



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE FLUJOS DE CALOR EN INTERFAZ
SEDIMENTO-AGUA PARA UN CUERPO SOMERO DE AGUA

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA
INGENIERÍA, MENCIÓN RECURSOS Y MEDIO AMBIENTE HÍDRICO

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

SALVADOR LÓPEZ GUTIÉRREZ

PROFESOR GUÍA:
ALBERTO DE LA FUENTE STRANGER

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
CAROLINA MERUANE NARANJO
FRANCISCO SUÁREZ POCH

SANTIAGO DE CHILE

2018

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL Y GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, MENCIÓN RECURSOS Y MEDIO AMBIENTE HÍDRICO
POR: SALVADOR LÓPEZ GUTIÉRREZ
FECHA: 2018
PROF. GUÍA: SR. ALBERTO DE LA FUENTE STRANGER

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE FLUJOS DE CALOR EN INTERFAZ SEDIMENTO-AGUA PARA UN CUERPO SOMERO DE AGUA

Cuerpos de agua natural someros se pueden encontrar en la zona del Altiplano de la Cordillera de los Andes en Sudamérica. En estos sistemas, la variación intradiaria y estacional de la temperatura del agua es una de las principales variables que condicionan tanto el ciclo hidrológico (tasas de evaporación) como la dinámica del ecosistema (fotosíntesis, respiración, etc). Para abordar el problema del cálculo de la temperatura del agua en sistemas someros, se adopta un modelo conceptual que resuelve la ecuación de conservación de calor en un medio acuoso, sin considerar el transporte horizontal de calor y considerando una temperatura homogénea en el mismo. De esta forma, los cambios temporales de temperatura del agua se deben al intercambio periódico de calor entre la columna de agua y la atmósfera, y entre el agua y los sedimentos. Este marco conceptual lleva a plantear la existencia de 2 números adimensionales que describen el problema, los que, si bien han sido validados en terreno, no han sido sujeto de estudio detallado en condiciones controladas de laboratorio. El objetivo de este trabajo es estudiar de manera experimental la variación periódica de la temperatura del agua de un cuerpo de agua somero, y en particular cómo es el flujo de calor intercambiado entre el agua y los sedimentos. Para lo anterior, se realizaron 12 experimentos en una caja de acrílico llenada con sedimentos y distintas alturas de agua, sometidos a una forzante de radiación de onda corta periódica a través de un set de focos led que periódicamente son encendidos y apagados. Los periodos utilizados son de 1, 2, 4 y 6 hrs, mientras que las alturas de agua están en el rango 2.5-10 cm. El sistema de medición utilizado corresponde a uno DTS, obteniendo de manera continua una serie de perfiles verticales de temperatura en los sedimentos, el agua y parte del aire. Los resultados experimentales permitieron validar de manera satisfactoria el modelo conceptual propuesto. De igual forma, se pudo medir una serie de parámetros requeridos para el cálculo de la temperatura del agua y sedimentos (coeficientes de extinción de luz, albedo, retención de calor en superficie del agua, etc). Finalmente, se realizó un estudio detallado del flujo de calor convectivo que se desarrolla en la interfaz agua-sedimentos, lo que permitió proponer una relación empírica entre números de Nusselt y de Rayleigh, para el cálculo de la velocidad de transferencia.

Espero disfruten con este trabajo, que el calor y las frecuencias los acompañen...

Agradecimientos

Quiero agradecer al profesor Alberto de la Fuente por ser mi mentor a lo largo de la carrera. Siempre tuviste la puerta abierta cuando te quise consultar sobre cualquier tipo de problemas. Gracias. Además, agradezco poder aprender al poder trabajar contigo en este proyecto de estudio. Del mismo modo, le doy las gracias a cada uno de los profesores que aportó con su conocimiento y profesionalismo en cada uno de los cursos dictados, los cuales fueron muy enriquecedores en mi formación profesional.

A todas las personas con las cuales compartí y ayudaron a hacer de este recorrido un viaje ameno e intrigante en busca del conocimiento: Nicolas Vásquez, Javier Cepeda, Carlos Calvo, entre otros. Les deseo lo mejor en lo que se nos viene. A profesor Yuyitsu, con quién formamos una linda amistad en el ecosistema del laboratorio. Esperemos que esta amistad perdure junto con cañas, carpas y buena onda, con la compañía del mítico Diego Villegas.

A Jacqueline por ser un pilar fundamental en el 3er piso y tener siempre buena disposición: lo mejor para ti. Éxito. (que te suban el sueldo).

Otros agradecimientos son de ámbito personal.

Agradezco también al proyecto Fondecyt 1140921 por haber otorgado el financiamiento necesario para haber llevado a cabo esta memoria.

Tabla de Contenido

1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos	3
2. Marco Teórico	4
2.1. Conceptos Generales	4
2.1.1. Balance de calor en un cuerpo de agua	4
2.1.2. Método espectral	8
2.1.3. Método espectral aplicado al problema de balance de calor	14
2.1.4. Números adimensionales	17
2.2. Análisis Hidrodinámico	18
3. Metodología	20
3.1. Instalación Experimental	20
3.1.1. Sistema de medición distribuida de temperaturas (DTS)	20
3.1.2. Equipo de medición DTS	21
3.1.3. Preparación Equipo DTS	22
3.2. Metodología Experimental	23
3.2.1. Mediciones de Temperatura	23
3.3. Procesamiento de Datos	24
3.3.1. Calibración equipo DTS	24
3.3.2. Manejo previo de datos	24
3.3.3. Obtención de H_{IAS} y k_l	26
3.3.4. Obtención de k_t característico	27
3.3.5. Filtro de Frecuencias	27
4. Resultados	29
4.1. Equipo DTS	29
4.1.1. Calibración	29
4.1.2. Sensibilidad	29
4.2. Descripción cualitativa de los resultados	31
4.3. Flujos de calor	33
4.3.1. Flujos de calor en el cuerpo de agua	33
4.3.2. Obtención de k_t característico y tiempos transientes	36
4.4. Análisis Espectral	39
4.5. Comportamiento del Nu	42

4.6. Análisis Hidrodinámico	45
5. Discusión y Conclusiones	49
Bibliografía	52
A. Análisis Hidrodinámico	55
A.1. Conservación de Momentum	55
A.2. Conservación de Energía	56
A.3. Continuidad	57
A.4. Propiedades de Agua y Aire	59
B. ANEXOS EXPERIMENTALES	61
B.1. Coeficientes γ , C y $\Delta\alpha$ de cada experimento	61
B.2. Flujos de calor	64
B.2.1. Flujos de calor en el cuerpo de agua	64
B.2.2. Obtención de k_t característico	76
B.2.3. Tiempos transientes	79
B.3. Analisis Espectral	82
B.3.1. Análisis Nu	82

Índice de Tablas

3.1. Parámetros de experimentos realizados	23
4.1. Raíz del error cuadrático medio para los experimentos realizados al validar las constantes experimentales obtenidas mediante la expresión (3.2).	29
4.2. Valores de σ en las lecturas de temperatura para un período de tiempo de integración de 100 [s] en los distintos sectores, además del promedio obtenido para cada experimento.	30
4.3. Propiedades del cuerpo de agua consideradas según los datos de Lienhard (2010) [21].	32
4.4. Valores de k_t obtenidos mediante el ajuste lineal entre el flujo de calor desde los sedimentos H_g y $(\rho c_p)_w \Delta T$. Además se adjunta el coeficiente R^2 obtenido y el valor del intervalo de confianza de 95 % para k_t	36
4.5. Tiempos transientes t^* de calentamiento y enfriamiento para cada experimento, como fracción de los períodos \bar{T} respectivos (Tabla 3.1).	38
4.6. Frecuencias a filtrar para cada experimento.	39
4.7. Valores de parámetros importantes utilizados y obtenidos para cada uno de los experimentos realizados.	42

Índice de Ilustraciones

2.1. Valores de W_8 que se repiten, mostrando que solo 8 valores son únicos. (Stearns, 2003 [32]).	13
3.1. Instalación experimental con sistema de medición de temperatura DTS utilizada.	21
3.2. (a) Diagrama de la señal enviada por el equipo DTS para medir temperatura. (b) Perfil de temperatura obtenido por el equipo DTS para un experimento realizado. Sectores correspondientes a lecturas de temperatura en estanques de calibración. Los sectores 1 y 4 se ubican en el estanque a temperatura caliente. Los sectores 3 y 4 se ubican en el estanque ambiente. El primer sector en ambos estanque corresponde al de la señal de salida, mientras que el segundo al de la señal en retorno.	25
3.3. Ejemplo de filtro utilizado para las lecturas de temperatura obtenidas mediante sistema DTS (puntos azules). La señales filtrada (línea roja) corresponde a el filtro de media móvil para temperatura en t.	26
3.4. Ejemplo de resultado de función <i>fft</i> para un experimento realizado (línea continua) con los máximos locales encontrados mediante <i>findpeaks</i> (puntos rojos).	28
4.1. Variación en la desviación estándar de las mediciones de temperatura al integrar en distintos períodos de tiempo para A) Sector 1, B) Sector 2, C) Sector 3 y D) Sector 4.	30
4.2. Series de tiempo de: A) Forzante radiativa de onda corta neta H_{nsw} al sistema. B) Flujo de calor desde los sedimentos al cuerpo de agua H_g . C) Perfiles verticales de temperatura del aire, agua y sedimentos. La línea continua corresponde a los períodos de prendido de foco, mientras que la línea segmentada corresponde a períodos de apagado del foco.	32
4.3. Series temporales de: A) Temperatura del agua (línea continua) y del aire (línea segmentada) adimensionalizadas por la máxima temperatura del agua; B) Flujo de calor latente del cuerpo de agua; C) Flujo de calor desde los sedimentos; D) Calor retenido en la capa superior de los sedimentos. Todos los lujos fueron adimensionalizados por el máximo valor de H_g en el período considerado. Tiempo adimensionalizado por el valor del período utilizado en el experimento, que en este caso corresponde a $\bar{T} = 3hr$	33

4.4.	Series temporales de: A) Radiación de onda corta neta; B) Radiación de onda larga neta; C) Flujo de calor sensible. Todos los lujos fueron adimensionalizados por el máximo valor de H_g en el período considerado. Tiempo adimensionalizado por el valor del período utilizado en el experimento, que en este caso corresponde a $\bar{T} = 3hr$	34
4.5.	Ajuste exponencial realizado a las derivadas temporales y espaciales de los datos de temperatura de los sedimentos T_s obtenidos mediante el sistema DTS, para obtener el valor de H_{IAS}	35
4.6.	Proporción de la radiación de onda corta H_{sw}^{in} que corresponde a H_{nsw} y H_{IAS} para cada uno de los experimentos, donde los valores fueron promediados. Las barras corresponden a una confianza del 95 %. Además se presenta la relación entre H_{IAS}/H_{led}^{max} y h . La línea segmentada roja corresponde a un ajuste exponencial $H_{IAS}/H_{led}^{max} = 0,37exp(-5,18h)$ con un coeficiente de determinación de $R^2 = 0,76$	35
4.7.	Ajuste lineal realizado para obtener el valor de k_t para un experimento con $h = 6,5[cm]$ y $\bar{T} = 2[hr]$	37
4.8.	A) Serie temporal de forzante neta de onda corta para el Experimento 1. B) Tiempos transientes de calentamiento (rojo) y enfriamiento (celeste) considerados para Experimento 1 (Tabla 3.1).	38
4.9.	Relación entre el valor absoluto de amplitudes térmicas experimental y teórica. Los puntos corresponden a amplitudes obtenidas de todos los experimentos. La línea segmentada corresponde al caso ideal cuando ambas amplitudes tienen el mismo valor.	40
4.10.	Comparación de series temporales de temperatura del agua. La línea continua corresponde a la experimental. La línea segmentada negra corresponde a la obtenida mediante el método espectral planteado en [7]. Las líneas de colores corresponden a las obtenidas mediante el mismo método al agregarle distintos errores de los parámetros del problema.	40
4.11.	Valor absoluto de las amplitudes térmicas modales de cada experimento en función de: A) Π_1 y B) Π_2 . La línea segmentada roja representa el caso crítico cuando $k_t \rightarrow \infty$. Los puntos azules corresponden a los valores de cada modo para cada uno de los experimentos realizados. Líneas segmentadas corresponden a curvas teóricas.	41
4.12.	Series de tiempo adimensionalizadas por el período \bar{T} de excitación del sistema de A), Forzante atmosférica de ecuación (2.2) adimensionalizada por el máximo valor de H_g . B) Nusselt C) Temperatura del agua medida (línea continua), Temperatura del agua crítica para $k_t \rightarrow \infty$ (línea segmentada roja) y temperatura del agua obtenida al realizar el análisis espectral con las expresiones (2.44) y (2.59) (línea segmentada verde).	44
4.13.	Resultados experimentales de Nu en función del Ra . Además se adjuntan funciones de potencia ajustadas donde la línea continua es para los experimentos $Ra > 10^5$ y la línea segmentada para todo el grupo de experimentos realizados.	46
4.14.	Relación entre el número de Raleigh (Ra) y el de Nusselt (Nu) para valores característicos de diferencia de temperatura entre el cuerpo de agua y los sedimentos, y del coeficiente de calor convectivo k_t	47

4.15. Valor absoluto de amplitudes térmicas para experimentos y valores obtenidos utilizando el análisis espectral con un valor de k_t característico obtenido a partir de las ecuaciones de diversos autores.	48
A.1. Propiedades del agua utilizadas en el presente trabajo[21].	59
A.2. Propiedades del aire utilizadas en el presente trabajo[21].	60
B.1. Parámetros de calibración γ , C y $\Delta\alpha$ del equipo DTS para experimentos 1 y 2.	61
B.2. Parámetros de calibración γ , C y $\Delta\alpha$ del equipo DTS para experimentos 3 y 4.	62
B.3. Parámetros de calibración γ , C y $\Delta\alpha$ del equipo DTS para experimentos 5 y 6.	62
B.4. Parámetros de calibración γ , C y $\Delta\alpha$ del equipo DTS para experimentos 7 y 8.	62
B.5. Parámetros de calibración γ , C y $\Delta\alpha$ del equipo DTS para experimentos 9 y 10.	63
B.6. Parámetros de calibración γ , C y $\Delta\alpha$ del equipo DTS para experimentos 11 y 12.	63
B.7. Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 1.	64
B.8. Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 2.	65
B.9. Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 3.	66
B.10. Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 4.	67
B.11. Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 5.	68
B.12. Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 6.	69
B.13. Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 7.	70
B.14. Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 8.	71
B.15. Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 9.	72
B.16. Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 10.	73
B.17. Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 11.	74
B.18. Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 12.	75
B.19. Ajuste lineal entre $\Delta t(\rho c_p)_w$ y H_g para obtener k_t de experimentos 1 y 2. . .	76
B.20. Ajuste lineal entre $\Delta t(\rho c_p)_w$ y H_g para obtener k_t de experimentos 3 y 4. . .	76
B.21. Ajuste lineal entre $\Delta t(\rho c_p)_w$ y H_g para obtener k_t de experimentos 5 y 6. . .	77
B.22. Ajuste lineal entre $\Delta t(\rho c_p)_w$ y H_g para obtener k_t de experimentos 7 y 8. . .	77
B.23. Ajuste lineal entre $\Delta t(\rho c_p)_w$ y H_g para obtener k_t de experimentos 9 y 10. . .	78
B.24. Ajuste lineal entre $\Delta t(\rho c_p)_w$ y H_g para obtener k_t de experimentos 11 y 12. .	78
B.25. Tiempos transientes de calentamiento (rojo) y enfriamiento (celeste) considerados para experimentos 1 y 2.	79
B.26. Tiempos transientes de calentamiento (rojo) y enfriamiento (celeste) considerados para experimentos 3 y 4.	79
B.27. Tiempos transientes de calentamiento (rojo) y enfriamiento (celeste) considerados para experimentos 5 y 6.	80
B.28. Tiempos transientes de calentamiento (rojo) y enfriamiento (celeste) considerados para experimentos 7 y 8.	80
B.29. Tiempos transientes de calentamiento (rojo) y enfriamiento (celeste) considerados para experimentos 9 y 10.	81
B.30. Tiempos transientes de calentamiento (rojo) y enfriamiento (celeste) considerados para experimentos 11 y 12.	81
B.31. Serie temporal de forzante atmosférica H^* , Nu y temperatura del agua para experimentos 1 y 2.	82

B.32.Serie temporal de forzante atmosférica H^* , Nu y temperatura del agua para experimentos 3 y 4.	82
B.33.Serie temporal de forzante atmosférica H^* , Nu y temperatura del agua para experimentos 5 y 6.	83
B.34.Serie temporal de forzante atmosférica H^* , Nu y temperatura del agua para experimentos 7 y 8.	83
B.35.Serie temporal de forzante atmosférica H^* , Nu y temperatura del agua para experimentos 9 y 10.	84
B.36.Serie temporal de forzante atmosférica H^* , Nu y temperatura del agua para experimentos 11 y 12.	84

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

Cuerpos de agua someros se pueden encontrar en su condición natural en la zona del Altiplano de la Cordillera de los Andes en Sudamérica, ubicada en el desierto a alturas superiores a los 3500 msnm, donde entregan las condiciones óptimas para el desarrollo de ecosistemas únicos a nivel global [36, 37]. Estos paisajes reciben el nombre de salares debido a su alta concentración salina, que se explica en la gran concentración de minerales del principal afluente de agua y de las altas tasas de evaporación, el cual proviene de aguas subterráneas que se alimentan del invierno altiplánico [8]. El ecosistema acuático y la vegetación cercana son el sustento de la fauna presente en estos sistemas [25]. Los salares se ven amenazados por actividades humanas como la minería, que extraen agua desde la napa subterránea para llevar a cabo los procesos productivos del mineral. Una descripción ecológica preliminar de estos salares plantea que la producción primaria béntica resulta ser el soporte de cadenas tróficas superiores en estos ecosistemas [37, 36], por lo que para conocer y preservar los salares, se hace necesario el estudio de la producción primaria que sustenta a poblaciones de flamencos que habitan en estos sistemas, los cuales se alimentan de diatomeas bentónicas [15, 24]. Para lo anterior, es necesario poder representar la variación intradiaria de las variables que influyen en la producción primaria, siendo la de mayor importancia la temperatura [6], pues toma importancia en el control de las dinámicas de cualquier ecosistema [16]. La temperatura del agua es también relevante en el contexto de la disponibilidad del recurso hídrico, ya que condiciona las tasas de evaporación que son las que cierran el balance hidrológico en estos sistemas [6].

En el contexto específico de cuerpos de agua someros del altiplano, estudios previos llevados a cabo en estos sistemas arrojaron que las variaciones de temperatura entre el máximo y el mínimo valor diario son de alrededor de 20°C a 30 °C, y que los sedimentos actúan como un reservorio de calor que absorbe calor durante el día y lo libera durante la noche [8], minimizando así las amplitudes térmicas posibles en el cuerpo de agua[6]. De esta forma, el cálculo de la temperatura de cualquier cuerpo de agua somero requiere conocer los intercambios de calor entre la columna de agua y la atmósfera, los cuales corresponden a la diferencia de radiación de onda larga emitida y absorbida por el cuerpo de agua, a la radiación de onda

corta neta (incidente menos reflejada), al calor sensible y al calor latente que es función de las temperaturas virtuales del agua y del aire [34].

El flujo de calor entre los sedimentos y el agua en lagunas someras, queda bien descrito por un flujo difusivo en la interfaz agua-sedimentos(IAS) el que por el lado de los sedimentos se caracteriza por difusión molecular a través de la mezcla de granos y fluido intersticial, mientras que por el lado del agua depende del flujo turbulento inducido por el viento o por convección libre en el cuerpo de agua, que ocurre durante la noche y gran parte de la mañana[6]. Así, el problema de variación periódica de temperatura en cuerpos someros de agua fue estudiado por de la Fuente y Meruane (2017) [7], reconociendo el carácter oscilatorio de los flujos y de la temperatura en el agua y en los sedimentos, arrojando dos adimensionales importantes, Π_1 y Π_2 , que cuantifican el rol de los sedimentos en el balance térmico de la columna de agua y turbulencia del agua en el flujo de calor en la IAS, respectivamente.

El rol de la turbulencia en el flujo de calor H_g , se representa por un coeficiente de transferencia de calor k_t [21, 23, 29], que tiene unidades de velocidad, y se puede interpretar como la constante de proporcionalidad entre $H_g/(\rho c_p)_w$ y la diferencia de temperatura entre el agua y la interfaz agua-sedimentos. El valor de k_t está determinado por la velocidad de corte del viento, cuando éste existe [6], o bien por la diferencia de temperatura entre la IAS y el agua, en caso que se dé una condición inestable tal que la temperatura de la IAS sea mayor que la temperatura del agua [21, 23]. Este último escenario se conoce como transporte de calor por convección libre, y se debe a que existe una condición de borde de mayor temperatura en la interfaz agua-sedimentos que genera fuerzas boyantes debido a la existencia de un gradiente vertical de densidades [9]. Varios autores han estudiado este problema de convección libre [17] al considerar las ecuaciones de momentum, energía y continuidad en el medio acuoso, encontrando distintas relaciones entre k_t y las propiedades del agua. Aún cuando el proceso de transporte de calor por convección libre está bien caracterizado para un flujo permanente, no está del todo claro cómo se desarrolla en presencia de un forzante periódico que emula el ciclo día noche. En una manera similar, aún cuando el enfoque espectral para el estudio de la temperatura del agua en sistemas someros ha sido validado en terreno (de la Fuente y Meruane, 2017 [7]), no se ha realizado un estudio detallado en escala controlada de laboratorio que permita analizar en detalle el rol que tienen los adimensionales Π_1 y Π_2 en la termodinámica de sistemas acuáticos someros.

De esta forma, en el presente trabajo se busca estudiar el ciclo en escala de laboratorio bajo condiciones controladas al realizar 12 experimentos en un cuerpo somero de agua estático sobre un estrato de sedimentos, sometido a una forzante energética radiativa, variando el periodo de esta y la altura del cuerpo de agua. El sistema de medición a utilizar corresponde a uno DTS, obteniendo así un perfil vertical de temperatura del aire, agua y sedimentos, que será analizado para así validar el modelo propuesto por de la Fuente & Meruane (2017) [7], además de encontrar una relación entre k_t y las propiedades del agua.

Para lo anterior, se realiza un set de experimentos en una instalación experimental que

consiste en una caja de acrílico llenada con sedimentos y distintas alturas de agua, de manera que emule el comportamiento de un cuerpo de agua somero sobre un estrato de sedimentos, sometidos a una forzante de radiación de onda corta a través de un set de focos led, cuyos periodos de encendido y apagado se controlan a partir de un timer doméstico. La caja de acrílico se aísla del exterior utilizando poliestireno de 1 cm de espesor. La temperatura en el sistema aire-agua-sedimentos se mide utilizando un sistema DTS XT-Ultima (Silixa, Herthfordshire, England), conectado a una fibra óptica que se enrolla en el centro del recipiente alrededor de un tubo de PVC de 10 cm de diámetro para tener lecturas verticales de temperatura. Los periodos a utilizar son de 1, 2, 4 y 6 hrs, mientras que las alturas de agua van desde los 2.5 cm hasta los 10 cm.

1.2. Objetivos

El objetivo general de este trabajo es el de realizar un estudio experimental de flujos de calor en interfaz sedimento-agua para un cuerpo somero de agua, para comprender el rol de estos flujos de calor en la temperatura del agua. Como objetivo último, se busca encontrar una relación entre el coeficiente de transferencia de calor k_t y otras variables del sistema.

Los objetivos específicos son:

- Diseñar e implementar una instalación experimental que logre emular el comportamiento natural de un salar.
- Plantear una metodología para llevar a cabo mediciones de temperatura en un perfil vertical utilizando DTS.
- Estudiar las forzantes atmosféricas y como se relacionan con el sistema sedimentos-agua de la instalación experimental.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Conceptos Generales

2.1.1. Balance de calor en un cuerpo de agua

El problema del flujo de calor en la interfaz sedimento-agua de un cuerpo de agua somero, queda bien descrito por la ecuación de conservación de calor en un medio acuoso, sin considerar el transporte horizontal de calor. De igual forma, se considera que los cambios de temperatura en el cuerpo somero de agua son rápidos en comparación a los procesos difusivos verticales en estudio, de manera tal que es posible suponer mezcla completa en el volumen de control de alto h , representando entonces una temperatura homogénea en el mismo [8]. De esta forma, la ecuación que representa los cambios temporales de temperatura del agua es:

$$(\rho c_p)_w h \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_{ret} H_{sw} + H_{nlw} - H_L - H_S + H_g \quad (2.1)$$

donde $(\rho c_p)_w$ es la capacidad calórica volumétrica del agua correspondiente a la temperatura media del cuerpo somero y h la altura de agua. El primer término de la derecha representa la radiación de onda corta que absorbe el líquido ($\alpha_{ret} H_{sw}$). El segundo término corresponde al balance neto de radiación de onda larga (H_{nlw}), mientras que el tercer, cuarto y quinto término corresponden al calor latente (H_L), al calor sensible (H_S) y el proveniente de los sedimentos (H_g), respectivamente. El factor de absorción de calor α_{ret} da cuenta de la porción de radiación de onda corta incidente que es absorbida directamente por el cuerpo de agua.

Reagrupando los términos en función de la zona de intercambio, la ecuación (2.1) se puede escribir como:

$$(\rho c_p)_w h \frac{\partial T}{\partial t} = H + H_g \quad (2.2)$$

donde $H(W/m^2)$ representa la resultante de los flujos de calor intercambiados con la atmósfera, tal que $H > 0$ es el caso en que el calor fluye desde la atmósfera hacia el agua [7]. Del mismo modo, el flujo de calor H_g a través de la IAS toma valores positivos cuando el

fenómeno físico se produce desde los sedimentos hacia el cuerpo de agua. Como se describe en detalle en las siguientes secciones, H_{nlw} y H_L , se estiman utilizando las expresiones consideradas en el estudio de Suárez et al. [34], mientras que el flujo de calor sensible (H_S) se obtiene al evaluar la ley de Fourier en la superficie del agua.

Radiación de onda larga

El flujo de radiación de onda larga a través de la interfaz aire-agua (IAA) es estimado considerando la radiación de onda larga que emite el agua hacia la atmósfera H_{lw}^w y la que emite la atmósfera hacia el agua H_{lw}^a mediante:

$$H_{nlw} = H_{lw}^a + H_{lw}^w \quad (2.3)$$

donde H_{lw}^a se obtiene de [13]:

$$H_{lw}^a = 0,97\varepsilon_a\sigma T_a^4 \quad (2.4)$$

en la cual T_a es la temperatura del aire [K], y ε_a es la emisividad del aire que se puede calcular como [13]:

$$\varepsilon_a = 0,84 - (0,1 - 9,973 \times 10^{-6}e_a) + 3,491 \times 10^{-5}e_a \quad (2.5)$$

La presión de vapor del aire e_a [Nm⁻²] se calcula con:

$$e_a = \frac{HR}{100} \cdot e_{sa} \quad (2.6)$$

donde HR [%], y e_{sa} [Nm⁻²] es la presión de vapor saturado que se calcula utilizando la fórmula de August-Roche-Magnus [4]:

$$e_{sa} = 610,94 \exp\left(\frac{17,625(T_a - 273,15)}{(T_a - 273,15) + 243,04}\right) \quad (2.7)$$

donde la temperatura de aire T_a está expresada en [K].

La radiación de onda larga que emite el cuerpo de agua H_{lw}^w se trata como una emisión de cuerpo negro [27] con la expresión:

$$H_{lw}^w = -0,972\sigma T_w^4 \quad (2.8)$$

donde el signo negativo da cuenta que el calor pasa desde el agua a la atmósfera. La temperatura para esta expresión está en [K].

Calor Latente

El calor latente considera la convección libre debido a las diferencias de densidades entre la superficie del agua y la temperatura del aire [1], con la expresión:

$$H_L = \begin{cases} 2,7 \times 10^{-2}(T_{wv} - T_{av})^{1/3}(e_{sw} - e_a) & T_{wv} > T_{av} \\ 0 & T_{wv} \leq T_{av} \end{cases} \quad (2.9)$$

La presión de vapor saturado en la superficie del agua (e_{sw}) es estimada utilizando la ecuación (2.7) con $T_a = T_w$ escritas en $^{\circ}C$. Las temperaturas virtuales de la superficie del agua (T_{wv}) y del aire (T_{av}) [4] se obtienen con:

$$T_{wv} = \frac{T_w}{1 - 0,378e_{sw}P_{atm}^{-1}} \quad T_{av} = \frac{T_a}{1 - 0,378e_aP_{atm}^{-1}} \quad (2.10)$$

Calor sensible

Para estimar el calor sensible se utiliza un flujo equivalente resultante de considerar la ley de Fourier en ambos lados de la IAA.

El flujo en la IAA se puede escribir mediante:

$$H_S^{(a)} = -\alpha_a(\rho c_p)_a \frac{\partial T}{\partial z} = -\Theta_a P_a \quad (2.11)$$

en el lado del aire, y como:

$$H_S^{(w)} = -\alpha_w(\rho c_p)_w \frac{\partial T}{\partial z} = -\Theta_w P_w \quad (2.12)$$

en el lado del agua. α_w y α_a son los coeficientes de difusión térmica del agua y aire, respectivamente, que toman valores según los resultados de [21] que se adjuntan en el Apéndice A.4. Θ corresponde al producto $\alpha(\rho c_p)$ y P a $\partial T/\partial z$. Como ambos flujos son iguales, el traspaso de calor en la IAA se puede escribir como un flujo equivalente de la forma:

$$H_S^{eq} = -\Theta_e \frac{P_a + P_w}{2} \quad (2.13)$$

Igualando (2.11) con (2.12), luego reemplazando el resultado en (2.13) e igualandolo con (2.11), se obtiene la ecuación que se utiliza para estimar el flujo de calor sensible H_S :

$$H_S = -\frac{\Theta_a \Theta_w}{\Theta_a + \Theta_w} (P_a + P_w) = \frac{\alpha_a(\rho c_p)_a \alpha_w(\rho c_p)_w}{\alpha_a(\rho c_p)_a + \alpha_w(\rho c_p)_w} \left(\frac{\partial T_a}{\partial z} + \frac{\partial T_w}{\partial z} \right) \quad (2.14)$$

Calor desde el suelo

La ecuación de difusión de calor en los sedimentos, considerando un término de absorción de radiación de onda corta, se escribe como [6]:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \alpha_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} + \frac{\partial H_s(z)}{\partial z} \quad (2.15)$$

En esta expresión, α_s es el coeficiente de difusión de calor en los sedimentos y $H_s(z)$ es el flujo de calor por radiación de onda corta que cruza por la cota z , tal que el último término de la derecha de la expresión mencionada, se considera como un término fuente que absorbe calor [6].

El término $H_s(z)$ se modela con un coeficiente de extinción k_l que puede ser considerado homogéneo dentro de la porción de sedimento que absorbe radiación de onda corta [6]. De esta forma, $H_s(z)$ puede ser expresado como $H_{IAS}e^{k_l z}$, considerando que el eje z es positivo desde la IAS hacia arriba y negativo en el sentido contrario. Además, el valor H_{IAS} representa la radiación de onda corta que cruza la IAS. Así, la expresión (2.15) queda finalmente de la forma [6]:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \alpha_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} + \frac{H_{IAS}k_l}{(\rho c_p)_s} e^{k_l z} \quad (2.16)$$

Para el cálculo de flujo de calor intercambiado entre el agua y los sedimentos, H_g , se debe reconocer que la IAS posee dos lados que tienen distintos comportamientos, agua y sedimentos, en los cuales el proceso de transferencia de calor se puede representar mediante distintas expresiones. Por el lado de los sedimentos (0^-), H_g se expresa utilizando:

$$H_g^{(0^-)} = -\alpha_s (\rho c_p)_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial z} \right|_{z=0^-} \quad (2.17)$$

donde $(\rho c_p)_s$ es la capacidad calórica de los sedimentos y T_s se obtiene de (2.15).

Por el lado del cuerpo de agua ($z = 0^+$), el flujo de calor H_g se calcula utilizando:

$$H_g^{(0^+)} = -k_t (\rho c_p)_w (T_w - T_{IAS}) \quad (2.18)$$

donde k_t es el coeficiente de transferencia de calor convectivo que depende de los esfuerzos de corte sobre el fondo y/o de los flujos convectivos de calor que se producen en el caso $T_{IAS} > T_w$ [23]. Así, para obtener el flujo de calor H_g se utiliza el mismo procedimiento mencionado para el flujo de calor sensible H_S , donde se considera un coeficiente de difusión de calor equivalente Θ_e dependiente de $(\rho c_p)_s, (\rho c_p)_w, \alpha_s$ y α_w .

2.1.2. Método espectral

Mínimos cuadrados

El principio de mínimos cuadrados se usa con frecuencia en el análisis de señales y con otras funciones de una o más variables. Supongamos que tenemos dos funciones $f(t)$ y $\hat{f}(c, t)$, donde c es una constante o un set de constantes que no depende del tiempo. La idea es seleccionar los valores del mencionado parámetro, de manera que $\hat{f}(c, t)$ sea lo más parecido a $f(t)$ para un rango t en estudio. De esta manera, el error total cuadrático (TSE) se puede representar mediante:

$$TSE = \int_{t_1}^{t_2} \left(f(t) - \hat{f}(c, t) \right)^2 dt \quad (2.19)$$

donde este debe tener el menor valor posible al encontrar los valores de c . En el análisis de señales, los mínimos cuadrados se aplican más a menudo a señales discretas en vez de señales continuas, por lo que la función $f(t)$ se considera un vector de muestras de N elementos que tiene la forma $f = [f_1, f_2, \dots, f_N]$. Considerando la función de aproximación nuevamente como $\hat{f}(c, t)$, el error total cuadrático toma la forma de:

$$TSE = \sum_{n=1}^N \left(f_n - \hat{f}(c, nT) \right)^2 \quad (2.20)$$

donde f_n corresponde al n -ésimo elemento de f , y T es la separación temporal entre lecturas, es decir, el paso temporal entre f_{n-1} y f_n .

