



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

ALGORITMO BASADO EN GENERACIÓN DE COLUMNAS PARA EL PROBLEMA
DE RUTEO DE VEHÍCULOS DINÁMICO

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN GESTIÓN DE OPERACIONES

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

CARLOS HERNÁN BONET FLORES

PROFESORES GUÍA:
CRISTIÁN CORTÉS CARRILLO
FERNANDO ORDOÑEZ PIZARRO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
PABLO REY
ANDRÉS WEINTRAUB POHORILLE

SANTIAGO DE CHILE

2018

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL
POR: CARLOS HERNÁN BONET FLORES
FECHA: 2018
PROF. GUÍA: SR. CRISTIÁN CORTÉS CARRILLO

ALGORITMO BASADO EN GENERACIÓN DE COLUMNAS PARA EL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS DINÁMICO

El desarrollo de nuevas tecnologías en los últimos años, ha permitido reducir de manera significativa los costos de los sistemas GPS y de envío de información; a la vez han existido mejoras en el rendimiento de los algoritmos de optimización y un aumento de la capacidad computacional. Estos tres factores han impulsado la investigación de problemas dinámicos, en los que una parte de la información se va revelando ha medida que transcurre el tiempo, y en particular en problemas complejos como el ruteo de vehículos.

En esta tesis se diseñó, implementó y evaluó una solución para el Problema de Ruteo de Vehículos Dinámico con Ventas de Tiempo, la que está basada en el método de descomposición de generación de columnas, que emplea un algoritmo de programación dinámica adaptado especialmente para el subproblema enfrentado.

El modelo ocupado en esta tesis está basado en el presentado por Weintraub et al. [1999], que considera en su función objetivo métricas tanto de calidad de servicio como costos operacionales, además una componente de cobertura, la que busca mantener una distribución espacial de los técnicos que permita una reacción temprana a la llegada de los nuevos clientes. Se incluyen también puntos de espera para los vehículos ociosos, al igual que en Briceño [2014], en zonas donde la aparición de nuevos clientes es más probable.

Para evaluar la solución, se ocuparon dos casos de estudio que enfrentan problemas dinámicos desarrollados en la ciudad de Santiago. El primero corresponde al servicio técnico de reparaciones de la empresa multinacional Xerox, y el segundo al servicio de emergencias de reparaciones eléctricas de CAM; en ambos casos, el principal objetivo es brindar una alta calidad de servicio, lo que se traduce en bajos tiempos de retraso y espera a sus clientes, que generan en promedio 300 y 200 llamados diarios respectivamente.

La implementación de la solución fue realizada en el lenguaje de programación *Python* ocupando *Gurobi* como motor de optimización. Cada instancia se compone de una semana real de operación, y fueron generadas a partir de las base de datos históricas de ambos casos.

Los resultados muestran que los tiempos de resolución del algoritmo de programación dinámica propuesto, son significativamente menores que los requeridos para resolver el subproblema de generación de columnas directamente como problema de programación entera mixta. Se observa además que el rendimiento de la solución depende fuertemente de la relación entre el número de clientes y vehículos. En el Capítulo 5 de resultados, se analiza en detalle cómo las distintas características de cada instancia, además de las distintas configuraciones de parámetros afectan el rendimiento del algoritmo propuesto.

A mi madre†.

Agradecimientos

La realización de esta tesis culmina una etapa importante en mi vida, en la que pude desarrollarme como profesional y al mismo tiempo como persona. Durante estos años, pasé por un sinnúmero de situaciones, muchas de las cuales estuvieron llenas de alegría y buenos momentos, pero también otras con momentos menos placenteros y dolorosos, es en éstas donde el apoyo de otras personas se vuelve crítico e indispensable para continuar, a través de las siguientes líneas intento expresar mi agradecimiento a dichas personas.

En primer lugar quiero agradecer a mi familia, en particular a mi hermana y padres, quienes me han formado como persona, inculcando valores y enseñado un sentido de responsabilidad que me obliga a realizar de la mejor manera posible, las distintas tareas que emprendo en mi vida. También quiero darles las gracias por el infinito amor y compañía que me entregan día a día, en especial a mi perro *Turok*, quien me acompañó durante muchas horas de trabajo.

En segundo lugar debo mencionar a mis amigos, que siempre me han apoyado y hecho de estos años una experiencia inolvidable, en especial quiero destacar a mis compañeros del colegio, de plan común, de especialidad, sobre todo a la *bandita de industrias* y las múltiples noches de “estudio”. Además a mis compañeros de oficina, con los que he compartido los últimos dos años y he podido continuar mi aprendizaje.

No puedo dejar de mencionar a mis profesores guías Cristián Cortés y Fernando Ordoñez, quienes además de ser excelentes académicos poseen una gran calidad como personas, y han hecho posible el desarrollo de este trabajo, ha sido un agrado trabajar con ustedes. Debo nombrar además a José Correa, Rafael Epstein y Andrés Weintraub, quienes han confiado en mí y me han dado la oportunidad de desarrollar otras áreas profesionales, en particular en la docencia y en el trabajo en proyectos aplicados.

Debo también agradecer a los funcionarios y secretarías, tanto del Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile como del Magíster en Gestión de Operaciones, quienes me sacaron de apuros en más de una ocasión, y son una pieza fundamental de esta institución logrando que todo funcione de manera impecable.

Finalmente, debo dar las gracias al apoyo más importante en mi vida, a mi compañera Valentina, quien ha estado conmigo desde que ingresé a la universidad y ha sido esencial durante todo este camino. Su amor es fundamental en mi día a día.

Tabla de Contenido

Introducción	1
1.1. Objetivos	2
1.1.1. Objetivo general	2
1.1.2. Objetivos específicos	2
1.2. Alcances y limitaciones	2
1.3. Estructura de trabajo	3
2. Revisión Bibliográfica	4
2.1. Ruteo de vehículos	4
2.1.1. Extensiones	5
2.1.2. Ruteo de vehículos dinámico	7
2.2. Marco teórico	9
2.2.1. Métodos de descomposición	9
2.2.2. Generación de columnas	9
2.2.3. Generación de columnas en problemas de ruteo de vehículos	11
2.3. Síntesis	15
3. Casos de estudio	17
3.1. CAM	17
3.1.1. Descripción del problema	18
3.1.2. Zona de estudio	18
3.1.3. Datos y análisis	20
3.2. Xerox	24
3.2.1. Descripción del problema	24
3.2.2. Zona de estudio	25
3.2.3. Datos y análisis	25
3.3. Síntesis	30
4. Algoritmo propuesto	32
4.1. Modelo	32
4.1.1. Problema Maestro	35
4.1.2. Subproblema	36
4.1.3. Resolución subproblema	37
4.2. Esquema de solución	39
4.3. Síntesis	42
5. Resultados	44

5.1. Implementación	44
5.2. Política de creación de instancias	45
5.2.1. Periodos	45
5.2.2. Zonas	45
5.2.3. Covering	46
5.2.4. Puntos de espera	47
5.2.5. Cantidad de técnicos	49
5.2.6. Ponderadores función objetivo	49
5.2.7. Clientes	50
5.3. Algoritmos de comparación	50
5.4. Análisis de resultados	51
5.4.1. Ruteo estático	51
5.4.2. Ruteo dinámico	53
5.5. Síntesis	58
Conclusión	58
6.1. Conclusiones generales	59
6.2. Trabajo futuro	60
Bibliografía	62
Apéndice	64

Índice de Ilustraciones

3.1. Comunas de santiago en las que CAM presta atención al servicio de emergencias eléctricas.	19
3.2. Información demanda CAM por mes.	21
3.3. Información demanda CAM por día de la semana.	21
3.4. Información demanda CAM por hora del día.	22
3.5. Caso CAM: Cantidad de llamadas según tiempos de atención.	23
3.6. Caso CAM: Cantidad de llamados según tiempos de espera.	23
3.7. Caso CAM: Cantidad de eventos según tiempos entre llamadas.	24
3.8. Ejemplo de los datos de la llamadas en la base de datos de Xerox.	26
3.9. Información demanda Xerox por mes.	27
3.10. Información demanda Xerox por día de la semana.	27
3.11. Información demanda Xerox por hora del día.	28
3.12. Caso Xerox: Cantidad de llamadas según tiempos de atención.	29
3.13. Caso Xerox: Cantidad de llamados según tiempos de espera.	29
3.14. Caso Xerox: Cantidad de eventos según tiempos entre llamadas.	30
4.1. Grafo subyacente al problema modelado.	33
4.2. Ejemplo simple del funcionamiento del algoritmo que modifica el grafo para prohibir caminos.	40
4.3. Diagrama de flujo del proceso asociado a la resolución de un día de operación.	41
4.4. Ejemplo de definición de bloques con ambas opciones: (1) un bloque cada 2 clientes y (2) intervalos de tiempo fijo.	41
5.1. Centroides de las zonas que particionan Santiago.	46
5.2. Dos ejemplos de coberturas entre zonas, el color rojo indica la zona en la que se encuentra el técnico y los números los coeficientes de cobertura.	47
5.3. Conjuntos factibles de puntos de espera.	48
5.4. Tiempo promedio de resolución al variar la cantidad de clientes.	52
5.5. Cantidad promedio de rutas generadas al variar la cantidad de clientes.	52
5.6. Caso Xerox: tiempos de espera de clientes según prioridad.	54
5.7. Caso Xerox: tiempos de retraso de clientes según prioridad.	54
5.8. Caso CAM: tiempos de espera de clientes según prioridad.	55
5.9. Caso CAM: tiempos de retraso de clientes según prioridad.	55
5.10. Tiempos de viajes diario por vehículo.	56

Introducción

En muchas industrias debido a la naturaleza del producto entregado es necesario desplazarse a la ubicación del cliente para poder proveer el servicio en cuestión, como por ejemplo en el caso de algunos servicios técnicos, servicios de traslado de pasajeros o servicios de atención de emergencias, entre otros.

Para que la provisión de dichos servicios sea satisfactoria, se debe cumplir con los estándares mínimos de calidad de servicio establecidos por la compañía que lo provee, cuidando a la vez el nivel de costos para mantener la rentabilidad del negocio. La política de calidad de servicio responde a la estrategia de negocios de la firma. Como esta busca diferenciarse de la competencia, es vital utilizar de manera eficiente los recursos disponibles. En el contexto de esta tesis se estudiará un problema que permite mejorar el trabajo realizado por la red logística.

Dentro de la planificación de la red logística de una empresa se pueden distinguir decisiones de nivel estratégico-táctico y operacional. En el primer caso se aborda el problema de diseño de flota, en el cuál se define la cantidad y tipos de vehículos que la compondrán. En el segundo se enmarcan las decisiones de ruteo, donde se establece para cada vehículo la ruta que realizará, la que se debe adecuar a sus requerimientos y a la demanda por atender.

A medida que las tecnologías de información han alcanzado un mayor desarrollo, las decisiones de ruteo se han tornado más complejas incorporado el uso de información en tiempo real, originando el concepto de ruteo dinámico de vehículos. Este considera la información actualizada de la ubicación de los vehículos, la llegada de nuevos clientes durante el transcurso de la jornada laboral y la reformulación de las rutas para su inclusión. Estas características se han podido incorporar debido a la reducción de los costos asociados a los sistemas GPS y EDI (sistemas de transmisión de información por medios electrónicos), además del aumento en la capacidad computacional, lo que ha permitido disminuir los tiempos de resolución de los problemas de optimización.

En el desarrollo de esta tesis se generó una herramienta que permite resolver un problema de ruteo dinámico, aplicándolo a dos casos de estudio en Chile; el primero corresponde al servicio técnico de reparación de Xerox, empresa multinacional proveedor de fotocopiadoras y elementos de oficina, que busca brindar una pronta atención a sus clientes para mantener su alto prestigio internacional. El segundo caso corresponde al servicio de atención de emergencias eléctricas de la empresa CAM, la que debe llegar en el menor tiempo posible a cada uno de los incidentes que atiende.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo general

El objetivo principal de esta tesis consiste en desarrollar, implementar y evaluar una metodología para resolver el problema de ruteo de vehículos dinámico con ventanas de tiempo. El enfoque de solución utilizado es de generación de columnas, que en base a la información histórica de las atenciones, optimiza tanto métricas de la calidad del servicio como los costos de operacionales.

1.1.2. Objetivos específicos

1. Modelar el problema enfrentado según un esquema de generación de columnas, utilizando el subproblema para la generación de nuevas rutas.
2. Implementar computacionalmente una rutina de generación de columnas, permitiendo la resolución de la operación de una semana de trabajo.
3. Generar a partir de los datos históricos de Xerox y CAM instancias para probar la solución propuesta.
4. Comparar el rendimiento del algoritmo propuesto según las características de cada instancia, respecto de dos métodos alternativos de resolución, uno basado en programación entera mixta y otro en un operador de mejora local.

1.2. Alcances y limitaciones

La Gestión de Operaciones apoya la toma de decisiones dentro de la empresa. Para esto se utiliza un proceso sistematizado en el cual se modela matemáticamente una situación, posteriormente se evalúan las soluciones que son factibles de implementar y según los resultados el tomador de decisiones actúa.

En el proceso de modelamiento se abstrae un sistema y se describe a través de ecuaciones. Es inherente a este procedimiento el decidir qué aspectos del problema serán incorporados y qué supuestos se asumirán. En esta línea se describen en esta sección los supuestos y alcances adoptados en el trabajo de esta tesis.

La primera definición que se hizo fue qué elementos del problema considerar como aleatorios o en su defecto deterministas. Dentro de las opciones se encuentran los tiempos de traslado, características de los clientes como localización u horario de llamada o aspectos de los técnicos como disponibilidad o tiempos de atención.

Se trabajó con tiempos de traslado deterministas que no varían dependiendo de la hora del día. Además, se consideró que la flota está compuesta por un solo tipo de vehículo y que su tamaño se mantiene constante durante el periodo de análisis; por otro lado, se tiene que cada trabajador está disponible durante toda la jornada laboral.

La ubicación, prioridad y el tiempo de atención asociado a cada llamada se conoce únicamente en el momento en que esta es recibida. De esta manera, al transcurrir la operación del día, las rutas se deben ir modificando para incluir a los nuevos clientes. Si acontece que no es factible atender a uno de los clientes, se da la posibilidad de posponer su atención para el día siguiente. En consecuencia, al iniciar el día los únicos clientes que se conocen son los que no fueron atendidos en los días previos.

1.3. Estructura de trabajo

El presente informe plasma el trabajo desarrollado en esta tesis, el cual se compone de 6 capítulos que son descritos a continuación.

En el Capítulo 2 se presenta la revisión bibliográfica, enfocándose primero en el Problema de Ruteo de Vehículos, señalando sus extensiones y métodos de resolución. Posteriormente se introducen los métodos de descomposición y su aplicación en problemas de ruteo, para finalizar con el Problema de Camino Mínimo con Recursos, el que corresponde al subproblema de esta tesis.

Luego en el Capítulo 3 se describen los dos casos de estudio analizados, explicando el contexto de cada problemática, detallando los datos históricos a disposición y presentando su análisis respectivo.

A continuación en el Capítulo 4 se presenta el algoritmo propuesto, detallando el modelo utilizado y su descomposición de generación de columnas, además de presentar la metodología de resolución propuesta.

En el Capítulo 5 se presentan los resultados computacionales de la solución implementada en las instancias de ambas empresas, contrastando el rendimiento según sus diferentes características y comparándolo con dos metodologías alternativas, una basada en programación entera mixta y otra en un operador de mejora local.

Finalmente en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones obtenidas a partir del trabajo realizado. Además, se plantean preguntas abiertas y extensiones de los modelos utilizados.

Capítulo 2

Revisión Bibliográfica

La investigación desarrollada en esta tesis se enmarca dentro del Problema de Ruteo de Vehículos (*VRP*, por sus siglas en inglés), el que ha sido ampliamente estudiado desde hace más de cincuenta años y posee especial relevancia por sus diversas aplicaciones a problemas reales. Por ejemplo, en el intercambio de baterías en autos eléctricos Adler and Mirchandani [2014], el transporte de paciente en grandes hospitales Beaudry et al. [2010] o servicios técnicos de reparación Briceño [2014], además de su alta complejidad.

Los casos estudiados en este trabajo poseen dos características diferenciadoras. La primera es que cada cliente posee un intervalo de tiempo establecido para empezar su atención, si este es sobrepasado la firma debe pagar un costo proporcional al tiempo de retraso, perteneciendo de esta manera a la extensión denominada Problema de Ruteo con Ventanas de Tiempo Blandas (*VRPTW*). Además, durante el transcurso de la jornada laboral aparecen nuevos clientes, por lo que las rutas diseñadas previamente deben ser adaptadas para su inclusión, lo que le brinda al problema su naturaleza dinámica.

En este capítulo se revisa en primer lugar la bibliografía del *VRP*, sus múltiples extensiones y los distintos enfoques de solución existentes, para en segundo lugar presentar el marco teórico en el que se sustenta su desarrollo.

2.1. Ruteo de vehículos

El *VRP* fue introducido en el trabajo seminal de Dantzig and Ramser [1959] como una generalización del Problema del Vendedor Viajero (*TSP*). Este es presentado a través de una aplicación en la que se debe satisfacer la demanda de bencina de múltiples estaciones de servicio empleando una flota de camiones, teniendo como objetivo la minimización de la distancia total recorrida. Los autores proponen una heurística basada en la formulación lineal del problema para su resolución. La formulación típica de tres índices para representar el *VRP* se basa en Toth and Vigo [2014] y será mostrada a continuación, entregando la notación que

será utilizada durante todo el resto de esta tesis.

Formalmente se tiene un conjunto $P = \{1, \dots, n\}$ de clientes que deben ser atendidos, ocupando una flota $K = \{1, \dots, k\}$ de camiones que deben comenzar y terminar la ruta desde un depósito que se denominará s , conociéndose para cada par de puntos $(i, j) \in N^2 = (P \cup \{s\})^2$ el costo c_{ij} de atravesar cada arco. El modelo es el siguiente:

$$\text{mín} \sum_{(i,j) \in N^2} c_{ij} \sum_{k \in K} x_{ij}^k \quad (2.1)$$

$$\sum_{j \in K} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in P \quad (2.2)$$

$$\sum_{j \in K} y_{sj} = k \quad (2.3)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij}^k = \sum_{j \in N} x_{ji}^k = y_{ik} \quad \forall i \in N, k \in K \quad (2.4)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij}^k \leq |S| - 1 \quad \forall S \subseteq P, |S| \geq 2, k \in K \quad (2.5)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in N^2, k \in K \quad (2.6)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in P, k \in K \quad (2.7)$$

La variable y_{ik} indica si el vehículo k atiende al cliente i y la variable $x_{i,j}^k$ señala si el vehículo k ocupará el arco $(i, j) \in N^2$; la función objetivo (2.1) minimiza la suma de los costos totales de los arcos; las restricciones (2.2) – (2.4) imponen que todo cliente debe ser atendido, que k vehículos abandonan el depósito y que el mismo vehículo entra y sale de cada cliente. Finalmente la restricción (2.5) elimina los subtours.

2.1.1. Extensiones

Si bien el *VRP* se adapta a un amplio espectro de aplicaciones, en ciertos casos se requiere modificar el modelo original para incorporar características particulares. En esta sección se presentan las principales extensiones al modelo, con especial énfasis en las correspondientes al caso estudiado de esta tesis.

Una de las principales variantes es la que considera la capacidad en los vehículos (*CVRP*), en que cada vehículo $k \in K$ posee una capacidad C_k y cada cliente $i \in P$ demanda una cantidad d_i del producto, la que es determinista, debe ser satisfecha por un sólo vehículo y es conocida de antemano. Se debe entonces modificar el modelo para obligar a que la cantidad de producto entregado a los clientes de cada vehículo no sobrepase su capacidad. Para esto

la restricción (2.5) se reemplaza por las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} \sum_{j \in N} d_i y_{ik} &\leq C_k & \forall k \in K \\ \sum_{i \in S} \sum_{j \notin S} x_{ij}^k &\geq y_{hk} & \forall S \subseteq P, h \in S, k \in K \end{aligned}$$

La segunda extensión analizada es el Problema de Ruteo de Vehículos con Recogida y Entrega (*VRPPD*), en esta cada cliente $i \in P$ posee asociada una cantidad d_i de producto que debe recibir y otra cantidad p_i que debe entregar, realizando ambas acciones en las ubicaciones O_i y D_i respectivamente. Se asume que en cada lugar se despacha producto antes de la recepción. Notar que un caso particular de este problema es el *CVRP* cuando $O_i = D_i = s$ y $p_i = 0$. En Cortés et al. [2010b] se propone un método de descomposición de Benders para resolver un caso en el que se permiten transferencias entre vehículos.

Una de las variantes más estudiadas, es la que restringe el momento en que se da la atención a cada cliente, conocido como Problema de Ruteo de Vehículos con Ventanas de Tiempo (*VRPTW*). En este problema cada cliente $i \in P$ posee un intervalo $[a_i, b_i]$ en el que su atención es factible. Existen además versiones con ventanas blandas, las que permiten desviaciones de dicho intervalo penalizadas en la función objetivo; en el presente trabajo se considerará esta última versión. A continuación, se presenta la formulación de este problema basada en Desrosiers et al. [1995].

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} \sum_{k \in K} x_{ij}^k \\ & \sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{ji}^k = 1 & \forall i \in P \\ & \sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{si}^k = k \\ & \sum_{j \in N} x_{ij}^k - \sum_{j \in N} x_{ji}^k = 0 & \forall i \in P, k \in K \\ & \sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{jt}^k = k \\ & t_i + t_{ij} - t_j \leq (1 - x_{ij}^k)M & (i, j) \in A \\ & a_i \leq t_i^k \leq b_i & \forall i \in P \\ & x_{ij}^k \in \{0, 1\} & \forall (i, j) \in A, k \in K \end{aligned}$$

Las extensiones mencionadas en esta sección son las más relevantes para el trabajo de esta tesis, no obstante, en la literatura existe una cantidad importante de enfoques que no se mencionaron, por ejemplo en Souyris et al. [2013] se plantea un enfoque de optimización robusta para el *VRPTW* con incertidumbre en los tiempos de servicio, en donde se propone un método de *branch and price* para la resolución. Por otra parte, existen problemas complementarios al de ruteo de vehículos, tal como es el de diseño de flota, en el que se determinan

los vehículos que la compondrán, en Cortés et al. [2011] se generan políticas para escoger el número de técnicos que componen la flota de un servicio de emergencia considerando un año de horizonte de planificación; en este caso se simulan múltiples instancias semanales empleando un modelo de optimización desarrollado previamente.

Enfoques de solución

Para problemas tan estudiados como el *VRP*, los métodos de resolución son muy variados y abarcan tanto algoritmos exactos de resolución como heurísticas, siendo las últimas las más utilizadas debido a la alta complejidad de los problemas resultantes, ya que como se establece en Savelsbergh [1992] el *VRPTW* es *NP-Hard*.

Las primeras heurísticas propuestas denominadas como clásicas y desarrolladas en su mayoría entre 1960 y 1990, se basan en mejoras limitadas debido a exploraciones restringidas del espacio de búsqueda, y generalmente producen soluciones de buena calidad en tiempos de computación limitados. Uno de los ejemplos más reconocidos es la heurísticas de los ahorros presentada en Clarke and Wright [1964]. En los últimos 30 años se han desarrollado las llamadas metaheurísticas, que se basan en exploraciones más profundas del espacio de soluciones, utilizando reglas más sofisticadas de búsquedas en vecindades, estructuras de datos complejas además de recombinaciones de soluciones. Estos métodos producen soluciones de mayor calidad que los métodos clásicos, sin embargo, los costos computacionales se incrementan. Un ejemplo de estas metaheurísticas es *tabu-search* utilizada en Gendreau et al. [1994].

