

UNIVERSIDAD DE CHILE FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

#### IMPLEMENTACIÓN DE RECTIFICADOR MMC

#### TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, MENCIÓN ELÉCTRICA

#### ARTURO ANTONIO LETELIER DIAZ

PROFESOR GUÍA: ROBERTO CARDENAS DOBSON

MIEMBROS DE LA COMISIÓN: PATRICIO MENDOZA ARAYA JAVIER PEREDA TORRES

> SANTIAGO DE CHILE 2018

ii

#### RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, MENCIÓN ELÉCTRICA POR: ARTURO ANTONIO LETELIER DIAZ FECHA: 2018 PROF. GUÍA: ROBERTO CARDENAS DOBSON

#### IMPLEMENTACIÓN DE RECTIFICADOR MMC

El presente proyecto de tesis consiste en la implementación de un Rectificador controlado basado en un Convertidor Multinivel Modular (Modular Multilevel Converter en inglés). Este proyecto se encuentra dentro del marco del proyecto FONDECYT: 1440337 "Modular Multilevel Converter Technologies for High Power Drives" (Aplicaciones de Convertidores Modulares Multinivel para accionamientos de alta potencia) el cual tiene por objetivo principal el estudio de estrategias de control para Convertidores Multinivel Modulares (comunmente abreviado como MMC o  $M^2C$  por sus siglas en inglés) en accionamientos eléctricos, lo cual es un gran desafío ya que contempla la operación de estos en condiciones no usuales, tales como frecuencia variable (incluyendo las bajas) y tensión variable (tanto en los lados de alterna como de continua).

La topología propuesta en dicho proyecto es el convertidor M2C back to back, que consiste en la conexión de 2 convertidores modulares por el enlace de continua, dejando los lados de alterna como puertos de entrada y/o salida para la conexión con la máquina y la red. En una etapa anterior ya se implementó el conversor del lado de la máquina, trabajo realizado Mauricio Espinoza en marco de su doctorado y expuesto en n publicaciones. El presente trabajo de tesis pretende aportar con la implementación del convertidor del lado de la red para así completar el convertidor Back to Back.

Las primeras publicaciones relacionadas con el MMC realizan un modelado por fase, el cual es más simple e intuitivo, no obstante, conlleva desventajas asociadas como el acople en los lazos de control, que dificulta el diseño de los controladores y afecta a la dinámica del sistema. en los últimos 2 años se han desarrollado modelos desacoplados, los cuales por medio de transformadas permiten obtener 3 subsistemas independientes. Una característica del modelamiento transformado es que permite plantear distintas estrategias de control, dependiendo de cuales flujos de potencia se utilizan para balancear la energía entre las ramas del convertidor. Si bien algunas estrategias ya están planteadas, han sido aplicadas en distintas condiciones por lo que no se pueden comparar sus resultados.

Todas las estrategias obtenidas se deducen de la linealización del modelo del convertidor, por lo que asumen pequeñas desviaciones en torno a un punto de operación. El principal problema de esto es que al encenderse el convertidor los voltajes en condensadores son igual a cero, por lo que debe realizarse un proceso de precarga para llevar los voltajes al punto de operación. Si bien la estrategia más popular y simple publicada es la precarga natural, esta no puede ser utilizada en este proyecto ya que por seguridad la lógica de los submódulos se encarga de negar las acciones de control entre los semiconductores, también se descartan los métodos que incluyen electrónica adicional en los módulos, dejando la opción de estudio entre las estrategias de selección y precarga controlada para este trabajo.

Los aportes realizados por este trabajo son los siguientes: primero es la construcción y puesta en marcha del rectificador MMC ocupando modulación PS-PWM, el cual posteriormente servirá para futuros trabajos, tanto solo como en conexión Back to Back, el segundo aporte es la implementación y validación experimental de las posibles estrategias de control lineal en el convertidor, junto con el análisis de sus ventajas y desventajas en operación de rectificador.

iv

## Agradecimientos

En primer lugar, quisiera agradecer a mi familia, en especial a mi querida madre Eliana Díaz González, por su incondicional apoyo y amor a lo largo de toda mi vida, y también a mi abuelita Inés González Riveros, a quien espero brindarle un poco de alegría en su delicado estado.

Quiero agradecer al profesor Roberto Cárdenas Dobson, quien confió en mí y acepto recibirme como alumno en su grupo de trabajo, gracias a su rigurosa enseñanza y a su comprensión pude llegar a puerto con esta dificultosa tarea.

También quiero agradecer a mis amigos, quienes me han apoyado y ayudado en los momentos difíciles que debí sortear durante el desarrollo del Magister.

También quiero agradecer a mis amigos de la Universidad de Chile, quienes me acompañaron y ayudaron durante la realización del Magister, incluyendo a Diego Ortíz, Oscar Nuñez y Jorge Vega del grupo de sistemas, a Andrés Soto y Pablo Jácome del grupo de control avanzado, a Jacqueline Llanos, Juan Sebastián Goméz, Claudio Burgos y Enrique Espina del grupo de micro-redes y a Mauricio Espinoza, Matías Diaz, Matías Urrutia, Felipe Donoso, Alejandro Angulo y Andrés Mora del Laboratorio de Electrónica de Potencia, ya que, sin su ayuda no habría podido realizar este trabajo.

Quiero Agradecer a la Universidad de Chile, en especial al departamento de Electricidad, por acogerme en sus filas y permitirme continuar con mis estudios en sus dependencias y al Advanced Centre for Electrical and Electronic Engineering (AC3E) por integrarme como alumno tesista, y a los proyectos Fondecyt Project 1180879, "Modular Multilevel Technologies For Future Generations of High Power Machinesz Basal Project FB0008 por financiar parte de mis estudio y la implementación de esta tesis.

Para el final un agradecimiento especial para mi padre Arturo Letelier Lazo y mi abuelo Luis Diaz Valenzuela, quienes me dedicaron amor y apoyo incondicional, este trabajo es para ustedes donde quiera que estén.

vi

# Tabla de Contenido

1.	Intr	oducci	ón 1					
	1.1.	Hipóte	sis					
	1.2.	Motiva	ción					
	1.3.	Objetiv	vos					
	1.4.	Alcanc	m es					
	1.5.	Metode	m blogia					
	1.6.	Estruct	tura					
<b>2</b> .	Esta	ado del	arte 5					
	2.1.	Antece	dentes del MMC					
	2.2.	Princip	pios de Operación					
	2.3.	Aplicad	ciones del $M^2C$					
3.	Mod	delado	$del M^2C $ 16					
	3.1.	Modela	ado del $M^2C$					
		3.1.1.	Modelado de módulos y ramas					
		3.1.2.	Modelado por fase del $M^2C$					
		3.1.3.	Modelado en coordenadas $\Sigma \Delta \alpha \beta 0$					
4.	Estr	ategias	s de control del $M^2C$ 29					
	4.1.	Contro	l lineal por fase					
	4.2.	Contro	l lineal por transformadas					
		4.2.1.	Control de $v_{C0}^{\Sigma}$					
		4.2.2.	Control de $v_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$					
		4.2.3.	Control de $v_{C\alpha\beta}^{\Delta}$ y $v_{C0}^{\Delta}$ por corrientes circulantes $\dots \dots \dots$					
		4.2.4.	Control de $v_{C\alpha\beta}^{\Delta}$ y $v_{C0}^{\Delta}$ por corrientes circulantes mas tensión en modo					
		125	Control interno de corrientes circulantes y tensión en mode común 50					
	13	Contro	l de ramas y modulaciones para $M^2C$ 55					
	ч.э. Д Д	Sintoni	zado de controladores					
	1.1.	<i>A A</i> 1	Sintonizado de controladores Externos					
		442	Sintonizado de controladores Internos 67					
		1. 1. 2.						
5.	Simulaciones 74							
	5.1.	Prueba	s en estado estacionario $\dots$ $74$					
		5.1.1.	Lazos internos					
		5.1.2.	Lazos externos					

	5.2.	Pruebas Dinámicas	79 79				
6.	<b>Res</b> 6.1. 6.2.	ultados Experimentales         Componentes del sistema experimental         Pruebas en estado estacionario         6.2.1.         Pruebas de impacto en la carga	<b>81</b> 81 82 82				
Conclusión							
Bi	Bibliografía						

# Índice de Tablas

4.1.	Comparación entre las 2 estrategias de control	50
4.2.	Parámetros en los lazos de control	66
4.3.	Parámetros de controladores resonantes	70
4.4.	Parámetros de controladores PIR	72
4.5.	Integral del error absoluto (IAE) para los 3 controladores de corrientes circulantes	73

# Índice de Ilustraciones

2.1.	Antecedentes del $M^2C$
2.2.	Estructuras de conformación para convertidores modulares
2.3.	Estados de operación del Módulo Medio Puente (La flechas azules indican el
	sentido de la corriente, mientras que las flechas rojas indican carga o descarga
	$del capacitor)  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  $
2.4.	$M^2C$ en estado estable
2.5.	Amplitudes de las oscilaciones en voltaje de capacitores
2.6.	Amplitudes de las oscilaciones en voltaje de capacitores
2.7.	Accionamientos comerciales de $M^2C$
2.8.	Versiones comerciales del $M^2C$ para HVDC $\ldots \ldots \ldots$
01	Madala dal médela
ა.1. ვე	
3.2. 2.2	Modelo de rama
ა.ა. ე_4	Modelo por fase del $M^-C$ I
3.4. 2.5	Modelos en coordenadas $\Sigma \Delta \alpha \beta 0$ y su interpretacion en el $M^2C$ 2
3.5. 9.6	Interpretacion física de las potencias $p_{\alpha\beta0}^{2\beta}$
3.6.	Efectos causados por la tension de modo comun en el voltaje sintetizado por
	ramas
4.1.	Control lineal por fases. a) Control Promediado e interno, b) Control corriente
	dq c)individual y d) Control Balanceado
4.2.	Lazo de control para $v_{C0}^{\Sigma}$ en modo rectificador
4.3.	Lazo de control para $v_{C0}^{\Sigma}$ para modo rectificador
4.4.	Respuestas al escalón para un sistema de segundo orden ideal, para el lazo de
	referencia $Nv_C^*$ (4.20) y para la perturbación i <sup>P</sup> (4.21)
4.5.	Lazo de control para corrientes de red
4.6.	Lazo de control para corriente del puerto DC
4.7.	Lazo de control $v_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$ y técnicas de filtrado
4.8.	Respuesta en frecuencia de filtros pasa bajo, sincrónico y media móvil 4
4.9.	Respuesta al escalón del lazo de control $v_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$ con filtros pasa bajo, sincrónico
	y media móvil
4.10	. Lazo de control $v^{\Delta}_{C\alpha\beta}$
4.11	. Lazo de control $v_{C0}^{\Delta}$
4.12	. Componentes de las corrientes circulantes para la estrategia de control por
	face y log 2 estratorios transformadas
	lase y las z estrategias transformadas

4.14.	Modulación PWM sinusoidal y su espectro armónico para un módulo, con	•
4.15	Frecuencia de conmutación 2.5 (KHz).	50
4.15.	Estrategia de control individual con PS-PWM	57
4.10.	Estrategia de control individual.	59
4.17.	ción PS-PWM(rojo) para una rama de 2 módulos y para un módulo individual	60
4.18.	Espectros armónicos en corriente circulante $(i_{CCj})$ y tensión de red $(v_j)$ obtenidos con PS-PWM para los ángulos de desfase $\Delta \theta^{P,N}$ que permiten minimizar	00
	o maximizar su contenido armónico	61
4.19.	Modulación LS-PWM con red de ordenamiento.	62
4.20.	Comparación entre los espectros armónicos de voltaje obtenidos por la modula-	
	ción LS-PWM(rojo) para una rama de 2 módulos y para un módulo individual	
	(azul), ambos con frecuencia de conmutación 2.5 (KHz).	64
4.21.	Lugar de las raíces y diagrama de Nyquist para los lazos de control $v_{C\alpha\beta}^{\Delta\Delta}$ . (el	
4.00	comportamiento de los lazos $v_{C0}^{Z\Delta}$ es similar al caso de $v_{C\alpha\beta}^{Z\Delta}$ sin filtros)	67
4.22.	Comportamiento dinámico y estabilidad del controlador P para corrientes cir-	
4.00	culantes con ambas estrategias	68
4.23.	Comportamiento dinámico y estabilidad del controlador PR para corrientes	70
4.04	circulantes con ambas estrategias	70
4.24.	Comportamiento dinamico y estabilidad del controlador PIR para corrientes	70
	circulantes con ambas estrategias	(2
5.1.	Seguimiento en los lazos de corriente circulante para los 3 tipos de controladores.	75
5.2.	Seguimiento en los lazos de corriente circulante para los 3 tipos de controladores.	76
5.3.	Respuesta en estado estacionario de voltajes en condensadores ocupando am-	
	bas estrategias y ambos filtros.	77
5.4.	Respuesta en estado estacionario de corrientes ocupando ambas estrategias y	
	ambos filtros.	77
5.5.	Respuesta en estado estacionario ocupando ambas estrategias y ambos filtros.	78
5.6.	Respuesta en estado estacionario ocupando ambas estrategias y ambos filtros.	78
5.7.	Respuestas al escalón en la coordenada $\Sigma \alpha$ .	79
5.8.	Corrientes circulantes provocadas por las respuestas al escalón de los ejes $\alpha\beta$ .	80
6.1.	Respuesta experimental en estado estacionario de voltajes en condensadores.	82
6.2.	Respuesta experimental en estado estacionario de voltajes en condensadores.	83
6.3.	Respuesta experimental en estado estacionario de voltajes en condensadores.	83

xii

# Capítulo 1

# Introducción

### 1.1. Hipótesis

A continuación, se presentan las principales hipótesis formuladas al comienzo de este trabajo de investigación, el cual se enmarca en la obtención del grado de magister en ciencias de la ingeniería, mención ingeniería eléctrica en la Universidad de Chile.

Es posible generar un enlace de corriente continua completamente controlable con un convertidor modular multinivel con menor distorsión armónica que la obtenida con un rectificador clásico.

Es posible balancear los voltajes en los capacitores de un Convertidor Modular Multinivel sin que esto afecte a los flujos de potencia a la entrada y salida de este, y a su vez es posible también modificar los puntos de operación en la entrada o salida sin alterar el balance de energía interno del convertidor, es decir se puede controlar independientemente las entradas, salidas y variables internas del convertidor.

Es posible balancear los voltajes en los condensadores de un convertidor Modular Multinivel solo ocupando corrientes circulantes u ocupando estas más la tensión en modo común, y es posible también establecer las ventajas y desventajas de cada método.

### 1.2. Motivación

Desde la propuesta original de Nabe, Takahashi y Akagi en 1980 los inversores multinivel han ocupado un lugar muy importante tanto en la investigación como en la industria, debido a la capacidad de trabajar en sistemas con grandes flujos de potencia, disminución de las distorsiones en las redes y de las conmutaciones por semiconductor, reducción de las variaciones voltaje y disminución (o incluso eliminación) de los filtros de salida; a su vez estas ventajas acarrean inconvenientes tales como el mayor uso de semiconductores y la complejidad de control, esta es la razón principal por la que comercialmente los inversores multinivel aún no han reemplazado a los inversores tradicionales en aplicaciones de baja y media potencia. Dentro de las variadas topologías existentes de inversores multinivel una de las más prometedoras es el Convertidor Modular Multinivel, ya que ocupa un número más reducido de semiconductores que otros y su modularidad facilita la implementación y reparación, estas características vuelven a este convertidor atractivo para aplicaciones de Media Tensión.

Desde la aparición del Convertidor Modular Multinivel sus principales aplicaciones han sido para transmisión de corriente continua (HVDC-Plus), patentada por Siemens, en equipos de mejoramiento de calidad de energía, industria ferroviaria y accionamientos. En estos últimos casos se han realizado una serie de trabajos académicos e incluso Siemens ha implementado un accionamiento comercial, este interés en el MMC es debido a que posee ventajas por sobre otras topologías multinivel, incluyendo las otras modulares. No obstante, aún faltan desarrollos para mejorar el comportamiento del convertidor en diversas condiciones de operación y darle mayor robustez.

Debido a la relevancia que han tenido en los últimos años las investigaciones y aplicaciones del Convertidor Modular Multinivel es que nace el proyecto FONDECYT: 1440337 "Modular Multilevel Converter Technologies for High Power Drives" (Aplicaciones de Convertidores Modulares Multinivel para accionamientos de alta potencia). Dentro de las tecnologías afines a este convertidor una de las más atractivas es la conexión de dos MMC a través del puerto de continua, llamada comúnmente por su nombre en inglés Back to Back. Esta configuración permite conectar el accionamiento a una fuente trifásica de frecuencia fija y a la vez alimentar al motor con tensiones de amplitud, frecuencia y fase variable.

Al momento de comenzar este trabajo, en el laboratorio de Electrónica de potencia de la Universidad de Chile ya se encontraba implementado un accionamiento con un MMC, trabajo realizado por el alumno de doctorado Mauricio Espinoza Bolaños, cuyos resultados han sido expuestos en 5 publicaciones, sin embargo, no se ha podido validar experimentalmente la conexión Back to Back ya que no existía un segundo MMC que opere como rectificador controlado, limitando de esta forma la operación del MMC del lado de la máquina.

Si bien la operación del MMC como inversor ha sido ampliamente estudiada, no ha habido esfuerzos tan grandes en las aplicaciones como rectificador, a su vez en las últimas investigaciones se ha avanzado bastante en el modelamiento del MMC, demostrando que existen diversas formas de poder controlarlo, pero todas estas publicaciones han basado su análisis en la operación como inversor, dejando un vacío en la operación en modo rectificador que este trabajo pretende rellenar.

#### 1.3. Objetivos

El objetivo principal de esta tesis es diseñar e implementar un Convertidor Modular Multinivel que opere en modo rectificador y sea capaz de alimentar una carga de prueba con corrientes o voltajes controlados.

Los objetivos secundarios de esta tesis son los siguientes:

- Diseñar y simular una estrategia de control para los Voltajes de los condensadores basada exclusivamente en el uso de corrientes circulantes.
- Diseñar y simular una estrategia de control para los voltajes de los condensadores basada en el uso de corrientes circulantes y voltaje en modo común.
- Diseñar una estrategia de control que permita equilibrar la energía total del convertidor de acuerdo a sus requerimientos.
- Diseñar una estrategia de control que permita controlar la corriente de salida del convertidor o generar un voltaje manipulable.
- Programar la modulación y la adquisición de datos en una plataforma FPGA PROASIC 3.
- Implementar el Rectificador modular multinivel en el laboratorio de Electrónica de potencia en la Universidad de Chile y validar las estrategias de control diseñadas.
- Comparar las estrategias de precarga y control y determinar cuáles son las más idónea para esta aplicación.

### 1.4. Alcances

En la primera etapa de esta tesis se trabaja en base a simulaciones con el software PLECs, mientras que para el diseño de los controladores se utiliza el software MATLAB con las herramientas de control. En la segunda etapa se realiza la construcción física del convertidor y la programación de las tarjetas FPGA y DSP. En la última etapa se realizan pruebas con las distintas estrategias de precarga y control en el convertidor.

El convertidor a utilizar consiste en un convertidor modular multinivel de 2 celdas por grupo, sumando un total de 12 celdas en él. Cada celda está compuesta por un convertidor de medio puente H conectado a un capacitor de  $4700(\mu F)$ , por medio de transistores MOSFET con diodo anti paralelo. Las fases contienen además de los módulos una inductancia de 5 (mH) para la limitación de corriente por ellas. La plataforma de control consiste en 1 modulo DSP más 2 tarjetas FPGA y una tarjeta HPI mediante la cual se conecta a un Laptop Host, el cual por medio del software MATLAB envía los comandos necesarios para ejecutar las pruebas.

Externamente el sistema se conecta a una red trifásica de 3 hilos por medio de un transformador VARIAC de 20(A) y 415(V) y en el lado de continua se encuentra una carga resistiva-inductiva compuesta por una inductancia de 2.5 (mH) en serie con un arreglo de resistencias en paralelo que pueden tomar valores desde 8 ( $\Omega$ ) hasta 220( $\Omega$ ).

Las estrategias de control utilizadas provienen del modelamiento a pequeña señal del sistema, ocupándose finalmente controladores lineales del tipo proporcional, proporcionalintegral o proporcional-resonante dependiendo de la naturaleza de la referencia. Controles no lineales, tales como histéresis o predictivo no se consideran en esta tesis.

### 1.5. Metodologia

En la primera etapa del proyecto se realiza un estado del arte, en donde se expone la historia del desarrollo del convertidor modular multinivel, así como también los distintos modelos planteados y estrategias de control derivados de estos.

En la segunda etapa se realiza el modelamiento del sistema en base a las transformadas que mejor se adecuan para ello, y luego, en base al modelo realizado se diseñan distintas estrategias de control, diferenciadas de acuerdo con los flujos de potencia que manipulan. Posteriormente estas estrategias son simuladas en el software PLECs y analizadas, para estas simulaciones se utilizan códigos en C, de esta forma se obtiene un comportamiento del controlador más cercano al real.

En la tercera etapa se implementa el rectificador modular multinivel y se validan experimentalmente las estrategias simuladas anteriormente, comparándolas entre si y determinando cuales operan de mejor manera en régimen rectificador.

#### 1.6. Estructura

Esta tesis se encuentra estructurada en 6 capítulos, que en resumen consisten en lo siguiente:

En el capítulo 1 se presenta una introducción, mostrando la hipótesis del estudio, la motivación del trabajo, se detallan los objetivos, alcances y se expone la metodología utilizada para completarlos y corroborar la hipótesis propuesta.

En el capítulo 2 se presenta un estado del arte, en el cual se define que es un convertidor modular multinivel, sus orígenes y características. Junto con ello se presentan distintas formas de modelamiento realizadas hasta la fecha por otros autores y las estrategias de control publicadas hasta la fecha.

En el capítulo 3 se realiza el modelado matemático del rectificador modular multinivel a implementar, el planteamiento de las estrategias de control a utilizar y el diseño de los controladores.

En el capítulo 4 se presentan resultados y análisis de las estrategias de precarga y control a nivel de simulación, ocupando el software PLECs.

En el capítulo 5 se presenta el sistema experimental montado en laboratorio, detallando sus componentes y la forma de construcción, posteriormente se presenta la validación experimental de las estrategias de control diseñadas y un análisis de sus resultados.

En el capítulo 6 se presentan las conclusiones obtenidas luego de realizar la validación experimental del rectificador modular multinivel.

## Capítulo 2

## Estado del arte

#### 2.1. Antecedentes del MMC

La aparición formal del Convertidor Modular Multinivel (Modular Multilevel Converter, MMC o  $M^2C$ ) se produce cuando Marquardt propone esta topología en 2003 [19]. Si bien ya se habían publicado otras topologías de inversores multinivel desde 1970, ésta revolucionó el área debido a que al ser de tipo modular posibilita la implementación de convertidores con un alto número de niveles sin elevar drásticamente los costos y la complejidad de operación, tal como ocurre con las topologías clásicas de convertidores multinivel desarrolladas con anterioridad. Debido a estas razones es que varias compañías han utilizado este convertidor, o variantes del mismo, en aplicaciones para áreas como transmisión de energía por corriente continua (HVDC), accionamientos (Drivers), equipos de almacenamiento y administración de energía (STATCOMs, BESS), conexión de plantas generadoras renovables (eólicas, solares, maremotrices, etc.).

Aunque formalmente se acepta como punto de partida para las investigaciones del  $M^2C$ el trabajo de Marquardt en 2003, los antecedentes de ésta topología se pueden rastrear a la patente de Mcurry en 1971 2.1, y posteriormente a los de Alesina y Ventura en 1981, estos trabajos definen por primera vez la idea de convertidores modulares en cascada, pero, debido a la tecnología existente en la época, se quedan en una definición teórica. El siguiente paso se produce en 1990, cuando Marchesoni y Mazzucchelli desarrollan un convertidor modular cascada compuesto por convertidores de puente completo (también conocido como puente H) para aplicaciones en estabilización de plasma y accionamiento [18], para polarizar los puentes H ocupan un transformador con doble secundario conectado en estrella-delta, más rectificadores trifásicos por cada puente H. Siguiendo este camino aparece el trabajo realizado por Hammond para Robicon (actualmente parte de Siemens), que es el primer convertidor modular cascada comercial, en donde se utiliza un transformador multidevanado y 3 a 5 puentes por fase, a diferencia de los 2 utilizados por Marchessoni y Mazzuccheli, estos cambios logran incrementar la cantidad de niveles hasta 11, pero aumenta el tamaño y la potencia del transformador, siendo este un gran problema, ya que los transformadores suelen ser los elementos más pesados, voluminosos y caros en los convertidores. La solución a esta problemática aparece con los trabajos de Lai y Peng [23], en donde prescinden de transformadores o cualquier



Figura 2.1: Antecedentes del  $M^2C$ 

otra fuente de alimentación externa para los condensadores de puentes H, para evitar que el voltaje en los condensadores varié se limita su utilización para aplicaciones en compensación de reactivos (STATCOMs). Finalmente, hace su aparición el  $M^2C$  postulado por Marquardt [9].

El  $M^2C$  consiste en un convertidor que transfiere energía entre un puerto trifásico y otro de corriente continua [9], tal como puede verse en la figura 2.2, se utiliza la palabra convertidor, en detrimento de los términos inversor y rectificador debido a que el sentido de la transferencia puede ser bidireccional, dependiendo unicamente de los requerimientos demandados por los sistemas acoplados a sus puertos. El convertidor se encuentra conformado por 2 mallas estrellas conectadas a la misma red trifásica, de tal forma que cada fase se encuentra acoplada a 2 ramas de mallas distintas, formando otra estructura llamada pierna. A su vez, cada rama consiste en un arreglo serie de módulos junto a una inductancia serie cuyo propósito es limitar la corriente que circula por rama y soportar las diferencias de tensión entre los módulos y el voltaje externo al que es sometida la rama. La función del módulo consiste en almacenar energía y entregar un voltaje en sus terminales, para ello ocupa condensadores flotantes, es decir, que no obtienen energía por otras fuentes que no sean los terminales de salida del módulo. Según las revisiones realizadas en [13] y [2] existen cerca de 11 topologías distintas para implementar módulos, de estas la mas básica corresponde al módulo de medip puente, que consiste en 1 condensador flotante y de 2 dispositivos semiconductores con diodos volantes, tal como puede verse en la figura 2.2 (a), si se compara a este módulo con los módulos de puente completo utilizados para las topologías antecedentes del  $M^2C$  (figura 2.1 (a)), puede verse que el medio puente utiliza la mitad de semiconductores, simplificando el diseño y reduciendo costos de implementación.



Figura 2.2: Estructuras de conformación para convertidores modulares

La operación de los módulos consta de los siguientes estados, descritos gráficamente en la figura 2.3:

1. **Conexión:** Los terminales positivos y negativos del condensador son conectados a sus pares en la salida, por lo que el voltaje en ésta ultima es:

$$v_O = v_C \tag{2.1}$$

En estas condiciones, si una corriente ingresa al módulo circulara por el condensador flotante y con ello variara su nivel energético de la siguiente manera:

$$v_0 \mathbf{i} = \frac{\mathrm{d}W_C}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2} C \frac{\mathrm{d}V_C^2}{\mathrm{d}t} \tag{2.2}$$

En 2.2 se evidencia que las variaciones de energía en el módulo causadas por la circulación de corriente se manifiestan como variaciones de voltaje en el condensador. Para implementar éste estado  $T_1$  debe estar encendido y  $T_2$  apagado.

2. **Desconectado**: En este estado los terminales de salida se cortocircuitan, por lo que el voltaje en ella es nulo:

$$v_O = 0 \tag{2.3}$$

Tampoco existe corriente circulando por el condensador, por lo tanto su variación de energía es nula y el voltaje se mantiene constante.

$$0 = \frac{\mathrm{d}W_C}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}C\frac{\mathrm{d}V_C^2}{\mathrm{d}t} \tag{2.4}$$

Para implementar éste estado  $T_2$  debe estar encendido y  $T_1$  apagado.

3. Bloqueado: En este estado todos los dispositivos se encuentran apagados, forzando la circulación de corriente por los diodos volantes, si ésta es positiva entonces lo hará por  $D_1$  y el condensador flotante, sintetizando un voltaje  $v_C$  e incrementando su energía de acuerdo a 2.2, por otro lado, si la corriente es negativa circulará solo por  $D_2$  y



Figura 2.3: Estados de operación del Módulo Medio Puente (La flechas azules indican el sentido de la corriente, mientras que las flechas rojas indican carga o descarga del capacitor)

no afectará al condensador, manteniendo su nivel energético de acuerdo a 2.4. Este estado es utilizado normalmente para realizar la precarga de los condensadores o como respuesta a fallas.

