



**UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS**

**SIMULACIÓN GAUSSIANA TRUNCADA CON INCERTIDUMBRE EN  
PROPORCIONES**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS**

**IGNACIO ALONSO MOSCOSO GÁLVEZ**

**PROFESOR GUÍA:  
XAVIER EMERY**

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN  
JULIÁN ORTIZ CABRERA  
ALEJANDRO CÁCERES SAAVEDRA**

**SANTIAGO DE CHILE  
JUNIO 2014**

## RESUMEN

El presente trabajo aborda el problema de simular unidades geológicas basándose en el llamado modelo Gaussiano truncado, incorporando incertidumbre en las proporciones de las unidades geológicas. Para ello, se estudia la conveniencia de utilizar kriging ordinario en lugar de kriging simple para condicionar las simulaciones Gaussianas truncadas a los datos, de modo de reflejar la incertidumbre en las proporciones de las unidades geológicas y obtener modelos más robustos, dado que en general no se puede tener conocimiento exacto de las proporciones, por no disponer de un muestreo exhaustivo, y se basa solamente en la observación geológica.

El trabajo se desarrolla en dos etapas que pretenden por un lado evaluar la robustez de cada tipo de kriging en las simulaciones bajo parámetros de realidades controladas, y por otro lado utilizar un caso real donde los parámetros son parcialmente controlados.

La primera etapa es un estudio de concepto, de forma de evidenciar la robustez del kriging ordinario, con proporciones de tipo de roca, cantidad de información condicionante, modelo variográfico y parámetros de simulación controlados. El resultado de lo anterior refleja una mejor representación de las proporciones reales utilizando kriging ordinario en vez de kriging simple. Esta ventaja del kriging ordinario se incrementa si se consideran menos datos condicionantes para las simulaciones.

En la segunda etapa se realizaron pruebas con un caso real correspondiente al yacimiento Río Blanco-Los Bronces, en particular el rajo Don Luis, propiedad de la División Andina de Codelco. En este caso, se realiza un análisis banco a banco de la ocurrencia de brechas de turmalina, utilizando como input principal las proporciones globales y locales (por banco) inferidas desde sondajes. El resultado refleja que, en la mayoría de los casos, el kriging ordinario es más robusto por cuanto reproduce mejor las proporciones banco a banco y muestra además un mayor porcentaje de aciertos al comparar con datos de validación, pudiendo explicar las diferencias observadas por la información base entregada para realizar las simulaciones, en particular, por la pérdida de información que se produce al compositar los datos de sondajes.

El impacto que tienen estas pruebas refleja que el modelo de simulación depende fuertemente de consideraciones tales como la cantidad de datos, el tipo de kriging utilizado y el modelo variográfico subyacente. Por lo anterior, si de antemano se tiene incertidumbre en las proporciones litológicas del yacimiento, es preferible utilizar kriging ordinario en el proceso de simulación.

## ABSTRACT

The main objective of this report is to address the problem of simulating geological units with the truncated Gaussian model, by incorporating uncertainty in the proportions of these units. To this end, we examine the convenience of using ordinary kriging instead of simple kriging for conditioning truncated Gaussian simulations to data, so as to reflect the uncertainty in the proportions of geological units and to generate more realistic models since, in general, a perfect knowledge of the proportions cannot be obtained because it has a non-exhaustive sampling and it only relies on geological observations.

The work is developed in two stages. The first stage aims to evaluate the robustness for each type of kriging under controlled parameters, and the second stage to consider a real case where the parameters are partially controlled.

The first stage is a conceptual study, in order to demonstrate the accuracy of using ordinary kriging with given amounts of conditioning information, variogram models and simulation parameters. The result of this stage reflects a better representation of the global proportions using ordinary kriging instead of simple kriging, leading to even more accurate results when fewer conditioning data are considered for simulations.

In the second stage, tests were performed with a real case study in the Rio Blanco - Los Bronces deposit, particularly in the Don Luis open pit owned by Codelco Andina Division. In this case, a bench-to-bench analysis of the occurrence of tourmaline breccias is performed, using as input the global and local (per bench) proportions of such breccias inferred from drill hole data. The result shows that, in most cases, ordinary kriging is more robust as it better reproduces the bench-to-bench proportions and has a higher percentage of matches with validation data, the observed differences being explained by the information used as input to simulation, in particular, by the loss of information produced when compositing the drill hole data.

The impact of this determination shows that the simulation model strongly depends on the considerations of the number of data, kriging type used in the truncated Gaussian simulation and the underlying variogram model. Accordingly, if there is uncertainty in the lithological proportions of the deposit, it is advisable to use ordinary kriging in the simulation process.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mis abuelos en primer lugar, ya que su ejemplo de esfuerzo y dedicación esperó seguir desarrollándolo durante los días que me queden de vida. Los quiero mucho. A mis padres por todo el apoyo brindado en estos años, por no cortarme las alas, enseñarme a ser cauto, responsable y a que tengo las herramientas para desarrollarme independientemente y formarme como una persona íntegra y cristiana en el actuar y pensar.

Agradezco profundamente a mis tíos Taro y Toña, que siempre desde la distancia estuvieron apoyándome y siguiendo mi desarrollo, además de recibirme con tanto cariño en Australia. Agradezco también a mi tío Valentín y su familia que me acogieran por varias temporadas en Coquimbo donde lo pasaba muy bien y podía desconectarme un poco de la rutina universitaria. También a mi tío Alamiro quien me presento desde pequeño lo que era ser ingeniero y responsable de personas. A mi tío Esteban por los consejos y conversaciones que tuvimos estos años y a mis tíos Eugenia y Juan por estar siempre con nosotros.

En la Universidad conocí mucha gente pero creo que no debo quitar el mérito a estos maestros con quienes fue posible recorrer este camino: agradezco infinitamente el apoyo de grandes consejeros y amigos que conocí en la U, Pablo Larenas y Álvaro Del Real. También a todos aquellos que conocí durante los TTVV en el Cde!, Pepe, Carito Pacheco, Tole, a mis amigos de primer año Vane, Toño Bayron, Mauricio y Paula y la comunidad de los Lerus. Agradezco tremendamente el apoyo durante estos años de mis compañeros de carrera, especialmente Joaquín Jiménez y Rene Gómez con quien hicimos la mayoría de los trabajos y pasamos varios trasnoches de estudio y carrete. Agradecer además a todos aquellos que compartí y crecí durante el CAM 2011 especialmente el Kike y Yerko M. que fueron grandes apoyos durante la carrera y a los chicos del CAM 2013 que estuvieron en las buenas, muy buenas y hasta en las malas (Gracias especialmente a Kathy, Sibi y Cami G. por creer en que somos equipo). También al IIMCH por su importante apoyo en el CAM que dirigí. Agradezco también a quienes me ayudaron a terminar esta memoria aportándome información o simplemente con algún gesto de cooperación hacia mi persona: Luis Serrano, Valentina Smith, Francisco Sepúlveda, Tamara Frez, Profesor Aldo Casali. Roberto “chicha” Miranda. Agradezco especialmente las contribuciones y correcciones del profesor guía, Sr. Xavier Emery por su infinita paciencia para explicarme y corregir, y el apoyo de los profesores miembros de la comisión, J. Ortiz. y A. Cáceres. Agradezco además a Juanita Vergara, Luchito, Carlos y Lily por sus gestiones realizadas tanto en centro de alumnos como para atender los requerimientos de los estudiantes.

Agradezco enormemente a Anglo American Chile el apoyo entregado durante los años de carrera, brindándome becas y prácticas profesionales, además de la posibilidad de trabajar como graduado.

A todos ustedes, gracias totales.

## TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. Motivación del trabajo.....	1
1.2. Objetivos .....	2
1.2.1. Objetivo General.....	2
1.2.2. Objetivos Específicos.....	2
1.3. Alcances.....	2
2. ANTECEDENTES.....	4
2.1. Antecedentes generales de la geoestadística.....	4
2.1.1. Estudio Exploratorio de Datos .....	5
2.1.2. Análisis Variográfico.....	5
2.1.3. Anisotropía.....	7
2.1.4. Noción de Soporte .....	8
2.2. Métodos de Estimación Local.....	9
2.2.1. Kriging Simple.....	10
2.2.2. Kriging Ordinario.....	11
2.3. Modelación Espacial de Unidades Geológicas .....	13
2.4. Simulación Gaussiana Truncada .....	14
2.4.1. Algoritmo de Simulación.....	15
2.4.2. Determinación del variograma del campo gaussiano.....	16
2.4.3. Uso de Muestreador de Gibbs para simulación condicional a los datos .....	17
2.4.4. Truncación.....	18
3. METODOLOGÍA .....	19
3.1. Presentación.....	19
3.1.1. Caso 1: Utilización de base de datos sintética.....	19
3.1.2. Caso II: Utilización de base de datos de un yacimiento Real .....	19

3.2.	Herramientas a Utilizar.....	19
3.3.	Análisis de Base de datos Sintética .....	20
3.4.	Análisis de Base de datos Real .....	21
4.	ANÁLISIS DE CASO SINTÉTICO: PRUEBA DE CONCEPTO.....	22
4.1.	Presentación del experimento .....	22
4.2.	Parámetros de Simulación de los experimentos .....	22
4.3.	Resultados .....	23
4.4.	Conclusiones del caso sintético .....	26
5.	ANÁLISIS DE CASO REAL: YACIMIENTO RIO-BLANCO LOS BRONCES .....	28
5.1.	Antecedentes generales del yacimiento Rio Blanco - Los Bronces.....	28
5.1.1.	Caracterización Geológica .....	29
5.1.2.	Parámetros de estudio y su importancia práctica en la planificación minera .....	33
5.2.	Estudio Exploratorio Base de datos.....	36
5.2.1.	Pozos de tronadura.....	36
5.2.2.	Selección final de datos para simulación .....	38
5.3.	Análisis variográfico previo a las simulaciones .....	39
5.3.1.	Mapa variográfico.....	39
5.3.2.	Variograma Experimental y Modelado .....	40
5.4.	Simulaciones.....	42
5.5.	Análisis de resultado de las simulaciones .....	43
5.5.1.	Porcentaje de aciertos.....	43
5.5.2.	Proporciones de BXT-no BXT en los bancos.....	46
5.5.3.	Cuantificación de errores .....	50
5.6.	Conclusiones respecto al caso real analizado .....	50
6.	CONCLUSIONES GENERALES.....	52
7.	BIBLIOGRAFÍA.....	54
8.	ANEXOS.....	56

8.1.	Histogramas de proporciones en pruebas del caso de pruebas con realidades sintéticas...	56
8.2.	Variogramas realidades simuladas y en las 100 realizaciones para las pruebas 1,2 y 3 del caso sintético .....	57
8.3.	Litologías disponibles en el yacimiento Rio Blanco-Los Bronces.....	61
8.4.	Tabla de errores medios y errores cuadráticos medios para kriging simple y ordinario en los diferentes bancos.....	63
8.5.	Representación realidad litológica del banco y la proporción de aciertos según la prueba realizada en caso real yacimiento Río Blanco-Los Bronces .....	64

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 4.1: Resultados de pruebas y sus diferentes casos de estudio según tipo de Kriging .....	23
Tabla 4.2: Resultados de pruebas y sus diferentes casos de estudio según tipo de Kriging .....	24
Tabla 4.3: Estadísticas del porcentaje de aciertos en las 100 realizaciones de cada prueba, para cada tipo de kriging .....	24
Tabla 5.1: Asociación de Brechas de turmalina según Geología Yacimiento Río Blanco-Los Bronces, tomadas del Sector Sur-Sur (Vargas et al., 1999).....	32
Tabla 5.2: Litologías de brechas de turmalinas para selección en sondajes y pozos.....	32
Tabla 5.3. Parámetros de las mallas de perforación implementadas por Orica para las tronaduras de Fase III (datos aportados por División andina).....	35
Tabla 5.4. Descripción litológica de la base de datos de pozos de tronadura (ver también Fig.5.8.) ..	37
Tabla 5.5: Muestras por banco sector Don Luis categorizadas como Brechas de Turmalina .....	38
Tabla 5.6: Proporciones de BXT-no BXT por banco del sector Don Luis.....	39
Tabla 5.7: Estadísticas de aciertos promedio por banco, utilizando proporciones globales asumidas desde sondajes.....	43
Tabla 5.8: Estadísticas de aciertos promedio por banco, utilizando proporciones locales asumidas desde sondajes.....	44
Tabla 5.9: Estadísticas de proporciones promedio por banco, utilizando proporciones globales asumidas desde sondajes .....	47
Tabla 5.10: Resultados Proporciones Generales promedio por banco utilizando Proporciones locales asumidas desde sondajes .....	48
Tabla 5.11: Comparación errores promedios y errores cuadráticos medios para kriging simple y ordinario.....	50
Tabla 8.1: Tipos de Rocas del Yacimiento Río Blanco Los Bronces (parte 1).....	61
Tabla 8.2: Tipos de Rocas del Yacimiento Río Blanco Los Bronces (parte 2).....	62
Tabla 8.3: errores medios y errores cuadráticos medios para kriging simple y ordinario en los diferentes bancos.....	63



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Ejemplo de variograma experimental calculado para dos direcciones del espacio.....	6
Figura 2.2: Modelos elementales para construir variograma modelado.....	7
Figura 2.3: Representación Mapa Variográfico con anisotropía Geométrica.....	8
Figura 2.4: Representación Mapa Variográfico con Anisotropía Zonal.....	8
Figura 2.5: Diagramas de realización de un yacimiento obtenido mediante estimación y la comparación con la realidad de éste.....	14
Figura 2.6: Esquema Variable Gaussiana Truncada.....	15
Figura 2.7: Esquema de algoritmo de simulación de variables categóricas.....	16
Figura 2.7: Esquema de algoritmo de simulación de variables categóricas.....	16
Figura 4.1: Porcentaje de acierto de la realidad versus simulación Prueba 1 en kriging simple y ordinario.....	25
Figura 4.2: Porcentaje de acierto de la realidad versus simulación Prueba 2 en kriging simple y ordinario.....	25
Figura 4.3: Porcentaje de acierto de la realidad versus simulación Prueba 3 en kriging simple y ordinario.....	26
Figura 5.1: Mapa de ubicación del yacimiento Río Blanco - Los Bronces. La propiedad minera de Andina se encuentra encerrada por color rojo. Al oeste, Los Bronces, propiedad de Angloamerican Sur S.A.....	28
Figura 5.2: Planta y perfil litológico yacimiento Don Luis. Características litológicas y texturales (Cuadra, 2011).....	29
Figura 5.3. Plano Geológico Distrital de la zona del yacimiento Río Blanco-Los Bronces (López y Skármeta, 2000, in Camus, 2003).....	30
Figura 5.4: Mapa Geológico de superficie(a) y sección geológica B-B' (b) del sistema porfírico Río Blanco-Los Bronces (Camus, 2003).....	31
Figura 5.5: Mapa Geológico del yacimiento Río Blanco-Los Bronces (según Frikken, 2003, <i>in</i> Cáceres, 2010).....	33
Figura 5.6: Diagramas de representación litológica en yacimiento Río Blanco. <b>(A)</b> Vista planta XY, <b>(B)</b> vista perfil YZ, y <b>(C)</b> vista XZ.....	34
Figura 5.7: Esquema de planta representativa de pozos de tronadura delimitados según litología.....	36
Figura 5.8. Diagrama proporcional del tipo de roca presente en el yacimiento Río Blanco - Los Bronces (descripción de códigos en Tabla 5.4).....	37
Figura 5.9: Mapa Variográfico de indicador Yacimiento Don Luis.....	40

Figura 5.10: Variograma Experimental direccional del indicador de brecha de turmalina, sector Don Luis Yacimiento Río Blanco-Los Bronces.....	41
Figura 5.11: Variograma Modelado Direccional de sector Don Luis Yacimiento Río Blanco-Los Bronces. En azul: Dirección; en rojo: N80Dirección Principal N350; en negro: Dirección vertical.....	42
Figura 5.12: Comparación aciertos de kriging simple usando las proporciones de BXT globales y locales por banco .....	45
Figura 5.13: Comparación aciertos de kriging ordinario usando las proporciones de BXT globales y locales por banco .....	45
Figura 5.14: Comparación general de aciertos de kriging simple y ordinario para las proporciones de BXT globales y locales por banco .....	46
Figura 5.15: Comparación de las proporciones de BXT resultantes por kriging simple utilizando proporciones de BXT globales y locales por banco. ....	48
Figura 5.16: Comparación de las proporciones de BXT resultantes por kriging ordinario utilizando proporciones de BXT globales y locales por banco. ....	49
Figura 5.17: Comparación de las proporciones de BXT resultantes por kriging ordinario utilizando proporciones de BXT globales y locales por banco. ....	49
Figura 6.1: Comparación entre kriging simple y ordinario, respecto a la incertidumbre en la media de la variable Gaussiana.....	53
Figura8.1: Histograma de Proporciones en las 100 realizaciones para Prueba 1, usando Kriging Simple y Kriging Ordinario .....	56
Figura 8.2: Histograma de Proporciones en las 100 realizaciones para Prueba 2, usando Kriging Simple y Kriging Ordinario .....	56
Figura 8.3: Histograma de Proporciones en las 100 realizaciones para Prueba 3, usando Kriging Simple y Kriging Ordinario .....	57
Figura 8.4: Variograma medio 100 realidades simuladas en forma no Condicional, para los valores verdaderos del caso sintético .....	57
Figura 8.5: Variograma medio 100 realidades simuladas para prueba 1 caso 1 .....	58
Figura 8.6: Variograma medio 100 realidades simuladas para prueba 1 caso 2 .....	58
Figura 8.7: Variograma medio 100 realidades simuladas para prueba 2 caso 3 .....	59
Figura 8.8: Variograma medio 100 realidades simuladas para prueba 2 caso 4 .....	59
Figura 8.9: Variograma medio 100 realidades simuladas para prueba 3 caso 5 .....	60
Figura 8.10: Variograma medio 100 realidades simuladas para prueba 3 caso 6.....	60

Figura 8.11: Vista en planta banco 1 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input .....	64
Figura 8.12: Vista en planta banco 2 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input .....	65
Figura 8.13: Vista en planta banco 3 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input .....	66
Figura 8.14: Vista en planta banco 4 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input .....	67
Figura 8.15: Vista en planta banco 5 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input .....	68
Figura 8.16: Vista en planta banco 6 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input .....	69
Figura 8.17: Vista en planta banco 7 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input .....	70
Figura 8.18: Vista en planta banco 8 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input .....	71
Figura 8.19: Vista en planta banco 9 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input .....	72
Figura 8.20: Vista en planta banco 10 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input .....	73
Figura 8.21: Vista en planta banco 11 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input .....	74

Figura 8.22: Vista en planta banco 12 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input .....	75
Figura 8.23: Vista en planta banco 13 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input .....	76
Figura 8.24: Vista en planta banco 14 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input .....	77
Figura 8.25: Vista en planta banco 15 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input .....	78
Figura 8.26: Vista en planta banco 16 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input .....	79
Figura 8.27: Vista en planta banco 17 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input .....	80
Figura 8.28: Vista en planta banco 18 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input .....	81

## ÍNDICE DE ECUACIONES

Ecuación 2.1: Función de distribución de una variable aleatoria.....	4
Ecuación 2.2: Relación entre covarianza y variograma .....	5
Ecuación 2.3: Variograma teórico.....	6
Ecuación 2.4: Variograma experimental (estimador tradicional del variograma).....	6
Ecuación 2.5: Expresión para un Estimador Lineal.....	9
Ecuación 2.6: Expresión para varianza del kriging.....	10
Ecuación 2.7: Expresión para el estimador lineal del kriging simple .....	11
Ecuación 2.8: Expresión para la varianza del kriging simple .....	11
Ecuación 2.9: Expresión para el estimador lineal del kriging ordinario.....	12
Ecuación 2.10: Expresión para la varianza del kriging ordinario.....	13
Ecuación 2.11: Expresión para codificar variables categóricas.....	13
Ecuación 2.12: Relación mediante integración numérica del variograma de la variable Gaussiana y su indicador.....	16
Ecuación 2.13: Relación del variograma de la variable Gaussiana y su indicador mediante desarrollo en Polinomios de Hermite.....	16
Ecuación 5.1: Expresión Varianza Indicador.....	41
Ecuación 5.2: Expresión para variograma Modelado Yacimiento Don Luis Andina.....	41

# 1. INTRODUCCIÓN

Un correcto conocimiento de los dominios geológicos que se encuentran presentes en los yacimientos mineros condiciona la forma en que se explotarán los recursos, dado que cada dominio geológico posee diferentes características y, por lo tanto, la caracterización detallada de ellos es fundamental. Usualmente, a partir del muestreo, se considera incorporar información adicional de características cualitativas como las litologías y alteraciones presentes en las muestras, las cuales impactan en las propiedades esperadas del yacimiento. Una correcta estimación de estas litologías y alteraciones es clave para el desarrollo de la evaluación económica, planificación, diseño y operación de un proyecto minero.

Los modelos geológicos, basados en la información de las litologías y alteraciones presentes en las muestras, conforme a propiedades comunes constituyen los dominios geológicos. No obstante lo anterior, se desconocen los límites exactos y las proporciones de cada uno de estos dominios. Estos dominios usualmente se definen mediante modelos determinísticos que constituyen sólo una representación de la realidad, y dada la incertidumbre que se tiene, es de interés definir escenarios probabilísticos, de modo de tener un conjunto de realizaciones para la información geológica requerida. Una dificultad de elaborar tales escenarios probabilísticos es la necesidad de contar con información de las proporciones, a priori, de los dominios a modelar.

El trabajo de título pretende entregar una extensión a las metodologías de simulación tradicional donde se añade la incertidumbre de las proporciones geológicas, es decir, asumiéndolas a priori desconocidas, dado que no existe un muestreo exhaustivo. Se pretende diseñar y aplicar una variante del modelo Gaussiano truncado, de modo de reflejar incertidumbre en las proporciones de unidades geológicas. Se buscará comparar la metodología tradicional con la variante propuesta.

## 1.1. Motivación del trabajo

En la actualidad, la generación de modelos geológicos se basa principalmente en la elaboración por métodos de interpolación simple de las muestras disponibles, y por lo tanto se constituyen en forma determinística, como posibilidad única de ocurrencia de los modelos. Sin embargo, dado el número limitado de muestras y el nivel de información entregado, es necesario definir bien los límites de los modelos geológicos, en base a modelos que son más probables (Xu, Dowd. 2009).

Se tienen diferentes formas de generar modelos geológicos a partir de simulaciones estocásticas, no obstante, estos se condicionan principalmente a la información global de

proporciones (Emery, Ortiz, Cáceres. 2008), siendo que esta consideración se realiza a partir de muestras que no necesariamente reflejan la realidad del yacimiento.

Por lo anterior, surge la necesidad de evaluar una forma alternativa de generar escenarios posibles para la modelación geológica, de modo de poder establecer rangos posibles y diferentes escenarios bajo los cuales puede ocurrir un modelo geológico.

Se espera entonces con este trabajo poder aportar con modelos de unidades geológicas que reflejen de mejor forma la incertidumbre en la definición de las fronteras entre las unidades y sus proporciones, lo que finalmente impactará en las consideraciones que se hagan en una explotación minera para el tratamiento de los recursos de un yacimiento, por ejemplo, en la planificación minera.

## **1.2. Objetivos**

### *1.2.1. Objetivo General*

Cuantificar la incertidumbre en la extensión espacial de unidades geológicas en yacimientos mineros, con aplicación a bases de datos reales o sintéticos, incorporando incertidumbre en las proporciones globales de las unidades.

### *1.2.2. Objetivos Específicos*

A continuación, se proponen los siguientes objetivos específicos:

- Proponer una variante del modelo Gaussiano truncado para simular variables categóricas con proporciones inciertas de categorías
- Establecer algoritmos para construir realizaciones y condicionar a datos.
- Comparar con metodología tradicional verificando la robustez de la propuesta frente a una mala especificación de las proporciones.
- Aplicación a casos sintéticos y reales.

## **1.3. Alcances**

El trabajo se realizará primero en una base de datos de sondajes simulados en forma aleatoria, y a partir de ellos se busca poder construir escenarios para la constitución de un dominio geológico. Lo mismo se hará con un caso real con datos obtenidos del yacimiento Río Blanco-Los Bronces.

A través de este trabajo se busca definir modelos geológicos que cumplan la característica de mayor representatividad en cuanto relaciones de simulaciones, de modo de establecer las fronteras y las proporciones de modelos geológicos, contribuyendo a la limitación de recursos y sirviendo como entradas para realizar simulaciones condicionales de los recursos de un yacimiento. Por lo anterior, no se realizará un análisis de distribución de leyes en los yacimientos simulados y real.

Se realizarán comparaciones de modelos determinísticos y se contrastarán las simulaciones del caso sintético y el caso real con las metodologías tradicionales. El caso real a analizar corresponde a un sector del yacimiento Río Blanco-Los Bronces, llamado Don Luis, del cual se cuenta con un número limitado de muestras de pozos de tronadura y sondajes, de los cuales se harán asociaciones litológicas sólo utilizando características geológicas comunes basadas en los modelos geológicos existentes del lugar.

Se realizarán simulaciones Gaussianas truncadas, donde se incorporará incertidumbre en el cálculo de las proporciones de los dominios. Estas simulaciones serán realizadas en códigos ejecutables y algoritmos programados en lenguaje MATLAB.

Este trabajo es parte del proyecto Fondecyt 1130085: "Geostatistical Modeling of Ore Bodies with Heterogeneous Spatial Variations".



## 2. ANTECEDENTES

### 2.1. Antecedentes generales de la geoestadística

La geoestadística es un área de la estadística aplicada a la relación espacial de los datos, la cual se encarga de estudiar variables regionalizadas definidas como variables numéricas que se distribuyen en el espacio y que presentan cierta continuidad espacial (dependiendo la escala utilizada para la medición). Se puede considerar una variable regionalizada, por ejemplo, la ley de un elemento en un yacimiento minero o bien el tipo de roca (Caballero. 2011). Una variable regionalizada queda caracterizada por:

- Su naturaleza: puede ser continua, discreta (ordinal) o categórica (nominal).
- El dominio en estudio, es decir, las dimensiones espaciales que abarca la variable.
- El volumen sobre el cual se mide (soporte), dado que no es lo mismo medirla en puntos del espacio o en soportes mayores (bloques).

El estudio de una variable regionalizada puede considerar la aplicación de probabilidades, dado que no se tiene certeza en los valores, pues están sujetos a muestreos no exhaustivos. Así, se debe plantear modelos probabilísticos donde una variable regionalizada  $y(x)$  en un sitio  $x$  del dominio  $D$  en estudio, se interpreta como una realización de una variable aleatoria  $Y(x)$ . El conjunto de estas variables en distintos puntos del espacio constituye una función aleatoria que se expresa como  $Y = \{Y(x), x \in D\}$ .

Una variable aleatoria  $Y$  se caracteriza por una distribución de probabilidad:

$$\forall y \in R, F(y) = Prob(Y \leq y)$$

Ecuación 2.1: Función de distribución de una variable aleatoria

Una función aleatoria se caracteriza por una distribución espacial, que consta de todas las distribuciones de probabilidad de sus componentes, en particular:

- Distribución univariable:  $F(y_1; x_1) = Prob(Y(x_1) \leq y_1)$
- Distribución bivariante:  $F(y_1, y_2; x_1, x_2) = Prob(Y(x_1) \leq y_1, Y(x_2) \leq y_2)$

Donde  $x_1$  y  $x_2$  representan distintos sitios en el espacio.

En geoestadística, es posible asumir algunas hipótesis simplificadoras, como la hipótesis de estacionaridad que establece que la distribución espacial es invariante por traslación en el espacio, en particular se establece medias y varianzas constantes en todo lugar del dominio espacial.

Para realizar una correcta validación de datos, previo al estudio geostatístico, se debe desarrollar una etapa de estudio exploratorio de datos, de modo de tener clarificada la información global, y posteriormente un análisis variográfico para modelar la continuidad espacial de la variable.

### 2.1.1. Estudio Exploratorio de Datos

En esta etapa se busca conocer la distribución de la variable regionalizada en estudio, definir zonas de estudio, detectar errores e identificar dificultades asociadas a las bases de datos disponibles como errores en la constitución de muestras, datos duplicados, *outliers* entre otros (Emery. 2011). Algunas herramientas de análisis exploratorio de datos, presentadas con sus respectivos objetivos son:

- Mapas, para visualizar la ubicación espacial de los datos.
- Histogramas, para conocer la distribución estadística de los datos.
- Estadísticas básicas, como las medidas de posición y dispersión.
- Gráficos de probabilidad, para comparar una distribución empírica con una teórica.
- Gráficos q-q plot, para comparar dos distribuciones empíricas.
- Nubes de correlación, para visualizar dependencia y grado de correlación entre variables.

### 2.1.2. Análisis Variográfico

Su objetivo es modelar la continuidad espacial de la variable en estudio, debido a que los valores observados en distintos puntos del espacio pueden estar correlacionados. Así, se puede establecer a qué tasa se pierde esta correlación al aumentar la distancia de separación entre dos puntos. Existen tres herramientas principales con las que se puede realizar medición de la variabilidad espacial:

- El correlograma, que corresponde al coeficiente de correlación entre datos, reportado en función de la distancia de separación;
- La covarianza, que tiene como objetivo señalar cuan semejantes son los datos separados a una distancia  $h$ ,  $C(h)$ .
- El variograma, que tiene como objetivo señalar cuan disímiles son los datos separados a una distancia  $h$ ,  $\gamma(h)$ .

Existe una relación entre el variograma y la covarianza, descrita en la siguiente expresión:

$$C(h) = C(0) - \gamma(h)$$

Ecuación 2.2: Relación entre covarianza y variograma

El variograma teórico y experimental se presenta a continuación.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E\{[Y(x) - Y(x+h)]^2\}$$

Ecuación 2.3: Variograma teórico

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2|N(h)|} \sum_{N(h)} [y(x_\alpha) - y(x_\alpha + h)]^2$$

Ecuación 2.4: Variograma experimental (estimador tradicional del variograma)

La variable regionalizada es  $y(x)$ , mientras que  $Y(x)$  es la función aleatoria asociada,  $|N(h)|$  corresponde al número de pares de datos disponibles para una separación dada por un vector  $h$ , siendo  $\{(x_\alpha, x_\alpha + h), \alpha = 1, \dots, N(h)\}$  las posiciones de estos pares de datos.

Para el cálculo de este variograma usualmente se incorporan tolerancias en la distancia del vector, y tolerancia en las direcciones con pequeñas variaciones en el ángulo de dirección (Figura 2.1).

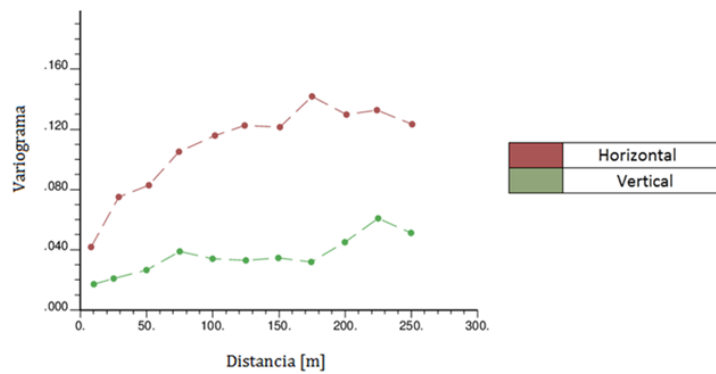


Figura 2.1: Ejemplo de variograma experimental calculado para dos direcciones del espacio

En un variograma experimental se define como meseta al valor en el cual se estabiliza el variograma, y como alcance a la distancia que se alcanza la meseta. Formalmente, la meseta debe ser igual a la varianza de la función aleatoria. Además se define como efecto pepita a la discontinuidad en el origen del variograma. Mientras más alto el efecto pepita, más erraticidad a pequeña escala presenta la variable en estudio.

Un variograma experimental requiere ser modelado debido a que se calcula sólo para ciertas direcciones y distancias. Existen una serie de modelos elementales que, según la forma que presente el variograma experimental, principalmente en el origen, permiten modelarlo adecuadamente (Figura 2.2):

- Efecto pepita: discontinuo en el origen.

- Modelo esférico y exponencial: lineales en el origen.
- Modelo Gaussiano: parabólico en el origen.

