



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS CON MÚLTIPLES ENTRADAS SÍSMICAS

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL

OSCAR ESTEBAN GUERRERO FUENTES

PROFESOR GUÍA:  
FRANCISCO HERNÁNDEZ PRADO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
RODRIGO ASTROZA EULIFÍ  
FABIÁN ROJAS BARRALES

SANTIAGO DE CHILE  
2018



RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL  
POR: OSCAR ESTEBAN GUERRERO FUENTES  
FECHA: 2018  
PROF. GUÍA: FRANCISCO HERNÁNDEZ PRADO

## ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS CON MÚLTIPLES ENTRADAS SÍSMICAS

Diversas son las estructuras que, dadas sus dimensiones y condiciones locales del suelo, presentan múltiples entradas sísmicas. Las ecuaciones de movimiento que describen el sistema son expresadas en términos de desplazamientos totales o relativos al suelo.

La teoría muestra que la respuesta total puede ser obtenida a partir de una combinación de respuestas modales, esto puede llevar a interpretar que la contribución de cada modo puede ser analizada directamente a partir de registros de desplazamientos, velocidades o aceleraciones totales; es decir, sin desagregar la componente pseudoestática. Muchos estudios experimentales de estructuras con múltiples entradas sísmicas no eliminan el efecto del movimiento del suelo, lo cual genera una incorrecta interpretación de resultados en términos del estudio de la contribución de la respuesta modal, como la evaluación de su energía interna y disipación por amortiguamiento.

En el contexto de lo anterior es que en el presente trabajo de título se determinará experimentalmente la real contribución de los modos de vibración de una estructura sometida a múltiples entradas sísmicas, desagregando la componente pseudoestática para el cálculo de energía interna, es decir, la respuesta relativa será obtenida como la diferencia entre la respuesta total, medida directamente por los sensores, y la componente pseudoestática.

La configuración experimental consta de dos estructuras unidas por un resorte, una de las estructuras se dispone sobre una mesa vibradora principal, mientras la otra se instala sobre una mesa vibradora secundaria que a su vez se dispone sobre la mesa vibradora principal. Lo cual permite desarrollar estudios experimentales de una estructura sencilla sujeta a múltiples entradas sísmicas.

En una primera etapa se determinan las propiedades dinámicas del sistema estructural mediante ensayos de tipo pull-back y a partir de registros de ruido blanco. Con ello se lleva a cabo una calibración del modelo numérico de la estructura, ajustando la matriz de rigidez y amortiguamiento, y determinando las formas modales que permiten el posterior estudio de la respuesta a partir de los datos experimentales que se obtengan. En una etapa posterior se realizan ensayos con múltiples entradas sísmicas donde se compara la contribución modal y la contribución pseudoestática a la respuesta del sistema.

La componente pseudoestática se determina a partir del ajuste de la matriz de rigidez, calculando su valor directamente. Adicionalmente, se desarrolla un método a partir de ecuaciones de espacio-estado con el que se estima dicha componente.

Se concluye que la componente pseudoestática aporta significativamente a la energía interna de la estructura, en especial para estructuras rígidas. Por lo tanto, la evaluación de la respuesta de estructuras con múltiples entradas debe ser estudiada considerando esta componente y su aporte de energía.



*A mis padres, hermano  
y a mis amigos de toda vida.*



# Agradecimientos

A mis padres, por estar conmigo en todo momento, por su apoyo incondicional, por formarme como persona.

A mis amigos, por su apoyo cuando las cosas se ponían cuesta arriba.

A mi tío, Víctor, por aceptarme en su casa, por esos consejos y conversaciones.

A mi profesora, Miriam Cifuentes, por creer en mí y encaminarme en mi formación profesional.

A mi profesor guía, Francisco Hernández, por su paciencia y espíritu docente.

Finalmente quiero agradecer a todos los que de una u otra forma han sido parte de este largo camino.





# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Objetivos . . . . .	2
1.2.1. Objetivo General . . . . .	2
1.2.2. Objetivos Específicos . . . . .	2
<b>2. Antecedentes</b>	<b>3</b>
2.1. Condiciones que generan múltiples entradas sísmicas . . . . .	3
2.2. Ecuaciones de movimiento para una estructura con múltiples entradas sísmicas y componente pseudoestática . . . . .	7
2.3. Componente pseudoestática . . . . .	8
2.4. Equipos e infraestructura utilizada . . . . .	11
2.4.1. Laboratorio de estructuras . . . . .	11
2.4.2. Mesa vibradora principal . . . . .	11
2.4.3. Mesa vibradora secundaria . . . . .	11
2.4.4. Sensores ultrasónicos . . . . .	12
2.4.5. Acelerómetros . . . . .	13
<b>3. Diseño experimental y metodología</b>	<b>14</b>
3.1. Modelo Estructural para el estudio experimental . . . . .	14
3.1.1. Estructura 1 . . . . .	15
3.1.2. Estructura 2 . . . . .	15
3.1.3. Estructura 3 . . . . .	15
3.2. Modelo estructural para estudio teórico . . . . .	16
3.3. Montaje Experimental . . . . .	20
3.3.1. Montaje sobre las mesas vibradoras . . . . .	20
3.3.2. Descripción de la estructura 1 . . . . .	21
3.3.3. Descripción de la estructura 2 . . . . .	22
3.3.4. Instrumentación . . . . .	22
3.3.5. Limitaciones del montaje experimental . . . . .	24
3.4. Metodología de ensayos . . . . .	25
<b>4. Análisis con ensayos Pull-back mediante método de Ibrahim y decaimiento logarítmico</b>	<b>28</b>
4.1. Introducción . . . . .	28
4.2. Descripción del método de decaimiento logarítmico . . . . .	28

4.3.	Propiedades dinámicas de la estructura 1 . . . . .	30
4.3.1.	Frecuencias, modos y razones de amortiguamiento por el método de Ibrahim . . . . .	30
4.3.2.	Razón de amortiguamiento por decaimiento logarítmico . . . . .	34
4.4.	Propiedades dinámicas de la estructura 2 . . . . .	36
4.4.1.	Frecuencias, modos y razones de amortiguamiento por el método de Ibrahim . . . . .	36
4.4.2.	Razón de amortiguamiento por decaimiento logarítmico . . . . .	40
4.5.	Propiedades dinámicas de la estructura 3 . . . . .	42
4.5.1.	Frecuencias, modos y razones de amortiguamiento por el método de Ibrahim . . . . .	42
4.5.2.	Razón de amortiguamiento por decaimiento logarítmico . . . . .	46
<b>5.</b>	<b>Análisis en el espacio de la frecuencia con ensayos de ruido blanco mediante espectro de densidad de potencia</b>	<b>49</b>
5.1.	Introducción . . . . .	49
5.2.	Propiedades dinámicas de la estructura 1 . . . . .	49
5.3.	Propiedades dinámicas de la estructura 2 . . . . .	54
5.4.	Propiedades dinámicas de la estructura 3 . . . . .	59
<b>6.</b>	<b>Análisis utilizando matrices de espacio de estado mediante método DSI</b>	<b>67</b>
6.1.	Introducción . . . . .	67
6.2.	Propiedades dinámicas de la estructura 1 . . . . .	68
6.3.	Propiedades dinámicas de la estructura 2 . . . . .	70
6.4.	Propiedades dinámicas de la estructura 3 . . . . .	72
6.4.1.	Identificación mediante registro de ruido blanco . . . . .	72
6.4.2.	Identificación mediante registro de sismo . . . . .	73
<b>7.</b>	<b>Estimación de Propiedades Mecánicas de la Estructura</b>	<b>76</b>
7.1.	Medición y tributación de masas . . . . .	76
7.2.	Ajuste de matriz de rigidez según modelo original . . . . .	78
7.2.1.	Ajuste de rigideces para la estructura 1 . . . . .	79
7.2.2.	Ajuste de rigideces para la estructura 2 . . . . .	80
7.2.3.	Ajuste de rigideces para la estructura 3 . . . . .	81
7.2.4.	Comentarios acerca del ajuste . . . . .	83
7.3.	Ajuste de matriz de rigidez considerando rotación en los nodos . . . . .	84
7.4.	Ajuste de matriz de amortiguamiento . . . . .	86
<b>8.</b>	<b>Estimación de Matriz de Influencia para múltiples entradas sísmicas</b>	<b>89</b>
8.1.	Estimación a partir movimiento seudo-estático . . . . .	89
8.2.	Estimación a partir de las rigideces ajustadas . . . . .	91
8.3.	Estimación a partir de matrices de espacio-estado . . . . .	93
8.3.1.	Deducción del método . . . . .	93
8.3.2.	Resultados del método para modelo teórico . . . . .	96
8.3.3.	Resultados del método para caso experimental . . . . .	99
<b>9.</b>	<b>Estudio de energías para múltiples entradas sísmicas</b>	<b>102</b>
9.1.	Introducción . . . . .	102

9.2. Deducción de ecuaciones de energía . . . . .	103
9.3. Estudio de energía mediante datos experimentales . . . . .	109
9.3.1. Caso de registro de sismo y excitación armónica en una de las bases .	109
9.3.2. Caso de solo excitación armónica en una de las bases . . . . .	113
9.4. Estudio de energía para simulación de ensayo experimental . . . . .	117
9.5. Estudio de energía mediante análisis numérico . . . . .	121
9.5.1. Caso de ruido blanco sin desplazamiento residual . . . . .	121
9.5.2. Caso de ruido blanco con desplazamiento residual en uno de los apoyos	126
9.5.3. Caso de ruido blanco para estructura rígida . . . . .	130
<b>Conclusión</b>	<b>134</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>136</b>

# Índice de Tablas

2.1. Datos correlación voltaje suministrado y frecuencia de oscilación . . . . .	12
2.2. Especificaciones técnicas del sensor ultrasónico . . . . .	13
2.3. Especificaciones técnicas del sensor de aceleración . . . . .	13
3.1. Razones de amortiguamiento según Rayleigh . . . . .	19
3.2. Resumen de los ensayos realizados . . . . .	27
4.1. Frecuencias identificadas mediante el método de Ibrahim para distintos tiempos de retardo expresadas en [Hz], estructura 1 . . . . .	32
4.2. Razones de amortiguamiento identificadas mediante el método de Ibrahim para distintos tiempos de retardo expresadas en [%], estructura 1 . . . . .	32
4.3. Frecuencias, periodos y razones de amortiguamiento identificadas mediante el método de Ibrahim, estructura 1 . . . . .	33
4.4. Frecuencias identificadas mediante el método de Ibrahim para distintos tiempos de retardo expresadas en [Hz], estructura 2 . . . . .	38
4.5. Razones de amortiguamiento identificadas mediante el método de Ibrahim para distintos tiempos de retardo expresadas en [%], estructura 2 . . . . .	38
4.6. Frecuencias, periodos y razones de amortiguamiento identificadas mediante el método de Ibrahim, estructura 2 . . . . .	39
4.7. Frecuencias identificadas mediante el método de Ibrahim para distintos tiempos de retardo expresadas en [Hz], estructura 3 . . . . .	44
4.8. Razones de amortiguamiento identificadas mediante el método de Ibrahim para distintos tiempos de retardo expresadas en [%], estructura 3 . . . . .	45
4.9. Frecuencias, periodos y razones de amortiguamiento identificadas mediante el método de Ibrahim, estructura 3 . . . . .	46
5.1. Frecuencias identificadas y periodos método PSD, estructura 1 . . . . .	52
5.2. Frecuencias identificadas y periodos método PSD, estructura 2 . . . . .	57
5.3. Frecuencias identificadas y periodos método PSD, estructura 3 . . . . .	62
6.1. Frecuencias, periodos y razones de amortiguamiento identificadas mediante el método DSI, estructura 1 para el registro de ruido blanco . . . . .	68
6.2. Frecuencias, periodos y razones de amortiguamiento identificadas mediante el método DSI, estructura 2 para el registro de ruido blanco . . . . .	70
6.3. Frecuencias, periodos y razones de amortiguamiento identificadas mediante el método DSI, estructura 3 para el registro de ruido blanco . . . . .	73

6.4. Frecuencias y razones de amortiguamiento identificadas mediante el método DSI, estructura 3 para el registro de sismo . . . . .	74
7.1. Elementos pesados en gramos [gr], estructura 1 . . . . .	77
7.2. Elementos pesados en gramos [gr], estructura 2 . . . . .	77
7.3. Masas tributadas . . . . .	78
7.4. Masas tributadas . . . . .	78
7.5. Comparación entre periodos calculados con el método de Ibrahim y periodos calculados a partir de las rigideces ajustadas . . . . .	79
7.6. Rigideces ajustadas, estructura 1 . . . . .	80
7.7. Comparación entre periodos calculados con el método DSI y periodos calculados a partir de las rigideces ajustadas . . . . .	80
7.8. Rigideces ajustadas, estructura 2 . . . . .	81
7.9. Comparación entre periodos calculados con el método DSI y periodos calculados a partir de las rigideces ajustadas . . . . .	82
7.10. Rigideces ajustadas, Estructura 3 . . . . .	83
7.11. Resumen de rigideces ajustadas [N/m] . . . . .	83
7.12. Comparación entre periodos calculados con el método DSI y periodos calculados a partir de las rigideces ajustadas, para la estructura 3 . . . . .	86
7.13. Amortiguamientos utilizados para el ajuste . . . . .	88
7.14. Resultados de los amortiguamientos $c$ calculados a partir del ajuste . . . . .	88
7.15. Amortiguamientos utilizados para el ajuste . . . . .	88
8.1. Valores de la matriz de influencia obtenidos y corregidos . . . . .	97
8.2. Valores de la matriz de influencia obtenidos y corregidos . . . . .	100
9.1. Razones de amortiguamiento según Rayleigh . . . . .	131
2. Frecuencias identificadas por los distintos métodos, estructura 1 . . . . .	139
3. Frecuencias identificadas por los distintos métodos, estructura 2 . . . . .	139
4. Frecuencias identificadas por los distintos métodos, estructura 3 . . . . .	139
5. Periodos identificados por los distintos métodos, estructura 1 . . . . .	140
6. Periodos identificados por los distintos métodos, estructura 2 . . . . .	140
7. Periodos identificados por los distintos métodos, estructura 3 . . . . .	140
8. Razones de amortiguamiento identificadas por los distintos métodos, estructura 1 . . . . .	140
9. Razones de amortiguamiento identificadas por los distintos métodos, estructura 2 . . . . .	141
10. Razones de amortiguamiento por los distintos métodos, estructura 3 . . . . .	141
11. Formas modales mediante Ibrahim, estructura 1 . . . . .	142
12. Formas modales mediante FDD, estructura 1 . . . . .	142
13. Formas modales mediante DSI, estructura 1 . . . . .	142
14. Formas modales mediante Ibrahim, estructura 2 . . . . .	143
15. Formas modales mediante FDD, estructura 2 . . . . .	143
16. Formas modales mediante DSI, estructura 2 . . . . .	143
17. Formas modales mediante Ibrahim, estructura 3 . . . . .	144
18. Formas modales mediante FDD, estructura 3 . . . . .	145
19. Formas modales mediante DSI, estructura 3 . . . . .	145

# Índice de Ilustraciones

2.1. Perfil del suelo considerado en el puente Marga-Marga (Trigo T., 2007) . . . . .	4
2.2. Esquema en planta del puente Marga-Marga (Trigo T., 2007) . . . . .	5
2.3. vista tridimensional del modelo de elementos finitos (Trigo T., 2007) . . . . .	5
2.4. Modelo de placa rígida sobre cuatro apoyos (Hao H., 1991) . . . . .	6
2.5. Forma modal pseudoestática asociada a la entrada $v_{g1}$ . . . . .	10
2.6. Forma modal pseudoestática asociada a la entrada $v_{g2}$ . . . . .	10
2.7. Correlación entre el voltaje suministrado y la frecuencia de oscilación . . . . .	12
3.1. Representación esquemática del modelo estructural de la estructura 3 . . . . .	14
3.2. Modelo estructural de estructura teórica para análisis numérico . . . . .	17
3.3. Razones de amortiguamiento por Rayleigh . . . . .	18
3.4. Fotografía del montaje experimental, a la izquierda la estructura 1 y a la derecha la estructura 2 . . . . .	20
3.5. Fotografía de la base de la estructura 1 . . . . .	21
3.6. Fotografía de la base de la estructura 2 . . . . .	22
3.7. Fotografía del montaje de los sensores ultrasónicos en la estructura metálica . . . . .	23
3.8. Fotografía del montaje de un acelerómetro a la estructura 2 . . . . .	24
4.1. Esquema de condiciones iniciales del pull-back de la estructura 1 . . . . .	30
4.2. Registro de aceleraciones y ventana de tiempo, estructura 1 . . . . .	30
4.3. Valores singulares para distintos números de retardo, estructura 1 . . . . .	31
4.4. Frecuencias identificadas en función del tiempo de retardo, estructura 1 . . . . .	32
4.5. Razones de amortiguamiento identificadas en función del tiempo de retardo, estructura 1 . . . . .	33
4.6. Modos para la estructura 1 . . . . .	34
4.7. Identificación de ceros y máximos en registro de pull-back, Estructura 1 . . . . .	34
4.8. Ajuste de la recta de decaimiento logarítmico, Estructura 1 . . . . .	35
4.9. Gráfica de la envolvente luego de ajustadas la rectas, Estructura 1 . . . . .	35
4.10. Esquema de condiciones iniciales del pull-back de la estructura 2 . . . . .	36
4.11. Registro de aceleraciones y ventana de tiempo, estructura 2 . . . . .	36
4.12. Valores singulares para distintos números de retardo, estructura 2 . . . . .	37
4.13. Frecuencias identificadas en función del tiempo de retardo, estructura 2 . . . . .	38
4.14. Razones de amortiguamiento identificados en función del tiempo de retardo, estructura 2 . . . . .	39
4.15. Modos para la estructura 2 . . . . .	40
4.16. Identificación de ceros y máximos en registro de pull-back, Estructura 2 . . . . .	40

4.17.	Ajuste de la recta de decaimiento logarítmico, Estructura 2 . . . . .	41
4.18.	Gráfica de la envolvente luego de ajustada la recta, Estructura 2 . . . . .	41
4.19.	Esquema de condiciones iniciales del pull-back de la estructura 3 . . . . .	42
4.20.	Registro de aceleraciones y ventana de tiempo, estructura 3 . . . . .	42
4.21.	Valores singulares para distintos números de retardo, estructura 3 . . . . .	43
4.22.	Frecuencias identificadas en función del tiempo de retardo, estructura 3 . . . .	44
4.23.	Razones de amortiguamiento identificadas en función del tiempo de retardo, estructura 3 . . . . .	45
4.24.	Modos para la estructura 3 . . . . .	46
4.25.	Identificación de ceros y máximos en registro de pull-back, Estructura 3 . . . .	47
4.26.	Ajuste de la recta de decaimiento logarítmico, Estructura 3 . . . . .	47
4.27.	Gráfica de la envolvente luego de ajustada la recta, Estructura 3 . . . . .	48
5.1.	Registro de ruido, estructura 1 . . . . .	50
5.2.	Espectro de potencias, estructura 1 . . . . .	50
5.3.	Valores singulares, estructura 1 . . . . .	51
5.4.	Valores singulares en dB, estructura 1 . . . . .	51
5.5.	Valores singulares en escala logarítmica, estructura 1 . . . . .	52
5.6.	Formas modales, estructura 1 . . . . .	53
5.7.	Desfase y Coherencia, estructura 1 . . . . .	54
5.8.	Registro de ruido, estructura 2 . . . . .	55
5.9.	Espectro de potencias, estructura 2 . . . . .	55
5.10.	Valores singulares, estructura 2 . . . . .	56
5.11.	Valores singulares en dB, estructura 2 . . . . .	56
5.12.	Valores singulares en escala logarítmica, estructura 2 . . . . .	57
5.13.	Formas modales, estructura 2 . . . . .	58
5.14.	Desfase y Coherencia, estructura 2 . . . . .	59
5.15.	Registro de ruido, estructura 3 . . . . .	60
5.16.	Espectro de potencias, estructura 3 . . . . .	60
5.17.	Valores singulares, estructura 3 . . . . .	61
5.18.	Valores singulares en dB, estructura 3 . . . . .	61
5.19.	Valores singulares en escala logarítmica, estructura 3 . . . . .	62
5.20.	Formas modales, estructura 3 . . . . .	63
5.21.	Desfase y Coherencia, estructura 3 (a) . . . . .	64
5.22.	Desfase y Coherencia, estructura 3 (b) . . . . .	64
5.23.	Desfase y Coherencia, estructura 3 (c) . . . . .	65
5.24.	Desfase y Coherencia, estructura 3 (d) . . . . .	65
5.25.	Desfase y Coherencia, estructura 3 (e) . . . . .	66
5.26.	Desfase y Coherencia, estructura 3 (f) . . . . .	66
6.1.	Diagrama de estabilidad, estructura 1 para el registro de ruido blanco . . . . .	68
6.2.	Formas modales por el método DSI, estructura 1 para el registro de ruido blanco	69
6.3.	Diagrama de estabilidad, estructura 1 para el registro de ruido blanco . . . . .	70
6.4.	Formas modales por el método DSI, estructura 2 para el registro de ruido blanco	71
6.5.	Diagrama de estabilidad, estructura 3 para el registro de ruido blanco . . . . .	72
6.6.	Formas modales por el método DSI, estructura 3 para el registro de ruido blanco	73
6.7.	Diagrama de estabilidad, estructura 3 para el registro de sismo . . . . .	74

6.8.	Formas modales por el método DSI, estructura 3 para el registro de sismo . .	75
7.1.	Esquema de las dimensiones de la estructura 1 . . . . .	76
7.2.	Esquema de las dimensiones de la estructura 2 . . . . .	77
7.3.	Comparación entre formas modales obtenidas con el método de Ibrahim y formas modales calculadas a partes de las rigideces ajustadas para la estructura 1	79
7.4.	Comparación entre formas modales obtenidas con el método de Ibrahim y formas modales calculadas a partes de las rigideces ajustadas para la estructura 2	81
7.5.	Comparación entre formas modales obtenidas con el método de Ibrahim y formas modales calculadas a partes de las rigideces ajustadas para la estructura 3	82
7.6.	Modelo de la estructura 3 considerando rotaciones de la estructura 1 . . . . .	84
7.7.	Modelo en SAP de la estructura 3, considerando rotaciones de la estructura 1	85
8.1.	PSD . . . . .	90
8.2.	Modos pseudo-estático 2 obtenidos mediante función de transferencia . . . . .	91
8.3.	Modos pseudo-estáticos obtenidos mediante las matrices de rigidez ajustadas .	92
8.4.	Modos pseudo-estáticos obtenidos mediante el cálculo directo con valores de rigidez . . . . .	97
8.5.	Modos pseudo-estáticos obtenidos mediante el método DSI por matrices de espacio-estado . . . . .	98
8.6.	Modos pseudo-estáticos obtenidos mediante el método DSI por matrices de espacio-estado corregidos . . . . .	98
8.7.	Valor MAC de los modos pseudo-estáticos consecutivos en función del orden del método . . . . .	99
8.8.	Modos pseudo-estáticos obtenidos mediante el método DSI por matrices de espacio-estado . . . . .	100
8.9.	Modos pseudo-estáticos obtenidos mediante el método DSI por matrices de espacio-estado corregidos . . . . .	101
8.10.	Valor MAC de los modos pseudo-estáticos consecutivos en función del orden del método . . . . .	101
9.1.	Entradas sísmicas del registro 5, caso de sismo y excitación armónica . . . . .	110
9.2.	Respuesta de los 8 GDL de la estructura 3, caso de sismo y excitación armónica	111
9.3.	Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso de sismo y excitación armónica . . . . .	112
9.4.	Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso de sismo y excitación armónica . . . . .	112
9.5.	Energía interna relativa y energía interna pseudoestática, caso de sismo y excitación armónica . . . . .	113
9.6.	Entradas sísmicas del registro 1, caso solo excitación armónica . . . . .	114
9.7.	Respuesta de los 8 GDL de la estructura 3, caso solo excitación armónica . .	115
9.8.	Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso solo excitación armónica . . . . .	116
9.9.	Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso solo excitación armónica . . . . .	116
9.10.	Energía interna relativa y energía interna pseudoestática, caso solo excitación armónica . . . . .	117
9.11.	Entradas sísmicas de la simulación . . . . .	118



9.12. Respuesta de los 8 GDL de la estructura 3 de la simulación . . . . .	119
9.13. Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado de la simulación . . .	120
9.14. Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado de la simulación . . .	120
9.15. Energía interna relativa y energía interna pseudoestática de la simulación . . .	121
9.16. Entradas sísmicas, caso ruido blanco . . . . .	122
9.17. Respuesta de los 8 GDL de la estructura 3, caso ruido blanco . . . . .	123
9.18. Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso ruido blanco . .	124
9.19. Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso ruido blanco . .	124
9.20. Energía interna relativa y energía interna pseudoestática, caso ruido blanco . .	125
9.21. Entrada sísmica del apoyo de la estructura 2, con un desplazamiento residual	126
9.22. Entradas sísmicas, caso ruido blanco con desplazamiento residual en uno de los apoyos . . . . .	127
9.23. Respuesta de los 8 GDL de la estructura 3, caso ruido blanco con despla- zamiento residual en uno de los apoyos . . . . .	128
9.24. Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso ruido blanco con desplazamiento residual en uno de los apoyos . . . . .	129
9.25. Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso ruido blanco con desplazamiento residual en uno de los apoyos . . . . .	129
9.26. Energía interna relativa y energía interna pseudoestática, caso ruido blanco con desplazamiento residual en uno de los apoyos . . . . .	130
9.27. Razones de amortiguamiento por Rayleigh, para estructura más rígida . . . .	131
9.28. Respuesta de los 8 GDL de la estructura 3, caso ruido blanco para estructura rígida . . . . .	132
9.29. Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso ruido blanco para estructura rígida . . . . .	133
9.30. Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso ruido blanco para estructura rígida . . . . .	133
9.31. Energía interna relativa y energía interna pseudoestática, caso ruido blanco para estructura rígida . . . . .	134
32. Formas modales, estructura 1 . . . . .	141
33. Formas modales, estructura 2 . . . . .	142
34. Formas modales, estructura 3 . . . . .	144



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación

Chile es el país con la mayor tasa de actividad sísmica del mundo, por ende, es de vital importancia el estudio del comportamiento de las estructuras sometidas a esfuerzos sísmicos.

Diversas variables como lo son las condiciones locales del suelo, un desfase temporal y decaimiento producido por el recorrido de las ondas sísmicas en largas distancias pueden producir que una estructura reciba múltiples entradas sísmicas [1].

Ejemplo de lo anterior es el puente Marga-Marga, donde dadas las condiciones de suelo blando y el gran largo del puente influyen en que las condiciones en cada uno de los apoyos sean diferentes y por ende se generan diferentes entradas sísmicas [2].

Este fenómeno ha sido estudiado desde diferentes perspectivas donde se han considerado múltiples entradas sísmicas, sin embargo, en estos estudios se suele trabajar solo con desplazamientos totales y no con desplazamientos relativos. Al no desagregar la componente pseudoestática, que se entiende como la diferencia entre la respuesta total y la respuesta relativa, se comete un error, ya que la respuesta vibratoria asociada a los modos de vibrar se relacionan exclusivamente al movimiento relativo. Luego, para determinar la real contribución de los modos de vibrar a la respuesta de la estructura se debe desagregar la componente pseudoestática.

Con la idea de estudiar la diferencia al considerar o no la componente pseudoestática es que se pretende ensayar una estructura sobre mesas vibratorias, someterla a múltiples entradas sísmicas y analizar los resultados.

Se proponen dos metodologías para determinar la componente pseudoestática:

- Calcular directamente su valor a partir del ajuste de la matriz de rigidez.
- Estimar mediante matrices de espacio-estado.

Para esto se deberán estudiar los conceptos básicos de dinámica de estructuras y las propiedades dinámicas, las ecuaciones de movimiento de un sistema estructural con múltiples entradas sísmicas, técnicas de análisis de datos como el método de Ibrahim y análisis en el espacio de la frecuencia.

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. Objetivo General

El objetivo de este trabajo de título es estudiar mediante ensayos en mesas vibratorias la real contribución de los modos de vibrar de una estructura sometida a múltiples entradas sísmicas, desagregando la componente pseudoestática.

### 1.2.2. Objetivos Específicos

- Montar un ensayo que conste de dos estructuras simples unidas por un resorte, modelando dos edificios unidos por una pasarela.
- Medir directamente los parámetros relevantes del sistema estructural, como masas y dimensiones.
- Instrumentar de manera adecuada la estructura de modo que se puedan obtener los desplazamientos, velocidades y aceleraciones en los puntos relevantes de manera de simplificar el posterior análisis.
- Realizar ensayos tradicionales, pull-back y excitaciones basales uniformes de tipo ruido blanco, para identificar las propiedades dinámicas de las estructuras y su interacción, periodos, formas modales y amortiguamiento.
- Analizar los datos obtenidos, identificando la componente pseudoestática y la contribución modal a la respuesta estructural.
- Comparar la contribución de energía de la componente dinámica y la componente pseudoestática.
- Describir técnicas para la determinación de la componente pseudoestática, con el objetivo de desagregarla en el estudio de la contribución modal relativa.
- Precisar las ecuaciones de movimiento y de energía que describen a una estructura sujeta a múltiples entradas sísmicas.

# Capítulo 2

## Antecedentes

### 2.1. Condiciones que generan múltiples entradas sísmicas

Generalmente al estudiar sísmicamente una estructura se supone que los movimientos en los apoyos son iguales y en fase, sin embargo por factores asociados a condiciones locales y de la estructura es que en ocasiones es necesario considerar las diferencias de fase, amplitud y dirección entre los movimientos del suelo en los apoyos.

En algunos casos esta aproximación no es representativa y se necesita incluir en el estudio múltiples entradas sísmicas, dado que las diferencias pueden ser significativas y pueden generar esfuerzos internos pseudo-estáticos no considerados en el análisis típico.

Los factores que producen este fenómeno se pueden agrupar en cuatro:

#### 1) Efecto de paso de onda

Es la diferencia de fase de la onda producida por la diferencia en los tiempos de llegada debido a las distancias que debe recorrer la onda entre los apoyos, tiene relación directa entonces con la distancia entre los apoyos y la velocidad de propagación de la onda.

#### 2) Efecto de incoherencia

Este efecto se refiere a la pérdida de coherencia de la onda al pasar por un medio heterogéneo, donde las ondas sufren reflexión, refracción y superposición.

#### 3) Efecto de atenuación

Este efecto tiene relación con el decaimiento de la amplitud de la onda con la distancia entre los apoyos producto de la disipación de energía en el medio.

#### 4) Efecto de sitio

Este último efecto se relaciona con la variación de la amplitud y contenido de frecuencias

de la onda desde la fuente debido a las características locales del suelo en cada uno de los apoyos. Otro efecto de sitio a considerar es la interacción suelo-fundación, importante para estructuras rígidas y de gran masa.

En ocasiones se demuestra que es importante considerar el efecto de múltiples entradas sísmicas en una estructura, dado que las diferencias entre los apoyos pueden ser considerables. Estructuras largas, con gran distancia entre los apoyos, presentan condiciones propicias para que se evidencien múltiples entradas, algunos estudios para este tipo de estructuras son el de Leger en 1990 [3], Harichandran en 1990 [4] y Chin-Hsiung Loh en 1995 [5]. Ejemplo de estructuras largas son los puentes, en 2004 Lin [6] estudia los efectos para múltiples entradas sísmicas mediante el método de pseudo excitación y en 2001 Mylonakis [7] modela la respuesta de un puente fundado sobre roca y suelo. Un caso de un puente sometido a múltiples entradas sísmicas es el del puente Marga-Marga que ha sido estudiado anteriormente en la Facultad, a continuación se mencionan dos estudios:

Daniela Taylor en su memoria para optar la título de ingeniera civil el 2007 [2], realizó una calibración del modelo del Puente Marga-Marga considerando la variación espacial del movimiento sísmico a nivel de cepa y estribo, concluyendo que el contenido de frecuencias en la cepa difiere considerablemente con respecto al valle, reproduciendo más fielmente el comportamiento de la estructura al considerar esta variación en el modelo, que induce múltiples entradas sísmicas.

El año 2007 Tania Trigo estudia, en su memoria para optar al título de ingeniera civil [1], mediante un modelo de elementos finitos la influencia local de las ondas sísmicas y la interacción suelo-fundación en el puente Marga-Marga, considerando en el modelo un sector del valle desde la roca basal y la interfaz suelo-fundación, concluyendo que la interacción suelo-fundación genera un efecto de filtro para frecuencias bajas, variando el contenido de frecuencias en las cepas por lo que es importante considerar la variación espacial para obtener la respuesta real de la estructura. Las figuras 2.1 y 2.2 muestran un esquema en perfil y en planta del puente Marga-Marga, y la figura 2.3 representa el modelo de elementos finitos utilizado por Tania Trigo.

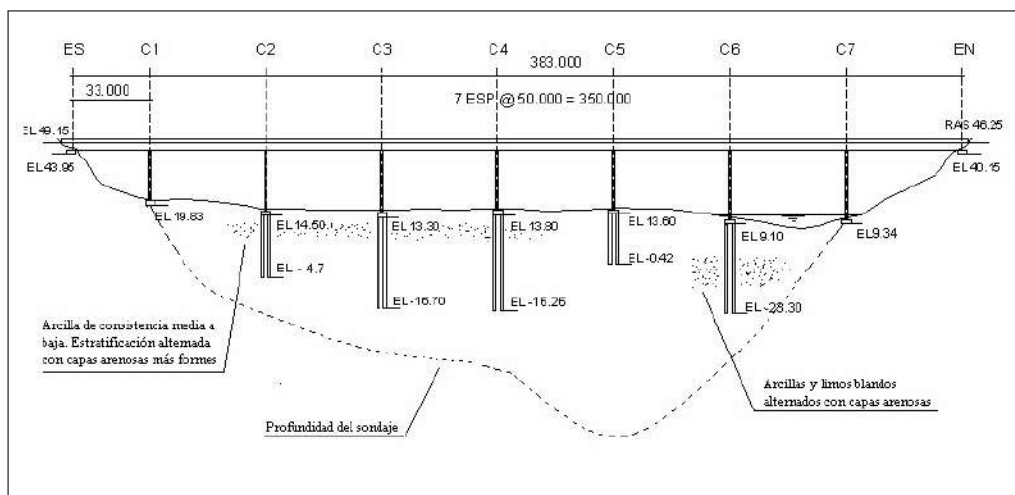


Figura 2.1: Perfil del suelo considerado en el puente Marga-Marga (Trigo T., 2007)

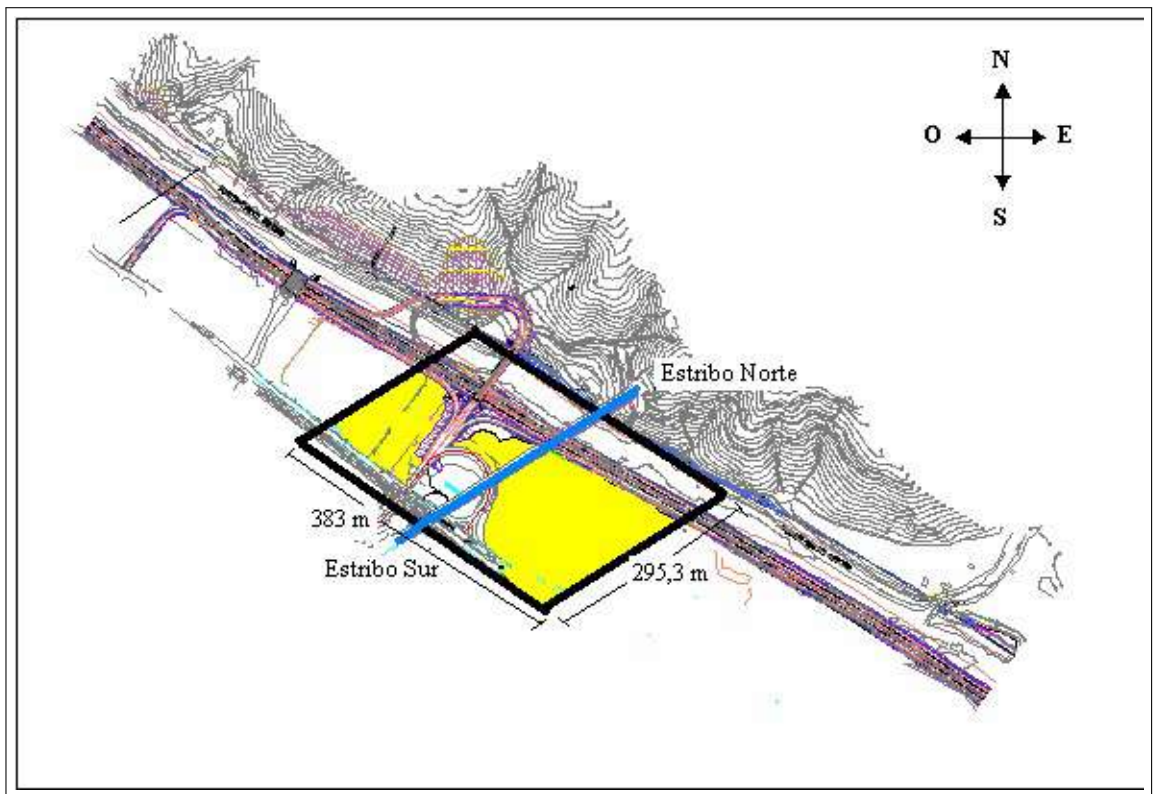


Figura 2.2: Esquema en planta del puente Marga-Marga (Trigo T., 2007)

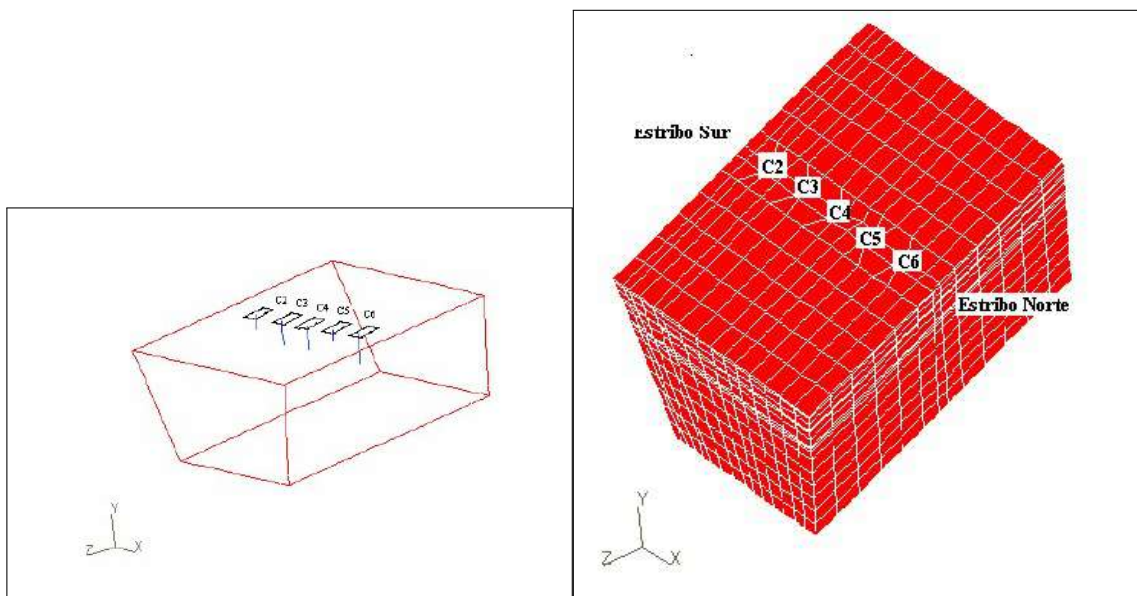


Figura 2.3: vista tridimensional del modelo de elementos finitos (Trigo T., 2007)

Al considerar estos efectos de múltiples entradas sísmicas se observa que la estructura puede verse sometida a esfuerzos internos y deformaciones no consideradas en el estudio convencional que suponen un sismo idéntico, sincrónico y coherente entre los apoyos.

Hong Hao en 1991 [8] estudia numéricamente la respuesta de una estructura compuesta por una placa rígida apoyada sobre cuatro apoyos sometidos distintas entradas sísmicas (figura 2.4), concluyendo que al no considerar el efecto de múltiples entradas sísmicas se subestiman los efectos torsionales y se sobrestiman los desplazamientos de la estructura. Luego en 1996, junto a Xiaonian Duan [9], estudia paraméricamente los efectos de la perdida de coherencia y diferencia de fase entre las entradas sísmicas para la misma estructura, considerando corte basal, torque y fuerza de corte en las columnas, concluyendo que los efectos de múltiples entradas sísmicas son insignificantes para estructuras flexibles, al contrario para estructuras rígidas o de grandes dimensiones donde la respuesta es principalmente pseudoestática.

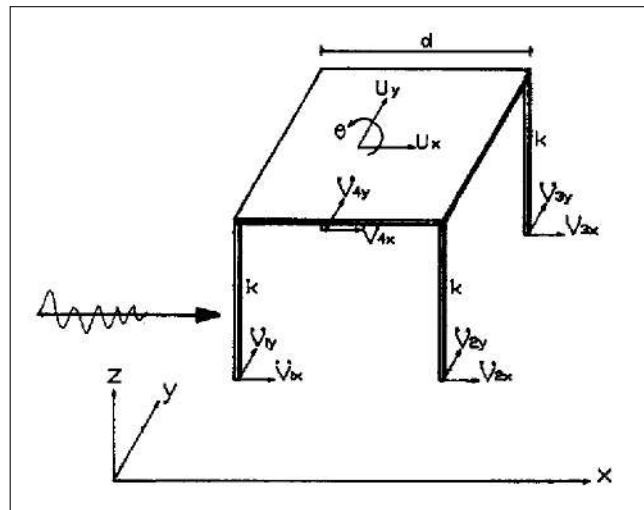


Figura 2.4: Modelo de placa rígida sobre cuatro apoyos (Hao H., 1991)

Otro punto a considerar en estructuras sometidas a múltiples entradas es la modelación de las entradas, puesto que como dice Lin [6] el método del espectro de respuesta no considera el efecto de estas múltiples entradas.

Kaiming Bi y Hong Hao en 2012 [10] proponen un método aproximado para modelar movimientos de terreno que varían espacialmente en un suelo no uniforme. Para esto se considera un modelo con una roca base donde en distintos lugares tiene la misma intensidad pero con una variación espacial, modelada mediante una pérdida empírica de la función de coherencia. Para cada sitio se modelan múltiples capas de suelo y la función de densidad espectral de potencia se determina de la teoría determinista de la propagación de ondas en 1D. Luego se desarrolla un método estocástico para generar registros compatibles con densidades espectrales no uniformes y una pérdida de coherencia.



## 2.2. Ecuaciones de movimiento para una estructura con múltiples entradas sísmicas y componente seudoestática

Para el caso de solo una entrada sísmica la ecuación de movimiento que describe el comportamiento de una estructura es

$$m_{ss}\ddot{u} + c_{ss}\dot{u} + k_{ss}u = -m_{ss}\{r\}\ddot{v}_g^* \quad (2.1)$$

Donde  $\{r\}$  es el vector de influencia sísmico y  $v_g^*$  corresponde a una entrada sísmica

Por otro lado la ecuación de movimiento que rige el comportamiento de una estructura sometida a múltiples entradas sísmicas es la siguiente:

$$\begin{pmatrix} m_{ss} & 0 \\ 0 & m_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u}_t \\ \ddot{v}_g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_{ss} & c_{sb} \\ c_{bs} & c_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u}_t \\ \dot{v}_g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_{ss} & k_{sb} \\ k_{bs} & k_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_t \\ v_g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ P_g \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Donde:

Los subíndices s y b representan las variables relativas a la estructura (structure) y a la base (base) respectivamente.

$u_t$  representa los desplazamientos totales de la estructura.

$v_g$  representa los desplazamientos de los apoyos de la estructura.

$m_{ss}$  y  $m_{bb}$  corresponden a las sub-matrices de las masas.

$c_{ss}$ ,  $c_{sb}$ ,  $c_{bs}$  y  $c_{bb}$  corresponden a las sub-matrices de los amortiguamientos.

$k_{ss}$ ,  $k_{sb}$ ,  $k_{bs}$  y  $k_{bb}$  corresponden a las sub-matrices de las rigideces.

$P_g$  es la fuerza externa necesaria para producir los desplazamientos  $v_g$  en los apoyos.

De la primera fila de la ecuación 2.2 se puede describir el comportamiento de la estructura como:

$$m_{ss}\ddot{u}_t + c_{ss}\dot{u}_t + k_{ss}u_t = -k_{sb}v_g - c_{sb}\dot{v}_g \quad (2.3)$$

Adicionalmente se puede descomponer la respuesta total de la estructura en una componente dinámica, que también puede llamarse relativa, y una componente seudoestática:

$$u_t = u + u_{qs} \quad (2.4)$$

Donde:

$u$  corresponde a la componente dinámica o de desplazamiento relativo.

$u_{qs}$  corresponde a la componente pseudoestática.

Esta componente pseudoestática se puede obtener a partir de la ecuación 2.2, eliminando los efectos dinámicos, considerando nulas las derivadas temporales.

$$\begin{pmatrix} k_{ss} & k_{sb} \\ k_{bs} & k_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{qs} \\ v_g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ P_g^{qs} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Se obtiene entonces, considerando la primera fila de la ecuación 2.5:

$$u_{qs} = -k_{ss}^{-1}k_{sb}v_g \quad (2.6)$$

Reemplazando la ecuación 2.4 y 2.6 en la ecuación 2.3, y reordenando se llega a la ecuación de movimiento para desplazamientos relativos.

$$m_{ss}\ddot{u} + c_{ss}\dot{u} + k_{ss}u = m_{ss}k_{ss}^{-1}k_{sb}\ddot{v}_g + c_{ss}k_{ss}^{-1}k_{sb}\dot{v}_g - c_{sb}\dot{v}_g \quad (2.7)$$

En el caso que la matriz de amortiguamiento sea proporcional a la matriz de rigidez puede demostrar que:

$$c_{ss}k_{ss}^{-1}k_{sb}\dot{v}_g - c_{sb}\dot{v}_g = 0 \quad (2.8)$$

Obteniéndose la ecuación de movimiento típicamente usada para estructuras sometidas a múltiples entradas sísmicas.

$$m_{ss}\ddot{u} + c_{ss}\dot{u} + k_{ss}u = m_{ss}k_{ss}^{-1}k_{sb}\ddot{v}_g \quad (2.9)$$

## 2.3. Componente pseudoestática

La componente pseudoestática obtenida en la ecuación 2.6 queda definida tanto por las solicitaciones sísmicas, variables en el tiempo, como por las rigideces de la estructura. Es por esta razón que en el caso de múltiples entradas sísmicas se puede definir una matriz de influencia  $R$  considerando los factores constantes en el tiempo asociados a las rigideces.

$$[R] = [\{r_1\}, \dots, \{r_m\}] = -k_{ss}^{-1}k_{sb} \quad (2.10)$$

Se observa que esta matriz de influencia tiene tantas filas como grados de libertad tenga la estructura y tantas columnas como entradas sísmicas, de esta forma la columna  $i$ -ésima se asocia a la entrada sísmica  $i$ -ésima y se definirá como el modo pseudo-estático asociado a esta entrada. Considerando la definición anterior, la componente pseudoestática para  $m$  entradas sísmicas se calcula como

$$u_{qs} = \sum_{i=1}^m \{r_i\} v_{gi} \quad (2.11)$$

Si sólo existe una entrada sísmica igual en todas los apoyos entonces se cumple que  $v_{gi} = v_g^*$  para todo  $i$  dada alguna entrada sísmica  $v_g^*$ . Se observa que en este caso las solicitaciones sísmicas pueden ser calculadas a partir del vector de influencia  $\{r\}$  y debe ser consistente entonces la ecuación 2.1 con la ecuación 2.9, s partir de esto se obtiene la siguiente igualdad

$$-m_{ss} \{r\} v_g^* = -m_{ss} \left( \sum_{i=1}^m \{r_i\} \right) v_g^* \implies \sum_{i=1}^m \{r_i\} = \{r\} \quad (2.12)$$

Por otra parte si sólo hay una entrada sísmica, es decir, sólo uno de los apoyos presenta solicitaciones mientras que los demás tienen solicitaciones nulas, se cumple que  $v_{gi} = v_g^*$  para algún  $i = j$  y  $v_{gi} = 0$  para todo  $i \neq j$ . De esta manera si se impone un desplazamiento pseudo-estático unitario sólo del apoyo  $j$ -ésimo,  $v_{gj} = 1$ , las deformaciones quedan expresadas como

$$u_{qs}^j = \sum_{i=0}^m (\{r_i\} v_{gi}) = \{r_j\} v_{gj} = \{r_j\} \quad (2.13)$$

De lo anterior se puede deducir la columna  $j$ -ésima de la matriz de influencia corresponde al vector de deformaciones que sufriría la estructura si fuera sometida a un desplazamiento unitario en el apoyo  $j$ -ésimo. Para el caso de una estructura de 8 grados de libertad y dos entradas sísmicas como la mostrada a continuación, la matriz de influencia tiene dos columnas y ocho filas,  $[R] = [\{r_1\}, \{r_2\}]$ . Se esquematizan las formas modales pseudoestáticas en las figuras 2.5 y 2.6.