Llamando $g_m(t)$ a la función m -ésima de t , $g_{mn} = g_m(nT)$ es el valor de la función $g_m(t)$ en $t = nT$, donde existen M funciones que en su conjunto representan la señal para el tiempo en cuestión. De esta forma, la función de ajuste $\hat{f}(c, t)$, empezando desde $m = 1$, queda representada por:

$$\hat{f}(c, nT) = c_1 g_{1n} + c_2 g_{2n} + c_3 g_{3n} + \dots + c_M g_{Mn} \quad (2.21)$$

por lo que el TSE queda como:

$$TSE = \sum_{n=1}^N \left(f_n - \sum_{m=1}^M c_m g_{mn} \right)^2 \quad (2.22)$$

Identificando que el TSE puede ser considerado una función del vector c , puede ser minimizado al considerar el gradiente igual a cero, es decir,

$$\nabla TSE = \left[\frac{\partial TSE}{\partial c_1} \quad \frac{\partial TSE}{\partial c_2} \quad \dots \quad \frac{\partial TSE}{\partial c_M} \right] = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \quad (2.23)$$

Considerando (2.22) y (2.23), se obtienen M ecuaciones de la forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial TSE}{\partial c_m} &= -2 \sum_{m=1}^N g_{mn} \left[f_n - \sum_{k=1}^M c_k g_{kn} \right] \\ &= -2 \left[\sum_{n=1}^N g_{mn} f_n - \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^M c_k g_{mn} g_{kn} \right] = 0 \quad m \in \{1, 2, \dots, M\} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Al dividir por -2 y cambiando el orden de las sumatorias de la expresión (2.24), se obtienen las ecuaciones necesarias para resolver el sistemas de mínimos cuadrados y así encontrar los valores de los coeficientes c necesarios para el ajuste de la función $\hat{f}(c, nT)$:

$$\sum_{k=1}^M c_k \sum_{n=1}^N g_{mn} g_{kn} = \sum_{n=1}^N f_n g_{mn} \quad m \in \{1, 2, \dots, M\} \quad (2.25)$$

Para simplificar los cálculos, la obtención de c en la ecuación (2.25) se puede escribir de manera matricial. Definiendo los vectores:

$$G_m = [g_{m1} \quad g_{m2} \quad \dots \quad g_{mN}] \quad f = [f_1 \quad f_2 \quad \dots \quad f_N] \quad c = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_M]'$$

donde ' da cuenta de la matriz traspuesta. Así, las M ecuaciones se expresan como:

$$\begin{bmatrix} G_1 \cdot G'_1 & G_1 \cdot G'_2 & \dots & G_1 \cdot G'_M \\ G_2 \cdot G'_1 & G_2 \cdot G'_2 & \dots & G_2 \cdot G'_M \\ \vdots & & & \vdots \\ G_M \cdot G'_1 & G_M \cdot G'_2 & \dots & G_M \cdot G'_M \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \cdot G'_1 \\ f \cdot G'_2 \\ \vdots \\ f \cdot G'_M \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Sin embargo, la expresión matricial encontrada se puede resumir aún más al definir el vector:

$$G = [G'_1 \quad G'_2 \quad \dots \quad G'_M] \quad (2.27)$$

quedando finalmente que el vector de coeficientes \mathbf{c} se obtiene de:

$$G' \cdot G \cdot \mathbf{c} = (f \cdot G)'$$

$$\mathbf{c} = (G' \cdot G)^{-1} \cdot (g \cdot G)' \quad (2.28)$$

Cabe mencionar que el sistema de ecuaciones logrado tiene solución única cuando se tiene la dimensionalidad $N = M$. Cuando $N > M$ se tiene más de una solución para los coeficientes \mathbf{c} . Finalmente para el caso restante $N < M$ el sistema no tiene solución.

Ortogonalidad

La ortogonalidad es una propiedad del sistema que disminuye de manera considerable la complejidad del problema, logrando que se realicen menos cálculos para la obtención de los coeficientes \mathbf{c} .

Considerando que $G_m = [g_{m1}, g_{m2}, \dots, g_{mN}]$, suponiendo que las M funciones son mutuamente ortogonales con respecto a las N muestras del vector f , es decir,

$$G_m \cdot G'_k = 0; \quad m \neq k \quad (2.29)$$

resultando en que los elementos de la matriz izquierda en (2.26) son cero, y que cada una de las ecuaciones de la mencionada sigue la forma :

$$G_m \cdot G'_m \cdot c_m = f \cdot G'_m \quad m \in \{1, 2, \dots, M\} \quad (2.30)$$

Notando que c_m es un escalar y que los otros productos vectoriales también son escalares, se tiene que la solución para c_m es:

$$c_m = \sum_{n=1}^N f_n g_{mn} / \sum_{n=1}^N g_{mn}^2 \quad m \in \{1, 2, \dots, M\} \quad (2.31)$$

Series discretas de Fourier

Una serie discreta de Fourier consta de una combinación de senos y cosenos, cuyos argumentos son frecuencias modales multiplicadas por el tiempo, o en el caso discreto, por nT .

Considerando el vector de muestreo $f = [f_1, f_2, \dots, f_N]$, se dice que el período fundamental de f es N muestras, implicando que la forma de f se repite una y otra vez cada N datos registrados. Cualquier función que tiene este comportamiento reiterado se denomina función periódica. Así, el período fundamental es de N muestras, o en el caso temporal, de NT segundos, donde T representa el paso temporal de los datos registrados. Del mismo modo, la frecuencia fundamental corresponde al recíproco del período mencionado anteriormente, por lo que toma la forma $\omega_0 = 1/NT$ (Hz), representando la cantidad de veces que la función se

repite en un segundo.

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente, las series discretas de Fourier toman la forma de:

$$\begin{aligned}
\hat{f}(c, nT) &= \sum_{m=1-M}^{M-1} c_m e^{jm n w_0 t} & (2.32) \\
&= c_0 + \sum_{m=1}^{M-1} c_m e^{jm n w_0 t} + c_{-m} e^{-jm n w_0 t} \\
&= c_0 + \sum_{m=1}^{M-1} (c_m + c_{-m}) \cos(mn w_0 t) + j(c_m - c_{-m}) \sin(mn w_0 t) \\
&= \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^{M-1} a_m \cos(mn w_0 t) + b_m \sin(mn w_0 t) & (2.33)
\end{aligned}$$

donde n corresponde al dato registrado n -ésimo, m el modo m -ésimo, w_0 la frecuencia fundamental $1/NT$, t es el tiempo nT , y $\{a_m, b_m, c_m\}$ son los coeficientes a encontrar mediante los mínimos cuadrados. Cabe mencionar que el índice m parte en 1, dado que el valor 0 corresponde a cuando la función *seno* toma valor nulo y el *coseno* es 1, resultando en la constante a_0 .

Reemplazando w_0 en (2.32) y en (2.33), se obtienen las expresiones:

$$\hat{f}(c, nT) = \sum_{m=-(M-1)}^{M-1} c_m e^{j2\pi mn/N} \quad (2.34)$$

$$= \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^{M-1} a_m \cos(2\pi mn/N) + b_m \sin(2\pi mn/N) \quad (2.35)$$

En esta última ecuación se puede identificar que los términos *coseno* y *seno* que acompañan a los coeficientes a_m y b_m corresponden a g_{mn} en la expresión (2.22). Así, se cumple la condición de ortogonalidad al llevar a cabo un análisis matemático que no se ahondará en el presente informe, por lo que al utilizar (2.31) se obtiene:

$$a_m = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos\left(\frac{2\pi mn}{N}\right) \quad 0 \leq m < M-1 \quad (2.36)$$

$$b_m = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \sin\left(\frac{2\pi mn}{N}\right) \quad 1 \leq m < M-1 \quad (2.37)$$

Del análisis realizado para llegar de (2.32) a (2.33), se puede entonces lograr la relación para el caso general en notación compleja:

$$c_m = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-j2\pi mn/N} \quad y \quad c_{-m} = c_m^* \quad (2.38)$$

Transformada Discreta de Fourier (DFT)

La transformada discreta de Fourier transforma una onda muestreada en información espectral. El factor c_m es una medida de la correlación del vector $x = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]$ con los vectores de senos y cosenos en una frecuencia w_m . De este modo, c_m es una medida del contenido espectral de x en w_m .

La DFT es una versión escalada de c_m , y es por lo tanto, también una medida del contenido espectral de x . Sin embargo, la DFT tiene exactamente N componentes, que toman los valores de la expresión:

$$X_m = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-j2\pi mn/N} \quad (2.39)$$

de esta forma, $X_m = Nc_m$.

Transformada Rápida de Fourier (FFT)

La Transformada Rápida de Fourier (FFT) es un algoritmo que produce los valores X_m expresados en (2.39), pero más rápido. Existen varias formas y operaciones que están ampliamente descritas en la literatura [32], que no serán ahondadas en el presente informe. Sin embargo, resulta importante notar que en la obtención de la DFT se tienen productos complejos redundantes que al ser tempranamente identificados, pueden evitar tiempo de cálculo en la obtención de los coeficientes X_m .

Al utilizar (2.39) para conocer los valores de X_m , se puede observar que se tendrán N productos complejos en la suma, y N en la transformada, por lo que se tendrán N^2 productos en total. Expresando la DFT como:

$$X_m = \sum_{n=0}^{N-1} x_n W_N^{mn}, \quad m = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.40)$$

donde $W_N = \exp(-j2\pi/N)$, se obtiene una relación en la cual se tiene una función del vector

unitario W_N en el plano complejo, periódico sobre mn con un periodo N .

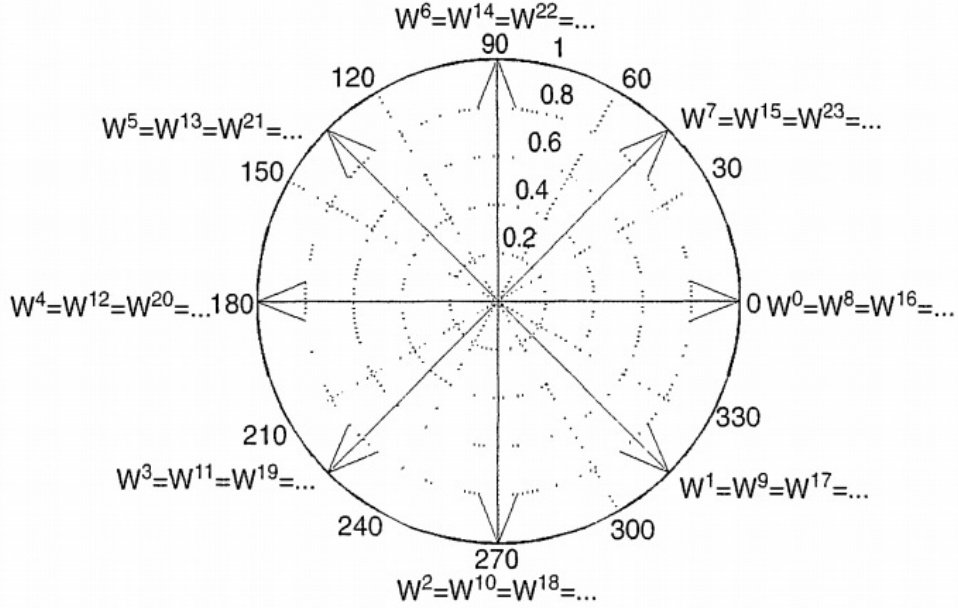


Figura 2.1: Valores de W_8 que se repiten, mostrando que solo 8 valores son únicos. (Stearns, 2003 [32]).

En la Figura 2.1 se ilustran los valores redundantes para $N = 8$ con un producto mn que toma valores entre 0 y 49, de los cuales solo 8 resultan ser únicos, pues el resto corresponde a valores que se repiten debido al corto periodo con respecto a mn . Usando esta redundancia en W_N^{mn} , la construcción de un algoritmo rápido para la DFT comienza al descomponer el vector de muestreo. Supongamos que N es múltiplo de 2. Luego, las muestras se pueden descomponer en dos vectores que contengan los elementos pares e impares de la muestra, escrita como:

$$X_m = \sum_{n=0}^{N/2-1} x_{2n} W_N^{2mn} + W_N^m \sum_{n=0}^{N/2-1} x_{2n+1} W_N^{2mn} \quad m = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.41)$$

Considerando la definición de W_N^{mn} , se puede ver que $W_{N/2}^{mn} = W_N^{2mn}$ para cualquier valor de mn , por lo que (2.41) se reescribe como:

$$X_m = \sum_{n=0}^{N/2-1} x_{2n} W_{N/2}^{mn} + W_N^m \sum_{n=0}^{N/2-1} x_{2n+1} W_{N/2}^{mn} \quad m = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.42)$$

Así, se puede apreciar que cada suma corresponde a la expresión de una DFT, pero de tamaño $N/2$ en vez de N , requiriendo $(N/2)^2$ productos en vez de N como para el caso general. Cada DFT pequeña es periódica en m con un período de $N/2$, por lo que 2 periodos están contenidos en el rango $0 \leq m < N$. Además, también hay $N/2$ productos externos únicos en

el término de la derecha, pues, como se ve en la Figura 2.1, $W_N^{mn} = -W_N$ cuando $mn \geq N/2$. Así, (2.42) tiene un total de $N^2/2 + N/2$ productos complejos, siendo menos que los N^2 productos de (2.40).

Otras descomposiciones se pueden llevar a cabo considerando ciertas propiedades que cumplen las series involucradas, como por ejemplo si fuesen potencias de 2, múltiplos de 3, etc., por lo que es importante mencionar que los algoritmos de FFT tienen distintas formas específicas para cada software o hardware, pero todos se basan en descomponer la DFT de manera iterativa en pequeñas DFT's al aprovecharse de sus descomposiciones. Los algoritmos robustos que tratan la FFT, como la que tiene MATLAB, se aprovechan de todos los factores primos de la señal.

2.1.3. Método espectral aplicado al problema de balance de calor

De la Fuente (2014)[6] en su estudio logró obtener T_w , T_s y T_{IAS} resolviendo (2.1) en conjunto con la ecuación de difusión de calor en los sedimentos (2.16), despreciando el término que representa la radiación de onda corta almacenada en la capa superior de sedimentos H_{IAS} , al considerar continuidad de temperatura y calor en la IAS. Esta condición queda expresada al calcular H_g igualando (2.17) con (2.18), e imponiendo la condición $T_{IAS} = T_s$ cuando $z = 0$. Además se debe cumplir la condición de no flujo en $z = -\infty$.

De esta forma, de la Fuente y Meruane (2017)[7] plantean una solución denominada "modelo espectral", la cual expande T_w y T_s en series de senos y cosenos. Así, la solución analítica del segundo problema de Stokes[3] es adoptada para T_s . Luego, el flujo de calor de intercambio con la atmósfera, expresado como una serie de Fourier, tiene la forma:

$$H = \sum_{m=-(M-1)}^{M-1} H_m e^{i\omega_m t} \quad (2.43)$$

tal que H_m representa la amplitud de la oscilación del modo m , ω la frecuencia característica del modo m e i la unidad imaginaria igual a $\sqrt{-1}$. De esta forma, se busca una solución periódica para la temperatura del agua de similar forma a (2.44), donde el valor de $T_w^{(m)}$ corresponde a una amplitud térmica compleja del modo m :

$$T_w = \sum_{m=-(M-1)}^{M-1} T_w^{(m)} e^{i\omega_m t} \quad (2.44)$$

Considerando lo anteriormente descrito y despreciando el flujo de calor desde los sedimentos al agua, al reemplazar (2.43) y (2.44) en (2.2), se obtiene el resultado expresado por:

$$T_w = \sum_{m=-(M-1)}^{M-1} i \frac{H_m}{\Omega} e^{i\omega_m t} \quad (2.45)$$

$$\widetilde{T}_{w_m} = \frac{H_m}{\Omega} \quad (2.46)$$

donde $\Omega = \omega_m h(\rho c_p)_w$. Además se puede identificar una escala natural de la amplitud de oscilación de la temperatura del agua (\widetilde{T}_{w_m}) dada por (2.46).

Por otro lado, para conocer la expresión analítica de la temperatura de los sedimentos, se resuelve la ecuación (2.15) considerando que no se tiene almacenamiento de calor en la porción superior del suelo, es decir, con $H_s(z) = 0$. El problema se reduce al conocido segundo problema de Stokes [3] para la ecuación de difusión de un dominio semi-infinito sujeto a una condición de borde periódica en $z=0$ y a flujo nulo en $-\infty$. Así, se propone una solución del tipo $T_s = f(t)g(z)$, obteniendo:

$$f'g = \alpha_s f g'' \quad \rightarrow \quad \frac{f'}{f} = \alpha_s \frac{g''}{g} = \alpha$$

resolviendo para f , se llega a que:

$$f(t) = f_0 e^{\alpha t}$$

La forzante para los sedimentos corresponde a la temperatura en la IAS que funciona como una condición de borde de Dirichlet periódica en $z=0$, siendo esta una sumatoria de distintos modos oscilatorios m que explican el comportamiento del medio acuoso ante la forzante atmosférica de (2.43). De esta forma, se puede considerar que para un modo en particular, la forzante tiene una frecuencia ω_m , por lo que el valor de la constante α es de $\pm i\omega_m$. Por otro lado, para la función $g(z)$ se tiene el siguiente desarrollo:

$$g'' - \frac{\alpha}{\alpha_s} g = 0$$

$$g(z) = C_1 e^{\sqrt{\alpha/\alpha_s} z} + C_2 e^{-\sqrt{\alpha/\alpha_s} z}$$

cuando $z \rightarrow -\infty$, se debe cumplir que la temperatura no diverge ($C_2 = 0$), quedando solo el término que acompaña a la constante C_1 . Considerando el caso cuando $\alpha = i\omega_m$, se tiene que $\sqrt{i} = (1+i)/\sqrt{2}$, logrando:

$$g_m = C_1 e^{(1+i)z\phi_m} + C_* e^{-(1+i)z\phi_m}$$

donde $\phi = \sqrt{\omega_m/2\alpha_s}$. Nuevamente al evaluar la condición $z = -\infty$ la temperatura debe converger hacia un valor único, implicando que la constante C_* debe tomar un valor nulo, resultando como una primera solución particular la ecuación (2.47).

$$T_{s_{m1}} = \widehat{C}_1 e^{i\omega_m t} e^{(1+i)z\phi_m} \quad (2.47)$$

Tomando ahora el caso cuando el valor de la constante $\alpha = -i\omega_m$, llevando a cabo un desarrollo similar y considerando que $\sqrt{-i} = \pm(1-i)/\sqrt{2}$ se llega a la segunda solución particular:

$$T_{s_{m2}} = \widehat{C}_2 e^{-i\omega_m t} e^{(1-i)z\phi_m} \quad (2.48)$$

que al sumarla a (2.47), conforman la solución general para un modo de oscilación m :

$$T_{s_m} = \widehat{C}_1 e^{i\omega_m t} e^{(1+i)z\phi_m} + \widehat{C}_2 e^{-i\omega_m t} e^{(1-i)z\phi_m} \quad (2.49)$$

De esta forma, la solución para la temperatura en los sedimentos corresponde a la suma de todos los modos forzantes, resultando en la ecuación:

$$T_s = \sum_{m=0}^{M-1} \widehat{C}_1 e^{i\omega_m t} e^{(1+i)z\phi_m} + \widehat{C}_2 e^{-i\omega_m t} e^{(1-i)z\phi_m} \quad (2.50)$$

Luego, considerando que la temperatura en la IAS también es descrita por una función periódica tal que se cumpla la ecuación:

$$T_{IAS} = \sum_{m=0}^{M-1} T_{IAS+}^{(m)} e^{i\omega_m t} + T_{IAS-}^{(m)} e^{-i\omega_m t} \quad (2.51)$$

al reemplazar la condición de borde $z = 0$ en (2.50) e igualar a (2.51), se obtiene que los valores de las constantes son $\widehat{C}_1 = T_{IAS+}$ y $\widehat{C}_2 = T_{IAS-}$ respectivamente. De esta forma, la ecuación que describe la variación de temperatura en los sedimentos en función del tiempo t y la profundidad z es:

$$T_s(t, z) = \sum_{m=-(M-1)}^{M-1} T_{IAS}^{(m)} e^{i\omega_m t} e^{(1+\frac{m}{|m|}i)z\phi_m^*} \quad (2.52)$$

donde $\phi_m^* = \sqrt{|\omega|/2\alpha_s}$. De este modo, al tener las ecuaciones que representan la variación de temperatura para el cuerpo de agua (2.44) y para los sedimentos (2.52), al reemplazarlas en (2.18) y (2.17), se tendrá un nuevo set de ecuaciones que reproducen de manera teórica

el comportamiento de la variación de flujos de calor H_g en el agua y suelo para la IAS, representados por:

$$H_g^{0+} = -k_t(\rho c_p)_w \sum_{m=-(M-1)}^{M-1} \left(T_w^{(m)} - T_{IAS}^{(m)} \right) e^{i\omega_m t} \quad (2.53)$$

$$H_g^{0-} = -\alpha_s(\rho c_p)_s \sum_{m=-(M-1)}^{M-1} T_{IAS}^{(m)} \left(\left(1 + \frac{m}{|m|} i \right) \phi_m^* \right) e^{i\omega_m t} \quad (2.54)$$

2.1.4. Números adimensionales

Considerando solo un modo de oscilación, de la Fuente y Meruane (2017) [7] identificaron dos casos interesantes de estudio. El primero ocurre cuando el coeficiente de velocidad de transferencia de calor es grande ($k_t \gg 1$), lo que implica un transporte de calor turbulento muy eficiente en la columna de agua y $T_{IAS} \rightarrow T_w$ para que el flujo de calor H_g esté acotado. De esta forma, la temperatura debe ser igual a la condición de borde de la IAS, por lo que $T_w = T_{IAS}$. Así, el flujo de calor desde el suelo H_g queda definido por (2.54), por lo que al reemplazarlo en (2.2) junto con (2.43), se obtiene:

$$ih(\rho c_p)_w \omega_m T_w^{(m)} = H_m - \alpha_s(\rho c_p)_s \left(1 + \frac{m}{|m|} i \right) \phi_m^* T_w^{(m)}$$

$$\frac{T_w^{(m)}}{T_{w_m}} = \left(i + \Pi_1^{(m)} \left(1 + \frac{m}{|m|} i \right) \right)^{-1} \quad (2.55)$$

donde $\Pi_1^{(m)}$ es el primer adimensional que representa la importancia de los sedimentos en el fenómeno de transferencia de calor hacia el cuerpo somero de agua.

$$\Pi_1^{(m)} = \frac{\alpha_s(\rho c_p)_s \phi_m^*}{(\rho c_p)_w \omega_m h} \quad (2.56)$$

El segundo caso se da cuando la velocidad de transferencia no es grande y se generan diferencias entre las amplitudes térmicas de la temperatura del agua y de la IAS ($T_w \neq T_{IAS}$), por lo que al igualar ambas expresiones de H_g ((2.53) y (2.54)) por continuidad de flujos de calor, se obtiene:

$$k_t(\rho c_p)_w T_w^{(m)} = \left(\alpha_s(\rho c_p)_s \left(1 + \frac{m}{|m|} i \right) \phi_m^* + k_t(\rho c_p)_w \right) T_{IAS}^{(m)}$$

$$\frac{T_{IAS}^{(m)}}{T_w^{(m)}} = \left(\frac{\Pi_1^{(m)}}{\Pi_2^{(m)}} \left(1 + \frac{m}{|m|} i \right) + 1 \right)^{-1} \quad (2.57)$$

donde se aprecia una dependencia con un segundo número adimensional $\Pi_2^{(m)}$, que cuantifica la influencia del transporte turbulento en la columna de agua en H_g .

$$\Pi_2^{(m)} = \frac{k_t}{\omega_m h} \quad (2.58)$$

Al igual que para el caso anterior, resolviendo (2.2) con el flujo desde los sedimentos dado por (2.54) y la relación (2.57), se obtiene el valor de la amplitud térmica del agua:

$$\frac{T_w^{(m)}}{\widetilde{T_{w_m}}} = \left[i + \Pi_2 \left(1 - \left(\frac{\Pi_1^{(m)}}{\Pi_2^{(m)}} \left(1 + \frac{m}{|m|} i \right) + 1 \right)^{-1} \right) \right]^{-1} \quad (2.59)$$

2.2. Análisis Hidrodinámico

Debido a la condición de mayor temperatura por parte de los sedimentos que el cuerpo de agua, se produce un fenómeno de convección que genera inestabilidades en la zona inferior del medio somero contiguo a la IAS [23, 21], pues esta porción de fluido presenta una menor densidad al estar más caliente, lo que genera un descenso de las capas superiores de agua que están más heladas y por lo tanto, con una mayor densidad [9]. Cuando ocurre este fenómeno, el flujo de calor H_g que pasa desde el suelo hacia el cuerpo de agua se puede representar proporcional a un coeficiente de transferencia de calor convectivo k_t , por lo que el calor conducido desde los sedimentos hacia el agua quedará descrito mediante:

$$- \alpha_w \left. \frac{\partial T_w}{\partial z} \right|_{z=0} = k_t (T_{IAS} - T_w) \quad (2.60)$$

El coeficiente de transferencia de calor convectivo k_t se considera como un valor característico que se obtiene a partir de realizar un ajuste lineal entre el flujo de calor en la interfaz H_g y $\Delta T(\rho c_p)_w$ en (2.18). Por otro lado, reordenando y adimensionalizando la ecuación (2.60), se obtiene la expresión:

$$\frac{\partial \left(\frac{T_{WSI} - T}{T_{WSI} - T_w} \right)}{\partial \left(\frac{z}{L} \right)} = \frac{k_t L}{\alpha_w} = Nu \quad (2.61)$$

que entrega el número de Nusselt (Nu) al relacionar el coeficiente k_t , un largo característico del problema L y el coeficiente de difusión de calor en el agua α_w [21].

Dada la naturaleza del problema, se puede abordar como una placa horizontal que está entregando calor al cuerpo de agua, el cual ha sido estudiado por muchos autores y encontrado

por lo tanto, bastantes soluciones [17, 23, 28, 31]. De esta forma, las ecuaciones que gobiernan el fenómeno corresponde a las de conservación de Momentum, Energía y Continuidad, que se pueden adimensionalizar considerando un tiempo característico $\tau = L^2/\alpha_w$, una velocidad característica $U^* = \alpha_w/L$ y una temperatura característica $T^* = (T_{IAS} - T_\infty)$, quedando:

$$\begin{aligned}\frac{\partial W}{\partial \tau} + U \frac{\partial W}{\partial X} + W \frac{\partial W}{\partial Z} &= Gr\theta + Pr \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \\ \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + W \frac{\partial \theta}{\partial Z} &= \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \\ \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial W}{\partial Z} &= 0\end{aligned}\tag{2.62}$$

donde se desprende que los números importantes corresponden a los números de Grashof (Gr), Rayleigh (Ra), Prandtl (Pr) y Nusselt (Nu):

$$\begin{aligned}Gr &= \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2} & Pr &= \frac{\nu}{\alpha_w} \\ Ra &= Gr \cdot Pr & Nu &= \frac{k_t L}{\alpha_w}\end{aligned}\tag{2.63}$$

El largo característico L puede ser considerado de distintas maneras, donde varios autores tomaron en cuenta las dimensiones de la placa experimental utilizada en el almacenamiento del cuerpo de agua [2, 20, 22]. Sin embargo, en un dominio plano infinito y horizontal, pero confinado por dos placas separadas por una distancia $L = h$, el largo característico puede ser considerado como $L = h$ [14, 19, 35]. Bajo un valor crítico de Ra , el transporte de calor se debe a conducción y el movimiento del fluido es nulo. Este valor es aproximadamente 1708 y es independiente del Pr . Al aumentar el valor de Ra , el primer modo de convección es generalmente un campo de flujo estático en 2 dimensiones en forma de rollos. A medida que aumenta el valor de Ra , el movimiento del fluido, para un Pr moderado o alto, pasará a ser un campo de flujo estático en 3 dimensiones, luego un flujo dependiente del tiempo para terminar convirtiéndose en turbulento. Estas transiciones posteriores tienen una fuerte dependencia con el número de Prandtl [11, 19]. Considerando los resultados obtenidos por Krishnamurti (1973), el flujo se vuelve turbulento para $Ra \approx 10^4$ con un $Pr \approx 1$, $Ra \approx 10^5$ para el agua ($Pr \approx 7$) y $Ra \approx 10^6 - 10^7$ para fluidos con Pr mayores. Así, para casos de transferencia de calor con turbulencia totalmente desarrollada en capas horizontales de fluido, se acepta una relación entre el Nu y el una potencia de Ra con exponente 1/3, donde el transporte resulta ser independiente del espesor del estrato de agua. Sin embargo, las mediciones experimentales a menudo resultan en una mejor correlación de ajuste de potencia [11], por lo que en el presente trabajo se plantea una relación del tipo:

$$Nu = c_1 Ra^{c_2}\tag{2.64}$$

con $1/4 < c_2 < 1/3$ y $0 < c_1 < 0,02$. Además se presentan tiempos transientes obtenidos de manera cualitativa al observar las diferencias de temperatura $T_{IAS} - T_w$ cuando alcanza un estado cuasi-estático para evaluar si los fenómenos convectivos son importantes dentro del fenómeno físico en estudio.

Capítulo 3

Metodología

3.1. Instalación Experimental

La instalación experimental para la presente Tesis se llevó a cabo en el laboratorio de Hidráulica Francisco Javier Domínguez, ubicado en el Departamento de Ingeniería Civil de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile. A continuación, se detalla el sistema de adquisición de datos, el equipo utilizado, la metodología experimental y el procesamiento de datos realizado.

3.1.1. Sistema de medición distribuida de temperaturas (DTS)

La instalación experimental (Figura 3.1) consiste en una caja de acrílico llenada con sedimentos y agua de manera que emule el comportamiento de un cuerpo de agua somero sobre un estrato de sedimentos. Además, se utilizó un set de focos led que se encienden y apagan periódicamente para emular la forzante radiativa solar de onda corta presente en el medio ambiente. La caja de acrílico tiene por dimensiones $48 \times 48 \times 75 \text{ cm}^3$ de alto, ancho y largo, respectivamente, aislándola al forrarla interiormente con poli-estireno de 1 cm de espesor en su interior. Un sistema de medición vertical de temperatura DTS (Distributed Temperature Sensing) de alta resolución fue construido para medir simultáneamente las temperaturas del aire, agua y suelo. El sistema vertical mencionado anteriormente, consta de un tubo vertical de PVC de 10 cm de diámetro relleno con espuma aislante ubicado en el centro de la caja, además de dos tanques de calibración a distintas temperaturas, uno a temperatura ambiente y otro calentado mediante un termostato de acuario, y una fibra óptica que conecta todos los elementos del sistema. Una fibra óptica simplex tight-buffered de 0.9 mm de diámetro (AFL Telecommunications, Spartanburg, SC) se enrolló en el tubo vertical para así poder tener lecturas de temperatura en el eje z con una resolución espacial vertical de 0.78 mm. Este cable se conectó a un sistema DTS XT-Ultima (Silixa, Herthfordshire, England) usando una configuración double-ended [12]. El largo total del cable fue de aproximadamente ≈ 240 m, con ≈ 60 m en cada tanque de calibración. Posteriormente, la caja se llenó con aproximadamente 25.5 cm de sedimento obtenido de una laguna cercana al campus de la Universidad,

y con una columna de agua potable cuya altura variaba entre los 2.5 y 10 cm. Finalmente, a aproximadamente 20 cm de altura sobre la caja, se ubicó un set de focos led de ≈ 270 W de potencia. El arreglo se configuró de manera tal que los períodos fueran de 1, 2, 4 y 6 horas.

Para obtener las mediciones de humedad relativa, se utilizó un logger USB de humedad relativa y temperatura (Shanghai Total Meter Co. Ltd.) ubicado a aproximadamente 10 cm bajo el set de focos. La radiación entregada por los focos se midió utilizando un piranómetro Apogee MP-200 en 26 puntos bajo los focos, a la altura de agua correspondiente. La capacidad calórica volumétrica $(\rho c_p)_s$ y el coeficiente de difusión de calor (α_s) en los sedimentos se midieron con un analizador de propiedades de terreno KD2pro (Decagon Devices Inc.).

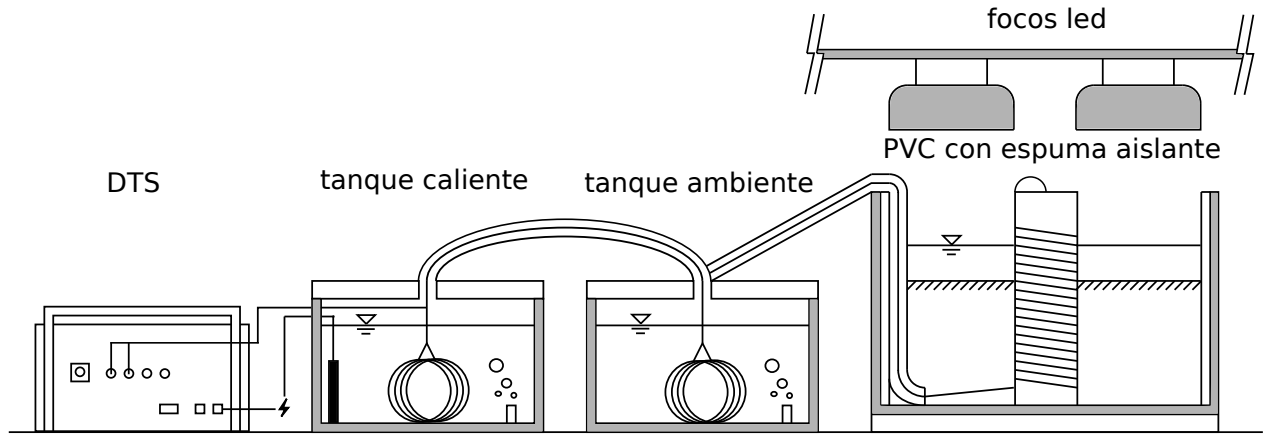


Figura 3.1: Instalación experimental con sistema de medición de temperatura DTS utilizada.

3.1.2. Equipo de medición DTS

La tecnología DTS utiliza el espectro de Raman en un cable de fibra óptica para medir la temperatura a lo largo del filamento de vidrio. La razón entre las ondas de Stokes y AntiStokes del espectro de Raman es usada para estimar los valores de la temperatura a lo largo de la fibra, donde la ubicación de éstas es estimada a partir de los tiempos de viaje de la luz emitida y dispersada a lo largo del filamento [33]. Una descripción teórica más profunda sobre el fenómeno óptico asociado al sistema de medición DTS se puede encontrar en el estudio de Selker et al. (2006)[30]. Considerando lo anteriormente mencionado, la ecuación que describe la temperatura es:

$$T(z) = \frac{\gamma}{\ln\left(\frac{P_s(z)}{P_{as}(z)}\right) + C - \Delta\alpha z} \quad (3.1)$$

donde $\gamma(K)$ representa la variación de energía entre un fotón en la longitud de onda incidente y el dispersado en el espectro de Raman, C un parámetro adimensional de calibración que envuelve las propiedades de la luz incidente y del equipo DTS, y $\Delta\alpha[m^{-1}]$ es la atenuación

diferencial entre las señales de anti-Stokes y Stokes en la fibra de vidrio [12].

