



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

**MECÁNICA DE FLUIDOS Y TRANSFERENCIA DE CALOR EN UN
CANAL CON UN GENERADOR DE VÓRTICE ENFRENTADO A UN
FLUJO DE FLUIDO NO NEWTONIANO**

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA,
MENCIÓN EN MECÁNICA

ALEJANDRO ANTONIO OLIVARES GODOY

PROFESOR GUIA:
ALVARO VALENCIA MUSALEM

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
RAMON FREDERICK GONZÁLEZ
WILLIAMS CALDERON MUÑOZ

SANTIAGO DE CHILE
2019

RESUMEN DE: MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, MENCIÓN MECÁNICA
POR: ALEJANDRO ANTONIO OLIVARES GODOY
FECHA: 2019
PROFESOR GUÍA: ALVARO VALENCIA MUSALEM

MECÁNICA DE FLUIDOS Y TRANSFERENCIA DE CALOR EN UN CANAL CON UN GENERADOR DE VÓRTICE ENFRENTADO A UN FLUJO DE FLUIDO NO NEWTONIANO

Esta tesis está dedicada a estudiar la influencia del tamaño de un generador de vórtices transversal cilíndrico en el enfriamiento de las paredes de un canal plano, aprovechando la generación de vórtices producto del enfrentamiento con un fluido no newtoniano del tipo Ley de potencia (Ostwald de Waele) con un índice de potencia igual a 0,4. Se realizan diferentes simulaciones numéricas computacionales acoplando las ecuaciones de conservación de masa, momento y de energía para un régimen laminar y turbulento en el programa ANSYS Fluent 14.5. Las simulaciones son realizadas en 2D.

En el primer capítulo se presentan los objetivos generales y específicos del presente trabajo. Junto con ello, se describe la motivación del trabajo.

En el segundo capítulo se da a conocer el marco teórico referente al enfrentamiento entre un flujo de fluido y un cuerpo sólido.

En el tercer capítulo se estudia y presentan los resultados de la mecánica de fluidos y transferencia de calor transiente de un flujo de fluido *newtoniano* en régimen laminar enfrentado a un generador de vórtices cilíndrico fijo. Todos los casos analizados fueron comparados con el trabajo de Lienhard (1966) y Lam (2008), con el fin de validar el modelo físico y el tipo de algoritmo a utilizar.

En el cuarto y quinto capítulo se presentan los resultados de la mecánica de fluidos y transferencia de calor transiente de un flujo de fluido del tipo *no newtoniano*, tipo ley de potencia para un índice de potencia de $n=0,4$, que enfrenta a un generador de vórtices cilíndrico fijo. En el cuarto capítulo se entrega los resultados del régimen laminar y en el quinto capítulo se entregan los resultados del régimen turbulento.

En el sexto y séptimo capítulo se presentan los resultados de la mecánica de fluidos y transferencia de calor transiente de un flujo de fluido del tipo newtoniano y no newtoniano del tipo ley de potencia para un índice de potencia de $n=0,4$. En el capítulo sexto ambos tipos de fluidos se encuentran en régimen *laminar*, mientras que en el séptimo capítulo ambos fluidos se encuentran en régimen *turbulento*. Se simula el ingreso del flujo de fluido a un canal y se enfrenta a un generador de vórtices cilíndrico fijo, el cual posee diferentes diámetros.

A mi esposa, hijos, padres, hermano y familia, gracias por todo lo entregado en estos años.

AGRADECIMIENTOS

Comienzo dando las gracias a Dios por la oportunidad que me ha dado para lograr este nuevo paso en mi etapa profesional y educacional.

A mis padres y hermano que me apoyaron desde el primer momento que me decidí a postular a este programa de estudio, gracias por sus consejos, apoyo y aliento en todo momento.

A mi esposa e hijos, que han estado conmigo en todo momento. Me han dado la energía y las fuerzas para poder cumplir con este objetivo. A pesar de a ratos estar cansado, producto del trabajo y de los estudios, o de pronto no dedicarles el tiempo suficiente, me daban un aliento y fuerzas para continuar y finalizar esta etapa.

Agradezco a mi profesor guía Álvaro Valencia, junto con los profesores de la comisión Ramón Frederick y Williams Calderón, los cuales me apoyaron y guiaron en el desarrollo de este trabajo, y por entregar sus conocimientos en los ramos del programa.

Además, agradecer a todos los funcionarios del departamento de mecánica, los cuales hacen que la estadía diaria en la universidad sea más amena y agradable.

Tabla de Contenido

AGRADECIMIENTOS.....	IV
TABLA DE CONTENIDO.....	V
ÍNDICE DE FIGURAS.....	IX
ÍNDICE DE TABLAS.....	XVII
CAPÍTULO 1.....	1
INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 MOTIVACIÓN.....	1
1.2 OBJETIVOS.....	2
1.2.1 <i>Objetivos Generales</i>	2
1.2.2 <i>Objetivos Específicos</i>	2
1.3 ALCANCES.....	3
CAPÍTULO 2.....	4
MARCO TEÓRICO.....	4
2.1 FLUJO ALREDEDOR DE UN CILINDRO FIJO.....	4
2.2 PATRONES DE FLUJO.....	4
2.3 DESPRENDIMIENTO DE VÓRTICES.....	5
2.4 FACTORES QUE AFECTAN EL NÚMERO DE STROUHAL.....	6
2.4.1 <i>Número de Reynolds</i>	7
2.4.2 <i>Rugosidad de la superficie</i>	8
2.4.3 <i>Proximidad a la Frontera</i>	8
2.4.4 <i>Gradiente de Velocidad</i>	8
2.4.5 <i>Intensidad de la Turbulencia</i>	8
2.4.6 <i>Relación Longitud/Diámetro de la Tubería</i>	8
2.5 FUERZAS INDUCIDAS POR VÓRTICES.....	8

2.5.1	<i>Fuerza de Arrastre</i>	9
2.5.2	<i>Fuerza de Sustentación</i>	9
2.6	COEFICIENTE DE TRANSFERENCIA DE CALOR	9
2.7	FLUIDOS	10
2.8	FLUIDOS NEWTONIANOS	10
2.9	FLUIDOS NO NEWTONIANO	11
2.9.1	<i>Ley de Potencia</i>	11
CAPÍTULO 3	1
	GENERACIÓN DE VÓRTICES ALREDEDOR DE UN CUERPO ENFRENTADO CON UN FLUIDO NEWTONIANO EN RÉGIMEN LAMINAR	1
3.1	RESUMEN	1
3.2	OBJETIVOS	1
3.2.1	<i>Objetivos Generales</i>	1
3.2.2	<i>Objetivos Específicos</i>	2
3.3	NOMENCLATURA	3
3.4	SITUACIÓN FÍSICA Y MODELO MATEMÁTICO	3
3.5	IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL	7
3.6	PRESENTACIÓN, ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS	8
3.6.1	<i>Resumen</i>	8
3.6.2	<i>Validación de resultados para la mecánica de fluidos</i>	8
3.6.3	<i>Resultados de la Mecánica de Fluidos</i>	10
3.6.4	<i>Resultados de la Transferencia de Calor</i>	17
3.7	CONCLUSIONES	24
CAPÍTULO 4	26

GENERACIÓN DE VÓRTICES ALREDEDOR DE UN CUERPO ENFRENTADO CON UN FLUIDO NO NEWTONIANO EN RÉGIMEN LAMINAR.....	26
4.1 RESUMEN.....	26
4.2 OBJETIVOS	26
4.2.1 <i>Objetivos Generales.....</i>	26
4.2.2 <i>Objetivos Específicos</i>	27
4.3 NOMENCLATURA.....	28
4.4 SITUACIÓN FÍSICA Y MODELO MATEMÁTICO	29
4.5 IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL	34
4.6 PRESENTACIÓN, ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	35
4.6.1 <i>Resultados de la Mecánica de Fluidos.....</i>	35
4.6.2 <i>Resultados de la Transferencia de Calor</i>	53
4.7 CONCLUSIONES.....	66
CAPÍTULO 5.....	67
GENERACIÓN DE VÓRTICES ALREDEDOR DE UN CUERPO ENFRENTADO CON UN FLUIDO NO NEWTONIANO EN RÉGIMEN TURBULENTO	67
5.1 RESUMEN.....	67
5.2 OBJETIVOS	67
5.2.1 <i>Objetivos Generales.....</i>	67
5.2.2 <i>Objetivos Específicos</i>	68
5.3 NOMENCLATURA.....	69
5.4 SITUACIÓN FÍSICA Y MODELO MATEMÁTICO	70
5.5 IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL	75
5.6 PRESENTACIÓN, ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	76
5.6.1 <i>Resultados de la Mecánica de Fluidos.....</i>	76

5.6.2	<i>Resultados de la Transferencia de Calor</i>	84
5.7	CONCLUSIONES	91
CAPÍTULO 6		92
TRANSFERENCIA DE CALOR EN UN CANAL CON GENERADOR DE VORTICES ADIABÁTICO DE DIFERENTES TAMAÑOS ENFRENTADO A UN FLUIDO DEL TIPO LEY DE POTENCIA RÉGIMEN LAMINAR.....		
6.1	INTRODUCCIÓN	92
6.2	OBJETIVOS	93
6.2.1	<i>Objetivos Generales</i>	93
6.2.2	<i>Objetivos Específicos</i>	93
6.3	NOMENCLATURA	94
6.4	SITUACIÓN FÍSICA Y MODELO MATEMÁTICO	94
6.5	IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL	99
6.6	PRESENTACIÓN, ANÁLISIS Y DISCUSIONES	99
6.6.1	<i>Resultados de la Mecánica de Fluidos</i>	99
6.6.2	<i>Resultados de la Transferencia de Calor</i>	101
6.7	CONCLUSIONES	103
CAPÍTULO 7		104
TRANSFERENCIA DE CALOR EN UN CANAL CON GENERADOR DE VORTICES ADIABÁTICO DE DIFERENTES TAMAÑOS ENFRENTADO A UN FLUIDO DEL TIPO LEY DE POTENCIA RÉGIMEN TURBULENTO.....		
7.1	INTRODUCCIÓN	104
7.2	OBJETIVOS	105
7.2.1	<i>Objetivos Generales</i>	105
7.2.2	<i>Objetivos Específicos</i>	105
7.3	NOMENCLATURA	106

7.4	SITUACIÓN FÍSICA Y MODELO MATEMÁTICO	106
7.5	IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL	111
7.6	PRESENTACIÓN, ANÁLISIS Y DISCUSIONES.....	111
	<i>7.6.1 Resultados de la Mecánica de Fluidos.....</i>	<i>111</i>
	<i>7.6.2 Resultados de la Transferencia de Calor</i>	<i>112</i>
7.7	CONCLUSIONES.....	114
	CAPÍTULO 8	116
	BIBLIOGRAFÍA	116
8.1	CAPÍTULO 2	116
8.2	CAPÍTULO 3	117
8.3	CAPÍTULO 4	118
8.4	CAPÍTULO 5	119
8.5	CAPÍTULO 6	120
8.6	CAPÍTULO 7	121

Índice de Figuras

Figura 1-1: Esquema fuerzas generadas debido a la interacción de un cuerpo con un flujo (Fuente: Propia).....	1
Figura 2-1: Patrones de flujo de un cilindro, para distintos Números de Reynolds (Fuente: Kenny, 1993).....	5
Figura 2-2: Secuencia de campos de presión de superficie y formación de la estela, a aproximadamente un tercio de ciclo de desprendimiento (Fuente: Blevins, 2001).....	6
Figura 2-3: Ancho de la estela para flujo sub-crítico y super-crítico, de izquierda a derecha, respectivamente (Fuente: Kenny J. , 1993).....	7
Figura 2-4: Número de Strouhal en función del número de Reynolds, para cilindros circulares (Fuente: Kenny J. , 1993).....	7
Figura 2-5: Esfuerzo cortante en un sólido y en un fluido (Fuente: Shames, 1995).....	10

Figura 2-6: Comportamiento reológico de algunos materiales viscosos (Fuente: Shames, 1995).....	11
Figura 3-1: Esquema de la situación física (Fuente: elaboración propia).....	4
Figura 3-2: Malla variable utilizada para la solución del problema (Fuente: elaboración propia).....	7
Figura 3-3: Relación del Número de Reynolds – Número Strouhal para un cilindro; $40 < Re < 2 \times 10^4$ (Fuente: Lienhard, 1966).....	9
Figura 3-4: Coeficiente de arrastre evolucionando en el tiempo para número de Reynolds igual a 200: (a) trabajo de Lam, Gong, & So (2008), (b) presente trabajo.....	10
Figura 3-5: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $Re=60$ (Fuente: elaboración propia).	10
Figura 3-6: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $Re=60$ (Fuente: elaboración propia).	11
Figura 3-7: Líneas de corrientes para un número de Reynolds $Re=60$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=30$, (b) $t^*=60$, (c) $t^*=90$, (d) $t^*=120$ (Fuente: elaboración propia).	12
Figura 3-8: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $Re=100$ (Fuente: elaboración propia).....	13
Figura 3-9: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $Re=100$ (Fuente: elaboración propia).....	13
Figura 3-10: Líneas de corrientes para número de Reynolds $Re=100$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=50$, (b) $t^*=100$, (c) $t^*=150$, (d) $t^*=200$ (Fuente: elaboración propia).	14
Figura 3-11: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $Re=200$ (Fuente: elaboración propia).....	15
Figura 3-12: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $Re=200$ (Fuente: elaboración propia).....	15
Figura 3-13: Líneas de corrientes para un número de Reynolds $Re=200$ para tiempos adimensionales: (a) tiempo $t^*=100$, (b) $t^*=200$, (c) $t^*=300$, (d) $t^*=400$ (Fuente: elaboración propia).....	17
Figura 3-14: Relación del número de Strouhal (St) con respecto al número de Reynolds (Re) para un cuerpo cilíndrico.	17

Figura 3-15: Evolución en el tiempo del número de Nusselt considerando un número de Reynolds $Re=60$ (Fuente: elaboración propia).....	18
Figura 3-16: Isotermas para un número de Reynolds $Re=60$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=30$, (b) $t^*=60$, (c) $t^*=90$ segundos, (d) $t^*=120$ segundos (Fuente: elaboración propia).....	19
Figura 3-17: Evolución en el tiempo del número de Nusselt considerando un número de Reynolds $Re=100$ (Fuente: elaboración propia).....	20
Figura 3-18: Isotermas para un número de Reynolds $Re=100$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=50$, (b) $t^*=100$, (c) $t^*=150$, (d) $t^*=200$ (Fuente: elaboración propia).....	21
Figura 3-19: Evolución en el tiempo del número de Nusselt considerando un número de Reynolds $Re=200$ (Fuente: elaboración propia).....	22
Figura 3-20: Isotermas para un número de Reynolds $Re=200$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=100$, (b) $t^*=200$, (c) $t^*=300$, (d) $t^*=400$ (Fuente: elaboración propia).....	23
Figura 3-21: Relación del número de Nusselt con respecto al número de Reynolds en un cuerpo cilíndrico, tanto para el presente trabajo y Lienhard (1966).....	24
Figura 4-1: Esquema de la situación física (Fuente: elaboración propia).....	29
Figura 4-2: Malla variable.....	34
Figura 4-3: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $Re_{LP}=9$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	35
Figura 4-4: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $Re_{LP}=9$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	36
Figura 4-5: Líneas de corriente para un número de Reynolds $Re_{LP}=9$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=15$, (b) $t^*=30$, (c) $t^*=45$, (d) $t^*=60$ (Fuente: elaboración propia).....	37
Figura 4-6: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $Re_{LP}=20$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	37
Figura 4-7: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $Re_{LP}=20$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	38

Figura 4-8: Líneas de corriente para un número de Reynolds $R_e=20$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=25$, (b) $t^*=50$, (c) $t^*=75$, (d) $t^*=100$ (Fuente: elaboración propia).	39
Figura 4-9: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $R_{e,LP}=30$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).	39
Figura 4-10: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $R_{e,LP}=30$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).	40
Figura 4-11: Líneas de corriente para un número de Reynolds $R_e=30$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=32,5$, (b) $t^*=65$, (c) $t^*=97,5$, (d) $t^*=130$ (Fuente: elaboración propia).	41
Figura 4-12: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $R_{e,LP}=50$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).	41
Figura 4-13: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $R_{e,LP}=50$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).	42
Figura 4-14: Líneas de corriente para un número de Reynolds $R_e=50$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=42,5$, (b) $t^*=85$, (c) $t^*=127,5$, (d) $t^*=170$ (Fuente: elaboración propia).	43
Figura 4-15: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $R_{e,LP}=70$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).	44
Figura 4-16: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $R_{e,LP}=70$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).	44
Figura 4-17: Líneas de corriente para un número de Reynolds $R_e=70$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=52,5$, (b) $t^*=105$, (c) $t^*=157,5$, (d) $t^*=210$ (Fuente: elaboración propia).	45
Figura 4-18: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $R_{e,LP}=100$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).	46
Figura 4-19: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $R_{e,LP}=100$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).	46

Figura 4-20: Líneas de corriente para un número de Reynolds $Re=100$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=65$, (b) $t^*=130$, (c) $t^*=195$, (d) $t^*=260$ (Fuente: elaboración propia).....	47
Figura 4-21: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $Re_{LP}=160$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	48
Figura 4-22: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $Re_{LP}=160$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	48
Figura 4-23: Líneas de corriente para un número de Reynolds $Re=160$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=90$, (b) $t^*=180$, (c) $t^*=270$, (d) $t^*=360$ (Fuente: elaboración propia).....	49
Figura 4-24: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $Re_{LP}=260$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	50
Figura 4-25: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $Re_{LP}=260$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	50
Figura 4-26: Líneas de corriente para un número de Reynolds $Re=260$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=122,5$, (b) $t^*=245$, (c) $t^*=367,5$, (d) $t^*=490$ (Fuente: elaboración propia).....	51
Figura 4-27: Coeficiente de arrastre para diferentes números de Reynolds Re_{LP} (Fuente: elaboración propia).....	52
Figura 4-28: Número de Strouhal para diferentes números de Reynolds Re_{LP} (Fuente: elaboración propia).....	52
Figura 4-29: Número de Strouhal para diferentes números de Reynolds para un fluido newtoniano y uno no newtoniano del tipo ley de potencia con $n=0,4$	53
Figura 4-30: Isotermas para un número de Reynolds $Re=9$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=15$, (b) $t^*=30$, (c) $t^*=45$, (d) $t^*=60$ (Fuente: elaboración propia).....	54
Figura 4-31: Número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{LP}=9$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	54
Figura 4-32: Isotermas para un número de Reynolds $Re=20$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=25$, (b) $t^*=50$, (c) $t^*=75$, (d) $t^*=100$ (Fuente: elaboración propia).....	55
Figura 4-33: Número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{LP}=20$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	56

Figura 4-34: Isotermas para un número de Reynolds $Re=30$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=32,5$, (b) $t^*=65$, (c) $t^*=97,5$, (d) $t^*=130$ (Fuente: elaboración propia).....	57
Figura 4-35: Número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{LP}=30$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	57
Figura 4-36: Isotermas para un número de Reynolds $Re=50$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=42,5$, (b) $t^*=85$, (c) $t^*=127,5$, (d) $t^*=170$ (Fuente: elaboración propia).....	58
Figura 4-37: Número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{LP}=50$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	59
Figura 4-38: Isotermas para un número de Reynolds $Re=70$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=52,5$, (b) $t^*=105$, (c) $t^*=157,5$, (d) $t^*=210$ (Fuente: elaboración propia).....	60
Figura 4-39: Número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{LP}=70$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	60
Figura 4-40: Isotermas para un número de Reynolds $Re=100$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=65$, (b) $t^*=130$, (c) $t^*=195$, (d) $t^*=260$ (Fuente: elaboración propia).....	61
Figura 4-41: Número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{LP}=100$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	62
Figura 4-42: Isotermas para un número de Reynolds $Re=160$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=90$, (b) $t^*=180$, (c) $t^*=270$, (d) $t^*=360$ (Fuente: elaboración propia).....	63
Figura 4-43: Número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{LP}=260$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	63
Figura 4-44: Isotermas para un número de Reynolds $Re=260$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=122,5$, (b) $t^*=245$, (c) $t^*=367,5$, (d) $t^*=490$ (Fuente: elaboración propia).....	64
Figura 4-45: Gráfico del comportamiento del número de Nusselt con respecto al número de Reynolds para un fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia con $n=0,4$ y para un fluido newtoniano (Fuente: elaboración propia).....	65
Figura 4-46: Gráfico del comportamiento del número de Nusselt con respecto al tiempo adimensional para diferentes números de Reynolds para un fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia con $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	65
Figura 5-1: Esquema de la situación física (Fuente: elaboración propia).....	70

Figura 5-2: Malla variable	75
Figura 5-3: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $Re_{e,LP}=3,3 \times 10^3$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	76
Figura 5-4: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $Re_{e,LP}=3,3 \times 10^3$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	76
Figura 5-5: Líneas de corriente para un número de Reynolds $Re_{e,LP}= 3,3 \times 10^3$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=592,5$ (b) $t^*=1185$, (c) $t^*=1777,5$, (d) $t^*=2370$ (Fuente: elaboración propia).....	77
Figura 5-6: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $Re_{e,LP}=1,6 \times 10^4$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	78
Figura 5-7: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $Re_{e,LP}=1,6 \times 10^4$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	78
Figura 5-8: Líneas de corriente para un número de Reynolds $Re_{e,LP}= 1,6 \times 10^4$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=1620$, (b) $t^*=3240$, (c) $t^*=4860$, (d) $t^*=6480$ (Fuente: elaboración propia).....	79
Figura 5-9: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $Re_{e,LP}=3,3 \times 10^4$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	80
Figura 5-10: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $Re_{e,LP}=3,3 \times 10^4$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	80
Figura 5-11: Líneas de corriente para un número de Reynolds $Re_{e,LP}= 3,3 \times 10^4$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=2500$, (b) $t^*=5000$, (c) $t^*=7500$, (d) $t^*=10000$ (Fuente: elaboración propia).....	81
Figura 5-12: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $Re_{e,LP}=3,3 \times 10^5$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	82
Figura 5-13: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $Re_{e,LP}=3,3 \times 10^5$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	82

Figura 5-14: Líneas de corriente para un número de Reynolds $Re_{LP} = 3,3 \times 10^5$ para tiempos adimensionales: (a) $t^* = 10500$, (b) $t^* = 21000$, (c) $t^* = 31500$, (d) $t^* = 42000$ (Fuente: elaboración propia).....	83
Figura 5-15: Gráfico del coeficiente de arrastre con respecto al número de Reynolds para un fluido del tipo ley de potencia con $n=0,4$ en régimen de flujo turbulento	84
Figura 5-16: Gráfico del número de Strouhal con respecto al número de Reynolds para un fluido del tipo ley de potencia con $n=0,4$ en régimen de flujo turbulento	84
Figura 5-17: Evolución en el tiempo del número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{LP} = 3,3 \times 10^3$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia)..	85
Figura 5-18: Isotermas para un número de Reynolds $Re = 3,3 \times 10^3$ para tiempos adimensionales: (a) $t^* = 592,5$, (b) $t^* = 1185$, (c) $t^* = 1777,5$, (d) $t^* = 2370$ (Fuente: elaboración propia).....	86
Figura 5-19: Evolución en el tiempo del número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{LP} = 1,6 \times 10^4$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia)...	86
Figura 5-20: Isotermas para un número de Reynolds $Re = 1,6 \times 10^4$ para tiempos adimensionales: (a) $t^* = 1620$, (b) $t^* = 3240$, (c) $t^* = 4860$, (d) $t^* = 6480$ (Fuente: elaboración propia).....	87
Figura 5-21 : Evolución en el tiempo del número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{LP} = 3,3 \times 10^4$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).....	88
Figura 5-22: Isotermas para un número de Reynolds $Re = 3,3 \times 10^4$ para tiempos adimensionales: (a) $t^* = 2500$, (b) $t^* = 5000$, (c) $t^* = 7500$, (d) $t^* = 10000$ (Fuente: elaboración propia).....	89
Figura 5-23: Evolución en el tiempo del número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{LP} = 3,3 \times 10^5$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia)..	89
Figura 5-24: Isotermas para un número de Reynolds $Re = 3,3 \times 10^5$ para tiempos adimensionales: (a) $t^* = 10500$, (b) $t^* = 21000$, (c) $t^* = 31500$, (d) $t^* = 42000$ (Fuente: elaboración propia).....	90
Figura 5-25: Gráfico del número de Nusselt con respecto al número de Reynolds para un fluido del tipo ley de potencia con $n=0,4$ con régimen de flujo turbulento	91
Figura 6-1: Esquema de la situación física (Fuente: elaboración propia).....	95
Figura 6-2: Malla variable	99
Figura 6-3: Contorno de velocidad adimensional para $Re = 400$ en el caso de un fluido newtoniano (N) y para $Re = 626$ en el caso de un fluido no newtoniano del tipo ley de	

potencia (NN). (a) y (b) flujo canal, (c) y (d) $D/H=1/6$, (e) y (f) $D/H=1/4$, (g) y (h) $D/H=1/3$, (i) y (j) $D/H=5/12$ 100

Figura 6-4: Contorno temperatura adimensional para $Re=400$, $Pr=24$ en el caso de un fluido newtoniano (N) y para $Re=626$, $Pr=15$ en el caso de un fluido no newtoniano del tipo ley de potencia (NN). (a) y (b) flujo canal, (c) y (d) $D/H=1/6$, (e) y (f) $D/H=1/4$, (g) y (h) $D/H=1/3$, (i) y (j) $D/H=5/12$ 101

Figura 6-5: Comportamiento del número de Nusselt local para $Re=400$ y $Pr=24$ para fluido newtoniano (N) y $Re=626$ y $Pr=15$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (NN) 102

Figura 7-1: Esquema de la situación física (Fuente: elaboración propia)..... 107

Figura 7-2: Malla variable 111

Figura 7-3: Contorno de velocidad adimensional con $Re=1,2 \times 10^4$ para el fluido newtoniano (N) y con $Re=1,5 \times 10^5$ para el fluido tipo Ley de Potencia (NN): (a) y (b) flujo en canal, (c) y (d) $D/H=1/6$, (e) y (f) $D/H=1/4$, (g) y (h) $D/H=1/3$, (i) y (j) $D/H=5/12$ 112

Figura 7-4: Contorno de temperatura adimensional para $Re=1,2 \times 10^4$ para el fluido newtoniano (N) y $Re=1,5 \times 10^5$ para el fluido tipo Ley de Potencia (NN): (a) y (b) flujo en el canal, (c) y (d) $D/H=1/6$, (e) y (f) $D/H=1/4$, (g) y (h) $D/H=1/3$, (i) y (j) $D/H=5/12$ 113

Figura 7-5: Comportamiento del número de Nusselt local para $Re=1,2 \times 10^4$ para fluido newtoniano (N) y para $Re=1,5 \times 10^5$ para un fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (NN)..... 114

Índice de Tablas

Tabla 3-1: Características del fluido (Fuente: Shames, 1995).....4

Tabla 3-2: Número de Strouhal obtenidos por Lienhard (1966) y en el presente trabajo para un fluido con comportamiento newtoniano (Fuente: elaboración propia).9

Tabla 3-3: Coeficiente de arrastre y número de Strouhal obtenidos por Lam (2008) y en el presente trabajo para un fluido con comportamiento newtoniano (Fuente: Elaboración propia).9

Tabla 3-4: Validación de la transferencia de calor.....23

Tabla 4-1: Características del fluido (Fuente: Propipe, 2011)29

Tabla 5-1: Características del fluido (Fuente: Propipe, 2011)70

Tabla 5-2: Velocidad de flujo para diferentes números de Reynolds en un fluido del tipo Ley de Potencia con $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).74

Tabla 6-1: Variación de la relación D/H.....	95
Tabla 6-2 Número de Nusselt, factor de fricción y rendimiento termo-hidráulico con $Re=400$ para un fluido Newtoniano (N) y para $Re=626$ para un fluido tipo Ley de Potencia (NN).....	103
Tabla 7-1: Variación de la relación D/H.....	107
Tabla 7-2: Número de Nusselt, factor de fricción y rendimiento termo-hidráulico con $Re=1,2 \times 10^4$ y $Pr=24$ para un fluido Newtoniano (N) y $Re=1,5 \times 10^5$ y $Pr=2$ para un fluido no newtoniano del tipo ley de potencia (NN).....	114

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Motivación

En aplicaciones ingenieriles que tengan que ver con el calentamiento y enfriamiento, es común utilizar flujos líquidos o gases a través de tubos y/o ductos y/o canales. Para producir el enfriamiento o calentamiento se induce una fuerza al fluido mediante máquinas hidráulicas para que éste se desplace a lo largo de los tubos y/o ductos y/o canales para realizar la transferencia requerida de calor. Los parámetros que se deben tomar atención son el factor de fricción y el coeficiente de calor por convección, ya que están directamente relacionados con la caída de presión y con la razón de la transferencia de calor respectivamente.

Además de inducir una fuerza al flujo de fluido para el mejoramiento de la transferencia de calor, también se puede incluir generadores de vórtices al interior de los tubos, ductos y/o canales. El desprendimiento de vórtices alrededor de un cuerpo ya sea cilíndrico, rectangular u cualquier otro cuerpo, ha sido materia de estudio de muchos investigadores en diversas áreas de la ingeniería, para el mejoramiento de la transferencia de calor.

En la mecánica de fluidos, para el desprendimiento de vórtices se estudian las fuerzas de arrastre (D) y sustentación (L) en alas de aeronaves, vehículos, aspas de turbinas, entre otros. Estos estudios hacen referencia a fluidos con comportamiento del tipo Newtoniano, ya que en la naturaleza y/o industrias la mayoría de los fluidos poseen este tipo de comportamiento. En la Figura 1-1. Se presentan las fuerzas generadas producto del enfrentamiento de un flujo de fluido con un cuerpo.

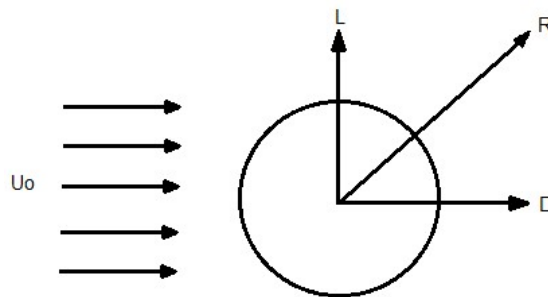


Figura 1-1: Esquema fuerzas generadas debido a la interacción de un cuerpo con un flujo (Fuente: Propia).

En la transferencia de calor se estudian cómo influye los vórtices generados por el cuerpo enfrentado con el flujo de fluidos, en la capa límite térmica que se desprende de las paredes de los ductos, canales y/o tubos, con el fin de aumentar considerablemente la razón de transferencia de calor.

La mayoría de los estudios de la mecánica de fluidos y transferencia de calor de un canal, ducto y/o tubo con un generador de vórtices en su interior son realizados para fluidos del tipo Newtoniano. En la naturaleza y/o industrias también se puede encontrar otros tipos de fluidos con comportamiento diferentes a los Newtonianos. Estos fluidos son conocidos como fluidos *No Newtonianos* o *Newtonianos Generalizados*, los cuales no han sido estudiados profundamente dado su poca aplicabilidad.

El rendimiento termo-hidráulico, cuyo parámetro sirve para evaluar la mejora de la transferencia de calor con respecto a la caída de presión, en un canal con un fluido del tipo no newtoniano enfrentando a un generador de vórtices es el principal aporte y motivación de este trabajo.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos Generales

El principal objetivo de este presente trabajo de investigación es el estudio bidimensional en la mejora de la transferencia de calor en las paredes de un canal plano producto de la generación de vórtices debido al enfrentamiento de un fluido no newtoniano, del tipo ley de potencia con un índice de potencia $n=0,4$, con un generador de vórtices ubicado en el centro de la canal y el cual va modificando su tamaño.

1.2.2 Objetivos Específicos

Los objetivos específicos de este trabajo son los siguientes:

- Validar el modelo físico a utilizar mediante la comparación de los resultados obtenidos en las simulaciones con trabajos realizados por otros investigadores.
- Determinar y caracterizar la mecánica de fluidos del comportamiento de un fluido del tipo no newtoniano con un comportamiento del tipo ley de potencia con un índice de potencia $n=0,4$ enfrentado a un generador de vórtices cilíndrico para un régimen laminar mediante la descripción de las líneas de corrientes.
- Determinar y caracterizar la mecánica de fluidos del comportamiento de un fluido del tipo no newtoniano con un comportamiento del tipo ley de potencia con un índice de potencia $n=0,4$ enfrentado a un generador de vórtices cilíndrico para un régimen turbulento mediante la descripción de las líneas de corrientes.
- Determinar y caracterizar la transferencia de calor del comportamiento de un fluido del tipo no newtoniano con un comportamiento del tipo ley de potencia con un índice de potencia $n=0,4$ enfrentado a un generador de vórtices cilíndrico para un régimen laminar mediante la descripción de isotermas.
- Determinar y caracterizar la mecánica de fluidos y transferencia de calor del comportamiento de un fluido del tipo no newtoniano con un

comportamiento del tipo ley de potencia con un índice de potencia $n=0,4$ enfrentado a un generador de vórtices cilíndrico para un régimen turbulento mediante la descripción de isoterms.

- Determinar el rendimiento termo-hidráulico del canal, tanto para un régimen laminar y turbulento en una canal recta con un generador de vórtices cilíndrico.

1.3 Alcances

- El análisis es principalmente enfocado a métodos numéricos, sin la realización de experimentos.
- El análisis se enfoca en fluidos no newtonianos con comportamientos del tipo *Ley de Potencia* con índice de potencia con $n=0,4$.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1 Flujo Alrededor de un Cilindro Fijo

El movimiento relativo entre un objeto y un fluido son comunes. Las situaciones prácticas son normalmente complejas en geometría. Sin embargo, se intenta observar todas las complejidades de un fenómeno particular implicando, más bien, un modelo más simple; pero del cual se pueda extraer la cantidad de información posible. Este es el caso de un flujo bidimensional alrededor de un cilindro (White, 2011).

Los patrones de flujo, descritos casi totalmente gracias a observaciones experimentales, varían de acuerdo a ciertas variables, pero permanecen invariantes para un arreglo específico de ellas, que se conoce como el número de Reynolds, el cual describe una relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas de flujo (White, 2011).

$$R_e = \frac{\rho \cdot U_o \cdot D}{\mu} \quad (2-1)$$

Donde R_e es el número de Reynolds, ρ es la densidad del fluido, D es el diámetro del cilindro, U_o la velocidad del fluido y μ la viscosidad dinámica del fluido.

2.2 Patrones de Flujo

Según el número de Reynolds asociado a un flujo en particular, se presentan tres regímenes conocidos como laminar, transición y turbulento. Los límites entre estos son difíciles de determinar, dado que hay que considerar factores como la rugosidad del cilindro, vibraciones en el mismo, la sensibilidad del flujo, las perturbaciones, entre otros (Munson B.R., 2009).

Para números de Reynolds muy bajos menores a 5, el fluido sigue el contorno cilíndrico. Para rango de $5 \leq R_e \leq 45$, el flujo se separa detrás del cilindro y se forma un par de vórtices simétricos en la estela cercana, aumentando su longitud linealmente con el número de Reynolds hasta aproximadamente tres veces el diámetro del cilindro. Al seguir aumentando el número de Reynolds, la estela se vuelve inestable, y uno de los vórtices se separa. Se forma una estela periódica de vórtices derramados de orientación opuesta; y entre $150 \leq R_e \leq 300$, los vórtices que se separan del cilindro se vuelven turbulentos, aunque la capa límite del cilindro permanece laminar (Blevins, 2001). Todo queda ilustrado en la Figura 2-1; **Error! No se encuentra el origen de la referencia..**

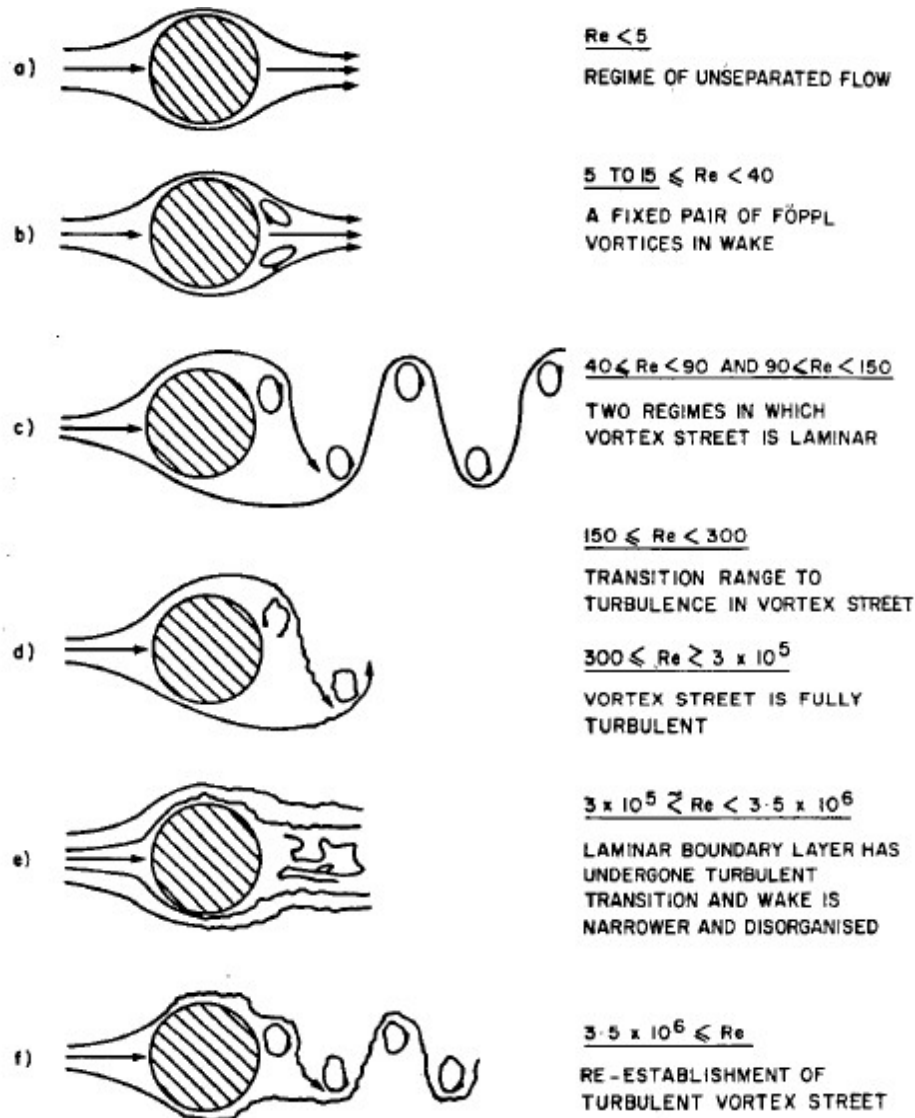


Figura 2-1: Patrones de flujo de un cilindro, para distintos Números de Reynolds (Fuente: Kenny, 1993)

2.3 Desprendimiento de Vórtices

El desprendimiento de vórtices resulta de la inestabilidad que existe entre dos capas de cizallamiento libres, en dirección aguas abajo, desde los puntos de separación. Estas capas se enrollan (las capas de cizallamiento más próximas al cilindro se mueven de forma más lenta que las externas) e incrementan la vorticidad y la circulación hacia grandes vórtices discretos, que se forman alternadamente en lados opuestos del cilindro. En una cierta etapa del ciclo de crecimiento de un vórtice, éste se vuelve suficientemente fuerte para extraer la otra capa de cizallamiento con vorticidad opuesta, a través de la estela. Esta acción corta la alimentación de vorticidad al vórtice, que cesa de crecer y se desprende hacia el flujo aguas abajo. Esto se repite entonces en el lado opuesto de la estela; lo que resulta en un desprendimiento de vórtices

alternado (Kenny, 1993). La calle de vórtices es el espacio aguas abajo del cilindro que está compuesta por los vórtices. Los córtices interactúan con el cilindro, y son la fuente del efecto llamadao *vibración inducida por vórtices*. La explicación anterior se ilustra en la Figura 2-2 . Los vórtices se desprenden con una frecuencia que depende, entre otros parámetros, del número de Reynolds asociados al flujo analizado.

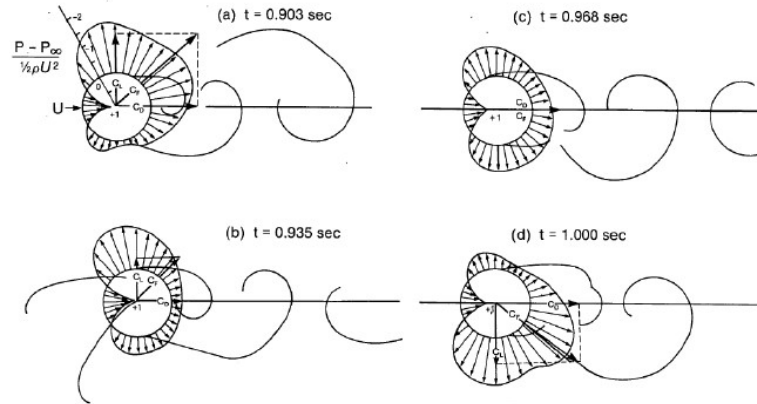


Figura 2-2: Secuencia de campos de presión de superficie y formación de la estela, a aproximadamente un tercio de ciclo de desprendimiento (Fuente: Blevins, 2001).

De lo anterior, el número de Strouhal es una constante de proporcionalidad adimensional (utilizado en flujo oscilatorio y no estacionario) entre la frecuencia predominante de desprendimiento de vórtices y la velocidad de la corriente libre, dividida por el diámetro del cilindro

$$f_s = \frac{S \cdot U}{D} \quad (2-2)$$

Donde f_s es frecuencia de desprendimiento de vórtices y S es el número de Strouhal.

Los experimentos han demostrado que, como consecuencia de la calle de vórtices, las oscilaciones de la fuerza de levantamiento ocurren a la frecuencia de desprendimiento, mientras que las oscilaciones de la fuerza de arrastre ocurren al doble de la frecuencia de desprendimiento.

2.4 Factores que Afectan el Número de Strouhal

El número de Strouhal puede ser influenciado por ciertos factores, entre los cuales se encuentran el número de Reynolds, la rugosidad de la superficie de la tubería, la proximidad a alguna frontera, el gradiente de velocidad, la intensidad de la turbulencia, y la relación entre la longitud y el diámetro de la tubería (Kenny, 1993).

2.4.1 Número de Reynolds

En los apartados anteriores se relacionaron los números de Reynolds y de Strouhal. A medida que aumentan el primero, la distancia entre la parte superior y la inferior de la estela, d_w , disminuye, tal como se muestra en la Figura 2-3. **Error! No se encuentra el origen de la referencia.** Por lo cual, si $d_w < D$ se encontraría un flujo turbulento, con una frecuencia de desprendimiento mayor que en un caso laminar.

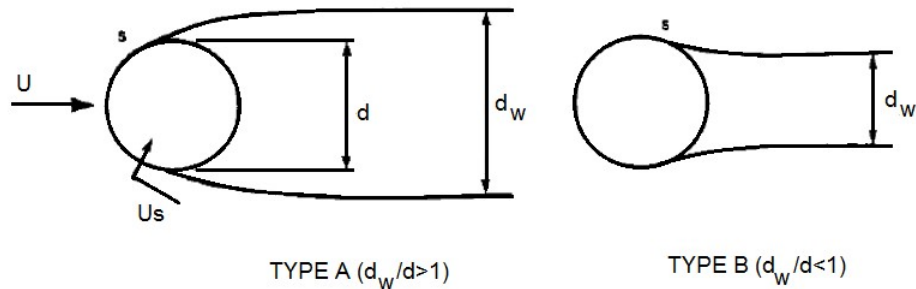


Figura 2-3: Ancho de la estela para flujo sub-crítico y super-crítico, de izquierda a derecha, respectivamente (Fuente: Kenny J. , 1993).

Existe, de igual manera, una relación entre el coeficiente de arrastre, C_d , y el ancho de la estela: a medida que aumenta el ancho de la estela, d_w , se incrementa el coeficiente de arrastre; por lo que, al disminuir el número de Reynolds, aumenta el coeficiente, debido a la contribución de las fuerzas viscosas sobre el cilindro (Kenny J. , 1993). En la Figura 2-4 se puede observar la dependencia del número de Strouhal con el número de Reynolds, para cilindros circulares.

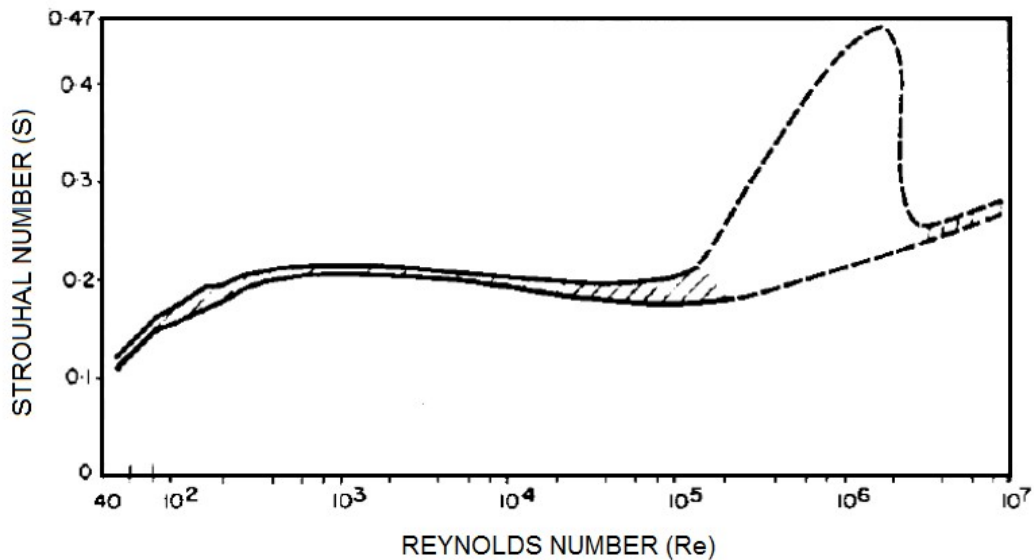


Figura 2-4: Número de Strouhal en función del número de Reynolds, para cilindros circulares (Fuente: Kenny J. , 1993).

2.4.2 Rugosidad de la superficie

Los elementos individuales de la rugosidad obstruyen el flujo físicamente, lo que lleva a la producción de turbulencia y a la generación de arrastre. Esto perturba de forma importante el flujo en la capa límite, en el proceso de transición de flujo laminar a turbulento (Kenny J. , 1993).

2.4.3 Proximidad a la Frontera

Al ubicar una frontera, paralela al flujo, muy cercana al cilindro, se rompe la simetría del flujo a ambos lados del cilindro, lo que modifica, entre otras, la fuerza de sustentación. En adición, la velocidad en la zona del cilindro más cercana a la frontera aumenta, debido a la restricción del flujo (Kenny J. , 1993).

2.4.4 Gradiente de Velocidad

Experimentos llevados a cabo en un cilindro circular liso, sumergido en un flujo que se aproxima con un gradiente de velocidad uniforme, y con números de Reynolds sub-críticos en el rango $80 < Re < 1000$, mostraron que la frecuencia de desprendimiento y el número de Strouhal aumentan con el incremento del gradiente de velocidad. Inclusive, el desprendimiento de vórtices se suprime cuando el gradiente de velocidades a través del cilindro alcanza un valor crítico, que depende del número de Reynolds. Estos experimentos demostraron que los gradientes de velocidad en el flujo que se aproxima pueden producir incrementos significativos en el número de Strouhal del desprendimiento de los vórtices, para tuberías cercanas a alguna frontera (Kenny J. , 1993).

2.4.5 Intensidad de la Turbulencia

La turbulencia en la capa límite del fluido puede generar influencias directas e indirectas. Indirectamente, la turbulencia determina la distribución de velocidades en la capa límite, dado que hay un transporte aleatorio de partículas de fluido dentro de la capa límite, y la tasa de cambio de momentum genera esfuerzos de corte en el fluido. Son estos esfuerzos los que determinan la distribución de velocidades en el fluido, así como su forma. Directamente, hay un efecto físico de la fluctuación de la velocidad turbulenta en el proceso de formación y derramamiento de vórtices (Kenny J., 1993).

2.4.6 Relación Longitud/Diámetro de la Tubería

Para relaciones de largo/diámetro pequeñas, el número de Strouhal puede ser influenciado por efectos tridimensionales inducidos en los extremos del cilindro (Kenny J. , 1993).

2.5 Fuerzas Inducidas por Vórtices

Un cuerpo en movimiento sumergido en un fluido experimenta fuerzas causadas por la acción de un fluido. El efecto total de estas fuerzas es muy complejo. Sin embargo, para propósitos de diseño o para el análisis del comportamiento de un

cuerpo en un fluido, dos fuerzas importantes – arrastre y sustentación – son las más importantes. Las fuerzas de arrastre y sustentación son las mismas sin considerar si el cuerpo se encuentra en movimiento en el fluido o el fluido se encuentra moviéndose sobre el cuerpo (Mott, 1996).

El arrastre es la fuerza sobre un cuerpo provocado por un fluido que resiste el movimiento en la dirección del recorrido del cuerpo. Las aplicaciones más familiares que requieren el estudio del arrastre son en los campos de la transportación (Mott, 1996).

La sustentación es una fuerza provocada por el fluido en la dirección perpendicular a la dirección del recorrido del cuerpo. Sus aplicaciones más importantes están en el diseño y análisis de alas de aviones llamadas superficies sustentadoras (Mott, 1996).

2.5.1 Fuerza de Arrastre

Las fuerzas de arrastre se expresan con frecuencia en la forma (Mott, 1996):

$$F_D = \text{Arrastre} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_D \cdot U^2 \cdot A \quad (2-3)$$

El término C_D es el coeficiente de arrastre, un factor adimensional. Su magnitud depende básicamente de la forma física del objeto y su orientación con relación a la corriente del flujo. La cantidad $\frac{1}{2}\rho \cdot U^2$ es la presión dinámica. El término A se refiere a una característica del área del cuerpo, tanto el área de la superficie o la máxima sección transversal perpendicular a la dirección del flujo (Mott, 1996).

2.5.2 Fuerza de Sustentación

Es la fuerza que actúa sobre un cuerpo en la dirección perpendicular a la del flujo del fluido (Mott, 1996).

$$F_L = \text{Sustentación} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_L \cdot U^2 \cdot A \quad (2-4)$$

La velocidad U es la velocidad de la corriente libre del fluido con relación a la superficie de sustentación (Mott, 1996).

2.6 Coeficiente de transferencia de calor

El número de Nusselt promedio en lo relativo al flujo cruzado sobre un cilindro, se presenta por la propuesta por Churchill y Berstein [18]:

$$Nu_{cil} = \frac{hD}{k} = 0,3 + \frac{0,62 Re^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0,4/Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \quad (2-5)$$

Esta relación es bastante completa en el sentido que correlaciona bien los datos de los que se dispone para $Re \cdot Pr > 0,2$.

2.7 Fluidos

Un fluido se define como una sustancia que cambia su forma continuamente siempre que esté sometida a un esfuerzo cortante, sin importar qué tan pequeño sea. En contraste un sólido experimenta un desplazamiento definido (o se rompe completamente) cuando se somete a un esfuerzo cortante (Shames, 1995).

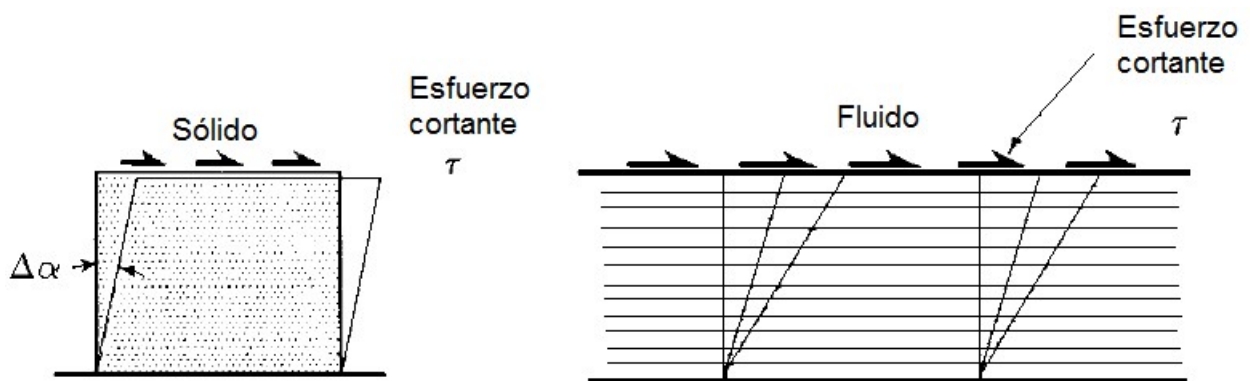


Figura 2-5: Esfuerzo cortante en un sólido y en un fluido (Fuente: Shames, 1995).

2.8 Fluidos Newtonianos

El esfuerzo cortante sobre una interfaz tangente a la dirección de flujo es proporcional a la tasa de cambio de la velocidad con respecto a la distancia, donde la diferenciación se toma en una dirección normal a la interfaz. Matemáticamente se establece como

$$\tau_{xy} \approx \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2-6)$$

Al insertar la constante de proporcionalidad se llega al resultado:

$$\tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2-7)$$

Donde μ se conoce como el coeficiente de viscosidad. Esta viscosidad no depende en gran medida de la presión (Shames, 1995).

2.9 Fluidos No Newtoniano

Los fluidos no newtonianos son materiales viscosos en los cuales el esfuerzo cortante está relacionado con la tasa de corte en una forma más complicada. En la Figura 2-6 se muestra un gráfico para los diferentes comportamientos de fluidos newtonianos y no newtonianos (Shames, 1995).

2.9.1 Ley de Potencia

Es una forma de describir el comportamiento de materiales viscosos. Para flujos paralelos está dado como:

$$\tau = K \cdot \dot{\gamma}^n \quad (2-8)$$

Para un fluido newtoniano $K=\mu$ y $n=1$. Para otros valores de n se tendría un fluido no newtoniano.

