

REDISTRIBUCIÓN DE RIQUEZA USANDO DERECHOS DE CONSUMO: EL CASO IGUALITARIO¹

Francisco Martínez C². y Jorge Rivera C³.
Universidad de Chile

Abstract

The fundamental idea of this paper is the use of a market mechanism to induce a redistribution of wealth in the exchange economy. In this market, operating parallel to the goods market, consumption rights initially assigned by the planner are exchanged freely. Such trades generate a variety of Walras equilibrium solutions, in a way similar to what can be obtained from *lump-sum* transfers. In this paper we analyze the special case with an egalitarian initial distribution of consumption rights across the population and applying a simple price rule for consumption rights. This case has the advantage that no information of the population's initial endowments is required to induce a redistribution of wealth that reduces the gap between the rich and the poor.

Resumen

La idea fundamental de este trabajo es utilizar un mercado para producir una reasignación de la riqueza en una economía de intercambio. Este mercado es paralelo al mercado de bienes, y en él se tranzan derechos de consumo que son inicialmente asignados por un planificador. Tales transacciones permiten generar una variedad de

¹ Los autores agradecen las contribuciones a este trabajo realizadas en la VI *Jornadas Latinoamericanas de Teoría Económica*, realizadas en San Luis Potosí. Este trabajo ha sido parcialmente financiado por ICM Sistemas Complejos de Ingeniería.

² Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile. fmartine@cec.uchile.cl

³ Departamento de Economía, Universidad de Chile. jrivera@econ.uchile.cl

equilibrios de Walras, de manera equivalente a lo que se puede alcanzar mediante transferencias de dotaciones tipo *lump – sum*. En este trabajo se analiza el caso particular en que la dotación inicial de derechos de consumo es igualitaria para la población, con una regla simple de precios de derechos de consumo. La ventaja de este caso es que no se requiere información de las dotaciones iniciales de bienes de la población para lograr una reasignación de recursos que reduzca la brecha entre ricos y pobres.

Palabras claves: distribución de riqueza, derechos de consumo, equilibrio.

Clasificación JEL: D31, D51, D63, H21.

I. Introducción

No es menester insistir en la relevancia que tiene la reasignación de recursos en la economía con el fin de lograr determinados objetivos sociales en cuanto a equidad y/o justicia en la repartición de los recursos existentes. En tal sentido, existe una abundante literatura sobre cuáles son, y cómo operan en la práctica, los diversos mecanismos de reasignación que se utilizan actualmente (ver Myles (1995) para más detalles).

Sin embargo, una cuestión central que está detrás de tales métodos de reasignación, proviene del hecho que todos ellos necesariamente requieren de la participación de un agente externo, que llamaremos *planificador*, que recolecta y reasigna dichos recursos en la sociedad. La existencia de este planificador se justifica básicamente por el hecho que no son mecanismos de mercado, o incentivos, los que naturalmente llevan a las reasignaciones de recursos que son concordantes con objetivo social prefijado. Precisamente el Segundo Teorema de Bienestar plantea que para alcanzar un cierto óptimo de Pareto (que traduce el objetivo social), necesariamente se requiere de reasignaciones de recursos iniciales entre los individuos de tal forma que una vez ejecutados, sea el mercado quién libremente lleve al punto deseado en la curva de contrato (ver Hammond (1998) para más detalles) .

A diferencia de un método de reasignación como el indicado, en este trabajo utilizaremos un enfoque alternativo, y novedoso, para transferir recursos en la economía. Este enfoque se basa en el modelo de “economía de intercambio con derechos de consumo” desarrollado por Martínez y Rivera (2005).