4. Cortocircuito: Si  $T_1$  y  $T_2$  se encuentran encendidos simultáneamente el condensador será cortocircuitado por ellos, siendo un estado prohibido. Usualmente, para evitar ésto la acción de control en  $T_2$  se encuentra negada respecto a  $T_1$ , reduciendo los grados de libertad a 1 e imposibilitando también el estado de bloqueo.

Se pueden realizar las siguientes afirmaciones acerca de los módulos:

- 1. En operación normal el módulo sólo transita entre los estados de conexión y desconexión, por lo que describiéndolos a ellos se puede caracterizar la operación.
- 2. Es unipolar, ya que  $v_0$  permanece con la misma polaridad en todos los estados de operación.
- 3. Conduce en ambos sentidos, y considerando que es unipolar, entonces opera en los cuadrantes I y IV.

Existe una forma alternativa del  $M^2C$  compuesta por módulos de puente completo, éste último es capaz de sintetizar voltajes negativos y operar en los 4 cuadrantes, pero a costa de duplicar los dispositivos utilizados y con ello las perdidas por conducción y conmutación. Para poder diferenciar entre ambos tipos de  $M^2C$  Akagi propone en [3] nombres alternativos basados en una nomenclatura descriptiva de 4 letras, al  $M^2C$  con medios puentes lo denomina "Doble Estrella Celda Trocadora" (Double Star Chopper Cells DSCC), mientras que al  $M^2C$  con puentes completos lo denomina "Doble Estrella Celda Puente" (Double Star Bridge Cells DSBC). Un aspecto atractivo en la nomenclatura de Akagi es que no utiliza los términos modular y multinivel, los cuales pueden aplicarse tanto al convertidor  $M^2C$  como a los convertidores de la figura 2.1 y a otras topologías, además, esta nomenclatura permite clasificar a todos esos convertidores en función de su topología y constitución. A pesar de sus ventajas, en la literatura aún es más común el nombre  $M^2C$  que los de DSCC y DSBC, por lo que en éste trabajo se ocupa el nombre de  $M^2C$  en forma general y solo se ocuparan los nombres DSCC y DSBC para ocasiones en que se quiera diferenciar entre ambos.



Figura 2.4:  $M^2C$  en estado estable

### 2.2. Principios de Operación

Para caracterizar la síntesis de voltaje del módulo se pueden juntar las ecuaciones 2.1 y 2.3 de la siguiente forma:

$$v_O = s_i v_C \tag{2.5}$$

En donde  $s_i$  es una variable de conmutación que obtiene el valor de 1 en conexión directa y 0 en desconexión. Aplicando el mismo procedimiento para el balance energético, al juntar 2.2, 2.4 y 2.5 se obtiene:

$$s_{i}v_{C}i = \frac{1}{2}C\frac{\mathrm{d}v_{C}^{2}}{\mathrm{d}t}$$

$$(2.6)$$

Considerando que cada módulo sintetiza un voltaje dado por 2.5, entonces al aplicar la ley de voltajes de Kirchhoff a lo largo de la rama resulta:

$$v_{rama} = \sum_{i=1}^{N} v_i = \sum_{i=1}^{N} s_i v_{Ci}$$
 (2.7)

Al comparar 2.7 y 2.6 se evidencia la principal problemática de operación en el  $M^2C$ , ya que tanto la síntesis de voltaje por ramas como el balance energético en los módulos son manipulados unicamente por la variable de conmutación  $s_i$ , por lo que la selección de sus valores para los distintos módulos se vuelve bastante compleja.

En operación estable se puede asumir que la red es simétrica y sin contenido armónico, por lo que sus voltajes por fase están descritos de la siguiente forma:

$$v_j = V \cos(\omega t + \phi_j)$$
 para todo  $j = a, b, c.$  (2.8)

En donde  $\phi_a = 0$ ,  $\phi_b = \frac{2\pi}{3}$ ,  $\phi_c = -\frac{2\pi}{3}$ . También se puede asumir que la corriente de red es sinusoidal pura de la siguiente forma:

$$i_j = I \cos(\omega t + \phi_j + \phi)$$
 para todo  $j = a, b, c.$  (2.9)

En donde  $\phi$  corresponde al angulo de desfase, tal como se puede ver en la esquina inferior derecha de la figura 2.4, en donde se detallan los voltajes y corrientes en la fase a.

Despreciando las caídas de voltaje en las inductancias se pueden encontrar las siguientes relaciones entre las tensiones a lo largo de cada pierna:

$$v_j^{P,N} = \frac{E}{2} \mp v_j \text{ para todo } j = a, b, c.$$
 (2.10)

En 2.10 se encuentra que cada rama debe soportar la mitad de tensión del lado de continua más todo el voltaje de la fase correspondiente. Si se considera que en el  $M^2C$  DSCC las ramas solo pueden sintetizar voltajes positivos, entonces, a partir de 2.10 se obtienen las siguientes desigualdades

$$\frac{E}{2} + V \le NV_C^* \tag{2.11}$$

$$E \ge 2V \tag{2.12}$$

Por otro lado, en el  $M^2C$  DSBC las ramas si pueden sintetizar voltajes negativos, por lo que las desigualdades 2.11 y 2.12 se convierten en:

$$\frac{|E|}{2} + V \le NV_C^* \tag{2.13}$$

Las desigualdades 2.12 y 2.13 muestran la principal diferencia entre los 2 tipos de  $M^2C$ , mientras que en el DSCC la tensión E debe ser positiva y mayor al voltaje punta-punta de la red, en el DSBC la tensión E puede adquirir valores positivos, negativos o incluso 0(V), facultando la operación como convertidor  $1\phi/3\phi$  o  $DC/3\phi$ , a diferencia del DSCC que solo puede operar de la ultima forma y con valores de E que satisfagan las restricciones 2.11 y 2.12. Las ventajas operativas del DSBC como convertidor  $DC/3\phi$  se evidencian cuando en el lado DC se encuentran fuentes de generación no convencionales (fotovoltaicas) o cuando existen fallas de cortocircuito, en estos casos el DSBC puede mitigar corrientes sintetizando en sus ramas voltajes negativos, en cambio, el DSCC no tiene otra opción mas que operar los módulos en bloqueo, dejando la conducción en forma no controlada por los diodos volantes. Por otro lado, los costos de implementación y operación del DSBC son muy superiores a los del DSCC debido al tipo de módulo utilizado.

Asumiendo que la corriente por el puerto DC es continua pura y de magnitud  $i^P$ , al aplicar la ley de corrientes de Kirchhoff y principio de superposición se obtienen las siguientes corrientes por ramas

$$i_{j}^{P,N} = \frac{i^{P}}{3} \pm \frac{i_{j}}{2}$$
 para todo  $j = a, b, c$  (2.14)

En 2.14 se evidencia que cada rama soporta un tercio de la corriente del puerto continuo más la mitad proporcionada por cada fase correspondiente. En resumen, las corrientes y voltajes de cada rama poseen una componente continua del mismo signo en todo el convertidor y otra componente alterna cuyo signo es opuesto para cada malla.

Normalizando 2.10 respecto a la tensión del puerto DC E y reemplazando en 2.8 se obtienen los índices de inserción, cuyo valor oscila entre 0 y 1 e indican la fracción de módulos insertados por rama o también el ciclo de trabajo medio en los módulos de la rama:

$$m_j^{P,N}(t) = \frac{1 \mp m_v \cos(\omega t + \phi_j)}{2} \quad \text{para todo } j = a, b, c \tag{2.15}$$

En donde  $m_v$  corresponde al indice de modulación en voltaje que indica la relación de transformación del convertidor:

$$m_v = \frac{2V}{E} \tag{2.16}$$

También se puede definir la relación entre el voltaje total disponible por rama y la tensión del enlace de continua como el indice de modulación en voltaje continuo  $m_E$ , cuyo valor se encuentra definido entre 0 y 1.

$$m_E = \frac{Nv_C^*}{E} \tag{2.17}$$

Nótese que los índices de modulación en voltaje y continuo tiene un valor fijo para un punto de operación determinado, mientras que para la misma condición los índices de inserción son funciones dependientes del tiempo.

Las expresiones 2.16, 2.17, 2.11 y 2.12 se pueden juntar para formar la siguiente restricción de operación:

$$\min(2m_E - 1, 1) \ge m_v \ge 0 \tag{2.18}$$

La restricción 2.18 indica que el indice de modulación en voltaje  $m_v$  puede alcanzar su valor máximo de 1 cuando el voltaje del puerto DC E es igual a la tensión disponible por rama  $Nv_C^*$ , en caso que el voltaje del puerto DC supere dicho valor, el término  $2m_E - 1$  provocara que el indice de modulación no pueda alcanzar el valor máximo, mientras que para valores de voltaje DC menores el indice si podrá ser igual a 1, pero con valores de tensión reducidos. En régimen permanente, la potencia media en el lado AC del convertidor se puede de la siguiente manera:

$$P_{ac} = \frac{3}{2} V I \cos(\phi) \tag{2.19}$$

A su vez, en el lado de continua la potencia corresponde a:

$$P_{\rm dc} = E i^P \tag{2.20}$$

Igualando 2.19 y 2.20 se obtiene el balance energético del  $M^2C$ , de donde se puede obtener la siguiente relación

$$m_v m_i \cos(\phi) = 2 \tag{2.21}$$

En donde  $m_i$  corresponde al indice de modulación en corriente descrito de la siguiente forma:

$$m_{\rm i} = \frac{3}{2} \frac{I}{{\rm i}^P} \tag{2.22}$$

Si se pone atención en 2.21 y se considera que  $m_v$  varia entre 0 y 1, entonces el índice de modulación en corriente varía entre 2 a infinito, esto implica que cuando el  $M^2C$  opera como inversor lo hace en forma reductora de voltaje y elevadora de corriente, mientras que cuando opera como rectificador eleva voltaje y reduce corriente.

Al aplicar balance energético por cada rama del convertidor y considerando los valores de voltajes y corrientes por ramas descritos en las ecuaciones 2.10 y2.14 se obtiene la siguiente expresión para la potencia disipada por rama:

$$p_j^{P,N} \approx \frac{1}{4} IV \cos(\phi) - \frac{1}{6} E i^P \mp \frac{1}{4} E I \cos(\omega_e t + \phi) \pm \frac{1}{3} i^P V \cos(\omega_e t) - \frac{1}{4} IV \cos(2\omega_e t + \phi)$$
(2.23)

En la figura 2.5 se detallan los flujos de potencia a lo largo de una pierna del  $M^2C$ , en el



Figura 2.5: Amplitudes de las oscilaciones en voltaje de capacitores

lado izquierdo de la pierna detallada se encuentran los flujos de potencia correspondientes a los 2 primeros términos de 2.23, al compararlos con las ecuaciones 2.19 y 2.20 se puede ver que ambos flujos corresponden a un sexto de las potencias entrantes y salientes del convertidor, lo cual es razonable ya que en estado estacionario la potencia debe repartirse en forma simétrica a lo largo del convertidor, además, al considerar balance energético éstos componentes deben anularse entre si, tal como lo indican las flechas en la figura 2.5. Según 2.23 los 3 últimos términos están descritos por funciones de media 0, por lo que se pueden asociar a oscilaciones de energía en el convertidor, los términos tercero y cuarto se originan por interacciones cruzadas entre los componentes continuos y alternos de las corrientes y voltajes de ambos puertos, según 2.23 sus polaridades son inversas para ramas positivas o negativas, por lo que corresponden a flujos de potencia entre ellas, por otro lado, el último término de 2.23 corresponde a la componente de doble frecuencia del lado de alterna y se reparte entre las mallas positivas y negativas con la misma polaridad, por lo que puede entenderse como un flujo de potencia a lo largo de las piernas. Según la ecuación 2.6 el voltaje en capacitores se vera afectado por estas oscilaciones, si se asume que todos se encuentran cercano al punto de operación  $v_C^*$  entonces 2.6 se puede linealizar y con ello obtener las oscilaciones en voltaje de la siguiente forma:

$$\tilde{v}_{Cj}^{P,N} \approx \frac{1}{C v_C^*} \frac{VI}{4\omega_{\rm e}} \left[ \pm A_f(m_v, \phi) \sin(\omega_{\rm e} t + \phi_j + \phi_f(m_v, \phi)) + \frac{1}{2} \sin(2\omega_{\rm e} t + \phi_j + \phi) \right]$$
(2.24)

En donde:

$$A_f(m_v, \phi) = \frac{\sqrt{m_v^4 \cos(\phi)^2 - 4m_v^2 \cos(\phi)^2 + 4}}{m_v}$$
(2.25)

$$\phi_f(m_v, \phi) = \tan^{-1}(\frac{2}{2+m_v^2} \tan(\phi))$$
(2.26)

En la figura 2.6 a) se encuentran las amplitudes de ambas oscilaciones para diversas condiciones, encontrándose que la amplitud fundamental siempre es mayor a la de segundo armónico, e incluso para rangos bajos de  $m_v$  éste ultimo puede considerarse despreciable. Según 2.24 ambas amplitudes son inversamente proporcionales a la frecuencia, por lo que si ésta disminuye hasta 0 crecerán infinitamente, tal como puede verse en la figura 2.6 b), ésta



Figura 2.6: Amplitudes de las oscilaciones en voltaje de capacitores

condición desfavorable se alcanza en aplicaciones de accionamientos, en donde la frecuencia es variable y dependiente de la velocidad, necesitando métodos de mitigación que logren disminuir la amplitud de las oscilaciones, por otro lado, para convertidores conectados a una red la mitigación no es necesaria ya que la frecuencia es constante.

### **2.3.** Aplicaciones del $M^2C$

Desde su invención el  $M^2C$  ha sido utilizado en numerosas aplicaciones, tanto de tipo académicas como industriales, los 2 tipos más importantes corresponden a accionamientos y conexiones a redes de media o alta tensión:

• Accionamientos: Como el  $M^2C$  no necesita filtros de salida y utiliza dispositivos de tensión nominal  $\frac{1}{N}$  veces menor que la del enlace DC, se vuelve altamente atractivo para accionamientos de media tensión. Usualmente éstas aplicaciones trabajan con 2 convertidores, uno encargado de alimentar y controlar a la máquina y el otro encargado de recibir alimentación desde la red de media tensión, encontrándose ambos conectados por el lado de continua. En el caso del convertidor acoplado a la maquina debe ser un  $M^2C$ , pero el del lado de la red puede implementarse con otro  $M^2C$  o con un rectificador de 12 pulsos, la gran diferencia entre ellos radica en que el ultimo no puede devolver energía a la red, lo que imposibilita el frenado regenerativo [15].

Comercialmente existen 2 modelos, desarrollados por SIEMENS [25] y BENSHAW [6], el SINAMICS SM120 cuenta con 4 convertidores internamente, para conexión a la red puede utilizar un  $M^2C$  de 6 módulos por rama o un rectificador de 12 pulsos, mientras que para el convertidor conectado a la maquina puede utilizar otro  $M^2C$  o un NPC, tal como se ve en la figura 2.7. Opera con potencias entre 6–13.7 MVA y voltajes entre 3.3–7.2 kV.



Figura 2.7: Accionamientos comerciales de  $M^2C$ 

El modelo ML 3000 V de BENSHAW [6] posee un  $M^2C$  de 3 módulos por rama conectado a la máquina y un rectificador de 12 pulsos con transformador conectado a la red, con lo que logra aislación galvánica y reducción del voltaje en modo común transmitido a la red. Opera con potencias entre 0.224–7.466 MVA y voltajes entre 2.3–6.6 kV.

Las principales complejidades de operación en las aplicaciones de accionamientos consisten en la mitigación de las oscilaciones de voltaje en los condensadores flotantes.

#### • Transmisión en corriente continua (HVDC):

Debido a que los voltajes nominales y frecuencias de operación en los dispositivos son inversamente proporcionales a la cantidad de niveles, el  $M^2C$  es altamente atractivo para aplicaciones en transmisión de energía en corriente continua (HVDC), siendo el modelo HVDC Plus de SIEMENS la primera aplicación comercial de este convertidor [7], inaugurándose con el proyecto Trans-bay que conectó los sistemas eléctricos de San Francisco y Pittsburgh en 2010 con un enlace de 200 kV y potencia nominal de 400 MW.

Ademas de SIEMENS, otras 3 compañias han desarrollado modelos comerciales del  $M^2C$  para HVDC, estos son el HVDC Light Gen.4 de ABB [1], el HVDC Flexible de C-EPRI y el HVDC Maxsine de ALSTOM [5], éste último ocupa una variante del DSBC conocida como Convertidor de Brazo Alternativo AAC. La tendencia en los últimos años es a incrementar los voltajes de enlace, las potencias nominales y las distancias a transmitir, llegando a los 2x1000 MW a 300 kV del HVDC Plus INELEF y a la distancia de 260 km del Maxsine en Sydvastlanken.

La transmisión en HVDC puede utilizarse no solo para transmitir energía entre 2 sistemas distintos, también se han desarrollado acoples múltiples que permiten conectar varios sistemas a un enlace de continua, avances en esta linea han desarrollado C-EPRI con el HVDC Flexible que conecta a 5 redes en Zhouzhang y el de CSG que acopla 3 redes en Nanao. Otra area importante en donde se utiliza HVDC con  $M^2C$  es en conexión de granjas eólicas en alta mar, hasta el momento HVDC Plus es el modelo más popular, siendo utilizado en las granjas Sylwin-1, Helwin-1, Helwin-2, Borwin-2 y Borwin-3, lo sigue el modelo HVDC Light Gen.4 con las granjas Borwin-1, Dolwin-1







Figura 2.8: Versiones comerciales del  $M^2C$  para HVDC

y Dolwin-2, mientras que el modelo Maxsine se encuentra en la granja Dolwin-3 y el HVDC-Flexible en Nanhui.

La principal complejidad de operación en las aplicaciones de HVDC consisten en la repuesta a cortocircuitos, ya que, como se vio en el análisis de la operación en modo estable, el DSCC no puede mitigar las corrientes de cortocircuito, en respuesta a ello se han propuesto diversas tipos de módulos y estrategias de mitigación para corrientes de falla.

#### • Calidad de servicio:

En [17] se postula la utilización del  $M^2C$  como compensador de reactivos STATCOM, demostrando que es capaz de operar con cargas no lineales y redes desbalanceadas, a pesar de ello, todavía no existe una versión comercial del  $M^2C$  STATCOM, siendo lo más parecido los SVC Plus de SIEMENS basados en el convertidor Simple-Delta [4].

CSG ha postulado la utilización del  $M^2C$  como acondicionador unificado (UPQC) capaz de efectuar compensación serie y paralela al mismo tiempo para ello cuentan con 2  $M^2C$ en conexión BTB, el encargado de realizar compensación serie se conecta a la red por medio de un transformador y se encarga de regular las caídas de voltaje, por otro lado el  $M^2C$  encargado de la compensación paralela no ocupa transformador y se encarga de reducir armónicos y mejorar el factor de potencia.

## Capítulo 3

# Modelado del $M^2C$

### **3.1.** Modelado del $M^2C$

Desde la invención del  $M^2C$  se han desarrollado 2 enfoques distintos para modelar su comportamiento, estos corresponden al modelado por fases y mediante transformadas. El primero es más natural, ya que se aplica directamente sobre las fases o mallas del  $M^2C$ , pero posee desventajas asociadas al hecho de que los voltajes y corrientes del  $M^2C$  se encuentran acopladas. Los modelos transformados buscan desacoplar las variables mediante transformadas que produzcan una serie de modelos más simples e independientes entre ellos. Tanto el enfoque por fases como el transformado generan modelos separados de corriente-voltaje o voltaje-potencia, el primero se basa en la aplicación de las leyes de Kirchhoff sobre las mallas del  $M^2C$ , mientras que el segundo se basa en el balance energético de los condensadores flotantes.

#### 3.1.1. Modelado de módulos y ramas

Si se asume que la dinámica del voltaje en el condensador de cada módulo es mucho más lenta que los tiempos de conmutación en los dispositivos semiconductores, se puede aproximar el voltaje instantáneo a la salida del módulo por su valor medio en torno al tiempo de conmutación, por lo que la ecuación 2.5 se convierte en [10]:

$$v_{ij}^{P,N} \approx \bar{s}_{ij}^{P,N} v_{Cj}^{P,N}$$
 para todo  $j = a, b, c.$  y  $i = 1...N$  (3.1)

$$\bar{s}_{ij}^{P,N} = \frac{1}{T} \int_0^T s_{ij}^{P,N}(t) dt \text{ para todo } j = a, b, c. \text{ y i} = 1...N$$
(3.2)

La variable  $\bar{s}_{ij}^{P,N}$  descrita en 3.2 es llamada ciclo de trabajo, y corresponde a la fracción del periodo de conmutación en que el módulo se encuentra conectado, tal como puede verse en la figura 3.1. Al observar la ecuación 3.1 se vuelve sugerente modelar al módulo como una fuente controlada de voltaje, cuyo valor esta dado por  $\bar{s}_{ij}^{P,N} v_{Cj}^{P,N}$ , tal como puede verse en la figura 3.1. Si bien el modelado por fuente controlada permite conocer el voltaje sintetizado



Figura 3.1: Modelo del módulo

por el módulo de una forma simple, no entrega información acerca de la dinámica del voltaje en el condensador, la cual está dada por 2.6, si se considera también que ésta dinámica es más lenta que los tiempos de conmutación, entonces 2.6 se convierte en:

$$v_{Cij}i_j \approx \frac{1}{2}C_{ij}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}v_{Cij}^2 \text{ para todo } j = a, b, c. \text{ y } i = 1...N$$
(3.3)

$$C_{ij} = \frac{C}{\bar{s}_{ij}} \text{ para todo } j = a, b, c. \text{ y i} = 1...N$$
(3.4)

La ecuación 3.3 puede interpretarse como el balance energético de un capacitor con capacitancia  $C_{ij}$  alimentado por una fuente de corriente controlada  $i_j$ , tal como puede verse en la figura 3.1. Al linealizar 3.3 en torno a un punto de operación  $v_C^*$  se obtiene la siguiente ecuación:

$$v_{Cij}i_j \approx C_{ij}v_C^* \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} v_{Cij} \text{ para todo } j = a, b, c. \text{ y } i = 1...N$$
(3.5)

Los modelos descritos por 3.3 y 3.5 relacionan el flujo de potencia con el voltaje de capacitor en cada módulo, por lo que ambos son conocidos como modelos potencia-voltaje o PV.

Al reemplazar 3.1 en 2.7 se obtiene el voltaje sintetizado por rama de la siguiente forma:

$$0 \le v_j^{P,N} = \sum_{i=1}^{N} \bar{s}_{ij}^{P,N} v_{Cij}^{P,N} \le \sum_{i=1}^{N} v_{Cij}^{P,N} \text{ para todo } j = a, b, c. \text{ y } i = 1...N$$
(3.6)

$$0 \le v_j^{P,N} = m_j^{P,N} v_{Cj}^{P,N} \le v_{Cj}^{P,N} \text{ para todo } j = a, b, c. \text{ y i} = 1...N$$
(3.7)

Las ecuaciones 3.6 y 3.7 indican que el voltaje maximo a sintetizar por ramas corresponde a la suma de los voltajes en todos los condensadores de sus módulos, si estos son iguales a  $v_C^*$  entonces las ecuaciones 3.6 y 3.7 se convierten en las restricciones de operación vistas en 2.11 y 2.12. Como las ecuaciones 3.1 y 3.7 poseen la misma forma, entonces es factible modelar las ramas mediante fuentes de voltaje controladas, en donde el índice de inserción  $mj^{P,N}$  en 3.7 cumple el mismo rol de ganancia que el ciclo de trabajo  $s_{ij}$  en 3.1, pero no poseen la misma interpretación física, ya que el ciclo de trabajo alude al tiempo en el cual se encuentra conectado el módulo dentro de un periodo, mientras que el índice de inserción puede interpretarse como la fracción de módulos insertados por rama. En la figura 3.2 puede verse el modelo aproximado por rama.



Figura 3.2: Modelo de rama

Aplicando balance energético en la rama, se obtiene el siguiente modelo PV:

$$v_{Cj}\mathbf{i}_j \approx \frac{1}{2}C_j \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} v_{Cj}^2$$
 para todo  $j = a, b, c.$  (3.8)

$$C_j = \frac{C}{m_j} \text{ para todo } j = a, b, c.$$
(3.9)

Similar al caso del módulo, la ecuación 3.8 sugiere modelar el balance energético de la rama como una fuente de corriente dependiente con un condensador equivalente  $C_j$ . Si se asume que los voltajes de capacitores en toda la rama se encuentran cercano a un punto de operación  $v_C^*$ , entonces 3.8 se puede linealizar de la siguiente forma:

$$v_{Cj}\mathbf{i}_j \approx C_j v_C^* \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} v_{Cj}$$
 para todo  $j = a, b, c.$  (3.10)

#### **3.1.2.** Modelado por fase del $M^2C$

La forma más natural de realizar el modelado del  $M^2C$  es ocupando los flujos de potencia y las corrientes que circulan por cada fase del convertidor [10]. La dinámica de corrientes por rama puede encontrarse al aplicar la ley de Kirchhoff en voltajes, encontrando que las variaciones en corriente dependen de las tensiones por puertos y del voltaje sintetizado por rama, tal como se ve en 3.11 :

$$L\frac{\mathrm{di}_{j}^{P,N}}{\mathrm{d}t} = -\frac{E}{2} + v_{j}^{P,N} \pm v_{j} \quad \text{para todo } j = a, b, c.$$

$$(3.11)$$

Las corrientes por puertos pueden definirse al aplicar la ley de Kirchhoff en corrientes a todos los nodos del convertidor, resultando en

$$i^P = i_a^{P,N} + i_b^{P,N} + i_c^{P,N}$$
 (3.12)

$$\mathbf{i}_j = \mathbf{i}_j^P - \mathbf{i}_j^N \text{ para todo } j = a, b, c.$$
(3.13)



Figura 3.3: Modelo por fase del  $M^2C$ 

La ecuación 2.14, que describe el comportamiento de las corrientes en estado estacionario, puede ser escrita mediante la siguiente forma:

$$\mathbf{i}_{j}^{P,N} = \pm \frac{\mathbf{i}_{j}}{2} + \mathbf{i}_{j}^{\Sigma} \quad \text{para todo } j = a, b, c.$$

$$(3.14)$$

En donde :

$$\mathbf{i}_{j}^{\Sigma} = \frac{\mathbf{i}_{j}^{P} + \mathbf{i}_{j}^{N}}{2} \quad \text{para todo } j = a, b, c.$$

$$(3.15)$$

Según 3.14 la corriente  $i_j$  que entra por el nodo j se reparte en forma simétrica y con sentido opuesto entre las ramas P y N, indicándose también con las flechas de color rojo en la figura 3.3, por lo que puede considerarse como corriente en modo diferencial. La ecuación 3.15 define otra componente común entre ambas ramas, representada por aros azules en la figura 3.3, al comparar las ecuaciones 2.14 y 3.14 puede verse que en estado estacionario y con la correcta operación de los controladores, la corriente en modo común debe ser igual a un tercio de la corriente del puerto DC i<sup>P</sup> (representada con flechas verdes en la figura 3.3), pero en forma general puede describirse de la siguiente forma:

$$\mathbf{i}_{j}^{\Sigma} = \frac{\mathbf{i}^{P}}{3} + \mathbf{i}_{CCj} \quad \text{para todo } j = a, b, c.$$
(3.16)

En donde  $i_{CCj}$  corresponde a un componente de la corriente en modo común que circula a través de la pierna y no se manifiesta en los puertos externos, representada por la flecha purpura en la figura 3.3 (nótese que las flechas de corrientes  $\frac{i^P}{3}$  y  $i_{CCj}$  en 3.3 se encuentran dentro de los aros  $i_j^{\Sigma}$ ). En la literatura existe alguna ambigüedad acerca del nombre de  $i_{CCj}$ , ya que algunos autores la denominan corriente circulante [10], por otro lado, otros autores ocupan este último nombre para  $i_j^{\Sigma}$  [12], para entender mejor la relación entre ambos componentes se debe ocupar la transformación  $\alpha\beta 0$  conservativa en amplitud de la siguiente

forma:

$$\mathbf{i}_{\alpha}^{\Sigma} = \frac{2}{3}\mathbf{i}_{a}^{\Sigma} - \frac{1}{3}\mathbf{i}_{b}^{\Sigma} - \frac{1}{3}\mathbf{i}_{c}^{\Sigma}$$

$$(3.17)$$

$$\mathbf{i}_{\beta}^{\Sigma} = \frac{1}{\sqrt{3}} (\mathbf{i}_{b}^{\Sigma} - \mathbf{i}_{c}^{\Sigma}) \tag{3.18}$$

$$\mathbf{i}_{0}^{\Sigma} = \frac{1}{3} (\mathbf{i}_{a}^{\Sigma} + \mathbf{i}_{b}^{\Sigma} + \mathbf{i}_{c}^{\Sigma}) \tag{3.19}$$

(3.20)

Desarrollando 3.17, 3.18 y 3.19 se obtienen :

$$i_{\alpha}^{\Sigma} = \frac{2}{3}i_{CCa} - \frac{2}{3}i_{CCb} - \frac{2}{3}i_{CCc} = i_{CC\alpha}$$
(3.21)

$$i_{\beta}^{\Sigma} = \frac{2}{3}i_{CCb} - \frac{2}{3}i_{CCc} = i_{CC\beta}$$
 (3.22)

$$i_0^{\Sigma} = \frac{1}{3} i^P$$
 (3.23)

(3.24)

Las ecuaciones 3.21 y 3.22 demuestran que las corrientes circulantes  $i_{CCj}$  corresponden a las componentes en los ejes  $\alpha\beta$  de la corriente en modo común  $i^{\Sigma}$ , a su vez, la ecuación 3.23 demuestra que la corriente del puerto continuo  $i^{P}$  corresponde a la componente del eje 0 de  $i^{\Sigma}$ , con esta definición de corrientes en modo común y circulantes se engloban las definiciones clásicas de corrientes circulantes. Reemplazando 3.13 y 3.15 en 3.11 se obtienen las dinámicas de corrientes por fase y en modo común de la siguiente forma:

$$L\frac{\mathrm{d}i_j}{\mathrm{d}t} = v_j^{\Delta} + 2v_j \quad \text{para todo } j = a, b, c.$$
(3.25)

$$L\frac{\mathrm{di}_{j}^{\Sigma}}{\mathrm{d}t} = -\frac{E}{2} + v_{j}^{\Sigma} \quad \text{para todo } j = a, b, c.$$

$$(3.26)$$

En donde:

$$v_j^{\Delta} = v_j^P - v_j^N \quad \text{para todo } j = a, b, c.$$

$$(3.27)$$

$$v_j^{\Sigma} = \frac{v_j^{z} + v_j^{z}}{2}$$
 para todo  $j = a, b, c.$  (3.28)

Según las ecuaciones 3.25 y 3.26 el comportamiento de las corrientes por puerto y en modo común puede modelarse como un sistema de primer orden que responde a la suma y/o diferencia de los voltajes sintetizados más una perturbación compuesta por la tensión del puerto DC (en el caso de  $i_j^{\Sigma}$ ) o del puerto AC (en el caso de  $i_j$ ), a diferencia de las corrientes por rama, en donde la perturbación está compuesta por las tensiones de ambos puertos, tal como puede verse en 3.11.