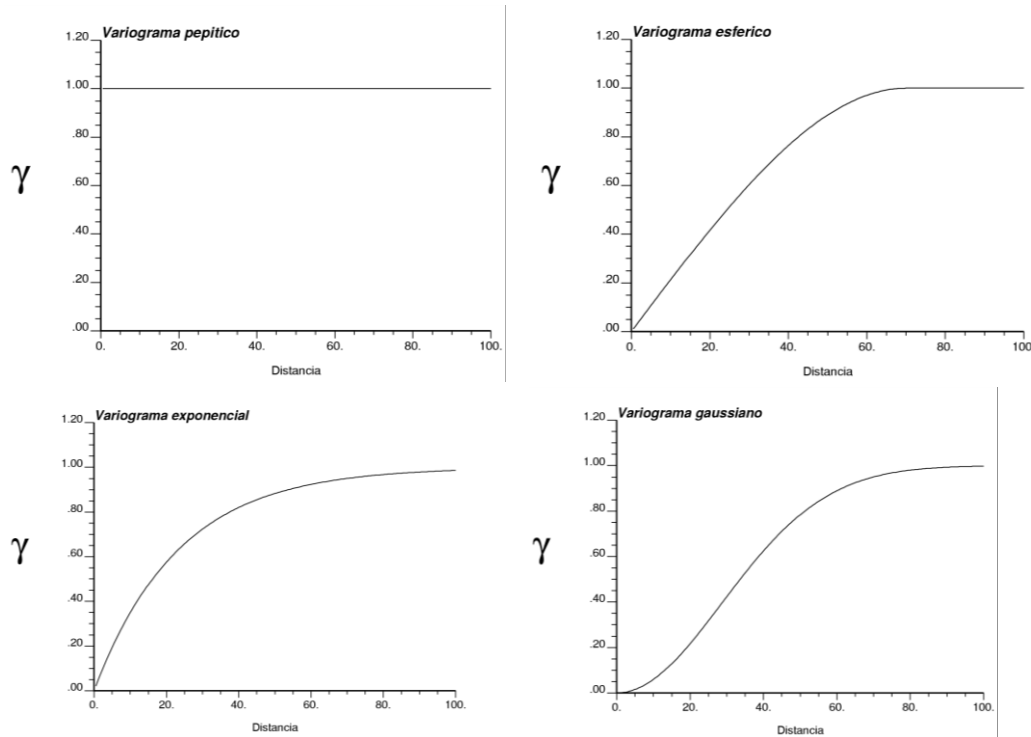


Figura 2.2: Modelos elementales para construir variograma modelado

### 2.1.3. Anisotropía

Un variograma se dice *isótropo* si es idéntico en todas las direcciones del espacio. En caso contrario, se dice que existe *anisotropía*, la cual indica que la variable regionalizada posee direcciones preferenciales en cuanto a su continuidad y variabilidad. Lo anterior se puede identificar mediante una herramienta llamada mapa variográfico, el cual representa iso-valores del variograma experimental en función de la separación (distancia y orientación). El mapa se genera en las diferentes direcciones y se debe agregar las diferentes tolerancias en distancia y orientación. Al identificar un eje con mayor concentración de valores similares (según el rango de escala de leyenda utilizado) se dice que existe anisotropía, la cual puede ser de dos tipos: geométrica y zonal (Emery, 2011).

En el caso de la anisotropía geométrica, el mapa variográfico dibuja elipses (2D) o elipsoides (3D) (Figura 2.3). Sólo se requiere especificar las direcciones principales (ortogonales) y los alcances correspondientes en cada dirección. Al observar el eje mayor y menor de la elipse, se obtiene la dirección principal (más continua) y la dirección de mayor variabilidad respectivamente.

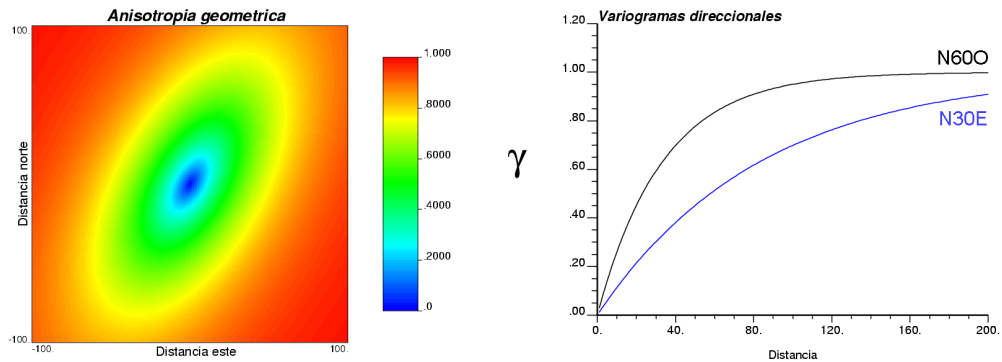


Figura 2.3: Representación Mapa Variográfico con anisotropía Geométrica.

En el caso de la anisotropía zonal, el mapa variográfico dibuja bandas; se trata de un caso límite de anisotropía geométrica, donde el alcance en una dirección se vuelve muy grande. A la escala de trabajo, la meseta cambia según la dirección. Al observar la dirección principal de la banda se establece la dirección más continua y por otro lado, la dirección perpendicular o en la dirección del ancho de la banda, corresponde a la dirección de mayor variabilidad (Figura 2.4).

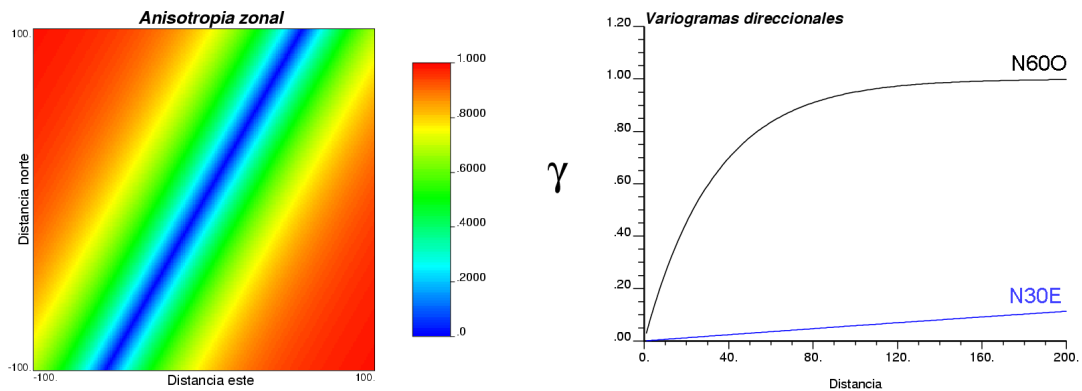


Figura 2.4: Representación Mapa Variográfico con Anisotropía Zonal.

#### 2.1.4. Noción de Soporte

Una variable regionalizada puede definirse, no sólo en cada punto del espacio, sino que también en una superficie (2D) o en un volumen (3D). La superficie o el volumen sobre el cual se considera la variable regionalizada se denomina soporte. En general, el soporte de las mediciones es muy pequeño comparado al sentido práctico de un volumen de una extensión territorial, como un yacimiento minero. Esto es de importancia, ya que la distribución estadística de los valores depende fuertemente del soporte utilizado. Esto es conocido como efecto de soporte: los soportes voluminosos presentan una menor cantidad de valores extremos y una mayor cantidad de valores intermedios que los soportes puntuales. En general la varianza disminuye a medida que se aumenta el tamaño del soporte, mientras que el valor promedio permanece constante (Emery, 2011).

En los problemas que involucran un cambio de soporte, es deseable que la variable regionalizada sea aditiva, es decir, que su valor en la unión de varios dominios sea igual a la media de sus valores sobre cada uno de ellos. Esta restricción es necesaria para que el cálculo del valor promedio sobre un soporte más grande que el soporte de las mediciones, tenga un sentido físico, lo cual reflejará la estimación deseada.

## 2.2. Métodos de Estimación Local

En minería y en otros ámbitos de aplicación de la geoestadística, se busca predecir la variable regionalizada en sitios del espacio donde no se conoce el valor real, a partir de los datos disponibles. Una de las metodologías más utilizadas es el kriging, que consiste en estimar valores de la variable regionalizada mediante un promedio lineal ponderado de los datos vecinos.

Esta metodología considera los siguientes aspectos en las estimaciones:

1. La distancia de los datos al sitio a estimar.
2. La redundancia entre los datos (si es que hay datos muy cercanos unos con otros).
3. La continuidad espacial de la variable regionalizada, es decir, qué tan rápido o lento varían los valores que toma la variable en el espacio.

El estimador en un sitio  $x_0$  corresponde a:

$$Y^*(x_0) = a + \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} Y(x_{\alpha})$$

Ecuación 2.5: Expresión para un Estimador Lineal

Donde  $Y^*(x_0)$  corresponde al valor estimado en el sitio  $x_0$ , resultante de la ponderación de los valores en los datos en posiciones conocidas  $Y(x_{\alpha})$ , con ponderadores de valor  $\lambda_{\alpha}$  que se obtienen a partir de la relación espacial entre datos y “a” como componente constante. El kriging presenta otras características importantes; es una estimación insesgada porque establece una esperanza nula para el error de estimación, es decir  $E[Y^*(x) - Y(x)] = 0$ . Si suponemos que se tiene un valor constante de la media (m) de la variable Y, tenemos que  $E[Y(x)] = m$ , lo cual permite expresar la relación entre a y m como sigue:

$$\begin{aligned} E[Y^*(x) - Y(x)] &= E \left[ a + \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} Y(x_{\alpha}) \right] - E[Y(x)] \\ &= a + \left( \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} E[Y(x_{\alpha})] \right) - E[Y(x)] \\ &= a + \left( \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} * m \right) - m = 0 \end{aligned}$$

Por lo que se establece que

$$m \cdot \left( 1 - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} \right) = a$$

Si se introduce en este caso el valor de la media de la variable “m”, se utiliza como un valor referencial adicional para la resolución del sistema de ecuaciones y por lo tanto su conocimiento genera valor en la información de los datos disponibles. Así, existe una relación complementaria entre una ponderación y la ponderación acumulada de los otros datos, estableciéndose así un rol para la media que compensa la falta de información en sitios que no posee en la cercanía datos conocidos. Con ello, mientras más ponderación se le da a los datos (existen datos cercanos disponibles) la ponderación que recibe la media es menos relevante, y en caso contrario en sitios con información disponible lejana se pondera mayormente a la media.

Otra propiedad importante del kriging es el criterio de valor óptimo, ya que se busca minimizar la varianza del error de estimación (Emery, 2011).

$$\sigma_k^2(x) = Var\{Y^*(x) - Y(x)\} = Var\{Y^*(x)\} + Var\{Y(x)\} - 2Cov\{Y^*(x), Y(x)\}$$

Dadas las relaciones de varianza-covarianza, se puede reescribir como

$$\sigma_{kriging}^2 = C(0) + \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\alpha} \lambda_{\beta} C(x_{\alpha} - x_{\beta}) - 2 \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} C(x_{\alpha} - x)$$

Ecuación 2.6: Expresión para varianza del kriging

Las ecuaciones que determinan el estimador definen el tipo de kriging que se puede utilizar. Los dos principales tipos de kriging son el kriging simple (en el cual la media de la variable se asume conocida) y el kriging ordinario (media desconocida).

### 2.2.1. Kriging Simple

Para el caso de kriging simple, este asume conocida la media m de la variable de estudio, lo cual en general se considera constante en todo el dominio. Para cumplir la restricción de criterio de valor óptimo, se deriva parcialmente con respecto a la variable de ponderador la expresión de la varianza del kriging como sigue:

$$\frac{\partial \sigma_{ks}^2}{\partial \lambda_{\alpha}} = 0 \Rightarrow 2 * \left[ \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} * C(x_{\alpha} - x_{\beta}) - C(x_{\alpha} - x) \right] = 0 \quad \forall \alpha = 1, \dots, n$$

De este modo, se tiene una relación respecto a los ponderadores lineales constituyendo un sistema matricial como el que sigue:

$$\begin{pmatrix} C(x_1 - x_1) & \dots & C(x_1 - x_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C(x_n - x_1) & \dots & C(x_n - x_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C(x_1 - x_0) \\ \vdots \\ C(x_n - x_0) \end{pmatrix}$$

Del cual se puede establecer el valor de los ponderadores, y como la constante “a” se puede escribir en función de la media conocida “m”, se tiene

$$a = \left(1 - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}\right) m$$

De este modo, la expresión del estimador de kriging simple es:

$$Y_{kS}^*(x) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} Y(x_{\alpha}) + \left(1 - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}\right) m$$

Ecuación 2.7: Expresión para el estimador lineal del kriging simple

La varianza del error del kriging queda definida a través de los ponderadores lineales como:

$$\begin{aligned} \sigma_{kS}^2 &= C(0) + \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\alpha} \lambda_{\beta} C(x_{\alpha} - x_{\beta}) - 2 \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} C(x_{\alpha} - x_0) \\ \Rightarrow \sigma_{kS}^2 &= C(0) + \left( \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} * \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} C(x_{\alpha} - x_{\beta}) \right) - 2 \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} C(x_{\alpha} - x_0) \end{aligned}$$

Pero dado que

$$\begin{aligned} \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} * C(x_{\alpha} - x_{\beta}) &= C(x_{\alpha} - x_0) \\ \Rightarrow \sigma_{kS}^2 &= C(0) + \left( \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} * C(x_{\alpha} - x_0) \right) - 2 \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} C(x_{\alpha} - x_0) \end{aligned}$$

Así, se tiene finalmente que la varianza del error de kriging simple es la siguiente expresión:

$$\sigma_{kS}^2(x_0) = C(0) - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} C(x_{\alpha} - x_0)$$

Ecuación 2.8: Expresión para la varianza del kriging simple

### 2.2.2. Kriging Ordinario



En este tipo de kriging se asume que la media  $m$  de la variable  $Y$  es desconocida y constante en el espacio, con lo cual para cumplir la restricción de insesgo a cualquier valor de  $m$  (desconocido) en  $a + m(\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} - 1) = 0$ . Así, necesariamente, se debe tener que  $\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} = 1$  y  $a = 0$ .

Dada esta condición de insesgo, se debe introducir un multiplicador de Lagrange de modo de cumplir la restricción de optimalidad:

$$\sigma_{KO}^2 = C(0) + \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\alpha} \lambda_{\beta} C(x_{\alpha} - x_{\beta}) - 2 \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} C(x_{\alpha} - x) + 2\mu \cdot \underbrace{\left( \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} - 1 \right)}_{=0}$$

Así, las funciones a optimizar serán:

$$\frac{\partial \sigma_{KO}^2}{\partial \lambda_{\alpha}} = 0 \Rightarrow 2 * \left[ \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} * C(x_{\alpha} - x_{\beta}) - C(x_{\alpha} - x) + \mu \right] = 0 \quad \forall \alpha = 1, \dots, n$$

$$\frac{\partial \sigma_{KO}^2}{\partial \mu} = 0 \Rightarrow \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} = 1$$

Con lo anterior, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones expresado en forma matricial que permite restituir el valor de los ponderadores y del multiplicador de Lagrange como:

$$\begin{pmatrix} C(x_1 - x_1) & \dots & C(x_1 - x_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C(x_n - x_1) & \dots & C(x_n - x_n) & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C(x_1 - x_0) \\ \vdots \\ C(x_n - x_0) \\ 1 \end{pmatrix}$$

De este modo, la expresión del estimador de kriging ordinario, al ser  $a = 0$  es:

$$Y_{KO}^*(x) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} Y(x_{\alpha})$$

Ecuación 2.9: Expresión para el estimador lineal del kriging ordinario

Por otro lado, la varianza del error del kriging ordinario se puede caracterizar, usando

$$\sigma_{KO}^2(x_0) = C(0) + \left( \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} * \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} C(x_{\alpha} - x_{\beta}) \right) - 2 \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} C(x_{\alpha} - x_0)$$

Pero dado que

$$\sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} * C(x_{\alpha} - x_{\beta}) = C(x_{\alpha} - x_0) - \mu$$

$$\Rightarrow \sigma_{KS}^2 = C(0) + \left( \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} * C(x_{\alpha} - x_0) \right) - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} * \mu - 2 \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} C(x_{\alpha} - x_0)$$

De la restricción de insesgo,  $\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} = 1$  obtenemos finalmente la expresión de la varianza del kriging ordinario.

$$\Rightarrow \sigma_{KO}^2(x_0) = C(0) - \left( \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} C(x_{\alpha} - x_0) \right) - \mu$$

Ecuación 2.10: Expresión para la varianza del kriging ordinario

### 2.3. Modelación Espacial de Unidades Geológicas

La estimación de recursos se basa usualmente en la modelación de variables categóricas, representando unidades o dominios geológicos (Cáceres et al. 2011). Las unidades geológicas se pueden codificar mediante una función aleatoria categórica:

$$I(x) = i \text{ si } x \text{ pertenece a la } i - \text{ésima unidad geológica}$$

Ecuación 2.11: Expresión para codificar variables categóricas

En general, el modelamiento de variables categóricas es un tema complejo, dado que se busca poder modelar correctamente:

- La conectividad espacial de las unidades
- Los contactos permitidos con otras unidades
- La regularidad de estos contactos

Por lo general, los modelos geológicos se construyen, de la siguiente forma (Xu & Dowd. 2003):

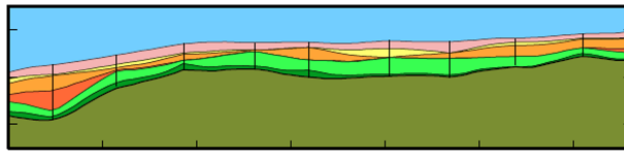
- Modelos de interpretación manual, modelan o interpretan información entregada mediante sondeos o pozos de tronadura, que interpolan la información conocida de ciertas unidades geológicas entre los datos con que se cuenta.
- Métodos numéricos:
  - Interpolación utilizando interpretaciones en plantas, secciones e información de sondeos.

- Interpolación utilizando solamente datos de sondajes.

Estos modelos se basan principalmente en estimaciones determinísticas, donde los métodos de estimación geoestadística generan contactos suavizados a la hora de modelar variables geológicas, los que son capaces de manejar la conectividad espacial y los contactos entre unidades. Sin embargo, estos métodos no son capaces de reproducir la variabilidad de los contactos, como se puede observar esquemáticamente en la Figura 2.5.

Debido a lo anterior, se busca generar, mediante simulaciones estocásticas, modelos que reproduzcan fielmente la variabilidad local de los contactos (Emery et al. 2008). Una metodología de simulación comúnmente utilizada corresponde a la simulación Gaussiana truncada, que se detalla a continuación.

Estimación



Realidad

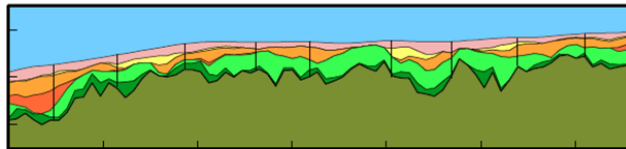


Figura 2.5: Diagramas de realización de un yacimiento obtenido mediante estimación y la comparación con la realidad de éste.

## 2.4. Simulación Gaussiana Truncada

Se define una función aleatoria categórica al truncar una función aleatoria continua  $\{Y(x), x \in \mathbb{R}^n\}$  de distribución espacial multi-Gaussiana. Para ello, se considera un umbral de corte que define dos dominios, A y B, mediante una variable indicador (Armstrong et al, 2011),

- $Y(x) < y \Leftrightarrow \text{Unidad A}$ , proporción de A = G(y)
- $Y(x) \geq y \Leftrightarrow \text{Unidad B}$  proporción de B = 1-G(y)

Donde  $y$  es el umbral de corte y G es la función de distribución Gaussiana estándar. El valor del umbral y define la proporción del espacio ocupado por cada unidad geológica. Por ejemplo, si  $y = 0$ , ambas unidades ocupan la mitad del espacio. En el caso general, la unidad “A” ocupa una proporción del espacio igual a G(y), la unidad “B” ocupa la proporción complementaria. Con esto, conociendo las proporciones de A y B, se puede determinar el valor del umbral “y”. Un esquema referencial se encuentra en la Figura 2.6.

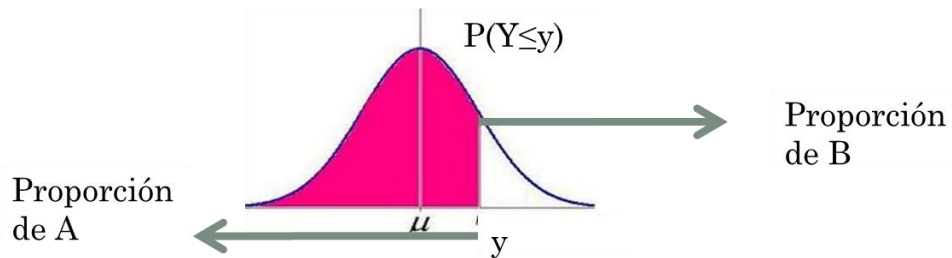


Figura 2.6: Esquema Variable Gaussiana Truncada

La simulación condicional de la variable categórica se realiza mediante las siguientes etapas:

- 1) Simular  $Y(x)$  en los sitios con datos categóricos
- 2) Simular  $Y(x)$  en los sitios donde se busca simular la variable categórica, condicionalmente a los datos obtenidos de la etapa anterior
- 3) Truncar la variable  $Y(x)$  simulada, para obtener una simulación de las categorías.

La etapa 2) se puede realizar con cualquier algoritmo de simulación Multi-Gaussiana. En el caso de la primera etapa, esto se debe realizar mediante un algoritmo iterativo de simulación como el muestreador de Gibbs.

#### 2.4.1. Algoritmo de Simulación

Las variables a simular deben ser sometidas a dos tipos de simulaciones: Simulación no condicional y simulación condicional. La simulación no condicional se encargará de reproducir realizaciones de la variable utilizando sólo el variograma subyacente a partir de los datos categóricos disponibles. Por otro lado, la simulación condicional se encarga de utilizar la información de los datos categóricos disponibles y mediante el algoritmo de muestreador de Gibbs se puede generar los datos condicionantes Gaussianos (Armstrong et al. 2011). Luego, se realiza kriging con los datos Gaussianos para finalmente tener la truncación de las variables Gaussianas, y obtener los resultados de la simulación. Lo anterior se puede ver reflejado en el esquema de la Figura 2.7.

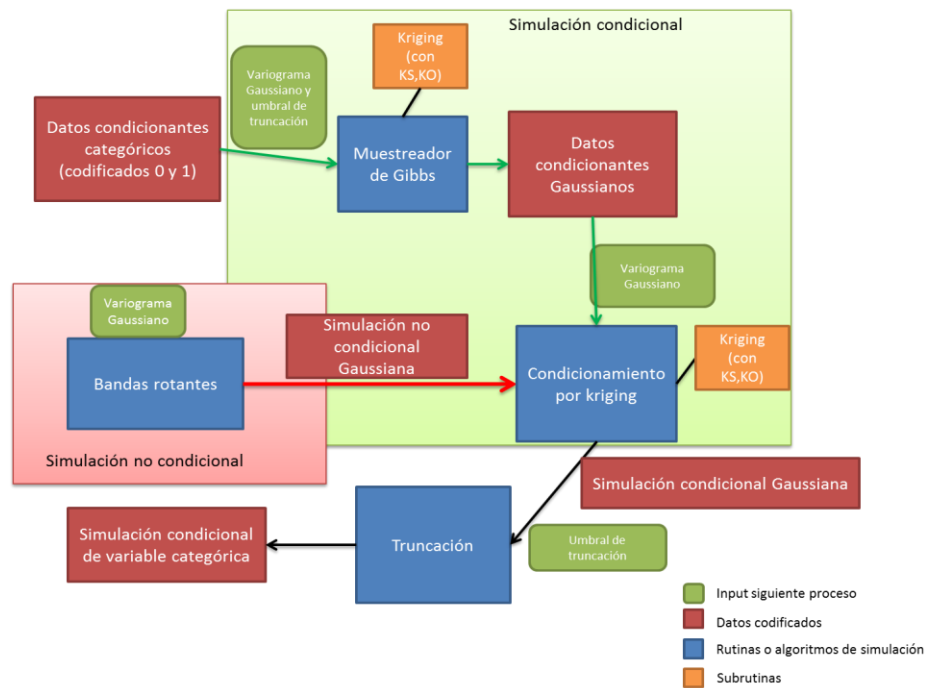


Figura 2.7: Esquema de algoritmo de simulación de variables categóricas

#### 2.4.2. Determinación del variograma del campo gaussiano

El primer paso consiste en modelar el variograma de la variable Gaussiana que, por truncación, dará el indicador estudiado. Para ello, se utiliza la relación teórica entre el variograma de variable Gaussiana a modelar,  $\gamma(h)$ , y el variograma de la variable indicador  $\gamma_{I,y}(h)$ , conocido experimentalmente, la cual se expresa mediante integración numérica o desarrollos en polinomios de Hermite ( $H_p$ , con  $p \in \mathbb{N}$ ):

$$\gamma_{I,y}(h) = G(y)[1 - G(y)] - \frac{1}{2\pi} \int_0^{\arcsen[1-\gamma(h)]} \exp\left[-\frac{y^2}{1 + \sen \theta}\right] d\theta$$

Ecuación 2.12: Relación mediante integración numérica del variograma de la variable Gaussiana y su indicador

$$\gamma_{I,y}(h) = G(y)[1 - G(y)] - g(y)^2 \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{1}{p} H_{p-1}^2(y) [1 - \gamma(h)]^p$$

Ecuación 2.13: Relación del variograma de la variable Gaussiana y su indicador mediante desarrollo en Polinomios de Hermite

Dado un variograma para la variable Gaussiana, se puede deducir el variograma de la variable truncada (indicador). Por prueba y error, se itera cambiando el modelo de la Gaussiana hasta lograr un buen ajuste del indicador.

Figura 2.8: Esquema de algoritmo de simulación de variables categóricas

Conocido el variograma, la simulación no condicional se puede realizar mediante el algoritmo de bandas rotantes (Emery. 2008; Emery & Lantuéjoul. 2006).

#### 2.4.3. *Uso de Muestreador de Gibbs para simulación condicional a los datos*

Los métodos iterativos de simulaciones de Monte Carlo en cadenas de Markov (Markov chain Monte Carlo simulations, MCMC, su abreviación en inglés) se utilizan para muestrear distribuciones complicadas. Los métodos más conocidos son los algoritmos de Hastings-Metropolis y el Muestreador de Gibbs. Estos métodos se encuentran descritos por diversos autores como Meyn y Tweedie (1993). En el caso aplicado a simulaciones de Gaussianas truncadas, en la publicación de Freulon y De Fouquet (1993) se adapta el Muestreador de Gibbs para esta situación.

La secuencia para el algoritmo considera realizar una inicialización expresados como datos de indicador, y posteriormente generar iteraciones hasta la convergencia de coincidencia a los valores reales (Armstrong et al. 2011). En la inicialización, para cada sitio con dato  $x_\alpha$ , se genera un valor de  $Y(x_\alpha)$  que respeta las condiciones impuestas por la unidad presente en este sitio, es decir que:

- $Y(x_\alpha) < y$  si la unidad “A” está presente en  $x_\alpha$
- $Y(x_\alpha) \geq y$  si la unidad “B” está presente en  $x_\alpha$

Luego, en las iteraciones se debe proceder como sigue:

1. Seleccionar un sitio con dato  $x_\alpha$  al azar.
2. Calcular la distribución de  $Y(x_\alpha)$  condicional a los otros datos  $\{Y(x_\beta), \text{ con } \beta \neq \alpha\}$ . Se trata de una distribución Gaussiana, cuya media coincide con el kriging simple de  $Y(x_\alpha)$  y cuya varianza coincide con la varianza de kriging simple.
3. Simular una variable  $Y_\alpha$  según la distribución anterior
4. Si  $Y_\alpha$  es compatible con la unidad presente en  $x_\alpha$  (es decir,  $Y_\alpha < y$  si la unidad “A” está presente en  $x_\alpha$ , o  $Y_\alpha \geq y$  si la unidad “B” está presente en  $x_\alpha$ ), se actualiza el valor de  $Y(x_\alpha)$ , reemplazándolo por  $Y_\alpha$ .
5. Se itera hasta convergencia de todos los valores a las unidades correspondientes.

La propuesta de este trabajo es introducir incertidumbre en la media de la variable Gaussiana  $Y(x)$ , utilizando en este caso kriging ordinario en lugar de kriging simple para la simulación. Al considerar una variable Gaussiana cuya media ya no necesariamente es cero, se modelará la incertidumbre en las proporciones de las categorías A y B en lugar de fijar estas proporciones como  $G(y)$  y  $1-G(y)$  respectivamente.

La cantidad de iteraciones necesarias para realizar las simulaciones se ha estimado experimentalmente en a lo menos 100 realizaciones de modo de establecer una distribución de valores estacionarios (Armstrong et al. 2011), de modo de verificar la convergencia a los alores

que se requieren de las unidades. No obstante lo anterior, este valor depende en gran medida del variograma subyacente (por ejemplo en un variograma pepítico puro basta solamente con una iteración).

#### *2.4.4. Truncación*

El último paso es poder restituir los valores gaussianos a variables categóricas mediante umbral de truncación, lo cual se realiza simplemente utilizando el valor Gaussiano simulado en cada sitio generado y observando en qué parte de la distribución se encuentra este valor (mayor a “y” o menor). De este modo, se restituye finalmente el valor categórico en las realizaciones de la simulación.

## 3. METODOLOGÍA

### 3.1. Presentación

Se realizarán dos aplicaciones que contemplan: una base de datos sintética, que constituye un escenario de control donde las proporciones de los dominios geológicos son totalmente conocidas; y posteriormente utilizar una base de datos con información real de un yacimiento.

#### 3.1.1. *Caso I: Utilización de base de datos sintética*

Para obtener este modelo, se extiende la aplicación del modelo de simulación Gaussiana de modo de testear diferentes escenarios posibles y mejoras de las realizaciones:

- i. Escenario con proporciones conocidas de un yacimiento sintético.
- ii. Escenario sintético agregándole incertidumbre en proporciones.
- iii. Escenario sintético donde se agregan proporciones equivocadas como información condicionante.

#### 3.1.2. *Caso II: Utilización de base de datos de un yacimiento Real*

El segundo modelo consistirá en un modelo geológico con datos reales, de modo de establecer comparaciones con realizaciones de simulación con proporciones conocidas.

Los modelos comentados presentan en común etapas iniciales de estudio exploratorio, selección de unidades geológicas, y ajuste de modelo variográfico para el modelo Gaussiano truncado.

Para la simulación, las distribuciones condicionales se pueden determinar mediante kriging de la variable Gaussiana. En este caso, se pueden utilizar dos variantes:

- Kriging simple: media conocida (0) para la variable Gaussiana.
- Kriging ordinario: media desconocida lo que implica total incertidumbre en esta media, luego en las proporciones de unidades geológicas que se obtienen por truncación.

### 3.2. Herramientas a Utilizar

Dentro de las herramientas de simulación, se revisará y adaptarán algoritmos de simulación en código MATLAB, para establecer la secuencia de simulaciones. En ella se programa principalmente:

- Modelos de estimación en las simulaciones: kriging simple y kriging ordinario.



- Algoritmo de simulación: muestreador de Gibbs.

### 3.3. Análisis de Base de datos Sintética

Se procederá a analizar mediante experimentos bajo la siguiente metodología:

- **Simular variable Gaussiana y truncación:** Se generan, mediante algoritmos de bandas rotantes, diferentes valores Gaussianos en sitios definidos, generando escenarios posibles. De acuerdo a una proporción definida, se constituye el umbral de truncación que categoriza a la variable Gaussiana en un tipo de roca u otro.
- **Extraer datos condicionantes:** En la simulación de la realidad, se extrae una cierta cantidad de puntos al azar, de modo de utilizarlos como datos condicionantes de las simulaciones.
- **Simulación condicional a los datos:** A partir de los datos definidos, se generan diferentes experimentos.

Respecto al primer punto, se simula una variable Gaussiana  $Y(x)$  con media 0, varianza 1, variograma  $\gamma(h)$  conocido y covarianza  $C(h)=1-\gamma(h)$ . Luego, se procede a realizar una prueba de truncación con umbral 0, representando dos tipos de roca con proporciones reales de 50%.

Posterior a la prueba de truncación, se extrae datos condicionantes y, finalmente, se vuelve a simular condicionalmente a los datos extraídos, con el mecanismo indicado en la Figura 2.7. Se establecen así los escenarios propuestos:

- Escenario con proporciones conocidas: se utilizará el formalismo con kriging simple (KS).
- Escenario con incertidumbre en proporciones: se sustituirá el kriging simple por kriging ordinario (KO), tanto en el muestreador de Gibbs como en el condicionamiento post bandas rotantes.
- Escenario con proporciones equivocadas: se asumirán proporciones erradas (45%-55% o 40%-60%) de los dominios geológicos, de modo de observar la robustez de las simulaciones basadas en kriging simple o en kriging ordinario.

Lo anterior debe ser completado mediante las siguientes acciones, conducentes a realizar revisión de las metodologías y consistencia de las bases de datos:

- Análisis de sesgo, de modo de verificar errores en la definición de proporciones.
- Verificar los intervalos de confianza para medir incertidumbre.
- Determinar si hay más robustez de kriging ordinario frente a kriging simple.

Posteriormente, se busca sensibilizar los parámetros de simulación, de modo de revisar el efecto de modificar la cantidad de datos condicionantes en la base de datos y las consecuencias para la modelación geológica. Dentro de los análisis buscados se apunta a analizar los efectos en:

- Reducir o aumentar la cantidad de datos.
- Cambiar las proporciones, de modo de verificar el error cometido en la proporción generada (ejemplo: 20%-80% en lugar de 50%-50%).

### **3.4. Análisis de Base de datos Real**

El paso siguiente al análisis de la base de datos sintéticos es, naturalmente, probar datos en condiciones reales, de modo de establecer una herramienta efectiva de estimación. A partir de la verificación del modelo sintético, se repetirán estos pasos para la base de datos reales y establecer las conclusiones respectivas. Se podrán validar las diferentes propuestas usando jack-knife.

