



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

IMPLEMENTACIÓN DE MÉTODOS DE REDUCCIÓN DE RUIDO EN MODOS DE
VIBRACIÓN CON UN SISTEMA DE CORRELACIÓN DIGITAL DE IMÁGENES

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL MECÁNICO

TOMÁS GABRIEL NAHUM GUTIÉRREZ

PROFESOR GUÍA:
VIVIANA MERUANE NARANJO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
RAFAEL RUIZ GARCIA
ALEJANDRO ORTIZ BERNARDIN

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por CONICYT

SANTIAGO DE CHILE
2018

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO
POR: TOMÁS GABRIEL NAHUM GUTIÉRREZ
FECHA: 2018
PROF. GUÍA: VIVIANA MERUANE NARANJO

IMPLEMENTACIÓN DE MÉTODOS DE REDUCCIÓN DE RUIDO EN MODOS DE VIBRACIÓN CON UN SISTEMA DE CORRELACIÓN DIGITAL DE IMÁGENES

Conocer la información modal del campo completo de una estructura permite detectar la localización y magnitud de daño en materiales compuestos. Estos datos pueden ser captados usando cámaras estereoscópicas de alta velocidad usando un sistema de correlación de imágenes digitales (DIC). Este sistema permite medir un elevado número de grados de libertad de manera simultánea de forma óptica sin afectar al sistema.

La información modal recabada es de interés para el desarrollo de indicadores de daño que sean capaces de identificar el daño por delaminación en un panel compuesto tipo panel de abeja usando el sistema anteriormente nombrado.

Sin embargo, la información obtenida no está exenta de ruido experimental y es mediante la aplicación de metodologías de suavizado, que se reconstruyen datos faltantes y se reduce el ruido experimental. El objetivo de este trabajo de título consiste en desarrollar, implementar y comparar distintas metodologías de reducción de ruido experimental.

La información modal utilizada consiste en muestras de paneles de geometría plana tipo sándwich con núcleos del tipo panel de abeja, las cuales fueron excitadas en rangos cercanos a sus frecuencias naturales, captadas por el sistema DIC y se identificaron algunos modos de vibración. Las metodologías de reducción de ruido fueron aplicadas a esta información, luego se utilizó un indicador de daño basado en la curvatura y finalmente se compararon los resultados utilizando el algoritmo *Intersection Over Union*.

El primer método consistió en realizar un suavizado robusto de datos con valores faltantes, el segundo método consistió en realizar un suavizado de datos utilizando procesos Gaussiano y el tercer método consistió en suavizar los datos de desplazamiento utilizando un modelo basado en elementos finitos. Luego de la implementación de cada metodología, se calcularon las curvaturas de los modos utilizando 2 métodos, el primero basado en diferencias finitas y el segundo basado en point least-square (PLS), finalmente se hizo uso de *Gapped Smoothing Method* (GSM) para construir los indicadores de daño.

Se concluyó que la metodología de suavizado robusto de datos con valores faltantes presenta los mejores resultados, asociando el cálculo de la curvatura al método PLS, ya que mostró ser sensibles al daño, en comparación al método diferencias finitas que mostró ser sensible al ruido. Los resultados fueron abalados por comparación utilizando el algoritmo *Intersection Over Union*.

A aquellos que siempre tuvieron fe

Agradecimientos

No olvides que nacimos en un rincón del planeta sin catástrofes naturales ni condiciones ambientales hostiles, en un momento de la historia sin la amenaza constante de los conflictos bélicos, en una familia que pudo alimentarte, abrigarte y educarte y que todo esto no te lo ganaste con esfuerzo, tu punto de partida fue un regalo. (sacado de facebook)

Agradecer a aquellos que desde un inicio estuvieron presentes, mi familia, mis padres y mis hermanos, que a pesar de lo que paso, pasa y pasará, sabemos que la sangre es mas densa que el agua. En particular destacar a mi madre, la cual siempre estuvo presente en pequeños detalles, la fruta picada, la cena servida al llegar en la noche, la cama hecha y muchos mas.

Agradecer a mis amigos, aquellos que estuvieron, aquellos que están y los que estarán. A grupos de personas gigantes tanto en intelecto como en humanidad, mis amigos de sección, los Tacas, NiMiercolesNiJueves, Tropikalisimos, Tontuelos, Turboratas, Rieles, No estudiemos plas, a las personas del Dojo y aquellos que no tienen un grupo establecido, doy gracias por haberlos conocido, por haber compartido tantas cosas en estos 7 maravillosos años de mi vida.

Agradecer a mi comisión, que siempre estuvieron dispuestos para resolver cualquier duda que tuviera, independiente de lo básica que fuera, en particular a la profe Vivi, una persona tan capaz e inteligente y a la vez tan humilde, dispuesta escuchar y ayudar, después de tanto tiempo a su disposición solo tengo mis mejores deseos para usted.

Agradecer finalmente a todo lo que ha aportado un granito en lo que soy hoy, las experiencias y vivencias que me han formado como ingeniero pero mas como persona.

Tabla de Contenido

1. Introducción	1
2. Motivación, objetivos y alcances	3
2.1. Motivación	3
2.2. Objetivos	4
2.2.1. Objetivo general	4
2.2.2. Objetivos específicos	4
2.3. Alcances	4
3. Antecedentes	5
3.1. Estructura tipo sándwich	5
3.2. Sistema de correlación de imágenes digitales	6
3.3. Desplazamiento y deformación	6
3.4. Estimación de curvaturas	8
3.4.1. Estimación mediante técnica de diferencias finitas	9
3.4.2. Estimación mediante técnica point least-square (PLS)	10
3.4.3. Gapped Smoothing Method (GSM)	12
3.4.4. Metodologías de reducción de ruido experimental	14
3.4.5. <i>Intersection Over Union</i>	21
4. Metodología	22
4.1. Revisión bibliográfica	22
4.2. Aplicación de algoritmos	22
4.2.1. Suavizado robusto de datos con valores perdidos.	23
4.2.2. Suavizado de datos utilizando procesos Gaussianos.	23
4.2.3. Suavizado de datos basado en método de elementos finitos manipulando funciones de forma.	23
4.3. Comparación de metodologías	24
5. Resultados	25
5.1. Modos de vibración	25
5.2. Suavizado robusto de datos con valores perdidos.	28
5.3. Suavizado de datos utilizando procesos Gaussianos.	31
5.4. Suavizado de datos basado en método de elementos finitos.	32
5.5. Comparación de métodos utilizando <i>Intersection Over Union</i>	35
5.6. Análisis	37

6. Conclusión	39
Bibliografía	40

Índice de Tablas

5.1. Resultados del algoritmo <i>Intersection Over Union</i> para el primer método de suavizado.	35
5.2. Resultados del algoritmo <i>Intersection Over Union</i> para el segundo método de suavizado.	36
5.3. Resultados del algoritmo <i>Intersection Over Union</i> para el tercer método de suavizado.	36

Índice de Ilustraciones

3.1. Estructura tipo sándwich	5
3.2. Esquema de deformación teórica de un cuerpo sometido a fuerzas externas.	7
3.3. Esquema de grilla utilizado para diferencias finitas.	9
3.4. Sub-región de $(2M + 1) \times (2M + 1) \times (2M + 1)$ datos centrada en (x_0, y_0, z_0) para el ajuste local por PLS.	10
3.5. Suavizado de datos en dos dimensiones con valores faltantes. <i>A</i> Datos con ruido, <i>B</i> Datos corruptos con valores faltantes. <i>C</i> Datos suavizados a partir de <i>B</i> . <i>D</i> Error absoluto entre datos reales y suavizados.	15
3.6. Ejemplo de regresión mediante procesos Gaussiano.	17
3.7. <i>A</i> Puntos de muestreo de datos, elementos y nodos. <i>B</i> Elemento isoparamétrico de 8 nudos.	19
5.1. Primer modo de vibración.	26
5.2. Segundo modo de vibración.	26
5.3. Tercer modo de vibración.	26
5.4. Cuarto modo de vibración.	26
5.5. Quinto modo de vibración.	26
5.6. Sexto modo de vibración.	26
5.7. Séptimo modo de vibración.	27
5.8. Octavo modo de vibración.	27
5.9. Noveno modo de vibración.	27
5.10. Décimo modo de vibración.	27
5.11. Décimo primer modo de vibración.	27
5.12. Décimo segundo modo de vibración.	27
5.13. Décimo tercer modo de vibración.	28
5.14. Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $p = 0,1$	28
5.15. Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $p = 0,5$	29
5.16. Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $p = 1$	29
5.17. Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $p = 5$	29
5.18. Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $p = 10$	30

5.19. Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $p = 50$	30
5.20. Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando el segundo método con parámetro de suavizado $\sigma = 0.1$	31
5.21. Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando el segundo método con parámetro de suavizado $\sigma = 0.5$	31
5.22. Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando el segundo método con parámetro de suavizado $\sigma = 1$	31
5.23. Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando el segundo método con parámetro de suavizado $\sigma = 5$	31
5.24. Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando el segundo método con parámetro de suavizado $\sigma = 10$	32
5.25. Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando el segundo método con parámetro de suavizado $\sigma = 50$	32
5.26. Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $t = 3$	32
5.27. Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $t = 4$	33
5.28. Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $t = 5$	33
5.29. Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $t = 6$	33
5.31. Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $t = 8$	34
5.32. Mapa de colores después de aplicar el algoritmo <i>Intersection Over Union</i> .	35
5.33. Mapa de colores después de aplicar el algoritmo <i>Intersection Over Union</i> .	36
5.34. Mapa de colores después de aplicar el algoritmo <i>Intersection Over Union</i> .	37

Capítulo 1

Introducción

Este trabajo se enmarca en un proyecto cuyo fin es detectar la localización y magnitud del daño en placas de material compuesto tipo sándwich. Estas estructuras se componen de dos placas delgadas unidas por un núcleo liviano a través de un material adherente, con lo que se obtiene un material con grandes cualidades, como su rigidez en conjunto con su bajo peso estructural. Lo que lleva a que las aplicaciones de estas estructuras se encuentren ligadas a la construcción de satélites, aviones, barcos, automóviles, trenes, sistemas de energía eólica, entre otras.[1] [2] [3]

Sin embargo, debido a defectos de manufactura o cargas de impacto, este tipo de estructuras tiende a presentar eventualmente daño por delaminación, la cual consiste en la desunión entre las placas y el núcleo. Este tipo de daño estructural produce cambios en las propiedades físicas de la estructura, por ejemplo, su masa, rigidez y amortiguamiento, lo que trae consecuencias en sus características modales, como las frecuencias naturales, los modos normales y el amortiguamiento modal, lo que puede llevar a ocasionar fallas catastróficas. Frente a esta situación nace la necesidad de desarrollar diversas metodologías para identificar daño estructural utilizando la información modal de la estructura, los cuales han sido desarrollados en los últimos años y nombradas como métodos de detección de daño basados en vibraciones.

El método convencional para medir la información modal de una estructura ha sido mediante sensores piezoeléctricos adheridos al elemento a analizar. Sin embargo este método presenta dos grandes desventajas. La primera consiste en que, al momento de realizar las mediciones, el sensor puede afectar los modos de vibración del sistema, debido a que posee una masa y coeficiente de rigidez propio. El segundo problema consiste en el número de grados de libertad que se pueden adquirir simultáneamente, lo que limita el tamaño del daño que se puede identificar.

Frente a estos problemas, existen métodos ópticos no destructivos para medir el campo completo de desplazamiento, uno de estos métodos que ha sido desarrollado en los últimos años es la correlación digital de imágenes a alta velocidad, el cual consiste en un arreglo de dos cámaras estereoscópicas con sensores CCD (Charged Coupled Device) y un software asociado, que captan imágenes de una muestra sometida a un ensayo. Con esta técnica es posible tomar mediciones en miles de puntos en la superficie de una estructura en un instante

y determinar su geometría y desplazamiento en tres dimensiones, facilitando la detección de daños estructurales pequeños.[4]

Uno de los principales problemas de este proceso de captura digital, en particular, de los modos de vibración identificados, es el ruido experimental, lo que se traduce en desviaciones en los resultados de campo de desplazamiento y en consecuencia, en los campos de deformación y curvatura. Debido a que el campo de deformación se obtiene a partir del gradiente de los desplazamientos, el ruido experimental se ve amplificado, lo que afecta en su valor como información útil.

En este trabajo de título se propone la implementación de metodologías de reducción de ruido a los modos de vibración adquiridos por un sistema de correlación digital de imágenes de alta velocidad. De esta manera, el trabajo desarrollado sirve como herramienta para futuros proyectos en los que se requiera el procesamiento de datos para su posterior análisis.

Capítulo 2

Motivación, objetivos y alcances

2.1. Motivación

Las estructuras de tipo sándwich son muy eficientes estructuralmente, debido a su bajo peso y sus convenientes propiedades físicas, como su rigidez y resistencia. Sin embargo, tienden a desarrollar delaminación, pero como diferentes estudios han demostrado que los modos de vibración son sensibles al daño en estructuras [5][6][7], es necesario reunir la información modal de la estructura, mediante un método no destructivo como lo es el sistema de correlación digital de imágenes, pero la información obtenida contiene errores y ruido experimental, por tanto, es posible estudiar distintas metodologías de reducción de ruido experimental, buscando eliminar el ruido de las imágenes que contienen la información modal de la estructura.

El presente tema de memoria tiene por motivación general encontrar el mejor método que reduzca el ruido experimental sin afectar el daño en estructuras compuestas, esperando que impacte en el estudio de daños estructurales.

2.2. Objetivos

2.2.1. Objetivo general

El objetivo de este trabajo es investigar, desarrollar e implementar metodologías de reducción de ruido experimental aplicadas a los modos de vibración en estructuras compuestas tipo panal de abeja usando un sistema de correlación de imágenes digital de alta velocidad.

2.2.2. Objetivos específicos

Para lograr lo anterior se define los siguientes objetivos específicos.

- Estudiar diferentes metodologías de reducción de ruido en modos de vibración adquiridos con un sistema de correlación de imágenes digitales de alta velocidad.
- Aplicar dichas metodologías a modos de vibración obtenidos de forma experimental.
- Implementar, analizar y comparar las metodologías planteadas cuando sean utilizadas en conjunto a un algoritmo de identificación de daño.