2.1.2. Ruteo de vehículos dinámico

La última extensión que se revisará se denomina Problema de Ruteo de Vehículos Dinámico (*DVRP*). Según la taxonomía introducida en Psaraftis et al. [2016], el *VRP* se denotará dinámico cuando los datos de entrada del problema se reciben o actualizan en simultáneo con la determinación de las rutas; en caso contrario, si el *input* del problema es conocido antes de generar las rutas y posteriormente no se modifica, el problema se considera estático. Ejemplos clásicos de dinamismo en los problemas de ruteo, es cuando la información de los clientes se revela únicamente cuando se reciben los llamados, ya sea relacionado con la ubicación del cliente o con la cantidad de producto demandado.

Otra distinción relevante, es la naturaleza determinista o estocástica del problema. Se denotará un problema como determinista si sus datos son conocidos con certeza y no existen datos estocásticos. Por ejemplo, cuando cada cliente posee una probabilidad de estar presente en un nodo, y las rutas deben ser determinadas antes de conocer esta información, se considera un problema estático estocástico.

Además de la clasificación revisada previamente, la taxonomía propuesta por Psaraftis et al. [2016] posee otras 10 categorías entre las que se considera: función objetivo, ventanas de tiempo, métodos de solución, posibilidad de rechazar clientes y naturaleza del dinamismo, entre otros. En lo que sigue, se analiza la clasificación de ventanas de tiempo y la naturaleza del dinamismo.

Al analizar los problemas de ruteo de vehículos según la restricción de ventanas de tiempo, se pueden distinguir cuatro casos: sin restricción (Branke et al. [2005]), ventanas duras Kergosien et al. [2011], ventanas blandas (Briceño [2014]) y de otro tipo. Usualmente, los problemas dinámicos emplean ventanas blandas o no incluyen la restricción, debido a que asegurar el cumplimiento de ventanas duras es difícil a menos que la flota sea muy numerosa o que se puedan rechazar clientes. Por su parte, las ventanas de tiempo blandas pueden serlo por un lado o por los dos, cuando lo son por un lado únicamente el retraso o anticipo se penaliza en la función objetivo.

Cuando se estudia la naturaleza del dinamismo, se observan tres categorías: solicitudes dinámicas (incluyendo cancelaciones de clientes y cambios en ubicación o cantidades demandadas), tiempos de atención o de servicio dinámicos y disponibilidad dinámica de vehículos. Los autores de Psaraftis et al. [2016], señalan que de los artículos revisados, cerca del 80 % de los trabajos presentaban dinamismo en la solicitudes, un 10 % en los tiempos de viaje y un 3 % consideraba fallas de los vehículos.

Enfoques de solución

En los problemas dinámicos la información se va revelando al pasar el tiempo, y sólo al final del horizonte de planificación se conoce en su totalidad. En este contexto, los métodos exactos entregan una solución óptima considerando únicamente la información disponible, solución que en el futuro podrá verse modificada al poseer nueva información. En los problemas dinámicos, se distinguen dos enfoques de solución:

- **Reoptimización periódica:** se comienza con una solución factible y luego periódicamente se resuelve un problema estático que varía dependiendo del estado actual. En consecuencia, los métodos de resolución se pueden basar en los algoritmos desarrollados para la versión estática. Sin embargo, posee la desventaja que los tiempos de respuesta a los clientes aumentan ya que se debe optimizar cada vez que se actualizan las rutas.

Uno de los primeros trabajos en esta línea es Psaraftis [1980] en el que se utiliza programación dinámica para buscar la ruta óptima cada vez que llega una nueva solicitud. El autor señala que el mayor problema es *the curse of dimensionality*, haciendo impracticable su uso en instancias grandes. Un segundo ejemplo es el trabajo de Chen and Xu [2006] en el que se resuelve el *VRPTW* dinámico, proponiendo un enfoque de generación de columnas dinámicas, en el que al resolver cada problema estático se van generando columnas a partir de las creadas en el periodo de decisión anterior. El tercer ejemplo es Montemanni et al. [2005] en el que dividen el horizonte de tiempo en porciones, donde en cada una de estas se paraleliza la búsqueda de soluciones, manteniendo en memoria una estructura dinámica que va guiando la búsqueda de soluciones en base a los resultados obtenidos anteriormente.

- **Reoptimización continua:** se optimiza durante todo el día, manteniendo información de buenas soluciones en memoria adaptativa. Cada vez que hay un nuevo evento, se utiliza la información en memoria para actualizar las rutas. En este enfoque se maximiza la utilización de la capacidad computacional y posee una implementación más compleja.

Un ejemplo de este enfoque es Gendreau et al. [1999] en el que se mantiene constantemente un conjunto de buenas rutas, las que se utilizan en la generación de soluciones iniciales, luego se trabaja paralelamente particionando las rutas de la solución actual y

optimizándolas de manera independiente; posteriormente, cuando llega un nuevo cliente se decide si es aceptado o no. Otra aplicación de este tipo de soluciones se presenta en Benyahia and Potvin [1998], método que posee un vector de información asociada a cada vehículo que es actualizado constantemente. Luego, al llegar una solicitud de atención utiliza un algoritmo genético para decidir qué vehículo lo atenderá.

El enfoque utilizado en esta tesis es un método exacto basado en algoritmos de descomposición, para resolver el problema de reoptimización periódica para el *DVRPTW*. Este tipo de algoritmos serán revisados en extenso en la siguiente sección.

2.2. Marco teórico

2.2.1. Métodos de descomposición

Un problema de programación lineal se denomina de gran escala cuando alguna de sus componentes, las variables de decisión o las restricciones, poseen una magnitud importante. En esta clase de problemas, la tarea de representarlos computacionalmente puede ser impracticable, lo que imposibilita la utilización de los algoritmos usuales de resolución.

Para enfrentar estos casos existen los métodos de descomposición, cuya estrategia se basa en utilizar un subconjunto de la totalidad de los elementos del problema, y sólo en caso de ser necesario, se extienden iterativamente hasta encontrar la solución del problema original. Entre estos métodos destacan la generación de columnas, su dual la generación de restricciones o planos cortantes y el método de Benders, entre otros. A continuación, se explica en detalle el método utilizado en esta tesis.

2.2.2. Generación de columnas

Dado un problema lineal estándar $P = \{\text{mín } c^t x, Ax = b, x \geq 0\}$, el método de generación de columnas es adecuado en el caso en que las columnas de A son tan numerosas, que su representación computacional se vuelve impracticable al ser excesivamente intensiva en el uso de memoria.

La estrategia empleada en este esquema, basa su intuición en el algoritmo de resolución Simplex, ya que este ocupa en cada iteración únicamente las columnas asociadas a la base actual y a la variable entrante; de este modo, se persigue resolver P ocupando solamente un subconjunto de las columnas de A , el que será denominado como problema maestro reducido.

El método de generación de columnas se puede describir como una secuencia de iteraciones, donde cada una comienza con una base factible del problema P . Luego se busca una variable x_i con costo reducido \bar{c}_i negativo, búsqueda que se puede realizar potencialmente resolviendo el problema $SP = \{\text{mín } \bar{c}_i, \forall i\}$. Si el óptimo de SP es no negativo, la solución asociada a la base actual es óptima para P y el algoritmo termina; en caso contrario, se vuelve a iterar el

problema P con la matriz A' que incluye las columnas asociadas a la variable entrante y las variables básicas.

Un aspecto crucial para el esquema de generación de columnas, es encontrar variables x_i que entren a la base sin tener que generar la totalidad de las columnas. En algunos casos, esta tarea puede realizarse de manera eficiente aprovechando la estructura del problema. A continuación, se presenta un ejemplo del esquema de generación de columnas, introducido en Ford and Fulkerson [1958] y que corresponde a una de las primeras aplicaciones de este método.

Maximal multi-commodity network flow problem

En este problema se posee un grafo dirigido $G(N;V)$ con n nodos y m arcos, con una capacidad $c_{ij} \geq 0$ asociada a cada arco $(i, j) \in V$. Además, se tiene un conjunto de r mercancías, en el que cada mercancía k debe ser transportada desde su respectivo origen (s_k) hacia su destino (t_k) . El objetivo es encontrar una manera de distribuir las mercancías maximizando la suma de los flujos enviados, respetando la capacidad de cada arco y considerando la totalidad de los flujos.

Una primera formulación *nodo-arco* para enfrentar este problema, presentada en Jarvis [1969], es decidir en cada arco $(i, j) \in V$ que cantidad enviar de cada mercancía k , denotando la variable y_{ij}^k dicha cantidad. Ocupando también la variable v_k para indicar la cantidad total enviada de la mercancía k . Además, se debe considerar como restricción la capacidad de los arcos y la conservación de flujo en cada nodo. A continuación, se presenta dicha formulación para este problema:

$$\begin{aligned} & \text{máx} \sum_{k=1}^r v_s \\ & \sum_{k=1}^r y_{ij}^k \leq c_{ij} \quad \forall (i, j) \in \{1, \dots, n\}^2 \\ & \sum_{j=1}^n (y_{ij}^k - y_{ji}^k) = \begin{cases} v_k & \text{si } i = s_k, \\ -v_k & \text{si } i = t_k, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases} \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}, \forall k \in \{1, \dots, r\} \\ & v \geq 0 \\ & y \geq 0 \end{aligned}$$

Debido a que en la formulación presentada, la matriz de restricciones posee una gran tamaño en función de las mercancías, arcos y nodos, para ciertas instancias puede ser infactible guardarla en memoria. Un enfoque alternativo, es trabajar con una formulación *arco-camino*. Sea A_1, \dots, A_R la lista de todos los caminos que conectan los pares origen-destino de las mercancías. A su vez, e_1, \dots, e_m está asociado a la lista de arcos del grafo, de donde A corresponderá a la matriz de incidencia de los arcos sobre los caminos:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } e_i \in A_j, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

Si x_j denota la cantidad de mercancía que se enviará por el camino A_j y c_i la capacidad del arco e_i , el problema puede ser formulado de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} & \text{máx} \sum_{j=1}^R x_j \\ & \sum_{j=1}^R a_{ij} x_j \leq c_i \quad \forall i \in \{1, \dots, m\} \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Debido a que el número de caminos puede ser muy elevado en aplicaciones prácticas, su enumeración se vuelve impracticable; no obstante, la selección de la variable entrante a la base se puede resolver a través de un problema de camino mínimo, sin necesidad de conocer las columnas asociadas a las variables no básicas, por lo que es factible ocupar generación de columnas.

Dada una base, sean α_r las variables duales asociadas a cada arco del problema. El costo reducido de un camino corresponde a

$$\bar{x}_s = -1 + \sum_{s=1}^n a_{rs} \alpha_r$$

En consecuencia, para verificar en una iteración cualquiera, cuál variable entrará a la base, se trabajará con el grafo original y a cada arco r se le asociará un costo igual a su valor dual α_r , sobre esta red se buscará el camino mínimo entre cada par origen-destino asociado a cada mercancía. Si el menor de todos los caminos posee un costo mayor o igual a 1, todos los costos reducidos son no negativos y se termina de iterar; en caso contrario, se agrega a la base el camino con el costo menor y se vuelve a iterar.

2.2.3. Generación de columnas en problemas de ruteo de vehículos

La utilización de métodos de descomposición en la resolución de problemas de ruteo de vehículos está ampliamente estudiado, con trabajos que datan de principio de la década de 1980 como Desrosiers et al. [1984]. Es importante recalcar que en el contexto de problemas de ruteo, la técnica de generación de columnas se enmarca dentro de esquemas de solución más complejos, ya que por sí solo este método de descomposición únicamente permite resolver problemas lineales, no así problemas enteros. En consecuencia, para obtener la solución del problema entero se emplean esquemas de resolución más sofisticados que involucran otras técnicas, por ejemplo, en Barnhart et al. [1998] se presentan algoritmos denominados *branch-and-price*, en los que se combina la generación de columnas más una enumeración implícita que permiten encontrar la solución entera.

En el trabajo desarrollado en esta tesis, se busca resolver óptimamente la relajación lineal del problema de ruteo, para posteriormente resolver el problema entero utilizando las columnas generadas en la resolución del problema relajado, notar que esto no asegura resolver óptimamente el problema entero. En consecuencia, en lo que sigue se describe la resolución de la relajación del problema de ruteo.

En el artículo Orloff [1976] se introduce un problema maestro como un problema de *set partitioning* o *set covering*, idea que usualmente se utiliza en las aplicaciones de ruteo, donde los modelos cambian incorporando restricciones adicionales que según las características particulares de cada caso, y su resolución se realiza directamente con algoritmos de programación lineal o entera. Por otro lado, la elección de la columna que entrará a la base se realiza a través de la resolución del problema de camino mínimo con restricciones de recursos (*SPPRC*), adaptado al problema particular de ruteo que se resuelve. De esta manera, contar con un algoritmo capaz de resolver este problema es crítico para el funcionamiento de los esquemas de generación de columnas en el contexto de ruteo de vehículos, y es por esto que este tópico se revisa en mayor detalle al final de este capítulo.

Para ejemplificar el uso de generación de columnas en problemas de ruteo de vehículos, se presenta la descomposición empleada en Desrosiers et al. [1984]. En dicho trabajo se resuelve el VRPTW presentado en la sección 2.1.1.

En este caso el problema maestro corresponde a un problema de *set partitioning* y su formulación se presenta en las ecuaciones (2.8)-(2.10), donde Ω denota el conjunto de rutas generadas, c_r su costo asociado y δ_{ri} es un parámetro binario que indica si el camino r incluye al cliente i . La variable de decisión y_r es binaria y señala la utilización de la ruta r en la solución. El único conjunto de restricciones obligan a servir a todos los clientes.

$$\text{mín} \sum_{r \in \Omega} c_r y_r \quad (2.8)$$

$$\sum_{r \in \Omega} \delta_{ri} y_r = 1 \quad \forall i \in P \quad (2.9)$$

$$y_r \in \{0, 1\} \quad \forall r \in \Omega \quad (2.10)$$

Para la generación de nuevas columnas se escoge la de mínimo costo reducido, encontrada a través de la resolución de un problema de camino mínimo que preserva las restricciones de ventanas de tiempo. El costo en este caso se calcula utilizando los valores θ_i (correspondiente a los valores duales del problema maestro relajado) y posee la siguiente formulación:

$$\begin{aligned}
& \text{mín} \sum_{(i,j) \in A} (c_{ij} - \theta_i) x_{ij} \\
& \sum_{j \in N} x_{ij} = \sum_{j \in N} x_{ji} \quad \forall i \in P \\
& \sum_{j \in P} x_{sj} = \sum_{j \in P} x_{jt} = 1 \\
& t_i + t_{ij} - t_j \leq (1 - x_{ij})M \quad (i, j) \in A \\
& a_i \leq t_i \leq b_i \quad \forall i \in P \\
& x_{i,j} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A
\end{aligned}$$

La rutina que se implementa para la resolución del subproblema corresponde a una adaptación del algoritmo de Bellman-Ford; esta versión alternativa posee etiquetas asociadas a cada nodo que guardan la información sobre el costo y tiempo de llegada. Al poseer dos dimensiones, definen un criterio para comparar distintas etiquetas, criterio que es utilizado para almacenar sólo las etiquetas que pueden ser parte de la ruta óptima. De manera complementaria, se utiliza una estructura de datos y estrategia eficiente para el manejo de la lista de etiquetas. Los autores destacan que las soluciones obtenidas con este método pueden contener ciclos de costo negativo. Sin embargo, estos son finitos debido a la restricción dura de las ventanas de tiempo.

Uno de los resultados más importantes es el efecto que posee el ancho de las ventanas de atención en la complejidad del problema. Si este tamaño aumenta, la cantidad de columnas generadas se incrementa de manera proporcional con el número de arcos. El número de etiquetas por ruta se incrementa pero de manera moderada. Sin embargo, los tiempos de computación aumentan de manera considerable, y en consecuencia la resolución de problemas con ventanas muy holgadas se vuelve infactible.

Problema de Camino Mínimo con Restricciones de Recursos (SPPRC)

Este problema fue introducido en Desrochers [1987] como subproblema en el contexto de ruteo de buses escolares. Su objetivo es encontrar el camino de menor costo en un grafo entre un nodo fuente s y uno terminal t , cumpliendo con una serie de restricciones definidas sobre distintos recursos. Un recurso puede corresponder por ejemplo al tiempo, a la capacidad del vehículo o a cualquier otra cantidad que se modifique a medida que se recorre una ruta, dicha evolución se caracteriza según una función definida para cada recurso sobre todos los arcos, la que se denomina función de extensión de recursos (*REF* por sus siglas en inglés).

Un caso particular es el problema de camino mínimo con ventanas de tiempo (*SPPTW*); la formulación matemática de este problema fue introducida en la sección anterior, como subproblema del trabajo Desrosiers et al. [1984]. En este caso los recursos corresponden al tiempo y al costo. Así, para una ruta k cada nodo i tendrá asociado un estado representado por la tupla (T_i^k, C_i^k) , que indica su tiempo de arribo y el costo acumulado. La REF asociada

se define de la siguiente manera:

$$f_{ij}(T_i^k, C_i^k) = \begin{cases} (\max\{a_j, T_i^k + t_{ij}\}, C_i^k + c_{ij}), & \text{si } T_i^k + t_{ij} \leq b_j, \\ \emptyset & \text{si no.} \end{cases}$$

Los enfoques de solución propuestos para enfrentar el *SPPTW* incluyen la relajación lagrangeana, *branch-and-bound* y programación dinámica; en esta tesis se utiliza un enfoque de programación dinámica.

Los algoritmos de programación dinámica iterativamente construyen la ruta, partiendo desde el nodo de origen hasta alcanzar el nodo de destino, y cada camino es etiquetado con el estado de su último nodo. Además, se establece una dominancia entre los caminos que llegan a un mismo nodo. Es decir, se define un orden parcial entre etiquetas, la utilidad del proceso de dominancia es que reduce el número de etiquetas que utiliza el algoritmo durante sus iteraciones, permitiendo de este modo resolver problemas de mayor magnitud.

Se dice que una etiqueta es *eficiente* si no existe otra etiqueta que la domine, y el camino asociado a la etiqueta se dice eficiente si su etiqueta lo es. Notar que en un nodo pueden existir múltiples caminos eficientes. Las reglas de dominancia permiten identificar caminos *inútiles*, en el sentido de que estos caminos no son necesarios para definir el conjunto de caminos pareto óptimos que llegan al nodo terminal, así este camino inútil puede ser descartado.

En Desrochers and Soumis [1988] se presenta una generalización del algoritmo de Dijkstra que permite resolver el *SPPTW*, este pertenece a los algoritmos de *label setting* y emplea la siguiente regla de dominancia: se dice que la etiqueta (T_i^1, C_i^1) domina a (T_i^2, C_i^2) si $(T_i^2, C_i^2) - (T_i^1, C_i^1) \geq (0, 0)$. El pseudocódigo de este algoritmo se presenta a continuación:

Algoritmo label setting para SPPTW:

- Paso 0 (Inicialización):

$$Q_s = \{(T_s^1, C_s^1) = (a_0, 0)\}; Q_i = \emptyset, \forall i \in V \cup \{t\};$$
$$P_i = \emptyset, \forall i \in V \cup \{s, t\}$$

- Paso 1 (Selección de la siguiente etiqueta en ser tratada):

$$\text{Si } \bigcup_{i \in V} (Q_i \setminus P_i) = \emptyset \text{ finalizar.}$$

$$\text{Escoger } (T_i^k, C_i^k) \text{ con } T_i^k \text{ minimo entre } \bigcup_{i \in V} (Q_i \setminus P_i)$$

- Paso 2 (Tratamiento etiqueta (T_i^k, C_i^k))

$$\forall j \mid (i, j) \in A,$$

$$Q_j := \text{EFF}(f_{ij}(T_i^k, C_i^k) \cup Q_j);$$

$$P_i := P_i \cup \{(T_i^k, C_i^k)\}$$

Volver al paso 1.

Donde $\text{EFF}(Q_i)$ denota el conjunto de etiquetas eficientes dentro del conjunto de etiquetas Q_i del nodo i .

2.3. Síntesis

En este capítulo se presentó primer lugar la bibliografía del *VRP*, sus múltiples extensiones y los distintos enfoques de solución existentes. En segundo lugar, se introdujo el marco teórico que sustenta el desarrollo de esta tesis. A continuación, se describen los puntos más relevantes:

- Desde que el *VRP* fue introducido a fines de la década del 50, ha sido ampliamente estudiado debido a sus múltiples aplicaciones y alta complejidad. Durante estos años de investigación, han surgido distintas extensiones entre las que destacan: la inclusión de capacidad, la recolección y entrega de pasajeros u objetos, la consideración de ventanas de tiempo y la incorporación de dinamismo en el problema.
- Debido a la alta complejidad de los problema de ruteo, el enfoque de solución heurístico es el más utilizado. Las primeras heurísticas propuestas se basaban únicamente en operadores locales de mejora. Posteriormente, se introdujeron las metaheurísticas, las que se basan en exploraciones más profundas del espacio de soluciones, por ejemplo *tabu search*. Si bien los métodos exactos de resolución son menos usados, entre estos se destacan los métodos de descomposición y en particular la técnica de generación de columnas, enfoque que es utilizado en esta tesis.

- La revisión del marco teórico se enfocó en el método de descomposición de generación de columnas, y en específico, su uso en problemas de ruteo. En este contexto, el problema maestro resultante corresponde a un problema de *set-covering* o *set-partitioning*. Por su parte, el subproblema consiste en un problema de camino mínimo con restricciones de recurso. En este, los recursos se definen según la extensión que se estudia.
- Un problema de ruteo se denota dinámico cuando los datos de entrada del problema se reciben o actualizan en simultáneo con la determinación de las rutas. Se distinguen dos enfoques de resolución para los problemas dinámicos: reoptimización periódica y reoptimización continua. En el primero, se comienza con una solución factible y luego periódicamente se resuelve un problema estático que varía dependiendo del estado actual. En el segundo, se optimiza durante todo el horizonte temporal, manteniendo información de buenas soluciones en memoria adaptativa.

Capítulo 3

Casos de estudio

Como resultado de esta tesis, se obtendrá un programa que permite resolver el *VRPTW* dinámico para la operación semanal de una empresa. Para validar su funcionamiento se utilizaron dos casos de estudio, uno correspondiente al servicio técnico de la empresa Xerox y otro asociado a un servicio de reparación de emergencias eléctricas de la compañía CAM.

En esta sección se presentan ambos casos de estudio, entregando una contextualización de cada empresa y describiendo sus problemáticas. Luego se caracterizan los datos históricos con los que se contaba en cada caso y se muestran indicadores descriptivos de la información.

3.1. CAM

En octubre del año 2001 surge la Compañía Americana de Multiservicios Ltda. Esta se originó producto de la fusión entre empresas del grupo ENERSIS e inicialmente estaba enfocada en la gestión empresarial en el área de servicios eléctricos. La empresa posee tres líneas de negocios: medición y eficiencia energética, comercialización y logística y obras eléctricas.

Durante las últimas dos décadas la firma ha decidido expandirse a nuevos mercados y clientes, de este modo su operación ha llegado a otros países de latinoamérica incluidos Perú, Colombia y Brasil. Además de crecer hacia sectores como la minería, la construcción y otras empresas distribuidoras y generadoras de energía eléctrica.

En diciembre de 2010, CAM es adquirida por el grupo empresarial chileno Santa Cruz y el grupo económico peruano Graña y Montero. En el mismo año la empresa registró ingresos superiores a los 132 mil millones de pesos (CAM [2010]).

En Chile y en específico en el sector eléctrico, CAM presta servicios a empresas distribuidoras de energía, como Chilectra y GES. Entre los servicios prestados se encuentra el de corte y reposición de energía en domicilios particulares y la atención de emergencias eléctricas.