Para el análisis, se cuenta con datos del yacimiento Río Blanco - Los Bronces, en particular de la División Andina de Codelco. En ella se modelarán las proporciones de brechas turmalinas presentes en los diferentes bancos de la operación de rajo abierto Don Luis, asumiendo como realidad de las litologías reportadas en pozos de tronadura, y generando los diferentes escenarios mediante simulaciones a partir de datos de sondajes. De esta forma, los tipos de roca establecidos se diferenciarán según la extensión en la cual se define el tipo de roca (si corresponde a Brechas de Turmalina o no). Junto con lo anterior el análisis se ejecutará diferenciando dos maneras de inferir las proporciones: con información de todos los datos de sondajes (proporciones globales, supuestas idénticas en todos los bancos), o con la información de los datos cercanos al banco de interés (proporciones locales, que varían de un banco a otro). En forma preliminar, se debe revisar que los datos sean fidedignos y que representen adecuadamente la población mediante un estudio exploratorio de datos para establecer conclusiones asertivas del análisis.

En el caso de la base de datos de pozos de tronadura, se busca agrupar brechas de Turmalina, puesto que concentran las más altas leyes de cobre (elemento de interés en el yacimiento). Se generan variables categóricas cuyo valor de representación será 1 y se aplica otro valor de variable categórica (cero) al resto de tipos de rocas no asociadas a las brechas de turmalina. Este mismo ejercicio se realiza para los datos obtenidos a partir de sondajes. En el caso de los sondajes además se deben compositar para regenerar la base de datos con datos agrupados por bancos, de modo de establecer las proporciones banco a banco de Brechas y no Brechas.

## 4. ANÁLISIS DE CASO SINTÉTICO: PRUEBA DE CONCEPTO

### 4.1. Presentación del experimento

El análisis del caso sintético se utilizará para establecer conceptualmente la robustez del uso de kriging ordinario para la simulación Gaussiana truncada. Por un lado mientras se tiene aumento de la robustez frente a un error en las proporciones inicialmente asumidas, aumenta a la vez la incertidumbre (se genera una mayor variabilidad en los escenarios simulados), constituyéndose un trade-off entre robustez e incertidumbre. No obstante lo anterior, se busca proyectar esta robustez en modelos cuya cantidad de aciertos refleje de mejor manera las fronteras geológicas de los modelos espaciales.

Se plantea realizar tres experimentos con 100 yacimientos con igual proporción de tipo de roca en cada realidad pero con localizaciones diferentes, las cuales se busca simular de acuerdo a las pruebas a realizar. Los tres experimentos corresponden a ajustes donde se tiene o no tiene relación entre las proporciones inferidas (que utilizará el modelo de simulación para generar las realizaciones) y la realidad de proporciones subyacente en la zona a simular, que corresponden a las siguientes pruebas:

- **Prueba 1:** Simulaciones a partir de datos con parámetros correctos (Proporciones en la realidad y en los datos con proporciones inferidas coinciden 50% y 50%), utilizando 100 datos condicionantes.
- **Prueba 2:** Simulaciones a partir de datos con parámetros incorrectos (Proporciones en la realidad 50% y 50% y datos con proporciones inferidas de 40% y 60%) utilizando 100 datos condicionantes.
- **Prueba 3:** Simulaciones a partir de datos con parámetros incorrectos (Proporciones en la realidad 80% y 20% y datos con proporciones inferidas de 40% y 60%), utilizando 10 datos condicionantes

Lo anterior busca establecer en el promedio de las 100 realizaciones en cuantas acertó o fue más robusto cada tipo de simulación.

### 4.2. Parámetros de Simulación de los experimentos

En los experimentos se utilizará una realidad de malla regular bidimensional de 200x200, con muestras separadas a un metro de distancia, localizando 40 000 puntos de sitios a estimar y se seleccionan para cada experimento 100 ó 10 datos condicionantes.

El variograma subyacente para generar las diferentes realidades se basa en un variograma regular isótropo para la variable Gaussiana: variograma cúbico, sin efecto pepita y alcance 50 metros. Lo anterior se justifica en que: se generan fronteras suaves debido al variograma regular

en el origen (cúbico); sin efecto pepita, que introduce discontinuidades y dificulta apreciar la reproducción de los datos condicionantes (Emery. 2007).

La simulación obtenida es generada mediante la utilización de algoritmo de bandas rotantes TBSIM y se genera una simulación no condicional (Emery & Lantuéjoul. 2006).

Para el caso de la Simulación condicional se utilizarán 100 iteraciones para Muestreador de Gibbs y vecindad única para kriging de datos Gaussianos reduciendo tiempo computacional de cálculo. En cada caso se extraerán con este propósito 100 datos condicionantes (pruebas 1 y 2) y 10 datos condicionantes (pruebas 3).

Los casos de estudio en cada prueba serán simplemente probar kriging simple y kriging ordinario

Pruebas	Caso	Tipo de kriging
Prueba 1: Datos con parámetros correctos (Proporciones en la realidad y en la simulación coinciden 50% y 50%) 100 datos condicionantes	1	Simple
	2	Ordinario
Prueba 2: Datos con parámetros incorrectos (Proporciones en la realidad 50% y 50% y simulación con proporciones equívocas 40% y 60%) 100 datos condicionantes	3	Simple
	4	Ordinario
Prueba 3: Datos con parámetros incorrectos (Proporciones en la realidad 80% y 20% y simulación con proporciones equívocas 40% y 60%) 10 datos condicionantes	5	Simple
	6	Ordinario

Tabla 4.1: Resultados de pruebas y sus diferentes casos de estudio según tipo de Kriging

### 4.3. Resultados

A través de las 100 realizaciones de cada prueba se calcularon las proporciones de litología tipo 1 y 2, de las cuales se estableció un valor promedio (Tabla 4.2). Se observa claramente que en la prueba 1 se respetan en promedio las proporciones en ambos casos. Lo mismo ocurre con el caso de la prueba 2, aunque con mayor éxito en el acercamiento a las proporciones reales en el promedio de las 100 realizaciones construidas usando kriging ordinario. La robustez en cuanto a la determinación de las proporciones se evidencia claramente en la prueba 3, ya que en el promedio de las 100 realizaciones reproduce mejor las proporciones en el caso 6, cuando se utiliza kriging ordinario. Las distribuciones de estas proporciones se pueden evidenciar en anexos, resaltándose en particular el caso de la prueba 3 donde se ve claramente las diferencias en la distribución de las proporciones y el valor medio de ésta (Anexo 8.1).

Pruebas	Caso	Proporciones litologías 1	Proporciones litologías 2
Prueba 1: Datos con parámetros correctos (Proporciones en la realidad y en la simulación coinciden 50% y 50%) 100 datos condicionantes	1 (KS)	49.81	50.19
	2 (KO)	49.84	50.16
Prueba 2: Datos con parámetros incorrectos (Proporciones en la realidad 50% y 50% y en la simulación con proporciones equívocas 40% y 60%) 100 datos condicionantes	3 (KS)	47.37	52.63
	4 (KO)	49.76	50.24
Prueba 3: Datos con parámetros incorrectos (Proporciones en la realidad 80% y 20% y en la simulación con proporciones equívocas 40% y 60%) 10 datos condicionantes	5 (KS)	48.46	51.54
	6 (KO)	77.63	22.37

Tabla 4.2: Resultados de pruebas y sus diferentes casos de estudio según tipo de Kriging

Si observamos además el porcentaje de aciertos, es decir, ver en el promedio de las realizaciones, cuántas veces se acertó correctamente a la litología que estaba presente en un determinado sitio (40000 sitios), se puede validar la utilización de los datos condicionantes y ver cuál de los dos tipos de kriging acierta más en promedio de realizaciones (tabla 4.3). En este caso, el kriging ordinario ofrece un mejor porcentaje de aciertos en los sitios de las realizaciones, con lo cual se puede inferir que el valor equivocado de las proporciones iniciales no fue tomado en cuenta por el kriging y por tanto es más robusto para reproducir las proporciones en promedio de casos. Además la dispersión es mayor en el caso de kriging ordinario, por cierto ya que posee mayor incertidumbre al desconocerse la media de las proporciones.

Tipo Kriging	Prueba 1		Prueba 2		Prueba 3	
	KS	KO	KS	KO	KS	KO
Número de nodos simulados	40 000	40 000	40 000	40 000	40 000	40 000
Media	71.8%	72.9%	72.8%	72.9%	51.8%	68.9%
Mediana	72.6%	73.0%	72.5%	73.0%	49.0%	68.0%
Desviación estándar	0.116	0.116	0.116	0.116	0.068	0.113
Rango	0.6	0.59	0.59	0.59	0.71	0.51
Mínimo	0.4	0.41	0.41	0.41	0.29	0.49
Máximo	1	1	1	1	1	1

Tabla 4.3: Estadísticas del porcentaje de aciertos en las 100 realizaciones de cada prueba, para cada tipo de kriging

En los diferentes sitios con datos (fijos en todas las realizaciones) se respeta en un 100% de los casos los datos condicionantes y alrededor de ellos las simulaciones obtienen resultados similares. Lo anterior se puede observar en las Figuras 4.1, 4.2 y 4.3 para las pruebas 1, 2 y 3 respectivamente.

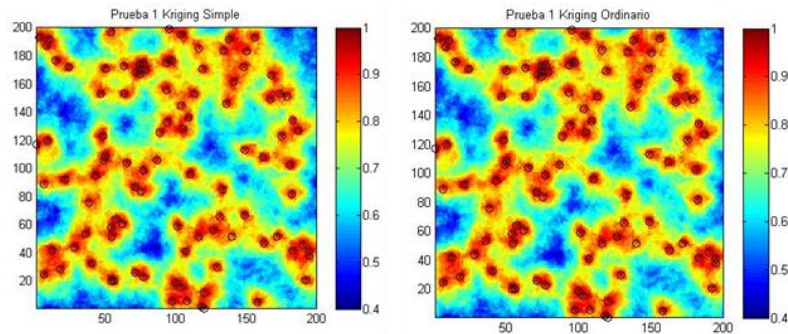


Figura 4.1: Porcentaje de acierto de la realidad versus simulación Prueba 1 en kriging simple y ordinario

En la primera prueba, se puede observar que en ambos casos se respetan los valores condicionantes a través de las 100 realizaciones. No obstante lo anterior, las diferencias en cuanto a la precisión no son tan observables, salvo al observar la tabla de resultados (Tabla 4.3).

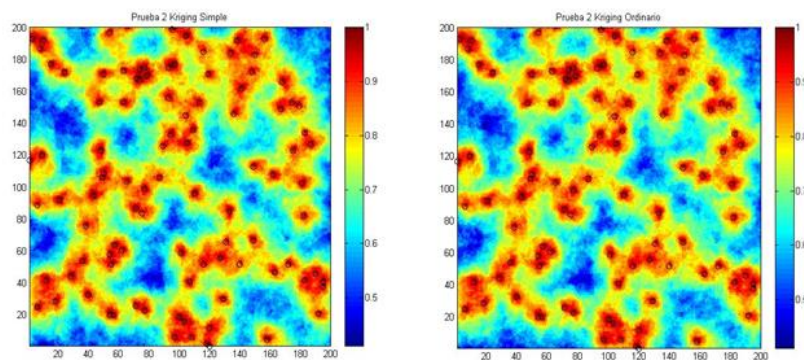


Figura 4.2: Porcentaje de acierto de la realidad versus simulación Prueba 2 en kriging simple y ordinario

En la segunda prueba, se puede observar que en ambos casos se respetan los valores condicionantes a través de las 100 realizaciones, pero siguen siendo poco distinguibles las diferencias en cuanto a la precisión, salvo al observar la tabla de resultados y algunos sectores, reunidos en las zonas de una cantidad considerable de datos, como en las coordenadas 80 y 100 de ambas direcciones.

En la tercera prueba, se puede observar que en ambos casos se respetan los valores condicionantes a través de las 100 realizaciones, los cuales fueron reducidos con respecto a los otros valores. Se observa que en el caso de kriging simple hubo menor porcentaje de acierto (zonas azulosas) debido a que se respetó el valor de proporción entregado como input, el cual difiere a la realidad proyectada. Por otro lado, el kriging ordinario ofrece un mejor porcentaje de aciertos de las realizaciones, con lo cual se puede inferir que el valor de las proporciones iniciales no fue tomado en cuenta y por tanto es más robusto para reproducir las proporciones en promedio de casos.

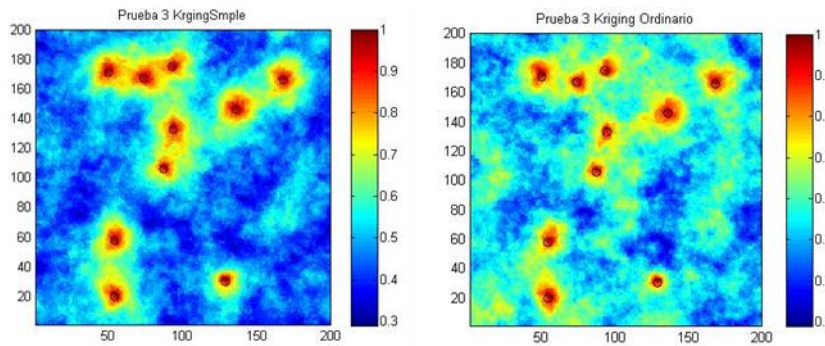


Figura 4.3: Porcentaje de acierto de la realidad versus simulación Prueba 3 en kriging simple y ordinario

Finalmente, se reproduce el modelo variográfico entregado como input para construir las realidades y para realizar la simulación no condicional. Se concluye que todas las metodologías respetan el modelo variográfico subyacente del yacimiento sintético. Esto se puede corroborar en el anexo 8.2, donde se muestran las realizaciones de los variogramas para los 6 casos, con lo cual verifican que la simulación reproduce la realidad variográfica en promedio.

#### 4.4. Conclusiones del caso sintético

En las pruebas realizadas, se establecen algunas conclusiones generales, por cuanto la litología de los datos condicionantes se respeta en un 100% en los sitios con datos. También se puede apreciar en los histogramas de las realizaciones que las proporciones presentan mayor dispersión en el caso del kriging ordinario (refleja mayor incertidumbre en las diferentes realizaciones) pero que, en el promedio de los casos, se respeta mejor las proporciones de la realidad, lo que ocurre en forma contraria con el kriging simple, lo que se refleja especialmente en la tercera prueba cuando existen pocos datos condicionantes y cuando las proporciones inferidas están equivocadas.

Así, analizando las conclusiones más relevantes de las distintas pruebas se puede establecer lo siguiente:

- **Prueba 1:** ambos métodos de kriging aciertan a las proporciones de la realidad de los yacimientos, por lo que cuantifican adecuadamente incertidumbre cuando se indican correctamente las proporciones. Esto constituye un caso muy particular, ya que por lo general existe una diferencia entre las proporciones inferidas a partir de las muestras y la realidad.
- **Prueba 2:** El kriging simple se equivoca, y el kriging ordinario es más robusto para establecer en promedio las proporciones. Con lo anterior, se puede establecer un caso un poco más realista, donde la información reportada por el modelo geológico tiene discrepancias con la realidad.
- **Prueba 3:** Se obtiene la misma conclusión anterior, pero se ve más claramente la robustez al utilizar menos datos condicionantes, por lo cual en el caso de kriging simple la

definición depende fuertemente de la información preliminar que se entrega (en este caso la media conocida o bien el valor de las proporciones a priori).

Al contar con un modelo de variograma suave (regulares en su origen), se esperaba no tener variaciones significativas entre un caso y otro, por lo cual podría acentuarse la diferencia entre ambos tipos de kriging en caso de tener variogramas menos regulares en el origen.

Para validar lo anteriormente expuesto, se requiere probar la metodología en un caso real, donde existan mayores dificultades para modelar la variable tanto variográficamente como en la definición de las proporciones. La idea también es observar el efecto de la información condicionante, simulando por ejemplo, las etapas preliminares de un proyecto minero, donde se cuenta con una menor cantidad de datos al inicio.



## 5. ANÁLISIS DE CASO REAL: YACIMIENTO RIO-BLANCO LOS BRONCES

Utilizando una base de datos de sondajes y pozos de tronadura del yacimiento Río Blanco-Los Bronces, se pretende validar los escenarios simulados utilizando la técnica de jack-knife. Específicamente, a partir de la información condicionante de sondajes, se simulará el valor litológico para los pozos, por cuanto existe presencia o ausencia de la litología de brechas de turmalina asociadas a este tipo de yacimiento y se compararán los valores simulados con los valores reales. De esta sección, se espera corroborar los resultados obtenidos en el caso sintético del cuarto capítulo.

### 5.1. Antecedentes generales del yacimiento Río Blanco - Los Bronces

La División Andina de Codelco Chile explota desde fines de la década de 1970 el yacimiento cuprífero Río Blanco, ubicado en la cordillera de Los Andes de la V Región de Valparaíso, a unos 54 km. al este de la ciudad de Los Andes, sobre los 4.000 m.s.n.m. Colinda al Oeste con la mina Los Bronces propiedad de Anglo American Sur Ltda. (Figura 5.1).

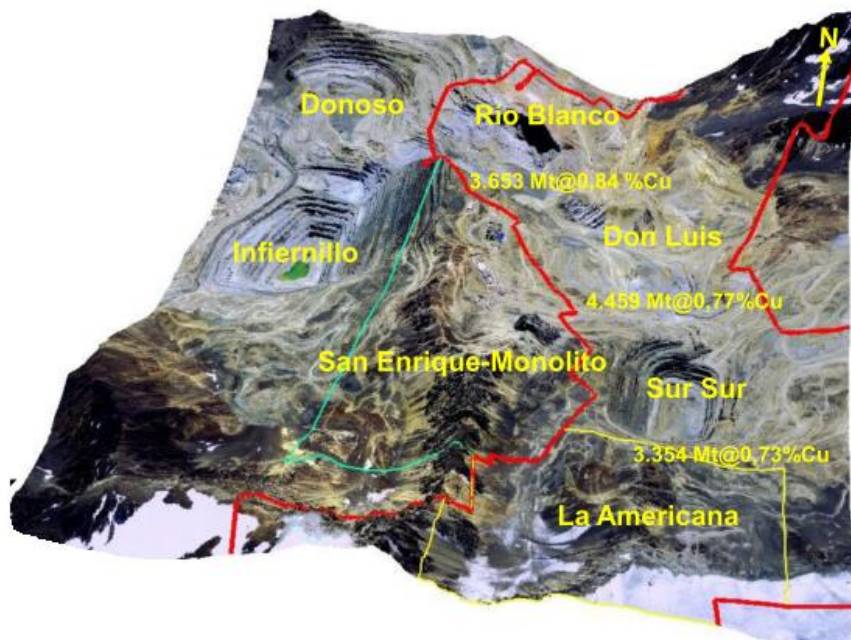


Figura 5.1: Mapa de ubicación del yacimiento Río Blanco - Los Bronces. La propiedad minera de Andina se encuentra encerrada por color rojo. Al oeste, Los Bronces, propiedad de Anglo American Sur S.A.

Los cuerpos mineralizados que se ubican en la zona de Andina son: Río Blanco, La Unión, Central, Don Luis, Sur-Sur y La Americana, los cuales se encuentran distribuidos en una franja de aproximadamente 6 km. en sentido norte-sur, 2 km. en sentido este-oeste y con una columna mineralizada conocida que alcanza a 2 km. de profundidad (Figura 5.1). De estos cuerpos mineralizados se encuentran actualmente en explotación rajo Sur-Sur, La

Unión y Don Luis, explotados a cielo abierto. Debido a que los datos reportados, que contienen mayor información, se encuentran en la zona del cuerpo “Don Luis”, se realizará el análisis de escenarios simulados con los sondajes ubicados sólo en ese sector. El Sector Don Luis se ubica en la parte media del área del yacimiento Río Blanco y su explotación se desarrolla a cielo abierto, como continuidad hacia el norte del rajo Sur-Sur (Flores & Hormazabal. 2007). Actualmente en la vertical se reconoce mineralización desde la superficie (3.700 msnm) y se prolonga más abajo del nivel 30 (2.520 msnm), lo que constituye una altura mineralizada de 1.200 m.

### 5.1.1. Caracterización Geológica

El yacimiento Río Blanco-Los Bronces se encuentra emplazado en las rocas volcánicas de las formaciones Abanico y Farellones y en el complejo plutónico Río Blanco-San Francisco (Warnaars et al., 1985). Estas se disponen en forma sub-horizontal cuyos espesores varían entre 700 y 1200 metros. El plano geológico distrital (López y Skarmeta, en Camus. 2003) puede ser observado en la Figura 5.3 donde se encierra con línea punteada el área del yacimiento. Una de las características relevantes del yacimiento, es la presencia de brechas con cantidades significativas y abundantes de minerales de cobre y molibdeno. Estas brechas se clasifican de acuerdo a su naturaleza de matriz y/o cemento en brechas ricas en biotita, brechas ricas en turmalina y brechas ricas en polvo de roca.

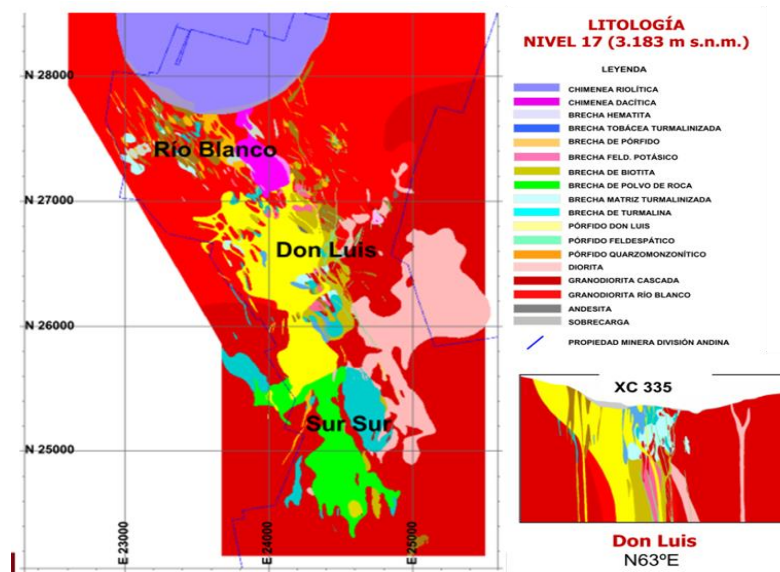


Figura 5.2: Planta y perfil litológico yacimiento Don Luis. Características litológicas y texturales (Cuadra. 2011)

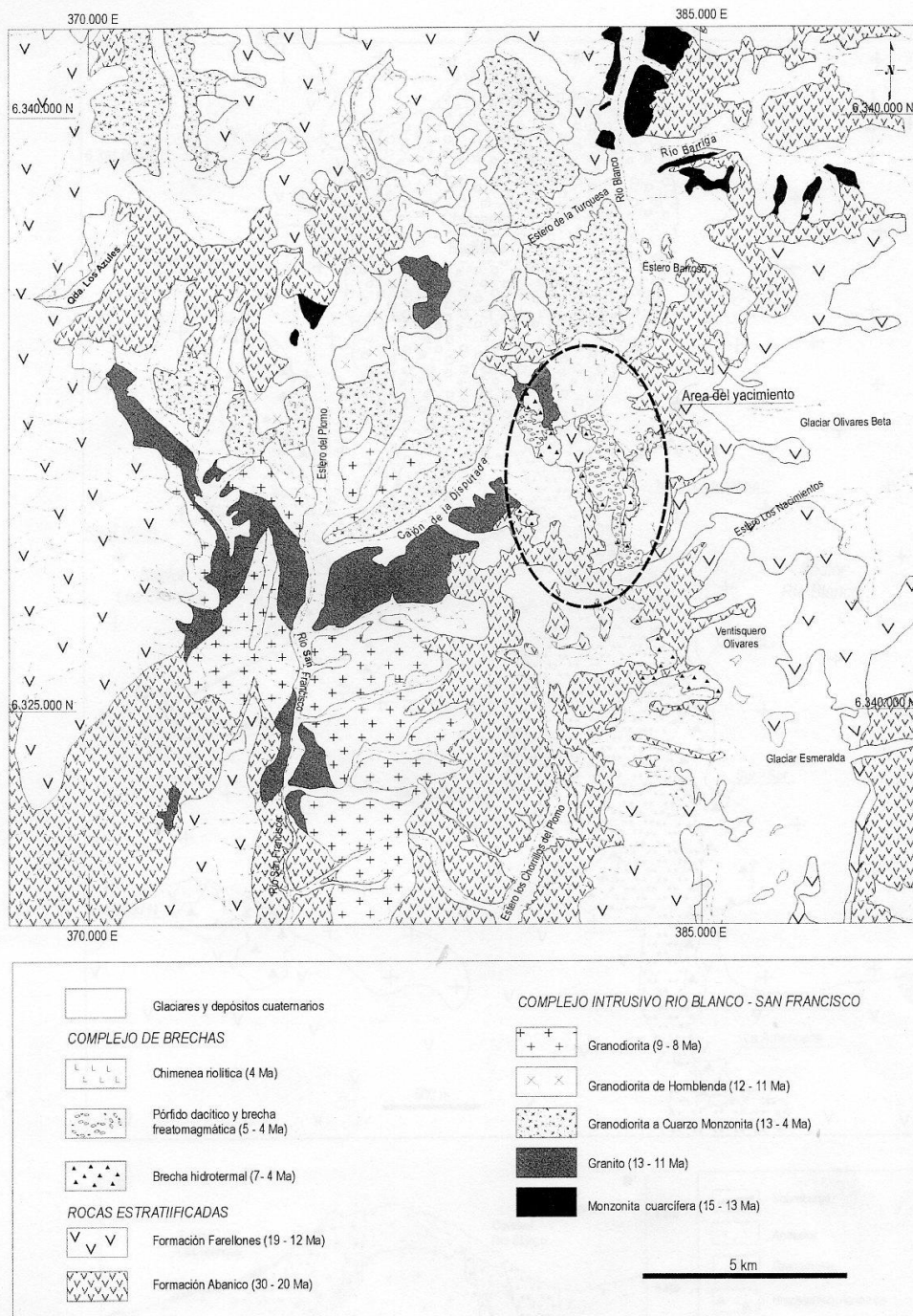


Figura 5.3. Plano Geológico Distrital de la zona del yacimiento Río Blanco-Los Bronces (López y Skármeta, 2000, in Camus, 2003)

De acuerdo a Camus (2003), en el sector Don Luis, las brechas de interés son de origen hidrotermal (posterior a una serie de eventos anteriores y a uno de alteración potásica), las cuales se caracterizan por alto contenido de turmalina, que se sobreponen y cortan la etapa de alteración potásica en el yacimiento Río Blanco-Los Bronces (Figura 5.4) Estas brechas se caracterizan por poseer clastos angulares a sub-angulares, cementados con turmalina, calcopirita, pirita,

molibdenita y proporciones menores de bornita. Este evento hidrotermal contribuye con leyes mayores a 10% de cobre contenido del sistema y parte del molibdeno.

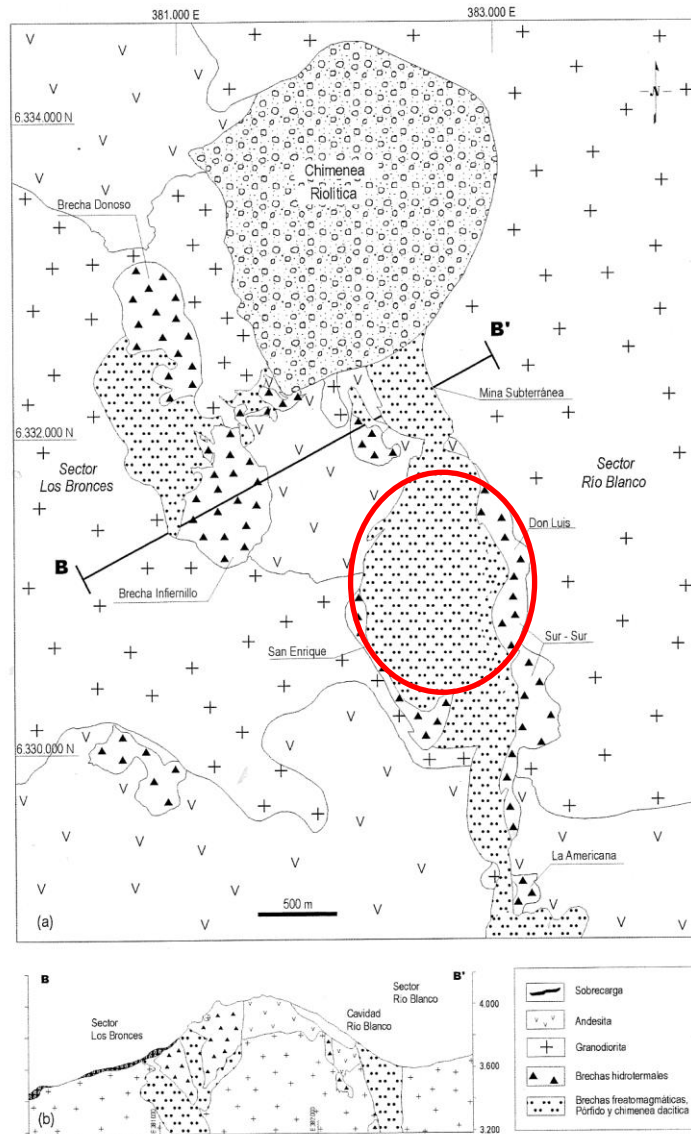


Figura 5.4: Mapa Geológico de superficie(a) y sección geológica B-B' (b) del sistema porfírico Río Blanco-Los Bronces (Camus, 2003).

La clasificación de las brechas se basa principalmente en aspectos de textura, el tipo de alteración y el contenido de brechas, lo cual está supeditado a lo que los encargados del modelo geológico estimen como criterios comunes. Por ejemplo, en el caso de las brechas de turmalina, en Vargas et al., 1999, se pueden observar asociaciones respecto a los tipos de brechas de turmalina presentes en Río Blanco-Los Bronces, en particular del sector Sur-Sur (que también aparecen en Don Luis).

Nombre	Símbolo	Características	Forma
Turmalina	BT	<5% de turmalina, clastos angulares	Margen exterior transicional
	BXT	5-15% de turmalina con clastos incrementalmente rodeados	Margen exterior transicional
	BXTT	> 15% de turmalina	Núcleo central de BXT elongado en dirección NO
Castellana	BXTO	50-90% de matriz de polvo de roca con clastos redondeados. Menos de 10% de turmalina	Cuerpo elongado NS, trunca sector oeste de BXT
Paloma	BXTTO	50-80% de matriz de polvo de roca	Diques NS que cortan el resto de las brechas

Tabla 5.1: Asociación de Brechas de turmalina según Geología Yacimiento Rio Blanco-Los Bronces, tomadas del Sector Sur-Sur (Vargas et al., 1999).

La continuidad de estas brechas de turmalina se ve afectada por una interrupción de una serie de brechas con polvo de roca, las cuales contienen además cantidades variables de turmalinas, cuarzo, sericita, anhidrita, especularita y escasos sulfuros. Estas brechas tienen bajos contenidos de cobre que pueden corresponder a remanentes de la mineralización cuprífera depositada durante la fase potásica o durante el evento hidrotermal de brechas de turmalina (Camus, 2003).

Lo anterior refleja diferentes características y caracterizaciones litológicas del yacimiento (litologías disponibles en anexo 8.3), las cuales abordaremos desde una perspectiva de características comunes, de modo que se puedan agrupar como una unidad de brechas de interés y otra de los tipos de roca que no son de interés, incluyendo por cierto las brechas que se nombraron en el párrafo anterior. Estas litologías se pueden apreciar gráficamente distribuidas en el esquema de la Figura 5.5. Finalmente, las litologías, que están presentes en la base de datos disponible, seleccionadas para la asociación, son las siguientes (Tabla 5.2):

Descripción Litológica	Equivalencia código numérico
Roca Brechizada y Turmalinizada	BT
Brecha de Turmalina	BXT
Brecha de Turmalina con clastos de pórfido	BXTP
Brecha de Turmalina con abundante Turmalina	BXTT
Brecha Turmalina y Tobácea (bx. paloma)	BXTTO

Tabla 5.2: Litologías de brechas de turmalinas para selección en sondajes y pozos.