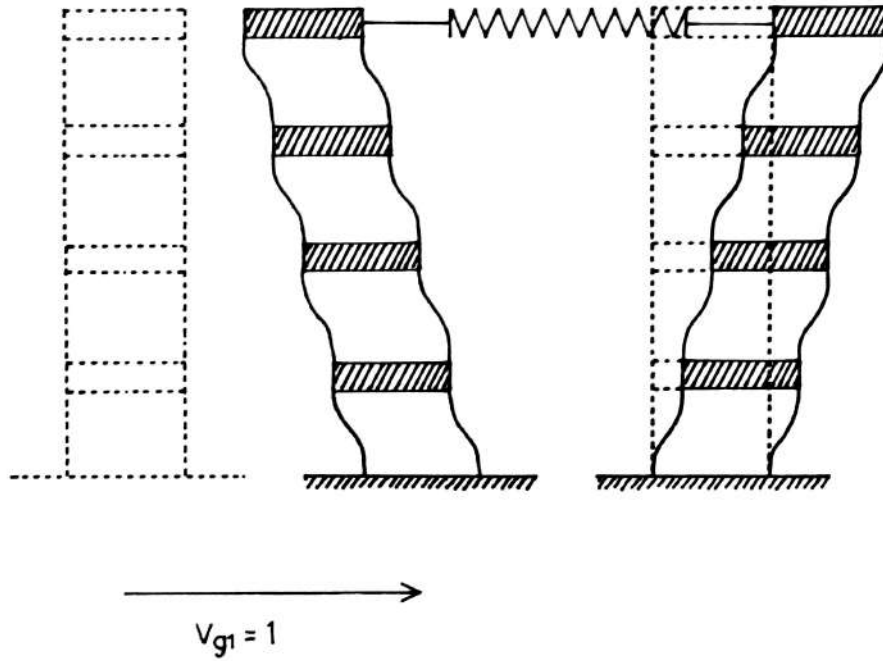


Figura 2.5: Forma modal pseudoestática asociada a la entrada  $v_{g1}$

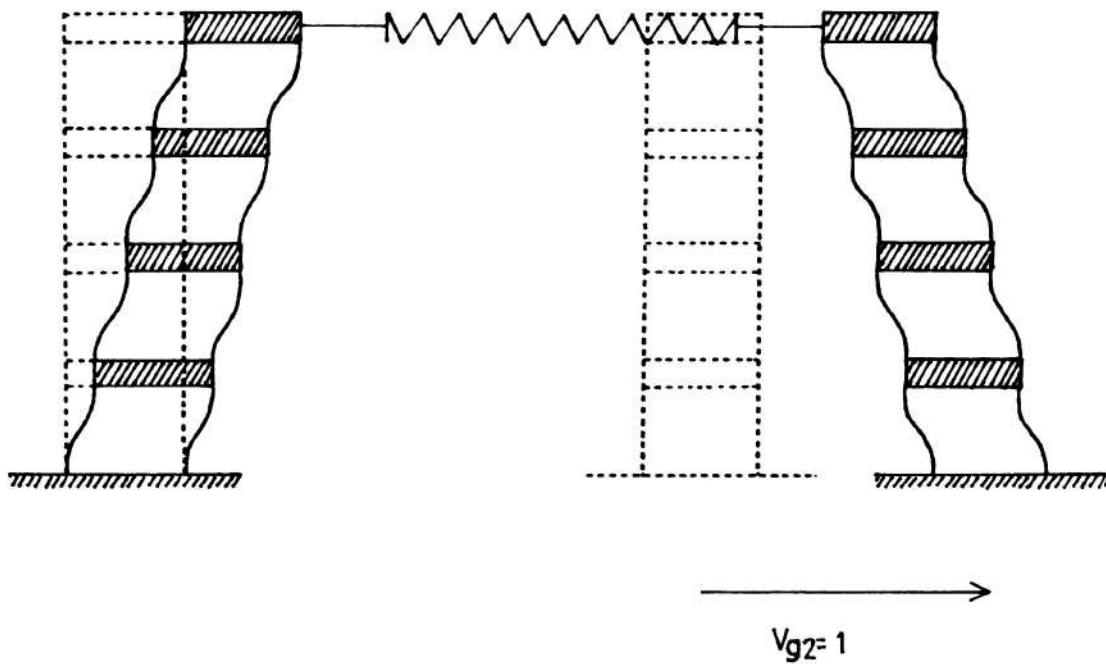


Figura 2.6: Forma modal pseudoestática asociada a la entrada  $v_{g2}$

## **2.4. Equipos e infraestructura utilizada**

### **2.4.1. Laboratorio de estructuras**

El montaje experimental se llevó a cabo en el Laboratorio Experimental de Estructuras (LEE) ubicado en el primer piso del Departamento de Ingeniería Civil de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile.

Este laboratorio posee una mesa vibradora de 2 metros de ancho y 3 metros de largo, y una mesa vibradora móvil de dimensiones efectivas de 20 centímetros de ancho y 30 centímetros de largo.

### **2.4.2. Mesa vibradora principal**

Esta mesa vibradora de 2 metros de ancho y 3 metros de largo se mueve unidireccionalmente en la dirección larga mediante un brazo hidráulico que se mueve de acuerdo a los datos entregados por un computador, pudiendo simular un sismo a elección. Posee agujeros con hilo para pernos de 5/8 de pulgada, estos orificios se encuentran dispuestos en un arreglo equiespaciado, tanto en la dirección largo como en la dirección corta, con una separación de 10 centímetros entre cada orificio.

### **2.4.3. Mesa vibradora secundaria**

La mesa vibradora secundaria posee una placa base sobre la que se monta la estructura de 20 centímetros de ancho y 30 centímetros de largo. Esta se mueve unidireccionalmente en la dirección larga mediante un sistema mecánico accionado por un motor y una cadena, todo el sistema está puesto sobre una plancha de madera de 40 centímetros de ancho y 90 centímetros de largo. El motor es alimentado por una fuente de poder que entrega un voltaje continuo (DC) de 0 a 27.8 volts, generando una oscilación armónica de frecuencia variable de acuerdo al voltaje, en el gráfico 2.7 se muestra la correlación existente entre el voltaje suministrado por la fuente de poder y la frecuencia de oscilación de la placa base y en la tabla 2.1 se muestran los datos utilizados para obtener la correlación.

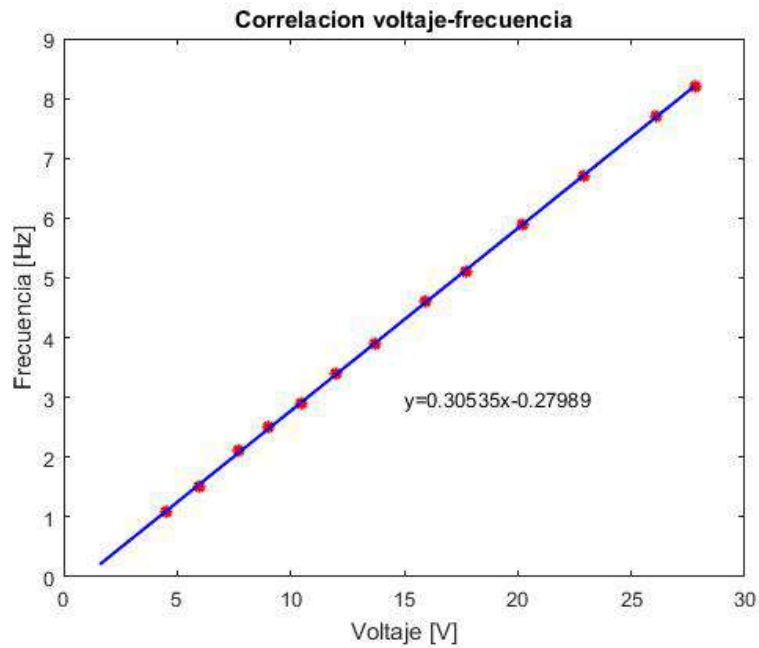


Figura 2.7: Correlación entre el voltaje suministrado y la frecuencia de oscilación

Voltaje [V]	Frecuencia [Hz]
4.5	1.1
6.0	1.5
7.7	2.1
9.0	2.5
10.5	2.9
12.0	3.4
13.7	3.9
15.9	4.6
17.7	5.1
20.2	5.9
22.9	6.7
26.1	7.7
27.8	8.2

Tabla 2.1: Datos correlación voltaje suministrado y frecuencia de oscilación

El mínimo voltaje que genera un movimiento en la placa es de  $1.6[V]$  y corresponde a una frecuencia de  $0.21[Hz]$  según la correlación.

#### 2.4.4. Sensores ultrasónicos

Los sensores ultrasónicos de proximidad son Banner modelo S18UUAQ. Estos sensores miden  $90.9\text{ mm}$  de largo y  $18\text{ mm}$  de diámetro. Algunas especificaciones técnicas se tabulan

a continuación:

Datos Técnicos	Valores	Unidad
Rango de detección	30 – 300	<i>mm</i>
Frecuencia ultrasónico	300	<i>kHz</i>
Resolución	1	<i>mm</i>

Tabla 2.2: Especificaciones técnicas del sensor ultrasónico

### 2.4.5. Acelerómetros

Los sensores de medición de aceleración utilizados son Kistler modelo 8304B2. Estos sensores utilizan un sensor de silicio de capacitancia variable micromecanizado. Las dimensiones en milímetros de los sensores son  $20.3 \times 24.4 \times 8.6$ . Algunas especificaciones técnicas se tabulan a continuación:

Datos Técnicos	Valores	Unidad
Rango de aceleración	$\pm 2$	<b>g</b>
Factor de sensibilidad	1000	<i>mV/g</i>
Salida cero <b>g</b> $\pm 20\%$	2.5	<i>V</i>
Resolución (Umbral)	140	$\mu\mathbf{g}_{rms}$
Frecuencia de respuesta $\pm 5\%$	0 – 300	<i>Hz</i>

Tabla 2.3: Especificaciones técnicas del sensor de aceleración

# Capítulo 3

## Diseño experimental y metodología

### 3.1. Modelo Estructural para el estudio experimental

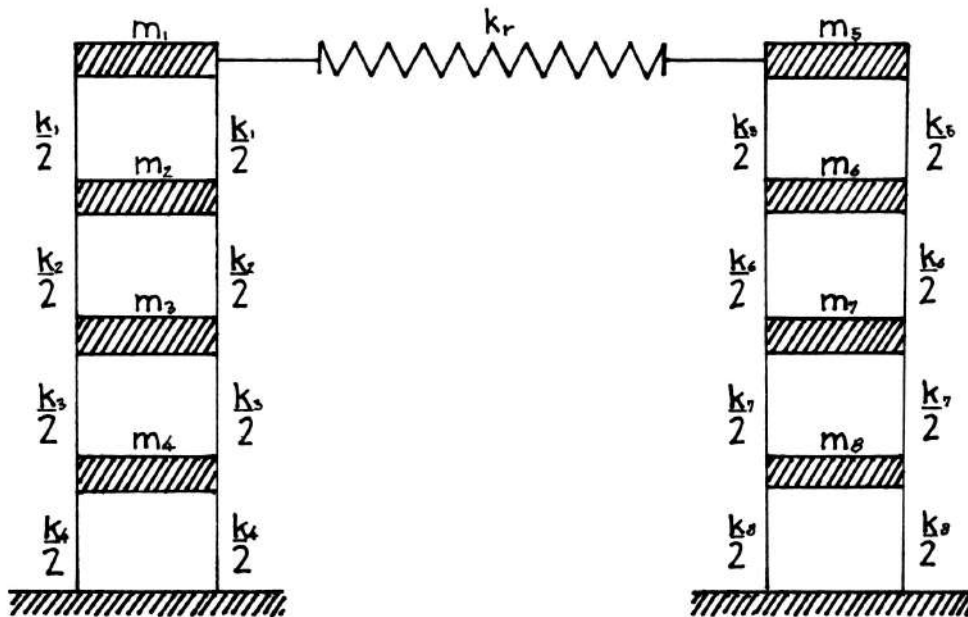


Figura 3.1: Representación esquemática del modelo estructural de la estructura 3

El modelo estructural consta de dos estructuras de marcos con pisos rígidos, cada estructura tiene un total de cuatro pisos con columnas de diferente rigidez en cada uno de estos. Las dos estructuras se unen en los pisos superiores por medio de un resorte que trabaja tanto en compresión como en tracción. El modelo considera dos entradas sísmicas, una en la base de cada estructura.



En adelante cuando ambas estructuras estén unidas se le llamará estructura 3 a la configuración resultante. En la figura 3.1 se presenta una representación esquemática del modelo.

### 3.1.1. Estructura 1

La matriz de masa queda descrita como

$$m_{ss1} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

La matriz de Rigidez es

$$k_{ss1} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 + k_4 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

### 3.1.2. Estructura 2

La matriz de masa queda descrita como

$$m_{ss2} = \begin{bmatrix} m_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_8 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

La matriz de Rigidez es

$$k_{ss2} = \begin{bmatrix} k_5 & -k_5 & 0 & 0 \\ -k_5 & k_5 + k_6 & -k_6 & 0 \\ 0 & -k_6 & k_6 + k_7 & -k_7 \\ 0 & 0 & -k_7 & k_7 + k_8 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

### 3.1.3. Estructura 3

La matriz de masa queda descrita como

$$m_{ss} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_8 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

La matrices de Rigideces

$$k_{ss} = \begin{bmatrix} k_1 + k_r & -k_1 & 0 & 0 & -k_r & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_r & 0 & 0 & 0 & k_5 + k_r & -k_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_5 & k_5 + k_6 & -k_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_6 & k_6 + k_7 & -k_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_7 & k_7 + k_8 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$k_{sb} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -k_4 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -k_8 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

## 3.2. Modelo estructural para estudio teórico

Se considera un sistema estructural de 8 GDL, como el que se muestra en la figura 3.2.

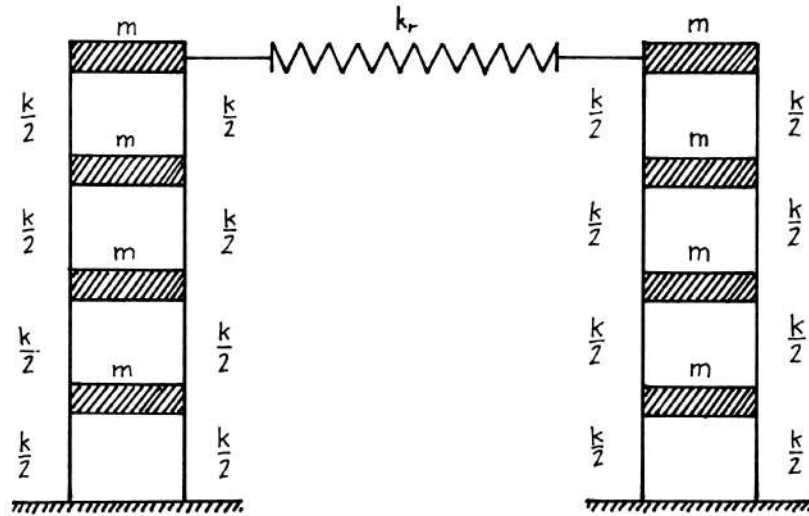


Figura 3.2: Modelo estructural de estructura teórica para análisis numérico

Se definen las constantes de masa y rigidez.

$$m = 1 [Kg]$$

$$k = 4000 \left[ \frac{N}{m} \right]$$

$$k_r = 5k$$

De esta forma las matrices de masa y rigidez quedan descritas como:

$$m_{ss} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} k_{ss} & k_{sb} \\ k_{bs} & k_{bb} \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 6k & -k & 0 & 0 & -5k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k & 2k & -k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k & 2k & -k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k & 2k & 0 & 0 & 0 & 0 & -k & 0 \\ -5k & 0 & 0 & 0 & 6k & -k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k & 2k & -k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k & 2k & -k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k & 2k & 0 & -k \\ 0 & 0 & 0 & -k & 0 & 0 & 0 & 0 & -k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k & 0 & -k \end{bmatrix}$$

La matriz de amortiguamiento se estima mediante Rayleigh considerando una razón de amortiguamiento para el primer y octavo modo de 5% y 7% respectivamente, esto es,

$$[C] = a[M] + b[K] \quad (3.8)$$

$$a = 1.90$$

$$b = 6.21 * 10^{-4}$$

Las razones de amortiguamiento se grafican en la figura 3.3 y se tabulan en la tabla 3.1.

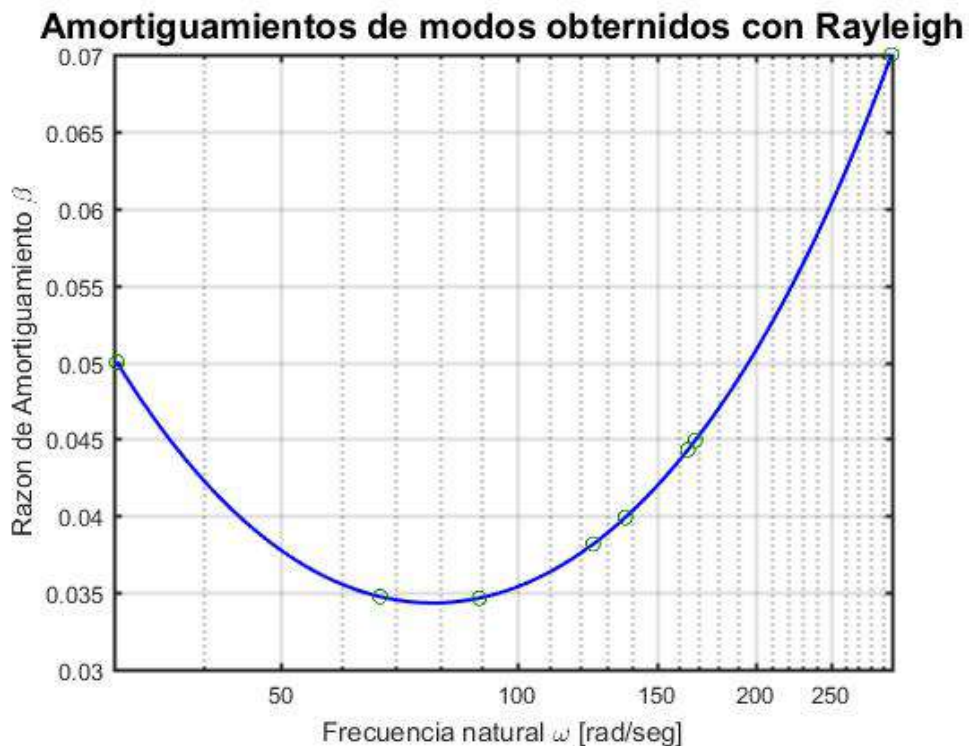


Figura 3.3: Razones de amortiguamiento por Rayleigh

Modo	Razón de amortiguamiento [%]
1	5.00
2	3.47
3	3.46
4	3.82
5	3.99
6	4.42
7	4.49
8	7.00

Tabla 3.1: Razones de amortiguamiento según Rayleigh

### 3.3. Montaje Experimental

El montaje experimental se realizó en el laboratorio experimental de estructuras (LEE) del Departamento de Ingeniería Civil de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile.

La instalación consta dos estructuras de distintas dimensiones montadas sobre mesas vibratoras. La primera de estas estructuras se ancla sobre una base de madera que se fija a la mesa vibradora principal, la segunda estructura se monta sobre la mesa vibradora secundaria y a su vez la mesa vibradora secundaria se fija a la mesa vibradora principal. Finalmente se unen estas dos estructuras mediante un resorte.

En la figura 3.4 se muestra una fotografía del montaje experimental.

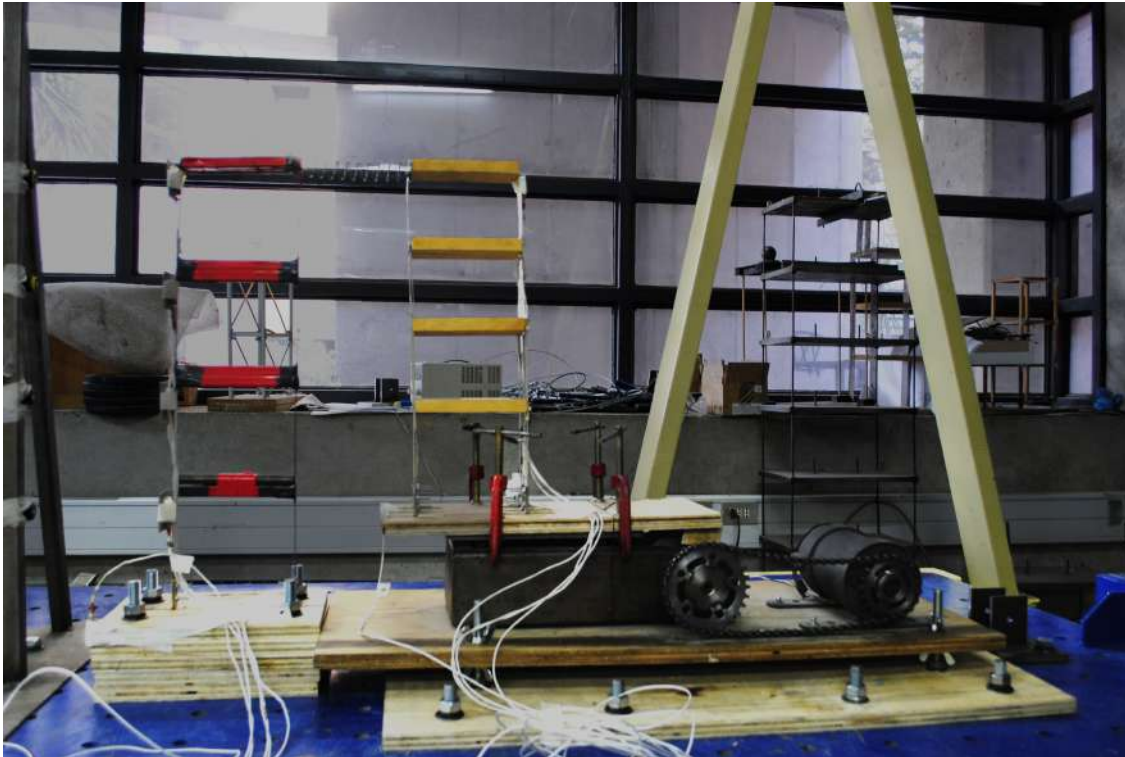


Figura 3.4: Fotografía del montaje experimental, a la izquierda la estructura 1 y a la derecha la estructura 2

#### 3.3.1. Montaje sobre las mesas vibratoras

Para fijar la mesa vibradora secundaria a la principal se utiliza una plancha de terciado estructural de 18 milímetros de espesor. Se fija la mesa secundaria a la plancha mediante tuercas puestas en los pernos de nivelación que tiene esta. La plancha a su vez se fija a la mesa vibradora principal utilizando ocho pernos de 5/8".

### 3.3.2. Descripción de la estructura 1

La estructura 1 consta de 4 pisos, cada uno de estos pisos está hecho de dos perfiles tubulares cuadrados de medidas 15x15x1 mm de 16 centímetros de largo.

Las columnas están hechas de sierras bimetálicas de 12 pulgadas (300 mm de largo, 13 mm de ancho y 0.65 mm de espesor), donde una sierra abarca desde la base, pasando por el primer piso, hasta el segundo piso de la estructura y otra sierra desde el segundo piso hasta el cuarto y último piso.

Esta estructura se ancla a una base de terciado estructural de 20 centímetros de ancho y 28 centímetros de largo con 18 milímetros de espesor mediante escuadras sillas zincadas de 1 1/2 pulgadas, cada columna se empotra con dos escuadras.

La fijación de la estructura a la mesa principal se hace mediante cuatro pernos de 5/8", sin embargo para que ambas estructuras alcancen la misma altura se agregan cuatro planchas adicionales bajo la plancha de la base de la estructura 1, como se muestra en la figura 3.5, todas las planchas de terciado estructural de 18 milímetros de espesor, 20 centímetros de ancho y 28 centímetros de largo.



Figura 3.5: Fotografía de la base de la estructura 1

### 3.3.3. Descripción de la estructura 2

La estructura 2 consta de 4 pisos, cada piso está hecho de un trozo de madera de fibra de densidad media, MDF o trupán, de 18 milímetros de espesor.

Las columnas están hechas de barras de latón de 20 milímetros de ancho cada una, la unión entre la base y el primer piso se realiza con tres columnas por cada lado, la unión entre el primer y segundo al igual que entre el segundo y tercer piso se hace con dos columnas por lado, por último la unión entre el tercer y cuarto piso se hace con una columna por lado.

Se ancla esta estructura con escuadras sillas zincadas a una base de terciado estructural de 20 centímetros de ancho, 28 centímetros de largo y 18 milímetros de espesor de igual forma que la estructura 1.

Para fijar la estructura 2 a la mesa secundaria se utilizan cuatro prensas tipo c, las cuales aprietan la base de madera a la placa metálica de la mesa.

El detalle de la fijación de la estructura 2 se muestra en la figura 3.6.



Figura 3.6: Fotografía de la base de la estructura 2

### 3.3.4. Instrumentación

La adquisición de datos se hace mediante diez acelerómetros y 4 sensores ultrasónicos.

Se pone un acelerómetro en cada piso y uno en la base de cada estructura, estos se fijan



con cinta masking tape por el lado externo de las estructuras donde cada acelerómetro se orienta positivo hacia el norte, es decir, positivo hacia la izquierda según la figura 3.4.

Los sensores ultrasónicos se sitúan al lado de la estructura 1, cada uno midiendo uno de los pisos de esta estructura. Para fijarlos se instala en la mesa principal una estructura metálica diseñada anteriormente para anclar los instrumentos situada aproximadamente a 30 centímetros.

En la figura 3.7 se muestra la disposición de los sensores ultrasónicos y en la figura 3.8 se muestra el montaje de uno de los acelerómetros a la estructura 2.



Figura 3.7: Fotografía del montaje de los sensores ultrasónicos en la estructura metálica



Figura 3.8: Fotografía del montaje de un acelerómetro a la estructura 2

### 3.3.5. Limitaciones del montaje experimental

La principal limitación del montaje experimental es el desplazamiento permitido por la mesa vibradora secundaria, que alcanza un máximo de 2 milímetros, esto en comparación con el sismo escalado a un 25 % que genera desplazamientos máximos del orden de 5 centímetros no permite generar grandes desplazamientos pseudo-estáticos; lo que dificulta la identificación de dicha componente así como su contribución de energía.

Otra limitante es la unión de las vigas a las columnas de la estructura 1 que al no ser completamente rígida ocasionó que se debiera crear un modelo más complejo, que incluyera una rigidez al giro en la unión viga-columna, para que se pudieran representar de mejor manera las estructuras 1 y 3.

Dado que se instaló una base de madera de 9 centímetros de altura para la estructura 1 es que no se consiguió fijar completamente, entonces la base de la estructura 1 se movió a causa de un movimiento en la base de la estructura 2; si bien el movimiento era comparativamente inferior no era completamente despreciable. Algo similar ocurrió con la base de la estructura 2, donde la placa de la mesa secundaria fijó mediante cuñas cuando fue necesario, sin embargo no se consiguió fijar completamente.

### 3.4. Metodología de ensayos

Se realiza ensayos a las estructuras obteniendo un total de 12 registros. Los ensayos realizados corresponden a ensayos de tipo pull-back, excitación basal de ruido blanco, excitación basal replicando un sismo y excitación basal armónica en una de las bases utilizando la mesa vibradora secundaria.

Registro 1:

Estando las estructuras unidas por el resorte se mantiene la mesa vibradora principal fija mientras que la mesa secundaria se mueve con un voltaje de 1.6 Volts lo que genera una excitación armónica en la base de la estructura 2 de una frecuencia estimada de 0.21 Hertz, que corresponde a la mínima frecuencia que la mesa secundaria puede generar, obteniéndose un registro con una media cuadrática (RMS) de  $0.47 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 1 y  $1.46 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 2.

Registro 2:

Estando las estructuras unidas por el resorte se mantiene la mesa vibradora principal fija mientras que la mesa secundaria se mueve con distintos voltajes, estos varían entre 1.6 y 27.8 Volts. Se aumenta el voltaje de la mesa cada 30 segundos con voltajes de 1.6, 3.1, 4.5, 6.0, 7.7, 9.0, 10.5, 12.0, 13.7, 15.9, 17.7, 20.2, 22.9, 20.1 y 27.8 Volts estimando respectivamente para cada voltaje una frecuencia de oscilación de la base de la estructura 2 de 0.2, 0.7, 1.1, 1.5, 2.1, 2.5, 2.9, 3.4, 3.9, 4.6, 5.1, 5.9, 6.7, 7.7 y 8.2 Hertz.

Registro 3:

Estando las estructuras unidas por el resorte se genera un ruido blanco sobre la mesa vibradora principal, mientras que en la mesa secundaria se mantiene en movimiento con un voltaje de 9 Volts, equivalente a una oscilación de la base de la estructura 2 con una frecuencia de 2.5 Hertz. Obteniendo registros con una media cuadrática de  $66.17 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 1 y  $137.48 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 2

Registro 4:

Estando las estructuras 1 y 2 separadas se genera un ruido blanco sobre la mesa vibradora principal, mientras que la mesa secundaria se mantiene en movimiento con un voltaje de 9 Volts, equivalente a una oscilación de la base de la estructura 2 con una frecuencia de 2.5 Hertz. Obteniendo registros con una media cuadrática de  $72.40 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 1 y  $152.65 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 2

Registro 5:

Estando las estructuras unidas por el resorte se genera un sismo sobre la mesa vibradora principal, el sismo generado en la mesa corresponde al registro de concepción del año 2010 escalado al 25 %. La mesa secundaria se mantiene en movimiento con un voltaje de 9 Volts, equivalente a una oscilación de la base de la estructura 2 con una frecuencia de 2.5 Hertz. Obteniendo registros con una media cuadrática de  $66.17 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura

1 y  $137.48 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 2

Registro 6:

Este registro corresponde a 9 ensayos de pull-back sobre la estructura 1. Para los primeros tres ensayos se le da un desplazamiento inicial a la estructura 1 en el piso superior, GDL 1. Los dos ensayos siguientes se hacen con un desplazamiento inicial de de los GDL 1 y GDL 2 en direcciones opuestas. Se hacen dos ensayos más desplazando los GDL 2 y GDL 3 en direcciones opuestas. Finalmente dos ensayos más desplazando los GDL 3 y GDL 4 en direcciones opuestas.

Registro 7:

Este registro corresponde a 12 ensayos de pull-back sobre la estructura 2. Para los primeros seis ensayos se le da un desplazamiento inicial a la estructura 2 en el piso superior, GDL 5. Los dos ensayos siguientes se hacen con un desplazamiento inicial de de los GDL 5 y GDL 6 en direcciones opuestas. Se hacen dos ensayos más desplazando los GDL 6 y GDL 7 en direcciones opuestas. Finalmente dos ensayos más desplazando los GDL 7 y GDL 8 en direcciones opuestas.

Registro 8:

Este registro corresponde a 8 ensayos de pull-back sobre la estructura 3, estructuras 1 y 2 unidas por el resorte. Se hacen dos ensayos dando un desplazamiento inicial sobre el GDL 1 de manera que se comprime el resorte. Se realiza otro ensayo desplazando el GDL 5 de forma que se comprima el resorte. Los siguientes tres ensayos se realizan con un desplazamiento inicial de los GDL 2 y GDL 6, empujando estos pisos hacia el centro de la estructura 3. El ensayo siguiente se realiza desplazando los GDL 2 y GDL 3 en direcciones opuestas. Para el último ensayo se desplazan los GDL 6 y GDL 7 en direcciones opuestas.

Registro 9:

Estando las estructuras unidas por el resorte se genera un ruido blanco sobre la mesa vibradora principal, mientras que en la mesa secundaria se fija de manera que se mueva solidaria a la mesa principal. Obteniendo registros con una media cuadrática de  $60.40 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 1 y  $90.52 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 2

Registro 10:

Estando las estructuras 1 y 2 separadas se genera un ruido blanco sobre la mesa vibradora principal, mientras que la mesa secundaria se fija de manera que se mueva solidaria a la mesa principal. Obteniendo registros con una media cuadrática de  $73.40 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 1 y  $108.04 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 2

Registro 11:

Estando las estructuras unidas por el resorte se genera un sismo sobre la mesa vibradora principal, el sismo generado en la mesa corresponde al registro de concepción del año 2010 escalado al 25 %. La mesa secundaria se fija de manera que se mueva solidaria a la mesa

principal. Obteniendo registros con una media cuadrática de  $18.03 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 1 y  $28.05 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 2

Registro 12:

Estando las estructuras 1 y 2 separadas se genera un sismo sobre la mesa vibradora principal, el sismo generado en la mesa corresponde al registro de concepción del año 2010 escalado al 25%. La mesa secundaria se fija de manera que se mueva solidaria a la mesa principal. Obteniendo registros con una media cuadrática de  $66.17 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 1 y  $137.48 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 2

Registro	Estructura			Tipo de ensayo			
	1	2	3	Pullback	Ruido Blanco	Sismo	Mesa secundaria
1			SI				SI
2			SI				SI
3			SI		SI		SI
4	SI	SI			SI		SI
5			SI			SI	SI
6	SI			SI			
7		SI		SI			
8			SI	SI			
9			SI		SI		
10	SI	SI			SI		
11			SI			SI	
12	SI	SI				SI	

Tabla 3.2: Resumen de los ensayos realizados

# Capítulo 4

## Análisis con ensayos Pull-back mediante método de Ibrahim y decaimiento logarítmico

### 4.1. Introducción

En este capítulo se estudian los parámetros de las estructuras 1, 2 y 3 mediante ensayos tipo pull-back. Cada una de estas estructuras fue sometida a distintos ensayos con diferentes condiciones iniciales, eligiendo para la identificación el ensayo donde mejor se aprecien los distintos modos y razones de amortiguamiento de cada estructura. Mediante el método de Ibrahim se determinan frecuencias, razones de amortiguamiento y formas modales, mientras que con el método de decaimiento logarítmico se estima la razón de amortiguamiento del primer modo de cada estructura.

El método de Ibrahim en el dominio del tiempo puede ser utilizado para estudiar los parámetros dinámicos de una estructura de varios grados de libertad sometida a un ensayo de tipo pull-back. Este método ha sido utilizado anteriormente para la identificación de parámetros dinámicos en trabajos tales como la memoria de Nelson Lorca para optar al título de ingeniero civil [11] y la tesis de Francisco Hernández para optar al grado de magíster en ciencias de la ingeniería sísmica [12], ambos de la Universidad de Chile.

El método de decaimiento logarítmico ha sido utilizado en este trabajo de título según las consideraciones descritas a continuación, implementado en MatLab 2015a.

### 4.2. Descripción del método de decaimiento logarítmico

El amortiguamiento de un sistema de un grado de libertad puede ser estimado a partir de la respuesta de un sistema sin forzamiento dadas condiciones iniciales mediante el método de

decaimiento logarítmico. De la misma forma el amortiguamiento asociado al primer modo de una estructura de varios grados de libertad puede ser estimado mediante un ensayo de tipo pull-back adecuado, aislando la respuesta del primer modo mediante un filtro pasa bajo que filtre las frecuencias superiores a las de este modo.

La ecuación de movimiento de una estructura sin excitación basal queda descrita de la siguiente manera:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \quad (4.1)$$

Dadas condiciones iniciales se conoce la envolvente de respuesta, considerando una amplitud máxima conocida  $A$  entonces esta envolvente  $s$  que descrita como

$$s = Ae^{-\beta\omega t} \quad (4.2)$$

Si se considera un punto máximo en un tiempo  $t_i$  en la respuesta, este valor  $u_i$  coincidirá con la envolvente, si luego de  $N$  oscilaciones se considera un segundo punto máximo  $u_{i+N}$  en un tiempo  $t_{i+N}$  entonces la diferencia de tiempo entre ambos es  $N$  veces el periodo amortiguado  $T_D$

$$u_i = Ae^{-\beta\omega t_i}$$

$$u_{i+N} = Ae^{-\beta\omega t_{i+N}}$$

Entonces

$$\frac{u_i}{u_{i+N}} = e^{\beta\omega(t_{i+N}-t_i)} = e^{\beta\omega T_D N} \quad (4.3)$$

Calculando el logaritmo natural

$$\ln\left(\frac{u_i}{u_{i+N}}\right) = \beta\omega T_D N = \beta\omega \frac{2\pi}{\omega\sqrt{1-\beta^2}} N$$

Aproximando  $\sqrt{1-\beta^2} \approx 1$

$$\ln\left(\frac{u_i}{u_{i+N}}\right) = \beta 2\pi N \Rightarrow \beta = \frac{\ln\left(\frac{u_i}{u_{i+N}}\right)}{2\pi N}$$

## 4.3. Propiedades dinámicas de la estructura 1

### 4.3.1. Frecuencias, modos y razones de amortiguamiento por el método de Ibrahim

El análisis según el método de Ibrahim para la estructura 1 considera el cuarto ensayo de pull-back del registro número 6, que corresponde a un desplazamiento de los dos pisos superiores en direcciones contrarias, como se esquematiza en la figura 4.1

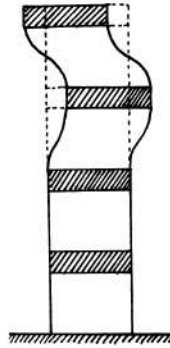


Figura 4.1: Esquema de condiciones iniciales del pull-back de la estructura 1

La ventana de tiempo escogida así como los datos medidos en el registro se muestran en la figura 4.2

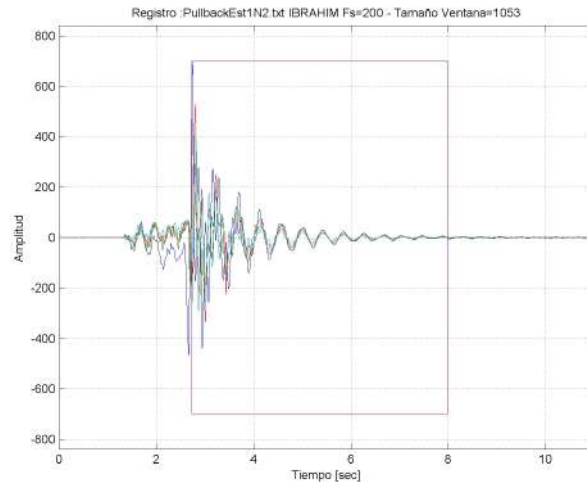
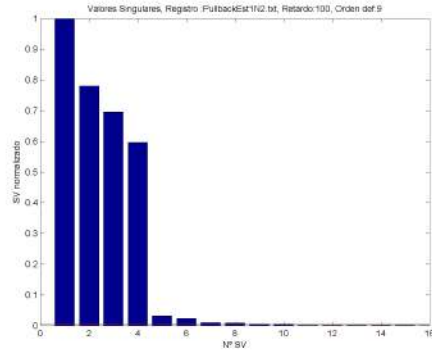


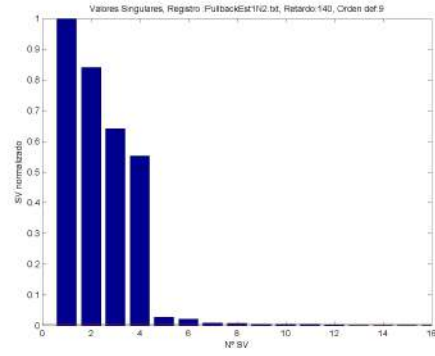
Figura 4.2: Registro de aceleraciones y ventana de tiempo, estructura 1

Para el análisis se consideran diferentes tiempos de retardo, 0.5, 0.7, 1, 2, 3, 4 y 5 segundos. Se muestran los valores singulares para los distintos tiempos de retardo en la figura 4.3,

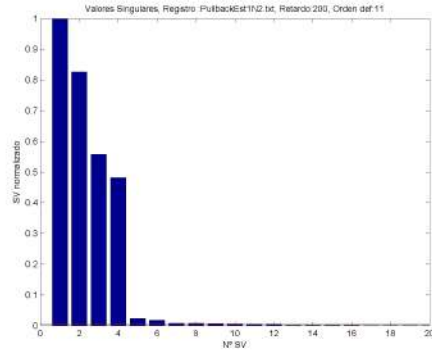




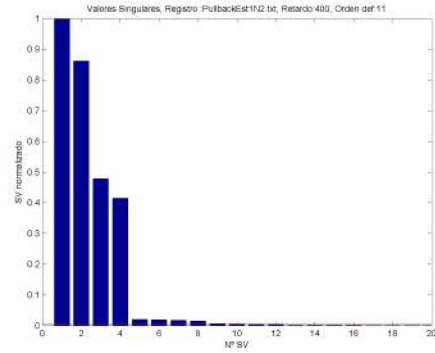
(a)  $i_{ret} = 100, t_{ret} = 0.5$  seg.



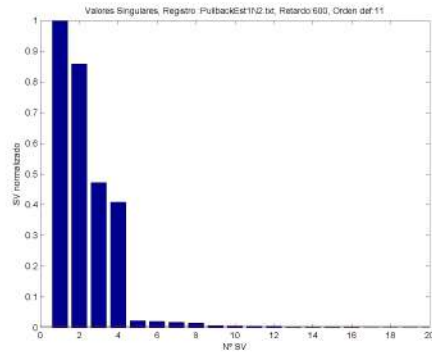
(b)  $i_{ret} = 140, t_{ret} = 0.7$  seg.



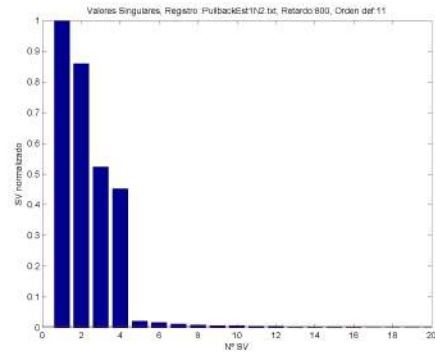
(c)  $i_{ret} = 200, t_{ret} = 1.0$  seg.



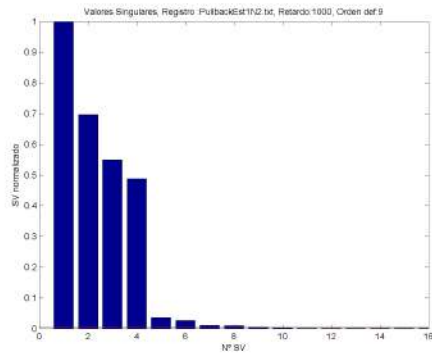
(d)  $i_{ret} = 400, t_{ret} = 2.0$  seg.



(e)  $i_{ret} = 600, t_{ret} = 3.0$  seg.



(f)  $i_{ret} = 800, t_{ret} = 4.0$  seg.



(g)  $i_{ret} = 1000, t_{ret} = 5.0$  seg.

Figura 4.3: Valores singulares para distintos números de retardo, estructura 1

Al analizar los valores singulares de la figura 5.3 se puede observar que se encuentran más de cuatro modos, sin embargo, existe una clara predominancia de cuatro de ellos y son los que se consideran.

A continuación se muestran los resultados de frecuencias y razones de amortiguamiento identificados para la estructura 1 en función del tiempo de retardo:

$t_{ret}$ [seg]	0.5	0.7	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
modo 1	2.22	2.22	2.185	2.19	2.19	2.17	2.22
modo 2	7.26	7.27	7.27	7.27	7.28	7.27	7.24
modo 3	11.36	11.36	11.34	11.32	11.32	11.33	11.38
modo 4	15.98	15.98	15.96	15.82	15.73	15.85	15.78

Tabla 4.1: Frecuencias identificadas mediante el método de Ibrahim para distintos tiempos de retardo expresadas en [Hz], estructura 1

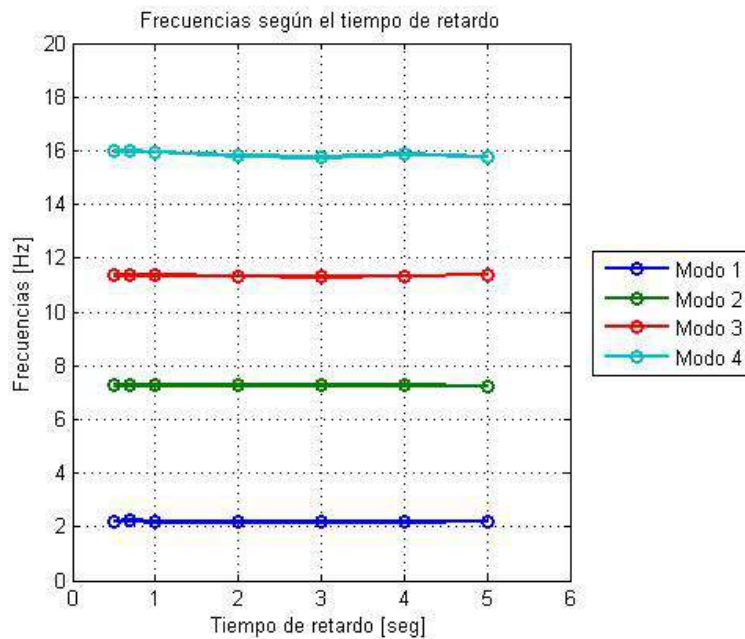


Figura 4.4: Frecuencias identificadas en función del tiempo de retardo, estructura 1

$t_{ret}$ [seg]	0.5	0.7	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
Modo 1	4.54	4.56	6.27	6.79	6.83	6.29	4.34
Modo 2	4.21	4.18	4.19	4.20	4.20	4.20	4.21
Modo 3	6.44	6.31	6.22	6.24	6.24	6.19	6.96
Modo 4	6.25	5.98	5.94	6.12	6.22	6.07	7.72

Tabla 4.2: Razones de amortiguamiento identificadas mediante el método de Ibrahim para distintos tiempos de retardo expresadas en [%], estructura 1

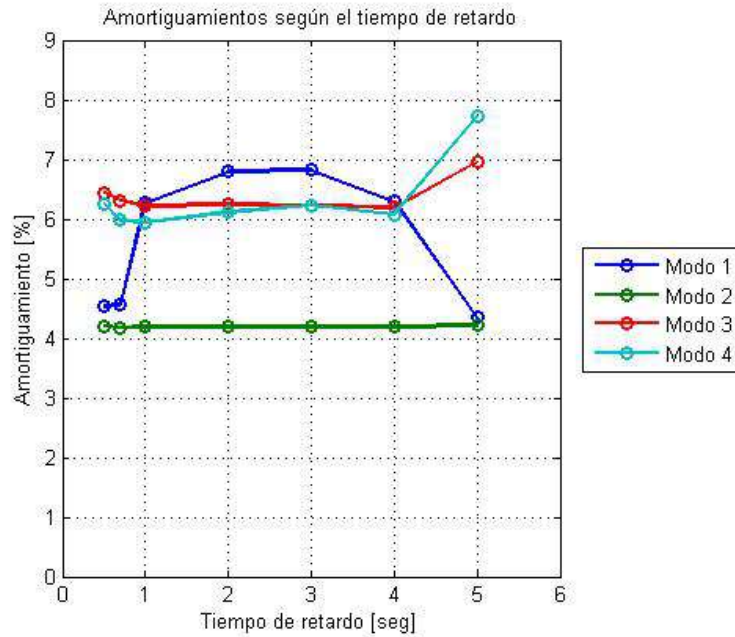


Figura 4.5: Razones de amortiguamiento identificadas en función del tiempo de retardo, estructura 1

Se promedian los resultados obtenidos para los diferentes números de retardo, para el caso del amortiguamiento del primer modo se observan un comportamiento diferente para los valores de los tiempos de retardo 0.5, 0.7 y 5 segundos. Se determinan entonces dos regímenes de amortiguamiento para el modo 1, con un amortiguamiento de 4.48% asociado a grandes aceleraciones y un amortiguamiento de 6.55% para pequeñas aceleraciones, esto es consistente con los amortiguamientos determinados a partir del método de decaimiento logarítmico.

Modo	Frecuencia [Hz]	Periodo [s]	Amortiguamiento [%]
1	2.20	0.4547	4.48-6.55
2	7.26	0.1377	4.20
3	11.34	0.0882	6.27
4	15.87	0.0630	6.10

Tabla 4.3: Frecuencias, periodos y razones de amortiguamiento identificadas mediante el método de Ibrahim, estructura 1

Considerando el tiempo de retardo igual a 2 segundos como el más representativo se grafican a continuación las formas modales características de la estructura 1

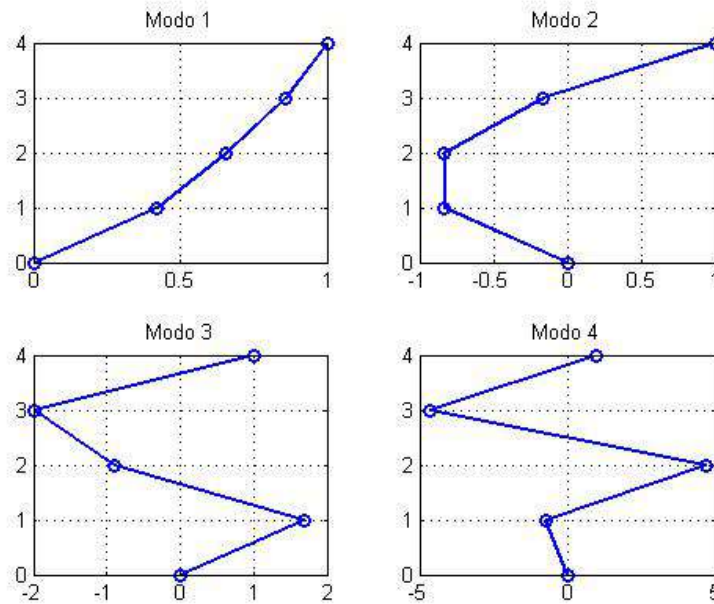


Figura 4.6: Modos para la estructura 1

### 4.3.2. Razón de amortiguamiento por decaimiento logarítmico

Considerando un registro de pull-back que excite principalmente el primer modo que tiene una frecuencia característica 2.2[Hz] y sabiendo que el segundo modo tiene una frecuencia de 7.3[Hz] se filtra el registro con un filtro pasa-bajo tipo butterworth de orden 8 a 6[Hz] y se identifican los ceros y máximos del registro.

