



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

**ESTIMACIÓN NUMÉRICA DE LA RESPUESTA ESTÁTICA DE UN CABLE
DAÑADO: FORMULACIÓN VIGA-CABLE**

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA,
MENCION INGENIERÍA ESTRUCTURAL, SÍSMICA Y GEOTÉCNICA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

TOMÁS PATRICIO BRAVO TETLAK

PROFESOR GUÍA:

JUAN FELIPE BELTRÁN MORALES

MIEMBROS DE COMISIÓN:

RICARDO HERRERA MARDONES

RAFAEL RUIZ GARCÍA

SANTIAGO DE CHILE

2018

**RESUMEN DE TESIS PARA OPTAR AL
GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA
INGENIERÍA, MENCIÓN INGENIERÍA
ESTRUCTURAL, SÍSMICA Y GEOTÉCNICA Y
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL**

POR: Tomás Patricio Bravo Tetlak

FECHA: 31/08/2018.

PROFESOR GUÍA: Juan Felipe Beltrán Morales.

**ESTIMACIÓN NUMÉRICA DE LA RESPUESTA ESTÁTICA DE UN CABLE
DAÑADO: FORMULACIÓN VIGA-CABLE**

El presente trabajo tiene por objetivo extender el estudio mecánico de cables dañados asimétricamente llevado por De Vico (2013) y Ramírez (2015) y el trabajo de Beltrán (2006), combinando en un único modelo el efecto de asimetría y concentración de deformaciones: dos fenómenos cuyo impacto aislado se ha traducido en la inducción de flexión producto del daño asimétrico y la capacidad de recuperación de carga producto de la concentración de deformaciones cerca del daño.

El modelo mecánico propuesto se basa en el método de los elementos finitos, para lo cual se propone un elemento viga capaz de incorporar la cinemática de deformación de los elementos que conforman un cable de modo de generar matrices de rigidez que representen a un elemento denominado viga-cable. Este elemento es capaz de desarrollar flexión biaxial, torsión y carga axial. Se supone que el cable está sometido a una fuerza axial de tracción y a cargas transversales de corte asociadas a la asimetría del daño, en caso de que corresponda. Además, dependiendo de la fricción entre los alambres del cable, se puede incrementar el área efectiva del cable en elementos alejados del daño, aumentando la capacidad de carga del cable y forzando una concentración de deformaciones en zonas cercanas a los elementos finitos dañados.

Se estudiaron cables de distintos materiales (poliéster, acero y aluminio) con distintas configuraciones geométricas (distribución de alambres, ángulos de paso y diámetros) y de daño, de modo de evaluar distintos fenómenos presentes que impacten tanto el comportamiento global (curva de capacidad, rigidez, capacidad de deformación y capacidad de carga) y local (gradiente de tensiones y deformaciones).

Para cada caso de estudio, se compararon los resultados del modelo propuesto con resultados experimentales y modelación de elementos finitos presentes en la literatura. Los análisis comparativos indican el modelo propuesto es capaz de predecir de buena manera curvas de capacidad y gradiente de tensiones/deformaciones en las secciones transversales a lo largo del cable. Se logró acoplar en un modelo los fenómenos de daño asimétrico y concentración de deformaciones, cuyo resultado queda en la región acotada por las curvas de daño asimétrico y concentración de deformaciones, actuando en forma independiente, desarrolladas por Beltrán et al (2017). En particular, se obtienen rigideces superiores a las experimentales, tal como evidencian Lalonde (2017) y Judge (2012) en sus estudios. Además, se obtuvieron capacidades similares a las de la literatura. En cuanto a la capacidad de deformación, la alta variabilidad de los ensayos no permitió obtener resultados concluyentes.

Se identificó una relación directa entre el diámetro del cable y el impacto de la asimetría, ya que a medida que es más grande el diámetro, se pudo identificar una mayor diferencia entre los límites del gradiente de deformaciones.

La eficiencia computacional y robustez del modelo queda demostrada, obteniéndose resultados con alta precisión en fracciones del tiempo requerido por modelos desarrollados en software de elementos finitos.

Agradezco a mis papás, hermanos, amigos y a mi polola por haber estado conmigo en todo este proceso. Finalmente agradezco a FONDECYT (proyecto N°1150409) por el apoyo económico a la presente investigación.

Tabla de Contenido

CAPÍTULO I: Introducción.....	1
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos	1
1.2.1. Objetivo Principal	1
1.2.2. Objetivos Secundarios	2
1.3. Alcance.....	2
1.4. Metodología	3
CAPÍTULO II: Revisión Bibliográfica.....	5
2.1. Revisión Bibliográfica	5
CAPÍTULO III: Formulación de Elemento Viga-cable	9
3.1. Resumen.....	9
3.2. Estructura de un cable	9
3.3. Cinemática de elemento viga-cable	11
3.4. Cinemática de la sección transversal.....	13
3.5. Formulación Variacional Incremental.....	14
3.5.1. Ecuaciones de trabajo virtual.....	14
CAPÍTULO IV: Análisis Numérico	18
4.1. Implementación numérica.....	18
4.1.1. Definición de largo de recuperación.....	18
4.1.2. Determinación de cargas transversales	18
4.1.3. Modelos constitutivos	22
4.1.4. Ecuaciones de equilibrio.....	30
4.2. Algoritmo numérico	30
CAPÍTULO V: Validación Numérica	34
5.1. Concentración de deformaciones	34
5.2. Daño asimétrico	39
CAPÍTULO VI: Resultados.....	95
6.1. Cuerdas de polyester 1x3:	95
6.2. Cuerdas de dos niveles, con segundo nivel en paralelo	100
CAPÍTULO VII: Conclusiones	120
BIBLIOGRAFÍA.....	123

Apéndice A: Deflexiones laterales para cables de aluminio $\phi=10.1\text{mm}$	126
Apéndice B: Deflexiones laterales para cables de acero $\phi=9.5\text{mm}$	128
Apéndice C: Gradiente de tensiones para cables de aluminio $\phi=19.9\text{mm}$	131
Apéndice D: Gradientes de tensiones para cables de acero galvanizado de 3.5mm y 22.2mm de diámetro	132
Apéndice E: Matrices de rigidez.....	141
E.1 Matriz de rigidez elástica.....	141
E.2 Matriz de rigidez geométrica	146

Índice de Tablas

Tabla 1. Probetas usadas para cálculo de leyes constitutivas.	23
Tabla 1. Propiedades geométricas de cable 1x9 (1+8) estudiado.	34
Tabla 2. Configuración de daño de cables 1x9 (1+8) estudiados.	35
Tabla 3. Propiedades geométricas de cable 1x9 (1+8) estudiado.	40
Tabla 4. Propiedades geométricas de cable 1x7 (1+6) estudiado, de acero de 9.5mm de diámetro.	40
Tabla 5. Propiedades geométricas de cable 1x7 (1+6) estudiado, de aluminio de 10.1mm de diámetro.	40
Tabla 6. Propiedades geométricas de cable 1x7 (1+6) estudiado, de acero de 12.7mm de diámetro.	41
Tabla 7. Propiedades geométricas de cable 1x7 (1+6) estudiado, de acero de 12.7mm de diámetro.	41
Tabla 8. Propiedades geométricas de cable 1x19 (1+6+12) estudiado, de acero de 3.5mm de diámetro.	42
Tabla 9. Propiedades geométricas de cable 1x19 (1+6+12) estudiado, de aluminio de 19.9mm de diámetro.	42
Tabla 10. Propiedades geométricas de cable 1x19 (1+6+12) estudiado, de acero de 22.2mm de diámetro.	43
Tabla 11. Configuración de daño de cables 1x9 (1+8) estudiados.	43
Tabla 12. Configuración de daño de cables 1x19 (1+6+12) estudiados.	44
Tabla 13. Configuración de daño de cables 1x7 (1+6) estudiados.	45
Tabla 14. Configuración geométrica de cables estudiados 1x3 (0+3).	96
Tabla 15. Configuraciones de daño estudiadas para cable de poliéster 1x3 (0+3)...	96
Tabla 16. Configuraciones de daño estudiadas para cable de poliéster M35.	100
Tabla 17. Configuraciones de daño estudiadas para cable de poliéster M700.	101
Tabla 18. Configuraciones de daño estudiadas para cable de poliéster B35.	101
Tabla 19. Configuraciones de daño estudiadas para cable de poliéster B700.	102
Tabla 20. Configuraciones de daño estudiadas para cable de poliéster W35.	102
Tabla 21. Configuraciones de daño estudiadas para cable de poliéster W700.	103
Tabla 22. Configuración geométrica de cables estudiados M35.	103
Tabla 23. Configuración geométrica de cables estudiados M700.	104
Tabla 24. Configuración geométrica de cables estudiados B35.	104
Tabla 25. Configuración geométrica de cables estudiados B700.	105
Tabla 26. Configuración geométrica de cables estudiados W35.	105
Tabla 27. Configuración geométrica de cables estudiados W700.	106

Índice de Figuras

Figura 1. Orden jerárquico de cuerdas sintéticas. Ghoreishi et al (2007).....	7
Figura 2. Jerarquía para cable con geometría multinivel de polyester. Ghoreishi et al. (2007).	9
Figura 3. Jerarquía para cable de polyester con geometría multinivel. Leech (2002)	10
Figura 4. Jerarquía de elementos de cable multinivel metálico. Costello y Sinha (1977).	10
Figura 5. Configuración Multicapa para cable. Lanteigne (1986).....	11
Figura 6. Definición de grados de libertad y esfuerzos nodales en elemento viga-cable.	12
Figura 7. Propiedades geométricas del cable y sección transversal.	13
Figura 8. Ejes globales (x,y,z) y locales (t) considerados para el análisis.....	14
Figura 9. Representación de un cable discretizado con largo de recuperación.	18
Figura 10. Determinación de F_{des} en cables de geometría multicapa.	19
Figura 11. a) Sección transversal de cable de geometría multinivel dañado asimétricamente. b) Subcable formado de tres componentes helicoidales. (Ramírez, 2015).....	21
Figura 12. Esquema de cargas distribuidas en el largo del cable considerando concentración de deformaciones y asimetría del daño.	22
Figura 13. Ley Constitutiva Bilineal genérica usada para acero galvanizado.	23
Figura 14. Resultados obtenidos del ensayo experimental para determinación de leyes constitutivas para el acero galvanizado.	24
Figura 15. Resultados obtenidos del ensayo experimental para la determinación de leyes constitutivas para el aluminio.....	24
Figura 16. Acercamiento a la zona de fluencia definida.....	26
Figura 17. Montaje en la máquina universal para ensayo a tracción.....	27
Figura 18. Ley Constitutiva polinomial genérica usada para poliéster.....	28
Figura 19. Algoritmo numérico.	33
Figura 20. Distribución de deformaciones a lo largo de cable para configuración W0.	36
Figura 21. Distribución de deformaciones a lo largo de cable para configuración W015.	36
Figura 22. Distribución de deformaciones a lo largo de cable para configuración W01256.	37
Figura 23. Curva de capacidad para cable 1x9 con configuración de daño W0.....	38
Figura 24. Curva de capacidad para cable 1x9 con configuración de daño W015... 38	38
Figura 25. Curva de capacidad para cable 1x9 con configuración de daño W01256.	39
Figura 26. Curva de capacidad de cable 1x9 (1+8) con configuración de daño W1.46	
Figura 27. Curva de capacidad de cable 1x9 (1+8) con configuración de daño W123.	46

Figura 28. Curva de capacidad de cable 1x9 (1+8) con configuración de daño W136.	47
Figura 29. Curva de capacidad de cable 1x9 (1+8) con configuración de daño W01234.	47
Figura 30. Deformada en dirección v de cable 1x9(1+8) con configuración de daño W136.	49
Figura 31. Deformada en dirección w de cable 1x9(1+8) con configuración de daño W136.	49
Figura 32. Deformada en dirección v de cable 1x9(1+8) con configuración de daño W1234.	50
Figura 33. Deformada en dirección w de cable 1x9(1+8) con configuración de daño W1234.	50
Figura 34. Tensión en alambre 2 y 8 para cable 1x9(1+8) con configuración de daño W1.	51
Figura 35. Tensión en alambre 3 y 7 para cable 1x9(1+8) con configuración de daño W1.	52
Figura 36. Tensión en alambre 4 y 6 para cable 1x9(1+8) con configuración de daño W1.	52
Figura 37. Tensión en alambre 3 y 8 para cable 1x9(1+8) con configuración de daño W12.	53
Figura 38. Tensión en alambre 4 y 7 para cable 1x9(1+8) con configuración de daño W12.	53
Figura 39. Tensión en alambre 5 y 6 para cable 1x9(1+8) con configuración de daño W12.	54
Figura 40. Tensión en alambre 2 para cable 1x9(1+8) con configuración de daño W136.	54
Figura 41. Tensión en alambre 5 y 7 para cable 1x9(1+8) con configuración de daño W136.	55
Figura 42. Tensión en alambre 4 y 8 para cable 1x9(1+8) con configuración de daño W136.	55
Figura 43. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Curva virgen.	57
Figura 44. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Un daño.	57
Figura 45. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Dos daños.	58
Figura 46. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de acero de 12.7mm de diámetro. Curva virgen.	58
Figura 47. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de acero de 12.7mm de diámetro. Un daño.	59
Figura 48. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de acero de 12.7mm de diámetro. Dos daños.	59
Figura 49. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Curva virgen.	60

Figura 50. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Un daño.	60
Figura 51. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Dos daños.	61
Figura 52. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 14.3mm de diámetro. Un daño.	61
Figura 53. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 14.3mm de diámetro. Dos daños.	62
Figura 54. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 14.3mm de diámetro. Sin daño.	62
Figura 55. Curva de capacidad para cable 1x19 (1+6+12) de aluminio de 19.9mm de diámetro. Curva virgen.	63
Figura 56. Curva de capacidad para cable 1x19 (1+6+12) de aluminio de 19.9mm de diámetro. Dos daños.	63
Figura 57. Curva de capacidad para cable 1x19 (1+6+12) de aluminio de 19.9mm de diámetro. Cuatro daños.	64
Figura 58. Resultados experimentales comparados con elementos finitos, en los que se aprecia la diferencia de rigidez inicial entre lo modelado y los ensayos experimentales (Judge, 2012).	65
Figura 59. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Un daño.	66
Figura 60. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Un daño.	66
Figura 61. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Dos daños.	67
Figura 62. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Dos daños.	67
Figura 63. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Un daño.	68
Figura 64. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Un daño.	68
Figura 65. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Dos daños.	69
Figura 66. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Dos daños.	69
Figura 67. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Un daño.	70
Figura 68. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Un daño.	70
Figura 69. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Dos daños.	71
Figura 70. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de acero de 12.7mm de diámetro. Dos daños.	71

Figura 71. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 14.3mm de diámetro. Un daño.	72
Figura 72. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 14.3mm de diámetro. Dos daños.	72
Figura 73. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 14.3mm de diámetro. Dos daños.	73
Figura 74. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 14.3mm de diámetro. Dos daños.	73
Figura 75. Deformada en dirección v para cable 1x7(1+6) de acero de 12.7mm de diámetro. Un daño.	74
Figura 76. Deformada en dirección w para cable 1x7(1+6) de acero de 12.7mm de diámetro. Un daño.	75
Figura 77. Deformada en dirección v para cable 1x7(1+6) de acero de 12.7mm de diámetro. Dos daños.	75
Figura 78. Deformada en dirección w para cable 1x7(1+6) de acero de 12.7mm de diámetro. Dos daños.	76
Figura 79. Curva de Factor de amplificación vs diámetro equivalente de acero para strain gauge 0.	77
Figura 80. Curva de Factor de amplificación vs diámetro equivalente de acero para strain gauge 1-2.	78
Figura 81. Factor de amplificaciones vs índice de asimetría. Valores máximos y mínimos experimentales y analíticos.	78
Figura 82. Curva de capacidad para cable 1x19 (1+6+12) de acero y 3.5mm de diámetro.	79
Figura 83. Curva de capacidad para cable 1x19 (1+6+12) de acero y 22.2mm de diámetro.	80
Figura 84. Gradientes de deformaciones de cable de acero d=3.5mm para deformación axial de $\varepsilon = 0.002$	82
Figura 85. Gradientes de deformaciones de cable de acero d=3.5mm para deformación axial de $\varepsilon = 0.004$	83
Figura 86. Gradientes de deformaciones de cable de acero d=3.5mm para deformación axial de $\varepsilon = 0.01$	84
Figura 87. Gradientes de deformaciones de cable de acero d=3.5mm para deformación axial de $\varepsilon = 0.04$	85
Figura 88. Gradientes de deformaciones de cable de acero d=22.2mm para deformación axial de $\varepsilon = 0.002$	86
Figura 89. Gradientes de deformaciones de cable de acero d=22.2mm para deformación axial de $\varepsilon = 0.004$	87
Figura 90. Gradientes de deformaciones de cable de acero d=22.2mm para deformación axial de $\varepsilon = 0.01$	88
Figura 91. Gradientes de deformaciones de cable de acero d=22.2mm para deformación axial de $\varepsilon = 0.04$	89
Figura 92. Curva de capacidad para cable de aluminio de diámetro 19.9mm. Curva virgen.	90

Figura 93. Curva de capacidad para cable de aluminio de diámetro 19.9mm. 2 Daños.	90
Figura 94. Curva de capacidad para cable de aluminio de diámetro 19.9mm. 4 Daños.	91
Figura 95. Curva de capacidad para cable de aluminio de diámetro 19.9mm. 6 Daños.	91
Figura 96. Resultados experimentales comparados con elementos finitos, en los que se aprecia la diferencia de rigidez inicial entre lo modelado y los ensayos experimentales (Judge, 2012).	92
Figura 97. Curva de capacidad remanente versus área remanente para distintos diámetros de cables, con valores experimentales (blanco) y valores simulados por el modelo propuesto (negro).	93
Figura 98. Desplazamiento radial máximo obtenido mediante elementos finitos y modelo analítico para cables 1x19 d=3.5mm.	93
Figura 99. Desplazamiento radial máximo obtenido mediante elementos finitos y modelo analítico para cables 1x19 d=22.2mm.	94
Figura 100. Configuración de extensómetros para medición (Elaboración propia). ..	95
Figura 101. Curva de capacidad para cables de poliéster 1x3 (0+3). Curva virgen. ..	97
Figura 102. Curva de capacidad para cables de poliéster 1x3 (0+3). Un daño.	97
Figura 103. Curva de capacidad para cables de poliéster 1x3 (0+3). Un daño.	98
Figura 104. Curva de capacidad por elemento finito para cables de poliéster 1x3 (0+3). Un daño.	99
Figura 105. Curva de capacidad por elemento finito para cables de poliéster 1x3 (0+3). Un daño.	99
Figura 106. Curva de capacidad para cuerda de poliéster W35. 10% de daño.	106
Figura 107. Curva de capacidad para cuerda de poliéster M35. 10% de daño.	107
Figura 108. Curva de capacidad para cuerda de poliéster B35. 10% de daño.	107
Figura 109. Curva de capacidad para cuerda de poliéster M700. 5% de daño.	108
Figura 110. Curva de capacidad para cuerda de poliéster M700. 10% de daño.	109
Figura 111. Curva de capacidad para cuerda de poliéster B700. 5% de daño.	109
Figura 112. Curva de capacidad para cuerda de poliéster B700. 10% de daño.	110
Figura 113. Curva de capacidad para cuerda de poliéster W700. 10% de daño.	110
Figura 114. Curva de capacidad para cuerda de poliéster W700. 15% de daño.	111
Figura 115. Curva de capacidad para cuerda de poliéster W35. 10% de daño. Comparación MP con modelo de solo asimetría (ADDM) y localización de deformaciones (SLM).	112
Figura 116. Curva de capacidad para cuerda de poliéster M35. 10% de daño. Comparación MP con modelo de solo asimetría (ADDM) y localización de deformaciones (SLM).	113
Figura 117. Curva de capacidad para cuerda de poliéster B35. 10% de daño. Comparación MP con modelo de solo asimetría (ADDM) y localización de deformaciones (SLM).	113

Figura 118. Curva de capacidad para cuerda de poliéster M700. 5% de daño. Comparación MP con modelo de solo asimetría (ADDM) y localización de deformaciones (SLM).	114
Figura 119. Curva de capacidad para cuerda de poliéster M700. 10% de daño. Comparación MP con modelo de solo asimetría (ADDM) y localización de deformaciones (SLM).	114
Figura 120. Curva de capacidad para cuerda de poliéster B700. 10% de daño. Comparación MP con modelo de solo asimetría (ADDM) y localización de deformaciones (SLM).	115
Figura 121. Curva de capacidad para cuerda de poliéster B700. 5% de daño. Comparación MP con modelo de solo asimetría (ADDM) y localización de deformaciones (SLM).	115
Figura 122. Curva de capacidad para cuerda de poliéster W700. 15% de daño. Comparación MP con modelo de solo asimetría (ADDM) y localización de deformaciones (SLM).	116
Figura 123. Curva de capacidad para cuerda de poliéster W700. 10% de daño. Comparación MP con modelo de solo asimetría.	116
Figura 124. Pérdida de capacidad de deformación del modelo propuesto con respecto al modelo de concentración de deformaciones (SLM) desarrollado por Beltrán (2006).	117
Figura 125. Esquema de cargas distribuidas en el largo del cable considerando concentración de deformaciones y asimetría del daño.	117
Figura 126. Deformadas para a) primer tercio b) segundo tercio y c) tercer tercio de cable B35.	118
Figura 127. Deformadas para a) primer tercio b) segundo tercio y c) tercer tercio de cable B700.	118
Figura 128. Deformadas para a) primer tercio b) segundo tercio y c) tercer tercio de cable M35.	118
Figura 129. Deformadas para a) primer tercio b) segundo tercio y c) tercer tercio de cable M700.	119
Figura 130. Deformadas para a) primer tercio b) segundo tercio y c) tercer tercio de cable W35.	119
Figura 131. Deformada en dirección v para cable 1x7(1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Un daño.	126
Figura 132. Deformada en dirección w para cable 1x7(1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Un daño.	127
Figura 133. Deformada en dirección v para cable 1x7(1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Dos daños.	127
Figura 134. Deformada en dirección w para cable 1x7(1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Dos daños.	127
Figura 135. Deformada en dirección v para cable 1x7(1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Un daño.	128
Figura 136. Deformada en dirección w para cable 1x7(1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Un daño.	129

Figura 137. Deformada en dirección w para cable 1x7(1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Dos daños.	129
Figura 138. Deformada en dirección w para cable 1x7(1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Dos daños.	130
Figura 139. Esquema de cargas distribuidas en el largo del cable considerando concentración de deformaciones y asimetría del daño.	131
Figura 140. Gradientes de tensiones de cable de acero d=3.5mm para deformación axial de $\epsilon = 0.002$	133
Figura 141. Gradientes de tensiones de cable de acero d=3.5mm para deformación axial de $\epsilon = 0.004$	134
Figura 142. Gradientes de tensiones de cable de acero d=3.5mm para deformación axial de $\epsilon = 0.01$	135
Figura 143. Gradientes de tensiones de cable de acero d=3.5mm para deformación axial de $\epsilon = 0.04$	136
Figura 144. Gradientes de tensiones de cable de acero d=22.2mm para deformación axial de $\epsilon = 0.002$	137
Figura 145. Gradientes de tensiones de cable de acero d=22.2mm para deformación axial de $\epsilon = 0.004$	138
Figura 146. Gradientes de tensiones de cable de acero d=22.2mm para deformación axial de $\epsilon = 0.01$	139
Figura 147. Gradientes de tensiones de cable de acero d=22.2mm para deformación axial de $\epsilon = 0.04$	140

CAPÍTULO I: Introducción

1.1. Motivación

Los cables se han desarrollado en la ingeniería como elementos cada vez más importantes en sistemas estructurales, con usos variados en grúas, puentes, anclajes y ascensores. La determinación del comportamiento de un cable hoy en día está supeditada a ensayos experimentales debido a la complejidad de los modelos existentes o a la poca correlación que existe entre estos y la realidad.

En las guías de reemplazo de cables dañados disponibles (Vidar et al., 2004), se requieren ensayos experimentales como entrada a fórmulas analíticas, basadas en el criterio de pérdida de área neta (en que la pérdida porcentual en capacidad es igual a la pérdida porcentual de área en la sección transversal), sin considerar recuperación de alguno de los elementos.

Un paso adelante que puede darse es el intentar evitar los ensayos experimentales en estos criterios de reemplazo. Naturalmente el método de los elementos finitos en 3D resulta una idea razonable, pero la necesidad de un alto tiempo computacional y de modelación requerido lo hacen inviable (Vargas, 2012, De Vico, 2014).

Por lo tanto, la creación de un modelo mecánico robusto que, en un tiempo relativamente bajo, permita obtener una respuesta precisa, puede evitar gastos en ensayos y garantizar confiabilidad.

Por otra parte, los trabajos de Ramírez (2016) y Beltrán (2010) presentan modelos en los que se estudia por separado el impacto de la asimetría, medido en un índice de asimetría (IA) y el impacto de la concentración de tensiones en el largo del cable. Lo anterior se ha visto que produce curvas que acotan el comportamiento real del cable.

A su vez de la idea de un modelo que permita, en bajo tiempo, calcular el comportamiento de un cable, surge la idea de unificar ambos efectos en un solo modelo, de modo de evitar condicionar el análisis al tipo de respuesta supuesto a priori.

El objetivo de este trabajo se enfoca en el desarrollo de un modelo mecánico simplificado para cables dañados que permita la estimación de la curva de capacidad de un cable usando bajo tiempo de computación.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo Principal

- Proponer un modelo mecánico, computacionalmente eficiente, capaz de incorporar los fenómenos de daño asimétrico en su sección transversal y el concepto de recuperación de carga de todos o algunos de sus componentes.

1.2.2. Objetivos Secundarios

- Estimar el impacto conjunto de ambos fenómenos mencionados en distintas secciones transversales a lo largo del cable, particularmente en relación con:
 - La distribución de deformaciones y tensiones en la sección transversal del cable dañado.
 - Curva de capacidad del cable. (Rigidez, deformación de fractura y capacidad residual del cable)
- Comparar y validar el modelo propuesto para configuraciones dañadas, con datos experimentales o simulados presentes en la literatura.
- Extender el modelo desde geometrías multicapa a geometrías sencillas multinivel.
- Comparar la eficiencia computacional con respecto a simulaciones de elementos finitos.

1.3. Alcance

- **Capítulo I: Introducción**

En este capítulo se presentan los aspectos generales a tratar en este trabajo, como lo son el resumen, los objetivos, la motivación y el alcance de los capítulos.

- **Capítulo II: Revisión Bibliográfica**

En este capítulo se realiza una revisión exhaustiva de la literatura, en la que se presenta el estado de los estudios que enmarcan el ámbito a indagar. Se repasan estudios relacionados con el tema de esta tesis y otros tangencialmente relacionados que son de utilidad para el desarrollo del trabajo, como trabajos conceptuales de modelos mecánicos sobre cables, datos experimentales o de modelamiento numérico y conceptos que sea necesario incorporar para desarrollar los objetivos planteados.

- **Capítulo III: Formulación de elemento viga-cable**

Este capítulo pretende desarrollar, usando la teoría de la Mecánica de Sólidos, un modelo mecánico simplificado que incorpore las singularidades de un cable. Basado en trabajos anteriores, expuestos en el capítulo anterior y en estudios relacionados a la teoría general, se desarrolla conceptualmente la teoría asociada y se desarrolla hasta llegar a un algoritmo de solución del problema, el cual es posteriormente implementado computacionalmente.

- **Capítulo IV: Análisis numérico**

En esta sección se detalla cómo se implementa numéricamente ciertos fenómenos a incorporar en el análisis de un cable, como lo es la ley constitutiva, el fenómeno de concentración de deformaciones y la asimetría del daño, entre otras cosas. Se pretende mostrar la forma en la que se modelan los fenómenos dentro del algoritmo numérico, el cual también se presenta en este capítulo.

- **Capítulo V: Validación numérica**

En este capítulo se presenta la validación del algoritmo mediante la comparación de los fenómenos aislados (concentración de deformaciones y daño asimétrico) con datos de la literatura (resultados de elementos finitos o ensayos experimentales) de modo de identificar por separado la validez del algoritmo para resolver problemas. La validación se muestra tanto para el comportamiento global como local del cable.

- **Capítulo VI: Resultados**

En esta sección se muestran los resultados obtenidos de la combinación de ambos fenómenos estudiados, de manera de mostrar la influencia o prevalencia de uno de ellos en el comportamiento global de los cables estudiados. En particular se estudian cables de poliéster con los fenómenos de daño asimétrico y concentración de deformaciones.

- **Capítulo VII: Conclusiones**

Este apartado presenta las conclusiones generales y particulares del trabajo desarrollado, con comentarios y observaciones sobre estos. Adicionalmente, se incorporan propuestas que se consideran importantes para futuras investigaciones.

1.4. Metodología

- **Revisión de literatura**

Revisión profunda de la bibliografía relacionada a temas de modelamiento de cables, conceptos de largo de recuperación y daño asimétrico en la sección transversal de un cable.

- **Propuesta de modelo que incorpora los efectos de asimetría y concentración de deformaciones producto de la recuperación de capacidad de carga de uno o más de sus componentes.**

Se levantarán las hipótesis de sección transversal simétrica y de viga prismática. De esta manera se propondrá un modelo capaz de describir un gradiente de tensiones y

deformaciones en la sección transversal producto del daño asimétrico y una sección transversal de área variable producto de la recuperación de carga de sus elementos.

- **Implementación numérica**

El modelo propuesto se desarrollará en un algoritmo numérico y su implementación computacional capaz de resolver el problema señalado.

- **Comparación de resultados**

Se utilizarán los datos experimentales de Li et al. (2002), Ward et al (2006), Núñez (2018) para validar resultados, además de los datos obtenidos por Vargas (2010) en simulaciones de elementos finitos para cables de poliéster. Las comparaciones incluirán utilizar los datos experimentales de Li et al. (2002) y de Ward et al (2006) para cables de poliéster y un modelo 3D de elementos finitos para comparar y calibrar el modelo mecánico propuesto. En cuanto a los cables metálicos, se comparan con los datos experimentales obtenidos por Núñez (2018) y las simulaciones de elementos finitos llevadas a cabo por Silva (2017). Las comparaciones estarán relacionadas con:

- a) Curvas de capacidad de los cables.
- b) Deformación axial de fractura.
- c) Capacidad residual.
- d) Distribución de deformaciones y tensiones en la sección del cable.

- **Comentarios y conclusiones**

Con los resultados obtenidos y las validaciones hechas, se podrá verificar el cumplimiento de los objetivos planteados, de modo de hacer las conclusiones y comentarios pertinentes.

CAPÍTULO II: Revisión Bibliográfica

En este capítulo, se desarrolla una revisión extensa de la literatura asociada al estudio del comportamiento de cables. Se presentan estudios experimentales y analíticos de cables, con diferentes acercamientos teóricos que permiten estimar la capacidad de deformación, rigidez y capacidad de carga de estos cables.

2.1. Revisión Bibliográfica

Los cables, como elementos estructurales, han llegado a conformarse como elementos principales de algunos sistemas estructurales, como puentes colgantes o atirantados, grúas y plataformas petroleras costa afuera, entre otros. Muchas veces estos elementos quedan sometidos a condiciones de cargas elevadas además de ambientes corrosivos o abrasivos, que pueden inducir algún grado de daño en ellos, afectando su serviceabilidad.

Existen muchas guías que permiten estimar el nivel de daño con distintos métodos no invasivos, permitiendo así poder establecer criterios de reemplazo de cables cuando estos superen dichos criterios (Ramírez, 2015).

Para poder estimar la capacidad de un cable bajo cierta configuración de daño, diversos autores han recurrido a los ensayos experimentales, como Oplatka y Roth (1989), que intentaron encontrar una relación entre el número de alambres rotos en cables de acero y su capacidad residual, obteniendo una mayor pérdida en el caso de daño asimétrico que en el caso simétrico.

Ward et al (2006) generaron un estudio sobre cables de poliéster sometidos a daños de distintos tipos, de los que concluye que la relación entre el porcentaje de daño y pérdida de capacidad no es 1:1, en casi todos los casos.

Por otra parte, Cholewa (1989) desarrolló su trabajo en cables metálicos con núcleos de fibra sintética obteniendo resultados referentes a la longitud en que los alambres dañados pueden recuperar su capacidad para transmitir nuevamente carga. De la misma manera, Chaplin y Tantrum (1985) y Evans, Ridge y Chaplin (2001), desarrollaron ensayos experimentales con el propósito de cuantificar el concepto de largo de recuperación.

Papailiou (1997) presenta un estudio experimental y analíticamente la pérdida de rigidez de un cable sometido a esfuerzos de tracción estáticos. De esta forma pudo identificar y cuantificar la pérdida de rigidez que se produce en un cable en función de su curvatura.

Varios autores han intentado representar analíticamente los fenómenos identificados experimentalmente, cada uno proponiendo sus propios métodos para el modelamiento de cables. Hruska (1951, 1952, 1953) desarrolló un modelo discreto de esfuerzos axial y torsión, despreciando la flexión, partiendo con los llamados modelos de fibra. Este modelo también desprecia la compresión del núcleo y de las fuerzas friccionales y suponen contactos radiales. Las deformaciones axiales de los alambres se suponen pequeñas, implicando relaciones

netamente geométricas en función de la deformación axial y torsional. Knapp (1975, 1979) extiende este modelo, considerando compresión radial del núcleo. Lanteigne (1986) propone un modelo más extendido considerando la flexión y acoplamiento de los esfuerzos torsionales y axial.

Según lo descrito por Cardou y Jolicoeur (1997), existen además dos clasificaciones de modelos analíticos para cables aparte de los modelos de fibra: modelos de vara y modelos semi-continuos.

Dentro de los modelos de vara, Machida y Durelli (1973) incorporaron los esfuerzos de torsión y flexión a los alambres del cable, extendiendo los modelos de fibra, en los que los alambres se consideran portadores de carga axial únicamente. Phillips y Costello (1973) desarrollaron basados en las ecuaciones de cable de Love (1944) desarrollaron un modelo más completo y riguroso de tipo vara, considerando contactos radiales entre alambres y no considera la presencia de un núcleo central. Este modelo fue extendido más adelante por Phillips y Costello (1974, 1976) y Costello y Sinha (1977).

Una alternativa de modelamiento para cables son los modelos semi-continuos, los que consideran capas de un material homogéneo para representar las capas de alambres discretas de un cable. Hobbs y Raoof (1982) desarrollaron el primero de estos modelos, reemplazando cada capa de alambres por capas un material homogéneo ortotrópico, al que llamaron OSM (*Orthotropic Sheet Model*). Estas capas se consideran lo suficientemente delgadas para generar una condición de esfuerzos planos. Entre cada capa se consideran los esfuerzos de fricción, desde el caso en que los alambres trabajan como un todo (*full stick*) al caso en que estos trabajan independientemente, i.e. existe deslizamiento entre ellos, (*full slip*).

La rigidez de las capas se obtiene en extensiones al trabajo anterior. Raoof y Hobbs (1988) explica cómo se calcula la rigidez axial y Raoof y Hobbs (1989) hace lo mismo con la rigidez a la torsión.

Blouin y Cardou (1989) proponen otro modelo siguiendo la misma lógica de capas ortotrópicas, pero levantan el supuesto de esfuerzos planos, considerando un problema con grados de libertad en 3D (no 2D como es el caso anterior (Hobbs y Raoof, 1982)). Las fuerzas de contacto en las capas fueron obtenidas por Jolicoeur y Cardou (1996).

Los modelos anteriormente descritos se enfocan principalmente en modelamiento de cables de fibras metálicas, lo que evita introducirse en estructuras complejas, como lo son los cables sintéticos ya que, dado su geometría, esta es difícil de replicar.

Si bien el uso de cuerdas de poliéster se considera reducido, en los últimos años se ha incrementado su uso como elementos principales de ciertas estructuras, como plataformas petroleras ancladas en aguas profundas, para reducir el peso de las estructuras.

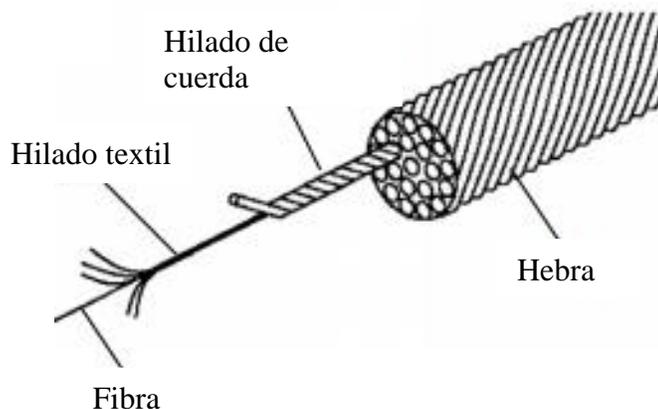


Figura 1. Orden jerárquico de cuerdas sintéticas. Ghoreishi et al (2007).

Entre estos tipos de modelos, Leech (1987, 2002) presenta su modelo con una propuesta de composición jerárquica de los cables sintéticos. Las fibras más pequeñas forman estructuras complejas mediante el ensamblaje de estas. El orden jerárquico se muestra en la figura 1. En el trabajo, el autor propone, mediante las ecuaciones de Trabajo Virtual, la formulación energética de los elementos y de las cargas y agrega fricción, tizereteo y deslizamiento de los elementos.

Sobre la geometría del cable ensamblada, se imponen deformaciones axiales (control por desplazamiento) y las cargas externas en este modelo se calculan a partir de los trabajos virtuales en los que solo se considera el aporte axial de deformación en las ecuaciones de energía.

El modelo presentado considera los contactos entre componentes del cable (fuerzas friccionales, generación de calor debido a la histéresis y también la fatiga en la cuerda (Banfield et al, 2001).

Ghoreishi et al. (2004, 2007a, 2007b, 2007c), desarrollaron un modelo que validaron en elementos finitos para cables de configuración 1x7 (1+6) (Cable de un nivel con 7 elementos, la primera capa tiene un elemento y la segunda tiene 6 elementos), además de realizar una validación de modelos preexistentes en la literatura para cables de poliéster.

Li et al. (2002) realizaron una serie de ensayos experimentales en cables de poliéster con baja presencia de daño. Los autores también presentaron un modelo para predecir la carga de rotura de los cables dañados ensayados. Este modelo desprecia la contribución de los componentes dañados a la capacidad de los cables (es decir, no hay concentración de deformaciones producto de las fuerzas friccionales), que se basó en la teoría de Costello (1983) que analiza cables metálicos.

Beltrán et al. (2003) y Beltrán y Williamson (2004) validaron el modelo propuesto por Rungamornrat et al. (2002) y presentaron una metodología para estimar el daño de un cable sintético con cargas monotónicas, Luego Beltrán y Williamson (2005) desarrollaron un modelo numérico capaz de estimar el efecto del daño de componentes de una cuerda sintética

en la capacidad final de la cuerda, que fueron validados por Beltrán y Vargas (2010) con modelamiento 3D en elementos finitos.

Costello (1978), Utting y Jones (1984), Cardou y Jolicoeur (1997) y Ghoreishi et al. (2007c) han escrito artículos recopilatorios de los distintos modelos analíticos de cables desarrollados en la literatura.

Por otra parte, y como precursor de este trabajo, Beltrán y de Vico (2013) desarrollaron un modelo de cable con hipótesis de viga Bernoulli, resolviendo la ecuación diferencial de una viga sujeta a carga axial y cargas transversales distribuidas, obteniendo de esta forma la solución exacta para la deformada de un cable con comportamiento de viga no lineal. A través de esto es capaz de modelar un cable con daño asimétrico con cargas transversales inducidas por el daño asimétrico, como observa Oplatka y Roth (1989) y cuantifica MacDougall y Bartlett (2006). Además, se considera una rigidez a la flexión variable (Raouf y Davies, 2004).

El modelo propuesto por Beltrán y de Vico (2013) consiste en la modelación de cables de geometría 1×9 (1+8), i.e., nueve alambres. Una extensión propuesta por Beltrán y Ramírez (2017), extendió el modelo de viga no lineal a geometrías multicapa y multinivel. Las cargas laterales calculadas en este modelo se computaron como una extensión a los trabajos de MacDougall y Bartlett (2006) y LeClair (1991).

Este modelo permite la simulación de cables con daño asimétrico que no presenten el fenómeno de concentración de deformaciones, debido a la formulación únicamente axial-flexural que supone.

Otros trabajos se han enfocado en el uso de software comerciales 3D de elementos finitos (FEM) para modelar los cables. Beltrán y Vargas (2010) desarrollaron una serie de modelos en elementos finitos, de geometría 1×9 (1+8) (cable de un nivel, con 9 elementos, la primera capa tiene un elemento y la segunda tiene 8) que fueron usados en la validación de los modelos de Beltrán y de Vico (2013) y Beltrán y Williamson (2006).

Ghoreishi (2007c) desarrolló un modelo 3D de un cable de polyester de geometría 1×7 (1+6) en elementos finitos para validar con la teoría analítica disponible en la literatura, Dastous (2005) y Zhang y Ostoja-Starzewski (2016) llevaron a cabo modelos que incorporan la pérdida de rigidez a la flexión (efecto *stick-slip*) determinada por Papailiou (1997).

CAPÍTULO III: Formulación de Elemento Viga-cable

En este capítulo se presenta la derivación de un elemento viga-cable no lineal basado en un comportamiento de tipo fibra, capaz de simular el comportamiento de un cable sometido a carga axial. El elemento es capaz de incorporar el comportamiento lineal y no lineal del cable en proceso de deformación.

Se parte con las principales suposiciones hechas en el modelo y la definición de la cinemática del elemento y su sección transversal. Hecho esto, se procede a la formulación energética incremental que resulta en el vector de cargas y las matrices de rigidez elástica y geométrica.

3.1. Resumen

3.2. Estructura de un cable

En cables sintéticos, la estructura principal se forma a partir de la torsión de sus componentes en ordenes jerárquicos. Típicamente, un cable está compuesto por distintos niveles de componentes, tal como se indica en la figura 2 y figura 3, como se presenta en Leech (2002), y en Beltrán (2006) desde el nivel jerárquico más alto al más bajo:

Cuerda → Sub-cuerda → Hebra → Hilado de cuerda → Hilado textil → Fibra

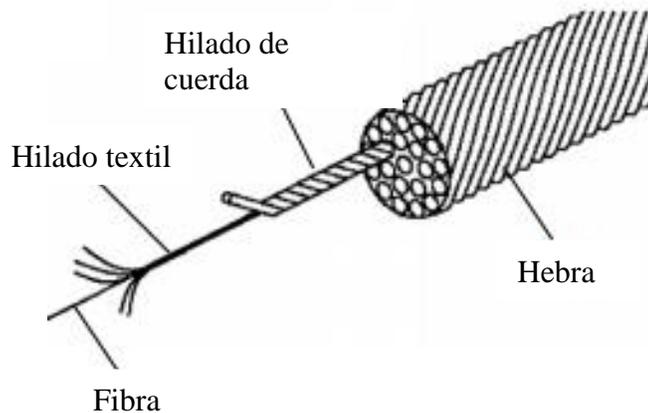


Figura 2. Jerarquía para cable con geometría multinivel de poliéster. Ghoreishi et al. (2007).

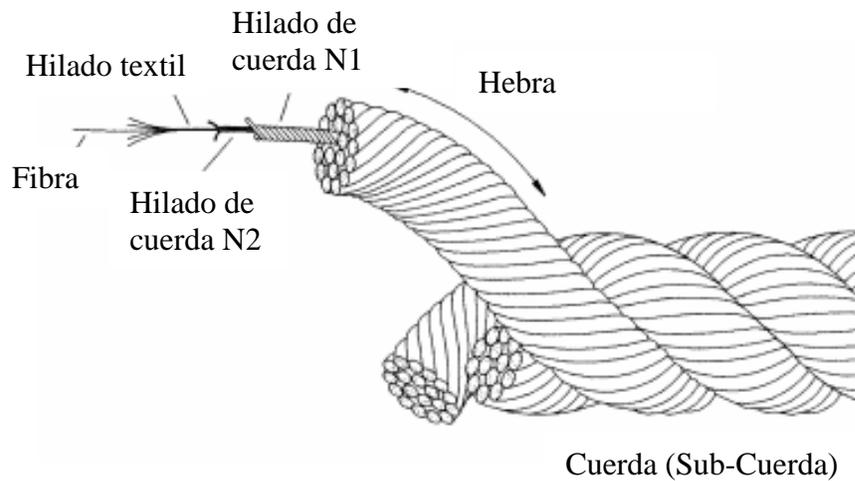


Figura 3. Jerarquía para cable de poliéster con geometría multinivel. Leech (2002)

En el caso de cables metálicos, la estructura cambia en geometría y terminología, como se muestra en la figura 4. En este caso la estructura descrita está dada por el siguiente orden de jerarquía.

Cable → Hebra → Alambre

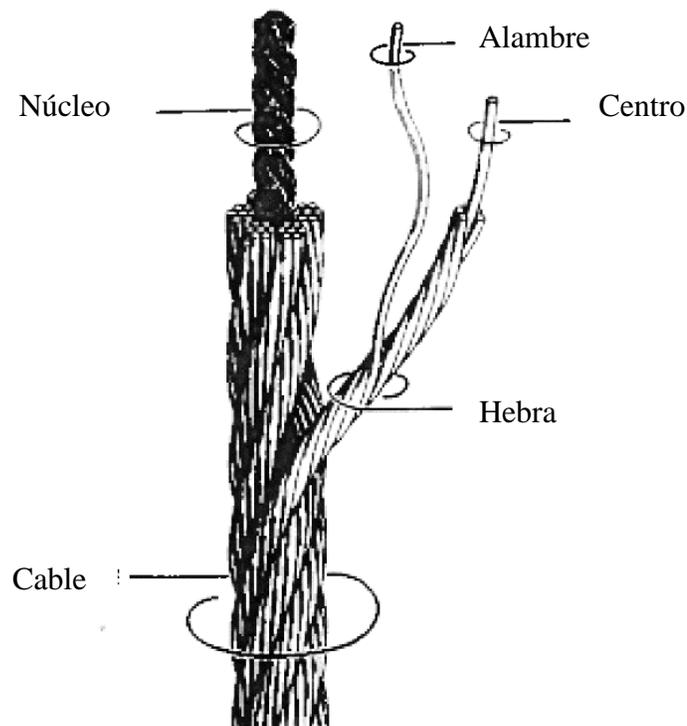


Figura 4. Jerarquía de elementos de cable multinivel metálico. Costello y Sinha (1977).

La estructura anteriormente descrita, tanto para cables de poliéster como para cables metálicos corresponde a una estructura compuesta por varios niveles. En el caso particular

de un nivel y distintas capas, como se muestra en la figura, la estructura se simplifica al caso particular de un cable compuesto de alambres.

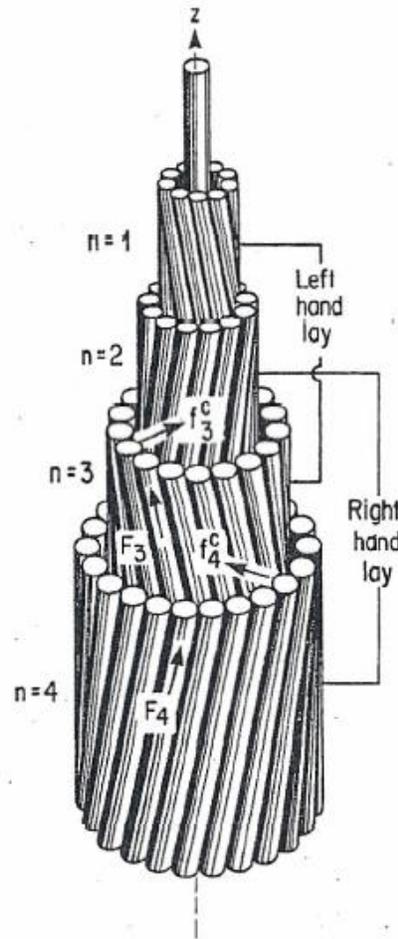


Figura 5. Configuración Multicapa para cable. Lanteigne (1986).

La nomenclatura usada para describir un cable multicapa es de la siguiente forma: $N \times M (A_1 + \dots + A_n)$, donde N es el número de niveles, M el número de componentes totales del cable y A_i son la cantidad de componentes en la capa i .

3.3. Cinemática de elemento viga-cable

El elemento propuesto consiste en una viga Bernoulli que incorpora las características de la primera, sumada a las características propias de un cable. La formulación del elemento se da en el marco de un sistema de coordenadas global solidario al eje (núcleo) del cable. Los alambres de cada cable están en una hélice inclinada en un ángulo α .

Para un cable de geometría multicapa, a cada capa se le asocia un ángulo α_i con respecto al eje longitudinal del cable, donde i es la capa correspondiente. De esta manera, las fibras de la sección son no-paralelas, lo que marca una diferencia con respecto a una viga

prismática. En el caso de un cable de geometría multinivel, se parte desde el nivel más bajo y se hacen proyecciones para cada nivel asociado y cada capa.

Los grados de libertad de este elemento consisten en tres desplazamientos ($u(x)$, $v(x)$, $w(x)$) y tres rotaciones ($\theta_x(x)$, $\theta_y(x)$, $\theta_z(x)$). Donde cada trio de desplazamientos y rotaciones corresponden a los ejes x , y y z , respectivamente. Cada uno de estos grados de libertad son funciones de la posición, lo que se puede aproximar con polinomios de interpolación.

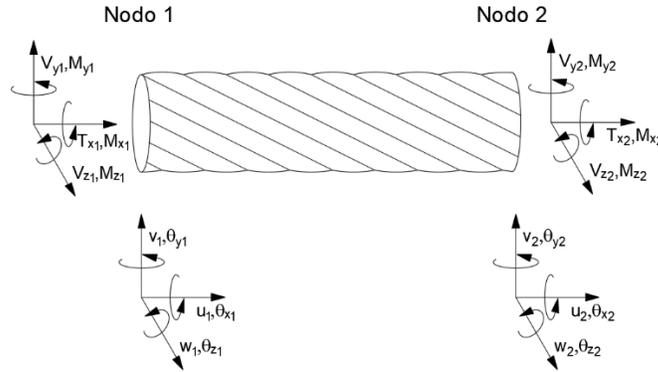


Figura 6. Definición de grados de libertad y esfuerzos nodales en elemento viga-cable.

La incorporación del concepto de cable en el elemento viga, se toma en cuenta considerando la orientación de sus alambres como una hélice circular. Para definir una parametrización, se requiere de un parámetro y una parametrización. En el caso de una hélice, esta se parametriza en coordenadas cilíndricas con parámetro ϕ y su parametrización está dada por:

$$x(\phi) = \frac{p\phi}{2\pi} \quad (1)$$

$$y(\phi) = R\cos(\phi) \quad (2)$$

$$z(\phi) = R\sin(\phi) \quad (3)$$

Donde p es el paso del cable, ϕ es el parámetro o ángulo barrido y R el radio de hélice.

Conocidas las variables anteriores, el ángulo de hélice (α) puede redefinirse de la siguiente manera

$$\tan(\alpha) = \frac{2\pi R}{p} \quad (4)$$

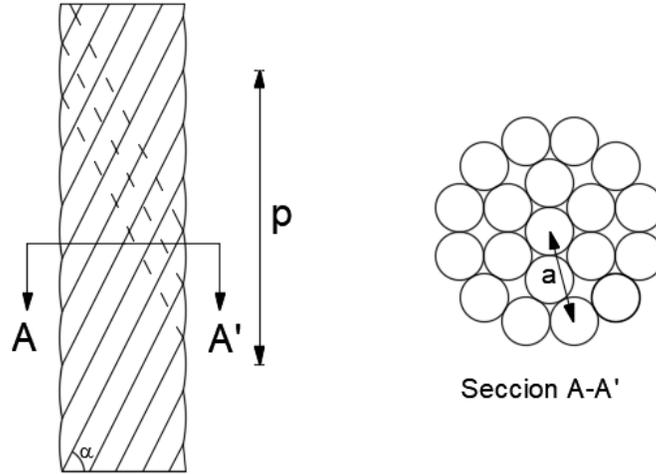


Figura 7. Propiedades geométricas del cable y sección transversal.

3.4. Cinemática de la sección transversal

Bajo la suposición de que la sección no se deforma en su plano (i.e. sección constante para cada elemento durante el proceso de deformación), se conocen los desplazamientos de un punto material de la sección de una viga están dados por su campo de desplazamientos:

$$u_x = u - yv' + zw' \quad (5)$$

$$u_y = v - \theta_x z \quad (6)$$

$$u_z = w + \theta_x y \quad (7)$$

Al proyectar el campo de desplazamientos a cada alambre (i.e. coordenadas locales), aparecen las interacciones de la torsión con el esfuerzo axial. De esta forma, el campo de desplazamientos proyectado queda de la forma:

$$u_t = (u - yv' + zw') \cos(\alpha) + R\theta_x \sin(\alpha) \quad (8)$$

$$u_y = v - \theta_x z \quad (9)$$

$$u_z = w + \theta_x y \quad (10)$$

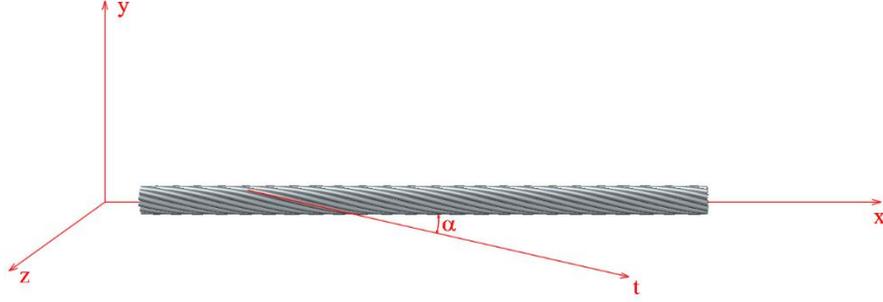


Figura 8. Ejes globales (x,y,z) y locales (t) considerados para el análisis.

Las deformaciones axiales de cada alambre, necesarias para calcular la energía de deformación interna más adelante, se calculan mediante el tensor de deformaciones de Green-Lagrange, en coordenadas locales al alambre \hat{t}

$$\varepsilon_t = \frac{du_t}{dt} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{du_t}{dt} \right)^2 + \left(\frac{du_y}{dt} \right)^2 + \left(\frac{du_z}{dt} \right)^2 \right) \quad (11)$$

Al observar la figura 8, se puede notar que $\frac{d}{dt} = \frac{d}{dx} \cos(\alpha)$, lo que implica que la deformación axial queda dada, referenciada a las coordenadas globales:

$$\varepsilon_t = \frac{du_t}{dx} \cos(\alpha) + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{du_t}{dx} \right)^2 + \left(\frac{du_y}{dx} \right)^2 + \left(\frac{du_z}{dx} \right)^2 \right) \cos^2(\alpha) \quad (12)$$

La deformación axial puede descomponerse en una parte lineal (e), correspondiente al primer término de la ecuación 12 y cuadrática (η), correspondiente al segundo término de la ecuación.

3.5. Formulación Variacional Incremental

3.5.1. Ecuaciones de trabajo virtual

La primera suposición hecha antes de plantear las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del elemento propuesto es que cada alambre de un cable tiene comportamiento predominantemente axial (i.e. el aporte de la energía interna de deformación axial representa la mayoría de esta, pudiéndose despreciar la contribución de los otros términos).

De esta manera, la ecuación que gobierna el comportamiento de los elementos formulados está dada por el principio variacional de minimización de la energía potencial estacionaria ($\Delta\Pi$)

$$\Delta\Pi = \Delta W_{int} - \Delta W_{ext} \quad (13)$$

Se analiza por separado el trabajo interno (ΔW_{int}) y el trabajo externo (ΔW_{ext}) para mayor orden:

$$\Delta W_{int} = \int_V \Delta\sigma(\delta\varepsilon)dV \quad (14)$$

$$\Delta W_{int} = \int_V \Delta\sigma(\delta(e + \eta))dV = \underbrace{\int_V \sigma(\delta\Delta e)dV}_{\text{elástico}} + \underbrace{\int_V \sigma(\delta\Delta\eta)dV}_{\text{geométrico}} \quad (15)$$

Donde e representa la parte elástica (lineal) del tensor de deformaciones y η la parte geométrica (no lineal) del tensor.

Los grados de libertad se interpolan usando polinomios lineales para los correspondientes al eje longitudinal (axial y torsión) y polinomios de Hermite para el caso de los grados de libertad transversales (rotaciones y desplazamientos en los ejes y y z).

De esta forma, se expresan los grados de libertad en función de sus valores nodales de la forma que sigue:

$$\Delta u(x) = N_{u1}(x)\Delta u_A + N_{u2}(x)\Delta u_B \quad (16)$$

$$\Delta v(x) = N_{v1}(x)\Delta v_A + N_{\theta1}(x)\Delta\theta_{zB} + N_{v2}(x)\Delta v_B + N_{\theta2}(x)\Delta\theta_{zB} \quad (17)$$

$$\Delta w(x) = N_{v1}(x)\Delta w_A + N_{\theta1}(x)\Delta\theta_{yB} + N_{v2}(x)\Delta w_B + N_{\theta2}(x)\Delta\theta_{yB} \quad (18)$$

$$\Delta\theta_x(x) = N_{u1}(x)\Delta\theta_{xA} + N_{u2}(x)\Delta\theta_{xB} \quad (19)$$

Donde

$$N_{u1}(x) = 1 - \frac{x}{L} \quad (20)$$

$$N_{u2}(x) = \frac{x}{L} \quad (21)$$

$$N_{v1}(x) = 1 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (22)$$

$$N_{\theta1}(x) = x\left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 \quad (23)$$

$$N_{v2}(x) = 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (24)$$

$$N_{\theta2}(x) = \frac{x^2}{L}\left(\frac{x}{L} - 1\right) \quad (25)$$

Recordar que para una viga Bernoulli, los grados de libertad correspondientes a los giros en las direcciones y y z están dados por las siguientes expresiones:

$$\theta_y = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (26)$$

$$\theta_z = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (27)$$

Al reescribir los grados de libertad matricialmente, se requiere redefinir las funciones de interpolación,

$$N_u(x) = [N_{u1} \quad N_{u2}] \quad (28)$$

$$N_{\theta x}(x) = [N_{u1} \quad N_{u2}] \quad (29)$$

$$N_v(x) = [N_{v1} \quad N_{\theta1} \quad N_{v2} \quad N_{\theta2}] \quad (30)$$

$$N_w(x) = [N_{v1} \quad N_{\theta1} \quad N_{v2} \quad N_{\theta2}] \quad (31)$$

Luego, los desplazamientos nodales pueden escribirse de la siguiente manera:

$$\bar{u} = [u_A \quad u_B]^T \quad (32)$$

$$\bar{\theta}_x = [\theta_{xA} \quad \theta_{xB}]^T \quad (33)$$

$$\bar{v} = [v_A \quad \theta_{zA} \quad v_B \quad \theta_{zB}]^T \quad (34)$$

$$\bar{w} = [w_A \quad \theta_{yA} \quad w_B \quad \theta_{yB}]^T \quad (35)$$

Por lo tanto, los desplazamientos en función del largo en cualquier punto entre dos desplazamientos nodales se pueden interpolar usando las funciones de forma, tal que:

$$u(x) = N_u(x)\bar{u} \quad (36)$$

$$\theta_x(x) = N_u(x)\bar{\theta}_x \quad (37)$$

$$v(x) = N_v(x)\bar{v} \quad (38)$$

$$w(x) = N_w(x)\bar{w} \quad (39)$$

Al reemplazar los valores en la ecuación de trabajo virtual, se puede reconocer inmediatamente la matriz de rigidez de la forma:

$$\Delta W_{int} = [\Delta u]^T [K_e + K_g][\Delta u] \quad (40)$$

Donde Δu representan los desplazamientos nodales, K_e la matriz de rigidez tangente elástica (proveniente de la parte lineal de la ecuación 15) y K_g , la matriz de rigidez tangente geométrica (proveniente de la parte no lineal de la ecuación 15).

Por su parte, el trabajo externo (W_{ext}) está dado por la expresión

$$\Delta W_{ext} = \int_V g(\delta\Delta\varepsilon)dV + \int_S r(\delta\Delta\varepsilon)dS \quad (41)$$

Donde g representa las fuerzas actuando sobre el cuerpo y r las fuerzas que actúan superficialmente.

Si se reemplazan nuevamente los polinomios de Hermite en las deformaciones se obtienen las fuerzas nodales, lo que escrito de otra forma resulta:

$$\Delta W_{ext} = \Delta u^T \Delta P \quad (42)$$

Donde ΔP es la diferencia de fuerzas entre el incremento actual y el anterior.

Replanteando la ecuación 42 se obtiene la ecuación a resolver,

$$(K_e + K_g)\Delta u = \Delta P \quad (43)$$

CAPÍTULO IV: Análisis Numérico

En este capítulo se desarrolla la implementación, algoritmo y los resultados obtenidos con el modelo propuesto en el capítulo anterior. En él se incorporan los fenómenos de daño simétrico y asimétrico con las consecuencias que estas implican.