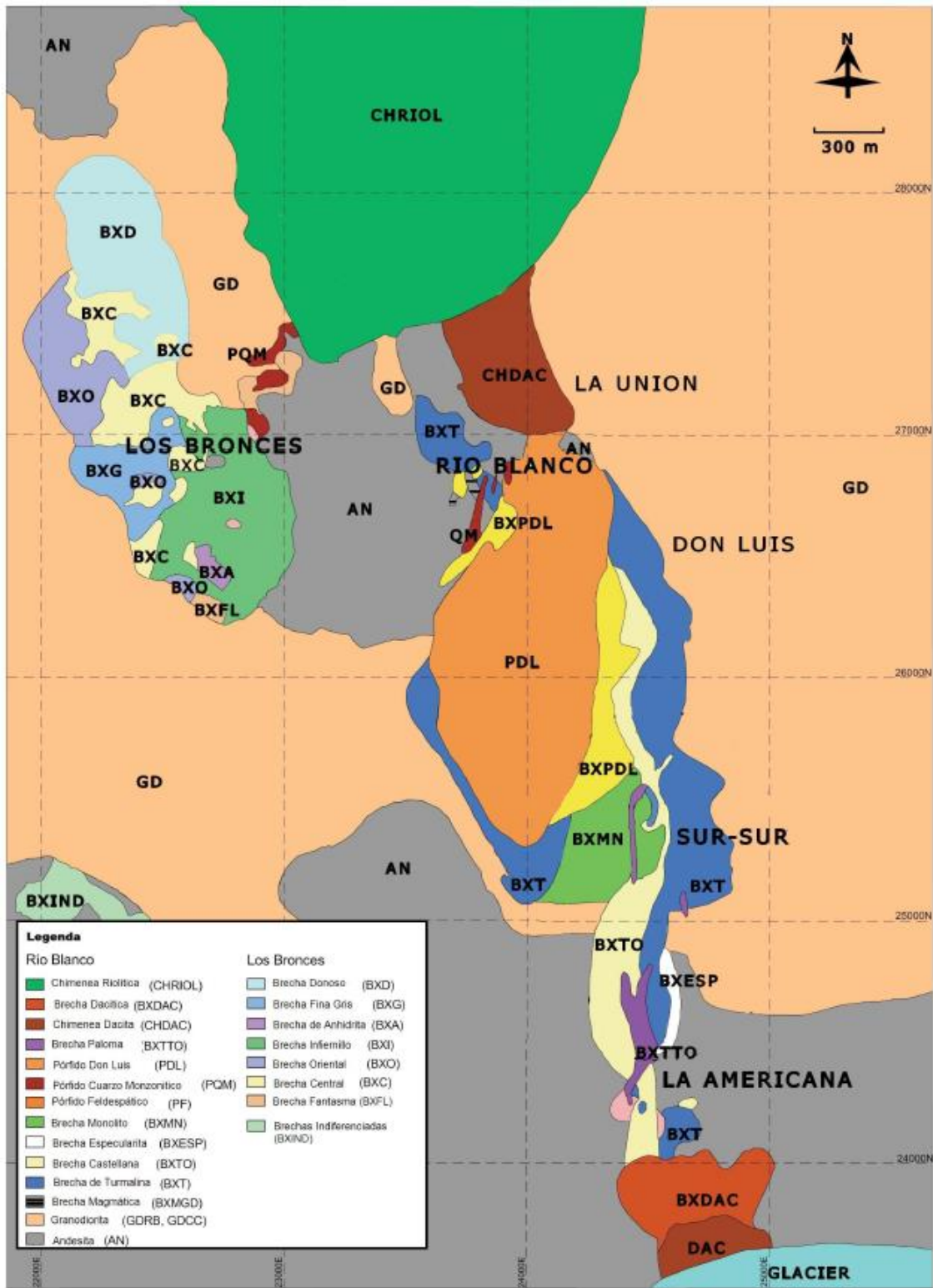


Figura 5.5: Mapa Geológico del yacimiento Río Blanco-Los Bronces (según Frikken, 2003, *in* Cáceres, 2010)

### 5.1.2. Parámetros de estudio y su importancia práctica en la planificación minera

Los parámetros principales se refieren al comportamiento banco a banco de las proporciones de rocas de Brechas de Turmalina (BXT) con brechas asociadas de características comunes, y rocas que no son Brechas de Turmalina. En los diagramas de la Figura 5.6 (A, B, y C) se observa el resultado de la clasificación: En el centro (A) el rajo Don Luis. En (C) en el extremo izquierdo el rajo La Unión y en el extremo derecho el sector Sur-Sur. En (A) en el extremo superior el rajo La Unión y en el extremo inferior el sector Sur-Sur. Los colores representan la clasificación de las brechas (color turquesa) y no brechas (rojo).

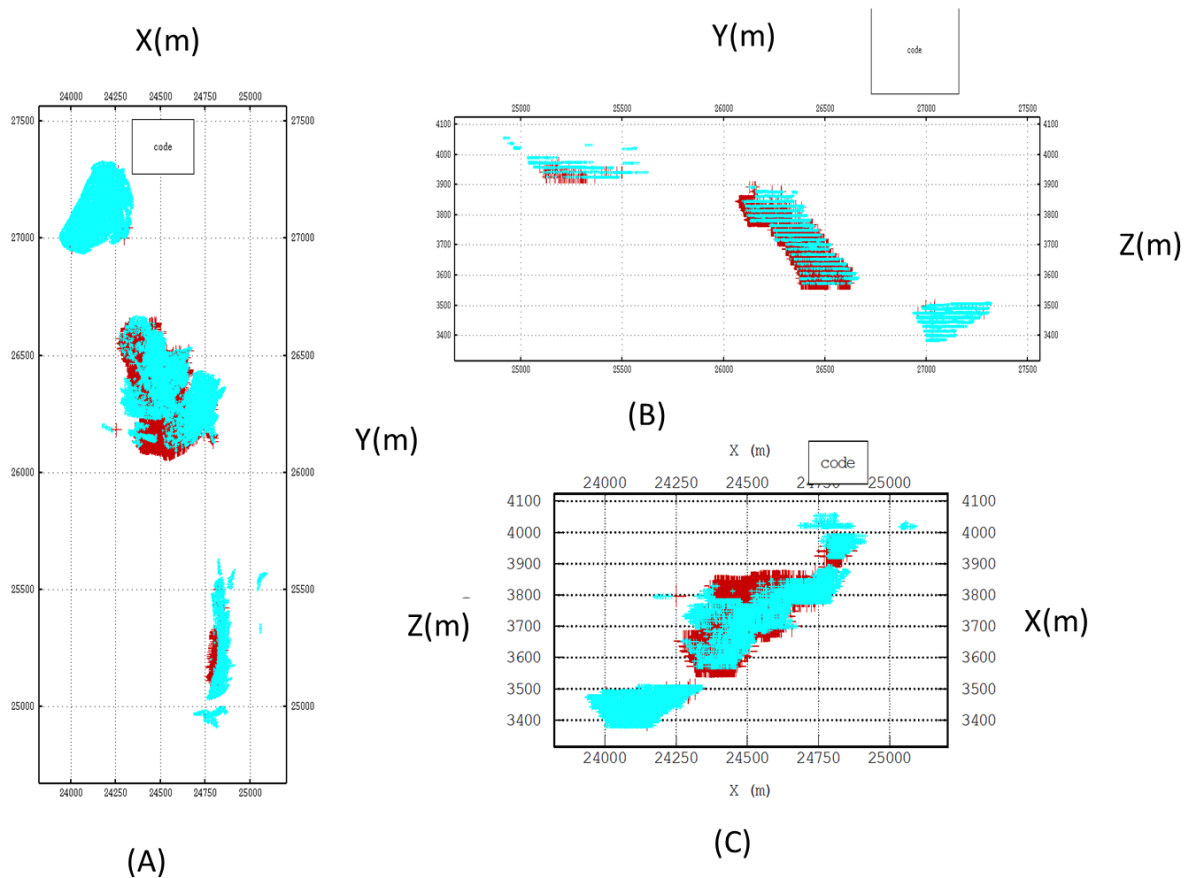


Figura 5.6: Diagramas de representación litológica en yacimiento Río Blanco. (A) Vista planta XY, (B) vista perfil YZ, y (C) vista XZ

El interés del estudio radica en la relevancia que estos parámetros tienen en la planificación minera. Existen diversas razones para lograr una correcta delimitación banco a banco de estos sectores, las cuales se justifican en la dureza de la roca de brecha de turmalina que constituye, en promedio, un porcentaje mayor de recursos para las operaciones de perforación y arranque de la roca. En efecto, los parámetros asociados a las mallas de perforación dependen principalmente de la litología a explotar, distinguiéndose tres clases predominantes: Granodiorita Cascada (GDCC-DIOR), Brecha de Turmalina (BXT, constituyente del llamado Pórfido Don Luis), y Brecha Tobácea Turmalinizada (BXTTO), mientras que el material estéril se encuentra, además de las ya mencionadas, en la forma de morrena (competente) y relleno (incompetente).

Los parámetros de diseño de tronaduras dependen entonces del tipo de roca a extraer. De éstas, la más difícil de tronar resulta ser la morrena, seguida por el Pórfido Don Luis (PDL), en cuyo caso el espaciamento asociado a pre-corte puede llegar a ser de sólo 1 metro, llegando hasta 1,6 metros para los otros tipos de roca. En general, la malla de producción (12 ¼”) de más amplia aplicación, presenta configuraciones de Burden (m) x Espaciamento (m) de 9x11 en mineral y 9x12 en estéril (correspondiente a GDCC).

De las litologías presentes, es la GDCC-DIOR (la que representa un menor costo de tronadura y, a la vez, la con mayor presencia en el yacimiento) en la que se centrará el estudio de fragmentación del presente trabajo (le siguen la BXT y la BXTTO en orden de costo, en US\$/m<sup>3</sup>). La Tabla 5.3 presenta las dimensiones relativas a la malla de perforación de producción (diámetro de pozo de 12 ¼”) para cada tipo de roca a tronar, correspondiente a la fase analizada (Fase III), y se muestra el tipo litológico, si es que se trata de mineral o estéril; también se presenta el factor de carga, Burden (B), espaciamento (E) y pasadura (J), y se incluyen las toneladas removidas por pozo, y el índice de perforación, además del precio de tronadura estimado para cada tipo de roca.

Tipo de Roca	Tipo de Tronadura	Factor de Carga	Malla Producción 12 1/4" (m x m)				Índice Perforación (ton/m)	Precio Tronadura (US\$/m <sup>3</sup> ) Aprox.
		g/ton	B (m)	E (m)	J (m)	Toneladas		
GDCC-DIOR	Estéril	211	9	12	2	4683	260	0,5
	Mineral	249	9	11	2	4293	238	0,7
BXT-BT	Mineral	312	8	9	1	3122	184	0,9-1,1
BXTTO	Mineral	490	6	8	1	2081	122	0,9-1,1
	Estéril	401	7	8	1	2428	143	0,6-0,9

Tabla 5.3. Parámetros de las mallas de perforación implementadas por Orica para las tronaduras de Fase III (datos aportados por División andina).

Estos parámetros son cruciales para el impacto del valor de la mina, con lo cual es importante y fundamental definir correctamente la proporción de brechas de turmalina de modo de no alterar los costos en la operación.

Resumiendo entonces, la importancia de una correcta definición litológica radica en:



- **Diseño de malla de perforación y tronadura:** Actualmente, el desarrollo de las mallas de perforación se realizan de acuerdo a la sectorización reportada por geología y de acuerdo a los planes de corto plazo.
- **Impacto en la productividad de los sectores:** Los sectores que concentran mayor presencia de brechas de turmalina constituyen altas concentraciones de ley de cobre, con lo cual mejora la calidad del mineral enviado a planta. No obstante lo anterior, al presentar mayores durezas, generan un mayor gasto energético en la operación de arranque.

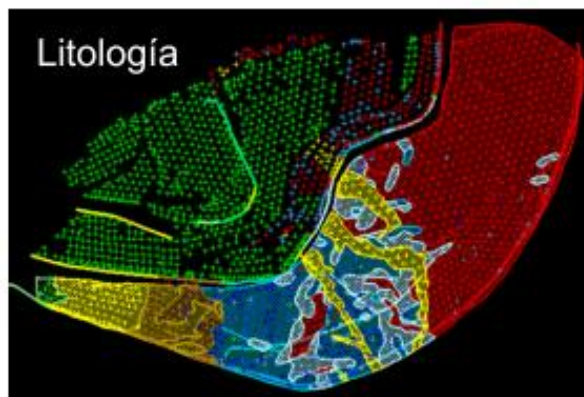


Figura 5.7: Esquema de planta representativa de pozos de tronadura delimitados según litología.

## 5.2. Estudio Exploratorio Base de datos

La base de datos disponible tiene información de sondajes y de pozos de tronadura. Estos datos se asocian a la caracterización geológica del yacimiento (Cáceres. 2010).

### 5.2.1. Pozos de tronadura

Se tiene muestra de pozos de tronadura con 75451 datos que reportan coordenadas Norte, Este y Cota, además del banco al que pertenece cada muestra y cuyas variables contienen datos de ley de cobre, ley de molibdeno y los tipos de roca presentes en el yacimiento. Sólo 24252 datos contienen tipo de roca, por lo cual, para efectos de la codificación el resto no será considerado. De ellas, se puede observar que en general las brechas que constituyen el yacimiento poseen altas leyes de cobre y de molibdeno, así como algunos tipos de brechas del pórfido Don Luis. No obstante lo anterior, nos interesa asociar las brechas de turmalina que no pertenecen al pórfido Don Luis y que fueron indicados anteriormente (Tabla 5.4).

Descripción Litológica	Equivalencia código numérico	Cantidad de muestras	Ley Cu [%]	Ley Mo [%]
Andesita	AN	6	0.94	0.004
Filón Aplítico	APLI	9	0.85	0.021

Botadero	BOT	94	0.46	0.007
<b>Roca Brechizada y Turmalinizada</b>	<b>BT</b>	<b>3568</b>	<b>0.84</b>	<b>0.007</b>
Pórfido Don Luis Brechizado c/Turmalina	BTPDL	735	0.74	0.033
Brecha de contacto dacítica	BXCHDAC	87	0.77	0.038
Brecha magmática de granodiorita	BXMGD	1103	1.55	0.038
Brecha de pórfido Don Luis	BXPDL	576	0.96	0.038
<b>Brecha de Turmalina</b>	<b>BXT</b>	<b>2415</b>	<b>1.07</b>	<b>0.018</b>
Brecha Tobácea (brecha castellana)	BXTO	40	0.77	0.064
<b>Brecha de Turmalina con clastos de pórfido</b>	<b>BXTP</b>	<b>1</b>	<b>1.68</b>	<b>Sin Datos</b>
<b>Brecha de Turmalina con abundante Turmalina</b>	<b>BXTT</b>	<b>9</b>	<b>1.30</b>	<b>0.167</b>
<b>Brecha Turmalina y Tobácea (bx. paloma)</b>	<b>BXTTO</b>	<b>663</b>	<b>0.72</b>	<b>0.012</b>
Chimenea Dacítica	CHDAC	150	0.24	0.023
Conglomerados	CONG	68	0.39	0.004
Diorita	DIOR	709	0.45	0.003
Granodiorita Cascada	GDCC	5545	0.68	0.004
Granodiorita Rio Blanco	GDRB	3231	0.86	0.023
Glaciar	GLACIAR	29	0.04	0.001
Pórfido Don Luis	PDL	2662	0.34	0.009
Pórfido Feldespático	PFELD	35	0.24	0.001
Pórfido cuarzo monzonítico	PQM	35	0.49	0.018
Relleno	RELL	43	0.59	0.005
Sílice	SI	1998	0.71	0.012
Sobrecarga roca	SOB	441	0.32	0.004
<b>TOTAL</b>		<b>24252</b>	<b>0.76</b>	<b>0.01</b>

Tabla 5.4. Descripción litológica de la base de datos de pozos de tronadura (ver también Fig.5.8.)

La Tabla 5.4 representa una gran cantidad de datos relacionados a los códigos de las brechas de interés, como se puede observar gráficamente en la Figura 5.8 Las rocas que aparecen con 0% significan que su representación es menor a 1%.

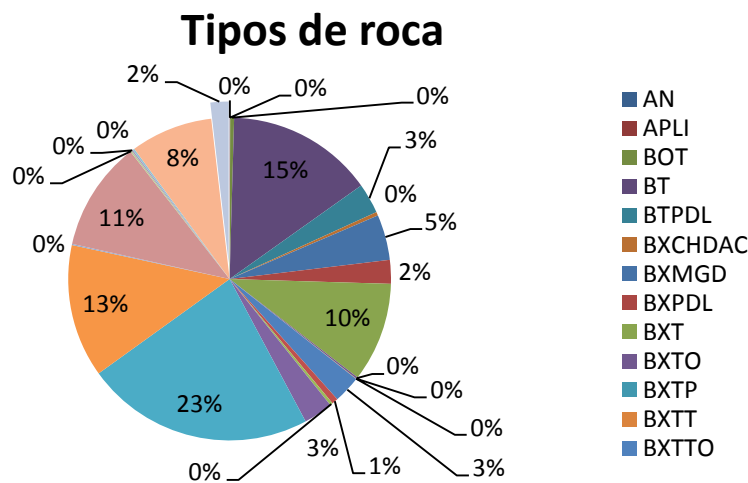


Figura 5.8. Diagrama proporcional del tipo de roca presente en el yacimiento Río Blanco - Los Bronces (descripción de códigos en Tabla 5.4)

### 5.2.2. Selección final de datos para simulación

Para realizar las simulaciones, y dado que se realizó una selección de muestras para el sector particular de Don Luis, se delimitó la zona de sondajes acotados en las coordenadas de Don Luis. De esta selección sólo 14933 corresponden a muestras de Don Luis, las cuales 7956 son muestras de brechas de turmalinas. Por otra parte, se efectuaron compósitos en los sondajes cada 16 metros, de modo de generar información banco a banco; el tamaño de banco utilizado en ese sector es de 16 metros obteniéndose 6534 muestras, de los cuales 2980 (45,6%) son de brechas de turmalina. Esto constituye una diferencia porcentual de prácticamente un 8% de proporción de brechas de turmalinas respecto a los pozos (45,6% en sondajes contra 53,3% en pozos). Esta selección de muestras en el Sector Don Luis, constituye la información banco a banco (Tabla 5.5)

Con lo anterior, se definen las proporciones en cada uno de los bancos que se proyectarán desde los sondajes hacia los pozos, los cuales se pueden apreciar en la Tabla 5.6. De ellas, se analizará la robustez de las metodologías de kriging empleadas, verificando precisión y exactitud a través del porcentaje de aciertos y definición de las proporciones promedio por banco.

Dado que se requiere conocer el modelo variográfico para realizar las simulaciones, se utilizarán los datos recientemente señalados con este fin.

Banco	Total Muestras		Total muestras con Brecha de Turmalina	
	Sondajes	Pozos	Sondajes	Pozos
3564	246	488	98	153
3580	265	711	108	218
3596	274	794	123	567
3612	307	634	150	172
3628	333	683	165	501
3644	383	755	201	465
3660	448	569	210	329
3676	418	647	199	226
3692	400	926	182	421
3708	390	985	181	546
3724	395	920	164	493
3740	393	814	185	229
3756	382	738	173	425
3772	404	1309	183	390
3788	397	1289	175	1024
3804	391	1147	181	646
3820	376	1024	163	795
3836	332	500	139	356
<b>GLOBAL</b>	<b>6534</b>	<b>14933</b>	<b>2980</b>	<b>7956</b>

Tabla 5.5: Muestras por banco sector Don Luis categorizadas como Brechas de Turmalina

Número de banco	Banco	Proporción BXT		Proporción no BXT	
		Sondajes	Pozos	Sondajes	Pozos
1	3564	39.84%	31,4%	60.16%	68,65%
2	3580	40.75%	30,7%	59.25%	69,34%
3	3596	44.89%	71,4%	55.11%	28,59%
4	3612	48.86%	27,1%	51.14%	72,87%
5	3628	49.55%	73,4%	50.45%	26,65%
6	3644	52.48%	61,6%	47.52%	38,41%
7	3660	46.88%	57,8%	53.13%	42,18%
8	3676	47.61%	34,9%	52.39%	65,07%
9	3692	45.50%	45,5%	54.50%	54,54%
10	3708	46.41%	55,4%	53.59%	44,57%
11	3724	41.52%	53,6%	58.48%	46,41%
12	3740	47.07%	28,1%	52.93%	71,87%
13	3756	45.29%	57,6%	54.71%	42,41%
14	3772	45.30%	29,8%	54.70%	70,21%
15	3788	44.08%	79,4%	55.92%	20,56%
16	3804	46.29%	56,3%	53.71%	43,68%
17	3820	43.35%	77,6%	56.65%	22,36%
18	3836	41.87%	71,2%	58.13%	28,80%
#	<b>Global</b>	<b>45.61%</b>	<b>53,28%</b>	<b>54.39%</b>	<b>46,72%</b>

Tabla 5.6: Proporciones de BXT-no BXT por banco del sector Don Luis

### 5.3. Análisis variográfico previo a las simulaciones

Para realizar las simulaciones en los pozos de tronadura, se debe realizar simulaciones condicionales a los datos de sondajes. Para ello se requiere un análisis variográfico previo donde se observa el comportamiento regionalizado de la variable indicador (en este caso, indicador de ausencia/presencia de brechas de turmalina). Se debe primero observar las anisotropías presentes en el yacimiento y posteriormente se deben generar los variogramas experimentales, los cuales se modelan a partir de variogramas Gaussianos.

#### 5.3.1. Mapa variográfico

Los parámetros utilizados en la construcción de los mapas variográficos que permiten identificar anisotropías son los siguientes:

- **Número de direcciones para el cálculo de variogramas:** 18 (1 dirección cada 10° de ángulo). El mapa se dibuja en forma radial, lo que facilita la interpretación de las direcciones (identificación de sus azimuts).
- **Número de pasos (lags):** 10.
- **Distancia o paso (lag value):** 50 m (plano horizontal), 30 m (dirección XZ), 42 m (dirección YZ).
- **Tolerancia en la distancia:** 1 paso.

- **Tolerancia en la dirección:** 1 sector ( $10^\circ$ ).
- **Número mínimo de pares de datos utilizados para el variograma en cada dirección:** 1 par

Lo anterior permite observar e identificar una anisotropía orientada  $10^\circ$  hacia el Noroeste, además de una anisotropía que asumiremos vertical, asociado al modelo geológico de brechas hidrotermales del yacimiento Río Blanco-Los Bronces (Figura 5.9).

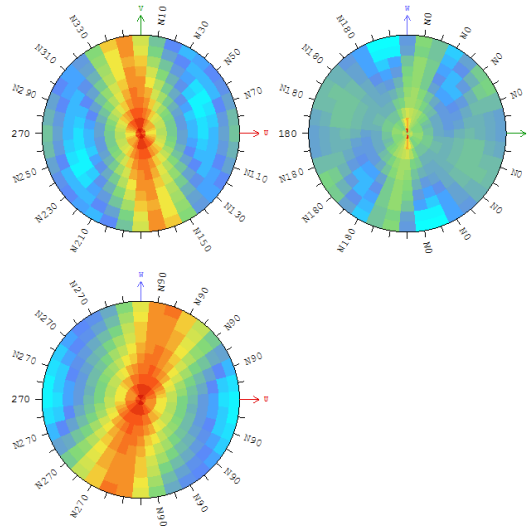


Figura 5.9: Mapa Variográfico de indicador Yacimiento Don Luis

### 5.3.2. Variograma Experimental y Modelado

Dado que se tienen anisotropías en la dirección N10W, se asume que se deben usar tres direcciones para calcular el variograma experimental (Figura 5.10): se define un ángulo de  $350^\circ$  para orientar el sistema de coordenadas hacia las direcciones principales (norte a  $10^\circ$  orientado hacia el oeste), de modo que corresponden dos direcciones regulares N350 y N80 (perpendicular en el plano XY) y la dirección normal en Z. Para cada dirección, se utilizarán los siguientes parámetros de cálculo de variograma experimental:

- **Tolerancia angular:**  $20^\circ$  en las direcciones regulares y  $20^\circ$  en la dirección normal
- **Distancia o paso (lag value):** 50 m en las direcciones regulares y 16 m en la dirección normal
- **Número de pasos:** 10
- **Tolerancia en la distancia:** 0.5 (50% del paso en cada caso)
- **Anchos de banda (slicing width / slicing height):** infinitos

A partir de un variograma Gaussiano teórico (mediante una función que utiliza desarrollos en polinomios de Hermite y el umbral de truncación, ver ecuación 2.13), se procede a modelar el variograma de indicador. A este variograma Gaussiano se ajustan los parámetros hasta que el

variograma de indicador correspondiente coincide con el variograma experimental de indicador en las direcciones N350, N80 y vertical (Figura 5.11). Cabe señalar que la meseta del variograma modelado no es otra cosa que la varianza del indicador, cuyo valor máximo posible es 0.25 (correspondiente a una proporción  $p = 1 - p = 0.5$  de cada categoría, dado que las categorías representan una distribución de Bernoulli con valores posibles para la variable de litología expresados como “1” y “0”, cuyo valor de varianza es  $p \cdot (1-p)$ ) (Ecuación 5.1), por ende la meseta no puede ser superior a este valor.

$$\sigma^2_{\text{Indicador}} = P(1 - P)$$

Ecuación 5.1: Expresión Varianza Indicador

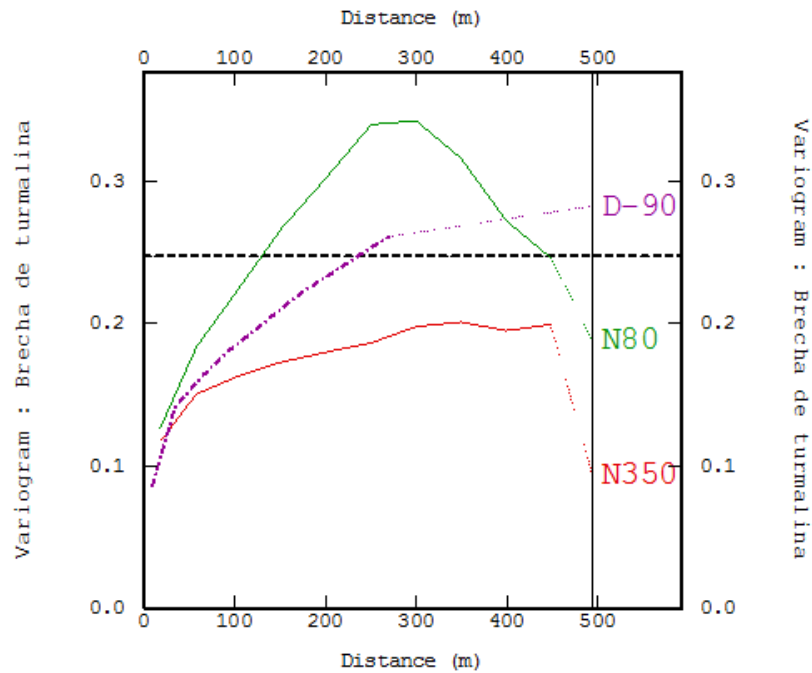


Figura 5.10: Variograma Experimental direccional del indicador de brecha de turmalina, sector Don Luis Yacimiento Río Blanco-Los Bronces

El modelo obtenido después de prueba y error contiene estructuras esféricas (una estructura de corto alcance, de modo de reemplazar el efecto pepita por un variograma de alcance 10 metros) y exponenciales (dos estructuras de alcance mayor), que permiten un buen ajuste de los variogramas experimentales en cada dirección (Figura 5.11). El variograma de la variable Gaussiana subyacente queda modelado de la siguiente forma, respetando las rotaciones:

$$\gamma(h) = \sum (c \cdot \text{Estructura}(\text{alcance } x, \text{alcance } y, \text{alcance } z, \text{azimut}))$$

$$\gamma(h) = 0,05 \cdot sph(10m, 10m, 10m, -10^\circ) + 0,15 \cdot exp(50m, 50m, 100m, -10^\circ) + 0,045 \cdot exp(70m, 2000m, 100m, -10^\circ)$$

Ecuación 5.2: Expresión para variograma Modelado Yacimiento Don Luis Andina

Finalmente, este modelo de variograma se aplicará para realizar las simulaciones condicionales y no condicionales.

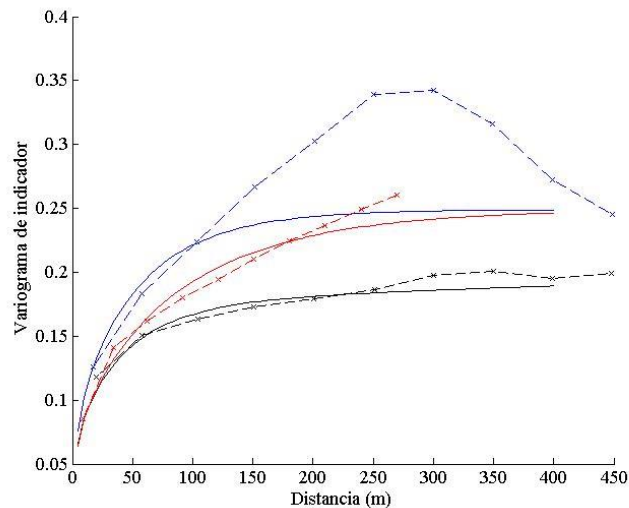


Figura 5.11: Variograma Modelado Direccional de sector Don Luis Yacimiento Río Blanco-Los Bronces. En azul: Dirección; en rojo: N80 Dirección Principal N350; en negro: Dirección vertical.

#### 5.4. Simulaciones

Para generar las diferentes realizaciones se operará en base a diferentes escenarios, tal como en el capítulo referente al caso sintético. Se utilizarán dos escenarios, uno con la proporción global de Brechas de Turmalina en el yacimiento y otro con proporciones locales asumidas según las muestras de sondajes, variando banco a banco.

Los escenarios simulados se proyectarán desde los sitios de sondajes hacia los sitios de pozos, utilizando la técnica que se conoce como Jack-knife, donde se utilizan los datos de sondajes para simular los valores en los pozos de tronadura y corroborar los aciertos con la realidad. Se utilizará la totalidad de sondajes por banco.

Los parámetros de simulación son los siguientes:

- **Posiciones:** Los sitios en donde se generarán las realizaciones. En este estudio corresponde a las coordenadas de los pozos de tronadura
- **Umbral de truncación:** Se define a partir de la proporción de BXT-no BXT tanto globalmente como la proporción banco a banco reportado por los sondajes.
- **Modelo Variográfico:** Obtenido a partir del variograma Gaussiano modelado indicado en 5.3.2.
- **Datos Condicionantes:** Se utiliza la información de sondajes banco a banco para simular.
- **Algoritmos a utilizar:** Muestreador de Gibbs, Bandas Rotantes, kriging condicionante.
- **Número de Realizaciones por escenario:** 100.

En el caso del muestreador de Gibbs se debe definir los parámetros del kriging realizado en el condicionamiento de datos:

- **Radios de búsqueda:** direccionales con 200 metros en dirección N350°, 100 metros dirección N80° y 20 metros verticalmente.
- **Vecindad del Kriging:** única.
- **Numero óptimo de datos por vecindad:** 50 (sin división en octantes).
- **Tipo de Kriging a Utilizar:** Kriging Simple y Kriging Ordinario.
- **Cantidad de Iteraciones para el Muestreador:** 120 iteraciones.

## 5.5. Análisis de resultado de las simulaciones

### 5.5.1. Porcentaje de aciertos

Con respecto a la cantidad de aciertos, es decir, que la réplica de la simulación en el sitio del pozo de tronadura coincidió con el valor categórico de ese pozo, se establece que el kriging ordinario, utilizando la proporción global y local por banco de los sondajes, se desempeña mejor que el kriging simple por cuanto obtiene un mejor porcentaje de aciertos (Tablas 5.7 y 5.8).

Caso 1	Proporciones Globales			
	Kriging Simple		Kriging Ordinario	
	Media	Desv. Est.	Media	Desv. Est.
Banco 1	59.7%	3.3%	59.9%	3.3%
Banco 2	62.4%	5.1%	62.6%	5.1%
Banco 3	53.1%	3.2%	51.7%	3.1%
Banco 4	61.2%	7.0%	61.4%	7.1%
Banco 5	67.2%	2.5%	67.1%	2.3%
Banco 6	57.6%	3.2%	57.9%	3.1%
Banco 7	62.1%	4.9%	62.1%	4.7%
Banco 8	63.3%	4.4%	62.7%	4.2%
Banco 9	59.6%	2.6%	59.7%	2.6%
Banco 10	59.8%	2.1%	59.8%	2.1%
Banco 11	57.6%	2.2%	57.7%	2.1%
Banco 12	53.4%	3.3%	53.5%	3.3%
Banco 13	47.4%	4.3%	47.4%	4.2%
Banco 14	70.6%	3.0%	72.6%	2.5%
Banco 15	76.5%	2.3%	76.8%	2.0%
Banco 16	74.3%	2.9%	75.1%	2.6%
Banco 17	80.6%	3.1%	82.1%	2.7%
Banco 18	78.4%	4.6%	79.8%	4.2%
<b>PROMEDIO</b>	<b>63.6%</b>	<b>9.3%</b>	<b>63.9%</b>	<b>9.8%</b>

Tabla 5.7: Estadísticas de aciertos promedio por banco, utilizando proporciones globales asumidas desde sondajes.



Caso 2	Proporciones por Banco			
Banco	Kriging Simple		Kriging Ordinario	
	Media	Desv. Est.	Media	Desv. Est.
Banco 1	49.4%	5.3%	60.4%	4.3%
Banco 2	31.7%	0.5%	36.6%	3.0%
Banco 3	35.9%	1.3%	39.9%	3.5%
Banco 4	50.4%	6.2%	43.5%	5.5%
Banco 5	57.3%	4.0%	38.2%	3.2%
Banco 6	37.6%	3.9%	30.2%	3.4%
Banco 7	44.0%	2.4%	39.4%	1.7%
Banco 8	51.3%	7.4%	53.8%	6.2%
Banco 9	53.5%	3.9%	56.5%	2.0%
Banco 10	48.2%	2.2%	44.3%	0.6%
Banco 11	57.7%	2.5%	53.6%	0.7%
Banco 12	59.8%	1.9%	71.7%	0.2%
Banco 13	59.9%	4.5%	77.6%	1.4%
Banco 14	63.0%	4.8%	66.2%	2.4%
Banco 15	60.6%	1.6%	55.4%	2.3%
Banco 16	53.9%	2.9%	65.7%	1.6%
Banco 17	63.3%	2.4%	57.6%	0.3%
Banco 18	73.5%	5.5%	71.3%	5.1%
<b>PROMEDIO</b>	<b>52.8%</b>	<b>10.6%</b>	<b>53.4%</b>	<b>13.8%</b>

Tabla 5.8: Estadísticas de aciertos promedio por banco, utilizando proporciones locales asumidas desde sondeos.