Las ecuaciones 3.11, 3.25 y 3.26 junto a las definiciones 3.13 y 3.15 conforman el modelo V - I por fase. Para obtener la dinámica del voltaje en los capacitores de la pierna se debe analizar el balance energético en ella, si se desprecian las pérdidas de inductancias, entonces al sumar los flujos de energía en la ecuación 3.8 para las 2 ramas se obtiene:

$$v_j i_j - E i_j^{\Sigma} \approx \frac{1}{2} C \frac{\mathrm{d}(v_{Cj}^{P^2} + v_{Cj}^{N^2})}{\mathrm{d}t} \text{ para todo } j = a, b, c$$
 (3.29)

La ecuación 3.29 relaciona el flujo de potencia que entra a la pierna en el lado izquierdo con los voltajes en capacitores de ambas ramas, por lo que es conocido como modelo potencia-voltaje

PV. Linealizando 3.29 en torno al punto de operación  $v_C^*$  se pueden juntar las dinámicas de los voltajes en capacitores de ambas ramas en la siguiente ecuación:

$$v_j \mathbf{i}_j - E \mathbf{i}_j^{\Sigma} \approx 2NC v_C^* \frac{\mathrm{d}\bar{v}_{Cj}}{\mathrm{d}t} \quad \text{para todo } j = a, b, c$$
 (3.30)

La ecuación 3.30 modela el comportamiento del voltaje medio en los condensadores de la pierna en función de la potencia entrante a esta. Si se restan las potencias de ambas ramas se obtiene la siguiente dinámica:

$$v_j \mathbf{i}_j^{\Sigma} - \frac{E}{2} \mathbf{i}_j \approx N C v_C^* \frac{\mathrm{d}(\bar{v}_{Cj}^P - \bar{v}_{Cj}^N)}{\mathrm{d}t} \quad \text{para todo } j = a, b, c$$
(3.31)

Sumando 3.30 para todas las fases se obtiene el balance energético del convertidor:

$$\frac{3}{2}v_{\rm d}i_{\rm d} - Ei^P \approx 6NCv_C^* \frac{\rm d}{{\rm d}t}\bar{v_C} \quad \text{para todo } j = a, b, c \tag{3.32}$$

El primer término del lado izquierdo de 3.32 corresponde a la potencia instantánea del lado de la red expresada en coordenadas dq, siendo esta representación más exacta que la clásica dada en 2.19, debido a que esta última representa la potencia media en un periodo, a diferencia de 3.32 que es válida para cualquier instante de tiempo. Si se asumen condiciones de operación en estado estable, entonces el lado derecho de 3.32, que alude a la energía total almacenada por los capacitores, puede considerarse igual a 0, y 3.32 se convierte en 2.21, corroborando así el análisis en estado estacionario realizado anteriormente.

Según las ecuaciones 3.29 y 3.32 el comportamiento del voltaje de los capacitores puede modelarse como un sistema de primer orden cuya entrada corresponden a flujos de potencia en el convertidor. Los modelos descritos solo son válidos si las variaciones en voltaje de capacitores  $v_{Cij}^{P,N}$  son pequeñas en comparación con el punto de operación  $v_C^*$ , esta condición también afecta a los modelos de fuente controlada y VI, ya que asumen una síntesis ideal de voltaje en las ramas, la cual, si se desprecian los armónicos producidos por las conmutaciones de los dispositivos, solo puede realizarse si los voltaje en capacitores se encuentran cercanos a un mismo valor.

#### **3.1.3.** Modelado en coordenadas $\Sigma \Delta \alpha \beta 0$

Si bien los modelos por fases describen completamente el comportamiento de voltajes en capacitores y corrientes del convertidor, presentan acoples entre variables que dificulta el analisis y planteamiento del control, estos acoples consisten en:

- La corriente en modo común  $i_j^{\Sigma}$  posee un componente del puerto DC  $i^P$  y de circulante  $i_{CCj}$ , de esta forma la dinámica expresada en 3.26 no diferencia entre ambos componentes
- Las corrientes del puerto AC se encuentran expresadas en coordenadas abc, y si se considera que el  $M^2C$  posee 3 piernas, entonces los grados de libertad se reducen a 2 y por ende una de las corrientes es función de las otras.

Según la ecuación 3.29, las variaciones en el voltaje medio de los capacitores  $v_{Cj}^{-}$  depende de las corrientes en modo común  $i_j^{\Sigma}$  y de fase  $i_j$ , por lo que si estas se encuentran acopladas entonces no es factible distinguir sus efectos en los voltajes de condensadores.

Para desacoplar las dinámicas en los modelos P-v y v-i se deben aplicar transformaciones lineales a las variables del sistema, ésta idea fue desarrollada paralelamente en los trabajos de Kolb [16] y Espinoza [8], en los cuales, a pesar de usar procedimientos distintos concluyen en el mismo tipo de transformada, que puede ser llamada como  $\Sigma\Delta\alpha\beta 0$ .

Primero, se define al operador  $\Sigma\Delta$  como una matriz de 2x2 de la siguiente forma:

$$[C]^{\Sigma\Delta} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$
(3.33)

En la misma notación, se puede definir a la transformación  $\alpha\beta 0$  con el siguiente operador:

$$[C]_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$
(3.34)

La transformación  $\Sigma \Delta \alpha \beta 0$  sobre X se obtiene mediante la siguiente operación:

$$[X]_{\alpha\beta0}^{\Sigma\Delta} = [C]^{\Sigma\Delta} [X] [C]_{\alpha\beta}^{T}$$
(3.35)

En donde X es una matriz genérica de 2x3. El objetivo del operador  $\Sigma\Delta$  consiste en producir una nueva matriz en donde la fila 1 corresponde a la suma de las filas 1 y 2 de la matriz X, mientras que la fila 2 corresponde a la resta de las filas 1 y 2 de X, por otro lado, el operador  $\alpha\beta0$  se encarga de llevar las 3 columnas a dicho sistema de ejes.

Las variables que son independientes por cada rama, tales como las corrientes o voltajes en capacitores, se definen genéricamente mediante la siguiente matriz

$$[X]_{abc}^{PN} = \begin{bmatrix} x_a^P & x_b^P & x_c^P \\ x_a^N & x_b^N & x_c^N \end{bmatrix}$$
(3.36)

En donde x representa a  $v_C$ , v, i, y p, las mallas P y N se representan en las filas superior e inferior, respectivamente, mientras que cada columna corresponde a una fase. Por otro lado, las variables que son comunes a lo largo de cada pierna, tales como el voltaje de red, se representan mediante la siguiente matriz:

$$[X]_{abc} = \begin{bmatrix} x_a & x_b & x_c \\ -x_a & -x_b & -x_c \end{bmatrix}$$
(3.37)

Si se aplica la transformación  $\Sigma \Delta \alpha \beta 0$  en  $X_{abc}$  se obtiene la siguiente matriz:

$$[C]^{\Sigma\Delta} [X]_{abc} [C]^{T}_{\alpha\beta} = 2 [X]_{\alpha\beta0} = 2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ x_{\alpha} & x_{\beta} & x_{0} \end{bmatrix}$$
(3.38)

Ademas, se define también la matriz O de la siguiente forma:

$$[O]_{abc}^{P,N} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.39)



Figura 3.4: Modelos en coordenadas  $\Sigma \Delta \alpha \beta 0$  y su interpretación en el  $M^2 C$ 

Con esta notación, las dinámicas descritas en 3.11 quedan representadas mediante la siguiente ecuación matricial:

$$L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[I]_{abc}^{P,N} = -\frac{E}{2}[O]_{abc}^{P,N} + [V]_{abc}^{P,N} + [V]_{abc}$$
(3.40)

Al aplicar la transformación  $\Sigma \Delta \alpha \beta 0$  en 3.40 se obtiene la dinámica de corrientes transformadas expresada en la siguiente forma:

$$L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[I\right]_{\alpha\beta0}^{\Sigma\Delta} = -\frac{E}{2}\left[O\right]_{\alpha\beta0}^{\Sigma\Delta} + \left[V\right]_{\alpha\beta0}^{\Sigma\Delta} + 2\left[V\right]_{\alpha\beta0}$$
(3.41)

La ecuación 3.42 corresponde a la forma expandida de 3.41, en donde se pueden apreciar con colores distintos los 6 sistemas independientes que se obtienen después de aplicar la transformación  $\Sigma\Delta\alpha\beta0$ 

$$L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{\alpha}^{\Sigma} & \mathbf{i}_{\beta}^{\Sigma} & \mathbf{i}_{\beta}^{P} \\ \mathbf{i}_{\alpha} & \mathbf{i}_{\beta} & \mathbf{0} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{E}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{\alpha}^{\Sigma} & v_{\beta}^{\Sigma} & v_{0}^{\Sigma} \\ v_{\alpha}^{\Delta} & v_{\beta}^{\Delta} & v_{0}^{\Delta} \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ v_{\alpha} & v_{\beta} & v_{0} \end{bmatrix}$$
(3.42)

La figura 3.4 muestra los 6 sistemas independientes obtenidos de la ecuación 3.42, nótese que casi todos ellos se modelan como un circuito inductivo, por lo que su respuesta en corriente corresponden a una planta integrante cuya entrada corresponde a una tensión interna del convertidor y sometido a una perturbación externa correspondiente a las tensiones en puertos externos.

Los sistemas obtenidos a partir de la coordenada  $\Delta$  corresponden a la dinámica del puerto AC, nótese que a pesar de haber 3 fases solo existen 2 corrientes independientes que se

reparten en forma simétrica entre las ramas positivas y negativas, juntando las componentes  $\alpha\beta$  esta dinámica se puede obtener en forma vectorial de la siguiente manera:

$$L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} = \underline{v}_{\alpha\beta}^{\Delta} + 2\underline{v}_{\alpha\beta} \tag{3.43}$$

El eje 0 de la componente  $\Delta$  relaciona las tensiones en modo común (CMV) de la red y del convertidor, de la siguiente forma:

$$v_0 = -\frac{1}{2}v_0^{\Delta} \tag{3.44}$$

La ecuación 3.44 muestra que las tensiones en modo común del convertidor y de la red son de polaridad inversa y sin ninguna dinámica asociada.

En la figura 3.4 se puede corroborar las afirmaciones realizadas en las ecuaciones 3.17, 3.18 y 3.19, ya que la corriente de eje 0 descrita en 3.19 circula por el puerto DC (con color verde en 3.4), mientras que las corrientes  $i_{\alpha\beta}$  (con color azul y rojo en 3.4) circulan solo en el interior del convertidor. Separando el eje 0 de 3.42 se obtiene la dinámica del puerto DC:

$$L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{i}^P = 3v_0^{\Sigma} - \frac{3}{2}E\tag{3.45}$$

A su vez, la dinámica de las corrientes circulantes pueden expresarse de la siguiente forma:

$$L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma} = \underline{v}_{\alpha\beta}^{\Sigma} \tag{3.46}$$

Nótese que los sistemas equivalentes de las corrientes circulantes mostrados en la figura 3.4 no poseen perturbaciones externas.

Para obtener el modelo PV en coordenadas  $\Sigma \Delta \alpha \beta 0$  se debe expresar en notación matricial la ecuación 3.10, resultando de la siguiente forma:

$$CV_C^* \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left[ V_C \right]_{abc0}^{PN} + Li_j^{P,N} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} + P_{perd} \approx - \left[ P \right]_{abc0}^{PN}$$
(3.47)

En donde cada elemento de la matriz  $[P]_{abc0}^{PN}$  esta definido de la siguiente forma:

$$p_j^{P,N} = v_j^{P,N} \mathbf{i}_j^{P,N} \quad \text{para todo } j = a, b, c \tag{3.48}$$

La ecuación 3.47 indica que la energía por unidad de tiempo que ingresa a cada rama (descrita por el término  $[P]_{abc0}^{PN}$  y detallado en la ecuación 3.48) es almacenada en los capacitores de cada módulo (descrita por el término  $CV_C^*fracddt [V_C]_{abc0}^{PN}$ ), la razón de que esta expresión sea solamente aproximada es que se han despreciado la energía almacenada en inductancias y las perdidas de potencia ocurridas en los semiconductores (asociadas a los procesos de conducción y conmutación), que usualmente son de muy bajo valor, debido a la selección de las inductancias y los dispositivos semiconductores, así como también a las técnicas de modulación asociadas. El signo menos del lado derecho de 3.47 se debe al sentido en que se han considerado las corrientes  $i_i^{P,N}$ .

Aplicando la transformación  $\Sigma \Delta \alpha \beta 0$  a 3.47 se obtiene la dinámica de los voltajes en capacitores referida al sistema transformado:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left[ V_C \right]_{\alpha\beta0}^{\Sigma\Delta} \approx -\frac{1}{CV_C^*} \left[ P \right]_{\alpha\beta0}^{\Sigma\Delta} \tag{3.49}$$


Figura 3.5: Interpretación física de las potencias  $p_{\alpha\beta0}^{\Sigma\Delta}$ 

Al ocupar las definiciones dadas en 3.25, 3.26 y 3.14 se pueden expresar los elementos de la matriz  $[P]_{\alpha\beta0}^{\Sigma\Delta}$  en función de los voltajes y corrientes de rama en coordenadas  $\Sigma\Delta\alpha\beta0$ , resultando las siguientes ecuaciones:

$$\underline{p}_{\alpha\beta}^{\Sigma} = \frac{1}{2}E\underline{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma} - \frac{1}{4}(\underline{i}_{\alpha\beta}\underline{v}_{\alpha\beta})^{c} - \frac{1}{2}v_{0}\underline{i}_{\alpha\beta}$$
(3.50)

$$\underline{p}_{\alpha\beta}^{\Delta} = \frac{1}{2}E\underline{i}_{\alpha\beta} - \frac{2}{3}\underline{i}^{P}\underline{v}_{\alpha\beta} - (\underline{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma}\underline{v}_{\alpha\beta})^{c} - 2v_{0}\underline{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma}$$
(3.51)

$$p_0^{\Sigma} = \frac{1}{6} E \mathbf{i}^P - \Re \left[ \underline{v}_{\alpha\beta} (\mathbf{i}_{\alpha\beta})^c \right]$$
(3.52)

$$p_0^{\Delta} = -\Re \left[ \underline{v}_{\alpha\beta} (\mathbf{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma})^c \right] - \frac{2}{3} \mathbf{i}^P v_0 \tag{3.53}$$

Las potencias  $p_{\alpha\beta0}^{\Sigma\Delta}$  se pueden interpretar físicamente como flujos de energía en el convertidor de la siguiente forma:

- $p_0^{\Sigma}$  corresponde a la potencia total del convertidor, expresada como la diferencia entre las potencias de entrada y salida, tal como puede verse en la figura 3.5.
- $p_0^{\Delta}$  corresponde a la diferencia entre las potencias de ramas (o sub-convertidores) positivas y negativas, tal como puede verse en la figura 3.5.
- $\underline{p}_{\alpha\beta}^{\Sigma}$  corresponde a las diferencias de potencia entre piernas (o fases), en donde el eje  $\beta$  se establece entre las piernas b y c, mientras que el eje  $\alpha$  entre la pierna a y el conjunto de las piernas b y c, tal como puede verse en la figura 3.5.
- $\underline{p}_{\alpha\beta}^{\Delta}$  corresponde a las diferencias de potencia entre ramas cruzadas del convertidor, tal como puede verse en la figura 3.5.

Con las definiciones de potencias dadas en 3.50, 3.51, 3.52 y 3.53 la dinámica descrita en 3.49

puede expresarse de la siguiente forma:

$$Cv_C^* \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma} \approx -\frac{1}{2} E \underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma} + \frac{1}{4} (\underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} \underline{v}_{\alpha\beta})^c + \frac{1}{2} v_0 \underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}$$
(3.54)

$$Cv_{C}^{*}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta} \approx -\frac{1}{2}E\underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} + \frac{2}{3}\mathbf{i}^{P}\underline{v}_{\alpha\beta} + (\underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma}\underline{v}_{\alpha\beta})^{c} + 2v_{0}\underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma}$$
(3.55)

$$Cv_C^* \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} v_{C0}^{\Sigma} \approx -\frac{1}{6} E \mathrm{i}^P + \Re \left[ \underline{v}_{\alpha\beta} (\mathrm{i}_{\alpha\beta})^c \right]$$
(3.56)

$$Cv_C^* \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} v_{C0}^\Delta \approx \Re \left[ \underline{v}_{\alpha\beta} (\underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^\Sigma)^c \right] + \frac{2}{3} \mathbf{i}^P v_0 \tag{3.57}$$

Como  $p_0^{\Sigma}$  representa a la potencia total del convertidor, entonces la dinámica de  $V_{C0}^{\Sigma}$  corresponde al balance energético total de este, siendo análoga a la ecuación 3.32 desarrollada en el modelado por fases. El resto de componentes aluden a diferencias de voltaje en capacitores al interior del convertidor, lo que es consecuente con la definición de potencias dadas anteriormente. Nótese que como las corrientes  $\underline{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma}$ ,  $\underline{i}_{\alpha\beta}$  y  $\mathbf{i}^{P}$ , y los voltajes  $\underline{v}_{\alpha\beta}, E$  y  $v_0$  son linealmente independientes, entonces los términos a la derecha de las ecuaciones 3.54, 3.55, 3.56 y 3.57 pueden variarse en forma independiente entre si, por lo que sus dinámicas están desacopladas.

Si se asumen las condiciones de operación en estado estacionario dadas en 2.8 y 2.9 entonces se pueden obtener los voltajes en estado estable integrando las ecuaciones 3.54, 3.55, 3.56 y 3.57, resultando:

$$\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma} \approx \frac{VIj}{8Cv_{C}^{*}\omega_{e}} e^{-(2j\omega_{e}t+\phi)}$$
(3.58)

$$\underline{v}^{\Delta}_{C\alpha\beta} \approx \frac{j}{Cv^*_c \omega_{\rm e}} (\frac{2}{3}V {\rm i}^P - \frac{1}{2}EI {\rm e}^{j\phi}) {\rm e}^{j\omega_{\rm e}t}$$
(3.59)

$$v_{C0}^{\Sigma} \approx N v_C^* \tag{3.60}$$

$$v_{C0}^{\Delta} \approx 0 \tag{3.61}$$

Según 3.58 la componente oscilatoria de doble frecuencia vista en 2.24 se manifiesta solo en el vector  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$ , ademas en 3.58 se evidencia que esta oscilación es de secuencia negativa, es decir, que su sentido es opuesto al de la red, por otro lado, la componente oscilatoria fundamental de 2.24 se manifiesta solo en el vector  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta}$  con la misma secuencia de la red, de esta forma la transformación  $\Sigma\Delta\alpha\beta0$  permite desacoplar los componentes oscilatorios, facilitando su estimación, filtrado y control. A diferencia de los voltajes vectoriales  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma\Delta}$ , los escalares  $v_{C0}^{\Sigma\Delta}$  no poseen componentes oscilatorios, correspondiendo  $v_{C0}^{\Sigma}$  al voltaje promedio de las ramas, que según 3.60 son iguales a N veces el punto de operación, en cambio,  $v_{C0}^{\Delta}$ debe ser igual a 0.

Otra ventaja del modelo PV obtenido por la transformada  $\Sigma\Delta\alpha\beta0$  consiste en que evidencia la influencia del voltaje de modo común en los modelos V - I y P - V, si se consideran los siguientes voltajes de red en coordenadas  $\alpha\beta0$ :

$$v_{\alpha} = V \cos(\omega_{\rm e} t) \tag{3.62}$$

$$v_{\beta} = V \sin(\omega_{\rm e} t) \tag{3.63}$$

$$v_0 = v_0 \tag{3.64}$$

Al remplazar 3.62, 3.63 y 3.64 en 3.42 se obtienen los siguientes voltajes a sintetizar por ramas en estado estable:

$$v_j^{P,N} = \frac{E}{2} \mp v_j \pm \frac{v_0}{2}$$
 para todo  $j = a, b, c.$  (3.65)

Según 3.65 la tensión en modo común agrega un offset positivo a las tensiones sintetizadas en las ramas superiores, mientras que para las ramas inferiores el offset es negativo, la presencia de esta tensión modifica la restricción de operación 2.18 a la siguiente forma:

$$\min(2m_E - 1, 1) \ge m_v + m_v 0 \ge 0 \tag{3.66}$$

En donde  $m_v 0$  corresponde al indice de modulación en modo común, definido de la siguiente forma:

$$m_v 0 = \frac{v_0}{E} \tag{3.67}$$

La restricción 3.66 indica que la presencia de tensión en modo común provoca una disminución del indice de modulación  $m_v$ , asociada al offset que ésta provoca en los voltajes a sintetizar por rama.

En cambio, si la tensión de modo común es de la siguiente forma:

$$v0 = kV\cos(3\omega_{\rm e}t) \tag{3.68}$$

Entonces, reemplazando 3.68 en 3.65 se obtiene la siguiente tensión a sintetizar por rama

$$v_j^{P,N} = \frac{E}{2} \mp V(\cos(\omega_e t) - k\cos(3\omega_e t)) \text{ para todo } j = a, b, c.$$
(3.69)

Según, al agregar una componente armónica de tercer orden, la amplitud disminuye en un porcentaje de la fundamental, como estos armónicos no se manifiestan en los voltajes de linea, entonces permiten la utilización de una fundamental equivalente mayor

$$(1+k)\min(2m_E - 1, 1) \ge m_v + m_v 0 \ge 0 \tag{3.70}$$

Usualmente, el valor de k corresponde a k = 0,15, lo que implica un indice de modulación con un 15 por ciento mayor. De esta forma, la presencia de tensión en modo común con frecuencia de tercer armónico permite incrementar el indice de modulación, y con ello, la tensión AC a sintetizar.

En cuanto al efecto causado por la tensión de modo común en los voltajes de capacitores, si se asume que esta posee un componente continuo y otro de tercer armónico de la siguiente forma:

$$v_0 = \bar{v}_0 + v_{0h} \sin(3\omega_{\rm e}t) \tag{3.71}$$

Entonces al reemplazar 3.71 en 3.58 y 3.61 se obtienen los siguientes voltajes de capacitores en estado estacionario:

$$\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma} \approx \frac{I(Vj+v_{0h})}{8Cv_{C}^{*}\omega_{e}} e^{-(2j\omega_{e}t+\phi)} - \frac{j\overline{v}_{0}I}{2Cv_{C}^{*}\omega_{e}} e^{-(j\omega_{e}t+\phi)} - \frac{v_{0h}I}{16Cv_{C}^{*}\omega_{e}} e^{-(4j\omega_{e}t+\phi)}$$
(3.72)

$$v_{C0}^{\Delta} \approx \frac{2}{3} I^{P} \bar{v}_{0} t + \frac{2}{9\omega_{e}} I^{P} v_{0h} \cos(3\omega_{e} t)$$
 (3.73)



Figura 3.6: Efectos causados por la tensión de modo común en el voltaje sintetizado por ramas

La ecuación 3.72 muestra que los componentes de tensión en modo común agregan oscilaciones de frecuencia fundamental y de cuarto armónico en  $v_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$ , mientras que en la coordenada  $v_{C0}^{\Delta}$ la oscilación agregada es de tercer armónico, además en esta ultima componente se agrega un termino que crece en forma lineal con el tiempo, originado por el componente de potencia continua creado por  $\bar{v}_0$  y i<sup>P</sup>, por esta razón, el convertidor no puede soportar tensiones de modo común continuas en estado estacionario, ya que incrementarían en forma indefinida las diferencias de tensión entre las ramas superiores e inferiores, no obstante, este término de potencia continua puede ser utilizado para controlar el valor de  $v_{C0}^{\Delta}$ , tal como se verá en el siguiente capitulo.

## Capítulo 4

# Estrategias de control del $M^2C$

El diseño de las estrategias para controlar la operación del  $M^2C$  se encuentra fuertemente ligado al modelado realizado de éste.

## 4.1. Control lineal por fase

La estrategia de control por fase, planteada en los trabajos de Akagi [10], busca mantener los voltajes en capacitores de cada fase en torno al punto de operación  $v_C^*$ , basándose en los modelos descritos en el modelado por fase. El objetivo del lazo de control promediado es mantener el voltaje medio de los capacitores por pierna en torno al valor de referencia  $v_C^*$ , el cual, según la ecuación 3.30, puede ser manipulado mediante la corriente en modo común  $i_j^{\Sigma}$ , por lo que la referencia de esta puede establecerse de la siguiente forma:

$$\mathbf{i}_{j}^{\Sigma*} = K_{p}(v_{Cj} - v_{C}^{*}) + K_{i} \int (v_{Cj} - v_{C}^{*}) \mathrm{d}t$$
(4.1)

La utilización de un controlador proporcional-integral PI sobre el error en voltaje permite asegurar error 0 en estado estacionario, nótese que la señal obtenida en 4.1 corresponde a una señal de referencia para otro lazo de control interno.

