



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

MODELAMIENTO ACOPLADO TÉRMICO Y DE DEFORMACIÓN EN SOLDADURA POR FRICCIÓN-AGITACIÓN

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL MECÁNICO

BENJAMÍN VERGARA MESINA

PROFESOR GUÍA

PATRICIO MENDEZ PINTO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN

ÁLVARO VALENCIA MUSALEM

VIVIANA MERUANE NARANJO

ESTE TRABAJO HA SIDO PARCIALMENTE FINANCIADO POR EL GOBIERNO
CANADIENSE A TRAVÉS DE LA BECA “EMERGING LEADERS IN THE AMERICAS
PROGRAM”

SANTIAGO DE CHILE
2017

Resumen de la Memoria

para optar al Título de Ingeniero Civil Mecánico

Por: Benjamín Vergara Mesina

Fecha: 09/06/2017

Profesor Guía: Patricio F. Mendez

Modelamiento Acoplado Térmico y de Deformación en Soldadura por Fricción-Agitación

La presente memoria tiene como objetivo el corroborar, reformular y combinar ecuaciones asintóticas para obtener expresiones explícitas útiles para la soldadura por fricción-agitación (FSW). Para ello se crea una base de datos y se redefine el modelo asintótico asociado a esta, para plantear ecuaciones fundamentales y corroborar las diferentes aproximaciones que las definen, además de agregarles factores de corrección.

La FSW aprovecha el calor generado por el roce entre las placas a soldar y la herramienta giratoria usada, para generar la unión entre los metales. Su ventaja es que se obtienen mejores propiedades mecánicas y por lo mismo, está siendo ampliamente utilizada; pero dado que se estudia por ensayo y error, es necesario que se desarrolle mayor conocimiento teórico sobre ella. Por ello, varios investigadores han desarrollado modelos para representar los fenómenos que gobiernan esta soldadura y en el caso de esta tesis, se utiliza el método de escalamiento adimensional.

Se observa que las aproximaciones presentan variaciones menores al 12% por lo que son aceptables, excepto para el caso de Zener-Hollomon en que es necesario estudiar la tasa de deformación usada. Por otro lado, los factores de corrección en general presentan valores menores a 4, lo que se considera satisfactorio para el nivel de aproximación y resultados trabajados. Además, no se puede definir un solo ε para AA5059 y AA7075, por lo que se debe estudiar más materiales, pero sí se concluye que se logran modelar los fenómenos asociados a esta soldadura, con resultados útiles para la ciencia.

Dedicatoria

A todos los que han dejado su huella en mi camino, especialmente a mi abuelo Robert Frank que marcó la ingeniería en mi corazón y la importancia de ser tú mismo.

”Un viaje de mil millas, comienza con un primer paso.”

- Lao-tsé

Agradecimientos

Por haber podido desarrollar esta tesis y estar donde estoy, debo agradecer a muchísimas personas. Pero primero que todo agradezco a quienes más debo que es a mis padres, a mi madre por enseñarme lo que es para mí, los principales valores en esta vida y por haberse dedicado en cuerpo y alma a mis hermanos y a mí, a costa de todo un brillante futuro que ella pudo haber preferido; y a mi padre, por estar siempre ahí para lo que necesitara y porque, tal como siempre nos ha dicho “lo más importante que les puedo dejar a mis hijos, es la educación“ que sin duda es un gran tesoro que nos deja.

Otra persona a quien deseo agradecer enormemente es a mi abuelo, al ingeniero que me puso en este camino increíble que ha sido la ingeniería, quien me ha enseñado a disfrutar de cada detalle que ofrece la vida y de lo importante que es vivirla siendo único.

Agradezco también a mi polola, por su apoyo, ánimo y por estar ahí en todo este proceso de investigación, sin importar la distancia y por ser simplemente maravillosa en todo sentido conmigo.

Creo importante nombrar también a mis amigos Pablo y Sebastián, porque sin duda que ese par ha estado en todas. Estudiar esta carrera no hubiese sido tan entretenido sin ellos allí.

También agradecer en general a mi familia y amigos, por su preocupación, por darme tantos buenos momentos, darme ánimos en el cansancio, comida en el hambre y alegría cuando hiciese falta.

Un lugar destacado quisiera dar al profeso Patricio Mendez, porque sin duda trabajar con él ha sido un lujo en la vida. Poder trabajar con alguien con tanto conocimiento y con tanta pasión por lo que hace como él, es algo que yo considero muy difícil de encontrar y por ello me siento muy agradecido; agradezco además su preocupación y

su constante presencia en todo lo que investigué y por siempre alentarme a encontrar lo que más me apasiona.

Y junto al profesor, nombrar también a todos los que conforman el grupo de CCJW, por hacer de mi experiencia durante esta investigación mucho más entretenida, interesante y permitirme conocerlos cada día un poco más en mi estadía en Canadá, además de toda la infinita ayuda que me han dado con mi estudio y escritura de esta tesis.

Quiero agradecer al Gobierno Canadiense, que a través de la beca “Emerging Leaders in the Americas Program” (ELAP), que me fue entregada a través de la Universidad de Alberta, se me dió la posibilidad de desarrollar toda la investigación de esta tesis en un país tan increíble como Canadá, sinceramente estoy muy agradecido con esta oportunidad de no sólo desarrollar investigación en una universidad sumamente destacada y en un laboratorio increíble, si no también por toda la gente que pude conocer, las diferentes culturas con las que pude convivir y los hermosos y congelados lugares que pude recorrer.

Y por último agradecer a Dios, por todas las personas y momentos que ha puesto en mi camino.

Tabla de Contenido

1	Introducción	1
1.1	Objetivos	3
1.2	Motivación	3
1.3	Alcances	4
2	Antecedentes Específicos	5
2.1	Soldadura por Fricción-Agitación y sus Aplicaciones	5
2.2	El Desafío de Modelar para Ingenieros	6
2.3	Modelamiento con Análisis Dimensional	8
2.4	Lista de Símbolos	11
3	Metodología	13
4	Desarrollo del Modelo	15
4.1	Transferencia de Calor en la Zona de Deformación	15
4.2	Generación de Calor en la Zona de Deformación	21
4.2.1	Esfuerzo de corte en la FSW	25
4.3	Comportamiento Constitutivo y Tasa de Deformación en la Zona Deformada	26
4.4	Conducción de Calor Fuera de la Zona de Deformación	29
4.5	Expresiones Explícitas Obtenidas del Modelo Acoplado Termo-mecánico	30
5	Recopilación de Experimentos	32
5.1	Selección de Experimentos	32
5.2	Formas de Medición	33
5.2.1	Medición de Temperatura	33
5.2.2	Medición de Fuerza y Torque	34
5.2.3	Medición de la Zona de Deformación	34
5.2.4	Base de Datos	35
6	Propiedades de los Materiales	37
6.0.1	Propiedades Térmicas y Mecánicas	37
6.0.2	Constantes de Zener-Hollomon	39
6.1	Datos Trabajados	43

7	Corroboración de Ecuaciones Fundamentales	44
7.1	Comprobación de Supuestos	44
7.2	Aporte del Hombro	46
7.3	Comprobación de Aproximaciones	47
7.3.1	Tasa de Deformación Lineal Secante	47
7.3.2	Tasa de Deformación Lineal Tangente	47
7.3.3	Variación de Límites en la Integral	48
7.3.4	Zener-Hollomon para Bajos Esfuerzos	48
7.4	Factores de Corrección	48
8	Resultados Obtenidos	50
8.1	Esfuerzo de Corte Constante	50
8.2	Efecto del Hombro	52
8.3	Aproximaciones	53
8.3.1	Tasa de Deformación Lineal Secante	53
8.3.2	Tasa de Deformación Lineal Tangente	57
8.3.3	Variación de Límites en la Integral	59
8.3.4	Zener-Hollomon para Bajos Esfuerzos	61
8.4	Comportamiento de las ecuaciones y Factores de Corrección	63
9	Discusión y Análisis de los Resultados	67
9.1	Esfuerzo de Corte Constante	67
9.2	Efecto del Hombro	68
9.3	Aproximaciones	69
9.3.1	Relación entre la Función Secante y Exponencial para la Tasa de Deformación	69
9.3.2	Relación entre la Función Tangente y Exponencial para la Tasa de Deformación	70
9.3.3	Variación de la Integral con Diferentes Límites	70
9.3.4	Aproximación del Modelo de Zener-Hollomon	70
9.4	Comportamiento de las ecuaciones y Factores de Corrección	71
10	Conclusiones	74
10.1	Trabajo Futuro	77
	Bibliografía	79
11	Anexos	86
11.1	Anexo 1: Imágenes de las muestras de Jordan Tsui [1]	87
11.2	Anexo 2: Base de Datos	90
11.3	Anexo 3: Resultados para los distintos f	94
11.4	Anexo 4: Función Lineal Secante	96
11.5	Anexo 5: Función Lineal Tangente	103
11.6	Anexo 6: Variación de la Integral entre 0 y δ	111

11.7 Anexo 7: Aproximación para Bajos Esfuerzos de Zener-Hollomon . . .	119
---	-----

Índice de Tablas

6.1	Propiedades Térmicas y Mecánicas de los Materiales Trabajados	38
6.2	Constantes de Zener-Hollomon para diversos materiales	42
6.3	Datos utilizados	43
8.1	Resultados para $f = 0, 1$	52
8.2	Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Secante, dato 1	55
8.3	Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Secante, dato 9	57
8.4	Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Tangente, dato 1	59
8.5	Diferencia en el valor de la Integral, dato 1	60
8.6	Comparación de la aproximación para Bajos Esfuerzos y Caso General de Z-H, material AA7075	62
8.7	Factores de Corrección	66
11.1	Resultados para $f = 0, 2$	94
11.2	Resultados para $f = 0, 3$	94
11.3	Resultados para $f = 0, 4$	95
11.4	Resultados para $f = 0, 5$	95
11.5	Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Secante, dato 2	96
11.6	Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Secante, dato 3	97
11.7	Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Secante, dato 4	98
11.8	Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Secante, dato 5	99
11.9	Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Secante, dato 6	100
11.10	Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Secante, dato 7	101
11.11	Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Secante, dato 8	102
11.12	Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Tangente, dato 2	103
11.13	Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Tangente, dato 3	104
11.14	Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Tangente, dato 4	105
11.15	Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Tangente, dato 5	106

11.16Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Tangente, dato 6	107
11.17Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Tangente, dato 7	108
11.18Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Tangente, dato 8	109
11.19Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Tangente, dato 9	110
11.20Diferencia en el valor de la Integral, dato 2	111
11.21Diferencia en el valor de la Integral, dato 3	112
11.22Diferencia en el valor de la Integral, dato 4	113
11.23Diferencia en el valor de la Integral, dato 5	114
11.24Diferencia en el valor de la Integral, dato 6	115
11.25Diferencia en el valor de la Integral, dato 7	116
11.26Diferencia en el valor de la Integral, dato 8	117
11.27Diferencia en el valor de la Integral, dato 9	118
11.28Comparación de la Aproximación para Bajos Esfuerzos y Caso General de Z-H, material AA5059	119

Índice de Figuras

1.1	Esquema de FSW.	2
2.1	Nomenclatura de la FSW	5
4.1	Perfil de Temperaturas	16
4.2	Perfil de Velocidad	17
4.3	Comportamiento constitutivo del material y su Aproximación Lineal	27
5.1	Ejemplo del Corte Transversal de 2 materiales soldados por FSW ⁴	34
5.2	Ejemplificación para medición de Capa de Deformación	35
7.1	Área y Perímetro en FSW	45
8.1	Comportamiento de Componentes asociadas al Esfuerzo de Corte	51
8.2	Imagen que ejemplifica las “capas“ que quedan en el material, debido a sus distintas velocidades y temperaturas	51
8.3	Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura, dato 1	54
8.4	Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación, dato 1	54
8.5	Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura, dato 9	56
8.6	Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación, dato 9	56
8.7	Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura, dato 1	58
8.8	Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación, dato 1	58
8.9	Ejemplificación del comportamiento de la Tasa de Deformación con distintos límites	61
8.10	Tasa de Deformación para el modelo de Z-H General y para Bajos Esfuerzos, material AA7075	63
8.11	Comportamiento del lado Izquierdo y Derecho de la ecuación de Rosenthal, dato 1	64
8.12	Comportamiento del lado Izquierdo y Derecho de la ecuación de la temperatura, dato 1	65
8.13	Comportamiento del lado Izquierdo y Derecho de la ecuación de la tasa de deformación, dato 1	65
11.1	Imagen del Dato 1	87
11.2	Imagen del Dato 2	87

11.3 Imagen del Dato 3	87
11.4 Imagen del Dato 4	88
11.5 Imagen del Dato 5	88
11.6 Imagen del Dato 6	88
11.7 Imagen del Dato 7	89
11.8 Imagen del Dato 8	89
11.9 Primera sección de la Base de Datos	91
11.10 Segunda sección de la Base de Datos	92
11.11 Tercera sección de la Base de Datos	93
11.12 Función Lineal Secante, Dato 2	96
11.13 Función Lineal Secante, Dato 3	97
11.14 Función Lineal Secante, Dato 4	98
11.15 Función Lineal Secante, Dato 5	99
11.16 Función Lineal Secante, Dato 6	100
11.17 Función Lineal Secante, Dato 7	101
11.18 Función Lineal Secante, Dato 8	102
11.19 Función Lineal Tangente, Dato 2	103
11.20 Función Lineal Tangente, Dato 3	104
11.21 Función Lineal Tangente, Dato 4	105
11.22 Función Lineal Tangente, Dato 5	106
11.23 Función Lineal Tangente, Dato 6	107
11.24 Función Lineal Tangente, Dato 7	108
11.25 Función Lineal Tangente, Dato 8	109
11.26 Función Lineal Tangente, Dato 9	110
11.27 Tasa de Deformación para modelo de Z-H, material AA5059	120

Capítulo 1

Introducción

La soldadura por fricción-agitación, más conocida como FSW por sus siglas en inglés, es una tecnología de soldadura creada en 1991 en el Instituto de Soldadura de Cambridge [2], la cual se utiliza cada vez a mayor escala, debido a sus diversas ventajas como proceso, entre los que destacan: no utilización de material de aporte ni gases protectores, bajo consumo energético, capacidad de soldar aleaciones complejas, entre otros puntos. Además permite una fácil automatización, y debido a que no alcanza el punto de fusión del metal, se logran obtener propiedades mecánicas superiores a las que entregan otras formas de soldar, razones que motivan a realizar esta tesis, buscando entregar mayores conocimientos útiles con respecto a esta tecnología.

Con respecto a su funcionamiento, esta utiliza una herramienta cilíndrica, que gira a altas velocidades, generando calor a través del roce producido entre esta herramienta y los metales a soldar y que una vez introducida entre las placas metálicas (que presentan un comportamiento fluidizado por la alta temperatura), empieza a avanzar la pieza giratoria para cubrir la zona a soldar, como se representa en la figura 1.1¹:

¹Editada de: Car and Driver: <http://www.caranddriver.com/features/two-metals-enter-one-metal-leaves-the-miracle-of-friction-stir-welding-tech-dept>

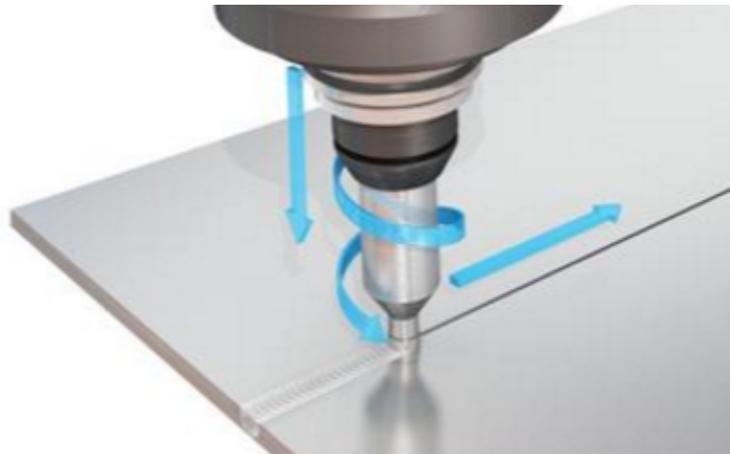


Figura 1.1: Esquema de FSW.

Para el estudio de esta tecnología, se han creado una serie de modelos matemáticos y físicos, que utilizan herramientas computacionales como ANSYS o también análisis de escala, dimensionales e incluso aproximaciones desarrolladas por los propios investigadores, que buscan entregar soluciones a las industrias que utilizan estas tecnologías. Especial interés se presta al análisis de escala, pues permite estudios metódicos, con resultados útiles para el entendimiento y uso de esta soldadura en el área de ingeniería.

A través de este método se han obtenido una serie de ecuaciones que han permitido modelar los diversos fenómenos físicos que gobiernan este tipo de soldadura para obtener resultados que permitan conocer rangos de temperaturas de trabajo, velocidades y características de las herramientas para trabajar.

Por último, el estudio desarrollado en esta tesis trata de analizar estas ecuaciones, sus hipótesis, aproximaciones y variables, buscando validarlos y mejorar los resultados que estas entregan creando para ello una recopilación de experimentos realizados por diversos académicos del área, que permitan verificar el cumplimiento de esta ecuaciones y su nivel de error.

1.1 Objetivos

El principal objetivo de esta tesis corresponde a corroborar, reformular y combinar ecuaciones asintóticas para obtener expresiones explícitas de los fenómenos físicos que modelan la soldadura por fricción-agitación. Para ello se deberán cumplir con los siguientes objetivos particulares:

- Crear una base de datos que permita contrastar lo modelado con información experimental.
- Conocer y redefinir el modelo asintótico utilizado para estudiar la FSW.
- Plantear las ecuaciones fundamentales y realizar un análisis de sus hipótesis, aproximaciones, dominios y rangos de validación, junto con un análisis asintótico sobre estas.
- Reformular y recombinar las ecuaciones para obtener expresiones explícitas de parámetros específicos de este proceso de soldadura
- Generar factores de corrección para mejorar los resultados de las expresiones explícitas y hacer un análisis estadístico simple para mejorar la exactitud de los resultados.

1.2 Motivación

El desarrollo de muchas industrias está fuertemente ligado al desarrollo del conocimiento en la soldadura. Ejemplos de esto es el caso de la industria aeronáutica que está integrando poco a poco en todos sus procesos la soldadura por fricción agitación para aleaciones de aluminio de alta resistencia, ya que permite obtener una serie de ventajas mecánicas comparada con otras tecnologías de soldadura.

Pero en soldadura hay un gran vacío de conocimiento debido a que gran parte de su desarrollo se ha realizado en base al aprendizaje de “prueba y error“ y no a la generación de conocimiento y entendimiento de los complejos procesos físicos que participan del proceso. Es por eso que con esta tesis, lo que se busca es ayudar a desarrollar parte de este conocimiento, a través de la aplicación de Análisis de Escala y Modelos Acoplados, para obtener ecuaciones que permitan profundizar el entendimiento de los diferentes parámetros y fenómenos que participan en la soldadura, buscando finalmente con ello, generar resultados que sigan un diseño ingenieril.

1.3 Alcances

Los alcances de esta memoria corresponden a desarrollar una base de datos con diversos experimentos realizados en FSW y con ellos hacer un análisis de los resultados entregados por las ecuaciones desarrolladas por el Dr. Mendez, buscando validar sus aproximaciones e hipótesis, llegando a obtener factores de corrección sobre estas ecuaciones y desarrollando un análisis estadístico simple sobre los resultados finales.

Capítulo 2

Antecedentes Específicos

2.1 Soldadura por Fricción-Agitación y sus Aplicaciones

La soldadura por Fricción-Agitación, nace en el Instituto de Soldadura de Cambridge en 1991 [2]. Este tipo de soldadura se caracteriza por generar la unión entre 2 placas metálicas utilizando una herramienta giratoria que puede tener diversos perfiles, en la imagen 2.1¹ se presentan las diferentes partes que componen el proceso de esta soldadura:

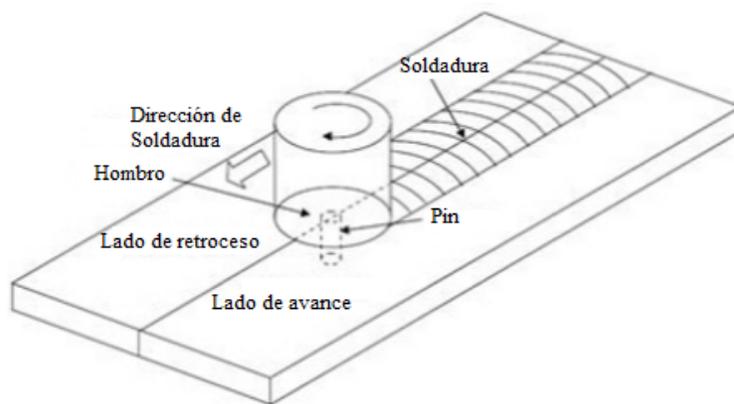


Figura 2.1: Nomenclatura de la FSW

¹Editada de: Friction Stir Welding, <http://www.fswelding.com/application-of-friction-stir-welding-in-aircraft-structures/welding-process-and-its-parameters>

La herramienta giratoria también es conocida como pin y está instalada bajo lo que se llama “hombro“ que es un cilindro que gira en conjunto con el pin y ayuda a generar la temperatura necesaria para la soldadura mediante el roce que produce al girar. Además se tiene un lado de avance y otro de retroceso, asociados a la zona de giro en que se empuja en la misma dirección de la soldadura al metal fluidizado y la dirección contraria, respectivamente. Por último la zona de soldadura es conocida también como zona de mezcla o de deformación.

Para generar la unión entre las placas, el pin se hace girar a altas revoluciones y se inserta entre ambas, generando por roce y deformación de las placas base, altas temperaturas que permiten fluidizar el metal y mezclarlo, generando la soldadura.

Actualmente y dada su capacidad de automatización, las mejores propiedades mecánicas que brinda, la variedad de metales complejos con las que trabaja (como aceros inoxidables, aleaciones de magnesio, entre otros [3, 4]) y que no se presentan defectos de porosidad, altas distorsiones en los granos, entre otros; es altamente empleada en las industrias aeroespaciales, naval y automotriz.

2.2 El Desafío de Modelar para Ingenieros

En el área de ingeniería es de gran importancia la capacidad de modelar los problemas y fenómenos físicos que se encuentran en la realidad, ya que a través de las modelaciones, podemos entender cuales son los factores más importantes que definen estos fenómenos y con ello entonces poder pensar en posibles soluciones problemas o maneras de obtener algo útil de las hechos que definen nuestro entorno.

A lo largo de la historia de la ingeniería se han desarrollado diversas formas de modelar problemas, entre las cuales destaca actualmente el modelar de manera numérica y con elementos finitos, los diferentes cuerpos o fenómenos que quieren ser estudiados, en

campos tan diversos como la mecánica de sólidos, la transferencia de calor e incluso el electromagnetismo, ya que entrega resultados de gran detalle y utilidad a científicos y empresas que buscan entender la realidad y la física misma con estos modelos. Por otro lado, en la historia del desarrollo de la ingeniería el desarrollar modelos que busquen generar expresiones matemáticas que permitan conocer cómo los modelos están asociados a diferentes factores y a su vez en qué medida estos afectan a la física del problema, siendo ecuaciones los resultados que se buscan obtener para ello.

Para el caso de la soldadura, el trabajar con modelos computacionales que cada vez cuentan con una mayor capacidad de cálculo y formas optimizadas de realizarlo a permitido agilizar sus trabajos y generar programas más “amigables“ con los ingenieros y científicos. Como es el caso de FLUENT de Ansys, que ha sido ampliamente utilizado para estudiar cómo diferentes parámetros han de afectar los resultados de la FSW e incluso cómo distintos mallados (como el dinámico) o la forma de abordar los sistemas de referencia pueden afectar la solución, como es el hecho de utilizar el método Lagrangeano-Euleriano Arbitrario (ALE de sus siglas en inglés) [5–7].

Por otro lado, también se ha investigado cual es la fuente de calor este tipo de soldadura, si el hombro o el pin [8] e incluso se está trabajando con modelos acoplados de esfuerzo y temperatura para cómo se interrelacionan estos fenómenos [9, 10].

Ahora, si bien esta herramienta de la ingeniería ha demostrado grandes utilidades, no responde es todas las necesidades actuales que presenta la investigación y las empresas soldadoras, pues estas necesitan crear conocimiento y modelos que les permitan entender en profundidad y para situaciones más generales [11], que lo que le entrega este modelo. Además de presentarse limitaciones en cuanto a la necesidad de personas especializadas en programas de modelaje o invertir una gran cantidad de tiempo y/o dinero en educar a alguien ello. Inclusive, que los mismos programas son desarrollados con ciertas limitaciones dimensionales, que no permiten abarcar como

corresponde los casos multiacoplados de fenómenos físicos, como lo es la soldadura, que se ve influenciada por transferencia de calor, mecánica de sólidos, evolución de fases cristalinas, electromagnetismo, entre otros.

Es por ello que se ha buscado desarrollar a través de otro tipo de modelos, el entendimiento de los fenómenos físicos en la soldadura, como por ejemplo el uso de Análisis de Escala [12] que busca entregar soluciones simples para ser utilizadas en ingeniería, pero que a su vez generen entendimiento de lo que está siendo modelado y qué lo define, que ha permitido indicar que la potencia es proporcional a la superficie de la herramienta y la velocidad de traslación [13], junto con relacionar la velocidad de traslación y rotación en la FSW [14].

Con respecto a los estudios de esta tesis, se ha utilizado este análisis y desarrollando un modelo acoplado para FSW [15], que se basa en el Escalamiento por Orden de Magnitud (OMS de sus siglas en inglés) [16], para obtener una serie de ecuaciones que modelan este tipo de soldadura y permiten conocer los tamaños de la zona de deformación, el esfuerzo de corte generado, la variación de temperatura dentro de la zona distorsionada y el calor volumétrico generado. Lo cual es desarrollado en extensión en la próxima sección.

2.3 Modelamiento con Análisis Dimensional

El análisis dimensional o de escala es una técnica que permite crear conocimiento e intuición sobre como operan los diferentes fenómenos físicos que se desean estudiar. En esta tesis se presenta un modelo acoplado, en el cual se considera la interacción de la transferencia de calor y la deformación plástica y que utiliza 4 simplificaciones que, se considera, son representativas de este proceso de soldadura y que se presentan a continuación:

1. La velocidad de avance de la herramienta se puede aproximar a una fuente de calor puntual con condición estacionaria, lo que permite aproximar a su vez, que las isothermas cerca de la zona estudiada son circulares, lo cual posibilita utilizar los estudios realizados por Rosenthal para isothermas [17] y que se representa a través del número de Peclet:

$$Pe = \frac{Va}{2\alpha} \ll 1 \quad (2.1)$$

En donde V es la velocidad de avance del pin, a es el radio de la herramienta y α es la difusividad térmica del material base.

2. La velocidad de avance es mucho menor a la de rotación, esto permite asumir simetría radial en la capa de deformación, ya que la cantidad de material que ingresa a la deformación ($\approx Va$), es mucho menor que la que es deformada por las revoluciones ($\approx wad$), lo que se refleja en la siguiente relación:

$$Va \ll wad \quad (2.2)$$

En donde w es la velocidad de giro de la máquina y δ es el espesor de la capa distorsionada.

3. La capa de deformación es delgada, que se expresa contrastándola con el radio:

$$\delta \ll a \quad (2.3)$$

4. Por último se tiene que el acoplamiento entre el hombro y el pin es despreciable:

$$T_p - T_\infty \ll T_{max} - T_\infty \quad (2.4)$$

Donde se define T_p como la temperatura generada de precalentamiento por el hombro, T_∞ es la temperatura ambiente o muy lejana de la herramienta en la placa y T_{max} es la temperatura máxima medida en las cercanías de la interfase entre el pin y el material base. Con estas simplificaciones definidas, se presenta a continuación los pasos que se han de seguir al trabajar con un Análisis Dimensional, para poder obtener las ecuaciones que nos permitirán modelar lo que el ingeniero o investigador necesite [12]:

1. Definir y escribir las ecuaciones que gobiernan el problema, con sus respectivas condiciones de borde.
2. Normalizar las variables dependientes e independientes, usando sus valores característicos (en el caso de este estudio se utilizan en general sus valores máximos). Se debe considerar que puede que hayan algunos valores que se desconozcan.
3. Reemplazar las expresiones normalizadas en las ecuaciones gobernantes.
4. Normalizar cada caso utilizando el coeficiente que se crea es el dominante.
5. Despejar los valores de los coeficientes característicos, en base al reemplazo de otras ecuaciones en donde están presentes o utilizando propiedades físicas y/o matemáticas.
6. Verificar que la magnitud de los valores no escogidos, sea menor a 1.
7. En el caso de que alguno de estos valores sea mayor a uno, se debe volver a definir la normalización, asumiendo para ello distintos coeficientes dominantes.

Ya con con todo esto especificado, se puede pasar a definir las ecuaciones y condiciones que permiten desarrollar el modelo utilizado en el estudio, las cuales se presentan en la siguiente sección de la tesis.

2.4 Lista de Símbolos

Symbol	Unit	Description
Pe	Adimensional	Número de Peclet
V	m/s	Velocidad de avance de la herramienta
a	m	Radio del pin
b	m	Radio del hombro
α_δ	m ² /s	Difusividad térmica del material base evaluada a T_δ
w	1/s	Velocidad angular de la herramienta
δ	m	Espesor de la capa de deformación
T_p	K	Temperatura asociada a la fricción del hombro
T_∞	K	Temperatura de la placa lejos de la herramienta giratoria
T_s	K	Temperatura del material base que está en contacto con el pin
T_{max}	K	Temperatura máxima, asociada a una distancia x_{max} del pin
T_δ	K	Temperatura de interfase donde la deformación cobra relevancia
t	m	Espesor de la placa base
$q'''(x)$	W/m ³	Calor volumétrico generado por la deformación plástica
$k(T)$	W/mK	Conductividad térmica del material base
q''_{out}	W/m ²	Flujo de calor desde la capa de deformación, hacia el pin
η	Adimensional	Eficiencia térmica global del proceso
ΔT_{max}	K	$T_{max} - T_\delta$
η_s	Adimensional	Eficiencia que refleja las pérdidas por dislocaciones y deformación del material
τ	Pa	Esfuerzo de corte
$\dot{\gamma}$	1/s	Tasa de deformación plástica
v	m/s	Velocidad transversal del metal en deformación
A	1/s	Constante de la ley de Zener-Hollomon
n	Adimensional	Constante de la ley de Zener-Hollomon
Q	J/mol	Energía de Activación del material
σ_R	Pa	Esfuerzo normal de referencia
τ_R	Pa	Esfuerzo de corte de referencia
R	J/molK	Constante universal de los gases
		a la curva real de γ adimensional entre T_δ y T_{max}
T_m	K	Temperatura de solidus del material
ε	Adimensional	Valor de la tasa de deformación adimensional, asociada a T_δ
K_o	Adimensional	Función de Bessel de segunda especie y orden cero

Symbol	Unit	Description
h	W/m ² K	Coefficiente convectivo de pérdida de calor en la parte superior de la placa
h'	W/m ² K	Coefficiente convectivo de pérdida de calor en la parte inferior de la placa
r	m	Distancia radial de la fuente de calor
M	Nm	Torque total generado por la soldadura
M_s	Nm	Torque generado por el hombro durante la soldadura
M_p	Nm	Torque generado por el pin durante la soldadura
f	Adimensional	Factor de torque que agrega el aporte producido por el hombro
$T(x)$	K	Perfil de temperatura dentro de la capa de deformación

Capítulo 3

Metodología

Para el desarrollo de esta tesis se realizan una serie de actividades que, a grandes rasgos, corresponden a la recopilación de información, luego el trabajo de analizar y verificar los supuestos y aproximaciones en la modelación buscando mejorar los resultados que esta entrega y finalmente buscar si se puede generalizar estos resultados y en qué rangos de confianza es mejor que sean trabajados.

