



UNIVERSIDAD DE CHILE

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

SIMULACIÓN DE UNA CINTA TRANSPORTADORA DE PARTÍCULAS UTILIZANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS DISCRETOS

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

JORGE ANDRÉS PIÑEIRO PARADA

PROFESOR GUÍA

ÁLVARO VALENCIA MUSALEM

MIEMBROS DE LA COMISIÓN

GONZALO MONTES ATENAS

SEBASTIAN MAGGI SILVA

SANTIAGO DE CHILE

2019

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE:** Ingeniero Civil Mecánico

POR: Jorge Piñeiro Parada

FECHA: 26/06/2019

PROFESOR GUÍA: Álvaro Valencia Musalem

SIMULACIÓN DE UNA CINTA TRANSPORTADORA DE PARTÍCULAS UTILIZANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS DISCRETOS

El presente trabajo consiste en la simulación de una correa transportadora de partículas para analizar el comportamiento de estas sobre la correa. Dicho elemento es el primer prototipo y posteriormente, el producto final formará parte de un *sorter*.

Se utilizó el Método de Elementos Discretos (DEM por sus siglas en inglés) como herramienta para analizar el diseño del chute a emplear y posteriormente para observar comportamiento del material granulado sobre la correa.

Desarrollar una simulación DEM es un proceso complejo, ya que, para reproducir el comportamiento del material de estudio, se dispone de modelos considerablemente simplificados, lo que se debe principalmente a las limitaciones computacionales, en que los modelos más sofisticados no podrían ser calculados o incrementarían en exceso los costos de la simulación. Para lidiar con esto se llevan a cabo una serie de ensayos experimentales, los cuales nos entregan información para escoger parámetros de entrada en el *software*, como lo son las propiedades mecánicas del material, los modelos de contacto y la geometría a utilizar. Con estos parámetros se puede realizar una simulación más representativa de la realidad.

Particularmente, para el caso de estudio de este trabajo, se aplicó la metodología de estudio del material (Calcopirita) y de la aplicación en cuestión (transporte en correa), con lo que se logró determinar y validar los parámetros que reproducen el comportamiento del material en Rocky DEM. La información obtenida fue utilizada para llevar a cabo el diseño del chute a empleado en el análisis de las partículas.

Finalmente se evaluó el comportamiento del material granulado sobre la correa transportadora mediante simulaciones llevadas a cabo en Rocky DEM, en las que se reprodujo distintas condiciones de operación. Se obtuvo que para los distintos flujos utilizados hay una velocidad de la correa límite para la cual se genera un atollo en la entrada de esta, además, se concluyó que el flujo de monocapa máximo que puede mover la correa viene dado netamente por las condiciones de diseño de esta.

Para Georgina, Claudia y Ramón

Agradecimientos

Me gustaría agradecer mi profesor guía, Álvaro Valencia, por confiar en mí, apoyarme y guiarme cuando las cosas se pusieron difíciles. A el profesor Gonzalo Montes, el cual no dudo en mis capacidades para llevar a cabo este proyecto, me tendió siempre una mano cuando tuve dificultades y fue comprensivo cuando me sentí sobrepasado. A Sebastián Maggi, por ayudarme en muchas ocasiones a resolver mis dudas con respecto al *software*.

Agradecer al gran equipo del taller molina, que liderado por Juan Carlos Salgado, me ayudó a llevar a cabo gran parte de la metodología experimental.

Agradecer a mis amigos del colegio, los cuales han estado a lo largo de los últimos 20 años de mi vida. Al Ado por siempre tener una palabra de aliento o una crítica constructiva. Al Javito, porque siempre se puede contar con su sinceridad al decir las cosas y de alguna u otra manera, vela por que tome la mejor decisión, siempre. Al Leche, por acogerme innumerables veces en su casa y hacernos reír toda la vida. Al Pancho, porque sin su ayuda en el taller, todo hubiera sido más difícil.

Dar las gracias al grupo de amigos que me acompañó los últimos años de la carrera. Si bien somos un grupo bastante heterogéneo, me sentí siempre muy acogido y acompañado desde la primera larga noche que estudiamos juntos. Muchas gracias, Massa, Joaco, Juaco, Seba H, Seba A, negro Salinas, Vicho, Carpa, Javier, Lukas, Álvaro y especialmente al Tomy, que pasamos largas noches durante toda nuestra carrera. De cada uno me llevo muy buenos recuerdo. Desde las eternas noches de estudio, en donde en más de alguna terminamos solo comiendo. Hasta las discusiones que se daban en el grupo.

Gracias a mis amigas de la vida, la Jana, la Ada y la Paski. Por escucharme cada vez que lo necesite y por darme el privilegio de ser su amigo.

Dar las gracias a la rama de natación, por permitirme experimentar la increíble sensación de pertenecer a un equipo deportivo.

Decirles a mis jefas, la Caro y la Kati, que sin su inmensa ayuda durante mi estadía en la DFI, todo hubiera costado muchísimo más.

Agradecer a mis abuelos, Betty y Moncho, que fueron parte fundamental en todo mi proceso formativo, sin ustedes, nada de esto hubiera sido posible.

Finalmente, quiero agradecer a mi madre por su infinita paciencia y apoyo incondicional. Durante este largo periodo nunca dejaste de ser un ejemplo de coraje y resiliencia. Eres lo más grande Mami.

Tabla de contenido

1. Introducción.....	1
1.1. Antecedentes Generales	1
1.2. Motivación	1
1.3. Objetivos	2
1.3.1. Objetivo General.....	2
1.3.2. Objetivos Específicos	2
1.4. Alcances	2
1.5. Metodología	2
2. Antecedentes específicos.....	4
2.1 Diseño de puntos de transferencia.....	4
2.1.1 Tipos de puntos de transferencia	5
2.1.2 Criterios de diseño en puntos de transferencia	10
2.1.2.1 Problemas de los PT y sus posibles causas.....	12
2.1.2.2 Problemas de los PT y sus posibles causas.....	15
2.2 Estudio de materiales granulares para aplicaciones DEM	23
2.2.1 Caracterización del material	24
2.2.1.1 Pesaje e inmersión.....	25
2.2.1.2 Plano inclinado.....	25
2.2.1.3 Impacto de caída libre.....	27
2.2.2 Calibración de parámetros	28
2.2.2.1 Densidad del grupo de partículas sin compactar.....	28
2.2.2.2 Medición del Angulo de reposo.....	29
3. Simulación utilizando información experimental de la bibliografía	30
3.1 Parámetros de entrada del caso de validación.....	30
3.1.1. Propiedades de los materiales.....	31
3.1.2. Geometría CAD.....	32
3.1.3. Características de las partículas.....	33
3.1.4. Movimiento	33
3.1.5. Modelo de contacto	33
3.2 Resultados validación.....	33
3.2.1 Comparación de las simulaciones con los resultados experimentales.....	34
4. Caracterización del material	35

4.1 Pesaje e inmersión	35
4.2 Impacto en caída libre	36
4.3 Plano inclinado	38
5. Calibración de parámetros computacionales	40
5.1 Tamaño de partículas	40
5.2 Densidad del grupo de partículas sin compactar	40
5.3 Ángulo de reposo estático	43
6. Rocky	47
6.1 Método de elementos discretos	47
6.2 Aspectos teóricos DEM	48
6.3 Simulación de una partícula	48
6.4 Esquema de iteración	49
6.5 Modelos de contacto	50
6.5.1 Hysteretic Linear Spring Model:	50
6.5.2 Linear Spring Dashpot (LSD)	52
6.5.3 Linear Spring Coulomb Limit (LSCL)	53
7. Simulación de una correa transportadora	54
7.1 Diseño correa transportadora	54
7.2 Diseño del chute	54
7.3 Diseño del alimentador	57
7.4 Montaje y condiciones para la simulación	58
7.5 Análisis de partículas	59
7.6 Simulación del sistema	60
7.6.1 Monocapa	60
7.6.3. Simulación de la correa transportadora variando flujo de entrada y velocidad de la correa	61
7.6.3. Análisis de compatibilidad entre el tamaño de partículas y la monocapa	65
8. Conclusiones y comentarios	66
9. Bibliografía	67

Índice de Tablas

Tabla 2.1: (parte 1 de 3): Problemas en PT y sus respectivas causas. [9]	12
Tabla 2.2: (parte 2 de 3): Problemas en PT y sus respectivas causas. [9]	12
Tabla 2.3: (parte 3 de 3): Problemas en PT y sus respectivas causas. [9]	14
Tabla 2.4: Parámetros DEM, sus símbolos típicos y unidades en SI.....	24
Tabla 3.1: Propiedades de los materiales a emplear en la simulación DEM. [4]	31
Tabla 3.2: Resultados de Rocky DEM para la fuerza sobre la placa. [4]	33
Tabla 3.3: Resultados del documento de validación para la fuerza sobre la placa. [4]	34
Tabla 4.1: Resultados de la densidad de partícula de las muestras analizadas. [Elaboración propia]	36
Tabla 4.2: Resultados obtenidos en el ensayo de caída libre.....	38
Tabla 5.1: Distribución de partículas. [13]	40
Tabla 5.2: Resultado de los valores experimentales y calibrados para el ensayo de densidad sin compactar. [Elaboración propia].....	43
Tabla 5.3: Resultados de los valores experimental y calibrados para el ángulo de reposo estático.	46

Índice de Figuras

Figura 2.1: Etapas en el proceso de diseño de un punto de transferencia. [3]	4
Figura 2.2: Esquema de un punto de transferencia típico. [4]	6
Figura 2.3: Representación de un Hood en un punto de transferencia. [4].....	7
Figura 2.4: Representación de una Impact plate en un punto de transferencia. [6].....	7
Figura 2.5: Representación de un Rock box en un punto de transferencia. [4]	8
Figura 2.6: Representación de un Spoon en un punto de transferencia. [4]	8
Figura 2.7: Representación de un Sliding tube en un punto de transferencia. [7]	9
Figura 2.8: Representación de un chute de cascada en un punto de transferencia. [5].....	9
Figura 2.9: Representación de Wear box en Spoon. [5]	10
Figura 2.10: Etapas del proceso de diseño de un punto de transferencia. [9].....	10
Figura 2.11: Hood de 4 etapas, las que se indican enumeradas. [9]	15
Figura 2.12: Spoon de 3 etapas, las que se indican enumeradas. [9].....	15
Figura 2.13: Representación de un chute de una etapa. [7]	16
Figura 2.14: Presión de impacto en función del ángulo que forma el flujo con la superficie del chute. [7]	17
Figura 2.15: Representación de un chute de dos etapas. [7].....	17
Figura 2.16: Diagrama típico para razones de velocidades de salida en chutes de dos y una etapa, en función del ángulo de fricción y ángulo de inclinación del chute. [7]	18
Figura 2.17: Diagrama de fuerzas de una partícula sobre un chute recto. [7]	19
Figura 2.18: Diagrama de fuerzas de una partícula sobre una superficie curva. [7]	19
Figura 2.19: Chute de sección cónica. [7].....	20
Figura 2.20: Trayectoria del material durante la carga. [7]	21
Figura 2.21: Chute de carga con nervaduras. [7]	22
Figura 2.22: Etapas del pesaje e inmersión. [7]	25
Figura 2.23: Ensayo de plano inclinado para obtener coeficiente de roce estático, vista lateral. [10]	26
Figura 2.24: Ensayo de plano inclinado para obtener coeficiente de roce estático, vista superior. [10].....	26
Figura 2.25: Ensayo de plano inclinado para obtener Coeficiente de roce de rodadura. [12]	27
Figura 2.26: Ensayo de impacto en caída libre. [12]	27
Figura 2.27: Nivelación de partículas depositadas en el recipiente. [11]	28
Figura 2.28: Ángulo formado al levantar un balde sin fondo, lleno de material y apoyado sobre un plano horizontal. [11].....	29
Figura 2.29: Vista superior del ángulo de reposo formado, en que se representan los ángulos en diferentes partes de la pila. [11].....	29
Figura 3.1: Ensayo en correa transportadora, en que el flujo de pellets de polietileno golpea una placa de impacto de acero. [4]	30
Figura 3.2: Vista en perspectiva de la geometría CAD del caso de validación. [9]	32
Figura 3.3: Vista lateral de la geometría CAD del caso de validación. [9]	32
Figura 3.4: Vista superior de la geometría CAD del caso de validación. [9]	33
Figura 3.5: Evolución de la fuerza de corte y fuerza normal en el tiempo. [Elaboración propia]	34
Figura 4.1: Ensayo para el cálculo de la densidad del material. [Elaboración propia].....	35
Figura 4.2: Ensayo de impacto en caída libre. [Foto tomada por el autor].....	37
Figura 4.3: Materiales utilizados en el ensayo de impacto. [Foto tomada por el autor.].....	37

Figura 4.4: Muestra utilizada en el ensayo de plano inclinado para el cálculo del coeficiente de roce estático. [Foto tomada por el autor.]	38
Figura 4.5: Superficie que puede graduar el ángulo de inclinación. [Elaboración propia]	39
Figura 5.1: Ensayo de densidad sin compactar	41
Figura 5.2: Simulación realizada en Rocky DEM para la medición de densidad del grupo de partículas sin compactar. [Elaboración propia]	42
Figura 5.3: Sensibilidad de la densidad del grupo de partículas con la densidad de las partículas individuales. [Elaboración propia].....	42
Figura 5.4: Representación ensayo ángulo de reposo. [Foto tomada por el autor].....	43
Figura 5.5: Ángulo de reposo obtenido experimentalmente	44
Figura 5.6: Ángulo de reposo simulado en Rocky DEM para $\mu_{pp} = 0$ y $\mu_r, pp = 0$	44
Figura 5.7: Ángulo de reposo simulado en Rocky DEM para $\mu_{pp} = 1,2$ y $\mu_r, pp = 0,4$. [Elaboración propia]	44
Figura 5.8: Ángulo de reposo simulado en Rocky DEM para $\mu_{pp} = 1,6$ y $\mu_r, pp = 0,8$. [Elaboración propia]	45
Figura 5.9: Sensibilidad de ángulo de reposo con respecto a el Coeficiente de Roce de Rodadura (Rodar) y Coeficiente de roce estático partícula- partícula (Estatico). [Elaboración propia].....	45
Figura 5.10: Sensibilidad de ángulo de reposo con respecto a el Coeficiente de Roce de Rodadura (Rodar) y Coeficiente de roce estático partícula- partícula (Estatico). [Elaboración propia].....	46
Figura 5.11: Ángulo de reposo simulado en Rocky DEM con los parámetros calibrados. [Elaboración propia]	46
Figura 6.1 Superposición de partículas. [14]	47
Figura 6.2 Partícula cayendo por gravedad [14].....	48
Figura 6.3 Representación de superposición	51
Figura 6.4 Representación del modelo.....	53
Figura 7.1: Correa transportadora creada en Rocky DEM. [Elaboración propia]	54
Figura 7.2: Esquema del chute. [Elaboración propia].....	55
Figura 7.3 Vista frontal chute	56
Figura 7.4 Vista frontal chute	56
Figura 7.5 Vista superior chute.....	57
Figura 7.6 Vista superior del alimentador.....	57
Figura 7.7 Vista frontal del alimentador	58
Figura 7.8 Esquema del sistema. [Elaboración propia]	58
Figura 7.9 Input de partículas	59
Figura 7.10 Simulación distribución de partículas Tabla 5.1 y flujo 3kg/s	59
Figura 7.11 Simulación distribución de partículas Tabla 5.1 y flujo 2,5 kg/s	59
Figura 7.12 Cube para medir la masa de todas las partículas al final de la correa	60
Figura 7.13 Cube para medir la masa de todas las partículas montadas al final de la correa.....	60
Figura 7.14 Simulación sistema con flujo de 2,5 kg/s y velocidad de correa 0,8 m/s	61
Figura 7.15 Time plot de la masa total transportada.....	61
Figura 7.16 Partícula montada en el segundo 4,9	62
Figura 7.17 Masa monocapa vs Velocidad de correa. [Elaboración propia]	62
Figura 7.18 Flujo monocapa vs Velocidad de correa. [Elaboración propia]	63
Figura 7.19 Masa monocapa [kg] vs Velocidad de la correa [m/s] en partículas sin roce.	63
Figura 7.20 Flujo de monocapa [kg/s] vs Velocidad de correa [m/s] en partículas sin roce.	64

1. Introducción

1.1. Antecedentes Generales

Una correa transportadora, es un elemento mecánico generalmente constituido por goma con una matriz metálica y/o polimérica, dispuesto encima de rodillos sobre los cuales avanza. En la mayoría de los casos se utilizan para transportar materiales granulares como áridos, polvos (industria química y farmacéutica), mineral y alimentos.

Las correas transportadoras son ampliamente utilizadas en minería, en que se transporta el flujo de rocas molidas en la etapa de chancado hacia etapas posteriores. Generalmente las correas transportadoras forman parte de un sistema, en el que se abastece de material a las diferentes etapas de un proceso, por lo que estas describen varias rutas y realizan el transporte en diferentes direcciones y sentidos

El método de elementos discretos (DEM por sus siglas en inglés) es un modelo matemático utilizado para representar las condiciones cinemáticas y dinámicas de un sistema de partículas. En este método se utilizan dos tipos de ecuaciones, las de movimiento (Newton-Euler), y las leyes de contacto. Las primeras determinan los movimientos rotacionales y de traslación de las partículas, al relacionar sus parámetros dinámicos y cinemáticos, mientras que las segundas son las que determinan los parámetros dinámicos que resultan de la interacción entre partículas, y de estas con su entorno.

En los últimos años, la minería se enfrenta a múltiples desafíos en toda Europa y en todo el mundo. El agotamiento de los depósitos de alto grado está llevando a una menor concentración de material al comienzo del proceso, lo que aumenta la cantidad de energía y agua necesaria para extraer el material valioso.

Últimamente se han desarrollado diferentes estrategias, pero hasta ahora ninguna ha resuelto el problema energético que enfrenta la industria minera. Las tecnologías de clasificación son variadas y estas pueden aumentar la concentración en los distintos procesos mineros, lo cual contribuiría a una disminución de la energía y agua utilizada.

Estudios anteriores han reportado que es posible modelar sistemas de descarga de minerales con resultados representativos de las situaciones modeladas.

Por lo tanto, la principal motivación es lograr obtener una descarga que asegure una distribución uniforme sobre la cinta, para así favorecer a la selección del material y disminuir la cantidad de energía y agua utilizada en los procesos posteriores.

El objetivo de este trabajo es simular a través del método de elementos discretos una correa transportadora para obtener las condiciones para las cuales se forma una monocapa de mineral.

1.2. Motivación

En los últimos años, la minería se enfrenta a múltiples desafíos en toda Europa y en todo el mundo. El agotamiento de los depósitos de alto grado está llevando a una menor concentración de material al comienzo del proceso, lo que aumenta la cantidad de energía y agua necesaria para extraer el material valioso. [1]

Recientemente se han evaluado diferentes estrategias, pero hasta ahora ninguna de ellas ha resuelto completamente las restricciones de energía que enfrenta la industria minera en la actualidad. Las potentes técnicas de clasificación multimodal pueden aumentar la concentración lo antes posible en el proceso y contribuir a resolver los problemas mencionados. [2].

La motivación de este trabajo es disminuir la energía y agua utilizada en los procesos mineros, mediante el mejoramiento de un sistema de selección a través de la simulación de una correa transportadora para obtener una monocapa de mineral en la descarga

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Simular utilizando el método de elementos discretos un sistema de descarga de una correa transportadora de mineral.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Obtención de propiedades físicas del material: Coeficiente de fricción estático, Coeficiente de fricción dinámico y Coeficiente de restitución.
- Calibración de los distintos Coeficientes de roce y la densidad del material.
- Diseñar un sistema que garantice la formación de una monocapa en la descarga de la correa
- Analizar el comportamiento de la monocapa cuando se varían los parámetros de operación de la correa transportadora

1.4. Alcances

Este trabajo contempla el diseño y manufactura de un banco de pruebas, el cual sirve para obtener los parámetros físicos y mecánicos de las partículas, como lo son, el coeficiente de fricción estático, coeficiente de fricción dinámico y coeficiente de restitución.

Junto con lo anterior se tiene que los valores obtenidos de densidad, Coeficiente de roce estático partícula- partícula y resistencia a la rodadura, deben ser calibrados para asegurar una simulación que sea representativa de la realidad.

Se simulará la correa transportadora utilizando 4 flujos de entrada distintos para 5 velocidades de correa distintas.

1.5. Metodología

La metodología consta de 4 etapas:

- Diseño de un banco de pruebas en el cual se variarán las superficies, materiales y ángulos utilizados en las distintas pruebas, de las cuales se obtendrán los distintos coeficientes de interacción de las partículas.
- Simular los experimentos realizados en el banco de pruebas para poder calibrar los parámetros obtenidos, con el fin de que las partículas utilizadas en las simulaciones representen fielmente la realidad.

- Diseñar el sistema almacenamiento-chute-correa en el cual se utilizarán los parámetros ya calibrados. El fin de esta etapa es obtener un caso base en donde se produzca la monocapa en la descarga.
- Utilizar 5 velocidades de correa distintas y 4 flujos máxicos distintos para poder analizar el comportamiento de la monocapa.

2. Antecedentes específicos

2.1 Diseño de puntos de transferencia

El proceso de diseño en puntos de transferencia puede ser definido en 6 etapas consecutivas [3]. En la Figura 2.1 se representan, con bloques azules, dichas etapas, y bajo de cada una, con bloques naranjos, las herramientas que pueden ser utilizadas para ellas.