Considerando la expresión (3.1) y tres puntos de distancia conocida z_i y temperatura T_i , se puede encontrar los parámetros de calibración γ , C y $\Delta\alpha$ utilizando el sistema lineal de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 1 & -T_1 & T_1 z_1 \\ 1 & -T_2 & T_2 z_2 \\ 1 & -T_3 & T_3 z_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma \\ C \\ \Delta\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 \ln \left(\frac{P_s(z_1)}{P_{as}(z_1)} \right) \\ T_2 \ln \left(\frac{P_s(z_2)}{P_{as}(z_2)} \right) \\ T_3 \ln \left(\frac{P_s(z_3)}{P_{as}(z_3)} \right) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

3.1.3. Preparación Equipo DTS

Para poder medir la temperatura se debe llevar a cabo el siguiente procedimiento de calibración del equipo DTS:

- Se debe instalar el software que provee el fabricante para el sistema operativo Windows respectivo.
- En el asistente de configuración se debe seleccionar cual es la configuración del sistema: single-ended, duplexed single-ended, double-ended [12].
- Se elige el sistema de calibración a utilizar para conocer las constantes de obtención de temperatura, siendo en este caso una del tipo dinámica [12].
- Se ingresa el largo estimado de la fibra óptica conectada al sistema, además de la frecuencia de adquisición de datos.
- Se seleccionan los tramos del perfil de temperatura que corresponderán a zonas de calibración.

Con estos parámetros configurados, el software se encuentra disponible para llevar a cabo mediciones de temperatura.

3.2. Metodología Experimental

La siguiente metodología se utiliza en la obtención de información de 12 experimentos realizados con distintas características, las que se resumen a continuación:

Exp	\bar{T} [hr]	h [m]	$H_s^{(in)}$	$H_s^{(out)}$	Hora inicial
1	2	6.5	241	22	16:28
2	4	4.1	230	23	16:00
3	6	3.0	224	25	13:49
4	2	10.0	270	27	11:09
5	4	10.0	272	25	16:42
6	6	10.0	272	26	10:41
7	6	5.0	240	23	15:28
8	4	2.5	223	21	09:10
9	2	2.5	218	20	15:32
10	1	2.5	217	22	14:14
11	1	5.0	246	28	10:10
12	1	10.0	277	26	11:52

Tabla 3.1: Parámetros de experimentos realizados

3.2.1. Mediciones de Temperatura

El procedimiento que se llevó a cabo para obtener los datos de las distintas experiencias es el siguiente:

- Llenar con agua el estanque hasta la altura deseada.
- Medir con el piranómetro Apogee MP-200 la radiación de onda corta incidente que llega a la superficie de agua en varios puntos de la misma.
- Seleccionar en el timer, al cual están conectados los focos, los periodos de tiempo de encendido y apagado.
- Configurar el Logger de Humedad Relativa para que adquiera datos a la misma frecuencia que el equipo DTS.
- Comenzar el registro de datos tanto en el DTS como en el logger de manera coordinada.
- Una vez realizada la experiencia, se debe extraer la información de los archivos *.xml* a una base de datos de MATLAB *.mat* utilizando el software del proveedor del equipo DTS.

3.3. Procesamiento de Datos

3.3.1. Calibración equipo DTS

Para obtener parámetros de calibración más precisos, se utiliza una sección de fibra con temperatura uniforme en vez de un punto. De esta forma, para cada sección de referencia se consideran valores representativos de distancia (z^*) y del logaritmo de la razón de las componentes de Stokes y anti-Stokes ($\ln(P_s^*/P_{as}^*)$). Como el inverso de la temperatura varía linealmente con z y $\ln(P_s/P_{as})$, los valores representativos son mejor calculados como la media aritmética de cada sección [12].

De esta forma, se obtienen valores temporales de las constantes de calibración γ , C y $\Delta\alpha$ para cada experimento, que se reemplazan en (3.1) para obtener series temporales de los perfiles de temperatura. La raíz del error cuadrático medio se utiliza como parámetro de calidad de la medición:

$$RMSE = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (T_i - T)^2} \quad (3.3)$$

Por otro lado, la sensibilidad del equipo se calcula como la media de la desviación estándar de las mediciones en los estanques de agua fría y caliente que se utilizan como puntos de calibración para distintos tiempos de integración, eligiendo el lapso de tiempo que permita observar el fenómeno físico de intercambio de temperatura y minimice el error en la medición, considerando un perfil de temperatura entregado por el equipo DTS. En la Figura 3.2 se adjunta un diagrama de la señal enviada por el equipo DTS y un ejemplo de un perfil de temperatura obtenido para un experimento realizado. Se definen 4 sectores ubicados en los tanques de calibración en función de la temperatura de estos y del sentido de la señal para llevar a cabo en análisis de sensibilidad.

3.3.2. Manejo previo de datos

Los datos de temperatura en el tiempo y en el espacio, el vector de tiempo y de posición, son entregados por el sistema DTS de la forma:

$$[T] = \begin{bmatrix} T_{z_1, t_1} & \cdots & T_{z_1, t_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ T_{z_N, t_1} & \cdots & T_{z_N, t_N} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$[t] = [t_1, \dots, t_N] \quad (3.5)$$

$$[z] = [z_1, \dots, z_N] \quad (3.6)$$

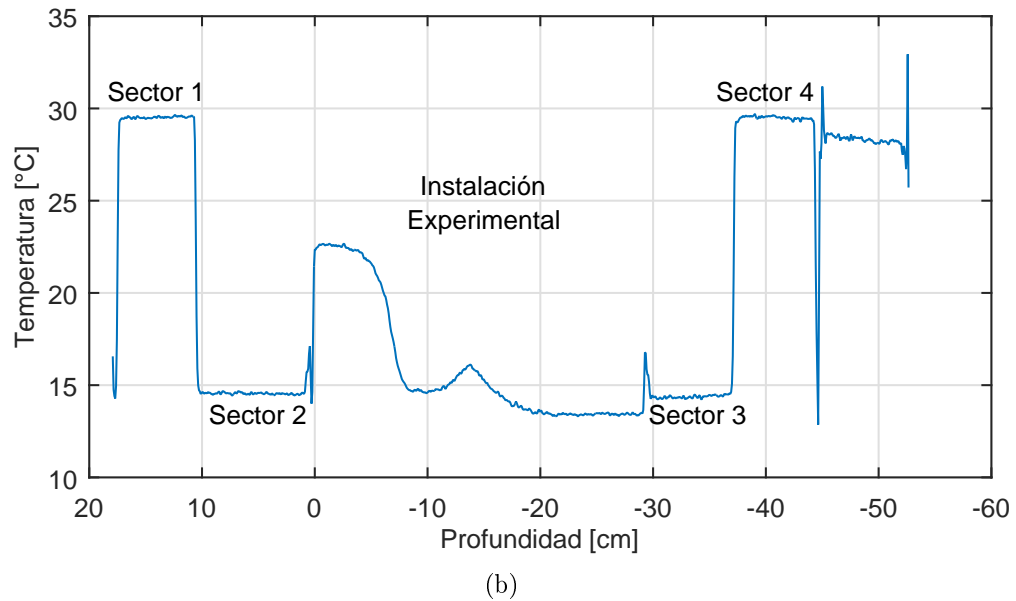
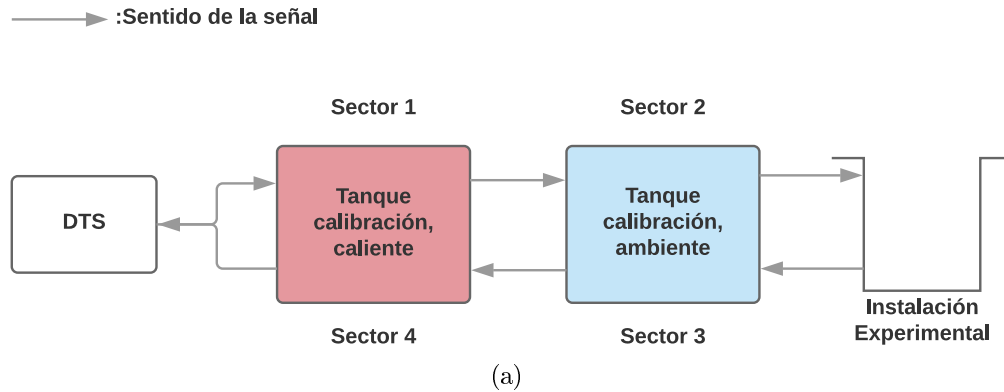


Figura 3.2: (a) Diagrama de la señal enviada por el equipo DTS para medir temperatura. (b) Perfil de temperatura obtenido por el equipo DTS para un experimento realizado. Sectores correspondientes a lecturas de temperatura en estanques de calibración. Los sectores 1 y 4 se ubican en el estanque a temperatura caliente. Los sectores 3 y 4 se ubican en el estanque ambiente. El primer sector en ambos estanque corresponde al de la señal de salida, mientras que el segundo al de la señal en retorno.

El sistema DTS realiza mediciones longitudinales de temperatura cada ≈ 25 cm. Para poder llevar esas lecturas a variaciones verticales de temperatura se considera el perímetro del tubo de PVC. La hipotenusa de un triángulo cuyo cateto adyacente corresponde al perímetro del tubo más el diámetro de la fibra óptica (0.9 mm) y el cateto opuesto al diámetro de la fibra, valga la redundancia, toma el valor de la distancia longitudinal de fibra necesaria para recorrer 0.9 mm verticalmente. De esta forma, al tomar en cuenta que el sistema DTS realiza mediciones cada 25 cm, mediante una regla de 3 se obtiene la distancia vertical de las lecturas de temperatura, resultando una resolución vertical de 0.78 mm. Cabe mencionar que esto es válido para la sección de la fibra que se encuentra enrollada en el tubo de PVC, por lo que se identifica gráficamente el punto que corresponde dicha condición al presentar una diferencia de temperatura importante entre el estanque de agua a temperatura ambiente y el aire. Por otro lado, el vector de tiempo \mathbf{t} esta en unidades de días, por lo que es necesario multiplicarla por el factor 86400 para dejarlo en segundos. Por otro lado, para suavizar el ruido generado por el sistema de medición, se aplica la función de MATLAB $smooth(T, n)$ que suaviza la señal al aplicar un filtro de media móvil al considerar n puntos en la vecindad próxima al punto a suavizar. En la Figura 3.3 se adjunta un ejemplo del filtro mencionado.

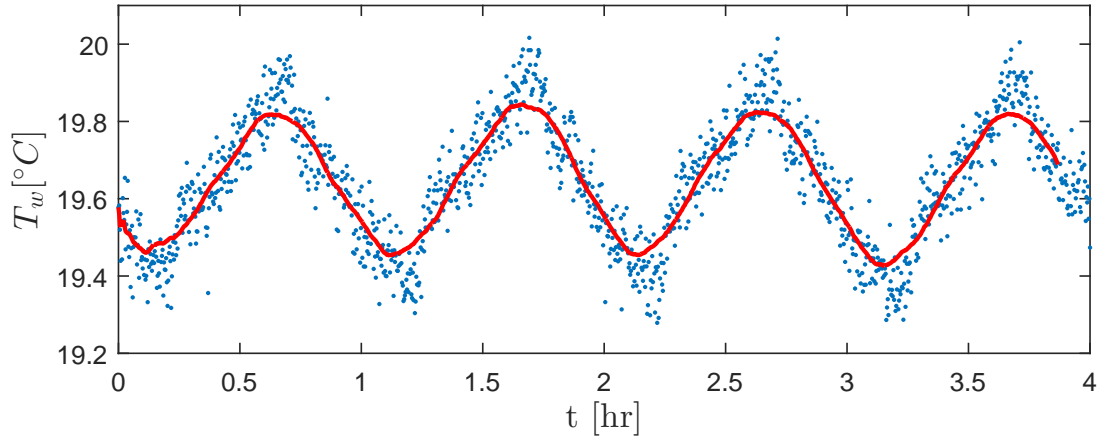


Figura 3.3: Ejemplo de filtro utilizado para las lecturas de temperatura obtenidas mediante sistema DTS (puntos azules). La señales filtrada (línea roja) corresponde a el filtro de media móvil para temperatura en t .

3.3.3. Obtención de H_{IAS} y k_l

Para obtener la radiación de onda corta que se almacena en la porción de sedimentos H_{IAS} y el coeficiente de decaimiento de radiación en el suelo k_l , se considera la expresión (2.16), donde la derivada temporal se obtiene utilizando un esquema de diferencias finitas hacia adelante[26] como el de la expresión:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{T_s^{(z,t+1)} - T_s^{(z,t)}}{\Delta t} \quad (3.7)$$

mientras que la derivada espacial se obtiene con un esquema de diferencias finitas centrada:

$$\frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} = \frac{T_s^{z,t+1} - 2T_s^{z,t} + T_s^{z,t-1}}{(\Delta z)^2} \quad (3.8)$$

Para la obtención de ambas matrices, se utiliza el comando $\text{diff}(T, n, \text{dim})$ de MATLAB, el cual entrega la enésima (n) diferencia entre elementos adyacentes en la dimensión “ dim ”. Los valores de Δt y de Δz se obtienen mediante los comandos de MATLAB $\text{mean}(\text{diff}([t]))$ y $\text{mean}(\text{diff}([z]))$ respectivamente.

Los valores de la derivada temporal resultante corresponden a un tiempo $t_i + \Delta t/2$, por lo que para llevarlas al tiempo t_i , se realiza un ajuste lineal entre valores t_i y t_{i+1} . Posteriormente, al tener la matriz con las derivadas temporales y espaciales, se ajusta una curva exponencial para cada tiempo t_i mediante el comando de MATLAB $\text{fit}(x, y, 'exp1')$ de manera que represente la expresión:

$$H_{IAS} k_l e^{k_l z} = \left(\frac{\partial T_s}{\partial t} - \alpha_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} \right) (\rho c_p)_s \quad (3.9)$$

Esta función entrega como resultado un ajuste del tipo $y = a \cdot \exp(b \cdot x)$, arrojando los valores de $a = H_{IAS} k_l$ y $b = k_l$ con sus respectivos intervalos de confianza del 95 %. Así, al tener los valores de b , se divide a por b para encontrar finalmente los valores de H_{IAS} para cada tiempo.

3.3.4. Obtención de k_t característico

Para obtener el coeficiente de transferencia de calor k_t característico de cada experimento, se considera continuidad de calor en la IAS, por lo que se igualan la expresiones 2.17 y 2.18, resultando la ecuación:

$$\alpha_s (\rho c_p)_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial z} \right|_{z=0} = k_t (\rho c_p)_w (T_w - T_{IAS}) \quad (3.10)$$

Identificando que se tiene una relación del tipo $y = mx$, se lleva a cabo un ajuste lineal con $x = (\rho c_p)_w (T_w - T_{IAS})$ e $y = \alpha_s (\rho c_p)_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial z} \right|_{z=0}$, donde la pendiente corresponde al valor de k_t , único para cada experimento.

3.3.5. Filtro de Frecuencias

Para filtrar frecuencias dentro del análisis de Fourier a realizar, se lleva a cabo un estudio de las amplitudes térmicas modales obtenidas al aplicar una transformada rápida de fourier (FFT), mediante el software Matlab, a la serie temporal de temperatura en un punto que

corresponda a la fibra en el interior del equipo DTS. Luego, se identifican los puntos máximos locales mediante la función *findpeaks* de Matlab, la cual retorna un vector con estos valores del vector señal ingresado. Posteriormente, se consideran los 2 valores más grandes de los máximos locales y sus frecuencias asociadas, y se establece que la amplitud modal de la temperatura del experimento asociadas a estas son 0. De este modo, se extraen de la serie de temperatura experimental las frecuencias aportantes que no implican un cambio de temperatura en el cuerpo de agua.

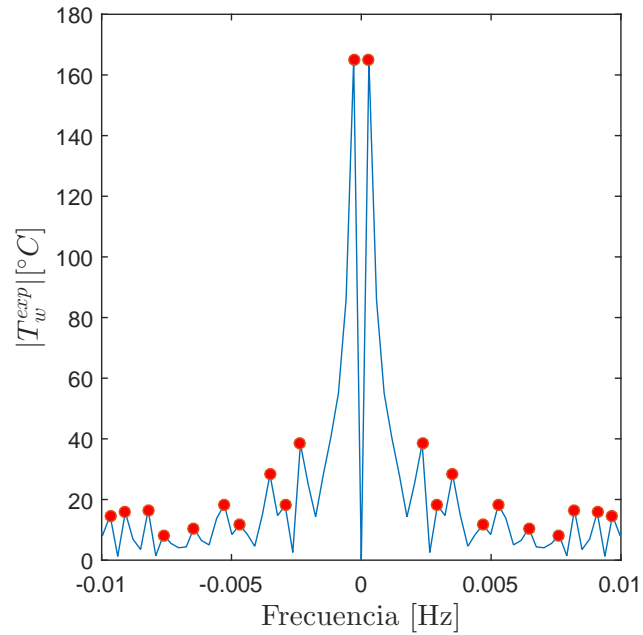


Figura 3.4: Ejemplo de resultado de función *fft* para un experimento realizado (línea continua) con los máximos locales encontrados mediante *findpeaks* (puntos rojos).

Capítulo 4

Resultados

4.1. Equipo DTS

4.1.1. Calibración

Los valores de las constantes γ , C y $\Delta\alpha$ de la calibración del sensor DTS (Ecuación (3.1)) se presentan gráficamente en el ANEXO B.1. Al evaluar la ecuación (3.1) con los valores obtenidos de estas constantes, la raíz del error cuadrático medio (ecuación (3.3)) resultante de comparar las series de temperatura obtenidas con las medidas para cada experimento, entrega los resultados de la Tabla 4.1 para cada uno de los experimentos realizados, en los cuales se aprecia un buen ajuste por parte del equipo.

Exp	RMSE [$^{\circ}C$]	Exp	RMSE [$^{\circ}C$]
1	0,005	7	0,008
2	0,005	8	0,007
3	0,006	9	0,008
4	0,006	10	0,008
5	0,006	11	0,008
6	0,007	12	0,008

Tabla 4.1: Raíz del error cuadrático medio para los experimentos realizados al validar las constantes experimentales obtenidas mediante la expresión (3.2).

4.1.2. Sensibilidad

Al considerar distintos intervalos de integración de tiempo (ΔT), se obtuvieron los resultados de la Figura 4.1, que muestra la variación en la desviación estándar de las mediciones de temperatura σ_T para cada sector de calibración, en cada uno de los experimentos realizados (líneas de color). Debido a que con un lapso mayor a 100 [s] la ganancia en quitar ruido a la señal es muy poca (diferencia en σ_T) con respecto a observar el fenómeno físico, se decidió

optar por este valor para obtener los puntos que componen las lecturas de temperatura que se adjuntan en la Tabla 4.2.

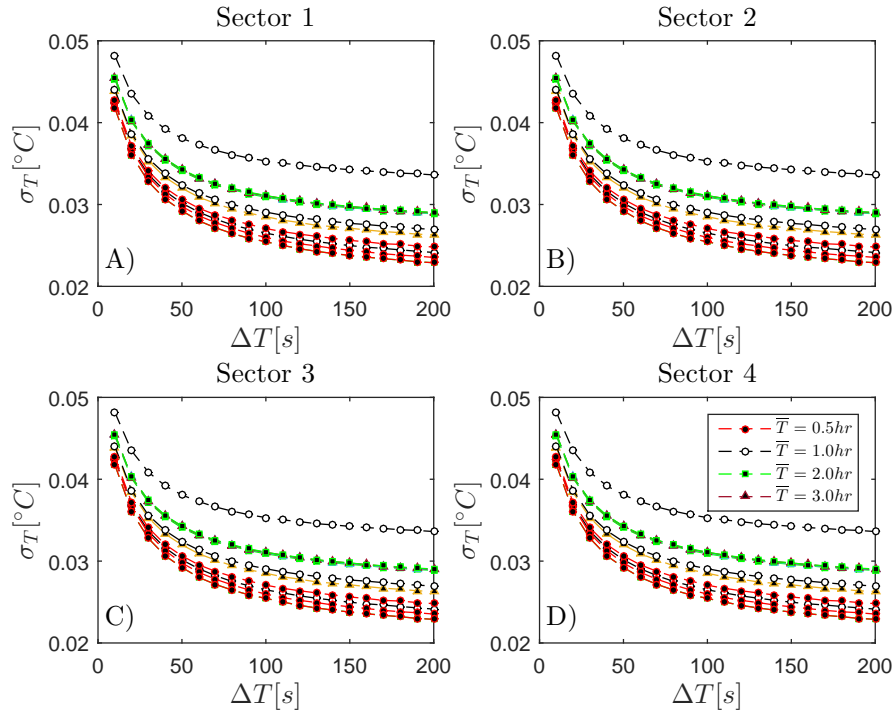


Figura 4.1: Variación en la desviación estándar de las mediciones de temperatura al integrar en distintos períodos de tiempo para A) Sector 1, B) Sector 2, C) Sector 3 y D) Sector 4.

Exp	$\sigma_{sec1} [^{\circ}C]$	$\sigma_{sec2} [^{\circ}C]$	$\sigma_{sec3} [^{\circ}C]$	$\sigma_{sec4} [^{\circ}C]$	$\bar{\sigma} [^{\circ}C]$
1	0,035	0,035	0,035	0,035	0,035
2	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
3	0,029	0,029	0,029	0,029	0,029
4	0,029	0,029	0,029	0,029	0,029
5	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031
6	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031
7	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031
8	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031
9	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026
10	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026
11	0,027	0,027	0,027	0,027	0,027
12	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025

Tabla 4.2: Valores de σ en las lecturas de temperatura para un período de tiempo de integración de 100 [s] en los distintos sectores, además del promedio obtenido para cada experimento.

4.2. Descripción cualitativa de los resultados

Las propiedades del cuerpo de agua consideradas se resumen en la Tabla 4.3. Además, el comportamiento general observado para los distintos experimentos en el transcurso del tiempo es el de la Figura 4.2. En la Figura 4.2.C) se puede observar la serie de perfiles verticales de temperatura del sistema. En la zona aledaña a la IAA se aprecia la ley de Fourier al aparecer un gradiente marcado entre la temperatura del aire y la de la superficie del agua cuando los focos se encuentran encendidos (perfiles de líneas continuas). Por el contrario, cuando la forzante radiativa se encuentra apagada (líneas segmentadas), se observa una disminución local de temperatura en la interfaz, pasando desde una temperatura mayor desde el agua hacia una inferior en la IAA, para luego pasar desde ésta hacia una mayor en el aire. Este comportamiento se puede ver en los perfiles correspondientes a los tiempos 1.5 y 3.5 [hr]. La disminución local de temperatura en la superficie corresponde a un fenómeno que está sacando energía, por lo que puede ser asociado a la evaporación de la parte superior del cuerpo de agua. Si bien este fenómeno aparece durante el lapso de tiempo que permanece apagado el set de focos (tiempos 1.5, 3.5 y 5.6 [hr]), su presencia se hace más notoria una vez que se ve estabilizada la temperatura del aire, pues cuando la temperatura de éste es alta al comienzo del período de apagado, la fuente de energía encargada de alimentar la evaporación corresponde al calor que difunde desde el aire (ver tiempos 1.2, .2 y 5.3 [hr] en la Figura 4.2). De los perfiles recién mencionados también es importante destacar que, como se ve en la Figura 4.2 en A) y B), cuando el flujo H_g está en el período de tiempo de mínimos valores es cuanto el forzante radiativo H_{nsw} es cero. Por otro lado, al observar el comportamiento temporal que tienen los perfiles de temperatura en la IAS en la Figura 4.2.C), se destaca que aquellos instantes de tiempo cuando los focos estuvieron encendidos (Figura 4.2.A), la zona superior de los sedimentos presenta un calentamiento importante que corresponde a un almacenamiento temporal de temperatura que se traspasa hacia el cuerpo de agua y hacia el fondo de los sedimentos, produciendo un aumento en el valor de H_g (Figura 4.2.B). Del mismo modo, en la zona inferior de los sedimentos se aprecia un gradiente casi constante de temperatura que implica un flujo de calor hacia el fondo. Este flujo se puede explicar por un proceso de acomodo del sistema donde el estrato inferior se calienta a medida que la forzante calienta la parte superior del suelo.

En cuanto a la temperatura del aire ($z > IAA$), se puede ver que cuando los focos se encuentran encendidos se tiene un mayor valor cercano a la fuente de calor. Por el contrario, cuando los focos se encuentran apagados se ve una temperatura del aire más bien homogénea que se alcanza rápidamente. Este comportamiento se explica en la menor capacidad calórica volumétrica $(\rho c_p)_a$ del aire en comparación a la del agua, siendo la primera aproximadamente igual $1,633 \times 10^3 [Jm^{-3} \cdot ^\circ C^{-1}]$ y la segunda a $4,177 \times 10^6 [Jm^{-3} \cdot ^\circ C^{-1}]$ [21].

Exp	$T_w^{med} [^{\circ}C]$	$(\rho c_p)_w [J/m^3^{\circ}C]$	$\alpha [m^2/s]$	$\nu [m^2/s]$	$\beta [1/^{\circ}C]$	Pr
1	18,39	4179449	1,42E-07	1,05E-06	1,89E-04	7,4
2	20,07	4176715	1,43E-07	1,00E-06	2,07E-04	7,0
3	19,32	4177930	1,43E-07	1,02E-06	1,99E-04	7,1
4	19,09	4178319	1,43E-07	1,03E-06	1,96E-04	7,2
5	19,69	4177338	1,43E-07	1,01E-06	2,03E-04	7,1
6	20,15	4176572	1,43E-07	1,00E-06	2,08E-04	7,0
7	20,46	4176064	1,44E-07	9,95E-07	2,11E-04	6,9
8	19,06	4178359	1,43E-07	1,03E-06	1,96E-04	7,2
9	19,82	4177119	1,43E-07	1,01E-06	2,04E-04	7,1
10	19,97	4176870	1,43E-07	1,01E-06	2,06E-04	7,1
11	19,95	4176907	1,43E-07	1,01E-06	2,05E-04	7,1
12	19,65	4177392	1,43E-07	1,01E-06	2,02E-04	7,1

Tabla 4.3: Propiedades del cuerpo de agua consideradas según los datos de Lienhard (2010) [21].

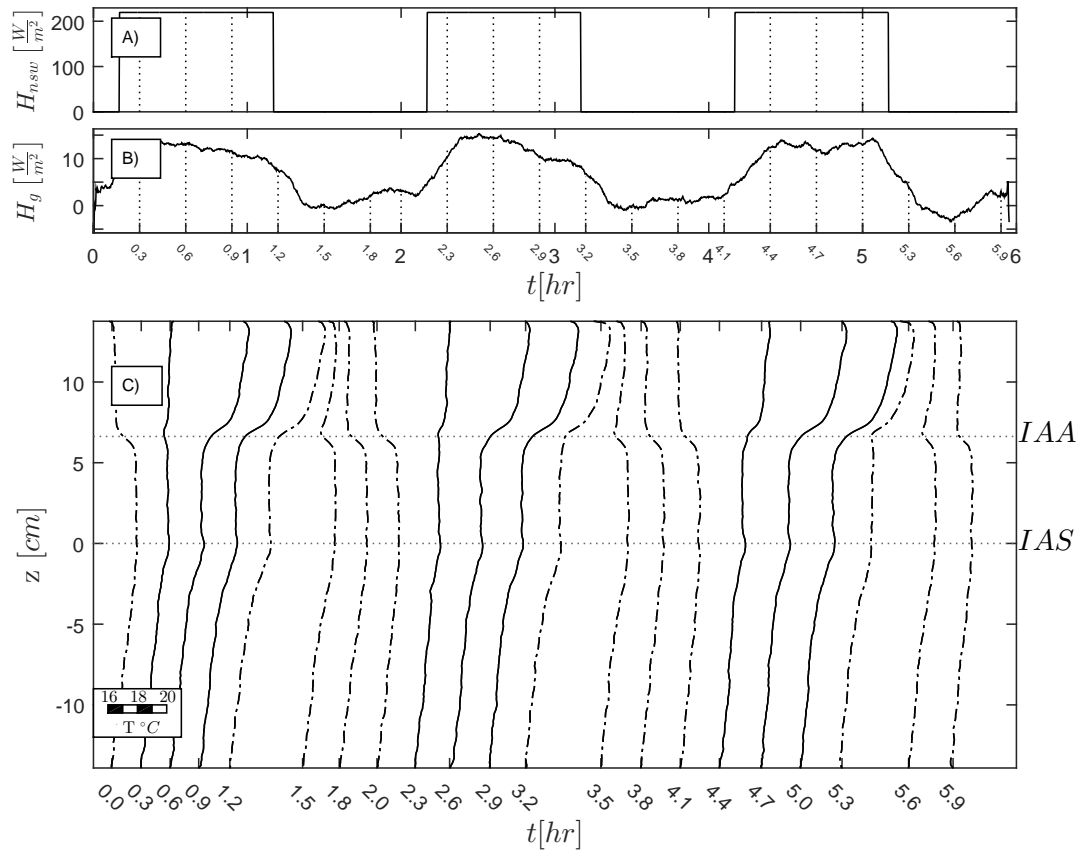


Figura 4.2: Series de tiempo de: A) Forzante radiativa de onda corta neta H_{nsw} al sistema. B) Flujo de calor desde los sedimentos al cuerpo de agua H_g . C) Perfiles verticales de temperatura del aire, agua y sedimentos. La línea continua corresponde a los períodos de prendido de foco, mientras que la línea segmentada corresponde a períodos de apagado del foco.

4.3. Flujos de calor

4.3.1. Flujos de calor en el cuerpo de agua

Las Figuras 4.3 y 4.4 muestran los flujos de calor, para el experimento 1 de la Tabla 3.1. Todos los flujos de calor se adimensionalizaron por el máximo valor de H_{nsw} para el período de tiempo considerado, para así tener una noción de cómo son las componentes en relación a la energía que está entrando al sistema. Así, se puede apreciar en la Figura 4.3 y Figura 4.4 que los flujos son del mismo orden, siendo los más importantes H_{nsw} , H_{nlw} y H_{IAS} . En algunos casos el flujo H_l toma importancia al tomar valores de un 10 % con respecto a la radiación H_{nsw} . Por otro lado, los flujos restantes son parecidos en cuanto a magnitud, debido a que el gradiente o las diferencias de temperatura entre los sedimentos, aire y agua, no son muy grandes, como se puede ver en la Figura 4.3.A. Así, el flujo H_{nlw} es $\approx 38\%$ de la radiación neta de onda corta, mientras que los flujos de calor sensible H_s y latente H_l son $\approx 2\%$ y $\approx 15\%$ respectivamente. Considerando lo anteriormente mencionado, se puede desprender que la atmósfera es la que más afecta el balance calórico en el cuerpo de agua, siendo en este caso con la humedad relativa del medio. Otro punto interesante a mencionar, es el desfase presente en el flujo de calor latente H_l , que se explica por la mayor temperatura del agua con respecto a la del aire cuando los focos se encuentran apagados.

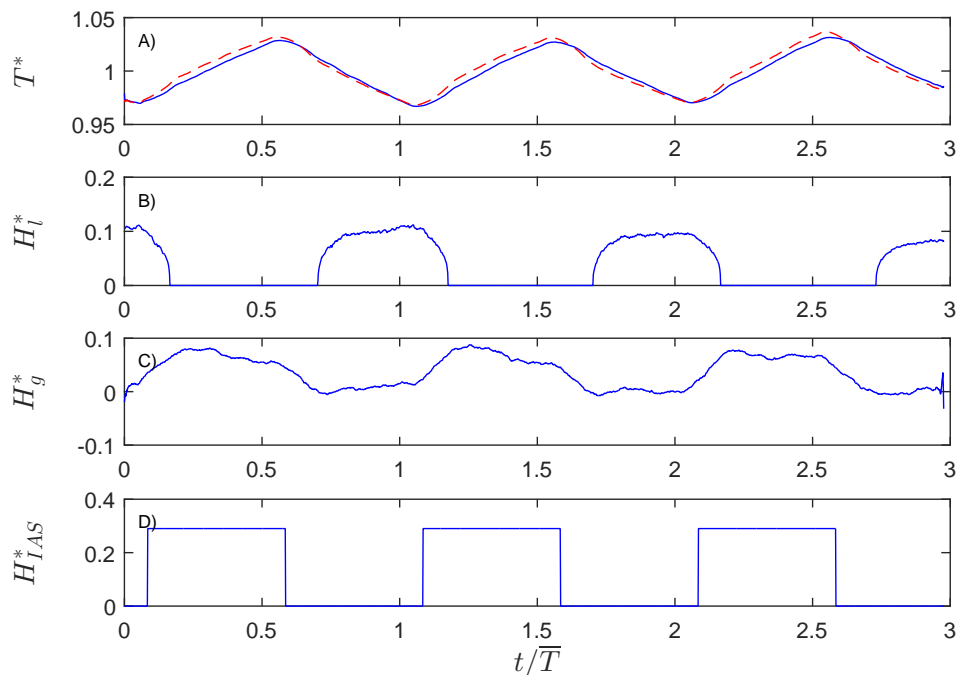


Figura 4.3: Series temporales de: A) Temperatura del agua (línea continua) y del aire (línea segmentada) adimensionalizadas por la máxima temperatura del agua; B) Flujo de calor latente del cuerpo de agua; C) Flujo de calor desde los sedimentos; D) Calor retenido en la capa superior de los sedimentos. Todos los flujos fueron adimensionalizados por el máximo valor de H_g en el período considerado. Tiempo adimensionalizado por el valor del período utilizado en el experimento, que en este caso corresponde a $\bar{T} = 3hr$.

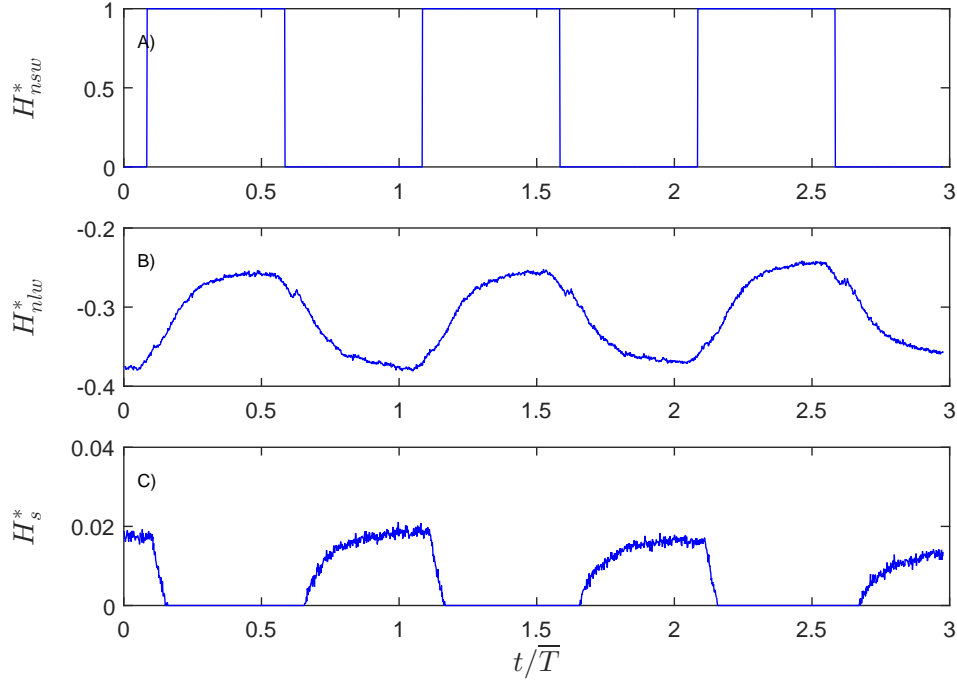


Figura 4.4: Series temporales de: A) Radiación de onda corta neta; B) Radiación de onda larga neta; C) Flujo de calor sensible. Todos los lujos fueron adimensionalizados por el máximo valor de H_g en el período considerado. Tiempo adimensionalizado por el valor del período utilizado en el experimento, que en este caso corresponde a $\bar{T} = 3hr$.