La implementación y análisis del modelo mecánico planteado tiene como objetivo reproducir los fenómenos de concentración de deformaciones desarrollado por Beltrán y el fenómeno de flexión por asimetría de daño, desarrollado por de Vico (2013) y Ramírez (2015). En la implementación numérica, se plantean los distintos escenarios del modelo: en la presencia de (a) concentración de deformaciones pura, (b) flexión por asimetría de daño pura y (c) la combinación de ambos fenómenos.

4.1. Implementación numérica

4.1.1. Definición de largo de recuperación

El concepto de largo de recuperación, inicialmente propuesto por Raouf (1991), consiste en la capacidad del cable o de algunos de sus componentes en recuperar parcial o totalmente su capacidad de carga en una distancia determinada como largo de recuperación.

Diversos algoritmos existen para estimarlo, entre los que se encuentra Beltrán (2006) y Raouf (1991).

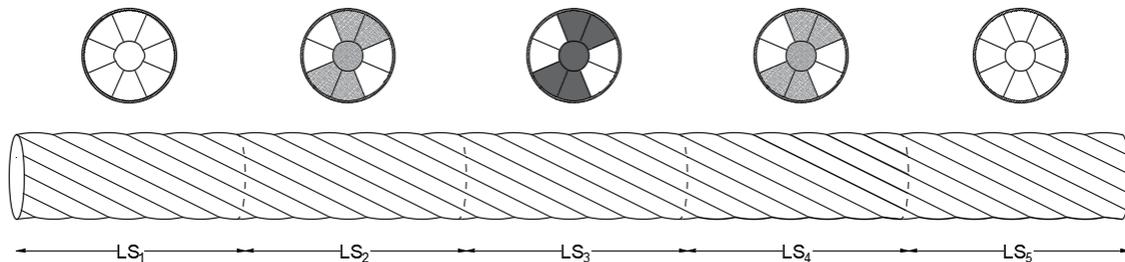


Figura 9. Representación de un cable discretizado con largo de recuperación.

4.1.2. Determinación de cargas transversales

4.1.2.1. Caso multicapa

Las cargas transversales producidas en el cable producto del daño, según lo desarrollado por Ramírez (2015), parten suponiendo que cada alambre lleva una carga de contacto dada, de esta forma, y por equilibrio estático, el alambre diametralmente opuesto a otro va a anular las cargas del primero. Al ocurrir daño asimétrico, el alambre que llevaba carga, ya no la lleva y por lo tanto se genera un desequilibrio, como plantea MacDougall y Bartlett (2006).

La determinación de la fuerza de corte desbalanceada producto de la distribución asimétrica del daño se basa en los trabajos de LeClair (1991) y Ramírez (2015) y está dada por la siguiente expresión.

$$g_{j,q} = \frac{p_2 \cos(\overline{\alpha}_2)}{p_j \cos(\underline{\alpha}_j)} \left(\prod_{k=3}^{j-1} \frac{\cos(\overline{\alpha}_k)}{\cos(\underline{\alpha}_k)} \right) X_{j,q} \quad (44)$$

donde $g_{j,q}$ es la fuerza radial del componente q sobre el nivel j , p_j el paso de la capa j , R_j el radio de la hélice en la capa j , r_j el radio de los componentes de la capa j , $\overline{\alpha}_j = \tan^{-1}\left(\frac{p_j}{2\pi(R_j+r_j)}\right)$, $\underline{\alpha}_j = \tan^{-1}\left(\frac{p_j}{2\pi(R_j-r_j)}\right)$ y $X_{j,q}$ la fuerza radial de cada componente, según MacDougall y Bartlett (2006), calculada como el producto la curvatura del componente y la fuerza axial que porta (κT). Una aproximación para la curvatura del elemento está dada por $\kappa_j = \frac{\sin^2(\alpha_j)}{R_j}$.

En la figura 10 se observa como ocurre el traspaso de fuerza desde las capas externas dañadas hacia el núcleo del cable, generando la fuerza de desequilibrio por daño, F_{des} , que se calcula mediante del equilibrio de fuerzas $g_{j,q}$ como se indica en la figura 1. Esta fuerza resultante de desbalance se proyecta sobre los ejes principales de manera de generar las fuerzas $q_y(x)$ y $q_z(x)$.

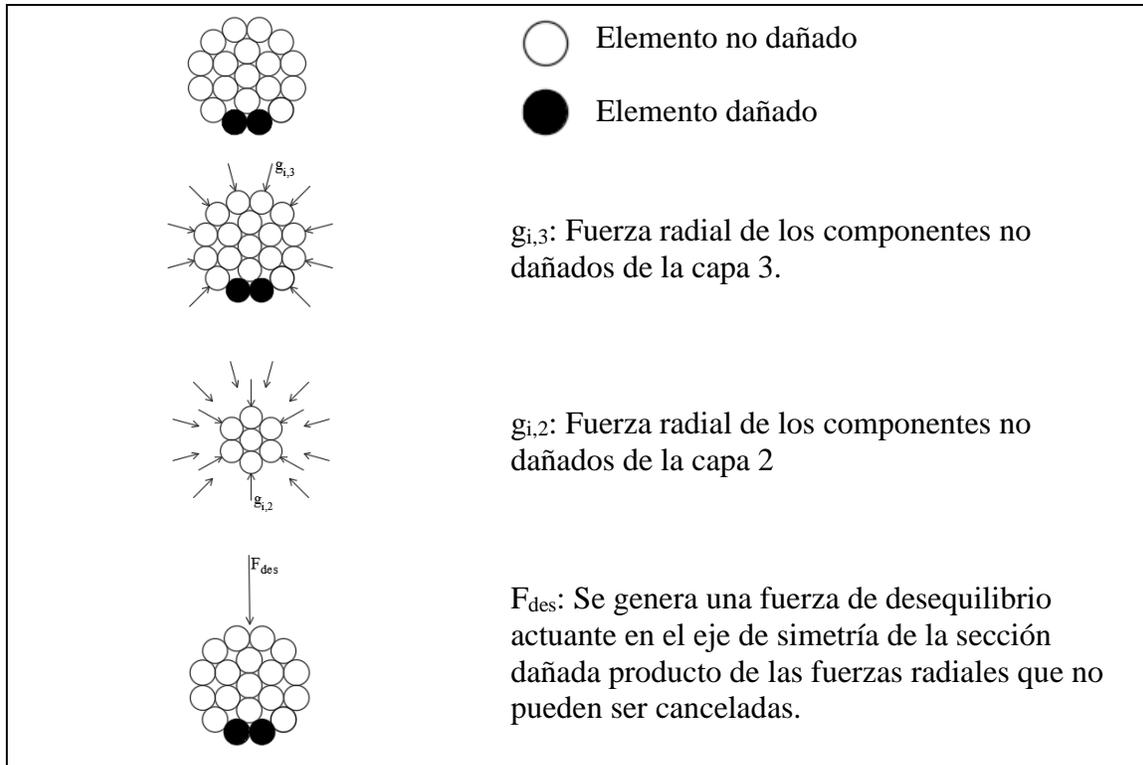


Figura 10. Determinación de F_{des} en cables de geometría multicapa.

4.1.2.2. Caso multinivel (dos niveles, con subcables en paralelo)

El cálculo de las cargas según Ramírez (2015), busca determinar las expresiones para las cargas distribuidas en los distintos planos de carga del cable ($q_y(x)$ y $q_z(x)$) para el caso particular de cables de dos niveles con su nivel externo en paralelo.

En él se desarrolla una geometría de cable de dos niveles formado por subcables dispuestos en paralelo. La descripción de la extensión del cálculo de las cargas se esquematiza en la figura 11. En la figura se describe un cable formado por 10 subcables dispuestos en paralelo, en dos capas. Cada subcable está formado por tres componentes ubicados en una segunda capa virtual del subcable (se supone al núcleo ficticio como parte de la primera capa) (Ramírez, 2015).

Los pasos a seguir, junto a los supuestos se detallan a continuación, como describe Ramírez (2015).

- Cada subcable se analiza de manera individual, de modo de poder determinar la fuerza desbalanceada local para cada elemento, según los ejes locales $\zeta_0, \zeta_1, \zeta_2$. Se supone, por simplicidad, que los parámetros geométricos de cada subcable son iguales (paso y ángulo de la hélice y curvatura).
- Los valores de las fuerzas desbalanceadas q_1 y q_2 a lo largo del eje longitudinal del cable dañado ζ_2 están dados por la figura 11.

$$q_1 = \frac{k_2^2 T_{2,[2]}^2}{\cos(\theta_{2,[2]}^2)} \quad (45)$$

$$q_2 = \frac{2k_2^2 T_{2,[2]}^2 \sin(\Psi_2^2)}{\cos(\theta_{2,[2]}^2)} \quad (46)$$

donde k_2^2 es la curvatura de un componente del subcable. El subíndice representa la capa (segunda capa) y el superíndice el nivel del cable (segundo nivel). $T_{2,[2]}^2$ y $\theta_{2,[2]}^2$ son la fuerza axial y ángulo de la hélice de un componente del subcable. El subíndice representa la capa del subcable (segunda capa), el superíndice representa el nivel (segundo nivel) y el paréntesis cuadrado en el subíndice representa la capa del subcable. Ψ_2^2 es el ángulo que forma la dirección de la fuerza radial de contacto de un componente del subcable perteneciente a la segunda capa de éste (subíndice) y al segundo nivel del cable (superíndice), que apunta al centroide del triángulo equilátero que forman los tres componentes que forman un subcable, relativo a la base de este triángulo (30° en este ejemplo). En este ejemplo, las direcciones de las fuerzas desbalanceadas q_1 y q_2 coinciden con las direcciones principales λ_i, η_i ($i = 1,2$) de las secciones de los subcables dañados. De manera de capturar la dependencia del plano λ_i, η_i con respecto a la naturaleza helicoidal de los componentes del subcable en su geometría inicial (antes de la deformación), los ángulos ω_i ($i = 1,2$) (Figura 11) son relacionados con la posición a lo largo del eje longitudinal ζ_2 de los subcables dañados mediante la relación $\omega_i =$

$\left(\frac{2\pi\zeta_2}{p_{2,[2]}^2}\right)$, donde $p_{2,[2]}^2$ es el paso de hélice de un componente del subcable perteneciente a la segunda capa de este (subíndice) y al segundo nivel del cable que forma parte de un componente del nivel 1 del cable (superíndice) perteneciente a la segunda capa de la sección del cable (segundo subíndice en paréntesis cuadrado). Es importante señalar que se asume que los ejes locales ζ_0, ζ_1 son paralelos a los ejes globales y_0, y_1 .

- Se asume que la dirección de las fuerzas desbalanceadas q_0 y q_1 apuntan al centroide del cable dañado y en dirección desde el centroide hacia las afueras del cable, suponiendo que el daño de componentes de cada subcable se localiza la capa externa éste y del cable a su vez. La fuerza resultante qR también apunta centroide del cable dañado formando un ángulo φ con el eje principal y (Figura 11 a)). Por lo tanto, las fuerzas transversales desbalanceadas por unidad de longitud en los planos principales del cable y y z están dadas por

$$q_z = qR \sin(\varphi) \quad (47)$$

$$q_y = qR \cos(\varphi) \quad (48)$$

- Las expresiones anteriores consideran el hecho que los subcables están dispuestos en forma paralela en dos capas, manteniendo su integridad mediante una “chaqueta”. De esta forma, el eje local longitudinal de cada subcable dañado ζ_2 es paralelo al eje longitudinal del cable x (i.e., $\cos(\theta_1^1)=\cos(\theta_1^2)=1$). Por lo tanto, el cable dañado es analizado como una viga no lineal de sección transversal constante en que la naturaleza helicoidal de los componentes de los subcables dañados asimétricamente es capturado por las fuerzas transversales q_z y q_y .

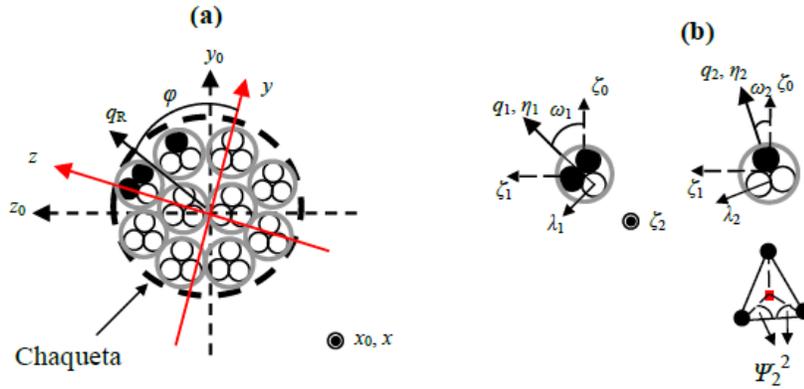


Figura 11. a) Sección transversal de cable de geometría multinivel dañado asimétricamente. b) Subcable formado de tres componentes helicoidales. (Ramírez, 2015).

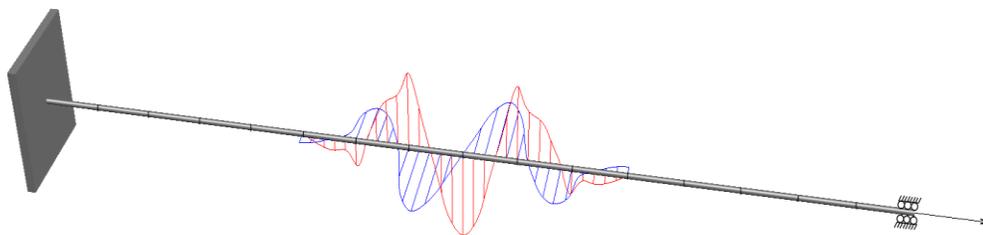


Figura 12. Esquema de cargas distribuidas en el largo del cable considerando concentración de deformaciones y asimetría del daño.

4.1.3. Modelos constitutivos

4.1.3.1. Fibras metálicas.

Para los distintos cables y cuerdas simulados, dependiendo de su material, le corresponden distintas leyes constitutivas. Estas leyes se toman sobre el elemento más bajo en la jerarquía de una estructura de cable. Ninguna suposición aparte se tomó en consideración, tales como una respuesta dependiente del tiempo o propiedades particulares del material que pudieran afectar su resistencia.

Para los materiales metálicos se tomó una ley constitutiva bilineal para aluminio y acero galvanizado, basada en ensayos experimentales y la norma ASTM E8/E8M (2004).

$$\sigma = \begin{cases} E_1 \varepsilon, & \varepsilon < \varepsilon_y \\ E_2 \varepsilon + (E_1 - E_2) \varepsilon_y, & \varepsilon \geq \varepsilon_y \end{cases} \quad (49)$$

Donde E_1 es el módulo de elasticidad previo a la fluencia, E_2 es el módulo de elasticidad post fluencia y ε_y es la deformación de fluencia. A continuación, se muestran los pasos seguidos para obtener las leyes constitutivas.

1. Se tracciona la barra hasta la rotura. Se registra la fuerza (F) y la deformación (ε), mediante el uso de un extensómetro.
2. La deformación de la probeta se calcula como $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$ y la tensión como $\sigma = \frac{F}{A_0}$
3. Siguiendo la norma ASTM E8 (2004), se ajusta una curva bilineal para lo cual se usa una recta paralela a la correspondiente al rango elástico del material, desplazado en 0,2% para obtener la tensión de fluencia σ_y . La deformación de fluencia (ε_y) se obtiene como $\frac{\sigma_y}{E}$. Por último, la tensión de rotura (σ_u) se define como el máximo valor que alcanza el esfuerzo de tensión y la deformación de rotura (ε_u), como la máxima deformación axial del material.
4. El punto anterior, que se realiza para todos los ensayos hechos, permite obtener una curva bilineal promedio para los ensayos realizados.

Siguiendo el método anterior, se obtiene una curva de ley constitutiva como se muestra en la figura 13.

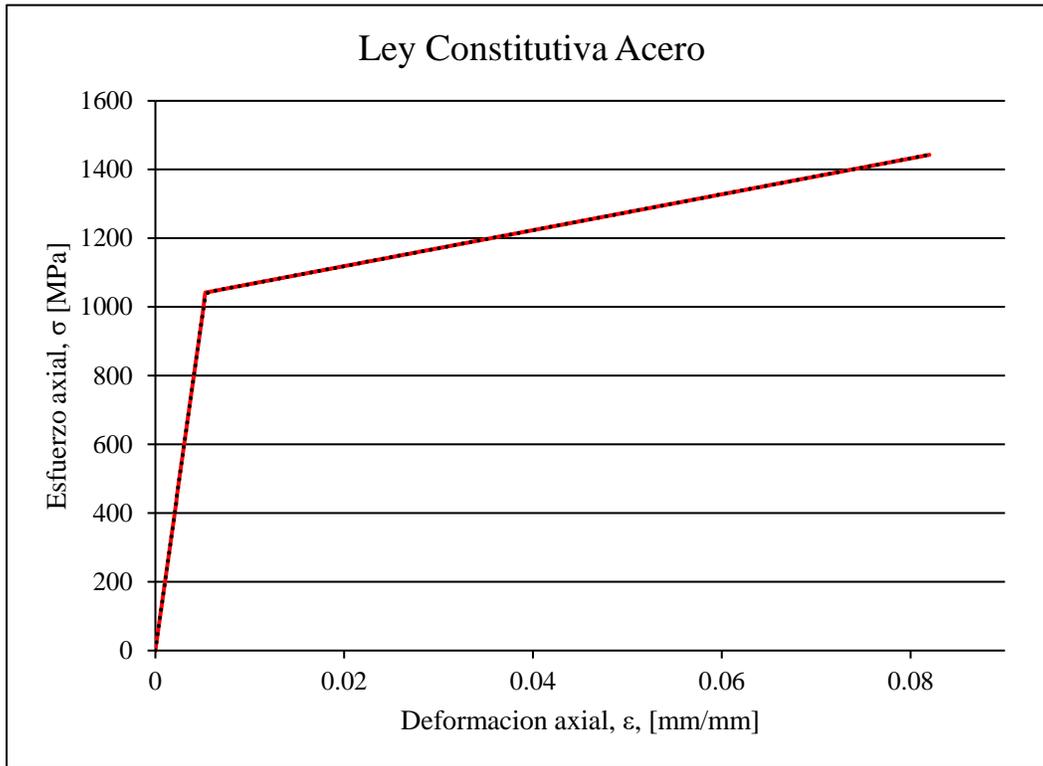


Figura 13. Ley Constitutiva Bilineal genérica usada para acero galvanizado.

En las figuras 14 y 15 se muestran las leyes constitutivas obtenidas experimentalmente para el acero galvanizado y aluminio respectivamente. Para lo anterior, se consideraron alambres de cables de distintos diámetros, con tres probetas de cada uno (P1, P2, P3).

En la tabla 1 se muestran los alambres usados para la obtención de los gráficos:

Tabla 1. Probetas usadas para cálculo de leyes constitutivas.

Material	ϕ_{cable} (mm)	# Probetas
Acero	9.5	3
Acero	12.7	3
Aluminio	14.3	3
Aluminio	25.3	3

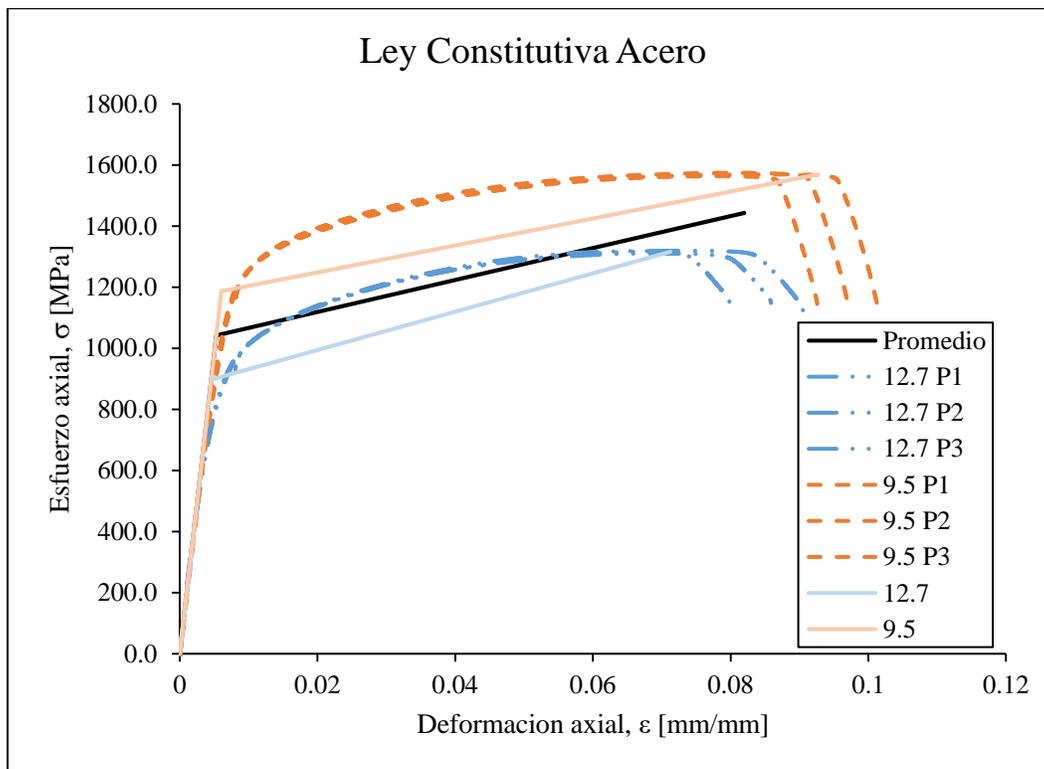


Figura 14. Resultados obtenidos del ensayo experimental para determinación de leyes constitutivas para el acero galvanizado.

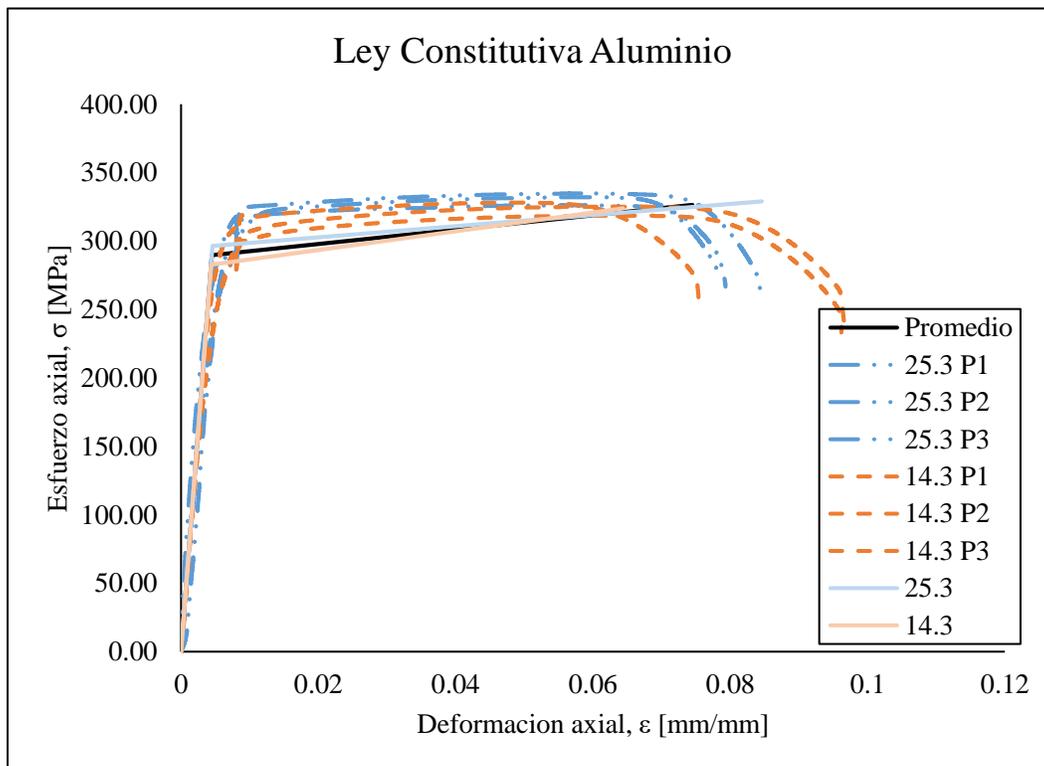


Figura 15. Resultados obtenidos del ensayo experimental para la determinación de leyes constitutivas para el aluminio.

Para evitar discontinuidades de módulo de elasticidad, la ley bilineal fue suavizada levemente mediante una curva polinomial de tercer orden.

De esta forma se define una zona de fluencia entre los límites arbitrarios ε'_y y ε''_y tal que la tensión de fluencia real, $\varepsilon_y \in [\varepsilon'_y, \varepsilon''_y]$. Con lo anterior, se busca que la curva definida entre ambas rectas sea continua y suave, es decir, que tanto la curva como su derivada sean continuas en todo el dominio.

La ley constitutiva propuesta es:

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} E_e \varepsilon, & \varepsilon < \varepsilon'_y \\ a(\varepsilon - \varepsilon'_y)^3 + b(\varepsilon - \varepsilon'_y)^2 + c(\varepsilon - \varepsilon'_y) + d, & \varepsilon'_y \leq \varepsilon < \varepsilon''_y \\ E_p(\varepsilon_y - \varepsilon'_y) + E_e \varepsilon'_y, & \varepsilon > \varepsilon''_y \end{cases} \quad (50)$$

Y las condiciones a resolver son las que se requieren para una función de clase C1, es decir, continuidad de la función y de su derivada.

$$\sigma'(\varepsilon'_y) = E_e \quad (51)$$

$$\sigma'(\varepsilon''_y) = E_p \quad (52)$$

$$\sigma(\varepsilon'_y) = E_e \varepsilon'_y \quad (53)$$

$$\sigma(\varepsilon''_y) = E_e \varepsilon_y + E_p(\varepsilon''_y - \varepsilon_y) \quad (54)$$

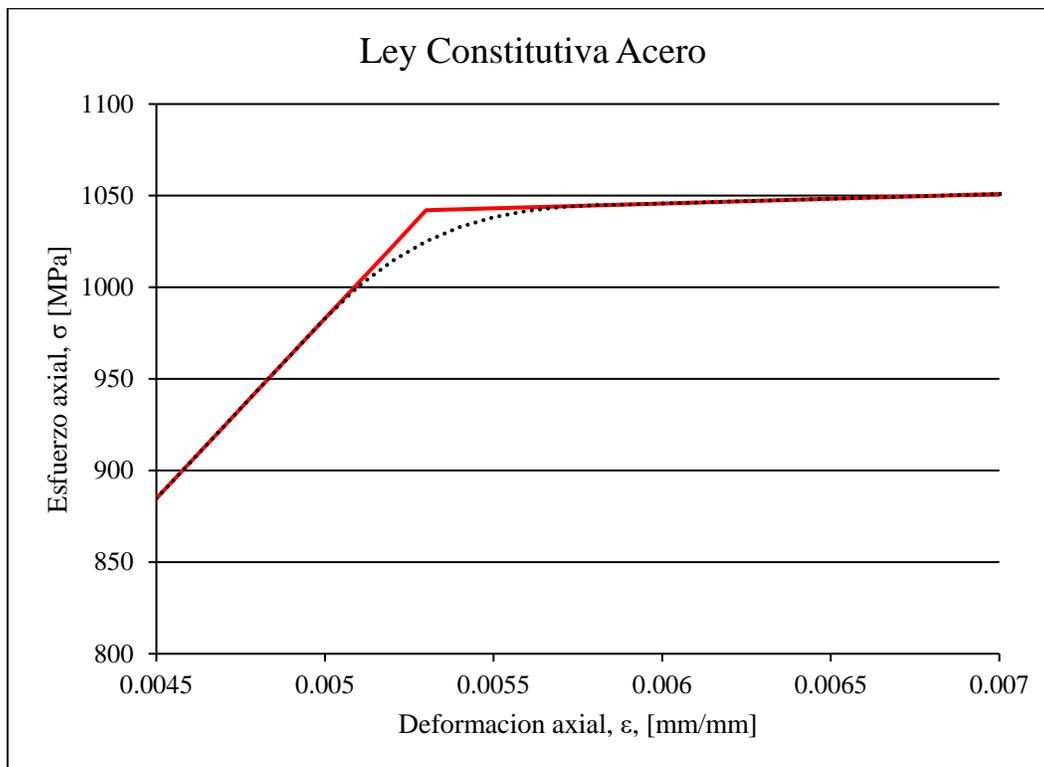


Figura 16. Acercamiento a la zona de fluencia definida.

Los valores para las constantes definidas para cada ley constitutiva son:

Acero galvanizado:

$$\begin{aligned}
 \epsilon_y' &= 0.005 \\
 \epsilon_y'' &= 0.006 \\
 E_e &= 196603.774 \text{ MPa} \\
 E_p &= 5228.162 \text{ MPa} \\
 a &= 76550244766.427 \\
 b &= -210513173.108 \\
 c &= 196603.774 \\
 d &= 983.019
 \end{aligned}$$

Aluminio:

$$\begin{aligned}
 \epsilon_y' &= 0.003 \\
 \epsilon_y'' &= 0.0095 \\
 E_e &= 64509.800 \text{ MPa} \\
 E_p &= 207.000 \text{ MPa} \\
 a &= 639105211.930 \\
 b &= -11177645.047 \\
 c &= 64509.800 \\
 d &= 193.529
 \end{aligned}$$

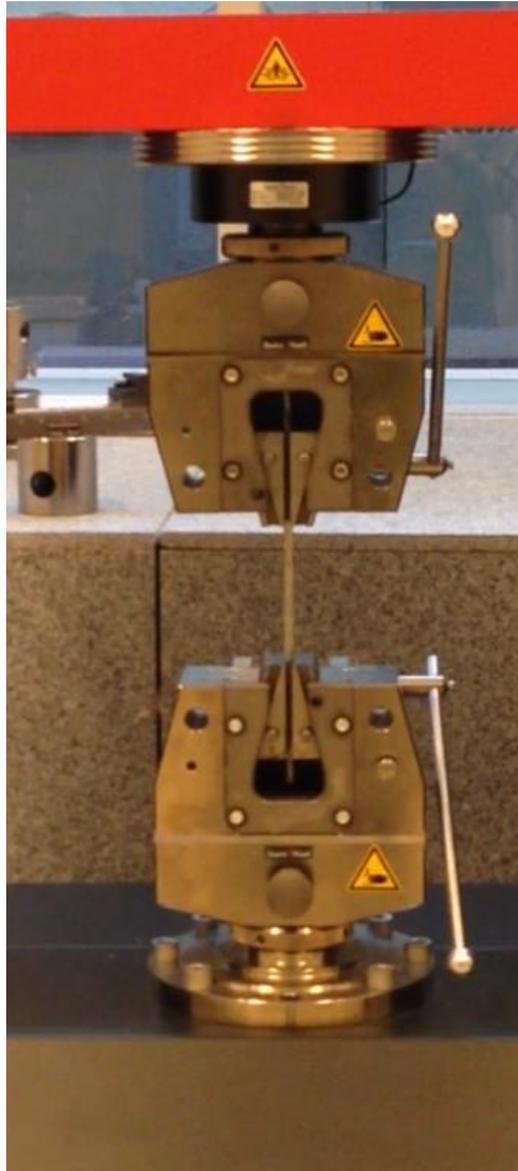


Figura 17. Montaje en la máquina universal para ensayo a tracción.

4.1.3.2. Fibras de poliéster

Las leyes constitutivas usadas para las cuerdas sintéticas de poliéster se calibran mediante una curva polinomial de quinto orden que pasa por el origen. Las curvas presentadas en este trabajo están definidas por Beltrán (2006) y se usan en los trabajos de Beltrán y Vargas (2010) y Beltrán y de Vico (2013).

Estas curvas se expresan de la siguiente forma

$$\frac{\sigma}{\sigma_b} = a_1 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b} \right) + a_2 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b} \right)^2 + a_3 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b} \right)^3 + a_4 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b} \right)^4 + a_5 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b} \right)^5 \quad (55)$$

Donde σ_b es la tensión de rotura, ε_b es la deformación a la rotura y a_i son constantes calibradas al material.

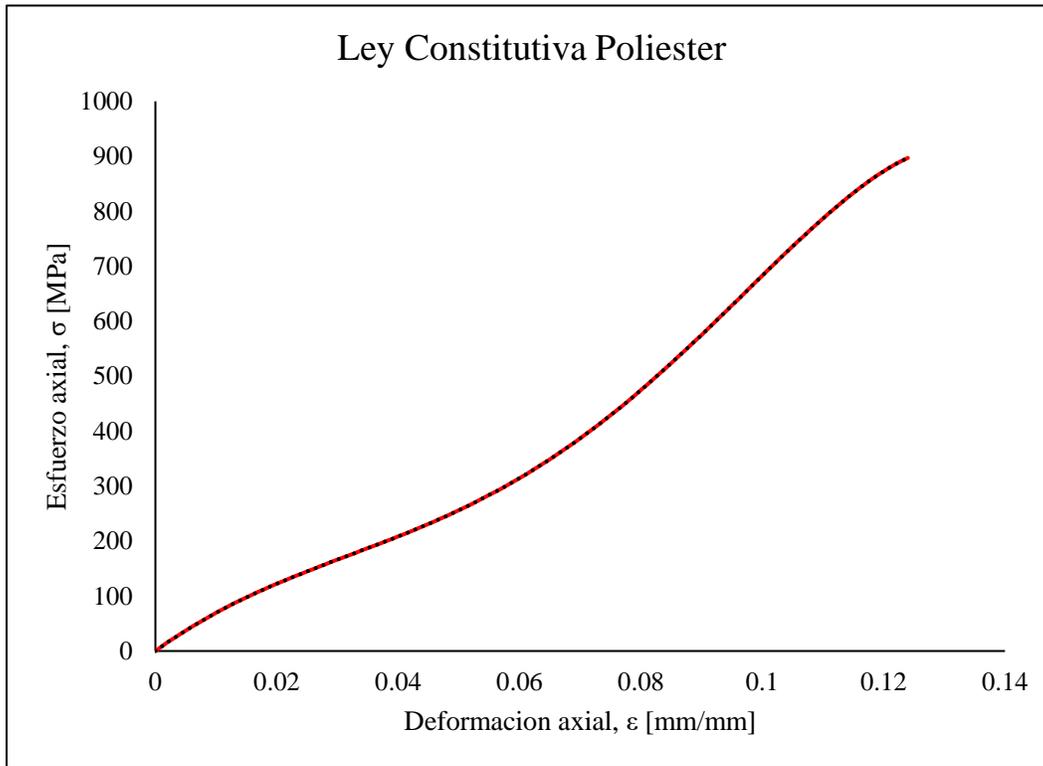


Figura 18. Ley Constitutiva polinomial genérica usada para poliéster

Las constantes usadas para esta ley de poliéster dependen de cada proveedor:

Cables W

$$\begin{aligned} \varepsilon_b &= 0.11689 \\ \sigma_b &= 897 \text{ MPa} \\ a_1 &= 1.11 \\ a_2 &= -2.05 \\ a_3 &= 2.40 \\ a_4 &= 1.19 \\ a_5 &= -1.65 \end{aligned}$$

Cables B35

$$\begin{aligned} \varepsilon_b &= 0.069 \\ \sigma_b &= 833.5 \text{ MPa} \\ a_1 &= 1.8 \\ a_2 &= -6.63 \\ a_3 &= 17.47 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_4 &= -18.74 \\ a_5 &= 7.1 \end{aligned}$$

Cables B700

$$\begin{aligned} \varepsilon_b &= 0.076 \\ \sigma_b &= 986.9 \text{ MPa} \\ a_1 &= 1.43 \\ a_2 &= -3.91 \\ a_3 &= 9.41 \\ a_4 &= -8.95 \\ a_5 &= 3.02 \end{aligned}$$

Cables M35 y M700

$$\begin{aligned} \varepsilon_b &= 0.0865 \\ \sigma_b &= 811 \text{ MPa} \\ a_1 &= 1.33 \\ a_2 &= -3.13 \\ a_3 &= 7.98 \\ a_4 &= -7.9 \\ a_5 &= 2.72 \end{aligned}$$

Cables W35

$$\begin{aligned} \varepsilon_b &= 0.076 \\ \sigma_b &= 986.9 \text{ MPa} \\ a_1 &= 1.43 \\ a_2 &= -3.91 \\ a_3 &= 9.41 \\ a_4 &= -8.95 \\ a_5 &= 3.02 \end{aligned}$$

Cables W700

$$\begin{aligned} \varepsilon_b &= 0.082 \\ \sigma_b &= 841 \text{ MPa} \\ a_1 &= 1.42 \\ a_2 &= -4.04 \\ a_3 &= 10.21 \\ a_4 &= -10.25 \\ a_5 &= 3.66 \end{aligned}$$

Cables A

ε_b	=	0.11
σ_b	=	211 MPa
a_1	=	-10.010
a_2	=	23.174
a_3	=	-17.647
a_4	=	5.543
a_5	=	-0.007

4.1.4. Ecuaciones de equilibrio

Una vez conocida la configuración deformada del elemento cuerda y usando las leyes constitutivas propuestas anteriormente en la sección 4.1.3 pueden calcularse las fuerzas internas resultantes. Imponiendo el equilibrio entre esfuerzos internos y externos, se llega a las fórmulas conocidas:

$$T = \int_A \sigma(\varepsilon) dA \quad (56)$$

$$M_b = \int_A \xi \sigma(\varepsilon) dA \quad (57)$$

$$M_t = \int_A \rho \tau(\gamma) dA \quad (58)$$

Donde T es la fuerza de tensión, M_b es el momento flector en las direcciones normales y M_t el momento torsor, $\sigma(\varepsilon)$ y $\tau(\gamma)$ son los esfuerzos normales y de corte obtenidos usando la ley constitutiva presentada en las ecuaciones (16,17). Las distancias ξ y ρ se miden desde el centroide de la sección.

Los esfuerzos se equilibran sobre un nodo, de modo de alcanzar equilibrio nodal de los esfuerzos, es decir, que los esfuerzos internos calculados con las ecuaciones 56, 57 y 58 se equilibren con los esfuerzos externos.

4.2. Algoritmo numérico

En esta sección se presenta el algoritmo paso a paso utilizado para obtener los resultados buscados relacionados a: a) curva de capacidad, b) distribución de tensiones en una sección transversal, c) distribución de deformaciones en una sección transversal y d)

deformada del cable dañado. El algoritmo incremental iterativo se explica para el incremento n -ésimo del análisis.

Paso N°1: Se impone un incremento axial Δu_n en el nodo final de la configuración y se determina el módulo de elasticidad (E_n), la matriz de rigidez (K_n) y las cargas desbalanceadas ($F_{des,n}^q$). q es el número de iteración considerado.

$$K_n = \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sf} \\ K_{fs} & K_{ff} \end{bmatrix} \quad (59)$$

Paso N°2: La matriz de rigidez se divide en secciones: $K_{ss,n}$, $K_{ff,n}$, $K_{sf,n}$ y $K_{fs,n}$ asociadas a los grados de libertad conocidos ($K_{ss,n}$), a los grados de libertad desconocidos ($K_{ff,n}$) y a las interacciones entre ellos ($K_{sf,n}$, $K_{fs,n}$). Se resuelve en dos pasos el sistema:

$$\Delta u_{f,n}^q = K_{ff,n}^{(-1)} (-K_{fs,n} \cdot \Delta u_{s,n}^q + \Delta F_{f,n}^q) \quad (60)$$

$$\Delta C_{s,n}^q = K_{sf,n} \cdot \Delta u_{f,n}^q + K_{ss} \cdot \Delta u_{s,n}^q - \Delta F_{s,n}^q \quad (61)$$

Donde $\Delta C_{s,n}^q$ son los incrementos en las reacciones en los apoyos, $\Delta F_{f,n}^q$, los incrementos en las fuerzas externas aplicadas en los grados de libertad desconocidos, $\Delta F_{s,n}^q$, los incrementos en las fuerzas externas aplicadas en los apoyos.

Paso N°3: Se actualizan los valores para los desplazamientos y esfuerzos

$$u_n^q = u_{n-1} + \Delta u_n^q \quad (62)$$

$$C_{s,n}^q = C_{s,n-1} + \Delta C_{s,n}^q \quad (63)$$

$$C_{f,n}^q = C_{f,n-1} + \Delta C_{f,n}^q \quad (64)$$

Paso N°4: Con los grados de libertad conocidos, se calculan los incrementos en las deformaciones axiales en el centroide de cada alambre del cable, $\Delta \varepsilon_n^q$. La deformación axial total correspondiente a

$$\varepsilon_n^q = \varepsilon_{n-1} + \Delta \varepsilon_n^q \quad (65)$$

Donde ε_{n-1} es la deformación convergida para el incremento anterior.

Paso N°5: Se actualiza la geometría (α_n^q , κ_n^q , p_n^q y L_n^q) con los valores de deformación para cada elemento finito y cada alambre (j), suponiendo que la estructura de hélice circular se mantiene.

$$L_n^q = (1 + \varepsilon_n^q) L_0 \quad (66)$$

$$p_{n,j}^q = (1 + \varepsilon_n^q)p_0 \quad (67)$$

$$\tan(\alpha_{n,j}^q) = \frac{2\pi R_j}{p_{n,j}^q} \quad (68)$$

$$\kappa_{n,j}^q = \frac{\sin^2(\alpha_{n,j}^q)}{R_j} \quad (69)$$

Paso N°6: Se calculan los esfuerzos internos de cada alambre usando los modelos constitutivos correspondientes. $\sigma_{n,j}^q = \sigma(\varepsilon_{n,j}^q)$ y se integran sobre el área, usando un punto de cuadratura de Gauss para obtener los esfuerzos internos $F_{int,n}^q = \int \sigma_{n,j}^q dA$

Paso N°7: Los esfuerzos externos se obtienen sobre cada nodo mediante las matrices locales de cada matriz $\Delta F_{ext,n}^{q=0} = K_{local,n} \Delta u_n^{q=0}$ y los esfuerzos externos totales son: $F_{ext,n}^{q=0} = F_{ext,n-1} + \Delta F_{ext,n}^{q=0}$.

Paso N°8: Se calcula el vector de error residual sobre cada nodo como la diferencia entre los esfuerzos internos y los externos ($R_n^q = F_{ext,n}^q - F_{int,n}^q$). Si el vector satisface una tolerancia (tol), se avanza al siguiente incremento ($i+1$), si no, se repite desde el paso N°2, calculando para $q=q+1$.

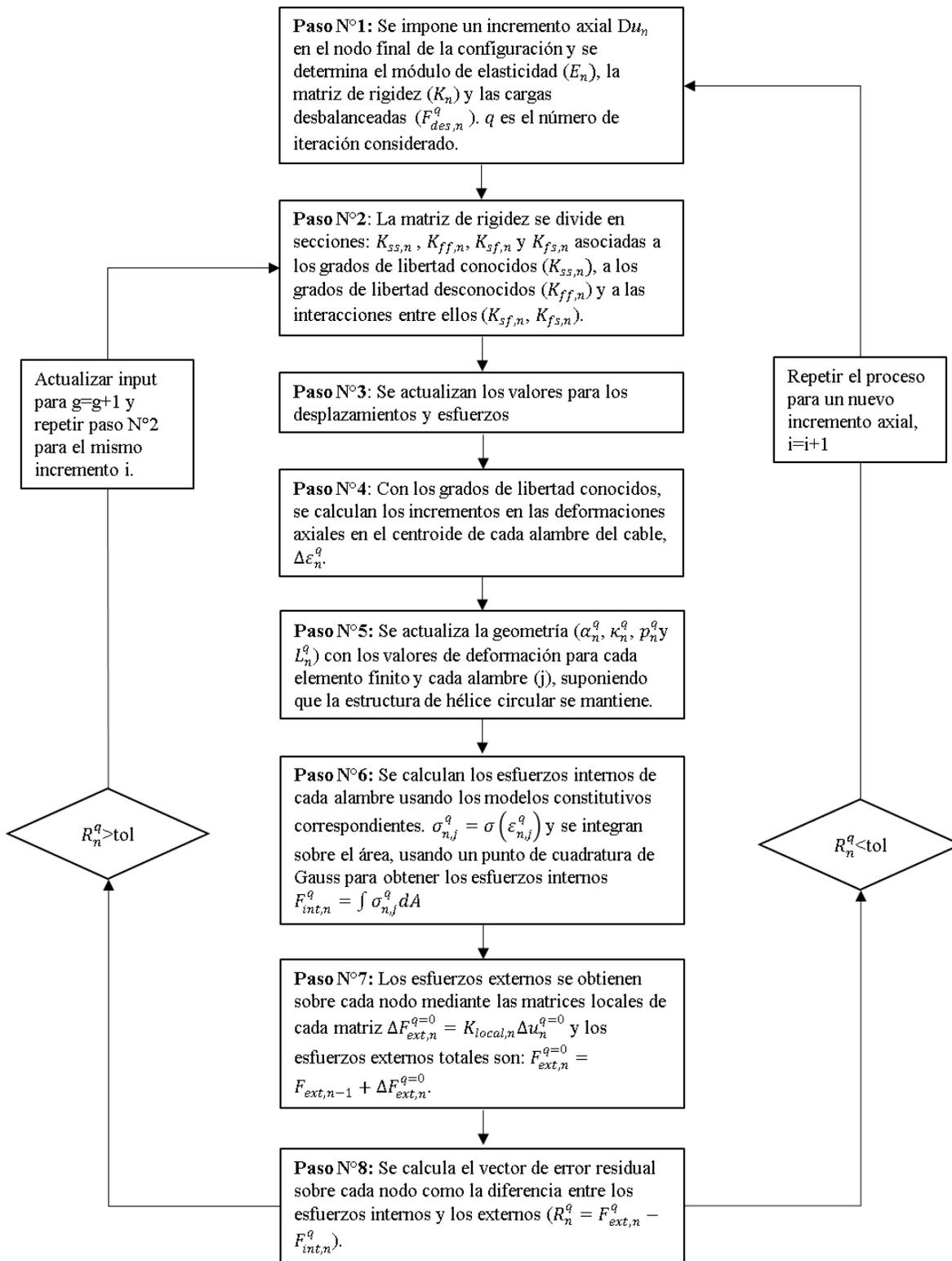


Figura 19. Algoritmo numérico.

CAPÍTULO V: Validación Numérica

El modelo anteriormente planteado se valida en este capítulo, comparándose con otros modelos analíticos anteriormente desarrollados, particularmente los desarrollados por Beltrán (2006), De Vico (2015) y Vargas (2013), en conjunto con otros ensayos tomados de la literatura (Ward et al., 2006).

Se presentan los resultados de la comparación del modelo propuesto frente a modelos que representan los fenómenos tratados por separado (concentración de deformaciones o daño asimétrico).

5.1. Concentración de deformaciones

El primer fenómeno estudiado por este modelo (MP), es la capacidad de un cable de recuperar capacidad de carga gracias al aporte de las fuerzas friccionales.

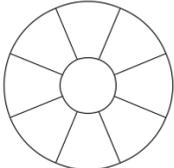
De modo de aislar el primer efecto en estudio, que es el de recuperación de capacidad de carga del cable, se escogen configuraciones simétricas de daño en la sección transversal. De esta manera, la chaqueta que confina los cables resulta clave en el desarrollo de un largo de recuperación de la capacidad de carga de los cables.

Se escoge el set de datos modelados en elementos finitos por Vargas (2010) y con modelos analíticos por Beltrán (2006). Se dispone de resultados experimentales llevados a cabo sobre cables de 1x9 (1+8) de poliéster para los cuales se simulan tres configuraciones de daño distintas, como se observa en la tabla 2.

Para efectos de este trabajo, interesa estudiar el comportamiento global de la cuerda dañada, reflejada en su curva de capacidad (fuerza vs deformación) y el comportamiento local, que se traduce en la recuperación de carga a medida que se analizan secciones de cuerda más alejadas de la sección dañada.

Los cables ensayados corresponden a cables de configuración geométrica 1x9 (1+8). Las especificaciones de los cables son:

Tabla 2. Propiedades geométricas de cable 1x9 (1+8) estudiado.

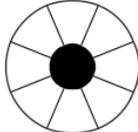
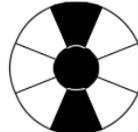
Configuración	Símbolo	Descripción	Valor
<i>Wedging 1x9</i> (1+8) 	R_0	Radio del cable	3.048 mm
	r_s	Radio de componente	1.016 mm
	α_1	Angulo de hélice	9.5 °
	p_1	Paso	76 mm
	L	Largo	610 mm

Cada cable se modeló con la ley constitutiva de poliéster, en 10 elementos finitos usando el modelo propuesto (MP). Los valores que se usaron para el largo de recuperación (Lr) para cada configuración de daño se detallan a continuación. Entre elementos se supuso una variación lineal del área recuperada, entre la sección dañada y el largo de recuperación.

Además, se supuso que solamente el núcleo de la cuerda es capaz de recuperar carga producto del confinamiento generado por la capa externa. Al no existir una chaqueta que confine la primera capa del cable, entonces no se tiene el efecto de recuperación de carga en la capa exterior.

Las secciones estudiadas se muestran en la tabla 3.

Tabla 3. Configuración de daño de cables 1x9 (1+8) estudiados.

Nombre	% daño	Largo de recuperacion (Lr) [mm]	
W0	11.1	110	
W015	33.3	147	
W01256	55.6	220	

A continuación, se muestran los gráficos obtenidos para ambos casos descritos: los gráficos de recuperación de carga, comparados con las simulaciones de elementos finitos disponibles (Vargas, 2010) y las curvas de capacidad de cada configuración dañada, comparadas contra las simulaciones de elementos finitos (Vargas, 2010) y los ensayos experimentales de la literatura (Li et al, 2002).

Las figuras 20 a 22 muestran la deformación axial por tramos para distintos niveles de deformación axial total del cable (0.024, 0.048, 0.071, 0.094) comparando el modelo de viga no lineal propuesto (MP) contra los modelos de elementos finitos (FEM).

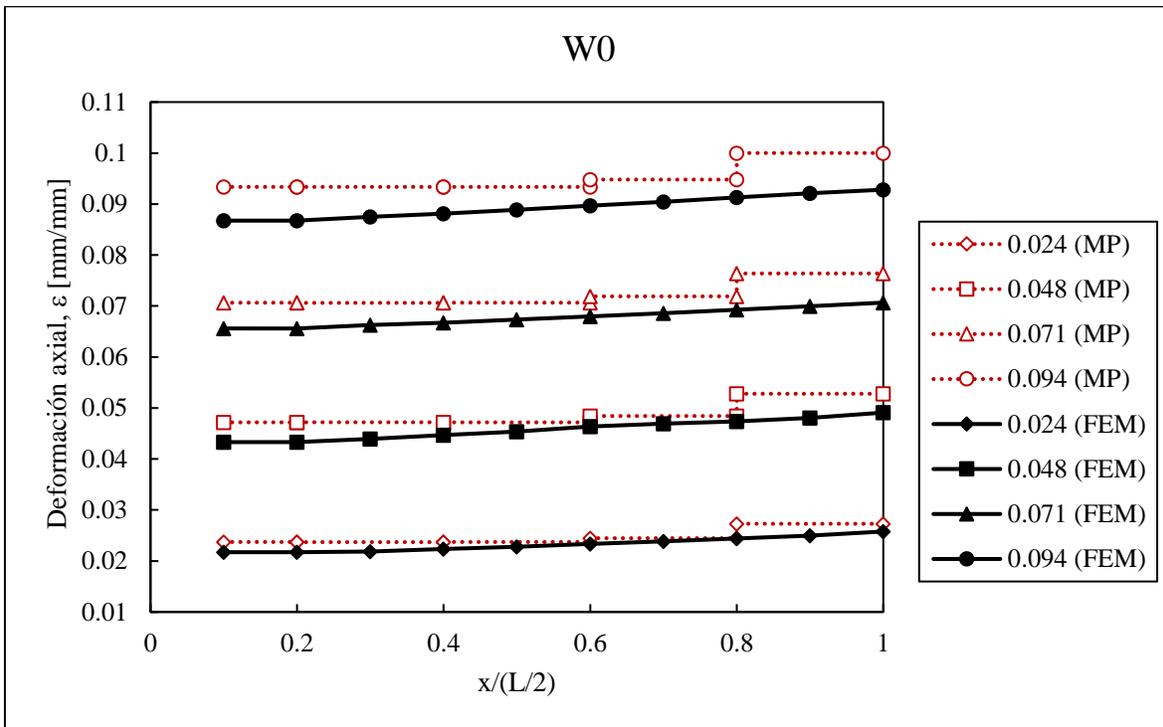


Figura 20. Distribución de deformaciones a lo largo de cable para configuración W0.

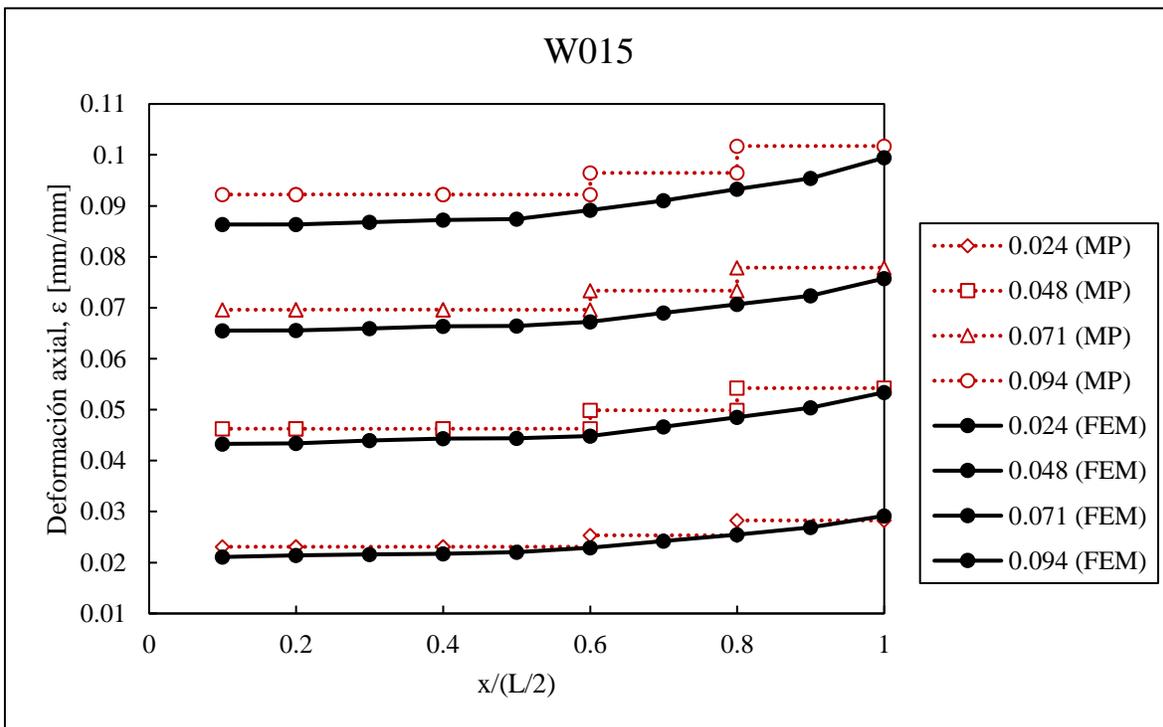


Figura 21. Distribución de deformaciones a lo largo de cable para configuración W015.

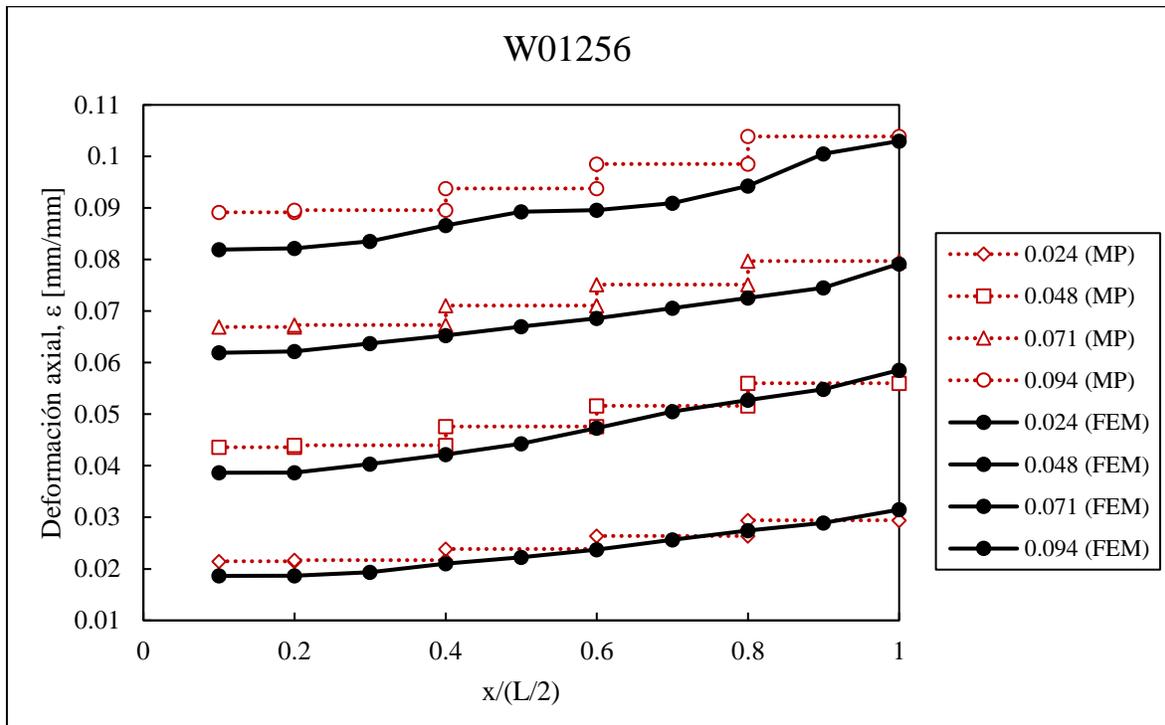


Figura 22. Distribución de deformaciones a lo largo de cable para configuración W01256.

Se puede ver, para los distintos niveles de daño, que se correlaciona correctamente la recuperación de carga del cable simulada por el modelo propuesto (MP) con las curvas modeladas con elementos finitos (FEM) para distintos niveles de deformación global (0.024, 0.048, 0.071 y 0.094). Los resultados muestran que, para niveles de deformación bajos, la recuperación de carga es similar a las simulaciones en elementos finitos. Para niveles de deformación más altos, la distribución de deformaciones del modelo propuesto sobreestima levemente los resultados de elementos finitos.

En los siguientes gráficos, mostrados en las figuras 23 a 25, se muestran las curvas de capacidad estimadas por el modelo propuesto de viga no lineal (MP) comparado con las estimaciones de elementos finitos (FEM), y los datos experimentales (Exp 1, Exp 2 y Exp 3).

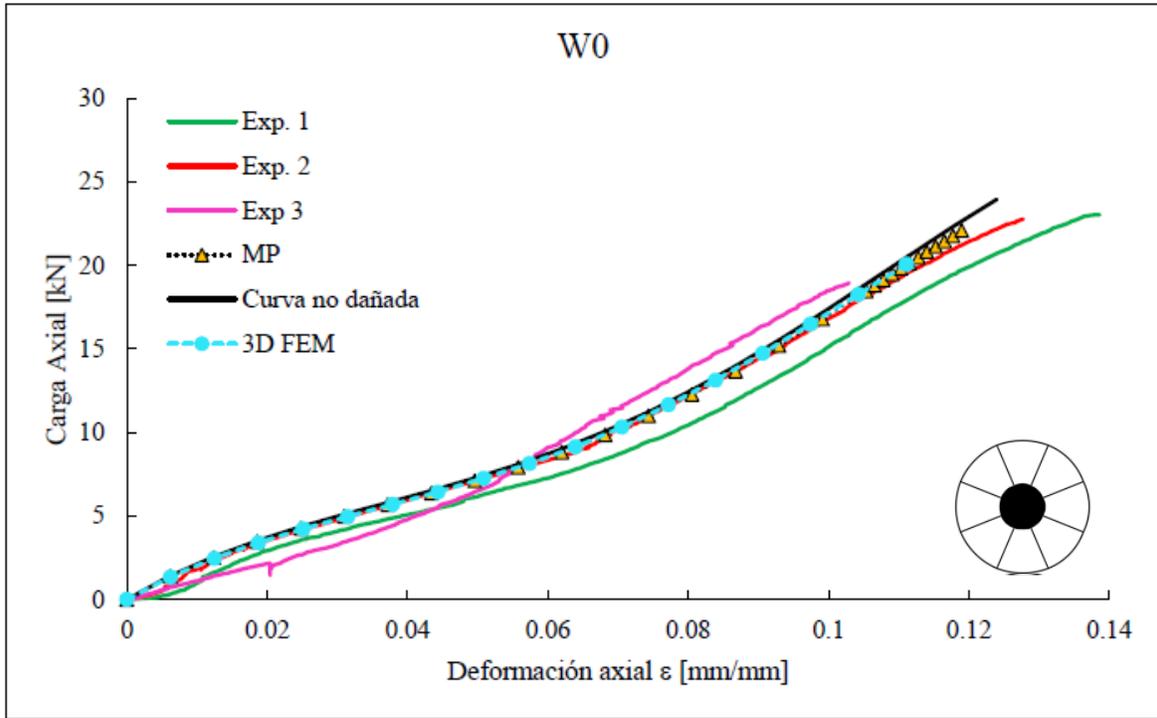


Figura 23. Curva de capacidad para cable 1x9 con configuración de daño W0.