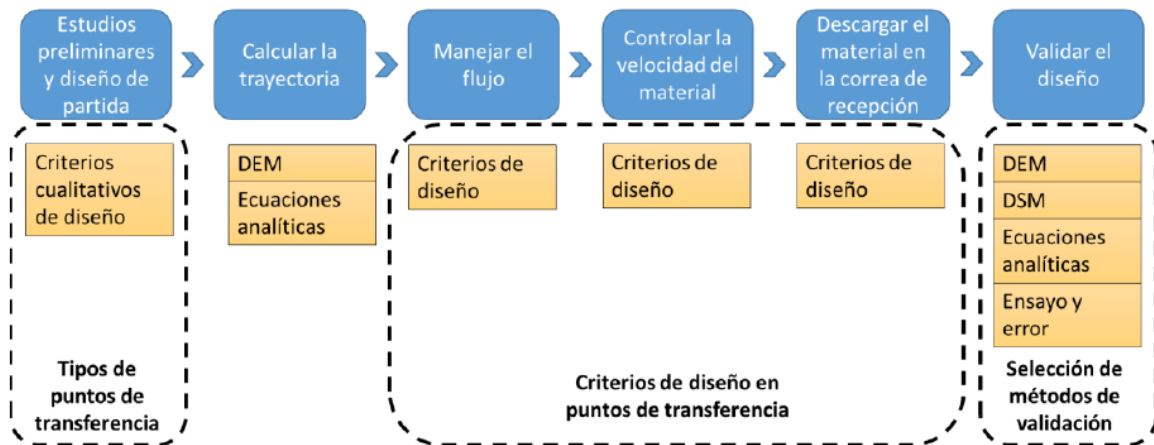


Figura 2.1: Etapas en el proceso de diseño de un punto de transferencia. [3]

A continuación, se detallan las diferentes etapas:

- i. Estudios preliminares y diseño de partida: Se estudian las propiedades del material, las condiciones geométricas y operacionales esperadas para el punto a rediseñar. Dentro de las características más importantes se tiene la granulometría y contenido de humedad del material (factores que determina la cohesión entre otros parámetros), la velocidad, altura y ángulos para las correas, y la carga de material que debe ser transportada. Luego de realizar este estudio, se puede determinar qué **tipo de punto de transferencia** debe ser seleccionado como diseño de partida [1]. En el capítulo 2.1.1 se tratan los diferentes tipos de puntos de transferencia existentes
- ii. Calcular la trayectoria: La trayectoria del flujo una vez que escapa de la correa de carga. El método más básico corresponde a realizar el cálculo con las ecuaciones de movimiento de tiro parabólico, pero este no entrega la posibilidad de calcular las mitades superiores e inferiores del flujo de material. Existen modelos que incorporan estas características, y algunas otras, como por ejemplo la fuerza de arrastre que ejerce el aire en el flujo. Uno de los más utilizados es el modelo de Korzen [4]. La trayectoria puede ser obtenida, también, realizando una simulación DEM.
- iii. Manejar el flujo: Consiste en controlar la trayectoria del flujo del material, con el fin de guiarlo hasta la correa de descarga. Esta etapa, junto con la de controlar la velocidad del flujo y la de descargar el material en la correa de recepción, se explican al definir los **criterios de diseño en puntos de transferencia**, en el capítulo 2.1.2

- iv. Controlar la velocidad del material: Se controla la velocidad del material en el punto de transferencia, con el fin de disminuir las probabilidades de que se atolle cuando estas son bajas, y evitar daño a los elementos mecánicos cuando estas son altas
- v. Descargar el material en la correa de recepción: Realizar una descarga adecuada del material en la correa de recepción, es una de las mayores dificultades en el diseño de puntos de transferencia, ya que no existen métodos para estimar con exactitud el comportamiento del material en este punto. Realizar bien esta etapa es de gran importancia para conservar la integridad de la correa de descarga y sus elementos, además de evitar el derramamiento de mineral en la transferencia.
- vi. Validar el diseño: Existen cuatro formas de validar un diseño de un punto de transferencia, estas son:
 - Mediante una simulación DEM.
 - Empleando DSC (*Dynamic Scale Modelling*) que consiste construir una maqueta a escala del punto de transferencia, y mediante expresiones establecidas hacer la equivalencia de los resultados para dimensiones mayores.
 - Ecuaciones analíticas, que modelan el comportamiento del flujo en las diferentes etapas de un punto de transferencia, por lo que para realizar un análisis completo del sistema deben implementarse varios de estos. En [4], se presenta una completa revisión de los modelos existentes, de los cuales destacan el de Korzen y el de Roberts.
 - Ensayo y error, es el método que se utilizaba antiguamente, antes de desarrollar los otros mencionados. Consiste en construir el punto de transferencia que de calculó a partir de los criterios de diseño, e ir modificándolo una vez implementado en terreno, hasta conseguir una correcta operación. Es el método más costoso de todos.

2.1.1 Tipos de puntos de transferencia

Los criterios de diseño en puntos de transferencia no son determinantes en el sentido de que al cumplir con estos, no se logra llegar a un diseño en particular. Esto concede la libertad de proponer varias configuraciones para un mismo punto de transferencia, en que se pueda cumplir los criterios estipulados, incluso siendo muy diferentes entre ellas.

Dado que las cantidades de configuraciones posibles para puntos de transferencias es elevada, en el presente trabajo se limitará a estudiar aquellas que son más utilizadas. En [4] y [5], se puede estudiar con mayor detalle las alternativas existentes en el diseño de puntos de transferencia.

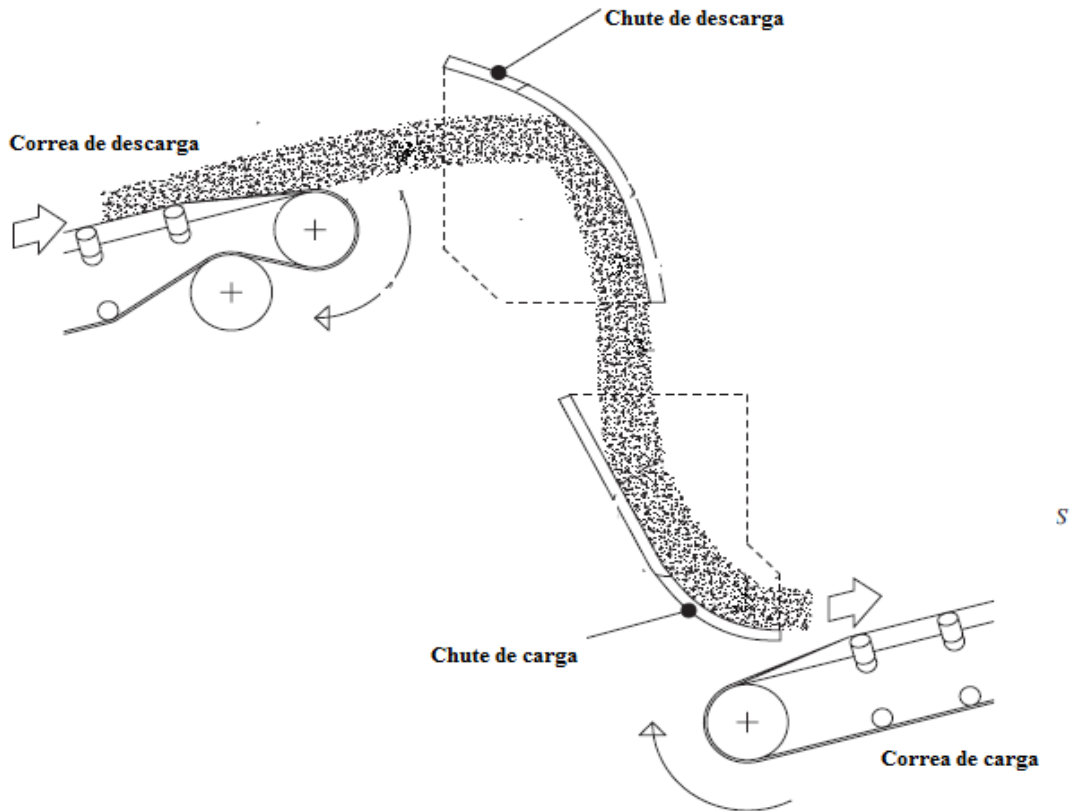


Figura 2.2: Esquema de un punto de transferencia típico. [4]

A continuación, se presentan algunas de las configuraciones de puntos de transferencias más comunes:

- i. Sin chutes, tanto en la carga como en la descarga. Poseen placas para evitar el derramamiento de material. Generalmente utilizados en alturas pequeñas y misma dirección en correas
- ii. Solo un chute de descarga. Generalmente utilizados en alturas pequeñas y misma dirección en correas.
- iii. Con chute de descarga y carga
- iv. Con chute de descarga y carga con *Cascade chute*. Se utiliza cuando la altura entre correas es grande, consiste en varios elementos deflectores dispuestos alternadamente con el fin de que el material vaya chocando entre ellos y pierda velocidad.

Los chutes de descarga pueden ser del tipo *Hood*, *Impact plate* o tipo *Rock box*, mientras que los chutes de carga pueden ser del tipo *Spoon*, *Sliding tube* o *Rock box*, y los elementos deflectores en los chutes de cascada son del tipo *Rock box*.

Hood: Elemento inclinado o curvado que recepciona el material proveniente de la correa de descarga y lo redirecciona para el chute de carga, o en algunos casos, directamente a la correa de carga. El *Hood* es uno de los elementos que mejores resultados tiene en la descarga, ya que controla de manera adecuada el flujo, evitando el atollo, desgaste excesivo y falla catastrófica en los elementos, además de conservar la integridad del material y evitar la generación de polvo. Por otra parte, presenta dificultades en su manufactura e implementación, debido a la mayor cantidad de detalles geométricos.

En la Figura 2.3 se muestra una representación de un *Hood*.

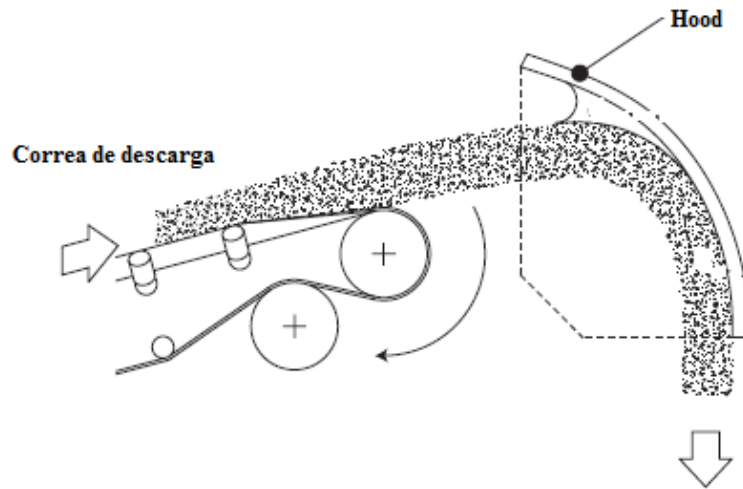


Figura 2.3: Representación de un *Hood* en un punto de transferencia. [4]

Impact plate: Placa sobre la cual impacta el material proveniente de la correa de descarga. También se conocen como placas de sacrificio [6], ya que generalmente se utilizan para frenar flujos de materiales abrasivos y/o con elementos de gran tamaño. Al impactar el material con la placa, esta absorbe gran parte de la energía, dañándose de forma acelerada y teniendo que ser sustituida o reparada con frecuencia, pero de este modo se evita dañar otros componentes más importantes, o más difícil de reemplazar. La placa requiere mínima manufactura y su instalación suele ser simple. En la Figura 2.4 se muestra una representación de una *Impact plate*.

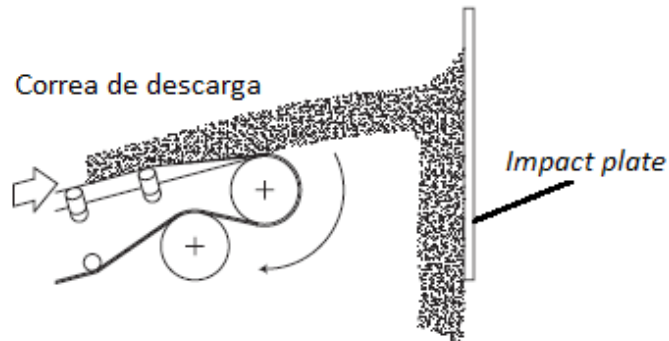


Figura 2.4: Representación de una *Impact plate* en un punto de transferencia. [6]

Rock box: Caja metálica la cual conserva cierta cantidad de material apilado, en que el material transportado, choca con dicha pila y continúa su trayectoria con menor velocidad. Con esto se logra bajar la velocidad del flujo, y disminuir el desgaste en los elementos, ya que la capa de material apilado protege las paredes del equipo del impacto del flujo. Suele utilizarse en materiales abrasivos con elementos de gran tamaño. No es recomendable para materiales cohesivos porque puede producir atollo al bajar las velocidades de flujo. En la Figura 2.5 se muestra una representación de un *Rock box*.

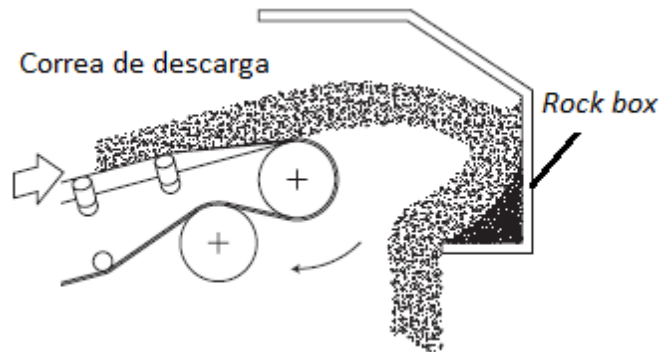


Figura 2.5: Representación de un *Rock box* en un punto de transferencia. [4]

Spoon: Elemento inclinado o curvado que capta el material del chute de descarga y lo redirecciona a la correa de carga. Es similar al *Hood*, ya que permite un buen control del flujo de material, lo que trae consigo las características mencionadas en la descripción de este. Su construcción e implementación es más difícil y costosa que la de otros elementos de carga, por lo que su uso debe estar justificado. En la Figura 2.6 se muestra una representación de un *Spoon*.

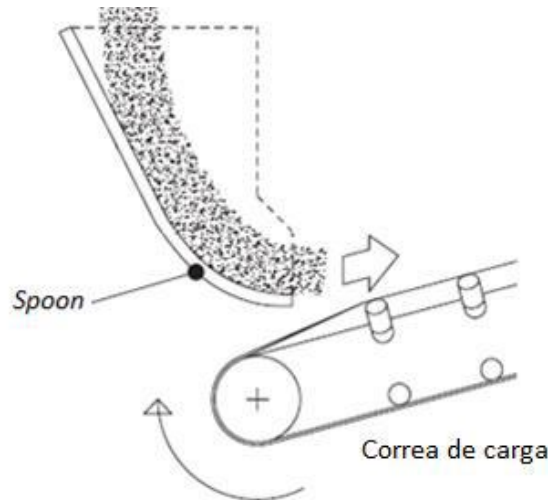


Figura 2.6: Representación de un *Spoon* en un punto de transferencia. [4]

Sliding tube: Es un elemento de carga similar al *Spoon*, con la diferencia de que no está curvado cuando se le mira en vista lateral, es decir, no controla la trayectoria del material en la dirección

del movimiento de las correas transportadoras. Generalmente se utiliza para manejar flujos cohesivos, en que se debe mantener las velocidades altas. Su manufactura es más simple que la del *Spoon*, aunque su implementación puede ser similar en complejidad, ya que por lo general estos elementos son voluminosos, y deben situarse dentro de la tolva de carga y bajo la tolva de descarga. En la Figura 2.7 se muestra una representación de un *Sliding tube*.

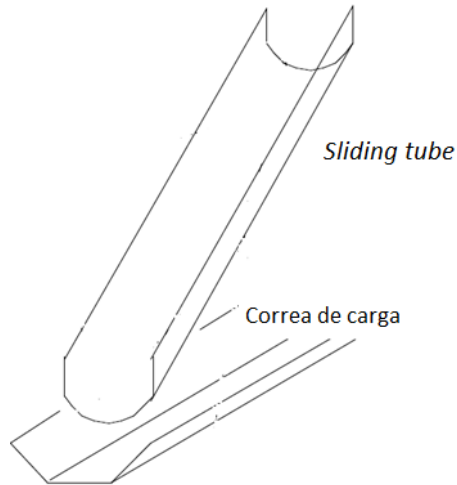


Figura 2.7: Representación de un *Sliding tube* en un punto de transferencia. [7]

Cascade chute: Conjunto de *Rock box*, que se ubican en el espacio vertical existente entre la correa de descarga y la de carga. Generalmente se utilizan cuando la altura de caída es grande, para controlar la velocidad del flujo. En la Figura 2.8 se muestra una representación de un *Cascade chute*.

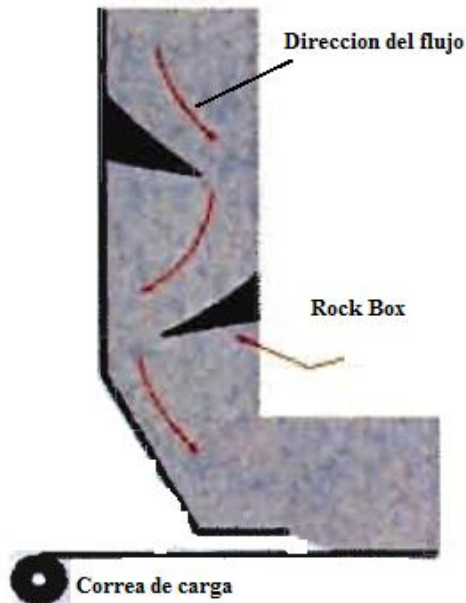


Figura 2.8: Representación de un chute de cascada en un punto de transferencia. [5]

Existen otros elementos complementarios que pueden implementarse en el chute con la finalidad de mejorar su desempeño, algunos de estos se describen en los párrafos siguientes.

Wear box: Consiste en placas dispuestas perpendicularmente sobre la superficie de uno de los chutes de modo de provocar que quede acumulado material en estas, lo que previene el desgaste, ya que el material que continúa fluyendo chocará sobre el material acumulado y no directamente sobre la superficie del chute. En la Figura 2.9 se muestra una representación de un *Wear box* en un *Spoon*.

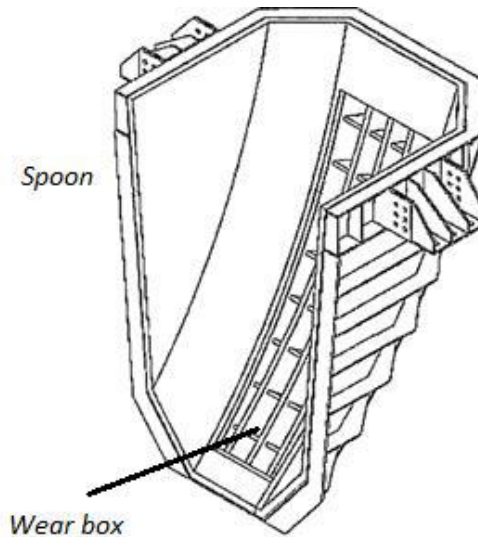


Figura 2.9: Representación de *Wear box* en *Spoon*. [5]

Wear plates: Son placas de metales de alta dureza o materiales cerámicos que se fijan mediante pernos, a las paredes de algunos elementos pertenecientes a los puntos de transferencia, la finalidad de estas es proteger dichos elementos de la abrasión y de los impactos que produce el flujo de material.

Rubber curtains: Cortinas de gomas que recubren el punto de transferencia para contener el polvo generado. También pueden utilizarse para disminuir las velocidades horizontales en la transferencia al chute de carga.

2.1.2 Criterios de diseño en puntos de transferencia

Por lo general, los puntos de transferencia son diseñados enfocándose en los potenciales problemas que estos típicamente presentan, y generando acciones que los eviten ([6], [7] y [10]). Lo anterior puede ser dividido en tres etapas que se presentan en la Figura 2.

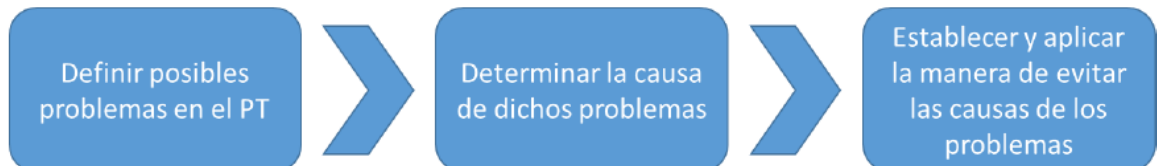


Figura 2.10: Etapas del proceso de diseño de un punto de transferencia. [9]

En la primera etapa, se definen los posibles problemas que ocurrirían en un PT dadas las condiciones de operación y la posición de las correas transportadoras entre las cuales debe ubicarse el PT. En el segundo, se determina la naturaleza cinemática, dinámica y cualitativa, de los problemas de la etapa anterior. Por último, en la tercera etapa, se establece un método para manejar las condiciones cinemáticas y dinámicas que generan los problemas, en que se implementan ecuaciones y principios que se utilizan para dimensionar y definir la geometría de los elementos a diseñar, esta información se especifica en [3], [5] y [7], entre otros. Para efectos de este trabajo, se desarrollan los principios descritos en Stuart-Dick y Royal [7] ya que corresponden especialmente para el caso de manejo de materiales sólidos granulares.

2.1.2.1 Problemas de los PT y sus posibles causas.

Los problemas de los PT y las causas de estos están bien definidos (Dewicki y Mustoe [8], Van Aarde [5] y, Stuart-Dick y Royal [7]). Son los siguientes:

Tabla 2.1: (parte 1 de 3): Problemas en PT y sus respectivas causas. [9]

Problema	Descripción	Causa
<i>Spillage</i>	Derramamiento de material fuera de las correas transportadoras en la transferencia.	<ul style="list-style-type: none"> • Cantidad de material transportado es mayor que la recomendada por diseño. • Material no es depositado centrado en la correa de carga.
<i>Plugging</i>	Atollo parcial o total de un chute.	<ul style="list-style-type: none"> • Cantidad de material transportado es mayor que la recomendada por diseño. • Flujo presenta velocidades muy bajas. • Material es cohesivo y presenta tendencia a la adherencia a paredes y a unirse entre sí. • Material es fino y hay presencia de humedad.
<i>Belt wear</i>	Desgaste excesivo en la correa de carga.	<ul style="list-style-type: none"> • Material no es depositado adecuadamente en la dirección y velocidad de la correa de carga. • Material impacta con velocidades elevadas la correa de carga. • Flujo de material presenta elementos duros y/o masivos.

Tabla 2.2: (parte 2 de 3): Problemas en PT y sus respectivas causas. [9]

Problema	Descripción	Causa
<i>Chute wear</i>	Desgaste excesivo de los elementos del chute.	<ul style="list-style-type: none"> • Material impacta con velocidades elevadas las paredes del chute. • Material no es transportado uniformemente a través del chute, con variaciones bruscas de velocidad. • Flujo de material presenta elementos duros y/o masivos.
<i>Material degradation</i>	Cambio en las condiciones del material transportado, generalmente rompimiento por impacto.	<ul style="list-style-type: none"> • Material impacta con velocidades elevadas las paredes del chute. • Material impacta con velocidades elevadas la correa de carga. • Material no es transportado uniformemente a través del chute, con variaciones bruscas de velocidad. • Flujo de material presenta elementos duros y/o masivos.

Tabla 2.3: (parte 3 de 3): Problemas en PT y sus respectivas causas. [9]

Problema	Descripción	Causa
<i>Dust generation</i>	Generación excesiva de polvo cuando se transporta material seco y fino (con presencia de granulometría micrométrica).	<ul style="list-style-type: none"> • Material impacta con velocidades elevadas las paredes del chute. • Material no es transportado uniformemente a través del chute, con variaciones bruscas de velocidad. • Material impacta con velocidades elevadas la correa de carga.
<i>Miss tracking of belt</i>	La correa de carga se descentra.	<ul style="list-style-type: none"> • Material no es depositado adecuadamente en la dirección y velocidad de la correa de carga. • Material impacta con velocidades elevadas la correa de carga.

En resumen, todos los factores que deben ser evitados para un correcto funcionamiento de un chute son los siguientes:

- Cantidad de material transportado es mayor que la recomendada por diseño.
- Material no es depositado centrado en la correa de carga.
- Flujo presenta velocidades muy bajas.
- Material no es depositado adecuadamente en la dirección y velocidad de la correa de carga.
- Material impacta con velocidades elevadas la correa de carga.
- Flujo de material presenta elementos duros y/o masivos.
- Material impacta con velocidades elevadas las paredes del chute.
- Material no es transportado uniformemente a través del chute, con variaciones bruscas de velocidad.