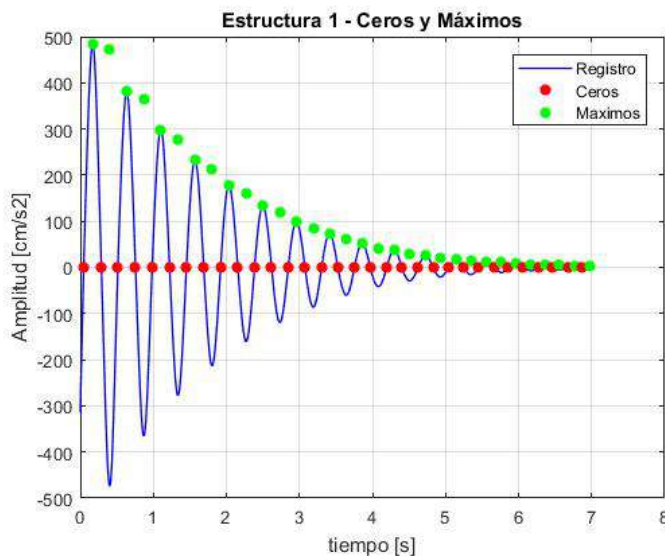


Figura 4.7: Identificación de ceros y máximos en registro de pull-back, Estructura 1

Al aplicar una escala logarítmica a los máximos encontrados según el número de oscilaciones se observan dos regímenes de amortiguamiento, obteniendo una recta de ajuste para grandes aceleraciones (desde  $n = 1$  hasta  $n = 9$ ) y otra recta de ajuste a partir de  $n = 10$ . Se ajustan las rectas cuya pendiente determinará la razón de amortiguamiento del primer modo de la estructura 1, se grafican los ajuste en la figura 4.8

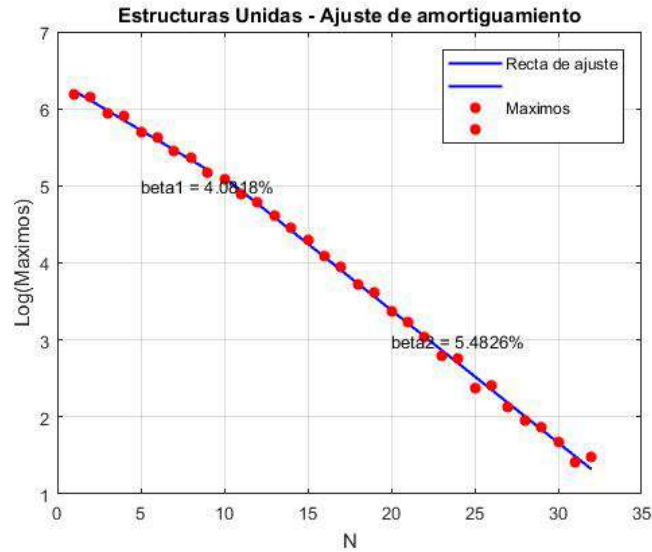


Figura 4.8: Ajuste de la recta de decaimiento logarítmico, Estructura 1

Considerando el amortiguamiento encontrado para grandes aceleraciones de 4.08 % y un amortiguamiento de 5.48 % para el régimen de bajas aceleraciones se construye la envolvente, la cual se grafica a continuación:

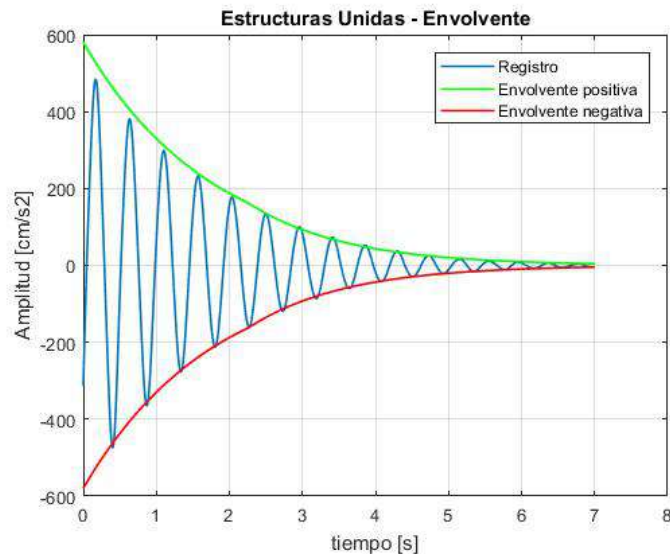


Figura 4.9: Gráfica de la envolvente luego de ajustadas la rectas, Estructura 1

## 4.4. Propiedades dinámicas de la estructura 2

### 4.4.1. Frecuencias, modos y razones de amortiguamiento por el método de Ibrahim

El análisis según el método de Ibrahim para la estructura 2 considera el ensayo de pull-back número 12 del registro número 7, que corresponde a un desplazamiento de los dos pisos inferiores en direcciones contrarias, como se esquematiza en la figura 4.10

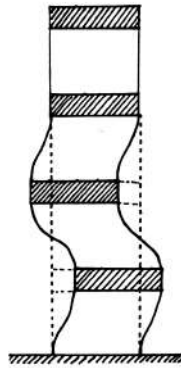


Figura 4.10: Esquema de condiciones iniciales del pull-back de la estructura 2

La ventana de tiempo escogida y el registro de los canales se muestran en la figura 4.11

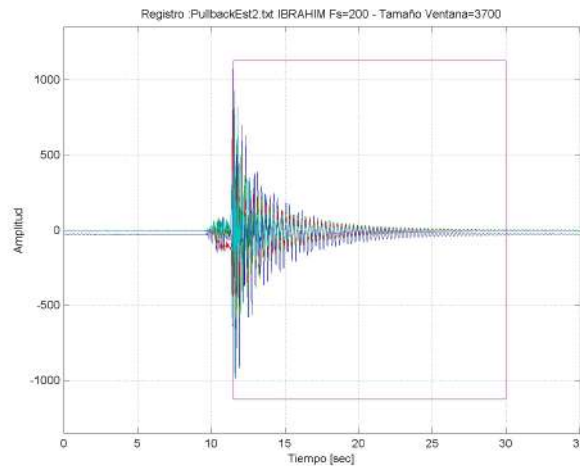
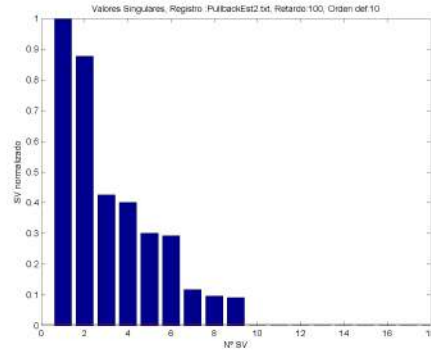
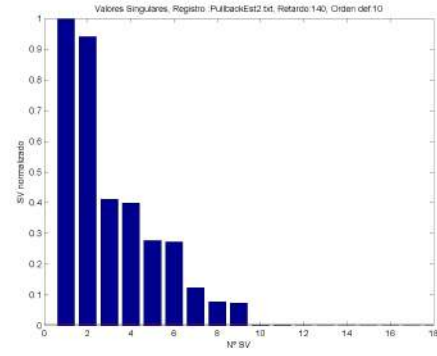


Figura 4.11: Registro de aceleraciones y ventana de tiempo, estructura 2

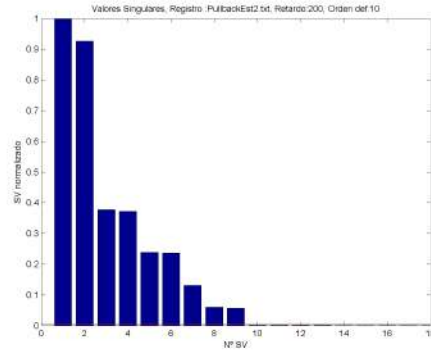
Para el análisis se consideran diferentes tiempos de retardo, 0.5, 0.7, 1, 2, 4, 6, 10 y 14 segundos. La siguiente figura, figura 4.12, muestra los valores singulares para los distintos tiempos de retardo,



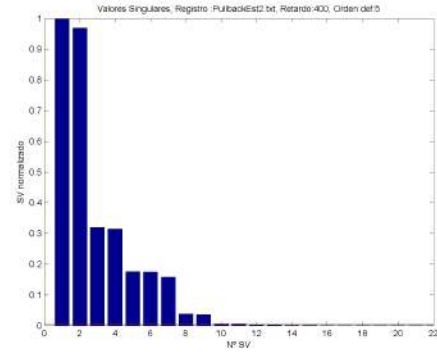
(a)  $i_{ret} = 100, t_{ret} = 0.5$  seg.



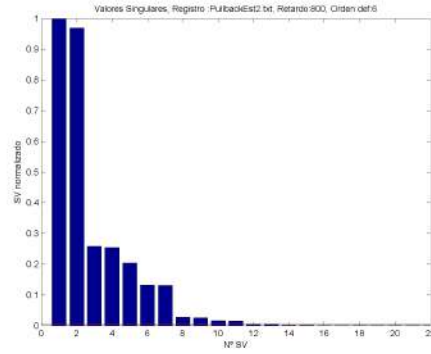
(b)  $i_{ret} = 140, t_{ret} = 0.7$  seg.



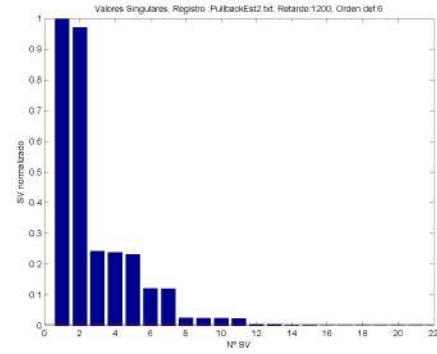
(c)  $i_{ret} = 200, t_{ret} = 1.0$  seg.



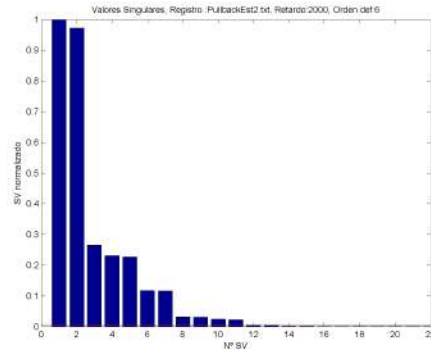
(d)  $i_{ret} = 400, t_{ret} = 2.0$  seg.



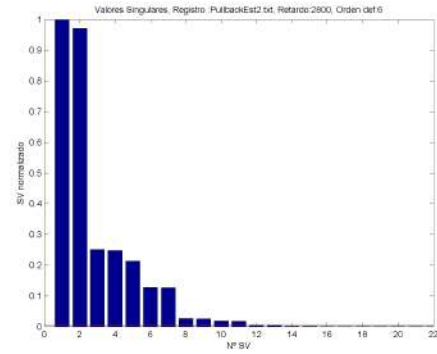
(e)  $i_{ret} = 800, t_{ret} = 4.0$  seg.



(f)  $i_{ret} = 1200, t_{ret} = 6.0$  seg.



(g)  $i_{ret} = 2000, t_{ret} = 10.0$  seg.



(h)  $i_{ret} = 2800, t_{ret} = 14.0$  seg.

Figura 4.12: Valores singulares para distintos números de retardo, estructura 2

Analizando los valores singulares, figura 5.10, se puede determinar que los primeros dos modos son claramente predominantes. Además se encuentran más de cuatro modos, sin embargo, solo se consideran los primeros cuatro modos predominantes encontrados para los tiempos de retardo de 0.5, 0.7, 1.0 y 18 segundos, consistente con el modelo estructural propuesto.

A continuación se muestran los resultados de frecuencias y razones de amortiguamiento identificados para la estructura 2 en función de el tiempo de retardo:

$t_{ret}$ [seg]	0.5	0.7	1.0	2.0	4.0	6.0	10.0	14.0	18.0
Modo 1	3.67	3.67	3.67	3.67	3.68	3.68	3.69	3.68	3.67
Modo 2	8.35	8.35	8.36	8.38	8.40	8.40	8.40	8.40	8.34
Modo 3	13.26	13.27	13.27						13.26
Modo 4	18.24	18.25	18.25						18.24

Tabla 4.4: Frecuencias identificadas mediante el método de Ibrahim para distintos tiempos de retardo expresadas en [Hz], estructura 2

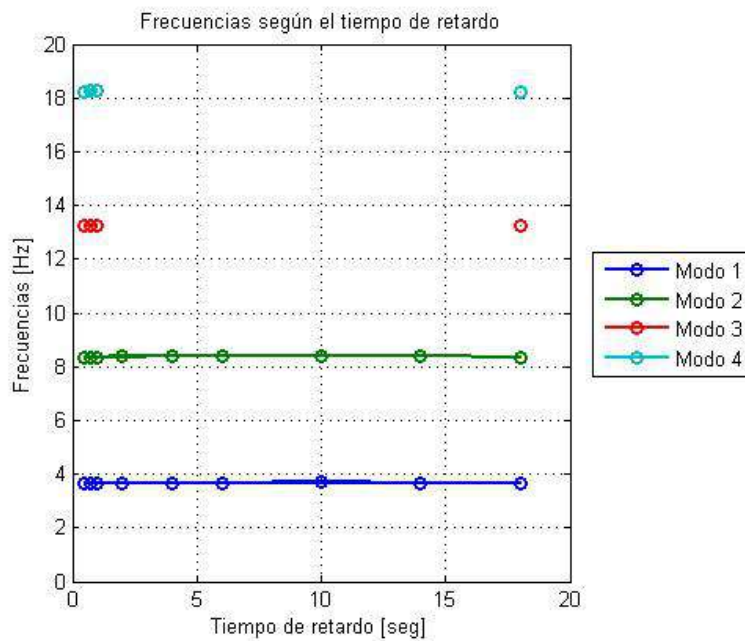


Figura 4.13: Frecuencias identificadas en función del tiempo de retardo, estructura 2

$t_{ret}$ [seg]	0.5	0.7	1.0	2.0	4.0	6.0	10.0	14.0	18.0
Modo 1	1.07	1.06	1.05	1.04	1.03	1.03	1.02	1.03	1.06
Modo 2	1.09	1.08	1.06	1.09	1.11	1.10	1.10	1.11	1.09
Modo 3	1.18	1.16	1.14						1.18
Modo 4	2.05	2.05	2.06						2.05

Tabla 4.5: Razones de amortiguamiento identificadas mediante el método de Ibrahim para distintos tiempos de retardo expresadas en [%], estructura 2



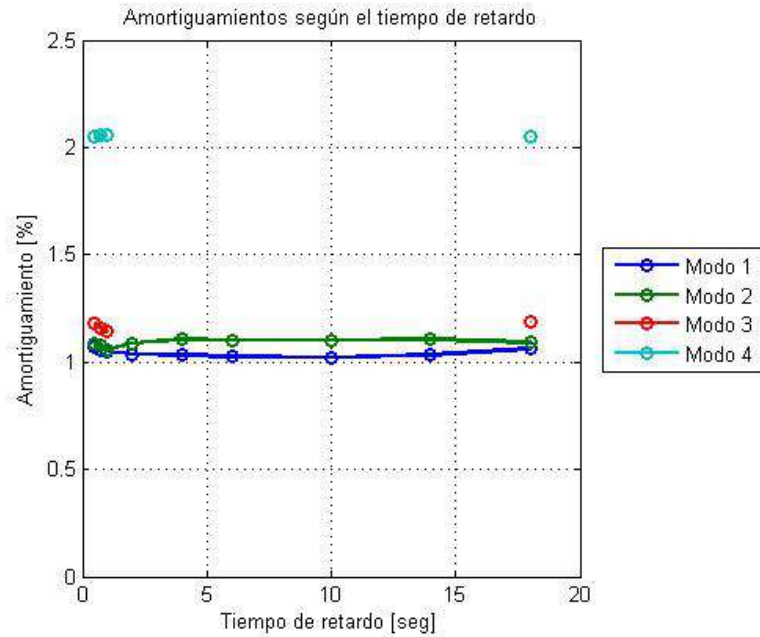


Figura 4.14: Razones de amortiguamiento identificados en función del tiempo de retardo, estructura 2

Se promedian los resultados obtenidos para los diferentes tiempos de retardo, tanto para frecuencias como amortiguamientos, los resultados se tabulan en la tabla 4.6

Modo	Frecuencias [Hz]	Periodo [s]	Amortiguamiento [%]
1	3.68	0.2721	1.05
2	8.37	0.1194	1.09
3	13.26	0.0754	1.17
4	18.25	0.0548	2.05

Tabla 4.6: Frecuencias, periodos y razones de amortiguamiento identificadas mediante el método de Ibrahim, estructura 2

Considerando el tiempo de retardo igual a 1 segundo como el más representativo se grafican a continuación las formas modales características de la estructura 2

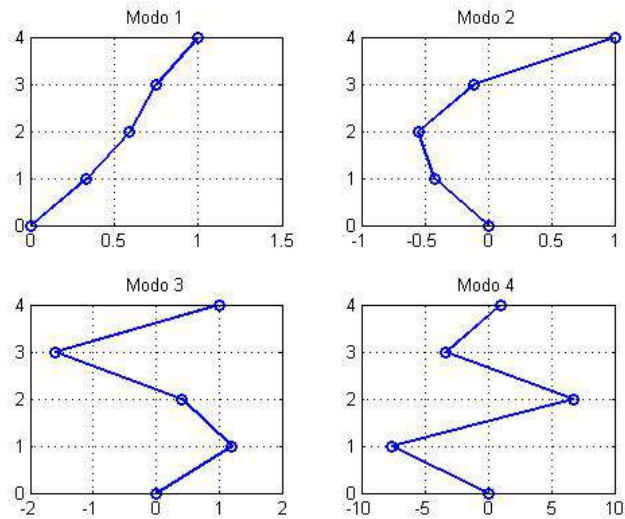


Figura 4.15: Modos para la estructura 2

#### 4.4.2. Razón de amortiguamiento por decaimiento logarítmico

Considerando un registro de pull-back que excite principalmente el primer modo que tiene una frecuencia característica 3.7[Hz] y sabiendo que el siguiente modo tiene una frecuencia de 8.4[Hz] se filtra el registro con un filtro pasa-bajo tipo butterworth de orden 8 a 6[Hz] y se identifica los ceros y máximos del registro

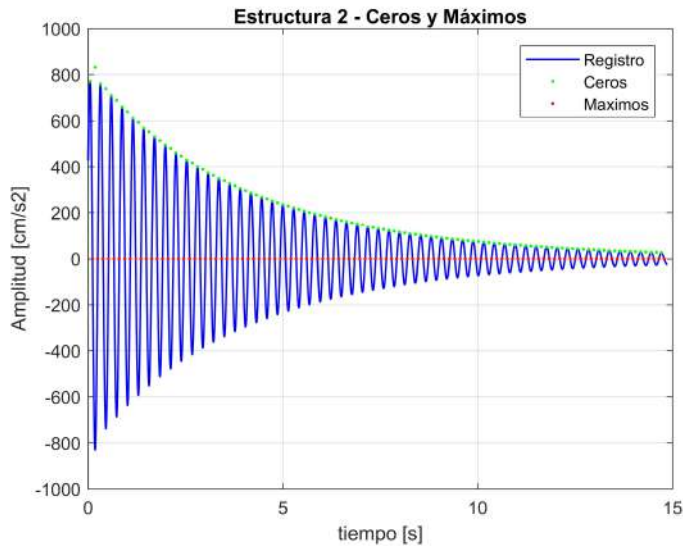


Figura 4.16: Identificación de ceros y máximos en registro de pull-back, Estructura 2

Al aplicar una escala logarítmica a los máximos encontrados según el número de oscilaciones se ajusta una recta cuya pendiente determinará la razón de amortiguamiento del primer modo de la estructura 2, se grafica el ajuste en la figura 4.17

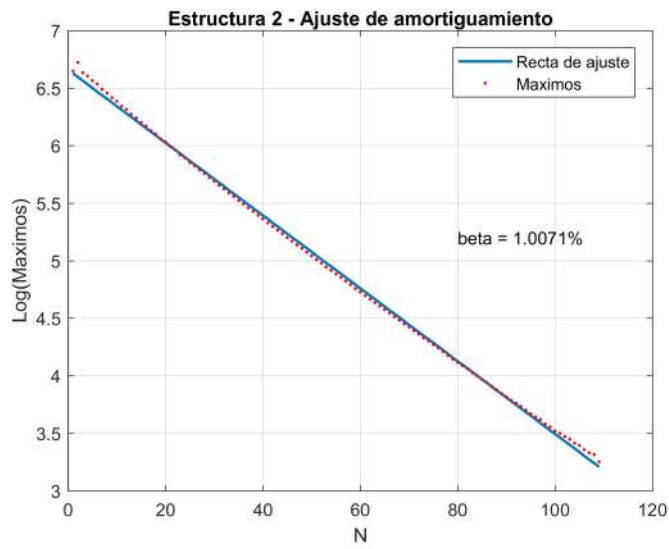


Figura 4.17: Ajuste de la recta de decaimiento logarítmico, Estructura 2

Considerando el amortiguamiento encontrado de 1.01 % se construye la envolvente, la cual se grafica a continuación:

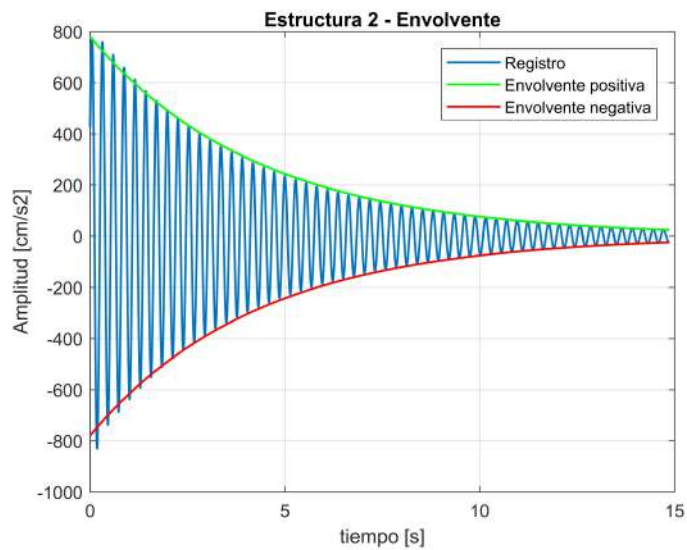


Figura 4.18: Gráfica de la envolvente luego de ajustada la recta, Estructura 2

## 4.5. Propiedades dinámicas de la estructura 3

### 4.5.1. Frecuencias, modos y razones de amortiguamiento por el método de Ibrahim

El análisis según el método de Ibrahim para la estructura 3 considera el ensayo de pull-back número 7 del registro número 8, que corresponde a un desplazamiento del segundo piso de cada estructura, empujados hacia el centro de esta, como se esquematiza en la figura 4.19

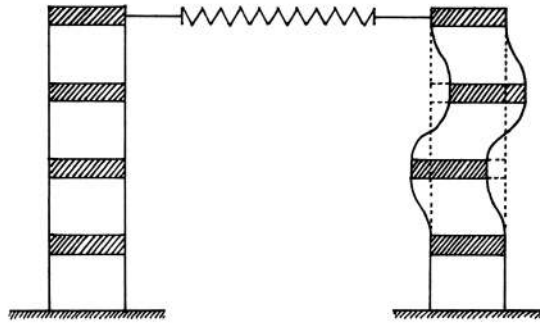


Figura 4.19: Esquema de condiciones iniciales del pull-back de la estructura 3

La ventana de tiempo escogida así como los datos registrados en el ensayo se muestran en la figura 4.20

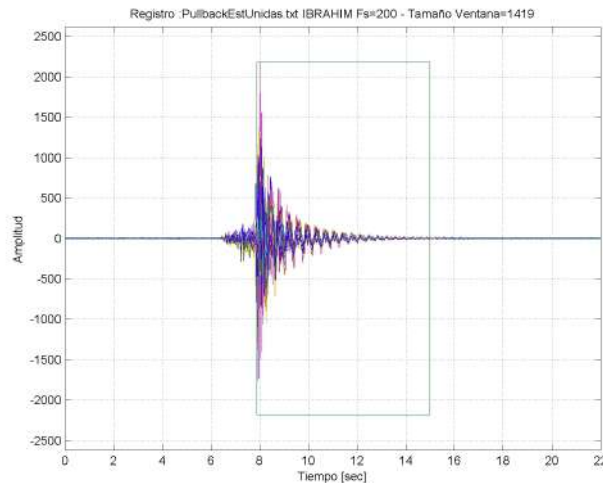
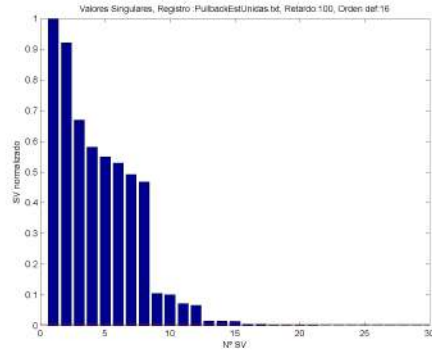
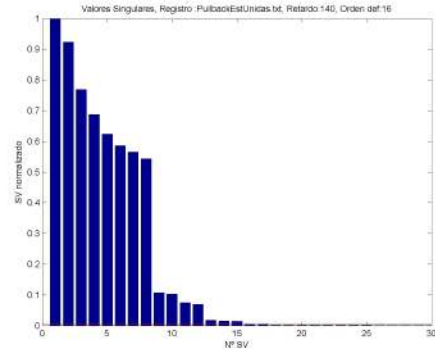


Figura 4.20: Registro de aceleraciones y ventana de tiempo, estructura 3

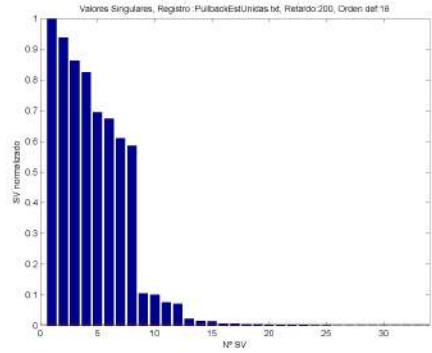
Para el análisis se consideran diferentes tiempos de retardo, 0.5, 0.7, 1, 2, 3, 4, 5 y 6 segundos. Las siguientes figuras muestra los valores singulares para los distintos tiempos de retardo, figura 4.21:



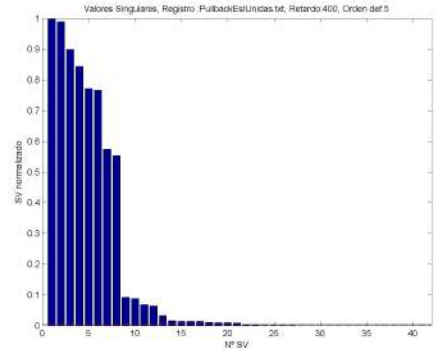
(a)  $i_{ret} = 100, t_{ret} = 0.5$  seg.



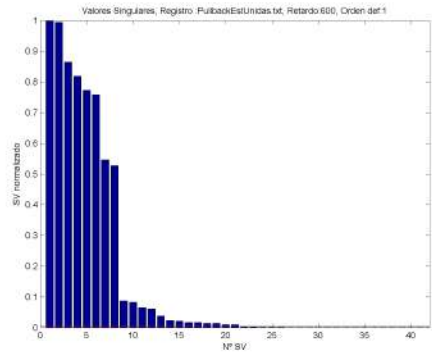
(b)  $i_{ret} = 140, t_{ret} = 0.7$  seg.



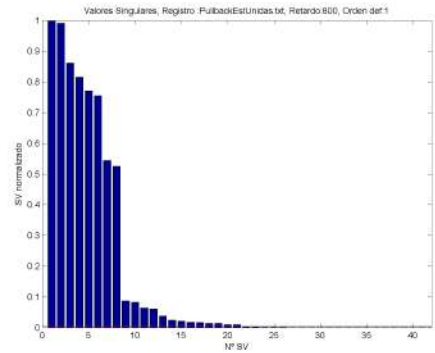
(c)  $i_{ret} = 200, t_{ret} = 1.0$  seg.



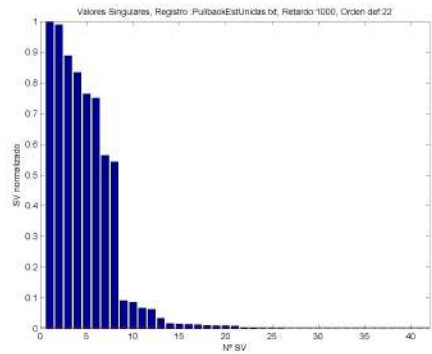
(d)  $i_{ret} = 400, t_{ret} = 2.0$  seg.



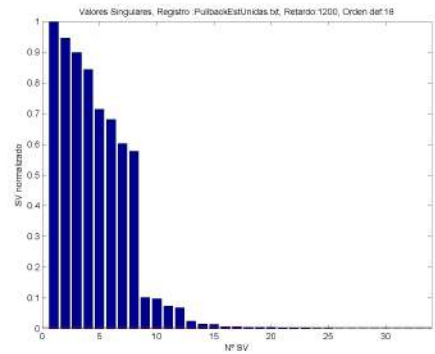
(e)  $i_{ret} = 600, t_{ret} = 3.0$  seg.



(f)  $i_{ret} = 800, t_{ret} = 4.0$  seg.



(g)  $i_{ret} = 1000, t_{ret} = 5.0$  seg.



(h)  $i_{ret} = 1200, t_{ret} = 6.0$  seg.

Figura 4.21: Valores singulares para distintos números de retardo, estructura 3

En la figura 4.21 se observa que si bien se encuentran más de ocho modos, son ocho de ellos los predominantes y son los que se consideran, acorde al modelo estructural propuesto.

A continuación se muestran los resultados de frecuencias y razones de amortiguamiento identificados para la estructura 3 en función de el tiempo de retardo:

$t_{ret}$ [seg]	0.5	0.7	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0
Modo 1	2.63	2.64	2.64	2.71			2.62	2.64	
Modo 2	5.28	5.29	5.29				5.28	5.29	
Modo 3	7.46	7.47	7.48				7.49	7.45	
Modo 4	10.66	10.66	10.64				10.64	10.64	
Modo 5	11.87	11.87	11.88	11.35			11.88	11.88	11.44
Modo 6	14.43	14.44	14.24				14.37	14.22	14.80
Modo 8	18.08	18.02	18.12				18.12	18.06	

Tabla 4.7: Frecuencias identificadas mediante el método de Ibrahim para distintos tiempos de retardo expresadas en [Hz], estructura 3

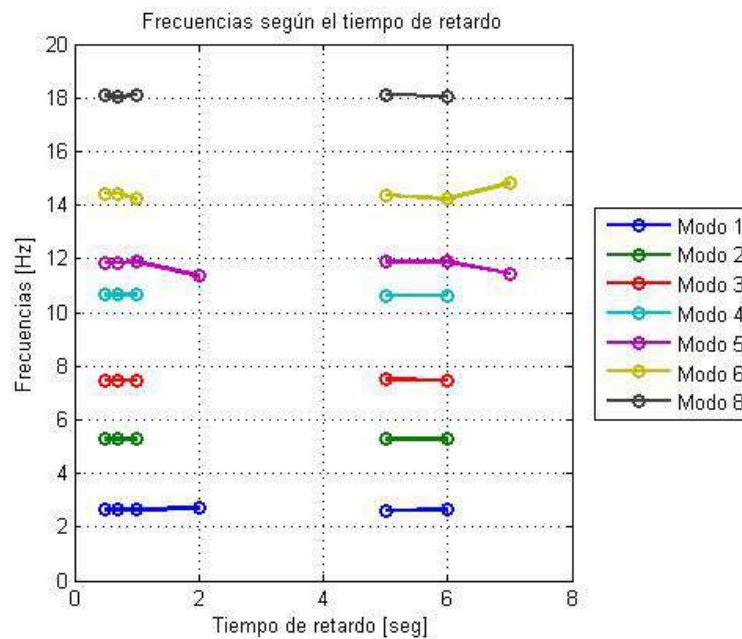


Figura 4.22: Frecuencias identificadas en función del tiempo de retardo, estructura 3

$t_{ret}$ [seg]	0.5	0.7	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0
Modo 1	2.90	2.93	2.93	4.14			4.21	2.97	
Modo 2	1.59	1.58	1.58				2.29	1.58	
Modo 3	2.92	2.90	2.89				2.92	2.91	
Modo 4	4.36	4.33	4.26				4.29	4.24	
Modo 5	2.59	2.62	2.71	4.80			2.72	2.73	6.22
Modo 6	1.15	1.14	2.51				2.25	2.62	4.36
Modo 8	2.13	2.15	2.14				2.12	2.21	

Tabla 4.8: Razones de amortiguamiento identificadas mediante el método de Ibrahim para distintos tiempos de retardo expresadas en [%], estructura 3

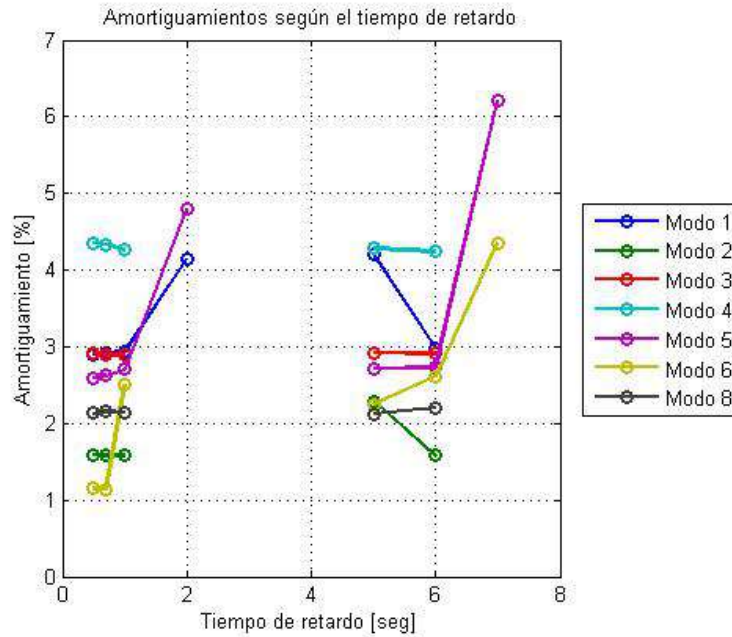


Figura 4.23: Razones de amortiguamiento identificadas en función del tiempo de retardo, estructura 3

Se promedian los valores obtenidos para las frecuencias, mientras que para las razones de amortiguamiento encontradas se consideran dos regímenes de amortiguamiento para los modos 1 y 6, donde el menor valor corresponde el régimen de baja frecuencia y el mayor valor corresponde al régimen de alta frecuencia. Se discriminan las razones de amortiguamiento obtenidas para un tiempo de retardo de 7 segundos, adicionalmente se discriminan las razones de amortiguamiento del modo 2 para un tiempo de retardo de 5 segundos y del modo 5 para un tiempo de retardo de 2 segundos.

Modo	Frecuencias [Hz]	Periodo [s]	Amortiguamiento [%]
1	2.65	0.3779	2.93-4.17
2	5.29	0.1892	1.58
3	7.47	0.1338	2.91
4	10.64	0.0939	4.30
5	11.74	0.0852	2.67
6	14.42	0.0694	1.14-2.46
8	18.08	0.0553	2.15

Tabla 4.9: Frecuencias, periodos y razones de amortiguamiento identificadas mediante el método de Ibrahim, estructura 3

Considerando el tiempo de retardo igual a 0.5 segundos como el más representativo se grafican a continuación las formas modales características de la estructura 3

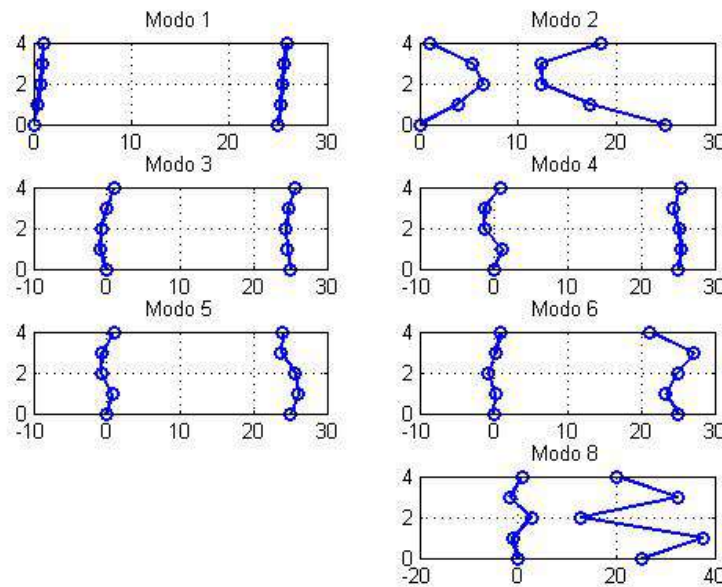


Figura 4.24: Modos para la estructura 3

#### 4.5.2. Razón de amortiguamiento por decaimiento logarítmico

Considerando un registro de pull-back que excite principalmente el primer modo que tiene una frecuencia característica 2.7[Hz] y sabiendo que el siguiente modo tiene una frecuencia de 5.6[Hz] se filtra el registro con un filtro pasa-bajo tipo butterworth de orden 8 a 4.5[Hz]. Se identifican los ceros y máximos de la estructura 3 para luego graficarlos en la figura 4.25.



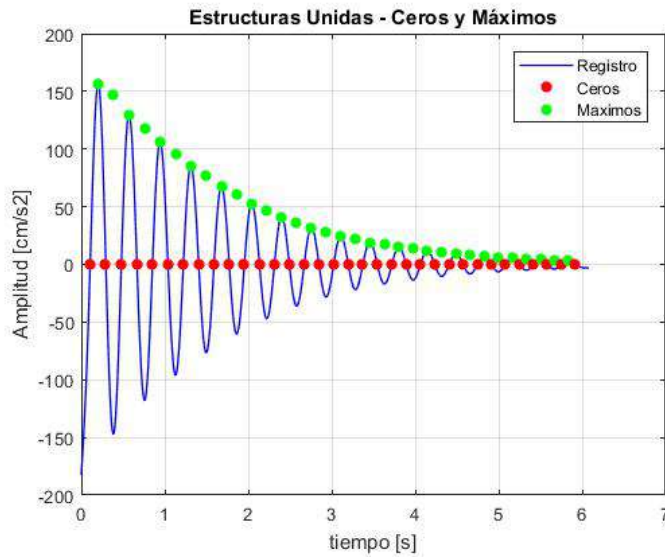


Figura 4.25: Identificación de ceros y máximos en registro de pull-back, Estructura 3

Al aplicar una escala logarítmica a los máximos encontrados según el número de oscilaciones se observan dos regímenes de amortiguamiento, obteniendo una recta de ajuste para grandes aceleraciones (desde  $n = 1$  hasta  $n = 9$ ) y otra recta de ajuste a partir de  $n = 10$ . Se ajustan las rectas cuya pendiente determinará la razón de amortiguamiento del primer modo de la estructura 1, se grafican los ajuste en la figura 4.26

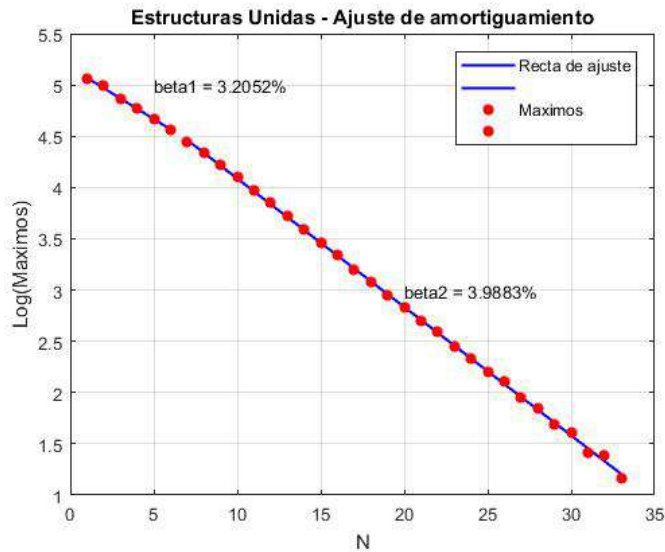


Figura 4.26: Ajuste de la recta de decaimiento logarítmico, Estructura 3

La razón de amortiguamiento obtenida corresponde a  $3.21\%$  para grandes aceleraciones y  $3.99\%$  para el régimen de bajas aceleraciones, con la cual se construye la envolvente graficada en la figura 4.27

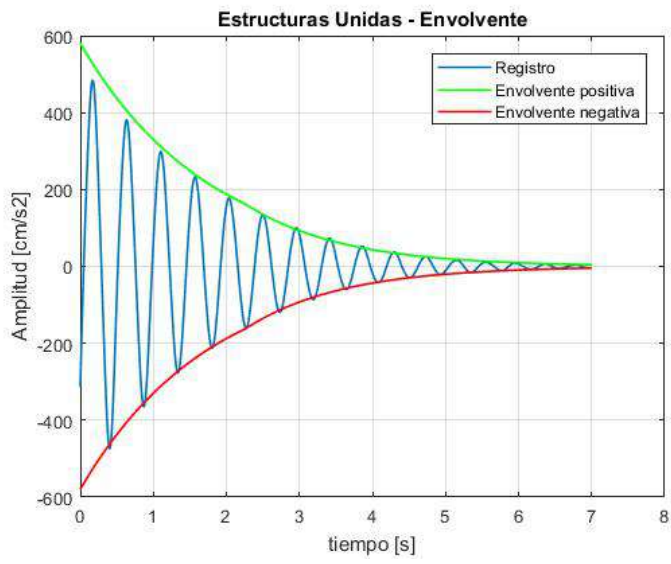


Figura 4.27: Gráfica de la envolvente luego de ajustada la recta, Estructura 3

# Capítulo 5

## Análisis en el espacio de la frecuencia con ensayos de ruido blanco mediante espectro de densidad de potencia

### 5.1. Introducción

En el presente capítulo se estudian las frecuencias y formas modales de las estructuras 1, 2 y 3 mediante el análisis en el espacio de las frecuencias con el uso de la transformada de Fourier discreta, por el método de descomposición en el dominio de la frecuencia (Frequency Domain Decomposition, FDD), utilizado anteriormente por F. Hernández [12].

El análisis en el espacio de las frecuencias permite identificar las frecuencias características de una estructura y adicionalmente permite estimar las formas modales usando la función de transferencia entre señales de aceleraciones totales. Para este análisis se usa un registro de ruido blanco, o señales aleatorias, que fueron impuestas en la base a través de la mesa vibradora principal.

En este capítulo no se emplea el método de ancho de banda para determinar las razones de amortiguamiento ya que estos son calculados en el capítulo 6 por el método DSI.

### 5.2. Propiedades dinámicas de la estructura 1

Para el estudio en el espacio de las frecuencias de la estructura 1 se utiliza el registro 10, que corresponde a un registro de ruido blanco de una duración efectiva de 2 minutos, con una aceleración media cuadrática (RMS) de  $73.40 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 1 y  $108.04 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 2. Se muestran en la figura 5.1 las aceleraciones medidas por los acelerómetros dispuestos en la estructura 1, siendo los canales (Ch) desde el 1 al 4 los pisos desde el piso superior al inferior, mientras que el canal 5 corresponde a la entrada

de ruido blanco medida en la base de la estructura.

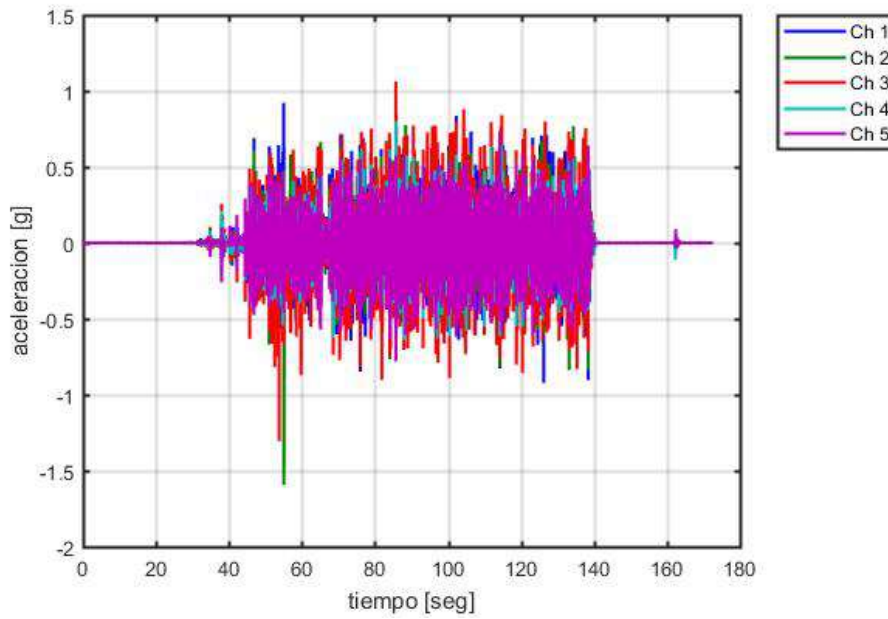


Figura 5.1: Registro de ruido, estructura 1

Se calcula la transformada de Fourier de las aceleraciones medidas, graficadas en la figura 5.2.

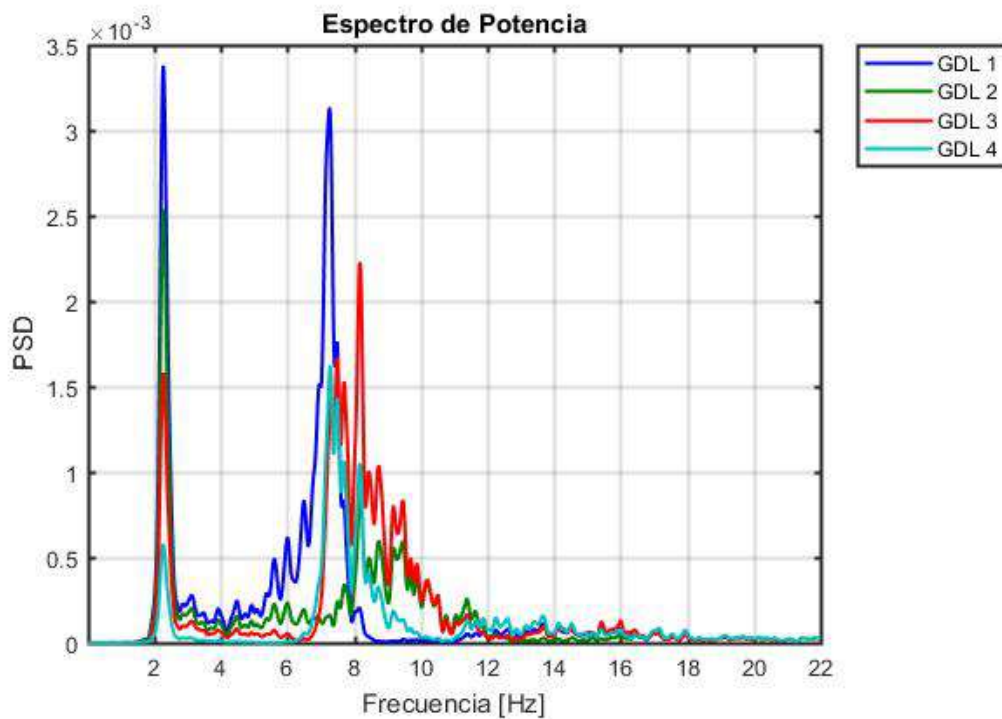


Figura 5.2: Espectro de potencias, estructura 1

En las figuras 5.3 se muestran los valores singulares, calculados por el método de descomposición en el dominio de la frecuencia (FDD - Frequency Domain Decomposition), mientras que en las figuras 5.4 y 5.5 se muestran en escala de dB y en escala logarítmica.

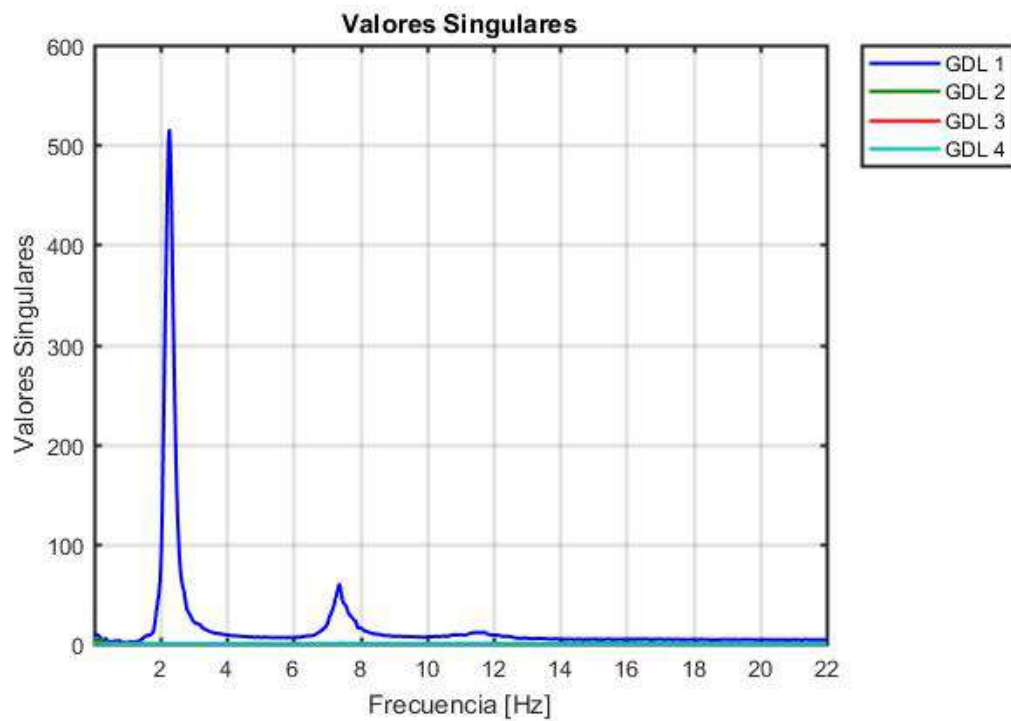


Figura 5.3: Valores singulares, estructura 1

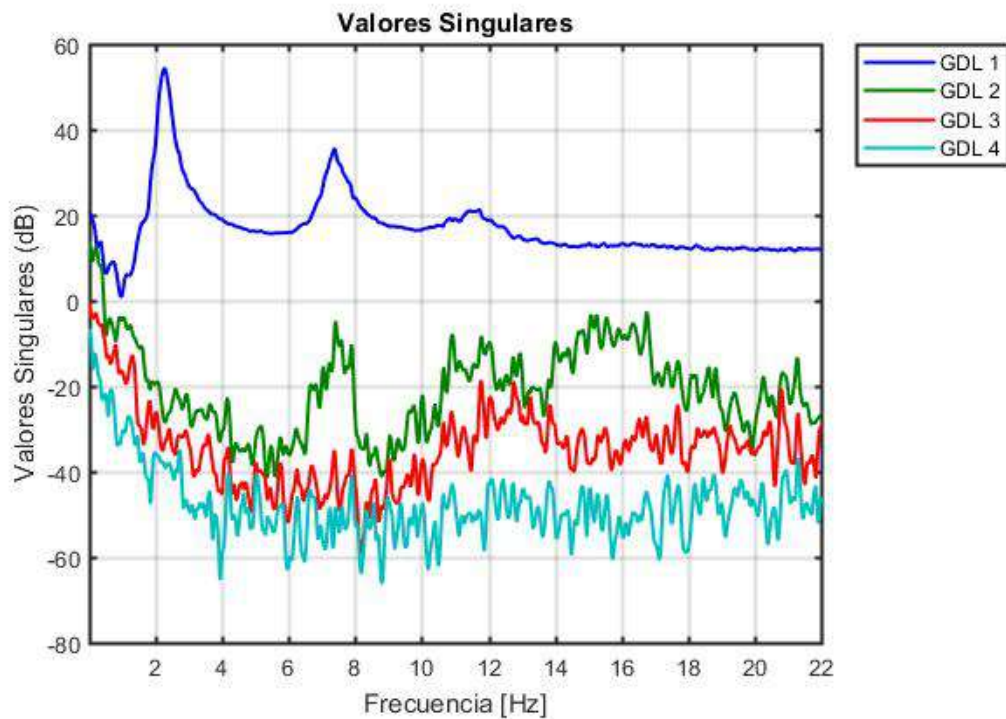


Figura 5.4: Valores singulares en dB, estructura 1

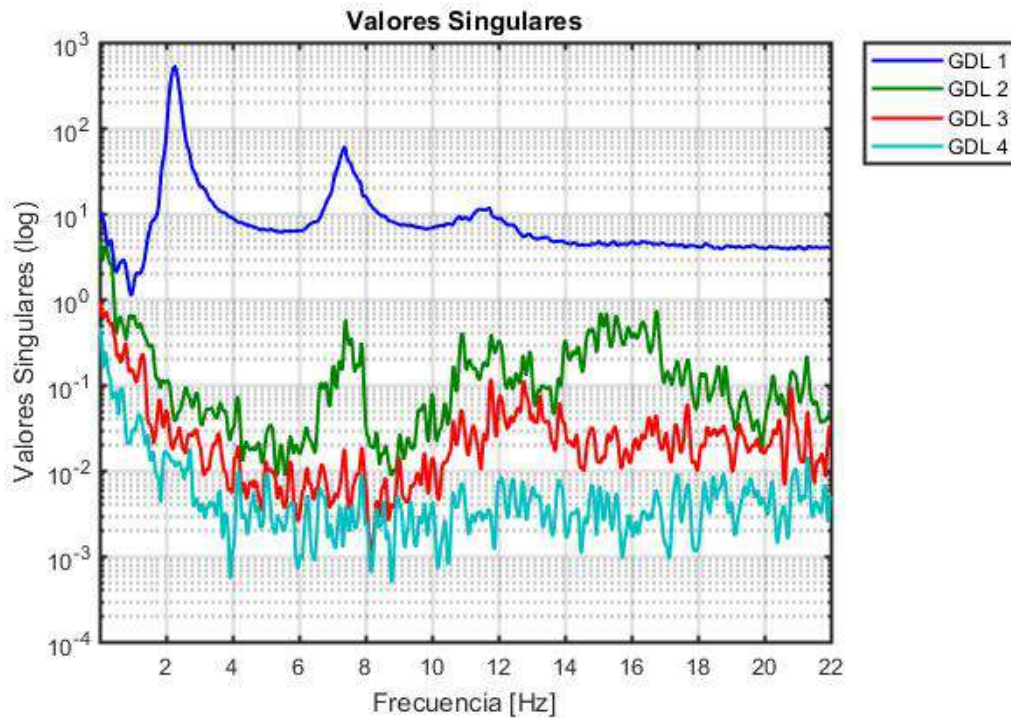


Figura 5.5: Valores singulares en escala logarítmica, estructura 1

De los valores singulares graficados anteriormente se pueden identificar claramente 3 peaks que corresponden a las primeras 3 frecuencias características de la estructura 1, se muestran en la tabla 5.1

Modo	Frecuencia [Hz]	Periodo [s]
1	2.27	0.4415
2	7.38	0.1356
3	11.73	0.0853

Tabla 5.1: Frecuencias identificadas y periodos método PSD, estructura 1

En la tabla 2 del anexo A se comparan los resultados obtenidos en frecuencias mediante los distintos métodos de identificación para la estructura 1.

