



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

AGENDAMIENTO MÉDICO Y DISTRIBUCIÓN MULTI-DEPARTAMENTO DE
RECURSOS BOX PARA PROYECTO MINGA EN HOSPITAL EXEQUIEL GONZALEZ
CORTÉS

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN GESTIÓN DE OPERACIONES

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

DIEGO NICOLÁS FUENTEALBA ARIAS

PROFESOR GUÍA:
FERNANDO ORDÓÑEZ PIZARRO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
ROBERTO COMINETTI COTTI-COMETTI
ANDRÉS WEINTRAUB POHORILLE

SANTIAGO DE CHILE

2018

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE MAGÍSTER EN GESTIÓN DE OPERACIONES
POR: DIEGO NICOLÁS FUENTEALBA ARIAS
FECHA: 2018
PROF. GUÍA: FERNANDO ORDÓÑEZ PIZARRO

AGENDAMIENTO MÉDICO Y DISTRIBUCIÓN MULTI-DEPARTAMENTO DE RECURSOS BOX PARA PROYECTO MINGA EN HOSPITAL EXEQUIEL GONZALEZ CORTÉS

En el contexto del cambio de instalaciones del Hospital Exequiel González Cortés, la lógica de atención médica cambia considerablemente desde un uso de box mayoritariamente exclusivo por un solo médico hacia un modelo de gestión de uso de box de carácter indiferenciado, es decir, aptos para ser usados indistintamente inter e intra especialidad por su personal médico presente, aumentando así la eficiencia en el uso de box y de la capacidad instalada.

En función de lo anterior, se formula el problema de la distribución de los box indiferenciados a especialidades para su uso preferente, abordando conjuntamente la definición de la agenda médica y consideración las relaciones además de las sinergías e incompatibilidades entre especialidades, expresados en la proximidad espacial entre box buscando mantener y potenciar la lógica de trabajo por área. Se incorpora así, una valoración sobre ‘efecto vecindario’ que se genera entre box-especialidades afines.

Además, se incorpora la diferenciación de labores médicas, específicamente entre consultas y procedimientos para un horizonte de una semana que es replicada de manera cíclica durante un año, la cual está en directa relación con la asignación preferencial de los box para las especialidades.

El problema presenta gran dificultad para su resolución debido a la naturaleza entera y al gran tamaño de la instancia, no pudiendo ser abordado directamente por algoritmos de solución exactos. Por ello, se desarrolla una heurística que separa el problema, permitiendo un algoritmo de rápida ejecución para la primera etapa y un modelo MIP para la segunda etapa, reduciendo considerablemente el tamaño de la instancia al problema MIP a resolver y que permite entregar soluciones factibles en tiempo razonable para las dimensiones del problema y la urgencia impuesta al proyecto debido al deadline del traslado al nuevo hospital. La heurística fue implementada y se diseñaron dos enfoques para medir la calidad de la solución: 1) el gap de optimalidad, donde se compara el resultado heurístico con relajaciones lineales y lagrangeanas ante la imposibilidad -en tiempo- de resolver el problema original y 2) un enfoque basado en la cuantificación de los match correctos entre médicos y box de la misma especialidad y en caso contrario, en la cuantificación de match que implican un traslado espacial del médico hacia box ubicados en otros pasillos o pisos distintos de su asignación preferencial. El modelo pudo ser resuelto en un tiempo de ejecución aproximado de 1,5 horas y la solución obtenida se encuentra a una proyección estimada del 10 % del valor óptimo.

Finalmente, los resultados fueron utilizados por el HEGC para la planificación definitiva de los recursos del nuevo hospital y se encuentra en uso -con leves variaciones posteriores- desde 15 de Noviembre de 2017, correspondiente al traslado definitivo del personal, recursos y atención a pacientes a las nuevas dependencias.

*A mis amigos y amigas, que han estado cerca
a mi familia por estar incondicionalmente
a mi ahijado Cristóbal Vicuña, que siempre estará.*

Agradecimientos

Quiero agradecer a todas aquellas personas que permitieron que este trabajo de tesis en conjunto con toda mi trayectoria académica pudiese ser posible. A quienes en esta travesía me destinaron dos valores muy escasos en estos días: *tiempo y confianza*.

Agradecer a Cristian Julio por haber planteado esta oportunidad de investigación, por su apoyo, gestiones y preocupación constante por hacer de este trabajo uno que permitiese ser más acorde a la realidad del HEGC. A la directora dra. María Begoña Yarza y a la dra. Paulina Canales por ser actrices claves que permitieron viabilizar esta investigación, desde el levantamiento de información hasta su implementación, entregando un respaldo enorme a los modelos y decisiones planteadas en el presente trabajo.

A los académicos miembros de la comisión, Fernando Ordoñez, Roberto Cominetti y Andrés Weintraub excelentes académicos y docentes quienes lograron despertar en mí la curiosidad creativa y el interés intelectual por los campos de la matemática y la investigación de operaciones y también, la preocupación por asumir roles más allá del estudio e investigación involucrándose en el devenir y quehacer de la Universidad y su comunidad. En particular, a mi profesor guía Fernando Ordoñez por apoyar y dirigir esta tesis otorgándome la confianza y libertad de poder optar por un tema y metodología de investigación que mi propia curiosidad me llevó a elegir.

A los funcionarios y funcionarias que contribuyeron a que todo el proceso pudiese realizarse sin problemas siendo muchas veces, un rostro familiar y construyendo un ambiente más humano. A Linda Valdés y Fernanda Melis quienes hicieron expedita toda la estadía en el magíster.

Mención especial a mi familia por su sacrificio y apoyo inconmensurable en entregarme las mejores herramientas para mi realización académica, personal y afectiva.

Tabla de Contenido

1. Introducción	1
1.1. Contexto de la Salud Pública	1
1.2. El HEGC y su relocalización	2
1.3. Objetivos	3
2. El problema de investigación	5
2.1. Antecedentes	5
2.2. Conceptos Básicos	8
3. Marco Teórico	10
3.1. Conceptos introductorios	10
3.2. Physician Scheduling	10
3.3. Metodologías de Modelación y Resolución	12
3.3.1. Enfoques exactos	12
3.3.2. Enfoques heurísticos	13
4. Formulación del problema	15
4.1. Requerimientos	15
4.1.1. Requerimientos de Generales	15
4.1.2. Requerimientos Particulares	15
4.2. Descripción del problema	16
4.3. Formulación matemática	19
4.3.1. Parámetros	19
4.3.2. Variables	20
4.3.3. Restricciones	20
4.3.4. Función Objetivo	22
4.3.5. Constantes	23
4.3.6. Resumen tamaño de la instancia	23
5. Algoritmos de Solución	26
5.1. Programación Entera	26
5.2. Enfoque de descomposición del problema	26
5.2.1. Argumento	26
5.2.2. Modelo primera etapa: Pre-Asignación	27
5.2.2.1. Variables	27
5.2.2.2. Restricciones	27
5.2.2.3. Función Objetivo	28

5.2.3.	Modelo segunda etapa: Asignación	28
5.2.3.1.	Variables	29
5.2.3.2.	Restricciones	29
5.2.3.3.	Función Objetivo	30
5.3.	Heurística de aproximación	30
5.3.1.	Definición cuantitativa de box a especialidad	30
5.3.1.1.	Algoritmo de Scoring	30
5.3.1.2.	α - level	32
5.3.2.	Distribución Box a Especialidades	33
5.3.3.	Asignación Agenda médica	34
5.4.	Modelo Lagrangeano	36
5.4.1.	Relajación Lagrangeana	36
5.4.2.	Método del Subgradiente	37
6.	Análisis de Resultados	39
6.1.	Resultados parciales de la heurística	39
6.1.1.	Análisis comparativo de las instancias	39
6.1.2.	Resultados Primera Etapa	40
6.1.3.	Resultados Segunda Etapa	43
6.2.	Optimalidad de la heurística	45
6.2.1.	Instancias de Ajuste	46
6.2.2.	Resultados finales	46
7.	Gestión e Implementación	48
7.1.	Levantamiento inicial	48
7.2.	Particularidades del área de la salud	50
7.3.	Uso del modelo	51
7.4.	Discusión	52
8.	Conclusiones	56
8.1.	Sobre la metodología	56
8.2.	Líneas de trabajo futuro	58
8.3.	Conclusiones finales	59
	Bibliografía	61

Índice de Tablas

2.1. Distribución de Médicos por Especialidad	6
2.2. Distribución box por restricciones de equipamiento	7
4.1. Resumen restricciones modelo original	24
6.1. Comparación tamaño instancias	40
6.2. Comparación tamaño instancias pos pre-solved	40
6.3. Resultado pre-asignación agregada de box por especialidad	41
6.4. Dimensiones de instancias de referencia	46
6.5. Comparación cotas entre instancias	46
6.6. Comparación tiempos (segundos) de ejecución entre instancias	47

Índice de Ilustraciones

2.1. Distribución horaria semanal por especialidad	8
6.1. Intensidad de uso de box por especialidad	42
6.2. Intensidad de uso de box por especialidad (2)	42
6.3. Intensidad de uso de box por especialidad (3)	42
6.4. Intensidad de uso de box especialidad Salud Mental	43
6.5. Distribución porcentual de periodos de asignación de acuerdo a clasificación Match	44
6.6. Distribución por especialidad en base a clasificación Match	45
6.7. Distribución por especialidad en base a clasificación Match (2)	45

Capítulo 1

Introducción

1.1. Contexto de la Salud Pública

La salud pública chilena arrastra año tras año una significativa deuda hospitalaria, donde el 66 % del presupuesto y gasto del sector salud corresponden a gastos operacionales y dentro de éste, un 59 % corresponden a gastos de personal (Ahumada, Lagos & Herrera, 2016[1]), siguiendo la tendencia mundial donde se estima que más de la mitad de los costos operacionales en hospitales corresponde a conceptos de staff (Bölt, 2014[6]), siendo el personal médico uno de los recursos más importantes y costosos, considerado uno de los mayores cuellos de botellas en el proceso de prestaciones de salud (Santos y Eriksson, 2014 [27]).

Debido a su alta experiencia y capacitación son difíciles de sustituir, lo que conlleva a que no posean contratos estandarizados y negocien sus contratos de manera individual (Charles, 2013 [15]), obligando a que los empleadores deban aceptar sus preferencias horarias, así como otro tipo de restricciones de agenda, vacaciones, compatibilidad con segundos empleos en otras instituciones, entre otros.

Esta situación es también latente en la realidad chilena, en particular en la atención pública, donde la alta demanda en prestaciones de salud (expresada muchas veces en listas de espera en especialistas) y la limitada oferta de profesionales médicos genera un amplio poder de negociación e imposición de restricciones horarias al momento de las contrataciones. De esta manera, la planificación de la agenda médica deja poco margen a las instituciones para diseñar políticas de atención con foco en el paciente, en sus tiempos de espera, en otorgar la mayor cantidad de prestaciones en la menor cantidad de visitas de los pacientes a la institución, entre otros. Así, pese a la alta demanda, los modelos de agenda médica hoy presentes están diseñados con foco en los profesionales médicos ajustándose a la disponibilidad que ofrece cada médico, donde muchas veces debe ser compatible con la agenda médica que posee el médico en otras instituciones debido a la alta competencia en el sector, incluso dentro de los propios servicios de salud pública.

1.2. El HEGC y su relocalización

El presente trabajo se enmarca en el proyecto ‘Minga’ del Hospital pediátrico docente Dr. Exequiel González Cortés (HEGC) correspondiente al traslado de la operación y gestión hospitalaria hacia las nuevas y modernas instalaciones construidas dentro del complejo del hospital Barros Luco Trudeau. El HEGC se ubica en la comuna de San Miguel y pertenece a la red del Servicio de Salud Metropolitano Sur (SSMS). El hospital tiene bajo su responsabilidad la atención de pacientes hasta 19 años provenientes de 11 comunas correspondientes a San Bernardo, Buin, Paine, Calera de Tango, El Bosque, Lo Espejo, La Granja, Pedro Aguirre Cerda, La Cisterna, San Joaquín y San Miguel. El segmento de la población asignada es de 317.403 personas lo que equivale al 27% del total de la población atendida por el SSMS.

El HEGC es un hospital de alta complejidad y considerado uno de los más eficientes en la gestión de sus recursos, manteniendo desde el año 2011 nivel de deuda 0 y el segundo más bajo en el nivel de criticidad de deuda¹ entre los hospitales autogestionados, solo siendo superado por el Instituto Nacional de Rehabilitación Infantil Presidente Pedro Aguirre Cerda (Ahumada, Lagos y Sugg, 2016[1]). Esta gestión se ve reflejada en la lista de espera de especialidades de 93 días promedio y, 179 días para la lista de espera quirúrgica, muy por debajo del promedio nacional correspondiente a 280 y 393 días promedio respectivamente. Además, presenta un cumplimiento de compromisos GES² del 100%.

El proyecto de nuevas instalaciones para el HEGC tiene su origen varias décadas atrás. Desde que comenzaron sus funciones formales³ en el año 1962, varias promesas de las autoridades aseguraban la construcción de un nuevo edificio, expresadas en aquel entonces candidato de las elecciones de 1963 Eduardo Frei Montalva. Luego en la década de los '70 bajo el gobierno de Salvador Allende se realizaron dos estudios internacionales donde se determinaba la construcción de un nuevo hospital, alternativa que se planteaba para el sector de la Feria Ochagavía sin embargo, el proyecto fue abandonado tras el golpe de Estado en 1973 y hoy se le conoce como un ‘Elefante Blanco’ a las instalaciones que quedaron abandonadas en el sector. Posteriormente, durante 30 años fueron construidas edificaciones anexas y son incorporadas otras aledañas más antiguas, sin que el conjunto pudiese alcanzar la funcionalidad propia de un hospital⁴. No es hasta el año 2009 bajo el gobierno de Michelle Bachelet que el MIDEPLAN aprueba el proyecto Complejo Asistencial Red Sur (CARS) el cual consistía en la relocalización de los Hospitales Dr. Exequiel González Cortés, Barros Luco Trudeau, Lucio Córdova y el SSMS. Tras el terremoto del 27 de febrero 2010, el entonces presidente Sebastián Piñera decide concesionar los hospitales públicos, entre ellos el proyecto CARS. Luego de la resistencia de movimientos de funcionarios de la salud y de la sociedad civil, se decide bajar el proyecto CARS, postergándose nuevamente la relocalización del HEGC.

¹El índice de criticidad de deuda se define como el cociente entre la deuda hospitalaria y el presupuesto mensual vigente del subtítulo 22, correspondiente al gasto en bienes y servicios de consumo.

²Garantías Explícitas en Salud constituyen un conjunto de beneficios garantizados por ley para afiliados de Fonasa e Isapres. Las garantías corresponden al Acceso, Oportunidad, Protección Financiera y Calidad.

³El mismo recinto estaba destinado para ser el primer hospital del Seguro Obrero que funcionaba desde 1952, pero el contexto histórico de alta desnutrición y enfermedades gastrointestinales e infecciosas mantenía una alta mortalidad infantil, razón por la cual se reorienta el uso del hospital.

⁴El hospital queda conformado por tres sectores y dos de ellos separados por una calle de tránsito público que complica el traslado y la atención adecuada de los pacientes.

Posterior a una serie de conversaciones y presiones de la comunidad, sumado a un amago de incendio ocurrido en la zona de Hospitalizados, obligando la evacuación de niños y niñas, el gobierno decide construir el nuevo edificio HEGC con fondos públicos. El martes 19 de marzo de 2013 se pone la primera piedra del proyecto que queda bajo la responsabilidad del Consorcio Hospital EGC S.A., integrado por Acciona Infraestructura S.A., y Sociedad Anónima de Obras y Servicios Copasa, quienes se adjudicaron la obra tras un proceso de licitación pública.

El cambio en las instalaciones significa una oportunidad importante para poder introducir cambios en la cultura organizacional y en el modelo de gestión del hospital, dentro del cual se produce un cambio en la lógica de distribución y asignación de los box de consultas para el personal médico. El nuevo complejo hospitalario contempla un modelo de uso de box de manera indiferenciada, es decir, box o salas de atención estandarizadas y equipadas para poder ser utilizadas indistintamente por una amplia variedad de especialistas, flexibilizando la posibilidad de asignación de las especialidades a los box en búsqueda de un mayor uso de la capacidad instalada, en contraste con la situación previa donde cada especialidad y cada médico en su mayoría dentro de ésta, cuenta con su espacio destinado de uso exclusivo situación posible debido a una mayor cantidad de espacios disponibles para consultas, significando un tiempo no menor de capacidad ociosa.

1.3. Objetivos

El principal objetivo del trabajo corresponde a entregar una distribución factible y proporcional de los box indiferenciados a las especialidades para su uso, en coherencia con una asignación eficiente de la agenda horaria anual de consultas y procedimientos del personal médico a los box disponibles.

Para abordar el problema de planificación se cuenta con la distribución horaria de cada médico en las cuales solo se consideran dentro de la jornada laboral aquellas horas destinadas a la atención planificada de pacientes ya sea en modalidad consulta o a la realización de procedimientos de especialidad, descartando de esta manera aquellas asociadas a otras labores tales como gestión, reuniones de especialidad, docencia, atención en urgencias, entre otros. Así también, se cuenta con la distribución espacial de los box en las nuevas dependencias, diferenciando entre aquellos box indiferenciados y aquellos que puedan poseer algún tipo de equipamiento especializado como ocurre por ejemplo con las especialidades de odontología y ginecología.

Se contempla además, consideraciones de tipo clínico para definir la afinidad y discordancia que existen entre especialidades debido a las patologías que pudiesen presentar los pacientes y que eventualmente podrían ser perjudiciales para la salud de otros pacientes con los cuales podrían tener contacto, como podría ejemplificarse en algunas enfermedades virales que son atendidas por la especialidad de broncopulmonar infantil.

El problema de la gestión de la agenda médica presenta mucha coherencia con los problemas de scheduling, mientras que el problema de la pre-asignación de box posee similitudes

con problemas de classroom scheduling, más habituales en el área educacional. Abordar ambos problemas en un mismo modelo es un enfoque novedoso en las investigaciones del área de salud.

De igual manera, el hecho de contar con box indiferenciados permite la planificación de múltiples especialidades o departamentos de manera conjunta -al compartir las estaciones de trabajo- lo que permite potenciales asignaciones de la agenda médica a box diferentes de su propia especialidad, ampliando la factibilidad del problema y significando un mejor aprovechamiento de los recursos del hospital. Este enfoque multi-especialidades representa un aporte significativo del presente trabajo debido a que el enfoque dominante en las aplicaciones vigentes para la planificación de problemas de scheduling de médicos es realizado de manera aislada para cada departamento/especialidad.

En contrapartida, la incorporación de varias especialidades aumenta significativamente el tamaño del problema lo que implica mayores niveles de complejidad sobre todo para problemas de decisión de naturaleza entera. Abordar este importante incremento en la combinatoria global del problema es un desafío no menor de este trabajo, debido a que encontrar soluciones factibles y competentes en un tiempo razonable es una condición necesaria para su correcta implementación en el HEGC. Esta característica hace de este trabajo uno de dimensiones muy por fuera de la norma, donde usualmente los modelos e investigaciones detallados en la sección de Marco Teórico abordan en total departamentos y/o especialidades de un máximo que oscila entre 15 a 25 médicos, muy por debajo de los 130 médicos que resultan de agregar las especialidades ofrecidas por HEGC.

Los objetivos particulares corresponden a 1) construir un modelo de optimización que integre todas las problemáticas de asignación planteadas, 2) desarrollar algoritmos de solución para este problema, en particular el uso de descomposiciones y heurísticas que permitan abordar un problema de tamaño real en tiempos razonables, 3) investigar cotas para el problema de optimización planteado y 4) analizar la implementación de este modelo y algoritmo de solución en el hospital.

Para lograr lo anterior, estas contribuciones se presentan en el documento de la siguiente forma: en el siguiente capítulo se describe en mayor detalle el problema de asignación de box en el HEGC y sus antecedentes. El capítulo 3 se presenta la literatura relevante en *Physician Scheduling* contextualizando y planteando las particulares que aporta este trabajo a los enfoques hasta ahora planteados. El capítulo 4 plantea los requerimientos realizados por el HEGC y posteriormente se desarrolla la formulación matemática que describe que problema. En el capítulo 5 se discuten los algoritmos de solución, se describen las heurísticas y el enfoque de descomposición del problema utilizados y se plantea el problema de relajación lagrangeana para la obtención de cotas. El capítulo 6 se plantean los resultados obtenidos y se discute la optimalidad de la heurística. En el capítulo 7 se detalla y discute todo el proceso de Gestión e Implementación del modelo y sus resultados finales en el HEGC. Se plantea además, el uso actual del modelo en el HEGC, las principales limitaciones y alcances del modelo para su aplicación puntual como para su eventual uso en el sistema de salud chileno. Finalmente, el capítulo 8 se da cuenta de las líneas de trabajo futuro que abre este trabajo y sus principales conclusiones.