Un fluido no newtoniano cuyo comportamiento se describe mediante la ecuación (2-8) con $n < 1$ se conoce como *pseudoplástico*, este nombre se origina porque el incremento de la tasa de corte existe una curiosa disminución en la viscosidad efectiva. Es decir, con un incremento en la tasa de corte el líquido se adelgaza. Por otra parte, si $n > 1$, el fluido se conoce como *dilatante*; aquí el fluido se “engruesa” con un aumento en la tasa de corte (Shames, 1995).

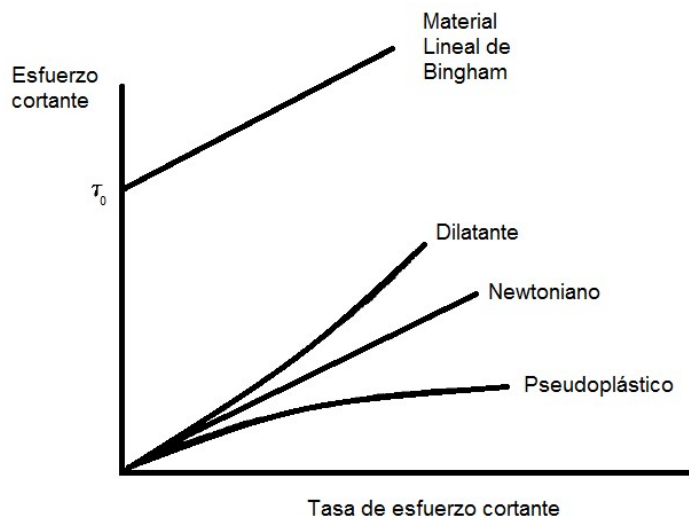


Figura 2-6: Comportamiento reológico de algunos materiales viscosos (Fuente: Shames, 1995).

CAPÍTULO 3

GENERACIÓN DE VÓRTICES ALREDEDOR DE UN CUERPO ENFRENTADO CON UN FLUIDO NEWTONIANO EN RÉGIMEN LAMINAR

3.1 Resumen

En este capítulo se realiza el estudio transiente de la mecánica de fluidos y transferencia de calor de un fluido newtoniano en régimen laminar, para este caso agua, enfrentándose a un generador de vórtices cilíndrico de diámetro D . Este cuerpo cilíndrico está ubicado al interior de una cavidad, la cual posee una longitud de valor $20 \cdot D$. El lado izquierdo de la cavidad corresponde al ingreso del flujo de fluido a una velocidad y temperatura constante, mientras que el lado derecho de este corresponde al egreso del flujo de fluido a una temperatura constante y a presión atmosférica. Las paredes de la cavidad son aisladas térmicamente o adiabática y se considera la condición de no deslizamiento. El cuerpo cilíndrico D se mantiene fijo en todo instante, a una temperatura constante la cual posee el valor máximo de todo el conjunto.

En la mecánica de fluidos se analiza la frecuencia con que se generan los vórtices alrededor del cilindro D , estos generados por la interacción entre el flujo del fluido y cilindro sólido. Para ello se modifica la velocidad de entrada del fluido a la cavidad (U_0), con lo que se trabaja con números adimensionales de Reynolds (Re) igual a 60, 100 y 200. Además, se muestran las líneas de corrientes generadas alrededor del cuerpo cilíndrico. Los resultados obtenidos serán comparados con los gráficos entregados en el trabajo "*Synopsis of Lift, Drag and Vortex Frequency Data for Rigid Circular Cylinder*" (Lienhard, 1966).

En la transferencia de calor se impone al cuerpo cilíndrico de diámetro D una temperatura constante máxima. A la entrada y a la salida de la cavidad se impone a una temperatura constante mínima. Las paredes superior e inferior de la cavidad se consideran adiabáticas ($Q=0$). Con ello se obtiene la relación entre transferencia de calor por convección en relación con la transferencia de calor por conducción, conocido como el número adimensional de Nusselt (Nu). Además, se muestran los isoterms temporales para cada caso analizado.

3.2 Objetivos

3.2.1 Objetivos Generales

Los objetivos de este capítulo son los siguientes:

- Describir el comportamiento de la mecánica de fluidos en la generación de vórtices alrededor del cuerpo cilíndrico D enfrentándose al fluido newtoniano, en este caso agua.
- Describir el comportamiento de la transferencia de calor a través de las isotermas generadas alrededor del cuerpo cilíndrico D, el cual se enfrenta al fluido newtoniano, en este caso agua.
- Validación de modelo físico comparando resultados obtenidos en las simulaciones con resultados de trabajos realizados por otros investigadores.

3.2.2 Objetivos Específicos

Los objetivos específicos de este capítulo son los siguientes:

- Elaborar un gráfico donde se relacione el coeficiente de sustentación con respecto al tiempo adimensional para los diferentes números adimensionales de Reynolds (Re).
- Elaborar un gráfico donde se relacione el coeficiente de arrastre con respecto al tiempo adimensional para los diferentes números adimensionales de Reynolds (Re).
- Elaborar un gráfico donde se relación el coeficiente de arrastre con respecto al número adimensional de Reynolds.
- Elaborar un gráfico donde se relacione el número de Reynolds con respecto al número de Strouhal (St).
- Mostrar las líneas de corrientes generadas alrededor del cuerpo cilíndrico D para cada caso en estudio, esto es para número de Reynolds (Re) igual a 60, 100 y 200.
- Mostrar las isotermas generadas alrededor del cuerpo cilíndrico D para los diferentes casos en estudio, esto es para número de Reynolds (Re) igual a 60, 100 y 200.
- Elaborar un gráfico donde se relaciones el número adimensional de Nusselt (Nu) con respecto al tiempo simulado para los diferentes números adimensionales de Reynolds (Re).

3.3 Nomenclatura

		Letras Griegas	
D	: Diámetro, [m]	ρ	: Densidad, [kg/m ³]
u, v	: Velocidad, [m/s]	μ	: Viscosidad dinámica [kg/m.s]
C_p	: Calor específico a p=cte, [J/kg°K]	ν	: Viscosidad cinemática, [m ² /s]
T	: Temperatura, [°K]	Subíndices	
x,y	: Coordenadas, [m]	agua	: agua
t	: Tiempo, [s]	max	: máxima
k	: Conductividad térmica, [W/m°K]		
U_o	: Velocidad media entrada, [m/s]		
Re	: Número de Reynolds, [adim]		
St	: Número de Strouhal, [adim]		
Nu	: Número de Nusselt, [adim]		
L_c	: Longitud características, [m]		
f	: frecuencia, [1/s]		
h	: coeficiente transferencia de calor por convección [W/m ² °K]		
C_D	: Coeficiente de arrastre adimensional		
C_L	: Coeficiente de sustentación adimensional		
t^*	: Tiempo adimensional		

3.4 Situación Física y Modelo Matemático

En la Figura 3-1 se muestra la situación física en estudio, que corresponde al ingreso y egreso de agua a una cavidad de longitud $20 \cdot D$, el cual posee un cuerpo cilíndrico D ubicado al interior de este. El lado izquierdo de la cavidad corresponde al ingreso del flujo de fluido a velocidad constante, mientras que el lado derecho de la cavidad corresponde al egreso del fluido a presión atmosférica. Las paredes, tanto superior e inferior de la cavidad, se consideran con la condición de no deslizamiento.

Además, se considera que el cuerpo cilíndrico de diámetro D se encuentra a una temperatura constante $T_{\text{máx}}$, mientras que la temperatura a la entrada y salida de la

cavidad se encuentran a una temperatura constante de $T_{\text{agua, min}}$. Las paredes de la cavidad se consideran adiabáticas o con aislación térmica.

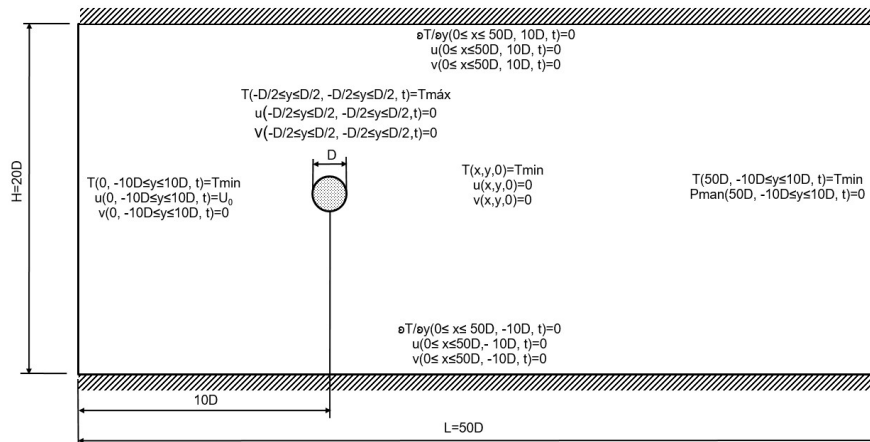


Figura 3-1: Esquema de la situación física (Fuente: elaboración propia)

En la Tabla 3-1 se presentan las propiedades físicas del fluido de trabajo, las cuales se consideran constante.

Tabla 3-1: Características del fluido (Fuente: Shames, 1995)

Item		Valor	Unidad
Fluido		Agua	[---]
Densidad	ρ	998,2	[kg/m ³]
Viscosidad dinámica	μ	1,003x10 ⁻³	[kg/m_s]
Calor específico	C_p	4182	[J/kg_°K]
Conductividad térmica	k	0,6	[W/m_°K]
Temperatura	T	293,15	[°K]
Prandtl	Pr	7	[---]

Las suposiciones del problema son las siguientes:

- Problema bidimensional.
- Régimen laminar.
- Transiente.
- Propiedades constantes.
- Fluido newtoniano.
- Fluido incompresible.

Se presentan las ecuaciones gobernantes para la situación física mostrada anteriormente:

Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3-1)$$

Ecuación de momento en x:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3-2)$$

Ecuación de momento en y:

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3-3)$$

Ecuación de energía del fluido:

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3-4)$$

A continuación, se definen los números adimensionales con los cuales se trabaja en este capítulo:

Número de Reynolds (R_e): Relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas, usualmente en función de parámetros geométricos y de flujo convenientes (Shames, 1995).

$$R_e = \frac{\rho \cdot U_o \cdot L_c}{\mu} \quad (3-5)$$

Número de Strouhal (S_t): este la constante proporcional adimensional entre la frecuencia predominante de desprendimiento de vórtices y la velocidad de flujo libre (Blevins, 2001).

$$S_t = \frac{f \cdot L_c}{U_o} \quad (3-6)$$

Número de Nusselt (N_u): representa la expresión adimensional del flujo de calor transferido entre un fluido y un sólido (o viceversa). Entre mayor sea el número de Nusselt, más eficaz es la convección (Cengel, 2007).

$$N_u = \frac{h \cdot L_c}{k_{fluido}} \quad (3-7)$$

Coefficiente de arrastre (C_D): cantidad adimensional que se usa para cuantificar el arrastre o resistencia de un objeto en un medio fluido. El coeficiente de arrastre se expresa como:

$$C_D = \frac{2 \cdot F_D}{\rho \cdot U_0^2 \cdot A} \quad (3-8)$$

Coefficiente de sustentación (C_L): cantidad adimensional que se usa para cuantificar la sustentación de un objeto en un medio fluido. El coeficiente de sustentación se expresa como:

$$C_L = \frac{2 \cdot F_L}{\rho \cdot U_0^2 \cdot A} \quad (3-9)$$

Las condiciones iniciales y de borde del problema son presentadas a continuación:

Condiciones iniciales:

$$T_{cavidad}(t = 0) = T_{agua} \quad (3-10)$$

$$T_{cilindro}(t = 0) = T_{m\acute{a}x} \quad (3-11)$$

$$u(t = 0) = U_0 \quad (3-12)$$

Condiciones de borde:

$$v(0 \leq x \leq 50D, y = 10D, t) = 0 \quad (3-13)$$

$$u(0 \leq x \leq 50D, y = 10D, t) = 0 \quad (3-14)$$

$$v(0 \leq x \leq 50D, y = -10D, t) = 0 \quad (3-15)$$

$$u(0 \leq x \leq 50D, y = -10D, t) = 0 \quad (3-16)$$

$$v(-10D \leq y \leq 10D, x = 0, t) = 0 \quad (3-17)$$

$$u(-10D \leq y \leq 10D, x = 0, t) = U_0 \quad (3-18)$$

$$P_{man}(-10D \leq y \leq 10D, x = 50D, t) = 0 \quad (3-19)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y}(0 \leq x \leq 50D, 10D, t) = 0 \quad (3-20)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y}(0 \leq x \leq 50D, -10D, t) = 0 \quad (3-21)$$

$$T(-10D \leq y \leq 10D, x = 0, t) = T_{agua} \quad (3-22)$$

$$T(-10D \leq y \leq 10D, x = 50D, t) = T_{agua} \quad (3-23)$$

$$T_{cilindro} = T_{\max} \quad (3-24)$$

3.5 Implementación Computacional

El problema bidimensional presentado, se resuelve utilizando el método de volúmenes finitos mediante el software Fluent versión 14.5.

El criterio de diferencia entre iteraciones consiste en comparar la diferencia entre los resultados obtenidos en una iteración k , en todos los nodos, y los resultados obtenidos en la iteración anterior $k-1$, con un valor máximo de error admitido, para cada una de las variables que se desean calcular

$$|\phi(i, j)_k - \phi(i, j)_{k-1}| \leq \varepsilon \quad (3-25)$$

En las simulaciones realizadas se usa el criterio de convergencia que muestra la ecuación (3-26)

$$\varepsilon \leq 1 \times 10^{-3} \quad (3-26)$$

El paso de tiempo utilizando en todas las simulaciones se considera constante $\Delta t = 0,01$ [s]. El tiempo total simulado es de 200 [s].

En la Figura 3-2 se muestra el mallado utilizado en la resolución de los casos simulados en este capítulo. Se utiliza un total de 132.720 elementos.

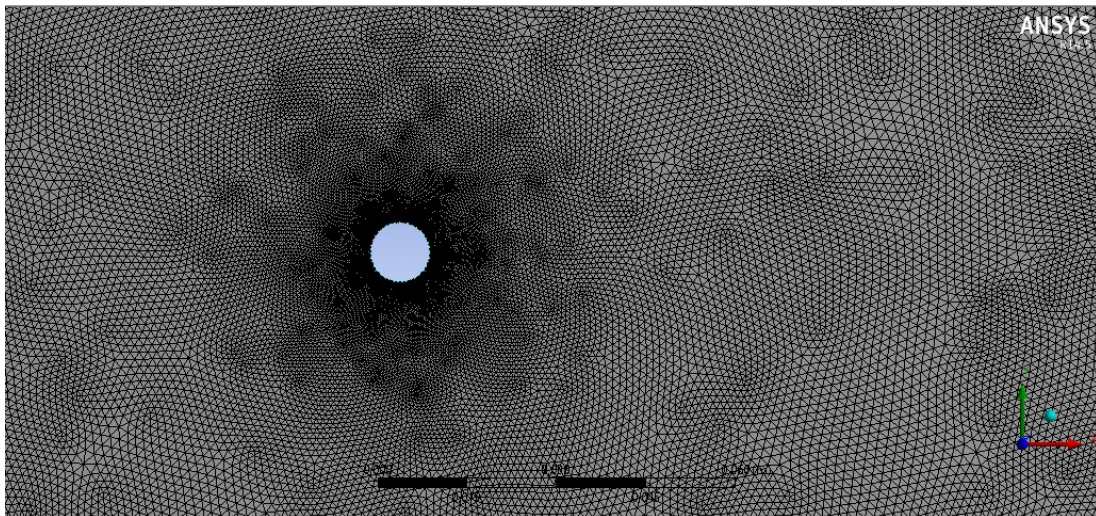


Figura 3-2: Malla variable utilizada para la solución del problema (Fuente: elaboración propia).

Los métodos computacionales utilizados en los casos simulados son comparados con los utilizados en el trabajo Oliveira (2001).

3.6 Presentación, Análisis y Discusión de Resultados

3.6.1 Resumen

En este capítulo se presentan, analizan y discuten los resultados obtenidos a través de las distintas simulaciones realizadas en el presente trabajo. Se estudia la mecánica de fluidos y transferencia de calor en la generación de vórtices producto del enfrentamiento entre el flujo de fluido y el cuerpo cilíndrico D , el cual se encuentra al interior de una cavidad de longitud $20 \cdot D$. El comportamiento de la viscosidad del fluido es del tipo newtoniana, en este caso agua. Los resultados obtenidos se validan con el trabajo realizado por Lienhard (1966) y Lam, Gong, & So (2008). Del trabajo de Lienhard (1966) se obtienen los números de Strouhal para los números de Reynolds igual a 60, 100 y 200 y son comparados con los obtenidos en el presente trabajo. Del trabajo de Lam, Gong, & So (2008), se obtienen los valores del número de Strouhal y el coeficiente de arraste para el caso del número de Reynolds igual a 200, los cuales serán comparados con los obtenidos en el presente trabajo.

Se presentan las líneas de corriente para el caso de la mecánica de fluidos, y las isotermas para el caso de la transferencia de calor en los diferentes casos simulados. Además, se muestran resultados en la evolución en el tiempo con respecto a coeficiente de sustentación (C_l) para diferentes números de Reynolds (R_e). Además, se determina la frecuencia de generación de vórtices alrededor del cuerpo cilíndrico D , con el fin de validar los resultados obtenidos con trabajos anteriores.

Todos los casos simulados corresponden a un flujo del tipo laminar, incompresible y con propiedades constante en todo el tiempo de simulación, el cual es de 200 segundos para todos los casos simulados.

3.6.2 Validación de resultados para la mecánica de fluidos

Los resultados obtenidos en el presente trabajo, que se muestran en la sección 3.6.3 son comparados con los resultados obtenidos en el trabajo de Lienhard (1966) y Lam, Gong, & So (2008). En este estudio se analiza la frecuencia en la formación de vórtices alrededor de un cilindro, el cual interactúa con el fluido para números de Reynolds igual a 60, 100 y 200, junto con analizar el coeficiente de arrastre para un número de Reynolds igual a 200.

En la Figura 3-3 se presenta la relación entre el número de Reynolds (R_e) y el número de Strouhal (S_t) para un cilindro.

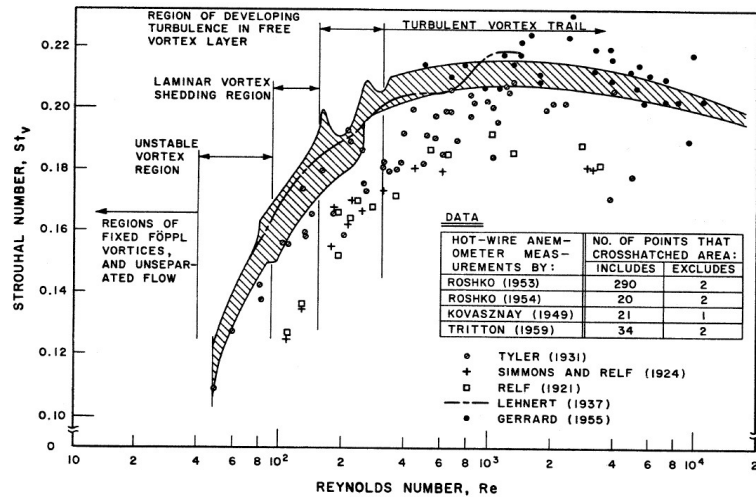


Figura 3-3: Relación del Número de Reynolds – Número Strouhal para un cilindro; $40 < Re < 2 \times 10^4$ (Fuente: Lienhard, 1966).

Los resultados de la mecánica de fluidos de Lienhard (1966) son comparados en la Tabla 3-2 con los obtenidos en el presente trabajo.

Tabla 3-2: Número de Strouhal obtenidos por Lienhard (1966) y en el presente trabajo para un fluido con comportamiento newtoniano (Fuente: elaboración propia).

Número de Reynolds	Lienhard (1966)	Presente trabajo
60	0,135	0,137
100	0,165	0,169
200	0,195	0,198

Los resultados de la mecánica de fluidos de Lam, Gong, & So (2008) son comparados en la Tabla 3-3 con los obtenidos en el presente trabajo.

Tabla 3-3: Coeficiente de arrastre y número de Strouhal obtenidos por Lam (2008) y en el presente trabajo para un fluido con comportamiento newtoniano (Fuente: Elaboración propia).

Número de Reynolds	Parámetros	Lam K. (2008)	Presente trabajo
200	C_D (RMS)	0,026	0,025
	St	0,196	0,198

En la Figura 3-4 se muestra la evolución del coeficiente de arrastre en el tiempo para un número adimensional de Reynolds igual a 200. Se compara el trabajo realizado por Lam, Gong, & So (2008) y el presente trabajo.

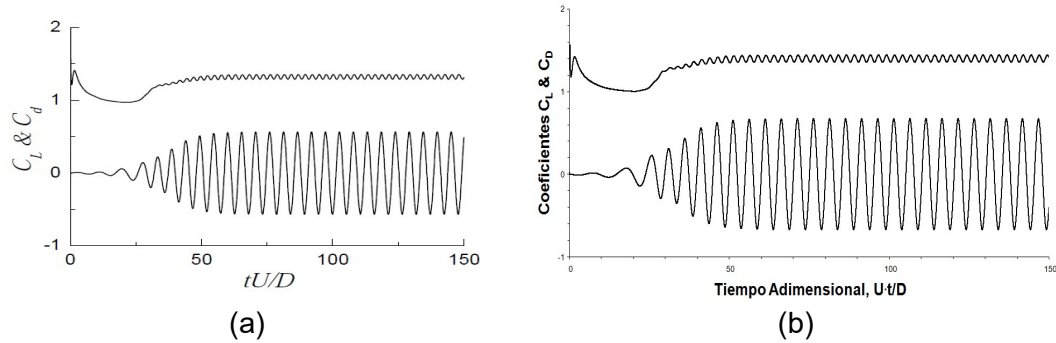


Figura 3-4: Coeficiente de arrastre evolucionando en el tiempo para número de Reynolds igual a 200: (a) trabajo de Lam, Gong, & So (2008), (b) presente trabajo.

3.6.3 Resultados de la Mecánica de Fluidos

En la Figura 3-5 se muestra el comportamiento del coeficiente de sustentación evolucionando en el tiempo adimensional t^* , el cual está definido como $t^*=U_0 \cdot t/D$, para el caso del número adimensional de Reynolds (Re) igual a 60 ($U_0=0,006$ [m/s]). El coeficiente de sustentación posee un período de generación de vórtices de 12,1 [s]. De este valor se desprende que la frecuencia de generación de vórtices es de 0,082 [s^{-1}]. Con estos valores se obtiene un número de Strouhal (St) igual a 0,137. La amplitud máxima del coeficiente de sustentación alcanza un valor de 0,05.

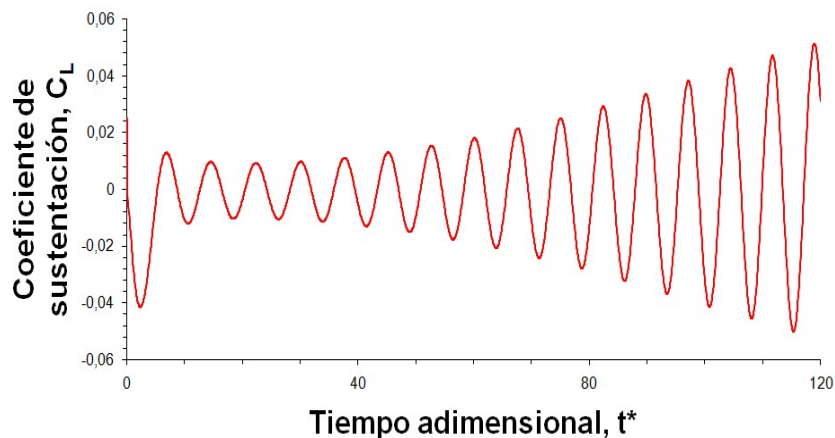


Figura 3-5: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $Re=60$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 3-6 se muestra el comportamiento del coeficiente de arrastre evolucionando en el tiempo adimensional, el cual se define como $t^*=U_0 \cdot t/D$, para el número adimensional de Reynolds (Re) igual a 60. El coeficiente de arrastre, para tiempos adimensionales mayores a 30, presenta un valor constante promedio de 1,45.

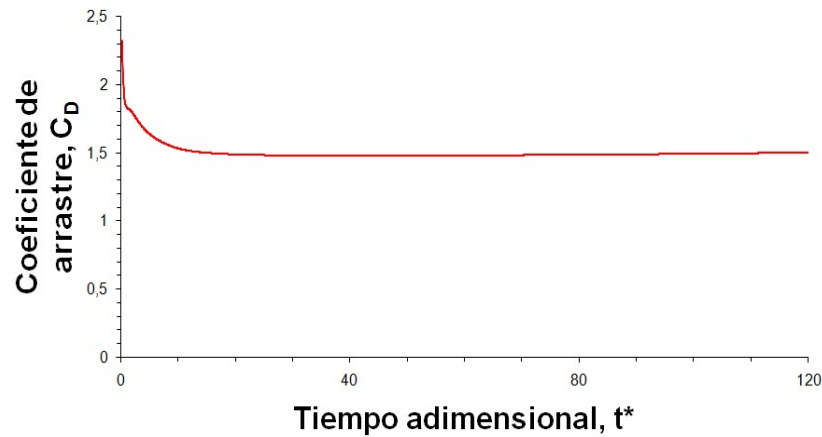
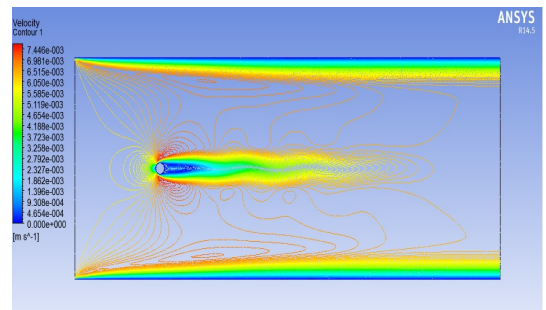
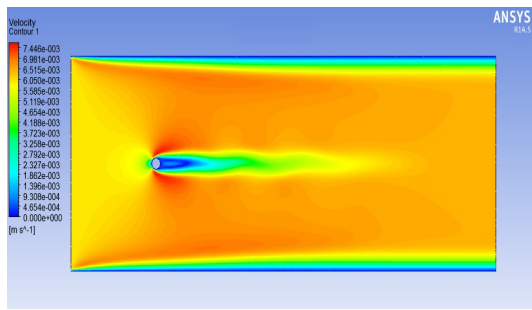


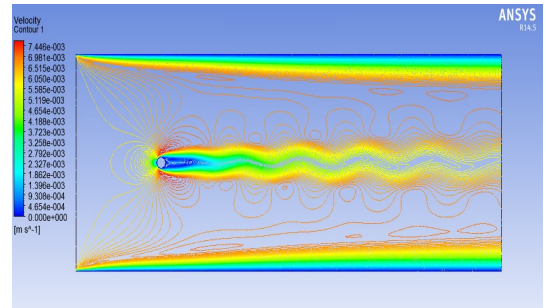
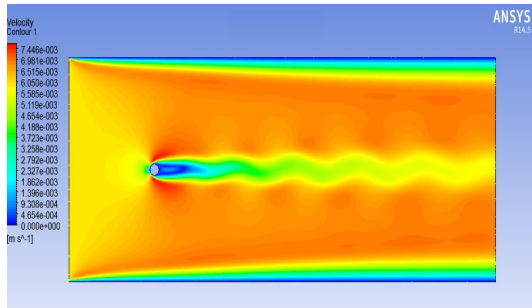
Figura 3-6: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $R_e=60$ (Fuente: elaboración propia).

En un principio el coeficiente de arrastre posee una caída en su valor, esto producto de la aparición del primer vórtice principal alrededor del cuerpo cilíndrico. Luego de unos pocos incrementos en el tiempo ($t^*>30$), el valor de coeficiente de arrastre tiende a mantener constante, esto se debe a que se estabiliza la frecuencia de la generación de vórtices se desprende del cuerpo cilíndrico. La fluctuación del coeficiente de arrastre se debe al desprendimiento de los vórtices del cuerpo cilíndrico.

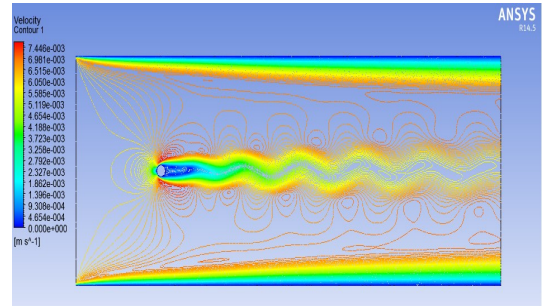
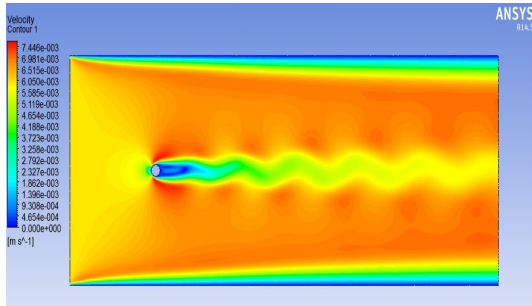
En la Figura 3-7 se muestran las líneas de corrientes formadas para el caso en que el número adimensional de Reynolds (R_e) posee un valor de 60. Los tiempos adimensionales analizados son $t^*=30, 60, 90$ y 120 . De las líneas de corrientes se visualiza que en la parte superior e inferior del cuerpo cilíndrico D , se generan dos estelas simétricas las cuales tienden a unirse a una distancia de aproximadamente $5 \cdot D$, para luego formar una única estela la cual se vuelve inestable a medida que avanza el tiempo. En la parte posterior del cuerpo cilíndrico D , se forman un par de vórtices fijos.



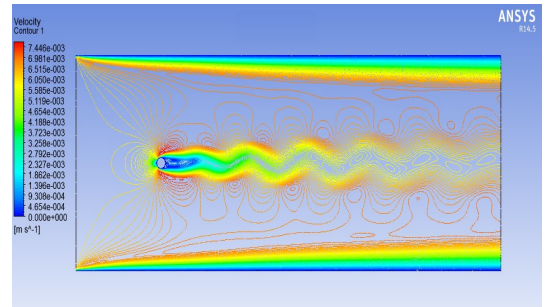
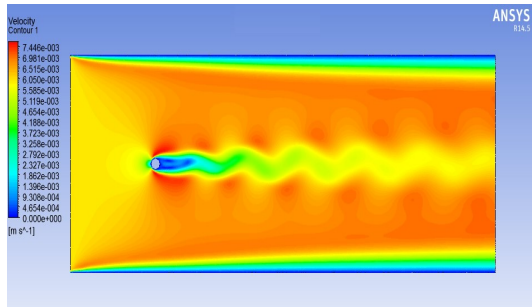
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3-7: Líneas de corrientes para un número de Reynolds $R_e=60$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=30$, (b) $t^*=60$, (c) $t^*=90$, (d) $t^*=120$ (Fuente: elaboración propia).

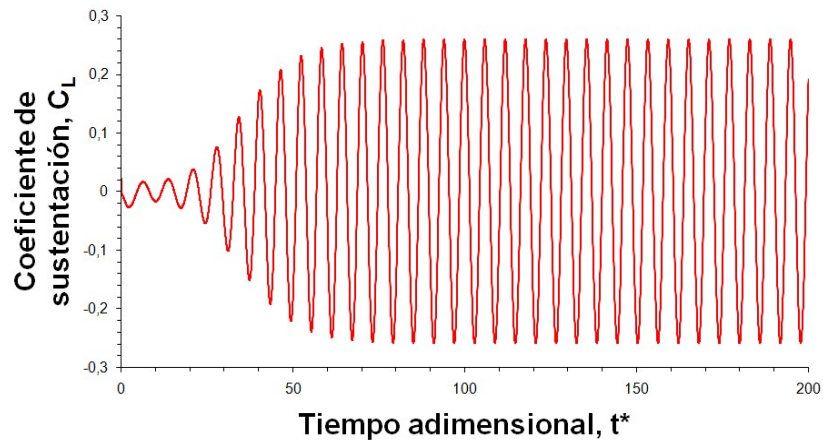


Figura 3-8: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $R_e=100$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 3-9 se muestra el comportamiento del coeficiente de arrastre evolucionando en el tiempo adimensional, el cual se define como $t^*=U_0*t/D$, para el número adimensional de Reynolds (R_e) igual a 100. El coeficiente de arrastre, para tiempos adimensionales mayores a 50, presenta un valor constante promedio de 1,4.

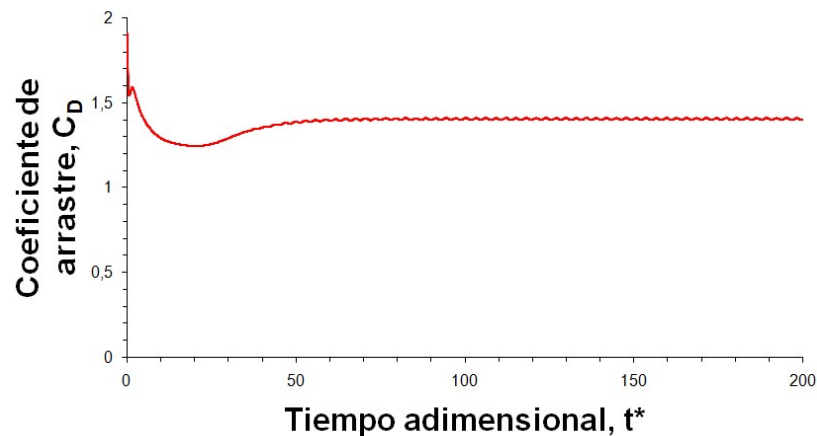


Figura 3-9: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $R_e=100$ (Fuente: elaboración propia).

En un principio el coeficiente de arrastre posee una caída en su valor, esto producto de la aparición del primer vórtice principal alrededor del cuerpo cilíndrico. Luego de unos pocos incrementos en el tiempo ($t^*>50$), el valor de coeficiente de arrastre tiende a mantener constante, esto se debe a que se estabiliza la frecuencia de la generación de vórtices se desprende del cuerpo cilíndrico. La fluctuación del coeficiente de arrastre se debe al desprendimiento de los vórtices del cuerpo cilíndrico.

En la Figura 3-10 se muestran las líneas de corrientes para el caso del número adimensional de Reynolds (R_e) igual a 100. De las líneas de corrientes se desprende

que la generación de vórtices se vuelve inestable, con lo cual uno de los vórtices se separa con respecto al otro.

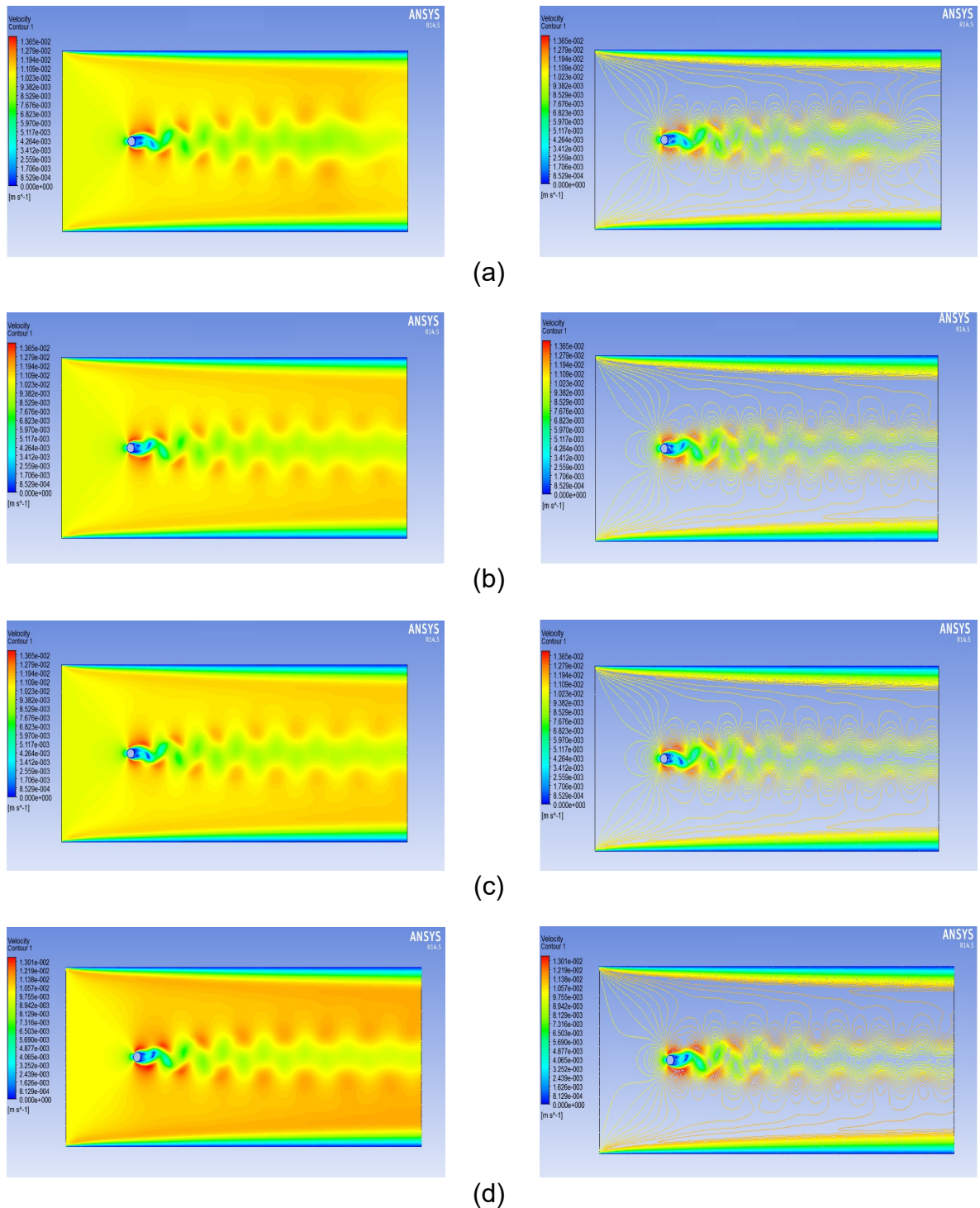


Figura 3-10: Líneas de corrientes para número de Reynolds $Re=100$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=50$, (b) $t^*=100$, (c) $t^*=150$, (d) $t^*=200$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 3-11 se muestra el comportamiento del coeficiente de sustentación evolucionando en el tiempo adimensional t^* , el cual está definido como $t^*=U_0*t/D$, para el caso del número adimensional de Reynolds (Re) igual a 200 ($U_0=0,02$ [m/s]). El coeficiente de sustentación posee un período de generación de vórtices de 2,5 [s]. De este valor se desprende que la frecuencia de generación de vórtices es de 0,398 [s^{-1}]. Con estos valores se obtiene un número de Strouhal (St) igual a 0,198. La amplitud máxima de coeficiente de sustentación alcanza un valor de 0,67.

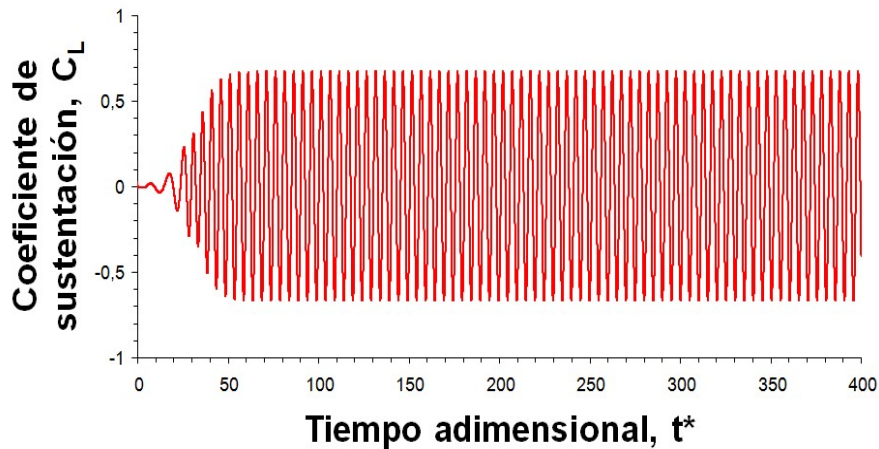


Figura 3-11: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $Re=200$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 3-12 se muestra el comportamiento del coeficiente de arrastre evolucionando en el tiempo adimensional, el cual se define como $t^*=U_0*t/D$, para el número adimensional de Reynolds (Re) igual a 200. El coeficiente de arrastre, para tiempos adimensionales mayores a 50, presenta un valor constante promedio de 1,36.

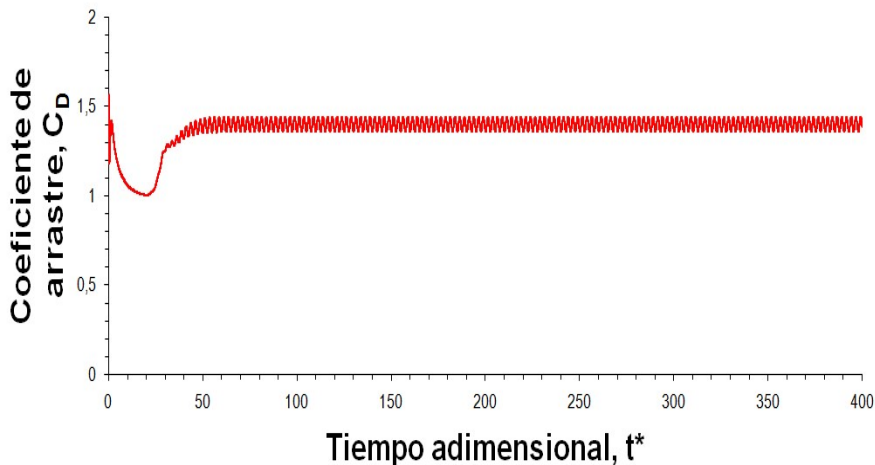
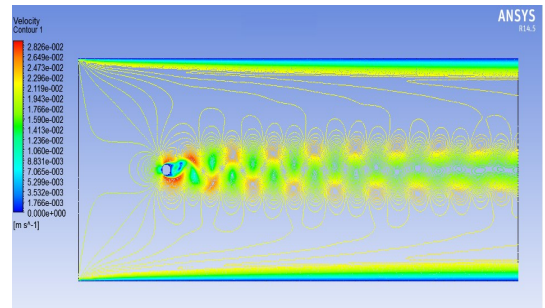
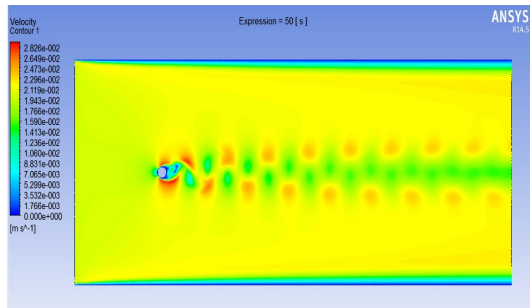


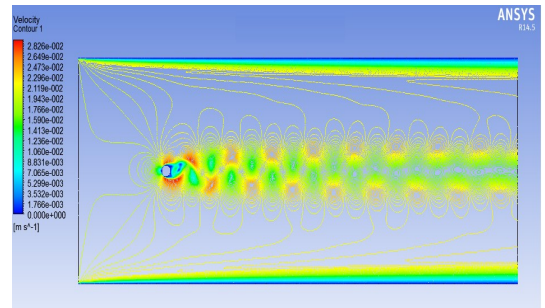
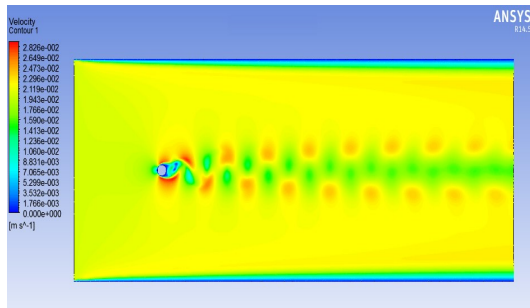
Figura 3-12: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $Re=200$ (Fuente: elaboración propia).

En un principio el coeficiente de arrastre posee una caída en su valor, esto producto de la aparición del primer vórtice principal alrededor del cuerpo cilíndrico. Luego de unos pocos incrementos en el tiempo ($t^* > 50$), el valor de coeficiente de arrastre tiende a mantener constante, esto se debe a que se estabiliza la frecuencia de la generación de vórtices se desprende del cuerpo cilíndrico. La fluctuación del coeficiente de arrastre se debe al desprendimiento de los vórtices del cuerpo cilíndrico.

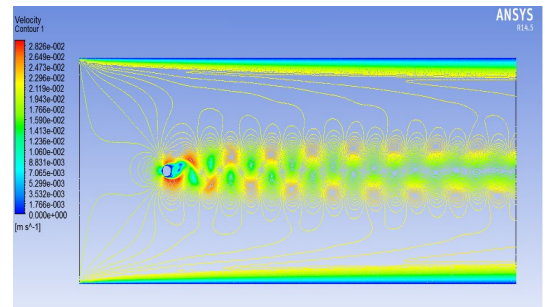
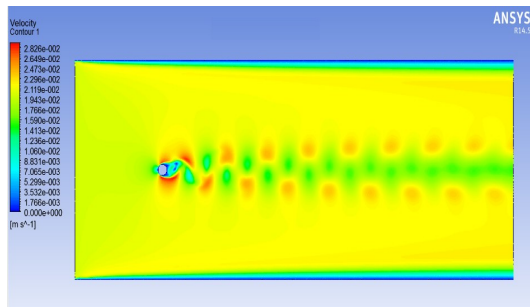
En la Figura 3-13 se muestran las líneas de corrientes para el caso del número adimensional de Reynolds (Re) igual a 200. De las líneas de corrientes se desprende que la generación de vórtices se vuelve inestable, con lo cual uno de los vórtices se separa con respecto al otro a lo largo de la cavidad cilíndrica.



(a)



(b)



(c)

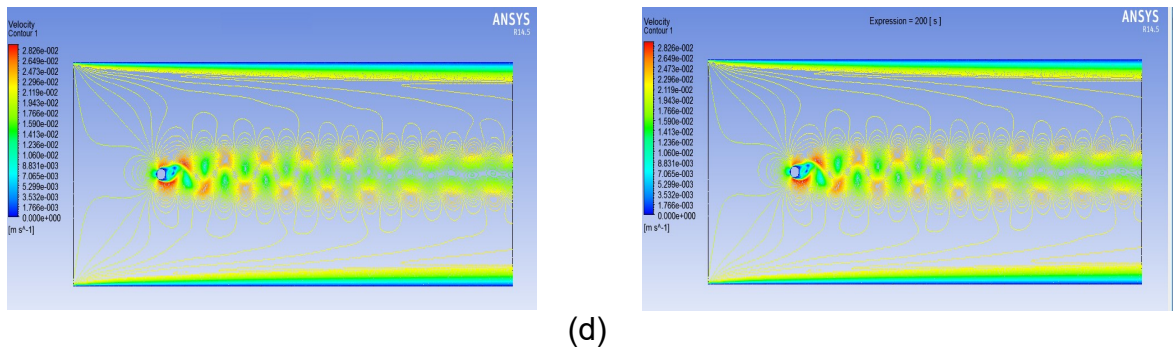


Figura 3-13: Líneas de corrientes para un número de Reynolds $R_e=200$ para tiempos adimensionales: (a) tiempo $t^*=100$, (b) $t^*=200$, (c) $t^*=300$, (d) $t^*=400$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 3-14 se presenta la gráfica que relaciona el número de Strouhal (St) con el número de Reynolds (Re), tanto para los datos obtenidos por Lienhard (1966) y en el presente trabajo.

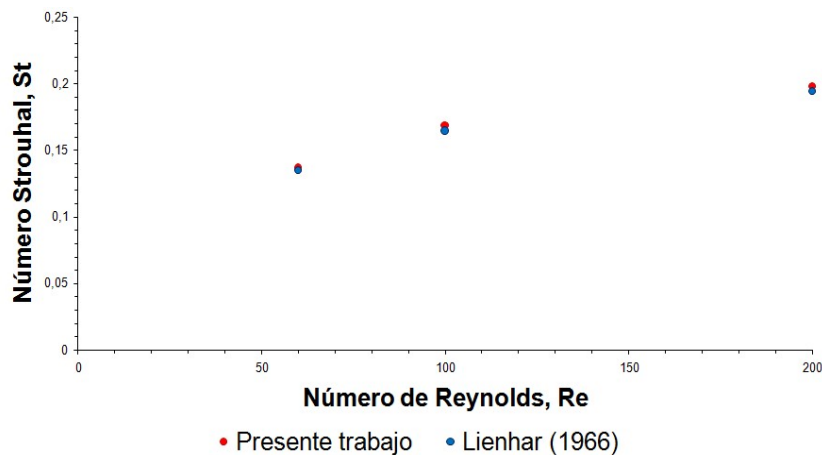


Figura 3-14: Relación del número de Strouhal (St) con respecto al número de Reynolds (Re) para un cuerpo cilíndrico.

3.6.4 Resultados de la Transferencia de Calor

En la Figura 3-15 se muestra la evolución en el tiempo adimensional, el cual está definido como $t^*=t \cdot U_0/D$, con respecto al número adimensional de Nusselt (Nu). De este gráfico se desprende que el número de Nusselt (Nu), avanzado el tiempo, tiende a un valor constante de valor $Nu=9,2$. En un principio el número de Nusselt alcanza un valor máximo, esto debido que en ese instante el flujo de calor desde el cuerpo cilíndrico hacia el medio fluido alcanza su valor máximo. A partir del tiempo adimensional $t^*=100$, el flujo de calor toma un valor promedio constante, por ende, el número de Nusselt toma un valor constante. Dado el valor de Nusselt, el mecanismo principal de transferencia de calor en el medio fluido es convectivo.

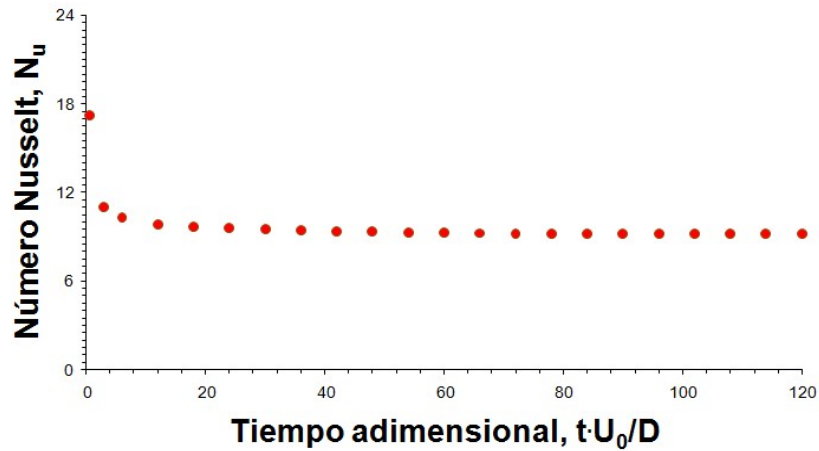
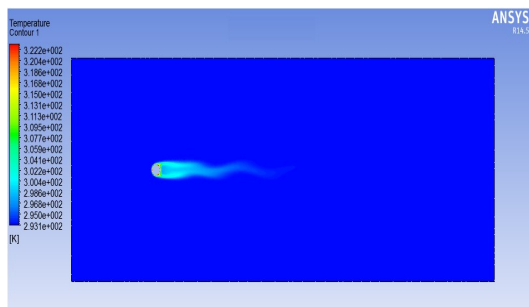
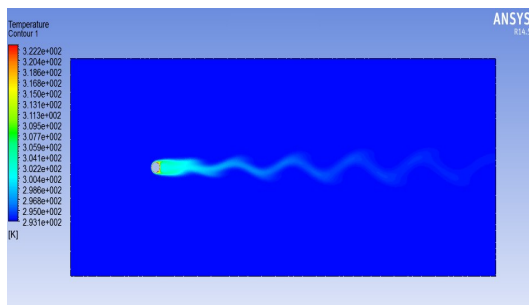
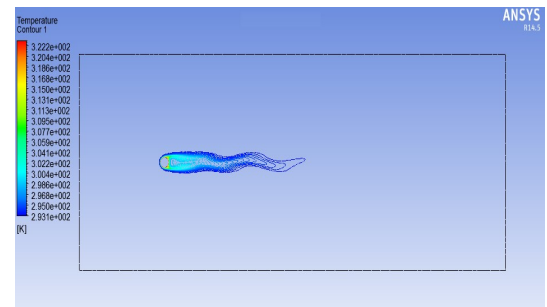


Figura 3-15: Evolución en el tiempo del número de Nusselt considerando un número de Reynolds $R_e=60$ (Fuente: elaboración propia).

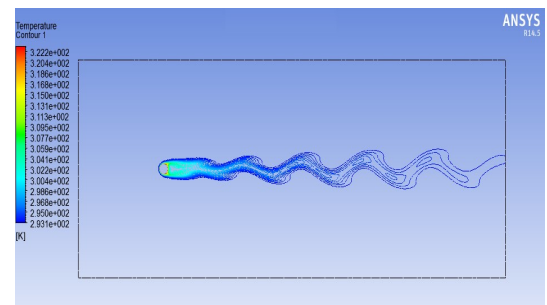
En la Figura 3-16 se muestra las isoterms para el caso de un número adimensional de Reynolds (R_e) igual a 60. De las isoterms se desprende que alrededor del cuerpo cilíndrico se forman dos estelas de temperaturas de mayor valor a las que se generan en el centro. Luego estas dos estelas de alta temperatura se unen para formar una sola a una distancia de $3 \cdot D$. Para tiempos adimensionales mayores a 100, se forman vórtices de alta temperatura alrededor de los vórtices de que se desprenden del cilindro.

