anterior se debe a que la cohesión entre partículas es considerablemente mayor que el peso individual de cada grano, y es la que resiste las fuerzas hidrodinámicas del flujo. Una vez que la cohesión ha sido vencida, las partículas desprendidas o suspendidas pueden adquirir un comportamiento no cohesivo, no obstante, siempre serán transportadas y elevadas con mayor facilidad, pues, debido a que su tamaño, que es del orden de micrones, la fuerza de gravedad prácticamente no tiene influencia en su dinámica. En ausencia de flujo muchas de ellas se mantienen en suspensión y no se depositan, a menos que por la presencia de sales se faciliten los procesos de formación de floculos o grumos entre partículas y en consecuencia, alcanzar un conglomerado de mayor tamaño que pueda ser depositado por acción de la gravedad.

## 2.5. Arrastre incipiente en flujos oscilatorios

La propagación de una corriente de oleaje a través de un fluido genera la aparición de velocidades en el lecho, como se presentó en la Sección 2.2. A medida que la velocidad del fondo aumenta, el esfuerzo de corte asociado al flujo aumenta, hasta alcanzar un valor crítico que permite el movimiento de los granos. Este depende principalmente de las características del grano (forma, densidad, diámetro) y de las características del flujo (altura y longitud de onda, período). Existe una gran cantidad de trabajo empírico y semiempírico enfocado en resolver cuál es la condición crítica para el primer movimiento de los granos. Las diferencias entre los estudios se deben principalmente a la instalación utilizada, las técnicas de medición empleadas, el enfoque para abordar el problema y la definición de arrastre incipiente. En general, el arrastre incipiente se define por medio de inspección visual durante un experimento y como consecuencia, no existe una definición precisa. Manohar (1955) definen arrastre incipiente cuando algunas partículas del lecho son desplazadas de su posición de equilibrio y movidas a una corta distancia desde su posición inicial. Bagnold (1946) y Vincent (1958) consideran como movimiento incipiente el primer desplazamiento de algunos granos. Carstens & Nelson (1967) define movimiento incipiente sobre un lecho plano cuando aproximadamente el 10% de las partículas comienza a desplazarse en torno a su posición de equilibrio. Rance & Warren (1968) consideran como movimiento incipiente cuando una o dos partículas son desplazadas por el flujo. A continuación, se presenta una compilación de la condición límite para el arrastre incipiente determinada por distintos autores, agrupadas según el enfoque utilizado para abordar el problema. En ella también, se indican los parámetros relevantes según cada uno de los autores.

### 2.5.1. Equilibrio de fuerzas aplicadas sobre una partícula aislada

Losada & Desiré (1985) realizan una amplia revisión bibliográfica sobre la condición límite para el movimiento de los granos hallada por distintos autores. Estas relaciones, pueden ser escritas como sigue:

$$\frac{A}{D_s} = \alpha R^p \left( \frac{g}{\omega^2 A} \right)^n \quad (2.36)$$

donde

- $R = \frac{\rho_s - \rho}{\rho}$
- $A$ : Máxima semi-excurción (ecuación 2.14)
- $D_s$ : Diámetro del grano
- $\omega$ : Frecuencia angular
- $\alpha$ : función a definir
- $p, n$ : constantes a calibrar

La estructura de la ecuación 2.36 es bastante sencilla. El lado izquierdo, representa la proporción entre las fuerzas de arrastre del flujo con respecto a la inercia de la partícula, mientras que el lado derecho representa la proporción entre la aceleración del flujo y la gravedad. La función  $\alpha$  y las constantes  $p, n$  se calibran experimentalmente y difieren según los distintos estudios debido a los supuestos realizados, la instalación experimental, el criterio para definir arrastre incipiente, etc. En la Tabla 2.2, se exhibe un resumen de estos parámetros para distintas investigaciones previas.

Tabla 2.2: Valores de  $\alpha, p$  y  $n$  para la condición límite para el primer movimiento de los granos presentados en el estudio de Losada y Desiré (1988).

Autor	$n$	$p$	$\alpha$
Bagnold, 1946	$\sim 3/2$	$\sim 3/2$	(sistema c.g.s.) $(462, 25A^{0,15}/g)^{3/2}$
Manohar, 1955	2	2	(turbulento) $22950 \mathbb{R}e^{-1}$
Manohar, 1955	1	1	(laminar) $0,063 \tan \theta \mathbb{R}e^{1/2}$
Kurihara et al., 1956	1	1	$3,82 \tan \theta$
Vincent, 1958	1	0	(sistema f.p.s) $364,81/g$
Goddet, 19760	$8/3$	$8/3$	$1275,7 \mathbb{R}e^{-1/6}$
Ishihira-Sawaragi, 1960	-3	-3	$337,15 1/\tan \theta$
Eagleson-Dean, 1961	1	1	$0,328 \mathbb{R}e^{1/2}$
Rance-Warren, 1968	$3/2$	$3/2$	1
Carstens et al., 1969	1	1	$\psi(\theta, a, C_D)$
Silvester-Modridge, 1970	$7/3$	$7/3$	$0,00062 \mathbb{R}e^{1/6}$
Chan et al., 1972	3	3	0,02
Komar-Miller, 1973	2	2	5 ( $D_s \leq 0,5$ mm)
Komar-Miller, 1973	$4/3$	$4/3$	0,7 ( $D_s \geq 0,5$ mm)
Sleath, 1978	1	1	$f_w/2\psi_c$
Hallermeier, 1980	3	3	4,04 ( $D_s \leq 0,7$ mm)
Burcharth-Thompson, 1983	1	1	$f_w/2\psi_c$

Comúnmente, los distintos autores consideran que la condición límite de arrastre puede ser determinada a partir de las propiedades medias del flujo sin dar atención a las interacciones sólido-fluido existentes en el lecho. Es decir, el movimiento comienza cuando el esfuerzo de corte aplicado en el lecho excede el peso sumergido de los granos. Bagnold (1946) concluye, que una relación general debería incorporar dentro del análisis la viscosidad del fluido. Otros autores (Goddet (1960); Horikawa & Watanabe (1967)) consideran explícitamente el desarrollo de una capa límite, mientras que otros (Sleath (1978); Burcharth & Thompson (1983)) incorporan el factor de fricción  $f_w$  de manera de incluir este efecto. La gran mayoría de los estudios recopilados, describen sus experimentos bajo régimen puramente laminar, y en consecuencia, bajo tales condiciones, debería tenerse en cuenta los efectos de la capa límite.

Goddet (1960) propone analizar la condición límite de arrastre por medio de dos parámetros adimensionales. El primero se define como  $\Psi = F_c/F_D$ , que representa la relación entre las fuerzas coulombicas y la fuerza de arrastre debido al flujo. En particular  $F_c \sim (\rho_s - \rho)gD_s^3$  y  $F_D \sim \nu D_s U_m$ . El segundo corresponde a una parámetro que asocia el desarrollo de una capa límite con alguna longitud característica cerca del fondo. En la sección 2.2.2 se probó que la longitud de la capa límite satisface que  $\delta \sim \sqrt{\nu T}$ . En el fondo, la otra longitud relevante es el diámetro de la partícula, luego, definiendo el parámetro como  $X = \frac{D_s}{\sqrt{\nu T}}$ , Goddet propone las siguientes relaciones para la condición límite de arrastre según el régimen de flujo:

– Para régimen laminar

$$\Psi = \left( \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right) \frac{gD_s^2}{\nu U_m} \quad (2.37)$$

– Para régimen turbulento

$$\Psi^2 = \left( \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right) \frac{gD_s}{U_m^2} \quad (2.38)$$

– Para el régimen en transición

$$\Psi^2 = \left( \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right)^{4/3} \frac{g^{4/3} D_s^2}{\nu^{2/3} U_m^2} \quad (2.39)$$

## 2.5.2. Parámetro tipo Shields

El parámetro de Shields entrega la condición límite de arrastre para corrientes unidireccionales a partir del esfuerzo de corte adimensional definido como  $\theta = \frac{\tau}{(\rho_s - \rho)gD_s}$ . Komar & Miller (1973), proponen un criterio de arrastre unificado dado por las siguientes ecuaciones:

Para  $D_s < 0,5$  mm

$$\frac{\rho U_m^2}{(\rho_s - \rho)gD_s} = 0,21 \left( \frac{d_0}{D_s} \right)^{0,5} \quad (2.40)$$

Para  $D_s > 0,5$  mm

$$\frac{\rho U_m^2}{(\rho_s - \rho)gD_s} = 0,46\pi \left( \frac{d_0}{D_s} \right)^{0,25} \quad (2.41)$$

Definiendo el parámetro tipo Shields como  $\theta_t = \frac{\rho U_m^2}{(\rho_s - \rho)gD_s}$  y utilizando la ley cuadrática para el esfuerzo de corte definida por Jonsson (1966), las relaciones 5.2 y 5.3, pueden ser reescritas como:

$$\frac{\tau_t}{(\rho_s - \rho)gD_s} = a'' \frac{\sqrt{2}^{1/2}}{\mathbb{R}e_*} \quad (2.42)$$

donde  $\tau_t = \frac{1}{2}\rho f_w U_m^2$ ,  $f_w$  viene dado por la ecuación 2.25,  $\mathbb{R}e_* = \frac{U_m D_s}{\nu}$  y  $a''$  es una constante que se calibra experimentalmente.

Rigler & Collins (1984) comparan este criterio con la curva de Shields a partir de distintos registros experimentales, encontrando que existe una buena correlación entre la curva presentada por Komar y Miller con respecto a la curva de shields, concluyendo, que esta corresponde a un criterio adecuado para definir la condición límite de arrastre bajo flujos oscilatorios, sin embargo, existe una clara dependendencia con el período de oscilación del flujo.

Lenhoff (1985) determina una relación empríca para el primer movimiento de los granos a partir de 643 datos experimentales dada por:

$$\log_{10}(\mathbb{R}_*) = 0,092(\log_{10}(\mathbb{D}_*))^2 + 1,158 \log_{10}(\mathbb{D}_*) - 0,367 \quad (2.43)$$

donde

- $\mathbb{R}_* = \frac{u_* D_{50}}{\nu}$
- $\mathbb{D}_* = \left(\frac{\gamma g}{\nu}\right)^{1/3}$ : diámetro adimensional
- $D_{50}$ : diámetro tal que el 50% del material es retenido
- $u_* = \sqrt{\frac{\bar{\tau}}{\rho}}$ : Velocidad de corte
- $\bar{\tau} = \frac{1}{4}\rho f_w U_m^2$ : Esfuerzo de corte medio en el fondo

Esta relación incorpora la viscosidad del fluido y los efectos de la rugosidad del lecho en cálculo de  $f_w$ . En el estudio se concluye, que existe una alta correlación entre la ecuación 2.43 y el ajuste dado por Shields para corrientes unidireccionales, por lo que, esta podría utilizarse para flujos oscilatorios con o sin efectos de corrientes superpuestas al flujo.

## 2.6. Velocimetría por procesamiento de imágenes: PTV-PIV

Los métodos de velocimetría por procesamiento de imágenes consisten en un análisis cuantitativo y automático de imágenes de un trazador en el flujo previamente incorporado, por ejemplo, partículas cuya trayectoria es registrada por medio de un dispositivo de grabación. A diferencia de otros métodos (tubo de pitot, medidores de oleaje, ADV), los análisis por medio de procesamiento de imágenes permiten caracterizar espacialmente el comportamiento del flujo, y no sólo temporalmente, debido a que la medición se realiza sobre una sección del flujo y no de forma puntual.

Westerweel (1993) propone tres métodos de velocimetría por procesamiento de imágenes, sin embargo, para efectos de este estudio sólo se describirán dos: Particle Tracking Velocimetry (PTV) y Particle Image Velocimetry (PIV).

El PTV y el PIV consisten en la captura secuencial de imágenes de un trazador incorporado previamente al flujo. De esta forma, es posible determinar la posición de una partícula en intervalos sucesivos de tiempo, o bien, caracterizar un patrón de partículas para distintos intervalos. En consecuencia, la velocidad de la partícula se obtiene por medio de:

$$\vec{u} = \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{t_2 - t_1} \quad (2.44)$$

donde  $\vec{x}_1$  y  $\vec{x}_2$  corresponden a la posición de la partícula o patrón de partículas en dos instantes de tiempos sucesivos. La diferencia  $t_2 - t_1$  depende de la frecuencia de registro de la cámara.

Para utilizar ambos métodos, es primordial contar con las siguientes componentes: una sección de escurrimiento transparente que permita la visualización del flujo, partículas trazadoras (rodamina, dióxido de titanio, fluoresceína, etc.), una fuente de iluminación, un dispositivo que registre las imágenes a una tasa constante y un programa que permita el procesamiento de los resultados.

Ambos métodos difieren en la concentración de partículas utilizadas como trazador. Si la concentración es baja, tal que la distancia que recorre una partícula en un intervalo de tiempo es menor a la distancia relativa entre ellas, entonces el método se denomina PTV. El PTV utiliza un enfoque lagrangiano, la imagen se analiza en su totalidad y se sigue el movimiento de cada partícula entre una imagen y la otra. Se obtiene un vector de velocidad por cada una de las partículas analizadas. Cuando la concentración es alta, de modo que ya no es posible seguir la trayectoria de una partícula aislada, el método a utilizar corresponde al PIV. Éste utiliza un enfoque euleriano, e identifica un patrón de partículas, luego, los cambios de velocidad en el tiempo son obtenidos a partir de posiciones espaciales fijas.

A modo de resumen, en la Tabla 2.3 se indican las principales diferencias, ventajas y desventajas, de los métodos anteriormente descritos.

El tamaño de las partículas trazadoras debe ser tal que se cumplan simultáneamente dos

condiciones:  $Stk \ll 1$ , donde se define el número de Stokes  $Stk$  como sigue:

$$Stk = \frac{t_0 U}{L} \quad (2.45)$$

donde  $t_0$  es el tiempo de relajación, correspondiente al tiempo característico de amortiguamiento de la velocidad de la partícula debido al arrastre del flujo.  $U$  y  $L$  son la velocidad y una longitud característica de la partícula. Comúnmente como longitud característica se utiliza el diámetro  $D_p$  de la partícula. Cuando el flujo se encuentra en el rango de Stokes ( $Re_p \ll 1$ ), el tiempo de relajación está dado por:

$$t_0 = \frac{\rho_p D_p^2}{18\mu} \quad (2.46)$$

donde  $\rho_p$  y  $D_p$  son la densidad y diámetro de la partícula, respectivamente.  $\mu$  corresponde a la densidad dinámica del fluido. Además, la velocidad característica  $U$  está dada por la velocidad de sedimentación de la partícula igual a:

$$\frac{g}{18} \frac{D_p^2}{\nu} R \quad (2.47)$$

donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido y  $R$  es el peso específico del grano.

La condición de  $Stk \ll 1$  implica que las partículas son tan pequeñas como para que siga las líneas de corriente del flujo y consecuencia, la velocidad de la partícula se aproxima a la velocidad del flujo. La segunda condición requiere que el tamaño del material utilizado sea lo suficientemente grande como para que sea captado por la cámara de alta velocidad.

En la literatura se encuentra que entre 40 y 90  $\mu m$  es un tamaño óptimo de partícula.

Tabla 2.3: Cuadro comparativo entre sistemas PIV y PTV.

PIV	PTV
Gran cantidad de partículas.	Pequeña cantidad de partículas.
No es posible distinguir de forma clara las partículas.	Es posible distinguir la trayectoria de las partículas.
Campo de velocidades es obtenido en posiciones espaciales fijas (marco euleriano).	Campo de velocidades es obtenido en base a la trayectoria de partículas individuales (marco lagrangiano).
La imagen tiene información suficiente para obtener el campo de velocidades espacial en todo el frente de flujo.	Imagen no necesariamente contiene información espacial suficiente para caracterizar el frente de flujo.

## 2.7. Parámetros adimensionales

Los análisis de arrastre incipiente se realizaron mediante el uso de los siguientes parámetros adimensionales:

- Peso específico sumergido del grano ( $R$ )

$$R = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \quad (2.48)$$

donde  $\rho_s$  y  $\rho$  corresponden a la densidad del grano y del fluido, respectivamente.

- Número de Reynolds del flujo ( $\mathbb{R}e_w$ ), que relaciona los términos inerciales y viscosos que gobiernan el movimiento de los fluidos. Se define por

$$\mathbb{R}e_w = \frac{U_m A}{\nu_{eff}} \quad (2.49)$$

donde  $U_m$  es la máxima velocidad orbital en el lecho,  $A$  es la máxima semi-excursión orbital y  $\nu_{eff}$ , es la viscosidad efectiva dada por la ecuación 2.35. El límite máximo para el régimen laminar se obtiene a partir del criterio de Kamphuis (1975) y es igual a  $10^4$ .

- Número de Reynolds de la partícula ( $\mathbb{R}e_p$ )

$$\mathbb{R}e_p = \frac{U_m D_s}{\nu_{eff}} \quad (2.50)$$

donde  $D_s$  es el diámetro de la partícula.

- Número de Keulegan-Carpenter ( $KC$ ), que relaciona los términos inerciales del flujo y los de partícula. Se define por

$$KC = \frac{A}{D_s} \quad (2.51)$$

- Número de Froude densimétrico ( $\mathbb{F}r_d^2$ ). Se define por

$$\mathbb{F}r_d^2 = \frac{U_m^2}{RgD_s} \quad (2.52)$$

donde  $g$  es la aceleración de gravedad. Recibe su nombre a que el numerador representa la inercia del flujo, mientras que el denominador representa los efectos de las fuerzas gravitacionales.

# Capítulo 3

## Diseño Experimental y Metodología

### 3.1. Diseño experimental

La instalación experimental está constituida por un canal de sección rectangular de 4 m de largo y 15 cm de ancho. El canal se puede dividir en tres regiones, cada una posee un altura distinta a la anterior y que fue asignada según el propósito del sector durante las rutinas experimentales. El montaje está dotado de una paleta controlada a través de un sistema motorizado que permite desplazar el fluido contenido al interior del estanque y provocar la oscilación del flujo.

Los primeros 93 cm, corresponden a la zona generadora de oleaje, donde se localiza el mecanismo generador de las olas y los disipadores de perturbaciones. Posee un alto de 80 cm, siendo la mayor de todas, con el propósito de evitar que la paleta salpique fluido hacia el exterior. Además, el sector está dotado por una trampa de arena que también es utilizado como desagüe. El resto del canal, mantiene una altura constante de 40 cm, al encontrarse exento del problema anterior.

Entre los 93 y 308 cm, se localiza la zona de prueba, que corresponde al sector en el que se dispondrá el material granular y los sistemas de medición para el desarrollo experimental. Su longitud total es de 2,15 m, abarcando poco más del 50% de la instalación. La cota de fondo de esta región, se localiza 4 cm por debajo respecto de la cota de fondo de los otros sectores, con el objetivo de que el lecho de arena se localice en el nivel cero con respecto al nivel de referencia, y en consecuencia, asegurar que exista una altura de aguas constante en todo el canal. Para sortear el desnivel que genera el sacado realizado en la zona de prueba, el fondo de los otros dos sectores se complementa con un fondo de acrílico de las mismas dimensiones que el sector contenedor del lecho. El fondo agregado es sólo un soporte, y no compromete volumen extra de fluido. Los últimos 92 cm del canal, corresponden a la zona de quiebre de las olas, que consta de una playa y un disipador con el fin de romper las olas y evitar la superposición de ondas causadas por la reflexión que se genera al chocar con las paredes. Al igual que la primera región, tiene una trampa de arena que sirve como desagüe y en su extremo cuenta con un desagüe mayor que permite el vaciado más rápido del canal.

La construcción del canal se realizó en acrílico de 8 mm de espesor, debido a que es un material resistente, fácil de manipular y al ser transparente, permite la visualización de los fenómenos que ocurren al interior del montaje. En la Figura 3.1 se presenta un esquema del montaje y de sus principales componentes, que serán descritas en las secciones siguientes.

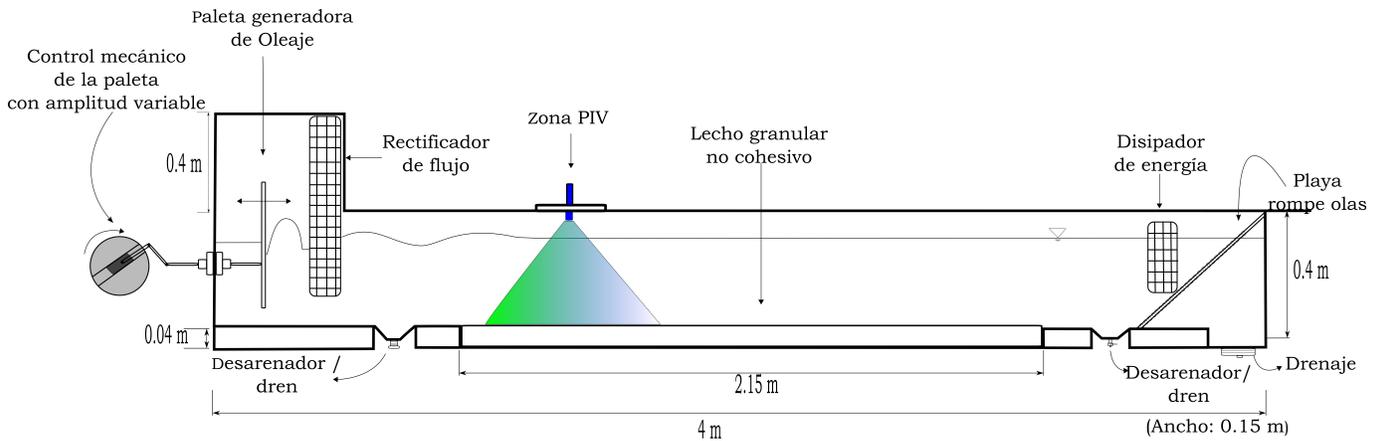


Figura 3.1: Esquema longitudinal del canal y sus componentes.

### 3.1.1. Sistema generador de oleaje

El sistema generador de oleaje se encuentra conformado por cuatro componentes:

- Paleta
- Sistema mecánico
- Dissipador de perturbaciones
- Rompe olas

La interacción conjunta de estos elementos resulta en una corriente uniforme de ondas viajeras que nacen en un extremo del canal y mueren en otro. A continuación, se detallará el rol y características de cada uno de estos ítems.

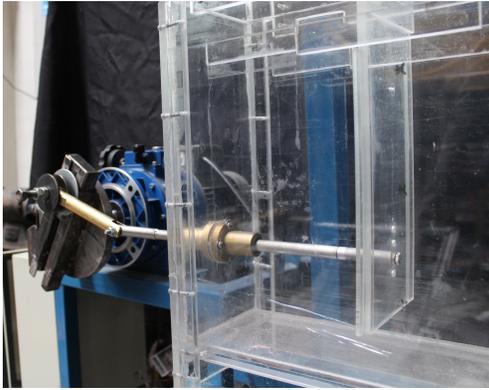
La paleta se localiza en un extremo del estanque, como se observa en la Figura 3.1, y se dispone de forma paralela a la sección transversal del canal. Está caracterizada por una sección rectangular de acrílico de 2 mm de espesor y sus dimensiones son 14,6 cm de ancho y 42 cm de alto. En su centro de gravedad, se conecta perpendicularmente un tubo de acero inoxidable de 14 mm de diámetro, que atraviesa la pared del canal y acopla la paleta con el sistema mecánico. Este sistema permite el movimiento horizontal de la paleta a lo largo del eje longitudinal y, en consecuencia, cuando esta se encuentra inmersa en el medio fluido,

desplaza un pequeño volumen que genera la deformación de la superficie libre y esto da como resultado el oleaje. El tubo se puede adherir a la paleta a cuatro niveles distintos. El primero se encuentra localizado en el centroide y los tres restantes, se ubican cada 1.5 cm bajo el centroide de gravedad. Cuando el tubo se ubica en el primer orificio, la paleta queda a una elevación de 10 cm medidos desde el fondo del canal y cuando se ubica en el cuarto, queda a una elevación de 16 cm. El tubo tiene un largo total de 40 cm, con el fin de que la paleta se encuentre lo suficientemente alejada de la pared del canal, para reducir los efectos que existen debido a la presencia de un fluido viscoso entre la paleta y la pared del canal. La sección donde el tubo atraviesa la pared del canal se encuentra aislada para evitar filtraciones de líquido.

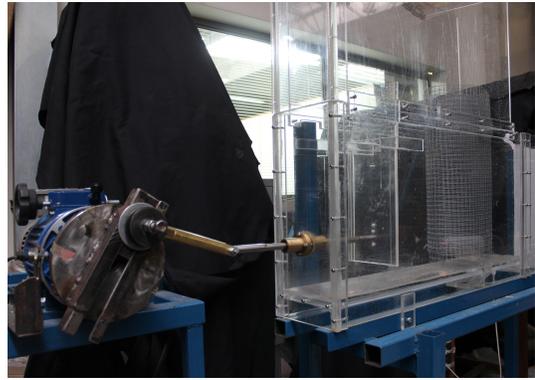
El sistema mecánico se encuentra conformado por un motor de 1 hp de potencia que se acopla a un disco de acero de radio  $R_d$ , por medio de un eje transmisor. Este se dispone de manera perpendicular al canal. El disco tiene una porción rectangular hueca en torno al centro, donde se ubica una placa de acero que puede deslizarse a lo largo de la dirección radial y mantenerse fija para definir el radio de giro del disco. La placa de acero, se acopla mediante articulaciones de bronce al tubo que sostiene la paleta. Una vez definido el radio del disco, el motor permite que este gire con una frecuencia  $\omega$  constante. Por medio de las articulaciones, se genera el desplazamiento horizontal de la paleta según la función:  $R_{paleta} = 2R_d \sin(\omega t)$ . La amplitud de la paleta alcanza un valor mínimo de 0,1 cm y un máximo de 16 cm. Es decir, el máximo radio de giro  $R$  que permite el disco es igual a 8 cm. El motor por sí solo cubre un rango continuo de frecuencias que va desde 190 hasta 1000 rpm. Sin embargo, este espectro se encuentra por sobre el umbral requerido, por lo cual se instaló un variador Delta de frecuencia modelo VFD-E, que controla eléctricamente el motor y le permite alcanzar un rango continuo desde 25 hasta 1000 rpm.

Para rangos de frecuencias entre las 25 y 50 rpm, el oleaje generado no es uniforme y se encuentra caracterizado por distintos tipos de ondas irregulares. En consecuencia, no es posible definir una altura y longitud de ondas para este caso. Para sortear este problema, frente a la paleta se ubica un disipador, conformado por una red metálica que más uniforme al oleaje y define una corriente de ondas regulares. Este tren de olas se desplaza a lo largo del canal y finalizan su trayecto en la zona rompe olas, donde se ubica una playa de acrílico con perforaciones de pendiente 1/2 y una red metálica, ambos elementos permiten que el flujo pierda energía y de esta forma, la reflexión y posterior superposición de ondas se mantiene al mínimo.

En la Figura 3.2 se presentan dos perspectivas del sistema generador de oleaje previamente descrito.



(a) Perspectiva frontal.



(b) Perspectiva trasera.

Figura 3.2: Paleta acoplada a un sistema de control mecánico de frecuencia y amplitud variable.

### 3.1.2. Desarenadores y drenajes

Debido a la interacción del flujo con el lecho y a la manipulación del material durante el trabajo experimental, se genera arrastre de sedimento a lo largo del canal. Para evitar que este se disperse al interior del montaje, 15 cm antes y 15 cm después de la zona de prueba, se localiza una trampa de arena. Los desarenadores son básicamente embudos de base rectangular ubicados en el fondo del canal y que retienen el material desplazado por el fluido. Estos ocupan 4 cm del largo total del canal y todo el ancho de la sección transversal. Cada desarenador cuenta con una válvula que permite remover el material acarreado y a la vez funcionan también como drenes del canal, para remover el fluido. Los desarenadores fueron construidos con dos propósitos: en primer lugar, para ayudar a la limpieza y conservación del montaje, y además, se espera en un trabajo futuro poder utilizarlos como un mecanismo de control para poder hacer mediciones de gasto sólido de fondo. En el extremo derecho del canal (acorde a la Figura 3.1) se ubica un desagüe de sección rectangular de  $8 \times 15 \text{ cm}^2$ , cuya finalidad es ser uno de los puntos de recirculación de flujo. Más detalles respecto a la recirculación se indicarán en la sección 3.1.4.

### 3.1.3. Estructura de soporte

El canal se sostiene sobre una estructura de acero inoxidable que lo mantiene a una elevación de 1 m sobre el suelo además asegura que tenga una pendiente nula a lo largo de su eje longitudinal. Para evitar el deslizamiento de la estructura, esta se empotra al suelo por medio de pernos de anclaje. Asimismo, para evitar el deslizamiento del canal sobre la estructura, se adhieren a las paredes placas de acrílico que mantienen el canal fijo sobre el montaje de acero y que se ubican a todo lo largo del estanque. Se escogió acrílico como sostén, con el fin de no interrumpir el campo visual al interior del canal. Para frecuencias de oscilación

por sobre las 100 rpm, se presentan dos grandes limitantes: en primer lugar, el movimiento horizontal de la paleta genera vibraciones en la estructura que se traducen como vibraciones del canal. Este efecto perturba las mediciones realizadas durante cada experimento, así como también, induce la vibración del lecho, causando que el arrastre incipiente de las partículas se deba no sólo a los efectos del flujo sobre el material, sino que también a la inercia de las partículas que se encuentran vibrando. La vibración del lecho puede opacar por completo al flujo como agente causante del movimiento de las partículas. La segunda limitación de la instalación se debe al mecanismo que genera la oscilación y a la utilización de fluidos muy viscosos. Cuando la placa se separa de la cara transversal del canal, al existir una película de fluido de cierto espesor entre ambas superficies, la separación genera una fuerza horizontal que se aplica sobre el canal. El efecto de esta fuerza genera un leve deslizamiento hacia la izquierda del canal, que se presenta de forma periódica solidaria al período de oscilación de la paleta, provocando la aparición de una fuerza horizontal sobre el canal. Con el fin de reducir ambos efectos, se agregan dos travesaños empotrados por medio de pernos de anclaje a la estructura y al piso. Estos se localizan en el extremo opuesto a la zona generadora de oleaje, y su objetivo es aumentar la resistencia horizontal de la instalación, es decir, reducir los efectos de las vibraciones para un rango más amplio de frecuencias. En la figura 3.3 se presenta un esquema del montaje experimental sobre la estructura y el resumen de las consideraciones técnicas mencionadas anteriormente.

La estructura de soporte juega un rol gravitante en el correcto funcionamiento de la instalación, y permite que esta trabaje en un rango de frecuencias entre las 25 y 150 rpm sin presentar efectos significativos debido a las vibraciones.

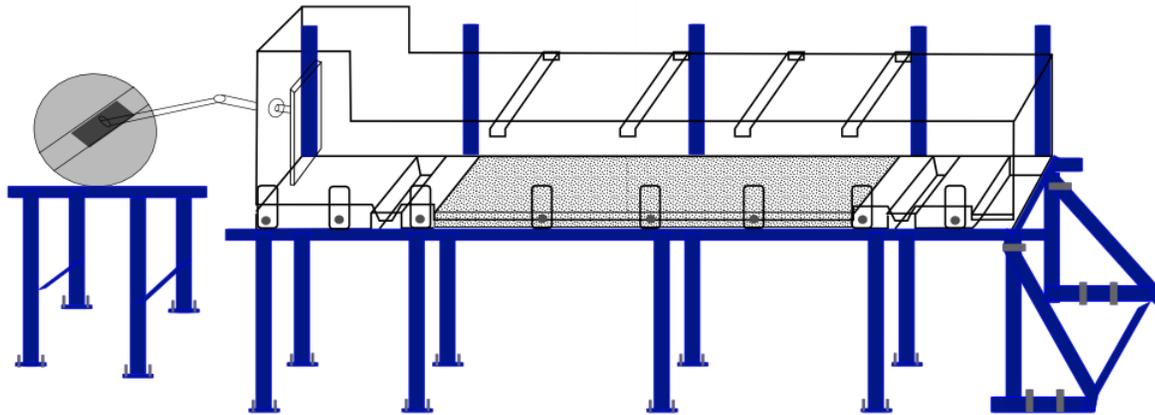


Figura 3.3: Esquema tridimensional del canal.

### 3.1.4. Trabajo Futuro

El montaje experimental aún no se encuentra en su versión definitiva, pues, este considera agregar un sistema de recirculación que permita la superposición de una corriente unidireccional con el flujo oscilatorio. El desagüe localizado al final del canal fue construido para permitir la recirculación del flujo por medio de una bomba centrífuga.

## 3.2. Metodología Experimental

A partir de la revisión bibliográfica realizada, se desprende que los parámetros relevantes para caracterizar el arrastre incipiente debido a flujos oscilatorios corresponden a: (1) las características del flujo en las cercanías del fondo del lecho, representadas por la velocidad orbital máxima en el fondo,  $U_m$  (o semi excursión orbital máxima,  $A$ ); (2) las características del oleaje que originan el flujo, representadas por la frecuencia de oscilación,  $\omega$  (o período  $T$ ) y la altura y longitud de onda,  $H$  y  $L$ , respectivamente; (3) las características del fluido, dadas por su densidad,  $\rho$ , viscosidad efectiva,  $\nu_{eff}$ , y reología ( $n$ ,  $K$ ); y (4) por el tipo de partículas empleadas, caracterizadas por su densidad,  $\rho_s$  y diámetro,  $D_s$ .

En la presente sección se detalla la metodología y equipos utilizados para determinar cada uno estos parámetros. A partir de este conjunto de datos, se determinó una relación empírica que permite resolver la interrogante de cuáles son las características del flujo que permiten que exista arrastre de sedimento en un lecho inicialmente plano, para un diámetro de partícula y reología de un fluido dadas.

### 3.2.1. Características de los fluidos

El arrastre incipiente de material granular en flujos oscilatorios de fluidos no newtonianos no ha sido estudiado. Todas las referencias presentadas realizaron su trabajo experimental utilizando agua y, por lo tanto, no abordan el efecto de la reología sobre el fenómeno en cuestión. Para incorporar esta variable al problema, se utilizaron soluciones acuosas de carboximetilcelulosa (CMC). En las investigaciones de Chhabra & Uhlherr (1980) y Chhabra (1992), que analizan la interacción sólido-fluido entre partículas y fluidos no newtonianos, señalan que a bajas concentraciones de CMC en el agua, este puede modificar la reología sin perturbar la transparencia de la solución. Chhabra (1992) indica que para concentraciones en peso de 0,6% – 1,5% la reología resultante de la mezcla puede ser modelada por medio de una ley de potencia. Tamburrino et al. (2016) determinan una relación para el esfuerzo de corte crítico para el arrastre incipiente de material no cohesivo debido al flujo unidireccional de un fluido pseudoplástico. En este estudio también se utilizan soluciones de CMC y se modelan por medio de una ley de potencia.

Las soluciones empleadas se elaboraron en un estanque con capacidad volumétrica de 150 litros. El estanque se encuentra dotado de un mezclador mecánico que permite la mezcla lenta y continua del concentrado de CMC con el agua. Cada muestra se preparó a partir de una

concentración en peso de CMC en un rango de 0,2% – 0,6%, y se mezcló durante un período de 8 horas, tiempo suficiente para evitar la formación de grumos que pudiesen perturbar los registros visuales de cada experimento. Para caracterizar reológicamente el fluido, cada mezcla se analiza mediante un reómetro de cilindros concéntricos Rheloab QC Anton Paar, que entrega la variación del esfuerzo de corte en función de la deformación angular del fluido, y por medio de un ajuste potencial de los datos adquiridos, se estima el índice de consistencia  $K$  y el índice de flujo  $n$ . Para cada experimento, se toma una muestra antes de comenzar y al finalizar, y se realiza un análisis reológico. Esta consideración se realiza con el fin de percibir el efecto de envejecimiento del fluido. En la Tabla 3.1 se exhiben las características de las soluciones confeccionadas para el desarrollo de los experimentos.