2.1.2.2 Problemas de los PT y sus posibles causas.

Según Stuart-Dick [7], existen 6 principios, los cuales están relacionados con los problemas descritos anteriormente, que se deben tener en cuenta para el diseño de chutes. Son los siguientes:

Prevenir el atollo en los puntos de impacto

Se debe asegurar que el chute presente una pendiente adecuada (cuyo valor depende del caso de estudio), y su superficie sea suave, todo esto con la finalidad de que el material fluya a las menores velocidades posibles sin producir atollo, ya que, a velocidades mayores, es probable que ocurra desgaste acelerado.

La disminución de velocidad del flujo en los chutes se debe principalmente a las pérdidas energéticas por roce entre el flujo y la pared del chute. Por este motivo, mientras más suave sea la curvatura de un chute respecto la dirección de la velocidad del flujo, menores pérdidas tendrá este. Por motivos de manufactura, la curvatura de la pared de un chute se realiza mediante placas planas, llamadas *steps* (lo que para este trabajo se traducirá como etapas). En la Figura 2.11 y Figura 2.12, se muestra un ejemplo de dos tipos de chutes con diferentes etapas

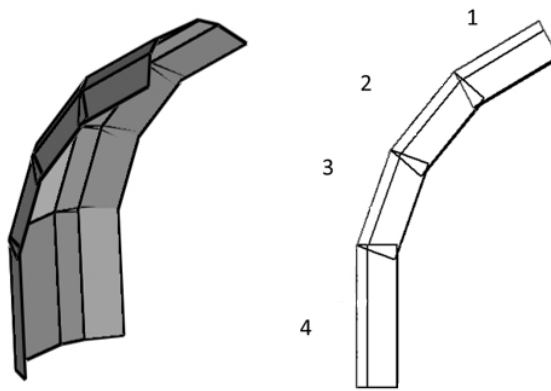


Figura 2.11: Hood de 4 etapas, las que se indican enumeradas. [9]

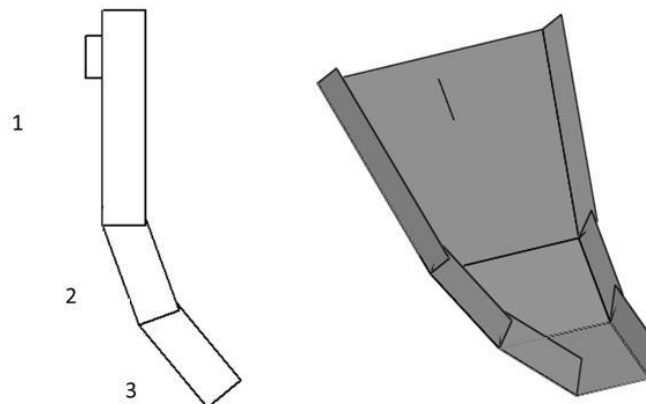


Figura 2.12: Spoon de 3 etapas, las que se indican enumeradas. [9]

Considérese la Figura 2.13, que representa la interacción del flujo con un chute de una etapa, en el caso más común que es sin rebotar. Las relaciones para las velocidades de impacto y de salida, y la presión de impacto, en función de los parámetros indicados en la figura, se indican en la Ecuación 2.1 y en la Ecuación 2.2

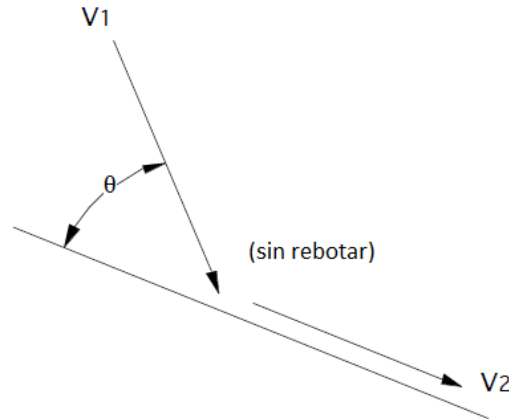


Figura 2.13: Representación de un chute de una etapa. [7]

En la Figura 2.13, V_1 corresponde a la velocidad del flujo de partículas previo a la colisión con el chute, V_2 corresponde a la velocidad posterior a la colisión, sin que ocurra rebote, y θ es el ángulo del flujo incidente relativo a la superficie del chute.

Se tiene la siguiente relación entre velocidades:

$$\frac{V_2}{V_1} = \cos\theta - \sin\theta \tan\phi \quad [7] \quad \text{Ecuación 2.1}$$

En que ϕ es el ángulo de fricción interna, el cual representa la fricción que existe entre el material y la pared del chute.

La presión de impacto se puede estimar mediante la siguiente expresión:

$$\sigma = \frac{\rho_b V_1^2 \sin^2 \theta}{g} \quad [7] \quad \text{Ecuación 2.2}$$

En que σ la presión de impacto, ρ_b la densidad del grupo de partículas, y g es la aceleración de gravedad.

A continuación se puede apreciar una curva típica de la presión de impacto en función del ángulo que forma el flujo con la superficie del chute, θ .

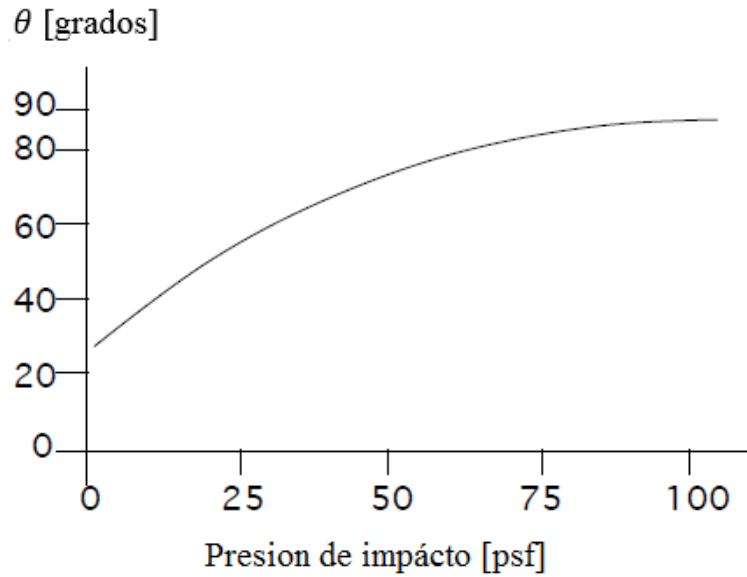


Figura 2.14: Presión de impacto en función del ángulo que forma el flujo con la superficie del chute. [7]

Para el caso de un chute de dos etapas, considerando el flujo sin rebotar (Figura 2.15), las expresiones que relacionan las velocidades entre cada una de las etapas se indican en la Ecuación 2.3, Ecuación 2.4 y Ecuación 2.5.

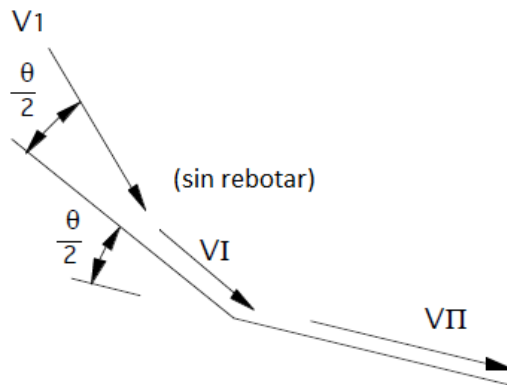


Figura 2.15: Representación de un chute de dos etapas. [7]

En la Figura 2.15, VI, corresponde a la velocidad del flujo a la salida de la primera etapa, y VII es la velocidad a la salida de la segunda.

Las relaciones para las velocidades son las siguientes:

$$\frac{V_1}{V_I} = \cos \frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \tan \phi \quad [7] \quad \text{Ecuación 2.3}$$

$$\frac{v_{II}}{v_I} = \cos \frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \tan \phi' \quad [7] \quad \text{Ecuación 2.4}$$

Al dividir las ecuaciones anteriores se obtiene la pérdida de velocidad del flujo al pasar por el chute. La expresión de esto se muestra a continuación:

$$\frac{v_{II}}{v_I} = \cos^2 \theta - \sin \phi \tan \phi + \sin^2 \frac{\theta}{2} \tan^2 \phi \quad [7] \quad \text{Ecuación 2.5}$$

En la Figura 2.16 se puede observar la razón entre las velocidades de salida para un chute de dos y una etapa.

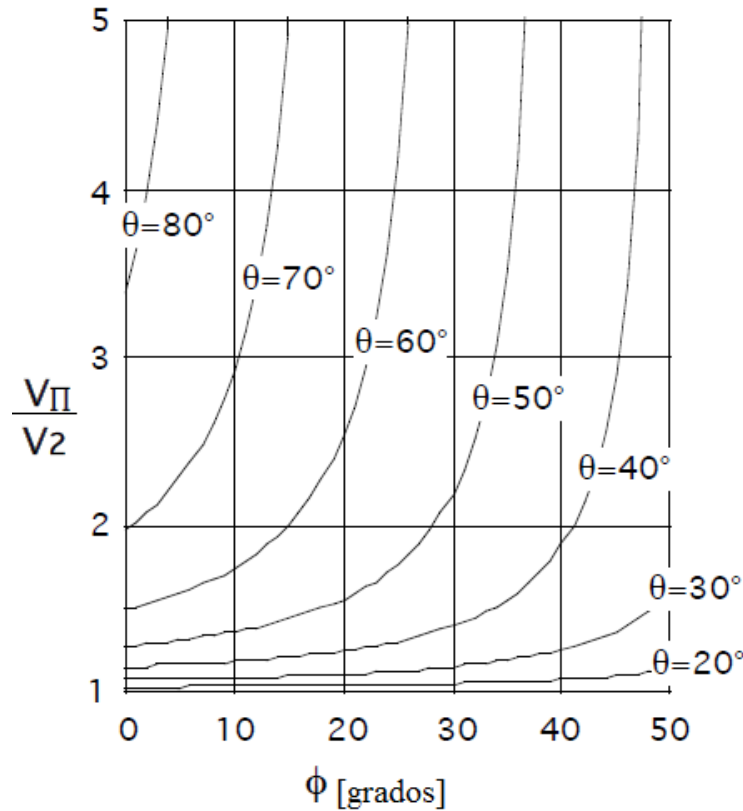


Figura 2.16: Diagrama típico para razones de velocidades de salida en chutes de dos y una etapa, en función del ángulo de fricción y ángulo de inclinación del chute. [7]

Con lo que puede observarse que la velocidad de salida en el impacto aumenta drásticamente para $\theta > 30^\circ$ cuando se utiliza un chute de dos etapas con respecto al de una.

Asegurar suficiente área de sección transversal

El área transversal del chute dependerá de la velocidad, lo que a su vez está relacionado con la aceleración, por lo que el análisis comenzará a partir de este último concepto.

A continuación, se muestra el análisis de fuerza de una partícula, que no experimenta rodadura, sobre un chute recto.

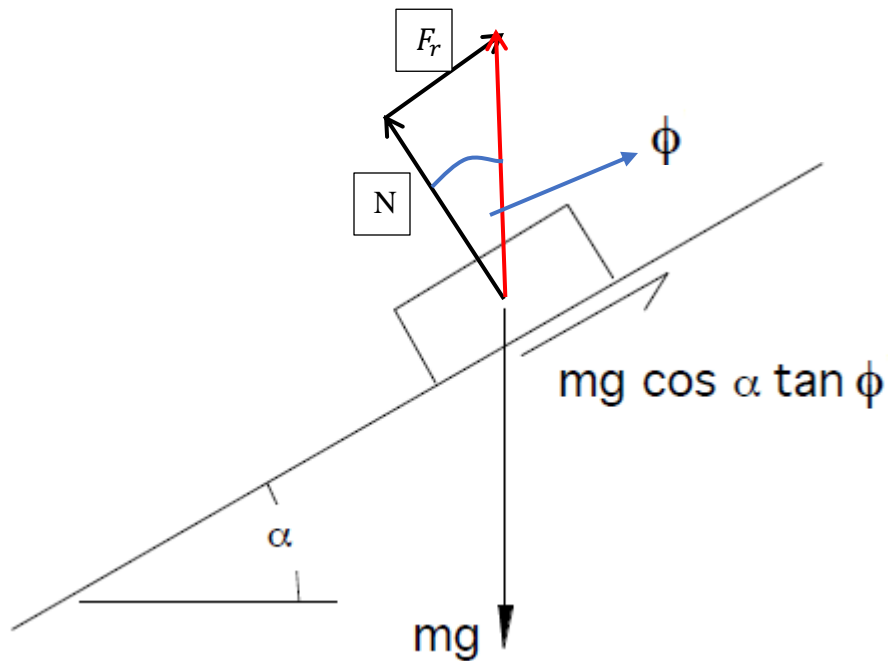


Figura 2.17: Diagrama de fuerzas de una partícula sobre un chute recto. [7]

En la figura anterior, m es la masa de una partícula de material, g es la aceleración de gravedad y α es el ángulo de la superficie del chute con respecto a la horizontal.

La aceleración a de la partícula está determinada por:

$$a = (g \sin \alpha - g \cos \alpha \tan \phi) \quad [7] \quad \text{Ecuación 2.6}$$

A continuación, se realizará el mismo análisis en una superficie curva, correspondiente a un arco de circunferencia. En la Figura 2.18 se muestra una representación de dicho caso.

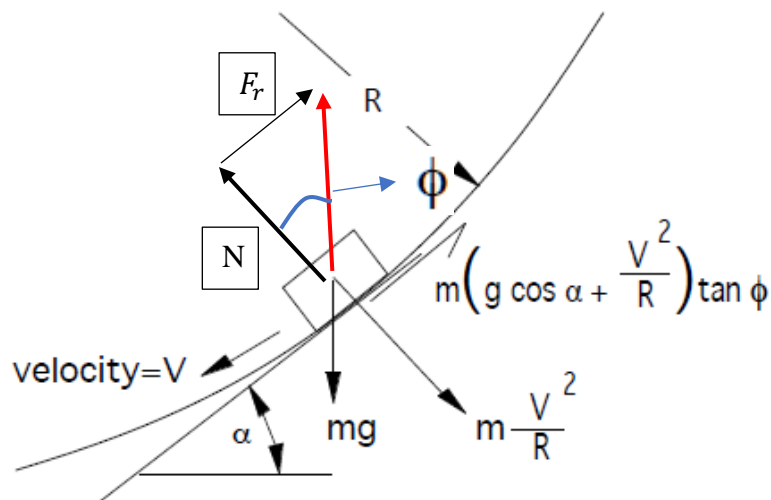


Figura 2.18: Diagrama de fuerzas de una partícula sobre una superficie curva. [7]

En la Figura 2.18, V representa la velocidad lineal de la partícula, R el radio de curvatura de la superficie y α el ángulo de la superficie con respecto a la horizontal para una posición determinada.

Para este caso, la aceleración a de la partícula está determinada por la siguiente expresión:

$$a = g (\sin\alpha - \cos\alpha \tan\phi) - \frac{v^2}{R} \tan\phi \quad [7] \quad \text{Ecuación 2.7}$$

La velocidad del flujo de material a una distancia S de un punto inicial arbitrario, está determinada por:

$$\sqrt{(V_0^2 + 2aS)} \quad [7] \quad \text{Ecuación 2.8}$$

En que V_0 , es la velocidad en dicho punto inicial.

Para el diseño del chute, se debe tomar en cuenta que a medida que el flujo de materia acelera, disminuye el área de sección transversal.

Se recomienda que el área de la sección transversal de material, en la parte en donde la velocidad es menor, no supere la tercera parte del área total, todo esto considerando valores conservadores para la densidad.

Control del flujo de partículas

Sirve para direccionar suavemente el flujo de material (sin grandes variaciones en su velocidad), y depositarlo centrado en la correa de recepción.

Lo que controla el flujo de material es la forma de la sección transversal del chute, la que puede ser cónica, rectangular o cuadrada.

Las secciones cónicas (Figura 2.19) permiten mayor control del flujo, por lo que es más fácil depositar el material en el centro de la correa de recepción, son recomendados cuando se manejan materiales cohesivos, ya que evitan que este se fije a las paredes. También son adecuados para controlar la generación de polvo, ya que los movimientos a través del chute son suaves. Los inconvenientes de este tipo de chutes, es su dificultad para ser manufacturados, montados, y realizar mantenimiento.

Por otra parte, los chutes de secciones rectangulares o cuadradas no presentan este tipo de problemas, pero su desempeño es bastante más bajo respecto el control de material, la generación de polvo, y el manejo de materiales cohesivos, ya que estos se adhieren en las esquinas y eso facilita que se vayan apilando poco a poco.

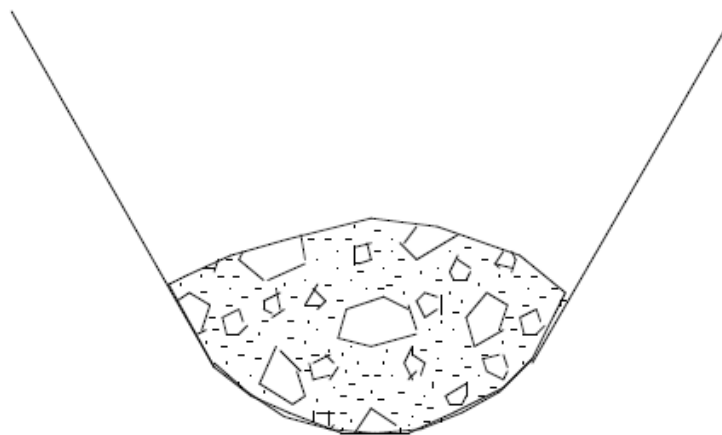


Figura 2.19: Chute de sección cónica. [7]

Existe otro problema asociado al control de material cuando este se presenta junto con el desgaste excesivo de la correa de recepción. La mayoría de las veces esto se debe a la presencia de rocas que impactan con mucha velocidad en la dirección normal a la correa, cuando lo que debería ser, es que, al momento de llegar a esta, tengan una velocidad levemente mayor a la de la correa, y lo más cercano a la misma dirección y sentido de esta.

Un factor importante que propicia que el material no sea bien controlado, es la velocidad horizontal en la transferencia al chute de carga. Para evitar esto se pueden utilizar cortinas de caucho, cadenas y nervaduras. Mediante una simulación DEM se pueden obtener resultados precisos de la trayectoria del material, pero la experiencia sigue siendo la herramienta más efectiva para que el material sea depositado en el centro de la correa, por lo que cuando se realiza un diseño, es muy recomendable estudiar los casos que funcionan correctamente.

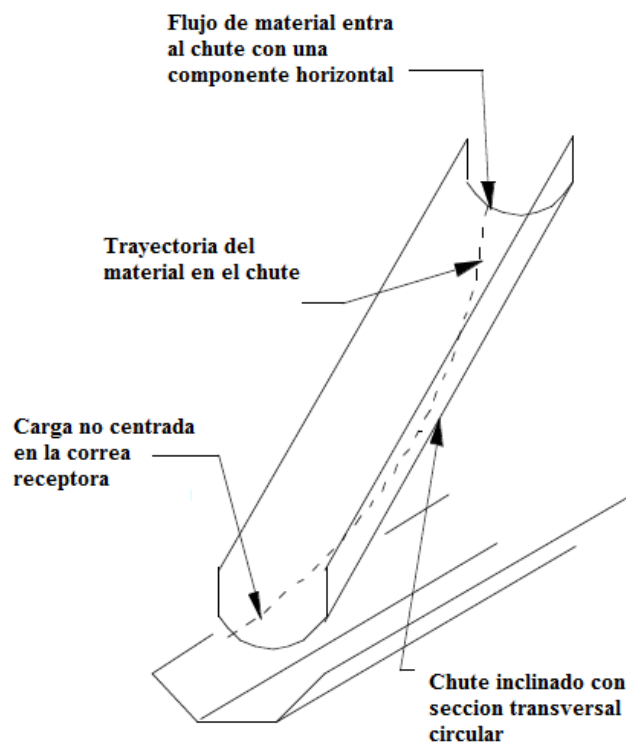


Figura 2.20: Trayectoria del material durante la carga. [7]

Minimizar el desgaste abrasivo de la superficie del chute

Si el material transportado no es cohesivo, basta con utilizar un *wear box* en la superficie del chute. Si el material es cohesivo, se debe considerar que la geometría de la superficie del chute sea lo más cercana a la trayectoria natural del material. Esta medida disminuye el impacto y mantiene alta la velocidad, por lo que se controla la abrasión y el atollo.

Si la abrasión fuese severa, como en caso cuando se transporta una mezcla de lodo con rocas, se recomienda un chute de sección cónica con nervaduras dispuestas transversalmente (Figura 2.21). Esto evita el impacto directo del flujo de material sobre la superficie del chute, ya que se acumula una capa de material que lo protege.

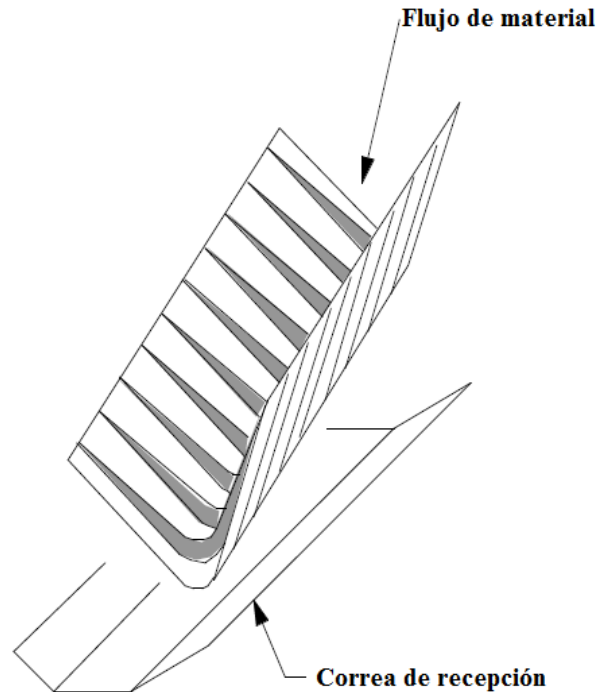


Figura 2.21: Chute de carga con nervaduras. [7]

Control de la generación de polvo

Esto se produce cuando el material transportado contiene poca humedad, y se mezcla con aire. Las medidas para evitarlo son las siguientes:

Mantener el material en contacto con la superficie del chute a medida que avanza en su trayectoria.

- Concentrar el flujo de material.
- Mantener ángulos de impacto pequeños (entre la trayectoria y la superficie del chute).
- Mantener la velocidad a lo largo del chute lo más constante posible.
- Que el material aterrice en la correa de recepción en la misma dirección y a una velocidad levemente mayor (suele recomendarse no más del 10% más que la velocidad de la correa).
- Para contener el polvo puede utilizarse cortinas de goma.