De manera más específicas, las actividades realizadas fueron:

1. Realizar una revisión bibliográfica de diferentes modelos usados para estudiar la FSW y profundizar en el Modelamiento Dimensional aplicado a esta soldadura.
2. Elaborar una base de datos en base a papers que contengan experimentos de FSW, en donde se tenga información de los parámetros que definen el proceso y resultados como la temperatura máxima medida, el momento y/o una imagen en corte de la sección soldada.
3. Revisar las ecuaciones físicas que permitieron derivar las ecuaciones obtenidas por el Análisis Dimensional y corroborar los supuestos que las validan.
4. Verificar cada aproximación realizada en las ecuaciones, realizando análisis asintóticos, cálculos de integrales, análisis de rangos de valores en que las aproximaciones se cumplen.

5. Contrastar los resultados obtenidos con la información almacenada en la base de datos y hacer una reformulación de las ecuaciones en caso de ser necesario.
6. Recombinar las ecuaciones para obtener expresiones explícitas de parámetros útiles para comprender e implementar procedimientos de soldadura.
7. Definir factores de corrección que permitan mejorar la precisión de los resultados del modelo, con respecto a los datos experimentales.
8. Por último, realizar un análisis estadístico simple de los resultados obtenidos.

Se debe agregar que el resultado y actividad final de todos los puntos anteriores, corresponde al a escritura y entrega de esta tesis.

Como último punto de esta sección se hace mención a los recursos utilizados para la realización de estos estudios:

- Matlab, software utilizado para cálculo y modelamiento de ingeniería.
- Excel, software utilizado para la creación de la base de datos y estudio sobre el comportamiento de las aproximaciones y funciones presentes en las ecuaciones que modelan la FSW.
- Material bibliográfico, principalmente papers que permitan reunir información experimental de la soldadura FSW y que permitan entender en mayor profundidad las formas de modelamiento existente de soldadura.

Capítulo 4

Desarrollo del Modelo

En esta sección del informe se presenta el origen físico de cada ecuación que modela la Soldadura por Fricción-Agitación y los pasos seguidos para despejarlas, el cual fue desarrollado por Mendez, Tello y Lienert [12]

4.1 Transferencia de Calor en la Zona de Deformación

En general para todo proceso de soldadura es fundamental la transferencia de calor, en el caso de la FSW, se ha estudiado el perfil de la distribución de la temperatura, el cual se puede observar en la figura 4.1¹:

¹Editada de [18]

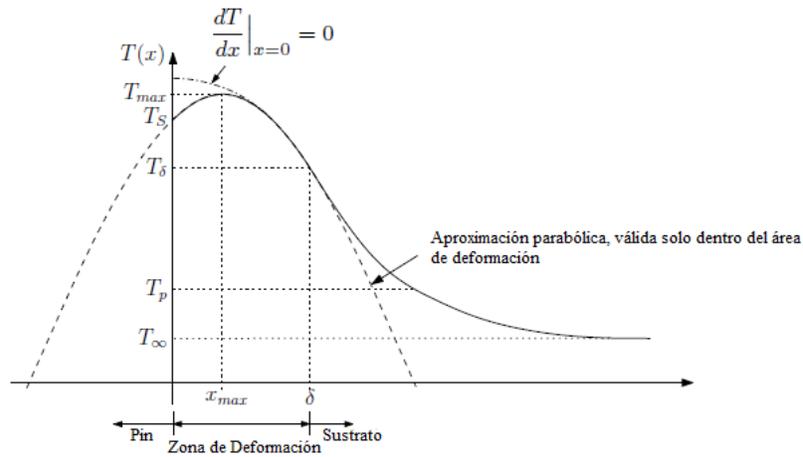


Figura 4.1: Perfil de Temperaturas

En el cual se puede observar que la temperatura sube ligeramente a medida que se aleja de la herramienta giratoria y luego decae sustancialmente. Para darse un marco del estudio, la temperatura del material en contacto con el pin es T_s y se ubica en $x = 0$ y la temperatura máxima se asocia a T_{max} , la cual se encuentra a una distancia x_{max} y por último, la temperatura delta (T_δ), que está asociada al punto en que se transita de la zona en deformación a la zona no deformada y que se ubica a una distancia $x = \delta$, lo cual es una aproximación pues en la realidad, el punto en que esto ocurre no es exacto, ni a una distancia radial constante para todo punto, pero dentro de un rango es una estimación representativa del fenómeno.

A su vez, se aproxima que la velocidad tangencial en la zona de deformación es lineal, tal como se puede observar en la figura 4.2²:

²Editada de [18]

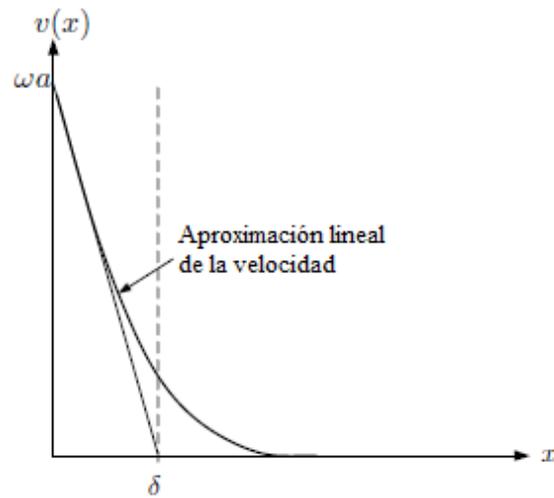


Figura 4.2: Perfil de Velocidad

En donde, en la interfase del material base con el pin ($x = 0$) se cumple que $v = \omega a$ y en $x = \delta$, la velocidad se vuelve cero.

Con todo esto definido, se utiliza la ecuación de calor en el caso unidimensional, estacionario, y de bajo Peclet, tal como se presenta a continuación:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{q'''(x)}{k(T)} = 0 \quad (4.1)$$

En donde $T(x)$ es el perfil de temperaturas en la zona deformada, $q'''(x)$ es la generación de calor volumétrica en esta misma zona y $k(T)$ es la conductividad térmica del material y q''_{out} es el flujo de calor que escapa de la zona de distorsión hacia la herramienta giratoria. Por otro lado, la ecuación ha de cumplir con 2 condiciones de borde, las cuales se presentan a continuación:

$$T|_{x=\delta} = T_{\delta} \quad (4.2)$$

$$\left[\frac{dT}{dx} \right]_{x=0} = q''_{out} \quad (4.3)$$

La primera define que el valor que ha de tener la temperatura en el punto δ y la segunda que la pérdida de calor en las cercanías del pin, no aporta de manera significativa a la solución. Con esta primera ecuación definida, se pasa a hacer el escalamiento de la ecuación, de la cual se obtiene la siguiente ecuación normalizada:

$$\left(\frac{d^2T}{dx^2} \right)_c \left(\frac{d^2T}{dx^2} \right)^* + \frac{q''_c}{k_\delta} \left(\frac{q'''(x^*)}{k(T^*)} \right)^* = 0 \quad (4.4)$$

En donde $(d^2T/dx^2)_c$ y q''_c son las constantes desconocidas del valor máximo de la segunda derivada de la temperatura y del calor volumétrico, mientras que k_δ es la conductividad térmica asociada a la temperatura en δ . Por otro lado, los valores con asteriscos corresponden a los valores adimensionales de la segunda derivada de la temperatura y el calor volumétrico sobre la conductividad térmica. Lo que se ha de hacer a continuación con esta ecuación es tomar los valores adimensionales y llevarlos a -1 o 1.

A su vez, para despejar las constantes desconocidas, primero se hace necesario definir varias relaciones. La primera de ellas es la eficiencia térmica del proceso, la cual está relacionada a cuánto del calor que se produce, se utiliza finalmente para calentar el material base, restando de esta energía la que se escapa a través de la herramienta, lo que se traduce en:

$$\eta = \frac{q''_{in}}{q''_{in} + q''_{out}} \quad (4.5)$$

Se debe hacer notar que el valor de q''_{out} está asociado a una de las condiciones de

borde presentadas previamente, mientras que para q''_{in} se tiene:

$$q''_{in} = \left[-k(T) \frac{dT}{dx} \right]_{x=\delta} \quad (4.6)$$

Para que se cumplan estas condiciones, es importante la aproximación de que la zona de deformación es delgada, para que el flujo de calor existente en la dirección axial sea despreciable. Ahora se ha de pasar a definir las condiciones y parámetros que modelan el perfil de temperatura, de tal manera que se puedan obtener expresiones de mayor simplicidad al momento de trabajar con ellas. Para ello se desarrolla un perfil de temperaturas parabólico con la siguiente expresión:

$$T(x) = T_{\delta} + (T_{max} - T_{\delta})\theta^*(x^*) \quad (4.7)$$

En donde a su vez se define la función theta, (θ^*), de la forma:

$$\theta^*(x^*) \approx \left[1 - \left(\frac{x^* - x^*_{max}}{1 - x^*_{max}} \right)^2 \right] \quad (4.8)$$

Estas relaciones están definidas considerando $x = \delta x^*$, $x_{max} = \delta x^*_{max}$ y que su valor máximo se encuentra cuando $x^* = x^*_{max}$. Con todo lo anterior, se pasa a calcular los valores que se necesitan para despejar las constantes desconocidas. Lo primero es conocer el valor de la primera derivada de la temperatura, que por regla de la cadena, se tiene:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{dT}{d\theta^*} \frac{d\theta^*}{dx^*} \frac{dx^*}{dx} = (T_{max} - T_{\delta}) \frac{d\theta^*}{dx^*} \frac{1}{\delta} \quad (4.9)$$

En donde,

$$\frac{d\theta^*}{dx^*} = \frac{-2(x^* - x_{max}^*)}{(1 - x_{max}^*)^2} \quad (4.10)$$

Y por último se define:

$$\eta = 1 - x_{max}^* \quad (4.11)$$

Con lo cual se pasa a despejar las condiciones de q''_{in} y q''_{out} :

$$q''_{in} = k_{\delta} \frac{T_{max} - T_{\delta}}{\delta} \frac{2}{\eta} \quad (4.12)$$

$$q''_{out} = k_{\delta} \frac{T_{max} - T_{\delta}}{\delta} \frac{2x_{max}^*}{\eta^2} \quad (4.13)$$

Con lo cual se puede calcular:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{d}{dx^*} \left(\frac{dT}{d\theta^*} \frac{d\theta^*}{dx^*} \frac{dx^*}{dx} \right) \frac{dx^*}{dx} \quad (4.14)$$

$$= \frac{dT}{d\theta^*} \frac{d^2\theta^*}{dx^{*2}} \left(\frac{dx^*}{dx} \right)^2 \quad (4.15)$$

$$= \frac{T_{max} - T_{\delta}}{\delta^2} \left(\frac{-2}{\eta^2} \right) \quad (4.16)$$

Ya con este valor, se puede estimar una de las constantes desconocidas:

$$\left(\frac{d^2T}{dx^2}\right)_c = -2\frac{T_{max} - T_\delta}{\delta^2\eta^2} \quad (4.17)$$

Y ahora reemplazando estos valores en la ecuación 4.4, queda:

$$-2\frac{(T_{max} - T_\delta)}{\delta^2\eta^2} \left(\frac{d^2T}{dx^2}\right)^* + \frac{q_c'''}{k_\delta} \left(\frac{q'''(x^*)}{k(T^*)}\right) = 0 \quad (4.18)$$

Esta ecuación es luego simplificada al aproximar los valores adimensionales (marcados con *) a 1, lo que entrega finalmente la siguiente expresión:

$$-2\frac{\Delta T_{max}}{\delta^2\eta^2} + \frac{q_c'''}{k_\delta} = 0 \quad (4.19)$$

Con $\Delta T_{max} = T_{max} - T_\delta$.

4.2 Generación de Calor en la Zona de Deformación

En la soldadura por fricción-agitación, el calor se genera principalmente por la deformación y roce entre la herramienta giratoria y el material base, existiendo aún discusión de cuanta influencia tiene el hombro en este mismo fenómeno y si en la herramienta se dan condiciones de deslizamiento o no con el material base al girar. En este trabajo se considera que no hay deslizamiento y que el calor se genera principalmente por la alta deformación a la que es sometido el elemento a soldar. Con esto definido y utilizando la definición de la generación de calor volumétrico en base a deformación, se tiene:

$$q'''(x) = \eta_s \tau(x) \dot{\gamma}(x) \quad (4.20)$$

Donde η_s es la eficiencia que considera la energía mecánica que se utiliza en el proceso para calentar el material y cuánta de esta energía queda almacenada en forma de defectos y dislocaciones en el material (en este estudio se trabaja con una magnitud igual a 1); $\tau(x)$ corresponde al esfuerzo de corte en la posición x y $\dot{\gamma}$ es la tasa de deformación plástica. Para normalizar esta ecuación, se reemplazan cada una de las variables, por un valor constante que representa el máximo valor que alcanza medido durante el experimento y una función homóloga pero adimensional, cuyo máximo valor es 1, tal como se presenta a continuación:

$$q'''(x) = q_c''' q'''^* \quad (4.21)$$

$$\tau(x) = \tau_c \tau^* \quad (4.22)$$

$$\dot{\gamma}(x) = \dot{\gamma}_c \dot{\gamma}^* \quad (4.23)$$

Con lo que la ecuación gobernante queda como se observa:

$$q_c''' q'''^* = \eta_s \tau_c \tau^* \dot{\gamma}_c \dot{\gamma}^* \quad (4.24)$$

Luego, llevando las variables adimensionales a uno, se queda con la siguiente expresión algebraica:

$$q_c''' = \eta_s \tau_c \dot{\gamma}_c \quad (4.25)$$

Como se puede notar q_c''' es la constante desconocida del punto anterior, lo que se necesita ahora es poder conocer $\dot{\gamma}_c$, ya que el valor del esfuerzo de corte, estáá ligado al momento que puede ser medido durante los experimentos. Para despejar esta nueva constante introducida, se toma el conocimiento de mecánica de medios continuos, para definir que $\dot{\gamma}_c = -(dv/dx)$, en donde $v(x)$ es la velocidad transversal a la que gira el material deformado por la soldadura, con lo que se puede definir:

$$\dot{\gamma}_c = - \left(\frac{dv}{dx} \right)_c \quad (4.26)$$

$$\dot{\gamma}^* = - \left(\frac{dv}{dx} \right)^* \quad (4.27)$$

Para continuar, se toma la definición de que la integral de la derivada de una función, entrega los valores de la función base evaluada en los límites de la integral, con lo cual se puede despejar el valor de $(dv/dx)_c$, además se aproxima que $v(\delta) = 0$ y que $v(0) = wa$, por lo tanto:

$$v(\delta) - v(0) = 0 - wa = \int_0^\delta \left(\frac{dv}{dx} \right) dx \quad (4.28)$$

Entonces, reemplazando por el valor constante multiplicado por el adimensional y haciendo un cambio de variables, se tiene:

$$wa = -\delta \left(\frac{dv}{dx} \right)_c \int_0^1 \left(\frac{dv}{dx} \right)^* dx^* \quad (4.29)$$

$$wa = -\delta \left(\frac{dv}{dx} \right)_c \int_0^1 \dot{\gamma}^* dx^* \quad (4.30)$$

Ahora, dado que en FSW se trabaja a altas temperaturas, se hace una aproximación sobre el comportamiento de $\dot{\gamma}$, que para entender con mayor profundidad se ha de ver el siguiente punto del informe, pero que de igual manera se presenta a continuación:

$$\dot{\gamma}^* = \exp \left(-\frac{Q}{R} \left[\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{max}} \right] \right) \quad (4.31)$$

$$\dot{\gamma}^* \approx \frac{T - T_\delta}{T_{max} - T_\delta} = \theta^*(x^*) \quad (4.32)$$

En donde la definición de $\theta^*(x^*)$ ya ha sido entregada en el punto anterior, Q es la energía de activación del material y R es la constante universal de los gases. Y con esta aproximación, se reemplaza en la integral y se calcula su valor:

$$wa = \delta \left(\frac{dv}{dx_c} \right) \int_0^1 \left[1 - \left(\frac{x^* - x_{max}^*}{1 - x_{max}^*} \right)^2 \right] \quad (4.33)$$

$$wa = \delta \left(\frac{dv}{dx_c} \right) \left[1 - \frac{1}{\eta^2} \left(\frac{1}{12} + \left(\eta - \frac{1}{2} \right)^2 \right) \right] \quad (4.34)$$

Definiendo ahora la constante:

$$\zeta = \left[1 - \frac{1}{\eta^2} \left(\frac{1}{12} + \left(\eta - \frac{1}{2} \right)^2 \right) \right] \quad (4.35)$$

Queda finalmente la expresión:

$$\left(\frac{dv}{dx}\right)_c = \frac{wa}{\delta\zeta} \quad (4.36)$$

Lo que finalmente puede ser reemplazado en la ecuación 4.26, quedando al expresión final del calor volumétrico como:

$$q_c''' = \eta_s \tau_c \frac{wa}{\delta\zeta} \quad (4.37)$$

4.2.1 Esfuerzo de corte en la FSW

En este punto, se quiere agregar la forma en que se calcula el esfuerzo de corte τ_c que es necesario más adelante. Para ello se necesita primero que todo la definición con respecto a M :

$$M_{total} = M_{pin} + M_{hombro} \quad (4.38)$$

En donde, se tiene que:

$$M_{pin} = 2\pi\tau_c a^2 t \quad (4.39)$$

$$M_{hombro} = \frac{2}{3}\pi\tau_c t f [b^3 - a^3] \quad (4.40)$$

En donde t corresponde al espesor de la placa base, b es el radio del hombro de la herramienta y f es un factor que expresa cuánto participa el hombro en el esfuerzo de

corte [19]. Finalmente con esto, se puede despejar el valor de τ_c :

$$\tau_c = \frac{M_{Total}}{2\pi a^2 t \left(1 + \frac{af}{3d} \left[\left(\frac{b}{a}\right)^3 - 1\right]\right)} \quad (4.41)$$

4.3 Comportamiento Constitutivo y Tasa de Deformación en la Zona Deformada

Para conocer como se comporta la tasa de deformación, se utiliza el modelo constitutivo de Zener-Hollomon, que relaciona la temperatura, los esfuerzos a los que se encuentra sometido el material y la tasa de deformación, tal como se muestra a continuación:

$$\dot{\gamma} = A \left(\frac{\tau}{\tau_R}\right)^n \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) \quad (4.42)$$

En donde los valores A , n y Q son constantes del modelo, A y n obtenidas de la modelación, Q tal como se dijo previamente es la energía de activación del material, y τ_R es un esfuerzo de corte de referencia. Este modelo constitutivo es el caso de “Bajos Esfuerzos“ que es un caso simplificado del modelo “General“, parte del estudio de esta tesis corresponde a corroborar que utilizar esta aproximación es válido, para los rangos de trabajo de la FSW.

Además se deben agregar 2 puntos, el primero es que en este modelo no se trabaja con cambios de fase, por lo que no cumpliría para el caso en que durante la fluidización del material, este solidifique dentro de la zona de distorsión. El segundo corresponde a que el esfuerzo de corte varía de manera despreciable dentro de una capa de deformación tan delgada, por lo que puede ser considerado constante. Con esto dicho, se puede apreciar entonces que al dividir $\dot{\gamma}$ por un $\dot{\gamma}_c$, se obtiene la expresión adimensional de

Se introduce también en este punto, el término epsilon (ε), que es el valor de la tasa de deformación adimensional, en la cual se considera que se pasa de no haber cizalle (o que este es despreciable), a la fase en distorsión de la capa de deformación. Este valor a su vez esta asociado a una temperatura T_δ , que se define como se muestra a continuación

$$T_\delta = T_m \left(1 - \frac{RT_m}{Q} \ln(\varepsilon) \right)^{-1} \quad (4.44)$$

Donde T_m es la temperatura de “Solidus“ del material (temperatura a la cual empieza a aparecer la fase líquida en el metal sólido). Ya presentados los términos T_δ y T_1 , se puede presentar la relación que cumplen estas temperaturas:

$$T_1 - T_\delta = \frac{RT_1^2}{Q} \quad (4.45)$$

Que al despejar T_1 , entrega:

$$T_1 = \frac{Q}{2R} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4T_\delta R}{Q}} \right] \quad (4.46)$$

Esta relación, se obtiene de volver tangentes la función $\dot{\gamma}/\dot{\gamma}_c$ con una función lineal

Por último, reemplazando las ecuaciones 4.36 y 4.43 en la ecuación 4.42 (esta última evaluada en T_{max} , se obtiene:

$$\frac{wa}{\delta\zeta} = AB' \left(\frac{\tau_c}{\tau_R} \right)^n \frac{\Delta T_{max}}{\Delta T_1} \quad (4.47)$$

En donde $\Delta T_{max} = T_{max} - T_\delta$ y $B' = \exp(-Q/RT_1)$. Lo más importante en esta

sección corresponde a la introducción del ε , pues esta variable es una de las partes estudiadas en esta tesis para conocer el comportamiento de las ecuaciones en base a los datos recopilados y a los materiales utilizados.

4.4 Conducción de Calor Fuera de la Zona de Deformación

El calor generado de la zona de deformación, es transmitido fuera de esta y a través de la placa por conducción. Para poder obtener relaciones que permitan seguir desarrollando el modelo, lo que se hace es desacoplar la zona de trabajo de la FSW en una región interior y otra exterior, lo que permite integrar diferentes tipos de condiciones de borde, tales como la presencia de diferentes fuentes de calor, el enfriamiento tanto superior como inferior de la placa por convección y la conducción a través de la placa base.

Con esto dicho, tomando la solución de Rosenthal [17] de una fuente de calor de baja velocidad para placas delgadas, se obtiene la siguiente ecuación:

$$T(x') - T_{\infty} = \frac{Q}{2\pi k_0} \exp\left(-\frac{Vx'}{2\alpha}\right) K_0(\xi) \quad (4.48)$$

En donde Q es el flujo de calor, x' es la distancia a la que queremos evaluar, en la misma dirección que el movimiento de la fuente de calor y que igualamos a 0 (con lo que la exponencial se iguala a 1), k_0 es la conductividad térmica, mientras que $K_0(\xi)$ corresponde a la función de Bessel modificada de segunda especie y orden 0 evaluada en ξ , que corresponde a:

$$\xi = \sqrt{\left(\frac{V}{2\alpha_{\delta}}\right)^2 + \frac{h+h'}{k_{\delta}d}} r \quad (4.49)$$

Con h y h' los coeficientes de la pérdida de calor por convección en la parte superior e inferior de la placa respectivamente, d es el espesor de la placa y r una distancia radial con respecto a la fuente de calor, que corresponde al valor de “ a ” y α_δ es la difusividad térmica del material evaluada a T_δ .

A su vez, se define el calor de la fuente a través del calor generado por la rotación del pin, por lo que se tiene:

$$Q = \eta_s(M_{pin})w = \eta_s(2\pi a^2\tau_c)w \quad (4.50)$$

Finalmente se despeja la siguiente ecuación, dadas todas estas condiciones:

$$\Delta T_\delta = T_\delta - T_\infty = \eta\eta_s \frac{wa^2\tau_c}{k_\delta} K_0(\xi) \quad (4.51)$$

La cual contiene además el término η para reflejar la eficiencia térmica del proceso.

4.5 Expresiones Explícitas Obtenidas del Modelo Acoplado Termo-mecánico

Con las ecuaciones 4.19, 4.37, 4.45 y 4.49 se tienen entonces 4 ecuaciones y 4 incógnitas a despejar, las cuales al resolverlas entregan finalmente:

$$\tau_c = \frac{k_\delta \Delta T_\delta}{\eta\eta_s wa^2 K_0} \quad (4.52)$$

$$\delta = a \left[2 \frac{\Delta T_1}{AB'} \left(\frac{a^2 \tau_R \eta_s}{k_\delta} \right)^n \left(\frac{K_0 w}{\Delta T_\delta} \right)^n \eta^{n-1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.53)$$

$$\Delta T_{max} = \Delta T_1 \left[\frac{1}{2AB'\Delta T_1\zeta^2} \left(\frac{K_0}{\Delta T_\delta} \right)^{n-1} \left(\frac{a^2\tau_R\eta_s}{k_\delta} \right)^n (w\eta)^{n+1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.54)$$

$$q_c''' = \left[\frac{AB'}{2\Delta T_1\zeta^2} \left(\frac{1}{\tau_R\eta_s} \right)^n \left(\frac{1}{w\eta} \right)^{n+1} \left(\frac{k_\delta}{a^2} \right)^{n+2} \left(\frac{\Delta T_\delta}{K_0} \right)^{n+3} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.55)$$

Con esto se han despejado 4 parámetros de gran utilidad para la FSW, los cuales dependen solamente de ciertas características cada material y de los parámetros con los que se trabaja al soldar, pudiendo saber entonces que resultados esperar dada esta información.

Capítulo 5

Recopilación de Experimentos

En esta sección de la tesis, se explican las consideraciones para la selección de estudios que se incluyen en la base de datos, la cual es usada para los estudios de esta tesis. Por otro lado, se presentan algunas de las diferentes maneras en que actualmente son medidos los datos de temperatura, zona de deformación y fuerza, que son los resultados más importantes utilizados para los análisis de esta tesis.

5.1 Selección de Experimentos

Actualmente se pueden encontrar una gran serie de experimentos desarrollados por diversos investigadores sobre la FSW. En donde uno puede encontrar estudios de características como la dureza, tamaño de grano y microdureza [20–23], perfil de temperatura en diferentes puntos de la soldadura [5, 24], medidas del toque utilizado [25, 26] e incluso la potencia y parámetros asociados para poder automatizar este proceso [27].

También hay experimentos para conocer el efecto de las diferentes geometrías de la herramienta giratoria en los resultados obtenidos al soldar [9, 22], o del comportamiento y propiedades obtenidas al mezclar distintos materiales con esta soldadura [28, 29]

A su vez, se tienen diversos estudios de modelación, desde softwares especializados

[30–32], hasta modelos matemáticos y físicos como es el de escalamiento, que es base de esta tesis.

Con respecto a los datos seleccionados para este estudio, se buscaron investigaciones tanto experimentales como de simulación para poder hacer los respectivos análisis y estos a su vez requerían ofrecer la siguiente información: Material base utilizado con sus dimensiones, parámetros del proceso (velocidad de avance, RPM, medidas de la herramienta) y resultados que podían ser de temperatura máxima (con información de la zona de medición), tamaño de la zona deformada y/o torque medido. Los papers que cumplen con estas condiciones fueron seleccionados para la creación de la base de datos.

5.2 Formas de Medición

En esta sección se presentan algunas de las técnicas utilizadas para tomar los datos en las investigaciones, ya que se considera importante el conocer la procedencia de la información trabajada, además de entregar entendimiento de cómo se realizan los experimentos y mediciones con este tipo de soldadura. Principalmente se presentan formas de medición de temperatura y de fuerza, pero también se agrega la medición de la zona de deformación, ya que para la obtención de este dato de ciertas investigaciones ha sido necesario realizar esta medición.

5.2.1 Medición de Temperatura

En general, la mayoría de las mediciones de temperatura, se realizan utilizando termocuplas embebidas en el material [33–35], las cuales son distribuidas a distintas alturas en el material base y a distintas distancias con respecto al pin, buscando obtener un perfil de temperaturas y una evolución de las temperaturas en el tiempo,

pero también se han hecho medidas en que la termocupla es instalada dentro de la herramienta giratoria [1,36], lo cual es bastante interesante pues muestra efectivamente variaciones en los valores medidos, con respecto a hacerlos desde el material base.

Finalmente otros métodos menos comunes que se llevan a cabo, el primero corresponde a la medición a través de métodos termoeléctricos [37] y el segundo es el uso de cámaras infrarojas [38].

5.2.2 Medición de Fuerza y Torque

Para la medición de estas magnitudes, se han utilizado diversos métodos, los cuales utilizan: Células de carga [39], dinamómetros [40–43] y extensómetros [38,44]. Cabe mencionar que hay algunos papers además que miden energías asociadas a la fuerza y torque ejercidas, desde los cuales indirectamente calculan estos valores también

5.2.3 Medición de la Zona de Deformación

La zona de deformación se mide tomando una muestra en corte transversal del recorrido realizado por la herramienta giratoria, a la cual se le realiza un ataque químico que permita diferenciar la zona deformada por la soldadura, de la no deformada. Ya con esto hecho, se obtiene una imagen como la de la figura 5.1¹:

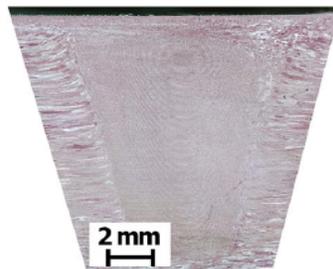


Figura 5.1: Ejemplo del Corte Transversal de 2 materiales soldados por FSW⁴

¹Obtenida de [45]

Una vez se puedan diferenciar estas zonas, lo que se hace es medir el ancho de la zona deformada a un cuarto de la altura de la placa base y considerando que esa medida es la suma de dos veces el radio del pin y dos veces el espesor de la capa de deformación, se puede despejar el valor de δ . Se añade la siguiente figura² para clarificar esta explicación

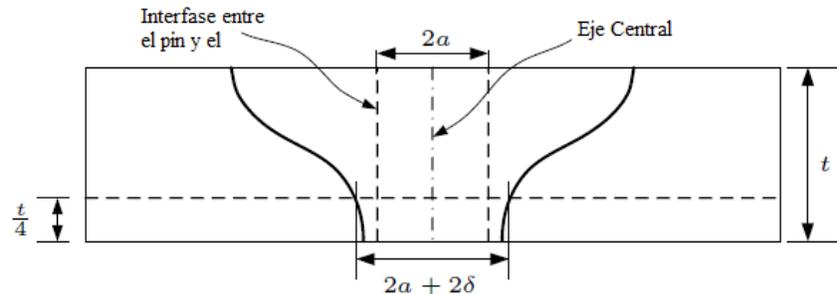


Figura 5.2: Ejemplificación para medición de Capa de Deformación

Por último, es importante mencionar todo lo anterior, porque en gran cantidad de papers no se tiene esta información medida, pero si las imágenes que permiten calcularlo. Un caso particular es el de la investigación de Jordan Tsui [1], de quien se tienen las muestras, pero sus espesores de capa de deformación no habían sido medidos, por los que estos valores son obtenidos personalmente. Se agregan en Anexos 11.1, las imágenes de las muestras medidas.

5.2.4 Base de Datos

Para poder desarrollar los estudios de esta tesis, ha sido necesario recopilar todos los experimentos que cumplieren con las indicaciones mencionadas previamente, y organizarlos en una base de datos que permitiese trabajarlos de la manera más eficiente posible. Lo que finalmente entrega como resultado una tabla con 44 papers, 213 datos

²Obtenida de [18]

de experimentos y 60 columnas con información del material, del proceso de soldadura y cálculos de ciertos factores y ecuaciones. Los materiales encontrados para trabajar fueron:

- Aluminio AA2024 [23, 46–49]
- Aluminio AA2195 [8, 50, 51]
- Aluminio AA5083 [25, 52–55]
- Aluminio AA5059 [1]
- Aluminio AA6061 [25, 33, 56–65]
- Aluminio AA6082 [25, 66]
- Aluminio AA7050 [26, 35, 67]
- Aluminio AA7075 [10, 25, 68, 69]
- Aluminio AA7108 [66, 70]
- Latón CW505L [71]
- Magnesio AZ31 [34, 72]
- Magnesio AZ61 [73]
- Acero SAE1018 [38, 59, 74]
- Acero 304 [59, 75, 76]

Para una idea más certera de la forma de esta base de datos, se añade una imagen de la estructura de la tabla en la sección de Anexos 11.2.

Capítulo 6

Propiedades de los Materiales

Tal como se pudo ver en las 4 expresiones obtenidas como resultado del análisis de escalamiento, es necesario conocer algunas propiedades de los materiales para poder trabajar con ellos. Es por esto que capítulo se especifican los valores utilizados para cada material

Las propiedades con las cuales se trabajan corresponden a ciertas constantes térmicas, mecánicas y del modelo constitutivo de Zener-Hollomon (de ahora en adelante Z-H). Los valores de las constantes de Z-H han sido transformados para los estudios de análisis de escala y la explicación de esto, se desarrolla junto con la presentación de sus valores. Por último se presentan los datos con los cuales se hace la mayor parte de la sección de resultados, ya que presentan toda la información necesaria para desarrollar los estudios de esta tesis.