Tabla 3.1: Soluciones utilizadas y sus características.

$ID_{fluido}$	Fluido	$K (Pas^n)$	$\sigma_K (Pas^n)$	$n (-)$	$\sigma_n (-)$	$\rho (\frac{g}{cm^3})$	$\sigma_\rho (\frac{gr}{cm^3})$
W	Agua	1	0	1	0	1	0,001
PL1	CMC	0,945	0,004	0,819	0,021	1	0,001
PL2	CMC	0,81	0,01	0,822	0,015	1	0,001
PL3	CMC	2,29	0,08	0,734	0,011	1	0,001
PL4	CMC	2,82	0,05	0,596	0,02	1	0,001
PL5	CMC	1,14	0,03	0,741	0,031	1	0,001
PL6	CMC	10,85	0,08	0,56	0,01	1	0,001
PL7	CMC	1,14	0,01	0,741	0,025	1	0,001
PL8	CMC	0,34	0,01	0,875	0,024	1	0,001

### 3.2.2. Características de las partículas no cohesivas

El trabajo experimental considera un lecho plano y uniforme de partículas no cohesivas dispuestas dentro de la zona de prueba del canal. Comúnmente, los estudios relacionados con transporte de material consideran el uso de partículas tales como: arena de cuarzo, esferas de vidrio, carbón, esferas de metal, entre otros (Bagnold, 1946; Goddet, 1960; Manohar, 1955; Yalin & Russel, 1962). Debido a la disponibilidad de material, se optó por utilizar cuatro granulometrías de arena de cuarzo. En la Tabla 3.2, se exhiben las cuatro muestras de arena utilizadas y sus parámetros relevantes. Cada una corresponde a una muestra de arena uniforme, obtenida a partir del tamizado del material acorde a los criterios establecidos en la norma ASTM D422. Como diámetro característico  $D_g$  se utiliza el diámetro medio de la muestra.

El diámetro de partículas utilizadas se definió a partir de experimentos preliminares realizados en el canal. Para partículas de diámetros menores a la arena del tipo A, se observó que el CMC generaba efectos cohesivos en el material, provocando que el lecho adoptara un comportamiento completamente rígido y como consecuencia, no fue posible visualizar el movimiento individual de los granos, para las condiciones de operación experimental. Para arenas con diámetro mayor a la del tipo D, y bajo la restricciones experimentales de frecuencia y amplitud indicadas en la sección 3.1.3, no se presentó arrastre del material granular a pesar de que se observó que este sí mantenía un comportamiento no cohesivo.

Otro hecho importante que se desprende de los ensayos es que para soluciones de agua pura, es posible observar arrastre de sedimento en distintas localizaciones de la longitud total de la zona de prueba, sin embargo, cuando la solución corresponde a un fluido pseudoplástico, sólo se observó arrastre en posiciones localizadas dentro de los primeros 40 cm de esta región. Como consecuencia, los experimentos realizados con agua utilizan un lecho que abarca una longitud de 2,15 m, mientras que los realizados con CMC utilizan un lecho de 40 cm de longitud medidos desde el inicio de la zona de prueba.

Tabla 3.2: Material no cohesivo utilizado.

$ID_{arena}$	D (cm)	$D_s$ (mm)	$\sigma_{D_s}$ (cm)	$\rho_s$ ( $\frac{g}{cm^3}$ )	$\sigma_{\rho_s}$ ( $\frac{g}{cm^3}$ )
A	0,02-0,03	0,025	0,0025	2,65	0,002
B	0,05-0,06	0,055	0,0025	2,65	0,002
C	0,06-0,085	0,0725	0,0125	2,65	0,002
D	0,1-0,13	0,115	0,0125	2,65	0,002

### 3.2.3. Caracterización del flujo en el fondo mediante PIV

Con el propósito de determinar la velocidad en las cercanías del fondo se utilizó el método de velocimetría por procesamiento de imágenes, PIV, descrito en el capítulo anterior. Para la ejecución de este método, se cuenta con los siguientes equipos:

- Láser Flex- BWTECin, modelo  $BWI-532-100-E-66969$ . Se encuentra conformado por una fuente de poder y un dispositivo compacto que provee el haz de luz. El láser puede generar un haz de luz de forma continua o por medio de pulsos, para efectos de este estudio se utilizará el primer modo. El plano del láser se genera mediante un lente colimador ubica en el origen de la señal luminosa.
- Cámara de alta velocidad modelo Mini UX PHOTRON FASTCAM. La cámara es capaz de grabar a una tasa de 2000 cuadros por segundo, con una resolución máxima de resolución de  $1024 \times 1024 \text{ pix}^2$ .
- Lente modelo AF-S Micro-Nikkon 60 mm f/2.8G ED.

La velocidad en el fondo se determina a partir de un registro sucesivo de imágenes del flujo sobre el lecho que se obtienen por medio de la cámara de alta velocidad. Para lo anterior, se acoplan la cámara con el lente y se disponen sobre un trípode que los eleva a una altura de 1,2 m sobre el piso. A este nivel, se asegura que la cámara pueda obtener fotografías del flujo justo en las cercanías del lecho de arena. La cámara se posiciona perpendicularmente frente al canal a una distancia de 30 cm, lo que le permite visualizar un porción de 15 cm de la longitud total de el lecho. Sobre esta región, se ubica el láser que se sostiene por medio de una placa de acrílico por sobre el canal. El haz de luz que este provee, genera un plano que abarca una porción de 20 cm del lecho, y se posiciona de manera tal que el plano generado es paralelo a las paredes del canal y tiene una separación de 5 cm respecto a la cara frontal de la instalación. Como trazador se utilizan partículas plásticas aleadas con rodamina, que se añaden al fluido durante la preparación de la mezcla indicada en la sección 3.2.1. Al mezclarse con el fluido, se asegura de que las partículas se encuentren bien distribuidas al interior del

canal y así evitar que existan zonas con ausencia de partículas o con una saturación de estas. El tamaño y concentración de partículas empleadas se determinó por medio de ensayos preliminares. En particular, se realizaron pruebas con partículas de tamaño medio de 70, 100 y 150 micrones, cada una asociada a valores del número de Stokes del orden de  $10^{-5}$ - $10^{-6}$ . El resultado de lo anterior mostró que utilizando partículas de 150 micrones, se obtenía una mejor imagen. La cantidad de partículas utilizadas corresponde a un volumen de 200 ml que se adicionan a los 180 litros de mezcla elaborados en el estanque. Esta concentración asegura que en cada celda de interrogación haya una cantidad aproximada de 20 a 30 partículas. Para evitar que la luz proveniente del entorno perturbe los registros, la zona de prueba de la instalación se aísla mediante la construcción de una cámara oscura, que permite mantener una luz constante durante cada experimento. Los registros con PIV se realizaron al inicio de la zona de prueba debido a lo indicado en la sección 3.2. En particular, las mediciones se realizaron a una distancia de 20 cm. Para todos los experimentos realizados, siempre se pudo visualizar arrastre de material en una vecindad en torno a esta posición.

La velocidad orbital del flujo en el fondo, se midió a una altura  $h \sim \delta$ , con respecto al lecho de arena, donde  $\delta$  es el espesor de la capa límite, acorde a lo presentado en la sección 2.2.2. Además, se probó que  $\delta \sim \sqrt{\nu T}$ , donde  $\nu$  es la viscosidad del fluido y  $T$  es el período de oscilación. Reemplazando  $\nu$  por la viscosidad efectiva  $\nu_{eff}$  de Kozicki et al. (1966) y considerando que el rango de períodos de los experimentos toma valores entre 0,9 y 2 segundos, se obtuvo que el espesor de la capa límite es siempre del orden de 3-5 mm. Las mediciones realizadas a distintas profundidades que se encuentren dentro de este rango entregan diferencias del orden de  $10^{-5}$  cm/s en el cálculo de la velocidad, y a partir de este resultado se definió que para todas las rutinas experimentales las mediciones se realizarían a una profundidad de 5 mm medidas desde el fondo del lecho.

Para cada rutina experimental que se describe en la sección 3.2.5, se adquiere un registro de fotografías tomadas a una tasa de 1/500 durante un lapso de 5 a 6 segundos, lapso de tiempo que provee un conjunto de imágenes que abarquen a lo menos 3 ciclos de oscilación. Durante los ensayos previos se apreció que este tiempo era suficiente para alcanzar convergencia de los valores obtenidos para la velocidad media. Finalmente, por medio del procesador de MATLAB, PIVlab, es posible determinar la velocidad del flujo en las cercanías del fondo, a partir de un conjunto de imágenes.

En la Figura 3.4, se presenta una rutina experimental donde se implementó PIV.

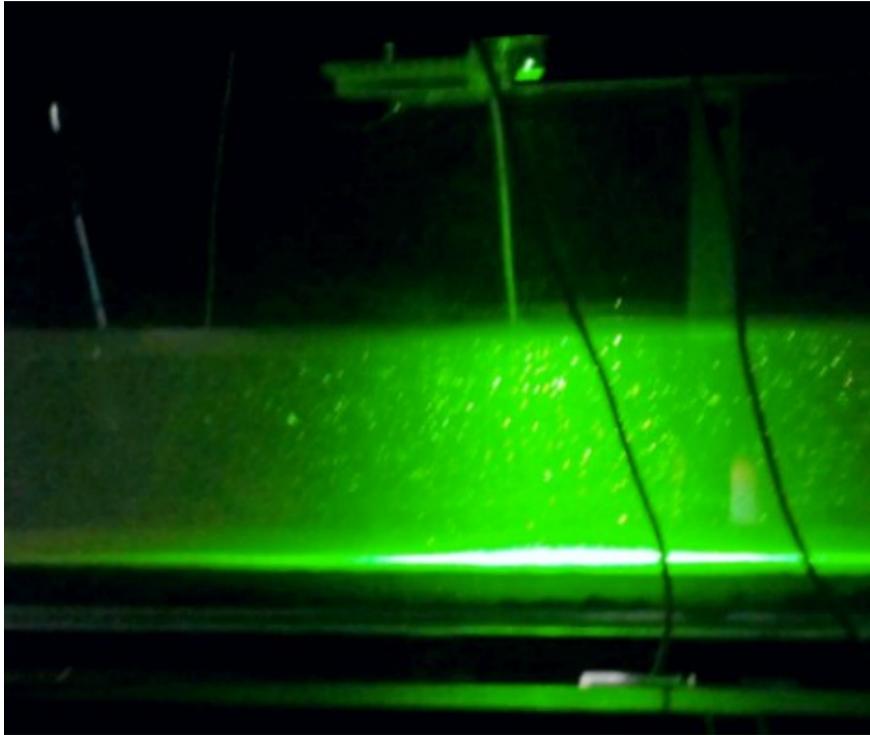


Figura 3.4: Implementación del PIV. En la imagen, se puede observar el láser sobre el lecho y el haz de luz que este provee. Frente a la región iluminada, se posiciona la cámara que registra el flujo.

### 3.2.4. Características del oleaje

Las características del oleaje de cada experimento se determinan por medio del registro de videos mediante una cámara fotográfica Nikon 3Ti. Para esto, se posiciona la cámara sobre un trípode y localiza perpendicularmente a una distancia de 2,16 m frente al canal. Lo anterior, permite visualizar una región de 1,5 m de la zona de prueba de lecho. Para evitar cambios en la escala de color y evitar perturbaciones visuales de elementos ajenos a la instalación, la pared trasera del canal se cubre mediante una plana de acrílico blanco que cubre toda la zona de prueba. Esto permite obtener un registro del oleaje que no presente mayores alteraciones en la escala de color. En seguida, se registra un video a una tasa de 30 cuadros por segundo, durante un lapso de tiempo mayor o igual a  $2T$ , donde  $T$  es el período de la ola generada, con el fin, de registrar a lo menos dos ciclos del oleaje.

Los vídeos registrados son transformados a cuadros mediante MATLAB, y por medio de un procesamiento de imágenes, se obtiene la forma de la superficie libre y se determinan las longitudes características de la ola. Para calcular la longitud de onda, se seleccionan tres cuadros que describan la forma de la superficie libre. Para un cuadro, se mide la distancia entre valle y valle. Para otro cuadro, se mide la distancia entre cresta y cresta. El tercer cuadro corresponde a una tercera medida de alguna de las combinaciones anteriores. Esto entrega tres medidas distintas  $L_1$ ,  $L_2$  y  $L_3$ , respectivamente. Finalmente, la longitud de onda de la ola, se obtiene como el promedio de las tres mediciones, es decir:  $\bar{L} = (L_1 + L_2 + L_3)/3$ . Para calcular la altura de onda, se analizan todos los cuadros registrados durante la filmación.

Para cada imagen, se obtiene la máxima amplitud que alcanza la superficie libre. Como resultado, para cada experimento se obtiene un conjunto  $H_{exp} = \{H_1, H_2, H_3, \dots, H_m\}$  donde  $m = 30/t_f$  es igual a la cantidad de cuadros por vídeos, registrados a una tasa de 30 cuadros por segundo durante un intervalo de tiempo  $t_f$ . Finalmente, se obtienen tres alturas de ondas características para la ola a partir del conjunto de datos  $H_{exp}$ :

– **Altura promedio:**

$$H_m = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m H_i \quad (3.1)$$

– **Altura cuadrática media:**

$$H_{rms} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m H_i^2} \quad (3.2)$$

– **Altura significativa:** corresponde a una valor estadístico utilizado en hidráulica marítima para obtener un valor representativo del oleaje que se tiene en un sector en específico durante un período de tiempo. Se obtiene como la media aritmética de las alturas del tercio de las olas de mayor altura registrada. Se denota por el símbolo  $H_{1/3}$ . Hay que indicar que no hay relación que permita encontrar la altura máxima de la ola,  $H_{max}$  a partir de la altura significativa (Puig, 1998).

La frecuencia  $\omega$  de la ola, se obtiene por medio de un tacómetro digital modelo M4W-C conectado al disco giratorio descrito en la sección 3.1.1. Este mide sin mayores problemas las revoluciones por minuto que es capaz de alcanzar el disco en un rango continuo de frecuencias hasta un valor de 225 rpm.

### 3.2.5. Procedimiento Experimental

Como se indicó en la sección 3.2, el objetivo del trabajo experimental es determinar las características de la ola, en particular su frecuencia,  $\omega$ , que genera una velocidad orbital en el fondo,  $U_m$ , tal que es capaz de generar arrastre de sedimento.

Se realizaron un total de diez experimentos. Cada uno considera una reología ( $n$ ,  $K$ ) y un diámetro de partícula ( $D_s$ ) diferentes. Su distribución se presenta en la Tabla 3.3, donde las características de cada fluido y de las arenas, corresponden a los indicados en las Tablas 3.1 y 3.2, respectivamente.

Considerando un diámetro y reología fijos, las variables del problema resultan ser dos: las características del flujo oscilatorio, definidas y reguladas por medio de la frecuencia,  $\omega$ , y amplitud de oscilación,  $R$ , de la paleta, que se controla por medio del sistema mecánico descrito en la sección 3.1.1. La otra variable del problema es la altura de flujo,  $h$ . Acorde a lo presentado en el Capítulo 2, la velocidad en el fondo depende de las características del oleaje, que dependen directamente de la altura de flujo. Así entonces, para cada uno de los experimentos presentados en la Tabla 3.3, se determinan distintas configuraciones de  $\omega$ ,  $R$ ,  $h$ , tal que generan las condiciones posibles para que exista arrastre del material.

Para efectos experimentales, se considera como movimiento incipiente cuando algunas pocas partículas (una o dos) sobre el lecho comienzan a desplazarse en torno a su posición de equilibrio. Este se determina visualmente.

A continuación, en las secciones subsecuentes, se detalla la metodología experimental empleada durante el trabajo en el laboratorio.

Tabla 3.3: Conjunto de experimentos agrupados según reología y diámetro de partículas.

$ID_{fluido}$	$ID_{arena}$
W1	A
W2	B
PL1	B
PL2	A
PL3	A
PL4	C
PL5	C
PL6	C
PL7	D
PL8	C

### Consideraciones experimentales

Los valores hallados de  $\omega$ ,  $R$ ,  $h$ , están restringidos por las limitaciones de la instalación. En el caso de la frecuencia, esta se encuentra limitada hasta un valor máximo  $\omega_{max} = 150$  rpm y un mínimo  $\omega_{min} = 25$  rpm, definidos por los límites de operación de la instalación. La amplitud de oscilación máxima queda definida por el máximo radio de giro del disco y es igual a  $R_{max} = 16$  cm. A pesar de que el mínimo radio de giro es igual a 0,1 cm, los experimentos con soluciones acuosas no consideraron amplitudes menores a 5 cm, mientras que, para las soluciones acuosas con CMC, no se consideraron amplitudes menores a 6 cm. Lo anterior se debe a que no se observó arrastre de sedimento, o bien, la frecuencia asociada a esa configuración se encuentra por debajo del umbral mínimo de operación del sistema mecánico igual a 25 rpm. Luego, para el agua  $R_{min} = 5$  cm, mientras que para el CMC,  $R_{min} = 6$  cm.

La altura de flujo para las soluciones acuosas, queda delimitada por una altura máxima de 26 cm, puesto que para alturas mayores el oleaje supera las dimensiones del canal. Para soluciones con CMC, la altura queda condicionada por la capacidad del estanque de mezcla, igual a 150 litros. Así entonces, considerando las dimensiones del canal, la máxima altura que puede alcanzarse con el volumen de fluido disponible es igual a 25 cm. Sin embargo, no es posible transportar todo el volumen de fluido desde el mezclador hacia el canal, pues, este se encuentra a una elevación de 2,6 m sobre el nivel de fondo del canal y a una distancia de 8 m de separación, por lo que el transporte de fluido se realiza por medio de una manguera, que se conecta a una elevación de 10 cm desde el fondo del estanque de mezcla. Luego, siempre existe un volumen muerto que queda retenido y es aproximadamente de 30 litros. De este modo, la máxima altura de flujo presentada con CMC fue de 22 cm. Para todas reologías la altura

mínima quedó definida por un valor de 10 cm, pues, no se observó arrastre de sedimento, o bien, la frecuencia asociada a esa configuración se encontraba fuera del rango de operación del montaje, para valores menores de la altura de flujo.

Todas las configuraciones de datos halladas comienzan con un lecho inicialmente plano. Para asegurar esta condición se pasa por sobre el lecho una pala de acrílico que raza la superficie y la nivela. Para las configuraciones con soluciones acuosas que presentaron arrastre incipiente, se observó la presencia de ondulaciones que se distribuían en distintos sectores del canal. Estas tenían diferente localizaciones dentro de la zona de prueba, formas y tamaños, dependiendo de las distintas configuraciones experimentales. Para el caso de las soluciones acuosas con CMC, para las configuraciones con arrastre incipiente, no se observó la presencia de formas de este tipo, sólo deformaciones leves sobre el lecho. En la Figura 3.5, se muestra la zona de prueba para una solución acuosa antes de iniciar el experimento y 5 minutos después de hallada la condición de arrastre incipiente.



(a) Condición de lecho plano.



(b) Ondulaciones presenciadas para una solución acuosa.

Figura 3.5: Zona de prueba durante una rutina experimental.

## Metodología experimental

Para reología y diámetro dados, cada experimento se desarrolló acorde a la siguiente metodología:

1. El canal se llena de fluido hasta una altura  $h_0 = h_{max}$ . Donde  $h_{max}$  queda limitada a 26 cm para el agua y 22 cm para soluciones con CMC.
2. Se fija una amplitud de oscilación  $R_0 = 16$  cm definiendo el radio de giro del disco. Se define una frecuencia,  $\omega$ , tal que,  $\omega \geq \omega_{min}$ . El sistema se enciende y el oleaje al desplazarse por el canal interactúa con el lecho.
3. Para una amplitud de oscilación y altura de flujo dada, la frecuencia  $\omega$  se incrementa gradualmente hasta observar el arrastre incipiente sobre el lecho. El resultado entrega un valor  $\omega_0$  para una amplitud  $R_0$  y altura  $h_0$ .

4. Para las condiciones de flujo halladas, se mide la velocidad máxima  $U_m$  y se registran las características del oleaje siguiendo la metodología descrita en la sección 3.2.
5. Considerando  $h_0$  fijo, se repiten los pasos 2, 3 y 4, considerando una nueva amplitud de oscilación,  $R_1$ , tal que,  $R_1 < R_0$ . El proceso se repite sucesivamente para una misma altura de flujo, hasta que  $\omega$  alcance su umbral máximo, o bien,  $R$  supere su umbral mínimo. El resultado de este proceso está dado por un conjunto de datos de la forma  $EX_{h_0} = \{(R_1, \omega_1), (R_2, \omega_2), \dots, \}$ .
6. Determinado  $EX_{h_0}$ , se vacía el canal hasta una altura  $h_1 = h_0 - \Delta h$  y se repiten los pasos anteriores desde el punto 2. Se utiliza un  $\Delta h = 1 - 2$  cm, de forma de evitar experimentos con condiciones similares entre sí. Con esto se obtiene  $EX_{h_1}$ .
7. Los experimentos finalizan cuando se obtien el último conjunto de datos dado por  $EX_{h_n=10cm}$ .

La metodología descrita permite recolectar por cada reología un conjunto de datos de la forma  $EX_{n,K,D_s} = \{EX_{h_0}, EX_{h_1}, \dots, EX_{h_n}\}$ . Para los pares presentados en la Tabla 3.3, se recolectó un total de 138 configuraciones distintas de  $\omega$ ,  $R$ ,  $h$ , que definen el arrastre incipiente del sedimento.

# Capítulo 4

## Desarrollo Teórico

### 4.1. Condición de equilibrio de una partícula esférica expuesta sobre el lecho para flujo oscilatorio

Consideremos una partícula esférica aislada que reposa sobre un lecho horizontal sumergida en un medio fluido y sometida a los efectos de un flujo oscilatorio laminar que generan el campo de velocidades en el fondo dado por:

$$U(D_s/2) = U_m \sin(\omega t) \quad ; \quad W = 0 \quad (4.1)$$

donde  $U$  y  $W$ , son las componentes de la velocidad horizontal y vertical a una altura  $D_s/2$  medida desde el fondo, respectivamente;  $U_m$  es la velocidad orbital máxima,  $\omega$  es la frecuencia de oscilación del flujo y  $D_s$  es el diámetro del grano.

La partícula al ser expuesta al flujo puede ser desestabilizada debido a las fuerzas hidrodinámicas que actúan sobre ella. Acorde al esquema presentado en la figura 4.1, las fuerzas involucradas están dadas por el peso ( $W$ ), la fuerza de empuje ( $E$ ), la fuerza de fricción coulombica debido al contacto con el lecho ( $F_R$ ), y las fuerzas hidrodinámicas, representadas por las fuerzas de arrastre ( $F_D$ ), sustentación ( $F_L$ ) y masa agregada (o masa virtual) ( $F_m$ ).

El esquema permite escribir las ecuaciones de movimiento de la partícula. Para la componente horizontal, la inercia  $I = m\ddot{x}$  está dada por la suma de las fuerzas que actúan sobre ella, es decir,

$$I = F_D + F_m - F_R \quad (4.2)$$

Para el eje vertical, la ecuación 4.1 implica que no existe movimiento y en consecuencia, las fuerzas verticales se encuentran en equilibrio, condición que nos permite hallar una expresión para la fuerza normal,  $N$ .

$$N = W - E - F_L \quad (4.3)$$

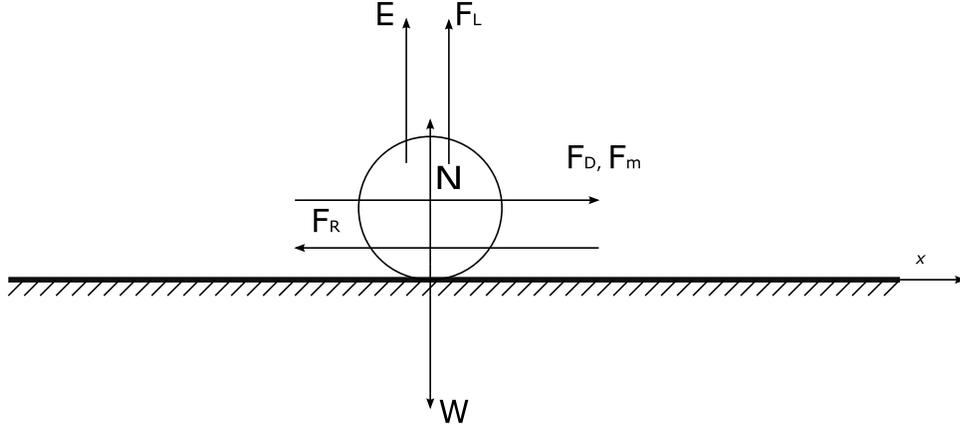


Figura 4.1: Fuerzas ejercidas sobre una partícula sumergida.

A continuación, se identifica cada una de las fuerzas que interactúan sobre el grano. Considerando una geometría esférica, la fuerza peso y de empuje se escriben como sigue:

$$W = \rho g \frac{\pi D_s^3}{6} \quad ; \quad E = \rho_s g \frac{\pi D_s^3}{6} \quad (4.4)$$

donde  $g$  es la aceleración de gravedad,  $\rho$  es la densidad del fluido y  $\rho_s$  es la densidad de la partícula. El roce Coulómbico está dado por

$$F_R = \mu N = \mu(W - E - F_L) = \mu \left( g \frac{\pi D_s^3}{6} (\rho_s - \rho) - F_L \right) \quad (4.5)$$

donde  $\mu$  es el coeficiente de fricción, que puede ser expresado en función del ángulo de fricción interna del grano  $\phi$ , por medio de la relación  $\mu = \tan(\phi)$ . Para arenas, el valor del ángulo de fricción interna varía en un rango de  $28^\circ$  a  $38^\circ$  dependiendo de su grado de compactación (MAGNAN, 1991). Para efectos de este estudio se utiliza un valor  $\Phi = 34^\circ$  correspondiente a una arena de compactación media, con lo que se obtiene un coeficiente de fricción  $\mu = 0,675$ .

Las fuerzas de arrastre y sustentación, comúnmente se representan por una relación que es proporcional a  $U^2$  (Jenkins & Inman, 1977; Morison et al., 1950), donde las ecuaciones para cada una están dadas por:

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho \frac{\pi D_s^2}{4} U^2 \quad ; \quad F_L = \frac{1}{2} C_L \rho \frac{\pi D_s^2}{4} U^2 \quad (4.6)$$

donde  $U$  es la velocidad orbital del flujo, es decir, la componente horizontal del campo de velocidades,  $\frac{\pi D_s^2}{4}$  es la superficie proyectada sobre la que actúan las fuerzas, y  $C_D$  y  $C_L$  son los coeficientes de arrastre y sustentación, respectivamente.

La masa agregada corresponde a la fuerza requerida para acelerar el fluido que está alrededor de la partícula a medida que esta se desplaza debido a la inercia del flujo. En los

estudios de Morison et al. (1950), la fuerza de masa agregada se expresa como:

$$F_m = \frac{1}{2} C_m \rho \frac{\pi D_s^3}{6} \frac{dU}{dt} \quad (4.7)$$

donde  $C_m$  es el coeficiente de masa agregada, que depende de la geometría del cuerpo sumergido (Corona Cruz et al., 2013) y  $\frac{\pi D_s^3}{6}$  es el volumen de la partícula.

Así entonces, reemplazando 4.5, 4.6 y 4.7 en 4.2, se obtiene que la inercia de la partícula es igual a:

$$I = \frac{1}{2} C_D \rho \frac{\pi D_s^2}{4} U^2 + \frac{1}{2} C_m \rho \frac{\pi D_s^3}{6} \frac{dU}{dt} - \mu \left( g \frac{\pi D_s^3}{6} (\rho_s - \rho_f) - \frac{1}{2} C_L \rho \frac{\pi D_s^2}{4} U^2 \right) \quad (4.8)$$

Es fácil notar que la relación 4.8 es dependiente del tiempo, debido a la forma del campo de velocidades del flujo en el fondo dado por la ecuación 4.1. Por lo tanto, el objetivo es determinar el valor  $t_*$ , tal que la inercia de la partícula satisface una condición de equilibrio, vale decir,  $I(t_*) = 0$ . El valor de  $t_*$  resulta de maximizar la función  $I = I(t)$ , que se obtiene de:

$$\frac{dI}{dt} = 0 \quad (4.9)$$

Sin embargo, la resolución de la ecuación 4.9 depende directamente de los coeficientes  $C_D$ ,  $C_L$  y  $C_m$ , que a su vez, se relacionan con las características del flujo en torno a la partícula y, por lo tanto, deben ser previamente definidos.

Existe una gran cantidad de estudios teóricos, empíricos y semiempíricos dedicados a estudiar el efecto de las fuerzas hidrodinámicas sobre un cuerpo sumergido en flujos oscilatorios (Basset, 1889; Blackburn, 2002; Chang & Maxey, 1994, 1995; Huse et al., 1987; Jenkins & Inman, 1977; Keulegan & Carpenter, 1958; Maull & Milliner, 1978; Morison et al., 1950; Sarpkaya, 1975). En estas investigaciones se ha determinado que éstos coeficientes dependen directamente de las características del flujo en torno al cuerpo sumergido y de los efectos viscosos del fluido. Ambas características se representan por medio de la utilización de los adimensionales  $\mathbb{R}e_p$  y  $KC$ , sin embargo, la importancia de estos adimensionales en el arrastre de material granular cobra mayor o menor relevancia dependiendo del régimen de flujo definido por el número de Reynolds. Típicamente, debido al número de variables involucradas, los rangos de análisis se restringen a flujos que satisfacen  $\mathbb{R}e_p \gg 1$  y  $\mathbb{R}e_p \ll 1$ , donde el problema se independiza del número de Keulegan-Carpenter. Las investigaciones que abordan directamente la dependencia con el adimensional  $KC$  utilizan valores del número de Reynolds fijos, y para un rango limitado de valores del número de Keulegan-Carpenter, y no permiten extrapolar los resultados para otras condiciones de flujo.

La dependencia de los coeficientes hidrodinámicos con el número de Reynolds, permite introducir la reología del fluido (definida por el coeficiente de consistencia  $K$  y el índice de flujo  $n$ ) como variable del problema por medio del uso de la viscosidad efectiva  $\nu_{eff}$  definida

en el Capítulo 2 (Kozicki et al., 1966; Tamburrino et al., 2016). A partir de lo anterior, el análisis puede extenderse para los fluidos pseudoplásticos.

En las secciones subsecuentes, se presenta el desarrollo del análisis de fuerzas que permiten definir la condición de equilibrio de la partícula sumergida, es decir, determinar la condición que para el arrastre incipiente del material.

## 4.2. Condición de equilibrio para $\mathbb{R}e_p \gg 1$

Para este caso, los valores de los coeficientes de arraste, sustentación y masa agregada, se suponen como constantes y el flujo en torno a la partícula está caracterizado por la velocidad en el fondo dada por la ecuación 4.1, y en consecuencia, la inercia de la partícula (ecuación 4.8) resulta ser:

$$I = \frac{1}{2}\rho\frac{\pi D_s^2}{4}U_m^2 \sin^2(\omega t) [C_d + \mu C_L] + \frac{1}{2}C_m\rho\frac{\pi D_s^3}{6}U_m\omega \cos(\omega t) - \mu g\frac{\pi D_s^3}{6}(\rho_s - \rho_f) \quad (4.10)$$

Así entonces, el tiempo  $t_*$  que satisface la condición de equilibrio se determina al reemplazar la relación 4.10 en 4.9, con lo que se obtiene:

$$\rho\frac{\pi D_s^2}{4}U_m^2\omega \sin(\omega t) \cos(\omega t) [C_d + \mu C_L] - \frac{1}{2}C_m\rho\frac{\pi D_s^3}{6}U_m\omega^2 \sin(\omega t) = 0 \quad (4.11)$$

de donde se desprende que el tiempo  $t_*$  que maximiza la inercia de la partícula es igual a:

$$t_* = \frac{1}{\omega} \arccos\left(\frac{1}{3}\frac{C_m}{C_D + \mu C_L}\frac{1}{KC}\right) \quad (4.12)$$

Reemplazando 4.12 en 4.10, se tiene que la condición de equilibrio está dada por:

$$\frac{1}{2}\rho\frac{\pi D_s^2}{4}U_m^2 \sin^2(\omega t_*) [C_d + \mu C_L] + \frac{1}{2}C_m\rho\frac{\pi D_s^3}{6}U_m\omega \cos(\omega t_*) - \mu g\frac{\pi D_s^3}{6}(\rho_s - \rho_f) = 0 \quad (4.13)$$

Tras un poco de manipulación algebraica, la ecuación se escribe como sigue:

$$\mathbb{F}r_d^2 = \frac{\mu}{\frac{3}{4}\sin^2(\omega t_*) [C_d + \mu C_L] + \frac{C_m}{2}\frac{1}{KC}\cos(\omega t_*)} \quad (4.14)$$

donde  $\mathbb{F}r_d^2 = \frac{U_m^2}{gRD_s}$ ,  $KC = A/D_s$ , siendo  $A$  la máxima semi-excursión orbital en las cercanías del fondo relacionada mediante la velocidad máxima por medio de  $U_m = \omega A$ .

Huse et al. (1987), proponen que el coeficiente de arrastre para cuerpos sumergidos en flujos oscilatorios es igual al coeficiente de arrastre para flujos unidireccionales multiplicado por un factor que considera los efectos del flujo. Ambos se relacionan por medio de

$$C_D = C_{DS} \left( 1 + \sqrt{\frac{C_{DS}}{2KC_e}} \right)^2 \quad (4.15)$$

donde  $e = 2,781$  y  $C_{DS}$  es el coeficiente de arrastre para flujos unidireccionales. Para efectos de este estudio, se utiliza el coeficiente de arrastre propuesta por Ceylan et al. (1999), quienes estudiaron la fuerza de arrastre ejercida sobre una esfera debido a flujos unidireccionales de fluidos no-newtonianos.

$$C_{DS} = \frac{24}{\mathbb{R}e_p} \left[ 3^{2n-3} \left( \frac{n^2 - n + 3}{n^{3n}} \right) + \frac{4n^4}{24\mathbb{R}e_p^{\frac{n-3}{3}}} \right] \quad (4.16)$$

donde la ecuación es válida para un esfera sumergida en un flujo sin efectos de pared en un rango  $10^{-3} < \mathbb{R}e_p < 10^3$ . Esto permite extender el análisis para los fluidos pseudoplásticos.

Por otra parte, Tamburrino et al. (2016) al estudiar el arrastre de material en flujos unidireccionales de fluidos no-newtonianos, considera que la suma  $C_D + \mu C_L$  presente en el divisor de la ecuación 4.14, puede reducirse a una expresión de la forma  $C_D(1 + \mu\alpha)$ , siendo  $\alpha$  una constante que representa la proporción entre los coeficientes de arrastre y sustentación  $C_L/C_D = \alpha$ . En este estudio, se indica que para valores bajos del número de Reynolds, los efectos de la sustentación son depreciables frente a la fuerza de arrastre y alcanzan un valor mínimo de  $\alpha = 0,066$ , para  $\mathbb{R}e_p = 1$ . Para números de Reynolds del orden de 50, que se encuentra dentro del rango de estudio de la presente investigación, el valor de  $\alpha$  no tiene una fluctuación importante respecto al presentado, de modo que el coeficiente de sustentación se expresa como:

$$C_L = 0,066C_D \quad (4.17)$$

El coeficiente de masa agregado utiliza corresponde al de una esfera sujeta a los efectos hidrodinámicos de un corriente unidireccional y es igual a  $C_m = 0,5$  (Brown & Lawler (2003)).