3.1.1. Descripción del problema

En este trabajo se analizó el servicio de atención a emergencias eléctricas de medio y bajo voltaje que CAM provee a Chilectra. La atención abarca 13 comunas que comprenden los sectores norte y oriente de Santiago.

Durante el día surgen demandas en distintas ubicaciones de la capital, las que se clasifican según la gravedad del problema, que puede ser *leve* como la falta de energía en un alumbrado público, o *alta* como la falla de un transformador que puede dejar sin servicio a múltiples hogares. Según la clasificación asignada, la emergencia posee una ventana de tiempo en la cuál debe ser atendida. La flota de vehículos es heterogénea y en algunos casos se utiliza más de un vehículo para atender los eventos.

Actualmente la manera de asignar los vehículos a emergencias se hace manualmente basado en el criterio del operador. El funcionario posee un sistema georeferenciado de apoyo que le indica la posición actual de los vehículos, los trabajos que cada uno tiene asignado y la posición de las emergencias entrantes. En las conversaciones con los operadores durante las visitas realizadas a las instalaciones de CAM, estos indicaron construir manualmente la ruta usando una política de asignación similar al vecino más cercano corregida según la carga actual de los vehículos.

La métrica que la compañía utiliza para medir la calidad de servicio es el porcentaje de cumplimiento de las ventanas de tiempo establecidas; el año 2014 este indicador se elevó desde un 64 % hasta un 82 %. Sin embargo, la meta para la operación de la empresa era llegar a un nivel sobre el 85 %, por lo que la implementación de un sistema computarizado resulta altamente atractivo.

3.1.2. Zona de estudio

Como se mencionó en la sección anterior, CAM atiende las emergencias de 13 comunas de los sectores norte y oriente de Santiago, las que se muestran en la Figura 3.1. En total estas comunas abarcan una superficie de $401,7 \text{ km}^2$ y poseen una población de 2.422.992 habitantes. Dentro de estas comunas se generaron 56.836 eventos durante 10 meses del año 2014, excluyendo Junio y Diciembre que no contaban con información en la base de datos. En la Tabla 3.1 se muestra para cada comuna su población, superficie y demanda, ordenados según un indicador de intensidad de demanda por superficie.

Una estrategia para enfrentar el problema de CAM, pudo haber sido particionar la zona total de cobertura y resolver problemas separados para cada una de las particiones. Sin embargo, se optó por trabajar con el total de las zonas por dos razones:

Primero, al separar de manera arbitraria el problema, se genera una pérdida de eficiencia, notando que toda solución generada en los problemas separados se puede replicar en el problema total, mas no a la inversa.

El segundo argumento guarda relación con la dimensión del problema, como se verá en el

análisis de los datos en la siguiente sección; los 186,9 llamados diarios en promedio permiten resolver un sólo problema en un tiempo razonable para la operación de la empresa.

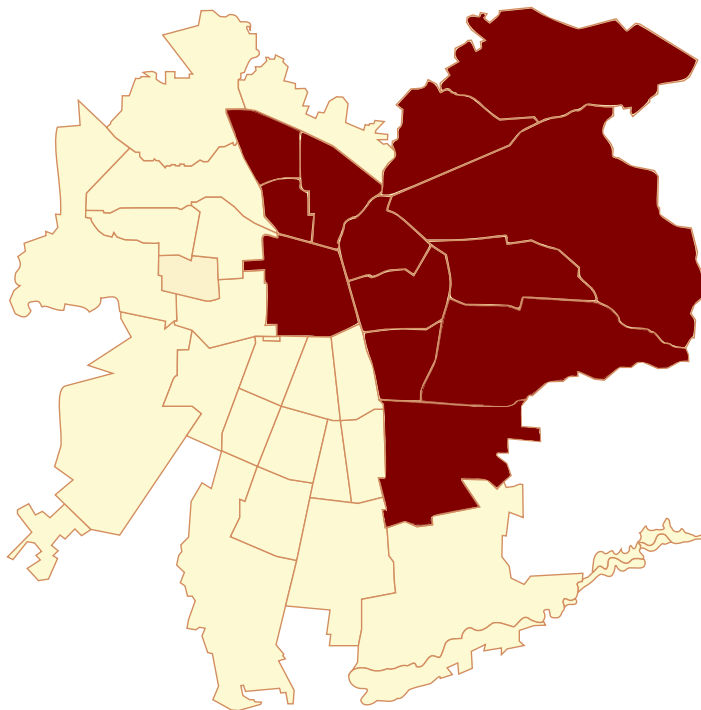


Figura 3.1: Comunas de Santiago en las que CAM presta atención al servicio de emergencias eléctricas.

Comuna	Población [hab]	Superficie [km ²]	Densidad dem [hab/km ²]	Demanda [llam]	Intensidad dda [llam/km ²]
Santiago	344,711	23,2	14,858,2	8,769	378,0
Conchalí	140,950	11,0	12,767,2	3,723	337,2
Providencia	145,869	14,3	10,172,2	4,132	288,1
Ñuñoa	216,452	16,9	12,838,2	4,488	266,2
Independencia	81,755	7,4	11,018,2	1,943	261,9
Recoleta	167,258	15,8	10,559,2	4,039	255,0
La Florida	388,119	39,1	9,933,9	8,874	227,1
Macul	123,506	12,9	9,611,4	2,880	224,1
La Reina	101,459	23,7	4,275,6	2,580	108,7
Peñalolén	241,576	54,4	4,439,9	5,442	100,0
Vitacura	88,065	28,6	3,076,0	2,304	80,5
Las Condes	281,623	99,2	2,839,8	5,804	58,5
Lo Barnechea	101,651	54,8	1,853,9	1,866	34,0
Promedio	186,384	30,9	8,326,4	4,372	201,5
Desviación	96,801	24,7	4,239,8	2,241	107,8

Tabla 3.1: Indicadores de los llamados del caso CAM e información descriptiva por comuna, Fuente: I.N.E [2014] y base de datos CAM.

3.1.3. Datos y análisis

En esta sección se presentan los datos que se disponían de la operación del servicio de emergencia de CAM; además se muestra el análisis que se hizo para caracterizar la demanda y los tiempos de servicio.

La base de datos con la que se dispone es la información de la operación de 10 meses del año 2014. En esta se excluyen los datos de Junio y Diciembre. Se tiene un total de 56.844 emergencias, con un promedio de 186.9 llamadas diarias y se tienen 8.129 clientes distintos.

Cada emergencia tiene un identificador único (columna *EVENTO*), la comuna (columna *COMUNA*), la hora en que se registro el llamado (columna *INICIO*), la hora de llegada del vehículo (columna *ARRIBADO*), la hora de finalización de la atención (columna *FIN*) y la dirección (columna *ALIAS TRAF0*). En la Tabla 3.2 se muestra un ejemplo de como estaba registrada la información en la base de datos.

EVENTO	COMUNA	INICIO	ARRIBADO	FIN	ALIAS TRAF0
B1619724	CONCHALI	01/01/2014 0:24	01/01/2014 3:34	01/01/2014 3:37	CALIF.P.VALD.PTE
B1619727	LA FLORIDA	01/01/2014 0:37	01/01/2014 3:00	01/01/2014 3:10	PONCE DE LEON
B1619732	PENALOLEN	01/01/2014 0:51	01/01/2014 2:04	01/01/2014 2:05	QUILIN-CHACARILLA
B1619733	SANTIAGO	01/01/2014 0:58	01/01/2014 2:08	01/01/2014 2:28	TURQUESA-AGATA
B1619737	NUNOA	01/01/2014 1:02	01/01/2014 1:55	01/01/2014 2:33	P.J.EYZAGUIRRE 1

Tabla 3.2: Ejemplo de los datos de la llamadas en la base de datos de CAM.

Cabe destacar dos elementos relevantes para el análisis posterior. En primer lugar, cada emergencia puede originar múltiples llamadas; sin embargo, estas eran asociadas y en la base aparece un único registro por evento. En segundo lugar, se debe notar que no existen datos que permitan diferenciar entre las prioridades de clientes.

El primer análisis realizado busca caracterizar el comportamiento de la demanda, identificando estacionalidad o tendencia en el caso de existir, a nivel de mes, día de la semana y hora del día.

En el caso del análisis de la demanda mensual se puede apreciar que dada la magnitud de la varianza de los datos no existen diferencias significativas. Sin embargo, se observa un aumento en la demanda promedio entre los meses de mayo y agosto, lo que se puede explicar por las condiciones climáticas adversas propias del invierno. Lo anterior se puede apreciar gráficamente en la Figura 3.2.

Al analizar la demanda en los días de la semana, tampoco se ven diferencias significativas, no obstante, se aprecia una estacionalidad entre sábado y lunes. En este caso se tiene una reducción de la cantidad de eventos, lo que se puede explicar por la menor actividad laboral, notando que por ejemplo la comuna de Santiago es la segunda con la mayor cantidad de emergencias y presenta una fuerte actividad laboral. En la Figura 3.3 se presenta dicha información.

Al estudiar el comportamiento de la demanda según la hora del día, se aprecia un valle desde las 2 AM hasta las 7 AM, lo que es consistente con la poca actividad que registra la

Demanda diaria promedio por mes

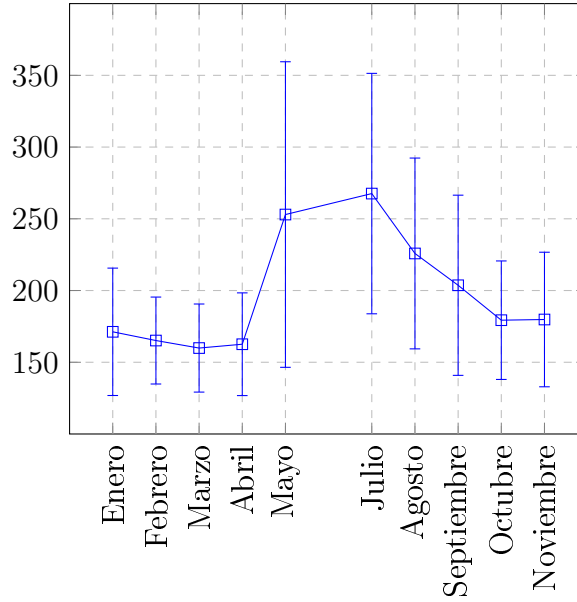


Figura 3.2: Información demanda CAM por mes.

Demanda diaria promedio por día de la semana

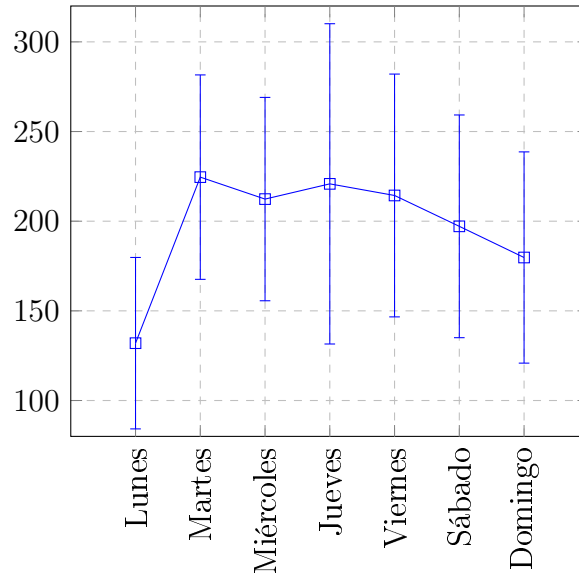


Figura 3.3: Información demanda CAM por día de la semana.

ciudad en dicho periodo. Además, dentro de la jornada laboral que se tiene en Santiago, hay dos horarios donde la actividad aumenta de manera considerable. El primero se da alrededor de las 12 PM y el segundo a las 5 PM. La Figura 3.4 contiene la información asociada.

El siguiente análisis busca caracterizar los tiempos de espera y atención, entendiendo el primero como el tiempo que transcurre entre que se origina el llamado y en que el vehículo llega a la emergencia, mientras que el segundo se computa como el tiempo que pasa entre

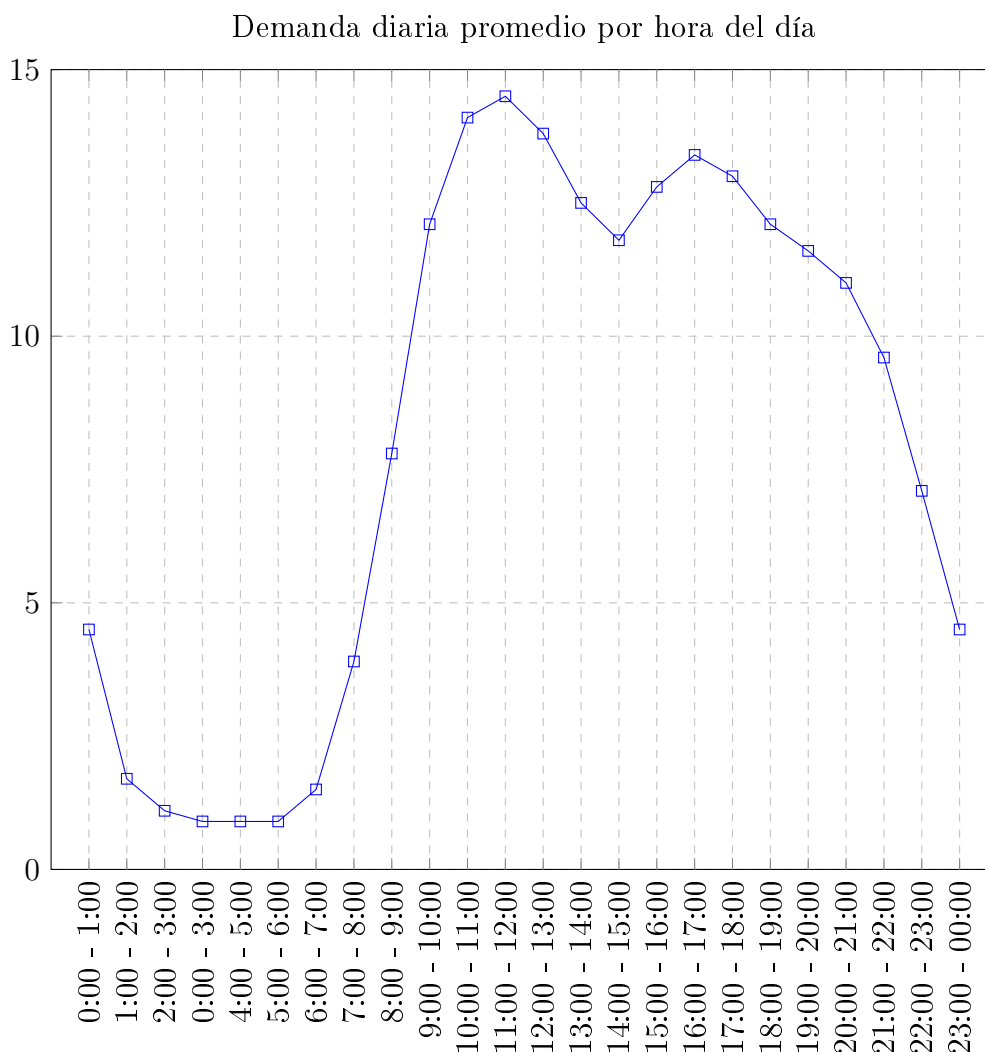


Figura 3.4: Información demanda CAM por hora del día.

que el vehículo llega al lugar de la emergencia hasta que la abandona.

Los tiempos de atención tienen un promedio de 23 minutos y un coeficiente de variación de 5.49. Como se observa en la Figura 3.5, se tiene que la distribución de los tiempos se concentra en la primera media hora, abarcando un 75 % de los llamados totales. Por el contrario, sólo el 5 % supera la hora de atención. En contraste, los tiempos de espera tienen un promedio de 140 minutos y coeficiente de variación de 1.7. Si bien el 50 % de los llamados se demora menos de 80 minutos, esta distribución tiene una cola más pesada, ya que un 15 % se demora más de 240 minutos. La información de los tiempos de espera se observa en la Figura 3.6.

Por último se revisan los tiempos entre llamadas consecutivas, esta métrica refleja la concentración de las llamadas durante el día, ya que si la mayoría de los tiempos son bajos, esto indica que en intervalos de tiempos menores hay una cantidad considerable de llamadas. En esta instancia, el tiempo promedio entre llamadas es de 7.5 minutos con un coeficiente de variación de 2.4. Como se aprecia en la Figura 3.7, cerca del 60 % de los tiempos es menor a 5 minutos y solo en un 1 % de los casos los tiempos superan los 65 minutos.

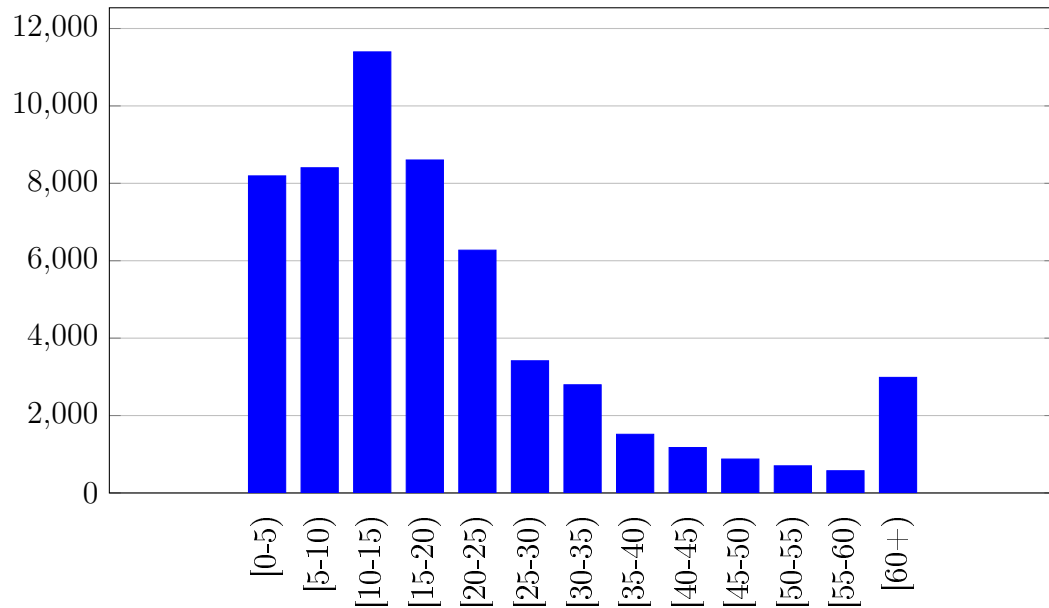


Figura 3.5: Caso CAM: Cantidad de llamadas según tiempos de atención.

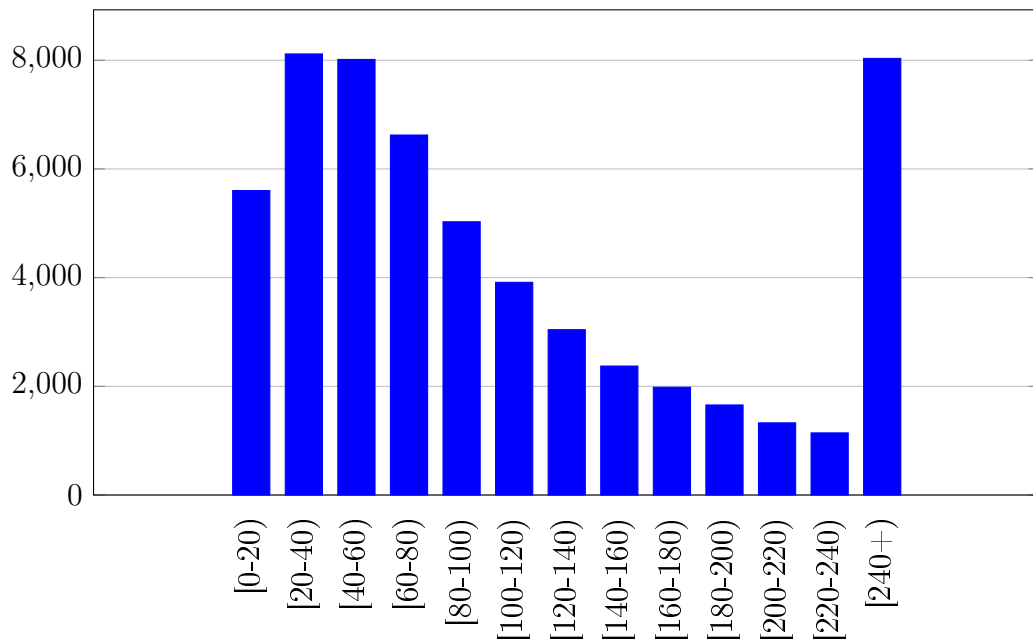


Figura 3.6: Caso CAM: Cantidad de llamados según tiempos de espera.

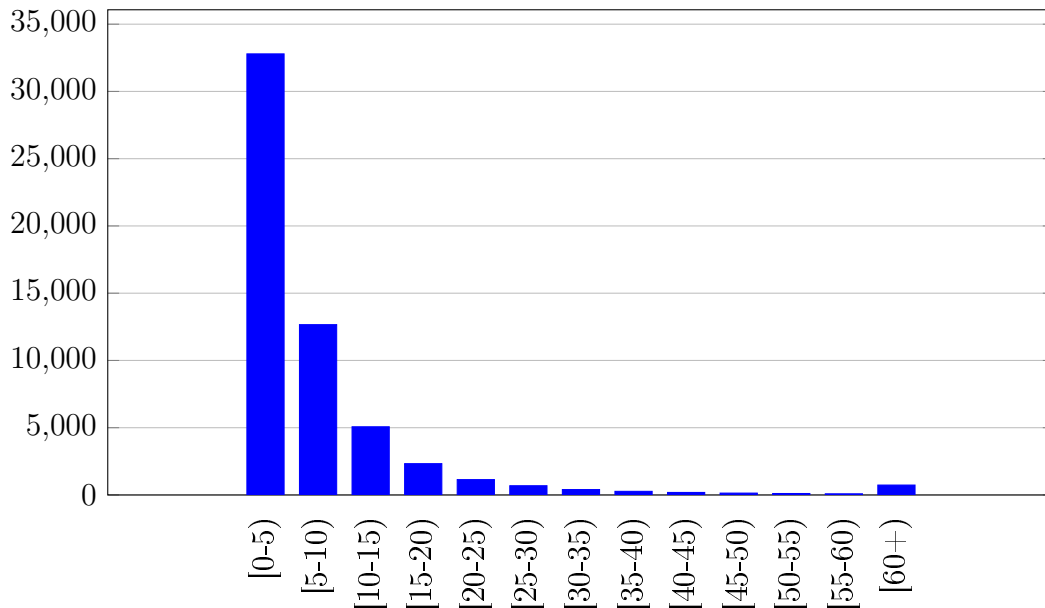


Figura 3.7: Caso CAM: Cantidad de eventos según tiempos entre llamadas.

3.2. Xerox

3.2.1. Descripción del problema

La multinacional Xerox, fundada en Rochester el año 1906, cuenta actualmente con presencia en más de 160 países. Su objetivo es ayudar a resolver los problemas de sus clientes a través de herramientas tecnológicas, y con este fin provee soluciones y servicios tecnológicos destacándose la gestión de documentos, soluciones de oficina e impresión de producción. El año 2016 tuvo ingresos por US\$ 10.7 billones, del cuál más del 80 % proviene por la entrega de servicios de postventa; se hace notar la relevancia del buen funcionamiento de este ítem en el éxito de la compañía. En Chile, la empresa posee más de 40 años de historia y una dotación que supera los 600 empleados.

El problema en particular que se estudiará de esta compañía es el servicio de reparación de fallas, también conocido como servicio técnico. El objetivo es mejorar la calidad de servicio que en este caso corresponde a los tiempos de respuesta. Al igual que los demás servicios de postventa, Xerox busca entregar la mayor calidad, por lo que se debe utilizar de manera eficiente los recursos disponibles. Para Santiago la empresa cuenta con 100 técnicos que diariamente reciben 400 llamadas, brindando tiempos de espera que en promedio alcanzan los 85 minutos.