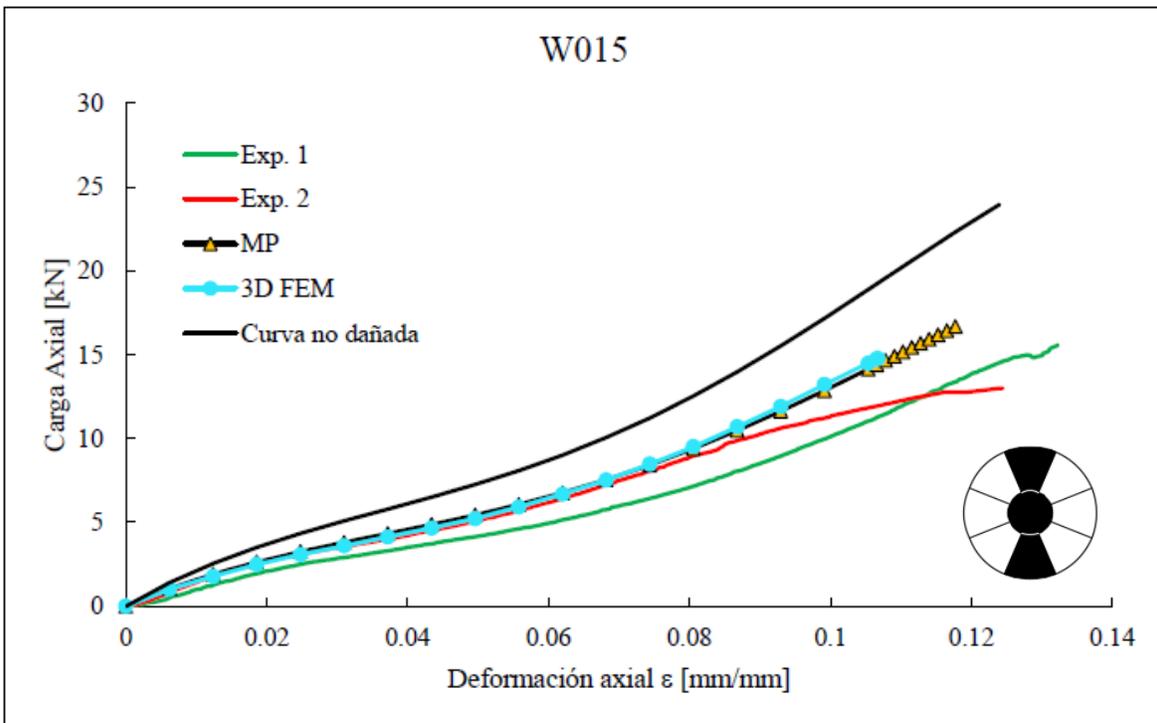


Figura 24. Curva de capacidad para cable 1x9 con configuración de daño W015.

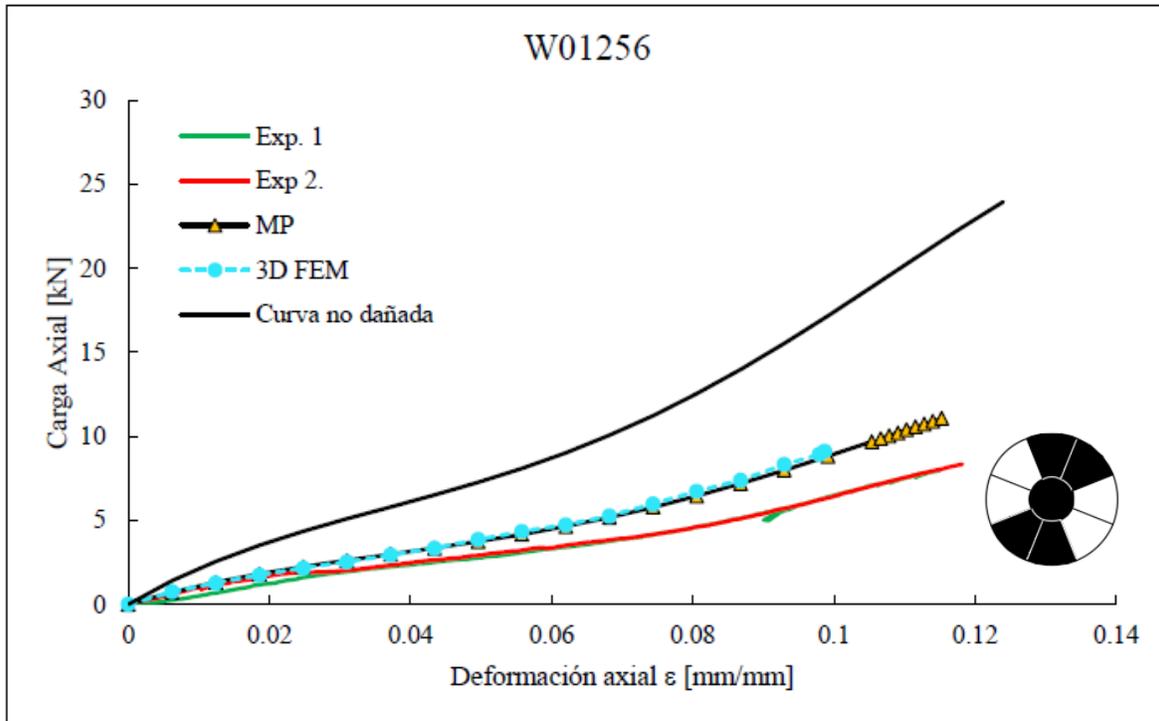


Figura 25. Curva de capacidad para cable 1x9 con configuración de daño W01256.

En cuanto a la respuesta global de cada distribución de daño simulada, se puede ver una buena correlación entre el modelo propuesto (MP) y los análisis de elementos finitos (FEM), con una menor capacidad de deformación presentada por estos últimos.

Con respecto a su relación con los resultados experimentales, se puede ver algunas cuerdas con un nivel de rigidización importante, que es correctamente captado por las simulaciones, como es el caso de W015 y W0.

5.2. Daño asimétrico

De manera de evaluar el impacto de la asimetría en un cable dañado, Vargas (2010) propone el concepto de *Índice de Asimetría* (IA), que refleja la cantidad de daño asimétrico en un cable. De esta forma, se puede discernir entre dos configuraciones distintas de daño, con distintos grados de asimetría.

$$IA = 1 - \frac{R_0 - d_0}{R_0 + d_0} \quad (70)$$

Donde, IA es el índice de asimetría buscado, R_0 es el radio del cable y d_0 la distancia entre el centro de gravedad de la sección no dañada y el centro de gravedad de la sección dañada.

Las secciones analizadas se muestran en las siguientes tablas 4 a 11.

Tabla 4. Propiedades geométricas de cable 1x9 (1+8) estudiado.

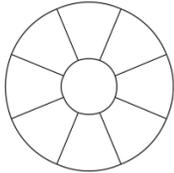
Configuración	Símbolo	Descripción	Valor
<p><i>Wedging</i> 1x9(1+8)</p> 	R_0	Radio del cable	3.048 mm
	r_s	Radio de componente	1.016 mm
	α_1	Ángulo de hélice	9.5°
	p_1	Paso	76 mm
	L	Largo	610 mm

Tabla 5. Propiedades geométricas de cable 1x7 (1+6) estudiado, de acero de 9.5mm de diámetro.

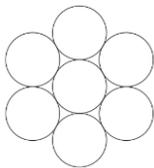
Configuración	Símbolo	Descripción	Valor
<p>$\phi 9.5mm$ <i>acero</i> 1x7(1+6)</p> 	R_0	Radio del cable	4.75 mm
	r_s	Radio de componente	1.58 mm
	α_1	Ángulo de hélice	7.5°
	p_1	Paso	150.81 mm
	L	Largo	610 mm

Tabla 6. Propiedades geométricas de cable 1x7 (1+6) estudiado, de aluminio de 10.1mm de diámetro.

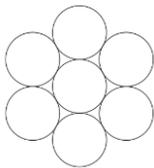
Configuración	Símbolo	Descripción	Valor
<p>$\phi 10.1mm$ <i>aluminio</i> 1x7(1+6)</p> 	R_0	Radio del cable	5.05 mm
	r_s	Radio de componente	1.68 mm
	α_1	Ángulo de hélice	8.0°
	p_1	Paso	150.22 mm
	L	Largo	610 mm

Tabla 7. Propiedades geométricas de cable 1x7 (1+6) estudiado, de acero de 12.7mm de diámetro.

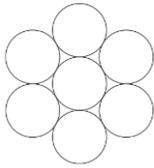
Configuración	Símbolo	Descripción	Valor
$\phi 12.7mm$ acero 1x7(1+6) 	R_0	Radio del cable	6.35 mm
	r_s	Radio de componente	2.12 mm
	α_1	Ángulo de hélice	7.9°
	p_1	Paso	191.99 mm
	L	Largo	610 mm

Tabla 8. Propiedades geométricas de cable 1x7 (1+6) estudiado, de acero de 12.7mm de diámetro.

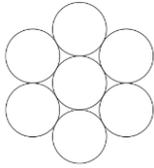
Configuración	Símbolo	Descripción	Valor
$\phi 14.3mm$ aluminio 1x7(1+6) 	R_0	Radio del cable	7.15 mm
	r_s	Radio de componente	2.37 mm
	α_1	Ángulo de hélice	7.6°
	p_1	Paso	223.93 mm
	L	Largo	610 mm

Tabla 9. Propiedades geométricas de cable 1x19 (1+6+12) estudiado, de acero de 3.5mm de diámetro.

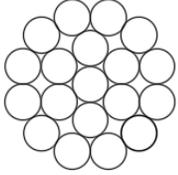
Configuración	Símbolo	Descripción	Valor
$\phi 3.5mm$ acero 1x19(1+6+12) 	R_0	Radio del cable	1.75 mm
	r_s	Radio del componente	0.35 mm
	α_1	Ángulo de hélice de capa 1	8.75°
	α_2	Ángulo de hélice de capa 2	11.69°
	p_1	Paso de capa 1	28.6 mm
	p_2	Paso de capa 2	42.51 mm
	L	Largo del cable	85.01 mm

Tabla 10. Propiedades geométricas de cable 1x19 (1+6+12) estudiado, de aluminio de 19.9mm de diámetro.

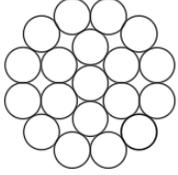
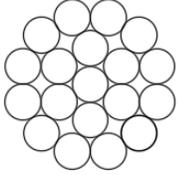
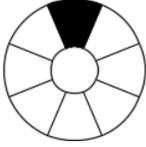
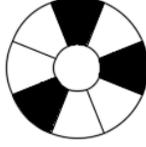
Configuración	Símbolo	Descripción	Valor
$\phi 19.9mm$ aluminio 1x19(1+6+12) 	R_0	Radio del cable	9.95 mm
	r_s	Radio del componente	1.96 mm
	α_1	Ángulo de hélice de capa 1	9.00°
	α_2	Ángulo de hélice de capa 2	12.00°
	p_1	Paso de capa 1	155.11 mm
	p_2	Paso de capa 2	231.16 mm
	L	Largo del cable	690 mm

Tabla 11. Propiedades geométricas de cable 1x19 (1+6+12) estudiado, de acero de 22.2mm de diámetro.

Configuración	Símbolo	Descripción	Valor
$\phi 22.2mm$ acero 1x19(1+6+12) 	R_0	Radio del cable	11.11 mm
	r_s	Radio del componente	2.22 mm
	α_1	Ángulo de hélice de capa 1	8.75°
	α_2	Ángulo de hélice de capa 2	11.69°
	p_1	Paso de capa 1	181.4 mm
	p_2	Paso de capa 2	269.9 mm
	L	Largo del cable	539.8 mm

Las configuraciones de daño estudiadas se muestran en las tablas 12 a 14.

Tabla 12. Configuración de daño de cables 1x9 (1+8) estudiados.

Nombre	% daño	IA	
W1	11.1	0.16	
W12	22.2	0.31	
W123	33.3	0.44	
W136	33.3	0.093	

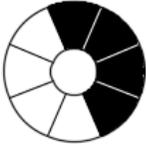
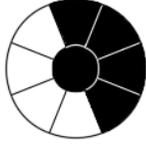
Nombre	% daño	IA	
W1234	44.4	0.54	
W01234	55.6	0.63	

Tabla 13. Configuración de daño de cables 1x19 (1+6+12) estudiados.

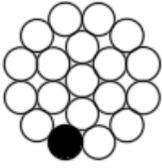
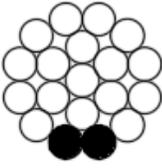
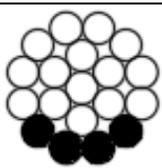
Nombre	% daño	IA	
P19a	5.3	0.085	
P19b	10.5	0.167	
P19c	31.6	0.213	
P19d	21.1	0.303	

Tabla 14. Configuración de daño de cables 1x7 (1+6) estudiados.

Nombre	% daño	IA	
P7a	14.3	0.20	
P7b	28.6	0.38	

Al aislar el fenómeno de daño asimétrico, se espera capturar el gradiente de tensiones que se genera al producirse un desbalance de fuerzas en la sección transversal (producto de la asimetría del daño), como describe MacDougall y Bartlett (2006). Lo anterior se traduce en una falla prematura del cable, producto del gradiente de deformaciones/tensiones que produce que alambres en la sección fallen antes.

Además, producto de la asimetría, se describe en trabajos (de Vico, 2013, Ramírez, 2015, MacDougall y Bartlett, 2006) la generación de cargas laterales equivalentes (Figura 10), se traduce en perturbaciones laterales que provocan desplazamientos transversales en la cuerda.

Se grafican las curvas de capacidad de los cables, para capturar el fenómeno previamente descrito y se comparan los resultados del modelo propuesto (MP) con datos experimentales y elementos finitos (FEM). Por otro lado, también se grafican los desplazamientos laterales obtenidos con el modelo propuesto y se comparan con el análisis de elementos finitos.

Los resultados obtenidos para las curvas de capacidad y las deformadas se presentan a continuación para cada configuración de daño mostrada.

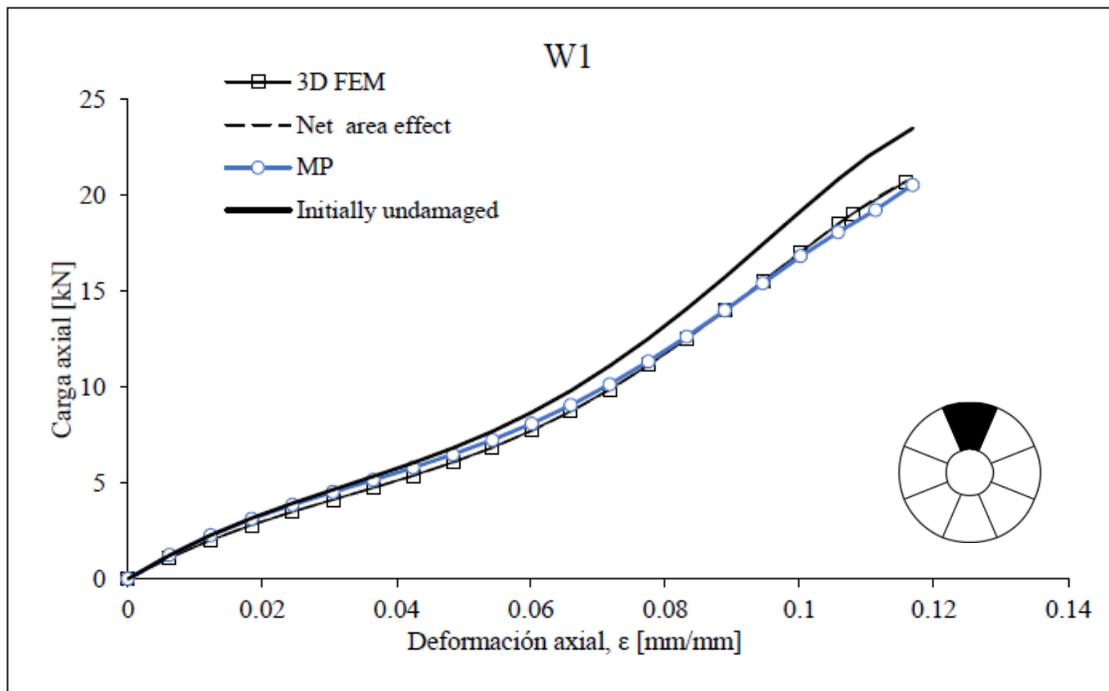


Figura 26. Curva de capacidad de cable 1x9 (1+8) con configuración de daño W1.

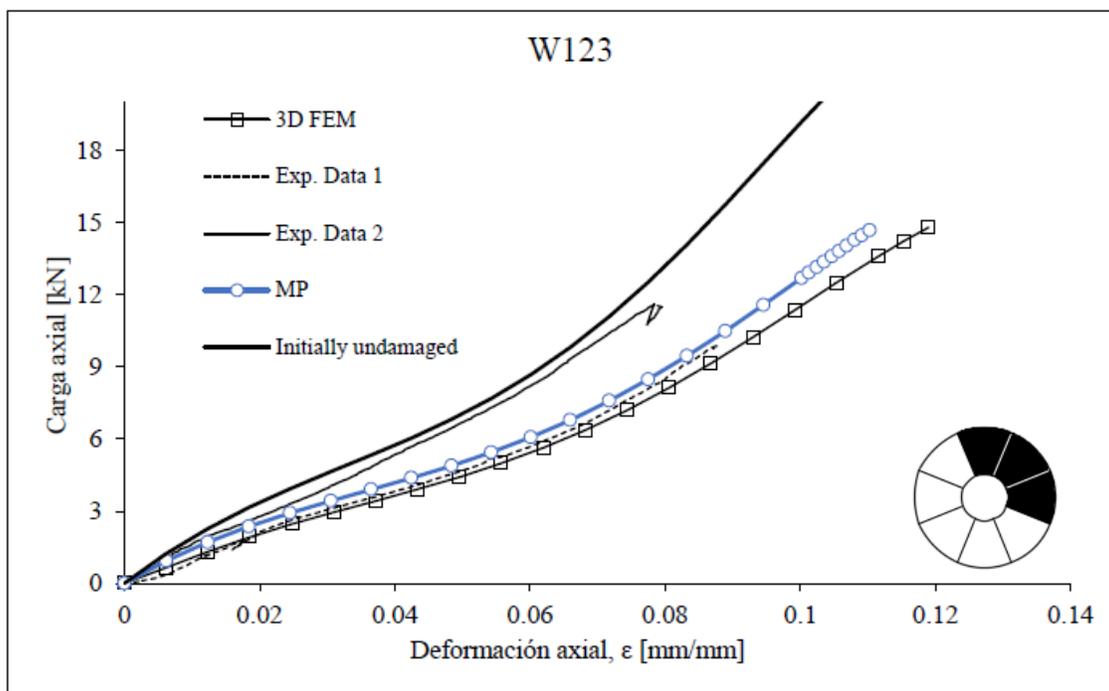


Figura 27. Curva de capacidad de cable 1x9 (1+8) con configuración de daño W123.

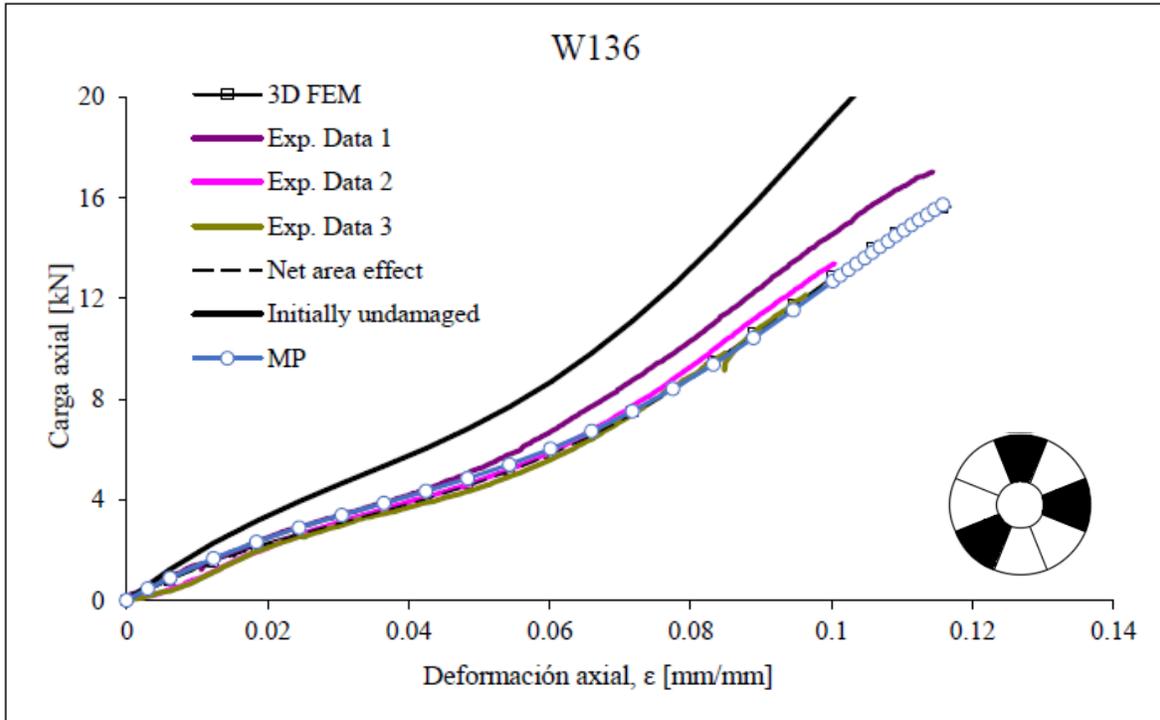


Figura 28. Curva de capacidad de cable 1x9 (1+8) con configuración de daño W136.

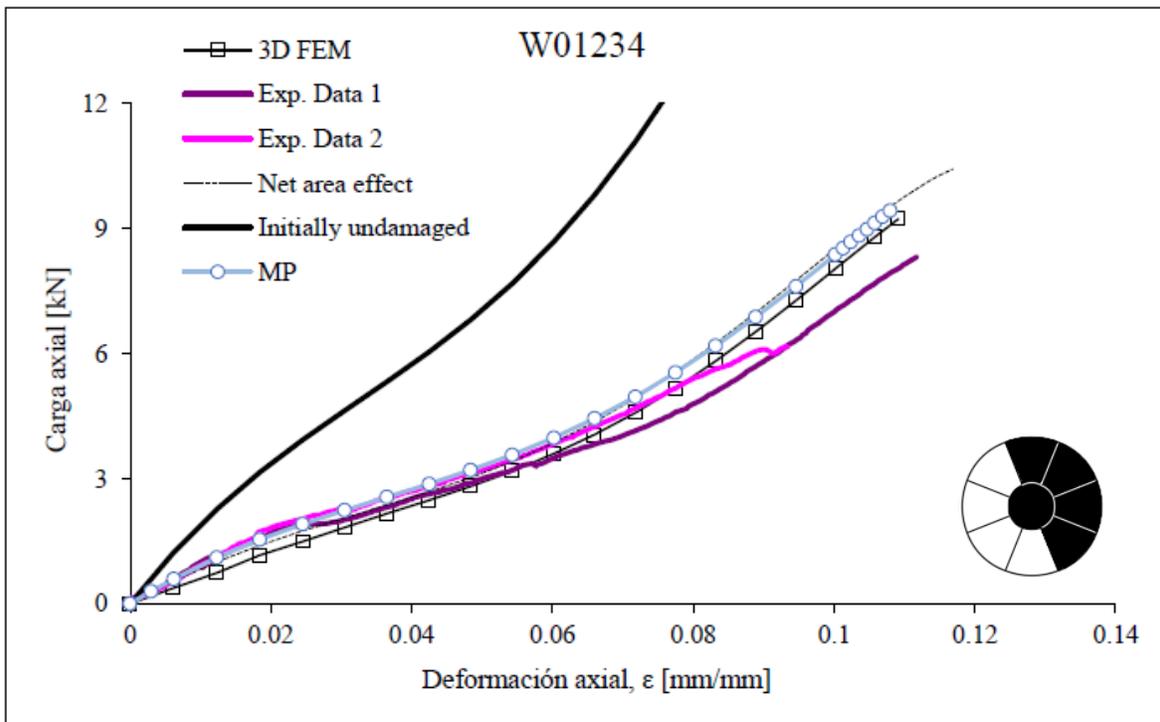


Figura 29. Curva de capacidad de cable 1x9 (1+8) con configuración de daño W01234.

Se puede apreciar en W1, una similitud entre los resultados obtenidos entre los elementos finitos y el modelo propuesto (MP). Hay poca variabilidad además con respecto a la curva de área neta, debido a la baja asimetría de esta configuración de daño (0.16), lo que se traduce en una menor carga transversal producto de la asimetría.

Para W123, se puede notar una gran correlación entre la rigidez de los ensayos experimentales (Exp Data 2) y el modelo propuesto, aunque la capacidad de deformación del modelo propuesto es mucho mayor (aproximadamente un 30% superior) en la simulación que en los ensayos experimentales. El ensayo experimental 1 (Exp Data 1) se observa una rigidización a partir de 0.03 de deformación, acercándose a la rigidez de la curva no dañada (initially undamaged).

Con respecto a W01234, que es el cable con mayor índice de asimetría (0.54), se obtiene una similitud entre las simulaciones y los ensayos experimentales, hasta un nivel de deformación cercano a 0.06, luego de lo cual uno de los dos ensayos comienza a degradar su rigidez (Exp Data 1), mientras los ensayos Exp Data 2 se mantienen hasta cerca de 0.08 cercanos en rigidez, degradándose hasta la falla. Si bien uno de los ensayos en términos de rigidez es similar a la simulación, este presenta una falla prematura en términos de deformación axial. Al contrario, el ensayo experimental cuya rigidez presenta una flexibilización prematura, alcanza un nivel de deformación axial similar al simulado. Al comparar con las simulaciones de elementos finitos se obtiene una gran similitud con ellos, tanto en términos de rigidez como de capacidad de deformación.

Los datos para la configuración de daño W136, cuyo nivel de asimetría es el más bajo de los estudiados (0.093), tienen alta cercanía a los datos experimentales, siendo dos de los experimentos (Exp Data 2 y Exp Data 3) en términos de rigidez prácticamente iguales a lo simulado, a excepción de los datos experimentales Exp data 1, que presentan un aumento de rigidez y en su capacidad de deformación, igualando la capacidad de deformación simulada.

En todas las simulaciones del modelo propuesto se observa un comportamiento similar al de la curva de área neta, con una leve disminución de su capacidad de deformación. El mismo fenómeno se observa en los datos de elementos finitos obtenidos por Vargas (2010).

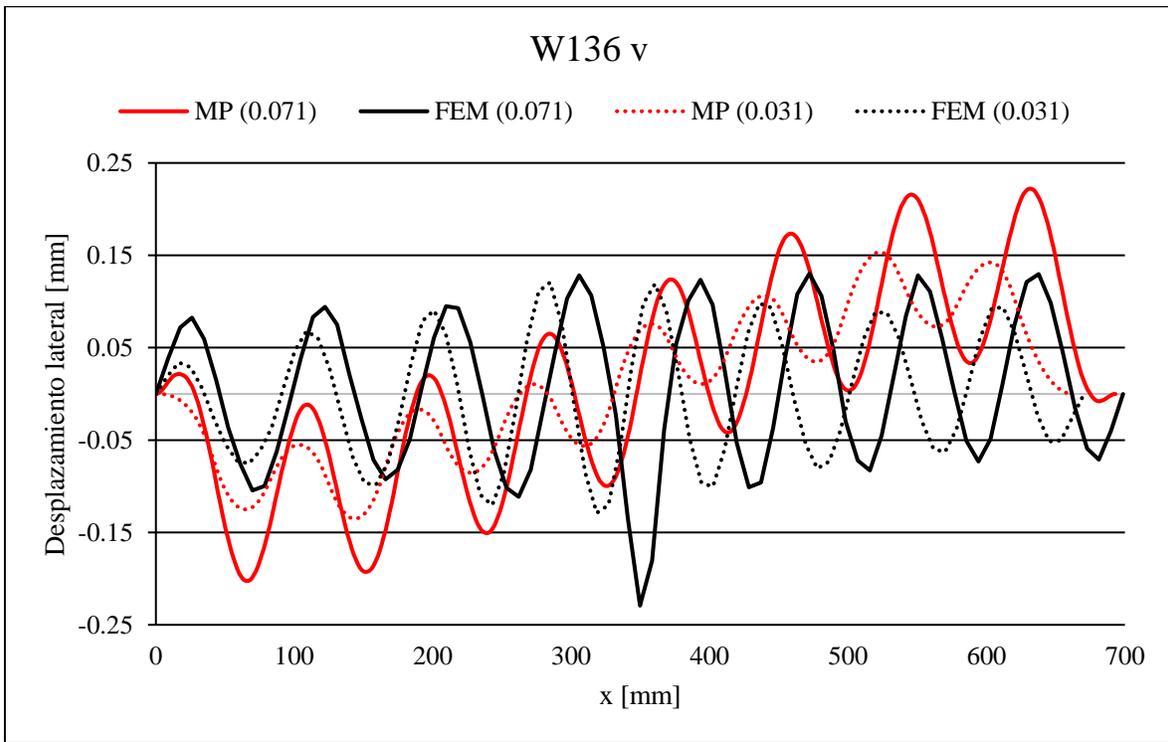


Figura 30. Deformada en dirección v de cable 1x9(1+8) con configuración de daño W136.

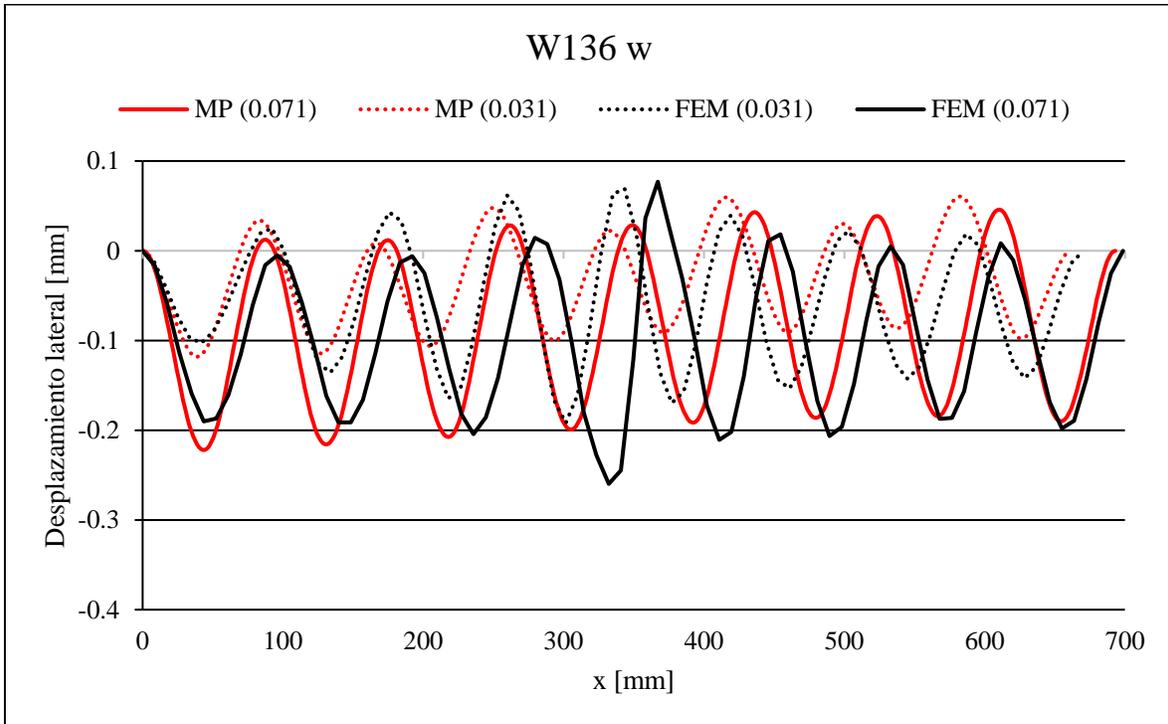


Figura 31. Deformada en dirección w de cable 1x9(1+8) con configuración de daño W136.

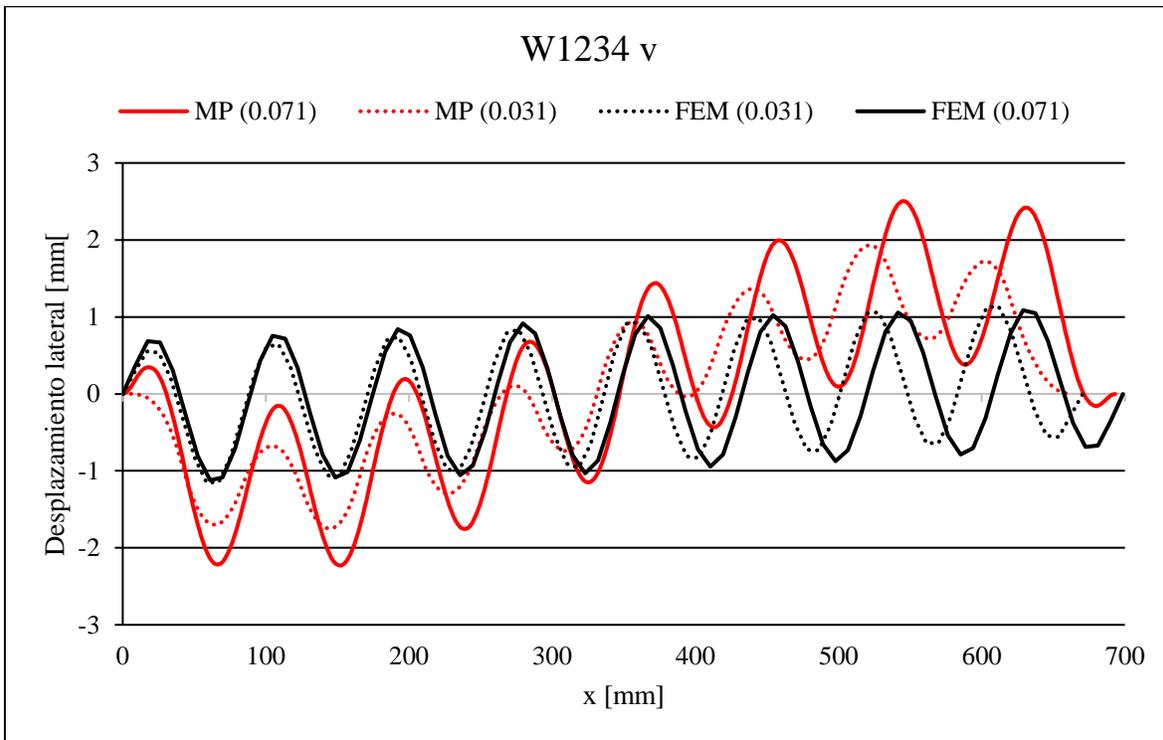


Figura 32. Deformada en dirección v de cable 1x9(1+8) con configuración de daño W1234.

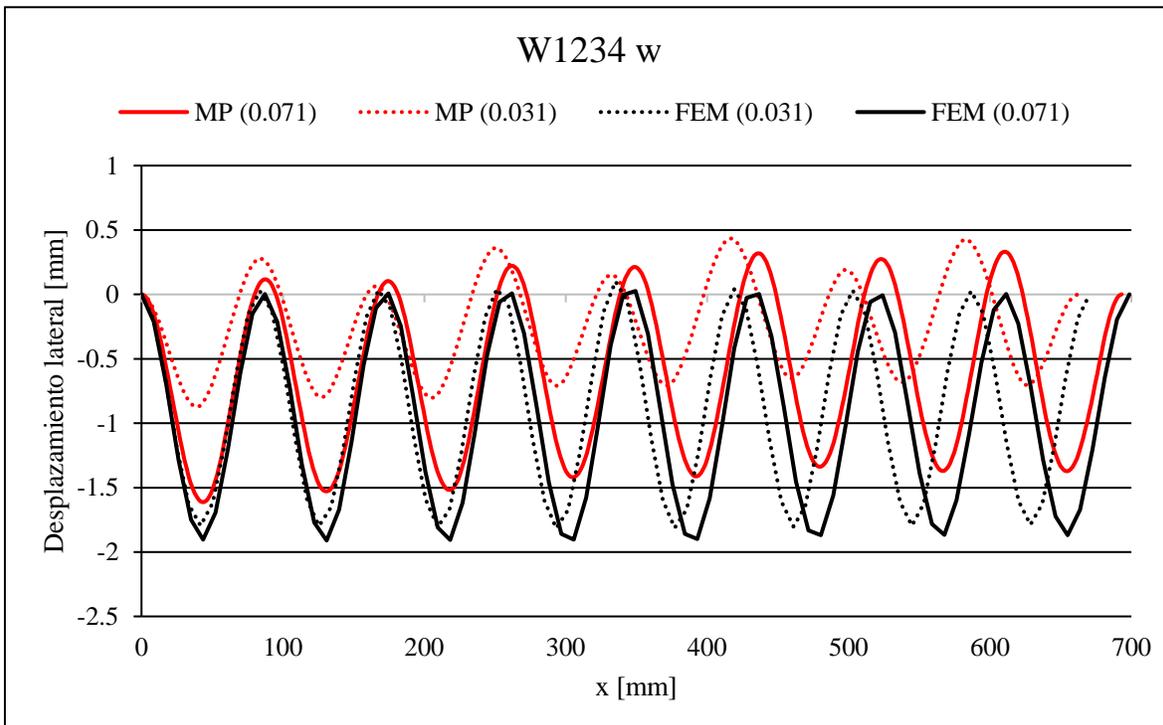


Figura 33. Deformada en dirección w de cable 1x9(1+8) con configuración de daño W1234.

En la deformada del cable para ambas direcciones se puede ver diferencias entre modelo propuesto con respecto a los elementos finitos. Para la dirección transversal v, se

observa una amplitud similar para la deformación 0.071, pero se ve un ángulo de inclinación del eje de la deformada considerablemente mayor en el modelo propuesto comparado con los elementos finitos.

Para la deformada en w , ocurre el mismo fenómeno antes descrito, pero se presenta un desplazamiento lateral del eje sin inclinación. Se puede ver una amplitud de movimiento similar para la deformación 0.071.

Para la deformación 0.031, existen diferencias entre ambos modelos. En el modelo de elementos finitos, la deformada resulta casi invariable a medida que aumenta la deformación axial, cosa que no ocurre en las simulaciones del modelo propuesto.

Otra forma de validar los resultados como se menciona antes es identificar un gradiente de tensiones en los distintos alambres para una sección transversal dada. En los gráficos siguientes se puede ver los resultados obtenidos para distintos alambres, de la sección de los cables estudiados. Se puede ver que tal como explica Beltrán y de Vico (2015), se comparan los elementos finitos (FEM) con las simulaciones realizadas con el modelo propuesto (MP).

En los elementos finitos existe una diferencia, ya que el modelo propuesto usa un solo punto de integración de Gauss para calcular los esfuerzos y deformaciones de la sección transversal (el centroide), en cambio los elementos finitos usan más puntos de integración, generando un gradiente a nivel de alambre. De esta forma se grafican las curvas correspondientes al valor máximo y mínimo del gradiente de tensiones obtenido para el cada alambre y se compara con la curva de tensiones obtenidas para cada alambre usando el modelo mecánico propuesto.

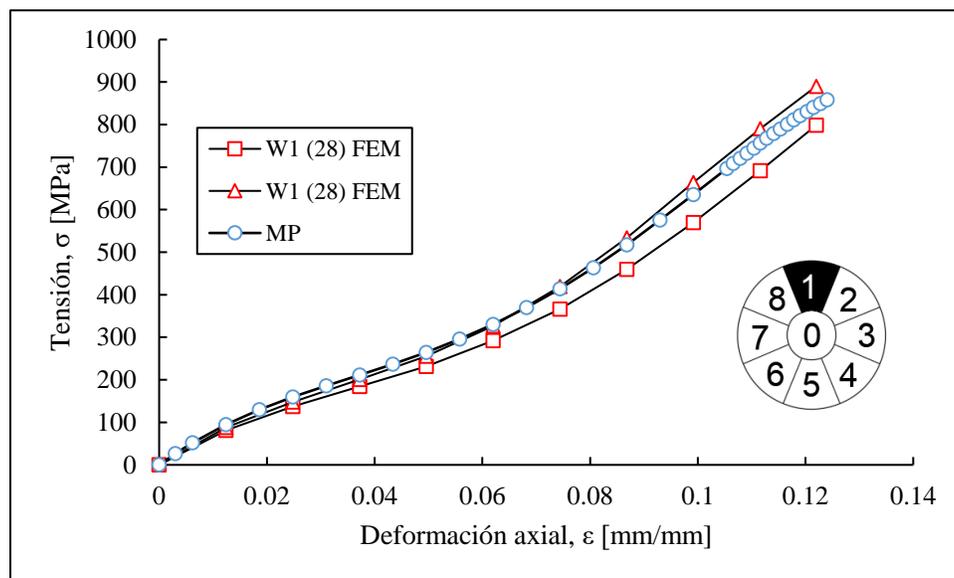


Figura 34. Tensión en alambre 2 y 8 para cable 1x9(1+8) con configuración de daño W1.

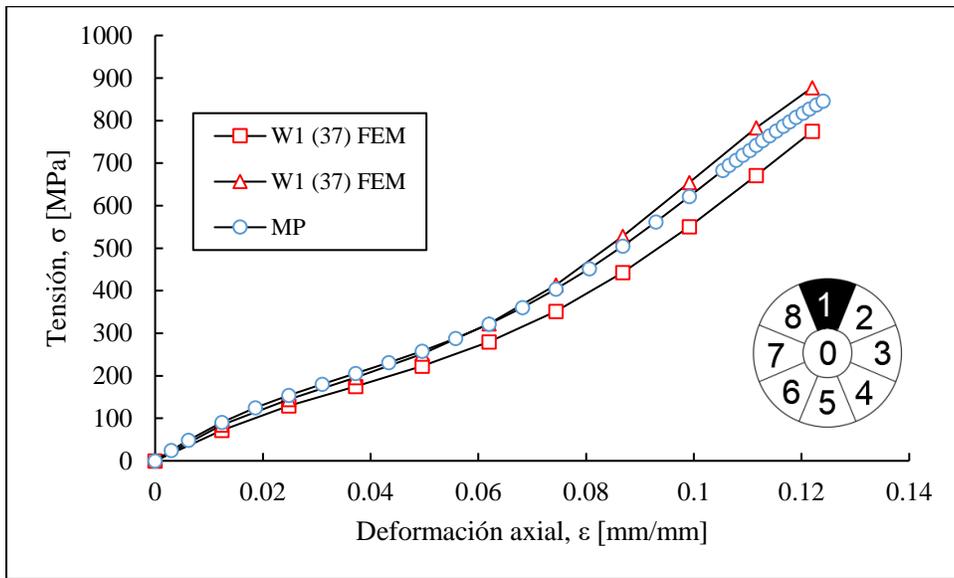


Figura 35. Tensión en alambre 3 y 7 para cable 1x9(1+8) con configuración de daño W1.

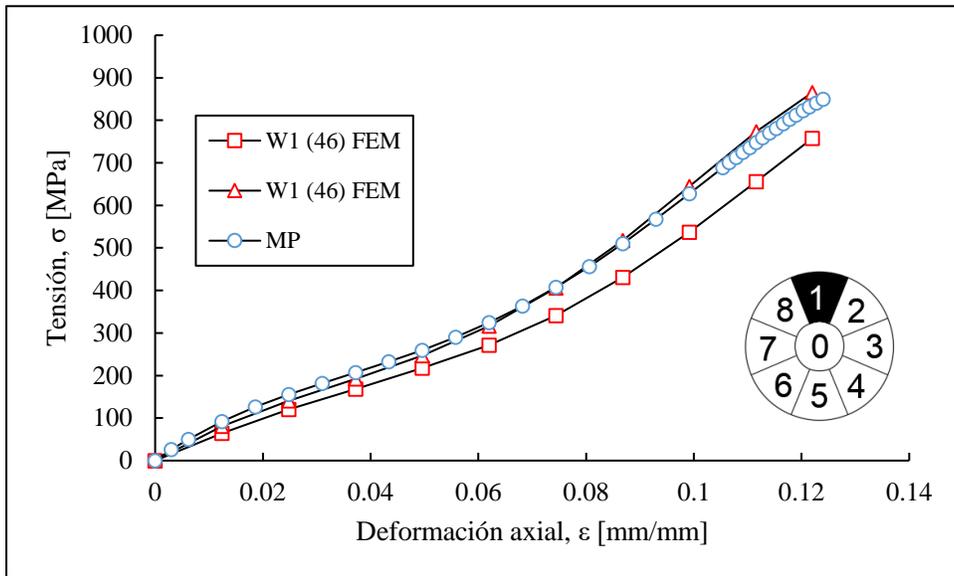


Figura 36. Tensión en alambre 4 y 6 para cable 1x9(1+8) con configuración de daño W1.

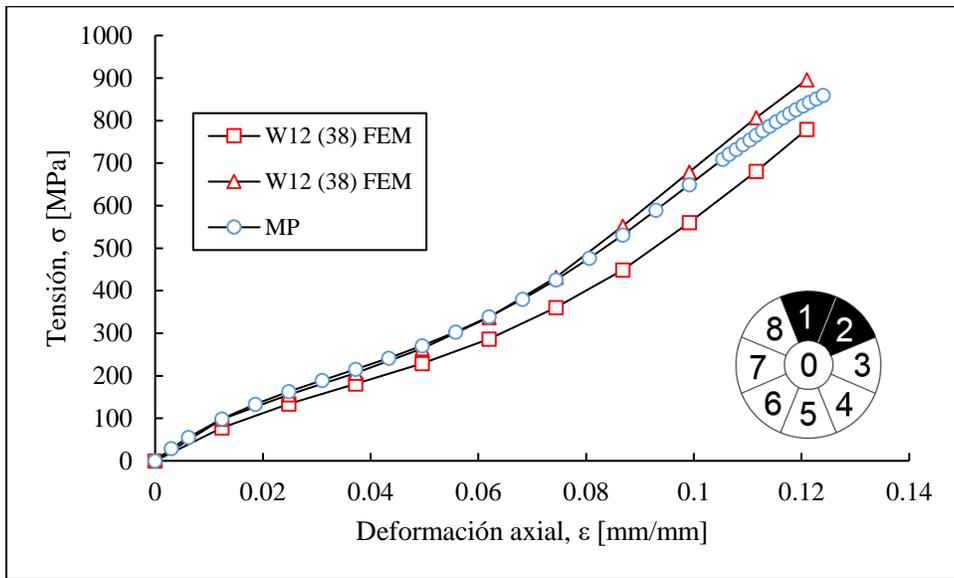


Figura 37. Tensión en alambre 3 y 8 para cable 1x9(1+8) con configuración de daño W12.

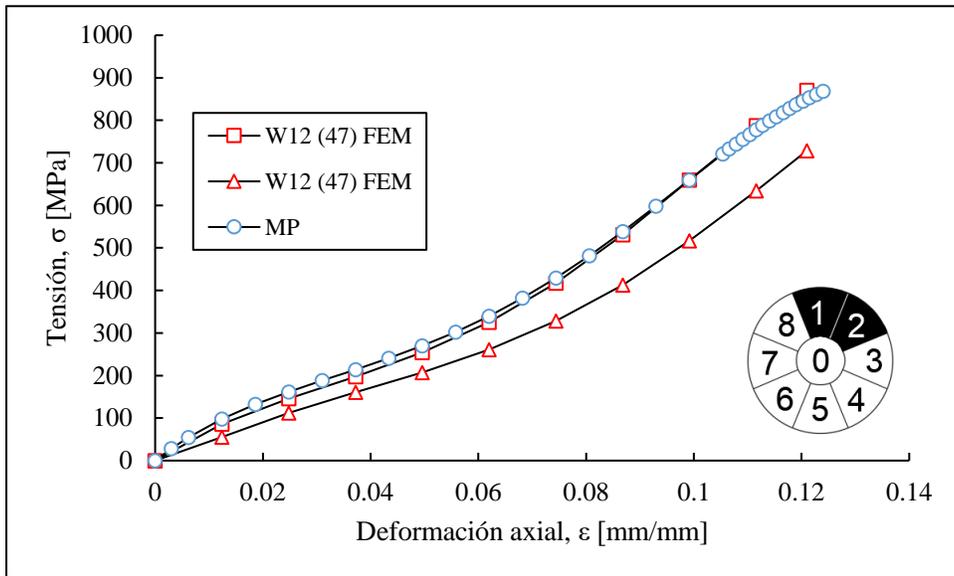


Figura 38. Tensión en alambre 4 y 7 para cable 1x9(1+8) con configuración de daño W12.

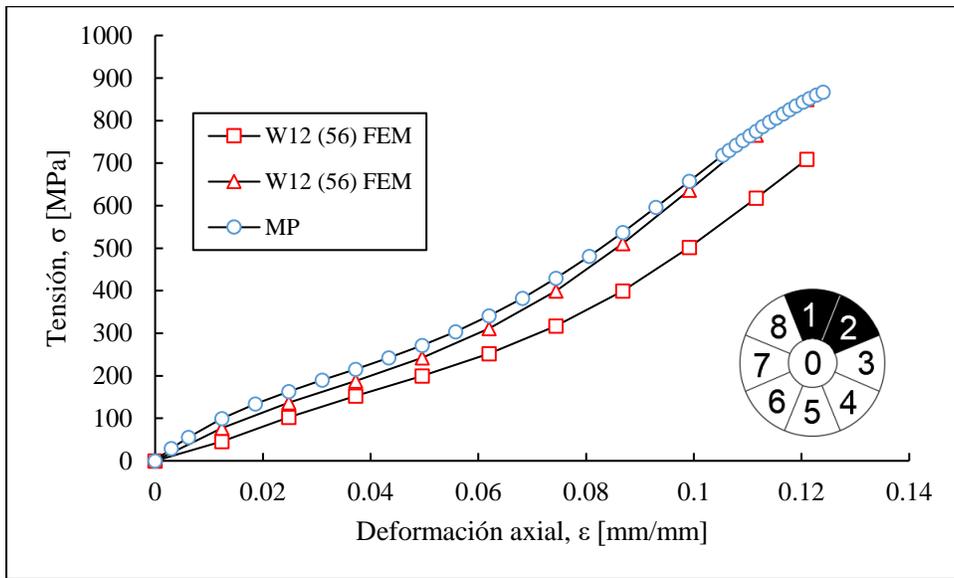


Figura 39. Tensión en alambre 5 y 6 para cable 1x9(1+8) con configuración de daño W12.

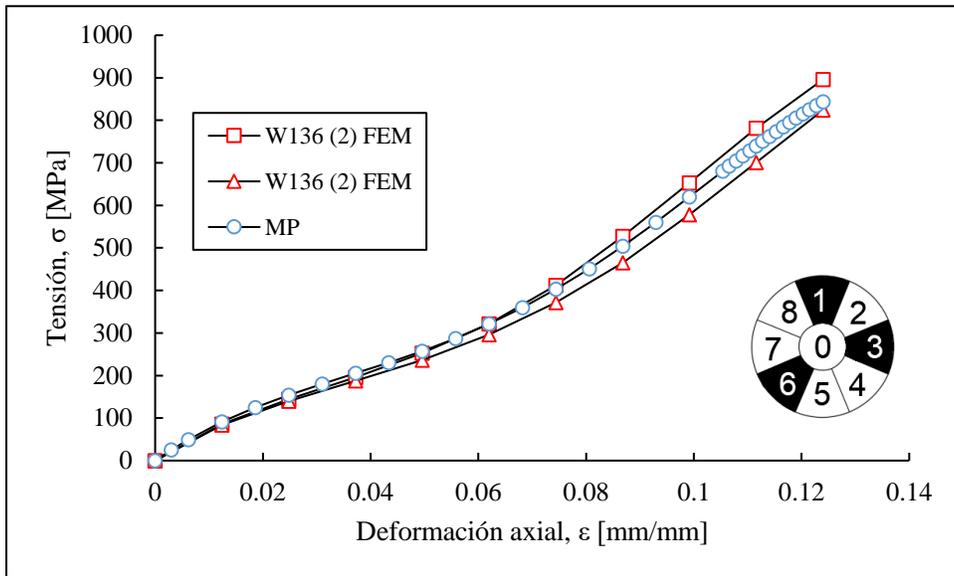


Figura 40. Tensión en alambre 2 para cable 1x9(1+8) con configuración de daño W136.

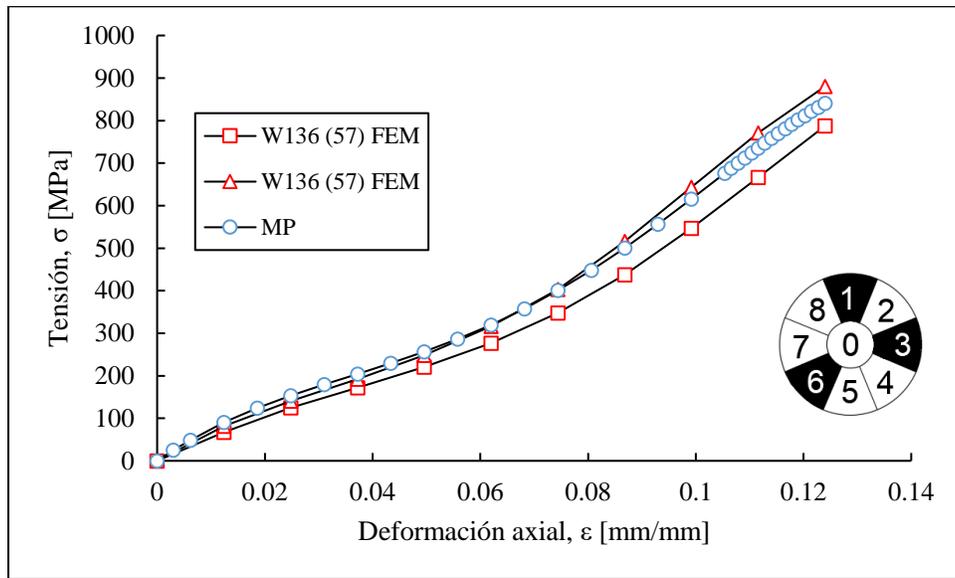


Figura 41. Tensión en alambre 5 y 7 para cable 1x9(1+8) con configuración de daño W136.

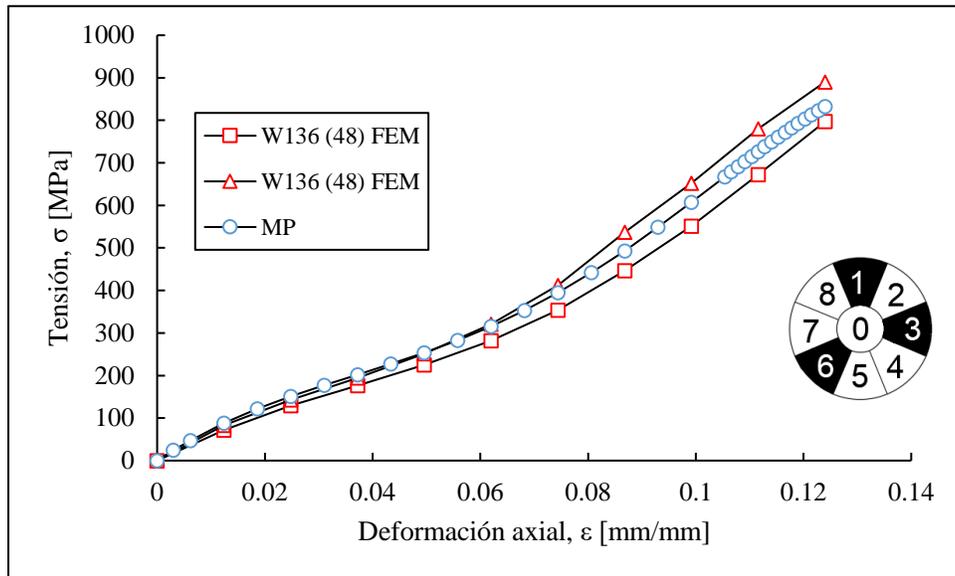


Figura 42. Tensión en alambre 4 y 8 para cable 1x9(1+8) con configuración de daño W136.

Los gráficos anteriores comparan el gradiente de tensiones obtenido por Vargas (2010) en cada alambre de un cable con el valor de la tensión promedio por alambre obtenida por el modelo propuesto. Debido a que los resultados de elementos finitos usan varios puntos de integración por alambre, se obtiene un gradiente de tensiones por alambre, por lo que se grafica el valor máximo y mínimo de los resultados de elementos finitos, esperando obtener resultados dentro de esa zona los valores de las simulaciones por alambre.

De los resultados se muestra una tendencia a acercarse a la cota superior simulada por elementos finitos y se nota una mayor tensión para los alambres adyacentes al daño, lo que se traduce en la evidencia de la existencia de un gradiente de tensiones para una sección transversal inducida por el daño asimétrico.

Sobre los tiempos de computación, se puede mencionar que, para resultados similares, las simulaciones se obtienen para tiempos de proceso muy bajos, del orden de segundos a minutos, comparado con elementos finitos que, para esta configuración de daño demoran de horas a minutos, como informa Vargas (2010).

Validación mediante datos experimentales:

Ya mostrados los resultados para curvas polinomiales de poliéster, se procede a validar el modelo usando cables de materiales metálicos, en particular aluminio y acero galvanizado.

Las configuraciones de daño para este caso consideran daño superficial y asimétrico, de modo que solo se presenta el fenómeno de flexión inducida por el daño asimétrico. Se llevan a cabo ensayos experimentales (Núñez, 2018) y modelaciones de elementos finitos (Silva, 2017) que se comparan con el modelo aquí propuesto.

De modo de validar el modelo de viga no lineal, se llevan a cabo comparaciones de las curvas de capacidad y de los campos de deformaciones y tensiones a lo largo de una sección transversal para distintas configuraciones de daño, como se muestra en las tablas 13 y 14.

En las figuras siguientes, se muestran los resultados para las cuerdas ensayadas experimentalmente por Núñez (2018). Particularmente, las figuras 43, 44 y 45 muestran las curvas de capacidad para un cable de aluminio de 10.1mm de diámetro, de geometría 1x7 (1+6) para tres configuraciones de daño diferentes (sin daño, 1 daño y dos daños, respectivamente). Similarmente se muestran las curvas de capacidad para un cable de acero galvanizado de diámetro 12.7mm en las figuras 46, 47 y 48. En las figuras 49, 50 y 51 se comparan las curvas de capacidad medidas y simuladas para un cable 1x7 (1+6) de acero galvanizado de diámetro 9.5mm, con las mismas configuraciones de daño anteriormente señaladas (sin daño, 1 daño y dos daños, respectivamente) y en las figuras 52, 53 y 54 se muestran las mismas curvas para un cable de 14.3mm de diámetro, de aluminio. Finalmente, en las curvas 55, 56 y 57 se muestran las curvas de capacidad de un cable de 1x19 (1+6+12) para tres configuraciones de daño distintas: sin daño, dos daños y cuatro daños, respectivamente.

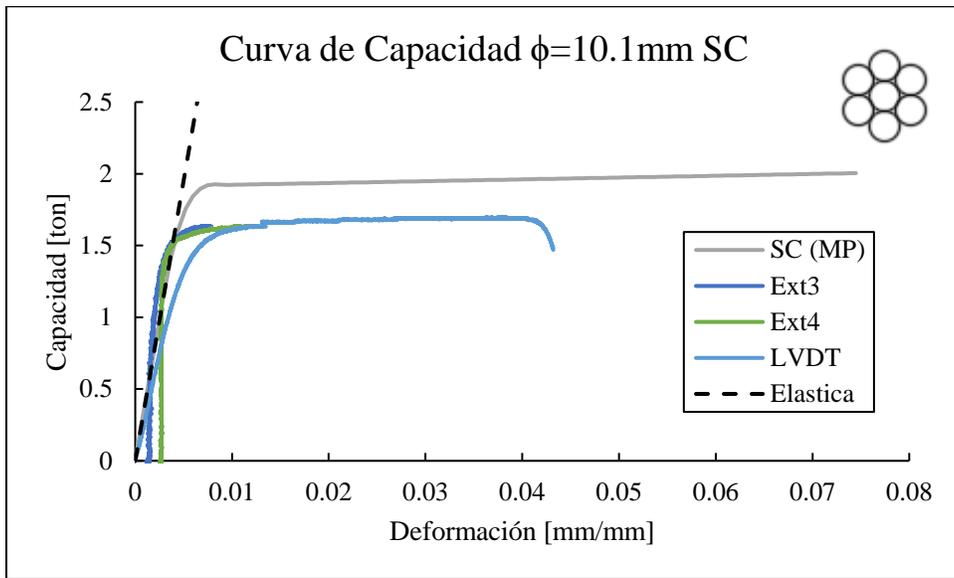


Figura 43. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Curva virgen.