La ecuación 4.14 corresponde a una relación adimensional para caracterizar el arrastre incipiente de las partículas, definida en función de: (1) el número de Froude densimétrico  $\mathbb{F}r_d^2 = \frac{U_m^2}{gRD_s}$ , que representa una proporción entre la inercia del flujo y la fuerza de gravedad que resiste la partícula, (2) los coeficientes hidrodinámicos del flujo  $C_D$ ,  $C_L$  y  $C_m$ , que permiten incorporar los efectos del flujo en torno a la partícula y los efectos viscosos del fluido por medio del número de Reynolds de la partícula  $\mathbb{R}e_p$ , (3) el número de Keulegan-Carpenter  $KC$  que incorpora los efectos del flujo oscilatorio y (4) el coeficiente friccional  $\mu$ . En particular, la dependencia del número de Keulegan-Carpenter y del número de Reynolds, entrega la oportunidad de evaluar la sensibilidad para la curva propuesta frente a estos parámetros. En la Figura 4.2 se presenta el comportamiento del número de Froude densimétrico en función de  $\mathbb{R}e_p$  para valores fijos de  $KC$ , mientras que en la Figura 4.4, se exhibe el comportamiento

del adimensional en función de  $KC$  para valores fijos de  $\mathbb{R}e_p$ . Como el coeficiente de arrastre también es dependiente del índice de flujo, en ambas Figuras se considera un valor característico  $n = 0,75$ . Para evaluar la sensibilidad del problema ante el índice de flujo, en la Figura 4.3 se presenta la curva teórica para distintos índices de flujos y valores del número de Keulegan-Carpenter.

De las curvas presentadas se desprende que el problema es altamente dependiente del número de Reynolds, en la Figura 4.2 se exhibe que a medida aumenta este parámetro también se eleva el umbral para el arrastre incipiente. La dependencia con el Keulegan-Carpenter cobra relevancia cuando se encuentra en un rango de  $KC < 100$ . En particular, se observa que la diferencia para el valor de  $\mathbb{F}r_d^2$  es del orden del valor de  $1/KC$ , es decir, para valores de  $KC < 100$  la diferencia del valor del número de Froude densimétrico es del orden de  $10^{-1}$ . Como consecuencia de esto, para valores grandes de  $KC$  el problema prácticamente se vuelve insensible ante este parámetro y depende exclusivamente del número de Reynolds.

Cuando el problema se analiza desde las características reológicas del fluido, la Figura 4.3 indica que el índice de flujo es un agente importante en el problema. Para una familia de curvas caracterizadas por distintos índices de flujos pero un mismo valor de  $KC$ , las diferencias para el valor del número de Froude densimétrico son del orden  $10^{-1}$ . Como los valores de este parámetro se encuentran en una vecindad en torno al orden de la unidad, el efecto de la reología del fluido no puede ser despreciado.

En general, la curva planteada se muestra altamente dependiente ante la elección del coeficiente de arrastre, pero se muestra insensible ante los coeficientes de sustentación y masa agregada.

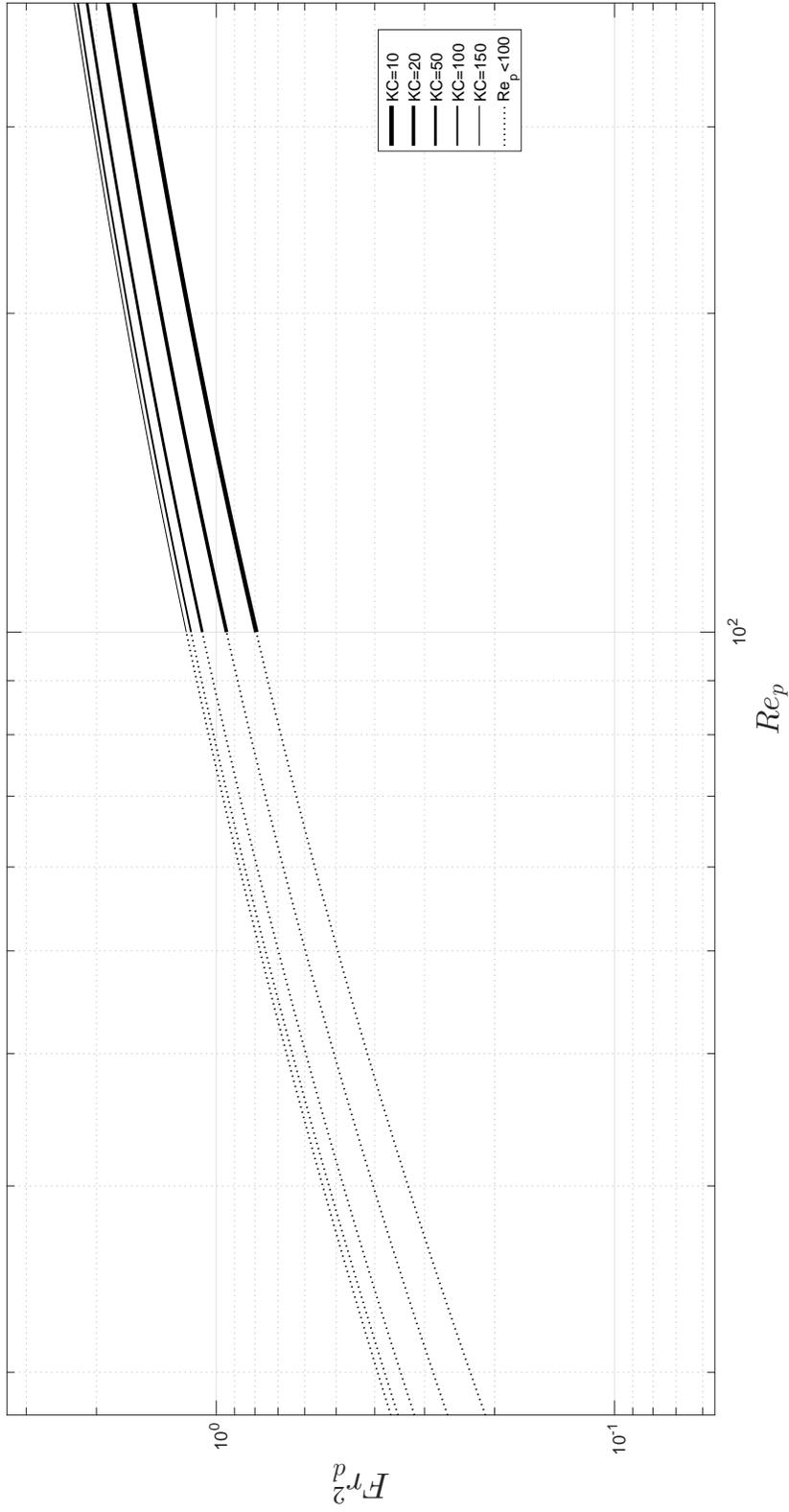


Figura 4.2: Condición de arrastre incipiente en flujo oscilatorio para  $Re_p \gg 1$  en función del número de Reynolds para números de Keulegan-Carpenter fijos. El índice de flujo se supone  $n = 0,75$ .

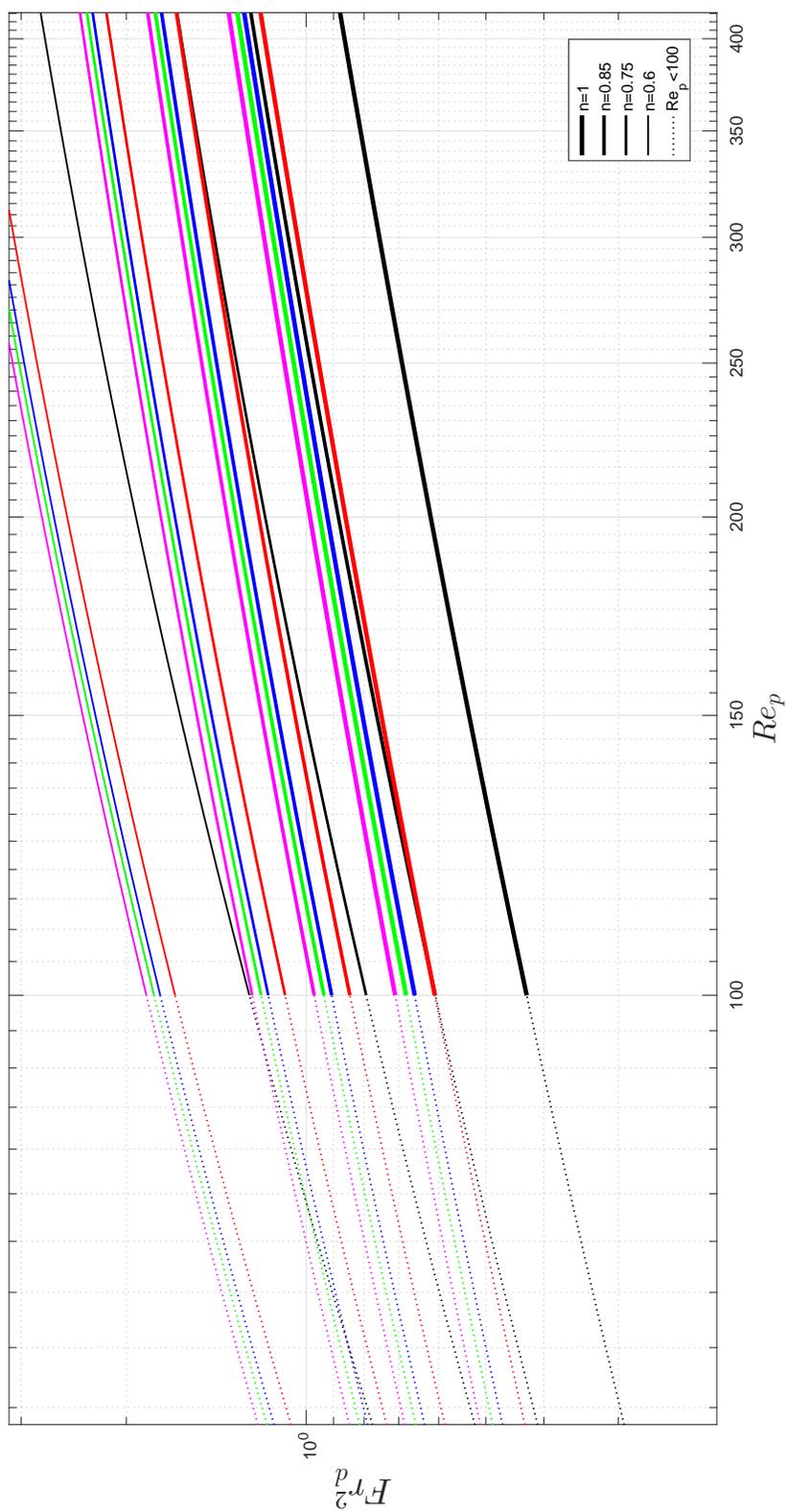


Figura 4.3: Condición de arrastre incipiente en flujo oscilatorio para  $Re_p \gg 1$  en función del número de Reynolds para para distintos índices de flujo. Cada color representa un valor fijo del número de Keulegan-Carpenter siendo: (1) negro:  $KC = 10$ , (2) rojo:  $KC = 50$ , (3) azul:  $KC = 100$ , (4) verde:  $KC = 150$  y (5) magenta:  $KC = 50$ .

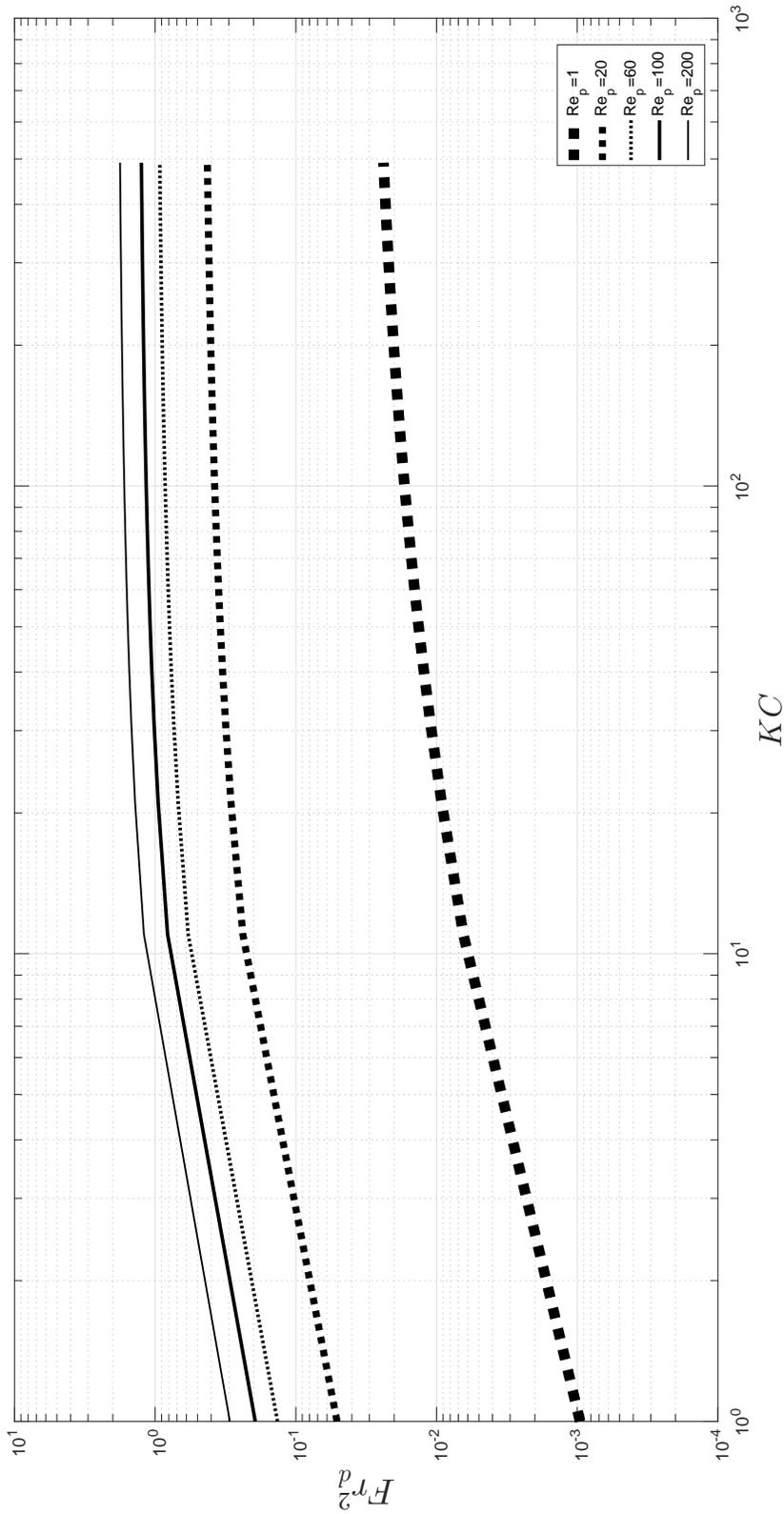


Figura 4.4: Condición de arrastre incipiente en flujo oscilatorio para  $Re_p \gg 1$  en función del número de Keulegan-Carpenter para números de Reynolds fijos. El índice de flujo se supone  $n = 0,75$ .

### 4.3. Condición de equilibrio para $\mathbb{R}e_p \ll 1$

Para este régimen de flujo, Blackburn (2002), Chang & Maxey (1994, 1995), desprecian el efecto de la fuerza de sustentación sobre el cuerpo sumergido, pues, para  $\mathbb{R}e_p \ll 1$  tanto la velocidad del flujo como el diámetro de la partícula son lo suficientemente pequeños como para despreciar la aceleración convectiva. En consecuencia, las fuerzas hidrodinámicas están dadas por el arrastre y la masa agregada. Ambos se agrupan en un sólo término de la forma:

$$F_{DB} = \frac{1}{2} C_{DB} \rho \frac{\pi D_s^2}{4} U_m^2 \quad (4.18)$$

donde  $U_m$  es la máxima velocidad orbital y corresponde a la amplitud de oscilación de la ecuación 4.1.  $C_{DB}$  es el coeficiente de arrastre determinado por Basset (1889) e igual a:

$$C_{DB} = -\frac{4}{3KC} \sin(\omega t) - \frac{2}{3KC} \sin(\omega t) + \frac{24}{\mathbb{R}e_p} \cos(\omega t) - \frac{12}{(\mathbb{R}e_p \cdot KC)^{1/2}} \sin(\omega t - \pi/4) \quad (4.19)$$

Estas nuevas consideraciones del problema, obligan a modificar la inercia de la partícula. De esta forma reescribimos la ecuación 4.8 como sigue

$$I = \frac{1}{2} C_{DB} \rho \frac{\pi D_s^2}{4} U_m^2 - \mu g \frac{\pi D_s^3}{6} (\rho_s - \rho) \quad (4.20)$$

donde la dependencia del tiempo está dada por el coeficiente de arrastre de Basset. Así entonces, reemplazando 4.20 en 4.9, se obtiene

$$-\frac{4\omega}{3KC} \cos(\omega t) - \frac{2\omega}{3KC} \cos(\omega t) + \frac{24}{\mathbb{R}e_p} \sin(\omega t) - \frac{12\omega}{(\mathbb{R}e_p \cdot KC)^{1/2}} \cos(\omega t - \pi/4) = 0 \quad (4.21)$$

Al resolver, se encuentra que el tiempo  $t_*$  que define la condición de equilibrio está dado por:

$$t_* = \frac{1}{\omega} \arctan \left( -\frac{\frac{1}{KC} + \frac{3\sqrt{2}}{(\mathbb{R}e_p \cdot KC)^{1/2}}}{\frac{12}{\mathbb{R}e_p} + \frac{3\sqrt{2}}{(\mathbb{R}e_p \cdot KC)^{1/2}}} \right) \quad (4.22)$$

Reemplazando 4.22 en 4.20, la condición de equilibrio está dada por

$$\frac{1}{2} C_{DB}(t_*) \rho_f \frac{\pi D_s^2}{4} U_m^2 - \mu g \frac{\pi D_s^3}{6} (\rho_s - \rho) = 0 \quad (4.23)$$

Luego de un poco de manipulación algebraica, la relación anterior se reescribe como sigue:

$$\mathbb{F}r_d^2 = \frac{4}{3} \frac{\mu}{C_{DB}(t_*)} \quad (4.24)$$

De la ecuación 4.24 es fácil ver que se recupera el parámetro  $\mathbb{F}r_d^2$ , sin embargo, ahora existe una dependencia explícita de los adimensionales  $\mathbb{R}e_p$  y  $KC$ , debido a la deficiencia del coeficiente de Basset  $C_{DB}(t_*)$ . Para el rango  $\mathbb{R}e_p \ll 1$ , los términos que contienen al número de Reynolds de la partícula en la ecuación 4.19 son predominantes ante aquellos ligados al número de Keulegan-Carpenter, y en consecuencia, para valores muy pequeños de  $\mathbb{R}e_p$  el problema se vuelve independiente de  $KC$ . Luego, para este rango el parámetro que toma mayor relevancia corresponde al número de Reynolds, y la condición de arrastre incipiente queda definida a partir del adimensional  $\mathbb{F}r_d^2$  en función de  $\mathbb{R}e_p$  para un valor de  $KC$  fijo. Alternativamente, la relación puede ser reescrita en función del número  $KC$  para números de Reynolds fijos. Ambos resultados se exhiben en las figuras 4.5 y 4.6. En ambas gráficas, es posible notar que el valor  $\mathbb{F}r_d^2$  es dependiente principalmente del número de Reynolds de la partícula y es poco sensible ante variaciones del número de Keulegan-Carpenter.

A diferencia del análisis realizado para  $\mathbb{R}e_p \gg 1$ , no existe una segregación de las curvas por reologías, pues, este parámetro se incluye por medio de la utilización de la viscosidad efectiva  $\nu_{eff}$  dentro del número de Reynolds.

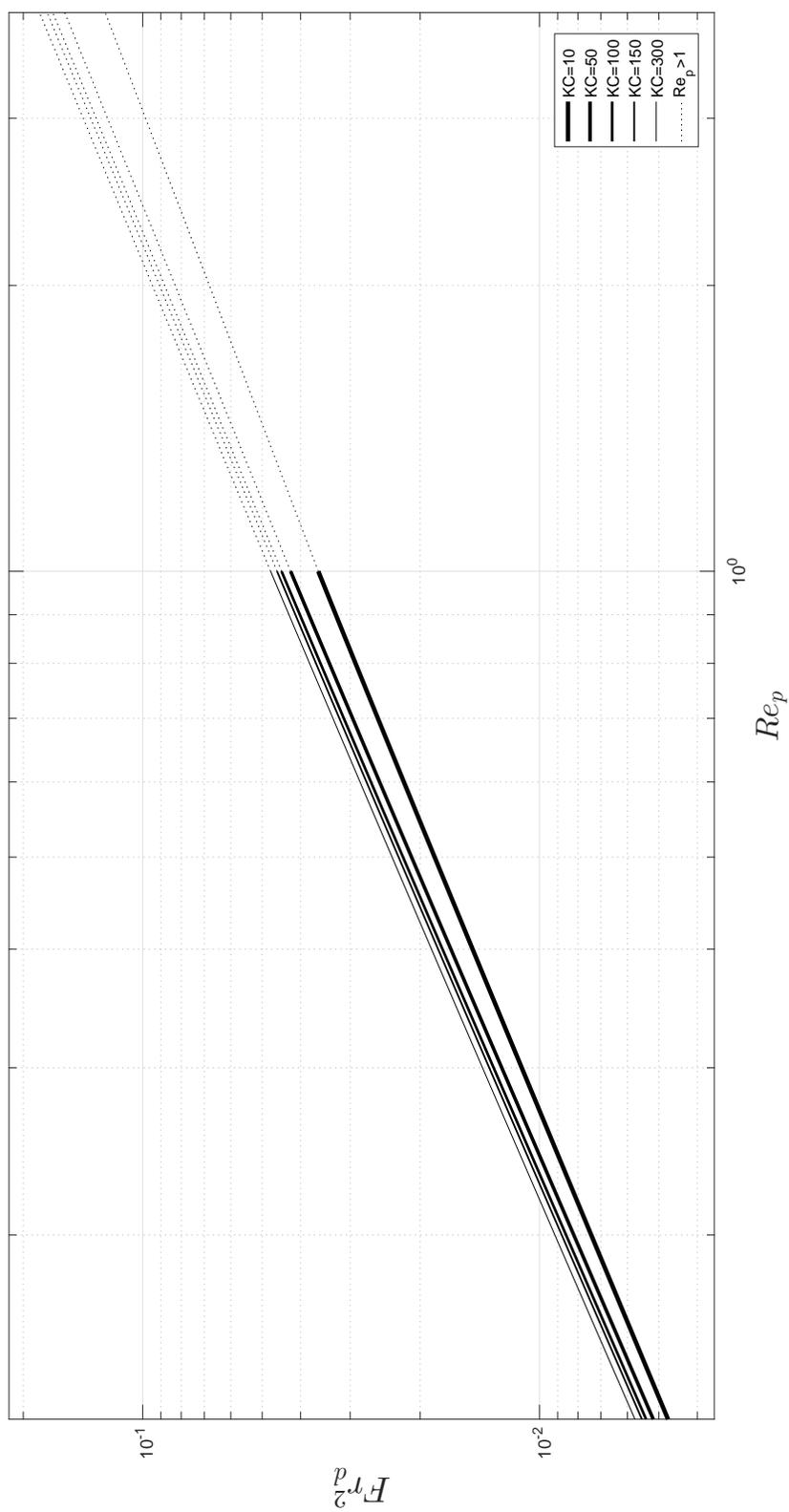


Figura 4.5: Condición de arrastre incipiente en flujo oscilatorio para  $Re_p \ll 1$  en función del número de Reynolds para números de Keulegan-Carpenter fijos.

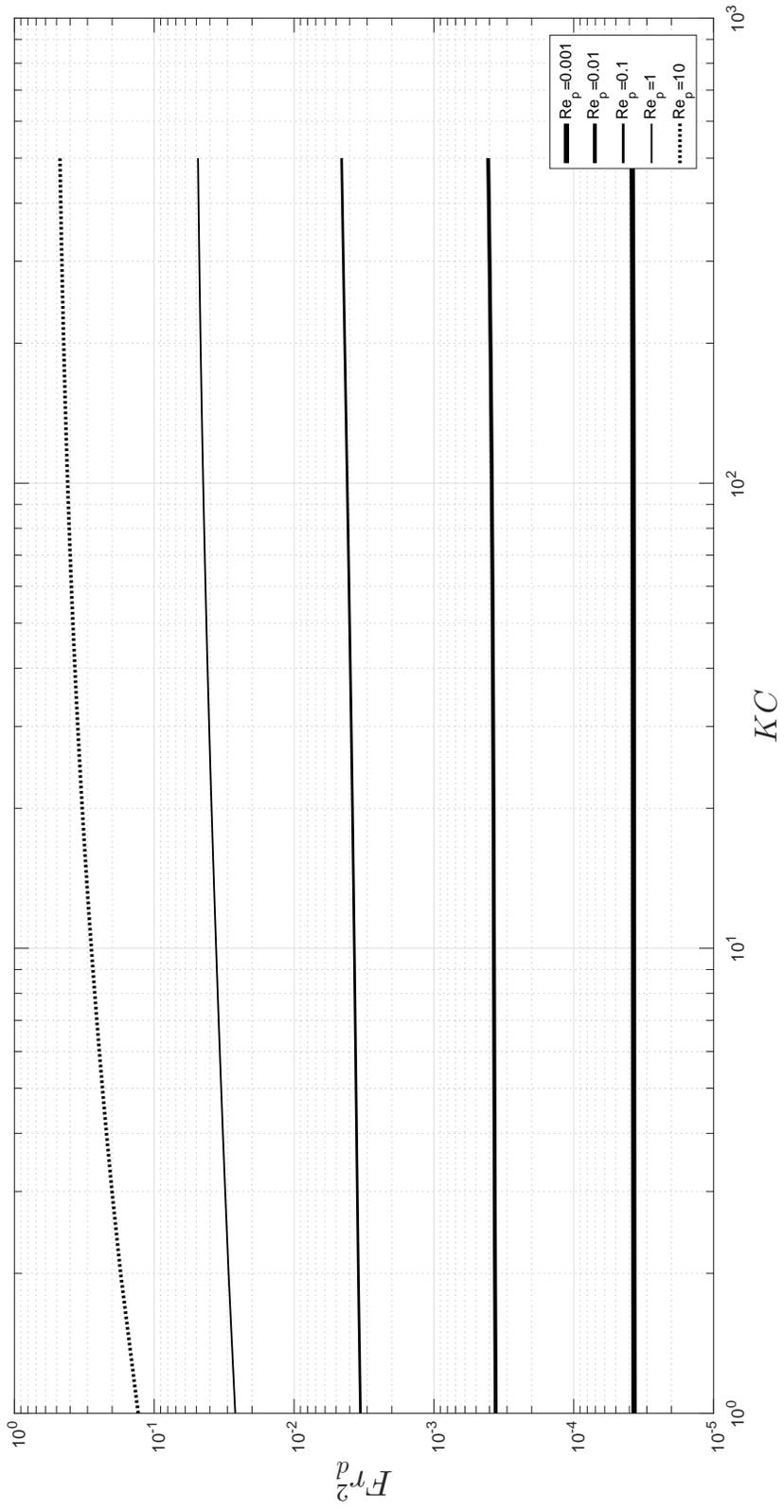


Figura 4.6: Condición de arrastre incipiente en flujo oscilatorio para  $Re_p \ll 1$  en función del número de Keulegan-Carpenter para números de Reynolds fijos.

# Capítulo 5

## Presentación y Análisis de Resultados

En el presente capítulo, se muestran los principales resultados obtenidos mediante el trabajo experimental y sus análisis respectivos. En general, se presentan resultados parciales y finales. El detalle de los registros experimentales y de los cálculos intermedios se puede revisar en la sección de Anexos de esta memoria.

### 5.1. Características del flujo

Para efectos de este estudio, el flujo se clasifica según dos criterios. Según los números de Reynolds característicos y el número de Keulegan-Carpenter, adimensionales que definen el régimen del flujo, y según las características del oleaje que originan el flujo oscilatorio.

#### 5.1.1. Según las características del flujo en el fondo

En la tabla 5.1, se presenta el rango de valores en el que se encuentran los adimensionales que caracterizan el flujo en el fondo, es decir, el número de Reynolds (del flujo y la partícula) y el número de Keulegan-Carpenter.

Acorde al criterio de Kamphuis (1975), la gran mayoría de los experimentos, a excepción de uno, está asociado a un número de Reynolds del flujo  $Re_w$  menor a  $10^4$ , valor que define el límite para el régimen laminar. El dato experimental que supera este umbral, lo hace con un número de Reynolds del flujo  $Re_w = 10022$ , que representa una diferencia del 0,22 % respecto del límite de Kamphuis y muestra una buena correlación con el resto de los datos. El resto de los experimentos alcanza valores del número de Reynolds del flujo que van desde 0,52 hasta 7120 y, en general, no es una mala aproximación afirmar que todos los experimentos se encuentran en régimen laminar.

Por otra parte, se distingue que los experimentos realizados con agua presentan siempre

valores del número de Reynolds de la partícula  $\mathbb{R}e_p$  del orden de  $10^0 - 10^1$  y alcanzan un valor promedio de  $\mathbb{R}e_p = 13,8$ . En cambio, para aquellos experimentos efectuados con CMC, el parámetro  $\mathbb{R}e_p$  se caracteriza por valores bajos del orden de  $10^{-2} - 10^0$  y un valor promedio de  $\mathbb{R}e_p = 2,05$ .

Para los 138 experimentos obtenidos, el número de Keulegan-Carpenter alcanza un valor medio de  $KC_{mean} = 131$ , un máximo de  $KC_{max} = 492$  y, además, gran parte de los datos están asociados a valores de  $KC$  del orden de  $10^2$ . De la Tabla 5.1, se aprecia que los experimentos realizados con agua abarcan un rango mayor para este adimensional, sin embargo, estos abarcan un rango más amplio de alturas de flujo y períodos de oscilación que aquellos efectuados con CMC, como se puede observar en la sección 5.1.2.

Con respecto a los errores en el cálculo de los adimensionales, se aprecia que existe un mayor porcentaje de error asociado a los números de Reynolds que al número de Keulegan-Carpenter. En particular, este incremento porcentual se atribuye al uso de la viscosidad efectiva. Sin embargo, el máximo error absoluto para el número de Reynolds es cercano al 20 % y, por lo general, el error es siempre menor al 15 %. Para el caso del número de Keulegan-Carpenter, el máximo error es de 17,2 % y para la mayoría de los experimentos este es siempre menor 15 %.

Tabla 5.1: Rango de los parámetros adimensionales  $\mathbb{R}e_w$ ,  $\mathbb{R}e_p$  y  $KC$  para las distintas condiciones experimentales. En la columna adyacente a cada adimensional, se presenta el máximo error absoluto  $\Delta$  asociado a cada conjunto de experimentos.

Experimento	$\mathbb{R}e_w$	$\Delta_{\mathbb{R}e_w}$ [%]	$\mathbb{R}e_p$	$\Delta_{\mathbb{R}e_p}$ [%]	$KC$	$\Delta_{KC}$ [%]
W1	16,3 - 10021,5	1,2	1,057 - 20,4	10,1	15,4 - 492,1	10
W2	11,5 - 6216	1,2	1,963 - 37,6	4,7	5,9 - 164,6	4,6
PL1	2,82 - 43	8,7	0,127 - 0,521	9,8	22,2 - 82,5	4,5
PL2	2,65 - 35,3	9,9	0,062- 0,457	14,1	42,2 - 152,2	10
PL3	0,52 - 11	9,7	0,019 - 0,102	14	28,6 - 107	10
PL4	12,2 - 1065,6	13	0,369 - 4,037	21,6	33,1 - 263,7	17,2
PL5	63,6 - 712	11,4	1,049 - 3,324	20,7	60,6 - 214	17, 2
PL6	0,66 - 64	12,2	0,028 - 0,489	21,1	23,4 - 134,2	17,2
PL7	364 - 1109,9	10,6	3,883 - 6,279	16,8	93,7 - 177,4	13
PL8	7,4 - 1968	11,37	0,419 - 6,679	20,7	17,6 - 338,9	17,2

### 5.1.2. Según las características del oleaje

En la Tabla 5.2 se presentan el rango de valores que toman las características del oleaje ( $H$  y  $L$ ) y los parámetros que condicionan el oleaje ( $h, T$  y  $R_{paleta}$ ) para el conjunto de experimentos. Estos parámetros se determinan acorde la metodología descrita en el Capítulo 3.

Tabla 5.2: Rango de las características del oleaje definidos por su altura  $H$ , longitud  $L$ , período  $T$ , altura de flujo  $h$  y amplitud de oscilación de la paleta  $R_{paleta}$  para las distintas condiciones experimentales.

Experimento	$h$ (cm)	$H$ (cm)	$L$ (cm)	$h/L$ (-)	$T$ (s)	$R_{paleta}$ (cm)
W1	10 - 29	2,21 - 5,98	28,03 - 109,39	0,18 - 0,64*	0,99 - 1,84	5 - 8
W2	10 - 26	1,49 - 6,44	31,7 - 102,35	0,22 - 0,54*	0,98 - 1,45	7 - 8
PL1	15- 18	2,26 - 3,27	45,98 - 84,12	0,21 - 0,39	0,99 - 1,44	7 - 8
PL2	15 - 22	1,92 - 2,32	40,32 - 80,53	0,22 - 0,39	0,98 - 1,2	7 - 8
PL3	17 - 22	1,76 - 2,56	45,77 - 70,41	0,24 - 0,48	0,99 - 1,06	8
PL4	10 - 20,5	3,34 - 7,36	53 - 98	0,12 - 0,39	0,76 - 1,5	8 - 16
PL5	12,5 - 20	3,08 - 7,04	68,3 - 115	0,13 - 0,29	0,81 - 1,67	10 - 16
PL6	10 - 20,5	1,43 - 3,7	50 - 145	0,09 - 0,41	0,86 - 1,39	14 - 16
PL7	14 - 20	3,8 - 8	80 - 122	0,15 - 0,19	0,9 - 1,19	14 - 16
PL8	10 - 20,3	3,55 - 6,53	61 - 150	0,13 - 0,25	0,88 - 1,86	10 - 16

Ahora bien, es preciso recordar que el valor que toma la relación  $h/L$  define el régimen de oleaje y, según Sekiguchi & Sunamura (2004), el arrastre incipiente de material no cohesivo se produce cuando el oleaje se halla en la región de aguas someras y aguas intermedias, que corresponden a un rango de valores de  $h/L$  de  $h/L < 0,05$  y  $0,05 < h/L < 0,5$ , respectivamente. Lo anterior se explica a corde a la estructura del campo de velocidades que se produce en las distintas regiones del oleaje. Cuando este se halla en la región de aguas someras e intermedias, a corde a lo presentado en el Capítulo 2, en las cercanías del fondo de se genera una velocidad orbital justo afuera de la capa límite que es capaz de arrastrar el sedimento. Cuando el valor de la relación  $h/L$  es  $h/L > 0,5$ , la región de oleaje corresponde a aguas profundas, y en el fondo la velocidad orbital tiende a cero y, por lo tanto, no existe arrastre de sedimento. Para la mayoría de los experimentos, salvo dos correspondientes a soluciones con agua pura (W1(1);W2(1)), el valor de la relación  $h/L$  se encuentra en el rango  $0,05 < h/L < 0,5$ , correspondiente a la región de aguas intermedias.