El comportamiento de H_{nsw} en los distintos experimentos se puede ver en la Figura 4.6, donde se observó que la razón con respecto a la radiación de onda corta incidente H_{sw}^{in} fue poco sensible a las condiciones experimentales, por lo que se obtuvo un valor del albedo de $\alpha_{ref} = 0,098$ con un intervalo del 95% de $\pm 0,005$. En cuanto al calor retenido en la capa superficial de sedimentos H_{IAS} , al realizar el ajuste exponencial, se obtuvieron los valores de H_{IAS} de la Tabla 4.7. El coeficiente de extinción de luz en los sedimentos k_l , al ser propiedad del medio, resultó con un valor de $k_l = 107,74 \pm 59,05 [1/m]$ con su respectivo intervalo del 95% de confianza. Por otro lado, al graficar la relación entre H_{IAS} y H_{led}^{max} la altura del cuerpo somero de agua en la Figura 4.6, se observa que cuando $h \rightarrow 0$, un 37% $\pm 7\%$ de la radiación de onda corta se absorbe en la capa superior del suelo. En cambio, cuando la altura del cuerpo de agua tiende a ser muy grande ($h \rightarrow \infty$), no existe radiación de onda corta que se almacene en la capa superior de sedimentos, por lo que la porción de ésta que pase al cuerpo de agua influirá en un cambio de temperatura de este [34].

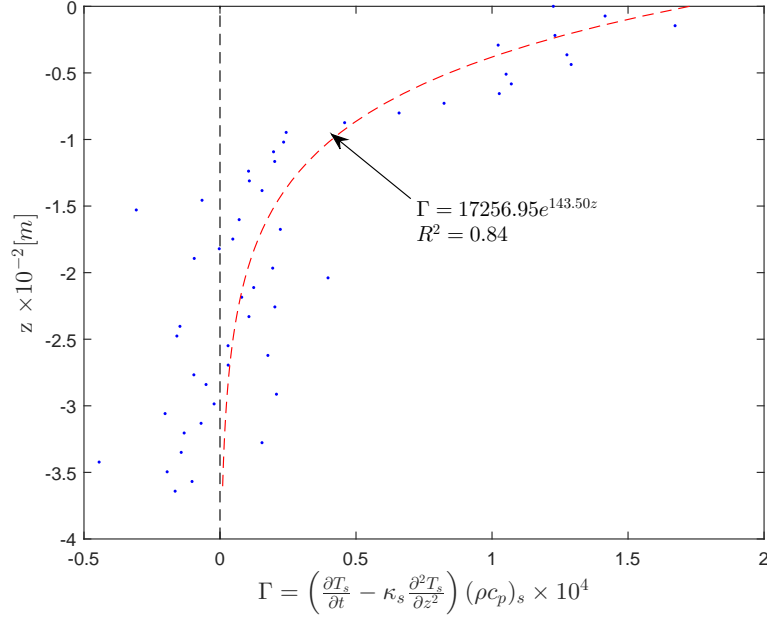


Figura 4.5: Ajuste exponencial realizado a las derivadas temporales y espaciales de los datos de temperatura de los sedimentos T_s obtenidos mediante el sistema DTS, para obtener el valor de H_{IAS}

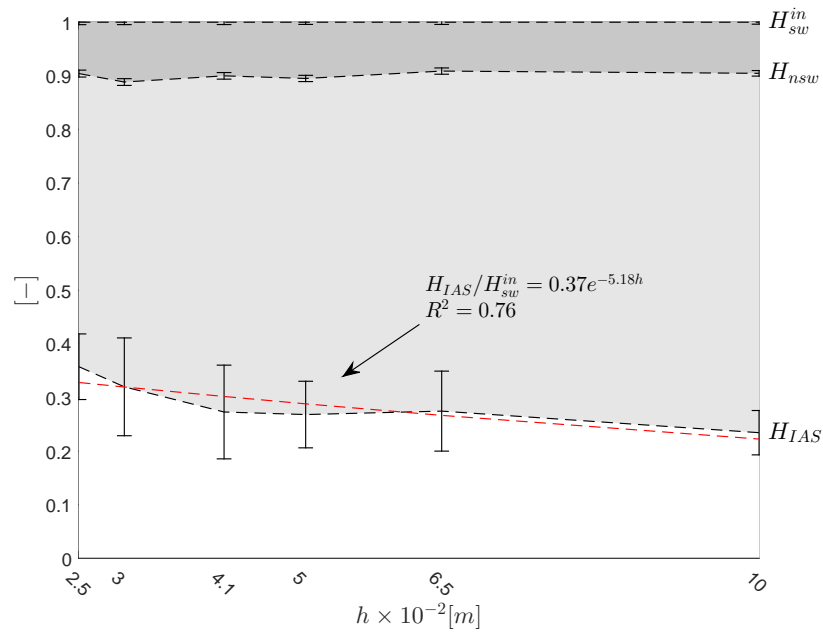


Figura 4.6: Proporción de la radiación de onda corta H_{sw}^{in} que corresponde a H_{nsw} y H_{IAS} para cada uno de los experimentos, donde los valores fueron promediados. Las barras corresponden a una confianza del 95%. Además se presenta la relación entre H_{IAS}/H_{sw}^{in} y h . La línea segmentada roja corresponde a un ajuste exponencial $H_{IAS}/H_{sw}^{in} = 0,37exp(-5,18h)$ con un coeficiente de determinación de $R^2 = 0,76$.

4.3.2. Obtención de k_t característico y tiempos transientes

En la Figura 4.7 se presenta el ajuste lineal entre H_g y ΔT para calcular el coeficiente de transferencia de calor k_t característico realizado para el experimento 1 de la Tabla 3.1. Así, los valores obtenidos más su intervalo de confianza del 95% con el coeficiente de determinación R^2 para cada experimento se muestran en la Tabla 4.4. Los experimentos que poseen valores bajos de R^2 presentaron un desfase considerable entre los máximos del flujo de calor H_g y la diferencia de temperatura entre la IAS y la temperatura media del agua; sin embargo, presentaron una pendiente representativa del comportamiento de ambas variables. Además se aprecia que los valores obtenidos para los distintos experimentos son del mismo orden de magnitud.

Exp	$k_t[m/s]$	int 95%	R^2	Exp	$k_t[m/s]$	int 95%	R^2
1	1,58E-05	1,44E-07	0,96	7	1,93E-05	2,62E-07	0,78
2	1,25E-05	5,06E-07	0,30	8	8,63E-06	5,43E-07	0,19
3	1,04E-05	5,25E-07	0,18	9	1,13E-05	8,53E-07	0,25
4	2,02E-05	2,03E-07	0,95	10	1,23E-05	1,30E-06	0,28
5	1,88E-05	9,78E-08	0,97	11	1,77E-05	2,60E-07	0,93
6	1,64E-05	1,18E-07	0,92	12	1,26E-05	2,28E-07	0,90

Tabla 4.4: Valores de k_t obtenidos mediante el ajuste lineal entre el flujo de calor desde los sedimentos H_g y $(\rho c_p)_w \Delta T$. Además se adjunta el coeficiente R^2 obtenido y el valor del intervalo de confianza de 95% para k_t .

Por otro lado, los tiempos transientes se adjuntan en la Tabla 4.5, los cuales se obtuvieron al evaluar gráficamente los gradientes presentes en el perfil temporal de $(T_{IAS} - T_w)$, para así compararlos con los períodos de excitación. En la Figura 4.8 se muestran los períodos de calentamiento (rojo) y enfriamiento (celeste) considerados para el experimento 1 de la Tabla 3.1, como ejemplo de la metodología utilizada para todos los experimentos. Acá se puede observar que se estimó conveniente tomar en consideración los lapsos de tiempo donde se apreció un gradiente constante de la diferencia de temperatura entre la IAS y la temperatura media del agua. De la Tabla 4.5 se desprende que para los experimentos 10, 11 y 12 el tiempo transiente resultó ser más importante en comparación al período de excitación que para el resto, teniendo los períodos más bajos del set. Además, en estos experimentos los lapsos de tiempo cuando los flujos tendieron a ser estables fueron casi nulos, por lo que el sistema estuvo en constantes fases de acomodación. Los experimentos 1, 2, 3, 4, 8 y 9 tienen un tiempo transiente de $\approx 20\%$ del período de excitación, que correspondieron a combinaciones de propiedades de altura de 10 y 5 cm con períodos de 6 y 4 horas. Por otro lado, los experimentos 5, 6 y 7 presentaron períodos transientes más pequeños en comparación al tiempo de encendido de los focos. En conjunto, todos los experimentos presentaron tiempos transientes pequeños, por lo que el tiempo difusivo presente, si es que en el período cuasi estático se logra una condición de transporte turbulento de calor, es muy pequeño y despreciable para el análisis llevado a cabo.

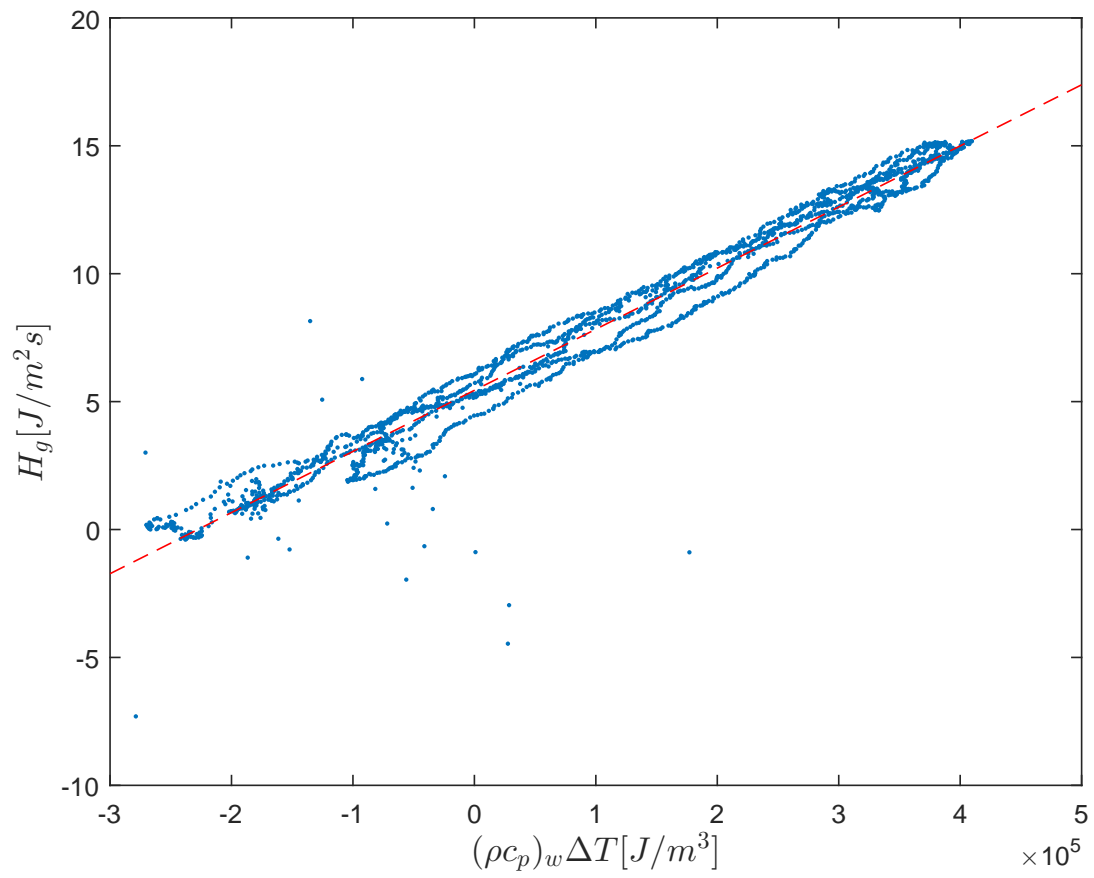


Figura 4.7: Ajuste lineal realizado para obtener el valor de k_t para un experimento con $h = 6,5[cm]$ y $\bar{T} = 2[hr]$.

Exp	t_{calen}^*/\bar{T}	t_{enfria}^*/\bar{T}	σ_{calen}/\bar{T}	σ_{enfria}/\bar{T}
1	0,19	0,18	0,06	0,05
2	0,17	0,19	0,11	0,1
3	0,14	0,16	0,03	0,03
4	0,15	0,15	0,01	0,02
5	0,08	0,09	0,02	0,02
6	0,06	0,06	0,01	0,01
7	0,05	0,05	0,00	0,00
8	0,22	0,19	0,01	0,06
9	0,22	0,2	0,11	0,1
10	0,48	0,45	0,05	0,07
11	0,3	0,3	0,01	0,01
12	0,31	0,31	0,02	0,02

Tabla 4.5: Tiempos transientes t^* de calentamiento y enfriamiento para cada experimento, como fracción de los períodos \bar{T} respectivos (Tabla 3.1).

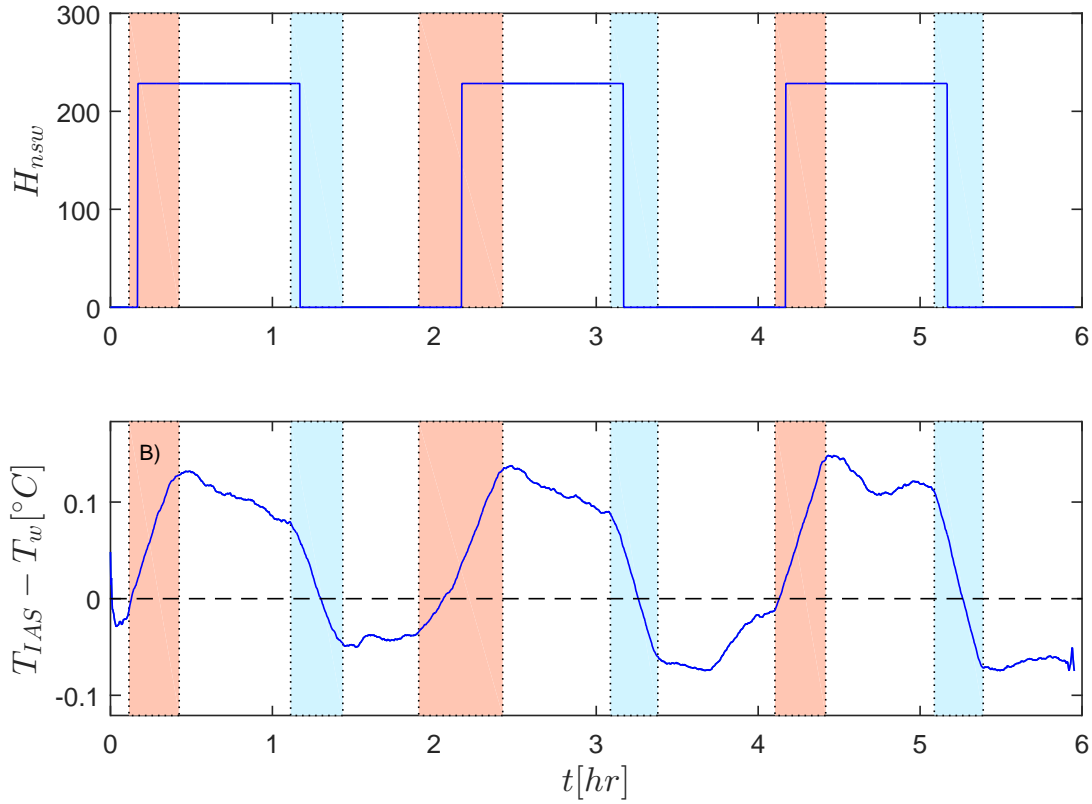


Figura 4.8: A) Serie temporal de forzante neta de onda corta para el Experimento 1. B) Tiempos transientes de calentamiento (rojo) y enfriamiento (celeste) considerados para Experimento 1 (Tabla 3.1).

4.4. Análisis Espectral

Las frecuencias filtradas para cada experimento, que fueron encontradas según la metodología descrita en 3.3.5, fueron las adjuntas en la Tabla 4.6.

Experimento	Frecuencia 1 [Hz]	Frecuencia 2 [Hz]
1	2.93E-04	2.35E-03
2	1.10E-04	8.79E-04
3	8.73E-05	6.98E-04
4	3.12E-04	2.18E-03
5	1.45E-04	8.67E-04
6	9.52E-05	5.71E-04
7	1.01E-04	7.04E-04
8	1.40E-04	1.12E-03
9	2.90E-04	1.74E-03
10	6.60E-04	4.62E-03
11	4.17E-04	1.67E-03
12	4.36E-04	1.31E-03

Tabla 4.6: Frecuencias a filtrar para cada experimento.

Al graficar el valor absoluto de las amplitudes térmicas experimentales obtenidas al aplicar la transformada rápida de Fourier a las lecturas de temperatura obtenidas por el sistema DTS con el valor absoluto de las amplitudes térmicas teóricas obtenidas mediante la ecuación (2.59), se obtiene el comportamiento de la Figura 4.9, donde se aprecia una relación cercana a 1:1, por lo que se infiere que el modelo representa de buena forma el comportamiento experimental. Lo anterior ocurre tanto a nivel de frecuencias específicas en la transformada de Fourier (Figura 4.9), como a nivel de serie de tiempo de la temperatura del agua que se obtiene de sumar todos los términos de la transformada de Fourier (Figura 4.12). El error en la predicción (RMSE) de la temperatura del agua reconstruida es de 0.01 ± 0.005 °C, y la Figura 4.10 muestra que no existe mayor dependencia de este error con los parámetros del problema.

Dada la validación del modelo espectral para el cálculo de la temperatura del agua en sistemas someros, es importante analizar la influencia de los números Π_1 y Π_2 en la solución. Al obtener las amplitudes térmicas modales para el set de experimentos mediante la ecuación (2.59) y graficando el valor absoluto de estas en función de Π_1 , se obtiene la Figura 4.11. Esta Figura muestra que las temperaturas modales del agua (Ecuación 2.59), tanto experimentales como teóricas, en su valor absoluto son mayores a las temperaturas modales del agua obtenidas para el caso crítico que se obtiene al considerar $k_t \rightarrow \infty$ (Ecuación 2.55). Del mismo modo, tomando en cuenta la expresión 2.55, la amplitud térmica del agua depende del producto entre \widetilde{T}_w con una función de Π_1 , que depende de la relación entre los calores absorbido por los sedimentos y el agua. Esta función de Π_1 es creciente a medida que Π_1 es más pequeño [7], que es el caso cuando los sedimentos absorben una pequeña porción de calor. De esta forma, los sedimentos toman importancia al disminuir las amplitudes térmicas del cuerpo de agua.

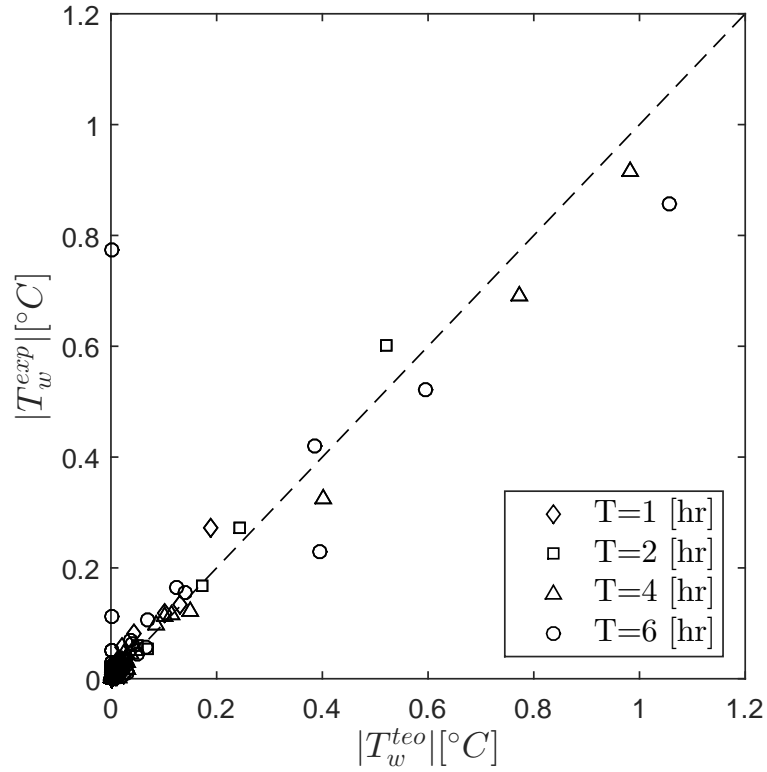


Figura 4.9: Relación entre el valor absoluto de amplitudes térmicas experimental y teórica. Los puntos corresponden a amplitudes obtenidas de todos los experimentos. La línea segmentada corresponde al caso ideal cuando ambas amplitudes tienen el mismo valor.

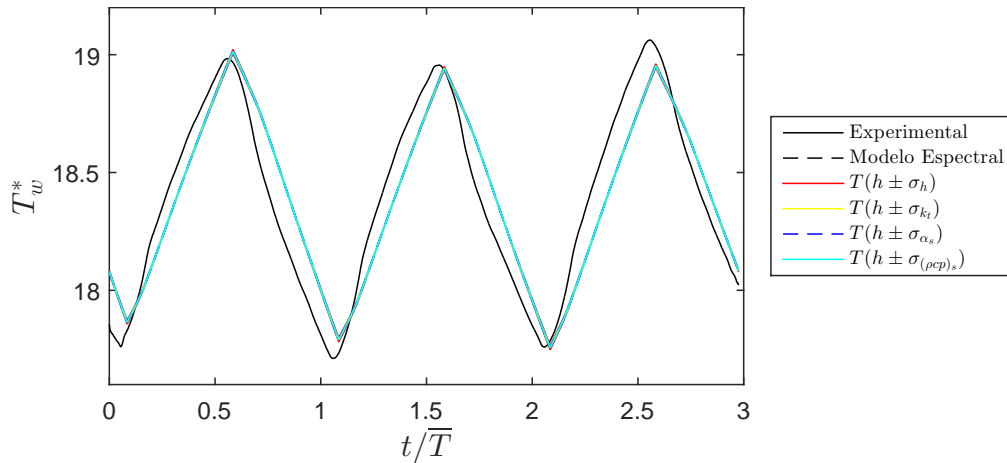


Figura 4.10: Comparación de series temporales de temperatura del agua. La línea continua corresponde a la experimental. La línea segmentada negra corresponde a la obtenida mediante el método espectral planteado en [7]. Las líneas de colores corresponden a las obtenidas mediante el mismo método al agregarle distintos errores de los parámetros del problema.

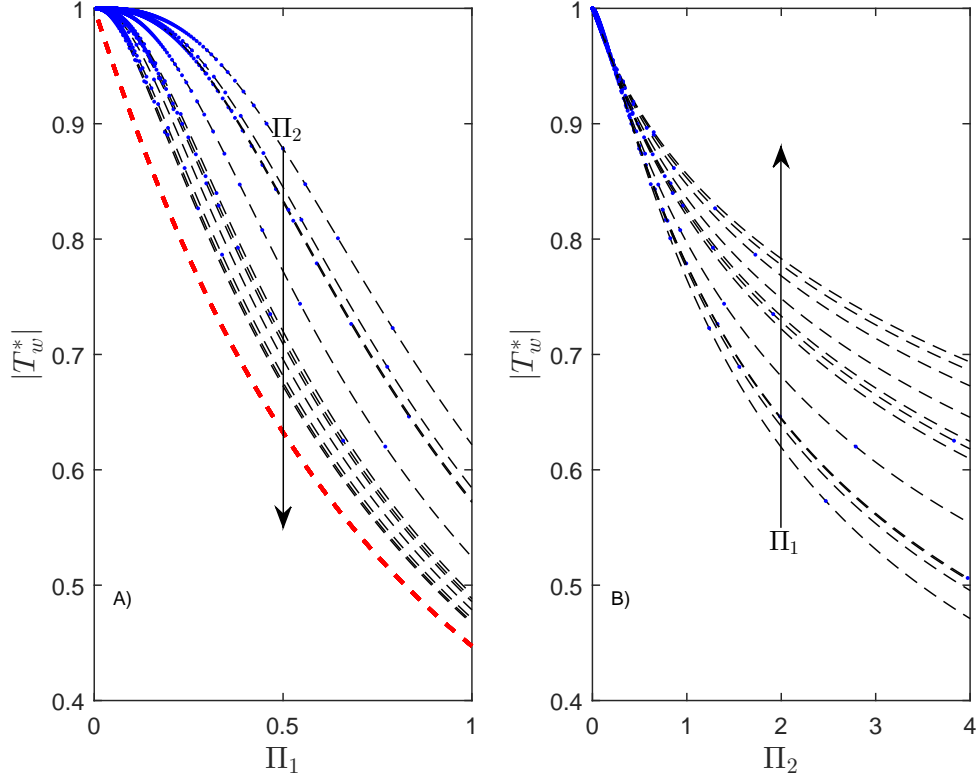


Figura 4.11: Valor absoluto de las amplitudes térmicas modales de cada experimento en función de: A) Π_1 y B) Π_2 . La línea segmentada roja representa el caso crítico cuando $k_t \rightarrow \infty$. Los puntos azules corresponden a los valores de cada modo para cada uno de los experimentos realizados. Líneas segmentadas corresponden a curvas teóricas.

Considerando que $\Pi_1 = \alpha_s(\rho c_p)_s \phi_m^* / (\rho c_p)_w \omega_m h$ y $\Pi_2 = k_t / \omega_m h$, si bien para cada curva experimental se logra la amplitud térmica adimensional $|T_w^*|$ mediante una suma de pares $\{\Pi_1^{(m)}, \Pi_2^{(m)}\}$, cuando se tomó un valor de $\Pi_1^{(m)}$ fijo y se obtuvo los valores de $\Pi_2^{(m)}$ para los distintos experimentos (distintas curvas), se observó que el valor absoluto térmico $|T_w^*|$ fue decreciente a medida que aumentó $\Pi_2^{(m)}$, pues este adimensional (2.58) aumenta su valor a medida que k_t también lo hace, por lo que su crecimiento tiende al caso crítico $k_t \rightarrow \infty$. Un resultado análogo es que para un mismo valor de Π_1 , el valor del Nusselt fue decreciente para los 12 experimentos, por lo que la curva de más abajo corresponde al experimento 4 y la de más arriba al experimento 9. Como Π_2 representa la razón entre la escala de tiempo de cambio de la forzante y la escala de tiempo requerida para alcanzar el equilibrio térmico en la IAS, valores cada vez más grandes de Π_2 implican que el equilibrio $T_{IAS} = T_w$ es alcanzado cada vez más rápido [7]. Esto se puede ver en la Tabla 4.5, donde el experimento 4 presenta uno de los tiempos más pequeños en comparación al resto, mientras que el experimento 9 se ubica dentro de los más grandes. El tiempo transiente del experimento 10 es el más grande, sin embargo el valor de k_t (Tabla 4.4) es menor al del experimento 9. En la Tabla 3.1 se ve que el período de la forzante para el experimento 9 es el doble que el del experimento 10 para la misma altura de agua. De esta forma el experimento 10 para un mismo valor de Π_1 toma un valor de $k_t / \omega h$ menor que el experimento 9, a pesar de observarse un cambio menos

rápido que él. Aún así, el resto de los experimentos sigue el comportamiento anteriormente descrito.

Exp	Nu	Ra $\times 10^5$	$\Delta T [^\circ C]$	$H_{IAS} [W/m^2]$	$\sigma_{IAS} [W/m^2]$	$H_{nsw} [W/m^2]$
1	10.90	3.87	0.11	66	19	228
2	7.73	0.84	0.09	63	20	213
3	5.11	0.29	0.08	72	20	208
4	28.57	20.48	0.16	65	23	248
5	15.11	25.72	0.19	65	24	250
6	18.35	32.81	0.23	65	25	247
7	12.28	3.41	0.19	67	24	218
8	5.12	0.29	0.14	79	26	206
9	3.60	0.16	0.07	82	20	209
10	4.16	0.23	0.10	74	20	207
11	11.13	3.30	0.19	63	21	216
12	18.12	26.87	0.20	61	23	249

Tabla 4.7: Valores de parámetros importantes utilizados y obtenidos para cada uno de los experimentos realizados.

Del mismo modo, al graficar el valor absoluto de las amplitudes térmicas modales en función de Π_2 se obtiene la Figura 4.11.B) Al tomar un valor único de Π_2 y estudiar el comportamiento de $|T_w^*|$ en función de Π_1 , se observó un aumento del valor absoluto de la temperatura con valores mayores de Π_1 , pues al despejar el valor de ω en Π_2 (2.58) con los valores fijos de k_t y h (Tabla 3.1 y 4.4), se obtuvieron frecuencias cada vez menores que satisficieron la condición. Al igual que para el caso anterior, el resultado es análogo para el número de Nusselt, por lo que la curva de más arriba corresponde al experimento 4 y la de más abajo al experimento 9. Estos resultados se deben a la dependencia tanto del Π_2 como del Nu con el coeficiente k_t , que es inversamente proporcional al valor absoluto de la amplitud térmica modal. Así, como el adimensional Π_1 da cuenta de la relación de almacenamiento de calor en los sedimentos y en el agua, para un mismo valor de Π_2 , se hace necesario que el calor almacenado en la capa superior de sedimentos debe ser cada vez mayor en comparación a una misma cantidad de calor almacenado en el cuerpo de agua.

4.5. Comportamiento del Nu

En la Figura 4.12 se puede ver la serie temporal adimensionalizada por el período de excitación del sistema ($t^* = t/T$) de varios parámetros para un experimento realizado. En la Figura 4.12.A se puede ver la serie de la forzante atmosférica adimensionalizada por el máximo valor del flujo de calor desde el suelo H_g obtenido para el intervalo de tiempo estudiado. Esta forzante, al aplicársele la transformada rápida de Fourier, entrega el espacio de frecuencias y las amplitudes modales de la forzante que sirven para obtener las temperaturas características modales $\widetilde{T_{w_k}} \propto H_k/\omega_k$. De esta forma, los valores de T_{w_k} (ecuación (2.44)) son altos cuando el resultado de la ecuación (2.59) es considerable y el cociente ω_k/H_k es ≈ 1 . En la Figura

4.12.B se muestra la serie del Nu , donde se aprecia una variación periódica de éste con valores positivos cuando la forzante atmosférica se presenta con valores negativos, es decir, cuando el set de focos está apagado. Dado que la condición de inestabilidades convectivas es que exista una condición de mayor temperatura en la parte inferior de un fluido con respecto a su capa superior, Nu toma valores distintos de cero cuando la superficie de los sedimentos (IAS) está a una mayor temperatura que el cuerpo somero de agua. Cuando se encienden y apagan los focos (cambios de positivo a negativo en H^*) se aprecian aumentos significativos en el valor de Nu . Considerando la expresión (2.60), esto se puede explicar considerando que para que exista un equilibrio en el flujo de calor a través de la IAS, los fenómenos convectivos deben ser cada vez más importantes para lograr traspasar la energía desde el suelo al cuerpo de agua, por lo que en el transiente es cuando más se podría observar plumas convectivas de calor [23]. También se ve un valor de Nu positivo por $0.2 t/\bar{T}$ posterior al encendido de los focos, período en el cual el suelo mantiene la condición de mayor temperatura con respecto al cuerpo somero de agua. En la Figura 4.12.C se grafica la temperatura del agua experimental (línea continua), la temperatura del agua crítica (2.55) cuando $k_t \rightarrow \infty$ (línea segmentada roja) y la temperatura del agua obtenida mediante Fourier ((2.44) y (2.59), línea segmentada verde), donde se ve que las amplitudes experimental y teórica para el caso general son muy parecidas, mientras que la obtenida para el caso crítico es inferior a ambas mencionadas anteriormente. Este comportamiento se observó para los experimentos 2,3,8,9,10 y 12, y se explica debido a los bajos valores del Nu de cada uno de ellos (Tabla 4.7). En la Figura 4.11 también se puede ver este comportamiento, donde en la primera se aprecia que el valor absoluto de las amplitudes térmicas aumenta a medida que disminuye el Nu para Π_1 , ocurriendo lo contrario cuando se grafica la dependencia de $|T_w|$ con Π_2 . Así, si la altura del cuerpo de agua es muy pequeña ($h \ll 1$), el calor que se inyecta al sistema tanto por la atmósfera como por la IAS debe ser transformado en variaciones de temperatura mayores en el balance de energía, produciendo el fenómeno anteriormente descrito. Del mismo modo, para una misma altura del cuerpo de agua, si el coeficiente de transferencia de calor k_t es muy pequeño, la diferencia de temperatura $\Delta T = (T_w - T_{IAS})$ en (2.18) debe tener un valor tal que se produzca la continuidad de flujo de calor a través de la IAS, explicándose el porqué de las mayores amplitudes obtenidas para el caso general con respecto al caso crítico en los experimentos mencionados. Para el resto de los experimentos, que presentan valores más altos del número de Nusselt (Tabla 4.7), las amplitudes teóricas con la crítica presentan una mínima diferencia entre sí. Este comportamiento se explica nuevamente en la Figura 4.11, considerando que los valores característicos de k_t son muy pequeños y no presentan diferencias significativas entre experiencias.