Capítulo 2

El problema de investigación

2.1. Antecedentes

El hospital pediátrico docente Exequiel González Cortés (HEGC) contempla 6 centros de responsabilidad (CR) bajo la Subdirección Médica que corresponden a:

1. Atención Quirúrgica
2. Atención Médico-Quirúrgico
3. Atención Paciente Crítico
4. Atención Emergencia
5. Atención Ambulatoria
6. Apoyo Clínico

El personal médico disponible se distribuye entre los 6 CR donde pueden emplearse en más de un CR como ocurre con algunos especialistas que por su alta expertise realizan labores en Atención de Emergencia y en Atención Quirúrgica. Para el problema en estudio, se contempla la planificación de agenda del personal perteneciente a 4 de los 6 CR, excluyendo al CR de Paciente Crítico y Atención de Emergencia y considerando solamente una parte del CR de Apoyo Clínico. De esta manera, se considera solo a las especialidades que realizan atenciones a pacientes de manera regular y programada determinísticamente no considerando las atenciones de urgencias de naturaleza estocástica. De esta manera se contemplan 130 médicos divididos en 26¹ especialidades tal como se aprecia en la tabla 2.1.

Las nuevas instalaciones cuentan con una capacidad de 80 box destinados a estas especialidades, que se ubican en el segundo y tercer piso del hospital, habiendo dos pasillos en el segundo (uno de 14 box y otro de 13 box) y tres pasillos en el tercer piso (12, 24 y 17 box respectivamente).

¹Salud Mental y Hospital de Día contemplan en sí una mayor presencia de especialidades tales como, psicólogos, psiquiatras, trabajadores sociales, entre otros. Sin embargo para efectos de la distribución de box y el manejo de la agenda, funcionan en la práctica como un área unificada, razón por la cual no es necesaria la diferenciación interna

Especialidad	Cantidad de médicos
Broncopulmonar	6
Cardiología	4
Cirugía General	8
Cirugía Maxilo Facial	3
Cirugía Plástica	6
Dermatología	3
Endocrinología	6
Fonología	4
Gastroenterología	4
Genética	2
Ginecología	1
Hematología	1
Infectología	3
Inmunología	2
Nefrología	4
Neurología	7
Nutrición	1
Odontopediatría	4
Oftalmología	5
Otorrinolaringología	1
Pediatría General y NANEAS	7
Psicología CAE	5
Traumatología	12
Urología	4
Hospital de Día	6
Salud Mental	21
Total	130

Tabla 2.1: Distribución de Médicos por Especialidad

Los box fueron construidos a un mismo estándar de manera que pueda aplicarse la asignación indiferenciada por especialidad. Sin embargo, existen ciertas consideraciones que restringen o generan preferencias para el uso de box. Así, 2 box están diseñados para profesionales no médicos debido a las dimensiones más reducidas del box que no permiten la presencia de camilla para la atención de los pacientes, como tampoco la presencia de elementos de higiene requeridos para la atención como lo es la presencia de lavamanos. De este modo, dichos box solo permiten el ejercicio de profesionales no médicos pertenecientes a las áreas de psicología CAE, Salud Mental o fonoaudiología que no requieren de dichas instalaciones. De igual manera, hay presencia de box con equipamiento especializado para la atención que se consideran semi indiferenciados, debido a que otras especialidades no tienen alguna restricción para atender en esos box, pero las especialidades que utilizan el equipamiento instalado solo pueden atender en ellos y no en otros, como son los casos de ginecología (1 box que cuenta con una camilla especial), oftalmología (3 box) y odontopediatría (2). En definitiva, como se aprecia en 2.2, 72 box son indiferenciados y aptos para la asignación preferencial a alguna especialidad. De esta manera, la pre-asignación para ginecología, oftalmología y odontopediatría se encuentra definida a priori, no así para los profesionales no médicos debido a que varias especialidades podrían pre-asignarse a dichos box por ejemplo salud mental o psicología CAE. De igual modo, se consideran el total de los 80 box para efectos del modelo, debido a que para la asignación de la agenda horaria estos box pueden ser utilizados por otras especialidades.

Tipo de box	Número de box
Box indiferenciado	72
Ginecología	1
Oftalmología	3
Odontopediatría	2
Profesionales no médicos	2
Total	80

Tabla 2.2: Distribución box por restricciones de equipamiento

Por otro lado, debido a la integración y cooperación del Servicio de Salud Sur, se incorpora a las dependencias del HEGC el área de Salud Mental provenientes del hospital Barros Luco Trudeau, principal complejo de salud de la zona sur de la región metropolitana. Área considerablemente grande en la cantidad de profesionales (ver tabla 2.1) en comparación a las especialidades existentes en el HEGC debido a que la atención de Salud Mental es principalmente dirigida a adultos, que cuenta con una oferta mucho mayor tal como se aprecia en la figura 2.1. Al ser por tanto un área de origen externo y de algún modo, fuera del foco en salud infantil, tendrá una consideración de menor ponderación como se verá más adelante con respecto a las otras especialidades infantiles.

Por último se debe considerar la situación de Hospital de Día (donde se abordan problemas psiquiátricos o trastornos infantiles), que por su estructura está diseñado para otorgar una atención prolongada a un paciente durante gran parte de la jornada. Por esta razón, el personal del área no puede estar trasladándose entre box ubicados en diferentes pasillos o pisos durante el día, debido a la responsabilidad que se tiene con los pacientes que se encuentran en tratamiento.

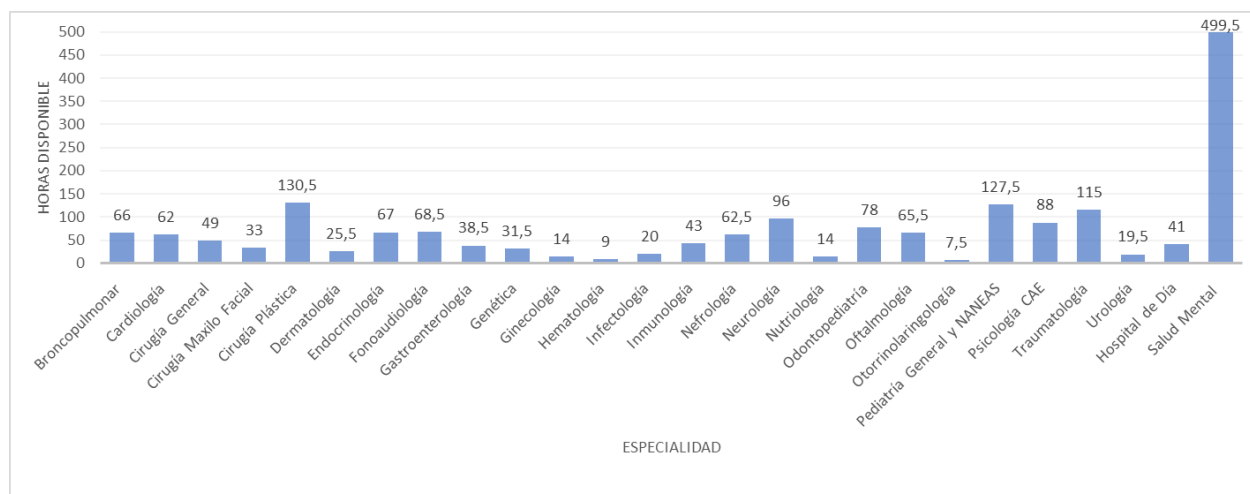


Figura 2.1: Distribución horaria semanal por especialidad

2.2. Conceptos Básicos

La atención a público general es de horario continuado de 8:00 a 18:00 horas entre los días Lunes a Viernes. Debido a que cada médico tiene una disponibilidad particular en contrato con el HEGC, no existe un horario fijo de ingreso y egreso común para el personal médico, lo que significa una complejidad debido a la alta diversificación en las horas reales destinadas a la atención de consultas y procedimientos. Sin embargo, para efectos prácticos de uso de box, se define como unidad básica de modelamiento al **‘bloque horario’**² correspondiente a 30 minutos continuos. Tiempo robusto para que el peor caso permita 2 atenciones de consulta o 1 procedimiento dependiendo la especialidad. De este modo, la planificación diaria corresponde a 20 períodos de 30 minutos significando un total de 100 períodos semanales.

Dentro del proceso de gestión del cambio del hospital, hay algunas prácticas de la cultura organizacional que se generaban de manera espontánea en las antiguas dependencias que es deseable que se mantengan en las nuevas instalaciones. Especial atención tiene la sinergia intra áreas de especialidad, que permiten generar confianza, equipo, como también discutir y abordar los diagnósticos más complejos de pacientes que se reciban en el área. De igual manera, debido a la alta capacidad, se contaba con una personificación de cada box (por ejemplo, el nombre del médico en los box) que le permitía a los pacientes identificar sin complicaciones la ubicación de las consultas de sus médicos debido a la asignación fija que existía en las antiguas instalaciones, así como mantener pertenencias personales, insumos, documentos, entre otros, de las propias especialidades en los box. Por ello, se define la **‘pre-asignación’** de box a especialidad, correspondiente a la dupla especialidad-box en la cual los médicos de la especialidad pre-asignada obtendrá preferencia sobre el uso de dicho box a lo largo de todo el horizonte de planificación, permitiendo así la apropiación del box y emular las prácticas de la cultura organizacional antes descrita.

²En el presente documento se utiliza indistintamente los términos ‘bloque’ y ‘período’ para hacer referencia a la mínima unidad de asignación.

Es importante diferenciar la pre-asignación de la **‘asignación’**, esta última definida como la dupla médico-box que corresponde al uso del box por el médico por un bloque horario.

La asignación de los médicos que atienden en bloques de horario continuado no deben permitir rotación de box dentro de su jornada, es decir, si un médico tiene disponibilidad de 12 bloques continuos en un día sólo puede ser asignado a un box en ese día.

Capítulo 3

Marco Teórico

3.1. Conceptos introductorios

En la literatura existen dos tipos de problemas de asignación a los cuales el problema en estudio presenta bastantes semejanzas, correspondientes a los problemas de *Scheduling* y *Timetabling*. De acuerdo a Wren (1996)[32], los problemas de *timetabling* consisten en la asignación de recursos a una cantidad específica de bloques de horarios y lugares, buscando cumplir con la mayor cantidad de objetivos definidos dentro de un conjunto de restricciones lo que equivale a minimizar el incumplimiento de las restricciones suaves. A su vez, *scheduling* busca principalmente el mínimo costo en los recursos involucrados en dicha asignación. Carter (2001)[13] considera que *timetabling* se enfoca en la definición de cuándo se llevarán a cabo un set de eventos, es decir, la decisión corresponde al tiempo sin considerar necesariamente la decisión sobre la asignación de los recursos y sus costos respectivos que serían propios del *scheduling*. El problema de investigación presenta características de *timetabling* y *scheduling*, si bien la disponibilidad es un parámetro fijo, la definición sobre cuando realizar procedimientos corresponde a una decisión de tiempo. Además, un subconjunto de los requerimientos particulares corresponden precisamente a las restricciones suaves propias del *timetabling* y por otro lado, la decisión sobre los box y su beneficio de acuerdo a la especialidad que le corresponde es una decisión sobre la asignación de los recursos.

3.2. Physician Scheduling

El agendamiento de médicos o *physician scheduling* es parte de un grupo más grande de problemas denominados *personnel scheduling*. El scheduling en el área de salud presenta características especiales que lo hacen diferenciarse de otro tipo de empleos tanto por la alta calificación en las labores ejecutadas como por las consecuencias que una mala planificación puede generar en los usuarios finales o pacientes. El agendamiento de médicos busca la construcción de asignaciones de diversas labores cualitativas para ser desarrolladas dentro de un horizonte de planificación. Si bien existe una amplia literatura que aborda el problema del

agendamiento del personal de enfermería o *Nurse Rostering* (Burke et al., 2004 [12], De Causmaecker & Vanden Berghe, 2011 [16], Burke & Courtois, 2014 [11]), la principal diferencia radica en que el personal médico es muy difícil de reemplazar debido a su alta cualificación y especialización (Bodenheimer y Smith, 2013 [7]). A raíz de esto, se tiene que los médicos no solo negocian sus contratos de manera colectiva sino que principalmente de manera individual con sus empleadores (Charles et al., 2013 [15]) motivados por establecer preferencias personales y consideraciones horarias particulares. Por ello, el agendamiento de médicos requiere satisfacer una amplia cantidad de restricciones y preferencias donde, a diferencia del *Nurse Rostering*, para el problema de *physician scheduling* lo principal es la maximización de la satisfacción de los médicos de manera de garantizar su retención, lo que es considerado uno de los problemas más críticos con los cuales deben lidiar los departamentos de administración de los hospitales (Carter y Lapierre, 2001 [14]).

Una clasificación interesante para las principales decisiones en los problemas de *personnel scheduling* que enfrentan los hospitales fue presentada por Bradley y Martin (1991)[8] (siguiendo el trabajo de Warner (1976)[30]) correspondiente a problemas de: *Staffing*, *Personnel Scheduling (Rostering)* y *Allocation*. El primer concepto, corresponde a la decisión de largo plazo sobre la cantidad y composición del cuerpo médico necesario a contratar para cubrir la demanda. Usualmente, esta decisión se realiza en base a la medición de jornadas laborales completas equivalentes. Este problema admite muchas variantes de acuerdo a la posibilidad de incorporar turnos extras, contratar personal part-time, el manejo de las vacaciones y días libres, restricciones producto de acuerdos colectivos y disposiciones legales, entre otros. El segundo concepto corresponde a definir de manera detallada la agenda horaria de cada médico, es decir, traducir la primera decisión sobre mano de obra a contratar, a una asignación de turnos/horarios factible para esa fuerza de trabajo. El tercero corresponde a la distribución de la agenda definida, a los puestos físicos de trabajo (pabellones, consultas, procedimientos, sala de emergencia, etc.).

Una pequeña modificación a esta clasificación es planteada por Erhard et al. (2018) [17] considerando los horizontes de planificación de manera jerárquica: *Staffing*, *Rostering* y *Re-planning*. La diferencia radica en el tercer concepto, donde *Re-planning* corresponde a los ajustes de corto plazo que se deben realizar sobre una agenda de trabajo ya construida debido a eventos imprevistos tales como variaciones considerables en la demanda y ausencias laborales. También se le conoce a este concepto como *operational online* (Hans, Van Houdenhoven & Hulshof, 2012[23]).

Un análisis bastante exhaustivo de la literatura en agendamiento de médicos es presentado por M. Erhard et al., (2018)[17] donde se analiza las principales investigaciones realizadas en los últimos 40 años, que suman un total de 68 publicaciones. De éstas, 53 papers abordan la problemática de *rostering*, descompuesta a su vez en dos enfoques: *i*) 12 artículos en *tactical planning problems* (agendas que son repetidas de manera cíclica) y *ii*) 41 restantes en *operational offline planning problems* (planificación específica para un horizonte temporal dado).

Dentro de la categoría de *tactical planning problems*, sólo dos artículos de De kreuk, Winands & Vissers (2004)[31] y Gunawan & Lau (2013)[22] consideran en su formulación la asignación de labores o tareas diferenciadas (cualificación, desgaste asociado, pabellón,

otros) dentro de la decisión de *scheduling* en un ciclo temporal de 5 días a la semana para ser repetido durante varios meses para los departamentos de ortopedia y cirugía, respectivamente. La inclusión de diferenciación en las labores a realizar es denominada como *Master Scheduling Problem*.

El mismo estudio plantea que sólo dos publicaciones (Gendreau et al., 2007[19] y Rousseau, Gendreau & Pesant, 2002[25]) plantean formulaciones que pueden ser aplicadas para varias especialidades en diferentes hospitales y horizontes temporales. Esto es relevante debido a que la mayoría de las publicaciones están enfocadas en una única especialidad o departamento pese a que existen importantes interacciones entre especialidades que afectan la atención al paciente como también una interdependencia en la demanda.

En este marco, el problema en estudio considera decisiones propias de problemas de *rostering* y *allocation* al definir conjuntamente la agenda médica, la distribución y la asignación de box. El enfoque planteado al problema de investigación, implica decisiones que se consideran dentro de los *tactical planning problems* debido a que se busca una mínima unidad temporal a ser replicada sobre el horizonte de planificación. Además, se consideran dos labores excluyentes a realizar por el personal médico (consultas y procedimientos), diferenciación que incluye a este problema dentro de la categoría de *Master Scheduling Problem*. Finalmente, se considera la planificación conjunta de 26 especialidades o departamentos, contemplando la interacción entre ellas para un sub-conjunto menor de especialidades, consideración en la cual existe muy poca investigación asociada.

3.3. Metodologías de Modelación y Resolución

En la literatura existente, una mayoría se inclina por técnicas de modelación derivadas de la Programación Matemática entre las que se incluyen Programación Lineal, Programación Entera, Programación Entera Mixta. Muy pocos trabajos utilizan herramientas de Programación No-Lineal, Programación de Restricciones, Programación de Objetivos situación similar para los Modelos de Colas y Modelos de Simulación, estos últimos de gran proyección como líneas de investigación para abordar la fuerte componente estocástica cuando se analizan los problemas reales en salud.

De igual manera, existe una amplia diversidad de enfoques para la resolución de los modelos de *scheduling*. Si bien una clara mayoría de los enfoques utilizados corresponden a métodos exactos de solución, la naturaleza de estos problemas tiende a crecimientos exponenciales en tamaño y complejidad. En estas ocasiones, métodos heurísticos o metodologías híbridas de métodos exactos y heurísticas son más utilizados.

3.3.1. Enfoques exactos

En los enfoques exactos existe una preferencia por algoritmos de Branch & Bound (Beaulieu et al., 2000[3], Smalley et al., 2011[29]) que consiste en un mecanismo que toma un problema entero (ILP), resuelve su relajación lineal de manera exacta (usando regularmen-

te el algoritmo de simplex) y que de encontrar valores fraccionarios a sus variables, divide (branch) el problema en 2 sub problemas (nodos) agregando una restricción a cada subproblema imponiendo que dicha variable tome el valor entero superior e inferior respectivamente. De esta manera se procede reiterativamente, hasta que el problema resuelto en los nodos no posea variables fraccionarias. Cada una de las soluciones factibles opera como una cota inferior (si el problema es de maximización), manteniendo la vigencia en la mayor de ellas. Por otro lado, la cota superior corresponde al mayor valor obtenido por todos los nodos activos que presenten variables fraccionarias. Este tratamiento de las cotas permite ir reduciendo el espacio sobre el cual es atractivo seguir resolviendo problemas, permitiendo descartar aquellos nodos que presenten valores inferiores a la mejor cota factible encontrada.

Por otro lado, también se ha planteado el enfoque de Branch & Cut (Bruni & Detti, 2014[9], Sarin, Sherali & Kim, 2016[28]) que corresponde a resolver el problema ILP relajando sólo las restricciones de integralidad. De esta manera si la solución obtenida presenta variables fraccionarias, se agregan restricciones (cortes) mediante un algoritmo de planos cortantes que encuentra desigualdades que sólo pueden ser satisfechas por soluciones enteras, de manera de hacer infactible la actual solución fraccionaria. De esta manera, se vuelve a resolver el problema ILP relajado incorporando las nuevas restricciones de cortes. Paralelamente, también se van almacenando los valores obtenidos de las relajaciones y de las soluciones factibles, permitiendo el acotamiento del problema.

Finalmente el enfoque de Branch & Price (Brunner et al., 2010[10], Beliën & Demeulemeester, 2006[5]) corresponde a un método híbrido entre Branch & Bound y generación de columnas. Se utiliza para problemas que presentan una gran cantidad de variables. Se inicia el algoritmo, eliminando un subconjunto significativo de variables del problema y se procede a resolver la relajación lineal del ILP. Posteriormente, se busca entre las variables excluidas aquellas que puedan mejorar el valor de la función objetivo y son incorporadas para la siguiente iteración. El algoritmo finaliza cuando no encuentra más variables (dentro del subset de variables inicialmente excluidas) con costos reducidos negativos (para un problema de minimización).

A continuación se presentan los diversos enfoques heurísticos desarrollados en la literatura para el *physician scheduling*.

3.3.2. Enfoques heurísticos

Los enfoques heurísticos utilizados son variados, considerando técnicas de relajaciones lineales y heurísticas de redondeo (Franz & Miller, 1993[18]).

El enfoque de simulated annealing (De Kreuk, Winands & Vissers, 2004[31]) corresponde a un algoritmo probabilístico principalmente utilizado para problemas de naturaleza entera, para acercarse rápidamente a un óptimo global. En cada iteración el algoritmo selecciona aleatoriamente una solución cercana al punto donde se encuentra, mide su calidad y de acuerdo a una probabilidad establece si esa nueva solución es lo suficientemente buena para actualizarse a dicho punto o mantenerse. A medida que el algoritmo avanza, las probabilidades van modificándose disminuyendo la probabilidad de aceptar malas soluciones (lo cual es usual

en las meta-heurísticas, para no mantenerse estancado en óptimos locales).