Para comparar si la proporción global en el yacimiento o bien la proporción local por banco obtienen mayor porcentaje de aciertos, se debe verificar el valor porcentual en cada tipo de kriging. Visualmente, estos resultados se pueden analizar en las Figuras 5.12, 5.13 y 5.14, las cuales reflejan ciertamente que en la mayoría de los casos tanto en kriging simple como en ordinario existe un mayor porcentaje de aciertos por cuanto se aplica proporción global, salvo en algunos casos como en los bancos 12 y 13. Esto último puede deberse, en el caso del banco 12, a que se cuenta con proporciones muy diferentes comparando sondeos versus pozos; en el caso del banco 13, se puede deber a una poca cantidad de sondeos y a que los sondeos se encuentran alejados de los pozos. Este resultado sugiere que el modelo es más preciso, tanto en kriging simple como ordinario, al definir el umbral de truncación en base a las proporciones globales (mejor estimadas debido a mayor cantidad de datos); y que usar proporciones locales es menos robusto (mayor error en la inferencia).

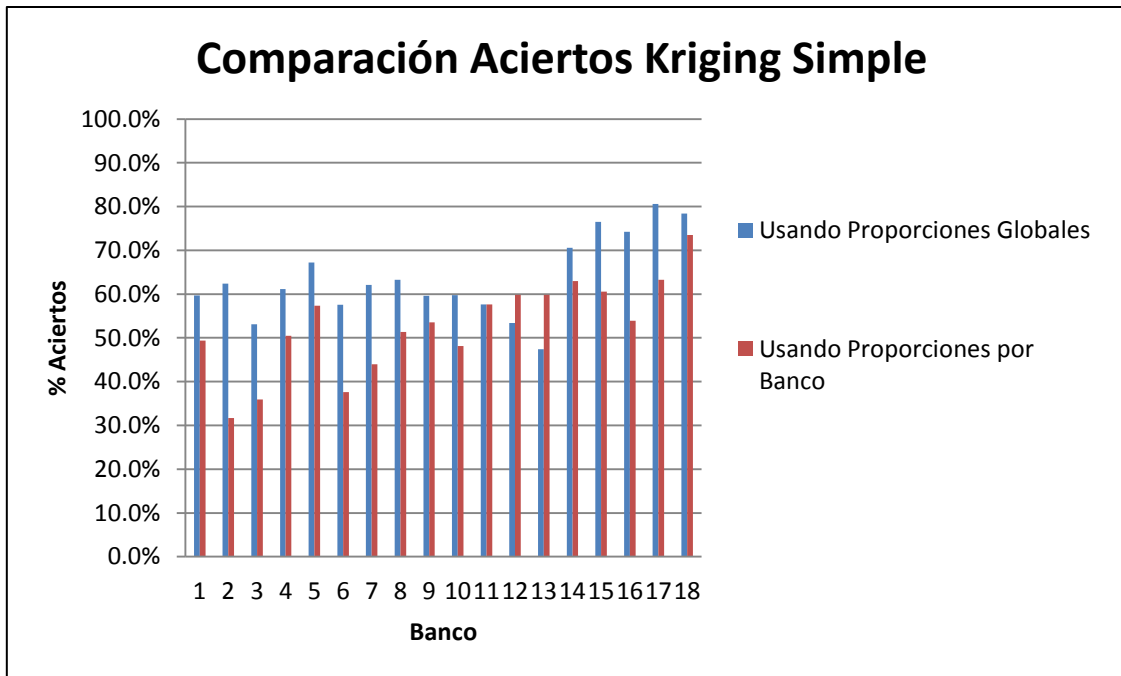


Figura 5.12: Comparación aciertos de kriging simple usando las proporciones de BXT globales y locales por banco

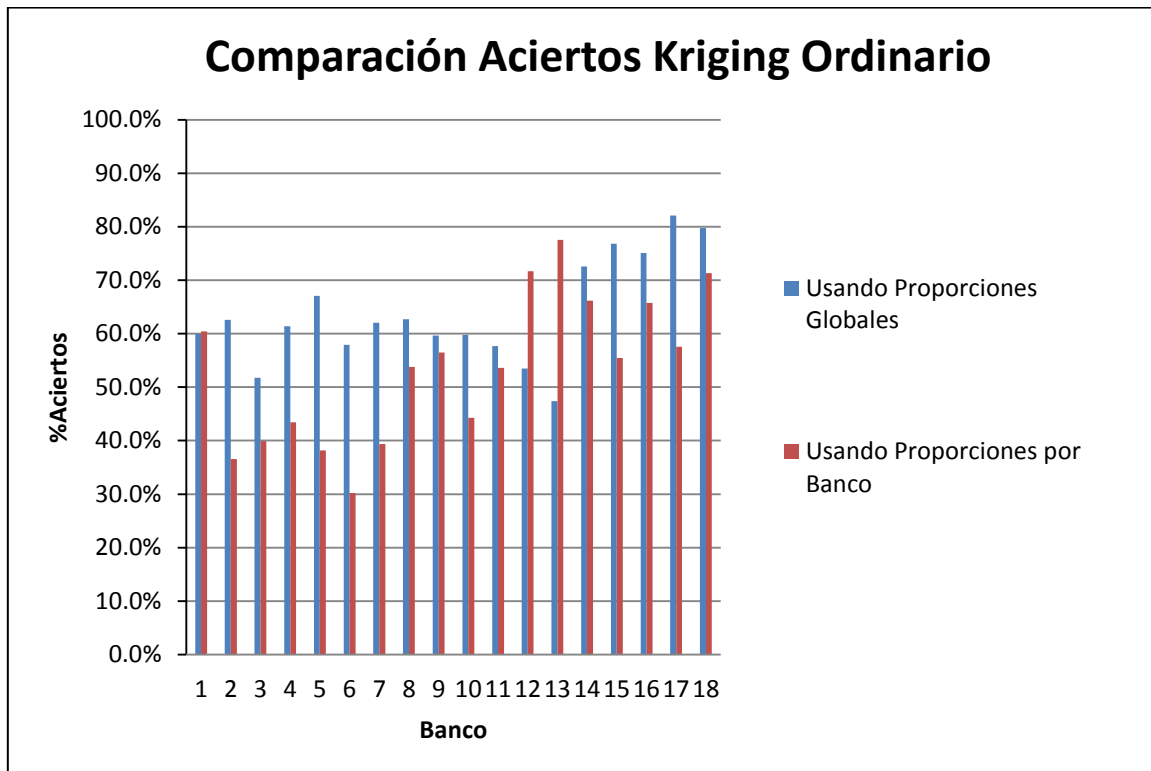


Figura 5.13: Comparación aciertos de kriging ordinario usando las proporciones de BXT globales y locales por banco

## Comparación Aciertos KS-KO

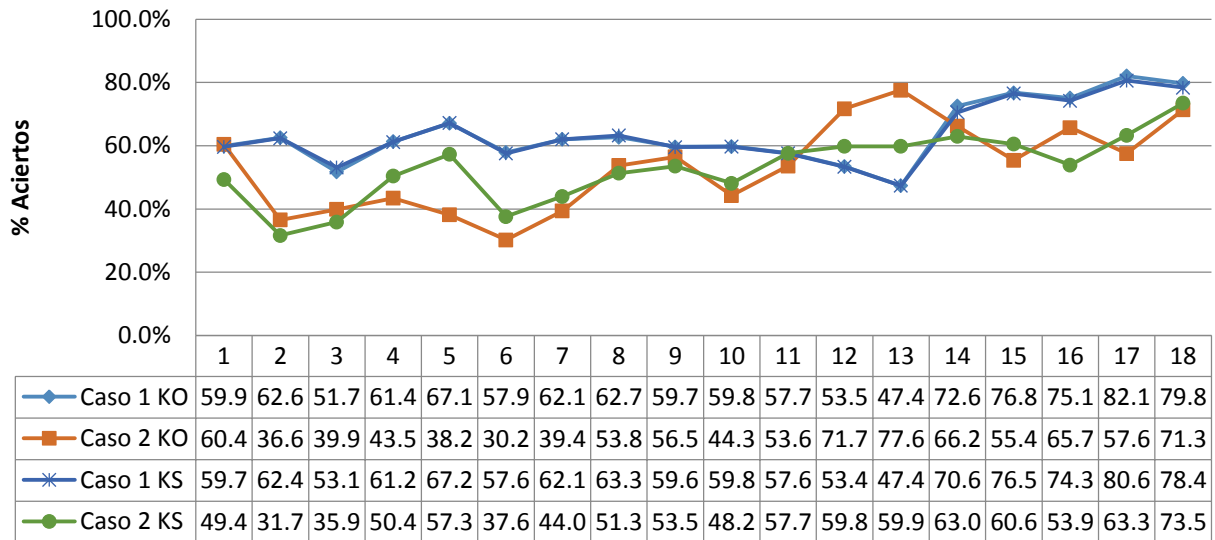


Figura 5.14: Comparación general de aciertos de kriging simple y ordinario para las proporciones de BXT globales y locales por banco

Se observa entonces que solamente en los bancos 12 y 13 la utilización de las proporciones banco a banco, a partir de información de sondajes, fue más efectiva en cuanto a un mayor porcentaje de aciertos. Así, se puede concluir que la precisión es mejor en el caso de utilización, como input, de las proporciones globales a partir de sondajes, utilizando como técnica para las simulaciones, el kriging ordinario. También esto puede tener relación con que los sondajes por banco pueden estar perdiendo información al estar los compósitos asociados a un soporte no adecuado (hay subestimación de la litología minoritaria presente en el compósito, ya que se codifica con otra litología, la litología que aporta mayor contribución de volumen de roca en el compósito).

### 5.5.2. Proporciones de BXT-no BXT en los bancos.

Los valores generados en las réplicas de la simulación producen una cierta cantidad de valor categórico de BXT y no BXT en los pozos. A partir de la observación de los resultados promedio por cada simulación de bancos (Tablas 5.9 y 5.10), se establece que el kriging ordinario, utilizando la proporción global o local de los sondajes, se desempeña mejor que kriging simple, por cuanto es más robusto para el valor medio de las proporciones. No obstante lo anterior, esto genera una mayor desviación estándar en las proporciones obtenidas, por lo que el intervalo de confianza sería mayor en el caso del kriging ordinario (genera mayor incertidumbre).

Caso 1	Usando Proporciones Globales				Proporción real del Banco	Diferencia con respecto a real KS	Diferencia con respecto a real KO
banco	KS		KO				
	Media	desv. Est.	Media	desv. Est.			
<b>1</b>	27.9%	7.7%	28.2%	7.8%	31.4%	-3.4%	-3.2%
<b>2</b>	38.1%	7.3%	38.2%	7.3%	30.7%	7.4%	7.6%
<b>3</b>	69.2%	3.5%	72.1%	3.1%	71.4%	-2.2%	0.7%
<b>4</b>	34.2%	11.2%	34.3%	11.2%	27.1%	7.1%	7.2%
<b>5</b>	64.7%	4.1%	71.4%	3.6%	73.4%	-8.6%	-2.0%
<b>6</b>	59.4%	4.1%	61.1%	4.1%	61.6%	-2.2%	-0.4%
<b>7</b>	64.9%	3.2%	67.3%	3.0%	57.8%	7.1%	9.5%
<b>8</b>	42.5%	8.2%	42.5%	8.0%	34.9%	7.6%	7.6%
<b>9</b>	48.4%	5.0%	48.4%	5.0%	45.5%	2.9%	3.0%
<b>10</b>	44.4%	3.6%	50.3%	3.3%	55.4%	-11.1%	-5.1%
<b>11</b>	61.4%	4.8%	61.9%	4.6%	53.6%	7.8%	8.3%
<b>12</b>	48.8%	4.3%	51.5%	4.4%	28.1%	20.6%	23.4%
<b>13</b>	46.2%	5.2%	46.4%	5.2%	57.6%	-11.3%	-11.2%
<b>14</b>	58.1%	3.2%	58.8%	3.1%	29.8%	28.3%	29.0%
<b>15</b>	66.0%	3.3%	69.4%	2.8%	79.4%	-13.4%	-10.1%
<b>16</b>	58.3%	4.3%	59.0%	4.1%	56.3%	2.0%	2.7%
<b>17</b>	66.3%	4.0%	67.3%	3.6%	77.6%	-11.3%	-10.3%
<b>18</b>	69.5%	6.0%	71.1%	5.6%	71.2%	-1.7%	-0.1%
<b>PROMEDIO</b>	<b>53.8%</b>	<b>12.8%</b>	<b>55.5%</b>	<b>13.7%</b>	<b>53.28%</b>	<b>3.14%</b>	<b>1.42%</b>

Tabla 5.9: Estadísticas de proporciones promedio por banco, utilizando proporciones globales asumidas desde sondajes

Al comparar las metodologías, podemos observar que la definición de la proporción banco a banco, al igual que en la cantidad de aciertos, falló en el banco 12. En el caso del banco 13, el error se puede deber a que las litologías introducidas en los compósitos pueden no estar relacionadas a la presente en el banco, por lo cual determinó en forma diferente el tipo de categoría, que tiene directa relación con la estimación del sondaje a través de las simulaciones (Figuras 5.15 y 5.16).

Caso 2	Usando Proporciones por Banco				Proporción real del Banco	Diferencia con respecto a real KS	Diferencia con respecto a real KO
banco	KS		KO				
	Media	desv. Est.	Media	desv. Est.			
1	27.8%	7.7%	28.2%	7.8%	31.4%	-3.6%	-3.2%
2	37.9%	7.3%	38.2%	7.3%	30.7%	7.3%	7.6%
3	69.2%	3.5%	72.0%	3.1%	71.4%	-2.2%	0.6%
4	35.4%	11.2%	35.5%	11.2%	27.1%	8.3%	8.4%
5	64.7%	4.1%	71.5%	3.6%	73.4%	-8.6%	-1.9%
6	59.7%	4.2%	61.3%	4.1%	61.6%	-1.9%	-0.3%
7	54.9%	3.2%	57.3%	3.0%	57.8%	-2.9%	-0.5%
8	42.9%	8.3%	42.7%	8.1%	34.9%	8.0%	7.8%
9	48.3%	5.0%	48.4%	5.0%	45.5%	2.9%	2.9%
10	44.4%	3.6%	50.3%	3.3%	55.4%	-11.0%	-5.1%
11	61.3%	4.8%	61.9%	4.6%	53.6%	7.7%	8.3%
12	48.8%	4.3%	51.6%	4.4%	28.1%	20.7%	23.4%
13	46.2%	5.2%	46.9%	5.2%	57.6%	-11.3%	-10.7%
14	58.0%	3.2%	58.8%	3.1%	29.8%	28.3%	29.0%
15	66.0%	3.4%	69.4%	2.8%	79.4%	-13.5%	-10.1%
16	58.3%	4.3%	59.0%	4.1%	56.3%	2.0%	2.7%
17	66.2%	4.0%	67.2%	3.6%	77.6%	-11.4%	-10.4%
18	69.1%	6.0%	70.9%	5.6%	71.2%	-2.1%	-0.3%
PROMEDIO	53.3%	12.4%	55.1%	13.2%	53.28%	2.68%	0.91%

Tabla 5.10: Resultados Proporciones Generales promedio por banco utilizando Proporciones locales asumidas desde sondajes

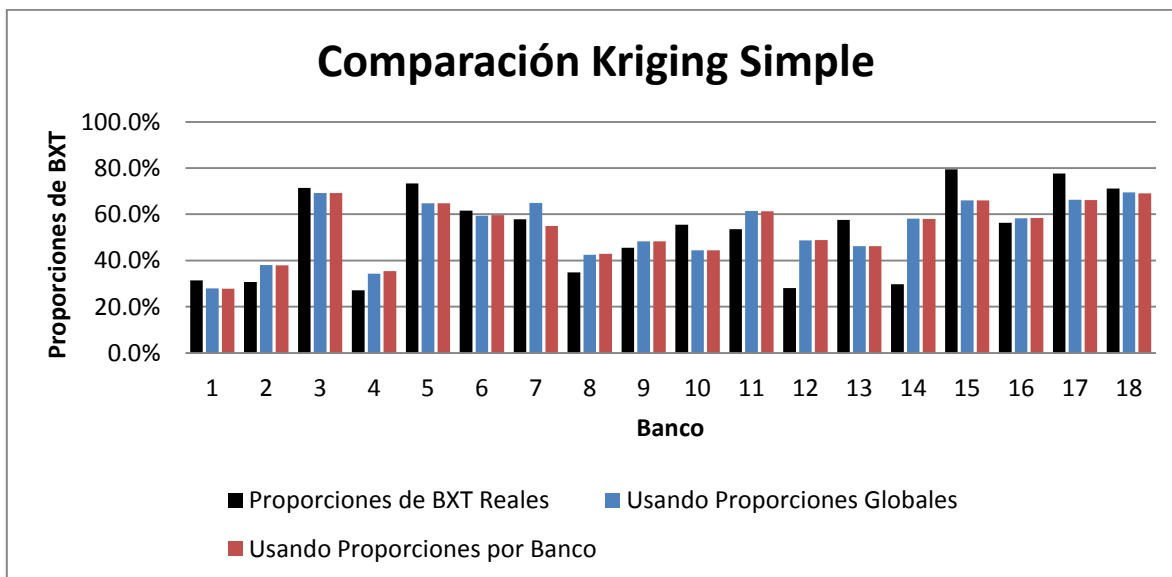


Figura 5.15: Comparación de las proporciones de BXT resultantes por kriging simple utilizando proporciones de BXT globales y locales por banco.

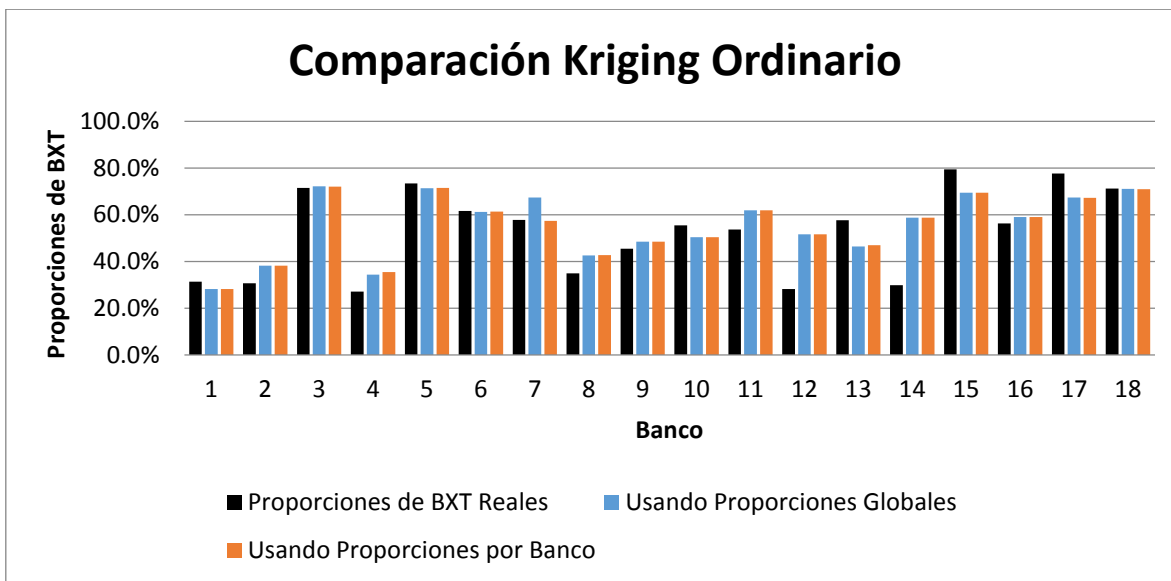


Figura 5.16: Comparación de las proporciones de BXT resultantes por kriging ordinario utilizando proporciones de BXT globales y locales por banco.

Comparando en forma general el desempeño de los tipos de kriging en la definición de las proporciones, evaluando la diferencia con respecto a la proporción real, el que obtuvo mejor acercamiento a las proporciones reales fue el kriging ordinario y se observan las diferencias en los bancos señaladas anteriormente (Figura 5.17).

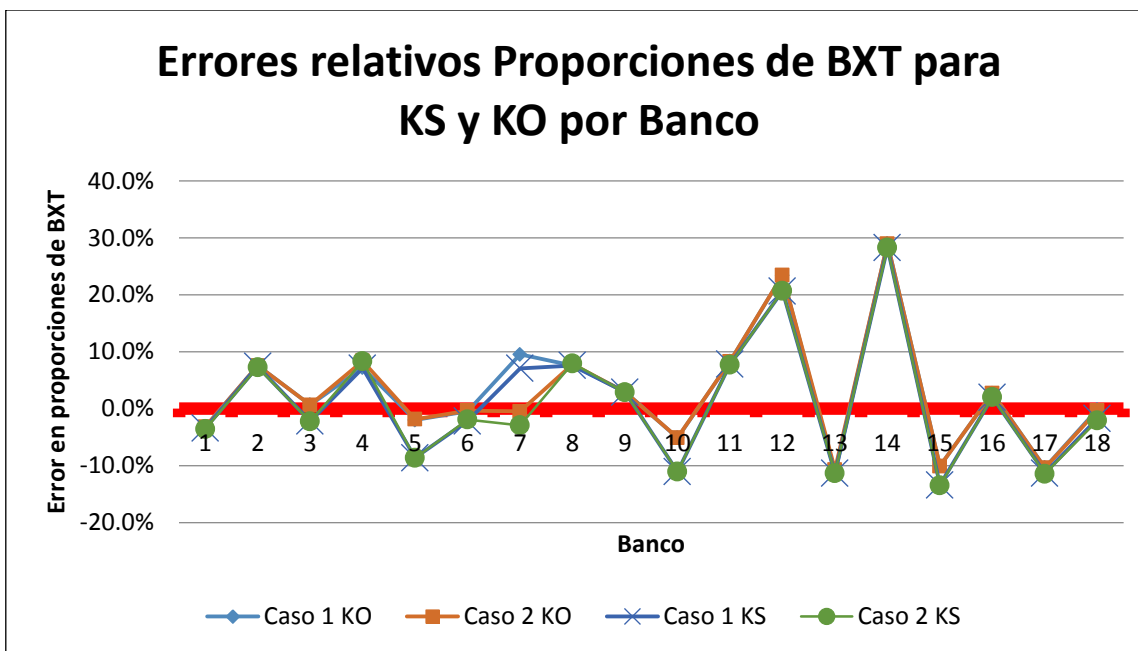


Figura 5.17: Comparación de las proporciones de BXT resultantes por kriging ordinario utilizando proporciones de BXT globales y locales por banco.

### 5.5.3. Cuantificación de errores

Los errores de la estimación, calculados como el promedio de errores (o diferencias relativas entre categorías) sobre las realizaciones, contribuyen a establecer la capacidad predictiva de los módulos. Los resultados de los errores se pueden apreciar en anexo 8.4.

Casos	Kriging Ordinario				Kriging Simple			
	Proporciones Globales Todos los datos		Proporciones Locales Todos los datos		Proporciones Globales Todos los datos		Proporciones Locales Todos los datos	
Tipo Error	<i>Error Promedio</i>	<i>Error Cuadrático medio</i>	<i>Error Promedio</i>	<i>Error Cuadrático medio</i>	<i>Error Promedio</i>	<i>Error Cuadrático medio</i>	<i>Error Promedio</i>	<i>Error Cuadrático medio</i>
Promedio Total	-0.016	0.026	-0.012	0.027	-0.023	0.025	-0.019	0.027
Varianza	0.0239	0.0022	0.0243	0.0024	0.0227	0.0021	0.0242	0.0022

Tabla 5.11: Comparación errores promedios y errores cuadráticos medios para kriging simple y ordinario

Se observa que el error cuadrático disminuye utilizando proporciones globales en ambos casos de kriging, y en el caso de kriging simple es levemente menor. Además, se observa que los errores promedio, en valor absoluto, son menores al usar kriging ordinario en lugar de kriging simple. Kriging simple entrega mayor precisión en la estimación pero con menor exactitud (existe un leve sesgo debido a una estimación incorrecta de las proporciones). De este modo, kriging ordinario produce errores absolutos que son menores que el kriging simple.

## 5.6. Conclusiones respecto al caso real analizado

Se debe señalar primero que en caso de la definición inicial de los sondajes ya existe pérdida de la información por cuanto se compositan los datos existentes de sondajes. De este modo en algunos casos, si la presencia de brechas era menor a 20% del tramo simplemente no se consideró dentro de las brechas de turmalina. Lo anterior puede explicar las diferencias con la realidad obtenida y el detalle de la definición de las proporciones por banco, que genera una diferencia con la realidad de pozos, lo que en algunos casos determinó un bajo porcentaje de aciertos. Por otro lado, el modelo variográfico utilizado es un modelo que se intenta aproximar a la realidad sin embargo no es capaz de reproducir exactamente la variabilidad. También puede haber sesgo por muestreo preferencial de los pozos (preferencial en sectores de mayores leyes de cobre, correspondientes a las brechas de turmalina)

Se puede apreciar que en los bancos cuya proporción difiere mucho de la proporción global se tiene en general menos precisión, por tanto en esos casos conviene utilizar proporciones

locales ya que aciertan de mejor forma a las muestras disponibles por banco. Los casos que se indicaron de bancos anómalos comprenden la necesidad de generar una correcta información. No obstante lo anterior, las conclusiones del experimento comprueban que el kriging ordinario, en cada una de las pruebas, se desempeña mejor en promedio por cuanto el porcentaje de aciertos obtenido, valor representativo de las proporciones y definición del tipo de litología. Con ello, se establece un modelo más robusto para la determinación de las litologías banco a banco. Los errores cometidos en la estimación reflejan además la relación de exactitud y precisión que tienen la utilización de proporciones globales y kriging ordinario.

Finalmente, comparando ambas opciones se puede establecer que en general el utilizar la información global puede ayudar a contribuir a mejorar la información local que aportan los sondeos, los cuales pueden venir manipulados y compositados de tal forma que no correspondan a la litología del banco o bien se tenga existencia de varias litologías entrecruzadas (tal como se describe en la geología). Hay que tener en cuenta que, de todas formas, la información general aumenta el rango de incertidumbre en la proporción.



## 6. CONCLUSIONES GENERALES

La bibliografía consultada abarca muchos aspectos relativos al modelamiento de unidades geológicas de yacimientos mineros. Sin embargo, a la fecha, todas ellas asumen que las proporciones son conocidas y por lo tanto se debe utilizar kriging simple en la determinación de distribuciones condicionales en simulación Gaussiana truncada para construir los modelos simulados. Producto del muestro no exhaustivo, se tiene proporciones categóricas que son inevitablemente erradas respecto de la realidad, lo cual explica, en parte, las diferencias entre los planes proyectados y la realidad de la explotación en minería. Este factor de incertidumbre es crucial dado que los modelos geológicos definen las unidades geológicas a explotar, y además indican las características y condiciones a las que se debe explotar el mineral, como son la dureza de mineral, tipo de alteración, fracturas presentes, entre otras. Esto incide directamente en el diseño de plantas, debido a la variabilidad de dureza del tipo de roca; en el uso de explosivos diferentes, por calidad de la roca; en los tipos de químicos a utilizar para el posterior tratamiento del mineral y su concentración, entre múltiples aspectos.

Los criterios que permiten definir el desempeño de las simulaciones deberían ser los siguientes:

- **Acierto en la predicción de las categorías:** midiendo el porcentaje de aciertos en los sitios en donde se generarán las diferentes realizaciones de la simulación. Se puede establecer cuánto error se comete en las simulaciones.
- **Robustez frente a cambios en la información de proporciones** Se utiliza la proporción de litologías (como variable categórica) tanto globalmente como banco a banco como información condicionante, que permite establecer si esta información es errónea con relación a la proporción real del sector.
- **Cuantificación de la incertidumbre:** Así como se establece midiendo la proporción, la dispersión de los valores simulados en los sitios en donde se generarán las diferentes realizaciones de la simulación deben generar la menor dispersión posible de modo de tener un rango de incertidumbre lo más acotado posible en torno a la media, pero con la suficiente confianza en torno al valor.

Para el caso del criterio de aciertos, en general se espera que el kriging simple debiera desempeñarse mejor si las proporciones fueran conocidas. Dado que se trabaja con una cantidad limitada de valores de información geológica, éstos deben ser establecidos mediante un modelo general (utilizando la totalidad de los datos y no sólo por secciones o bancos). En cuanto a la cuantificación de la incertidumbre teóricamente kriging simple debería comportarse mejor. La diferencia, tal como se señaló en el inicio, se debe a la reproducibilidad de las proporciones litológicas, por cuanto es esencialmente desconocida la proporción de los distintos tipos de roca en la realidad. De este modo, para las metodologías anteriormente probadas en el caso sintético y posteriormente en el caso real, bajo los criterios mencionados anteriormente, el kriging ordinario

se desempeña de mejor forma por cuanto es capaz de hacerse cargo de la incertidumbre en torno al valor esperado (o valor de la proporción) de la variable categórica.

En relación a la variante propuesta, es efectivo que se hace cargo del problema de la definición de los límites geológicos, que no altera la media de los datos de categorías pero sí agrega variabilidad localmente para la generación del modelo de simulación de unidades geológicas. No obstante lo anterior, se debe tener cuidado en elegir un número adecuado de realizaciones, ya que puede generar escenarios muy desfavorables al tener mayor incertidumbre en el tratamiento y condicionamiento de los datos por cuanto generar un menor número de aciertos. Por lo anterior debe existir algún parámetro de optimalidad que puede relacionar kriging simple y kriging ordinario, ya que la definición de las proporciones puede ser absolutamente desconocida (Figura 6.1) y en el caso de kriging ordinario la distribución se desplaza, pero el umbral se mantiene fijo.

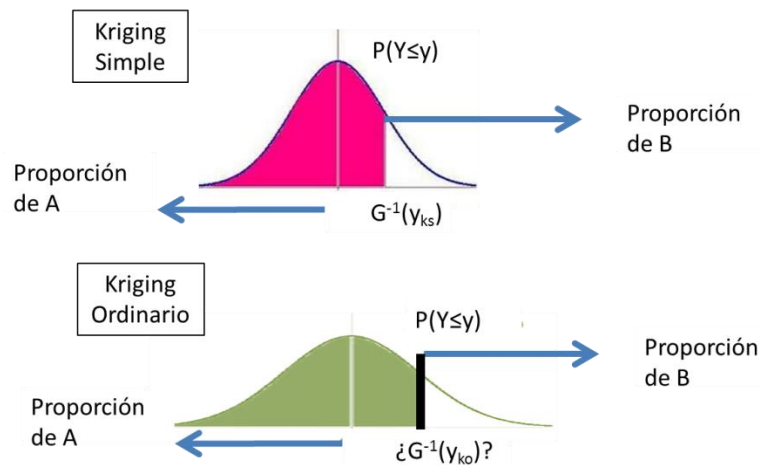


Figura 6.1: Comparación entre kriging simple y ordinario, respecto a la incertidumbre en la media de la variable Gaussiana

Finalmente se recalca que modelo de simulación depende fuertemente de las consideraciones por cuanto la cantidad de datos, el tipo de kriging utilizado y el modelo variográfico subyacente. A partir del trabajo anterior, se pueden generar otros estudios conducentes a mejorar y refinar las conclusiones, las cuales deben responder a las siguientes preguntas:

- ¿Será posible extender esta metodología a modelos plurigaussianos?
- ¿Qué tipo de kriging es conveniente utilizar para la simulación? ¿Existirá un intermediario entre kriging simple y ordinario que se haga cargo del problema de la incertidumbre?

## 7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Armstrong M., Galli A., Beucher H., Le Loc'h G., Renard D., Doligez B., Eschard R., Geoffroy F., 2011. *Plurigaussian simulations in geosciences*, Berlin: Springer.
- [2] Caballero E., 2012. *Predicción multivariable de recursos recuperables*. Memoria para optar al título de ingeniero civil de minas. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, p. 19-26.
- [3] Cáceres, A. 2010. *Simulación Conjunta de Unidades Geológicas y Leyes de Cobre en el Sector Sur-Sur del Depósito Rio Blanco-Los Bronces*. Tesis para optar al grado de Magister en Ciencias mención Geología – Memoria para optar al título de Geólogo. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile.
- [4] Cáceres A., Emery X., Gálvez O., Aedo L., 2011. *Stochastic Geological Modelling using Implicit Boundary Simulation*. Second international Seminar on Geology for the Mining Industry, GEOMIN 2011.
- [5] Camus, F. 2003. *Geología de los sistemas porfídicos en Los Andes de Chile*. Servicio Nacional de Geología y Minería. Santiago, Chile. p 232-236.
- [6] Cuadra, P.2011. *El impacto del Conocimiento Geológico en el Negocio Minero. El caso de División Andina*. Second international Seminar on Geology for the Mining Industry GEOMIN 2011.
- [7] Emery, X. 2007. *Simulation of geological domains using the plurigaussian model: new developments and computer programs*. Computers & Geosciences, vol. 33, no 9, p. 1189-1201.
- [8] Emery X., 2008. *Simulación estocástica y geoestadística no lineal*. Departamento de Ingeniería de Minas, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, 189 p.
- [9] Emery X., 2011. *Geoestadística*. Departamento de Ingeniería de Minas, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, 149 p.
- [10] Emery, X., Lantuéjoul, C., 2006. *Tbsim: A computer program for conditional simulation of three-dimensional gaussian random fields via the turning bands method*. Computers & Geosciences, Vol. 32(10), p. 1615-1628.
- [11] Emery, X., Ortiz, J., Cáceres, A., 2008. *Geostatistical modelling of rock type domains with spatially varying proportions: application to a porphyry copper deposit*. Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy. Vol. 108(5). p 285-292.
- [12] Flores C., Hormazabal J., 2007. *Plan de Manejo de Residuos Peligrosos*. Anexo 1.3 del Apéndice 2, documento proyecto "Mejoramiento de la Infraestructura para el Acopio y Almacenamiento Temporal de Residuos Industriales Sólidos Andina". p 1-16.