El lazo de control interno se encarga de asegurar que la corriente en modo común  $i_j^{\Sigma}$  siga a la referencia  $i_j^{\Sigma*}$ , según la ecuación 3.26 esta corriente puede manipularse con la suma de los voltajes por fase  $v_j^{\Sigma}$ , si se ocupa un controlador PI entonces la componente de  $v_j^{\Sigma}$  asociada al control de  $i_j^{\Sigma}$  resulta:

$$v_{jA}^{\Sigma*} = K_3(\mathbf{i}_j^{\Sigma*} - \mathbf{i}_j^{\Sigma}) + K_4 \int (\mathbf{i}_j^{\Sigma*} - \mathbf{i}_j^{\Sigma}) \mathrm{d}t \text{ para todo } j = a, b, c.$$
(4.2)

En [11] se demuestra que además del control promediado no es suficiente para garantizar estabilidad del convertidor en todos los puntos de operación, para lograr esta última condición es necesario agregar una estrategia extra de control que asegure convergencia entre los voltajes



Figura 4.1: Control lineal por fases. a) Control Promediado e interno, b) Control corriente dq c)individual y d) Control Balanceado.

promediados de las ramas superiores e inferiores,

$$v_{jBA}^{\Sigma*} = \left\{ \begin{array}{ll} K_5 \mathbf{i}_j (v_{Cj}^{\overline{P}} - v_{Cj}^{\overline{N}}) & \text{si } 2\pi - \alpha \ge \phi \ge \pi - \alpha \\ -K_5 \mathbf{i}_j (v_{Cj}^{\overline{P}} - v_{Cj}^{\overline{N}}) & \text{si } \pi - \alpha \ge \phi \ge -\alpha \end{array} \right\}$$
(4.3)

En donde el ángulo  $\alpha$  se encuentra descrito por:

$$\alpha = \tan \frac{\omega T_{V1}}{1 - \omega^2 T_1 T_{V1}} \mathbf{1}$$
(4.4)

$$T_1 = \frac{L}{NK_3} \tag{4.5}$$

$$T_{V1} = \frac{2C}{K_1}$$
(4.6)

Al multiplicarse la salida del controlador proporcional en 4.3 por la corriente del puerto AC  $i_j$ , la componente  $v_{jBA}^{\Sigma*}$  resulta oscilatoria a frecuencia fundamental y en fase con la corriente de red, lo que, de acuerdo a 3.26 provocara un componente de corriente en modo común alterno, la cual según 3.31 crea un flujo de potencia continuo junto a  $v_j$  capaz de manipular a  $\bar{v}_{Cj}^P - \bar{v}_{Cj}^N$ . Juntando las respuestas de los controladores dadas por 4.2 y 4.3 se obtienen las siguientes referencias de voltaje para los módulos:

$$v_{ij}^{P,N} = v_{jA}^{\Sigma*} + v_{jBA}^{\Sigma*} + v_{jBI}^{\Sigma*} \pm \frac{v^*}{N} + \frac{E}{2N} \text{ para todo } j = a, b, c \text{ y i} = 1, ..., N$$
(4.7)

El término  $v_{jBI}^{\Sigma*}$  corresponde a un lazo de control individual, cuyo propósito es mantener los voltajes de cada capacitor dentro de una misma rama en torno a su referencia, como se encuentra fuertemente ligado al proceso de modulación sus analisis se realizaran conjuntamente en la siguiente sección, los 2 términos finales de 4.7 corresponden a los lazos de control asociados a los puertos de salida, por lo que sus dinámicas determinan la forma de los controladores, usualmente para el puerto AC se utilizan estrategias de control vectorial y para el puerto DC controladores de tipo PI o pre-alimentaciones. Como la dinámica de  $i_j^{\Sigma}$  es afectada por los controladores promediados, individuales y balanceados, entonces para determinar la estabilidad del sistema en [11] se ocupa el criterio de Routh-Horwitz, encontrando las siguientes condiciones:

$$TI \ll T_{V1} \approx TB \approx \frac{1}{\omega_{\rm e}} \ll T_{V2}$$
 (4.8)

$$K_5 > \frac{K_4}{2} \tag{4.9}$$

Nótese que el lazo interno solo asegura el seguimiento de las referencias arrojadas por el lazo de control balanceado, pero no asegura el seguimiento de la componente en  $i_j^{\Sigma}$  asociada al control balanceado, ademas, según 3.16 la dinámica del puerto DC se encuentra implicita dentro del lazo de control interno, ademas, las dinámicas de corrientes por puertos se encuentran acopladas al ser definidas en coordenadas *abc*.

## 4.2. Control lineal por transformadas

En base a los modelos transformados se han generado 2 propuestas para efectuar el control de los voltajes en condensadores [14], [8], ambos coinciden en la matriz de consignas, representada de la siguiente manera en el espacio natural abc:

$$[V_C]_{abc}^{P,N*} = v_C^* [O]_{abc}^{P,N}$$
(4.10)

Al aplicar la transformación  $\Sigma \Delta \alpha \beta 0$  se obtiene la siguiente matriz de consignas:

$$[V_C]^* = v_C^* [O]_{\alpha\beta0}^{\Sigma\Delta}$$
(4.11)

Al expandir los términos de 4.11 se obtienen las siguientes consignas:

$$v_{C0}^{\Sigma*} = N v_C^* \tag{4.12}$$

$$v_{C0}^{\Delta *} = \underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta *} = \underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma *} = 0 \tag{4.13}$$

La ecuación 4.12 establece que el valor medio del voltaje total de todas las ramas del convertidor debe ser igual a N veces la consigna de cada capacitor, por otro lado, el resto de las consignas indicadas en 4.13 son iguales a 0 ya que consisten en diferencias del voltaje total entre distintas ramas, es decir, son indicadores de desbalances energéticos en el convertidor.

Para cada uno de las consignas definidas en 4.12 y 4.13 debe existir un controlador que asegure su correcto seguimiento, tal como puede verse en la figura 4.2, estos controladores definen a su vez consignas de corrientes, cuyo propósito es manipular los términos de potencia en las ecuaciones 3.54, 3.55, 3.56 y 3.57, la figura 4.2 muestra que también se definen controladores internos que aseguran su correcto seguimiento, cuya actuación genera los voltajes a sintetizar por ramas en coordenadas  $\Sigma\Delta\alpha\beta0$ , que deben ser transformados a *PNabc* para poder ser sintetizados. Para asignar las variables de conmutación  $s_{ij}^{PN}$  a cada uno de los módulos se necesita otra etapa que equilibre los voltajes de sus capacitores y transforme las consignas continuas a variables binarias con anchos de pulso variable, estas etapas se denominan control de ramas y modulación, tal como puede verse en la figura 4.2. En las siguientes secciones se explicarán con más detalle la estructura y funcionamiento de estos controladores.



Figura 4.2: Lazo de control para  $v_{C0}^{\Sigma}$  en modo rectificador.

## 4.2.1. Control de $v_{C0}^{\Sigma}$

La dinámica de  $v_{C0}^{\Sigma}$  relaciona las corrientes de los puertos externos, por lo que, si uno de ellos se encuentra conectado a una carga que demanda una corriente determinada por su propia dinámica, el otro puerto deberá suministrar la corriente necesaria para mantener el voltaje  $v_{C0}^{\Sigma}$  igual a su referencia  $v_{C0}^{\Sigma*}$  de acuerdo a la dinámica dada por 3.56. En el caso de operación en modo rectificador es el puerto DC quien demanda una corriente necesaria para mantener el a sus requerimientos, motivando a que sea la red quien aporte la corriente necesaria para mantener el voltaje medio en los capacitores. Según la teoría de potencia instantánea, al utilizar un ángulo alineado con  $v_{\alpha}$  las potencias en el lado de la red resultan:

$$p = v_{\rm d} \dot{\mathbf{i}}_{\rm d} + v_q \dot{\mathbf{i}}_q \tag{4.14}$$

$$q = v_{\rm d} \mathbf{i}_q + v_q \mathbf{i}_{\rm d} \tag{4.15}$$

La potencia activa dada por 4.14 corresponde a la tasa de energía que ingresa al convertidor desde la red, mientras que la potencia reactiva dada por 4.15 corresponde a la tasa de energía intercambiada entre fases de la red y que no altera al convertidor. Si se elige el angulo en la transformación de tal forma que la componente  $v_q$  sea igual a 0 (es decir, que el angulo se encuentre en fase con  $v_a$ ), entonces las potencias instantáneas se reducen a:

$$p = v_{\rm d} \mathbf{i}_{\rm d} \tag{4.16}$$

$$q = v_{\rm d} \mathbf{i}_q \tag{4.17}$$

Según 4.16 la potencia activa puede ser manipulada solo por la corriente  $i_d$ , mientras que la reactiva solo por  $i_q$ . Reemplazando 4.16 en 3.56 se obtiene:

$$Cv_C^* \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} v_{C0}^{\Sigma} \approx \frac{1}{4} v_{\mathrm{d}} \mathrm{i}_{\mathrm{d}} - \frac{1}{6} E \mathrm{i}^P \tag{4.18}$$

La ecuación 4.18 muestra que solo la componente  $i_d$  provoca efectos en el voltaje de capacitores, esta influencia puede considerarse como una entrada de la planta, mientras que el

$$Nv_{c}^{*} \xrightarrow{\text{Controlador}} \underbrace{\frac{3E}{2v_{d}}}_{i_{d}} i_{d}^{*} \xrightarrow{i_{d}} i_{d}^{*}} \xrightarrow{v_{d}} \underbrace{\frac{1}{6}Ei^{P}}_{i_{d}} \underbrace$$

Figura 4.3: Lazo de control para  $v_{C0}^{\Sigma}$  para modo rectificador.

término dependiente de  $i^P$  como una perturbación del sistema. Aplicando un controlador PI se obtiene la siguiente acción de control:

$$\mathbf{i}_{\rm d}^* = K_P \left( v_{C0}^{\Sigma *} - v_{C0}^{\Sigma} \right) + K_I \int \left( v_{C0}^{\Sigma *} - v_{C0}^{\Sigma} \right) \mathrm{d}t + \frac{2E}{3v_{\rm d}} \mathbf{i}^P$$
(4.19)

El último término de 4.19 es una pre-alimentación cuyo objetivo es contrarrestar a la perturbación, indicándole a  $i_d^*$  el valor en estado estable al cual debe llegar y dejando que el controlador PI actué solo frente a desviaciones del valor en estado estacionario de  $v_{C0}\Sigma$ . Si se reemplaza4.19 en 4.18 y se aplica la transformada de Laplace resulta la siguiente función de transferencia en lazo cerrado

$$V_{C0}^{\Sigma}(s) = \left(2\xi\omega_n \frac{s + \frac{\omega_n}{2\xi}}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}\right) V_{C0}^{\Sigma*}(s)$$

$$(4.20)$$

En cambio, si no se considera el termino de pre-alimentación en 4.19 se obtiene la función de lazo cerrado 4.21

$$V_{C0}^{\Sigma}(s) = \left(2\xi\omega_n \frac{s + \frac{\omega_n}{2\xi}}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}\right) V_{C0}^{\Sigma*}(s) - \frac{s}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \frac{2E}{3v_d} I^P(s)$$
(4.21)

En donde  $w_n$  corresponde a la frecuencia natural y  $\xi$  al factor de amortiguamiento del sistema, estos parámetros sirven como indicadores de la dinámica del sistema y se pueden sintonizar mediante las ganancias  $K_P$  y  $K_I$ . La función de transferencia 4.20 demuestra que el efecto de la pre-alimentación consiste en eliminar la influencia de i<sup>P</sup> en la dinámica de  $v_{C0}^*$ . Mediante el teorema de valor final, las respuestas en estado estacionario de 4.21 y 4.20 para entradas escalones son:

$$\lim_{t \to \infty} v_{C0}^{\Sigma}(t) = \lim_{s \to 0} s V_{C0}^{\Sigma}(s) = N v_C^*$$
(4.22)

Según 4.22 la respuesta en estado estacionario es la misma tanto para el sistema con prealimentación como sin ella, esto ocurre gracias a los polos añadidos por la parte integral del controlador 4.19. A diferencia del estado estacionario, la respuesta dinámica no es igual para ambos casos, si se transforma la función con pre-alimentación 4.20 a dominio temporal se obtiene la ecuación 4.23

$$v_{C0}^{\Sigma}(t, v_{C}^{*}) = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^{2}}} e^{-\xi\omega_{n}t} \sin\left(\omega_{d}t + \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1 - \xi^{2}}}{\xi}\right)\right)\right) Nv_{C}^{*}$$
(4.23)

En donde  $\omega_d = \sqrt{1 - \xi^2} \omega_n$  corresponde a la frecuencia del componente oscilatorio de la respuesta temporal 4.23 Al evaluar sus puntos máximos se obtiene el siguiente sobrepaso y tiempo asociado:

$$t_p = \frac{2}{w_{\rm d}} \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi} \right)$$
(4.24)

$$M_p = e^{\frac{-2\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)}$$
(4.25)

La diferencia entre 4.24 y 4.25 con los valores predeterminados para sistemas de segundo orden clásicos se deben a la presencia del cero  $-\frac{\omega_n}{2\xi}$  en las funciones de transferencia 4.21 y 4.20, obteniendo de esta forma sobrepasos mayores en un menor tiempo. Según la función de transferencia 4.21, al no considerar la pre-alimentación en el controlador 4.19 se produce una segunda dinámica, cuyo valor estacionario debe ser igual a 0 para satisfacer el teorema de valor final dado por 4.22, al transformar a dominio temporal el segundo término a la izquierda de 4.21 se obtiene la siguiente respuesta:

$$v_{C0}^{\Sigma}(t, \mathbf{i}^{P}) = -\frac{2}{3\omega_{d}} \mathrm{e}^{-\xi\omega_{n}t} \sin\left(\omega_{d}t\right) \frac{E}{v_{d}} \mathbf{i}^{P}$$

$$\tag{4.26}$$

Si se evalúan sus puntos máximos se obtiene el siguiente sobrepaso y tiempo asociado:

$$t_p(\mathbf{i}^P) = \frac{1}{w_d} \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)$$
 (4.27)

$$M_p(\mathbf{i}^P) = \frac{2E}{3v_d\omega_n} e^{\frac{-\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)}$$
(4.28)

Por otro lado, para la operación en modo inversor, es el puerto AC quien demanda una corriente  $i_d^*$  de acuerdo con sus requerimientos, forzando a que sea el puerto DC quien proporcione la corriente i<sup>P</sup> necesaria para mantener el voltaje en capacitores. Si se aplica la misma lógica de control que en el rectificador se obtiene el siguiente controlador PI pre-alimentado:

$$i^{P*} = K_P (v_{C0}^{\Sigma*} - v_{C0}^{\Sigma}) + K_I \int (v_{C0}^{\Sigma*} - v_{C0}^{\Sigma}) dt + \frac{3v_d}{2E} i^P$$
(4.29)

Esta última modalidad es la más utilizada en la literatura, pero en esta tesis no es contemplada debido a que el análisis se centra solo en operación rectificadora.

Para asegurar que la corriente de red  $i_d$  sea igual a la referencia  $i_d^*$  entregada por el controlador 4.19 es necesario agregar un lazo de control interno, si a la dinámica descrita en 3.43 se le aplican las transformaciones a dq y de Laplace se obtiene la siguiente función de transferencia:

$$\underline{\mathbf{i}}_{\mathrm{d}q} = \frac{1}{sL} (\underline{v}_{\mathrm{d}q}^{\Delta} - j\omega_{\mathrm{e}}L\underline{\mathbf{i}}_{\mathrm{d}q} + 2\underline{v}_{\mathrm{d}q})$$
(4.30)

Para controlar el sistema descrito por 4.30 falta la consigna de corriente  $i_q^*$ , la cual, como se vio anteriormente no depende del balance energético en el convertidor. Para obtener  $i_q^*$  se debe ocupar la ecuación 4.17, resultando:

$$\mathbf{i}_q^* = \frac{q^*}{v_{\rm d}} \tag{4.31}$$



Figura 4.4: Respuestas al escalón para un sistema de segundo orden ideal, para el lazo de referencia  $Nv_C^*$  (4.20) y para la perturbación i<sup>P</sup> (4.21).

En donde  $q^*$  corresponde a la potencia reactiva entregada (o demandada) por la red, por lo general en aplicaciones donde se busca solo transmitir energía de un puerto al otro, tales como accionamientos, rectificadores controlados o integración de energía sin compensación, la consigna de  $q^*$  es 0, por otro lado, en las aplicaciones relacionadas con calidad de servicio o integración de energía con compensación reactiva la consigna de  $q^*$  dependerá del componente de potencia reactiva a compensar en la red.

Aplicando un controlador PI se obtiene la siguiente acción de control

$$\underline{v}_{\mathrm{d}q}^{\Delta*} = K_P(\underline{\mathbf{i}}_{\mathrm{d}q}^* - \underline{\mathbf{i}}_{\mathrm{d}q}) + K_I \int (\underline{\mathbf{i}}_{\mathrm{d}q}^* - \underline{\mathbf{i}}_{\mathrm{d}q}) \mathrm{d}t + j\omega_{\mathrm{e}} L\underline{\mathbf{i}}_{\mathrm{d}q} - 2\underline{v}_{\mathrm{d}q}$$
(4.32)

Los 2 últimos términos corresponden a pre-alimentaciones, la primera busca contrarrestar los efectos de acople asociados a la transformación dq y la segunda busca contrarrestar la perturbación causada por la tensión de red en el sistema, como se menciono anteriormente, estas pre-alimentaciones mejoran la dinámica sin alterar el valor en estado estacionario. Finalmente, las consignas  $\underline{v}_{dq}^{\Delta*}$  deben ser transformadas a coordenadas  $\underline{v}_{\alpha\beta}^{\Delta*}$  para poder sumarse a las acciones de control asociadas a los otros componentes. Al operar en modo rectificador, la dinámica del puerto DC debe depender exclusivamente de los requerimientos demandados por la carga, y no debe verse afectada por las otras dinámicas del convertidor. Usualmente los requerimientos de carga consisten en mantener algunos de los parámetros del puerto DC constantes e invariantes, dependiendo de cual parámetro mantenga constante el convertidor opera como fuente de voltaje o corriente:

• Fuente de voltaje: En este modo de operación la tensión entregada en el puerto DC debe mantenerse constante, si se desconecta las fuentes de tensión  $\frac{E}{2}$  en la figura 3.4,



Figura 4.5: Lazo de control para corrientes de red.

el voltaje de Thévenin en el modelo del puerto DC resulta:

$$v_{th} = 2v_0^{\Sigma} \tag{4.33}$$

Según 3.4 la impedancia de Thévenin es una inductancia de valor  $\frac{2}{3}L$ , por lo que el convertidor puede considerarse como una fuente de tensión continua con impedancia inductiva. Para mantener un voltaje invariante respecto a la carga conectada en el puerto se debe mantener una consigna constante de  $v_0^{\Sigma}$ .

• Fuente de corriente: En este modo de operación el convertidor entrega una corriente constante independientemente de la carga conectada al puerto DC, si esta ultima puede describirse mediante la siguiente función de transferencia:

$$\frac{I^P(s)}{E(s)} = G(s) \tag{4.34}$$

Entonces, aplicando la transformada de Laplace en 3.45 y reemplazando 4.34 se obtiene la siguiente función de transferencia:

$$\frac{I^P(s)}{V_0^{\Sigma}(s)} = \frac{6G(s)}{2LsG(s)+3}$$
(4.35)

Si se considera una carga resistivo-inductiva, la función 4.35 se reduce a:

$$\frac{I^P(s)}{V_0^{\Sigma}(s)} = \frac{1}{L_q s + R_q}$$
(4.36)

$$L_q = \frac{1}{2}L_{carga} + \frac{1}{3}L\tag{4.37}$$

$$R_q = \frac{1}{2}R_{carga} \tag{4.38}$$

En donde  $L_q$  y  $R_q$  corresponden a las inductancia y resistencia equivalentes. Para asegurar error cero en estado estacionario se debe utilizar un controlador de tipo PI con la siguiente acción de control:

$$v_0^{\Sigma*} = K_P(i^{P*} - i_P) + K_I \int (i^{P*} - i_P) dt$$
(4.39)



Figura 4.6: Lazo de control para corriente del puerto DC.

A pesar de que la función de transferencia 4.36 posee un polo real, al aplicarse el controlador PI definido por 4.39 se obtiene una dinámica correspondiente a un sistema de segundo orden con un cero, de la misma forma que la descrita en el lazo de control  $v_{C0}^{\Sigma}$  4.20, pero la relación entre los parámetros  $\xi$  y  $\omega_n$  con las ganancias  $K_p$  y  $K_i$  del controlador son de distinta forma para las plantas integrantes y las de primer orden.

## 4.2.2. Control de $v_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$

De acuerdo al planteamiento realizado para el diseño de los controladores involucrados con  $v_{C0}^{\Sigma}$ , las corrientes de ambos puertos deben satisfacer los requerimientos dinámicos de la carga y realizar el balance energético global del convertidor, si existieran componentes en dichas corrientes asociados a otros lazos de control se producirían distorsiones que alterarían los requerimientos de la carga o el balance energético, razón por la cual las estrategias de control para los demás voltajes disponibles no pueden utilizar dichas corrientes. De acuerdo con las definiciones realizadas en el modelado por transformadas y representadas en la figura 3.4, los parámetros que quedan disponibles para el resto de estrategias son los siguientes:

- Vector corrientes circulantes  $\underline{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma}$
- Escalar tensión en modo común  $v_0^{\Sigma}$

Expandiendo los términos dependientes de estas variables en 3.54 se obtienen las siguientes relaciones:

$$\underline{p}_{\alpha\beta}^{\Sigma}(\underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma}) = \frac{1}{2}E\underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma} = \frac{1}{2}E\underline{\mathbf{i}}_{\alpha}^{\Sigma} + j\frac{1}{2}E\underline{\mathbf{i}}_{\beta}^{\Sigma}$$
(4.40)

$$\underline{p}_{\alpha\beta}^{\Sigma}(v_0) = \frac{1}{2} v_0 \underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \underline{v}_0 I \cos(\omega_e t + \phi) + j \frac{1}{2} \underline{v}_0 I \sin(\omega_e t + \phi)$$
(4.41)

Los términos en rojo de 4.40 y 4.41 corresponden a grados de libertad, si se asume cero distorsión armónica en las corrientes de red, entonces estas tendrán solo un componente fundamental, tal como puede verse en 4.41, esto fuerza a que la tensión en modo común posea 2 componentes de una misma frecuencia para poder crear un vector de potencias cuyos componentes  $\alpha\beta$  sean de la misma forma y que pueda manipular a  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$ , lo cual es imposible ya que la tensión en modo común es una variable escalar, es decir, que no puede dividirse en componentes  $\alpha\beta$ . Por otro lado las corrientes  $\underline{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma}$  son una variable vectorial que si puede



Figura 4.7: Lazo de control  $v_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$  y técnicas de filtrado.

dividirse en componentes  $\alpha\beta$  y crear términos de potencia con la misma forma, por lo tanto, es esta ultima variable la que entrega los grados de libertad necesarios para controlar al vector  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$ .

Según la ecuación 3.58 los componentes no utilizados para el control de  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$  producen un componente oscilatorio de doble frecuencia en estado estacionario, como la referencia  $v_{C0}^{\Sigma*}$ es igual a 0, entonces para cancelar esta componente oscilatoria es necesaria la siguiente referencia de corriente circulante en estado estacionario:

$$i_{\alpha\beta}^{\Sigma^*} \approx \frac{VI}{2E} e^{-j(2\omega_e t + \phi)}$$
(4.42)

Esta corriente circulante no se manifiesta por los puertos externos, pero si afecta a la corriente eficaz por los cables y semiconductores de cada rama, elevando sus perdidas y forzando al sobre dimensionado de los mismos, por estas razones es que la corriente circulante debe tender a 0 en estado estacionario, es decir, solo debe actuar en forma dinámica. Para evitar que la corriente  $\underline{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma}$  tienda a compensar la oscilación de doble frecuencia, se debe efectuar el control sobre la componente continua  $\underline{\bar{v}}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$  en vez del vector completo  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$ .

Matemáticamente el valor continuo  $\underline{\bar{v}}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$  corresponde a la media en torno al periodo de doble frecuencia, tal como se ve en 4.43

$$\underline{\bar{v}}_{C\alpha\beta}^{\Sigma} = \frac{1}{2\omega_{\rm e}t} \int_{2\omega_{\rm e}t} \underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma} \mathrm{d}(2\omega_{\rm e}t) \tag{4.43}$$

Sin embargo, obtener la componente continua mediante 4.43 no es la mejor opción, ya que calcular la media implica un retardo igual al periodo de integración, ademas de ocupar un gran espacio de memoria para almacenar las muestras antes del cálculo. Existen las siguientes alternativas para obtener el valor continuo  $\bar{\underline{v}}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}(s)$  sin realizar la integración:

• Se puede filtrar  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$  con un filtro sincrónico de la siguiente forma [8]:

$$\underline{\tilde{v}}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}(s) = e^{-j2\omega_{e}t}H(s)\underline{v}_{Cdq}^{\Sigma}(s)$$
(4.44)

Al aplicar la transformación dq al filtro convencional H(s) se obtienen las siguientes funciones de transferencias equivalentes:

$$\underline{\bar{v}}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}(s) = (H_1 - H_2)\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}(s)$$
(4.45)

$$H_1 = \frac{1}{2}(H(s - j2\omega_{\rm e}) + H(s + j2\omega_{\rm e}))$$
(4.46)

$$H_2 = \frac{1}{2} (H(s - j2\omega_{\rm e}) - H(s + j2\omega_{\rm e}))$$
(4.47)

Si H(s) corresponde a un filtro pasa alto, entonces 4.46 y 4.47 se convierten en:

$$H(s) = \frac{s}{s + \omega_c} \tag{4.48}$$

$$H_1(s) = \frac{s^2 + \omega_c s + 4\omega_e^2}{s^2 + 2\omega_c s + \omega_c^2 + 4\omega_e^2}$$
(4.49)

$$H_2(s) = \frac{-j2\omega_c\omega_e}{s^2 + 2\omega_c s + \omega_c^2 + 4\omega_e^2}$$
(4.50)

Nótese que la función 4.49 se asemeja a la de un filtro Notch, mientras que 4.50 se asemeja a un pasa banda.

• Se puede filtrar  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$  con un filtro de media móvil (MAF) para obtener directamente la componente continua  $\underline{V}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}(s)$  de la siguiente forma [3]:

$$\underline{\bar{v}}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}(s) = \frac{1}{N} \frac{1 - \mathrm{e}^{-NT_s s}}{1 - \mathrm{e}^{-T_s s}} \underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}(s)$$
(4.51)

En la figura 4.8 se puede ver la respuesta en frecuencia de los 3 filtros mencionados, considerando  $\omega_c = 2\pi 20(rad/s)$  para 4.48, mientras que para el filtro de media móvil se consideran N = 5 y N = 10 con  $T_s = 2(ms)$ , apreciándose que en el filtro síncrono, si bien ninguna de las funciones  $H_1$  y  $H_2$  presentan ganancia cero a 100 (Hz), al estar ambas descritas por 4.45 su función de transferencia tiene distinta forma dependiendo de la secuencia en el componente oscilatorio, desarrollando 4.45 para ambos componentes se obtienen las siguientes respuestas en frecuencia del filtro sincróno:

$$|H_{syff}(\omega)| = \frac{\sqrt{\left(2\omega_{\rm e} - \omega\right)^2 \left(\left(2\omega_{\rm e} - \omega\right)^2 + \omega_c^2\right)}}{\sqrt{\left(4\omega_{\rm e}^2 + \omega_c^2 + \omega^2\right)^2 + \omega_c^2\omega^2}} \qquad \text{para secuencia negativa} \qquad (4.52)$$

$$|H_{syff}(\omega)| = \frac{\sqrt{(2\omega_{\rm e} + \omega)^2 \left((2\omega_{\rm e} - \omega)^2 + \omega_c^2\right)}}{\sqrt{(4\omega_{\rm e}^2 + \omega_c^2 + \omega^2)^2 + \omega_c^2\omega^2}} \approx 1 \quad \text{para secuencia positiva}$$
(4.53)

Según 4.52 y la figura 4.8, para oscilaciones de secuencia negativa el filtro sincróno se comporta como un eliminador de banda (Notch) centrado en  $\omega_{\rm e}$ , sin embargo, según 4.53 y la figura 4.8, si estas son de secuencia positiva la respuesta del filtro es similar a la de un pasa todo, por lo que no es capaz de eliminar componente oscilatorio alguno. Por otro lado, el filtro de media móvil presenta una ganancia descrita por la función seno cardinal discreta:

$$|H_{MA}| = \frac{1}{N} \frac{\sin(N\pi fT_s)}{\sin(\pi fT_s)}$$
(4.54)



Figura 4.8: Respuesta en frecuencia de filtros pasa bajo, sincrónico y media móvil.