2.3. Alcances

El alcance de este trabajo consiste en la implementación y comparación de diferentes metodologías de reducción de ruido para placas con estructura tipo sándwich. El primer alcance consiste en la implementación de una función en Matlab la cual permite el suavizado automático y robusto de los desplazamientos medidos en una dimensión arbitraria sin valores perdidos. El segundo alcance consiste en la implementación de una regresión mediante procesos Gaussiano, con el cual se pretende encontrar la ruta más probable de una función continua entre una serie de puntos. El tercer alcance consiste en la implementación de un algoritmo de elementos finitos que utiliza un elemento rectangular conforme, manipulando funciones de forma para estimar deformaciones. El cuarto alcance consiste en la comparación de los resultados de los métodos anteriores aplicando el algoritmo *Intersection Over Union*, el cual compara imágenes y entrega un valor número con el cual se puede concluir.

Capítulo 3

Antecedentes

3.1. Estructura tipo sándwich

Las aplicaciones de las estructuras compuestas tipo sándwich son variadas, destacándose su uso en la aeronáutica y construcción de puentes o sistemas de energía solar. Estas estructuras están conformadas por tres elementos, un núcleo, dos o mas placas delgadas ubicadas en las caras del núcleo y una capa adhesiva que mantiene la unión entre el núcleo y las placas. En la figura 3.1 se observa un esquema de las placas tipo sándwich utilizadas en este trabajo, la cual consiste en un núcleo no homogéneo tipo panal de abeja o honeycomb y placas de fibra de carbono.[1]

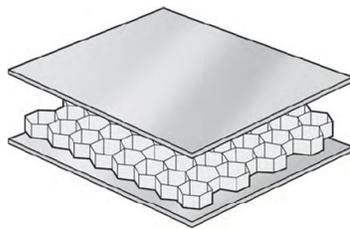


Figura 3.1: Estructura tipo sándwich

El concepto de estructura tipo sándwich destaca frente a otros materiales convencionales en ingeniería principalmente por su menor uso de material, lo que lleva a un menor peso estructural, a la vez de incrementar la rigidez mientras se mantiene la resistencia, incluso puede aumentar sus propiedades al incrementar el espesor del núcleo, lo cual no varía de forma significativa el peso estructural.

A pesar de esto, estas estructuras son propensas a desarrollar delaminación, que corresponde a la pérdida de adherencia entre las placas y el núcleo, lo que lleva a un deterioro de las propiedades mecánicas. Este hecho puede ser inducido debido a impacto, humedad, corrosión o incluso defectos de manufactura, como una incompleta cobertura del adhesivo o atrapamiento de burbujas de aire en la placa adhesiva.[2][3]

Este fenómeno afecta la integridad estructural del material, lo que reduce su rigidez, su resistencia y modifica su respuesta, lo que finalmente puede llevar a otros modos de falla que pueden llevar a que la estructura falle a niveles de carga menores.

3.2. Sistema de correlación de imágenes digitales

El sistema de correlación digital de imágenes es una técnica óptica en 3D de campo completo, sin contacto, que mide la forma, la deformación, la vibración y la tensión de un objeto tridimensional mediante el uso de dos cámaras de alta velocidad. Esta técnica puede ser utilizada para muchas pruebas, ya sea tracción, torsión, flexión o cargas combinadas. Puede ser aplicado desde pequeñas a grandes áreas de ensayo, entregando resultados fácilmente comparables con los obtenidos a partir del análisis de elementos finitos o medidores de deformación.[4]

Para la correlación, el software establece una red de puntos equiespaciados a cierta distancia en píxeles, esta red es puesta sobre la imágenes y, centrando cada uno de los puntos, se crea un área denominada “Facet”. [6]

Las cámaras toman fotografías con una frecuencia determinada, luego, el software establece la red de puntos en las imágenes de referencia para posteriormente identificar cada uno de los facets en cada imagen, generando datos de desplazamiento, los cuales son procesados a través de Matlab. Con estos datos se obtiene una matriz de desplazamientos para cada uno de los puntos de la red.

Antes de realizar alguna medición, es necesario calibrar el sistema correctamente, determinando la posición relativa entre las cámaras. El software del sistema utiliza como parámetro de entrada la distancia entre los puntos contenidos en las placas, y mediante una serie de fotografías, es capaz de determinar la posición relativa entre las cámaras y los parámetros de distorsión de los lentes.

Sin embargo, la información obtenida contiene errores y ruido experimental. Estos errores del sistema son clasificados según dos categorías, errores de correlación, que corresponden a aquellos asociados a los parámetros que defienden el algoritmo de las cámaras, y errores de experimentación, los cuales pueden corresponder a un mal montaje experimental (presencia de polvo, posición de las cámaras, manejo de luces y contraste, etc.) o a procedimientos mal efectuados. Estudios anteriores han determinado que el montaje experimental y la calibración de las cámaras corresponden a la mayor influencia en los errores en las mediciones del sistema.[6]

3.3. Desplazamiento y deformación

En la figura 3.2 izquierda se presenta un cuerpo bajo la acción de fuerzas externas y con restricciones de desplazamientos. La forma inicial del cuerpo esta representada con líneas continuas, mientras que el cuerpo con líneas segmentadas representa al cuerpo una vez que

se deforma.[8]

Se define el campo de desplazamiento como el campo vectorial que para cada punto (x,y) , indica cuanto se mueve dicho punto al desplazarse producto de las fuerzas a las cuales está sometido. Denotando el campo de desplazamientos como \vec{w} , se tiene

$$\vec{w} = u(x, y)\hat{i} + v(x, y)\hat{j} \quad (3.1)$$

Donde $u(x,y)$ y $v(x,y)$ son las componentes horizontales y verticales del desplazamiento.

En la figura 3.2 derecha se presenta un elemento diferencial en su situación inicial PQRS y final P'Q'R'S', utilizando la definición anterior y aproximaciones con series de Taylor al primer termino para los desplazamientos para los puntos Q y S se obtienen las aproximaciones de la figura 3.2.

La deformación longitudinal se define como el cambio de largo de cada lado del elemento partido por su largo inicial, así tenemos

$$\text{Deformación longitudinal} = \frac{\text{Cambio largo } \overline{P'Q'}}{\text{Largo inicial } \overline{PQ}} \quad (3.2)$$

Con lo que se tiene

$$\text{Deformación longitudinal} = \sqrt{1 + 2\frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2} - 1 \quad (3.3)$$

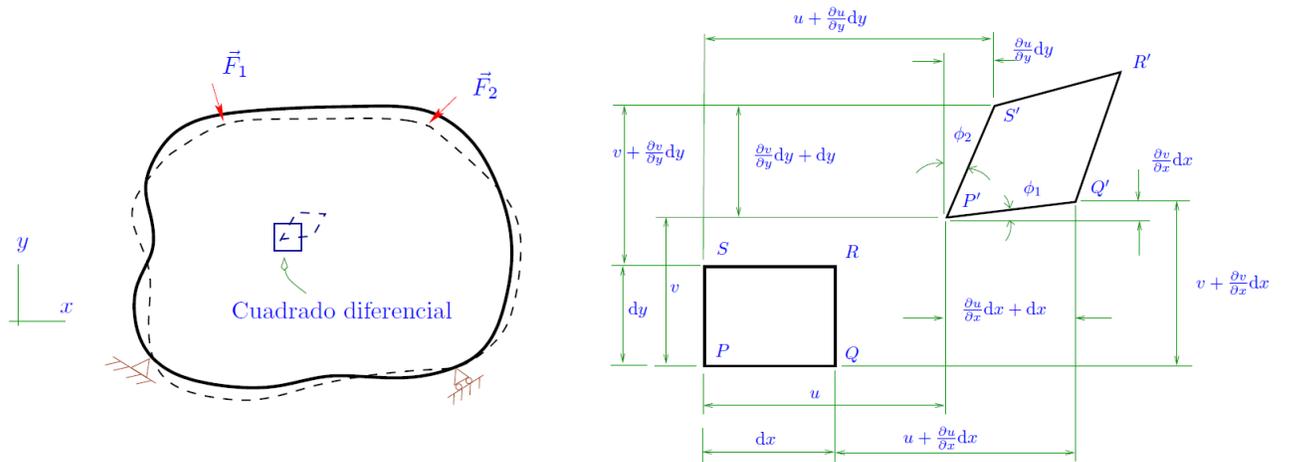


Figura 3.2: Esquema de deformación teórica de un cuerpo sometido a fuerzas externas. Adaptado de [8].

Si las deformaciones son pequeñas se tiene que $|\frac{\partial u}{\partial x}|$, $|\frac{\partial v}{\partial y}|$, también son pequeños y los términos $(\frac{\partial u}{\partial x})^2$ y $(\frac{\partial v}{\partial y})^2$ se desprecian respecto a $1 + 2\frac{\partial u}{\partial x}$. Tomando en cuenta además que, para $(1 + a)^m$ si a es pequeño respecto a 1, por medio de una serie de Taylor se tiene la aproximación $(1 + a)^m \approx 1 + ma$, usando lo anteriormente nombrado se tiene que

$$\text{Deformación longitudinal} = \varepsilon_{xx} \approx \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.4)$$

Repitiendo el procedimiento para la PS se obtiene

$$\text{Deformación longitudinal} = \varepsilon_{yy} \approx \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.5)$$

Por lo que la derivada parcial en las ecuaciones 3.4 y 3.5 viene a ser el gradiente del desplazamiento, es decir, representa cómo varían los desplazamientos a través del material.

Por otra parte, las deformaciones de corte están relacionadas con el cambio de ángulos que sufre el elemento diferencial. Si de nuevo se analiza la figura 3.2, se puede observar que los ángulos ϕ_1 y ϕ_2 describen la deformación de corte, por lo que su definición queda acotada por el promedio de ambos como

$$\text{Deformación de corte} = \frac{1}{2}(\phi_1 + \phi_2) \quad (3.6)$$

Como se ha asumido que las deformaciones son pequeñas entonces ϕ_1 y ϕ_2 también lo son, con lo que la aproximación $\phi_i \approx \tan(\phi_i)$ es válida, tomando en cuenta además que de la figura 3.2 se tiene que

$$\tan(\phi_1) = \frac{\frac{\partial v}{\partial x} dx}{dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx} = \frac{\frac{\partial v}{\partial x}}{1 + \frac{\partial u}{\partial x}} \quad (3.7)$$

Pero como $\frac{\partial u}{\partial x} \ll 1$ se llega a

$$\tan(\phi_1) \approx \frac{\partial v}{\partial x}, \tan(\phi_2) \approx \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.8)$$

Utilizando las aproximaciones nombradas en 3.8 y la ecuación 3.6, se tiene finalmente

$$\text{Deformación de corte} = \varepsilon_{xy} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (3.9)$$

En resumen

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (3.10)$$

3.4. Estimación de curvaturas

La existencia de parámetros sensibles a la presencia de daño estructural permite su utilización como valores de entrada para generar indicadores de daño. En el caso de un panel delgado tipo sándwich es relevante identificar, ante la sintonización de uno de sus modos

vibracionales, los desplazamientos perpendiculares a la superficie que se genera. Estos desplazamientos serán de utilidad para la construcción o estimación de parámetros sensibles al daño ya que, debido al cambio de superficie de los modos, es posible utilizar la deformación o la curvatura para localizar daño.

A continuación, se presentan 2 metodologías disponibles para estimar la curvatura a partir de los datos obtenidos de desplazamientos perpendiculares a la superficie.

3.4.1. Estimación mediante técnica de diferencias finitas

Este método hace uso de los valores de desplazamiento en cada punto de una superficie discretizada, como la de la figura, para estimar la deformación y curvatura a través de las siguientes formulas.

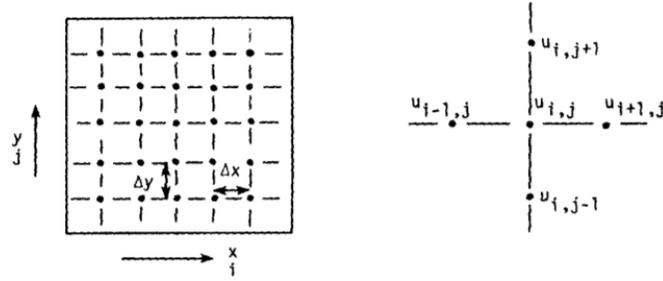


Figura 3.3: Esquema de grilla utilizado para diferencias finitas.

El estimador de deformación es

$$\varepsilon_r(x_i, y_j) = \frac{u_{z,r}(x_{i+1}, y_j) - u_{z,r}(x_i, y_j)}{2h_x} + \frac{u_{z,r}(x_i, y_{j+1}) - u_{z,r}(x_i, y_j)}{2h_y} \quad (3.11)$$

El estimador de la curvatura es

$$\phi_r(x_i, y_j) = \frac{u_{z,r}(x_{i+1}, y_j) - 2u_{z,r}(x_i, y_j) + u_{z,r}(x_{i-1}, y_j)}{h_x^2} + \frac{u_{z,r}(x_i, y_{j+1}) - 2u_{z,r}(x_i, y_j) + u_{z,r}(x_i, y_{j-1})}{h_y^2} \quad (3.12)$$

Donde $\varepsilon_r(x_i, y_j)$ y $\phi_r(x_i, y_j)$ corresponden a la deformación y curvatura del r -ésimo modo de vibración en el i -ésimo y j -ésimo punto de la grilla respectivamente, $u_{z,r}(x_i, y_j)$ corresponde al desplazamiento z en el r -ésimo modo de vibración en el i -ésimo y j -ésimo punto de la grilla y h_x y h_y corresponden a distancia entre los puntos de la grilla en los ejes x e y , que se denotan como

$$h_x = |x_{i+1} - x_i|, \quad h_y = |y_{j+1} - y_j| \quad (3.13)$$

Es importante señalar que este método es válido para todo los puntos de la grilla a excepción de los puntos ubicados en los bordes y esquinas, para dichos puntos se realiza el procedimiento forward & backward [9].