6.0.1 Propiedades Térmicas y Mecánicas

En esta sección se presentan los valores de las distintas propiedades térmicas y mecánicas que presentan los materiales incluidos en la tesis, las cuales han sido reunidas gracias al trabajo de otros investigadores [18] y se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 6.1: Propiedades Térmicas y Mecánicas de los Materiales Trabajados

Material	$T_{Solidus}$ [K]	k [W/mK]	c_p [J/kgK]	α [m ² /s]	ρ [kg/m ³]	η_s	η	Ref.
AA2024	2.670,0	185,0	1.100,0	6,30E-05	2.670,0	1	0,9	[18]
AA2195	2.770,0	196,0	1.338,0	5,29E-05	2.770,0	1	0,9	[18]
AA5083	2.552,8	146,9	1.261,4	4,56E-05	2.552,8	1	0,9	[18]
AA6061	2.590,0	200,0	1.160,0	6,66E-05	2.590,0	1	0,9	[18]
AA6082	2.590,0	200,0	1.160,0	6,66E-05	2.590,0	1	0,9	[18]
AA7050	2.827,0	180,0	861,0	7,40E-05	2.827,0	1	0,9	[18]
AA7075	2.693,0	192,0	1.109,0	6,43E-05	2.693,0	1	0,9	[18]
AA7108	2.590,0	200,0	1.160,0	6,66E-05	2.590,0	1	0,9	[77]
CuZn30	8.530,0	120,0	375,0	3,75E-05	8.530,0	1	0,9	[77]
AZ31	1.696,0	114,3	1.446,3	4,66E-05	1.696,0	1	0,9	[18]
AZ61	1.800,0	80,0	1.050,0	4,23E-05	1.800,0	1	0,9	[18]
SAE1018	7.314,0	33,1	699,0	6,47E-06	7.314,0	1	0,75	[18]
SS 304	7.350,0	33,5	720,0	6,33E-06	7.350,0	1	0,5	[18]
AA5059	2.552,8	146,9	1.261,4	4,56E-05	2.552,8	1	0,9	*

*Para el caso del AA5059, se desconocen sus valores, por lo que se ocupan los del AA5083.

Para el mejor entendimiento del desarrollo de las ecuaciones, es necesario agregar dos ecuaciones:

- La primera es la relación entre la difusividad térmica, la densidad, la conductividad térmica y la capacidad calórica:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad (6.1)$$

- Y la segunda es la relación del esfuerzo de referencia normal σ_R , con el esfuerzo de referencia de corte τ_R (que se utiliza en la siguiente sección), que en este caso se relaciona simplemente a través de Von Mises con esfuerzo uniaxial y corte puro.

$$\tau_R = \frac{\sigma_R}{\sqrt{3}} \quad (6.2)$$

6.0.2 Constantes de Zener-Hollomon

El modelo constitutivo de Zener Hollomon, relaciona la tasa de deformación con los esfuerzos de corte, temperaturas y las propiedades del material deformado, además de contar con una forma general y dos formas simplificadas para casos de altos y bajos esfuerzos. A continuación se presentan sus expresiones:

- Forma general:

$$\dot{\epsilon}' = A' \left[\sinh \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_R} \right) \right]^{n'} \exp \left(-\frac{Q'}{RT} \right) \quad (6.3)$$

- Forma para Bajos Esfuerzos:

$$\dot{\epsilon} = A \left(\frac{\sigma}{\sigma_R} \right)^n \exp \left(-\frac{Q}{RT} \right) \quad (6.4)$$

- Forma para Altos Esfuerzos:

$$\dot{\epsilon}'' = \frac{A''}{2^{n''}} \exp \left(n'' \frac{\sigma}{\sigma_R} \right) \exp \left(-\frac{Q''}{RT} \right) \quad (6.5)$$

Como se ha enunciado previamente en esta tesis, no se trabaja con la versión general de este modelo, si no que con la versión simplificada para bajos esfuerzos, pero los datos que se utilizan para este trabajo [78], tienen su valor definido para el caso general, por

lo cual es necesario calcular el valor de esas constantes, pero para el caso de bajos esfuerzos. Para ello se vuelve necesario entonces relacionar ambas ecuaciones de tal manera de poder despejar A , n y Q , en base a A' , n' y Q' . Con este objetivo claro, se presenta la forma en que han sido asociados:

1. Primero se linearizan la ecuación general y la ecuación de bajos esfuerzos aplicando la función logaritmo sobre estos, tal como se muestra a continuación:

$$\ln(\dot{\varepsilon}) = \ln A + n \ln \left(\frac{\sigma}{\sigma_R} \right) - \frac{Q}{RT} \quad (6.6)$$

$$\ln(\dot{\varepsilon}') = \ln A' + n' \ln \left[\sinh \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_R} \right) \right] - \frac{Q'}{RT} \quad (6.7)$$

2. Luego se han de calcular las derivadas parciales de ambas ecuaciones, con respecto a $1/T$ y $\ln(\sigma)$:

$$\frac{\partial \ln(\dot{\varepsilon})}{\partial 1/T} = -\frac{Q}{RT} \quad (6.8)$$

$$\frac{\partial \ln(\dot{\varepsilon})}{\partial \ln(\sigma)} = n \quad (6.9)$$

$$\frac{\partial \ln(\dot{\varepsilon}')}{\partial 1/T} = -\frac{Q'}{RT} \quad (6.10)$$

$$\frac{\partial \ln(\dot{\varepsilon}')}{\partial \ln(\sigma')} = \frac{n' \sigma'}{\sigma'_R} \frac{1}{\tanh \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_R} \right)} \quad (6.11)$$

3. A continuación se pasa a evaluar estos resultados a la temperatura de solidus del material y a una tasa de deformación igual a $300s^{-1}$, que es un valor considerado promedio durante la FSW y que otros investigadores ya han utilizado [18]. Para luego igualar las derivadas con respecto a $1/T$ y luego las en base a $\ln(\sigma)$. Cabe agregar además que los valores de σ y σ' se obtienen de evaluar la función en estos valores mencionados, obteniendo entonces:

$$\frac{Q}{RT} = \frac{Q'}{RT} \Rightarrow Q = Q' \quad (6.12)$$

$$n = \frac{n'\sigma'}{\sigma'_R \tanh\left(\frac{\sigma'}{\sigma'_R}\right)} \quad (6.13)$$

4. Finalmente se puede despejar la constante A de la ecuación 6.4

Sobre este modelo se han hecho múltiples estudios buscando conocer las constantes que definen a diversos materiales, incluyendo desde comunes aluminios [79], pasando por aceros super-austeníticos [80] y llegando hasta materiales de deformación superplástica [81]. Gracias a los cuales, se han podido obtener los datos con los que se han calculado las constantes A , n y Q . En la siguiente tabla, se presentan estos datos y los valores despejados:

Tabla 6.2: Constantes de Zener-Hollomon para diversos materiales

Material	A'	n'	Q'=Q	σ_R	$\sigma(300s^{-1})$	A	n	Ref.
	[1/s]		[kJ/mol]	[MPa]	[MPa]	[1/s]		
AA2024	2,29x10 ¹¹	5,46	178	47,4	95,9	9,31x10 ¹⁰	11,45	[78]
AA2195	2,37x10 ¹³	3,54	161,8	47,4*	31,74	3,78x10 ¹³	4,05	[18]
AA5083	1,64x10 ¹⁰	2,44	173	34,8	120,43	3,84x10 ⁸	8,46	[78]
AA6061	1,63x10 ¹³	5,33	191	60,7	72,43	3,63x10 ¹³	7,65	[78]
AA6082	1,72x10 ¹³	7,68	191,3	60,7*	61,69	5,94x10 ¹³	10,16	[18]
AA7050	3,28x10 ⁵	2,59	123	20,1	110,5	2,4x10 ⁰	14,24	[78]
AA7075	5,34x10 ⁸	3,47	160	33,9	133,59	2,96x10 ⁵	13,69	[78]
AA7108	1,72x10e13	7,68	191,3*	60,7*	51,6	3,10x10 ¹³	12,85	[77]
CuZn30	1,63x10 ¹⁰	5,03	170,8	-	-	-	-	[77]
AZ31	7,78x10 ⁸	4,36	129	53,5	84,75	9,81x10 ⁸	7,53	[78]
AZ61	7,8x10 ⁹	3,9	143	54,5	74,98	1,24x10 ¹⁰	6,1	[78]
SAE1018	2,63x10 ¹³	4,32	371	56,6	56,24	4,74x10 ¹³	5,66	[78]
SS 304	1,62x10 ¹⁶	4,69	441	119	106,42	3,4x10 ¹⁶	5,88	[78]
AA5059	1,64x10 ¹⁰	2,44	173	34,8	120,43	3,84x10 ⁸	8,46	[77]

*Valores tomados de otros materiales con composición química parecida.

Se debe mencionar que para los valores de AA5059 no se obtuvieron los valores para exactamente ese material, por lo que se utilizan los valores del AA5083 que presenta una composición química parecida, y lo mismo ocurre para otros materiales dentro de la base de datos, cuyas propiedades fueron aproximadas en base a algún otro material con similitud química.

6.1 Datos Trabajados

De toda la base de datos construida, la mayoría de los datos recopilados no cuentan con toda la información necesaria para poder despejar las 4 ecuaciones del modelo ni desarrollar los estudios en los que se enfoca esta tesis, es por esto que los datos utilizados son presentados en la siguiente tabla, para poder dar a entender mejor los resultados obtenidos que se presentan más adelante:

Tabla 6.3: Datos utilizados

Data	Ref.	Mat.	δ [m]	T_{max} [K]	M [J]	a [m]	b [m]	t [m]	v [m/s]	ω [1/s]
1	[1]	5059	3,7E-04	668	6,7	1,5E-03	4,5E-03	6,5E-03	1,5E-02	180
1	[1]	5059	3,7E-04	668	6,7	1,5E-03	4,5E-03	6,5E-03	1,5E-02	180
2	[1]	5059	6,1E-04	718	6,0	2,0E-03	6,0E-03	6,5E-03	1,5E-02	128
3	[1]	5059	1,9E-04	708	10,3	2,0E-03	4,5E-03	6,5E-03	1,5E-02	128
4	[1]	5059	2,5E-04	761	8,0	2,0E-03	7,5E-03	6,5E-03	1,5E-02	128
5	[1]	5059	2,6E-04	727	5,7	2,0E-03	6,0E-03	6,5E-03	1,5E-02	128
6	[1]	5059	6,4E-04	731	12,4	2,5E-03	7,5E-03	6,5E-03	1,5E-02	128
7	[1]	5059	7,5E-05	712	6,7	2,0E-03	4,5E-03	6,5E-03	1,5E-02	128
8	[1]	5059	1,1E-03	748	7,4	2,0E-03	7,5E-03	6,5E-03	1,5E-02	128
9	[69]	7075	1,2E-03	803	342,2	8,3E-03	2,5E-02	1,6E-02	2,9E-03	23

Capítulo 7

Corroboración de Ecuaciones Fundamentales

En esta sección se explica la manera en que se comprobaron los distintos supuestos considerados, el aporte del hombro en los resultados y las aproximaciones que se utilizan para simplificar las ecuaciones fundamentales que gobiernan los fenómenos que transcurren durante la soldadura por fricción-agitación. Finalmente, se presentan los factores de correcciones que se les son añadidos a las ecuaciones para obtener los resultados deseados.

7.1 Comprobación de Supuestos

Los únicos supuestos que se consideraron importantes de corroborar, corresponden a si hay presencia de turbulencia en la zona de deformación durante la soldadura y que el esfuerzo de corte también sea constante.

Para el primer punto el procedimiento es tan simple como el cálculo del número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho v D_H}{\mu} \quad (7.1)$$

Donde, ρ es la densidad del material, v la velocidad del fluido y que es igual a $\omega a/2$ dada la suposición de tener un perfil aproximadamente lineal dentro de la zona de distorsión, μ la viscosidad dinámica y D_H es al diámetro hidráulico, que para este tipo de soldadura, se obtiene de:

$$D_H = \frac{4Area}{Perimetro} \Rightarrow \frac{4t\delta}{2t + 2\delta} \quad (7.2)$$

Véase la figura 7.1 para un mejor entendimiento de los valores de área y perímetro definidos:

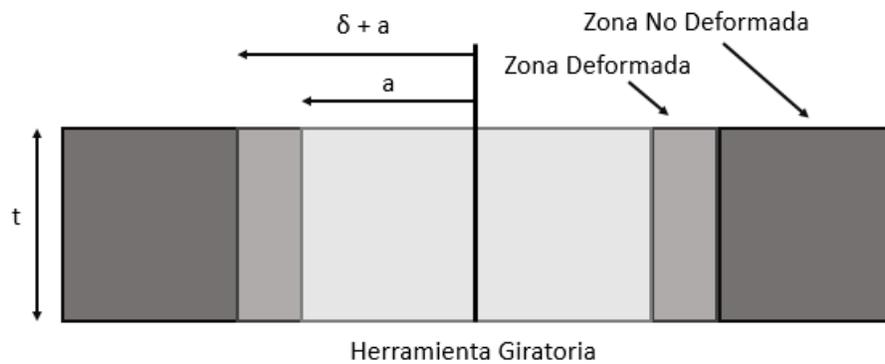


Figura 7.1: Área y Perímetro en FSW

Dados los valores con los que se trabaja en FSW, es extraño encontrar casos en que se supere un valor 1.000 para el número de Reynolds, ya que si bien se tienen altos valores de densidades de los materiales trabajados, las dimensiones del radio del pin (a), espesor de la placa (t) y espesor de la zona de deformación (δ), estos son tan bajos que son raros los casos en que podría presentarse.

Para la segunda comprobación, si bien se encuentra entre el material estudiado una comprobación de esta hipótesis [19], se desea a su vez corroborarlo en base al comportamiento de la tasa de deformación, ya que si esta es constante, entonces

se puede considerar que el esfuerzo de corte también los es, por lo que se grafica su comportamiento contra la temperatura y además se compara con mediciones que permitan verificar lo que se observa y supone. Ambos gráficos podrán ser observados en la sección de Resultados.

7.2 Aporte del Hombro

Por otro lado, se analiza el efecto de considerar el hombro en los resultados obtenidos, a través del factor f presente en la ecuación 4.41, para lo cual, lo que se hace es calcular el esfuerzo de corte generado por el pin, (despejado de la ecuación 4.39) y compararlo con el esfuerzo de corte obtenido al despejar la ecuación 4.50, restarlo y buscar el ε promedio que minimice la diferencia por cada tipo de material; esto para valores de f que van de 0,1 a 0,5.

Además se agrega el análisis del comportamiento de los siguientes cuocientes:

$$\frac{T_{\delta}}{T_m} \quad (7.3)$$

$$\frac{T_p - T_{\infty}}{T_{\delta} - T_{\infty}} \quad (7.4)$$

Ya que se busca analizar la posibilidad de encontrar valores parecidos de estas relaciones en distintos materiales, que quizás entreguen nuevos entendimientos de como se comporta el material al ser soldado. La primera relación lo que busca reflejar es si los materiales tienen puntos más o menos cercanos en los cuales se activa la deformación, dada su temperatura de solidus. Y la segunda busca analizar el efecto del calentamiento por el hombro.

7.3 Comprobación de Aproximaciones

En este punto lo que se busca es comparar cuanto varían los valores de las constantes y variables usadas en las ecuaciones, al ser reemplazados por aproximaciones que se espera tengan un comportamiento parecido al valor que aproximan.

Entre las diferentes aproximaciones existentes, a continuación se presentan las consideradas de mayor importancia y cómo fueron analizadas:

7.3.1 Tasa de Deformación Lineal Secante

Si se observa la ecuación 4.32, se ve que se aproxima la función de la tasa de deformación a través de una función lineal, esto para poder realizar una integral más simple que entregue resultados más adecuados para ingeniería. Para ver la validez de esta aproximación lo que se hace es graficar la función de gamma adimensional y su aproximación, tanto con respecto al rango de temperaturas experimentados durante el experimento, como con respecto a la distribución de temperaturas dentro de la zona de deformación y luego calcular la diferencia en porcentaje de esta integral, siendo eso sí la más importante la segunda integral, pues los valores de temperaturas alcanzados dentro de la zona de deformación son los que se trabajan en el modelo.

7.3.2 Tasa de Deformación Lineal Tangente

En la ecuación 4.43 se observa una aproximación cuyo valor depende fuertemente de los valores obtenidos de T_δ , pues este a su vez define T_1 , por lo cual, para definir la calidad de la aproximación, lo que se hace es graficar ambas funciones comparando en un primer caso contra la evolución de la temperatura y en otro caso, con respecto a la distribución de temperaturas en la muestra. Luego se calculan sus áreas y observa el porcentaje de variación, tal como en la aproximación anterior.

7.3.3 Variación de Límites en la Integral

La siguiente aproximación viene de la ecuación 4.28, en la cual se integra la tasa de deformación de 0 a δ , pero que debiese ser hasta ∞ , pero no se hace hasta ese punto porque se supone que al integrar más allá de δ es despreciable cuánto se aporta al integral, por lo que en este caso nuevamente se grafica y se comparan las áreas de las funciones, al integrar la magnitud de la tasa de deformación con respecto a su posición.

7.3.4 Zener-Hollomon para Bajos Esfuerzos

En las ecuaciones de Z-H, se utiliza la versión de bajos esfuerzos, en vez de la general, para poder desarrollar los estudios, pero se desea conocer la variación de usar esta función, en el rango de esfuerzos y temperaturas en los que trabaja la FSW, por lo cual se comparan también los comportamientos y valores alcanzados en los dominios de esta soldadura y sus integrales.

Por último es importante agregar que la forma en que se calculan las áreas (integrales), corresponde al uso de la regla punto medio.

7.4 Factores de Corrección

Las ecuaciones obtenidas, si bien están fundamentadas en una sólida base teórica, presentan una serie de desviaciones en los resultados obtenidos y los observados, esto por una gran posibilidad de razones, entre las que se puede considerar errores de aproximación, mala toma de datos durante el experimento, etcétera. Por lo cuál se agrega a la mayoría de estas ecuaciones un factores de corrección, que nos permita conocer cuánta diferencia entrega el modelo, con respecto a los valores reales.

A continuación se presenta donde fueron agregados los factores de corrección dentro de las relaciones:

$$q_c''' = F_1 \eta_s \tau_c \frac{wa}{\delta \zeta} \quad (7.5)$$

$$\Delta T_\delta = T_\delta - T_\infty = F_2 \eta_s \frac{wa^2 \tau_c}{k_\delta} K_0(\xi) \quad (7.6)$$

$$\frac{wa}{\delta \zeta} = AB' \left(\frac{F_3 \tau_c}{\tau_R} \right)^n \frac{\Delta T_{max}}{\Delta T_1} \quad (7.7)$$

Se puede notar que no a todas las ecuaciones se les agrega un factor de corrección, esto ocurre porque en la ecuación 4.19 que es la faltante, se tiene el calor q_c''' y ya que este valor no es comparable como las demás ecuaciones (pues en los experimentos no se han encontrado casos en que se tenga este parámetro).

Capítulo 8

Resultados Obtenidos

En esta sección se presentan los resultados obtenidos de los cálculos realizados del trabajo sobre los supuestos, el aporte del hombro y sobre las aproximaciones.

8.1 Esfuerzo de Corte Constante

En este punto se desarrolla como se corrobora que el esfuerzo de corte resulta ser constante en la zona de deformación.

Como se presenta en el capítulo anterior, se tiene el supuesto que el esfuerzo de corte es constante y este de mecánica de fluidos es proporcional a la tasa de deformación ($\tau = \mu du/dy$), por lo que a continuación se presentan las figuras 8.1 y 8.2, en que en la primera, en el lado izquierdo, se muestra el gráfico de la función de la tasa de deformación, en base a como se comporta con respecto a la posición desde el radio (siendo $x = 1$), hasta δ , siendo este $x = 0$. Y en el de la derecha, una imagen tomada de una simulación desarrollada en otra investigación [82], pero que también muestra que la variación de la velocidad es aproximadamente constante en la dirección radial en que se aleja del pin.

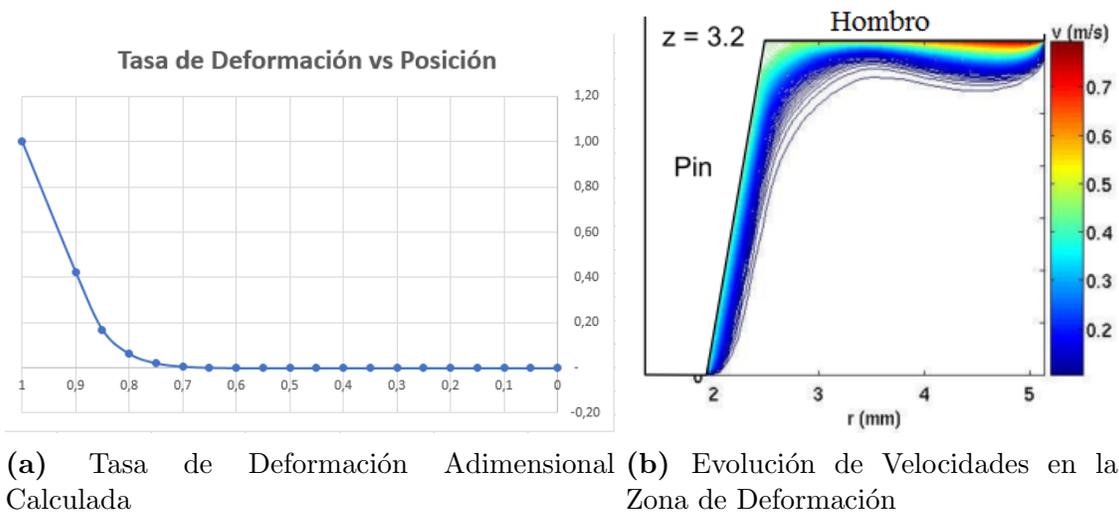


Figura 8.1: Comportamiento de Componentes asociadas al Esfuerzo de Corte

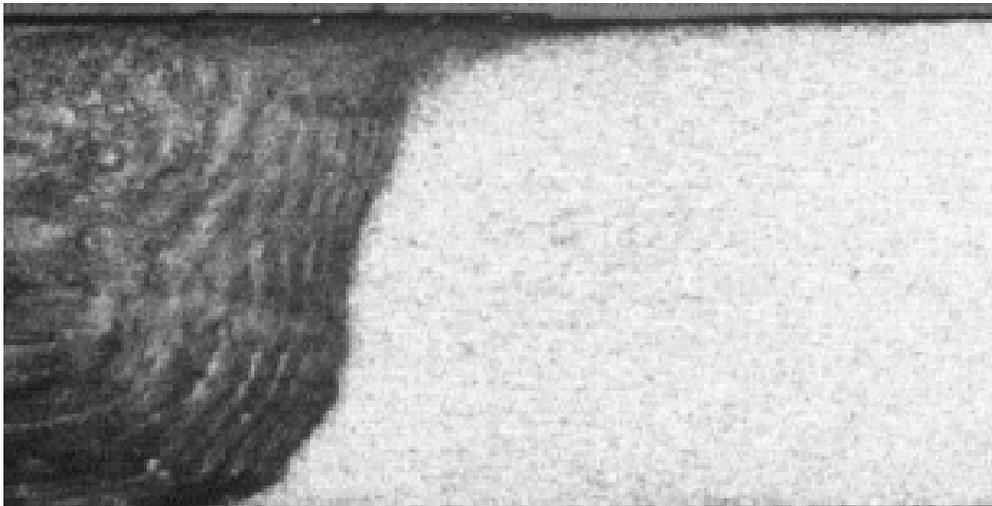


Figura 8.2: Imagen que ejemplifica las "capas" que quedan en el material, debido a sus distintas velocidades y temperaturas

Por otro lado en la figura 8.2 [82], se observa como quedan reflejado en el material este comportamiento.

Con esto que muestra el comportamiento de la tasa de deformación y la variación de la velocidad en la muestra, junto con la demostración citada en la sección anterior, (que argumenta de manera teórica este supuesto) se puede aseverar que efectivamente

el esfuerzo de corte con el que se trabaja es aproximadamente constante y por ende se puede eliminar el factor del esfuerzo de corte en la ecuación de Z-H (4.31) sin que se afecte a los resultados.

8.2 Efecto del Hombro

Del trabajo realizado, se define que el valor a utilizar de f que se ha de ocupar es 0,1, lo que se explica de manera más detallada a continuación.

Es de gran importancia el conocer como el hombro puede aportar a los resultados obtenidos al modelar y es por ello que aún se mantiene un gran debate sobre cuánto afecta o no en la soldadura. Los resultados mostrados en esta subsección corresponden a la diferencia entre los valores de los esfuerzos de corte asociados al pin (ecuación 4.39) y a la ecuación de Rosenthal (ecuación 4.50), el ε que minimiza la diferencia, y los valores de las relaciones 7.3 y 7.4. Todo esto para los distintos materiales y los distintos valores de f .

En esta sección se presentan los resultados para $f = 0, 1$ que es finalmente el módulo con el que se desarrollan los demás estudios. Las demás tablas se encuentran en la sección de Anexos 11.3.

Tabla 8.1: Resultados para $f = 0, 1$

f	0,1						
Material	N de datos	Epsilon	$\tau_c [MPa]$	\mathbf{T}_δ / T_m	$d\mathbf{T}_p / dT_\delta$	$\tau_R - \tau_{Pin} [MPa]$	
AA2024	1	1,17E-03	126,31	0,80	0,21	0,00	
AA5059	10	1,11E-10	36,78	0,50	0,13	13,02	
AA5083	16	6,29E-07	40,03	0,63	0,12	6,06	
AA6061	2	3,33E-07	53,03	0,64	0,22	18,07	
AA6082	1	1,74E-03	52,42	0,80	0,17	0,00	
AA7050	18	2,21E-05	82,99	0,64	0,17	21,07	
AA7075	16	1,76E-06	31,36	0,66	0,09	4,66	
AA7136	6	6,41E-04	102,89	0,81	0,09	28,55	
SAE1018	1	1,48E-10	68,36	0,53	0,07	0,00	

8.3 Aproximaciones

Pasando ahora a la comprobaciones, se presentan para estas algunos de los gráficos obtenidos con sus tablas de valores asociadas, pero se debe hacer notar que al ser un gran número de tablas y gráficos, la mayor parte de estos se encuentran en la sección de Anexos que es especificada en cada punto.

8.3.1 Tasa de Deformación Lineal Secante

En la sección “Desarrollo del Modelo“, específicamente la subsección 4.3, se puede observar la ecuación 4.43 que relaciona la tasa de deformación adimensional (que es definida a través de una exponencial), con una aproximación lineal. Con el trabajo realizado, se observa que esta aproximación es válida, pero para clarificarlo y explayarlo, se presentan a continuación las figuras 8.2 y 8.3, junto con la tabla de resultados 8.2, en donde, el primer gráfico compara el comportamiento de la tasa de deformación con su aproximación lineal en base a la evolución de las temperaturas; el segundo gráfico compara nuevamente estas funciones, pero en base al espectro de temperaturas dentro de la zona deformada y por último, la tabla de resultados, presenta las propiedades del material y los valores obtenidos que se presentan en los gráficos. Todo esto para el dato número 1 y luego para el número 9, los demás se encuentran en la sección de Anexos 11.4.