La estrategia de resolución que adoptó la empresa fue dividir el problema de Santiago en subproblemas independientes. Con este fin se generó una partición de la ciudad en 111 zonas, de acuerdo a la intensidad de las llamadas y características geográficas. A cada zona se le asoció un conjunto de técnicos con dedicación exclusiva a sus llamados. Al desocuparse un técnico este es asignado al primer cliente según una lista de espera, lista que se confecciona de manera manual por un operario del equipo de despacho, considerando la prioridad comercial

del cliente, además del tiempo de espera y ubicación.

3.2.2. Zona de estudio

La base de datos históricos de Xerox cuenta con el registro de más de 150.000 eventos provenientes de 30 comunas de Santiago. No obstante, se escogió trabajar con la misma zona que en el caso CAM; es decir, 13 comunas de los sectores norte y oriente de Santiago por 2 razones principalmente:

En primer lugar, si se escogían zonas distintas las diferencias en los tiempos de traslados serían mayores entre ambos casos, pudiendo generar distorsiones en los resultados y en consecuencia en las comparaciones, por lo que se optó por evitar este efecto.

En segundo lugar, estas 13 comunas concentran cerca del 50 % de las 73.438 llamadas totales generadas entre mayo del 2002 y abril de 2003, teniendo diariamente 283,6 llamados, magnitud que se considera suficiente para las pruebas de los algoritmos. El detalle de las llamadas por comuna se presenta en la Figura 3.3.

Comuna	Población [hab]	Superficie [km ²]	Densidad dem [hab/km ²]	Demanda [llam]	Intensidad dda [llam/km ²]
Santiago	344,711	23,2	14,858,2	34,923	1,505,3
Providencia	145,869	14,3	10,172,2	13,688	954,5
Ñuñoa	216,452	16,9	12,838,2	3,681	218,3
Macul	123,506	12,9	9,611,4	1,884	146,6
Independencia	81,755	7,4	11,018,2	963	129,8
Las Condes	281,623	99,2	2,839,8	10,932	110,2
Vitacura	88,065	28,6	3,076,0	2,825	98,7
Conchalí	140,950	11,0	12,767,2	756	68,5
Recoleta	167,258	15,8	10,559,2	782	49,4
La Florida	388,119	39,1	9,933,9	1,457	37,3
La Reina	101,459	23,7	4,275,6	769	32,4
Lo Barnechea	101,651	54,8	1,853,9	452	8,2
Peñalolén	241,576	54,4	4,439,9	326	6,0
Promedio	186,384	30,9	8,326,4	5,649,1	258,9
Desviación	96,801	24,7	4,239,8	9,372,0	431,8

Tabla 3.3: Indicadores de los llamados del caso Xerox e información descriptiva por comuna, Fuente: I.N.E [2014] y base de datos Xerox.

3.2.3. Datos y análisis

A continuación, se revisan los datos de la operación histórica de Xerox que se utilizaron en el desarrollo de esta tesis, para posteriormente presentar el análisis de la demanda. Como se mencionó en la sección anterior, los datos corresponden a un subconjunto de 13 comunas

del sector oriente de Santiago y representan cerca del 50 % de las 150.000 observaciones que tiene la base original, la que abarca desde mayo del 2002 hasta abril del 2003. Diariamente se tienen en promedio 283.6 llamados generados por 13.836 usuarios únicos.

La información que se posee de cada evento es: la razón social del cliente (columna *RAZON SOCIAL*), su dirección (columna *DIRECCIÓN*) y comuna (columna *COMUNA*), el técnico que lo atendió (columna *TÉCNICO*), el modelo (columna *MODELO*) y familia de la máquina que se reparó (columna *FAMILIA*), además de los siguientes tiempos: generación de la llamada (columna *T. LLAMADA*), despacho del técnico (columna *T. DESPACHO*), llegada (columna *T. ARRIBO*) y término de la atención (columna *T. TÉRMINO*). Al igual que en CAM, en los datos no se posee la información sobre la prioridad comercial de cada cliente. A modo de ejemplo en la Figura 3.8 se muestran los registros de 3 eventos.

COMUNA	DIRECCIÓN	TÉCNICO	MODELO	FAMILIA
Til Til	FUNDO SAN PEDRO DE HUECHUM S/N	854	5314	ODP-CNV L&L
El Monte	AUTOPISTA LOS LIBERTADORES KM 6,5	165	DWC385	CH-MULTIF.
Colina	GRAL. SAN MARTIN 16500 SITIO 31	955	DC230ST	ODP-DCS WG

RAZON SOCIAL	T. LLAMADA	T. DESPACHO	T. ARRIBO	T. TÉRMINO
GRICOLA RANCHO BLANCO LTDA	4/30/2003 10:08	4/30/2003 10:08	4/30/2003 11:00	4/30/2003 11:06
ADMIN.DE VENTAS AL DETALLE	4/30/2003 13:26	4/30/2003 13:26	4/30/2003 16:00	4/30/2003 16:02
AGROSISTEM S.A.	4/30/2003 8:10	4/30/2003 8:10	4/30/2003 14:43	4/30/2003 14:44

Figura 3.8: Ejemplo de los datos de la llamadas en la base de datos de Xerox.

Al analizar la demanda según comuna, se puede apreciar que Santiago y Providencia poseen un 66 % del total de llamados, lo que se explica ya que concentran la mayor cantidad de oficinas y actividad comercial de la capital. Luego, se encuentra Las Condes que posee una cantidad importante de actividad comercial pero es más residencial que las anteriores, y finalmente el resto de las comunas poseen demandas significativamente menores al poseer carácter mayoritariamente residencial.

Si se estudia la estacionalidad que presenta la demanda durante el año, se aprecia una baja en los meses de verano, de diciembre a febrero, debido a la disminución de la actividad laboral, situación que se repite en menor medida en meses con festivos como septiembre y mayo. Sin embargo, debido a la alta varianza en la cantidad de los llamados estas variaciones no son significativas. Respecto al comportamiento durante la semana, si bien tampoco hay diferencias significativas, se aprecia un aumento el lunes y una disminución el viernes. Esto se explica ya que la jornada laboral en muchas oficinas termina más temprano al finalizar la semana, por lo que postergan la reparación para la semana siguiente. Esta información se presenta en las Figuras 3.9 y 3.10.

Durante el día los llamados se reciben entre las 7 AM y 8 PM. Tal como se aprecia en la Figura 3.11, la demanda posee un comportamiento heterogéneo, siendo en general mayor en la mañana que en la tarde; además, se aprecian dos horarios punta, el primero entre 9 AM y 11 AM y el segundo entre 4 PM y 5 PM. Finalmente, se ve una disminución considerable durante el horario de almuerzo entre 1 PM y 3 PM.

Demanda diaria promedio por mes

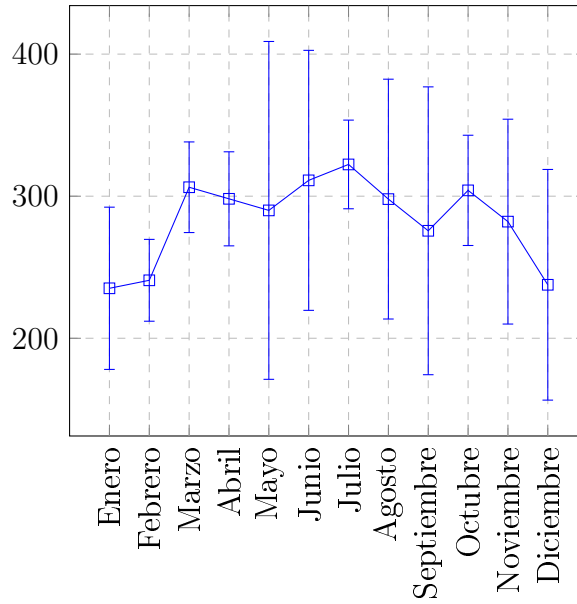


Figura 3.9: Información demanda Xerox por mes.

Demanda diaria promedio por día de la semana

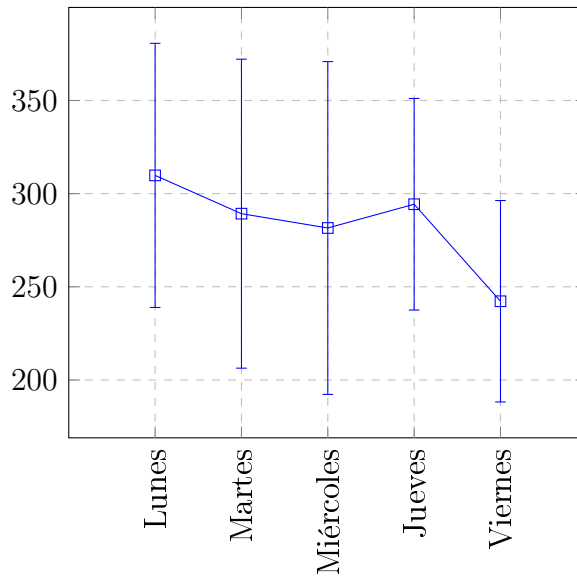


Figura 3.10: Información demanda Xerox por día de la semana.

En conclusión, se aprecia que la demanda no posee estacionalidad significativa a nivel de mes o día de la semana debido a su alta varianza. No obstante, si lo es por hora del día. Se hace necesario entonces que la solución propuesta sea capaz de incorporar e idealmente anticipar este comportamiento.

Demanda diaria promedio por hora del día

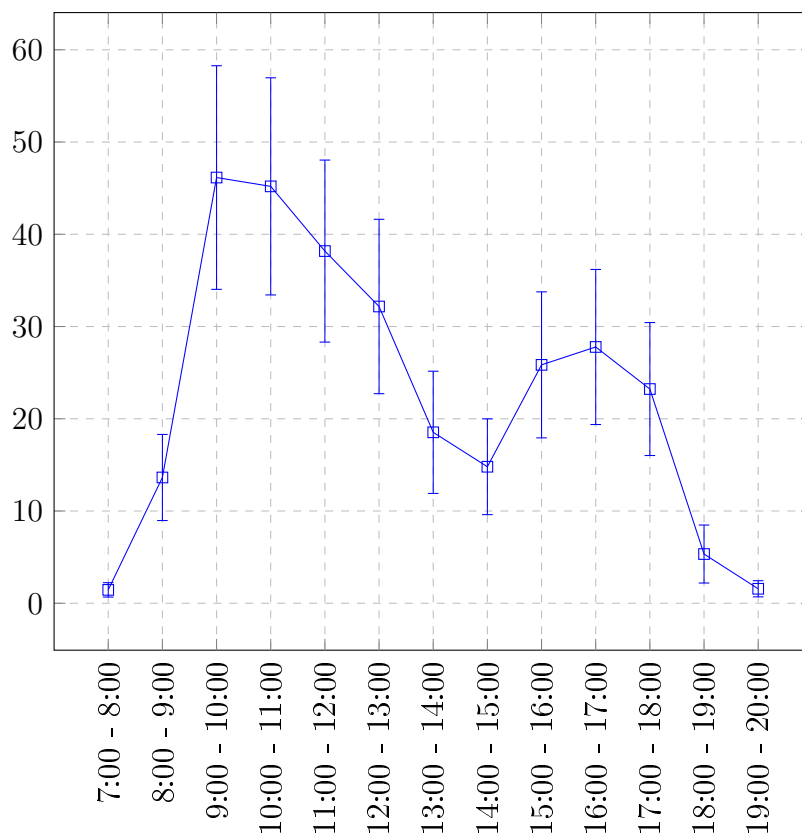


Figura 3.11: Información demanda Xerox por hora del día.

Respecto a los tiempos de atención, demoran en promedio 98 minutos con un coeficiente de variación de 1.13. Se hace notar que esta cifra es 4 veces mayor al tiempo de CAM por lo que las rutas tendrán una menor cantidad de clientes. Se observa en la Figura 3.12 que los tiempos son bastantes irregulares, lo que se explica debido a la gran diversidad de familias de productos y modelos.

En el caso de los tiempos de espera, se puede apreciar en la Figura 3.13 que más del 40 % de los clientes son postergados, debiendo esperar al día siguiente y teniendo en consecuencia esperas mayores a las 16 horas. Además, solamente un 25 % es atendido dentro de las dos primeras horas. Por esta razón, el promedio de espera son 1086.48 minutos y su coeficiente de variación es 3.72, siendo más de siete veces el tiempo de CAM, lo que se entiende ya que este no es un servicio de emergencia.

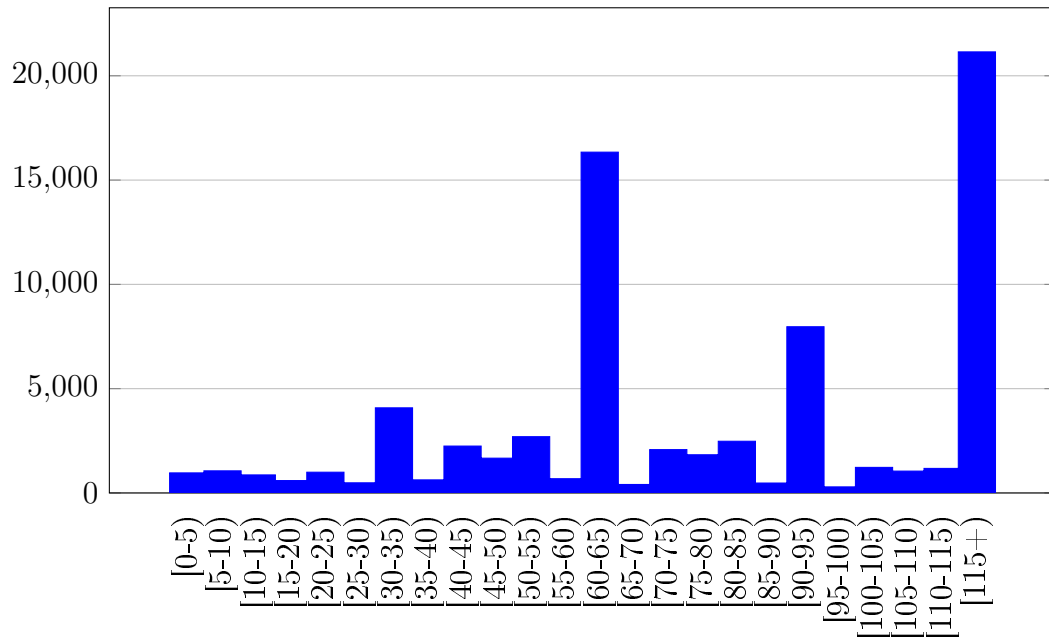


Figura 3.12: Caso Xerox: Cantidad de llamadas según tiempos de atención.

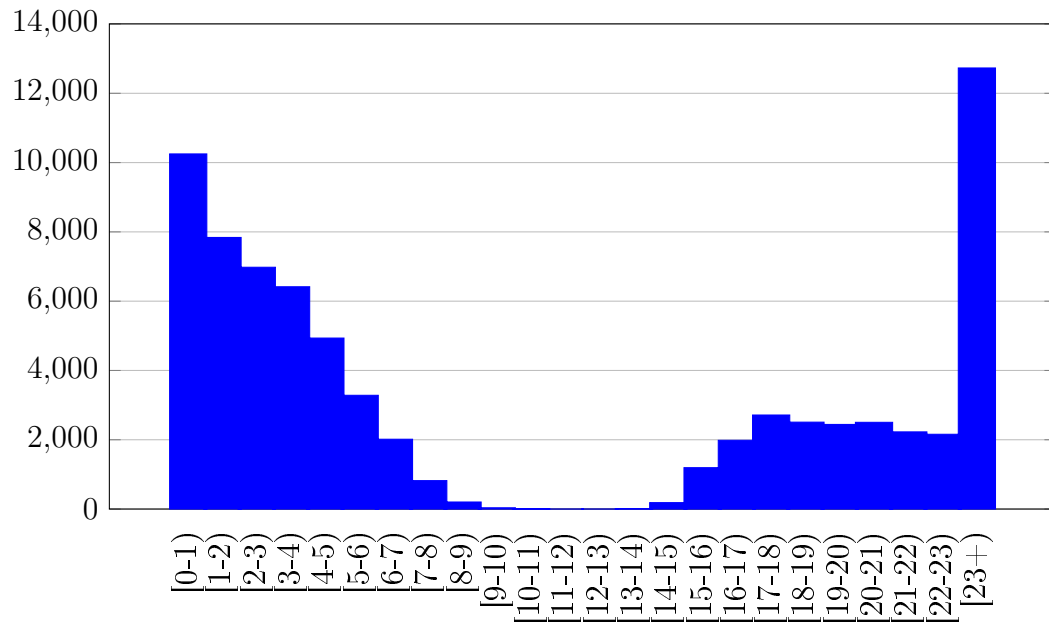


Figura 3.13: Caso Xerox: Cantidad de llamados según tiempos de espera.

Al analizar los tiempos entre eventos consecutivos. En la Figura 3.14, se aprecia que prácticamente la totalidad se encuentra en el intervalo de 0 a 5 minutos, siendo el promedio 2:15 minutos con un coeficiente de variación de 2.10. Este tiempo corresponde a un tercio de lo registrado en CAM, reflejando un mayor nivel de dinamismo en este caso.

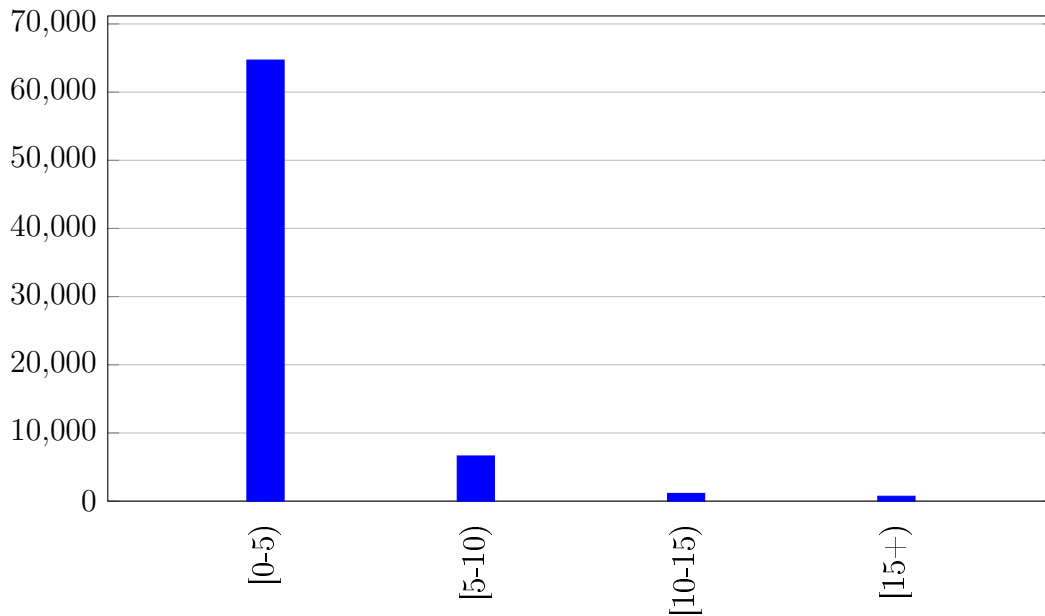


Figura 3.14: Caso Xerox: Cantidad de eventos según tiempos entre llamadas.

3.3. Síntesis

En este capítulo se presentan los dos casos de estudio (CAM y Xerox), que se utilizaron para validar el funcionamiento del programa desarrollado en esta tesis, un software que permite resolver el *VRPTW* dinámico para la operación semanal de una empresa.

La problemática en el caso CAM consiste en el ruteo de técnicos de un servicio de reparación de emergencias eléctricas. Por su parte, en el caso Xerox corresponde al ruteo de técnicos del servicio de reparaciones. En lo que sigue, se describen las principales características de ambos casos:

- En los dos casos se utilizaron datos históricos asociados a 13 comunas del sector norte y oriente de Santiago.
- Los datos de demanda disponible para CAM son 56.000 observaciones en 10 meses del año 2014 (excluyendo junio y diciembre). En el caso Xerox, hay 73.000 observaciones de la demanda que abarcan desde mayo del 2002 hasta abril del 2003.
- La atención de CAM se da durante todos los días de la semana, teniendo en promedio 186.9 llamadas diarias. En cambio, el servicio de Xerox se ofrece solo durante los días laborales, teniendo en promedio 283.6 llamadas diarias.
- Existe una diferencia importante entre los tiempos promedio de atención de ambos casos. Siendo el tiempo de atención de Xerox (98 minutos) cuatro veces mayor al de CAM (23 minutos). Notar que esto puede generar que las rutas del caso CAM posean un mayor número de clientes.

- Al analizar los tiempos entre llamados consecutivos, se observa que CAM posee en promedio 7.5 minutos y Xerox 2.25 minutos. Lo que refleja un mayor nivel de dinamismo en el caso Xerox.

Capítulo 4

Algoritmo propuesto

En este capítulo se presenta el algoritmo propuesto para resolver el *Problema de Ruteo de Vehículos Dinámico con Ventanas de Tiempo*. Se comienza introduciendo el modelo a resolver y su descomposición de generación de columnas, luego se entrega una descripción general del esquema de solución, revisando en detalle cada una de sus componentes.

El mayor aporte del enfoque presentado en esta tesis, en comparación a los trabajos previos revisados en el Capítulo 2, es la utilización de un método exacto para la resolución del subproblema en la rutina de generación de columnas. Esto permite garantizar la optimalidad en la resolución del problema maestro relajado, lo que no se puede asegurar con heurísticas. Se recalca que en este trabajo no se resuelve a optimalidad el problema entero, si no que su relajación lineal.

4.1. Modelo

El modelo utilizado en esta tesis representa el problema de ruteo de técnicos enfrentado por las empresas descritas en el Capítulo 3. A modo de resumen, se tiene un problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo blandas, al que se le adiciona una componente de *covering* que incentiva la presencia de técnicos en zonas con alta demanda histórica. Se optimiza un función multiobjetivo, que considera costos operacionales, métricas de la calidad de servicio y la componente de *covering*. En la Sección 5.2 se explica en detalle la implementación en el modelo de la componente de *covering*, los puntos de espera y los ponderadores de la función objetivo, entre otros.

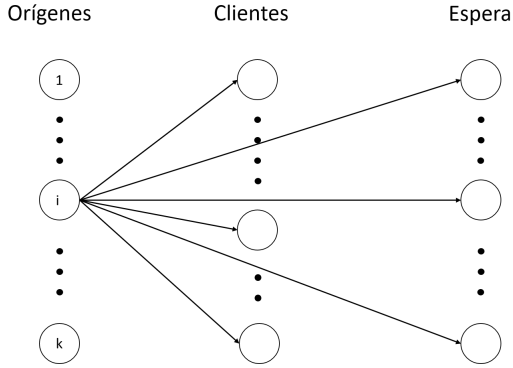
A continuación, se presentan los elementos que componen el modelo y posteriormente se muestra su descomposición de generación de columnas.

Conjuntos:

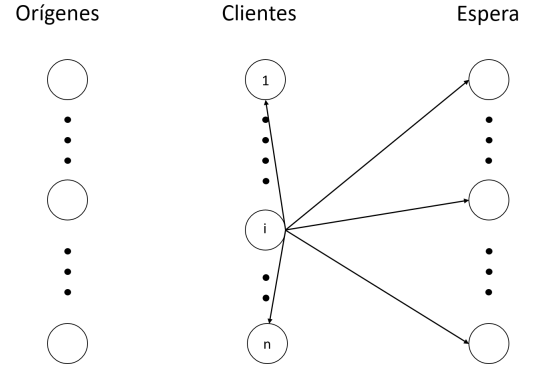
- $Z =$ Zonas.
- $K =$ Técnicos.
- $P =$ Periodos que componen la jornada laboral, utilizados para definir la bonificación del *covering*.