3.4.2. Estimación mediante técnica point least-square (PLS)

La estimación de deformación de los modos mediante point least-squares (PLS) consiste en adaptar un polinomio de primer orden en una sub-región local del campo de desplazamientos que contiene $(2M + 1) \times (2M + 1) \times (2M + 1)$ como se muestra en la figura 3.4. Conociendo los coeficientes del polinomio es posible determinar el valor de las derivadas parciales en el centro de una sub-región local. Luego, la sub-región se desplaza al siguiente punto de la grilla y se repite el procedimiento.[10]

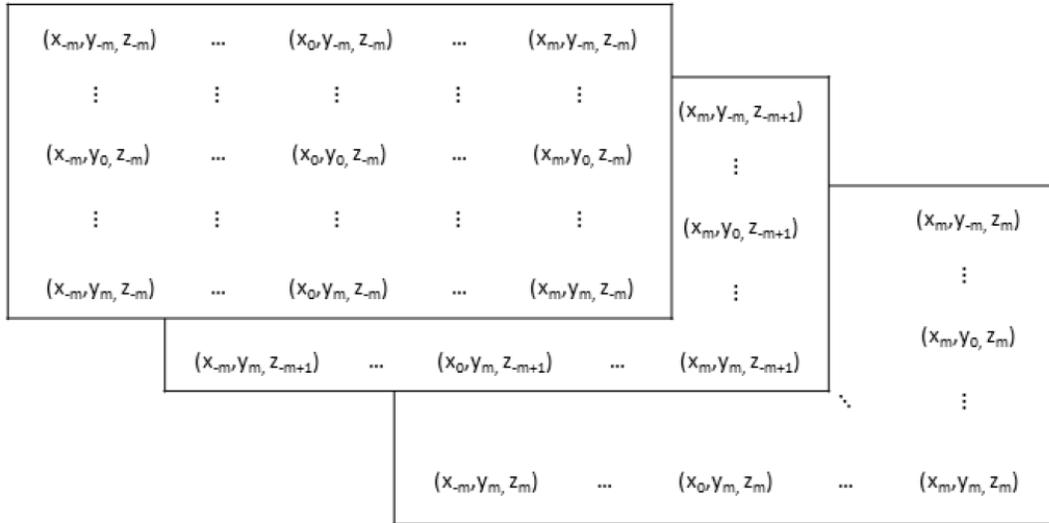


Figura 3.4: Sub-región de $(2M + 1) \times (2M + 1) \times (2M + 1)$ datos centrada en (x_0, y_0, z_0) para el ajuste local por PLS. Imagen obtenida de [10].

Para realizar la estimación de curvatura de los modos de vibración mediante PLS, la cual corresponde a estimar la segunda derivada del desplazamiento en los puntos x_0 , y_0 y z_0 de la sub-localidad de $(2M + 1)$ nodos equidistantes, es necesario descomponer los desplazamientos de cada punto de la sub-región según un polinomio de Taylor, en este caso, de segundo orden.

$$\begin{aligned}
u_z(x_0, y_0, z_0) &= a_0 + a_1x_0 + a_2y_0 + a_3z_0 \\
&\quad + \frac{a_4(x_0)^2}{2} + \frac{a_5(y_0)^2}{2} + \frac{a_6(z_0)^2}{2} + \frac{2a_7(x_0y_0)}{2} + \frac{2a_8(x_0z_0)}{2} + \frac{2a_9(y_0z_0)}{2}, \\
u_y(x_0, y_0, z_0) &= b_0 + b_1x_0 + b_2y_0 + b_3z_0 \\
&\quad + \frac{b_4(x_0)^2}{2} + \frac{b_5(y_0)^2}{2} + \frac{b_6(z_0)^2}{2} + \frac{2b_7(x_0y_0)}{2} + \frac{2b_8(x_0z_0)}{2} + \frac{2b_9(y_0z_0)}{2}, \\
u_x(x_0, y_0, z_0) &= c_0 + c_1x_0 + c_2y_0 + c_3z_0 \\
&\quad + \frac{c_4(x_0)^2}{2} + \frac{c_5(y_0)^2}{2} + \frac{c_6(z_0)^2}{2} + \frac{2c_7(x_0y_0)}{2} + \frac{2c_8(x_0z_0)}{2} + \frac{2c_9(y_0z_0)}{2},
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Donde $u_x(x_0, y_0, z_0)$, $u_y(x_0, y_0, z_0)$ y $u_z(x_0, y_0, z_0)$ representan los desplazamientos x_0 , y_0 y z_0 . Al tener una ventana de $(2M + 1) \times (2M + 1) \times (2M + 1)$, los desplazamientos pueden ser expresados de manera matricial como $X_a = \vec{u}$. En particular y continuando con la notación de la figura 3.4, los desplazamientos en la coordenada x son expresados como

$$\begin{aligned}
&\begin{bmatrix} 1 & x_{-m} & y_{-m} & z_{-m} & \frac{x_{-m}^2}{2} & \frac{y_{-m}^2}{2} & \frac{z_{-m}^2}{2} & x_{-m}y_{-m} & x_{-m}z_{-m} & y_{-m}z_{-m} \\ 1 & x_{-m+1} & y_{-m} & z_{-m} & \frac{x_{-m+1}^2}{2} & \frac{y_{-m}^2}{2} & \frac{z_{-m}^2}{2} & x_{-m+1}y_{-m} & x_{-m+1}z_{-m} & y_{-m}z_{-m} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & y_{-m} & z_{-m} & 0 & \frac{y_{-m}^2}{2} & \frac{z_{-m}^2}{2} & 0 & 0 & y_{-m}z_{-m} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_{m-1} & y_{-m} & z_{-m} & \frac{x_{m-1}^2}{2} & \frac{y_{-m}^2}{2} & \frac{z_{-m}^2}{2} & x_{m-1}y_{-m} & x_{m-1}z_{-m} & y_{-m}z_{-m} \\ 1 & x_m & y_{-m} & z_{-m} & \frac{x_m^2}{2} & \frac{y_{-m}^2}{2} & \frac{z_{-m}^2}{2} & x_my_{-m} & x_mz_{-m} & y_{-m}z_{-m} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} u_x(-M, -M, -M) \\ u_x(-M + 1, -M, -M) \\ \vdots \\ u_x(0, -M, -M) \\ \vdots \\ u_x(M - 1, -M, -M) \\ u_x(M, -M, -M) \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Desarrollando el sistema de ecuaciones se obtiene

$$a = (X^T X)^{-1} X^T u, \tag{3.16}$$

Donde $(X^T X)^{-1} X^T$ es la pseudo-inversa de la matriz X , de 10 filas y $(2M + 1)$ columnas

independientes del desplazamiento u .

Los coeficientes del polinomio que representan la curvatura se relacionan con los desplazamientos a través de su segunda derivada.

La curvatura en el punto (x_0, y_0, z_0) del arreglo local $(2M + 1) \times (2M + 1) \times (2M + 1)$, de una zona del grillado global, se representa según su disposición como

$$\begin{aligned}\phi_{xx} &= a_4 + b_4 + c_4, & \phi_{yy} &= a_5 + b_5 + c_5, & \phi_{zz} &= a_6 + b_6 + c_6, \\ \phi_{xy} &= a_7 + b_7 + c_7, & \phi_{xz} &= a_8 + b_8 + c_8, & \phi_{yz} &= a_9 + b_9 + c_9\end{aligned}\quad (3.17)$$

Para el caso de estructuras planas y delgadas es posible asumir que la variación de la curvatura a lo largo del eje z es despreciable, lo que lleva a los coeficientes c_6 , c_8 y c_9 sean iguales a cero. Además, la curvatura que se genera en el eje z es según x e y . Por lo que los factores considerados para la elaboración del indicador de daño serán los asociados al desplazamiento u_z como

$$\begin{aligned}\phi_{xx} &= c_4, & \phi_{yy} &= c_5, & \phi_{zz} &= 0, \\ \phi_{xy} &= c_7, & \phi_{xz} &= 0, & \phi_{yz} &= 0\end{aligned}\quad (3.18)$$

Luego, el parámetro asociado a la curvatura en el arreglo queda definido por

$$\phi_r(x_i, y_j) = \frac{\partial^2 u_{z,r}(x_i, y_j)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{z,r}(x_i, y_j)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{z,r}(x_i, y_j)}{\partial x \partial y} = c_4 + c_5 + c_7 \quad (3.19)$$

Donde $\phi_r(x_i, y_j)$ es el valor de la curvatura en los puntos (i, j) , del r -ésimo modo. Sin embargo, si se considerase la cuantificación de la curvatura con los mismos términos utilizados en el cálculo de la curvatura mediante diferencias finitas y por como fue estipulado por García [11] para el cómputo de derivadas de orden superior, sería posible omitir el término cruzado. Por lo que la curvatura, de manera simplificada, sería definida por

$$\phi_r(x_i, y_j) = \frac{\partial^2 u_{z,r}(x_i, y_j)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{z,r}(x_i, y_j)}{\partial y^2} = c_4 + c_5 \quad (3.20)$$

Siendo $\phi_r(x_i, y_j)$ el valor a considerar para la construcción del indicador de daño especificado en la sección.[12]

3.4.3. Gapped Smoothing Method (GSM)

La construcción de un indicador de daño generalmente necesita información de la estructura sin daño. Sin embargo, hay metodologías que no necesitan de esta información, como es el caso del Gapped Smoothing Method (GSM), que mediante la información del campo de

desplazamientos de la muestra reconstruye el campo de algún parámetro vibracional cómo una superficie suave, libre, o en menor medida afectada, por los cambios asociados a daño en la superficie modal.

La metodología Gapped Smoothing permite la estimación de parámetros vibratoriales como deformación o curvatura, de los modos de vibración a partir de datos disponibles del campo de desplazamiento de una estructura medida, mediante la implementación de un polinomio de primer orden, entregando una superficie suave de tales parámetros.

$$v_{z,r}(x_i, y_j) = u_{z,r}(x_i, y_j) \sqrt{\frac{N_x N_y}{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} u_{z,r}^2(x_i, y_j)}} \quad (3.21)$$

Donde $v_{z,r}(x_i, y_j)$ es el desplazamiento normalizado perpendicular a (x, y) en la ubicación (i, j) del r -ésimo modo, $u_{z,r}(x_i, y_j)$ es el desplazamiento en la ubicación (i, j) en el r -ésimo modo y N_x y N_y son el total de celdas de la grilla en x e y respectivamente.

Luego, el algoritmo indica que el argumento a estimar se puede expresar mediante un polinomio de la siguiente manera

$$\psi_r(x_i, y_j) = g_{i,j}^T \theta_{i,j} \quad (3.22)$$

Donde $g_{i,j}$ es el vector dependiente de la localización de las celdas en la grilla y $\theta_{i,j}$ corresponde al vector de coeficientes.

$$g_{i,j}^T = [1, \quad x_i, \quad y_j], \theta_{i,j} = [\mu_0, \quad \mu_1, \quad \mu_2] \quad (3.23)$$

Considerando los puntos aledaños a (i, j) , la ecuación puede expresarse como

$$\lambda_r(x_i, y_j) = G_r^T(x_i, y_j) \theta_{i,j} \quad (3.24)$$

Donde, de manera particular, considerando la curvatura del modo según el desplazamiento normalizado en los puntos (i, j) , se tiene

$$\lambda_r(x_i, y_j) = \begin{bmatrix} \phi_r^*(x_{i-1}, y_{j-1}) \\ \phi_r^*(x_i, y_{j-1}) \\ \phi_r^*(x_{i+1}, y_{j-1}) \\ \phi_r^*(x_{i-1}, y_j) \\ \phi_r^*(x_{i+1}, y_j) \\ \phi_r^*(x_{i-1}, y_{j+1}) \\ \phi_r^*(x_i, y_{j+1}) \\ \phi_r^*(x_{i+1}, y_{j+1}) \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$G_r^T(x_i, y_j) = [g_{i-1,j-1}, g_{i,j-1}, g_{i+1,j-1}, g_{i-1,j+1}, g_{i,j+1}, g_{i+1,j+1}] \quad (3.26)$$

Donde ϕ_r^* es la curvatura del desplazamiento normalizado. Los coeficientes son estimados mediante mínimos cuadrados

$$\hat{\theta}_{i,j}^r = (G_r^T(x_i, y_j)G_r(x_i, y_j))^{-1}G_r^T(x_i, y_j)\lambda_{z,r}(x_i, y_j) \quad (3.27)$$

La estimación del parámetro para el r -ésimo modo queda dada por

$$C_{z,r}(x_i, y_j) = \hat{\theta}_{i,j}^r g_{i,j}^T \quad (3.28)$$

Donde $\hat{\theta}_{i,j}^r$ corresponde al vector de coeficientes del r -ésimo modo luego de normalizar el campo de desplazamientos y $C_{z,r}(x_i, y_j)$ es la estimación del parámetro que se está buscando siendo posible usar su valor para generar un parámetro indicador de daño.

3.4.4. Metodologías de reducción de ruido experimental

La aplicación de un indicador de daño permite, mediante una escala de colores según la magnitud del indicador, identificar la presencia, localización y magnitud del daño en estructuras compuestas. Sin embargo, generalmente estos valores son corrompidos por el ruido experimental, por lo que es importante el estudio de metodologías de suavizado de datos que reduzcan el ruido sin alterar la información modal de la estructura con presencia de daño. A continuación, se presentan 3 metodologías de reducción de ruido experimental.

Suavizado robusto de datos en una o más dimensiones con valores perdidos

Considerando el siguiente dato unidimensional con presencia de ruido:

$$y = \hat{y} + \varepsilon \quad (3.29)$$

Siendo \hat{y} la representación de datos sin la presencia de ruido y ε representa el ruido, las metodologías de suavizado tienen como objetivo obtener la mejor estimación del valor de \hat{y} .