A partir de las 3 frecuencias encontradas se estiman las formas modales asociadas a estas, calculadas a partir de la función de transferencia respecto a la base y normalizadas con respecto al GDL 1, se grafican estas formas modales en la figura 5.6. El signo de las formas modales se comprueba a partir de la fase para las frecuencias identificadas, donde se debe observar una alta coherencia, lo anterior se observa en la figura 5.7.

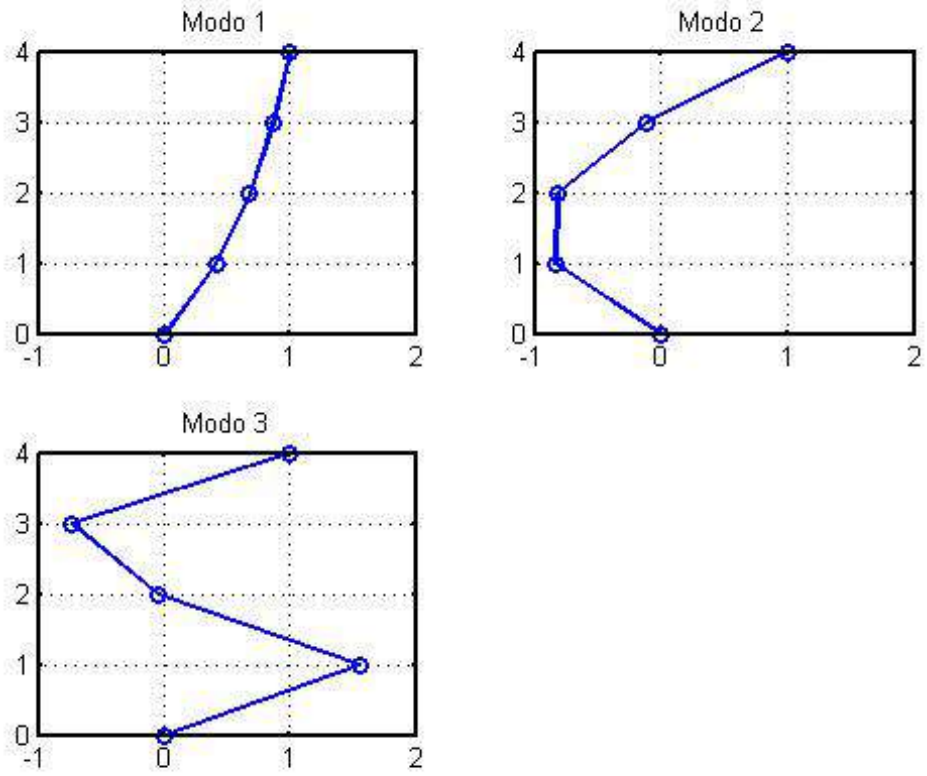


Figura 5.6: Formas modales, estructura 1

Finalmente se grafica la relación espectral, el desfase y coherencia entre los distintos canales, mostrados en la figura 5.7.

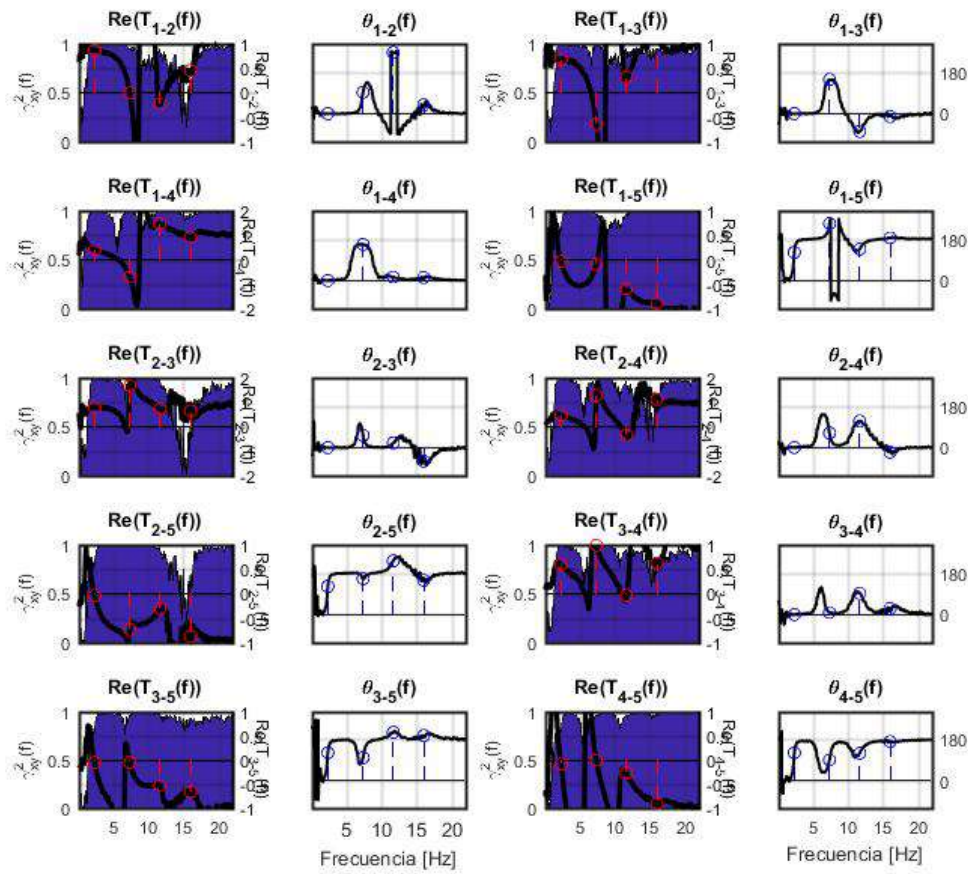


Figura 5.7: Desfase y Coherencia, estructura 1

### 5.3. Propiedades dinámicas de la estructura 2

Para el estudio en el espacio de las frecuencias de la estructura 2 se utiliza el mismo registro anterior, registro 10, que corresponde a un registro de ruido blanco de una duración efectiva de 2 minutos, con una aceleración media cuadrática (RMS) de  $73.40 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 1 y  $108.04 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 2. Se muestran en la figura 5.8 las aceleraciones medidas por los acelerómetros dispuestos en la estructura 2, siendo los canales (Ch) desde el 1 al 4 los pisos desde el piso superior al inferior, mientras que el canal 5 corresponde a la entrada de ruido blanco medida en la base de la estructura.



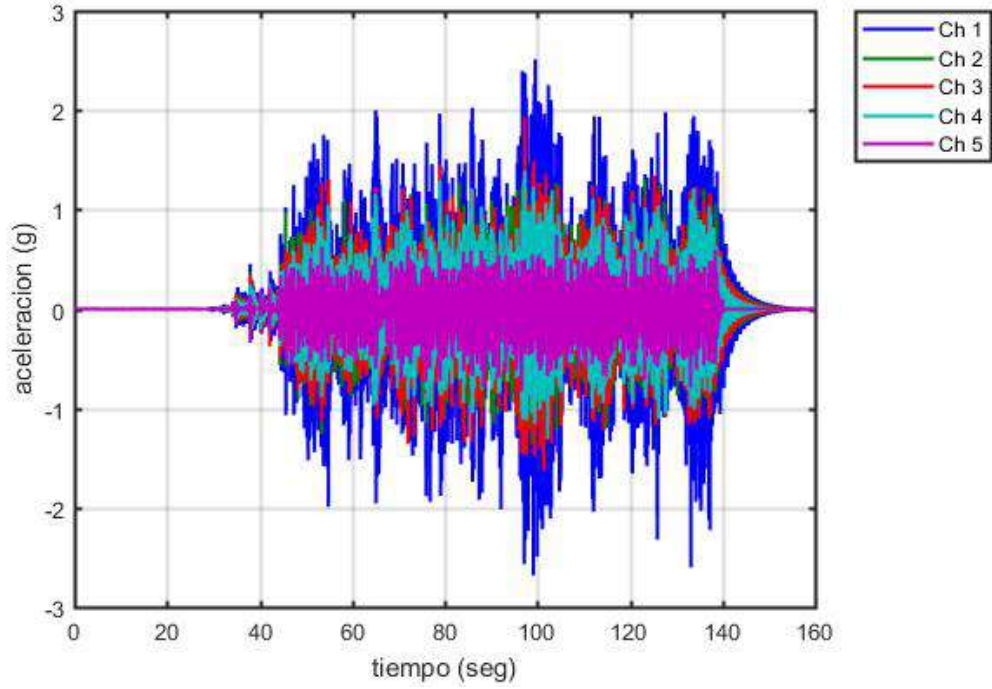


Figura 5.8: Registro de ruido, estructura 2

Se calcula la transformada de Fourier de las aceleraciones medidas, graficadas en la figura 5.9.

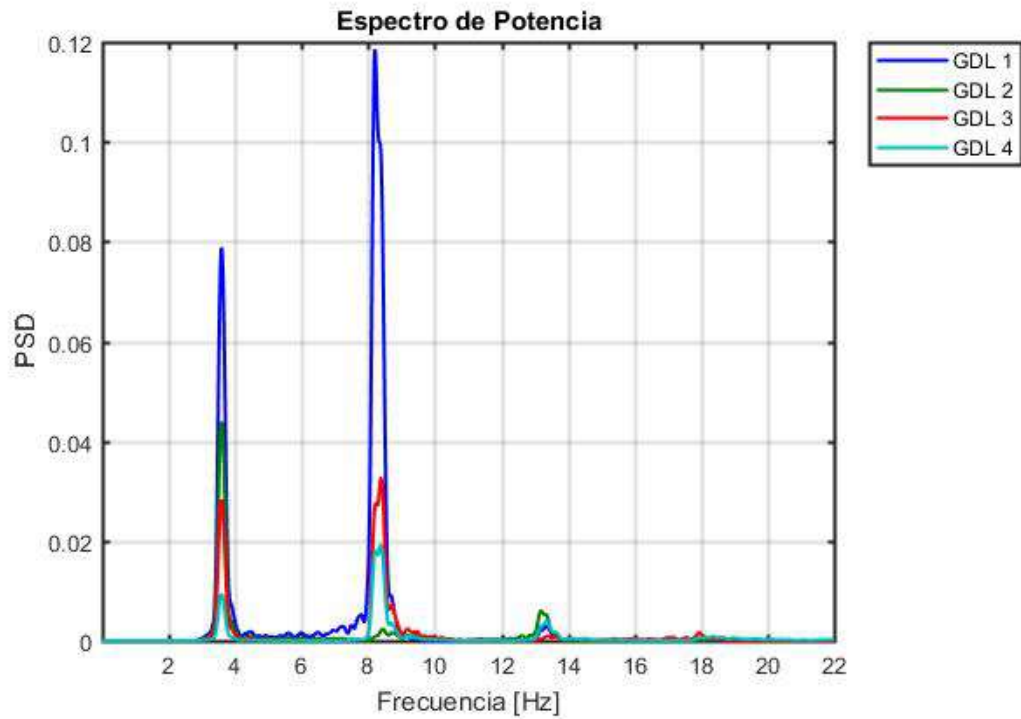


Figura 5.9: Espectro de potencias, estructura 2

En las figuras 5.10 se muestran los valores singulares, calculados por el método de descomposición en el dominio de la frecuencia (FDD - Frequency Domain Decomposition), mientras que en las figuras 5.11 y 5.12 se muestran en escala de dB y en escala logarítmica.

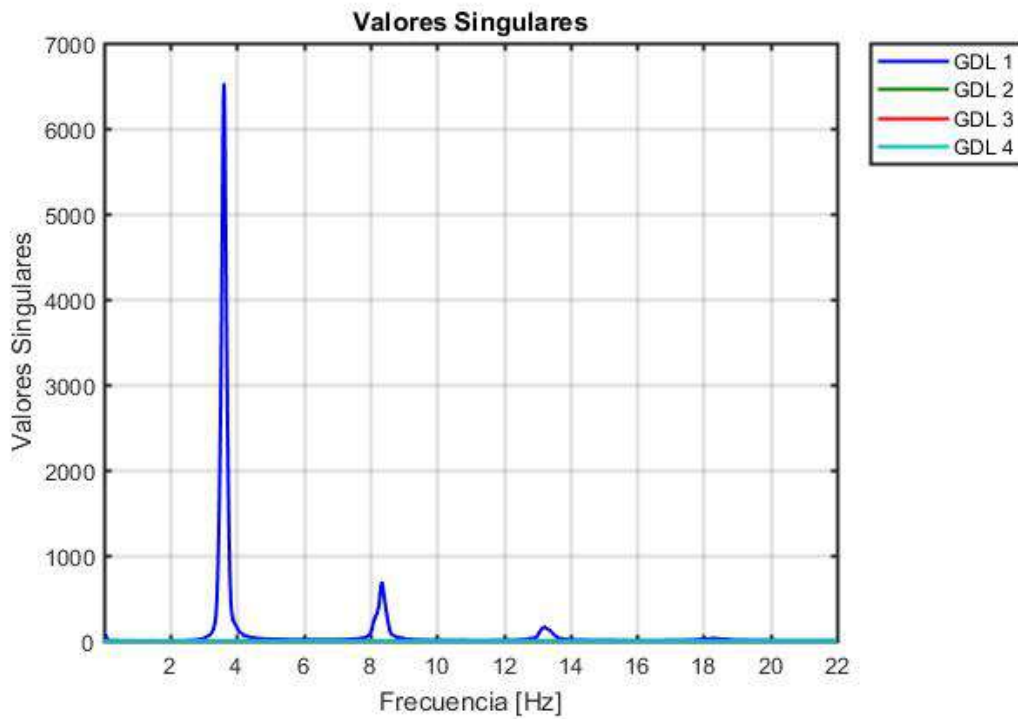


Figura 5.10: Valores singulares, estructura 2

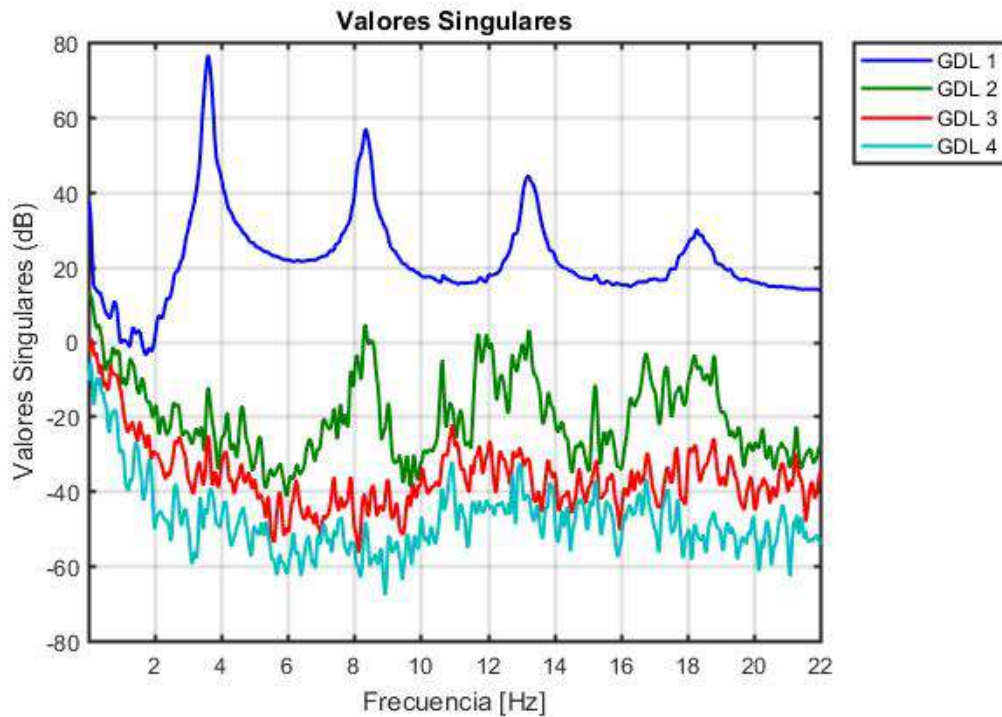


Figura 5.11: Valores singulares en dB, estructura 2

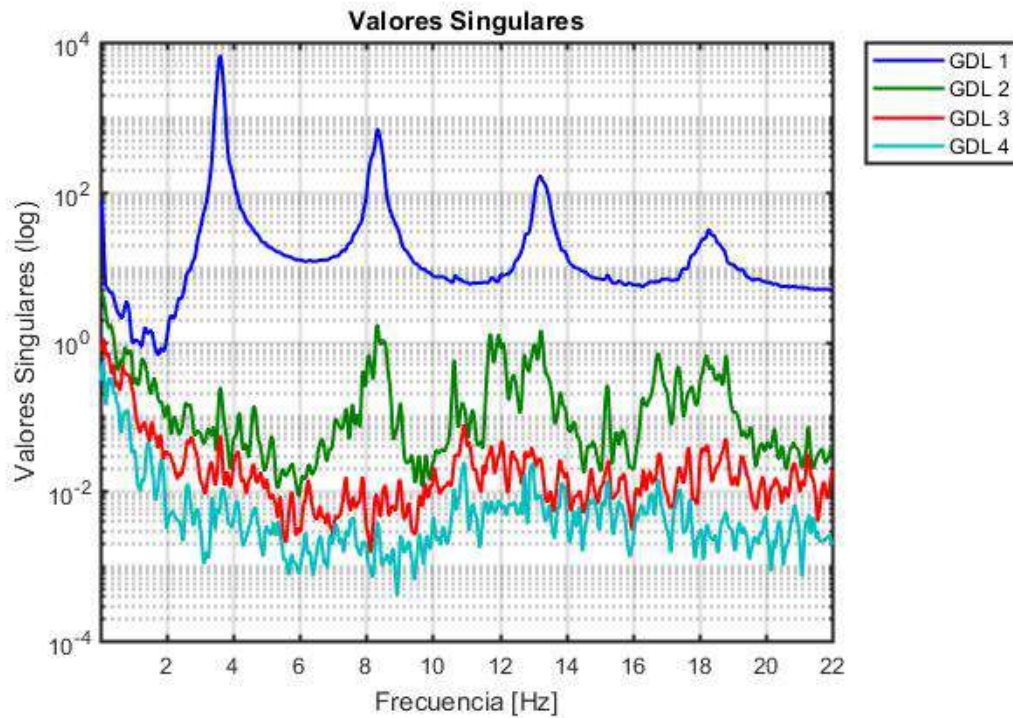


Figura 5.12: Valores singulares en escala logarítmica, estructura 2

Observando los valores singulares obtenidos se pueden identificar 4 peaks, vistos más claramente en los gráficos de valores singulares en escala en decibele y escala logarítmica, figuras 5.11 y 5.12 respectivamente. Las frecuencias identificadas corresponden a las frecuencias características de la estructura 2, tabuladas en la tabla 5.2.

Modo	Frecuencia [Hz]	Periodo [s]
1	3.59	0.2786
2	8.38	0.1193
3	13.29	0.0752
4	17.98	0.0556

Tabla 5.2: Frecuencias identificadas y periodos método PSD, estructura 2

En la tabla 3 del anexo A se comparan los resultados obtenidos en frecuencias mediante los distintos métodos de identificación para la estructura 2.

Para cada una de las 4 frecuencias identificadas se estiman las formas modales mediante la función de transferencia relativa a la base de la estructura, dichas formas modales se grafican a continuación en la figura 5.13

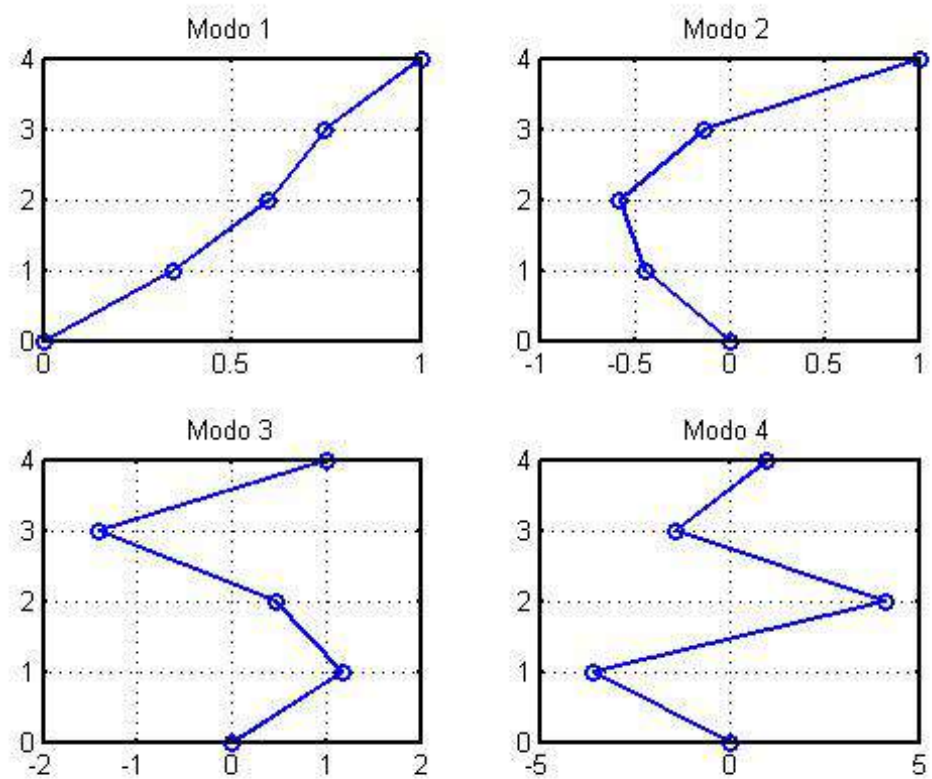


Figura 5.13: Formas modales, estructura 2

Por último se grafica la relación espectral, desfase y coherencia entre los canales en estudio, figura 5.14

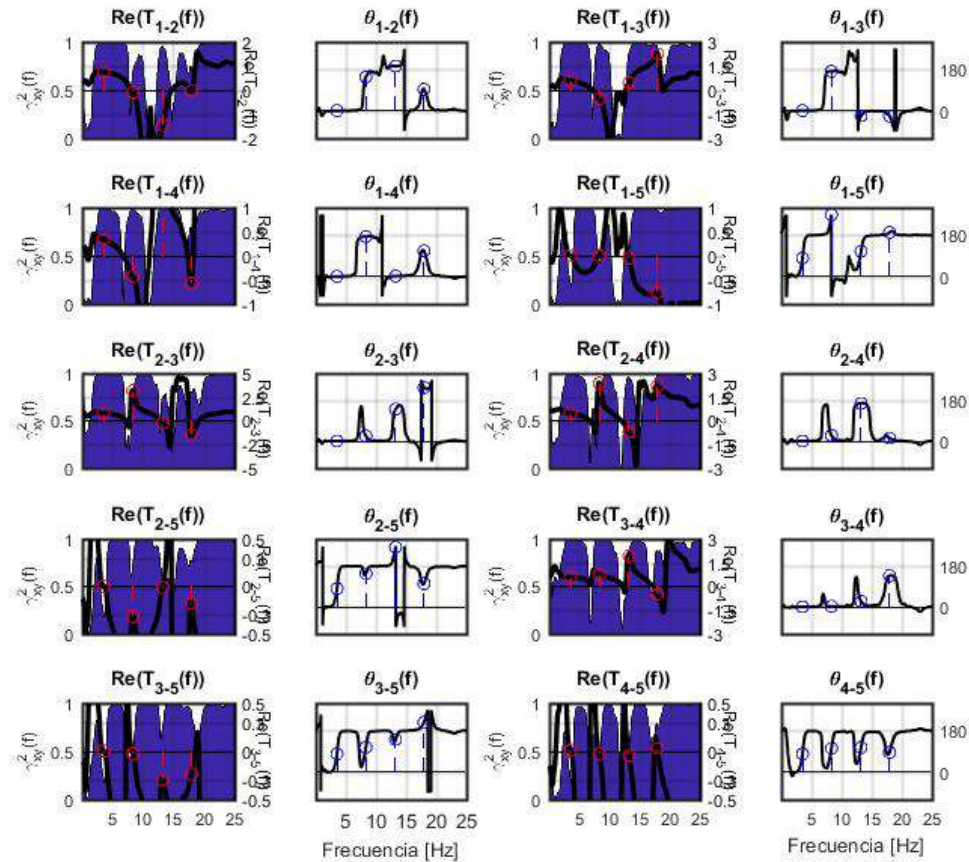


Figura 5.14: Desfase y Coherencia, estructura 2

## 5.4. Propiedades dinámicas de la estructura 3

Para el estudio en el espacio de las frecuencias de la estructura 3 se utiliza el registro 9, que corresponde a un registro de ruido blanco de una duración efectiva de 2 minutos, con una aceleración media cuadrática (RMS) de  $60.40 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 1 y  $90.52 \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$  para la base de la estructura 2. Se muestran en la figura 5.8 las aceleraciones medidas por los acelerómetros, siendo los canales (Ch) desde el 1 al 4 los pisos desde el piso superior al inferior de la estructura 1, mientras que el canal 5 corresponde a la entrada de ruido blanco medida en la base de esa estructura; los canales desde el 6 al 9 corresponden a los pisos desde el superior al inferior de la estructura 2, mientras que el canal 10 corresponde al acelerómetro dispuesto en la base de la estructura 2

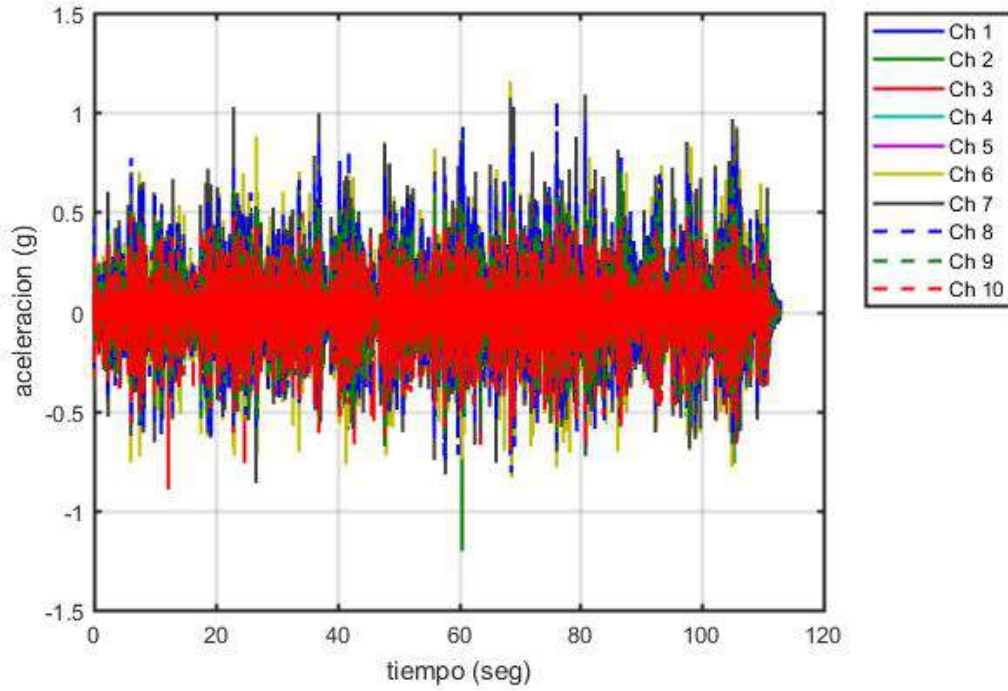


Figura 5.15: Registro de ruido, estructura 3

Se calcula la transformada de Fourier de las aceleraciones medidas, graficadas en la figura 5.16.

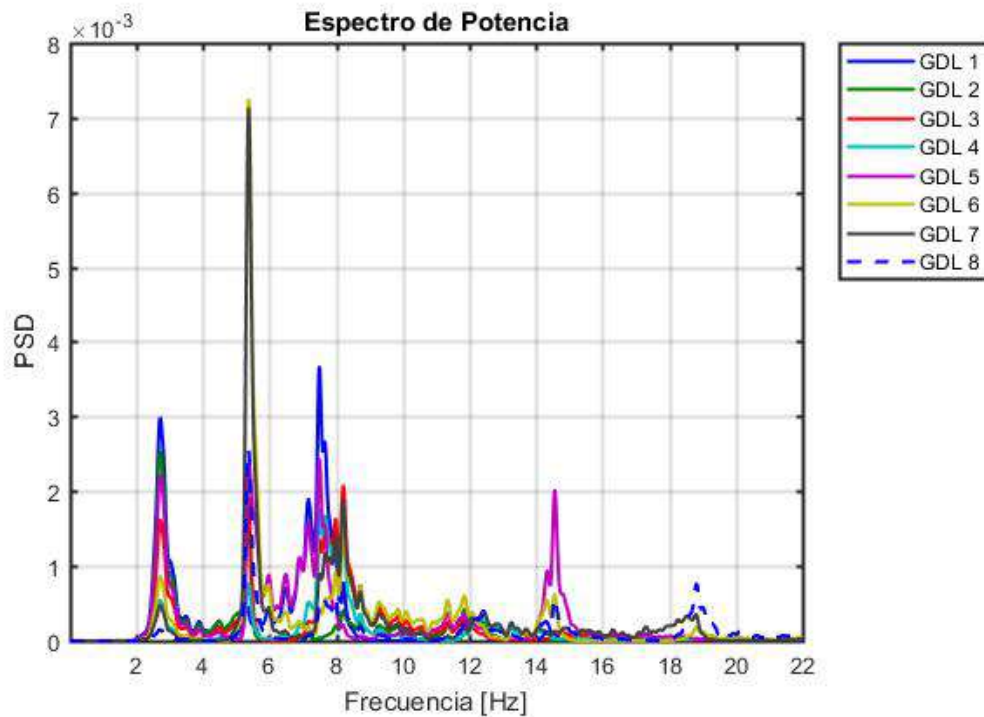


Figura 5.16: Espectro de potencias, estructura 3

En las figuras 5.17 se muestran los valores singulares, calculados por el método de descomposición en el dominio de la frecuencia (FDD - Frequency Domain Decomposition), mientras que en las figuras 5.18 y 5.19 se muestran en escala de dB y en escala logarítmica.

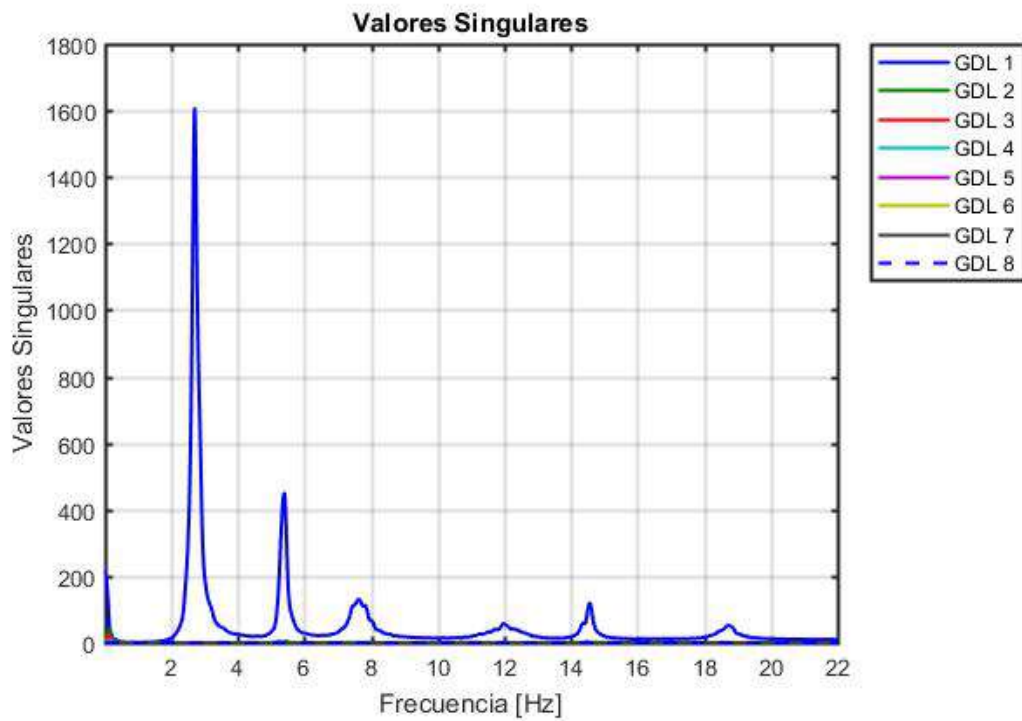


Figura 5.17: Valores singulares, estructura 3

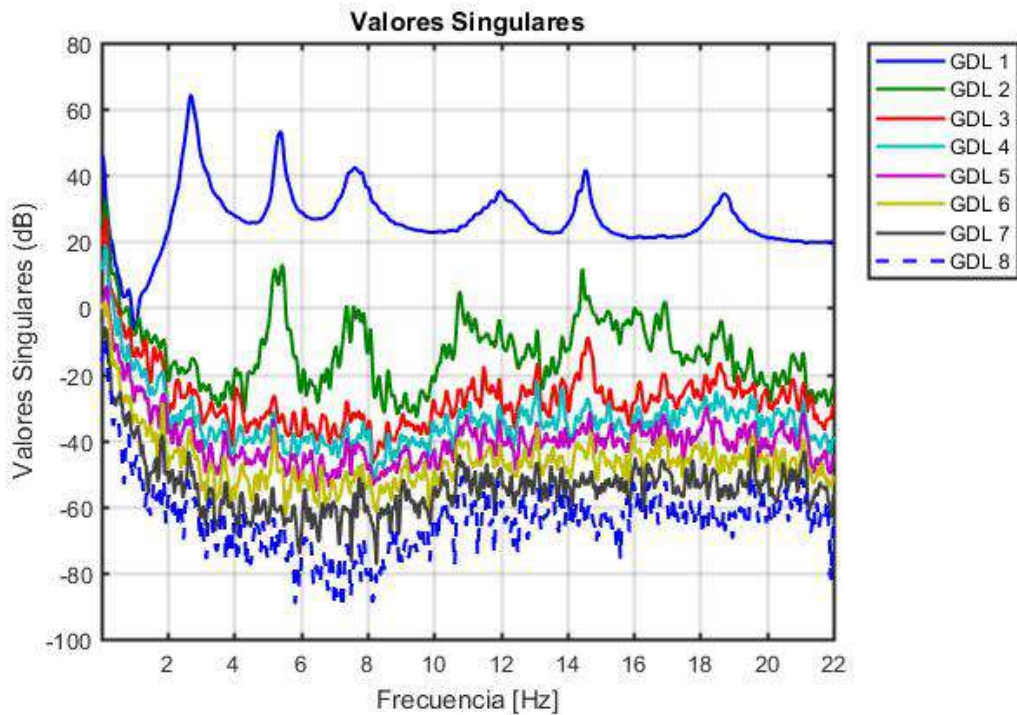


Figura 5.18: Valores singulares en dB, estructura 3

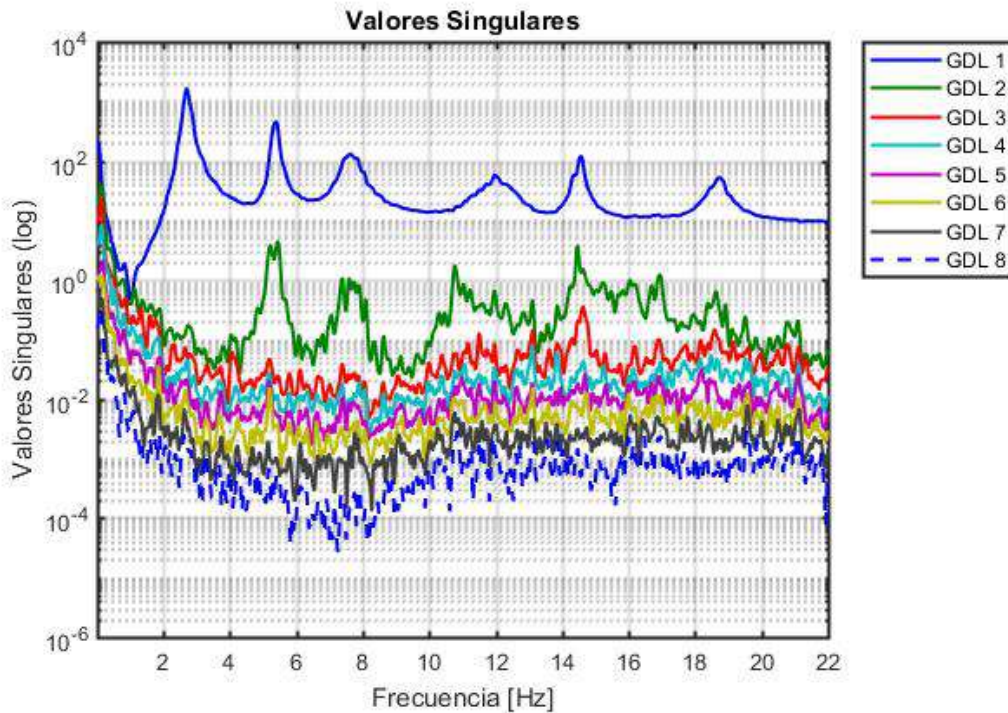


Figura 5.19: Valores singulares en escala logarítmica, estructura 3

Desde los valores singulares graficados anteriormente se pueden identificar 7 peaks, que corresponden a 7 de las 8 frecuencias características esperadas en la estructura 3, se muestran estos valores en la tabla 5.3

Modo	Frecuencia [Hz]	Periodo [s]
1	2.70	0.3711
2	5.39	0.1857
3	7.63	0.1311
4	10.77	0.0929
5	11.97	0.0835
6	14.57	0.0687
7		
8	18.73	0.0534

Tabla 5.3: Frecuencias identificadas y periodos método PSD, estructura 3

En la tabla 4 del anexo A se comparan los resultados obtenidos en frecuencias mediante los distintos métodos de identificación para la estructura 3.

A partir de las 7 frecuencias identificadas se estiman las formas modales asociadas a estas, calculadas a partir de la función de transferencia respecto a la base y normalizadas con respecto al GDL 1, se grafican estas formas en la figura 5.20. La forma modal del modo 4 no se logra identificar con este método.



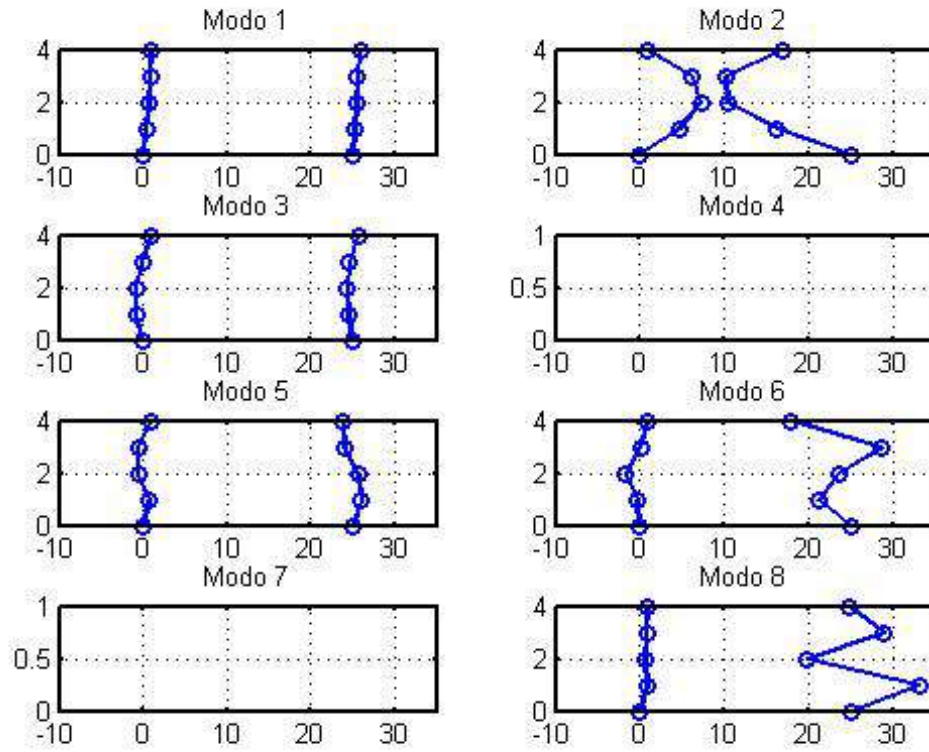


Figura 5.20: Formas modales, estructura 3

Finalmente se grafica la relación espectral, el desfase y coherencia entre los distintos canales, mostrados en las figuras 5.21, 5.22, 5.23, 5.24, 5.25 y 5.26.

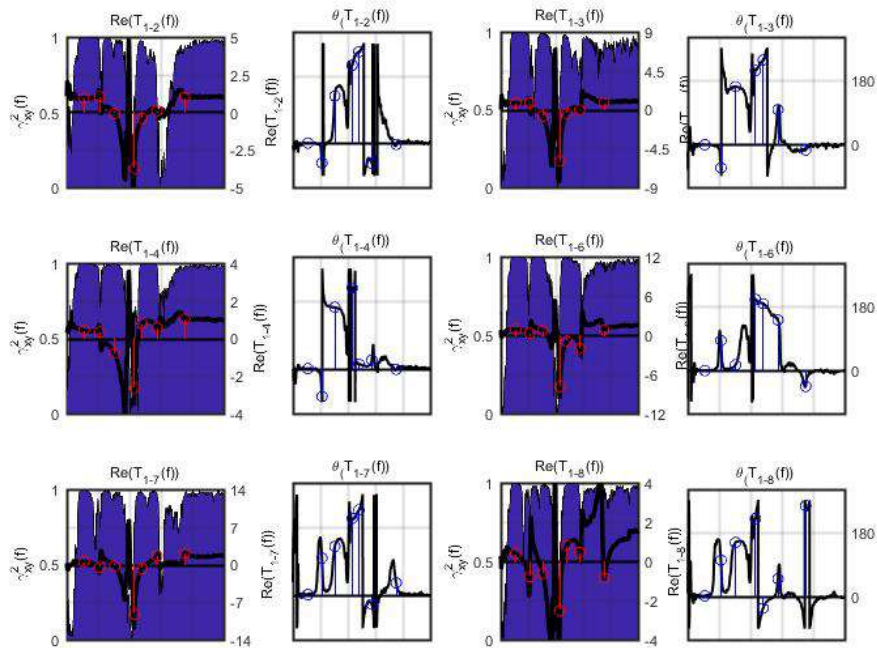


Figura 5.21: Desfase y Coherencia, estructura 3 (a)

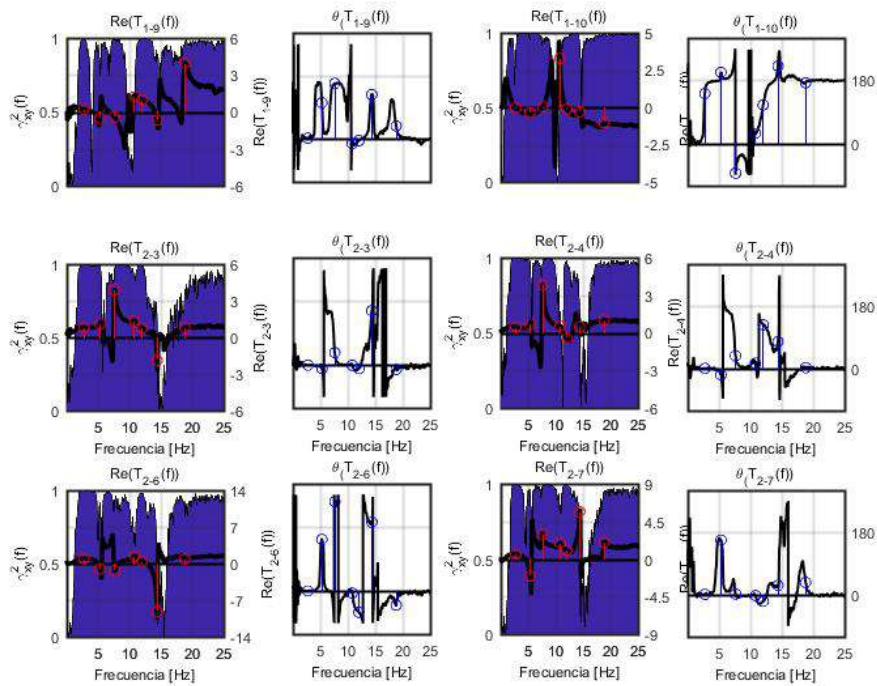


Figura 5.22: Desfase y Coherencia, estructura 3 (b)

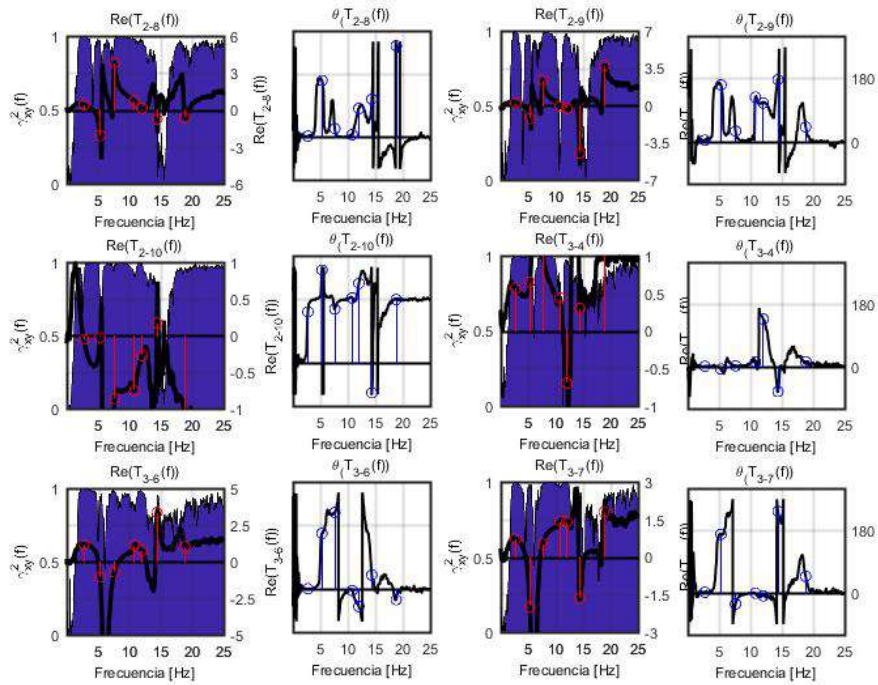


Figura 5.23: Desfase y Coherencia, estructura 3 (c)

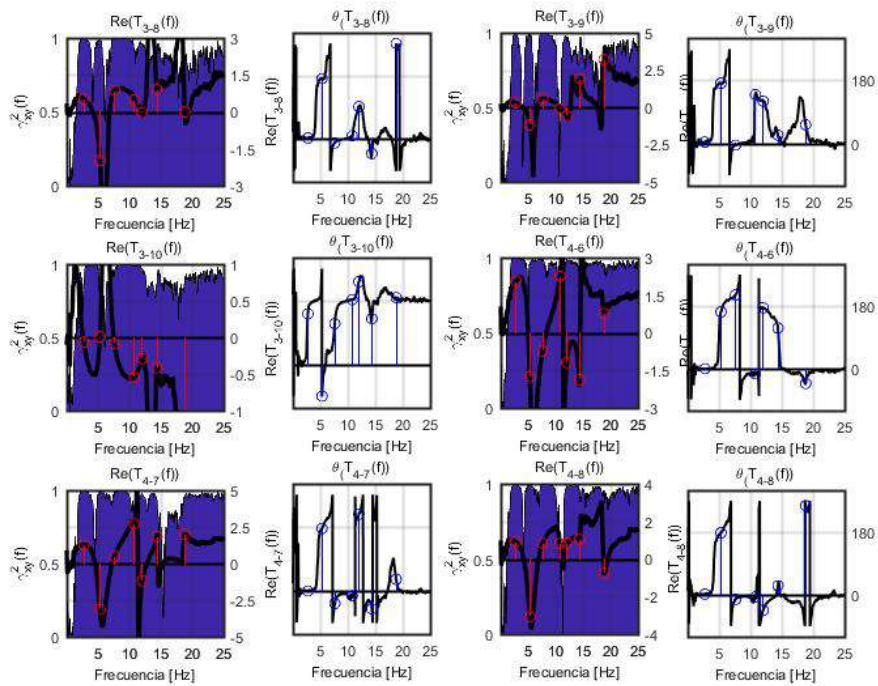


Figura 5.24: Desfase y Coherencia, estructura 3 (d)

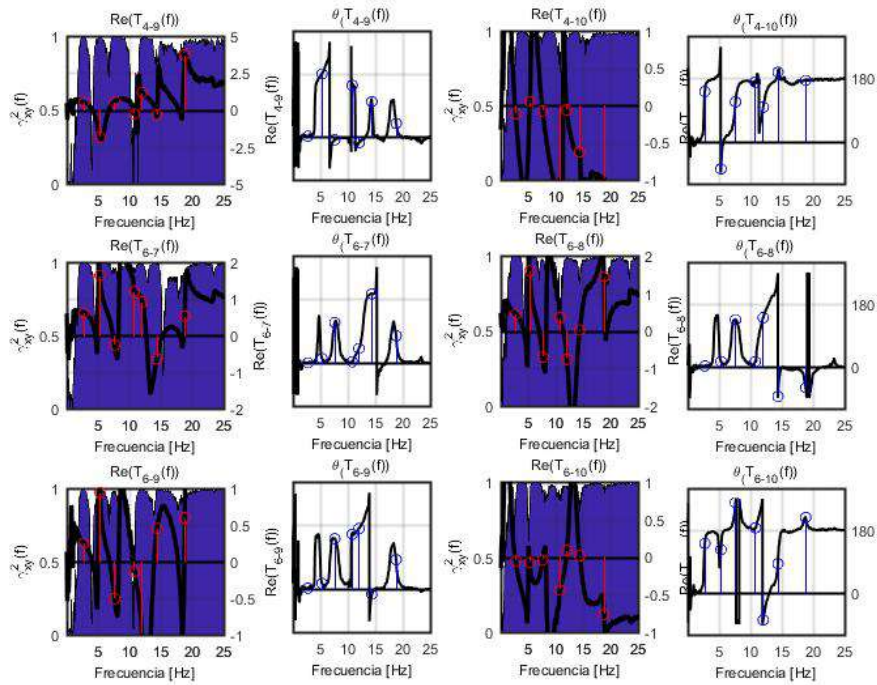


Figura 5.25: Desfase y Coherencia, estructura 3 (e)

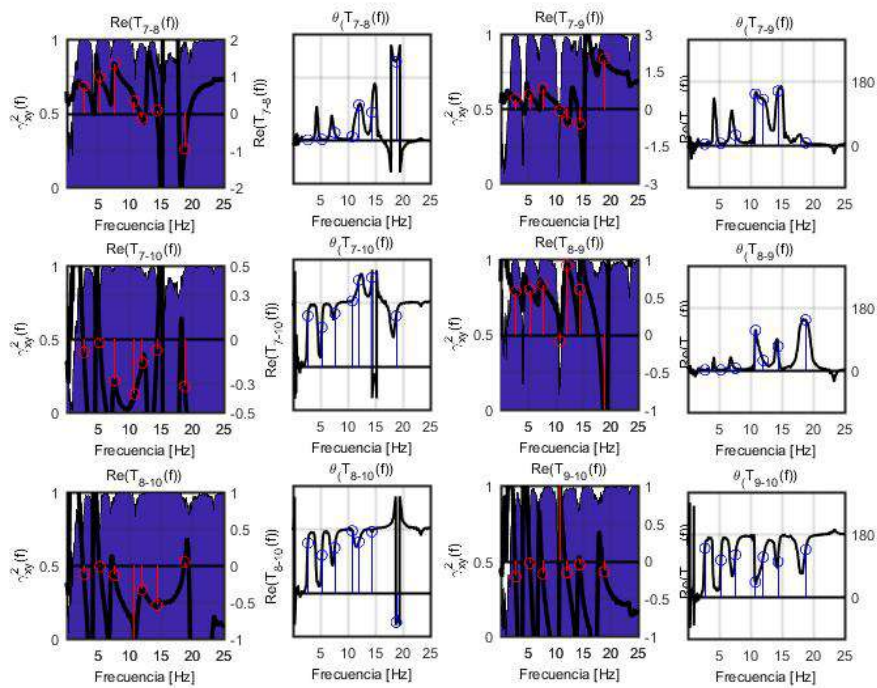


Figura 5.26: Desfase y Coherencia, estructura 3 (f)

# Capítulo 6

## Análisis utilizando matrices de espacio de estado mediante método DSI

### 6.1. Introducción

En este capítulo se determinan frecuencias características, razones de amortiguamiento y formas modales de las estructuras 1, 2 y 3 mediante el método DSI (Deterministic-Stochastic Identification), algoritmo UPC (Unweighted Principal Component) que no incluye matrices de peso para la matriz de observabilidad. Este método ha sido usado en la tesis de Francisco Hernández de 2009 [12] para la identificación de parámetros, el cual se explica en detalle en dicha tesis.