Grafo:

El grafo dirigido subyacente al problema está compuesto por tres tipos de nodos (N): orígenes (N_o), clientes (N_c) y puntos de espera (N_e). Tal como se propone en Briceño [2014], los puntos de espera corresponden a zonas a las cuales acudirán los vehículos cuando se encuentren desocupados, con el fin de anticipar la demanda y posicionar a los vehículos de modo de tener una mejor velocidad de respuesta frente a nuevos clientes. Sus arcos se originan desde los nodos de tipo origen y clientes, llegando a los demás nodos asociados a clientes y puntos de espera. En la Figura 4.1 se muestra una representación del grafo.



Arcos que se originan de un nodo del tipo origen.



Arcos que se originan de un nodo del tipo cliente.

Figura 4.1: Grafo subyacente al problema modelado.

Parámetros:

- $E =$ Duración jornada laboral.
- $l_n =$ Tiempo de origen de la llamada $n \in N_c$.
- $b_n =$ Cota superior de ventana de tiempo del cliente $n \in N_c$.
- $s_n =$ Tiempo de servicio del cliente $n \in N_c$.
- $t_{ij} =$ Tiempo de viaje entre nodos $(i, j) \in N^2$.
- $d_{zp} =$ Bonificación por cobertura en la zona $z \in Z$ en el periodo $p \in P$.
- $Cov_{nz} =$ Covering del nodo $n \in N$ en la zona $z \in Z$.
- $MaxCov_{zp} =$ Máxima cobertura permitida en la zona $z \in Z$ en el periodo $p \in P$.
- $TI_p =$ Tiempo de inicio del periodo $p \in P$.
- $TF_p =$ Tiempo de término del periodo $p \in P$.

VARIABLES DE DECISIÓN:

w_n = Tiempo de llegada al nodo $n \in N$.

λ_n = Tiempo de espera del nodo $n \in N_c$.

δ_n = Tiempo de retraso del nodo $n \in N_c$.

f_{zp} = Cobertura de la zona $z \in Z$ durante el periodo $p \in P$

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } k \in K \text{ visita el nodo } j \in N \text{ inmediatamente después del nodo } i \in N, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

$$y_{np}^k = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } k \in K \text{ visita el nodo } n \in N \text{ en el periodo } p \in P, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

$$z_n = \begin{cases} 1 & \text{si la atención del cliente } n \in N_c \text{ es postergada,} \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

RESTRICCIONES:

El primer conjunto de restricciones impone la estructura de las rutas: en (4.1) se exige que el nodo inicial corresponda al origen de cada vehículo, en (4.2) se obliga a que toda ruta termine en un nodo de espera, la restricción (4.3) corresponde a la conservación de flujo en los nodos de clientes y (4.4) dice que todos los clientes deben ser atendidos o postergados.

$$\sum_{i \in \delta^+(o_k)} x_{o_k i}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (4.1)$$

$$\sum_{j \in N_e} \sum_{i \in \delta^-(j)} x_{ij}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (4.2)$$

$$\sum_{j \in \delta^+(i)} x_{ij}^k - \sum_{j \in \delta^-(i)} x_{ji}^k = 0 \quad \forall i \in N_c, \forall k \in K \quad (4.3)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in \delta^+(i)} x_{ij}^k = 1 - z_i \quad \forall i \in N_c \quad (4.4)$$

El segundo conjunto de restricciones trabaja con los tiempos de llegada a cada nodo, en (4.5) se establece la consistencia en los tiempos según los arcos utilizados en cada ruta, las restricciones (4.6) y (4.7) definen los tiempos de retraso y espera respectivamente, en el caso de (4.8) se fuerza a que la jornada de trabajo de los técnicos no exceda la jornada laboral.

$$w_i + s_i + t_{ij} - w_j \leq (1 - x_{ij}^k)M \quad \forall k \in K, (i, j) \in N^2 \quad (4.5)$$

$$w_i - \delta_i \leq l_i + b_i \quad \forall i \in N_c \quad (4.6)$$

$$w_i - \delta_i - \lambda_i \leq l_i \quad \forall i \in N_c \quad (4.7)$$

$$w_i + s_i \leq E \quad \forall i \in N_c \quad (4.8)$$

Por último, se escriben 5 restricciones relacionadas con la componente de *covering*. El valor del *covering* para cada zona y periodo se define como el mínimo entre una cota superior establecido por la restricción (4.9) y la cobertura efectiva realizada por las rutas (4.10). Para el cálculo de la cobertura efectiva, es necesario determinar los nodos que visita cada vehículo

en cada periodo. Con este fin se utilizan las restricciones (4.11), (4.12) y (4.13). La primera y segunda indican que si un vehículo visita un nodo después del fin de un periodo o lo abandona antes del inicio, no lo puede cubrir en dicho periodo. Por su parte (4.13) impone que si un nodo no es visitado, no puede ser cubierto.

$$f_{zp} \leq \text{MaxCov}_{zp} \quad \forall z \in Z, p \in P \quad (4.9)$$

$$f_{zp} \leq \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} y_{ip}^k \text{Cov}_{iz} \quad \forall z \in Z, p \in P \quad (4.10)$$

$$w_i - TF_p \leq E(1 - y_{ip}^k) \quad \forall i \in N, k \in K, p \in P \quad (4.11)$$

$$y_{ip}^k \leq \frac{w_i + s_i}{TI_p} \quad \forall i \in N, k \in K, p \in P \quad (4.12)$$

$$y_{ip}^k \leq \sum_{j \in \delta^-(i)} x_{ji}^k \quad \forall i \in N, k \in K, p \in P \quad (4.13)$$

Función Objetivo:

La función objetivo está basada en los trabajos de Weintraub et al. [1999], Rojas [2012], Cortés et al. [2014], en los que se considera un criterio multiobjetivo, el que incluye como indicadores de la calidad de servicio el tiempo de espera, el tiempo de retraso y los clientes postergados, también se consideran los costos operacionales agregando los tiempos de viaje y finalmente una componente de covering, la que incentiva la cobertura de zonas con altas demandas históricas.

$$\text{mín} \sum_{i \in N_c} [Mz_i + \sum_{k \in K} (\delta_i^k + \alpha \lambda_i^k)] + \gamma \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in I^2} t_{ij} x_{ij}^k - \beta \sum_{z \in Z} \sum_{p \in P} d_{zp} f_{zp}$$

Debido a la alta complejidad de este problema, se propone el uso de métodos de descomposición para la resolución de su relajación lineal, en particular el uso de la técnica de generación de columnas. En consecuencia, se presenta la descomposición del modelo utilizada, introduciendo en primer lugar el Problema Maestro y a continuación el Subproblema.

4.1.1. Problema Maestro

Conjuntos:

- R = Conjunto de rutas generadas.
- R_k = Conjunto de rutas asociadas al vehículo $k \in K$.

Parámetros:

- C_r = Costo de utilizar la ruta $r \in R$, sin incluir componente de covering.
- $H_{ir} = \begin{cases} 1 & \text{si el cliente } i \in N_c \text{ se encuentra en la ruta } r \in R, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$

- $C_{ip}^r = \begin{cases} 1 & \text{si la ruta } r \in R \text{ visita el nodo } i \in N \text{ en el periodo } p \in P, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$

Variables de decisión:

f_{zp} = Cobertura de la zona $z \in Z$ durante el periodo $p \in P$

$$\theta_r = \begin{cases} 1 & \text{si se utiliza la ruta } r \in R, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

$$z_i = \begin{cases} 1 & \text{si la atención del cliente } i \in N_c \text{ es postergada,} \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

Restricciones:

$$\sum_{r \in R_k} \theta_r \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (4.14)$$

$$\sum_{r \in R} \theta_r H_{ir} \geq 1 - z_i \quad \forall i \in N_c \quad (4.15)$$

$$f_{zp} \leq \sum_{r \in R} \theta_r \sum_{i \in N} C_{ip}^r Cov_{iz} \quad \forall z \in Z, p \in P \quad (4.16)$$

$$f_{zp} \leq MaxCov_{zp} \quad \forall z \in Z, p \in P \quad (4.17)$$

Función Objetivo:

$$\text{mín} \sum_{r \in R} C_r \theta_r + M \sum_{i \in N_c} z_i - \beta \sum_{z \in Z} \sum_{p \in P} d_{zp} f_{zp}$$

4.1.2. Subproblema

En el esquema de generación de columnas, el subproblema se encarga de verificar la existencia de nuevas rutas que pudieran mejorar la solución actual del problema maestro; además, en caso de existir, la resolución del subproblema entrega tal solución. La formulación del subproblema se presenta a continuación

Variables de decisión:

w_i = Instante de llegada al nodo $i \in N$.

λ_i = Tiempo de espera del nodo $i \in N_c$.

δ_i = Tiempo de retraso del nodo $i \in N_c$.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si se visita el nodo } j \in N \text{ después del nodo } i \in N, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

$$y_{ip} = \begin{cases} 1 & \text{si se visita el nodo } i \in N \text{ en el periodo } p \in P, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

Restricciones:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in \delta^+(o_k)} x_{okj} = 1 \quad (4.18)$$

$$\sum_{j \in N_e} \sum_{i \in \delta^-(j)} x_{ij} = 1 \quad (4.19)$$

$$\sum_{j \in \delta^+(i)} x_{ij} - \sum_{j \in \delta^-(i)} x_{ji} = 0 \quad \forall i \in N_c \quad (4.20)$$

$$w_i + s_i + t_{ij} - w_j \leq (1 - x_{ij})M \quad \forall (i, j) \in N^2 \quad (4.21)$$

$$w_i - \delta_i \leq l_i + b_i \quad \forall i \in N_c \quad (4.22)$$

$$w_i - \delta_i - \lambda_i \leq l_i \quad \forall i \in N_c \quad (4.23)$$

$$w_i + s_i \leq E \quad \forall i \in N_c \quad (4.24)$$

$$E(y_{ip} - 1) \leq TF_p - w_i \quad \forall i \in N, p \in P \quad (4.25)$$

$$y_{ip} \leq \frac{w_i + s_i}{TI_p} \quad \forall i \in N, p \in P \quad (4.26)$$

$$\sum_{p \in P} y_{ip} \leq |P| \sum_{j \in \delta^-(i)} x_{ji} \quad \forall i \in N \quad (4.27)$$

Función Objetivo

La función objetivo del subproblema corresponde al costo reducido, asociado al problema maestro, de la ruta generada. Para el cálculo del costo reducido, se utilizan las variables duales correspondientes a las restricciones del problema maestro, las que se denotarán como π para (4.14), μ para (4.15) y ω para (4.16).

$$\begin{aligned} \text{mín } \bar{c}_r &= C_r \theta_r - \sum_{k \in K} \pi_k \sum_{j \in \delta^+(o_k)} x_{okj} - \sum_{i \in N_c} \pi_i H_{ir} - \sum_{z \in Z, p \in P} \pi_{zp} \sum_{i \in N} y_{ip} Cov_{iz} \\ &= \sum_{i \in N_c} (\delta_i + \alpha \lambda_i - \mu_i \sum_{j \in \delta^+(i)} x_{ji}) + \gamma \sum_{(i,j) \in N^2} t_{ij} x_{ij} \\ &\quad - \sum_{k \in K} \pi_k \sum_{j \in \delta^+(o_k)} x_{okj} - \sum_{i \in N, p \in P} y_{ip} \sum_{z \in Z} Cov_{iz} \omega_{zp} \end{aligned}$$

4.1.3. Resolución subproblema

El subproblema se presentó en la sección anterior como un problema de programación entera mixta. Al pertenecer a esta clase de problemas, no se tiene un método eficiente de resolución. De hecho en el Capítulo 5 se presentan resultados que dan cuenta que aún con instancias de tamaño reducido, los tiempos de resolución son elevados. Por esta razón, se decide abordar el problema con un método de resolución basado en programación dinámica.

El subproblema corresponde al problema de camino mínimo elemental con recursos, *ESPPRC* por sus siglas en inglés. En este caso el recurso corresponde al tiempo, ya que la extensión

de cada ruta no puede superar la duración de la jornada laboral. Además, el costo de visitar cada nodo depende del instante en que se realiza la llegada.

Para la resolución se utilizó un algoritmo de tipo *label setting* basado en Desrochers and Soumis [1988], en este cada nodo $i \in V$ tiene una etiqueta $(T_i^k, C_i^k), k \geq 1$, indicando el tiempo de llegada y costo del k -ésimo camino desde el nodo fuente hasta i .

Dadas dos etiquetas de un nodo (T_i^1, C_i^1) y (T_i^2, C_i^2) , se dice que la primera domina a la segunda si y solo si $(T_i^2, C_i^2) - (T_i^1, C_i^1) \geq (0, 0)$. Además, se dirá que una etiqueta es eficiente si no existe otra etiqueta que la domine.

Se define además Q_i como el conjunto de las etiquetas del nodo i , $EFF(Q_i)$ el conjunto de etiquetas eficientes pertenecientes a Q_i y por último sea P_i el conjunto de etiquetas permanente. Notar que el camino mínimo entre $s - T$, corresponderá al camino con menor costo de $EFF(Q_t)$.

Así, el algoritmo utilizado es el siguiente:

Algoritmo label setting para SPPRC:

- Paso 0 (Inicialización):

$$Q_s = \{(T_s^1, C_s^1) = (0, 0)\}; \quad Q_i = \emptyset, \quad \forall i \in V \cup \{t\};$$

$$P_i = \emptyset, \quad \forall i \in V \cup \{t\}$$

- Paso 1 (Selección de la siguiente etiqueta en ser tratada):

$$\text{Si } \bigcup_{i \in V} (Q_i \setminus P_i) = \emptyset \text{ finalizar.}$$

$$\text{Escoger } (T_i^k, C_i^k) \text{ con } T_i^k \text{ minimo entre } \bigcup_{i \in V} (Q_i \setminus P_i)$$

- Paso 2 (Tratamiento etiqueta (T_i^k, C_i^k))

$$\forall j \mid (i, j) \in A,$$

$$Q_j := EFF(f_{ij}(T_i^k, C_i^k) \cup Q_j);$$

$$\text{con } f_{ij}(T_i^k, C_i^k) = \begin{cases} T_i^k + t_{ij}, C_i^k + c_{ij} & \text{si } T_i^k + t_{ij} < \text{duración jornada} \\ \emptyset & \text{si no} \end{cases}$$

$$P_i := P_i \cup \{(T_i^k, C_i^k)\}$$

Volver al paso 1.

Otro aspecto a considerar es que el camino $p = \{i_s, i_1, \dots, i_n, i_t\}$ entregado por el algoritmo descrito puede contener ciclos. No obstante, estos son finitos debido a la restricción de la duración de la jornada laboral y a que los tiempos de viaje y servicio son positivos. Para abordar este problema, se utilizó la metodología presentada en Villeneuve and Desaulniers [2005], en esta cada vez que se encuentra una ruta con un ciclo de costo negativo se descarta (sin agregarla al problema maestro), modificando posteriormente el grafo G de manera de hacer únicamente el camino p infactible. A continuación, se describe el algoritmo que modifica el grafo G :

Algoritmo camino prohibido:

- Paso 1 (Generación de nodos ficticios):

Se agrega un nodo por cada subcamino de p , cada uno parte desde el nodo de origen (i_s) e iterativamente se agregan nodos hasta llegar al destino (i_t), sin incluir el último. Es decir, los nodos por agregar para p son $(i_s, i_1), (i_s, i_1, i_2), \dots, (i_s, i_1, \dots, i_n)$.

- Paso 2 (Generación de arcos ficticios):

Se agrega un arco entre cada par de nodos creados consecutivamente en el paso anterior. Además, desde cada uno de estos nodos, salen arcos replicando los que poseía el nodo final del subcamino en el grafo original. Se hace notar que en el último paso no se agrega el arco que conecta los nodos de dos subcaminos consecutivos.

- Paso 3 (Eliminación de arcos):

Se elimina el arco (i_s, i_1) del grafo.

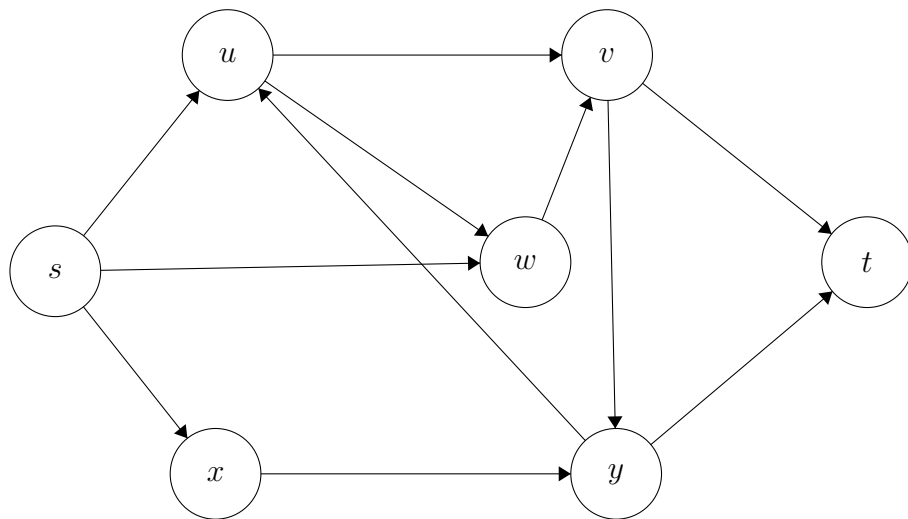
Para clarificar el funcionamiento de este algoritmo, en la Figura 4.2 se muestra un ejemplo simple en el que se modifica la red para prohibir un camino. En la parte superior de la figura se muestra el grafo G_1 , en este se busca prohibir el camino $\{s, u, v, t\}$. En la parte inferior de la figura, se muestra el grafo G_2 resultante de la modificación de G_1 . Las líneas completas representan los objetos copiados de G_1 , mientras que las líneas punteadas son los objetos duplicados según el camino a prohibir. El camino $\{s, u, v, t\}$ se vuelve infactible en G_2 debido a que el arco (s, u) ha sido eliminado y el arco (v_2, t) no se ha incluido.

4.2. Esquema de solución

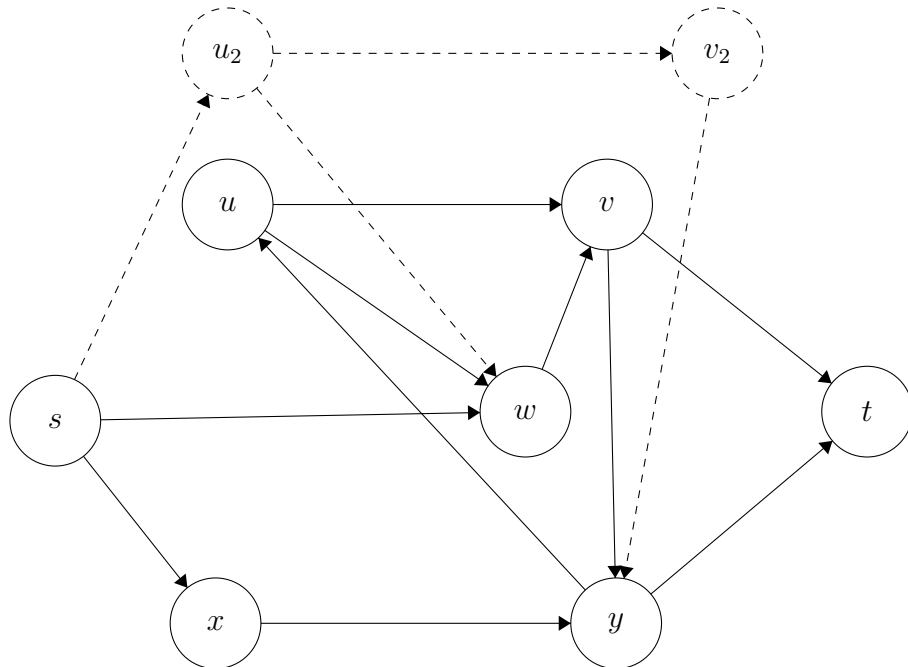
Para introducir el esquema de solución se mostrará la resolución de un día de operación. Dicha resolución se presenta gráficamente en el diagrama de flujo contenido en la Figura 4.3, en donde se indican las distintas etapas que componen el proceso de solución. En lo que resta de esta sección, se explican en detalle cada una de estas etapas.

Ruteo inicio del día: Al comenzar el día, se resuelve el modelo 4.1 considerando únicamente los clientes pendientes de días anteriores. Una vez que se obtiene la solución, esta queda fija para los vehículos con al menos un cliente asignado, en el sentido de que deben terminar en primer lugar la atención de los clientes pendientes y luego estarán disponibles para servir a los clientes que aparezcan en el resto de la jornada. Si no existen clientes pendientes, de todos modos se resuelve el modelo, ya que puede ser conveniente para los vehículos viajar a otras zonas para anticipar la llegada de futuros clientes.

Para resolver el problema de ruteo, se requiere contar inicialmente con una solución factible. Es decir, un conjunto de rutas que sean consistentes y que permitan atender a todos los clientes pendientes. Para su generación se distinguen dos casos: (1) cuando no existen



Grafo G_1 .



Grafo G_2 .

Figura 4.2: Ejemplo simple del funcionamiento del algoritmo que modifica el grafo para prohibir caminos.

clientes pendientes, simplemente se crean rutas desde el nodo asociado al origen/depósito hacia los distintos nodos de espera ubicados en otras zonas. (2) Cuando existen clientes pendientes se utiliza la heurística conocida del método de ahorros (*savings method*), propuesto originalmente en Clarke and Wright [1964].

Nuevo bloque de resolución: El algoritmo de resolución particiona el día de operación en distintos bloques, y en cada uno de estos resuelve un problema de ruteo distinto. Para definir los bloques se pueden ocupar dos enfoques: (1) cada bloque abarca la llegada de una

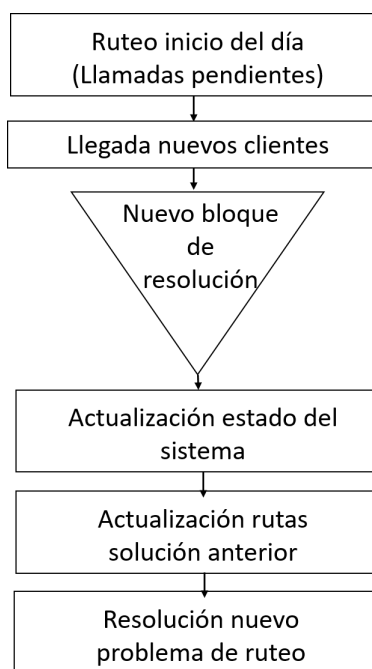


Figura 4.3: Diagrama de flujo del proceso asociado a la resolución de un día de operación.

cantidad determinada de clientes, y (2) los bloques consisten en intervalos de tiempo fijos, independientes de la cantidad de clientes que lleguen. Naturalmente se pueden derivar políticas que mezclan ambos enfoques, como por ejemplo esperar el mínimo entre una cantidad de tiempo y la llegada de un número de clientes.

La primera opción tiene la ventaja de que los tamaños de las instancias de cada bloque no poseen tanta variabilidad, ya que siempre se resuelve un problema con el mismo número de clientes. No obstante, tiene la desventaja de que el número de bloques puede ser muy grande si llegan muchos clientes, en cuyo caso se pueden generar demasiadas modificaciones a las rutas de los vehículos, lo que no es deseable desde el punto de vista del conductor ni del despachador. En términos de implementabilidad, el segundo enfoque presenta mayores facilidades ya que las reoptimizaciones se dan en tiempos fijados de antemano, por lo que en este trabajo se ocupará esta opción con bloques de igual duración. En la Figura 4.4 se ejemplifican ambas opciones para la definición de los bloques.