Generalmente, el suavizado de datos puede realizarse mediante regresiones paramétricas o no-paramétricas. Las paramétricas requieren de funciones analíticas que representen los datos. Las regresiones no-paramétricas son utilizadas en caso de no existir tales funciones. En particular, la técnica de penalización de mínimos cuadrados es una regresión no-paramétrica que consiste en minimizar un criterio que balancea la fidelidad de los datos como la suma residual de sus cuadrados y un término de penalización que refleja que tan rígido es el suavizado de la función, se expresa como

$$F(\hat{y}) = \|y - \hat{y}\|^2 + s \|D\hat{y}\|^2 \quad (3.30)$$

Donde $\|\cdot\|$ representa la norma euclidiana, s es un escalar real positivo que controla el grado de suavizado y D es una matriz tridiagonal cuadrada. La minimización de $F(\hat{y})$ permite la construcción de un sistema lineal el cual permite determinar los datos suavizados

$$(I_n + sD^T D)\hat{y} = y \quad (3.31)$$

Donde I_n es la matriz identidad de $n \times n$ y D^T es la matriz transpuesta de D . Debido a que $(I_n + sD^T D)$ es una matriz pentadiagonal simétrica, la ecuación 3.31 puede resolverse de manera eficiente utilizando un software computacional como Matlab [11]. A pesar de esto, resolver el sistema de ecuaciones demanda mucho tiempo según la cantidad de datos que se tomen en cuenta. El algoritmo puede simplificarse si se considera que los datos están equiespaciados de modo que

$$\hat{y} = IDCT(\Lambda DCT(y)) \quad (3.32)$$

Donde Λ es la matriz diagonal que contiene los valores propios de D , DCT corresponde a la transformada discreta de coseno e $IDCT$ corresponden a su inversa.

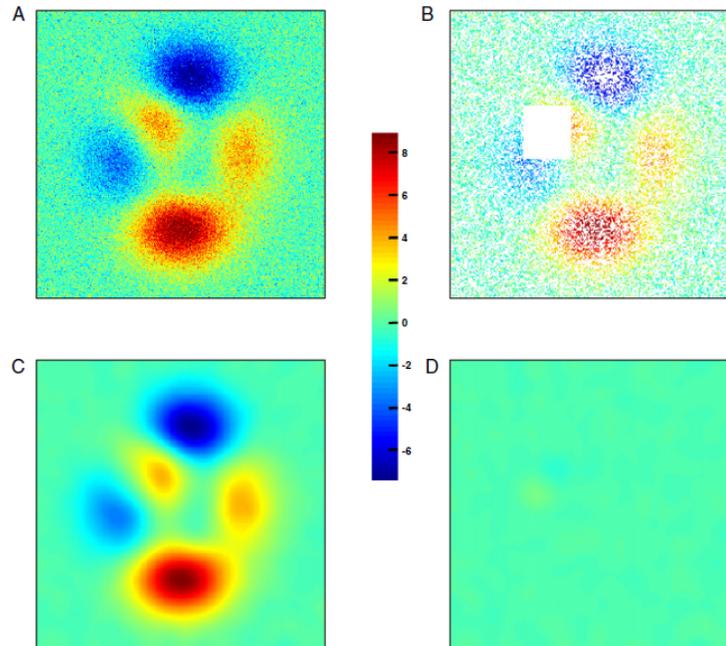


Figura 3.5: Suavizado de datos en dos dimensiones con valores faltantes. *A* Datos con ruido, *B* Datos corruptos con valores faltantes. *C* Datos suavizados a partir de *B*. *D* Error absoluto entre datos reales y suavizados. Imagen adaptada de [11]

Si el número de datos a suavizar es elevado y están equiespaciados, la metodología basada en la ecuación 3.32 es más conveniente que la basada en la ecuación 3.31, además de ser adaptable para reconstruir valores faltantes del campo de datos.

En la figura 3.5 se presenta la efectividad del algoritmo para una base de datos que fue corrupta con ruido experimental, comparando los resultados luego del proceso de suavizado con los datos reales.

En este trabajo, este algoritmo de suavizado de datos desarrollado por [11] es utilizado como primer método de reducción de ruido experimental. Este algoritmo esta disponible para uso libre a través de Matlab con la función `smoothn()`. Tiene como objetivo principal la reducción de ruido experimental, pero adicionalmente permite completar información no recabada, lo cual es una posible situación al realizar las mediciones con el sistema DIC para los modos de vibración de una estructura. El algoritmo requiere la definición de un coeficiente que controla el grado de suavizado, el cual debe ser seleccionado para que no afecte las anomalías asociadas al daño por delaminación, sino que únicamente al ruido experimental.

Suavizado de datos en una superficie utilizando procesos Gaussiano

Los procesos Gaussianos (GP) son una poderosa técnica no paramétrica, corresponden a un proceso estocástico, una colección de variables cuyo dominio es tiempo o espacio, donde cada una de las variables puede ser modelada como una distribución normal [13], el cual puede usarse para construir regresiones a partir de datos de entrenamiento. Este proceso es útil al momento de modelar funciones continuas, como es el caso de los desplazamientos de una placa a la hora de identificar los modos de vibración. La figura 3.6 ilustra una regresión usando procesos Gaussiano, el cual se realiza fijando ciertos parámetros que determinan que tan estricta es la curva generada al pasar entre los puntos de medición originales. Esta flexibilidad permite obtener resultados acordes, aunque la elección del óptimo parámetro de suavizado debe ser tal que no afecte los datos asociados al daño por delaminación, sino que únicamente al ruido de la señal. [14]. Se propuso utilizar esta técnica para generar la curvatura de los modos de vibración suavizados (sin ruido) a partir de los desplazamientos de modos de vibración experimentales.

Suponiendo que se puede representar la forma del r -ésimo modo experimental mediante un conjunto de datos de entrenamiento, $D = \langle \mathbf{X}, \phi_r \rangle$, donde $\mathbf{X} = [(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)]$ son las coordenadas de los puntos de la grilla, y $\phi_r = [\phi_r(x_1, y_1), \phi_r(x_2, y_2), \dots, \phi_r(x_n, y_n)]$ son los desplazamientos de los modos. El vector de los modos de vibración se puede representar mediante

$$\phi_r(x_i, y_i) = f(x_i, y_i) + \varepsilon \quad (3.33)$$

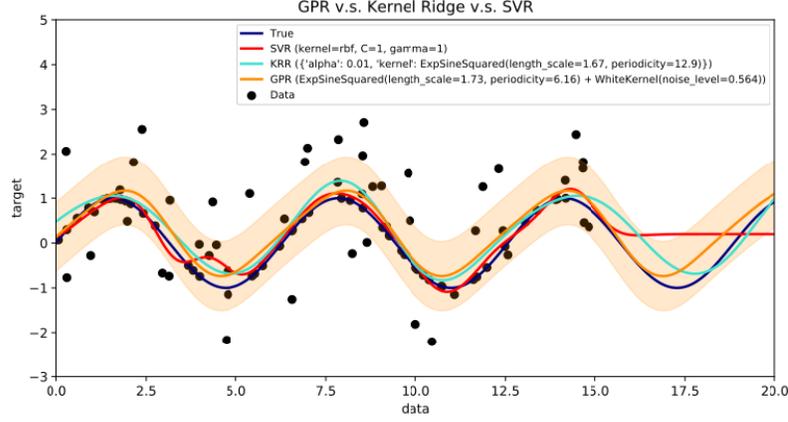


Figura 3.6: Ejemplo de regresión mediante procesos Gaussianos. Imagen obtenida de [15].

Donde ε corresponde al ruido Gaussiano con varianza σ_n^2 . Dado los datos $D = \langle \mathbf{X}, \phi_r \rangle$, la predicción del GP para el desplazamiento del modo de vibración en el punto (x_*, y_*) es

$$\phi_r^s(x_*, y_*) = \mathbf{k}(x_*, y_*)^T \mathbf{K}^{-1} \phi_r \quad (3.34)$$

Donde $\mathbf{k}(x_*, y_*)$ es un vector que contiene los valores del núcleo entre el punto de prueba (x_*, y_*) y los puntos en la cuadrícula \mathbf{X}

$$\mathbf{k}_*[i] = k((x_*, y_*), (x_i, y_i)) \quad (3.35)$$

La función k corresponde a la función del kernel del GP. La matriz \mathbf{K} corresponde a la matriz del kernel de los puntos de la grilla

$$\mathbf{K}[i, j] = k((x_i, y_i), (x_j, y_j)) \quad (3.36)$$

El kernel de uso más frecuente corresponde al kernel Gaussiano con ruido aditivo, el cual se representa mediante la ecuación 3.37

$$k((x_i, y_i), (x_j, y_j)) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{(x_i - x_j)^2}{s_x^2} + \frac{(y_i - y_j)^2}{s_y^2} \right)} + \sigma_n^2 \delta \quad (3.37)$$

Donde s_x^2 y s_y^2 son escalas de longitud que reflejan el grado de suavizado del proceso a lo largo de las direcciones x e y . El parámetro σ_n^2 controla el ruido global del proceso.

Los desplazamientos de los modos de vibración suavizados, ϕ_r^s , se estiman mediante la evaluación de la ecuación 3.43 en los puntos de la grilla. Dado que se tiene una expresión analítica para los desplazamientos, es posible calcular las curvaturas de los modos de vibración

analíticamente, evitando la diferenciación numérica. Las curvaturas de los modos suavizados son determinadas por

$$\frac{\partial^2 \phi_r^s}{\partial x^2}(x_*, y_*) = [\mathbf{k}_{xx}(x_*, y_*)]^T \mathbf{K}^{-1} \phi_r \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_r^s}{\partial y^2}(x_*, y_*) = [\mathbf{k}_{yy}(x_*, y_*)]^T \mathbf{K}^{-1} \phi_r \quad (3.39)$$

Donde $\mathbf{k}_{xx}(x_*, y_*)$ y $\mathbf{k}_{yy}(x_*, y_*)$ son vectores que contienen las segundas derivadas de la función del kernel evaluada entre los puntos de prueba (x_*, y_*) y los puntos de la grilla \mathbf{X} . Estas segundas derivadas están determinadas por

$$\frac{\partial^2 k}{\partial x^2}((x_i, y_i), (x_j, y_j)) = \left[\frac{(x_i - x_j)^2}{s_x^2} - \frac{1}{s_x^2} \right] k((x_i, y_i), (x_j, y_j)) \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial^2 k}{\partial y^2}((x_i, y_i), (x_j, y_j)) = \left[\frac{(y_i - y_j)^2}{s_y^2} - \frac{1}{s_y^2} \right] k((x_i, y_i), (x_j, y_j)) \quad (3.41)$$

Algoritmo basado en método de elementos finitos (FEM)

El método óptico utilizado en este trabajo, el sistema de correlación de imágenes digitales, sólo proporciona información de los desplazamientos de superficie. En otras palabras, los esfuerzos no se pueden obtener directamente, por lo que es necesario diferenciar las distribuciones de desplazamiento para obtener deformaciones y esfuerzos.

Los derivados de los desplazamientos en un punto se pueden estimar a partir de los valores de los desplazamientos en los puntos vecinos. El uso del método de diferencias finitas, sin embargo, tiene la desventaja de que los errores en los valores medidos amplifican los errores en sus derivadas. Por esta razón, el método de mínimos cuadrados ha sido ampliamente utilizado para la diferenciación numérica en el cálculo de tensiones en el plano de los desplazamientos [12]. El principal inconveniente de esta técnica es la dificultad de procesamiento de datos cerca de los límites, es decir los bordes de la placa. Es difícil evaluar con precisión las deformaciones en estos puntos mediante esta técnica porque los valores medidos para la aproximación de mínimos cuadrados no existen más allá. Además, los valores medidos en los bordes con frecuencia contienen errores relativamente grandes en comparación con los que están dentro del elemento de placa.

Otro enfoque para el cálculo de las deformaciones a partir de los desplazamientos medidos es el uso de un método de elementos finitos [16]. Los desplazamientos medidos se utilizan como los desplazamientos en los nodos de los elementos de un modelo de elementos finitos. Luego, las tensiones dentro de los elementos se calculan utilizando una relación de desplazamiento-deformación. En este método, todavía existen los errores que surgen de la diferenciación de los desplazamientos medidos. Por lo tanto, se han propuesto diversas técnicas de suavizado de datos y otras técnicas para ingresar datos al modelo de elementos finitos.[17] [18]

En este estudio, se propone un método alternativo para suavizar los desplazamientos medidos y calcular tensiones utilizando un FEM. Los valores de desplazamiento nodal de un modelo de elementos finitos se determinan ajustando las funciones de interpolación de los elementos finitos a los valores de desplazamiento medidos utilizando un método de mínimos cuadrados. Luego, se obtienen los desplazamientos suavizados en los nodos. Los desplazamientos en la región donde los valores de medición no se obtienen o no son confiables se determinan mediante la resolución de ecuaciones de elementos finitos.

Las ubicaciones de los puntos de datos donde se miden los desplazamientos no suelen coincidir con las de los puntos nodales. Por lo tanto, los desplazamientos en los puntos nodales deben ser determinados por los desplazamientos en los puntos vecinos. En el método propuesto, los desplazamientos nodales se determinan utilizando un método de mínimos cuadrados. La Figura 1 muestra esquemáticamente la relación entre las ubicaciones de los nodos de un elemento en un modelo de elementos finitos y los puntos de muestreo de datos. Los desplazamientos en el punto nodal se determinan a partir de los desplazamientos medidos dentro del elemento.

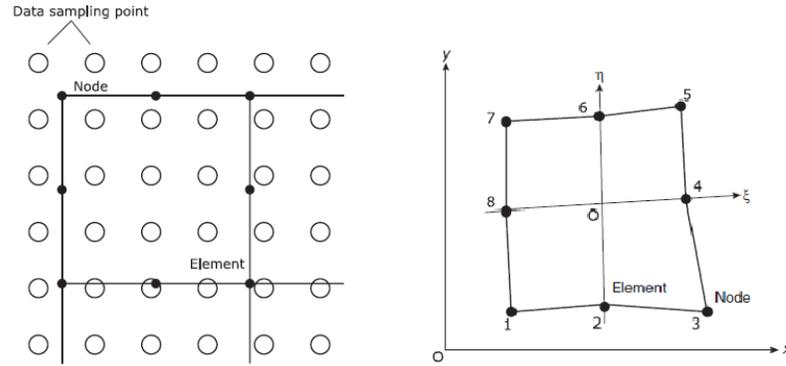


Figura 3.7: A Puntos de muestreo de datos, elementos y nodos. B Elemento isoparamétrico de 8 nudos. Imagen obtenida de [19]

La figura 3.7 muestra un elemento isoparamétrico de 8 nodos. En esta figura, ξ y η son las coordenadas locales que se encuentran en los rangos de $-1 < \xi < 1$ y $-1 < \eta < 1$. En el FEM, u y v son las componentes de desplazamiento en x e y dentro del elemento son interpoladas por los desplazamientos nodales del elemento como

$$\begin{aligned} u &= \sum_i^n N_i u_i^{node} \\ v &= \sum_i^n N_i v_i^{node} \end{aligned} \quad (3.42)$$

Donde u_i^{node} y v_i^{node} son los desplazamientos de elementos en sus nodos, i es el número de nodo y n es el número de nodos, es decir, N es la función de forma que puede representarse mediante las coordenadas locales ξ y η .