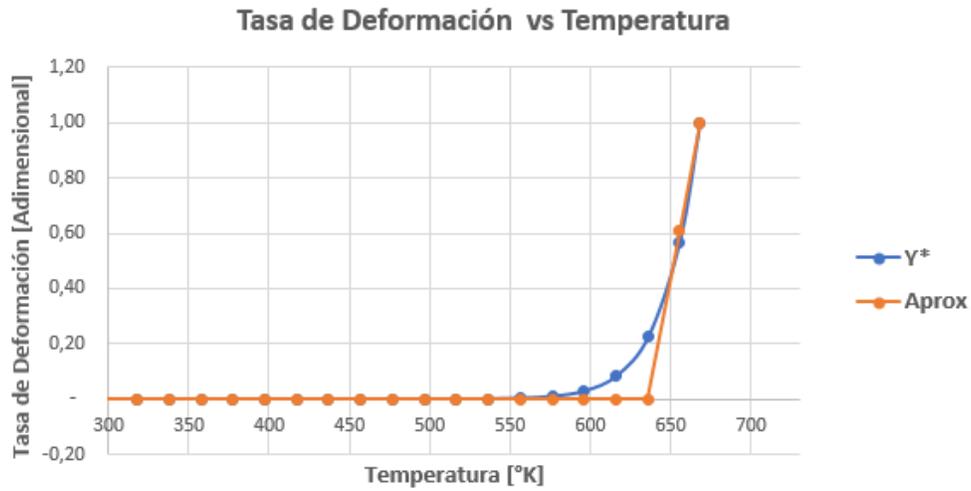


Figura 8.3: Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura, dato 1

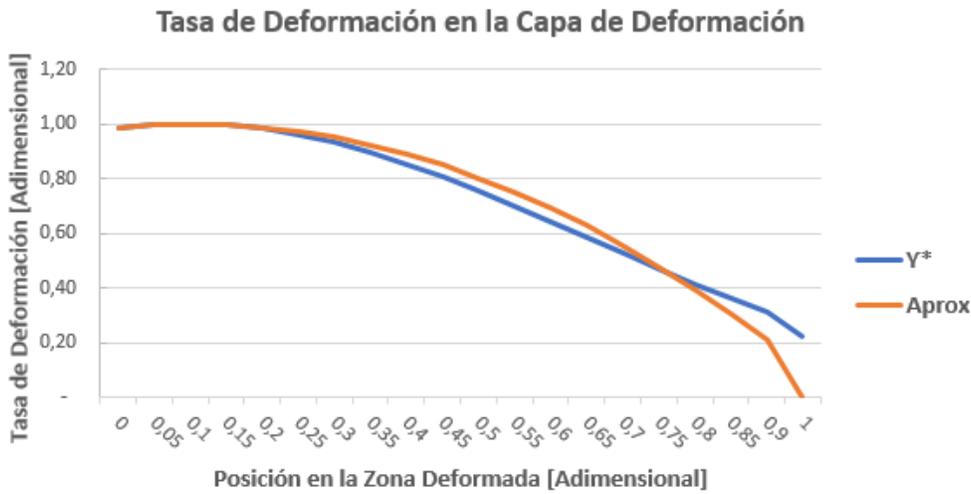


Figura 8.4: Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación, dato 1

Tabla 8.2: Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Secante, dato 1

x^*	$T(x^*)$ [K]	γ^*	Int	Aprox.	Int	$T_{espectro}$ [K]	γ^*	Int	Aprox.	Int
0	298	0,00		0,00		667,7	0,98		0,99	
0,05	317	0,00	0,00	0,00	0,00	668,0	1,00	0,05	1,00	0,05
0,1	337	0,00	0,00	0,00	0,00	668,1	1,00	0,05	1,00	0,05
0,15	356	0,00	0,00	0,00	0,00	668,0	1,00	0,05	1,00	0,05
0,2	376	0,00	0,00	0,00	0,00	667,7	0,98	0,05	0,99	0,05
0,25	395	0,00	0,00	0,00	0,00	667,2	0,96	0,05	0,97	0,05
0,3	415	0,00	0,00	0,00	0,00	666,5	0,93	0,05	0,95	0,05
0,35	434	0,00	0,00	0,00	0,00	665,6	0,90	0,05	0,92	0,05
0,4	454	0,00	0,00	0,00	0,00	664,5	0,85	0,04	0,89	0,05
0,45	473	0,00	0,00	0,00	0,00	663,2	0,81	0,04	0,85	0,04
0,5	493	0,00	0,00	0,00	0,00	661,8	0,75	0,04	0,80	0,04
0,55	512	0,00	0,00	0,00	0,00	660,1	0,70	0,04	0,75	0,04
0,6	532	0,00	0,01	0,00	0,00	658,2	0,64	0,03	0,69	0,04
0,65	551	0,00	0,02	0,00	0,00	656,1	0,58	0,03	0,63	0,03
0,7	571	0,01	0,08	0,00	0,00	653,8	0,53	0,03	0,56	0,03
0,75	590	0,02	0,26	0,00	0,00	651,4	0,47	0,02	0,48	0,03
0,8	610	0,06	0,78	0,00	0,00	648,7	0,41	0,02	0,40	0,02
0,85	629	0,16	2,15	0,00	0,00	645,8	0,36	0,02	0,31	0,02
0,9	649	0,41	5,59	0,39	3,83	642,7	0,31	0,02	0,21	0,01
1	668	1,00	13,76	1,00	13,57	636,0	0,23	0,03	0,00	0,01
		Sum	22,65	Sum	16,53		Sum	0,703	Sum	0,699
		Dif %	37,06				Dif %	0,57		

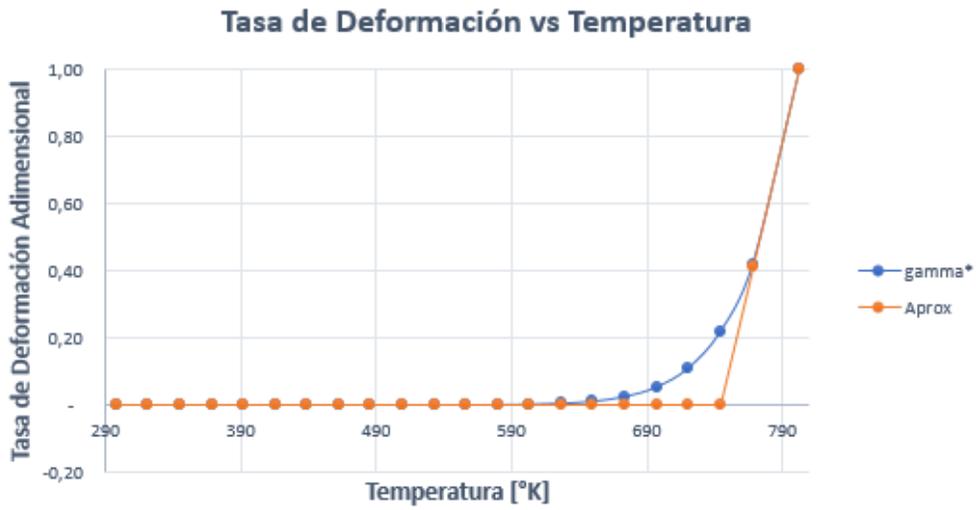


Figura 8.5: Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura, dato 9

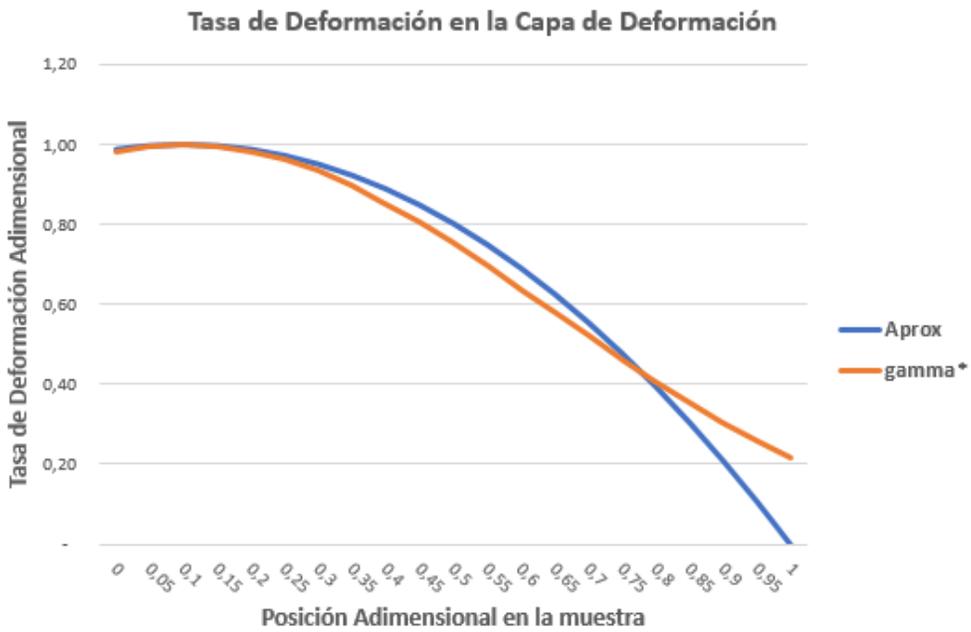


Figura 8.6: Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación, dato 9

Tabla 8.3: Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Secante, dato 9

x^*	$T(x^*)$ [K]	γ^*	Int	Aprox.	Int	$T_{espectro}$ [K]	γ^*	Int	Aprox.	Int
0	298	0,00		0,00		802,3	0,98		0,99	
0,05	325	0,00	0,00	0,00	0,00	802,8	1,00	0,05	1,00	0,05
0,1	352	0,00	0,00	0,00	0,00	803,0	1,00	0,05	1,00	0,05
0,15	379	0,00	0,00	0,00	0,00	802,8	1,00	0,05	1,00	0,05
0,2	406	0,00	0,00	0,00	0,00	802,3	0,98	0,05	0,99	0,05
0,25	433	0,00	0,00	0,00	0,00	801,4	0,96	0,05	0,97	0,05
0,3	460	0,00	0,00	0,00	0,00	800,1	0,93	0,05	0,95	0,05
0,35	487	0,00	0,00	0,00	0,00	798,4	0,90	0,05	0,92	0,05
0,4	514	0,00	0,00	0,00	0,00	796,4	0,85	0,04	0,89	0,05
0,45	541	0,00	0,00	0,00	0,00	794,1	0,80	0,04	0,85	0,04
0,5	568	0,00	0,01	0,00	0,00	791,3	0,75	0,04	0,80	0,04
0,55	595	0,00	0,02	0,00	0,00	788,3	0,70	0,04	0,75	0,04
0,6	622	0,00	0,06	0,00	0,00	784,8	0,64	0,03	0,69	0,04
0,65	649	0,01	0,19	0,00	0,00	781,0	0,58	0,03	0,63	0,03
0,7	676	0,03	0,50	0,00	0,00	776,8	0,52	0,03	0,56	0,03
0,75	703	0,06	1,22	0,00	0,00	772,2	0,46	0,02	0,48	0,03
0,8	730	0,14	2,82	0,00	0,00	767,3	0,41	0,02	0,40	0,02
0,85	757	0,31	6,13	0,22	2,97	762,0	0,35	0,02	0,31	0,02
0,9	784	0,63	12,62	0,68	12,13	756,4	0,30	0,02	0,21	0,01
1	803	1,00	15,45	1,00	15,94	744,0	0,22	0,03	0,00	0,01
		Sum	39,02	Sum	31,04		Sum	0,700	Sum	0,699
		Dif %	20,44				Dif %	0,13		

8.3.2 Tasa de Deformación Lineal Tangente

De los resultados obtenidos al comparar las integrales para el caso de la lineal tangente, se observa que esta aproximación también es válida. Eso sí, se debe notar que si bien el promedio en la integral para los distintos materiales es 11,6%, este valor es porque es integrado en un área que va más allá de la vecindad del punto en el que se realiza la aproximación (que corresponde a T_1), y que en las cercanías al punto, se comporta de mejor manera que a medida que se aleja. Todo esto se puede observar en los 2 gráficos presentados a continuación y la tabla con sus valores, todo esto para el dato 1. El resto de los gráficos y tablas, se pueden observar en la sección de Anexos

11.5.

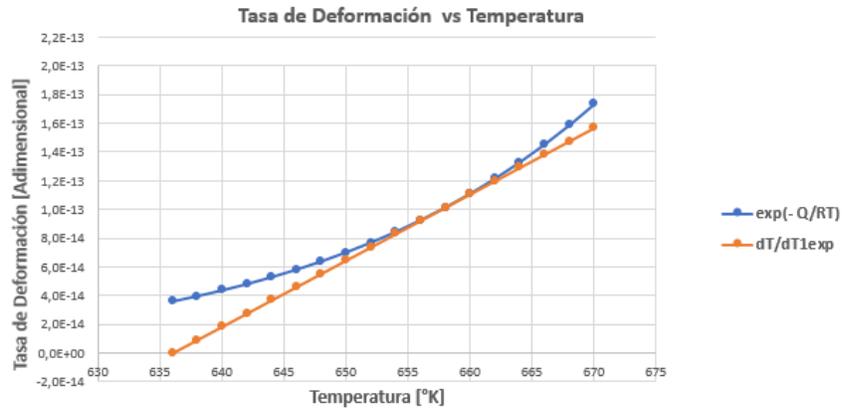


Figura 8.7: Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura, dato 1

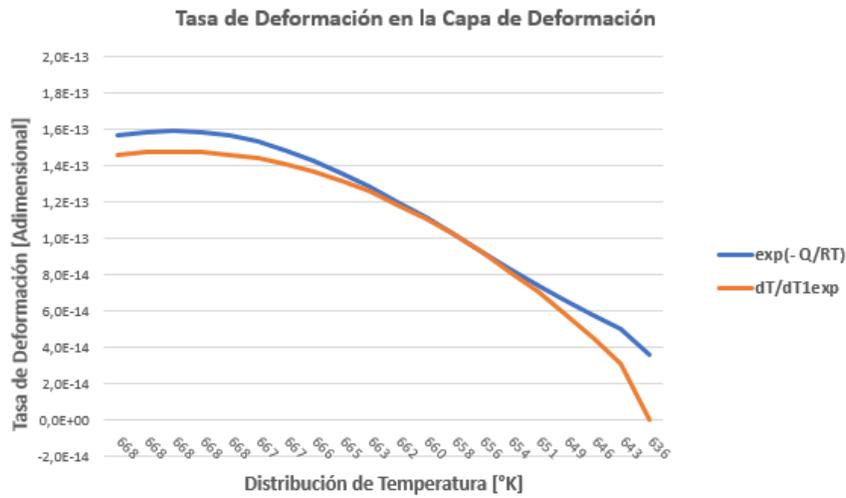


Figura 8.8: Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación, dato 1

Tabla 8.4: Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Tangente, dato 1

T [K]	exp.	Int	Aprox.	Int	T [K]	exp.	Int	Aprox.	Int
636	3,6E-14		-1,8E-27		668	1,6E-13		1,5E-13	
638	4,0E-14	7,6E-14	9,2E-15	9,2E-15	668	1,6E-13	4,7E-14	1,5E-13	4,4E-14
640	4,4E-14	8,4E-14	1,8E-14	2,8E-14	668	1,6E-13	1,6E-14	1,5E-13	1,5E-14
642	4,8E-14	9,2E-14	2,8E-14	4,6E-14	668	1,6E-13	1,6E-14	1,5E-13	1,5E-14
644	5,3E-14	1,0E-13	3,7E-14	6,5E-14	668	1,6E-13	4,7E-14	1,5E-13	4,4E-14
646	5,8E-14	1,1E-13	4,6E-14	8,3E-14	667	1,5E-13	7,7E-14	1,4E-13	7,2E-14
648	6,4E-14	1,2E-13	5,5E-14	1,0E-13	667	1,5E-13	1,0E-13	1,4E-13	9,9E-14
650	7,0E-14	1,3E-13	6,5E-14	1,2E-13	666	1,4E-13	1,3E-13	1,4E-13	1,2E-13
652	7,7E-14	1,5E-13	7,4E-14	1,4E-13	665	1,4E-13	1,5E-13	1,3E-13	1,5E-13
654	8,5E-14	1,6E-13	8,3E-14	1,6E-13	663	1,3E-13	1,7E-13	1,3E-13	1,7E-13
656	9,3E-14	1,8E-13	9,2E-14	1,8E-13	662	1,2E-13	1,8E-13	1,2E-13	1,8E-13
658	1,0E-13	1,9E-13	1,0E-13	1,9E-13	660	1,1E-13	2,0E-13	1,1E-13	1,9E-13
660	1,1E-13	2,1E-13	1,1E-13	2,1E-13	658	1,0E-13	2,0E-13	1,0E-13	2,0E-13
662	1,2E-13	2,3E-13	1,2E-13	2,3E-13	656	9,3E-14	2,0E-13	9,3E-14	2,0E-13
664	1,3E-13	2,5E-13	1,3E-13	2,5E-13	654	8,4E-14	2,0E-13	8,2E-14	2,0E-13
666	1,5E-13	2,8E-13	1,4E-13	2,7E-13	651	7,5E-14	2,0E-13	7,1E-14	1,9E-13
668	1,6E-13	3,0E-13	1,5E-13	2,9E-13	649	6,6E-14	1,9E-13	5,9E-14	1,7E-13
670	1,7E-13	3,3E-13	1,6E-13	3,0E-13	646	5,8E-14	1,8E-13	4,5E-14	1,5E-13
672	1,9E-13	3,6E-13	1,7E-13	3,2E-13	643	5,0E-14	1,7E-13	3,1E-14	1,2E-13
674	2,1E-13	4,0E-13	1,8E-13	3,4E-13	636	3,6E-14	2,9E-13	-1,8E-27	1,0E-13
	Sum	3,8E-12	Sum	3,3E-12		Sum	2,8E-12	Sum	2,4E-12
	Dif. %	11,7				Dif. %	11,9		

8.3.3 Variación de Límites en la Integral

De la ecuación 4.28, se puede observar que la integral de la variación de la velocidad con respecto a x va de 0 a δ y que se iguala con la evaluación de la velocidad en estos mismos puntos, pero se quiere verificar si efectivamente esta aproximación es correcta, porque puede que la velocidad evaluada en δ no sea despreciable o que la función tenga valores que aporten a la integral, más allá del límite establecido.

Es por eso que lo que se hace es calcular esta integral tanto hasta infinito como hasta δ y comparar en porcentaje los resultados obtenidos, que en promedio entregan valores menores a 0,27, por lo que se considera una aproximación válida del comportamiento de la ecuación modelada.

En la tabla 8.5, se presentan los resultados de esta integral para el caso del dato 1. Los demás resultados son entregados en la sección de Anexos 11.6.

Tabla 8.5: Diferencia en el valor de la Integral, dato 1

x^*	γ^*	Integral		
0	0,98			
0,05	1,00	4,95E-02		
0,1	1,00	4,99E-02		
0,15	1,00	4,99E-02		
0,2	0,98	4,95E-02		
0,25	0,96	4,86E-02		
0,3	0,93	4,73E-02		
0,35	0,90	4,57E-02		
0,4	0,85	4,37E-02		
0,45	0,81	4,15E-02		
0,5	0,75	3,90E-02		
0,55	0,70	3,63E-02		
0,6	0,64	3,35E-02		
0,65	0,58	3,06E-02		
0,7	0,53	2,77E-02		
0,75	0,47	2,49E-02		
0,8	0,41	2,21E-02		
0,85	0,36	1,94E-02		
0,9	0,31	1,69E-02		
0,95	0,23	1,35E-02		
1	0,12	8,70E-03	Int(δ)	6,98E-01
1,05	0,08	4,93E-03		
1,1	0,05	3,03E-03		
1,15	0,03	1,83E-03		
1,2	0,02	1,09E-03		
1,25	0,01	6,35E-04		
1,3	0,01	3,64E-04		
1,35	0,00	2,15E-04		
1,45	0,00	8,41E-05	Int(∞)	7,10E-01
1,5	0,00	5,15E-05	Dif %	1,7%

Por último se adjunta la siguiente figura de uno de los casos estudiados, y dado que todos se comportan de la misma manera, solo se agrega este caso para ejemplificar el comportamiento:

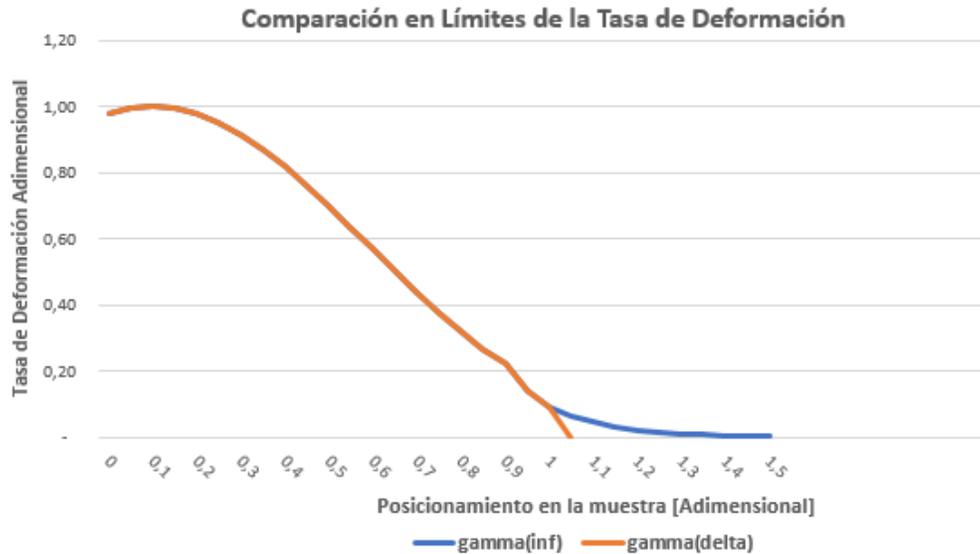


Figura 8.9: Ejemplificación del comportamiento de la Tasa de Deformación con distintos límites

8.3.4 Zener-Hollomon para Bajos Esfuerzos

Una de las ecuaciones fundamentales utilizadas por el modelo de escala es la de Zener-Hollomon simplificada para bajos esfuerzos, pero se quiere comprobar que esta adaptación de la fórmula general, entrega resultados aceptables si se les compara con la versión general. De lo que se observa es que es una buena aproximación, pero sólo si se define previamente los rangos de trabajo, con respecto a los valores de σ , ya que los rangos de trabajo varían notoriamente caso a caso. Esto debido a que el proceso de la FSW tiene casos en que, según los límites definidos para cuando utilizar la versión general y cuando la de bajos esfuerzos, puede que no se cumpla con ser para bajos esfuerzos y que debiesen ser del caso general.

Ya con esto definido, lo que se hace es calcular la integral de ambas formas de Z-H y comparar sus integrales dentro de los valores de la FSW. Los resultados obtenidos se presentan en la tabla 8.6 y figura 8.9, presentadas a continuación.

Tabla 8.6: Comparación de la aproximación para Bajos Esfuerzos y Caso General de Z-H, material AA7075

Esfuerzo [MPa]	σ/σ_R	Bajo Esf.	Integral	General	Integral	Dif.
34	1,00	0,00		0,04		100%
39	1,15	0,00	0,00	0,08	0,18	99%
44	1,30	0,00	0,01	0,14	0,31	98%
49	1,45	0,01	0,03	0,25	0,55	96%
54	1,59	0,03	0,11	0,43	0,93	93%
59	1,74	0,09	0,29	0,75	1,59	88%
64	1,89	0,23	0,73	1,29	2,69	82%
69	2,04	0,58	1,71	2,20	4,54	74%
74	2,18	1,33	3,76	3,72	7,63	64%
79	2,33	2,90	7,86	6,28	12,80	54%
84	2,48	6,04	15,68	10,57	21,44	43%
89	2,63	12,04	30,04	17,74	35,87	32%
94	2,77	23,14	55,49	29,74	59,99	22%
99	2,92	42,99	99,22	49,79	100,24	14%
104	3,07	77,44	172,29	83,28	167,45	7%
109	3,22	135,72	291,37	139,20	279,61	3%
114	3,36	231,93	481,07	232,56	466,80	0%
119	3,51	387,34	777,04	388,39	779,16	0%
124	3,66	633,37	1.230,14	648,46	1.300,36	2%
129	3,81	1.015,73	1.911,79	1.082,47	2.170,01	6%
134	3,95	1.599,91	2.920,93	1.806,66	3.620,98	11%
139	4,10	2.478,48	4.392,86	3.015,02	6.041,80	18%
144	4,25	3.780,57	6.510,45	5.031,16	10.080,67	25%
		Sum.	18.902,86		25.155,58	
		Diferencia %	25%			

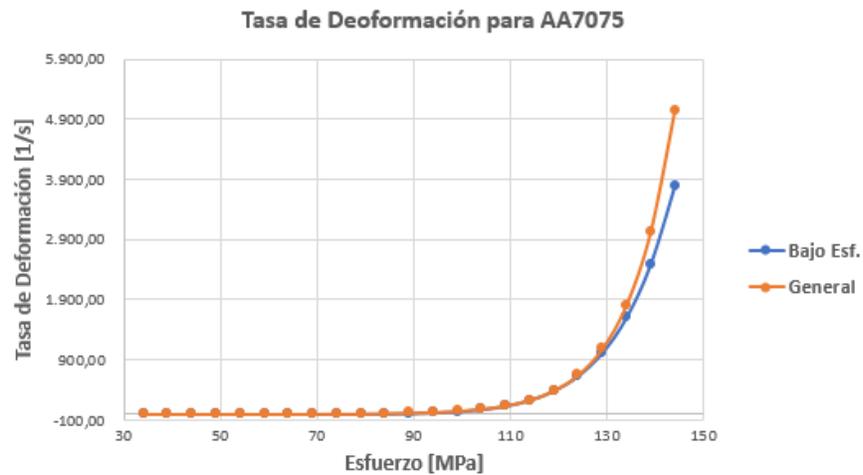


Figura 8.10: Tasa de Deformación para el modelo de Z-H General y para Bajos Esfuerzos, material AA7075

Considerando que los valores de σ para el caso mostrado, se mueven entre 80 y 120 [MPa], se observa que en esos puntos la relación es válida, pero en casos en que los esfuerzos estén fuera de estos límites, para este material, es necesario primero que todo definir, en que sector del rango se mueve, para que esta aproximación sea válida y luego de verificar, en caso de que no lo sea, trabajar con la tasa de deformación utilizada para despejar las constantes ($\dot{\epsilon}$).

Por lo que se considera que sí es correcto utilizar la simplificación de bajos esfuerzos para el caso de la FSW, pero sólo verificando si la relación utilizada corresponde a la modelada, ya que se tiene el caso del AA5059, en que, si se observa la tabla 11.28 y la figura 11.27 que se encuentran en Anexos 11.7, para este caso no se cumple la aproximación, ya que sus valores de σ , 45 y 55 [MPa].

8.4 Comportamiento de las ecuaciones y Factores de Corrección

Es de gran importancia para desarrollar un mejor entendimiento de las ecuaciones el graficarlas para observar su comportamiento, tendencias y entender mejor cómo los

diferentes parámetros que las componen, definen sus formas. Por ello en las figuras presentadas a continuación, se puede observar el comportamiento de estas fórmulas para el caso del dato 1, aunque no se observa la ecuación del calor, pues esta entrega un valor constante. Por otro lado, no se agregan las figuras de los otros materiales pues todos estos presentan el mismo comportamiento, con solo algunas ligeras variaciones debido a la diferencia de valores de sus constantes y parámetros de cada caso.

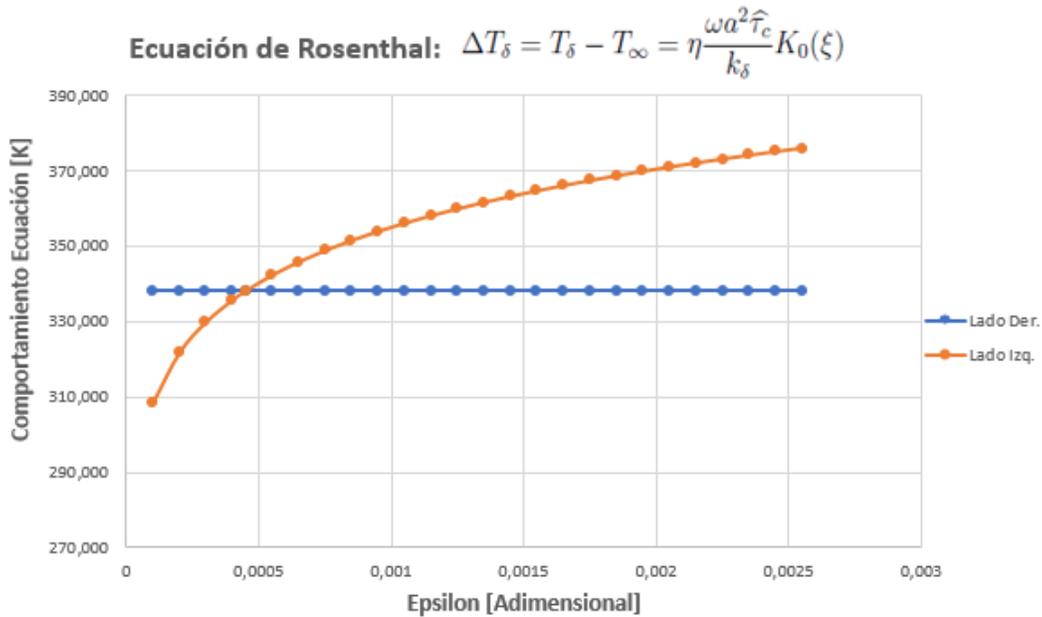


Figura 8.11: Comportamiento del lado Izquierdo y Derecho de la ecuación de Rosenthal, dato 1

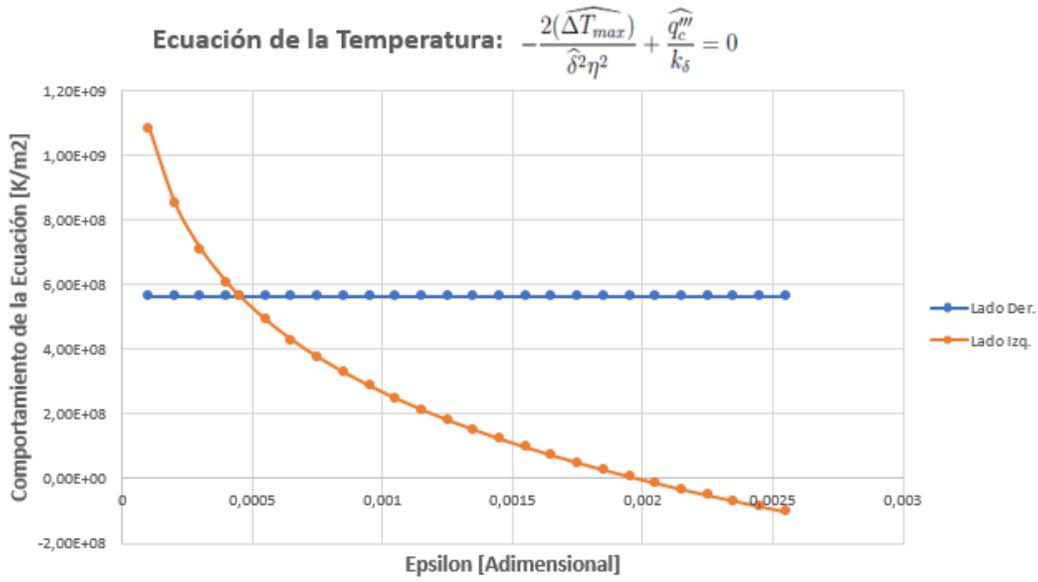


Figura 8.12: Comportamiento del lado Izquierdo y Derecho de la ecuación de la temperatura, dato 1

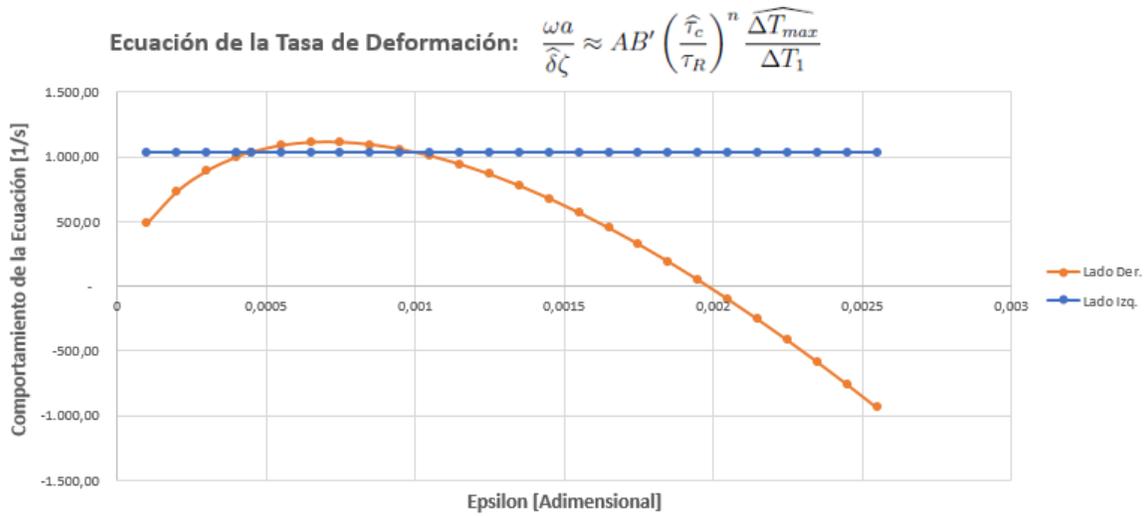


Figura 8.13: Comportamiento del lado Izquierdo y Derecho de la ecuación de la tasa de deformación, dato 1

Por último y para un mejor entendimiento de cuales ecuaciones se están trabajando, se asocia con un nombre cada ecuación. En donde se define entonces que la ecuación de calor, corresponde a la ecuación 4.37, la ecuación de temperatura corresponde a 4.19, la de tasa de deformación se asocia a 4.47 y la ecuación 4.51 se nombra la ecuación de Rosenthal. A la ecuación de calor, de la temperatura y de tasa de deformación se le agregan factores de corrección tal como se presenta en el capítulo 7.4 buscando igualar ambos lados de la ecuación y conocer el nivel de error comparando la teoría con la información empírica de los experimentos reunidos en la base de datos. Estos factores se presentan a continuación, en la tabla 8.7:

Tabla 8.7: Factores de Corrección

Dato	Material	FC1	FC2	FC3
1	AA5059	1,32	1,60	0,42
2	AA5059	2,12	3,67	0,66
3	AA5059	3,43	1,82	0,40
4	AA5059	5,27	3,66	0,56
5	AA5059	3,73	2,53	0,52
6	AA5059	1,30	2,09	0,51
7	AA5059	13,13	2,83	0,66
8	AA5059	1,26	3,85	0,54
	Promedio	3,95	2,76	0,53
	Desv. Est.	3,72	0,83	0,09
9	AA7075	2,52	1,79	1,31

Capítulo 9

Discusión y Análisis de los Resultados

Con los resultados presentados previamente, se realizan una serie de análisis que buscan aportar al entendimiento de lo que se obtiene con esta investigación. El análisis se divide en las mismas secciones en las que se presentan los resultados para facilitar su orden y entendimiento.

9.1 Esfuerzo de Corte Constante

Tal como se observa de la figura 8.1 (a) y (b) es claro observar como el esfuerzo de corte presenta un valor constante, ya que el área de deformación es muy pequeña y como el material es de alta densidad (al ser un metal), que la variación existente es despreciable. Si bien se observa que en la parte superior hay una mayor variación, esto es debido a la sección del hombro y que solo es superficial, por lo que no se valora en la FSW, pues no afecta toda la unión.

9.2 Efecto del Hombro

El valor de f es algo complejo de definir, pues cuánto afecta o no el hombro en la soldadura por fricción-agitación es algo que se sigue debatiendo enormemente, esto ocurre debido a que hay múltiples variables que afectan a este valor, entre ellas el material utilizado, el ángulo de incidencia de la máquina sobre el material e incluso la velocidad y temperatura que se desarrollan durante la soldadura.