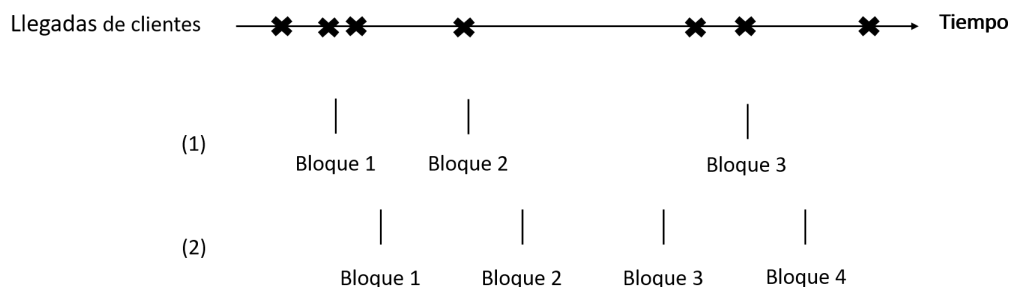


Figura 4.4: Ejemplo de definición de bloques con ambas opciones: (1) un bloque cada 2 clientes y (2) intervalos de tiempo fijo.

Actualización estado del sistema: Se define el estado del sistema como la tupla $(C, K, s : C \cup K \rightarrow \mathbb{R}, p : C \cup K \rightarrow \mathbb{R})$, en donde C corresponde al conjunto de clientes que aún no han sido atendidos y cuya atención es factible, K representa el conjunto de técnicos, s representa los tiempos de servicio¹ y p indica la posición.

Al comenzar la resolución de un bloque, la primera actividad que se realiza es la actualización del estado del sistema, proceso en el que se determinan los clientes que fueron atendidos en el bloque anterior o que al comienzo del nuevo bloque están siendo atendidos. Además, para cada vehículo se identifica su ubicación y el momento en que estarán disponibles para ser asignados a una nueva tarea.

Actualización rutas solución anterior: Para comenzar con la resolución del problema de ruteo de vehículos, es necesario contar con una solución factible, es decir, con un conjunto de rutas que permitan servir a todos los clientes y que sean consistentes con el estado actual del sistema.

Para la generación de estas rutas, se toman como base las rutas escogidas en la solución del bloque previo, y a cada una se le realizan las siguientes modificaciones:

1. Se eliminan los nodos asociados a los clientes que ya fueron atendidos y, en el caso de existir, el nodo asociado al cliente que está siendo atendido al momento del inicio del nuevo bloque.
2. Se genera una nueva ruta por cada cliente entrante, incorporándolo en el caso que sea factible, en la posición anterior al nodo de espera.

Resolución nuevo problema de ruteo: se resuelve un problema estático de ruteo de vehículos, considerando el estado actualizado del sistema e incorporando en el problema maestro reducido las rutas de la solución anterior actualizadas. Para la resolución se utiliza generación de columnas, resolviendo la relajación lineal del problema maestro. Finalmente, se resuelve el problema de ruteo estático entero, incluyendo las columnas generadas durante la resolución del problema relajado.

4.3. Síntesis

Las principales características del algoritmo propuesto en esta tesis para resolver el problema de ruteo de vehículos dinámico son:

- El modelo utilizado corresponde a uno de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo blandas. Considera en su función objetivo métricas de calidad de servicio (los tiempos de espera, tiempos de retraso y clientes postergados), además de la distancia total recorrida.

¹En el caso de los técnicos, s entrega el tiempo faltante para terminar la atención actual.

- El esquema de resolución propuesto consiste en una reoptimización de las rutas durante el transcurso de la jornada laboral. En cada reoptimización se resuelve un problema de ruteo de vehículos estático.
- Para resolver cada problema de ruteo de vehículos estático se ocupa la técnica de generación de columnas, ocupando un método exacto que permite la resolución óptima del problema maestro relajado. Posteriormente, se resuelve problema de ruteo de vehículos estático entero ocupando únicamente las rutas generadas en la resolución del problema relajado.
- El subproblema corresponde al ESPPRC. Para su resolución, se ocupa un algoritmo *label setting* para el SPPRC, además de un algoritmo que prohíbe caminos en el SPPRC.

Capítulo 5

Resultados

En el presente capítulo se muestran los resultados de la implementación computacional del algoritmo propuesto en el Capítulo 4, obtenidos para los dos casos de estudio introducidos en el Capítulo 3.

Se comienza comentando los detalles de la implementación, indicando los lenguajes de programación empleados, software utilizados en el desarrollo de la solución y las máquinas en que se corrieron los experimentos. Luego, se presenta la política de generación de instancias, detallando los criterios utilizados para la definición de cada parámetro del modelo, y se finaliza mostrando el análisis de resultados, en el cuál se compara el rendimiento del programa según las características de cada instancia. Además, se contrasta la solución con algoritmos alternativos, uno basado en programación entera mixta y otro en un operador de mejora local.

5.1. Implementación

El software desarrollado fue programado en el lenguaje Python. Esta decisión se basó en los requerimientos de flexibilidad y eficiencia demandados por el esquema de generación de columnas utilizado para resolver el DVRPTW. Otra razón para su elección fue la completitud que tiene para utilizar Gurobi (versión 7.0.2), el solver utilizado en esta tesis para optimizar los problemas lineales y enteros.

Para la generación de instancias y análisis de resultados se desarrollaron rutinas en Java, lenguaje que posee librerías que facilitan el uso de la A.P.I. de Google, la que se utilizó para calcular tiempos de viajes y realizar la geocodificación¹.

Todos los experimentos fueron ejecutados en un computador Mac OS X 10.7.5, con un procesador de Intel (R) core (TM) i7-3770 CPU 3.40 GHZ y 32 GB de RAM.

¹La geocodificación es el proceso de asignar coordenadas geográficas, por ejemplo latitud y longitud, a puntos del mapa (en este caso direcciones).

5.2. Política de creación de instancias

El primer paso para estudiar empíricamente el rendimiento de un algoritmo, es la definición de las instancias sobre las que se ejecutarán las pruebas. Como en el problema estudiado los días de operación no son independientes, ya que la atención de clientes postergados un día se debe realizar en el siguiente, se estableció que las instancias se constituirían de 5 días laborales consecutivos. En esta sección, se describen los criterios utilizados para definir cada aspecto de las instancias generadas para ambos casos de estudio.

5.2.1. Periodos

En el modelo se utiliza un conjunto de periodos, vale decir una discretización del horizonte temporal de la jornada laboral, para representar la distribución espacial de los técnicos durante el día. A mayor nivel de detalle, se aumenta la magnitud del modelo enfrentado, ya que cada periodo adicional implica agregar variables y restricciones de manera proporcional a la cantidad de zonas existentes. Por otro lado, al tener bloques más extensos, disminuye la calidad de la representación al tener errores más grandes al momento de identificar los cambios en las posiciones de los técnicos.

En el trabajo desarrollado en esta tesis los periodos tienen una duración de 90 minutos. De este modo la jornada laboral de Xerox se compone de 9 periodos y la de Cam de 16 periodos. Esta elección se basa en la extensión de los tiempos promedio de servicio y viajes entre zonas, ya que la cantidad de cambios en las posiciones durante el día no difiere de manera importante con la cantidad de periodos; además, esta cantidad hace factible la resolución del problema en un tiempo acotado.

Se hace notar la diferencia entre el concepto de periodo aquí explicado y el de bloques de horario mencionado en el Capítulo 4, ya que este último determina la cantidad de reoptimizaciones que se generarán durante el día.

5.2.2. Zonas

Debido a que la componente de *covering* del modelo funciona en base a zonas, se hace necesario generar una partición de Santiago. A la vez, estas zonas se utilizarán para simplificar el cálculo de los tiempos de viaje, ya que la ubicación de los clientes, del depósito y de los puntos de espera se asociará a la zona más cercana. En consecuencia, se generó una grilla de 50 puntos en Santiago, presentados en la Figura 5.1. Con las zonas establecidas se procedió a definir los tiempos de viaje.

Tiempos de viaje: para su determinación se ocuparon los tiempos de traslado entregados por la API de Google-Maps, considerando como modo de transporte el automóvil, a las 12:00 PM (mediodía) de un día laboral. En el caso de zonas distintas se ocuparon los tiempos de

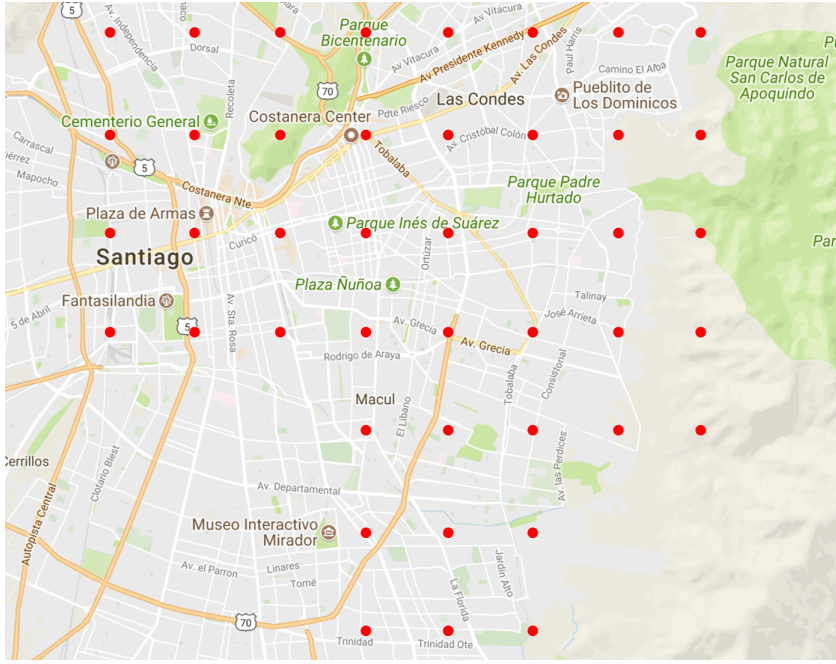


Figura 5.1: Centroides de las zonas que particionan Santiago.

traslado entre sus respectivos centroides, para los viajes entre una misma zona se utilizó la mitad del promedio de los tiempos de traslado a las zonas adyacentes.

5.2.3. Covering

El fin de la componente de cobertura del modelo, es que en cada periodo la distribución espacial de todos los vehículos, sin importar si están ociosos o no, permita una pronta atención a los clientes que van apareciendo.

Para incluirla en el modelo, se agrega una variable que indica la intensidad de cobertura para cada zona en cada periodo. Luego, mediante restricciones, esta variable se define como el mínimo entre un nivel de cobertura máximo y la cobertura efectiva realizada por los vehículos. Finalmente, esta variable se agrega en la función objetivo y se multiplica por un ponderador general de cobertura y por una bonificación específica para cada zona y periodo.

De esta manera, la importancia que tendrá la cobertura dentro del modelo, dependerá de cómo se definan en conjunto los parámetros mencionados en el párrafo anterior. La metodología utilizada en la creación de las instancias consistió en fijar todos los parámetros, según criterios explicados en el resto de esta sección, a excepción del ponderador general que se fue variando para evaluar su efecto en los resultados.

Cobertura entre zonas: un técnico al estar en la zona i se considerará que cubre 3 conjuntos de zonas: naturalmente a la misma zona i ($A_i^0 = \{i\}$), pero además cubrirá al conjunto de zonas vecinas (A_i^1) y también a las zonas que están a dos zonas de distancia, es decir, las vecinas de las vecinas (A_i^2). La fórmula que entrega el coeficiente de cobertura

entre la zona i e j viene dado por:

$$Cov_{i,j} = \frac{3I_{ij}^0 + 2I_{ij}^1 + I_{ij}^2}{3|A_i^0| + 2|A_i^1| + |A_i^2|}$$

Donde I_{ij}^n es una indicatriz que vale 1 en el caso de que la zona i esté a $n \in \{0, 1, 2\}$ zonas de distancia de j y 0 si no. La intuición detrás de esta fórmula es que mientras más cerca está la zona j mayor debe ser la cobertura, y por el contrario, ha medida que i cubre más zonas menor será la cobertura a cada una. En la Figura 5.2 se ejemplifica gráficamente la cobertura entre zonas.

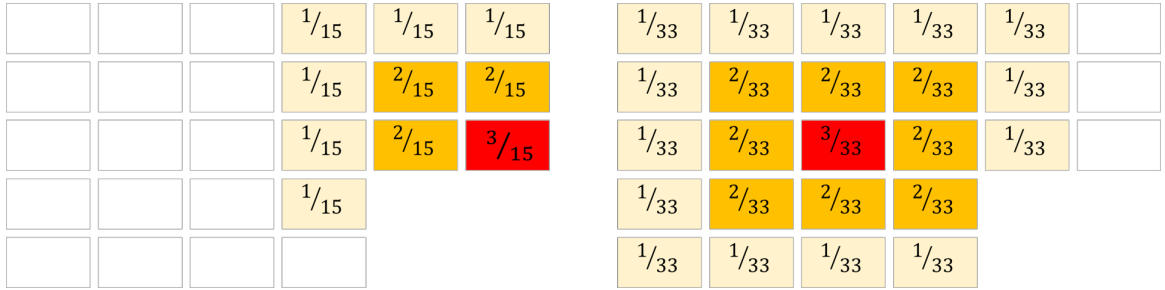


Figura 5.2: Dos ejemplos de coberturas entre zonas, el color rojo indica la zona en la que se encuentra el técnico y los números los coeficientes de cobertura.

Bonificación de cobertura: representado por el parámetro d_{zp} , es el ponderador que premia en la función objetivo el nivel de cobertura de la zona z en el periodo p ; en este trabajo se decidió determinar este valor como la demanda histórica promedio de la zona z en el periodo p , ya que se considera el promedio histórico como un buen estimador de la demanda futura. Luego, a mayor demanda mayor será el incentivo a cubrir.

Covering máximo: este parámetro se ocupa para fijar un máximo en las variables de cobertura, con el fin de evitar la generación de aglomeraciones en las zonas con mayor bonificación en desmedro de las demás. En esta tesis se optó por fijar este valor en 1, ya que dada la definición de cobertura entre zonas, este nivel de cobertura es equivalente a tener un vehículo en la misma zona con dedicación exclusiva, es decir, sin otras zonas adyacentes.

5.2.4. Puntos de espera

En el modelo descrito en el Capítulo 4 se introdujeron los puntos de espera, zonas en las que se prevé más probable la aparición de la demanda futura y en las que se obliga esperar a los vehículos ociosos, anticipando de esta manera la llegada de nuevos clientes.

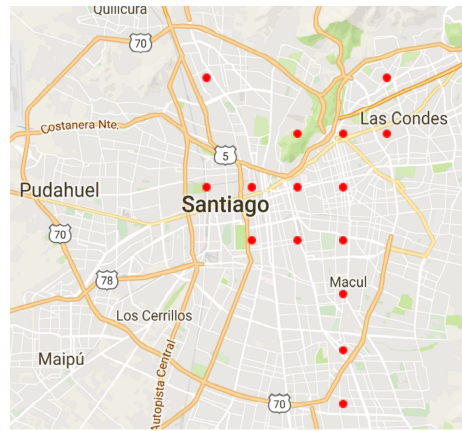
De manera análoga a lo realizado por Briceño [2014], se utiliza la demanda promedio como métrica para definir el conjunto de zonas que compondrán los puntos de espera. Es necesario entonces determinar la cantidad de zonas que se utilizarán como puntos de espera. En esta

decisión se debe evaluar el *trade-off* existente entre tener una menor cantidad de zonas y aumentar los tiempos de viaje totales, o tener una mayor cantidad pero incluir zonas donde es menos probable la aparición de un nuevo cliente.

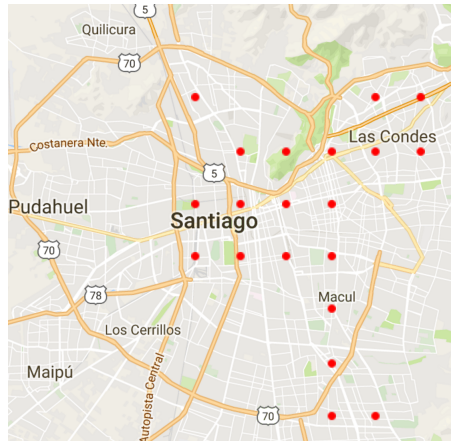
Para la generación de las instancias se crearon 3 conjuntos de zonas, que contienen las 10, 15 y 20 zonas con mayor demanda esperada, respectivamente. Se analizó el efecto de su elección en los resultados. En la Figura 5.3 se pueden observar los 3 conjuntos de zonas de mayor demanda para el caso de Xerox.



(a) 10 puntos de espera.



(b) 15 puntos de espera.



(c) 20 puntos de espera.

Figura 5.3: Conjuntos factibles de puntos de espera.

5.2.5. Cantidad de técnicos

Diariamente, la cantidad de técnicos disponibles se determina según la siguiente fórmula:

$$\# \text{ técnicos} = \left\lceil \frac{\sum_{i \in \text{clientes}} \text{ tiempo de servicio}_i}{\text{duración jornada laboral}} \times \eta \right\rceil$$

La fracción corresponde a una cota inferior de la cantidad de técnicos requeridos para atender la totalidad de clientes, notando que no se consideran ni los tiempos de traslado ni los momentos en que llegan los clientes. Para incluirlos se amplifica por el término $\eta \geq 1$. En esta tesis según el η utilizado en cada instancia se dirá que la atención de los técnicos es *ajustada*, *media* u *holgada* si toma el valor 1.5, 2.5 o 3.5 respectivamente.

Si bien en trabajos previos, como en Cortés et al. [2010a], se propone una política de diseño de flota en donde la cantidad de vehículos disponibles varía entre distintos meses dependiendo del nivel de demanda, el objetivo de esta tesis está centrado en el algoritmo de resolución y no en el diseño de flota, por lo que se consideró más adecuado el criterio descrito previamente.

5.2.6. Ponderadores función objetivo

La función objetivo del modelo considera tres aspectos diferentes que son: la calidad del servicio entregado, representado por los tiempos de espera y retraso, los costos operacionales dados por los tiempos de viaje, y en tercer lugar la componente de cobertura. Se hace entonces necesario definir la importancia relativa de cada uno de estos, lo que se plasma a través de los ponderadores que se les asignarán.

La primera observación que se debe hacer es que la componente de *covering* es la única que no está medida en unidades de tiempo, lo que se debe considerar a la hora de definir su ponderador para que las distintas magnitudes sean comparables. Además, como se trabaja con importancias relativas, se puede normalizar uno de los ponderadores que en este caso será el asociado a los tiempos de retraso y valdrá 1.

Según la estrategias de ambas empresas revisadas en el Capítulo 3, se prioriza la calidad del servicio por sobre los costos operacionales. De este modo, se determinó que los tiempos de retraso tendrán el doble de importancia que los de espera, y por lo tanto su ponderador $\alpha = 0.5$. Estos a su vez tendrán el doble de importancia que los costos asociados a los tiempos de viaje, de esta manera $\gamma = 0.25$.

Finalmente, para establecer el ponderador de la componente de *covering* se generaron instancias de tres tipos según la importancia de la cobertura, que van desde alto, donde el *covering* se compara con la componente de retraso, medio donde la componente toma valores similares al de los tiempos de espera y traslado, y por último instancias sin cobertura. Los valores para cada caso fueron calibrados ocupando las magnitudes obtenidas en un tercio de las instancias generadas.

5.2.7. Clientes

En este problema el dinamismo viene dado por la demanda, que al principio del día se desconoce y se va revelando progresivamente a medida que llegan los clientes. La caracterización de cada cliente viene dada por el momento del día en que se ingresa su llamado, el tiempo de servicio, su ubicación y finalmente el largo de la ventana de tiempo. Para generar la demanda de cada día se ocuparon dos enfoques:

- **Operación histórica:** en esta caso el tiempo de origen de la llamada, el tiempo de servicio y la ubicación de la demanda replican exactamente los registros de una semana de operación presente en la base de datos.
- **Muestreo aleatorio:** para generar instancias de tamaños arbitrarios se optó por ocupar un muestreo aleatorio. Para esto se generó una base con todas las llamadas históricas y luego de manera uniforme se fueron escogiendo eventos al azar sin reemplazo.

Como se mencionó en el Capítulo 3, en ningún caso se contaba con las ventanas de tiempo ni la prioridad que las empresas daban a cada llamado, explicado por la importancia comercial en Xerox o por la gravedad del accidente en CAM. De esta manera, se tuvo que generar estas prioridades de manera artificial. Con este fin se generaron 3 categorías de clientes según la cantidad de llamadas que tuvieran asociados en la base de datos. Así el 1% de clientes con mayor cantidad de llamados tiene la ventana de tiempo más estrecha y es de 90 minutos, luego el siguiente 9% de los clientes tiene un rango de 180 minutos y el resto una ventana de 360 minutos.

5.3. Algoritmos de comparación

Para poder estudiar el rendimiento de la solución propuesta en esta tesis, es necesario contar con métodos alternativos de resolución, que sirvan como puntos de comparación y permitan tener una referencia al analizar los resultados obtenidos.

En este caso se ocuparán 3 algoritmos. Todos resuelven el problema de ruteo de vehículos dinámico ocupando método de solución aproximada que genera columnas para el problema raíz presentado en el capítulo anterior. El elemento diferenciador es la manera de generar las rutas que se agregan al problema maestro. A continuación se presentan los distintos enfoques:

- **Programación dinámica (DP):** ocupa el algoritmo de *label setting* presentado en el capítulo anterior.
- **Programación entera mixta (MIP):** utiliza el solver Gurobi para resolver directamente la formulación de programación entera mixta introducida en el capítulo previo.
- **Heurística de mejora local (H):** aplica el operador de mejora local *two-point-move* a todas las rutas generadas al comienzo de cada bloque, basado en el algoritmo ocupado en Briceño [2014].

5.4. Análisis de resultados

El análisis de resultados se divide en dos etapas, que estudian el rendimiento de la solución frente al problema de ruteo de vehículos en el contexto estático y dinámico, respectivamente.

5.4.1. Ruteo estático

En esta sección, se analiza el tiempo requerido y la cantidad de rutas que se deben generar para resolver de manera óptima la relajación lineal del problema de ruteo de vehículos estático, a medida que varía la cantidad de clientes. Este estudio es relevante debido a que en el algoritmo propuesto en esta tesis, es necesario reoptimizar las rutas durante el transcurso de la jornada laboral. En cada reoptimización, se debe resolver un problema de ruteo de vehículos estático que incorpora la información que se posee en ese momento, siendo clave para su buen funcionamiento el poder resolver este problema en un tiempo acotado.

Para esta comparativa, se trabaja con los dos algoritmos que resuelven el problema de manera exacta (DP y MIP). Se hace notar que aún cuando ambos métodos resuelven en cada iteración de manera óptima el subproblema, la ruta entregada puede diferir en el caso de que la base sea degenerada. De esta manera el siguiente problema maestro será distinto y finalmente la cantidad de rutas generadas también puede ser distinta.

Para el estudio se generaron instancias aleatorias basadas en el caso de Xerox; se trabajó con 10 técnicos y el número de clientes fue variando entre 1 y 30. Para cada nivel de clientes, se generaron 50 instancias aleatorias, muestreando clientes de manera uniforme desde los datos históricos de operación. Los resultados reportados a continuación corresponden al promedio de los valores obtenidos.

Los resultados referentes al tiempo de resolución se observan en la Figura 5.4, donde se aprecia que para ambos algoritmos los tiempos se incrementan de manera exponencial al aumentar la cantidad de clientes; sin embargo, para MIP los aumentos son significativamente más rápidos, llegando con 7 clientes al límite establecido de 5 minutos, haciendo impracticable su uso en un problema dinámico. En consecuencia se utilizará sólo DP para los análisis posteriores. Se hace notar que en el gráfico para MIP se observan medidas que sobrepasan los 5 minutos entre los 7 y 9 clientes, esto se debe a la implementación de los criterios de parada, sin embargo, en ninguno de estos casos se logró resolver el problema a optimalidad.