[13] Xu C., Dowd P., 2003. *Optimal construction and visualization of geological structures*. Computers & Geosciences, Vol. 29; p. 761–773.

[14] Xu C., Dowd P., 2009. *Conditional Simulation of Grades Controlled by Geological Indicators*. Old and new dimensions in a changing world: Conference Proceedings of the Ore body modelling and strategic mine planning; p.43-50.

Para consultas de conocimiento general sobre estadística y probabilidades, se utilizó como referencia:

[15] Ross, S.1998. *A First Course in Probability*. 5th Edition. Prentice-Hall

Para consultas a publicaciones mencionadas que son parte de otra publicación, se utilizó como referencia:

[16] Freulon X., de Fouquet C., 1993. *Conditioning a Gaussian model with inequalities*. In: Soares A (Ed) Geostat Troia 92, Vol. 1. Kluwer, Dordrecht; p.201–212.

[17] Frikken P., 2003. *Breccia-hosted copper-molybdenum mineralisation at Rio Blanco, Chile*. PhD thesis, University of Tasmania, Australia.

[18] Matheron G., 1973. The intrinsic random functions and their applications. *Advances in Applied Probability*. Vol. 55. p.439-468.

[19] Meyn S., Tweedie R., 1993. *Markov chains and stochastic stability*. Springer, Berlin. 550 pp.

[20] Vargas F., Gustafson L., Vukasovic M., and Skewes A., 1999. *Ore Breccias in the Rio Blanco- Los Bronces Porphyry Copper Deposit, Chile*. *Society of Economic Geologists*. Special Publication, Vol. 7. p.281-297.

[21] Warnaars F., Holgrem C., and Barassi. S., 1985. *Porphyry copper and tourmaline breccias at Los Bronces - Rio Blanco, Chile*. *Economic Geology*, Vol. 80. p.1544-1565.

## 8. ANEXOS

### 8.1. Histogramas de proporciones en pruebas del caso de pruebas con realidades sintéticas

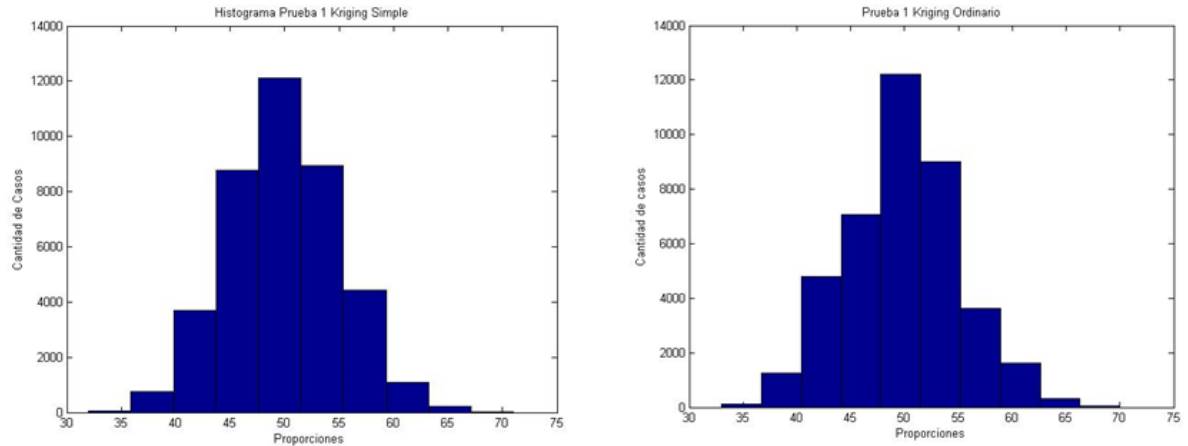


Figura8.1: Histograma de Proporciones en las 100 realizaciones para Prueba 1, usando Kriging Simple y Kriging Ordinario

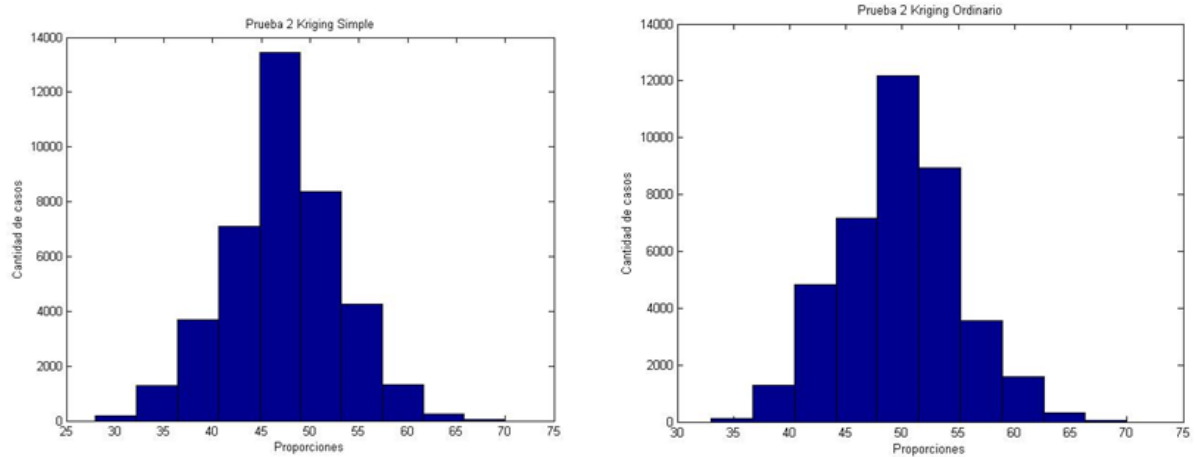


Figura 8.2: Histograma de Proporciones en las 100 realizaciones para Prueba 2, usando Kriging Simple y Kriging Ordinario

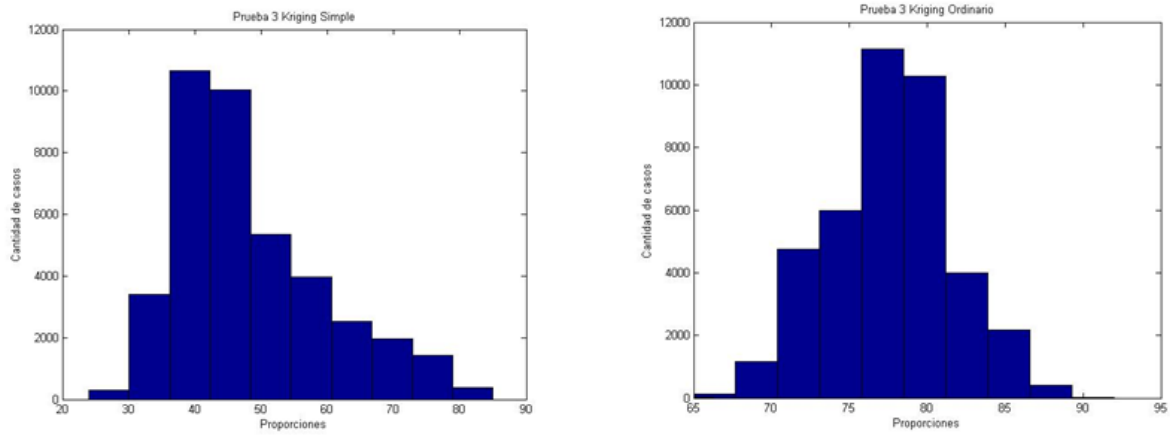


Figura 8.3: Histograma de Proporciones en las 100 realizaciones para Prueba 3, usando Kriging Simple y Kriging Ordinario

## 8.2. Variogramas realidades simuladas y en las 100 realizaciones para las pruebas 1,2 y 3 del caso sintético

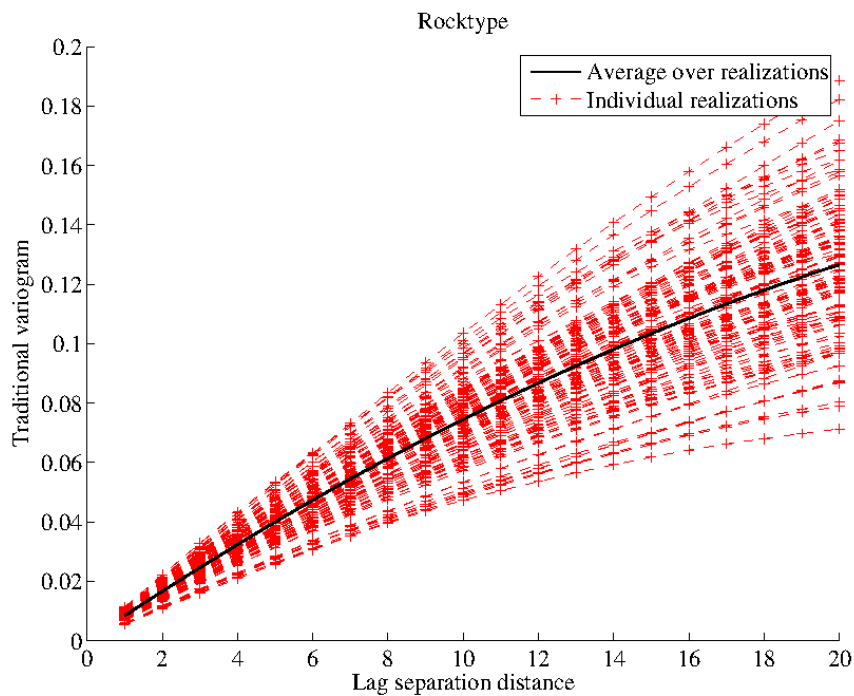


Figura 8.4: Variograma medio 100 realidades simuladas en forma no Condicional, para los valores verdaderos del caso sintético

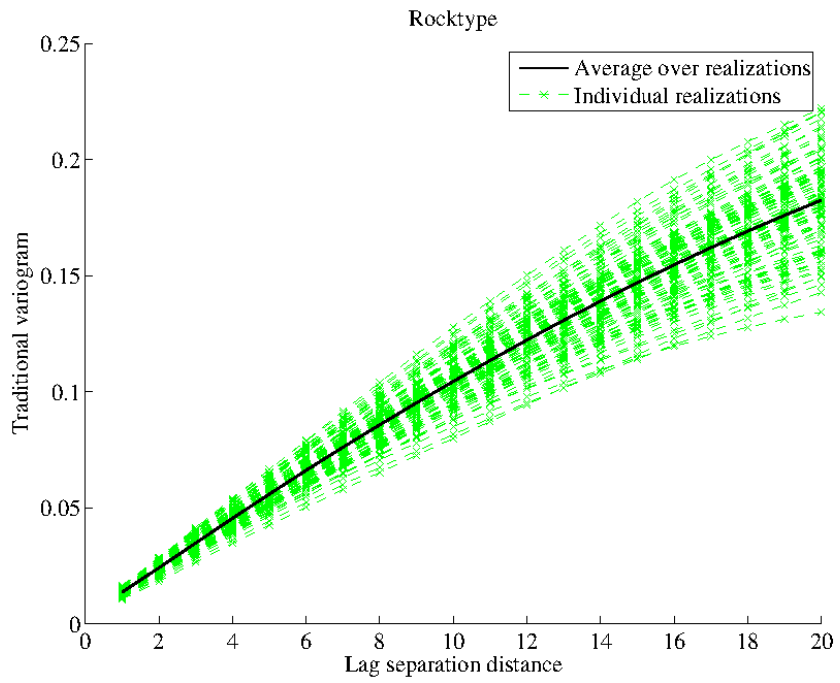


Figura 8.5: Variograma medio 100 realidades simuladas para prueba 1 caso 1

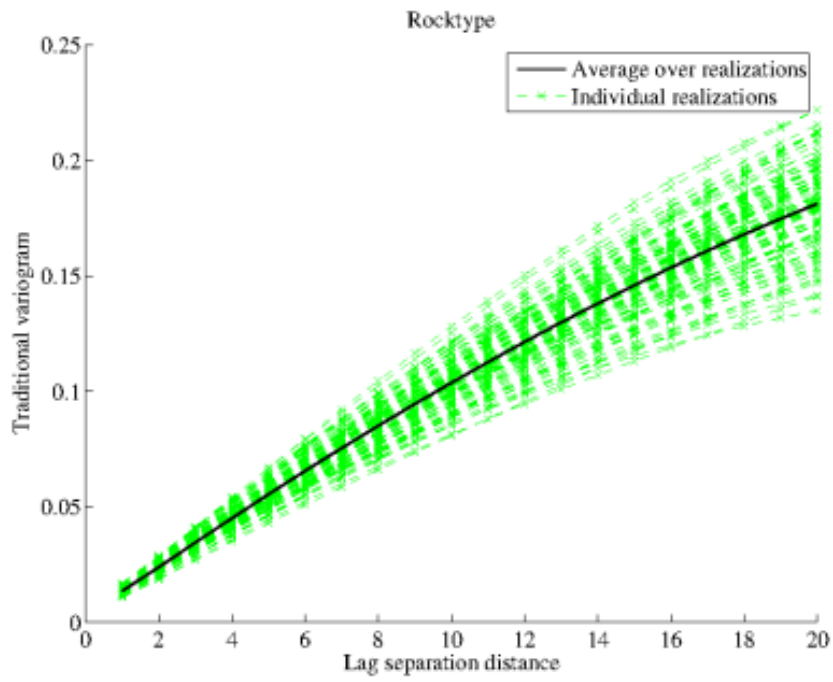


Figura 8.6: Variograma medio 100 realidades simuladas para prueba 1 caso 2

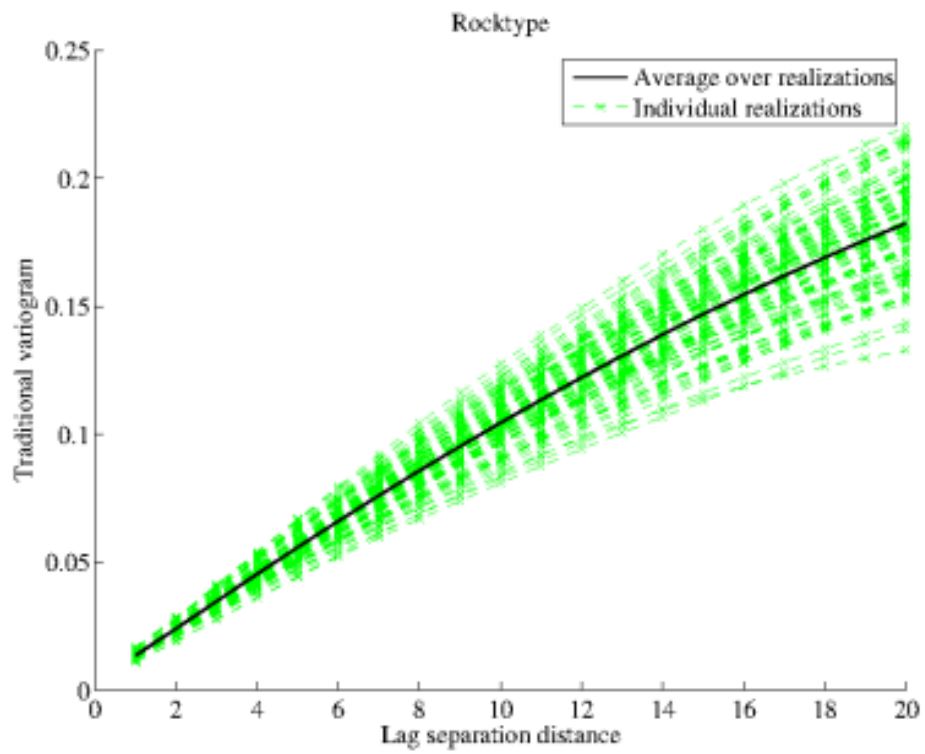


Figura 8.7: Variograma medio 100 realidades simuladas para prueba 2 caso 3

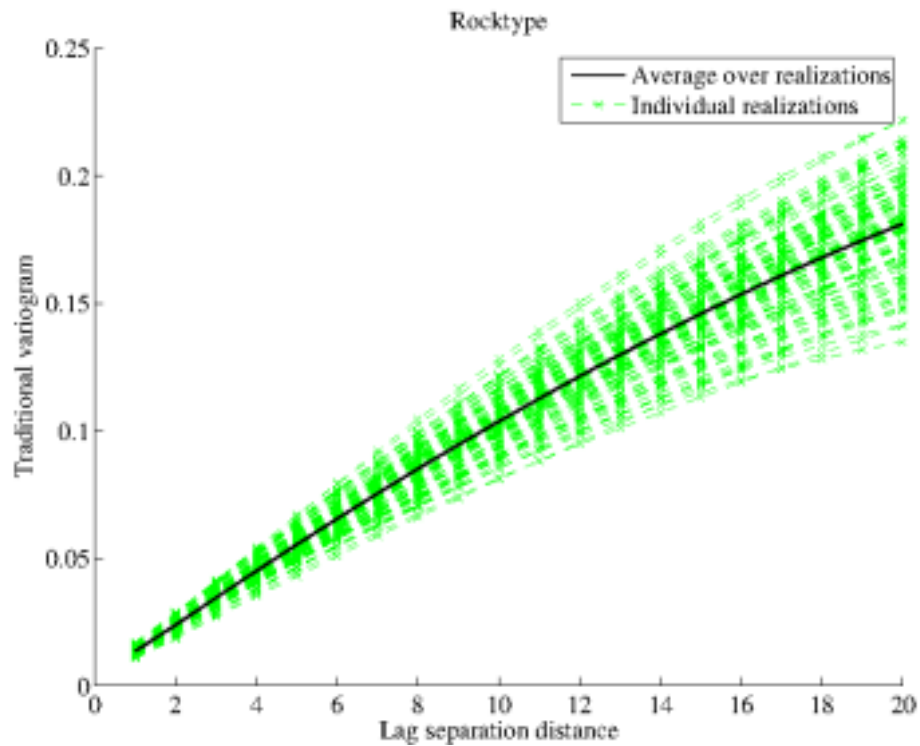


Figura 8.8: Variograma medio 100 realidades simuladas para prueba 2 caso 4



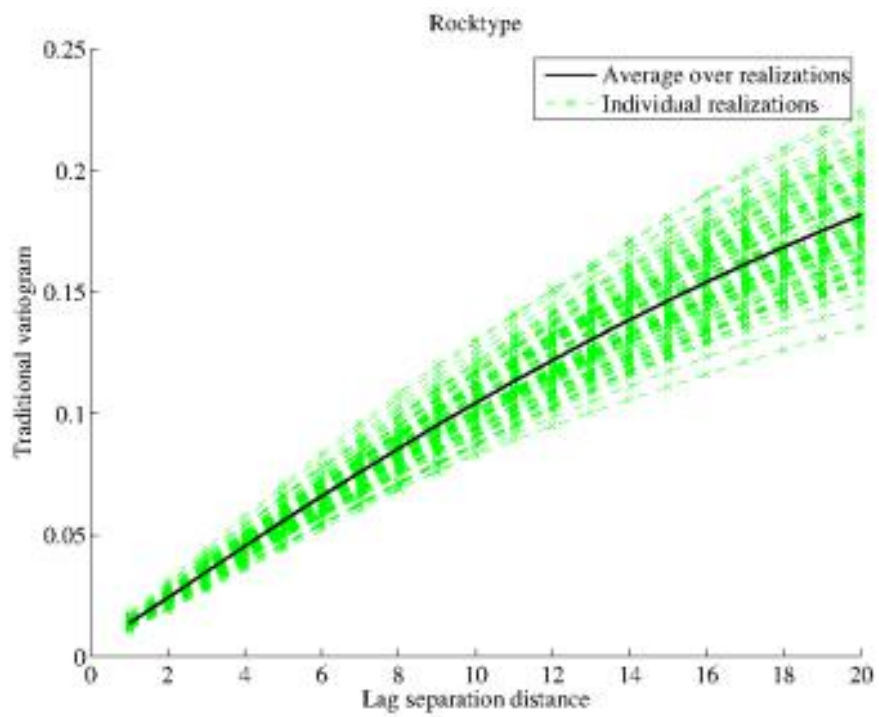


Figura 8.9: Variograma medio 100 realidades simuladas para prueba 3 caso 5

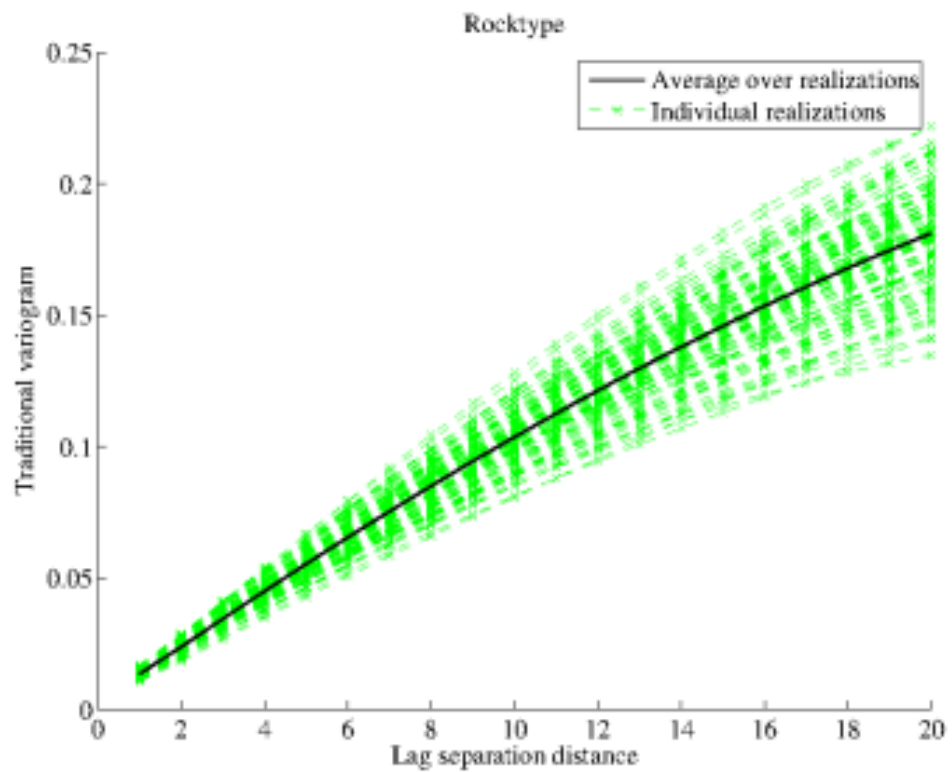


Figura 8.10: Variograma medio 100 realidades simuladas para prueba 3 caso 6

### 8.3. Litologías disponibles en el yacimiento Río Blanco-Los Bronces

<b>Valores en Variable (ROCAN11)</b>	<b>Descripción</b>	<b>Equivalencia código numérico</b>
1	ANDESITA	AN
2	BRECHA ANDESITICA (NORTE)	BXAN
3	GRANODIORITA RIO BLANCO	GDRB
4	GRANODIORITA CASCADA	GDCC
5	BRECHA DE GRANODIORITA RIO BLANCO	BXGDRB
6	BRECHA DE GRANODIORITA CASCADA	BXGDCC
7	BRECHA DE PORFIDO	BXP
8	BRECHA MAGMATICA DE GRANODIORITA	BXMGD
9	BRECHA DE MOLIBDENITA	BXMO
10	PORFIDO CUARZO MONZONITICO	PQM
12	PORFIDO FELDESPATICO	PFELD
13	PORFIDO INDIFERENCIADO	PFIN
14	PORFIDO MONZONITICO	PM
16	ROCA BRECHIZADA Y TURMALINIZADA	BT
17	ANDESITA TURMALINIZADA	BTAN
18	GRANODIORITA RIO BLANCO TURMALINIZADA	BTGDRB
19	GRANODIORITA CASCADA TURMALINIZADA	BTGDCC
20	BRECHA DE TURMALINA	BXT
21	BRECHA DE TURMALINA CON C. DE ANDESITA	BXTAN
22	BRECHA DE TURMALINA CON C. DE GD. CASCADA	BXTGDCC
23	BRECHA DE TURMALINA CON C. DE GD. RIO BLANCO	BXTGDRB
25	BRECHA DE TURMALINA CON C. DE PORFIDO	BXTP

Tabla 8.1: Tipos de Rocas del Yacimiento Río Blanco Los Bronces (parte 1)

<b>Valores en Variable (ROCAN11)</b>	<b>Descripción</b>	<b>Equivalencia código numérico</b>
26	BRECHA DE TURMALINA CON ABUNDANTE TURM.	BXTT
27	BRECHA DE ANHIDRITA	BXANH
28	BRECHA MONOLITO	BXMN
29	BRECHA MONOLITO TURMALINIZADA	BTBXMN
30	BRECHA DE TURMALINA C. C. BRECHA MONOLITO	BXTBXMN
31	BRECHA TOBACEA (BRECHA CASTELLANA)	BXTO
33	BRECHA TOBACEA CON C. DE BX. QZ. Y SERICITA	BXTOBXQS
34	BRECHA TURMALINA Y TOBACEA (BX. PALOMA)	BXTTO
35	PORFIDO DON LUIS	PDL
36	BRECHA DE PORFIDO DON LUIS	BXPDL
37	BRECHA DE CUARZO CON C. PORFIDO DON LUIS	BXQDL
40	BRECHA DE HEMATITA	BXHEM
41	BRECHA DE QZ Y SERICITA CON C. BXTGD	BQSBXTGD
42	BRECHA DE QZ Y SERICITA CON C. BXTAN	BQSBXTAN
43	CHIMENEA DACITICA	CHDAC
44	BRECHA DE CONTACTO DACITICA	BXCHDAC
45	CHIMENEA RIOLITICA	CHRIOL
46	BRECHA DE CONTACTO RIOLITICA	BXCHRIOL
47	MORRENA RIO BLANCO	MORRB
48	BOTADERO	BOT
50	BRECHA TURMALINA C. GRANODIORITA	BXTGD
51	PORFIDO DON LUIS BRECHIZADO C/TURMALINA	BTPDL
53	FILON APLITICO	APLI
54	DIORITA	DIOR
55	MORRENA RINCONADA	MORRINC
58	BRECHA DE CUARZO-ANHIDRITA	BXQANH
59	MORRENA CERRO NEGRO	MORCN
60	SOBRECARGA ROCA	SOB
63	ROCA CON METASOMATISMO DE BIOTITA	RMB
64	ROCA CON INYECCIONES DE FELD. K	RFK
66	BRECHA IGNEA	BXIG
67	BRECHA DE MATRIZ DE SILICE - FK	BXSK
68	BRECHA INDIFERENCIADA	BXIN
69	GRANODIORITA INDIFERENCIADA	GDIN
70	BRECHA MATRIZ BIOTITA	BXB
71	BRECHA MATRIZ CLASTICA (Polvo de roca)	BXPR

Tabla 8.2: Tipos de Rocas del Yacimiento Río Blanco Los Bronces (parte 2)

**8.4. Tabla de errores medios y errores cuadráticos medios para kriging simple y ordinario en los diferentes bancos.**

Errores	Kriging Ordinario				Kriging Simple			
	Proporciones Globales Todos los datos		Proporciones Locales Todos los datos		Proporciones Globales Todos los datos		Proporciones Locales Todos los datos	
Bancos	<i>Error Promedio</i>	<i>Error Cuadrático medio</i>	<i>Error Promedio</i>	<i>Error Cuadrático medio</i>	<i>Error Promedio</i>	<i>Error Cuadrático medio</i>	<i>Error Promedio</i>	<i>Error Cuadrático medio</i>
Banco 1	-0.057	0.008	-0.052	0.008	-0.054	0.008	-0.031	0.006
Banco 2	0.080	0.011	0.080	0.011	0.081	0.012	0.087	0.013
Banco 3	0.211	0.047	0.214	0.049	0.195	0.041	0.203	0.044
Banco 4	-0.088	0.020	-0.006	0.009	-0.085	0.020	0.0003	0.010
Banco 5	0.074	0.007	0.075	0.007	0.050	0.004	0.053	0.005
Banco 6	0.104	0.014	0.105	0.014	0.101	0.013	0.105	0.014
Banco 7	0.101	0.013	0.107	0.014	0.062	0.007	0.069	0.008
Banco 8	0.082	0.012	0.088	0.013	0.089	0.014	0.107	0.018
Banco 9	-0.095	0.012	-0.097	0.012	-0.095	0.012	-0.099	0.013
Banco 10	-0.084	0.009	-0.084	0.009	-0.083	0.009	-0.081	0.009
Banco 11	0.061	0.006	0.061	0.006	0.060	0.006	0.0588	0.006
Banco 12	-0.271	0.076	-0.279	0.080	-0.273	0.077	-0.284	0.083
Banco 13	-0.440	0.196	-0.441	0.197	-0.440	0.196	-0.451	0.206
Banco 14	-0.131	0.018	-0.133	0.019	-0.136	0.020	-0.166	0.029
Banco 15	0.061	0.005	0.060	0.005	0.047	0.003	0.041	0.003
Banco 16	0.011	0.002	0.011	0.002	0.007	0.002	0.003	0.002
Banco 17	0.094	0.010	0.093	0.010	0.081	0.008	0.076	0.007
Banco 18	-0.007	0.003	-0.013	0.003	-0.021	0.004	-0.0375	0.005
<b>Promedio Total Errores</b>	<b>-0.016</b>	<b>0.026</b>	<b>-0.012</b>	<b>0.027</b>	<b>-0.023</b>	<b>0.025</b>	<b>-0.019</b>	<b>0.027</b>
<b>Varianza Promedio Errores</b>	<b>0.0239</b>	<b>0.0022</b>	<b>0.0243</b>	<b>0.0024</b>	<b>0.0227</b>	<b>0.0021</b>	<b>0.0242</b>	<b>0.0022</b>

Tabla 8.3: errores medios y errores cuadráticos medios para kriging simple y ordinario en los diferentes bancos

**8.5. Representación realidad litológica del banco y la proporción de aciertos según la prueba realizada en caso real yacimiento Río Blanco-Los Bronces**

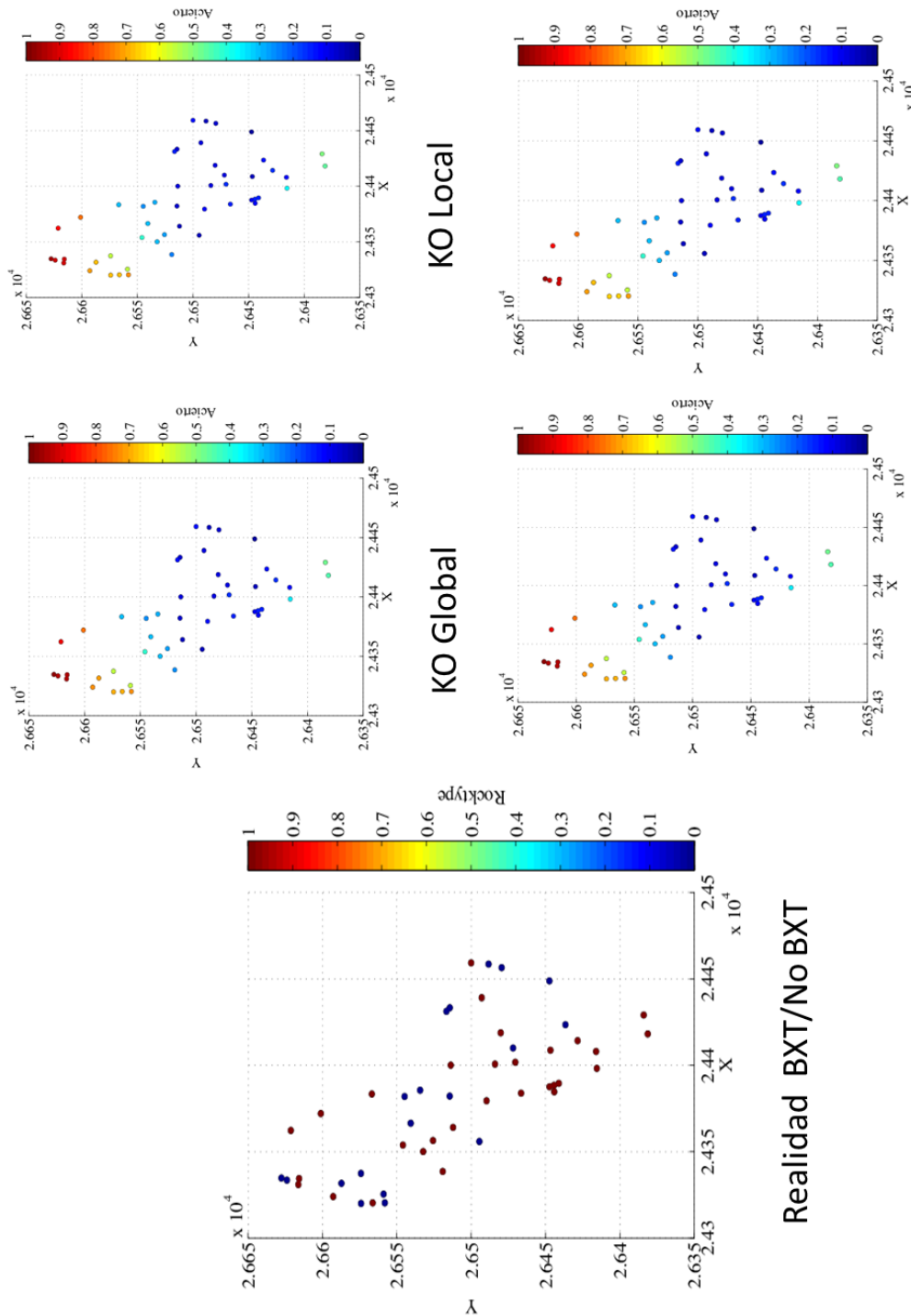


Figura 8.11: Vista en planta banco 1 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input