Los algoritmos de búsqueda local como el Tabu Search (Carter & Lapierre, 2001[14]) corresponden a algoritmos que dado una solución x busca en su vecindad otras soluciones factibles hacia las cuales moverse. La característica de Tabu Search es que mantiene una lista tabú de las soluciones recientemente visitadas, de manera de no volver a visitar si es que se encuentran en dicha lista. De esta manera, en cada iteración se actualiza la lista a los últimos n puntos visitados. También se pueden agregar más consideraciones a la lista tabú tales como no visitar puntos que cumplan con ciertos requisitos o también incorporar una lista tabú-activa, que obliga a que las nuevas variables incorporadas no puedan ser eliminadas luego de m iteraciones.

Los algoritmos genéticos (Rousseau et al., 2002[25]) y algoritmos evolutivos (Samah & Zainudin, 2012[26]), son una meta-heurística basada en el proceso de selección natural, en la cual se construye una población de candidatos a soluciones (denominado fenotipo) que poseen atributos (denominado genotipo) usualmente codificado en valores binarios. A cada iteración se le denomina como generación. En cada iteración la generación es evaluada por su medida de *fitness* o por una función *fitness*, usualmente corresponde al valor que cada candidato obtiene de la función objetivo. De manera estocástica son seleccionados los candidatos más *fitness* y son recombinados (combinaciones entre candidatos seleccionados) o son mutados (aleatoriamente se varía parte de su genotipo), para generar una nueva generación. El algoritmo termina cuando se alcanza un número máximo de iteraciones o cuando cierto nivel de *fitness* es alcanzado de manera agregada por la última generación vigente.

Finalmente, también se han realizado planteamientos de heurísticas basadas en descomposición (Van Huelé & Vanhoucke, 2015[24]). Solo un trabajo presenta un enfoque de resolución mediante Inteligencia Artificial (Gierl et al., 1993[20]).

Para un análisis más detallado entre métodos exactos y heurísticos en *hospital scheduling* es recomendable la investigación realizada por Jeroen Beliën (2007)[4].

La metodología utilizada en este trabajo corresponde a un enfoque híbrido de métodos exactos (Programación Entera Mixta) y heurística (descomposición y algoritmos greedy). De acuerdo a la clasificación aportada por Bradley y Martin (1991)[8] para los métodos de resolución correspondiente a cíclico exacto, cíclico heurístico, no-cíclico exacto y no-cíclico heurístico, la metodología desarrollada corresponde un método cíclico heurístico, donde el concepto de ciclo hace referencia a la posibilidad de determinar un sub-horizonte de tiempo en el cual realizar la planificación y que pueda ser repetida iterativamente hasta completar el horizonte global de planificación.

Capítulo 4

Formulación del problema

4.1. Requerimientos

Son múltiples los requerimientos que deben cumplirse. Para esquematizar de mejor manera, se pueden separar en dos segmentos.

4.1.1. Requerimientos de Generales

Son aquellos propios de la naturaleza de los problemas de asignación. Para el problema en estudio se tienen los siguientes:

1. Todas las especialidades deben contar con al menos un box de pre-asignación con excepción de la especialidad de Hematología, la cual puede contar con ningún box pre-asignado debido a su baja intensidad de uso de box.
2. Cada box solo puede contar con 1 especialidad pre-asignada.
3. Existen especialidades que cooperan entre ellas, las cuales necesitan quedar pre-asignadas en los mismos pasillos.
4. Existen especialidades que debido al tipo de pacientes que atienden, no pueden ser pre-asignadas al mismo pasillo con otro tipo de especialidades.
5. Todo bloque horario disponible de médicos debe ser asignado a un box para consultas o procedimientos.
6. Cada box tiene capacidad para 1 médico por bloque horario.
7. Un médico no puede ser asignado a dos box en simultáneo.

4.1.2. Requerimientos Particulares

Corresponden a aquellos requerimientos propios del HEGC, de acuerdo a las políticas de gestión y cultura organizacional planteadas en el proyecto MINGA, las que se expresan en

las siguientes consideraciones:

1. Cada médico debe satisfacer la demanda de procedimientos asignada semanalmente.
2. Se debe considerar un bloque de no uso -setup- para efectos de aseo, atrasos o descoordinaciones, cada vez que un médico termine de ocupar un box y antes de ser usado por otro.
3. Los bloques de horario de disponibilidad continua de los médicos deben ser asignados a un mismo box durante dicho intervalo.
4. Debido a la sensibilidad de algunos equipamientos, los box pre-asignados a ciertas especialidades sólo podrán ser utilizados (asignados) por médicos de la misma especialidad o una afín, prohibiéndose el uso a cualquier otra especialidad.
5. El personal médico de hospital de día no puede ser asignado a un box ubicado en pasillos distintos a sus box pre-asignados.
6. Las pre-asignaciones por especialidad deben concentrarse en los mismos pasillos.
7. Las asignaciones de bloques de horario-box por médico no pueden ser en pasillos o pisos diferentes donde se ubican sus box pre-asignados.
8. Hay combinaciones de especialidades afines unas con otras las cuales son preferibles para ser pre-asignadas.
9. La compatibilidad entre especialidades afines también es preferible para la asignación horaria.
10. De haber rotación es preferible focalizarla en los profesionales no médicos y becados¹.
11. Los médicos que tengan jornada de 33 o 44 horas semanales no deben tener variabilidad en la asignación de box.

De los requerimientos anteriores se debe tener en consideración la existencia de condiciones fuertes y suaves, las que en los modelos posteriores tendrán un manejo diferenciado al ser consideradas restricciones.

De los requerimientos anteriores, una fracción menor son consideradas restricciones suaves las que su cumplimiento es una condición deseable de ocurrencia pero no obligatoria como sí lo son las restricciones fuertes. El considerar restricciones suaves le otorga mayor flexibilidad al problema, lo cual también tiene mucha relación con la implementabilidad de solución como se verá en los capítulos 3 y 4. Las restricciones suaves corresponden a los requerimientos particulares (6), (7), (8), (9), (10) y (11). Finalmente, se busca que la entrega de soluciones implementables sea en un tiempo menor a 1 día.

4.2. Descripción del problema

El problema consiste en la pre-asignación preferente de 80 box de consultas para 26 especialidades junto con la planificación de la agenda horaria de los 130 médicos en una asignación a factible de box de consultas o procedimientos a lo largo de un horizonte de un año.

¹En el área de la salud, ‘becados’ hace referencia a los médicos que se encuentran en proceso de estudio de especialidad, en el cual deben desarrollar trabajo práctico en hospitales bajo la supervisión de un médico docente responsable. En la literatura se les denomina *residents*

En la pre-asignación se define la cantidad de box asociados a cada especialidad y la distribución de éstos en las dependencias del hospital. La pre-asignación debe considerar las preferencias de compatibilidad entre especialidades, de manera que las especialidades afines queden asignadas en los mismos pasillos y las especialidades excluyentes no puedan ser asignadas en un mismo pasillo.

Las duplas afines son:

- Odontopediatría - Cirugía Maxilo Facial
- Gastroenterología - Nutriología
- Traumatología - Fonoaudiología (Rehabilitación)
- Salud Mental - Hospital de Día
- Nefrología - Urología

Las duplas que deben pre-asignarse de manera excluyente corresponde a:

- Inmunología - Broncopulmonar
- Inmunología - Otorrinolaringología

Para el problema de la asignación, cada médico define su agenda donde indica qué días y horarios está disponible para la atención. En el modelo de gestión previo del HEGC, cada médico define dentro de su agenda los bloques que destinará para efectuar procedimientos, situación que no será considerada dada la rigidez que impone dicho criterio a las posibles adecuaciones del personal médico.

Para efectos del modelo, se asume que la demanda de consultas por especialidad viene dada implícitamente en la cantidad de horas de personal disponible por especialidad, es decir, que logrando una asignación completa de la disponibilidad de cada médico se logra satisfacer la demanda de los pacientes. Sin embargo, dado que se relaja la asignación para procedimientos ofrecida por los médicos, se incorpora explícitamente la demanda total de procedimientos por cada médico.

La planificación de la asignación es válida para 1 año pero se considera un horizonte temporal semanal dado que corresponde a la mínima unidad reducible y replicable cíclicamente. La unidad mínima temporal para la asignación corresponde a un período de 30 minutos (un bloque), siendo las 8:00 horas el inicio y las 18:00 horas el término de la jornada laboral.

Otra consideración es que debido a factores de incertidumbre propios del rubro, se suelen extender los períodos iniciales asignados a cada médico, ya sea por atrasos, complejidades del paciente, reuniones, atenciones de urgencia u otros. Para dichos efectos se considera un tiempo de "setup" del box posterior cuando un médico termina su turno. Éste corresponde a un bloque para box indiferenciados de consulta, no permitiendo así la asignación de otro médico durante dicho período de setup. Esto genera holgura en los turnos que permite enfrentar la incertidumbre de los factores antes mencionados, así como permitir el aseo entre cambio de médico para un mismo box.

La ejecución de los procedimientos se realiza en otros box destinados específicamente para ello, siendo estos box un recurso con el cual se dispone con holgura durante el horizonte de

planificación, condición que no hace necesaria la diferenciación entre box específicos para la realización de los procedimientos. Así, la asignación de un médico a la realización de procedimientos libera el box de consulta para potencialmente ser asignado a otro médico que esté iniciando su jornada o que en el período inmediatamente anterior se encuentre realizando procedimientos. Además, la realización de procedimientos sólo se considera como una restricción a cumplir, no siendo considerada en la función objetivo. Esto provoca que la prioridad del modelo esté en la asignación de consultas -la cual sí tiene una retribución a la función objetivo- y que la asignación a procedimientos sea enfocada en aquellos períodos donde el costo de oportunidad por asignación a consulta sea menor. La consecuencia de lo anterior, se traduce en que nunca el modelo asignará a todo su personal capacitado a la realización de procedimientos si es que existe capacidad para realizar consultas. Con esto se busca que la asignación de procedimientos opere como una medida de holgura en períodos de alta congestión por especialidad o por pasillos. Además, dado que los procedimientos se realizan dentro de la disponibilidad de cada médico, se tiene que la distribución de disponibilidad horaria por especialidad ya viene diseñada con un criterio de suplementariedad, es decir, médicos que realizan mismos procedimientos tienden a estar mayoritariamente disponibles en horarios o días distintos entre sí. De esta forma, no se concentra el uso de los recursos (los cuales se asumen sin restricción de capacidad) implicados en la realización de procedimientos. Cabe destacar, que no todos los médicos o especialidades realizan procedimientos. Esto último se asume como una demanda nula de procedimientos para cada médico en esa categoría.

Para la decisión de asignación existen dos tipos de compatibilidades: las recíprocas y las unidireccionales. Las primeras, corresponden a asignaciones de médicos de una especialidad a box pre-asignados a una especialidad diferente pero que -de acuerdo a su afinidad- se le asigna una mayor valoración que a una asignación a un box pre-asignado a otra especialidad y vice versa. Por otro lado, la compatibilidad unidireccional corresponde cuando sólo la primera especialidad obtiene una mayor valoración de ser asignado en un box pre-asignado a otra especialidad, pero no al revés. En ambos casos, la valoración es mayor que a un box pre-asignado a una especialidad con la cual se es indiferente, pero la valoración es siempre menor a que ser asignado a un pre-asignado de la propia especialidad.

Las compatibilidades recíprocas para la asignación además de las ya descritas para la pre-asignación corresponden a:

- Odontopediatría - Cirugía Maxilo Facial
- Gastroenterología - Nutriología
- Traumatología - Fonoaudiología (Rehabilitación)
- Salud Mental - Hospital de Día
- Nefrología - Urología
- Cirugía. General - Nefrología
- Cirugía General - Urología
- Endocrinología - Nutriología

Las compatibilidades que son solo unidireccionales (afinidad de la primera hacia la segunda especialidad) corresponden a:

- Psicología NANEAS - Pediatría y NANEAS

- Psicología CAE - Salud Mental
- Fonoaudiología² - Neurología
- Psicología (Fisurados) - Cirugía Plástica
- Fonoaudiología (Fisurados) - Cirugía Plástica

4.3. Formulación matemática

En esta sección se plantea el problema (P) de programación entera mixta que integra las restricciones y configuraciones deseables de las planificaciones de pre-asignación y asignación de box. Tal como se menciona en 4.1.2 el problema cuenta con restricciones fuertes y suaves, siendo estas últimas las condiciones deseables de encontrar en la asignación final pero no necesariamente de carácter obligatorio. Para abordar las restricciones suaves se considera la integración de los requerimientos particurales (8), (9), (10) y (11) en los parámetros de valoración en la asignación y pre-asignación. Para el caso de (5), se considera un menor beneficio en la valoración por realizar asignaciones a box diferentes a la especialidad propia o a especialidades afines. Para abordar el requerimiento de concentración de box pre-asignados expresado en el requerimiento (6), se diseña una valoración objetivo que considera el efecto ‘vecindario’, es decir, la valoración de pre-asignación de un box a una especialidad considera además, todas las pre-asignaciones a especialidades de box ubicados en el mismo pasillo que el box en cuestión. Finalmente el requerimiento (7) se considera solo como una bonificación extra en caso de asignación a pasillos donde se encuentren box de la especialidad, es decir, la asignación a pasillos donde no exista ningún box de la propia especialidad es penalizado, independiente de la afinidad a la especialidad preferencial pre-asignada del box.

4.3.1. Parámetros

- I = Conjunto de médicos
- J = Conjunto de box indiferenciados de consulta
- E = Conjunto de especialidades
- \bar{E} = Subconjunto de especialidades que restringen el uso de sus box a otros
- \hat{E} = Subconjunto de especialidades que no deben abandonar su pasillo
- P = Conjunto de pasillos
- T = Conjunto de períodos
- \hat{T} = Subconjunto de períodos finales de cada día
- D = Conjunto de días
- NC_e = Subconjunto de médicos $NC_e \subset I$ que no son compatibles de asignación a box pre-asignados a especialidad $e \in E$

²Debido a la interrelación existente entre diagnósticos clínicos, hay médicos especialistas que trabajan en conjunto con otras especialidades debido a los tratamientos integrales que se le entregan a los pacientes. Por ejemplo, hay patologías neuronales que conllevan a problemas fonoaudiológicos.

- $Coop$ = Conjunto de duplas de especialidades $(e, e') \in E \times E$ que cooperan entre sí y deben ser pre-asignadas en mismo pasillo
- $Excl$ = Conjunto de duplas de especialidades $(e, e') \in E \times E$ que son excluyentes entre sí y deben ser pre-asignadas en pasillos diferentes
- B^p = Subconjunto de box $j \in J$ que pertenecen al pasillo $p \in P$
- $disp_i^t = \begin{cases} 1 & \text{Si médico } i \in I \text{ está disponible en período } t \in T \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$
- d_proced_i = Demanda de procedimientos semanal para médico $i \in I$
- $\alpha_{i,e} = \begin{cases} 1 & \text{Si médico } i \in I \text{ pertenece a especialidad } e \in E \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$
- $a_{e,e'}$ = Beneficio por box de pre asignar $e' \in E$ al mismo pasillo de $e \in E$
- $b_{i,e'}$ = Beneficio unitario de asignar médico $i \in I$ a box pre asignado a especialidad $e' \in E$
- h_i = Beneficio unitario extra por correcta asignación de médico $i \in I$ a pasillo de propia especialidad

4.3.2. Variables

- $x_{ij}^t = \begin{cases} 1 & \text{Si asigno médico } i \text{ a box } j \text{ en periodo } t \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$
- $y_i^t = \begin{cases} 1 & \text{Si asigno médico } i \text{ a realizar procedimientos en período } t \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$
- $z_{ij}^d = \begin{cases} 1 & \text{Si médico } i \text{ ocupa box } j \text{ en dia } d \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$
- $r_{je} = \begin{cases} 1 & \text{Si box } j \text{ es pre asignado a especialidad } e \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$
- $\bar{r}_e^p = \begin{cases} 1 & \text{Si especialidad } e \text{ tiene algún box en pasillo } p \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$
- $w_{e,e'}^p = \begin{cases} 1 & \text{Si especialidad } e \text{ y } e' \text{ comparten box en pasillo } p \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$
- v_{ij}^t = Valoración de asignar médico i a box j en período t
- f_{ij}^t = Valoración extra si asignación de médico i a box j en período t es a pasillo propio
- g_{je} = Valoración de pre asignar box j a especialidad e

4.3.3. Restricciones

Las constantes M en las restricciones (4.4, 4.5, 4.9, 4.16, 4.18, 4.22) consideran valores suficientemente grandes que son explicitados en subsección 4.3.5.

1. Médicos solo pueden ser asignado a un box y una labor por período, respetando disponibilidad:

$$\sum_{j \in J} x_{ij}^t + y_i^t = \text{disp}_i^t \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad (4.1)$$

2. Box indiferenciados solo pueden tener un médico por período:

$$\sum_{i \in I} x_{ij}^t \leq 1 \quad \forall j \in J, \forall t \in T \quad (4.2)$$

3. Satisfacer demanda de procedimientos por médico:

$$\sum_{t \in T} y_i^t = d_proced_i \quad \forall i \in I \quad (4.3)$$

4. Restringir uso de box de especialidades \bar{E} :

$$\sum_{i \in NC_e, t \in T} x_{ij}^t \leq (1 - r_{je}) \cdot M_e^1 \quad \forall e \in \bar{E}, j \in J \quad (4.4)$$

5. Restringir no salida de especialidad \hat{E} :

$$\sum_{i \in e, j \in B^p, t \in T} x_{ij}^t \leq \bar{r}_e^p \cdot M_{e,p}^2 \quad \forall e \in \hat{E}, \forall p \in P \quad (4.5)$$

6. Todas las especialidades deben tener al menos un box:

$$\sum_{j \in J} r_{je} \geq 1 \quad \forall e \in E \quad (4.6)$$

7. Todos los box deben tener una sola especialidad pre asignada:

$$\sum_{e \in E} r_{je} = 1 \quad \forall j \in J \quad (4.7)$$

8. Tiempo de setup posterior al desocupar box:

$$x_{ij}^t + \sum_{i' \neq i} x_{i'j}^{t+1} \leq 1 \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T \setminus \hat{T} \quad (4.8)$$

9. Relación pre-asignación especialidades a box j en pasillos p

$$\sum_{j \in p} r_{je} \leq \bar{r}_e^p \cdot M^p \quad \forall e \in E, p \in P \quad (4.9)$$

$$\sum_{j \in p} r_{je} \geq \bar{r}_e^p \quad \forall e \in E, p \in P \quad (4.10)$$

10. Relación variables especialidades a pasillos en tuplas permitibles

$$\bar{r}_e^p + \bar{r}_{e'}^p - 1 \leq w_{e,e'}^p \quad \forall (e, e') \in E \times E, p \in P \quad (4.11)$$

$$\bar{r}_e^p + \bar{r}_{e'}^p \geq 2 \cdot w_{e,e'}^p \quad \forall (e, e') \in E \times E, p \in P \quad (4.12)$$

11. Especialidades que cooperan deben tener box juntos

$$\sum_{p \in P} w_{e,e'}^p \geq 1 \quad \forall (e, e') \in Coop \quad (4.13)$$

12. Especialidades excluyentes deben ser asignadas en pasillos diferentes

$$\sum_{p \in P} w_{e,e'}^p \leq 0 \quad \forall (e, e') \in Exc \quad (4.14)$$

13. No rotación de box intra día por médico

$$\sum_{j \in J} z_{ij}^d \leq 1 \quad \forall i \in I, d \in D \quad (4.15)$$

14. Relación entre variables de asignación día y períodos

$$\sum_{t \in d} x_{ij}^t \leq M_i^d \cdot z_{ij}^d \quad \forall i \in I, j \in J, d \in D \quad (4.16)$$

15. Valoración de asignar médico i a box j en período t

$$v_{ij}^t \leq \sum_{e \in E} b_{i,e} \cdot r_{je} \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T \quad (4.17)$$

$$v_{ij}^t \leq M_i^3 \cdot x_{ij}^t \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T \quad (4.18)$$

16. Valoración extra por efecto pasillo en asignación

$$f_{ij}^t \leq h_i \cdot x_{ij}^t \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T \quad (4.19)$$

$$f_{ij}^t \leq h_i \cdot \sum_{e \in E} \alpha_{i,e} \cdot \bar{r}_e^p \quad \forall i \in I, j \in J, p / j \in B^p, t \in T \quad (4.20)$$

17. Valoración de pre asignar box j a especialidad e

$$g_{je} \leq \sum_{j' \in \{B^p / j \in B^p\}, e' \in E} a_{e,e'} \cdot r_{j',e'} \quad \forall j \in J, e \in E \quad (4.21)$$

$$g_{je} \leq M_{je}^4 \cdot r_{je} \quad \forall j \in J, e \in E \quad (4.22)$$

4.3.4. Función Objetivo

$$\begin{aligned} \max \quad & \underbrace{\sum_{j \in J, e \in E} g_{je}}_{\text{valoración pre-asignación}} \quad + \quad \underbrace{\sum_{i \in I, j \in J, t \in T} (v_{ij}^t + f_{ij}^t)}_{\text{valoración asignación}} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Donde el primer término corresponde a la valoración total de la pre-asignación de box a especialidades considerando el efecto ‘vecindario’ (g_{je}) de las pre-asignaciones contiguas en los pasillos de procedencia y, el segundo término corresponde a la valoración total de la asignación de médicos a box considerando conjugadamente los efectos de médico-box (v_{ij}^t) y especialidad-pasillo (f_{ij}^t) respectivamente.