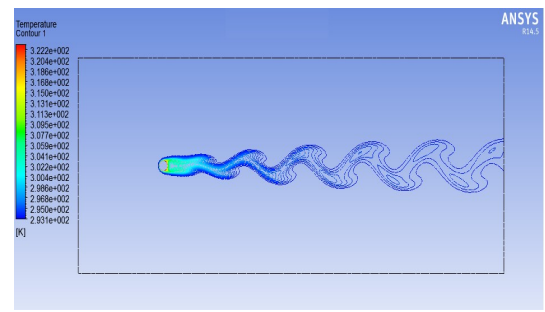
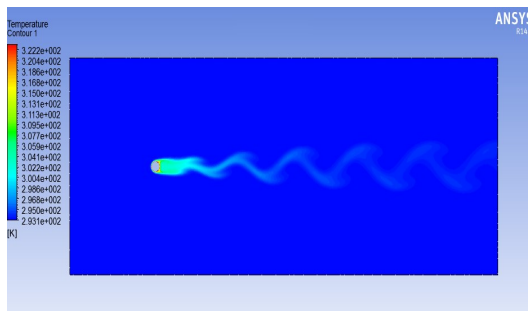


(a)

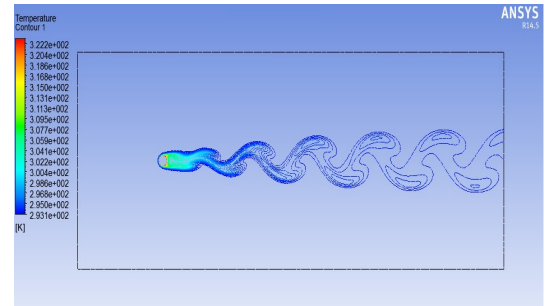
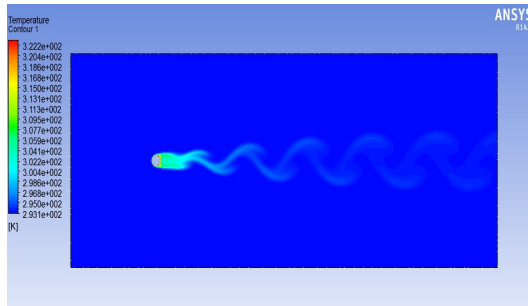


(b)





(c)



(d)

Figura 3-16: Isotermas para un número de Reynolds $R_e=60$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=30$, (b) $t^*=60$, (c) $t^*=90$ segundos, (d) $t^*=120$ segundos (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 3-17 se muestra la evolución en el tiempo adimensional, el cual está definido como $t^*=t \cdot U_0/D$, con respecto al número adimensional de Nusselt (N_u). De este gráfico se desprende que el número de Nusselt (N_u), avanzado el tiempo, tiende a un valor constante de valor $N_u=12,1$. En un principio el número de Nusselt alcanza un valor máximo, esto debido que en ese instante el flujo de calor desde el cuerpo cilíndrico hacia el medio fluido alcanza su valor máximo. A partir del tiempo adimensional $t^*=80$, el flujo de calor toma un valor promedio constante, por lo ende el número de Nusselt toma un valor constante. Dado el valor de Nusselt, el mecanismo principal de transferencia de calor en el medio fluido es convectivo.

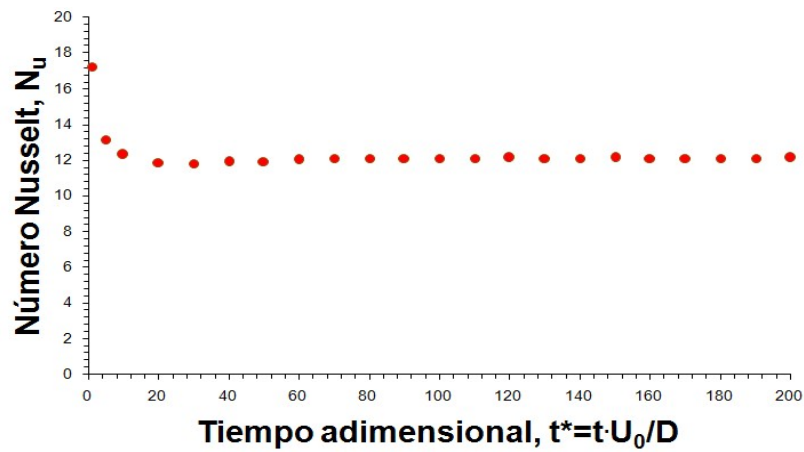
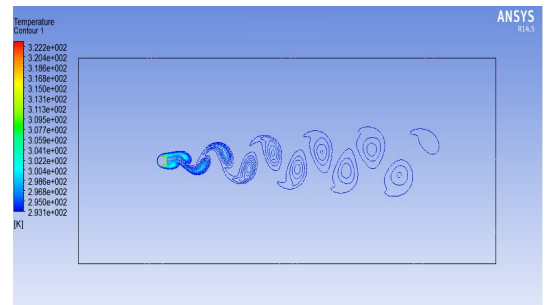
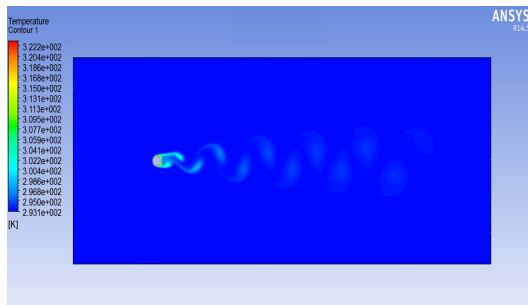
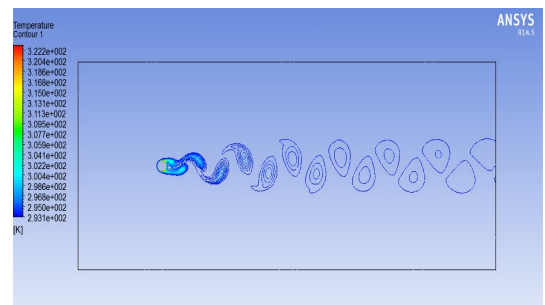
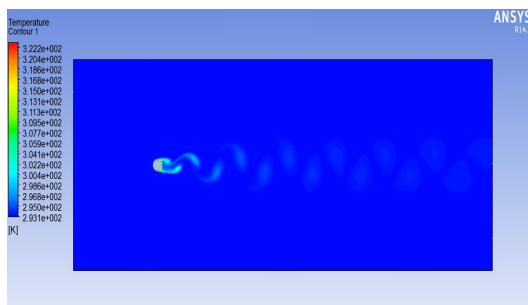


Figura 3-17: Evolución en el tiempo del número de Nusselt considerando un número de Reynolds $Re=100$ (Fuente: elaboración propia).

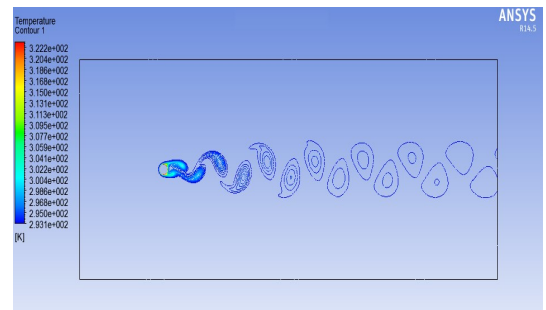
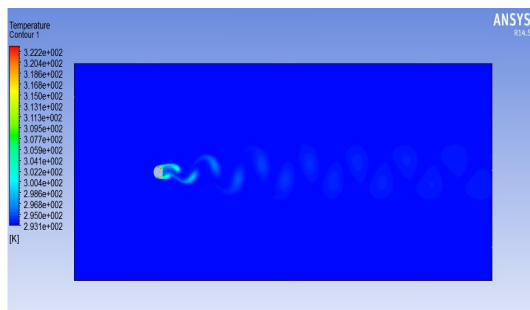
En la Figura 3-18 se muestra las isotermas para el caso de un número adimensional de Reynolds igual a 100. De las isotermas se desprende que alrededor del cuerpo cilíndrico se forman dos vórtices con isotermas de alta temperatura, las cuales se desprenden del cuerpo cilíndrico alternadamente, separándose una de la otra a una distancia de $10 \cdot D$ con respecto al cuerpo cilíndrico. A medida que el vórtice avance en el interior de la cavidad cilíndrica, la temperatura va disminuyendo hasta alcanzar su valor de $T=293,15$ [°K].



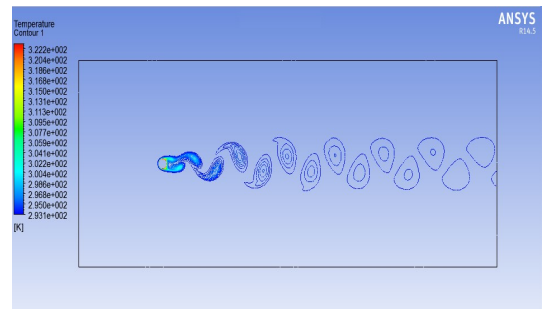
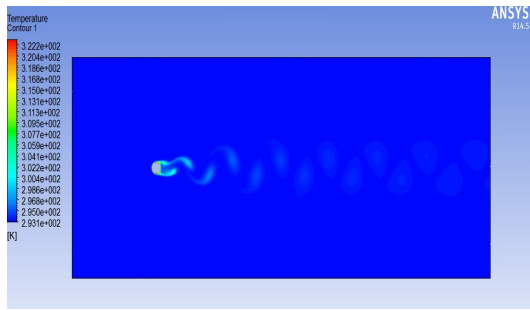
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3-18: Isotermas para un número de Reynolds $Re=100$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=50$, (b) $t^*=100$, (c) $t^*=150$, (d) $t^*=200$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 3-19 se muestra la evolución en el tiempo adimensional, el cual está definido como $t^*=t \cdot U_0/D$, con respecto al número adimensional de Nusselt (N_u). De este gráfico se desprende que el número de Nusselt (N_u), avanzado el tiempo, tiende a un valor constante de valor 11. En un principio el número de Nusselt alcanza un valor máximo, esto debido que en ese instante el flujo de calor desde el cuerpo cilíndrico hacia el medio fluido alcanza su valor máximo. A partir del tiempo adimensional $t^*=60$, el flujo de calor toma un valor promedio constante de $33.070 \text{ [W/m}^2\text{]}$, por lo tanto, el número de Nusselt toma un valor constante. Dado el valor de Nusselt, el mecanismo principal de transferencia de calor en el medio fluido es convectivo.

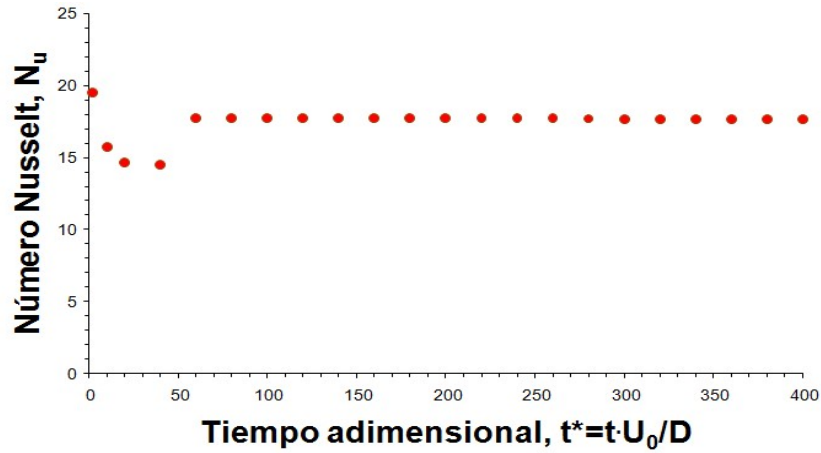
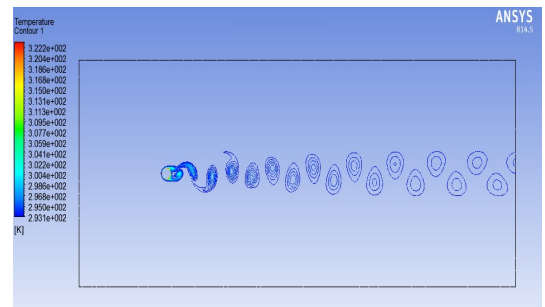
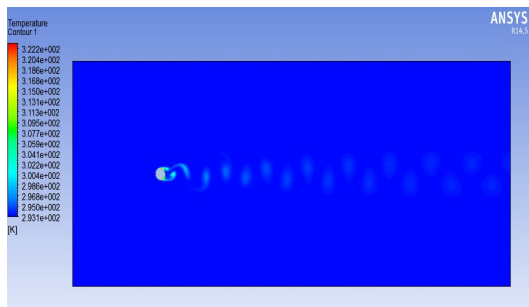
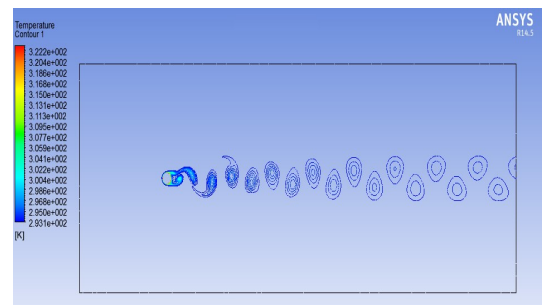
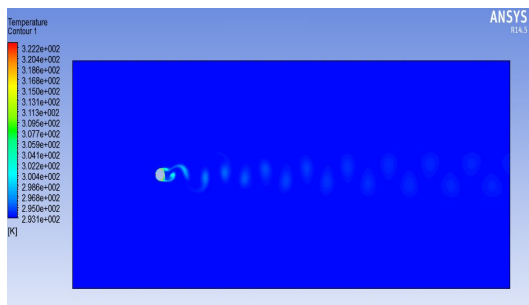


Figura 3-19: Evolución en el tiempo del número de Nusselt considerando un número de Reynolds $Re=200$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 3-20 se muestra las isotermas para el caso de un número adimensional de Reynolds igual a 200. De las isotermas se desprende que alrededor del cuerpo cilíndrico se forman dos vórtices con isotermas de alta temperatura, las cuales se desprenden del cuerpo cilíndrico alternadamente, separándose una de la otra a una distancia de $10 \cdot D$ con respecto al cuerpo cilíndrico. A medida que el vórtice avance en el interior de la cavidad cilíndrica, la temperatura va disminuyendo hasta alcanzar su valor de $T=293,15$ [°K].



(a)



(b)

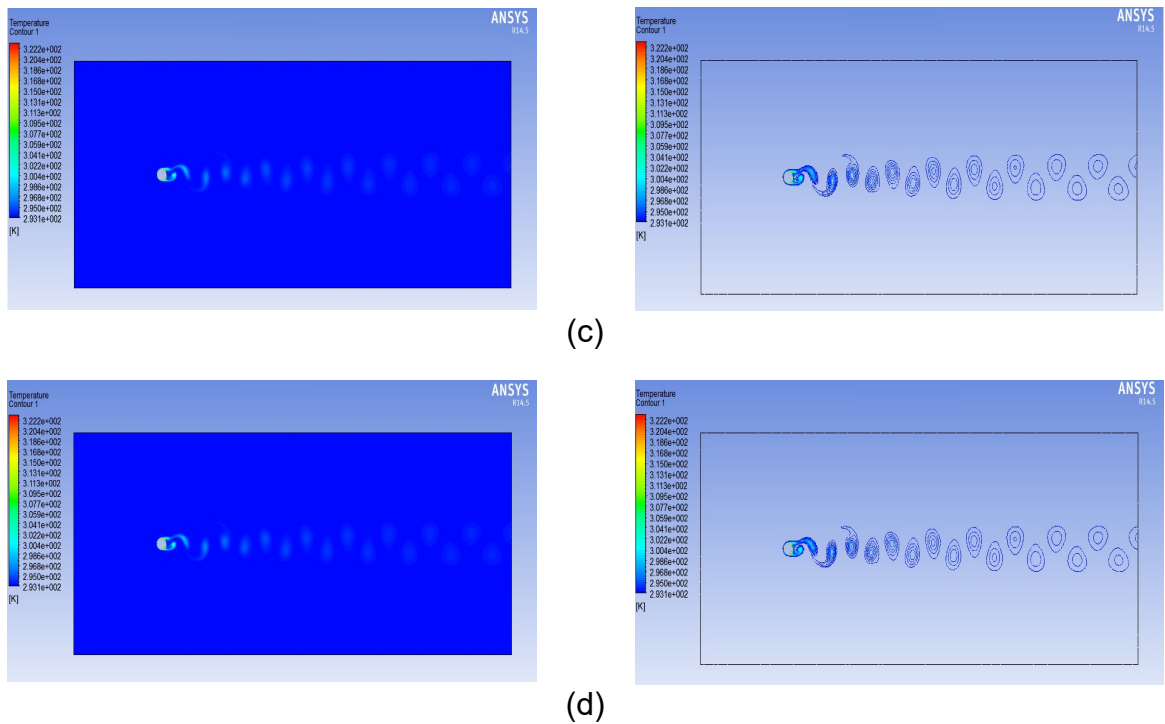


Figura 3-20: Isotermas para un número de Reynolds $Re=200$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=100$, (b) $t^*=200$, (c) $t^*=300$, (d) $t^*=400$ (Fuente: elaboración propia).

En la Tabla 3-4 se presenta los valores del número de Nusselt obtenidos en el presente trabajos comparados con los números de Nusselt presentados por Churchill y Bernstein [18].

Tabla 3-4: Validación de la transferencia de calor

Número de Reynolds Re	Número de Prandtl Pr	Número de Nusselt N_u (Cengel, 2007)	Número de Nusselt N_u (Presente trabajo)
60	7,0	9,2	9,2
100	47,0	11,8	12,0
200	4,8	16,6	17,2

En la Figura 3-21 se presenta un gráfico con los valores obtenidos para el número de Nusselt (N_u) mediante la fórmula presentada en el libro de Cengel, Y. (2007) y los obtenidos en el presente trabajo.

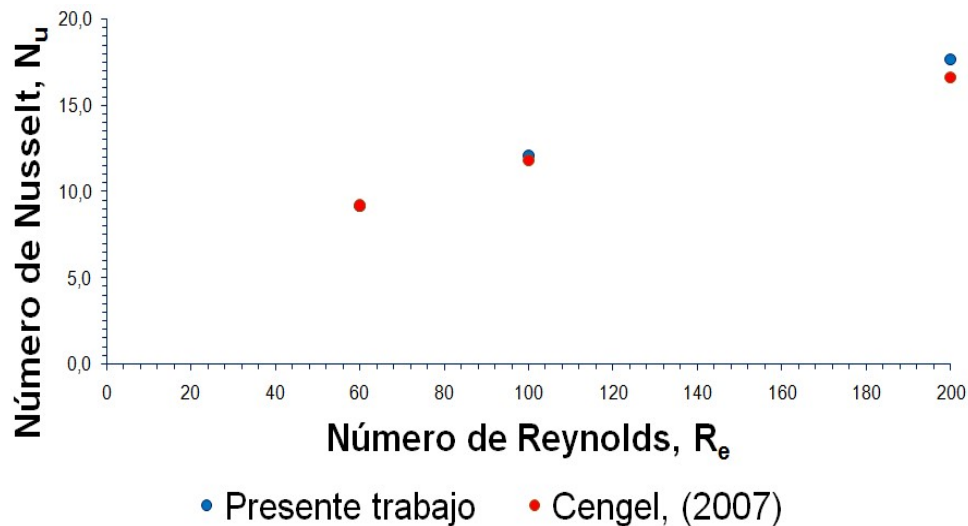


Figura 3-21: Relación del número de Nusselt con respecto al número de Reynolds en un cuerpo cilíndrico, tanto para el presente trabajo y Lienhard (1966).

3.7 Conclusiones

Del estudio de la mecánica de fluidos en el enfrentamiento de un fluido newtoniano y un cuerpo cilíndrico se puede concluir lo siguiente:

- A medida que el número adimensional de Reynolds aumenta, la distancia entre la parte superior e inferior de la estela va disminuyendo.
- La frecuencia de generación de vórtices alrededor del cuerpo cilíndrico D va aumentado a medida que la velocidad de entrada en la cavidad también lo hace. Por lo tanto, la frecuencia de generación de vórtices tiene un fuerte dependencia a la velocidad de entrada, dicho de otra forma, el número de Strouhal depende del número de Reynolds de la forma $St=f \cdot D^2/\nu \cdot R_e$, donde f es la frecuencia de generación de vórtices, D es el diámetro del cuerpo cilíndrico, ν es la viscosidad cinemática del fluido y R_e el número de Reynolds.
- Cuando los números adimensionales de Reynolds son menores a 60, se generan un par de vórtices fijos en la parte posterior del cuerpo cilíndrico D . Además, se forma una estela en la parte superior y otra en la parte inferior del cuerpo cilíndrico D , la cual tiene de unirse a una distancia de $5 \cdot D$.
- Cuando los números adimensionales de Reynolds son mayores a 100, se generan un par de vórtices simétricos alrededor del cuerpo cilíndrico D , los cuales se vuelven inestables, es decir, estos vórtices se van desprendiendo del cuerpo cilíndrico alternadamente.
- Para número de Reynolds mayores a $R_e > 300$, el número de Strouhal alcanza un valor constante de 0,2.
- El coeficiente de arrastre, a medida que el número de Reynolds aumenta, va disminuyendo su valor.

Del estudio de la transferencia de calor en el enfrentamiento de un fluido newtoniano a baja temperatura (T_{agua}) y un cuerpo cilíndrico en alta temperatura ($T_{\text{máx}}$) se puede concluir lo siguiente:

- El método de transferencia de calor que predomina en los casos analizados es por convección, esto debido que el número Nusselt, el cual mide el aumento de la transmisión de calor de una superficie por la que un fluido circula es comparada con la transferencia de calor por conducción, tenga valores mayores a la unidad.
- A medida que el número adimensional de Reynolds aumenta, el número de Nusselt incrementa su valor, por lo tanto, la velocidad de entrada a la cavidad toma importancia en el tipo de transferencia de calor. Para número de Reynolds bajos, esto implica velocidad de entrada baja en la cavidad, el número de Nusselt tiende a un valor unitario, por lo que el método de transferencia de calor se caracteriza como conductivo. En el caso de mayores números de Reynolds, el método de transferencia de calor es de características convectivas. Esto se explica debido a que el medio fluido al tener una temperatura menor a cuerpo cilíndrico D , y poseer una mayor velocidad de transporte, aumenta la tasa de transferencia de calor entre ellos.
- Para números de Reynolds mayores a 100, se forman un par de vórtices de alta temperatura los cuales se separan a una distancia $10 \cdot D$ con respecto al cuerpo cilíndrico.
- A medida que el número adimensional de Reynolds aumenta, la distancia entre la parte superior e inferior de la estela que se forma alrededor del cuerpo cilíndrico D va disminuyendo.

CAPÍTULO 4

GENERACIÓN DE VÓRTICES ALREDEDOR DE UN CUERPO ENFRENTADO CON UN FLUIDO NO NEWTONIANO EN RÉGIMEN LAMINAR

4.1 Resumen

En este capítulo se realiza el estudio transiente de la mecánica de fluidos y transferencia de calor de un fluido no newtoniano en régimen laminar, el cual ingresa a una cavidad y enfrenta a un cilindro fijo de diámetro D . La cavidad que contendrá el paso fluido posee dimensiones de: ancho de entrada $20 \cdot D$ y largo total de $50 \cdot D$.

La entrada del flujo de fluido a la cavidad se impone una velocidad y una temperatura constante, mientras que en la salida de la cavidad se impone la condición de presión manométrica igual a 0 y de temperatura constante. Las paredes de la cavidad se encuentran aisladas térmicamente ($Q=0$) y se considera la condición de no deslizamiento. El cilindro fijo de diámetro D , posee una temperatura constante $T_{\text{máx}}$ mayor a las temperaturas de entrada y salida de la cavidad. Además, se considera la condición de no deslizamiento en el mismo cilindro.

En este caso el fluido no newtoniano en estudio es un fluido del tipo *ley de potencia*. El fluido no newtoniano del tipo ley de potencia, se caracteriza como un fluido del tipo *pseudoplástico*, con un índice de potencia $n=0,4$.

El análisis del comportamiento del flujo de fluido, en la mecánica de fluidos se realiza para números de Reynolds igual a 9, 20, 30, 50, 70, 100, 160 y 260. En el caso de la transferencia de calor, el número de Prandtl varía $9,3 \leq Pr \leq 32,9$. Los resultados serán comparados con los obtenidos para el agua.

Como principales resultados se entregan las líneas de corriente, isothermas, además de estimar el valor del coeficiente de arrastre, el coeficiente de sustentación, la frecuencia en la generación de vórtices y el número de Strouhal (St) para los diferentes números de Reynolds.

4.2 Objetivos

4.2.1 Objetivos Generales

Los objetivos de este capítulo son los siguientes:

- Describir el comportamiento de la mecánica de fluidos en la generación de vórtices alrededor del cuerpo cilíndrico D enfrentándose al fluido no newtoniano del tipo Ley de potencia con un índice de potencia de valor 0,4.

- Describir el comportamiento de la transferencia de calor a través de las isothermas generadas alrededor del cuerpo cilíndrico D , el cual se enfrenta al fluido no newtoniano del tipo Ley de potencia con un índice de potencia de valor 0,4.
- Se comparan los valores obtenidos con estudios realizados para fluidos newtonianos, en específicos agua, con el fin de cuantificar los cambios que sufre el comportamiento de generación de vórtices según el tipo de fluido que se esté trabajando.

4.2.2 Objetivos Específicos

Los objetivos específicos de este capítulo son los siguientes:

- Elaborar un gráfico donde se relacione el coeficiente de sustentación con respecto al tiempo adimensional para los diferentes números adimensionales de Reynolds (Re).
- Elaborar un gráfico donde se relacione el coeficiente de arrastre con respecto al tiempo adimensional para los diferentes números adimensionales de Reynolds (Re).
- Elaborar un gráfico donde se relación el coeficiente de arrastre con respecto al número adimensional de Reynolds.
- Elaborar un gráfico donde se relacione el número de Reynolds con respecto al número de Strouhal (St).
- Mostrar las líneas de corrientes generadas alrededor del cuerpo cilíndrico D para cada caso en estudio, esto es para número de Reynolds (Re) igual a 9, 20, 30, 50, 70, 100, 160 y 260.
- Mostrar las isothermas generadas alrededor del cuerpo cilíndrico D para los diferentes casos en estudio, esto es para número de Reynolds (Re) igual a 9, 20, 30, 50, 70, 100, 160 y 260.
- Elaborar un gráfico donde se relaciones el número adimensional de Nusselt (Nu) con respecto al tiempo simulado para los diferentes números adimensionales de Reynolds (Re).

4.3 Nomenclatura

D	: Diámetro, [m]
u, v	: Velocidad, [m/s]
C _p	: Calor específico a p=cte, [J/kg°K]
T	: Temperatura, [°K]
x,y	: Coordenadas, [m]
T	: Tiempo, [s]
k	: Conductividad térmica, [W/m°K]
U _o	: Velocidad media entrada, [m/s]
Re	: Número Reynolds, [adim]
St	: Número Strouhal, [adim]
Nu	: Número Nusselt, [adim]
Pr	: Número de Prandtl, [adim]
l _c	: Longitud características, [m]
f	: frecuencia, [1/s]
h	: coeficiente transferencia de calor por convección [W/m ² °K]
C _D	: Coeficiente de arrastre
C _L	: Coeficiente de sustentación
K	: índice de consistencia, [kg/m·s]
n	: índice de potencia
t*	: tiempo adimensional, [adim]

Letras Griegas

ρ	: Densidad, [kg/m ³]
μ	: Viscosidad dinámica [kg/m·s]
ν	: Viscosidad cinemática, [m ² /s]

Subíndices

min	: mínima
max	: máxima
LP	: ley de potencia
c	: crítica
*	: adimensional

4.4 Situación Física y Modelo Matemático

En la Figura 4-1 se muestra la situación física en estudio, que corresponde al ingreso y egreso de un fluido no newtoniano a una cavidad de ancho de entrada $20 \cdot D$ y largo $50 \cdot D$, el cual enfrenta a un cilindro fijo de diámetro D ubicados en el centro de la cavidad. Entre el cilindro fijo y la entrada del fluido existe una distancia de $10 \cdot D$.

El ingreso del flujo en la cavidad cilíndrica se realiza a una velocidad U_0 y temperatura T_{\min} ambas constantes. En la salida de la cavidad cilíndrica se considera una presión manométrica constante e igual a 0 y a una temperatura T_{\min} constante y de igual valor a la temperatura de entrada. Tanto la pared superior e inferior de la cavidad se encuentra aisladas térmicamente ($Q=0$) y se considera la condicione de borde de no deslizamiento. El cilindro es fijo se impone una temperatura constante T_{\max} y la condición de borde de no deslizamiento.

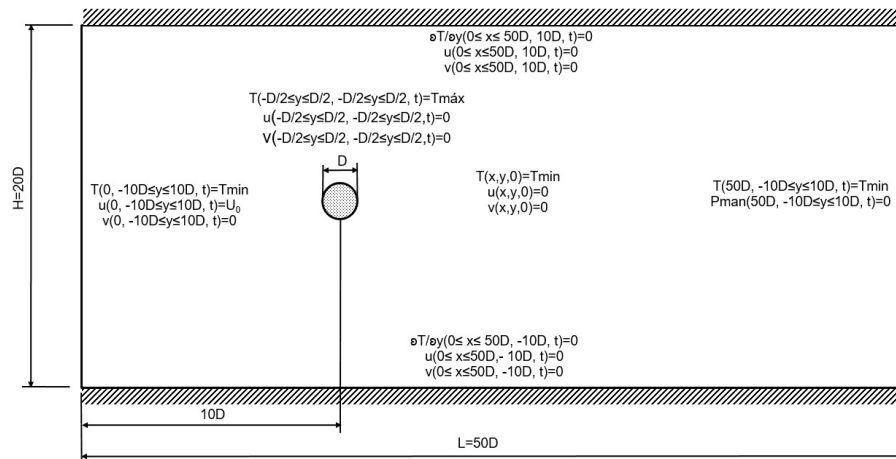


Figura 4-1: Esquema de la situación física (Fuente: elaboración propia)

En la Tabla 4-1 se presentan las propiedades físicas del fluido de trabajo, el cual posee un comportamiento del tipo fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia con un índice de potencia igual a 0,4.

Tabla 4-1: Características del fluido (Fuente: Propipe, 2011)

Item		Valor	Unidad
Densidad	ρ	1853,4	[kg/m ³]
Viscosidad	K	0,009	[kg/m_s]
Calor específico	C_p	3230,4	[J/kg_°K]
Conductividad térmica	k	1,2	[W/m_°K]
Temperatura	T_{fluido}	293,15	[°K]

Las suposiciones del problema son las siguientes:

- Problema bidimensional.
- Régimen laminar.
- Transiente.
- Propiedades constantes.
- Fluido no newtoniano.
- Fluido incompresible.

Se presentan las ecuaciones gobernantes para la situación física mostrada anteriormente:

Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4-1)$$

Ecuación de momento en x:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} - \left[\frac{\partial}{\partial x} (\tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{yx}) \right] \quad (4-2)$$

Ecuación de momento en y:

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} - \left[\frac{\partial}{\partial x} (\tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{yy}) \right] \quad (4-3)$$

Los esfuerzos en las ecuaciones de momento lineal se definen como:

$$\tau_{yy} = -\eta \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} \right) ; \quad \tau_{xx} = -\eta \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) ; \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = -\eta \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (4-4)$$

Donde el término η es la viscosidad aparente. La viscosidad aparente utilizada en este trabajo, es representada por la del modelo de ley de potencia (Ostwald de Waele) que se muestra en la ecuación (4-5)

$$\eta = K \cdot \dot{\gamma}^{n-1} \quad (4-5)$$

El n que se muestra en la ecuación (4-5) corresponde al índice de potencia. Con este índice de potencia se puede definir el tipo de fluido como se muestra en la ecuación (4-6).

$$\eta = \begin{cases} n < 1 & \text{fluido pseudoplástico} \\ n = 1 & \text{fluido newtoniano} \\ n > 1 & \text{fluido dilatante} \end{cases} \quad (4-6)$$

El coeficiente $\dot{\gamma}$ que se muestra en la ecuación (4-7) corresponde a la velocidad de deformación. Este comportamiento, propio de los fluidos, se describe de la siguiente forma:

$$\dot{\gamma} = \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4-7)$$

Reemplazando las ecuaciones (4-4) en las ecuaciones (4-2) y (4-3) se obtiene las ecuaciones de momento lineal más generales y utilizadas. Su forma es:

Ecuación de momento en x:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (4-8)$$

Ecuación de momento en y:

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (4-9)$$

Ecuación de energía del fluido:

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4-10)$$

En el caso del fluido no newtoniano del tipo ley de potencia, se considera los siguientes parámetros adimensionales:

Número de Reynolds (R_e): El número de Reynolds características para un fluido del tipo no newtoniano del tipo Ley de Potencia se presenta a continuación:

$$R_{e,LP} = \frac{\rho \cdot U_0^{2-n} \cdot l_c^n}{K} \quad (4-11)$$

La forma de este número de Reynolds posee la característica de que al ingresar un índice de potencia $n=1$, el número de Reynolds toma la forma tradicionalmente conocido para fluidos newtonianos. Al ingresar un índice de potencia diferente a 1, esta toma la característica de un fluido no newtoniano del tipo ley de potencia.

Número de Reynolds Crítico (Re_c): Es el número adimensional para el cual se tiene el inicio de la separación del flujo y el inicio de los regímenes de desprendimiento de vórtices laminares (Chhabra, 2011).

Número de Strouhal (S_t): es la constante proporcional adimensional entre la frecuencia predominante de desprendimiento de vórtices y la velocidad de flujo libre (Blevins, 2001).

$$S_t = \frac{f \cdot l_c}{U_o} \quad (4-12)$$

Para determinar el número de Strouhal para un cilindro enfrentando a un fluido newtoniano, se utiliza la siguiente relación.

$$S_t = 0,2731 - \frac{1,1129}{\sqrt{\text{Re}}} + \frac{0,4821}{\text{Re}} \quad (4-13)$$

Número de Nusselt (N_u): representa la expresión adimensional del flujo de calor transferido entre un fluido y un sólido (o viceversa). Entre mayor sea el número de Nusselt, más eficaz es la convección (Cengel, 2007). Para determinar el número de Nusselt se utiliza la siguiente relación:

$$N_u = \frac{h \cdot l_c}{k_{\text{fluido}}} \quad (4-14)$$

Para determinar el número de Nusselt para un cilindro enfrentado a un fluido newtoniano (agua), se utiliza la siguiente relación

$$Nu_{cil} = \frac{hD}{k} = 0,3 + \frac{0,62 \text{Re}^{1/2} \text{Pr}^{1/3}}{\left[1 + (0,4/\text{Pr})^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{\text{Re}}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \quad (4-15)$$

Número de Prandtl (Pr): representa el cociente entre la velocidad de difusión de la cantidad de momento y la difusividad térmica (Cengel, 2007). El número de Prandtl para un fluido del tipo Ley de Potencia:

$$Pr = \frac{C_p \cdot \mu}{k_{\text{fluido}}} \quad (4-16)$$

El número de Prandtl para el caso de un fluido no newtoniano, en específico el tipo de Ley de Potencia es el siguiente:

$$Pr = \frac{C_p \cdot \mu}{k_{\text{fluido}}} \left(\frac{U_o}{l_c}\right)^{n-1} \quad (4-17)$$

Coefficiente de arrastre (C_D): cantidad adimensional que se usa para cuantificar el arrastre o resistencia de un objeto en un medio fluido. El coeficiente de arrastre se expresa como:

$$C_D = \frac{2 \cdot F_D}{\rho \cdot U_0^2 \cdot A} \quad (4-18)$$

Coefficiente de sustentación (C_L): cantidad adimensional que se usa para cuantificar la sustentación de un objeto en un medio fluido. El coeficiente de sustentación se expresa como:

$$C_L = \frac{2 \cdot F_L}{\rho \cdot U_0^2 \cdot A} \quad (4-19)$$

Las condiciones iniciales y de borde del problema son presentadas a continuación:

Condiciones iniciales:

$$T_{cavidad}(t = 0) = T_{\min} \quad (4-20)$$

$$T_{cilindro}(t = 0) = T_{\max} \quad (4-21)$$

$$v_z(t = 0) = U_0 \quad (4-22)$$

Condiciones de borde:

$$v(y = 10D, 0 \leq x \leq 50D, t) = 0 \quad (4-23)$$

$$u(y = 10D, 0 \leq x \leq 50D, t) = 0 \quad (4-24)$$

$$v(y = -10D, 0 \leq x \leq 50D, t) = 0 \quad (4-25)$$

$$u(y = -10D, 0 \leq x \leq 50D, t) = 0 \quad (4-26)$$

$$v(-10D \leq y \leq 10D, x = 0, t) = 0 \quad (4-27)$$

$$u(-10D \leq y \leq 10D, x = 0, t) = U_0 \quad (4-28)$$

$$P_{man}(-10D \leq y \leq 10D, x = 50D, t) = 0 \quad (4-29)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y}(0 \leq x \leq 50D, 10D, t) = 0 \quad (4-30)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y}(0 \leq x \leq 50D, -10D, t) = 0 \quad (4-31)$$

$$T(-10D \leq y \leq 10D, x = 0, t) = T_{\min} \quad (4-32)$$

$$T(-10D \leq y \leq 10D, x = 50D, t) = T_{\min} \quad (4-33)$$

$$T_{cilindro} = T_{\max} \quad (4-34)$$

4.5 Implementación Computacional

El problema bidimensional presentado, se resuelve utilizando el método de volúmenes finitos mediante el software Fluent versión 14.5.

El criterio de diferencia entre iteraciones consiste en comparar la diferencia entre los resultados obtenidos en una iteración k , en todos los nodos, y los resultados obtenidos en la iteración anterior $k-1$, con un valor máximo de error admitido, para cada una de las variables que se desean calcular

$$|\phi(i, j)_k - \phi(i, j)_{k-1}| \leq \varepsilon \quad (4-35)$$

En las simulaciones realizadas se usa el criterio de convergencia que muestra la ecuación (4-36)

$$\varepsilon \leq 1 \times 10^{-3} \quad (4-36)$$

El paso de tiempo utilizando en todas las simulaciones se considera constante $\Delta t = 0,01$ [s]. El tiempo total simulado es de 100 [s].

En la Figura 4-2 se muestra el mallado utilizado en la resolución de los casos simulados en este capítulo. Se utiliza un total de 16.976 elementos.

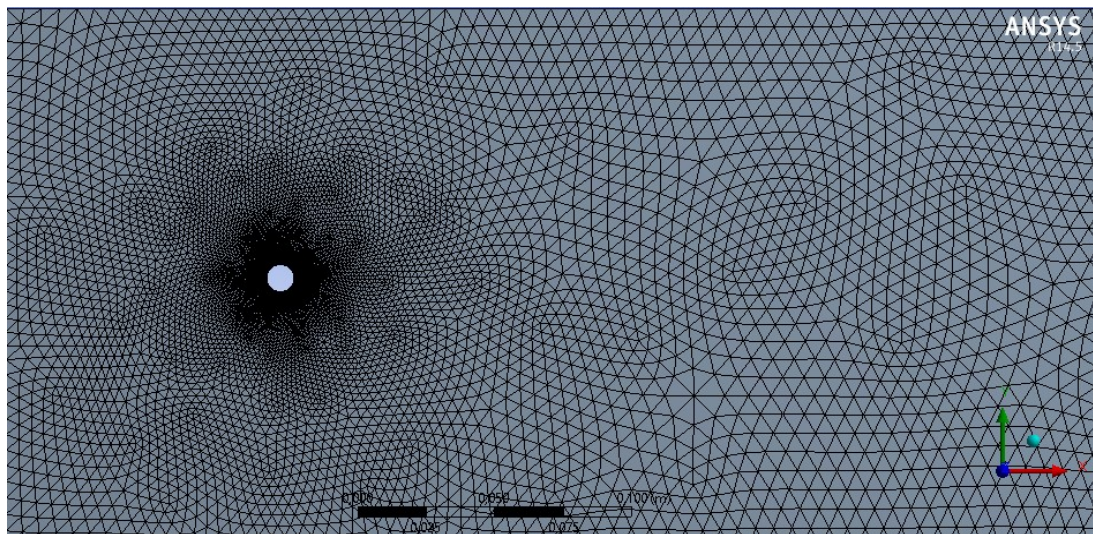


Figura 4-2: Malla variable

4.6 Presentación, Análisis y Discusión de Resultados

4.6.1 Resultados de la Mecánica de Fluidos

En la Figura 4-3 se muestra el comportamiento del coeficiente de sustentación (C_L) evolucionando en el tiempo adimensional t^* , el cual está definido como $t^*=U_0 t/D$, para el caso del número adimensional de Reynolds del tipo Ley de Potencia (Re_{LP}) igual a 9 (velocidad media del flujo $U_0=0,006$ [m/s]). El coeficiente de sustentación C_L en un principio tiene un comportamiento inestable hasta el tiempo adimensional $t^*=5$. El valor del coeficiente de sustentación tiende a cero, por lo que, para este valor del número de Reynolds, se hace despreciable la fuerza de sustentación, lo cual refleja que no existe desprendimiento de vórtices alrededor del cilindro D .

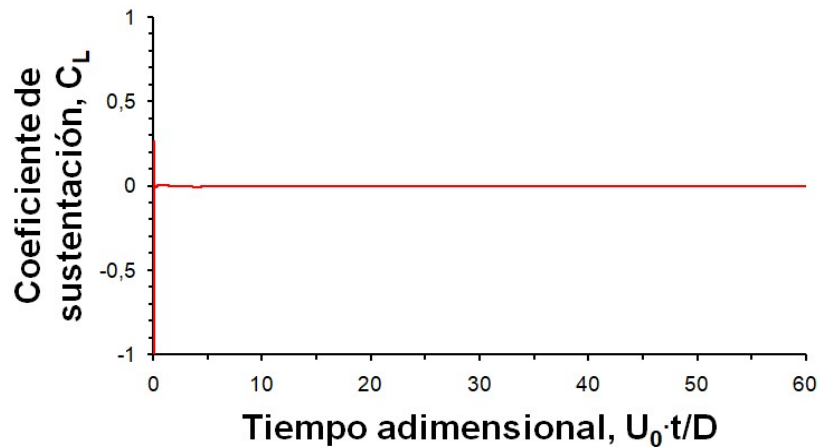


Figura 4-3: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $Re_{LP}=9$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-4 se muestra el comportamiento del coeficiente de arrastre (C_D) evolucionando en el tiempo adimensional, el cual se define como $t^*=U_0 t/D$, para el número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia (Re_{LP}) igual a 9 (velocidad media del flujo $U_0=0,006$ [m/s]). El coeficiente de arrastre, para tiempos adimensionales mayores a 10 presenta un valor constante y estable de 3,62.

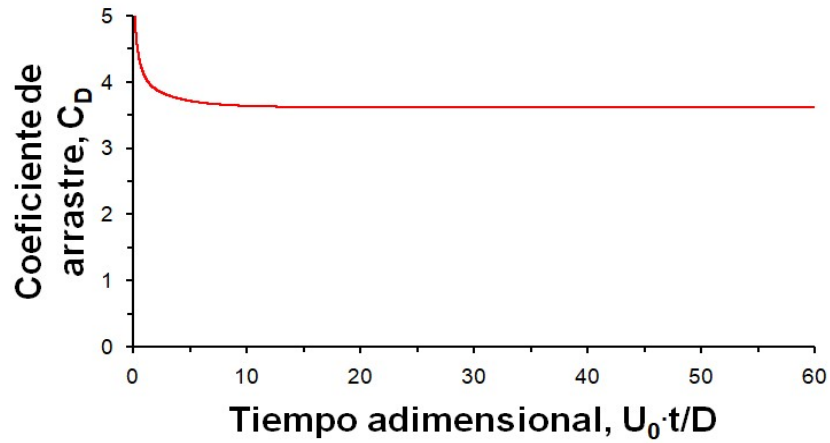
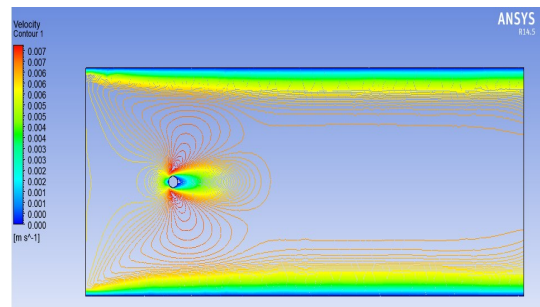
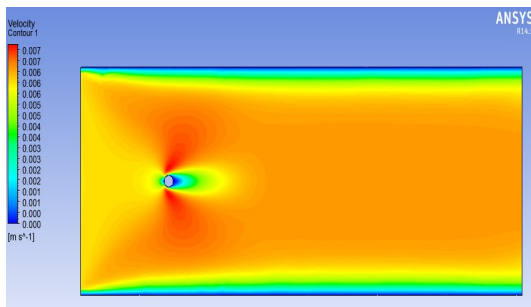
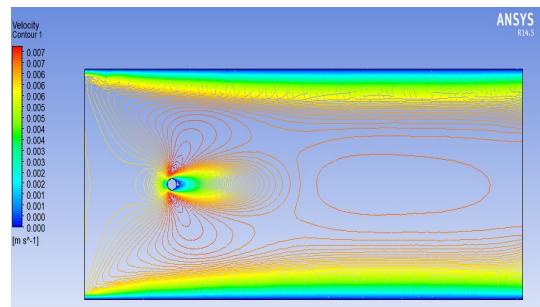
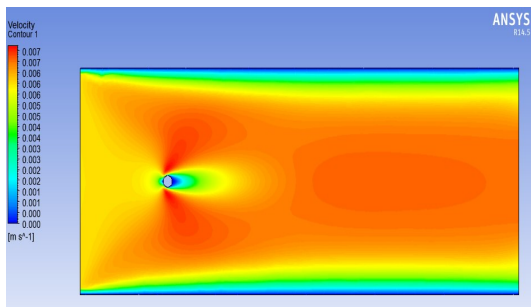


Figura 4-4: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $R_{e,LP}=9$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-5 se muestran las líneas de corrientes para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($R_{e,LP}$) igual a 9. Los tiempos adimensionales presentados son 15, 30, 45 y 60. De las líneas de corrientes se desprende que alrededor del cilindro D se forman dos estelas simétricas las cuales se unen a una distancia de $1 \cdot D$ aproximadamente con respecto al cilindro D . Para esta condición no hay desprendimiento de vórtices alrededor del cilindro D .



(a)



(b)

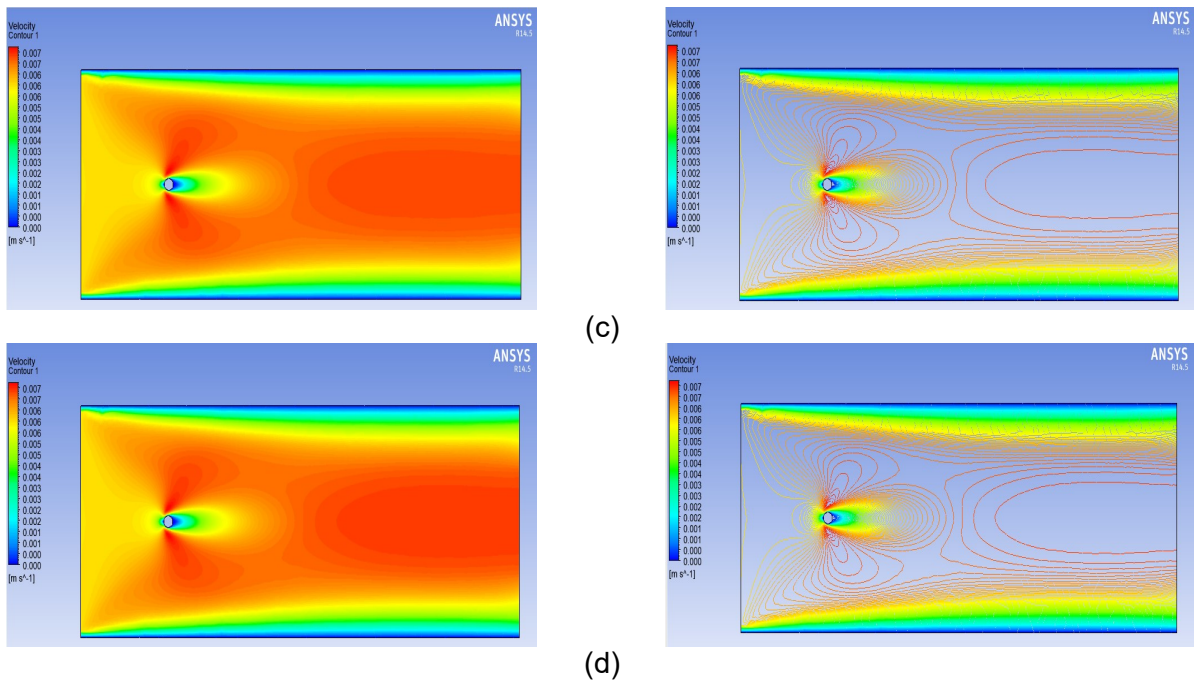


Figura 4-5: Líneas de corriente para un número de Reynolds $R_{e,LP}=9$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=15$, (b) $t^*=30$, (c) $t^*=45$, (d) $t^*=60$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-6 se muestra el comportamiento del coeficiente de sustentación evolucionando en el tiempo adimensional t^* , el cual está definido como $t^*=U_0 \cdot t/D$, para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($R_{e,LP}$) igual a 20 (velocidad media $U_0=0,010$ [m/s]). El coeficiente de sustentación en un principio presenta un comportamiento inestable hasta aproximadamente el tiempo adimensional $t^*=10$. El valor del coeficiente de sustentación tiende a cero, por lo que, para este valor del número de Reynolds, se hace despreciable la fuerza de sustentación, lo cual refleja que no existe desprendimiento de vórtices alrededor del cilindro.

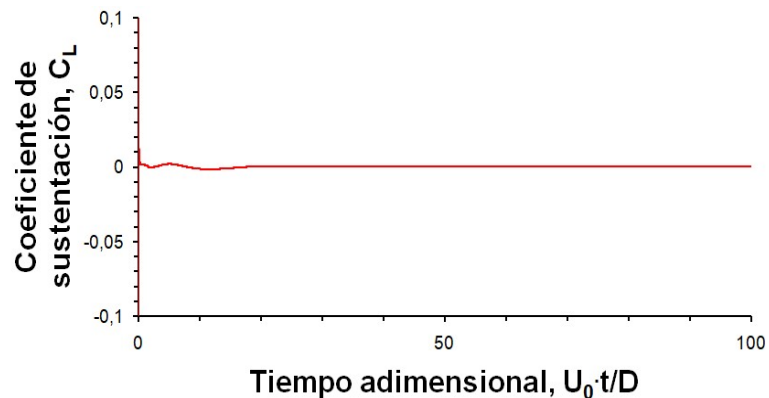


Figura 4-6: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $R_{e,LP}=20$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-7 se muestra el comportamiento del coeficiente de arrastre (C_D) evolucionando en el tiempo adimensional, el cual se define como $t^*=U \cdot t/D$, para el número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($Re_{e,LP}$) igual a 20 (velocidad media $U_0=0,010$ [m/s]). El coeficiente de arrastre, para tiempos adimensionales mayores a 35 presenta un valor constante promedio de 2,04.

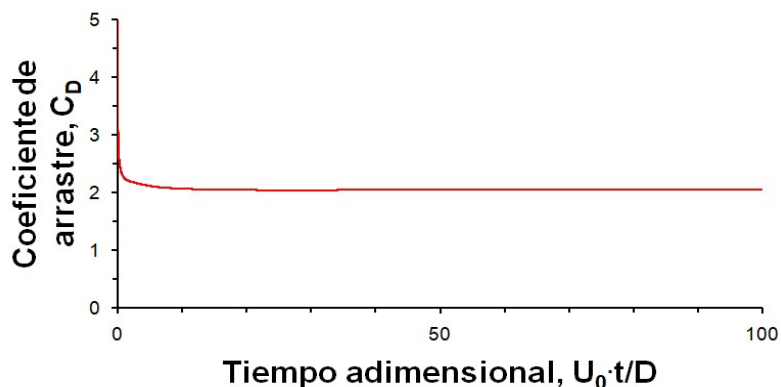
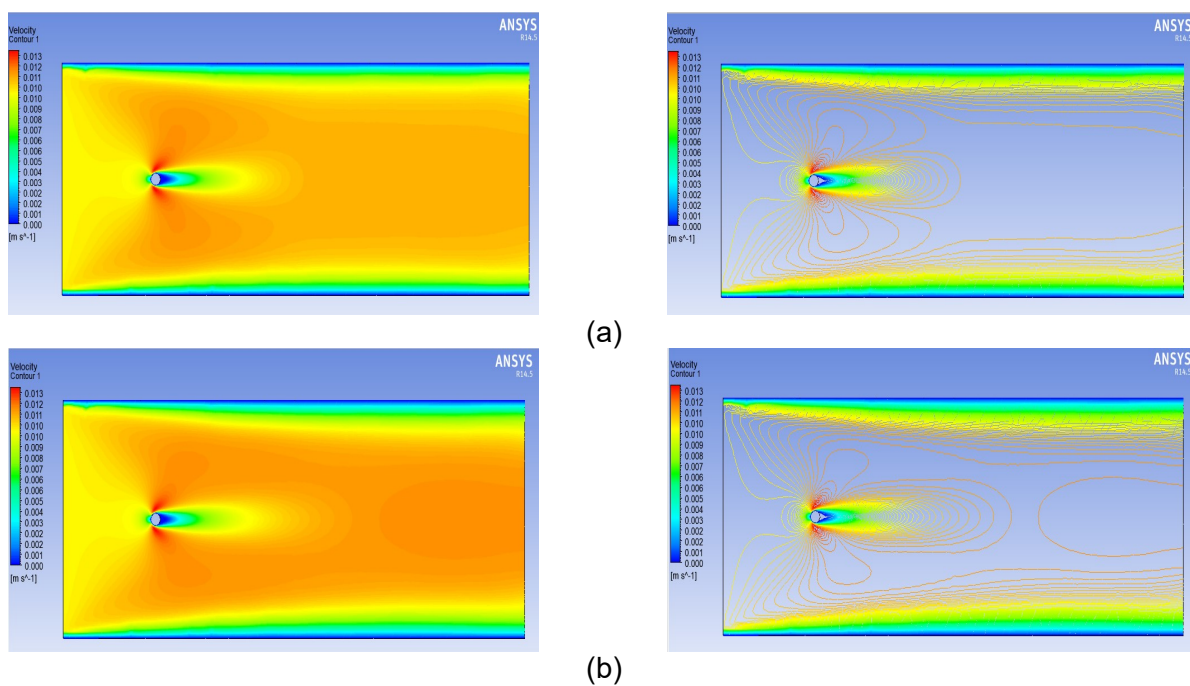


Figura 4-7: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $Re_{e,LP}=20$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-8 se muestran las líneas de corrientes para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($Re_{e,LP}$) igual a 20. Los tiempos adimensionales presentados son 25, 50, 75 y 100. De las líneas de corrientes se desprende que alrededor del cilindro D se forman dos estelas simétricas las cuales se unen a una distancia de $1 \cdot D$ aproximadamente con respecto al cilindro D . Para esta condición no hay desprendimiento de vórtices alrededor del cilindro D .