Este método ha sido usado anteriormente para el estudio de estructuras de puentes por J.H. Lin [6]. Las rutinas empleadas fueron propuestas por Peter Van Overschee y Bart de Moor [13] e implementadas en el programa Matlab, versión 2015a.

El método DSI considera las ecuaciones de espacio-estado para un sistema continuo e invariante en el tiempo, el método determina las matrices de de espacio-estado para luego extraer de ellas los parámetros dinámicos de la estructura. Se considera como output la respuesta de los GDL de la estructura y como input las entradas sísmicas.

Para el estudio se consideran los registros de sismo, registro 5 y registro 12, y los registro de ruido blanco, registros 3 y 4.

## 6.2. Propiedades dinámicas de la estructura 1

Considerando el registro de ruido blanco, registro 3, se identifican los parámetros dinámicos de la estructura 1. Se presentan los resultados en la siguiente figura:

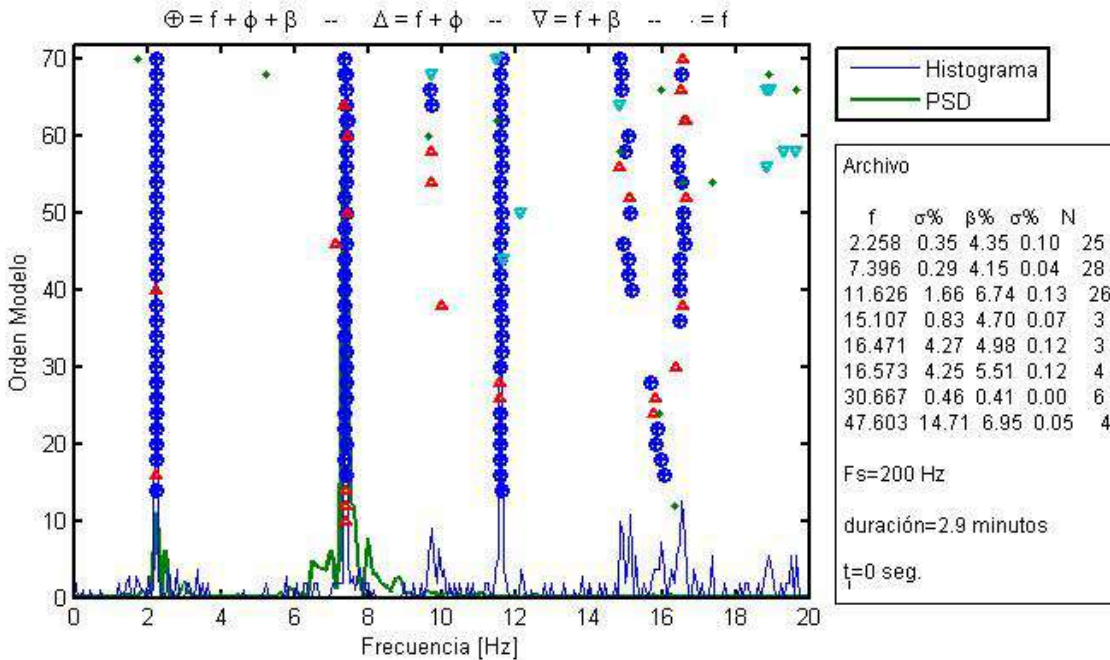


Figura 6.1: Diagrama de estabilidad, estructura 1 para el registro de ruido blanco

Se observa que se logran determinar claramente los primeros tres modos, mientras que el cuarto modo no se logra identificar de manera confiable. En la tabla 6.1 se muestran las frecuencias y razones de amortiguamiento encontrados.

La razón de amortiguamiento del modo 1 obtenida a partir del método DSI es consistente con la razón de amortiguamiento obtenida para altas aceleraciones por los métodos de decaimiento logarítmico e Ibrahim vistos en el capítulo 4.

En las tablas 2 y 8 del anexo A se comparan los resultados obtenidos en frecuencias y razones de amortiguamiento mediante los distintos métodos de identificación para la estructura 1.

Modo	Frecuencia [Hz]	Periodo [s]	Amortiguamiento [%]
1	2.26	0.4429	4.34
2	7.40	0.1352	4.15
3	11.62	0.0860	6.76

Tabla 6.1: Frecuencias, periodos y razones de amortiguamiento identificadas mediante el método DSI, estructura 1 para el registro de ruido blanco

Dados los tres modos identificados se puede determinar las formas modales asociadas, las cuales se muestran en la figura 6.2

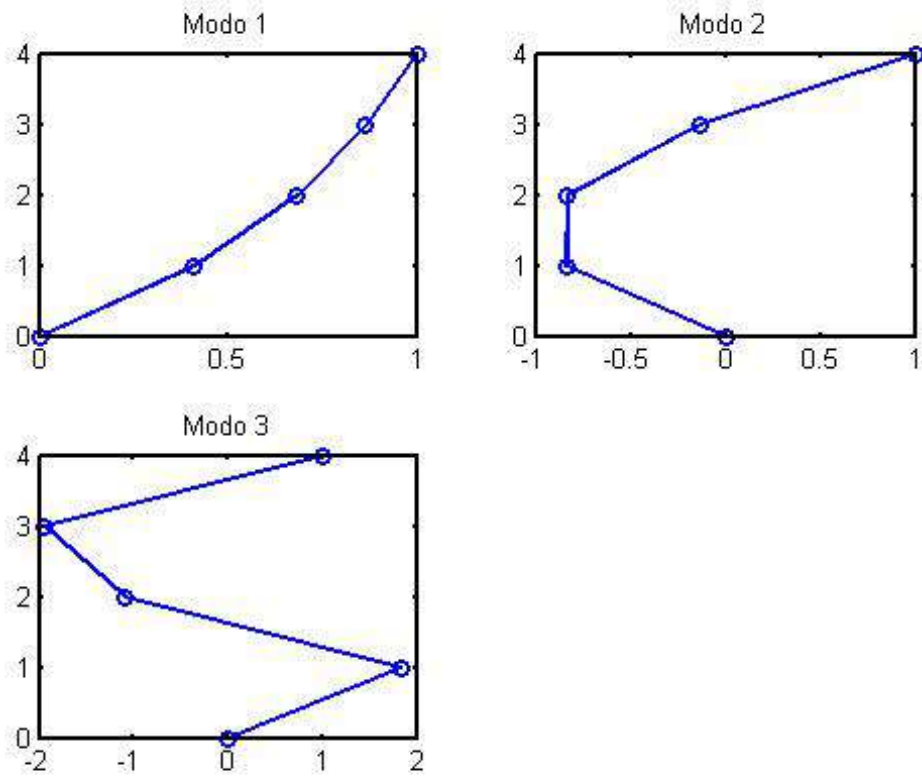


Figura 6.2: Formas modales por el método DSI, estructura 1 para el registro de ruido blanco

### 6.3. Propiedades dinámicas de la estructura 2

Considerando el registro de ruido blanco, registro 3, se identifican los parámetros dinámicos de la estructura 2. Se presentan los resultados en la siguiente figura:

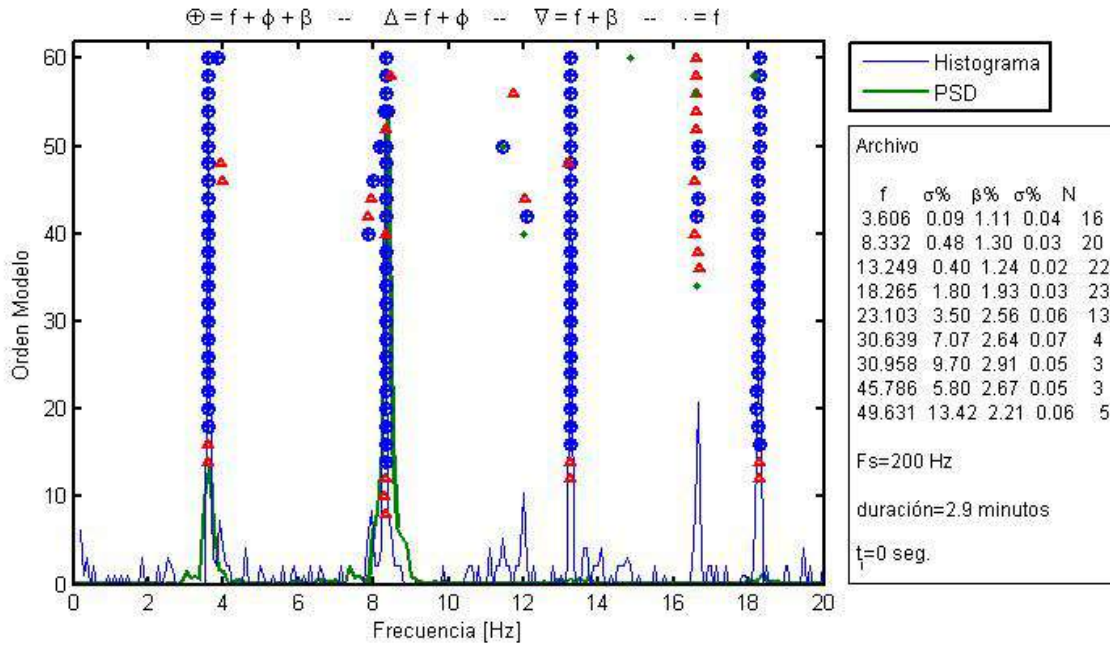


Figura 6.3: Diagrama de estabilidad, estructura 1 para el registro de ruido blanco

Se logran identificar de manera clara los cuatro modos asociados a la estructura 2, se resumen los resultados en la tabla 6.2.

Modo	Frecuencias [Hz]	Periodo [s]	Amortiguamiento [%]
1	3.61	0.2773	1.11
2	8.33	0.1200	1.30
3	13.25	0.0755	1.24
4	18.27	0.0547	1.93

Tabla 6.2: Frecuencias, periodos y razones de amortiguamiento identificadas mediante el método DSI, estructura 2 para el registro de ruido blanco

En las tablas 3 y 9 del anexo A se comparan los resultados obtenidos en frecuencias y razones de amortiguamiento mediante los distintos métodos de identificación para la estructura 2.

Se muestran en la figura 6.4 las formas modales para los cuatro modos identificados.



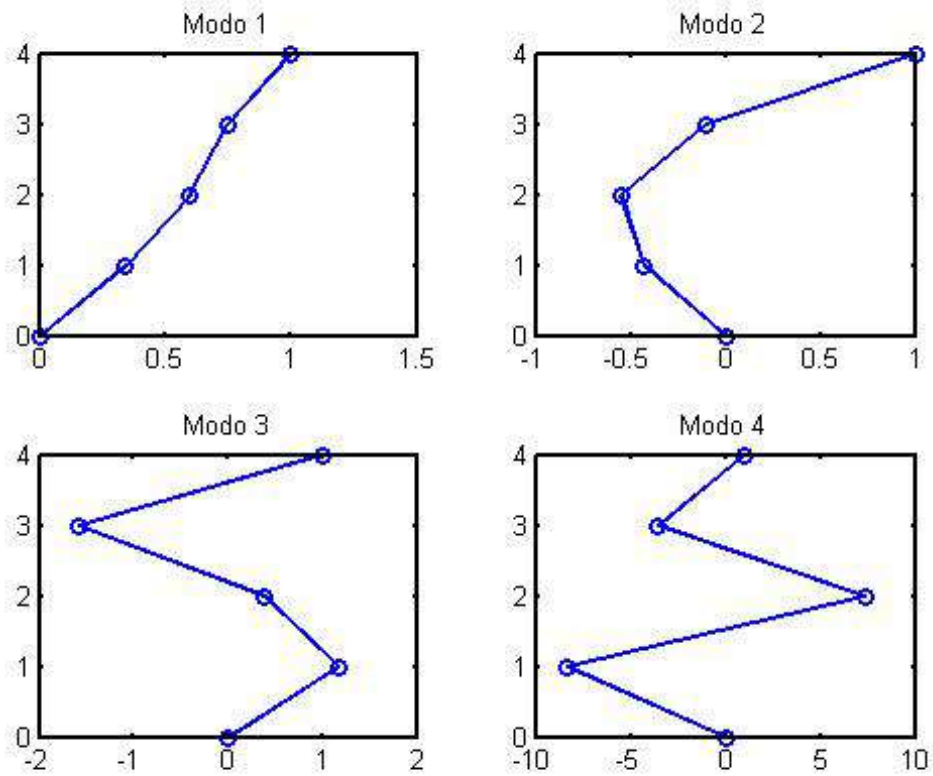


Figura 6.4: Formas modales por el método DSI, estructura 2 para el registro de ruido blanco

## 6.4. Propiedades dinámicas de la estructura 3

### 6.4.1. Identificación mediante registro de ruido blanco

Considerando el registro de ruido blanco para las estructuras unidas por el resorte, registro 4, se identifican los parámetros dinámicos de la estructura 3. Se presentan los resultados en la siguiente figura:

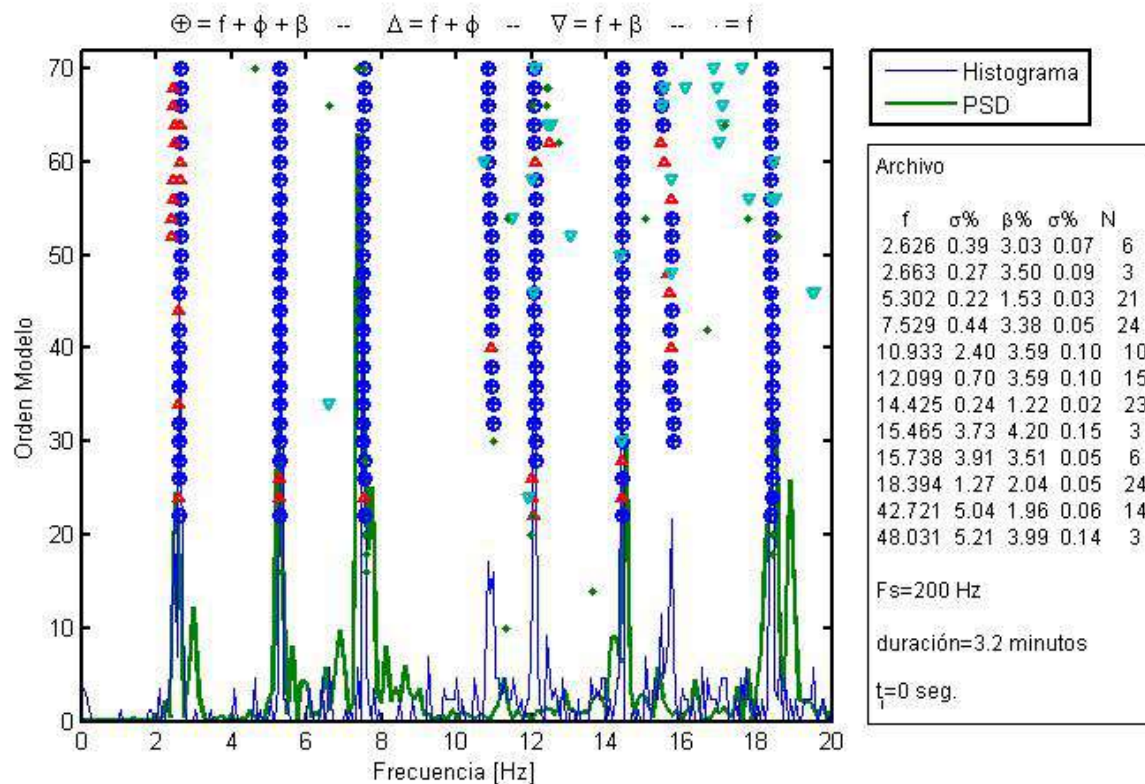


Figura 6.5: Diagrama de estabilidad, estructura 3 para el registro de ruido blanco

Con el registro de ruido blanco se logran identificar los ocho modos de la estructura 3, se resumen los resultados encontrados en la tabla 6.3.

Las razones de amortiguamiento de los modos 1 y 6 obtenidos a partir del método DSI son consistentes con las razones de amortiguamientos obtenidas para altas aceleraciones por los métodos de decaimiento logarítmico e Ibrahim vistos en el capítulo 4.

En las tablas 4 y 10 del anexo A se comparan los resultados obtenidos en frecuencias y razones de amortiguamiento mediante los distintos métodos de identificación para la estructura 3.

Modo	Frecuencias [Hz]	Periodo [s]	Amortiguamiento [%]
1	2.63	0.3808	3.03
2	5.30	0.1886	1.53
3	7.53	0.1328	3.39
4	10.93	0.0915	3.59
5	12.10	0.0827	3.59
6	14.43	0.0693	1.22
7	15.74	0.0635	3.51
8	18.40	0.0544	2.05

Tabla 6.3: Frecuencias, periodos y razones de amortiguamiento identificadas mediante el método DSI, estructura 3 para el registro de ruido blanco

Se muestran en la figura 6.6 las formas modales para los ocho modos identificados.

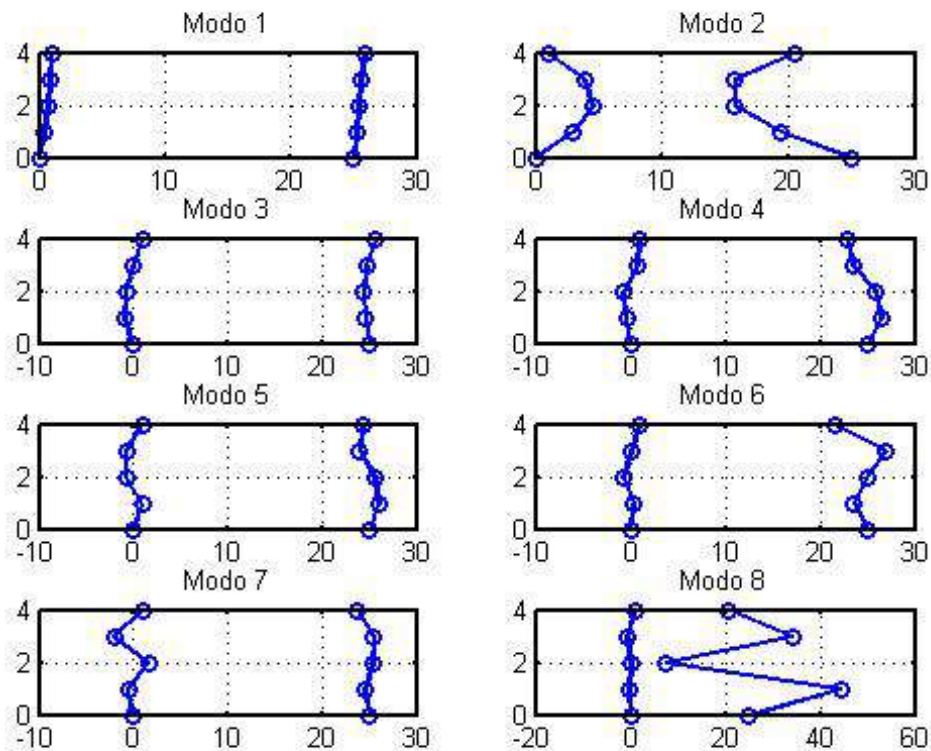


Figura 6.6: Formas modales por el método DSI, estructura 3 para el registro de ruido blanco

#### 6.4.2. Identificación mediante registro de sismo

Considerando el registro de sismo de múltiples entradas con una excitación armónica adicional en una de las bases para las estructuras unidas por el resorte, registro 5, se identifican los parámetros dinámicos de la estructura 3. Se presentan los resultados en la siguiente figura:

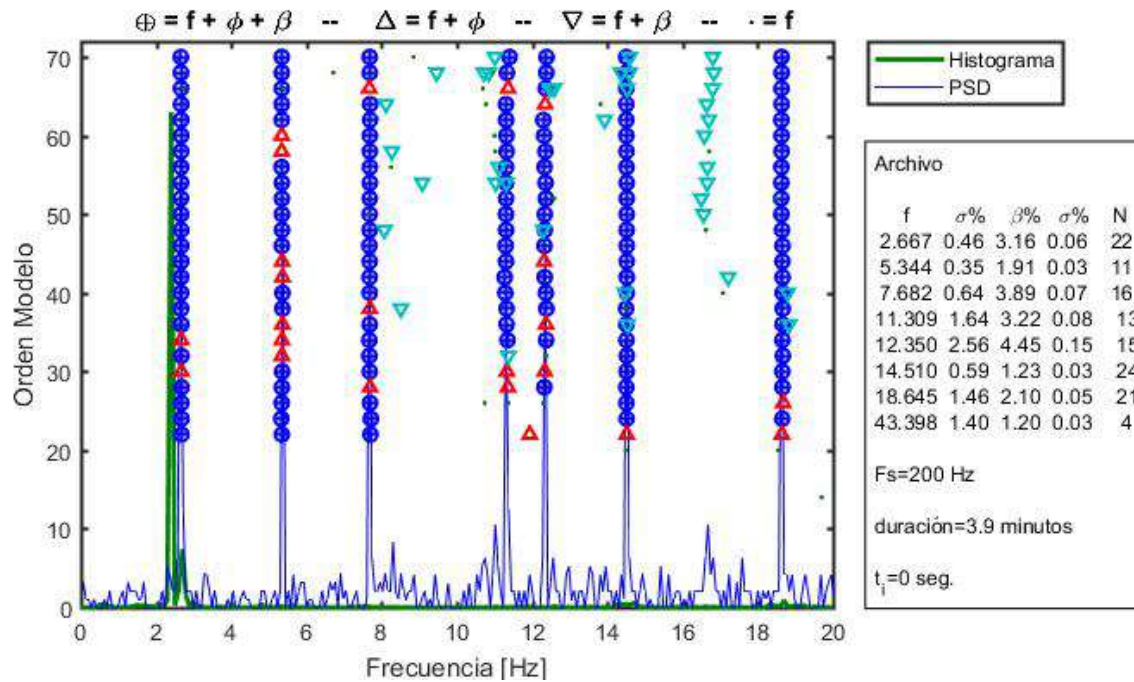


Figura 6.7: Diagrama de estabilidad, estructura 3 para el registro de sismo

Con el registro de sismo se logran identificar solo seis modos de la estructura 3, se resumen los resultados encontrados en la tabla 6.4.

Las razones de amortiguamiento de los modos 1 y 6 obtenidos a partir del método DSI son consistentes con las razones de amortiguamientos obtenidas para altas aceleraciones por los métodos de decaimiento logarítmico e Ibrahim vistos en el capítulo 4.

En las tablas 4 y 10 del anexo A se comparan los resultados obtenidos en frecuencias y razones de amortiguamiento mediante los distintos métodos de identificación para la estructura 3.

Modo	Frecuencias [Hz]	Periodo [s]	Amortiguamiento [%]
1	2.67	0.3751	3.16
2	5.34	0.1875	1.91
3	7.68	0.1210	3.89
4	11.31	0.0884	3.22
5	12.35	0.0810	4.45
6	14.51	0.0689	1.23
7			
8	18.65	0.0536	2.10

Tabla 6.4: Frecuencias y razones de amortiguamiento identificadas mediante el método DSI, estructura 3 para el registro de sismo

Se muestran en la figura 6.8 las formas modales para los seis modos identificados.

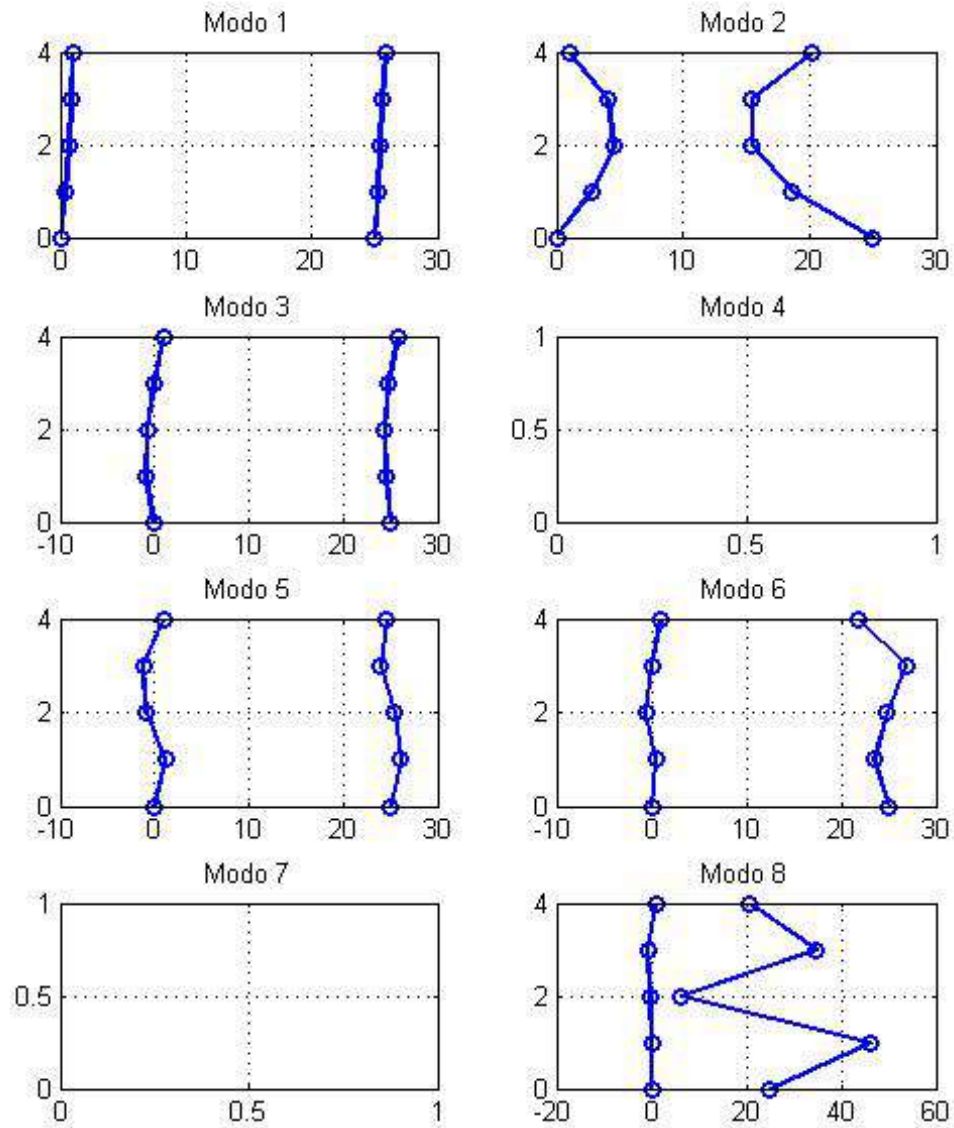


Figura 6.8: Formas modales por el método DSI, estructura 3 para el registro de sismo

# Capítulo 7

## Estimación de Propiedades Mecánicas de la Estructura

### 7.1. Medición y tributación de masas

Antes de desarmar las estructuras para pesarlas se miden todas sus dimensiones para una correcta tributación de las masas. En la figura 7.1 y la figura 7.2 se esquematizan las dimensiones de la estructura 1 y 2 respectivamente.

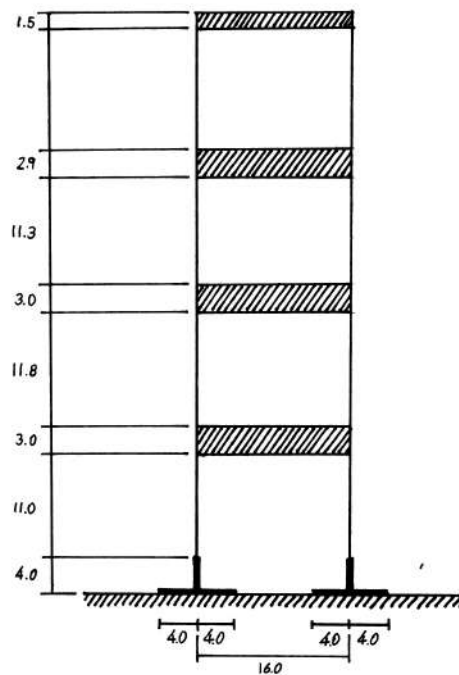


Figura 7.1: Esquema de las dimensiones de la estructura 1

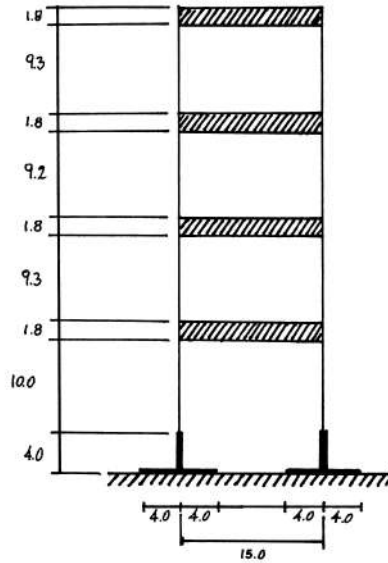


Figura 7.2: Esquema de las dimensiones de la estructura 2

Una vez desarmadas las estructuras se pesan todos los elementos tanto de la estructura 1 como de la estructura 2, incluyendo masas de los pisos, barras que conforman las columnas y tornillos. Adicionalmente se considera una masa de los acelerómetros de 7.5 gramos, que es el peso nominal entregado en las especificaciones y un peso del resorte de 18.71 gramos. Se tabulan a continuación los pesos medidos de la estructura 1, recordando que las barras de las columnas abarcan dos pisos de la estructura.

	Piso1	Piso2	Piso3	Piso4
Masa	274.88	190.99	194.02	281.44
Tornillos	0.00	0.00	4.71	0.00
Barras	38.79		36.63	
Acelerómetro	7.50	7.50	7.50	7.50

Tabla 7.1: Elementos pesados en gramos [gr], estructura 1

Los pesos de los elementos de la estructura 2 se presentan en la siguiente tabla:

	Piso1	Piso2	Piso3	Piso4
Masa	84.95	135.82	178.08	176.10
Tornillos	9.75	15.23	19.19	12.30
Barras	15.67	31.67	97.09	
Acelerómetro	7.50	7.50	7.50	7.50

Tabla 7.2: Elementos pesados en gramos [gr], estructura 2

Una vez medidas las dimensiones y los pesos se calculan las masas equivalentes a cada piso, tributando la masa de las barras según las dimensiones de las columnas. Para la estructura 1 se obtienen las siguientes masas equivalentes:

	Masa [gr]
Piso 1	292.02
Piso 2	216.89
Piso 3	226.92
Piso 4	305.02

Tabla 7.3: Masas tributadas

Mientras que para la estructura 2 las masas equivalentes luego de tributada la masa de las barras es

	Masa [gr]
Piso 1	110.04
Piso 2	182.22
Piso 3	243.97
Piso 4	237.38

Tabla 7.4: Masas tributadas

## 7.2. Ajuste de matriz de rigidez según modelo original

Considerando que las estructuras como se comportan como en los modelos descritos en el capítulo 3, se ajustan las estructuras mediante una rutina en Matlab cuya función objetivo ajusta los resultados de periodos y formas modales obtenidos con el método Ibrahim variando los valores de las rigideces, utilizando el método Newton-Raphson para encontrar el mínimo de la función objetivo.

Esto se realizará de manera que se puedan reproducir, a partir de los valores de rigidez ajustados, los periodos y formas modales obtenidos mediante el método de Ibrahim y método de DSI.

La función objetivo para este ajuste queda descrita como:

$$f(k_1, \dots, k_n) = \sum_{i=1}^n \left( \alpha_i \left| \frac{T_i - T_{im}}{T_{im}} \right| + \beta_i (1 - mac(\phi_i, \phi_{im})) \right) \quad (7.1)$$

Donde  $T_i$  y  $\phi_i$  son las variables a ajustar, mientras que  $T_{im}$  y  $\phi_{im}$  son los periodos y formas modales medidos y estimados mediante el método de Ibrahim y método de DSI.



La función  $mac(x, y)$  para dos vectores  $x$  e  $y$  queda descrita como:

$$mac(x, y) = abs\left(\frac{(xy)^2}{x^2y^2}\right) \quad (7.2)$$

### 7.2.1. Ajuste de rigideces para la estructura 1

Luego de ajustar las rigideces de la estructura 1 se comparan los periodos obtenidos con el ajuste y los medidos mediante los ensayos, figura 7.5, también se comparan las formas modales obtenidas luego del ajuste, figura 7.3.

Periodo Ibrahim	Periodo ajuste [s]
0.4545	0.4545
0.1376	0.1493
0.0882	0.0882
0.0629	0.0592

Tabla 7.5: Comparación entre periodos calculados con el método de Ibrahim y periodos calculados a partir de las rigideces ajustadas

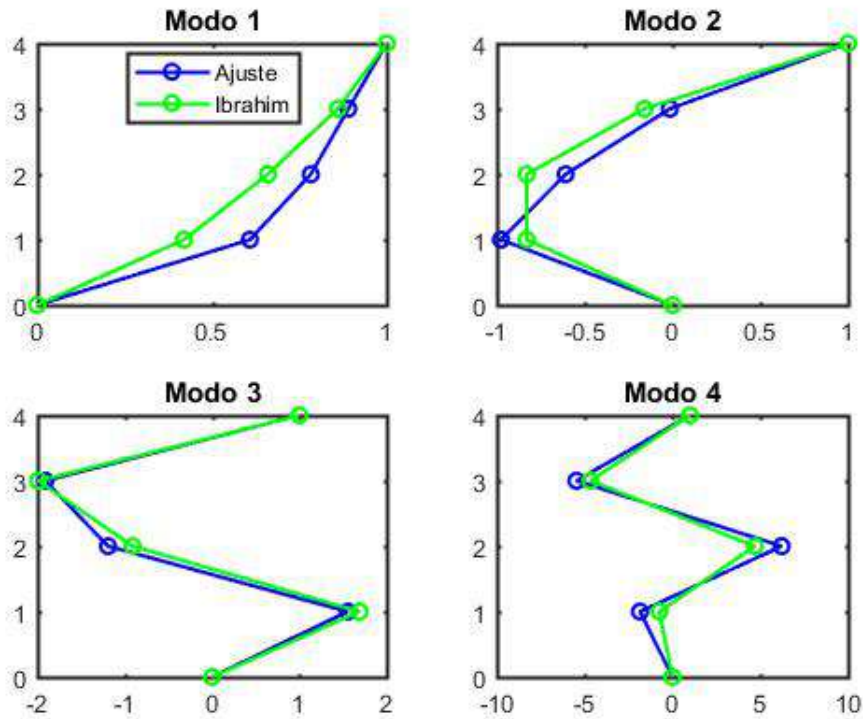


Figura 7.3: Comparación entre formas modales obtenidas con el método de Ibrahim y formas modales calculadas a partes de las rigideces ajustadas para la estructura 1

Luego, las rigideces obtenidas mediante el ajuste se tabulan en la tabla 7.6; se comparan los resultados obtenidos mediante el ajuste de la estructura 3 en la tabla 7.11.

Elemento	Rigidez [N/m]
k1	510
k2	862
k3	726
k4	266

Tabla 7.6: Rigideces ajustadas, estructura 1

### 7.2.2. Ajuste de rigideces para la estructura 2

Luego de ajustar las rigideces de la estructura 2 se comparan los periodos obtenidos con el ajuste y los medidos mediante los ensayos, figura 7.7, también se comparan las formas modales obtenidas luego del ajuste, figura 7.4.

Periodo Ibrahim	Periodo ajuste [s]
0.2717	0.2717
0.1195	0.1195
0.0754	0.0757
0.0548	0.0548

Tabla 7.7: Comparación entre periodos calculados con el método DSI y periodos calculados a partir de las rigideces ajustadas

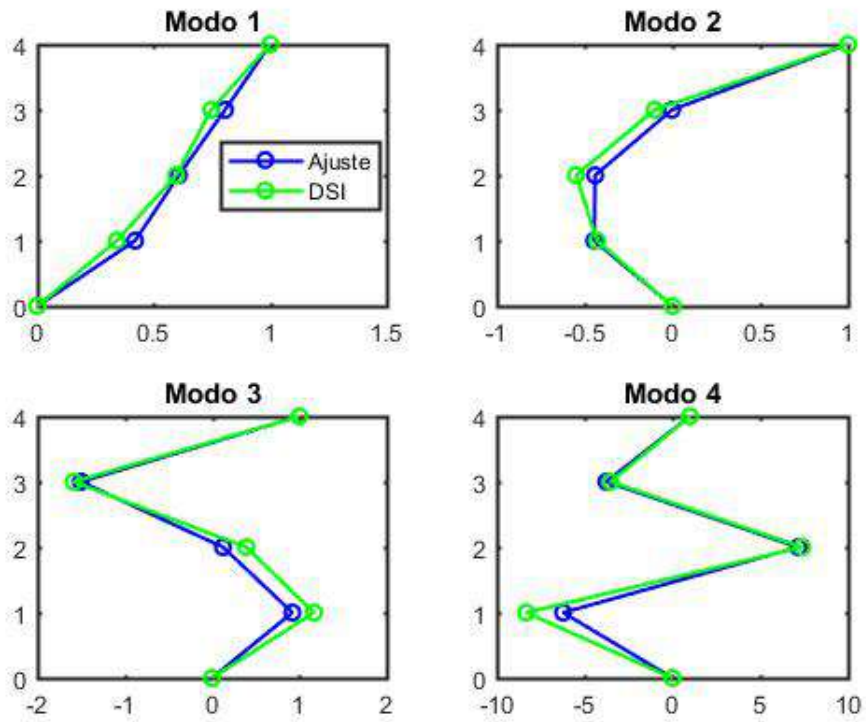


Figura 7.4: Comparación entre formas modales obtenidas con el método de Ibrahim y formas modales calculadas a partes de las rigideces ajustadas para la estructura 2

Las rigideces obtenidas mediante el ajuste se tabulan en la tabla 7.6; se comparan los resultados obtenidos mediante el ajuste de la estructura 3 en la tabla 7.11.

Elemento	Rigidez [N/m]
k5	303
k6	693
k7	1152
k8	643

Tabla 7.8: Rigideces ajustadas, estructura 2

### 7.2.3. Ajuste de rigideces para la estructura 3

Luego de ajustar las rigideces de la estructura 1 se comparan los periodos obtenidos con el ajuste y los medidos mediante los ensayos, figura 7.9, también se comparan las formas modales obtenidas luego del ajuste, figura 7.5.

Periodo DSI [s]	Periodo ajuste [s]
0.3755	0.3755
0.1886	0.1886
0.1328	0.1328
0.0915	0.0981
0.0827	0.0827
0.0693	0.0649
0.0635	0.0572
0.0544	0.0501

Tabla 7.9: Comparación entre periodos calculados con el método DSI y periodos calculados a partir de las rigideces ajustadas

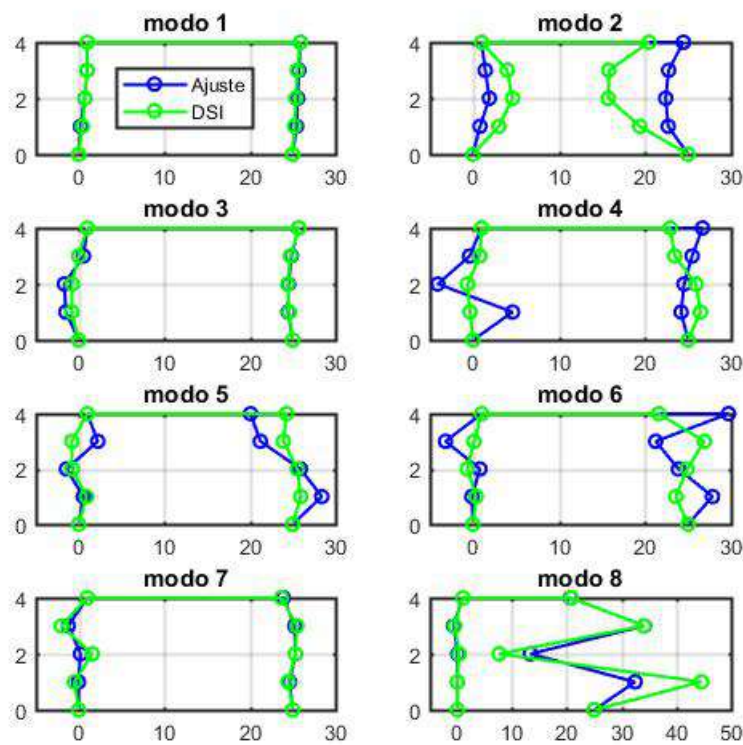


Figura 7.5: Comparación entre formas modales obtenidas con el método de Ibrahim y formas modales calculadas a partes de las rigideces ajustadas para la estructura 3

Las rigideces obtenidas a partir de método de ajuste se presenta en la siguiente tabla:

Elemento	Rigidez [N/m]
k1	1204
k2	360
k3	284
k4	714
k5	459
k6	962
k7	1289
k8	427
kr	559

Tabla 7.10: Rigideces ajustadas, Estructura 3

Se comparan los resultados obtenidos mediante el ajuste de las estructuras 1 y 2 en la tabla 7.11.

#### 7.2.4. Comentarios acerca del ajuste

Al ajustar las rigideces de las estructuras por separado, estructuras 1 y 2, y al ajustar las rigideces de las estructuras unidas, estructura 3, se obtienen resultados no consistentes, lo cual se aprecia en la tabla resumen 7.11. Dado lo anterior es que se determina que el ajuste no es correcto y se determina que este error proviene de un modelo incorrecto de la estructura 1, la cual presenta rotaciones en los nodos.

Elemento	Estructuras unidas	Estructuras separadas
k1	1204	510
k2	360	862
k3	284	726
k4	714	266
k5	459	303
k6	962	693
k7	1289	1152
k8	427	643
kr	559	

Tabla 7.11: Resumen de rigideces ajustadas [N/m]

### 7.3. Ajuste de matriz de rigidez considerando rotación en los nodos

Considerando que la estructura 1 presenta rotaciones en los nodos de sus pisos, como se muestra en la figura 7.6, es que debe incluir una rigidez asociada al giro, por lo que se hace un cambio en el modelo.

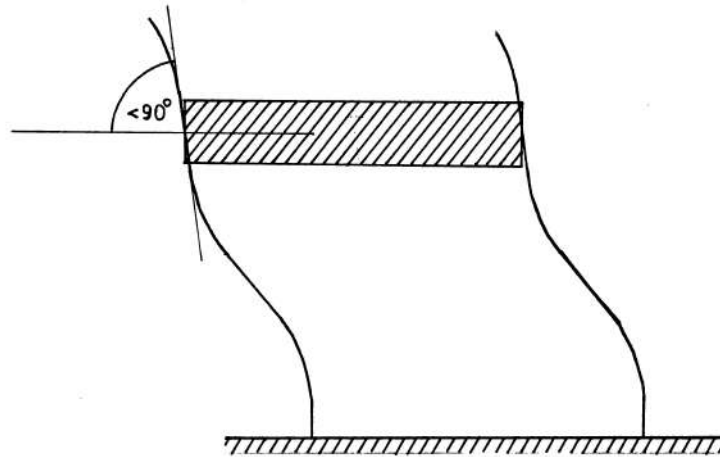


Figura 7.6: Modelo de la estructura 3 considerando rotaciones de la estructura 1

Luego, con las consideraciones anteriores es que se ajusta el nuevo modelo, que considera una rigidez del resorte de los pisos superiores de  $650[\text{N/m}]$ , de manera de obtener con el modelo los periodos identificados con los ensayos para las estructuras 1 y 3. Para esto es que se crea un modelo en SAP, como se muestra en la figura 7.7, de donde se extrae la matriz de rigidez de la estructura 3 con la que se calculan los periodos característicos. Este ajuste se hace simultáneamente para los periodos de la estructura 1 y los cuatro primeros periodos de la estructura 3.

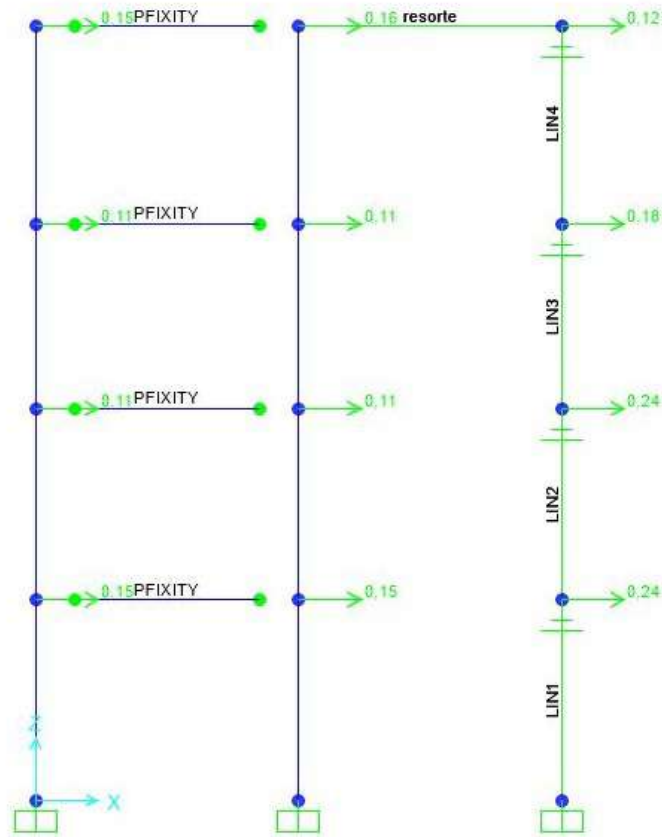


Figura 7.7: Modelo en SAP de la estructura 3, considerando rotaciones de la estructura 1

La función objetivo, función que se pretende minimizar con el ajuste, queda descrita como sigue:

$$f(x) = \sum_{i=1}^4 \left( \left| \frac{T_{Est1i} - T_{Est1mi}}{T_{Est1mi}} \right| + \left| \frac{T_{Est3i} - T_{Est3mi}}{T_{Est3mi}} \right| \right) \quad (7.3)$$

Nos damos cuenta entonces que se ajusta tanto la estructura 1 como la estructura 3 simultáneamente.

Los periodos obtenidos luego del ajuste se presentan en la siguiente tabla comparativa, que compara los valores luego del ajuste con los valores obtenidos mediante el método DSI:

Periodo DSI [s]	Periodo ajuste [s]
0.3755	0.3721
0.1886	0.1854
0.1328	0.1417
0.0915	0.0915
0.0827	0.0834
0.0693	0.0639
0.0635	0.0603
0.0544	0.0536

Tabla 7.12: Comparación entre periodos calculados con el método DSI y periodos calculados a partir de las rigideces ajustadas, para la estructura 3

Luego de hacer una condensación estática y una condensación geométrica se obtiene la matriz de rigidez completa ajustada de la estructura 3:

$$K = \begin{bmatrix} k_{ss} & k_{sb} \\ k_{bs} & k_{bb} \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 1146 & -580 & 109 & -26 & -650 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ -580 & 1146 & -815 & 275 & 0 & 0 & 0 & 0 & -24 & 0 \\ 109 & -815 & 1772 & -1281 & 0 & 0 & 0 & 0 & 215 & 0 \\ -26 & 275 & -1281 & 1962 & 0 & 0 & 0 & 0 & -929 & 0 \\ -650 & 0 & 0 & 0 & 943 & -293 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -293 & 881 & -588 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -588 & 1406 & -818 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -818 & 1479 & 0 & -661 \\ 2 & -24 & 215 & -929 & 0 & 0 & 0 & 0 & 736 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -661 & 0 & 661 \end{bmatrix} \left[ \frac{N}{m} \right]$$

## 7.4. Ajuste de matriz de amortiguamiento

Se considera un amortiguamiento entre pisos, dando como resultado las siguientes matrices de amortiguamiento:



$$c_{ss} = \begin{bmatrix} c_1 + c_r & -c_1 & 0 & 0 & -c_r & 0 & 0 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_r & 0 & 0 & 0 & c_5 + c_r & -c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 \end{bmatrix} \quad (7.4)$$

$$c_{sb} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -c_4 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -c_8 \end{bmatrix} \quad (7.5)$$

$$c_{bb} = \begin{bmatrix} c_4 & 0 \\ 0 & c_8 \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

Se calculan los parámetros modales como:

$$C_{mi} = \phi_i^T C_{ss} \phi_i \quad (7.7)$$

$$M_{mi} = \phi_i^T M_{ss} \phi_i \quad (7.8)$$

Y luego las razones de amortiguamiento modal.

$$\beta = \frac{C_m}{2M_m \omega_n} \quad (7.9)$$

Considerando esto último es que se ajustan los valores  $c_i$  mediante el método Newton-Raphson, dando como resultado una matriz de amortiguamiento no clásica, con la siguiente la función objetivo que considera los primeros 7 modos:

$$f(c_1, \dots, c_8, c_r) = \sum_{i=1}^7 ((\beta_{mi} - \beta_i)^2) \quad (7.10)$$

Donde los valores  $\beta_{mi}$  son las razones de amortiguamiento medidos a partir de los distintos métodos, a estos valores e las razones de amortiguamiento se les permite una variación entre el menor y el mayor valor identificado, estos datos se tabulan en la tabla 7.13

Modo	$\beta$ DSI [%]
1	2.93-3.50
2	1.53-2.44
3	2.91-4.91
4	3.59-4.30
5	2.67-5.01
6	1.14-2.46
7	3.51

Tabla 7.13: Amortiguamientos utilizados para el ajuste

Luego del ajuste se obtienen los siguientes resultados:

Elemento	$c$ ajuste $[\frac{Ns}{m}]$
$c_1$	0.029
$c_2$	0.860
$c_3$	5.561
$c_4$	2.319
$c_5$	0.483
$c_6$	0.128
$c_7$	0.096
$c_8$	0.129
$c_r$	0.345

Tabla 7.14: Resultados de los amortiguamientos  $c$  calculados a partir del ajuste

Finalmente se obtiene las razones de amortiguamiento

Modo	$\beta$ ajuste [%]
1	2.97
2	2.21
3	3.96
4	3.97
5	4.95
6	2.35
7	3.51
8	17.35

Tabla 7.15: Amortiguamientos utilizados para el ajuste

# Capítulo 8

## Estimación de Matriz de Influencia para múltiples entradas sísmicas

En este capítulo se estima la matriz de influencia sísmica, necesaria para el cálculo de energías de la estructura, a partir de tres métodos.