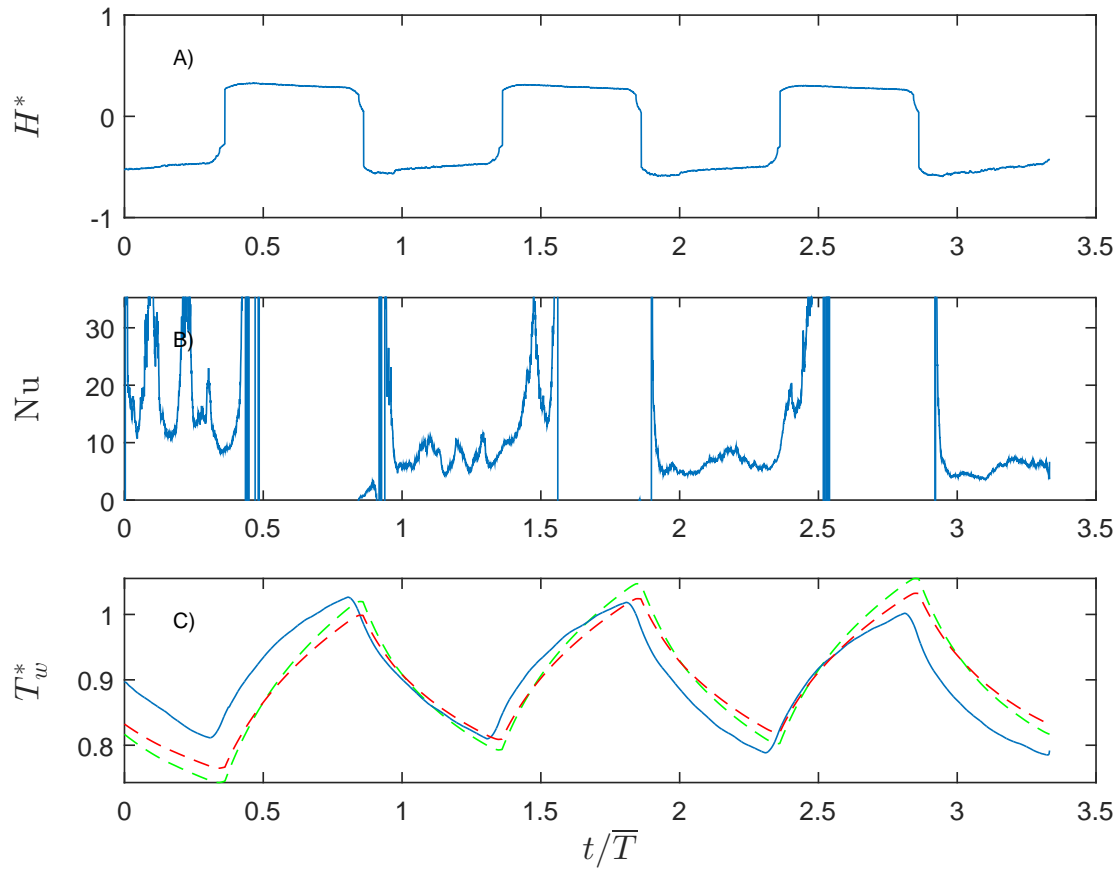


Figura 4.12: Series de tiempo adimensionalizadas por el período \bar{T} de excitación del sistema de A), Forzante atmosférica de ecuación (2.2) adimensionalizada por el máximo valor de H_g . B) Nusselt C) Temperatura del agua medida (línea continua), Temperatura del agua crítica para $k_t \rightarrow \infty$ (línea segmentada roja) y temperatura del agua obtenida al realizar el análisis espectral con las expresiones (2.44) y (2.59) (línea segmentada verde).

4.6. Análisis Hidrodinámico

En la Figura 4.13 se adjuntan los resultados experimentales del número de Nusselt en función del número de Ra. Una regresión lineal fue llevada a cabo considerando el logaritmo natural de los valores mencionados, resultando en una función del tipo:

$$Nu = 0,0626Ra^{0,36} \quad (4.1)$$

para $10^4 < Ra < 10^7$ con un $R^2 = 0,93$. Los experimentos 3 y 8 presentan un mal ajuste con respecto a la curva. Estos experimentos también presentaron problemas a la hora de determinar el coeficiente de transferencia de calor k_t característico al no tener un buen ajuste en la relación lineal entre el flujo de calor del suelo H_g y la diferencia de temperatura entre los sedimentos y la temperatura media del agua. Considerando que el flujo de calor convectivo se vuelve turbulento para valores de $Ra > 10^5$, tomando en cuenta los experimentos 1, 2, 4, 5, 6, 7, 11 y 12, se ajustó una función de potencia que dio como resultado:

$$Nu = 0,0948Ra^{0,33} \quad (4.2)$$

con un $R^2 = 0,86$. Los coeficientes 0.0626 en (4.1) y 0.094 en (4.2) están del orden de los encontrados por los autores Kraichnan (1962)[18] y Canuto & Goldman (1985)[5], mientras que el exponente de 1/3 en (4.2) cumple la relación entre el adimensional Nu y el Ra que se independiza del largo característico considerado, por lo que es meramente dependiente de la diferencia de temperatura y las propiedades del medio acuoso [11], que también fue obtenido en el ajuste realizado por los autores mencionados anteriormente. Del mismo modo, Kozanoglu & Lopez (2007) [17] encontraron un coeficiente $c_1 = 0,134$ y un exponente $c_2 = 0,340$ al compilar resultados de varios autores y utilizando como largo característico la profundidad del cuerpo de agua, mientras que Hollands et al. (1975)[14] realizó una correlación para varios ajustes, entregando una función del tipo:

$$Nu = 1 + 1,44 \left(1 - \frac{1708}{Ra}\right) + \left(\left(\frac{Ra}{5830}\right)^{1/3} - 1\right) + 2 \left(\frac{Ra^{1/3}}{140}\right)^{1 - \ln(Ra^{1/3}/140)} \quad (4.3)$$

Graficando todas estas funciones con los datos obtenidos más la función (4.2), se obtiene la Figura 4.14, en la cual se aprecia que para el rango de Ra considerado, las funciones entregan más bien un espacio solución, siendo la más parecida la relación planteada por Kraichnan (1962)[18] al estudiar el modelo de longitud de mezcla.

De esta forma, considerando los modelos de los autores mencionados, se obtuvo una serie temporal de k_t al despejar su valor de (2.61). Posteriormente, se promedió toda la serie obtenida para así tener un k_t característico sintético que se utilizó en (2.58) y (2.59) para generar una serie de amplitudes térmicas adimensionales T_w^{exp} , las cuales se compararon en

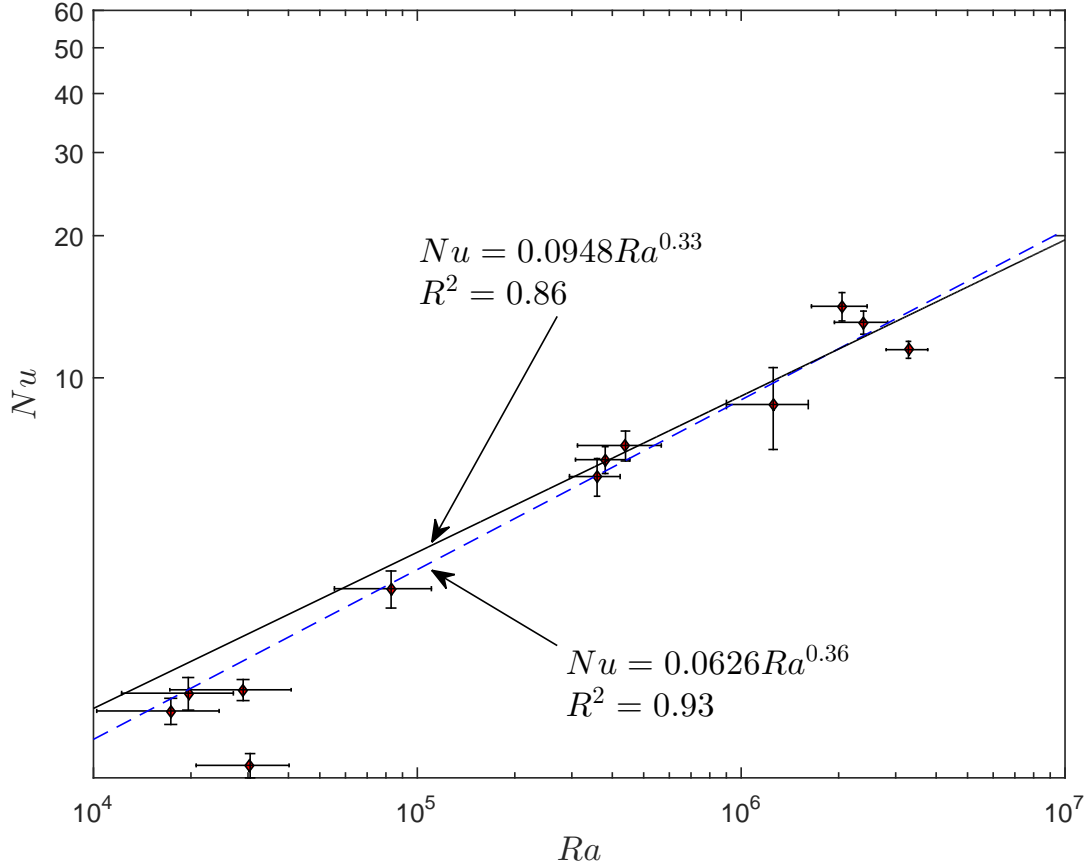


Figura 4.13: Resultados experimentales de Nu en función del Ra . Además se adjuntan funciones de potencia ajustadas donde la línea continua es para los experimentos $Ra > 10^5$ y la línea segmentada para todo el grupo de experimentos realizados.

su valor absoluto con las amplitudes experimentales de las variaciones de temperatura del agua. En la Figura 4.15 se adjunta la comparación mencionada, donde se puede observar que al utilizar la relación propuesta por Kozanoglu & Lopez (2007)[17], las amplitudes teóricas obtenidas son menores al resto, implicando un desplazamiento horizontal hacia la izquierda de los puntos rojos con respecto al resto de las expresiones consideradas. Este comportamiento se explica en valores del coeficiente de transferencia de calor k_t mayores al resto, como se puede ver en la Figura 4.14. Así, se condice con el resultado mostrado en la Figura 4.11, donde a mayores valores de Π_2 se obtienen menores amplitudes térmicas. Por otro lado, las amplitudes correspondientes a Canuto & Goldman (1985)[5] son las que dan mayores valores con respecto a las obtenidas experimentalmente. Estos valores se grafican en azul en la Figura mencionada, posicionándose más a la derecha con respecto al resto de puntos graficados para todos los experimentos. Nuevamente al ver la Figura 4.14, este comportamiento se explica en la obtención de los menores valores de k_t , corroborando el comportamiento explicado para el caso de Kozanoglu & Lopez (2007)[17]. El resto de los coeficientes c_1 y c_2 considerados dan parecidos al obtener valores de k_t similares.

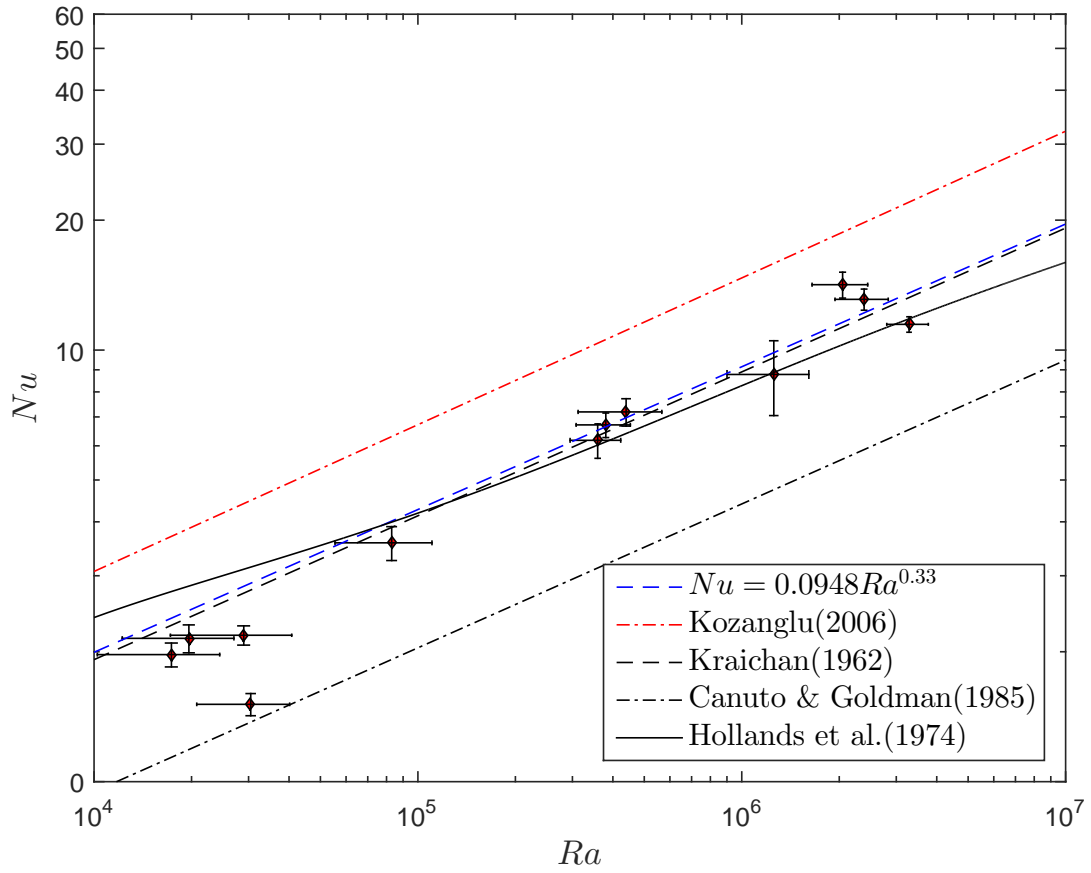


Figura 4.14: Relación entre el número de Raleigh (Ra) y el de Nusselt (Nu) para valores característicos de diferencia de temperatura entre el cuerpo de agua y los sedimentos, y del coeficiente de calor convectivo k_t .

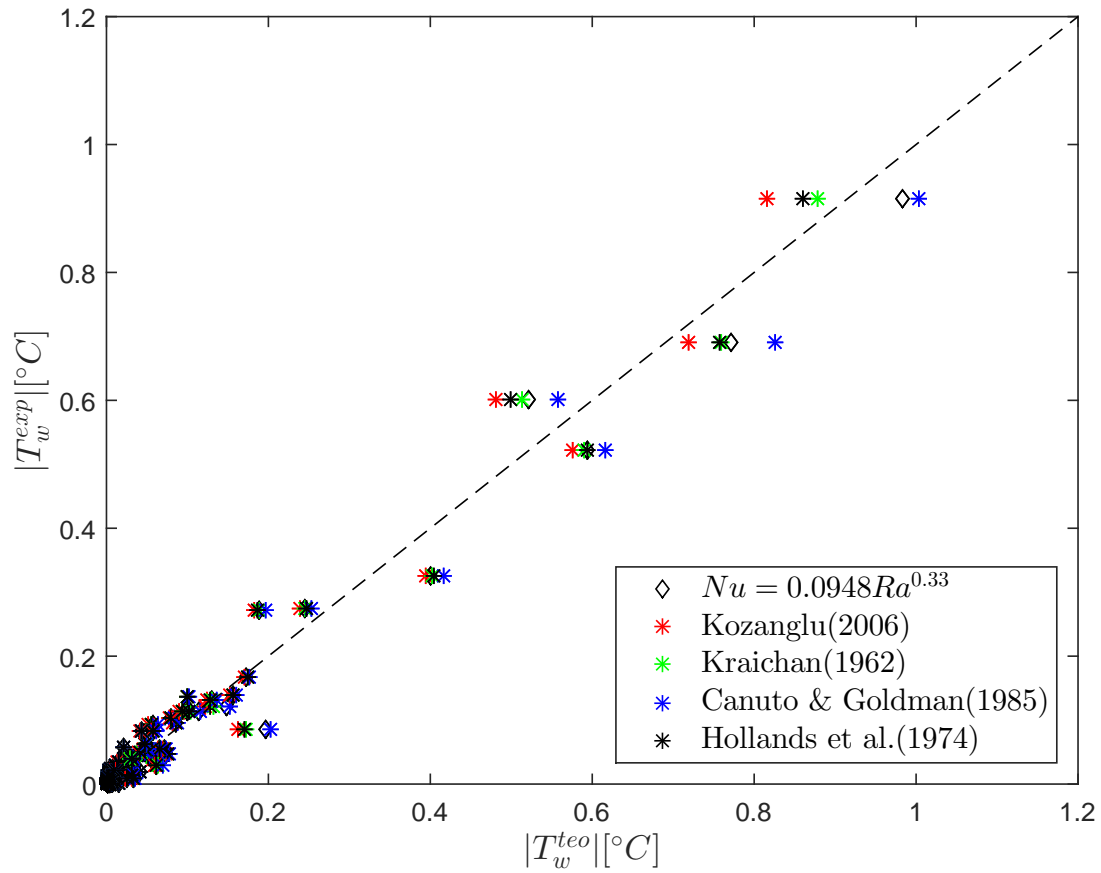


Figura 4.15: Valor absoluto de amplitudes térmicas para experimentos y valores obtenidos utilizando el análisis espectral con un valor de k_t característico obtenido a partir de las ecuaciones de diversos autores.

Capítulo 5

Discusión y Conclusiones

En el presente trabajo se realizó un estudio experimental de flujos de calor en la interfaz sedimento-agua para un cuerpo somero de agua, donde se diseñó e implementó una instalación experimental que logró emular el comportamiento natural de un salar bajo condiciones controladas, planteando una metodología para llevar a cabo mediciones de temperatura en un perfil vertical utilizando DTS. Además se estudió las forzantes atmosféricas y como se relacionaron con el sistema sedimentos-agua de la instalación experimental, obteniendo un valor de albedo característico para el set de experimentos y una razón entre la radiación de onda corta almacenada en los sedimentos y la radiación de onda corta neta en el cuerpo de agua, como función de la altura del mismo, además de obtener un valor de la constante de decaimiento del almacenamiento de radiación de onda corta en los sedimentos, característico del set de experimentos realizados.

Así, la metodología llevada a cabo permitió estudiar los flujos de calor en la interfaz sedimento-agua en los distintos experimentos realizados. Del mismo modo, considerando las distintas expresiones de distintos autores mencionados a lo largo del presente trabajo, se logró estudiar las forzantes atmosféricas y su influencia en el sistema, las cuales son las encargadas de mantener el equilibrio calórico mediante la evaporación y transferencia de calor desde el medio ambiente hacia el cuerpo somero de agua. En cuanto a los errores experimentales observados, los valores de RMSE de la Tabla 4.1 dan cuenta de la precisión del equipo DTS utilizado, pues son inferiores en por lo menos 1 orden de magnitud a los utilizados para encontrar la relación entre los números de Ra y Nu (Tabla 4.7). Del mismo modo, el comportamiento de la temperatura en el cuerpo de agua al evaluar la expresiones (2.56) y (2.58) [7] al variar los parámetros del sistema en un σ , fue muy similar para cada uno de ellos, por lo que el comportamiento variante de la temperatura del agua está solamente asociado a cambios en las forzante del equilibrio calórico en el cuerpo somero.

Por otro lado, se obtuvo que, para las características experimentales usadas, el flujo de calor H_g desde los sedimentos al cuerpo de agua toma importancia relativa al ser del mismo orden que los demás flujos involucrados. Del mismo modo, los flujos netos de radiación de onda corta y larga son los que más influyen en las variaciones de la temperatura T_w , por lo que la componente atmosférica es la que tiene una mayor importancia en el fenómeno. En cuanto a los flujos de calor sensible y latente, se observó un desfase de medio ciclo ante la no

presencia de viento, debido a la mayor temperatura presente en el agua que en el aire. Por otro lado, se obtuvo una función para estimar la radiación de onda corta retenida en la capa superior de sedimentos como porcentaje de la fuente de radiación de onda corta externa en función de la altura de agua, tomando un valor máximo de un $37\% \pm 7\%$ cuando la altura del cuerpo somero tiende a cero. Cabe mencionar que se consideró un tipo de sedimento, por lo que queda propuesto expandir esta relación al considerar las propiedades de estos. Del mismo modo, el agua utilizada corresponde a agua potable, por lo que también se debería considerar la turbiedad del agua y la calidad de la misma. Por otra parte, se obtuvo un albedo $\alpha_{ref} = 0,098 \pm 0,005$ que está dentro del rango de valores encontrados en la literatura, y una constante de decaimiento del calor absorbido en los sedimentos de $k_t = 107,74 \pm 59,05[1/m]$, implicando que solo una pequeña fracción de la capa superior del suelo es capaz de almacenar una fracción de la radiación de onda corta que fuerza el sistema. Los valores recientemente mencionados son levemente diferentes a los encontrados en [6] en su estudio del salar. Esta diferencia se puede deber a las distintas propiedades del suelo (distinta composición) y a la calidad del agua que posee más contenido mineral en el salar.

En cuanto al uso de la metodología descrita en [7] con el análisis espectral para obtener una temperatura teórica a partir de los números Π_{1k} y Π_{2k} , se validó el modelo teórico descrito al resultar amplitudes térmicas similares a las obtenidas experimentalmente, además de construir una señal de temperatura y compararla con la experimental. Del mismo modo, se obtuvo el comportamiento del valor absoluto de las amplitudes térmicas de la temperatura del agua en función de los números mencionados, disminuyendo a medida que aumenta Π_2 para un Π_1 fijo, y aumentando a medida que Π_1 crece para un Π_2 fijo. A su vez, el coeficiente de transferencia de calor k_t característico no presentó grandes diferencias entre experimentos, por lo que su aporte a la amplitud térmica mediante Π_2 no influyó de manera significativa. Otro resultado interesante obtenido fue que, para experimentos con bajos valores de Nu se presentaron diferencias importantes entre la serie de temperatura teórica obtenida y la serie de temperatura crítica cuando $k_t \rightarrow \infty$, explicándose por las mayores amplitudes térmicas obtenidas como función de Π_1 cuando se tienen $Nu \propto 10^0$.

Otro punto interesante a destacar es el del comportamiento del Nu en función del tiempo que se obtuvo despejando el valor de k_t al igualar los flujos de calor en la IAS, pues se observaron peaks cuando los focos se prendían y apagaban, corroborando el resultado obtenido por Fernández-Seara et al. (2011)[10], quienes mencionan que cuando la diferencia de temperatura entre el fluido y la superficie caliente decae, el número de Nusselt tiende a crecer. Más adelante al llevar a cabo el estudio de la serie temporal de temperatura utilizando las expresiones de Canuto & Goldman (1985)[5], Hollands et al. (1975)[14], Kozanoglu & Lopez (2007)[17] y Kraichnan (1962)[18], se presentó un problema al momento de estimar el coeficiente de transferencia de calor al considerar que estas expresiones son válidas para el caso cuando $T_w - T_{IAS} < 0$, por lo que para los lapsos temporales donde no se tiene convección se utilizó un $k_t = \alpha_w/h$, identificando que es el caso crítico cuando se tiene que la variación de temperatura se presenta en todo el alto de la capa de agua.

En cuanto al análisis hidrodinámico, se obtuvieron 2 ajustes: uno para el caso $10^4 < Ra < 10^7$ cuando se consideraron todos los datos y el segundo para el caso $10^5 < Ra < 10^7$ que representa un intervalo donde se presenta un transporte turbulento de calor en el cuerpo de agua. Posteriormente se comparó el segundo ajuste con expresiones obtenidas por distintos

autores, en las Figuras 4.14 y 4.15, donde se obtuvo que las amplitudes obtenidas mediante las expresiones 2.46, 2.58 y 2.59 son similares y distan muy poco entre sí. Del mismo modo, las amplitudes teóricas obtenidas con Kozanoglu & Lopez (2007)[17] son las menores en comparación al resto, mientras que las obtenidas con Canuto & Goldman (1985)[5] son las mayores. Este comportamiento se explica en que el primero da como resultado valores mayores del coeficiente de transferencia de calor k_t , mientras que el segundo es el que entrega los menores valores, corroborando el comportamiento observado en la Figura 4.14.

Bibliografía

- [1] E Eric Adams and R Helfrich. Evaporation From Heated Water Bodies : Predicting Combined Forced Plus Free Convection. 26(3):425–435, 1990.
- [2] M. Al-Arabi and M. K. El-Riedy. Natural convection heat transfer from isothermal horizontal plates of different shapes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 19(12):1399–1404, 1976.
- [3] GK Bachelor. *An introduction to fluid mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1967.
- [4] Wilfried Brutsaert. *Evaporation to the atmosphere*. 1982.
- [5] Vm Canuto and I Goldman. Analytical model for large-scale turbulence. *Physical review letters*, 54(5):430–433, 1985.
- [6] Alberto De La Fuente. Heat and dissolved oxygen exchanges between the sediment and water column in a shallow salty lagoon. *Journal of Geophysical Research: Biogeosciences*, 119(4):596–613, 2014.
- [7] Alberto de la Fuente and Carolina Meruane. Dimensionless numbers for classifying the thermo-dynamical regimes that determine water temperature in shallow lakes and wetlands. *Environmental Fluid Mechanics*, page submitted, 2017.
- [8] Alberto de la Fuente and Yarko Niño. Temporal and spatial features of the thermohydrodynamics of shallow salty lagoons in northern Chile. *Limnology and Oceanography*, 55(1):279–288, 2010.
- [9] Dewitt, Ted Bergman, and Adrienne Lavine. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. 2007.
- [10] José Fernández-Seara, Francisco J. Uhía, and J. Alberto Dopazo. Experimental transient natural convection heat transfer from a vertical cylindrical tank. *Applied Thermal Engineering*, 31(11-12):1915–1922, 2011.
- [11] R. J. Goldstein, H. D. Chiang, and D. L. See. High-Rayleigh-number convection in a horizontal enclosure. *Journal of Fluid Mechanics*, 213:111–126, 1990.
- [12] Mark B. Hausner, Francisco Suárez, Kenneth E. Glander, Nick van de Giesen, John S.

- Selker, and Scott W. Tyler. Calibrating single-ended fiber-optic raman spectra distributed temperature sensing data. *Sensors*, 11(11):10859–10879, 2011.
- [13] B. Henderson-Sellers. Calculating the surface energy balance for lake and reservoir modeling: A review. *Reviews of Geophysics*, 24(3):625–649, 1986.
- [14] K. G T Hollands, G. D. Raithby, and L. Konicek. Correlation equations for free convection heat transfer in horizontal layers of air and water. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 18(7-8):879–884, 1975.
- [15] S H Hurlbert and C C Chang. Ornitholimnology: Effects of grazing by the Andean flamingo (*Phoenicoparrus andinus*). *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 80(15):4766–4769, 1983.
- [16] Sven E. Jorgensen and G. Bendoricchio. *Fundamentals of Ecological Modelling*. 2001.
- [17] Bulent Kozanoglu and Jorge Lopez. Thermal boundary layer and the characteristic length on natural convection over a horizontal plate. *Heat and Mass Transfer/Waerme- und Stoffuebertragung*, 43(4):333–339, 2007.
- [18] Robert H. Kraichnan. Turbulent Thermal Convection at Arbitrary Prandtl Number. *Physics of Fluids*, 5(11):1374, 1962.
- [19] Ruby Krishnamurti. Some further studies on the transition to turbulent convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 60(02):285, 1973.
- [20] WM Lewandowski, Ewa Radziemska, Maciej Buzuk, and H Bieszk. Free convection heat transfer and fluid flow above horizontal rectangular plates. *Applied energy*, 66:177–197, 2000.
- [21] J H Lienhard. Heat Transfer. *Journal of Heat Transfer*, 82(1):198, 2010.
- [22] J R Lloyd and W R Moran. Natural Convection Adjacent to Horizontal Surface of Various Planforms. *Journal of Heat Transfer*, 96(4):443–447, 1974.
- [23] M. Necati Özisik. *Basic Heat Transfer*. 1977.
- [24] Virginia Mascitti and Fernando O. Kravetz. BILL MORPHOLOGY OF SOUTH AMERICAN FLAMINGOS. *The Condor*, 104(1):73–83, 2002.
- [25] Bruno Messerli, Martin Grosjean, Mathias Vuille, and Ch Berne. Water Protected and Natural Resources Areas , Availability , Desert in the Altiplano Andean. *Mountain Research and Development*, 17(3):229–238, 1997.
- [26] Suhas Patankar. Numerical heat transfer and fluid flow, 1980.
- [27] Donald O. Rosenberry, Thomas C. Winter, Donald C. Buso, and Gene E. Likens. Comparison of 15 evaporation methods applied to a small mountain lake in the northeastern USA. *Journal of Hydrology*, 340(3-4):149–166, 2007.

- [28] B. Sammakia and B. Gebhart. Measurements and Calculations of Transient Natural Convection in Water. *Journal of Heat Transfer*, 104(November 1982):644–648, 1982.
- [29] Bahgat Sammakia and Benjamin Gebhart. Transient and Steady-State Numerical Solutions in Natural Convection. *Numerical Heat Transfer*, 1(4):529–542, 1978.
- [30] John S. Selker, Luc Thévenaz, Hendrik Huwald, Alfred Mallet, Wim Luxemburg, Nick Van De Giesen, Martin Stejskal, Josef Zeman, Martijn Westhoff, and Marc B. Parlange. Distributed fiber-optic temperature sensing for hydrologic systems. *Water Resources Research*, 42(12):1–8, 2006.
- [31] D.B. Spalding. *Handbook of heat transfer*, volume 18. 1975.
- [32] Samuel D. Stearns. *Digital signal processing*. 2003.
- [33] F. Suárez, J. E. Aravena, M. B. Hausner, A. E. Childress, and S. W. Tyler. Assessment of a vertical high-resolution distributed-temperature-sensing system in a shallow thermohaline environment. *Hydrology and Earth System Sciences*, 15(3):1081–1093, 2011.
- [34] Francisco Suárez, Scott W. Tyler, and Amy E. Childress. A fully coupled, transient double-diffusive convective model for salt-gradient solar ponds. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53(9-10):1718–1730, 2010.
- [35] H Tanaka and H Miyata. Turbulent natural convection in a horizontal water layer heated from below. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 23:1273–1281, 1980.
- [36] W. D. Williams, T. R. Carrick, I. A E Bayly, J. Green, and D. B. Herbst. Invertebrates in salt lakes of the Bolivian Altiplano. *International Journal of Salt Lake Research*, 4(1):65–77, 1995.
- [37] L. R. Zúñiga, V. Campos, H. Pinochet, and B. Prado. A limnological reconnaissance of Lake Tebenquiche, Salar de Atacama, Chile. *Hydrobiologia*, 210(1-2):19–24, 1991.