Por otra parte, la utilización de fluidos pseudoplástico permite comparar las características del oleaje que se genera en este tipo de soluciones frente a las acuosas puras. En particular, se observó que para las condiciones de operación de la instalación ( $T \leq 2$  s y  $R_{paleta} \leq 16$  cm), las soluciones con CMC cubrieron un rango más acotado de períodos y de amplitudes de oscilación. Cabe destacar, que el hecho de que no se realizaran experimentos con agua para amplitudes de oscilación de la paleta mayores a 8 cm, no se debe a que para valores más grandes no se visualizara arrastre de material dentro del rango de operación del montaje, sino que a reducir la cantidad de datos experimentales con agua, pues, la literatura que responde a este fluido es vasta. En cambio, para las soluciones con CMC, para amplitudes que se encuentren fuera de los rangos de valores presentados en la Tabla 5.2, no se observa arrastre

incipiente. En general, a medida que aumenta la concentración de CMC en agua, el arrastre incipiente de material se genera para mayores umbrales de frecuencia.

En las Figuras 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8, 5.9 y 5.10, se presenta la variación del período de la ola que genera el arrastre de material, en función de la amplitud de oscilación de la paleta y la altura de flujo, para los distintos conjuntos de experimentos, separados según diámetro y reología. Tanto para el agua y para soluciones con CMC, se distingue que para una amplitud de oscilación fija, el período de la ola disminuye (o aumenta la frecuencia) si disminuye la altura de flujo. En cambio, para una altura de flujo fija, el período de la ola aumenta (o disminuye la frecuencia) si aumenta la amplitud de oscilación. Este resultado es concordante con lo predicho por la teoría lineal del oleaje y, en general, se observa que para mismas condiciones de flujo dentro de los límites de operación de la instalación, las olas que se generan tanto en agua como en soluciones con CMC no presentan diferencias significativas o evidentes.

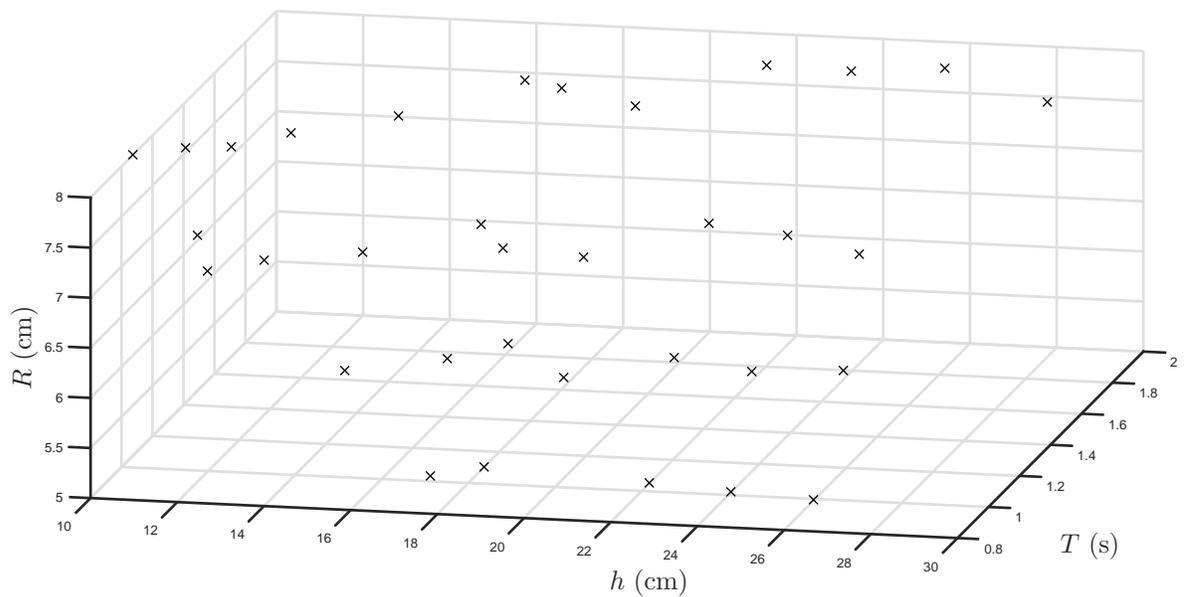


Figura 5.1: Período de la ola en función de la altura de flujo  $h$  y la amplitud de la paleta  $R_{paleta}$  para el conjunto de experimentos de W1.

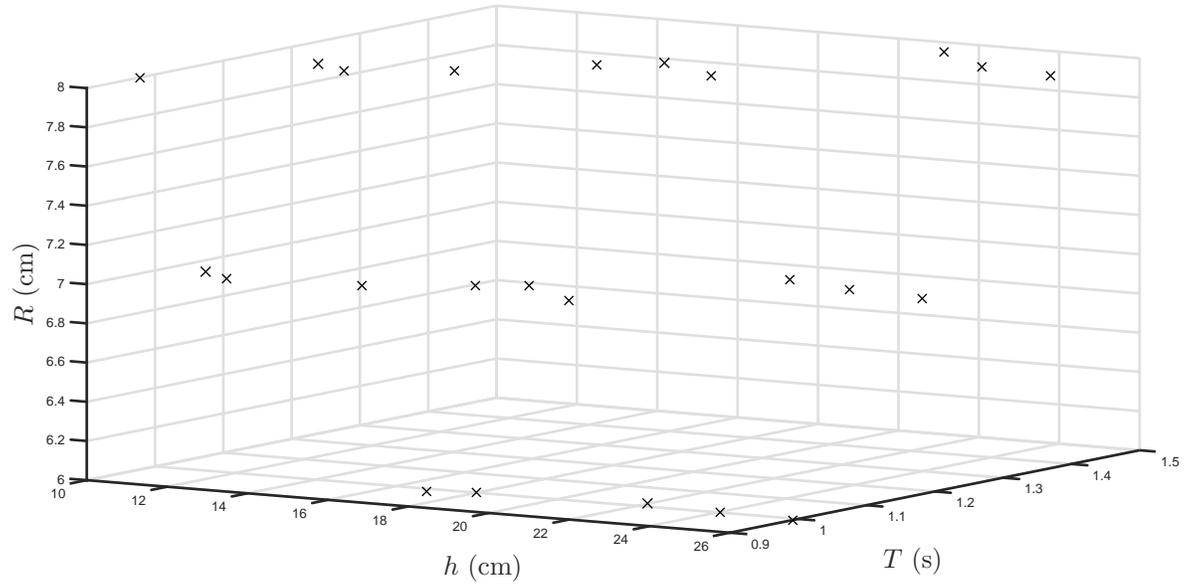


Figura 5.2: Período de la ola en función de la altura de flujo  $h$  y la amplitud de la paleta  $R_{paleta}$  para el conjunto de experimentos de W2.

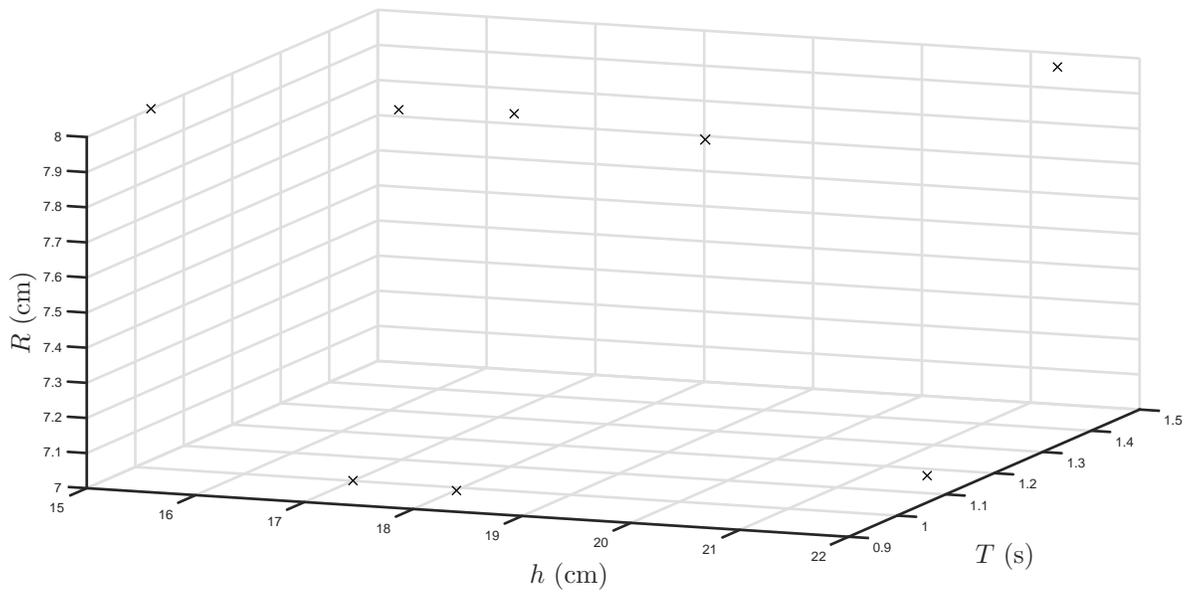


Figura 5.3: Período de la ola en función de la altura de flujo  $h$  y la amplitud de la paleta  $R_{paleta}$  para el conjunto de experimentos de PL1.

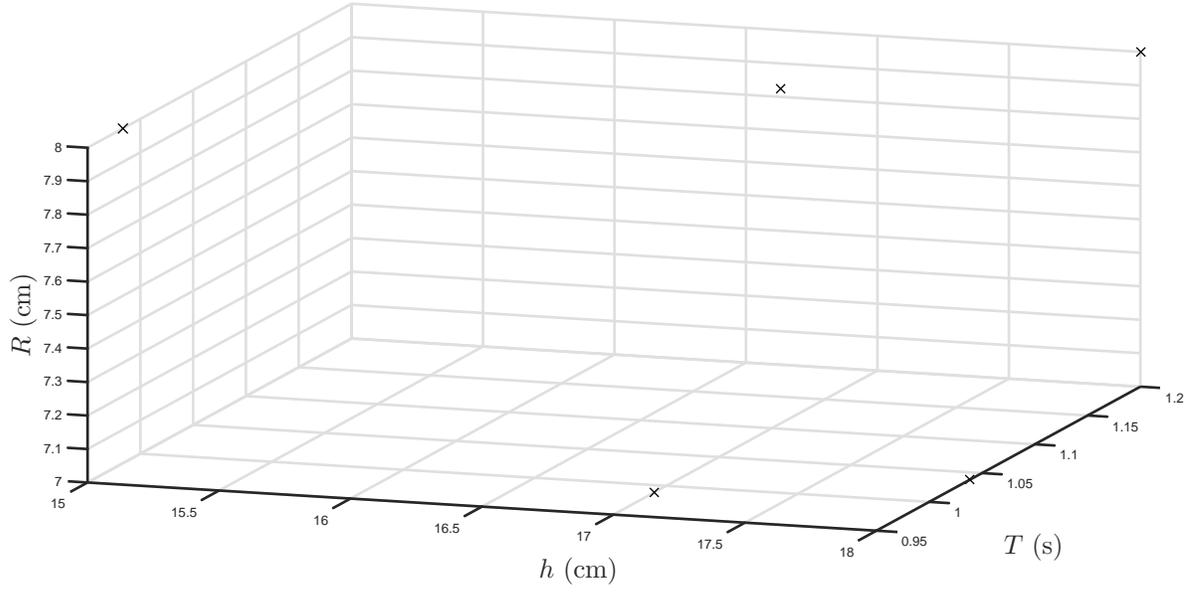


Figura 5.4: Período de la ola en función de la altura de flujo  $h$  y la amplitud de la paleta  $R_{paleta}$  para el conjunto de experimentos de PL2.

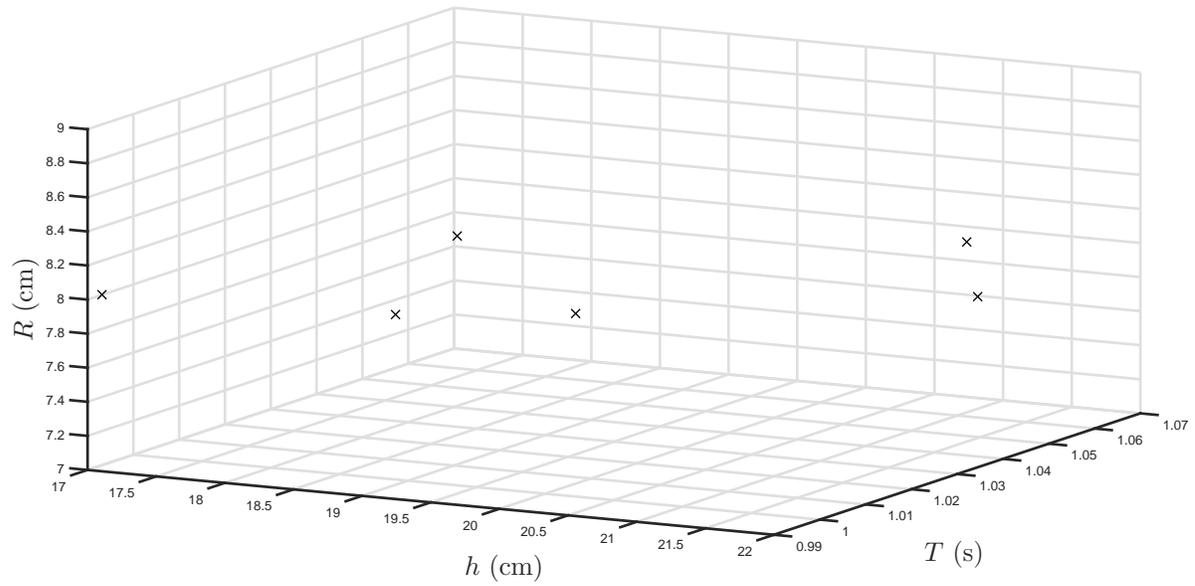


Figura 5.5: Período de la ola en función de la altura de flujo  $h$  y la amplitud de la paleta  $R_{paleta}$  para el conjunto de experimentos de PL3.

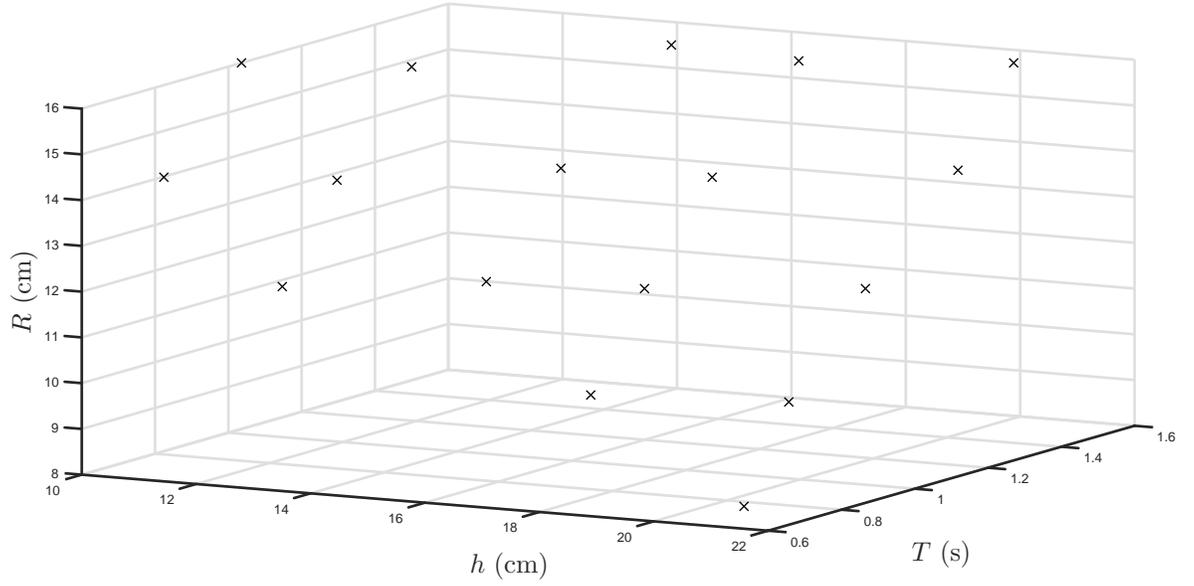


Figura 5.6: Período de la ola en función de la altura de flujo  $h$  y la amplitud de la paleta  $R_{paleta}$  para el conjunto de experimentos de PL4.

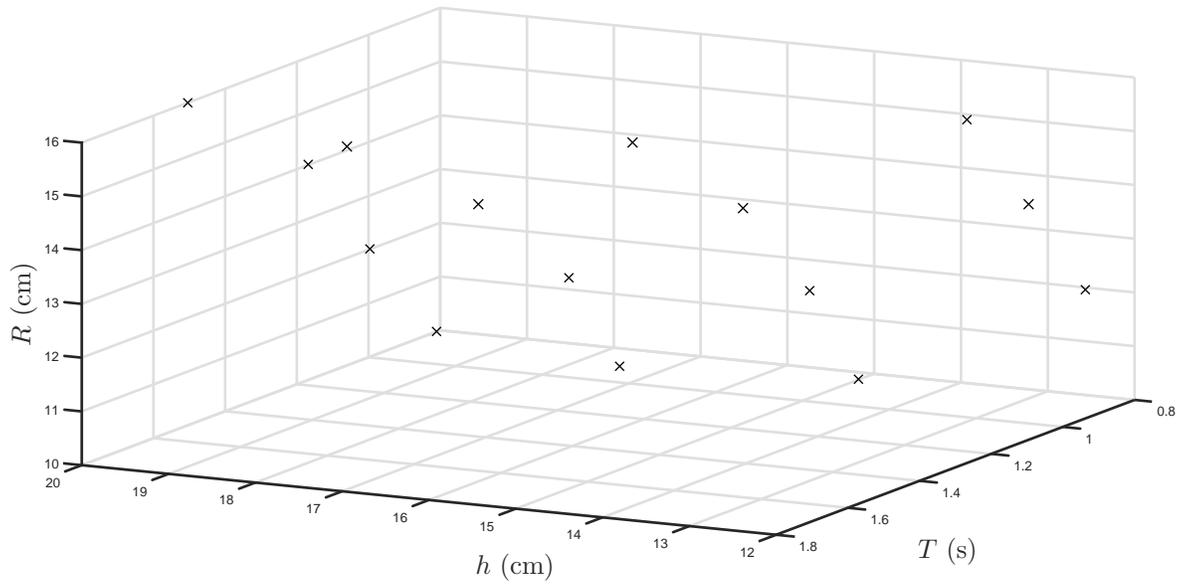


Figura 5.7: Período de la ola en función de la altura de flujo  $h$  y la amplitud de la paleta  $R_{paleta}$  para el conjunto de experimentos de PL5.

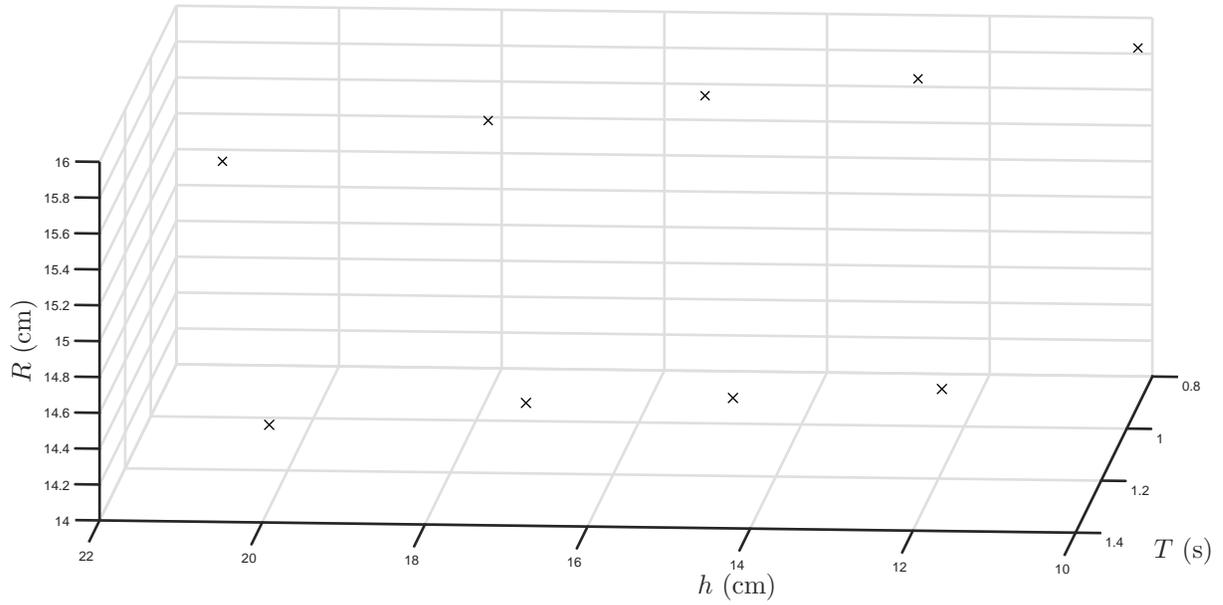


Figura 5.8: Período de la ola en función de la altura de flujo  $h$  y la amplitud de la paleta  $R_{paleta}$  para el conjunto de experimentos de PL6.

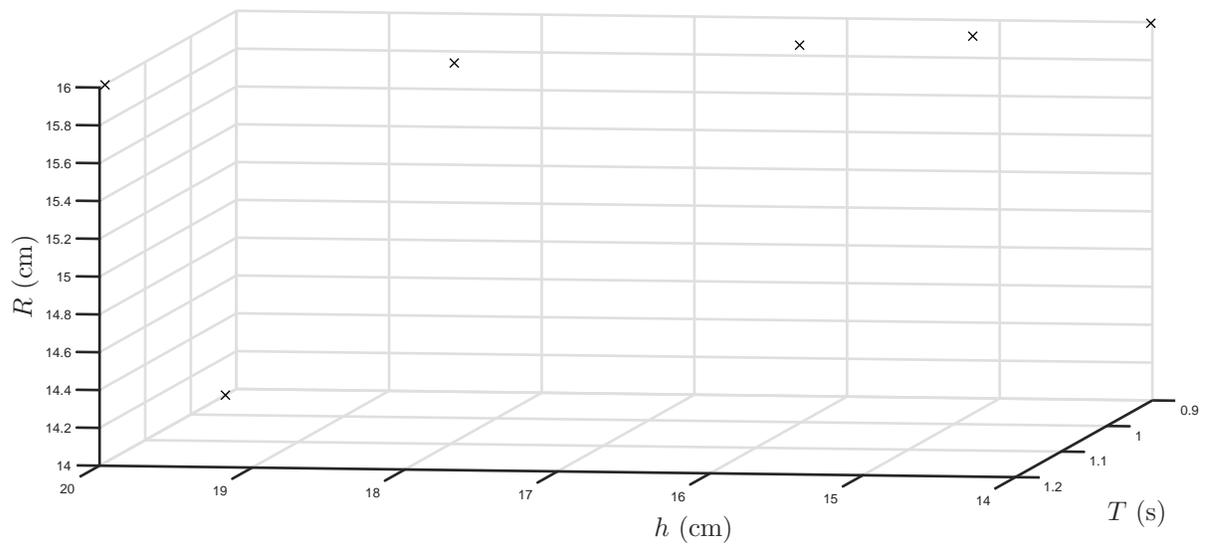


Figura 5.9: Período de la ola en función de la altura de flujo  $h$  y la amplitud de la paleta  $R_{paleta}$  para el conjunto de experimentos de PL7.

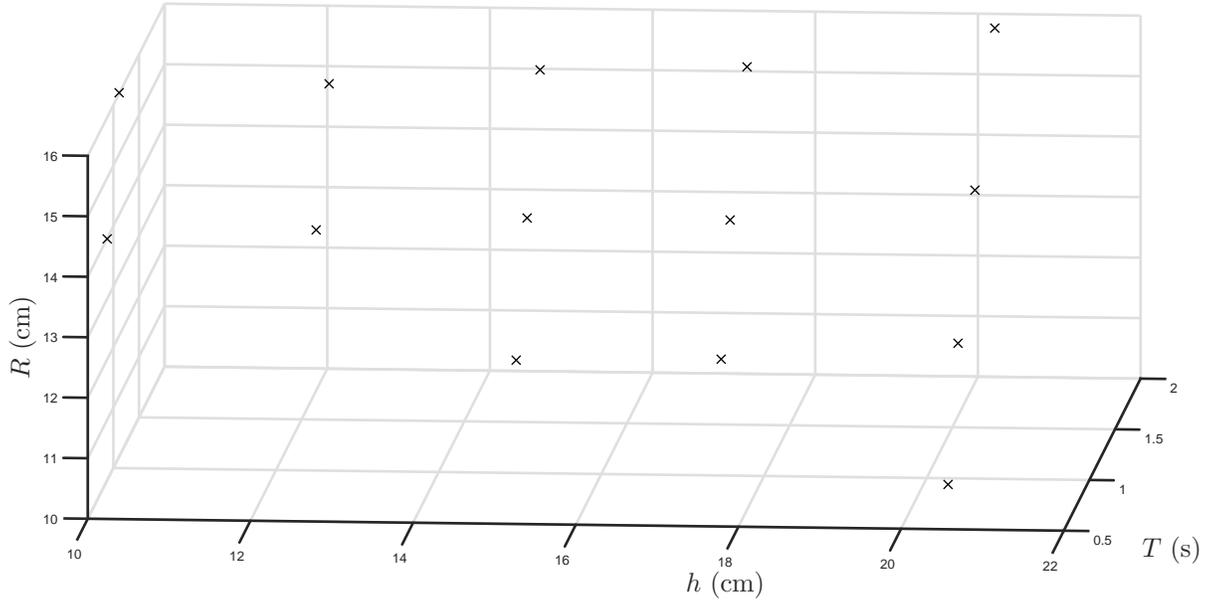


Figura 5.10: Período de la ola en función de la altura de flujo  $h$  y la amplitud de la paleta  $R_{paleta}$  para el conjunto de experimentos de PL8.

### 5.1.3. Comparación entre la velocidad orbital medida con PIV y la predicha por la teoría lineal del oleaje para soluciones con CMC

En primer lugar, es preciso mencionar que la determinación de la velocidad orbital en el fondo por medio de la implementación de PIV se realizó exclusivamente para los experimentos correspondientes a PL4, PL5, PL6, PL7 y PL8. Para todo el resto, esta se calcula por medio de ecuación 2.20 presentada en el Capítulo 2, que indica que la máxima velocidad orbital justo afuera de la capa límite, que es la responsable del arrastre de sedimento, se determina a partir de las características del oleaje por medio de la relación  $U_m = \frac{H}{2} \frac{\omega}{\sinh(\frac{2\pi}{L}h)}$ , donde la altura de onda  $H$ , la longitud de onda  $L$ , el período  $T$  y la altura de flujo  $h$ , se determinan acorde a lo descrito en el Capítulo 3. Esta distinción en la metodología de cálculo escapa de la física del problema, y responde exclusivamente a la disponibilidad de los equipos.

En las Figuras 5.11, 5.12, 5.13, 5.14 y 5.15, se presenta la diferencia entre velocidad orbital máxima medida mediante la implementación de PIV y aquella predicha por la teoría lineal del oleaje (ecuación 2.20), para los experimentos correspondientes a PL4, PL5, PL6, PL7 y PL8. Las velocidades medidas que se presentan en cada gráfico corresponden a los resultados de arrastre incipiente obtenidos mediante PIV y cada uno está asociado a un período, altura de onda y longitud de onda diferentes.

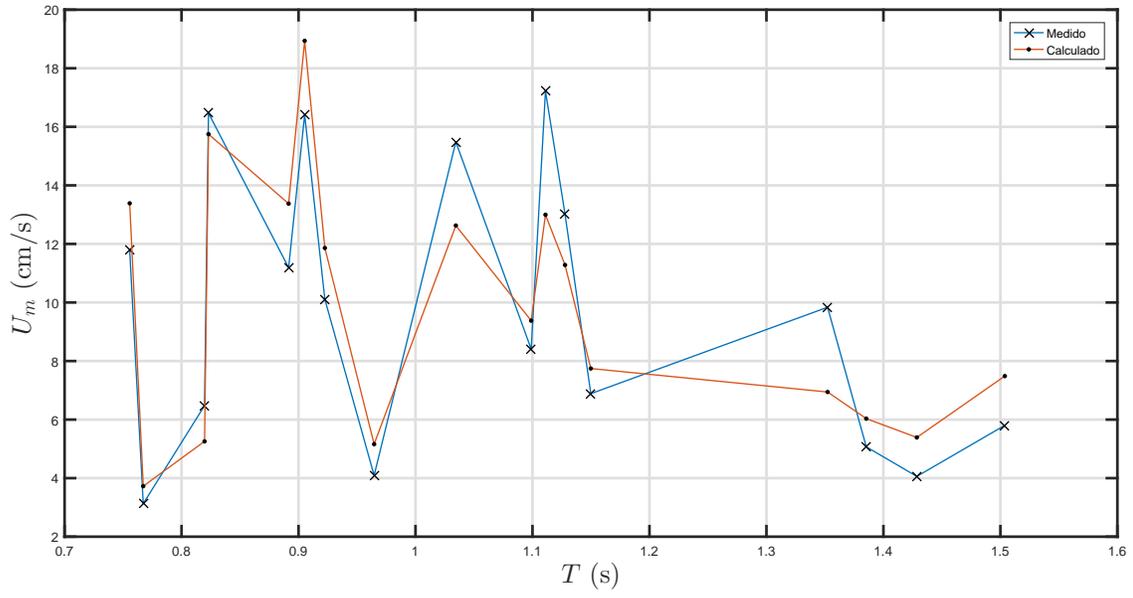


Figura 5.11: Comparación entre la velocidad orbital medida con PIV y la calculada mediante la teoría lineal del oleaje para los experimentos de PL4.

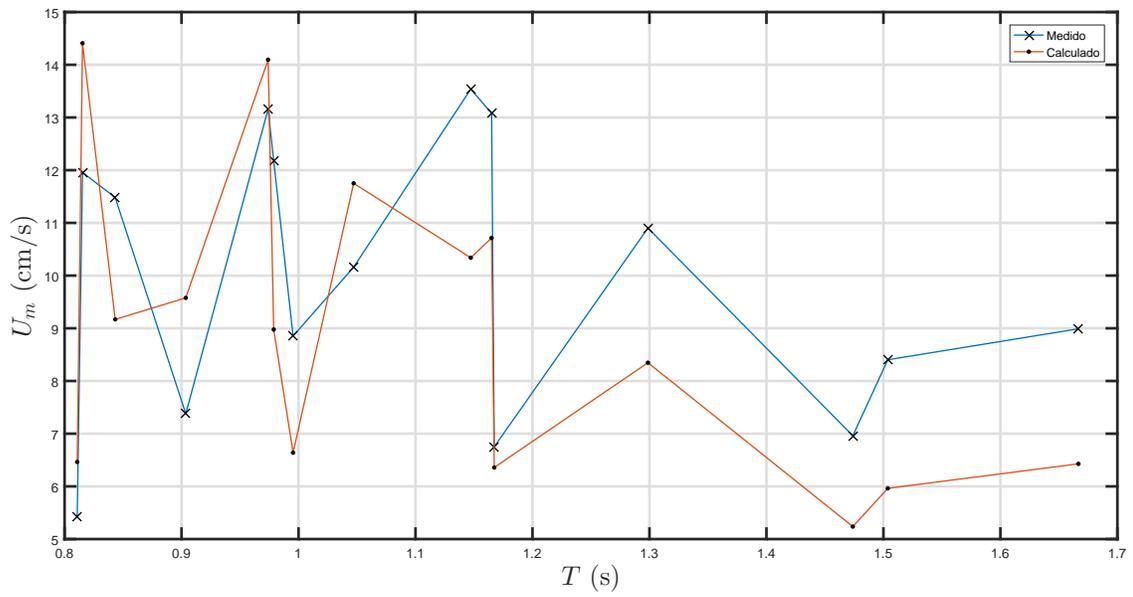


Figura 5.12: Comparación entre la velocidad orbital medida con PIV y la calculada mediante la teoría lineal del oleaje para los experimentos de PL5.

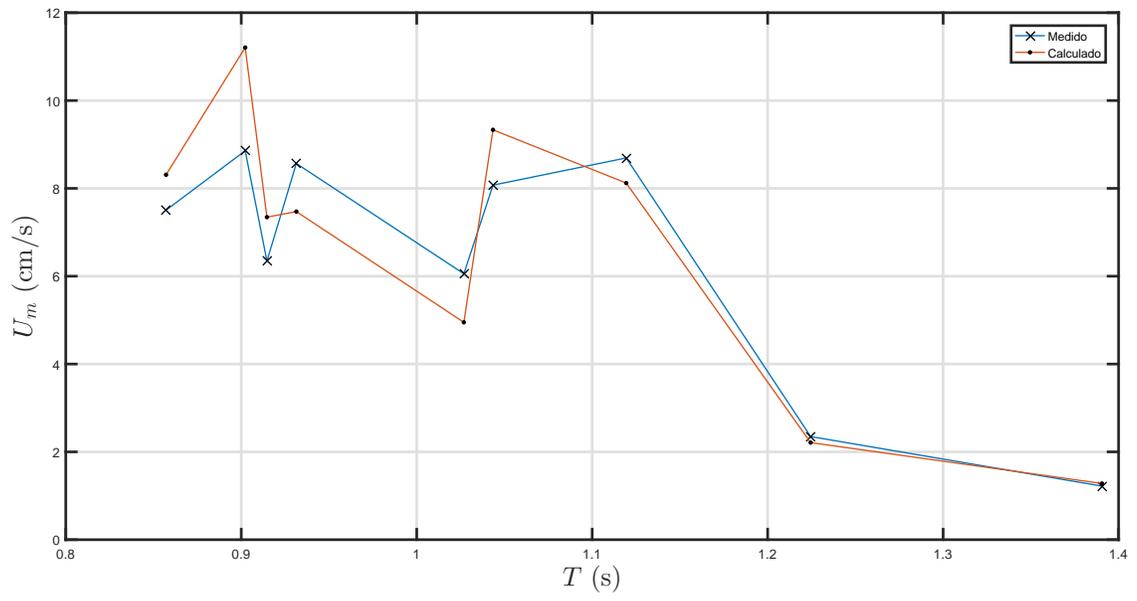


Figura 5.13: Comparación entre la velocidad orbital medida con PIV y la calculada mediante la teoría lineal del oleaje para los experimentos de PL6.

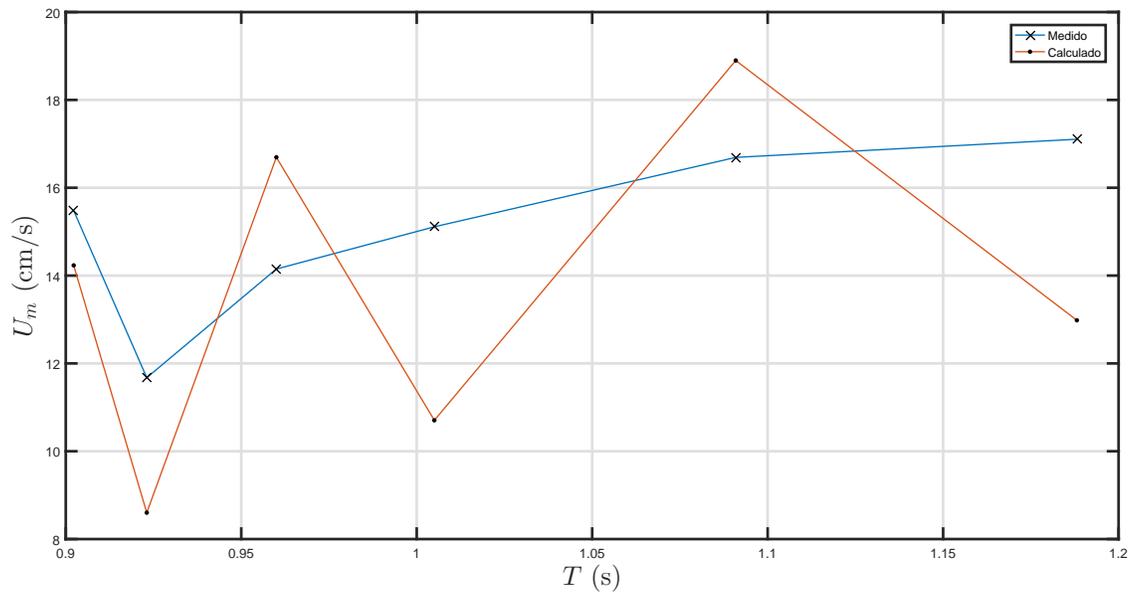


Figura 5.14: Comparación entre la velocidad orbital medida con PIV y la calculada mediante la teoría lineal del oleaje para los experimentos de PL7.