4.3.5. Constantes

- 'Big M' para restricción 4.4

$$M_e^1 = \sum_{i \in NC_e, t \in T} disp_i^t$$

- 'Big M' para restricción 4.5

$$M_{e,p}^2 = \sum_{i \in e, j \in B^p, t \in T} disp_i^t$$

- 'Big M' para restricción 4.9

$$M^p = |B^p|$$

- 'Big M' para restricción 4.16

$$M_i^d = \sum_{t \in d} disp_i^t$$

- 'Big M' para restricción 4.18

$$M_i^3 = \max_{e' \in E} \sum_{e \in E} \alpha_{i,e} \cdot h_{e,e'}$$

- 'Big M' para restricción 4.22

$$M_{je}^4 = \max_{e' \in E} a_{e,e'} \cdot |B^p| \quad / j \in B^p$$

4.3.6. Resumen tamaño de la instancia

La cantidad de variables para la formulación del problema original corresponden a:

Variables enteras

- Variables asignación consultas $x : |I| \cdot |J| \cdot |T|$
- Variables asignación procedimientos $y : |I| \cdot |T|$
- Variables asignación box-día $z : |I| \cdot |J| \cdot |D|$
- Variables pre-asignación box-especialidad $r : |J| \cdot |E|$
- Variables pre-asignación especialidad-pasillo $\bar{r} : |E| \cdot |P|$
- Variables compartir pasillo entre duplas $w : |E| \cdot |E| \cdot |P|$

Variables continuas

- Variables valoración asignación box $v : |I| \cdot |J| \cdot |T|$
- Variables valoración 'pasillo' $f : |I| \cdot |J| \cdot |T|$
- Variables valoración pre-asignación $g : |J| \cdot |E|$

Restricción	Descripción	Cantidad
4.1	Restringir médicos su disponibilidad	$ I \cdot T $
4.2	1 médico por box	$ J \cdot T $
4.3	Demanda de procedimientos	$ I $
4.4	Restringir uso de box de especialidades \bar{E}	$ \bar{E} \cdot J $
4.5	Restringir asignación de esp. \hat{E} a pasillo	$ \hat{E} \cdot J $
4.6	Toda especialidad debe tener box	$ E $
4.7	Todo box debe estar pre-asignado	$ J $
4.8	Tiempo de setup	$ I \cdot J \cdot T \setminus \hat{T} $
4.9	Relación variables pre-asignación	$ E \cdot P $
4.10	Relación variables pre-asignación	$ E \cdot P $
4.11	Relación variables pasillo y duplas	$ E \cdot E \cdot P $
4.12	Relación variables pasillo y duplas	$ E \cdot E \cdot P $
4.13	Respetar pre-asignación cooperativa	$ Coop $
4.14	Respetar pre-asignación excluyente	$ Excl $
4.15	No rotación intra día	$ I \cdot D $
4.16	Relación variables día y período	$ I \cdot J \cdot D $
4.17	Acotar valoración v_{ij}^t	$ I \cdot J \cdot T $
4.18	Acotar valoración v_{ij}^t	$ I \cdot J \cdot T $
4.19	Acotar valoración f_{ij}^t	$ I \cdot J \cdot T $
4.20	Acotar valoración f_{ij}^t	$ I \cdot J \cdot T $
4.21	Acotar valoración g_{je}	$ J \cdot E $
4.22	Acotar valoración g_{je}	$ J \cdot E $

Tabla 4.1: Resumen restricciones modelo original

La tabla 4.1 muestra un resumen de la cantidad de restricciones en el modelo original.

Los valores de la cardinalidad de los conjuntos antes descritos corresponde a:

$$|I| = 130, |J| = 80, |T| = 100, |\hat{T}| = 5, |E| = 26, |D| = 5$$

$$|\bar{E}| = 2, |\hat{E}| = 2, |P| = 5, |Coop| = 10, |Excl| = 4$$

En la implementación del modelo se obtiene una cantidad bastante inferior de variables y restricciones finales debido a la naturaleza binaria del problema y las restricciones sobre ellas, lo que obliga a muchas variables a tener valor 0 las cuales pueden ser eliminadas del problema. De igual manera ocurre con las restricciones que aplican sobre variables con valor nulo, las cuales pueden ser eliminadas para reducir el tamaño de la instancia.

El tamaño real de la instancia sin procesar corresponde a:

- 5.279.509 restricciones
- 3.220.891 Variables
 - 1.122.170 discretas
- 182.455.560 Non-zeroes

Mientras que posterior a las iteraciones de 'pre-solve' que realiza cplex, éste queda en:

- 1.468.740 restricciones
- 913.651 variables
 - 335.331 binarias
- 18.779.963 Non-zeroes

Capítulo 5

Algoritmos de Solución

5.1. Programación Entera

El problema de investigación corresponde al campo de la programación lineal entera mixta debido a la presencia combinada de variables enteras binarias (asignación de recursos) y variables continuas (valoraciones). Por la naturaleza de sus variables el problema puede ser programado y resuelto mediante algoritmos de resolución MIP, como Branch & Bound que corresponde un algoritmo de optimización exacto, dado que mantiene una cota inferior y superior comprobable sobre el valor de la función objetivo. Sin embargo, la principal complicación que tiene este tipo de algoritmos es el crecimiento exponencial que poseen sobre el tamaño de la instancia, que en el peor caso podría generarse un árbol de tamaño 2^n con n la cantidad de nodos (variables enteras). Para ejemplificar esta complejidad, sólo la variable x_{ij}^t equivale a un vector de 1.040.000 coordenadas o nodos. Esta primera metodología permite integrar conjuntamente el problema modelado, resolviendo la pre-asignación de especialidades en simultáneo de la asignación médica a box.

Este enfoque corresponde al primer mecanismo de resolución aplicado. Sin embargo, debido a lo anteriormente expuesto este enfoque no permite la entrega de soluciones factibles en un tiempo menor a 24 horas, condición impuesta en los requerimientos particulares del problema.

5.2. Enfoque de descomposición del problema

5.2.1. Argumento

El problema original plantea una gran dificultad en su generación y posterior resolución lo que es poco viable al momento de ofrecer en un tiempo acotado, soluciones factibles y con grados de optimalidad. Por ello, se propone una descomposición del problema aprovechando la estructura que presenta, pudiendo tener un grado de similitud con problemas de primera y segunda etapa. Para el presente problema, la decisión de primera etapa corresponde a la

cantidad y pre-asignación de los box de consultas a las especialidades, es decir, cuántos box serán preferenciales para cada especialidad y dónde se encuentran distribuidos en el hospital. La segunda etapa, asume como input la decisión anterior, es decir, una asignación cuantitativa y espacial de los box a especialidades para poder definir la distribución individual de cada médico (rostering) entre consultas y procedimientos y la respectiva asignación (allocation) a los box en cada uno de sus períodos disponibles.

Para poder mantener la relación que la demanda por box de consulta -expresado en las variables de segunda etapa- ejercen sobre la definición de la cantidad y distribución de los box a las especialidades, se considera el parámetro de disponibilidad horaria $disp_i^t$ explícitamente en la resolución del problema de primera etapa.

5.2.2. Modelo primera etapa: Pre-Asignación

El modelo de primera etapa mantiene la estructura del problema original acotado a las variables correspondientes a la pre-asignación, es decir, las variables r_{je} , \bar{r}_e^p , $w_{e,e'}^p$ y g_{je} . Todas las restricciones que involucran a dichas variables se heredan al problema de primera etapa, a excepción de las restricciones 4.4, 4.5, 4.17 y 4.20. Estas restricciones son consideradas para el problema de segunda etapa, debido a que su utilidad en el modelo está diseñada para influir una relación de causalidad sobre las variables de asignación de la segunda etapa. De este modo, el modelo corresponde a:

5.2.2.1. Variables

- $r_{je} = \begin{cases} 1 & \text{Si box } j \text{ es pre asignado a especialidad } e \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$
- $\bar{r}_e^p = \begin{cases} 1 & \text{Si especialidad } e \text{ tiene algún box en pasillo } p \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$
- $w_{e,e'}^p = \begin{cases} 1 & \text{Si especialidad } e \text{ y } e' \text{ comparten box en pasillo } p \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$
- $g_{je} =$ Valoración de pre asignar box j a especialidad e

5.2.2.2. Restricciones

1. Todas las especialidades deben tener al menos un box:

$$\sum_{j \in J} r_{je} \geq 1 \quad \forall e \in E \quad (5.1)$$

2. Todos los box deben tener una sola especialidad pre asignada:

$$\sum_{e \in E} r_{je} = 1 \quad \forall j \in J \quad (5.2)$$

3. Relación pre-asignación especialidades a box j en pasillos p

$$\sum_{j \in p} r_{je} \leq \bar{r}_e^p \cdot M^p \quad \forall e \in E, p \in P \quad (5.3)$$

$$\sum_{j \in p} r_{je} \geq \bar{r}_e^p \quad \forall e \in E, p \in P \quad (5.4)$$

4. Relación variables especialidades a pasillos en tuplas permitibles

$$\bar{r}_e^p + \bar{r}_{e'}^p - 1 \leq w_{e,e'}^p \quad \forall (e, e') \in E \times E, p \in P \quad (5.5)$$

$$\bar{r}_e^p + \bar{r}_{e'}^p \geq 2 \cdot w_{e,e'}^p \quad \forall (e, e') \in E \times E, p \in P \quad (5.6)$$

5. Especialidades que cooperan deben tener box juntos

$$\sum_{p \in P} w_{e,e'}^p \geq 1 \quad \forall (e, e') \in Coop \quad (5.7)$$

6. Especialidades excluyentes deben ser asignadas en pasillos diferentes

$$\sum_{p \in P} w_{e,e'}^p \leq 0 \quad \forall (e, e') \in Exc \quad (5.8)$$

7. Valoración de pre asignar box j a especialidad e

$$g_{je} \leq \sum_{j' \in \{B^p / j \in B^p\}, e' \in E} a_{e,e'} \cdot r_{j',e'} \quad \forall j \in J, e \in E \quad (5.9)$$

$$g_{je} \leq M_{je}^4 \cdot r_{je} \quad \forall j \in J, e \in E \quad (5.10)$$

5.2.2.3. Función Objetivo

$$\max \sum_{j \in J, e \in E} g_{je} \quad (5.11)$$

5.2.3. Modelo segunda etapa: Asignación

Del problema original se eliminan las variables asociadas a la pre asignación de box, debido a que dicha decisión se considera un parámetro conocido para esta etapa. Así, sólo se conservan las variables x_{ij}^t , y_i^t y z_{ij}^d . De igual modo debido a la separación se eliminan las restricciones del problema original que fueron ya descritas en el problema de primera etapa 5.2.2.2. Particular atención tienen las variables v_{ij}^t y f_{ij}^t que describen la valoración puntual de asignar el médico i a box j en el periodo t y el efecto ‘vecindario’ respectivamente, en caso que fuesen asignados. Estas variables logran representar dichas valoraciones mediante la linealización expresada en las restricciones 4.17, 4.18, 4.19 y 4.20. Sin embargo, considerando que r_{je} es un parámetro para la segunda etapa, se puede reescribir:

Definición 5.1

$$c_{ij} = \sum_{e \in E} (b_{i,e} \cdot r_{je} + h_i \cdot \alpha_{i,e} \cdot \bar{r}_e^p) \quad \forall i \in I, j \in J, p / j \in B^p$$

De esta forma, se eliminan las variables y sus restricciones asociadas replanteando la función objetivo a la siguiente:

Definición 5.2

$$f(x) = \sum_{i \in I, j \in J, t \in T} c_{ij} \cdot x_{ij}^t$$

5.2.3.1. Variables

- $x_{ij}^t = \begin{cases} 1 & \text{Si asigno médico } i \text{ a box } j \text{ en periodo } t \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$
- $y_i^t = \begin{cases} 1 & \text{Si asigno médico } i \text{ a realizar procedimientos en período } t \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$
- $z_{ij}^d = \begin{cases} 1 & \text{Si médico } i \text{ ocupa box } j \text{ en día } d \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$

5.2.3.2. Restricciones

1. Médicos solo pueden ser asignado a un box por período, respetando disponibilidad:

$$\sum_{j \in J} x_{ij}^t + y_i^t = \text{disp}_i^t \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad (5.12)$$

2. Box indiferenciados solo pueden tener un médico por período:

$$\sum_{i \in I} x_{ij}^t \leq 1 \quad \forall j \in J, \forall t \in T \quad (5.13)$$

3. Satisfacer demanda de procedimientos por médico:

$$\sum_{t \in T} y_i^t = d_proced_i \quad \forall i \in I \quad (5.14)$$

4. Restringir uso de box de especialidades \bar{E} :

$$\sum_{i \in NC_e, t \in T} x_{ij}^t \leq (1 - r_{je}) \cdot M_e^1 \quad \forall e \in \bar{E}, j \in J \quad (5.15)$$

5. Restringir no salida de especialidad \hat{E} :

$$\sum_{i \in e, j \in B^p, t \in T} x_{ij}^t \leq \bar{r}_e^p \cdot M_{e,p}^2 \quad \forall e \in \hat{E}, \forall p \in P \quad (5.16)$$

6. Tiempo de setup posterior al desocupar box:

$$x_{ij}^t + \sum_{i' \neq i} x_{i'j}^{t+1} \leq 1 \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T \setminus \hat{T} \quad (5.17)$$

7. No rotación de box intra día por médico

$$\sum_{j \in J} z_{ij}^d \leq 1 \quad \forall i \in I, d \in D \quad (5.18)$$

8. Relación entre variables de asignación día y períodos

$$\sum_{t \in d} x_{ij}^t \leq M_i^d \cdot z_{ij}^d \quad \forall i \in I, j \in J, d \in D \quad (5.19)$$

5.2.3.3. Función Objetivo

$$\max f(x) \equiv \max \sum_{i \in I, j \in J, t \in T} c_{ij} \cdot x_{ij}^t \quad (5.20)$$

5.3. Heurística de aproximación

Pese a la reducción del problema original en dos subproblemas de menor tamaño, estos siguen siendo lo suficientemente grandes para que los mecanismos de solución entera puedan entregar soluciones factibles en los tiempos requeridos, si es que estos son resueltos en serie. Para abordar esta complejidad se desarrolla un algoritmo de Scoring el que entrega un puntaje ponderado por especialidad correspondiente a la cantidad de box requeridos por cada especialidad para la pre-asignación, basado en el ‘peso’ que entrega el parámetro $disp_i^t$ de manera agregada por especialidad. Posterior a ello, se realiza la distribución espacial de la cantidad de box asignada por especialidad. Una vez resuelto el problema de pre-asignación, el resultado se entrega al problema de segunda etapa el cual es resuelto mediante programación lineal entera mixta.

5.3.1. Definición cuantitativa de box a especialidad

5.3.1.1. Algoritmo de Scoring

Para poder asignar de manera agregada el número de box a cada especialidad, este algoritmo considera para cada especialidad, la cantidad total de médicos atendiendo en simultáneo por cada período. Así, se contabilizan intra especialidad, cuántos períodos totales hay 1 médico, 2 médicos, ..., n médicos atendiendo de manera paralela. El cálculo del ‘Score’ de cada especialidad, se realiza de manera análoga al cálculo de la esperanza, utilizando para ello la frecuencia relativa intra especialidad a modo de probabilidad empírica.

Definición 5.3 (Cuantificación médica)

$N_e^k =$ cantidad de períodos que hay k médicos atendiendo de especialidad e

Definición 5.4 (Probabilidad empírica)

$$p_e^k = \frac{N_e^k}{\sum_{k'} N_e^{k'}}$$

Definición 5.5 (Score)

$$Score_e = \sum_{k=1}^{|\mathcal{e}|} k \cdot p_e^k$$

De esta forma, el parámetro N_e^k captura el peso de la oferta horaria de cada especialidad que originalmente estaba representada en el parámetro $disp_1^t$. Sin embargo, se debe considerar también la oferta de procedimientos de cada médico. Ésta, en la práctica opera como un mecanismo de holgura para la demanda por box, debido a que los procedimientos se realizan en otras instalaciones, liberando box para su potencial uso. Por ello, bajo un enfoque ‘*greedy*’ se considera -para efectos de ajustar el $Score_e$ - que los procedimientos médicos se realizan en los períodos de mayor congestión por especialidad, a excepción de aquellas especialidades donde a lo más hay solo 1 médico atendiendo en el horizonte de planificación. De esta manera se modifica el parámetro N_e^k descontando iterativamente 1 médico de atención de consultas para destinarlo a procedimientos en los peak de congestión. La excepción descrita permite garantizar el Score mínimo (Score=1) para que dichas especialidades obtengan la asignación de -al menos- un box.

Algoritmo 1 Ajuste cuantificación por procedimientos

Input: $d_proced_e = \sum_{i \in I} d_proced_i \cdot \alpha_{i,e}$. def: $A = \emptyset$

- 1: **Para todo** $e \in E$ **Realizar:**
 - 2: **Si** $N_e^1 \neq 0 \wedge \sum_{k \neq 1} N_e^k = 0$ **Entonces:**
 - 3: $d_proced_e = 0$
 - 4: $A = A \cup \{e\}$
 - 5: **Fin.**
 - 6: **Mientras** $d_proced_e > 0$ **Realizar:**
 - 7: Elegir en orden inverso el mayor k tal que $N_e^k > 0$
 - 8: $N_e^k = N_e^k - 1$
 - 9: $N_e^{k-1} = N_e^{k-1} + 1$
 - 10: $d_proced_e = d_proced_e - 1$
 - 11: **Fin.**
 - 12: **Fin**
 - 13: **Entregar:** $Score_e$
-

Cabe considerar que los $Score_e$ no necesariamente son enteros, condición necesaria para corresponder con la cantidad de box a pre-asignar, así como tampoco se garantiza que la suma de ellos sea equivalente a la cantidad de box disponibles $|J|$. Para lograr ello, se utiliza el siguiente algoritmo de reescalamiento.

Algoritmo 2 Normalización de Score a total box disponibles

Input: Computar $Score_e \forall e \notin A$.

- 1: Asignar $Score_e = 1 \forall e \in A$.
 - 2: Def: $FinalScore_e = Score_e$
 - 3: Def: $aux = |J| - |A|$.
 - 4: **Mientras** $\sum_{e \in E} FinalScore_e \neq |J|$ **Realizar:**
 - 5: **Si** $\sum_{e \notin A} Score_e > aux$ **Entonces:**
 - 6: $aux = aux - 1$
 - 7: **Fin.**
 - 8: **Si** $\sum_{e \notin A} Score_e < aux$ **Entonces:**
 - 9: $aux = aux + 1$
 - 10: **Fin.**
 - 11: $Score'_e = aux \cdot Score_e / \sum_{e^*} Score_{e^*}$
 - 12: $FinalScore_e = round((Score_e + Score'_e)/2)$
 - 13: **Fin.**
 - 14: **Entregar:** $FinalScore_e$
-

De esta manera, $FinalScore_e$ corresponde a la cantidad de box a asignar para cada especialidad e .

5.3.1.2. α - level

Este algoritmo también permite establecer una definición cuantitativa de box a especialidad, para lo cual requiere un parámetro α que representa el nivel de calidad de servicio que debe garantizarse. De este modo, utilizando la misma información de N_e^k se determina el mínimo k de manera que se cubra al menos un $\alpha\%$ de los períodos por especialidad.

Definición 5.6

$$Score_e = \{k / \underset{k'}{\operatorname{argmin}} \sum_{k'=1}^k N_e^{k'} \geq \alpha\}$$

A diferencia del Scoring, α -level entrega resultados enteros pero tampoco asegura que la suma agregada corresponda al total de box disponibles. Si bien el algoritmo 2 permite normalizar el puntaje a la cantidad $|J|$ de box, el mecanismo para lograrlo no mantiene la esencia de la asignación por criterio de satisfacción de calidad de servicio, dado que la adición o resta de un box adicional a una especialidad no es proporcionalmente equivalente entre especialidades, donde podría ocurrir que el algoritmo de normalización otorgue un box extra a una especialidad que incluso, nunca tenga tantos médicos atendiendo en simultáneo como box le sean asignados, lo cual es un resultado bastante poco eficiente.