Al analizar lo obtenido por los resultados, se observa que utilizando un valor de f menor (se define finalmente como 0,1), el valor de epsilon que minimiza la diferencia entre el esfuerzo de corte de Rosenthal y el generado por el pin aumenta. Se compara este valor de epsilon pues se desea ver como se comporta esta variable dados los materiales. Pero si por otro lado, se observa los valores que adquiere τ_c , a medida que aumenta f , su valor disminuye, lo que repercute negativamente en los valores de las ecuaciones, pues aumenta la distancia entre los resultados del componente izquierdo y derecho de estas. Es por eso finalmente que se define que el valor de f que mejor permite modelar físicamente el problema es 0,1, ya que por un lado cumple mejor con las ecuaciones físicas del fenómeno y por otro se considera que efectivamente toma más importancia el factor del hombro de lo que se espera según lo observado en los experimentos.

Finalmente, considerando ahora también el comportamiento de epsilon, se observa que no se puede definir un valor común para todos los materiales o incluso por grupos de materiales, pues varía fuertemente entre el aluminio y el acero, además de variar considerablemente también, dentro de los mismos aluminios. Es por esto que se considera que bajo esta consideración es mejor definir por cada material en sí un valor de epsilon, es decir, uno para AA5059, otro para AA6063, etcétera.

9.3 Aproximaciones

De los resultados obtenidos de las diferentes aproximaciones, se observa que la diferencia de estas con respecto a la función objetivo aproximada es despreciable para los resultados que se buscan, por lo que todas se consideran válidas.

9.3.1 Relación entre la Función Secante y Exponencial para la Tasa de Deformación

En esta sección lo que se observa de la tabla 8.2 es que se comparan las integrales de la función γ^* con su aproximación de cociente de temperaturas, por un lado con respecto a la evolución de temperaturas dentro de la FSW y por otro lado por sobre la posición en el proceso, que tiene una temperatura asociada a través de la ecuación 4.7.

Lo importante que se debe notar es que si bien la primera integral da una variación con una diferencia del 37% (para el T_δ definido), esta diferencia no es de gran importancia, ya que su gran magnitud se debe a que para las temperaturas menores a T_δ hay una gran diferencia de valor, como se observa en la figura 8.2, pero en el proceso de soldadura en sí, es mas importante que se parezcan en el rango de temperaturas que se encuentra dentro de la zona de deformación, cuya diferencia es del 0,57% y cuyo parecido se observa en la figura 8.3. Lo mismo ocurre con los otros datos que se observan en la sección de Anexos 11.4 y en la tabla 8.3, con las figuras 8.4 y 8.5 del dato 9, por lo que se considera que esta aproximación es válida para el rango de trabajo de esta investigación, es decir, dentro de la zona de distorsión.

9.3.2 Relación entre la Función Tangente y Exponencial para la Tasa de Deformación

Para este caso de los resultados, que validan finalmente el usar esta aproximación, dado que se obtiene un porcentaje de diferencia promedio menor a 12%, sólo cabe destacar el hecho de que hay una mayor diferencia que con la aproximación anterior, porque esta aproximación, busca reflejar un valor puntual y no el comportamiento de una función, por lo que es más importante el que ambos valores cercanos al punto T_1 sean lo más parecidos posibles y en su vecindad, que es lo que se observa en la figura 8.7 y 8.8, junto con las presentes en la sección Anexos 11.5 para los otros casos estudiados.

9.3.3 Variación de la Integral con Diferentes Límites

Para el caso de esta aproximación, lo que se hace es realizar la misma integral, pero hasta puntos distintos para ver como varían sus valores, observándose en la tabla 8.5 que para el caso del dato 1, esta variación tiene un valor del 1,7%, que si bien no se integra hasta infinito, se limita la integral pues hasta más allá de 1,5 para x^* , los valores son tan pequeños que ya no aportan ni el 0,1% de los primeros valores de γ^* , por lo que no se considera necesario continuar con la integral más allá para lo que se busca demostrar con este punto, que es finalmente que la variación de utilizar la integral hasta δ en vez de hasta infinito, no produce mayor diferencia en las ecuaciones en cuánto a su magnitud y por ende, en su comportamiento, por lo que se puede utilizar esta aproximación y obtener resultados útiles para entender y trabajar con esta soldadura.

9.3.4 Aproximación del Modelo de Zener-Hollomon

De lo que se observa de la tabla 8.6, es que esta aproximación es válida, especialmente dentro de un cierto rango de valores, ya que en promedio de la diferencia es de un 25%

y si es dentro del rango especificado previamente, esta diferencia disminuye a valores menores del 10%, por lo que es fundamental corroborar el punto en que se encuentra el estudio para que esta aproximación sea válida y utilizable en el modelo, si no puede entregar errores que llegan a niveles de órdenes de magnitud.

Por lo tanto para un correcto trabajo en el modelo, se considera necesario que para cada material se utilicen las curvas existentes de deformación en caliente, con sus respectivas constantes A', n' y Q , y luego con ello corroborar que si para $\dot{\epsilon} = 300$, la aproximación se asemeja a la curva en los rangos de esfuerzo del experimento. En caso de no ser así, es necesario redefinir si el valor de $\dot{\epsilon}$ es el correspondiente a ese caso de la FSW.

Todo esto porque luego de aquí se despejan los valores de A y n que se utilizan finalmente en el modelo, por lo que su validez, está directamente relacionada a que esta aproximación se cumpla.

9.4 Comportamiento de las ecuaciones y Factores de Corrección

Primero que todo, al graficar las ecuaciones se ha podido observar el comportamiento de las funciones y con ello entender cómo se comportan y cómo con cada variable varían sus resultados. Un ejemplo de esto es notar que en la ecuación 4.46 el valor de τ_c afecta fuertemente al resultado, pues su valor se encuentra elevado a n y las magnitudes de esta constante son en general mayores a 10, por lo que incluso pequeños errores pueden producir grandes desviaciones de los valores resultantes. Además el valor de τ_c , afecta a todas las demás ecuaciones, aunque sea en menor medida, por lo que este valor es de gran importancia que sea medido de la mejor manera posible, pues todo el modelo es afectado por este.

Con respecto a los Factores de Corrección (FC), lo primero que se observa de la tabla 8.7 que resume sus valores, es que en promedio para el FC1, su valor es aproximadamente 2 (sin considerar el dato 7, pues si bien se hizo la medida del espesor de la zona de deformación, la estructura observada no se comporta como se espera en el caso típico de la FSW), lo que para resultados de soldadura se considera aceptable y útil para trabajar, ya que al tener una diferencia menor a un orden de magnitud, se puede tener una idea de qué esperar de los resultados de cada trabajo.

Para el FC2, tomando también el caso que no considera el dato 7, se obtiene un valor cercano a 3,2 que tal como el caso anterior, se considera útil para desarrollar entendimiento y conocimiento del comportamiento esperable de este tipo de soldadura.

El caso importante a destacar, corresponde al FC3, pues este para el aluminio AA5059 da valores menores a 1, mientras que para el aluminio AA7075 mayores a 1. Es importante destacar esto pues, observando los datos del material AA5059, el valor que este presenta para τ_R es obtenido del aluminio AA5083, debido a que no se tiene la información de las constantes de Zener-Hollomon para este material, por lo que este nivel de error puede estar fuertemente ligado a esto, pues si bien pueden comportarse de manera parecida, un ligero cambio en los valores de A, n y Q , y se pueden obtener resultados profundamente distintos. Por otro lado, como se observa del estudio de Zener-Hollomon, para este material, las aproximaciones de Zener-Hollomon presentan niveles de error que llegan a valores superiores al 50%, por lo que también es necesario considerar esto en la diferencia de valores y definir que como trabajo a futuro para mejorar este modelo se desarrolle un estudio con respecto a la deformación en caliente y las constantes Zener-Hollomon aplicada a la FSW.

Con respecto al modelo del material AA7075, este factor es menor a 2, por los que sus resultados son bastante cercanos a lo observado en la realidad.

Por último se debe agregar que existen otros métodos de factores de corrección que

pueden ser aplicados a estos estudios, que entregarían mayores entendimientos sobre qué factores afectan de manera más directa a los resultados y entrega una corrección más específica [18], pero que no está dentro de los alcances de análisis de esta tesis, pero que sería interesante abordar como trabajo a futuro.

Capítulo 10

Conclusiones

Del desarrollo de esta tesis, se ha podido demostrar que las aproximaciones sobre la función lineal tangente y secante de γ^* y el cambio en el límite de la integral de γ^* de infinito a δ , presentan valores semejantes a los valores de las funciones físicas, presentando variaciones menores al 12%, lo que se considera satisfactorio y útil para el modelo. Junto a ello se corrobora el supuesto de que la tasa de deformación es constante, por lo que se puede decir que el modelo trabaja de manera congruente con los fenómenos físicos de la soldadura.

La aproximación que según los resultados obtenidos presenta posibles mayores niveles de error, corresponde a la de Zener-Hollomon para bajos esfuerzos, ya que dependiendo del valor de los esfuerzos del experimento y los rangos en que esta aproximación es parecida a la función general, varía la “precisión” de esta aproximación desde un 0%, hasta más allá del 100%. Es por esto que es necesario realizar un trabajo en mayor profundidad para poder establecer para cada material, y para cada estudio, las tasas de deformación que finalmente permiten obtener las constantes A y n que son de gran importancia en este modelo.

Por otro lado, se ha podido observar de los resultados, que para mantener la congruencia de este modelo, es necesario que los aportes del hombro no sean sobrevalorados, ya que con un valor de f igual a 0,1, se obtienen los resultados que

se ajustan de mejor a los datos experimentales y que reflejan valores lógicos físicos.

Es importante notar que para concluir sobre estos puntos, fue necesario el desarrollo efectivo de una base de datos que se ajustara a las necesidades de esta investigación, sobre la cual se hicieron estos estudios y que a su vez implicaron lograr un entendimiento del modelo asintótico con el cual se trabaja en FSW, lo cual se considera logrado y entrega una herramienta útil para otras posibles investigaciones.

Ahora, con todos los estudios y validaciones del modelo realizado, se realiza la reformulación y recombinación de las ecuaciones para obtener las expresiones explícitas, pero que dado que las aproximaciones, supuestos y relaciones en general son válidas, el único cambio que se desarrolla sobre las expresiones explícitas corresponde al factor η_s que, tal como se observa en el paper referenciado en el capítulo 4 de esta tesis, no está presente previamente. Además de que con los trabajos realizados, se detalla y expone la manera en que se obtuvieron y desarrollaron ciertas aproximaciones.

Por otro lado del trabajo con los factores de corrección, se concluye que la variación entre el modelo y los datos experimentales al utilizar las 4 ecuaciones principales de esta tesis entregan resultados útiles para desarrollar proyectos y trabajos en esta soldadura, siendo eso si importante notar que no entrega resultados exactos o al detalle, pues presenta un cierto margen de error que se observa en los factores de corrección, por lo que es importante saber que esta herramienta es muy útil para entender el proceso y saber qué esperar de él, pero no para saber lo que se obtendrá con un error del 1%.

Con todo esto dicho, se puede afirmar que se ha desarrollado con éxito la corroboración, reformulación y combinación de las ecuaciones asintóticas al validar y estudiar sus supuestos y aproximaciones, efectos de componentes como el hombro y generar los factores de corrección que permitan entender la cercanía de los resultados de este modelo con lo observado experimentalmente, por lo que este modelo entrega información que refleja los fenómenos que gobiernan la soldadura por fricción-agitación.

Se considera importante agregar además que, de este trabajo que conlleva el estudio de una serie de papers sobre experimentos, lo fundamental que es desarrollar de buena manera los papers, lo que viene asociado a que, durante la recolección y lectura de la información, se pudieron observar una serie de investigaciones en que los datos estaban pobremente explicados y/o asociados a los parámetros bajo los cuales se desarrolla el experimento, siendo de mucha mayor complejidad la extracción de material útil de estos documentos, incluso hubieron varios casos en que por el simple hecho de que omitían información o no se relacionaban sus resultados con los parámetros de trabajo, muchos datos tuvieron que ser desechados debido a simplemente a la omisión de información básica de un estudio, como los valores de velocidad de trabajo del experimento o la falta de relacionar los resultados presentados en una tabla o figura, con los parámetros que permitieron obtener esos resultados.

Como último comentario, se quiere hacer notar la importancia de los análisis y consideraciones sobre las ecuaciones, los factores que las componen y la forma en que entre ellos se relacionan al momento de querer realizar estudios. Ejemplo de esto es la gran importancia de tener datos precisos del momento ejercido por la herramienta giratoria sobre el material base, pues de este se despeja el esfuerzo de corte, cuyo valor elevado a n (cuya magnitud se mueve generalmente sobre el valor de 10) puede afectar enormemente a los resultados y con ello también la confianza de sus resultados. También si se toma el valor del espesor de la capa de deformación, cuyas magnitudes están al cuadrado en la ecuación de temperatura, por lo que su módulo también es de gran importancia en cuánto a lo exacto que debiese ser y esto bajo la consideración de que al medirlo, sus valores pueden variar notoriamente debido a la forma en que se realiza el ataque químico sobre las muestras. Por esto se debe entender que si bien se esperan ciertos rangos de error, como son los presentados en esta tesis, es algo esperable dada la forma de estas ecuaciones sobre la FSW, pero que permiten de igual manera desarrollar

el entendimiento de esta soldadura y obtener resultados que permitan aproximarnos a lo que se puede obtener de resultado en este proceso, siendo esto de gran importancia al momento de desarrollar ideas de proyectos y en sus primeras etapas de gestación en ingeniería.

10.1 Trabajo Futuro

De esta investigación, se considera que aparecen dos trabajos de importancia a futuro para poder validar de mejor manera este modelo y obtener resultados de mayor interés para entender en profundidad el comportamiento del metal deformado en la FSW.

El primero corresponde a desarrollar experimentos que tomen los datos de temperatura máxima, momento y espesor de capa de deformación en otros materiales, como aceros, aleaciones de magnesio, entre otros. Esto para poder estudiar la posibilidad de encontrar grupos de materiales que tengan mismo valor de epsilon o T_δ o verificar también que no se parecen entre los materiales, pero con un mayor rango de materiales en conocimiento. No olvidar también que para ello, es necesario realizar estudios que a su vez, entreguen los valores de las constantes de Z-H, para poder utilizar el modelo.

El segundo, es que es necesario desarrollar un estudio sobre los valores de la tasa de deformación, que se utilizan para despejar las constantes A y n en Zener-Hollomon, ya que se usa un valor de 300 [1/s], pero sin utilizar en realidad para ello una base física o fuertemente experimental que respalde el utilizar este valor. Por lo que es necesario analizar si es necesario que para cada experimento se analice este valor, si basta para cada material, etcétera. Lo importante es poder utilizar algo que junto con entregar una buena aproximación, tenga bases que permitan apoyarlo.

Y el tercer, es el realizar un análisis estadístico de mayor profundidad y complejidad sobre los resultados obtenidos, pues esto permitiría analizar por grupos de componentes

y por magnitudes de estos grupos, los rangos de validez de este modelo con mayor exactitud y observar también las sensibilidades del modelo a estos grupos de componentes y sus formas de relación.

Bibliografía

- [1] Tsui J. *Experimental studies and asymptotic scaling for the development of engineering tools to predict coupled heat transfer and plastic deformation in Friction Stir Welding (FSW)*. PhD thesis, University of Alberta, 2016.
- [2] Wayne T., Nicholas E., Needham J., Murch M., Temple-Smith P., and Dawes C. Friction stir welding—process developments and variant techniques. *The SME Summit*, pages 1–21, 1991.
- [3] Unnikrishnan M. A. and Dhas E. R. Friction Stir Welding of Magnesium Alloys - A Review. *Advances in Materials Science and Engineering*, 62863(618):2009–2010, 2015.
- [4] Siddiquee A. N., Pandey S., and Khan N. Z. Friction Stir Welding of Austenitic Stainless Steel: A Study on Microstructure and Effect of Parameters on Tensile Strength. *Materials Today: Proceedings*, 2(4-5):1388–1397, 2015.
- [5] Mimouni O., Badji R., Hadji M., Kouadr-Davidi A., Rachid H., and Chekroun N. Numerical Simulation of Temperature Distribution and Material Flow During Friction Stir Welding 2017A Aluminum Alloys. *MATEC Web of Conferences*, 2016.
- [6] Dialami N., Chiumenti M., Cervera M., and Agelet De Saracibar C. An apropos kinematic framework for the numerical modeling of friction stir welding. *Computers and Structures*, 117:48–57, 2013.
- [7] Chiumenti M., Cervera M., Agelet de Saracibar C., and Dialami N. Numerical modeling of friction stir welding processes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 254:353–369, 2013.
- [8] Chao Y. J., Qi X., and Tang W. Heat Transfer in Friction Stir Welding—Experimental and Numerical Studies. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 125(1):8, 2003.
- [9] Colegrove P. A. *Modelling of friction stir welding*. PhD thesis, University of Cambridge, 2003.
- [10] Colegrove P. A. and Shercliff H. R. Development of Trivex friction stir welding tool Part 2 – three-dimensional flow modelling. *Science and Technology of Welding and Joining*, 9(4):352–361, 2004.

- [11] Mendez P. F. Synthesis and generalisation of welding fundamentals to design new welding technologies: status, challenges and a promising approach. *Science and Technology of Welding and Joining*, 16(4):348–356, 2011.
- [12] Mendez P. F. Characteristic Values in the Scaling of Differential Equations in Engineering. *Journal of Applied Mechanics*, 77(6):061017, 2010.
- [13] Reynolds A. P., Tang W., Khandkar Z., Khan J. A., and Lindner K. Relationships between weld parameters, hardness distribution and temperature history in alloy 7050 friction stir welds. *Science and Technology of Welding and Joining*, 10(2):190–199, 2005.
- [14] Dong P., Lu F., Hong J.K., , and Cao Z. Coupled thermomechanical analysis of friction stir welding process using simplified models. *Science and Technology of Welding and Joining*, 6(5):281–287, 2013.
- [15] Mendez P. F., Tello K. E., and Lienert T. J. Scaling of Coupled Phenomena in Friction Stir Welding. *NSF CMMI Engineering Research and Innovation Conference.*, 2008.
- [16] Tello K., Duman U., and Mendez P. Advanced Scaling Techniques for the Modeling of Materials Processing. In *Proc. of the ASME 2009 Heat Transfer Summer Conference*, 2009.
- [17] Rosenthal D. The Theory of Moving Sources of Heat and Its Application to Metal Treatments. In *Transactions of the A.S.M.E.*, pages 849–866. ASME, 1946.
- [18] Tello K. *Coupled model of heat transfer and plastic deformation for friction stir welding using scaling analysis*. PhD thesis, Colorado School of Mines., 2008.
- [19] Mendez P. F., Tello K. E., and Lienert T. J. Scaling of coupled heat transfer and plastic deformation around the pin in friction stir welding. *Acta Materialia*, 58(18):6012–6026, 2010.
- [20] Schneider J., Stromberg R., Schilling P., Cao B., Zhou W., Morfa J., and Myers O. Processing Effects on the Friction Stir Weld Stir Zone. *Welding Journal*, 92(1):11s–19s, 2013.
- [21] Mirjalili A., Aval J. H., Serajzadeh S., and Kokabi A. H. Microstructural evolution and mechanical properties of friction stir welded AA2017 with different initial microstructures. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications*, 228(1):34–44, 2014.
- [22] Elangovan K., Balasubramanian V., and Valliappan M. Effect of Tool Pin Profile and Tool Rotational Speed on Mechanical Properties of Friction Stir Welded AA6061 Aluminium Alloy. *Materials and Manufacturing Processes*, 23(3):251–260, 2008.

- [23] Yang B., Yan J., Sutton M. A., and Reynolds A. P. Banded microstructure in AA2024-T351 and AA2524-T351 aluminum friction stir welds. Part I. Metallurgical studies. *Materials Science and Engineering A*, 364(1-2):55–65, 2004.
- [24] Serindag H. T. and Kiral B. G. Friction Stir Welding of AZ31 Magnesium Alloys - A Numerical and Experimental Study. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 14(01):113–130, 2016.
- [25] Lienert T. J., Stellwag W. L., and Shao H. Determination of load, torque, and tool temperatures during friction stir welding of aluminum alloys, 2000.
- [26] Long T., Tang W., and Reynolds A. P. Process response parameter relationships in aluminium alloy friction stir welds. *Science and Technology of Welding and Joining*, 12(4):311–317, 2007.
- [27] Crawford R., Cook G. E., Strauss A. M., and Hartman D. A. Modelling of friction stir welding for robotic implementation. *Int. J. Modelling, Identification and Control*, 1(2):101–106, 2006.
- [28] Patel A. R., Dalwadi C. G., and Rana H. G. A Review: Dissimilar Material Joining of Metal to Polymer using Friction Stir Welding (FSW). *IJSTE -International Journal of Science Technology & Engineering*, 2(10):702–706, 2016.
- [29] Beygi R., Kazeminezhad M., Mehrizi M. Z., Eisaabadi G. B., and Loureiro A. Friction stir butt welding of Al-Cu bilayer laminated composites: analysis of force, torque, and temperature. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, (May):1–8, 2016.
- [30] Kang S. W. and Jang B. S. A study on computational fluid dynamics simulation of friction stir welding. *Analysis and Design of Marine Structures - Proceedings of the 4th International Conference on Marine Structures, MARSTRUCT 2013*, (April):433–439, 2013.
- [31] Colegrove P. A. and Shercliff H. R. 3-Dimensional CFD modelling of flow round a threaded friction stir welding tool profile. *Journal of Materials Processing Technology*, 169(2):320–327, 2005.
- [32] He X., Gu F., and Ball A. A review of numerical analysis of friction stir welding. *Progress in Materials Science*, 65:1–66, 2014.
- [33] Khandkar M. Z. H., Khan J. A., and Reynolds A. P. Prediction of temperature distribution and thermal history during friction stir welding: input torque based model. *Science and Technology of Welding and Joining*, 8(3):165–174, 2003.
- [34] Yu Z., Zhang W., Choo H., and Feng Z. Transient Heat and Material Flow Modeling of Friction Stir Processing of Magnesium Alloy using Threaded Tool. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 43A(2):724–737, 2012.

- [35] Ulysse P. Three-dimensional modeling of the friction stir-welding process. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 42(14):1549–1557, 2002.
- [36] Gerlich A., Su P., and North T. H. Peak temperatures and microstructures in aluminium and magnesium alloy friction stir spot welds. *Science and Technology of Welding and Joining*, 10(6):647–652, 2005.
- [37] De Backer J. and Bolmsjö G. Thermoelectric method for temperature measurement in friction stir welding. *Science and Technology of Welding and Joining*, 18(7):558–565, 2013.
- [38] Lienert T. J., Stellwag W. L. Jr., Grimmett B. B., and Warke R. W. Friction Stir Welding Studies on Mild Steel. *Welding Journal Supplement*, 82(1):1–s – 9–s, 2003.
- [39] Balasubramanian N., Gattu B., and Mishra R. S. Process forces during friction stir welding of aluminium alloys. *Science and Technology of Welding and Joining*, 14(2):141–145, 2009.
- [40] Trimble D., Monaghan J., and O'Donnell G. E. Force generation during friction stir welding of AA2024-T3. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 61(1):9–12, 2012.
- [41] Astarita A., Squillace A., and Carrino L. Experimental Study of the Forces Acting on the Tool in the Friction-Stir Welding of AA 2024 T3 Sheets. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 23(10):3754–3761, 2014.
- [42] Hussein S. A., Tahir A. S. M., and Izamshah R. Generated forces and heat during the critical stages of friction stir welding and processing. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 29(10):4319–4328, 2015.
- [43] Amini S. and Amiri M. R. Pin axis effects on forces in friction stir welding process. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 78(9-12):1795–1801, 2015.
- [44] Vukčević M. and Savićević S. and Janjić M. and Šibalić N. Measurement in Friction Stir Welding Process. In *15th International Research/Expert Conference*, number September, pages 133–136, 2011.
- [45] Pan Y. and Lados D. A. Friction Stir Welding in Wrought and Cast Aluminum Alloys: Weld Quality Evaluation and Effects of Processing Parameters on Microstructure and Mechanical Properties. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 48(2):722–734, 2017.
- [46] Schmidt H. N. B., Dickerson T. L., and Hattel J. H. Material flow in butt friction stir welds in AA2024-T3. *Acta Materialia*, 54(4):1199–1209, 2006.

- [47] Schmidt H. and Hattel J. Modelling heat flow around tool probe in friction stir welding. *Science and Technology of Welding and Joining*, 10(2):176–186, 2005.
- [48] Schmidt H., Hattel J., and Wert J. An analytical model for the heat generation in friction stir welding. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 12:143–157, 2003.
- [49] Schmidt H. and Hattel J. A local model for the thermomechanical conditions in friction stir welding. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 13(1):77–93, 2004.
- [50] Fonda R. W. and Bingert J. F. Texture variations in an aluminum friction stir weld. *Scripta Materialia*, 57(11):1052–1055, 2007.
- [51] Schneider J., Beshears R., and Nunes A. C. Jr. Interfacial sticking and slipping in the friction stir welding process. *Materials Science and Engineering A*, 435-436:297–304, 2006.
- [52] Colligan K. J. Relationships Between Process Variables Related to Heat Generation in Friction Stir Welding of Aluminium. *Friction Stir Welding Processing IV*, 4:39–54, 2007.
- [53] Chen Z. W., Pasang T., and Qi Y. Shear flow and formation of Nugget zone during friction stir welding of aluminium alloy 5083-O. *Materials Science and Engineering A*, 474(1-2):312–316, 2008.
- [54] Kim D., Badarinarayan H., Kim J., Kim C., Okamoto K., Wagoner R. H., and Chung K. Numerical simulation of friction stir butt welding process for AA5083-H18 sheets. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 29(2):204–215, 2010.
- [55] Long T., Tang W., and Reynolds A. P. Process response parameter relationships in aluminium alloy friction stir welds. *Science and Technology of Welding and Joining*, 12(4):311–317, 2007.
- [56] Xu S. and Deng X. A study of texture patterns in friction stir welds. *Acta Materialia*, 56(6):1326–1341, 2008.
- [57] Woo W., Balogh L., Ungár T., Choo H., and Feng Z. Grain structure and dislocation density measurements in a friction-stir welded aluminum alloy using X-ray peak profile analysis. *Materials Science and Engineering A*, 498(1-2):308–313, 2008.
- [58] Guerra M., Schmidt C., McClure J. C., Murr L. E., and Nunes A. C. Flow patterns during friction stir welding. *Materials Characterization*, 49(2):95–101, 2002.

- [59] Roy G. G., Nandan R., and DebRoy T. Dimensionless correlation to estimate peak temperature during friction stir welding. *Science and Technology of Welding and Joining*, 11(5):606–608, 2006.
- [60] Sato Y. S., Urata M., and Kokawa H. Parameters controlling microstructure and hardness during friction-stir welding of precipitation-hardenable aluminum alloy 6063. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 33(3):625–635, 2002.
- [61] Chen C. M. and Kovacevic R. Finite element modeling of friction stir welding - Thermal and thermomechanical analysis. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 43(13):1319–1326, 2003.
- [62] Colegrove P. A., Shercliff H. R., and Zettler R. Model for predicting heat generation and temperature in friction stir welding from the material properties. *Science and Technology of Welding and Joining*, 12(4):284–297, 2007.
- [63] Nandan R., Roy G. G., and DebRoy T. Numerical Simulation of Three-Dimensional Heat Transfer and Plastic Flow During Friction Stir Welding. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 37(4):1247–1259, 2006.
- [64] Assidi M., Fourment L., Guerdoux S., and Nelson T. Friction model for friction stir welding process simulation: Calibrations from welding experiments. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 50(2):143–155, 2010.
- [65] Song M. and Kovacevic R. Thermal modeling of friction stir welding in a moving coordinate system and its validation. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 43(6):605–615, 2003.
- [66] Frigaard Ø., Grong Ø., and Midling O. T. A process model for friction stir welding of age hardening aluminum alloys. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 32(May):1189–1200, 2001.
- [67] Reynolds A. P., Khandkar Z., Long T., Tang W., and Khan J. Utility of relatively simple models for understanding process parameter effects on FSW. *Thermec'2003*, 426-4(1):2959–2964, 2003.
- [68] Buffa G., Fratini L., and Shivpuri R. CDRX modelling in friction stir welding of AA7075-T6 aluminum alloy: Analytical approaches. *Journal of Materials Processing Technology*, 191(1-3):356–359, 2007.
- [69] Colegrove P. A. and Shercliff H. R. Experimental and numerical analysis of aluminium alloy 7075-T7351 friction stir welds. *Science and Technology of Welding and Joining*, 8(5):360–368, 2003.
- [70] Hamilton C., Dymek S., Kalembe I., and Blicharski M. Friction stir welding of aluminium 7136-T76511 extrusions. *Science and Technology of Welding and Joining*, 13(8), 2008.

- [71] Meran C. The joint properties of brass plates by friction stir welding. *Materials and Design*, 27(9):719–726, 2006.
- [72] Forcellese A., Gabrielli F., and Simoncini M. Mechanical properties and microstructure of joints in AZ31 thin sheets obtained by friction stir welding using "pin" and "pinless" tool configurations. *Materials and Design*, 34:219–229, 2012.
- [73] Rose A. R., Manisekar K., and Balasubramanian V. Influences of welding speed on tensile properties of friction stir welded AZ61A magnesium alloy. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 21(2):257–265, 2012.
- [74] Nandan R., Roy G. G., Lienert T. J., and Debroy T. Three-dimensional heat and material flow during friction stir welding of mild steel. *Acta Materialia*, 55(3):883–895, 2007.
- [75] Zhu X. K. and Chao Y. J. Numerical simulation of transient temperature and residual stresses in friction stir welding of 304L stainless steel. *Journal of Materials Processing Technology*, 146(2):263–272, 2004.
- [76] Nandan R., Roy G. G., Lienert T. J., and DebRoy T. Numerical modelling of 3D plastic flow and heat transfer during friction stir welding of stainless steel. *Science and Technology of Welding and Joining*, 11(5):526–537, 2006.
- [77] Prasad Y., Rao K., and Sasidhara S. *Hot Working Guide: A Compendium of Processing Maps*. ASM International, 2015.
- [78] Tello K. E., Gerlich A. P., and Mendez P. F. Constants for hot deformation constitutive models for recent experimental data. *Science and Technology of Welding and Joining*, 15(3):260–266, 2010.
- [79] Sheppard T. and Jackson A. Constitutive equations for use in prediction of flow stress during extrusion of aluminium alloys. *Materials Science and Technology*, 13(3):203–209, 1997.
- [80] Yang L., Pan Y., Chen I., and Lin D. Constitutive Relationship Modeling and Characterization of Flow Behavior under Hot Working for Fe–Cr–Ni–W–Cu–Co Super-Austenitic Stainless Steel. *Metals*, 5(3):1717–1731, 2015.
- [81] Kridli G. T., El-Gizawy A. S., and Lederich R. Development of process maps for superplastic forming of Weldalite™ 049.pdf. 244:224–232, 1998.
- [82] Colegrove P. A., Shercliff H. R., and Zettler R. A model for predicting heat generation and temperature in friction stir welding from the material properties. *Science and Technology of Welding and Joining*, 12(4):284–297, 2007.