Minimizar el daño al material transportado

Este aspecto es importante, ya que las propiedades del flujo de material dependen de la granulometría. Etapas posteriores en el proceso están calibradas para un tamaño determinado de partículas, y si estas se deterioran aleatoriamente, puede haber inconvenientes que afecten la producción o el funcionamiento de las máquinas.

El deterioro de material es más probable que ocurra cuando las presiones de impacto son altas, para manejar esto existen las siguientes medidas:

- Minimizar el ángulo entre el chute y el flujo de material en los puntos de impacto.
- Mantener el flujo concentrado en el chute y sobre la superficie de este durante su trayectoria.
- Mantener la velocidad de flujo lo más constante posible a través del chute.

2.2 Estudio de materiales granulares para aplicaciones DEM

La información que se expondrá en este capítulo corresponde a una clasificación realizada por Duque [9], del estudio de los materiales granulares para llevar a cabo aplicaciones DEM. La bibliografía que lo respalda corresponde principalmente a los trabajos de Johnstone [10], Horn, [11], y Barrios et al.[12], aunque en realidad esta clasificación fue realizada considerando toda la información que se ha consultado del DEM, lo que incluye, sitios web oficiales de programas comerciales DEM.

Este capítulo, es de importancia fundamental para el presente trabajo, ya que la clasificación de la información que se plantea, corresponde a una metodológica general, para el estudio de materiales en aplicaciones DEM, en que el lector, a partir de esta, puede establecer una metodología particular para su aplicación.

Para realizar una correcta simulación DEM, se deben escoger adecuadamente los parámetros físicos que representen la cinemática y dinámica del material a estudiar. Esto no necesariamente se refiere a trabajar con valores cercanos a los experimentales, si no a la combinación de parámetros que aseguren un comportamiento de las partículas similar a la real.

El estudio de materiales granulares para aplicaciones DEM consta de tres etapas, estas son la caracterización, la calibración y la validación. En este proceso se evalúan parámetros adicionales que no necesariamente están relacionados de forma directa con las propiedades de estudio del material, pero que dan cuenta de su comportamiento y son útiles para definir los parámetros que se ingresan a la simulación.

A continuación, en la Tabla 2.4 se pueden observar los diferentes parámetros, sus símbolos y unidades de medida.

Tabla 2.4: Parámetros DEM, sus símbolos típicos y unidades en SI.

Parámetro	Símbolo	Unidades de medida SI
Densidad de partícula	ρ_p	kg/m^3
Densidad de grupo de partículas	ρ_b	kg/m^3
Densidad de pared	ρ_w	kg/m^3
Modulo elástico partícula	E_p	Pa
Coefficiente de Poisson partícula	ν_p	
Modulo elástico pared	E_w	PA
Coefficiente de Poisson pared	ν_w	
Radio	R	m
Coefficiente roce estático partícula- partícula	μ_{pp}	
Coefficiente roce estático partícula- pared	μ_{pw}	
Coefficiente roce de rodadura partícula - partícula	$\mu_{r,pp}$	
Coefficiente roce dinámico partícula- partícula	$\mu_{d,pp}$	
Coefficiente roce dinámico partícula- pared	$\mu_{d,pw}$	
Coefficiente de restitución partícula - partícula	ϵ_{pp}	
Coefficiente de restitución partícula - pared	ϵ_{pw}	
Numero de partículas	N	
Masa de partículas	m_p	kg
Volumen de partículas	V_p	m^3
Masa del grupo de partículas	m_b	kg
Volumen del grupo de partículas	V_b	m^3
Ángulo de inclinación	β	$^\circ$
Ángulo de reposo estático	α_e	$^\circ$
Ángulo de fricción	φ	$^\circ$

2.2.1 Caracterización del material

La caracterización del material corresponde a experimentos realizados al material, para determinar sus propiedades físicas y/o mecánicas. Los resultados obtenidos en esta etapa pueden ser de dos tipos, el primero corresponde a propiedades que dan cuenta del comportamiento cualitativo del material, como el ángulo de reposo estático. El segundo caso corresponde a propiedades que se utilizaran como parámetros de entrada en la simulación, como lo son los coeficientes de roce. Cabe destacar que los parámetros obtenidos en la calibración no necesariamente corresponden a los que se utilizaran finalmente, ya que en el proceso de calibración se ajustaran estos valores para que representen con mayor exactitud la realidad.

A continuación, se presentan los distintos ensayos a realizar para la caracterización del material.

2.2.1.1 Pesaje e inmersión

Parámetro obtenido: ρ_p

Fuente: Horn [11]

Consiste en pesar una cantidad de partículas m_b , las cuales serán introducidas en un recipiente graduado lleno de agua para así medir la variación de volumen V_p . Finalmente se calcula la densidad de partículas con la siguiente ecuación.

$$\rho_p = \frac{m_b}{V_p} \quad \text{Ecuación 2.9}$$

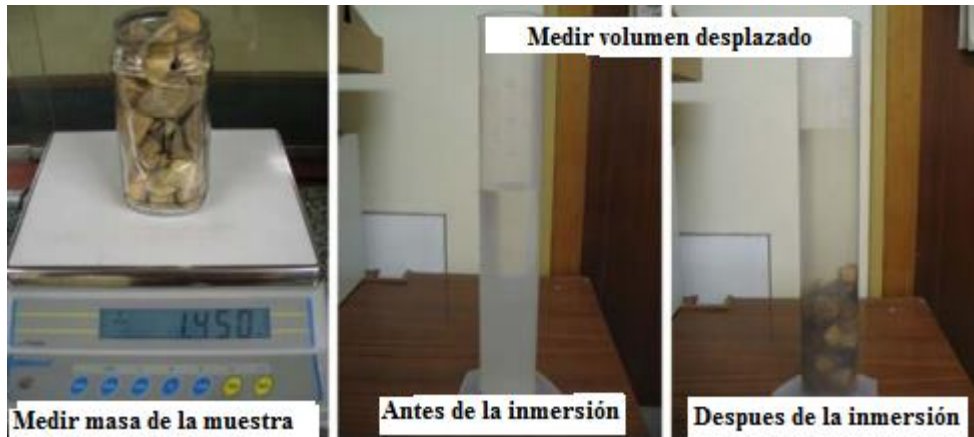


Figura 2.22: Etapas del pesaje e inmersión. [7]

2.2.1.2 Plano inclinado

Parámetro obtenido: μ_{pp} , μ_{pw} y $\mu_{r,pp}$

Fuente: Barrios et al.[12], Horn [11], y Johnstone [10]-

El experimento del plano inclinado consiste en colocar una partícula sobre un plano el cual va variando su ángulo de inclinación. Se registra el ángulo para el cual la partícula desliza o rueda. Dependiendo de la situación, se puede estimar el Coeficiente de roce estático μ o el Coeficiente de Roce de rodadura μ_r .

Para estimar el Coeficiente de roce estático entre partículas μ_{pp} y partícula-pared μ_{pw} , se debe asegurar que la partícula deslice. Esto se logra uniendo 3 partículas a una placa para luego ubicarlas sobre el plano inclinado. Se debe ir aumentando en ángulo de inclinación hasta que la placa con las partículas deslice. El valor del ángulo para lo que ocurre deslizamiento se denomina Ángulo de fricción φ . Para obtener distintas relaciones entre elementos, el material del plano inclinado puede modificarse y para obtener μ_{pp} se puede formar una capa de partículas sobre la superficie del plano (Barrios et al [12]). También se utiliza este ensayo para obtener el coeficiente de roce dinámico, para el cual se necesita el tiempo en que demora la partícula en llegar al extremo inferior del plano inclinado una vez que desliza.

Las Figuras 2.22 y 2.23 muestran una representación del ensayo.

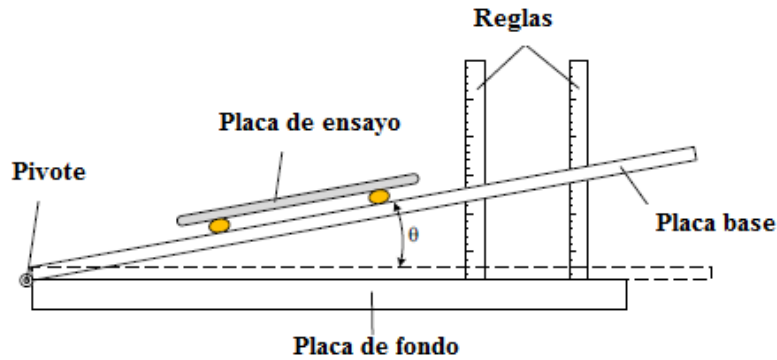


Figura 2.23: Ensayo de plano inclinado para obtener coeficiente de roce estático, vista lateral. [10]

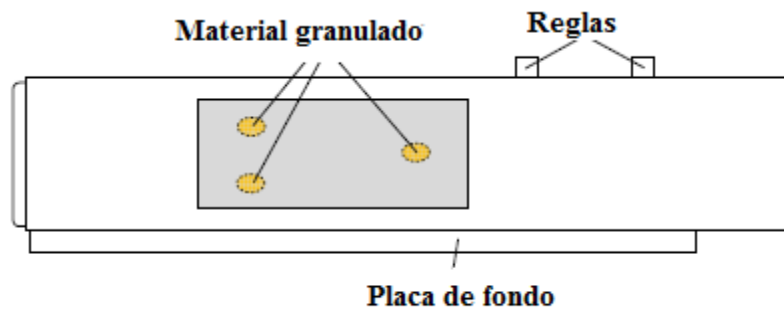


Figura 2.24: Ensayo de plano inclinado para obtener coeficiente de roce estático, vista superior. [10]

La expresión que permite determinar el Coeficiente de roce estático es la siguiente:

$$\mu = \tan \varphi \quad \text{Ecuación 2.10}$$

Para estimar el Coeficiente de roce de rodadura $\mu_{r,pp}$, se realiza un experimento de plano inclinado en que una sola partícula se ubica sobre el plano inclinado en donde el ángulo de este va aumentando hasta el punto en que la partícula rueda hacia abajo. Al igual que en el caso anterior, para obtener la relación de partícula - partícula, se necesita formar una capa de partículas sobre la superficie del plano. En la figura 2.25 se muestra una representación de este ensayo.

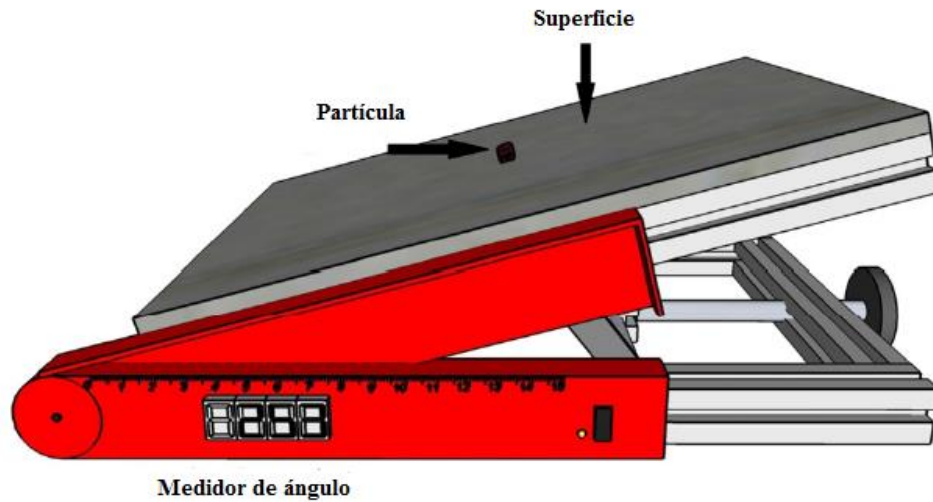


Figura 2.25: Ensayo de plano inclinado para obtener Coeficiente de roce de rodadura. [12]

La expresión que permite obtener el Coeficiente de roce de rodadura es la siguiente:

$$\mu_r = \tan \varphi \quad \text{Ecuación 2.11}$$

2.2.1.3 Impacto de caída libre

Parámetro obtenido: ε_{pp} , y ε_{pw}

Fuente: Fuente: Barrios et al.[12] y Johnstone [10].

Se deja caer una partícula sobre una superficie del mismo material que la pared, o bien una capa de partículas del material de estudio. El evento se graba con una cámara de alta velocidad, y luego se analizan las velocidades de choque y salida.

En la figura 2.26 se muestra una representación del ensayo

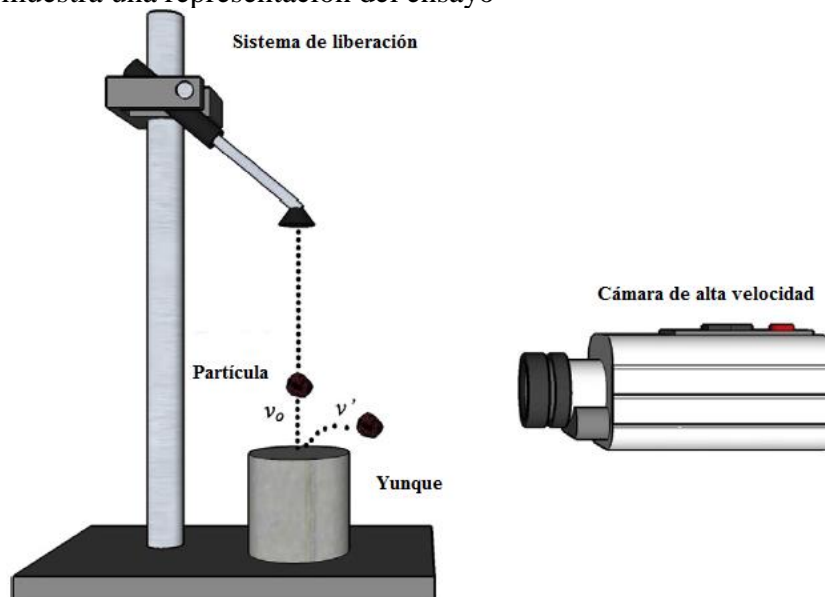


Figura 2.26: Ensayo de impacto en caída libre. [12]

La expresión para el coeficiente de restitución es la siguiente:

$$\varepsilon = \frac{v'}{v_0} \quad \text{Ecuación 2.12}$$

2.2.2 Calibración de parámetros

La calibración de parámetros consiste en seleccionar de manera adecuada una combinación de las propiedades del material que se ingresan en la simulación DEM, esto quiere decir, que el conjunto seleccionado permita reproducir de manera similar el comportamiento real del material. Para dicho propósito, se realizan una serie de ensayos de laboratorio, en los cuales se miden ciertos parámetros que dan cuenta del comportamiento cinemático y dinámico de un grupo de partículas. Posteriormente se reproducen estos experimentos mediante una simulación en la cual se varían los parámetros de entrada hasta que la simulación represente un comportamiento similar al real.

Una de las principales dificultades de la calibración es que consiste en un proceso específico para cada aplicación y material, incluso para procesos equivalentes se debe realizar la calibración para cada proceso.

A continuación, se presentan algunos ensayos de calibración importantes.

2.2.2.1 Densidad del grupo de partículas sin compactar

Parámetro obtenido: ρ_p

Fuente: Horn [11]

Este experimento permite calibrar la densidad de partículas a partir del valor estimado de densidad del grupo de partículas. Para esto se realiza una simulación DEM en que las partículas se dejan caer en un recipiente por gravedad, acumulándose en el fondo de este. Luego se nivela el volumen del grupo de partículas, eliminando todas aquellas que superen una determinada cota. Posteriormente se traza una recta de tendencia, y se intersecta con el valor estimado de la densidad del grupo de partículas, obteniéndose la densidad de partículas calibrada.

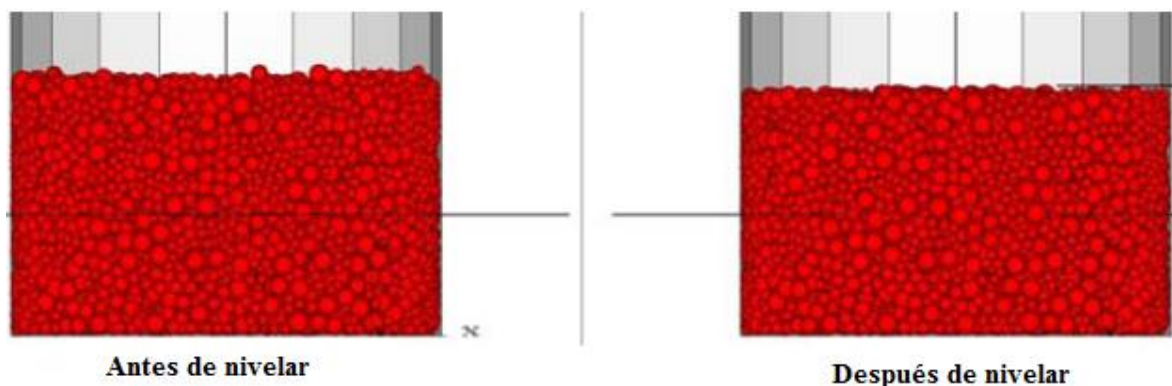


Figura 2.27: Nivelación de partículas depositadas en el recipiente. [11]

2.2.2.2 Medición del Angulo de reposo

Parámetro obtenido: μ_{pp} y $\mu_{r,pp}$

Fuente: Horn [11].

El ángulo de reposo corresponde a la inclinación que adopta un grupo de partículas en alguna situación estática, por ejemplo, en reposo sobre un plano horizontal luego de ser derramadas verticalmente desde una altura dada.

Por lo general se iteran μ_{pp} y $\mu_{r,pp}$ hasta obtener ángulos de reposo similares tanto en las simulaciones como en el experimento.

En la figura 2.28 se muestra una de las tantas representaciones para obtener el ángulo de reposo.

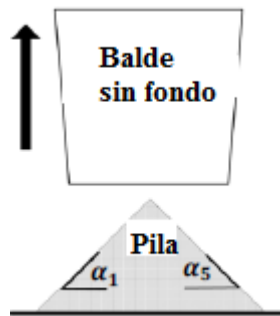


Figura 2.28: Ángulo formado al levantar un balde sin fondo, lleno de material y apoyado sobre un plano horizontal. [11]

En la figura 2.29 se muestra la vista superior de la pila formada por el material, en donde se indican algunas posiciones para medir distintos ángulos.

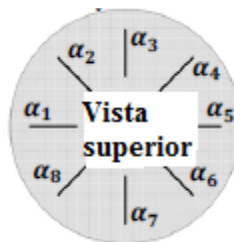


Figura 2.29: Vista superior del ángulo de reposo formado, en que se representan los ángulos en diferentes partes de la pila. [11]

3. Simulación utilizando información experimental de la bibliografía

En el presente capítulo se realiza una simulación de un caso experimental estudiado en el documento de Grima y Wypych, [6] (lo que denominaremos “caso de validación”), utilizando Rocky DEM.

En dicho trabajo, se realiza una experiencia en un laboratorio que cuenta con un sistema de correas transportadoras. Esta consiste en registrar con una cámara el movimiento de un flujo de pellets de polietileno que se estrellan sobre una placa de impacto luego de abandonar la correa de carga, con lo que se puede determinar la posición y velocidad de las partículas, además, se registran las fuerzas sobre la placa de impacto mediante sensores.

Adicionalmente, en dicho trabajo, se realiza una simulación computacional del experimento utilizando el *software* EDEM, uno de los más connotados en aplicaciones DEM. Es importante mencionar, que todos los parámetros de entrada para reproducir la simulación realizada en dicho documento están especificados, así como también, los resultados cuantitativos tanto de la simulación como del experimento. En la Figura 3.1 se puede apreciar la ejecución del ensayo.

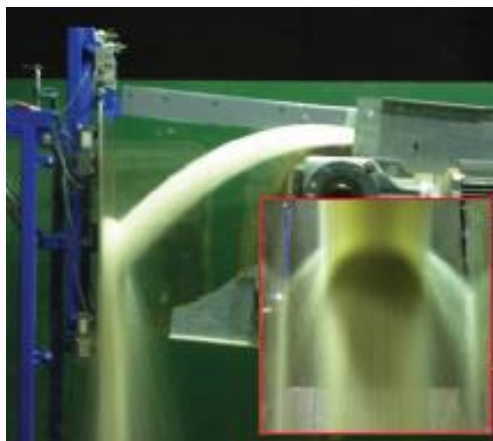


Figura 3.1: Ensayo en correa transportadora, en que el flujo de pellets de polietileno golpea una placa de impacto de acero. [4]

3.1 Parámetros de entrada del caso de validación

Los parámetros de entrada de toda simulación DEM en puntos de transferencia, y en particular en este caso, son el modelo de contacto, las propiedades del material, la geometría, las características de las partículas y los aspectos relacionados con los cálculos e iteraciones. El documento con el que se llevará a cabo la validación presenta una serie de casos, en los que se utilizan, diferentes velocidades de correa y formas de partículas, entre otras variaciones. Para el presente trabajo se escogerá un único caso.

En el presente capítulo se especifican cada uno de los puntos del caso seleccionado, relevantes a la simulación, los parámetros de entrada de esta, y los resultados obtenidos.

3.1.1. Propiedades de los materiales

Las propiedades de los materiales se especifican en la Tabla 3.1

Tabla 3.1: Propiedades de los materiales a emplear en la simulación DEM. [4]

Propiedad	Material	Valor	Unidad de medida
Densidad de las partículas	Polietileno	925	kg/m^3
Densidad de pared	Acrílico	1200	kg/m^3
Densidad de pared	Acero	7800	kg/m^3
Densidad de pared	Correa transportadora	950	kg/m^3
Módulo elástico partículas	Polietileno	250	MPa
Módulo elástico pared	Acrílico	2.7	GPa
Módulo elástico pared	Acero	182	GPa
Módulo elástico pared	Correa transportadora	100	MPa
Módulo de Poisson Partículas	Polietileno	0,38	
Módulo de Poisson pared	Acrílico	0,35	
Módulo de Poisson pared	Acero	0,3	
Módulo de Poisson pared	Correa transportadora	0,45	
Coefficiente de restitución partículas	Polietileno	0,7	
Coefficiente de restitución pared	Acrílico	0,65	
Coefficiente de restitución pared	Acero	0,66	
Coefficiente de restitución pared	Correa transportadora	0,4	
Coefficiente roce estático partículas	Polietileno	0,3	
Coefficiente roce estático pared	Acrílico	0,32	
Coefficiente roce estático pared	Acero	0,27	
Coefficiente roce estático pared	Correa transportadora	0,7	
Coefficiente de roce de rodadura partículas	Polietileno	0,1	

3.1.2. Geometría CAD

La geometría CAD de la placa de impacto fue desarrollada en el programa Inventor y la correa transportadora fue creada directamente en Rocky DEM. La representación de cada geometría se muestra en las Figura 3,2, Figura 3,3, y Figura 3.4.