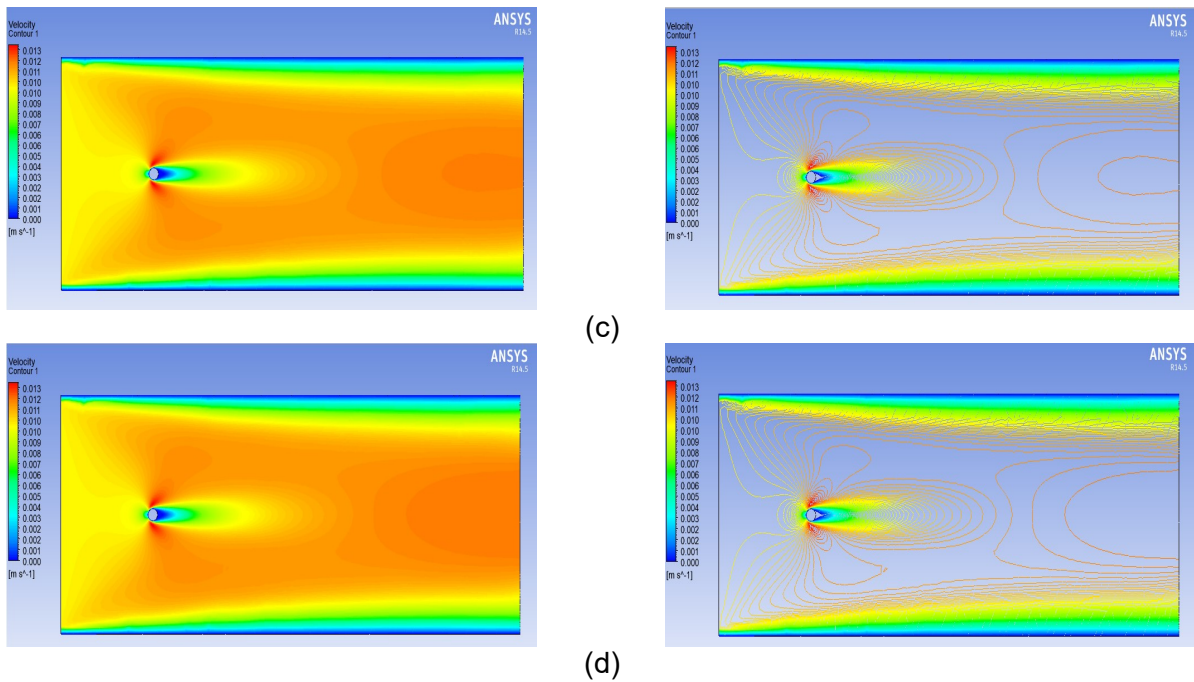


Figura 4-8: Líneas de corriente para un número de Reynolds $R_e=20$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=25$, (b) $t^*=50$, (c) $t^*=75$, (d) $t^*=100$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-9 se muestra el comportamiento del coeficiente de sustentación (C_L) evolucionando en el tiempo adimensional t^* , el cual está definido como $t^*=U_0 t/D$, para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($R_{e,LP}$) igual a 30 (velocidad media $U_0=0,013$ [m/s]). El coeficiente de sustentación en un principio presenta un comportamiento inestable hasta aproximadamente el tiempo adimensional $t^*=30$. El valor del coeficiente de sustentación tiende a cero, por lo que, para este valor del número de Reynolds, se hace despreciable la fuerza de sustentación, lo cual refleja que no existe desprendimiento de vórtices alrededor del cilindro D .

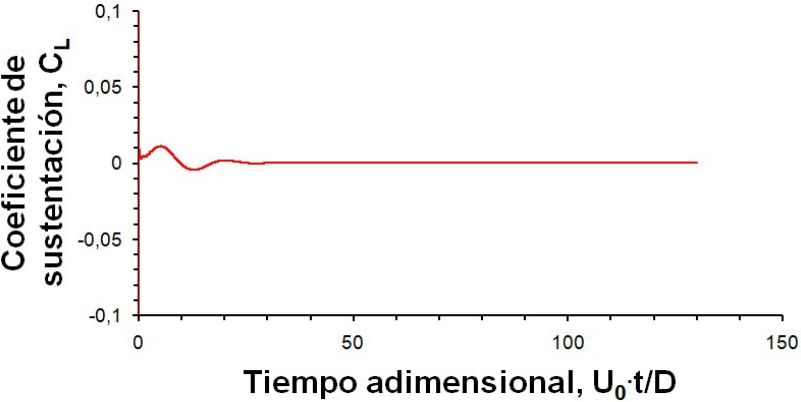


Figura 4-9: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $R_{e,LP}=30$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-10 se muestra el comportamiento del coeficiente de arrastre (C_D) evolucionando en el tiempo adimensional t^* , el cual está definido como $t^*=U_0 \cdot t/D$, para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($Re_{e,LP}$) igual a 30 (velocidad media $U_0=0,013$ [m/s]). El coeficiente de arrastre, a partir del tiempo adimensional 30, posee un valor constante es de 1,60.

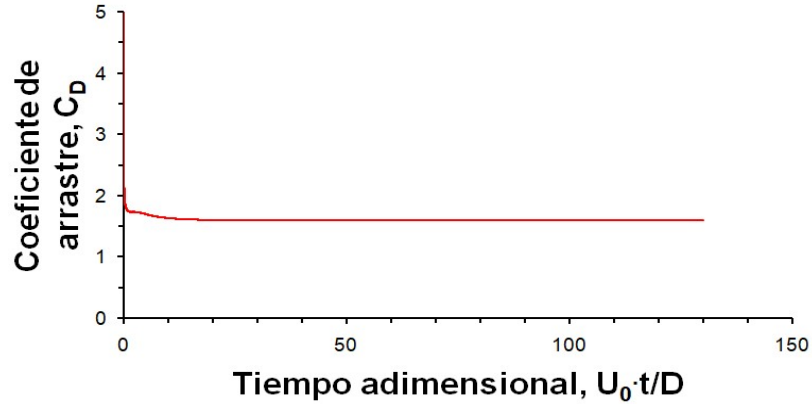
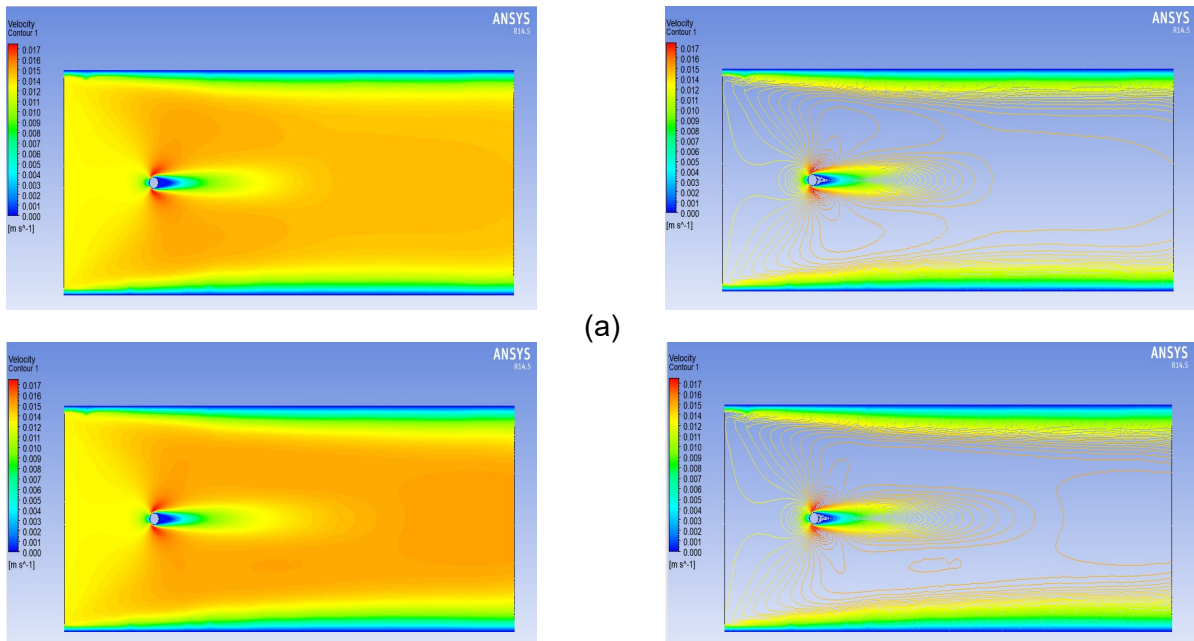


Figura 4-10: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $Re_{e,LP}=30$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-11 se muestran las líneas de corrientes para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($Re_{e,LP}$) igual a 30. Los tiempos adimensionales presentados son 32,5, 65, 97,5 y 130. De las líneas de corrientes se desprende que alrededor del cilindro D se forman dos estelas simétricas las cuales se unen a una distancia de $1 \cdot D$ aproximadamente. Para esta condición no hay desprendimiento de vórtices alrededor del cilindro D .



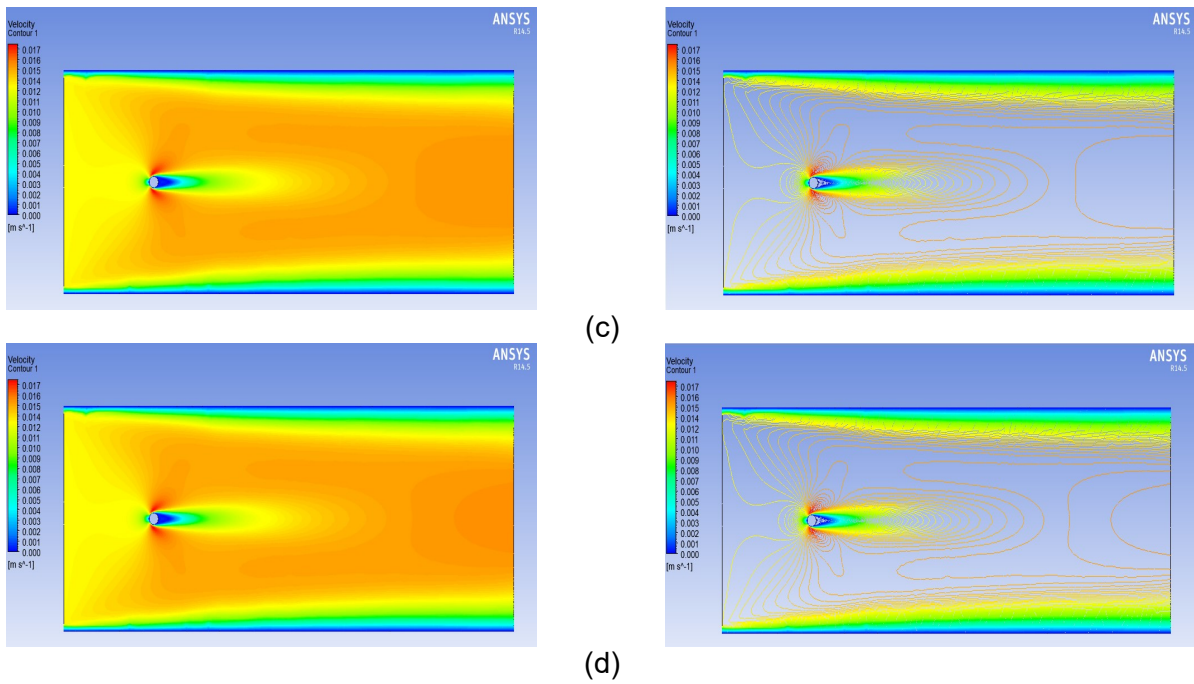


Figura 4-11: Líneas de corriente para un número de Reynolds $R_e=30$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=32,5$, (b) $t^*=65$, (c) $t^*=97,5$, (d) $t^*=130$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-12 se muestra el comportamiento del coeficiente de sustentación (C_L) evolucionando en el tiempo adimensional t^* , el cual está definido como $t^*=U_0 \cdot t/D$, para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($R_{e,LP}$) igual a 50 (velocidad media $U_0=0,017$ [m/s]). El coeficiente de sustentación en un principio presenta un comportamiento inestable hasta aproximadamente el tiempo adimensional $t^*=80$. Luego el coeficiente de sustentación se estabiliza y toma un valor de 0,0042 para el resto del tiempo.

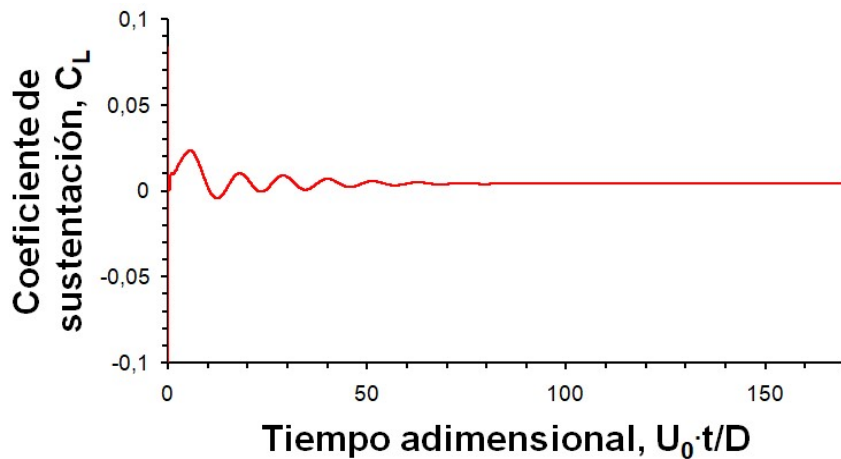


Figura 4-12: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $R_{e,LP}=50$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-13 se muestra el comportamiento del coeficiente de arrastre (C_D) evolucionando en el tiempo adimensional t^* , el cual está definido como $t^*=U_0 \cdot t/D$, para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($Re_{e,LP}$) igual a 50 (velocidad media $U_0=0,017$ [m/s]). El coeficiente de arrastre, a partir del tiempo adimensional 30, posee un valor constante es de 1,30.

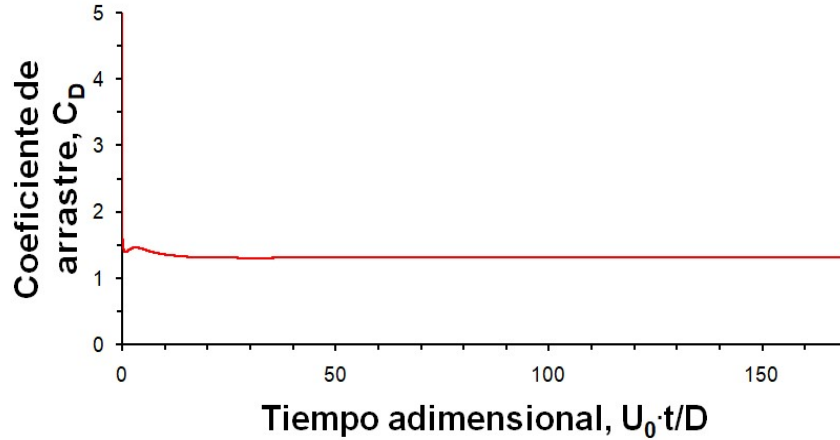
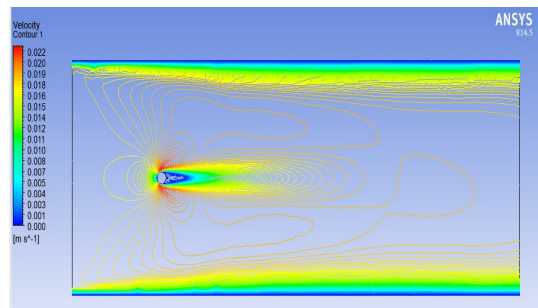
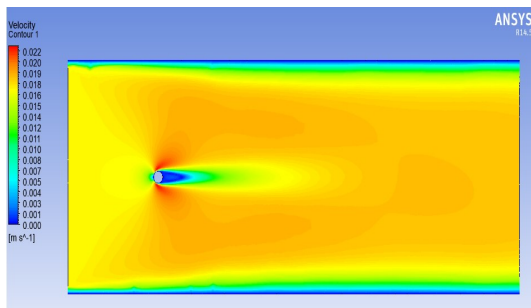


Figura 4-13: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $Re_{e,LP}=50$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-14 se muestran las líneas de corrientes para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($Re_{e,LP}$) igual a 50. Los tiempos adimensionales presentados son 42,5, 85, 127,5 y 170. Para este caso, la estela comienza a volverse inestable, por lo tanto, la fuerza viscosa ya no es suficiente para oprimir las perturbaciones. La inestabilidad de la estela crece a medida que el número de Reynolds aumenta. El Reynolds crítico estimado para un fluido del tipo Ley de Potencia con un índice de potencia igual a $n=0,4$ es de para $Re_c=47,5$.



(a)

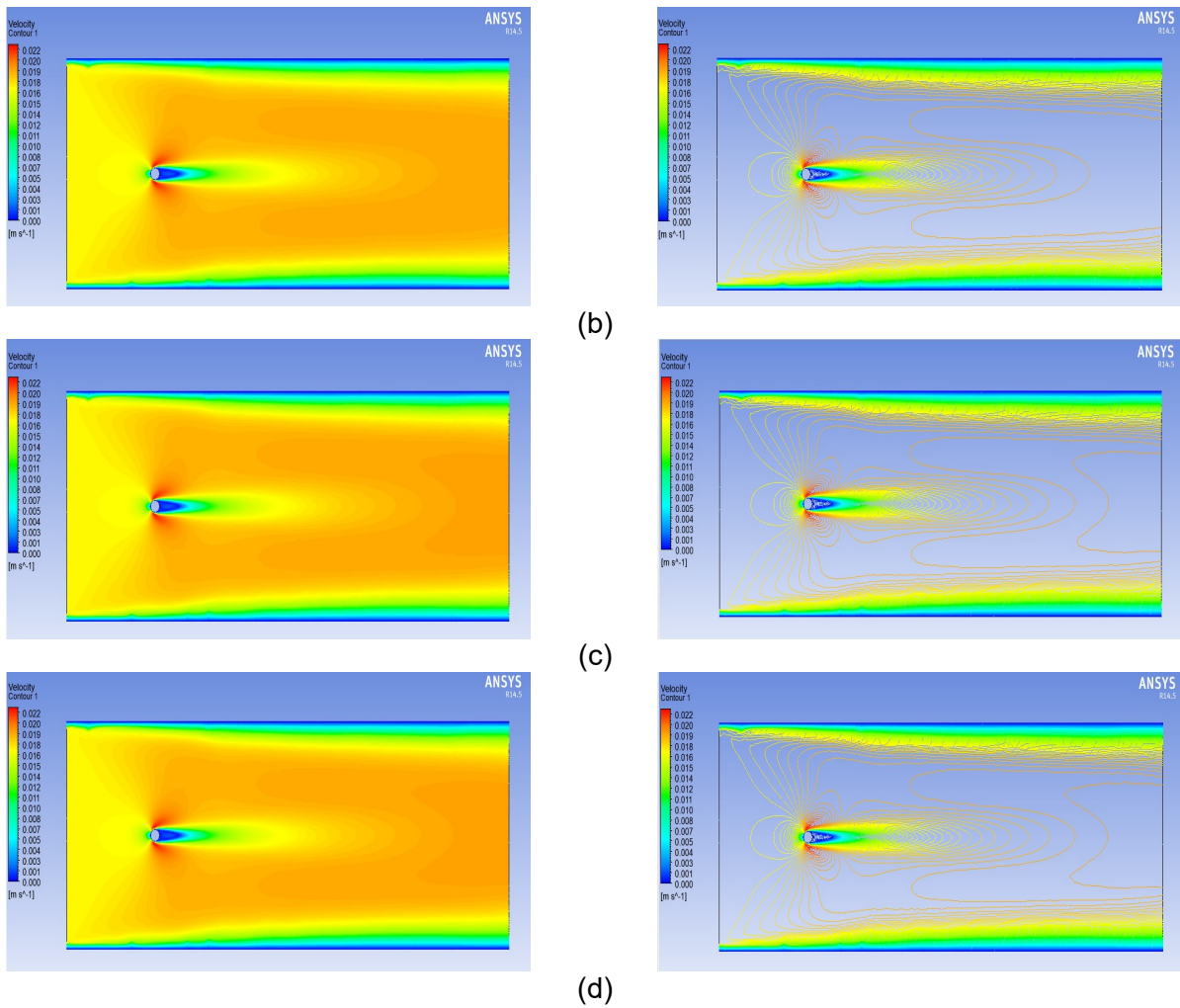


Figura 4-14: Líneas de corriente para un número de Reynolds $R_e=50$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=42,5$, (b) $t^*=85$, (c) $t^*=127,5$, (d) $t^*=170$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-15 se muestra el comportamiento del coeficiente de sustentación (C_L) evolucionando en el tiempo adimensional t^* , el cual está definido como $t^*=U_0 t/D$, para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($R_{e,LP}$) igual a 70 (velocidad media $U_0=0,021$ [m/s]). El coeficiente de sustentación presenta una oscilación en el tiempo, cuya amplitud máxima alcanza el valor de 0,0755. El período de las oscilaciones es de 4,5 segundos, por lo que el número de Strouhal es de 0,105.

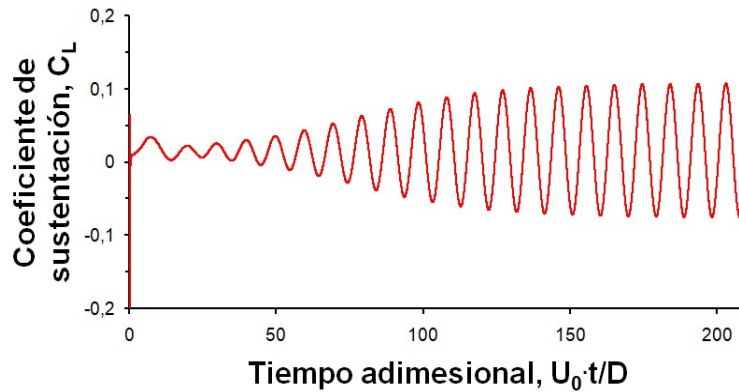


Figura 4-15: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $R_{e,LP}=70$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-16 se muestra el comportamiento del coeficiente de arrastre (C_D) evolucionando en el tiempo adimensional t^* , el cual está definido como $t^*=U_0 \cdot t/D$, para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($R_{e,LP}$) igual a 70 (velocidad media $U_0=0,021$ [m/s]). El coeficiente de arrastre, a partir del tiempo adimensional 30, posee un valor constante es de 1,15.

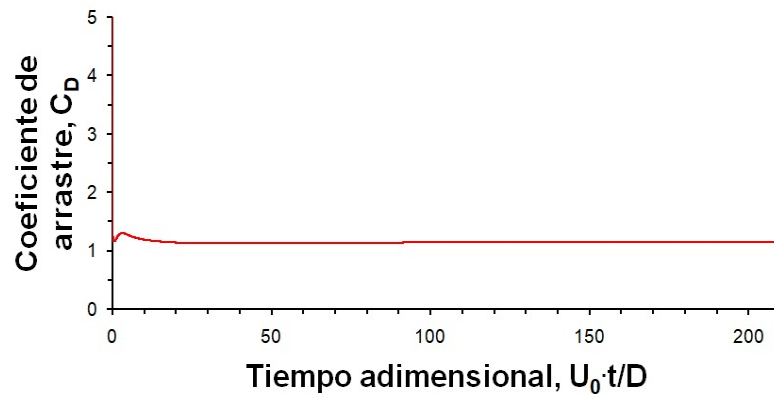


Figura 4-16: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $R_{e,LP}=70$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-17 se presentan las líneas de corrientes para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($R_{e,LP}$) igual a 70. Los tiempos adimensionales presentados son 52,5, 105, 157,5 y 210. De las líneas de corrientes se desprende que hasta el tiempo adimensional $t^*=52,5$, no hay una definida generación de vórtices. Para tiempos mayores a $t=52,5$, comienza la generación de vórtices. Por lo tanto, se desprende que la generación de vórtices se vuelve inestable, con lo cual uno de los vórtices se separa con respecto al otro a lo largo de la cavidad cilíndrica.

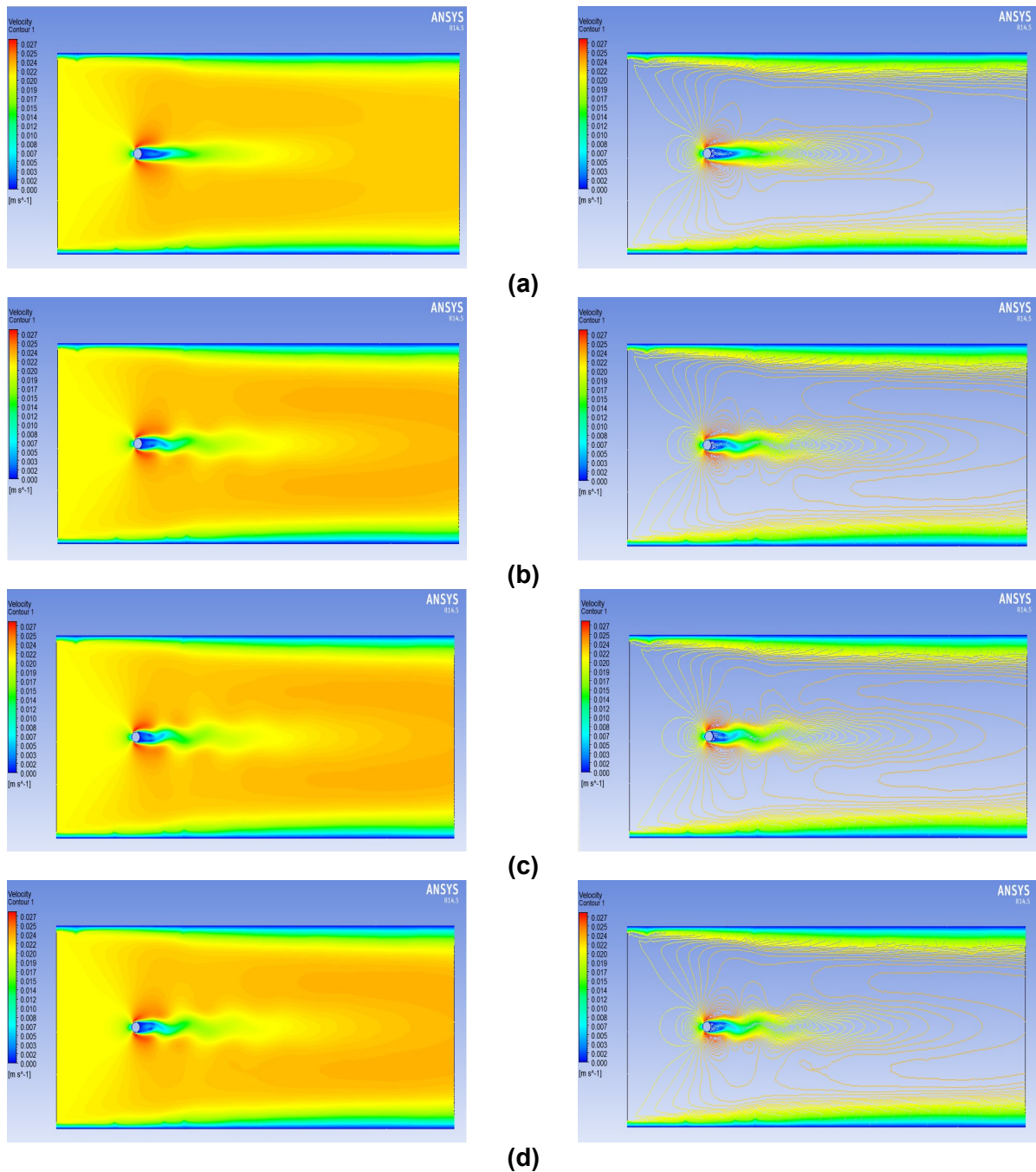


Figura 4-17: Líneas de corriente para un número de Reynolds $R_e=70$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=52,5$, (b) $t^*=105$, (c) $t^*=157,5$, (d) $t^*=210$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-18 se muestra el comportamiento del coeficiente de sustentación (C_L) evolucionando en el tiempo adimensional t^* , el cual está definido como $t^*=U_0 t/D$, para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($R_{e,LP}$) igual a 100 (velocidad media $U_0=0,026$ [m/s]). El coeficiente de sustentación presenta una oscilación en el tiempo, cuya amplitud máxima alcanza el valor de 0,14. El período de las oscilaciones es de 2,4 segundos, por lo que el número de Strouhal es de 0,16.

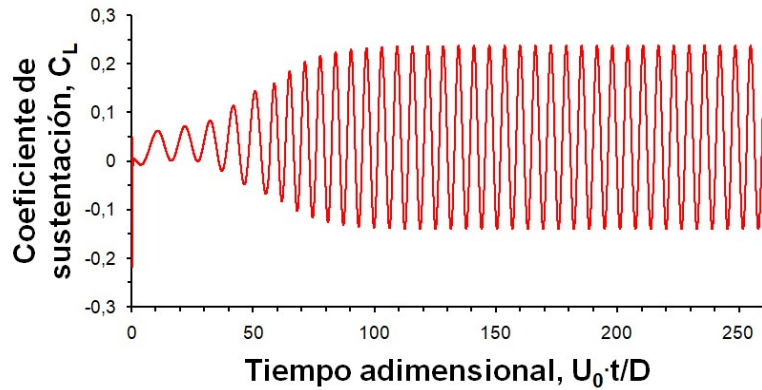


Figura 4-18: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $R_{e,LP}=100$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-19 se muestra el comportamiento del coeficiente de arrastre (C_D) evolucionando en el tiempo adimensional t^* , el cual está definido como $t^*=U_0 \cdot t/D$, para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($R_{e,LP}$) igual a 100 (velocidad media $U_0=0,026$ [m/s]). El coeficiente de arrastre, a partir del tiempo adimensional 80, posee un valor constante es de 1,05.

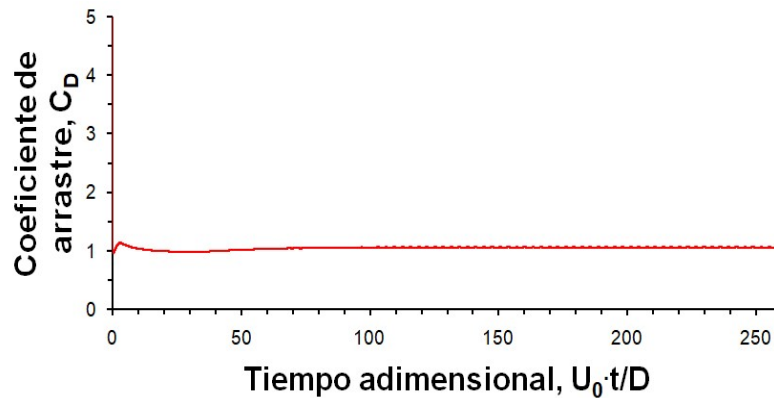


Figura 4-19: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $R_{e,LP}=100$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-20 se presentan las líneas de corrientes para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($R_{e,LP}$) igual a 100. Los tiempos adimensionales presentados son 65, 130, 195 y 260. De las líneas de corrientes se desprende que la generación de vórtices se vuelve inestable, con lo cual uno de los vórtices se separa con respecto al otro a lo largo de la cavidad cilíndrica.

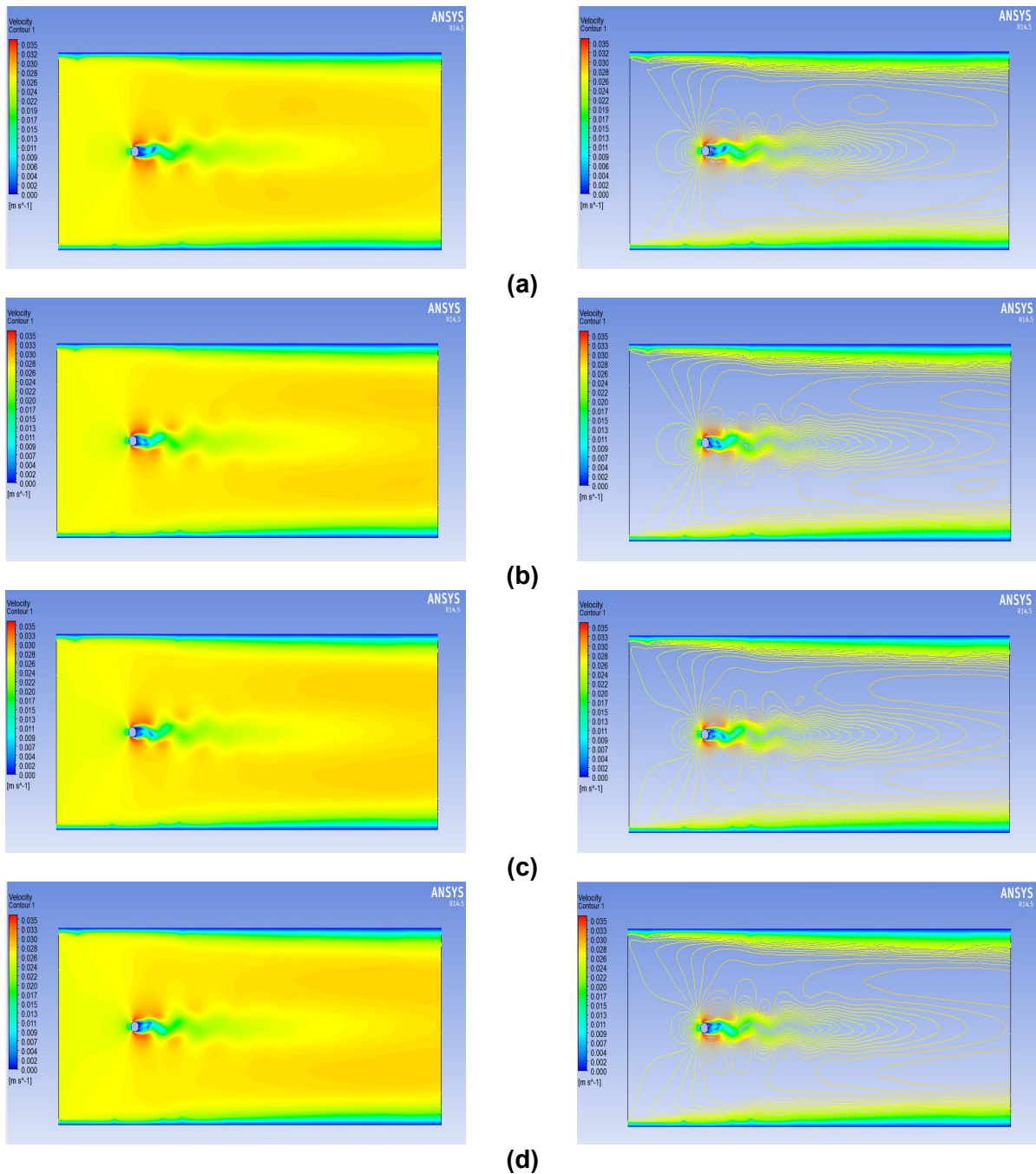


Figura 4-20: Líneas de corriente para un número de Reynolds $R_e=100$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=65$, (b) $t^*=130$, (c) $t^*=195$, (d) $t^*=260$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-21 se muestra el comportamiento del coeficiente de sustentación (C_L) evolucionando en el tiempo adimensional t^* , el cual está definido como $t^*=U_0 t/D$, para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($R_{e,LP}$) igual a 160 (velocidad media $U_0=0,036$ [m/s]). El coeficiente de sustentación presenta una oscilación en el tiempo, cuya amplitud máxima alcanza el valor de 0,14. El período de las oscilaciones es de 1,6 segundos, por lo que el número de Strouhal es de 0,17.

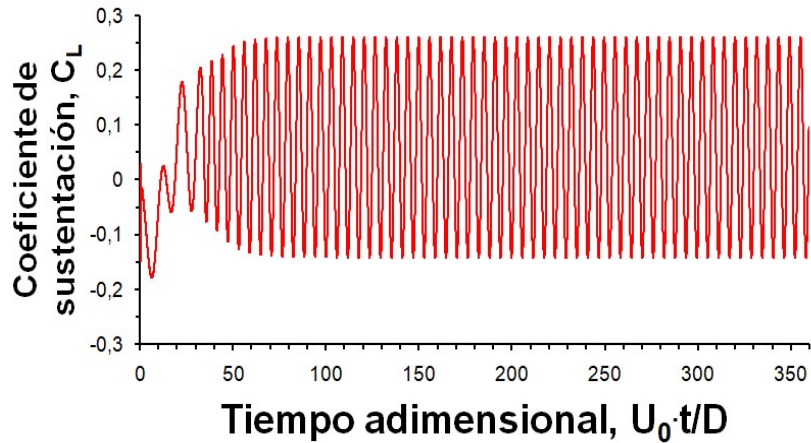


Figura 4-21: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $R_{e,LP}=160$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-22 se muestra el comportamiento del coeficiente de arrastre (C_D) evolucionando en el tiempo adimensional t^* , el cual está definido como $t^*=U_0 \cdot t/D$, para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($R_{e,LP}$) igual a 160 (velocidad media $U_0=0,036$ [m/s]). El coeficiente de arrastre, a partir del tiempo adimensional 50, posee un valor constante es de 0,83.

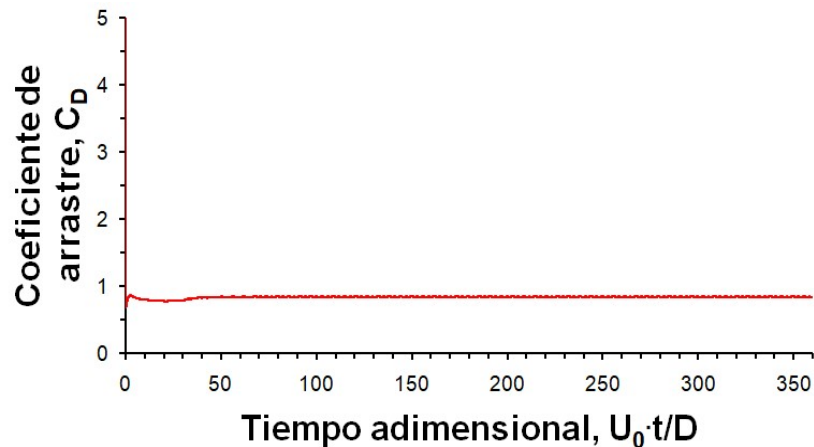


Figura 4-22: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $R_{e,LP}=160$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-23 se presentan las líneas de corrientes para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($R_{e,LP}$) igual a 160. Los tiempos adimensionales presentados son 90, 180, 270 y 360. De las líneas de corrientes se desprende que la generación de vórtices se vuelve inestable, con lo cual uno de los vórtices se separa con respecto al otro a lo largo de la cavidad cilíndrica.

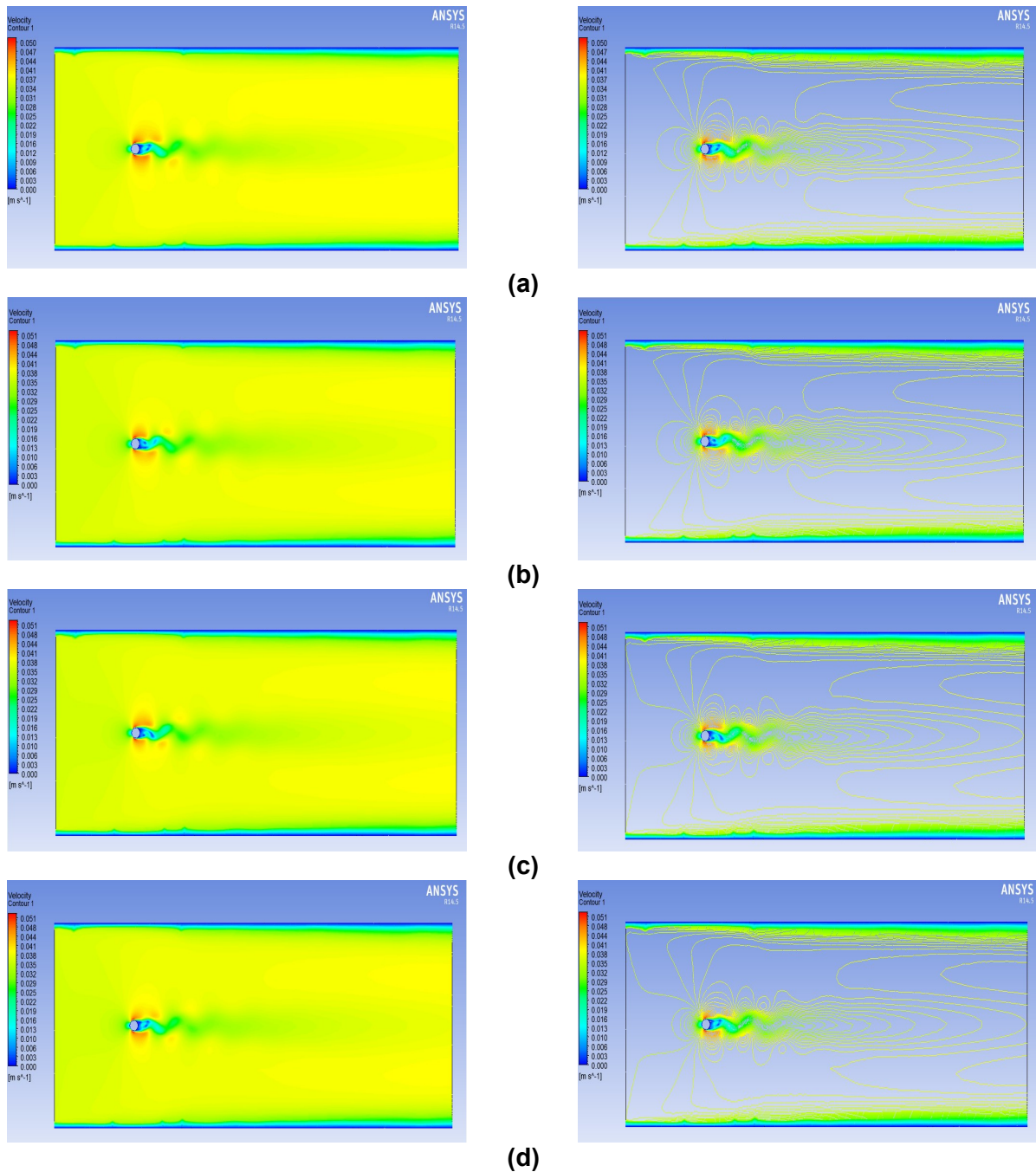


Figura 4-23: Líneas de corriente para un número de Reynolds $R_e=160$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=90$, (b) $t^*=180$, (c) $t^*=270$, (d) $t^*=360$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-24 se muestra el comportamiento del coeficiente de sustentación (C_L) evolucionando en el tiempo adimensional t^* , el cual está definido como $t^*=U_0 t/D$, para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($R_{e,LP}$) igual a 260 (velocidad media $U_0=0,049$ [m/s]). El coeficiente de sustentación presenta una oscilación en el tiempo, cuya amplitud máxima alcanza el valor de 0,05. El período de las oscilaciones es de 1,0 segundos, por lo que el número de Strouhal es de 0,2.

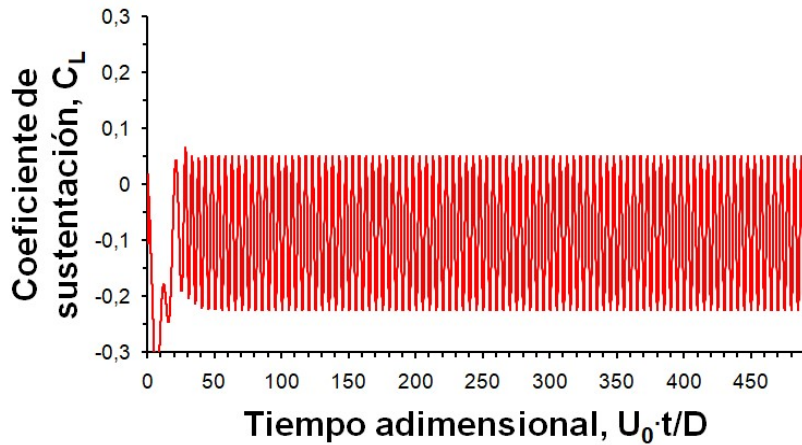


Figura 4-24: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $R_{e,LP}=260$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-25 se muestra el comportamiento del coeficiente de arrastre (C_D) evolucionando en el tiempo adimensional t^* , el cual está definido como $t^*=U_0 \cdot t/D$, para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($R_{e,LP}$) igual a 260 (velocidad media $U_0=0,049$ [m/s]). El coeficiente de arrastre, a partir del tiempo adimensional 30, posee un valor constante es de 0,61.

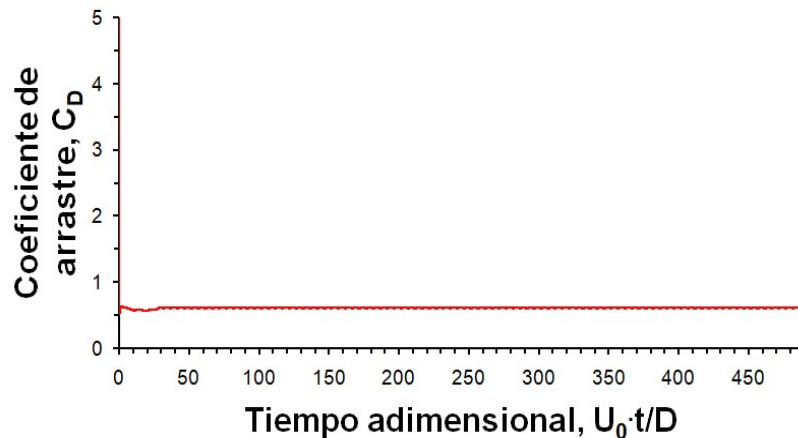


Figura 4-25: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $R_{e,LP}=260$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-26 se presentan las líneas de corrientes para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($R_{e,LP}$) igual a 260. Los tiempos adimensionales presentados son 122,5, 245, 367,5 y 490. De las líneas de corrientes se desprende que la generación de vórtices se vuelve inestable, con lo cual uno de los vórtices se separa con respecto al otro a lo largo de la cavidad cilíndrica.

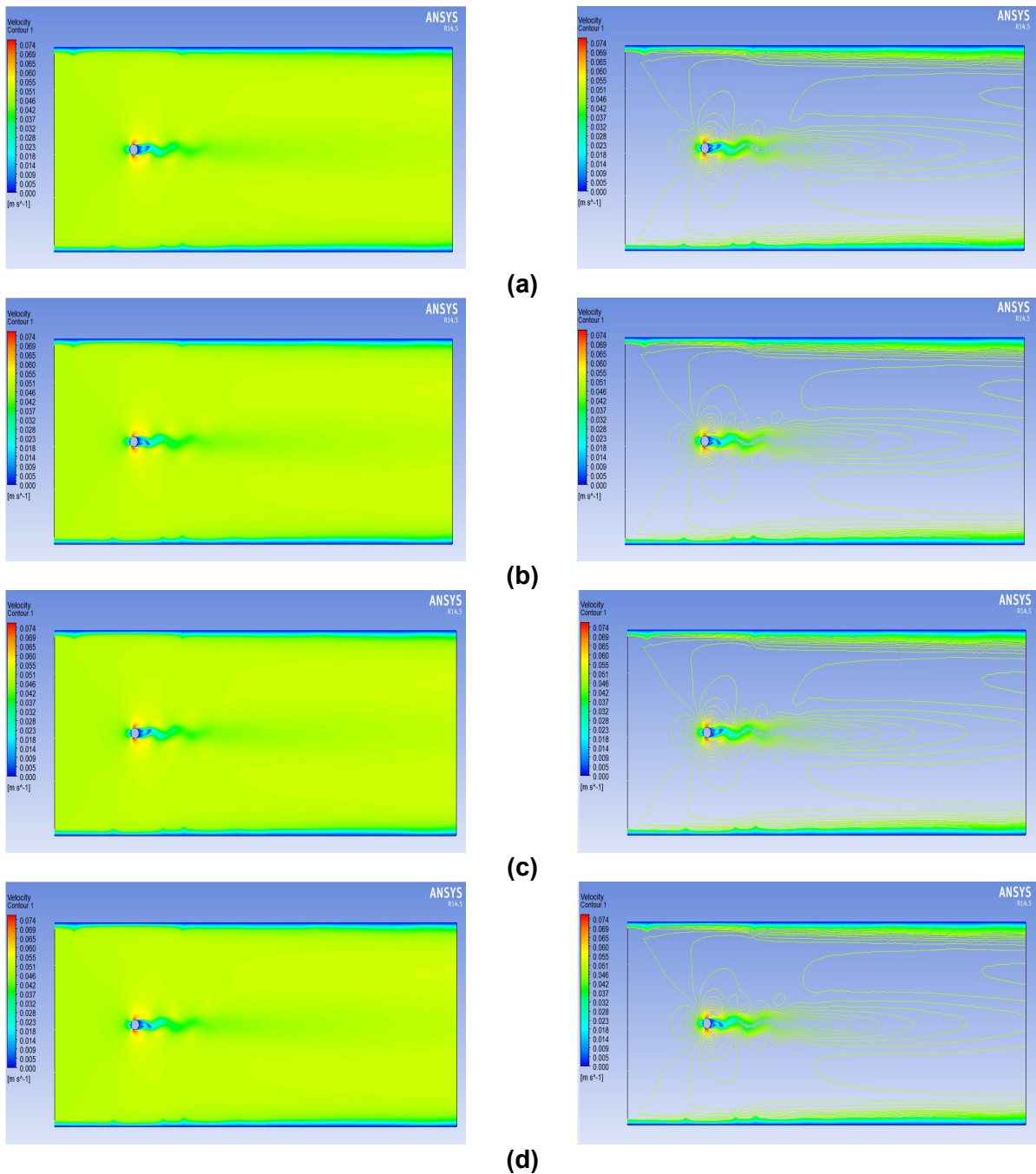


Figura 4-26: Líneas de corriente para un número de Reynolds $R_e=260$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=122,5$, (b) $t^*=245$, (c) $t^*=367,5$, (d) $t^*=490$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-27 se muestra la relación entre el coeficiente de arrastre C_D y el número de Reynolds R_e para el caso de un fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia con $n=0,4$. Realizando un ajuste de los datos obtenidos, se puede relacionar el coeficiente de arrastre y el número de Reynolds como $C_D = 17,2 \cdot R_{e,LP}^{-0,5}$

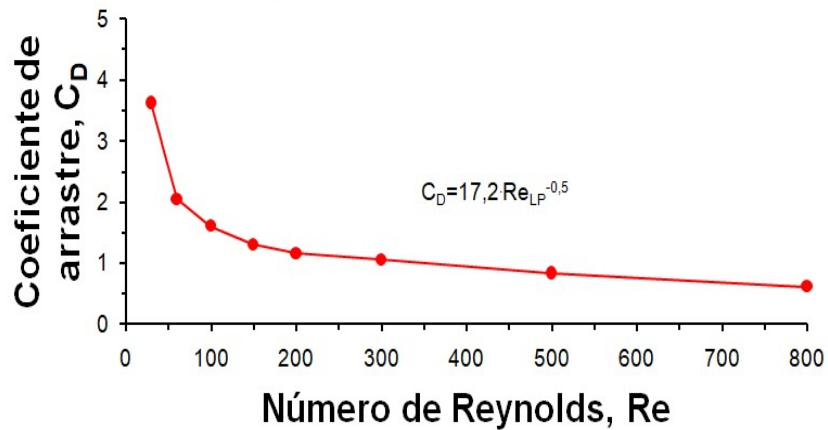


Figura 4-27: Coeficiente de arrastre para diferentes números de Reynolds Re_{LP} (Fuente: elaboración propia)

En la Figura 4-28 se muestra la relación entre el número de Strouhal St y el número de Reynolds Re para el caso de un fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia con $n=0,4$. Realizando un ajuste de los datos obtenidos, se puede relacionar el número de Strouhal y el número de Reynolds como

$$St = 0,013 Re_{LP}^{\frac{2-n}{n}} \quad (4-37)$$

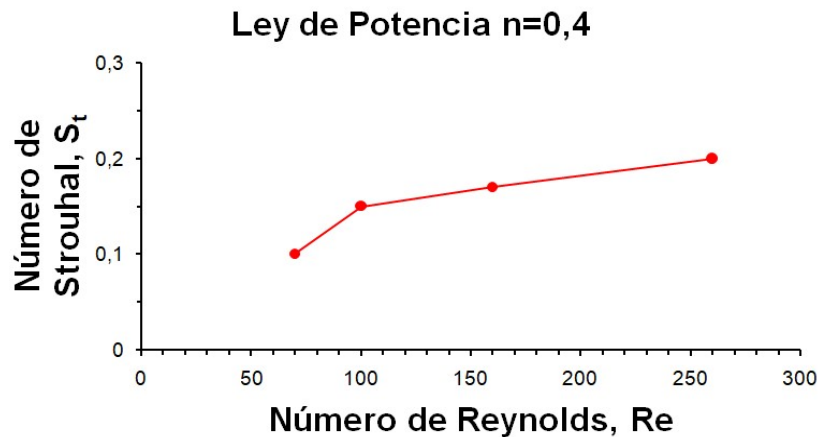


Figura 4-28: Número de Strouhal para diferentes números de Reynolds Re_{LP} (Fuente: elaboración propia)

En la Figura 4-29 se muestra la relación entre el número de Strouhal St y el número de Reynolds Re para el caso de un fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia con $n=0,4$ para un fluido newtoniano.