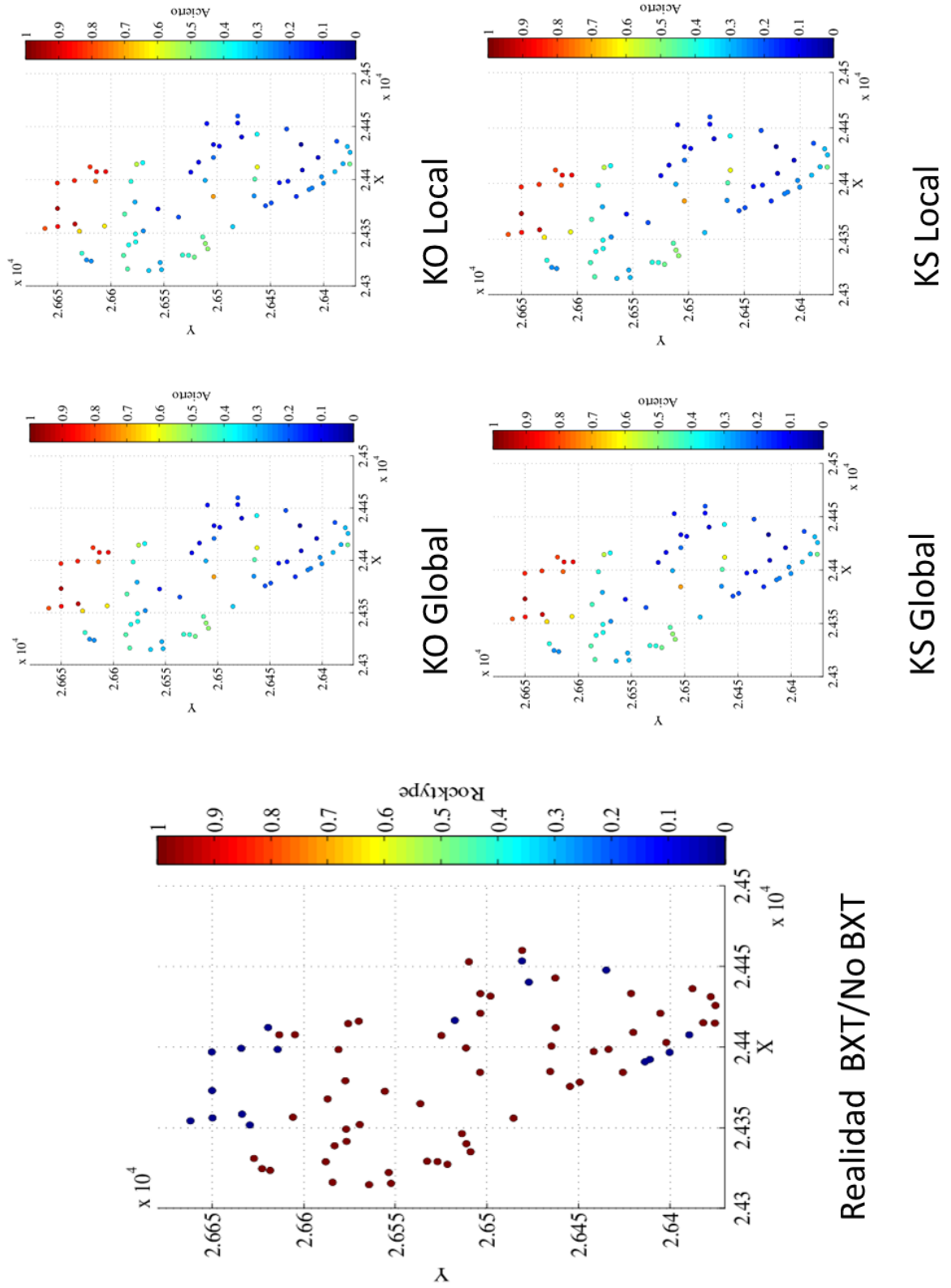


Figura 8.12: Vista en planta banco 2 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input

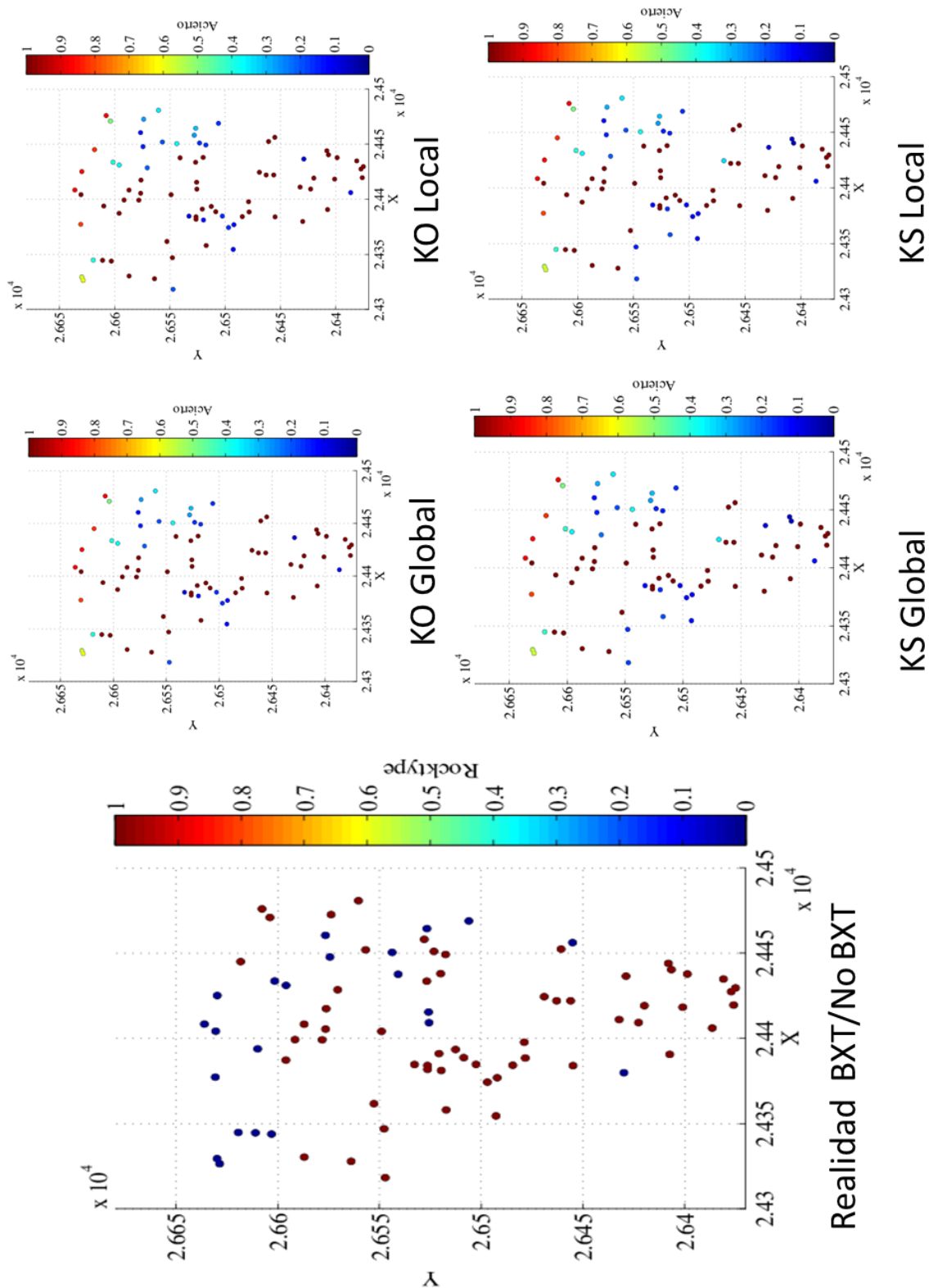


Figura 8.13: Vista en planta banco 3 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input

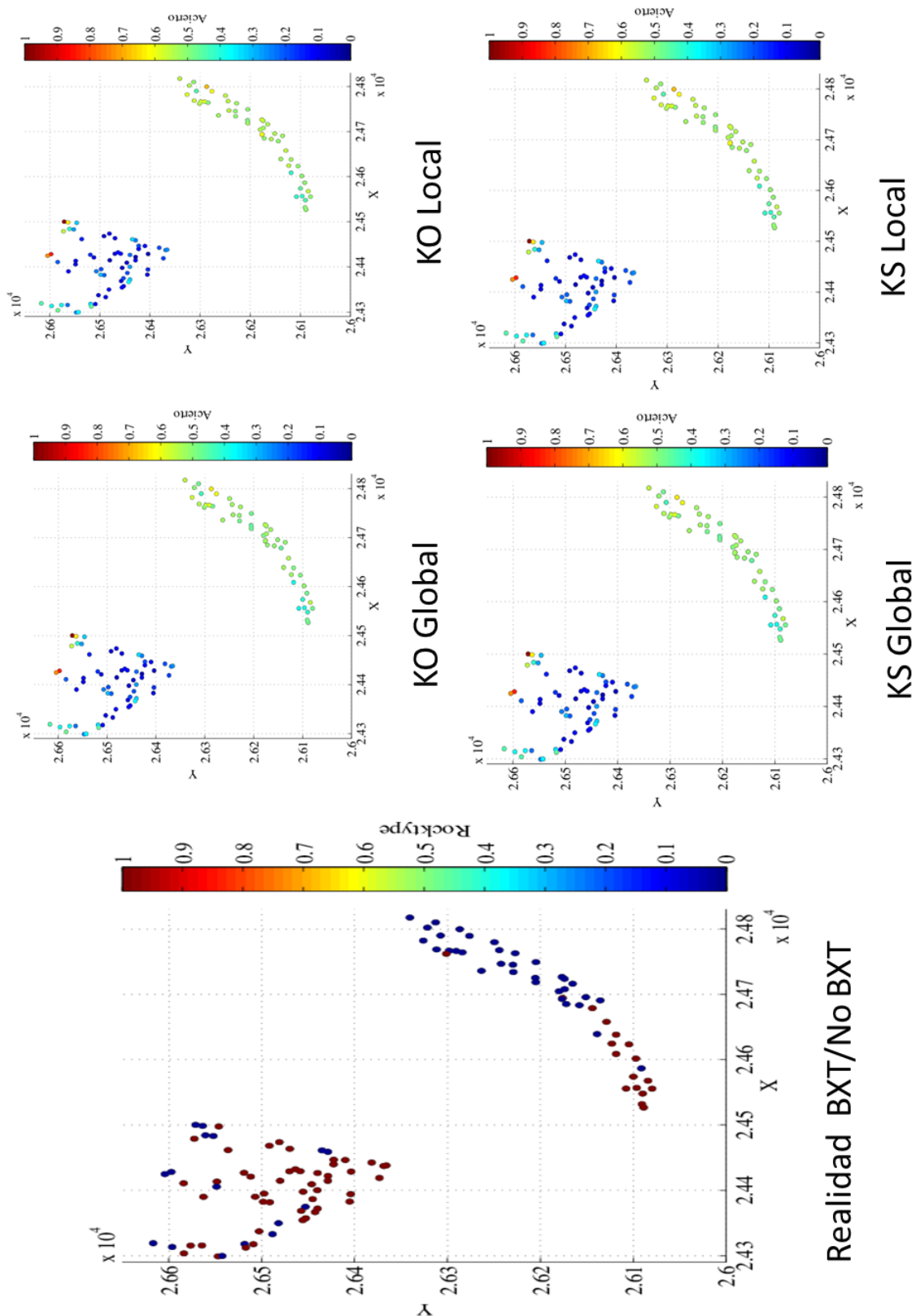


Figura 8.14: Vista en planta banco 4 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input



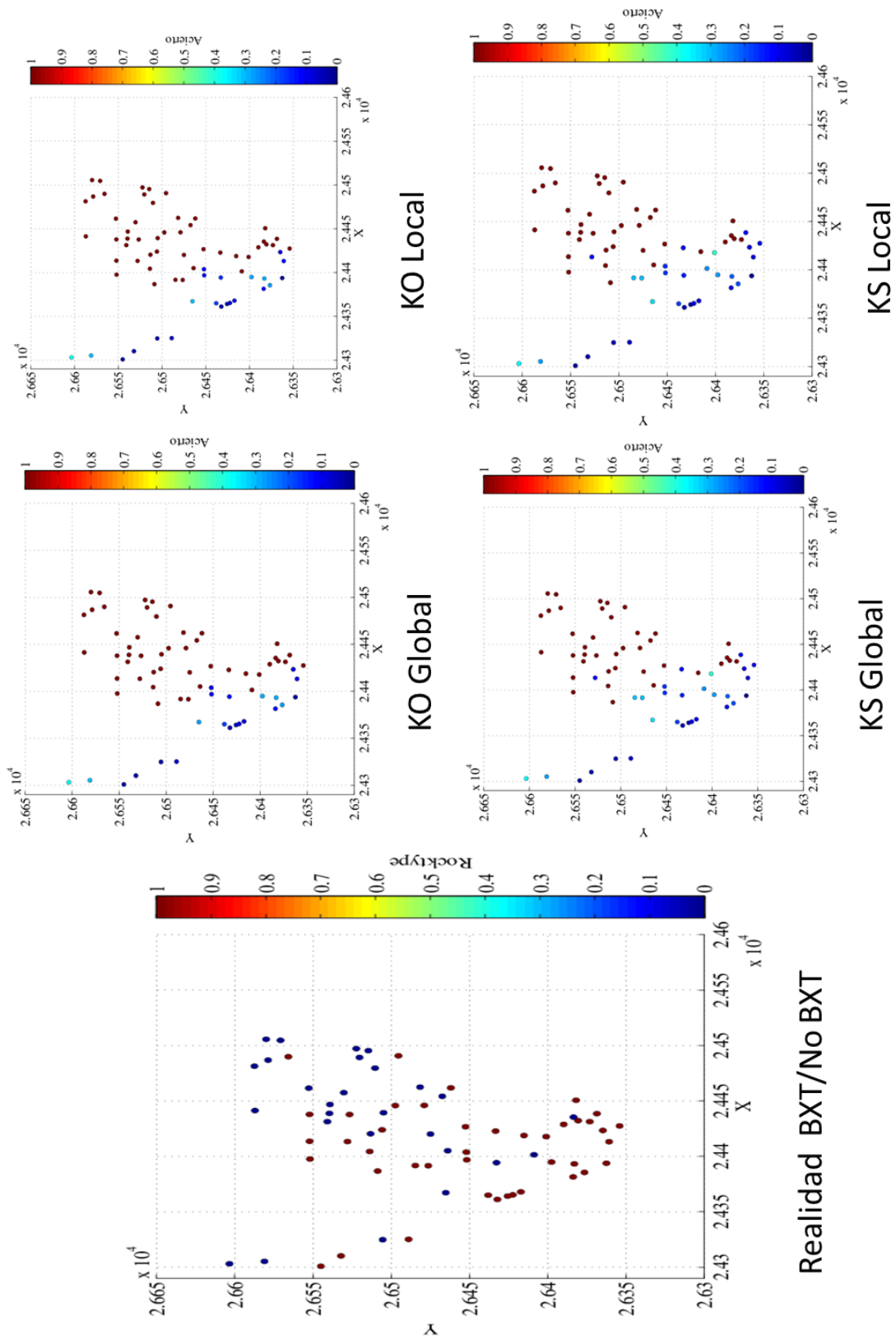


Figura 8.15: Vista en planta banco 5 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input

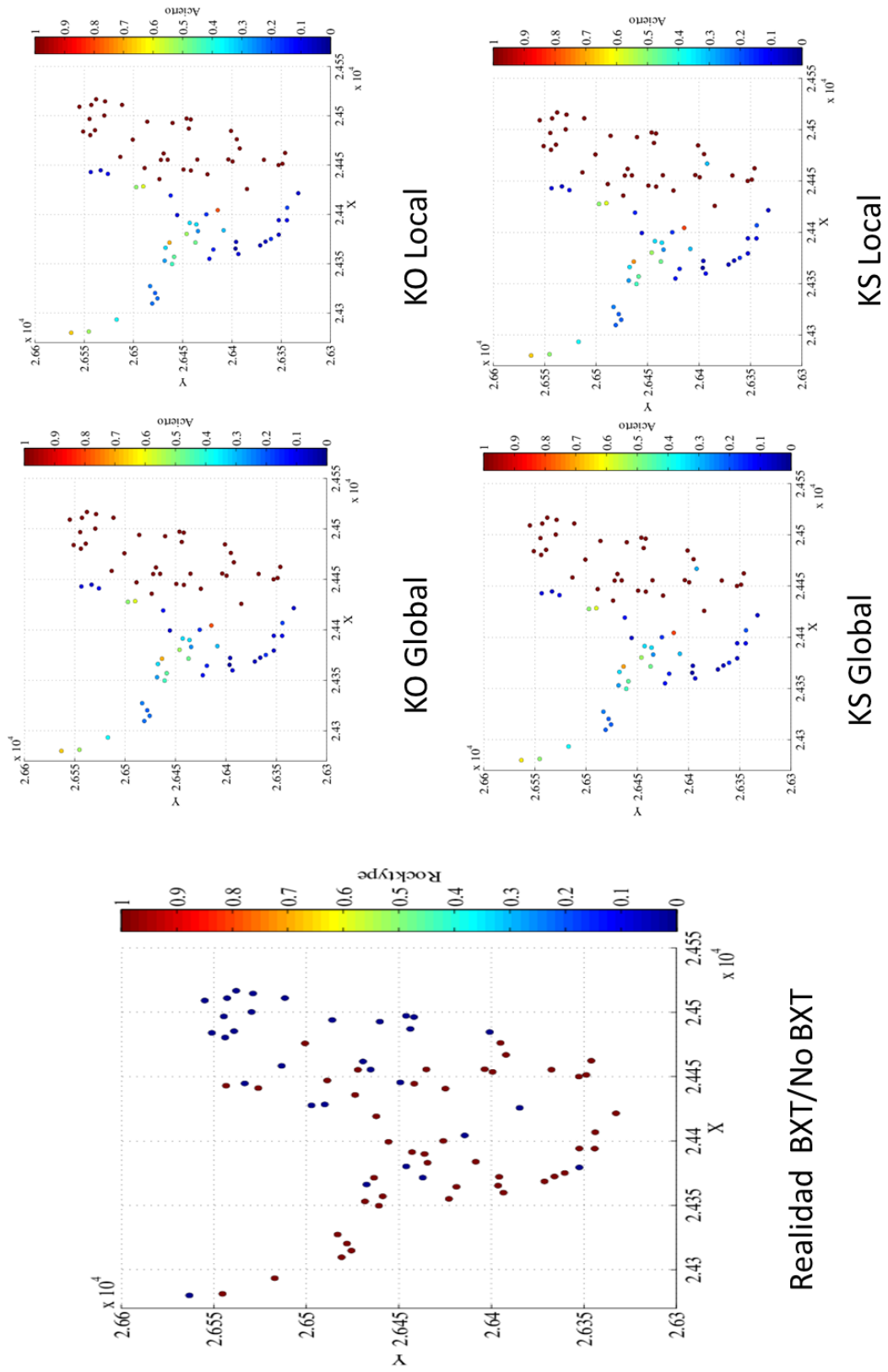


Figura 8.16: Vista en planta banco 6 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input

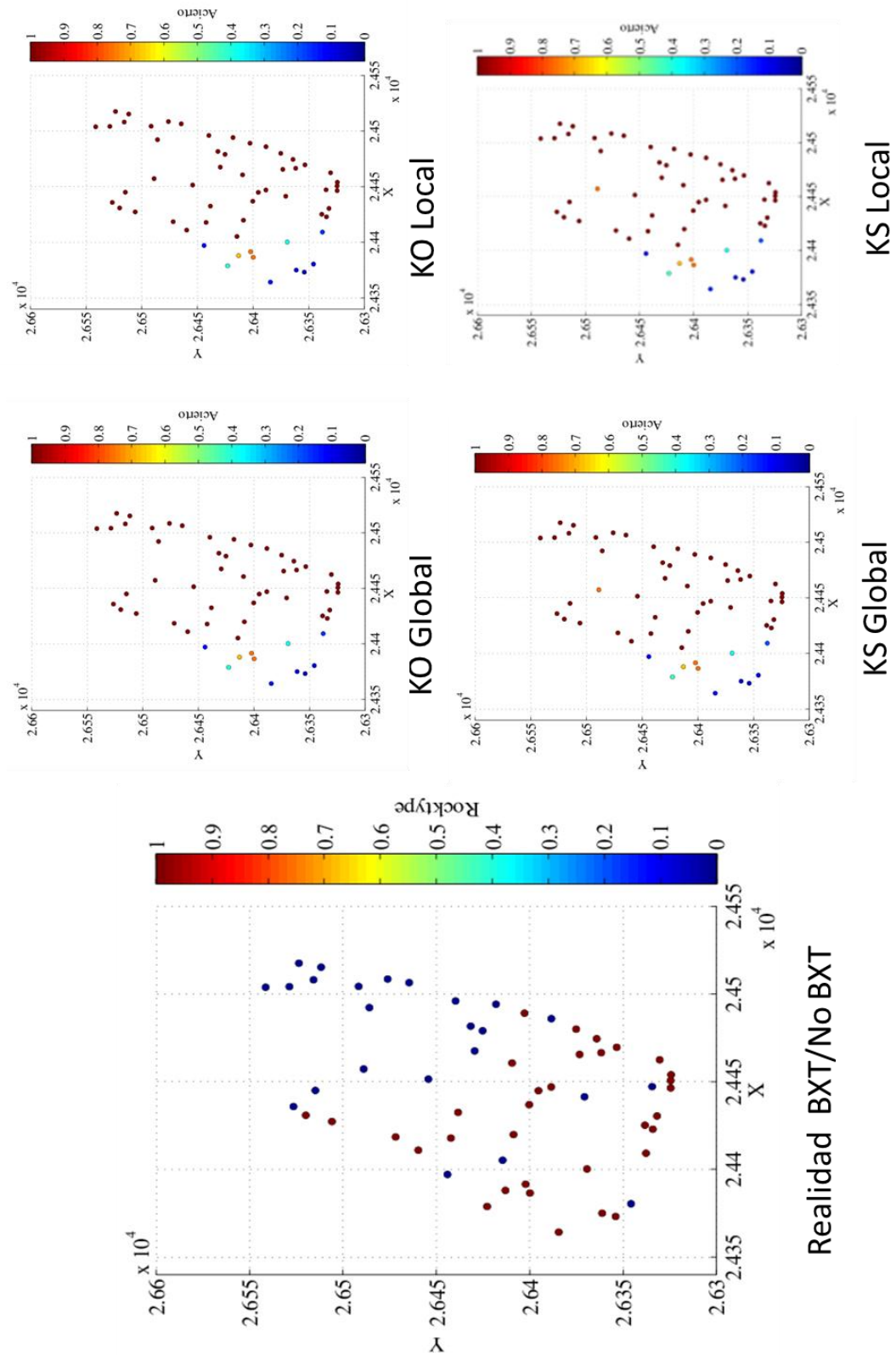


Figura 8.17: Vista en planta banco 7 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input

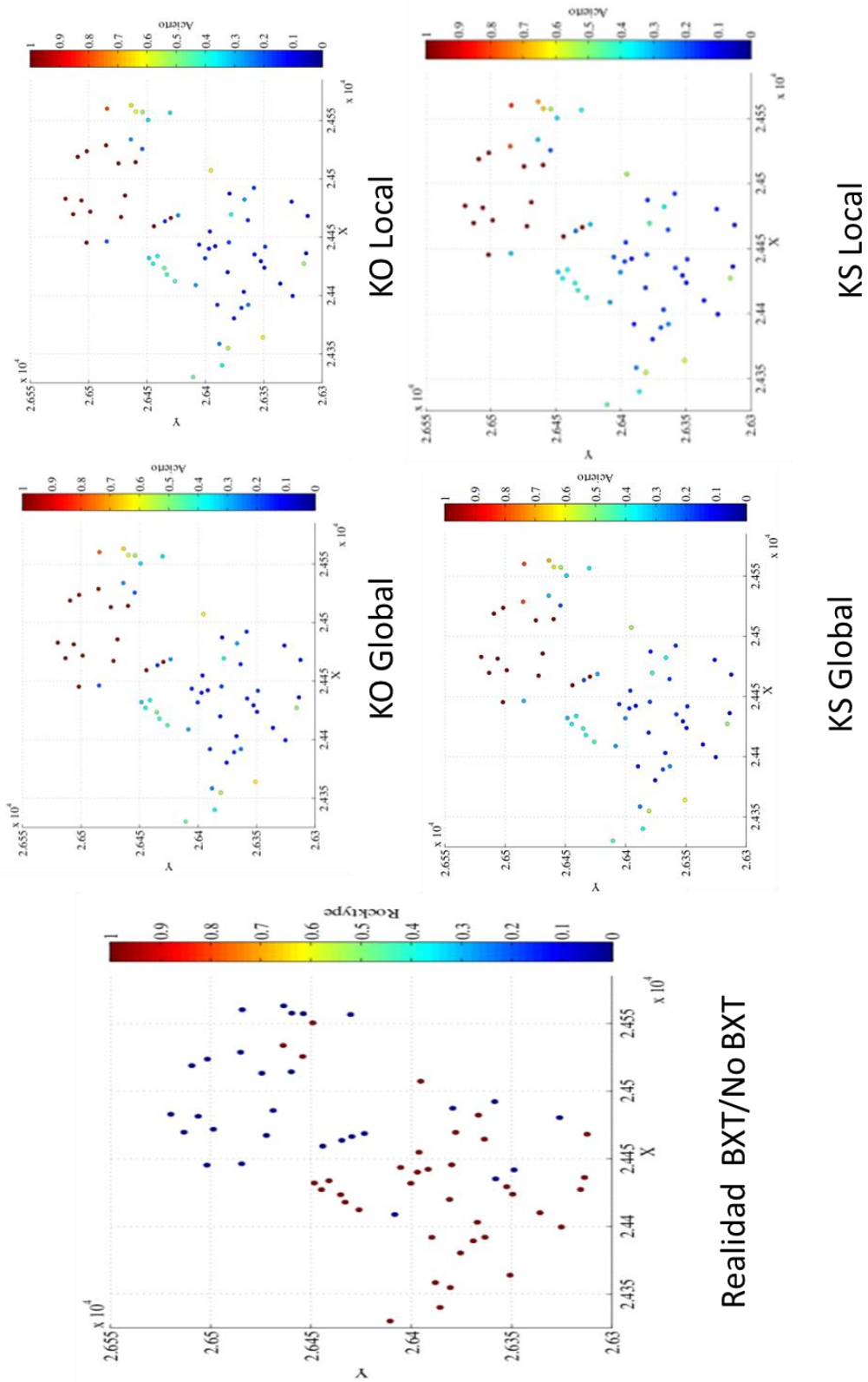


Figura 8.18: Vista en planta banco 8 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input

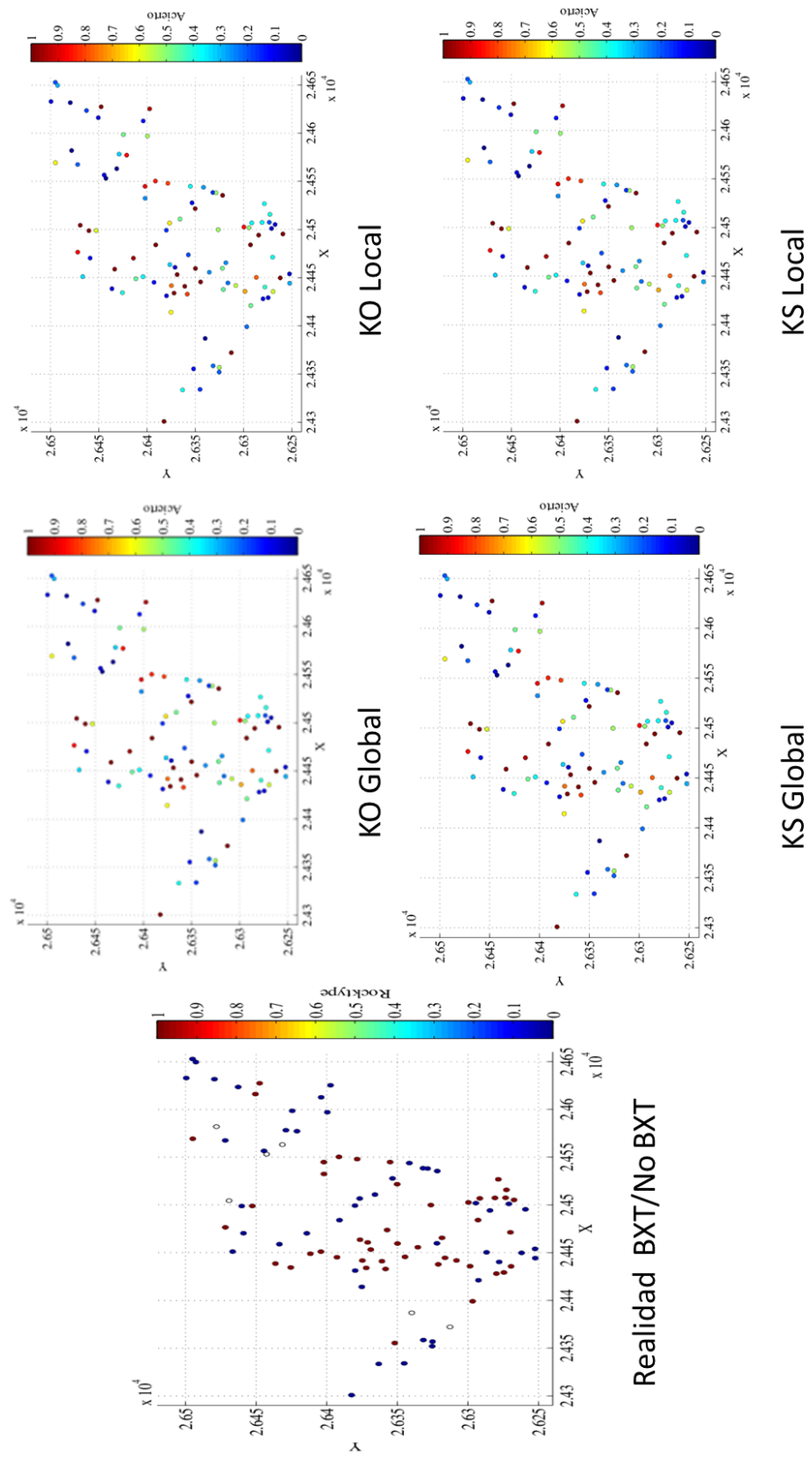


Figura 8.19: Vista en planta banco 9 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de krigeo e información de input