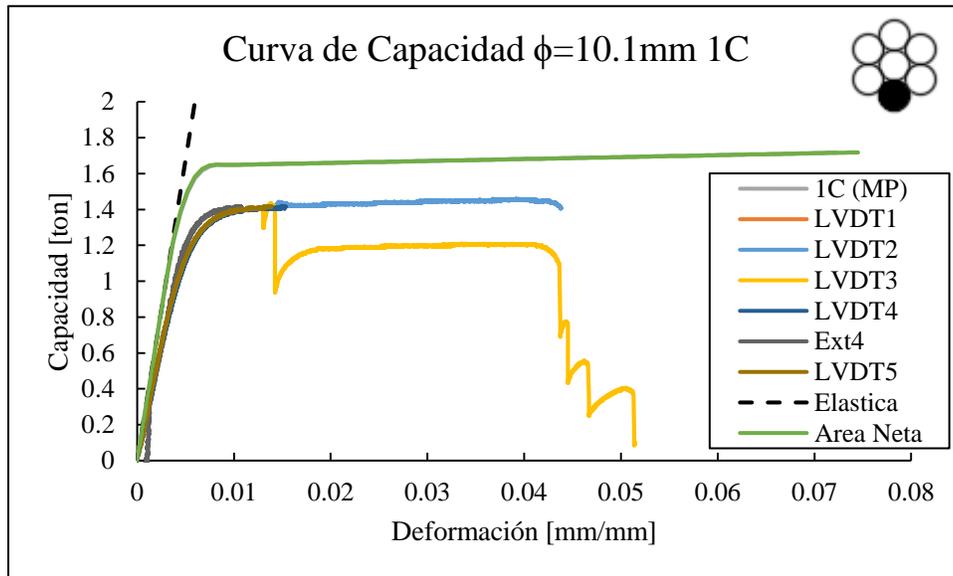


Figura 44. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Un daño.

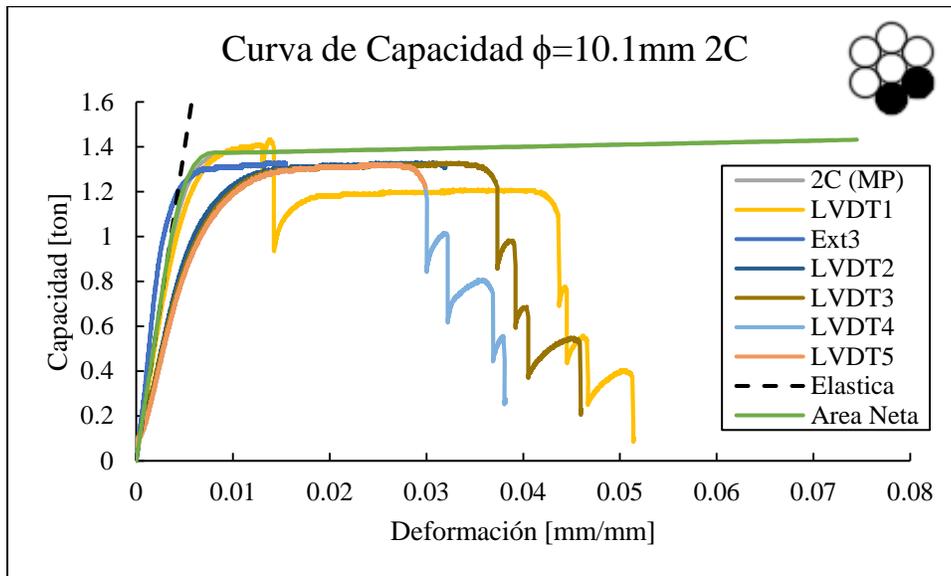


Figura 45. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Dos daños.

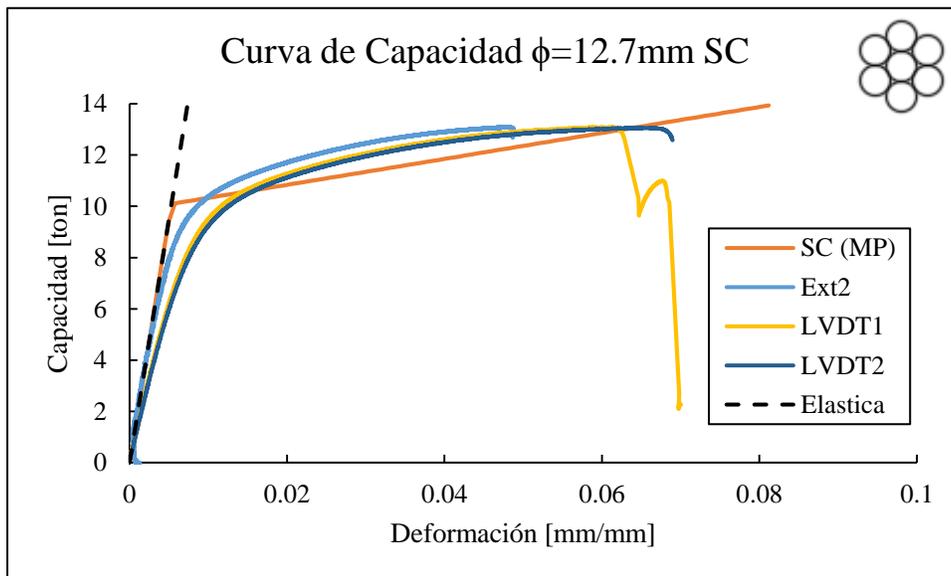


Figura 46. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de acero de 12.7mm de diámetro. Curva virgen.

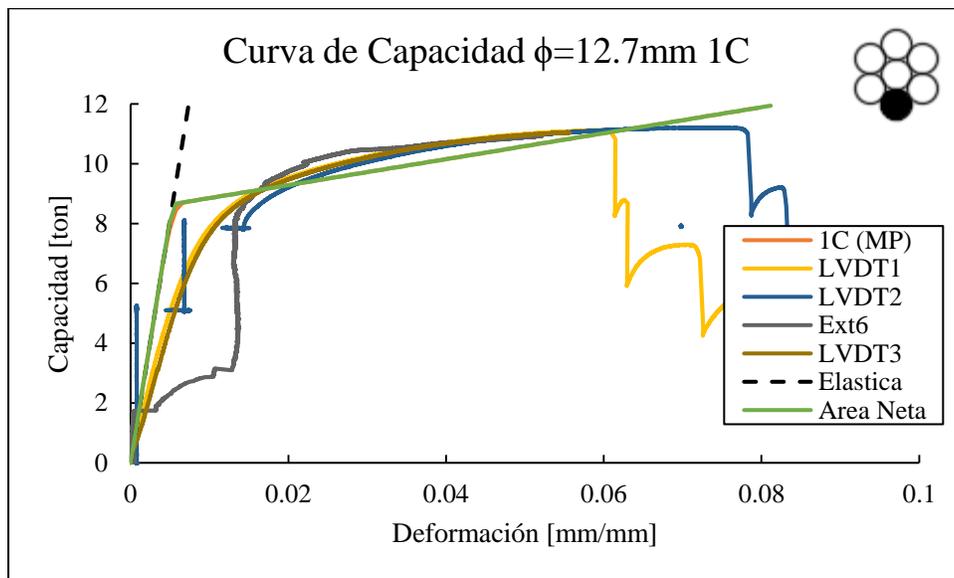


Figura 47. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de acero de 12.7mm de diámetro. Un daño.

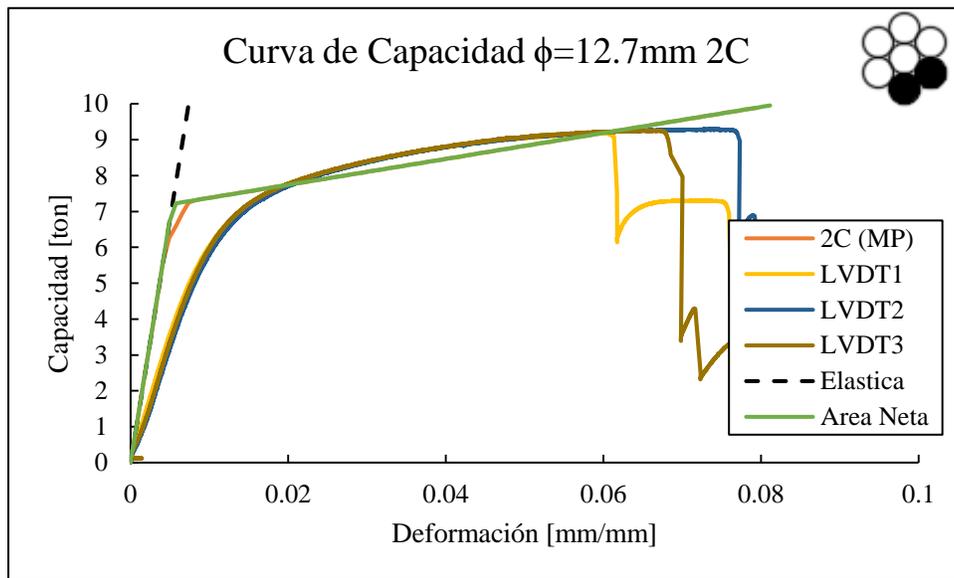


Figura 48. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de acero de 12.7mm de diámetro. Dos daños.

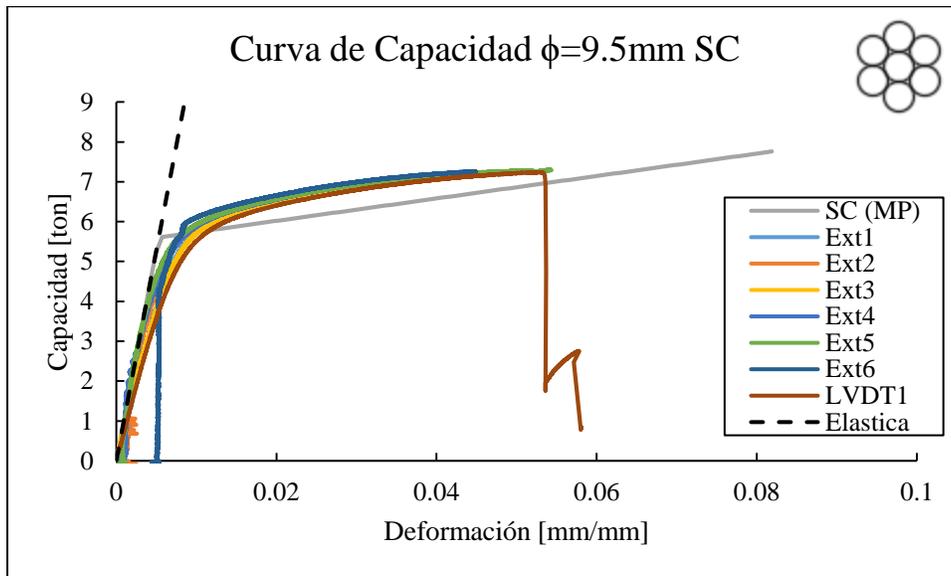


Figura 49. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Curva virgen.

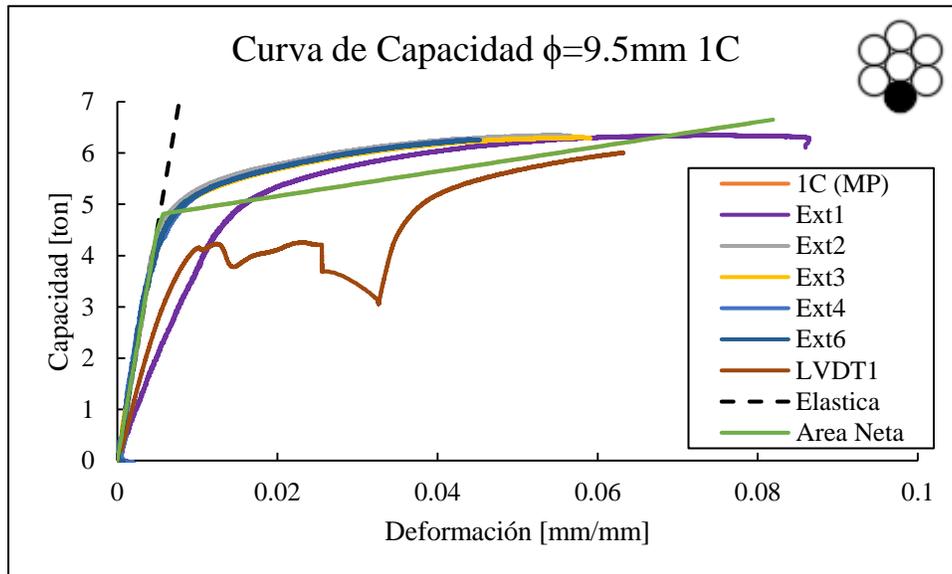


Figura 50. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Un daño.

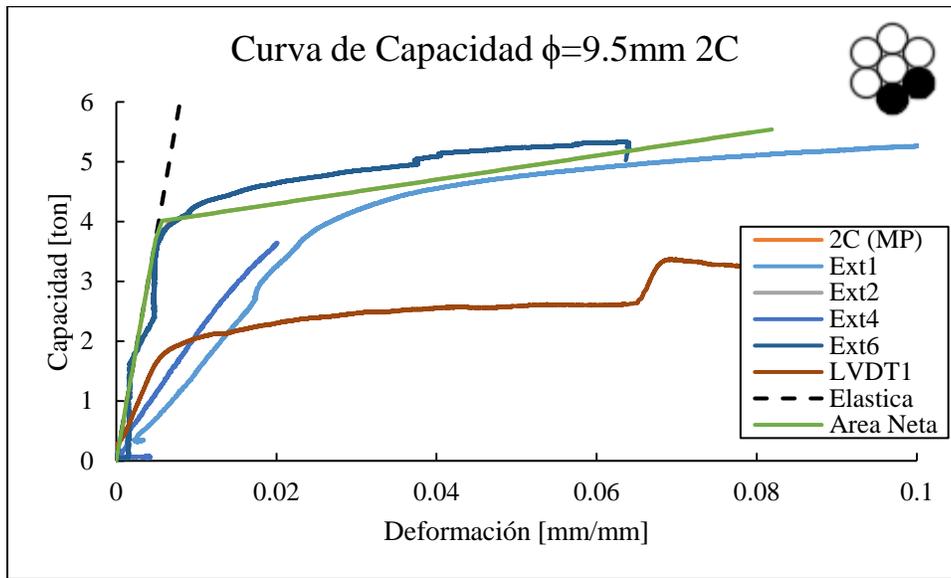


Figura 51. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Dos daños.

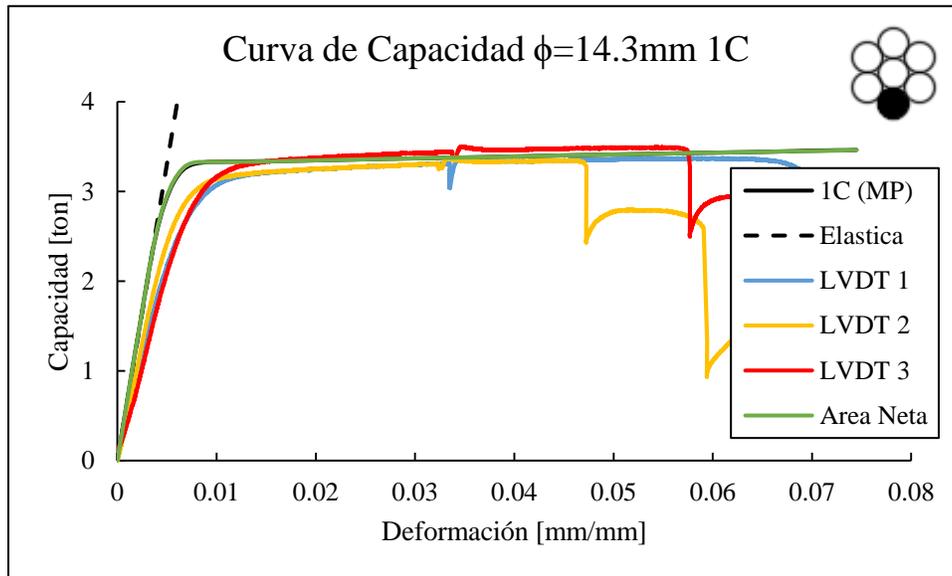


Figura 52. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 14.3mm de diámetro. Un daño.

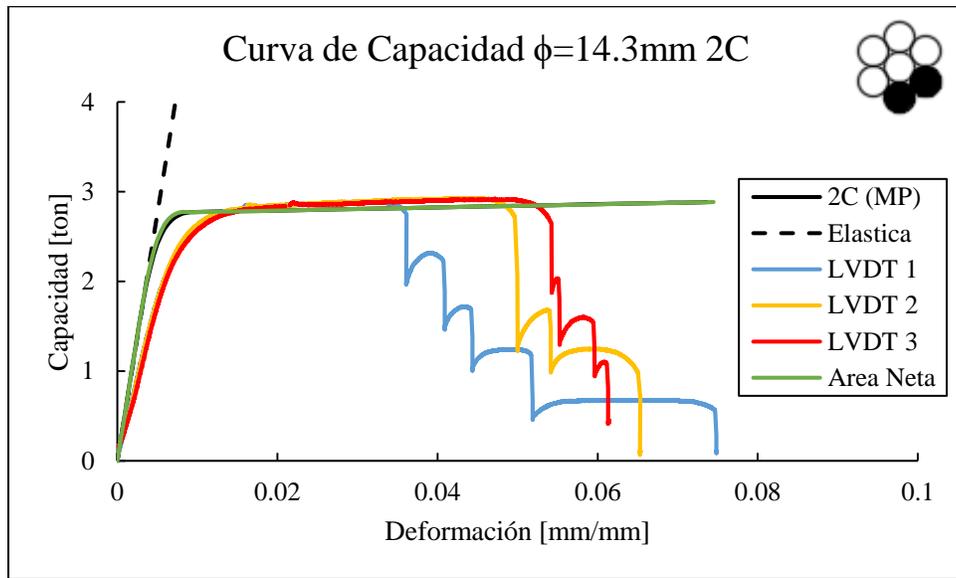


Figura 53. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 14.3mm de diámetro. Dos daños.

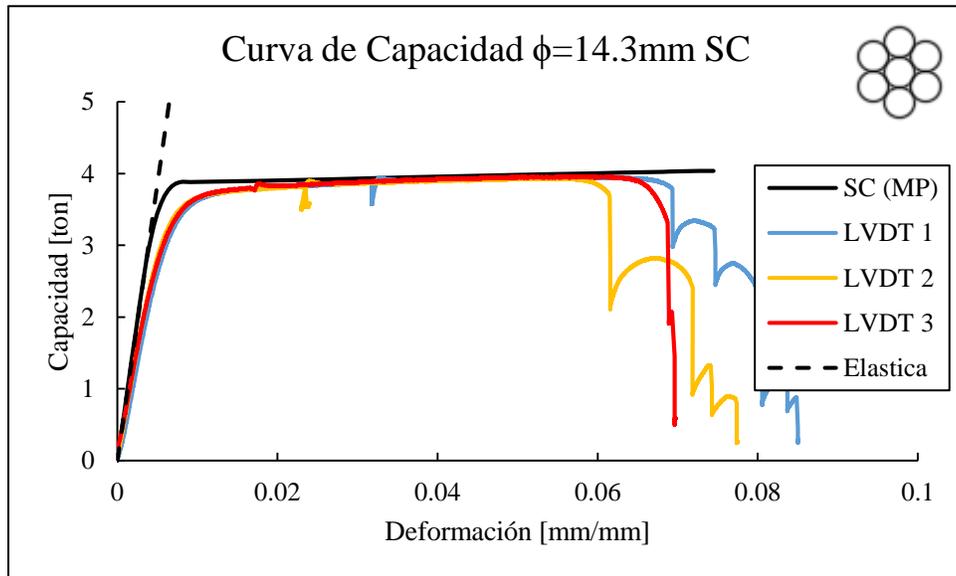


Figura 54. Curva de capacidad para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 14.3mm de diámetro. Sin daño.

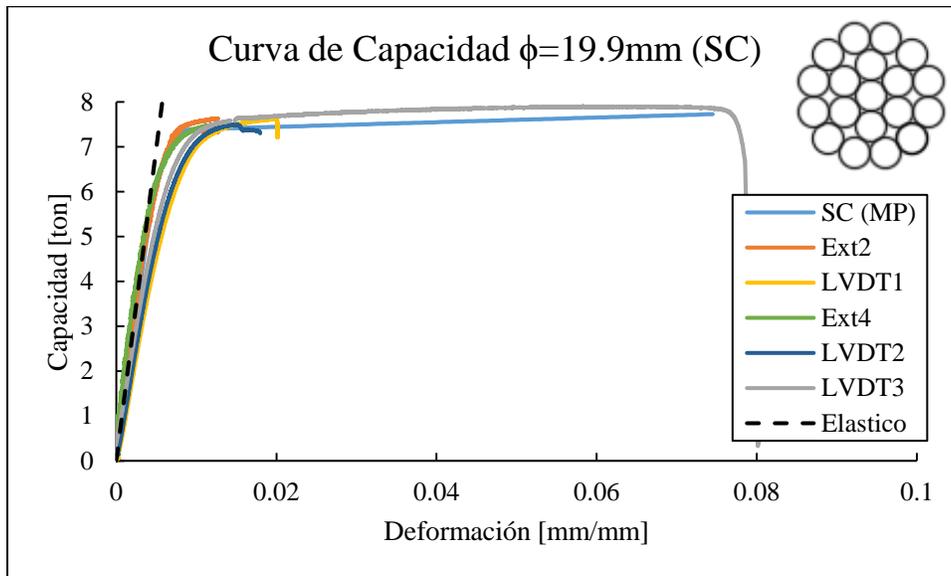


Figura 55. Curva de capacidad para cable 1x19 (1+6+12) de aluminio de 19.9mm de diámetro. Curva virgen.

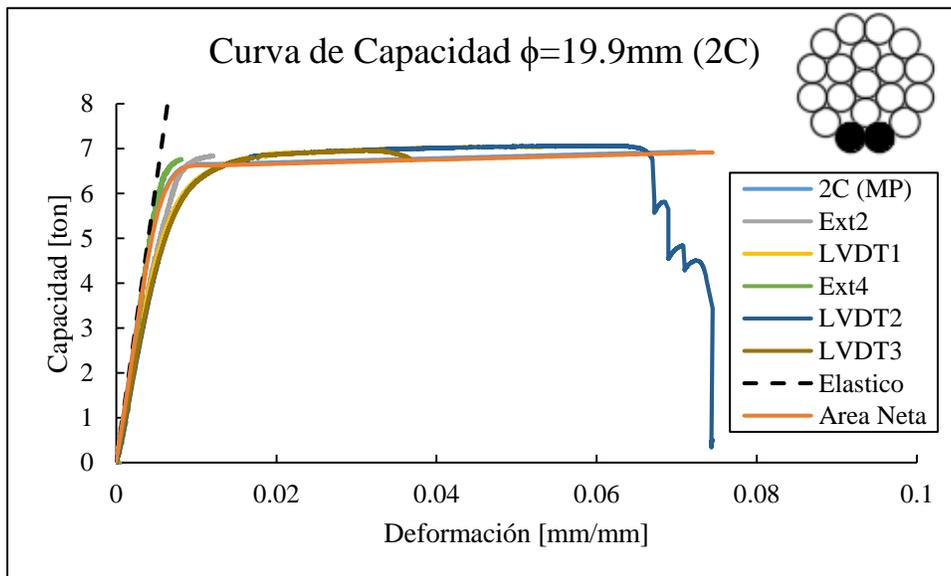


Figura 56. Curva de capacidad para cable 1x19 (1+6+12) de aluminio de 19.9mm de diámetro. Dos daños.

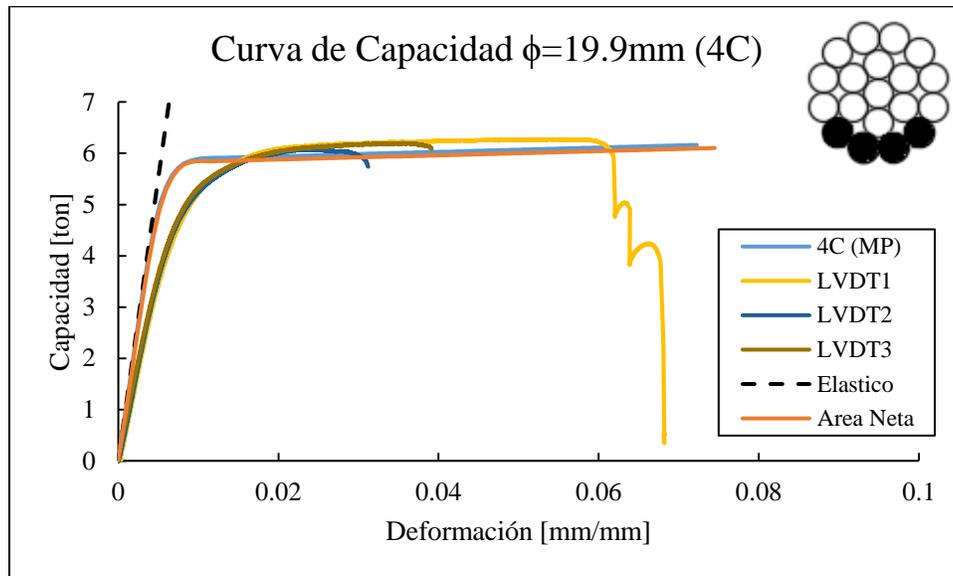


Figura 57. Curva de capacidad para cable 1x19 (1+6+12) de aluminio de 19.9mm de diámetro. Cuatro daños.

Las curvas de capacidad experimentales presentadas (virgen y dañadas) son correctamente estimadas por el modelo propuesto (NLBM) en el que los valores son estimados en un rango de -10% a +6%. La rigidez inicial estimada se encuentra en un rango de -10% a +4%, lo que se considera una buena correlación para las estimaciones. En el caso de las rigideces estimadas para los casos dañados, el rango cambio a -5% a +14%. Cabe mencionar que la rigidez estimada varía linealmente con la pérdida de área seccional, llamado efecto de área neta.

Con respecto a la flexibilización de los experimentos con respecto a la curva analítica y, más aún, con respecto a la estimación de la rigidez elástica del cable como se calcula comúnmente en la literatura (Costello, 2003, Ghoreishi, 2007a, 2007b, 2007c; McDougall y Bartlett, 2006), se identifica el mismo fenómeno observado en estudios llevados a cabo por Judge (2012) y Lalonde (2015), quienes no comentan particularmente las causas de este comportamiento.

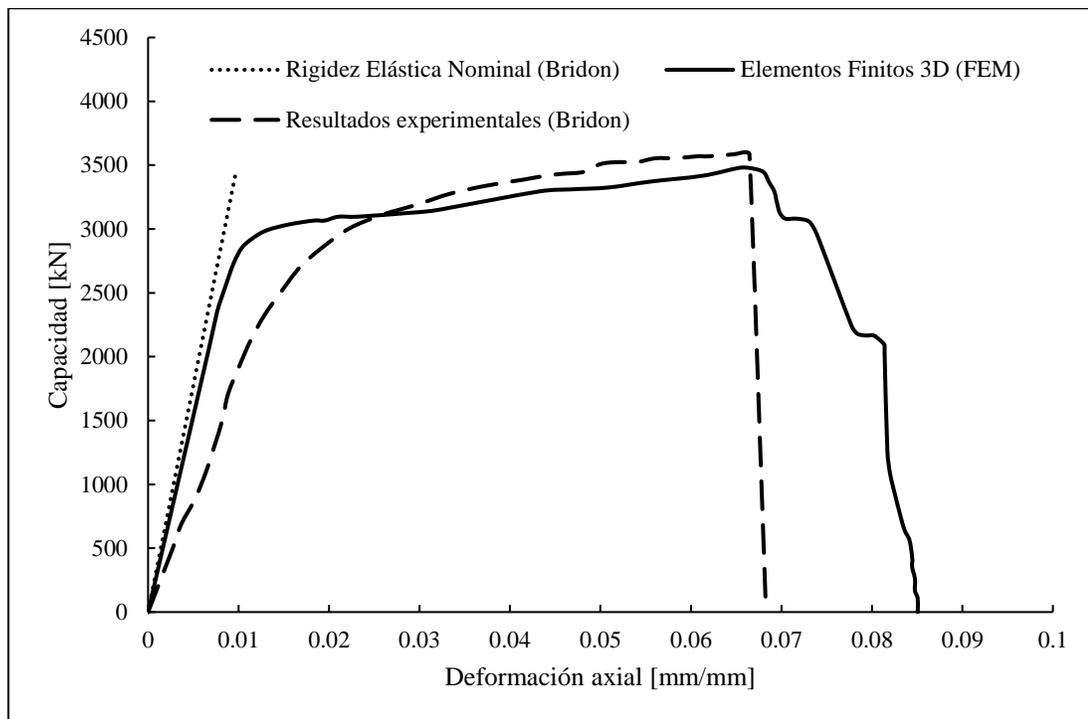


Figura 58. Resultados experimentales comparados con elementos finitos, en los que se aprecia la diferencia de rigidez inicial entre lo modelado y los ensayos experimentales (Judge, 2012).

Si bien se ve una flexibilización de los ensayos con respecto a las simulaciones para el rango elástico, la rigidez post fluencia sigue siendo correctamente estimada, como lo es también la capacidad última del cable.

Además, la respuesta del cable se puede estimar por la curva de área neta principalmente, con leves perturbaciones que generan un gradiente de tensiones y deformaciones en su sección transversal. Para estudiar el efecto antes mencionado, se comparan las fuerzas por alambre obtenidas mediante simulaciones con ensayos experimentales en que se mide la capacidad de cada alambre indicado mediante *strain gauges* (Núñez, 2018), para distintas configuraciones de daño, material y diámetros de cable.

Los resultados del análisis localizado por alambres se muestran en las siguientes figuras. La figura 59 y 60 muestran las curvas de capacidad por alambre en un cable de acero galvanizado, de configuración 1x7 (1+6) de 9.5mm de diámetro con un alambre cortado, se muestra un acercamiento a la zona lineal (figura 59) y la curva completa (figura 60). Lo mismo se muestra para un cable de acero galvanizado, de configuración 1x7 (1+6) de 9.5mm de diámetro con dos alambres cortados en las figuras 61 y 62. En las figuras 63 y 64 se muestra el mismo análisis para un cable de aluminio, de configuración 1x7 (1+6) de 10.1mm de diámetro con un alambre cortado y en las figuras 65 y 66 para dos alambres cortados. Para cables 1x7 de acero de 12.7mm con un corte se muestran los resultados en las figuras 67 y 68 y para dos cortes, en las figuras 69 y 70. Los resultados para cables 1x7 de aluminio con un corte se presentan en las figuras 71 y 72 y en las figuras 73 y 74 para dos cortes. En el apéndice C se muestran los gradientes para un cable 1x19 de aluminio con cuatro cortes.

Las figuras presentadas muestran las curvas de capacidad por alambre para tres alambres no dañados, donde A_i representan los valores estimados con el modelo propuesto en este trabajo y SG_i los valores medidos mediante *strain gauges* por Núñez (2018), donde los valores para i representan los distintos alambres, como se muestra esquemáticamente en cada gráfico.

Se realiza un acercamiento al segmento con comportamiento elástico de las curvas de capacidad por alambre debido a las condiciones de servicio a las que se someten estos en la realidad, entregados por los factores de seguridad al diseño (Wire rope board, 2005).

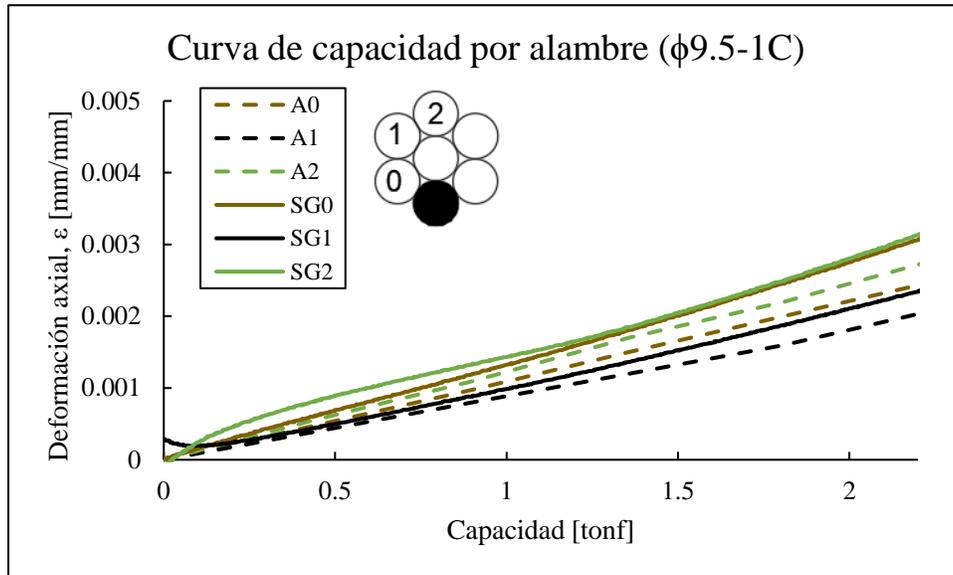


Figura 59. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Un daño.

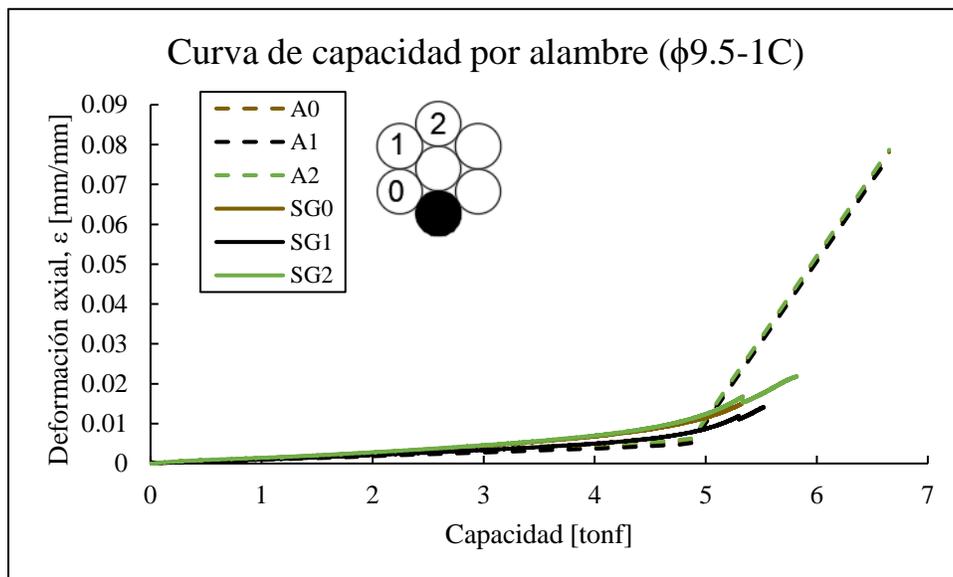


Figura 60. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Un daño.

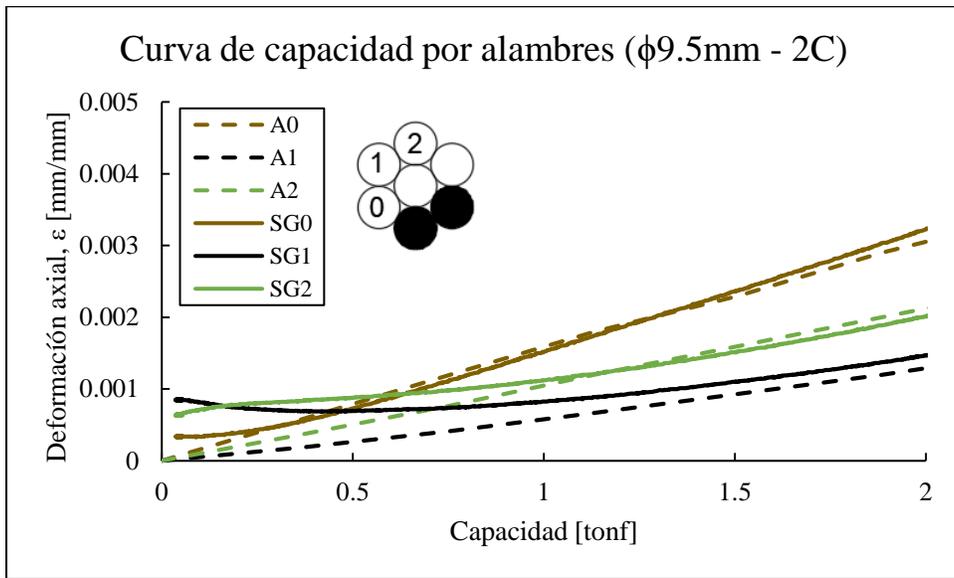


Figura 61. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Dos daños.

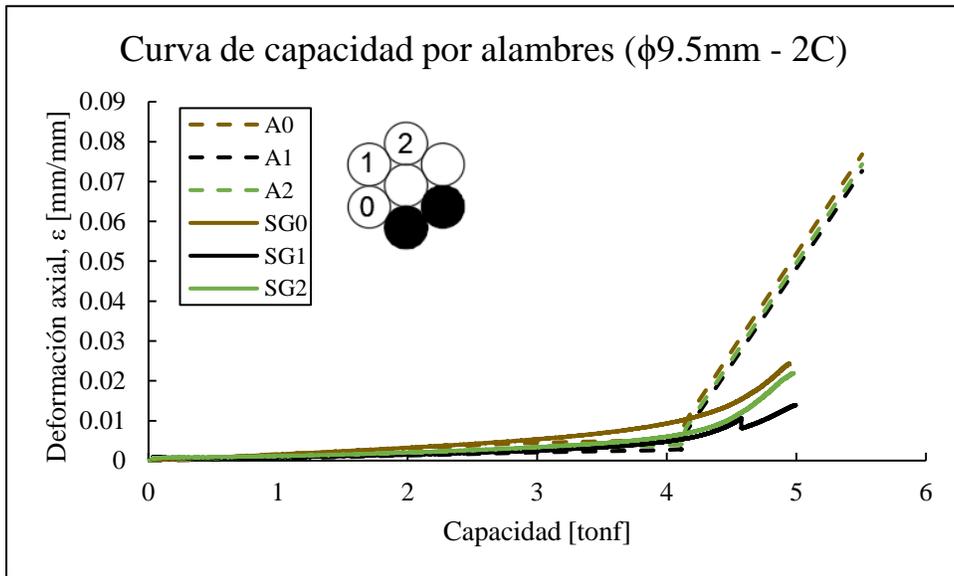


Figura 62. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Dos daños.

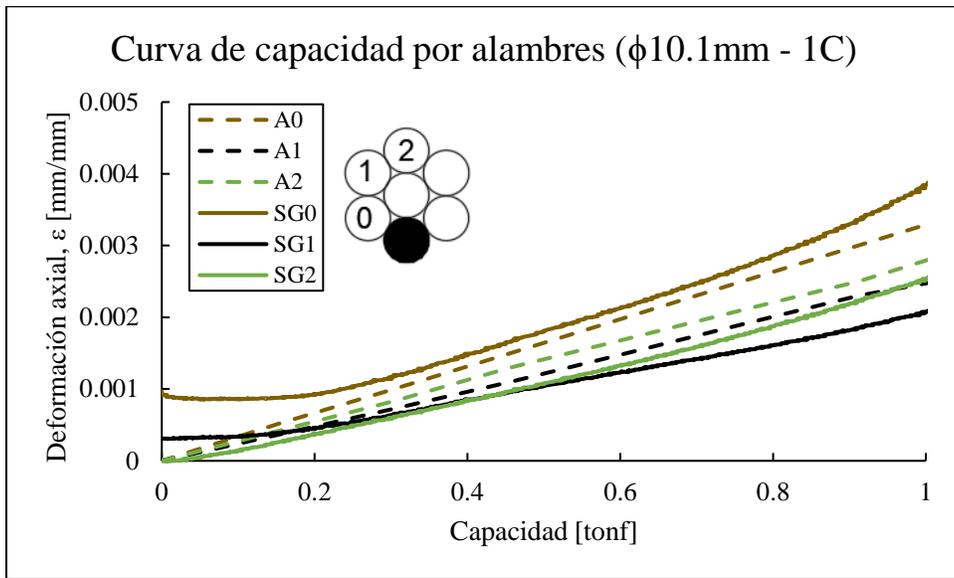


Figura 63. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Un daño.

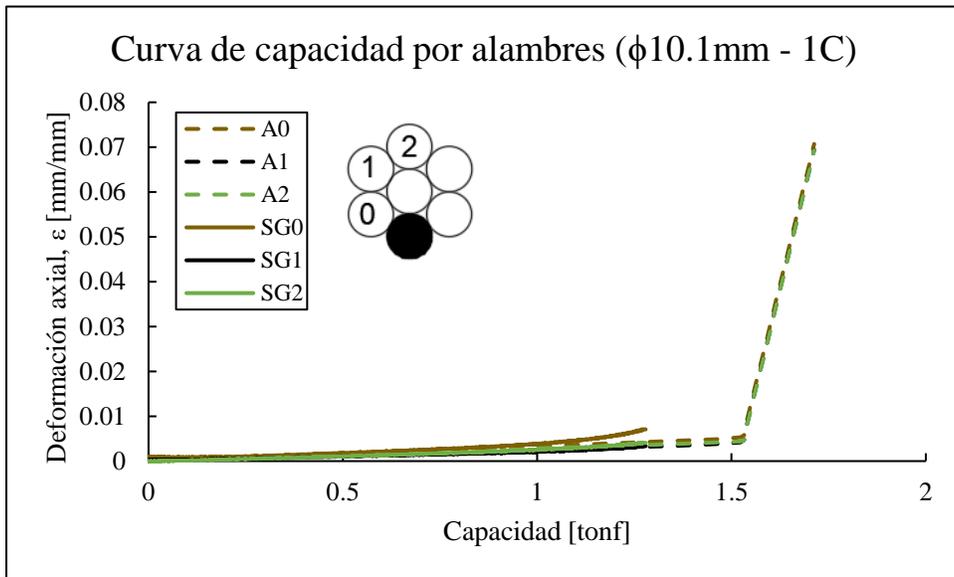


Figura 64. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Un daño.

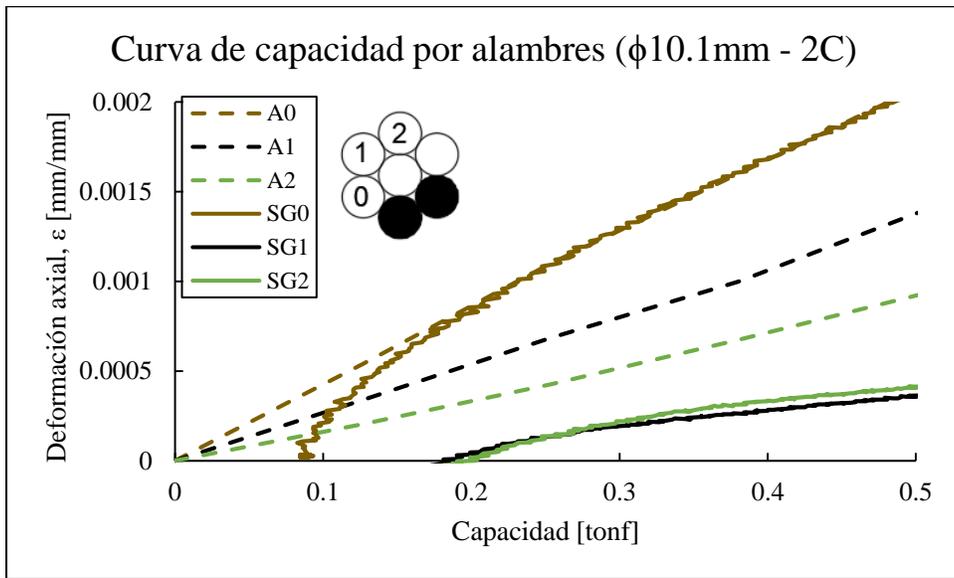


Figura 65. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Dos daños.

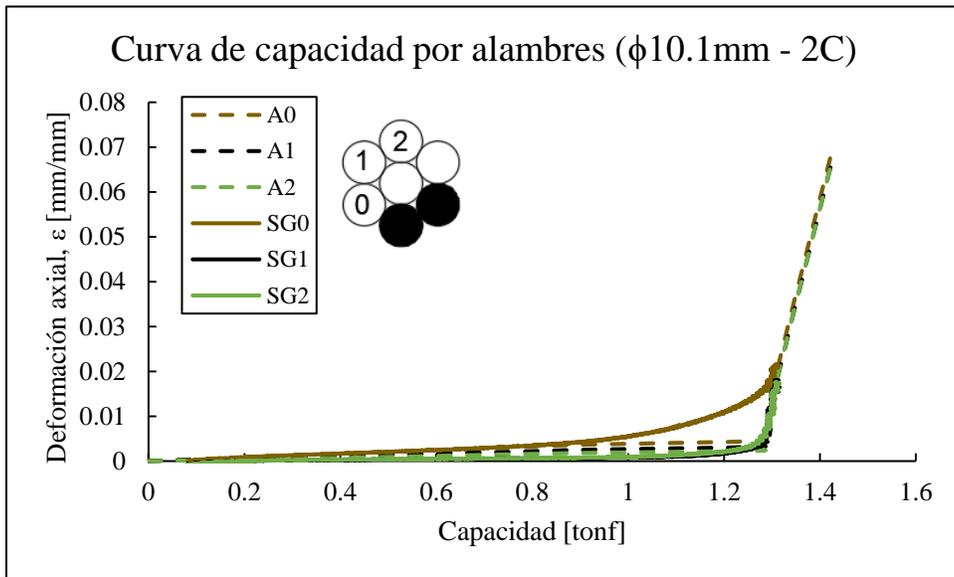


Figura 66. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Dos daños.

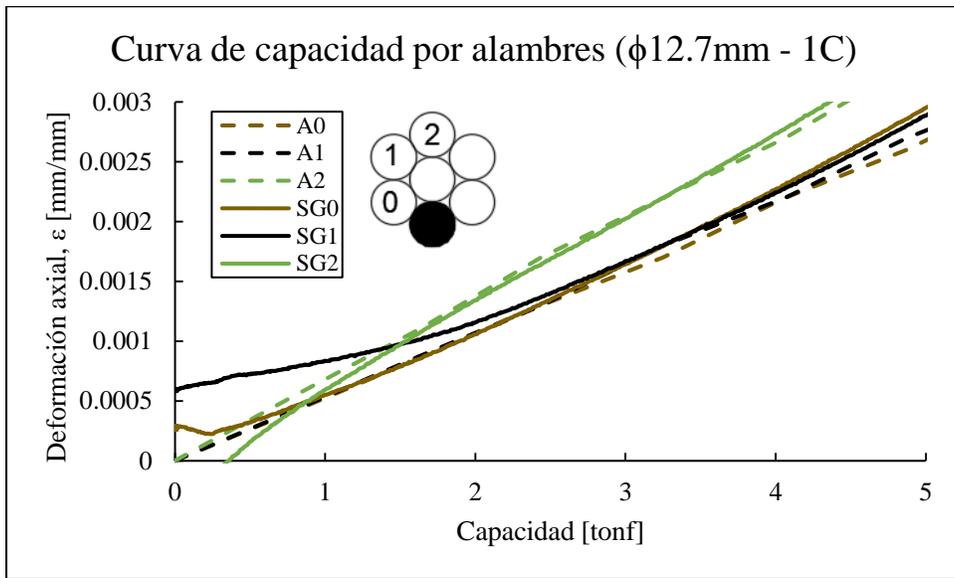


Figura 67. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Un daño.

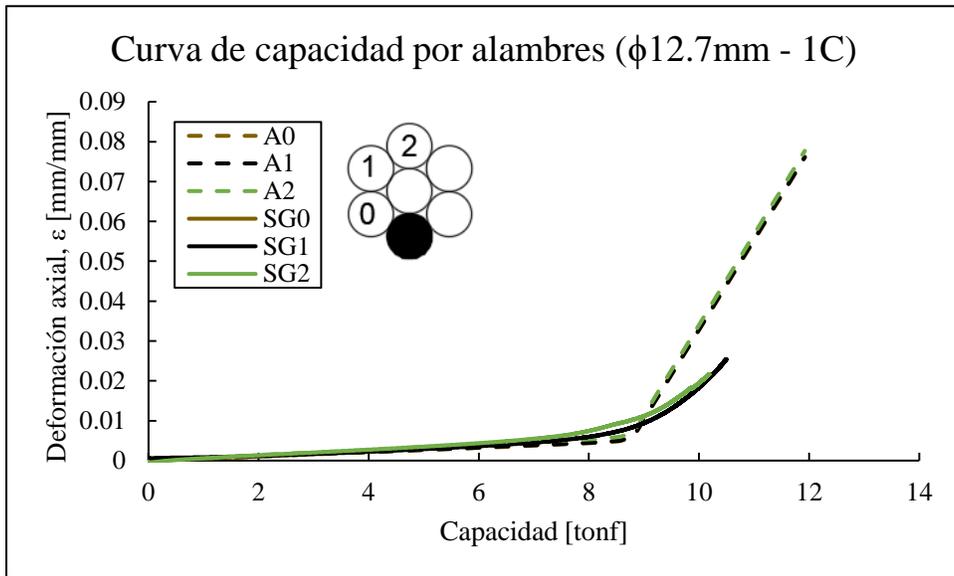


Figura 68. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Un daño.

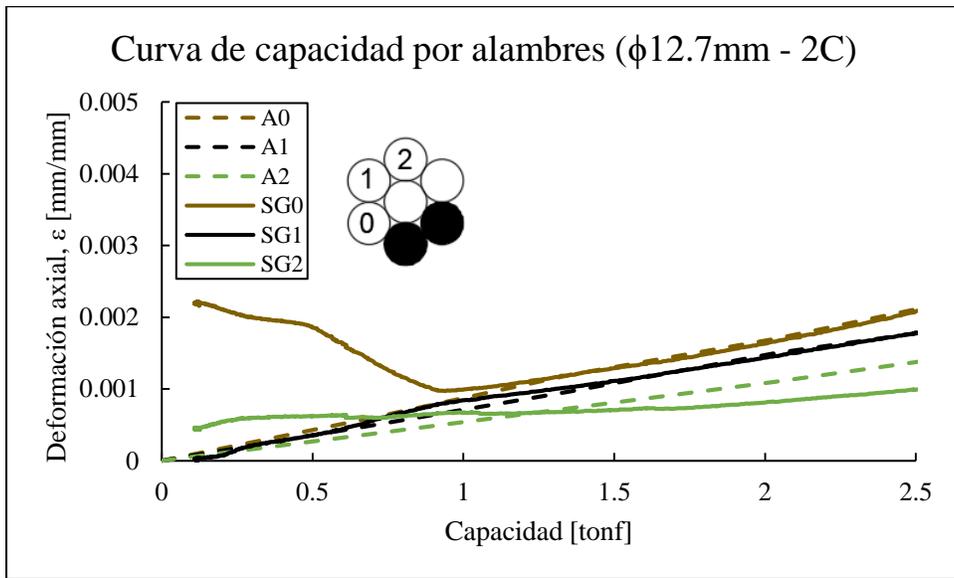


Figura 69. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Dos daños.

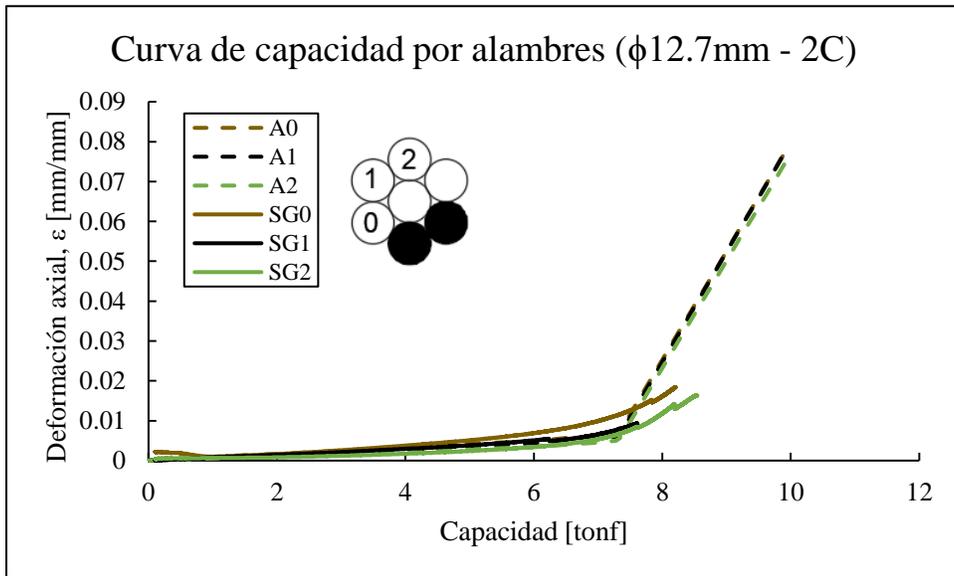


Figura 70. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de acero de 12.7mm de diámetro. Dos daños.

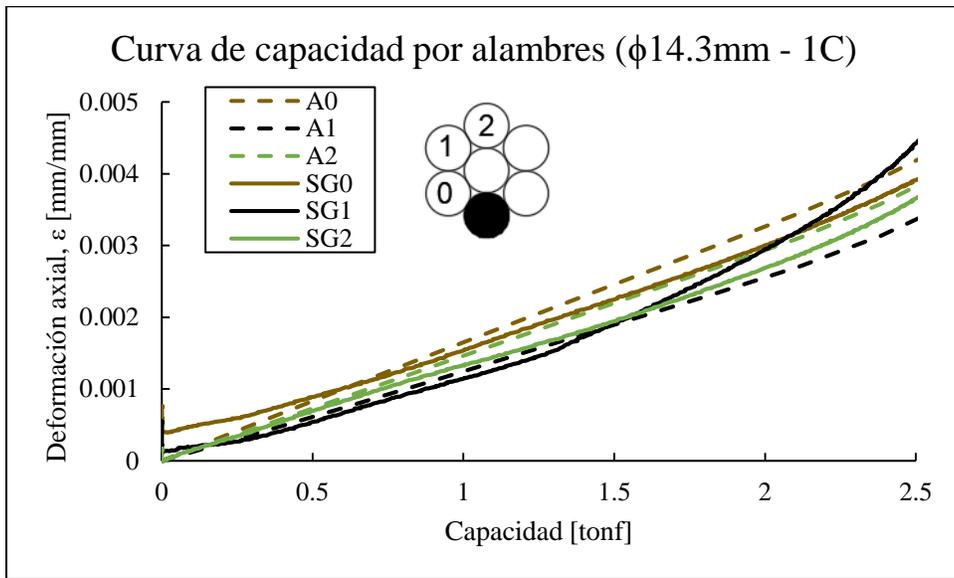


Figura 71. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 14.3mm de diámetro. Un daño.

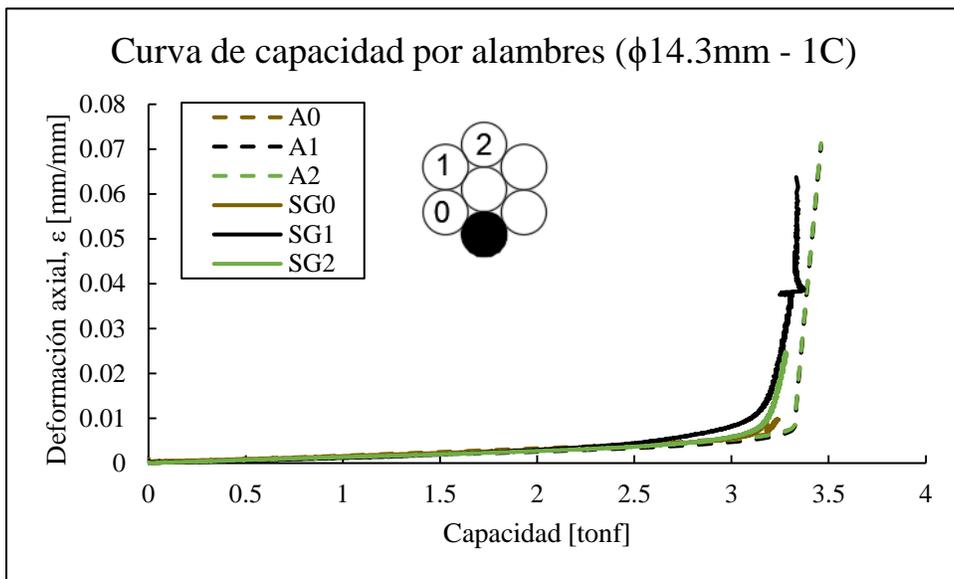


Figura 72. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 14.3mm de diámetro. Dos daños.

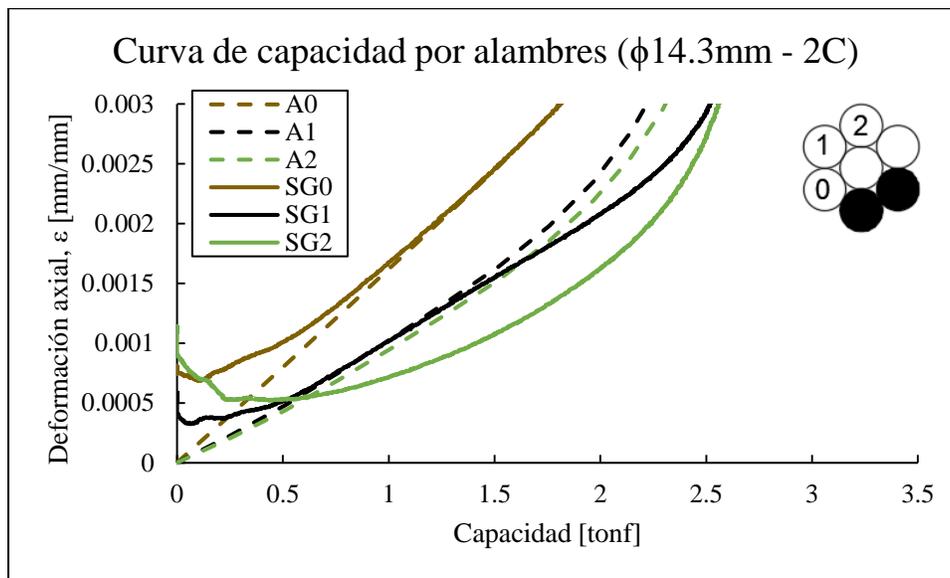


Figura 73. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 14.3mm de diámetro. Dos daños.

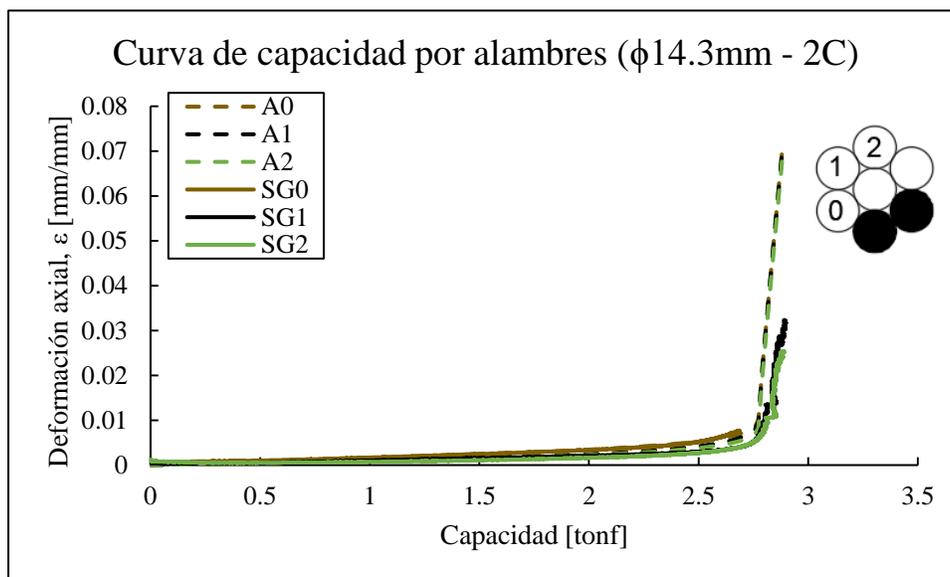


Figura 74. Curva de capacidad por alambre para cable 1x7 (1+6) de aluminio de 14.3mm de diámetro. Dos daños.

De lo anterior se puede apreciar alta correlación entre los resultados experimentales y los simulados, para el rango elástico, que es el rango de validez de los *strain gauges* utilizados en el estudio de Núñez (2018). Especialmente se ve una mejor comparación para los cables de acero, debido a que se reporta en los experimentos una mejor adherencia del pegamento con la galga extensiométrica para este material que con el aluminio (Núñez, 2018).

Se detectan algunas no linealidades locales en los calores medidos, especialmente para cargas bajas que pueden al acomodamiento de los alambres dañados. Este efecto se ve

reflejado en algunos casos, en los que la desviación provocada altera los resultados medidos, como se ve en las figuras 69 (SG0) y 73 (SG2 y SG0). Independiente de la observación anterior, se identifica claramente la existencia de un gradiente de deformaciones cuyas máximas deformaciones se dan adyacente al daño y disminuyen a medida que se alejan de este, llegando al valor mínimo en los alambres opuestos al daño. Los cuocientes entre los valores máximos y mínimos deformación del gradiente se encuentra en el rango [1.32, 1.6] para las simulaciones con el modelo propuesto y en el rango [1.8, 2.2] para los valores medidos experimentalmente, lo que indica que, pese a que en ambos casos se identifica un gradiente, el modelo propuesto subestima su valor comparativamente con respecto a los valores experimentales.