Los derechos de consumo (en adelante *derechos*) constituyen una especie de moneda paralela que permitirá intercambiar bienes, pues asumimos que en esta nueva economía todo bien tiene un doble valor: uno expresado en términos de riqueza usual (valor de los bienes a precios de mercado), y otro en cantidad de derechos de consumo. Así, todos los

agentes de la economía han de enfrentar la doble restricción de riqueza y derechos. Se asume que los agentes pueden tranzar libremente los derechos por bienes a un cierto precio por los derechos, precio que se determinará endógenamente como parte del equilibrio. Dependiendo entonces de las asignaciones iniciales de bienes y de derechos, existirán agentes para los cuales inicialmente la restricción de riqueza usual es activa, y otros para los cuales lo será aquella de los derechos: los individuos “más ricos” ex-ante la asignación de los derechos serán precisamente aquellos restringidos por el lado de los derechos de consumo, caso contrario para los individuos más pobres. Este hecho implicaría entonces un incentivo para transar derechos, modificando de esta manera la recta presupuestaria de los agentes, generando así un mecanismo de intercambio, el cual finalmente puede ser interpretado como una reasignación a suma alzada de las dotaciones, pero que proviene de una decisión de intercambio privado y no como producto de la intervención de un planificador que colecta y reasigna los recursos.

En el modelo recién mencionado, las variables de decisión del planificador son los derechos de consumo asignados a cada individuo y lo que entendemos por *regla de precios*. Esta última es una relación exógena entre los precios usuales de los bienes y las tasas de transformación de bienes en derechos.

En principal resultado de este trabajo es que en una economía de intercambio, con un número finito de bienes de consumo privado y agentes, una asignación igualitaria de derechos de consumo, y la aplicación de una regla de precios muy simple, han de implicar que, independientemente de las preferencias y de las dotaciones iniciales de bienes, necesariamente habrá una reasignación de recursos en la economía de tal forma que los individuos con mayores recursos traspasarán parte de estos a los más pobres. Se muestra además que para cierto tipo de funciones de utilidad, ampliamente utilizadas en la literatura, lo anterior se traduce en una disminución significativa de las brechas de riqueza en la población. Puesto que en este trabajo se asume que los derechos asignados son

constantes a través de la población, el único rol que jugaría el planificador sería entonces monitorear que se cumpla la regla de precios elegida.

Lo indicado justificaría entonces un análisis más profundo respecto de la posibilidad de implementar en la práctica un mecanismo como el aquí detallado, esto con el fin de garantizar transferencias progresivas entre los agentes de la economía sin tener que requerir de información privada, que, como sabemos, puede distorsionar los resultados a que se desee llegar. En tal sentido Mirrlees (1986) entrega una serie de resultados que demuestran la imposibilidad de diseñar transferencias de suma alzada que sean manipulables por los agentes de la economía, cuestión que en definitiva puede hacer inviable la aplicación eficiente de los métodos usuales de reasignación.

Este trabajo está organizado como sigue. En la Sección II vamos a detallar el modelo de derechos de consumo, para en la Sección III analizar el tipo de reasignaciones de recursos que se tienen en el contexto ya indicado. La Sección IV es sobre las conclusiones. Las referencias son incluidas como última sección.

II. El modelo económico

Una economía de intercambio con L bienes y m individuos está caracterizada por las funciones de utilidad $u_i: R^L \rightarrow R$ y las dotaciones iniciales $w_i \in R_+^L$ asignadas a cada consumidor $i \in I = \{1, 2, \dots, m\}$ ⁴. Denotemos por $w \in R_{++}^L$ la cantidad total de recursos iniciales de la economía.

⁴ En todo lo que sigue, asumiremos que las funciones de utilidad son cóncavas, diferenciables y estrictamente crecientes por componentes.