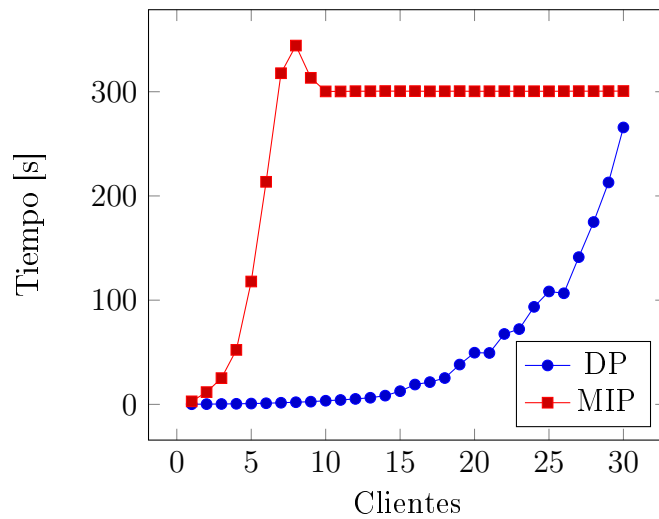


Figura 5.4: Tiempo promedio de resolución al variar la cantidad de clientes.

En la Figura 5.5 se presenta la cantidad de rutas que debe incorporar el proceso de generación de columnas para resolver el problema de ruteo de vehículos estático a medida que varía el número de clientes. Se puede apreciar un comportamiento lineal, en el que se comienza con 15 rutas con el primer cliente y luego va aumentando alrededor de 5 rutas por cada cliente extra hasta llegar a 15 clientes. Luego, el comportamiento es más irregular, existiendo en 4 casos una disminución del total de rutas generadas al aumentar el tamaño de la instancia. Estas disminuciones se pueden explicar debido a que nuevos clientes pueden facilitar la construcción de las soluciones al reducir simetrías o forzar una distribución espacial determinada de los vehículos.

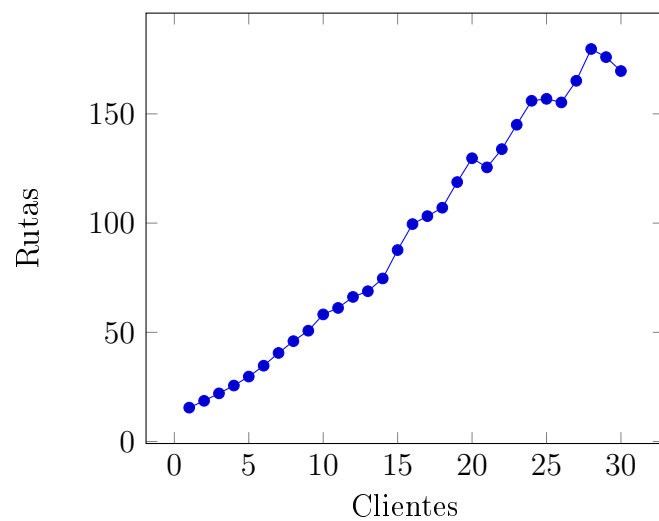


Figura 5.5: Cantidad promedio de rutas generadas al variar la cantidad de clientes.

5.4.2. Ruteo dinámico

Para estudiar el rendimiento de la solución en el contexto dinámico, se analizan los resultados bajo dos tipos de métricas: las de calidad de servicio (como el tiempo de retraso y tiempo de espera) y de costo operacional (expresado a través de los tiempos de viaje).

Con el fin de incluir la interacción entre distintos días de operación, originada debido a que si un cliente no es servido un día debe ser atendido en los días posteriores, cada instancia de prueba se compone de una semana laboral de operación; en consecuencia sus resultados corresponden a los promedios obtenidos durante los cinco días laborales. A su vez, para cada caso se generaron 20 instancias según los datos reales de operación, presentando como resultado los promedios obtenidos.

El análisis de esta sección tiene dos partes: en la primera se compara la solución propuesta con el método heurístico, lo que permite estudiar el *trade-off* entre el tiempo de computación y calidad de la solución obtenida. En la segunda parte, se analiza el efecto que tienen los distintos elementos que componen el algoritmo propuesto sobre sus resultados.

De los resultados de la sección anterior, se concluye que la resolución del problema de ruteo puede tomar un tiempo considerable dependiendo del tamaño de la instancia. No obstante, en el contexto dinámico el tiempo para reaccionar a la llegada de los clientes es acotado; de este modo, se decidió definir un límite de 30 segundos en el tiempo de resolución de cada bloque, lo que permite tener una comparativa realista entre ambos métodos.

Para presentar los resultados, se comenzará con aquellos obtenidos para el caso Xerox y posteriormente se contrastan con los de CAM. Al analizar cada caso se revisa en primer lugar las métricas de calidad de servicio y luego las de costos operacionales.

Al comparar los tiempos de espera, se puede ver en la Figura 5.6 que DP presenta mejores resultados tanto a nivel general como por categoría, obteniendo una reducción del 8 % a nivel global y en un 9.6 % en la categoría de alta prioridad. Esta diferencia es aún mayor en los tiempos de retraso, ya que DP posee un nivel bajísimo de clientes que no respetan su ventana horaria; de hecho esta cifra es sólo un 4 % a nivel general. Se obtiene así una disminución de un 84 % a nivel global y 79 % en los clientes con mayor importancia. Estos resultados son desplegados en la Figura 5.7.

En el caso de CAM la situación es distinta, ya que los tiempos de espera para ambos algoritmos son prácticamente los mismos con diferencias menores al 2 %. Sin embargo, en los tiempos de retraso se tiene una dominancia por parte de H, presentando reducciones de un 17 % a nivel general y 17.5 % para el nivel alto de prioridad.

En relación a los tiempos de viaje, se puede apreciar en la Figura 5.10 que en el caso de Xerox existe una diferencia de 5 % a favor de DP, correspondiendo los tiempos de viaje a un 10 % de la duración de la jornada laboral. En cambio en CAM, las diferencias son menores al 0.5 % y los tiempos de viaje representan el 50 % del día.

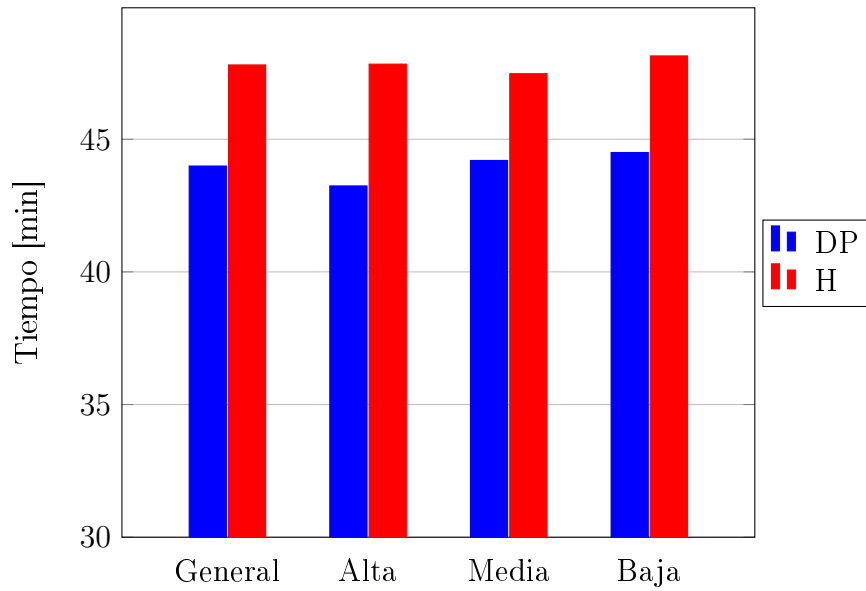


Figura 5.6: Caso Xerox: tiempos de espera de clientes según prioridad.

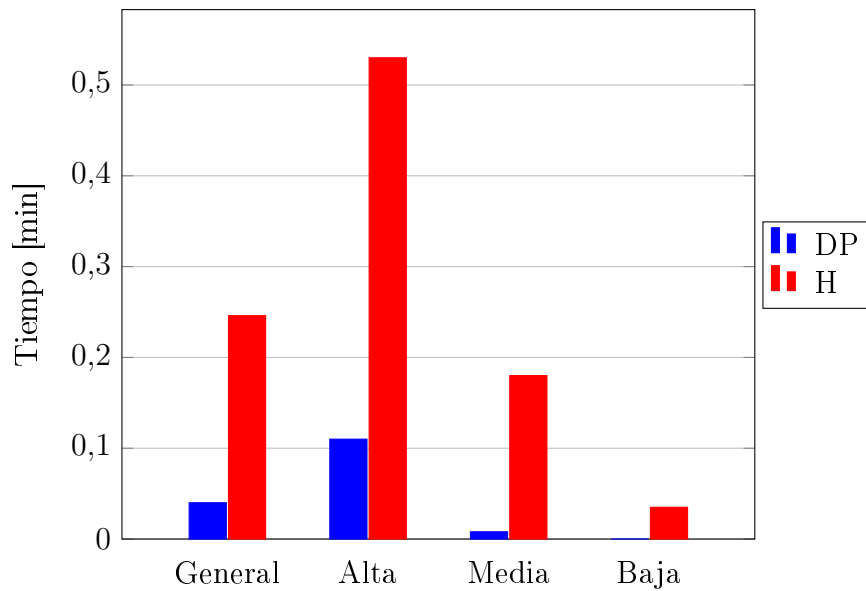


Figura 5.7: Caso Xerox: tiempos de retraso de clientes según prioridad.

A partir de los resultados expuestos previamente, se puede concluir que el rendimiento de la solución propuesta depende de manera crítica de las características de la instancia que se resuelve, superando en todas las métricas a la heurística en el caso de Xerox y por el contrario, entregando peores tiempos de retraso en el caso CAM. Una posible explicación para este fenómeno, es que en CAM se posee una jornada laboral más extensa, pasando de 9 a 24 horas, además de menores tiempos de atención, en promedio cuatro veces menores que en Xerox. Estos dos factores generan rutas que poseen una mayor cantidad de clientes, lo que a su vez genera un aumento en la complejidad del subproblema reduciendo la efectividad del algoritmo.

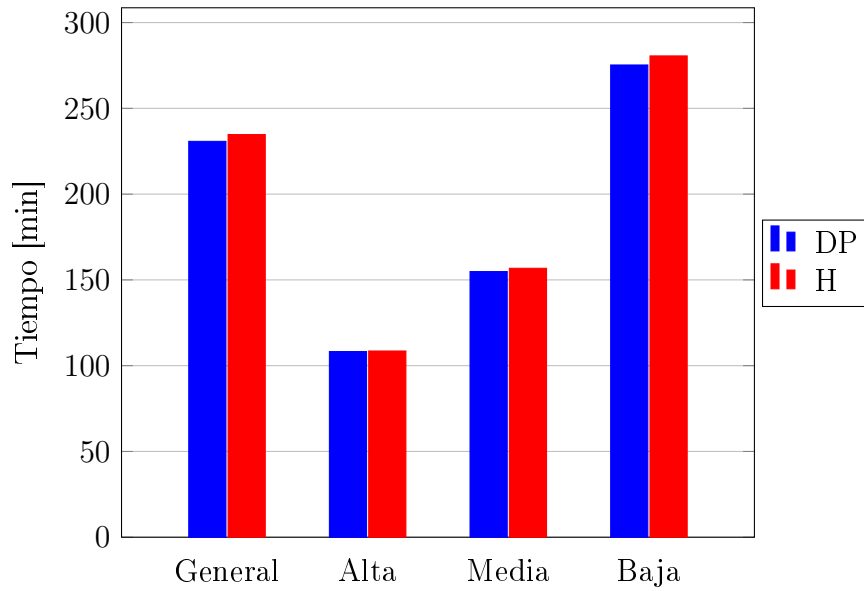


Figura 5.8: Caso CAM: tiempos de espera de clientes según prioridad.

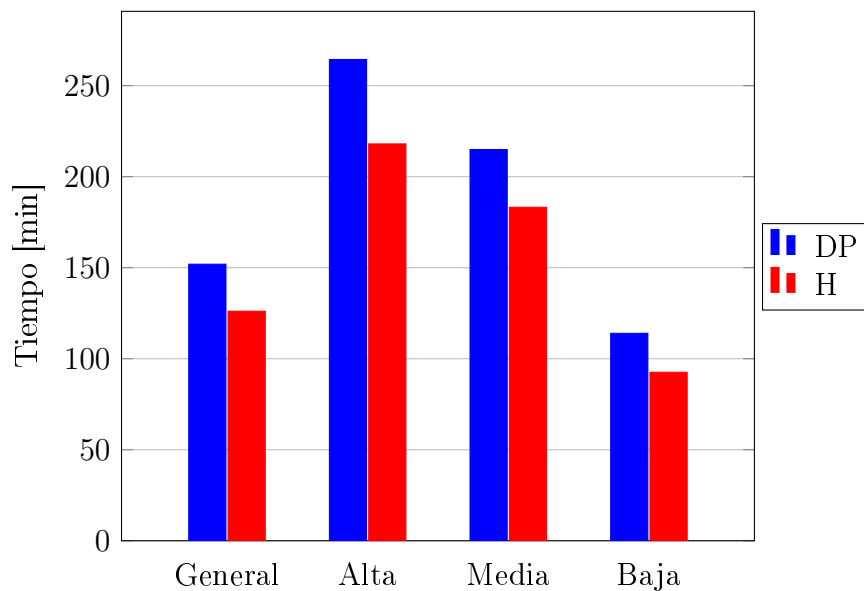


Figura 5.9: Caso CAM: tiempos de retraso de clientes según prioridad.

Debido a los resultados obtenidos en el análisis previo, donde DP no domina a H, se decide realizar un estudio más detallado del rendimiento del algoritmo en el caso CAM. Para esto, se resuelven distintas instancias variando tanto la cantidad de técnicos como otros parámetro del algoritmo, para medir su efecto sobre las métricas de evaluación. Los aspectos que se modificaron son los siguientes:

- **Cantidad de técnicos:** se cambia la relación entre el número de técnicos y clientes. Para esto se modifica el multiplicador γ de la fórmula introducida en la primera parte de este capítulo, y que determina la cantidad de técnicos. Se ocupa una flota pequeña ($\gamma = 1.5$), mediana ($\gamma = 2.5$) y grande ($\gamma = 3.5$).

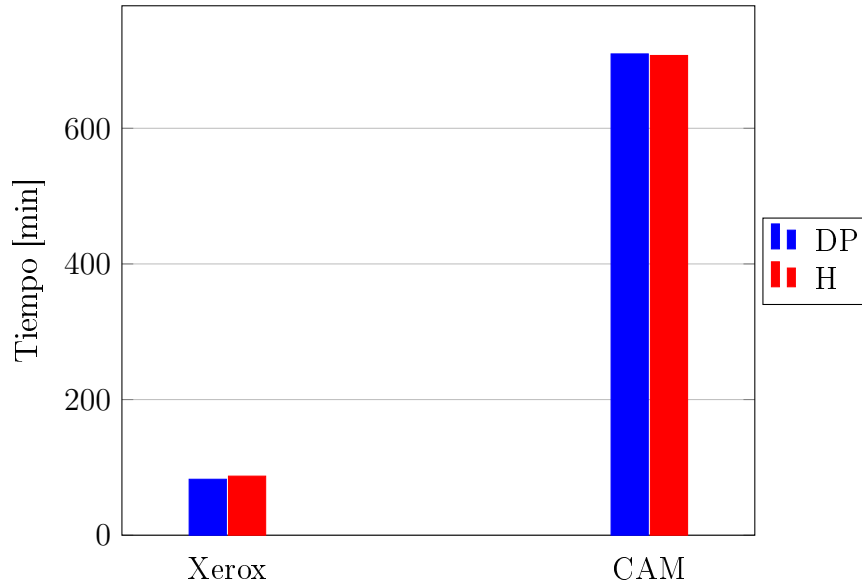


Figura 5.10: Tiempos de viajes diario por vehículo.

- **Duración bloques:** se modifica la duración de cada bloque, el que establece la cantidad de minutos que transcurrirán entre reoptimizaciones. Se probaron con bloques de 1 minuto, 5 minutos y 10 minutos.
- **Importancia covering:** se varía el valor del ponderador β de la componente de covering en la función objetivo. Se trabaja sin la componente de covering ($\beta = 0$), un valor de importancia media ($\beta = -0.1$) y una importancia alta ($\beta = -1$). Estos valores se determinaron en base a experimentos realizados.
- **Cantidad de puntos de espera:** se trabaja con 3 conjuntos de puntos de espera, que son los lugares hacia donde se dirigen los técnicos ociosos para esperar la llegada de nuevos clientes. Los conjuntos son los centroides de las 5, 10 y 15 zonas con mayor demanda promedio.

Para cada una de las 81 combinaciones posibles de parámetros, se corrieron 3 instancias correspondientes a 3 semanas reales de operación de distintos meses. Las tablas con todos los resultados se adjuntan en el apéndice.

El análisis de los resultados se estructura de la siguiente manera: se fija un tamaño de flota y se revisa el efecto de las distintas componentes del algoritmo sobre su rendimiento. Posteriormente se hace una comparación con la heurística.

- **Tamaño de flota pequeño:** al modificar los parámetros las diferencias observadas para los tiempos de espera y tiempos de viaje son reducidas, teniendo una variación máxima de un 7 % y 6 % respectivamente. En el caso de los tiempos de retraso, los cambios son mayores, llegando en la prioridad alta al 33 %.

Los menores tiempos se alcanzan con el nivel medio de cobertura y con los bloques más extensos. La larga duración de los bloques se explica ya que la disponibilidad de técnicos es menor, por lo tanto conviene esperar la llegada de más clientes y luego asignar teniendo mayor información, sobretodo porque pasará un tiempo considerable hasta que otro técnico esté disponible. Los efectos de los puntos de espera son muy reducidos, y no existe un patrón que sistemáticamente entregue mejores resultados.

Comparando con H, se obtienen resultados similares a los vistos previamente. Los tiempos de viaje son prácticamente iguales (diferencias menores al 1 %). DP posee tiempos de espera que son en promedio 3 % menores, teniendo además tiempos de retraso para la prioridad alta menores en un 2.4 %. Sin embargo, los tiempos de retraso para la prioridad media y baja son mayores en un 4.8 % y 6.2 % respectivamente.

- **Tamaño de flota medio:** se pueden diferenciar 2 casos con resultados sustancialmente distintos: cuando el covering es medio y cuando tiene otros valores. En el primer caso mejoran todas las métricas, obteniendo reducciones mayores al 50 %. A diferencia de la situación con flota de tamaño pequeño, los bloques de menor duración presentan los mejores resultados para tiempos de retraso y espera. Si bien los efectos de los puntos de espera son marginales en comparación con los otros factores, la mejor configuración depende de la extensión de los bloques. Así, al reducir su duración una menor cantidad de puntos entrega mejores resultados.

Al comparar con la heurística, se observan diferencias del orden del 1 % en tiempos de espera y tiempos de viaje. No obstante, en los tiempos de retrasos H da mejoras significativas, siendo para la prioridad alta en promedio un 34 % menores. Esta situación cambia totalmente si se analiza por separado el caso con covering medio. Acá DP domina reduciendo en un 4 % los tiempos de viaje, en un 13 % los tiempos de espera y en un 50,4 % los tiempos de retraso. Esta diferencia hace notar la importancia de la buena calibración del modelo, y sobre todo de la componente de cobertura, en los resultados del algoritmo.

- **Tamaño de flota alto:** se identifican comportamientos distintos. En primer lugar los tiempos de viaje varían de manera considerable según la importancia de la cobertura, produciendo el nivel medio una reducción de un 30 % y 40 % en relación al nivel bajo y alto respectivamente. Para los tiempos de espera y retraso, los peores resultados los da el nivel de cobertura alto, siendo prácticamente el único que presenta retrasos y duplicando los tiempos de espera. Además, el nivel medio de cobertura posee tiempos de espera un 24,4 % menor que el nivel bajo. Respecto a la duración de los bloques, la mejor opción son los más reducidos, debido a que al tener una alta disponibilidad, la mejor estrategia es atender inmediatamente cuando se produce la llegada de un nuevo cliente. Nuevamente el efecto de los puntos de espera es reducido, produciendo diferencias menores al 1 %.

En comparación con H, nuevamente las diferencias en tiempos de espera y tiempos de viaje son menores al 2 %. Si bien los tiempos de retraso con la heurística son reducidos (menores que un minuto por cliente) estos son superiores a los presentados por el algoritmo, que en la mayoría de los casos son nulos.

5.5. Síntesis

Para el análisis de resultados se comparó el algoritmo propuesto en esta tesis (DP), con uno basado en programación entera mixta (MIP) y otro en un operador de mejora local (H). Ocupando instancias generadas a partir de los datos históricos de ambos casos (Xerox y CAM), se replicaron semanas de operación y se generaron instancias aleatorias. A continuación, se presentan los resultados principales:

- Si bien tanto DP como MIP presentan tiempos de resolución exponenciales en función de la cantidad de clientes, el primero logra resolver instancias cuatro veces más grandes en menos de 5 minutos.
- Cuando las rutas poseen un número menor de clientes por día (como en el caso Xerox que varía entre 5 y 7), DP domina en todas las métricas a H.
- Si las rutas incluyen una cantidad mayor de clientes (como en el caso de CAM que llegaban a 20), DP es menos efectiva y presenta en algunos casos tiempos de retraso mayores que H.
- Cuando se está en una situación intermedia, es crucial para el buen desempeño de DP una calibración adecuada de los parámetros del modelo, sobretodo los que presentan una mayor sensibilidad. De ser efectivo, se logran diferencias sustanciales con H.
- La mayor sensibilidad del modelo se encuentra en la importancia de la cobertura, que puede llegar a generar una reducción del orden del 50% en las métricas estudiadas. Posteriormente, vienen los tiempos de bloque, que deben ser ajustados según la relación entre clientes y vehículos, y por último los puntos de espera, que presentan efectos marginales.

Conclusión

6.1. Conclusiones generales

En el trabajo de esta tesis se propuso e implementó una solución exacta para el problema de ruteo de vehículos dinámico con ventanas de tiempo (*DVRPTW*). El dinamismo se origina debido a que nuevos clientes aparecen durante el transcurso de la jornada laboral, lo que obliga a reestructurar las rutas definidas previamente para su incorporación. Las ventanas de tiempos se determinan según la importancia o urgencia de la llamada, y son *blandas*, ya que se permiten desviaciones penalizadas.

Para evaluar la solución se emplearon dos casos de estudio, el primero correspondiente al servicio técnico de reparaciones de la empresa multinacional Xerox, y el segundo un servicio de emergencias de la compañía CAM. En ambos el objetivo principal es la entrega de una alta calidad de servicio, reflejada en menores tiempos de retraso y espera.

Los resultados más importantes y principales logros del trabajo realizado son los siguientes:

- Se presenta una descomposición del DVRPTW, entregando una formulación del problema maestro y subproblema.
- Se diseña e implementa un esquema basado en generación de columnas, que permite resolver la operación semanal de ambos casos de estudio.
- Se genera un algoritmo de programación dinámica perteneciente a la clase *label setting*, que permite resolver el subproblema en menor tiempo en comparación con su resolución a través de programación entera mixta, no obstante, presenta tiempos de resolución exponenciales en función del tamaño del problema.
- Se implementa una rutina que a través de modificaciones en el grafo original, logra descartar rutas a elección del conjunto de soluciones factible del subproblema, permitiendo el uso del algoritmo de programación dinámica en el caso de degenerancia en el problema maestro.