Cabe mencionar que el gradiente de deformaciones identificado, mencionado en MacDougall y Bartlett (2006), Beltrán y de Vico (2015) y en Beltrán y Ramírez (2017), que induce leves perturbaciones laterales, traducidas en deformaciones transversales muy pequeñas en comparación a la longitud del cable, simuladas por el modelo de viga no lineal (NLBM) como se ve en las gráficas siguientes (figuras 75 a 78). Estas deformaciones pequeñas validan la suposición de viga Bernoulli hecha en el desarrollo del modelo mecánico ya que al darse pequeñas deformaciones laterales se evitan grandes deslizamientos entre alambres (es decir, las secciones planas se mantienen planas).

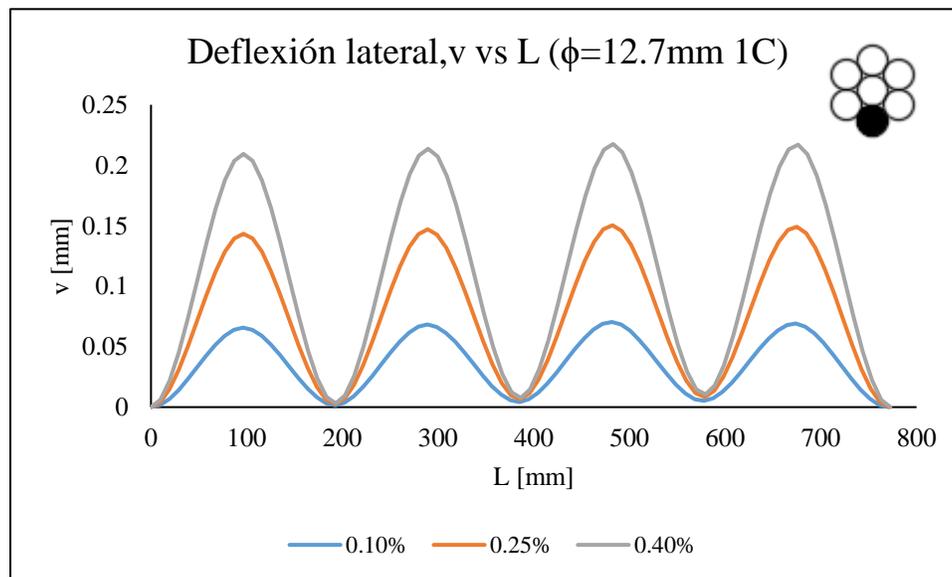


Figura 75. Deformada en dirección v para cable 1x7(1+6) de acero de 12.7mm de diámetro. Un daño.

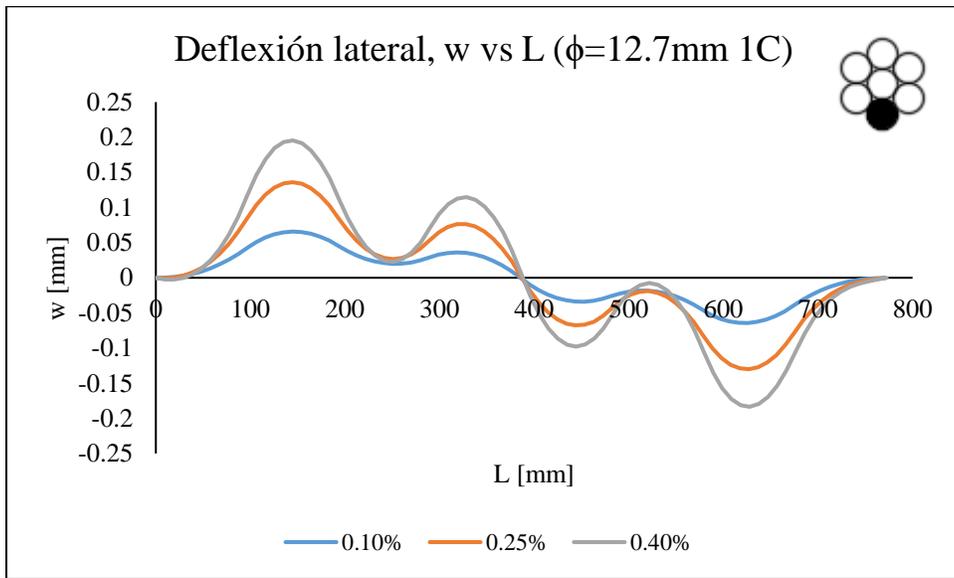


Figura 76. Deformada en dirección w para cable 1x7(1+6) de acero de 12.7mm de diámetro. Un daño.

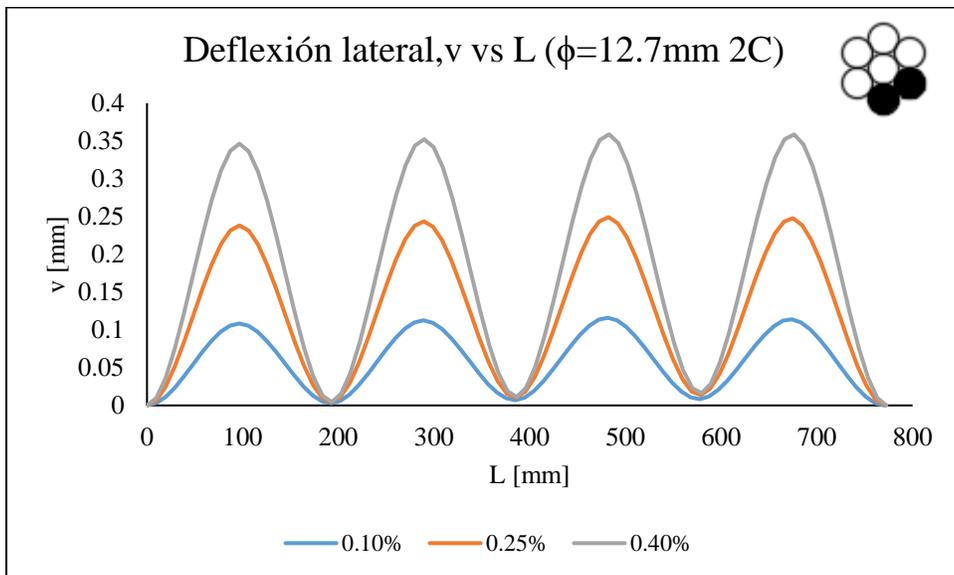


Figura 77. Deformada en dirección v para cable 1x7(1+6) de acero de 12.7mm de diámetro. Dos daños.

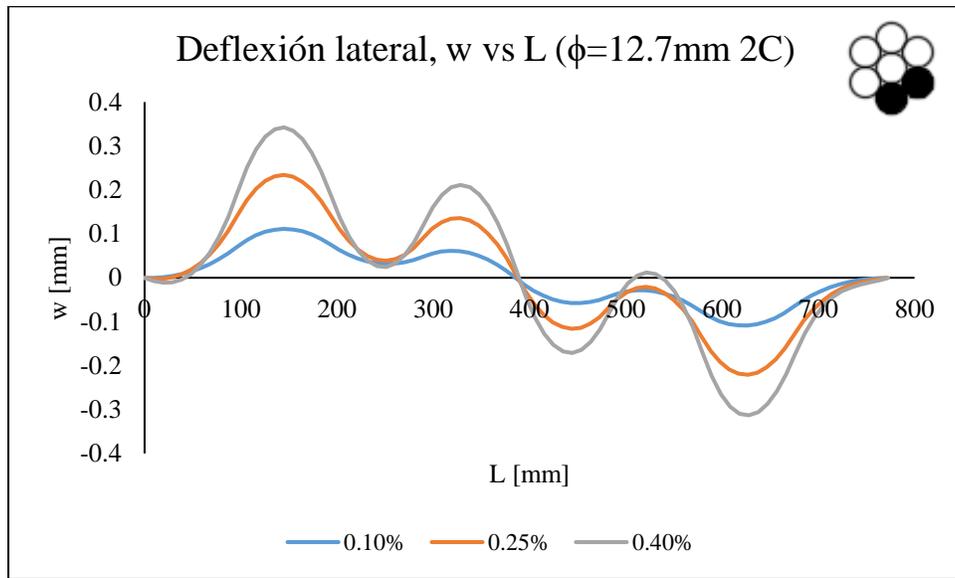


Figura 78. Deformada en dirección w para cable 1x7(1+6) de acero de 12.7mm de diámetro. Dos daños.

En estos ensayos se buscó definir la relación entre el diámetro y el impacto sobre el gradiente de deformaciones al simular cables dañados asimétricamente. Para lo anterior se define el concepto de “efecto diámetro”, para lo cual se desmaterializan los cables mediante una relación modular, de modo de obtener un diámetro equivalente de acero para los cables de aluminio, tal como lo define Núñez (2018)

Se define el área sólida de un cable como

$$A = \frac{f\pi d^2}{4} \quad (71)$$

Donde $f=0.8$, se define como el factor de empaquetamiento del cable y d el diámetro del cable.

Se puede, mediante un equilibrio de fuerzas, conseguir el diámetro equivalente de acero que genera la misma fuerza que el cable de aluminio, de esta forma

$$F = E_{aluminio}A_{aluminio} = E_{acero}A_{acero} \quad (72)$$

Por lo tanto,

$$A_{acero} = \frac{f\pi d_{acero}^2}{4} = \frac{f\pi d_{aluminio}^2}{4} \quad (73)$$

$$d_{acero} = \sqrt{\frac{d_{aluminio}}{n}} \quad (74)$$

Donde $n = \frac{E_{acero}}{E_{aluminio}} \cong 2.03$ es la relación modular.

De esta forma se puede definir los diámetros de acero equivalente de los cables y homogeneizar un factor de amplificación de deformaciones (FAD), definido por Núñez (2018) como el cuociente entre la deformación de un alambre de un cable cuya sección fue dañada asimétricamente y la deformación del mismo alambre en un cable cuya sección no fue dañada.

$$FAD = \frac{\varepsilon^i}{\varepsilon_{virgen}^i} \quad (75)$$

De esta manera, si FAD es mayor a 1, entonces el alambre está más traccionado con respecto al mismo alambre en una curva virgen y si es menor a 1, el alambre se encuentra menos traccionado (o en compresión relativa) a su equivalente en un cable virgen.

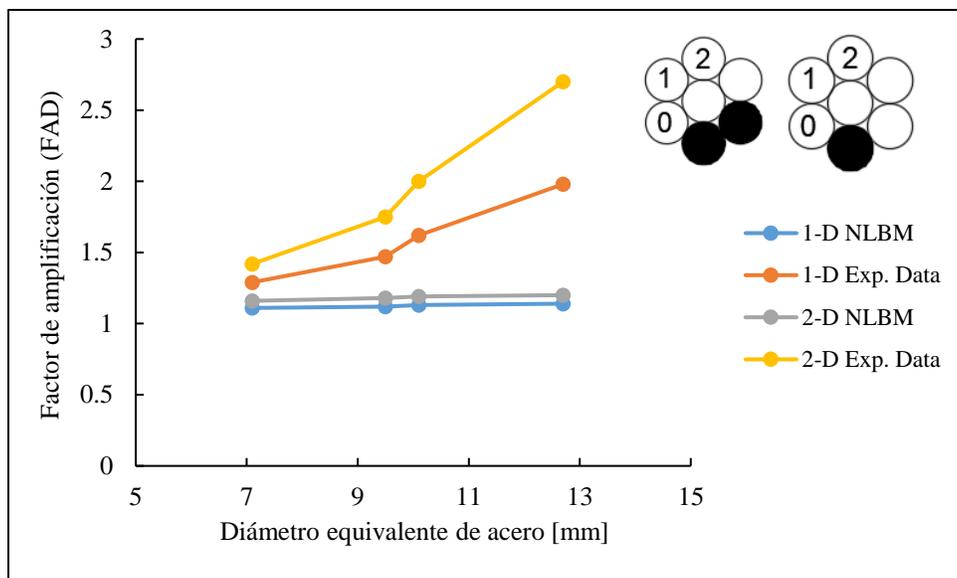


Figura 79. Curva de Factor de amplificación vs diámetro equivalente de acero para strain gauge 0.

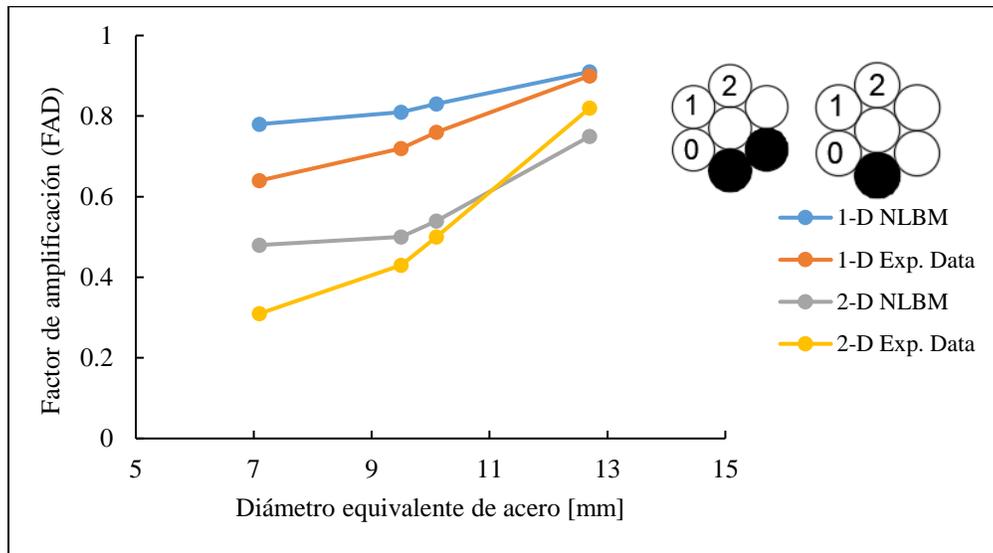


Figura 80. Curva de Factor de amplificación vs diámetro equivalente de acero para strain gauge 1-2.

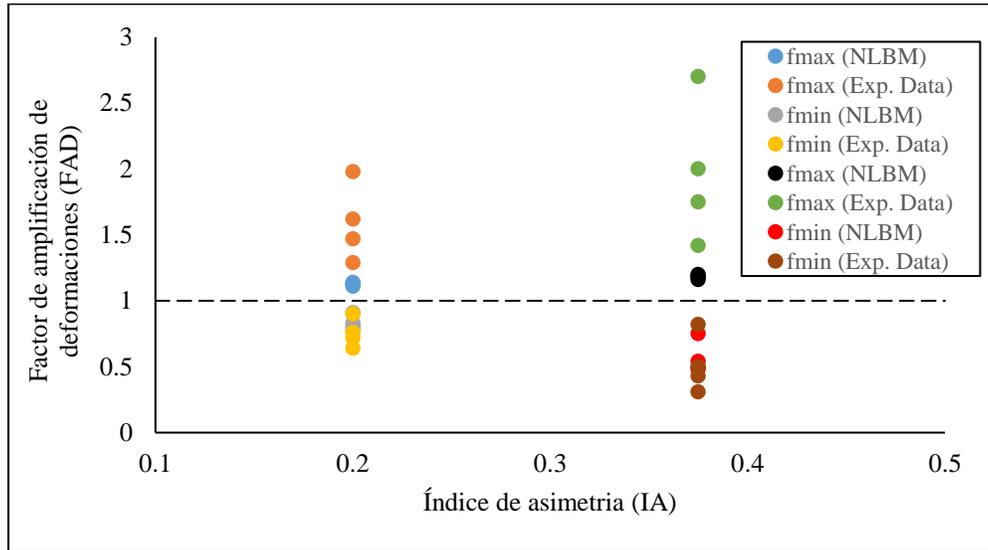


Figura 81. Factor de amplificaciones vs índice de asimetría. Valores máximos y mínimos experimentales y analíticos.

Se puede ver que para SG1 y SG2 hay una tendencia al alza del factor de amplificación de deformaciones (FAD) a medida que se incrementa el diámetro equivalente de acero de los cables estudiados. Esto quiere decir que hay una tendencia a parecerse al gradiente de la curva de área neta en los alambres que tienen un FAD menor a 1, es decir, que tienen una compresión relativa con respecto a ella (alambres opuestos al daño).

En el caso de SG0, se puede ver que el modelo propuesto no es capaz de predecir un incremento asociado al diámetro, pero si la presencia de un gradiente, pero si se aprecia en los ensayos experimentales.

Se puede ver la presencia de un gradiente de deformaciones que es afectado por el diámetro del cable, tanto en ensayos experimentales como en resultados analíticos. En el caso

de los valores mínimos del gradiente, estos conversan con los datos experimentales. No así en el caso del valor máximo de gradiente.

Además, en el gráfico de la figura 81, se puede ver como el nivel de asimetría impacta en el FAD. Ya que, tanto para el valor mínimo como para el valor máximo, se obtienen valores grandes para dos índices de asimetría diferentes.

En otro análisis, se comparan configuraciones de cables de tres capas 1x19 en sus simulaciones llevadas a cabo por el modelo propuesto y los elementos finitos, desarrollados por Silva (2017). En ellos se puede ver una buena comparación entre los resultados obtenidos, que va diferenciándose a medida que aumenta el daño. Los elementos finitos predicen una menor tensión de fluencia (20% menor) que la medida experimentalmente y que la simulada, así como también estiman una carga residual un 15% menor a la medida. Esto se debe a la compleja interacción que hay entre los alambres no dañados para la modelación de elementos finitos (FEA), la cual no se aprecia en el modelo propuesto comparado con ensayos experimentales.

Los cables de 3.5 y 22.2 mm de diámetro se simulan con ley constitutiva del acero presentada anteriormente y los cables de 19.9mm se simulan con la ley constitutiva del aluminio obtenida experimentalmente.

En las siguientes figuras se muestran las curvas de capacidad para cables 1x19 de acero galvanizado y su comparación con modelaciones llevadas a cabo mediante elementos finitos (Silva, 2017). En la figura 82 se presentan los resultados obtenidos para un cable de 3.5mm de diámetro y tres configuraciones de daño (sin daño, dos daños y seis daños), mientras en la figura 83 se muestran los resultados obtenidos para un cable de 22.2mm de diámetro con tres configuraciones de daño (sin daño, dos daños y seis daños).

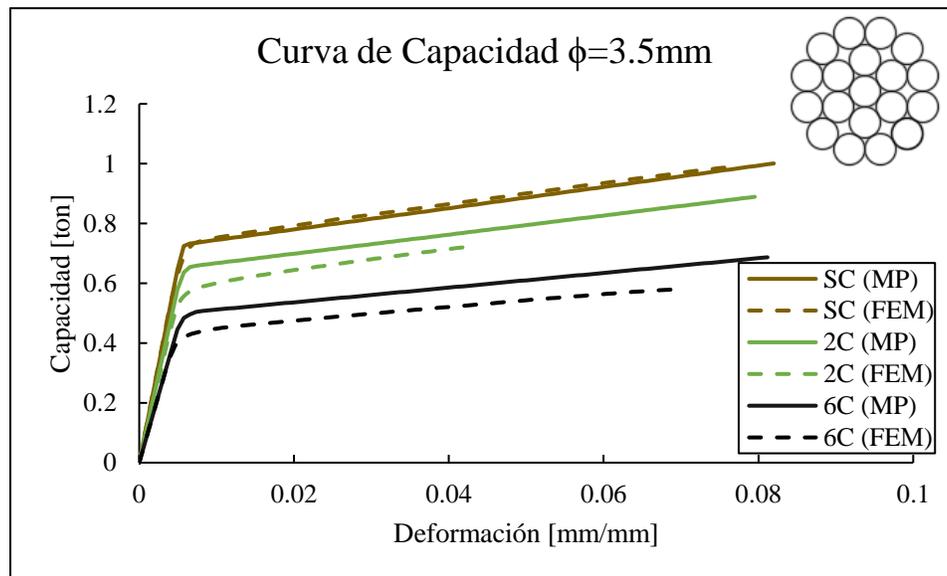


Figura 82. Curva de capacidad para cable 1x19 (1+6+12) de acero y 3.5mm de diámetro.

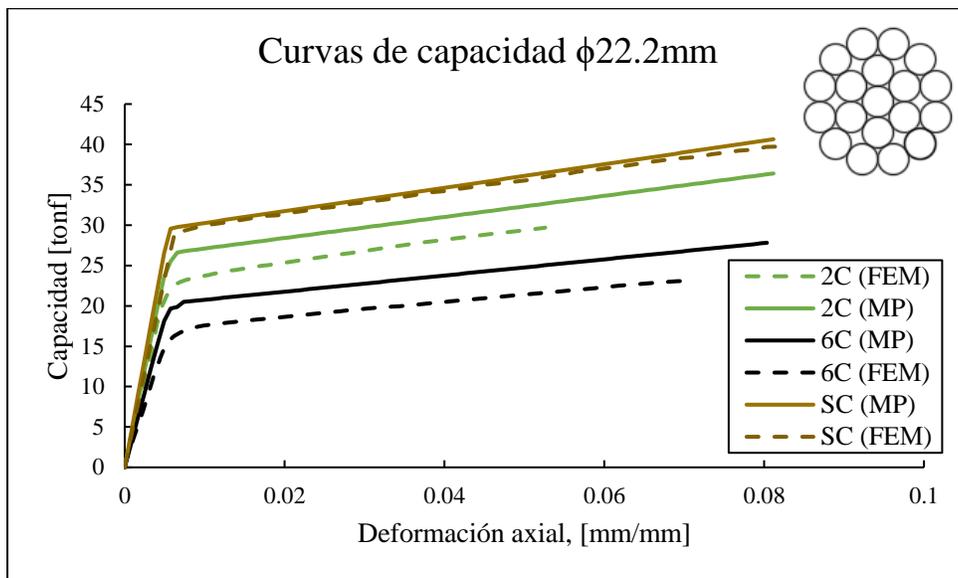


Figura 83. Curva de capacidad para cable 1x19 (1+6+12) de acero y 22.2mm de diámetro.

En primer lugar, se muestran los gráficos para curvas de cables de 3.5mm y 22.2 mm de diámetro (figuras 82 y 83). Estos cables solo pueden compararse con las simulaciones de Silva (2017) ya que no se dispone de ensayos experimentales que lo midan. En ellas se puede apreciar para la curva sin daño una buena similitud en términos de capacidad de deformación y capacidad.

En las curvas de capacidad vírgenes de las figuras 82 y 83, se puede ver una buena correlación entre los elementos finitos (FEM) y las simulaciones llevadas a cabo con el modelo propuesto en este trabajo. Debido a las interacciones entre alambres (principalmente de contacto, que provoca fenómenos de fluencia local) que se consideran en los softwares de elementos finitos, la carga de fluencia estimada por estos es inferior a la estimada con el modelo de viga no lineal. La carga de fluencia y residual estimada con el modelo propuesto, sobre estima la carga obtenida con elementos finitos en un 10% y 15% respectivamente, lo que indica un mayor rango de comportamiento lineal en el modelo de viga. Pese a lo anterior, las rigideces elasticas y post-fluencia se estiman correctamente.

A medida que se aumenta el daño, se nota una degradación en la capacidad de deformación, tanto para las simulaciones con el modelo propuesto como en elementos finitos, la cual se acentúa en estos últimos, llegando a diferencias considerables (cercano al 30% de diferencia en el caso de 2C), esta pérdida se debe a la asimetría del daño y su índice de asimetría, como también a que en elementos finitos existe una consideración de los contactos entre alambres y localización deformaciones producto de estos, que no son incorporados en el modelo de viga no lineal propuesto en este trabajo.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos para las deformaciones por alambre en la sección transversal de un cable de acero galvanizado dañado en dos configuraciones (dos y seis alambres cortados) y su sección no dañada. En las figuras se muestra, para un nivel de deformación axial global determinado (0.002, 0.004, 0.01 y 0.04) y para dos diámetros de cable distintos (3.5mm y 22.2mm) los distintos gradientes de

tensiones obtenidos mediante la modelación con el modelo propuesto y se comparan con los gradientes de tensiones obtenidos mediante los elementos finitos (Silva, 2017). En las figuras 84 a 87 se muestran los resultados para el cable de diámetro 3.5mm y en las figuras 88 a 91 se muestran los resultados obtenidos para el cable de diámetro 22.2mm.

Con respecto al campo de deformaciones en la sección transversal predicho por ambos modelos numéricos, en los que los elementos dañados se colorean negros, se eligen cuatro niveles de deformación para estudiar, tanto dentro del rango elástico como en la fluencia. Despreciando los efectos locales del modelo de elementos finitos que inducen singularidades en los valores de elongación axial, la deformación máxima (y tensión máxima) se estima de buena manera hasta la cara interior de la última capa. Pasado ese nivel, se puede apreciar una rápida disminución de la deformación axial a valores muy bajos para las capas opuestas al daño en el modelo de elementos finitos, lo que se debe a la alta sensibilidad de estos a las singularidades y efectos locales generadas en esa zona.

Para la cota superior de esfuerzos obtenida mediante elementos finitos, se tiene una buena correlación numérica, al tener estimaciones que varían en un máximo de 12.5% con respecto a las simulaciones (en algunos casos sobreestimando y en otros subestimando), por lo que los resultados para la cota superior se encuentran en el rango [-12%, 12.5%] de variación con respecto a lo estimado por elementos finitos. En cuanto a la cota inferior, se obtienen mayores diferencias, ya que se logran valores en las simulaciones de elementos finitos 3D cercanos a cero como mínimo, incluso se reportan tracciones en algunos casos, lo que se da principalmente por concentración de deformaciones producto de los contactos entre alambres que consideran los elementos finitos. Pese a lo anterior, al observar el gradiente antes de su disminución explosiva (segunda capa), se obtiene una variación en las estimaciones cercanas al 7%.

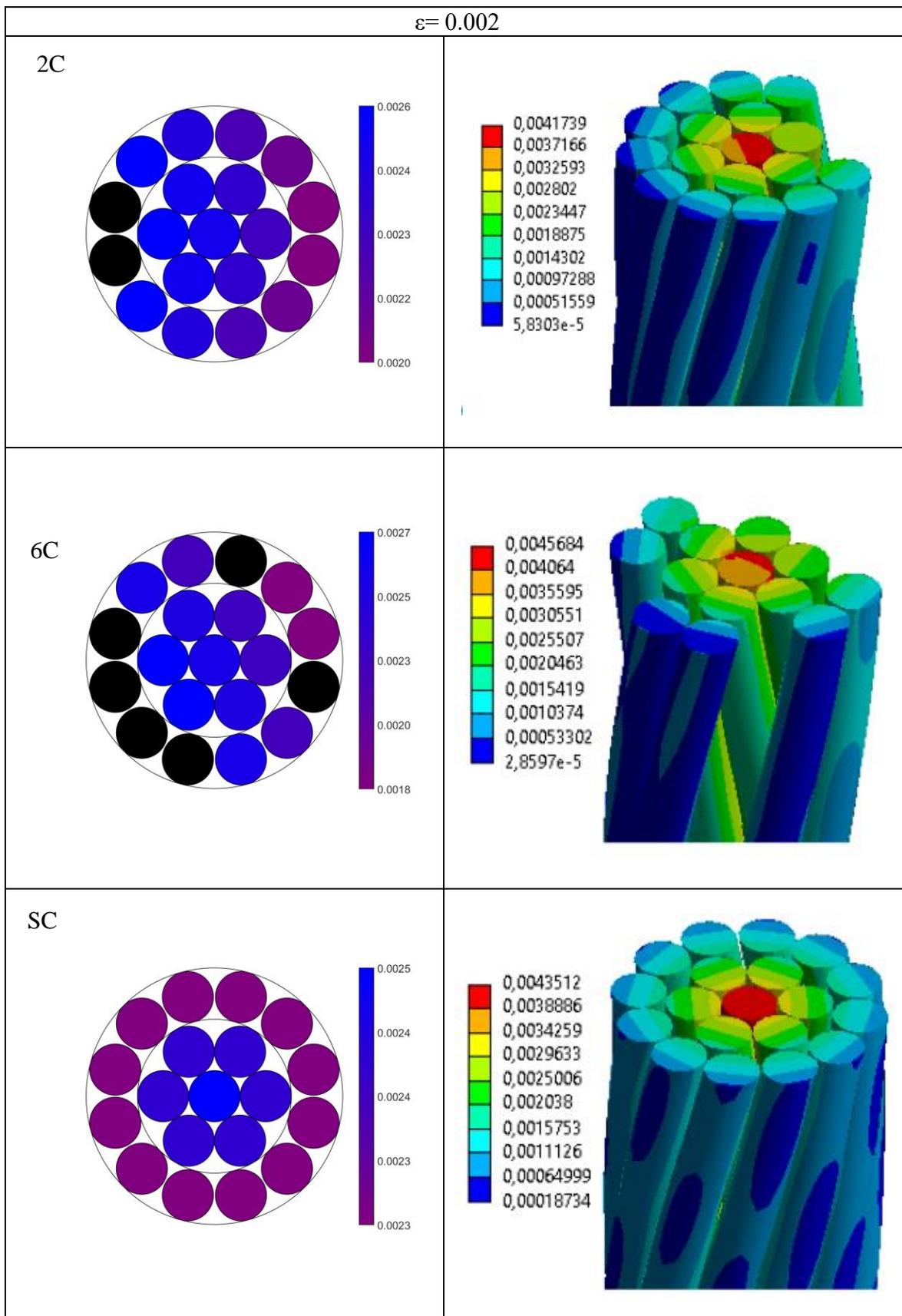


Figura 84. Gradientes de deformaciones de cable de acero $d=3.5\text{mm}$ para deformación axial de $\epsilon = 0.002$.

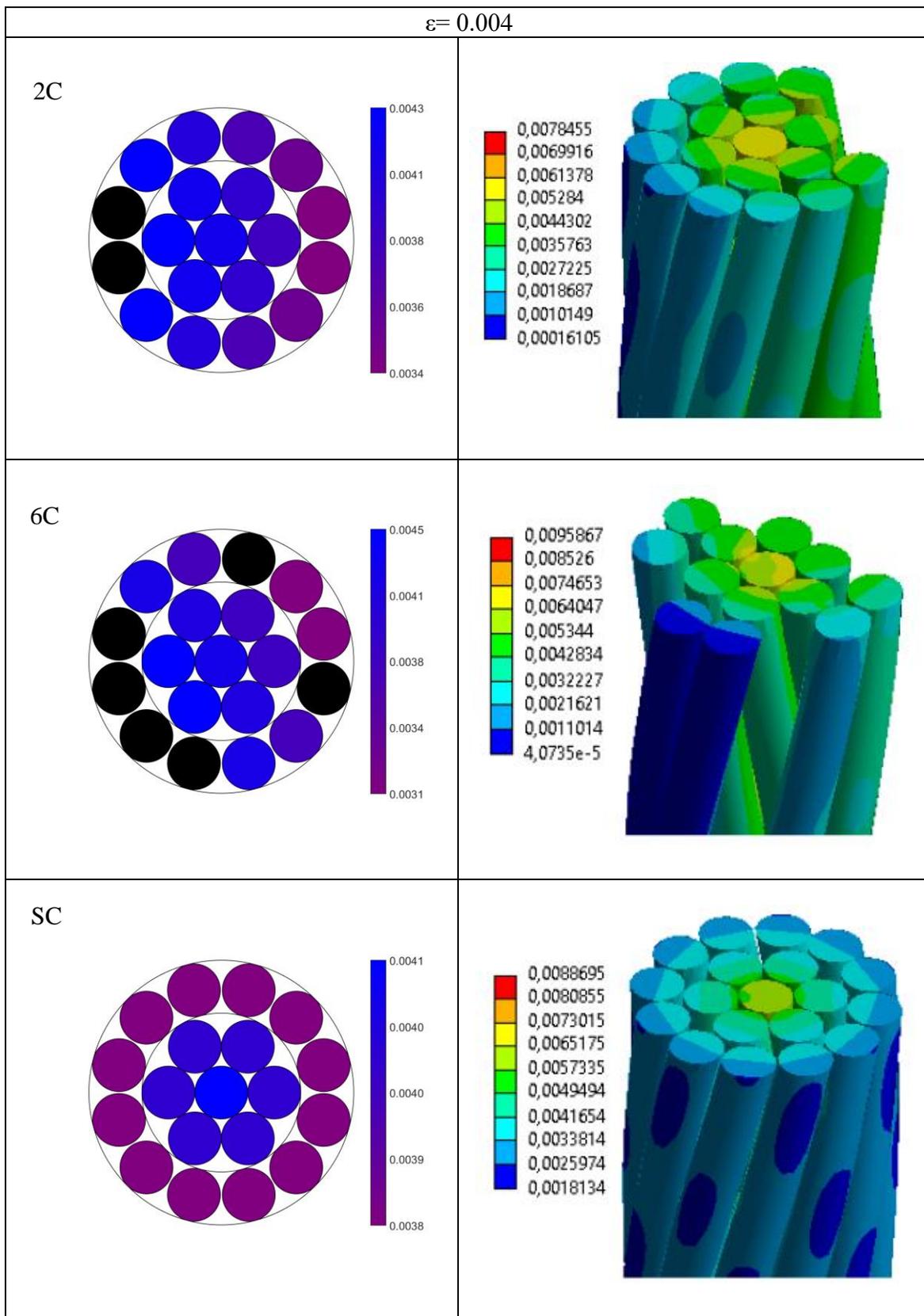


Figura 85. Gradientes de deformaciones de cable de acero $d=3.5\text{mm}$ para deformación axial de $\varepsilon = 0.004$.

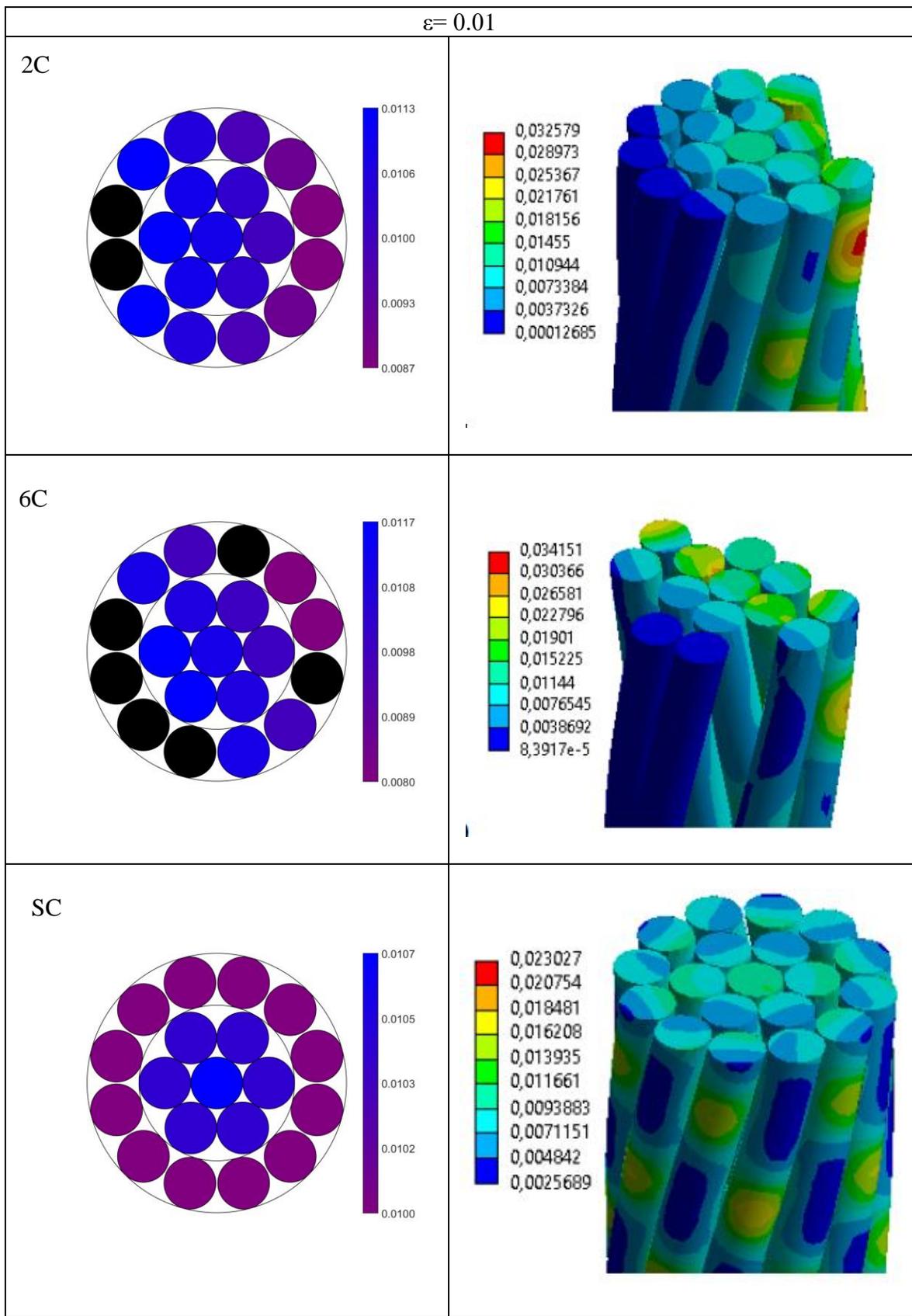


Figura 86. Gradientes de deformaciones de cable de acero $d=3.5\text{mm}$ para deformación axial de $\varepsilon = 0.01$.

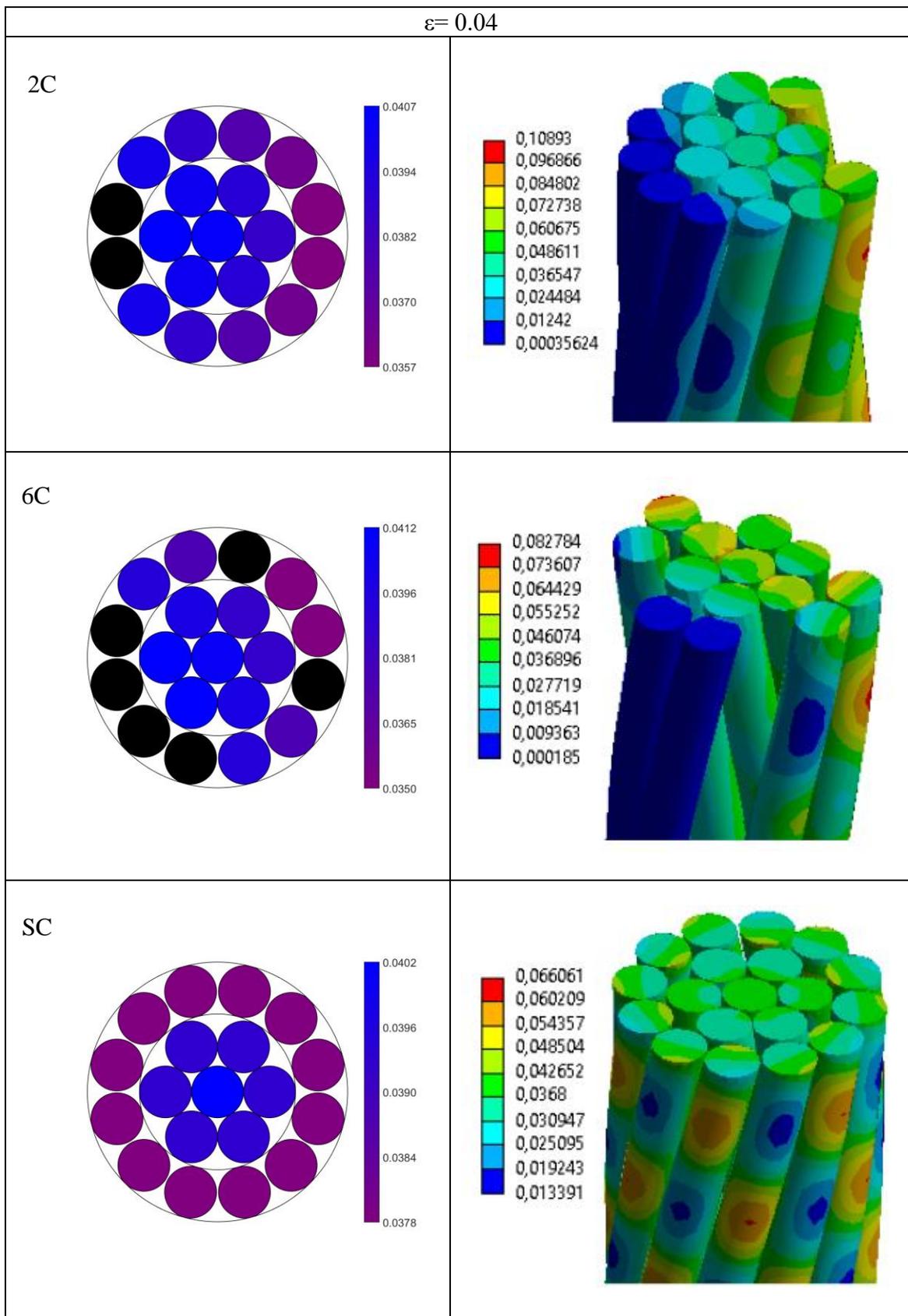


Figura 87. Gradientes de deformaciones de cable de acero $d=3.5\text{mm}$ para deformación axial de $\epsilon = 0.04$.

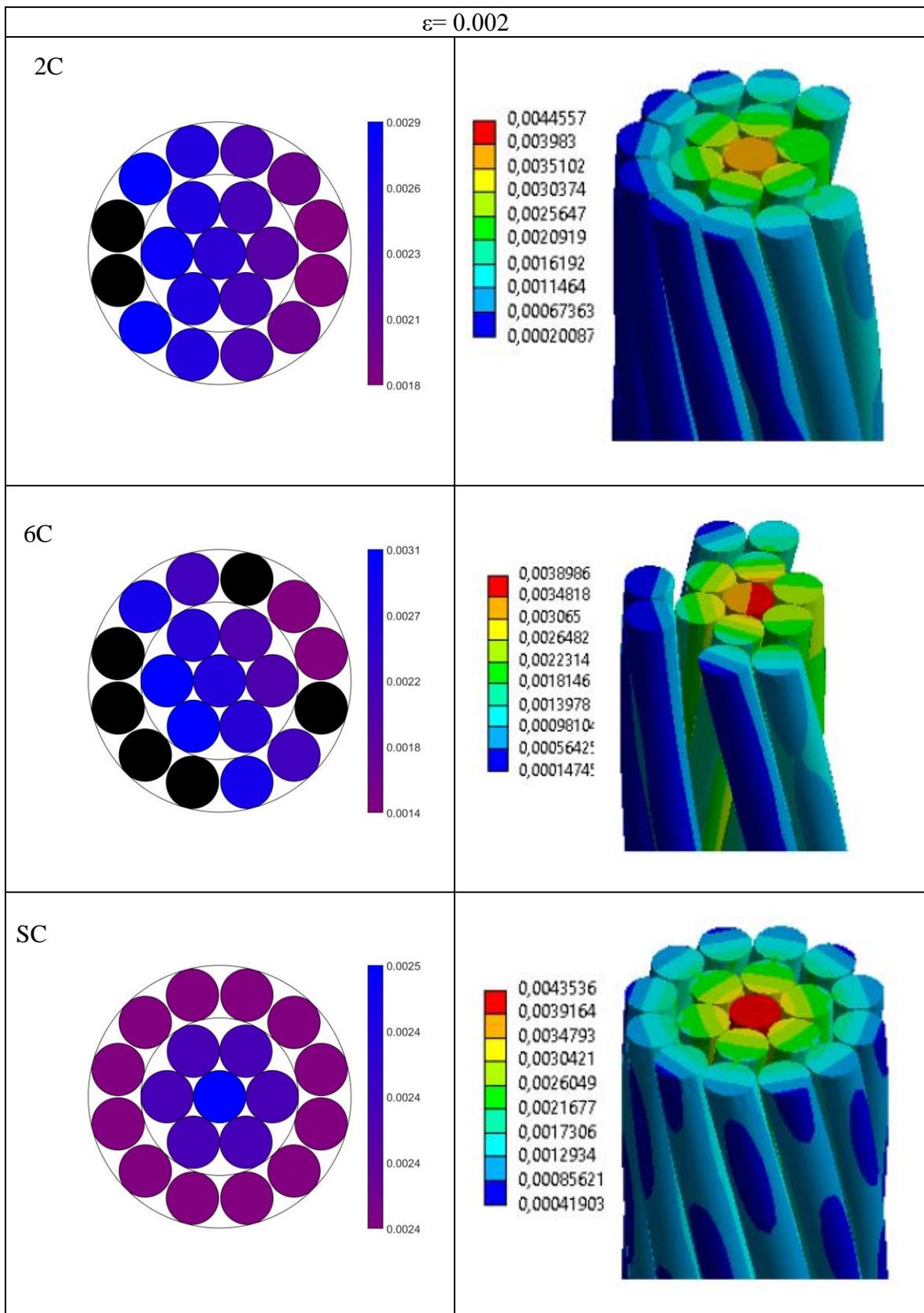


Figura 88. Gradientes de deformaciones de cable de acero $d=22.2\text{mm}$ para deformación axial de $\epsilon = 0.002$.

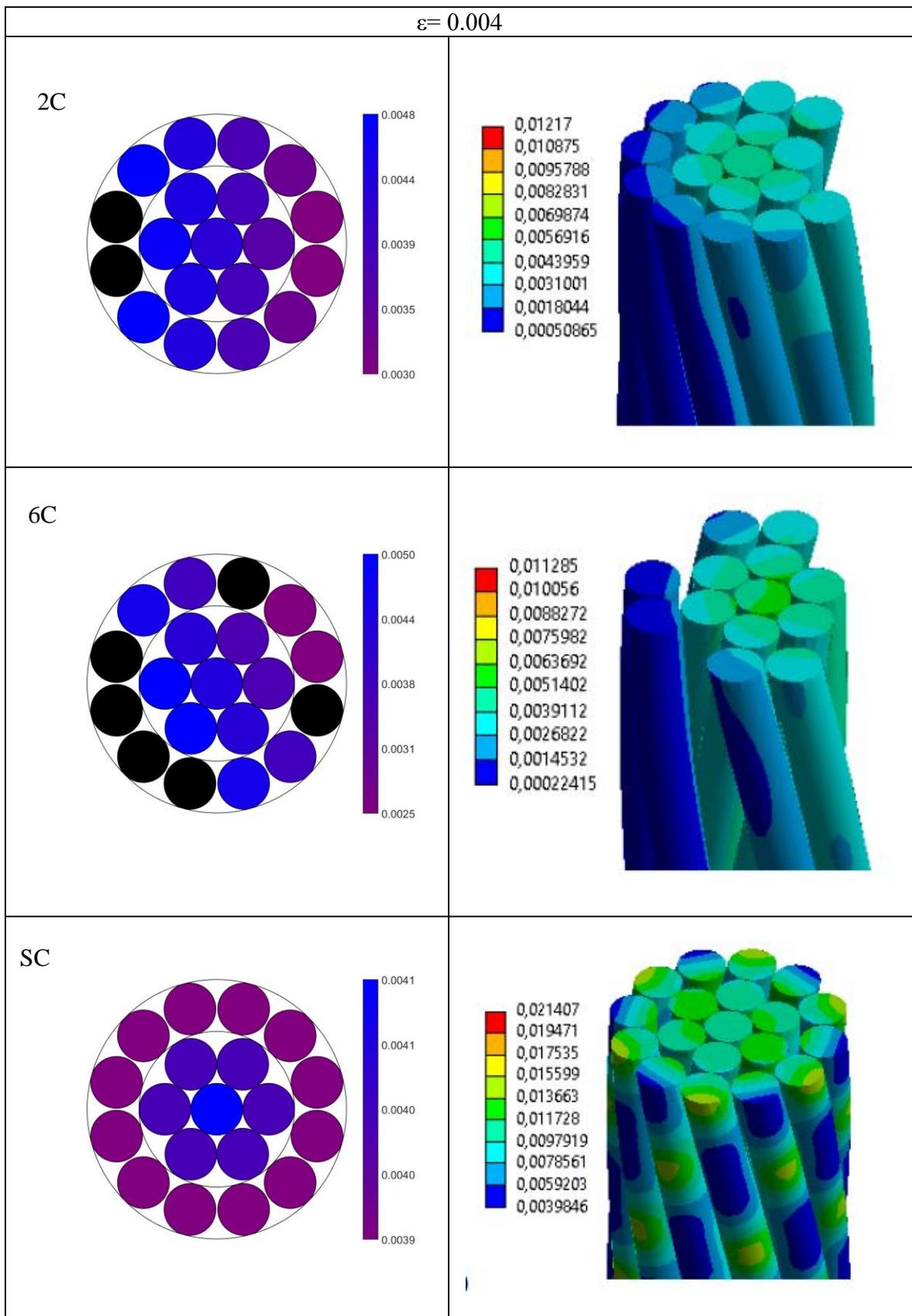


Figura 89. Gradientes de deformaciones de cable de acero $d=22.2\text{mm}$ para deformación axial de $\varepsilon = 0.004$.

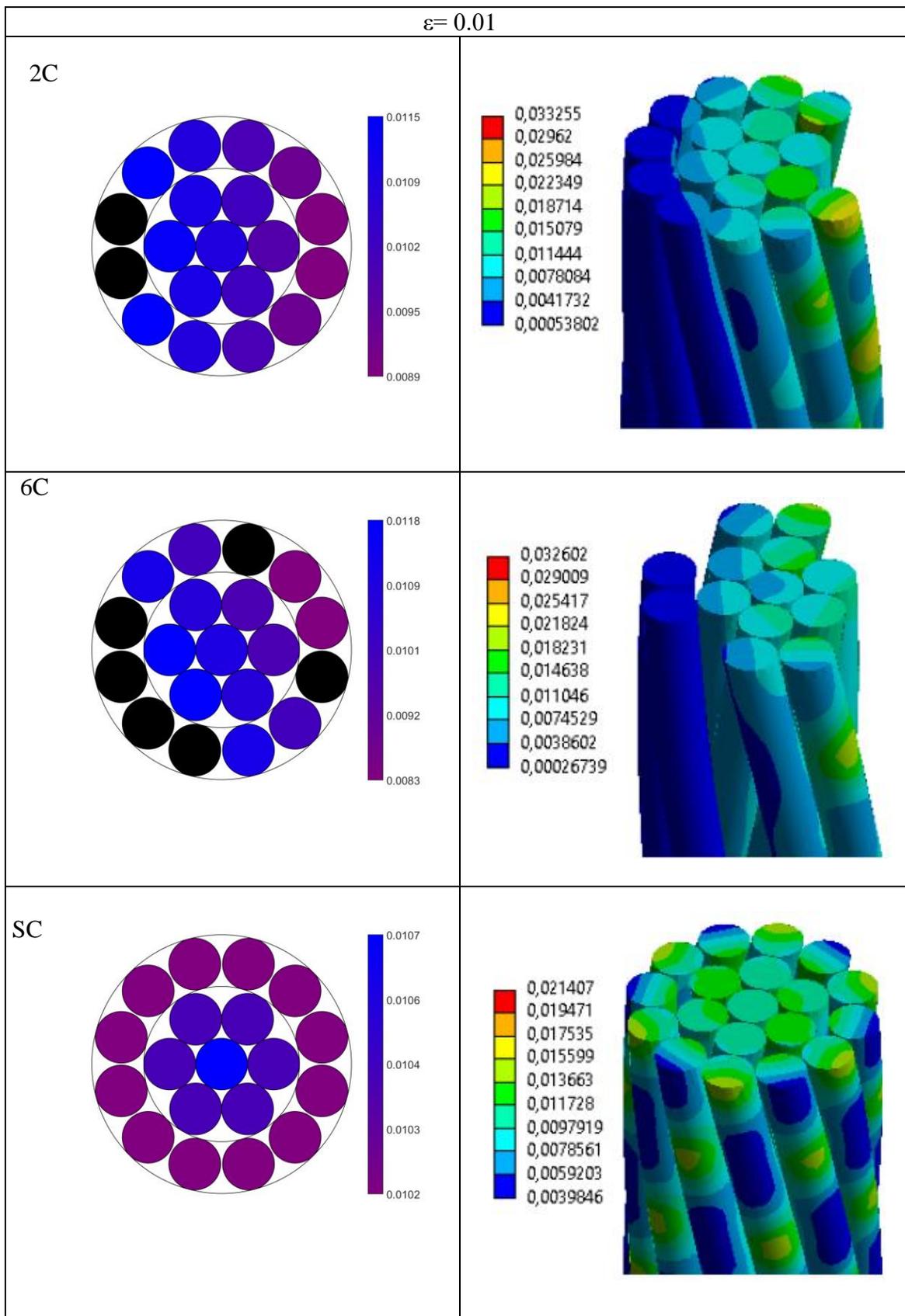


Figura 90. Gradientes de deformaciones de cable de acero $d=22.2\text{mm}$ para deformación axial de $\varepsilon = 0.01$.

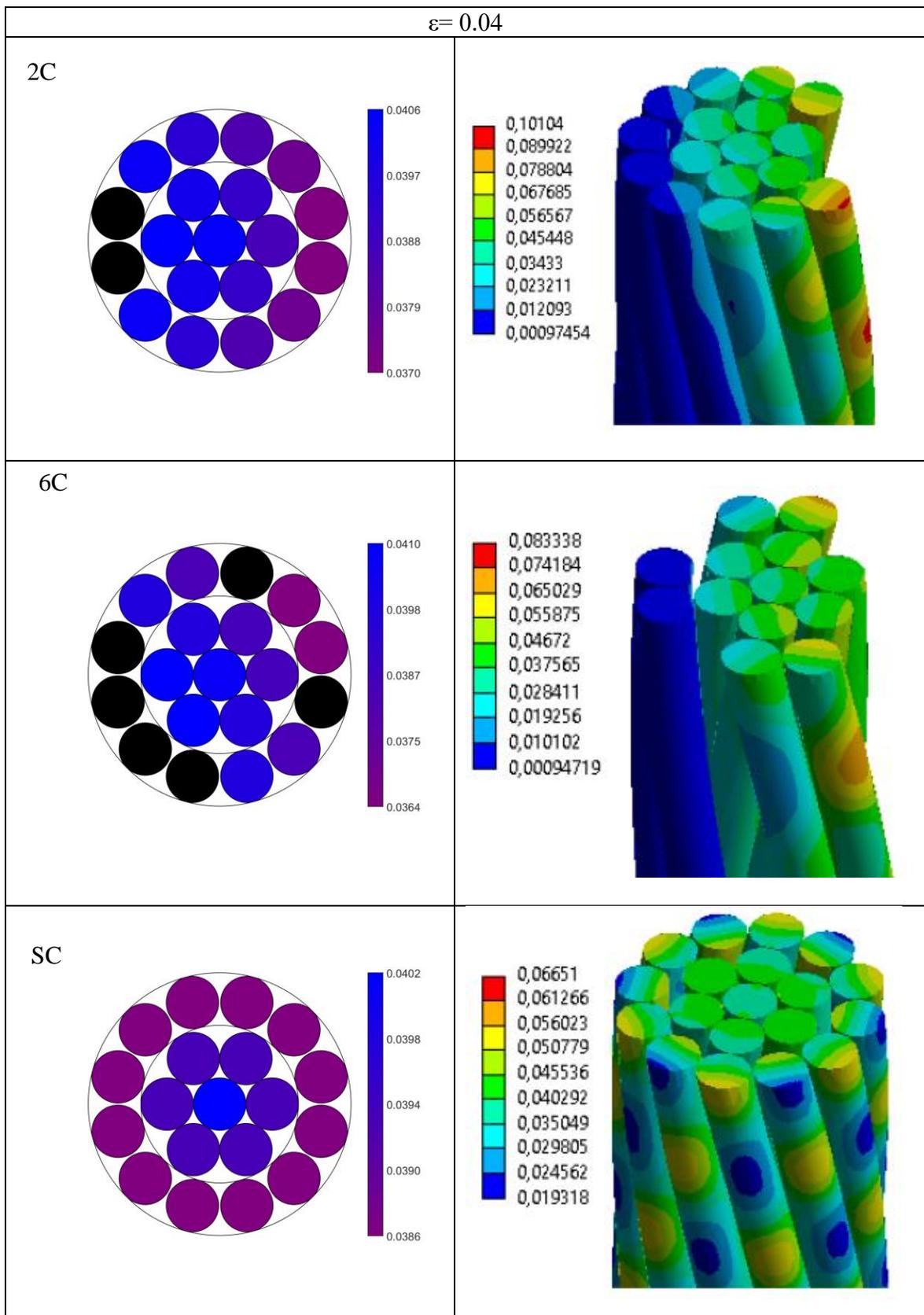


Figura 91. Gradientes de deformaciones de cable de acero $d=22.2\text{mm}$ para deformación axial de $\varepsilon = 0.04$.

Se compara además cables de 19.9mm de diámetro de tres capas (1+6+12) de un nivel hechos de aluminio contra elementos finitos (Silva, 2017) y ensayos experimentales (Núñez, 2018). Cuatro configuraciones de daño son consideradas para las curvas de capacidad: Sin daño (SC), dos (2C), cuatro (4C) y seis (6C) daños, respectivamente se muestran en los gráficos de las figuras 92, 93, 94 y 95 mostradas a continuación.

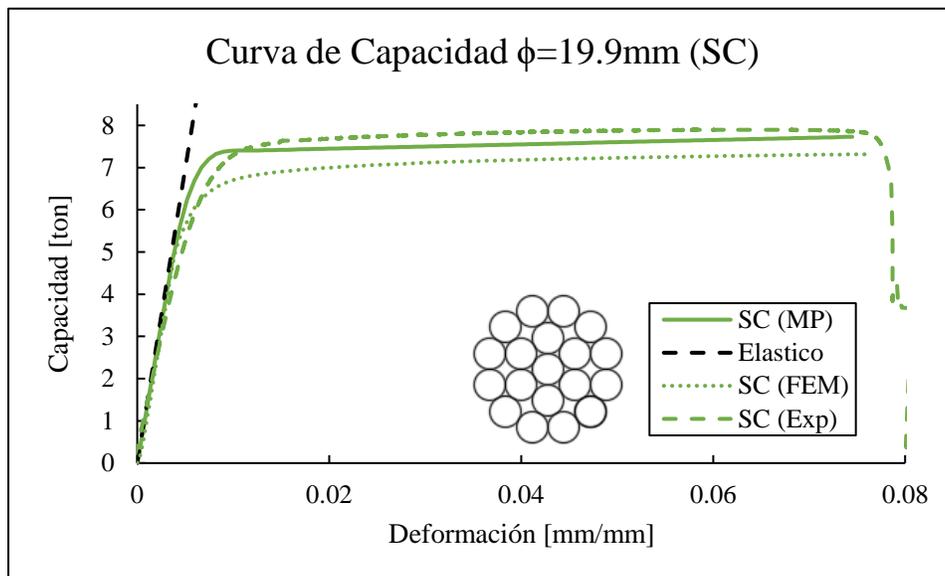


Figura 92. Curva de capacidad para cable de aluminio de diámetro 19.9mm. Curva virgen

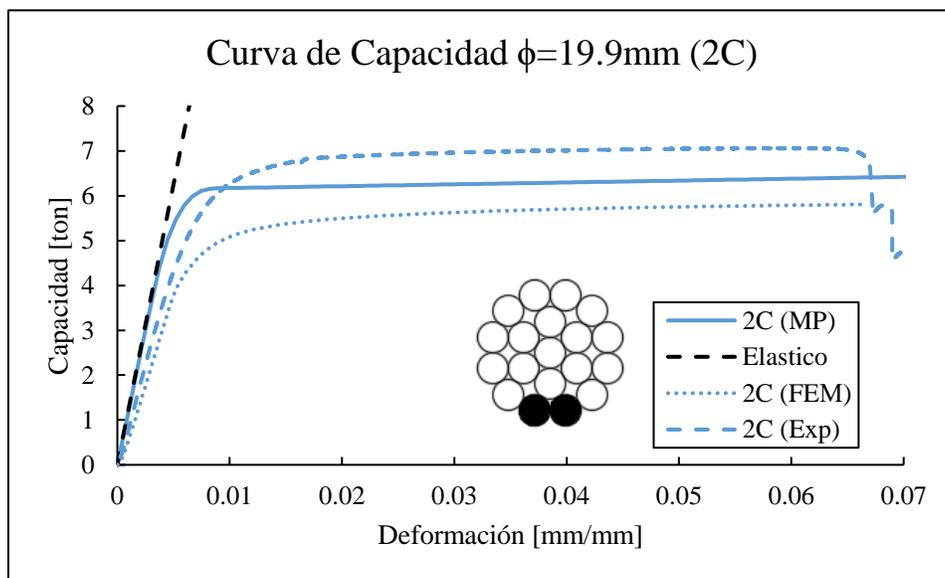


Figura 93. Curva de capacidad para cable de aluminio de diámetro 19.9mm. 2 Daños.