En esta metodología u_i^{node} y v_i^{node} corresponden también a los valores medidos en los puntos de muestreo de datos dentro del elemento. Estos valores son conocidos porque se miden. La función de forma N se determina a partir de la ubicación de los puntos de datos. Por lo tanto, los valores de desplazamiento nodal pueden determinarse utilizando un método de mínimos cuadrados si el número de puntos de datos dentro del elemento es mayor que el número de nodos del elemento. Debido a que los muchos nodos pertenecen a los múltiples elementos, el suavizado no se debe realizar para un solo elemento, sino para todo el modelo simultáneamente. La relación entre el desplazamiento medido y el desplazamiento nodal de un modelo completo de elementos finitos se puede representar a partir de la ecuación 3.43 como

$$\mathbf{u}^{exp} = \mathbf{N}\mathbf{u}^{nodo} \quad (3.43)$$

donde

$$\mathbf{u}^{exp} = \begin{Bmatrix} u_1^{exp} \\ v_1^{exp} \\ u_2^{exp} \\ v_2^{exp} \\ \vdots \\ u_M^{exp} \\ v_M^{exp} \end{Bmatrix}, \mathbf{u}^{nodo} = \begin{Bmatrix} u_1^{nodo} \\ v_1^{nodo} \\ u_2^{nodo} \\ v_2^{nodo} \\ \vdots \\ u_N^{nodo} \\ v_N^{nodo} \end{Bmatrix} \quad (3.44)$$

En las ecuaciones anteriores, M es el número de los puntos de datos, N es el número de nodos de todo el modelo de elementos finitos y \mathbf{N} es la matriz $2M \times 2N$ que se compone de las funciones de forma. El vector de desplazamiento nodal \mathbf{u}^{nodo} se puede determinar utilizando el sentido de mínimos cuadrados como

$$\mathbf{u}^{node} = (\mathbf{N}^T \mathbf{N})^{-1} \mathbf{N}^T \mathbf{u}^{exp} \quad (3.45)$$

Debido a que los valores de u_{nodo} se determinan a partir de los valores medidos dentro de los elementos mediante el método de mínimos cuadrados, los desplazamientos nodales determinados por el procedimiento anterior se suavizan y pueden considerarse valores apropiados. Después de determinar el vector de desplazamiento, la curvatura se pueden calcular como

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \sum_i^n \frac{\partial^2 N_i}{\partial x^2} u_i^{nodo} \\ \varepsilon_y &= \sum_i^n \frac{\partial^2 N_i}{\partial y^2} v_i^{nodo} \end{aligned} \quad (3.46)$$

Las curvaturas también se pueden calcular utilizando una relación constitutiva. El FEM se utiliza sólo para calcular las curvaturas de los desplazamientos medidos.[19]

3.4.5. *Intersection Over Union*

El índice de Jaccard es un valor estadístico que se usa para comparar la similaridad entre muestras de datos (usualmente imágenes), por lo que permite establecer una evaluación entre distintas predicciones de estado en relación con el estado real. Este algoritmo determina la concordancia de datos ante la superposición de dos figuras en formato lógico (binario), donde los valores iguales a cero indican la no concordancia y los valores iguales a uno indican que ese nodo está en concordancia entre ambas imágenes.[20]

Este parámetro se define como la razón entre el área de intersección de conjuntos y el área de unión, como se ilustra en la figura.

$$IoU = \frac{\text{Área de intersección}}{\text{Área de unión}} \quad (3.47)$$

Por lo que, si se compara para un mismo escenario real dos imágenes de predicción aquella que tenga un mayor valor del índice será considerada como mejor en cuanto a la predicción.[21]

Capítulo 4

Metodología

En este capítulo se presenta el procedimiento realizado para llevar a cabo la implementación de metodologías de reducción de ruido experimental.

4.1. Revisión bibliográfica

Estudio detallado de los antecedentes y marco teórico necesarios para el trabajo. Además de la familiarización del software de trabajo, en este caso Matlab.

El estudio preliminar del problema en si permite guiar la búsqueda de metodologías que cumplan con los requerimientos y alcances del trabajo. Es así como las tres metodologías seleccionadas son:

- Suavizado robusto de datos en una o más dimensiones con valores perdidos.
- Suavizado de datos en una superficie utilizando procesos Gaussianos.
- Suavizado de datos basado en método de elementos finitos manipulando funciones de forma.

4.2. Aplicación de algoritmos

La finalidad de este trabajo es generar metodologías de reducción de ruido experimental generales, es decir, que sean capaces de operar para diferentes mediciones, diferentes modos de vibración y/o diferentes placas, ya sean en material o formas. Es por ello que para este trabajo no se realizaron mediciones experimentales, sino que los datos, suministrados por la profesora guía Viviana Meruane, obtenidos a partir del sistema de correlación digital de imágenes como se detalló en la sección anterior. Estas mediciones corresponden a las coordenadas de cada punto de la superficie visible reconocida por las cámaras y los desplazamientos de cada nodo de la grilla en tres dimensiones.

Para procesar todos los datos, independientes de su procedencia, es necesario normalizar las matrices de entrada, para esto se desarrolló un programa inicial que prepara las matrices de datos para su posterior suavizado, el cual quita las filas y columnas más externas que están llenas de valores no numéricos (*NaN*) y reemplaza los valores *NaN* que están en medio de cada matriz por un promedio de los ocho valores adyacentes, ya que las metodologías no aceptan esta clase de valores.

Luego se aplica para los mismos datos las tres metodologías seleccionadas.

4.2.1. Suavizado robusto de datos con valores perdidos.

El resultado de este método depende fuertemente de un parámetro de suavizado, el modelo entregado por la ecuación 3.29, requiere que el parámetro de suavizado seleccionado produzca la mejor estimación de los datos originales evitando el alisamiento excesivo o insuficiente.

De la aplicación de esta metodología se obtienen los datos de desplazamiento suavizados según el parámetro anteriormente nombrado. Luego con estos datos se calculan las curvatura utilizando los modelos de diferencias finitas 3.4.1 y PLS 3.4.2 detallados en la sección anterior para construir finalmente indicadores basados en la curvatura.

4.2.2. Suavizado de datos utilizando procesos Gaussianos.

Al igual que la metodología anteriormente nombrada, este algoritmo de regresión depende de un parámetro σ en cual determina la forma de la curva al pasar entre los puntos de los datos suministrados. La dificultad de esta metodología, al igual que el caso anterior, corresponde a la optimización de este parámetro, el cual debe disminuir efectivamente el ruido de los datos de entrada sin producir sobre alisamiento, lo cual puede ocultar donde se encuentra la zona de delaminación.

4.2.3. Suavizado de datos basado en método de elementos finitos manipulando funciones de forma.

El parámetro de esta metodología corresponde al tamaño del elemento rectangular que se selecciona para llevar a cabo el algoritmo de elementos finitos manipulando funciones de forma para estimar curvaturas. Cuando más grande es dicho parámetro, más grande es el elemento, por ende, contiene más datos de desplazamiento, por lo que el suavizado es mayor.

Nuevamente el parámetro seleccionado, en este caso, el tamaño del elemento rectangular, debe ser tal que reduzca el ruido experimental sin afectar la zona donde se produce delaminación.

Esta metodología entrega datos de desplazamiento suavizados que luego, al igual que la primera metodología, se utilizan para calcular curvatura utilizando los modelos de diferencias

finitas 3.4.1 y PLS 3.4.2 detallados en la sección anterior para construir indicadores basado en la curvatura.

4.3. Comparación de metodologías

Finalmente y a través del algoritmo *Intersection over Union* se comparan los resultados de cada metodología utilizando una escala de colores binaria, en cuanto mayor sea el resultado, indica que tan certera es la relación entre las imágenes comparadas. Con esta información final se determinan los resultados y se analiza.

Capítulo 5

Resultados

A continuación, se presentan los resultados obtenidos.

5.1. Modos de vibración

Las cámaras entregan los datos en formato *.hdf5* que contienen la historia temporal de cada punto de la muestra, datos de coordenadas, desplazamientos y deformación. Son procesados a través del algoritmo de uso libre *fft_GUI* el cual calcula la transformada rápida de Fourier entregando las frecuencias características de los puntos. El programa detecta automáticamente el *peak* del espectro de frecuencias, y provee la superficie del modo de vibración sintonizado.

Se espera que los desplazamientos producidos en los diferentes modos tengan un comportamiento global coherente con el resto de la estructura, la presencia de anomalías en algunas zonas de la grilla indica la presencia de daño, lo que varía la forma de los modos en ciertas zonas. En las figuras 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, 5.11, 5.12 y 5.13 se presentan los modos de vibración utilizados en este trabajo.

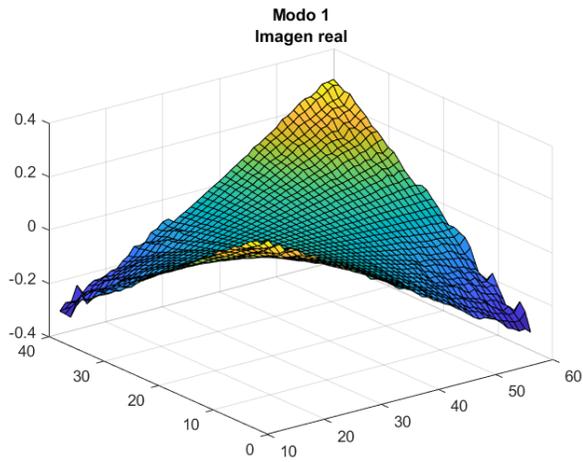


Figura 5.1: Primer modo de vibración.

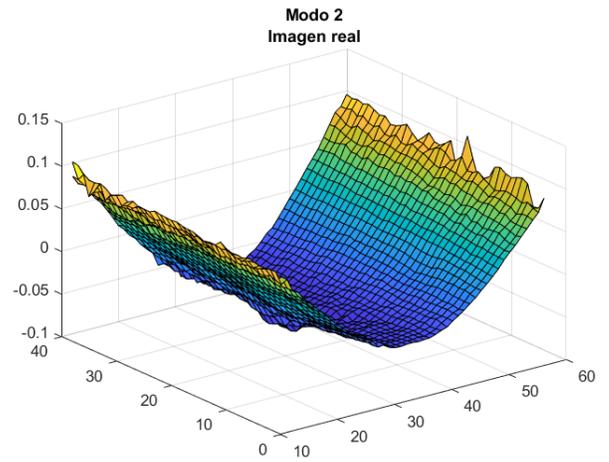


Figura 5.2: Segundo modo de vibración.

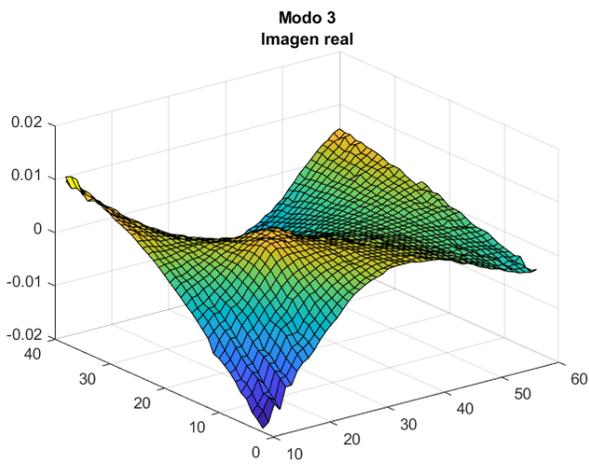


Figura 5.3: Tercer modo de vibración.

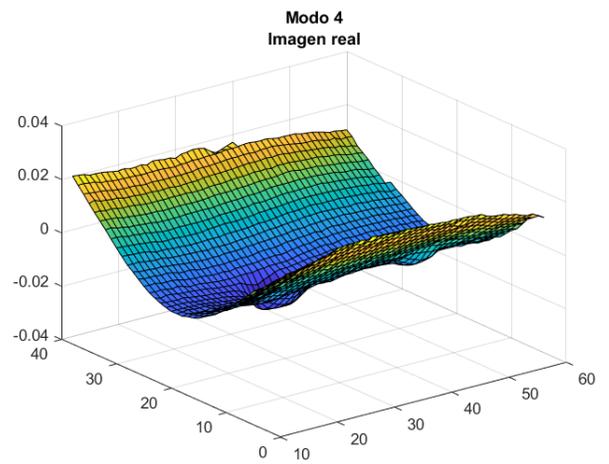


Figura 5.4: Cuarto modo de vibración.

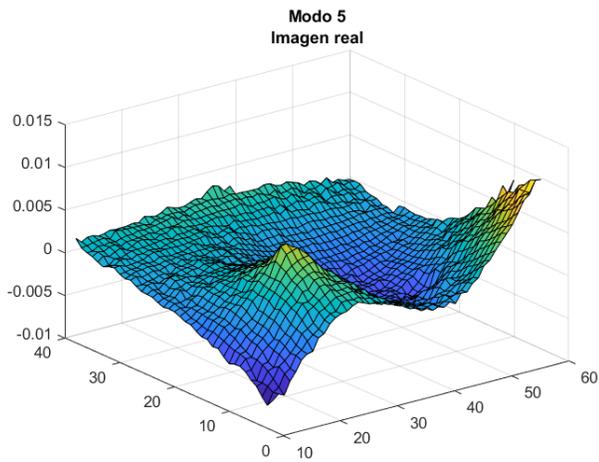


Figura 5.5: Quinto modo de vibración.