Capítulo 11

Anexos

11.1 Anexo 1: Imágenes de las muestras de Jordan Tsui [1]



Figura 11.1: Imagen del Dato 1



Figura 11.2: Imagen del Dato 2



Figura 11.3: Imagen del Dato 3

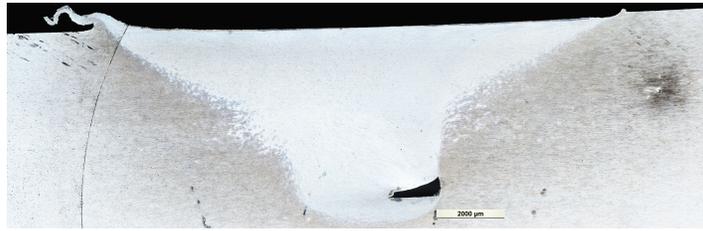


Figura 11.4: Imagen del Dato 4



Figura 11.5: Imagen del Dato 5



Figura 11.6: Imagen del Dato 6

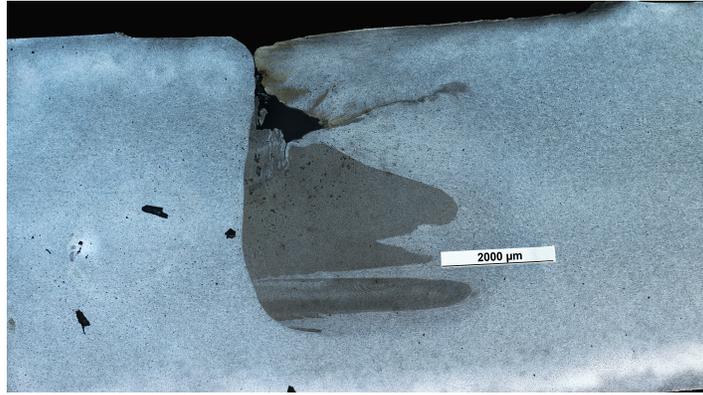


Figura 11.7: Imagen del Dato 7

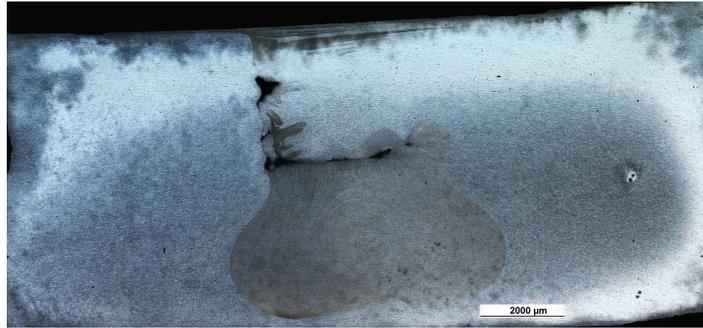


Figura 11.8: Imagen del Dato 8

11.2 Anexo 2: Base de Datos

Common Constants		f		0.1																		
R	8.314 J/molK																					
eta _∞	100%																					
Tref	298.15 K																					
N	Pap	IF	Authc	Da	Exp o S	Pin	Sensd	Materi	specific	δ [m]	Tmax [K]	M [mol]	Distance to the pin tip	ρ [kg/m3]	Gp [J/kg K]	ko [W/m²K]	α [m²/s]	tau_y [Pa]	sea	Temperature Properties		
1	Jordan Tr [1]		Tsui, J	1 Exp	Exp	Smooth	Pin	Aluminum	AA5059	3.74E-04	666.10	6.70	0.00E+00	2.552.8	1.261.4	146.3	4.56E-05	1.23E+08	0.9	847.0	810.6	
			Tsui, J	2 Exp	Exp	Smooth	Pin	Aluminum	AA5059	6.05E-04	718.20	6.00	0.00E+00	2.552.8	1.261.4	146.3	4.56E-05	1.23E+08	0.9	847.0	810.6	
			Tsui, J	3 Exp	Exp	Smooth	Pin	Aluminum	AA5059		761.60	10.00	0.00E+00	2.552.8	1.261.4	146.3	4.56E-05	1.23E+08	0.9	847.0	810.6	
			Tsui, J	4 Exp	Exp	Smooth	Pin	Aluminum	AA5059	1.65E-04	708.10	10.30	0.00E+00	2.552.8	1.261.4	146.3	4.56E-05	1.23E+08	0.9	847.0	810.6	
			Tsui, J	5 Exp	Exp	Smooth	Pin	Aluminum	AA5059	2.50E-04	760.90	8.00	0.00E+00	2.552.8	1.261.4	146.3	4.56E-05	1.23E+08	0.9	847.0	810.6	
			Tsui, J	6 Exp	Exp	Threaded	Pin	Aluminum	AA5059	2.60E-04	695.40	3.20	0.00E+00	2.552.8	1.261.4	146.3	4.56E-05	1.23E+08	0.9	847.0	810.6	
			Tsui, J	7 Exp	Exp	Threaded	Pin	Aluminum	AA5059	6.40E-04	730.70	5.70	0.00E+00	2.552.8	1.261.4	146.3	4.56E-05	1.23E+08	0.9	847.0	810.6	
			Tsui, J	8 Exp	Exp	Threaded	Pin	Aluminum	AA5059	7.50E-06	712.10	6.70	0.00E+00	2.552.8	1.261.4	146.3	4.56E-05	1.23E+08	0.9	847.0	810.6	
			Tsui, J	9 Exp	Exp	Threaded	Pin	Aluminum	AA5059	1.08E-03	747.60	7.40	0.00E+00	2.552.8	1.261.4	146.3	4.56E-05	1.23E+08	0.9	847.0	810.6	
			Tsui, J	10 Exp	Exp	Threaded	Pin	Aluminum	AA5059		673.00	40.00	NS	2.670.0	1.100.0	185.0	6.30E-05	5.97E+07	0.9	775.0	747.0	
2	An anákit [2]		H Schmittl	11 Exp	Exp	Threaded	NS	Aluminum	AA2024	6.00E-04												
3	Material F [3]		H.N.B. Schi	12 Exp	Exp	Threaded	NS	Aluminum	AA2024													
4	Texture v. [4]		R.W. Fond	13 Exp	Exp	Threaded, frus	NS	Aluminum	AA2195	1.11E-03												
5	Intefacia [5]		Judy Schone	14 Exp	Exp	Threaded	NS	Aluminum	AA2195	7.02E-04												
6	Heat Tran [6]		Yuh.J. Char	15 Exp	Exp	Threaded	Base	Aluminum	AA2195		688.0		0.00E+00	2.00E-03	2.770.0	1.338.0	196.0	5.29E-05	4.00E+08	0.9	813.0	779.0
			Yuh.J. Char	16 Exp	Exp	Threaded	Base	Aluminum	AA2195		618.0		0.00E+00	2.00E-03	2.770.0	1.338.0	196.0	5.29E-05	4.00E+08	0.9	813.0	779.0
7	Relations [7]		Kevin J. Col	17 Exp	Exp	Base	Base	Aluminum	AA5083		813.0		NS	1.27E-02	2.552.8	1.261.4	146.3	4.56E-05	1.23E+08	0.9	847.0	810.6
			Kevin J. Col	18 Exp	Exp	Base	Base	Aluminum	AA5083		823.0		NS	1.27E-02	2.552.8	1.261.4	146.3	4.56E-05	1.23E+08	0.9	847.0	810.6
			Kevin J. Col	19 Exp	Exp	Base	Base	Aluminum	AA5083		853.0		NS	1.27E-02	2.552.8	1.261.4	146.3	4.56E-05	1.23E+08	0.9	847.0	810.6
			Kevin J. Col	20 Exp	Exp	Base	Base	Aluminum	AA5083		847.0	369.0	NS	1.27E-02	2.552.8	1.261.4	146.3	4.56E-05	1.23E+08	0.9	847.0	810.6
			Kevin J. Col	21 Exp	Exp	Base	Base	Aluminum	AA5083			290.0										
			Kevin J. Col	22 Exp	Exp	Base	Base	Aluminum	AA5083			320.0										
			Kevin J. Col	23 Exp	Exp	Base	Base	Aluminum	AA5083			355.0										
8	Shear flow [8]		Z.M. Chen	24 Exp	Exp	Threaded	NS	Aluminum	AA5083	2.79E-04												
9	Process [9]		T. Lona, W.	25 Sim	Sim	Threaded	NS	Aluminum	AA5083			181										

Figura 11.9: Primera sección de la Base de Datos

Zener-Hollomon Cts										Mechanical Properties					Characteristics of the study									
A	n	Q	B	B'	Yield [MPa]	tau_0.2 [Pa]	V [m/s]	RPM	w [1/s]	a [m]	b [m]	Height [m]	h [W/M2*K]	h' [W/M2*K]	t [m]	Ko[Pa]	(%)	tau_c [Pa]						
3.84E+08	8.46	173.000.0	2.14E-11	3.57E-23	34.8	20.091.789.4	1.50E-02	1723	180.4	1.50E-03	4.50E-03	4.00E-03	10	10000	6.50E-03	1.40	1.20	60.760.006.8						
3.84E+08	8.46	173.000.0	2.14E-11	3.57E-23	34.8	20.091.789.4	1.50E-02	1225	128.3	2.00E-03	6.00E-03	5.30E-03	10	10000	6.50E-03	1.14	1.27	28.995.839.8						
3.84E+08	8.46	173.000.0	2.14E-11	3.57E-23	34.8	20.091.789.4	1.50E-02	1225	128.3	2.50E-03	7.50E-03	6.70E-03	10	10000	6.50E-03	0.95	1.33	29.382.451.0						
3.84E+08	8.46	173.000.0	2.14E-11	3.57E-23	34.8	20.091.789.4	1.50E-02	1225	128.3	2.00E-03	4.50E-03	5.30E-03	10	10000	6.50E-03	1.14	1.11	56.977.700.1						
3.84E+08	8.46	173.000.0	2.14E-11	3.57E-23	34.8	20.091.789.4	1.50E-02	1723	180.4	1.50E-03	4.50E-03	4.00E-03	10	10000	6.50E-03	1.40	1.20	23.019.704.7						
3.84E+08	8.46	173.000.0	2.14E-11	3.57E-23	34.8	20.091.789.4	1.50E-02	1225	128.3	2.50E-03	7.50E-03	6.70E-03	10	10000	6.50E-03	0.95	1.33	36.434.239.3						
3.84E+08	8.46	173.000.0	2.14E-11	3.57E-23	34.8	20.091.789.4	1.50E-02	1225	128.3	2.00E-03	6.00E-03	5.30E-03	10	10000	6.50E-03	1.14	1.11	37.063.764.2						
3.84E+08	8.46	173.000.0	2.14E-11	3.57E-23	34.8	20.091.789.4	1.50E-02	1225	128.3	2.00E-03	6.00E-03	5.30E-03	10	10000	6.50E-03	1.14	1.11	29.594.720.3						
9.31E+10	11.45	178.000.0	9.78E-13	7.88E-15	47.7	27.539.607.8	2.00E-03	400	41.9	3.00E-03	9.00E-03	3.50E-03	10	10000	3.00E-03	1.10	1.87	126.313.446.9						
2.37E+13	3.54	161.777.2	4.03E-11	5.98E-17	47.7	27.539.607.8	2.00E-03	400	41.9	3.00E-03	9.00E-03	3.50E-03	10	10000	3.00E-03	1.10	1.87	-						
2.37E+13	3.54	161.777.2	4.03E-11	5.98E-17	-	-	1.70E-03	180	18.8	5.80E-03	1.53E-02	7.90E-03	10	10000	2.50E-02	1.44	1.13	-						
2.37E+13	3.54	161.777.2	4.03E-11	5.98E-17	-	-	2.50E-03	200	20.9	6.35E-03	1.53E-02	7.90E-03	10	10000	8.20E-03	0.89	1.33	-						
2.37E+13	3.54	161.777.2	4.03E-11	5.98E-17	-	-	3.32E-03	240	25.1	5.00E-03	1.27E-02	-	10	10000	8.70E-03	1.09	1.32	-						
3.84E+08	8.46	173.000.0	2.14E-11	7.13E-20	34.8	20.091.789.4	1.69E-03	250	26.2	8.06E-03	2.10E-02	2.52E-02	10	10000	2.54E-02	1.03	1.18	-						
3.84E+08	8.46	173.000.0	2.14E-11	7.13E-20	34.8	20.091.789.4	2.54E-03	250	26.2	8.06E-03	2.10E-02	2.52E-02	10	10000	2.54E-02	0.97	1.18	-						
3.84E+08	8.46	173.000.0	2.14E-11	8.77E-12	34.8	20.091.789.4	2.12E-03	250	26.2	8.06E-03	2.10E-02	2.52E-02	10	10000	2.54E-02	1.00	1.18	30.264.763.6						
3.84E+08	8.46	173.000.0	2.14E-11	7.13E-20	34.8	20.091.789.4	1.69E-03	250	26.2	8.06E-03	2.10E-02	2.52E-02	10	10000	2.54E-02	1.03	1.18	23.785.315.5						
3.84E+08	8.46	173.000.0	2.14E-11	7.13E-20	34.8	20.091.789.4	2.12E-03	250	26.2	8.06E-03	2.10E-02	2.52E-02	10	10000	2.54E-02	1.00	1.18	26.245.865.4						
3.84E+08	8.46	173.000.0	2.14E-11	7.13E-20	34.8	20.091.789.4	2.54E-03	250	26.2	8.06E-03	2.10E-02	2.52E-02	10	10000	2.54E-02	0.97	1.18	23.116.506.9						
3.84E+08	8.46	173.000.0	2.14E-11	7.13E-20	34.8	20.091.789.4	2.00E-03	760	79.6	3.00E-03	1.00E-02	6.00E-03	10	10000	8.00E-03	1.42	1.45	-						
3.84E+08	8.46	173.000.0	2.14E-11	7.13E-20	34.8	20.091.789.4	1.27E-03	123	12.9	5.00E-03	1.43E-02	8.30E-03	10	10000	9.50E-03	1.05	1.39	87.081.148.2						

Figura 11.10: Segunda sección de la Base de Datos

Calculated																	
Ç	V/2aifs	h+hv/kd	fa	epsilon	Td [°K]	Tl [°K]	ΔTl	ΔTmax	ΔTd	Cte	fb	Kel(fb)	Mz [t/m]	Mp	q[Mz][W]	Ip [°K]	Td/Tm
7,00E-01	2,70E+04	1,05E+04	2,91E-01	6,01E-13	394,8	402,6	7,8	2,73E+02	96,8	0,20	0,87	0,51	1,12	5,58	201,45	315,05	0,47
7,00E-01	2,70E+04	1,05E+04	3,87E-01	6,01E-13	394,8	402,6	7,8	3,23E+02	96,8	0,27	1,16	0,34	1,26	4,74	162,06	307,06	0,47
7,00E-01	2,70E+04	1,05E+04	4,84E-01	6,01E-13	394,8	402,6	7,8	3,67E+02	96,8	0,33	1,45	0,23	2,50	7,50	320,75	310,16	0,47
7,00E-01	2,70E+04	1,05E+04	3,87E-01	6,01E-13	394,8	402,6	7,8	3,13E+02	96,8	0,11	0,87	0,51	0,99	9,31	127,27	308,77	0,47
7,00E-01	2,70E+04	1,05E+04	3,87E-01	6,01E-13	394,8	402,6	7,8	3,66E+02	96,8	0,53	1,45	0,23	2,77	5,23	355,62	311,49	0,47
7,00E-01	2,70E+04	1,05E+04	2,91E-01	6,01E-13	394,8	402,6	7,8	3,01E+02	96,8	0,20	0,87	0,51	0,53	2,67	96,21	306,14	0,47
7,00E-01	2,70E+04	1,05E+04	3,87E-01	6,01E-13	394,8	402,6	7,8	3,32E+02	96,8	0,27	1,16	0,34	1,20	4,50	153,96	306,61	0,47
7,00E-01	2,70E+04	1,05E+04	4,84E-01	6,01E-13	394,8	402,6	7,8	3,36E+02	96,8	0,33	1,45	0,23	3,10	9,30	397,73	313,08	0,47
7,00E-01	2,70E+04	1,05E+04	3,87E-01	6,01E-13	394,8	402,6	7,8	3,17E+02	96,8	0,11	0,87	0,51	0,65	6,05	82,79	305,00	0,47
7,00E-01	2,70E+04	1,05E+04	3,87E-01	6,01E-13	394,8	402,6	7,8	3,53E+02	96,8	0,53	1,45	0,23	2,57	4,83	329,13	310,48	0,47
7,00E-01	2,52E+02	1,80E+04	4,06E-01	5,30E-07	639,0	659,3	20,3	3,40E+01	341,0	0,87	1,22	0,31	18,57	2143	777,92	367,42	0,82
7,00E-01	2,52E+02	1,80E+04	4,06E-01	5,3E-07	508,8	521,6	12,7	-5,09E+02	210,8	0,87	1,22	0,31	-	-	-	298,00	0,66
7,00E-01	2,58E+02	2,04E+03	2,78E-01	5,30E-07	506,9	520,9	13,9	-5,07E+02	208,9	0,13	0,73	0,63	-	-	-	298,00	0,62
7,00E-01	5,59E+02	6,23E+03	5,23E-01	5,3E-07	506,9	520,9	13,9	-5,07E+02	208,9	0,33	1,26	0,30	-	-	-	298,00	0,62
7,00E-01	4,98E+02	6,31E+03	4,12E-01	5,3E-07	506,9	520,9	13,9	1,91E+02	208,9	0,32	1,05	0,39	-	-	-	298,00	0,62
7,00E-01	9,85E+02	6,31E+03	4,27E-01	5,3E-07	506,9	520,9	13,9	1,71E+02	208,9	0,32	1,08	0,37	-	-	-	298,00	0,62
7,00E-01	3,43E+02	2,68E+03	4,43E-01	1,20E-09	461,3	472,0	10,7	3,52E+02	163,3	0,18	1,16	0,34	-	-	-	298,00	0,54
7,00E-01	5,40E+02	2,68E+03	4,57E-01	1,20E-09	461,3	472,0	10,7	3,62E+02	163,3	0,18	1,19	0,32	-	-	-	298,00	0,54
7,00E-01	7,75E+02	2,68E+03	4,74E-01	1,20E-09	461,3	472,0	10,7	3,32E+02	163,3	0,18	1,23	0,30	-	-	-	298,00	0,54
7,00E-01	5,40E+02	2,68E+03	4,57E-01	1,20E-09	795,0	817,1	32,1	6,20E+01	487,0	0,18	1,19	0,32	55,39	313,61	1,450,00	317,91	0,93
7,00E-01	3,43E+02	2,68E+03	4,43E-01	1,20E-09	461,3	472,0	10,7	-4,61E+02	163,3	0,18	1,16	0,34	43,53	246,47	1,139,56	314,46	0,54
7,00E-01	5,40E+02	2,68E+03	4,57E-01	1,20E-09	461,3	472,0	10,7	-4,61E+02	163,3	0,18	1,19	0,32	48,03	271,97	1,257,45	315,27	0,54
7,00E-01	7,75E+02	2,68E+03	4,74E-01	1,2E-09	461,3	472,0	10,7	-4,61E+02	163,3	0,18	1,23	0,30	53,28	301,72	1,394,98	316,07	0,54
7,00E-01	4,81E+02	8,52E+03	2,85E-01	1,2E-09	461,3	472,0	10,7	-4,61E+02	163,3	0,45	0,95	0,45	-	-	-	298,00	0,54
7,00E-01	1,94E+02	7,11E+03	4,29E-01	1,2E-09	461,3	472,0	10,7	-4,61E+02	163,3	0,39	1,23	0,31	51,05	129,95	657,58	321,01	0,54

Figura 11.11: Tercera sección de la Base de Datos

11.3 Anexo 3: Resultados para los distintos f

Tabla 11.1: Resultados para $f = 0,2$

f	0,2						
Material	N de datos	Epsilon	$\tau_c[MPa]$	\mathbf{T}_δ/T_m	$d\mathbf{T}_p/dT_\delta$	$\tau_R - \tau_{Pin}[MPa]$	
AA2024	1	4,02E-05	86,26	0,73	0,35	0,00	
AA5059	10	7,93E-12	30,78	0,48	0,25	12,95	
AA5083	16	5,91E-08	31,71	0,60	0,21	5,55	
AA6061	2	4,36E-08	40,57	0,61	0,37	14,78	
AA6082	1	9,81E-05	38,58	0,74	0,29	0,00	
AA7050	18	4,66E-06	63,11	0,61	0,30	18,16	
AA7075	16	1,10E-07	23,75	0,62	0,17	4,00	
AA7136	6	2,49E-04	90,47	0,79	0,17	27,19	
SAE1018	1	2,33E-12	56,66	0,49	0,12	0,00	

Tabla 11.2: Resultados para $f = 0,3$

f	0,3						
Material	N de datos	Epsilon	$\tau_c[MPa]$	\mathbf{T}_δ/T_m	$d\mathbf{T}_p/dT_\delta$	$\tau_R - \tau_{Pin}[MPa]$	
AA2024	1	5,33E-06	65,50	0,69	0,45	0,00	
AA5059	10	1,97E-12	26,62	0,46	0,36	12,74	
AA5083	16	1,11E-08	26,31	0,57	0,29	5,19	
AA6061	2	9,83E-09	32,92	0,59	0,48	13,05	
AA6082	1	1,44E-05	30,52	0,70	0,38	0,00	
AA7050	18	1,58E-06	50,92	0,59	0,40	16,46	
AA7075	16	1,59E-08	19,12	0,59	0,24	3,60	
AA7136	6	1,14E-04	80,73	0,77	0,23	26,12	
SAE1018	1	7,81E-14	48,38	0,46	0,17	0,00	

Tabla 11.3: Resultados para $f = 0,4$

f	0,4						
Material	N de datos	Epsilon	$\tau_c[MPa]$	\mathbf{T}_δ/T_m	$d\mathbf{T}_p/dT_\delta$	$\tau_R - \tau_{Pin}[MPa]$	
AA2024	1	1,39E-06	52,79	0,67	0,52	0,00	
AA5059	10	1,03E-12	23,53	0,46	0,45	12,52	
AA5083	16	3,16E-09	22,52	0,56	0,36	4,90	
AA6061	2	3,15E-09	27,73	0,58	0,57	12,01	
AA6082	1	3,65E-06	25,24	0,68	0,45	0,00	
AA7050	18	7,13E-07	42,69	0,58	0,48	15,35	
AA7075	16	3,84E-09	16,00	0,57	0,30	3,34	
AA7136	6	5,99E-05	72,88	0,76	0,29	25,25	
SAE1018	1	4,62E-15	42,21	0,44	0,22	0,00	

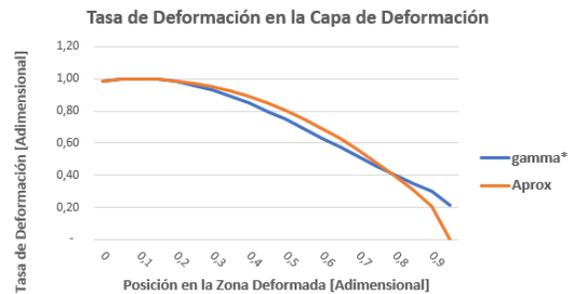
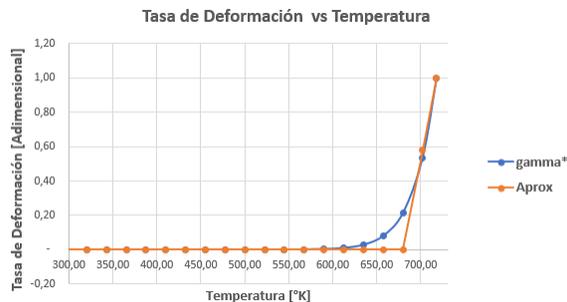
Tabla 11.4: Resultados para $f = 0,5$

f	0,5						
Material	N de datos	Epsilon	$\tau_c[MPa]$	\mathbf{T}_δ/T_m	$d\mathbf{T}_p/dT_\delta$	$\tau_R - \tau_{Pin}[MPa]$	
AA2024	1	5,30E-07	44,21	0,66	0,58	0,00	
AA5059	10	6,01E-13	21,12	0,45	0,52	12,27	
AA5083	16	1,20E-09	19,70	0,54	0,42	4,67	
AA6061	2	1,28E-09	23,96	0,57	0,64	11,32	
AA6082	1	1,30E-06	21,52	0,66	0,50	0,00	
AA7050	18	3,88E-07	36,75	0,57	0,55	14,57	
AA7075	16	1,29E-09	13,76	0,56	0,35	3,14	
AA7136	6	3,46E-05	66,42	0,75	0,34	24,54	
SAE1018	1	4,22E-16	37,44	0,42	0,26	0,00	

11.4 Anexo 4: Función Lineal Secante

Tabla 11.5: Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Secante, dato 2

x^*	$T_{espectro}$ [K]	γ^*	Int	Aprox.	Int	$T(x^*)$ [K]	γ^*	Int	Aprox.	Int
0	298	0,00		0,00		718	0,98		0,99	
0,05	320	0,00	0,00	0,00	0,00	718	1,00	0,05	1,00	0,05
0,1	343	0,00	0,00	0,00	0,00	718	1,00	0,05	1,00	0,05
0,15	365	0,00	0,00	0,00	0,00	718	1,00	0,05	1,00	0,05
0,2	388	0,00	0,00	0,00	0,00	718	0,98	0,05	0,99	0,05
0,25	410	0,00	0,00	0,00	0,00	717	0,96	0,05	0,97	0,05
0,3	433	0,00	0,00	0,00	0,00	716	0,93	0,05	0,95	0,05
0,35	455	0,00	0,00	0,00	0,00	715	0,89	0,05	0,92	0,05
0,4	478	0,00	0,00	0,00	0,00	714	0,85	0,04	0,89	0,05
0,45	500	0,00	0,00	0,00	0,00	712	0,80	0,04	0,85	0,04
0,5	523	0,00	0,00	0,00	0,00	711	0,75	0,04	0,80	0,04
0,55	545	0,00	0,00	0,00	0,00	709	0,69	0,04	0,75	0,04
0,6	568	0,00	0,01	0,00	0,00	706	0,63	0,03	0,69	0,04
0,65	590	0,00	0,04	0,00	0,00	704	0,57	0,03	0,63	0,03
0,7	613	0,01	0,13	0,00	0,00	701	0,51	0,03	0,56	0,03
0,75	635	0,03	0,41	0,00	0,00	698	0,46	0,02	0,48	0,03
0,8	658	0,08	1,21	0,00	0,00	695	0,40	0,02	0,40	0,02
0,85	680	0,21	3,30	0,00	0,00	692	0,35	0,02	0,31	0,02
0,9	702	0,53	8,27	0,58	6,40	688	0,30	0,02	0,21	0,01
1	718	1,00	12,33	1,00	12,70	680	0,21	0,03	0,00	0,01
		Sum.	25,7	Sum.	18,1		Sum.	0,70	Sum.	0,70
		Dif %	41,67				Dif %	0,33		

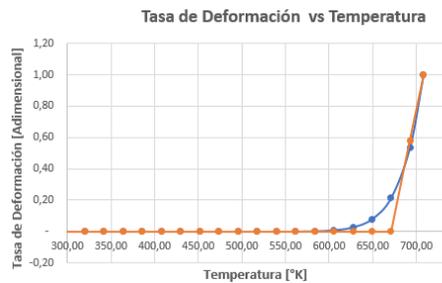


(a) Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura (b) Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación

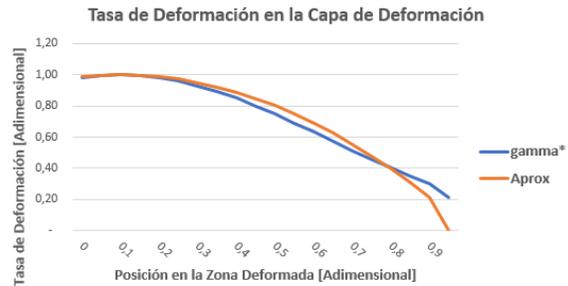
Figura 11.12: Función Lineal Secante, Dato 2

Tabla 11.6: Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Secante, dato 3

x^*	$T_{espectro}$ [K]	γ^*	Int	Aprox.	Int	$T(x^*)$ [K]	γ^*	Int	Aprox.	Int	
0	298	0,00		0,00		708	0,98		0,99		
0,05	320	0,00	0,00	0,00	0,00	708	1,00	0,05	1,00	0,05	
0,1	342	0,00	0,00	0,00	0,00	708	1,00	0,05	1,00	0,05	
0,15	364	0,00	0,00	0,00	0,00	708	1,00	0,05	1,00	0,05	
0,2	386	0,00	0,00	0,00	0,00	708	0,98	0,05	0,99	0,05	
0,25	408	0,00	0,00	0,00	0,00	707	0,96	0,05	0,97	0,05	
0,3	430	0,00	0,00	0,00	0,00	706	0,93	0,05	0,95	0,05	
0,35	452	0,00	0,00	0,00	0,00	705	0,89	0,05	0,92	0,05	
0,4	474	0,00	0,00	0,00	0,00	704	0,85	0,04	0,89	0,05	
0,45	495	0,00	0,00	0,00	0,00	702	0,80	0,04	0,85	0,04	
0,5	517	0,00	0,00	0,00	0,00	701	0,75	0,04	0,80	0,04	
0,55	539	0,00	0,00	0,00	0,00	699	0,69	0,04	0,75	0,04	
0,6	561	0,00	0,01	0,00	0,00	697	0,63	0,03	0,69	0,04	
0,65	583	0,00	0,04	0,00	0,00	694	0,57	0,03	0,63	0,03	
0,7	605	0,01	0,13	0,00	0,00	692	0,52	0,03	0,56	0,03	
0,75	627	0,03	0,40	0,00	0,00	689	0,46	0,02	0,48	0,03	
0,8	649	0,08	1,18	0,00	0,00	686	0,40	0,02	0,40	0,02	
0,85	671	0,21	3,23	0,00	0,00	682	0,35	0,02	0,31	0,02	
0,9	693	0,54	8,11	0,58	6,28	679	0,30	0,02	0,21	0,01	
1	708	1,00	11,92	1,00	12,27	671	0,21	0,03	-	0,01	
Sum.			25,0	Sum.	17,62	Sum.			0,70	Sum.	0,70
Dif %			41,94	Dif %			0,29				



(a) Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura

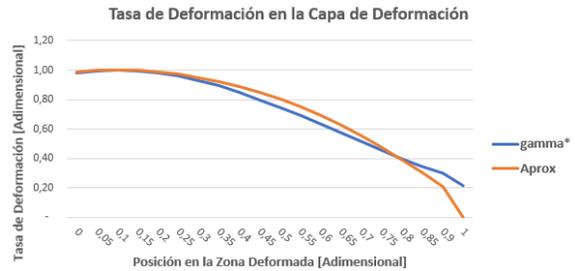
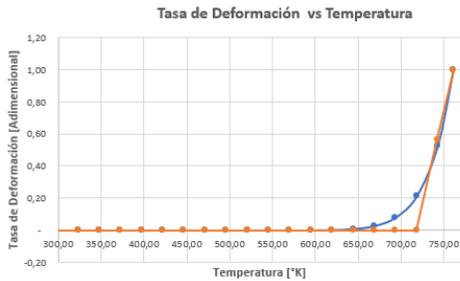


(b) Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación

Figura 11.13: Función Lineal Secante, Dato 3

Tabla 11.7: Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Secante, dato 4

x^*	$T_{espectro}$ [K]	γ^*	Int	Aprox.	Int	$T(x^*)$ [K]	γ^*	Int	Aprox.	Int
0	298	0,00		0,00		760	0,98		0,99	
0,05	323	0,00	0,00	0,00	0,00	761	1,00	0,05	1,00	0,05
0,1	347	0,00	0,00	0,00	0,00	761	1,00	0,05	1,00	0,05
0,15	372	0,00	0,00	0,00	0,00	761	1,00	0,05	1,00	0,05
0,2	397	0,00	0,00	0,00	0,00	760	0,98	0,05	0,99	0,05
0,25	422	0,00	0,00	0,00	0,00	760	0,96	0,05	0,97	0,05
0,3	446	0,00	0,00	0,00	0,00	759	0,93	0,05	0,95	0,05
0,35	471	0,00	0,00	0,00	0,00	758	0,89	0,05	0,92	0,05
0,4	496	0,00	0,00	0,00	0,00	756	0,85	0,04	0,89	0,05
0,45	520	0,00	0,00	0,00	0,00	754	0,80	0,04	0,85	0,04
0,5	545	0,00	0,00	0,00	0,00	752	0,75	0,04	0,80	0,04
0,55	570	0,00	0,00	0,00	0,00	750	0,69	0,04	0,75	0,04
0,6	594	0,00	0,01	0,00	0,00	748	0,63	0,03	0,69	0,04
0,65	619	0,00	0,04	0,00	0,00	745	0,57	0,03	0,63	0,03
0,7	644	0,01	0,15	0,00	0,00	742	0,51	0,03	0,56	0,03
0,75	669	0,03	0,46	0,00	0,00	739	0,46	0,02	0,48	0,03
0,8	693	0,08	1,34	0,00	0,00	735	0,40	0,02	0,40	0,02
0,85	718	0,21	3,62	0,00	0,00	731	0,35	0,02	0,31	0,02
0,9	742	0,52	8,98	0,57	6,92	727	0,30	0,02	0,21	0,01
1	761	1,00	14,13	1,00	14,53	718	0,21	0,03	0,00	0,01
		Sum.	28,7	Sum.	20,4		Sum.	0,70	Sum.	0,70
		Dif %	40,99				Dif %	0,39		