El primer método consiste en generar un movimiento pseudo-estático (pequeñas aceleraciones) impuesto sobre el apoyo de la estructura 2, mediante la mesa vibradora secundaria, midiendo las aceleraciones generadas en cada grado de libertad de la estructura para luego de un proceso de filtrado, descrito en dicha sección, obtener los desplazamientos pseudo-estáticos asociados.

El segundo método consiste en el cálculo directo de la matriz de influencia sísmica mediante la ecuación 2.10, a partir de los valores de rigideces ajustados en el capítulo 7.

El tercer y último método consiste en el desarrollo de un método a partir de matrices de espacio-estado, donde se encuentra una relación entre estas matrices y la matriz de influencia sísmica, dado un sistema discreto e invariante en el tiempo.

### 8.1. Estimación a partir movimiento pseudo-estático

En un principio se pretende determinar el segundo modo pseudo-estático mediante la doble integración de los registros de aceleraciones después de un filtro pasa-banda entre 0.18 Hertz y 25 Hertz, y luego de compararlos con los desplazamientos obtenidos mediante los sensores ultrasónicos calcular la función de transferencia entre los grados de libertad de la estructura y el sismo en la base de la estructura 2. Para esto es que se considera un movimiento pseudo-estático (pequeñas aceleraciones) impuesto sobre el apoyo de la estructura 2 utilizando el registro 1, que corresponde a la mesa vibradora principal fija y la mesa secundaria con una oscilación de 0.21 Hertz y una media cuadrática de  $1.46[cm/s^2]$ . Sin embargo dadas las bajas aceleraciones no es posible integrar correctamente las aceleraciones. Finalmente no se logra determinar la matriz de influencia sísmica a partir de este método.

Alternativamente se ocupa el registro 2 que corresponde a una excitación armónica en la base de la estructura 2 con distintas frecuencias, considerando el registro entre los 230 y 260 segundos que corresponden a una frecuencia de 1.1 Hertz. Y se calcula la función de transferencia directamente desde las aceleraciones.

Se toma el registro entre los 230 y 260 segundos y luego se filtra con un pasa-bajo a 1.5 Hertz de orden 8, para aislar la respuesta pseudoestática que tiene una frecuencia igual a la entrada sísmica.

Se grafican el espectro de densidad de potencia de las señales luego del proceso de filtrado en la figura 8.1

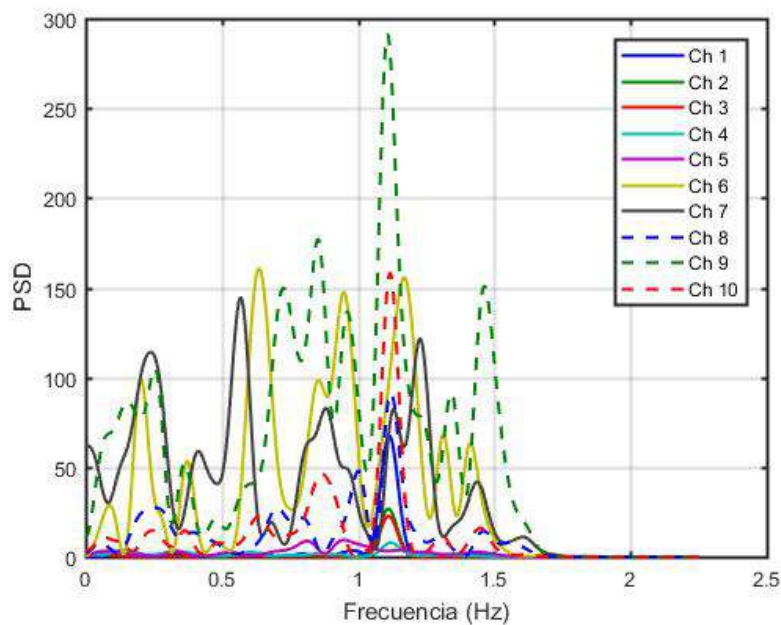


Figura 8.1: PSD

Se grafica en la figura 8.2 se grafica el resultado obtenido mediante la función de transferencia, donde se concluye que no es posible identificar correctamente este modo mediante la función de transferencia para baja frecuencia para las condiciones de este ensayo experimental.

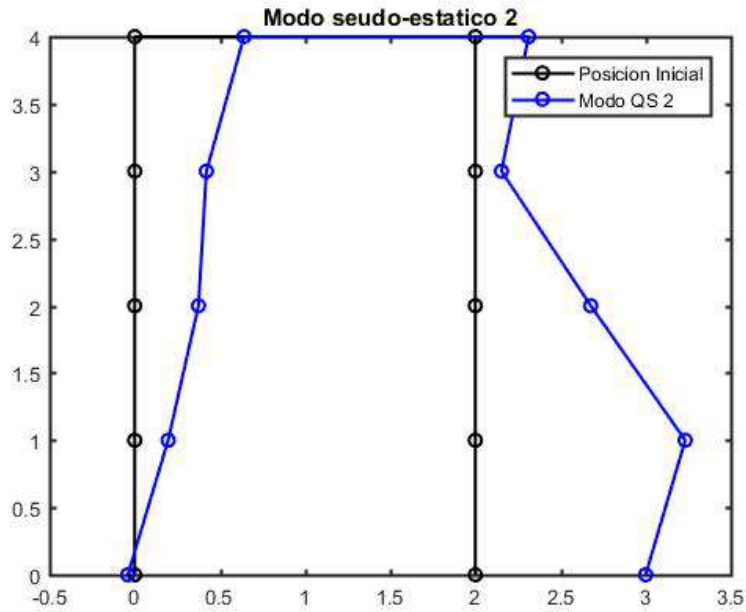


Figura 8.2: Modos pseudo-estático 2 obtenidos mediante función de transferencia

## 8.2. Estimación a partir de las rigideces ajustadas

Se definió la matriz de influencia en la ecuación 2.10 como:

$$[R] = -k_{ss}^{-1}k_{sb}$$

Estimadas la rigideces mediante el ajuste hecho en el capítulo 7 quedan completamente determinadas las matrices  $k_{ss}$  y  $k_{sb}$  definidas en las ecuaciones 3.6 y 3.7,

$$k_{ss} = \begin{bmatrix} 1763 & -1204 & 0 & 0 & -559 & 0 & 0 & 0 \\ -1204 & 1459 & -360 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -360 & 644 & -284 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -284 & 998 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -559 & 0 & 0 & 0 & 1017 & -459 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -459 & 1421 & -962 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -962 & 2251 & -1289 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1289 & 1716 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ m \end{bmatrix}$$

$$k_{sb} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -24 & 0 \\ 215 & 0 \\ -929 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -661 \end{bmatrix} \left[ \frac{N}{m} \right]$$

Se calcula entonces la matriz de influencia sísmica

$$R = \begin{bmatrix} 0.4691 & 0.5309 \\ 0.5952 & 0.4048 \\ 0.7768 & 0.2232 \\ 0.9038 & 0.0962 \\ 0.3922 & 0.6078 \\ 0.2217 & 0.7783 \\ 0.1367 & 0.8633 \\ 0.0756 & 0.9244 \end{bmatrix}$$

A continuación se grafican estos resultados mostrando las formas modales pseudoestáticas:

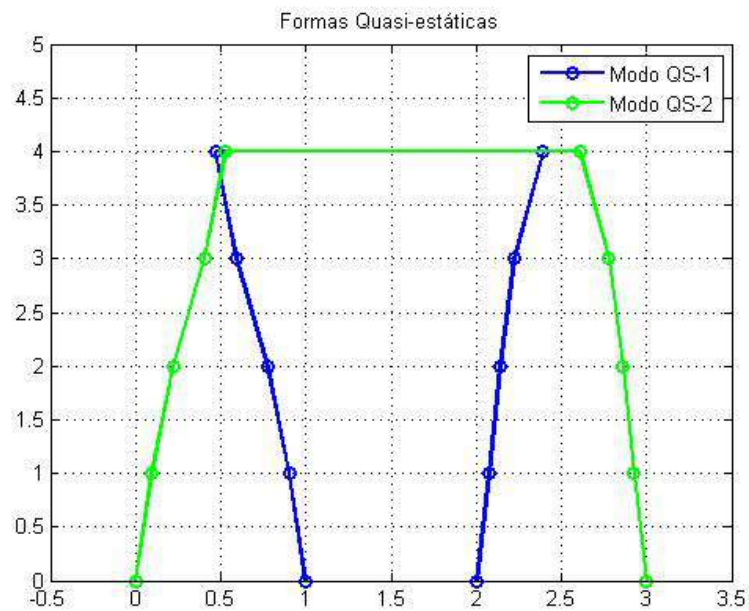


Figura 8.3: Modos pseudo-estáticos obtenidos mediante las matrices de rigidez ajustadas

## 8.3. Estimación a partir de matrices de espacio-estado

### 8.3.1. Deducción del método

#### Deducción del método para un sistema continuo

El sistema estructural puede ser representado en el espacio de estados mediante un conjunto de  $p$  entradas,  $q$  salidas y  $m$  variables de estado. Para un sistema continuo e invariante en el tiempo las ecuaciones de espacio-estado se describe como:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (8.1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (8.2)$$

Donde:

$x$  corresponde al vector de estados, de dimensiones  $m \times 1$

$u$  corresponde al vector de entradas, de dimensiones  $p \times 1$

$y$  corresponde al vector de salidas, de dimensiones  $q \times 1$

$A$  corresponde a la matriz de estados, de dimensiones  $m \times m$

$B$  corresponde a la matriz de entradas, de dimensiones  $m \times p$

$C$  corresponde a la matriz de salidas, de dimensiones  $q \times m$

$D$  corresponde a la matriz de transmisión, de dimensiones  $q \times p$

Se toma la transformada de Fourier para la ecuación de entrada,

$$i\omega X(\omega) = AX(\omega) + BU(\omega) \quad (8.3)$$

Despejando  $X_n$ ,

$$X(\omega) = (i\omega I - A)^{-1} BU(\omega) \quad (8.4)$$

Reemplazando en la transformada de Fourier de la ecuación de salida

$$Y(\omega) = CX(\omega) + D(\omega)$$

$$Y(\omega) = C(i\omega I - A)^{-1}BU(\omega) + DU(\omega) \quad (8.5)$$

Si la cantidad de variables de estado es igual o superior a la cantidad de variables de salida entonces se puede calcular la función de transferencia como:

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{U(\omega)} = C(i\omega I - A)^{-1}B + D \quad (8.6)$$

Las ecuaciones anteriores pueden representar un sistema estructural con  $p$  entradas sísmicas correspondientes a la variable de entrada y  $q$  grados de libertad correspondientes a la variable de salida. Para el caso de un movimiento pseudo-estático, adicionalmente se tiene que:

$$Y(\omega) = RU(\omega)$$

$$\omega = 0$$

Reemplazando en la ecuación 8.6 y considerando una frecuencia nula,

$$R = D - CA^{-1}B \quad (8.7)$$

Finalmente se concluye que si el número de variables de estado es igual o mayor que el número de variables de salida (grados de libertad de una estructura), se puede calcular la matriz de influencia sísmica a partir de las matrices de espacio-estado mediante la ecuación 8.7.

## Deducción del método para un sistema discreto

El sistema estructural puede ser representado en el espacio de estados mediante un conjunto de  $p$  entradas,  $q$  salidas y  $m$  variables de estado. Para un sistema discreto e invariante en el tiempo las ecuaciones de espacio-estado, donde  $k$  es la variable temporal discreta, se describe como:

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_{k-1} \quad (8.8)$$

$$y_k = Cx_k + Du_k \quad (8.9)$$

Donde:



$x$  corresponde al vector de estados, de dimensiones  $m \times 1$

$u$  corresponde al vector de entradas, de dimensiones  $p \times 1$

$y$  corresponde al vector de salidas, de dimensiones  $q \times 1$

$A$  corresponde a la matriz de estados, de dimensiones  $m \times m$

$B$  corresponde a la matriz de entradas, de dimensiones  $m \times p$

$C$  corresponde a la matriz de salidas, de dimensiones  $q \times m$

$D$  corresponde a la matriz de transmisión, de dimensiones  $q \times p$

Se toma la transformada de Fourier discreta para la ecuación de entrada,

$$\mathcal{F}(\{x_k\})_n = A\mathcal{F}(\{x_{k-1}\})_n + B\mathcal{F}(\{u_{k-1}\})_n \quad (8.10)$$

Considerando el teorema del desplazamiento para la transformada se tiene que,

$$\mathcal{F}(\{z_k\})_n = Z_n \Rightarrow \mathcal{F}(\{z_{k-l}\})_n = Z_n e^{-\frac{2\pi i}{N}nl} = Z_n e^{-\omega_n il} \quad (8.11)$$

Donde  $\omega_n = \frac{2\pi n}{N}$ , por lo que

$$X_n = e^{-\omega_n i} A X_n + e^{-\omega_n i} B U_n \quad (8.12)$$

Despejando  $X_n$ ,

$$X_n = (I - e^{-\omega_n i} A)^{-1} e^{-\omega_n i} B U_n \quad (8.13)$$

Reemplazando en la transformada de Fourier de la ecuación de salida

$$Y_n = C X_n + D U_n$$

$$Y_n = C (I - e^{-\omega_n i} A)^{-1} e^{-\omega_n i} B U_n + D U_n \quad (8.14)$$

Si la cantidad de variables de estado es igual o superior a la cantidad de variables de salida entonces se puede calcular la función de transferencia como:

$$H_n = \frac{Y_n}{U_n} = C (I - e^{-\omega_n i} A)^{-1} e^{-\omega_n i} B + D \quad (8.15)$$

Las ecuaciones anteriores pueden representar un sistema estructural con  $p$  entradas sísmicas correspondientes a la variable de entrada y  $q$  grados de libertad correspondientes a la variable de salida. Para el caso de un movimiento pseudo-estático, adicionalmente se tiene que:

$$Y_n = RU_n$$

$$\omega_n = 0$$

Reemplazando en la ecuación 8.15 y considerando una frecuencia nula,

$$R = C(I - A)^{-1}B + D \quad (8.16)$$

Finalmente se concluye que si el número de variables de estado es igual o mayor que el número de variables de salida (grados de libertad de una estructura), se puede calcular la matriz de influencia sísmica a partir de las matrices de espacio-estado mediante la ecuación 8.16.

### 8.3.2. Resultados del método para modelo teórico

Considerando el modelo estructural para el estudio teórico. La matriz de influencia calculada a partir de la ecuación 2.10

$$R = \begin{bmatrix} 0.4878 & 0.5122 \\ 0.3658 & 0.6341 \\ 0.2439 & 0.7561 \\ 0.1219 & 0.8780 \\ 0.5122 & 0.4878 \\ 0.6341 & 0.3658 \\ 0.7561 & 0.2439 \\ 0.8780 & 0.1219 \end{bmatrix}$$

Se grafica en la figura 8.4 los modos pseudo-estáticos.

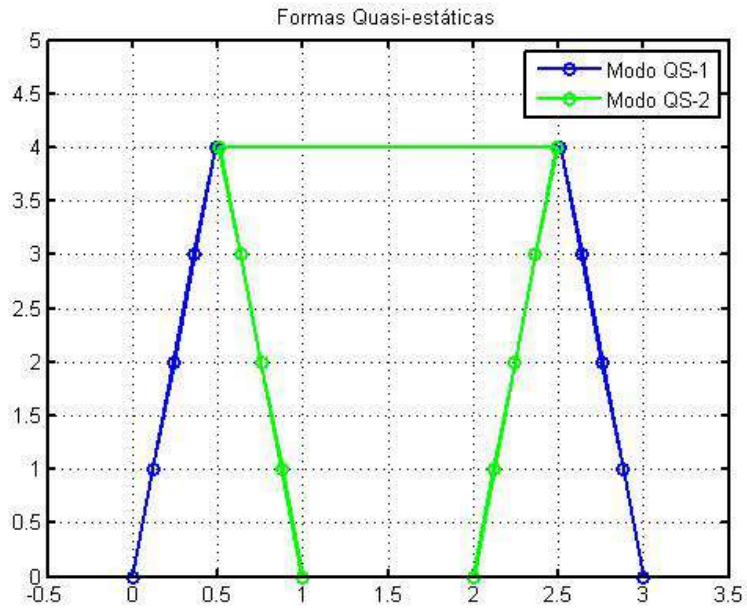


Figura 8.4: Modos pseudo-estáticos obtenidos mediante el cálculo directo con valores de rigidez

Al calcular la matriz de rigidez mediante matrices de espacio-estado considerando un registro de ruido blanco para cada apoyo, se obtienen los siguientes valores y su corrección:

$r_1$	$r_2$	$r_{1\text{corregido}}$	$r_{2\text{corregido}}$
0.4877	0.5120	0.4879	0.5121
0.3667	0.6340	0.3663	0.6337
0.2445	0.7559	0.2443	0.7557
0.1223	0.8780	0.1222	0.8778
0.5118	0.4876	0.5121	0.4879
0.6337	0.3658	0.6340	0.3660
0.7555	0.2438	0.7558	0.2442
0.8778	0.1219	0.8779	0.1221

Tabla 8.1: Valores de la matriz de influencia obtenidos y corregidos

Se grafican los modos pseudo-estáticos correspondientes a las columnas de la matriz de rigidez y su valor corregido.

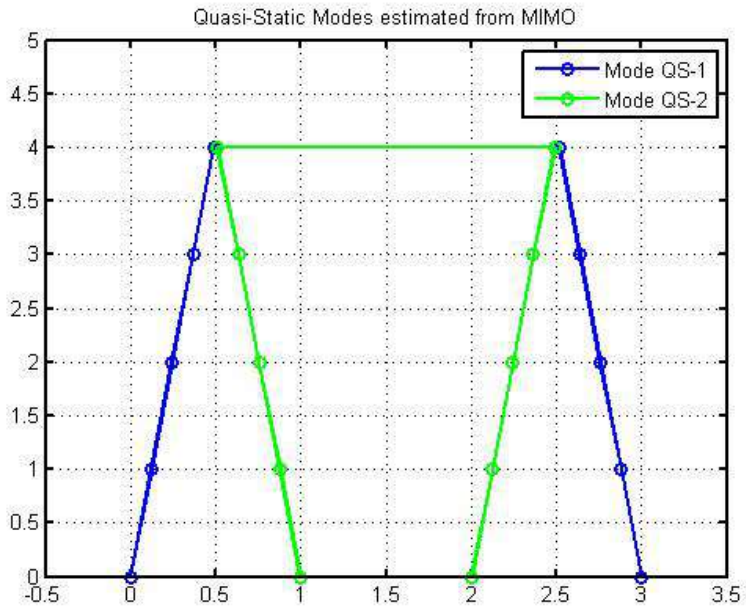


Figura 8.5: Modos pseudo-estáticos obtenidos mediante el método DSI por matrices de espacio-estado

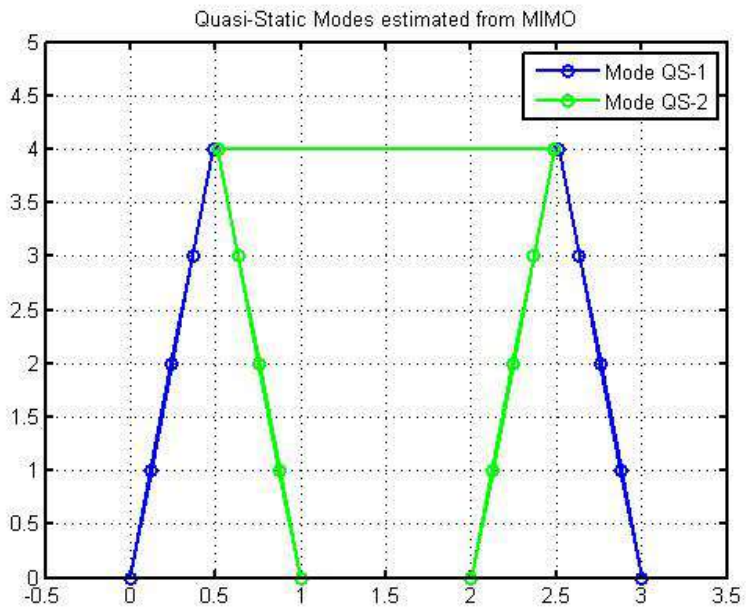


Figura 8.6: Modos pseudo-estáticos obtenidos mediante el método DSI por matrices de espacio-estado corregidos

La convergencia del método puede ser expresada en términos del valor MAC, tendiendo a 1 si el método es convergente. Se grafica los valores MAC de los modos pseudo-estáticos consecutivos en función del orden del modelo.

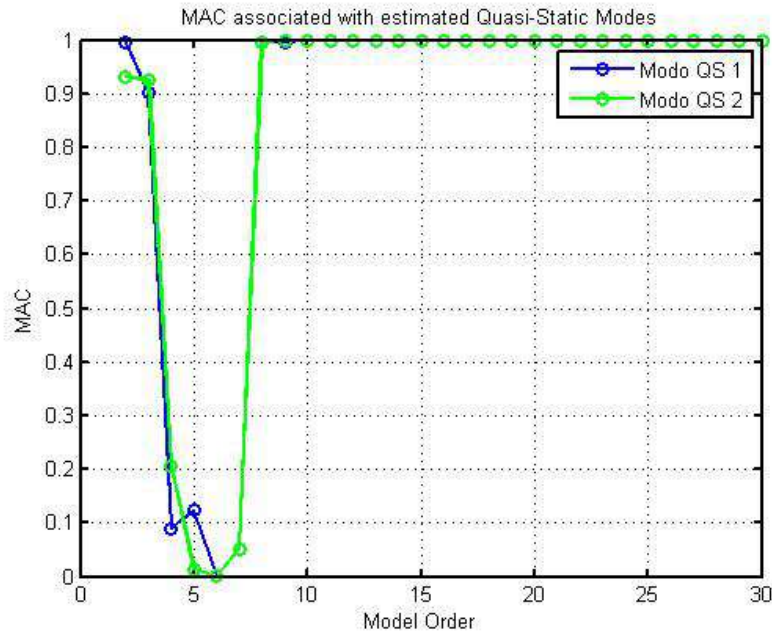


Figura 8.7: Valor MAC de los modos pseudo-estáticos consecutivos en función del orden del método

### 8.3.3. Resultados del método para caso experimental

Estudiando la estructura con el registro 5 de sismo y excitación armónica, mediante el método DSI, usando la rutina N4SID se obtienen las matrices de espacio-estado, para luego calcular la matriz de influencia según la ecuación 8.16. Si bien, por lo visto en el capítulo 2 la suma de las columnas de la matriz de influencia debe ser igual al vector de influencia, que en el caso de esta estructura en particular es un vector unitario, este método experimental admite un error asociado a esta propiedad, el cual será corregido de la siguiente manera:

$$R = [r_1, r_2]$$

$$r_{1\text{corregido}} = \frac{r_1 + 1 - r_2}{2} \quad (8.17)$$

$$r_{2\text{corregido}} = 1 - r_{1\text{corregido}} \quad (8.18)$$

Se muestran en la tabla 8.2 los valores encontrados por el método y sus valores corregidos

$r_1$	$r_2$	$r_{1\text{corregido}}$	$r_{2\text{corregido}}$
0.7337	0.3484	0.6927	0.3073
0.8295	0.2400	0.7948	0.2052
0.8312	0.1869	0.8222	0.1778
1.0046	0.1368	0.9339	0.0661
0.6847	0.4229	0.6309	0.3691
0.3549	0.6642	0.3454	0.6546
0.2490	0.8836	0.1827	0.8173
0.1051	0.9807	0.0622	0.9378

Tabla 8.2: Valores de la matriz de influencia obtenidos y corregidos

Se grafican los modos pseudo-estáticos correspondientes a las columnas de la matriz de rigidez.

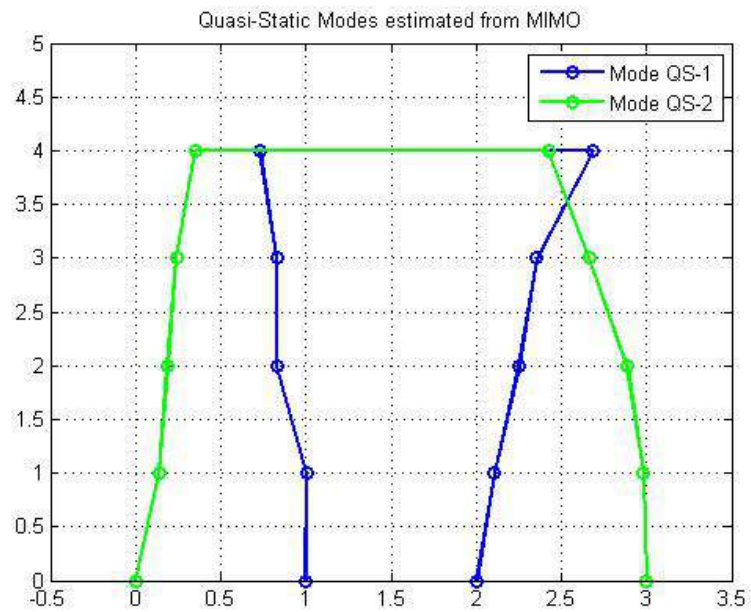


Figura 8.8: Modos pseudo-estáticos obtenidos mediante el método DSI por matrices de espacio-estado

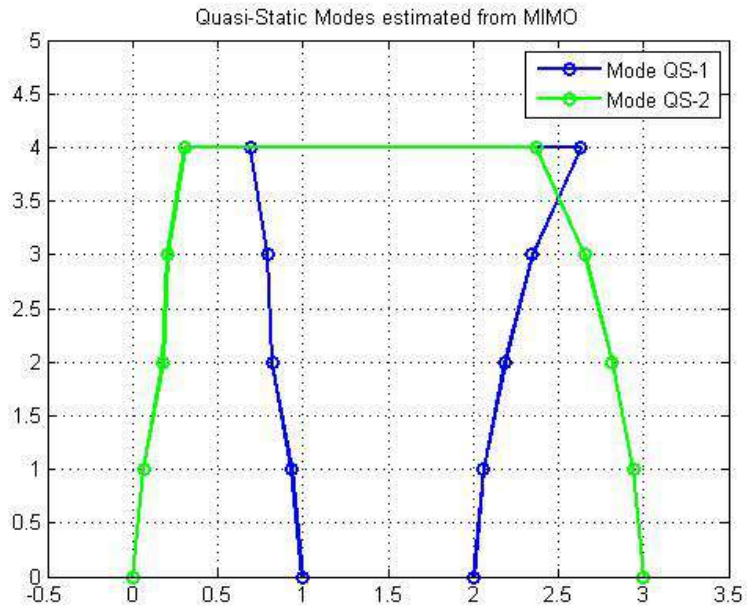


Figura 8.9: Modos pseudo-estáticos obtenidos mediante el método DSI por matrices de espacio-estado corregidos

La convergencia del método puede ser expresada en términos del valor MAC, tendiendo a 1 si el método es convergente. Se grafica los valores MAC de los modos pseudo-estáticos consecutivos en función del orden del modelo.

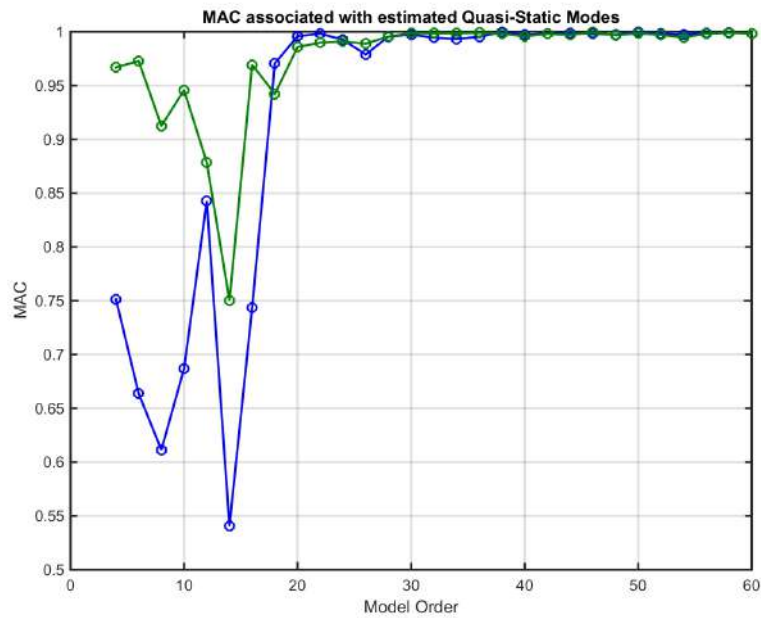


Figura 8.10: Valor MAC de los modos pseudo-estáticos consecutivos en función del orden del método

# Capítulo 9

## Estudio de energías para múltiples entradas sísmicas

### 9.1. Introducción

En este capítulo se deducen ecuaciones de energía para un sistema de múltiples entradas sísmicas a partir de las ecuaciones de movimiento, un estudio similar para el caso de una entrada sísmica lo hace Chia-Ming Uang [14]. Posteriormente se asocia cada uno de los términos de las ecuaciones deducidas, a energía interna, energía cinética y trabajo disipado por amortiguamiento tanto de la componente dinámica como de la componente pseudoestática.

Dado lo anterior es que también se determina para la estructura en estudio la contribución de los modos pseudo-estáticos en términos de energía dados dos registros de múltiples entradas sísmicas. El primero de ellos considera un sismo para ambas bases y una excitación armónica en una de las bases. El segundo registro considera solo la excitación armónica en una de las bases.

Para el estudio de energías se utilizará el modelo determinado en el capítulo 7, para ello se usarán los registros sísmicos de las bases y se determina la respuesta de la estructura numéricamente.

Adicionalmente se simula un ensayo experimental de sismo con una excitación armónica, como el primero de los ensayos nombrados anteriormente, pero con un desplazamiento mayor.

Finalmente se hace un estudio de energía para un modelo teórico considerando tres casos. El primero considera dos registros de ruido blanco, uno en cada apoyo. El segundo, dos registros de ruido blanco con un desplazamiento residual en el apoyo de la estructura 2. Un tercer caso, dos registros de ruido blanco considerando una estructura más rígida.



## 9.2. Deducción de ecuaciones de energía

Primero considerando la ecuación para movimiento relativo, ecuación 2.9, si se premultiplica por el vector de velocidad relativa  $\dot{u}$  y luego se integra temporalmente.

$$\int_0^t \dot{u}^T m_{ss} \ddot{u} dt + \int_0^t \dot{u}^T c_{ss} \dot{u} dt + \int_0^t \dot{u}^T k_{ss} u dt = \int_0^t \dot{u}^T m_{ss} k_{ss}^{-1} k_{sb} \ddot{v}_g dt \quad (9.1)$$

Mediante el cambio de variable  $\dot{u} dt = du$  y  $\dot{u} dt = du$  se reescribe la ecuación sustituyendo estos cambios de variable y considerando condiciones iniciales nulas.

$$\int_0^{\dot{u}} \dot{u}^T m_{ss} \dot{u} d\dot{u} + \int_0^t \dot{u}^T c_{ss} \dot{u} dt + \int_0^u k_{ss} u du = \int_0^t \dot{u}^T m_{ss} k_{ss}^{-1} k_{sb} \ddot{v}_g dt \quad (9.2)$$

Luego integrando el primer y tercer término

$$\frac{1}{2} \dot{u}^T m_{ss} \dot{u} + \int_0^t \dot{u}^T c_{ss} \dot{u} dt + \frac{1}{2} u^T k_{ss} u = \int_0^t \dot{u}^T m_{ss} k_{ss}^{-1} k_{sb} \ddot{v}_g dt \quad (9.3)$$

El primer término de esta ecuación se relaciona con la energía cinética relativa asociada a la estructura, dado que se utiliza la velocidad relativa para su cálculo, esto es

$$E_k = \frac{1}{2} \dot{u}^T m_{ss} \dot{u} \quad (9.4)$$

El segundo término de la ecuación 9.3 corresponde al trabajo relativo realizado por las fuerzas disipativas, siendo calculado a partir de la velocidad relativa,

$$W_{dis}^{(rel)} = \int_0^t \dot{u}^T c_{ss} \dot{u} dt \quad (9.5)$$

El tercer término es la energía elástica interna relativa de la estructura, calculada en términos de desplazamientos relativos,

$$U_{int} = \frac{1}{2} u^T k_{ss} u \quad (9.6)$$

Mientras que el cuarto término corresponde al trabajo relativo realizado por la fuerza sísmica, calculado a partir de la velocidad relativa, se obtiene entonces

$$W_{ext} = \int_0^t \dot{u}^T m_{ss} k_{ss}^{-1} k_{sb} \ddot{v}_g dt \quad (9.7)$$

A partir de las definiciones anteriores es que se puede escribir la ecuación de energía 9.3 como sigue:

$$E_k + W_{dis}^{(rel)} + U_{int} = W_{ext} \quad (9.8)$$

Una segunda deducción de ecuaciones de energía se puede hacer a partir de la segunda componente de la ecuación 2.2, de la cual se obtiene

$$m_{bb}\ddot{v}_g + c_{bs}\dot{u}_t + c_{bb}\dot{v}_g + k_{bs}u_t + k_{bb}v_g = P_g \quad (9.9)$$

Reemplazando  $u_t = u + [R]v_g$  y reordenando los términos

$$P_g = m_{bb}\ddot{v}_g + c_{bs}\dot{u} + (c_{bb} + c_{bs}[R])\dot{v}_g + (k_{bb} + k_{bs}[R])v_g + k_{bs}u \quad (9.10)$$

Donde  $P_g$  es la fuerza generada sobre la fundación para producir los movimientos sísmicos de la estructura, lo cuál puede ser utilizado para representar entradas sísmicas en un programa computacional. Al observar la ecuación 9.10 y al considerar un valor de  $k_{bb}$  muy grande, tal que

$$k_{bb}v_g \gg m_{bb}\ddot{v}_g + c_{bs}\dot{u} + (c_{bb} + c_{bs}[R])\dot{v}_g + k_{bs}[R]v_g + k_{bs}u \quad (9.11)$$

Entonces, se puede aproximar

$$P_g \approx k_{bb}v_g \quad (9.12)$$

Luego, si se quiere representar en un programa computacional, como por ejemplo SAP2000, un problema de múltiples entradas sísmicas, entonces una manera de hacerlo es incluir un resorte de una rigidez grande en la base de la estructura y aplicar una fuerza  $P_g$  como se define en la ecuación 9.12. al hacer esto se incorporan modos al modelo de una altísima frecuencia, que corresponden a los modos pseudo-estáticos.

Continuando con la deducción, definiendo  $\tilde{K}$  y  $\tilde{C}$

$$[\tilde{K}] = k_{bb} + k_{bs}[R] \quad (9.13)$$

$$[\tilde{C}] = c_{bb} + c_{bs}[R] \quad (9.14)$$

Se puede reescribir la ecuación 9.10 como sigue:

$$P_g = m_{bb}\ddot{v}_g + c_{bs}\dot{u} + \tilde{C}\dot{v}_g + \tilde{K}v_g + k_{bs}u \quad (9.15)$$

En el caso de solo una entrada sísmica entonces  $\tilde{K}v_g = 0$  y si se considera una matriz de amortiguamiento proporcional a la matriz de rigidez entonces  $\tilde{C}\dot{v}_g = 0$ , la ecuación 9.15 queda reducida a:

$$P_g = m_{bb}\ddot{v}_g + c_{bs}\dot{u} + k_{bs}u \quad (9.16)$$

Adicionalmente si se considera la segunda componente de la ecuación de movimiento que elimina los efectos dinámicos, segunda componente de la ecuación 2.5, se obtiene

$$k_{bs}u_{qs} + k_{bb}v_g = -k_{bs}k_{ss}k_{sb} + k_{bb}v_g = (k_{bs}R + k_{bb})v_g = \tilde{K}v_g = P_g^{qs} \quad (9.17)$$

Al considerar la ecuación 9.15, premultipliándola por el vector de velocidad de las entradas sísmicas para luego integrar con respecto al tiempo.

$$\int_0^t \dot{v}_g^T P_g dt = \int_0^t \dot{v}_g^T m_{bb} \ddot{v}_g dt + \int_0^t \dot{v}_g^T \tilde{C} \dot{v}_g dt + \int_0^t \dot{v}_g^T \tilde{K} v_g dt + \int_0^t \dot{v}_g^T c_{bs} \dot{u} dt + \int_0^t \dot{v}_g^T k_{bs} u dt \quad (9.18)$$

Integrando con la misma técnica utilizada para integrar la ecuación 9.1, mediante cambios de variable y considerando condiciones iniciales nulas.

$$\int_0^t \dot{v}_g^T P_g dt = \frac{1}{2} \dot{v}_g^T m_{bb} \dot{v}_g dt + \int_0^t \dot{v}_g^T \tilde{C} \dot{v}_g dt + \frac{1}{2} \dot{v}_g^T \tilde{K} v_g + \int_0^t \dot{v}_g^T c_{bs} \dot{u} dt + \int_0^t \dot{v}_g^T k_{bs} u dt \quad (9.19)$$

Una tercera deducción de ecuaciones de energía se puede ser mediante la integración de la ecuación de movimiento general para múltiples entradas sísmicas, ecuación 2.2, premultipliando por el vector de velocidades  $\{\dot{u}_t^T, \dot{v}_g^t\}$  e integrado con respecto al tiempo.

$$\begin{aligned} & \int_0^t \{\dot{u}_t^T, \dot{v}_g^t\} \begin{pmatrix} m_{ss} & 0 \\ 0 & m_{bb} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_t \\ \ddot{v}_g \end{Bmatrix} dt + \int_0^t \{\dot{u}_t^T, \dot{v}_g^t\} \begin{pmatrix} c_{ss} & c_{sb} \\ c_{bs} & c_{bb} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_t \\ \dot{v}_g \end{Bmatrix} dt \\ & + \int_0^t \{\dot{u}_t^T, \dot{v}_g^t\} \begin{pmatrix} k_{ss} & k_{sb} \\ k_{bs} & k_{bb} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u_t \\ v_g \end{Bmatrix} dt = \int_0^t \{\dot{u}_t^T, \dot{v}_g^t\} \begin{Bmatrix} 0 \\ P_g \end{Bmatrix} dt \end{aligned} \quad (9.20)$$

Se pueden integrar los términos mediante un cambio de variable como el visto anteriormente y considerando condiciones iniciales nulas. El primer término se asocia a la energía cinética absoluta del sistema, quedando definida como:

$$\tilde{E}_k = \int_0^t \{\dot{u}_t^T, \dot{u}_g^T\} dt \begin{bmatrix} m_{ss} & 0 \\ 0 & m_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_t \\ \ddot{v}_g \end{Bmatrix} \quad (9.21)$$

$$\tilde{E}_k = \frac{1}{2} \dot{u}_t^T m_{ss} \dot{u}_t + \frac{1}{2} \dot{v}_g^T m_{bb} \dot{v}_g \quad (9.22)$$

El tercer término asociado a las deformaciones elásticas del sistema corresponde a la energía interna producto de estas deformaciones y se desarrolla de la siguiente manera:

$$\tilde{U}_{int} = \frac{1}{2} \{u_t^T, v_g^T\} \begin{bmatrix} k_{ss} & k_{sb} \\ k_{bs} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_t \\ v_g \end{Bmatrix} \quad (9.23)$$

Reemplazando  $u_t = u + u_{qs}$  se obtiene

$$\tilde{U}_{int} = \frac{1}{2} (\{u^T, 0^T\} + \{u_{qs}^T, v_g^T\}) \begin{bmatrix} k_{ss} & k_{sb} \\ k_{bs} & k_{bb} \end{bmatrix} \left( \begin{Bmatrix} u \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} u_{qs} \\ v_g \end{Bmatrix} \right) \quad (9.24)$$

Donde 0 se considera un vector de las mismas dimensiones de  $v_g$

$$\tilde{U}_{int} = \frac{1}{2} \{u^T, 0^T\} \begin{bmatrix} k_{ss} & k_{sb} \\ k_{bs} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ 0 \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \{u_{qs}^T, v_g^T\} \begin{bmatrix} k_{ss} & k_{sb} \\ k_{bs} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{qs} \\ v_g \end{Bmatrix} + \{u^T, 0^T\} \begin{bmatrix} k_{ss} & k_{sb} \\ k_{bs} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{qs} \\ v_g \end{Bmatrix} \quad (9.25)$$

Desarrollando el primer término de la ecuación 9.25

$$\tilde{U}_{int}^{(1)} = \frac{1}{2} \{u^T, 0^T\} \begin{bmatrix} k_{ss} & k_{sb} \\ k_{bs} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ 0 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} u^T k_{ss} u \quad (9.26)$$

Se desarrolla el segundo término de la ecuación 9.25 reemplazando por la ecuación 2.6,  $u_{qs} = -k_{ss}^{-1} k_{sb} v_g$

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{int}^{(2)} &= \frac{1}{2} \{u_{qs}^T, v_g^T\} \begin{bmatrix} k_{ss} & k_{sb} \\ k_{bs} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{qs} \\ v_g \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \{u_{qs}^T, v_g^T\} \begin{bmatrix} k_{ss} & k_{sb} \\ k_{bs} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -k_{ss}^{-1} k_{sb} v_g \\ v_g \end{Bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \{u_{qs}^T, v_g^T\} \begin{Bmatrix} -k_{ss} k_{ss}^{-1} k_{sb} v_g + k_{sb} v_g \\ -k_{bs} k_{ss}^{-1} k_{sb} v_g + k_{bb} v_g \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \{u_{qs}^T, v_g^T\} \begin{Bmatrix} 0 \\ (-k_{bs} k_{ss}^{-1} k_{sb} + k_{bb}) v_g \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (9.27)$$

Reemplazando por  $\tilde{K}$  como está definida en la ecuación 9.13

$$\tilde{U}_{int}^{(2)} = \frac{1}{2} \{u_{qs}^T, v_g^T\} \begin{Bmatrix} 0 \\ \tilde{K}v_g \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} v_g^T \tilde{K} v_g \quad (9.28)$$

Si se desarrolla ahora el tercer término de la ecuación 9.25 y notando la similitud con el segundo término se puede seguir el mismo procedimiento llegando a lo siguiente:

$$\tilde{U}_{int}^{(3)} = \{u^T, 0^T\} \begin{bmatrix} k_{ss} & k_{sb} \\ k_{bs} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{qs} \\ v_g \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \{u^T, 0^T\} \begin{Bmatrix} 0 \\ \tilde{K}v_g \end{Bmatrix} = 0 \quad (9.29)$$

Finalmente luego de desarrollar los términos de la ecuación 9.25 esta se reduce a

$$\tilde{U}_{int} = \frac{1}{2} u^T k_{ss} u + \frac{1}{2} v_g^T \tilde{K} v_g \quad (9.30)$$

Recordando la definición de energía elástica interna relativa  $U_{int}^{(rel)}$  definida en la ecuación 9.6, se observa que esta coincide con el primer término de la ecuación anterior y definiendo la energía elástica interna seudoestática como:

$$U_{int}^{(qs)} = \frac{1}{2} v_g^T \tilde{K} v_g \quad (9.31)$$

Ahora reemplazando por  $U_{int}^{(rel)}$  y  $U_{int}^{(qs)}$  se puede reescribir la ecuación 9.30, donde se obtiene

$$\tilde{U}_{int} = U_{int}^{(rel)} + U_{int}^{(qs)} \quad (9.32)$$

De manera similar al cálculo de la energía interna se procede a calcular el segundo término de la ecuación 9.20, esta integral se relaciona al trabajo realizado por las fuerzas disipativas del sistema producto del amortiguamiento.

$$\tilde{W}_{dis} = \int_0^t \{ \dot{u}_t^T, \dot{v}_g^T \} \begin{bmatrix} c_{ss} & c_{sb} \\ c_{bs} & c_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_t \\ \dot{v}_g \end{Bmatrix} dt \quad (9.33)$$

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{dis} &= \int_0^t \{ \dot{u}^T, 0^T \} \begin{bmatrix} c_{ss} & c_{sb} \\ c_{bs} & c_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ 0 \end{Bmatrix} dt + \int_0^t \{ \dot{u}_{qs}^T, \dot{v}_g^T \} \begin{bmatrix} c_{ss} & c_{sb} \\ c_{bs} & c_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_{qs} \\ \dot{v}_g \end{Bmatrix} dt \\ &+ \int_0^t \{ \dot{u}^T, 0^T \} \begin{bmatrix} c_{ss} & c_{sb} \\ c_{bs} & c_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_{qs} \\ \dot{v}_g \end{Bmatrix} dt + \int_0^t \{ \dot{u}_{qs}^T, \dot{v}_g^T \} \begin{bmatrix} c_{ss} & c_{sb} \\ c_{bs} & c_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ 0 \end{Bmatrix} dt \end{aligned} \quad (9.34)$$

Al desarrollar la expresión anterior se obtiene

$$\tilde{W}_{\text{dis}} = \int_0^t \dot{u}^T c_{ss} \dot{u} dt + \int_0^t \dot{v}_g^T \tilde{C} \dot{v}_g dt + \int_0^t (R\dot{v}_g)^T c_{ss} \dot{u} dt + \int_0^t \dot{v}_g^T c_{bs} \dot{u} dt \quad (9.35)$$

El primer término es el trabajo relativo realizado por las fuerzas disipativas  $W_{\text{dis}}^{(rel)}$ , el segundo término se define como trabajo realizado por las fuerzas disipativas pseudoestáticas  $W_{\text{dis}}^{(qs)}$ , mientras que la suma del tercer y cuarto término se asocia al trabajo realizado por las fuerzas disipativas relativas-pseudoestáticas  $W_{\text{dis}}^{(qs-rel)}$

$$W_{\text{dis}} = W_{\text{dis}}^{(rel)} + W_{\text{dis}}^{(qs)} + W_{\text{dis}}^{(qs-rel)} \quad (9.36)$$

Donde, según la ecuación 9.5,

$$W_{\text{dis}}^{(rel)} = \int_0^t \dot{u}^T c_{ss} \dot{u} dt$$

y

$$W_{\text{dis}}^{(qs)} = \int_0^t \dot{v}_g^T \tilde{C} \dot{v}_g dt \quad (9.37)$$

$$W_{\text{dis}}^{(qs-rel)} = \int_0^t (R\dot{v}_g)^T c_{ss} \dot{u} dt + \int_0^t \dot{v}_g^T c_{bs} \dot{u} dt \quad (9.38)$$

Por otra parte al considerar el caso particular donde la matriz de amortiguamiento proporcional a la matriz de rigidez, esto es  $C = \alpha K$ , se cancelan los dos últimos términos de la ecuación 9.35, siendo el término  $W_{\text{dis}}^{(qs-rel)}$  nulo y se puede expresar el trabajo disipativo de forma reducida, como

$$W_{\text{dis}} = \int_0^t \dot{u}^T c_{ss} \dot{u} dt + \int_0^t \dot{v}_g^T \tilde{C} \dot{v}_g dt \quad (9.39)$$

Volviendo al caso general se puede establecer una ecuación general de energía

$$E_k^{(abs)} + E_k^{(base)} + U_{\text{int}}^{(rel)} + U_{\text{int}}^{(qs)} = W_{\text{ext}} - W_{\text{dis}}^{(rel)} + W_{\text{dis}}^{(qs)} + W_{\text{dis}}^{(qs-rel)} \quad (9.40)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \dot{u}_t^T m_{ss} \dot{u}_t + \frac{1}{2} \dot{v}_g^T m_{bb} \dot{v}_g + \frac{1}{2} u^T K_{ss} u + \frac{1}{2} v_g^T \tilde{K} v_g = \\ & \int_0^t \dot{v}_g^T P_g dt - \int_0^t \dot{u}^T c_{ss} u dt - \int_0^t \dot{v}_g^T \tilde{C} u_g dt - \int_0^t (R\dot{v}_g)^T c_{ss} \dot{u} dt - \int_0^t \dot{v}_g^T c_{bs} \dot{u} dt \end{aligned} \quad (9.41)$$

Una tercera y última ecuación de energía se obtiene considerando la ecuación 2.3, reemplazando  $u_t$  y  $\dot{u}_t$  por  $u + u_{qs}$  y  $\dot{u} + \dot{u}_{qs}$

$$m_{ss}\ddot{u}_t + c_{ss}\dot{u} + k_{ss}u = 0 \quad (9.42)$$

Premultiplicando por  $\dot{u}_t$  e integrando con respecto al tiempo

$$\int_0^t \dot{u}_t^T m_{ss} \ddot{u}_t dt + \int_0^t \dot{u}_t^T c_{ss} \dot{u} dt + \int_0^t \dot{u}_t^T k_{ss} u dt = 0 \quad (9.43)$$

Tomando el segundo y tercer término y separando la componente pseudoestática, esto es, reemplazar  $\dot{u}_t = \dot{u} + \dot{u}_{qs} = \dot{u} + [R] \dot{u}_g$

$$\int_0^t \dot{u}_t^T m_{ss} \ddot{u}_t dt + \int_0^t \dot{u}^T c_{ss} \dot{u} dt + \int_0^t \dot{u}_g^T [R] c_{ss} \dot{u} dt + \int_0^t \dot{u}^T k_{ss} u dt + \int_0^t \dot{u}_g^T [R] k_{ss} u dt = 0 \quad (9.44)$$

Finalmente al considerar esta última ecuación y al restarle la ecuación 9.19 y desarrollar los términos se obtiene nuevamente la ecuación general de energía, ecuación 9.41.

### 9.3. Estudio de energía mediante datos experimentales

Se estudian los términos de energía de los ensayos experimentales mediante el modelo estructural determinado en el capítulo 7.

#### 9.3.1. Caso de registro de sismo y excitación armónica en una de las bases

En este caso se utiliza el registro 5, que corresponde a un sismo en la mesa principal y una excitación armónica de 2.5 [Hz] en la mesa secundaria. En la siguiente figura, figura 9.1, se muestran las entradas sísmicas luego del proceso de filtrado descrito anteriormente, donde  $v_{g1}$  corresponde a la entrada sísmica en la base de la estructura 1 y  $v_{g2}$  corresponde a la entrada sísmica de la base de la estructura 2.