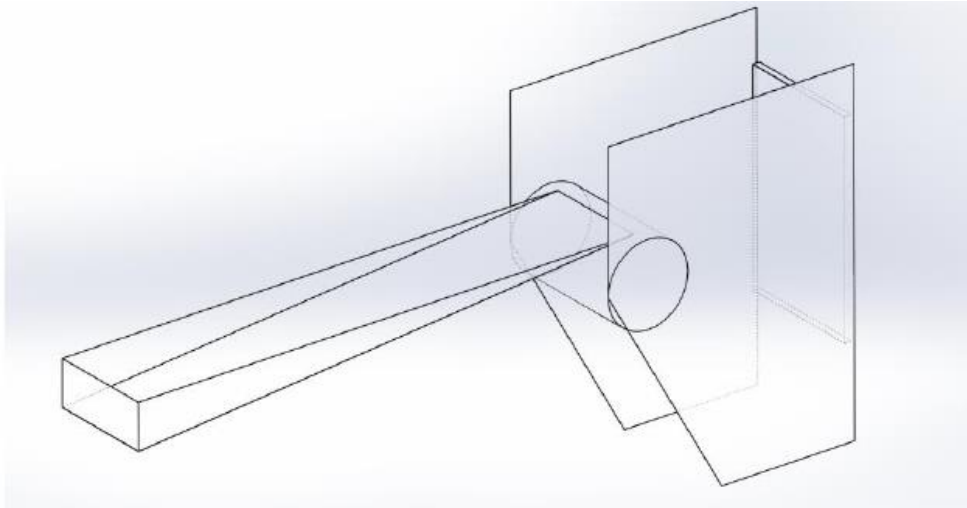


Figura 3.2: Vista en perspectiva de la geometría CAD del caso de validación. [9]

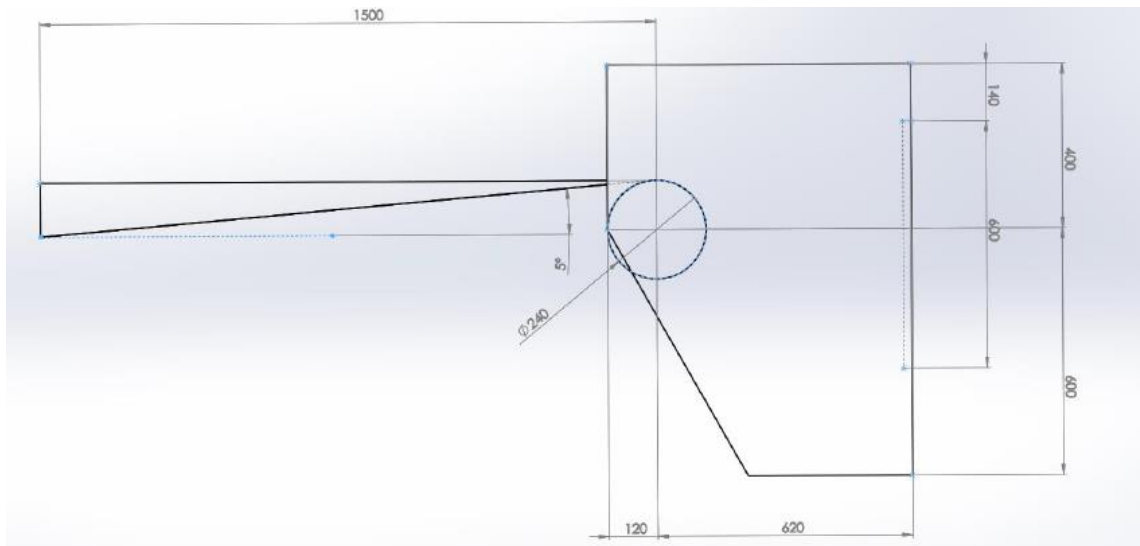


Figura 3.3: Vista lateral de la geometría CAD del caso de validación. [9]

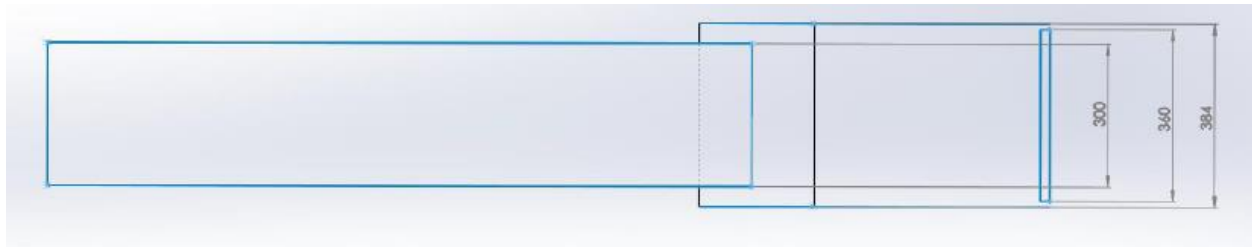


Figura 3.4: Vista superior de la geometría CAD del caso de validación. [9]

3.1.3. Características de las partículas

- Geometría esférica con $R= 2,8$ [mm]
- Material polietileno, cuyas propiedades se definen en la Tabla 3.1
- El flujo másico de partículas es de 11,39 kg/s
- La inserción de partículas se hará en forma de extrusión cuadrada, de lado 20mm, sobre el centro de la correa (considerando su ancho), y donde esta comienza (considerando el largo).

3.1.4. Movimiento

De todos los casos de validación, se ha seleccionado el que la correa se mueve a 3 [m/s], ya que las velocidades del caso real de aplicación rondan este valor.

3.1.5. Modelo de contacto

El modelo de contacto utilizado es el de Hertz-Mindlin con resistencia a la rodadura.

3.2 Resultados validación

Los resultados del caso de validación se presentan a continuación. Principalmente se exponen los resultados de las fuerzas que imprime el flujo sobre la placa de impacto.

Rocky DEM ofrece la opción de medir el esfuerzo de corte y el esfuerzo normal sobre las placas, para obtener la fuerza neta, estos valores deben ser multiplicados por el área de la placa.

Tabla 3.2: Resultados de Rocky DEM para la fuerza sobre la placa. [4]

	R_n [N]	R_s [N]	R [N]	Error %
Caso experimental	32,1	6,57	32,86	
Validación propia	32	5,02	32,4	2,02

Tabla 3.3: Resultados del documento de validación para la fuerza sobre la placa. [4]

	R_n [N]	R_s [N]	R [N]	Error %
Caso experimental	32,1	6,57	32,86	
Validación documento	33,87	5,33	34,29	4,35

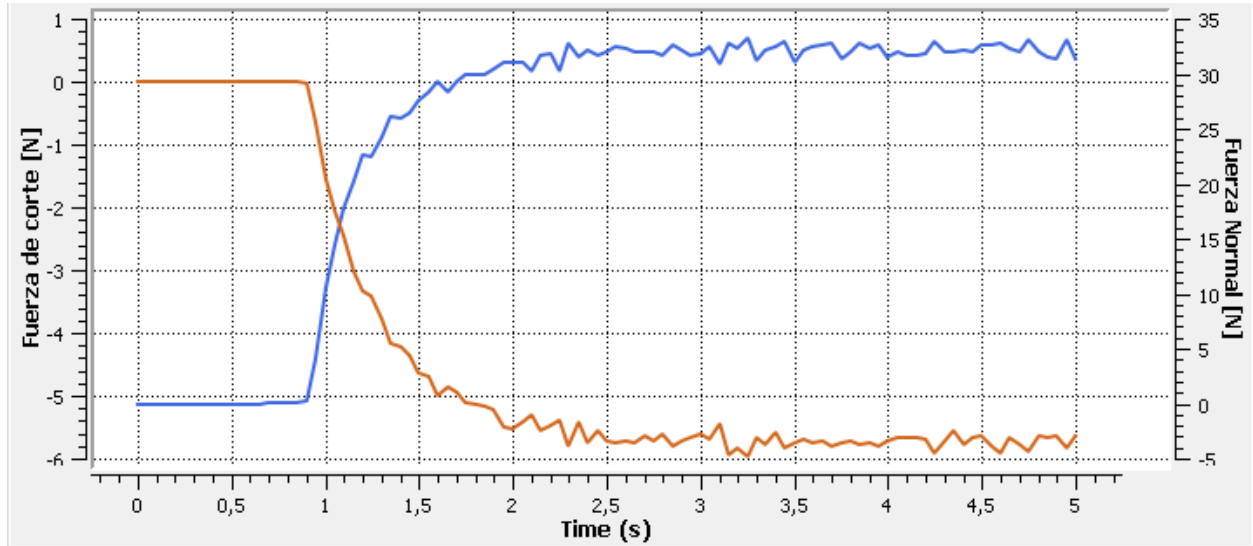


Figura 3.5: Evolución de la fuerza de corte y fuerza normal en el tiempo. [Elaboración propia]

3.2.1 Comparación de las simulaciones con los resultados experimentales

Se comparan los resultados obtenidos en las simulaciones y las obtenidas en el documento de validación. La información de dicho documento contiene datos experimentales y resultados de simulación realizados con el *software* EDEM.

De las Tabla 3.2 y Tabla 3.3, se puede ver que los errores asociados a la fuerza de impacto en la placa son menores al 5%, siendo la validación propia la menor, con un 2%.

4. Caracterización del material

El comportamiento del material transportado está directamente relacionado con sus propiedades físicas y mecánicas, las cuales se determinan experimentalmente.

En el presente trabajo fue necesario construir y montar los aparatos para realizar los experimentos

A continuación, se presentan las pruebas realizadas y sus respectivos resultados para cada una de las propiedades del material granular.

4.1 Pesaje e inmersión

Procedimiento:

Se cuenta con un recipiente transparente graduado cada 1ml cuya capacidad máxima es de 1lt, y una pesa digital con una precisión de medición de 1gr.

Se pesa el recipiente con agua y se calibra para que sea el nuevo punto de origen (0 gr), luego se añade el material y se registra nuevamente el peso y el volumen. El ensayo se repite 10 veces y se obtiene un promedio de los resultados.



Figura 4.1: Ensayo para el cálculo de la densidad del material. [Elaboración propia]

De la ecuación 2.9, se deduce la siguiente expresión para el cálculo de la densidad del material:

$$\rho_p = \frac{m_1 - m_2}{V_1 - V_2}$$

en que:

ρ_p : Densidad del material

m_1 : Masa inicial del sistema

m_2 : Masa final del sistema

V_1 : Volumen inicial del sistema

V_2 : Volumen final del sistema

Resultados:

Tabla 4.1: Resultados de la densidad de partícula de las muestras analizadas. [Elaboración propia]

Parámetro	Notación	Valor	Unidad de medida
Densidad de partícula	ρ_p	2.326	kg/m^3

4.2 Impacto en caída libre

Procedimiento:

En una pared nivelada, se fija una regla de 30 centímetros. En la parte inferior se ubica una muestra del material. Luego una partícula se ubica en la parte superior de la regla y se deja caer. Con una cámara se registra la altura alcanzada con la partícula después del impacto. Se repite el ensayo 10 veces para partículas diferentes, con cada uno de los materiales que se interactúan (caucho, metal, material aglomerado de calcopirita). En la Figura 4.2 se puede observar el ensayo, y en la Figura 4.3, las muestras de los diferentes materiales con las que se hizo impactar las partículas.



Figura 4.2: Ensayo de impacto en caída libre. [Foto tomada por el autor]



Figura 4.3: Materiales utilizados en el ensayo de impacto. [Foto tomada por el autor.]

Resultados:

En la Tabla 4.2 se resumen los resultados del ensayo, en que los valores que se muestran corresponden al promedio de los resultados que se obtuvo al repetir los respectivos ensayos.

Tabla 4.2: Resultados obtenidos en el ensayo de caída libre.

Impacto en caída libre	Acero	Caucho	Calcopirita
ϵ_{pw}	0,25	0,32	0,21

4.3 Plano inclinado

Este ensayo se realiza para estimar el Coeficiente de Roce Estático, Coeficiente de Roce Dinámico y el Coeficiente de Roce de Rodadura, en que para obtener uno u otro existe una leve diferencia en su ejecución.

Procedimiento:

Sobre una superficie la cual se pueda graduar su inclinación, se ubica una muestra de material de las exhibidas en la Figura 4.3, posteriormente se ubica una partícula sobre la muestra y se comienza a inclinar poco a poco la superficie. Cuando la partícula rueda o desliza, se registra el ángulo alcanzado, con lo cual se calcula el Coeficiente de roce utilizando una las expresiones del Capítulo 2.2. Para obtener el Coeficiente de Roce de Rodadura, se utiliza una partícula individual sobre la muestra, mientras que, para obtener el Coeficiente de Roce Estático, se utilizan 3 partículas unidas con una placa (Figura 4.4) de manera de obligar el deslizamiento en vez de rodadura. Para obtener el Coeficiente de Roce dinámico, se fija la superficie en un ángulo que asegure el deslizamiento de las partículas unidas a la placa, para luego medir el tiempo que demoran en caer hasta el borde de la superficie. El ensayo se repite 10 veces para diferentes partículas en las diversas muestras.

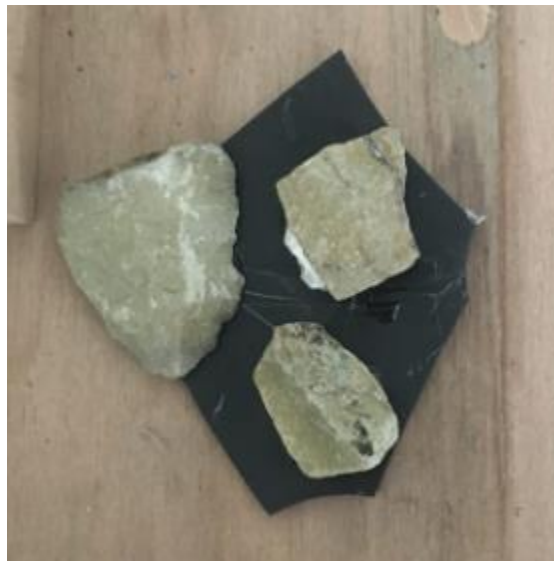


Figura 4.4: Muestra utilizada en el ensayo de plano inclinado para el cálculo del coeficiente de roce estático. [Foto tomada por el autor.]



Figura 4.5: Superficie que puede graduar el ángulo de inclinación. [Elaboración propia]

Para obtener el Coeficiente de Roce Dinámico

Resultados:

En la siguiente tabla se resumen los resultados del ensayo, en que los valores que se muestran corresponden al promedio de los resultados que se obtuvo al repetir los respectivos ensayos.

Material	Acero	Caucho	Calcopirita
Coef. Roce Estático	0,56	0,98	1,7
Coef. Roce Dinámico	0,35	0,75	1,06
Coef. Roce Rodadura	-	-	0,74

5. Calibración de parámetros computacionales

5.1 Tamaño de partículas

Debido al origen de las partículas de calcopirita, se utiliza una distribución de partículas provenientes de un chancado secundario, pero acotada inferiormente por 13mm.

Tabla 5.1: Distribución de partículas. [13]

mm	% Acumulado pasante
50	100
38	88
32	86
25	69
19	55
13	25

5.2 Densidad del grupo de partículas sin compactar

Procedimiento experimental:

Se monta un sistema dispensador a 1m del suelo, por donde pasa el material y va cayendo poco a poco dentro de un balde de 1 galón de capacidad apoyado sobre el suelo. Una vez lleno el balde hasta su máxima capacidad, se pesa en una balanza. Se repite 5 veces el ensayo con material diferente.



Figura 5.1: Ensayo de densidad sin compactar

La expresión mediante la cual se calcula la densidad del grupo de partículas corresponde a la siguiente ecuación:

$$\rho_b = \frac{m_m}{V_b}$$

En que ρ_b es la densidad del grupo de partículas, m_m es la masa del material depositado dentro del balde, y V_b es el volumen del balde ocupado por el material.

Procedimiento de calibración:

Se reproduce el ensayo utilizado en Rocky DEM para diferentes valores de densidad de partícula ρ_p . Luego se realizan diversas simulaciones para dichos valores y se mide ρ_b . Posteriormente se realiza una aproximación lineal con los puntos y se selecciona de la recta el valor de ρ_p que genera ρ_b , al ser simulado en el ensayo.

Para obtener buenos resultados en simulaciones DEM, es más importante tener comportamientos similares al real en el grupo de partículas, que en estas de manera individual, por esta razón todas las calibraciones están orientadas a reproducir el fenómeno grupal.

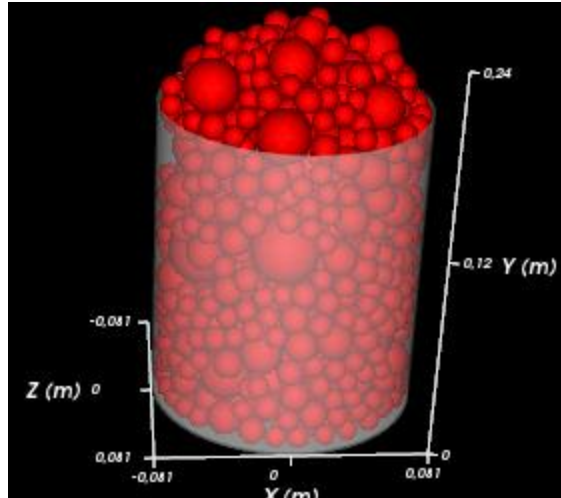


Figura 5.2: Simulación realizada en Rocky DEM para la medición de densidad del grupo de partículas sin compactar. [Elaboración propia]

Resultados:

En la Figura 5.3 se puede observar la regresión lineal realizada para diferentes puntos simulados.

En la Tabla 5.2 se puede apreciar el resumen con los resultados y la comparación entre los datos experimentales y los obtenidos mediante simulación.

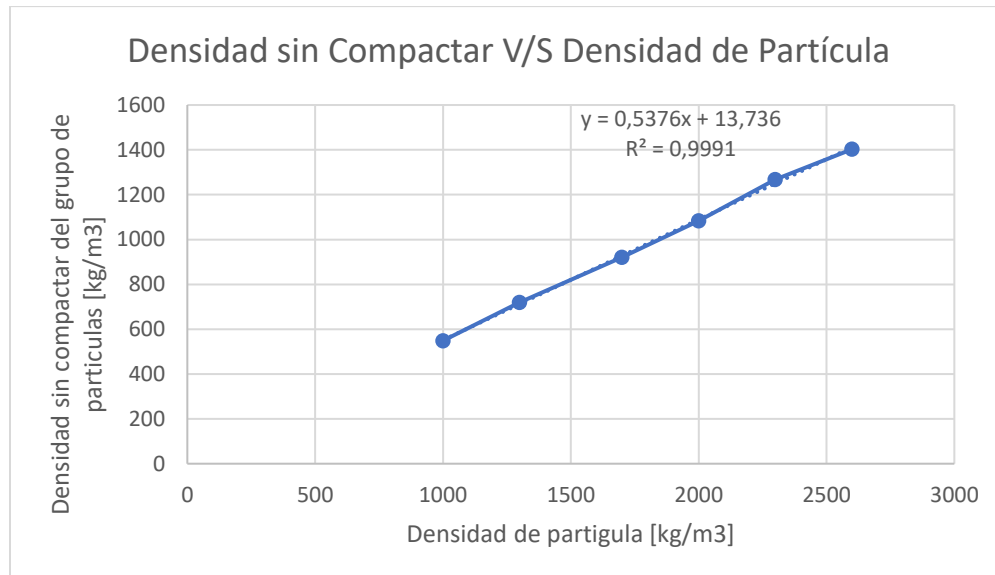


Figura 5.3: Sensibilidad de la densidad del grupo de partículas con la densidad de las partículas individuales. [Elaboración propia]

Tabla 5.2: Resultado de los valores experimentales y calibrados para el ensayo de densidad sin compactar. [Elaboración propia]

Parámetro	Procedencia	Notación	Valor	Unidad de medida
Densidad del grupo de partículas	Experimental	ρ_b	1.201,01	kg/m^3
Densidad de partícula	Experimental	ρ_p	2.326,87	kg/m^3
Densidad de partícula	Calibración	ρ_p	2.208,63	kg/m^3
Error de ρ_p Calibrada vs Experimental			5%	

En la tabla anterior puede observarse que el margen de error de la densidad de partícula experimental respecto a la calibrada es de un 5%. Este error bajo se debe principalmente a que se utilizó una distribución de partículas y no valores aislados. El error se puede atribuir a la geometría esférica de las partículas, la cual no es así en la realidad.

5.3 Ángulo de reposo estático

Procedimiento experimental:

Sobre una plataforma de metal se coloca un balde sin base el cual es llenado con el material granulado. Luego, se levanta el balde y esto genera que el material genere una pila con un ángulo característico. Se toman 6 mediciones de este ángulo desde distintas posiciones. Finalmente, el ensayo se repite 3 veces y se calcula el promedio.



Figura 5.4: Representación ensayo ángulo de reposo. [Foto tomada por el autor]



Figura 5.5: Ángulo de reposo obtenido experimentalmente

Procedimiento de calibración:

Se reproduce el ensayo en una simulación en Rocky DEM, en que se estudia la sensibilidad del ángulo de reposo estático respecto al Coeficiente de roce estático entre partículas y el Coeficiente de roce a la rodadura.

En las Figuras 5.6, Figura 5.7 y Figura 5.8, se muestran fotos de las simulaciones para diferentes valores del Coeficiente de roce estático partícula-partícula y el Coeficiente de roce a la rodadura para mostrar su incidencia en el ángulo de reposo

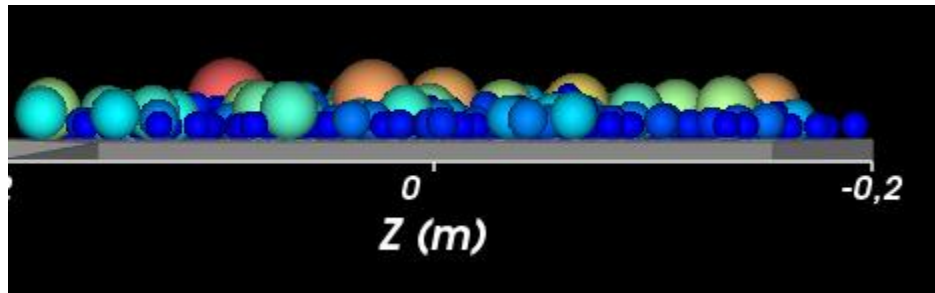
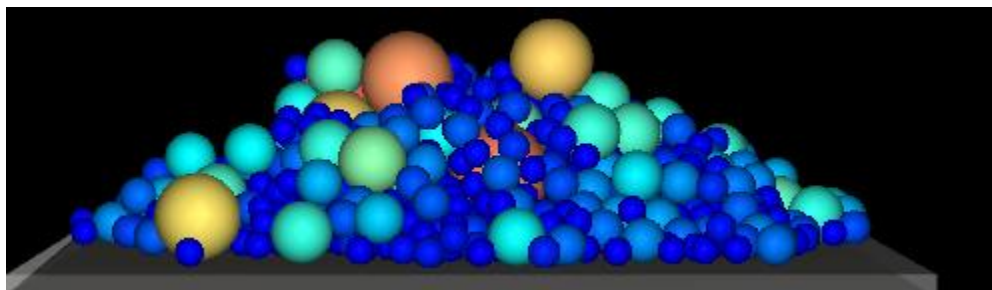


Figura 5.6: Ángulo de reposo simulado en Rocky DEM para $\mu_{pp} = 0$ y $\mu_{r,pp} = 0$.