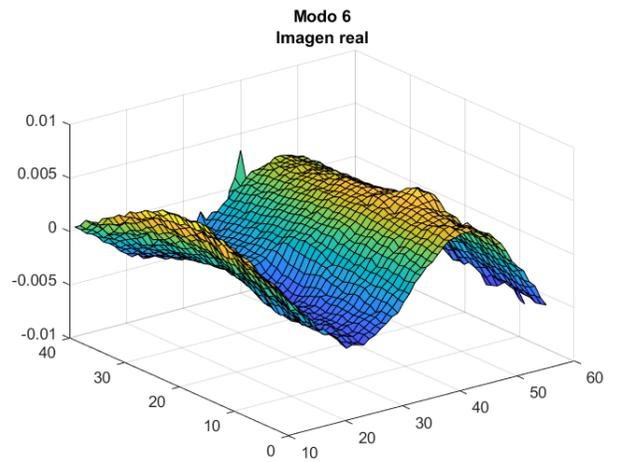


Figura 5.6: Sexto modo de vibración.

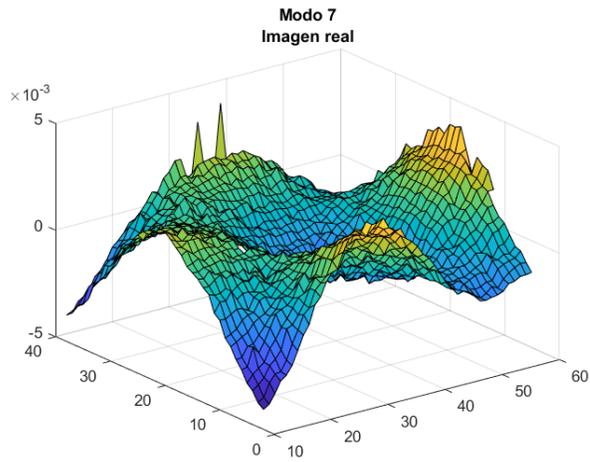


Figura 5.7: Séptimo modo de vibración.

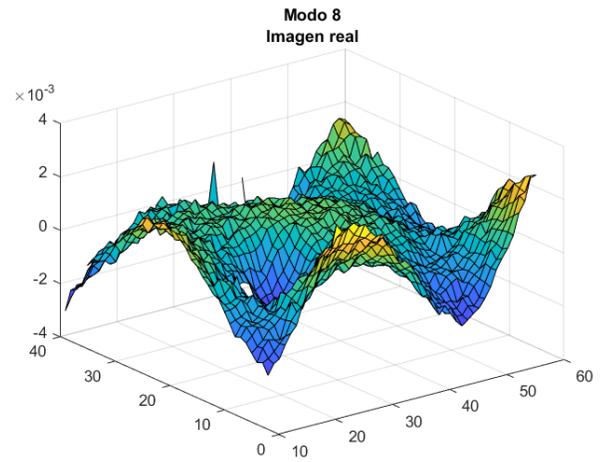


Figura 5.8: Octavo modo de vibración.

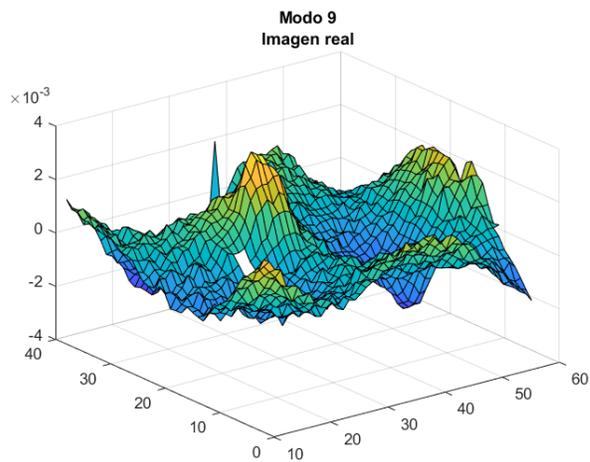


Figura 5.9: Noveno modo de vibración.

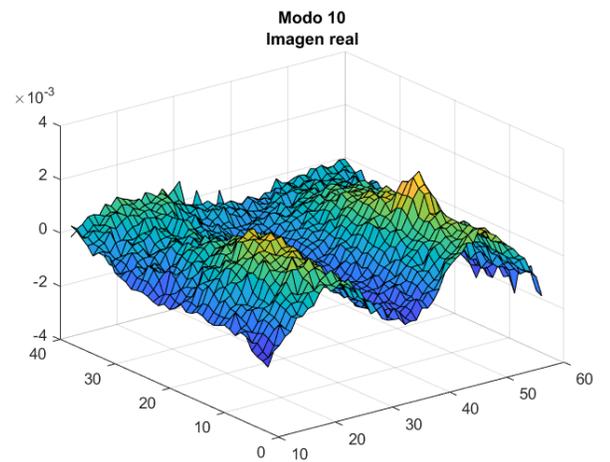


Figura 5.10: Décimo modo de vibración.

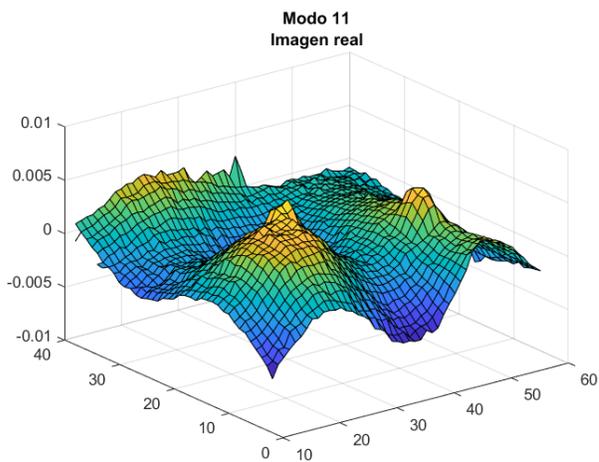


Figura 5.11: Décimo primer modo de vibración.

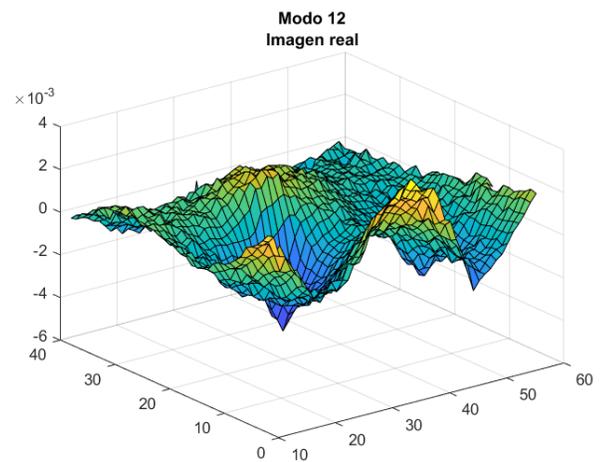


Figura 5.12: Décimo segundo modo de vibración.

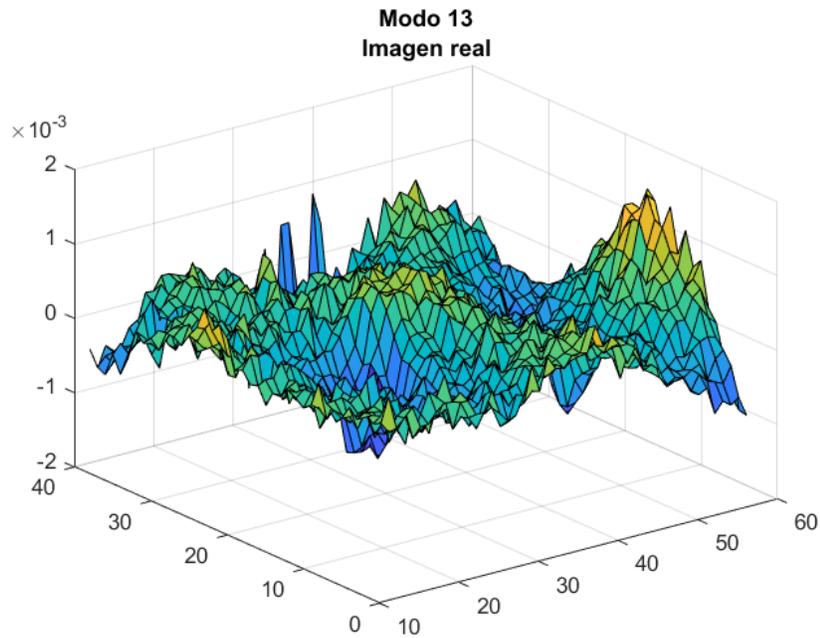
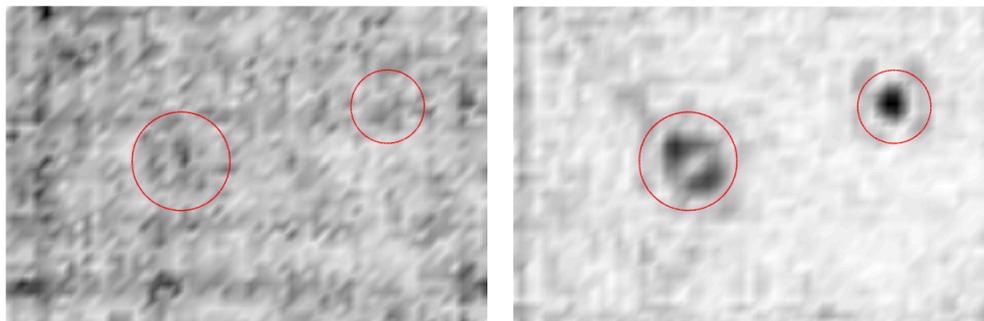


Figura 5.13: Décimo tercer modo de vibración.

5.2. Suavizado robusto de datos con valores perdidos.

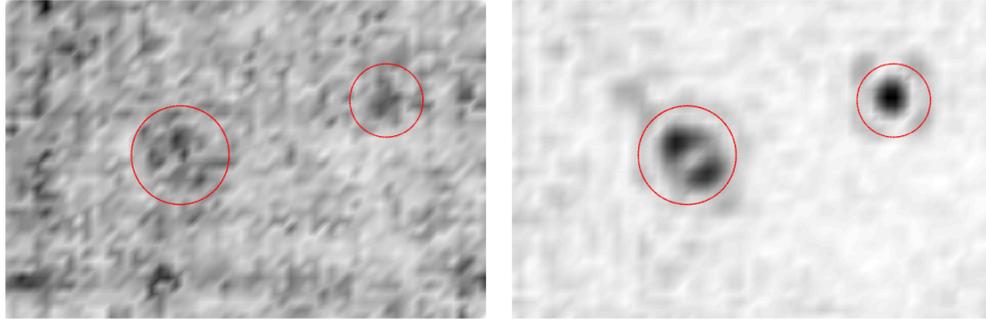
Para este método se obtuvieron resultados evaluando el parámetro de suavizado p en 0.1, 0.5, 1, 5, 10 y 50, para cada caso se calcularon las curvaturas usando el método de diferencias finitas y el método PLS, como se ilustra en las figuras 5.14, 5.15, 5.16, 5.17, 5.18 y 5.19.



(a) Calculado a través de método de diferencias centrales.

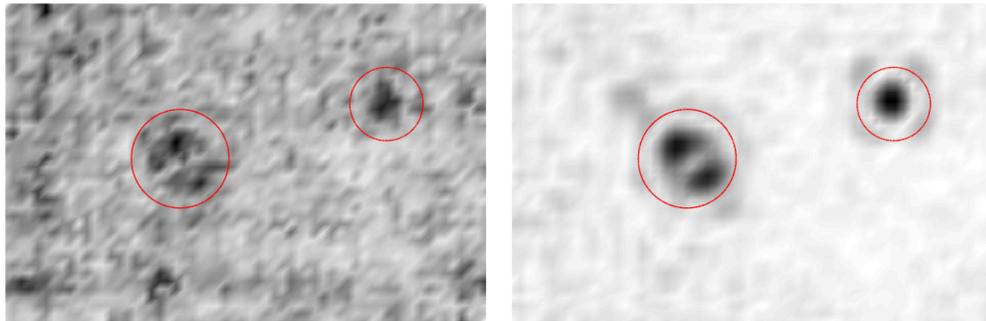
(b) Calculado a través de método PLS.

Figura 5.14: Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $p = 0,1$



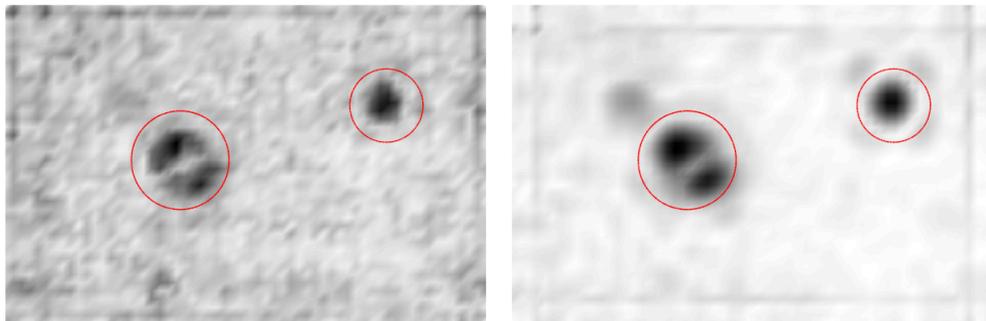
(a) Calculado a través de método de diferencias centrales. (b) Calculado a través de método PLS.