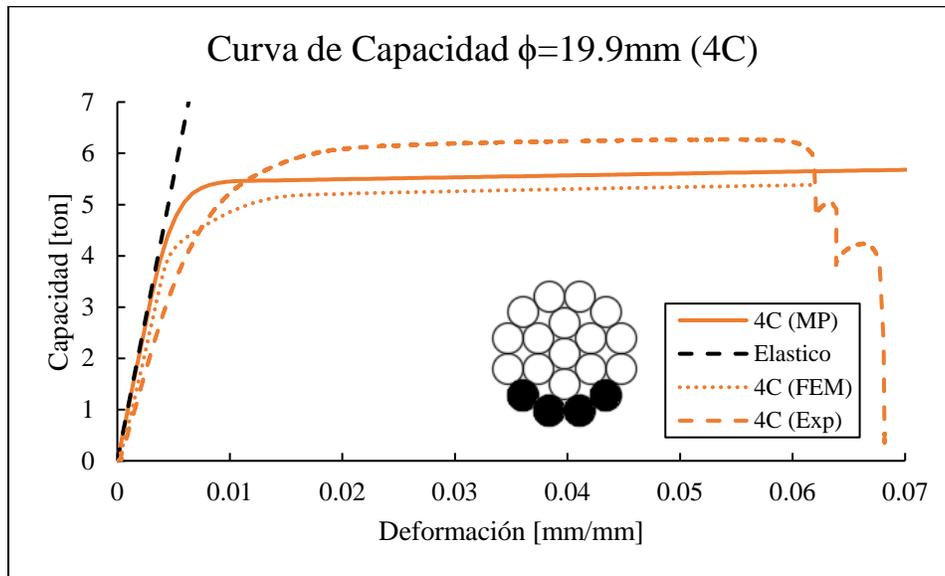


Figura 94. Curva de capacidad para cable de aluminio de diámetro 19.9mm. 4 Daños.

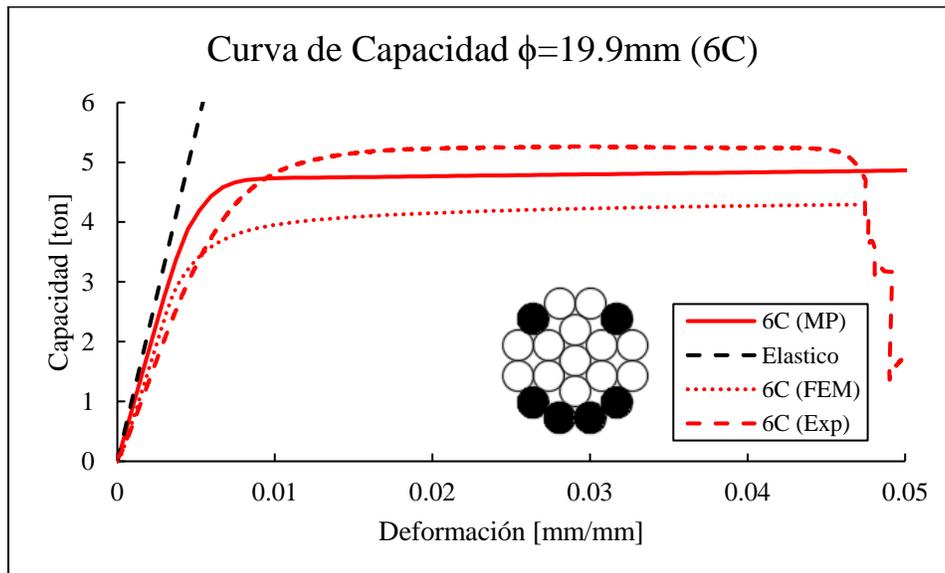


Figura 95. Curva de capacidad para cable de aluminio de diámetro 19.9mm. 6 Daños.

Se puede ver que, en términos de capacidad, las simulaciones con el modelo propuesto son cercanas en rigidez inicial, los ensayos experimentales son similares a las simulaciones hechas con el modelo propuesto. A medida que se presenta un mayor daño, la rigidez inicial presenta una flexibilización mayor a la estimada por las simulaciones, tanto de elementos finitos como del modelo propuesto, como también observa Judge et al (2012) en su trabajo, como se ve en la figura 96. Además, en este mismo trabajo se aprecia una transición hacia el endurecimiento más largo, lo que produce una capacidad mayor a la simulada, tanto por elementos finitos como por las estimaciones numéricas hechas con el modelo de viga no lineal.

En cuanto a los elementos finitos, se puede ver una fluencia prematura, como se observa en los cables de acero de 3.5mm y 22.2mm debido a la consideración de contactos y de efectos locales que provocan una concentración de esfuerzos y deformaciones no considerada en el modelo analítico descrito en este trabajo.

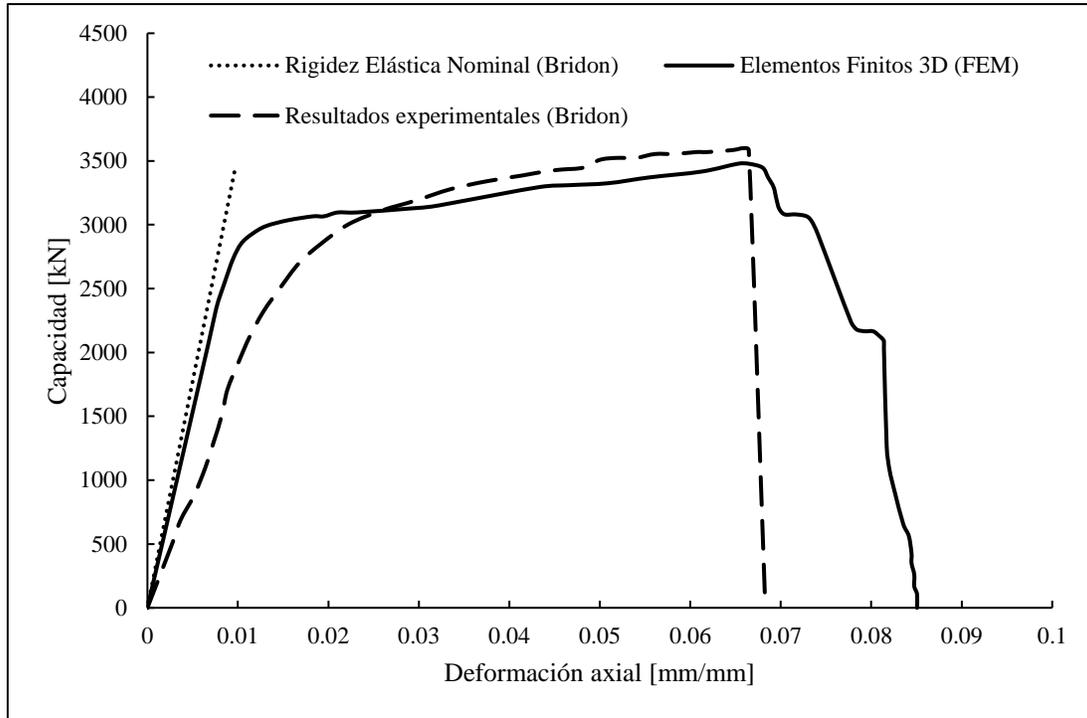


Figura 96. Resultados experimentales comparados con elementos finitos, en los que se aprecia la diferencia de rigidez inicial entre lo modelado y los ensayos experimentales (Judge, 2012).

Con respecto a todos los cables en los que se estudia el efecto de la asimetría, se grafica el cociente entre la capacidad del cable dañado con respecto a la curva no dañada (Δ Capacidad) versus el porcentaje de área remanente (Δ Area). Se puede ver una baja dispersión para los distintos diámetros estudiados en torno de una curva de 45 grados. Es decir, la asimetría no afecta de gran manera en cables de geometría 1x7 (1+6) estudiada en su capacidad (con respecto a la pérdida de área) y solo afectaría en la capacidad de deformación de estos.

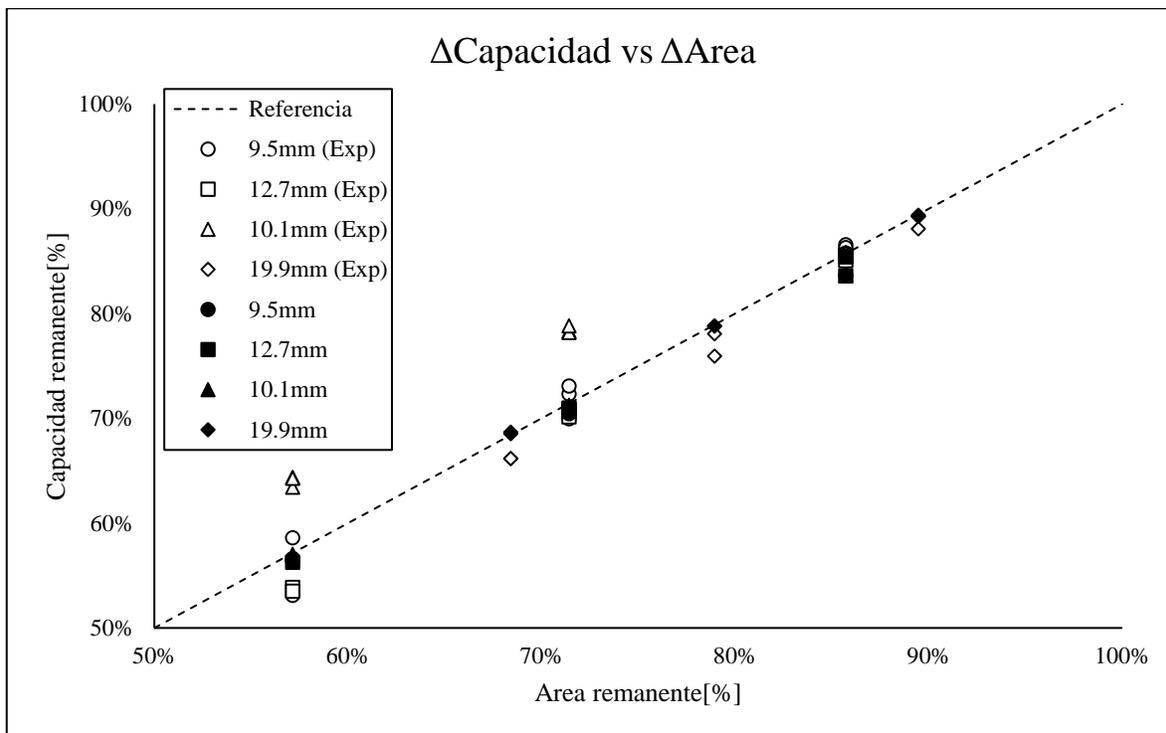


Figura 97. Curva de capacidad remanente versus área remanente para distintos diámetros de cables, con valores experimentales (blanco) y valores simulados por el modelo propuesto (negro).

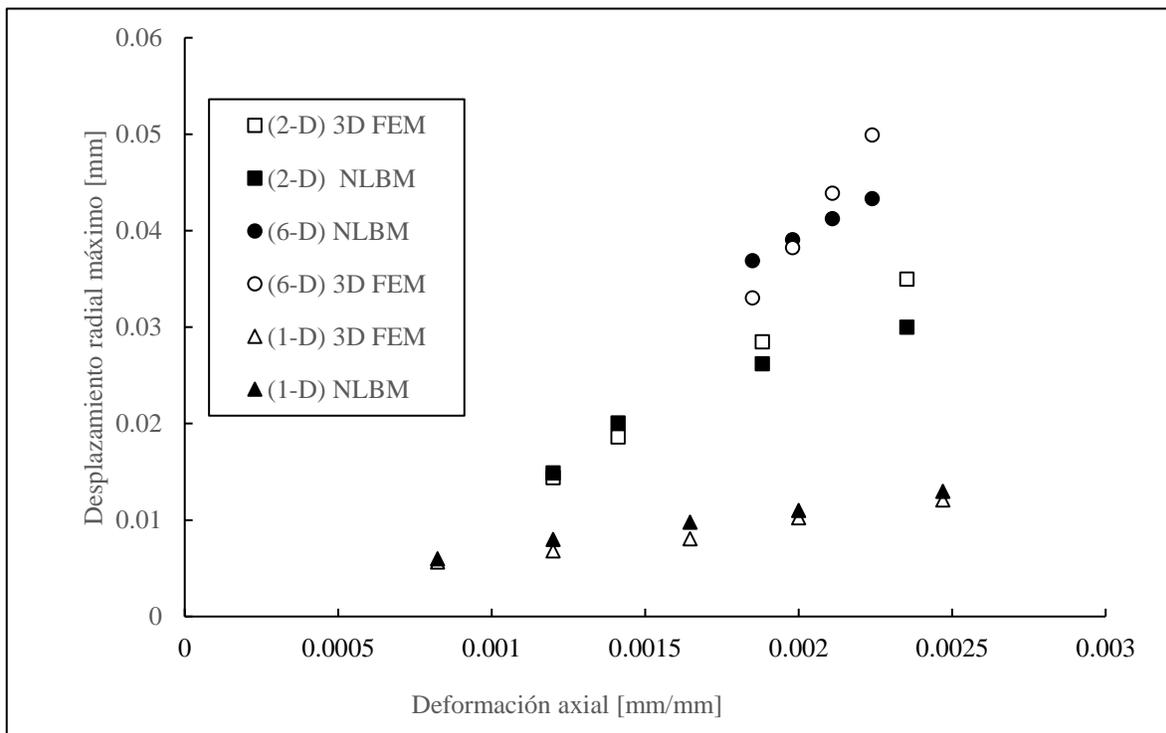


Figura 98. Desplazamiento radial máximo obtenido mediante elementos finitos y modelo analítico para cables 1x19 d=3.5mm.

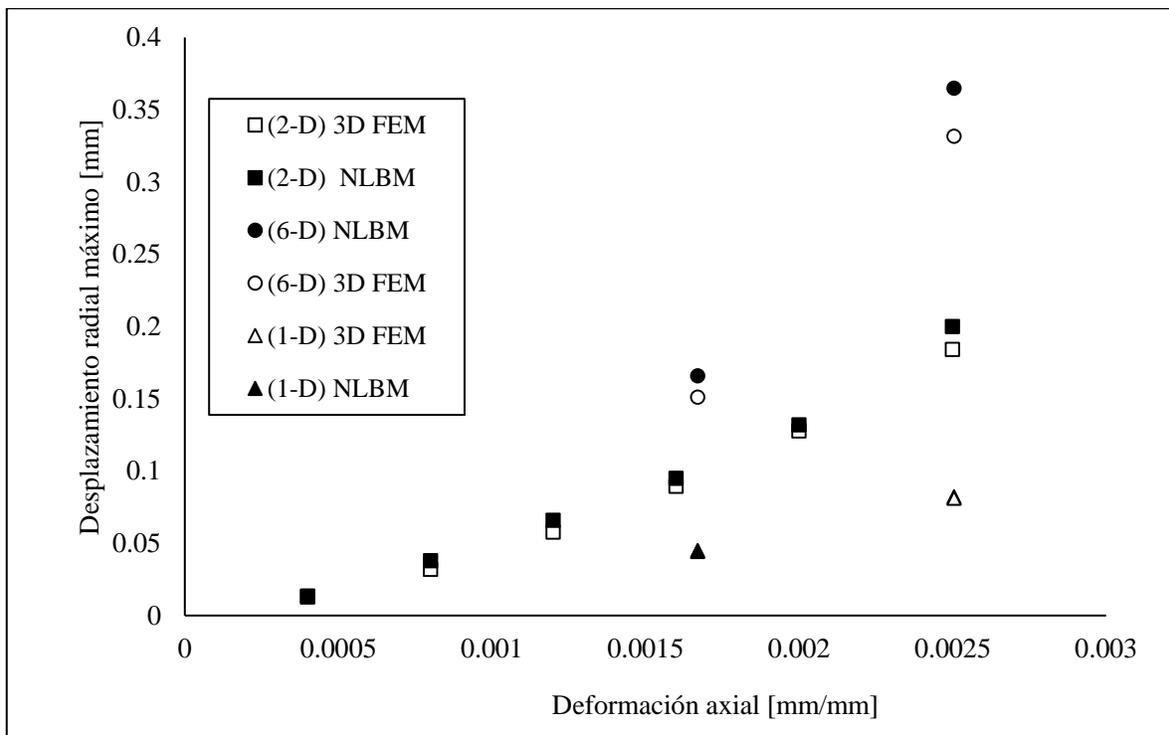


Figura 99. Desplazamiento radial máximo obtenido mediante elementos finitos y modelo analítico para cables 1x19 d=22.2mm.

Con respecto a las figuras 98 y 99, se aprecia una relación casi idéntica en los desplazamientos radiales máximos medidos con los elementos finitos desarrollados por Silva (2017). Se aprecia una clara tendencia para uno y dos daños en ambos diámetros estudiados y una diferencia más marcada en el cable de 3.5mm para la configuración de 6 alambres dañados. Los resultados mostrados en las figuras indican que las simulaciones hechas con el modelo de viga no lineal difieren en un rango de [-15%, +12%] relativo a las simulaciones de elementos finitos, lo que indica una buena correlación entre los datos.

La norma ISO4309 asociada a criterios de descarte indica que el oleaje dado en un cable (deformación lateral) inducida por esfuerzos no homogéneos en la sección transversal del mismo (en este caso, producidos por el daño asimétrico), no deben ser mayores a $1/3$ del diámetro si no pasa por roldanas o carretes o $1/10$ del diámetro si es que lo hace. En este caso particular, los valores máximos de deformación lateral representan 1.4% y 1.7% de sus diámetros en sus casos más críticos (seis daños) para el caso de 3.5mm y 22.2mm respectivamente.

CAPÍTULO VI: Resultados

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos luego de haber combinado los efectos de daño asimétrico y concentración de deformaciones, validados por separado en el capítulo anterior. Se analizan cuerdas de poliéster con geometría multicapa (1x3) que se comparan con datos experimentales desarrollados durante este trabajo. El otro set de simulaciones consiste en cuerdas de poliéster con configuración geométrica de dos niveles, cuyo primer nivel tiene un ángulo de hélice nulo (todos los elementos en paralelo) y un segundo nivel con ángulo de hélice distinto de cero, estos datos se contrastan con los ensayos experimentales obtenidos por Ward et al. (2006).

6.1. Cuerdas de polyester 1x3:

Se ensayó un set de cuerdas de polyester de tres hebras, para las cuales midió deformaciones usando extensómetros en distintas partes del largo del cable, como se indica en la figura 100. Las propiedades geométricas del cable están expuestas en la tabla 15 y las configuraciones de daño en la tabla 16.

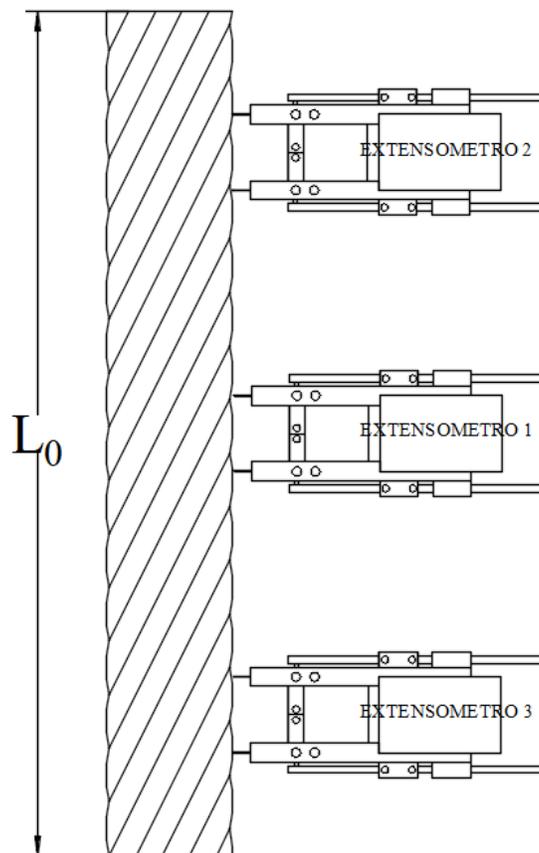


Figura 100. Configuración de extensómetros para medición (Elaboración propia).

Tabla 15. Configuración geométrica de cables estudiados 1x3 (0+3)

Configuración	Símbolo	Descripción	Valor
<p><i>Wedging 1x3 (3)</i></p>	R_0	Radio del cable	6.0 mm
	r_s	Radio de componente	2.0 mm
	α_1	Angulo de hélice	47°
	p_1	Paso	76 mm
	L	Largo	610 mm

Tabla 16. Configuraciones de daño estudiadas para cable de poliéster 1x3 (0+3)

Nombre	% daño	IA	Largo de recuperación (mm)	
A1-1/A1-2	5.3	0.085	42	

Los resultados obtenidos en los ensayos para la curva virgen fueron los siguientes.

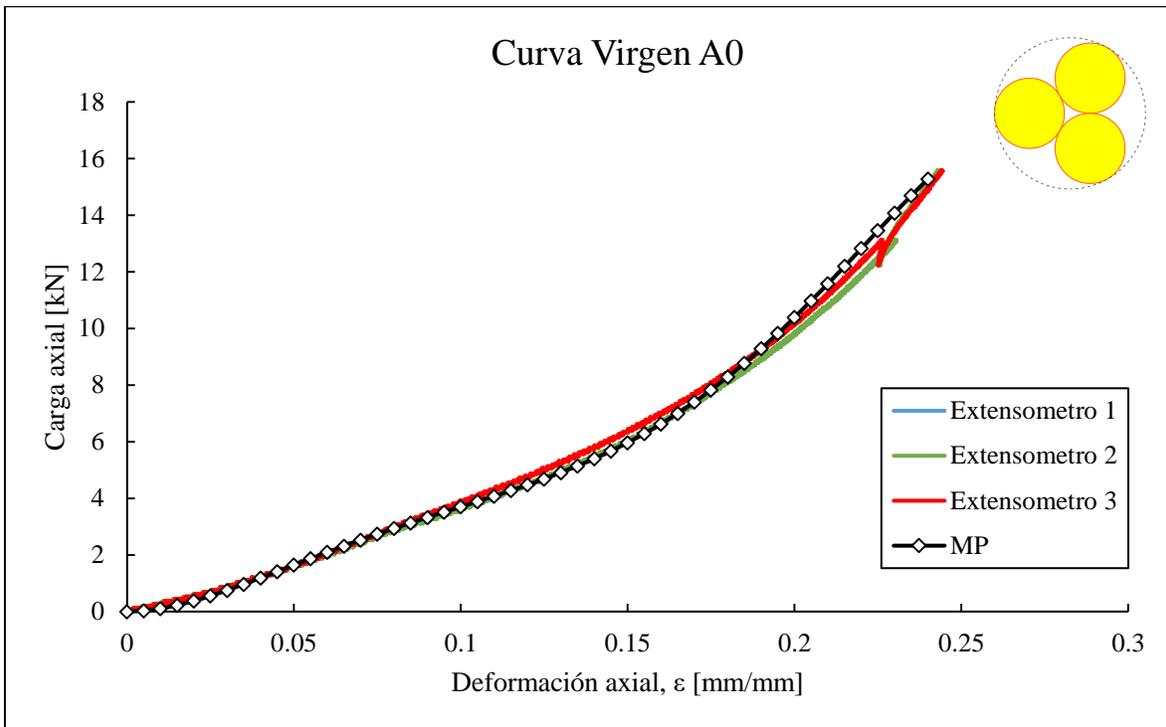


Figura 101. Curva de capacidad para cables de poliéster 1x3 (0+3). Curva virgen.

Las curvas de capacidad obtenidas para las cuerdas dañadas se muestran en las siguientes figuras.

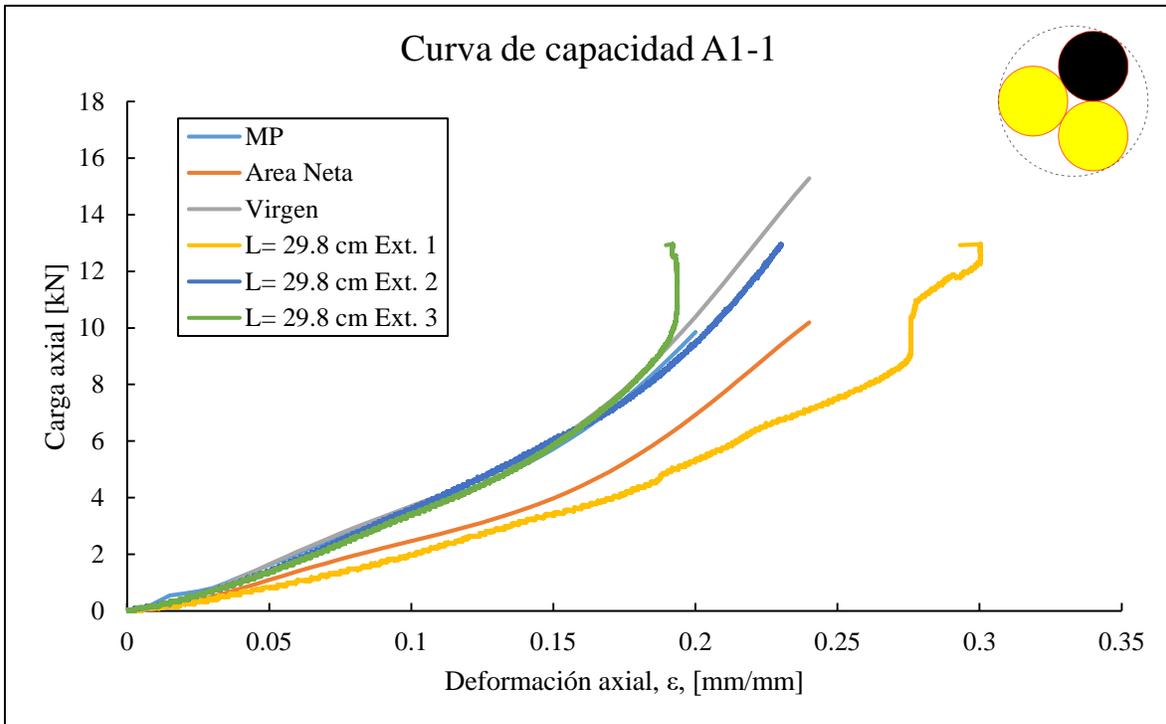


Figura 102. Curva de capacidad para cables de poliéster 1x3 (0+3). Un daño.

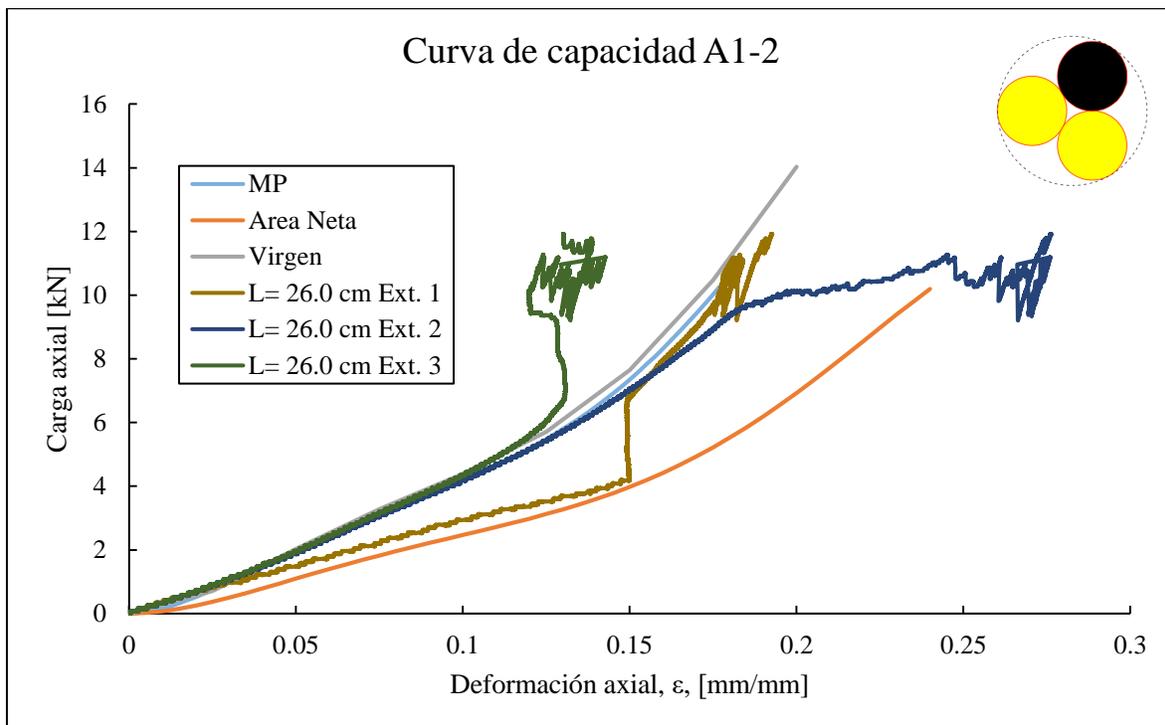


Figura 103. Curva de capacidad para cables de poliéster 1x3 (0+3). Un daño.

El primer set de gráficos se muestran las curvas simuladas (MP) versus los ensayos realizados durante este trabajo, para cada extensómetro medido. Se puede ver para A0, que corresponde a la curva virgen la inexistencia de concentración de deformaciones. Distinto ocurre para A1-1 y A1-2 donde se generan curvas más rígidas (lejos del daño, Ext 2 y 3) y más flexibles (cerca del daño, Ext 1)

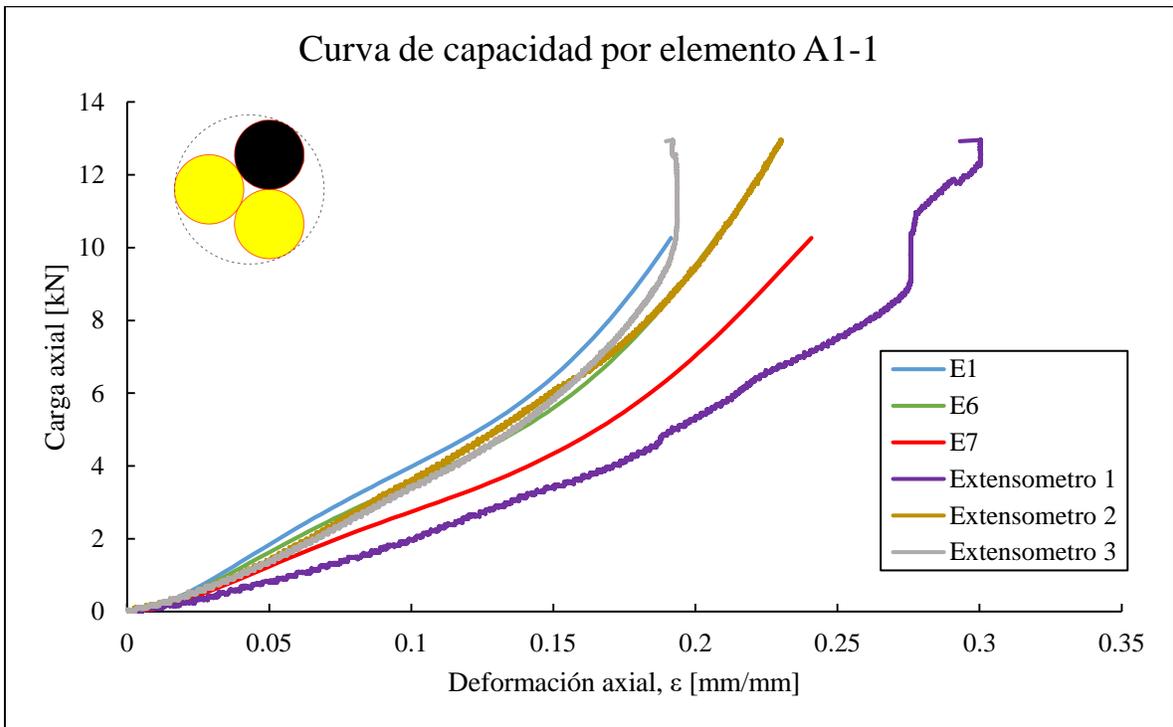


Figura 104. Curva de capacidad por elemento finito para cables de poliéster 1x3 (0+3). Un daño.

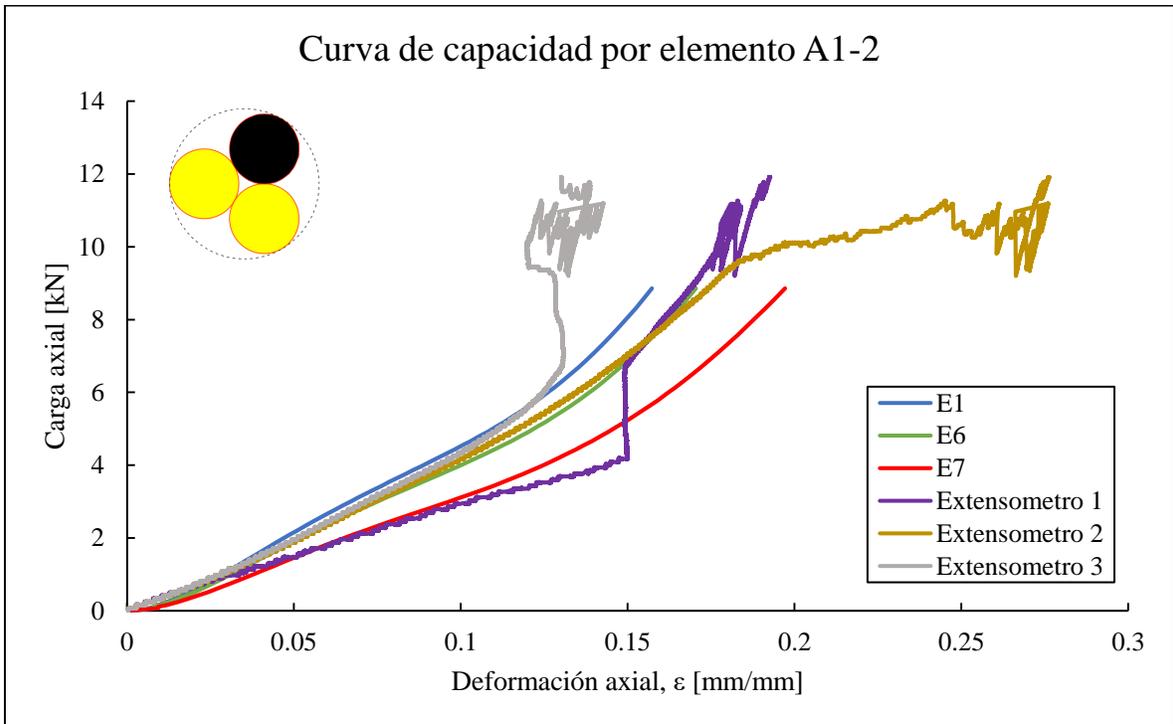


Figura 105. Curva de capacidad por elemento finito para cables de poliéster 1x3 (0+3). Un daño.

En los gráficos por elementos, se muestran los elementos centrales (E1) y los últimos dos elementos, cercanos a los apoyos (E6 y E7). Se puede ver que los extensómetros asociados a los elementos alejados del daño son similares en rigidez a los elementos E6 y E7 de las simulaciones. De la misma manera, E1 presenta cercanía con el extensómetro 1.

En A1-1, existe una buena correlación entre los extensómetros alejados del daño, en términos de rigidez. Debido a la complejidad de medición de los extensómetros y las cuerdas de poliéster, no se puede decir nada acerca de la capacidad última de deformación o de carga.

Con respecto a A1-2, se tiene una similitud entre los distintos elementos, aunque para el extensómetro 1, hasta el 10% de deformación se mantiene una correlación entre rigideces, para flexibilizarse hasta 15% de deformación y saltar a la capacidad y rigidez correspondiente al extensómetro 2. Los otros extensómetros midieron sin problemas y obtuvieron valores similares a los simulados.

6.2. Cuerdas de dos niveles, con segundo nivel en paralelo

Se simularon las cuerdas de polyester ensayadas experimentalmente por Ward et al (2006) bajo distintas configuraciones de daño, expuestas en las tablas 17 a 22. Las configuraciones geométricas para cada cuerda están disponibles en las tablas 23 a 28.

Se supuso valores para el largo de recuperación (zona donde ocurre la concentración de deformaciones) según los estudios de Beltrán et al (2017).

Tabla 17. Configuraciones de daño estudiadas para cable de poliéster M35.

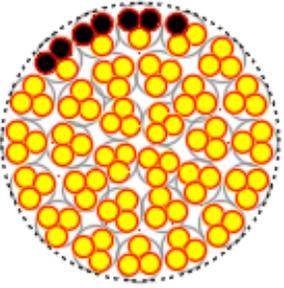
Nombre	% daño	IA	Largo de recuperación (mm)	
Marlow (35 ton)	10	0.159	804.288	

Tabla 18. Configuraciones de daño estudiadas para cable de poliéster M700.

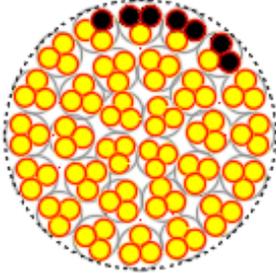
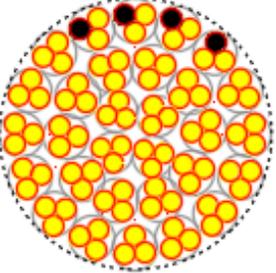
Nombre	% daño	IA	Largo de recuperación (mm)	
Marlow (700 ton)	10	0.159	3762.229	
Marlow (700 ton)	5	0.095	3762.229	

Tabla 19. Configuraciones de daño estudiadas para cable de poliéster B35.

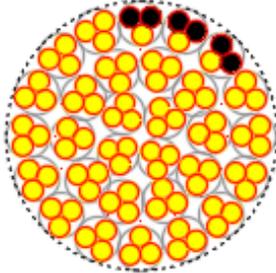
Nombre	% daño	IA	Largo de recuperación (mm)	
Bexco (35 ton)	10	0.186	1481.200	

Tabla 20. Configuraciones de daño estudiadas para cable de poliéster B700.

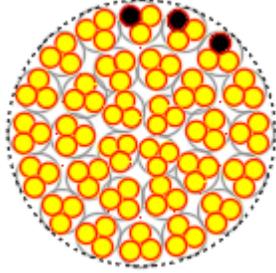
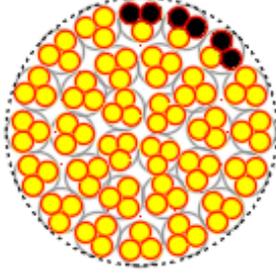
Nombre	% daño	IA	Largo de recuperación (mm)	
Bexco (700 ton)	5	0.09	4377.893	
Bexco (700 ton)	10	0.173	4377.893	

Tabla 21. Configuraciones de daño estudiadas para cable de poliéster W35.

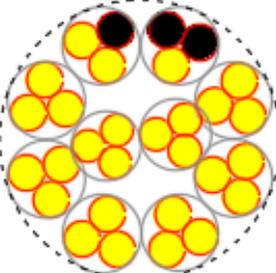
Nombre	% daño	IA	Largo de recuperación (mm)	
Whitehill (35 ton)	10	0.172	789.058	

Tabla 22. Configuraciones de daño estudiadas para cable de poliéster W700.

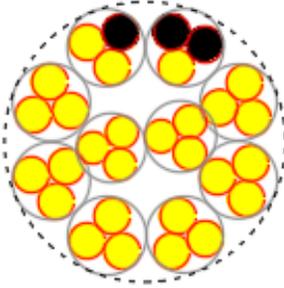
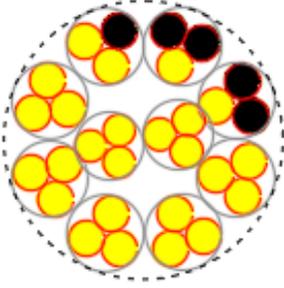
Nombre	% daño	IA	Largo de recuperación (mm)	
Whitehill (700 ton)	10	0.172	12.386	
Whitehill (700 ton)	15	0.252	12.386	

Tabla 23. Configuración geométrica de cables estudiados M35.

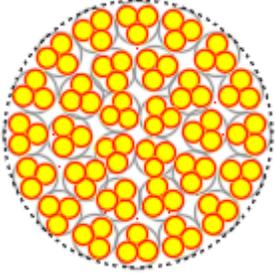
Configuración	Símbolo	Descripción	Valor
<i>Marlow (35 ton)</i> <i>M35</i> <i>(12+9+3)</i> 	R_0	Radio del cable	16 mm
	r_s	Radio de componente	1.27 mm
	α_1	Ángulo de hélice	10.04°
	p_1	Paso	52 mm

Tabla 24. Configuración geométrica de cables estudiados M700.

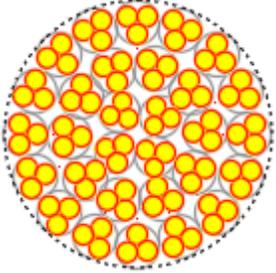
Configuración	Símbolo	Descripción	Valor
<p><i>Marlow (700 ton)</i></p> <p><i>M700</i></p> <p><i>(12+9+3)</i></p> 	R_0	Radio del cable	80 mm
	r_s	Radio de componente	6.55 mm
	α_1	Ángulo de hélice	10.68°
	p_1	Paso	252 mm

Tabla 25. Configuración geométrica de cables estudiados B35.

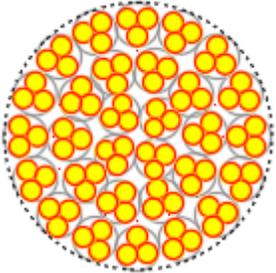
Configuración	Símbolo	Descripción	Valor
<p><i>Bexco (35 ton)</i></p> <p><i>B35</i></p> <p><i>(11+6+1)</i></p> 	R_0	Radio del cable	16 mm
	r_s	Radio de componente	1.6 mm
	α_1	Ángulo de hélice	2.32°
	p_1	Paso	286 mm

Tabla 26. Configuración geométrica de cables estudiados B700.

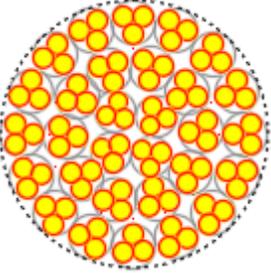
Configuración	Símbolo	Descripción	Valor
<i>Bexco (700 ton)</i> <i>B700</i> <i>(10+7+3)</i> 	R_0	Radio del cable	73.5 mm
	r_s	Radio de componente	6.125 mm
	α_1	Ángulo de hélice	2.32°
	p_1	Paso	286 mm

Tabla 27. Configuración geométrica de cables estudiados W35.

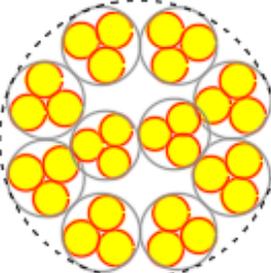
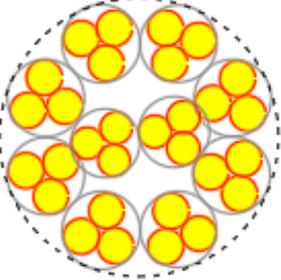
Configuración	Símbolo	Descripción	Valor
<i>Whitehill (35 ton)</i> <i>W35</i> <i>(8+2)</i> 	R_0	Radio del cable	18 mm
	r_s	Radio de componente	2.25 mm
	α_1	Ángulo de hélice	11.13°
	p_1	Paso	83 mm

Tabla 28. Configuración geométrica de cables estudiados W700.

Configuración	Símbolo	Descripción	Valor
Whitehill (700 ton) W700 (8+2) 	R_0	Radio del cable	83 mm
	r_s	Radio de componente	10 mm
	α_1	Ángulo de hélice	13.6°
	p_1	Paso	300 mm

Los resultados obtenidos se muestran en los siguientes gráficos:

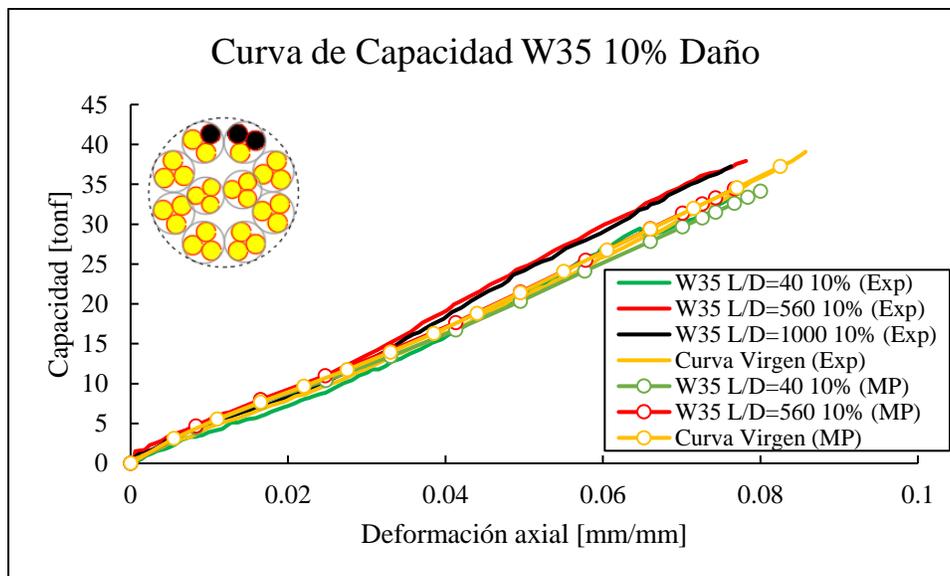


Figura 106. Curva de capacidad para cuerda de poliéster W35. 10% de daño.

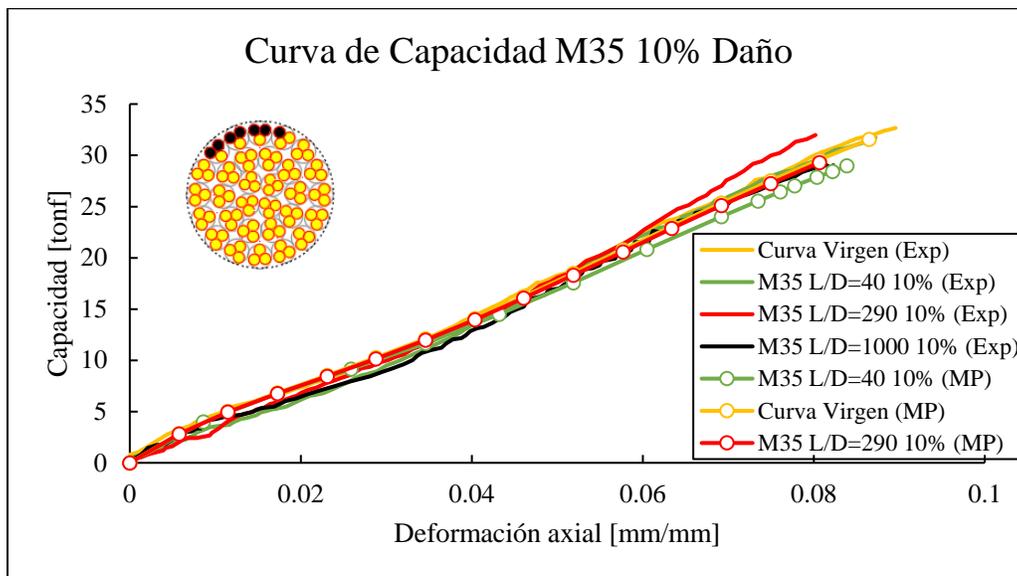


Figura 107. Curva de capacidad para cuerda de poliéster M35. 10% de daño.

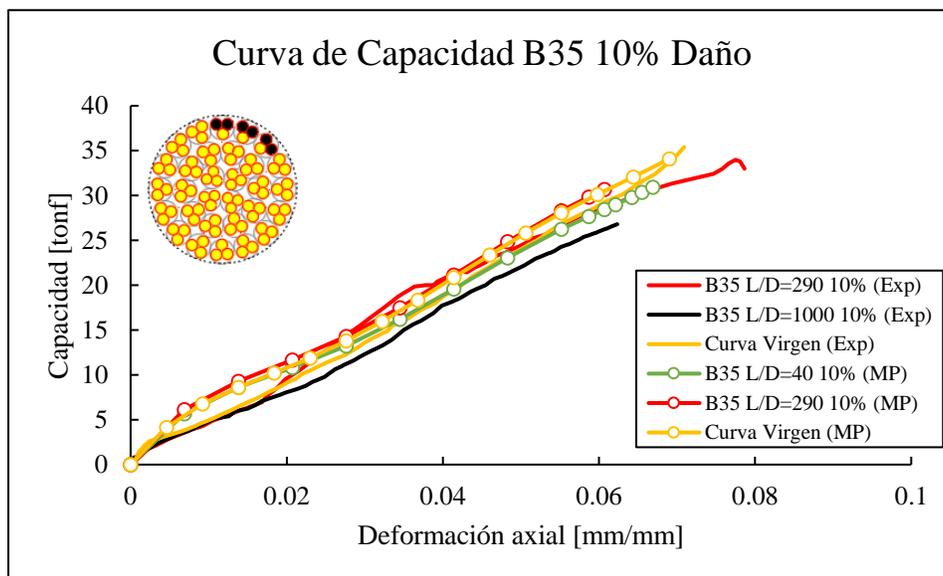


Figura 108. Curva de capacidad para cuerda de poliéster B35. 10% de daño.

En la curva W35, se ve una buena correlación entre la simulación y los experimentos para baja deformación. Ambos ensayos fallaron cerca de la zona de falla inducida inicialmente (Ward et al., 2006). Luego de alcanzar una deformación global de 0.02 hasta 0.05, la cuerda comienza un proceso de rigidización y luego uno de flexibilización.

Para la curva M35, todas las curvas experimentales se comparan bastante bien con las simulaciones del modelo propuesto, particularmente, en la parte final de esta (deformaciones altas). Según lo informado por Ward et al. (2006), los especímenes experimentales L/D=40 y L/D=1000 fallaron en la mitad, donde se indujo el daño. No ocurre así con el espécimen L/D= 290 que falló en un extremo, lo que explica una rigidización de la curva cerca de la

deformación última, por una concentración de deformaciones en la zona de falla. Las otras dos curvas experimentales son correctamente simuladas por el modelo propuesto y tienden a la curva virgen, debido a la capacidad de recuperación de carga.

Los ensayos de cuerdas B35 muestran que para $L/D=1000$ la curva experimental va claramente por debajo de las simulaciones y por debajo de la curva $L/D=40$. Todos los ensayos experimentales inician con una rigidez notoriamente más baja que la supuesta en las simulaciones y luego se rigidizan hasta alcanzar la rigidez del modelo propuesto, en el caso de $L/D=290$. No ocurre de la misma manera para la curva $L/D=1000$, que no recupera carga como el otro ensayo mencionado.

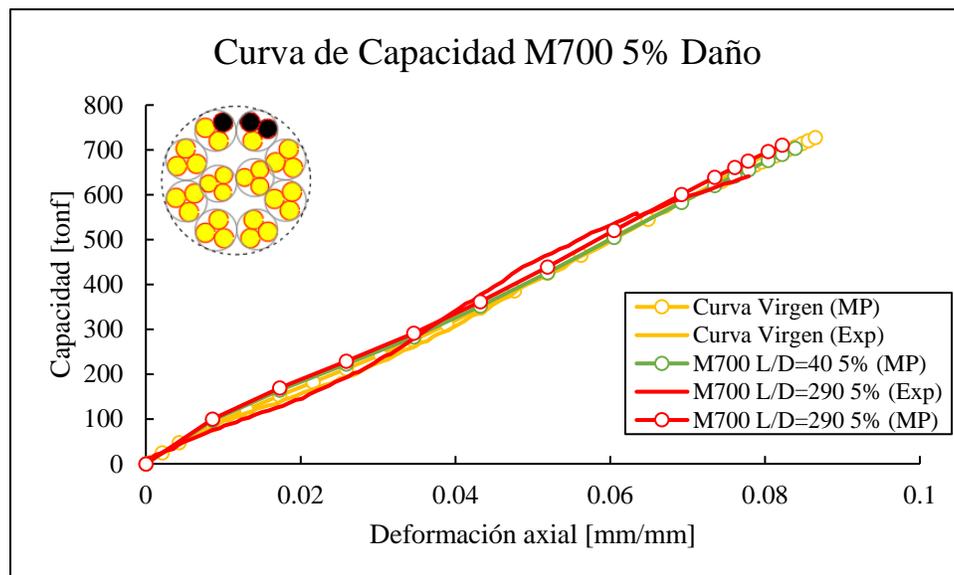


Figura 109. Curva de capacidad para cuerda de poliéster M700. 5% de daño.

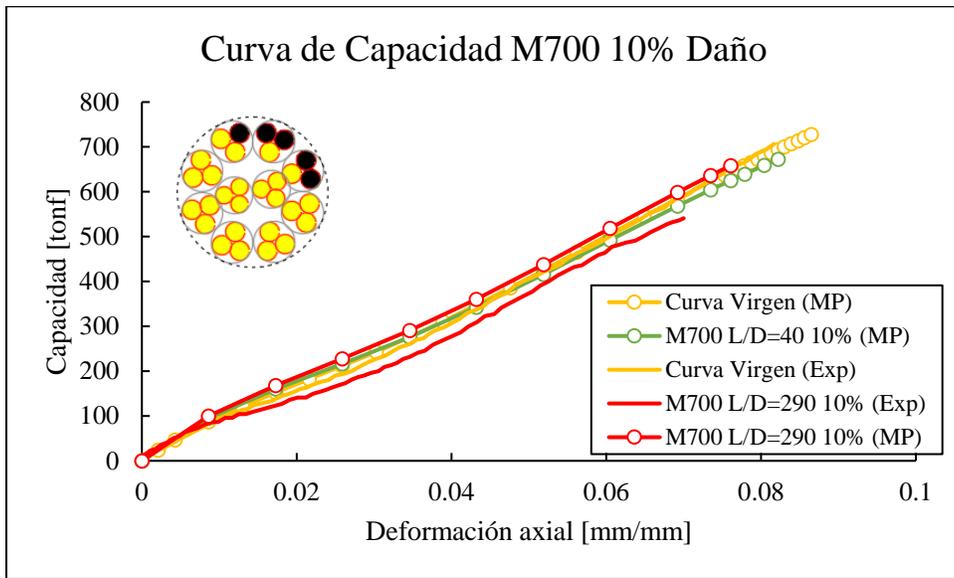


Figura 110. Curva de capacidad para cuerda de poliéster M700. 10% de daño.

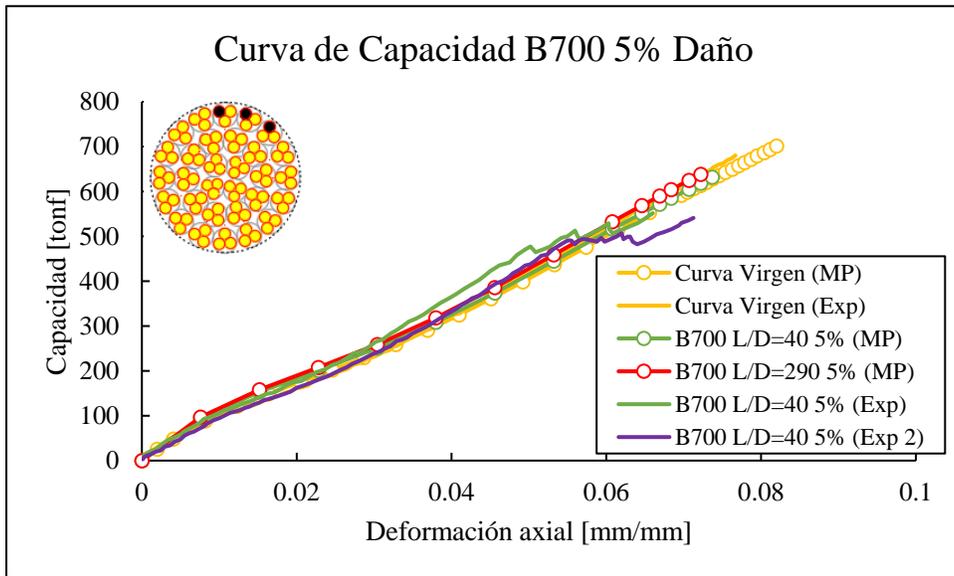


Figura 111. Curva de capacidad para cuerda de poliéster B700. 5% de daño.

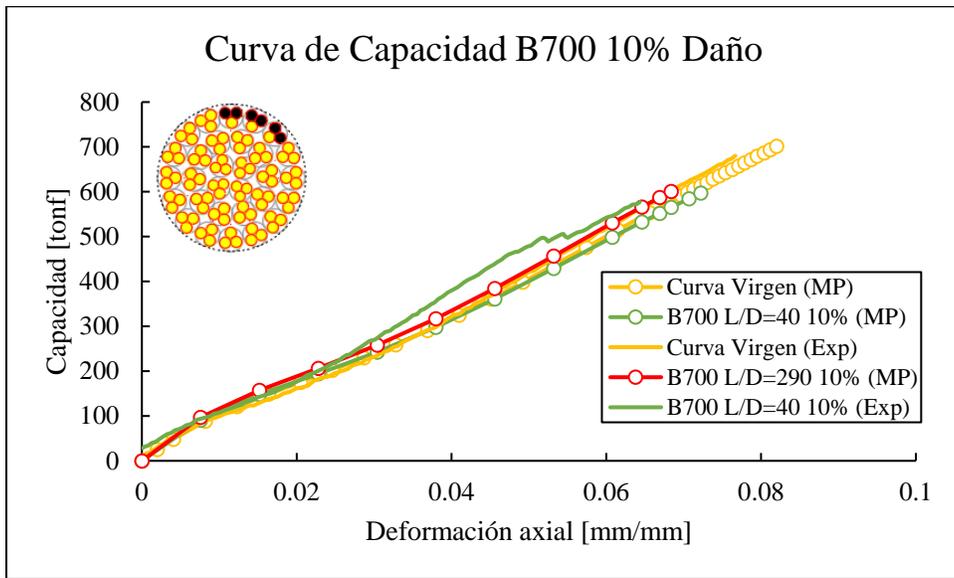


Figura 112. Curva de capacidad para cuerda de poliéster B700. 10% de daño.

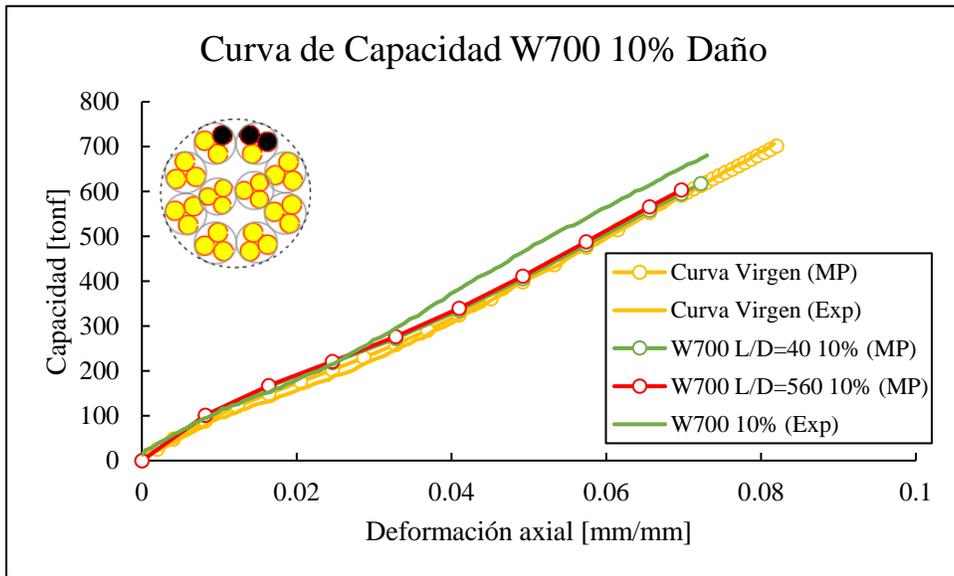


Figura 113. Curva de capacidad para cuerda de poliéster W700. 10% de daño.

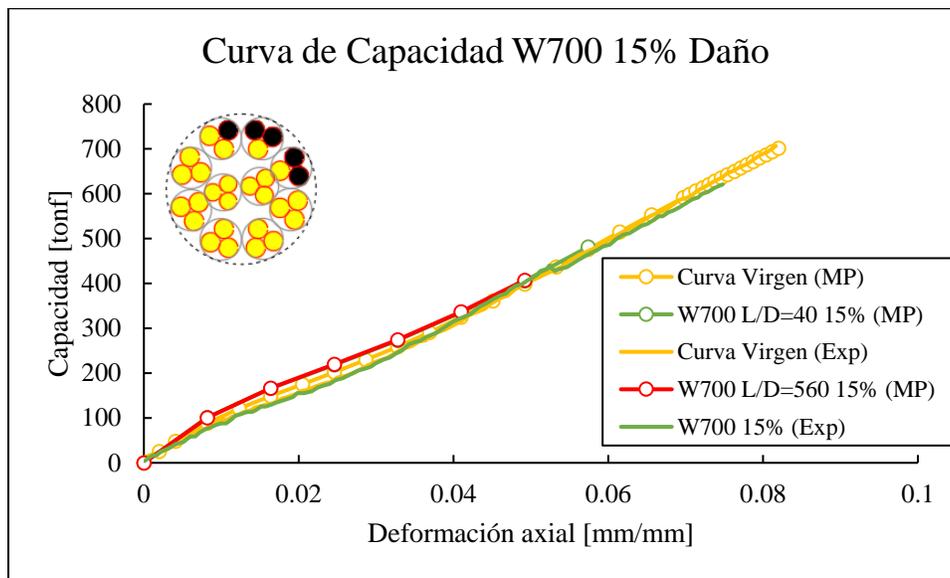


Figura 114. Curva de capacidad para cuerda de poliéster W700. 15% de daño.