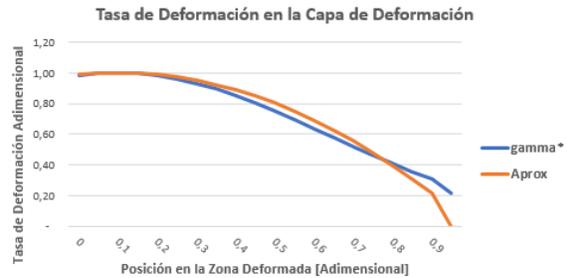
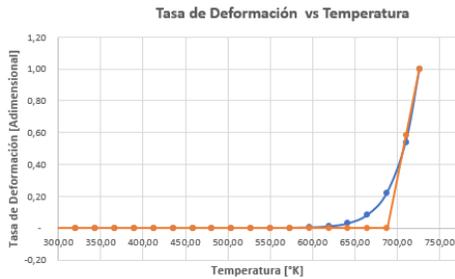
(a) Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura

(b) Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación

Figura 11.14: Función Lineal Secante, Dato 4

Tabla 11.8: Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Secante, dato 5

x^*	$T_{espectro}$ [K]	γ^*	Int	Aprox.	Int	$T(x^*)$ [K]	γ^*	Int	Aprox.	Int
0	298	0,00		0,00		726	0,98		0,99	
0,05	321	0,00	0,00	0,00	0,00	727	1,00	0,05	1,00	0,05
0,1	344	0,00	0,00	0,00	0,00	727	1,00	0,05	1,00	0,05
0,15	367	0,00	0,00	0,00	0,00	727	1,00	0,05	1,00	0,05
0,2	390	0,00	0,00	0,00	0,00	726	0,98	0,05	0,99	0,05
0,25	413	0,00	0,00	0,00	0,00	726	0,96	0,05	0,97	0,05
0,3	436	0,00	0,00	0,00	0,00	725	0,93	0,05	0,95	0,05
0,35	459	0,00	0,00	0,00	0,00	724	0,89	0,05	0,92	0,05
0,4	482	0,00	0,00	0,00	0,00	722	0,85	0,04	0,89	0,05
0,45	504	0,00	0,00	0,00	0,00	721	0,80	0,04	0,85	0,04
0,5	527	0,00	0,00	0,00	0,00	719	0,75	0,04	0,80	0,04
0,55	550	0,00	0,00	0,00	0,00	717	0,69	0,04	0,75	0,04
0,6	573	0,00	0,01	0,00	0,00	715	0,64	0,03	0,69	0,04
0,65	596	0,00	0,04	0,00	0,00	712	0,58	0,03	0,63	0,03
0,7	619	0,01	0,13	0,00	0,00	710	0,52	0,03	0,56	0,03
0,75	642	0,03	0,43	0,00	0,00	707	0,46	0,02	0,48	0,03
0,8	665	0,08	1,25	0,00	0,00	703	0,41	0,02	0,40	0,02
0,85	688	0,22	3,43	0,00	0,00	700	0,35	0,02	0,31	0,02
0,9	711	0,54	8,56	0,58	6,58	696	0,30	0,02	0,21	0,01
1	727	1,00	12,43	1,00	12,77	688	0,22	0,03	-	0,01
		Sum.	26,3	Sum.	18,4		Sum.	0,70	Sum.	0,70
		Dif %	42,99				Dif %	0,03		

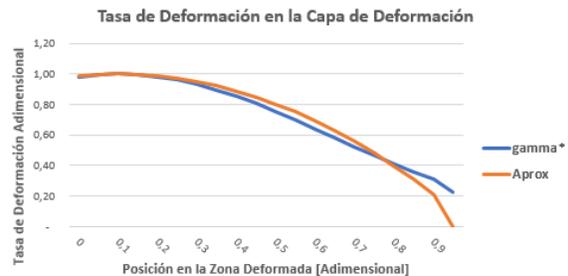
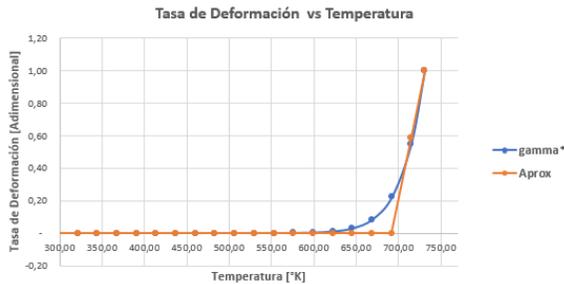


(a) Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura (b) Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación

Figura 11.15: Función Lineal Secante, Dato 5

Tabla 11.9: Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Secante, dato 6

x^*	$T_{espectro}$ [K]	γ^*	Int	Aprox.	Int	$T(x^*)$ [K]	γ^*	Int	Aprox.	Int	
0	298	0,00		0,00		730	0,98		0,99		
0,05	321	0,00	0,00	0,00	0,00	731	1,00	0,05	1,00	0,05	
0,1	344	0,00	0,00	0,00	0,00	731	1,00	0,05	1,00	0,05	
0,15	368	0,00	0,00	0,00	0,00	731	1,00	0,05	1,00	0,05	
0,2	391	0,00	0,00	0,00	0,00	730	0,98	0,05	0,99	0,05	
0,25	414	0,00	0,00	0,00	0,00	730	0,96	0,05	0,97	0,05	
0,3	437	0,00	0,00	0,00	0,00	729	0,93	0,05	0,95	0,05	
0,35	460	0,00	0,00	0,00	0,00	728	0,90	0,05	0,92	0,05	
0,4	483	0,00	0,00	0,00	0,00	726	0,85	0,04	0,89	0,05	
0,45	507	0,00	0,00	0,00	0,00	725	0,80	0,04	0,85	0,04	
0,5	530	0,00	0,00	0,00	0,00	723	0,75	0,04	0,80	0,04	
0,55	553	0,00	0,00	0,00	0,00	721	0,70	0,04	0,75	0,04	
0,6	576	0,00	0,01	0,00	0,00	719	0,64	0,03	0,69	0,04	
0,65	599	0,00	0,04	0,00	0,00	716	0,58	0,03	0,63	0,03	
0,7	622	0,01	0,14	0,00	0,00	714	0,52	0,03	0,56	0,03	
0,75	646	0,03	0,44	0,00	0,00	711	0,47	0,02	0,48	0,03	
0,8	669	0,08	1,29	0,00	0,00	707	0,41	0,02	0,40	0,02	
0,85	692	0,22	3,53	0,00	0,00	704	0,36	0,02	0,31	0,02	
0,9	715	0,55	8,77	0,59	6,70	700	0,31	0,02	0,21	0,01	
1	731	1,00	12,33	1,00	12,65	692	0,22	0,03	-	0,01	
		Sum.	26,6	Sum.	18,4			Sum.	0,70	Sum.	0,70
		Dif %	44,45					Dif %	0,28		



(a) Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura

(b) Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación

Figura 11.16: Función Lineal Secante, Dato 6

Tabla 11.10: Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Secante, dato 7

x^*	$T_{espectro}$ [K]	γ^*	Int	Aprox.	Int	$T(x^*)$ [K]	γ^*	Int	Aprox.	Int
0	298	0,00		0,00		712	0,98		0,99	
0,05	320	0,00	0,00	0,00	0,00	712	1,00	0,05	1,00	0,05
0,1	342	0,00	0,00	0,00	0,00	712	1,00	0,05	1,00	0,05
0,15	365	0,00	0,00	0,00	0,00	712	1,00	0,05	1,00	0,05
0,2	387	0,00	0,00	0,00	0,00	712	0,98	0,05	0,99	0,05
0,25	409	0,00	0,00	0,00	0,00	711	0,96	0,05	0,97	0,05
0,3	431	0,00	0,00	0,00	0,00	710	0,93	0,05	0,95	0,05
0,35	453	0,00	0,00	0,00	0,00	709	0,89	0,05	0,92	0,05
0,4	475	0,00	0,00	0,00	0,00	708	0,85	0,04	0,89	0,05
0,45	498	0,00	0,00	0,00	0,00	706	0,80	0,04	0,85	0,04
0,5	520	0,00	0,00	0,00	0,00	705	0,75	0,04	0,80	0,04
0,55	542	0,00	0,00	0,00	0,00	703	0,69	0,04	0,75	0,04
0,6	564	0,00	0,01	0,00	0,00	701	0,64	0,03	0,69	0,04
0,65	586	0,00	0,04	0,00	0,00	698	0,58	0,03	0,63	0,03
0,7	608	0,01	0,13	0,00	0,00	696	0,52	0,03	0,56	0,03
0,75	631	0,03	0,41	0,00	0,00	693	0,46	0,02	0,48	0,03
0,8	653	0,08	1,21	0,00	0,00	690	0,41	0,02	0,40	0,02
0,85	675	0,22	3,33	0,00	0,00	686	0,35	0,02	0,31	0,02
0,9	692	0,45	5,67	0,46	3,89	683	0,31	0,02	0,21	0,01
1	712	1,00	14,55	1,00	14,66	675	0,22	0,03	-	0,01
		Sum.	25,4	Sum.	17,6		Sum.	0,70	Sum.	0,70
		Dif %	43,86				Dif %	0,03		



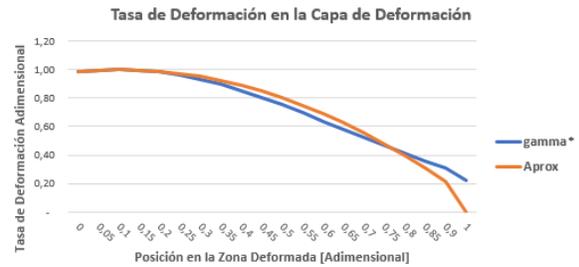
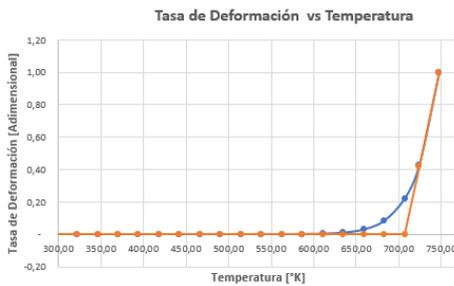
(a) Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura

(b) Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación

Figura 11.17: Función Lineal Secante, Dato 7

Tabla 11.11: Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Secante, dato 8

x^*	$T_{espectro}$ [K]	γ^*	Int	Aprox.	Int	$T(x^*)$ [K]	γ^*	Int	Aprox.	Int
0	298	0,00		0,00		747	0,98		0,99	
0,05	322	0,00	0,00	0,00	0,00	747	1,00	0,05	1,00	0,05
0,1	346	0,00	0,00	0,00	0,00	748	1,00	0,05	1,00	0,05
0,15	370	0,00	0,00	0,00	0,00	747	1,00	0,05	1,00	0,05
0,2	394	0,00	0,00	0,00	0,00	747	0,98	0,05	0,99	0,05
0,25	418	0,00	0,00	0,00	0,00	746	0,96	0,05	0,97	0,05
0,3	442	0,00	0,00	0,00	0,00	746	0,93	0,05	0,95	0,05
0,35	466	0,00	0,00	0,00	0,00	744	0,90	0,05	0,92	0,05
0,4	490	0,00	0,00	0,00	0,00	743	0,85	0,04	0,89	0,05
0,45	515	0,00	0,00	0,00	0,00	741	0,80	0,04	0,85	0,04
0,5	539	0,00	0,00	0,00	0,00	740	0,75	0,04	0,80	0,04
0,55	563	0,00	0,00	0,00	0,00	737	0,70	0,04	0,75	0,04
0,6	587	0,00	0,01	0,00	0,00	735	0,64	0,03	0,69	0,04
0,65	611	0,00	0,04	0,00	0,00	732	0,58	0,03	0,63	0,03
0,7	635	0,01	0,14	0,00	0,00	730	0,52	0,03	0,56	0,03
0,75	659	0,03	0,46	0,00	0,00	726	0,46	0,02	0,48	0,03
0,8	683	0,08	1,34	0,00	0,00	723	0,41	0,02	0,40	0,02
0,85	707	0,22	3,65	0,00	0,00	719	0,36	0,02	0,31	0,02
0,9	724	0,42	5,48	0,42	3,56	716	0,31	0,02	0,21	0,01
1	748	1,00	16,80	1,00	16,74	707	0,22	0,03	-	0,01
		Sum.	27,9	Sum.	19,3		Sum.	0,70	Sum.	0,70
		Dif %	44,80				Dif %	0,20		



(a) Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura

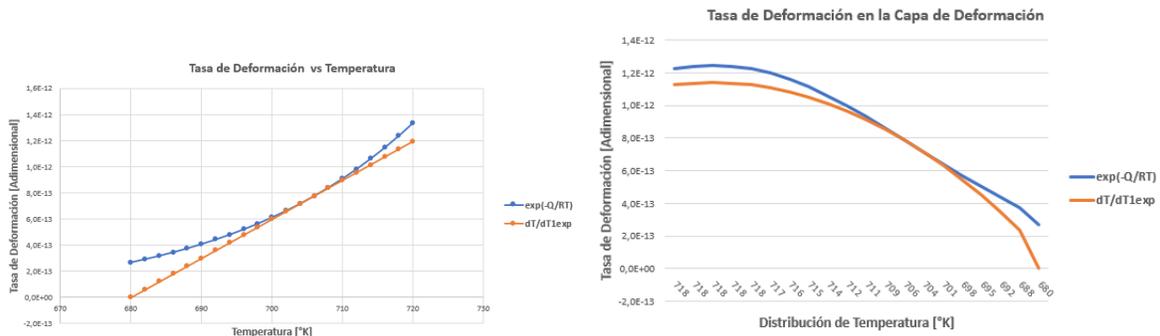
(b) Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación

Figura 11.18: Función Lineal Secante, Dato 8

11.5 Anexo 5: Función Lineal Tangente

Tabla 11.12: Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Tangente, dato 2

T [K]	exp.	Int	Aprox.	Int	T [K]	exp.	Int	Aprox.	Int
680	2,7E-13		-1,1E-26		718	1,2E-12		1,1E-12	
682	2,9E-13	5,6E-13	6,0E-14	6,0E-14	718	1,2E-12	4,4E-13	1,1E-12	4,0E-13
684	3,2E-13	6,1E-13	1,2E-13	1,8E-13	718	1,2E-12	1,5E-13	1,1E-12	1,3E-13
686	3,4E-13	6,6E-13	1,8E-13	3,0E-13	718	1,2E-12	1,5E-13	1,1E-12	1,3E-13
688	3,7E-13	7,2E-13	2,4E-13	4,2E-13	718	1,2E-12	4,4E-13	1,1E-12	4,0E-13
690	4,1E-13	7,8E-13	3,0E-13	5,4E-13	717	1,2E-12	7,1E-13	1,1E-12	6,6E-13
692	4,4E-13	8,5E-13	3,6E-13	6,6E-13	716	1,2E-12	9,7E-13	1,1E-12	9,0E-13
694	4,8E-13	9,2E-13	4,2E-13	7,8E-13	715	1,1E-12	1,2E-12	1,1E-12	1,1E-12
696	5,2E-13	1,0E-12	4,8E-13	9,0E-13	714	1,1E-12	1,4E-12	1,0E-12	1,3E-12
698	5,6E-13	1,1E-12	5,4E-13	1,0E-12	712	1,0E-12	1,6E-12	9,7E-13	1,5E-12
700	6,1E-13	1,2E-12	6,0E-13	1,1E-12	711	9,3E-13	1,7E-12	9,1E-13	1,7E-12
702	6,6E-13	1,3E-12	6,6E-13	1,3E-12	709	8,6E-13	1,8E-12	8,5E-13	1,8E-12
704	7,2E-13	1,4E-12	7,2E-13	1,4E-12	706	7,9E-13	1,8E-12	7,9E-13	1,8E-12
706	7,8E-13	1,5E-12	7,8E-13	1,5E-12	704	7,2E-13	1,9E-12	7,1E-13	1,9E-12
708	8,4E-13	1,6E-12	8,4E-13	1,6E-12	701	6,4E-13	1,8E-12	6,3E-13	1,8E-12
710	9,1E-13	1,7E-12	9,0E-13	1,7E-12	698	5,7E-13	1,8E-12	5,5E-13	1,7E-12
712	9,8E-13	1,9E-12	9,5E-13	1,9E-12	695	5,0E-13	1,7E-12	4,5E-13	1,6E-12
714	1,1E-12	2,0E-12	1,0E-12	2,0E-12	692	4,4E-13	1,6E-12	3,5E-13	1,4E-12
716	1,1E-12	2,2E-12	1,1E-12	2,1E-12	688	3,7E-13	1,5E-12	2,4E-13	1,1E-12
718	1,2E-12	2,4E-12	1,1E-12	2,2E-12	680	2,7E-13	2,6E-12	-1,1E-26	9,6E-13
Sum		2,4E-11	Sum	2,2E-11	Sum		2,5E-11	Sum	2,2E-11
%		11,64			%		11,63		

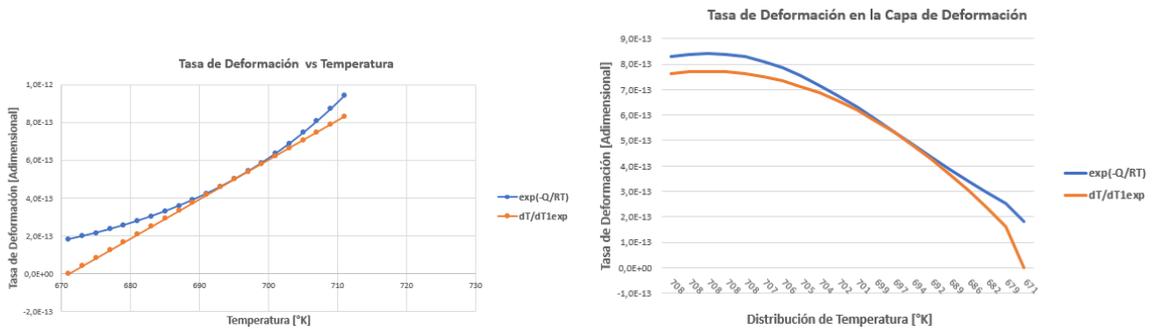


(a) Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura (b) Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación

Figura 11.19: Función Lineal Tangente, Dato 2

Tabla 11.13: Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Tangente, dato 3

T [K]	exp.	Int	Aprox.	Int	T [K]	exp.	Int	Aprox.	Int
671	1,8E-13		-1,8E-27		708	8,3E-13		7,6E-13	
673	2,0E-13	3,8E-13	4,2E-14	4,2E-14	708	8,4E-13	2,9E-13	7,7E-13	2,6E-13
675	2,2E-13	4,1E-13	8,3E-14	1,2E-13	708	8,4E-13	9,6E-14	7,7E-13	8,8E-14
677	2,4E-13	4,5E-13	1,2E-13	2,1E-13	708	8,4E-13	9,6E-14	7,7E-13	8,8E-14
679	2,6E-13	4,9E-13	1,7E-13	2,9E-13	708	8,3E-13	2,9E-13	7,6E-13	2,6E-13
681	2,8E-13	5,3E-13	2,1E-13	3,7E-13	707	8,1E-13	4,7E-13	7,5E-13	4,3E-13
683	3,0E-13	5,8E-13	2,5E-13	4,6E-13	706	7,8E-13	6,4E-13	7,3E-13	5,9E-13
685	3,3E-13	6,3E-13	2,9E-13	5,4E-13	705	7,5E-13	7,9E-13	7,1E-13	7,4E-13
687	3,6E-13	6,9E-13	3,3E-13	6,2E-13	704	7,2E-13	9,3E-13	6,9E-13	8,8E-13
689	3,9E-13	7,5E-13	3,7E-13	7,1E-13	702	6,8E-13	1,0E-12	6,5E-13	1,0E-12
691	4,2E-13	8,1E-13	4,2E-13	7,9E-13	701	6,3E-13	1,1E-12	6,2E-13	1,1E-12
693	4,6E-13	8,8E-13	4,6E-13	8,7E-13	699	5,8E-13	1,2E-12	5,8E-13	1,2E-12
695	5,0E-13	9,6E-13	5,0E-13	9,6E-13	697	5,3E-13	1,2E-12	5,3E-13	1,2E-12
697	5,4E-13	1,0E-12	5,4E-13	1,0E-12	694	4,8E-13	1,2E-12	4,8E-13	1,2E-12
699	5,9E-13	1,1E-12	5,8E-13	1,1E-12	692	4,3E-13	1,2E-12	4,3E-13	1,2E-12
701	6,4E-13	1,2E-12	6,2E-13	1,2E-12	689	3,9E-13	1,2E-12	3,7E-13	1,1E-12
703	6,9E-13	1,3E-12	6,7E-13	1,3E-12	686	3,4E-13	1,1E-12	3,0E-13	1,0E-12
705	7,5E-13	1,4E-12	7,1E-13	1,4E-12	682	3,0E-13	1,1E-12	2,4E-13	9,0E-13
707	8,1E-13	1,6E-12	7,5E-13	1,5E-12	679	2,5E-13	9,7E-13	1,6E-13	7,1E-13
709	8,7E-13	1,7E-12	7,9E-13	1,5E-12	671	1,8E-13	1,7E-12	-1,8E-27	6,3E-13
Sum		1,7E-11	Sum	1,5E-11	Sum		1,7E-11	Sum	1,5E-11
%		11,51			%		11,64		

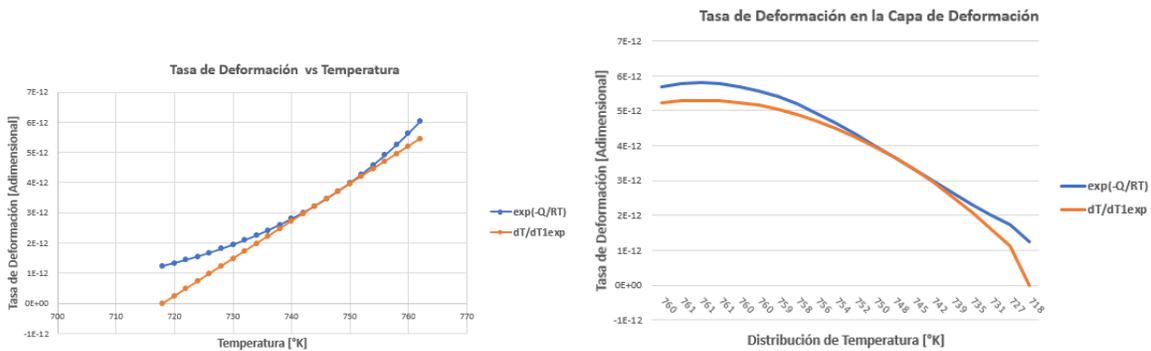


(a) Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura (b) Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación

Figura 11.20: Función Lineal Tangente, Dato 3

Tabla 11.14: Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Tangente, dato 4

T [K]	exp.	Int	Aprox.	Int	T [K]	exp.	Int	Aprox.	Int
718	1,2E-12		-1,2E-26		760	5,7E-12		5,2E-12	
720	1,4E-12	3,0E-12	2,8E-13	3,3E-13	761	5,8E-12	2,3E-12	5,3E-12	2,1E-12
723	1,5E-12	3,2E-12	5,7E-13	9,8E-13	761	5,8E-12	7,7E-13	5,3E-12	7,0E-13
725	1,6E-12	3,5E-12	8,5E-13	1,6E-12	761	5,8E-12	7,7E-13	5,3E-12	7,0E-13
727	1,7E-12	3,9E-12	1,1E-12	2,3E-12	760	5,7E-12	2,3E-12	5,2E-12	2,1E-12
730	1,9E-12	4,2E-12	1,4E-12	2,9E-12	760	5,6E-12	3,7E-12	5,2E-12	3,4E-12
732	2,1E-12	4,6E-12	1,7E-12	3,6E-12	759	5,4E-12	5,1E-12	5,0E-12	4,7E-12
734	2,3E-12	5,0E-12	2,0E-12	4,3E-12	758	5,2E-12	6,3E-12	4,9E-12	5,9E-12
736	2,5E-12	5,4E-12	2,3E-12	4,9E-12	756	4,9E-12	7,4E-12	4,7E-12	7,0E-12
739	2,7E-12	5,9E-12	2,6E-12	5,6E-12	754	4,6E-12	8,2E-12	4,5E-12	7,9E-12
741	2,9E-12	6,4E-12	2,8E-12	6,2E-12	752	4,3E-12	8,9E-12	4,3E-12	8,7E-12
743	3,1E-12	6,9E-12	3,1E-12	6,9E-12	750	4,0E-12	9,4E-12	4,0E-12	9,3E-12
746	3,4E-12	7,5E-12	3,4E-12	7,5E-12	748	3,7E-12	9,7E-12	3,7E-12	9,6E-12
748	3,7E-12	8,2E-12	3,7E-12	8,2E-12	745	3,3E-12	9,7E-12	3,3E-12	9,7E-12
750	4,0E-12	8,9E-12	4,0E-12	8,8E-12	742	3,0E-12	9,6E-12	2,9E-12	9,5E-12
752	4,3E-12	9,6E-12	4,3E-12	9,5E-12	739	2,7E-12	9,3E-12	2,5E-12	9,1E-12
755	4,7E-12	1,0E-11	4,5E-12	1,0E-11	735	2,3E-12	8,9E-12	2,1E-12	8,3E-12
757	5,1E-12	1,1E-11	4,8E-12	1,1E-11	731	2,0E-12	8,4E-12	1,6E-12	7,1E-12
759	5,5E-12	1,2E-11	5,1E-12	1,1E-11	727	1,7E-12	7,7E-12	1,1E-12	5,6E-12
762	6,0E-12	1,3E-11	5,4E-12	1,2E-11	718	1,2E-12	1,3E-11	-1,2E-26	5,0E-12
Sum		1,3E-10	Sum	1,2E-10	Sum		1,3E-10	Sum	1,2E-10
%		11,47			%		11,58		

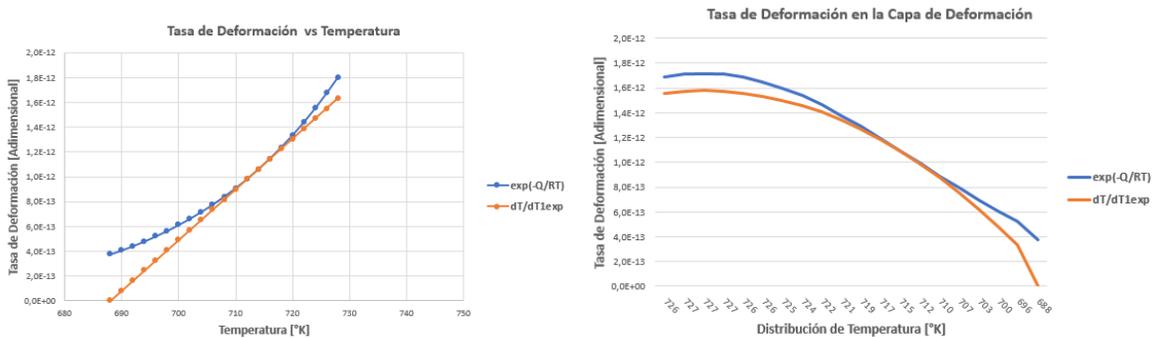


(a) Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura (b) Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación

Figura 11.21: Función Lineal Tangente, Dato 4

Tabla 11.15: Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Tangente, dato 5

T [K]	exp.	Int	Aprox.	Int	T [K]	exp.	Int	Aprox.	Int
688	3,7E-13		1,9E-26		726	1,7E-12		1,6E-12	
690	4,1E-13	7,8E-13	8,2E-14	8,2E-14	727	1,7E-12	6,1E-13	1,6E-12	5,6E-13
692	4,4E-13	8,5E-13	1,6E-13	2,4E-13	727	1,7E-12	2,0E-13	1,6E-12	1,9E-13
694	4,8E-13	9,2E-13	2,4E-13	4,1E-13	727	1,7E-12	2,0E-13	1,6E-12	1,9E-13
696	5,2E-13	1,0E-12	3,3E-13	5,7E-13	726	1,7E-12	6,1E-13	1,6E-12	5,6E-13
698	5,6E-13	1,1E-12	4,1E-13	7,3E-13	726	1,7E-12	1,0E-12	1,5E-12	9,2E-13
700	6,1E-13	1,2E-12	4,9E-13	9,0E-13	725	1,6E-12	1,4E-12	1,5E-12	1,3E-12
702	6,6E-13	1,3E-12	5,7E-13	1,1E-12	724	1,5E-12	1,7E-12	1,5E-12	1,6E-12
704	7,2E-13	1,4E-12	6,5E-13	1,2E-12	722	1,5E-12	2,0E-12	1,4E-12	1,9E-12
706	7,8E-13	1,5E-12	7,3E-13	1,4E-12	721	1,4E-12	2,2E-12	1,3E-12	2,1E-12
708	8,4E-13	1,6E-12	8,2E-13	1,6E-12	719	1,3E-12	2,4E-12	1,3E-12	2,3E-12
710	9,1E-13	1,7E-12	9,0E-13	1,7E-12	717	1,2E-12	2,5E-12	1,2E-12	2,5E-12
712	9,8E-13	1,9E-12	9,8E-13	1,9E-12	715	1,1E-12	2,6E-12	1,1E-12	2,6E-12
714	1,1E-12	2,0E-12	1,1E-12	2,0E-12	712	9,9E-13	2,6E-12	9,9E-13	2,6E-12
716	1,1E-12	2,2E-12	1,1E-12	2,2E-12	710	8,9E-13	2,6E-12	8,8E-13	2,6E-12
718	1,2E-12	2,4E-12	1,2E-12	2,4E-12	707	7,9E-13	2,5E-12	7,6E-13	2,4E-12
720	1,3E-12	2,6E-12	1,3E-12	2,5E-12	703	7,0E-13	2,4E-12	6,2E-13	2,2E-12
722	1,4E-12	2,8E-12	1,4E-12	2,7E-12	700	6,1E-13	2,3E-12	4,8E-13	1,9E-12
724	1,6E-12	3,0E-12	1,5E-12	2,9E-12	696	5,2E-13	2,1E-12	3,3E-13	1,5E-12
726	1,7E-12	3,2E-12	1,6E-12	3,0E-12	688	3,7E-13	3,6E-12	1,9E-26	1,3E-12
Sum		3,3E-11	Sum	2,9E-11	Sum		3,5E-11	Sum	3,1E-11
%		11,8			%		11,7		

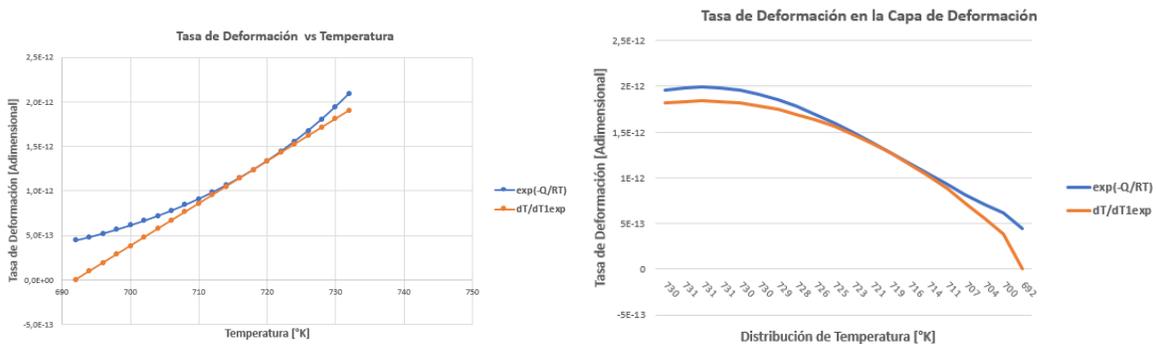


(a) Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura (b) Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación

Figura 11.22: Función Lineal Tangente, Dato 5

Tabla 11.16: Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Tangente, dato 6

T [K]	exp.	Int	Aprox.	Int	T [K]	exp.	Int	Aprox.	Int
692	4,4E-13		-2,7E-26		730	1,95E-12		1,8E-12	
694	4,8E-13	9,2E-13	9,5E-14	9,5E-14	731	1,98E-12	7,1E-13	1,8E-12	6,5E-13
696	5,2E-13	1,0E-12	1,9E-13	2,9E-13	731	1,99E-12	2,4E-13	1,8E-12	2,2E-13
698	5,6E-13	1,1E-12	2,9E-13	4,8E-13	731	1,98E-12	2,4E-13	1,8E-12	2,2E-13
700	6,1E-13	1,2E-12	3,8E-13	6,7E-13	730	1,95E-12	7,1E-13	1,8E-12	6,5E-13
702	6,6E-13	1,3E-12	4,8E-13	8,6E-13	730	1,91E-12	1,2E-12	1,8E-12	1,1E-12
704	7,2E-13	1,4E-12	5,7E-13	1,0E-12	729	1,81E-12	1,6E-12	1,8E-12	1,5E-12
706	7,8E-13	1,5E-12	6,7E-13	1,2E-12	728	1,78E-12	2,0E-12	1,7E-12	1,9E-12
708	8,4E-13	1,6E-12	7,6E-13	1,4E-12	726	1,69E-12	2,3E-12	1,6E-12	2,2E-12
710	9,1E-13	1,7E-12	8,6E-13	1,6E-12	725	1,60E-12	2,6E-12	1,6E-12	2,5E-12
712	9,8E-13	1,9E-12	9,5E-13	1,8E-12	723	1,4E-12	2,8E-12	1,5E-12	2,7E-12
714	1,1E-12	2,0E-12	1,0E-12	2,0E-12	721	1,3E-12	2,9E-12	1,4E-12	2,9E-12
716	1,1E-12	2,2E-12	1,1E-12	2,2E-12	719	1,27E-12	3,0E-12	1,3E-12	3,0E-12
718	1,2E-12	2,4E-12	1,2E-12	2,4E-12	716	1,15E-12	3,0E-12	1,2E-12	3,0E-12
720	1,3E-12	2,6E-12	1,3E-12	2,6E-12	714	1,04E-12	3,0E-12	1,0E-12	3,0E-12
722	1,4E-12	2,8E-12	1,4E-12	2,8E-12	711	9,27E-13	2,9E-12	8,8E-13	2,8E-12
724	1,6E-12	3,0E-12	1,5E-12	2,9E-12	707	8,16E-13	2,8E-12	7,3E-13	2,6E-12
726	1,7E-12	3,2E-12	1,6E-12	3,1E-12	704	7,12E-13	2,6E-12	5,6E-13	2,2E-12
728	1,8E-12	3,5E-12	1,7E-12	3,3E-12	700	6,14E-13	2,5E-12	3,9E-13	1,8E-12
730	1,9E-12	3,7E-12	1,8E-12	3,5E-12	692	4,41E-13	4,3E-12	-2,7E-26	1,6E-12
Sum	3,9E-11		Sum	3,4E-11	Sum	4,1E-11		Sum	3,7E-11
%	11,9		%	11,7	%	11,7		%	11,7

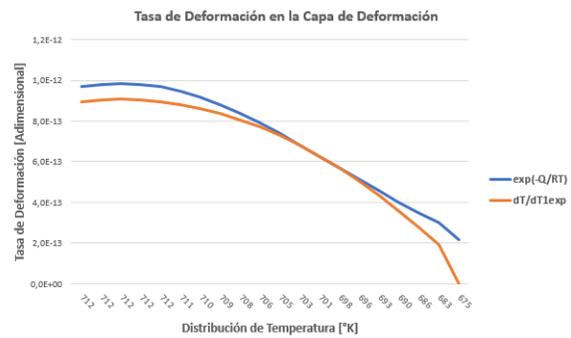
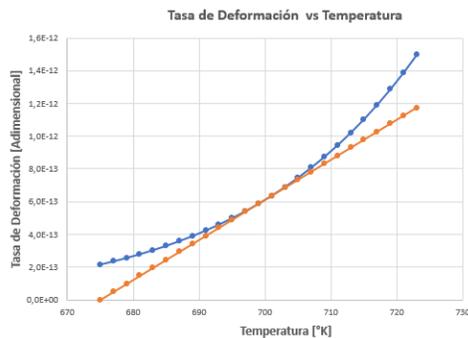


(a) Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura (b) Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación

Figura 11.23: Función Lineal Tangente, Dato 6

Tabla 11.17: Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Tangente, dato 7

T [K]	exp.	Int	Aprox.	Int	T [K]	exp.	Int	Aprox.	Int
675	2,2E-13		4,3E-27		712	9,7E-13		9,0E-13	
677	2,4E-13	4,5E-13	4,9E-14	4,9E-14	712	9,8E-13	3,3E-13	9,0E-13	3,1E-13
679	2,6E-13	4,9E-13	9,8E-14	1,5E-13	712	9,9E-13	1,1E-13	9,1E-13	1,0E-13
681	2,8E-13	5,3E-13	1,5E-13	2,4E-13	712	9,8E-13	1,1E-13	9,0E-13	1,0E-13
683	3,0E-13	5,8E-13	2,0E-13	3,4E-13	712	9,7E-13	3,3E-13	9,0E-13	3,1E-13
685	3,3E-13	6,3E-13	2,4E-13	4,4E-13	711	9,5E-13	5,5E-13	8,8E-13	5,1E-13
687	3,6E-13	6,9E-13	2,9E-13	5,4E-13	710	9,2E-13	7,5E-13	8,6E-13	7,0E-13
689	3,9E-13	7,5E-13	3,4E-13	6,4E-13	709	8,8E-13	9,3E-13	8,4E-13	8,8E-13
691	4,2E-13	8,1E-13	3,9E-13	7,3E-13	708	8,4E-13	1,1E-12	8,1E-13	1,0E-12
693	4,6E-13	8,8E-13	4,4E-13	8,3E-13	706	7,9E-13	1,2E-12	7,7E-13	1,2E-12
695	5,0E-13	9,6E-13	4,9E-13	9,3E-13	705	7,4E-13	1,3E-12	7,3E-13	1,3E-12
697	5,4E-13	1,0E-12	5,4E-13	1,0E-12	703	6,8E-13	1,4E-12	6,8E-13	1,4E-12
699	5,9E-13	1,1E-12	5,9E-13	1,1E-12	701	6,3E-13	1,4E-12	6,3E-13	1,4E-12
701	6,4E-13	1,2E-12	6,4E-13	1,2E-12	698	5,7E-13	1,4E-12	5,7E-13	1,4E-12
703	6,9E-13	1,3E-12	6,8E-13	1,3E-12	696	5,1E-13	1,4E-12	5,0E-13	1,4E-12
705	7,5E-13	1,4E-12	7,3E-13	1,4E-12	693	4,6E-13	1,4E-12	4,3E-13	1,3E-12
707	8,1E-13	1,6E-12	7,8E-13	1,5E-12	690	4,0E-13	1,3E-12	3,6E-13	1,2E-12
709	8,7E-13	1,7E-12	8,3E-13	1,6E-12	686	3,5E-13	1,2E-12	2,8E-13	1,1E-12
711	9,4E-13	1,8E-12	8,8E-13	1,7E-12	683	3,0E-13	1,2E-12	1,9E-13	8,3E-13
713	1,0E-12	2,0E-12	9,3E-13	1,8E-12	675	2,2E-13	2,0E-12	4,3E-27	7,4E-13
Sum		2,0E-11	Sum	1,8E-11	Sum		2,0E-11	Sum	1,7E-11
%		11,56			%		11,70		

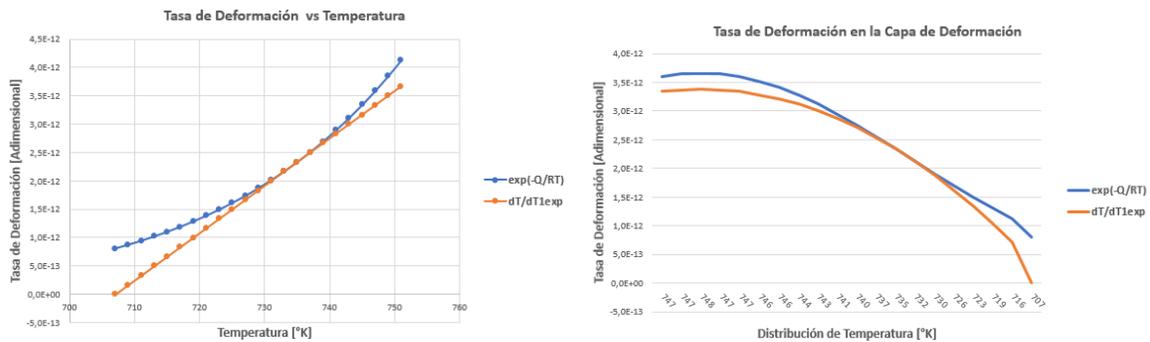


(a) Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura (b) Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación

Figura 11.24: Función Lineal Tangente, Dato 7

Tabla 11.18: Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Tangente, dato 8

T [K]	exp.	Int	Aprox.	Int	T [K]	exp.	Int	Aprox.	Int
707	8,1E-13		-3,2E-26		747	3,6E-12		3,3E-12	
709	8,8E-13	1,9E-12	1,8E-13	2,0E-13	747	3,6E-12	1,4E-12	3,4E-12	1,3E-12
711	9,6E-13	2,0E-12	3,7E-13	6,0E-13	748	3,7E-12	4,6E-13	3,4E-12	4,2E-13
714	1,0E-12	2,2E-12	5,5E-13	1,0E-12	747	3,6E-12	4,6E-13	3,4E-12	4,2E-13
716	1,1E-12	2,4E-12	7,3E-13	1,4E-12	747	3,6E-12	1,4E-12	3,3E-12	1,3E-12
718	1,2E-12	2,6E-12	9,2E-13	1,8E-12	746	3,5E-12	2,2E-12	3,3E-12	2,1E-12
720	1,3E-12	2,8E-12	1,1E-12	2,2E-12	746	3,4E-12	3,0E-12	3,2E-12	2,9E-12
722	1,5E-12	3,1E-12	1,3E-12	2,6E-12	744	3,3E-12	3,8E-12	3,1E-12	3,6E-12
725	1,6E-12	3,4E-12	1,5E-12	3,0E-12	743	3,1E-12	4,4E-12	3,0E-12	4,2E-12
727	1,7E-12	3,6E-12	1,6E-12	3,4E-12	741	2,9E-12	4,9E-12	2,9E-12	4,8E-12
729	1,9E-12	4,0E-12	1,8E-12	3,8E-12	740	2,8E-12	5,4E-12	2,7E-12	5,2E-12
731	2,0E-12	4,3E-12	2,0E-12	4,2E-12	737	2,5E-12	5,6E-12	2,5E-12	5,6E-12
733	2,2E-12	4,7E-12	2,2E-12	4,6E-12	735	2,3E-12	5,8E-12	2,3E-12	5,8E-12
736	2,4E-12	5,0E-12	2,4E-12	5,0E-12	732	2,1E-12	5,9E-12	2,1E-12	5,9E-12
738	2,6E-12	5,5E-12	2,6E-12	5,4E-12	730	1,9E-12	5,8E-12	1,9E-12	5,8E-12
740	2,8E-12	5,9E-12	2,7E-12	5,8E-12	726	1,7E-12	5,7E-12	1,6E-12	5,5E-12
742	3,0E-12	6,4E-12	2,9E-12	6,2E-12	723	1,5E-12	5,4E-12	1,3E-12	5,0E-12
744	3,3E-12	6,9E-12	3,1E-12	6,7E-12	719	1,3E-12	5,1E-12	1,0E-12	4,3E-12
747	3,5E-12	7,5E-12	3,3E-12	7,1E-12	716	1,1E-12	4,7E-12	7,1E-13	3,4E-12
749	3,8E-12	8,1E-12	3,5E-12	7,5E-12	707	8,1E-13	8,2E-12	-3,2E-26	3,0E-12
Sum		8,2E-11	Sum	7,3E-11	Sum		8,0E-11	Sum	7,0E-11
%		11,54			%		11,71		

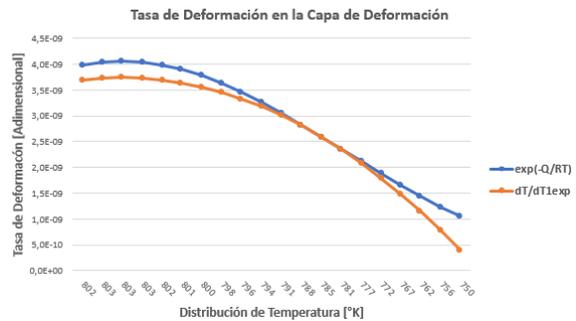
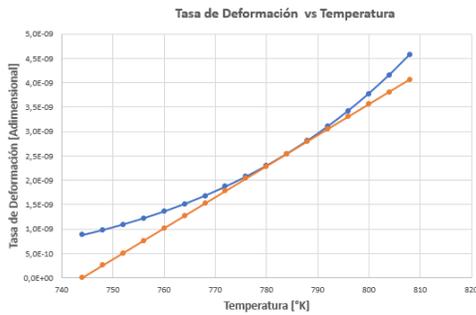


(a) Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura (b) Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación

Figura 11.25: Función Lineal Tangente, Dato 8

Tabla 11.19: Resultados de las Integrales para la Función Exponencial y Tangente, dato 9

T [K]	exp.	Int	Aprox.	Int	T [K]	exp.	Int	Aprox.	Int
744	8,8E-10		0,0E+00		802	4,0E-09		3,7E-09	
747	9,6E-10	2,9E-09	2,0E-10	3,3E-10	803	4,0E-09	2,2E-09	3,7E-09	2,0E-09
750	1,0E-09	3,2E-09	4,1E-10	9,8E-10	803	4,1E-09	7,4E-10	3,7E-09	6,8E-10
754	1,1E-09	3,5E-09	6,1E-10	1,6E-09	803	4,0E-09	7,4E-10	3,7E-09	6,8E-10
757	1,2E-09	3,8E-09	8,1E-10	2,3E-09	802	4,0E-09	2,2E-09	3,7E-09	2,0E-09
760	1,4E-09	4,2E-09	1,0E-09	2,9E-09	801	3,9E-09	3,6E-09	3,6E-09	3,3E-09
763	1,5E-09	4,5E-09	1,2E-09	3,6E-09	800	3,8E-09	4,9E-09	3,6E-09	4,6E-09
766	1,6E-09	5,0E-09	1,4E-09	4,2E-09	798	3,6E-09	6,1E-09	3,5E-09	5,8E-09
770	1,8E-09	5,4E-09	1,6E-09	4,9E-09	796	3,5E-09	7,1E-09	3,3E-09	6,8E-09
773	1,9E-09	5,9E-09	1,8E-09	5,5E-09	794	3,3E-09	8,0E-09	3,2E-09	7,7E-09
776	2,1E-09	6,4E-09	2,0E-09	6,2E-09	791	3,1E-09	8,6E-09	3,0E-09	8,5E-09
779	2,2E-09	6,9E-09	2,2E-09	6,8E-09	788	2,8E-09	9,1E-09	2,8E-09	9,0E-09
782	2,4E-09	7,5E-09	2,4E-09	7,5E-09	785	2,6E-09	9,4E-09	2,6E-09	9,3E-09
786	2,6E-09	8,1E-09	2,6E-09	8,1E-09	781	2,4E-09	9,5E-09	2,3E-09	9,4E-09
789	2,9E-09	8,8E-09	2,8E-09	8,8E-09	777	2,1E-09	9,4E-09	2,1E-09	9,3E-09
792	3,1E-09	9,6E-09	3,0E-09	9,4E-09	772	1,9E-09	9,1E-09	1,8E-09	8,8E-09
795	3,4E-09	1,0E-08	3,3E-09	1,0E-08	767	1,7E-09	8,7E-09	1,5E-09	8,0E-09
798	3,6E-09	1,1E-08	3,5E-09	1,1E-08	762	1,4E-09	8,2E-09	1,1E-09	6,9E-09
802	3,9E-09	1,2E-08	3,7E-09	1,1E-08	756	1,2E-09	7,5E-09	7,9E-10	5,5E-09
805	4,2E-09	1,3E-08	3,9E-09	1,2E-08	750	1,0E-09	6,9E-09	4,0E-10	3,6E-09
Sum		1,3E-07	Sum	1,2E-07	Sum		1,2E-07	Sum	1,1E-07
%		11,29			%		8,01		



(a) Evolución de la tasa de Deformación con respecto a la temperatura (b) Evolución de la tasa de Deformación en la Capa de Deformación

Figura 11.26: Función Lineal Tangente, Dato 9

11.6 Anexo 6: Variación de la Integral entre 0 y δ

Tabla 11.20: Diferencia en el valor de la Integral, dato 2

x^*	γ^*	Integral		
0	0,98			
0,05	1,00	4,94E-02		
0,1	1,00	4,99E-02		
0,15	1,00	4,99E-02		
0,2	0,98	4,94E-02		
0,25	0,96	4,86E-02		
0,3	0,93	4,73E-02		
0,35	0,89	4,56E-02		
0,4	0,85	4,36E-02		
0,45	0,80	4,13E-02		
0,5	0,75	3,87E-02		
0,55	0,69	3,60E-02		
0,6	0,63	3,31E-02		
0,65	0,57	3,02E-02		
0,7	0,51	2,72E-02		
0,75	0,46	2,43E-02		
0,8	0,40	2,15E-02		
0,85	0,35	1,88E-02		
0,9	0,30	1,62E-02		
0,95	0,21	1,29E-02		
1	0,13	8,49E-03	Suma(δ)	6,92E-01
1,05	0,08	5,18E-03		
1,1	0,05	3,38E-03		
1,15	0,03	2,18E-03		
1,2	0,02	1,39E-03		
1,25	0,01	8,73E-04		
1,3	0,01	5,41E-04		
1,35	0,01	3,44E-04		
1,4	0,00	2,31E-04		
1,45	0,00	1,53E-04	Suma(∞)	7,07E-01
1,5	0,00	1,01E-04	Dif %	2,0%

Tabla 11.21: Diferencia en el valor de la Integral, dato 3

x^*	γ^*	Integral		
0	0,98			
0,05	1,00	4,94E-02		
0,1	1,00	4,99E-02		
0,15	1,00	4,99E-02		
0,2	0,98	4,94E-02		
0,25	0,96	4,86E-02		
0,3	0,93	4,73E-02		
0,35	0,89	4,56E-02		
0,4	0,85	4,36E-02		
0,45	0,80	4,13E-02		
0,5	0,75	3,87E-02		
0,55	0,69	3,60E-02		
0,6	0,63	3,31E-02		
0,65	0,57	3,02E-02		
0,7	0,52	2,72E-02		
0,75	0,46	2,43E-02		
0,8	0,40	2,15E-02		
0,85	0,35	1,88E-02		
0,9	0,30	1,63E-02		
0,95	0,21	1,29E-02		
1	0,12	8,47E-03	Suma(δ)	6,92E-01
1,05	0,08	5,10E-03		
1,1	0,05	3,29E-03		
1,15	0,03	2,10E-03		
1,2	0,02	1,32E-03		
1,25	0,01	8,16E-04		
1,3	0,01	4,98E-04		
1,35	0,01	3,13E-04		
1,4	0,00	2,07E-04		
1,45	0,00	1,36E-04	Suma(∞)	7,06E-01
1,5	0,00	8,83E-05	Dif %	2,0%

Tabla 11.22: Diferencia en el valor de la Integral, dato 4

x^*	γ^*	Integral		
0	0,98			
0,05	1,00	4,94E-02		
0,1	1,00	4,99E-02		
0,15	1,00	4,99E-02		
0,2	0,98	4,94E-02		
0,25	0,96	4,86E-02		
0,3	0,93	4,73E-02		
0,35	0,89	4,56E-02		
0,4	0,85	4,36E-02		
0,45	0,80	4,13E-02		
0,5	0,75	3,87E-02		
0,55	0,69	3,60E-02		
0,6	0,63	3,31E-02		
0,65	0,57	3,01E-02		
0,7	0,51	2,72E-02		
0,75	0,46	2,43E-02		
0,8	0,40	2,14E-02		
0,85	0,35	1,87E-02		
0,9	0,30	1,62E-02		
0,95	0,21	1,28E-02		
1	0,13	8,62E-03	Suma(δ)	6,92E-01
1,05	0,09	5,55E-03		
1,1	0,06	3,79E-03		
1,15	0,04	2,56E-03		
1,2	0,03	1,71E-03		
1,25	0,02	1,13E-03		
1,3	0,01	7,40E-04		
1,35	0,01	4,96E-04		
1,4	0,01	3,48E-04		
1,45	0,00	2,43E-04	Suma(∞)	7,09E-01
1,5	0,00	1,68E-04	Dif %	2,4%

Tabla 11.23: Diferencia en el valor de la Integral, dato 5

x^*	γ^*	Integral		
0	0,98			
0,05	1,00	4,94E-02		
0,1	1,00	4,99E-02		
0,15	1,00	4,99E-02		
0,2	0,98	4,94E-02		
0,25	0,96	4,86E-02		
0,3	0,93	4,73E-02		
0,35	0,89	4,56E-02		
0,4	0,85	4,36E-02		
0,45	0,80	4,13E-02		
0,5	0,75	3,88E-02		
0,55	0,69	3,61E-02		
0,6	0,64	3,32E-02		
0,65	0,58	3,03E-02		
0,7	0,52	2,74E-02		
0,75	0,46	2,45E-02		
0,8	0,41	2,17E-02		
0,85	0,35	1,90E-02		
0,9	0,30	1,64E-02		
0,95	0,22	1,31E-02		
1	0,13	8,67E-03	Suma(δ)	6,94E-01
1,05	0,09	5,36E-03		
1,1	0,06	3,53E-03		
1,15	0,04	2,30E-03		
1,2	0,02	1,48E-03		
1,25	0,01	9,42E-04		
1,3	0,01	5,90E-04		
1,35	0,01	3,80E-04		
1,4	0,00	2,58E-04		
1,45	0,00	1,73E-04	Suma(∞)	7,09E-01
1,5	0,00	1,15E-04	Dif %	2,1%

Tabla 11.24: Diferencia en el valor de la Integral, dato 6

x^*	γ^*	Integral		
0	0,98			
0,05	1,00	4,95E-02		
0,1	1,00	4,99E-02		
0,15	1,00	4,99E-02		
0,2	0,98	4,95E-02		
0,25	0,96	4,86E-02		
0,3	0,93	4,73E-02		
0,35	0,90	4,57E-02		
0,4	0,85	4,37E-02		
0,45	0,80	4,14E-02		
0,5	0,75	3,89E-02		
0,55	0,70	3,62E-02		
0,6	0,64	3,34E-02		
0,65	0,58	3,05E-02		
0,7	0,52	2,76E-02		
0,75	0,47	2,47E-02		
0,8	0,41	2,19E-02		
0,85	0,36	1,92E-02		
0,9	0,31	1,66E-02		
0,95	0,22	1,32E-02		
1	0,13	8,84E-03	Suma(δ)	6,96E-01
1,05	0,09	5,49E-03		
1,1	0,06	3,64E-03		
1,15	0,04	2,39E-03		
1,2	0,02	1,54E-03		
1,25	0,02	9,86E-04		
1,3	0,01	6,22E-04		
1,35	0,01	4,03E-04		
1,4	0,00	2,74E-04		
1,45	0,00	1,85E-04	Suma(∞)	7,12E-01
1,5	0,00	1,24E-04	Dif %	2,2%

Tabla 11.25: Diferencia en el valor de la Integral, dato 7

x^*	γ^*	Integral		
0	0,98			
0,05	1,00	4,94E-02		
0,1	1,00	4,99E-02		
0,15	1,00	4,99E-02		
0,2	0,98	4,94E-02		
0,25	0,96	4,86E-02		
0,3	0,93	4,73E-02		
0,35	0,89	4,56E-02		
0,4	0,85	4,36E-02		
0,45	0,80	4,14E-02		
0,5	0,75	3,88E-02		
0,55	0,69	3,61E-02		
0,6	0,64	3,33E-02		
0,65	0,58	3,04E-02		
0,7	0,52	2,74E-02		
0,75	0,46	2,45E-02		
0,8	0,41	2,17E-02		
0,85	0,35	1,90E-02		
0,9	0,31	1,65E-02		
0,95	0,22	1,31E-02		
1	0,13	8,64E-03	Suma(δ)	6,95E-01
1,05	0,08	5,23E-03		
1,1	0,05	3,40E-03		
1,15	0,03	2,18E-03		
1,2	0,02	1,38E-03		
1,25	0,01	8,57E-04		
1,3	0,01	5,27E-04		
1,35	0,01	3,33E-04		
1,4	0,00	2,22E-04		
1,45	0,00	1,46E-04	Suma(∞)	7,09E-01
1,5	0,00	9,55E-05	Dif %	2,0%

Tabla 11.26: Diferencia en el valor de la Integral, dato 8

x^*	γ^*	Integral		
0	0,98			
0,05	1,00	4,95E-02		
0,1	1,00	4,99E-02		
0,15	1,00	4,99E-02		
0,2	0,98	4,95E-02		
0,25	0,96	4,86E-02		
0,3	0,93	4,73E-02		
0,35	0,90	4,57E-02		
0,4	0,85	4,37E-02		
0,45	0,80	4,14E-02		
0,5	0,75	3,89E-02		
0,55	0,70	3,62E-02		
0,6	0,64	3,34E-02		
0,65	0,58	3,05E-02		
0,7	0,52	2,75E-02		
0,75	0,46	2,46E-02		
0,8	0,41	2,18E-02		
0,85	0,36	1,91E-02		
0,9	0,31	1,66E-02		
0,95	0,22	1,32E-02		
1	0,13	8,86E-03	Suma(δ)	6,96E-01
1,05	0,09	5,62E-03		
1,1	0,06	3,79E-03		
1,15	0,04	2,53E-03		
1,2	0,03	1,67E-03		
1,25	0,02	1,09E-03		
1,3	0,01	7,01E-04		
1,35	0,01	4,64E-04		
1,4	0,01	3,22E-04		
1,45	0,00	2,21E-04	Suma(∞)	7,13E-01
1,5	0,00	1,51E-04	Dif %	2,3%

Tabla 11.27: Diferencia en el valor de la Integral, dato 9

x^*	γ^*	Integral		
0	0,98			
0,05	0,99	4,93E-02		
0,1	1,00	4,99E-02		
0,15	0,99	4,99E-02		
0,2	0,98	4,93E-02		
0,25	0,95	4,82E-02		
0,3	0,91	4,66E-02		
0,35	0,87	4,46E-02		
0,4	0,82	4,22E-02		
0,45	0,76	3,94E-02		
0,5	0,70	3,64E-02		
0,55	0,63	3,32E-02		
0,6	0,57	3,00E-02		
0,65	0,50	2,67E-02		
0,7	0,44	2,34E-02		
0,75	0,38	2,03E-02		
0,8	0,32	1,74E-02		
0,85	0,27	1,47E-02		
0,9	0,22	1,22E-02		
0,95	0,14	9,10E-03		
1	0,09	5,86E-03	Suma(δ)	6,49E-01
1,05	0,06	3,89E-03		
1,1	0,04	2,73E-03		
1,15	0,03	1,90E-03		
1,2	0,02	1,31E-03		
1,25	0,01	8,91E-04		
1,3	0,01	6,01E-04		
1,35	0,01	4,15E-04		
1,4	0,01	3,00E-04		
1,45	0,00	2,15E-04	Suma(∞)	6,61E-01
1,5	0,00	1,53E-04	Dif %	1,9%

11.7 Anexo 7: Aproximación para Bajos Esfuerzos de Zener-Hollomon

Tabla 11.28: Comparación de la Aproximación para Bajos Esfuerzos y Caso General de Z-H, material AA5059

Esfuerzo [MPa]	σ/σ_R	Bajo Esf.	Integral	General	Integral	Dif.
1	0,03	7,68E-10		4,84E-09		84%
4	0,12	2,56E-04	7,69E-04	5,69E-04	1,71E-03	55%
7	0,21	4,35E-02	1,30E-01	6,54E-02	1,95E-01	33%
10	0,29	1,15E+00	3,31E+00	1,39E+00	3,98E+00	18%
13	0,38	1,27E+01	3,48E+01	1,37E+01	3,69E+01	7%
16	0,47	8,57E+01	2,19E+02	8,68E+01	2,19E+02	1%
19	0,56	4,14E+02	9,87E+02	4,15E+02	9,84E+02	0%
22	0,65	1,59E+03	3,53E+03	1,64E+03	3,66E+03	3%
25	0,74	5,14E+03	1,06E+04	5,62E+03	1,19E+04	8%
28	0,83	1,45E+04	2,82E+04	1,74E+04	3,53E+04	16%
31	0,91	3,70E+04	6,74E+04	4,98E+04	9,72E+04	26%
34	1,00	8,63E+04	1,48E+05	1,34E+05	2,53E+05	36%
37	1,09	1,88E+05	3,04E+05	3,44E+05	6,30E+05	45%
40	1,18	3,84E+05	5,88E+05	8,49E+05	1,51E+06	55%
43	1,27	7,45E+05	1,08E+06	2,03E+06	3,55E+06	63%
46	1,36	1,38E+06	1,91E+06	4,74E+06	8,12E+06	71%
49	1,45	2,47E+06	3,26E+06	1,08E+07	1,83E+07	77%
52	1,53	4,26E+06	5,37E+06	2,43E+07	4,05E+07	82%
55	1,62	7,12E+06	8,60E+06	5,39E+07	8,86E+07	87%
58	1,71	1,16E+07	1,34E+07	1,18E+08	1,92E+08	90%
		Sum.	3,48E+07		3,54E+08	
		Diferencia %	90%			

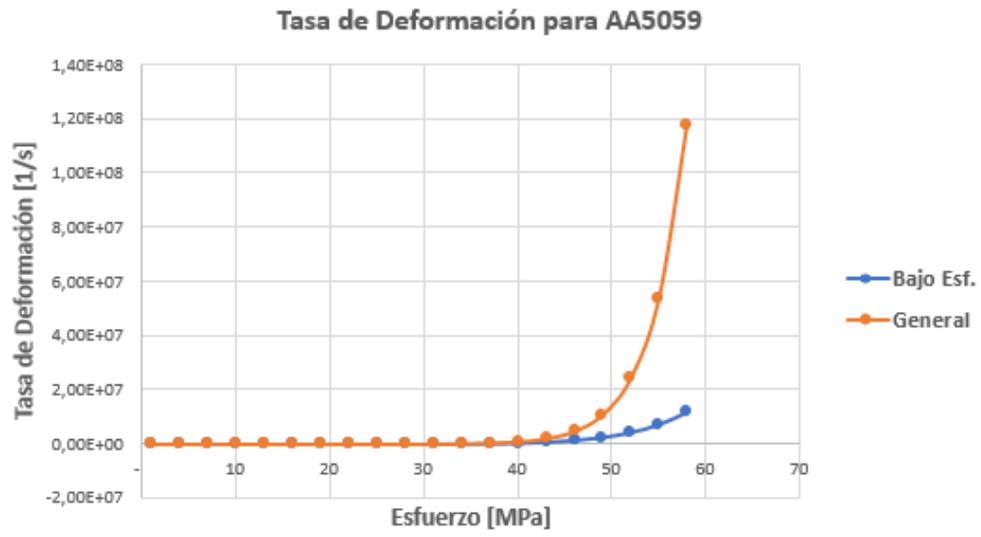


Figura 11.27: Tasa de Deformación para modelo de Z-H, material AA5059