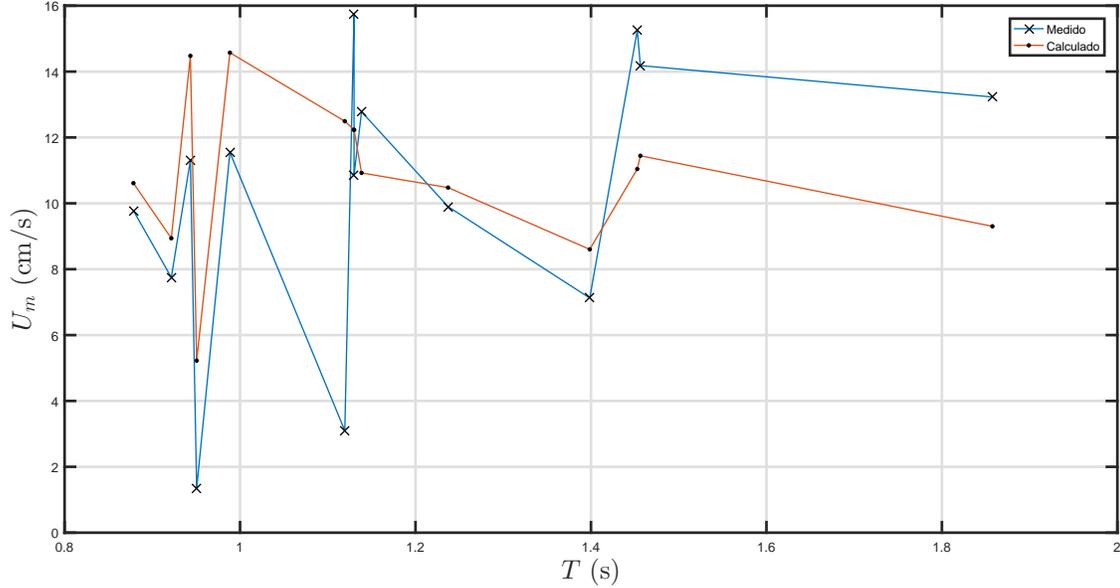


Figura 5.15: Comparación entre la velocidad orbital medida con PIV y la calculada mediante la teoría lineal del oleaje para los experimentos de PL8.

En la Tabla 5.3, se presenta el mínimo y máximo error absoluto que se obtiene al calcular la velocidad orbital teóricamente respecto al valor medido con PIV para los fluidos PL4, PL5, PL6, PL7 y PL8.

Tabla 5.3: Mínimo y máximo error absoluto asociados al cálculo de la velocidad orbital por medio de la teoría lineal del oleaje cuando se compara con los registros realizados mediante PIV.

Experimento	máx $\Delta U_m$ (%)	mín $\Delta U_m$ (%)
PL4	4,4	32,8
PL5	5,8	29,8
PL6	4,9	26,5
PL7	8,1	29,2
PL8	5,8	29,7*

De los resultados presentados, se desprende que el error absoluto que se obtiene al calcular la velocidad orbital por medio de la teoría lineal de oleaje respecto a los valores medidos in situ, varía en un rango entre 4-30 %, y el error absoluto promedio para las 5 soluciones pseudoplásticas indicadas en la Tabla 5.3 es de 18,8 %. Por lo tanto, a pesar de que las ecuaciones de la teoría lineal del oleaje son válidas para flujo irrotacional y fluidos de viscosidad muy baja como el agua, contrario a lo que ocurre con los fluidos pseudoplásticos que se caracterizan por presentar altos valores de la viscosidad, se observa que el error asociado al uso de la ecuación teórica es de hasta un 32,8 % y, para la mayoría de los casos, el error absoluto es siempre menor al 20 %. Asimismo, los resultados de arrastre incipiente que utilizan soluciones con CMC donde la velocidad orbital se determinó por medio de la teoría lineal del oleaje,

presentan una buena correlación con aquellos experimentos donde sí se implementó PIV y, en general, la tendencia que estos siguen no presenta diferencias evidentes respecto al método de cálculo empleado para determinar velocidad orbital. Es importante señalar que en la Tabla 5.3 el rango máximo para el conjunto de experimentos correspondientes a PL8, se define al descontar dos registros experimentales que entregan un error absoluto excesivamente alto. Particularmente, dos valores medidos de la velocidad orbital entregan valores muy bajos con respecto al resto de los datos, inclusive cuando se compara frente a aquellos de condiciones de amplitud de oscilación y altura de flujo similares. Principalmente, el gran error asociado se atribuye a faltas durante la implementación del PIV y no se consideran en la Tabla presentada. No obstante lo anterior, cuando estos registros se evalúan dentro del análisis de arrastre incipiente, que se presentará en las siguientes secciones, siguen presentado una buena correlación con respecto al resto de los datos experimentales. Para períodos mayores a 1 s, las velocidades orbitales a medidas tienden a estar por sobre las predichas, mientras que para períodos menores a 1 s, las velocidades orbitales predichas tienden a ser mayores que las medidas, sin embargo, este no es un patrón generalizable. Una generalización requiere una validación de los experimentos presentados y extender las condiciones de flujo.

## 5.2. Relación experimental para el arrastre incipiente en flujo oscilatorio

En esta sección se presentan los resultados para el arrastre incipiente de material no cohesivo obtenidos por medio de la metodología descrita en el Capítulo 3.

A partir del análisis de fuerzas realizado en el Capítulo 4, se desprende que la condición límite puede ser descrita en función de tres parámetros adimensionales: (1) el número de Froude densimétrico ( $\mathbb{F}r_d^2$ ), (2) el número de Reynolds de la partícula ( $\mathbb{R}e_p$ ) y (3) el número de Keulegan-Carpenter ( $KC$ ). Los resultados experimentales indican que el valor del número de Froude densimétrico varía en un rango de valores del orden  $10^{-2} - 10^0$ , tanto para el agua como para las soluciones con CMC y el error absoluto asociado al cálculo de este parámetro es siempre menor al 20%. El umbral de arrastre se ve influenciado tanto por el número de Reynolds de la partícula como por el número de Keulegan-Carpenter y a medida que estos aumentan, el arrastre incipiente comienza para umbrales mayores del parámetro  $\mathbb{F}r_d^2$ .

En la Figura 5.16, se presentan los resultados de arrastre incipiente obtenidos en función de los adimensionales  $\mathbb{F}r_d^2$  y  $KC$ . Los colores que se muestran, indican que el valor del número de Reynolds de la partícula se encuentra dentro del rango indicado en la Tabla 5.4.

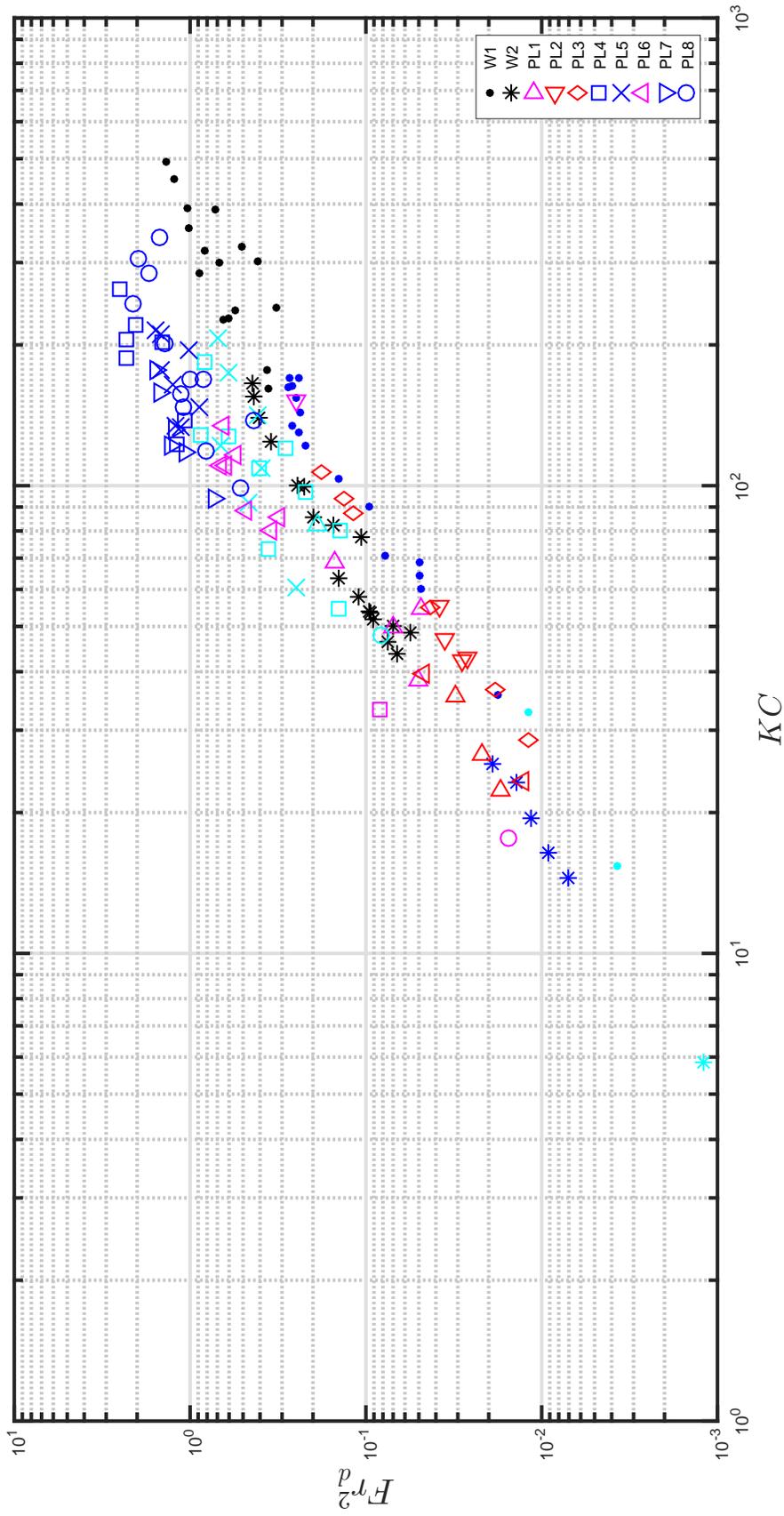


Figura 5.16: Resultados para el arrastre incipiente a presentados en función de  $Fr_d^2$  y  $KC$ . Los colores indican el rango en el que se encuentra el valor del número de Reynolds de la partícula del registro experimental. La especificación de colores y rangos de  $Re_p$  se detalla en la Tabla 5.4.

Tabla 5.4: Escala de colores de la Figura 5.16. Cada uno representa un rango diferente para el adimensional  $\mathbb{R}e_p$

Rango $\mathbb{R}e_p$	Color
0,01 - 0,2	rojo
0,2 - 0,5	magenta
0,5 - 2	celeste
2 - 10	azul
>10	negro

En el Capítulo 4, se mostró que las curvas  $\mathbb{F}r_d^2$  vs  $KC$ , se definen para un valor fijo del número de Reynolds y, además, para valores de  $KC$  altos, el problema se independiza de este parámetro y depende exclusivamente del número de Reynolds. En la Figura 5.16 y mediante la escala de colores definida en la Tabla 5.4, es posible notar que para un mismo conjunto de experimentos, los resultados rescatan la tendencia predicha de aumentar el umbral de arrastre a medida que aumenta el valor de  $\mathbb{R}e_p$  o de  $KC$ . Cuando se observan los experimentos con agua y se comparan dos registros experimentales que tengan una diferencia de hasta dos órdenes de magnitud para el número de Froude densimétrico calculado, se notan diferencias del orden de  $10^0$ - $10^1$  para el parámetro  $\mathbb{R}e_p$ , mientras que el número de Keulegan-Carpenter presenta diferencias del orden de  $10^1 - 10^2$ . Cuando se repite este ejercicio para los experimentos realizados con CMC, se observa un comportamiento análogo al caso del agua, es decir, cuando se comparan resultados experimentales obtenidos con CMC que presenten diferencias de hasta dos órdenes de magnitud para el parámetro  $\mathbb{F}r_d^2$ , se encuentran diferencias del orden de  $10^{-1} - 10^0$  para  $\mathbb{R}e_p$ , mientras que el valor de  $KC$  puede alcanzar diferencias del  $10^1 - 10^2$ . En general, se distingue que para un mismo conjunto de experimentos el problema es altamente sensible ante el número de Reynolds y una variación de este parámetro tiene un mayor efecto que una variación del número de Keulegan-Carpenter.

Por otra parte, es preciso recordar que acorde a lo presentado en la Tabla 5.1, los experimentos realizados con agua generan flujos con mayores números de Reynolds que aquellos con CMC. Mientras que para el caso newtoniano, los flujos siempre estuvieron asociados a  $\mathbb{R}e_p > 1$ , con valores en un rango del orden de  $10^0 - 10^1$ , para el caso pseudoplástico se obtuvo mayoritariamente flujos asociados a  $\mathbb{R}e_p < 1$ , con valores en un rango del orden de  $10^{-2} - 10^0$ . Los resultados evidencian un efecto de la reología, pues, como se aprecia en la Figura 5.16, al comparar resultados asociados a un mismo valor de  $KC$  pero de distinto fluido, los datos correspondientes a pseudoplásticos se encuentran generalmente por sobre aquellos obtenidos con agua, aún cuando estos últimos están asociados a mayores valores del número de Reynolds. En las Figuras 5.17 y 5.18, se comparan los resultados experimentales de arrastre incipiente, frente a lo predicho mediante el análisis de fuerzas sobre una partícula sumergida desarrollado en el Capítulo 4. Los experimentos con agua se comparan a partir de la expresión propuesta para el caso  $\mathbb{R}e_p \gg 1$  y los con CMC con la ecuación propuesta para  $\mathbb{R}e_p \ll 1$ . Lo anterior, se sustenta en que para cada caso en los números de Reynolds obtenidos para cada tipo de fluido. El agua está asociado a flujos mayores que 1, principalmente del orden de  $10^1$ , mientras que, los fluidos pseudoplásticos generan flujos predominantemente menores que o del orden de la unidad. La escala de colores utilizada para ambas Figuras, se presentan las Tablas 5.5 y 5.6.

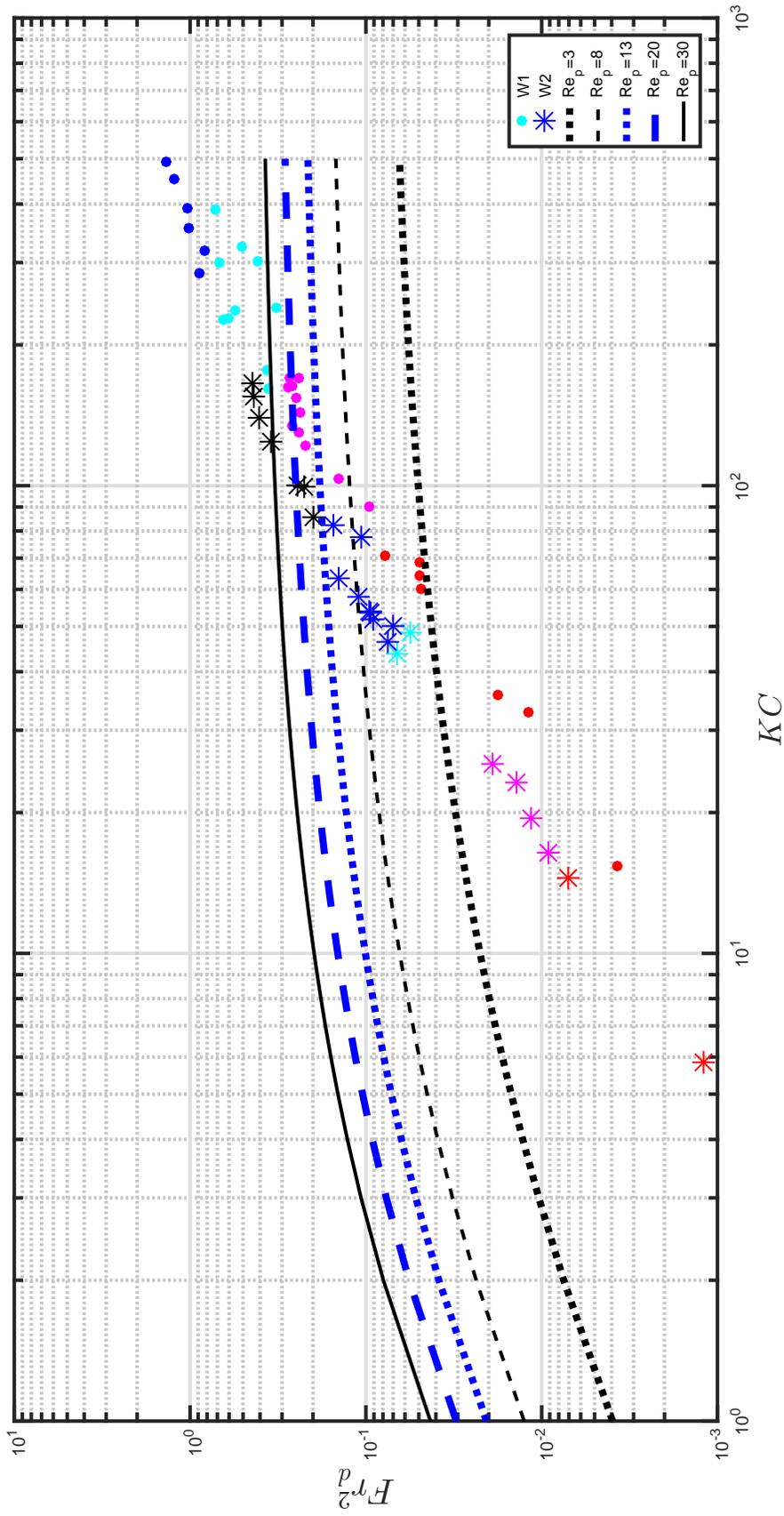


Figura 5.17: Resultados para el arrastre incipiente para el agua, presentados en función de  $Fr_d^2$  y  $KC$ . Los colores indican el rango en el que se encuentra el valor del número de Reynolds de la partícula del registro experimental. Las curvas que se presentan corresponden a la ecuación para el rango  $Re_p > 1$  predicha en el Capítulo 4 para  $n = 1$ . La especificación de colores y rangos de  $Re_p$  se detalla en la Tabla 5.5.

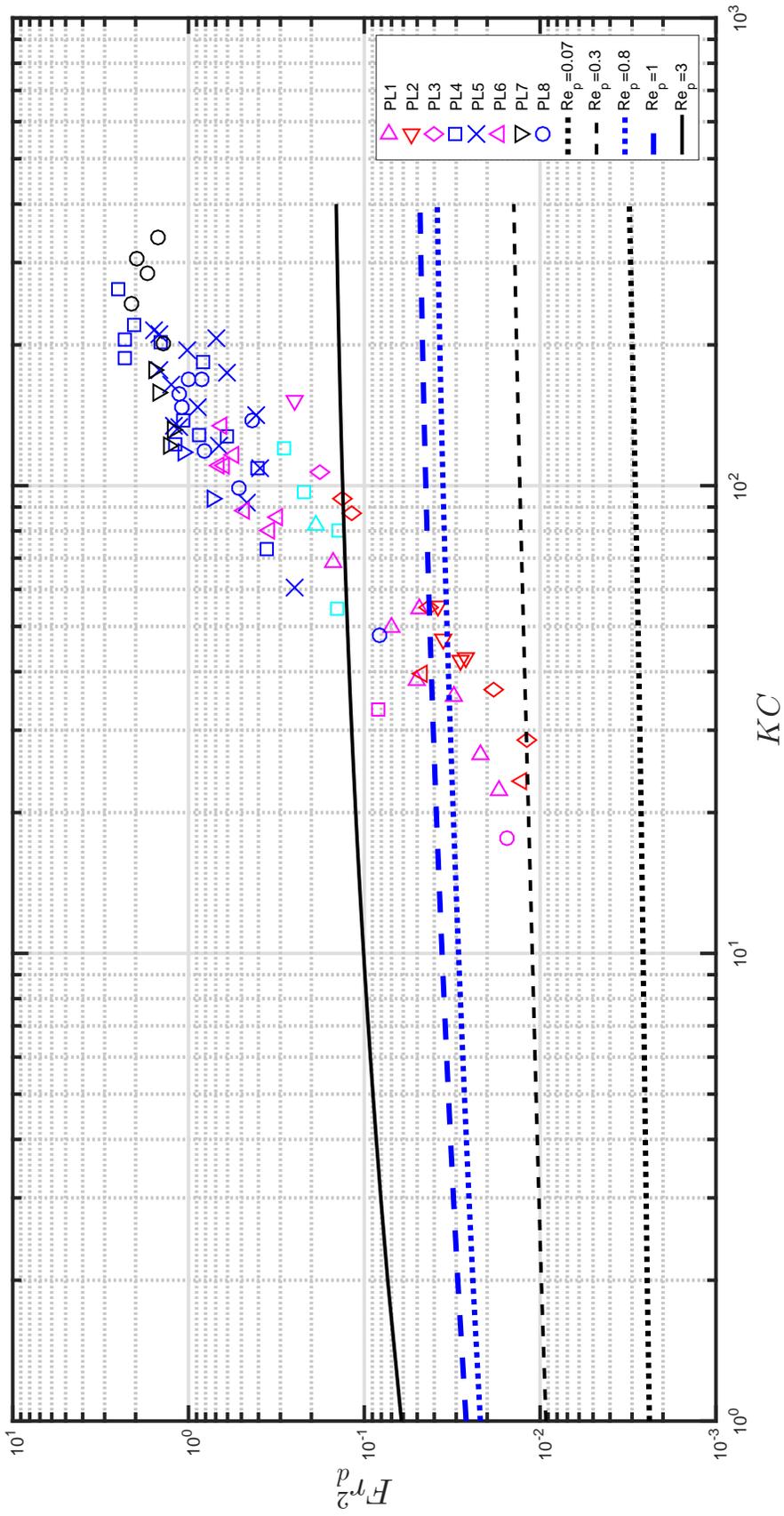


Figura 5.18: Resultados para el arrastre incipiente para soluciones con CMC, presentados en función de  $Fr_d^2$  y  $KC$ . Los colores indican el rango en el que se encuentra el valor del número de Reynolds de la partícula del registro experimental. Las curvas que se presentan corresponden a la ecuación para el rango  $Re_p \ll 1$  predicha en el Capítulo 4. La especificación de colores y rangos de  $Re_p$  se detalla en la Tabla 5.6.

Tabla 5.5: Escala de colores de la Figura 5.17. Cada uno representa un rango diferente para el adimensional  $\mathbb{R}e_p$

Rango $\mathbb{R}e_p$	Color
1 - 5	rojo
5 - 10	magenta
10 - 15	celeste
15 - 25	azul
>25	negro

Tabla 5.6: Escala de colores de la Figura 5.18. Cada uno representa un rango diferente para el adimensional  $\mathbb{R}e_p$

Rango $\mathbb{R}e_p$	Color
<0,1	rojo
0,1 - 0,5	magenta
0,5 - 1	celeste
1 - 5	azul
>5	negro

En general, de las Figuras 5.17 y 5.18 se aprecia que independiente del número de Reynolds en el que se encuentren los experimentos, los resultados de arrastre incipiente siempre se encuentran por sobre lo predicho mediante el análisis teórico. En particular, los valores del número de Froude densimétrico obtenidos experimentalmente son un orden de magnitud mayor que aquellos pronosticados por las ecuaciones propuestas en el Capítulo 4. Esto permite inferir que el número de Reynolds tiene una mayor incidencia en el problema que lo predicho por el análisis de fuerzas, tanto para el caso  $\mathbb{R}e_p \gg 1$  como para  $\mathbb{R}e_p \ll 1$ . Esto se deduce al observar la tendencia que siguen los resultados experimentales, los cuales se agrupan a lo largo de una misa recta con pendiente positiva y mayor a la pendiente de las curvas propuestas teóricamente. Además, el análisis teórico indicó que para valores de  $KC$  grandes, el problema se independizaba este parámetro y dependía sólo del número de Reynolds. En efecto, para valores de  $KC > 100$  las curvas  $\mathcal{F}r_d^2$  vs  $KC$ , comienzan a alcanzar un pendiente constante a lo largo del eje horizontal. Sin embargo, los resultados experimentales indican que para valores de  $KC > 100$ , los datos aún conservan una pendiente creciente y, en consecuencia, se desprende que el análisis de fuerzas también subestima el efecto del número de Keulegan-Carpenter.

La discordancia entre el análisis teórico y los datos experimentales es evidente, sin embargo, no dista de lo esperado, pues, las ecuaciones propuestas en esta memoria suponen que los números de Reynolds asociados al flujo son muy grandes o muy pequeños, que es contrario a lo que se obtuvo de los experimentos. Luego, los supuestos realizados no recrean necesariamente las condiciones de flujo reales del problema. Específicamente, los resultados experimentales indican que las ecuaciones predichas subestiman el arrastre incipiente para el rango de valores que toma el número de Reynolds en este experimento y, en consecuencia, no reproducen correctamente el efecto de este adimensional o del número de Keulegan-Carpenter. Para evaluar con mayor precisión la validez de las ecuaciones propuestas en la memoria, es necesario

ampliar las condiciones de flujo.

En general, de las Figuras anteriores, es posible notar de que los datos siguen una tendencia bien definida y cuando se traza la línea de tendencia, se halla que la ecuación de mejor ajuste con coeficiente de correlación  $R^2 = 0,82$  está dada por:

$$\text{Fr}_d^2 = 7 \cdot 10^{-5} KC^{1,7639} \quad (5.1)$$

Luego, la condición de arrastre incipiente puede ser expresada a partir de la ecuación 5.1. Este resultado se exhibe en la Figura 5.19

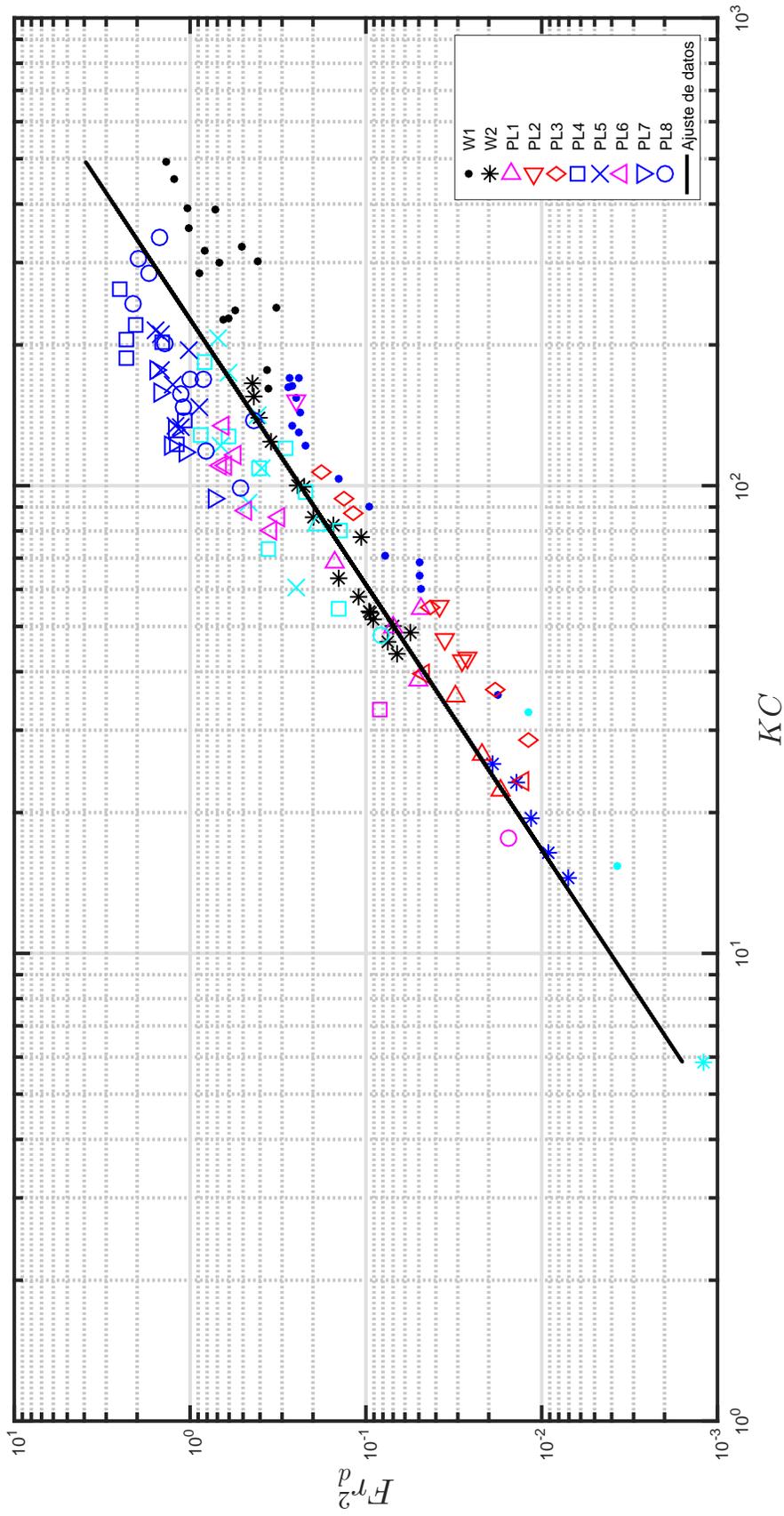


Figura 5.19: Condición de arrastre incipiente en función de  $Fr_d^2$  y  $KC$ . La curva superpuesta corresponde a la ecuación 5.1. Los colores indican el rango en el que se encuentra el valor del número de Reynolds de la partícula del registro experimental. La especificación de colores y rangos de  $Re_p$  se detalla en la Tabla 5.4.

### 5.3. Evaluación del arrastre incipiente por medio del criterio para flujos oscilatorios de Komar & Miller (1973)

La relación propuesta por Komar & Miller (1973) para definir el arrastre de material granular está dada por:

Para  $D_s < 0,5$  mm

$$\frac{\rho U_m^2}{(\rho_s - \rho)gD_s} = 0,21 \left( \frac{d_0}{D_s} \right)^{0,5} \quad (5.2)$$

Para  $D_s > 0,5$  mm

$$\frac{\rho U_m^2}{(\rho_s - \rho)gD_s} = 0,46\pi \left( \frac{d_0}{D_s} \right)^{0,25} \quad (5.3)$$

donde  $d_0$  es el diámetro orbital de la partícula y que se relaciona con la semiexcursión máxima en el fondo  $A$  mediante la relación  $d_0 = 2A$ . Debido a la estructura de las ecuaciones 5.2 y 5.3, es fácil notar que estas pueden ser reescritas en función de los adimensionales  $\mathbb{F}r_d^2$  y  $KC$ . Por lo tanto, estas pueden ser escritas como:

para  $D_s < 0,5$  mm

$$\mathbb{F}r_d^2 = 0,21\sqrt{2}KC^{0,5} \quad (5.4)$$

para  $D_s > 0,5$  mm

$$\mathbb{F}r_d^2 = 0,46\pi\sqrt{2}KC^{0,25} \quad (5.5)$$

Losada & Desiré (1985) señalan que gran parte de las relaciones propuestas para el arrastre incipiente de material presentadas en la literatura tienen la misma estructura. El lado derecho de las ecuaciones 5.2, 5.3, 5.4 y 5.5 corresponde a la proporción entre la inercia del flujo y los de la partícula, mientras que el lado izquierdo representa la proporción entre la inercia del flujo y las fuerzas de gravedad. Por otra parte, las ecuaciones de Komar & Miller (1973) se calibran a partir de sus propios registros experimentales y los presentados por Bagnold (1946) y Manohar (1955), y como consecuencia de esto, su formulación considera una gran variedad de condiciones experimentales y partículas de diferentes tipos y tamaños.

A partir de lo anterior, en las Figuras 5.20 y 5.21, se exhiben los resultados experimentales de esta investigación y se comparan frente a las ecuaciones propuestas por Komar & Miller (1973). En la Figura 5.20, se presentan los resultados para diámetros menores a 0,5 mm y en la Figura 5.21 los resultados con diámetros mayores a 0,5 mm. Los colores que se muestran, indican que el valor del número de Reynolds de la partícula que toma el dato experimental se encuentra dentro del rango indicado en la Tabla 5.4.

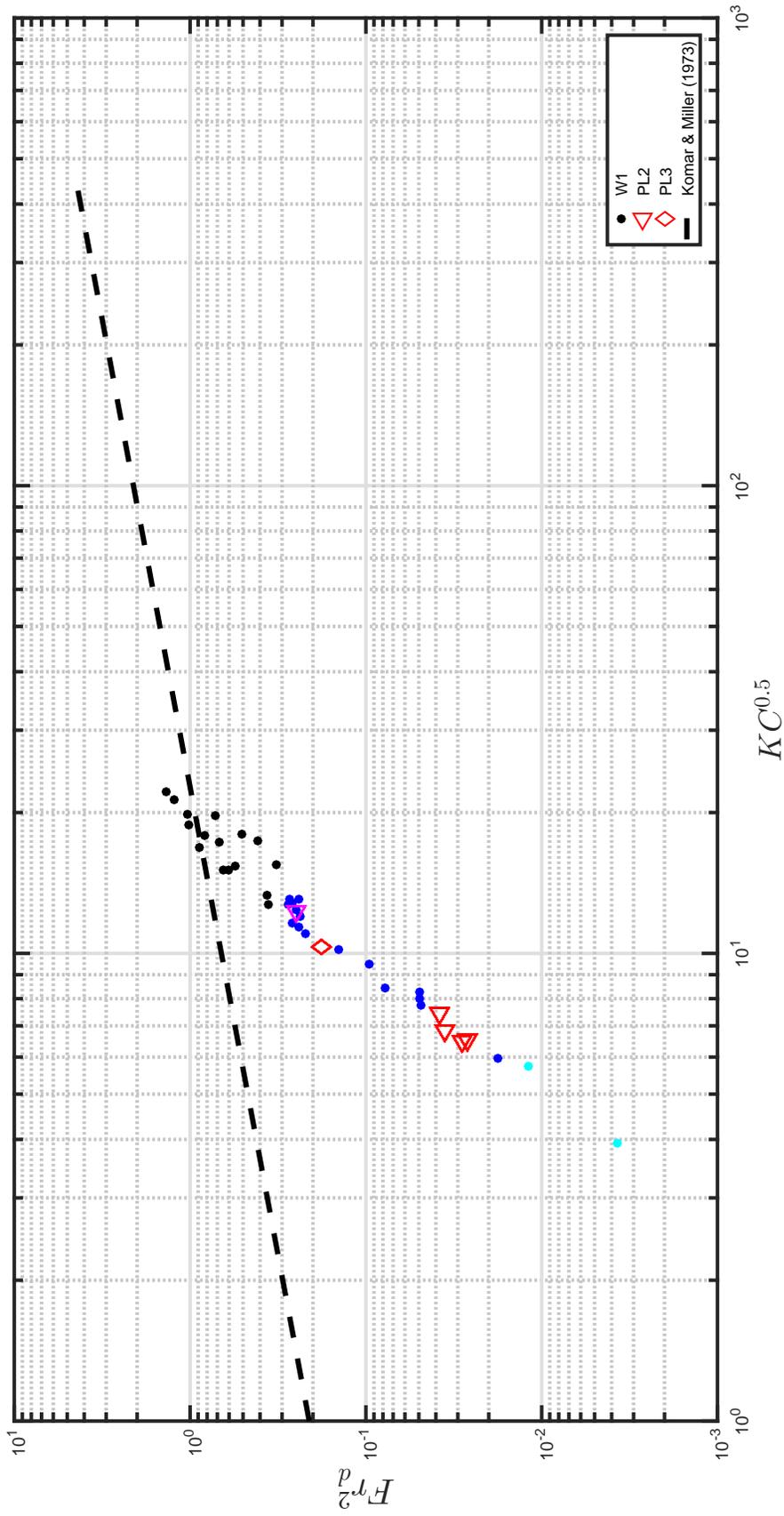


Figura 5.20: Resultados de arrastre incipiente para los experimentos con diámetro de partícula  $D_s < 0,5$  mm, según el criterio de Komar & Miller (1973). La curva superpuesta corresponde a la ecuación 5.4. Los colores que se muestran, indican que el valor del número de Reynolds de la partícula que toma el dato experimental se encuentra dentro del rango indicado en la Tabla 5.4.