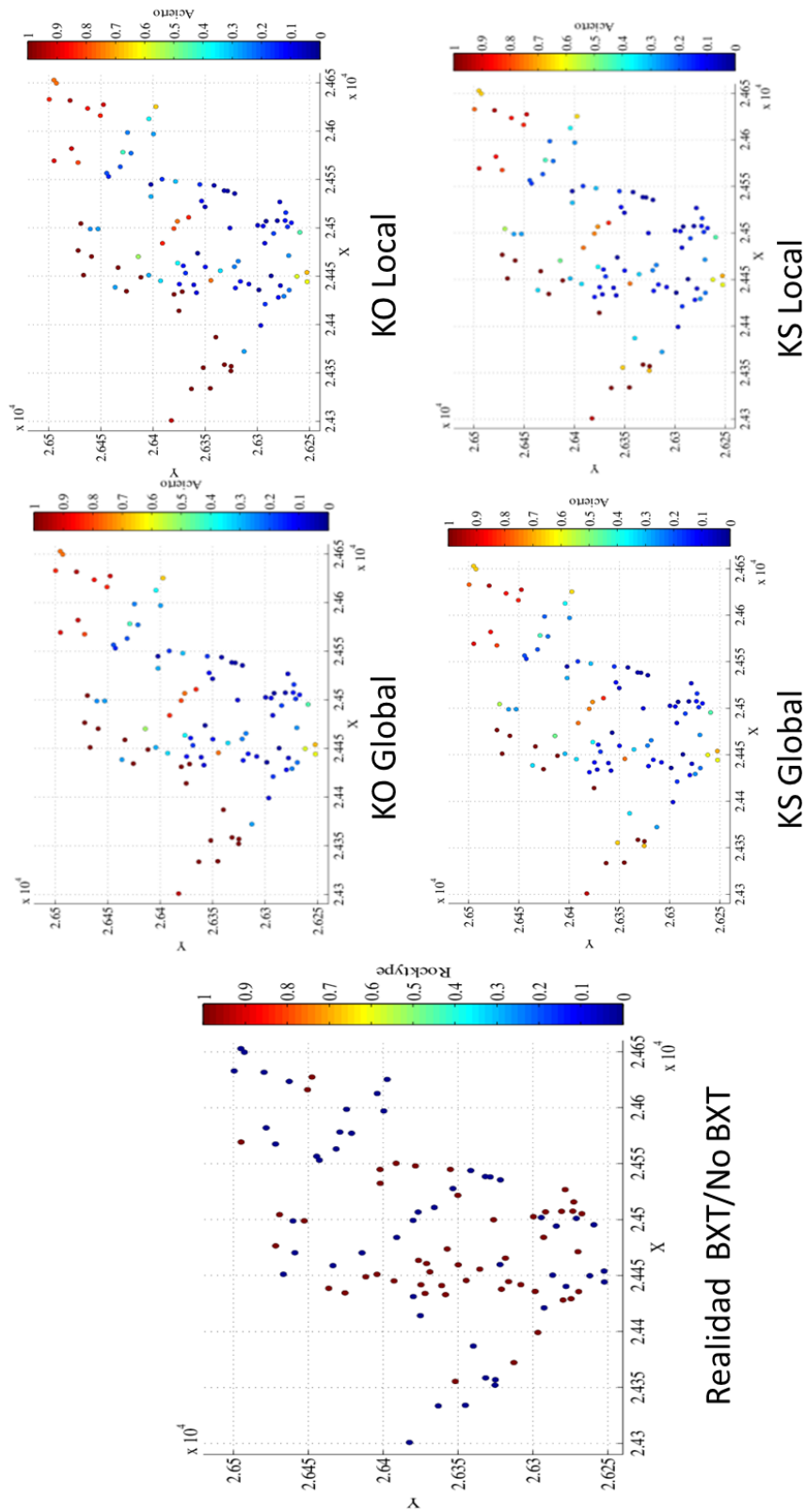


Figura 8.20: Vista en planta banco 10 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input

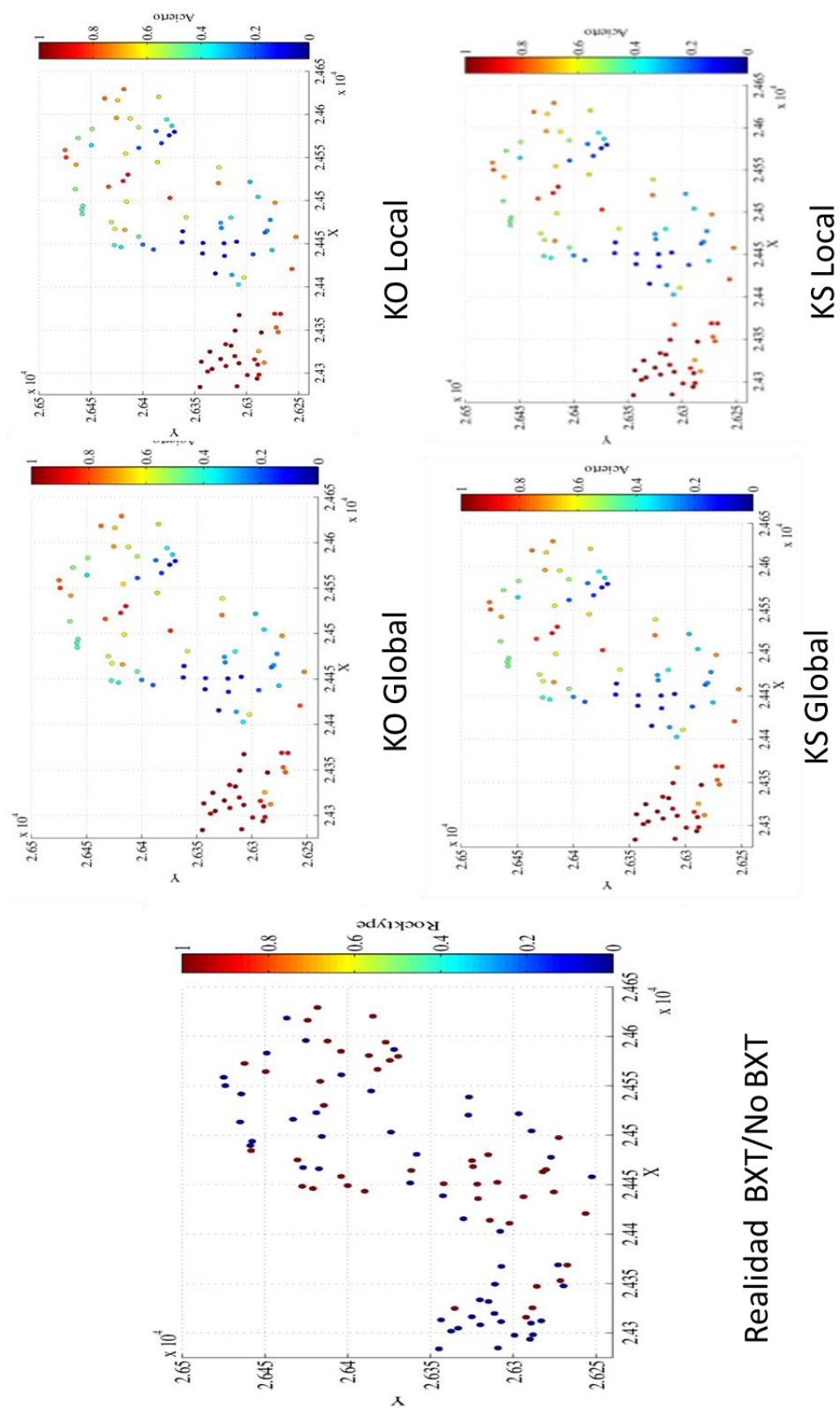


Figura 8.21: Vista en planta banco 11 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input



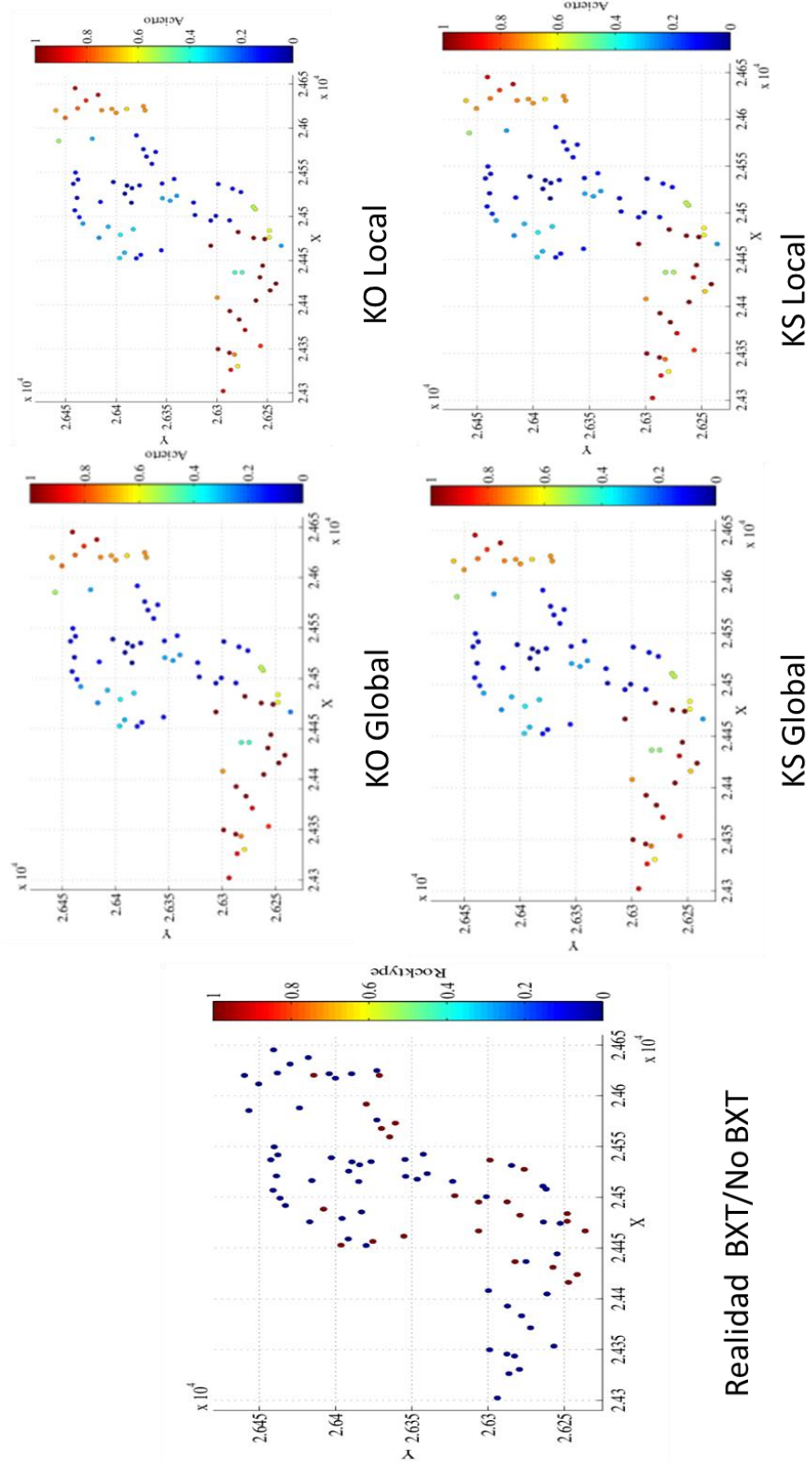


Figura 8.22: Vista en planta banco 12 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input



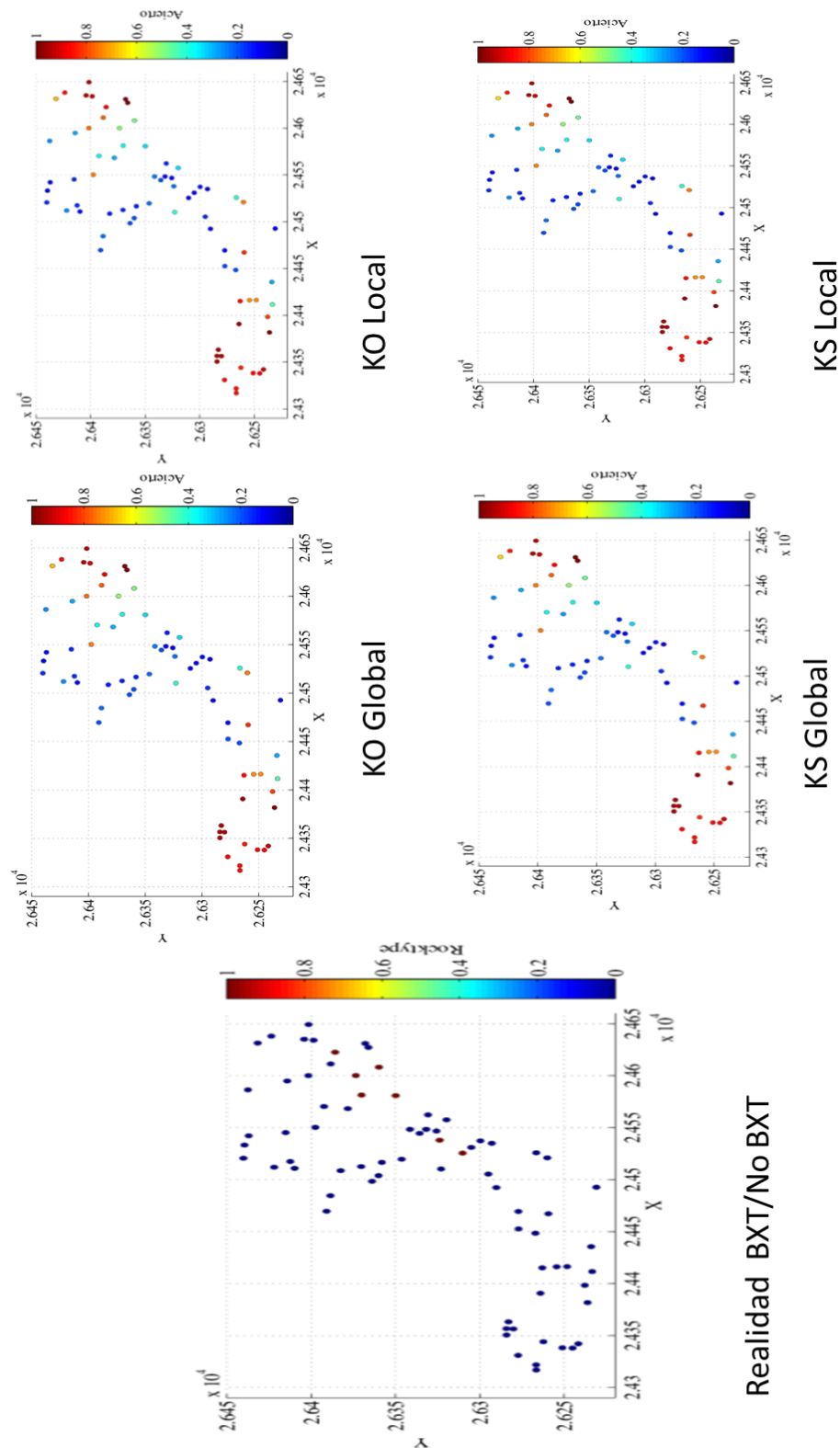


Figura 8.23: Vista en planta banco 13 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de acierros de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input

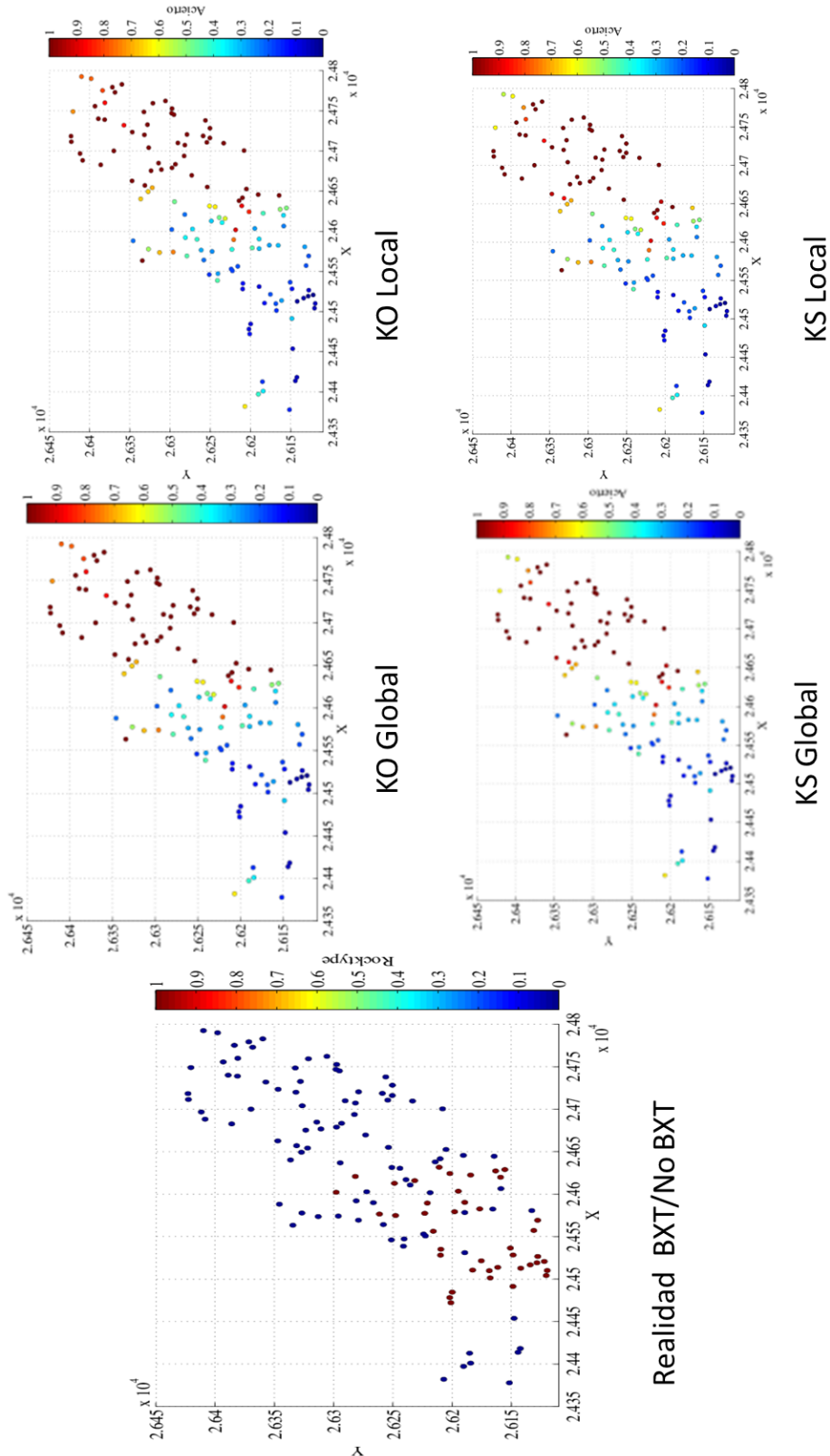


Figura 8.24: Vista en planta banco 14 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input

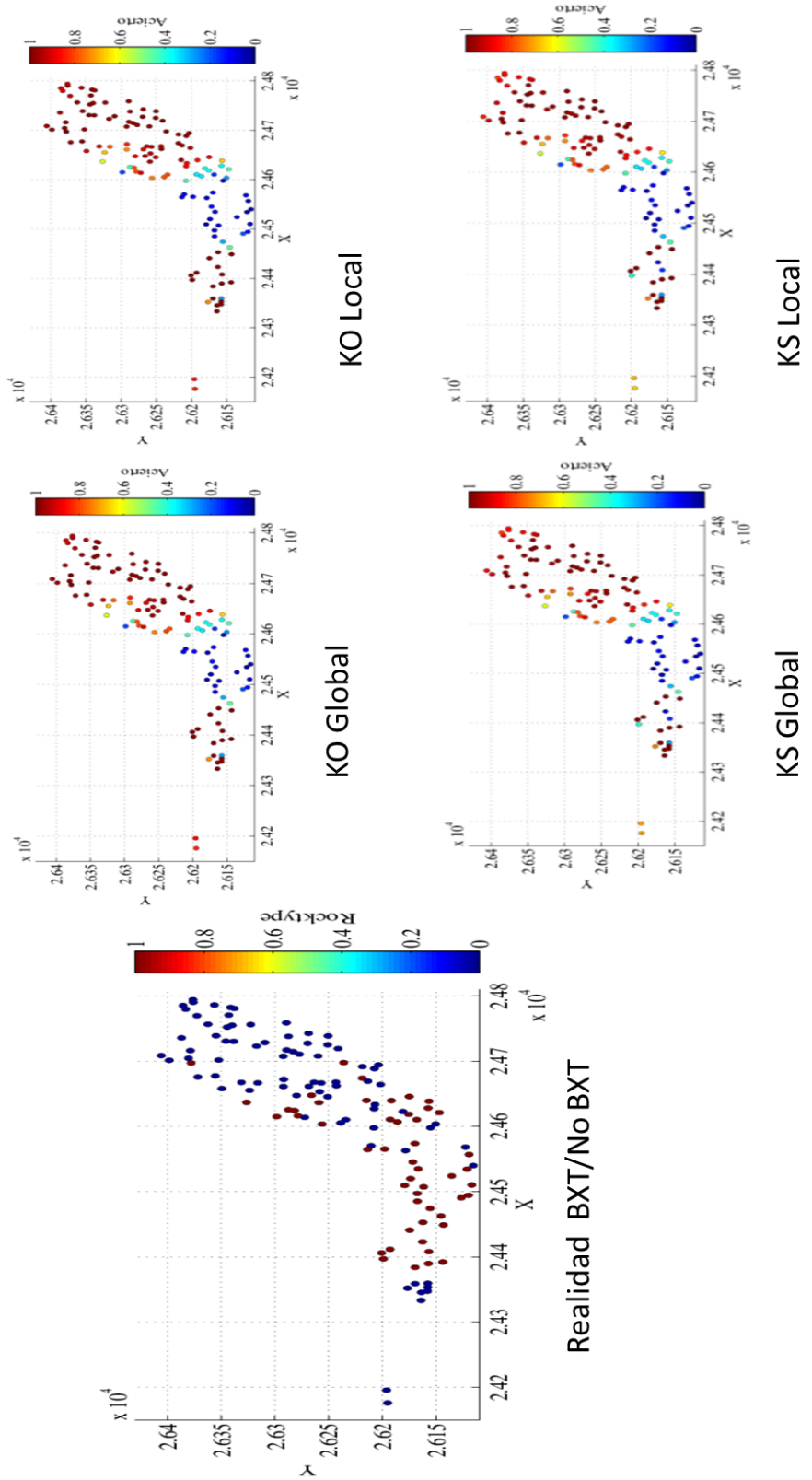


Figura 8.25: Vista en planta banco 15 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input

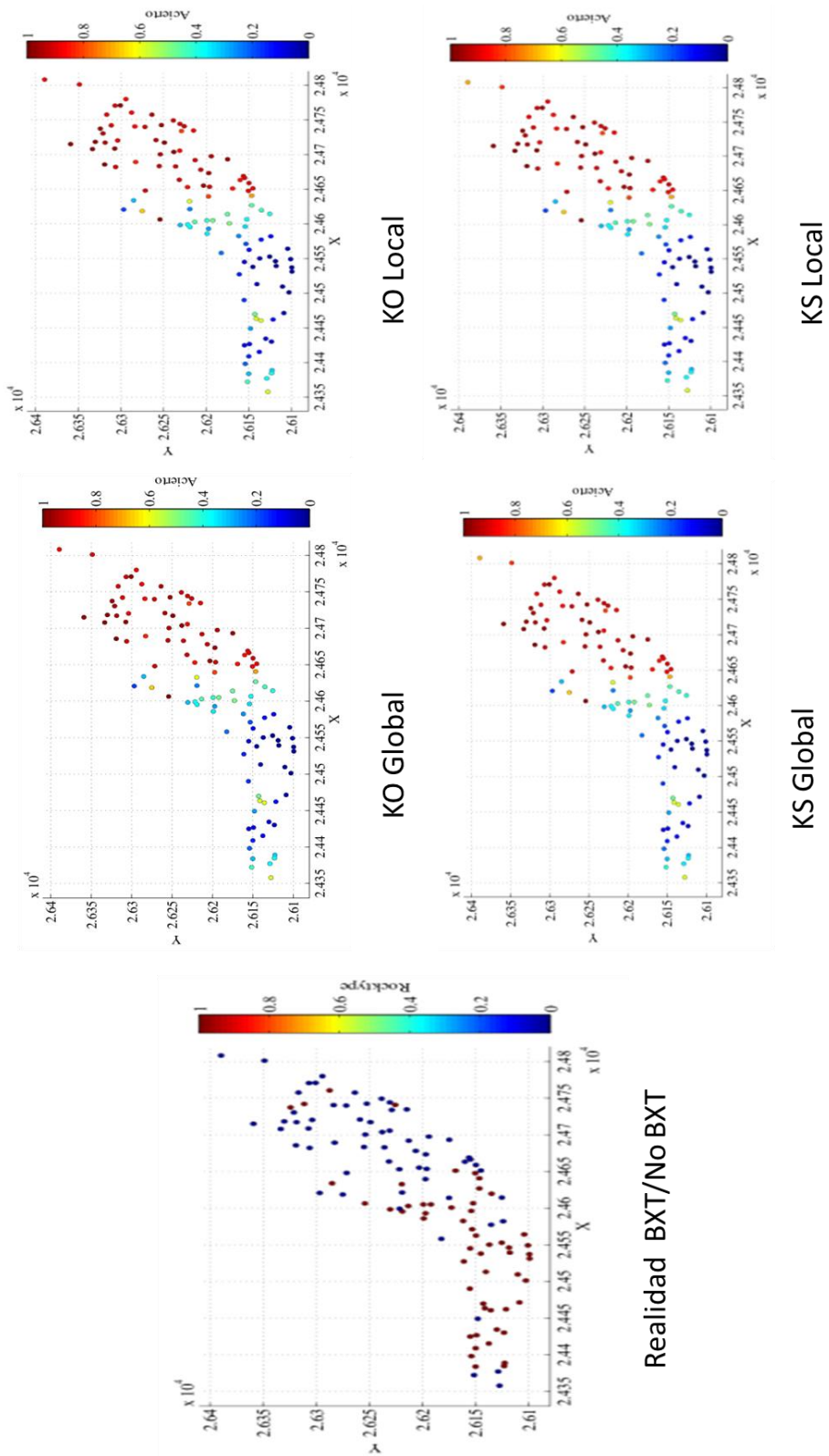


Figura 8.26: Vista en planta banco 16 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input

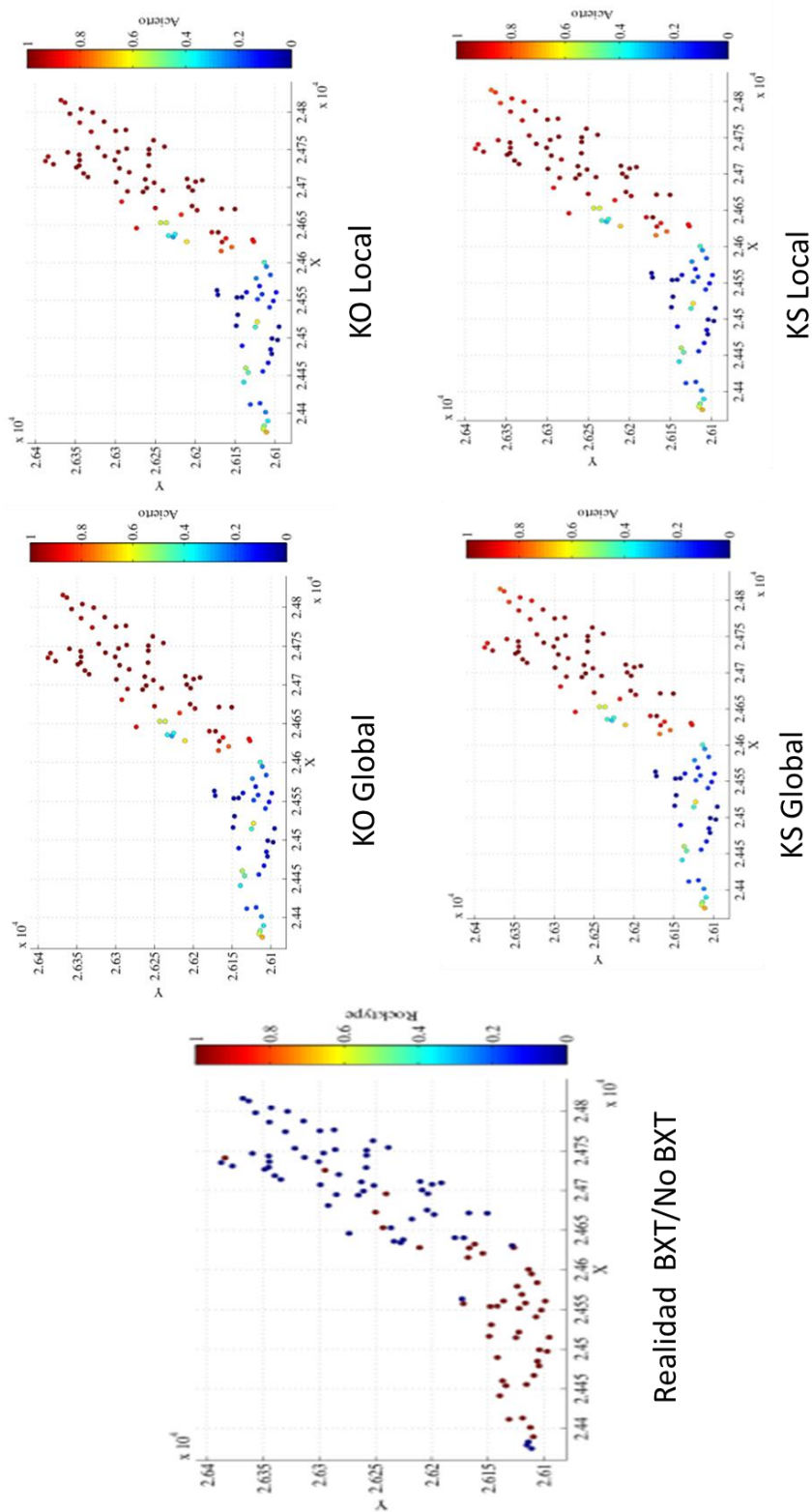


Figura 8.27: Vista en planta banco 17 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input

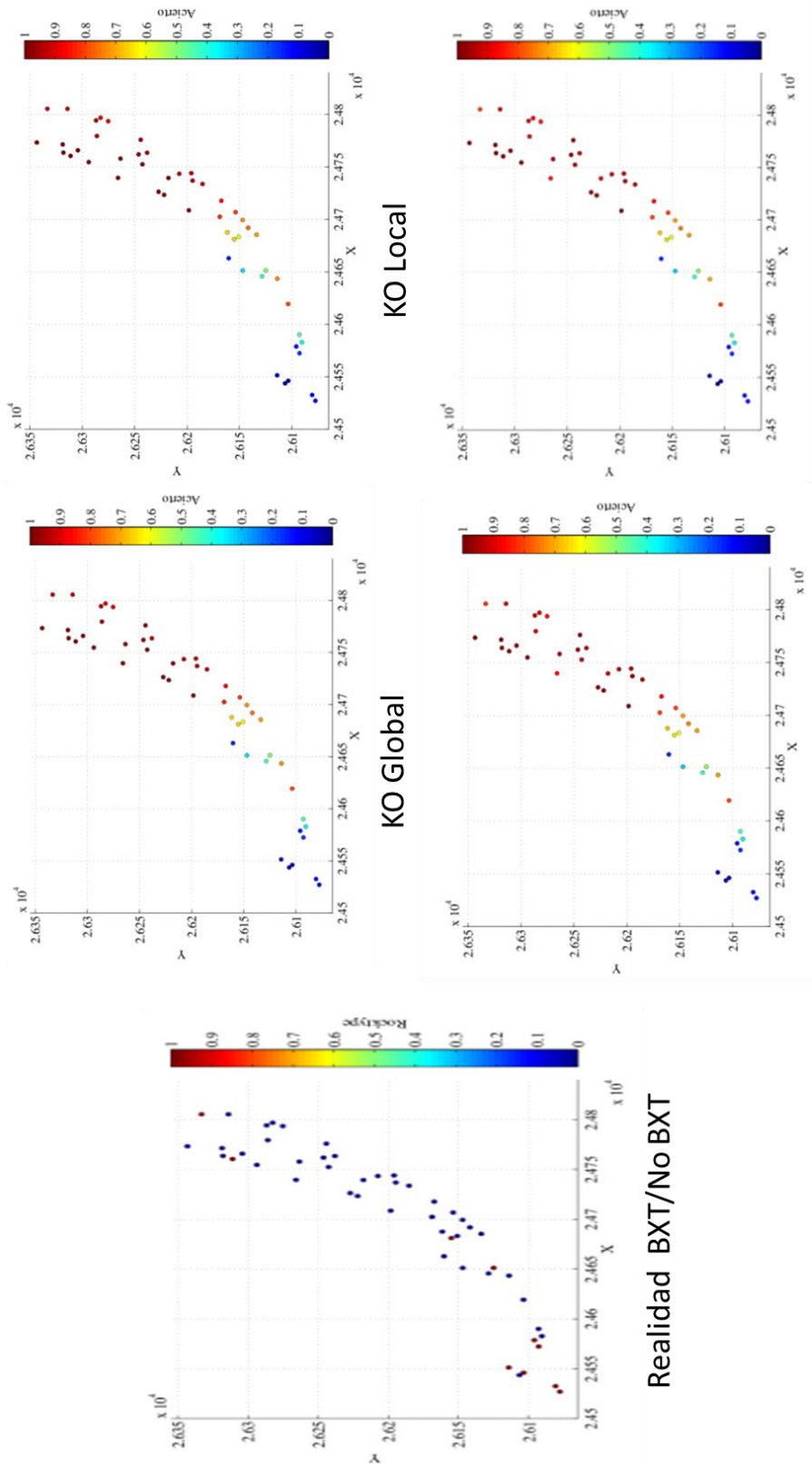


Figura 8.28: Vista en planta banco 18 para realidad litológica BXT/no BXT y gráficas obtenidas del porcentaje de aciertos de las simulaciones en cada sitio, según tipo de kriging e información de input