Para esto, se hace necesario un estudio sobre la sensibilidad de $N_e^{k^*}$, donde k^* representa el $\underset{k'}{\operatorname{argmin}}$ de la definición 5.6, para poder reducir los box en caso de sobreasignación (aumentar en subasignación). Se presentan 3 mecanismos de ajuste, el primero corresponde en ordenar todos los $N_e^{k^*}$ para cada e de menor a mayor, siendo los más pequeños disminuidos una unidad en su respectivo $Score(e)$ hasta lograr el ajuste a la capacidad J , lo que significaría

reducir un box en aquellas especialidades en las cuales genera un menor impacto agregado al ser quienes tienen una baja cantidad de médicos atendiendo a dicho nivel. En el segundo, se define el parámetro β de sensibilidad, donde se calcula la cantidad de niveles k que se encuentran por debajo de $N_e^{k^*}$ en un radio β , aquellas e que presenten mayor cantidad, se les reduce una unidad, es decir, se privilegia a aquellas especialidades que presenten mayor estabilidad en los rangos de cada nivel k . Y el tercero, corresponde a la reducción unitaria en aquellas e que posean una menor cantidad agregada de períodos en niveles k por sobre el k^* minimal para cada especialidad, es decir, se busca reducir en aquellas especialidades que en la situación inicial sean las menos perjudicadas con la asignación de α -level.

Algoritmo 3 Normalización por reducción sobre $N_e^{k^*}$ minimal

Input: Definir el conjunto $S = \{e \in E\}$

- 1: **Mientras** $\sum_{e \in E} Score_e > |J|$ **Realizar:**
 - 2: Elegir un elemento e de S
 - 3: **Si** $e = \operatorname{argmin}_{e'} N_e^{k^*}$ **Entonces:**
 - 4: $Score_e = Score_e - 1$
 - 5: $S = S \setminus \{e\}$
 - 6: **Fin.**
 - 7: **Fin.**
 - 8: **Entregar:** $Score_e$
-

Algoritmo 4 Normalización por β sensibilidad

Input: Definir una tolerancia $\beta \ll \alpha$

Input: Calcular $V(e) = (k^* - \bar{k}) / \bar{k} = \operatorname{argmin}_k \sum_{k'=1}^k N_e^{k'} \geq \alpha - \beta$

- 1: **Mientras** $\sum_e Score_e > |J|$ **Realizar:**
 - 2: Elegir $e \in \operatorname{argmax}_{e'} V(e')$.
 - 3: $Score_e = Score_e - 1$
 - 4: $V(e) = V(e) - 1$
 - 5: **Fin.**
 - 6: **Entregar:** $Score_e$
-

Algoritmo 5 Normalización por máximo stack

Input: $Stack_e = \sum_{k > k^*} N_e^k$

- 1: **Mientras** $\sum_e Score(e) > |J|$ **Realizar:**
 - 2: Elegir $e \in \operatorname{argmin}_{e'} Stack(e')$.
 - 3: $Score_e = Score_e - 1$
 - 4: $Stack_e = \sum_{k > (k^*-1)} N_e^k$
 - 5: **Fin.**
 - 6: **Entregar:** $Score_e$
-

5.3.2. Distribución Box a Especialidades

Tomando como input, la distribución cuantitativa anterior, se procede a la asignación espacial de acuerdo a dos criterios: 1) restricciones y acondicionamiento de la infraestructura y 2) peso ponderado de efectos ‘vecindarios’.

El primer criterio, corresponde aquellos box que poseen equipamiento exclusivo para alguna especialidad tal como se expresa en la tabla 2.2 en el Capítulo 1. También se incluyen las restricciones de duplas complementarias o excluyentes de carácter obligatorio. El segundo criterio, donde se encuentra la mayor cantidad de especialidades, se plantea un enfoque ‘greedy’ para la asignación, considerando que las valoraciones de efecto ‘vecindario’ siempre son mayores para vecinos de la misma especialidad, luego de especialidades a fines y finalmente una valoración base significativamente menor para las especialidades con las cuales se es indiferente en términos de preferencias. Bajo este enfoque, se inicia por las especialidades de mayor a menor $Score_e$, dado que una asignación en mismo pasillo de las especialidades más grande otorga una mayor valoración en la función objetivo. Dicho de otro modo, se define una especialidad ‘padre’ del pasillo (aquella que posee mayor cantidad de box asignados) y luego, se incorporan en orden decreciente las especialidades afines hasta completar los box del pasillo. Por ejemplo, la mayor asignación de box le corresponde a Salud Mental, quien es la especialidad ‘padre’ de su pasillo. Posteriormente se asigna a dicho pasillo de acuerdo a afinidad la especialidad de Hospital de Día de manera que se completa dicho pasillo. El algoritmo de reitera para la asignación de un nuevo pasillo. La distribución queda mejor expresada en el **Algoritmo 6**.

5.3.3. Asignación Agenda médica

Una vez resuelto el problema de primera etapa e ingresar como input los valores de r_{je} , \bar{r}_e^p y $w_{e,e'}^p$, se procede a resolver el problema de segunda etapa. Como el manejo de la agenda médica es más sensible en su implementación por el propio personal médico, la resolución del problema de segunda etapa se realiza mediante el solver cplex MIP de manera de garantizar una mejor optimalidad. Sin embargo, las dimensiones del problema siguen siendo muy grandes para resolver el problema por la alta cantidad de iteraciones necesarias para encontrar soluciones factibles sobre las variables binarias.

Por ello, se diseña una heurística que entrega una asignación factible pero sub-óptima, basada en el mismo principio de asignación de procedimientos en los horarios de mayor congestión por especialidad. Al fijar de esta manera los valores para las variables y_i^t , el problema de 2da etapa puede ser dividido en 5 sub-problemas a cada día respectivo.

Cada sub-problema es resuelto mediante una heurística ‘greedy’ que ordena a los médicos de manera decreciente cada día, de acuerdo a la cantidad de períodos disponibles ($\sum_{t \in d} dist_i^t$) que posee cada médico i . Luego se procede a asignar box disponibles de acuerdo a la mayor contribución individual a la función objetivo, es decir, a box de la propia especialidad, box en el mismo pasillo, box de especialidades afines y finalmente indiferente entre los otros box. Respetando en todo momento las restricciones que no permiten el uso de algunos box pre-asignados a ciertas especialidades como también que las asignaciones del personal de Hospital de Día sea dentro del pasillo donde se ubiquen sus box.

Con este resultado, se utiliza el valor de la función objetivo como cota inferior y los valores de las variables como punto inicial factible para la resolución del problema de segunda etapa permitiendo reducir los tiempos del algoritmo Branch & Bound, al eliminar todos los nodos que presenten resultados inferiores a la solución ya generada.

Algoritmo 6 Distribución de box de especialidades a pasillos

Input: $Score_{e^*}$, def: $A = \{e \in E\}$, $box_disp_j = 1 \forall j \in J$

```
1: Repetir:
2:    $\delta = |Excl|/2$ ,  $\gamma = |Coop|/2$ 
3:   Si  $\delta > 0$  Entonces:
4:     Elegir  $e^* \in \operatorname{argmax}_{e' \in Excl} Score_{e'}$ 
5:   Si no:
6:     Si  $\gamma > 0$  Entonces:
7:       Elegir  $e^* \in \operatorname{argmax}_{e' \in Coop} Score_{e'}$ 
8:     Si no:
9:       Elegir  $e^* \in \operatorname{argmax}_{e' \in E} Score_{e'}$ 
10:    Fin.
11:  Fin.
12:   $\Delta_{e^*} = \{e' \in E / (e^*, e') \in Excl\}$ 
13:   $\Gamma_{e^*} = \{e' \in E / (e^*, e') \in Coop\}$ 
14:   $w_{e^*, e'}^p = \bar{r}_{e^*}^p \cdot \bar{r}_{e'}^p$ 
15:  Mientras  $Score_{e^*} > 0$  Realizar:
16:    Para  $j = 1$  to  $|J|$  Realizar:
17:      Si  $box\_disp_j = 1$  y  $\sum_{(e^*, e') \in Excl} w_{e^*, e'}^p = 0$  /  $j \subseteq B^p$  Entonces:
18:         $r_{j, e^*} = 1$ 
19:         $box\_disp_j = 0$ 
20:         $Score_{e^*} = Score_{e^*} - 1$ 
21:      Fin.
22:       $\bar{r}_{e^*}^p = 1$  /  $j \subseteq B^p$ 
23:    Fin
24:     $A = A \setminus \{e^*\}$ 
25:    Si  $e^* \in \Delta_{e^*}$  o  $e^* \in \Gamma_{e^*}$  Entonces:
26:       $\Delta_{e^*} = \Delta_{e^*} \setminus \{e^*\}$  o  $\Gamma_{e^*} = \Gamma_{e^*} \setminus \{e^*\}$  respectivamente
27:       $\delta = \delta - 1$  o  $\gamma = \gamma - 1$  respectivamente
28:    Fin.
29:    Si  $\Gamma_{e^*} \neq \emptyset$  Entonces:
30:       $e^* = \operatorname{argmax}_{e' \in \Gamma_{e^*}} Score_{e'}$ 
31:      Ir a paso 15
32:    Si no: Si  $\Delta_{e^*} \neq \emptyset$  Entonces:
33:       $e^* = \operatorname{argmax}_{e' \in \Delta_{e^*}} Score_{e'}$ 
34:      Ir a paso 15
35:    Fin.
36:  Fin.
37: Hasta:  $A = \emptyset$ 
```

5.4. Modelo Lagrangeano

Para el estudio de la optimalidad de la heurística es necesario la exploración de cotas idealmente ajustadas para realizar una comparación con los resultados sobre el problema original. Esto es necesario dado como se ha planteado anteriormente, existe una alta dificultad de computar el problema original dentro de los tiempos establecidos en los requerimientos, imposibilitándose por tanto, la obtención de la cota real correspondiente a resolver el MIP.

5.4.1. Relajación Lagrangeana

Para definir el problema de relajación lagrangeana (LR) se requiere elegir un conjunto de restricciones las cuales son removidas de la modelación pero que son incluidas con una penalización en la función objetivo. Las restricciones a relajar corresponden a 4.4, 4.5, 4.17 y 4.20. La elección de este conjunto se realiza debido a que la relajación de este set de restricciones permite plantear una estructura del problema similar a la que se propone en la heurística dado que cumplen un rol denominado de *linking constraint* (M. Guignard, 2003[21]). De este modo, con algunas correcciones sobre la función objetivo, el (LR) permite la ejecución de la heurística sobre él para obtener un punto factible sobre el cual inicializar el problema MIP a resolver.

Definición 5.7 *Relajación Lagrangeana de (P)*

$$\begin{aligned}
 LR(\lambda, \mu, \sigma, \rho) = & \sum_{j \in J, e \in E} g_{je} + \sum_{i \in I, j \in J, t \in T} (v_{ij}^t + f_{ij}^t) + \sum_{e \in \bar{E}} \lambda_{e,j} \cdot [(1 - r_{je}) \cdot M_e^1 - \sum_{i \in NC_e, t \in T} x_{ij}^t] \\
 & + \sum_{e \in \hat{E}, p} \mu_{e,p} \cdot [\bar{r}_e^p \cdot M_{e,p}^2 - \sum_{i \in e, j \in B^p, t \in T} x_{ij}^t] + \sum_{i \in I, j \in J, t \in T} \sigma_{ij}^t \cdot [\sum_{e \in E} b_{i,e} \cdot r_{je} - v_{ij}^t] \\
 & + \sum_{i \in I, t \in T, p \in P, j \in B^p} \rho_{ij}^t \cdot [h_i \cdot \sum_{e \in E} \alpha_{i,e} \cdot \bar{r}_e^p - f_{ij}^t]
 \end{aligned} \tag{5.21}$$

Lo anterior se puede reordenar para separar $LP(\lambda, \mu, \sigma, \rho)$ en variables de 1era y 2da etapa.

Definición 5.8 LR^1 : *Problema lagrangeano de 1era Etapa*

$$\begin{aligned}
 LR^1(\lambda, \mu, \sigma, \rho) = & \sum_{j \in J, e \in E} g_{je} + \sum_{e \in \bar{E}} \lambda_{e,j} \cdot (1 - r_{je}) \cdot M_e^1 + \sum_{e \in \hat{E}, p} \mu_{e,p} \cdot \bar{r}_e^p \cdot M_{e,p}^2 \\
 & + \sum_{i \in I, j \in J, t \in T} \sigma_{ij}^t \cdot \sum_{e \in E} b_{i,e} \cdot r_{je} + \sum_{i \in I, t \in T, p \in P, j \in B^p} \rho_{ij}^t \cdot h_i \cdot \sum_{e \in E} \alpha_{i,e}
 \end{aligned} \tag{5.22}$$

Definición 5.9 LR^2 : *Problema lagrangeano de 2da Etapa*

$$\begin{aligned}
LR^2(\lambda, \mu, \sigma, \rho) = & \sum_{i \in I, j \in J, t \in T} (v_{ij}^t + f_{ij}^t) - \sum_{e \in \bar{E}} \lambda_{e,j} \cdot \sum_{i \in NC_e, t \in T} x_{ij}^t - \sum_{e \in \hat{E}, p} \mu_{e,p} \cdot \sum_{i \in e, j \in B^p, t \in T} x_{ij}^t \\
& - \sum_{i \in I, j \in J, t \in T} \sigma_{ij}^t \cdot v_{ij}^t - \sum_{i \in I, t \in T, p \in P, j \in B^p} \rho_{ij}^t \cdot f_{ij}^t
\end{aligned} \tag{5.23}$$

5.4.2. Método del Subgradiente

El método del subgradiente es una metodología para resolver heurísticamente el problema lagrangeano dual (en el espacio de los multiplicadores lagrangeanos). Iterativamente varía y ajusta los multiplicadores lagrangeanos para obtener la mejor cota superior (para un problema de maximización) o valores cercanos a ella. Su eficiencia radica principalmente a su vez, en la eficiencia del solver utilizado para resolver el problema lagrangeano y en la "calidad" de una cota factible sobre el valor objetivo del problema original. En este caso, se aprovecha la heurística desarrollada para la obtención de cotas factibles.

Para explicar el método del subgradiente se considera el siguiente ejemplo de programación lineal entera:

$$\text{mín } z_{ILP} = tx \tag{5.24}$$

$$\text{s.t. } Qx \geq g \tag{5.25}$$

$$Sx \geq b \tag{5.26}$$

$$x \in \mathbb{N}^n \tag{5.27}$$

Con dos tipos de restricciones $Q \in \mathbb{R}^{m_Q \times n}$ y $S \in \mathbb{R}^{m_S \times n}$. La relajación lagrangeana que se obtiene de relajar el conjunto de restricciones 5.26 corresponde a:

$$\text{mín } z_{LLBP} = tx + \lambda(b - Sx) \tag{5.28}$$

$$\text{s.t. } Qx \geq g \tag{5.29}$$

$$x \in \mathbb{N}^n \tag{5.30}$$

Donde $\lambda \in \mathbb{R}_{\geq 0}^{m_S}$ es cualquier vector positivo, denominado *Multiplicadores Lagrangeanos*. Este problema es conocido como *Lagrangian Lower Bound Program* (LLBP).

El valor óptimo de la función objetivo de LLBP es una cota inferior para el óptimo valor objetivo del ILP.

El problema de encontrar el vector λ^* que genera la mejor, es decir, la mayor cota inferior, es denominado el *Problema Lagrangeano Dual*. Con esto en consideración el método del subgradiente de acuerdo con Beasley (1993)[2] puede ser representado en el **algoritmo 7**.

Algoritmo 7 Algoritmo método del subgradiente

Input: LLBP() ▷ Lagrangian lower bound program solver
Input: z_{ub} ▷ Valor de la cota superior para el problema original
1: $\pi = \pi_{init}$ ▷ Agilidad del subgradiente
2: $\lambda_i = 0 \forall 1 \leq i \leq m_S$ ▷ Multiplicadores lagrangeanos
3: $z_{max} = -\infty$ ▷ mejor cota inferior hasta ahora
4: **Repetir:**
5: $x_{LLBP}^* = LLBP(\lambda)$ ▷ resolver el LLBP de manera óptima
6: $z_{LLBP}^* = t \cdot x_{LLBP}^* + \lambda(b - S \cdot x_{LLBP}^*)$ ▷ Actualizar valor objetivo
7: $\delta = b - S \cdot x_{LLBP}^*$ ▷ calcular subgradientes $\delta \in \mathbb{R}^{m_S}$
8: $\Delta = \frac{\pi(z_{ub} - z_{LLBP}^*)}{\sum_{1 \leq i \leq m_S} \delta_i^2}$ ▷ calcular largo del paso $\Delta \in \mathbb{R}$
9: $\lambda_i = \max(0, \lambda_i + \Delta \cdot \delta_i) \forall 1 \leq i \leq m_S$ ▷ actualizar multiplicadores lagrangeanos
10: **Si** $z_{LLBP}^* > z_{max}$ **Entonces:**
11: $z_{max} = z_{LLBP}^*$ ▷ Actualizar mejor cota inferior
12: **Fin.**
13: **Si** $no_mejora()$ **Entonces:**
14: $\pi = \frac{\pi}{2}$ ▷ Reducir agilidad
15: **Fin.**
16: **Hasta:** $terminar()$

Para el cálculo de las cotas lagrangeanas se aplica el método del subgradiente con las recomendaciones planteadas por Beasley correspondientes a:

- Agilidad inicial $\pi_{init} = 2$
- Función $no_mejora()$ retorna Verdadero si z_{max} no muestra mejoría en una específica cantidad de iteraciones consecutivas, siendo 30 la cantidad sugerida
- $terminar()$ es Verdadero si se tiene:
 - Si el óptimo ha sido encontrado, es decir, $z_{ub} = z_{LLBP}^*$
 - π se vuelve menor que un determinado límite π_{min} , siendo 0.005 el valor sugerido

Además, se incorpora un última recomendación planteada por Beasley correspondiente al **ajuste del subgradiente**. El cálculo del largo del paso en la línea 8 corresponde a:

$$\Delta = \frac{\pi(z_{ub} - z_{LLBP}^*)}{\sum_{1 \leq i \leq m_S} \delta_i^2} \quad (5.31)$$

El denominador incorpora los cuadrados de todos los subgradientes, incluso si el respectivo multiplicador lagrangeano no es actualizado. En particular, si $\lambda_i = 0$ y el correspondiente subgradiente $\delta_i < 0$, entonces el multiplicador asociado λ_i no será actualizado en el paso 9. Beasley sugiere que en este caso el subgradiente se imponga $\delta_i = 0$. De esta manera, el largo del paso Δ no será reducido debido a un mayor denominador.

Capítulo 6

Análisis de Resultados

En esta sección se realiza una comparación de los resultados entregados por la heurística planteada y el problema original. Para efectos de cálculos de tiempos, todos los modelos y heurísticas fueron ejecutados en el software comercial GAMS 24.9.1 en conjunto con el solver CPLEX 12.7.1.0 en un notebook con procesador Intel Core i5-7300HQ 2.50 GHz, 16 GB RAM, disco duro Crucial MX500 SSD de 1TB con un sistema operativo de 64bits Windows 10 Pro.

6.1. Resultados parciales de la heurística

6.1.1. Análisis comparativo de las instancias

La heurística planteada es muy eficiente para entregar soluciones factibles en un tiempo acotado. La ejecución es de manera secuencial por etapas, tardando la ejecución de los algoritmos de solución inicial factible para la primera y segunda etapa un tiempo inferior a 1 minuto para cada una y la ejecución del MIP desde dicho punto factible, una duración aproximada de 96 minutos a un gap relativo inferior al 0.5% a la mejor cota superior encontrada por el algoritmo de Branch & Bound para el modelo de la 2da etapa.

El tiempo de ejecución es significativamente eficiente si se considera que el modelo original no logra encontrar ninguna solución factible en 24 horas de ejecución. Uno de los factores que permiten estos tiempos de ejecución corresponde a la reducción importante sobre el tamaño de la instancia que se genera al implementar la heurística, tal como se señala en tabla 6.1 de las instancias no procesadas y en la tabla 6.2 de las instancias posterior a la ejecución del algoritmo ‘pre-solved’ que implementa cplex antes de inicializar el algoritmo de Branch & Bound.

En ambas comparaciones, la reducción es bastante similar significando una reducción aproximada del 65% para el total de variables, 80% para las restricciones y un 25% de los parámetros non-zeroes. Es interesante destacar que las variables reducidas corresponden en

Instancia	Total Variables	Variables Binarias	Restricciones	Non-zeroes
Problema Original	3.220.891	1.122.170	5.279.509	182.455.560
Total heurística	1.124.892	1.122.170	1.081.400	136.446.336
1era Etapa	11.391	8.670	11.507	1.624.735
2da Etapa	1.113.501	1.113.500	1.069.893	134.821.601
Total reducción	2.095.999	0	4.198.109	46.009.224
Reducción porcentual	65.08 %	0 %	79.52 %	25.22 %

Tabla 6.1: Comparación tamaño instancias

Instancia	Total Variables	Restricciones	Non-zeroes
Pre-solved Original	913.651	1.468.740	18.779.963
Pre-solved Heurística	310.281	287.786	14.346.230
Total reducción	603.370	1.180.954	4.433.733
Reducción porcentual	66.04 %	80.41 %	23.61 %

Tabla 6.2: Comparación tamaño instancias pos pre-solved

su totalidad a variables continuas, asociadas a las valoraciones. Esto se produce principalmente porque la heurística al implementar la descomposición por etapas permite que las linealizaciones realizadas sobre las variables de valoración no sean necesarias, dado que es posible aplicar el producto entre variables de distintas etapas directamente sobre la función objetivo sin implicar una no linealidad, tal como se indica en las definiciones 5.1 y 5.2.