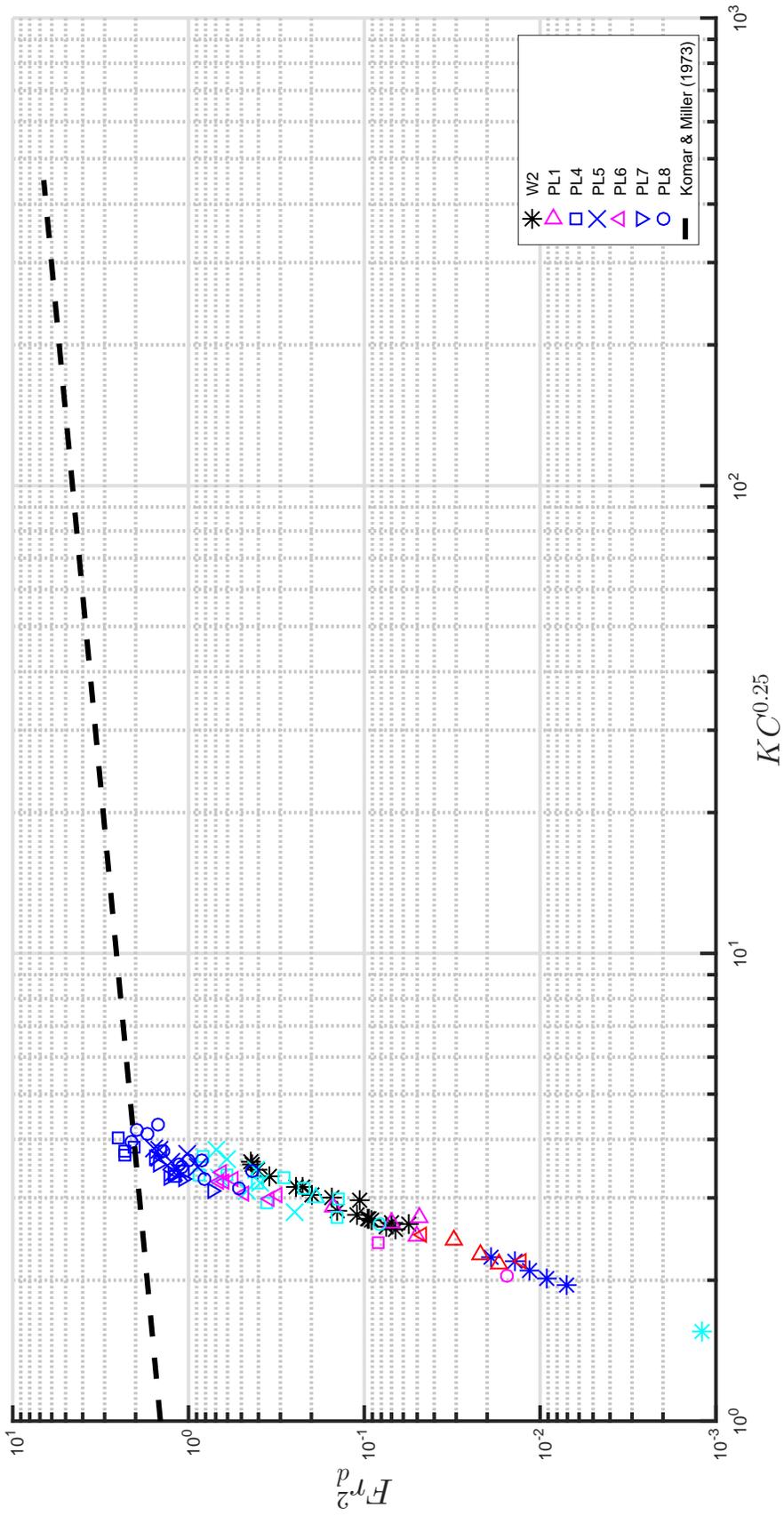


Figura 5.21: Resultados de arrastre incipiente para los experimentos con diámetro de partícula  $D_s < 0,5$  mm, según el criterio de Komar & Miller (1973). La curva superpuesta corresponde a la ecuación 5.4. Los colores que se muestran, indican que el valor del número de Reynolds de la partícula que toma el dato experimental se encuentra dentro del rango indicado en la Tabla 5.4.

Anteriormente en la sección 5.2, se mostró que la tendencia de los datos a agruparse a lo largo de una misma recta con pendiente positiva, dependía fuertemente del número de Reynolds de la partícula. En las Figuras 5.20 y 5.21, es posible notar que la pendiente de los datos experimentales es notoriamente mayor que las de las ecuaciones 5.4 y 5.5. En general, gran parte de los datos se encuentra por bajo lo predicho por las ecuaciones de Komar & Miller (1973) y para un mismo valor de  $KC$ , el valor del número de Froude predicho por ambos autores es a lo menos un orden de magnitud mayor que el de los resultados de este experimento. Aquellos registros experimentales que se ajustan a las curvas de Komar & Miller (1973) corresponden a aquellos asociados a los mayores valores del número de Keulegan-Carpenter ( $KC > 220$ ). Asimismo, es importante destacar que a pesar de que la investigación de Komar & Miller (1973) abarca un rango de valores similares de  $KC$  que el de este experimento, contempla valores del número de Reynolds mucho mayores. En esta investigación los flujos están caracterizados por Reynolds bajos del orden de  $10^{-2}$  a  $10^1$ , mientras que los experimentos de Komar y Miller alcanzan valores del número de Reynolds del orden  $10^2$  a  $10^4$  y, como consecuencia, los experimentos no necesariamente recrean condiciones de flujo comparables.

Los resultados de esta investigación indican que el arrastre incipiente es altamente dependiente y sensible al número de Reynolds, más aún cuando el análisis se extiende para los fluidos pseudoplásticos. Cuando el fluido es agua, la viscosidad puede ser despreciada frente a otros efectos, pero para el caso pseudoplástico, los efectos viscosos son importantes y no pueden ser ignorados. De esta forma, se desprende que las ecuaciones Komar & Miller (1973) sobrestiman el arrastre de material para las condiciones de flujo que se presentan en este experimento, pues ignoran los efectos del número de Reynolds que incluyen a la viscosidad.

## 5.4. Evaluación del arrastre incipiente por medio del criterio para flujos oscilatorios de Goddet (1960)

En el estudio presentado por Goddet (1960), el arrastre de material se analiza a partir de dos parámetros adimensionales: (1)  $\Psi = Rg \frac{D_s^2}{\nu U_m}$ , que representa la proporción que existe entre la fuerza de fricción coulombica y la fuerza de arrastre generada por el flujo, donde  $R$ ,  $g$ ,  $D_s$ ,  $\nu$  y  $U_m$  son el peso específico sumergido de los granos, la aceleración de gravedad, el diámetro de la partícula, la viscosidad cinemática del fluido y la velocidad orbital máxima en las cercanías del fondo, respectivamente; y (2)  $X = \frac{D_s}{\sqrt{\nu T}}$ , adimensional que incorpora el efecto del desarrollo de una capa límite laminar oscilatoria, y lo escala con una longitud característica del flujo en el fondo. Como se indicó en el Capítulo 2, el espesor  $\delta$  de la capa límite satisface que:  $\delta \sim \sqrt{\nu T}$ , donde  $T$  es el período de la ola. Luego, si se considera el diámetro como longitud característica del flujo en torno a la partícula, se obtiene como resultado el parámetro  $X$ . El estudio de Goddet resulta bastante atractivo para los propósitos de esta investigación, pues, al considerar el desarrollo de una capa límite laminar, incluye de forma explícita la viscosidad cinemática del fluido- Si como viscosidad característica se utiliza la viscosidad efectiva  $\nu_{eff}$  de Kozicki et al. (1966), definida en el Capítulo 2 (ecuación 2.35), es posible incluir directamente las características reológicas del fluido, dadas por su índice de flujo  $n$  y coeficiente de consistencia  $K$ . En la Figura 5.22, se presentan los resultados experimentales

a partir de los parámetros de Goddet. Los colores que se muestran, indican que el valor del número de Reynolds de la partícula que toma el dato experimental se encuentra dentro del rango indicado en la Tabla 5.4.

Cuando se comparan los resultados presentados por Goddet (1960) para sus experimentos realizados con agua en régimen laminar frente a los de este experimento, y cuyos flujos estén asociados a valores similares del número de Reynolds de la partícula ( $\mathbb{R}e_p < 40$ ), es posible distinguir que tanto los resultados de Goddet como los de esta memoria, entregan valores para el parámetro  $X$  del orden de  $10^{-1} - 10^0$ . Con respecto al parámetro  $\Psi$ , en esta investigación este toma valores del orden de  $10^2-10^3$ , que es dos órdenes de magnitud mayor que los presentados por Goddet. Sin embargo, este utiliza partículas de densidades hasta 11 veces menores que las de la arena, diámetros de partículas más grandes y sus condiciones de flujos consideran mayores profundidades  $h$  y un rango de períodos de oscilación  $T$  más amplio que los de este experimento.

Goddet (1960) indica que la dispersión horizontal de los datos se debe al número de Reynolds de la partícula. En general, este define la posición relativa de los resultados de arrastre incipiente en el gráfico y, en particular, a medida que aumenta el Reynolds, los resultados tienden a posicionarse más a la derecha de la gráfica. Además, este autor señala que los experimentos con Reynolds similares se agrupan lo largo de una misma línea de tendencia a medida que aumenta el valor de  $\Psi$ . De la Figura 5.22, se observa que este comportamiento se recupera tanto para los experimentos realizados con agua como para los con CMC. Por medio de la Tabla 5.4, es posible apreciar en la Figura 5.22, cómo de derecha a izquierda de la gráfica, se pasa desde el color negro, que define el rango para mayores valores del número de Reynolds, hasta alcanzar en el extremo el color rojo, que corresponden a aquellos con los con menores números de Reynolds. Los experimentos con Reynolds similares (colores idénticos en este caso), pero distintos valores de  $\Psi$ , recuperan la tendencia la indicada por este Goddet, de agruparse según el número de Reynolds.

Por otra parte, en la Figura 5.22 se observa que los datos experimentales, no sólo se segregan según el número de Reynolds, sino que existe un evidente efecto de la reología del fluido. En particular, los experimentos realizados con agua ( $n = 1$ ) se encuentran más arriba del gráfico que para el caso de los pseudoplásticos ( $n < 1$ ). Cuando se comparan experimentos con índices de flujos similares (W1-W2 ( $n = 1$ ) ; PL1-PL2 ( $n \sim 0,82$ ), por ejemplo), se distingue que el diámetro de la partícula también es un agente que segrega los resultados. Luego, la dispersión vertical de los resultados experimentales se debe a dos efectos: (1) la reología del fluido ( $n, K$ ) y (2) el diámetro de partícula ( $D_s$ ). Con el propósito de corregir la segregación vertical de los datos, a partir de resultados parciales de esta investigación, Tamburrino & Vidal (2017) proponen reemplazar el parámetro  $X$  por el adimensional  $X_r$ , definido como:

$$X_r = \mathbb{R}e_p^\alpha X \quad (5.6)$$

donde  $\mathbb{R}e_p$  es el número de Reynolds de la partícula,  $X$  es el parámetro de Goddet y  $\alpha$  es una constante que se calibra experimentalmente. Acorde a lo presentado por Tamburrino & Vidal (2017), cuando los datos se grafican en función de los parámetros  $\Psi$  y  $X_r$ , se aprecia un mejor colpaso de los datos, sin embargo, aún existe un efecto segregante de la reología.

Como consecuencia, el parámetro  $X_r$  se reemplaza por el adimensional  $X_n$  definido como:

$$X_n = e^{\beta n} X_r \quad (5.7)$$

donde  $n$  es el índice de flujo y  $\beta$  es una constante que se calibra experimentalmente.

Los estudios preliminares involucran a las soluciones acuosas puras (W1 y W2) y tres soluciones pseudoplásticas (PL1, PL2 y PL3), e indicaron que los datos se ajustaban con un coeficiente de correlación  $R^2 = 0,9998$  a la curva definida por:  $\Psi = 4,768X_n^{2,815}$ , para  $\alpha = -0,26$  y  $\beta = 2,75$ . Cuando se agregan los nuevos registros experimentales determinados para soluciones con CMC (PL4 a PL8), se recupera que el mejor colpaso de los datos se obtiene para los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  hallados con anterioridad. Sin embargo, estos se ajustan con un coeficiente de correlación  $R^2 = 0,985$  a la curva dada por:

$$\Psi = 6,1833X_n^{2,3107} \quad (5.8)$$

para  $\alpha = -0,26$  y  $\beta = 2,75$ .

En la Figura 5.23, se presentan los resultados experimentales en función de los adimensionales  $\Psi$  y  $X_r$  para  $\alpha = -0,26$ . Como se indicó anteriormente, este representa un mejor ajuste de los datos, pero conversa una segregación por reología. En la Figura 5.24, se presentan los resultados en función de  $\Psi$  y  $X_n$ , para  $\beta = 2,75$  y el ajuste de datos dado por la ecuación 5.8.

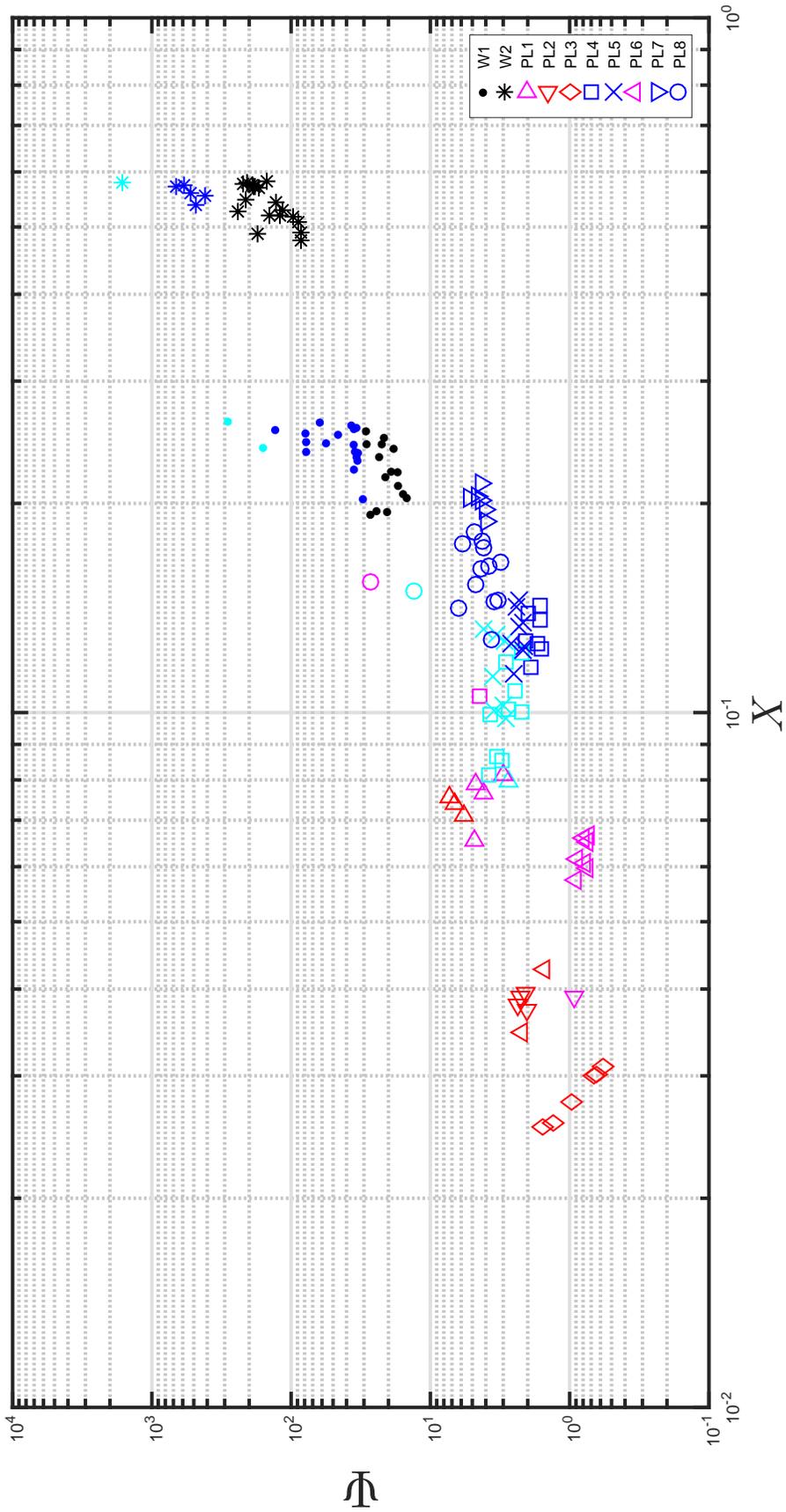


Figura 5.22: Resultados de arrastre incipiente de acuerdo a los parámetros adimensionales de Goddet (1960).

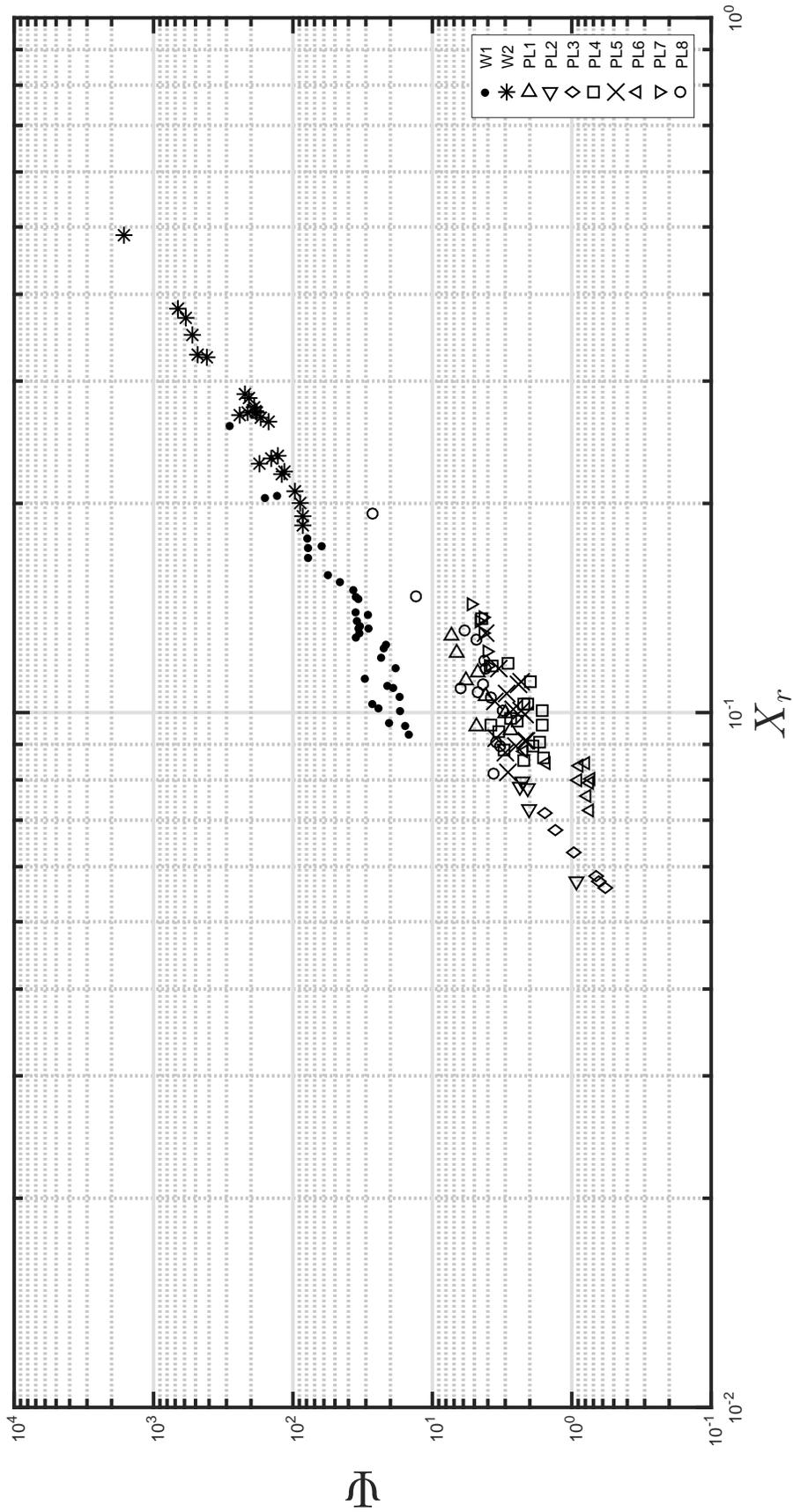


Figura 5.23: Resultados de arrastre incipiente de acuerdo a los parámetros de Tamburino & Vidal (2017).

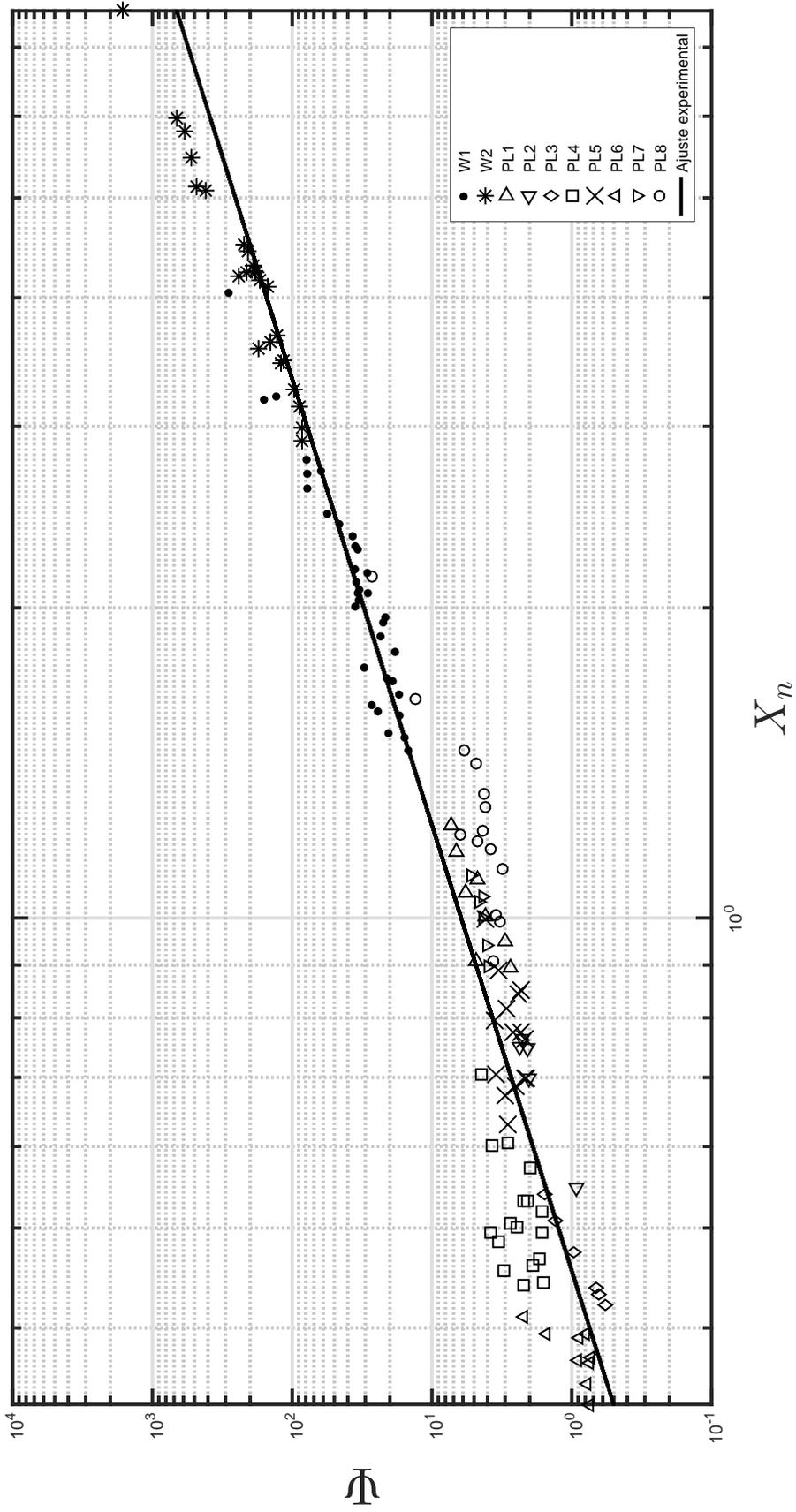


Figura 5.24: Condición de arrastre incipiente de acuerdo a los parámetros de Tamburrino & Vidal (2017). La recta corresponde a la ecuación 5.8.

# Capítulo 6

## Conclusiones

Durante el desarrollo de esta investigación se diseñó, construyó y utilizó una instalación con el propósito de estudiar el efecto de un flujo oscilatorio con superficie libre de un fluido pseudoplástico sobre el comienzo del movimiento de un lecho de partículas de arena. El diseño experimental permite generar un oleaje de período máximo igual a 2 segundos, que sea lo suficientemente regular como para poder definir un valor característico de altura y longitud de onda. Las principales fortalezas de este estudio frente a otros son: (1) la implementación del sistema de velocimetría por procesamiento de imágenes (PIV), que permite medir in situ la velocidad orbital del flujo, a diferencia de la gran mayoría de los estudios que determinan este parámetro mediante la teoría lineal del oleaje. La velocidad se midió a una profundidad de 5 mm sobre el fondo lecho, longitud que es proporcional al espesor de la capa límite laminar que se desarrolla; y (2) la utilización de fluidos pseudoplásticos para el estudio de arrastre incipiente, lo que permite incorporar la reología del fluido como variable por medio de la viscosidad efectiva,  $\nu_{eff}$  de Kozicki et al. (1966). Los fluidos se prepararon a partir de la disolución de carboximetilcelulosa (CMC) en agua. Las debilidades de la investigación están dadas por las limitaciones del montaje. Gran parte de los estudios utilizan canales de oleaje de dimensiones superiores a las de este trabajo, que permiten recrear oleajes de períodos mayores y similares a los hallados en ambientes naturales. Sin embargo, para efectos de este estudio, las dimensiones del canal se definieron a partir del volumen de fluido requerido durante cada experimento, que debe ser fácil de manipular y transportar hacia el canal y menor a 150 lts, que corresponde a la capacidad máxima del estanque de mezcla donde se elaboran las soluciones con CMC.

El trabajo experimental permitió obtener un total de 138 datos de arrastre incipiente, cada uno caracterizado por una reología, diámetro de partícula y características del oleaje diferentes. Acorde al criterio de Kamphuis (1975), la gran mayoría de las mediciones, salvo una, se encontraron en régimen laminar, y según las características del oleaje, los experimentos se desarrollaron predominantemente en la región de aguas intermedias. Durante los experimentos de arrastre incipiente que se realizaron se distinguieron dos diferencias importantes entre el agua y los fluidos pseudoplásticos: (1) para mismas condiciones de flujo, el arrastre incipiente de material ocurre para umbrales de frecuencia menores cuando el fluido es agua que cuando es una solución de CMC. Específicamente, se notó que el CMC presenta efectos cohesivos sobre la arena, que toman mayor importancia a medida que disminuye el

diámetro de la partícula o cuando se aumenta la concentración de CMC en agua. Para los diámetros de partículas utilizados y en el rango de operación de la instalación (25-150 rpm), no se pudo trabajar con mezclas con concentraciones en peso de CMC mayores a 0,6 %, asociadas a índices de flujos  $n \approx 0,56$ . Análogamente, el tamaño de partículas utilizadas quedó definido por el uso de soluciones con CMC. Para arenas de diámetros mayores a 1,15 mm o diámetros menores a 0,25 mm, que corresponden al máximo y mínimo diámetro usados durante esta investigación, no se visualizó arrastre material para ninguna solución pseudoplástica; y (2) el oleaje generado con agua es regular y uniforme a lo largo del canal para todas las condiciones de flujo, mientras que para las soluciones con CMC, la amplitud del oleaje evidencia un amortiguamiento a medida que desplaza en la dirección horizontal. Lo anterior implica que la ola que se genera disminuye su amplitud a medida que se propaga a lo largo del canal. El amortiguamiento se vuelve más notorio y pronunciado a medida que se aumenta la frecuencia, y para valores del orden de 100 rpm, el oleaje resultante no genera las velocidades orbitales requeridas para que exista arrastre del material.

El uso del método PIV permitió obtener la velocidad orbital in situ y, además, determinar cuál es la diferencia que existe entre la velocidad orbital medida y aquella predicha por la teoría lineal del oleaje para las soluciones con CMC. Pese a que la teoría lineal del oleaje se formula bajo el supuesto de flujo irrotacional y supone que la viscosidad del fluido es lo suficientemente baja, como la del agua, cuando se compara la velocidad orbital en el fondo predicha por la teoría con la medida mediante velocimetría por procesamiento de imágenes, el máximo error absoluto asociado es de 32,7 % y, para la mayoría de los experimentos realizados con CMC, el error es siempre menor al 20 %. Asimismo, para aquellos experimentos realizados con CMC donde la velocidad orbital no fue medida, sino calculada por medio de la teoría, se observó que recuperaban la misma tendencia que aquellos donde la velocidad orbital fue medida y, en general, presentaron una buena correlación con los datos medidos. Esto permite concluir que a pesar de sus supuestos, la teoría lineal del oleaje no es una mala aproximación para determinar las velocidades que se generan en el fondo para los fluidos pseudoplásticos.

Por medio de un análisis de fuerzas sobre una partícula sumergida en un medio fluido, se determinó una relación teórica para establecer el arrastre incipiente en flujos oscilatorios de la forma  $Fr_d^2 = Fr_d^2(\mathbb{R}e_p, KC)$ . Debido al número de variables involucradas y a la escasez de literatura que aborden el efecto de las fuerzas hidrodinámicas sobre cuerpos sumergidos de forma analítica, el análisis se restringió a dos casos:  $\mathbb{R}e_p \gg 1$  y  $\mathbb{R}e_p \ll 1$ , para ambas regiones la literatura permite definir una estructura de los coeficientes hidrodinámicos y poder desarrollar el problema. Para  $\mathbb{R}e_p \gg 1$ , los coeficientes hidrodinámicos se consideraron como constantes y a partir del criterio de Huse et al. (1987), se utilizó un coeficiente de arrastre para flujo oscilatorio que es proporcional al coeficiente de arrastre para corrientes unidireccionales multiplicado por un factor que incluye el parámetro  $KC$ , que incorpora los efectos oscilatorios del flujo. El coeficiente unidireccional utilizado corresponde al de Ceylan et al. (1999) que depende el índice de flujo  $n$ , y permite extender el análisis hacia los fluidos pseudoplásticos. El coeficiente de sustentación se considera como una proporción del coeficiente de arrastre acorde a lo propuesto por Tamburrino et al. (2016) y el coeficiente de masa agregada es igual a 0,5, correspondiente al de una esfera. Para  $\mathbb{R}e_p \ll 1$ , debido a los bajos números de Reynolds, es posible despreciar las aceleraciones convectivas de la partícula y descartar la fuerza de sustentación del análisis. Por otra parte, la fuerza de masa agregada y de arrastre se agrupan en una sola que depende del coeficiente de arrastre de Basset (1889),

que incorpora los efectos viscosos del fluido y los efectos oscilatorios del flujo por medio de la dependencia explícita del número de Reynolds y del número de Keulegan-Carpenter. Bajo las consideraciones anteriores, se determinó una relación analítica para definir el arrastre incipiente de material. Tanto para  $\mathbb{R}e_p \gg 1$  como para  $\mathbb{R}e_p \ll 1$ , a medida que el número de Reynolds alcanza valores extremos (muy grandes o muy bajos, respectivamente), la relevancia del número de Keulegan-Carpenter se vuelve cada vez menor. En particular, el problema es proporcional a  $1/KC$ , y para valores de  $KC$  altos, las diferencias en el valor de  $\mathbb{F}r_d^2$  son del orden de  $1/KC$  y el problema depende exclusivamente del número de Reynolds. Las ecuaciones propuestas son altamente sensibles a cambios en el número de Reynolds y perciben en menor medida los efectos del Keulegan-Carpenter, sin embargo, esto se debe a los supuestos realizados, que consideran flujos con altos/bajos números de Reynolds.

Los registros experimentales indicaron que todos los datos con agua se encontraron en el rango  $\mathbb{R}e_p > 1$ , alcanzando valores del orden de  $10^0 - 10^1$ , mientras que, aquellos realizados con soluciones con CMC, se encontraron predominantemente en el rango  $\mathbb{R}e_p < 1$  y alcanzaron valores del orden de  $10^{-2} - 10^0$ . Para mismas condiciones experimentales, los fluidos pseudoplásticos generan flujos con menores valores del número de Reynolds que para el caso newtoniano. En general, los experimentos permitieron vislumbrar que los valores de  $\mathbb{F}r_d^2$  son más sensibles ante variaciones del número de Reynolds que el número de Keulegan-Carpenter.