*Figura 5.7: Ángulo de reposo simulado en Rocky DEM para $\mu_{pp} = 1,2$ y $\mu_{r,pp} = 0,4$.
[Elaboración propia]*

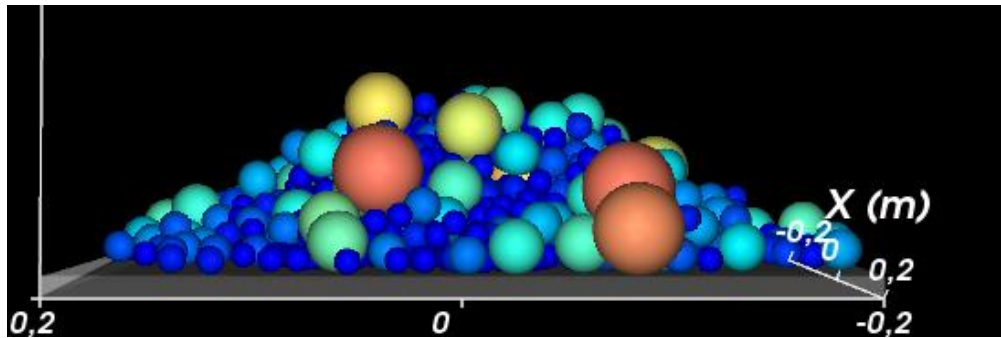


Figura 5.8: Ángulo de reposo simulado en Rocky DEM para $\mu_{pp} = 1,6$ y $\mu_{r,pp} = 0,8$.
[Elaboración propia]

Resultados:

A continuación, se muestra una superficie de sensibilidad del Ángulo de Reposo Estático respecto a los parámetros de estudio mencionados:

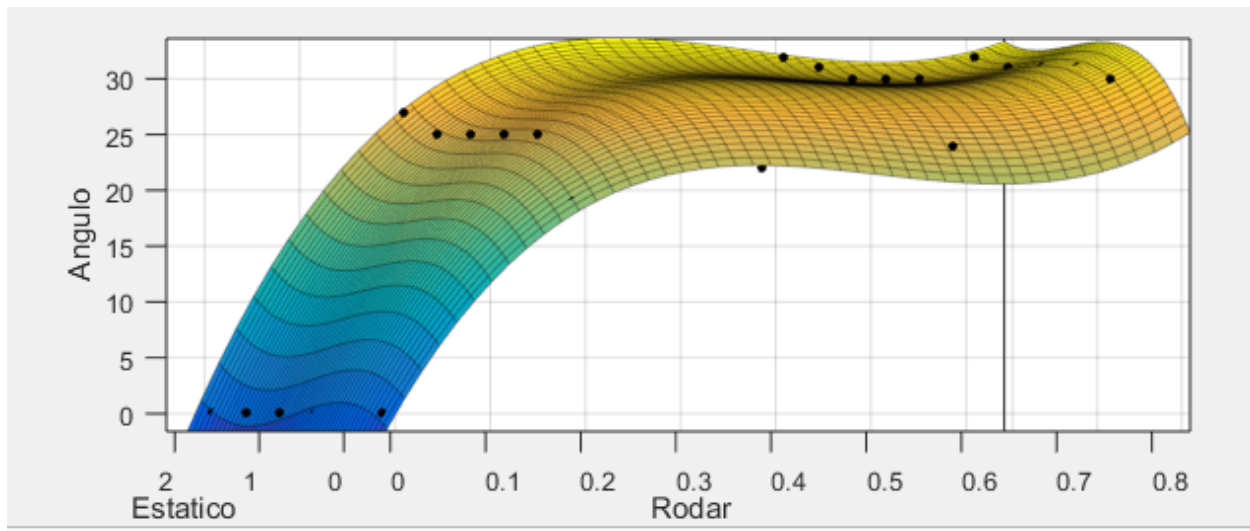


Figura 5.9: Sensibilidad de ángulo de reposo con respecto a el Coeficiente de Roce de Rodadura (Rodar) y Coeficiente de roce estático partícula- partícula (Estatico). [Elaboración propia]

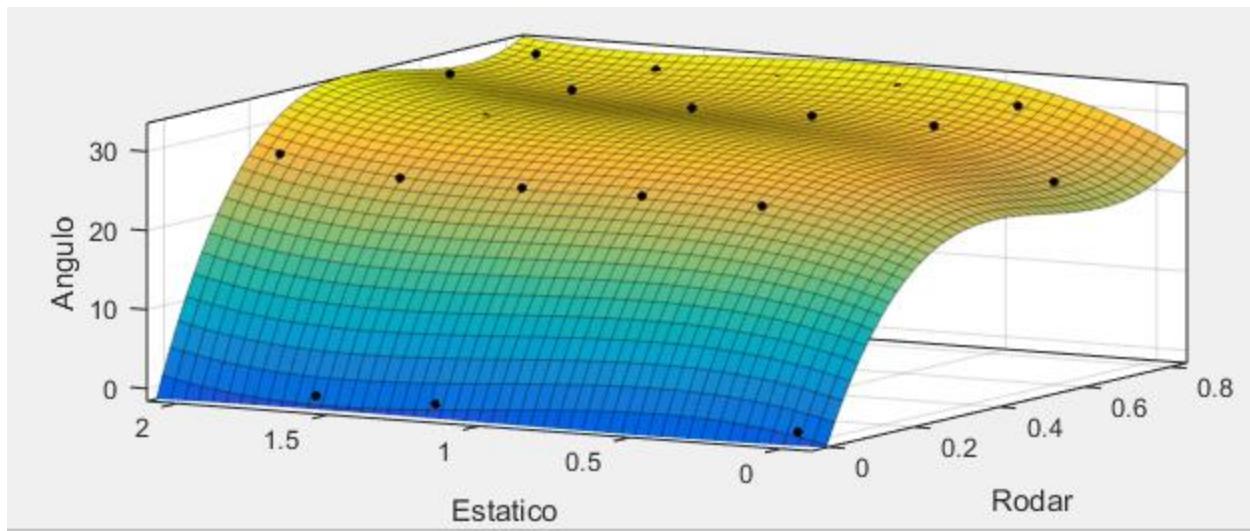


Figura 5.10: Sensibilidad de ángulo de reposo con respecto a el Coeficiente de Roce de Rodadura (Rodar) y Coeficiente de roce estático partícula- partícula (Estatico). [Elaboración propia]
 En la Tabla 5.3 se presentan los resultados una vez realizada la calibración, y en la Figura 5.10 se muestra una foto de una simulación del ensayo con los parámetros ya calibrados.

Tabla 5.3: Resultados de los valores experimental y calibrados para el ángulo de reposo estático.

Parámetro	Procedencia	Notación	Valor	Unidad de medida
Ángulo de Reposo Estático	Experimental	α_e	29,89	°
Ángulo de Reposo Estático	Calibrado	α_e	30	°
Error α_e Calibrado vs Experimental			0,3%	

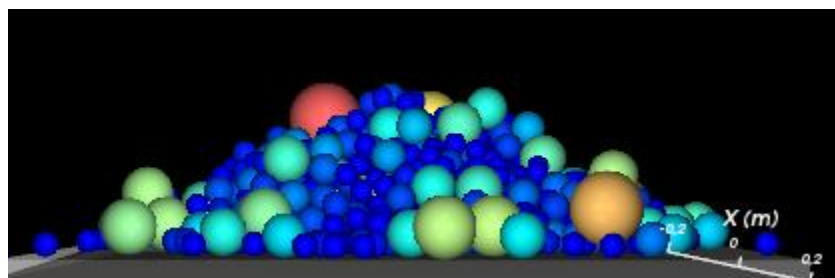


Figura 5.11: Ángulo de reposo simulado en Rocky DEM con los parámetros calibrados. [Elaboración propia]

6. Rocky

6.1 Método de elementos discretos

El método de elementos discretos (DEM por sus siglas en inglés) es un modelo matemático utilizado para representar las condiciones cinemáticas y dinámicas de un sistema de partículas. Fue desarrollado por Cundall, 1971, [9] y aplicado por primera vez por Cundall y Stack,, 1979, en un problema de mecánica de rocas, cuyo modelo era en 2 dimensiones, simulando las partículas como discos totalmente esféricos.

En el DEM se utilizan dos tipos de ecuaciones, las de movimiento (Newton-Euler), y las leyes de contacto. Las primeras determinan los movimientos rotacionales y de traslación de las partículas, al relacionar sus parámetros dinámicos y cinemáticos, mientras que las segundas son las que determinan los parámetros dinámicos que resultan de la interacción entre partículas, y de estas con su entorno.

En el DEM, durante el contacto las partículas no se deforman, si no que se traslapan. A partir de esta superposición de partículas se calculan las fuerzas de interacción entre ellas.

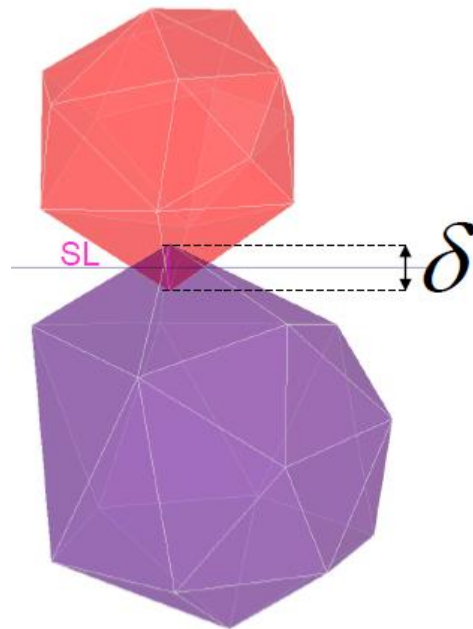


Figura 6.1 Superposición de partículas. [14]

En donde,

SL: Shortest link

δ = Distancia entre los dos vértices

6.2 Aspectos teóricos DEM

El DEM considera los elementos no deformables, por lo que su movimiento está regido por las leyes de mecánica de sólidos, en que las ecuaciones que describen dicho fenómeno son las de Newton-Euler, las cuales están planteadas de manera general para cuerpos con cualquier geometría.

Para un sistema de múltiples partículas, el movimiento de una de estas queda determinado por las expresiones a continuación:

Para el movimiento de traslación, de la segunda ley de Newton se tiene lo siguiente:

$$m_i \frac{d^2}{dt^2} \vec{x}_i = \vec{F}_i + m_i \vec{g} \quad \text{Ecuación 6.1}$$

En que \vec{F}_i , m_i y \vec{x}_i , corresponde a la fuerza neta sin considerar la gravedad, la masa y la posición, respectivamente de una partícula i cualquiera. La aceleración de gravedad se representa con \vec{g}

Para el movimiento rotacional, de las ecuaciones de Euler se obtiene:

$$I_i \frac{d}{dt} \vec{\omega}_i = \vec{T}_i \quad \text{Ecuación 6.2}$$

En que \vec{T}_i , I_i y $\vec{\omega}_i$, corresponde al torque neto, momento de inercia con respecto al centro de masa, y velocidad angular, respectivamente de una partícula i cualquiera.

Las ecuaciones anteriores, son suficientes para determinar el comportamiento del sistema de partículas, cuando se conocen las masas y momentos de inercia, las fuerzas totales y los torques totales sobre cada una de ellas, además de la cantidad suficiente de condiciones de borde para determinar las constantes que resultan de integrar las ecuaciones diferenciales.

6.3 Simulación de una partícula

Segunda ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{cuerpo} + \vec{F}_{superficie} = m \frac{d^2}{dt^2} \vec{x}_i = m \vec{a}$$

Partícula cayendo por gravedad

- Tiempo: $t = t$

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{cuerpo} = m \vec{g}$$

- Tiempo: $t = t + \Delta t$

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{cuerpo} = m \vec{g}$$

- Tiempo: $t = t + 2\Delta t$

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{cuerpo} + \vec{F}_{superficie} = m \vec{g} + \vec{F}(t)_{contacto}$$

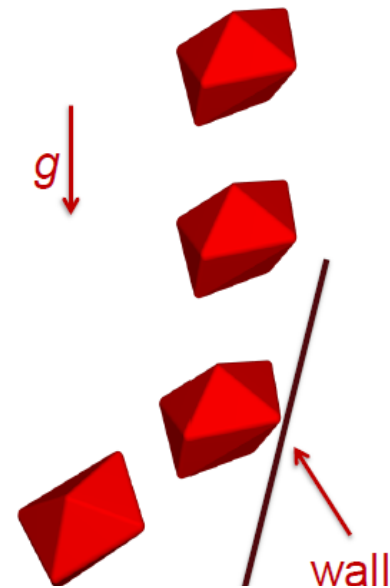


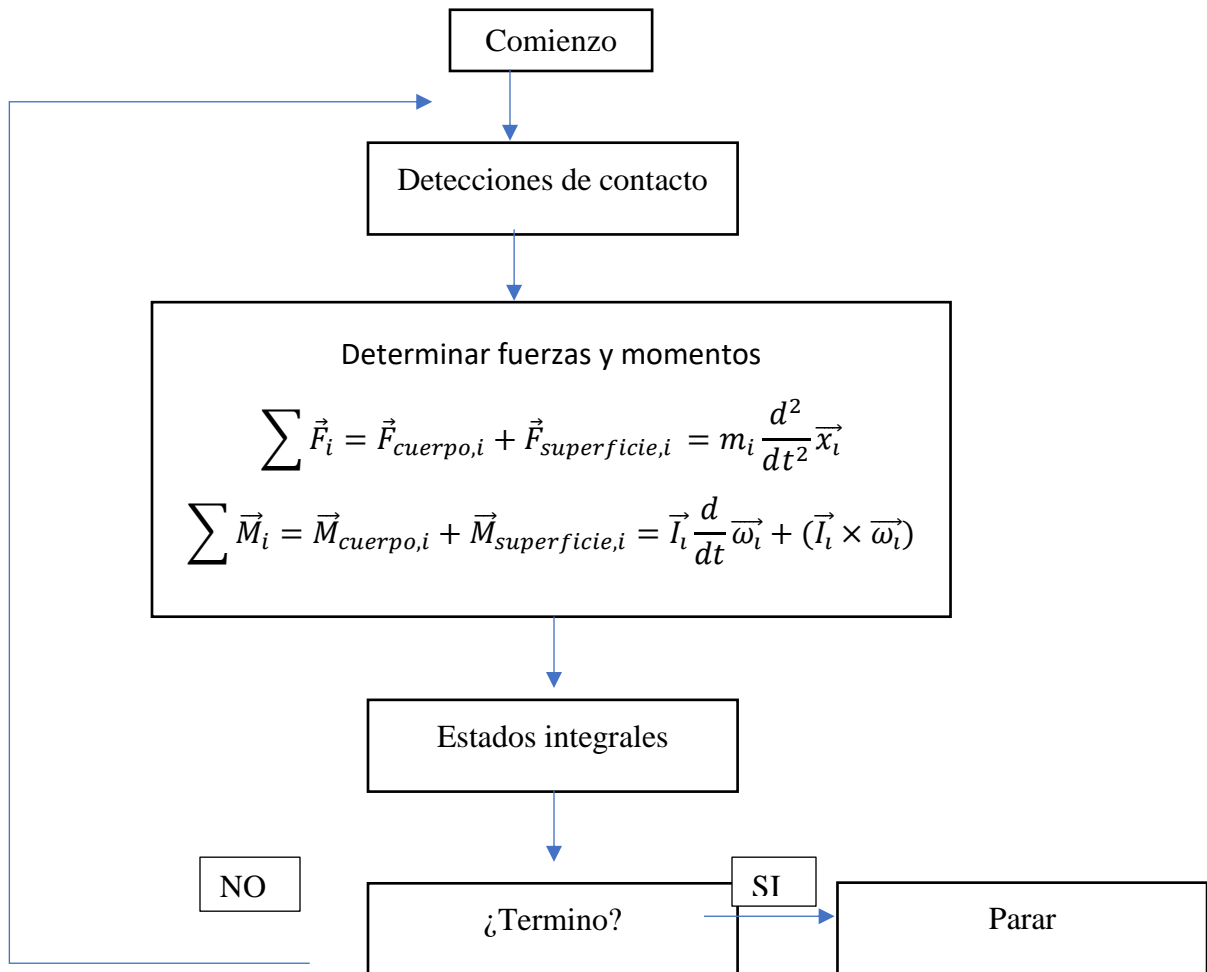
Figura 6.2 Partícula cayendo por gravedad [14]

- Tiempo: $t = t + 3\Delta t$

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{cuerpo} = m\vec{g}$$

6.4 Esquema de iteración

A continuación, se presenta el diagrama de iteración que el software Rocky-DEM utiliza para solucionar los problemas [14].



6.5 Modelos de contacto

Existen distintos modelos de contacto, los cuales funcionan mejor en determinadas situaciones. Es por esto que elegir el modelo de contacto adecuado es un paso fundamental en las simulaciones DEM.

Existen modelos de contacto para representar la fuerza normal, la fuerza tangencial y la fuerza de adhesión.

Modelos de Fuerza Normal

1. Hysteretic Linear Spring (HLS)
2. Linear Spring Dashpot (LSD)
3. Hertzian Spring Dashpot (HSD)

Modelos de Fuerza Tangencial

- Linear Spring Coulomb Limit (LSCL) (funciona con 1 y 2)
- Coulomb Limit (CL) (funciona con 1, 2 y 3)
- Mindlin-Deresiewicz (MD) (funciona con 3)

Modelos de Fuerza Adhesiva

- Constant Adhesive (CT) (funciona con 1, 2 y 3)
- Linear Adhesive (LN) (funciona con 1, 2 y 3)
- Leeds Adhesive (LD) (funciona con 1)
- JKR (funciona con 3)

6.5.1 Hysteretic Linear Spring Model:

- Disipación de energía debido a la fuerza de resorte
- Fuerza de contacto continua
- La disipación de energía depende de la posición
- Modelo relativamente simple, pero se necesita guardar datos de s_{nmax}

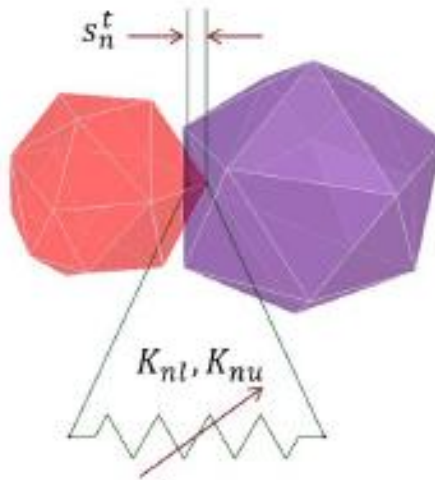


Figura 6.3 Representación de superposición

Luego, la Fuerza normal queda definida por la siguiente ecuación:

$$\mathbf{F}_n^t = \begin{cases} \min(K_{nl}s_n^t, F_n^{t-\Delta t} + K_{nu}\Delta s_n) & \Delta s_n \geq 0 \\ \max(F_n^{t-\Delta t} + K_{nu}\Delta s_n, \lambda K_{nl}s_n^t) & \Delta s_n < 0 \end{cases} \quad \text{Ecuación 6.3}$$

$$\Delta s_n = s_n^t - s_n^{t-\Delta t} \quad \text{Ecuación 6.4}$$

En donde,

K_{nl} = Rigidez de carga

K_{nu} = Rigidez de descarga

Δs_n = Superposición normal

λ = Constante = 0.0001

Rigidez de carga

$$\frac{1}{K_{nl}} = \begin{cases} \frac{1}{K_{nl,p1}} + \frac{1}{K_{nl,p2}} & \text{contacto partícula - partícula} \\ \frac{1}{K_{nl,p}} + \frac{1}{K_{nl,b}} & \text{contacto partícula - pared} \end{cases} \quad \text{Ecuación 6.5}$$

$$K_{nl,b} = E_b L \quad \text{Ecuación 6.6}$$

$$K_{nl,p} = E_p L \quad \text{Ecuación 6.7}$$

$$K_{nu} = \frac{K_{nl}}{\varepsilon^2} \quad \text{Ecuación 6.8}$$

En donde,

ε = Coeficiente de restitución ← **Parámetro de entrada al software**

E_p = Modulo de Young de la masa de particulas ← **Parámetro de entrada al software**

E_b = Modulo de Young de las paredes ← **Parámetro de entrada al software**

L = Tamaño de particular

Este modelo puede representar muy bien el comportamiento de materiales compresibles e incompresibles.

6.5.2 Linear Spring Dashpot (LSD)

Este modelo modela el comportamiento de materiales incompresibles y los recursos computacionales utilizados son menores que en el modelo anterior.

Las ecuaciones que describen este modelo son:

$$F_n^t = K_{nl}S_n + C_n\dot{S}_n \quad \text{Ecuación 6.9}$$

$$C_n = 2\eta\sqrt{m^*K_{nl}} \quad \text{Ecuación 6.10}$$

$$\frac{1}{m^*} = \begin{cases} \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} & \text{Contacto partícula – partícula} \\ \frac{1}{m} & \text{Contacto partícula – pared} \end{cases} \quad \text{Ecuación 6.11}$$

$$\varepsilon = \begin{cases} \exp\left[-\frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}}\left(\pi - \arctan\frac{2\eta\sqrt{1-\eta^2}}{1-\eta^2}\right)\right] & 0 \leq \eta < \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \exp\left[-\frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}}\arctan\frac{2\eta\sqrt{1-\eta^2}}{1-\eta^2}\right] & \frac{1}{\sqrt{2}} \leq \eta \leq 1 \\ \exp\left[-\frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}}\ln\frac{\eta+\sqrt{\eta^2-1}}{\eta-\sqrt{\eta^2-1}}\right] & \eta > 1 \end{cases} \quad \text{Ecuación 6.12}$$

ε = Coeficiente de restitución ← **Parámetro de entrada al software**

K_{nl} = Rigidez de carga

ΔS_n = Superposición normal

\dot{S}_n = Tiempo derivado de la superposicion normal

6.5.3 Linear Spring Coulomb Limit (LSCL)

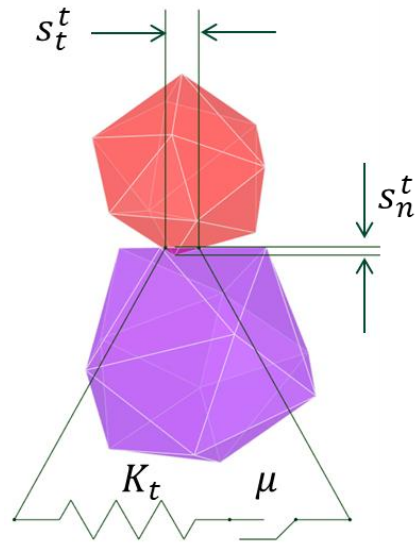


Figura 6.4 Representación del modelo

$$\mathbf{F}_{\tau}^t = \min(|F_{\tau,e}^t|, \mu F_n^t) \frac{F_{\tau,e}^t}{|F_{\tau,e}^t|} \quad \text{Ecuación 6.13}$$

$$F_{\tau,e}^t = F_{\tau}^{t-\Delta t} - K_{\tau} \Delta s_{\tau} \quad \text{Ecuación 6.14}$$

$$K_{\tau} = r_K K_{nl} \quad \text{Ecuación 6.15}$$

r_K = Relación de rigidez tangencial

μ_s = Coeficiente de roce estatico

μ_d = Coeficiente de roce dinámico

K_{nl} = Rigidez de carga

Δs_{τ} = Desplazamiento tangencial relativo

$F_{\tau}^{t-\Delta t}$ = Fuerza tangencial en el momento previo

7. Simulación de una correa transportadora

7.1 Diseño correa transportadora

Los parámetros de diseño de la correa son:

- Largo de la correa: 2000 [mm]
- Ancho de la correa: 200 [mm]
- Diámetro polea frontal: 50 [mm]
- Largo polea frontal: 200 [mm]
- Número de rodillos: 3 unidades
- *Troughing angle*: 35°

Con estos parámetros queda definida una correa transportadora en Rocky DEM.