Como 4.54 es igual a cero para todos los múltiplos de  $\frac{1}{NT_s}$ , entonces todas estas frecuencias serán eliminadas, de esta forma, el filtro de media móvil elimina de mejor manera oscilaciones que posean componentes fundamentales más armónicos, pero no es capaz de atenuar correctamente oscilaciones cuya frecuencia sea intermedia a los armónicos, ya que la función 4.54 presenta máximos locales en esos puntos, tal como puede verse en 4.8. La propuesta original de utilizar filtros MAF para eliminar componentes oscilatorios en convertidores modulares fue realizada por Akagi en [22], cabe mencionar que los trabajos de Akagi se basan en modelos por fase, en donde se encuentran presentes los componentes oscilatorios  $-2\omega_e t$  y  $\omega_e t$ , a pesar de ello, en [22] solo se utilizan filtros MAF para eliminar la componente de  $-2\omega_e t$ , no mencionando como se realiza el filtrado de  $\omega_e t$  en  $\underline{v}_{\alpha\beta}^{\Delta}$ , de acuerdo a la ecuación 4.54 es factible filtrar tanto la componente  $\omega_e t$  como la de  $-2\omega_e t$  con un filtro MAF sintonizado en  $\omega_e t$ , tal como puede comprobarse en la figura 4.8

Asumiendo que la eliminación del componente oscilatorio es perfecta, entonces de la ecuación 3.50 puede obtenerse la función de transferencia para  $\underline{\tilde{v}}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$  de la siguiente forma:

$$\underline{\tilde{V}}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}(s) = -\frac{E}{Cv_C^*s} \underline{I}_{\alpha\beta}^{\Sigma}(s)$$
(4.55)

Como la planta 4.55 es integrante y la referencia  $v_{C\alpha\beta}^{\Sigma*}$  es igual a 0, entonces el flujo de potencia  $E_{\alpha\beta}^{\Sigma}$  necesario para manipular  $v_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$  debe ser continuo, de esta forma se entiende que la componente de corriente circulante  $\underline{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma}$  encargada de ejercer control sobre  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma*}$  debe ser continua también. Si se quiere asegurar error 0 en estado estacionario la acción de control que determina a  $\underline{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma}$  debe ser de tipo proporcional-integral:

$$\bar{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma*} = K_P \underline{\bar{v}}_{C\alpha\beta}^{\Sigma} + K_I \int \underline{\bar{v}}_{C\alpha\beta}^{\Sigma} \mathrm{d}t$$
(4.56)



Figura 4.9: Respuesta al escalón del lazo de control  $v_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$  con filtros pasa bajo, sincrónico y media móvil.

Nótese que la realimentación de 4.56 es positiva, esto es para contrarrestar el signo negativo de la planta 4.55. Se pueden realizar las siguientes afirmaciones acerca de los filtros para eliminar a componente oscilatoria de  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$ 

- El filtro sincróno es el que menos modifica la respuesta transitoria y la estabilidad del lazo cerrado, pero solo puede eliminar una componente oscilatoria en una secuencia, por lo tanto, es ideal para situaciones en donde la tensión  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$  posea solo una componente oscilatoria de 100 (Hz) y secuencia negativa.
- el filtro de Media Móvil produce una respuesta mas oscilatoria, con un mayor sobrepaso y tiempo de establecimiento, en cambio asegura una correcta eliminación de ambos componentes oscilatorios sin importar su secuencia.

# Comparación entre los controladores $v^{\Sigma}_{C\alpha\beta}$ y $v^{\Sigma}_{C0}$ con el controlador promediado por fase

Si se aplica la transformación  $\Sigma \Delta \alpha \beta 0$  al controlador promediado por fases definido en 4.1 se obtienen las siguientes acciones de control:

$$\underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma*} = K_1(-\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}) + K_2 \int (-\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}) \mathrm{d}t$$
(4.57)

$$\mathbf{i}_{0}^{\Sigma*} = K_{1}(Nv_{C}^{*} - v_{C0}^{\Sigma}) + K_{2} \int (Nv_{C}^{*} - v_{C0}^{\Sigma}) \mathrm{d}t$$
(4.58)

Las ecuaciones 4.56 y 4.57 muestran que para los ejes  $\alpha\beta$  las acciones de control por fase y transformadas son equivalentes, por otro lado, las ecuaciones 4.29 y 4.58 muestran que para el eje 0 la acción de control por fase es equivalente al controlador de  $v_{C0}^{\Sigma}$  en modo de inversor, lo que permite realizar las siguientes afirmaciones:

- La estrategia de control por fases asume que el  $M^2C$  opera como inversor, por lo tanto su empleo no es recomendable para operación en modo rectificador, sin embargo en la estrategia de control por transformadas el controlador de  $v_{C0}^{\Sigma}$  puede plantearse para los 2 modos de operación, tal como lo muestran las ecuaciones 4.19 y 4.29.
- En la estrategia por fases el control del puerto DC se encuentra implícito y distribuido entre los 3 controladores promediados por fase, a diferencia del control por transformadas en donde se puede manipular el puerto DC en forma explícita.
- Los lazos de control promediado solo regulan las componentes  $\Sigma$  de los voltajes en capacitores, por esta razón, en los trabajos que utilizan solo estos lazos de control la estabilidad no puede ser garantizada para todos los puntos de operación, necesitando agregar los lazos de control balanceado para extenderla. Por otro lado, las estrategias basadas en transformadas controlan todos los componentes de tensiones en capacitores y con ello garantizan estabilidad en todos los puntos de operación.
- La estrategia de control por fases no elimina la componente oscilatoria de doble frecuencia en el eje Σ, por lo que posee una corriente circulante en estado estacionario que no existe en las estrategias basadas en transformadas.

## 4.2.3. Control de $v^{\Delta}_{C\alpha\beta}$ y $v^{\Delta}_{C0}$ por corrientes circulantes

Si se expanden los términos dependientes de las corrientes circulantes y la tensión en modo común presentes en la dinámica de  $v_{C\alpha\beta}^{\Delta}$  se obtiene:

$$\underline{p}^{\Delta}_{\alpha\beta}(\underline{i}^{\Sigma}_{\alpha\beta}, v_0) = -(\underline{i}^{\Sigma}_{\alpha\beta}\underline{v}_{\alpha\beta})^c - 2v_0\underline{i}^{\Sigma}_{\alpha\beta}$$

$$\tag{4.59}$$

$$p_0^{\Delta}(\underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma}, v_0) = -\Re\left[\underline{v}_{\alpha\beta}(\underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma})^c\right] - \frac{2}{3}\mathbf{i}^P v_0 \tag{4.60}$$

Para poder controlar los términos  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta}$  y  $v_{C0}^{\Delta}$  es necesario generar 3 grados de libertad a partir de las corrientes circulantes o la tensión en modo común tales que produzcan flujos de potencia continuos, una forma consiste en definir la tensión en modo común igual a cero y las corrientes circulantes como [14]:

$$\underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma} = \overline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma} + \mathbf{i}_{d}^{+\Sigma} \mathbf{e}^{j\omega_{e}t} + \underline{\mathbf{i}}_{dq}^{-\Sigma} \mathbf{e}^{-j\omega_{e}t}$$
(4.61)

$$v_0 = 0 \tag{4.62}$$

La ecuación 4.61 indica que la corriente circulante posee componente continua (definida por 4.56) mas componentes oscilatorios fundamentales de secuencia positiva y negativa. A su vez, la ecuación 4.62 indica que si se utilizan las secuencias positivas y negativas de corrientes circulantes entonces no es necesario utilizar la tensión en modo común. Con las definiciones 4.61 y 4.62 los componentes de potencia 4.59 y 4.60 se convierten en:

$$\underline{p}_{\alpha\beta}^{\Delta}(\underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma}) = -v_{\mathrm{d}}(\overline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma})^{c} - v_{\mathrm{d}}(\mathbf{i}_{\mathrm{d}}^{+\Sigma})^{c} \mathrm{e}^{-j2\omega_{\mathrm{e}}t} - v_{\mathrm{d}}(\underline{\mathbf{i}}_{\mathrm{d}q}^{-\Sigma})^{c}$$
(4.63)

$$p_0^{\Delta}(\mathbf{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma}) = -v_d \Re\left[\frac{\mathbf{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma}}{\mathbf{i}_{\alpha\beta}} e^{j\theta_e}\right] - v_d \mathbf{i}_d^{\Sigma} + -v_d \Re\left[\mathbf{i}_{dq}^{\Sigma-} e^{-j2\theta_e}\right]$$
(4.64)

Según 4.63 la secuencia negativa de la corriente circulante proporciona los 2 grados de libertad necesarios para controlar a la tensión  $v_{C\alpha\beta}^{\Delta}$ , a su vez, la componente directa de



Figura 4.10: Lazo de control  $v_{C\alpha\beta}^{\Delta}$ .

secuencia positiva proporciona el grado de libertad restante para controlar la tensión  $v_{C0}^{\Delta}$ . Como la componente en cuadratura de secuencia positiva no influye en ninguna dinámica, en 4.61 se asume igual a 0.

Según la ecuación 3.59 existe un componente oscilatorio de frecuencia fundamental presente en  $v_{C\alpha\beta}^{\Delta}$  cuya amplitud es mayor a la del de doble frecuencia presente en  $v_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$ , por lo tanto, si la estrategia de control buscara compensar esta oscilación también produciría una corriente circulante de secuencia negativa en estado estable, que tendría la siguiente forma:

$$\underline{\mathbf{i}}_{\mathrm{d}q}^{-\Sigma*} \approx \frac{1}{v_{\mathrm{d}}} \mathrm{e}^{j\omega_{\mathrm{e}}t} \left(\frac{EI}{2} \mathrm{e}^{-j\phi} - \frac{2I^{P}V}{3}\right) \tag{4.65}$$

Tal como se afirmo anteriormente para el lazo de control  $v_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$ , con el objetivo de evitar la existencia de corrientes circulantes en estado estacionario se debe efectuar control sobre la componente continua  $\bar{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta}$  en vez del vector completo  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta}$ . Para obtener la componente continua se pueden ocupar las mismas técnicas descritas para el lazo de control  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$ , pero con las siguientes salvedades:

• El ángulo necesario para implementar el filtro sincróno debe ser  $\omega_{e}t$ , quedando definido de la siguiente forma:

$$\underline{\tilde{v}}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}(s) = e^{j\omega_{e}t}(H(s)\underline{v}_{Cdq}^{\Delta}(s))$$
(4.66)

A su vez, las funciones equivalentes quedan definidas de la siguiente forma:

$$H_1(s) = \frac{s^2 + \omega_c s + \omega_e^2}{s^2 + 2\omega_c s + \omega_c^2 + \omega_e^2}$$
(4.67)

$$H_2(s) = \frac{j\omega_c\omega_e}{s^2 + 2\omega_c s + \omega_c^2 + \omega_e^2}$$
(4.68)

• El filtro de Media Móvil debe tener la primera frecuencia eliminada en 50 (Hz).



Figura 4.11: Lazo de control  $v_{C0}^{\Delta}$ .

Si se asume que los filtros no dejan pasar ningún componente oscilatorio en  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta}$ , la función de transferencia para la planta de componente continua  $\underline{\tilde{v}}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$  resulta de la siguiente forma:

$$\underline{\tilde{V}}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}(s) = -\frac{v_{\rm d}}{Cv_C^*s} \underline{I}_{\rm dq}^{-\Sigma}(s)$$
(4.69)

Como 4.69 es integrante, para poder asegurar error 0 en estado estacionario a referencia 0 se debe efectuar la siguiente acción de control:

$$\underline{\mathbf{i}}_{\mathrm{d}q}^{-\Sigma*} = -K_P \underline{\bar{v}}_{C\alpha\beta}^{\Delta} - K_I \int \underline{\bar{v}}_{C\alpha\beta}^{\Delta} \mathrm{d}t \tag{4.70}$$

Reemplazando 4.60 en 3.57 se obtiene la siguiente planta de voltaje  $v_{C0}^{\Delta}$ :

$$\underline{\tilde{V}}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}(s) = -\frac{v_{\rm d}}{Cv_C^* s} \underline{I}_{\rm d}^{+\Sigma}(s)$$
(4.71)

La planta 4.71 indica que la tensión  $v_{C0}^{\Delta}$  no posee componentes oscilatorios, por esa razón la acción de control puede efectuarse sobre su valor completo, en vez del valor medio ocupado en los componentes  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma\Delta}$ , para asegurar error 0 en estado estacionario esta acción debe ser de la siguiente forma:

$$i_{d}^{+\Sigma*} = -K_P v_{C0}^{\Delta} - K_I \int v_{C0}^{\Delta} dt$$
 (4.72)

Comparación entre los controladores  $v^{\Delta}_{C\alpha\beta}$  y  $v^{\Delta}_{C0}$  con el controlador balanceado por fase

Al transformar a coordenadas  $\alpha\beta 0$  las consignas de voltaje asociadas a los controladores de balance por ramas planteados en 4.3 se obtienen las siguientes tensiones:

$$\underline{v}_{B\alpha\beta}^{*} = K_5 I f(v_{C0}^{\Delta} \mathrm{e}^{j(\omega_{\mathrm{e}}t+\phi)} + \frac{\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta}}{2} \mathrm{e}^{-j(\omega_{\mathrm{e}}t+\phi)})$$
(4.73)

$$v_{B0}^* = K_5 I f \Re \left[ \underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta} \mathrm{e}^{-j(\omega_{\mathrm{e}}t+\phi)} \right]$$
(4.74)

En 4.73 puede apreciarse que el voltaje de consigna  $\underline{v}^*_{B\alpha\beta}$  es oscilatorio con secuencias positivas y negativas, de acuerdo con la ecuación 3.46 este voltaje produce la siguiente corriente circulante:

$$\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma} = \frac{K_5 I f j}{\omega_{\mathrm{e}} L} (-v_{C0}^{\Delta} \mathrm{e}^{j\phi} \mathrm{e}^{j\omega_{\mathrm{e}}t} + \frac{\underline{v}_{\alpha\beta}^{\Delta}}{2} \mathrm{e}^{-j\phi} \mathrm{e}^{-j\omega_{\mathrm{e}}t}) \frac{2}{3} \pi$$
(4.75)

Las ecuaciones 4.64, 4.63 y 4.75 muestran que tanto la estrategia de control por fases como la planteada en los ejes  $\Sigma \Delta \alpha \beta 0$  sin tensión en modo común utilizan una componente oscilatoria fundamental de secuencia positiva para controlar la tensión  $v_{C0}^{\Delta}$  y otra componente de secuencia negativa para controlar el vector  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta}$ , como las acciones de control en la estrategia por fase se encuentran definidos por la corriente del lado AC, su angulo desfasa los componentes de ambas secuencias y por lo tanto la influencia de los voltajes  $v_{C0}^{\Delta}$  y  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta}$  en los ejes dq de ambas secuencias son distintos para ambas estrategias. La ecuación 4.57 indica que en la estrategia de control por fases la referencia de corriente circulante consiste solo en una componente continua asociada a la acción de control promediada, por otro lado, según 4.7, el voltaje de consigna  $\underline{v}_{B\alpha\beta}^*$  descrito en 4.73 corresponde a una pre-alimentación.

Si se aplica la transformación  $\Sigma \Delta \alpha \beta 0$  al controlador de corriente en modo común definido por 4.2 se obtienen las siguientes acciones de control:

$$\underline{v}_{\alpha\beta A}^{\Sigma*} = K_3(\underline{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma*} - \underline{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma}) + K_4 \int (\underline{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma*} - \underline{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma}) \mathrm{d}t.$$
(4.76)

$$v_{0A}^{\Sigma*} = K_3(\mathbf{i}_0^{\Sigma*} - \mathbf{i}_0^{\Sigma}) + K_4 \int (\mathbf{i}_0^{\Sigma*} - \mathbf{i}_0^{\Sigma}) \mathrm{d}t.$$
(4.77)

La acción integral en 4.76 y 4.77 se aplica solo cuando no existe la pre-alimentación asociada a los controladores balanceados, esto se justifica con el hecho de que el vector de voltaje  $\underline{v}_{B\alpha\beta}^*$ es oscilatorio, por lo que si se aplicara la acción integral su seguimiento empeoraría. Por otro lado, la ecuación 4.77 indica que el efecto del controlador de corrientes en modo común por fases sobre la corriente del puerto DC es equivalente al controlador planteado en 4.39 para la operación como fuente de corriente.

La ecuación 4.74 indica que la acción de los controladores balanceados produce una componente de voltaje en el eje 0, que, según 3.45 agrega el siguiente componente a la corriente del puerto DC

$$\mathbf{i}_{B0}^{P} = -\frac{3K_{5}Ifj}{\omega_{e}L}\Im\left[\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta}\mathbf{e}^{-j(\omega_{e}t+\phi)}\right]$$
(4.78)

Se pueden establecer las siguientes afirmaciones en cuanto a las similitudes y diferencias en el control de los ejes  $\Delta$ :

- Ambas estrategias utilizan los mismos componentes de corrientes circulantes para controlar los voltajes en capacitores.
- La estrategia por fases utiliza el ángulo de la corriente por red para alinear las componentes de secuencia positiva y negativa de corrientes circulantes, provocando que la estabilidad del sistema sea dependiente de dicho ángulo, en cambio, la estrategia basada en transformadas utiliza el ángulo de la tensión en red para alinear las componentes oscilatorias de corrientes circulantes, por lo que no compromete la estabilidad del sistema con el ángulo de la corriente en red.
- Si bien los lazos de control balanceados en la estrategia por fases y los de ejes  $\Delta$  basados en transformadas controlan a los mismos componentes de voltaje, como estos últimos poseen acción integral pueden asegurar error cero en estado estacionario, cosa que los primeros no pueden asegurar ya que solo poseen acción proporcional.

- En la estrategia basada en transformadas el controlador de corriente circulante asegura el correcto seguimiento de todos sus componentes, en cambio, el controlador de corriente en la estrategia por fases solo asegura el seguimiento de la componente continua.
- Como en la estrategia por transformadas todos los lazos de control se encuentran desacoplados, el análisis de estabilidad y el diseño de los controladores se pueden realizar por separado, facilitando el uso de técnicas más sencillas (Lugar de las raíces, Diagramas de Bode, Trazas de Nyquist, etc.), en cambio, como en la estrategia por fases los lazos de control se encuentran acoplados deben utilizarse técnicas de análisis y diseño más complejas que contemplen a todas las dinámicas acopladas, tales como el criterio de Routh-Hurwitz.
- En la estrategia por fases el control de la corriente del puerto DC se encuentra implícito dentro de los controladores para corrientes en modo común, como la presencia de acción integral en estos depende de la existencia o no de los controladores balanceados, entonces solo se puede asegurar error cero en la corriente del puerto DC si la acción de control balanceada no existe, comprometiendo de esta forma el desempeño de la salida del convertidor con el control interno de sus parámetros. En cambio, la estrategia de control por transformadas permite controlar en forma independiente los puertos externos y los voltajes internos del convertidor.
- En la estrategia por fases las diferencias de voltaje  $\underline{v}_{\alpha\beta}^{\Delta}$  producen componentes oscilatorios de tensión y corriente que perturban el desempeño del puerto DC, si la acciones de control balanceado logran llevar dichas diferencias de voltaje a un valor pequeño, entonces la perturbación puede considerarse como transitoria. Por otro lado, tal como se comentó anteriormente, la estrategia basada en trasformadas garantiza un correcto desempeño del puerto DC.

Todas estas afirmaciones permiten establecer que la estrategia planteada en las coordenadas  $\Sigma\Delta\alpha\beta0$  y basada en la manipulación de corrientes circulantes es más completa y estable que la estrategia por fases, razón por la cual no se considera esta última para la simulación e implementación.

# 4.2.4. Control de $v_{C\alpha\beta}^{\Delta}$ y $v_{C0}^{\Delta}$ por corrientes circulantes mas tensión en modo común

Otra alternativa para poder controlar las componentes  $\Delta$  consiste en asumir las siguientes formas para las corrientes circulantes y la tensión en modo común [8]

$$\underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma} = \overline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma} + 2\mathbf{i}_{dq}^{\Sigma}\sin(3\omega_{e}t)$$
(4.79)

$$v_0 = \bar{v}_0 + \tilde{v}_0 \sin(3\omega_{\rm e}t) \tag{4.80}$$

A diferencia de la estrategia anterior, en 4.79 la componente oscilatoria de las corrientes circulantes es de tercer armónico y con secuencias positivas y negativas. A su vez, la tensión de modo común también posee componente continuo y de tercer armónico, según la ecuación 4.80.



Figura 4.12: Componentes de las corrientes circulantes para la estrategia de control por fase y las 2 estrategias transformadas.

Con las definiciones 4.79 y 4.80 los componentes de potencia 4.59 y 4.60 se convierten en:

$$\underline{p}_{\alpha\beta}^{\Delta}(\underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma}, v_0) = -2v_{0h}\overline{\underline{\mathbf{i}}}_{dq}^{\Sigma} - 2\bar{v}_0\overline{\underline{\mathbf{i}}}_{\alpha\beta}^{\Sigma} + 2v_{0h}\overline{\underline{\mathbf{i}}}_{dq}^{\Sigma}\cos(6\omega_{\rm e}t) - 2(2\bar{v}_0\overline{\underline{\mathbf{i}}}_{dq}^{\Sigma} + v_{0h}\overline{\underline{\mathbf{i}}}_{\alpha\beta}^{\Sigma})\sin(3\omega_{\rm e}t)$$
(4.81)

$$p_0^{\Delta}(\underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma}, v_0) = -\frac{2}{3} \mathbf{i}^P \overline{v}_0 - \frac{2}{3} \mathbf{i}^P v_{0h} \sin(3\omega_e t) - \Re \left[ \underline{v}_{\alpha\beta} (\underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma})^c \right]$$
(4.82)

Según 4.81 los componentes de tercer armónico presentes en la tensión de modo común y en las corrientes circulantes producen en conjunto el flujo de potencia continuo capaz de manipular al voltaje  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta}$ , como tanto la amplitud del armónico de tensión  $v_{0h}$  y las componentes de corrientes  $\underline{i}_{dq}^{\Sigma}$  son grados de libertad, entonces es necesario fijar uno de ellos para bajar el numero de grados a 2, en donde la opción mas simple es fijar la amplitud  $v_{0h}$ y utilizar las corrientes  $\underline{i}_{dq}^{\Sigma}$  como variables de control. El segundo término continuo de 4.81 puede despreciarse debido a que la componente continua de corriente circulante debe tender a cero en estado estacionario, mientras que el resto de componentes corresponden a oscilaciones de media cero, por lo que su influencia puede despreciarse.

En la figura 4.12 pueden verse los componentes de corriente circulante para las 3 estrategias de control estudiadas, nótese que solo en la estrategia por fases existe una componente de corriente en modo común asociada a los controladores, mientras que en las otras 2 solo se manipulan sus ejes  $\alpha\beta$ , nótese que en la estrategia con tensión en modo común las corrientes circulantes poseen secuencias positivas y negativas a pesar de que sus fases se encuentran alineadas, esto ocurre debido a que sus amplitudes son distintas, además, ambas secuencias solo controlan al vector  $\underline{v}^{\Delta}_{C\alpha\beta0}$ , a diferencia de la estrategia sin tensión en modo común, en donde cada secuencia controla a un voltaje distinto.

Tal como se vio en el controlador diseñado en 4.70, la acción de control es efectuada sobre la componente media  $\underline{v}_{C0}^{\Sigma}$  para evitar que exista una corriente circulante en estado estacionario, con estas consideraciones de 3.55 se obtiene la siguiente función de transferencia para la planta de  $v_{C\alpha\beta}^{\Delta}$ .

$$\underline{\tilde{V}}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}(s) = 2 \frac{v_{0h}}{C v_C^* s} \underline{I}_{\mathrm{d}q}^{\Sigma}(s)$$
(4.83)

Para asegurar error 0 en estado estacionario la acción de control debe ser de la siguiente forma:

$$\underline{\mathbf{i}}_{\mathrm{d}q}^{\Sigma*} = -K_P \underline{\bar{v}}_{C\alpha\beta}^{\Delta} - K_I \int \underline{\bar{v}}_{C\alpha\beta}^{\Delta} \mathrm{d}t \tag{4.84}$$

$$\mathbf{I}_{\alpha\beta}^{\Sigma*} = 2\mathbf{I}_{dq}^{\Sigma*} \sin(3\omega_{\rm e}t) \tag{4.85}$$

Según 4.82 para controlar el voltaje  $v_{C0}^{\Delta}$  se utiliza el término de potencia creado conjuntamente por la componente continua de tensión en modo común y la corriente del puerto DC, como en la operación de rectificador el comportamiento del puerto DC se encuentra determinado por los requerimientos de la carga, entonces estos últimos influirán en la dinámica de  $v_{C0}^{\Delta}$ , este problema es menos evidente cuando el convertidor trabaja como fuente de corriente, ya que la acción de control 4.39 asegura que esta sea igual a su referencia i<sup>P\*</sup> y permite establecer la función de transferencia para  $v_{C0}^{\Delta}$  de la siguiente forma:

$$V_{C0}^{\Delta}(s) = \frac{2}{3Cv_C^*} \frac{i^{P*}}{s} V_0(s)$$
(4.86)

En cambio, si el convertidor opera como fuente de voltaje entonces la corriente  $i^P$  dependerá exclusivamente de las demandas realizadas por la planta, y por ende su dinámica se encontrará implicita en la función de transferencia 4.86, estos efectos se pueden contrarrestar mediante las siguientes formas:

- Puede utilizarse una aproximación  $\hat{\mathbf{i}}^P$  basada en el comportamiento dinámica de la carga
- Pueden normalizarse los parámetros del controlador respecto a <br/>  $\mathbf{i}^P,$  cancelando su influencia en 4.86

La primera forma requiere un conocimiento exacto del comportamiento de la carga, y, si no existe retroalimentación alguna, será altamente sensible a errores de estimación, por otro lado, la segunda forma es más simple y se basa en la medición de  $i^P$ , pero es sensible al ruido si la relación entre este y las señales es grande. Para asegurar error 0 en estado estacionario se debe utilizar la siguiente acción de control:

$$\bar{v}_0^* = -K_P \underline{\bar{v}}_{C0}^\Delta - K_I \int \underline{\bar{v}}_{C0}^\Delta \mathrm{d}t \tag{4.87}$$

Al considerar las definiciones de corrientes circulantes y tensión en modo común dadas en

4.79 y 4.80 se obtienen las siguientes componentes oscilatorias para los ejes  $\Sigma\Delta$ 

$$\underbrace{\tilde{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma} \approx \frac{VIj}{8Cv_{C}^{*}\omega_{e}} e^{-(2j\omega_{e}t+\phi)} - \frac{\bar{v}_{0}Ij}{2Cv_{C}^{*}\omega_{e}} e^{j\omega_{e}t+\phi} - \frac{v_{0h}I}{4Cv_{C}^{*}\omega_{e}} e^{-(2j\omega_{e}t+\phi)} - \frac{v_{0h}I}{16Cv_{C}^{*}\omega_{e}} e^{4j\omega_{e}t+\phi}}{(4.88)}}_{\underbrace{\tilde{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta} \approx \frac{j}{Cv_{c}^{*}\omega_{e}} (\frac{2}{3}Vi^{P} - \frac{1}{2}EIe^{j\phi})e^{j\omega_{e}t} + \frac{v_{0h}\bar{i}_{dq}^{\Sigma}}{3Cv_{c}^{*}\omega_{e}}\sin(6\omega_{e}t) + \frac{2(2\bar{v}_{0}\bar{i}_{dq}^{\Sigma} + v_{0h}\bar{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma})}{3Cv_{c}^{*}\omega_{e}}\cos(3\omega_{e}t)}}\cos(3\omega_{e}t)$$

La ecuación 4.88 muestra que al ocupar la estrategia de control basada en tensión de modo común mas corrientes circulantes se producen componentes oscilatorios de frecuencia fundamental, doble y cuarta en la tensión  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$  que no están descritos por 3.58, como las amplitudes de estos son dependientes de la corriente del puerto AC y de la tensión en modo común entonces no necesariamente pueden despreciarse respecto de la oscilación descrita en 3.58, por lo que, para garantizar que el lazo de control  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$  no siga a estas oscilaciones se deben utilizar filtros que eliminen a todas ellas, de acuerdo a la descripción realizada de estos el filtro de Media Móvil es el único que puede eliminar completamente a todos los componentes oscilatorios simultáneamente, en cambio el filtro Pasa Bajos solo logra reducir su magnitud y el sincróno solo elimina la oscilación correspondiente a su frecuencia sincrónica. En cuanto a las oscilaciones de  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta}$ , según 4.89 las amplitudes de sus componentes oscilatorios adicionales son dependientes de  $\underline{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma}$ , cuya magnitud debe ser baja en estado estacionario, y si ademas se considera que la amplitud del componente oscilatorio fundamental en  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta}$  es mas grande que el de segundo armónico en  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$  (figura 2.5), entonces la influencia de estas oscilaciones adiciones adicionales puede considerarse despreciable.