Cuando se contraponen los resultados experimentales frente a las ecuaciones propuestas a partir del desarrollo teórico de esta memoria, se notó que los experimentos de arrastre incipiente se encuentran siempre por sobre lo predicho. Más aún, los valores del parámetro  $\mathbb{F}r_d^2$  son hasta dos órdenes de magnitud mayores que los calculados mediante las ecuaciones para  $\mathbb{R}e_p \gg 1$  y  $\mathbb{R}e_p \ll 1$ . Por otro lado, como se mostró en las Figuras 5.18 y 5.17, los datos tienden a agruparse a lo largo de rectas con pendiente positiva. Esta pendiente es evidentemente mayor que la de las curvas teóricas y como consecuencia, se desprende que las relaciones propuestas subestiman el efecto del número de Reynolds. Así también, la teoría determinó que para valores de  $KC > 100$ , el parámetro  $KC$  comenzaba a perder relevancia en el problema, y las curvas propuestas comenzaban a tener una pendiente cuasi constante. Sin embargo, los datos experimentales no muestran esta conducta, y para valores de  $KC$  mayores a 200, los datos siguen la tendencia de agruparse a lo largo de una misma recta empinada. Así entonces, se concluye que el análisis teórico tampoco describe correctamente el efecto del número de Keulegan-Carpenter, y como consecuencia, tiende a subestimar la condición de arrastre incipiente. La discordancia entre el trabajo empírico y la teoría, se sustenta en los supuestos realizados para el análisis teórico. En primer lugar, la formulación de las ecuaciones comienza desde la base de que los números de Reynolds asociados al problema son muy grandes o muy pequeños, pero en esta investigación, el rango de valores que alcanza este adimensional fluctúa entre 0,019 y 37,6, por lo tanto, las condiciones de flujo que generan no son comparables al supuesto inicial. De hecho, se puede considerar que los resultados experimentales se encuentran en un régimen de transición entre las regiones definidas ( $\mathbb{R}e_p \gg 1$  y  $\mathbb{R}e_p \ll 1$ ). Además, las ecuaciones planteadas dependen fuertemente de la elección de los coeficientes hidrodinámicos  $C_D$ ,  $C_L$  y  $C_m$ , en especial del coeficiente de arrastre. Luego, el bajo grado de ajuste de los resultados experimentales frente a lo predicho, se atribuye en gran parte a la elección del coeficiente de arrastre para cada caso, pues, no necesariamente responden a las mismas condiciones de flujo de este experimento.

Cuando los resultados de arrastre incipiente se analizan por medio de los adimensionales  $\mathbb{F}r_d^2$  y  $KC$ , se observó que existe una tendencia bien definida a agruparse en rectas de pendiente positiva, donde los datos con menor número de Reynolds se posicionan más abajo que aquellos con mayores valores del Reynolds. Sin embargo, este comportamiento se observa sólo cuando se comparan resultados de un mismo tipo de fluido. Como se mostró en la Figura 5.16, cuando se comparan un experimento con agua y otro con soluciones con CMC asociados a un mismo valor del número de Keulegan-Carpenter, existen experimentos de arrastre incipiente que se posicionan más arriba del gráfico que aquellos obtenidos con agua, a pesar de que los resultados con CMC están asociados a valores del Reynolds menores que los del agua. Esto permite suponer que la reología sí tiene un efecto importante, y como se mencionó anteriormente, para condiciones de flujo similares, los fluidos pseudoplásticos tienden a generar arrastre incipiente para mayores valores de  $\mathbb{F}r_d^2$ . Pese a lo anterior, los resultados siguen una tendencia definida, y a partir de esto, se determinó que estos se ajustan con un coeficiente de correlación  $R^2 = 0,82$  a la curva dada por:

$$\mathbb{F}r_d^2 = 7 \cdot 10^{-5} KC^{1,7369} \quad (6.1)$$

donde la ecuación 6.1, define un criterio para el arrastre incipiente de material no cohesivo en flujos oscilatorios.

Con el propósito de contrastar los resultados obtenidos frente a otros criterios de arrastre incipiente y, en particular, determinar cuál es el grado de ajuste que existe frente a la literatura existente cuando se modifica la reología del fluido, se seleccionaron dos criterios.

El primero corresponde al establecido por Komar & Miller (1973), quienes definen una relación para el arrastre incipiente que puede expresarse en función de los parámetros  $KC$  y  $\mathbb{F}r_d^2$ . Se seleccionó este estudio, pues, la estructura de la ecuación que proponen, responde a un modelo general presentado por otros autores (Losada & Desiré, 1985). Además, esta se formula a partir de los datos experimentales registrados por Komar & Miller (1973) y los obtenidos por Bagnold (1946) y Manohar (1955), por lo que considera un amplio espectro de condiciones de flujos y partículas de diferentes tipos y tamaños. Cuando se evalúan los resultados experimentales obtenidos durante esta investigación con las ecuaciones propuestas en el estudio de Komar & Miller (1973), se determinó que en su mayoría los experimentos se encuentran bajo lo predicho por ambos autores. Sólo algunos pocos se ajustan a la curvas de Komar & Miller (1973) y corresponden a aquellos asociados a valores de  $KC > 200$ . En general, los datos experimentales se agrupan a lo largo de una misma recta, tal y cual predicen Komar & Miller (1973), sin embargo, la pendiente de los resultados de esta memoria es mucho mayor que la presentada por estos autores y se asocia a la influencia del número de Reynolds. Las principales diferencias entre ambos estudios se resumen en tres puntos: (1) la instalación experimental utilizada para obtener los datos: en esta investigación se utiliza un canal de oleaje, mientras que los registros de Komar & Miller (1973), fueron los obtenidos por Bagnold (1946) y Manohar (1955), realizados en mesas oscilatorias. Este factor resulta bastante relevante, pues, Davies & Wilkinson (1977) señalan que la mesa oscilatoria añade al arrastre de la partícula los efectos de la inercia de la propia partícula, que pueden opacar los efectos del flujo como agente causante del movimiento del fluido; (2) la ausencia de la viscosidad del fluido en el estudio de Komar & Miller (1973): los resultados presentados por

ambos autores se presentan para agua, donde la viscosidad del fluido es lo suficientemente baja como para descartarla del análisis. Sin embargo, los fluidos pseudoplásticos se caracterizan por altos valores de la viscosidad y, como consecuencia, este parámetro no puede ser despreciado; y (3) A pesar que los experimentos Komar & Miller (1973) y los de esta investigación abarcan un rango similar de valores del número de Keulegan-Carpenter, los flujos definidos por el número de Reynolds son totalmente diferentes. En esta investigación, los números de Reynolds que se alcanzan fluctúan entre valores del orden de  $10^{-2} - 10^1$ , mientras que en la investigación de ambos autores, este parámetro es del orden de  $10^2 - 10^4$ . Al variar el valor de este parámetro, las condiciones del flujo cambian y como resultado, a pesar de abarcar rangos similares de  $KC$ , las condiciones experimentales presentados por ambos estudios no representan condiciones de flujo similares.

El segundo criterio seleccionado para evaluar los resultados de arrastre incipiente fue el definido por Goddet (1960). Este autor aborda el problema por medio de los parámetros adimensionales  $\Psi$  y  $X$ , donde el primero representa la proporción que existe entre las fuerzas de fricción culómbica y la fuerza de arrastre del flujo, mientras que el segundo, representa un parámetro que escala una longitud característica del flujo en el fondo con el espesor de la capa límite oscilatoria que se desarrolla. Ambos adimensionales incluyen la viscosidad del fluido, y a partir de la viscosidad efectiva dada por la ecuación 2.35, se pueden incorporar de forma explícita la reología del fluido, definida por el índice de flujo  $n$  y coeficiente de consistencia  $K$ . Al evaluar los resultados por medio de este criterio, se apreció que se recupera un comportamiento solidario al predicho por Goddet (1960). Los resultados experimentales se segregan a lo largo del eje vertical según el diámetro de partícula. Así, para experimentos de igual reología (o similar), aquellas con mayores diámetros se hallan por sobre aquellas de diámetros menores. Además, para los experimentos con un mismo diámetro de partícula, se asocian según el valor que toma el número de Reynolds  $\mathbb{R}e_p$ , vale decir, los experimentos con valores del Reynolds similares se agrupan entre sí. Por otra parte, fue posible observar que los resultados también se segregan por reología. Más aún, los experimentos se distribuyen a lo largo del eje vertical según el valor del índice de flujo que este toma. Cuando el fluido es agua, donde el índice de flujo es igual a 1, los experimentos se posicionaron más arriba del gráfico que aquellos realizados con CMC, donde el índice de flujo es menor a 1. Para los experimentos por CMC, asociados a un mismo diámetro de partícula, se observó que los experimentos se agrupan a lo largo del eje vertical de mayor a menor índice de flujo. A pesar de que los resultados experimentales concuerdan con lo presentado por Goddet (1960), los valores que entrega esta investigación para el parámetro  $\Psi$  son de órdenes de magnitud mayor que los presentados por este autor. Sin embargo, Goddet (1960) considera un rango de períodos más amplio, que generan condiciones de flujo distintas a las de este experimento. Así también, Goddet (1960) utiliza partículas con densidades hasta 11 veces menores que las de la arena, y los experimentos que presentan condiciones de flujo comparables a las de esta investigación, corresponden a diámetros de partículas menores.

Con el objetivo de corregir la segregación por diámetro de partículas y reología del fluido, Tamburrino & Vidal (2017) proponen modificar el parámetro  $X$  de Goddet (1960), por el adimensional  $X_n = e^{\beta n} \mathbb{R}e_p^\alpha X$ , donde  $\mathbb{R}e_p$  es el número de Reynolds de la partícula,  $n$  es el índice de flujo y  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes que se calibran experimentalmente. Este parámetro incorpora las variables que originan la dispersión de los datos. Cuando se evalúa gráficamente el comportamiento del adimensional  $\Psi$  en función del parámetro  $X_n$ , los datos colpazan en

torno a una misma recta y se suprime la segregación por diámetro o reología, cuando los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  son iguales a:  $\alpha = -0,26$  y  $\beta = 2,75$ . La línea de tendencia, que representa el mejor ajuste de los datos, lo hace con un coeficiente de correlación  $R^2 = 0,985$  y está dada por la ecuación:

$$\Psi = 6,1833X_n^{2,3107} \quad (6.2)$$

donde la ecuación 6.2, define un criterio unificado para el arrastre incipiente de material no cohesivo en flujos oscilatorios, que incorpora la reología del fluido como variable del problema.

Los resultados presentados son perfectibles debido a la complejidad que existe para abordar el transporte incipiente de sedimento en flujos oscilatorios. Cuando este se enfrenta desde una perspectiva teórica, los supuestos realizados no necesariamente reproducen las condiciones reales de flujo. Desde un enfoque empírico, los flujos que se generan dependen estrictamente de la naturaleza de la instalación experimental, comúnmente, este factor entrega un alto grado de dispersión entre los estudios reportados. Así también, las publicaciones existentes presentan diferentes metodologías de trabajo, consideran distintas definiciones de arrastre incipiente, utilizan distintas variables acorde a sus supuestos, por nombrar algunas diferencias, lo que abre un gran abanico de posibilidades, y como consecuencia, no existe una única manera de hacer frente al estudio del arrastre incipiente.

La investigación entrega más preguntas que resultados, pero permite evaluar aspectos que no han sido considerados en estudios previos y conducir los estudios futuros que se realicen en esta línea de trabajo.

# Bibliografía

- Ayrton, H. (1910). The origin and growth of ripple-mark. *Proceedings of the Royal society of London*, Series A(84(571)), 285–310.
- Bagnold, R. (1946). Motion of waves in shallow water. interaction between waves and sand bottoms. *Proceedings of the Royal society of London*, Series A(187(1008)), 1–18.
- Basset, A. (1889). On the steady motion of an annular mass of rotating liquid. *American Journal of Mathematics*, (pp. 172–181).
- Blackburn, H. M. (2002). Mass and momentum transport from a sphere in steady and oscillatory flows. *Physics of fluids*, 14(11), 3997–4011.
- Brown, P. P. & Lawler, D. F. (2003). Sphere drag and settling velocity revisited. *Journal of environmental engineering*, 129(3), 222–231.
- Burcharth, H. & Thompson, A. (1983). stability of armour units in oscillatory flow. *Proc. Coastal Stru*, 83.
- Carstens, M. & Nelson, F. (1967). Evolution of a duned bed under oscillatory flow. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 72((12)), 3053–3059.
- Ceylan, K., Herdem, S., & Abbasov, T. (1999). A theoretical model for estimation of drag force in the flow of non-newtonian fluids around spherical solid particles. *Powder technology*, 103(3), 286–291.
- Chang, E. J. & Maxey, M. R. (1994). Unsteady flow about a sphere at low to moderate reynolds number. part 1. oscillatory motion. *Journal of Fluid Mechanics*, 277, 347–379.
- Chang, E. J. & Maxey, M. R. (1995). Unsteady flow about a sphere at low to moderate reynolds number. part 2. accelerated motion. *Journal of Fluid Mechanics*, 303, 133–153.
- Chhabra, R. (1992). Settling of cylinders in power law liquids. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, (pp. 385–386).
- Chhabra, R. & Uhlherr, P. (1980). Sphere motion through non newtonian fluids at high reynolds number. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, (pp. 124–128).
- Chhabra, R. P. & Richardson, J. F. (2008). *Non-Newtonian flow and applied rheology: engi-*

*neering applications*. Butterworth-Heinemann.

- Corona Cruz, A., Jiménez Salado, B., & Slisko, J. (2013). Cuerpos geométricos oscilando en un líquido:"masa virtual", paradoja de d'alembert. *Latin-American Journal of Physics Education*, 7(1).
- Darwin, G. (1883). On the formation of ripple-mark on sand. *Proceedings of the Royal society of London*, Series A(34(1)), 18–43.
- Davies, R. & Wilkinson, R. (1977). *The movement of noncohesive sediment by surface water waves. Part 1. Literature Survey*. Technical report, Institute of Oceanographic Sciences.
- Dean, R. & Dalrymple, R. (1991). *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientist*. Avanced Series on Ocean Engineering.
- Dingler, J. R. & Inman, D. L. (1977). Wave-formed ripples in nearshore sands. In *Coastal Engineering 1976* (pp. 2109–2126).
- Fredsøe, J., Andersen, K. H., & Sumer, B. M. (1999). Wave plus current over a ripple-covered bed. *Coastal Engineering*, 38(4), 177–221.
- Goddet, J. (1960). Etude du debut d entrainement des materiaux mobiles sous l action de la houle. *La Houille Blanche.*, (pp. 122–135).
- Horikawa, K. & Watanabe, A. (1967). A study on sand movement due to wave action. *Coastal Eng. Jpn*, 10, 39–57.
- Hunt, A. (1882). On the formation of ripplemark. *Proceedings of the Royal society of London*, Series A(34(1)), 1–18.
- Huse, E., Muren, P., et al. (1987). Drag in oscillatory flow interpreted from wake considerations. In *Offshore Technology Conference: Offshore Technology Conference*.
- Jenkins, S. A. & Inman, D. L. (1977). Forces on a sphere under linear progressive waves. In *Coastal Engineering 1976* (pp. 2413–2428).
- Jonsson, I. (1966). Wave boundary layers and friction factors. *Proc. 10th Int. Conf. Coastal Eng., Tokyo*, (pp. 127–148).
- Kamphuis, J. (1975). Friction factor under oscillatory waves. *Journal of Waterways, Harbors an Coastal Engineering Division, ASCE*, (pp. 135–144).
- Keulegan, G. & Carpenter, L. (1958). Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, (pp. 423–440).
- Komar, P. & Miller, M. (1973). The threshold of sediment movement under oscillatory water waters. *ournal of Sedimentary Petrology*, (pp. 1111–1113).
- Kozicki, W., Chou, C., & Tiu, C. (1966). Non-newtonian flow in ducts of arbitrary cross-sectional shape. *Chemical Engineering Science*, 21(8), 665–679.

- Lenhoff, L. (1985). Incipient motion of particle under oscillatory flow. *Coastal Engineering*, (pp. 1555–1568).
- Lofquist, K. E. (1977). *A positive displacement oscillatory water tunnel*. Technical report, U.S. Army, Corps of Engineers, Coastal Engineering Research Center.
- Losada, M. & Desiré, J. (1985). Incipient motion on a horizontal granular bed in non-breaking water waves. *Coastal Engineering*, (pp. 357–370).
- MAGNAN, J.-P. (1991). *Résistance au cisaillement*. Ed. Techniques Ingénieur.
- Manohar, M. (1955). Mechanics of bottom sediment movement due to wave action. *U.S. Army Corps of Engineers, Beach Erosion Board, Tech*, (pp. 121p).
- Mauil, D. & Milliner, M. (1978). Sinusoidal flow past a circular cylinder. *Coastal Engineering*, 2, 149–168.
- Miller, K. & Komar, P. (1980). *Oscillation Sand ripples Generated By Laboratory Apparatus*. Technical report, School of Oceanography.
- Morison, J., Johnson, J., Schaaf, S., et al. (1950). The force exerted by surface waves on piles. *Journal of Petroleum Technology*, 2(05), 149–154.
- O’Donoghue, T. & Wright, S. (2004). Concentrations in oscillatory sheet flow for well sorted and graded sands. *Coastal Engineering*, 50, 117–138.
- Pedocchi, F. & García, M. H. (2009). Ripple morphology under oscillatory flow: 2. experiments. *Journal of Geophysical Research*, 114, 1–17.
- Puig, J. O. (1998). *Teoría del buque: ola trocooidal, movimientos y esfuerzos*. Univ. Politèc. de Catalunya.
- Rance, P. J. & Warren, N. (1968). The threshold of movement of coarse material in oscillatory flow. *Proc 11th Conf. Coast. Eng.*, (pp. 487–49).
- Rigler, J. & Collins, B. (1984). Initial grain motion under oscillatory flow: A comparison of some threshold criteria. *Department of Oceanography*, (pp. 43–48).
- Sarpkaya, T. (1975). Forces on cylinders and spheres in a sinusoidally oscillating fluid. *Journal of Applied Mechanics*, 42(1), 32–37.
- Sekiguchi, T. & Sunamura, T. (2004). Effects of bed perturbation and velocity asymmetry on ripple initiation: wave-flume. *Coastal Engineering*, 50, 231–239.
- Sleath, J. F. (1978). Measurements of bed load in oscillatory flow. *Journal of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Division*, 104(3), 291–307.
- Tamburrino, A., Carrillo, D., Negrete, F., & Ihle, C. F. (2016). Critical shear stress for incipient motion of non-cohesive particles in open-channel flows of pseudoplastic fluids. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 94(6), 1084–1091.

- Tamburrino, A. & Vidal, K. (2017). Incipient motion of sediments in oscillatory flows of pseudoplastics fluids: Preliminary results. *Proceedings of the 3th World Congress on Mechanical, Chemical, and Material Engineering*.
- Vincent, G. (1958). Contribution to the study of sediment transport on a horizontal bed due to wave action. *Proc. 6th Conf. Coastal Eng.*, (pp. 326–355).
- Voropayev, S. and McEachern, G., Boyer, D., & Fernando, H. (1999). *The movement of non-cohesive sediment by surface water waves. Part 1. Literature Survey*. Technical report, Applied ocean Research.
- Voropayev, S., Roney, J., Boyer, D., Fernando, H., & Houston, W. (1998). The motion of large bottom particles (cobbles) in a wave-induced oscillatory flow. *Coastal Engineering*, (pp. 197–219).
- Westerweel, J. (1993). *Digital particle image velocimetry*. Delft University.
- Yalin, S. & Russel, R. (1962). Similarity in sediment transport due to waves. *Proceedings 8th Conference on Coastal Engineering*, (pp. 151–171).

# Anexos

# Anexos A

## Resultados experimentales y cálculo de errores

### A.1. Resultados de arrastre incipiente según las características del oleaje

En la presente sección se exhiben las características de la oscilación del flujo definidas por su frecuencia  $\omega$  (o período  $T$ ) y amplitud de la paleta  $R_{paleta}$ , y las características del oleaje que generan tales condiciones de flujo para todos los registros experimentales.

Tabla A.1: Resultados de arrastre incipiente según las características del oleaje

Experimento	h (cm)	$R_{paleta}$ (cm)	H (cm)	L (cm)	h/L	$\omega$ (1/s)	T (s)
W1	18	8	5.76	90.39	0.20	0.62	1.60
W1	18	7	4.00	61.26	0.29	0.82	1.22
W1	18	6	5.98	60.49	0.30	0.80	1.25
W1	18	5	4.26	70.84	0.25	0.91	1.10
W1	17	8	5.55	92.97	0.18	0.61	1.65
W1	17	7	4.26	57.28	0.30	0.73	1.36
W1	17	6	3.45	46.94	0.36	0.87	1.15
W1	17	5	4.25	51.15	0.33	0.97	1.03
W1	15	8	5.57	65.98	0.23	0.72	1.39
W1	15	7	3.80	49.17	0.31	0.86	1.16
W1	15	6	3.68	47.54	0.32	0.96	1.04
W1	13	8	3.44	48.04	0.27	0.80	1.26
W1	13	7	3.15	39.85	0.33	0.92	1.08
W1	12	8	3.30	47.52	0.25	0.87	1.15
W1	12	7	2.21	36.30	0.33	1.00	1.00
W1	11	8	2.30	31.31	0.35	0.88	1.14

Experimento	h (cm)	$R_{paleta}$ (cm)	H (cm)	L (cm)	h/L	$\omega$ (1/s)	T (s)
W1	11	7	2.32	32.09	0.34	0.82	1.21
W1	10	8	2.22	28.03	0.36	0.93	1.07
W1	29	8	5.66	100.80	0.29	0.60	1.66
W1	26	8	5.29	106.56	0.24	0.54	1.84
W1	26	7	5.03	80.70	0.32	0.78	1.29
W1	26	6	3.23	50.88	0.51	0.85	1.18
W1	26	5	3.41	40.61	0.64	1.01	0.99
W1	24	8	4.88	108.26	0.22	0.56	1.80
W1	24	7	5.27	102.13	0.23	0.72	1.38
W1	24	6	4.84	88.21	0.27	0.87	1.15
W1	24	5	4.40	67.92	0.35	0.98	1.02
W1	22	8	5.05	109.39	0.20	0.55	1.81
W1	22	7	4.95	93.75	0.23	0.70	1.43
W1	22	6	3.40	79.18	0.28	0.83	1.21
W1	22	5	3.14	44.57	0.49	0.95	1.05
W1	20	8	5.02	100.40	0.20	0.66	1.52
W1	20	7	5.18	80.38	0.25	0.84	1.19
W1	20	6	3.46	73.07	0.27	0.95	1.06
W2	26	8	6.44	102.35	0.25	0.73	1.37
W2	26	7	4.78	94.47	0.28	0.85	1.18
W2	26	6	4.39	66.77	0.39	1.01	0.99
W2	24	8	5.04	74.65	0.32	0.72	1.39
W2	24	7	3.97	67.11	0.36	0.84	1.19
W2	24	6	4.57	64.94	0.37	1.00	1.00
W2	22	8	6.17	92.06	0.24	0.69	1.45
W2	22	7	4.71	80.34	0.27	0.82	1.22
W2	22	6	3.88	64.89	0.34	0.99	1.01
W2	20	8	4.57	67.19	0.30	0.82	1.23
W2	20	7	5.18	53.80	0.37	0.98	1.02
W2	18	8	5.30	74.57	0.24	0.78	1.27
W2	18	7	3.34	41.71	0.43	0.93	1.08
W2	18	6	2.40	40.10	0.45	1.00	1.00
W2	17	8	4.30	74.51	0.23	0.81	1.23
W2	17	7	2.02	43.03	0.40	0.95	1.06
W2	17	6	1.49	31.70	0.54	1.01	0.99
W2	15	8	2.11	40.12	0.37	0.87	1.14
W2	15	7	2.04	33.87	0.44	0.99	1.01
W2	13	8	2.19	49.60	0.26	0.91	1.10
W2	12	8	2.73	55.31	0.22	0.89	1.12
W2	11	7	2.08	45.14	0.24	0.99	1.01
W2	12	7	2.82	38.53	0.31	1.01	0.99
W2	10	8	2.56	39.88	0.25	1.02	0.98
PL1	21.5	8	3.27	69.44	0.31	0.69	1.44
PL1	21.5	7	2.70	62.08	0.35	0.85	1.17

Experimento	h (cm)	$R_{paleta}$ (cm)	H (cm)	L (cm)	h/L	$\omega$ (1/s)	T (s)
PL1	20	8	2.41	53.58	0.37	0.95	1.05
PL1	18	7	2.26	45.98	0.39	1.01	0.99
PL1	18	8	2.58	84.12	0.21	0.90	1.11
PL1	17	8	2.35	62.09	0.27	0.91	1.09
PL1	17	7	2.33	54.58	0.31	1.00	1.00
PL1	15	8	3.00	57.28	0.26	0.97	1.03
PL2	18	8	2.32	80.53	0.22	0.83	1.20
PL2	18	7	2.01	45.73	0.39	0.96	1.04
PL2	17	7	1.93	43.58	0.39	1.01	0.99
PL2	17	8	2.03	47.78	0.36	0.90	1.11
PL2	15	8	1.92	40.32	0.37	1.02	0.98
PL3	22	8	2.33	45.77	0.48	0.97	1.03
PL3	21	8	2.56	45.98	0.46	0.94	1.06
PL3	20	8	2.54	64.75	0.31	0.99	1.01
PL3	19	8	2.20	63.94	0.30	1.00	1.00
PL3	18	8	1.76	53.84	0.33	0.96	1.04
PL3	17	8	1.85	70.41	0.24	1.01	0.99
PL4	20.5	16	7.33	88	0.23	0.67	1.50
PL4	20.5	14	7.18	80	0.26	0.74	1.35
PL4	20.5	12	7.10	85	0.24	0.91	1.10
PL4	20.5	10	7.36	91	0.23	1.12	0.89
PL4	20.5	8	5.13	53	0.39	1.30	0.77
PL4	17.5	16	5.88	71.67	0.24	0.72	1.39
PL4	17.5	14	6.86	68	0.26	0.87	1.15
PL4	17.5	12	5.74	55	0.32	1.04	0.96
PL4	17.5	10	5.37	53	0.33	1.22	0.82
PL4	15	16	4.94	65	0.23	0.70	1.43
PL4	15	14	5.47	85	0.18	0.89	1.13
PL4	15	12	5.12	80	0.19	1.08	0.92
PL4	12.5	16	4.09	98	0.13	0.90	1.11
PL4	12.5	14	5.79	85	0.15	1.10	0.91
PL4	12.5	12	5.02	64	0.20	1.32	0.76
PL4	10	16	3.80	76.67	0.13	0.97	1.03
PL4	10	14	3.34	85	0.12	1.22	0.82
PL5	20	16	4.18	107	0.19	0.67	1.50
PL5	20	14	7.04	69.33	0.29	0.86	1.17
PL5	20	12	6.45	68.33	0.29	1.00	1.00
PL5	20	10	4.88	70	0.29	1.23	0.81
PL5	17.5	16	3.78	115	0.15	0.60	1.67
PL5	17.5	14	4.61	100	0.18	0.77	1.30
PL5	17.5	12	5.62	95	0.18	0.96	1.05
PL5	17.5	10	5.10	80	0.22	1.11	0.90
PL5	15	16	3.79	77.33	0.19	0.68	1.47
PL5	15	14	4.32	100	0.15	0.86	1.17

Experimento	h (cm)	$R_{paleta}$ (cm)	H (cm)	L (cm)	h/L	$\omega$ (1/s)	T (s)
PL5	15	12	4.11	80	0.19	1.02	0.98
PL5	15	10	3.07	90	0.17	1.19	0.84
PL5	12.5	16	4.01	85	0.15	0.87	1.15
PL5	12.5	14	4.15	93	0.13	1.03	0.97
PL5	12.5	12	3.46	95	0.13	1.23	0.82
PL6	20.5	16	3.70	50	0.41	0.72	1.39
PL6	20.5	14	3.50	85	0.24	0.97	1.03
PL6	17.5	16	3.12	55	0.32	0.82	1.22
PL6	17.5	14	2.60	110	0.16	1.07	0.93
PL6	15	16	2.51	120	0.13	0.89	1.12
PL6	15	14	2.43	135	0.11	1.11	0.90
PL6	12.5	16	1.76	145	0.09	0.96	1.04
PL6	12.5	14	1.76	110	0.11	1.17	0.86
PL6	10	16	1.43	100	0.10	1.09	0.91
PL7	20	16	6.00	122	0.16	0.84	1.19
PL7	20	14	3.80	105	0.19	1.08	0.92
PL7	18	16	8.00	110	0.16	0.92	1.09
PL7	16	16	4.00	101	0.16	1.00	1.01
PL7	15	16	7.50	80	0.19	1.04	0.96
PL7	14	16	4.50	92.5	0.15	1.11	0.90
PL8	20.3	16	5.26	150	0.14	0.54	1.86
PL8	20.3	14	5.53	140	0.15	0.69	1.46
PL8	20.3	12	6.53	100	0.20	0.88	1.14
PL8	20.3	10	6.25	110	0.18	1.06	0.94
PL8	17.5	16	4.63	135	0.13	0.69	1.45
PL8	17.5	14	4.62	120	0.15	0.89	1.13
PL8	17.5	12	3.64	70	0.25	1.05	0.95
PL8	15	16	6.18	75	0.20	0.72	1.40
PL8	15	14	5.49	90	0.17	0.89	1.13
PL8	15	12	3.54	85	0.18	1.09	0.92
PL8	12.5	16	4.08	90	0.14	0.81	1.24
PL8	12.5	14	6.05	72	0.17	1.01	0.99
PL8	10	16	4.55	70	0.14	0.89	1.12
PL8	10	14	3.63	61	0.16	1.14	0.88

## A.2. Cálculo de errores

Sea una función  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  de  $n$  variables. El error asociado a la función  $\sigma_f$  se determina a partir de la relación:

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \right)^2} \quad (\text{A.1})$$

donde  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$  corresponde a la derivada parcial de la función  $f$  con respecto a la variable  $x_i$  y  $\sigma_{x_i}$  corresponde al error asociado a la variable  $x_i$ .

### A.3. Resultados de arrastre incipiente según los parámetros del flujo y del fluido

En la presente sección se exhiben las características del flujo en el fondo dadas por la velocidad orbital máxima  $U_m$  y la máxima semiexcursión orbital  $A$  para cada dato experimental. Asimismo, se presentan los errores asociados al cálculo de estos parámetros.

Tabla A.2: Resultados de arrastre incipiente según los parámetros del flujo y del fluido

Experimento	$U_m$ (cm/s)	$\sigma_{U_m}$ (cm/s)	A (cm)	$\sigma_A$ (cm)	$\nu_{eff}$ (cm <sup>2</sup> /s)	$\sigma_{\nu_{eff}}$ (cm <sup>2</sup> /s)
W1	7.031	0.001	11.282	0.003	0.0092	0.0001
W1	3.332	0.001	4.070	0.001	0.0092	0.0001
W1	4.729	0.001	5.934	0.002	0.0092	0.0001
W1	5.123	0.001	5.659	0.001	0.0092	0.0001
W1	7.466	0.001	12.297	0.004	0.0092	0.0001
W1	3.116	0.001	4.249	0.002	0.0092	0.0001
W1	1.966	0.001	2.251	0.001	0.0092	0.0001
W1	3.247	0.001	3.357	0.001	0.0092	0.0001
W1	6.418	0.001	8.906	0.002	0.0092	0.0001
W1	3.103	0.001	3.589	0.001	0.0092	0.0001
W1	3.113	0.001	3.244	0.001	0.0092	0.0001
W1	3.256	0.001	4.087	0.001	0.0092	0.0001
W1	2.396	0.001	2.593	0.001	0.0092	0.0001
W1	3.840	0.001	4.425	0.001	0.0092	0.0001
W1	1.772	0.001	1.769	0.001	0.0092	0.0001
W1	1.415	0.001	1.607	0.001	0.0092	0.0001
W1	1.415	0.001	1.716	0.001	0.0092	0.0001
W1	1.398	0.001	1.500	0.001	0.0092	0.0001
W1	3.615	0.001	5.997	0.002	0.0092	0.0001
W1	4.088	0.001	7.522	0.003	0.0092	0.0001
W1	3.304	0.001	4.248	0.002	0.0092	0.0001
W1	0.694	0.001	0.820	0.001	0.0092	0.0001
W1	0.387	0.001	0.384	0.001	0.0092	0.0001
W1	4.524	0.001	8.124	0.003	0.0092	0.0001
W1	5.769	0.001	7.975	0.002	0.0092	0.0001

Experimento	$U_m$ (cm/s)	$\sigma_{U_m}$ (cm/s)	A (cm)	$\sigma_A$ (cm)	$\nu_{eff}$ (cm <sup>2</sup> /s)	$\sigma_{\nu_{eff}}$ (cm <sup>2</sup> /s)
W1	4.938	0.001	5.692	0.002	0.0092	0.0001
W1	2.987	0.001	3.040	0.001	0.0092	0.0001
W1	5.393	0.001	9.743	0.003	0.0092	0.0001
W1	5.240	0.001	7.513	0.002	0.0092	0.0001
W1	3.170	0.001	3.840	0.001	0.0092	0.0001
W1	0.848	0.001	0.890	0.001	0.0092	0.0001
W1	6.465	0.001	9.820	0.003	0.0092	0.0001
W1	6.008	0.001	7.135	0.002	0.0092	0.0001
W1	3.804	0.001	4.024	0.001	0.0092	0.0001
W2	6.241	0.001	8.548	0.002	0.0092	0.0001
W2	4.663	0.001	5.508	0.002	0.0092	0.0001
W2	2.425	0.001	2.406	0.001	0.0092	0.0001
W2	3.087	0.001	4.279	0.002	0.0092	0.0001
W2	2.235	0.001	2.665	0.001	0.0092	0.0001
W2	2.836	0.001	2.845	0.001	0.0092	0.0001
W2	6.269	0.001	9.082	0.003	0.0092	0.0001
W2	4.476	0.001	5.475	0.002	0.0092	0.0001
W2	2.895	0.001	2.937	0.001	0.0092	0.0001
W2	3.698	0.001	4.533	0.001	0.0092	0.0001
W2	3.127	0.001	3.181	0.001	0.0092	0.0001
W2	6.023	0.001	7.676	0.002	0.0092	0.0001
W2	1.300	0.001	1.401	0.001	0.0092	0.0001
W2	0.902	0.001	0.902	0.001	0.0092	0.0001
W2	5.535	0.001	6.833	0.002	0.0092	0.0001
W2	1.012	0.001	1.069	0.001	0.0092	0.0001
W2	0.327	0.001	0.322	0.001	0.0092	0.0001
W2	1.117	0.001	1.278	0.001	0.0092	0.0001
W2	0.790	0.001	0.797	0.001	0.0092	0.0001
W2	2.501	0.001	2.751	0.001	0.0092	0.0001
W2	4.190	0.001	4.696	0.001	0.0092	0.0001
W2	2.925	0.001	2.968	0.001	0.0092	0.0001
W2	2.592	0.001	2.556	0.001	0.0092	0.0001
W2	3.552	0.001	3.475	0.001	0.0092	0.0001
PL1	2.075	0.001	2.994	0.002	0.49	0.04
PL1	1.665	0.001	1.954	0.001	0.51	0.04
PL1	1.392	0.001	1.466	0.001	0.53	0.03
PL1	1.238	0.001	1.224	0.001	0.54	0.03
PL1	4.098	0.001	4.539	0.001	0.43	0.04
PL1	2.500	0.001	2.734	0.001	0.47	0.04
PL1	2.107	0.001	2.107	0.001	0.49	0.04
PL1	3.664	0.001	3.782	0.001	0.44	0.04
PL2	3.172	0.001	3.806	0.001	0.34	0.03
PL2	1.032	0.001	1.072	0.001	0.42	0.03
PL2	1.068	0.001	1.055	0.001	0.42	0.03

Experimento	$U_m$ (cm/s)	$\sigma_{U_m}$ (cm/s)	A (cm)	$\sigma_A$ (cm)	$\nu_{eff}$ (cm <sup>2</sup> /s)	$\sigma_{\nu_{eff}}$ (cm <sup>2</sup> /s)
PL2	1.243	0.001	1.378	0.001	0.4	0.03
PL2	1.195	0.001	1.176	0.001	0.41	0.03
PL3	0.692	0.001	0.715	0.001	0.95	0.07
PL3	0.863	0.001	0.917	0.001	0.89	0.07
PL3	2.325	0.001	2.341	0.001	0.68	0.06
PL3	2.192	0.001	2.186	0.001	0.7	0.07
PL3	1.321	0.001	1.375	0.001	0.8	0.07
PL3	2.694	0.001	2.676	0.001	0.66	0.06
PL4	5.803	0.001	8.726	0.003	0.48	0.05
PL4	9.836	0.001	13.301	0.003	0.39	0.05
PL4	8.406	0.001	9.237	0.002	0.41	0.05
PL4	11.191	0.001	9.977	0.002	0.37	0.05
PL4	3.130	0.001	2.401	0.001	0.62	0.06
PL4	5.069	0.001	7.022	0.002	0.51	0.06
PL4	6.886	0.001	7.918	0.002	0.45	0.05
PL4	4.093	0.001	3.948	0.001	0.55	0.06
PL4	6.478	0.001	5.310	0.001	0.46	0.05
PL4	4.060	0.001	5.800	0.002	0.55	0.06
PL4	13.015	0.001	14.679	0.003	0.35	0.04
PL4	10.107	0.001	9.324	0.002	0.38	0.05
PL4	17.220	0.001	19.133	0.004	0.31	0.04
PL4	16.408	0.001	14.853	0.002	0.32	0.04
PL4	11.783	0.001	8.904	0.001	0.36	0.04
PL4	15.483	0.001	16.017	0.003	0.32	0.04
PL4	16.468	0.001	13.554	0.002	0.31	0.04
PL5	8.402	0.001	12.635	0.003	0.33	0.04
PL5	6.751	0.001	7.881	0.002	0.35	0.04
PL5	8.854	0.001	8.812	0.002	0.33	0.04
PL5	5.419	0.001	4.394	0.001	0.37	0.04
PL5	8.990	0.001	14.983	0.004	0.33	0.04
PL5	10.902	0.001	14.158	0.003	0.31	0.03
PL5	10.159	0.001	10.638	0.002	0.32	0.03
PL5	7.379	0.001	6.668	0.001	0.35	0.04
PL5	6.960	0.001	10.258	0.003	0.35	0.04
PL5	13.079	0.001	15.238	0.003	0.3	0.03
PL5	12.174	0.001	11.916	0.002	0.3	0.03
PL5	11.482	0.001	9.683	0.002	0.31	0.03
PL5	13.539	0.001	15.532	0.003	0.3	0.03
PL5	13.159	0.001	12.817	0.002	0.3	0.03
PL5	11.957	0.001	9.749	0.002	0.3	0.03
PL6	1.220	0.001	1.697	0.001	3.1	0.3
PL6	6.055	0.001	6.218	0.001	1.5	0.2
PL6	2.349	0.001	2.876	0.001	2.4	0.2
PL6	8.567	0.001	7.979	0.002	1.3	0.2

Experimento	$U_m$ (cm/s)	$\sigma_{U_m}$ (cm/s)	A (cm)	$\sigma_A$ (cm)	$\nu_{eff}$ (cm <sup>2</sup> /s)	$\sigma_{\nu_{eff}}$ (cm <sup>2</sup> /s)
PL6	8.693	0.001	9.731	0.002	1.3	0.2
PL6	8.856	0.001	7.991	0.001	1.3	0.2
PL6	8.074	0.001	8.425	0.002	1.4	0.2
PL6	7.503	0.001	6.431	0.001	1.4	0.2
PL6	6.345	0.001	5.804	0.001	1.5	0.2
PL7	17.105	0.001	20.323	0.004	0.31	0.03
PL7	11.675	0.001	10.777	0.002	0.35	0.03
PL7	16.691	0.001	18.208	0.003	0.32	0.03
PL7	15.111	0.001	15.187	0.003	0.32	0.03
PL7	14.149	0.001	13.583	0.002	0.33	0.03
PL7	15.478	0.001	13.965	0.002	0.32	0.03
PL8	13.228	0.001	24.572	0.008	0.17	0.02
PL8	14.182	0.001	20.653	0.005	0.17	0.02
PL8	12.781	0.001	14.551	0.003	0.18	0.02
PL8	11.308	0.001	10.668	0.002	0.18	0.02
PL8	15.249	0.001	22.154	0.006	0.17	0.02
PL8	15.752	0.001	17.799	0.004	0.17	0.02
PL8	1.345	0.001	1.279	0.001	0.23	0.02
PL8	7.125	0.001	9.965	0.003	0.19	0.02
PL8	10.860	0.001	12.271	0.003	0.18	0.02
PL8	7.752	0.001	7.145	0.001	0.19	0.02
PL8	9.899	0.001	12.247	0.003	0.18	0.02
PL8	11.547	0.001	11.414	0.002	0.18	0.02
PL8	3.099	0.001	3.469	0.001	0.21	0.02
PL8	9.777	0.001	8.588	0.002	0.18	0.02

#### A.4. Resultados de arrastre incipiente según los adimensionales $\mathbb{R}e_w$ , $\mathbb{R}e_p$ y $KC$

En la presente sección se exhibe el detalle del cálculo de los parámetros adimensionales  $\mathbb{R}e_w$ ,  $\mathbb{R}e_p$  y  $KC$  para cada dato experimental. Asimismo, se presentan los errores asociados al cálculo de estos parámetros.