Apéndice A

Análisis Hidrodinámico

A.1. Conservación de Momentum

La ecuación de conservación de momentum corresponde a la expresión:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - g_z + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \quad (\text{A.1})$$

donde el eje z es positivo hacia arriba de la IAS y negativo en el sentido contrario. Considerando que la variación de presión se puede aproximar a la que existe en la zona que no se ve afectada por los fenómenos convectivos (hidrostática), se tiene la relación [21]:

$$-\frac{\partial P}{\partial z} = \rho_\infty g \quad (\text{A.2})$$

Por termodinámica [21], se puede plantear la relación:

$$-\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{p=cte} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\rho - \rho_\infty}{T - T_\infty} \right) = \beta \quad (\text{A.3})$$

considerando que a la escala donde se desarrollan los fenómenos turbulentos, la derivada parcial se puede aproximar mediante diferencias finitas, donde el subíndice ∞ representa la zona donde la propiedad respectiva se estabiliza y presenta variaciones muy pequeñas. Así, al reordenar los términos se obtiene:

$$\beta (T - T_\infty) = \left(\frac{\rho_\infty}{\rho} - 1 \right) \quad (\text{A.4})$$

Reemplazando (A.2) y (A.4) en (A.1) se obtiene finalmente la ecuación de momentum:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = g\beta (T - T_\infty) + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \quad (\text{A.5})$$

A.2. Conservación de Energía

La ecuación de conservación de energía puede ser derivada al escribir un balance de energía siguiendo la primera ley de la termodinámica:

$$Q = \frac{dU}{dt} \quad (\text{A.6})$$

para un volumen de control de superficie S y volumen R en el campo de flujo. Además se considerará la existencia de una fuente de consumo o producción de calor volumétrico $\dot{q}(\vec{r})[W/m^3]$. Por otro lado, el calor que sale a través de la superficie se puede escribir como [21]:

$$(-k\nabla T + (\rho\hat{h})\vec{u}) \cdot (\vec{n}dS)$$

donde \hat{h} corresponde a la entalpía específica, k al coeficiente de conductividad térmica, \vec{n} al vector normal al diferencial de superficie dS y \vec{u} al vector de velocidades. Al agregar el calor consumido o generado dentro de la región R , se tiene la adición total de calor al volumen de control:

$$Q = - \int_S -(k\nabla T + (\rho\hat{h})\vec{u}) \cdot \vec{n}dS + \int_R \dot{q}dR \quad (\text{A.7})$$

Considerando que la energía interna U corresponde al cambio de energía interna específica $\rho\hat{u}$ en el volumen de control y que la posición de R no cambia en el tiempo, se tiene finalmente el balance:

$$\int_R \frac{\partial(\rho\hat{u})}{\partial t}dR = - \int_S -(k\nabla T + (\rho\hat{h})\vec{u}) \cdot \vec{n}dS + \int_R \dot{q}dR \quad (\text{A.8})$$

Utilizando el teorema de Gauss [21] para convertir las integrales de superficie en integrales de volumen, se obtiene la expresión:

$$\int_R \left(\frac{\partial(\rho\hat{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{u}\hat{h}) - \nabla \cdot k\nabla T - \dot{q} \right) dR = 0 \quad (\text{A.9})$$

Asumiendo que k es isotrópico debido a su baja dependencia con T [21], se tiene que:

$$\frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{u}\hat{h}) - k\nabla^2 T - \dot{q} = 0$$

Obviando los efectos de presión [21], se tiene la aproximación de la ecuación:

$$d(\rho\hat{u}) = d(\rho\hat{h}) - dp \approx d(\rho\hat{h}) = \rho d\hat{h} + \hat{h}d\rho \quad (\text{A.10})$$

Luego, reordenando los términos:

$$\rho \left(\frac{\partial\hat{h}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla\hat{h} \right) + \underbrace{\hat{h} \left(\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{u}) \right)}_{\text{despreciable}} = k\nabla^2 T + \dot{q} \quad (\text{A.11})$$

El término que contiene la derivada temporal de la densidad puede ser despreciado debido a las variaciones que presenta este factor son pequeñas y el flujo es casi incompresible [21]. Luego, sustituyendo $d\hat{h} \approx c_p dT$ [21] se obtiene la expresión final del balance de energía en el cuerpo de agua:

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T \right) = k \nabla^2 T + \dot{q} \quad (\text{A.12})$$

Para este problema en particular, se considera la no existencia de una fuente de generación/absorción de calor ($\dot{q} = 0$) en el cuerpo de agua. Además se considera un esquema bidimensional al igual que para las ecuaciones de momentum. Debido a que en la zona cercana a la condición de borde las variaciones de temperatura en la vertical son más importantes [21], se desprecia el término difusivo en x ($\partial^2/\partial x^2$), quedando finalmente la ecuación:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_w \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (\text{A.13})$$

A.3. Continuidad

Considerando nuevamente un volumen de control dentro del flujo con superficie S y volumen R , el balance de masa debe equilibrarse entre el flujo que sale por la superficie y la variación de este dentro de la sección considerada, como se expresa en la ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_R \rho dR + \int_S \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (\text{A.14})$$

Utilizando el teorema de Gauss [21], contemplando una densidad ρ isotrópica y un volumen R invariante en el tiempo, se obtiene:

$$\int_R \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \vec{u} \right) dR = 0 \quad (\text{A.15})$$

Finalmente, tomando en cuenta que la densidad no varía en el tiempo, se obtiene la ecuación de continuidad para el presente problema en estudio:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.16})$$

La ecuación de conservación de energía puede ser derivada al escribir un balance de energía siguiendo la primera ley de la termodinámica:

$$Q = \frac{dU}{dt} \quad (\text{A.17})$$

para un volumen de control de superficie S y volumen R en el campo de flujo. Además se considerará la existencia de una fuente de consumo o producción de calor volumétrico

$\dot{q}(\vec{r})[W/m^3]$. Por otro lado, el calor que sale a través de la superficie se puede escribir como [21]:

$$(-k\nabla T + (\rho\hat{h})\vec{u}) \cdot (\vec{n} dS)$$

donde \hat{h} corresponde a la entalpía específica, k al coeficiente de conductividad térmica, \vec{n} al vector normal al diferencial de superficie dS y \vec{u} al vector de velocidades. Al agregar el calor consumido o generado dentro de la región R , se tiene la adición total de calor al volumen de control:

$$Q = - \int_S -(k\nabla T + (\rho\hat{h})\vec{u}) \cdot \vec{n} dS + \int_R \dot{q} dR \quad (\text{A.18})$$

Considerando que la energía interna U corresponde al cambio de energía interna específica $\rho\hat{u}$ en el volumen de control y que la posición de R no cambia en el tiempo, se tiene finalmente el balance:

$$\int_R \frac{\partial(\rho\hat{u})}{\partial t} dR = - \int_S -(k\nabla T + (\rho\hat{h})\vec{u}) \cdot \vec{n} dS + \int_R \dot{q} dR \quad (\text{A.19})$$

Utilizando el teorema de Gauss [21] para convertir las integrales de superficie en integrales de volumen, se obtiene la expresión:

$$\int_R \left(\frac{\partial(\rho\hat{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{u}\hat{h}) - \nabla \cdot k\nabla T - \dot{q} \right) dR = 0 \quad (\text{A.20})$$

Asumiendo que k es isotrópico debido a su baja dependencia con T [21], se tiene que:

$$\frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{u}\hat{h}) - k\nabla^2 T - \dot{q} = 0$$

Obviando los efectos de presión [21], se tiene la aproximación de la ecuación:

$$d(\rho\hat{u}) = d(\rho\hat{h}) - dp \approx d(\rho\hat{h}) = \rho d\hat{h} + \hat{h} d\rho \quad (\text{A.21})$$

Luego, reordenando los términos:

$$\rho \left(\frac{\partial\hat{h}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla\hat{h} \right) + \underbrace{\hat{h} \left(\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{u}) \right)}_{\text{despreciable}} = k\nabla^2 T + \dot{q} \quad (\text{A.22})$$

El término que contiene la derivada temporal de la densidad puede ser despreciado debido a las variaciones que presenta este factor son pequeñas y el flujo es casi incompresible [21]. Luego, sustituyendo $d\hat{h} \approx c_p dT$ [21] se obtiene la expresión final del balance de energía en el cuerpo de agua:

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T \right) = k\nabla^2 T + \dot{q} \quad (\text{A.23})$$

Para este problema en particular, se considera la no existencia de una fuente de generación/absorción de calor ($\dot{q} = 0$) en el cuerpo de agua. Además se considera un esquema

bidimensional al igual que para las ecuaciones de momentum. Debido a que en la zona cercana a la condición de borde las variaciones de temperatura en la vertical son más importantes [21], se desprecia el término difusivo en x ($\partial^2/\partial x^2$), quedando finalmente la ecuación:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_w \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (\text{A.24})$$

A.4. Propiedades de Agua y Aire

Se consideraron las propiedades del Agua y Aire que se adjuntan a continuación:

<i>Temperature</i>									
K	°C	ρ (kg/m ³)	c_p (J/kg·K)	k (W/m·K)	α (m ² /s)	ν (m ² /s)	Pr	β (K ⁻¹)	
Water									
273.16	0.01	999.8	4220	0.5610	1.330×10^{-7}	17.91×10^{-7}	13.47	-6.80×10^{-5}	
275	2	999.9	4214	0.5645	1.340	16.82	12.55	-3.55×10^{-5}	
280	7	999.9	4201	0.5740	1.366	14.34	10.63	4.36×10^{-5}	
285	12	999.5	4193	0.5835	1.392	12.40	8.91	0.000112	
290	17	998.8	4187	0.5927	1.417	10.85	7.66	0.000172	
295	22	997.8	4183	0.6017	1.442	9.600	6.66	0.000226	
300	27	996.5	4181	0.6103	1.465	8.568	5.85	0.000275	
305	32	995.0	4180	0.6184	1.487	7.708	5.18	0.000319	
310	37	993.3	4179	0.6260	1.508	6.982	4.63	0.000361	
320	47	989.3	4181	0.6396	1.546	5.832	3.77	0.000436	
340	67	979.5	4189	0.6605	1.610	4.308	2.68	0.000565	
360	87	967.4	4202	0.6737	1.657	3.371	2.03	0.000679	
373.15	100.0	958.3	4216	0.6791	1.681	2.940	1.75	0.000751	
400	127	937.5	4256	0.6836	1.713	2.332	1.36	0.000895	
420	147	919.9	4299	0.6825	1.726	2.030	1.18	0.001008	
440	167	900.5	4357	0.6780	1.728	1.808	1.05	0.001132	
460	187	879.5	4433	0.6702	1.719	1.641	0.955	0.001273	
480	207	856.5	4533	0.6590	1.697	1.514	0.892	0.001440	
500	227	831.3	4664	0.6439	1.660	1.416	0.853	0.001645	
520	247	803.6	4838	0.6246	1.607	1.339	0.833	0.001909	
540	267	772.8	5077	0.6001	1.530	1.278	0.835	0.002266	
560	287	738.0	5423	0.5701	1.425	1.231	0.864	0.002783	
580	307	697.6	5969	0.5346	1.284	1.195	0.931	0.003607	
600	327	649.4	6953	0.4953	1.097	1.166	1.06	0.005141	
620	347	586.9	9354	0.4541	0.8272	1.146	1.39	0.009092	
640	367	481.5	25,940	0.4149	0.3322	1.148	3.46	0.03971	
642	369	463.7	34,930	0.4180	0.2581	1.151	4.46	0.05679	
644	371	440.7	58,910	0.4357	0.1678	1.156	6.89	0.1030	
646	373	403.0	204,600	0.5280	0.06404	1.192	18.6	0.3952	
647.0	374	357.3	3,905,000	1.323	0.00948	1.313	138.	7.735	

Figura A.1: Propiedades del agua utilizadas en el presente trabajo[21].

T (K)	ρ (kg/m ³)	c_p (J/kg·K)	μ (kg/m·s)	ν (m ² /s)	k (W/m·K)	α (m ² /s)	Pr
Air							
100	3.605	1039	0.711×10^{-5}	0.197×10^{-5}	0.00941	0.251×10^{-5}	0.784
150	2.368	1012	1.035	0.437	0.01406	0.587	0.745
200	1.769	1007	1.333	0.754	0.01836	1.031	0.731
250	1.412	1006	1.606	1.137	0.02241	1.578	0.721
260	1.358	1006	1.649	1.214	0.02329	1.705	0.712
270	1.308	1006	1.699	1.299	0.02400	1.824	0.712
280	1.261	1006	1.747	1.385	0.02473	1.879	0.711
290	1.217	1006	1.795	1.475	0.02544	2.078	0.710
300	1.177	1007	1.857	1.578	0.02623	2.213	0.713
310	1.139	1007	1.889	1.659	0.02684	2.340	0.709
320	1.103	1008	1.935	1.754	0.02753	2.476	0.708
330	1.070	1008	1.981	1.851	0.02821	2.616	0.708
340	1.038	1009	2.025	1.951	0.02888	2.821	0.707
350	1.008	1009	2.090	2.073	0.02984	2.931	0.707
400	0.8821	1014	2.310	2.619	0.03328	3.721	0.704
450	0.7840	1021	2.517	3.210	0.03656	4.567	0.703
500	0.7056	1030	2.713	3.845	0.03971	5.464	0.704
550	0.6414	1040	2.902	4.524	0.04277	6.412	0.706
600	0.5880	1051	3.082	5.242	0.04573	7.400	0.708
650	0.5427	1063	3.257	6.001	0.04863	8.430	0.712
700	0.5040	1075	3.425	6.796	0.05146	9.498	0.715
750	0.4704	1087	3.588	7.623	0.05425	10.61	0.719
800	0.4410	1099	3.747	8.497	0.05699	11.76	0.723
850	0.4150	1110	3.901	9.400	0.05969	12.96	0.725
900	0.3920	1121	4.052	10.34	0.06237	14.19	0.728
950	0.3716	1131	4.199	11.30	0.06501	15.47	0.731
1000	0.3528	1142	4.343	12.31	0.06763	16.79	0.733
1100	0.3207	1159	4.622	14.41	0.07281	19.59	0.736
1200	0.2940	1175	4.891	16.64	0.07792	22.56	0.738
1300	0.2714	1189	5.151	18.98	0.08297	25.71	0.738
1400	0.2520	1201	5.403	21.44	0.08798	29.05	0.738
1500	0.2352	1211	5.648	23.99	0.09296	32.64	0.735

Figura A.2: Propiedades del aire utilizadas en el presente trabajo[21].

Apéndice B

ANEXOS EXPERIMENTALES

B.1. Coeficientes γ , C y $\Delta\alpha$ de cada experimento

A continuación se adjuntan los valores temporales obtenidos de las constantes de calibración del equipo DTS. La zona oscurecida representa al lapso de tiempo estudiado.

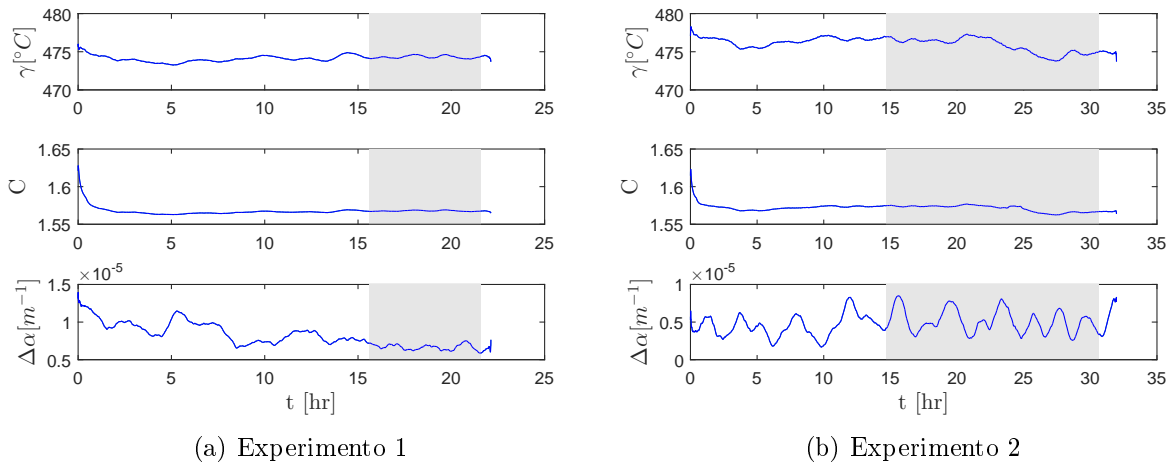
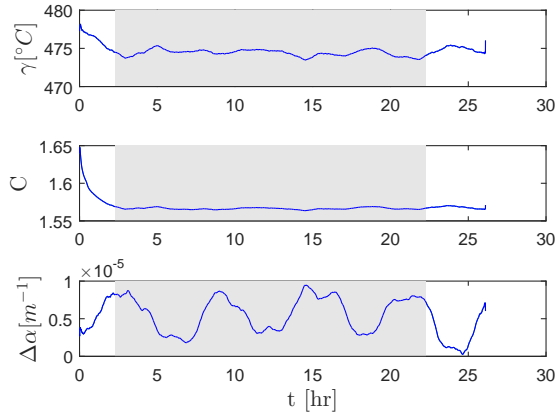
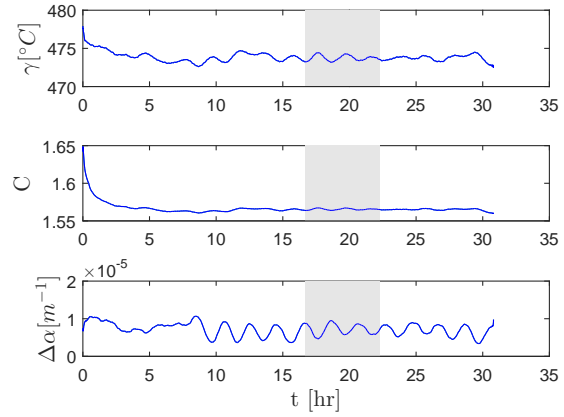


Figura B.1: Parámetros de calibración γ , C y $\Delta\alpha$ del equipo DTS para experimentos 1 y 2.

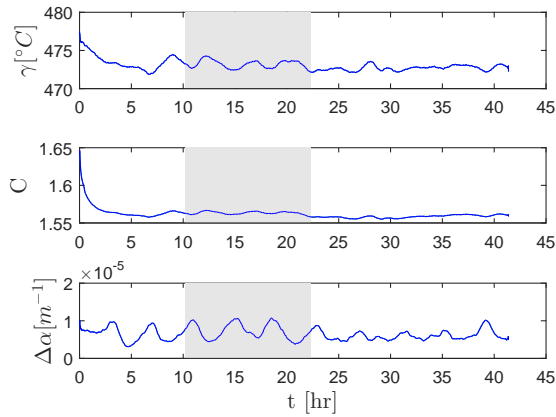


(a) Experimento 3

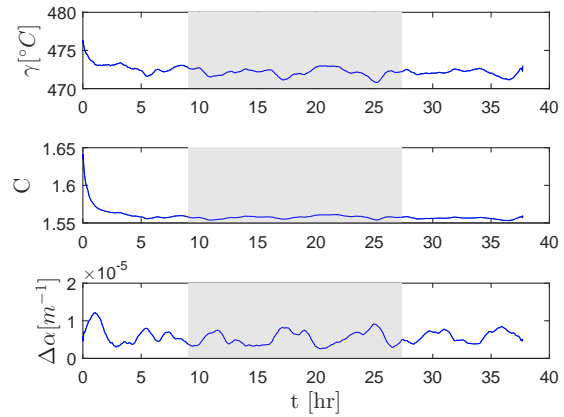


(b) Experimento 4

Figura B.2: Parámetros de calibración γ , C y $\Delta\alpha$ del equipo DTS para experimentos 3 y 4.

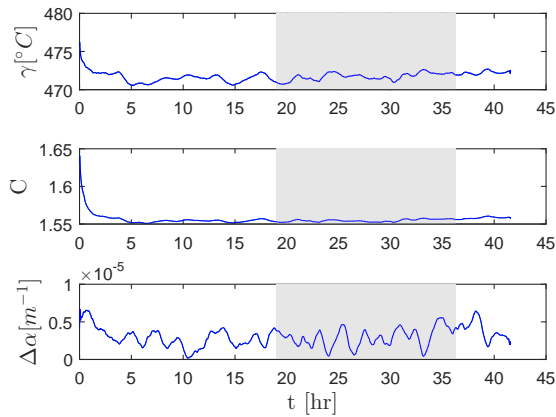


(a) Experimento 5

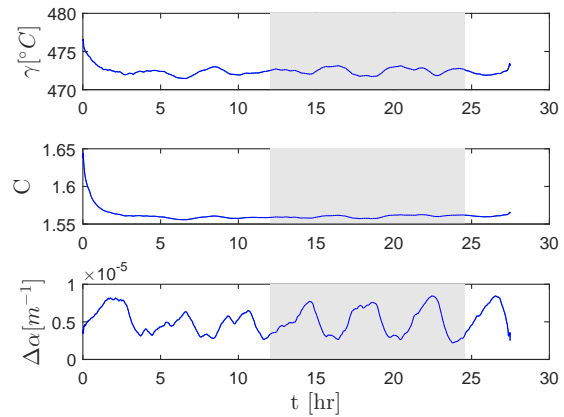


(b) Experimento 6

Figura B.3: Parámetros de calibración γ , C y $\Delta\alpha$ del equipo DTS para experimentos 5 y 6.

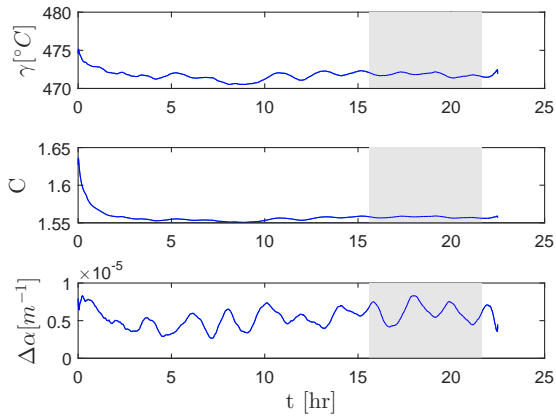


(a) Experimento 7

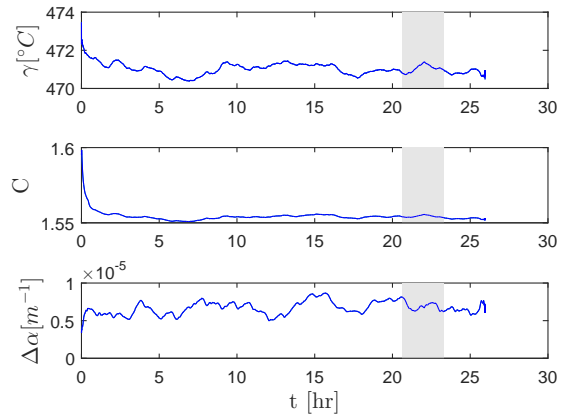


(b) Experimento 8

Figura B.4: Parámetros de calibración γ , C y $\Delta\alpha$ del equipo DTS para experimentos 7 y 8.

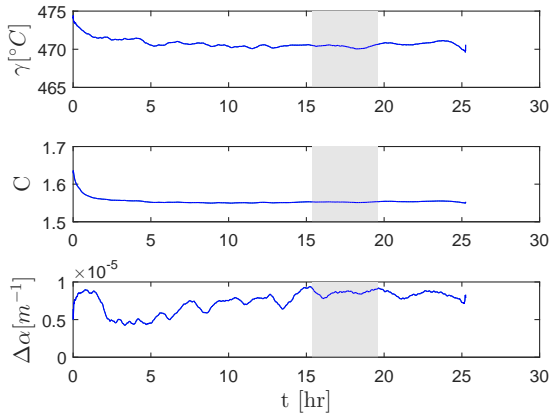


(a) Experimento 9

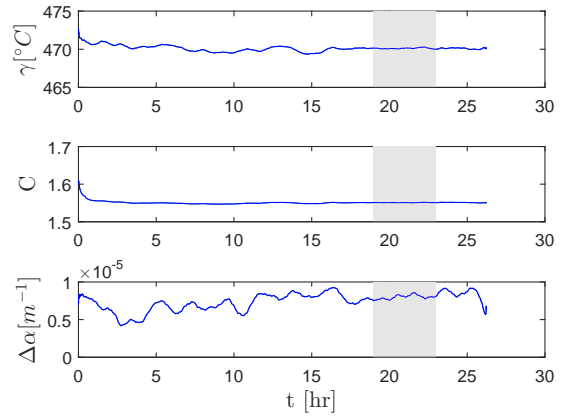


(b) Experimento 10

Figura B.5: Parámetros de calibración γ , C y $\Delta\alpha$ del equipo DTS para experimentos 9 y 10.



(a) Experimento 11



(b) Experimento 12

Figura B.6: Parámetros de calibración γ , C y $\Delta\alpha$ del equipo DTS para experimentos 11 y 12.

B.2. Flujos de calor

B.2.1. Flujos de calor en el cuerpo de agua

A continuación se entregan las series temporales de los distintos flujos involucrados en el balance de calor del cuerpo de agua según la expresión (2.1) para los experimentos realizados.

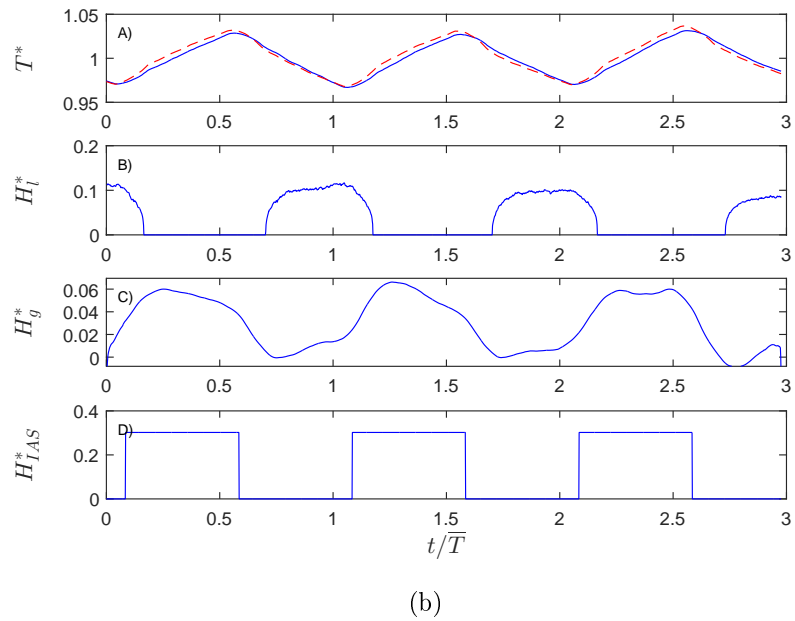
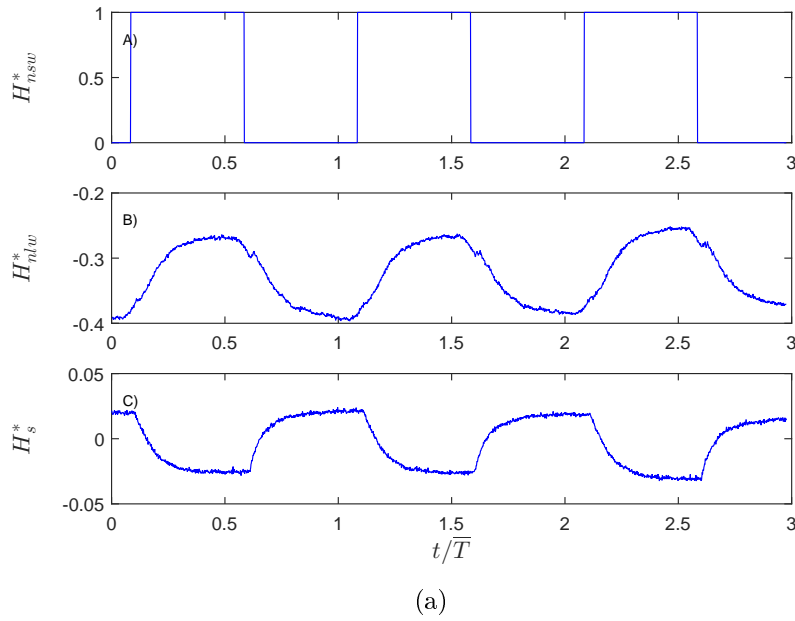
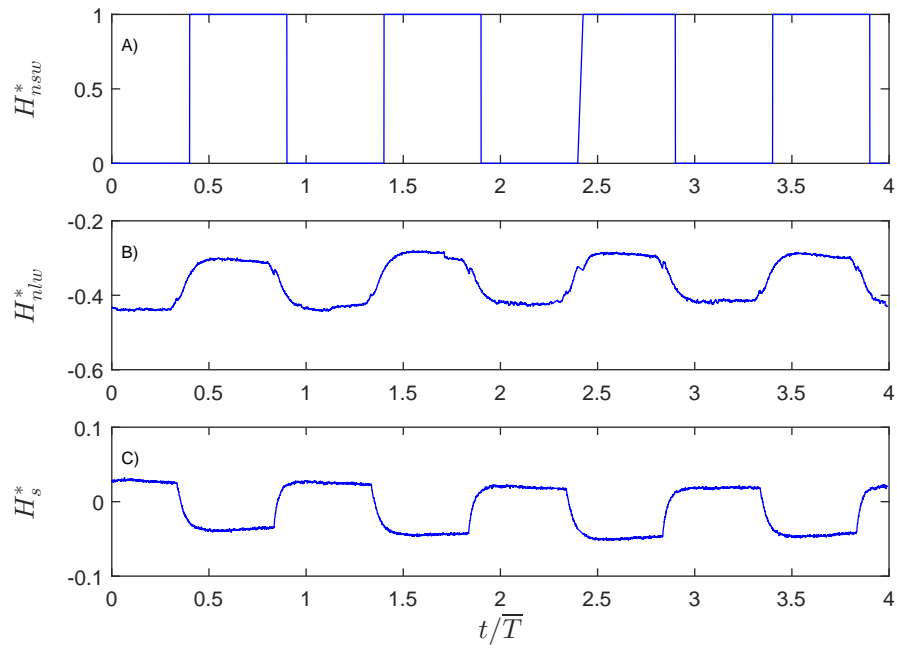
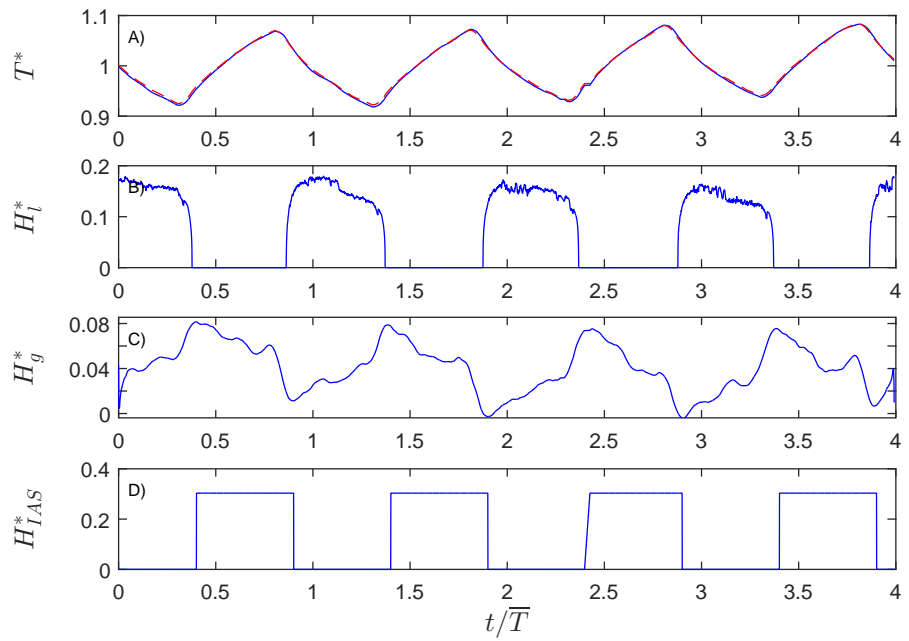


Figura B.7: Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 1.

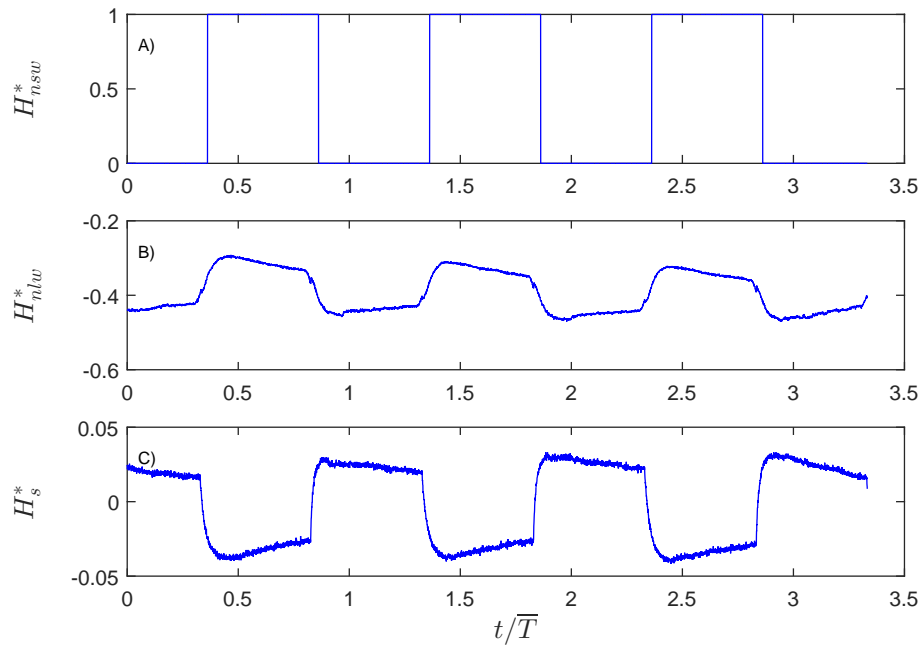


(a)

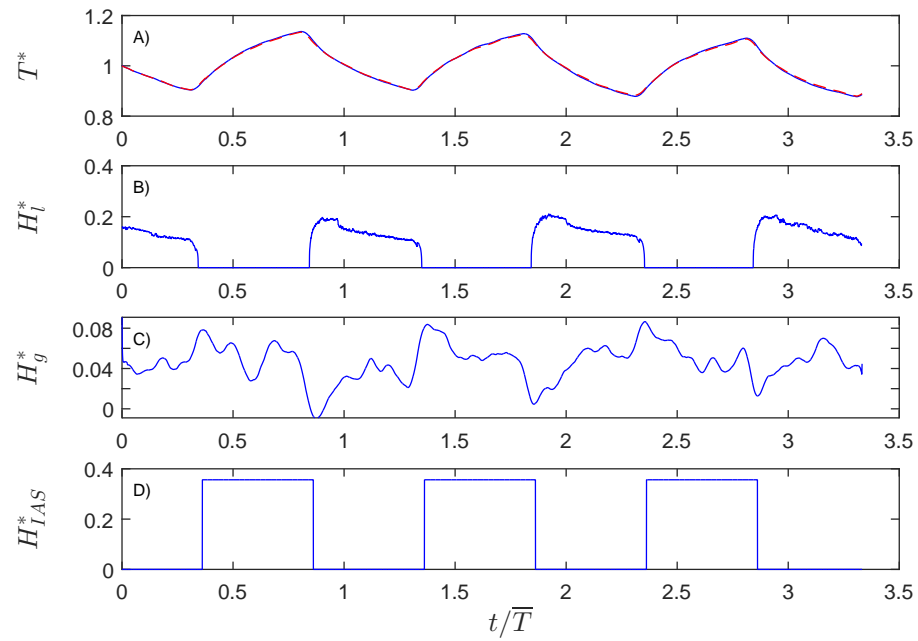


(b)

Figura B.8: Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 2.

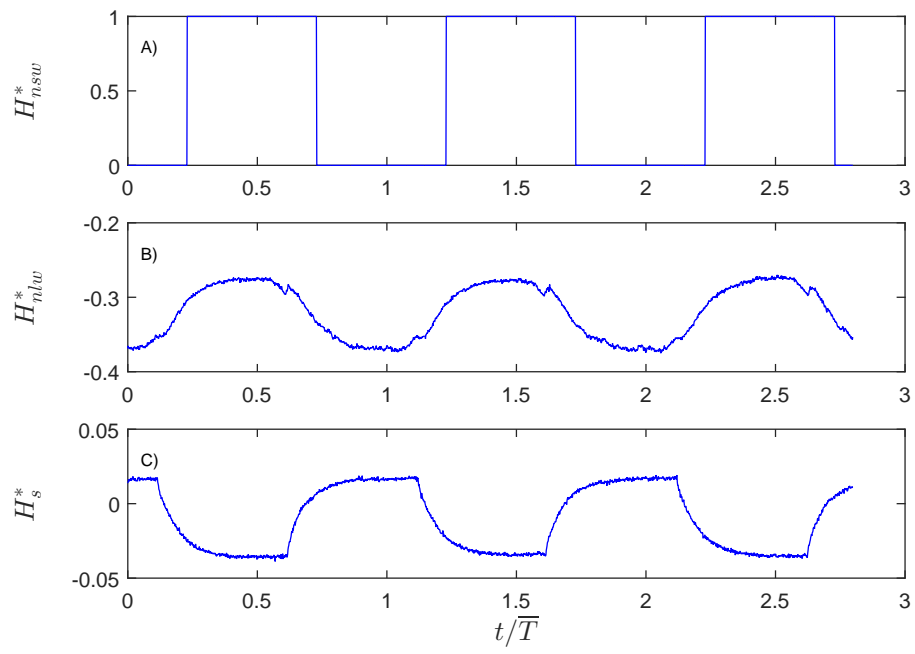


(a)

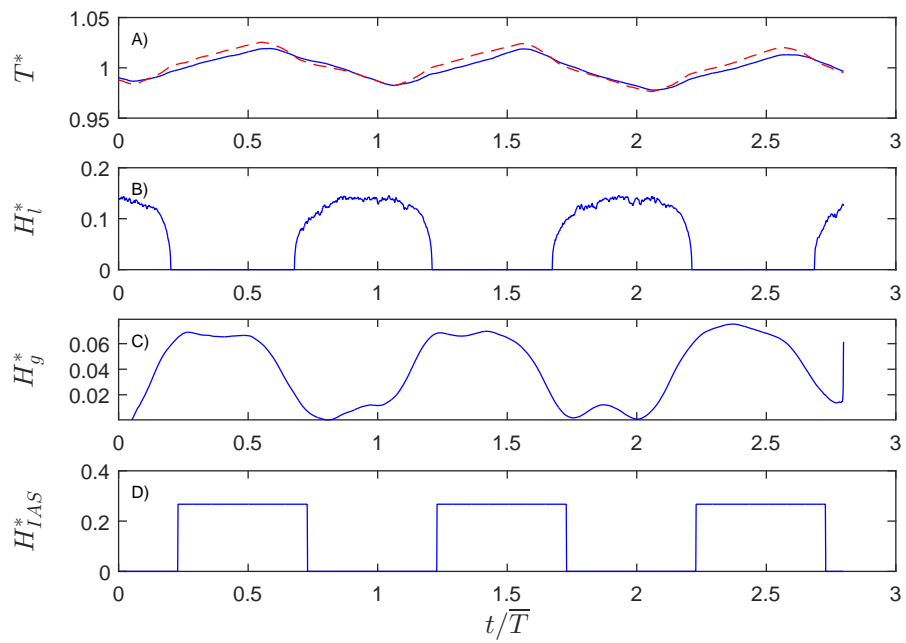


(b)

Figura B.9: Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 3.