Siguiendo a Martínez y Rivera (2005), una r -economía es una economía de intercambio donde se considera la existencia de los llamados *derechos de consumo*, que son parámetros reales asignados a cada individuo, $r_i \in \mathbb{R}_+$, $i \in I$, de tal forma que si $s \in \mathbb{R}^L$ denota una *tasa de transformación de bienes en derechos*, $q \in \mathbb{R}$ el precio de tales derechos y $p \in \mathbb{R}^L$ el precio por los bienes, el conjunto de consumos factibles de un individuo $i \in I$ corresponde a

$$B_i(p, s, q) = \{x \in \mathbb{R}_+^L \mid p \cdot x \leq p \cdot w_i, s \cdot x \leq r_i\}.$$

Se asume que los derechos se pueden transar en el mercado de tal forma que si el individuo $i \in I$ decide transar $d_i \in \mathbb{R}$ derechos, entonces dispone ahora de $r_i + d_i$ unidades de estos, mientras que su riqueza (en unidades de valoración de activos) se ve modificada en $-qd_i$ unidades. Por lo tanto, el conjunto presupuestario ex - post la transacción de derechos es

$$B_i(p, s, q, d_i) = \{x \in \mathbb{R}_+^L \mid p \cdot x \leq p \cdot w_i - qd_i, s \cdot x \leq r_i + d_i\}.$$

De esta manera, dados precios p, s, q , el problema del consumidor consiste en

$$\begin{aligned} & \max_{x_i, d_i} u_i(x_i) \\ & \text{s.a. } x_i \in B_i(p, s, q, d_i) \end{aligned}$$

Tal como se prueba en Martínez y Rivera (2005), el problema anterior tiene una única solución. Más aún, en dicho trabajo se demuestra que en el óptimo ocurre que ambas restricciones son activas, razón por la cual el problema del consumidor se puede replantear como

$$\begin{aligned} & \max_{x_i} u_i(x_i) \\ & \text{s.a. } (p + qs) \cdot x_i = p \cdot w_i + qr_i, \end{aligned}$$

donde el valor de la transacción óptima de los derechos está implícitamente definida a partir de la solución del problema anterior. Si denotamos por $x_i(p, q, s, r_i)$ la solución del

problema anterior, diremos que p^* , s^* y q^* son precios de equilibrio para la r -economía si cumplen que

$$\sum_{i=1}^m x_i(p^*, q^*, s^*, t) = \sum_{i=1}^m w_i.$$

Asumiendo que la cantidad total de derechos en la r -economía es constante (e igual a R), se deduce entonces que la suma de las transacciones de derechos d_i es cero y, por lo tanto, en el equilibrio necesariamente se ha de cumplir que $s^* \cdot w = R$. De esta manera, considerando que la cantidad de incógnitas involucradas en la definición del equilibrio es $(2L + 1)$, mientras que la cantidad de ecuaciones que definen el equilibrio son $(L + 1)$, hay entonces un problema fundamental de indeterminación para la existencia de los precios de equilibrio, indeterminación que obviamente nos puede llevar a múltiples soluciones⁵.

Una forma de soslayar la indeterminación anterior parte por considerar lo que en Martínez y Rivera (2005) se ha llamado *regla de precios*. De acuerdo a dicho trabajo, y desde un punto de vista intuitivo, una regla de precios es simplemente *una relación exógena entre los precios, la cual debe aportar L ecuaciones linealmente independientes adicionales a las ya expuestas, todo con el fin de que el sistema de ecuaciones resultante tenga solución única*. Una regla de precios que llamamos *simple* es la siguiente:

$$p = qs \tag{1}$$

condición que a su vez implica que $p \cdot w = q(s \cdot w) = qR$, la que finalmente se puede interpretar diciendo que *la valoración de todos los derechos de consumo a los precios de mercado es igual a la riqueza total por el lado de las dotaciones iniciales*.

⁵ Hay L incógnitas por el precio de los bienes, L por las tasas de transformación de bienes en derechos y una por el precio de los derechos. Por el lado de las ecuaciones, L de ellas provienen de la igualdad "demanda con dotaciones totales" y una de la relación ya indicada entre tasa de transformación y derechos totales.

En complemento a la asignación de los derechos, la regla de precios anterior debe ser considerada como una herramienta adicional de política que posee el planificador para cumplir con determinados objetivos sociales de reasignación de recursos.