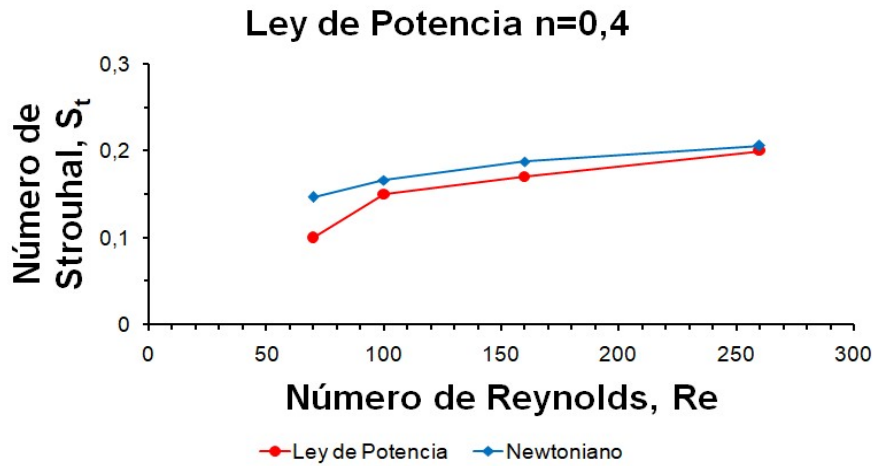
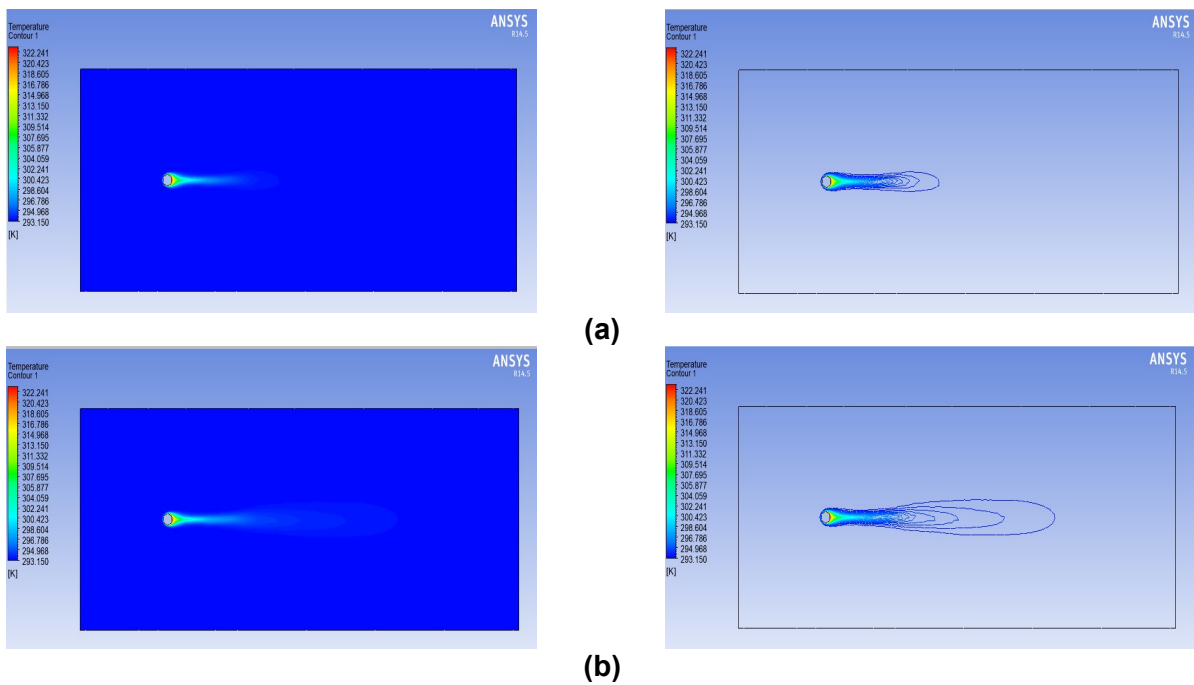


Figura 4-29: Número de Strouhal para diferentes números de Reynolds para un fluido newtoniano y uno no newtoniano del tipo ley de potencia con $n=0,4$

4.6.2 Resultados de la Transferencia de Calor

En la Figura 4-30 se presenta las isotermas para un número de Reynolds igual a 9 (velocidad promedio 0,006 [m/s]) para un fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia con $n=0,4$. El cilindro se encuentra a una temperatura constante de 323,15°C, cuyo valor es el máximo dentro de todo el dominio. De las isotermas se desprende que la máxima diferencia de temperatura se produce en el lado derecho del cilindro, esto debido a que el flujo de fluido en esta zona no tiene mayor influencia.



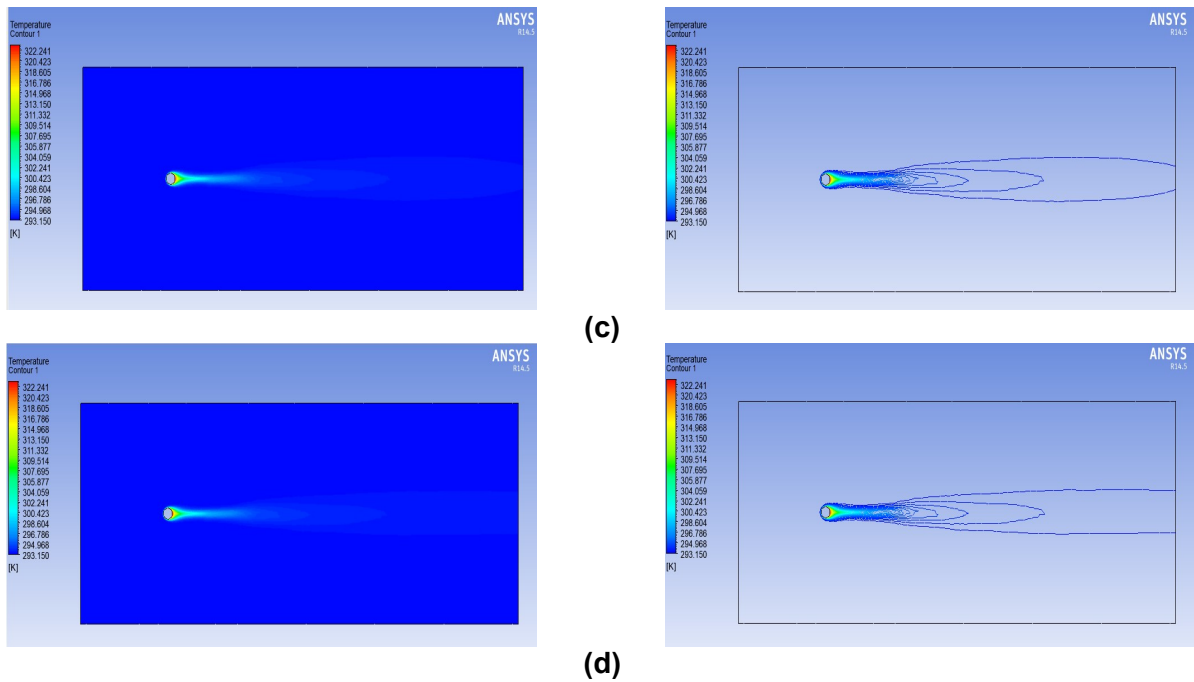


Figura 4-30: Isotermas para un número de Reynolds $Re=9$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=15$, (b) $t^*=30$, (c) $t^*=45$, (d) $t^*=60$ (Fuente: elaboración propia).

El flujo promedio de calor en el cilindro alcanza un valor de 33.384 W/m^2 . El coeficiente de transferencia de calor por convección alcanza un valor de $1.112 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°K}$. Por lo tanto, para el caso del número de Reynolds para un fluido del tipo de Ley de Potencia con $n=0,4$ el número de Nusselt alcanza un valor es de 9,3. En la Figura 4-31 se presenta el comportamiento del número de Nusselt con respecto al tiempo adimensional.

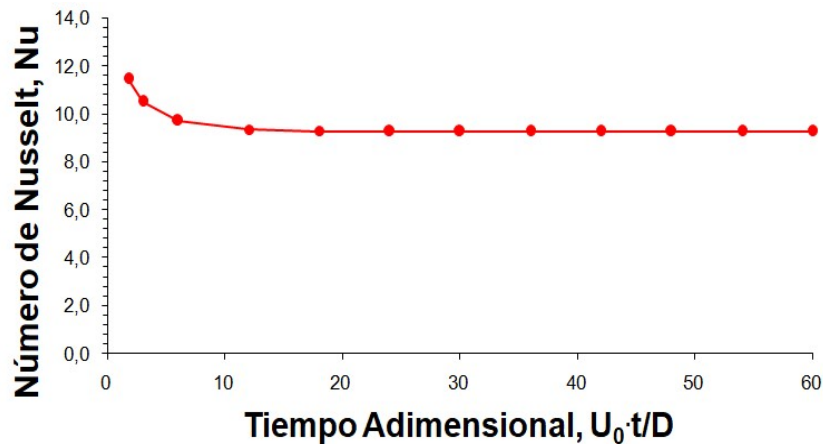


Figura 4-31: Número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{LP}=9$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia)

En la Figura 4-32 se presenta las isotermas para un número de Reynolds igual a 20 (velocidad promedio 0,01 [m/s]) para un fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia con $n=0,4$. El cilindro se encuentra a una temperatura constante de 323,15°C, cuyo valor es el máximo dentro de todo el dominio. De las isotermas se desprende que la máxima diferencia de temperatura se produce en el lado derecho del cilindro, esto debido a que el flujo de fluido en esta zona no tiene mayor influencia.

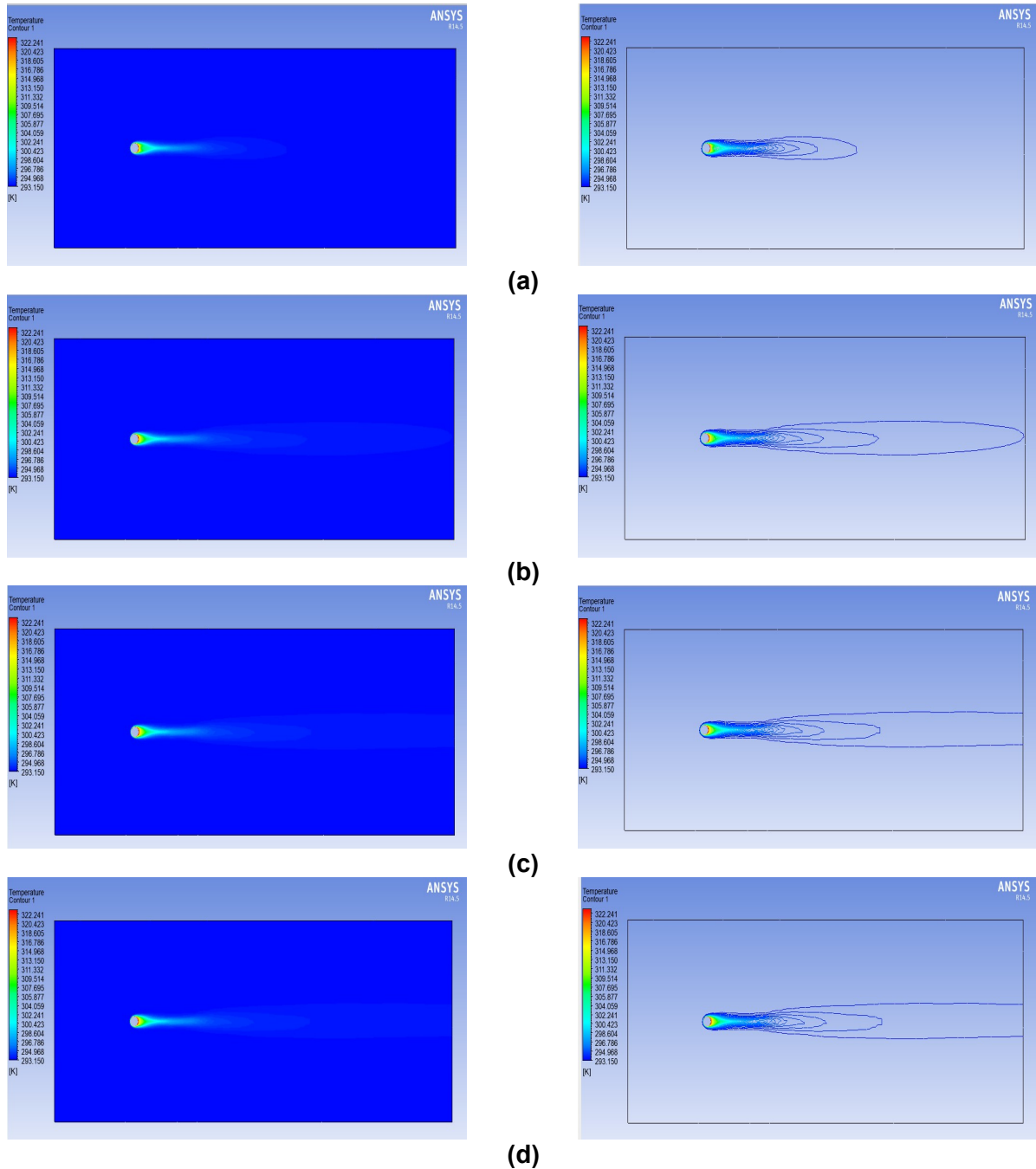


Figura 4-32: Isotermas para un número de Reynolds $Re=20$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=25$, (b) $t^*=50$, (c) $t^*=75$, (d) $t^*=100$ (Fuente: elaboración propia)

El flujo promedio de calor en el cilindro alcanza un valor de 47.618 W/m^2 . El coeficiente de transferencia de calor por convección alcanza un valor de $1.587 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{K}$. Por lo tanto, para el caso del número de Reynolds para un fluido del tipo de Ley de Potencia con $n=0,4$ el número de Nusselt alcanza un valor es de 13,2. En la Figura 4-33 se presenta el comportamiento del número de Nusselt con respecto al tiempo adimensional.

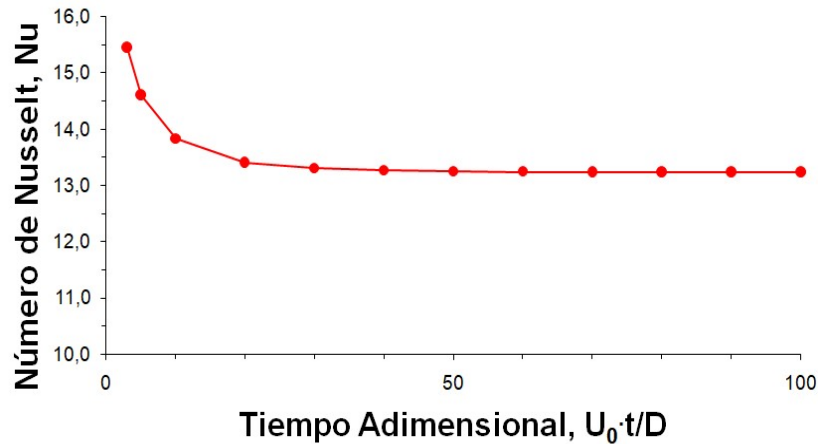
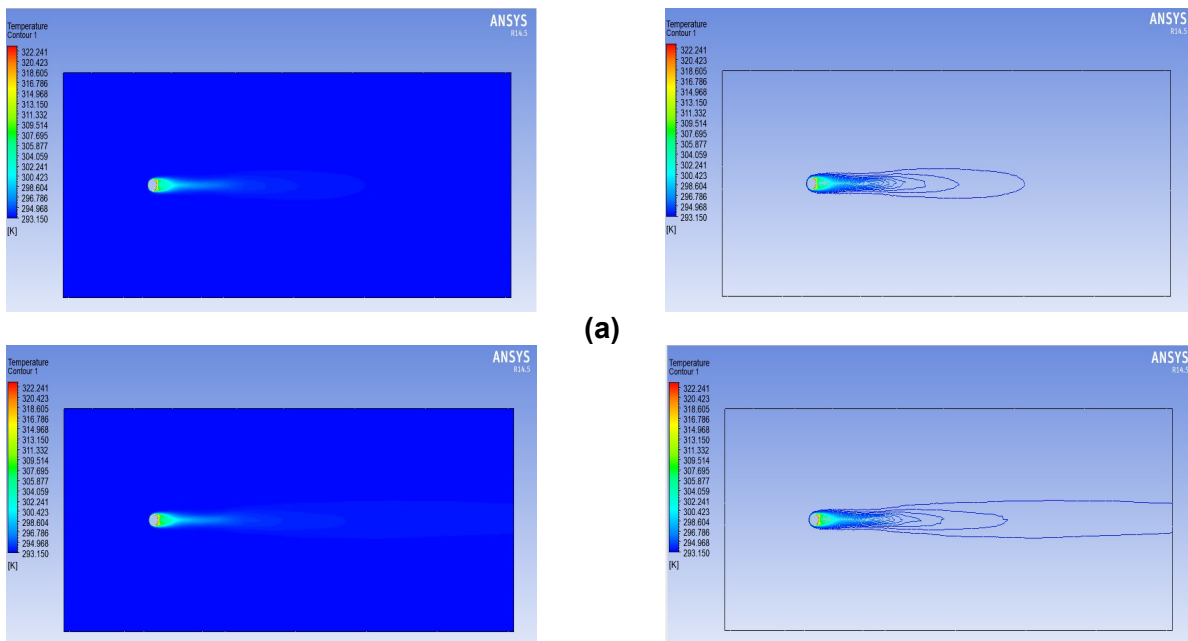


Figura 4-33: Número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{LP}=20$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-34 se presenta las isoterms para un número de Reynolds igual a 30 (velocidad promedio $0,013 \text{ [m/s]}$) para un fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia con $n=0,4$. El cilindro se encuentra a una temperatura constante de $323,15^\circ\text{C}$, cuyo valor es el máximo dentro de todo el dominio. De las isoterms se desprende que la máxima diferencia de temperatura se produce en el lado derecho del cilindro, esto debido a que el flujo de fluido en esta zona no tiene mayor influencia.



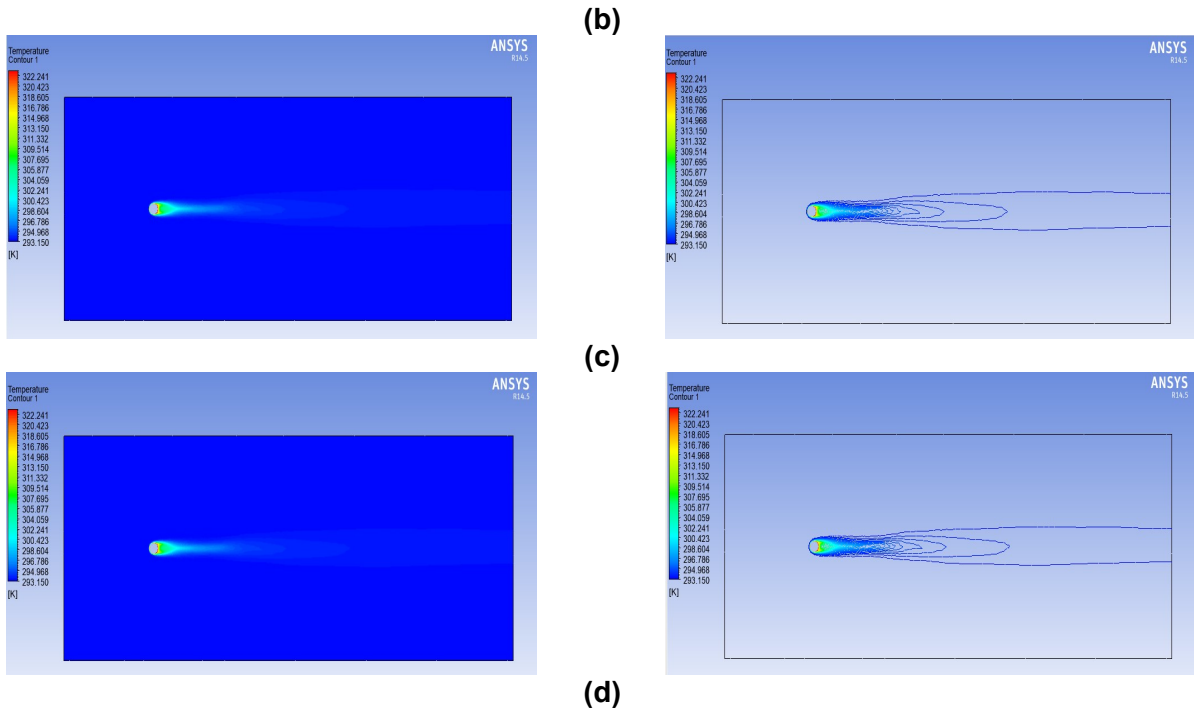


Figura 4-34: Isotermas para un número de Reynolds $Re=30$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=32,5$, (b) $t^*=65$, (c) $t^*=97,5$, (d) $t^*=130$ (Fuente: elaboración propia).

El flujo promedio de calor alcanza un valor de 58.544 W/m^2 . El coeficiente de transferencia de calor por convección alcanza un valor de $1.951 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{K}$. Por lo tanto, para el caso del número de Reynolds para un fluido del tipo de Ley de Potencia con $n=0,4$ el número de Nusselt alcanza un valor es de 16,3. En la Figura 4-35 se presenta el comportamiento del número de Nusselt con respecto al tiempo adimensional.

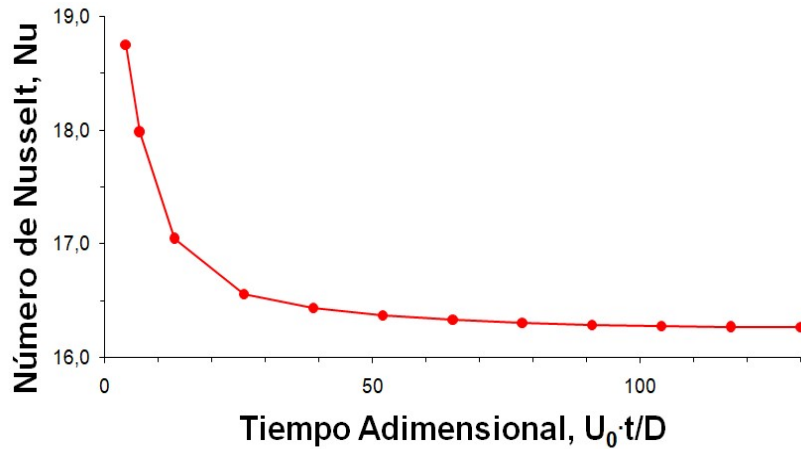


Figura 4-35: Número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{LP}=30$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia)

En la Figura 4-36 se presenta las isotermas para un número de Reynolds igual a 50 (velocidad promedio 0,017 [m/s]) para un fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia con $n=0,4$. El cilindro se encuentra a una temperatura constante de 323,15°C, cuyo valor es el máximo dentro de todo el dominio. De las isotermas se desprende que la máxima diferencia de temperatura se produce en el lado derecho del cilindro, esto debido a que el flujo de fluido en esta zona no tiene mayor influencia.

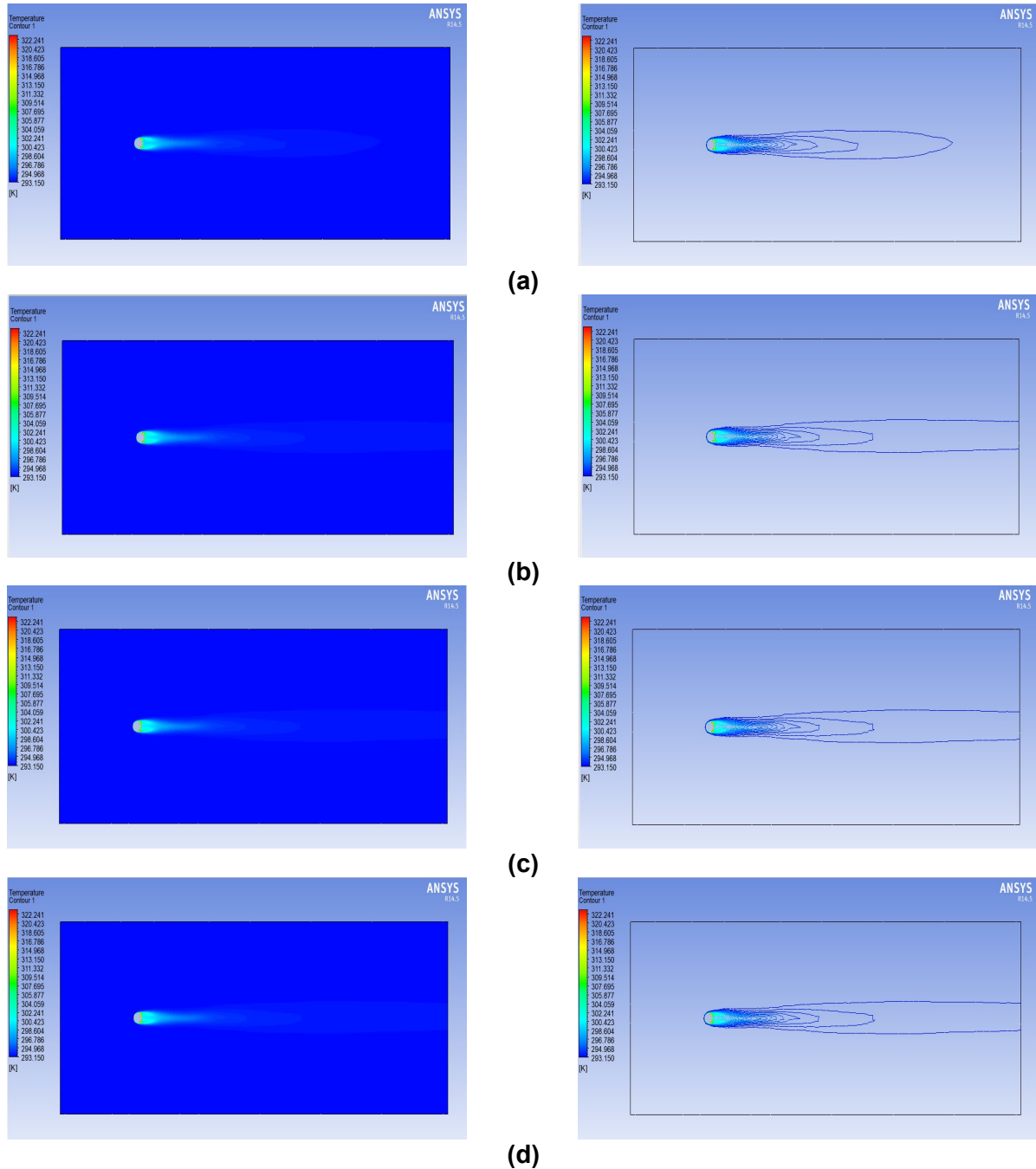


Figura 4-36: Isotermas para un número de Reynolds $Re=50$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=42,5$, (b) $t^*=85$, (c) $t^*=127,5$, (d) $t^*=170$ (Fuente: elaboración propia).

El flujo promedio de calor en el cilindro para tiempo adimensionales mayores a 150 alcanza un valor de 73.390 W/m^2 . El coeficiente de transferencia de calor por convección alcanza un valor de $2.446 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{K}$. Por lo tanto, para el caso del número de Reynolds para un fluido del tipo de Ley de Potencia con $n=0,4$ el número de Nusselt alcanza un valor es de 20,4. En la Figura 4-37 se presenta el comportamiento del número de Nusselt con respecto al tiempo adimensional.

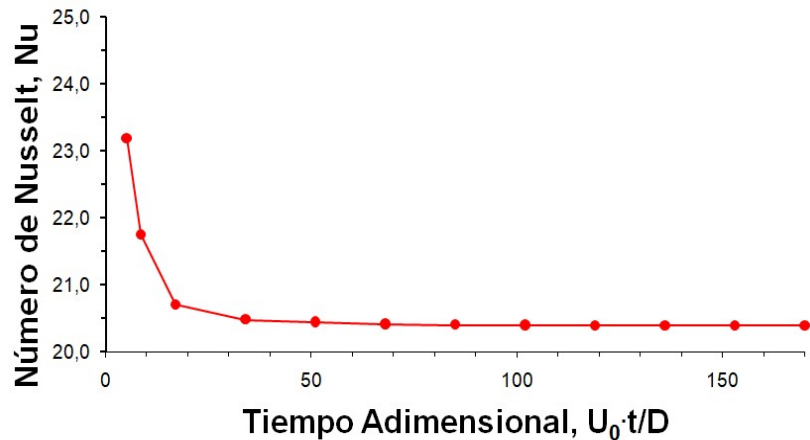
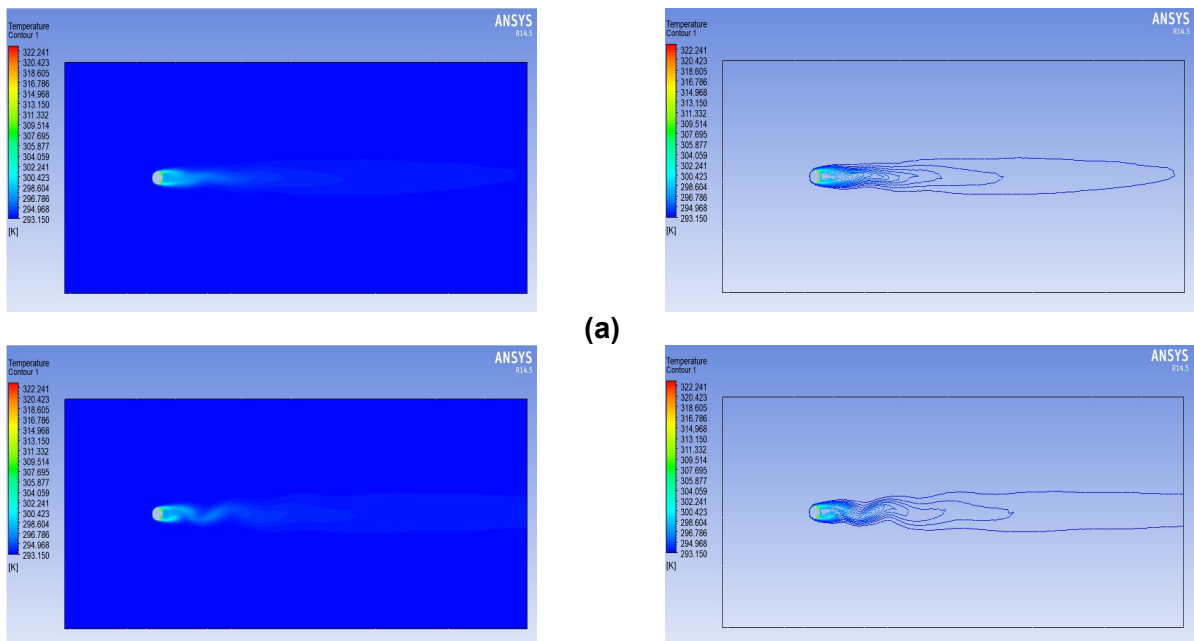


Figura 4-37: Número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{LP}=50$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-38 se presenta las isotermas para un número de Reynolds igual a 70 (velocidad promedio $0,021 \text{ [m/s]}$) para un fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia con $n=0,4$. El cilindro se encuentra a una temperatura constante de $323,15^\circ\text{C}$, cuyo valor es el máximo dentro de todo el dominio. De las isotermas se desprende que la máxima diferencia de temperatura se produce en el lado derecho del cilindro, esto debido a que el flujo de fluido en esta zona no tiene mayor influencia.



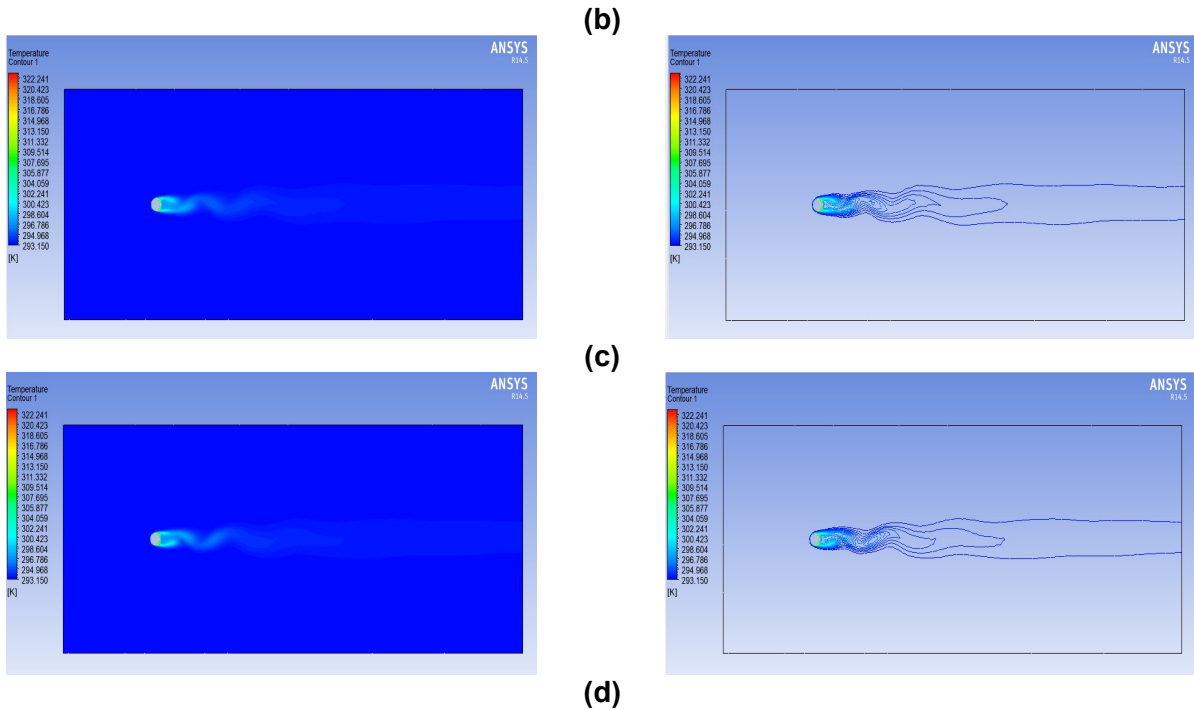


Figura 4-38: Isotermas para un número de Reynolds $Re=70$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=52,5$, (b) $t^*=105$, (c) $t^*=157,5$, (d) $t^*=210$ (Fuente: elaboración propia).

El flujo promedio de calor en el cilindro para tiempo adimensionales mayores a 150 alcanza un valor de 87510 W/m^2 . El coeficiente de transferencia de calor por convección alcanza un valor de $2.917 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$. Por lo tanto, para el caso del número de Reynolds para un fluido del tipo de Ley de Potencia con $n=0,4$ el número de Nusselt alcanza un valor es de 24,3. En la Figura 4-39 se presenta el comportamiento del número de Nusselt con respecto al tiempo adimensional.

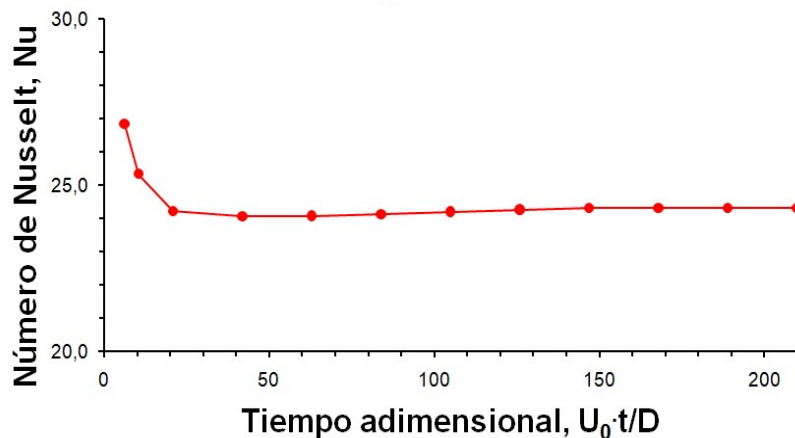


Figura 4-39: Número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{LP}=70$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-40 se presenta las isotermas para un número de Reynolds igual a 100 (velocidad promedio 0,026 [m/s]) para un fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia con $n=0,4$. El cilindro se encuentra a una temperatura constante de $323,15^{\circ}\text{C}$, cuyo valor es el máximo dentro de todo el dominio. De las isotermas se desprende que la máxima diferencia de temperatura se produce en el lado derecho del cilindro, esto debido a que el flujo de fluido en esta zona no tiene mayor influencia

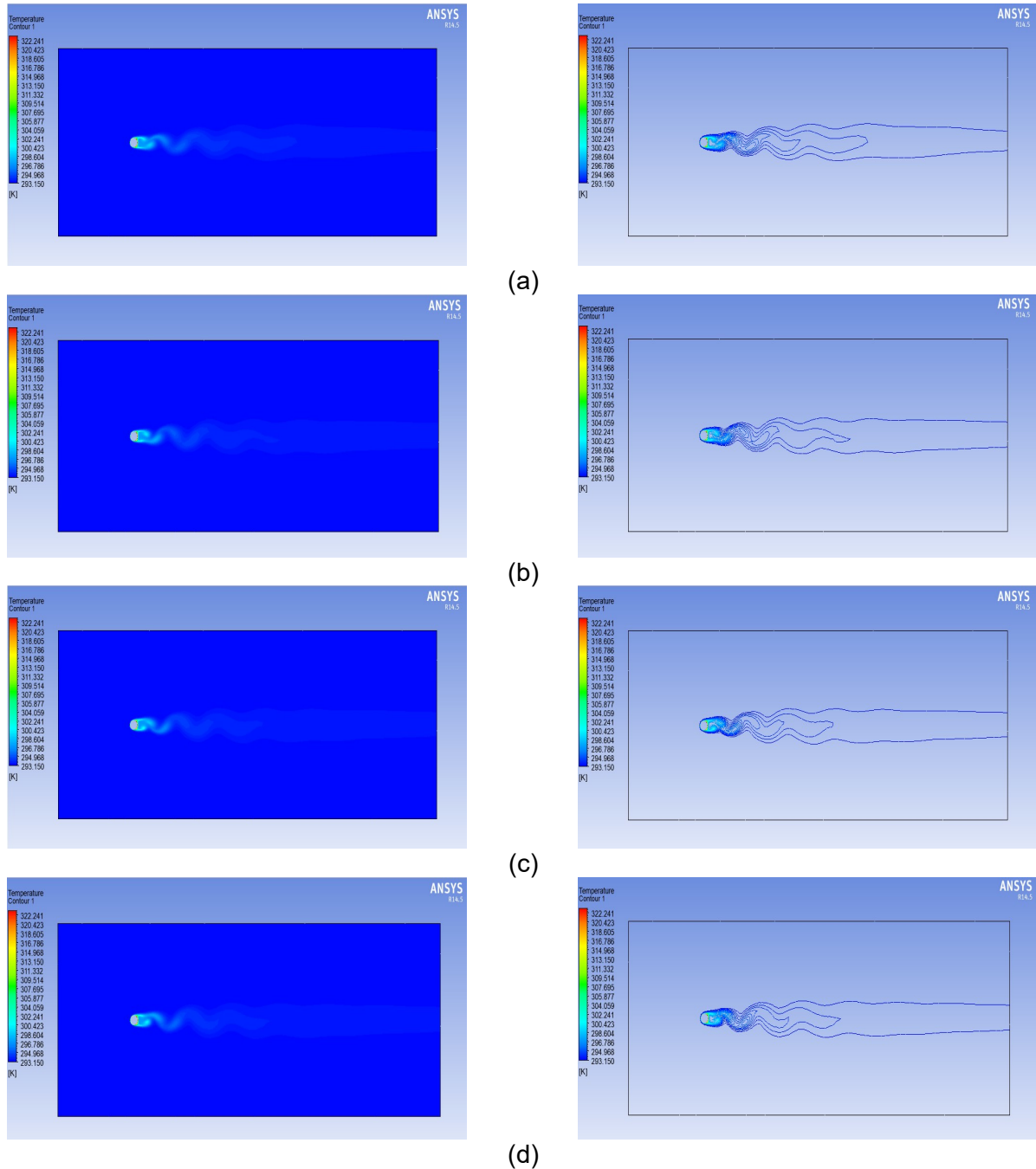


Figura 4-40: Isotermas para un número de Reynolds $Re=100$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=65$, (b) $t^*=130$, (c) $t^*=195$, (d) $t^*=260$ (Fuente: elaboración propia)

El flujo promedio de calor en el cilindro para tiempo adimensionales mayores a 150 alcanza un valor de 105173 W/m^2 . El coeficiente de transferencia de calor por convección alcanza un valor de $3506 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{K}$. Por lo tanto, para el caso del número de Reynolds para un fluido del tipo de Ley de Potencia con $n=0,4$ el número de Nusselt alcanza un valor es de 29,2. En la Figura 4-41 se presenta el comportamiento del número de Nusselt con respecto al tiempo adimensional.

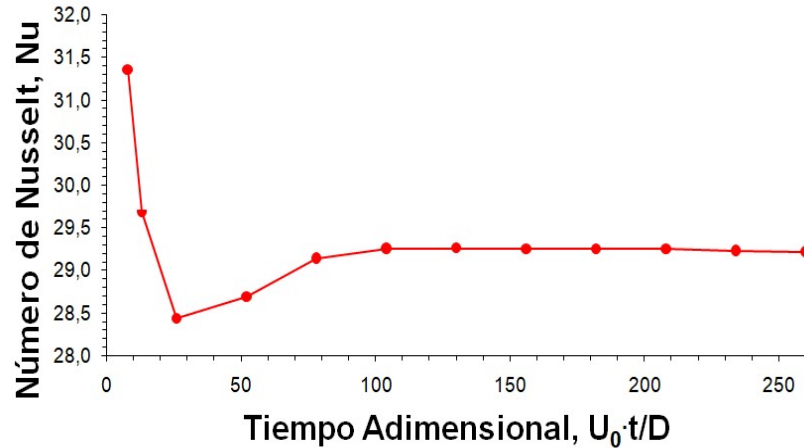
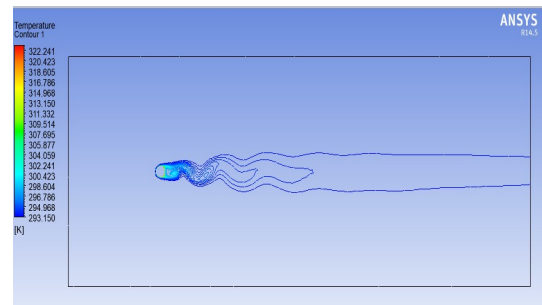
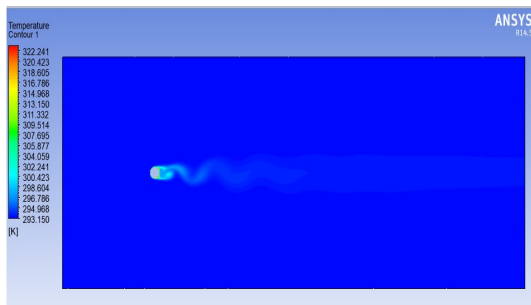
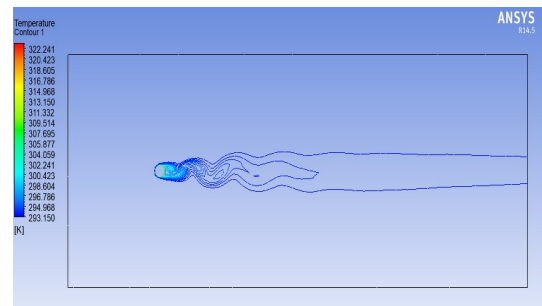
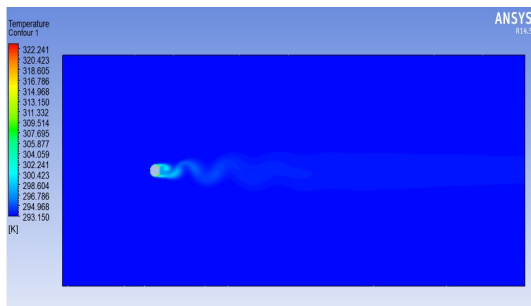


Figura 4-41: Número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{LP}=100$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-42 se presenta las isotermas para un número de Reynolds igual a 160 (velocidad promedio $0,036 \text{ [m/s]}$) para un fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia con $n=0,4$. El cilindro se encuentra a una temperatura constante de $323,15^\circ\text{C}$, cuyo valor es el máximo dentro de todo el dominio. De las isotermas se desprende que la máxima diferencia de temperatura se produce en el lado derecho del cilindro, esto debido a que el flujo de fluido en esta zona no tiene mayor influencia.



(a)



(b)

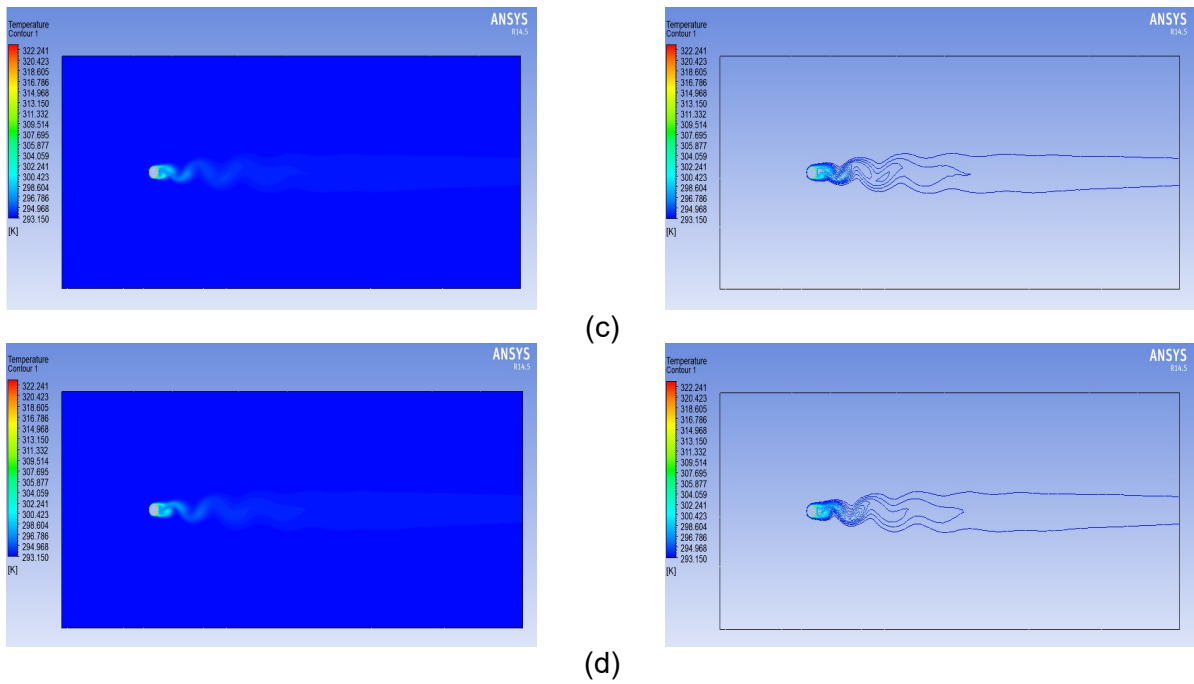


Figura 4-42: Isotermas para un número de Reynolds $Re=160$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=90$, (b) $t^*=180$, (c) $t^*=270$, (d) $t^*=360$ (Fuente: elaboración propia)

El flujo promedio de calor en el cilindro para tiempo adimensionales mayores a 150 alcanza un valor de 166592 W/m^2 . El coeficiente de transferencia de calor por convección alcanza un valor de $5553 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$. Por lo tanto, para el caso del número de Reynolds para un fluido del tipo de Ley de Potencia con $n=0,4$ el número de Nusselt alcanza un valor es de 46,3. En la Figura 4-43 se presenta el comportamiento del número de Nusselt con respecto al tiempo adimensional.

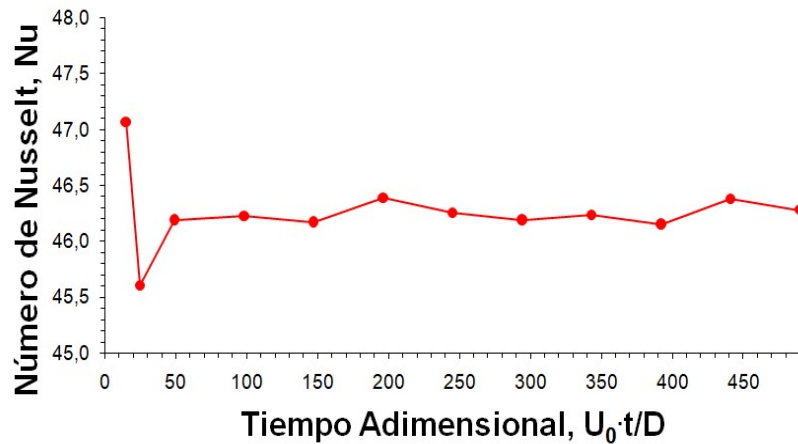


Figura 4-43: Número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{LP}=260$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 4-44 se presenta las isotermas para un número de Reynolds igual a 260 (velocidad promedio 0,049 [m/s]) para un fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia con $n=0,4$. El cilindro se encuentra a una temperatura constante de 323,15°C, cuyo valor es el máximo dentro de todo el dominio. De las isotermas se desprende que la máxima diferencia de temperatura se produce en el lado derecho del cilindro, esto debido a que el flujo de fluido en esta zona no tiene mayor influencia.

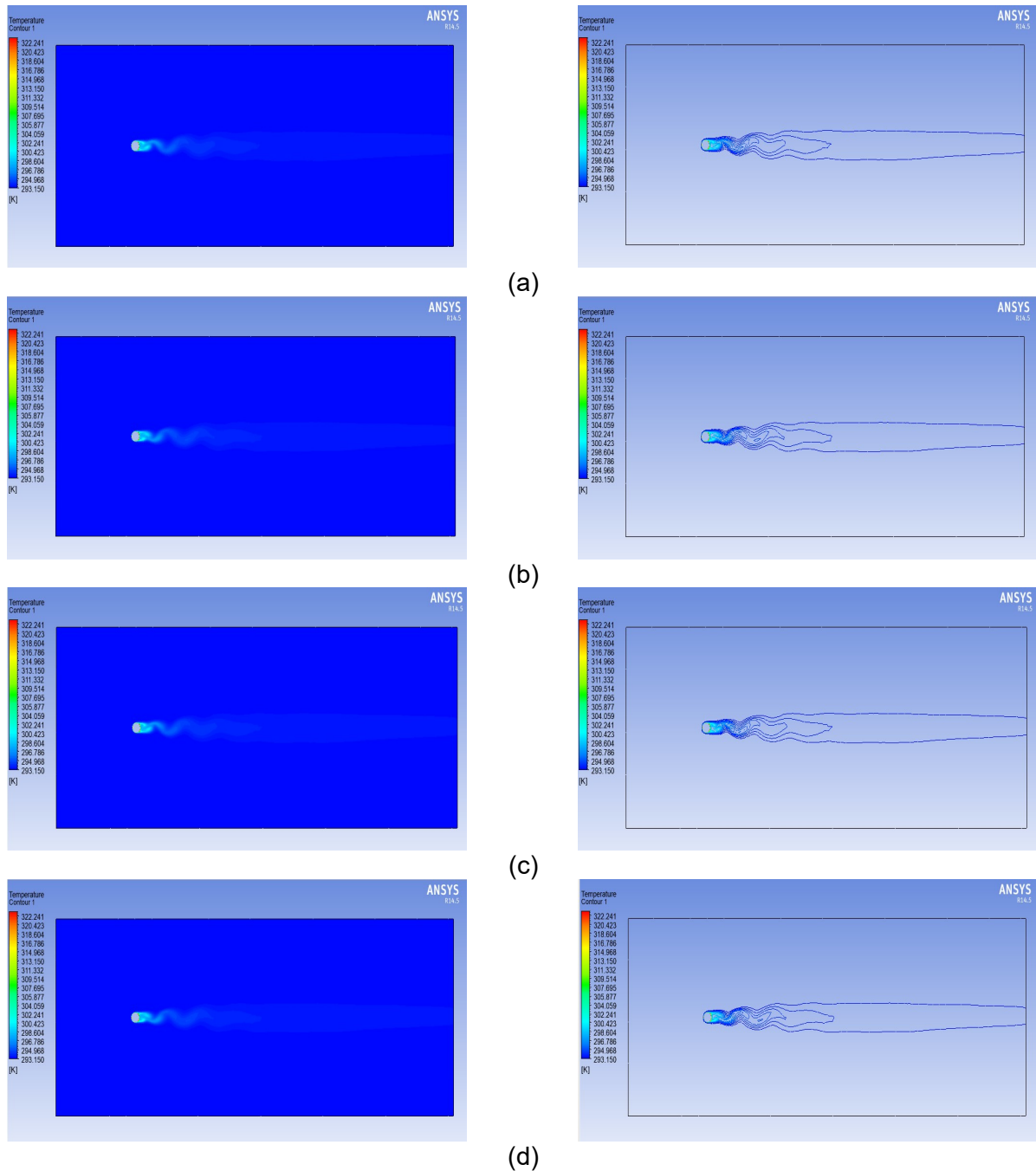


Figura 4-44: Isotermas para un número de Reynolds $Re=260$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=122,5$, (b) $t^*=245$, (c) $t^*=367,5$, (d) $t^*=490$ (Fuente: elaboración propia)

En la Figura 4-45 se presenta un gráfico en el cual se relaciona los valores obtenidos para el número de Nusselt (Nu) con respecto al número de Reynolds estudiados. Además, se incluye en el gráfico en número de Nusselt para un fluido Newtoniano, con el fin de comparar el comportamiento entre ambos fluidos.

Según el comportamiento obtenido de la transferencia de calor, se puede determinar una curva de ajuste del tipo:

$$N_{u,LP} = 1,02 \cdot R_{e,LP}^n P_{r,LP}^n \quad (4-38)$$

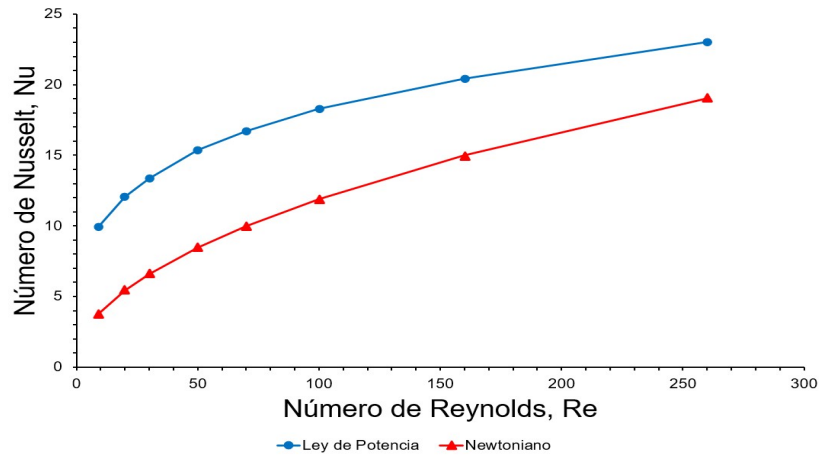


Figura 4-45: Gráfico del comportamiento del número de Nusselt con respecto al número de Reynolds para un fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia con $n=0,4$ y para un fluido newtoniano (Fuente: elaboración propia)

En la Figura 4-46 se muestra un gráfico resumen del comportamiento del número de Nusselt N_u y el tiempo adimensional. De este gráfico se desprende que a medida que el número de Reynolds va en aumento, el número de Nusselt también aumenta.