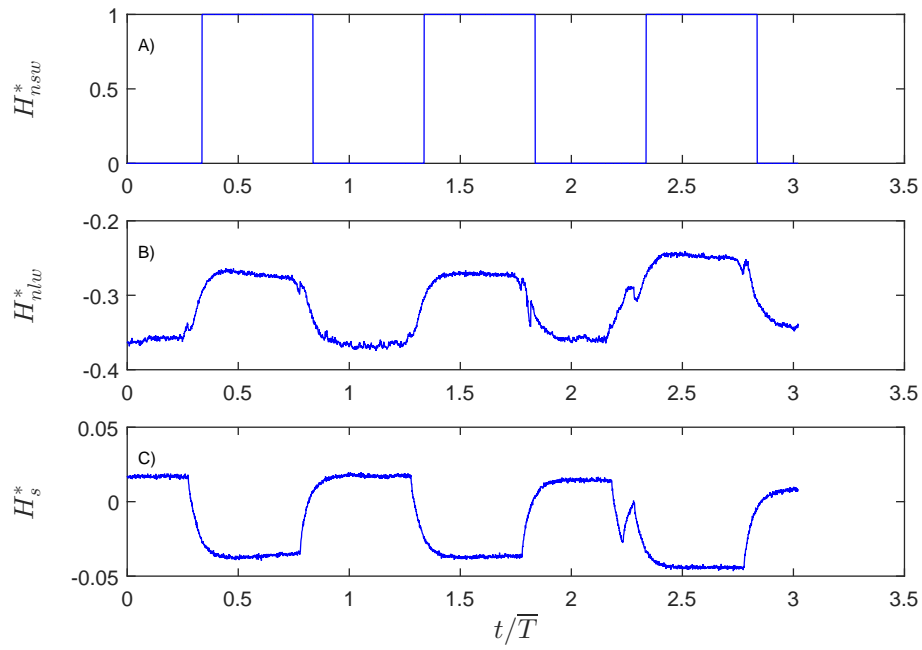


(a)

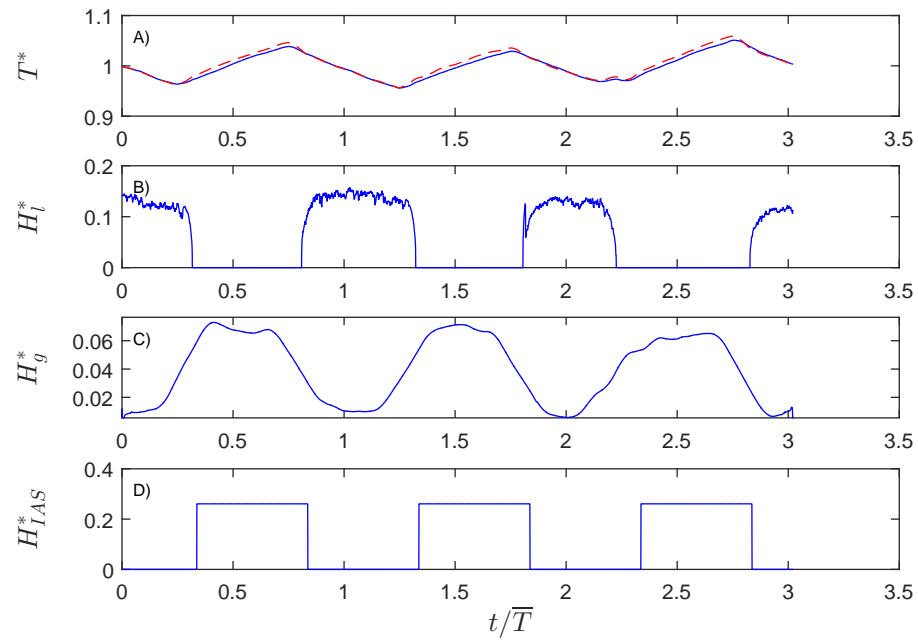


(b)

Figura B.10: Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 4.

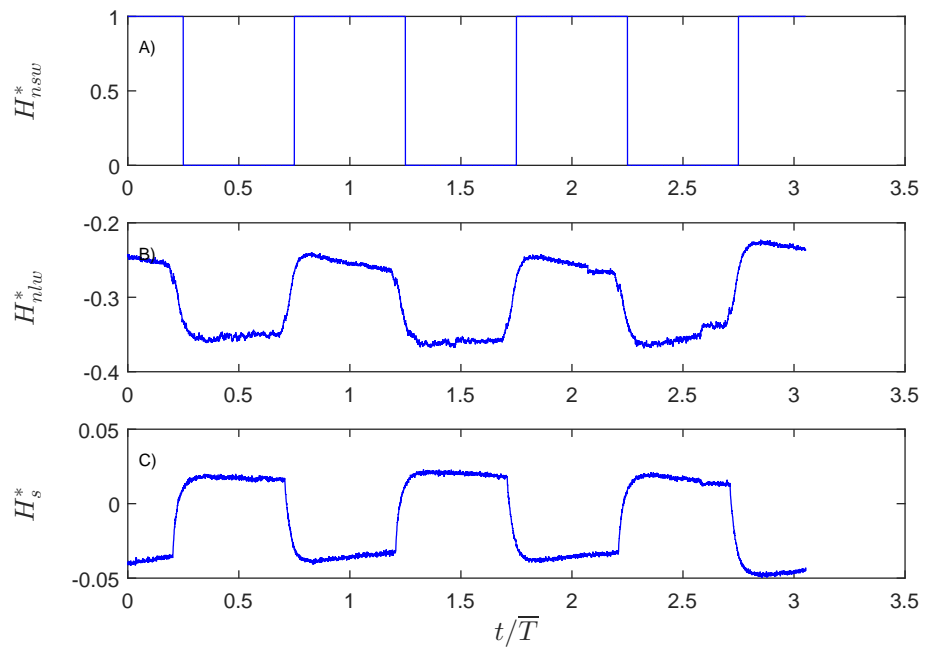


(a)

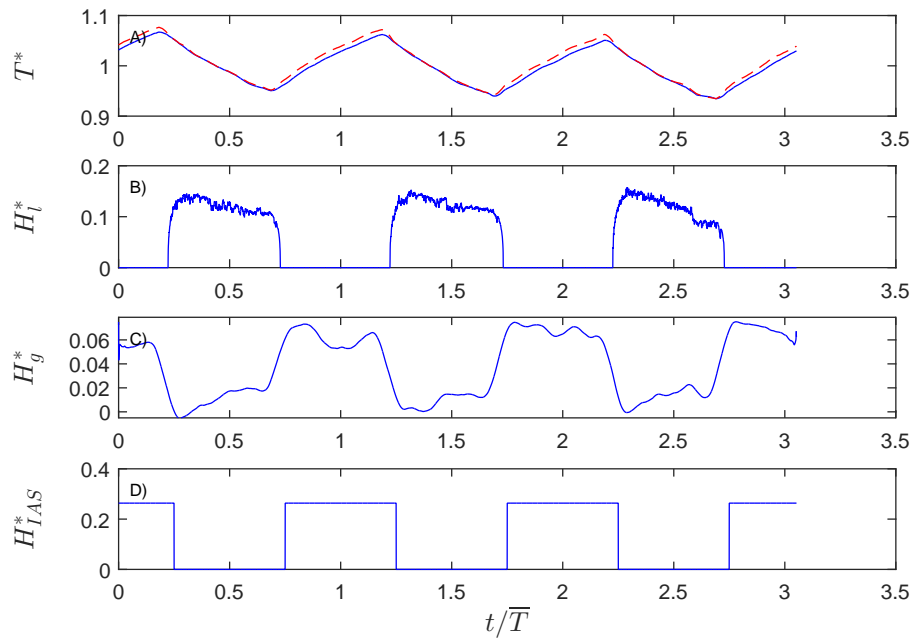


(b)

Figura B.11: Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 5.

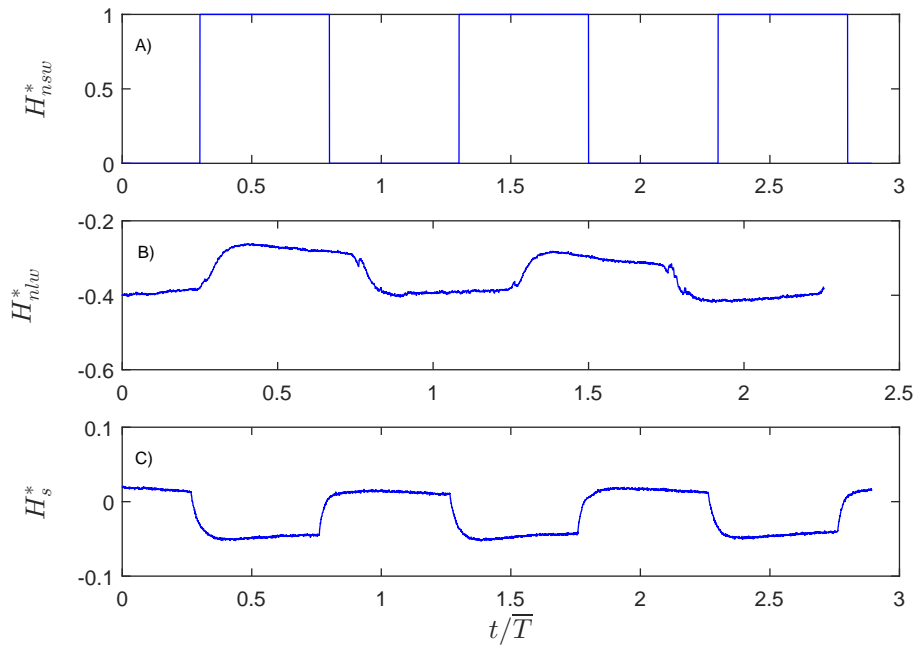


(a)

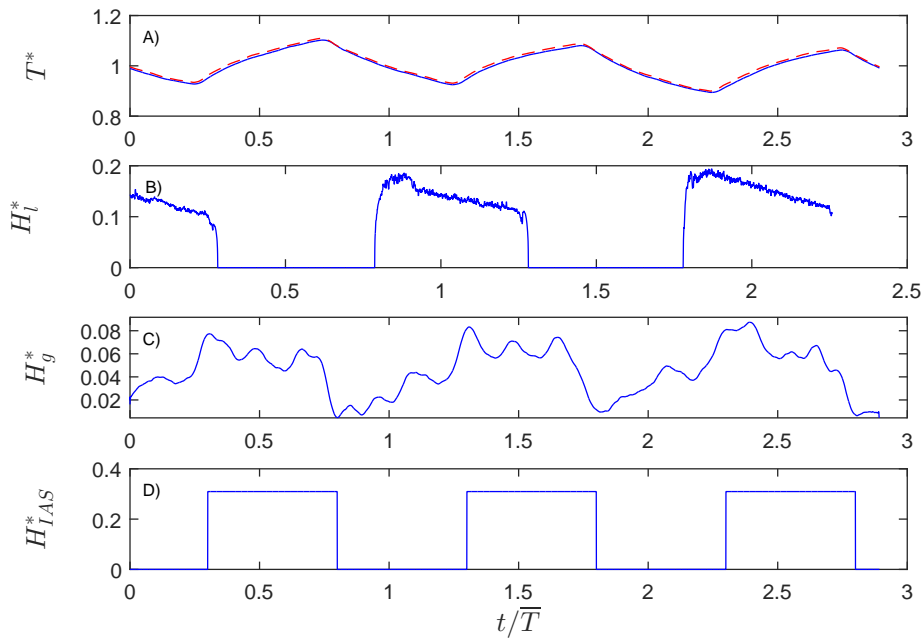


(b)

Figura B.12: Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 6.

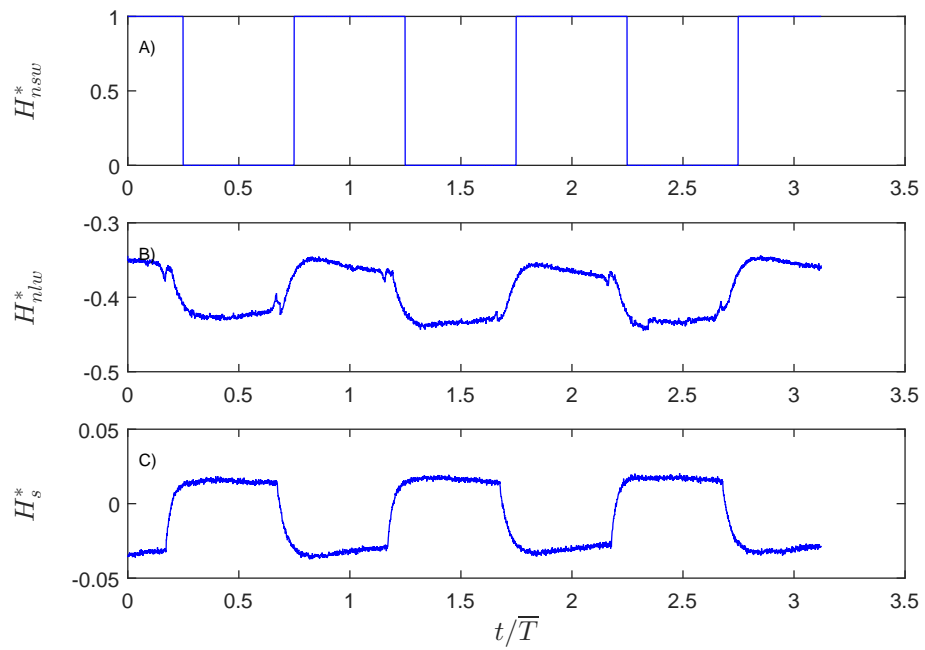


(a)

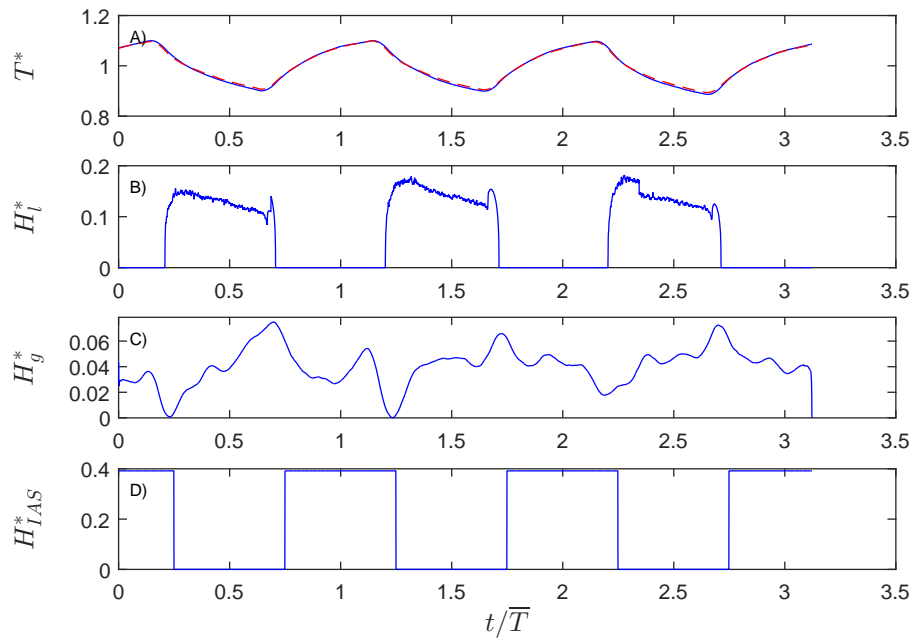


(b)

Figura B.13: Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 7.

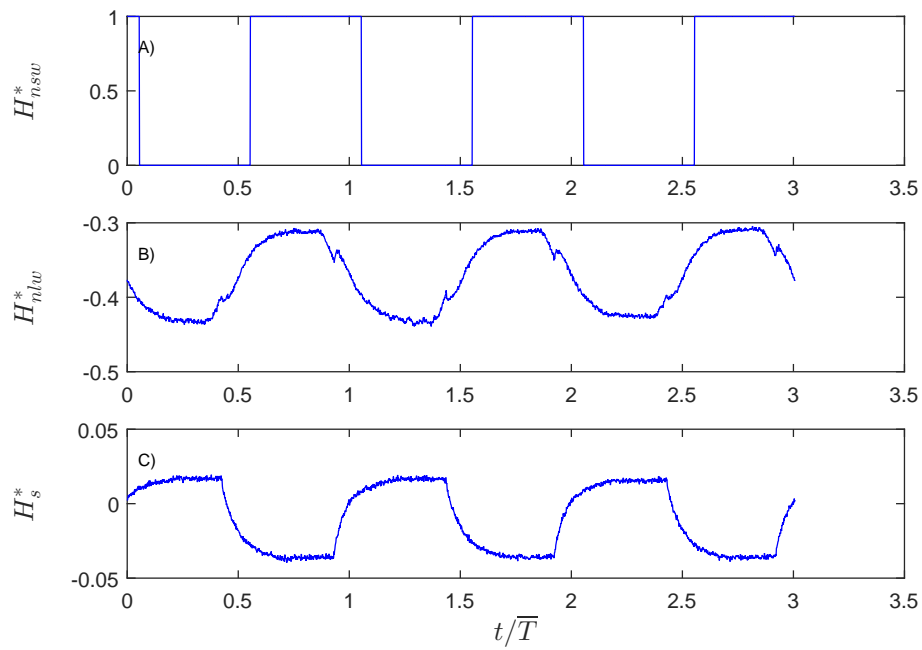


(a)

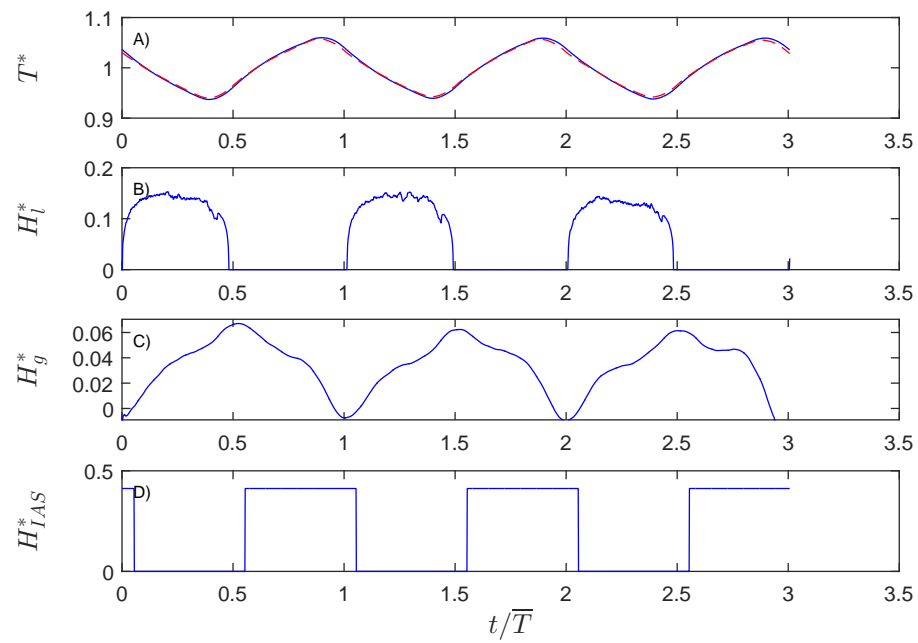


(b)

Figura B.14: Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 8.

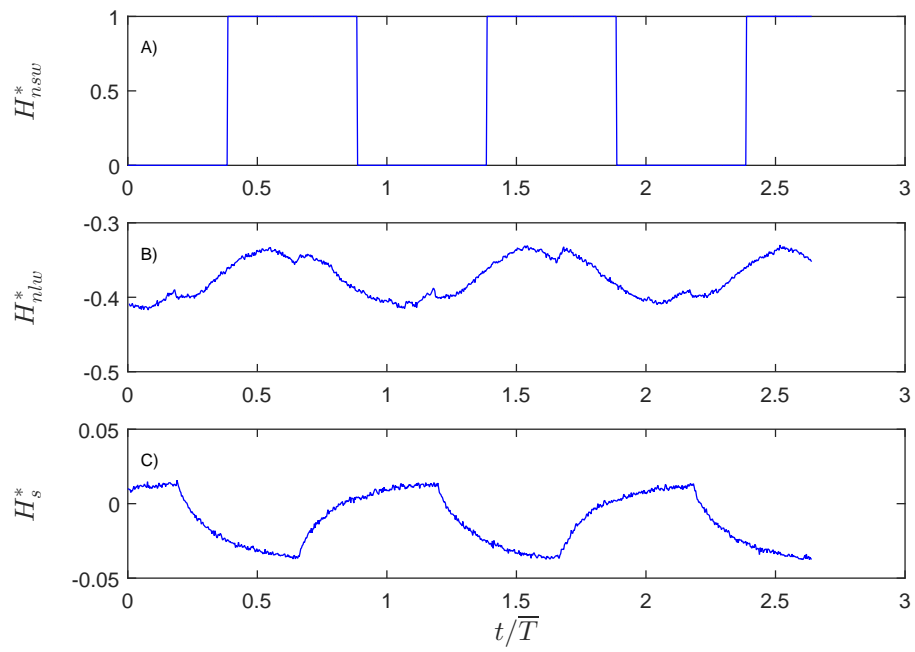


(a)

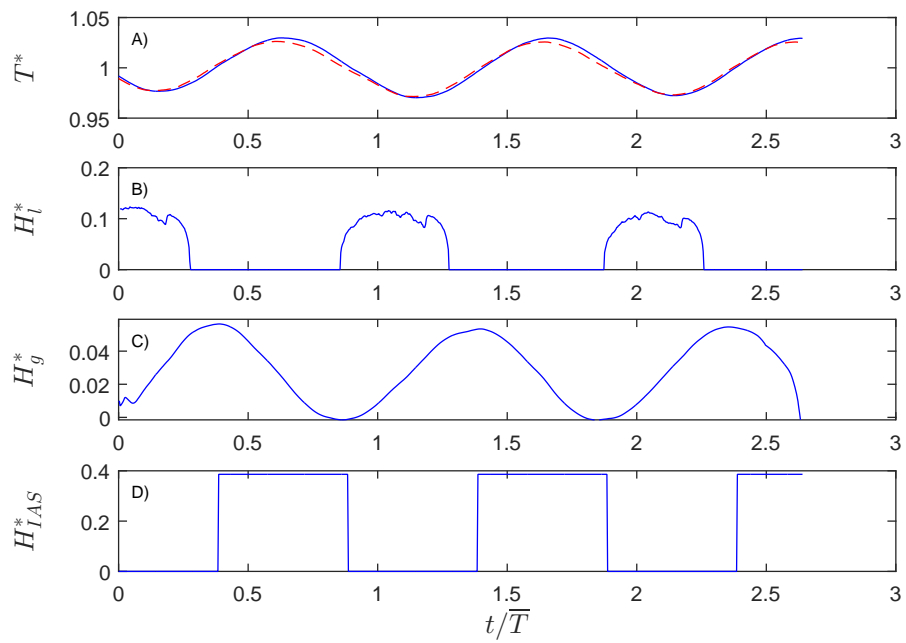


(b)

Figura B.15: Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 9.

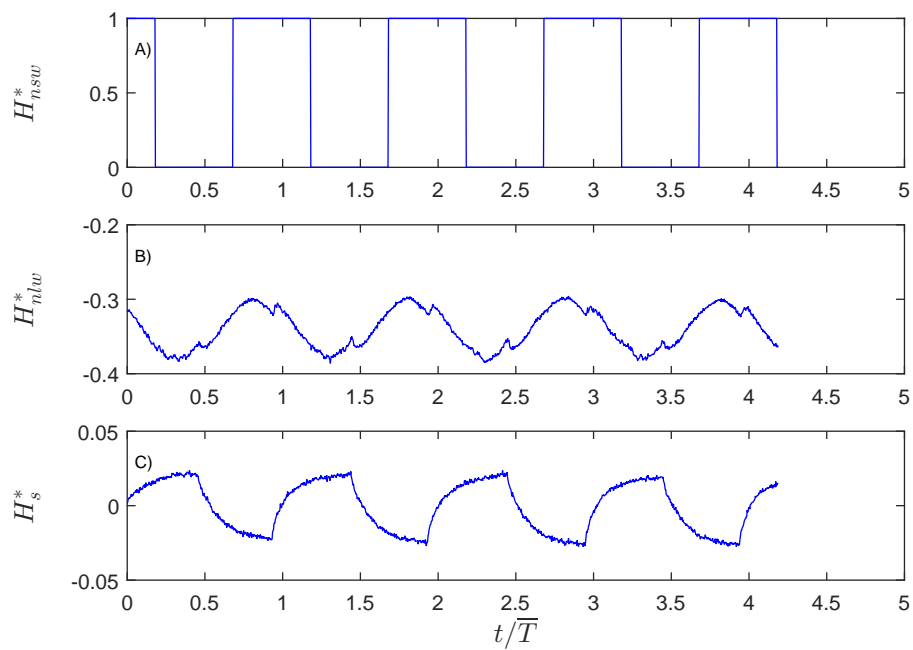


(a)

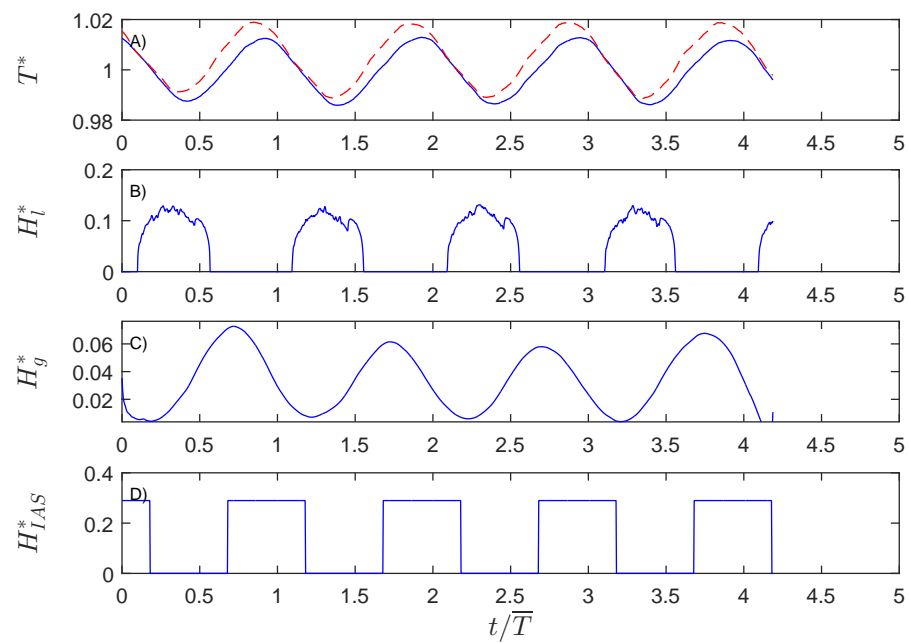


(b)

Figura B.16: Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 10.

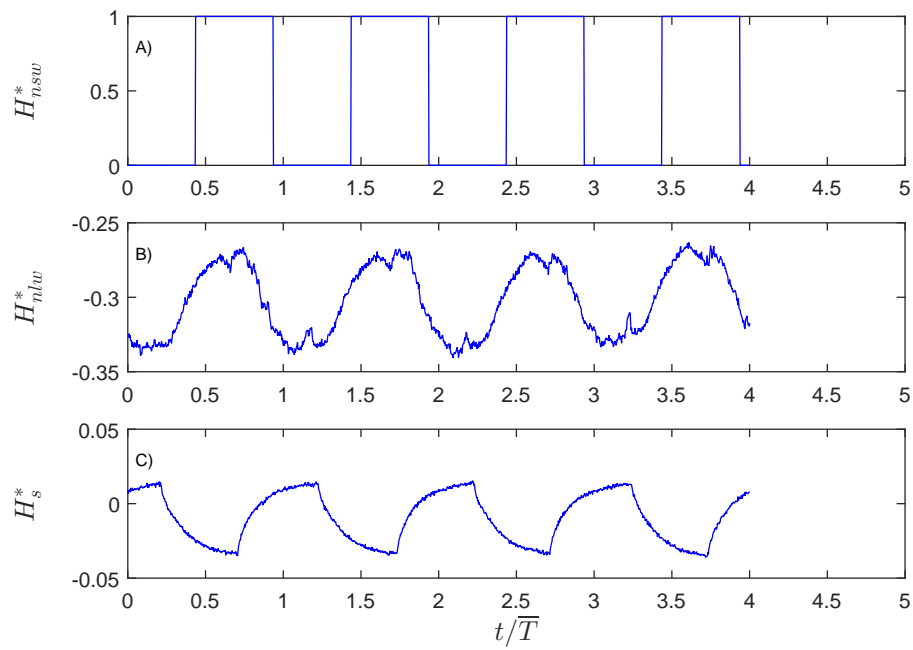


(a)

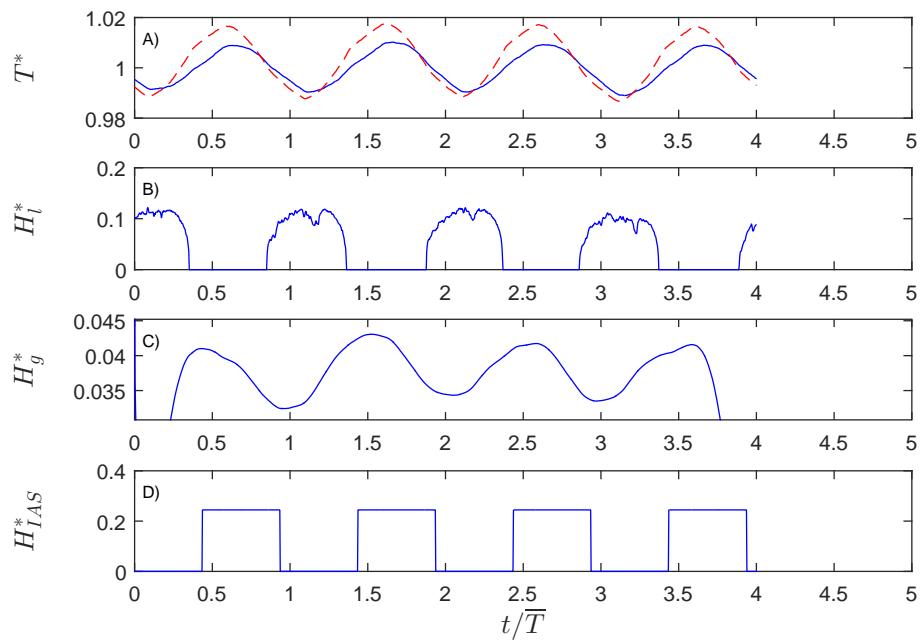


(b)

Figura B.17: Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 11.



(a)



(b)

Figura B.18: Flujos de calor en el cuerpo de agua para experimento 12.

B.2.2. Obtención de k_t característico

Los ajustes lineales realizados para los distintos experimentos se adjuntan a continuación:

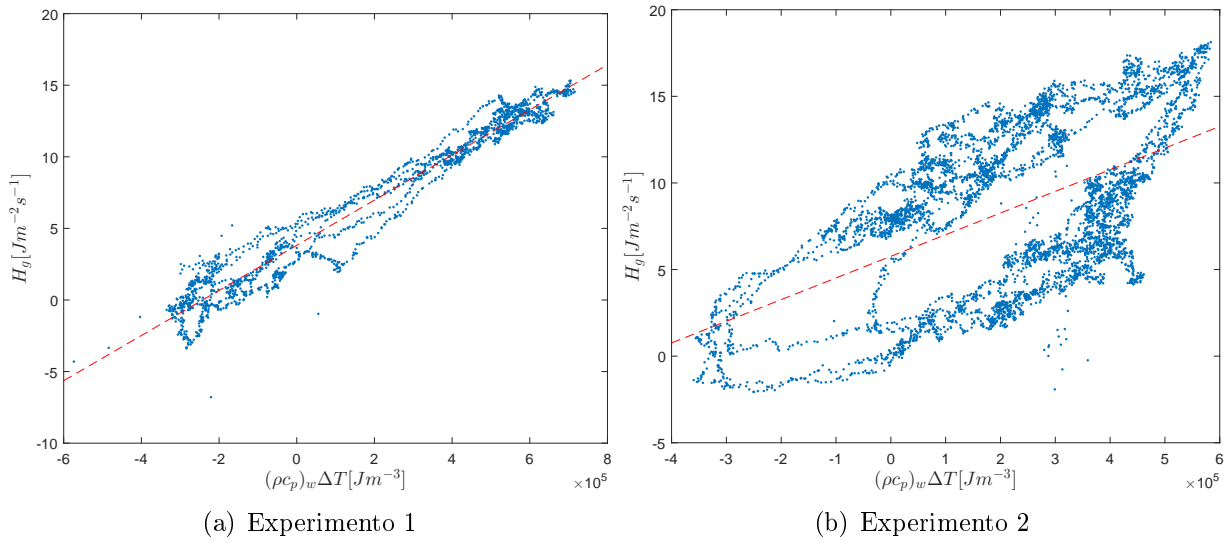


Figura B.19: Ajuste lineal entre $\Delta t(\rho c_p)_w$ y H_g para obtener k_t de experimentos 1 y 2.

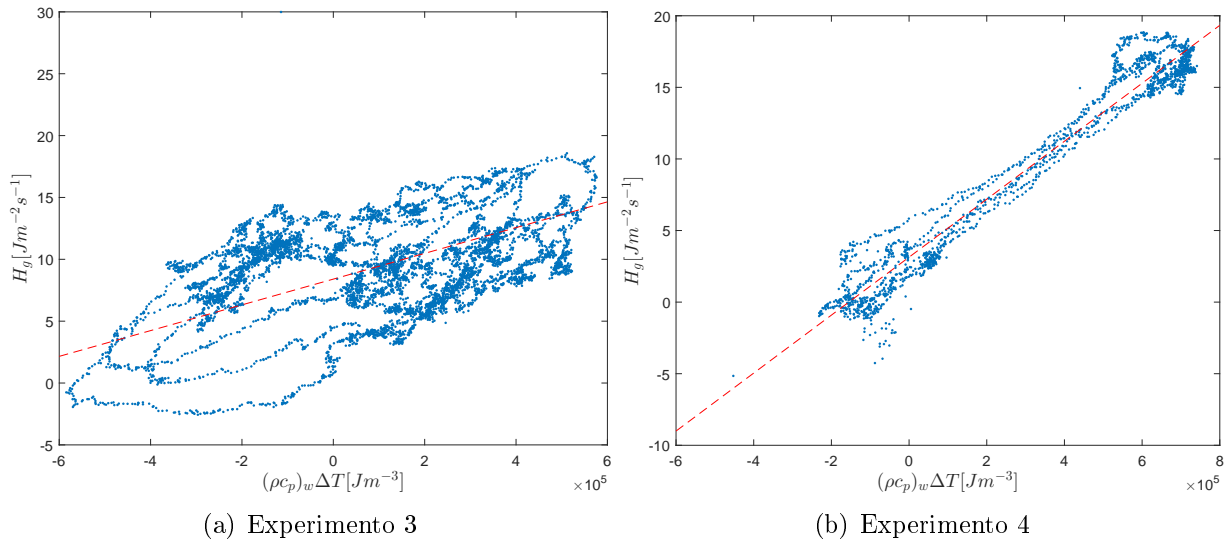


Figura B.20: Ajuste lineal entre $\Delta t(\rho c_p)_w$ y H_g para obtener k_t de experimentos 3 y 4.