El principal problema de esta estrategia ocurre cuando la corriente del puerto DC es de muy bajo valor, lo que obliga al controlador 4.87 a elevar considerablemente la componente continua de tensión en modo común entregada, llegando al caso limite en el que la corriente del puerto DC sea nula, en[24] se asocia esta condición al modo de operación en baja frecuencia, y se plantea como solución agregar un componente alterno a la corriente del puerto DC con la misma frecuencia que el componente alterno de tensión en modo común, creando en conjunto un término de potencia que puede manipular a  $v_{C0}^{\Delta}$ , lo cual presenta las siguientes desventajas durante la operación en modo rectificador:

- Como fuente de voltaje no deben existir componentes adicionales en  $v_0^{\Sigma}$  que distorsionen a la consigna dada por 4.33.
- Como fuente de corriente no deben existir componentes adicionales en i<sup>P</sup> que distorsionen la consigna i<sup>P\*</sup>.

Por ambas razones es que la adición de componentes oscilatorios en  $i^P$  planteada en [24] es incompatible con la operación en modo rectificador. Otro problema asociado a la utilización de tensión en modo común es que no existen estudios que analicen los efectos causados por su presencia en redes de distribución o transmisión, por lo tanto, no es claro determinar la cantidad de tensión en modo común a inyectar o incluso si es posible hacerlo o no en determinadas redes.

Debido a ambos problemas es que las estrategias de control basadas en tensión de modo común no son recomendables para  $M^2C$  que operan en modo rectificador o como conver-

Características	Corrientes Circulantes	Tensión modo común
Parámetro externo	$v_{ m d}$	i <sup>P</sup>
Puerto independiente	DC	AC
frecuencia corriente circulante	Fundamental	Tercer armónico
Operación conveniente	Rectificador	Accionamiento
	Convertidor conectado a red	Inversor aislado

Tabla 4.1: Comparación entre las 2 estrategias de control

tidores conectados a redes, ya que sus efectos en estas no se encuentran estudiados y no garantizan controlabilidad completa del componente  $v_{C0}^{\Delta}$ , sin embargo, para accionamientos estos problemas no ocurren y ademas la mitigación puede ser implementada con los mismos términos de potencia. Por otro lado, las estrategias basadas exclusivamente en corrientes circulantes necesitan la existencia de voltaje en el lado AC para generar los términos que manipulan a los componentes  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta}$  y  $v_{C0}^{\Delta}$ , por lo tanto, si la magnitud de este tiende a 0 en algún punto de operación, entonces las componentes oscilatorias de corrientes circulantes en ambas secuencias tenderán a ser muy grandes (matemáticamente a infinito, pero en la practica limitada por las protecciones), esta condición puede ocurrir en aplicaciones de accionamientos o inversores aislados, siendo mas recomendable en ellas la estrategia basada en corrientes mas tensión en modo común.

### 4.2.5. Control interno de corrientes circulantes y tensión en modo común

De acuerdo con las ecuaciones 4.61 y 4.79 la corriente circulante en el convertidor posee una componente continua más otra oscilatoria, cuya frecuencia y secuencia depende de la estrategia utilizada. De acuerdo a las ecuaciones 4.56, 4.70, 4.72,4.84 y 4.87 las magnitudes de estos componentes se determinan con las actuaciones de los controladores externos para las tensiones  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma\Delta}$  y  $v_{C0}^{\Delta}$ , como la corriente circulante se encuentra descrita por la dinámica 3.46, entonces es necesario agregar una estrategia de control interna que asegure el correcto seguimiento de las corrientes circulantes de referencia entregadas por los lazos externos.

Debido a que en ambas estrategias la corriente circulante posee componentes continuos y oscilatorios, el controlador utilizado para su seguimiento debe poseer un buen desempeño para ambos, dentro de los tipos mas estudiados en la literatura se encuentran:

### Controlador proporcional

La acción de control más simple que puede realizar un correcto seguimiento de las componentes continuas y alternas de  $\underline{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma}$  es el controlador proporcional, descrito mediante la siguiente función de transferencia [14]:

$$C(s) = \frac{\underline{V}_{\alpha\beta}^{\Sigma*}(s)}{\underline{I}_{\alpha\beta}^{\Sigma*}(s)} = K_p \tag{4.90}$$

Con la definición dada por 4.90 y la dinámica de planta descrita en 3.46, el error del sistema



Figura 4.13: Lazos de control para corrientes circulantes.

en lazo cerrado es de la siguiente forma:

$$S(s) = \frac{\underline{E}r(s)}{I_{\alpha\beta}^{\Sigma}(s)} = \frac{s}{(s+\omega_n)}$$
(4.91)

En el caso de la estrategia basada exclusivamente en corrientes circulantes, al reemplazar la referencia de corriente dada por 4.61 en la función de error 4.91 y transformando a dominio del tiempo se obtiene su comportamiento en forma temporal:

$$\underline{\mathbf{e}}r(t) = \mathbf{e}^{-\omega_n t} \underline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma*} + \underline{\mathbf{e}}\underline{\tilde{r}}^+ \mathbf{i}_{\mathbf{d}}^{\Sigma+*} + \underline{\mathbf{e}}\underline{\tilde{r}}^- \underline{\mathbf{i}}_{\mathbf{d}q}^{\Sigma-*}$$

$$\tag{4.92}$$

$$\underline{\tilde{er}}^{+}(t) = \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + \omega_e^2} e^{-\omega_n t} - \frac{\omega_e^2}{\omega_n^2 + \omega_e^2} e^{j\omega_e t} + j \frac{\omega_n \omega_e}{\omega_n^2 + \omega_e^2} \left( e^{-\omega_n t} + e^{j\omega_e t} \right)$$
(4.93)

$$\underline{\tilde{er}}^{-}(t) = \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + \omega_e^2} e^{-\omega_n t} - \frac{\omega_e^2}{\omega_n^2 + \omega_e^2} e^{-j\omega_e t} - j \frac{\omega_n \omega_e}{\omega_n^2 + \omega_e^2} \left( e^{-\omega_n t} + e^{-j\omega_e t} \right)$$
(4.94)

Para valores muy grandes de tiempo, 4.92 se reduce a:

$$\underline{\mathbf{e}}r(t) = -\frac{\omega_{\mathbf{e}}(\omega_{\mathbf{e}} - j\omega_{n})}{\omega_{n}^{2} + \omega_{\mathbf{e}}^{2}} \mathbf{e}^{j\omega_{\mathbf{e}}t} \mathbf{i}_{\mathbf{d}}^{\Sigma + *} - \frac{\omega_{\mathbf{e}}(\omega_{\mathbf{e}} + j\omega_{n})}{\omega_{n}^{2} + \omega_{\mathbf{e}}^{2}} \mathbf{e}^{-j\omega_{\mathbf{e}}t} \underline{\mathbf{i}}_{\mathbf{d}q}^{\Sigma - *}$$
(4.95)

En el caso de la estrategia basada en corrientes circulantes más tensión en modo común, al reemplazar la referencia de corriente dada por 4.79 en la función de error 4.91 y transformando a dominio del tiempo se obtiene su comportamiento en forma temporal:

$$\underline{\operatorname{er}}(t) = \left(\underline{\overline{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma*} + \frac{\omega_n}{\omega_n^2 + \omega_{\mathrm{e}}^2}\right) \mathrm{e}^{-\omega_n t} + \frac{\underline{i}_{\mathrm{d}q}^{\Sigma*}}{\sqrt{\omega_n^2 + \omega_{\mathrm{e}}^2}} \cos\left(\omega_{\mathrm{e}} t - \tan^{-1}\left(\frac{\omega_{\mathrm{e}}}{\omega_n}\right)\right)$$
(4.96)

Para valores muy grandes de tiempo, 4.96 se reduce a:

$$\underline{\mathbf{e}}r(t) = \frac{\underline{\mathbf{i}}_{\mathrm{d}q}^{\Sigma*}}{\sqrt{\omega_n^2 + \omega_{\mathrm{e}}^2}} \cos\left(\omega_{\mathrm{e}}t - \tan^{-1}\left(\frac{\omega_{\mathrm{e}}}{\omega_n}\right)\right)$$
(4.97)

Las ecuaciones 4.95 y 4.97 indican que el controlador proporcional presenta un error en estado estacionario para las referencias oscilatorias, mientras que para las componentes continuas si es capaz de seguirlas correctamente.

### Controlador Resonante.

Debido a que la acción proporcional no puede de garantizar un correcto seguimiento de las referencias oscilatorias, no es un buen candidato para regular las corrientes circulantes, como alternativa, en se propone la utilización del controlador proporcional-resonante PR [8], descrito mediante la siguiente función de transferencia:

$$\frac{\underline{V}_{\alpha\beta}^{\Sigma*}(s)}{Er(s)} = K_p \frac{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_e^2}{s^2 + \omega_e^2}$$
(4.98)

Con la definición dada por 4.98 y la dinámica de planta descrita en 3.46, el error del sistema en lazo cerrado es de la siguiente forma:

$$\frac{\underline{E}r(s)}{I_{\alpha\beta}^{\Sigma}(s)} = \frac{s(s^2 + \omega_{\rm e}^2)}{(s+a)(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)}$$
(4.99)

En 4.99 se asume que existe una raíz real a y 2 complejas conjugadas  $\xi \omega_n \pm j \omega_d$ .

Para la estrategia basada exclusivamente en corrientes circulantes, el error obtenido al seguir la referencia de corriente dada por 4.61 se obtiene de la siguiente forma:

$$\underline{\underline{er}}(t) = \underline{\underline{er}}(t)\underline{\underline{i}}_{\alpha\beta}^{+\Sigma*}(t) + \underline{\underline{er}}_{d}\underline{i}_{d}^{+\Sigma*} + \underline{\underline{er}}_{d}\underline{\underline{i}}_{dq}^{+\Sigma*}$$
(4.100)

$$\underline{er}(t) = K((a^2 + \omega_n^2)e^{-at} + \frac{\omega_n}{\sqrt{1 - \xi^2}}e^{-\xi\omega_n t}(2\xi a\sin(\omega_d t - \phi_d) - \omega_n\sin(\omega_d t)))$$
(4.101)

$$\tilde{er}_{d}(t) = K(a^{2}e^{-at} + \frac{\omega_{n}}{\sqrt{1-\xi^{2}}}e^{-\xi\omega_{n}t}((2\xi a - \omega_{n})\sin(\omega_{d}t - \phi_{d}) - a\sin(\omega_{d}t)))$$
(4.102)

$$\tilde{er}_q(t) = \omega_n K(e^{-at} + \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_n t}(\sin(\omega_d t - \phi_d) - \omega_n \sin(\omega_d t)))$$
(4.103)

$$K = \frac{1}{\omega_n^2 + 2\xi\omega_n a + a^2}$$
(4.104)

El comportamiento en estado estacionario del error dado por 4.100 se obtiene de la siguiente forma:

$$\lim_{t \to \infty} \underline{\mathrm{e}}r(t) = 0 \tag{4.105}$$

Por otro lado, para la estrategia basada en corrientes circulantes más tensión en modo común la componente oscilatoria de corriente circulante es de frecuencia 3 veces mayor a la fundamental, por lo que el controlador debe definirse de la siguiente manera:

$$\frac{\underline{V}_{\alpha\beta}^{\Sigma*}(s)}{Er(s)} = K_p \frac{s^2 + 6\xi\omega_n s + 9\omega_e^2}{s^2 + 9\omega_e^2}$$
(4.106)

Considerando el controlador 4.106, la planta 3.46 y una referencia de 4.79 resulta la siguiente función temporal de error

$$\underline{\mathbf{e}}\mathbf{r}(t) = \underline{\mathbf{e}}\mathbf{r}(t)\overline{\underline{\mathbf{i}}}_{\alpha\beta}^{+\Sigma*}(t) - \frac{-j\left(\underline{\mathbf{e}}\mathbf{r}_{\mathrm{d}} - \underline{\mathbf{e}}\mathbf{r}_{q}\right)}{2}$$
(4.107)

En donde  $\bar{er}$ ,  $\underline{\tilde{er}}_d$  y  $\underline{\tilde{er}}_q$  corresponden a las definiciones dadas en 4.101, 4.102 y 4.103. El error en estado estacionario resulta:

$$\lim_{t \to \infty} \underline{\mathrm{e}}r(t) = 0 \tag{4.108}$$

Según las ecuaciones4.105 y 4.108 el controlador resonante presenta error 0 en estado estacionario para las corrientes circulantes de referencia dada por 4.61 y 4.79, es decir, asegura su correcto seguimiento. El error 0 en estado estacionario para las componentes oscilatorias radica en el hecho de que el controlador resonante posee ganancia infinita en esa misma frecuencia, de la misma forma en que un controlador PI posee ganancia infinita para la componente continua, si se examina detalladamente la forma del controlador resonante dada en 4.98 puede verse que en el fondo consiste en un controlador PI desplazado en  $j\omega_{\rm e}$ , de esta forma ambos aseguran error 0 para su frecuencia de resonancia. En cuanto al comportamiento del error para la componente continua, al ser una planta de tipo integrante, la ganancia proporcional asegura error 0 en estado estacionario, tal como puede verse en 4.101.

### Controlador Proporcional Integral Resonante (PIR).

La condición de error cero en estado estacionario obtenida para el controlador resonante a partir de la ecuación 4.105 asume que la planta es estrictamente integrante, en la práctica, las resistencias internas de los componentes, errores de tolerancia o comportamientos no lineales de estos pueden modificar la dinámica de las corrientes circulantes de tal forma que la planta real pueda no ser integrante, en estas condiciones el controlador PR no sería capaz de asegurar un correcto seguimiento de las referencias continuas.

De acuerdo con el principio de control interno (IMP o IMC), si la referencia del sistema se puede describir mediante la siguiente transformada de Laplace:

$$R(s) = \frac{R_N(s)}{R_D(s)} \tag{4.109}$$

Entonces, para que el sistema presente error cero en estado estacionario el controlador debe ser de la siguiente forma:

$$C(s) = \frac{C_N(s)}{R_D(s)C_D(s)}$$
(4.110)

Es decir, según 4.110, el denominador de la función referencia 4.109 (conocido también como polinomio generador) debe estar contenido en el denominador de la función del controlador C(s). Si se considera que la planta puede aproximarse mediante la siguiente función de transferencia genérica:

$$P(s) = \frac{P_N(s)}{P_D(s)}$$
(4.111)

Entonces las funciones de transferencia en lazo cerrado para la referencia y el error quedan definidas de las siguientes formas:

$$T(s) = \frac{I_{\alpha\beta}^{\Sigma}(s)}{R(s)} = \frac{P(s)C(s)}{1 + P(s)C(s)} = \frac{C_N(s)P_N(s)}{R_D(s)C_D(s)P_D(s) + C_N(s)P_N(s)}$$
(4.112)

$$S(s) = \frac{\underline{E}_r(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + P(s)C(s)} = \frac{R_D(s)C_D(s)P_D(s)}{R_D(s)C_D(s)P_D(s) + C_N(s)P_N(s)}$$
(4.113)

Si los polinomios  $C_N(s)$  y  $C_D(s)$  se diseñan de tal forma que los polos originados por el denominador  $R_D(s)C_D(s)P_D(s) + C_N(s)P_N(s)$  en las ecuaciones 4.112 y 4.113 se encuentrem en el semiplano izquierdo del lugar de las raíces, entonces los valores en estado estacionario de  $i\alpha\beta^{\Sigma}(t)$  y  $e_r(t)$  se encuentran dados por:

$$\lim_{t \to \infty} \mathbf{i}_{\alpha\beta}^{\Sigma}(t) = \lim_{s \to 0} T(s)R(s) = r(t)$$
(4.114)

$$\lim_{t \to \infty} \underline{\operatorname{er}}(t) = \lim_{s \to 0} S(s)R(s) = 0 \tag{4.115}$$

Según 4.114 y 4.115, el error estacionario es 0 y la salida del sistema es igual a su referencia, a diferencia de la demostración realizada para el controlador resonante, los resultados obtenidos en 4.114 y 4.115 son válidos para plantas de cualquier orden, tal como se pude ver en 4.111.

Si se aplica transformación de Laplace a la referencia de corriente 4.61 se obtiene:

$$\underline{I}_{\alpha\beta}^{\Sigma*}(s) = \frac{\overline{\underline{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma*}(s^2 + \omega_{e}^2) + s\left(s\left(\underline{i}_{d}^{\Sigma+*} + \underline{i}_{dq}^{\Sigma-*}\right) + j\omega_{e}\left(\underline{i}_{d}^{\Sigma+*} - \underline{i}_{dq}^{\Sigma-*}\right)\right)}{s(s^2 + \omega_{e}^2)}$$
(4.116)

Según 4.116, el polinomio generador de la forma  $s(s^2 + \omega_e^2)$ , por lo que, de acuerdo a 4.110, el denominador del controlador debe contener a este polinomio, una forma de lograrlo es ocupar la siguiente definición de controlador Proporcional-Integral-Resonante (PIR) dada en :

$$\frac{V_{\alpha\beta}^{\Sigma*}(s)}{Er(s)} = K_p \frac{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_e^2}{s^2 + \omega_e^2} + \frac{K_I}{s} = K_p \frac{s^3 + \left(2\xi\omega_n + \frac{K_I}{K_p}\right)s^2 + \omega_e^2 s + \frac{K_I}{K_p}\omega_e^2}{s(s^2 + \omega_e^2)}$$
(4.117)

Si se asume que la función de transferencia 4.117 posee un cero real y 2 ceros complejos, entonces 4.117 puede aproximarse de la siguiente forma:

$$\frac{V_{\alpha\beta}^{\Sigma*}(s)}{Er(s)} = K_p \frac{(s+a)(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_e^2)}{s(s^2 + \omega_e^2)}$$
(4.118)

El denominador del controlador definido en 4.118 es de la forma  $s(s^2 + \omega_e^2)$ , por lo que es capaz de asegurar un correcto seguimiento de las referencias con cero error en estado estacionario. Si se compara las definiciones 4.118 y 4.98 puede comprenderse que el controlador resonante solo posee el factor  $(s^2 + \omega_e^2)$ , por lo que, según el principio de control interno, solo es capaz de asegurar error cero para las componentes oscilatorias, dependiendo de la planta integrante para asegurar seguimiento de la componente continua, de esta forma, el controlador PR puede considerarse como un caso particular del PIR con ganancia integral  $K_I$  igual a cero.

En el caso de la estrategia basada en corrientes circulantes mas tensión en modo común, al transformar la ecuación 4.79 se obtiene la siguiente función de referencia:

$$\underline{I}_{\alpha\beta}^{\Sigma*}(s) = \frac{\overline{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^{\Sigma*}(s^2 + \omega_{\mathrm{e}}^2) + 6\omega_{\mathrm{e}}s\mathbf{i}_{\mathrm{d}q}^{\Sigma*}}{s(s^2 + 9\omega_{\mathrm{e}}^2)}$$
(4.119)

De acuerdo a 4.110, el controlador PIR que asegure error permanente en estado estacionario frente a 4.119 debe ser de la siguiente forma:

$$\frac{\underline{V}_{\alpha\beta}^{\Sigma*}(s)}{Er(s)} = K_p \frac{s^2 + 2\xi\omega_n s + 9\omega_e^2}{s^2 + 9\omega_e^2} + \frac{K_I}{s} = K_p \frac{s^3 + \left(2\xi\omega_n + \frac{K_I}{K_p}\right)s^2 + 9\omega_e^2 s + 9\frac{K_I}{K_p}\omega_e^2}{s(s^2 + 9\omega_e^2)} \quad (4.120)$$

A pesar de que el controlador PIR no ha sido ocupado anteriormente para regular las corrientes circulantes en convertidores  $M^2C$ , debido a que garantiza error estacionario cero para todas las componentes es una alternativa atractiva a los controladores P y PR utilizados en la literatura.

### Seguimiento de tensión en modo común

De acuerdo a 3.44, la tensión en modo común sintetizada por el convertidor se relaciona directamente con la componente de voltaje  $v_0^{\Delta}$  sin ninguna dinámica asociada, por lo que no es necesario la existencia de un controlador que asegure su valor de referencia, si se reemplaza 4.80 en 3.44, el voltaje  $v_0^{\Delta}$  a sintetizar en la segunda estrategia resulta de la siguiente forma:

$$v_0^{\Delta} = -2v_0 = -2\bar{v}_0 - 2\tilde{v}_0 \sin(3\omega_{\rm e}t) \tag{4.121}$$

En cambio, para la primera estrategia no se necesita tensión en modo común, por lo que el voltaje  $v_0^{\Delta}$  se convierte en:

$$v_0^{\Delta} = 0 \tag{4.122}$$

Las acciones de control internas 4.32, 4.33,4.39,4.90,4.98,4.106,4.117,4.120,4.121,4.122 entregan como resultado los voltajes  $v_{\alpha\beta0}^{\Sigma\Delta}$  a sintetizar por el convertidor, si a estos se les aplica la transformación  $\Sigma\Delta\alpha\beta0$  inversa se obtienen los siguientes voltajes en coordenadas naturales PNabc de la siguiente forma:

$$[V]_{abc}^{PN} = [C]^{\Sigma\Delta^{-1}} [V]_{\alpha\beta0}^{\Sigma\Delta} [C]_{\alpha\beta}^{T^{-1}}$$
(4.123)

Los voltajes en coordenadas naturales descritos en 4.123 corresponden a los valores reales a sintetizar por las ramas del convertidor, a diferencia de los voltajes en coordenadas  $\Sigma \Delta \alpha \beta 0$  que solo pueden calcularse, ya que no es factible medirlos físicamente.

## 4.3. Control de ramas y modulaciones para $M^2C$

Todas las estrategias de control planteadas anteriormente entregan como resultado voltajes a sintetizar por ramas, los cuales, según las ecuaciones 3.6 y 3.7 corresponden a la suma de los voltajes proporcionados por todos los módulos de cada rama, por otro lado, la dinámica descrita en 3.3 muestra que al sintetizar voltaje en su salida cada módulo carga o descarga su capacitor, por lo que resulta necesario una estrategia que permita sintetizar el voltaje de consigna por rama y a la vez mantener equilibrado el de sus capacitores, entregando como resultado las variables de conmutación que indican el estado de conducción en los semiconductores.

De acuerdo con la ecuación 3.1, si se conocen los voltajes a sintetizar por módulo, entonces las variables de conmutación promediadas resultan de la siguiente forma:

$$\bar{s}_{ij}^{P,N} = \frac{v_{ij}^{P,N}}{v_{Cij}^{P,N}}$$
(4.124)

Como las variables  $\bar{s}_{ij}^{P,N}$  obtenida por 4.124 corresponde al valor medio a lo largo del periodo de conmutación, entonces la estrategia planteada debe contemplar la transformación de dichas variables a su valor instantáneo  $s_{ij}^{P,N}$ , que es de tipo binario. Esta última etapa es conocida como modulación, dentro de todo el espectro de modulaciones estudiadas para convertidores, en el caso de los  $M^2C$  las técnicas más estudiadas corresponden a las modulaciones por ancho de pulso sinusoidales (S-PWM), cuyo principio de funcionamiento consiste en comparar la



Figura 4.14: Modulación PWM sinusoidal y su espectro armónico para un módulo, con frecuencia de conmutación 2.5 (KHz).

variable de conmutación  $\bar{s}_{ij}^{P,N}$  con una señal portadora de alta frecuencia  $f_s$ , usualmente de tipo triangular, y determinar el valor instantáneo de  $s_{ij}^{P,N}$  de la siguiente forma:

$$s_{ij}^{P,N} = \left\{ \begin{array}{ccc} 1 & si \ \bar{s}_{ij}^{P,N} \ge f_s \\ 0 & si \ \bar{s}_{ij}^{P,N} < f_s \end{array} \right\}$$
(4.125)

Si se considera el siguiente voltaje de referencia para un determinado módulo:

$$v_{ij}^{P,N*} = \frac{E}{2N} - \frac{ME}{2N} \cos(\omega_0 t + \phi_j)$$
(4.126)

Entonces al reemplazar 4.125 y 4.126 en 2.5 se obtiene la siguiente serie de Fourier que representa el voltaje instantáneo del módulo:

$$v_{ij}^{P,N} = \frac{E}{2N} - \frac{m_v E}{2N} \cos(\omega_0 t + \phi_j) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2E}{m\pi N} \sin(\frac{(n+m)\pi}{2}) J_n(\frac{mm_v\pi}{2}) \cos(m(\omega_c t + \frac{(i-1)\pi}{2} + \theta) + n(\omega_e t + \phi_j))$$
(4.127)

En donde  $w_c$  es la frecuencia angular de la señal portadora. Los 2 primeros términos de 4.127 corresponden al voltaje de referencia, mientras que los términos sumatorios corresponden a armónicos que distorsionan dicho voltaje, la forma de esta sumatoria muestra que los armónicos forman bandas en torno a frecuencias múltiplos de la señal portadora  $f_c$ , dentro de cada banda los armónicos se encuentran separados por una frecuencia  $\omega_e t$ , tal como puede verse en la figura 4.14.

El proceso de modulación por ancho de pulso sinusoidal puede extenderse a sistemas multinivel modulares mediante 2 técnicas distintas, las cuales se encuentran ligadas con el control de tensión en ramas, lo que motiva a explicarlas conjuntamente.

### Modulación por desfase (PS-PWM) con control individual

Esta estrategia se basa en distribuir el trabajo de todos los módulos en forma simétrica,



Figura 4.15: Estrategia de control individual con PS-PWM.

por lo que sus voltajes sintetizados son una fracción N del de rama, es decir:

$$v_{ij}^{P,N} \approx \frac{v_j^{P,N}}{N}$$
 para todo  $j = a, b, c \neq i = 1, ..., N$  (4.128)

Para equilibrar los voltajes de capacitores esta estrategia utiliza un lazo de control con retroalimentación, cuya referencia corresponde al voltaje promedio de estos a lo largo de la rama, tal como puede verse en la figura 4.15, si se juntan las ecuaciones 2.24, 4.12, 4.56 y 4.70, entonces dicho voltaje promedio resulta de la siguiente forma:

$$\bar{v}_{ij}^{P,N*} \approx v_C^* + \frac{1}{NCv_C^*} \frac{VI}{4\omega_e} \left[ \pm A_f(m_v,\phi) \sin(\omega_e t + \phi_j + \phi_f(m_v,\phi)) + \frac{1}{2} \sin(2\omega_e t + \phi_j + \phi) \right]$$
(4.129)

El primer término de 4.129 corresponde al voltaje de consigna, que es asegurado por los lazos de control en coordenadas  $\Sigma\Delta\alpha\beta0$  estudiados anteriormente, mientras que los términos restantes corresponden a las oscilaciones producidas en los voltajes  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma\Delta}$ , descritas en las ecuaciones 3.58 y 3.59. Este componente oscilatorio en la referencia  $\bar{v}_{ij}^{P,N*}$  no se encuentra presente en la propuesta original realizada en [21] e implementada junto a la estrategia de control por fases, la cual, como se ha visto anteriormente, tampoco contempla las oscilaciones de voltaje, acarreando el conjunto de desventajas analizadas anteriormente.

Según la figura 4.15 los controladores individuales generan N variables de conmutación medias  $\bar{s}_{ij}^{P,N}$  independientes entre sí, las cuales deben compararse con señales portadoras para generar las variables de conmutación instantáneas, en el caso de PS-PWM estas portadoras se

encuentran desfasadas entre sí. La frecuencia de estas señales portadoras determina el periodo de conmutación en los semiconductores, y por ende determina el retardo en la respuesta de las ramas y el tiempo de procesamiento del dispositivo en el cual se implementan los sistemas de control, esto motiva a que la velocidad del dispositivo en el cual se implementan estas portadoras, junto a sus respectivos comparadores, sea mucho más alta que la del dispositivo encargado de implementar a los controladores, como además la generación de portadoras y la comparación de estas con las variables de conmutación medias son independientes para cada módulo, entonces pueden implementarse en forma paralela, por ambas razones es que los dispositivos ideales para implementar la modulación PS-PWM sean las FPGAs (Field Parallel Gate Array, o arreglos paralelos de compuertas), a diferencia de los procesadores seriales utilizados para implementar los lazos de control.