En cuanto a las cuerdas de 700 toneladas de capacidad nominal, se simularon tres configuraciones geométricas distintas (B700, M700 y W700) con variaciones de daño asimétrico entre 5% y 15%.

La cuerda M700 dañada al 5% muestra un comportamiento menos rígido hasta cerca del 2.5% de deformación y pasado ese valor, la curva se rigidiza hasta cerca del 5% de deformación donde vuelve a flexibilizarse. Si bien se alcanzan valores de capacidad última similares, el comportamiento global difiere en términos de rigidez. No así con la curva virgen, que se asemeja notablemente a los ensayos, en términos de deformación y capacidad.

Ward et al (2006) determina para el ensayo M700 dañado asimétricamente al 10% que en el ciclaje previo a los ensayos, ocurrió la rotura de varios elementos. Este suceso explica la menor rigidez y capacidad última (en carga y deformación) del ensayo experimental respecto a las simulaciones. Según análisis posteriores hechos por Beltrán et al (2017), ocurre un daño equivalente a 25% en el cable, sumado a una pérdida en la capacidad de recuperación de carga. Además, se genera una falla prematura debido a la falla del cable en uno de sus extremos (Ward et al, 2006).

Para la cuerda B700 al 5% de daño se puede ver una buena correlación entre la simulación y los datos experimentales para $L/D=40$. A partir de un 0.03 de deformación axial, uno de los experimentos (curva verde) comienza un proceso de rigidización, que luego se flexibiliza cerca de 0.05 de deformación. La curva experimental morada alcanza una rigidez similar y una pérdida de capacidad y rigidez probablemente debido a la falla prematura de alguno de sus componentes.

La misma cuerda anterior, dañada al 10% de manera asimétrica se compara correctamente en rigidez con las simulaciones hasta una deformación aproximada del 2.5%. Pasado este valor la curva comienza un proceso de rigidización interrumpido por la rotura de

algunos de sus componentes, luego de lo cual se acerca a las simulaciones y la curva intacta. Según lo reportado por Ward et al (2006), la rotura se da en la zona donde se infligió el daño inicialmente.

Las cuerdas W700 se ensayaron para daños de 10% y 15% y se obtuvo una curva más rígida para el primer caso, con una capacidad última de carga mayor a la estimada, pero una capacidad de deformación similar.

Para la cuerda de 15% de daño, se obtiene una correlación bastante buena en términos de rigidez, aunque el algoritmo numérico no es capaz de simular correctamente la capacidad última de deformación de las cuerdas.

Se muestran además las curvas simuladas por el daño asimétrico sin capacidad de recuperación de carga (ADDM) desarrolladas por Beltrán et al (2017), las curvas de localización de deformaciones (SLM), desarrolladas por Beltrán y Williamson (2006) y las curvas de modelo propuesto (figuras 115 a 123), para lo cual se nota un incremento de rigidez en las curvas que incorporan la recuperación de carga con respecto al fenómeno de asimetría de carga y una convergencia a la curva de localización de deformaciones. Además, se identifica una falla prematura de las cuerdas producto de la concentración de deformaciones y la asimetría, actuando ambas en conjunto, cuantificándose en hasta un 6% de disminución en la capacidad de deformación estimada mediante el modelo de SLM, estos resultados pueden verse gráficamente en la figura 124.

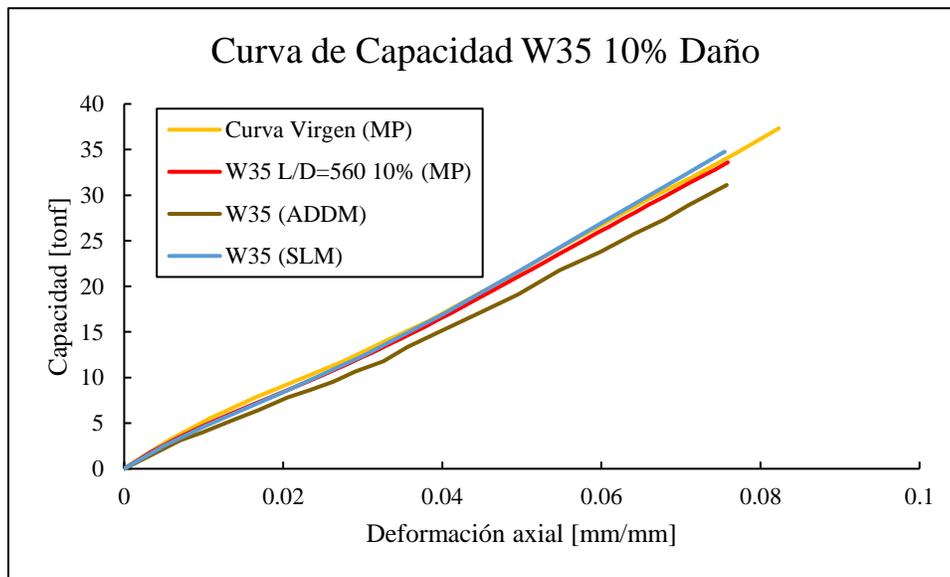


Figura 115. Curva de capacidad para cuerda de poliéster W35. 10% de daño. Comparación MP con modelo de solo asimetría (ADDM) y localización de deformaciones (SLM).

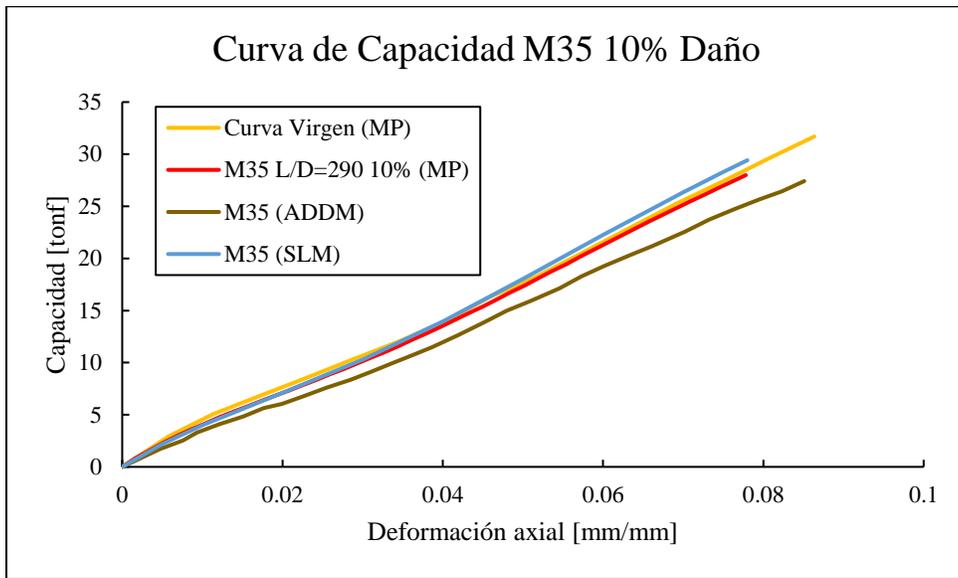


Figura 116. Curva de capacidad para cuerda de poliéster M35. 10% de daño. Comparación MP con modelo de solo asimetría (ADDM) y localización de deformaciones (SLM).

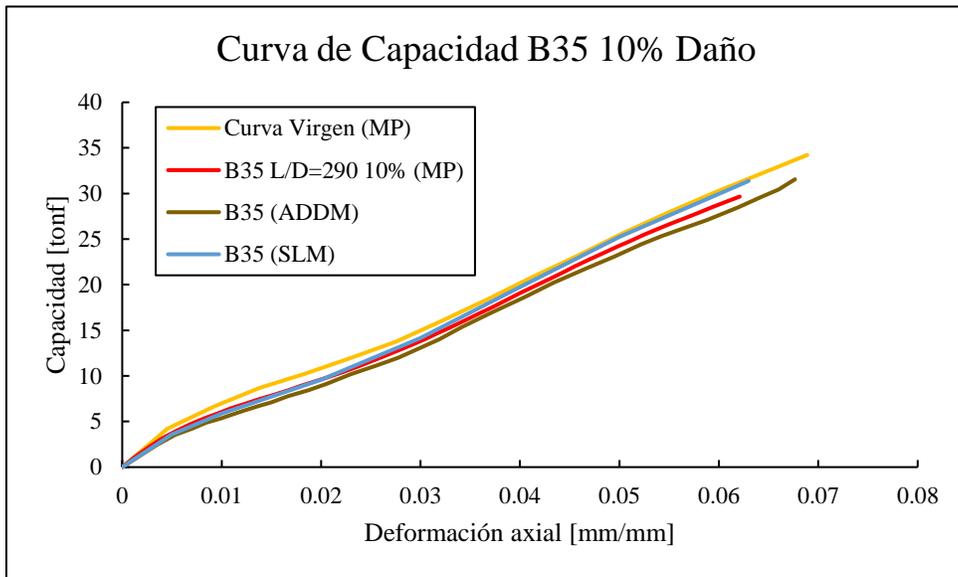


Figura 117. Curva de capacidad para cuerda de poliéster B35. 10% de daño. Comparación MP con modelo de solo asimetría (ADDM) y localización de deformaciones (SLM).

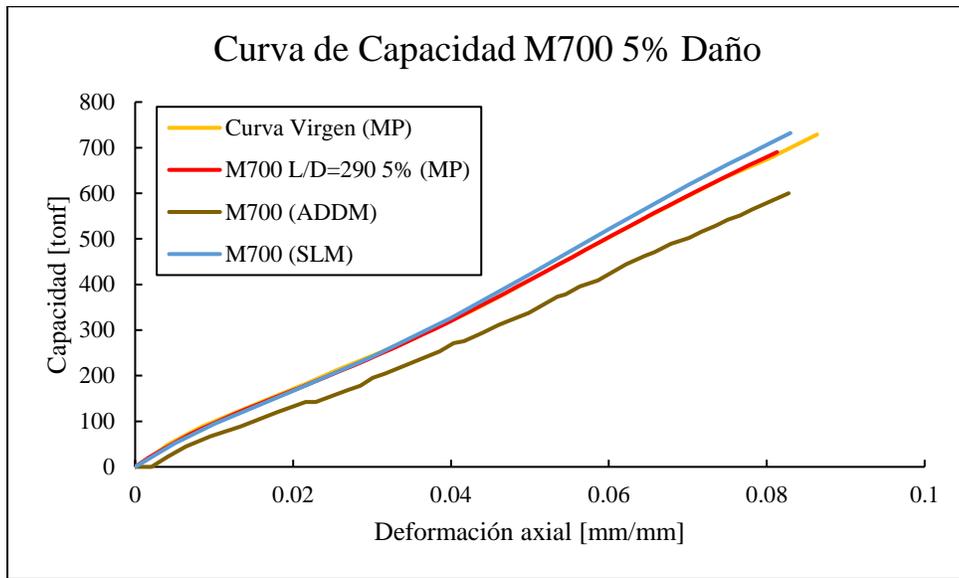


Figura 118. Curva de capacidad para cuerda de poliéster M700. 5% de daño. Comparación MP con modelo de solo asimetría (ADDM) y localización de deformaciones (SLM).

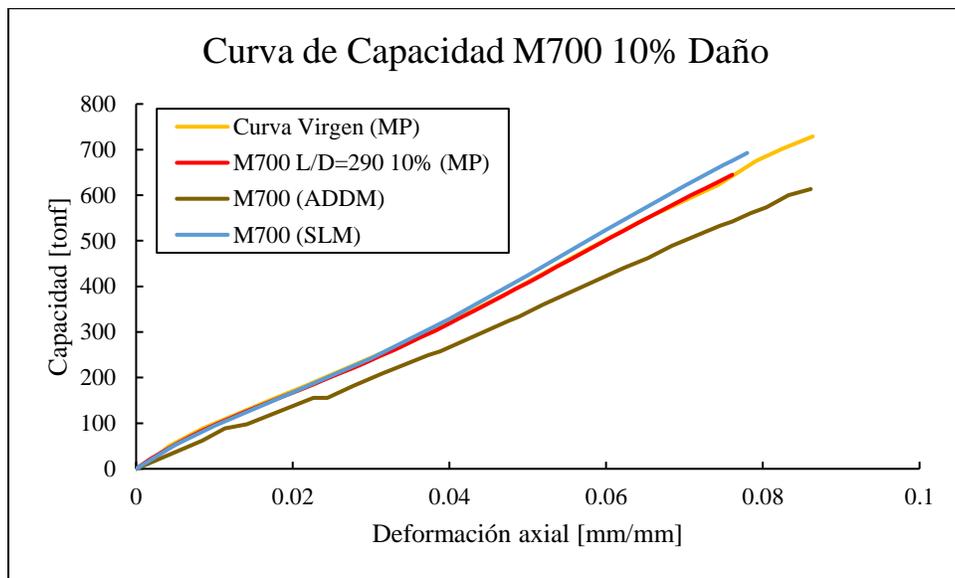


Figura 119. Curva de capacidad para cuerda de poliéster M700. 10% de daño. Comparación MP con modelo de solo asimetría (ADDM) y localización de deformaciones (SLM).

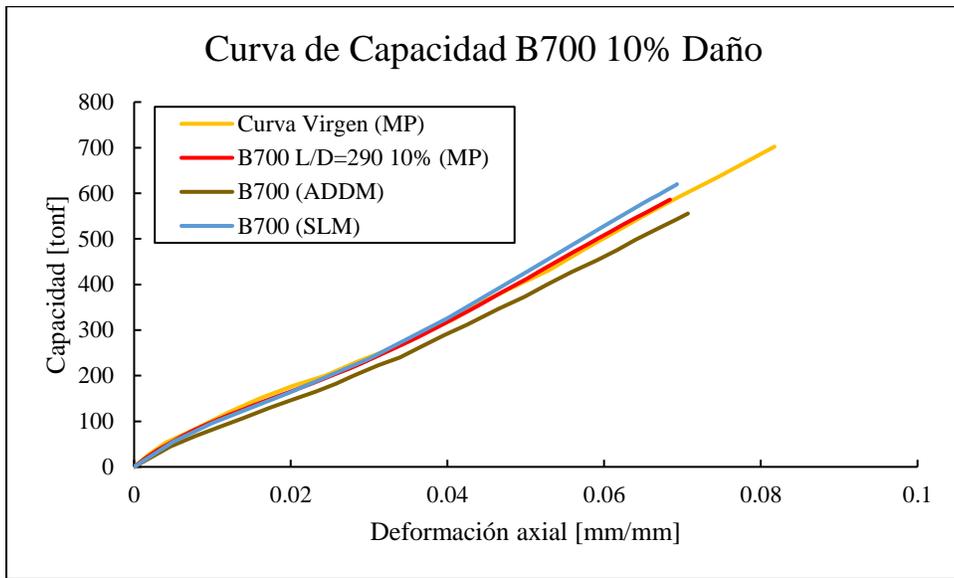


Figura 120. Curva de capacidad para cuerda de poliéster B700. 10% de daño. Comparación MP con modelo de solo asimetría (ADDMM) y localización de deformaciones (SLM).

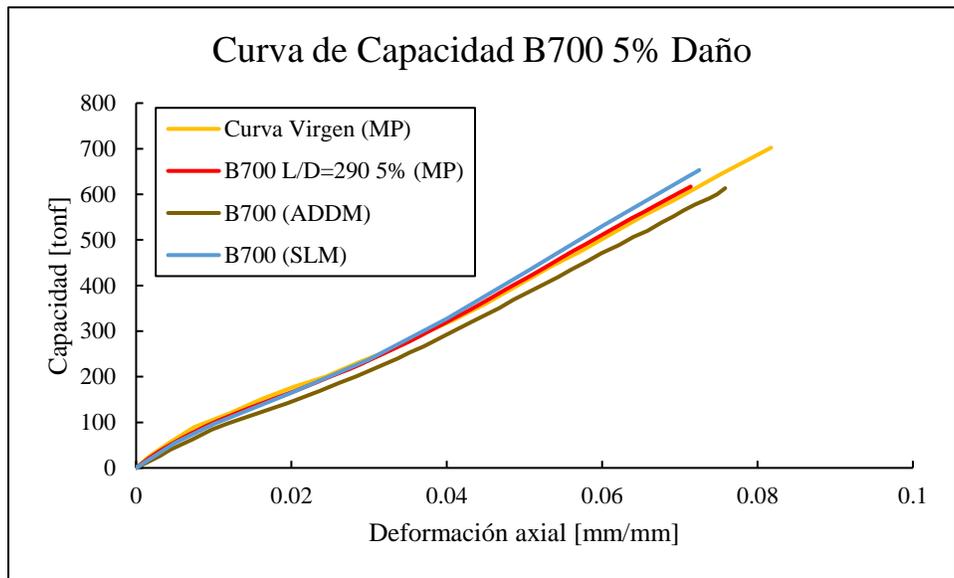


Figura 121. Curva de capacidad para cuerda de poliéster B700. 5% de daño. Comparación MP con modelo de solo asimetría (ADDMM) y localización de deformaciones (SLM).

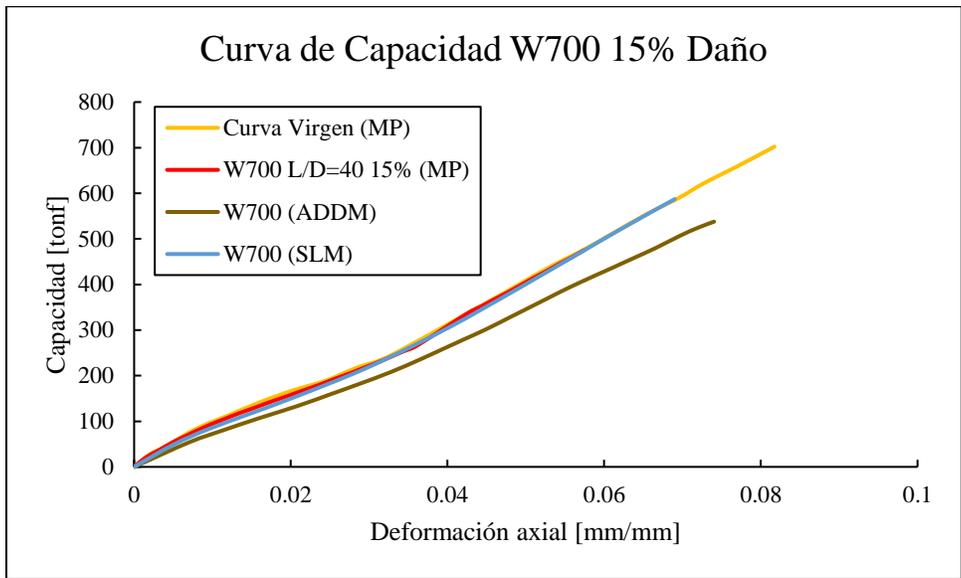


Figura 122. Curva de capacidad para cuerda de poliéster W700. 15% de daño. Comparación MP con modelo de solo asimetría (ADDM) y localización de deformaciones (SLM).

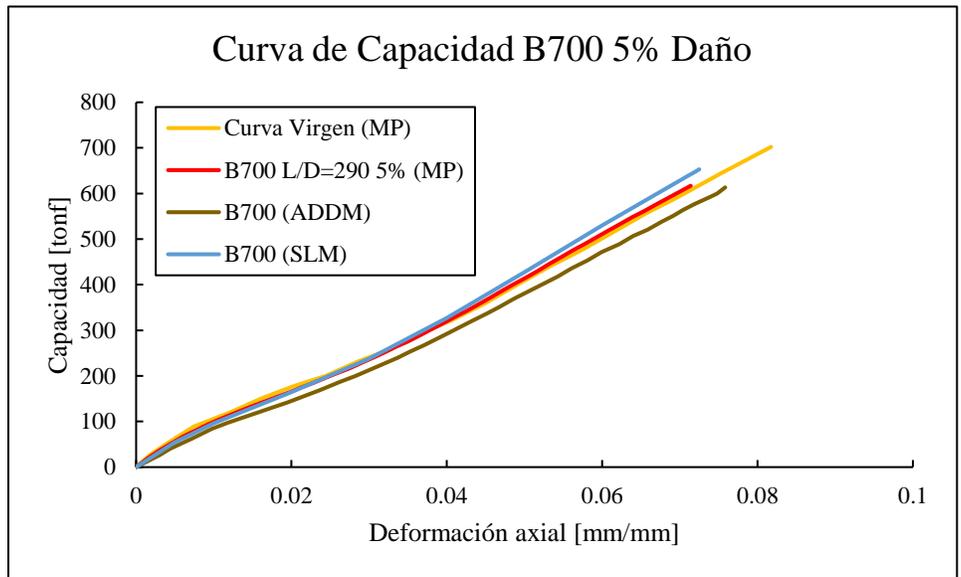


Figura 123. Curva de capacidad para cuerda de poliéster W700. 10% de daño. Comparación MP con modelo de solo asimetría.

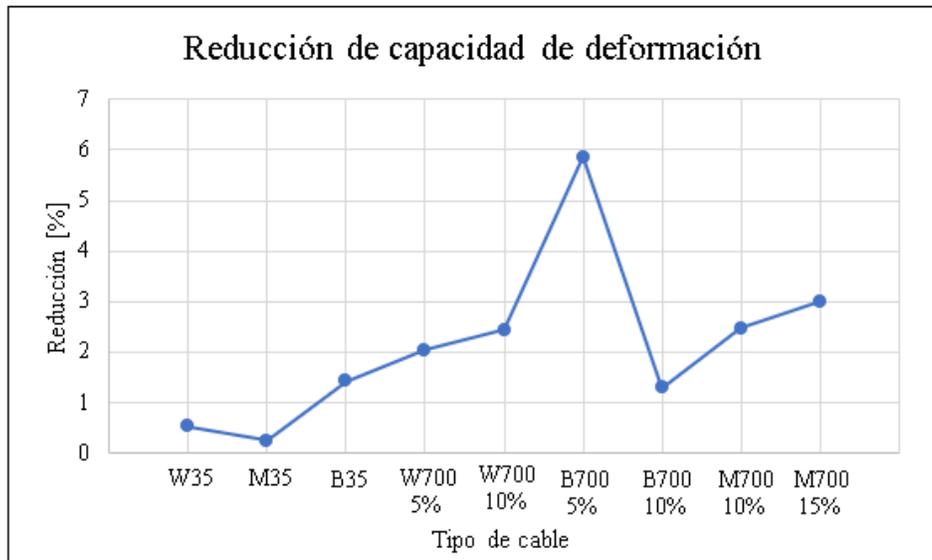


Figura 124. Pérdida de capacidad de deformación del modelo propuesto con respecto al modelo de concentración de deformaciones (SLM) desarrollado por Beltrán (2006).

A modo esquemático, se muestra en la figura 125 la influencia de la asimetría en combinación con la concentración de deformaciones en un cable. La asimetría del daño se pierde a medida que las secciones se alejan de la zona donde fue infligido el daño inicial, por lo tanto, las cargas inducidas por la asimetría disminuyen con esta. Por lo tanto, se espera un gradiente de tensiones y deformaciones más marcado en la zona de influencia de la asimetría de daño y un menor gradiente en los extremos.

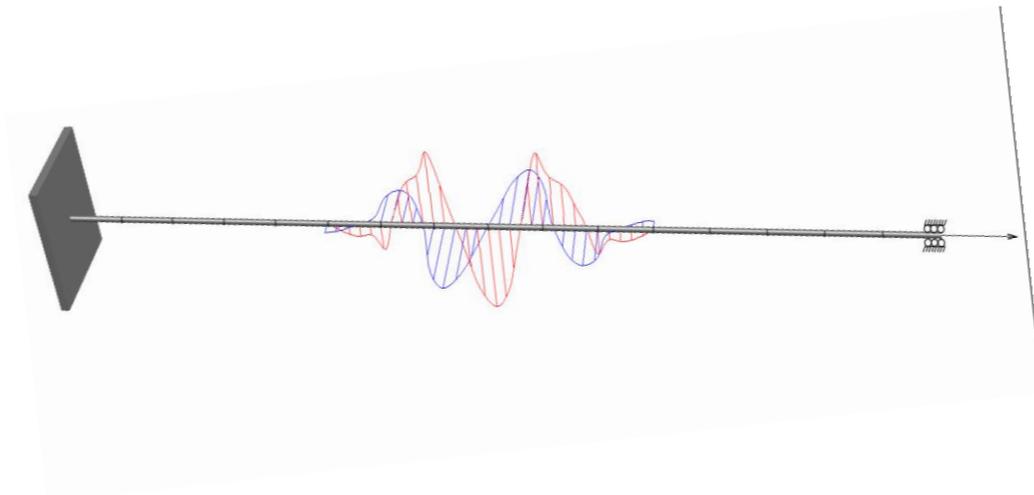


Figura 125. Esquema de cargas distribuidas en el largo del cable considerando concentración de deformaciones y asimetría del daño.

Para los distintos cables estudiados, se grafican los gradientes en la sección central (donde se inflige el daño) y en los extremos, cerca de las condiciones de borde, donde se

espera una recuperación en la capacidad de carga producto de la concentración de deformaciones.

En las figuras siguientes se muestra lo anteriormente expuesto, para las cuerdas de polyester estudiadas, donde se aprecia la concentración de deformaciones en la zona central de la cuerda, sumada a un gradiente de deformaciones que se atenúa a medida que se aleja de la zona dañada.

B35

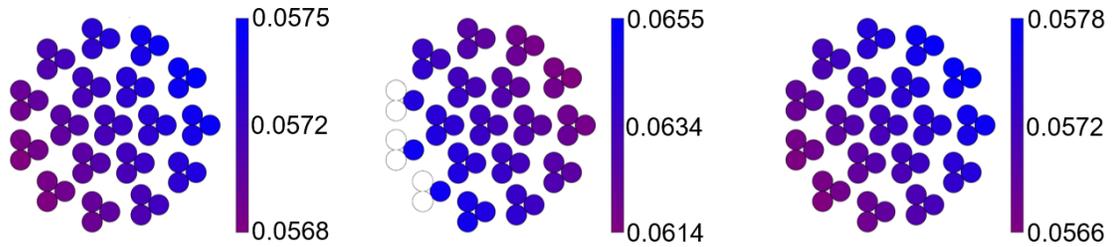


Figura 126. Deformadas para a) primer tercio b) segundo tercio y c) tercer tercio de cable B35.

B700

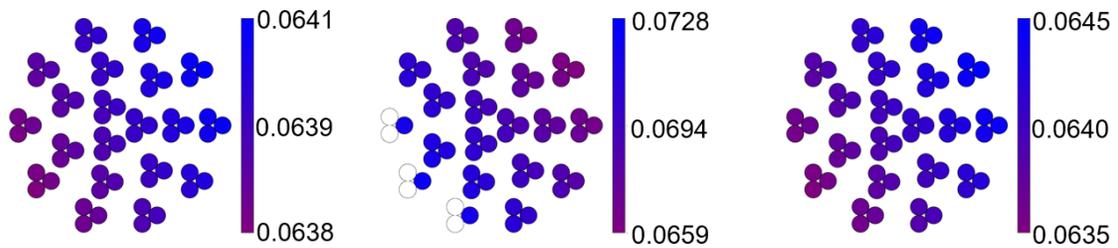


Figura 127. Deformadas para a) primer tercio b) segundo tercio y c) tercer tercio de cable B700.

M35

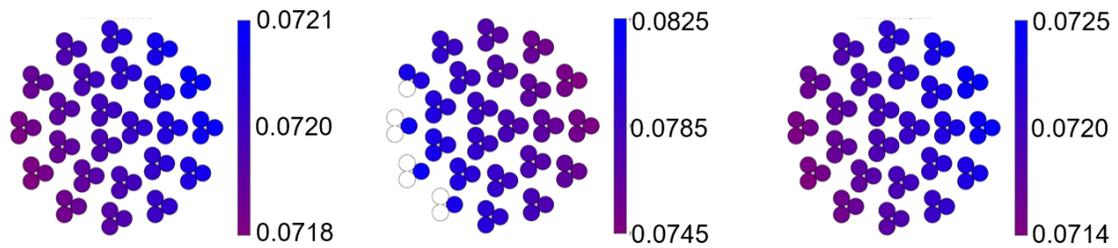


Figura 128. Deformadas para a) primer tercio b) segundo tercio y c) tercer tercio de cable M35.

M700

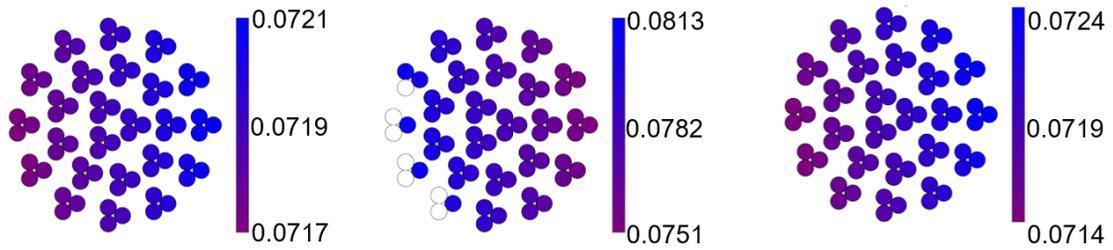


Figura 129. Deformadas para a) primer tercio b) segundo tercio y c) tercer tercio de cable M700.

W35

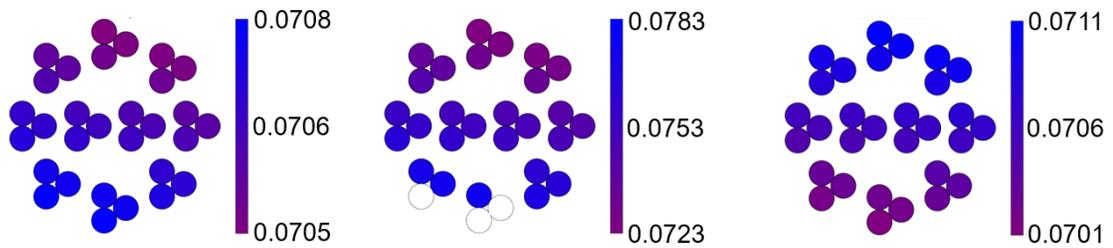


Figura 130. Deformadas para a) primer tercio b) segundo tercio y c) tercer tercio de cable W35.

Se puede ver que, en los tramos centrales de cada cable, existe un gradiente de deformaciones marcado, que oscila entre el 7% y 11%. A medida que se aleja del daño, se puede ver una disminución del gradiente, debido a la recuperación de carga de los alambres dañados, llegando a un gradiente casi inexistente (inferior al 2%).

CAPÍTULO VII: Conclusiones

De los resultados obtenidos en este trabajo se puede concluir los siguientes puntos:

1. En este trabajo se propone un modelo mecánico basado en elementos finitos que considera un elemento denominado viga cable, capaz de incorporar a las características de un elemento viga, las particularidades de la deformación cinemática de un cable.

2. El modelo es capaz de reproducir correctamente los fenómenos de daño asimétrico en la sección transversal y la concentración de deformaciones en forma independiente. De la misma manera, el modelo es capaz de incorporar ambos fenómenos actuando en conjunto.

3. Es posible estimar la curva de capacidad de los cables metálicos y de polyester estudiados, con alta precisión en cuanto a capacidad del cable, pero no es posible determinar la deformación de rotura de los cables metálicos estudiados, debido a la alta variabilidad presente en los estudios experimentales comparados. se reporta en Beltrán et al (en revisión), que la capacidad de deformación es menor que la estimada en un 25% aproximadamente, debido a la distribución no homogénea de esfuerzos en la sección transversal. Esto podría tener un impacto en la interacción de los alambres, fenómeno no incorporado en el modelo propuesto en este trabajo, por lo que no se puede concluir al respecto.

4. Las simulaciones hechas con el algoritmo propuesto son capaces de predecir de manera estimativa tanto el comportamiento global de los cables (metálicos y de poliéster) estudiados como el comportamiento local de éstos, al poder estimar apropiadamente su curva de capacidad y la distribución de deformaciones (y de tensiones) en la sección transversal de un elemento dado.

5. La eficiencia computacional del modelo propuesto logra satisfacer una respuesta costo efectiva, desde el punto de vista de los resultados obtenidos versus el costo computacional (y, por lo tanto, de tiempo y consumo energético). Las simulaciones para cables 1x6, 1x9 y 1x19 requieren del orden de un minuto en un computador Intel i7 de 3.5GHz de procesador, en cuanto requieren días para resolverse en programas de elementos finitos, obteniéndose resultados similares (Silva, 2017).

6. La hipótesis de Bernoulli supuesta, es razonable desde el punto de vista lógico, dado que se genera un gradiente de deformaciones acorde a lo esperado (en comparación con datos experimentales). En la comparación con elementos finitos, el gradiente de deformaciones es similar hasta la última capa, luego de lo cual se acerca a cero. Este punto parece poco razonable y se cree que puede incidir las condiciones locales de borde y de contacto de los alambres que reflejan una realidad que no es tal. Por ende, el deslizamiento de alambres no parece tener efecto sobre el comportamiento del cable (tanto global como localmente) y por eso, puede ser despreciado.

7. La influencia del diámetro sobre el efecto de la asimetría, según las simulaciones llevadas a cabo indican que a medida que el diámetro crece, el efecto de la asimetría se exagera, incrementándose el gradiente de deformaciones para cables de la misma configuración geométrica y de daño, pero distinto diámetro. Este análisis se hizo para cables

de 7 elementos (1+6) y un nivel, por lo que debiera extenderse este estudio para obtenerse resultados concluyentes sobre el efecto del diámetro en la influencia de la asimetría sobre el comportamiento de un cable.

8. Para los cables metálicos estudiados, el efecto de la asimetría no genera un impacto en su rigidez ni tampoco en la capacidad de éstos. Únicamente incide en la generación de un gradiente de deformaciones y tensiones, alargándose los alambres más cercanos a la zona dañada y acortándose (relativamente con respecto a una distribución uniforme de deformaciones en la sección transversal) en los alambres más alejados del daño. Se puede ver que la variabilidad de los puntos con respecto a una recta de 45 grados, al comparar la reducción de capacidad con la reducción de área de cable, es baja, lo que refuerza el punto anterior. Esto se explica por el tipo de ley constitutiva del material, ya que la rigidez post fluencia es muy baja, lo que impediría identificar pérdida de rigidez por efecto de la asimetría. Por el contrario, los cables de poliéster analizados muestran una disminución en capacidad residual y de deformación. En cuanto a la rigidez, se identifica una leve disminución, que puede considerarse despreciable para estos efectos.

9. La rigidez inicial del modelo propuesto para los cables metálicos es sobreestimada en su mayoría con respecto a los datos medidos experimentalmente, tal como mencionan Judge (2012) y Lalonde (2017) en sus observaciones. Las simulaciones de elementos finitos elaboradas para sus estudios, tal como el modelo mecánico y elementos finitos aquí presentados, sobreestiman la rigidez de los cables en su segmento elástico lineal. De igual manera, la capacidad del cable es subestimada por un leve aumento de la rigidez post fluencia. Ambos fenómenos fueron observados en los cables metálicos estudiados, aunque se desconoce los motivos que los provocan.

10. Las curvas de elementos finitos desarrolladas por Silva (2017) presentan una disimilitud con las curvas simuladas para los cables de 19 alambres debido a la consideración del primero (elementos finitos) de contactos y a la sensibilidad de las variables referentes a esto. En ese sentido, la sensibilidad de los elementos finitos, a singularidades observables en el gradiente de deformaciones y tensiones (como se vio en puntos anteriores) influyen negativamente en la estimación de un punto de fluencia más bajo del esperado por la simulación y los experimentos llevados a cabo por Núñez (2018). Esta influencia de las condiciones de borde y singularidades debe estudiarse más en detalle para lograr una mejor sintonía entre todas las aproximaciones. Pese a lo anterior, las deflexiones máximas estimadas por Silva (2017) guardan una similitud muy alta con respecto a los valores simulados con el modelo de viga-cable.

11. Según comentarios hechos en Yang y Kuo (1994) y McGuire et al. (2000) en sus libros, existe el concepto de test de cuerpo rígido, el cual debe pasar todo elemento finito. De no hacerlo, pueden presentarse dispersiones de los resultados en el análisis. En este caso particular, los supuestos realizados de elementos fibra para considerar la energía de cada alambre que compone un cable (en que la energía es mayoritariamente producto de la deformación axial, por lo tanto, los términos no asociados a la elongación axial son despreciados), pareciera no satisfacer el test de cuerpo rígido y, por lo tanto, ofrecer inestabilidades numéricas y exageraciones en los desplazamientos transversales de los

cables. Este punto debe ser abordado con cuidado para futuras investigaciones y se debiera incorporar otros elementos a la matriz de rigidez donde se consideren las otras componentes de energía, evitando complejizar el problema en demasía. Se propone, para futuras investigaciones, enriquecer el modelo mediante el desarrollo de elementos tipo *rod* (considerar más componentes de energía, aparte de la energía axial para los alambres).

11. El modelo se considera robusto, debido a la aplicabilidad observada para diferentes tipos de geometría, diámetros y material siendo capaz de obtener resultados razonables.

12. Las conclusiones de este trabajo son válidas para los tipos de cables analizados. La extensión de este modelo para otro tipo de construcción de cable y material requieren ser contrastados con ensayos experimentales y elementos finitos para determinar la validez de esos resultados.

BIBLIOGRAFÍA

- Asghari, M., Kahrobaian, M. H., & Ahmadian, M. T. (2010). *A nonlinear Timoshenko beam formulation based on the modified couple stress theory*. International Journal of Engineering Science, 48(12), 1749-1761.
- Beltrán, J. F., & De Vico, E. (2015). *Assessment of static rope behavior with asymmetric damage distribution*. Engineering Structures, 86, 84-98.
- Beltrán, J. F., & Vargas, D. (2012). *Effect of broken rope components distribution throughout rope cross-section on polyester rope response: Numerical approach*. International Journal of Mechanical Sciences, 64(1), 32-46.
- Beltrán, J. F., & Williamson, E. B. (2010). *Numerical simulation of damage localization in polyester mooring ropes*. Journal of engineering mechanics, 136(8), 945-959.
- Beltrán, J. F., Ramírez, N., & Williamson, E. (2017). *Simplified analysis of the influence of strain localization and asymmetric damage distribution on static damaged polyester rope behavior*. Ocean Engineering, 145, 237-249.
- Beltrán J. F., Núñez, E., Núñez, F., Silva, I., Bravo, T., and Moffat, R. (2018, en revisión). *Static Response of Asymmetrically Damaged Metallic Strands: Experimental and Numerical Approach*. Construction and Building Materials.
- Cardou, A., & Jolicoeur, C. (1997). *Mechanical models of helical strands*. Applied Mechanics Reviews, 50, 1-14.
- Chaplin, C. R., & Tantrum, N. R. H. (1985, June). *The influence of wire break distribution on strength*. In Organisation Internationale pour l'Etude de l'Endurance des Cables (OIPEEC), Round Table Conference, June, Glasgow.
- Cholewa, W. (1989, September). *Wire fracture and weakening of wire ropes*. In Wire Rope Discard Criteria: Round Table Conference: Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Institute of Lightweight Structures and Ropeways, September, Zurich, Switzerland.
- Chouari, A., Mohamed, E. G., Benali, A., & Hachim, A. (2014). *Estimated loss of residual strength of a flexible metal lifting wire rope: Case of artificial damage*. Recent Advances in Mechanical Engineering and Mechanics, 160.
- Costello, G. A., & Sinha, S. K. (1977). *Static Behavior of Wire Rope*. Journal of the Engineering Mechanics Division, 103(6), 1011-1022.
- Costello, G. A. (1983). *Stresses in multilayered cables*. Journal of Energy Resources Technology, 105(3), 337-340.
- Costello, G. A. (2003). *Mechanics of wire rope*. Department of Theoretical and Applied Mechanics (UIUC).

- De Vico, E. (2013). *Efectos de la distribución asimétrica de daño en la sección transversal de un cable: modelación numérica*. Memoria de Ingeniero Civil. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
- Evans, J. J., Ridge, I. L., & Chaplin, C. R. (2001). *Wire failures in ropes and their influence on local wire strain behaviour in tension-tension fatigue*. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 36(2), 231-244.
- Foti, F., & Martinelli, L. (2016). *Mechanical modeling of metallic strands subjected to tension, torsion and bending*. *International Journal of Solids and Structures*, 91, 1-17.
- Ghoreishi, S. R., Cartraud, P., Davies, P., & Messenger, T. (2007). *Analytical modeling of synthetic fiber ropes subjected to axial loads. Part I: A new continuum model for multilayered fibrous structures*. *International Journal of Solids and Structures*, 44(9), 2924-2942.
- Ghoreishi, S. R., Messenger, T., Cartraud, P., & Davies, P. (2007). *Validity and limitations of linear analytical models for steel wire strands under axial loading, using a 3D FE model*. *International Journal of Mechanical Sciences*, 49(11), 1251-1261.
- Hjelmstad, K. (2007). *Fundamentals of structural mechanics*. Springer Science & Business Media.
- ISO 4309 Cranes - Wire ropes - Care and maintenance, inspection and discard, 2010.
- Judge, R., Yang, Z., Jones, S. W., & Beattie, G. (2012). *Full 3D finite element modelling of spiral strand cables*. *Construction and Building Materials*, 35, 452-459.
- Knapp, R. H. (1975, September). *Nonlinear analysis of a helically armored cable with nonuniform mechanical properties in tension and torsion*. In OCEAN 75 Conference (pp. 155-164). IEEE.
- Lalonde, S., Guilbault, R., & Légeron, F. (2017). *Modeling multilayered wire strands, a strategy based on 3D finite element beam-to-beam contacts-Part I: Model formulation and validation*. *International Journal of Mechanical Sciences*, 126, 281-296.
- Lanteigne, J. (1985). *Theoretical estimation of the response of helically armored cables to tension, torsion, and bending*. *Journal of applied mechanics*, 52(2), 423-432.
- LeClair, R. (1991). *Axial response of multilayered strands with compliant layers*. *Journal of engineering mechanics* 117, 12, 2884–2902.
- MacDougall, C., & Bartlett, F. M. (2006). *Mechanical model for unbonded seven-wire tendon with single broken wire*. *Journal of engineering mechanics*, 132(12), 1345-1353.
- McGuire, W., Gallagher, R. H., & Ziemian, R. D. (2000). *Matrix structural analysis*.

- Núñez, F. (2018), *Influencia de la distribución asimétrica en curvas de capacidad de cables: Análisis Experimental*. Memoria de Ingeniero Civil. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
- Oplatka, G., and Roth, M. (1990). *Relation between the number and distribution of wire breaks and the residual breaking force*. *Wire* 40, 2, 206–209.
- Papailiou, K. O. (1997). *On the bending stiffness of transmission line conductors*. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 12(4), 1576-1588.
- Ramírez, N. (2015). *Estimación numérica de la influencia de la distribución asimétrica de daño en la respuesta estática con cables con geometría multicapa-multinivel*. Memoria de Ingeniero Civil. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
- Raouf, M., & Davies, T. J. (2004). *Determination of the bending stiffness for a spiral strand*. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 39(1), 1-13.
- Silva, I. (2017), *Análisis de cables superficialmente dañados en forma asimetría con geometría multicapa: Modelos numéricos en elementos finitos*. Memoria de Ingeniero Civil. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
- Standard, A. S. T. M. (2004). *E8, " Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials*. Annual book of ASTM standards, 3, 57-72.
- Wire Rope User's Manual, fourth edition, Wire Rope Technical Board, Virginia, 2005.
- Xiang, L., Wang, H. Y., Chen, Y., Guan, Y. J., Wang, Y. L., & Dai, L. H. (2015). *Modeling of multi-strand wire ropes subjected to axial tension and torsion loads*. *International Journal of Solids and Structures*, 58, 233-246.
- Yang, Y. B., & Kuo, S. R. (1994). *Theory and analysis of nonlinear framed structures*. Prentice-Hall. Englewood Cliffs, NJ.
- Zhang, D., & Ostoja-Starzewski, M. (2016). *Finite element solutions to the bending stiffness of a single-layered helically wound cable with internal friction*. *Journal of Applied Mechanics*, 83(3), 031003.

Apéndice A: Deflexiones laterales para cables de aluminio $\phi=10.1\text{mm}$

En esta sección se presentan los gráficos obtenidos para las deflexiones laterales de cables de aluminio de configuración 1x7 (1+6) de 10.1mm para dos configuraciones de daño distintas (uno y dos daños) y para tres niveles de deformación axial global definidos dentro del rango lineal del material (0.001, 0.0025 y 0.004). En la figura 131 se muestra una de las direcciones transversales de la sección (dirección v) y en la figura 132 se muestra la otra dirección transversal (dirección w), para la configuración de un daño en la sección transversal. En la figura 133 y 134 se muestra la misma información antes mencionada para una configuración de dos daños.

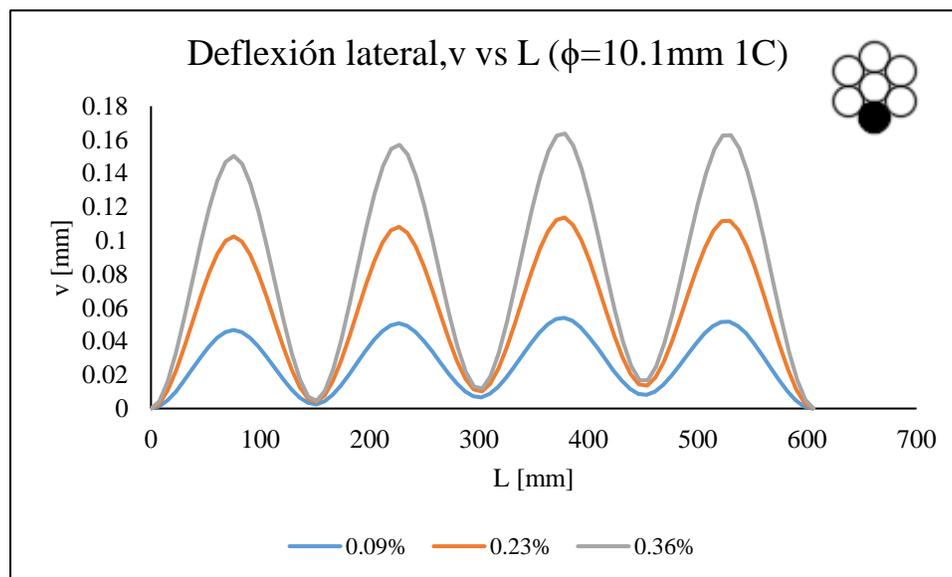


Figura 131. Deformada en dirección v para cable 1x7(1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Un daño.

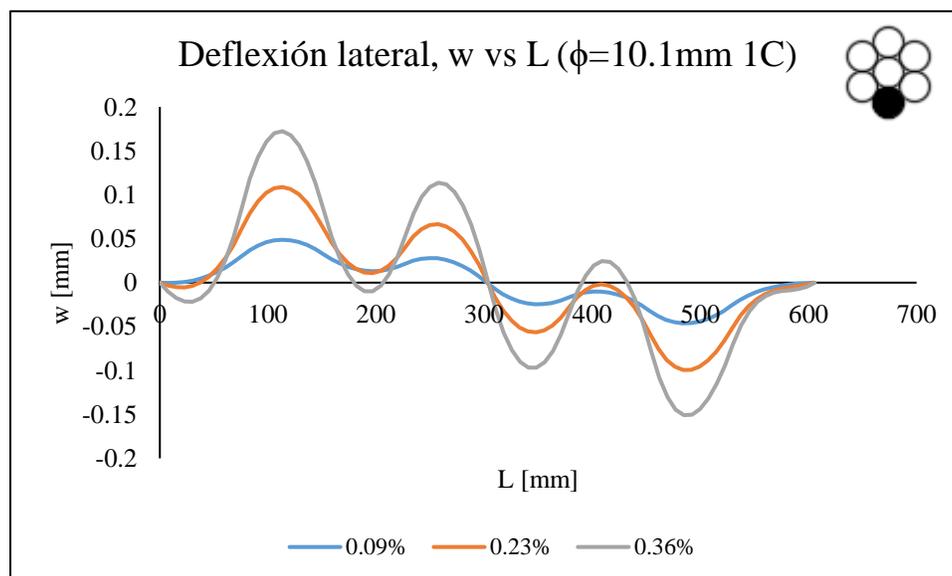


Figura 132. Deformada en dirección w para cable 1x7(1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Un daño.

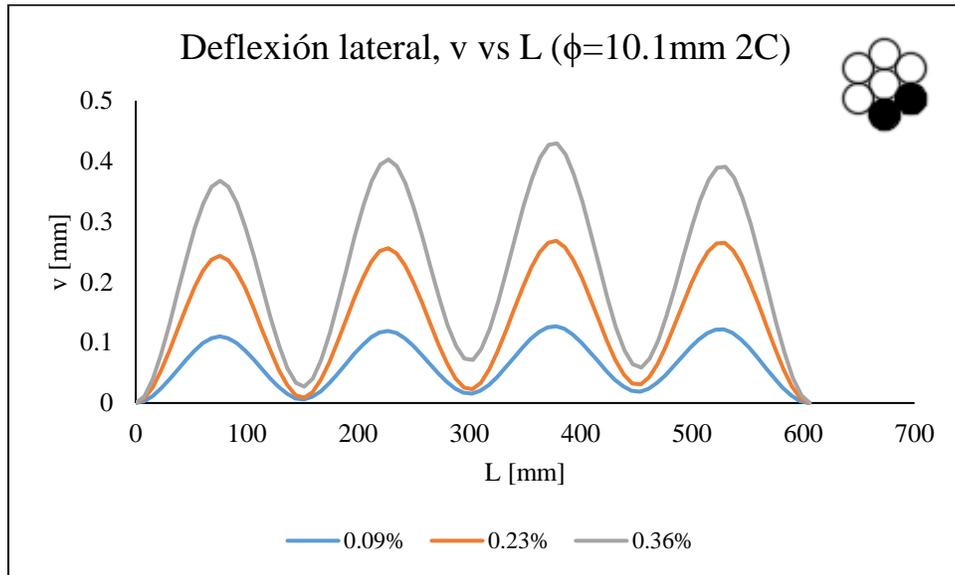


Figura 133. Deformada en dirección v para cable 1x7(1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Dos daños.

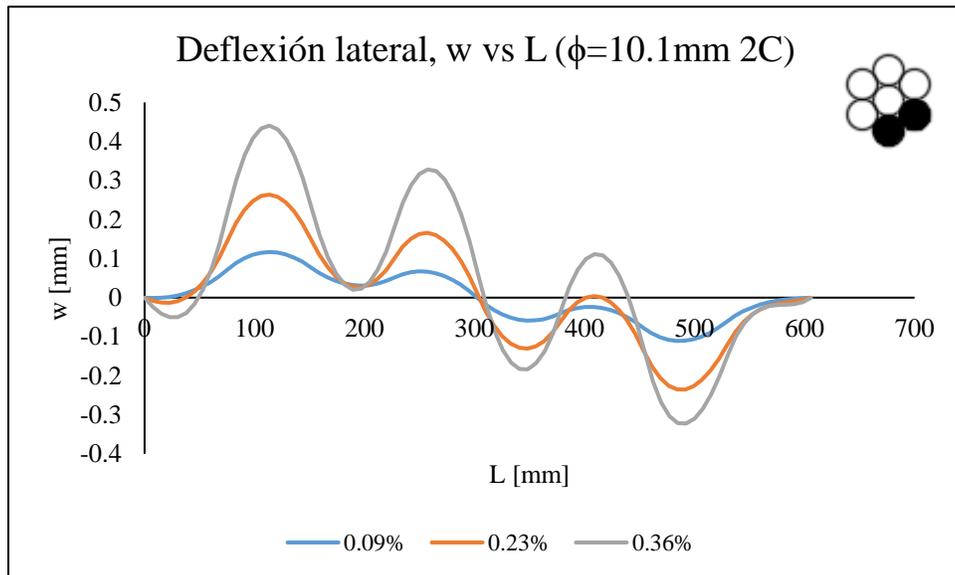


Figura 134. Deformada en dirección w para cable 1x7(1+6) de aluminio de 10.1mm de diámetro. Dos daños.

Apéndice B: Deflexiones laterales para cables de acero $\phi=9.5\text{mm}$

En esta sección se presentan los gráficos obtenidos para las deflexiones laterales de cables de acero galvanizado de configuración 1x7 (1+6) de 9.5mm para dos configuraciones de daño distintas (uno y dos daños) y para tres niveles de deformación axial global definidos dentro del rango lineal del material (0.001, 0.0025 y 0.004). En la figura 135 se muestra una de las direcciones transversales de la sección (dirección v) y en la figura 136 se muestra la otra dirección transversal (dirección w), para la configuración de un daño en la sección transversal. En la figura 137 y 138 se muestra la misma información antes mencionada para una configuración de dos daños.

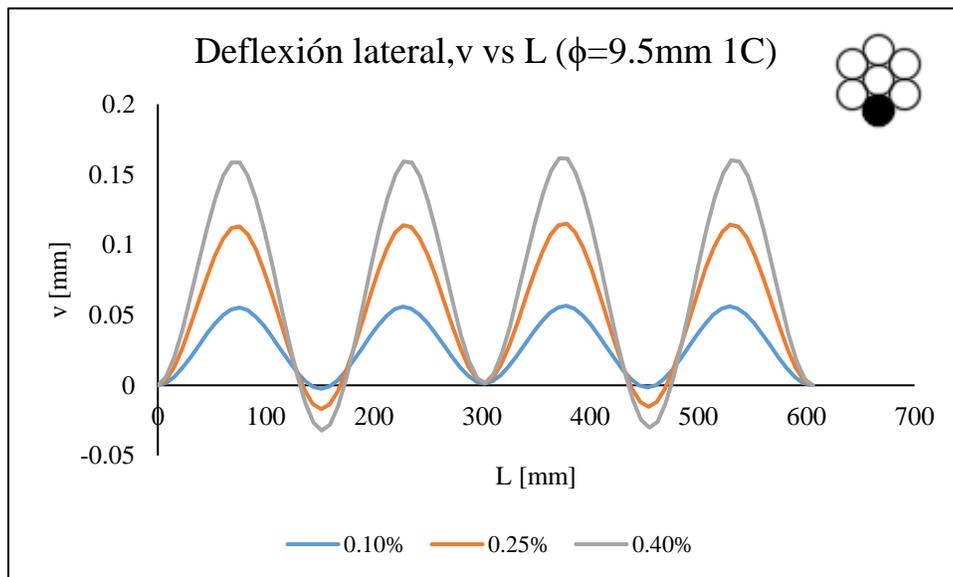


Figura 135. Deformada en dirección v para cable 1x7(1+6) de acero de 9.5mm de diámetro. Un daño.

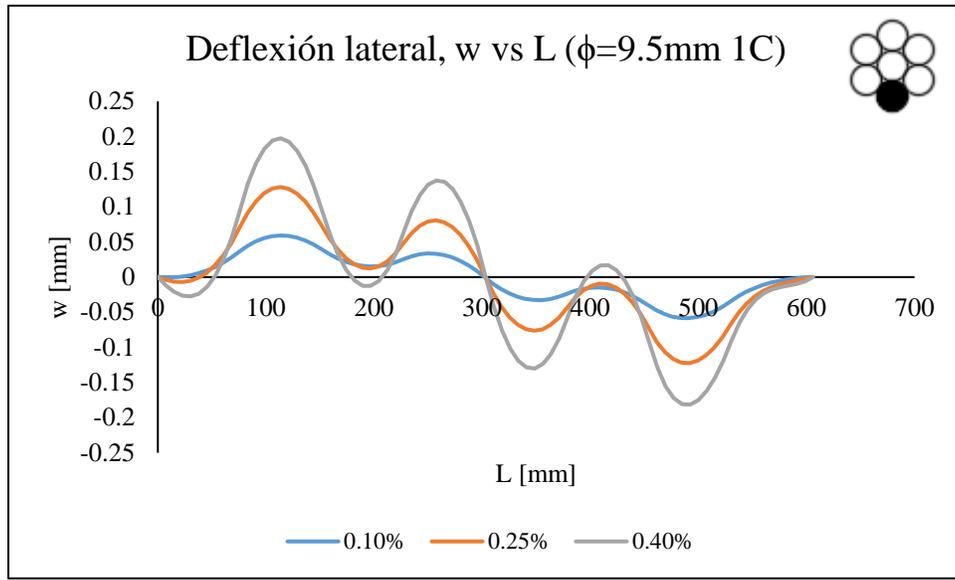


Figura 136. Deformada en dirección w para cable $1 \times 7(1+6)$ de acero de 9.5mm de diámetro. Un daño.

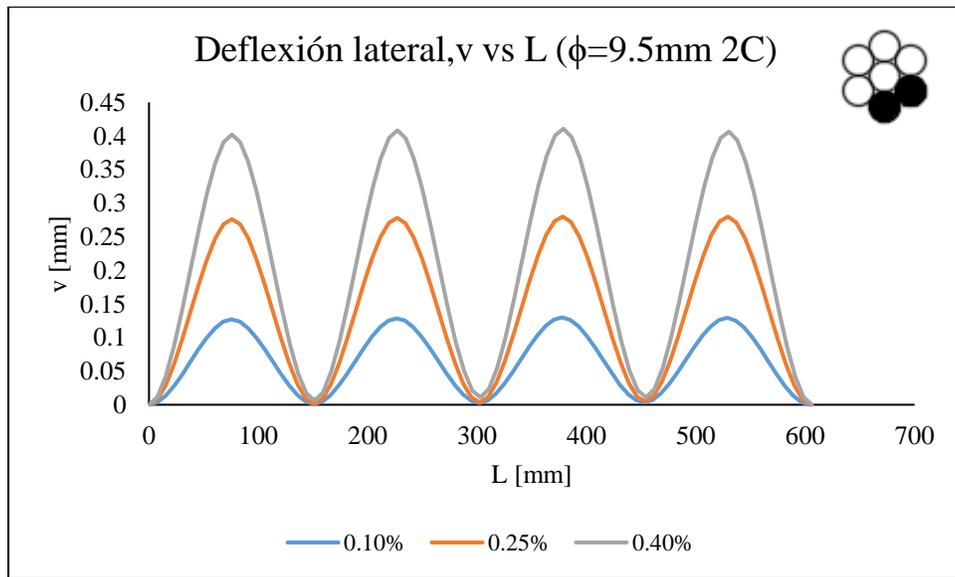


Figura 137. Deformada en dirección w para cable $1 \times 7(1+6)$ de acero de 9.5mm de diámetro. Dos daños.

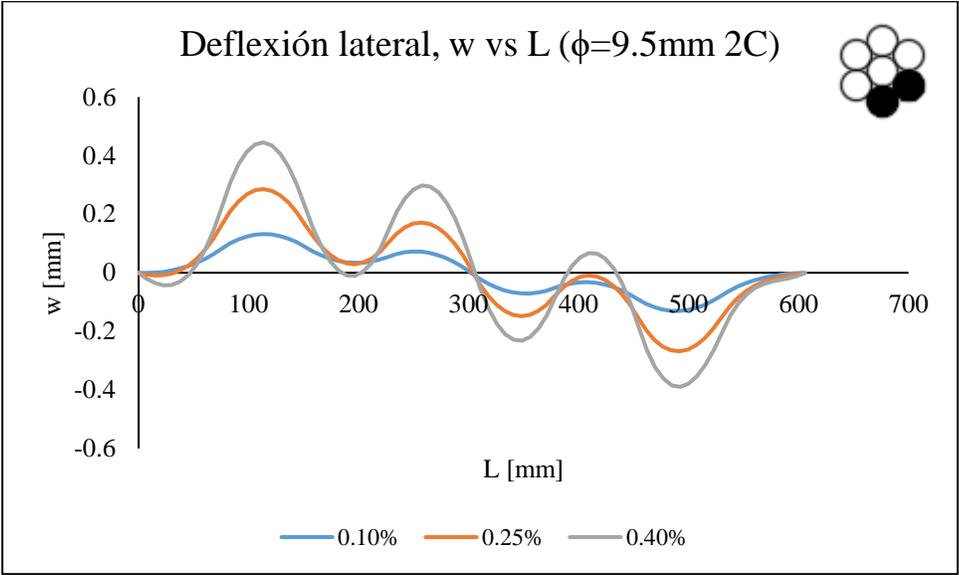


Figura 138. Deformada en dirección w para cable $1 \times 7(1+6)$ de acero de 9.5mm de diámetro. Dos daños.

Apéndice C: Gradiente de tensiones para cables de aluminio $\phi=19.9\text{mm}$

A continuación, se muestran los gradientes de tensiones para un cable de aluminio con 4 alambres dañados, los que se comparan con los resultados experimentales medidos por Núñez (2018) mediante *strain gauges* en sus alambres. En la figura 139 se muestran las curvas obtenidas, donde el prefijo A corresponde al valor de la fuerza simulada en el alambre mediante el modelo propuesto (líneas entrecortadas) y el prefijo SG se asocia a los valores medidos mediante *strain gauges*.