Figura 7.1: Correa transportadora creada en Rocky DEM. [Elaboración propia]

7.2 Diseño del chute

Debido a los altos Coeficientes de roces de las partículas, es necesario que estas estén el menor tiempo posible en el chute, ya que, en caso contrario su velocidad de salida es muy baja y se produce fácilmente el atollo en la salida. Por otro lado, se tiene que el largo de la salida está definido por el largo de la correa [14].

En la Figura 7.2 se muestra un esquema del chute, en donde se pueden apreciar los distintos ángulos. Estos son de suma importancia, ya que controlan la velocidad con la que se mueve el flujo de partículas.

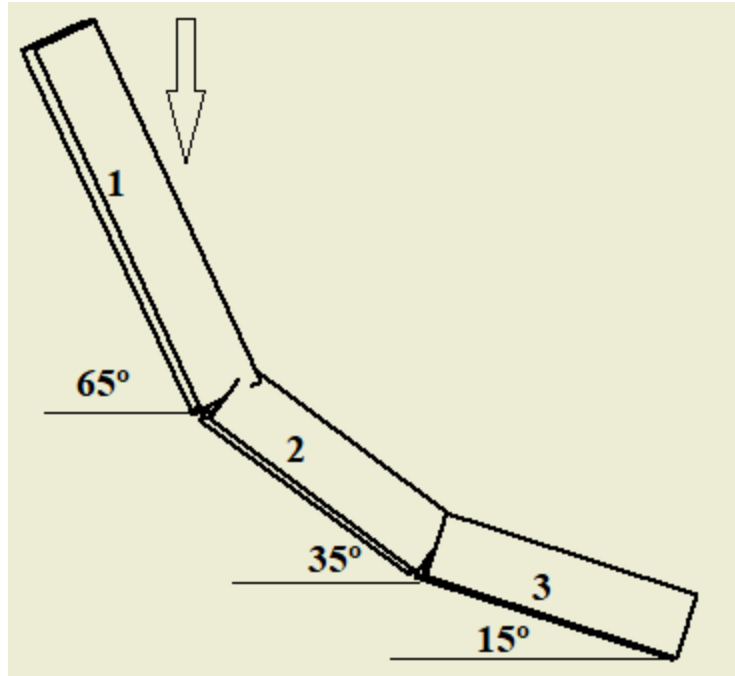


Figura 7.2: Esquema del chute. [Elaboración propia]

El ángulo correspondiente a la primera placa asegura que el flujo tenga un ángulo de 25° lo que aumenta la velocidad de salida después del impacto con respecto a ángulos menores [5]. La inclinación de la placa 2 se fija en 35%, ya que para menores ángulos la velocidad del flujo disminuye a tal punto que se produce un atollo. Finalmente, el último ángulo se fija lo más bajo posible, para que la trayectoria del flujo sea lo más horizontal posible y las partículas no reboten en la correa [14].

Cabe destacar que el objetivo de este trabajo no es maximizar el flujo que puede transportar la correa, sino analizar el comportamiento de esta cuando es sometida a distintas condiciones. Es por esto que no se profundizó en detalle el diseño del chute, ya que el único requisito es que este funcione para poder llevar a cabo el análisis.

A continuación, las Figuras 7.3, Figura 7.4 y Figura 7.5 muestran las distintas medidas del chute a utilizar.

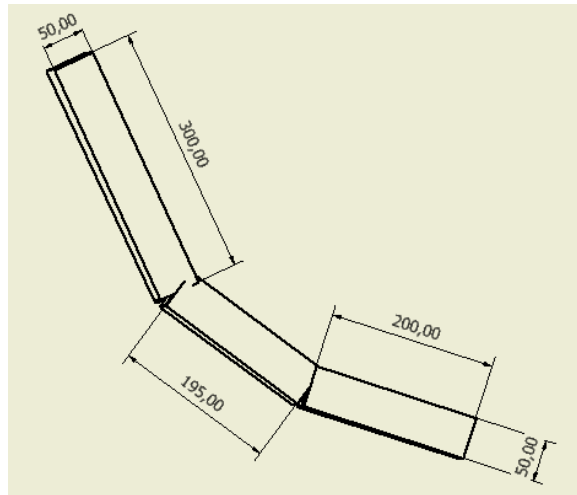


Figura 7.3 Vista frontal chute

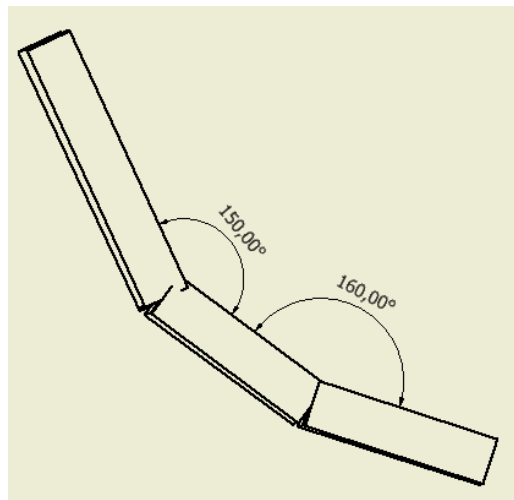


Figura 7.4 Vista frontal chute

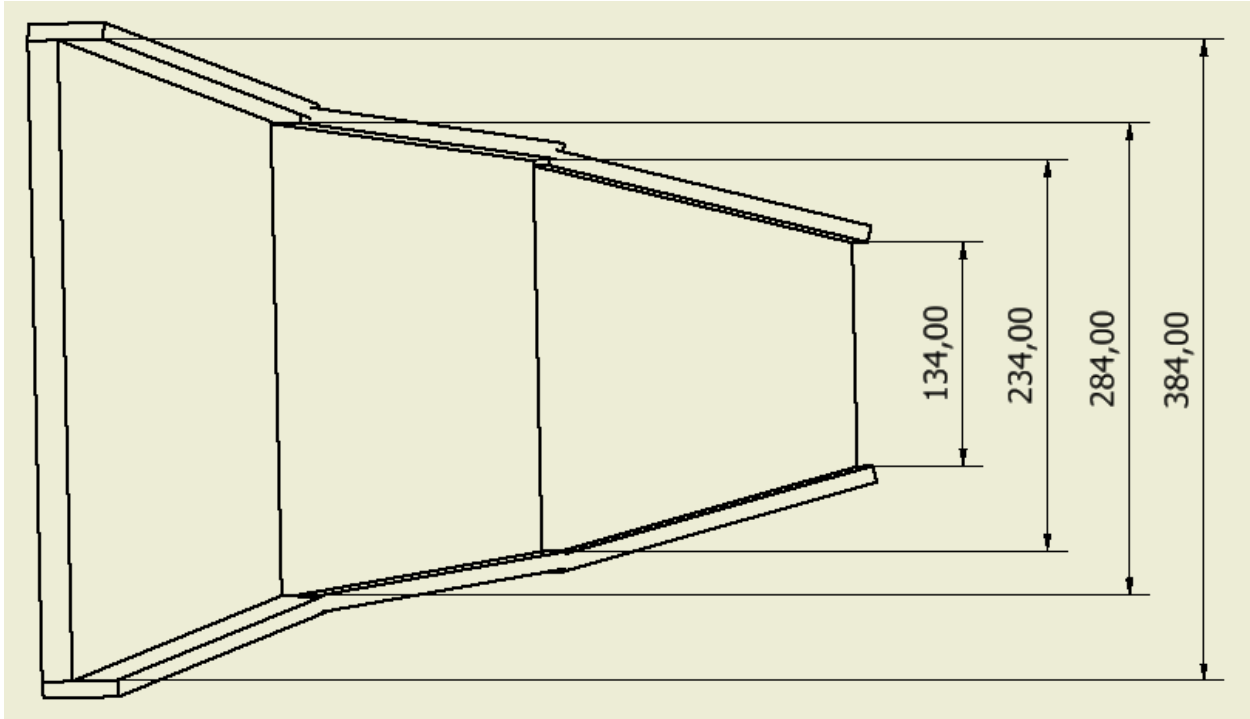


Figura 7.5 Vista superior chute

7.3 Diseño del alimentador

El diseño del alimentador solo está definido por la salida de este, ya que sirve para ubicar de manera central el flujo sobre el chute. Las Figuras 7.6 y Figura 7.7 muestran el diseño del alimentador.

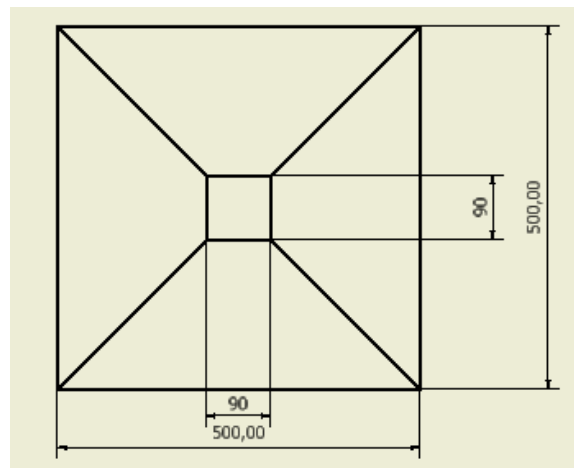


Figura 7.6 Vista superior del alimentador

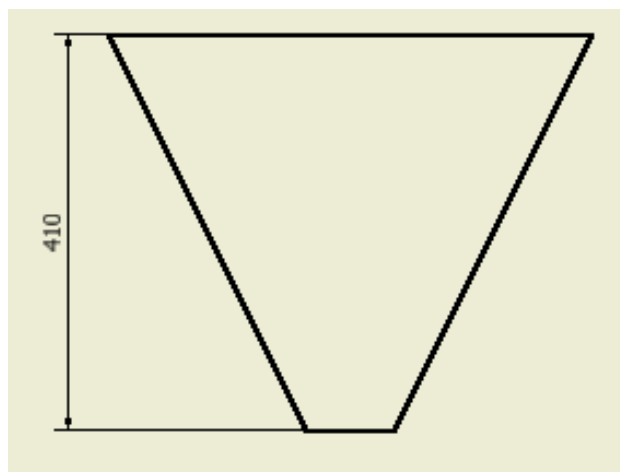


Figura 7.7 Vista frontal del alimentador

7.4 Montaje y condiciones para la simulación

En la Figura 7.8 se muestra el sistema a simular en Rocky DEM.

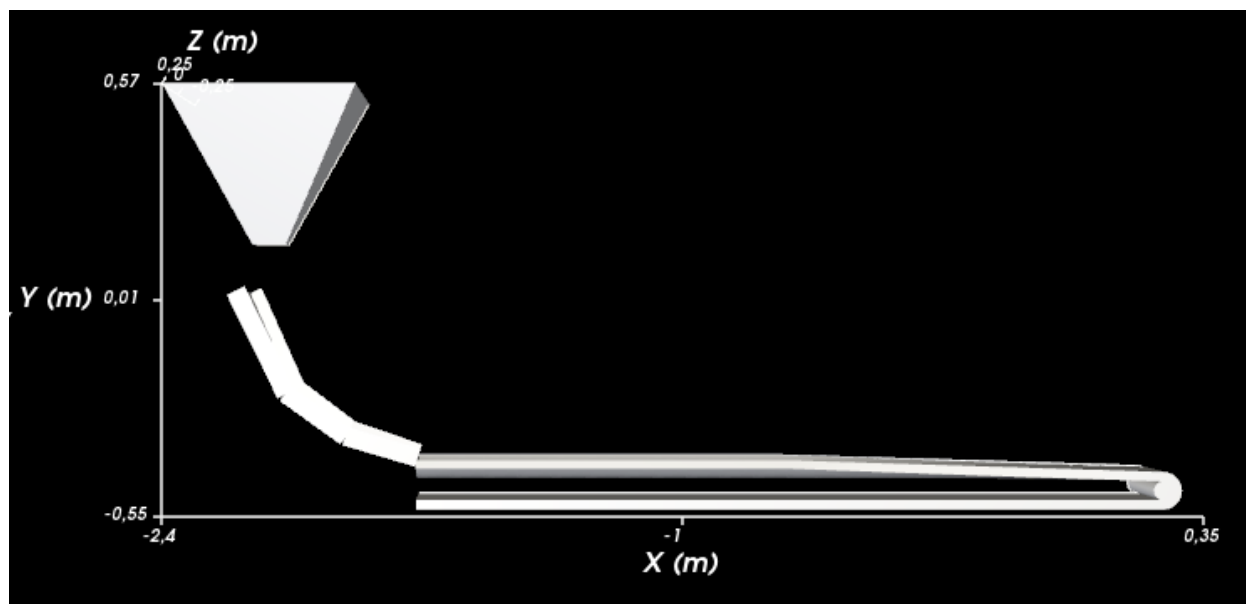


Figura 7.8 Esquema del sistema. [Elaboración propia]

La inserción de partículas se hace mediante una región rectangular de 100mm x 400mm y a un flujo variable entre 2,5 y 3 kg/s. Esto para simular que el material es traído por otra correa y es depositado en uno de los bordes, además, los rangos flujo que se utilizan son para los cuales el chute no presenta un atollo en la salida.

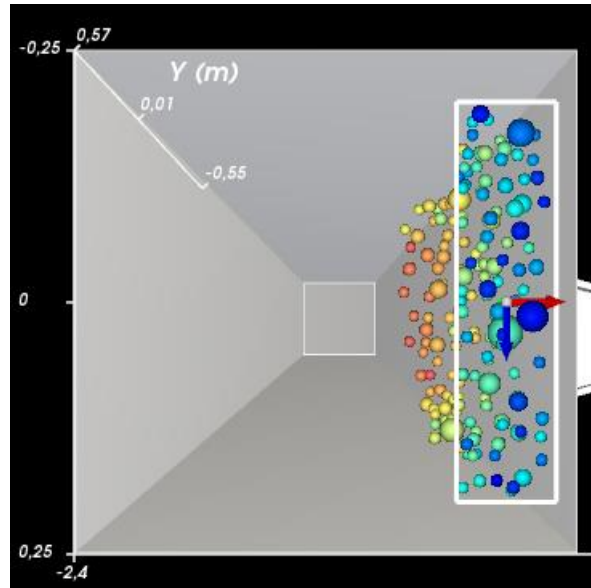


Figura 7.9 Input de partículas

7.5 Análisis de partículas

Las primeras simulaciones del sistema van enfocadas a observar cómo se comportan las partículas de diferentes tamaños sobre la correa.

Utilizando la distribución de partículas presente en la Tabla 5.1 obtienen los siguientes resultados:

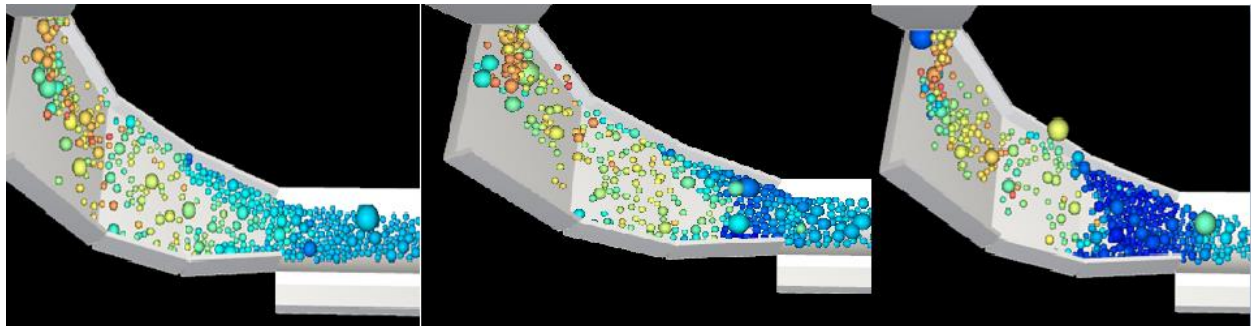


Figura 7.10 Simulación distribución de partículas Tabla 5.1 y flujo 3kg/s

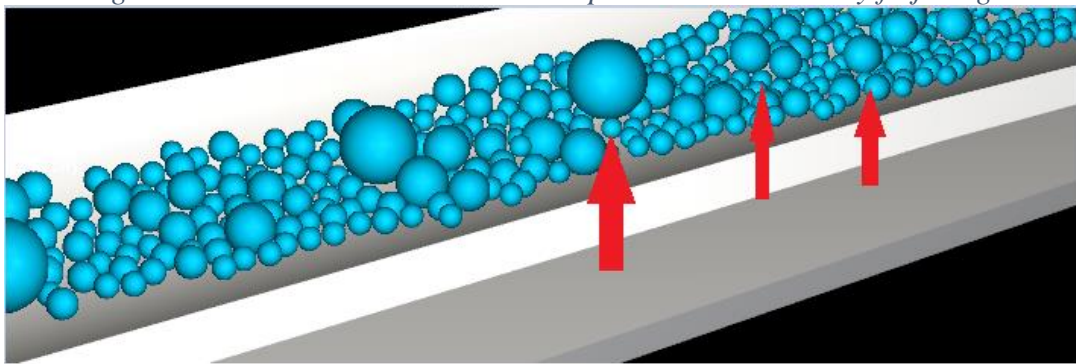


Figura 7.11 Simulación distribución de partículas Tabla 5.1 y flujo 2,5 kg/s

En las Figuras 7.10 se observa que las partículas de menor tamaño dificultan el paso del flujo, ya que al ser muchas partículas se atollan en la salida. Por otro lado, se observa en la Figura 7.11, que las partículas más pequeñas se sitúan debajo de las más grandes, por lo cual dificultan la creación de la monocapa.

Por lo dicho anteriormente, en las siguientes simulaciones se utiliza un tamaño de partícula fijo de 25,4mm de diámetro.

7.6 Simulación del sistema.

7.6.1 Monocapa

Para poder cuantificar la monocapa se crean dos *cube* dentro del software, los cuales permiten medir la masa total del material transportado en el último metro de la correa y medir la cantidad de partículas (en masa) que se sitúan una sobre otras, es decir, que no forman parte de la monocapa.

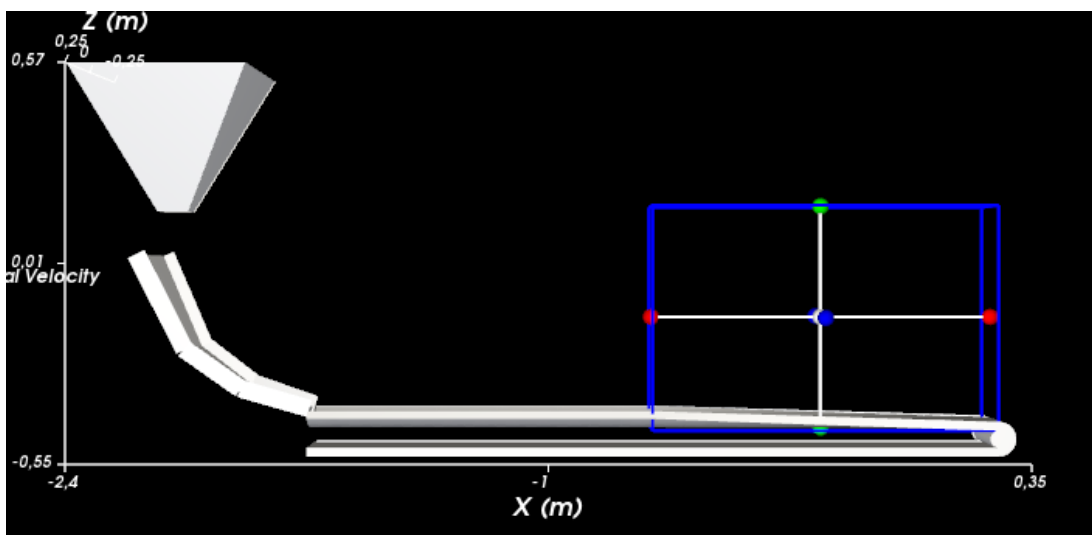


Figura 7.12 Cube para medir la masa de todas las partículas al final de la correa

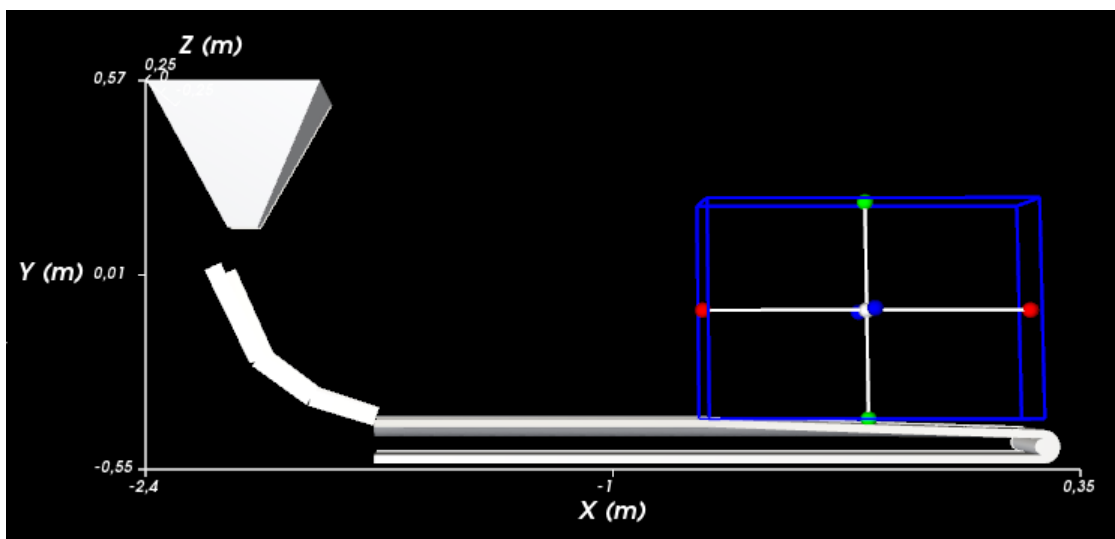


Figura 7.13 Cube para medir la masa de todas las partículas montadas al final de la correa