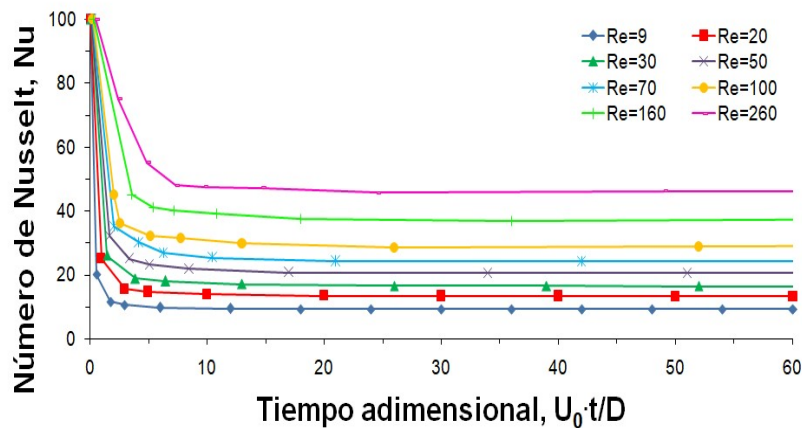


Figura 4-46: Gráfico del comportamiento del número de Nusselt con respecto al tiempo adimensional para diferentes números de Reynolds para un fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia con $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

4.7 Conclusiones

Del estudio de la mecánica de fluidos en el enfrentamiento de un fluido no newtoniano del tipo Ley de potencia con un índice de potencia igual a 0,4 y un cuerpo cilíndrico con un comportamiento laminar se puede concluir lo siguiente:

- A partir del número de Reynolds de Ley de potencia igual a 50, comienza el desprendimiento de vórtices. La amplitud de las oscilaciones del coeficiente de sustentación alcanza un valor máximo de 0,0755. Además, el período de oscilaciones del coeficiente de sustentación es de 4,5 segundos. El número de Strouhal para este caso es de 0,105.
- El coeficiente de arrastre para un número de Reynolds de Ley de Potencia igual a 70, alcanza un valor constante de 1,15.
- Se determinan una relación entre el número de Reynolds de Ley de Potencia y el coeficiente de arrastre de la forma $C_D = 17,2 \cdot Re_{LP}^{-0,5}$.
- Se determina una relación entre el número de Strouhal y el número de Reynolds de Ley de Potencia de la forma $St = 0,013 \cdot Re_{LP}^{2n/(2-n)}$.

Del estudio de la transferencia de calor en el enfrentamiento de un fluido no newtoniano del tipo Ley de potencia con un índice de potencia igual a 0,4 y un cuerpo cilíndrico con un comportamiento laminar se puede concluir lo siguiente:

- A medida que el número de Reynolds de Ley de potencia aumenta, el número de Nusselt incrementa su valor, por lo tanto, la velocidad de entrada a la cavidad cilíndrica toma importancia en el tipo de transferencia de calor. Para números de Reynolds bajo, esto implica velocidad de entrada baja en la cavidad cilíndrica, el número de Nusselt tiende a un valor unitario, por lo que el método de transferencia de calor se caracteriza como conductivo. En el caso de mayores números de Reynolds, el método de transferencia de calor es de características convectivas. Esto se explica debido a que el medio fluido al tener una temperatura menor a cuerpo cilíndrico D, y poseer una mayor velocidad de transporte, aumenta la tasa de transferencia de calor entre ellos.
- Se determina una relación entre el número de Reynolds de Ley de Potencia, el número de Prantl y el número de Nusselt de la forma $Nu = 1,02 \cdot Re_{LP}^n \cdot Pr_{LP}^n$

CAPÍTULO 5

GENERACIÓN DE VÓRTICES ALREDEDOR DE UN CUERPO ENFRENTADO CON UN FLUIDO NO NEWTONIANO EN RÉGIMEN TURBULENTO

5.1 Resumen

En este capítulo se realiza el estudio transiente de la mecánica de fluidos y transferencia de calor de un fluido no newtoniano en régimen turbulento, el cual ingresa el flujo de fluido a una cavidad y enfrenta a un cilindro fijo de diámetro D . La cavidad, que contendrá el fluido, posee dimensiones de ancho $20 \cdot D$ y largo $50 \cdot D$.

La entrada de flujo a la cavidad se impone con una velocidad y temperatura constante, mientras que en la salida de la cavidad se impone la condición de presión manométrica igual a 0 y de temperatura constante. Las paredes de la cavidad se encuentran aisladas térmicamente ($Q=0$). El cilindro fijo de diámetro D , posee una temperatura constante y de mayor valor.

En este caso el fluido no newtoniano en estudio es un fluido del tipo *ley de potencia*, se caracteriza como un fluido del tipo *pseudoplástico*, con un índice de potencia $n=0,4$.

El análisis del comportamiento del flujo de fluido, tanto en la mecánica de fluidos como la transferencia de calor, se realiza para números de Reynolds igual a $3,3 \times 10^3$, $1,6 \times 10^4$, $3,3 \times 10^4$, $3,3 \times 10^5$. El número de Prandtl varía entre $0,6 \leq Pr \leq 3,6$.

El modelo de turbulencia utilizado en todas las simulaciones es el modelo LES (Large Eddy Simulation).

Como principales resultados se entregan las líneas de corriente, isothermas, además de estimar el valor del coeficiente de arrastre, el coeficiente de sustentación, la frecuencia en la generación de vórtices y el número de Strouhal (St) para los diferentes números de Reynolds y tipos de fluidos no newtonianos.

5.2 Objetivos

5.2.1 Objetivos Generales

Los objetivos de este capítulo son los siguientes:

- Describir el comportamiento de la mecánica de fluidos en la generación de vórtices alrededor del cuerpo cilíndrico D enfrentándose al fluido no newtoniano del tipo Ley de potencia con un índice de potencia de valor 0,4.

- Describir el comportamiento de la transferencia de calor a través de las isothermas generadas alrededor del cuerpo cilíndrico D, el cual se enfrenta al fluido no newtoniano del tipo Ley de potencia con un índice de potencia de valor 0,4.

5.2.2 Objetivos Específicos

Los objetivos específicos de este capítulo son los siguientes:

- Elaborar un gráfico donde se relacione el coeficiente de sustentación con respecto al tiempo adimensional para los diferentes números adimensionales de Reynolds (Re).
- Elaborar un gráfico donde se relacione el coeficiente de arrastre con respecto al tiempo adimensional para los diferentes números adimensionales de Reynolds (Re).
- Elaborar un gráfico donde se relación el coeficiente de arrastre con respecto al número adimensional de Reynolds.
- Elaborar un gráfico donde se relacione el número de Reynolds con respecto al número de Strouhal (St).
- Mostrar las líneas de corrientes generadas alrededor del cuerpo cilíndrico D para cada caso en estudio, esto es para número de Reynolds (Re) igual a $3,3 \times 10^3$, $1,6 \times 10^4$, $3,3 \times 10^4$, $3,3 \times 10^5$.
- Mostrar las isothermas generadas alrededor del cuerpo cilíndrico D para los diferentes casos en estudio, esto es para número de Reynolds (Re) igual a $3,3 \times 10^3$, $1,6 \times 10^4$, $3,3 \times 10^4$, $3,3 \times 10^5$.
- Elaborar un gráfico donde se relaciones el número adimensional de Nusselt (Nu) con respecto al tiempo simulado para los diferentes números adimensionales de Reynolds (Re).

5.3 Nomenclatura

D	: Diámetro, [m]
u, v	: Velocidad, [m/s]
C _p	: Calor específico a p=cte, [J/kg°K]
T	: Temperatura, [°K]
x,y	: Coordenadas, [m]
T	: Tiempo, [s]
k	: Conductividad térmica, [W/m°K]
U _o	: Velocidad media entrada, [m/s]
Re	: Número Reynolds, [adim]
St	: Número Strouhal, [adim]
Nu	: Número Nusselt, [adim]
Pr	: Número Prandtl, [adim]
l _c	: Longitud características, [m]
f	: frecuencia, [1/s]
h	: coeficiente transferencia de calor por convección [W/m ² °K]
C _D	: Coeficiente de arrastre
C _L	: Coeficiente de sustentación
K	: índice de consistencia, [kg/m·s]
n	: índice de potencia
t*	: tiempo adimensional, [adim]

Letras Griegas

ρ	: Densidad, [kg/m ³]
μ	: Viscosidad dinámica [kg/m·s]
ν	: Viscosidad cinemática, [m ² /s]

Subíndices

min	: mínima
max	: máxima
LP	: ley de potencia
c	: crítica
*	: adimensional

5.4 Situación Física y Modelo Matemático

En la Figura 5-1 se muestra la situación física en estudio, que corresponde al ingreso y egreso de un fluido no newtoniano a una cavidad de ancho $20 \cdot D$ y largo $50 \cdot D$, enfrentando a un cilindro fijo de diámetro D ubicados en el centro de esta cavidad. Este el cilindro fijo y la entrada del fluido existe una distancia de $10 \cdot D$.

El ingreso del flujo en la cavidad se realiza a una velocidad U_0 y temperatura T_{\min} ambas constantes. En la salida de la cavidad se considera una presión manométrica constante e igual a 0 y a una temperatura T_{\min} constante. Tanto la pared superior e inferior de la cavidad se encuentra aisladas térmicamente ($Q=0$). El cilindro es fijo y se impone una temperatura constante T_{\max} . Las paredes superior e inferior de la cavidad y los cilindros D se considera la condición de no deslizamiento.

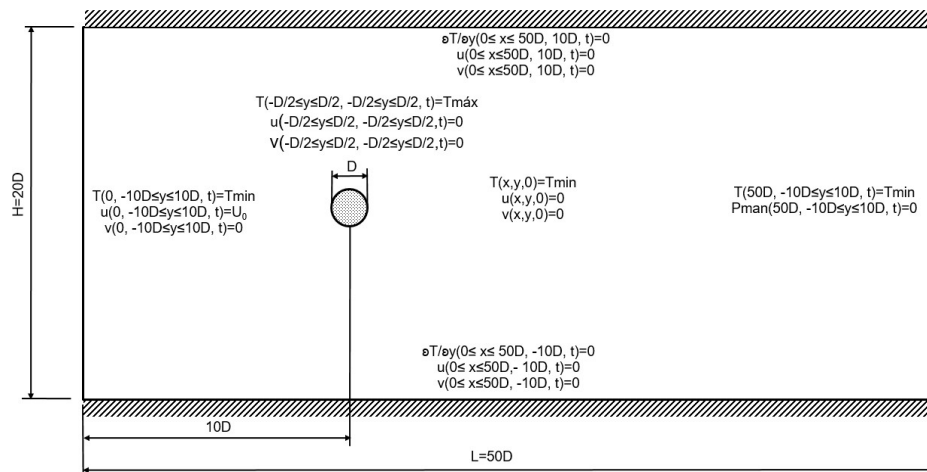


Figura 5-1: Esquema de la situación física (Fuente: elaboración propia)

En la Tabla 5-1 se presentan las propiedades físicas del fluido de trabajo, las cuales se mantienen constantes.

Tabla 5-1: Características del fluido (Fuente: Propipe, 2011)

Item		Valor	Unidad
Densidad	ρ	1853,4	[kg/m ³]
Viscosidad	K	0,009	[kg/m_s]
Calor específico	C_p	3230,4	[J/kg_°K]
Conductividad térmica	k	1,2	[W/m_°K]
Temperatura	T_{fluido}	293,15	[°K]

Las suposiciones del problema son las siguientes:

- Problema bidimensional.
- Régimen turbulento.

- Transiente.
- Propiedades constantes.
- Fluido no newtoniano.
- Fluido incompresible.

Se presentan las ecuaciones gobernantes para la situación física mostrada anteriormente:

Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (5-1)$$

Ecuación de momento en x:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \left[\frac{\partial}{\partial x} (\bar{\tau}_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\tau}_{yx}) \right] \quad (5-2)$$

Ecuación de momento en y:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - \left[\frac{\partial}{\partial x} (\bar{\tau}_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\tau}_{yy}) \right] \quad (5-3)$$

Los esfuerzos en las ecuaciones de momento lineal se definen como:

$$\bar{\tau}_{yy} = -\eta \left(2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) ; \quad \bar{\tau}_{xx} = -\eta \left(2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) ; \quad \bar{\tau}_{xy} = \bar{\tau}_{yx} = -\eta \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) \quad (5-4)$$

Donde el término η es la viscosidad aparente. La viscosidad aparente utilizada en este trabajo, es representada por la del modelo de ley de potencia (Ostwald de Waele) que se muestra en la ecuación (5-5).

$$\eta = K \cdot \dot{\gamma}^{n-1} \quad (5-5)$$

El n que se muestra en la ecuación (5-5) corresponde al índice de potencia. Con este índice de potencia se puede definir el tipo de fluido como se muestra en la ecuación (5-6).

$$\eta = \begin{cases} n < 1 & \text{fluido pseudoplástico} \\ n = 1 & \text{fluido newtoniano} \\ n > 1 & \text{fluido dilatante} \end{cases} \quad (5-6)$$

El coeficiente $\dot{\gamma}$ que se muestra en la ecuación (5-7) corresponde a la velocidad de deformación. Este comportamiento, propio de los fluidos, se describe de la siguiente forma:

$$\dot{\gamma} = \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right)^2 \right] + \left[\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5-7)$$

Reemplazando las ecuaciones (5-4) en las ecuaciones (5-2) y (5-3) se obtiene las ecuaciones de momento lineal más generales y utilizadas. Su forma es:

Ecuación de momento en x:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right) - \rho \frac{\partial (\overline{u'^2})}{\partial x} - \rho \frac{\partial (\overline{u'v'})}{\partial y} \quad (5-8)$$

Ecuación de momento en y:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \eta \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} \right) - \rho \frac{\partial (\overline{u'v'})}{\partial x} - \rho \frac{\partial (\overline{v'^2})}{\partial y} \quad (5-9)$$

Ecuación de energía del fluido:

$$\rho C_p \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} \right) - \rho C_p \frac{\partial (\overline{u'T'})}{\partial x} - \rho C_p \frac{\partial (\overline{v'T'})}{\partial y} \quad (5-10)$$

En el caso del fluido no newtoniano del tipo ley de potencia, se considera los siguientes parámetros adimensionales:

Número de Reynolds Ley de Potencia ($R_{e,LP}$): El número de Reynolds característico para un fluido del tipo ley de potencia se presenta a continuación:

$$R_{e,LP} = \frac{\rho \cdot U_0^{2-n} \cdot l_c^n}{K} \quad (5-11)$$

La forma de este número de Reynolds posee la característica de que al ingresar un índice de potencia $n=1$ (condición de un fluido newtoniano), el número de Reynolds toma la forma tradicionalmente conocido.

Número de Reynolds Crítico Ley de Potencia ($R_{ec,LP}$): Es el número adimensional para el cual se tiene el inicio de la separación del flujo y el inicio de los regímenes de desprendimiento de vórtices laminares (Chhabra, 2011).

Número de Strouhal (S_t): es la constante proporcional adimensional entre la frecuencia predominante de desprendimiento de vórtices y la velocidad de flujo libre (Blevins, 2001).

$$S_t = \frac{f \cdot l_c}{U_0} \quad (5-12)$$

Número de Nusselt (N_u): representa la expresión adimensional del flujo de calor transferido entre un fluido y un sólido (o viceversa). Entre sea el número de Nusselt, más eficaz es la convección (Cengel, 2007).

$$N_u = \frac{h \cdot l_c}{k_{fluido}} \quad (5-13)$$

Número de Prandtl (Pr): representa el cociente entre la velocidad de difusión de la cantidad de momento y la difusividad térmica (Cengel, 2007).

Para el caso de un fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia, el número de Prandtl se representa como sigue:

$$Pr = \frac{C_p \cdot \mu \left(\frac{U_0}{l_c} \right)^{n-1}}{k_{fluido}} \quad (5-14)$$

Coefficiente de arrastre (C_D): cantidad adimensional que se usa para cuantificar el arrastre o resistencia de un objeto en un medio fluido. El coeficiente de arrastre se expresa como:

$$C_D = \frac{2 \cdot F_D}{\rho \cdot U_0^2 \cdot A} \quad (5-15)$$

Coefficiente de sustentación (C_L): cantidad adimensional que se usa para cuantificar la sustentación de un objeto en un medio fluido. El coeficiente de sustentación se expresa como:

$$C_L = \frac{2 \cdot F_L}{\rho \cdot U_0^2 \cdot A} \quad (5-16)$$

En la Tabla 5-2 se muestra las velocidades de flujo para los diferentes números de Reynolds para un fluido del tipo ley de potencia:

Tabla 5-2: Velocidad de flujo para diferentes números de Reynolds en un fluido del tipo Ley de Potencia con $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

Diámetro Cilindro	Número Reynolds Ley de Potencia	Velocidad Flujo	Número Prandtl Ley de Potencia
D [m]	$Re_{e,LP}$	U_0	$P_{r,LP}$ [---]
0,01	$3,3 \times 10^3$	0,24	3,6
0,01	$1,6 \times 10^4$	0,65	2,0
0,01	$3,3 \times 10^4$	1,00	1,5
0,01	$3,3 \times 10^5$	4,2	0,6

Las condiciones iniciales y de borde del problema son presentadas a continuación:

Condiciones iniciales:

$$\bar{T}_{cavidad}(t=0) = T_{\min} \quad (5-17)$$

$$\bar{T}_{cilindro}(t=0) = T_{\max} \quad (5-18)$$

$$\bar{u}(t=0) = U_0 \quad (5-19)$$

Condiciones de borde:

$$\bar{v}(y=10D, 0 \leq x \leq 50D, t) = 0 \quad (5-20)$$

$$\bar{u}(y=10D, 0 \leq x \leq 50D, t) = 0 \quad (5-21)$$

$$\bar{v}(y=-10D, 0 \leq x \leq 50D, t) = 0 \quad (5-22)$$

$$\bar{u}(y=-10D, 0 \leq x \leq 50D, t) = 0 \quad (5-23)$$

$$\bar{v}(-10D \leq y \leq 10D, x=0, t) = 0 \quad (5-24)$$

$$\bar{u}(-10D \leq y \leq 10D, x=0, t) = U_0 \quad (5-25)$$

$$P_{man}(-10D \leq y \leq 10D, x=50D, t) = 0 \quad (5-26)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial y}(0 \leq x \leq 50D, 10D, t) = 0 \quad (5-27)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y}(0 \leq x \leq 50D, 10D, t) = 0 \quad (5-28)$$

$$\bar{T}(-10D \leq y \leq 10D, x = 0, t) = T_{\min} \quad (5-29)$$

$$\bar{T}(-10D \leq y \leq 10D, x = 50D, t) = T_{\min} \quad (5-30)$$

$$\bar{T}_{cylinder} = T_{\max} \quad (5-31)$$

5.5 Implementación Computacional

El problema bidimensional presentado, se resuelve utilizando el método de volúmenes finitos mediante el software Fluent versión 14.5.

El criterio de diferencia entre iteraciones consiste en comparar la diferencia entre los resultados obtenidos en una iteración k , en todos los nodos, y los resultados obtenidos en la iteración anterior $k-1$, con un valor máximo de error admitido, para cada una de las variables que se desean calcular

$$|\phi(i, j)_k - \phi(i, j)_{k-1}| \leq \varepsilon \quad (5-32)$$

En las simulaciones realizadas se usa el criterio de convergencia que muestra la ecuación (5-33).

$$\varepsilon \leq 1 \times 10^{-3} \quad (5-33)$$

El paso de tiempo utilizado en todas las simulaciones se considera constante $\Delta t = 0,01$ [s]. El tiempo total simulado es de 100 [s].

En la Figura 5-2 se muestra el mallado utilizado en la resolución de los casos simulados en este capítulo. Se utiliza un total de 16.944 elementos.

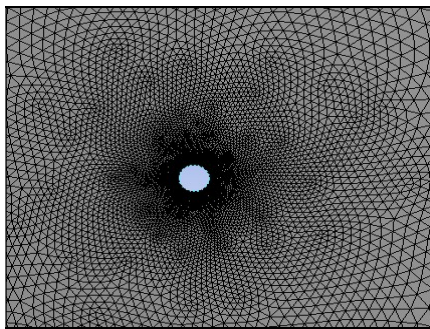


Figura 5-2: Malla variable

5.6 Presentación, Análisis y Discusión de Resultados

5.6.1 Resultados de la Mecánica de Fluidos

En la Figura 5-3 se muestra la evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia igual a $3,3 \times 10^3$ cuyo régimen de flujo es turbulento. Antes del tiempo adimensional $t^*=15$, el comportamiento del coeficiente de arrastre es inestable. El valor promedio del coeficiente de arrastre alcanza un valor de 1.

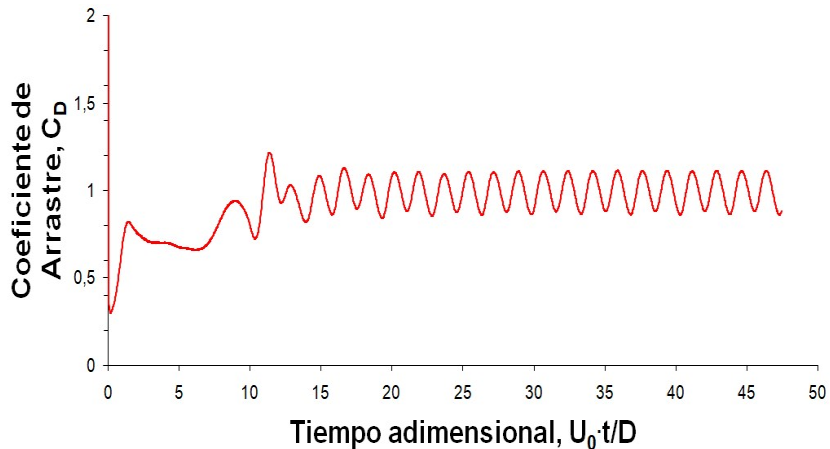


Figura 5-3: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $R_{e,LP}=3,3 \times 10^3$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 5-4 se muestra la evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia igual a $3,3 \times 10^3$ cuyo régimen de flujo es turbulento. A partir del tiempo adimensional $t^*=15$, el comportamiento del coeficiente de sustentación se hace estable. El período de oscilación del coeficiente de sustentación es de $T=6,8$ [s], por lo tanto, la frecuencia es de $6,8$ [1/s]. La amplitud de la oscilación del coeficiente de sustentación es de 1. El número de Strouhal ($St=fD/U_0$) es de $0,287$.

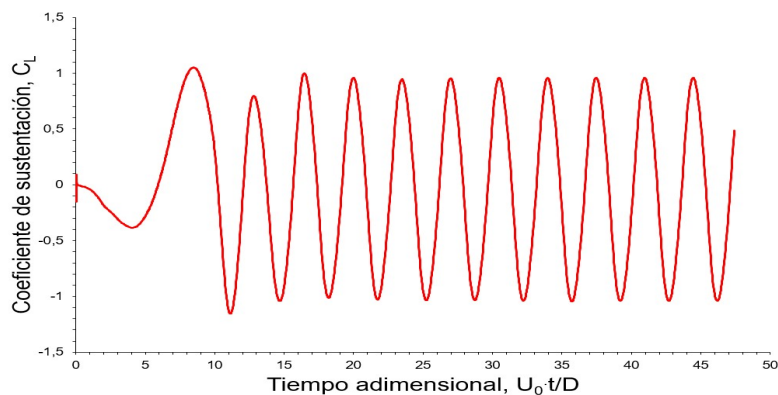


Figura 5-4: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $R_{e,LP}=3,3 \times 10^3$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 5-5 se presenta las líneas de corrientes para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($Re_{e,LP}$) igual a $3,3 \times 10^3$. Los tiempos adimensionales presentados son 592,5, 1185, 1777,5, 2370. De las líneas de corrientes se desprende que alrededor del cilindro D se forman dos estelas las cuales se unen a $1D$ con respecto al cilindro D, para luego generar los vórtices, los cuales se disipan a una distancia de $10D$ aproximadamente con respecto al cilindro.

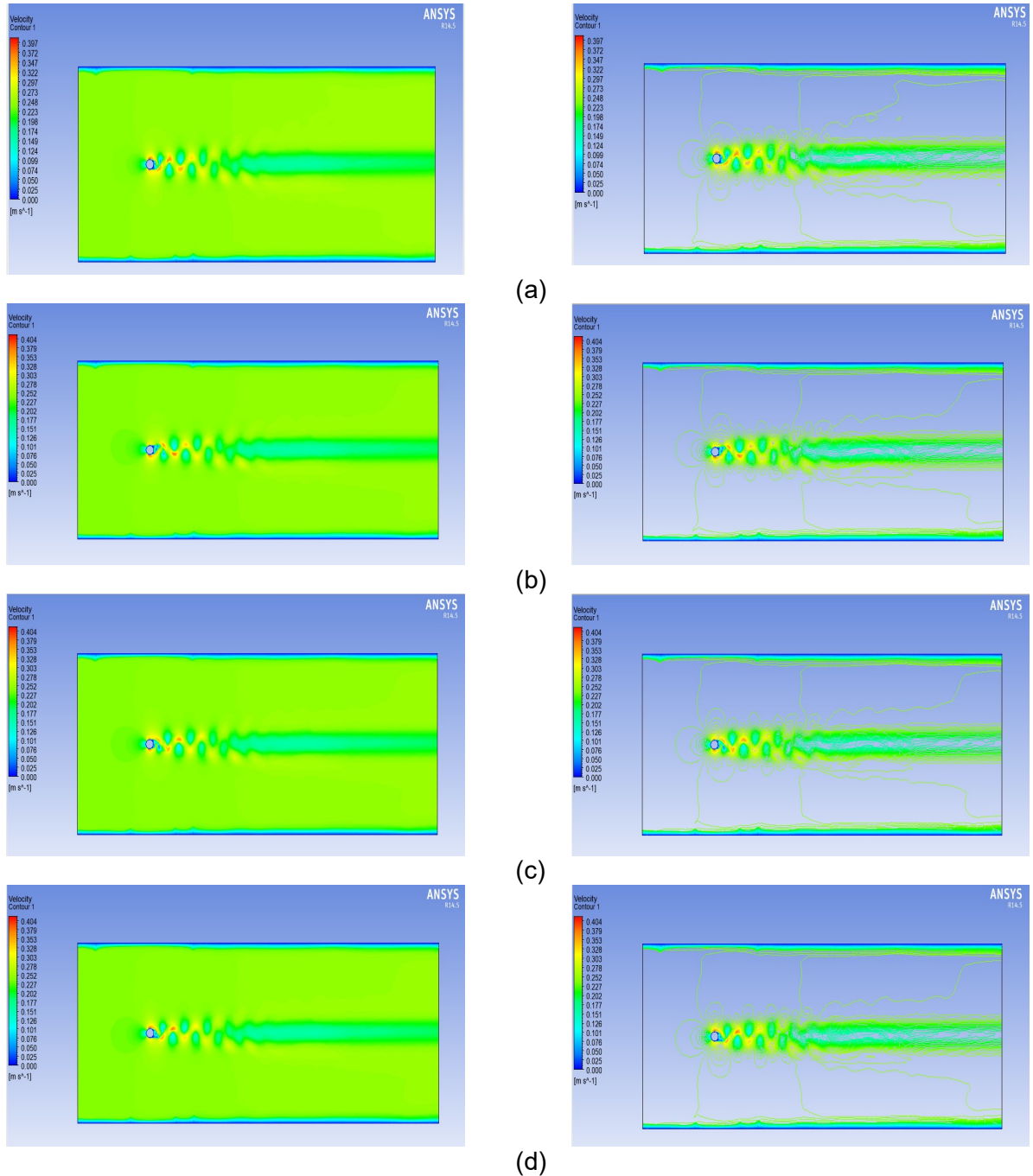


Figura 5-5: Líneas de corriente para un número de Reynolds $Re_{e,LP} = 3,3 \times 10^3$ para tiempos adimensionales: (a) $t^* = 592,5$ (b) $t^* = 1185$, (c) $t^* = 1777,5$, (d) $t^* = 2370$ (Fuente: elaboración propia)

En la Figura 5-6 se muestra la evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia igual a $1,6 \times 10^4$ cuyo régimen de flujo es turbulento. Antes del tiempo adimensional $t^*=20$, el comportamiento del coeficiente de arrastre es inestable. El valor promedio del coeficiente de arrastre alcanza un valor de 0,56.

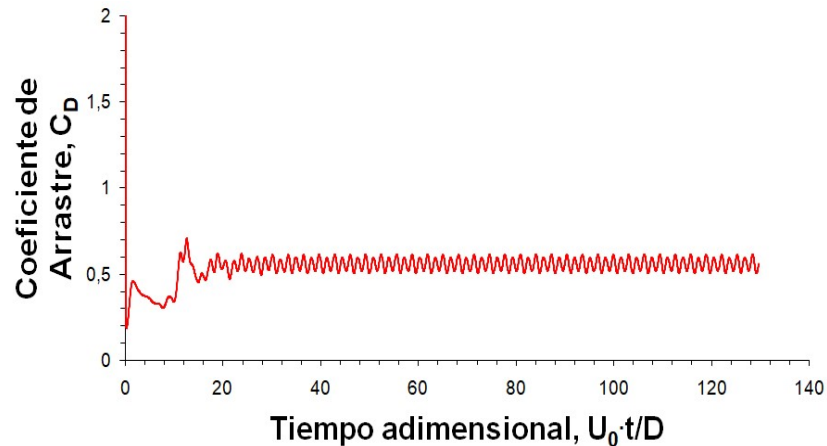


Figura 5-6: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $Re_{e,LP}=1,6 \times 10^4$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 5-7 se muestra la evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia igual a $1,6 \times 10^4$ cuyo régimen de flujo es turbulento. A partir del tiempo adimensional $t^*=20$, el comportamiento del coeficiente de sustentación se hace estable. El período de oscilación del coeficiente de sustentación es de $T=0,049$ [s], por lo tanto, la frecuencia es de $20,4$ [1/s]. La amplitud de la oscilación del coeficiente de sustentación es de $0,598$. El número de Strouhal ($St=fD/U_0$) es de $0,315$.

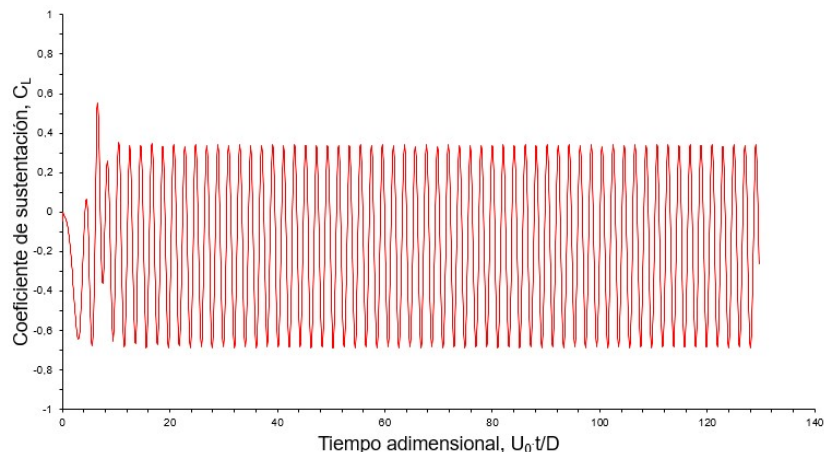


Figura 5-7: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $Re_{e,LP}=1,6 \times 10^4$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 5-8 se presenta las líneas de corrientes para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($Re_{e,LP}$) igual a $1,6 \times 10^4$. Los tiempos adimensionales presentados son 1620, 3240, 4860 y 6480. De las líneas de corrientes se desprende que alrededor del cilindro D se forman dos estelas las cuales se unen a $1D$ con respecto al cilindro D, para luego generar los vórtices, los cuales se disipan a una distancia de $10D$ aproximadamente con respecto al cilindro.

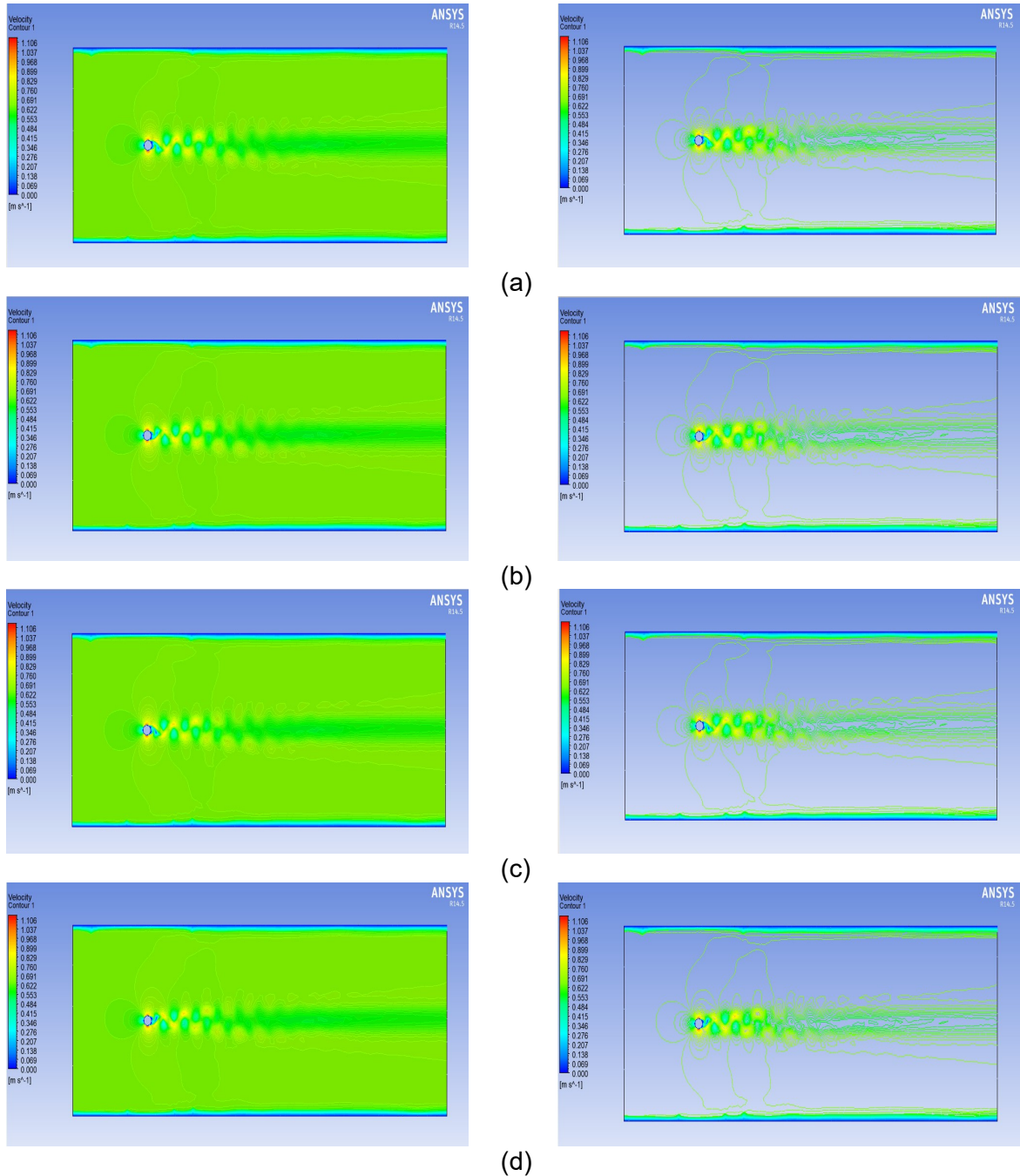


Figura 5-8: Líneas de corriente para un número de Reynolds $Re_{LP} = 1,6 \times 10^4$ para tiempos adimensionales: (a) $t^* = 1620$, (b) $t^* = 3240$, (c) $t^* = 4860$, (d) $t^* = 6480$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 5-9 se muestra la evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia igual a $3,3 \times 10^4$ cuyo régimen de flujo es turbulento. Antes del tiempo adimensional $t^*=20$, el comportamiento del coeficiente de arrastre es inestable. El valor promedio del coeficiente de arrastre alcanza un valor de 0,31.

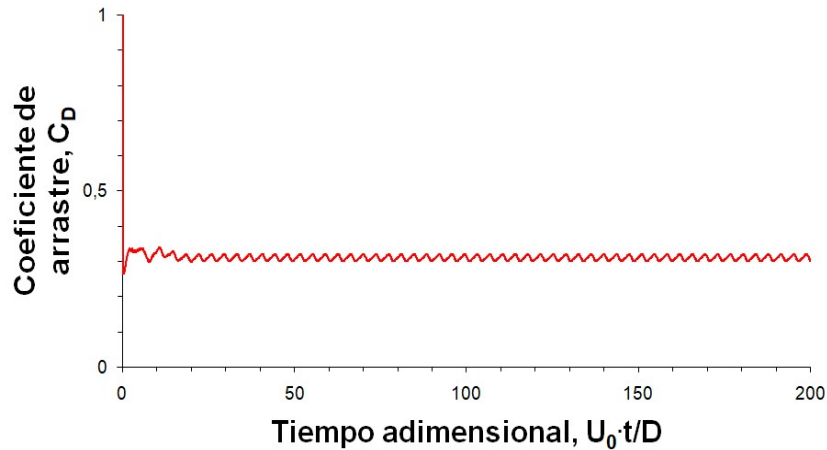


Figura 5-9: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $R_{e,LP}=3,3 \times 10^4$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 5-10 se muestra la evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia igual a $3,3 \times 10^4$ cuyo régimen de flujo es turbulento. A partir del tiempo adimensional $t^*=20$, el comportamiento del coeficiente de sustentación se hace estable. El período de oscilación del coeficiente de sustentación es de $T=0,037$ [s], por lo tanto, la frecuencia es de $27,02$ [1/s]. La amplitud de la oscilación del coeficiente de sustentación es de 0,52. El número de Strouhal ($S_t=f \cdot D / U_0$) es de 0,27.

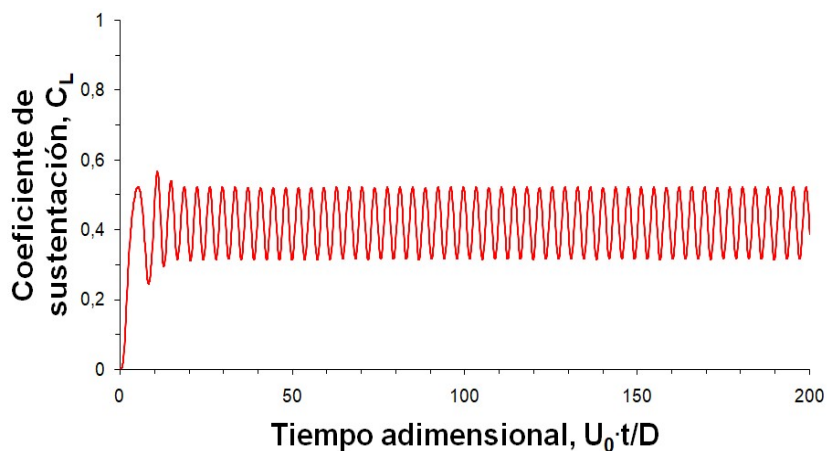


Figura 5-10: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $R_{e,LP}=3,3 \times 10^4$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 5-11 se presenta las líneas de corrientes para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($Re_{e,LP}$) igual a $1,6 \times 10^4$. Los tiempos adimensionales presentados son 2500, 5000, 7500 y 10000. De las líneas de corrientes se desprende que alrededor del cilindro D se forman dos estelas las cuales se unen a $1D$ con respecto al cilindro D , para luego generar los vórtices, los cuales se disipan a una distancia de $10D$ con respecto al cilindro.

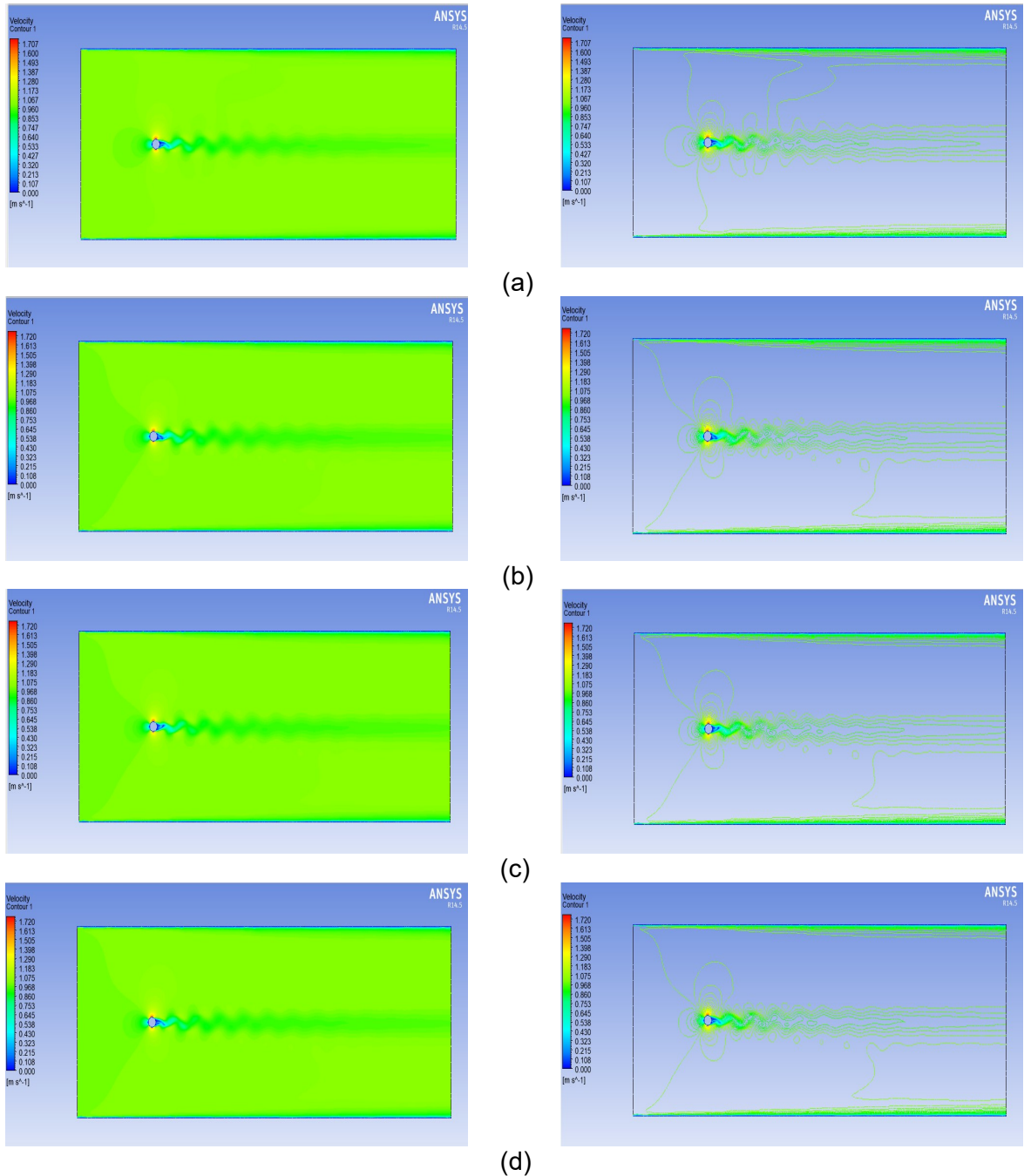


Figura 5-11: Líneas de corriente para un número de Reynolds $Re_{e,LP} = 3,3 \times 10^4$ para tiempos adimensionales: (a) $t^* = 2500$, (b) $t^* = 5000$, (c) $t^* = 7500$, (d) $t^* = 10000$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 5-12 se muestra la evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia igual a $3,3 \times 10^5$ cuyo régimen de flujo es turbulento. Antes del tiempo adimensional $t^*=30$, el comportamiento del coeficiente de arrastre es inestable. El valor promedio del coeficiente de arrastre alcanza un valor de 0,15.

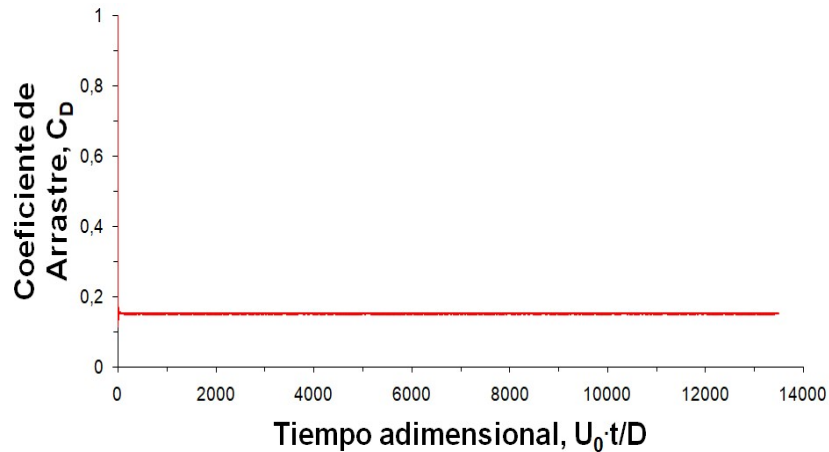


Figura 5-12: Evolución en el tiempo del coeficiente de arrastre para un número de Reynolds $R_{e,LP}=3,3 \times 10^5$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 5-13 se muestra la evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia igual a $3,3 \times 10^5$ cuyo régimen de flujo es turbulento. A partir del tiempo adimensional $t^*=30$, el comportamiento del coeficiente de sustentación se hace estable. El período de oscilación del coeficiente de sustentación es de $T=0,049[s]$, por lo tanto, la frecuencia es de $20,4 [1/s]$. La amplitud de la oscilación del coeficiente de sustentación es de 0,6. El número de Strouhal ($S_t=f \cdot D/U_0$) es de 0,05.

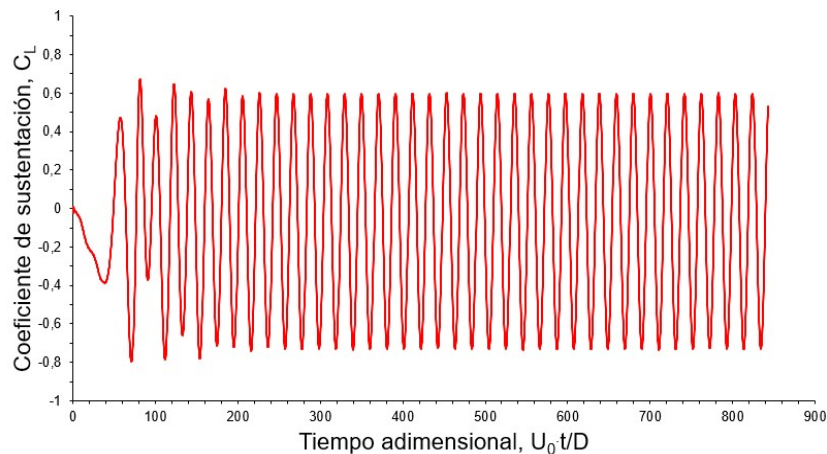


Figura 5-13: Evolución en el tiempo del coeficiente de sustentación para un número de Reynolds $R_{e,LP}=3,3 \times 10^5$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 5-14 se presenta las líneas de corrientes para el caso del número adimensional de Reynolds de Ley de Potencia ($R_{e,LP}$) igual a $3,3 \times 10^5$. Los tiempos

adimensionales presentados son 10500, 21000, 31500 y 42000. De las líneas de corrientes se desprende que la estela es más estrecha y desordenada, provocando que la capa límite laminar está sufriendo una transición a turbulenta.

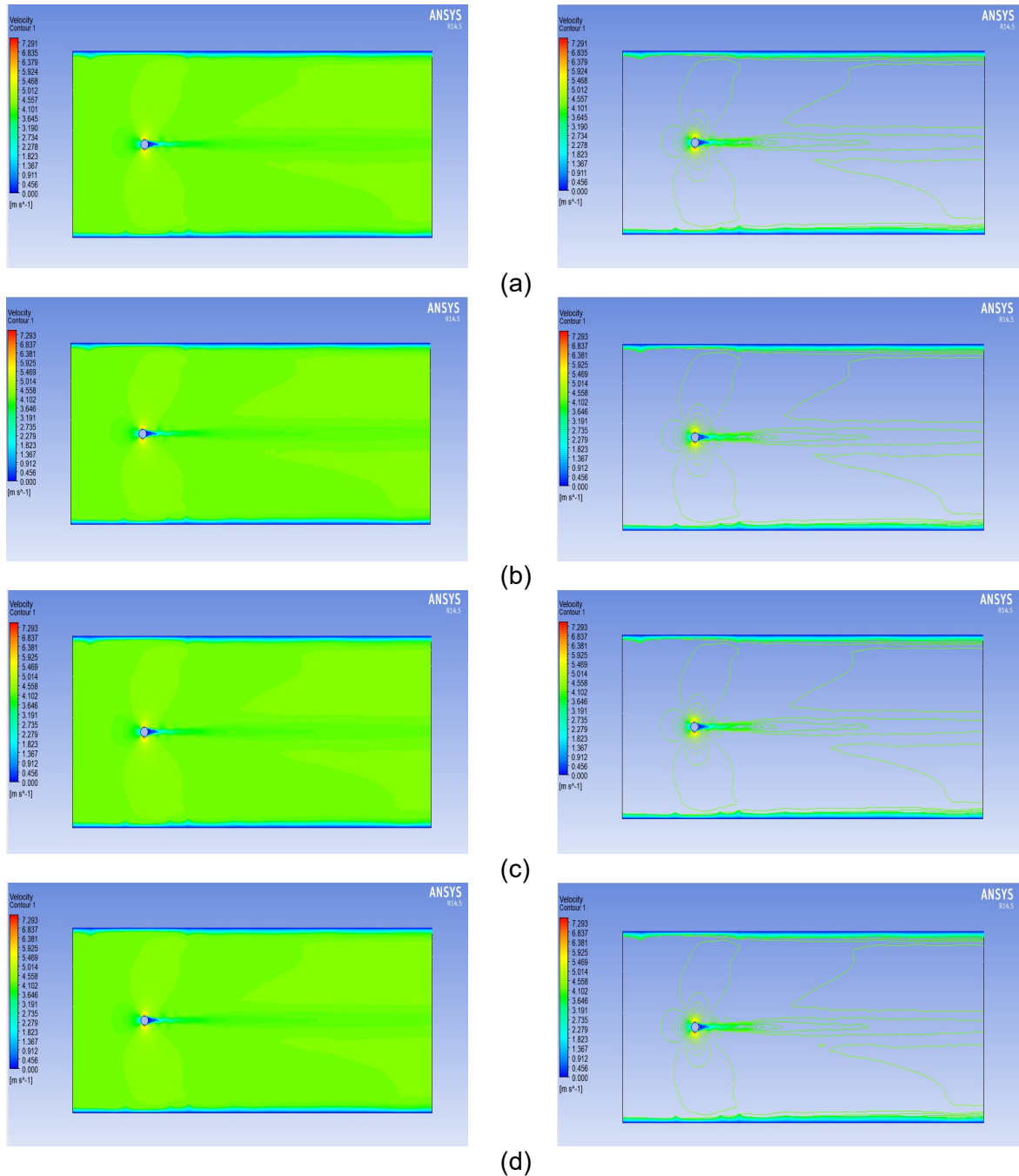


Figura 5-14: Líneas de corriente para un número de Reynolds $Re_{LP} = 3,3 \times 10^5$ para tiempos adimensionales: (a) $t^* = 10500$, (b) $t^* = 21000$, (c) $t^* = 31500$, (d) $t^* = 42000$ (Fuente: elaboración propia)

En la Figura 5-15 se presenta un gráfico con el comportamiento del coeficiente de arrastre con respecto al número de Reynolds para un fluido no newtoniano del tipo ley de potencia.

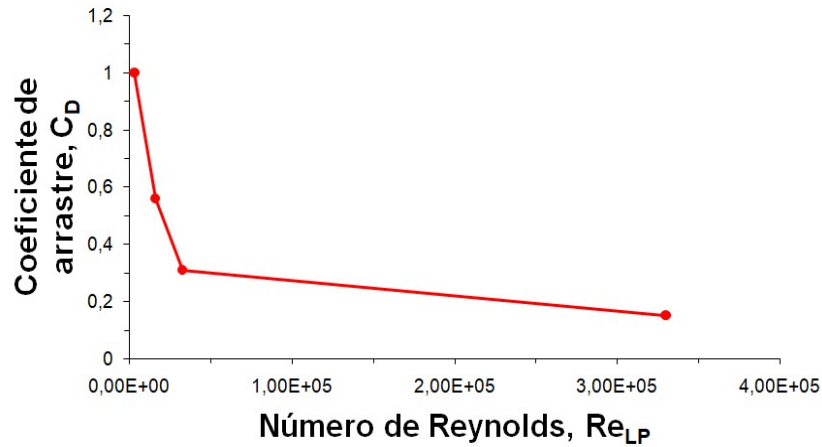


Figura 5-15: Gráfico del coeficiente de arrastre con respecto al número de Reynolds para un fluido del tipo ley de potencia con $n=0,4$ en régimen de flujo turbulento

En la Figura 5-16 se presenta un gráfico que relaciona el número de Strouhal y el número de Reynolds para un fluido del tipo no newtoniano del tipo ley de potencia con un índice de potencia $n=0,4$ y para un tipo de flujo turbulento.