- Referente al rendimiento de la solución propuesta, se observó en las pruebas una alta dependencia en el número de clientes por ruta. Cuando son reducidos, como en Xerox donde variaban entre 5 y 7, se tiene una dominancia sobre la heurística de comparación. Si hay muchos clientes por técnico, como en CAM donde las rutas alcanzan los 20 clientes, la solución es menos efectiva y presenta en algunos casos mayores retrasos. En una situación intermedia, el resultado depende de la buena calibración de los parámetros del modelo, sobretodo los más sensibles como el ponderador de cobertura, pudiendo reducir hasta en un 50 % los tiempos de retraso en relación a la heurística.

Como conclusión final, se establece que el esquema de resolución propuesto basado en generación de columnas, que resuelve el subproblema a través de un algoritmo de programación dinámica, permite la resolución satisfactoria del *DVRPTW* en instancias reales con más de 200 clientes diarios. Su rendimiento depende de la cantidad de clientes por ruta, existiendo casos donde domina en todas las métricas a la heurística de comparación, sin embargo, al aumentar dicho número reduce su efectividad.

6.2. Trabajo futuro

La sección anterior presenta las conclusiones que produjo esta investigación, no obstante, esta también generó nuevas interrogantes que motivan futuras investigaciones, a continuación se proponen ideas para extender y perfeccionar el trabajo de esta tesis:

- Como se observó en los resultados, para instancias con mayor número de clientes por ruta, el algoritmo propuesto para resolver el subproblema no logra entregar mejores resultados que la heurística de comparación. De este modo, se propone buscar una manera de mejorar los tiempos de resolución del subproblema, ya sea a través de un enfoque de solución totalmente distinto como la utilización de *Constraint Programming* o *Machine Learning*, o introduciendo mejoras al algoritmo empleado, por ejemplo a través de la inclusión de técnicas de paralelismo, diferentes estructuras de datos o la utilización de lenguajes de programación de más bajo nivel.
- Una segunda interrogante, es estudiar si genera mejores resultados resolver en cada bloque de manera exacta la versión entera del problema maestro, ya que en este trabajo se resolvía a optimalidad únicamente la versión relajada del problema maestro.
- Incluir dentro del modelo maneras alternativas de anticipar la demanda, que permitan utilizar mayor información sobre su distribución, esto ya que para la definición de los puntos de espera y la componente de cobertura, se utiliza exclusivamente el promedio de la demanda como estimador de la demanda futura. Se podrían por ejemplo incluir medidas de riesgo o información sobre la varianza o correlación de la demanda.

- Estudiar la incorporación de más fuentes de incertidumbre en el problema, por ejemplo utilizar tiempos de servicio estocásticos o tiempos de traslado que varíen de acuerdo al momento del día o que sigan alguna distribución aleatoria. También se podrían incluir probabilidad de fallas en las reparaciones o la opción de que los técnicos no estén disponibles durante el día.
- Las pruebas realizadas en esta tesis, demuestran la factibilidad de implementar un método de descomposición exacto en la resolución del problema dinámico, es interesante entonces estudiar el rendimiento e impacto de esta herramienta en una aplicación real, para además estudiar la respuesta de los técnicos y clientes.
- Comparar el rendimiento de la solución entregada con la versión estática del problema, para identificar las razones de las desviaciones y mejorar el esquema de resolución dinámico con nuevas políticas.

Bibliografía

- Jonathan D Adler and Pitu B Mirchandani. Online routing and battery reservations for electric vehicles with swappable batteries. *Transportation Research Part B: Methodological*, 70:285–302, 2014.
- Cynthia Barnhart, Ellis L Johnson, George L Nemhauser, Martin WP Savelsbergh, and Pamela H Vance. Branch-and-price: Column generation for solving huge integer programs. *Operations research*, 46(3):316–329, 1998.
- Alexandre Beaudry, Gilbert Laporte, Teresa Melo, and Stefan Nickel. Dynamic transportation of patients in hospitals. *OR spectrum*, 32(1):77–107, 2010.
- Ilham Benyahia and J-Y Potvin. Decision support for vehicle dispatching using genetic programming. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 28(3):306–314, 1998.
- Jürgen Branke, Martin Middendorf, Guntram Noeth, and Maged Dessouky. Waiting strategies for dynamic vehicle routing. *Transportation science*, 39(3):298–312, 2005.
- Paulina Briceño. Heurística basada en predicción de demanda y generación de columnas para resolver el problema de ruteo dinámico de vehículos con ventanas de tiempo. Master’s thesis, Universidad de Chile, 2014.
- CAM. *Memoria Anual*, 2010. http://www.cam-la.com/pdf/memoria_anual/memoria_2010_esp.pdf.
- Zhi-Long Chen and Hang Xu. Dynamic column generation for dynamic vehicle routing with time windows. *Transportation Science*, 40(1):74–88, 2006.
- Geoff Clarke and John W Wright. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations research*, 12(4):568–581, 1964.
- Cristián E Cortés, Michel Gendreau, Daniel Leng, and Andrés Weintraub. A simulation-based approach for fleet design in a technician dispatch problem with stochastic demand. *Journal of the Operational Research Society*, 62(8):1510–1523, 2010a.
- Cristián E Cortés, Martín Matamala, and Claudio Contardo. The pickup and delivery problem with transfers: Formulation and a branch-and-cut solution method. *European Journal of Operational Research*, 200(3):711–724, 2010b.

- Cristián E Cortés, Michel Gendreau, Daniel Leng, and Andres Weintraub. A simulation-based approach for fleet design in a technician dispatch problem with stochastic demand. *Journal of the Operational Research Society*, 62(8):1510–1523, 2011.
- Cristián E Cortés, Michel Gendreau, Louis Martin Rousseau, Sebastián Souyris, and Andrés Weintraub. Branch-and-price and constraint programming for solving a real-life technician dispatching problem. *European Journal of Operational Research*, 238(1):300–312, 2014.
- George B Dantzig and John H Ramser. The truck dispatching problem. *Management science*, 6(1):80–91, 1959.
- Martin Desrochers. *La fabrication d’horaires de travail pour les conducteurs d’autobus par une méthode de génération de colonnes*. Université de Montréal, Centre de recherche sur les transports, 1987.
- Martin Desrochers and François Soumis. A generalized permanent labelling algorithm for the shortest path problem with time windows. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 26(3):191–212, 1988.
- Jacques Desrosiers, François Soumis, and Martin Desrochers. Routing with time windows by column generation. *Networks*, 14(4):545–565, 1984.
- Jacques Desrosiers, Yvan Dumas, Marius M Solomon, and François Soumis. Time constrained routing and scheduling. *Handbooks in operations research and management science*, 8:35–139, 1995.
- Lester Randolph Ford and Delbert R Fulkerson. A suggested computation for maximal multi-commodity network flows. *Management Science*, 5(1):97–101, 1958.
- Michel Gendreau, Alain Hertz, and Gilbert Laporte. A tabu search heuristic for the vehicle routing problem. *Management science*, 40(10):1276–1290, 1994.
- Michel Gendreau, Francois Guertin, Jean-Yves Potvin, and Eric Taillard. Parallel tabu search for real-time vehicle routing and dispatching. *Transportation science*, 33(4):381–390, 1999.
- I.N.E. *Indicadores demográficos por comuna.*, 2014. http://www.ine.cl/canales/chile_estadistico/familias/demograficas_vitales.php.
- John J Jarvis. On the equivalence between the node-arc and arc-chain formulations for the multi-commodity maximal flow problem. *Naval Research Logistics (NRL)*, 16(4):525–529, 1969.
- Yannick Kergosien, Ch Lente, D Piton, and J-C Billaut. A tabu search heuristic for the dynamic transportation of patients between care units. *European Journal of Operational Research*, 214(2):442–452, 2011.
- Roberto Montemanni, Luca Maria Gambardella, Andrea Emilio Rizzoli, and Alberto V Donati. Ant colony system for a dynamic vehicle routing problem. *Journal of Combinatorial Optimization*, 10(4):327–343, 2005.

- Clifford S Orloff. Route constrained fleet scheduling. *Transportation Science*, 10(2):149–168, 1976.
- Harilaos N Psaraftis. A dynamic programming solution to the single vehicle many-to-many immediate request dial-a-ride problem. *Transportation Science*, 14(2):130–154, 1980.
- Harilaos N Psaraftis, Min Wen, and Christos A Kontovas. Dynamic vehicle routing problems: Three decades and counting. *Networks*, 67(1):3–31, 2016.
- José Rojas. Heurística basada en covering y generación de columnas dinámico para el problema de ruteo dinámico de vehículos con ventanas de tiempo. Master’s thesis, Universidad de Chile, 2012.
- Martin WP Savelsbergh. The vehicle routing problem with time windows: Minimizing route duration. *ORSA journal on computing*, 4(2):146–154, 1992.
- Sebastián Souyris, Cristián E Cortés, Fernando Ordóñez, and Andres Weintraub. A robust optimization approach to dispatching technicians under stochastic service times. *Optimization Letters*, 7(7):1549–1568, 2013.
- Paolo Toth and Daniele Vigo. *Vehicle routing: problems, methods, and applications*. SIAM, 2014.
- Daniel Villeneuve and Guy Desaulniers. The shortest path problem with forbidden paths. *European Journal of Operational Research*, 165(1):97–107, 2005.
- A Weintraub, J Aboud, C Fernandez, G Laporte, and E Ramirez. An emergency vehicle dispatching system for an electric utility in chile. *Journal of the Operational Research Society*, pages 690–696, 1999.

Apéndice

Resultados instancias

Duración bloque [min]	Covering	Puntos de espera	Tiempos de espera			Tiempos de retraso			Tiempos de viaje
Prioridad			A	M	B	A	M	B	
1	0	5	273.694	149.109	107.527	122.950	207.535	302.201	728.833
		10	272.006	152.552	109.257	122.465	210.972	306.144	729.485
		15	266.394	150.537	106.013	109.422	208.658	289.825	731.803
	-0.01	5	267.969	151.017	106.909	104.167	209.440	281.364	718.697
		10	266.922	152.858	108.974	97.521	213.004	288.927	711.682
		15	269.975	152.393	110.133	109.254	211.981	278.627	717.591
	-1	5	278.858	153.120	110.533	139.276	233.437	307.087	746.971
		10	278.593	153.277	110.428	135.331	216.258	308.428	747.500
		15	277.581	155.147	109.531	136.915	224.361	301.702	743.294
5	0	5	270.003	150.990	107.229	114.858	207.932	271.004	724.227
		10	278.507	152.800	109.614	115.610	209.636	281.825	730.530
		15	274.454	152.268	108.898	114.898	214.610	297.298	729.697
	-0.01	5	270.309	148.159	108.026	105.521	199.220	273.761	719.697
		10	271.644	150.836	108.465	104.637	205.810	269.535	715.288
		15	275.203	151.920	112.300	105.550	209.568	305.217	717.545
	-1	5	280.942	153.876	109.740	144.908	224.710	311.040	747.206
		10	280.038	153.841	110.943	136.468	226.011	306.202	747.838
		15	272.054	151.995	109.472	130.156	217.899	290.468	745.912
10	0	5	266.563	147.477	106.285	96.500	188.667	258.579	712.485
		10	268.548	146.644	111.367	108.079	190.614	269.726	718.758
		15	271.486	149.998	108.462	111.531	198.427	292.363	725.030
	-0.01	5	266.637	146.869	104.475	95.969	186.787	228.049	710.500
		10	268.361	145.642	106.116	99.516	177.267	252.621	703.833
		15	268.861	145.496	107.362	94.771	186.157	261.917	705.303
	-1	5	273.808	154.077	106.504	118.330	211.543	281.596	741.735
		10	269.492	152.520	105.405	122.410	215.536	267.361	743.235
		15	263.125	150.180	107.595	120.259	211.537	279.724	739.412

Tabla 6.1: Caso CAM: Resultados de la solución propuesta, para instancias con el tamaño de flota pequeño y variando múltiples características.

Duración bloque [min]	Covering	Puntos de espera	Tiempos de espera			Tiempos de retraso			Tiempos de viaje
Prioridad			A	M	B	A	M	B	
1	0	5	85.164	71.376	60.779	5.189	7.406	25.857	482.361
		10	86.752	73.875	57.934	2.658	7.024	13.008	486.021
		15	85.566	72.446	59.066	2.571	6.007	11.520	486.278
	-0.01	5	66.631	60.295	51.377	0.061	1.791	6.926	418.309
		10	66.949	58.951	48.481	0.051	2.273	6.868	417.371
		15	68.464	58.475	48.947	0.185	2.992	9.111	421.588
	-1	5	125.079	103.067	80.454	2.815	18.192	28.422	565.257
		10	130.050	106.063	77.799	9.283	27.369	39.197	591.134
		15	132.194	105.208	81.164	9.927	24.196	47.475	586.536
5	0	5	97.347	86.814	69.639	1.485	7.978	27.783	500.155
		10	105.120	85.281	69.365	3.433	13.706	18.848	515.763
		15	92.512	77.650	68.910	6.418	10.841	21.467	499.876
	-0.01	5	84.871	73.173	61.436	0.047	4.680	12.963	441.186
		10	71.834	62.075	51.836	0.007	2.612	9.242	417.258
		15	84.099	74.982	61.025	0.072	4.322	12.193	442.536
	-1	5	120.850	98.948	81.908	9.294	24.364	52.481	565.171
		10	138.622	105.550	88.541	9.202	34.818	69.512	600.433
		15	132.545	104.434	81.783	8.739	34.452	44.852	593.443
10	0	5	86.809	72.302	61.193	5.051	11.008	17.541	489.887
		10	90.026	77.740	61.111	2.271	10.118	16.004	491.093
		15	85.923	71.330	59.857	3.319	9.589	14.934	491.402
	-0.01	5	73.617	66.284	53.201	0.073	2.046	11.086	410.196
		10	69.809	64.359	52.123	0.890	2.300	11.172	406.144
		15	70.125	61.974	50.422	0.450	2.084	8.098	409.515
	-1	5	118.537	92.751	74.956	11.200	25.223	33.934	559.114
		10	130.585	101.437	78.156	13.566	34.554	43.202	594.649
		15	127.928	101.525	78.872	11.521	29.013	40.033	591.495

Tabla 6.2: Caso CAM: Resultados de la solución propuesta, para instancias con el tamaño de flota medio y variando múltiples características.

Duración bloque [min]	Covering	Puntos de espera	Tiempos de espera			Tiempos de retraso			Tiempos de viaje
Prioridad			A	M	B	A	M	B	
1	0	5	26.914	26.002	25.996	0.000	0.000	0.000	417.175
		10	27.348	26.532	27.598	0.000	0.000	0.000	422.708
		15	27.169	26.671	27.598	0.000	0.000	0.000	427.328
	-0.01	5	19.779	18.870	20.697	0.000	0.000	0.000	281.985
		10	19.766	18.666	20.078	0.000	0.000	0.000	281.796
		15	19.750	18.899	20.189	0.000	0.000	0.016	283.679
	-1	5	51.871	49.271	46.041	0.000	0.178	1.135	478.993
		10	54.046	51.742	50.705	0.000	0.107	1.762	476.818
		15	54.164	51.286	44.844	0.000	0.141	1.799	486.664
5	0	5	28.368	27.053	27.857	0.000	0.000	0.000	419.394
		10	28.213	27.203	27.516	0.000	0.000	0.041	426.686
		15	28.775	27.532	29.004	0.000	0.000	0.000	432.372
	-0.01	5	22.307	21.110	21.418	0.000	0.000	0.000	279.482
		10	21.822	20.992	21.922	0.000	0.000	0.000	278.825
		15	21.951	20.836	22.262	0.000	0.000	0.000	283.409
	-1	5	51.915	49.466	47.443	0.007	0.110	0.873	482.569
		10	54.766	52.341	49.078	0.024	0.357	5.025	484.036
		15	55.191	50.013	47.344	0.112	0.264	2.480	486.117
10	0	5	28.346	27.060	26.439	0.000	0.000	0.033	417.927
		10	29.697	27.858	26.779	0.000	0.003	0.033	425.584
		15	29.430	28.125	27.668	0.000	0.021	0.074	431.555
	-0.01	5	23.858	20.906	21.344	0.223	0.878	0.000	284.518
		10	22.308	19.974	20.230	0.000	0.063	0.000	285.102
		15	22.090	19.974	20.971	0.000	0.019	0.000	287.029
	-1	5	54.942	51.287	46.820	0.134	0.245	1.471	482.204
		10	55.756	52.532	45.852	0.138	0.815	1.320	483.613
		15	54.468	49.610	45.291	0.000	0.179	1.152	482.628

Tabla 6.3: Caso CAM: Resultados de la solución propuesta, para instancias con el tamaño de flota grande y variando múltiples características.

Duración bloque [min]	Covering	Puntos de espera	Tiempos de espera			Tiempos de retraso			Tiempos de viaje
			A	M	B	A	M	B	
1	0	5	281.546	156.472	112.653	113.669	205.625	271.712	729.879
		10	283.713	156.153	112.804	123.347	208.176	282.219	730.727
		15	283.129	157.615	112.108	125.179	213.498	271.874	734.803
	-0.01	5	276.826	154.157	113.154	109.358	196.581	259.272	717.561
		10	275.712	152.672	111.593	106.922	190.411	266.394	719.182
		15	278.961	152.543	112.671	110.052	203.165	246.522	722.530
	-1	5	285.366	155.635	111.170	137.240	221.377	280.558	747.691
		10	285.753	155.834	112.524	138.066	216.903	293.696	752.191
		15	284.142	157.233	112.790	135.562	218.933	286.665	746.941
5	0	5	282.723	156.459	109.422	110.016	188.781	254.027	729.288
		10	285.011	156.769	110.674	120.293	201.147	270.441	725.394
		15	281.384	157.684	113.131	119.574	212.245	298.766	732.455
	-0.01	5	274.427	152.123	111.131	104.015	187.897	278.332	715.924
		10	277.692	153.236	112.181	104.301	195.990	242.652	711.894
		15	276.551	152.892	111.649	109.214	186.395	258.560	714.879
	-1	5	284.723	155.829	110.156	139.533	220.350	304.449	747.441
		10	282.128	153.282	110.991	134.915	206.225	283.861	747.529
		15	283.342	154.772	111.728	130.676	206.822	294.263	750.103
10	0	5	280.044	154.392	110.837	109.985	179.625	235.321	721.652
		10	280.363	152.607	111.410	105.798	169.857	247.419	718.394
		15	279.391	153.288	110.923	108.598	185.286	247.742	723.606
	-0.01	5	277.200	152.602	110.941	104.462	179.553	234.661	706.348
		10	276.035	153.827	110.055	99.012	176.486	235.511	708.227
		15	278.267	151.557	110.540	111.851	184.169	226.615	714.939
	-1	5	281.245	154.182	111.764	130.332	199.343	265.333	742.809
		10	281.187	154.839	110.701	118.664	196.207	268.357	745.662
		15	283.156	154.061	112.544	130.676	193.343	277.765	752.779

Tabla 6.4: Caso CAM: Resultados de la heurística de comparación, para instancias con el tamaño de flota pequeño y variando múltiples características.

Duración bloque [min]	Covering	Puntos de espera	Tiempos de espera			Tiempos de retraso			Tiempos de viaje
Prioridad			A	M	B	A	M	B	
1	0	5	89.087	78.983	67.410	0.554	5.313	14.577	502.621
		10	97.562	85.218	70.188	0.205	5.884	16.267	511.386
		15	98.114	85.375	69.369	0.213	5.163	17.523	515.673
	-0.01	5	83.373	71.048	60.749	0.360	5.126	15.230	437.670
		10	85.738	71.783	62.218	0.508	5.636	18.749	441.961
		15	84.342	72.592	61.900	0.341	4.902	14.213	445.922
	-1	5	109.271	90.226	77.775	0.576	6.448	22.143	556.446
		10	131.399	101.550	81.264	0.633	15.446	32.531	578.554
		15	127.446	99.824	82.740	1.093	14.940	29.521	580.864
5	0	5	88.923	77.675	65.083	0.603	5.228	15.253	503.126
		10	91.046	80.855	66.386	0.575	4.638	15.207	508.359
		15	96.475	82.977	67.510	0.380	5.083	17.515	512.624
	-0.01	5	89.927	77.009	65.661	0.522	6.340	20.000	446.301
		10	88.153	76.140	63.971	0.549	4.592	17.738	444.845
		15	80.254	67.388	58.554	0.597	4.255	16.608	431.133
	-1	5	109.816	87.735	75.751	0.682	8.101	26.680	559.014
		10	116.952	94.157	79.783	1.427	11.918	26.367	571.514
		15	131.522	100.719	81.767	1.056	16.556	37.658	580.233
10	0	5	88.311	76.917	65.104	0.957	5.296	16.683	500.049
		10	81.162	70.527	60.595	0.355	3.737	11.099	494.114
		15	93.615	79.738	65.602	0.455	5.416	16.817	511.515
	-0.01	5	81.421	69.833	59.870	0.592	4.785	14.803	424.610
		10	79.816	68.693	61.921	0.708	3.030	16.225	427.505
		15	89.526	76.726	67.167	0.819	5.023	20.171	440.971
	-1	5	92.347	77.775	68.000	2.834	6.489	22.309	541.092
		10	118.234	89.346	74.287	0.938	13.434	26.812	567.152
		15	101.096	85.425	72.121	1.749	7.535	19.510	552.589

Tabla 6.5: Caso CAM: Resultados de la heurística de comparación, para instancias con el tamaño de flota mediano y variando múltiples características.

Duración bloque [min]	Covering	Puntos de espera	Tiempos de espera			Tiempos de retraso			Tiempos de viaje
Prioridad			A	M	B	A	M	B	
1	0	5	29.197	27.120	25.992	0.044	0.003	0.417	419.133
		10	29.779	27.850	28.054	0.044	0.003	0.417	425.441
		15	30.163	28.243	27.707	0.044	0.021	0.000	432.790
	-0.01	5	22.682	21.071	22.195	0.000	0.024	0.751	280.678
		10	22.956	21.178	22.241	0.000	0.024	0.784	283.056
		15	22.817	20.720	22.012	0.010	0.114	0.450	284.811
	-1	5	48.985	44.101	45.568	0.060	0.114	1.369	468.699
		10	49.900	47.761	47.237	0.114	0.318	1.523	469.776
		15	48.730	45.975	45.651	0.058	0.162	1.137	470.112
5	0	5	30.325	27.695	27.062	0.046	0.017	0.417	418.832
		10	30.705	28.826	28.587	0.046	0.017	0.417	425.266
		15	31.042	29.285	28.248	0.046	0.021	0.000	432.476
	-0.01	5	25.599	23.226	24.942	0.046	0.008	1.129	282.531
		10	25.715	23.659	24.992	0.041	0.008	1.087	285.196
		15	25.069	22.775	25.054	0.035	0.154	0.855	285.762
	-1	5	50.697	46.994	47.116	0.080	0.192	1.112	471.140
		10	51.484	48.404	44.983	0.134	0.205	0.846	469.566
		15	52.022	49.472	44.643	0.078	0.192	0.589	474.497
10	0	5	29.197	27.120	25.992	0.044	0.003	0.417	419.133
		10	29.779	27.850	28.054	0.044	0.003	0.417	425.441
		15	30.163	28.243	27.707	0.044	0.021	0.000	432.790
	-0.01	5	22.682	21.071	22.195	0.000	0.024	0.751	280.678
		10	22.956	21.178	22.241	0.000	0.024	0.784	283.056
		15	22.817	20.720	22.012	0.010	0.114	0.450	284.811
	-1	5	48.985	44.101	45.568	0.060	0.114	1.369	468.699
		10	49.900	47.761	47.237	0.114	0.318	1.523	469.776
		15	48.730	45.975	45.651	0.058	0.162	1.137	470.112

Tabla 6.6: Caso CAM: Resultados de la heurística de comparación, para instancias con el tamaño de flota grande y variando múltiples características.