6.1.2. Resultados Primera Etapa

El primer algoritmo entrega una distribución cuantitativa de box a especialidad. Para ello se utilizaron tanto los algoritmos de *Scoring* y $\alpha - level$. Ambos algoritmos entregaron resultados similares, diferencia que en promedio varía en la asignación en a lo más 1 box en 6 especialidades, originada principalmente por las aproximaciones que se realizan sobre los puntajes fraccionarios. Cabe destacar que dada la estructura de los datos de la disponibilidad médica, el algoritmo de $\alpha - level$ presenta mayor diversidad al variar el parámetro α de calidad de servicio, produciendo en la mayoría de los casos la misma diferencia de box pero en diferentes especialidades, es decir, para varios niveles de α en 74 especialidades la distribución de *Scoring* y $\alpha - level$ coinciden y en las otras 6 se producen diferencias netas de 1 box por cada una. Esta sensibilidad se puede apreciar claramente en las distribuciones acumuladas de atención de médicos en simultáneo por cada especialidad presentes en las figuras 6.1, 6.2, 6.3 y 6.4.

De acuerdo al criterio médico de apoyo se estableció que un valor de $\alpha = 80\%$ entrega soluciones más proporcionales a la lógica clínica que se produce con dicha asignación. El valor asignado es coherente con la heurística dado que a dicho nivel la pre-asignación que se obtiene otorga una mayor valoración en la función objetivo que otros niveles de α .

Finalmente, se estableció un puntaje ponderado entre ambas puntuaciones previo al redondeo, de manera que la pre-asignación final se observa en la tabla 6.3.

Especialidad	Cantidad de box pre-asignados
Broncopulmonar	4
Cardiología	3
Cirugía General	3
Cirugía Maxilo Facial	3
Cirugía Plástica	5
Dermatología	2
Endocrinología	4
Fonoaudiología	2
Gastroenterología	2
Genética	2
Ginecología	1
Infectología	1
Inmunología	2
Nefrología	3
Neurología	4
Nutriología	1
Odontopediatría	3
Oftalmología	3
Otorrinolaringología	1
Pediatría General y NANEAS	5
Psicología CAE	2
Traumatología	4
Urología	2
Hospital de Día	3
Salud Mental	15
Total	80

Tabla 6.3: Resultado pre-asignación agregada de box por especialidad

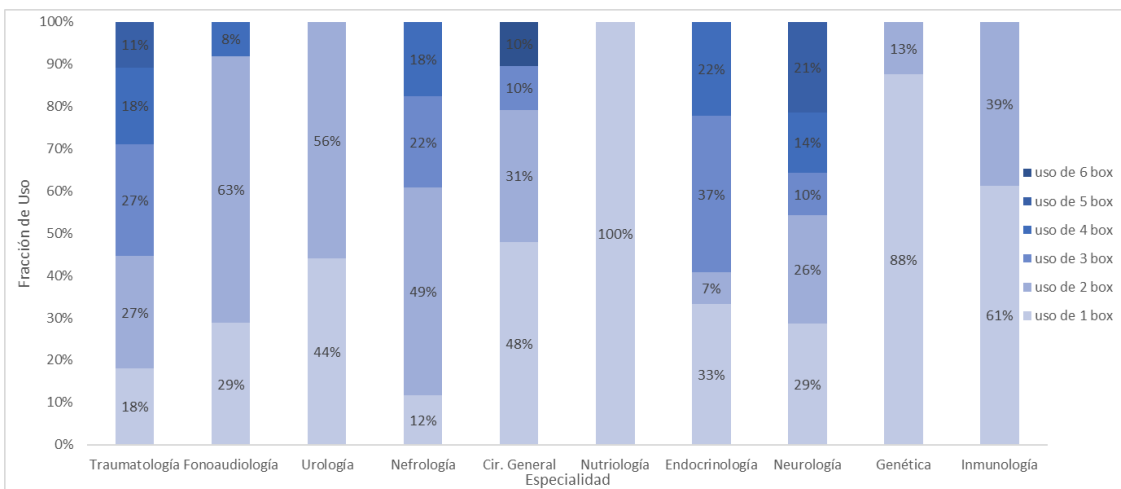


Figura 6.1: Intensidad de uso de box por especialidad

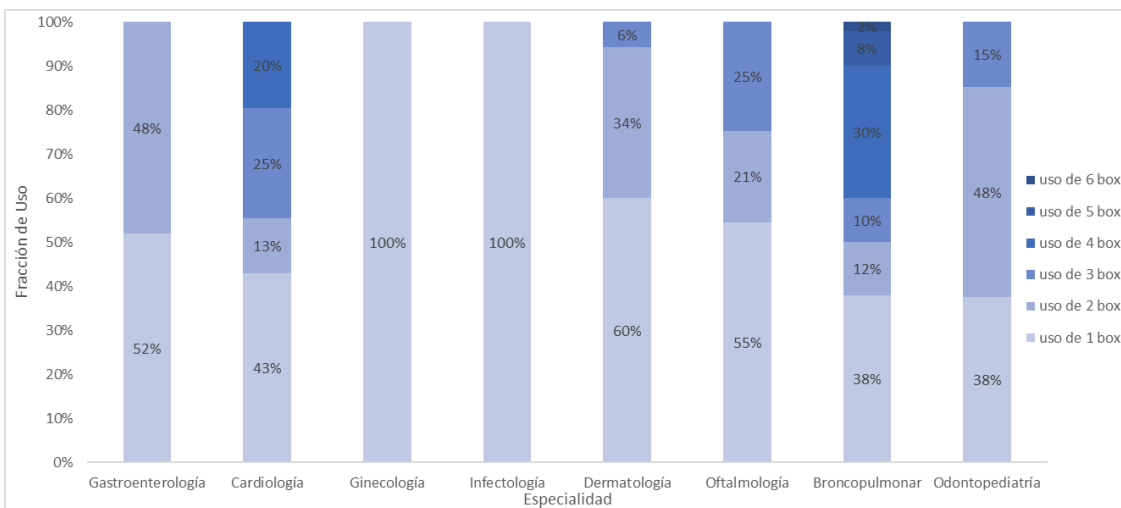


Figura 6.2: Intensidad de uso de box por especialidad (2)

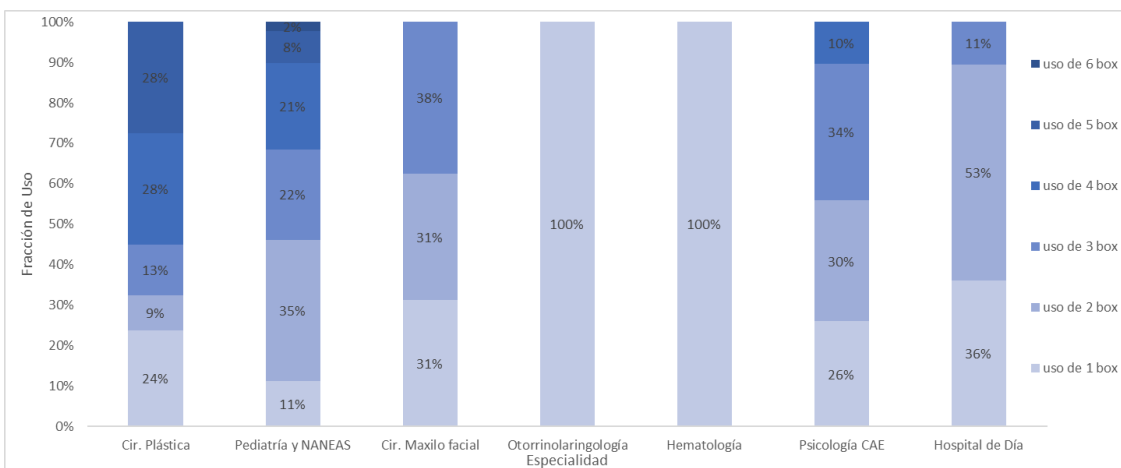


Figura 6.3: Intensidad de uso de box por especialidad (3)

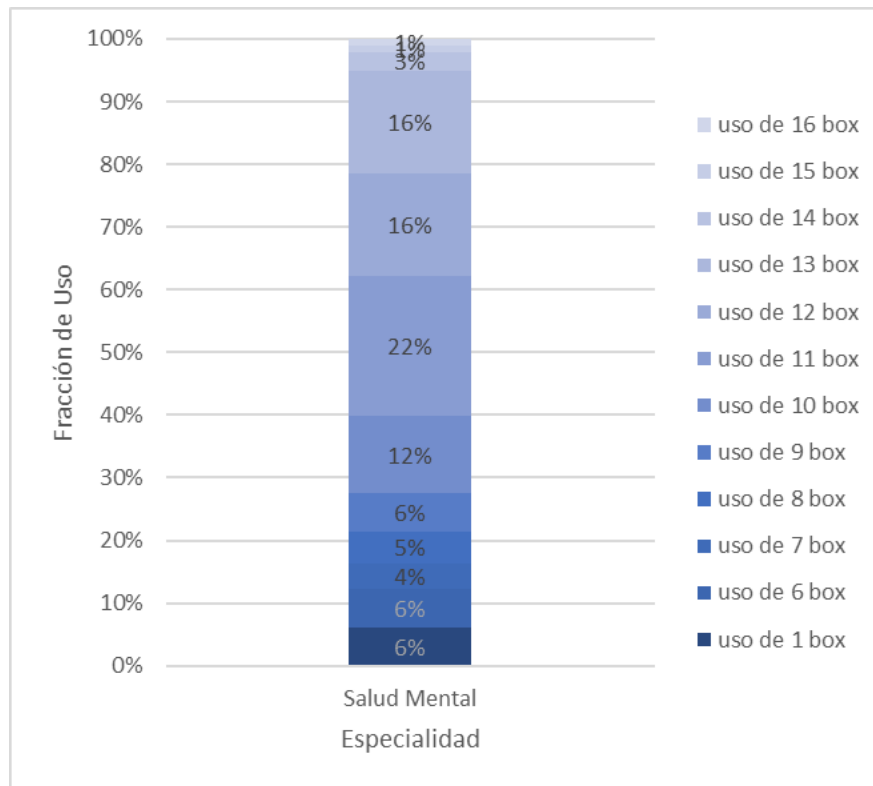


Figura 6.4: Intensidad de uso de box especialidad Salud Mental

6.1.3. Resultados Segunda Etapa

La heurística en la segunda etapa permite entregar una asignación factible en un tiempo combinado para el algoritmo de asignación inicial factible y el MIP posterior, de 96 minutos a un gap de optimalidad menor al 0,5 % lo cual es bastante bueno en problemas de naturaleza entera donde se vuelve más complejo asumir si dicho gap corresponde a una solución entera factible o se debe a una cota superior no muy ajustada.

Cabe mencionar que el gap de optimalidad encontrado es local, es decir, está a lo más a un 0,5 % de la mejor asignación factible, dada la configuración resuelta en el problema de primera etapa. De esta manera, no se puede asegurar qué tan óptima es la solución global que entrega la heurística debido a la descomposición realizada sobre problema original. Dicho de otro modo, la asignación médico-box que entrega la heurística en la 2da etapa está condicionada a los resultados obtenidos en la pre-asignación box-especialidad en la 1era etapa.

Sin embargo, para medir la calidad de la solución obtenida en la segunda etapa se propone la cuantificación agregada de los períodos en que los médicos son asignados a los box de acuerdo a sus preferencias indicadas. De esta manera, se contabilizan la cantidad de ‘match’ en que la dupla médico-box son asignados de acuerdo al beneficio que otorga a la función objetivo. Los match se clasifican en:

- Match-Especialidad: períodos donde médicos son asignados a box de la propia especialidad o afín

- Match-Pasillo: períodos asignados a box distintos de la especialidad, pero en el mismo pasillo
- Match-Piso: períodos asignados a box ubicados en otros pasillos pero en el mismo piso de la propia especialidad
- Match-Outlier: períodos asignados a box ubicados en piso distinto al de la especialidad propia

Con esta clasificación del total de horas (2 períodos) disponibles para consultas correspondientes a 1.790 se obtiene que 1.700,5 horas corresponden a Match-Especialidad, 42 horas Match-Pasillo, 19,5 horas Match-piso y 28 horas a Match-Outlier. La proporción en la asignación de acuerdo a esta clasificación se puede apreciar en la figura 6.5.

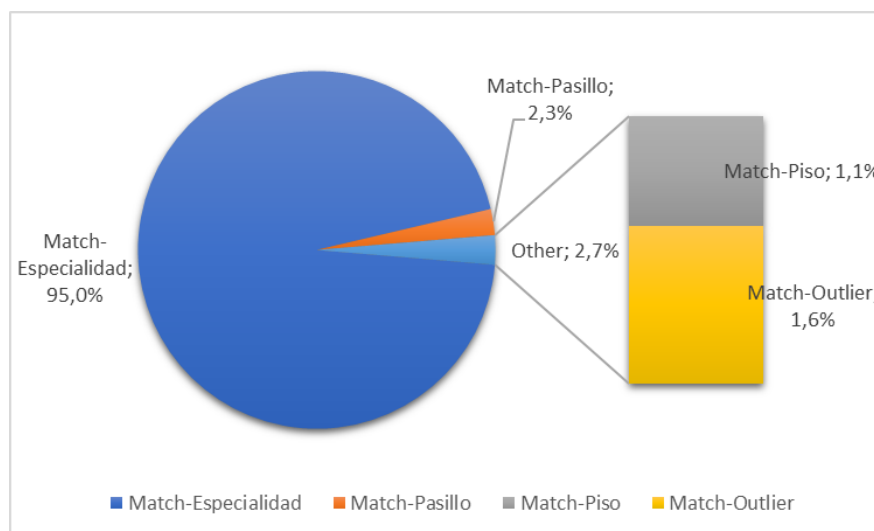


Figura 6.5: Distribución porcentual de periodos de asignación de acuerdo a clasificación Match

En las figuras 6.6 y 6.7 se observa de manera más precisa la clasificación de match por cada una de las especialidades donde 16 de ellas tienen un 100 % de Match-Especialidad.

Por otro lado, es interesante la distribución de la asignación de procedimientos donde se observan dos comportamientos. El primero, consiste en una de mayor realización de procedimientos en períodos que coinciden con una mayor congestión (disponibilidad) de médicos en el hospital, es decir, opera como liberación de capacidad para consultas. El segundo, corresponde a la asignación de los procedimientos en períodos consecutivos en torno a la media jornada laboral. Esto ocurre porque en la vecindad de esos períodos coincide que culmina la jornada de algunos médicos y comienza la de otros, donde no necesariamente existe coordinación de manera que los médicos entrantes no pueden utilizar un box que está a 1 o 2 períodos de desocuparse. Así, los médicos al realizar procedimientos consecutivos en esos períodos límites entre jornadas, permiten desocupar anticipadamente el box y por tanto, puede ser utilizado por el médico entrante que en la situación a priori, tenían choque de horario para el uso del box. De esta manera se explica que el máximo sea de 7 procedimientos realizados en simultáneo correspondiente al mismo período de mayor congestión del hospital y, por otro lado, que la media sea de 2,6 procedimientos considerando exclusivamente los períodos donde se realizan procedimientos.

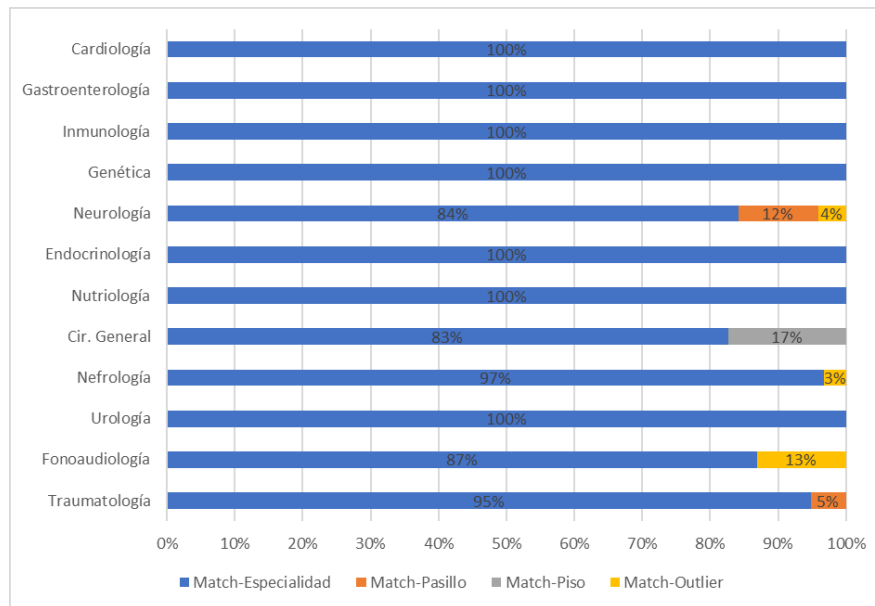


Figura 6.6: Distribución por especialidad en base a clasificación Match

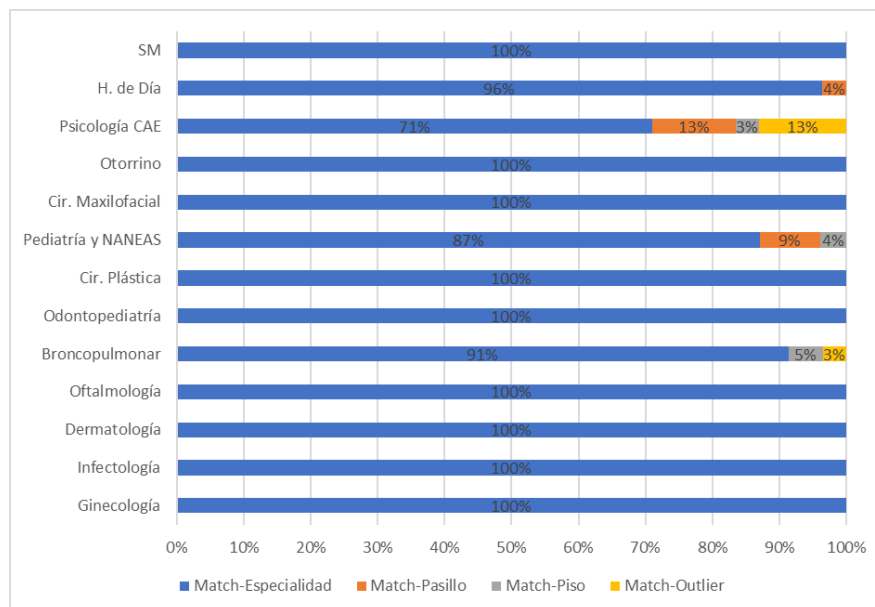


Figura 6.7: Distribución por especialidad en base a clasificación Match (2)

6.2. Optimalidad de la heurística

Los resultados de la heurística muestran ser eficientes localmente. Sin embargo, para establecer con certeza la optimalidad de la heurística se propone la comparación de los resultados obtenidos con cotas superiores que se pueden obtener sobre el problema original. En particular, se explora las cotas de relajación lineal (LP) y relajación lagrangeana (LR), ésta última descrita en la definición 5.7.

6.2.1. Instancias de Ajuste

Antes de realizar las iteraciones sobre el lagrangeano, es necesario establecer a priori qué tan buena es la cota lagrangeana. Para ello, se diseñaron 4 instancias que varían en las dimensiones pero mantienen la estructura del problema. Las instancias fueron construidas respetando un criterio de proporcionalidad entre los parámetros de número total de médicos, de especialidades, de disponibilidad, de períodos y de box, similar a los de la instancia original (P). Para lograr lo anterior, se consideraron combinaciones y sub partes de horarios reales presentes en la disponibilidad del personal médico. Las dimensiones de las instancias se pueden apreciar en la tabla 6.4.

Id Instancia	# Médicos	# Box	# Períodos	# Especialidades	# Días
Instancia 0	130	80	100	24	5
Instancia 1	51	30	40	9	4
Instancia 2	36	18	24	6	4
Instancia 3	20	12	16	5	4
Instancia 4	15	9	12	4	3

Tabla 6.4: Dimensiones de instancias de referencia

6.2.2. Resultados finales

En la tabla 6.5 y en la tabla 6.6 se observa el comportamiento de las 4 instancias y el problema original de acuerdo a las cotas (valor real, relajación lineal, relajación lagrangeana y heurística) y los tiempos de ejecución obtenidas en cada uno de ellos respectivamente. Para el problema original (instancia 0) y la instancia 1, no se logra encontrar la solución en menos de 1 día. De esta manera, se puede inferir que el problema ‘explota’ en sus tiempos de resolución cuando las dimensiones del problema oscilan entre los tamaños de las instancias 1 y 2.