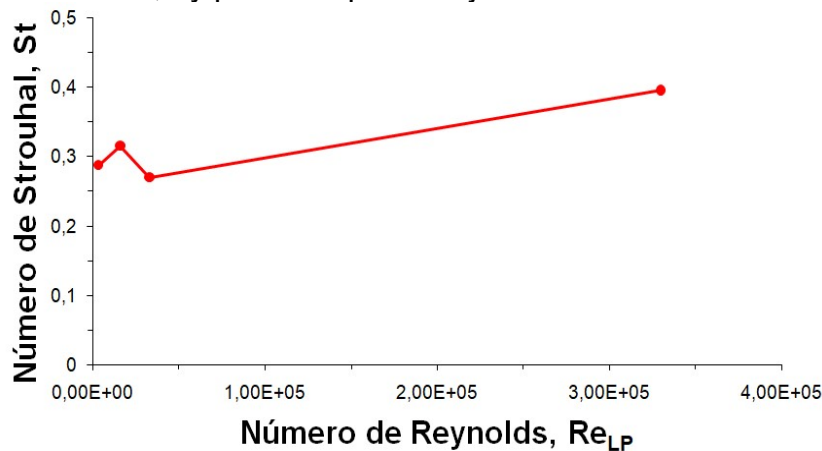


Figura 5-16: Gráfico del número de Strouhal con respecto al número de Reynolds para un fluido del tipo ley de potencia con $n=0,4$ en régimen de flujo turbulento

5.6.2 Resultados de la Transferencia de Calor

En la Figura 5-17 se representa el intercambio de calor entre el cilindro D y el flujo de fluido mediante el comportamiento del número de Nusselt con respecto al tiempo adimensional $U_0 t/D$ para un número de Reynolds igual a $Re=3,3 \times 10^3$. El número de Nusselt alcanza un valor de 89 aproximadamente.

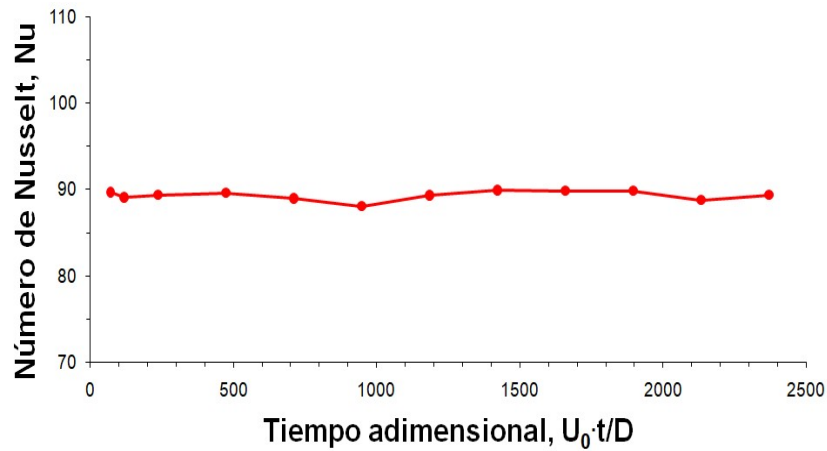
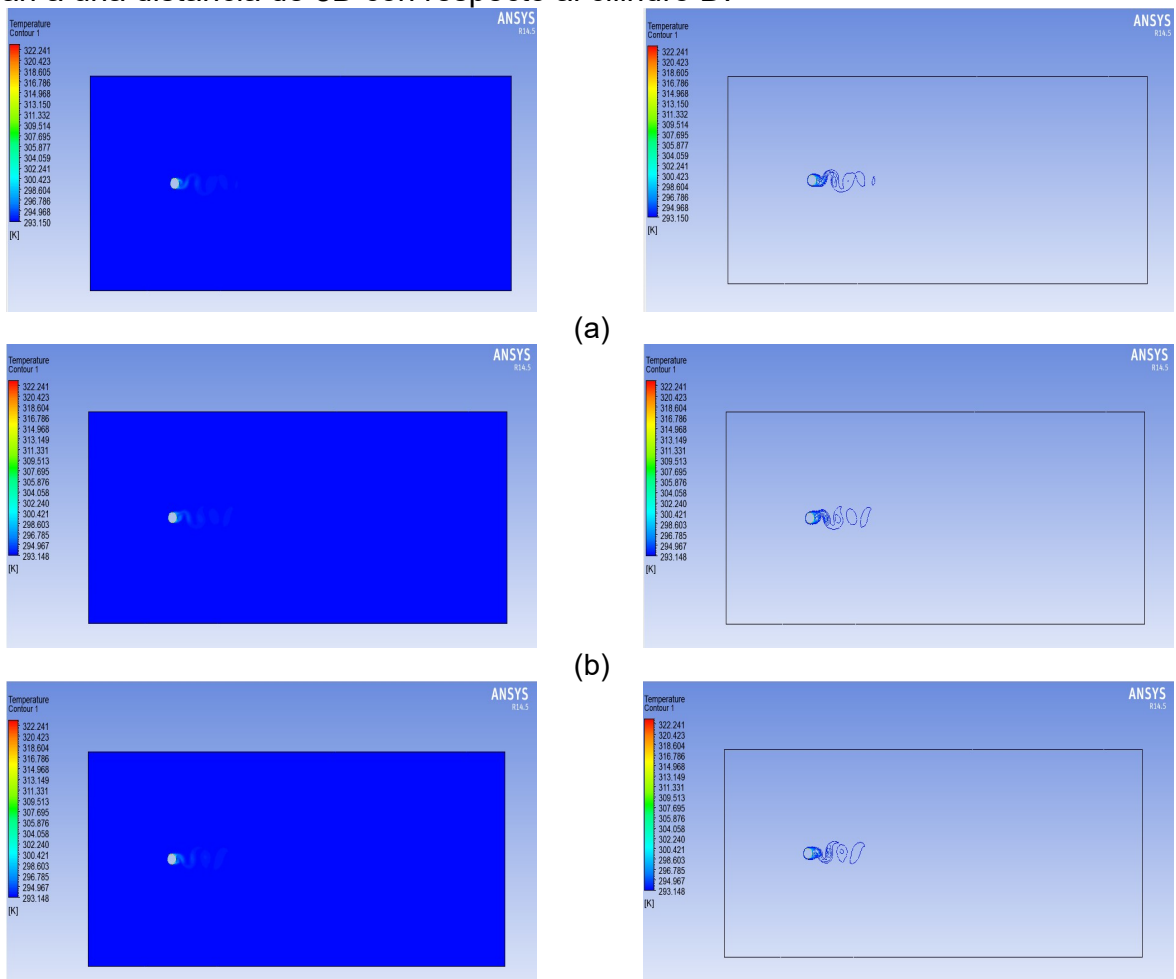


Figura 5-17: Evolución en el tiempo del número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{e,LP}=3,3 \times 10^3$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 5-18 se muestra las isoterms que se forman por el intercambio de calor entre el cilindro D y el flujo de fluido del tipo no newtoniano para un número de Reynolds igual a $Re=3,3 \times 10^3$ para tiempos adimensionales de 592,5, 1185, 1777,5 y 2370. Las isoterms alcanzan su mayor valor en las cercanías del cilindro D , y ellas se disipan a una distancia de $8D$ con respecto al cilindro D .



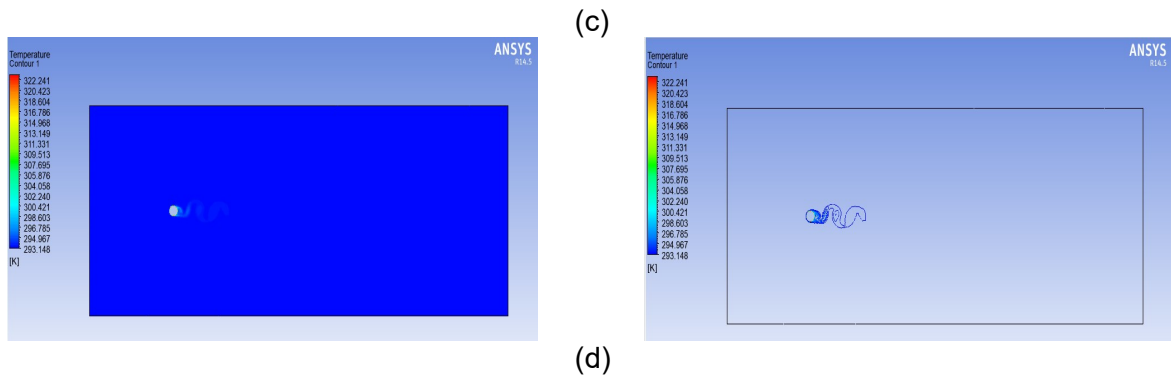


Figura 5-18: Isotermas para un número de Reynolds $Re=3,3 \times 10^3$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=592,5$. (b) $t^*=1185$, (c) $t^*=1777,5$, (d) $t^*=2370$ (Fuente: elaboración propia)

En la Figura 5-19 se representa el intercambio de calor entre el cilindro D y el flujo de fluido mediante el comportamiento del número de Nusselt con respecto al tiempo adimensional $U_0 t/D$ para un número de Reynolds igual a $Re=1,6 \times 10^4$. El número de Nusselt alcanza un valor de 115 aproximadamente.

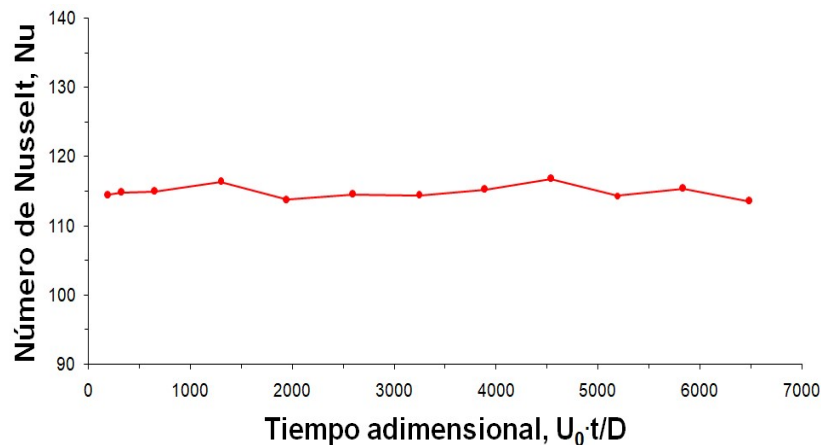


Figura 5-19: Evolución en el tiempo del número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{e,LP}=1,6 \times 10^4$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 5-20 se muestra las isotermas que se forman por el intercambio de calor entre el cilindro D y el flujo de fluido del tipo no newtoniano para un número de Reynolds igual a $Re=1,6 \times 10^4$ para tiempos adimensionales de 1620, 3240, 4860 y 6480. Las isotermas alcanzan su mayor valor en las cercanías del cilindro D , y ellas se disipan a una distancia de $8D$ con respecto al cilindro D .

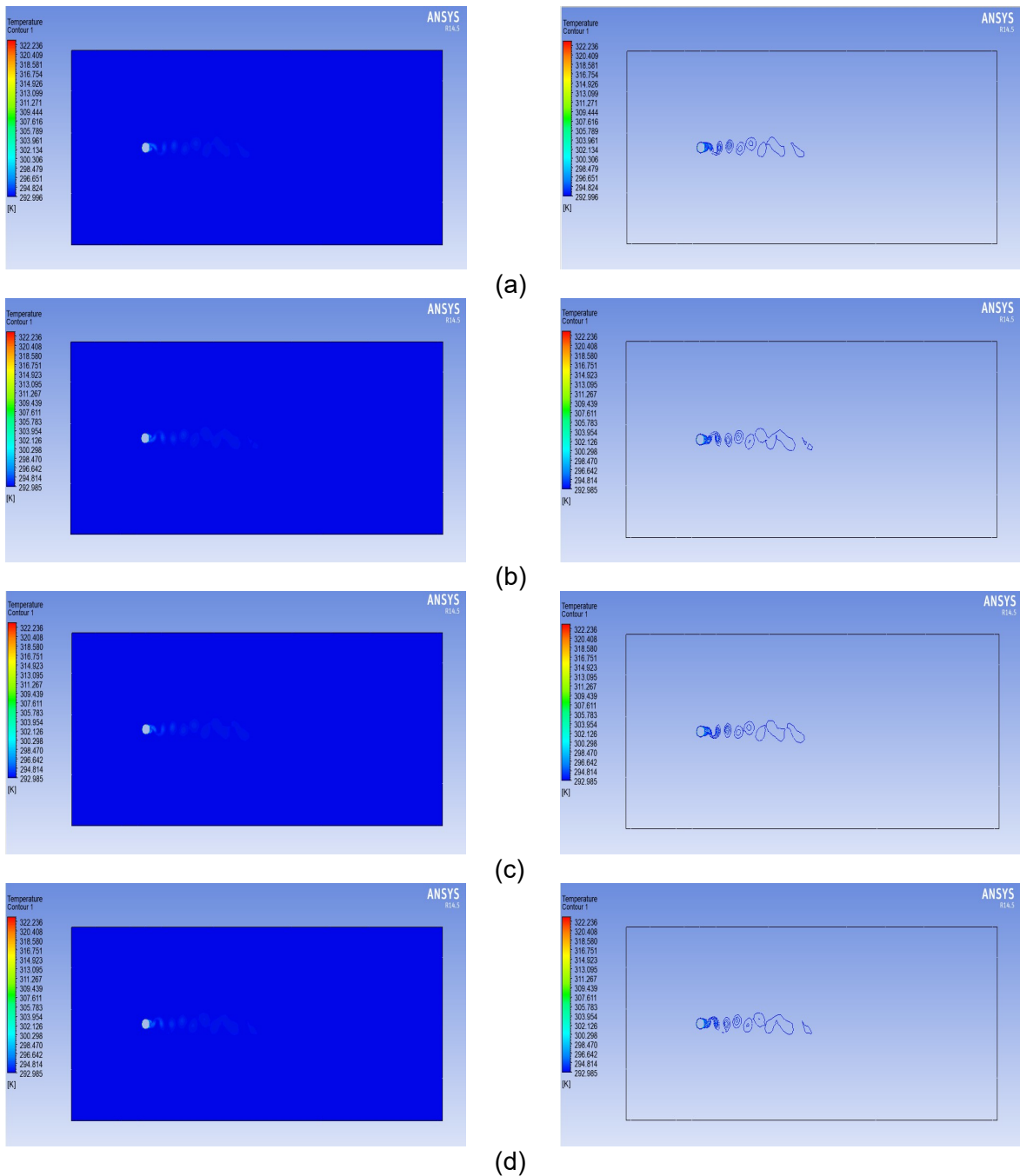


Figura 5-20: Isotermas para un número de Reynolds $Re=1,6 \times 10^4$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=1620$, (b) $t^*=3240$, (c) $t^*=4860$, (d) $t^*=6480$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 5-17 se representa el intercambio de calor entre el cilindro D y el flujo de fluido mediante el comportamiento del número de Nusselt con respecto al tiempo adimensional $U_0 t/D$ para un número de Reynolds igual a $Re=3,3 \times 10^4$. El número de Nusselt alcanza un valor de 163 aproximadamente.

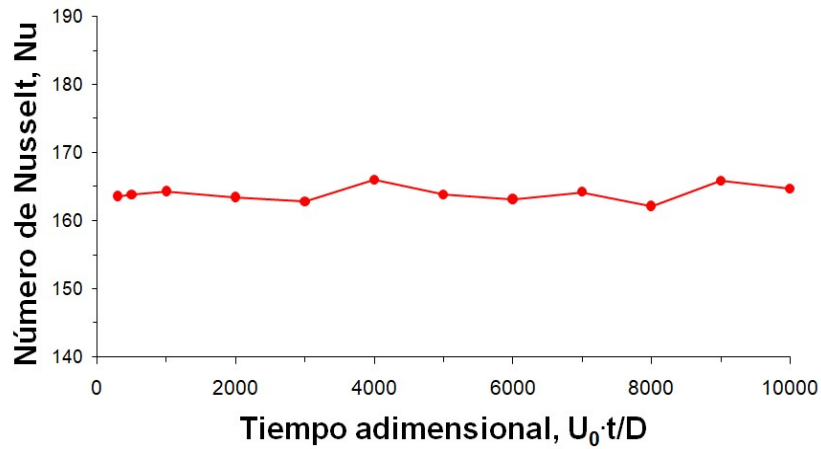
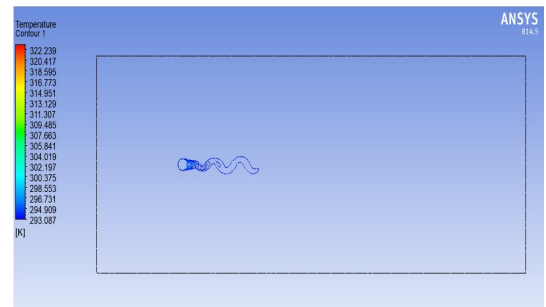
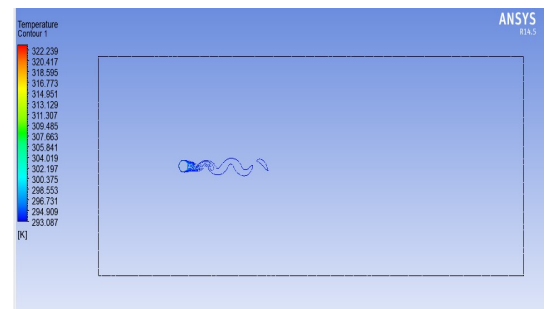
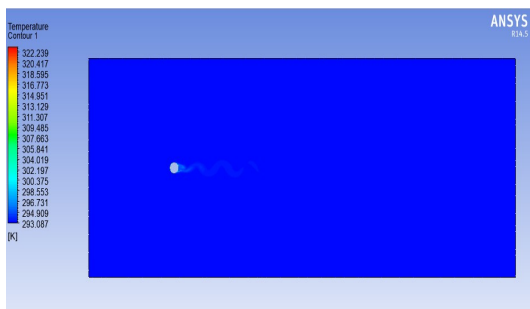


Figura 5-21 : Evolución en el tiempo del número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{e,LP}=3,3 \times 10^4$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 5-22 se muestra las isoterms que se forman por el intercambio de calor entre el cilindro D y el flujo de fluido del tipo no newtoniano para un número de Reynolds igual a $Re=3,3 \times 10^4$ para tiempos adimensionales de 2500, 5000, 7500 y 10000. Las isoterms alcanzan su mayor valor en las cercanías del cilindro D, y ellas se disipan a una distancia de $8D$ con respecto al cilindro D.



(a)



(b)

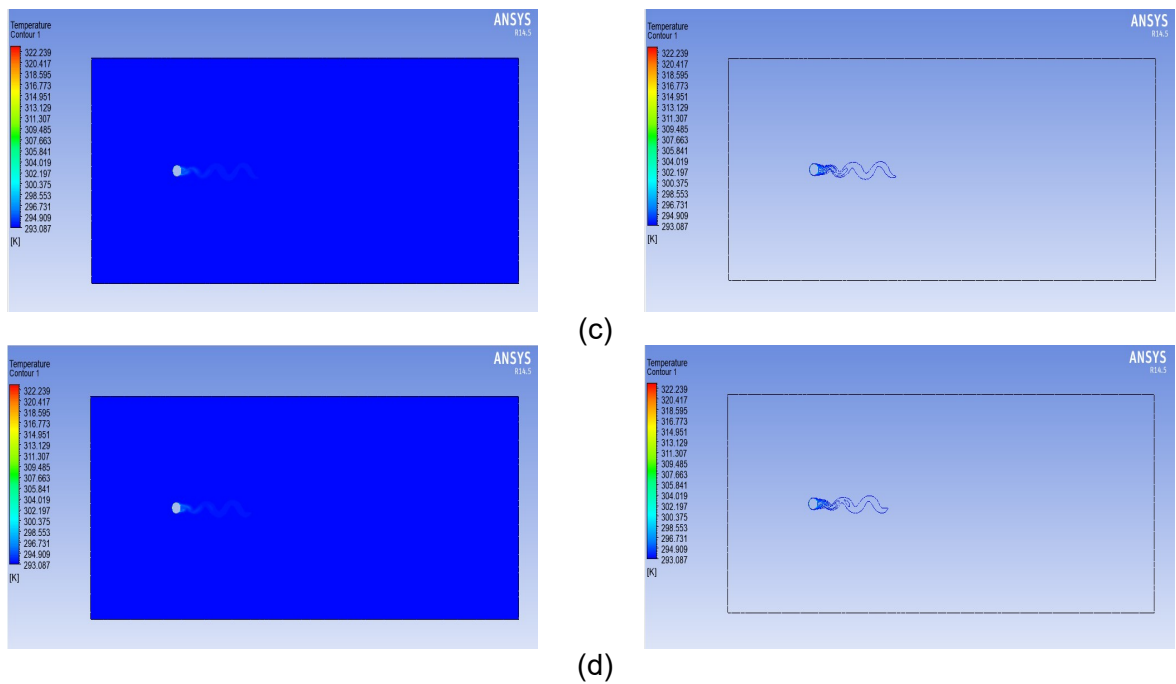


Figura 5-22: Isotermas para un número de Reynolds $Re=3,3 \times 10^4$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=2500$, (b) $t^*=5000$, (c) $t^*=7500$, (d) $t^*=10000$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 5-17 se representa el intercambio de calor entre el cilindro D y el flujo de fluido mediante el comportamiento del número de Nusselt con respecto al tiempo adimensional $U_0 t/D$ para un número de Reynolds igual a $Re=3,3 \times 10^5$. El número de Nusselt alcanza un valor de 440 aproximadamente

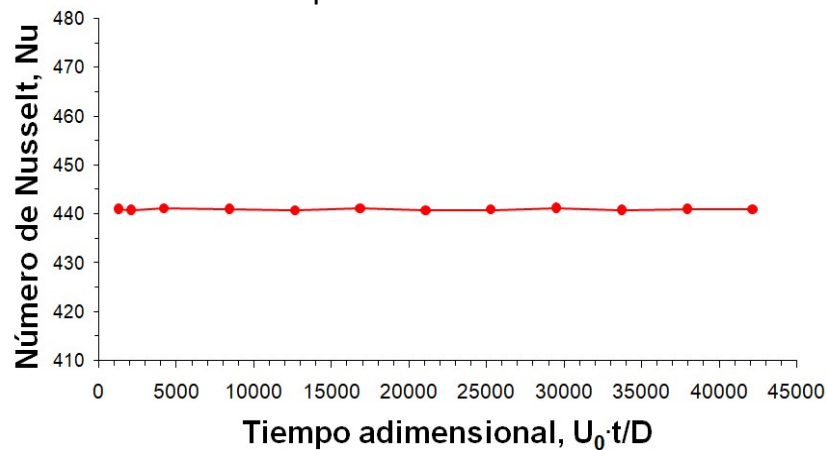
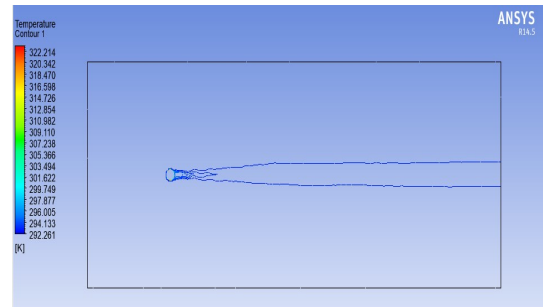
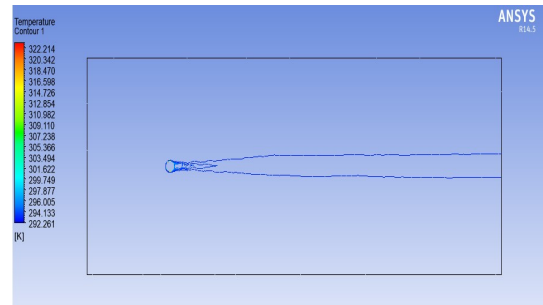


Figura 5-23: Evolución en el tiempo del número de Nusselt para un número de Reynolds $Re_{e,LP}=3,3 \times 10^5$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (Fuente: elaboración propia).

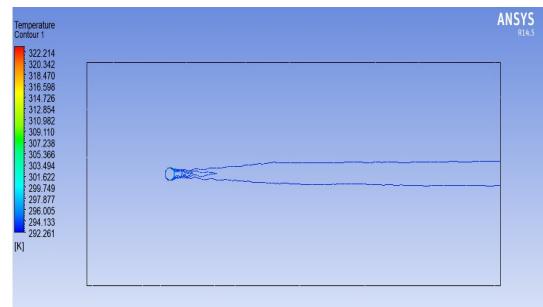
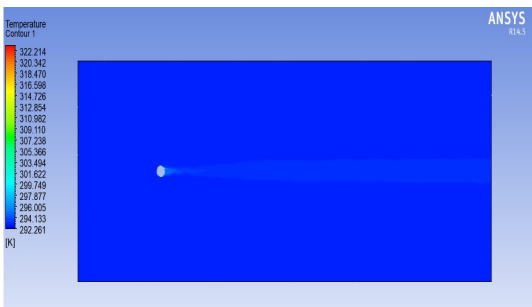
En la Figura 5-24 se muestra las isotermas que se forman por el intercambio de calor entre el cilindro D y el flujo de fluido del tipo no newtoniano para un número de Reynolds igual a $Re=3,3 \times 10^5$ para tiempos adimensionales de 10500, 21000, 31500 y 42000. Las isotermas alcanzan su mayor valor en las cercanías del cilindro D, para luego mantener una temperatura uniforme.



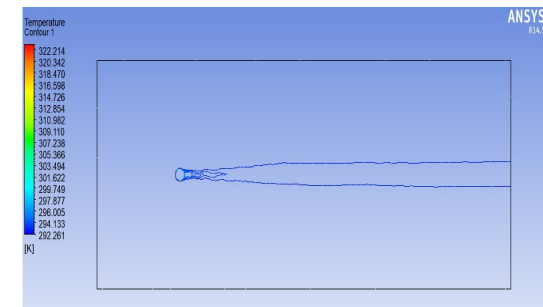
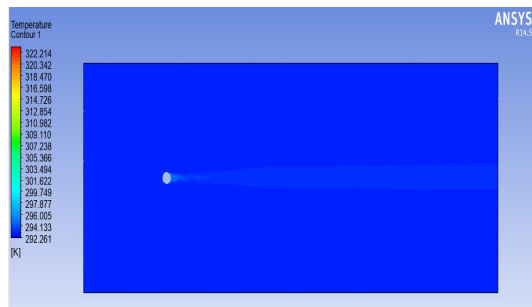
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5-24: Isotermas para un número de Reynolds $Re=3,3 \times 10^5$ para tiempos adimensionales: (a) $t^*=10500$, (b) $t^*=21000$, (c) $t^*=31500$, (d) $t^*=42000$ (Fuente: elaboración propia).

En la Figura 5-25 se presenta un gráfico con el comportamiento del número de Nusselt Un con respecto al número de Reynolds de ley de potencia con un comportamiento turbulento.

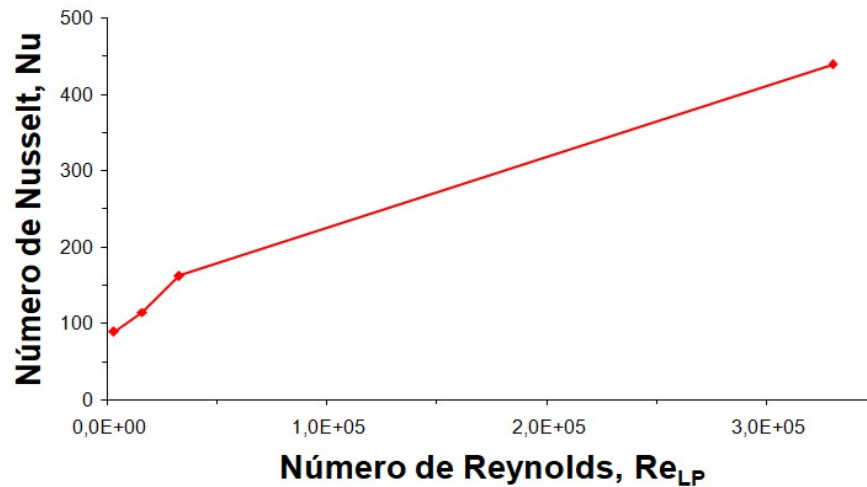


Figura 5-25: Gráfico del número de Nusselt con respecto al número de Reynolds para un fluido del tipo ley de potencia con $n=0,4$ con régimen de flujo turbulento

5.7 Conclusiones

Del estudio de la mecánica de fluidos en el enfrentamiento de un fluido no newtoniano del tipo Ley de potencia con un índice de potencia igual a 0,4 y un cuerpo cilíndrico con un comportamiento turbulento se puede concluir lo siguiente:

- A medida que se aumenta la velocidad de entrada del flujo de fluido, los valores del coeficiente de arrastre van disminuyendo.
- A medida que va en aumento la velocidad de entrada del flujo de fluido, el número de Strouhal va en aumento, por lo tanto, el coeficiente de sustentación comienza a tomar relevancia en el comportamiento turbulento del flujo de fluido.
- El comportamiento tanto del coeficiente de arrastre como el coeficiente de sustentación depende de la velocidad de entrada del flujo de fluido.

Del estudio de la transferencia de calor en el enfrentamiento de un fluido no newtoniano del tipo Ley de potencia con un índice de potencia igual a 0,4 y un cuerpo cilíndrico con un comportamiento turbulento se puede concluir lo siguiente:

- El número de Nusselt va aumentando su valor si la velocidad de entrada del flujo de fluido también lo hace, por lo que se hace dependiente de la velocidad de entrada del flujo de fluido
- Si el número de Reynolds aumenta 10 veces su valor, el número de Nusselt crece en un 170%, por lo que a mayor velocidad del flujo de fluido la transferencia de calor aumenta considerablemente.

CAPÍTULO 6

TRANSFERENCIA DE CALOR EN UN CANAL CON GENERADOR DE VORTICES ADIABÁTICO DE DIFERENTES TAMAÑOS ENFRENTADO A UN FLUIDO DEL TIPO LEY DE POTENCIA RÉGIMEN LAMINAR

6.1 Introducción

En este capítulo se realiza el estudio transiente de la mecánica de fluidos y la transferencia de calor de un fluido no newtoniano y un fluido newtoniano, ambos en régimen laminar, los cuales ingresan a un canal de alto H y largo $31/3 H$. El flujo de fluido entrante enfrenta a un generador de vórtices cilíndrico de diámetro D ubicado en la parte central del canal a una distancia de $4/3 H$ con respecto a la entrada. La dimensión del generador de vórtices varía entre $1/6 \leq D/H \leq 5/12$. También se realiza el estudio del canal sin generador de vórtices.

La condición de borde de no deslizamiento es aplicada en todos los límites sólidos. En la superficie del generador de vórtices cilindro se impone un flujo de calor constante de valor cero, mientras que en las paredes de la canal se impone una temperatura constante de valor $T=T_{\text{máx}}$. En el ingreso del flujo de fluido se impone un flujo completamente desarrollado con velocidad $u=U_0$ y temperatura constante $T=T_{\text{min}}$. A la salida de la canal ($x=31/3 \cdot H$) se aplica la condición de borde de Neumann tanto para la velocidad como para la temperatura.

En este caso el fluido no newtoniano en estudio es un fluido del tipo *ley de potencia*. Este tipo de fluido se caracteriza como un fluido del tipo pseudoplástico con un índice de potencia $n=0,4$. Los resultados obtenidos para el caso del fluido no newtoniano serán comparados con un fluido de las mismas características, pero del tipo newtoniano.

Para todas las simulaciones, el número de Reynolds es constante y está basado, como longitud característica, con la entrada del canal. El valor de Reynolds es de 400 para un fluido del tipo newtoniano, y de 626 para un fluido del tipo pseudoplásticos con un índice de potencia $n=0,4$.

Como principales resultados se entregará el rendimiento termo-hidráulico (R) en las paredes del canal según la variación en el tamaño del generador de vórtices, tanto para un fluido newtoniano como uno no newtoniano.

6.2 Objetivos

6.2.1 Objetivos Generales

Los objetivos de este capítulo son los siguientes:

- Determinar a través del rendimiento termo-hidráulico, cual es el tamaño óptimo del generador de vórtice para el enfriamiento de las paredes de la canal.
- Describir el comportamiento de la mecánica de fluidos en la generación de vórtices en un cuerpo cilíndrico de diámetro D , enfrentándose al fluido no newtoniano del tipo Ley de potencia con un índice de potencia de valor 0,4.
- Describir el comportamiento de la mecánica de fluidos en la generación de vórtices en un cuerpo cilíndrico de diámetro D , enfrentándose a un fluido newtoniano.
- Describir el comportamiento del factor de fricción f .
- Describir el comportamiento de la transferencia de calor a través de las isothermas generadas alrededor de la canal, influenciadas por los vórtices generados por el cuerpo cilíndrico D .

6.2.2 Objetivos Específicos

Los objetivos específicos de este capítulo son los siguientes:

- Mostrar las líneas de corrientes generadas alrededor del cuerpo cilíndrico D para cada caso en estudio.
- Elaborar un gráfico donde se relacione el coeficiente de fricción promedio (f) con el tiempo adimensional (τ).
- Mostrar las isothermas generadas alrededor del cuerpo cilíndrico D para los diferentes casos en estudio.
- Elaborar un gráfico donde se relacione la posición adimensional en la canal (X/H) con respecto al número de Nusselt local ($Nu(x,t)$).
- Elaborar un gráfico que relaciones el número de Nusselt promedio (\overline{Nu}) a lo largo de la canal con el tiempo adimensional (τ).

6.3 Nomenclatura

		Letras Griegas	
D	: diámetro del cilindro, [m]	ρ	: densidad, [kg/m ³]
C_p	: calor específico a $p=\text{cte}$, [J/kg ^o K]	μ	: viscosidad dinámica [kg/m.s]
T	: temperatura, [°K]	ν	: viscosidad cinemática [m ² /s]
t	: tiempo, [s]	θ	: temperatura adimensional
k	: conductividad térmica, [W/m ^o K]	τ	: tiempo adimensional
U_0	: velocidad media, [m/s]		
Re	: número Reynolds, [adim]		
Nu	: número Nusselt, [adim]		
Pr	: número de Prandtl, [adim]		
R	: Coeficiente de rendimiento		
h	: coeficiente transferencia de calor por convección, [W/m ² °K]		
L	: Largo total del canal, [m]		
H	: Ancho total del canal, [m]		
K	: índice de consistencia, [kg/m.s]		
n	: índice de potencia		
S	: Distancia entre el fondo del canal y parte inferior del cilindro, [m]		
x,y	: coordenadas, [m]		
u,v	: Velocidad, [m/s]		
f	: factor de fricción, [adim]		
X	: Distancia adimensional, [adim]		

Subíndices

min	: mínima
max	: máxima
LP	: ley de potencia
0	: canal vacío
N	: newtoniano
NN	: no newtoniano

6.4 Situación Física y Modelo Matemático

En la Figura 6-1 se muestra la situación física en estudio, que corresponde al ingreso y egreso de un fluido newtoniano o no newtoniano a una canal de ancho H y largo $3\frac{1}{3}\cdot H$, enfrentando a un generador de vórtices cilíndrico de diámetro D ubicado en el centro de la canal y a una distancia de $\frac{4}{3}\cdot H$ con respecto a la pared de ingreso del flujo de fluido. El tamaño del generador de vórtices D varía según la relación D/H desde $\frac{1}{6}$ hasta $\frac{5}{12}$. Además, se analiza un caso en el cual la canal no posee generador de vórtices.

El ingreso del flujo de fluido en la canal se realiza a una velocidad U_0 y a una temperatura $T=T_{\text{min}}$. En la salida de la canal se considera la condición de borde de Neumann, tanto para la velocidad como para la temperatura. La pared inferior y superior de la canal, se considera la condición de no deslizamiento, junto con una temperatura constante de valor $T=T_{\text{máx}}$. El cilindro se considera adiabático y con condición de no deslizamiento.

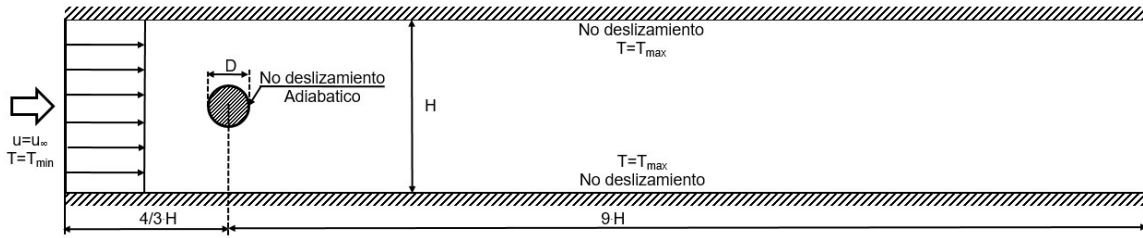


Figura 6-1: Esquema de la situación física (Fuente: elaboración propia)

En la Tabla 6-1 se presenta la relación entre el diámetro del cilindro D y el ancho de la canal H . En ancho de la canal es fijo, por lo que el diámetro del generador de vórtices varía entre $1/6$ hasta $5/12$.

Tabla 6-1: Variación de la relación D/H

D/H	$1/6$
D/H	$1/4$
D/H	$1/3$
D/H	$5/12$

Las suposiciones del problema para ambos casos en estudio son las siguientes:

- Problema bidimensional
- Regimen laminar
- Transiente
- Propiedades constantes
- Fluido incompresible

Se presentan las ecuaciones gobernantes para la situación física mostrada anteriormente.

Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (6-1)$$

Ecuación de momento lineal x:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \quad (6-2)$$

Ecuación de momento lineal y:

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \quad (6-3)$$

Los esfuerzos en las ecuaciones de momento lineal se definen como:

$$\tau_{yy} = -\eta \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} \right) ; \quad \tau_{xx} = -\eta \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) ; \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = -\eta \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (6-4)$$

Donde el término η es la viscosidad aparente. La viscosidad aparente utilizada en este trabajo, es representada por la del modelo de ley de potencia (Ostwald de Waele) que se muestra en la ecuación:

$$\eta = K \cdot \dot{\gamma}^{n-1} \quad (6-5)$$

El n que se muestra en la ecuación (6-5) corresponde al índice de potencia. Con este índice de potencia se puede definir el tipo de fluido como se muestra en la ecuación (6-6).

$$\eta = \begin{cases} n < 1 & \text{fluido pseudoplástico} \\ n = 1 & \text{fluido newtoniano} \\ n > 1 & \text{fluido dilatante} \end{cases} \quad (6-6)$$

El coeficiente $\dot{\gamma}$ que se muestra en la ecuación (6-7) corresponde a la velocidad de deformación. Este comportamiento, propio de los fluidos, se describe de la siguiente forma:

$$\dot{\gamma} = \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (6-7)$$

Reemplazando las ecuaciones (6-4) en las ecuaciones (6-2) y (6-3) se obtiene las ecuaciones de momento lineal más generales y utilizadas. Su forma es:

Ecuación de momento en x:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (6-8)$$

Ecuación de momento en y:

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (6-9)$$

Ecuación de energía del fluido:

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (6-10)$$

A continuación, se describe los parámetros adimensionales a utilizar en el presente estudio:

Número de Reynolds: El número de Reynolds características es el siguiente:

$$R_e = \frac{\rho \cdot U_0^{2-n} H^n}{K} \quad (6-11)$$

Donde n es el índice de potencia del tipo de fluido. La forma de este número de Reynolds posee la característica de que al ingresar un índice de potencia n=1, el número de Reynolds toma la forma tradicionalmente conocido para fluidos newtonianos. Al ingresar un índice de potencia diferente a 1, esta toma la característica de un fluido no newtoniano del tipo ley de potencia.

Número de Nusselt (Nu): representa la expresión adimensional del flujo de calor transferido entre un fluido y un sólido (o viceversa). Entre sea el número de Nusselt, más eficaz es la convección (Cengel, 2007). Se calcula la variación instantánea del número de Nusselt a lo largo de las paredes el canal como:

$$N_u(x,t) = \frac{q \cdot l_c}{k \cdot (T_{pared} - T_b)} \quad (6-12)$$

Donde T_b es la temperatura promedio la cual es definida como:

$$T_b(x,t) = \frac{\int_0^H u \cdot T \cdot dy}{\int_0^H u \cdot dy} \quad (6-13)$$

Debido a la naturaleza periódica del tiempo del campo de flujo y temperatura, el número de Nusselt instantánea de la pared calculado a partir de la ecuación (6-12) también es periódico. Sin embargo, existe un desfase entre los valores de Nusselt de las paredes inferior y superior inducidos por el movimiento oscilatorio del cilindro. Al integrar el número de Nusselt local, Nu(x,t), durante el período de desprendimiento de vórtices se obtiene el número de Nusselt promedio en el tiempo:

$$\overline{N_u} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} Nu(x,t) dt \quad (6-14)$$

Factor de Fricción: cantidad adimensional que se usa para calcular las pérdidas de carga en la canal debido a la fricción. Dada la naturaleza del flujo de fluido, el factor de fricción se calcula de la siguiente forma:

$$\Delta P = f \cdot \frac{L}{H} \cdot \frac{U_0^2}{2g} \quad (6-15)$$

Factor de Rendimiento: Para evaluar una mejora de la transferencia de calor y la caída de presión, el factor de rendimiento termohidráulico se define de la siguiente manera:

$$R = \frac{(Nu / Nu_0)}{(f / f_0)^{1/3}} \quad (6-16)$$

Las condiciones iniciales y de borde del problema son presentadas a continuación:

Condición inicial

$$u(x, y, 0) = 0 \quad (6-17)$$

$$T_{fluido, canal} = T_{\min} \quad (6-18)$$

Condiciones de bordes:

$$u(0, y, t) = U_0 \quad (6-19)$$

$$v(0, y, t) = 0 \quad (6-20)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(31 \cdot H, y, t) = 0 \quad (6-21)$$

$$v(x, 1,5 \cdot H, t) = 0 \quad (6-22)$$

$$v(x, -1,5 \cdot H, t) = 0 \quad (6-23)$$

$$u(x, 1,5 \cdot H, t) = 0 \quad (6-24)$$

$$u(x, -1,5 \cdot H, t) = 0 \quad (6-25)$$

$$v_{cilindro} = 0 \quad (6-26)$$

$$u_{cilindro} = 0 \quad (6-27)$$

$$T(x, 1,5 \cdot H, t) = T_{\max} \quad (6-28)$$

$$T(x, -1,5 \cdot H, t) = T_{\max} \quad (6-29)$$

$$T(0, y, t) = T_{\min} \quad (6-30)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r}(31 \cdot H, y, t) = 0 \quad (6-31)$$

$$\frac{\partial T_{cilindro}}{\partial y} = 0 \quad (6-32)$$

6.5 Implementación Computacional

El problema bidimensional presentado, se resuelve utilizando el método de volúmenes finitos mediante el software Fluent versión 14.5.

El criterio de diferencia entre iteraciones consiste en comparar la diferencia entre los resultados obtenidos en una iteración k , en todos los nodos, y los resultados obtenidos en la iteración anterior $k-1$, con un valor máximo de error admitido, para cada una de las variables que se desean calcular

$$|\phi(i, j)_k - \phi(i, j)_{k-1}| \leq \varepsilon \quad (6-33)$$

En las simulaciones realizadas se usa el criterio de convergencia que muestra la ecuación (6-34).

$$\varepsilon \leq 1 \times 10^{-3} \quad (6-34)$$

El paso de tiempo utilizado en todas las simulaciones se considera constante $\Delta t = 0,01$ [s]. El tiempo total simulado es de 100 [s].

En la Figura 6-2 se muestra el mallado utilizado en la resolución de los casos simulados en este capítulo. Se utiliza un total de 14,694 elementos.

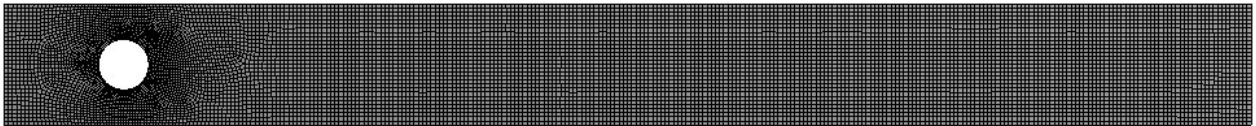


Figura 6-2: Malla variable

6.6 Presentación, Análisis y Discusiones

6.6.1 Resultados de la Mecánica de Fluidos

El flujo alrededor de un cilindro circular confinado en un canal es bastante complicado debido a la acción de los vórtices transversales que se desprenden del cilindro que interactúan con las paredes del canal. En la Figura 6-3 se muestran los contornos de velocidad adimensional en el canal y alrededor del cilindro estacionario para diferentes tamaños de cilindro, para el fluido Newtoniano y para la Ley de Potencia con índice de potencia igual a 0,4.

En el caso del canal, se puede ver que la velocidad máxima se alcanza en, y cuando se acerca a las paredes del canal se alcanza la velocidad mínima. En los casos con un cilindro incorporado, la formación de vórtices transversales se puede ver en los

contornos de velocidad, que, en el caso del fluido newtoniano, los vórtices transversales generados se dirigen más hacia el centro del canal en comparación con los vórtices generados en la Ley de potencia.

Los vórtices transversales generados se extienden por todo el canal y afectan el grosor de la capa límite. En el caso del fluido Ley de Potencia, la capa límite es más delgada que en el caso del fluido newtoniano. Los vórtices transversales se disipan antes en el fluido newtoniano aguas abajo del cilindro.

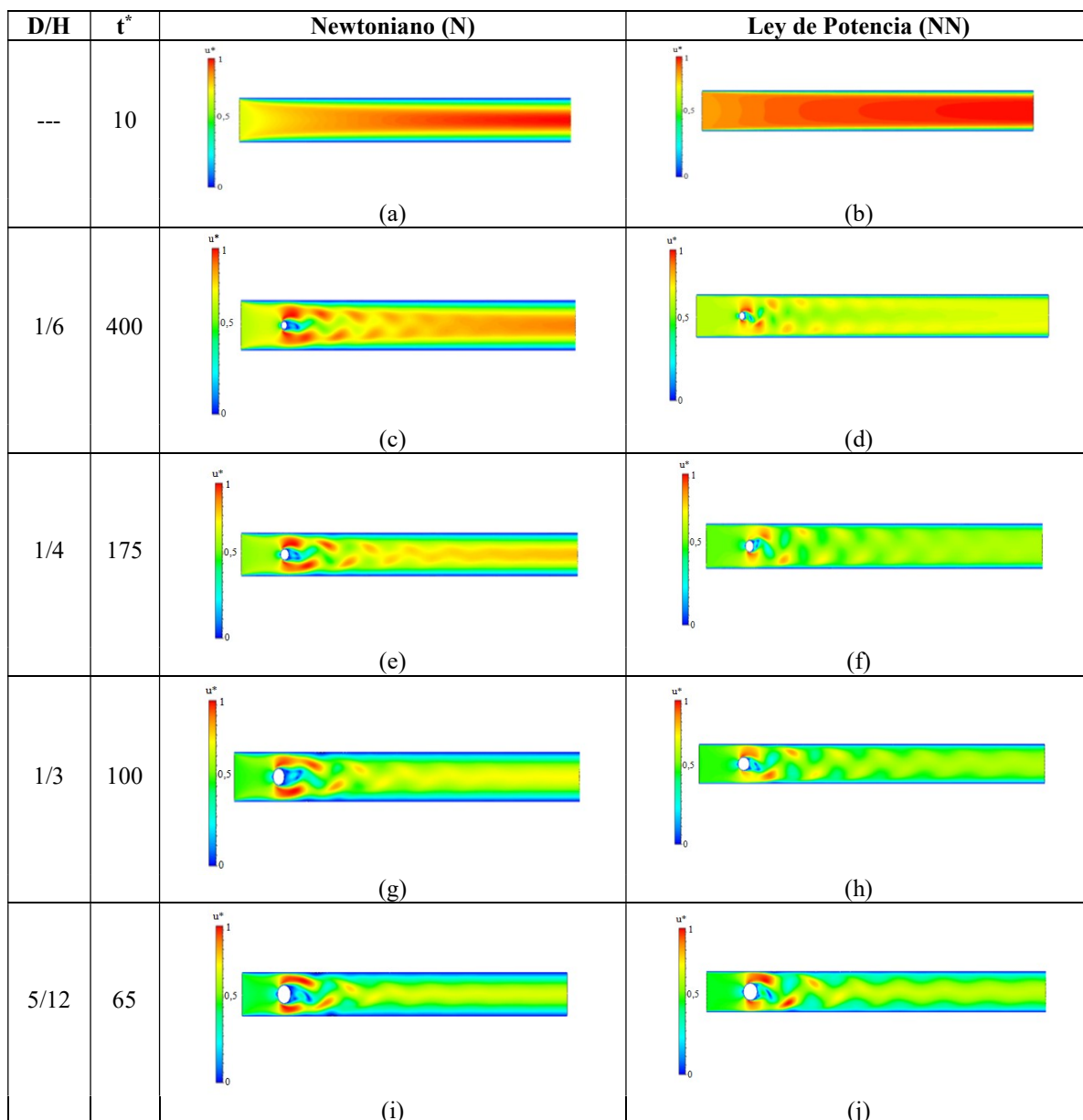


Figura 6-3: Contorno de velocidad adimensional para $Re=400$ en el caso de un fluido newtoniano (N) y para $Re=626$ en el caso de un fluido no newtoniano del tipo ley de potencia (NN). (a) y (b) flujo canal, (c) y (d) $D/H=1/6$, (e) y (f) $D/H=1/4$, (g) y (h) $D/H=1/3$, (i) y (j) $D/H=5/12$

6.6.2 Resultados de la Transferencia de Calor

En la Figura 6-4 se muestran los contornos de temperatura adimensional tanto en el canal como en los casos con un cilindro circular incorporado como generador de vórtices transversal, para los casos de fluidos Newtonianos y Ley de Potencia con índice de potencia igual a 0,4.

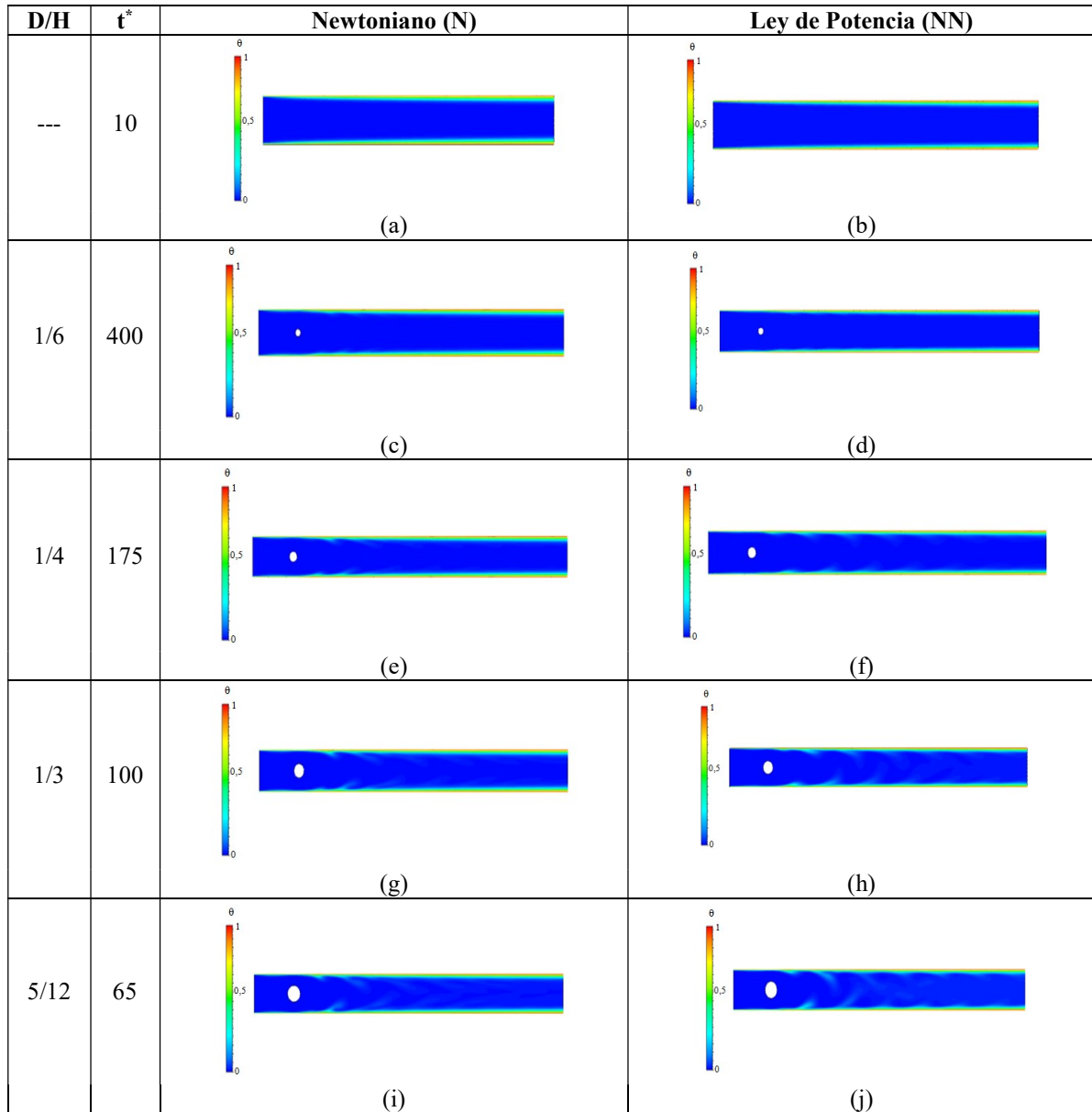


Figura 6-4: Contorno temperatura adimensional para $Re=400$, $Pr=24$ en el caso de un fluido newtoniano (N) y para $Re=626$, $Pr=15$ en el caso de un fluido no newtoniano del tipo ley de potencia (NN). (a) y (b) flujo canal, (c) y (d) $D/H=1/6$, (e) y (f) $D/H=1/4$, (g) y (h) $D/H=1/3$, (i) y (j) $D/H=5/12$

Se puede ver que la temperatura máxima está cerca de la pared de la canal. Además, la capa límite térmica se ve perturbada por los vórtices generados corrientes

abajo del cilindro circular, tanto para el caso del fluido newtoniano como el de Ley de Potencia.

En la Figura 6-5 se muestra el comportamiento del número de Nusselt local promediado en el tiempo, para el caso del canal plano, como para el canal con el cilindro circular incorporado para diferentes tamaños, para un fluido Newtoniano y Ley de Potencia. Además, se puede ver que, para el caso del fluido newtoniano, el número de Nusselt local es más bajo que para el fluido de Ley de Potencia. Por otra parte, en ambos casos, el sector más grande donde la mejor de la transferencia local es máxima se produce en las cercanías del generador de vórtices posteriormente, la transferencia de calor local se estabiliza al valor en el canal plano.