Bajo la condición [1] anterior, el problema del consumidor se puede re-escribir como

$$\begin{aligned} \max_{x_i} u_i(x_i) \\ \text{s.a } 2p \cdot x_i = p \cdot w_i + qr_i. \end{aligned}$$

Puesto que en el equilibrio se satisface que $2p^* \cdot x_i^* = p^* \cdot w + qR$, sumado sobre $i \in I$ se concluye que $2p^* \cdot w = p^* \cdot w + qR$, y por lo tanto $q^* = (p^* \cdot w) / R$. Esto último implica entonces que el problema del consumidor se puede finalmente plantear como

$$\begin{aligned} \max_{x_i} u_i(x_i) \\ \text{s.a } p \cdot x_i = p \cdot \left[\frac{w_i}{2} + \frac{r_i}{R} \frac{w}{2} \right]. \end{aligned}$$

Usando resultados estándar de existencia de equilibrio (ver Arrow y Debreu (1964)), bajo los supuestos hechos sobre las funciones de utilidad y considerando que $w \in R_{++}^L$, se concluye que existirá un equilibrio de Walras en la economía si $r_i > 0$ para cada $i \in I$; esto se verifica aun cuando algún w_i pueda ser cero o tener componentes nulas.

De lo anterior podemos concluir que el efecto sobre la economía que tendría una asignación de derechos $r_i > 0$, $i \in I$, junto con la imposición de la regla de precios simple, por un lado garantizará la existencia de equilibrio de Walras aun cuando algunos individuos puedan no tener dotaciones iniciales y, por otro lado, que el mercado de derechos opera como si existiese una transferencia de recursos entre los individuos, transferencias que se darían como resultado del intercambio entre los agentes en vez de ser producto de la decisión de un planificador que colecta y reasigna los recursos. La transferencia equivalente

correspondería a recolectar la mitad de las dotaciones de todos los individuos y luego reasignar una fracción r_i / R de dicho total recaudado a cada agente.

III. Redistribución de la riqueza: caso igualdad de derechos de consumo

Cuando los derechos de consumo son repartidos en forma igualitaria, entonces la fracción r_i / R es constante para cada individuo e igual a $1 / m$, siendo m el número de individuos. En este escenario, producto de la reasignación de recursos, la nueva canasta de bienes para cada individuo $i \in I$ es

$$\tilde{w}_i = \frac{1}{2} \left[w_i + \frac{w}{m} \right].$$

Si p^c denota el precio de equilibrio en la economía ex- ante la asignación de los derechos y se asume la regla de precios simple, es fácil ver que

$$p^c \cdot \tilde{w}_i \leq p^c \cdot w_i \Leftrightarrow \frac{p^c \cdot w}{m} \leq p^c \cdot w_i,$$

es decir, que la canasta \tilde{w}_i es factible para el individuo $i \in I$, ex ante la asignación de los derechos, siempre y cuando *el valor de sus dotaciones iniciales al precio de equilibrio p^c (riqueza inicial) sea mayor que la riqueza promedio de la población a dichos precios*. Así, dada la transferencia implícita en el mercado de derechos, ocurre que las asignaciones finales que obtendrían los consumidores son factibles sólo para los individuos cuya riqueza es mayor que el promedio de la población, no pudiendo ser afrontadas por el resto de la población a

los precio de equilibrio p^c . Por lo tanto, independientemente de los precios y de las preferencias, la implementación de un mercado de derechos igualitario necesariamente se traduce en transferencias de recursos de los más ricos a los más pobres.