Figura 5.15: Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $p = 0,5$



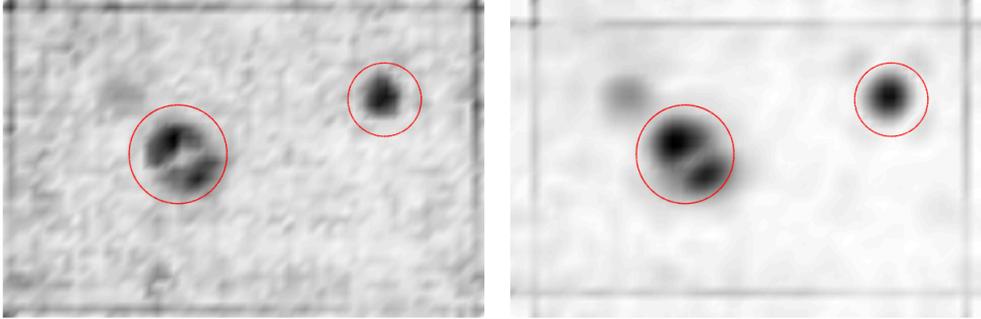
(a) Calculado a través de método de diferencias centrales. (b) Calculado a través de método PLS.

Figura 5.16: Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $p = 1$



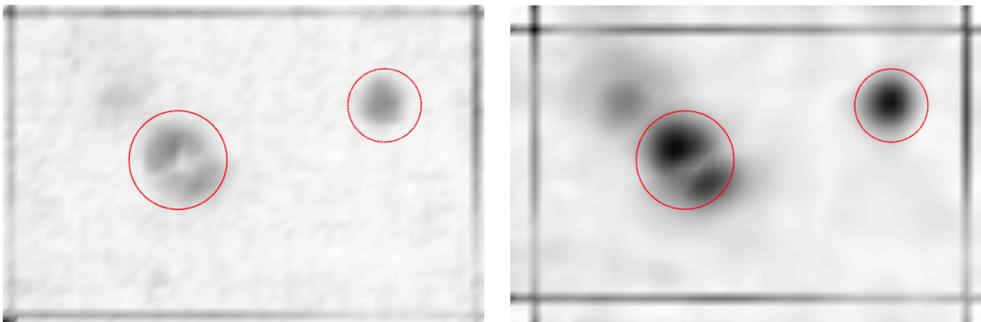
(a) Calculado a través de método de diferencias centrales. (b) Calculado a través de método PLS.

Figura 5.17: Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $p = 5$



(a) Calculado a través de método de diferencias centrales. (b) Calculado a través de método PLS.

Figura 5.18: Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $p = 10$



(a) Calculado a través de método de diferencias centrales. (b) Calculado a través de método PLS.

Figura 5.19: Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $p = 50$

5.3. Suavizado de datos utilizando procesos Gaussianos.

Para este método se obtuvieron resultados evaluando el parámetro de suavizado σ en 0.1, 0.5, 1, 5, 10 y 50, para cada caso se calcularon las curvaturas directamente. Los resultados se presentan en las figuras 5.20, 5.21, 5.22, 5.23, 5.24 y 5.25.

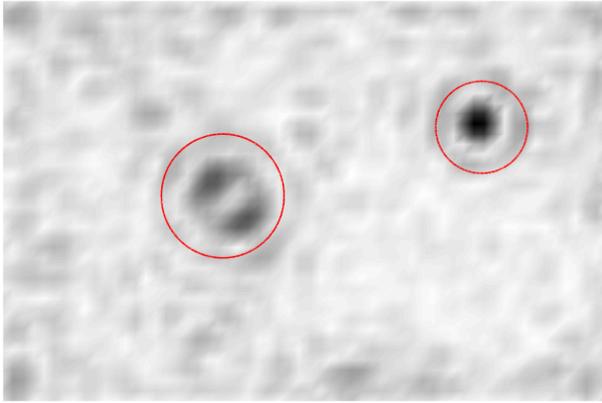


Figura 5.20: Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando el segundo método con parámetro de suavizado $\sigma = 0.1$

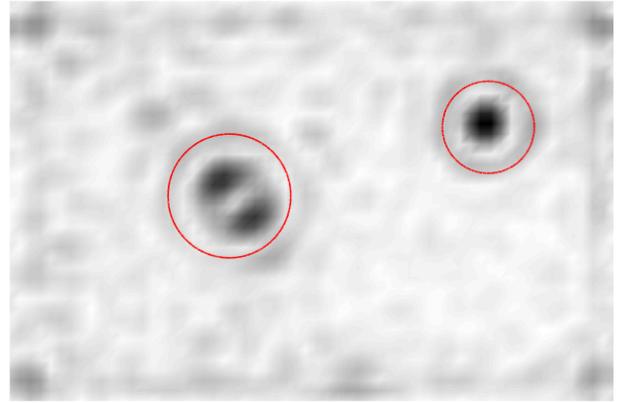


Figura 5.21: Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando el segundo método con parámetro de suavizado $\sigma = 0.5$

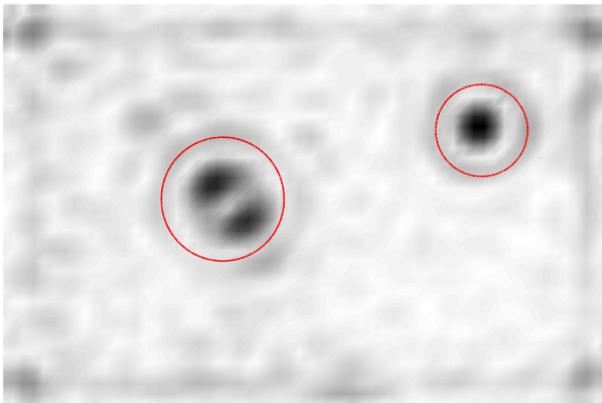


Figura 5.22: Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando el segundo método con parámetro de suavizado $\sigma = 1$

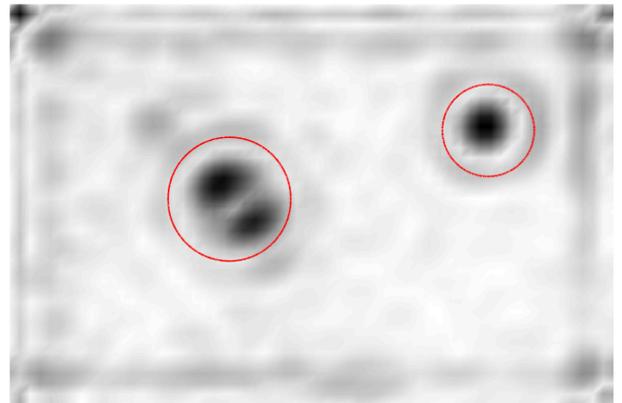


Figura 5.23: Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando el segundo método con parámetro de suavizado $\sigma = 5$

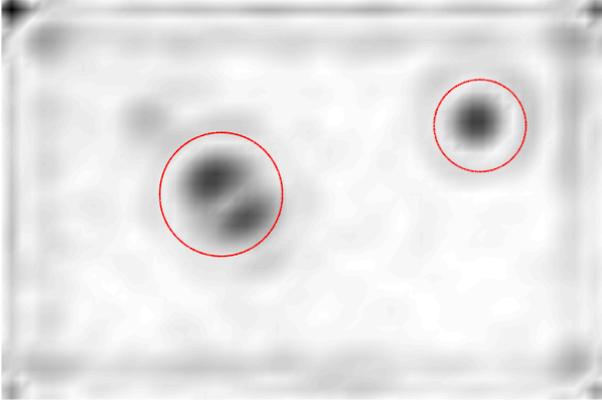


Figura 5.24: Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando el segundo método con parámetro de suavizado $\sigma = 10$

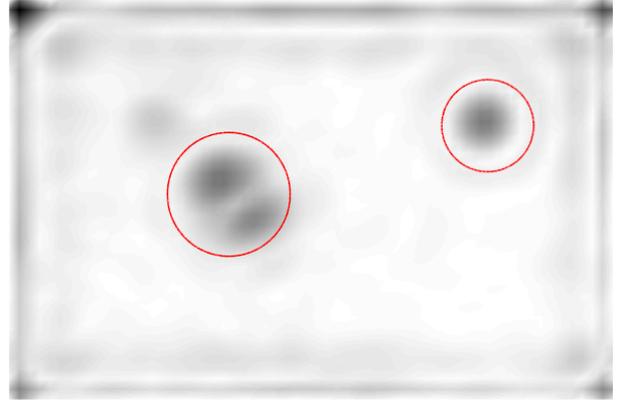
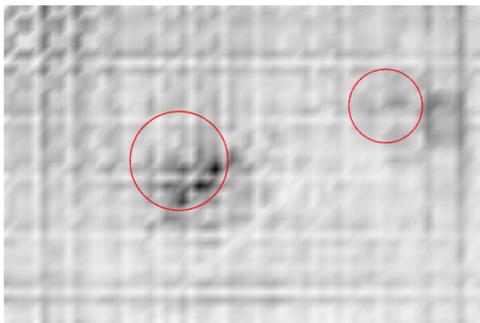


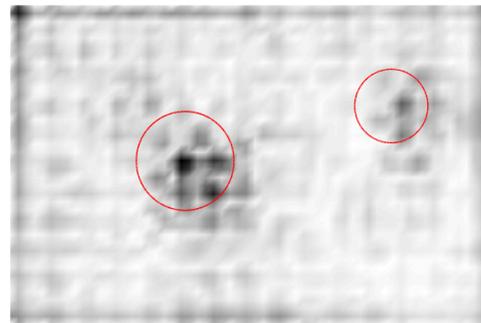
Figura 5.25: Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura utilizando el segundo método con parámetro de suavizado $\sigma = 50$

5.4. Suavizado de datos basado en método de elementos finitos.

A diferencia de los métodos anteriores, el parámetro t de este último corresponde al tamaño del elemento utilizado para el modelo, el cual tiene valores 3, 4, 5, 6, 7 y 8. Para cada caso se calcularon las curvaturas usando el método de diferencias finitas y el método PLS, como se ilustra en las figuras 5.26, 5.27, 5.28, 5.29, 5.30 y 5.31.

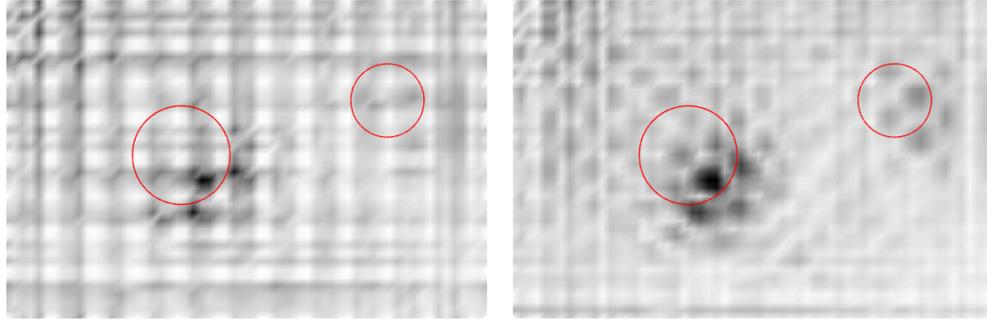


(a) Calculado a través de método de diferencias centrales.



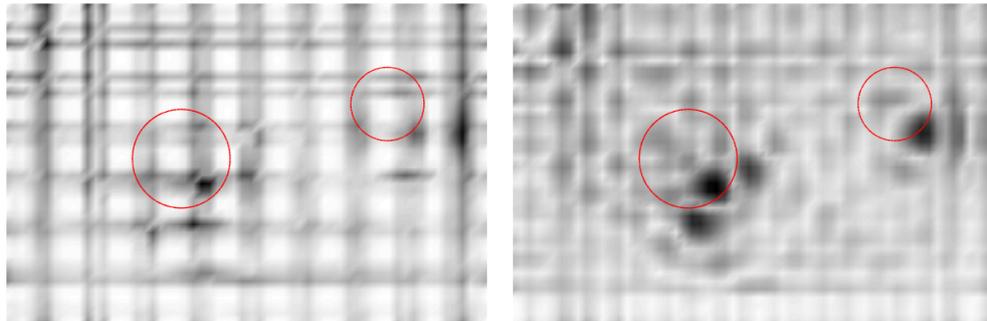
(b) Calculado a través de método PLS.

Figura 5.26: Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $t = 3$



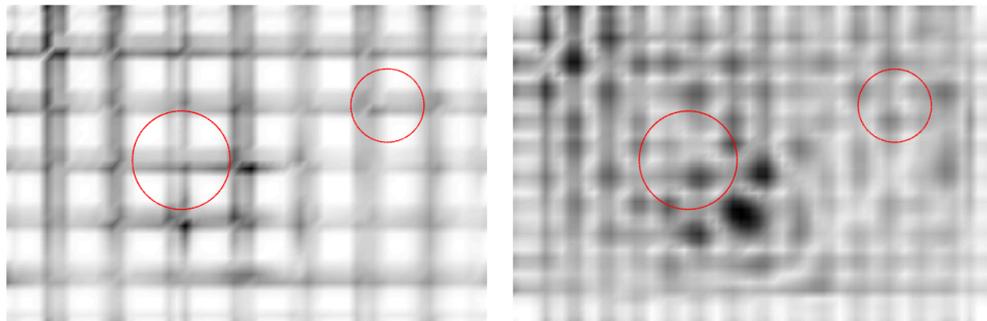
(a) Calculado a través de método de diferencias centrales. (b) Calculado a través de método PLS.

Figura 5.27: Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $t = 4$



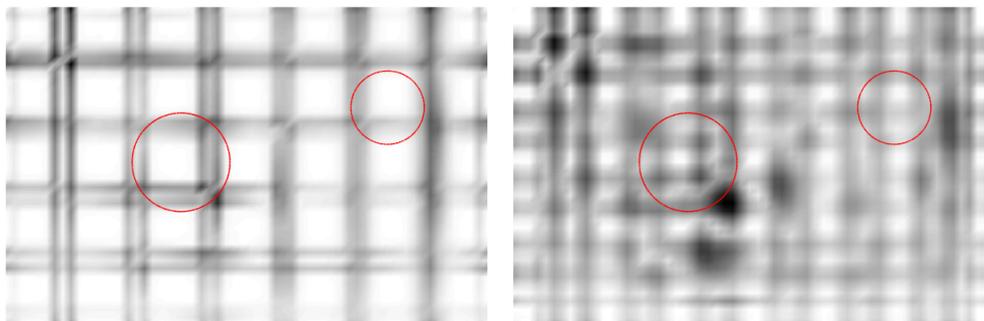
(a) Calculado a través de método de diferencias centrales. (b) Calculado a través de método PLS.