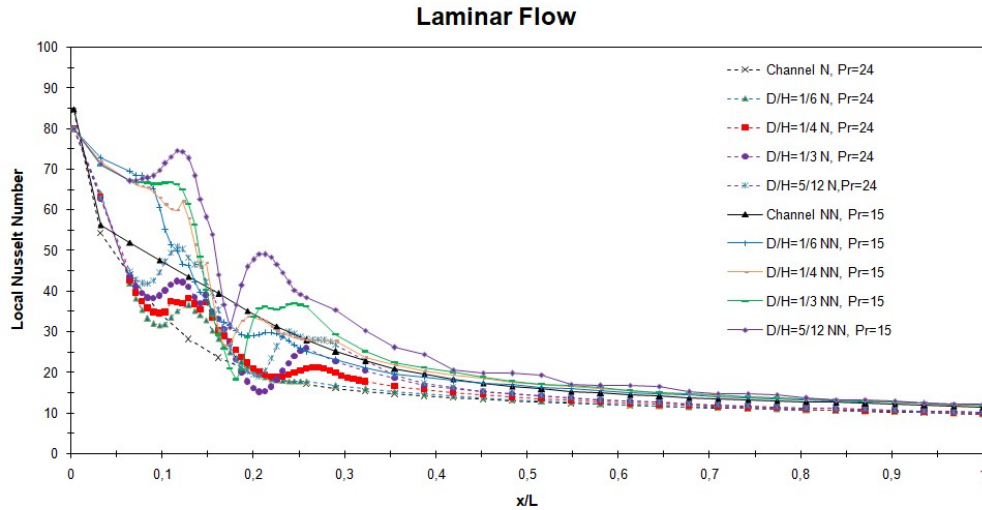


Figura 6-5: Comportamiento del número de Nusselt local para $Re=400$ y $Pr=24$ para fluido newtoniano (N) y $Re=626$ y $Pr=15$ para un fluido tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (NN)

En Tabla 6-2 se muestra el número promedio de Nusselt, el factor de fricción y el rendimiento termo-hidráulico R tanto para el tipo de fluido newtoniano (N) como para el fluido del tipo ley de potencia (NN), incluido el canal sin generador de vórtice, y para diferentes tamaños de cilindros. La transferencia de calor y la caída de presión aumenta con el tamaño del cilindro. Al usar un fluido del tipo ley de potencia, la transferencia de calor es mayor en comparación con el fluido newtoniano y la caída de presión es menor. Sin embargo, rendimiento termo-hidráulico es mayor para los fluidos newtonianos, el mejor rendimiento es para el fluido newtoniano con un cilindro de tamaño $D=1/6 \cdot H$.

Tabla 6-2 Número de Nusselt, factor de fricción y rendimiento termo-hidráulico con $Re=400$ para un fluido Newtoniano (N) y para $Re=626$ para un fluido tipo Ley de Potencia (NN).

Case	Número Nusselt N	Factor Friction f_N	Rendimiento R_N	Número Nusselt NN	Factor Friction f_{NN}	Rendimiento R_{NN}
Channel	17,86	0,126		23,39	0,040	
1/6	19,87	0,192	0,97	26,19	0,080	0,89
1/4	20,76	0,244	0,93	27,37	0,112	0,83
1/3	21,63	0,319	0,89	27,88	0,151	0,76
5/12.	21,67	0,426	0,81	31,16	0,222	0,75

6.7 Conclusiones

El tipo de fluido influye en la mejora de la transferencia de calor, y el aumento de potencia es debido al generador de vórtices transversal representado por el cilindro circular incorporado en el canal. Usando un fluido newtoniano la transferencia de calor es menor que utilizando un fluido del tipo ley de potencia, y la caída de presión es mayor para un fluido newtoniano en comparación con lo obtenido con un fluido del tipo ley de potencia, para todos los casos estudiados.

Además, se puede concluir que para un fluido del tipo ley de potencia la mejora en la transferencia de calor y el aumento de presión en el canal, usando un cilindro circular como generador de vórtices transversal, son más grandes que la usar un fluido newtoniano, pero el rendimiento termo-hidráulico R es menor. El mejor rendimiento es obtenido para el caso de un fluido newtoniano con un diámetro del cilindro igual a $1/6H$.

Por lo tanto, el uso de un fluido del tipo ley de potencia puede ayudar en aumentar la transferencia de calor con una menor caída de presión en el canal, lo que demuestra que el uso de fluidos no newtonianos y generadores de vórtices transversales puede ser atractiva para el enfriamiento del canal.

CAPÍTULO 7

TRANSFERENCIA DE CALOR EN UN CANAL CON GENERADOR DE VORTICES ADIABÁTICO DE DIFERENTES TAMAÑOS ENFRENTADO A UN FLUIDO DEL TIPO LEY DE POTENCIA RÉGIMEN TURBULENTO

7.1 Introducción

En este capítulo se realiza el estudio transiente de la mecánica de fluidos y la transferencia de calor de un fluido no newtoniano y un fluido newtoniano, ambos en régimen turbulento, los cuales ingresan a un canal de alto H y largo $31/3 \cdot H$. El flujo de fluido entrante enfrenta a un generador de vórtices cilíndrico de diámetro D ubicado en la parte central del canal a una distancia de $4/3 H$ con respecto a la entrada. La dimensión del generador de vórtices varía entre $1/6 \leq D/H \leq 5/12$. También se realiza el estudio del canal sin generador de vórtices.

La condición de borde de no deslizamiento es aplicada en todos los límites sólidos. En la superficie del generador de vórtices cilindro se impone un flujo de calor constante de valor cero, mientras que en las paredes de la canal se impone una temperatura constante de valor $T=T_{\text{máx}}$. En el ingreso del flujo de fluido se impone un flujo completamente desarrollado con velocidad $u=U_0$ y temperatura constante $T=T_{\text{min}}$. A la salida de la canal ($x=31/3 \cdot H$) se aplica la condición de borde de Neumann tanto para la velocidad como para la temperatura.

En este caso el fluido no newtoniano en estudio es un fluido del tipo *ley de potencia*. Este tipo de fluido se caracteriza como un fluido del tipo pseudoplástico con un índice de potencia $n=0,4$.

Para todas las simulaciones, el número de Reynolds está basado en el ancho de entrada del canal H , y sus valores son de $Re=1,2 \times 10^4$ y $Pr=24$ para un fluido newtoniano, y $Re=1,5 \times 10^5$ y $Pr=2$ para el caso de un fluido no newtoniano del tipo ley de potencia con un índice de potencia igual a $0,4$.

Como principales resultados se entregará el rendimiento termo-hidráulico (R) en las paredes del canal según la variación en el tamaño del generador de vórtices, tanto para un fluido newtoniano como uno no newtoniano.

7.2 Objetivos

7.2.1 Objetivos Generales

Los objetivos de este capítulo son los siguientes:

- Determinar a través del rendimiento termo-hidráulico, cual es el tamaño óptimo del generador de vórtice para el enfriamiento de las paredes de la canal.
- Describir el comportamiento de la mecánica de fluidos en la generación de vórtices en un cuerpo cilíndrico de diámetro D , enfrentándose al fluido no newtoniano del tipo Ley de potencia con un índice de potencia de valor 0,4.
- Describir el comportamiento de la mecánica de fluidos en la generación de vórtices en un cuerpo cilíndrico de diámetro D , enfrentándose a un fluido newtoniano.
- Describir el comportamiento del factor de fricción f
- Describir el comportamiento de la transferencia de calor a través de las isothermas generadas alrededor de la canal, influenciadas por los vórtices generados por el cuerpo cilíndrico D .

7.2.2 Objetivos Específicos

Los objetivos específicos de este capítulo son los siguientes:

- Mostrar las líneas de corrientes generadas alrededor del cuerpo cilíndrico D para cada caso en estudio.
- Elaborar un gráfico donde se relacione el coeficiente de fricción promedio (f) con el tiempo adimensional (τ).
- Mostrar las isothermas generadas alrededor del cuerpo cilíndrico D para los diferentes casos en estudio.
- Elaborar un gráfico donde se relacione la posición adimensional en la canal (X/H) con respecto al número de Nusselt local ($Nu(x,t)$).
- Elaborar un gráfico que relaciones el número de Nusselt promedio (\overline{Nu}) a lo largo de la canal con el tiempo adimensional (τ).

7.3 Nomenclatura

		Letras Griegas	
D	: diámetro del cilindro, [m]	ρ	: densidad, [kg/m ³]
C_p	: calor específico a $p=\text{cte}$, [J/kg ^o K]	μ	: viscosidad dinámica [kg/m.s]
T	: temperatura, [°K]	ν	: viscosidad cinemática [m ² /s]
t	: tiempo, [s]	θ	: temperatura adimensional
k	: conductividad térmica, [W/m ^o K]	τ	: tiempo adimensional
U_0	: velocidad media, [m/s]		
Re	: número Reynolds, [adim]		
Nu	: número Nusselt, [adim]		
Pr	: número de Prandtl, [adim]		
R	: Coeficiente de rendimiento		
h	: coeficiente transferencia de calor por convección, [W/m ^{2o} K]		
L	: Largo total del canal, [m]		
H	: Ancho total del canal, [m]		
K	: índice de consistencia, [kg/m.s]		
n	: índice de potencia		
S	: Distancia entre el fondo del canal y parte inferior del cilindro, [m]		
x,y	: coordenadas, [m]		
u,v	: Velocidad, [m/s]		
f	: factor de fricción, [adim]		
X	: Distancia adimensional, [adim]		
NN	: no newtoniano		
N	: newtoniano		

Subíndices

min	: mínima
max	: máxima
LP	: ley de potencia
0	: canal vacío
h	: hidráulico
N	: newtoniano
NN	: no newtoniano

7.4 Situación Física y Modelo Matemático

En la Figura 7-1 se muestra la situación física en estudio, que corresponde al ingreso y egreso de un fluido newtoniano y no newtoniano a una canal de ancho H y largo $31/3 \cdot H$, enfrentando a un generador de vórtices cilíndrico de diámetro D ubicado en el centro de la canal y a una distancia de $4/3 \cdot H$ con respecto a la pared de ingreso del flujo de fluido. El tamaño del generador de vórtices D varía según la relación D/H desde 1/6 hasta 5/12. Además, se analiza un caso en el cual la canal no posee generador de vórtices.

El ingreso del flujo de fluido en la canal se realiza a una velocidad U_0 y a una temperatura $T=T_{\text{min}}$. En la salida de la canal se considera la condición de borde de Neumann, tanto para la velocidad como para la temperatura. La pared inferior y superior de la canal, se considera la condición de no deslizamiento, junto con una temperatura constante de valor $T=T_{\text{máx}}$. El cilindro se considera adiabático y con condición de no deslizamiento.

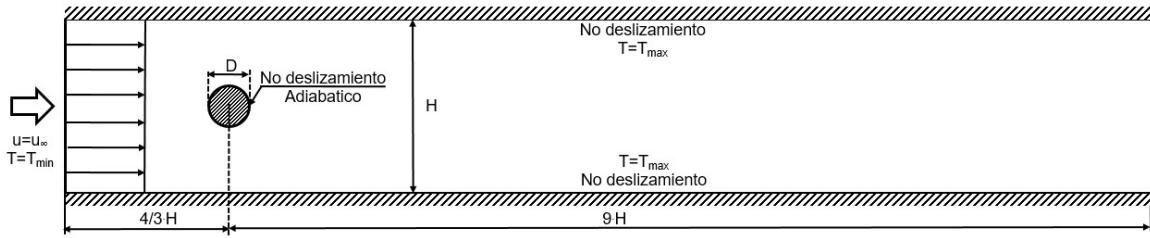


Figura 7-1: Esquema de la situación física (Fuente: elaboración propia)

En la Tabla 7-1 se presenta la relación entre el diámetro del cilindro D y el ancho de la canal H . En ancho de la canal es fijo, por lo que el diámetro del generador de vórtices varía entre $1/6$ hasta $5/12$.

Tabla 7-1: Variación de la relación D/H

D/H	$1/6$
D/H	$1/4$
D/H	$1/3$
D/H	$5/12$

Las suposiciones del problema, para el caso de un fluido newtoniano como no newtoniano, son las siguientes:

- Problema bidimensional
- Regimen laminar
- Transiente
- Propiedades constantes
- Fluido incompresible

Se presentan las ecuaciones gobernantes, para la situación física mostrada anteriormente.

Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (7-1)$$

Ecuación de momento en x:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \left[\frac{\partial}{\partial x} (\bar{\tau}_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\tau}_{yx}) \right] \quad (7-2)$$

Ecuación de momento en y:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - \left[\frac{\partial}{\partial x} (\bar{\tau}_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\tau}_{yy}) \right] \quad (7-3)$$

Los esfuerzos en las ecuaciones de momento lineal se definen como:

$$\bar{\tau}_{yy} = -\eta \left(2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) ; \quad \bar{\tau}_{xx} = -\eta \left(2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) ; \quad \bar{\tau}_{xy} = \bar{\tau}_{yx} = -\eta \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) \quad (7-4)$$

Donde el término η es la viscosidad aparente. La viscosidad aparente utilizada en este trabajo, es representada por la del modelo de ley de potencia (Ostwald de Waele) que se muestra en la ecuación (5-5).

$$\eta = K \cdot \dot{\gamma}^{n-1} \quad (7-5)$$

El n que se muestra en la ecuación (5-5) corresponde al índice de potencia. Con este índice de potencia se puede definir el tipo de fluido como se muestra en la ecuación (5-6).

$$\eta = \begin{cases} n < 1 & \text{fluido pseudoplástico} \\ n = 1 & \text{fluido newtoniano} \\ n > 1 & \text{fluido dilatante} \end{cases} \quad (7-6)$$

El coeficiente $\dot{\gamma}$ que se muestra en la ecuación (5-7) corresponde a la velocidad de deformación. Este comportamiento, propio de los fluidos, se describe de la siguiente forma:

$$\dot{\gamma} = \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right)^2 \right] + \left[\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (7-7)$$

Reemplazando las ecuaciones (5-4) en las ecuaciones (5-2) y (5-3) se obtiene las ecuaciones de momento lineal más generales y utilizadas. Su forma es:

Ecuación de momento en x:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right) - \rho \frac{\partial \overline{(u')^2}}{\partial x} - \rho \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \quad (7-8)$$

Ecuación de momento en y:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \eta \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} \right) - \rho \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} - \rho \frac{\partial \overline{(v')^2}}{\partial y} \quad (7-9)$$

Ecuación de energía del fluido:

$$\rho C_p \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} \right) - \rho C_p \frac{\partial (\overline{u'T'})}{\partial x} - \rho C_p \frac{\partial (\overline{v'T'})}{\partial y} \quad (7-10)$$

En el caso del fluido no newtoniano del tipo ley de potencia, se considera los siguientes parámetros adimensionales:

Número de Reynolds: El número de Reynolds características es el siguiente:

$$R_e = \frac{\rho \cdot U_0^{2-n} H^n}{K} \quad (7-11)$$

Donde n es el índice de potencia del tipo de fluido. La forma de este número de Reynolds posee la característica de que al ingresar un índice de potencia n=1, el número de Reynolds toma la forma tradicionalmente conocido para fluidos newtonianos. Al ingresar un índice de potencia diferente a 1, esta toma la característica de un fluido no newtoniano del tipo ley de potencia.

Número de Nusselt (Nu): representa la expresión adimensional del flujo de calor transferido entre un fluido y un sólido (o viceversa). Entre sea el número de Nusselt, más eficaz es la convección (Cengel, 2007). Se calcula la variación instantánea del número de Nusselt a lo largo de las paredes el canal como:

$$N_u(x,t) = \frac{q \cdot l_c}{k \cdot (T_{pared} - T_b)} \quad (7-12)$$

Donde T_b es la temperatura promedio la cual es definida como:

$$T_b(x,t) = \frac{\int_0^H u \cdot T \cdot dy}{\int_0^H u \cdot dy} \quad (7-13)$$

Debido a la naturaleza periódica del tiempo del campo de flujo y temperatura, el número de Nusselt instantánea de la pared calculado a partir de la ecuación (6-12) también es periódico. Sin embargo, existe un desfase entre los valores de Nusselt de las paredes inferior y superior inducidos por el movimiento oscilatorio del cilindro. Al integrar el número de Nusselt local, Nu(x,t), durante el período de desprendimiento de vórtices se obtiene el número de Nusselt promedio en el tiempo:

$$\overline{N_u} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} Nu(x,t) dt \quad (7-14)$$

Factor de Fricción: cantidad adimensional que se usa para calcular las pérdidas de carga en la canal debido a la fricción. Dada la naturaleza del flujo de fluido, el factor de fricción se calcula de la siguiente forma:

$$\Delta p = f \cdot \frac{L}{D_h} \cdot \frac{U_0^2}{2g} \quad (7-15)$$

Factor de Rendimiento: Para evaluar una mejora de la transferencia de calor y la caída de presión, el factor de rendimiento termohidráulico se define de la siguiente manera:

$$R = \frac{(Nu / Nu_0)}{(f / f_0)^{1/3}} \quad (7-16)$$

Las condiciones iniciales y de borde del problema son presentadas a continuación:

Condición inicial

$$\bar{u}(x, y, 0) = 0 \quad (7-17)$$

$$\bar{T}_{fluido, canal} = T_{\min} \quad (7-18)$$

Condiciones de bordes:

$$\bar{u}(0, y, t) = U_0 \quad (7-19)$$

$$\bar{v}(0, y, t) = 0 \quad (7-20)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}(31 \cdot H, y, t) = 0 \quad (7-21)$$

$$\bar{v}(x, 1,5 \cdot H, t) = 0 \quad (7-22)$$

$$\bar{v}(x, -1,5 \cdot H, t) = 0 \quad (7-23)$$

$$\bar{u}(x, 1,5 \cdot H, t) = 0 \quad (7-24)$$

$$\bar{u}(x, -1,5 \cdot H, t) = 0 \quad (7-25)$$

$$\bar{v}_{cilindro} = 0 \quad (7-26)$$

$$\bar{u}_{cilindro} = 0 \quad (7-27)$$

$$\bar{T}(x, 1,5 \cdot H, t) = T_{\max} \quad (7-28)$$

$$\bar{T}(x, -1,5 \cdot H, t) = T_{\max} \quad (7-29)$$

$$\bar{T}(0, y, t) = T_{\min} \quad (7-30)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial r}(31 \cdot H, y, t) = 0 \quad (7-31)$$

$$\frac{\partial \bar{T}_{cilindro}}{\partial y} = 0 \quad (7-32)$$

7.5 Implementación Computacional

El problema bidimensional presentado, se resuelve utilizando el método de volúmenes finitos mediante el software Fluent versión 14.5.

El criterio de diferencia entre iteraciones consiste en comparar la diferencia entre los resultados obtenidos en una iteración k , en todos los nodos, y los resultados obtenidos en la iteración anterior $k-1$, con un valor máximo de error admitido, para cada una de las variables que se desean calcular

$$|\phi(i, j)_k - \phi(i, j)_{k-1}| \leq \varepsilon \quad (7-33)$$

En las simulaciones realizadas se usa el criterio de convergencia que muestra la ecuación (6-34).

$$\varepsilon \leq 1 \times 10^{-3} \quad (7-34)$$

El paso de tiempo utilizando en todas las simulaciones se considera constante $\Delta t = 0,001$ [s]. El tiempo total simulado es de 50 [s].

En la Figura 6-2 se muestra el mallado utilizado en la resolución de los casos simulados en este capítulo. Se utiliza un total de 14,694 elementos.

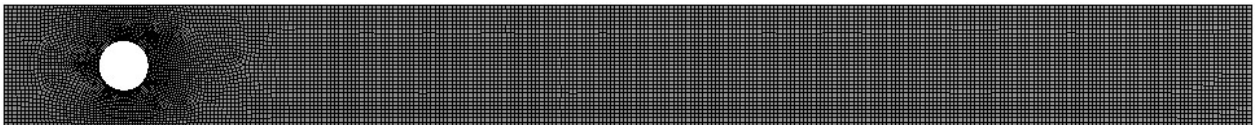


Figura 7-2: Malla variable

7.6 Presentación, Análisis y Discusiones

7.6.1 Resultados de la Mecánica de Fluidos

En la Figura 7-3 se muestra los contornos de velocidad adimensional en el canal y alrededor del cilindro para diferentes tamaños de cilindros, para un fluido del tipo newtoniano y para un fluido del tipo ley de potencia. Los campos de velocidad en los casos con un cilindro circular incorporado tienen vórtices transversales que se pueden ver en los contornos de velocidad. Los vórtices transversales generados tienen una estructura similar en el caso de los fluidos newtonianos y los fluidos del tipo ley de potencia. El tamaño de los vórtices aumenta con el tamaño del cilindro. Con el flujo

turbulento, las oscilaciones están presentes en una parte más grande del canal en comparación con el flujo laminar.

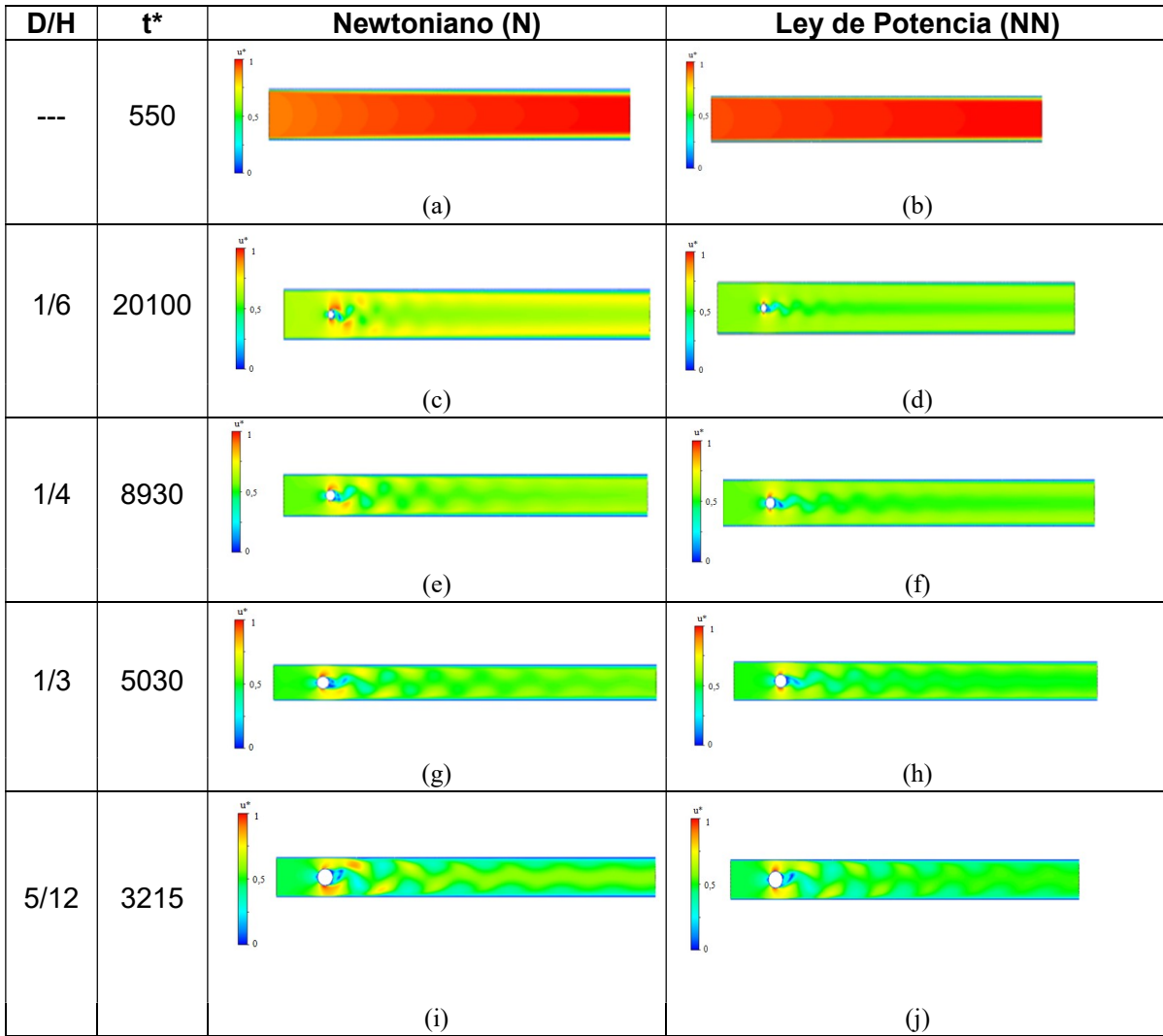


Figura 7-3: Contorno de velocidad adimensional con $Re=1,2 \times 10^4$ para el fluido newtoniano (N) y con $Re=1,5 \times 10^5$ para el fluido tipo Ley de Potencia (NN): (a) y (b) flujo en canal, (c) y (d) $D/H=1/6$, (e) y (f) $D/H=1/4$, (g) y (h) $D/H=1/3$, (i) y (j) $D/H=5/12$

7.6.2 Resultados de la Transferencia de Calor

En la Figura 7-4 se muestran los contornos de temperatura adimensionales, tanto en el canal como en los casos con un cilindro circular incorporado como generador de vórtices transversal, para los casos de los fluidos newtoniano como los fluidos no newtonianos del tipo ley de potencia. La capa límite térmica se ve perturbada por lo vórtices generados corriente abajo del cilindro circular, tanto para el caso del fluido del tipo newtoniano como para el tipo ley de potencia. Como se esperaba, la capa límite térmica es delgada en este tipo de régimen de flujo.

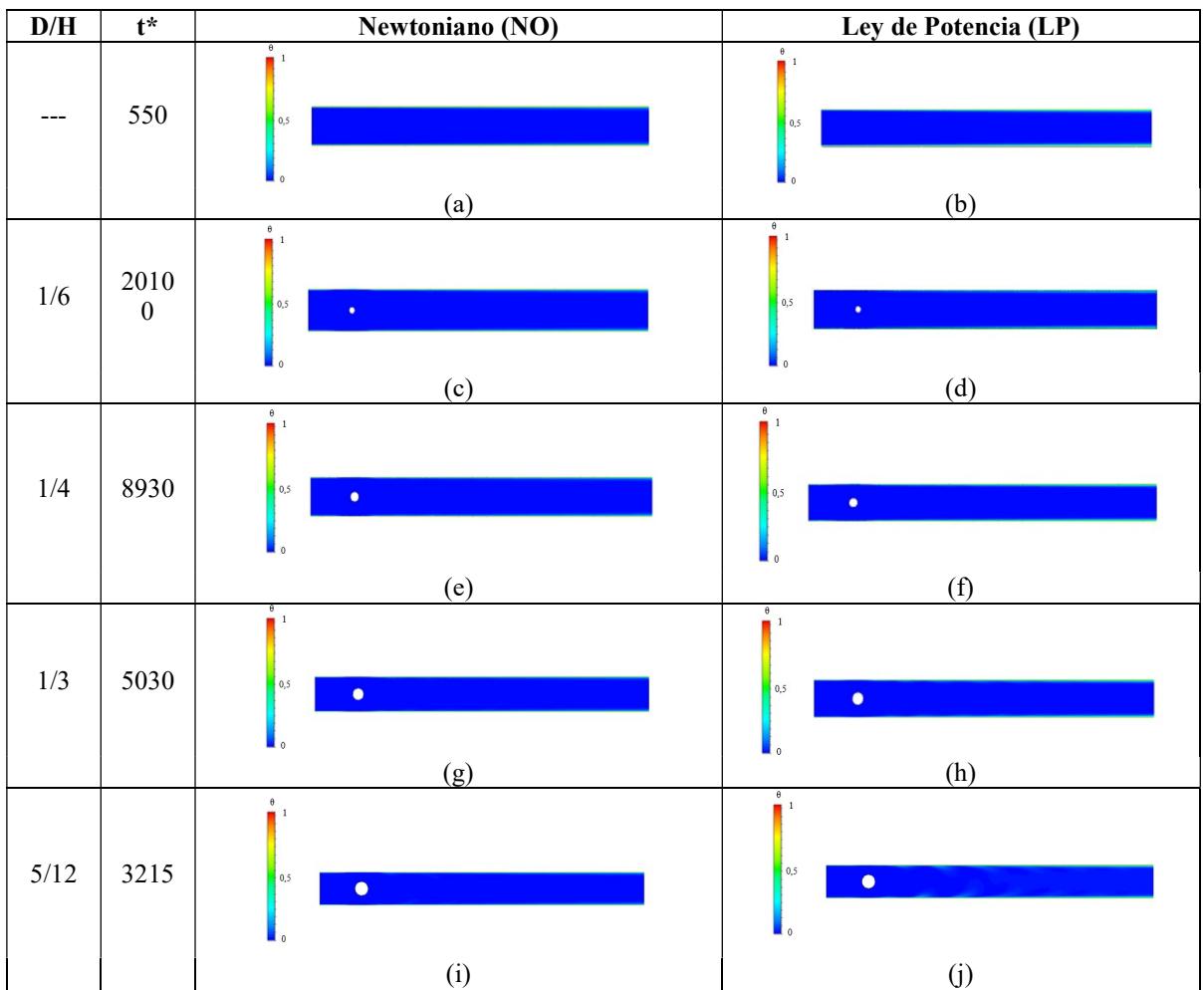


Figura 7-4: Contorno de temperatura adimensional para $Re=1,2 \times 10^4$ para el fluido newtoniano (N) y $Re=1,5 \times 10^5$ para el fluido tipo Ley de Potencia (NN): (a) y (b) flujo en el canal, (c) y (d) $D/H=1/6$, (e) y (f) $D/H=1/4$, (g) y (h) $D/H=1/3$, (i) y (j) $D/H=5/12$

En la Figura 7-5 se muestra los efectos en el número de Nusselt local promediado en el tiempo debido al cilindro circular incorporado con diferentes tamaños, para un fluido newtoniano y del tipo ley de potencia en las paredes del canal. En la misma figura, se puede ver que, para el caso del fluido newtoniano, el número de Nusselt local es mucha más bajo que para el fluido del tipo ley de potencia. Además, el sector perturbado por el cilindro circular es más grande para el fluido ley de potencia en comparación con el fluido newtoniano. Las diferencias entre ambos fluidos son mayores en el flujo turbulento en comparación con el flujo laminar. Figura 7-4

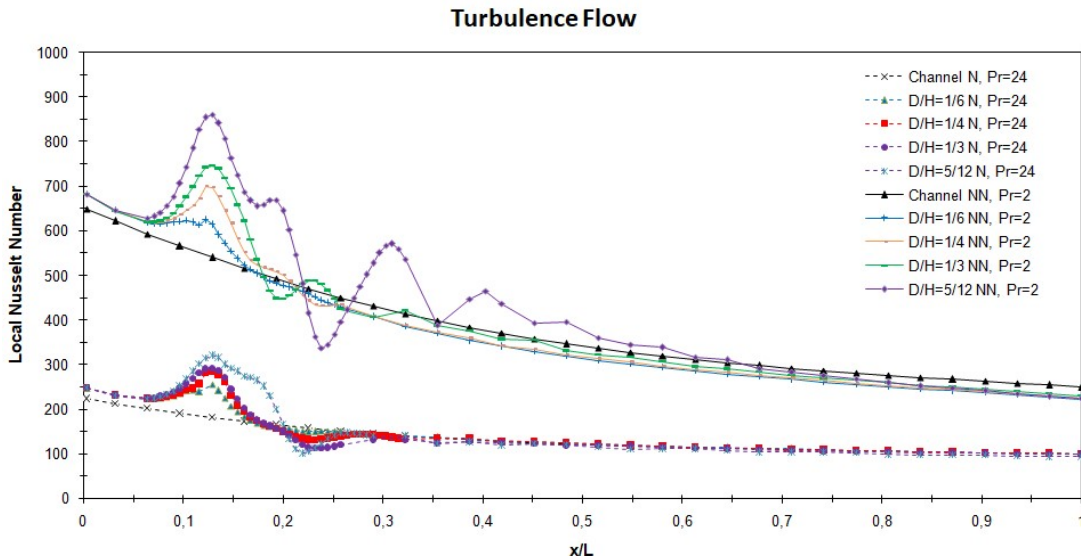


Figura 7-5: Comportamiento del número de Nusselt local para $Re=1,2 \times 10^4$ para fluido newtoniano (N) y para $Re=1,5 \times 10^5$ para un fluido no newtoniano del tipo Ley de Potencia $n=0,4$ (NN)

En la Tabla 7-2 se muestra el número promedio de Nusselt, el factor de fricción y el rendimiento R para los tipos de fluido newtoniano y tipo ley de potencia para flujo turbulento, para el canal y para los diferentes tamaños de cilindros. La transferencia de calor es mayor en el fluido de la ley de potencia en comparación con el fluido newtoniano. Sin embargo, los parámetros termo-hidráulicos son más grandes para fluidos newtonianos, y el mejor rendimiento es para fluidos newtoniano con cilindros de tamaño $D=1/6 \cdot H$.

Tabla 7-2: Número de Nusselt, factor de fricción y rendimiento termo-hidráulico con $Re=1,2 \times 10^4$ y $Pr=24$ para un fluido Newtoniano (N) y $Re=1,5 \times 10^5$ y $Pr=2$ para un fluido no newtoniano del tipo ley de potencia (NN)

Caso	Número Nusselt N	Factor		Número Nusselt NN	Factor	
		Fricción f_N	Rendimiento R_N		Fricción f_{NN}	Rendimiento R
			---			---
canal	133.07	0.023		379.48	0.011	
1/6	143.73	0.060	0.79	379.20	0.031	0.71
1/4	144.71	0.082	0.71	385.81	0.042	0.66
1/3	144.75	0.105	0.64	395.86	0.061	0.59
5/12	145.11	0.165	0.57	429.03	0.115	0.52

7.7 Conclusiones

El tipo de fluido influye en la mejora de la transferencia de calor, y el aumento de potencia es debido al generador de vórtices transversal representado por el cilindro circular incorporado en el canal. Usando un fluido newtoniano la transferencia de calor

es menor que utilizando un fluido del tipo ley de potencia, y la caída de presión es mayor para un fluido newtoniano en comparación con lo obtenido con un fluido del tipo ley de potencia, para todos los casos estudiados. Para el caso de régimen turbulento, la diferencia en la transferencia de calor entre los dos fluidos es más significativa que para el régimen laminar.

Además, se puede concluir que para un fluido del tipo ley de potencia la mejora en la transferencia de calor y el aumento de presión en el canal, usando un cilindro circular como generador de vórtices transversal, son más grandes que la usar un fluido newtoniano, pero el rendimiento termo-hidráulico R es menor. El mejor rendimiento es obtenido para el caso de un fluido newtoniano con un diámetro del cilindro igual a $1/6H$.

Por lo tanto, el uso de un fluido del tipo ley de potencia puede ayudar en aumentar la transferencia de calor con una menor caída de presión en el canal, lo que demuestra que el uso de fluidos no newtonianos y generadores de vórtices transversales puede ser atractiva para el enfriamiento del canal.

CAPÍTULO 8

BIBLIOGRAFÍA

A continuación, se entregan la bibliográfica utilizada en cada capítulo de este trabajo de tesis.

8.1 Capítulo 2

- [1] Basu, R., & Vickery, B. (1983). *Across Wind Response of Structures of Circular Cross Section*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aeronautics , Vol.12, pp.49-97.
- [2] Bishop, R., & Hassan, A. (1964). *The Lift and Drag Forces on a Circular Cylinder in a Flowing Fluid*. Proceedings of the Royal Society , Serie A, 277, pp.51-75.
- [3] Blevins, R. (2001). *Flow-Induced Vibration*. Malabar, Florida: Krieger Publishing Compañy.
- [4] Blevins, R. (1971). *Vortex-Induced Vibration of Circular Cylindrical Structures*. New York: ASME Paper No.72-WA/FE-39. American Society of Mechanics Engineers.
- [5] Blevins, R., & Burton, T. (1976). *Fluid Forces Induced by Vortex Shedding*. Journal of Fluids Engineering , Vol.95, pp.19-24.
- [6] Griffin, O., & Ramberg, S. (1974). *The Vortex Street Wakes of Vibrating Cylinders*. Journal of Fluid Mechanics , Vol.66, pp.553-576.
- [7] Hartlen, R., Baines, W., & Currie, I. (1968). *Vortex Excited Oscillations of a Circular Cylinder*. Toronto: University of Toronto.
- [8] Kenny, J. (1993). *Evaluation of Vortex Shedding Frequency and Dynamic Span Response*. Health & Safety Executive.
- [9] King, R. (1977). *Vortex Excited Oscillations of Yawed Circular Cylinders*. Journal of Fluids Engineering , Vol.4, pp.141-171.
- [10] Lienhard, J. (1966). *Synopsis of Lift, Drag, and Vortex Frequency Data for Rigid Circular Cylinders*. Washington: Technical Extension Service.
- [11] Mott, R. (1996). *Mecánica de Fluidos Aplicada* (págs. 467-484). Naucalpan de Juarez, México: Pretince Hall .
- [12] Munson, B., Okiishi, T., & Huebsch, W. (2009). *Fudamentals of Fluid Mechanics*. John Wiley & Sons, Inc.
- [13] Rao, S. (2012). *Vibraciones Mecánicas*. Miami: Pearson .

- [14] Shames, I. (1995). *Mecánica de Fluidos* (págs. 3-16). Santafé Bogota, Colombia: McGrawHill.
- [15] Thomson, W. (1988). *Theory of Vibration with Applications*. New Jersey: Prentice-Hall.
- [16] Vickery, B., & Watkins, R. (1962). *Flow-Induced Vibration of Cylindrical Structures*. Proceedings of the First Australian Conference .
- [17] White, F. (2011). *Fluid Mechanics*. New York: McGraw Hill.
- [18] Churchill S.W & Bernstein M. *A Correlating Equation for Forced Convection from Gases and Liquids to a Circular Cylinder in Cross Flow*. Journal of Heat Transfer 99, pp. 300-306.
- [19] Cengel, Y.A (2007). *Transferencia de Calor y Masa*. Mc Graw Hill.

8.2 Capítulo 3

- [1] Basu, R., & Vickery, B. (1983). *Across Wind Response of Structures of Circular Cross Section*. Journal of Wind Engineering and Insutrial Aeronautics , Vol.12,pp.49-97.
- [2] Bishop, R., & Hassan, A. (1964). *The Lift and Drag Forces on a Circular Cylinder in a Flowing Fluid*. Proceedings of the Royal Society , Serie A, 227, pp.51-75.
- [3] Blevins, R. (2001). *Flow-Induced Vibration*. Malabar, Florida: Krieger Publishing Company.
- [4] Blevins, R., & Burton, T. (1976). *Fluid Forces Induced by Vortex Shedding*. Journal of Fluids Engineering , Vol.95, pp.19-24.
- [5] Cengel, Y. (2007). *Transferencia de Calor y Masa*. Ciudad de México: McGraw-Hill.
- [6] Girffin, O., & Ramberg, S. (1974). *The Vortex Street Wakes of Vibrating Cylinders*. Journal of Fluid Mechanics , Vol.66, pp.553-576.
- [7] Hartlen, R., Baines, W., & Currie, I. (1968). *Vortex Excited Oscillations of a Circular Cylinder*. Toronto: University of Toronto.
- [8] Kenny, J. (1993). *Evaluation of Vortex Shedding Frequency and Dynamic Span Response*. Health & Safety Executive.
- [9] King, R. (1977). *Vortex Excited Oscillations of Yawed Circular Cylinders*. Journal of Fluids Engineering , Vol.4, pp.141-171.
- [10] Lam, K., Gong, W., & So, R. (2008). *Numerical Simulation of Cross-Flow Around Four Cylinders in an In-Line Square Configuration*. Journal of Fluids and Structures, Vol.24, pp.34-57.

- [11] Lienhard, J. (1966). *Synopsis of Lift, Drag, and Vortex Frequency Data for Rigid Circular Cylinders*. Washington: Technical Extension Service.
- [12] Mott, R. (1996). *Mecánica de Fluidos Aplicada*.(págs. 467-484). Naucalpan de Juarez, México: Prentice Hall .
- [13] Munson, B., Okiishi, T., & Huebsch, W. (2009). *Fundamentals of Fluid Mechanics*. John Wiley & Sons, Inc.
- [14] Nishioka, M., & Sato, H. (1978). *Mechanism of Determination of the Shedding Frequency of Vortices Behind a Circular Cylinder at Low Reynolds Numbers*. Journal of Fluid Mechanics , Vol.89, pp.49-60
- [15] Shames, I. (1995). *Mecánica de Fluidos* (págs. 3-16). Santafé Bogota, Colombia: McGrawHill.
- [16] White, F. (2011). *Fluid Mechanics*. New York: McGraw Hill.
- [17] Williamson, C. (1998). *A Series in $1/Re$ to Represent the Strouhal-Reynolds Number RelationShip of The Cylinder Wake*. Journal of Fluids and Structure , Vol.12, pp. 1073-1085.
- [18] Churchill S.W & Bernstein M (1977). *A Correlating Equation for Forced Convection from Gases and Liquids to a Circular Cylinder in Cross Flow*. Journal of Heat Transfer 99, pag. 300-306.

8.3 Capítulo 4

- [1] Budynas & Nisbett (2008). *Mechanical Engineering Design*. Volume 10, McGraw-Hill.
- [2] Blevins, R. (2001). *Flow-Induced Vibration*. Malabar, Florida: Krieger Publishing Company
- [3] Cengel, Y. (2007). *Transferencia de Calor y Masa*. Ciudad de México, McGraw-Hill.
- [4] Avinash Chandra & R.P. Chhabra (2013). *Momentum and Heat Transfer from a Semi-Circular Cylinder to Power-Law Fluids in the Vortex Shedding Regime*. Numerical Heat Transfer, Part A, 63: 489-510.
- [5] Girffin, O., & Ramberg, S. (1974). *The Vortex Street Wakes of Vibrating Cylinders*. Journal of Fluid Mechanics , Vol.66, pp.553-576.
- [6] Oliveira, Paulo J.. (2001). *Method for Time-Dependent Simulations of Viscoelastic Flows: Vortex Shedding Behind Cylinder*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics Vol.101 pp.113-137.

[7] Pantokratoras A. (2016). *Steady Flow of a Power Law Non Newtonian Fluid Across an Unconfined Square Cylinder*. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, vol. 57, pp. 264-274.

[8] White. F (2006). *Viscous Fluid Flow*. McGraw-Hill, New York.

[9] Fornberg, B. (1980). *A Numerical Study of Steady Viscous Flow Past a Circular Cylinder*. Journal of Fluid Mechanical, vol.98, pp.819-855.

[10] Lange, C.F., Durst F., Breuer M. (1998). *Momentum and Heat Transfer from Cylinders in Laminar Cross Flow at $10 < Re < 200$* . Journal Heat Mass Transfer, vol.41, pp.3409-3430.

[11] Sen S, Mittal S., Biswas G. (2009). *Steady Separated Flow Past a Circular Cylinder at Low Reynolds Numbers*. Journal Fluid Mechanical, vol. 620, pp.89-119.

[12] Kelkar K.M., Patankar S.V. (1992). *Numerical Prediction of Vortex Shedding Behind a Square Cylinder*. Journal Numerical Methods Fluids, vol.14, pp.327-341.

[13] Sharma A., Eswaran V. (2004). *Heat and Fluid Flow Across a Square Cylinder in the Two-Dimensional Laminar Regime*. Numerical Heat Transfer, col.45, pp.247-269.

[14] Sahu A.K., Chhabra R.P., Eswaran V. (2009). *Two-Dimensional Unsteady Laminar Flow of a Power Law Fluid Across a Square Cylinder*. Journal Non-Newtonian Fluid Mechanical, vol.160, pp.157-167.

[15] Ryan N.W & Johnson M.M. *Transistion from Laminar to Turbulent Flow in Pipes*. A.I.Ch.E. Journal vol.5, No4 pp 433-435.

[16] Mossaz S., Jay P., Magnin A. *Criteria for the Appearance of Recirculating and Non-Stationary Regimes behind a Cylinder in a Viscoplastic Fluid*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 165 (2010), pp. 1525-1535.

8.4 Capítulo 5

[1] Chandra, A, Chhabra R.P. *Momentum and Heat Transfer from a Semi-Circular Cylinder to Power-Law Fluids in the Vortex Shedding Regime*. Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology, 63:7, 489-510, DOI:10.1080/10407782.2013.742773.

[2] Ryan N. W., Johnson M. M. *Transistion from Laminar to Turbulent Flow in Pipes*. A.I.Ch.E Journal, Vol. 5, No.4, pp.433-435.

[3] Mossaz S., Jay P., Magnin A. *Criteria for the appearance of recirculating and non-stationary regimes behind a cylinder in a viscoplastic fluid*. Journal Non-Newtonian Fluid Mechanical, Vol 165 (2010), pp.152-1535

[4] Budynas & Nisbett (2008). *Mechanical Engineering Design*. Volume 10, McGraw-Hill.

- [5] Cengel, Y. (2007). *Transferencia de Calor y Masa*. Ciudad de México, McGraw-Hill.
- [6] White. F (2006). *Viscous Fluid Flow*. McGraw-Hill, New York.
- [7] Mossaz S., Jay P., Magnin A. *Criteria for the Appearance of Recirculating and Non-Stationary Regimes behind a Cylinder in a Viscoplastic Fluid*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 165 (2010), pp. 1525-1535.
- [8] Xiang Q, Zhen X, Jian-Ping L., Yu-lu L. Vortex Shedding in the Flow Around Two side-by-side Circular Cylinders of Different Diameters. Journal of Hydrodynamics 29 (2017), pp 470-478. DOI:10.1016/S1001-6058(16)6 0758-8.
- [9] Bosch G., Rodi W. Simulation of Vortex Shedding Past a Square Cylinder with Different Turbulence Models. International Journal for Numerical Methods in Fluids 28 (1998), pp 601-616.
- [10] M.A. Hossain, S. Hossain, M. Ikthair, H. Soiket. Numerical Investigation of Vortex Shedding in a Square Cylinder Using RANS and LES Model. International Mechanical Engineering Congress and Exposition (2014).
- [11] G. Iaccarino, A. Ooi, P. Durbin, M. Behnia. Reynolds Averaged Simulation of Unsteady Separated Flow. International Journal of Heat and Fluid Flow 24 (2003) pp 147-156.
- [12] W. Rodi. On the Simulation of Turbulent Flow Past Bluff Bodies. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 46 (1993) pp.3-19.
- [13] D. Bouris, G. Bergeles. 2D LES of Vortex Shedding from a Square Cylinder. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 80 (1999) pp 31-46.
- [14] S.H. Johansson, L. Davidson, E.Olsson. Numerical Simulation of Vortex Shedding Past Triangular Cyinders at High Reynolds Number Using a k- ϵ Turbulence Model. International Journal for Numerical Methods in Fluids 16 (1993), pp 859-878.

8.5 Capítulo 6

- [1] R.L. Webb, E.R.G. Eckert, R.J. Goldstein, Heat transfer and friction in tubes with repeated-rib roughness, Int. J. Heat Mass Transfer 14 (1971) 601e617.
- [2] A. Beskok, M. Raisee, B. Celik, B. Yagiz, M. Cheraghi. Heat transfer enhancement in a straight cannel via a rotattionally oscillating adiabatic cylinder. International Journal of Thermal Sciences 58 (2012) 61-69
- [3] B. Celik, M. Raisee, A. Beskok. Heat transfer enhancement in a slot cannel via a transversely oscillating adiabatic circular cylinder. International Journal of Heat a Mass Transfer 53 (2010) 626-634.

- [4] B. Celik, U. Akdag, S. Gunes, A. Beskok. Flow past an oscillating circular cylinder in a channel with an upstream splitter plate. *Phys. Fluid* 20 (2008) 103603.
- [5] J. Carberry, J. Sheridan, D. Rockwell. Forces and Wake modes of an oscillating cylinder. *J. Fluids Struct*, 15 (2001) 523-532.
- [6] C.H.K. Williamson, G.L. Brown. A series in $1/\sqrt{Re}$ to represent the Strouhal-Reynolds number relationship of the cylinder wake. *J. Fluids Struct*, 12 (1998) 1073-1085.
- [7] C.H.K. Williams, A. Roshko. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. *J. Fluids Mech.* 28 (1967) 501-512.
- [8] A. Chandra, R.P. Chhabra. Momentum and Heat Transfer from a Semi-Circular Cylinder to Power-Law Fluids in the Vortex Shedding Regime. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology*, 63:7, 489-510.
- [9] K. Lam, W.Q. Gong, R.M.C. So. Numerical Simulation of Cross-Flow around four cylinders in a line square configuration. *Journal of Fluids and Structures*, 24 (2008) 34-57.
- [10] Lienhard, J. (1966). *Synopsis of Lift, Drag, and Vortex Frequency Data for Rigid Circular Cylinders*. Washington: Technical Extension Service.

8.6 Capítulo 7

- [1] R.L. Webb, E.R.G. Eckert, R.J. Goldstein, Heat transfer and friction in tubes with repeated-ribroughness, *Int. J. HeatMass Transfer* 14 (1971) 601e617.
- [2] A. Beskok, M. Raisee, B. Celik, B. Yagiz, M. Cheraghi. Heat transfer enhancement in a straight channel via a rotationally oscillating adiabatic cylinder. *International Journal of Thermal Sciences* 58 (2012) 61-69
- [3] B. Celik, M. Raisee, A. Beskok. Heat transfer enhancement in a slot channel via a transversely oscillating adiabatic circular cylinder. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 53 (2010) 626-634.
- [4] B. Celik, U. Akdag, S. Gunes, A. Beskok. Flow past an oscillating circular cylinder in a channel with an upstream splitter plate. *Phys. Fluid* 20 (2008) 103603.
- [5] J. Carberry, J. Sheridan, D. Rockwell. Forces and Wake modes of an oscillating cylinder. *J. Fluids Struct*, 15 (2001) 523-532.
- [6] C.H.K. Williamson, G.L. Brown. A series in $1/\sqrt{Re}$ to represent the Strouhal-Reynolds number relationship of the cylinder wake. *J. Fluids Struct*, 12 (1998) 1073-1085.

- [7] C.H.K. Williams, A. Roshko. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. *J. FluidsMech.* 28 (1967) 501-512.
- [8] A. Chandra, R.P. Chhabra. Momentum and Heat Transfer from a Semi-Circular Cylinder to Power-Law Fluids in the Vortex Shedding Regime. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology*, 63:7, 489-510.
- [9] K. Lam, W.Q. Gong, R.M.C. So. Numerical Simulation of Cross-Flow around four cylinders in an inline square configuration. *Journal of Fluids and Structures*, 24 (2008) 34-57.
- [10] Lienhard, J. (1966). *Synopsis of Lift, Drag, and Vortex Frequency Data for Rigid Circular Cylinders*. Washington: Technical Extension Service.
- [11] M. Cheraghi, M. Raisee, M. Moghaddami. Effect of cylinder proximity to the Wall on channel flow heat transfer enhancement. *Comptes Rendus Mecanique* 342 (2014) 63-72.
- [12] J. Wang, Y. Zhao. Heat and fluid flow characteristics of a rectangular channel with a small diameter circular cylinder as vortex generator. *International Journal of Thermal Sciences* 92 (2015) 1-13.
- [13] J.Kline, W.C. Reynolds, F.A. Schraub, P.W. Runstadler, The structure of turbulent boundary layer, *J. Fluid Mech.* 37 (1967) 741-773.
- [14] H.A. Mohammed, P. Gunnasegaran, N.H. Shuaib, Numerical simulation of heat transfer enhancement in wavy microchannel heat sink, *Int. Commun. Heat of Mass Transf.* 38 (2011) 63-68.
- [15] Mazlan A. Wahid, A.A. Gholami, H.A. Mohammed, Numerical study of fluid flow and heat transfer enhancement of nanofluid over tube bank, *Appl. Mech. Mater.* 388 (2013) 149-155.
- [16] A.W. Fan, J.J. Deng, J. Guo, W. Liu. A numerical study on thermo-hydraulic characteristics of turbulent flow in a circular tube fitted with conical strip inserts, *Appl. Therm. Eng.* 31 (2011) 2819-2828.
- [17] Y.H. You, A.W. Fan, W. Liu, S.Y. Huang. Thermo-hydraulic characteristics of laminar flow in an enhanced tube with conical strip inserts, *Int. J. Therm. Sci.* 61 (2012) 28-37.
- [18] A.W. Fan, J.J. Deng, A. Nakayama, W. Liu. Parametric study on turbulent heat transfer and flow characteristics in a circular tube fitted with louvered strip inserts, *Int. J. Heat Mass Transf.* 55 (2012) 5205-5213.
- [19] D.H. Kim, Y.H. Lee, S.H. Chang, Effects of mechanical vibration on critical heat flux in vertical annulus tube, *Nucl. Eng. Des.* 237 (2007) 982-987.

- [20] S.J. Price, D. Sumner, J.G. Smith, M.P. Paidoussis, Flow visualization around a circular cylinder near to a plane wall, *J. Fluids Struct.* 16 (2002) 175-191.
- [21] S. Sarkar, S. Sarkar. Vortex dynamics of a cylinder wake in proximity to a Wall. *J. Fluids Struct.* 26 (2010) 19-40.
- [22] T.S. Park. Effects of an inserted square cylinder on wall heat transfer in laminar channel flows, *J. Mech. Sci. Technol.* 27 (2013) 1501-1508.
- [23] J. Kim, P. Moin, R. Moser. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number, *J. Fluid Mech.* 177 (1987) 133-166.
- [24] N.N. Mansour, J. Kim, P. Moin. Reynolds-stress and dissipation budgets in a turbulent channel flow, *J. Fluid Mech.* 194 (1988) 15-44.
- [25] Z.Xu, Z.Han, J. Wang, Z. Liu. The characteristic of heat transfer and flow resistance in a rectangular channel with vortex generators. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 116 (2018) 61-72.
- [26] P. Sellappan, T. Pottebaum. Vortex Shedding and Transfer in Rotationally Oscillating Cylinders. *J. of Fluid Mech.* 748 (2014) 549-579
- [27] Bouhairie, S. & Chu, V.H. Two-dimensional simulation of unsteady heat transfer from a circular cylinder in cross flow. *J. Fluid Mech.* 570 (2007), 177–215.
- [28] Du, L. & Dalton, C. LES calculation for uniform flow past a rotationally oscillating cylinder. *J. Fluids Struct.* 42 (2013), 40–54
- [29] N.B. Zheng, P. Liu, F. Shan, J.J. Liu, Z.C. Liu, W. Liu, Numerical studies on thermohydraulic characteristics of laminar flow in a heat exchanger tube fitted with vortex rods, *Int. J. Therm. Sci.* 100 (2016) 448–456.
- [30] M.Al-Asadi, F. Alkasmoul, M.Wilson. Heat transfer enhancement in a micro-channel cooling system using cylindrical vortex generators. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 74 (2016), 40-47.