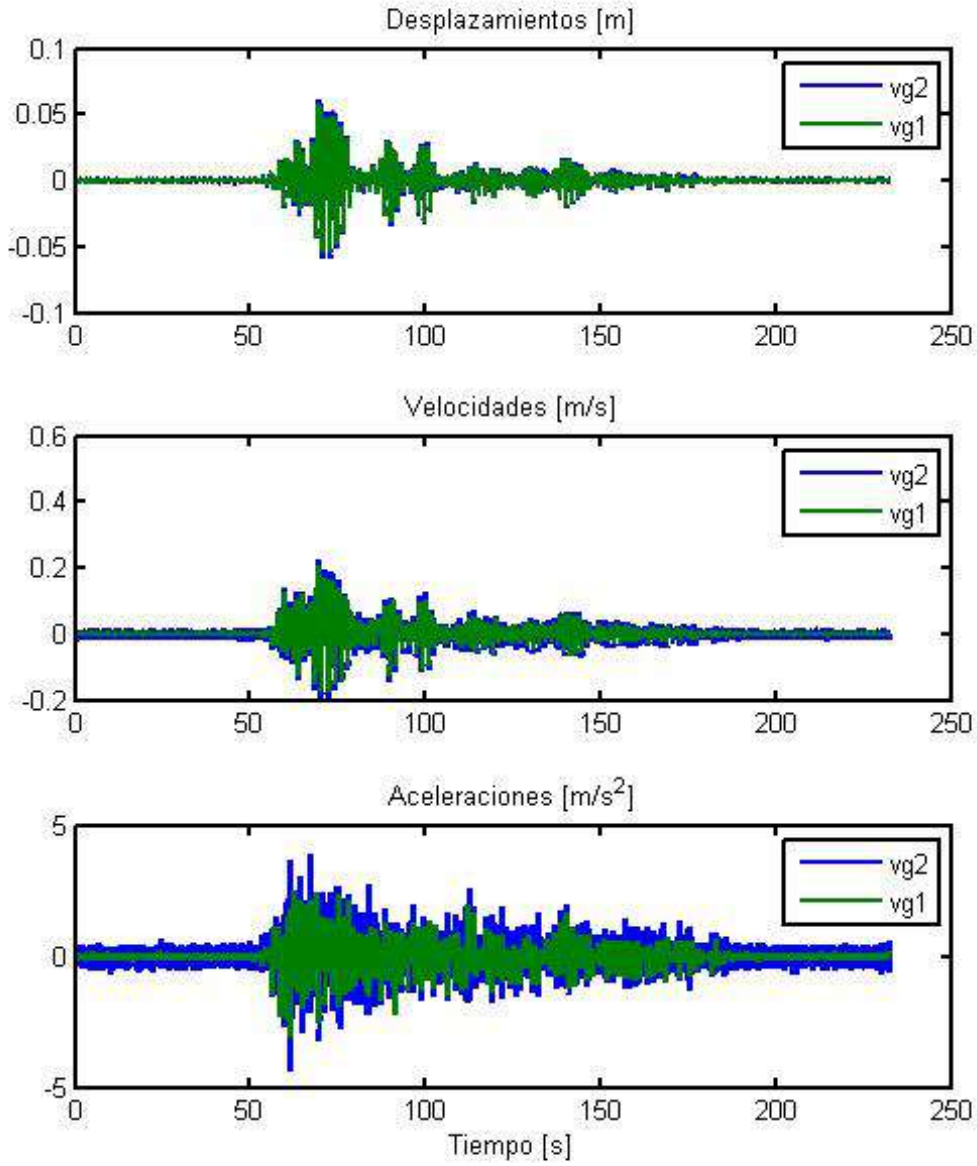


Figura 9.1: Entradas sísmicas del registro 5, caso de sismo y excitación armónica



Una vez obtenidas las entradas sísmicas se calcula numéricamente la respuesta de la estructura, obteniéndose los siguientes resultados para desplazamiento relativo y para velocidad y aceleración total:

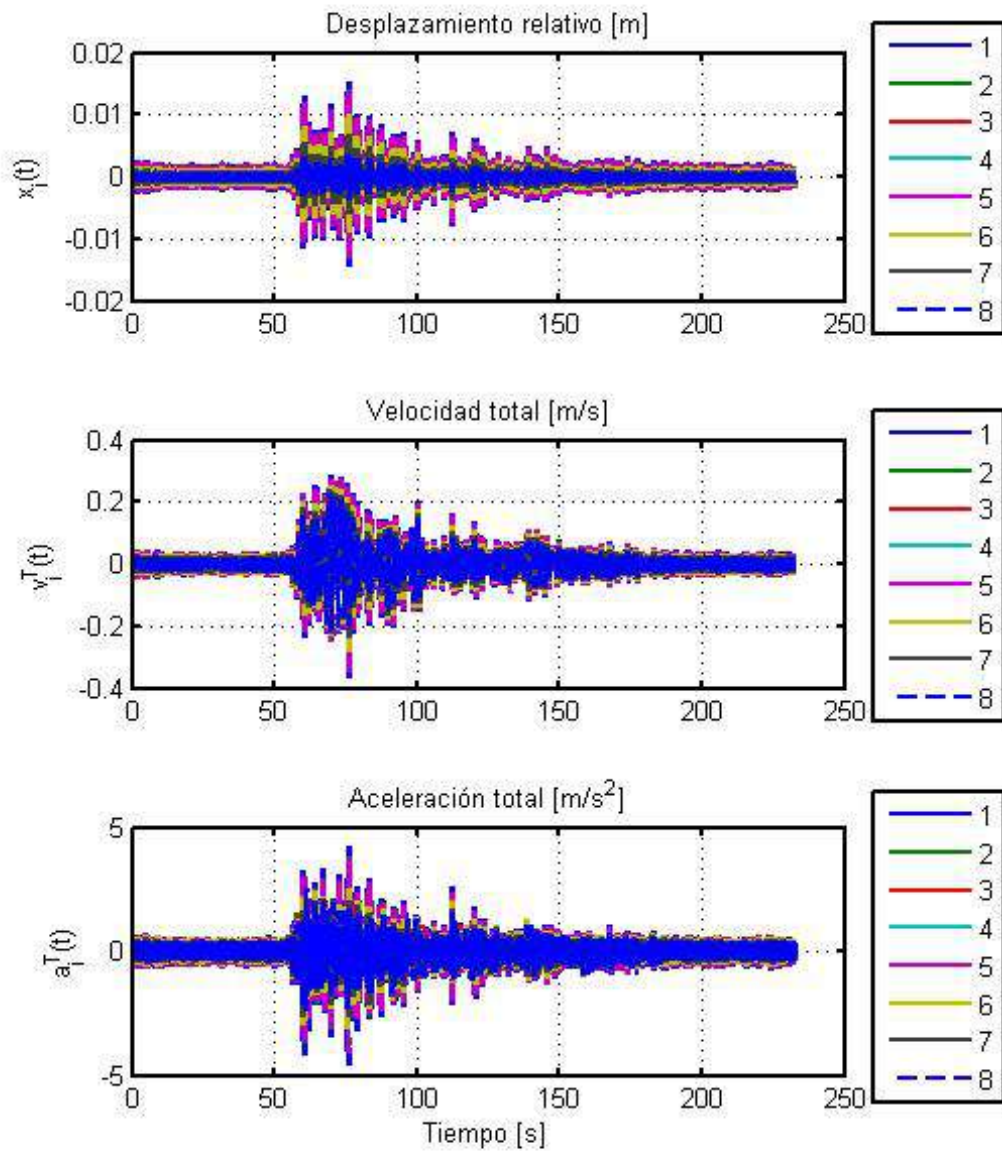


Figura 9.2: Respuesta de los 8 GDL de la estructura 3, caso de sismo y excitación armónica

Con los datos obtenidos se calculan los términos de energía de la ecuación 9.40 en función del tiempo, se muestran estos resultados del cálculo de energías en la figura 9.3

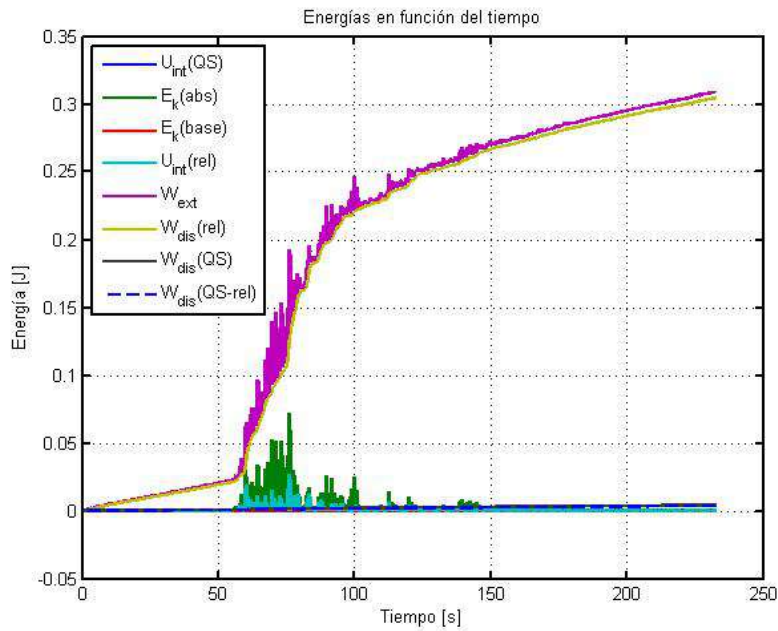


Figura 9.3: Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso de sismo y excitación armónica

Si no se incluye el trabajo externo ni disipado relativo se observa más claramente los términos de energía interna y cinética de la estructura, como lo muestra la figura 9.4.

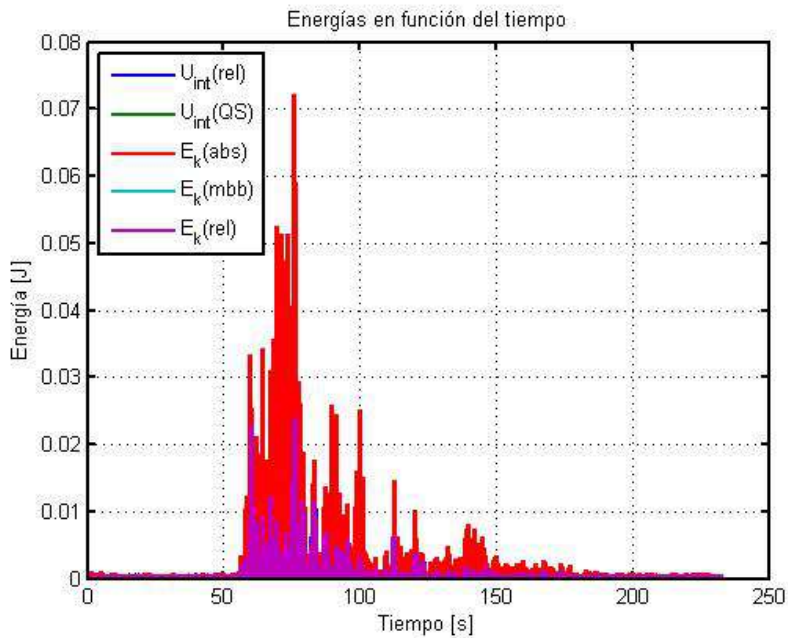


Figura 9.4: Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso de sismo y excitación armónica

Un análisis importante se obtiene de la comparación de la energía interna relativa y la

energía interna asociada a los modos pseudo-estáticos, se muestra esta comparación en la figura 9.5

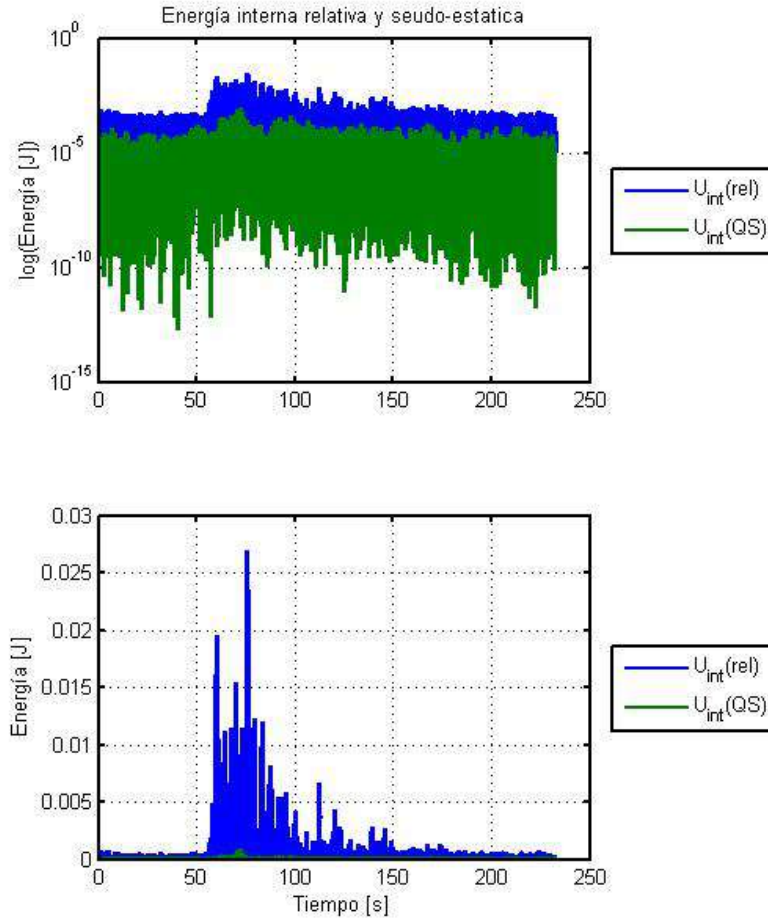


Figura 9.5: Energía interna relativa y energía interna pseudoestática, caso de sismo y excitación armónica

De lo anterior al comparar la máxima energía relativa y pseudoestática se obtiene la siguiente relación:

$$\frac{\max \left( U_{int}^{(qs)} \right)}{\max \left( U_{int}^{(rel)} \right)} = 2.9\% \quad (9.45)$$

### 9.3.2. Caso de solo excitación armónica en una de las bases

En este caso se utiliza el registro 2, que corresponde a la mesa principal fija, sin movimiento, y una excitación armónica con una frecuencia variable entre 0.2 [Hz] y 8.2 [Hz] en la mesa

secundaria. En la siguiente figura, figura 9.6, se muestran las entradas sísmicas, donde  $vg_1$  corresponde a la entrada sísmica en la base de la estructura 1 y  $vg_2$  corresponde a la entrada sísmica de la base de la estructura 2.

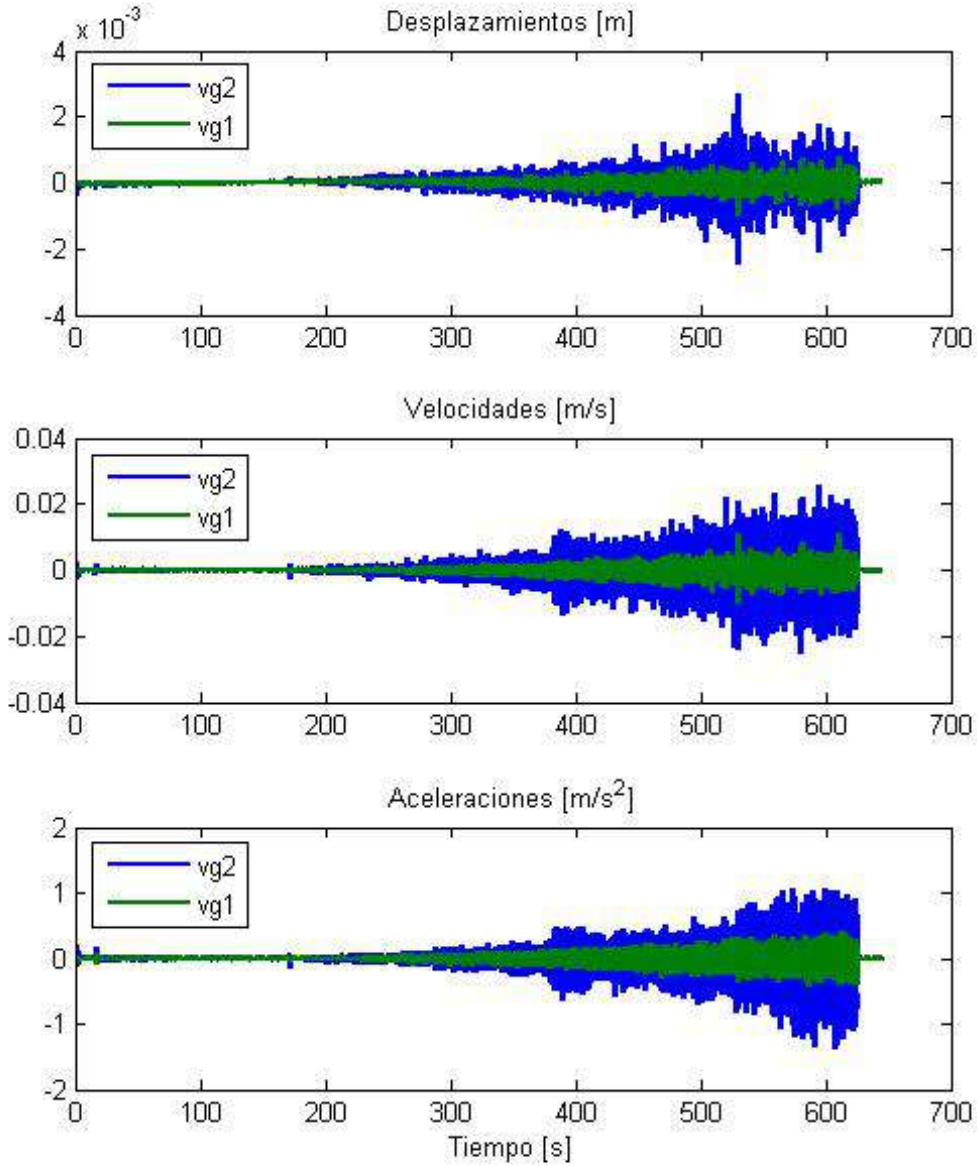


Figura 9.6: Entradas sísmicas del registro 1, caso solo excitación armónica

Una vez obtenidas las entradas sísmicas se calcula numéricamente la respuesta de la estructura, obteniéndose los siguientes resultados para desplazamiento relativo y para velocidad y aceleración total:

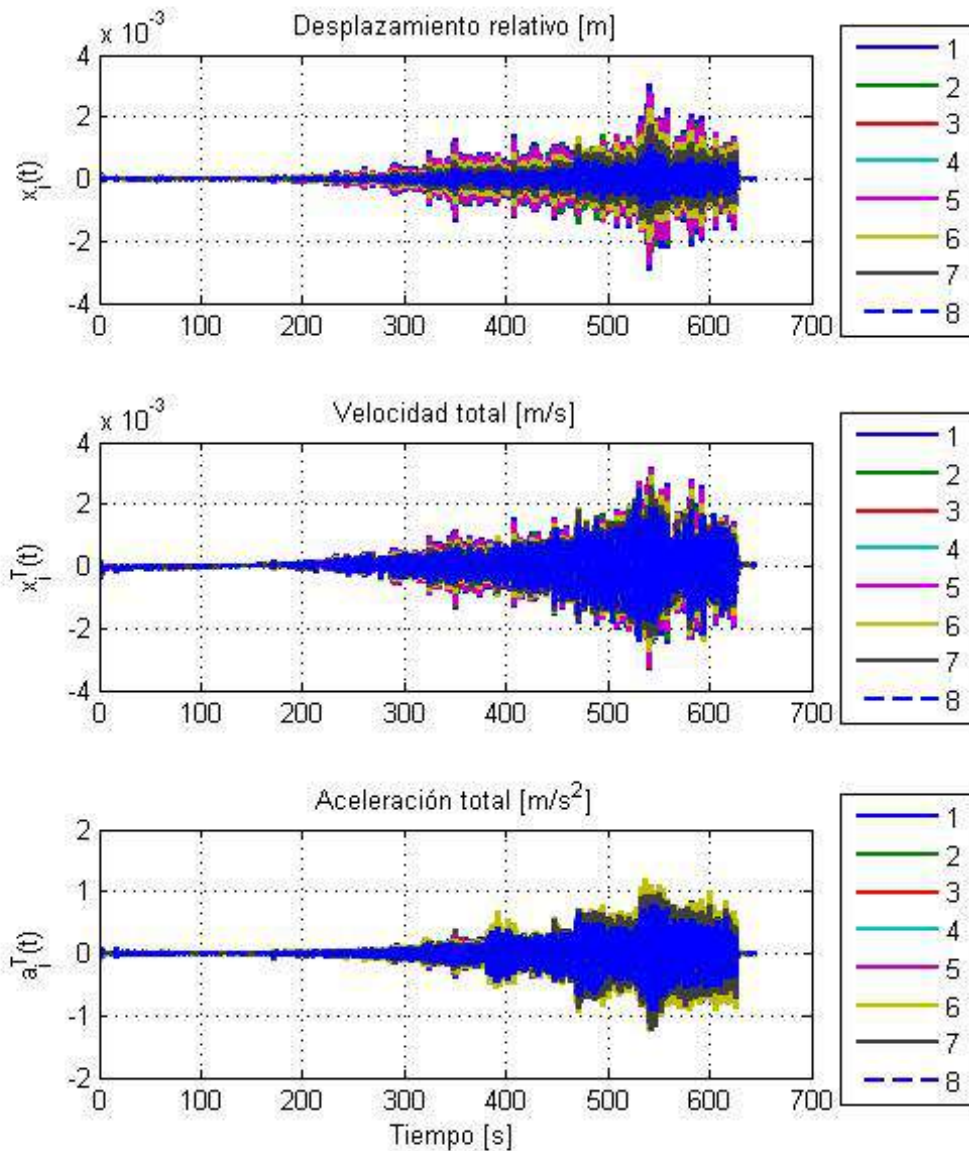


Figura 9.7: Respuesta de los 8 GDL de la estructura 3, caso solo excitación armónica

Con los datos obtenidos se calculan los términos de energía de la ecuación 9.40 en función del tiempo, se muestran estos resultados del cálculo de energías en la figura 9.8

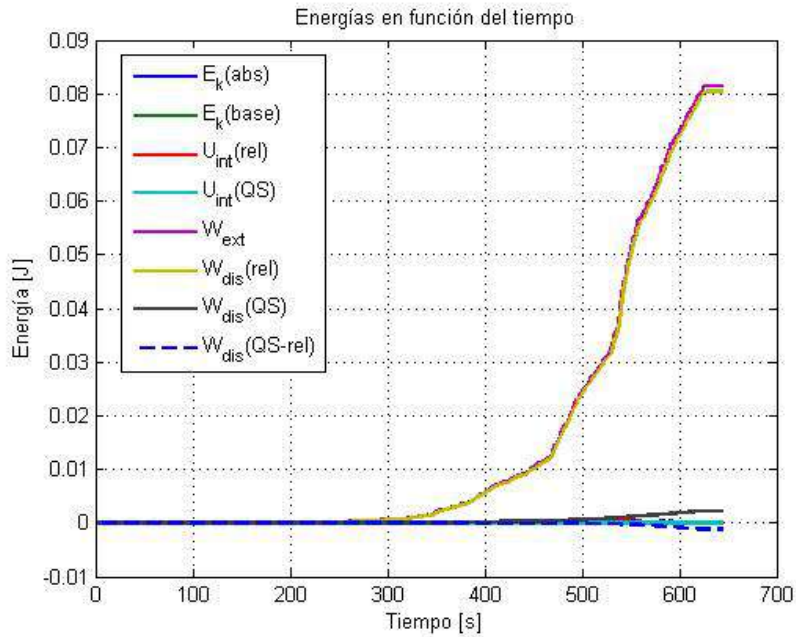


Figura 9.8: Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso solo excitación armónica

Si no se incluye el trabajo externo ni disipado relativo se observa más claramente los términos de energía interna y cinética de la estructura, como lo muestra la figura 9.9.

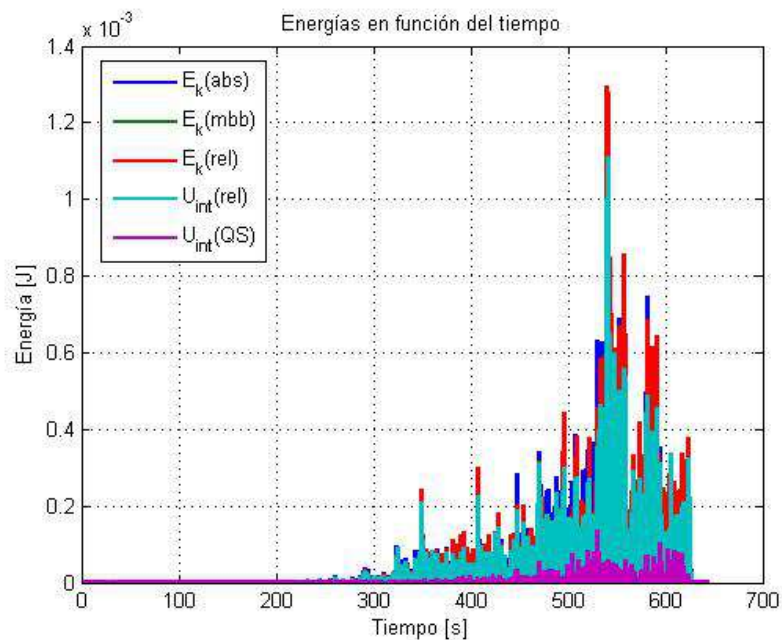


Figura 9.9: Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso solo excitación armónica

Un análisis importante se obtiene de la comparación de la energía interna relativa y la

energía interna asociada a los modos pseudo-estáticos, se muestra esta comparación en la figura 9.10

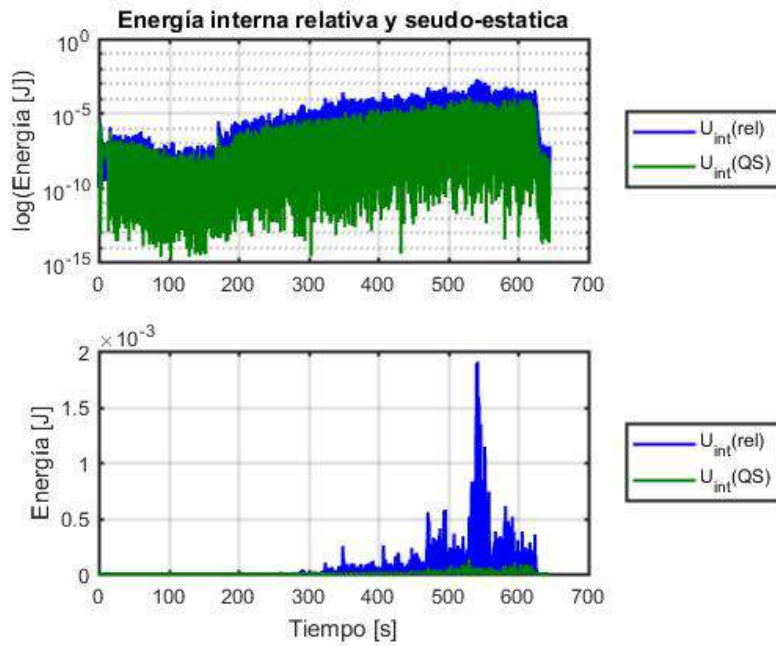


Figura 9.10: Energía interna relativa y energía interna pseudoestática, caso solo excitación armónica

De lo anterior al comparar la máxima energía relativa y pseudoestática se obtiene la siguiente relación:

$$\frac{\max(U_{int}^{(qs)})}{\max(U_{int}^{rel})} = 7.2\%$$

## 9.4. Estudio de energía para simulación de ensayo experimental

En este caso se pretende simular el caso de sismo y excitación armónica para un desplazamiento de la excitación armónica mayor, para esto se considera que una excitación armónica en la mesa secundaria con una frecuencia variable entre 0.5 [Hz] y 1.0 [Hz], con un desplazamiento de 1 centímetro. Se muestran las entradas sísmicas, donde  $vg_1$  corresponde a la entrada sísmica en la base de la estructura 1 y  $vg_2$  corresponde a la entrada sísmica de la base de la estructura 2.

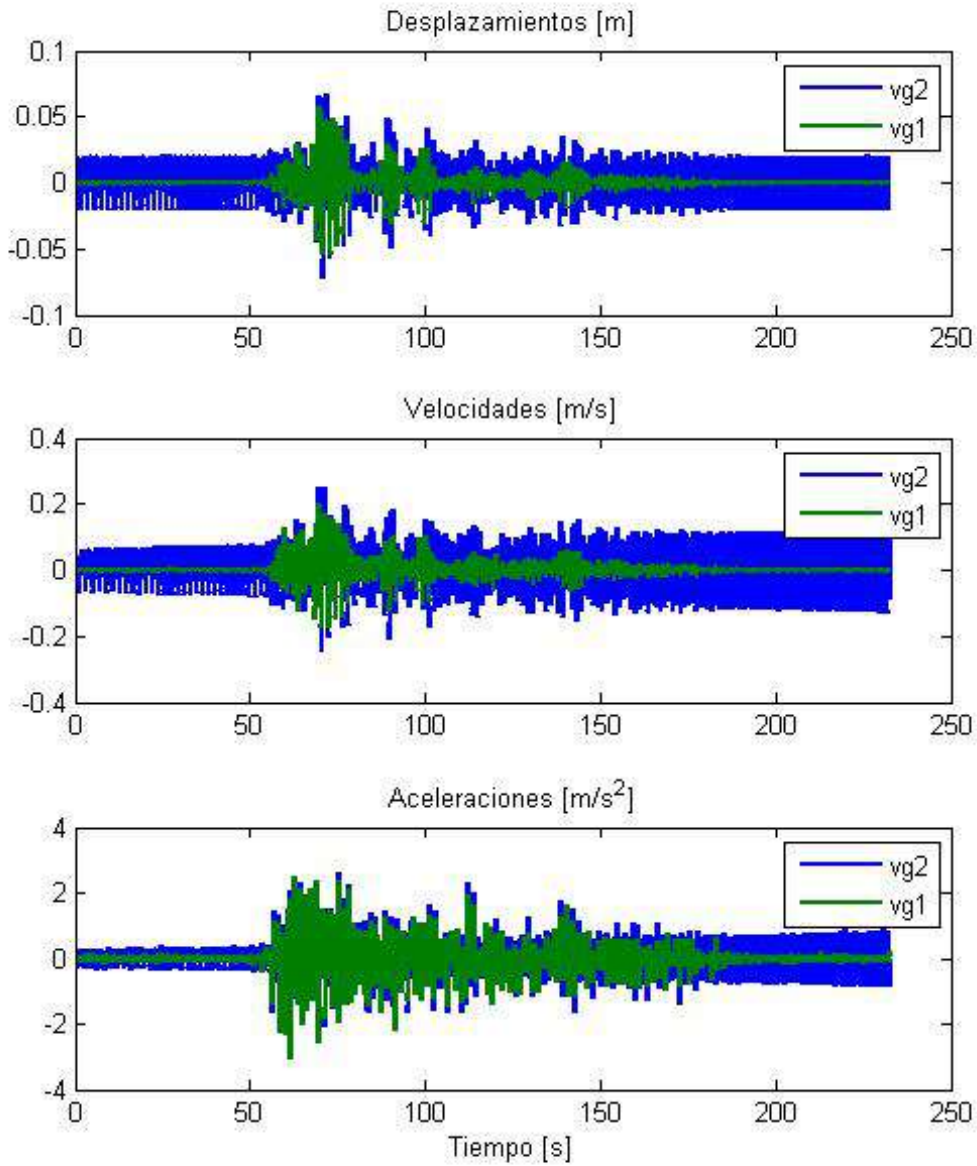


Figura 9.11: Entradas sísmicas de la simulación



Se calcula la respuesta de la estructura, graficando los datos en la figura siguiente:

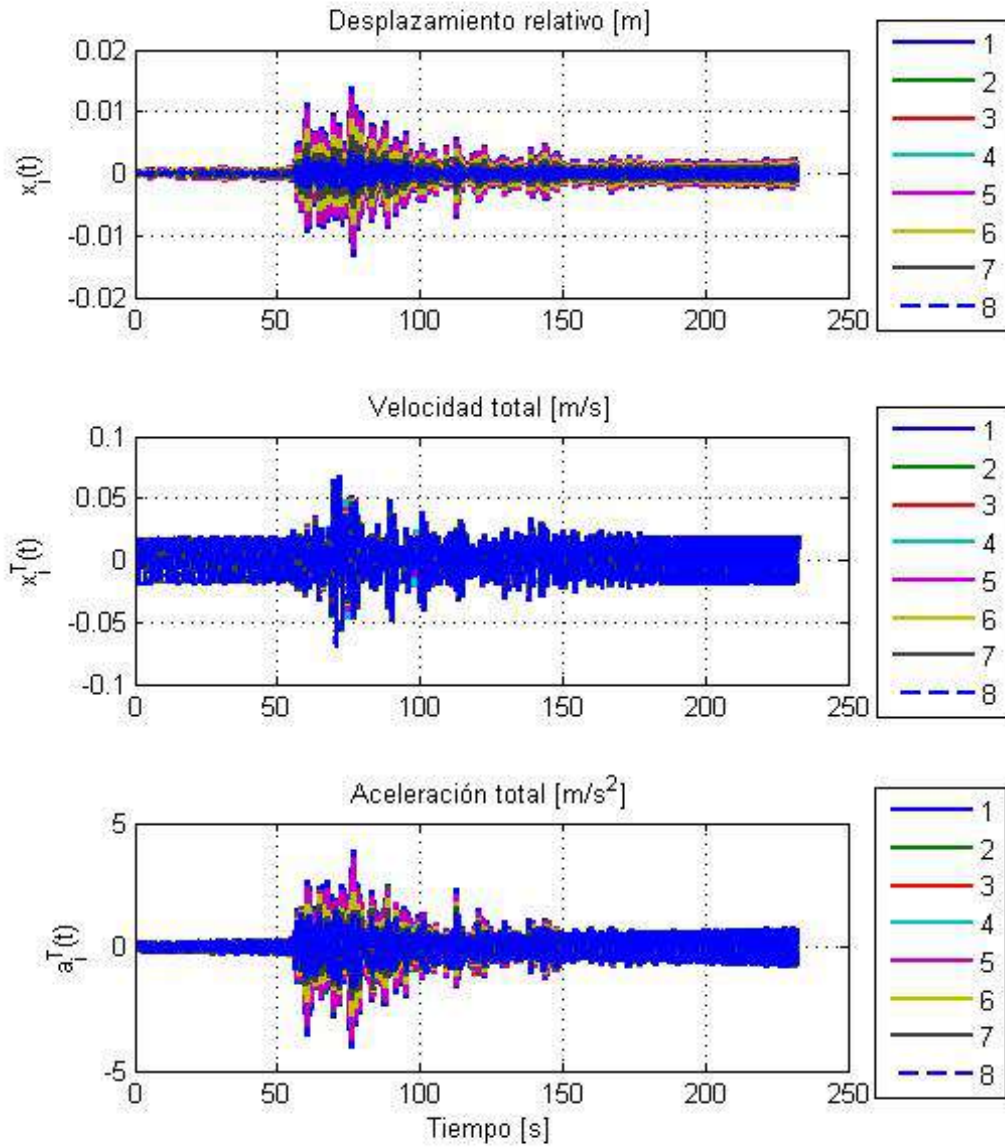


Figura 9.12: Respuesta de los 8 GDL de la estructura 3 de la simulación

Con los datos obtenidos se calculan los términos de energía de la ecuación 9.40 en función del tiempo, se muestran estos resultados del cálculo de energías en la figura 9.13

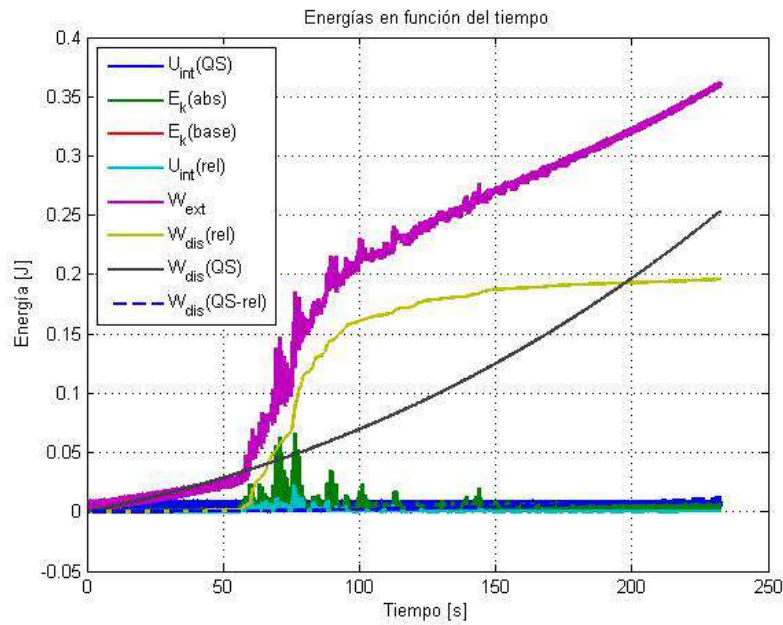


Figura 9.13: Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado de la simulación

Si no se incluye el trabajo externo ni disipado relativo se observa más claramente los términos de energía interna y cinética de la estructura, como lo muestra la figura 9.14.

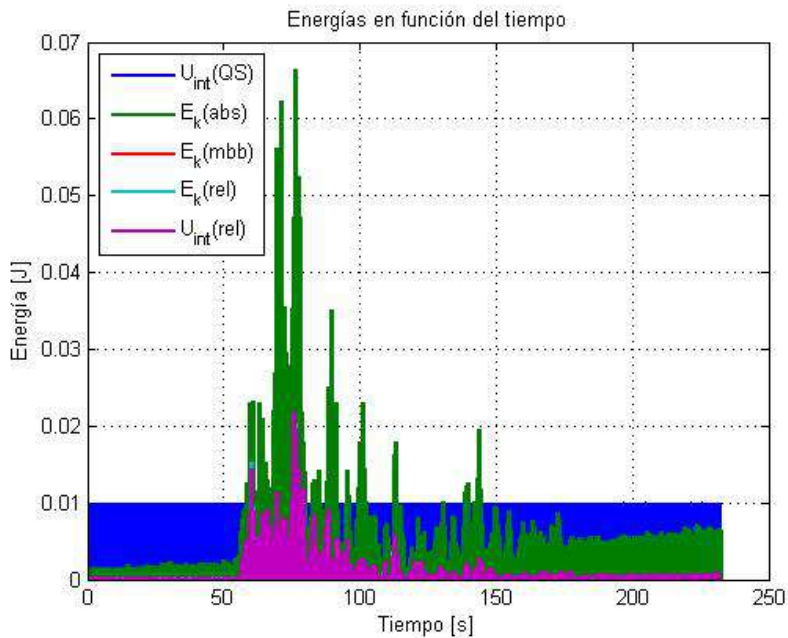


Figura 9.14: Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado de la simulación

Se compara el término de energía interna relativa y la energía interna pseudoestática, se muestra esta comparación en la figura 9.10, luego se calcula la razón entre los máximos de dichos términos de energía.

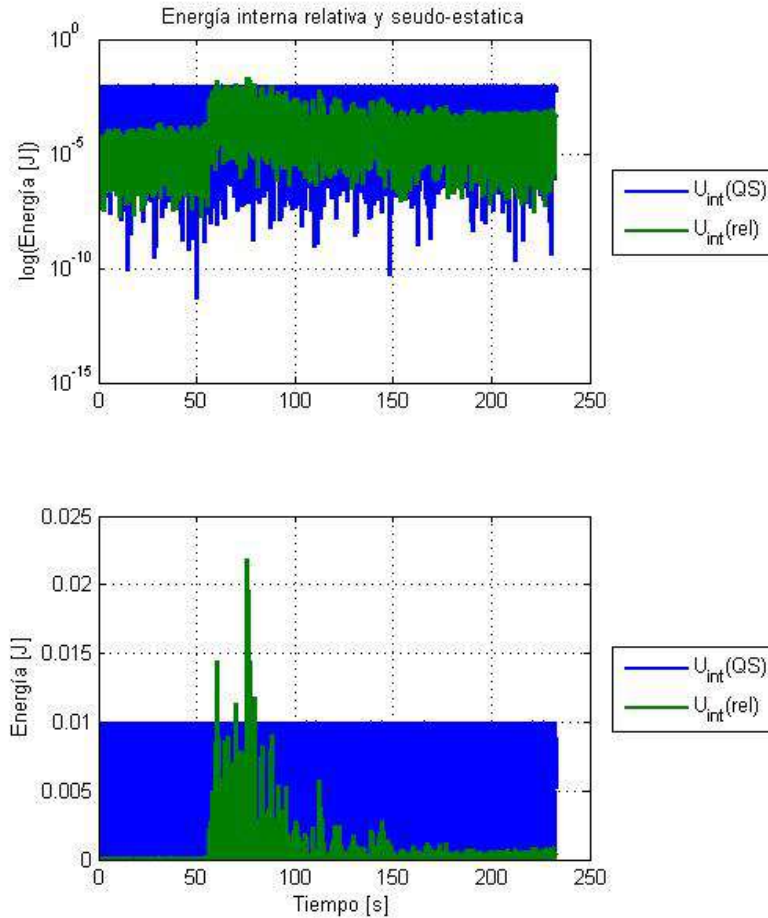


Figura 9.15: Energía interna relativa y energía interna pseudoestática de la simulación

$$\frac{\max(U_{int}^{(qs)})}{\max(U_{int}^{rel})} = 41.8\%$$

## 9.5. Estudio de energía mediante análisis numérico

### 9.5.1. Caso de ruido blanco sin desplazamiento residual

Se genera un ruido blanco en aceleraciones distinto para cada uno de los apoyos de la estructura, de duración 150 segundos, con una aceleración máxima de  $0.1g$ , filtrado con un pasa-banda entre  $0.5$  [Hz] y  $40$  [Hz], y una frecuencia de muestreo de  $1000$  [Hz].

Las entradas sísmicas se grafican en la figura 9.16.

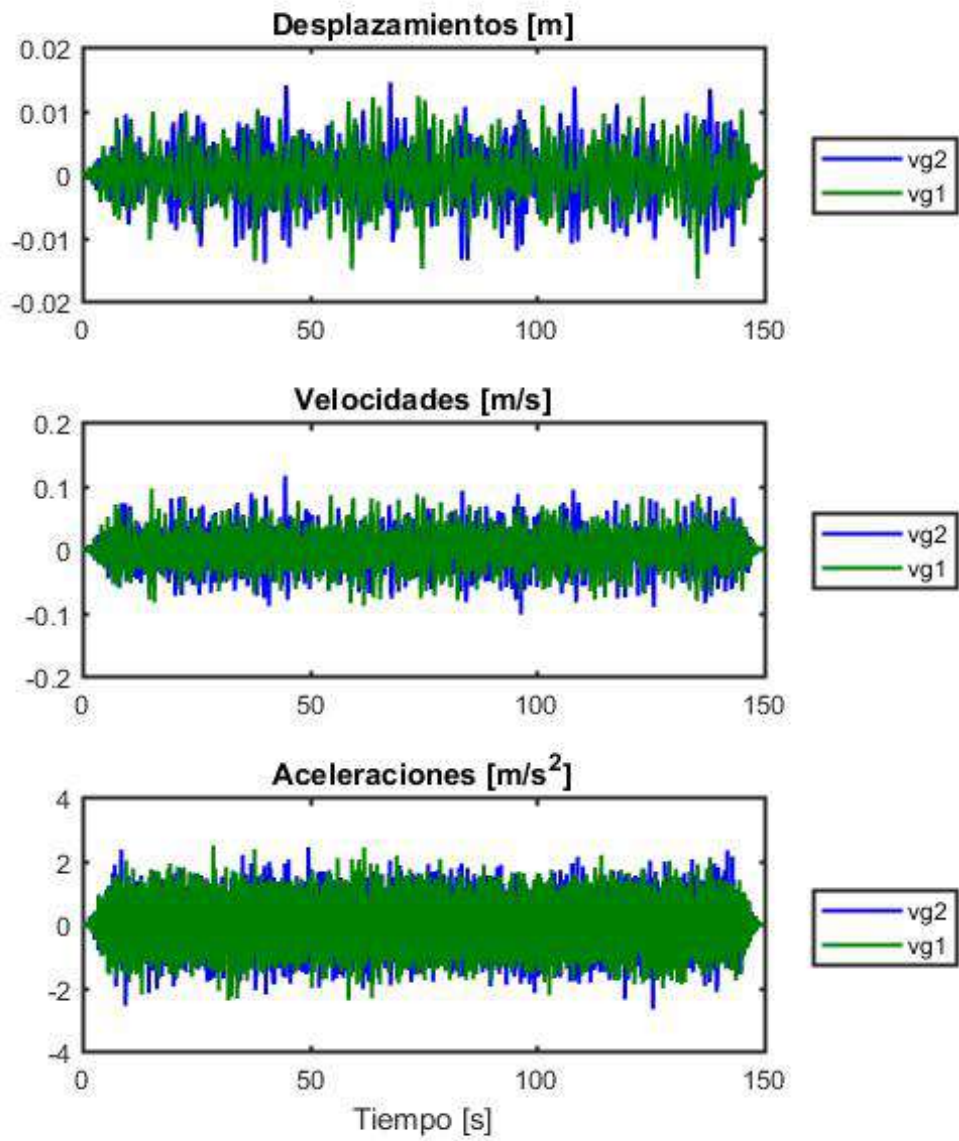


Figura 9.16: Entradas sísmicas, caso ruido blanco

La respuesta de los 8 GDL de la estructura se grafica en la figura 9.17.

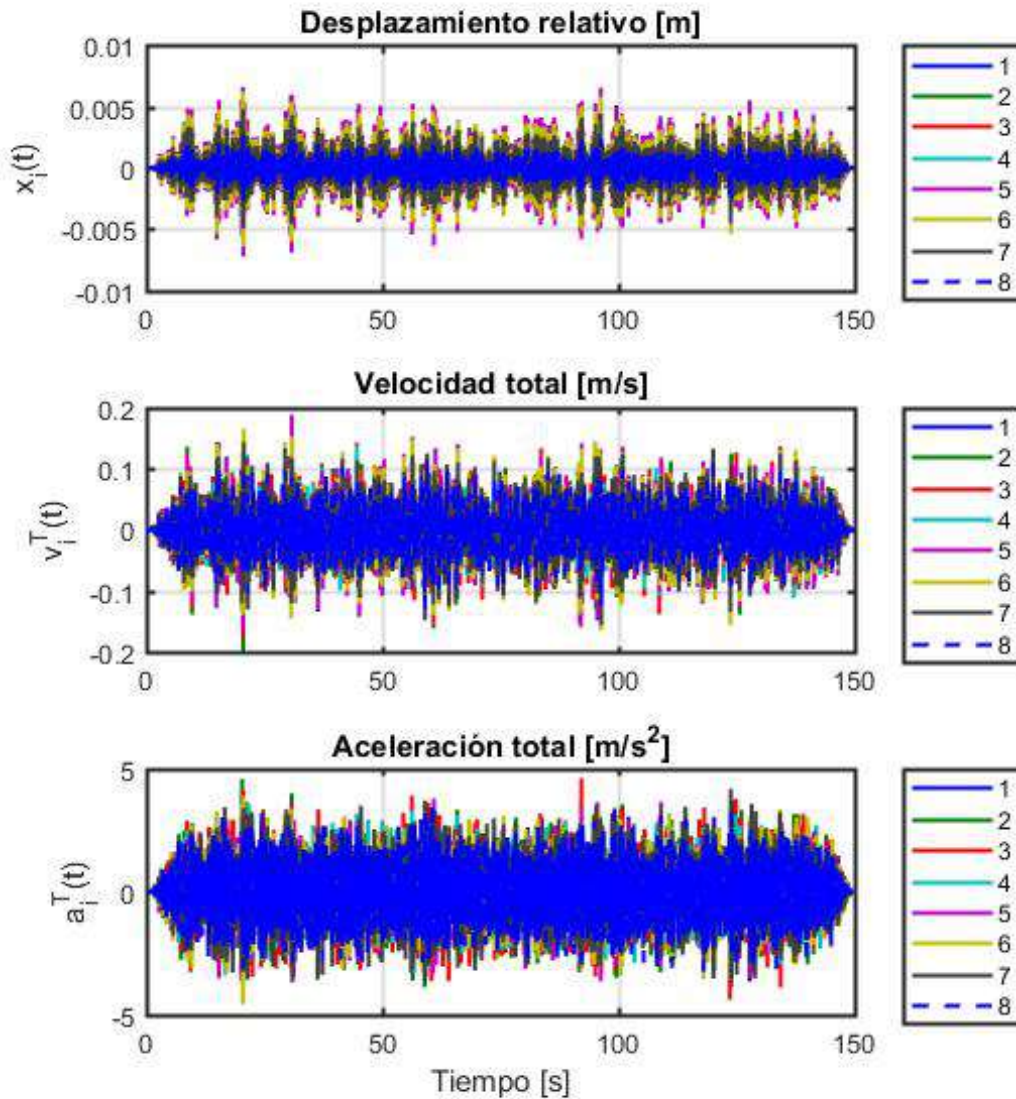


Figura 9.17: Respuesta de los 8 GDL de la estructura 3, caso ruido blanco

Con los datos obtenidos se calculan los términos de energía de la ecuación 9.40 en función del tiempo, se muestran estos resultados del cálculo de energías en la figura 9.18

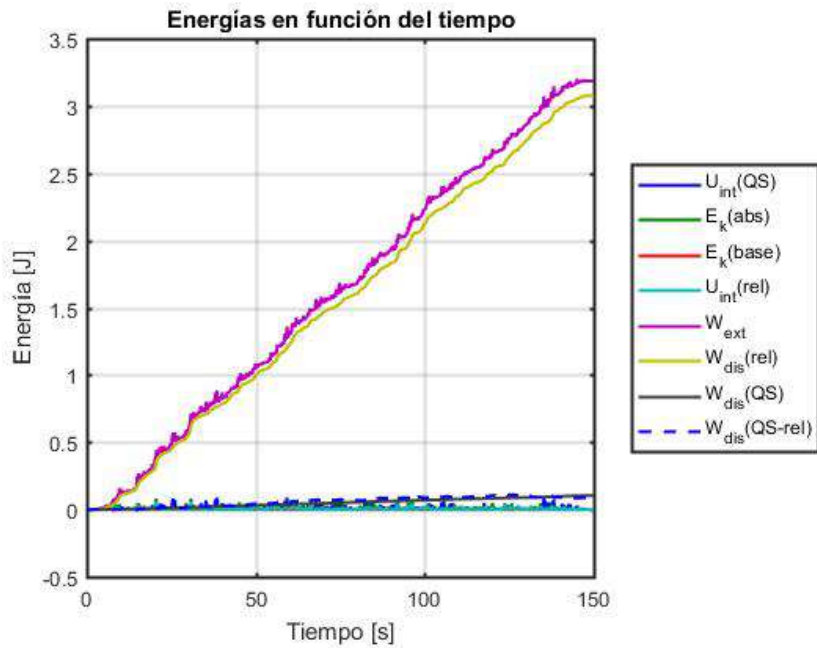


Figura 9.18: Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso ruido blanco

Si no se incluye el trabajo externo ni disipado relativo se observa más claramente los términos de energía interna y cinética de la estructura, como lo muestra la figura 9.9.