Si se asume que las variables de conmutación medias para todos los módulos de una misma rama son similares entre sí, entonces se pueden describir de la siguiente manera:

$$\bar{s}_{ij}^{P,N} = \bar{s}_j^{P,N} + \Delta \bar{s}_{ij}^{P,N}$$
 para todo  $j = a, b, c.$  y i = 1...N (4.130)

$$\bar{s}_{j}^{P,N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \bar{s}_{ij}^{P,N}$$
 para todo  $j = a, b, c.$  y  $i = 1...N$  (4.131)

En donde  $\Delta \bar{s}_{ij}^{P,N}$  corresponden a las pequeñas desviaciones de las variables en torno a su promedio  $\bar{s}_j^{P,N}$  por rama. A su vez, si los voltajes en capacitores de cada módulo pueden representarse de la siguiente manera:

$$v_{Cij}^{P,N} = \bar{v}_{Cij}^{P,N} + \Delta v_{Cij}^{P,N}$$
 para todo  $j = a, b, c.$  y i = 1...N (4.132)

Si se reemplaza 4.130 y 4.132 en las ecuaciones 3.6 y 3.7 se obtienen las siguientes relaciones entre los índices de inserción  $m_j^{P,N}$  y las variables de conmutación medias  $\bar{s}_{ij}^{P,N}$ :

$$Nm_{j}^{P,N}\bar{v}_{Cij}^{P,N} + m_{j}^{P,N}\sum_{i=1}^{N}\Delta v_{Cij}^{P,N} = N\bar{s}_{j}^{P,N}\bar{v}_{Cij}^{P,N} + \bar{s}_{j}^{P,N}\sum_{i=1}^{N}\Delta v_{Cij}^{P,N} + \bar{v}_{Cij}^{P,N}\sum_{i=1}^{N}\Delta \bar{s}_{ij}^{P,N} + \sum_{i=1}^{N}\Delta \bar{s}_{ij}^{P,N}\Delta v_{Cij}^{P,N}$$

$$(4.133)$$

Si se asume operación en estado estacionario y que el control por ramas trabaja correctamente, entonces las desviaciones  $\Delta v_{Cij}^{P,N}$  y  $\bar{s}_{ij}^{P,N}$  deben ser aproximadamente igual a 0, por lo que 4.133 se convierte en:

$$m_j^{P,N} = \bar{s}_j^{P,N}$$
 para todo  $j = a, b, c.$  y i = 1...N (4.134)

La ecuación 4.134 indica que, para este tipo de modulación, el índice de inserción  $m_j^{P,N}$  debe entenderse como el promedio a lo largo de la rama para los valores medios en las variables de conmutación  $\bar{s}_{ij}^{P,N}$ , o también como la duración media del ciclo de trabajo para todos los módulos de la rama correspondiente.

Reemplazando 4.134 en 4.133 se obtiene:

$$\sum_{i=1}^{N} \Delta \bar{s}_{ij}^{P,N} \approx 0 \tag{4.135}$$

La ecuación 4.135 muestra que las desviaciones en los ciclos de trabajo  $\bar{s}_{ij}^{P,N}$  a lo largo de toda la rama  $\frac{P,N}{j}$  se anulan entre si.



Figura 4.16: Estrategia de control individual.

A partir de 3.5 se obtiene la siguiente función de transferencia:

$$-\left(s_{j}^{P,N} + \Delta \bar{s}_{ij}^{P,N}\right) \frac{\dot{i}_{j}^{P,N}}{C} \frac{1}{s} = v_{Cij}^{p,N}$$
(4.136)

Como la corriente  $i_j^{P,N}$  posee componentes continuos y alternos descritos por 3.12, entonces el signo en la función de transferencia 4.136 no será constante durante la operación del convertidor, por lo que el controlador debe contrarrestar de alguna manera la variación de signo, en se plantea multiplicar la ganancia del controlador por la corriente  $i_j^{P,N}$ ), pero según solo basta con utilizar el signo de la corriente  $i_j^{P,N}$ ). Si se considera una acción de control proporcional, la desviación del ciclo de trabajo  $\Delta \bar{s}_{ij}^{P,N}$  resulta de la siguiente forma:

$$\Delta \bar{s}_{ij}^{P,N} \approx K_P sgn(\mathbf{i}_j^{P,N}) (\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_{Cij}^{P,N} - v_{Cij}^{P,N})$$
(4.137)

En la modulación PS-PWM las portadoras son de la siguiente forma:

$$f_c = tri(\omega_c t + k\Delta\phi_c) \text{ para todo } k = 1, \dots N - 1.$$
(4.138)

$$\Delta\phi_c = \frac{2\pi}{N} \tag{4.139}$$

Si se considera que el lazo de control individual mantiene los voltajes de capacitores equilibrados en cada una de las ramas, entonces los voltajes sintetizados por ellas pueden representarse mediante la siguiente serie de Fourier:

$$v_{j}^{P} \approx \frac{E}{2} - \frac{m_{v}E}{2} \cos(\omega_{0}t + \phi_{j}) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2E}{m\pi N} \sin(\frac{(Nm+n)\pi}{2}) J_{n}(\frac{m_{v}Nm\pi}{2}) \cos(Nm(\omega_{c}t + \Delta\theta^{P,N}) + n(\omega_{0}t + \phi_{j} + \pi))$$
(4.140)

$$v_{j}^{N} \approx \frac{E}{2} + \frac{ME}{2} \cos(\omega_{0}t + \phi_{j}) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2E}{m\pi N} \sin(\frac{(Nm+n)\pi}{2}) J_{n}(\frac{MNm\pi}{2}) \cos(Nm(\omega_{c}t) + n(\omega_{0}t + \phi_{j}))$$
(4.141)



Figura 4.17: Comparación entre los espectros armónicos de voltaje obtenidos por la modulación PS-PWM(rojo) para una rama de 2 módulos y para un módulo individual (azul), ambos con frecuencia de conmutación 2.5 (KHz).

Al estar desfasadas en  $\Delta \phi_c$ , la cancelación de las bandas armónicas es máxima, quedando solo las asociadas a los armónicos múltiplos de N, esto quiere decir que la frecuencia de conmutación efectiva en la rama es N veces la de sus módulos. Juntando las ecuaciones 2.10, 3.26, 4.140 y 4.141 se obtienen las siguientes expresiones para voltajes en red y corrientes de modo común:

$$v_j \approx V \cos(\omega_0 t + \phi_j) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n 2E}{m\pi N} J_{2n+1-Nm}(\frac{MNm\pi}{2}) \cos(Nm\omega_c t + Q) \cos(\theta^{P,N})$$
(4.142)

$$i_{j}^{\Sigma} \approx \frac{i^{P}}{3} + i_{CCj} - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^{E} J_{2n+1-Nm}(\frac{MNm\pi}{2})}{m\pi NL(Nm\omega_{c}t + (2n+1-Nm)\omega_{0})} \cos(Nm\omega_{c}t + Q) \sin(\theta^{P,N})$$
(4.143)

$$Q = (2n + 1 - Nm)(\omega_0 t + \phi_i) + M\theta^{P,N}$$
(4.144)

$$\theta^{P,N} = \frac{Nm(\Delta\theta^{P,N} - \pi)}{2} \tag{4.145}$$

El ángulo  $\Delta \theta^{P,N}$  en 4.142, 4.143 y 4.144 corresponde al desfase entre portadoras de ramas positivas y negativas.

Si se comparan 4.142 y 4.143 con las expresiones aproximadas dadas en 2.7 y 3.16 puede verse que los componentes armónicos descritos por las sumatorias en 4.142 y 4.143 distorsionan a las tensiones de red y corrientes en modo común. Para minimizar el efecto de estos se debe encontrar el ángulo  $\Delta \theta^{P,N}$  que produzca la mayor cancelación armónica en 4.142 y 4.143, pero, como 4.142 depende de  $\cos(\theta^{P,N})$  y 4.143 de  $\sin(\theta^{P,N})$ , entonces no se pueden minimizar armónicos en la tensión de red y en corrientes circulantes simultáneamente, ya que cuando uno de los 2 sea mínimo el otro será máximo. Para minimizar armónicos de tensión en red el desfase entre portadoras positivas y negativas debe ser de la siguiente manera:

$$\Delta \theta^{P,N} = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{si } N = \text{ impar} \\ \frac{\pi}{N} & \text{si } N = \text{ par} \end{array} \right\}$$
(4.146)


Figura 4.18: Espectros armónicos en corriente circulante  $(i_{CCj})$  y tensión de red  $(v_j)$  obtenidos con PS-PWM para los ángulos de desfase  $\Delta \theta^{P,N}$  que permiten minimizar o maximizar su contenido armónico.

Con éste ángulo el voltaje por fase con mínima distorsión armónica resulta:

$$v_{j} \approx \frac{m_{v}E}{2}\cos(\omega_{0}t + \phi_{j}) + \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{(-1)^{n}2E}{m\pi N}J_{2n+1-Nm}(\frac{m_{v}Nm\pi}{2})\cos(Nm\omega_{c}t + Q_{vf})$$
(4.147)
$$(4.148)$$

$$Q_{vf} = (2n+1-Nm)(\omega_0 t + \phi_j) \tag{4.148}$$

Para minimizar los armónicos de corriente en modo común el ángulo de desfase debe ser de la siguiente manera

$$\Delta \theta^{P,N} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & \sin N = par \\ \frac{\pi}{N} & \sin N = impar \end{array} \right\}$$
(4.149)

En la figura 4.18 se muestran los espectros armónicos obtenidos para un  $M^2C$  de 2 niveles por rama, apreciándose que con desfase  $\Delta \theta^{P,N}$  igual a 0 la corriente circulante no posee armónicos, mientras que el voltaje en red posee una distribución armónica similar a la de los voltajes por rama  $v_j^{P,N}$ , por otro lado, con un desfase de  $\frac{\pi}{2}$  aparecen bandas armónicas en torno a los múltiplos de  $2f_c$ , mientras que en el voltaje de red solo las bandas situadas en torno a los  $2Nf_c$  permanecen.

En [20] se establece el siguiente criterio para seleccionar el tipo de cancelación armónica:

- Si las ramas poseen pocos módulos, entonces el contenido armónico de sus voltajes sera alto, y por ende, también el de la tensión en red, siendo más conveniente minimizar estos armónicos.
- Si la cantidad de módulos por rama es alta, el contenido armónico del voltaje en red sera bajo aún si es maximizado, siendo más conveniente minimizar los armónicos en la corriente de modo común

Este criterio de selección posee 2 inconvenientes, el primero radica en que no da indicaciones para diferenciar entre baja o alta cantidad de módulos por rama, mientras que el segundo consiste en que no considera el modo de operación del convertidor para la selección, por ello, en esta tesis se plantea otro criterio basado en la operación del convertidor, que consiste en:



Figura 4.19: Modulación LS-PWM con red de ordenamiento.

- Para modo de operación inversor, es más conveniente minimizar armónicos en las tensiones de red, ya que estas alimentan a la carga.
- Para modo de operación rectificador, es más conveniente minimizar armónicos en las corrientes de modo común, debido a que, según 3.16, también se minimizan los armónicos en la corriente del puerto DC.

La principal desventaja asociada a la estrategia de modulación PS-PWM consiste en la elevada cantidad de conmutaciones que provoca, ya que en cada ciclo de trabajo todos los módulos conmutan, resultando una cantidad total de:

$$N_{conm} = 6Nf_c \ (Conmutaciones/s) \tag{4.150}$$

#### Modulación por desniveles (LS-PWM) con ordenamiento

La estrategia de modulación por desniveles (LS-PWM) con ordenamiento aborda la síntesis de voltaje y el equilibrado de capacitores como un problema global de la rama, para ello realiza primero el proceso de modulación sobre la referencia de voltaje a sintetizar por rama, entregando como resultado variables de conmutación  $m_{ij}^{P,N}$  que permiten sintetizar el voltaje de referencia, pero que no se encuentran ligadas a módulos en particular, para poder asignar a estos las mencionadas variables se necesita un proceso de ordenamiento que mantenga el equilibrio de voltajes en capacitores de la rama. Como el proceso de ordenamiento se realiza posterior a la modulación, ambos deben localizarse en la misma plataforma FPGA, volviendo mas compleja su implementación. En la figura 4.19 se encuentra un esquema descriptivo de esta estrategia.

Las señales portadoras para esta modulación son de la siguiente forma:

$$f_c = \frac{1}{N} tri(\omega_c t) + \frac{2k+1}{2N} \text{ para todo } k = 1, \dots N - 1.$$
(4.151)

O sea, cada portadora se encuentra desplazada a un nivel de  $\frac{2k+1}{2N}$ . Al estar todas las portadoras desplazadas, solo una de ellas intercepta al voltaje de referencia, por lo tanto, la cantidad total de conmutaciones en el convertidor resultan:

$$N_{conm} = 6f_c \ (Conmutaciones/s) \tag{4.152}$$

Si se designa como  $N_c$  a la cantidad de portadoras bajo la referencia, entonces las variables de conmutación producidas por LS-PWM resultan:

$$\bar{m}_{ij}^{P,N} = \bar{s}_j^{P,N}$$
 para todo  $j = a, b, c.$  y i = 1...N (4.153)

$$m_{ij}^{P,N} = 1$$
 para todo  $j = a, b, c.$  y  $i = 1...N_c$  (4.154)

$$m_{ij}^{P,N} = 0$$
 para todo  $j = a, b, c.$  y  $i = M + 1...N$  (4.155)

A diferencia de PS-PWM, no es posible obtener una expresión genérica para N niveles del espectro armónico producido por la modulación LS-PWM, esto ocurre debido a que los voltajes sintetizados por módulos no son similares a lo largo de la rama, debiendo efectuarse el cálculo de los coeficientes sobre la tensión total de la rama, en vez de la sumatoria utilizada para PS-PWM. En el caso de 3 niveles el voltaje sintetizado por la rama corresponde a:

$$v_{j}^{P,N} = \frac{E}{2} \mp \frac{m_{v}E}{2} \cos(\omega_{e}t + \phi_{j}) + \frac{4m_{v}Nm}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{2m-1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_{2k-1}([2m-1]\pi m_{v})}{[2k-1]} \cos([2m-1]\omega_{c}t) \\ + m_{v}Nm \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{2m} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{2n+1}2(m\pi M) \cos(n\pi) \cos(2m\omega_{c}t + [2n+1](\omega_{e}t + \phi_{j})) \\ + \frac{4m_{v}Nm}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{2m-1} \sum_{n\neq0} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_{2k-1}([2m-1]\pi M)[2k-1]\cos(n\pi)}{[2k-1+2n][2k-1-2n]} \cos([2m-1]\omega_{c}t + 2n(\omega_{e}t + \phi_{j})) \\ (4.156)$$

La figura 4.20 muestra que el efecto de la modulación LS-PWM consiste en disminuir la amplitud y ensanchar las bandas armónicas centradas en los múltiplos de las portadoras, como no existe cancelación de armónicos entre módulos, el filtrado de estos se vuelve más complejo. Reemplazando 4.153, 4.154 y 4.155 en las ecuaciones 3.6 y 3.7 se obtiene la siguiente relación entre el indice de inserción con las variables de conmutación:

$$Nm_{j}^{P,N}\bar{v}_{Cij}^{P,N} + m_{j}^{P,N}\sum_{i=1}^{N}\Delta v_{Cij}^{P,N} = N_{c}\bar{v}_{Cij}^{P,N} + \sum_{i=1}^{N_{c}}\Delta v_{Cij}^{P,N} + \bar{s}_{j}^{P,N}\bar{v}_{Cij}^{P,N} + \Delta v_{CN_{c}j}^{P,N}$$
(4.157)

Si se asume operación en estado estacionario y que el algoritmo de ordenamiento trabaja correctamente, entonces las desviaciones  $\Delta v_{Cij}^{P,N}$  y  $\bar{s}_{ij}^{P,N}$  deben ser aproximadamente igual a 0, por lo que 4.157 se convierte en:

$$m_j = \frac{N_c + \bar{s}_{N_c j}^{P,N}}{N} \tag{4.158}$$

La ecuación 4.158 muestra que, para este tipo de modulación, el índice de inserción puede entenderse como la fracción de módulos conectados por rama.

Según la ecuación 3.5 los capacitores que se encuentren conectados variaran su voltaje dependiendo del sentido de la corriente por rama, mientras que el resto no sera afectado, para mantener estos cercanos al valor medio  $\bar{v}_{Cij}^{P,N}$  se debe utilizar el siguiente criterio de selección



Figura 4.20: Comparación entre los espectros armónicos de voltaje obtenidos por la modulación LS-PWM(rojo) para una rama de 2 módulos y para un módulo individual (azul), ambos con frecuencia de conmutación 2.5 (KHz).

- Si la corriente por rama es positiva, entonces, según 3.5 los módulos conectados se descargarán, por lo que se deben conectar los  $N_c$  módulos con mayor voltaje en sus capacitores, mientras que el siguiente debe conmutar.
- Si la corriente por rama es negativa, entonces, según 3.5 los módulos conectados se cargarán, por lo que se deben conectar los  $N_c$  módulos con menor voltaje en sus capacitores, mientras que el siguiente debe conmutar.

El algoritmo de ordenamiento descrito en 4.19 es el encargado de encontrar los  $N_c$  capacitores con mayor o menor voltaje que necesita el criterio de selección para asignar las variables de conmutación  $s_{ij}^{P,N}$ .

En base a las características de ambas estrategias pueden realizarse las siguientes observaciones:

- La estrategia de control individual asegura la convergencia del voltaje en capacitores al valor de referencia, pero su dinámica es más lenta, debido a que debe ser implementada en procesadores seriales junto al resto de controladores, por otro lado, la estrategia de ordenamiento más selección no busca la convergencia del voltaje en capacitores, pero al localizarse en las tarjetas FPGA puede actuar más rápido que el controlador individual.
- La modulación PS-PWM provee una mejor distribución del espectro armónico que LS-PWM, dando además la posibilidad de minimizar su contenido en alguno de los 2 puertos, por lo tanto, para aplicaciones en donde se requiere una elevada calidad en señales la estrategia de modulación PS-PWM es idónea.
- Como la principal fuente de perdidas en los convertidores se encuentran asociadas a las conmutaciones, entonces la estrategia de modulación LS-PWM provoca un rendimiento N veces mayor que PS-PWM, por lo tanto, para aplicaciones en donde se prioriza la eficiencia, o la cantidad de módulos es muy elevada, entonces la estrategia de modulación LS-PWM es idónea.

## 4.4. Sintonizado de controladores

Para un correcto funcionamiento del sistema, las ganancias de los controladores planteados anteriormente deben ser sintonizadas de tal forma que la dinámica de sus lazos satisfaga los requerimientos de operación del convertidor y de sus puertos externos. Como los controladores se implementan físicamente en procesadores digitales, que entregan acciones de control discretas, entonces el diseño de los controladores debe realizarse en forma discreta, ocupando para ello la transformada z, definida de la siguiente manera:

$$z = e^{sT_s} \tag{4.159}$$

Para discretizar los controladores y plantas descritas anteriormente puede utilizarse la aproximación de Tustin

$$s = \frac{2}{T_s} \frac{z-1}{z+1} \tag{4.160}$$

#### 4.4.1. Sintonizado de controladores Externos

Como todas las plantas descritas para los controladores  $v_{C0}^{\Sigma}$ ,  $v_{C0}^{\Delta}$ ,  $\bar{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$ ,  $\bar{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta}$ ,  $v_{0}^{\Delta}$  y  $\underline{i}_{dq}$  son de tipo integrante, entonces su función de transferencia puede describirse en forma genérica como:

$$G = \frac{K_g}{s} \tag{4.161}$$

Si se toma la siguiente definición del controlador PI

$$PI = K_p \frac{T_{\rm i}s + 1}{T_{\rm i}s} \tag{4.162}$$

Entonces, la función de transferencia asociada a las plantas integrantes con controladores PI en lazo cerrado resulta:

$$G_{lazocerrado} = \frac{K_p K_g}{T_i} \frac{(s + \frac{1}{T_i})}{s^2 + K_p K_g s + \frac{K_p K_i}{T_i}}$$
(4.163)

Al comparar 4.163 con la respuesta deseada 4.20 se pueden encontrar las siguientes relaciones entre los parámetros de diseño  $\xi$  y  $\omega_n$  con la ganancia  $K_p$  y el tiempo de integración  $T_i$  del controlador.

$$K_p = \frac{2\xi\omega_n}{K_g} \tag{4.164}$$

$$T_{\rm i} = \frac{2\xi}{\omega_n} \tag{4.165}$$

En cuanto a la robustez del sistema, la respuesta del lazo de control frente a perturbaciones o variaciones en la salida producidas por diferencias entre el comportamiento real de la planta respecto al modelo teórico se encuentra dada por la función de sensibilidad:

$$S(s) = \frac{1}{1 + C(s)P(s)}$$
(4.166)

Reemplazando 4.161 y 4.162 en 4.166 se obtiene la siguiente forma para esta función:

$$S(s) = \frac{s^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$
(4.167)

Para mejorar el rechazo a las perturbaciones y a la vez disminuir las influencias provocadas por los errores de modelado la ganancia de  $S(\omega)$  debe ser lo más baja posible, una forma de cuantificar la sensibilidad es el índice de robustez, definido de la siguiente manera:

$$M_S = \max_{\omega} |S(\omega)| \tag{4.168}$$

Es decir, el indice  $M_S$  corresponde al valor maximo de la función  $S(\omega, \underline{\lambda})$ , según la figura 4.21, este valor puede entenderse como el inverso de la distancia mínima entre la traza de Nyquist y el punto crítico -1 + j0, o sea, indica cuanto falta para sobrepasar dicho punto y volver al sistema inestable. Reemplazando 4.167 en 4.168 se obtiene el valor del indice de robustez en función del coeficiente de amortiguamiento  $\xi$ :

$$M_{S}(\xi) = \left\{ \begin{array}{cc} \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^{2}}} & \sin\xi \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & \sin\xi \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \end{array} \right\}$$
(4.169)

Comparando 4.169 con 4.25 puede verse que tanto el indice de robustez como el sobrepaso máximo dependen del coeficiente de amortiguamiento  $\xi$ , por lo tanto, se debe encontrar un valor de este que permita obtener valores pequeños en ambos, si se define un coeficiente de amortiguamiento cercano a  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  se tienen los siguientes sobre-pasos máximos e indices de inserción:

$$M_P(\frac{1}{\sqrt{2}}) = e^{-\pi} \approx 20.8\%$$
 (4.170)

$$M_S(\frac{1}{\sqrt{2}}) = 1$$
 (4.171)

Tal como de menciono en los capítulos anteriores, la presencia de los filtros modifica la dinámica y estabilidad, en la tabla 4.2 se muestran las características dinámicas y de estabilidad en los lazos de control externos, nótese que el filtro Pasa Bajos es el que produce respuestas más lentas e inestables, mientras que el filtro síncrono es el que menos modifica la respuesta, en la figura 4.21 se encuentra el lugar de las raíces discreto y el diagrama de Nyquist para los lazos de control externos, en donde se aprecia que la traza del sistema con filtro Pasa Bajo es la que más se acerca al punto 1 + j0, mientras que las trazas del sistema con filtro síncrono y sin filtros son las más lejanas al punto 1 + j0 (y por ende más estables). Reemplazando

	$f_n(Hz)$	ξ	$M_S$	$M_P(\%)$	$T_S(ms)$
$v_{C0}^{\Sigma}$	10,000	0,707	1,000	20,800	155,500
$\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$ + Media Móvil	7,000	0,664	1,608	40,000	162,000
$\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma}$ + Sincróno	10	0,703	1,018	21,000	$155,\!500$
$v_{C0}^{\Delta}$	10,000	0,707	1,000	20,800	155,500
$\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta}$ + Media Móvil	7,000	$0,\!664$	1,608	40,0	162,000
$\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Delta}$ + Sincróno	10,000	0,703	1,018	21,000	155,500

Tabla 4.2: Parámetros en los lazos de control



Figura 4.21: Lugar de las raíces y diagrama de Nyquist para los lazos de control  $v_{C\alpha\beta}^{\Sigma\Delta}$ . (el comportamiento de los lazos  $v_{C0}^{\Sigma\Delta}$  es similar al caso de  $v_{C\alpha\beta}^{\Sigma\Delta}$  sin filtros).

4.160 en 4.162 se obtiene la siguiente función de transferencia discreta del controlador PI

$$PI = \frac{b_0 z + b_1}{z - 1} \tag{4.172}$$

$$a_0 = \frac{K_p}{2T_i} (2T_i + T_s) \tag{4.173}$$

$$a_1 = \frac{K_p}{2T_i} (2T_i - T_s) \tag{4.174}$$

La función 4.172 puede ser expresada como ecuación de diferencias en forma canónica de la siguiente manera:

$$w[k] = e[k] + w[k-1]$$
(4.175)

$$u[k] = b_0 w[k] + b_1 w[k-1]$$
(4.176)

Las ecuaciones 4.175 y 4.176 son la forma en que se implementan los controladores PI en la DSP, nótese que la ganancia  $K_g$  dependen del punto de operación del sistema, para evitar que una modificación en este altere la dinámica y estabilidad se pueden expresar los coeficientes  $a_0$  y  $a_1$  en función de normalizaciones que anulen las variaciones en el punto de operación, en cambio, la ganancia de las plantas internas no se ven afectadas por la operación del sistema.

#### 4.4.2. Sintonizado de controladores Internos

#### Controladores P de corrientes circulantes



Figura 4.22: Comportamiento dinámico y estabilidad del controlador P para corrientes circulantes con ambas estrategias

Si se considera la respuesta al error del controlador proporcional dada en 4.91 y la definición dada por 3.46 para la planta, se puede determinar la siguiente relación entre la ganancia proporcional, la inductancia de rama y las características de diseño:

$$K_p = \frac{1}{2\pi f_n L} \tag{4.177}$$

Para que la dinámica de este lazo no interfiera a los lazos externos es necesario que su velocidad sea al menos 10 veces mayor, por lo tanto, se necesita una frecuencia de al menos  $f_n = 100(Hz)$  para el lazo de corrientes circulantes, por lo que la ganancia proporcional resulta:

$$K_p = 0,3183 \tag{4.178}$$

Para conocer el comportamiento dinámico del controlador se realiza una simulación temporal en MATLAB considerando las siguientes funciones discretas de referencias:

$$r = 0.5 + 0.5 \sin(h\omega_{\rm e}T_s)$$
 para estrategia de corrientes circulantes (4.179)

$$r = 0.5 + 0.5 \sin(3h\omega_{\rm e}T_s)$$
 para estrategia de corrientes circulantes mas CMV (4.180)

Según la figura 4.22 el controlador proporcional sigue solo a las componentes continuas de ambas referencias, mientras que la amplitud de las componentes oscilatorias se disminuye notablemente, esto ocurre debido a que el lugar de las raíces solo circula por el eje real, imposibilitando a que existan ceros resonantes en lazo cerrado que permitan obtener error cero en estado estacionario para las componentes oscilatorias, por otro lado, el lugar de las raíces nunca sale del circulo unitario, por lo que la estabilidad del sistema no se ve comprometida con variaciones de cualquier tipo en la ganancia, esto se corrobora con el diagrama de Nyquist, que indica un índice de Robustez  $M_S = 1$ , asegurando los siguientes márgenes de ganancia y fase:

$$A_m \ge \frac{M_S}{1 - M_S} = \infty \tag{4.181}$$

$$\phi_m \ge 2\mathrm{sin}^{-1}\left(\frac{1}{2M_S}\right) = 60^\circ \tag{4.182}$$

#### Controladores PR de corrientes circulantes

Si se reemplaza 4.160 en la definición del controlador resonante dada en 4.98 se obtiene la siguiente forma discreta:

$$PR(z) = K_{pd} \frac{z^2 - 2r\cos(n\omega_e T_s) + r^2}{z^2 - 2\cos(n\omega_e T_s) + 1}$$
(4.183)

$$K_{pd} = K_p \frac{(\omega_e T_s)^2 + 4\xi \omega_n T_s + 4}{(\omega_e T_s)^2 + 4}$$
(4.184)

$$r = \frac{(\omega_{\rm e}T_s)^2 + 4}{(\omega_{\rm e}T_s)^2 + 4\xi\omega_n T_s + 4}$$
(4.185)

En donde n se define de la siguiente manera:

$$n = \left\{ \begin{array}{cc} 1 & \text{Para estrategia de corrientes circulantes} \\ 3 & \text{Para estrategia de corrientes circulantes mas tensió modo común} \end{array} \right\}$$
(4.186)

El parámetro r descrito en 4.185 corresponde al radio de los ceros conjugados en lazo abierto, tal como puede corroborase en las gráficas del lugar de las raíces mostradas en la figura 4.23, a su vez, de acuerdo al denominador de 4.183 los polos en lazo abierto agregados por el controlador son de magnitud 1, encontrándose por ello en el círculo unitario, y definiendo ambos en conjunto la forma del lugar de las raíces, mientras que la ganancia  $K_{pd}$  descrita en 4.184 permite ajustar la posición de los polos y ceros en lazo cerrado dentro del lugar de las raíces definido previamente.