Id Instancia	v(Heurística)	v(P)	v(LR)	v(LP)	Gap a (P)	Gap a (LR)
Instancia 0	597.785	-	962.116	1.247.840	-	37,9 %
Instancia 1	111.155	-	166.940	198.880	-	33,4 %
Instancia 2	53.465	59.250	73.620	81.360	9,8 %	27,4 %
Instancia 3	28.070	31.290	33.920	37.440	10,3 %	17,2 %
Instancia 4	15.330	16.760	17.780	19.660	8,5 %	13,8 %

Tabla 6.5: Comparación cotas entre instancias

Cabe destacar para las instancias donde se pudo obtener solución al modelo original, el gap de la heurística al óptimo oscila levemente en torno al 9 % pese al deterioro significativo que se observa en el gap de la heurística al valor obtenido por la relajación lagrangeana (LP). Esto es relevante dado que si se analiza el valor de la cota lagrangeana con mayor detalle se tiene que $v(LR) = 962.116 = 674.276 + 287.840$ si se separa por los valores obtenidos en los subproblemas LR^1 y LR^2 respectivamente. Bajo el mismo análisis, si se contrasta con los valores de la heurística se tiene que $v(heurística) = 597.785 = 327.840 + 269.945$

Id Instancia	t(Heurística)	t(P)	t(LR)	t(LP)
Instancia 0	5.749	-	26.290	403
Instancia 1	138	-	9.245	8
Instancia 2	11	29.302	30	1
Instancia 3	10,5	28.794	7	<1
Instancia 4	10,5	30	<1	<1

Tabla 6.6: Comparación tiempos (segundos) de ejecución entre instancias

respectivamente. Dada la similitud de la heurística de sus problemas de 1era y 2da etapa con los dos sub problemas lagrangeanos LR^1 y LR^2 , se observa un margen de mejora -pero infactible- de un 6,2% para la 2da etapa y de un 51,4% para el de primera etapa. Esto quiere decir que, si bien la cota $v(LR)$ es la mejor que se tiene, no es lo suficientemente ajustada al valor óptimo. En este caso, el valor del sub problema lagrangeano LR^1 es muy poco restrictivo, siendo muy cercano al valor 687.000 que se obtendría si se considerase a todas las especialidades como una misma por pasillo, es decir, si en cada pasillo la pre-asignación fuese equivalente a que todos los box fuesen pre-asignados a una misma especialidad, siendo así se alcanza ese valor. A modo de ejemplo, en el caso hipotético donde en cada pasillo todos los box a excepción de sólo 1 fuesen de la misma especialidad, se obtendría un valor de 654.150, bastante más inferior que la cota obtenida. Esto se debe a que el valor $v(LR^1)$ no corresponde a un valor óptimo para dicho problema, sino a una cota obtenida sobre él, dado que no fue posible computar una solución factible óptima dentro del tiempo estipulado y, considerando que los problemas lagrangeanos mantienen la estructura entera, razón por la cual corresponde asumir la mejor cota superior del algoritmo de B&B hasta entonces alcanzado, correspondiente al valor ya expresado.

En definitiva, se tiene certeza que el resultado de la heurística desarrollada corresponde -al menos- a un valor cercano al 60% del potencial mejor valor obtenible, habiendo fuerte evidencia que dicho resultado debiese ser significativamente más alto debido a lo poco ajustada cota superior que se obtiene del subproblema LR^1 .

Capítulo 7

Gestión e Implementación

En esta sección se explora las diversas complejidades, variaciones y comentarios asociados al levantamiento, modelación y resolución del problema en estudio, como también aquellos elementos propios de la gestión de organizaciones (personas) que fueron relevantes en el desarrollo del trabajo.

7.1. Levantamiento inicial

El levantamiento de la información no estuvo exento de complejidades, donde la data necesaria para la implementación de un nuevo modelo de gestión es difícil de obtener debido a que en la situación previa -con más capacidad y uso casi exclusivo- estos datos no eran vitales de recabar. Por ejemplo, algunos médicos que son cercanos a sus pacientes podían re-agendar las horas de atención a comodidad de ambos o en casos de atrasos, charlas, exposiciones docentes, reuniones u otros, postergando en dicho tiempo la agenda del mismo día, con la certeza de que el box estuviese disponible en todo momento o en una gran parte de éste.

El levantamiento de la disponibilidad horaria también generó la acción de que cada especialidad y sus médicos respectivos tuviesen que plantear un orden en sus horas de trabajo. Orden que existía de facto pero no de manera esquematizada o integrada a otras lógicas de atención, por ejemplo a algún criterio a cumplir propuesto por el hospital. Esta situación se vio reflejada en reiteradas iteraciones con las jefaturas respectivas de cada especialidad para poder obtener la disponibilidad horaria de sus respectivos cuerpos médicos.

De igual modo, el levantamiento de los procedimientos por especialidad entregó una amplia diversidad de tipos de procedimientos, situación que inclusive no se conoce con certeza por los propios involucrados. Esto es recurrente en el área de la salud sobre todo con niños/as, debido a que la atención a pacientes -pese a los esfuerzos de estandarización- es muy heterogénea en todas sus dimensiones: tiempos de atención, compatibilidad de choque horario, disponibilidad de personal de apoyo (enfermería y personal técnico), entre otros. La consecuencia se traduce en la incapacidad en el tiempo destinado a la fase de levantamiento

de información, de poder plantear un esquema que represente o incorpore la totalidad de los procedimientos, sus tiempos estimados de ejecución, la demanda de éstos, la compatibilidad entre cada médico y los tipos de procedimientos que está capacitado para realizar, el factor riesgo que limita a que ciertos tipos y/o cantidad de procedimientos no puedan ser realizados de manera solapada, entre otros. Esta información es relevante para optimizar aun más la asignación a box, debido a medida que el hospital aumente su dotación o aumente considerablemente la demanda de procedimientos, la hipótesis de holgura sobre los box destinados a procedimientos no seguirá siendo aplicable y por tanto, deberá incorporarse al modelo el detalle de cada box-procedimiento para planificar su uso por las diversas especialidades. Esta última consideración también aplica para la planificación del personal de enfermería y técnico que son necesarios para cierto tipo de procedimientos, personal que también posee otras labores, haciendo necesaria también una planificación de su agenda para -al menos- coincidir en los tiempos de procedimientos con el personal médico.

Existe también una complejidad si bien cuantitativa pero principalmente de factor humano cuando se busca determinar los valores de los parámetros, en particular de aquellos que dicen relación con la valoración en la asignación de médicos y especialidades a box. Para efectos del modelo, la complejidad es similar si la valoración de asignar correctamente a médico i_1 es, a modo de ejemplo, 10 % mayor que la de asignar a médico i_2 . Esta diferenciación, necesaria para una distribución eficiente, puede generar conflictos en el ambiente laboral si se asume como un factor discriminatorio. No es menor asumir que una especialidad o médico tiene preferencia por sobre otra. Peor aún si dicha situación ocurre dentro de una misma área de especialidad. Sin embargo, razones justificadas muchas veces las hay. Dentro del *'physician scheduling'* se le conoce como *'fairness conditions'*, a aquellas restricciones que se basan en criterios de equidad en la distribución, por ejemplo de aquellos períodos poco deseados -normalmente asociados a los turnos extenuantes o turnos de noche-.

Incluso, si no existiese la complejidad en las relaciones humanas que podría generarse con una diferenciación en las valoraciones, el establecer un valor a cada tipo de asignación resulta complejo de asumir por la contraparte médica. Esta situación confunde aún más a la contraparte médica cuando el problema es multi-objetivo como ocurre con el problema investigado, donde se busca una pre-asignación preferencial y además, la asignación de la agenda. ¿Cuál decisión es más relevante que la otra? ¿En qué proporción? Son preguntas que no tienen una cuantificación tan directa y que puede prestarse fácilmente para el arbitrio del tomador de decisiones.

En el problema investigado se realizan algunas de estas consideraciones buscando que la rotación de médicos alejados de sus box de especialidad puedan ser asumidas por aquellos más jóvenes y/o becados. También se incorporan afinidades particulares de subconjuntos de médicos dentro de un área con otra área diferente. A modo de ejemplo, la especialidad de fonoaudiología tiene médicos que tiene mayor dedicación a casos que los pacientes coinciden con atenciones de neurología y, otros que coinciden con atenciones de cirugía plástica (pacientes fisurados). Abordar la especialidad de manera diferenciada inicialmente hubiese generado que sus box quedasen alejados uno del otro lo cual no es deseable, pero sí es deseable que sus médicos que tienen afinidades por razones clínicas de sus pacientes podrían ser asignados a un box preferente de dicha especialidad afín por sobre otra donde se es indiferente. A modo de trabajo futuro, esta planificación es mucho más efectiva de realizar si se conoce también

la agenda de los pacientes así, se puede coincidir una asignación efectiva de dichos pacientes que intersectan más de una especialidad con una asignación de los médicos tratantes en box contiguos. En definitiva, para la complejidad de la realidad abordada la categoría de especialidad no es del todo suficiente para incorporar al modelo todas las consideraciones que en la práctica ocurren.

Para obtener el modelo definitivo, captando los comportamientos más significativos en los CR estudiados, se realizaron 5 iteraciones de modelos diferentes, inicialmente desde modelos de flujos y transitando por modelos detallistas que incorporaban interacciones que finalmente no se consideraron relevantes para la decisión de pre-asignación de box y la agenda horaria. El tiempo estimado para converger al modelo definitivo fue de 4 meses aproximadamente.

7.2. Particularidades del área de la salud

La situación en general de la salud pública, es de una alta y creciente demanda por prestaciones y en contrapartida de un presupuesto que generalmente no alcanza a cubrir la totalidad de las necesidades. Esto genera muchas veces que ante problemas emergentes se resuelva de manera poco convencional pero pragmática, que permiten sortear las adversidades de manera momentánea. Esta acumulación de soluciones temporales comienzan a volverse permanentes, imponiéndose en el tiempo como una práctica aceptada e incluso a veces como un estándar. Se genera así una interrelación muy fuerte entre médicos, especialidades, administrativos, recursos, etc., que a ojos de un agente externo suelen no ser comprensibles bajo un prisma de gestión. Esta interrelación es tal, que en la práctica no es posible ‘separar’ los problemas para que sean abordados, sino que este ejercicio corresponde a una abstracción y categorización para la búsqueda de un orden simple donde no lo hay por lo complejo de la situación real.

A modo de ejemplo, hay médicos que por su experiencia cumplen funciones en otros centros de responsabilidad (CR), como la Atención de Emergencia. De este modo, la disponibilidad del médico puede verse interrumpida en cualquier momento si la atención a un paciente de emergencia presenta un caso de alta complejidad. De manera similar ocurre con las rondas médicas, que consisten en la visita de un médico de especialidad a los pacientes hospitalizados, para observar su evolución y realizar indicaciones sobre su tratamiento/cuidado. Las rondas se suelen realizar dentro de las horas que -por planificación- corresponden a consultas, pero dada la alta demanda los médicos aprovechan los tiempos muertos que se generan entre ventanas de pacientes para realizar las rondas o incluso al inicio de la jornada. Las rondas suelen tomar más tiempo de lo que los médicos disponen lo que se traduce en tiempos de atrasos en las horas de consulta. Estos comportamientos, son muy difíciles de capturar en un modelo pero de poder considerarlos, permitiría una optimización más eficiente de la agenda dado que todo médico que se desvíe de su planificación inicial de consultas implica un box disponible en sus ausencias y una demanda extra de box en períodos que en un principio el médico no contemplaba disponibilidad (e.g. atrasos).

De esta forma, se tiene que la planificación de la agenda de unos CR depende a su vez de que las agendas de los otros CR puedan cubrir a cabalidad la demanda de los mismos. De otra forma, implicaría algún grado de transferencia de capacidad (horas-médico) de uno al

otro.

Finalmente, cabe mencionar que a nivel jerarquía media y baja, existe una resistencia de parte del personal a metodologías y propuestas de mejoras provenientes de otras profesiones externas al área de la salud. Esto se origina debido a 1) el propio hermetismo que se generan en las organizaciones pero es más fuerte dentro del área de la salud, la cual culturalmente tiene una valoración significativa en la sociedad y 2) la sensación de que tanto el personal como sus procedimientos/protocolos están siendo evaluados, develando eventualmente malas/buenas prácticas quizás no del todo conocidas por el resto de la organización que podrían significar algún llamado de atención o apoyo. Esta situación pudo ser paleada por la existencia de un departamento de tecnología e innovación con fuerte presencia de ingenieros con experiencia y proyectos implementados dentro del propio hospital, situación que permitió facilitar la llegada con el personal más suspicaz al momento de colaborar y también por el fuerte apoyo y confianza en las metodologías y resultados a implementar por parte de la dirección y jefaturas del hospital.

7.3. Uso del modelo

La utilización del modelo al ser cíclica, tiene por finalidad una vigencia de un año debido a que no existen grandes cambios de agenda de manera agregada en el personal. Sin embargo, para una próxima aplicación es necesaria la actualización de la base de datos de la cual se alimenta el problema. El input corresponde una planilla de datos donde se requiere 1) la disponibilidad horaria de los médicos incorporando los campos de nombre o id, especialidad y una columna por cada bloque horario, es decir, una columna para cada bloque de 30 minutos desde las 8:00 hasta 17:30 horas de Lunes a Viernes, 2) la disponibilidad de bloques horarios por médico para la realización de procedimientos y 3) las condiciones sobre las especialidades, tales como qué especialidades son afines para cada una de las decisiones, la pertenencia de cada médico a una especialidad y la definición de las especialidades que no comparten box.

Actualmente, el modelo utilizado en el HEGC considera una variante que corresponde a permitir una pre-asignación compartida para algunas especialidades, es decir, la mayoría de los box se mantienen con una preferencia hacia alguna especialidad pero se definió un subconjunto menor de box los cuales tienen una preferencia hacia 2 o 3 especialidades. A modo de ejemplo, existe un box compartido preferente tanto para la especialidades de Salud Mental y para Hospital de Día. Esto significa aumentar el lado derecho de la restricción 4.7, permitiendo que la suma sobre e del parámetro r_{je} pueda alcanzar un valor mayor a 1, para un subconjunto específico de J .

El uso de esta variante se explica principalmente para redistribuir la pre-asignación de box, debido a que la especialidad de Salud Mental (que originalmente es externa al HEGC) presenta una demanda por box muy por sobre el promedio de horas box demandadas por las especialidades propias del HEGC como se puede apreciar en la figura 2.1. Esta excesiva demanda, distorsiona considerablemente la distribución de box por especialidad, razón por la cual la variante de box pre-asignados a 2 o 3 especialidades permite aumentar el total de box por especialidad. Esta variante fue construida ya con los resultados del modelo original,

considerando por tanto las sinergias de una asignación que ya se encontraba optimizada.

El hospital cuenta con un departamento de tecnología e innovación, en donde puede ejecutarse las heurísticas planteadas en el presente trabajo para futuras iteraciones en la asignación del personal médico. Cabe mencionar, que las decisiones de primera etapa tienen un carácter más estratégico (la pre-asignación de box a especialidad) por lo que es razonable asumir que dicha decisión no es necesaria modificarla constantemente, no así la agenda médica que corresponde a una decisión táctico-operacional.

La asignación planteada por el modelo le permitió a los directivos del HEGC una implementación factible y altamente eficiente, además de contar con criterios técnicos y objetivos para la distribución de los recursos, pese a la resistencia una parte menor de médicos no conformes con la asignación, lo cual es esperable si se mira desde una perspectiva muy acotada desde cada individuo o incluso desde un departamento, sobre todo si se compara con la situación previa que contaba con más holgura al no tener que compartir los recursos. Sin embargo, de manera global existe una satisfacción con los resultados obtenidos por parte de la dirección del HEGC.

El modelo permitió tomar conocimiento del uso de los recursos y la necesidad de la planificación de la agenda horaria donde actualmente es muy útil para la contratación de nuevos profesionales médicos, dado que ahora la propia administración es quien establece los horarios disponibles para las nuevas contrataciones, focalizando así los requerimientos horarios hacia aquellos bloques-horario donde exista mayor disponibilidad de box evitando generar cuellos de botella.

7.4. Discusión

La utilización de la relajación lagrangeana como mecanismo para la obtención de cotas deja la puerta abierta a explorar otros sets de restricciones que podrían seleccionarse para ser relajadas. De ellas, se destaca la posibilidad de relajar la restricción 4.3 correspondiente a la satisfacción de la demanda de procedimientos por médico. El relajar esta restricción permite -con leves modificaciones sobre las constantes que hacen de ‘big M’- que el problema pueda ser descompuesto en sub-problemas por cada día, resolviendo así 5 sub problemas por día y a su vez en cada día dos sub problemas de primera y segunda etapa respectivamente. Esta elección permitiría disminuir los tiempos de ejecución dado que cada uno de los 10 sub problemas tienen dimensiones bastante menores que las del problema original y la posibilidad de ejecutarlos de forma paralela. La complicación que trae consigo esta elección es que la realización de procedimientos al no generar un beneficio en la función objetivo, el nuevo problema lagrangeano optaría la mayor de las veces por aceptar la penalización del multiplicador lagrangeano asociado en función de poder asignar dichos periodos a la realización de consultas, las cuales si reciben un beneficio unitario y de efecto pasillo. Por tanto, esta consideración sobre la restricción 4.3 permite agilizar la resolución de los problemas lagrangeanos al costo de descartar la posibilidad de encontrar una potencial solución factible y además de ‘empeorar’ la cota, al preferir la asignación de más horas de consulta obteniendo mayor beneficio y en consecuencia, una cota superior más grande.

Por otro lado, un elemento que llama la atención corresponde a que la dificultad de encontrar buenas cotas se origina principalmente por la resolución del problema de primera etapa, por sobre el problema de agenda de la segunda etapa, tal como se da a entender al analizar las sub-componentes de la cota $v(LR)$ de la instancia 0 donde el valor utilizado como cota para el problema original corresponde a su vez a otra cota -muy mala- pero sobre el problema de primera etapa. Si bien tanto la heurística como la elección de las restricciones a considerar en la relajación lagrangeana están focalizadas en disminuir la complejidad y tiempos de resolución, el problema presenta una gran cantidad de combinaciones posibles de pre-asignación que son equivalentes entre ellas, haciendo que los algoritmos de resolución iteren ‘innecesariamente’ sobre puntos factibles que no entregan mejores resultados.

Para clarificar este punto supongamos el siguiente caso hipotético:

- 1 pasillo
- 3 especialidades
- Una pre-asignación de 6 - 4 - 2 box respectivamente para las especialidades

Con esta información en ese pasillo se obtiene $\frac{12!}{6! 4! 2!} = 13.860$ configuraciones equivalentes en el aporte a la función objetivo. En el mismo caso, si las especialidades tuviesen 4 box cada una se obtiene 34.650 configuraciones factibles equivalentes. La situación es peor si se considera otros pasillos que poseen 24 box.

Este comportamiento es interesante de analizar dado que conlleva a que los algoritmos de resolución puedan permanecer un tiempo prolongado en iteraciones que no son relevantes para el problema, dada precisamente la naturaleza indiferenciada de los box donde no hace necesaria la diferenciación de box dentro de un mismo pasillo, situación que se refleja concretamente en cómo están diseñadas las valoraciones tanto de primera como de segunda etapa. Por tanto, se hace necesario considerar mecanismos que permitan romper con la simetría que presenta el problema.

De aquí se sugiere una modificación al problema de primera etapa que permita transitar de una variable binaria de pre-asignación r_{je} basada en cada box, a variables \hat{r}_e^p enteras positivas que representen el total de box de la especialidad e en cada pasillo p . Para ser coherentes, las restricciones asociadas a r_{je} de una especialidad por box se reemplazarían por restricciones de capacidad por pasillo. De esta manera, se elimina el problema de la combinatoria de soluciones factibles equivalentes.

Cabe mencionar, que esta modificación sólo puede ser aplicada en la versión descompuesta del problema original, particularmente en la heurística desarrollada, dado que opera exclusivamente sobre la estructura que posee el problema de primera etapa y al incorporar el ‘peso’ de la agenda médica de la segunda etapa mediante el algoritmo de Scoring permite que la cantidad de box por especialidad no pierda la relación con las variables de segunda etapa que si existe en el problema original, logrando que el resultado no corresponda en primera instancia a un óptimo local sino que puede encontrar valores sub-óptimos en la primera etapa pero que de manera agregada en los resultados que provoca sobre la segunda etapa se obtenga un valor de la función objetivo mayor. En contrapartida, el problema original no permite esta modificación dado que incorpora de manera individualizada cada box j y no de forma agregada por pasillo p para la asignación de la agenda. Esto podría ser implementado sobre

el problema original sólo si no se considera la restricción de setup 4.8 y las restricciones de rotación intra día 4.16 lo que desnaturaliza la estructura misma del problema original. Por tanto, esta variante permite proyectar el espacio factible del problema original a otro espacio factible más reducido y por tanto, de menor rango de búsqueda de soluciones enteras. Este resultado entregaría la composición óptima agregada por pasillos de box a especialidad. Dada la equivalencia del ordenamiento de dichos box dentro de un mismo pasillo, un algoritmo simple puede asignar secuencialmente cada box a una especialidad hasta cumplir su cuota por pasillo. Es claro, que este resultado es factible y óptimo para el problema de primera etapa.