7.6.3. Simulación de la correa transportadora variando flujo de entrada y velocidad de la correa

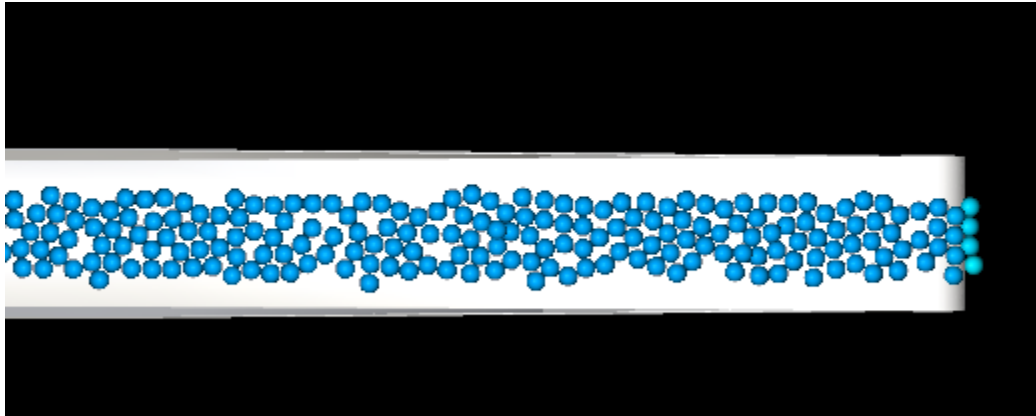


Figura 7.14 Simulación sistema con flujo de 2,5 kg/s y velocidad de correa 0,8 m/s

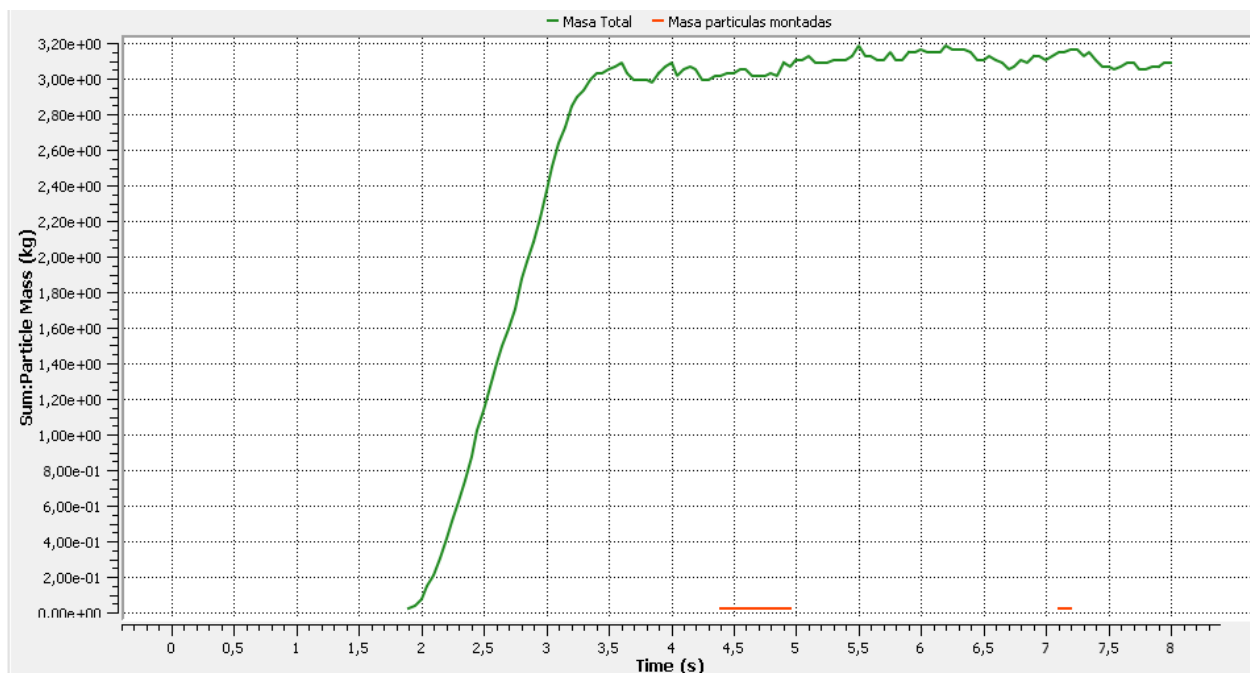


Figura 7.15 Time plot de la masa total transportada

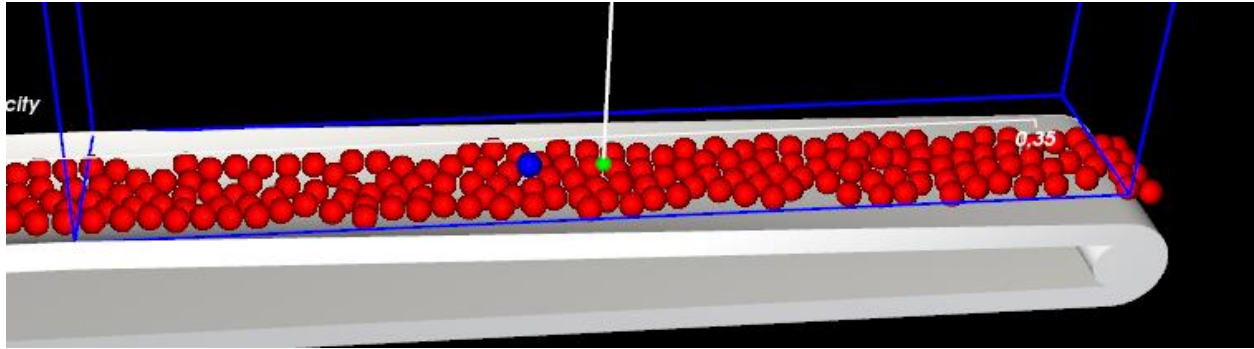


Figura 7.16 Partícula montada en el segundo 4,9

La Figura 7.14 muestra la distribución de partículas dentro de la correa. Se puede ver que sí se forma una monocapa, excepto en algunos momentos en donde hay partículas montadas unas sobre otras. Esto último se puede observar en la Figura 7.15, que muestra la evolución del peso a través del tiempo, la línea anaranjada indica que sí hay partículas montadas y también muestra en el tiempo que esto ocurre. La Figura 7.16 muestra la única partícula montada.

A continuación, se muestran 3 gráficos que representan el comportamiento del sistema para valores de flujo 2,5, 2,7 y 3 kg/s y para velocidades de correa de 0,8, 1, 1,2, 1,4, 1,6, 2 y 2,5 m/s.

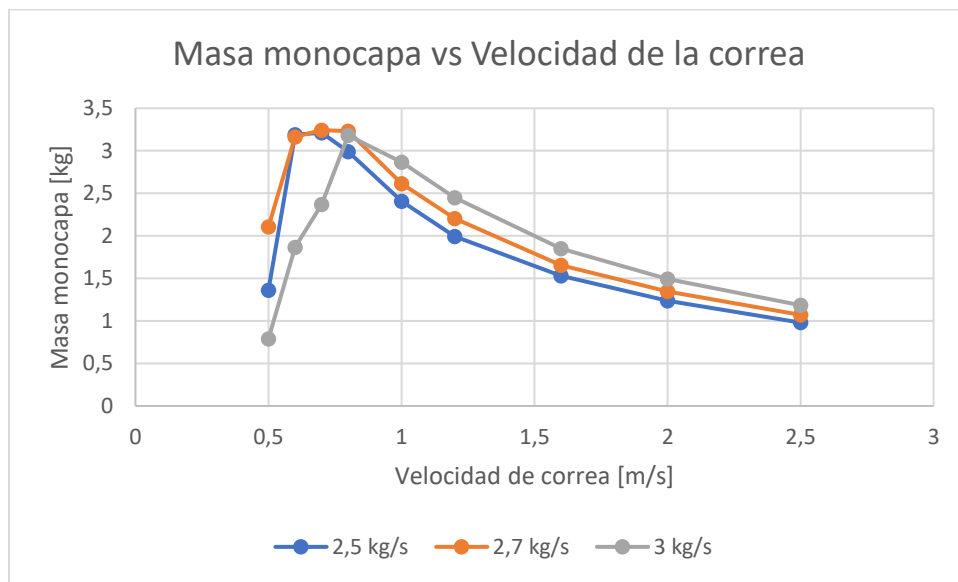


Figura 7.17 Masa monocapa vs Velocidad de correa. [Elaboración propia]

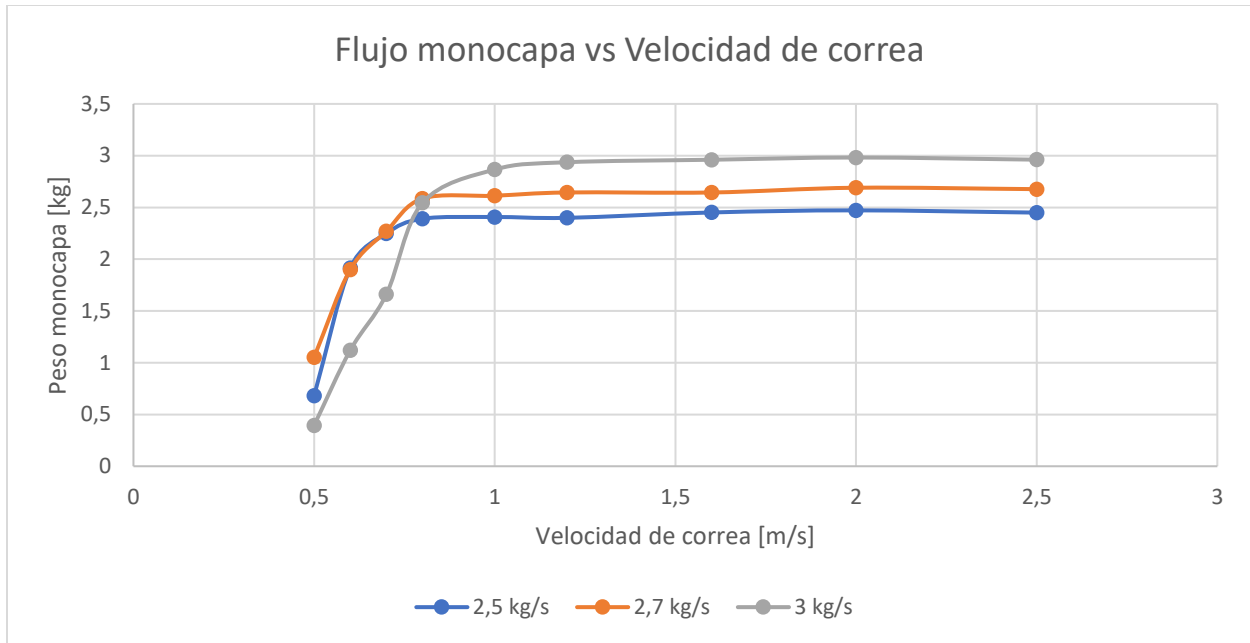


Figura 7.18 Flujo monocapa vs Velocidad de correa. [Elaboración propia]

En el Figura 7.17 se puede ver que hay una tendencia en todos los flujos, a excepción de los puntos que se ubican fuera de la tendencia, que se debe al atollo del material en la salida del chute. Esto último se puede verificar en la Figura 7.18 de donde se concluye que la pérdida de masa en la monocapa no se debe a que las partículas estén montadas unas con otras, sino que se debe a un atollo en el chute.

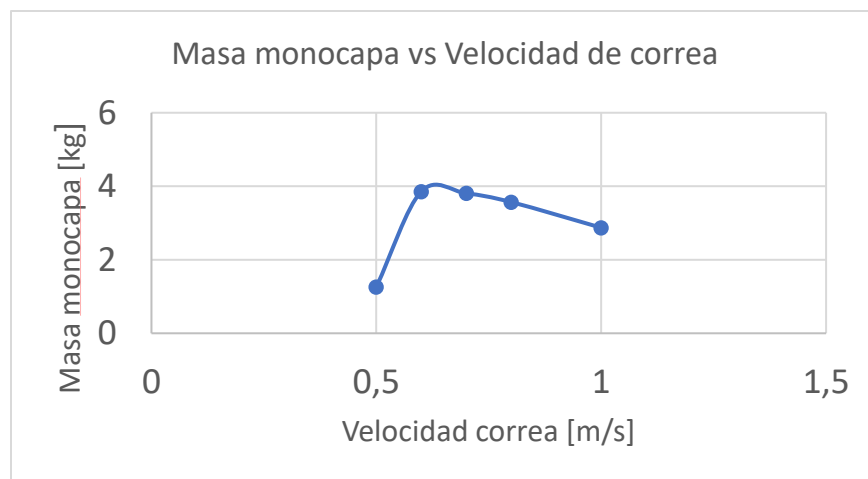


Figura 7.19 Masa monocapa [kg] vs Velocidad de la correa [m/s] en partículas sin roce.

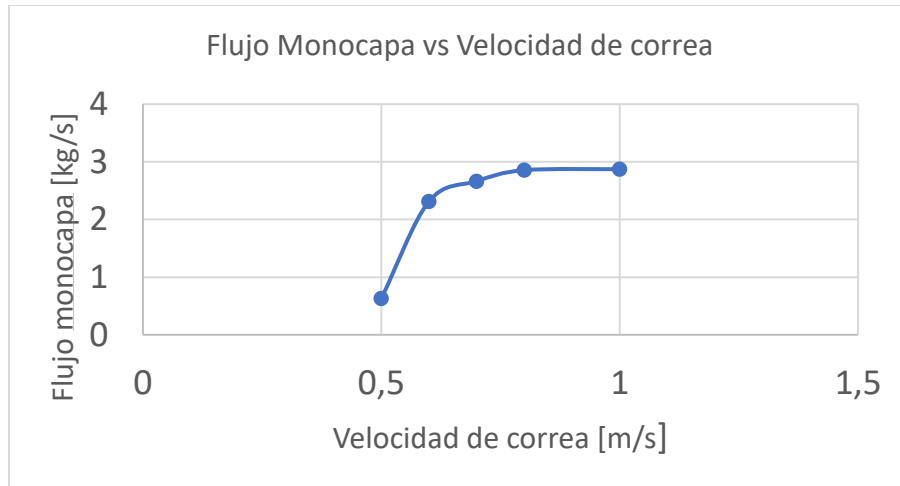


Figura 7.20 Flujo de monocapa [kg/s] vs Velocidad de correa [m/s] en partículas sin roce.

La Figura 7.19 y Figura 7.20 muestran una simulación realizada con el mismo set de partículas, la única diferencia es que en esta simulación no poseen coeficiente de roce, es decir, no hay pérdida de energía. Este caso es el ideal, ya que las partículas se montan en menor medida ya que deslizan entre ellas y, además, no se pierde energía debido al roce en la entrada a la correa.

Se puede ver que ambas Figuras siguen la misma tendencia de la Figura 7.17 y Figura 7.18, respectivamente.

El caso ideal es la cota superior para la masa de la monocapa, ya que de ninguna otra forma se podrá mover más material. La máxima masa transportada en monocapa en el sistema simulado es de 3.25kg por metro de correa y el caso ideal mueve 3.8kg por metro de correa. Por lo tanto, en la simulación del caso real se transporta un 85% de la masa total disponible en monocapa.

7.6.3. Análisis de compatibilidad entre el tamaño de partículas y la monocapa

Se tiene que un caso ideal sería en el que todas las partículas tienen el mismo tamaño, pero esto no es posible experimentalmente, por lo cual se presenta un estudio entre la relación de diámetros entre la partícula de mayor y menor tamaño.

Tal como se muestra en la bibliografía [15], para obtener una buena selección del mineral, la razón entre el diámetro máximo y el diámetro mínimo de las partículas debe seguir la siguiente relación:

$$\frac{d_{max}}{d_{min}} < 3 \quad [15] \quad \text{Ecuación 7.1}$$

La Figura 7.19 muestra la simulación de un set de partículas en la cual la relación entre los tamaños es 2.5

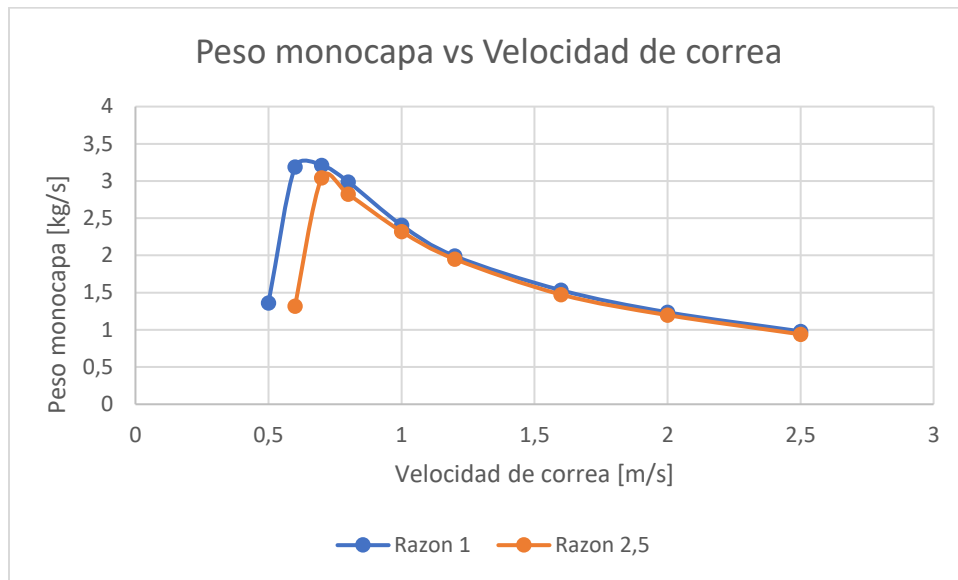


Figura 7.21: Flujo monocapa vs Velocidad de correa para un flujo de 2.5 [kg/s].
[Elaboración propia]

Se puede observar que el set de partículas cuya razón entre diámetros es 2,5 tiene un peor desempeño, pero posee el mismo comportamiento que la curva del caso ideal.

De las Figuras 7.10 y Figura 7.11, se tiene que una razón entre partículas muy grande hace que se produzca un atollo en la entrada a la correa y que hayan partículas que no puedan ser seleccionadas al estar debajo de las más grandes. Es por esto que no se utilizó una razón mayor a 2,5.

Por lo anterior, se tiene que la monocapa se puede formar para relaciones de tamaño menores a 2,5 y por lo tanto se puede llevar a cabo la selección del mineral utilizando tecnología óptica.

8. Conclusiones y comentarios

Se realizó el diseño y manufactura del banco de pruebas que permitió la realización del ensayo “plano inclinado”, con el cual se obtuvieron los Coeficientes de roce estático y Coeficientes de resistencia a la rodadura de la interacción de las partículas con las distintas superficies.

Utilizando una cámara de alta resolución se pudo analizar cuadro la caída del material a través del plano inclinado, para así poder obtener el Coeficiente de roce dinámico.

Utilizando el ensayo del “Ángulo de reposo”, se pudieron calibrar los Coeficientes de roce estático y Coeficiente de rodadura, con lo cual se obtuvo un error del 0,3% en la medición del ángulo de reposo.

Por otro lado, se diseñó un chute que tiene un buen comportamiento, es decir, que no se atolla para flujos menores a 3,3 kg/s. Este chute permitió analizar el comportamiento de las partículas dentro de la correa transportadora.

Debido a lo expuesto en el Capítulo 7, se tiene que el sistema genera una monocapa si es que la velocidad de la correa es la adecuada para el flujo de entrada, es decir, si la velocidad de la correa es demasiado baja puede ocurrir que la cantidad de partículas que entran a la correa sean mayor a la cantidad de partículas que puede mover la correa a esa determinada velocidad. De lo contrario, si la velocidad es muy alta, nunca se atollará (a menos que sea problema del chute netamente) pero la superficie de la correa no estará bien aprovechada. Esto se reduce a que para un determinado flujo de entrada hay una velocidad que maximiza la superficie de la monocapa sobre la correa transportadora.

En cuanto al análisis de las partículas utilizadas, se pudo observar que, si la relación entre el diámetro máximo y mínimo es menor a 2,5, se forma la monocapa. En caso contrario, la monocapa no es posible, ya que las partículas pequeñas se mueven muy fácilmente si es que son golpeadas por una más grande, además, las de menor tamaño se sitúan muy fácilmente debajo de las partículas de gran tamaño, lo cual es un despropósito.

Finalmente se tiene que la masa máxima de monocapa que puede mover la correa transportadora es una propiedad intrínseca de la correa, es decir, que se puede utilizar este dato como una condición de diseño para el chute y el alimentador.

9. Bibliografía

- [1] COCHILCO. (2016). Proyección del consumo de energía eléctrica en la minería del cobre 2016-2027. Santiago.
- [2] Luttrell, G., & Tech, V. (2015). *Upgrading Potential Using Ore Sorting Technologies*. Kentucky, USA
- [3] Colin, B. 2011. Transfer chute design: a logical approach. *Australian Bulk Handling Review*: September/October 2011: 88-91.
- [4] Huque, S. T. 2004. Analytical and Numerical Investigations into Belt Conveyors Transfers. Tesis de Doctorado. University of Wollongong, Faculty of Engineering, School of Mechanical, Materials & Mechatronic Engineering. 279 p.
- [5] Van Aarde, M. N. 2009. The optimisation transfer chutes in bulk materials industry. Magister in Mechanical Engineering Thesis. North-West University, Potchefstroom Campus. 118 p.
- [6] Grima, A. y Wypych, P. W. 2010. Discrete Element Simulation Validation: Impact Plate Transfer Station. *Bulk Solids Europe 2010*: 1-17.
- [7] Stuart-Dick, D. y Royal, T. A. 1992. Design Principles for Chutes to Handle Bulk Solids. *Bulk Solid Handling* 12 (3): 447-450.
- [8] Dewicki, G. y Mustoe, G. 2002. Bulk Material Belt Conveyor Transfer Point Simulation of Material Flow Using DEM. Third International Conference on DEM's: September 23-25, 2002. Santa Fe, New Mexico.
- [9] Duque, A. a. 2016. Rediseño de punto de transferencia en sistema de correas transportadoras de mineral de cobre, mediante metodo de elementos discretos (DEM). Santiago.
- [10] Johnstone, M.W. 2010. Calibration of DEM models for granular materials using bulk physical tests. Doctor of Philosophy Thesis. The University of Edinburgh. 282 p.
- [11] Horn, E. 2012. Calibration of Material Properties for Use in Discrete Elements Models. University of Stellenbosch. Master of Science in Mechanical Engineering Thesis. Faculty of Engineering. Department of Mechanical and Mechatronic Engineering.
- [12] Barrios, G. K. P., de Carvalho, R. M., Kwade, A., Tavares, L. M. 2013. Contact parameter estimation for DEM simulation of iron ore pellet handling. *Powder Technology* 248 (2013): 84–93.
- [13] Salas, D.A. 2016. Estudio de aumento del tonelaje en planta de chancado-minera altos punitaqui (MAP)
- [14] ESSS. (2017). *Lecture 02- DEM fundamentals*. Obtenido de Rocky-dem: www.Rocky-Dem.com
- [15] Association, E. C. (2007). *Belt conveyors for bulk materials*. Florida, USA.

[16] Riquelme, Barrios, L.A. (2011). Selección óptica automática de esmeraldas para la mina Muzo. Santiago