Por otro lado, desde el punto de vista de la riqueza, si denotamos por \tilde{p} el precio de equilibrio en la economía con mercado de derechos (*economía final*), se tiene que $I_i^c = p^c \cdot w_i$ e $I_i^r = \tilde{p} \cdot \frac{1}{2} \left[w_i + \frac{w}{m} \right]$ corresponden al valor de los activos del individuo en situación inicial y final respectivamente. Por lo tanto, la *riqueza relativa*⁶ de cada agente es dada por

$$IR_i^c = \frac{p \cdot w_i}{p \cdot w} \quad IR_i^r = \frac{1}{2} \left[\frac{\tilde{p} \cdot w_i}{\tilde{p} \cdot w} + \frac{1}{m} \right], \quad i \in I.$$

Notemos que la *riqueza relativa promedio* es, en ambos casos, igual $1/m$. Ahora bien, si fuera que $p^c = \tilde{p}$, entonces

$$IR_i^r = \frac{1}{2} \left[IR_i^c + \frac{1}{m} \right], \quad i \in I.$$

Es fácil ver que la igualdad de los precios $p^c = \tilde{p}$ se tiene cuando, por ejemplo, las funciones de utilidad son Cobb - Douglas homogéneas de grado uno, o CES, todas **idénticas** para cada individuo.

Así, dado el supuesto sobre los precios, de la relación anterior sigue que la *varianza* de la relativa IR_i^r cumple con

$$\text{var}(IR_i^r) = \frac{1}{4} \text{var}(IR_i^c)$$

Como ya sabemos que la media de las riquezas relativas es la misma para ambas economías, tenemos entonces que bajo los supuestos indicados, *la dispersión de la riqueza en*

⁶ Es decir, aquella divididos por la riqueza total.

una economía con mercado de derechos se reduce sustancialmente respecto de aquella en la economía inicial, es decir, que la asignación igualitaria de derechos necesariamente reduce la brecha entre ricos y pobres de la economía.

IV. ¡Error! Marcador no definido. Conclusiones

En el caso sencillo en que los derechos de consumo son asignados de manera igualitaria a la población, y además se aplica una regla de precios simple según la cual el valor de todos los derechos es igual a la riqueza total que hay en la economía, ocurre entonces que, independientemente de las preferencias de los individuos y de cómo las dotaciones iniciales son dadas, el equilibrio de Walras de la economía será tal que los precios y demandas son concordantes con una economía donde se han hecho transferencias de individuos más ricos a individuos más pobres, donde la riqueza y pobreza se refieren al valor de sus dotaciones ex – ante la asignación de los derechos.

En el caso particular que las preferencias de los individuos sean idénticas para cada uno de ellos y dadas ya sea por funciones de utilidad Cobb – Douglas homogéneas de grado uno o bien por CES, ocurre que en forma adicional se puede concluir que la repartición de la riqueza es más igualitaria en la economía con derechos de consumo que en la original, esto mostrando que la varianza de las riquezas relativas se reduce sustancialmente respecto de la original.

Habida cuenta de objetivos redistributivos por parte del Estado, todo lo anterior ameritaría entonces considerar en forma más detallada un eventual procedimiento para implementar en la práctica un sistema como el descrito, más aun considerando que el rol del planificador consiste básicamente en monitorear el cumplimiento de una regla de precios, en vez de recolectar y asignar recursos en la sociedad.

V. ¡Error! Marcador no definido.**Referencias**

Arrow, K. y G. Debreu. (1964) “Existence of an equilibrium for a competitive economy”. *Econometrica*, 22: 265-290.

Hammond, P. (1998) “The efficiency theorems and market failure”. In Alan Kirman (ed) *Elements of general equilibrium Analysis*, Blackwell Publishers, London, pp 211-260.

Martínez, F. y J. Rivera (2005). “Equilibrium in an exchange economy with consumption rights and consequences on redistribution of wealth”. *Working Paper*, Departamento de Economía, Universidad de Chile.

Mirrlees J.A. (1986) “The theory of optimal taxation”. In Arrow K, Intriligator M (eds) *Handbook of mathematical economics (Vol III)*, North-Holland, Amsterdam, pp 1197-1249.

Myles, G. (1995). *Public Economics* Cambridge University Press, Cambridge.