Tabla A.3: Resultados de arrastre incipiente según los adimensionales  $\mathbb{R}e_w$ ,  $\mathbb{R}e_p$  y  $KC$

Experimento	$\mathbb{R}e_w$	$\sigma_{\mathbb{R}e_w}$	$\mathbb{R}e_p$	$\sigma_{\mathbb{R}e_p}$	$KC$	$\sigma_{KC}$	$\mathbb{F}r_d^2$	$\sigma_{\mathbb{F}r_d^2}$
W1	8660	95	19	2	451	45	1.2	0.1
W1	1480	16	9.1	0.9	163	16	0.27	0.03
W1	3064	34	13	1	237	24	0.6	0.1

Experimento	$Re_w$	$\sigma_{Re_w}$	$Re_p$	$\sigma_{Re_p}$	$KC$	$\sigma_{KC}$	$Fr_d^2$	$\sigma_{Fr_d^2}$
W1	3165	35	14	1	226	23	0.6	0.1
W1	10022	110	20	2	492	49	1.4	0.1
W1	1445	16	8.5	0.9	170	17	0.24	0.02
W1	483	5	5.4	0.5	90	9	0.10	0.01
W1	1190	13	8.9	0.9	134	13	0.26	0.03
W1	6241	68	18	2	356	36	1.0	0.1
W1	1216	13	8.5	0.9	144	14	0.24	0.02
W1	1103	12	8.5	0.9	130	13	0.24	0.02
W1	1453	16	8.9	0.9	163	16	0.26	0.03
W1	678	7	6.5	0.7	104	10	0.14	0.01
W1	1855	20	10	1	177	18	0.36	0.04
W1	342	4	4.8	0.5	71	7	0.08	0.01
W1	248	3	3.9	0.4	64	6	0.049	0.005
W1	265	3	3.9	0.4	69	7	0.050	0.005
W1	229	3	3.8	0.4	60	6	0.048	0.005
W1	2367	26	9.9	1.0	240	24	0.32	0.03
W1	3357	37	11	1	301	30	0.41	0.04
W1	1532	17	9.0	0.9	170	17	0.27	0.03
W1	62.1	0.7	1.9	0.2	33	3	0.012	0.001
W1	16.2	0.2	1.1	0.1	15	2	0.004	0.000
W1	4012	44	12	1	325	32	0.5	0.1
W1	5022	55	16	2	319	32	0.8	0.1
W1	3069	34	13	1	228	23	0.6	0.1
W1	991	11	8.2	0.8	122	12	0.22	0.02
W1	5736	63	14.7	1.5	390	39	0.7	0.1
W1	4298	47	14.3	1.4	301	30	0.7	0.1
W1	1329	15	8.7	0.9	154	15	0.25	0.02
W1	82	1	2.3	0.2	36	4	0.018	0.002
W1	6931	76	18	2	393	39	1.0	0.1
W1	4680	51	16	2	285	29	0.9	0.1
W1	1671	18	10	1	161	16	0.36	0.04
W2	5824	64	37	2	155	7	0.44	0.02
W2	2804	31	28	1	100	5	0.24	0.01
W2	637	7	14.6	0.7	44	2	0.066	0.003
W2	1442	16	18.5	0.9	78	4	0.107	0.005
W2	650	7	13.4	0.6	48	2	0.056	0.003
W2	881	10	17.0	0.8	52	2	0.090	0.004
W2	6216	68	38	2	165	8	0.44	0.02
W2	2676	29	27	1	100	5	0.23	0.01
W2	928	10	17.4	0.8	53	2	0.09	0.00
W2	1830	20	22	1	82	4	0.15	0.01
W2	1086	12	18.8	0.9	58	3	0.11	0.01
W2	5047	55	36.2	1.7	140	6	0.41	0.02
W2	199	2	7.8	0.4	25	1	0.019	0.001

Experimento	$Re_w$	$\sigma_{Re_w}$	$Re_p$	$\sigma_{Re_p}$	$KC$	$\sigma_{KC}$	$Fr_d^2$	$\sigma_{Fr_d^2}$
W2	89	1	5.4	0.3	16	1	0.009	0.000
W2	4129	45	33	2	124	6	0.34	0.02
W2	118	1	6.1	0.3	19	1	0.012	0.001
W2	11.5	0.1	2.0	0.1	6	0	0.001	0.000
W2	156	2	6.7	0.3	23	1	0.014	0.001
W2	69	1	4.7	0.2	14	1	0.007	0.000
W2	751	8	15.0	0.7	50	2	0.070	0.003
W2	2148	23	25	1	85	4	0.20	0.01
W2	948	10	17.6	0.8	54	2	0.096	0.004
W2	723	8	15.6	0.7	46	2	0.076	0.003
W2	1347	15	21	1	63	3	0.14	0.01
PL1	12.7	0.9	0.23	0.02	54	2	0.048	0.002
PL1	6.4	0.4	0.18	0.01	36	2	0.031	0.001
PL1	3.9	0.3	0.15	0.01	27	1	0.022	0.001
PL1	2.8	0.2	0.13	0.01	22	1	0.017	0.001
PL1	43	4	0.5	0.1	83	4	0.19	0.01
PL1	14	1	0.29	0.03	50	2	0.070	0.003
PL1	9.1	0.7	0.24	0.02	38	2	0.050	0.002
PL1	31	3	0.46	0.04	69	3	0.15	0.01
PL2	35	3	0.23	0.03	152	15	0.25	0.02
PL2	2.6	0.2	0.06	0.01	43	4	0.026	0.003
PL2	2.7	0.2	0.06	0.01	42	4	0.028	0.003
PL2	4.2	0.3	0.08	0.01	55	6	0.038	0.004
PL2	3.5	0.3	0.07	0.01	47	5	0.035	0.004
PL3	0.52	0.04	0.018	0.002	29	3	0.012	0.001
PL3	0.9	0.1	0.024	0.003	37	4	0.018	0.002
PL3	7.9	0.8	0.08	0.01	94	9	0.13	0.01
PL3	6.9	0.6	0.08	0.01	87	9	0.12	0.01
PL3	2.3	0.2	0.04	0.01	55	5	0.043	0.004
PL3	11	1	0.10	0.01	107	11	0.18	0.02
PL4	106	12	0.9	0.2	120	21	0.29	0.05
PL4	337	41	1.8	0.4	183	32	0.8	0.1
PL4	188	22	1.5	0.3	127	22	0.6	0.1
PL4	303	37	2.2	0.5	138	24	1.1	0.2
PL4	12	1	0.4	0.1	33	6	0.08	0.01
PL4	70	8	0.7	0.1	97	17	0.22	0.04
PL4	122	14	1.1	0.2	109	19	0.4	0.1
PL4	29	3	0.5	0.1	54	9	0.14	0.02
PL4	75	9	1.0	0.2	73	13	0.4	0.1
PL4	42	5	0.5	0.1	80	14	0.14	0.02
PL4	552	69	2.7	0.6	202	35	1.4	0.2
PL4	246	30	1.9	0.4	129	22	0.9	0.2
PL4	1066	138	4.0	0.9	264	46	2.5	0.4
PL4	773	100	3.8	0.8	205	35	2.3	0.4

Experimento	$Re_w$	$\sigma_{Re_w}$	$Re_p$	$\sigma_{Re_p}$	$KC$	$\sigma_{KC}$	$Fr_d^2$	$\sigma_{Fr_d^2}$
PL4	291	36	2.4	0.5	123	21	1.2	0.2
PL4	768	98	3.5	0.7	221	38	2.0	0.4
PL4	709	91	3.8	0.8	187	32	2.3	0.4
PL5	318	33	1.8	0.4	174	30	0.6	0.1
PL5	150	15	1.4	0.3	109	19	0.4	0.1
PL5	237	25	1.9	0.4	122	21	0.7	0.1
PL5	64	6	1.0	0.2	61	10	0.25	0.04
PL5	410	44	2.0	0.4	207	36	0.7	0.1
PL5	494	54	2.5	0.5	195	34	1.0	0.2
PL5	340	37	2.3	0.5	147	25	0.9	0.2
PL5	142	15	1.5	0.3	92	16	0.5	0.1
PL5	203	21	1.4	0.3	141	24	0.4	0.1
PL5	669	76	3.2	0.7	210	36	1.5	0.3
PL5	478	54	2.9	0.6	164	28	1.3	0.2
PL5	361	40	2.7	0.6	134	23	1.1	0.2
PL5	712	81	3.3	0.7	214	37	1.6	0.3
PL5	567	64	3.2	0.7	177	30	1.5	0.3
PL5	382	43	2.8	0.6	134	23	1.2	0.2
PL6	0.66	0.06	0.03	0.01	23	4	0.013	0.002
PL6	24	3	0.3	0.1	86	15	0.3	0.1
PL6	2.9	0.3	0.07	0.01	40	7	0.05	0.01
PL6	51	6	0.5	0.1	110	19	0.6	0.1
PL6	64	8	0.5	0.1	134	23	0.6	0.1
PL6	54	7	0.5	0.1	110	19	0.7	0.1
PL6	50	6	0.4	0.1	116	20	0.6	0.1
PL6	34	4	0.4	0.1	89	15	0.5	0.1
PL6	24	3	0.3	0.1	80	14	0.3	0.1
PL7	1110	118	6	1	177	23	1.6	0.2
PL7	364	36	3.9	0.6	94	12	0.7	0.1
PL7	964	102	6	1	158	21	1.5	0.2
PL7	709	74	5.4	0.9	132	17	1.2	0.2
PL7	584	60	4.9	0.8	118	15	1.1	0.1
PL7	672	70	5.5	0.9	121	16	1.3	0.2
PL8	1860	205	5	1	339	58	1.5	0.3
PL8	1691	189	6	1	285	49	1.7	0.3
PL8	1060	116	5	1	201	35	1.4	0.2
PL8	677	73	4.6	0.9	147	25	1.1	0.2
PL8	1968	223	6	1	306	53	2.0	0.3
PL8	1640	187	7	1	246	42	2.1	0.4
PL8	7.4	0.5	0.4	0.1	18	3	0.015	0.003
PL8	376	37	2.7	0.5	137	24	0.4	0.1
PL8	744	79	4.4	0.9	169	29	1.0	0.2
PL8	296	30	3.0	0.6	99	17	0.5	0.1
PL8	669	70	4.0	0.8	169	29	0.8	0.1

Experimento	$Re_w$	$\sigma_{Re_w}$	$Re_p$	$\sigma_{Re_p}$	$KC$	$\sigma_{KC}$	$Fr_d^2$	$\sigma_{Fr_d^2}$
PL8	741	80	5	1	157	27	1.1	0.2
PL8	51	4	1.1	0.2	48	8	0.08	0.01
PL8	463	48	3.9	0.8	118	20	0.8	0.1

## A.5. Resultados de arrastre incipiente según los parámetros de Goddet (1960) y los parámetros modificados de Tamburrino & Vidal (2017)

En la presente sección se exhibe el detalle del cálculo de los parámetros adimensionales  $\Psi$ ,  $X$ ,  $X_r$  y  $X_n$  para cada dato experimental. Asimismo, se presentan los errores asociados al cálculo de estos parámetros.

Tabla A.4: Resultados de arrastre incipiente según los parámetros de Goddet (1960) y los parámetros modificados de Tamburrino & Vidal (2017)

Experimento	$\Psi$	$\sigma_\Psi$	$X$	$\sigma_X$	$X_r$	$\sigma_{X_r}$	$X_n$	$\sigma_{X_n}$
W1	16	3	0.2	0.1	1.5	0.5	0.07	0.03
W1	33	7	0.2	0.1	2.1	0.7	0.07	0.04
W1	23	5	0.2	0.1	1.9	0.6	0.07	0.04
W1	22	4	0.2	0.1	2.0	0.7	0.08	0.04
W1	15	3	0.2	0.1	1.5	0.5	0.06	0.03
W1	35	7	0.2	0.1	2.0	0.7	0.07	0.04
W1	56	11	0.2	0.2	2.5	0.8	0.08	0.05
W1	34	7	0.3	0.1	2.3	0.8	0.08	0.05
W1	17	3	0.2	0.1	1.6	0.5	0.07	0.03
W1	36	7	0.2	0.1	2.2	0.7	0.08	0.05
W1	35	7	0.3	0.1	2.3	0.8	0.08	0.05
W1	34	7	0.2	0.1	2.1	0.7	0.07	0.04
W1	46	9	0.3	0.2	2.4	0.8	0.08	0.05
W1	29	6	0.2	0.1	2.1	0.7	0.08	0.04
W1	62	12	0.3	0.2	2.7	0.9	0.08	0.06
W1	78	16	0.2	0.2	2.7	0.9	0.08	0.06
W1	78	16	0.2	0.2	2.6	0.9	0.08	0.06
W1	79	16	0.3	0.2	2.8	0.9	0.08	0.06
W1	31	6	0.2	0.1	1.7	0.6	0.06	0.04
W1	27	5	0.2	0.1	1.6	0.5	0.06	0.03
W1	33	7	0.2	0.1	2.0	0.7	0.07	0.04
W1	159	32	0.2	0.2	3	1	0.08	0.07

Experimento	$\Psi$	$\sigma_\Psi$	$X$	$\sigma_X$	$X_r$	$\sigma_{X_r}$	$X_n$	$\sigma_{X_n}$
W1	285	57	0.3	0.3	4	1	0.08	0.09
W1	24	5	0.2	0.1	1.6	0.5	0.06	0.03
W1	19	4	0.2	0.1	1.7	0.6	0.07	0.04
W1	22	4	0.2	0.1	1.9	0.6	0.08	0.04
W1	37	7	0.3	0.2	2.3	0.8	0.08	0.05
W1	20	4	0.2	0.1	1.5	0.5	0.06	0.03
W1	21	4	0.2	0.1	1.7	0.6	0.07	0.04
W1	35	7	0.2	0.1	2.1	0.7	0.08	0.04
W1	130	26	0.3	0.2	3	1	0.08	0.07
W1	17	3	0.2	0.1	1.6	0.5	0.07	0.03
W1	18	4	0.2	0.1	1.8	0.6	0.08	0.04
W1	29	6	0.3	0.1	2.2	0.7	0.08	0.05
W2	86	8	0.5	0.2	3	1	0.16	0.06
W2	115	10	0.5	0.2	3	1	0.17	0.07
W2	220	20	0.6	0.3	4	1	0.18	0.09
W2	173	16	0.5	0.2	4	1	0.15	0.07
W2	239	22	0.5	0.3	4	1	0.17	0.09
W2	188	17	0.6	0.3	4	1	0.18	0.09
W2	85	8	0.5	0.2	2.9	0.9	0.15	0.06
W2	119	11	0.5	0.2	3	1	0.16	0.07
W2	184	17	0.6	0.3	4	1	0.18	0.09
W2	144	13	0.5	0.2	4	1	0.16	0.07
W2	171	16	0.6	0.3	4	1	0.18	0.09
W2	89	8	0.5	0.2	3	1	0.16	0.06
W2	411	38	0.6	0.3	5	2	0.2	0.1
W2	592	54	0.6	0.4	6	2	0.2	0.1
W2	96	9	0.5	0.2	3	1	0.16	0.07
W2	528	48	0.6	0.3	5	2	0.2	0.1
W2	1634	150	0.6	0.5	8	2	0.2	0.2
W2	478	44	0.5	0.3	5	2	0.2	0.1
W2	676	62	0.6	0.4	6	2	0.2	0.1
W2	214	20	0.5	0.3	4	1	0.17	0.09
W2	127	12	0.5	0.2	4	1	0.17	0.08
W2	183	17	0.6	0.3	4	1	0.18	0.09
W2	206	19	0.6	0.3	4	1	0.18	0.09
W2	150	14	0.6	0.3	4	1	0.18	0.08
PL1	4.8	0.6	0.1	0.1	0.9	0.3	0.02	0.03
PL1	5.8	0.7	0.1	0.1	1.1	0.4	0.02	0.04
PL1	6.7	0.8	0.1	0.1	1.2	0.4	0.02	0.04
PL1	7.4	0.8	0.1	0.1	1.2	0.4	0.02	0.04
PL1	2.8	0.3	0.1	0.1	0.9	0.3	0.03	0.03
PL1	4.1	0.5	0.1	0.1	1	0.3	0.02	0.04
PL1	4.8	0.6	0.1	0.1	1.1	0.4	0.03	0.04
PL1	3.0	0.4	0.1	0.1	0.9	0.3	0.03	0.03

Experimento	$\Psi$	$\sigma_\Psi$	$X$	$\sigma_X$	$X_r$	$\sigma_{X_r}$	$X_n$	$\sigma_{X_n}$
PL2	0.9	0.2	0.04	0.06	0.5	0.2	0.01	0.02
PL2	2.3	0.5	0.04	0.08	0.8	0.3	0.01	0.03
PL2	2.3	0.5	0.04	0.08	0.8	0.3	0.01	0.03
PL2	2.0	0.4	0.04	0.07	0.7	0.2	0.01	0.03
PL2	2.1	0.4	0.04	0.08	0.7	0.3	0.01	0.03
PL3	1.5	0.3	0.03	0.07	0.5	0.2	0.01	0.02
PL3	1.3	0.3	0.03	0.07	0.5	0.2	0.01	0.02
PL3	0.6	0.1	0.03	0.06	0.4	0.2	0.01	0.02
PL3	0.7	0.1	0.03	0.06	0.4	0.2	0.01	0.02
PL3	1.0	0.2	0.03	0.06	0.5	0.2	0.01	0.02
PL3	0.6	0.1	0.03	0.06	0.4	0.2	0.01	0.02
PL4	3	1	0.09	0.09	0.5	0.2	0.03	0.03
PL4	2.2	0.8	0.1	0.1	0.4	0.2	0.03	0.03
PL4	2.4	0.9	0.1	0.1	0.5	0.2	0.04	0.04
PL4	2.1	0.8	0.1	0.1	0.5	0.2	0.04	0.04
PL4	4	2	0.11	0.14	0.7	0.3	0.04	0.05
PL4	3	1	0.09	0.09	0.5	0.2	0.03	0.04
PL4	3	1	0.1	0.1	0.5	0.2	0.03	0.04
PL4	4	1	0.1	0.1	0.6	0.2	0.03	0.05
PL4	3	1	0.1	0.1	0.6	0.2	0.04	0.05
PL4	4	1	0.1	0.1	0.5	0.2	0.03	0.04
PL4	1.9	0.7	0.12	0.09	0.5	0.2	0.04	0.04
PL4	2.2	0.8	0.1	0.1	0.5	0.2	0.04	0.04
PL4	1.6	0.6	0.12	0.09	0.4	0.2	0.04	0.03
PL4	1.6	0.6	0.14	0.09	0.5	0.2	0.05	0.04
PL4	2.0	0.7	0.14	0.11	0.6	0.2	0.05	0.04
PL4	1.7	0.6	0.13	0.09	0.5	0.2	0.04	0.04
PL4	1.6	0.6	0.1	0.1	0.5	0.2	0.05	0.04
PL5	3	1	0.11	0.09	0.7	0.3	0.03	0.03
PL5	4	1	0.11	0.10	0.8	0.3	0.04	0.04
PL5	3	1	0.13	0.11	0.8	0.3	0.04	0.04
PL5	4	2	0.13	0.13	1.0	0.4	0.04	0.05
PL5	3	1	0.1	0.1	0.6	0.2	0.03	0.03
PL5	2	1	0.11	0.09	0.7	0.3	0.04	0.04
PL5	3	1	0.1	0.1	0.8	0.3	0.04	0.04
PL5	3	1	0.1	0.1	0.9	0.3	0.04	0.04
PL5	3	1	0.1	0.1	0.7	0.3	0.03	0.04
PL5	2.2	0.8	0.1	0.1	0.7	0.3	0.04	0.04
PL5	2.3	0.8	0.1	0.1	0.8	0.3	0.04	0.04
PL5	2.4	0.9	0.1	0.1	0.8	0.3	0.05	0.04
PL5	2.1	0.8	0.12	0.09	0.7	0.3	0.04	0.04
PL5	2.2	0.8	0.1	0.1	0.8	0.3	0.05	0.04
PL5	2.3	0.8	0.1	0.1	0.9	0.3	0.05	0.04
PL6	2.2	0.8	0.03	0.09	0.4	0.2	0.01	0.03

Experimento	$\Psi$	$\sigma_\Psi$	$X$	$\sigma_X$	$X_r$	$\sigma_{X_r}$	$X_n$	$\sigma_{X_n}$
PL6	0.9	0.3	0.06	0.08	0.4	0.1	0.02	0.03
PL6	1.5	0.6	0.04	0.08	0.4	0.2	0.01	0.03
PL6	0.7	0.3	0.07	0.08	0.4	0.1	0.02	0.03
PL6	0.7	0.3	0.06	0.07	0.3	0.1	0.02	0.03
PL6	0.7	0.3	0.07	0.08	0.4	0.2	0.02	0.03
PL6	0.8	0.3	0.06	0.08	0.4	0.1	0.02	0.03
PL6	0.8	0.3	0.07	0.08	0.4	0.2	0.02	0.03
PL6	0.9	0.3	0.06	0.08	0.4	0.2	0.02	0.03
PL7	4	1	0.2	0.1	0.9	0.3	0.06	0.04
PL7	5	1	0.2	0.1	1.1	0.4	0.07	0.05
PL7	4	1	0.2	0.1	0.9	0.4	0.07	0.05
PL7	4	1	0.2	0.1	1	0.4	0.07	0.05
PL7	5	1	0.2	0.1	1	0.4	0.07	0.05
PL7	4	1	0.2	0.1	1.1	0.4	0.07	0.05
PL8	4	1	0.1	0.1	0.9	0.4	0.04	0.03
PL8	3	1	0.14	0.09	1	0.4	0.05	0.04
PL8	4	1	0.2	0.1	1.2	0.5	0.05	0.04
PL8	4	2	0.2	0.1	1.3	0.5	0.06	0.05
PL8	3	1	0.15	0.09	1	0.4	0.05	0.04
PL8	3	1	0.2	0.1	1.1	0.4	0.06	0.04
PL8	27	10	0.2	0.2	2.1	0.8	0.05	0.07
PL8	6	2	0.1	0.1	1.2	0.5	0.05	0.04
PL8	4	2	0.2	0.1	1.2	0.5	0.05	0.04
PL8	6	2	0.2	0.1	1.5	0.6	0.06	0.05
PL8	5	2	0.2	0.1	1.2	0.5	0.05	0.04
PL8	4	1	0.2	0.1	1.3	0.5	0.06	0.05
PL8	13	5	0.1	0.1	1.6	0.6	0.05	0.06
PL8	5	2	0.2	0.1	1.4	0.6	0.06	0.05

## A.6. Resultados experimentales con barras de error

En la presente sección se presentan los datos de arrastre incipiente con las barras de error asociadas a cada registro experimental. En la Figura A.6, se presentan los resultados de arrastre incipiente en función de los parámetros  $Fr_d^2$  y  $KC$ , mientras que, en la Figura A.2 se presentan los resultados en función de los parámetros  $\Psi$  y  $X$ .

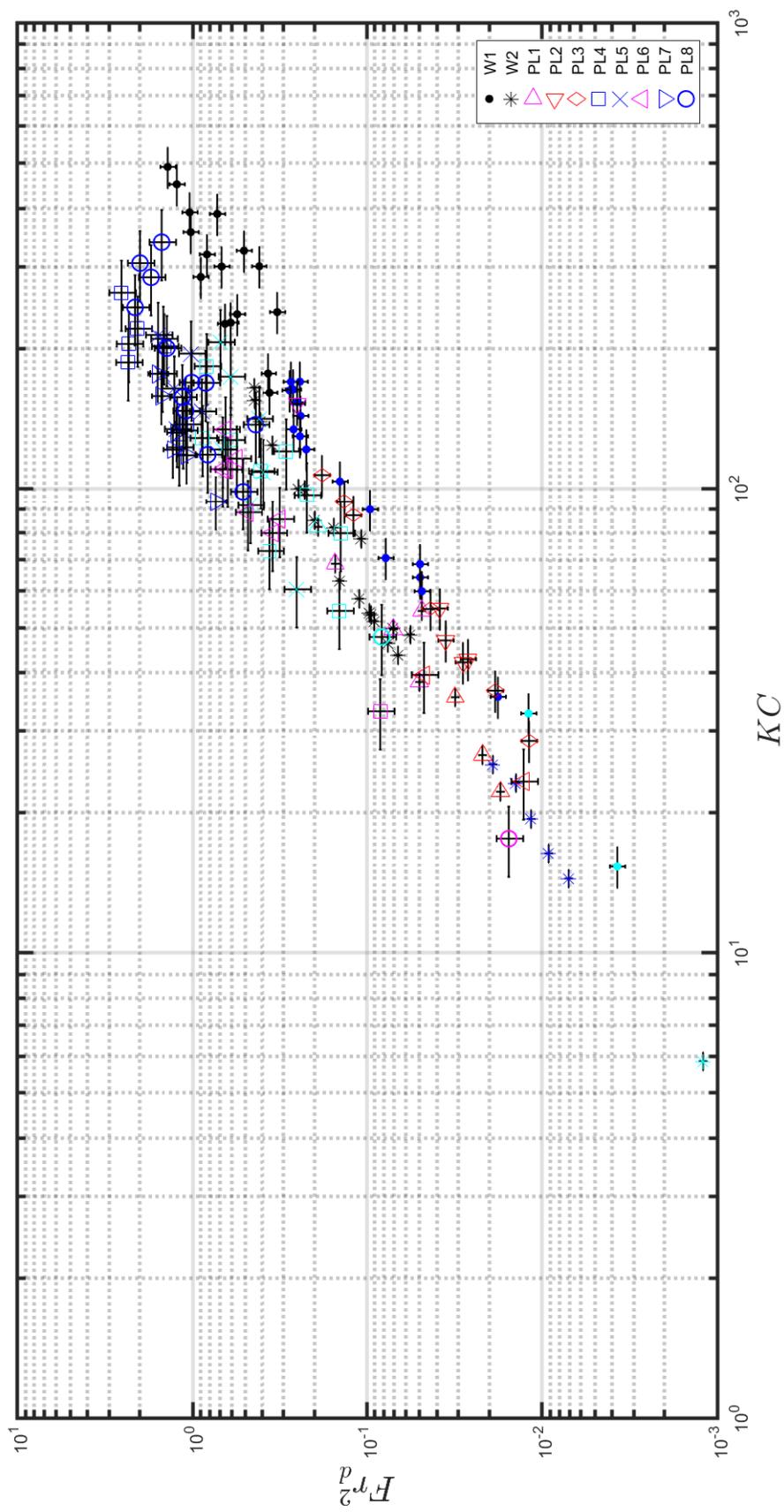


Figura A.1: Resultados para el arrastre incipiente a presentados en función de  $Fr_d^2$  y  $KC$ . Sobre los datos experimentales se presentan los errores  $\sigma_{Fr_d^2}$  y  $\sigma_{KC}$  asociados.

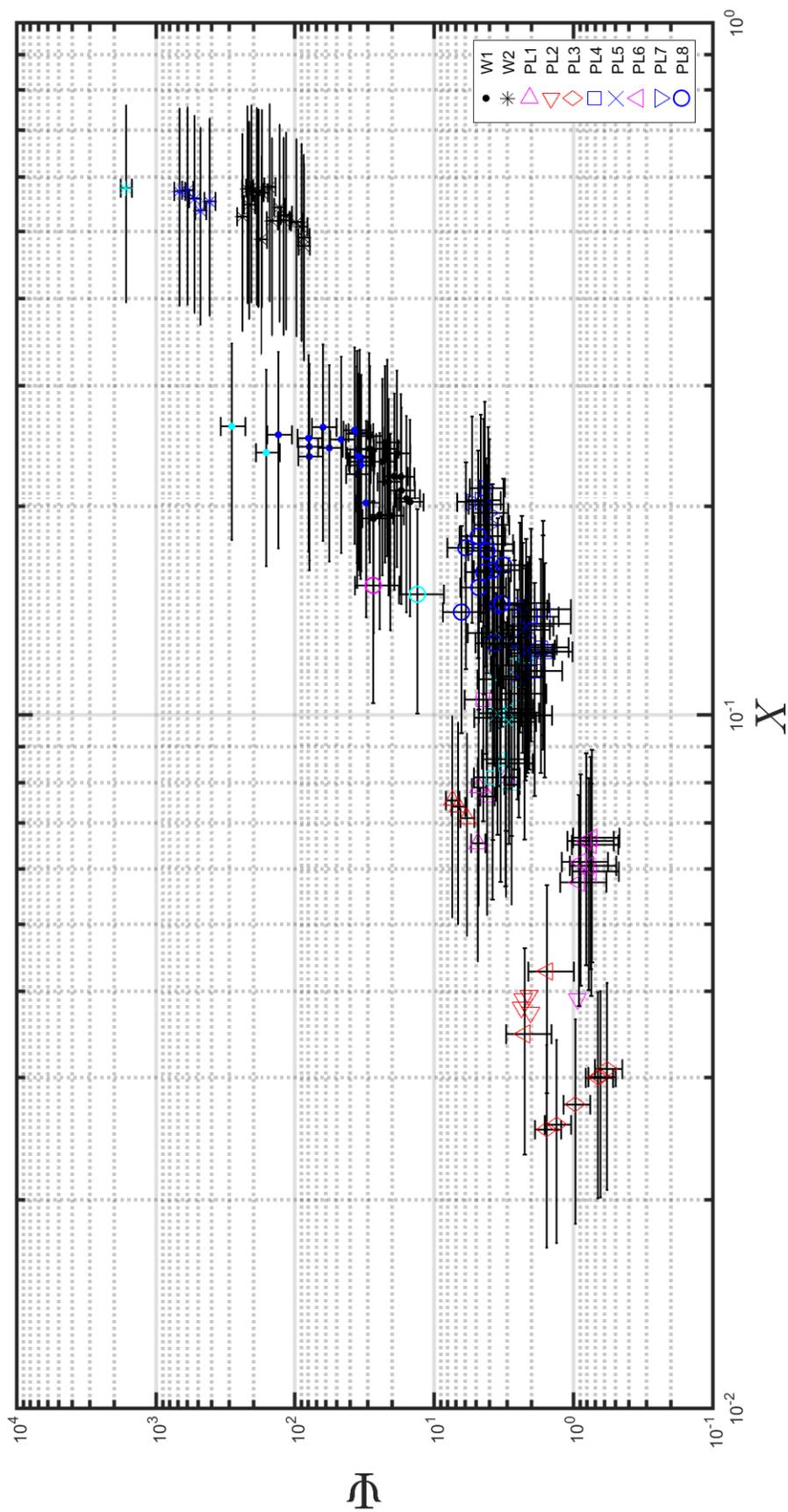


Figura A.2: Resultados de arrastre incipiente de acuerdo a los parámetros adimensionales de Goddet (1960). Sobre los datos experimentales se presentan los errores  $\sigma_\Psi$  y  $\sigma_X$  asociados.