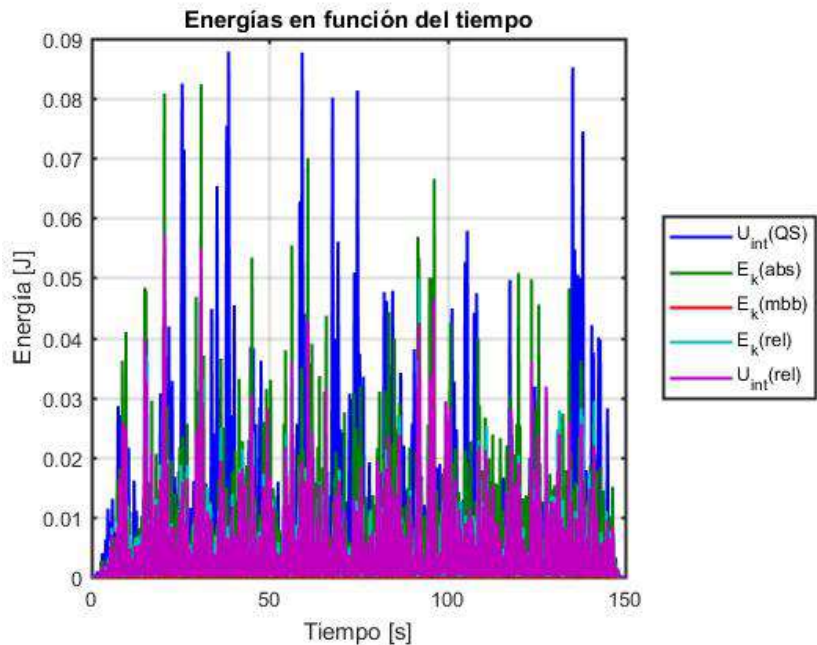


Figura 9.19: Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso ruido blanco

Se comparara solo las energía interna dinámica y la energía interna pseudoestática, graficada en la figura 9.20, para luego calcular la relación entre los máximos.

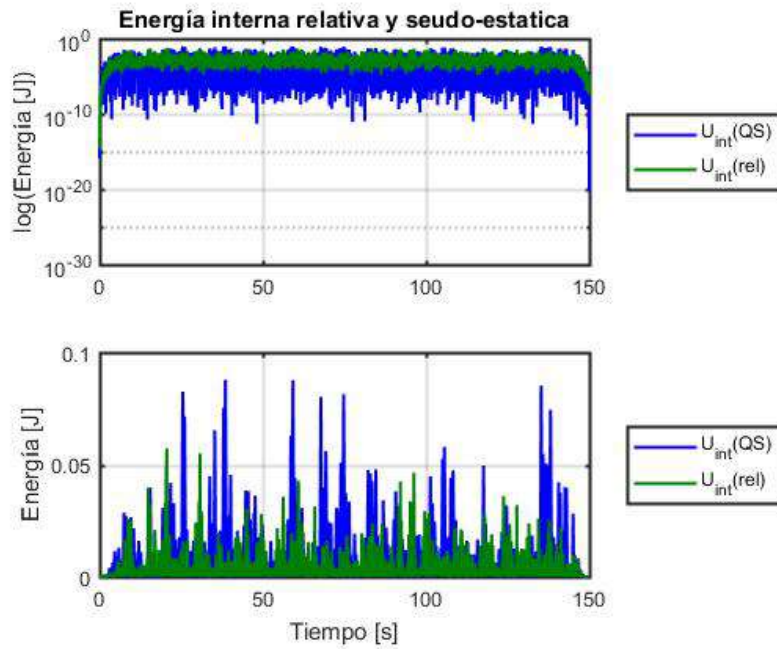


Figura 9.20: Energía interna relativa y energía interna pseudoestática, caso ruido blanco

$$\frac{\max(U_{int}^{(qs)})}{\max(U_{int}^{rel})} = 153.6\%$$

### 9.5.2. Caso de ruido blanco con desplazamiento residual en uno de los apoyos

Se genera un ruido blanco con iguales parámetros que en el caso anterior, sin embargo en el apoyo de la estructura 2 se considera un desplazamiento residual de 1 centímetro mientras que para el apoyo de la estructura 1 se considera un desplazamiento residual nulo.

El desplazamiento residual del apoyo de la estructura 2 se construye con una ventana de turkey en velocidades la cual se superpone a un ruido blanco generado. Los desplazamiento y aceleraciones que se deben superponer se calculan a partir de la integración y derivación respectivamente. En la figura 9.21 e grafica el desplazamiento, velocidad y aceleración obtenidos, a la izquierda el registro generado para superponer sobre el ruido blanco y a la derecha el registro final obtenido.

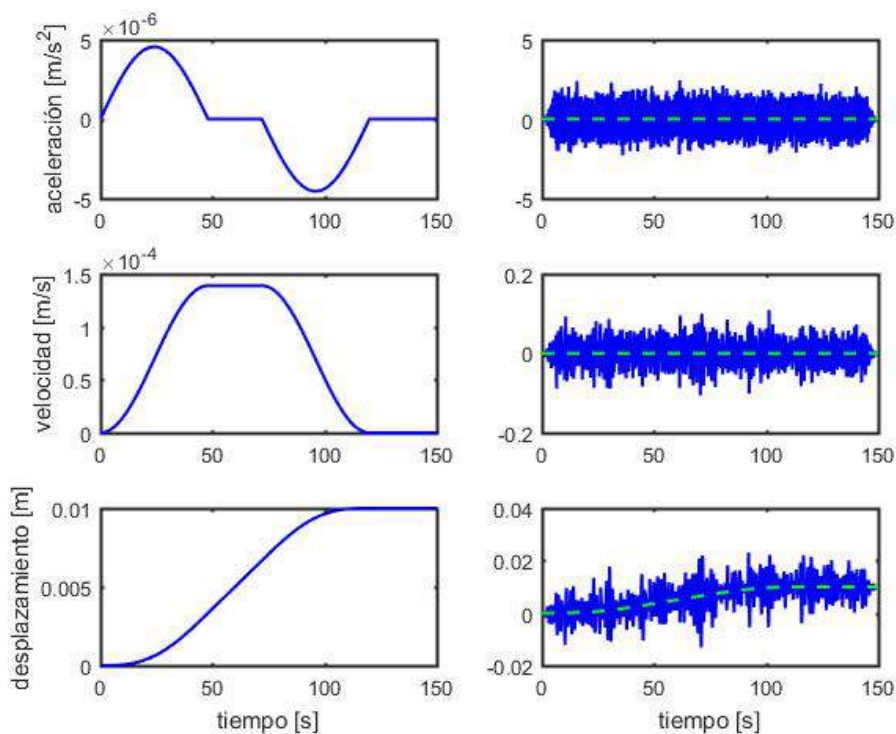


Figura 9.21: Entrada sísmica del apoyo de la estructura 2, con un desplazamiento residual

Se compara la entrada sísmica de los apoyos de las estructuras 1 y 2 en la figura 9.22.



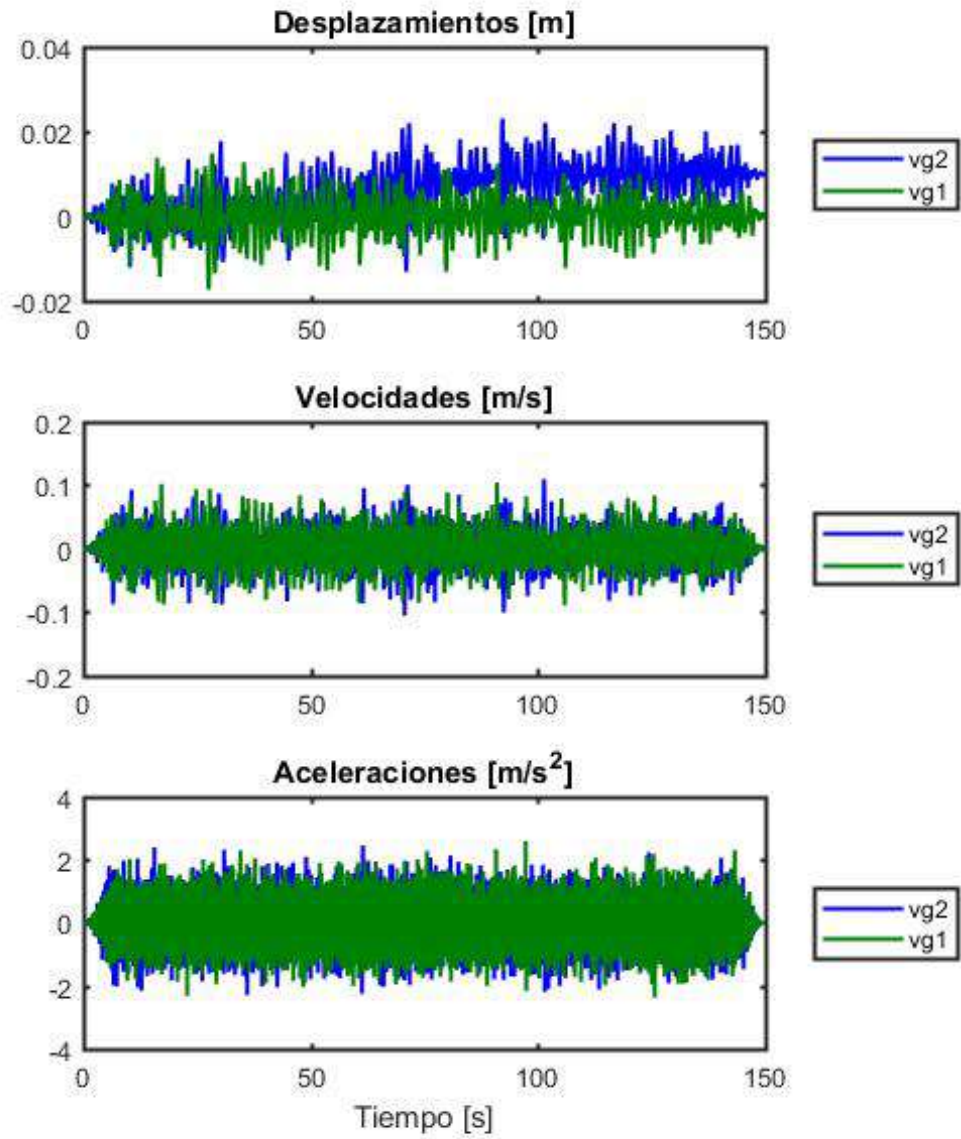


Figura 9.22: Entradas sísmicas, caso ruido blanco con desplazamiento residual en uno de los apoyos

La respuesta de los 8 GDL de la estructura se grafica en la figura 9.17.

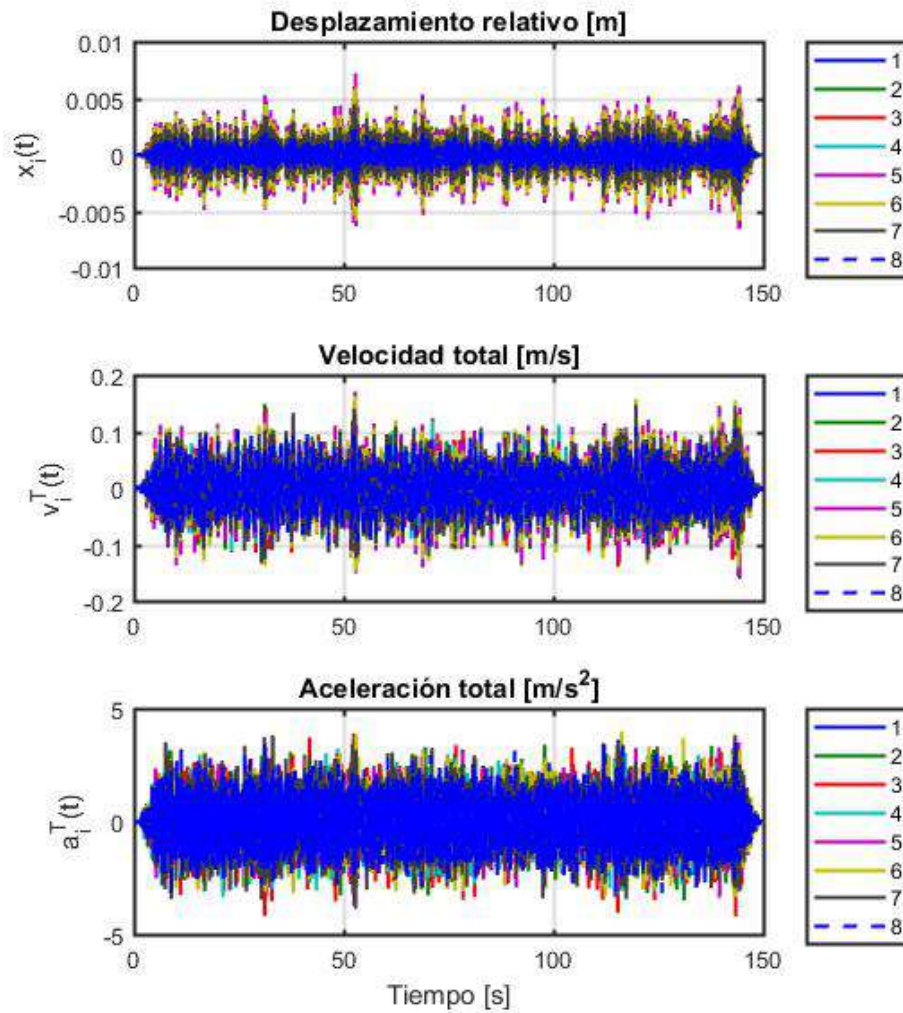


Figura 9.23: Respuesta de los 8 GDL de la estructura 3, caso ruido blanco con desplazamiento residual en uno de los apoyos

Con los datos obtenidos se calculan los términos de energía de la ecuación 9.40 en función del tiempo, se muestran estos resultados del cálculo de energías en la figura 9.24

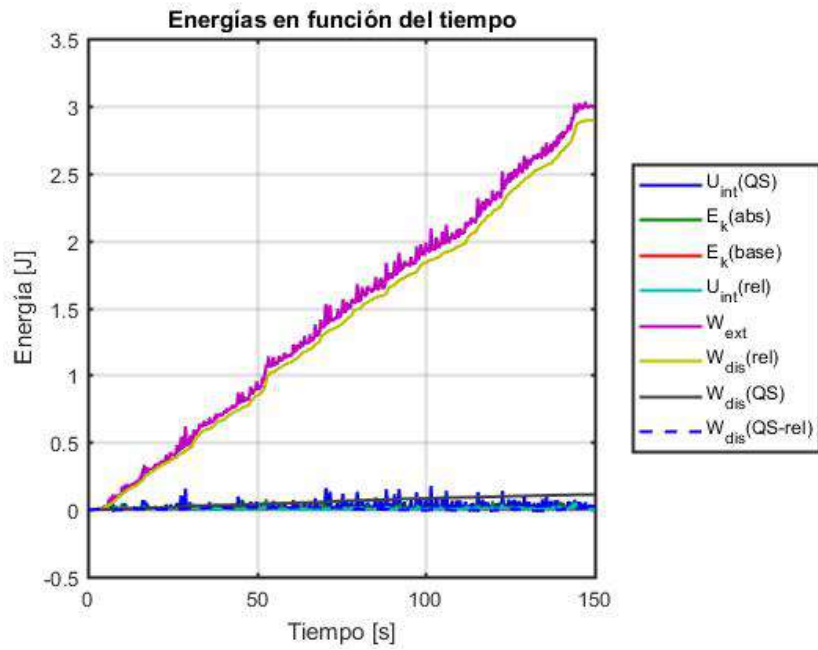


Figura 9.24: Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso ruido blanco con desplazamiento residual en uno de los apoyos

Si no se incluye el trabajo externo ni disipado relativo se observa más claramente los términos de energía interna y cinética de la estructura, como lo muestra la figura 9.25.

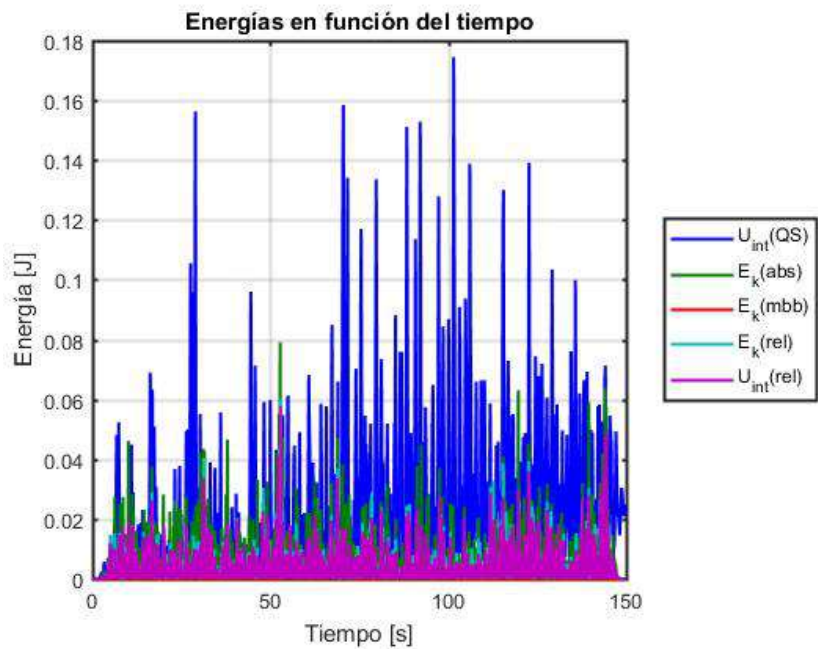


Figura 9.25: Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso ruido blanco con desplazamiento residual en uno de los apoyos

Se comparara solo las energía interna dinámica y la energía interna pseudoestática, graficada

en la figura 9.26, para luego calcular la relación entre los máximos.

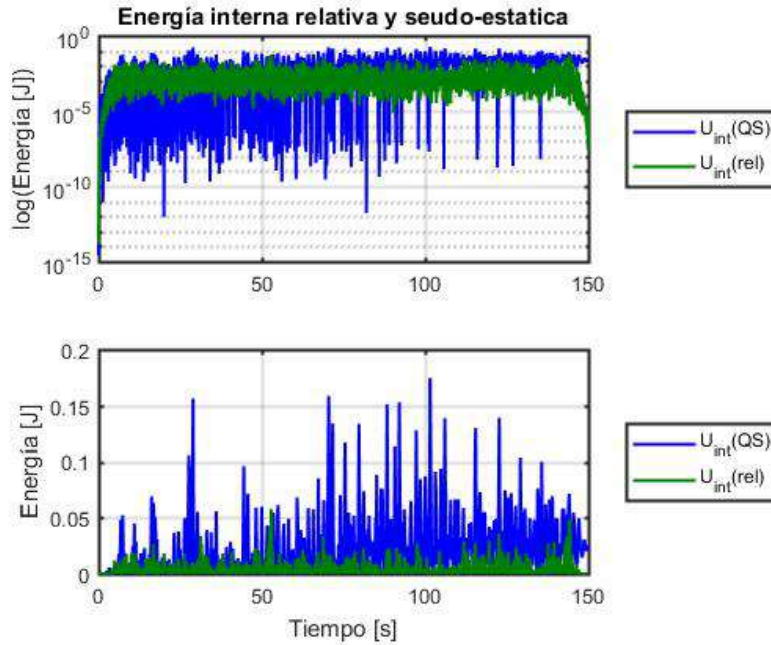


Figura 9.26: Energía interna relativa y energía interna pseudoestática, caso ruido blanco con desplazamiento residual en uno de los apoyos

$$\frac{\max(U_{int}^{(qs)})}{\max(U_{int}^{rel})} = 298.7\%$$

### 9.5.3. Caso de ruido blanco para estructura rígida

Considerando el registro de ruido del caso de ruido blanco sin desplazamiento residual para una estructura más rígida, considerando  $k = 8000 \left[\frac{N}{m}\right]$  correspondiente al doble de la rigidez considerada en la subsección 9.5.1. En este caso varía la matriz de amortiguamiento obtenida, considerando una matriz de amortiguamiento de Rayleigh.

$$[C] = a[M] + b[K] \quad (9.46)$$

Se considera para esto una razón de amortiguamiento para el primer y octavo modo de 5% y 7% respectivamente, dando como resultado

$$a = 2.68$$

$$b = 4.39 * 10^{-4}$$

Las razones de amortiguamiento se grafican en la figura 9.27 y se tabulan en la tabla 9.1

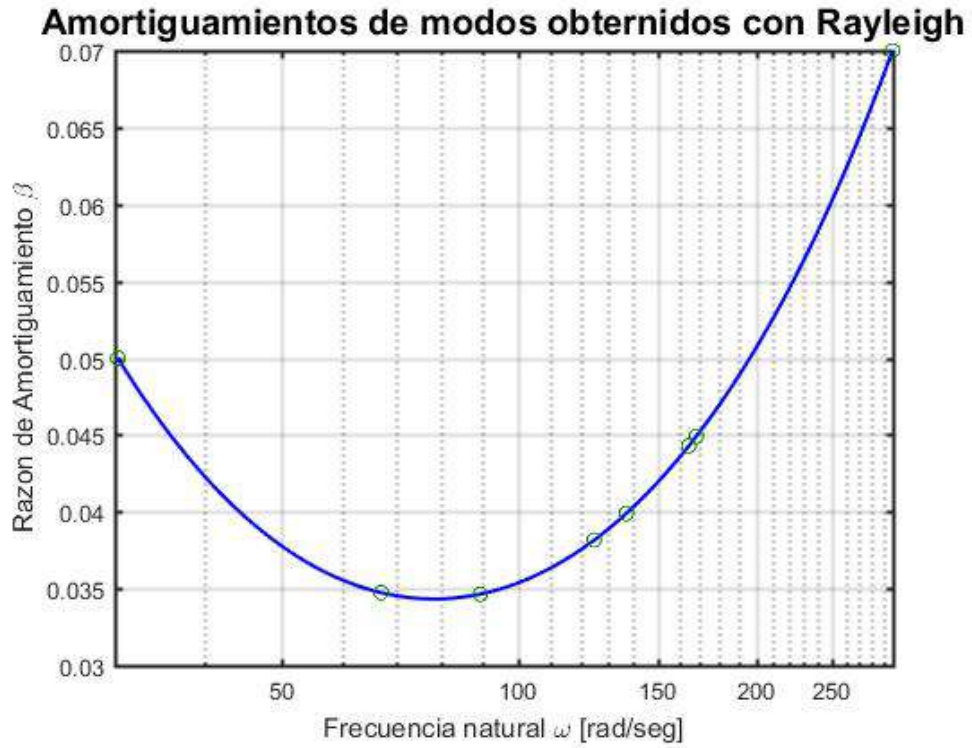


Figura 9.27: Razones de amortiguamiento por Rayleigh, para estructura más rígida

Modo	Razón de amortiguamiento [%]
1	5.00
2	3.47
3	3.46
4	3.82
5	3.99
6	4.42
7	4.49
8	7.00

Tabla 9.1: Razones de amortiguamiento según Rayleigh

Dadas las consideraciones anteriores la respuesta de los 8 GDL de la estructura se grafica en la figura 9.28.

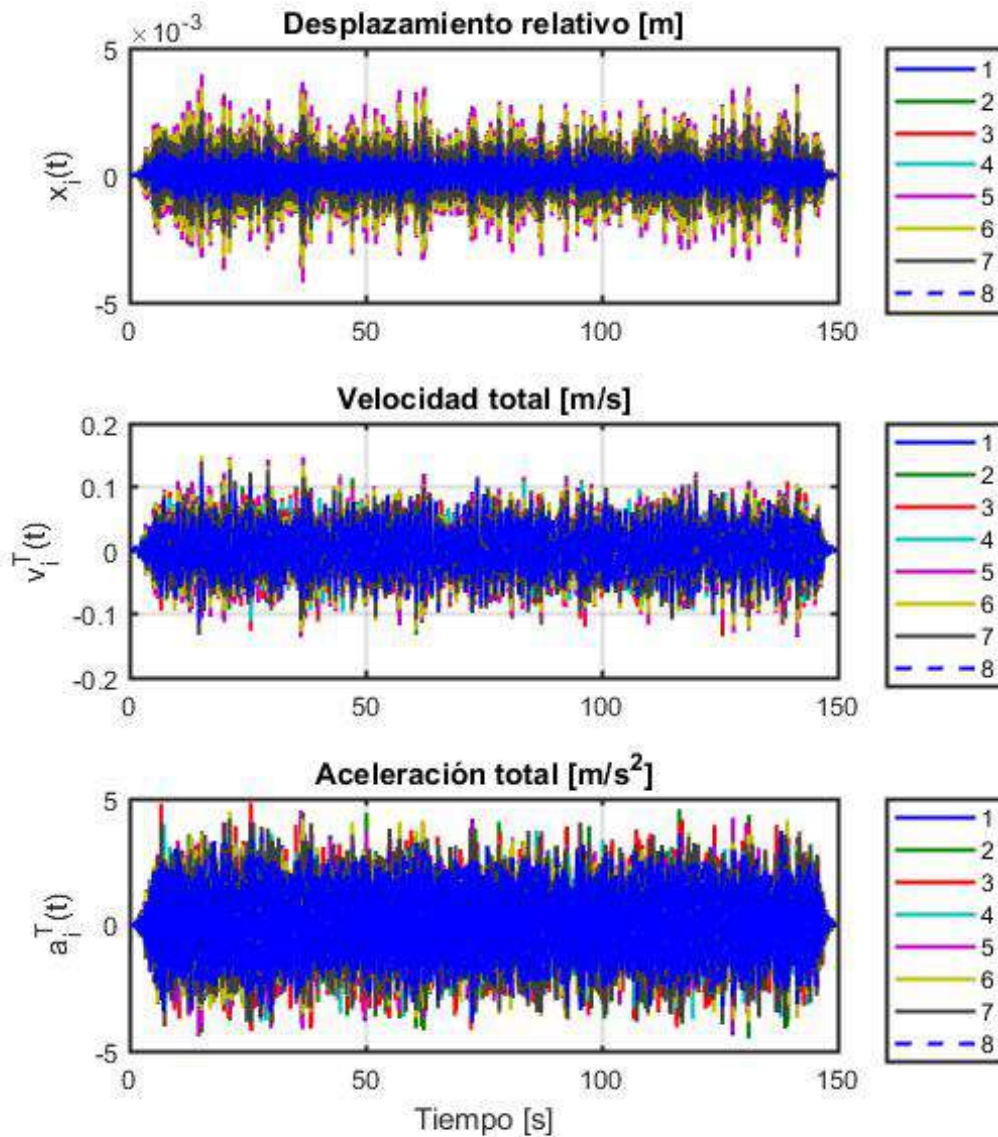


Figura 9.28: Respuesta de los 8 GDL de la estructura 3, caso ruido blanco para estructura rígida

Con los datos obtenidos se calculan los términos de energía de la ecuación 9.40 en función del tiempo, se muestran estos resultados del cálculo de energías en la figura 9.29

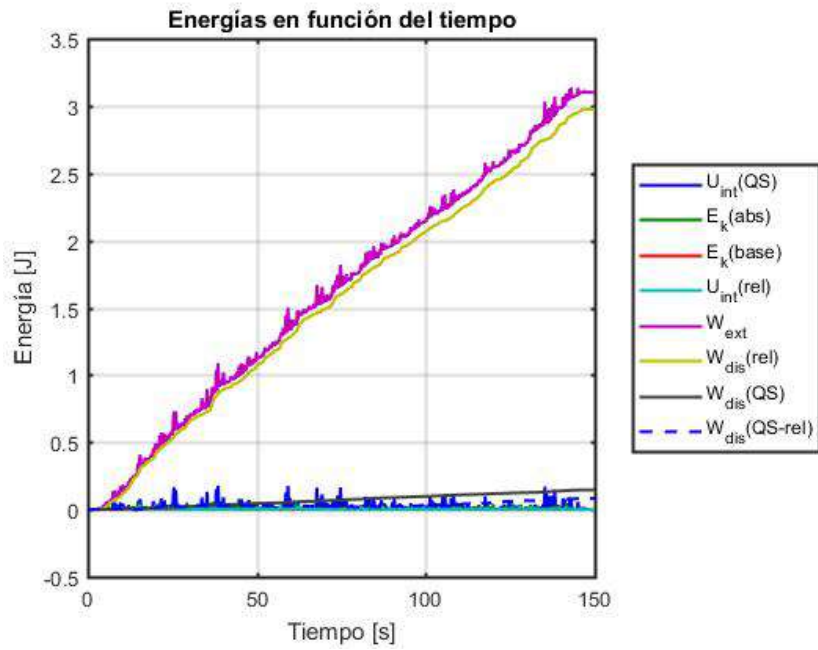


Figura 9.29: Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso ruido blanco para estructura rígida

Si no se incluye el trabajo externo ni disipado relativo se observa más claramente los términos de energía interna y cinética de la estructura, como lo muestra la figura 9.30.

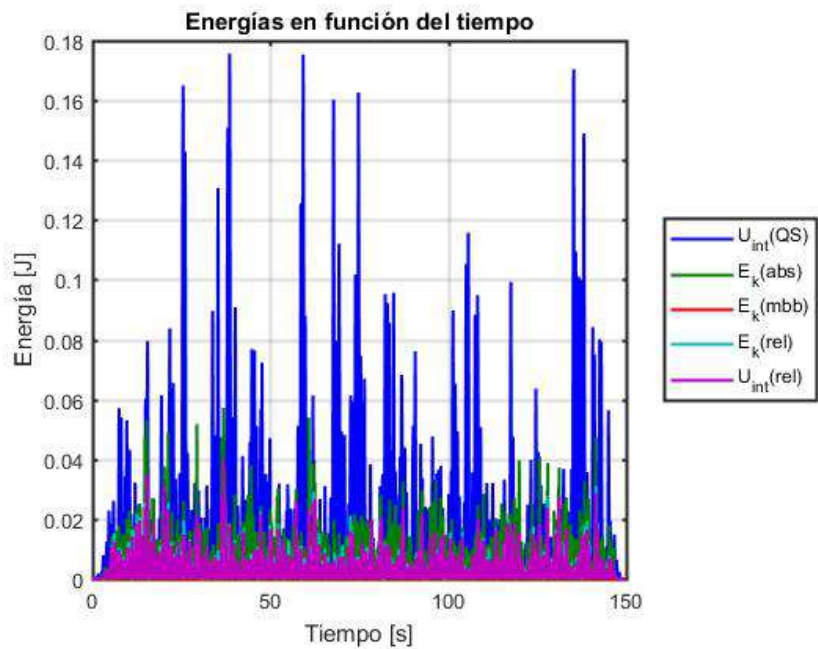


Figura 9.30: Energías cinética, interna y trabajo externo y disipado, caso ruido blanco para estructura rígida

Se comparara solo las energía interna dinámica y la energía interna pseudoestática, graficada

en la figura 9.31, para luego calcular la relación entre los máximos.

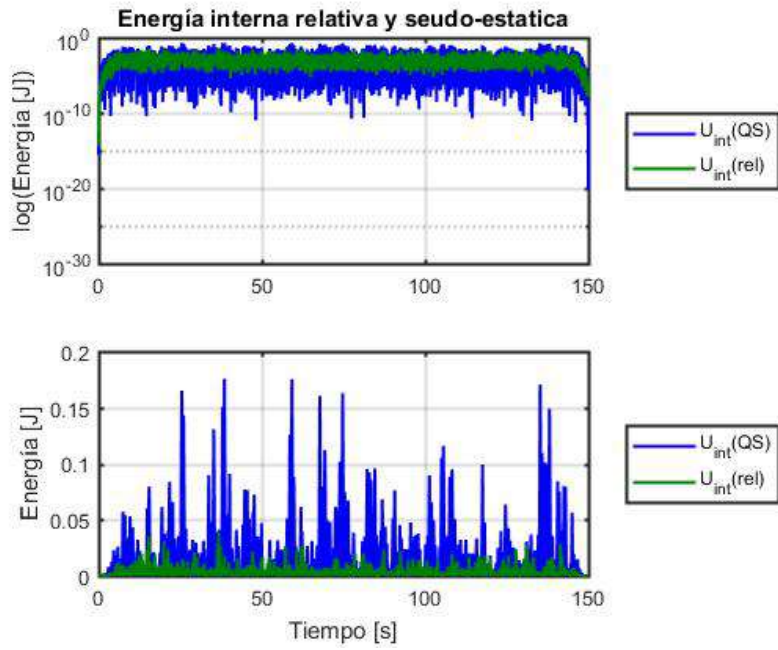


Figura 9.31: Energía interna relativa y energía interna pseudoestática, caso ruido blanco para estructura rígida

$$\frac{\max(U_{int}^{(qs)})}{\max(U_{int}^{(rel)})} = 443.6\%$$



# Conclusión

## Comentarios y Conclusiones

El montaje experimental funciona correctamente, permitiendo medir adecuadamente las aceleraciones en cada uno de los GDL y en los apoyos de ambas estructuras. Sin embargo la fijación en la base de la estructura 1 no es lo suficientemente rígida para mantenerse fija ante la excitación armónica en la base de la estructura 2 para el registro 2, lo cual se aprecia en la figura 9.6. Adicionalmente se observa que los desplazamientos de la excitación de la mesa secundaria alcanzan un máximo de 2 milímetros mientras que los desplazamientos en la base de la estructura 1 producto del sismo alcanzan un máximo de 5 centímetros lo cual es significativamente superior e hizo difícil estudiar la contribución de energía de componente pseudoestática

Se logran identificar de manera clara y consistente las frecuencias, periodos y formas modales mediante los métodos de Ibrahim, PSD y DSI. Para la estimación de las formas modales mediante el método PSD es necesario trabajar con registros de aceleraciones totales. Mediante el método DSI se pudieron identificar los cuatro modos característicos de las estructuras 1 y 2, y los ocho modos característicos de la estructura 3.

El modelo descrito inicialmente no describe correctamente el comportamiento de las estructuras puesto que la estructura 1 presenta rotaciones en los nodos, es por esto que se desarrolla un modelo en SAP2000 que incluye la rigidez al giro en los bordes de las vigas que permiten una mejor calibración de las estructuras 1 y 3.

Se calcula la matriz de influencia sísmica a partir del ajuste de rigideces dado que la determinación a partir de la doble integración de las aceleraciones y los desplazamientos medidos por los sensores ultrasónicos. Adicionalmente se estima esta matriz de influencia sísmica mediante las matrices espacio-estado calculadas con el método DSI, este método entrega resultados exactos en el caso de análisis numérico, pero algo inexactos para el caso experimental debido a la poca influencia de movimiento de los apoyos.

Se deducen ecuaciones de energía a partir de las ecuaciones de movimiento para el caso de múltiples entradas sísmicas. Se propone una ecuación general de energía es que se interpretan los términos que incluyen parámetros pseudo-estáticos como energía interna y trabajo asociada a los modos pseudo-estáticos. En particular se describe la energía cinética en relación a la velocidad total y la energía interna a sus desplazamientos relativos.

En el estudio de energías para el análisis numérico, al comparar la contribución de los modos pseudo-estáticos en la energía interna para una estructura el doble de rígida, se observa que esta aumenta de un 141.2% a un 369.6%. Lo anterior ocurre porque dadas entradas sísmicas fijas, la energía interna pseudoestática aumenta con la rigidez de la estructura, mientras que la energía interna dinámica disminuye al disminuir los desplazamientos para estructuras más rígidas.

Al considerar un desplazamiento residual para el análisis numérico se observa una energía interna pseudoestática residual, es decir, la estructura presenta esfuerzos internos asociados a los modos pseudo-estáticos producto de un desplazamiento basal residual.

Mediante los ensayos experimentales hechos a la estructura se obtiene una contribución de un 3.2% de energía interna pseudoestática en comparación con la energía interna asociada a los modos para el caso de sismo y excitación armónica, y un valor de 12.3% para el caso de solo excitación armónica.

Al simular numéricamente un ensayo de sismo con desplazamientos máximos cercanos a 5 centímetros, mismo registro utilizado en el ensayo experimental, y una excitación armónica de 1 centímetro de amplitud con frecuencias entre 0.5 [Hz] y 1 [Hz] se obtiene una relación de energía interna pseudoestática y dinámica de 45.8%.

# Bibliografía

- [1] Trigo T. Influencia de la amplificación local de las ondas sísmicas y la interacción suelo-fundación en el puente marga marga. 2007.
- [2] Taylor D. Calibración del modelo del puente marga marga considerando variación espacial del movimiento sísmico a nivel de cepa y estribo. *Memoria para optar al título de Ingeniero Civil, Universidad de Chile*, 2007.
- [3] Leger P, Ide IM, and Paultre P. Multiple-support seismic analysis of large structures. *Computers & Structures*, 36(6):1153–1158, 1990.
- [4] Harichandran R and Wang W. Response of indeterminate two-span beam to spatially varying seismic excitation. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 19(2):173–187, 1990.
- [5] Loh CH and Ku BD. An efficient analysis of structural response for multiple-support seismic excitations. *Engineering structures*, 17(1):15–26, 1995.
- [6] Lin JH, Zhang YH, Li Q Sh, and Williams F. Seismic spatial effects for long-span bridges, using the pseudo excitation method. *Engineering Structures*, 26(9):1207–1216, 2004.
- [7] Mylonakis G, Papastamatiou D, Psycharis J, and Mahmoud K. Simplified modeling of bridge response on soft soil to nonuniform seismic excitation. *Journal of Bridge Engineering*, 6(6):587–597, 2001.
- [8] Hao H. Response of multiply supported rigid plate to spatially correlated seismic excitations. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 20(9):821–838, 1991.
- [9] Hao H and Duan X. Multiple excitation effects on response of symmetric buildings. *Engineering Structures*, 18(9):732–740, 1996.
- [10] Bi K and Hao H. Modelling and simulation of spatially varying earthquake ground motions at sites with varying conditions. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 29:92–104, 2012.
- [11] Lorca N. Desarrollo de un modelo analítico para la identificación de las propiedades dinámicas de las estructuras, mediante pruebas de impacto controladas. *Memoria para optar al título de Ingeniero Civil, Universidad de Chile*, 2004.

- [12] Hernández F. Análisis de métodos de identificación de variación de propiedades dinámicas. *Tesis para optar al grado de magíster en ciencias de la ingeniería sísmica, Universidad de Chile*, 2009.
- [13] Van Overschee P and De Moor B. Subspace identification for linear systems: Theory—implementation—applications. 2012.
- [14] Uang CM and Bertero V. Evaluation of seismic energy in structures. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 19(1):77–90, 1990.

# Anexo A

Las frecuencias identificadas se resumen en las siguientes tablas:

Modo	Ibrahim	PSD	DSI(ruido blanco)
$f_1$ [Hz]	2.20	2.27	2.26
$f_2$ [Hz]	7.26	7.38	7.40
$f_3$ [Hz]	11.34	11.73	11.62
$f_4$ [Hz]	15.87		

Tabla 2: Frecuencias identificadas por los distintos métodos, estructura 1

Modo	Ibrahim	PSD	DSI(ruido blanco)
$f_1$ [Hz]	3.68	3.59	3.61
$f_2$ [Hz]	8.37	8.38	8.33
$f_3$ [Hz]	13.26	13.29	13.25
$f_4$ [Hz]	18.25	17.98	18.27

Tabla 3: Frecuencias identificadas por los distintos métodos, estructura 2

Modo	Ibrahim	PSD	DSI(ruido blanco)	DSI(sismo)
$f_1$ [Hz]	2.65	2.70	2.66	2.67
$f_2$ [Hz]	5.29	5.39	5.30	5.33
$f_3$ [Hz]	7.47	7.63	7.53	7.69
$f_4$ [Hz]	10.65		10.93	
$f_5$ [Hz]	11.74	11.97	12.10	12.34
$f_6$ [Hz]	14.42	14.57	14.43	14.51
$f_7$ [Hz]			15.74	
$f_8$ [Hz]	18.08	18.73	18.40	18.65

Tabla 4: Frecuencias identificadas por los distintos métodos, estructura 3

Los periodos identificados se resumen en las siguientes tablas:

Modo	Ibrahim	PSD	DSI(ruido blanco)
$Tn_1$ [s]	0.4547	0.4415	0.4429
$Tn_2$ [s]	0.1377	0.1356	0.1352
$Tn_3$ [s]	0.0882	0.0853	0.0860
$Tn_4$ [s]	0.0630		

Tabla 5: Periodos identificados por los distintos métodos, estructura 1

Modo	Ibrahim	PSD	DSI(ruido blanco)
$Tn_1$ [s]	0.2721	0.2786	0.2773
$Tn_2$ [s]	0.1194	0.1193	0.1200
$Tn_3$ [s]	0.0754	0.0752	0.0755
$Tn_4$ [s]	0.0548	0.0556	0.0547

Tabla 6: Periodos identificados por los distintos métodos, estructura 2

Modo	Ibrahim	PSD	DSI(ruido blanco)	DSI(sismo)
$Tn_1$ [s]	0.3779	0.3711	0.3755	0.3751
$Tn_2$ [s]	0.1892	0.1857	0.1886	0.1875
$Tn_3$ [s]	0.1338	0.1311	0.1328	0.1210
$Tn_4$ [s]	0.0939		0.0915	
$Tn_5$ [s]	0.0852	0.0835	0.0827	0.0810
$Tn_6$ [s]	0.0694	0.0687	0.0693	0.0689
$Tn_7$ [s]			0.0635	
$Tn_8$ [s]	0.0553	0.0534	0.0544	0.0536

Tabla 7: Periodos identificados por los distintos métodos, estructura 3

Las razones de amortiguamiento identificadas se resumen en las siguientes tablas:

Modo	Ibrahim	Dec. Log.	DSI(ruido blanco)
$\beta_1$ [%]	4.48-6.55	4.08-5.48	4.34
$\beta_2$ [%]	4.20		4.15
$\beta_3$ [%]	6.27		6.76
$\beta_4$ [%]	6.10		

Tabla 8: Razones de amortiguamiento identificadas por los distintos métodos, estructura 1

Modo	Ibrahim	Dec. Log.	DSI(ruido blanco)
$\beta_1$ [%]	1.05	1.01	1.11
$\beta_2$ [%]	1.09		1.30
$\beta_3$ [%]	1.17		1.24
$\beta_4$ [%]	2.05		1.93

Tabla 9: Razones de amortiguamiento identificadas por los distintos métodos, estructura 2

Modo	Ibrahim	Dec. Log.	DSI(ruido blanco)	DSI(sismo)
$\beta_1$ [%]	2.93-4.17	3.21-3.99	3.50	3.23
$\beta_2$ [%]	1.58		1.53	2.44
$\beta_3$ [%]	2.91		3.39	4.91
$\beta_4$ [%]	4.30		3.59	
$\beta_5$ [%]	2.67		3.59	5.01
$\beta_6$ [%]	1.14-2.46		1.22	1.25
$\beta_7$ [%]			3.51	
$\beta_8$ [%]	2.15		2.05	2.18

Tabla 10: Razones de amortiguamiento por los distintos métodos, estructura 3

Las formas modales identificadas mediante los distintos métodos asociadas a cada frecuencia se muestran a continuación:

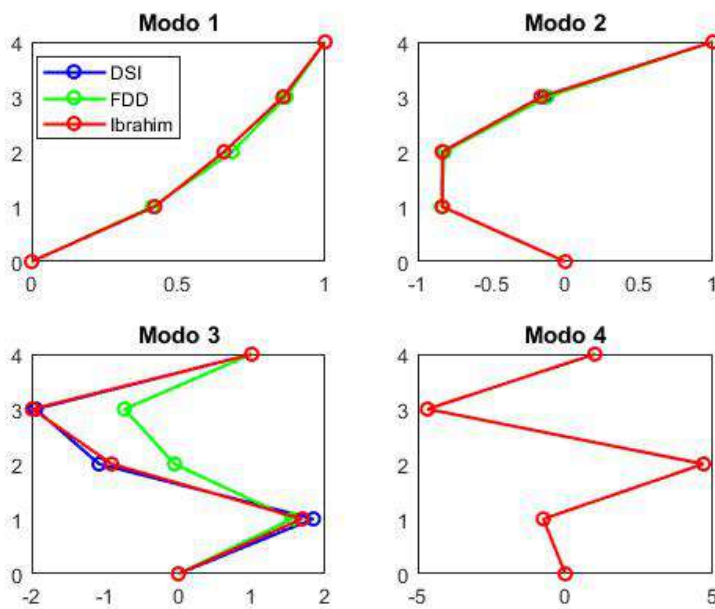


Figura 32: Formas modales, estructura 1

Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
1.00	1.00	1.00	1.00
0.86	-0.16	-1.99	-4.67
0.66	-0.83	-0.91	4.69
0.42	-0.83	1.69	-0.74

Tabla 11: Formas modales mediante Ibrahim, estructura 1

Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
1.00	1.00	1.00	
0.87	-0.12	-0.73	
0.68	-0.82	-0.05	
0.41	-0.84	1.55	

Tabla 12: Formas modales mediante FDD, estructura 1

Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
1.00	1.00	1.00	
0.87	-0.14	-1.94	
0.68	-0.83	-1.08	
0.41	-0.84	1.84	

Tabla 13: Formas modales mediante DSI, estructura 1

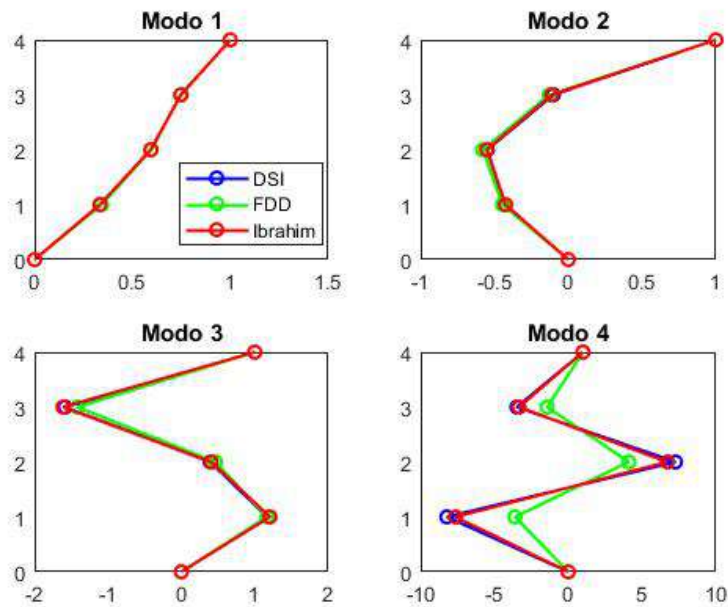


Figura 33: Formas modales, estructura 2



Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
1.00	1.00	1.00	1.00
0.75	-0.11	-1.61	-3.34
0.59	-0.55	0.41	6.71
0.33	-0.42	1.21	-7.64

Tabla 14: Formas modales mediante Ibrahim, estructura 2

Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
1.00	1.00	1.00	1.00
0.75	-0.13	-1.42	-1.43
0.60	-0.58	0.46	4.11
0.34	-0.44	1.17	-3.61

Tabla 15: Formas modales mediante FDD, estructura 2

Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
1.00	1.00	1.00	1.00
0.75	-0.10	-1.59	-3.48
0.60	-0.55	0.39	7.27
0.34	-0.43	1.17	-8.22

Tabla 16: Formas modales mediante DSI, estructura 2

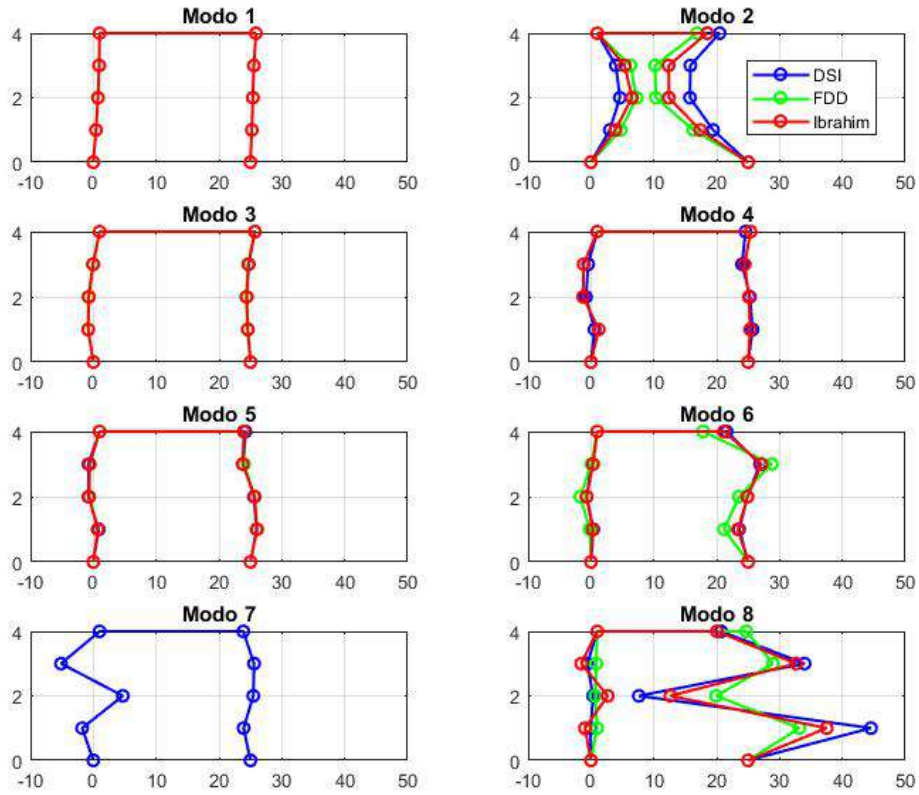


Figura 34: Formas modales, estructura 3

Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6	Modo 7	Modo 8
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00		1.00
0.93	5.36	-0.03	-1.16	-0.59	0.33		-1.55
0.75	6.53	-0.71	-1.25	-0.70	-0.68		2.67
0.43	3.88	-0.81	1.24	0.71	0.26		-0.95
0.87	-6.50	0.71	0.39	-1.03	-3.84		-4.96
0.55	-12.63	-0.30	-0.54	-1.23	2.14		7.65
0.39	-12.61	-0.58	0.12	0.66	-0.08		-12.38
0.22	-7.64	-0.41	0.34	1.07	-1.62		12.49

Tabla 17: Formas modales mediante Ibrahim, estructura 3

Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6	Modo 7	Modo 8
1.00	1.00	1.00		1.00	1.00		1.00
0.92	6.27	-0.11		-0.55	0.06		0.85
0.73	7.26	-0.81		-0.61	-1.69		0.68
0.43	4.75	-0.85		0.74	-0.20		0.97
0.86	-8.14	0.65		-1.10	-7.17		-0.29
0.54	-14.81	-0.39		-1.02	3.78		3.95
0.40	-14.65	-0.69		0.70	-1.46		-5.09
0.22	-8.74	-0.47		1.01	-3.81		8.16

Tabla 18: Formas modales mediante FDD, estructura 3

Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6	Modo 7	Modo 8
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.94	3.97	-0.02	-0.45	-0.76	0.12	-5.13	-0.59
0.74	4.60	-0.76	-0.79	-0.78	-0.68	4.70	0.34
0.43	3.01	-0.83	0.57	0.87	0.38	-1.77	-0.06
0.87	-4.52	0.72	-0.42	-0.79	-3.43	-1.13	-4.30
0.53	-9.19	-0.27	-0.96	-1.08	1.89	0.57	8.99
0.38	-9.24	-0.59	0.29	0.57	-0.11	0.46	-17.37
0.22	-5.57	-0.41	0.70	0.94	-1.42	-1.09	19.55

Tabla 19: Formas modales mediante DSI, estructura 3