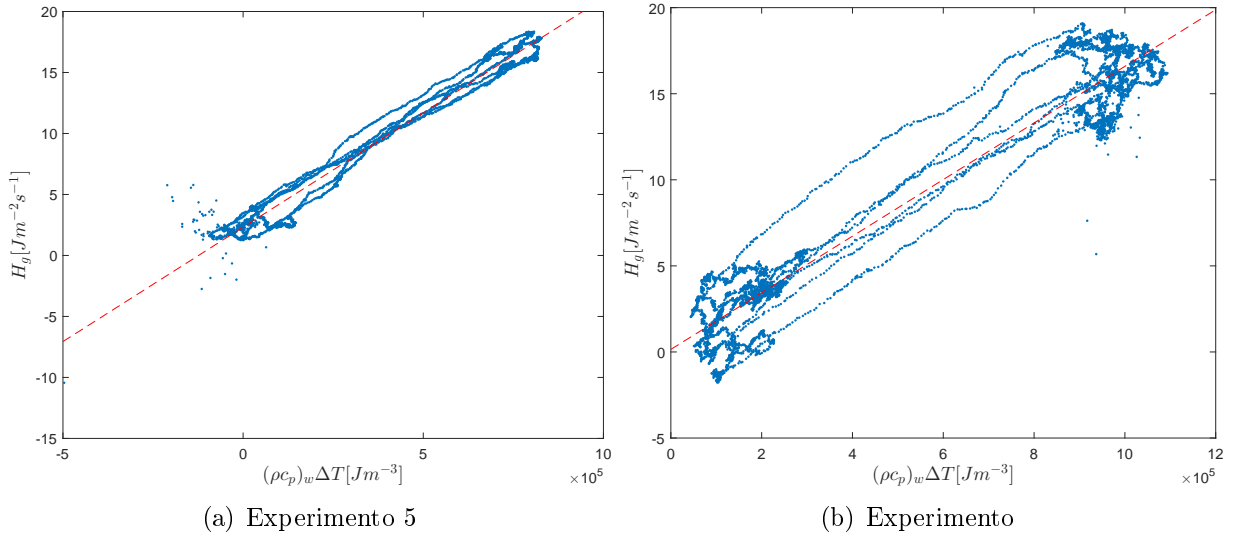


Figura B.21: Ajuste lineal entre $\Delta t(\rho c_p)_w$ y H_g para obtener k_t de experimentos 5 y 6.

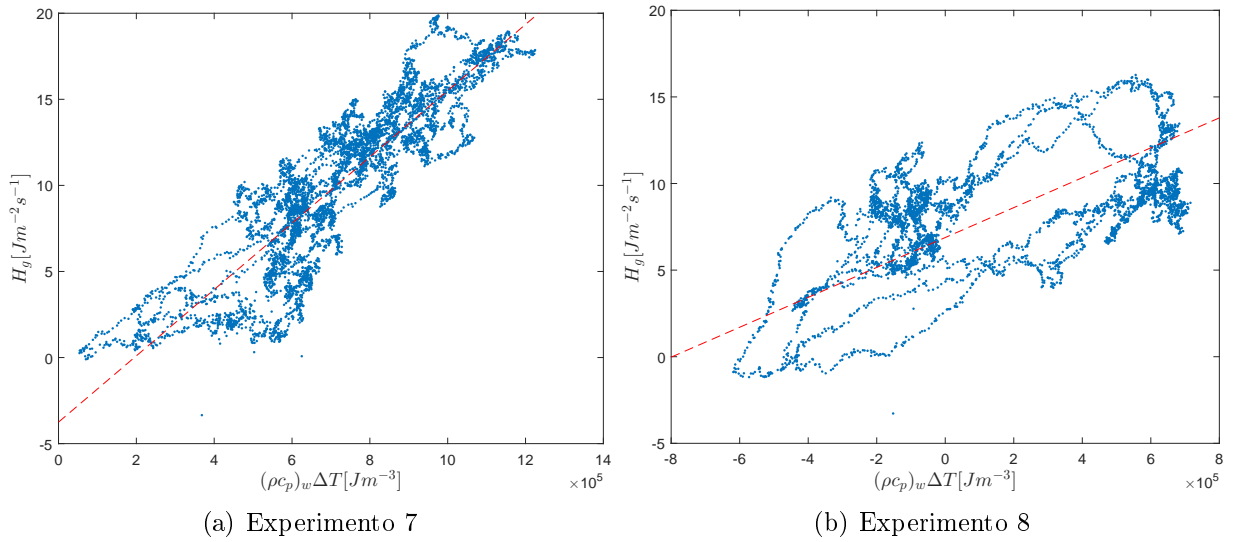


Figura B.22: Ajuste lineal entre $\Delta t(\rho c_p)_w$ y H_g para obtener k_t de experimentos 7 y 8.

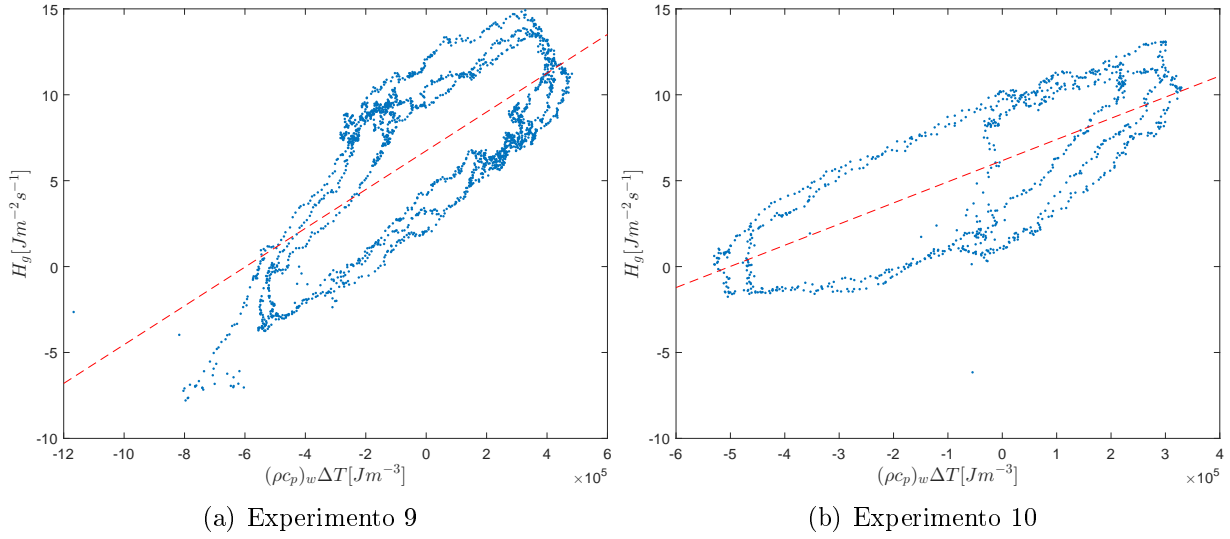


Figura B.23: Ajuste lineal entre $\Delta t(\rho c_p)_w$ y H_g para obtener k_t de experimentos 9 y 10.

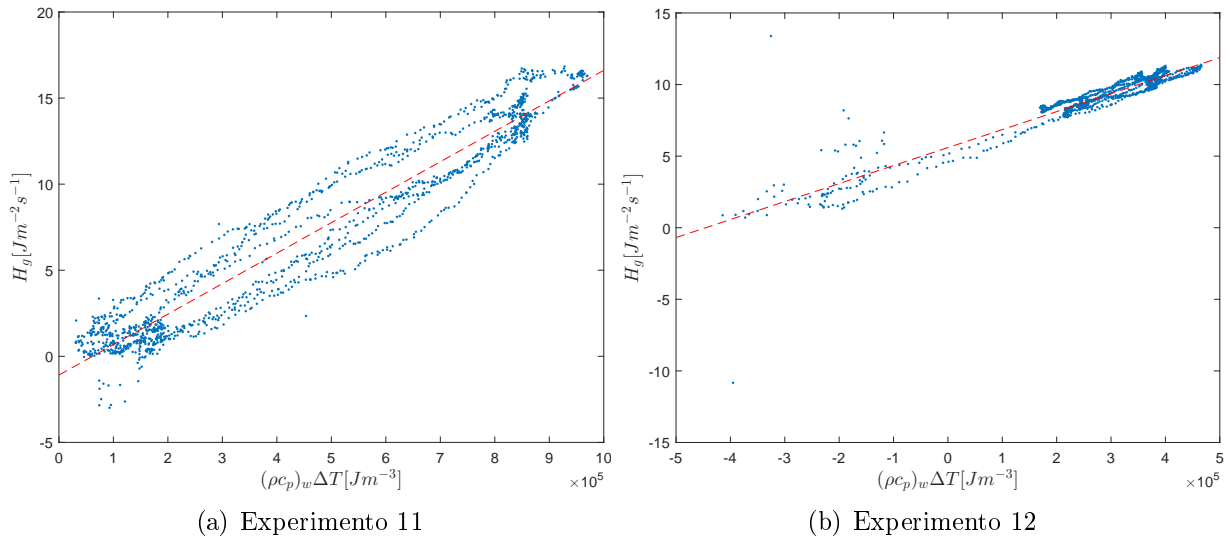


Figura B.24: Ajuste lineal entre $\Delta t(\rho c_p)_w$ y H_g para obtener k_t de experimentos 11 y 12.

B.2.3. Tiempos transientes

Los lapsos de tiempo transientes considerados para cada experimento se muestran gráficamente a continuación:

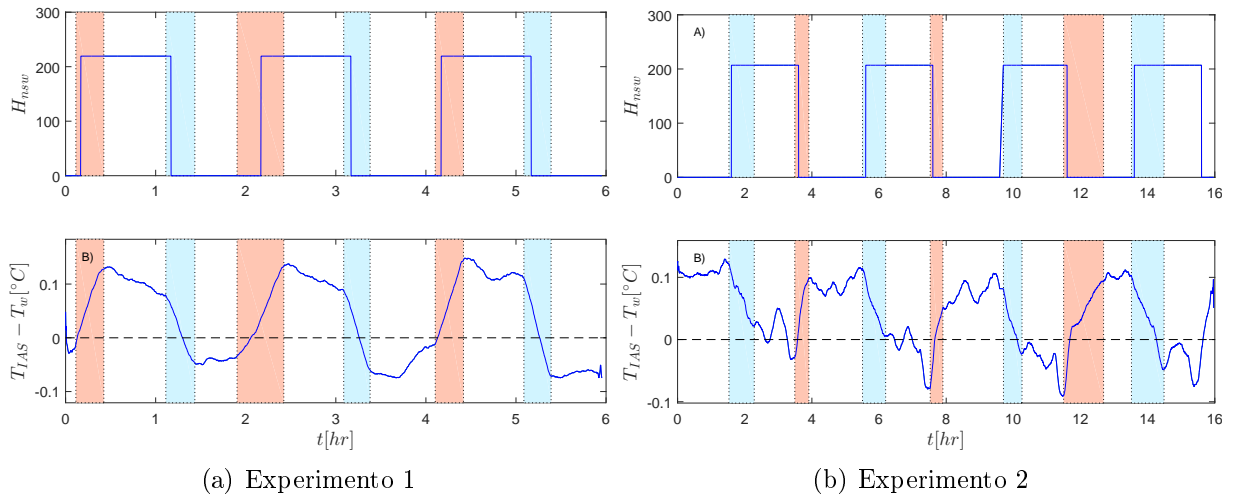


Figura B.25: Tiempos transientes de calentamiento (rojo) y enfriamiento (celeste) considerados para experimentos 1 y 2.

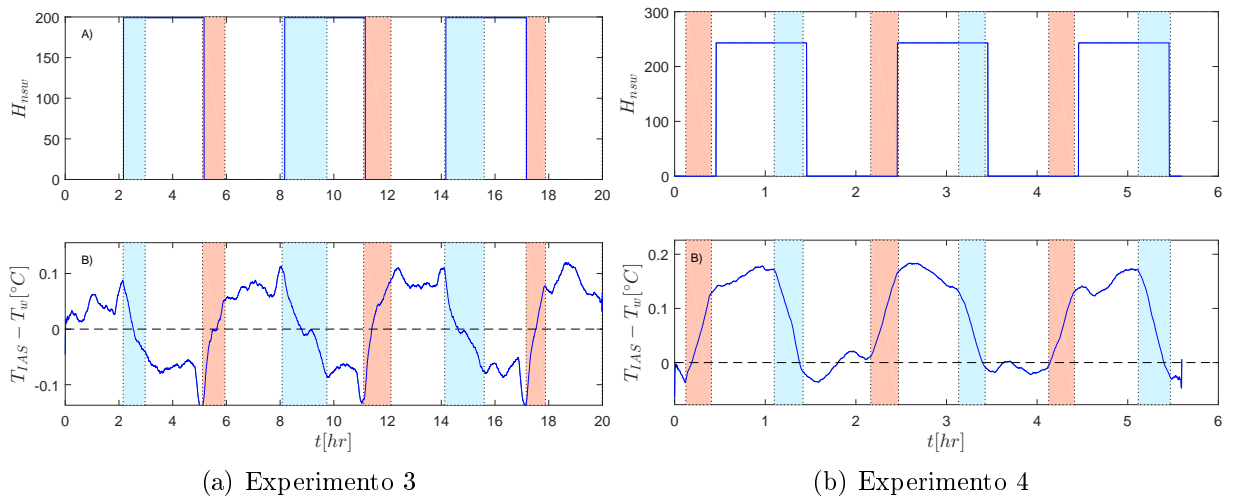


Figura B.26: Tiempos transientes de calentamiento (rojo) y enfriamiento (celeste) considerados para experimentos 3 y 4.

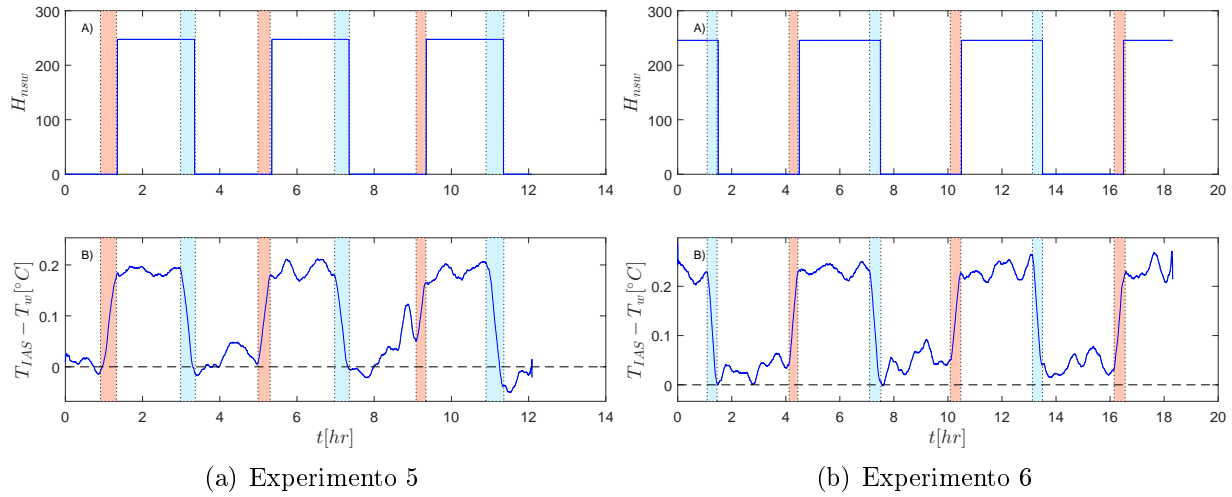


Figura B.27: Tiempos transientes de calentamiento (rojo) y enfriamiento (celeste) considerados para experimentos 5 y 6.

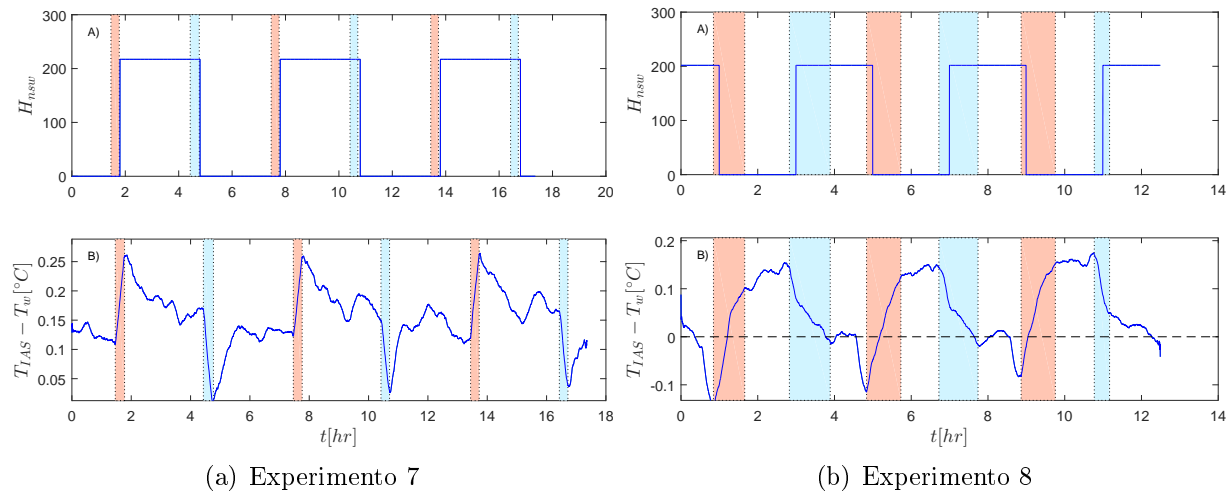


Figura B.28: Tiempos transientes de calentamiento (rojo) y enfriamiento (celeste) considerados para experimentos 7 y 8.

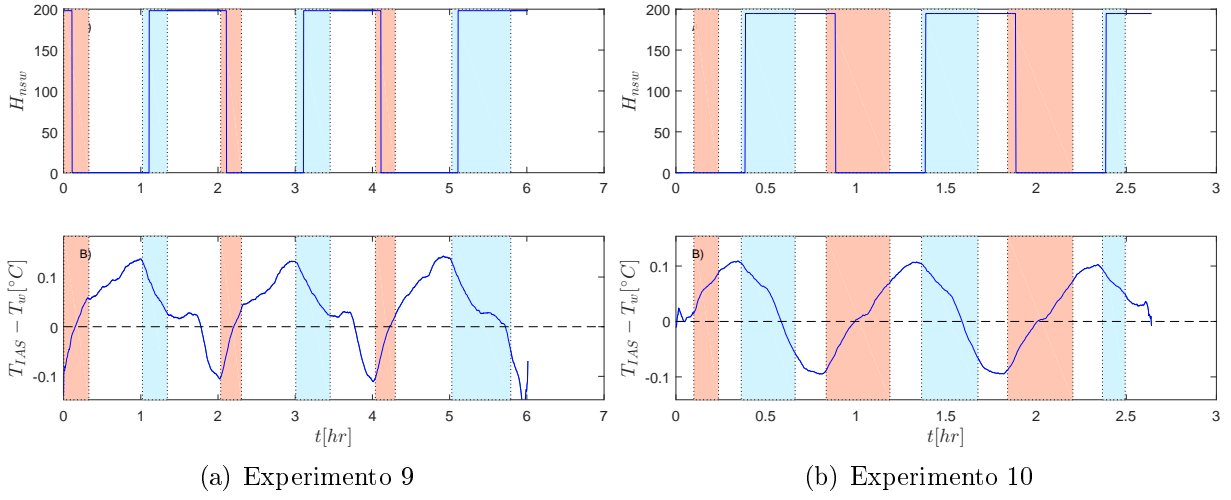


Figura B.29: Tiempos transientes de calentamiento (rojo) y enfriamiento (celeste) considerados para experimentos 9 y 10.

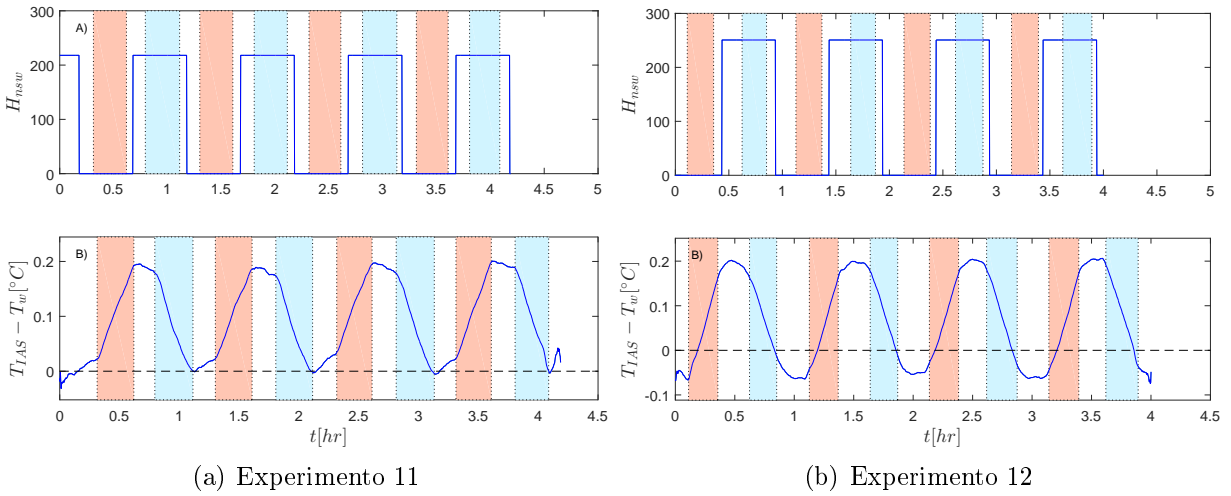


Figura B.30: Tiempos transientes de calentamiento (rojo) y enfriamiento (celeste) considerados para experimentos 11 y 12.

B.3. Análisis Espectral

B.3.1. Análisis Nu

A continuación se adjunta la serie temporal de la Nu y la temperatura del agua (línea continua=experimental, segmentada roja= T crítica y segmentada verde= T modelo) obtenida mediante el modelo planteado por De la Fuente & Meruane [7], más la forzante atmosférica aplicada al sistema H^* para cada experimento.

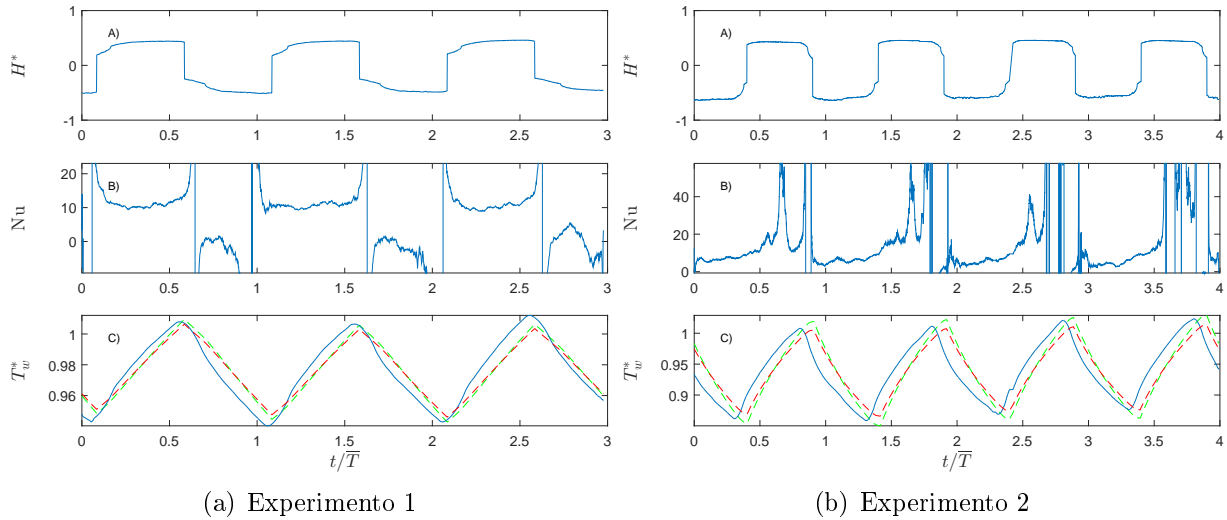


Figura B.31: Serie temporal de forzante atmosférica H^* , Nu y temperatura del agua para experimentos 1 y 2.

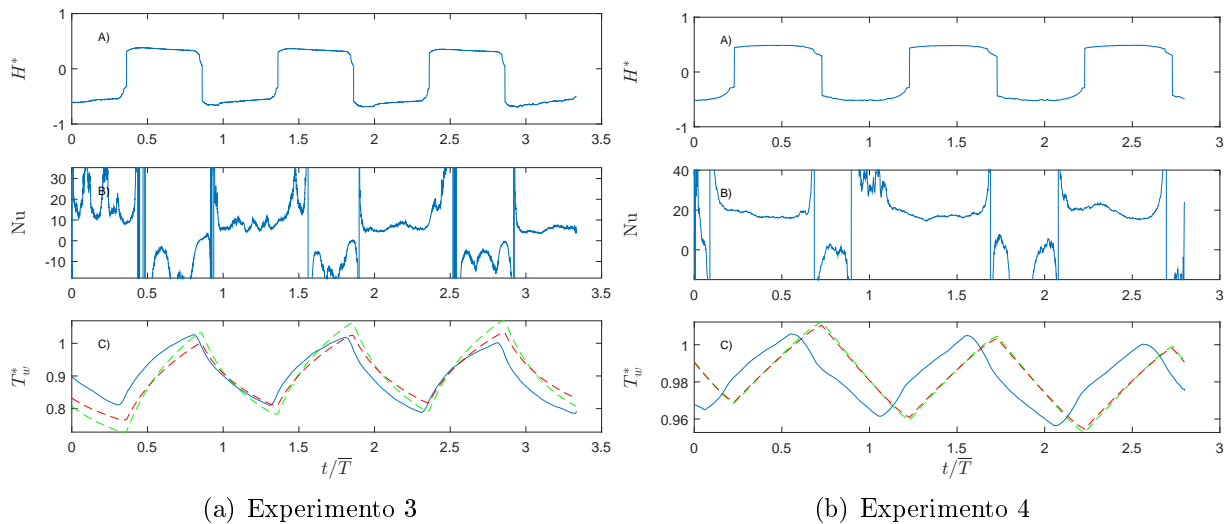


Figura B.32: Serie temporal de forzante atmosférica H^* , Nu y temperatura del agua para experimentos 3 y 4.

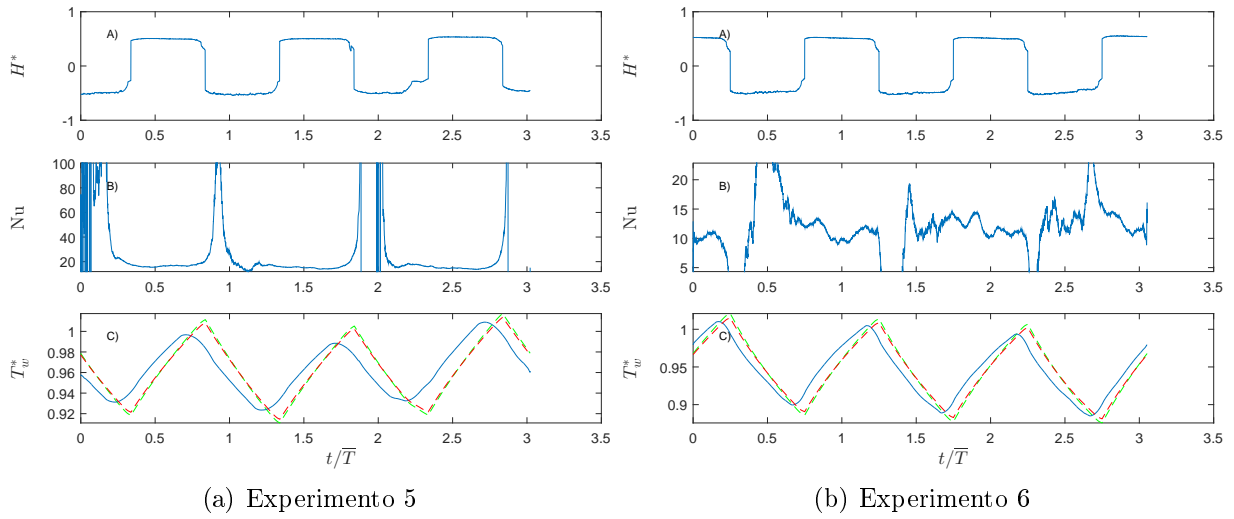


Figura B.33: Serie temporal de forzante atmosférica H^* , Nu y temperatura del agua para experimentos 5 y 6.

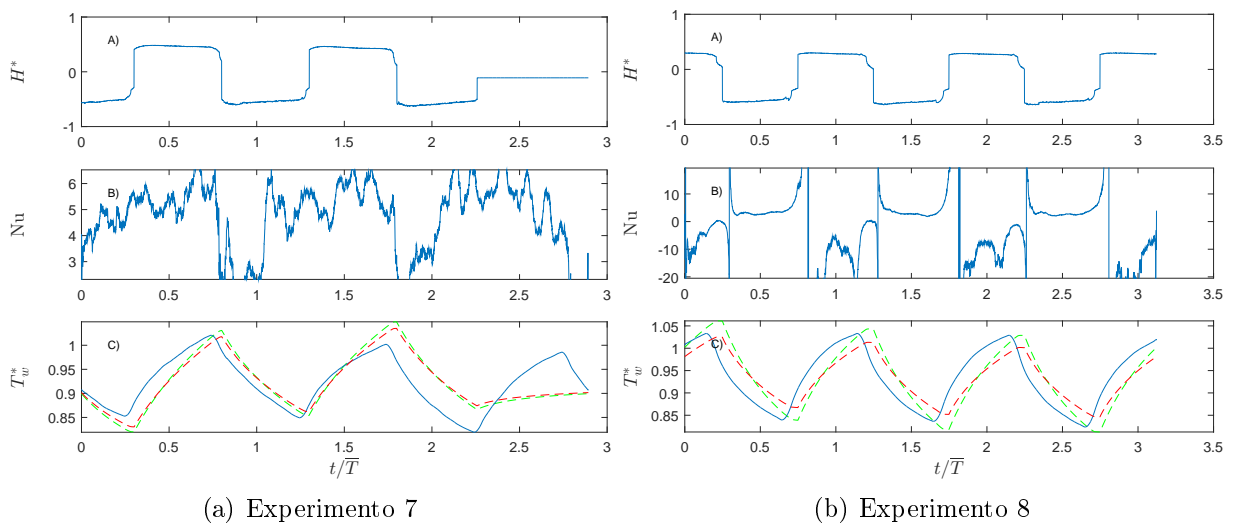
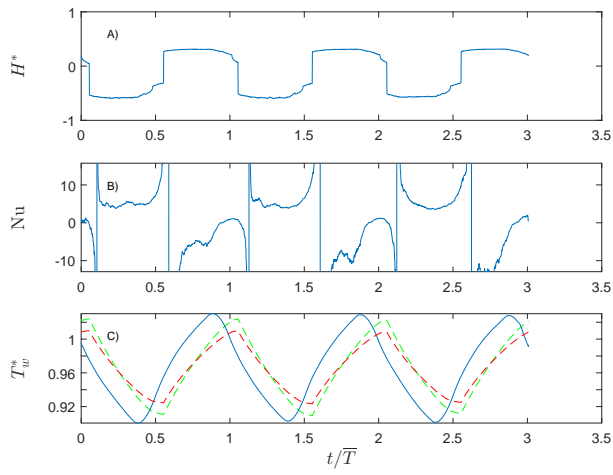
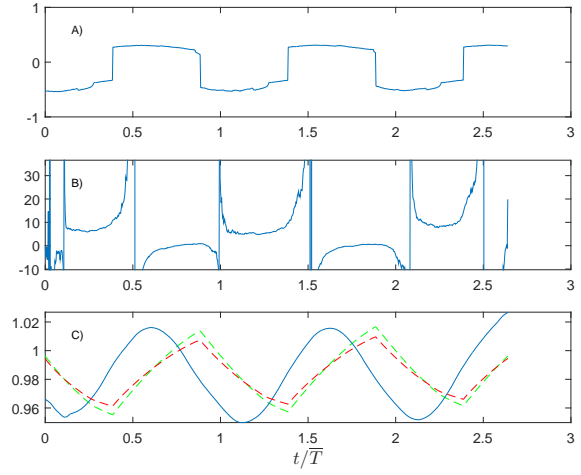


Figura B.34: Serie temporal de forzante atmosférica H^* , Nu y temperatura del agua para experimentos 7 y 8.

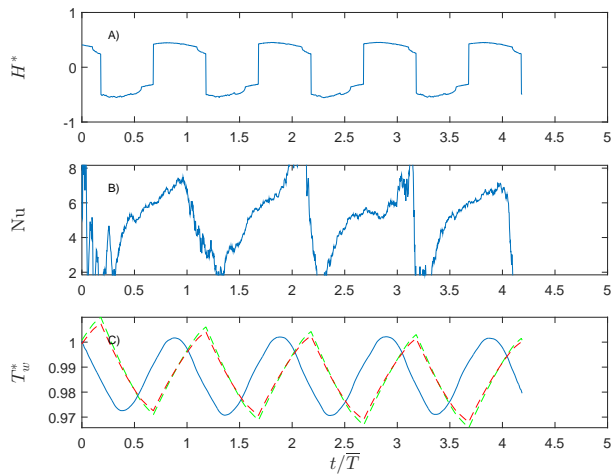


(a) Experimento 9

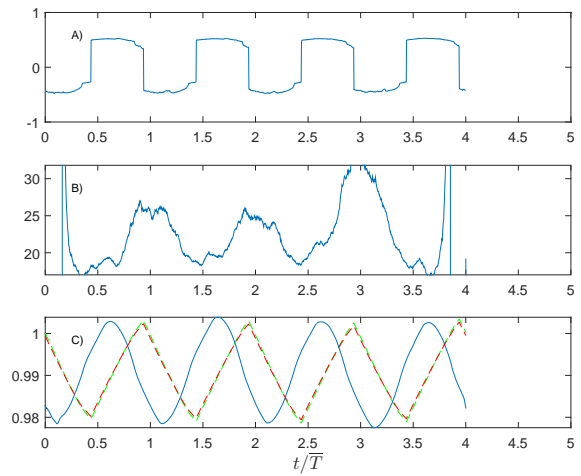


(b) Experimento 10

Figura B.35: Serie temporal de forzante atmosférica H^* , Nu y temperatura del agua para experimentos 9 y 10.



(a) Experimento 11



(b) Experimento 12

Figura B.36: Serie temporal de forzante atmosférica H^* , Nu y temperatura del agua para experimentos 11 y 12.