Figura 5.28: Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $t = 5$



(a) Calculado a través de método de diferencias centrales. (b) Calculado a través de método PLS.

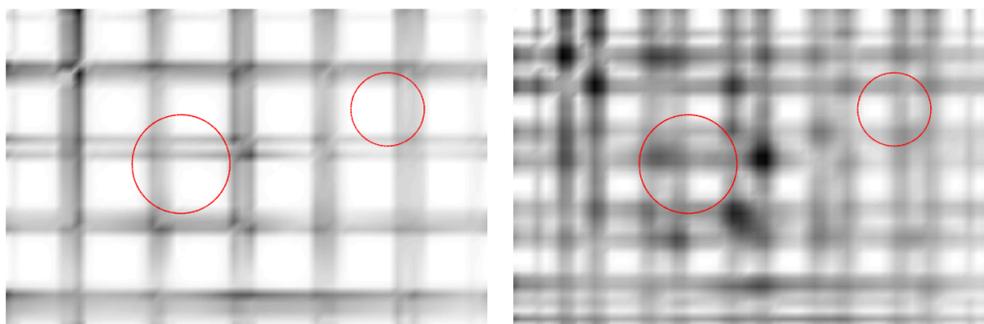
Figura 5.29: Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura curvatura utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $t = 6$



(a) Calculado a través de método de diferencias centrales.

(b) Calculado a través de método PLS.

Figura 5.30: Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura $t = 7$ utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $t = 7$



(a) Calculado a través de método de diferencias centrales.

(b) Calculado a través de método PLS.

Figura 5.31: Mapa de colores de indicador de daño bajo parámetro de curvatura $t = 8$ utilizando modos de vibración suavizados a través del tercer método con parámetro $t = 8$

5.5. Comparación de métodos utilizando *Intersection Over Union*

En la tabla 5.1 se presentan los resultados del algoritmo *Intersection Over Union* utilizando el método de suavizado robusto de datos con valores perdidos, calculando las curvaturas utilizando el método de diferencias finitas y el método PLS.

Tabla 5.1: Resultados del algoritmo *Intersection Over Union* para el primer método de suavizado.

Parámetro p	Diferencias finitas	PLS
0.1	0.0678	0.2647
0.5	0.1004	0.4915
1	0.1234	0.5181
5	0.2591	0.6193
10	0.2984	0.6541
50	0.2986	0.2978

En la figura 5.32 se presenta el mejor resultado para este método de suavizado, el cual corresponde a utilizar un parámetro $p = 10$ calculando la curvatura utilizando el método PLS.

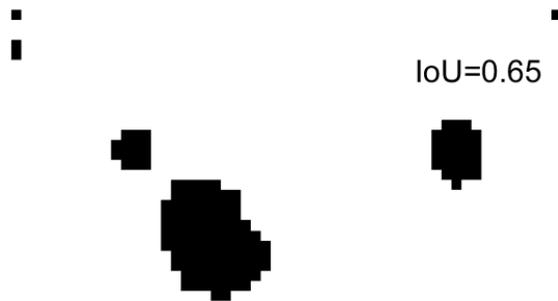


Figura 5.32: Mapa de colores después de aplicar el algoritmo *Intersection Over Union*.

En la tabla 5.2 se presentan los resultados del algoritmo *Intersection Over Union* utilizando el método de suavizado de datos utilizando procesos Gaussiano.

Tabla 5.2: Resultados del algoritmo *Intersection Over Union* para el segundo método de suavizado.

Parámetro σ	
0.1	0.2074
0.5	0.3294
1	0.3702
5	0.4537
10	0.3915
50	0.2885

En la figura 5.33 se presenta el mejor resultado para este método de suavizado, el cual corresponde a utilizar un parámetro $\sigma = 5$.

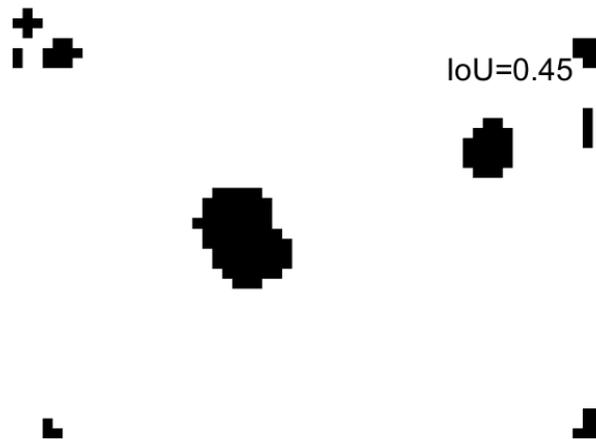


Figura 5.33: Mapa de colores después de aplicar el algoritmo *Intersection Over Union*.

En la tabla 5.3 se presentan los resultados del algoritmo *Intersection Over Union* utilizando el método de suavizado de datos basado en método de elementos finitos, calculando las curvaturas utilizando el método de diferencias finitas y el método PLS.

Tabla 5.3: Resultados del algoritmo *Intersection Over Union* para el tercer método de suavizado.

Parámetro σ	Diferencias Finitas	PLS
3	0.1275	0.1983
4	0.0856	0.1693
5	0.0955	0.1231
6	0.0665	0.0771
7	0.0836	0.0770
8	0.0547	0.0648

En la figura 5.32 se presenta el mejor resultado para este método de suavizado, el cual corresponde a utilizar un parámetro $t = 3$ calculando la curvatura utilizando el método PLS.

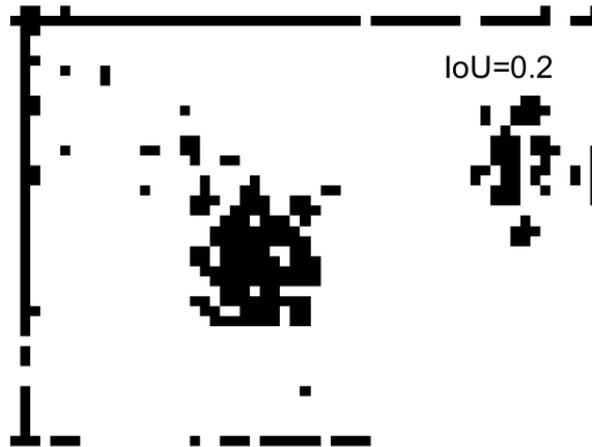


Figura 5.34: Mapa de colores después de aplicar el algoritmo *Intersection Over Union*.

5.6. Análisis

Se puede concluir a partir de los resultados particulares para cada método, que el uso del Gapped Smoothing Method en la construcción de un indicador de daño es efectivo y práctico, ya que, como se detalló en la sección 3.4.3, no requiere información adicional de la estructura.

Acorde a la hipótesis inicial, el uso del sistema de correlación de imágenes digitales permite la obtención de modos de vibración, aunque esta información no es libre de ruido experimental, como se puede suponer de la sección 5.1, los modos de vibración más altos tienen más error, debido a que son modos de frecuencias más altas y en consecuencia, la componente asociada al ruido es mayor.

Para los 3 métodos de tratamiento de ruido es posible identificar las zonas donde se producen anomalías, en alguno más que en otros. Aunque se debe destacar que, para el tercer método, usar elementos de mayor tamaño afecta la detección del daño.

Las condiciones anómalas detectadas en los bordes se asocian al montaje experimental, específicamente al empotramiento del agitador, ya que, además de las zonas de daño, no se detectan otras particulares.

Las imágenes de curvatura construidas mediante diferencias finitas resultaron ser más sensibles al ruido experimental en comparación con las construidas mediante point-least squares, el cual detecta de mejor manera el daño, incluso el empotramiento del agitador.

Sobre el método de suavizado de datos con valores perdidos, para valores muy bajos del parámetro de suavizado, los datos no son influenciados por el algoritmo, es decir, es poco el efecto del método, a medida que el parámetro aumenta, mejora el resultado hasta el límite donde el suavizado comienza a afectar la zona de daño, esto se puede interpretar fácilmente al analizar la tabla 5.1.

Sobre el método de suavizado de datos utilizando procesos Gaussianos, se obtienen resultados conformes para todos los valores del parámetro de suavizado, es decir, es posible

identificar la zona del daño estructural con el indicador sin problemas. Es posible optimizar este método para encontrar el valor del parámetro σ el cual suavice sin afectar la zona de daño, dicho valor esta entre 10 y 15.

Sobre el método de suavizado basado en el método de elementos finitos, no se obtienen resultados conformes, a pesar de ser efectivo (se suavizan los datos de desplazamiento), los modos suavizados obtenidos presentan ondulaciones debido al tamaño de los elementos trabajados, a mayor tamaño de elemento, produce menos ondulaciones, pero son más pronunciadas, lo que explica los resultados obtenidos para valores del parámetro de suavizado altos.

El uso del algoritmo *Intersection Over Union* fue crucial para comparar las metodologías de reducción de ruido implementadas durante este trabajo. El mejor método según el algoritmo corresponde al suavizado robusto de datos con valores perdidos, utilizando el método point-least squares para determinar su curvatura. Los resultados obtenidos a partir del método de diferencias finitas muestran ser sensibles al ruido en los datos de desplazamiento, amplificándolo al momento de ser implementado.

Capítulo 6

Conclusión

En este trabajo se desarrollaron e implementaron metodologías de reducción de ruido experimental para datos obtenidos a partir del sistema de correlación de imágenes digitales. Por lo que los datos iniciales fueron suministrados, junto con el programa de identificador de daño usando Gapped Smoothing Method.

Se trabajaron 3 metodologías de reducción de ruido experimental, la primera corresponde al suavizado robusto de los datos de desplazamiento con valores perdidos, la segunda corresponde al suavizado de datos utilizando procesos Gaussianos y la tercera corresponde a al suavizado de datos basado en el método de elementos finitos manipulando funciones de forma. Se utilizaron dos técnicas para estimar las curvaturas de los sistemas para el primer y tercer método, diferencias finitas y point least-squares. El método de diferencias finitas mostró resultados sensibles al ruido, amplificándolo al momento de calcular la curvatura, entregando datos volubles. El método point least-square mostró resultados sensibles al daño, por lo que mantuvo su forma incluso al suavizando el resto del campo de desplazamiento, entregando datos confiables.

Utilizando el algoritmo *Intersection Over Union* fue posible comparar las 3 metodologías para diferentes parámetros de suavizado, arrojando el mejor resultado para el método de suavizado robusto de datos con valores perdidos con parámetro de suavizado $p = 10$ utilizando point least-squares para determinar la curvatura.

Bibliografía

- [1] V. N. Burlayenko and T. Sadowski, “Influence of skin/core debonding on free vibration behavior of foam and honeycomb cored sandwich plates,” *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 45, pp. 959 – 968, 2010.
- [2] N. Y. Zheng Chen, “Investigation of elastic moduli of kraft paper honeycomb core sandwich panels,” *Composites: Part B*, vol. 43, pp. 2107 – 2114, 2012.
- [3] O. T. Thomsen, “Sandwich materials for wind turbine blades present and future,” *Journal of Sandwich Structures and Materials*, vol. 11, 2009.
- [4] K. S. I. N. Thorsten Siebert, Thomas Becker and R. Krupka, “Error estimations in digital image correlation technique,” *Applied Mechanics and Materials*, vol. 7-8, pp. 265–270, 2007.
- [5] F. J. S. Plaza, “Identificación de daño en placas tipo sandwich usando un sistema de correlación de imágenes digital y la curvatura de los modos de vibración,” Master’s thesis, Universidad de Chile, Facultad de ciencias físicas y matemáticas, 2016.
- [6] E. L. G. Gamboa, “Reducción del error experimental en los campos de deformación obtenidos por un sistema de correlación de imágenes digitales,” Master’s thesis, Universidad de Chile, Facultad de ciencias físicas y matemáticas, 2015.
- [7] V. d. F. Viviana Meruane and A. Ortiz-Bernardin, “A maximum entropy approach to assess debonding in honeycomb aluminum plates,” *Entropy*, vol. 16, pp. 2869–2889, 2014.
- [8] R. Bustamante, “Mecánica de sólidos.”
- [9] Z. SMÉKAL, “Difference equations with forward and backward differences and their usage in digital signal processor algorithms,” *RADIOENGINEERING*, vol. 15, pp. 45–52, 2006.
- [10] *Damage assessment of a sandwich composite panel by means of digital image correlation*, vol. 6th conference, May 2018.
- [11] D. Garcia, “Robust smoothing of gridded data in one and higher dimensions with missing values,” *Computational Statistics and Data Analysis*, vol. 54, pp. 1167–1178, 2010.
- [12] H. J. Bing Pan, AnandAsundi, “Digital image correlation using iterative least squares

- and pointwise least squares for displacement field and strain field measurements,” *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 47, pp. 865–874, 2009.
- [13] R. A. P. Román, “Identificación de modos de vibración con un sistema digital de imágenes de alta velocidad (high speed 3d dic),” Master’s thesis, Universidad de Chile, Facultad de ciencias físicas y matemáticas, 2018.
- [14] C. K. I. W. Carl Edward Rasmussen, *Gaussian Processes for Machine Learning*. Massachusetts Institute of Technology., 2006.
- [15] “Comparison of kernel ridge and gaussian process regression.”
- [16] B. H. Morton, D. Post and M. Tsai, “A localized hybrid method of stress analysis: A combination of moird interferometry and fem,” *Experimental Mechanics*, vol. 30, pp. 298–305, 1990.
- [17] E. H. J. Z. Zhu, O. C. Zienkiewicz and J. Wu, “A new approach to the development of automatic quadrilateral mesh generation,” *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 32, pp. 849–866, 1991.
- [18] B. H. Morton, D. Post and M. Tsai, “A simple error estimator and adaptive procedure for practical engineering analysis,” *Experimental Mechanics*, vol. 30, pp. 298–305, 1990.
- [19] S. Yoneyama, “Smoothing measured displacements and computing strains utilising finite element method,” *Strain*, vol. 47, pp. 258–266, 2011.
- [20] H.-F. Ng, “Automatic thresholding for defect detection,” *Science Direct*, 2006.
- [21] [en línea] <<https://www.pyimagesearch.com/2016/11/07/intersection-over-unioniou-for-object-detection/>>.