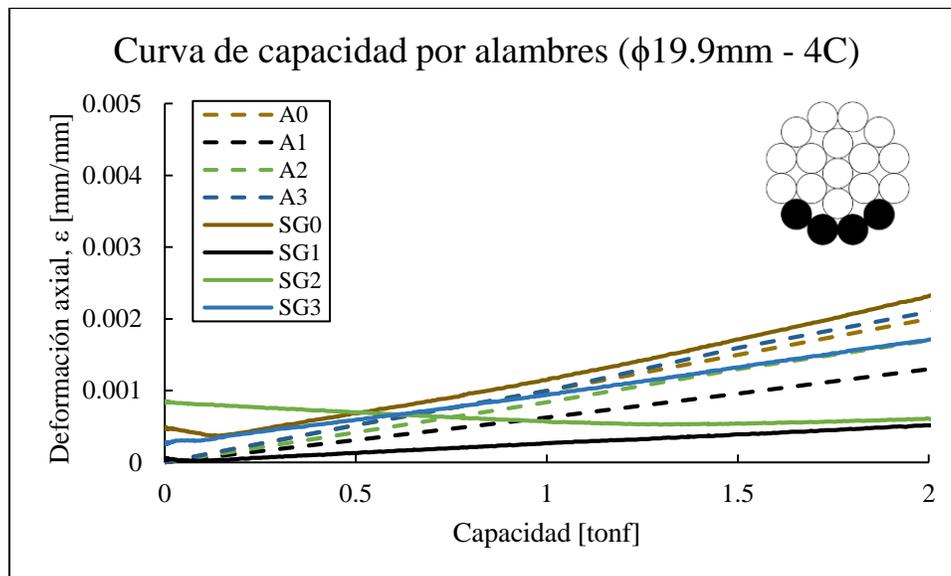


Figura 139. Esquema de cargas distribuidas en el largo del cable considerando concentración de deformaciones y asimetría del daño.

Apéndice D: Gradientes de tensiones para cables de acero galvanizado de 3.5mm y 22.2mm de diámetro

A continuación, se presentan los resultados obtenidos para los esfuerzos en la sección transversal de un cable de acero galvanizado dañado en dos configuraciones (dos y seis alambres cortados) y su sección no dañada. En las figuras se muestra, para un nivel de deformación axial global determinado (0.002, 0.004, 0.01 y 0.04) y para dos diámetros de cable distintos (3.5mm y 22.2mm) los distintos gradientes de tensiones obtenidos mediante la modelación con el modelo propuesto y se comparan con los gradientes de tensiones obtenidos mediante los elementos finitos (Silva, 2017). En las figuras 140 a 143 se muestran los resultados para el cable de diámetro 3.5mm y en las figuras 144 a 147 se muestran los resultados obtenidos para el cable de diámetro 22.2mm.

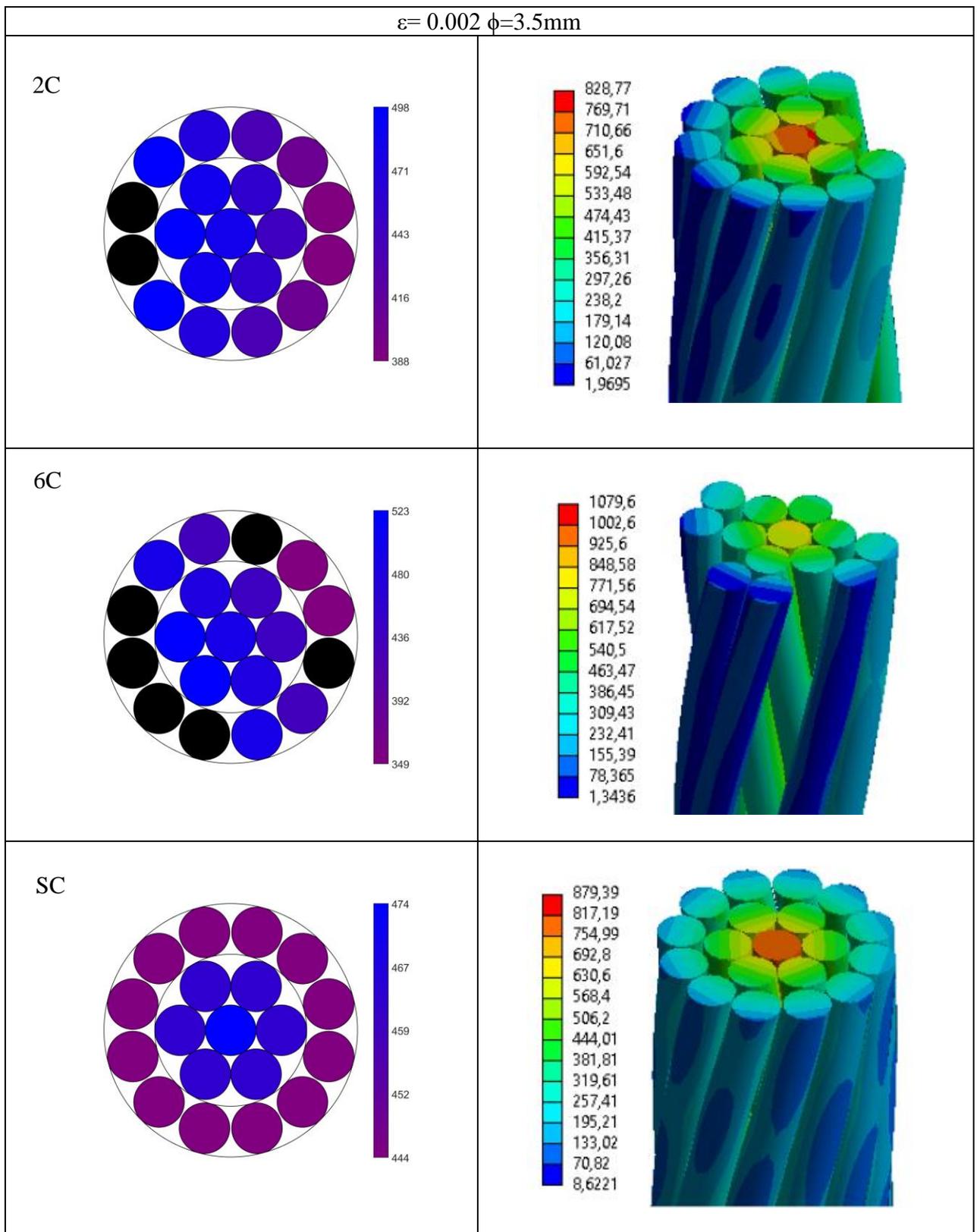


Figura 140. Gradientes de tensiones de cable de acero $d=3.5\text{mm}$ para deformación axial de $\epsilon = 0.002$.

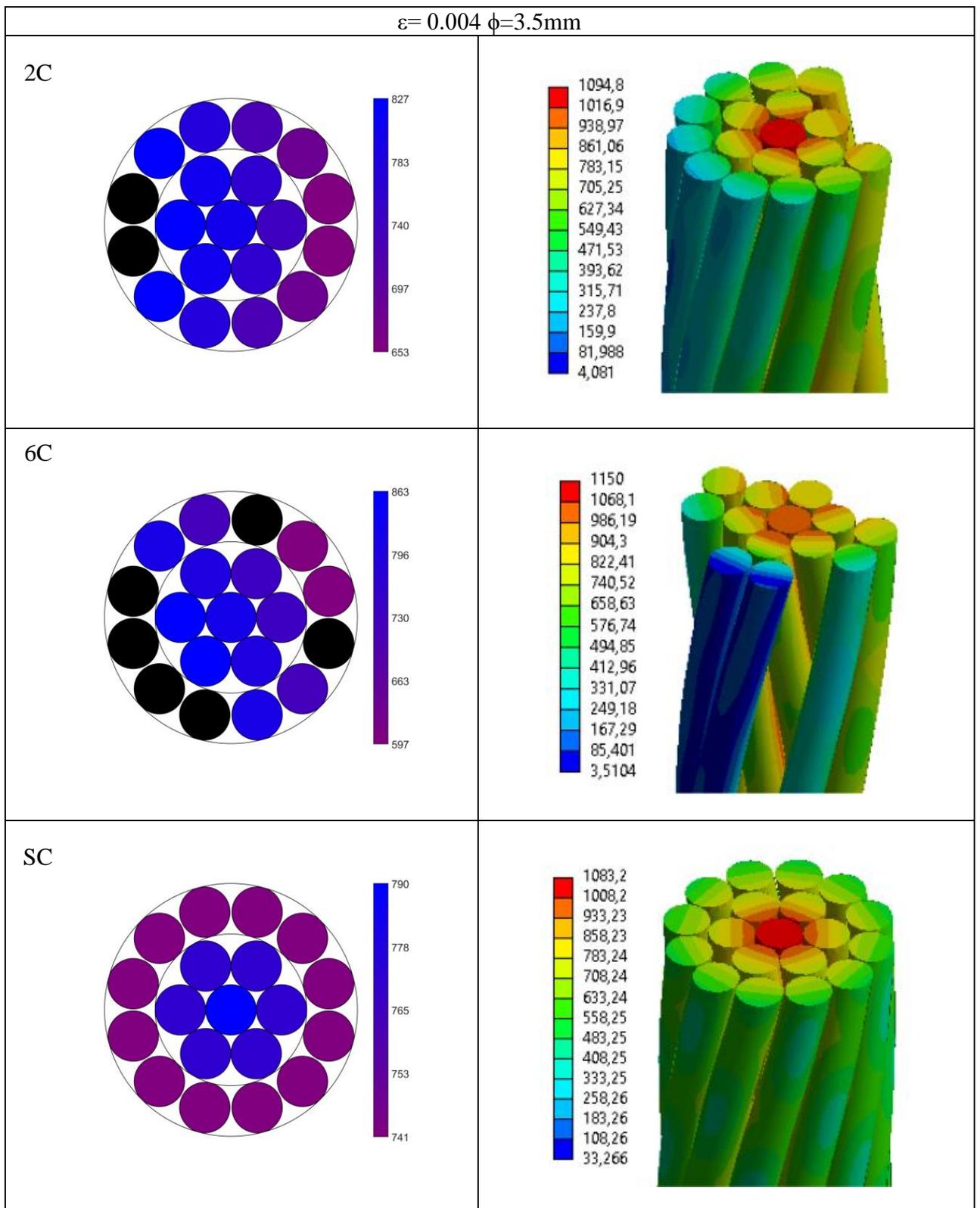


Figura 141. Gradientes de tensiones de cable de acero $d=3.5\text{mm}$ para deformación axial de $\varepsilon = 0.004$.

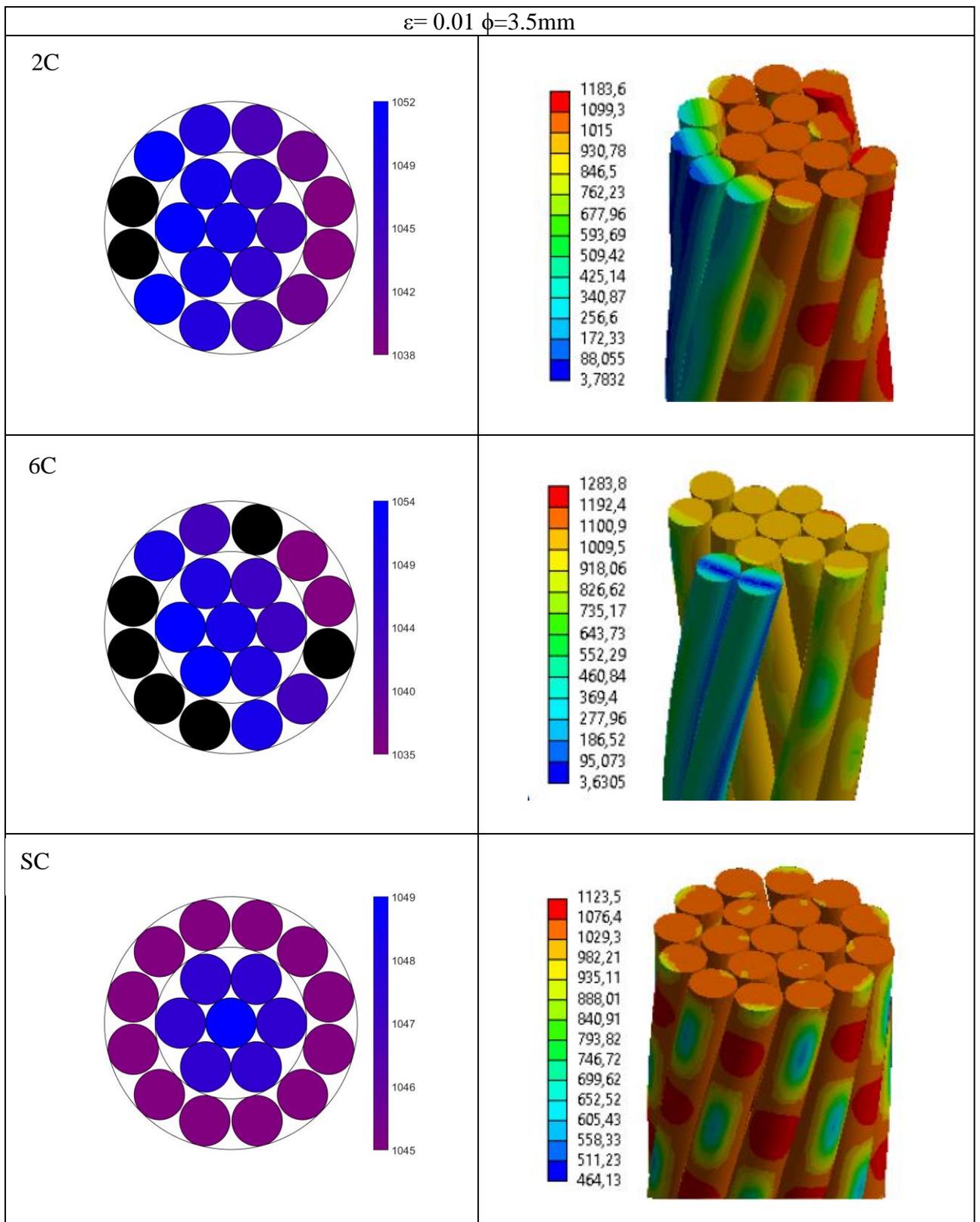


Figura 142. Gradientes de tensiones de cable de acero $d=3.5\text{mm}$ para deformación axial de $\epsilon = 0.01$.

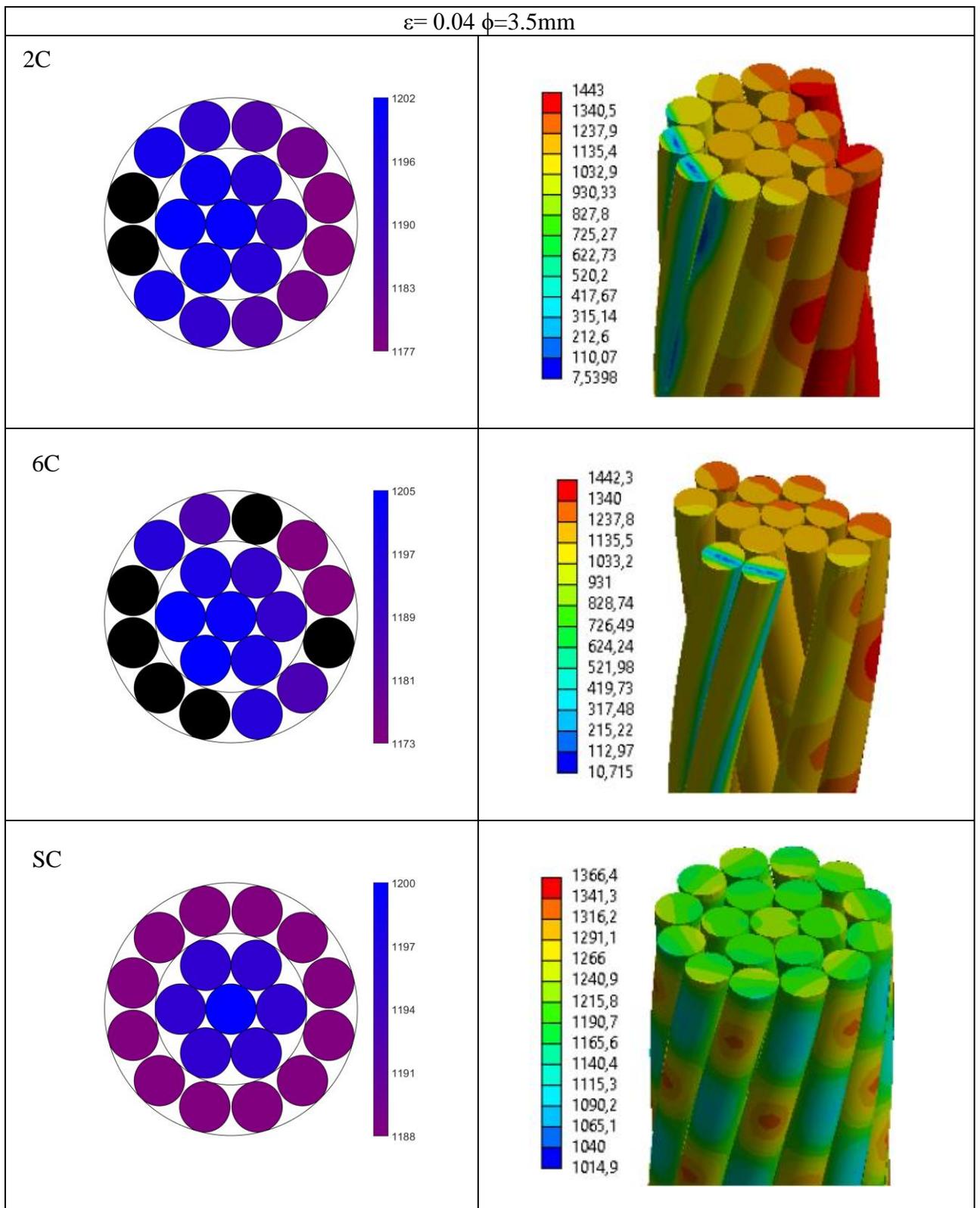


Figura 143. Gradientes de tensiones de cable de acero $d=3.5\text{mm}$ para deformación axial de $\epsilon = 0.04$.

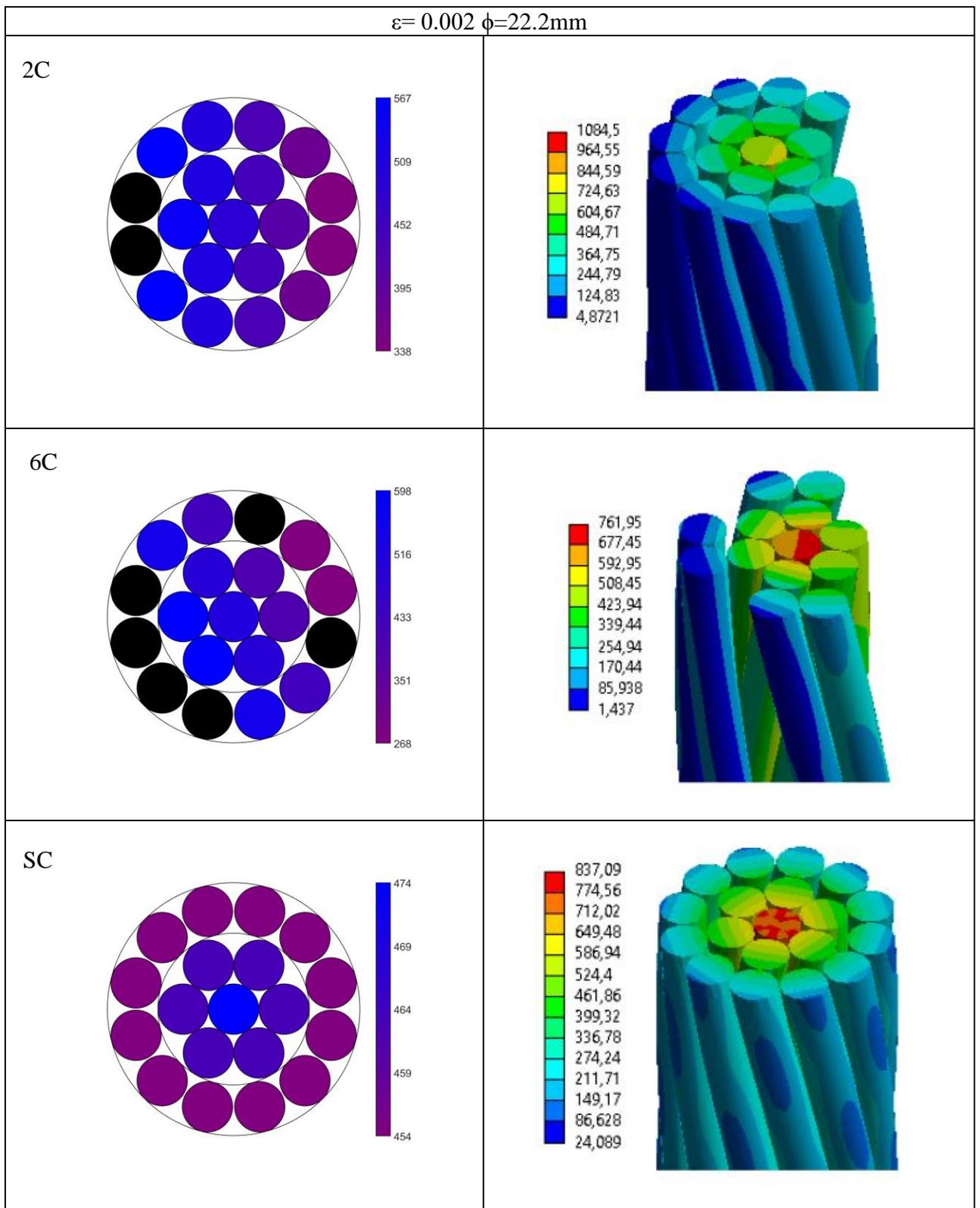


Figura 144. Gradientes de tensiones de cable de acero $d=22.2\text{mm}$ para deformación axial de $\varepsilon = 0.002$.

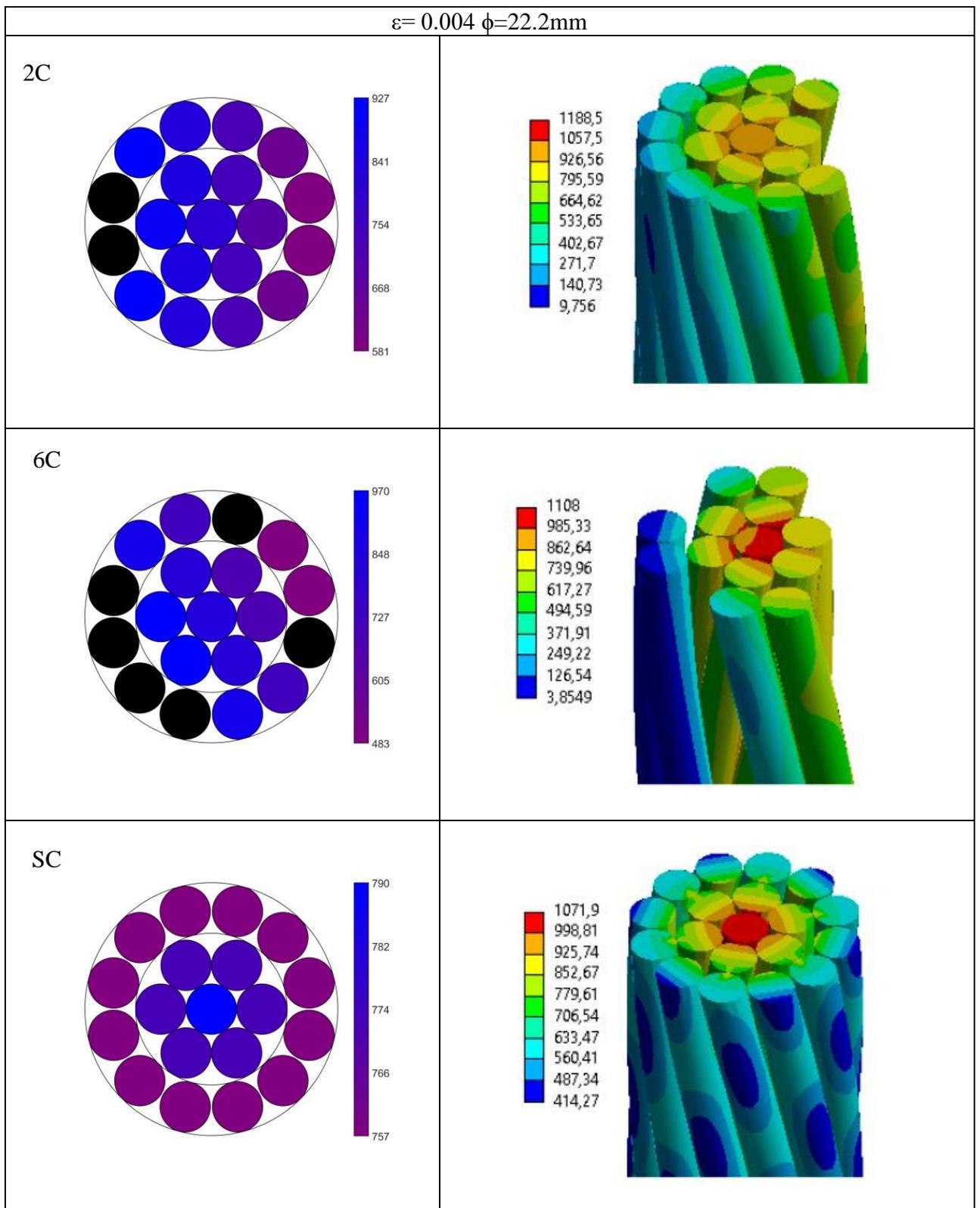


Figura 145. Gradientes de tensiones de cable de acero $d=22.2\text{mm}$ para deformación axial de $\epsilon = 0.004$.

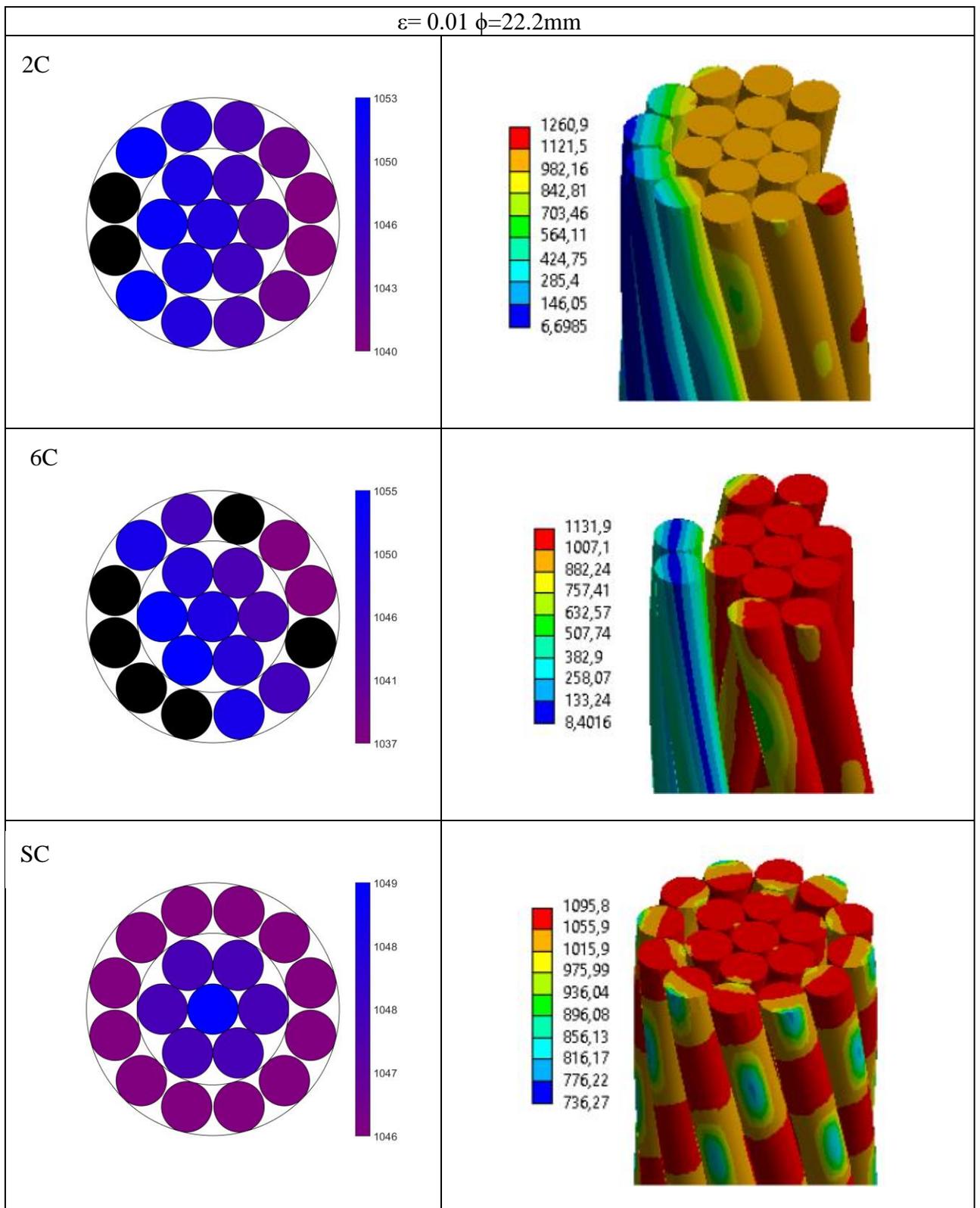


Figura 146. Gradientes de tensiones de cable de acero $d=22.2\text{mm}$ para deformación axial de $\varepsilon = 0.01$.

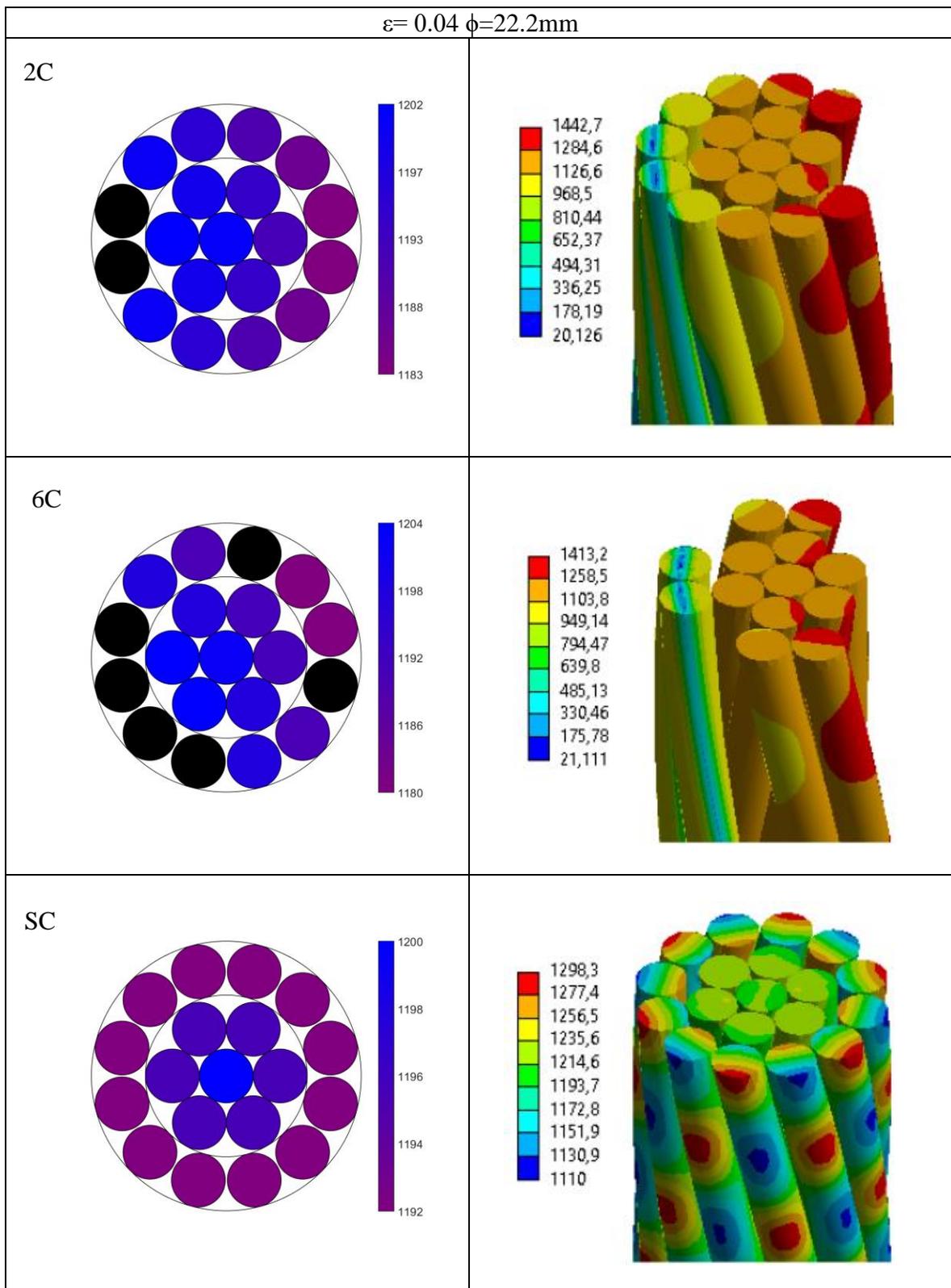


Figura 147. Gradientes de tensiones de cable de acero $d=22.2\text{mm}$ para deformación axial de $\varepsilon = 0.04$.

Apéndice E: Matrices de rigidez

En este anexo se presenta las matrices de rigidez deducidas mediante el procedimiento explicado en el Capítulo III de este trabajo. En la sección E.1 de este apéndice se muestra la matriz de rigidez elástica obtenida a partir de la parte lineal de las ecuaciones de energía y en la sección E.2 se muestra la matriz de rigidez inelástica, o geométrica, que proviene de los términos no lineales de las ecuaciones de energía.

E.1 Matriz de rigidez elástica

$$k_{elastica} = \begin{bmatrix} k_{0101} & k_{0102} & k_{0103} & k_{0104} & k_{0105} & k_{0106} & k_{0107} & k_{0108} & k_{0109} & k_{0110} & k_{0111} & k_{0112} \\ k_{0201} & k_{0202} & k_{0203} & k_{0204} & k_{0205} & k_{0206} & k_{0207} & k_{0208} & k_{0209} & k_{0210} & k_{0211} & k_{0212} \\ k_{0301} & k_{0302} & k_{0303} & k_{0304} & k_{0305} & k_{0306} & k_{0307} & k_{0308} & k_{0309} & k_{0310} & k_{0311} & k_{0312} \\ k_{0401} & k_{0402} & k_{0403} & k_{0404} & k_{0405} & k_{0406} & k_{0407} & k_{0408} & k_{0409} & k_{0410} & k_{0411} & k_{0412} \\ k_{0501} & k_{0502} & k_{0503} & k_{0504} & k_{0505} & k_{0506} & k_{0507} & k_{0508} & k_{0509} & k_{0510} & k_{0511} & k_{0512} \\ k_{0601} & k_{0602} & k_{0603} & k_{0604} & k_{0605} & k_{0606} & k_{0607} & k_{0608} & k_{0609} & k_{0610} & k_{0611} & k_{0612} \\ k_{0701} & k_{0702} & k_{0703} & k_{0704} & k_{0705} & k_{0706} & k_{0707} & k_{0708} & k_{0709} & k_{0710} & k_{0711} & k_{0712} \\ k_{0801} & k_{0802} & k_{0803} & k_{0804} & k_{0805} & k_{0806} & k_{0807} & k_{0808} & k_{0809} & k_{0810} & k_{0811} & k_{0812} \\ k_{0901} & k_{0902} & k_{0903} & k_{0904} & k_{0905} & k_{0906} & k_{0907} & k_{0908} & k_{0909} & k_{0910} & k_{0911} & k_{0912} \\ k_{1001} & k_{1002} & k_{1003} & k_{1004} & k_{1005} & k_{1006} & k_{1007} & k_{1008} & k_{1009} & k_{1010} & k_{1011} & k_{1012} \\ k_{1101} & k_{1102} & k_{1103} & k_{1104} & k_{1105} & k_{1106} & k_{1107} & k_{1108} & k_{1109} & k_{1110} & k_{1111} & k_{1112} \\ k_{1201} & k_{1202} & k_{1203} & k_{1204} & k_{1205} & k_{1206} & k_{1207} & k_{1208} & k_{1209} & k_{1210} & k_{1211} & k_{1212} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_A \\ u_B \\ v_A \\ v_B \\ w_A \\ w_B \\ \theta_{xA} \\ \theta_{xB} \\ \theta_{yA} \\ \theta_{yB} \\ \theta_{zA} \\ \theta_{zB} \end{pmatrix}$$

donde

$$k_{0101} = \frac{AE \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$k_{0102} = k_{0201} = -\frac{AE \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$k_{0103} = k_{0301} = 0$$

$$k_{0104} = k_{0401} = 0$$

$$k_{0105} = k_{0501} = 0$$

$$k_{0106} = k_{0601} = 0$$

$$k_{0107} = k_{0701} = \frac{E \sqrt{(y_c^2 + z_c^2)} \cos(\alpha)^2 \sin(\alpha)}{L}$$

$$k_{0108} = k_{0801} = -\left(\frac{E \sqrt{(y_c^2 + z_c^2)} \cos(\alpha)^2 \sin(\alpha)}{L} \right)$$

$$\begin{aligned}
k_{0109} &= k_{0901} = \frac{AEz_c \cos(\alpha)^3}{L} \\
k_{0110} &= k_{1001} = -\left(\frac{AEz_c \cos(\alpha)^3}{L}\right) \\
k_{0111} &= k_{1101} = \frac{AEy_c \cos(\alpha)^3}{L} \\
k_{0112} &= k_{1201} = -\left(\frac{AEy_c \cos(\alpha)^3}{L}\right) \\
k_{0202} &= \frac{AE \cos(\alpha)^3}{L} \\
k_{0203} &= k_{0302} = 0 \\
k_{0204} &= k_{0402} = 0 \\
k_{0205} &= k_{0502} = 0 \\
k_{0206} &= k_{0602} = 0 \\
k_{0207} &= k_{0702} = -\left(\frac{E\sqrt{(y_c^2 + z_c^2)} \cos(\alpha)^2 \sin(\alpha)}{L}\right) \\
k_{0208} &= k_{0802} = \frac{E\sqrt{y_c^2 + z_c^2} \cos(\alpha)^2 \sin(\alpha)}{L} \\
k_{0209} &= k_{0902} = -\left(\frac{AEz_c \cos(\alpha)^3}{L}\right) \\
k_{0210} &= k_{1002} = \frac{AEz_c \cos(\alpha)^3}{L} \\
k_{0211} &= k_{1102} = -\left(\frac{AEy_c \cos(\alpha)^3}{L}\right) \\
k_{0212} &= k_{1202} = \frac{AEy_c \cos(\alpha)^3}{L} \\
k_{0303} &= \frac{(12EIzz \cos(\alpha))}{L^3} + \frac{12AEy_c^2 \cos(\alpha)^3}{L^3} \\
k_{0304} &= k_{0403} = -\left(\frac{12EIzz \cos(\alpha)}{L^3}\right) - \frac{12AEy_c^2 \cos(\alpha)^3}{L^3} \\
k_{0305} &= k_{0503} = 0 \\
k_{0306} &= k_{0603} = 0
\end{aligned}$$

$$k_{0307} = k_{0703} = 0$$

$$k_{0308} = k_{0803} = 0$$

$$k_{0309} = k_{0903} = 0$$

$$k_{0310} = k_{1003} = 0$$

$$k_{0311} = k_{1103} = \frac{6EI_{zz}\cos(\alpha)}{L^2} + \frac{6AEy_c^2\cos(\alpha)^3}{L^2}$$

$$k_{0312} = k_{1203} = \frac{6EI_{zz}\cos(\alpha)}{L^2} + \frac{6AEy_c^2\cos(\alpha)^3}{L^2}$$

$$k_{0404} = \frac{12EI_{zz}\cos(\alpha)}{L^3} + \frac{12AEy_c^2\cos(\alpha)^3}{L^3}$$

$$k_{0405} = k_{0504} = 0$$

$$k_{0406} = k_{0604} = 0$$

$$k_{0407} = k_{0704} = 0$$

$$k_{0408} = k_{0804} = 0$$

$$k_{0409} = k_{0904} = 0$$

$$k_{0410} = k_{1004} = 0$$

$$k_{0411} = k_{1104} = -\left(\frac{6EI_{zz}\cos(\alpha)}{L^2}\right) - \frac{6AEy_c^2\cos(\alpha)^3}{L^2}$$

$$k_{0412} = k_{1204} = -\left(\frac{6EI_{zz}\cos(\alpha)}{L^2}\right) - \frac{(6AEy_c^2\cos(\alpha)^3)}{L^2}$$

$$k_{0505} = \left(\frac{12EI_{yy}\cos(\alpha)}{L^3}\right) + \frac{12AEz_c^{2\cos(\alpha)^3}}{L^3}$$

$$k_{0506} = k_{0605} = -\left(\frac{12EI_{yy}\cos(\alpha)}{L^3}\right) - \frac{12AEz_c^{2\cos(\alpha)^3}}{L^3}$$

$$k_{0507} = k_{0705} = 0$$

$$k_{0508} = k_{0805} = 0$$

$$k_{0509} = k_{0905} = \frac{6EI_{yy}\cos(\alpha)}{L^2} + \frac{6AEz_c^2\cos(\alpha)^3}{L^2}$$

$$k_{0510} = k_{1005} = \frac{6EI_{yy}\cos(\alpha)}{L^2} + \frac{6AEz_c^2\cos(\alpha)^3}{L^2}$$

$$k_{0511} = k_{1105} = 0$$

$$k_{0512} = k_{1205} = 0$$

$$k_{0606} = \frac{12EI_{yy}\cos(\alpha)}{L^3} + \frac{12AEz_c^2\cos(\alpha)^3}{L^3}$$

$$k_{0607} = k_{0706} = 0$$

$$k_{0608} = k_{0806} = 0$$

$$k_{0609} = k_{0906} = -\left(\frac{6EI_{yy}\cos(\alpha)}{L^2}\right) - \frac{6AEz_c^2\cos(\alpha)^3}{L^2}$$

$$k_{0610} = k_{1006} = -\left(\frac{6EI_{yy}\cos(\alpha)}{L^2}\right) - \frac{6AEz_c^2\cos(\alpha)^3}{L^2}$$

$$k_{0611} = k_{1106} = 0$$

$$k_{0612} = k_{1206} = 0$$

$$k_{0707} = \frac{E\left(\frac{I_{zz}}{\cos(\alpha)^2} + Ay_c^2\right)\cos(\alpha)\sin(\alpha)^2}{L} + \frac{E\left(\frac{I_{yy}}{\cos(\alpha)^2} + Az_c^2\right)\cos(\alpha)\sin(\alpha)^2}{L}$$

$$k_{0708} = k_{0807} = -\left(\frac{E\left(\frac{I_{zz}}{\cos(\alpha)^2} + Ay_c^2\right)\cos(\alpha)\sin(\alpha)^2}{L}\right) - \frac{E\left(\frac{I_{yy}}{\cos(\alpha)^2} + Az_c^2\right)\cos(\alpha)\sin(\alpha)^2}{L}$$

$$k_{0709} = k_{0907} = \frac{Ez_c\sqrt{(y_c^2 + z_c^2)}\cos(\alpha)^2\sin(\alpha)}{L}$$

$$k_{0710} = k_{1007} = -\left(\frac{Ez_c\sqrt{(y_c^2 + z_c^2)}\cos(\alpha)^2\sin(\alpha)}{L}\right)$$

$$k_{0711} = k_{1107} = \frac{Ey_c\sqrt{(y_c^2 + z_c^2)}\cos(\alpha)^2\sin(\alpha)}{L}$$

$$k_{0712} = k_{1207} = -\left(\frac{Ey_c\sqrt{(y_c^2 + z_c^2)}\cos(\alpha)^2\sin(\alpha)}{L}\right)$$

$$k_{0808} = \frac{E \left(\frac{I_{zz}}{\cos(\alpha)^2} + Ay_c^2 \right) \cos(\alpha) \sin(\alpha)^2}{L} + \frac{\left(E \left(\frac{I_{yy}}{\cos(\alpha)^2} + Az_c^2 \right) \cos(\alpha) \sin(\alpha)^2 \right)}{L}$$

$$k_{0809} = k_{0908} = - \left(\frac{Ez_c \sqrt{y_c^2 + z_c^2} \cos(\alpha)^2 \sin(\alpha)}{L} \right)$$

$$k_{0810} = k_{1008} = \frac{Ez_c \sqrt{y_c^2 + z_c^2} \cos(\alpha)^2 \sin(\alpha)}{L}$$

$$k_{0811} = k_{1108} = - \left(\frac{Ey_c \sqrt{(y_c^2 + z_c^2) \cos(\alpha)^2 \sin(\alpha)}}{L} \right)$$

$$k_{0812} = k_{1208} = \frac{Ey_c \sqrt{(y_c^2 + z_c^2) \cos(\alpha)^2 \sin(\alpha)}}{L}$$

$$k_{0909} = \frac{4EI_{yy} \cos(\alpha)}{L} + \frac{4AEz_c^2 \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$k_{0910} = k_{1009} = \frac{2EI_{yy} \cos(\alpha)}{L} + \frac{2AEz_c^2 \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$k_{0911} = k_{1109} = 0$$

$$k_{0912} = k_{1209} = 0$$

$$k_{1010} = \frac{4EI_{yy} \cos(\alpha)}{L} + \frac{4AEz_c^2 \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$k_{1011} = k_{1110} = 0$$

$$k_{1012} = k_{1210} = 0$$

$$k_{1111} = \frac{4EI_{zz} \cos(\alpha)}{L} + \frac{4AEy_c^2 \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$k_{1112} = k_{1211} = \frac{2EI_{zz} \cos(\alpha)}{L} + \frac{2AEy_c^2 \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$k_{1212} = \frac{4EI_{zz} \cos(\alpha)}{L} + \frac{4AEy_c^2 \cos(\alpha)^3}{L}$$

Con

A : Área transversal del alambre

E : módulo de elasticidad del alambre

Yc : distancia al centro de gravedad de la sección de cable, en la dirección y, desde el alambre estudiado.

Zc : distancia al centro de gravedad de la sección cable, en la dirección z, desde el alambre estudiado.

L : Largo del elemento.

α : ángulo de inclinación del alambre con respecto al eje longitudinal del cable.

Iyy : Momento de inercia del alambre con respecto al centro de gravedad de la sección de cable en la dirección y.

Izz : Momento de inercia del alambre con respecto al centro de gravedad de la sección de cable en la dirección y.

E.2 Matriz de rigidez geométrica

$k_{geometrica}$

$$= \begin{bmatrix} k_{0101} & k_{0102} & k_{0103} & k_{0104} & k_{0105} & k_{0106} & k_{0107} & k_{0108} & k_{0109} & k_{0110} & k_{0111} & k_{0112} \\ k_{0201} & k_{0202} & k_{0203} & k_{0204} & k_{0205} & k_{0206} & k_{0207} & k_{0208} & k_{0209} & k_{0210} & k_{0211} & k_{0212} \\ k_{0301} & k_{0302} & k_{0303} & k_{0304} & k_{0305} & k_{0306} & k_{0307} & k_{0308} & k_{0309} & k_{0310} & k_{0311} & k_{0312} \\ k_{0401} & k_{0402} & k_{0403} & k_{0404} & k_{0405} & k_{0406} & k_{0407} & k_{0408} & k_{0409} & k_{0410} & k_{0411} & k_{0412} \\ k_{0501} & k_{0502} & k_{0503} & k_{0504} & k_{0505} & k_{0506} & k_{0507} & k_{0508} & k_{0509} & k_{0510} & k_{0511} & k_{0512} \\ k_{0601} & k_{0602} & k_{0603} & k_{0604} & k_{0605} & k_{0606} & k_{0607} & k_{0608} & k_{0609} & k_{0610} & k_{0611} & k_{0612} \\ k_{0701} & k_{0702} & k_{0703} & k_{0704} & k_{0705} & k_{0706} & k_{0707} & k_{0708} & k_{0709} & k_{0710} & k_{0711} & k_{0712} \\ k_{0801} & k_{0802} & k_{0803} & k_{0804} & k_{0805} & k_{0806} & k_{0807} & k_{0808} & k_{0809} & k_{0810} & k_{0811} & k_{0812} \\ k_{0901} & k_{0902} & k_{0903} & k_{0904} & k_{0905} & k_{0906} & k_{0907} & k_{0908} & k_{0909} & k_{0910} & k_{0911} & k_{0912} \\ k_{1001} & k_{1002} & k_{1003} & k_{1004} & k_{1005} & k_{1006} & k_{1007} & k_{1008} & k_{1009} & k_{1010} & k_{1011} & k_{1012} \\ k_{1101} & k_{1102} & k_{1103} & k_{1104} & k_{1105} & k_{1106} & k_{1107} & k_{1108} & k_{1109} & k_{1110} & k_{1111} & k_{1112} \\ k_{1201} & k_{1202} & k_{1203} & k_{1204} & k_{1205} & k_{1206} & k_{1207} & k_{1208} & k_{1209} & k_{1210} & k_{1211} & k_{1212} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_A \\ u_B \\ v_A \\ v_B \\ w_A \\ w_B \\ \theta_{xA} \\ \theta_{xB} \\ \theta_{yA} \\ \theta_{yB} \\ \theta_{zA} \\ \theta_{zB} \end{pmatrix}$$

donde

$$k_{0101} = \frac{Fx \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$k_{0102} = k_{0201} = -\left(\frac{Fxcos(\alpha)^3}{L}\right)$$

$$k_{0103} = k_{0301} = 0$$

$$k_{0104} = k_{0401} = 0$$

$$k_{0105} = k_{0501} = 0$$

$$k_{0106} = k_{0601} = 0$$

$$k_{0107} = k_{0701} = \frac{Fx\sqrt{y_c^2 + z_c^2}\cos(\alpha)^2\sin(\alpha)}{L}$$

$$k_{0108} = k_{0801} = -\left(\frac{Fx\sqrt{y_c^2 + z_c^2}\cos(\alpha)^2\sin(\alpha)}{L}\right)$$

$$k_{0109} = k_{0901} = \frac{Fx z_c \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$k_{0110} = k_{1001} = -\left(\frac{(Fx z_c \cos(\alpha)^3)}{L}\right)$$

$$k_{0111} = k_{1101} = -\left(\frac{Fx y_c \cos(\alpha)^3}{L}\right)$$

$$k_{0112} = k_{0101} = \frac{Fx y_c \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$k_{0202} = \frac{Fx \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$k_{0203} = k_{0302} = 0$$

$$k_{0204} = k_{0402} = 0$$

$$k_{0205} = k_{0502} = 0$$

$$k_{0206} = k_{0602} = 0$$

$$k_{0207} = k_{0702} = -\left(\frac{Fx\sqrt{(y_c^2 + z_c^2)}\cos(\alpha)^2\sin(\alpha)}{L}\right)$$

$$k_{0208} = k_{0802} = \frac{Fx\sqrt{y_c^2 + z_c^2}\cos(\alpha)^2\sin(\alpha)}{L}$$

$$k_{0209} = k_{0902} = -\left(\frac{Fx z_c \cos(\alpha)^3}{L}\right)$$

$$k_{0210} = k_{1002} = \frac{Fx z_c \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$k_{0211} = k_{1102} = \frac{Fx y_c \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$k_{0212} = k_{1202} = -\frac{Fx y_c \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$\begin{aligned}
k_{0303} &= \frac{12Fx Izz \cos(\alpha)}{AL^3} + \frac{6Fx \cos(\alpha)}{5L} + \frac{12Fxy_c^2 \cos(\alpha)^3}{L^3} \\
k_{0304} = k_{0403} &= -\left(\frac{12Fx Izz \cos(\alpha)}{AL^3}\right) - \frac{6Fx \cos(\alpha)}{5L} - \frac{12Fxy_c^2 \cos(\alpha)^3}{L^3} \\
k_{0305} = k_{0503} &= 0 \\
k_{0306} = k_{0603} &= 0 \\
k_{0307} = k_{0703} &= \frac{Fx z_c \cos(\alpha)}{L} + \frac{Fx \sqrt{y_c^2 + z_c^2} \cos(\alpha)^2 \sin(\alpha)}{L} \\
k_{0308} = k_{0803} &= -\left(\frac{Fx z_c \cos(\alpha)}{L}\right) - \frac{Fx \sqrt{y_c^2 + z_c^2} \cos(\alpha)^2 \sin(\alpha)}{L} \\
k_{0309} = k_{0903} &= 0 \\
k_{0310} = k_{1003} &= 0 \\
k_{0311} = k_{1103} &= \frac{1}{10}Fx \cos(\alpha) + \frac{6Fx Izz \cos(\alpha)}{AL^2} + \frac{6Fxy_c^2 \cos(\alpha)^3}{L^2} \\
k_{0312} = k_{1203} &= \frac{1}{10}Fx \cos(\alpha) + \frac{6Fx Izz \cos(\alpha)}{AL^2} + \frac{6Fxy_c^2 \cos(\alpha)^3}{L^2} \\
k_{0404} &= \frac{12Fx Izz \cos(\alpha)}{AL^3} + \frac{6Fxcos(\alpha)}{5L} + \frac{12Fxy_c^2 \cos(\alpha)^3}{L^3} \\
k_{0405} = k_{0504} &= 0 \\
k_{0406} = k_{0604} &= 0 \\
k_{0407} = k_{0704} &= -\left(\frac{Fx z_c \cos(\alpha)}{L}\right) - \frac{Fx \sqrt{(y_c^2 + z_c^2)} \cos(\alpha)^2 \sin(\alpha)}{L} \\
k_{0408} = k_{0804} &= \frac{Fx z_c \cos(\alpha)}{L} + \frac{Fx \sqrt{(y_c^2 + z_c^2)} \cos(\alpha)^2 \sin(\alpha)}{L} \\
k_{0409} = k_{0904} &= 0 \\
k_{0410} = k_{1004} &= 0 \\
k_{0411} = k_{1104} &= -\left(\frac{1}{10}\right)Fxcos(\alpha) - \frac{6Fx Izz \cos(\alpha)}{AL^2} - \frac{6Fxy_c^2 \cos(\alpha)^3}{L^2} \\
k_{0412} = k_{1204} &= -\left(\frac{1}{10}\right)Fxcos(\alpha) - \frac{6FxIzzcos(\alpha)}{AL^2} - \frac{6Fxy_c^2 \cos(\alpha)^3}{L^2} \\
k_{0505} &= \frac{12Fxllycos(\alpha)}{AL^3} + \frac{6Fxcos(\alpha)}{5L} + \frac{12Fxz_c^2 \cos(\alpha)^3}{L^3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_{0506} &= k_{0605} = -\left(\frac{12Fxllyc\cos(\alpha)}{AL^3}\right) - \frac{6Fxc\cos(\alpha)}{5L} - \frac{12Fxz_c^2\cos(\alpha)^3}{L^3} \\
k_{0507} &= k_{0705} = \frac{Fxy_c\cos(\alpha)}{L} + \frac{Fx\sqrt{y_c^2 + z_c^2}\cos(\alpha)^2\sin(\alpha)}{L} \\
k_{0508} &= k_{0805} = -\left(\frac{Fxy_c\cos(\alpha)}{L}\right) - \frac{Fx\sqrt{(y_c^2 + z_c^2)}\cos(\alpha)^2\sin(\alpha)}{L} \\
k_{0509} &= k_{0905} = \frac{1}{10}Fxc\cos(\alpha) + \frac{6Fxllyc\cos(\alpha)}{AL^2} + \frac{6Fxz_c^2\cos(\alpha)^3}{L^2} \\
k_{0510} &= k_{1005} = \frac{1}{10}Fxc\cos(\alpha) + \frac{6Fxllyc\cos(\alpha)}{AL^2} + \frac{6Fxz_c^2\cos(\alpha)^3}{L^2} \\
k_{0511} &= k_{1105} = 0 \\
k_{0512} &= k_{1205} = 0 \\
k_{0606} &= \frac{12Fxllyc\cos(\alpha)}{AL^3} + \frac{6Fxc\cos(\alpha)}{5L} + \frac{12Fxz_c^2\cos(\alpha)^3}{L^3} \\
k_{0607} &= k_{0706} = -\left(\frac{Fxy_c\cos(\alpha)}{L}\right) - \frac{Fx\sqrt{(y_c^2 + z_c^2)}\cos(\alpha)^2\sin(\alpha)}{L} \\
k_{0608} &= k_{0806} = \frac{Fxy_c\cos(\alpha)}{L} + \frac{Fx\sqrt{y_c^2 + z_c^2}\cos(\alpha)^2\sin(\alpha)}{L} \\
k_{0609} &= k_{0906} = -\left(\frac{1}{10}\right)Fxc\cos(\alpha) - \frac{6Fxllyc\cos(\alpha)}{AL^2} - \frac{6Fxz_c^2\cos(\alpha)^3}{L^2} \\
k_{0610} &= k_{1006} = -\left(\frac{1}{10}\right)Fxc\cos(\alpha) - \frac{6Fxllyc\cos(\alpha)}{AL^2} - \frac{6Fxz_c^2\cos(\alpha)^3}{L^2} \\
k_{0611} &= k_{1106} = 0 \\
k_{0612} &= k_{1206} = 0 \\
k_{0707} &= \frac{Fxy_c^2\cos(\alpha)}{L} + \frac{Fxz_c^2\cos(\alpha)}{L} + \frac{Fxlly\sec(\alpha)}{AL} + \frac{Fxlzz\sec(\alpha)}{AL} \\
&\quad + \frac{Fxy_c^2\cos(\alpha)\sin(\alpha)^2}{L} + \frac{Fxz_c^2\cos(\alpha)\sin(\alpha)^2}{L} \\
&\quad + \frac{Fxlly\sin(\alpha)\tan(\alpha)}{AL} + \frac{Fxlzz\sin(\alpha)\tan(\alpha)}{AL}
\end{aligned}$$

$$k_{0708} = k_{0807} = -\left(\frac{Fxy_c^2 \cos(\alpha)}{L}\right) - \frac{Fxz_c^2 \cos(\alpha)}{L} - \frac{Fxyy \sec(\alpha)}{AL} - \frac{FxLzz \sec(\alpha)}{AL}$$

$$- \frac{Fxy_c^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)^2}{L} - \frac{Fxz_c^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)^2}{L}$$

$$- \frac{Fxyy \sin(\alpha) \tan(\alpha)}{AL} - \frac{FxLzz \sin(\alpha) \tan(\alpha)}{AL}$$

$$k_{0709} = k_{0907} = 0$$

$$k_{0710} = k_{1007} = 0$$

$$k_{0711} = k_{1107} = 0$$

$$k_{0712} = k_{1207} = 0$$

$$k_{0808} = \frac{Fxy_c^2 \cos(\alpha)}{L} + \frac{Fxz_c^2 \cos(\alpha)}{L} + \frac{Fxyy \sec(\alpha)}{AL} + \frac{FxLzz \sec(\alpha)}{AL}$$

$$+ \frac{Fxy_c^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)^2}{L} + \frac{Fxz_c^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)^2}{L}$$

$$+ \frac{Fxyy \sin(\alpha) \tan(\alpha)}{AL} + \frac{FxLzz \sin(\alpha) \tan(\alpha)}{AL}$$

$$k_{0809} = k_{0908} = 0$$

$$k_{0810} = k_{1008} = 0$$

$$k_{0811} = k_{1108} = 0$$

$$k_{0812} = k_{1208} = 0$$

$$k_{0909} = \frac{4Fxyy \cos(\alpha)}{AL} + \frac{2}{15} FxL \cos(\alpha) + \frac{4Fxz_c^2 \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$k_{0910} = k_{1009} = \frac{2Fxyy \cos(\alpha)}{AL} - \frac{1}{30} FxL \cos(\alpha) + \frac{2Fxz_c^2 \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$k_{0911} = k_{1109} = 0$$

$$k_{0912} = k_{1209} = 0$$

$$k_{1010} = \frac{4Fxyy \cos(\alpha)}{AL} + \frac{2}{15} FxL \cos(\alpha) + \frac{4Fxz_c^2 \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$k_{1011} = k_{1110} = 0$$

$$k_{1012} = k_{1210} = 0$$

$$k_{1111} = \frac{4FxLzz \cos(\alpha)}{AL} + \frac{2}{15} FxL \cos(\alpha) + \frac{4Fxy_c^2 \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$k_{1112} = k_{1211} = \frac{2FxLzz \cos(\alpha)}{AL} - \frac{1}{30} FxL \cos(\alpha) + \frac{2Fxy_c^2 \cos(\alpha)^3}{L}$$

$$k_{1212} = \frac{4FxI_{zz}\cos(\alpha)}{AL} + \frac{2}{15}FxL\cos(\alpha) + \frac{4Fxy_c^2\cos(\alpha)^3}{L}$$

Con

A : Área transversal del alambre

E : módulo de elasticidad del alambre

Y_c : distancia al centro de gravedad de la sección de cable, en la dirección y, desde el alambre estudiado.

Z_c : distancia al centro de gravedad de la sección cable, en la dirección z, desde el alambre estudiado.

L : Largo del elemento.

α : ángulo de inclinación del alambre con respecto al eje longitudinal del cable.

I_{yy} : Momento de inercia del alambre con respecto al centro de gravedad de la sección de cable en la dirección y.

I_{zz} : Momento de inercia del alambre con respecto al centro de gravedad de la sección de cable en la dirección z.

F_x : fuerza axial en el alambre estudiado.