Para obtener los valores de r y  $K_{pd}$  se resuelve el siguiente problema de optimización:

$$\min_{\underline{\lambda}} |\mathbf{e}(hT_s)| \quad \text{s.a} \quad M_S(\omega, \underline{\lambda}) = 2 \tag{4.187}$$

En donde  $e(hT_s)$  corresponde al error de seguimiento respecto a la entrada de referencia, si se reemplaza la definición de sensibilidad dada en 4.113, entonces el problema de optimización 4.187 se convierte en:

$$\begin{split} \min_{\underline{\lambda}} |r(hT_s) * S(hT_s)| \\ \text{sujeto a} \\ \max_{\omega} |S(\omega, \underline{\lambda})| = 2 \end{split} \tag{4.188}$$



Figura 4.23: Comportamiento dinámico y estabilidad del controlador PR para corrientes circulantes con ambas estrategias

El problema de optimización 4.188 consiste en encontrar el controlador más rápido posible que pueda garantizar una robustez del sistema señalada por el índice de sensibilidad igual a 2, nótese que los términos de la función objetivo se encuentran expresados respecto al tiempo discreto  $hT_s$ , mientras que la restricción se encuentra en función de la frecuencia  $\omega$  y de los parámetros del controlador  $\underline{\lambda} = K_{pd}, r$ .

Para resolver el problema discreto 4.188 dadas las referencias 4.179 y 4.180 se utiliza un algoritmo de punto interior programado en el software MATLAB, entregando como resultados los parámetros de la tabla 4.3, estas soluciones no necesariamente son únicas, ya que el tanto la función objetivo como la restricción son no lineales. Al realizar una simulación temporal de las respuestas entregadas por las funciones de transferencia y sensibilidad frente a las referencias 4.179 y 4.180 se determina que el asentamiento de la respuesta ocurre a los 15 (ms), es decir, al menos 10 veces más rápido que las respuestas de los lazos externos detalladas en la tabla 4.2, de esta forma la suposición realizada para el diseño de los lazos externos es válida, los resultados de esta simulación se encuentran en la figura 4.23 junto a los lugares de las raíces y los diagramas de Nyquist correspondientes, que corroboran los criterios de diseño utilizados.

Tabla 4.3: Par<u>ámetros de controlado</u>res resonantes

$f_{\rm e}$	$K_{pd}$	r	
50	6.743	0.8426	
150	6.946	0.8592	

Si se transforma 4.183 a ecuación de diferencias se obtienen 4.189 y 4.190, que son la forma

en que se implementa el controlador en código.

$$w[k] = e[k] + a_1 w[k-1] - w[k-2]$$
(4.189)

$$v[k] = b_0 w[k] - b_1 w[k-1] + b_2 w[k-2]$$
(4.190)

Las ecuaciones 4.189 y 4.190 se encuentran en la forma canónica, ya que solo la variable wes la que necesita almacenarse en cada instante de muestreo, esto permite ahorrar memoria y simplificar su programación. Los parámetros  $a_1$ ,  $b_0$ ,  $b_1$  y  $b_2$  se encuentran definidos de la siguiente forma:

$$a_1 = 2\cos(\omega_{\rm e}T_s) \tag{4.191}$$

$$b_0 = K_p \tag{4.192}$$

$$b_1 = 2K_p r \cos(\omega_e T_s) \tag{4.193}$$

$$b_2 = r^2 \tag{4.194}$$

#### Controladores PIR de corrientes circulantes

Si se reemplaza 4.160 en la definición del controlador PIR dada en 4.117 se obtiene la siguiente forma discreta:

$$PIR(z) = K_{pd} \frac{z^2 - 2r\cos(\omega_e T_s) + r^2}{z^2 - 2\cos(\omega_e T_s) + 1} + K_{Id} \frac{z+1}{z-1} = \frac{b_0 z^3 - b_1 z^2 + b_2 z + b_3}{z^3 - a_1 z^2 + a_1 z - 1}$$
(4.195)

En donde los parámetros  $a_1$ ,  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  y  $b_3$  se encuentran dados por:

$$b_0 = K_{pd} + K_{Id}$$

$$b_1 = 2 \left( K_{rd} r + K_{Id} \right) \cos \left( \omega_e T_e \right) + \left( K_{rd} - K_{Id} \right)$$

$$(4.196)$$

$$(4.197)$$

$$b_1 = 2 \left( K_{pd} r + K_{Id} \right) \cos \left( \omega_e T_s \right) + \left( K_{pd} - K_{Id} \right)$$
(4.197)

$$b_2 = 2\left(K_{pd}r - K_{Id}\right)\cos\left(\omega_e T_s\right) + \left(K_{pd}r^2 - K_{Id}\right)$$
(4.198)

$$b_3 = -K_{pd}r^2 + K_{Id} \tag{4.199}$$

$$a_1 = 1 + 2\cos\left(\omega_{\rm e}T_s\right) \tag{4.200}$$

Para encontrar los valores de  $K_{pd}$ ,  $K_{Id}$  y r se resuelve el problema de optimización planteado en 4.187 con las referencias dadas por 4.179 y 4.180, obteniendo como resultado los parámetros dados de la tabla 4.4. De acuerdo a los lugares de las raíces mostrados en la figura 4.24 los ceros en lazo abierto agregados por el controlador PIR consisten en uno real situado cerca del origen (z = 0.3722 para el controlador sintonizado en f = 50(Hz) y z = 0.3807 para el sintonizado en f = 150(Hz)) mas 2 ceros complejos situados cerca de los polos resonantes (de radios r = 0.9855 para el controlador sintonizado en f = 50(Hz) y r = 0.9884 para el sintonizado en f = 150(Hz), nótese que los radios de estos ceros son mayores que los obtenidos por el problema de optimización para las componentes resonantes dadas en la definición 4.195, por otro lado, de acuerdo a los diagramas de Nyquist mostrados en la figura 4.24 muestra que el índice de robustez es igual a 2 para ambos lazos de control, satisfaciendo los requerimientos de diseño.

En la figura 4.24 también se muestra una simulación temporal de las respuestas obtenidas por las funciones de salida y sensibilidad para las referencias dadas por 4.179 y 4.180, encontrándose que los establecimientos de las respuestas ocurren a los 15 (ms), por lo que su



Figura 4.24: Comportamiento dinámico y estabilidad del controlador PIR para corrientes circulantes con ambas estrategias

$f_{\rm e}$	$K_{pd}$	$K_{Id}$	r
50	8.126	2.265	0.8685
150	8.397	2.502	0.8759

Tabla 4.4: Parámetros de controladores PIR

dinámica es igual de rápida que la obtenida por los controladores PR y tampoco interfieren con los lazos de control externos. Si se transforma 4.195 a ecuación de diferencias se obtiene forma canónica 4.189.

$$w[k] = e[k] + a_1 w[k-1] - w[k-2]$$
(4.201)

$$v[k] = b_0 w[k] - b_1 w[k-1] + b_2 w[k-2]$$
(4.202)

Para comparar el comportamiento de los 3 controladores se utiliza la integral del error absoluto (IAE) sobre el tiempo de simulación realizado (T = 50(ms)), encontrando que los controladores proporcionales presentan un IAE cercano a 200 veces mayor que los presentados por controladores PR y PIR, siendo estos últimos los que presentan el menor IAE, es decir, su respuesta es más rápida y cercana a la referencia planteada.

Tabla 4.5: Integral del error absoluto (IAE) para los 3 controladores de corrientes circulantes

$f_{\rm e}$	Р	PR	PIR
50	0.2540	0.001821	0.00103
150	0.2574	0.001894	0.001424

#### Controladores de corrientes en puertos

Como la planta del puerto AC descrita por 3.43 es de tipo integrante y el controlador desarrollado en 4.32, entonces si se ocupa como criterio de diseño un factor de amortiguamiento  $\xi = 0,7$  las definiciones dadas en 4.170 y 4.171 son validas para este lazo de control. Si se considera que este lazo debe ser a lo menos 10 veces mas rápido que los externos, entonces al seleccionar una frecuencia natural de  $f_n = 100(Hz)$  se asegura que este lazo sea mucho mas rápido que todos los mostrados en la tabla 4.2. De esta forma los parámetros del controlador PI resultan de la siguiente forma:

$$K_{Pdq} = 2\xi\omega_n L = 4,4422 \tag{4.203}$$

$$T_{\rm idq} = \frac{K_{Pdq}}{L\omega_n^2} = 2,3(ms)$$
 (4.204)

Si se toman las mismas consideraciones para el controlador de corriente  $i^P$  junto con la planta descrita por 3.45, entonces los parámetros del controlador PI resultan de la siguiente forma:

$$K_{Pdq} = 2\xi\omega_n L = 4,4422 \tag{4.205}$$

$$T_{\rm idq} = \frac{K_{Pdq}}{L\omega_n^2} = 2,3(ms)$$
 (4.206)

# Capítulo 5

# Simulaciones

Para poder evaluar el desempeño de los controladores se procede a simular el convertidor  $M^2C$  conectado a una red y con carga RL en el software PLECs, considerando los mismos parámetros y componentes que se utilizarán en el sistema experimental. La utilización de PLECs en vez de otros simuladores (tales como SIMULINK o PSPACE) radica en su velocidad de cómputo y en que permite implementar bloques de simulación C-Script, en los cuales se pueden programar las rutinas de control discreta en lenguaje C, como la plataforma a utilizar en el sistema experimental se programa en este mismo lenguaje, entonces es factible probar el mismo código tanto en la simulación como en el sistema experimental.

## 5.1. Pruebas en estado estacionario

#### 5.1.1. Lazos internos

Un requisito fundamental para el funcionamiento del convertidor consiste en el correcto seguimiento de las referencias por los lazos internos de corriente, ya que los balances de energía asociados a los lazos externos necesitan que las corrientes circulantes y de puertos sean efectivamente iguales a las referencias dadas.

Como la dinámica de los lazos internos es más rápida que la de los externos, es factible imponer una consigna externa a ellos durante un instante lo suficientemente corto como para no afectar de forma considerable el balance energético y la tensión en los condensadores, por ello, para verificar el seguimiento de las corrientes circulantes se imponen referencias de tipo continua y oscilatoria durante 100 (ms), tal como puede verse en la figura 5.1, comprobándose que el controlador PIR es el que realiza un mejor seguimiento de ambas referencias, por otro lado, el controlador PR no realiza un seguimiento correcto de la componente continua, a pesar de que según 4.105 el error en estado estacionario debiera ser cero para esta planta integrante, a su vez, el controlador P provoca distorsiones en el seguimiento de ambas referencias, por lo que su desempeño es el peor de todos, por estas razones es que se determina utilizar solo el controlador PIR para las siguientes pruebas.



Figura 5.1: Seguimiento en los lazos de corriente circulante para los 3 tipos de controladores.



Figura 5.2: Seguimiento en los lazos de corriente circulante para los 3 tipos de controladores.

En cuanto al comportamiento de las corrientes presentes en los puertos externos, en la figura 5.2 se puede apreciar que las corrientes de ambos puertos siguen en forma correcta a sus referencias, de esta forma, la suposición  $\underline{i}_{\alpha\beta0}^{\Sigma\Delta} = \underline{i}_{\alpha\beta0}^{\Sigma\Delta*}$  es completamente válida para los lazos externos.

#### 5.1.2. Lazos externos

Una vez asegurado el correcto funcionamiento de los lazos internos corresponde analizar el comportamiento de todos los lazos externos en estado estacionario, para ello se selecciona el siguiente punto de operación:

 $v_C^* = 150(V) \tag{5.1}$ 

$$v_{\rm d} = 100(V)$$
 (5.2)

$$i_d = 10(A)$$
 (5.3)

$$E = 300(V) \tag{5.4}$$

$$\mathbf{i}^P = 5(A) \tag{5.5}$$

Con estas condiciones se simula el comportamiento de los lazos externos de voltaje para ambas estrategias, cuyos resultados son mostrados en la figura 5.3, para mayor resolución se gráfica el error de la componente  $V_{C_0}^{\Sigma}$  en vez de su magnitud, de esta forma todas las gráficas deben converger a la referencia 0 (V), nótese que tanto la utilización de los filtros sincrónicos como de media móvil logran mantener el valor medio de los componentes  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma\Delta}$  en torno a cero, siendo prácticamente imposible encontrar una diferencia entre las simulaciones de ambas estrategias, por otro lado, en la componente  $v_{C_0}^{\Delta}$  se manifiesta una pequeña oscilación



Figura 5.3: Respuesta en estado estacionario de voltajes en condensadores ocupando ambas estrategias y ambos filtros.



Figura 5.4: Respuesta en estado estacionario de corrientes ocupando ambas estrategias y ambos filtros.

de 0.2 (V) no prevista por el modelo realizado en el capítulo anterior, pero como su amplitud es tan baja puede considerase despreciable, nótese que esta oscilación presenta un poco de distorsión cuando se aplica la estrategia basada en corrientes circulantes con el filtro de media móvil.

El seguimiento de corrientes circulantes durante la prueba se aprecia en la figura 5.4, en donde puede corroborarse que las referencias de estas son muy bajas (prácticamente 0.01 veces el valor de la corriente del puerto AC), esto es debido a que los filtros eliminan correctamente a las oscilaciones fundamentales y de segundo armónico asociadas a la acción de las corrientes externas sobre los flujos de potencia  $\underline{p}_{\alpha\beta}$ , como estas referencias son demasiado pequeñas, no es conveniente evaluar el desempeño de los controladores internos bajo estas condiciones y es por ello que se realizaron las pruebas anteriores para verificar el funcionamiento de estos.

En cuanto a los voltajes sintetizados por rama, según la figura 5.5 muestra que la estrategia basada en corrientes circulantes sintetiza voltajes con menor distorsión que la estrategia



Figura 5.5: Respuesta en estado estacionario ocupando ambas estrategias y ambos filtros.

basada en el uso combinado de estas más tensión en modo común, ademas, para sintetizar esta última (de color amarillo en la figura 5.5) se necesita ocupar parte de la tensión disponible por rama, limitando de esta forma el indice de modulación maximo que el convertidor puede entregar. En la figura 5.6 puede encontrarse que los voltajes y corrientes asociados a los puertos externos prácticamente no poseen distorsiones, esto se debe a que al utilizar variables internas del controlador para realizar el balance energético los puertos externos no se ven afectados por su funcionamiento, ratificando con ello la utilidad de plantear el control por medio de transformadas.



Figura 5.6: Respuesta en estado estacionario ocupando ambas estrategias y ambos filtros.



Figura 5.7: Respuestas al escalón en la coordenada  $\Sigma \alpha$ .

### 5.2. Pruebas Dinámicas

#### 5.2.1. Lazos externos

Para verificar la dinámica de los lazos externos se someten a los voltajes  $\underline{v}_{C\alpha\beta0}^{\Sigma\Delta}$  a la siguiente entrada de referencia:

$$v_{C\alpha\beta}^{\Sigma\Delta*} = 20u(t)(V) \tag{5.6}$$

De acuerdo a la figura 5.7 las respuestas obtenidas por los filtros sincrónicos es más rápida y con sobrepasos menores que la obtenida con los filtros de media móvil, especialmente cuando se utilizan estos últimos en combinación con la estrategia de control basada en corrientes circulantes, en donde el sobrepaso y las oscilaciones son muy grandes y pronunciadas, por otro lado, cuando se utilizan filtros de media móvil en combinación con la estrategia basada en corrientes circulantes más tensión en modo común las diferencias obtenidas entre las dinámica ocasionadas por ambos filtros no es tan apreciable. Nótese también que al realizar cambios de tipo escalón en los ejes  $\alpha$  se producen distorsiones en los componentes oscilatorios de todos los ejes, siendo estas más notorias cuando se utiliza la estrategia basada en corrientes circulantes más tensión en modo común.

Según la figura 5.7 los filtros sincrónicos producen errores en estado estacionario, y además provocan una reacción en el otro componente del mismo eje, esto se debe a las respuestas causadas por las funciones de transferencia cruzadas estudiadas en el capítulo anterior, a pesar de ello, sus características dinámicas y mejor tolerancia a errores permiten asegurar que estos filtros, originalmente planteados solo para la estrategia de corrientes circulantes más tensión en modo común, son la mejor alternativa para filtrar componentes oscilatorios en el  $M^2C$ , debido a que las referencias de  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma\Delta}$  usualmente son constantes e igual a 0, por lo que las respuestas asociadas a las funciones cruzadas no son relevantes.

Si bien la condición de referencias escalón en los ejes  $\underline{v}_{C\alpha\beta}^{\Sigma\Delta}$  es poco probable que ocurra en condiciones de operación normal, si sirve para observar el comportamiento dinámico de las corrientes circulantes, según la figura 5.8 al realizarse estas pruebas al escalón la amplitud



Figura 5.8: Corrientes circulantes provocadas por las respuestas al escalón de los ejes  $\alpha\beta$ .

de las corrientes circulantes crece, lo cual es lógico ya que son ellas las que proveen el flujo de potencia necesario para generar dicho cambio, nótese que el incremento de corriente es muchísimo mayor en la estrategia que utiliza tensión en modo común, esto ocurre debido a que como la magnitud de esta es muchísimo menor a la del voltaje en red, entonces para poder generar un flujo similar esta estrategia demanda una mayor cantidad de corriente circulante.

# Capítulo 6

## **Resultados Experimentales**

A continuación, se presentan los resultados experimentales de las pruebas realizadas en el laboratorio. Se replicaron algunas de las mismas efectuadas en la simulación, con la finalidad de comprobar el funcionamiento de los controladores diseñados al aplicarlos en el sistema de estudio y, además, comprobar la similitud con las simulaciones. Debido a que la estrategia de corrientes circulantes con filtro síncrono fue la que presento mejores resultados en simulación, se implementó esta y no las otras, validando condiciones de carga y modos de operación.

## 6.1. Componentes del sistema experimental

El sistema experimental construido en el laboratorio de Electrónica de Potencia de la Universidad de Chile está compuesto de las siguientes etapas:

- Una etapa de potencia consistente en 12 módulos de medio puente y un capacitor de 2200 ( $\mu F$ ) 400 (V)
- una etapa de control compuesta por una tarjeta DSKC6713, en la cual se programan las instrucciones de control mediante el software CODE COMPOSER STUDIO, junto a ella trabajan 2 tarjetas FPGA PROASIC 3, encargadas de procesar las mediciones, efectuar la modulación PS-PWM y activar las protecciones ante fallas.



Figura 6.1: Respuesta experimental en estado estacionario de voltajes en condensadores.

## 6.2. Pruebas en estado estacionario

La primera consiste en obtener el comportamiento en estado estacionario de los lazos externos, para ello se somete al convertidor al siguiente punto de operación:

$$v_C^* = 150(V) \tag{6.1}$$

$$v_{\rm d} = 100(V)$$
 (6.2)

$$i_d = 15(A)$$
 (6.3)

$$E = 300(V) \tag{6.4}$$

$$\mathbf{i}^P = \mathbf{8}(A) \tag{6.5}$$

En estas condiciones se obtienen los voltajes mostrados en la figura 6.1, en donde se aprecia que en los ejes  $\Sigma$  existe una distorsión apreciable, la cual puede ser originada por la pequeñez de su valor, mientras que la oscilación en  $\Delta$  es prácticamente igual a la obtenida por simulación, a su vez, los componentes de eje 0 poseen una oscilación tan baja que puede confundirse con el ruido de medición. El seguimiento de las corrientes circulantes es mostrado en la figura 6.2, encontrándose que, si bien los controladores internos siguen a las referencias señaladas, existe una distorsión presente en ellas, al igual que en la corriente de red.

#### 6.2.1. Pruebas de impacto en la carga

Cuando el convertidor opera como fuente de voltaje una característica fundamental es que pueda entregar una tensión constante en sus terminales sin importar las condiciones de carga, para verificar esta propiedad se impuso una tensión de 300(V) en el convertidor, y posteriormente se aplicó una carga resistiva cuya resistencia fue disminuyendo a lo largo del



Figura 6.2: Respuesta experimental en estado estacionario de voltajes en condensadores.



Figura 6.3: Respuesta experimental en estado estacionario de voltajes en condensadores.

tiempo, según la figura 6.3 tanto los voltajes de salida como de los condensadores se mantienen inalterados, esto comprueba que los lazos de control son capaces de asegurar operación como fuente de voltaje.

# Conclusión

A continuación, se presentan las principales conclusiones obtenidas en el desarrollo del trabajo de investigación realizado durante la tesis de Magister.

- En este trabajo se estudiaron 2 estrategias de control y 2 de filtrado para convertidores modulares multinivel conectados a la red, comparando sus características y determinando sus mejores usos.
- Durante el desarrollo del trabajo, se comprobó que las estrategias clásicas de control por fase corresponden a un caso particular y poco eficiente de la estrategia basada en transformadas y corrientes circulantes, por otro lado, la estrategia basada en tensión de modo común no posee equivalentes por fase.
- Para convertidores modulares multinivel conectados a la red, la estrategia de control basada exclusivamente en corrientes circulantes proporciona un mejor desempeño, ya que permite obtener mayores indices de modulación y menor distorsión en los componentes oscilatorios.
- La estrategia de control basada en la manipulación de la tensión de modo común es mas atractiva para aplicaciones de accionamientos, ya que puede balancear energía en el convertidor cuando no existe voltaje en el puerto AC, situación dada en dichas aplicaciones.
- A pesar de las ventajas mencionadas por Akagi, los filtros de media móvil no presentan un buen comportamiento para eliminar componentes oscilatorios en convertidores modulares, ya que comprometen la estabilidad de los lazos externos y producen respuestas sobrepasadas y oscilatorias.
- A pesar del error en estado estacionario, los filtros sincrónicos proporcionan un buen filtrado de los componentes oscilatorios, ya que aseguran su correcta eliminación y no alteran significativamente la dinámica de los lazos externo.
- A pesar de no ser mencionado en la literatura, el controlador PIR es la mejor opción para asegurar el seguimiento de los lazos internos, ya que permite error cero para componentes continuas y oscilatorias, siendo mas completo que el clásico controlador PR y mas sencillo que otras estrategias, tales como el repetitivo.
- Para operar como fuente de tensión, solamente se puede emplear la estrategia de control basada en corrientes circulantes, ya que la estrategia de tensión en modo común necesita una corriente establecida por el puerto continuo, la cual no necesariamente esta presente en este régimen de operación.
- Para operar como fuente de corriente ambas estrategias de control son validas, ya que por definición existe una corriente del puerto DC capaz de balancear flujos.

# Bibliografía

- [1] ABB AB FACTS. Eagle Pass / Piedras Negras BtB Light. 2011.
- [2] G. P. Adam, K. H. Ahmed, and B. W. Williams. Mixed cells modular multilevel converter. *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pages 1390–1395, 2014.
- [3] Hirofumi Akagi. Multilevel Converters: Fundamental Circuits and Systems. *Proceedings* of the IEEE, 105(11):2048–2065, 2017.
- [4] Hirofumi Akagi, Shigenori Inoue, and Tsurugi Yoshii. Control and performance of a transformerless cascade PWM STATCOM with star configuration. *IEEE Transactions* on Industry Applications, 43(4):1041–1049, 2007.
- [5] Alstom Grid. HVDC-VSC : transmission technology of the future. 2011.
- [6] Benshaw. M2L 3000 Series.
- [7] Siemens Energy. HVDC PLUS the decisive step ahead An unparalleled challenge :. 2016.
- [8] Mauricio Espinoza, Enrique Espina, Matías Diaz, Andrés Mora, Roberto Cárdenas, Costa Rica, San José, Costa Rica, and Basal Project. Improved control strategy of the Modular Multilevel Converter for high power drive applications in low frequency operation. In European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'16 ECCE Europe), pages 1–10, 2014.
- [9] M. Glinka. Prototype of multiphase modular-multilevel-converter with 2 MW power rating and 17-level-output-voltage. 2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference (IEEE Cat. No.04CH37551), 4:2572-2576, 2004.
- [10] Makoto Hagiwara and Hirofumi Akagi. Control and Experiment of Pulsewidth-Modulated Modular Multilevel Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 26(7):1737–1746, 2011.
- [11] Makoto Hagiwara, Ryo Maeda, and Hirofumi Akagi. Control and analysis of the modular multilevel cascade converter based on double-star chopper-cells (MMCC-DSCC). *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2011.
- [12] K. Ilves, L. Bessegato, L. Harnefors, S. Norrga, and H. P. Nee. Semi-full-bridge submodu-

le for modular multilevel converters. 9th International Conference on Power Electronics - ECCE Asia: "Green World with Power Electronics", ICPE 2015-ECCE Asia, pages 1067–1074, 2015.

- [13] Kalle Ilves, Franz Taffner, Staffan Norrga, Antonios Antonopoulos, Lennart Harnefors, and Hans Peter Nee. A submodule implementation for parallel connection of capacitors in modular multilevel converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 30(7):3518– 3527, 2015.
- [14] Felix Kammerer, Mario Gommeringer, Johannes Kolb, and Michael Braun. Energy balancing of the Modular Multilevel Matrix Converter based on a new transformed arm power analysis. In 2014 16th European Conference on Power Electronics and Applications, EPE-ECCE Europe 2014, 2014.
- [15] Johannes Kolb, Felix Kammerer, and Michael Braun. Dimensioning and design of a Modular Multilevel Converter for drive applications. 2012 IEEE 15th International Power Electronics and Motion Control Conference (EPE/PEMC), (2):LS1a-1.1-1-LS1a-1.1-8, 2012.
- [16] Johannes Kolb, Felix Kammerer, Alexander Schmitt, Mario Gommeringer, and Michael Braun. The modular multilevel converter as universal high-precision 3AC voltage source for power hardware-in-the-loop systems. In *PCIM Europe Conference Proceedings*, 2014.
- [17] Zhengfu Liu, Jingjing Lu, Zhiguang Ou, Ming Ma, Chang Yuan, Xiangning Xiao, and Hao Wang. The start control strategy design of Unified Power Quality Conditioner based on modular multilevel converter. pages 933–937, 2013.
- [18] M. Marchesoni and M. Mazzucchelli. Multilevel converters for high power AC drives: a review. In ISIE '93 - Budapest: IEEE International Symposium on Industrial Electronics Conference Proceedings, pages 38–43, 1993.
- [19] R Marquardt and A Lesnicar. A new modular voltage source inverter topology. European Power Electronics Conference (EPE), pages 1–10, 2003.
- [20] Laszlo Mathe. Performance Comparision of the Modulators sith Balancing Capability used in MMC Applications. International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), pages 3–8, 2017.
- [21] Modular Multilevel, Cascade Converter, and Hirofumi Akagi. Classification, Terminology, and Application of the Modular Multilevel Cascade Converter (MMCC). *IEEE Transactions on Power Electronics*, 26(11):3119–3130, 2011.
- [22] Joao I Yutaka Ota, Yuji Shibano, and Hirofumi Akagi. A phase-shifted PWM D-STATCOM using a modular multilevel cascade converter (SSBC) - Part II: Zero-voltageride-through capability. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2015.
- [23] Hui Peng, Makoto Hagiwara, and Hirofumi Akagi. Modeling and analysis of switchingripple voltage on the DC link between a diode rectifier and a modular multilevel cascade inverter (MMCI). *IEEE Transactions on Power Electronics*, 28(1):75–84, 2013.

- [24] Mathias Schnarrenberger, Felix Kammerer, Dennis Brackle, and Michael Braun. Cell design of a square-wave powered 1AC-3AC modular multilevel converter low voltage prototype. In 2016 18th European Conference on Power Electronics and Applications, EPE 2016 ECCE Europe, 2016.
- [25] Siemens. SINAMICS SM120 Cabinet Modules.