El problema de segunda etapa se encuentra menos expuesto al problema combinatorial antes expresado. Esta equivalencia de soluciones factibles es posible en caso que médicos de una misma especialidad presentaran la misma disponibilidad, lo cual es bastante difícil de observar en la práctica debido a que los turnos -expresados en el parámetro de disponibilidad- están diseñados para que entre todos los médicos puedan cubrir la mayor cantidad de períodos a la semana, situación que los lleva a tener agendas suplementarias entre ellos. Basta que un médico presente 1 período más de disponibilidad que otro, para que inmediatamente la asignación prefiera el médico con mayor carga horaria situación que contribuye más a la función objetivo. Esta preferencia clara que establece la forma de valoración es necesaria para evitar la equivalencia entre soluciones factibles logrando que la diferencia entre la relajación y el resultado óptimo no sea tan considerable para el problema de segunda etapa, contribuyendo así con una buena cota de optimalidad para el problema original.

Por su parte, la asignación a procedimientos opera como una medida de sensibilidad y ‘corrección’ del problema. Contrario a la intuición y criterio utilizado en la heurística, las configuraciones óptimas no asignan necesariamente la realización de procedimientos a los horarios de mayor congestión. Para algunas especialidad, la capacidad pre-asignada de box es suficiente para satisfacer plenamente dichos períodos de mayor saturación, por lo que destinar procedimiento en esos bloques horarios no contribuye a mejorar la función objetivo. La asignación de procedimientos se reitera en dos situaciones particulares: 1) cuando un médico tiene una mala asignación (match-outlier o match-piso) y 2) en aquellos periodos límites de disponibilidad que tienen choque horario con el siguiente médico, por ejemplo, cuando un médico termina su jornada a las 13:00 hrs y existe otro médico que las inicia a las 12:30 hrs. En estos casos, al primer médico el modelo le asigna dos bloques de procedimiento, de manera que el médico deja el box a las 12:00 hrs, se respeta 1 período de setup y el otro médico puede ser asignado a dicho box. En cualquier otro caso, el segundo médico se vería obligado a ser asignado a un box que potencialmente puede ser de otra especialidad u otro pasillo, empeorando su valoración solamente por un mínimo tope de horario. Dicho de otro modo, la situación uno corresponde a un criterio de mínima pérdida y la dos corresponde a criterio de máximo beneficio.

Lo anterior deja abierto a explorar la utilización de las horas de procedimientos como mecanismo de corrección del diseño de la agenda médica. Inclusive, dado que los periodos de asignación de procedimientos no contribuyen a la función objetivo, el aumentar la demanda de procedimientos por médico como mecanismo de corrección genera una curva cóncava debido a que inicialmente permite ‘upgradear’ los match desde categorías inferior hacia otras superiores pero a medida que se aumenta el parámetro de la demanda, la cantidad de correcciones llega a

término y por tanto, cada asignación de procedimiento solo implica una pérdida de beneficio de realización de consultas (el efecto combinado de las variables v y f). En consecuencia, este comportamiento tiene un máximo lo que representaría una agenda perfectamente coordinada pero reducida en comparación con la agenda anterior.

Este aumento ficticio de la demanda de procedimientos, funciona como una variable de holgura. Se hace interesante a futuro, explorar algún mecanismo que permita capturar en variables de holgura la eliminación de esos bloques conflictivos en la disponibilidad de un médico pero que puedan trasladarse -de manera continuada- a otros períodos de disponibilidad del médico, haciendo que el inicio de la jornada sea más temprano o eventualmente la salida más tardía.

Capítulo 8

Conclusiones

8.1. Sobre la metodología

En el presente trabajo se desarrolla el problema de la pre-asignación de box a especialidades y la asignación de médico-box para la agenda médica del personal médico del hospital Exequiel González Cortés. Los enfoques planteados corresponden a un modelo de programación lineal entera mixta que integra la totalidad del problema de estudio y un modelo que separa el problema original en dos etapas.

La primera metodología logra capturar todos los requerimientos del hospital, implicando un único problema de grandes dimensiones lo que no permite encontrar ninguna solución factible en tiempo razonable.

La segunda formulación permite reducir considerablemente el tamaño de la instancia, principalmente en el número de restricciones y de variables continuas en un orden del 79 % y 65 % respectivamente. Para mantener un vínculo entre las decisiones de primera y segunda etapa se desarrolla una heurística que incorpora el peso agregado por especialidad de la agenda médica y demanda de procedimientos, de manera de establecer una correspondencia entre la pre-asignación preferencial de box y la carga concreta en la agenda día a día.

Para definir esta correspondencia se desarrollan dos algoritmos para la primera etapa que, utilizando el peso agregado antes mencionado, distribuyen el total de box disponibles a las especialidades. Ambos algoritmos, se basan en contabilizar la cantidad de períodos donde se encuentren k médicos atendiendo de manera simultánea para cada especialidad (N_e^k). El primer algoritmo de *Scoring* se basa en definir un puntaje por especialidad basado en la esperanza empírica de que una especialidad tenga 1,2, ... , k médicos atendiendo de manera simultánea. El segundo algoritmo de α -*level* establece un nivel α de calidad de servicio y se define el puntaje por especialidad como el mínimo valor sobre el cual la suma agregada desde 1 médico atendiendo en simultáneo hasta el valor en cuestión, supera a α en términos porcentuales.

Los algoritmos de *Scoring* y α -*level* consideran una última fase de normalización dado que

no necesariamente el puntaje coincide con la cantidad de box disponibles. Ambos algoritmos otorgan resultados muy similares considerando un valor de $\alpha = 80\%$. La heurística considera una combinación convexa de ambas soluciones, la cual es corregida a la cantidad de box disponibles y a valores enteros.

El problema de segunda etapa se resuelve mediante programación entera mixta. De manera previa, se desarrolla un algoritmo de asignación de agenda médica que se utiliza como solución inicial factible para el problema entero mixto. Este algoritmo fija la asignación de procedimientos a aquellos períodos de mayor congestión por especialidad, permitiendo que el problema pueda ser descompuesto en un sub-problema por cada día, disminuyendo considerablemente los tiempos de resolución. La asignación de box se realiza bajo un enfoque *greedy* de mayor contribución individual, es decir, se asigna en orden decreciente a aquellos médicos que presenten una mayor cantidad de períodos disponibles en el día a su box preferente.

La heurística muestra ser bastante eficiente al mirar los resultados combinados de los problemas de primera y segunda etapa bajo el enfoque de las categorías de matchs. Así, se tiene que la heurística entrega del total 1.790 horas médico disponible, un 95% (1.700,5 horas) de perfecta asignación o Match-Especialidad correspondiente a la asignación de un médico y box de la misma especialidad. Resultados completamente satisfactorios para la contraparte del hospital.

Para establecer la optimalidad de la heurística se desarrolla un modelo de relajación lagrangeana para la búsqueda de cotas superiores más ajustadas. El set de restricciones a relajar corresponden a aquellas que permiten homologar la estructura de primera y segunda etapa antes planteada, de manera de poder utilizar de igual manera la heurística desarrollada como punta pie inicial para la resolución de los sub-problemas lagrangeanos.

Para tener una comparación de qué tan ajustada es la cota lagrangeana en este tipo de problemas, se construyeron 4 instancias adicionales de menor tamaño para establecer la diferencia entre el gap de la heurística a la solución óptima y a la cota lagrangeana. Los resultados mostraron leves variaciones en torno al 10% de la heurística al valor óptimo, mientras que la cota lagrangeana muestra un creciente y significativo deterioro. En la última instancia que pudo encontrarse un valor óptimo, la diferencia porcentual entre el gap óptimo y el gap lagrangeano es de 17,6%. Con esto en consideración, para el problema original la heurística obtiene un gap lagrangeano de 37,9%. Cabe mencionar que en el problema lagrangeano, la mayor contribución a que la cota no fuese ajustada corresponde al problema de primera etapa a causa a la incapacidad de reducir la cota superior debido a la alta simetría del problema, implicando un árbol de Branch&Bound muy extenso, entorpeciendo la actualización de las cotas superiores.

Lo anterior sugiere que para tener mejores resultados y certezas de su optimalidad, se hace necesaria una profundización en los mecanismos para la obtención de mejores cotas dado que la heurística mantiene una tendencia estable, en contraposición de la cota lagrangeana que muestra ser muy sensible a variaciones en el tamaño de la instancia. Además, en el contexto del área de la salud es esperable futuros incrementos en la capacidad instalada como en la contratación de más personal médico por lo que sería esperable que futuros trabajos en este tipo de problemas, deban lidiar con instancias cada vez más grandes, donde es de esperar que la cota lagrangeana mantenga su tendencia al deterioro y por tanto, sin poder tener garantías

sobre la optimalidad del resultado de la heurística, incluso si efectivamente este resultado se mantuviese constante en el 10 % que ha mostrado en las instancias de prueba.

8.2. Líneas de trabajo futuro

El presente trabajo pudo ser implementado de manera satisfactoria dentro de los plazos establecidos del hospital para el traslado de su operación a las nuevas instalaciones clínicas, resolviendo un problema de nivel táctico-operacional como lo es la asignación definitiva de box a especialidades y la agenda día a día del personal médico para un horizonte de un año.

Para complementar este trabajo, la resolución del problema de primera etapa puede replantearse en un modelo agregado por especialidad, cambiando la pre-asignación de box de variables binarias por enteras positivas evitando así una diferenciación por box que es innecesaria y que provoca una alta combinatoria de puntos factibles equivalentes en los cuales un algoritmo de B&B puede estar bastante tiempo iterando.

Por otro lado, la estructura del problema es bastante rígida lo que no permite la incorporación de variaciones interesantes de estudiar. En particular, el problema tendría un mayor dinamismo si la disponibilidad médica fuese una variable a definir y no un parámetro fijo. De esta forma, se puede acoplar este problema a la amplia familia de problemas de *rostering* y en particular a los de *physician scheduling*, donde el diseño y asignación de turnos permitiría una estructura más organizada, de fácil resolución en caso de incorporar nuevos médicos como también de un riesgo menor al poder cubrir de manera más rápida aquellos casos de ausentismo laboral, atrasos, turnos de urgencia u otros.

De igual manera, el problema puede ser bastante más simple en su modelamiento y resolución si se consideran estructuras horarias ya predefinidas, restringiendo la libertad en la definición de la disponibilidad a los médicos. Por ejemplo, el permitir sólo dos tipos de jornadas: mañana (8:00-13:00 hrs.) y tarde (13:00-18:00 hrs.).

Una labor pendiente a futuro es poder estandarizar la realización de los procedimientos. Ello implicaría manejar tiempos estimados de ejecución (manteniendo la naturaleza determinista), los tipos de procedimientos por especialidad, la capacitación de cada médico para desarrollar la totalidad o sub-conjunto de ellos, las preferencias dentro de cada especialidad para distribuir la realización de tipos de procedimientos, el requerimiento de personal de enfermería y técnico de apoyo, el nivel de riesgo involucrado para el paciente, la eventual dependencia de otras especialidades (como anestesta), entre otros. Sin duda que incorporaría mayor complejidad al problema pero que se ajusta de mejor manera a la realidad que se vive en la salud pública.

Por último, es interesante que este tipo de problemas bajo ciertas consideraciones presentan una estructura para ser planteadas mediante problemas de flujos, lo que significaría un cambio de los mecanismos de resolución hacia unos donde existe una amplia diversidad de algoritmos eficientes de resolución.

8.3. Conclusiones finales

El presente trabajo demuestra ser una manera factible y competitiva para los problemas de scheduling que combinan el rostering, allocation y la asignación de recursos (box) para problemas de gran tamaño en el área de la salud.

Este resultado, puede permitir orientar las migraciones venideras de los hospitales públicos en Chile, donde la situación particular vivida por el Hospital Exequiel González Cortés corresponde al punta pie inicial de un proceso más largo en la remodelación y renovación de los antiguos establecimientos de salud que operan en el país. Por lo que es de esperar, que a medida que se cuenten con los recursos públicos y en el tránsito hacia el desarrollo, cada vez más hospitales puedan ser actualizados a modernas instalaciones y altos estándares de calidad y atención a los pacientes.

Por otro lado, el planteamiento de descomposición del problema original resulta ser acertado para la resolución del problema. Las principales recomendaciones en miras a mejorar los tiempos de ejecución se concentran en los propios métodos de la heurística desarrollada, en enfoques para romper simetría o la exploración de otras técnicas de solución como podría ser mecanismos de búsqueda local, es decir, en mejorar los mecanismos de resolución de los sub-problemas ya generados por la descomposición. Mientras que se muestra necesario la búsqueda de mecanismos alternativos para la obtención de cotas competentes, de manera de tener mayores niveles de certeza sobre el gap de optimalidad.

Lo apropiado de este enfoque indica estar relacionada con la estructura del problema, principalmente en la característica de ser un problema multi objetivo. Por esta razón, la metodología de descomposición permite aislar sub-problemas en los cuales se les puede explotar su estructura, donde se hace más evidente la forma de romper simetrías para la primera etapa como también una reducción considerable del tamaño del problema original en sus variables y restricciones.

Para la realización del trabajo fue crucial haber contado con el apoyo de la dirección del hospital y la existencia previa de un equipo de ingenieros desarrollando innovación y herramientas TI. Esto permitió un levantamiento del problema de manera oportuna, romper la resistencia de otros funcionarios, viabilizar la implementación y establecer criterios con fuerte orientación en la gestión de los recursos.

Los resultados cuantificables pero también los observados en la implementación en el hospital, permiten dar cuenta de la importancia de considerar las relaciones existentes entre especialidades, de cara a mejorar la calidad en la atención de los pacientes. La utilización de relaciones lineales y un esquema de incentivos en la función objetivo no representan una alta complejidad pero implican una mejora significativa en la lógica de negocio que se plantea una organización de salud.

Finalmente, cabe destacar que si bien la rigidez horaria es una condición global propia de los profesionales médicos, la planificación de los recursos puede ser más eficiente si en la estructura de los contratos o en las reglas de la administración se establece la posibilidad de flexibilizar breves períodos (bloques-horario) al inicio o al término de la disponibilidad hora-

ria de cada médico por día. Esta holgura es la más necesaria para mejorar la eficiencia en la asignación de la agenda médica, debido a que mayoritariamente las horas de procedimientos de todo el personal médico se asignaron en esos bloques, lo que genera el efecto de liberar capacidad de box de consulta. De esta manera, si se puede aumentar esa flexibilidad incorporando un mínimo de horas que cada médico pueda disponer o incorporar otras labores a la planificación de la agenda que permita liberar box tales como rondas, charlas, seminarios, telemedicina, entre otros, se podría contar con un muy eficiente uso de los recursos.

Bibliografía

- [1] Benjamín Ahumada, Manuel Lagos, and Daniela Herrera. Sobregasto Operacional y Deuda del Sistema Nacional de Servicios de Salud. pages 1–48, 2016.
- [2] John E. Beasley. Modern heuristic techniques for combinatorial problems. chapter Lagrangian Relaxation, pages 243–303. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, USA, 1993.
- [3] Huguette Beaulieu, Jacques A. Ferland, Bernard Gendron, and Philippe Michelon. A mathematical programming approach for scheduling physicians in the emergency room. *Health Care Management Science*, 3(3):193–200, Jun 2000.
- [4] Jeroen Beliën. Exact and heuristic methodologies for scheduling in hospitals: problems, formulations and algorithms. *4OR*, 5(2):157–160, Jul 2007.
- [5] Jeroen Beliën and Erik Demeulemeester. Scheduling trainees at a hospital department using a branch-and-price approach. *European Journal of Operational Research*, 175(1):258–278, nov 2006.
- [6] U. Bölt. Statistische krankenhausdaten: Grund- und kostendaten der krankenhäuser 2011. In *J. Klauber, M. Geraedts, J. Friedrich, J. Wasem (Eds.), Krankenhaus-Report 2014: Schwerpunkt: Patientensicherheit*, page 293–328, 2014.
- [7] Thomas S. Bodenheimer and Mark D. Smith. Primary care: Proposed solutions to the physician shortage without training more physicians. *Health Affairs*, 32(11):1881–1886, 2013.
- [8] D J Bradley and J B Martin. Continuous personnel scheduling algorithms: a literature review. *Journal of the Society for Health Systems*, 1991.
- [9] Renato Bruni and Paolo Detti. A flexible discrete optimization approach to the physician scheduling problem. *Operations Research for Health Care*, 3(4):191–199, dec 2014.
- [10] Jens O. Brunner, Jonathan F. Bard, and Rainer Kolisch. Midterm scheduling of physicians with flexible shifts using branch and price. *IIE Transactions*, 43(2):84–109, 2010.
- [11] Edmund K. Burke and Tim Curtois. New approaches to nurse rostering benchmark instances. *European Journal of Operational Research*, 2014.

- [12] Edmund K. Burke, Patrick De Causmaecker, Greet Vanden Berghe, and Hendrik Van Landeghem. The state of the art of nurse rostering. *Journal of Scheduling*, 2004.
- [13] Michael W. Carter. *Scheduling and sequencing Timetabling*, pages 833–836. Springer US, Boston, MA, 2001.
- [14] Michael W. Carter and Sophie D. Lapierre. Scheduling emergency room physicians. *Health Care Management Science*, 4:347–360, 2001.
- [15] Anthony G. Charles, Shiara Ortiz-Pujols, Thomas Ricketts, Erin Fraher, Simon Neuwahl, Bruce Cairns, and George F. Sheldon. The employed surgeon: A changing professional paradigm. *JAMA Surgery*, 148(4):323–328, 2013.
- [16] Patrick De Causmaecker and Greet Vanden Berghe. A categorisation of nurse rostering problems. In *Journal of Scheduling*, volume 14, pages 3–16, 2011.
- [17] Melanie Erhard, Jan Schoenfelder, Andreas Fügener, and Jens O. Brunner. State of the art in physician scheduling. *European Journal of Operational Research*, 265(1):1–18, 2018.
- [18] Lori S. Franz and Janis L. Miller. Scheduling medical residents to rotations: Solving the large-scale multiperiod staff assignment problem. *Operations Research*, 41(2):269–279, 1993.
- [19] Michel Gendreau, Jacques Ferland, Bernard Gendron, Nouredine Hail, Brigitte Jau-mard, Sophie Lapierre, Gilles Pesant, and Patrick Soriano. Physician scheduling in emergency rooms. In Edmund K. Burke and Hana Rudová, editors, *Practice and Theory of Automated Timetabling VI*, pages 53–66, Berlin, Heidelberg, 2007. Springer Berlin Heidelberg.
- [20] L. Gierl, B. Pollwein, G. Heyde, and H. Kurt. Knowledge-based scheduling of duty rosters for physicians. *Medical Informatics*, 18(4):355–366, 1993.
- [21] Monique Guignard. Lagrangean relaxation. *Top*, 2003.
- [22] A. Gunawan and H. C. Lau. Master physician scheduling problem. *Journal of the Operational Research Society*, 64(3):410–425, 2013.
- [23] Erwin W. Hans, Mark Van Houdenhoven, and Peter J.H. Hulshof. A framework for healthcare planning and control. In *International Series in Operations Research and Management Science*, volume 168, pages 303–320. Springer US, Boston, MA, 2012.
- [24] Christophe Van Huele and Mario Vanhoucke. Decomposition-based heuristics for the integrated physician rostering and surgery scheduling problem. *Health Systems*, 4(3):159–175, 2015.
- [25] Louis Martin Rousseau, Michel Gendreau, and Gilles Pesant. A general approach to the physician rostering problems. In *Annals of Operations Research*, 2002.

- [26] AA Samah and Zanariah Zainudin. A Framework using an Evolutionary Algorithm for On-call Doctor Scheduling. *Journal of Computer Science & Computational Mathematics*, 2(3):9–16, 2012.
- [27] M. Santos and H. Eriksson. Insights into physician scheduling: A case study of public hospital departments in sweden. *International Journal Of Health Care Quality Assurance*, 27(2):76–90, 2014.
- [28] Subhash C Sarin, Hanif D Sherali, and Seon Ki Kim. A hospital staff scheduling problem under stochastic operation times. *International Journal of Planning and Scheduling*, 2(3):210–232, 2016.
- [29] Hannah K Smalley, Pinar Keskinocak, and Atul Vats. Development of a handoff continuity score to improve pediatric icu physician schedule design for enhanced physician and patient continuity. *Critical Care*, 15(5):R246, 2011.
- [30] D Warner. Nurse staffing, scheduling, and reallocation in the hospital. *Hospital {&} health services administration*, 1976.
- [31] Erik Winands, Anne De Kreuk, and Jan Vissers. Master scheduling of medical specialists. In Jan Vissers and Roger Beech, editors, *Health Operations Management: Patient Flow Logistics in Health Care*, volume 13, pages 184–202. Beta, 2004.
- [32] A. Wren. Scheduling, timetabling and rostering – a special relationship?. *Selected papers from the first PATAT*, pages 46–75, 1996.